



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JULIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE CIÊNCIAS – CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA

GILMARA APARECIDA DA SILVA

**O CONHECIMENTO DECLARATIVO DO
PROFESSOR ALFABETIZADOR NO ENSINO DE
GEOMETRIA**

Bauru/SP
2018

GILMARA APARECIDA DA SILVA

**O CONHECIMENTO DECLARATIVO DO
PROFESSOR ALFABETIZADOR
NO ENSINO DE GEOMETRIA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, Área de Concentração em Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Campus de Bauru, como requisito à obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência.

Orientador: Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola

**Bauru/SP
2018**

Silva, Gilmara Aparecida da.

O conhecimento declarativo do Professor
Alfabetizador no Ensino de Geometria / Gilmara
Aparecida da Silva, 2018
203 f.: il.

Orientador: Nelson Antonio Pirola

Tese (Doutorado)-Universidade Estadual
Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Faculdade de
Ciências, Bauru, 2018

1. Alfabetização Matemática. 2. Formação
Continuada. 3. Geometria. 4. Formação de
Conceitos.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE GILMARA APARECIDA DA SILVA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 28 dias do mês de fevereiro do ano de 2018, às 09:00 horas, no(a) Anfiteatro da Pós-Graduação da Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA - Orientador(a) do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, Profa. Dra. MARISA DA SILVA DIAS do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, Profa. Dra. ESTHER DE ALMEIDA PRADO RODRIGUES do(a) Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação / Universidade de São Paulo - USP/São Carlos, Prof. Dr. SÉRGIO APPARECIDO LORENZATO do(a) Faculdade de Educação / Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Profa. Dra. REGINA MARIA PAVANELLO do(a) Departamento de Teoria e Prática da Educação / Universidade Estadual de Maringá - UEM, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de GILMARA APARECIDA DA SILVA, intitulada "**O conhecimento declarativo do professor alfabetizador no Ensino de Geometria**". Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADA. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA

Profa. Dra. MARISA DA SILVA DIAS

Profa. Dra. ESTHER DE ALMEIDA PRADO RODRIGUES

Prof. Dr. SÉRGIO APPARECIDO LORENZATO

Profa. Dra. REGINA MARIA PAVANELLO

GILMARA APARECIDA DA SILVA

**O CONHECIMENTO DECLARATIVO DO
PROFESSOR ALFABETIZADOR
NO ENSINO DE GEOMETRIA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, Área de concentração em Ensino de Ciência e Matemática, da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP – Campus de Bauru, como requisito à obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência.

Banca Examinadora:

Presidente: Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Ciências de Bauru, Departamento de Educação

Examinadora: Profa. Dra. Maria da Silva Dias
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Ciências de Bauru, Departamento de Educação

Examinadora: Profa. Dra. Esther de Almeida Prado Rodrigues
Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Examinadora: Profa. Dra. Regina Maria Pavanello
Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Teoria e Prática da Educação

Examinador: Prof. Dr. Sérgio Aparecido Lorenzato
Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Educação

Dedico aos meus pais, **Ogílio** (*in memorian*) e **Beatriz...**

AGRADECIMENTOS

A Deus, meu melhor amigo;

À meus pais, Beatriz e Ogílio (*in memorian*) por entenderem minhas ausências e “variações de humor”;

Ao Professor Nelson Pirola, pela orientação segura e competente, e por ser, para mim, mais que orientador: um incentivador e o amigo de todas as horas;

Às integrantes da banca de qualificação: Profa. Dra. Esther de Almeida Prado Rodrigues e Profa. Dra. Maria da Silva Dias, pelas contribuições dadas quando do Exame de Qualificação;

Aos integrantes da banca de defesa: Profa. Esther de Almeida Prado Rodrigues, Profa. Maria da Silva Dias, Profa. Regina Maria Pavanello e ao Prof. Sérgio Lorenzato pelo aceite em compartilhar comigo esse momento importante de minha formação acadêmica.

Aos orientadores de estudo e aos professores alfabetizadores do PNAIC 2014, pela aplicação e/ou respostas aos questionários;

À amiga Thais de Souza Penques pela amizade e pelos constante apoio nos diferentes momentos da minha vida;

À prima Maria Estela Ribeiro Bonafim pela correção ortográfica desta dissertação;

À amiga Silvia Elisa Lobrigati pelo companheirismo e auxílio em todos os momentos profissionais e pessoais;

À amiga Rosa Maria Manzoni pelo incentivo e por acreditar em mim;

Aos meus amigos do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática – GPPEM;

A todos os amigos que me incentivaram e apoiaram para a realização desta pesquisa.

SILVA, Gilmara Aparecida da. **Conhecimento declarativo do Professor Alfabetizador no Ensino de Geometria**. 2018. 203 f.il. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, UNESP, Campus Bauru, 2018.

RESUMO

Esta tese, vinculada ao Programa Educação para a Ciência, da Faculdade de Ciências, Unesp Bauru/SP, foi concretizada por meio de estudos sobre a formação conceitual em Geometria com professores alfabetizadores. A pergunta norteadora da pesquisa foi: Qual o conhecimento declarativo apresentado por professores alfabetizadores participantes do Programa de Formação Continuada Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa – PNAIC de Matemática em relação aos conceitos geométricos? Para tanto, teve como objetivo investigar quais conceitos geométricos, especialmente no que diz respeito ao conhecimento declarativo, os professores participantes do PNAIC mobilizam ao ensinar Matemática, no ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano do ensino fundamental). Para isso, apoiamos-nos nos estudos sobre os atributos definidores e os níveis cognitivos do desenvolvimento conceitual, de Klausmeier e Goodwin (1977); sobre as habilidades básicas de Geometria, de Hoffer (1981), e sobre o conhecimento declarativo proposto por Sternberg (2000). A pesquisa tem abordagem de interpretação quanti-qualitativa, cujo percurso metodológico está delineado nas etapas da pesquisa de campo, a qual foi realizada em duas etapas: uma anterior ao estudo do Caderno de Geometria e outra posterior a esse estudo, feito no curso de formação continuada do PNAIC com ênfase em Matemática. Os instrumentos utilizados para a produção dos dados foram dois questionários, sendo que um foi aplicado na primeira etapa da pesquisa e o outro, na segunda etapa. Da tabulação dos dados da primeira etapa, foram construídas as categorias de análise, de acordo com os atributos definidores para, a partir dessas, verificar qual o conhecimento declarativo (atributos definidores) e quais habilidades geométricas o professor alfabetizador apresentava depois da formação. De maneira geral, a análise dos questionários mostrou pouco conhecimento declarativo sobre as figuras geométricas, utilização de atributos equivocados para conceituá-las e processos de subgeneralização por parte dos professores que atuam no ciclo de alfabetização. Os resultados de análise também mostraram que o conhecimento declarativo evidenciado pelas repostas dos professores aproxima-se do conhecimento declarativo de alunos da Educação Básica, de acordo com os estudos desenvolvidos no âmbito da Educação Matemática. Em termos de habilidades, foi verificado que a habilidade verbal apresentou-se como elemento dificultador no processo de identificação e nomeação de atributos definidores.

Palavras-chave: Alfabetização Matemática. Formação Continuada. Geometria. Formação de Conceitos.

SILVA, Gilmara Aparecida da. **The declarative Knowledge of the Literacy Teacher in the Teaching of Geometry**. 2018. 203 f.il. Thesis (Doctorate in Education for Science) – Faculdade de Ciências, UNESP, Campus Bauru, 2018.

ABSTRACT

This thesis, linked to the Science Education Program, from College of Science at Unesp, Bauru/SP, was accomplished through studies related to the conceptual formation in Geometry with literacy teachers. The guiding question of this research was: What was the declarative knowledge presented by literacy teachers who were participants of the Program of continual formation literacy national pact in the right age – PNAIC of Math in relation to the geometrical concepts. Therefore, the purpose was to investigate which geometrical concepts, especially the ones related to the declarative knowledge, the participant teachers of PNAIC impel when teaching Math in the literacy cycle (1st to 3rd year of elementary school). To do it, we have supported on the studies of the defining features and the cognitive levels of the conceptual development, from Klausmeier and Goodwin (1977); on the basic abilities of Geometry from Hoffer (1981) and on the declarative knowledge proposed by Sternberg (2000). The research has the quantity-qualitative approach of interpretation, and its methodological course is traced on the field research stages, which was developed in two stages: one that was prior to the study of Geometry Notebook and another one after this study, which was done in the continued formation course from PNAIC with emphasis in Math. The used instruments to the data production were two questionnaires - one was applied in the first stage of the research and the other, in the second one. Analysis categories were built from the data tabulation of the first stage according to the defining features to, as from them, verify which declarative knowledge (defining features), and which geometric abilities the literacy teacher presented after the formation. In general, the questionnaire analysis, showed little declarative knowledge on geometric figures, use of mistaken features to conceptualize them, and sub generalization processes from the teachers who work in the literacy cycle. The analysis results also show that the declarative knowledge verified by the teachers' answers is close to the declarative knowledge of students on Basic Education, according to the studies that were developed in the Math Education scope. In terms of abilities, the verbal ability was the difficult element in the process of identification and nomination of defining features.

Key-words: Math literacy. Continued formation. Geometry. Formation of concepts.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Pesquisas encontradas na base Scielo (Descritores X ensino e aprendizagem de geometria).....	23
Figura 2 - Estrutura de Funcionamento da Formação	33
Figura 3 - Extensão e Uso de Conceitos.....	69
Figura 4 – Problema sobre o procedimento para cálculo da área de uma figura.	70
Figura 5 – Resolução do problema de área de figura não convencional	71
Figura 6 - Relações entre a formação conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977) e o conhecimento declarativo de Sternberg (2000).....	72
Figura 7 - Relações entre a formação conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977), o conhecimento declarativo de Sternberg (2000) e as habilidades de Hoffer (1981).....	73
Figura 8 - Resposta de um aluno do sexto ano do Ensino Fundamental para a pergunta “o que é um triângulo?”	75
Figura 9 - Respostas de um aluno do ensino médio para “o que é um quadrado?” e “o que é um retângulo?”	76
Figura 10 – Representação do aluno 32 (2º ano).....	78
Figura 11 – Representação do aluno 55 (3º ano).....	78
Figura 12 – Resposta dada pelo participante sobre paralelogramo e seus tipos.	79
Figura 13 – Síntese das etapas da realização da pesquisa	97
Figura 14 – O entendimento sobre figura bidimensional e figura tridimensional – Participante OE 47	182
Figura 15 – O entendimento sobre figura bidimensional e figura tridimensional – Participante OE 51	182
Figura 16 – O entendimento sobre figura bidimensional e figura tridimensional – Participante OE 40	182
Figura 17 – O entendimento sobre figura bidimensional e figura tridimensional – Participante OE 39	182
Figura 18 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid36	183
Figura 19 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid17	183
Figura 20 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid516	183

Figura 21 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid5 11	183
Figura 22 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid4 9	184
Figura 23 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid4 4	184
Figura 24 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid4 8	184
Figura 25 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid3 8	184
Figura 26 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid3 3	185
Figura 27 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante OE 1	185

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Objetos de Conhecimento e Habilidades em Geometria	53
Quadro 2 – Siglas utilizadas para identificação dos sujeitos da 2ª Etapa da pesquisa	96
Quadro 3 – Síntese dos resultados do conhecimento declarativo das figuras de acordo com as categorias	116
Quadro 4 – Conhecimento Declarativo do PA na Primeira Etapa da Pesquisa – Figura Bidimensional.....	123
Quadro 5 – Conhecimento Declarativo do PA na Primeira Etapa da Pesquisa – Figura Tridimensional.....	126
Quadro 6 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 1 atributo definidor na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO ...	130
Quadro 7 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 2 atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO	131
Quadro 8 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 3 atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO	132
Quadro 9 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram subgeneralização na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO.....	133
Quadro 10 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram atributos equivocados na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO	134
Quadro 11 – Síntese - Triângulos.....	134
Quadro 12 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 1 atributo definidor na 1ª Etapa da pesquisa - QUADRADO	136
Quadro 13 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 2 atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa – QUADRADO	137
Quadro 14 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram 4 ou mais atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa - QUADRADO	138
Quadro 15 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram atributos equivocados na 1ª Etapa da pesquisa - QUADRADO.....	139
Quadro 16 – Síntese - Quadrados	140

Quadro 17 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 1 atributo definidor na 1ª Etapa da pesquisa – RETÂNGULO..	141
Quadro 18 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 2 atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa – RETÂNGULO	142
Quadro 19 – Síntese - Retângulos	144
Quadro 20 – Nomenclatura das figuras geométricas a partir da sua imagem	188
Quadro 21 – Classificação das figuras geométricas em plana ou espacial a partir da sua imagem.....	189
Quadro 22 – Classificação das figuras espaciais, a partir da sua imagem, em plana ou espacial, número de vértices, de faces e de arestas de tais figuras	191
Quadro 23 – Como você definiria tal figura (cubo) para seu aluno?	192
Quadro 24 – Como você definiria tal figura (paralelepípedo) para seu aluno?	192
Quadro 25 – Como você definiria tal figura (cilindro) para seu aluno?	192
Quadro 26 – Como você definiria tal figura (pirâmide) para seu aluno?	193
Quadro 27 – Como você definiria tal figura (esfera) para seu aluno?.....	193
Quadro 28 – Como você definiria tal figura (prisma) para seu aluno?.....	193
Quadro 29 – Classificação das figuras planas, a partir da sua imagem, em plana ou espacial, determinação da quantidade de vértices e lados e de outros atributos, como lados paralelos, lados congruentes, ângulos retos e ângulos congruentes	194
Quadro 30 – Como você definiria tal figura (quadrado) para seu aluno?	196
Quadro 31 – Como você definiria tal figura (triângulo) para seu aluno?	196
Quadro 32 – Como você definiria tal figura (retângulo) para seu aluno?	196
Quadro 33 – Como você definiria tal figura (losango) para seu aluno?	197
Quadro 34 – Como você definiria tal figura (hexágono) para seu aluno?	197
Quadro 35 – Como você definiria tal figura (círculo) para seu aluno?	197
Quadro 36 – Como você definiria tal figura (paralelogramo) para seu aluno?.....	197

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuição dos Participantes por Grupo – 1ª Etapa	92
Tabela 2 – Distribuição dos participantes de acordo com o tempo de serviço no magistério	93
Tabela 3 – Distribuição dos de Participantes por Grupo – 2ª Etapa	95
Tabela 4 – Conhecimento declarativo sobre Figura Bidimensional – Categoria 1	102
Tabela 5 – Conhecimento declarativo sobre Figura Tridimensional – Categoria 1.....	102
Tabela 6 – Conhecimento declarativo sobre triângulo – Categoria 1.....	103
Tabela 7 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 1.....	103
Tabela 8 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 1.....	103
Tabela 9 – Síntese da Categoria 1: define a figura com apenas um atributo definidor.	104
Tabela 10 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 2	105
Tabela 11 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 2.....	105
Tabela 12 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 2.....	105
Tabela 13 – Síntese da Categoria 2: define a figura com apenas dois atributos definidores	106
Tabela 14 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 3	107
Tabela 15 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 3.....	107
Tabela 16 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 3.....	107
Tabela 17 – Síntese da Categoria 3: define a figura com apenas três atributos definidores	108
Tabela 18 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 4	108
Tabela 19 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 4.....	108
Tabela 20 – Síntese da Categoria 4 : define a figura com quatro ou mais atributos definidores	109
Tabela 21 – Conhecimento declarativo sobre Figura Tridimensional – Categoria 7.....	110
Tabela 22 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 5	110
Tabela 23 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 5.....	110
Tabela 24 – Síntese da Categoria 5: define a figura utilizando um exemplo específico (subgeneralização)	111
Tabela 25 – Conhecimento declarativo sobre Figura Tridimensional – Categoria 6.....	111
Tabela 26 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 6	112
Tabela 27 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 6.....	112

Tabela 28 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 6.....	112
Tabela 29 – Síntese da Categoria 6: define a figura utilizando atributos equivocados .	113
Tabela 30 – Conhecimento declarativo sobre Figura Bidimensional – Categoria 7	114
Tabela 31 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 7	114
Tabela 32 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 7.....	114
Tabela 33 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 7.....	115
Tabela 34 – Síntese da Categoria 7: define a figura relacionando a uma face de um poliedro	115
Tabela 35 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 8	115
Tabela 36 – Suas expectativas em relação ao estudo do Caderno de Geometria do PNAIC foram contempladas?	118
Tabela 37 – Você teve oportunidade de aplicar alguma atividade proposta com seus alunos?	118
Tabela 38 – Após o estudo do caderno de Geometria do PNAIC, sua relação com esse eixo (Geometria) ficou mais amigável?	119
Tabela 39 – No eixo Geometria, quais conceitos podem ser explorados?	120
Tabela 40 – Qual Geometria está presente efetivamente no nosso dia-a-dia: plana ou espacial?.....	121
Tabela 41 – Classificação das figuras em plana ou espacial a partir de seu desenho – Figuras Planas.....	124
Tabela 42 – Nomenclatura das figuras planas a partir de seu desenho – Figuras Planas	125
Tabela 43 – Atributos equivocados para as figuras planas	125
Tabela 44 – Classificação das figuras em plana ou espacial a partir de seu desenho – Figuras Espaciais	127
Tabela 45 – Nomenclatura das figuras espaciais a partir de seu desenho	128
Tabela 46 – Atributos equivocados para as figuras espaciais	128
Tabela 47 – Síntese das proposições equivocadas dos triângulos.....	135
Tabela 48 – Síntese das proposições equivocadas para os quadriláteros	145
Tabela 49 – Distribuição Geral dos Sujeitos por gênero – 1ª Etapa	172
Tabela 50 – Tem Experiência no Ciclo de Alfabetização?	172
Tabela 51 – Tempo total de serviço no Magistério por grupo.....	172
Tabela 52 – Formação Acadêmica dos Sujeitos por grupo.....	172
Tabela 53 – Distribuição Geral dos Sujeitos por gênero – 2ª Etapa	173

Tabela 54 – Tem Experiência no Ciclo de Alfabetização?	173
Tabela 55 – Tempo total de serviço no Magistério por grupo.....	173
Tabela 56 – Formação Acadêmica dos Sujeitos por grupo.....	173
Tabela 57 – Por que está realizando o PNAIC de Matemática?	174
Tabela 58 – Você gosta de Geometria?	175
Tabela 59 – Em seu curso de formação profissional, como era o ensino de Geometria?	175
Tabela 60 – Na sua opinião, por que é importante ensinar Geometria no Ciclo de Alfabetização?	175
Tabela 61 – Você utiliza recursos tecnológicos para o ensino de Geometria no ciclo de Alfabetização?	176
Tabela 62 – Conhecimento Declarativo sobre Figura Bidimensional.....	176
Tabela 63 – Conhecimento Declarativo sobre Figura Tridimensional.....	176
Tabela 64 – Conhecimento Declarativo sobre Triângulo.....	177
Tabela 65 – Conhecimento Declarativo sobre Quadrado	178
Tabela 66 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo.....	179
Tabela 67 – Tempo total de serviço no Magistério	186
Tabela 68 – Formação acadêmica dos sujeitos Segunda Etapa da Pesquisa	186
Tabela 69 – Tem Experiência no Ciclo de Alfabetização?	186
Tabela 70 – Em seu curso de formação profissional, como era o ensino de Geometria?	186
Tabela 71 – Suas expectativas em relação ao estudo do Caderno de Geometria do PNAIC foram contempladas?	187
Tabela 72 – Você teve oportunidade de aplicar algumas atividade proposta com seus alunos?	187
Tabela 73 – Após o estudo do caderno de Geometria do PNAIC, sua relação com esse eixo (Geometria) ficou mais amigável?	187
Tabela 74 – No eixo Geometria, quais conceitos podem ser explorados?	187
Tabela 75 – Qual Geometria está presente efetivamente no nosso dia-a-dia: plana ou espacial?.....	187
Tabela 76 – 5.1. Todo polígono é plano.	198
Tabela 77 – 5.2. Triângulos, quadriláteros, pentágonos são polígonos.	198
Tabela 78 – 5.3. Todo poliedro é plano	198

Tabela 79 – 5.4. Todo poliedro é uma figura tridimensional na qual podemos definir arestas, vértices e faces.....	198
Tabela 80 – 5.5. Todo triângulo tem 3 lados congruentes.....	198
Tabela 81 – 5.6. Existem triângulos com 3 lados congruentes.....	199
Tabela 82 – 5.7. Triângulo isósceles possui 3 lados congruentes.....	199
Tabela 83 – 5.8. Triângulo equilátero possui 3 lados congruentes.....	199
Tabela 84 – 5.9. Todo quadrilátero possui lados opostos paralelos.	199
Tabela 85 – 5.10. Os quadriláteros que possuem lados opostos paralelos são chamados de paralelogramos	199
Tabela 86 – 5.11. Todo retângulo é um paralelogramo.....	199
Tabela 87 – 5.12. Todo quadrilátero que possui os ângulos retos são denominados retângulo.....	199
Tabela 88 – 5.13. Losango é um quadrilátero que possui os lados congruentes.	200
Tabela 89 – 5.14. Todo quadrado é um losango.....	200
Tabela 90 – 5.15. Todo losango tem ângulos retos.....	200
Tabela 91 – 5.19. Cone, cilindro e esfera são poliedros.....	200
Tabela 92 – 5.20. Cone, cilindro e esfera são figuras espaciais.	200
Tabela 93 – 5.21. Prismas e pirâmides são poliedros.	200
Tabela 94 – 5.22. Prismas e pirâmides são figuras planas.	200
Tabela 95 – 5.23. A planificação de um cilindro é composta por 2 círculos e 1 retângulo.	201
Tabela 96 – 5.24. O cubo é um poliedro denominado hexaedro pois possui 6 faces.....	201
Tabela 97 – 5.25. A planificação de um cubo é composta de 5 quadrados.....	201
Tabela 98 – 5.1. Todo polígono é plano: FALSO	201
Tabela 99 – 5.2. Triângulos, quadriláteros, pentágonos são polígonos: FALSO	201
Tabela 100 – 5.3. Todo poliedro é plano: FALSO	201
Tabela 101 – 5.4. Todo poliedro é uma figura tridimensional na qual podemos definir arestas, vértices e faces: FALSO	201
Tabela 102 – 5.5. Todo triângulo tem 3 lados congruentes: FALSO	202
Tabela 103 – 5.7. Triângulo isósceles possui 3 lados congruentes: FALSO	202
Tabela 104 – 5.8. Triângulo equilátero possui 3 lados congruentes: FALSO	202
Tabela 105 – 5.9. Todo quadrilátero possui lados opostos paralelos: FALSO	202
Tabela 106 – 5.12. Todo quadrilátero que possui os ângulos retos são denominados retângulo: FALSO	202

Tabela 107 – 5.13. Losango é uma quadrilátero que possui os lados congruentes: FALSO	202
Tabela 108 – 5.15. Todo losango tem ângulos retos: FALSO	202
Tabela 109 – 5.21. Prismas e pirâmides são poliedros: FALSO	202
Tabela 110 – 5.22. Prismas e pirâmides são figuras planas: FALSO	203
Tabela 111 – 5.24. O cubo é um poliedro denominado hexaedro pois possui 6 faces: FALSO	203
Tabela 112 – 5.25. A planificação de um cubo é composta de 5 quadrados: FALSO	203

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Gênero dos Participantes na 1ª Etapa da Pesquisa	92
Gráfico 2 – Têm experiência no Ciclo de Alfabetização?	93
Gráfico 3 – Formação Acadêmica dos Participantes – 1ª Etapa	94
Gráfico 4 – Formação Complementar dos participantes – 1ª Etapa	94
Gráfico 5 – Participou de algum curso de formação continuada em Matemática além do PNAIC?	97
Gráfico 6 – Distribuição dos sujeitos quanto ao gostar e não gostar de geometria	99
Gráfico 7 – Em seu curso de formação profissional, como era o ensino de Geometria?	100

LISTA DE SIGLAS

0 – não respondeu
1 – quantificou corretamente
A – Aresta
AC – ângulo congruente
ACT - Adaptative Control of Thought
ANA – Avaliação Nacional de Alfabetização
AR – ângulo reto
ATP – Assistente Técnico Pedagógico
BNCC – Base Nacional Comum Curricular
CAEd – Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora
CAPES – Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior
CEFAM - Centros Específicos de Formação e Aperfeiçoamento para o Magistério
Cid1 – Professor Alfabetizador da cidade de Santa Cruz do Rio Pardo
Cid2 – Professor Alfabetizador da cidade de Lucianópolis
Cid3 – Professor Alfabetizador da cidade de Ubirajara
Cid4 – Professor Alfabetizador da cidade de Bauru
Cid5 – Professor Alfabetizador da cidade de Botucatu
E – figura espacial
ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática
F – Face
GPPEM – Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática
IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
L – lado
LC – lado congruente
LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LP – lado paralelo
MEC – Ministério da Educação
NR – Não Respondeu
NTCM – Nacional Council of Teachers os Mathematics
OE – Orientador de Estudo
OE1 – Orientador de Estudo 1
OE2 – Orientador de Estudo 2
OE3 – Orientador de Estudo 3
OE4 – Orientador de Estudo 4
OE5 – Orientador de Estudo 5
OE6 – Orientador de Estudo 6
P – figura plana
PA – Professor Alfabetizador
PA1 – Professor Alfabetizador 1
PA10 – Professor Alfabetizador 10
PA11 – Professor Alfabetizador 11
PA12 – Professor Alfabetizador 12
PA13 – Professor Alfabetizador 13
PA14 – Professor Alfabetizador 14
PA15 – Professor Alfabetizador 15

PA16 – Professor Alfabetizador 16
PA2 – Professor Alfabetizador 2
PA3 – Professor Alfabetizador 3
PA4 – Professor Alfabetizador 4
PA5 – Professor Alfabetizador 5
PA6 – Professor Alfabetizador 6
PA7 – Professor Alfabetizador 7
PA8 – Professor Alfabetizador 8
PA9 – Professor Alfabetizador 9
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PEB – Professor de Educação Básica
PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNBE – Programa Nacional Biblioteca da Escola
PNLD – Programa Nacional do Livro Didático
RCN – Referencial Curricular Nacional
SCIELO – Scientific Electronic Library Online
SIPEM – Seminário internacional de Pesquisa em Educação Matemática
T – total
UNESP – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
V – vértice
X – atributo equivocado

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	19
INTRODUÇÃO	22
1 PACTO NACIONAL DE ALFABETIZAÇÃO NA IDADE CERTA – PNAIC.....	32
1.1 O Pacto Nacional de Alfabetização da Idade Certa – PNAIC: princípios.....	32
1.1.1 Direitos de aprendizagem	36
1.1.2 Alfabetização e Letramento Matemático.....	38
1.2 Os cadernos de formação do PNAIC.....	41
1.3 Material Didático de Geometria do PNAIC	44
2 ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA.....	47
2.1 O Ensino da Geometria.....	47
2.2 A proposta de ensino de Geometria para os anos iniciais	51
3 FORMAÇÃO DE PROFESSORES.....	57
3.1 A formação de professores	57
3.2 A formação de professores que ensinam Matemática	61
3.3 A formação de professores que ensinam Matemática no âmbito do PNAIC	63
4 FORMAÇÃO DE CONCEITOS E OS CONCEITOS GEOMÉTRICOS.....	66
4.1 A formação de conceitos	66
4.2 O ensino de conceitos	74
4.3 As habilidades básicas em Geometria	81
5 DELINEAMENTO METODOLÓGICO: CAMINHOS DA PESQUISA.....	84
5. 1 Abordagem e tipo da pesquisa.....	84
5.2 Local de realização da pesquisa.....	85
5.3 Instrumentos de produção dos dados.....	86
5.4 Critérios de análise dos dados	88
5.4.1 Primeira Etapa da Pesquisa.....	89
5.4.2 Segunda Etapa da Pesquisa.....	90

5.5 Sujeitos da pesquisa.....	91
5.5.1 Primeira Etapa – antes do estudo do caderno de Geometria	91
5.5.2 Segunda Etapa – após o estudo do caderno de Geometria	95
6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	98
6.1. Primeira Etapa da Pesquisa.....	98
6.1.1 Análise dos dados da Primeira Etapa – 1º Momento.....	98
6.1.2 Análise dos dados da Primeira Etapa – 2º Momento.....	101
6. 2 Segunda Etapa da Pesquisa.....	117
6.2.1 Análise dos dados da Segunda Etapa – 1º Momento.....	117
6.2.2 Análise dos dados da Segunda Etapa – 2º Momento.....	122
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	148
REFERÊNCIAS	152
APÊNDICES	160
Apêndice 1 – Questionário da Primeira Etapa da Pesquisa.....	160
Apêndice 2 – Questionário da Segunda Etapa da Pesquisa.....	163
Apêndice 3 – Caracterização Geral dos Sujeitos da 1ª Etapa da Pesquisa	172
Apêndice 4 – Caracterização Geral dos Sujeitos da 2ª Etapa da Pesquisa	173
Apêndice 5 – Dados da Primeira Etapa da Pesquisa	174
5.1 Dados gerais da Primeira etapa da Pesquisa – 1º Momento.....	174
5.2 Dados sobre o conhecimento declarativo – Primeira Etapa da pesquisa – 2º Momento	176
Apêndice 6 – Alguns exemplos de respostas dos cursistas – Questionário 1	182
6.1 Sobre conhecimento declarativo de Figura Bidimensional e Figura Tridimensional	182
6.2 Sobre conhecimento declarativo de Triângulo, Quadrado e Retângulo	183
Apêndice 7 – Dados da Segunda Etapa da Pesquisa	186
7.1 Dados gerais da Segunda Etapa da Pesquisa – 1º Momento	186

7.2. Dados sobre o conhecimento declarativo – Segunda Etapa da pesquisa – 2º	
Momento.....	188

APRESENTAÇÃO

Nesta seção, o objetivo é apresentar aspectos da minha trajetória docente e de pesquisa que me levaram a investigar a temática relacionada aos conhecimentos declarativos dos professores alfabetizadores em relação à Geometria.

Licenciei-me em Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP/Bauru, em 1994 (1991-1994).

Desde o último ano da graduação, 1994, já comecei a lecionar como professora substituta.

Em 1999, assumi cargo efetivo como professora de educação básica II, (PEB II), junto à Secretaria de Estado da Educação, na Escola Estadual “Stela Machado” – escola em que cursei ensino fundamental e médio –, na qual permaneço até os dias atuais.

Leciono também em escolas particulares de Bauru (ensino médio, desde 1999, e superior, de 2015 a 2017).

Entre 1999 a 2002, fiz o Mestrado em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências da UNESP/Bauru, defendendo a dissertação intitulada “Desenvolvimento e análise de uma metodologia para o ensino da função quadrática utilizando o microcomputador”.

Atuei como professora multiplicadora de oficinas da Secretaria de Estado da Educação, na parte de informática, 2001 e 2002 (Oficinas: “CABRIncando com Geometria” e “Um X em questão”, trabalhando com professores do ensino fundamental – anos finais – e médio.

Em 2004, assumi a função de assistente técnico pedagógico (ATP), do Núcleo de Informática da Diretoria de Ensino de Bauru.

A partir de 2006 comecei a participar de alguns programas do Ministério da Educação, em parceria com a UNESP, dos quais destaco o Pró-Letramento, a Provinha Brasil de Matemática e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC.

Entre 2006 e 2011, fui formadora no Pró-Letramento, programa de formação continuada de professores para a melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e matemática nos anos/séries iniciais do ensino fundamental, parceria do governo federal com universidades públicas.

Participei, de 2009 a 2011, do projeto “Estudo técnico com vistas ao desenvolvimento de metodologias e instrumentos de medida dos níveis de alfabetização em Matemática (Provinha Brasil)” atuando na elaboração, revisão pedagógica e editoração de

itens; capacitação de equipes pedagógicas e de avaliação das Secretarias Estaduais de Educação.

Nos anos de 2015 e 2016, exerci a função de formadora do PNAIC.

Durante minha trajetória profissional, participei de vários projetos/programas voltados para a formação de professores de Educação Básica em todos os níveis de escolarização.

A vivência como tutora do Pró-Letramento, permitiu-me perceber, no grupo de professores participantes do projeto, algumas lacunas teóricas no que tange aos conceitos de Geometria. Em razão disso, ficou fácil constatar que tal bloco de conteúdo não era trabalhado com os alunos ou era trabalhado de forma equivocada.

Essa constatação se consolidou durante minha participação na Provinha Brasil de Matemática - Avaliação Nacional em Matemática, cujo objetivo era avaliar o desempenho individual dos alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, numa parceria do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) com universidades brasileiras públicas, dentre elas a UNESP/Campus de Bauru - quando, ao analisar as respostas dadas pelos alunos às questões de geometria, ficou notória a grande defasagem em relação a tais conteúdos, não apresentando habilidades consideradas importantes para o nível de alfabetização desejado até esse nível de escolaridade.

Dessa forma, pautada em minha experiência profissional, que me possibilitou não só aferir a defasagem dos alunos e professores em relação aos conhecimentos em geometria como também conhecer de perto algumas de suas causas, propus-me a realizar junto aos professores que cursaram o PNAIC – Região Bauru – uma investigação sistematizada em relação aos seus conceitos e às suas práticas metodológicas voltadas aos conteúdos geométricos. Tal investigação ocorreu em dois momentos, antes e após o curso.

No campo da formação conceitual em geometria há vários estudos mostrando dificuldades dos alunos, seja no campo cognitivo, como os de Pirola (1995) e Moraco (2006), seja no campo afetivo, como os de Nascimento (2008) e Silva (2016). No entanto, de acordo com Pirola, Sander e Silva (2017), pesquisas sobre formação de conceitos, tendo como foco de investigação o professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, aparecem de forma reduzida na literatura, uma vez que, frequentemente, muitos professores têm receio de participar de pesquisa dessa natureza por exporem um conhecimento conceitual deficitário. Por esse motivo, a realização de um estudo nessa vertente torna-se importante e justificável.

Cabe salientar que a coleta de dados foi possível devido à minha atuação no PNAIC, o que propiciou conquistar a confiança dos professores bem como analisar os conhecimentos declarativos em geometria, que são importantes para a construção do pensamento geométrico.

Em relação ao contato que tive com o referencial teórico sobre formação conceitual e conhecimento declarativo, esse ocorreu no Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática, GPPEM, vinculado ao programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNESP/Bauru, em que fiz várias leituras sobre o desenvolvimento conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977) e sobre o conhecimento declarativo e de procedimento de Anderson (1983) e Sternberg (2000). A partir das experiências que adquiri com a participação em programas de formação continuada do MEC (Ministério da Educação), como destacado anteriormente, foi possível verificar a dificuldade que os professores tinham com os conceitos geométricos. A partir daí comecei a me interessar pelo tema, buscando respaldo teórico em pesquisas já realizadas sobre o tema, como os de Pavanello (1989, 1993, 2001), Lorenzato (1995), Pirola (1995, 2014), Moraco (2006), Proença (2008), Kochhann e Pirola (2011), Nascimento (2008), Silva (2016), Tortora e Pirola (2012), entre outros.

De maneira geral, as pesquisas do GPPEM analisam os conhecimentos declarativos e de procedimentos de alunos da escola básica, a percepção geométrica, a formação de professores (inicial e continuada) na área da geometria e atitudes em relação à geometria. Embora o GPPEM tenha se dedicado ao estudo dos processos de ensino e aprendizagem da geometria, o que sabemos sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico ainda é muito limitado.

Dessa forma, a constituição desta tese é formada por fios que se entrelaçam por meio de experiências docentes na Educação Básica, experiências em programas de formação continuada e busca por referenciais teóricos para a compreensão do processo de ensino e aprendizagem da geometria.

INTRODUÇÃO

Na experiência docente, a pesquisadora tem observado que o ensino de geometria comumente é relegado ao segundo plano e as razões podem ser as mais diversas. A interação informal entre os professores que lecionam matemática apontam algumas: 1) a primazia do ensino do conteúdo de operações aritméticas; 2) não teve em seu currículo a formação em Geometria; 3) teve formação em geometria de forma insuficiente; 4) reformas do ensino de Matemática privilegiavam outros conteúdos e não a geometria, dentre outras.

As reformas mais atuais abrangem a inclusão da geometria como conteúdo de ensino. No entanto, há ainda certa resistência por parte do professor que ensina matemática em trabalhar com a geometria. Autores como Pavanello (1989, 1993, 2001), Lorenzato (1995) e Pirola (1995, 2014), os quais são discutidos ao longo deste estudo, têm se dedicado em pesquisar sobre o ensino da geometria, socializando suas pesquisas, as quais contribuem com os professores, sensibilizando-os para (re)pensar sua prática pedagógica com esse conteúdo.

A busca de uma direção para ensinar geometria também é uma realidade que a pesquisadora enfrenta como docente da área em nível fundamental – anos finais e ensino médio. Essa busca consiste em respostas a indagações sobre não só a recusa de se ensinar geometria, mas também sobre o conhecimento acerca dos conceitos geométricos de professores que ensinam matemática no ensino fundamental – anos iniciais.

Na literatura brasileira, alguns estudos sobre a temática Geometria envolvendo a formação continuada de professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental são apresentados neste trabalho, bem como pesquisas sobre o PNAIC e sobre a construção de conceitos geométricos e a geometria em geral.

Proença (2008) fez uma importante revisão da literatura sobre a aprendizagem dos alunos em geometria. De acordo com ele, as pesquisas têm mostrado que as dificuldades mais frequentes dos alunos nesse campo da Matemática são:

- Falta de conhecimento conceitual para diferenciar figuras planas de não-planas;
- Confusão da nomenclatura de figuras planas com as não-planas;
- Desconhecimento de propriedades das figuras;
- Dificuldades em representar figuras geométricas (PROENÇA, 2008, p. 49).

Essas dificuldades elencadas por esse autor também foram encontradas em alunos em formação para o exercício do magistério nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como é o caso do trabalho de Viana (2000). Analisando o trabalho de Viana (2000), Pirola (2013)

indaga “se o professor tem dificuldades para trabalhar com conceitos geométricos, como poderá ensiná-los a seus alunos?” (PIROLA, 2013, p. 57).

No campo do ensino, as pesquisas revistas por Proença (2008) mostraram que as estratégias/metodologias/cursos desenvolvidos pelos professores no campo do ensino de geometria são eficazes para promover a aprendizagem de conceitos geométricos. Ainda, mostraram que o uso de tecnologias pelo professor promove o desenvolvimento de habilidades de visualização de conceitos e propriedades geométricas.

No campo da afetividade, os estudos de Brito (1996) mostram que o conhecimento do objeto de ensino pode desenvolver, no professor, atitudes positivas. Caso não domine esse objeto de ensino (no caso a geometria), é muito provável que o professor demonstre comportamento de evitamento, ou seja, prioriza ensinar outros conteúdos que domina. Sobre esse aspecto Dobarro (2007) destaca:

Nas escolas observa-se um engajamento, ainda tímido, na retomada da Geometria dentro das aulas de Matemática como domínio a ser explorado. Ainda são encontrados alguns docentes que evitam lecionar esses conceitos por não conhecê-los. (DOBARRO, 2007, p. 155).

A esse respeito, Barbosa (2017) realizou uma relevante revisão da literatura tendo como fonte a base Scielo (Scientific Electronic Library Online), nos últimos maiores eventos da Educação Matemática no Brasil, como o ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) e o SIPEM (Seminário internacional de Pesquisa em Educação Matemática). As palavras-chave utilizadas na busca eram “geometria” e “geometria e os anos iniciais/séries iniciais”.

Os dados apontados na Figura 1 mostram que na base Scielo foram encontrados 55 trabalhos relacionados aos níveis de ensino, aspectos teóricos e educação especial, em intersecção com os processos de ensino e aprendizagem da geometria. Pela figura, observa-se, ainda, poucos trabalhos relacionados à investigação do ensino e aprendizagem da geometria no primeiro ciclo do Ensino Fundamental.

Figura 1 – Pesquisas encontradas na base Scielo (Descritores X ensino e aprendizagem de geometria)

SCIELO	Concentração das pesquisas							
	Descritores	Educ. Infantil	Ens. Fun.I	Ens. Fund. II	Ens. Médio	Ens. Superior	Educ. Esp.	Teóricos
	Ensino e Aprendizagem de Geometria	1	3	3	0	8	2	38
	TOTAL	1	3	3	0	8	2	38
								55

Fonte: Barbosa (2017), p. 21

Barbosa (2017) destaca que no ENEM realizado em 2016 somente 4 trabalhos diziam respeito ao ensino e à aprendizagem da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental (de um total de 851 apresentações de comunicações científicas). Já no SIPEM realizado em 2015, de um total de 164 trabalhos apresentados no formato de comunicações científicas, nenhum tratava dos processos de ensino e aprendizagem da geometria nos anos iniciais do Ensino fundamental.

Barbosa (2017) conclui sua revisão da literatura destacando:

Estes levantamentos realizados, do Scielo e dos dois principais eventos de Educação Matemática confirmaram o que os teóricos posteriormente estudados também anunciavam: há carência de estudos e, consequentemente, publicações sobre o ensino de Geometria para os anos iniciais da educação básica no Brasil. A partir disso, infere-se que há pouco debate nessa área de estudo comprometendo, por exemplo, o surgimento de ações formativas na área, pois muitos estudos são utilizados para justificar a implementação de políticas públicas. Esta lacuna nas pesquisas e ausência de resultados validados academicamente prejudicam a busca por novas informações relacionadas ao ensino de Geometria, indo na contramão de referenciais como PCN (BRASIL, 1997) e Direitos de Aprendizagem (BRASIL, 2012), que relatam a importância do ensino sobre o tema. (BARBOSA, 2017, p. 24-25)

Quando se analisa o catálogo de teses e dissertações da CAPES (Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior), utilizando as palavras-chave “PNAIC/geometria” ou “PNAIC/espço e forma”, somente dois trabalhos são encontrados: Barbosa (2017) e Pereira (2016).

Barbosa (2017) desenvolveu um estudo tendo como objetivos investigar: 1 – Como um grupo de professores que participaram do PNAIC estava desenvolvendo atividades de ensino relacionadas aos conteúdos de geometria? 2 – Que motivos levaram as professoras envolvidas a participarem deste tipo de formação? 3 – De que modo avaliam o PNAIC? Participaram da pesquisa cinco professores que atuavam no ciclo de alfabetização. Os resultados mostraram que:

Em relação às dificuldades apresentadas pelas participantes, com base na observação das aulas e na relação com os problemas por ela relatados, percebeu-se que: • As professoras possuem dificuldades em relação a alguns conceitos geométricos, principalmente os que se referem aos atributos definidores e figuras tridimensionais e que não foram superados; • Notou-se que as professoras possuem dificuldades na habilidade verbal, em conceituar as formas tridimensionais e relacioná-las a objetos presentes no cotidiano; • Há dificuldades em explorar situações que envolvam os conceitos geométricos e exploração espacial. As atividades, em sua maioria, ficaram restritas a sala de aula, observação de objetos trazidos pelos professores, livros e fichas xerocadas (...) (BARBOSA, 2017, p. 155)

Já o trabalho de Pereira (2016), embora tenha focado o PNAIC, não diz respeito à formação do professor e sim às contribuições da Pedagogia Histórico-Crítica para o ensino da geometria espacial no ciclo de alfabetização.

Quando se reporta à base Scielo, com a palavra-chave PNAIC, foram elencados nove artigos. Quando foram utilizadas as conjugações das palavras “PNAIC/geometria” e “PNAIC/espço e forma”, nenhum trabalho foi encontrado.

Sendo assim, percebe-se que são poucos trabalhos produzidos sobre os processos de ensino e aprendizagem da geometria e formação de professores que atuam no ciclo de formação, no contexto do PNAIC.

Dessa forma, esta tese pode contribuir para melhor compreensão do conhecimento declarativo que os professores alfabetizadores, participantes do PNAIC, possuem acerca de figuras geométricas simples, bem como das habilidades geométricas desenvolvidas.

Sabe-se que vários estudos têm se preocupado com os processos de ensino e aprendizagem da geometria escolar, articulados com a formação de professores. Entre esses estudos destacam-se os de Radaelli (2010), Barbosa (2011), Rabaiolli (2013), Manoel (2014) e Silva (2016).

A dissertação de Radaelli (2010), por exemplo, tratou dos processos de evolução conceitual em crianças de anos iniciais do Ensino Fundamental. O público alvo foi alunos da quarta série (5º ano atualmente) de uma escola municipal do Rio Grande do Sul. Foram aplicadas diversas atividades relacionadas à geometria e registrado e observado o desenvolvimento das crianças durante o decorrer das atividades. Para Radaelli (2010), as vivências da prática pedagógica integrada, contextualizada, compartilhada, envolvente e prazerosa são de suma importância na evolução dos conceitos. A necessidade de relacionar a Matemática realizada nos Anos Iniciais com a dos Anos Finais do Ensino Fundamental, deve acontecer de modo a não deixar lacunas. Destaca, ainda, a evolução conceitual proporcionada pela estruturação de sequências didáticas de atividades não fragmentadas. Para isso, sugere o estudo em grupo de professores para atualização dos conhecimentos bem como seus aspectos metodológicos.

Outro estudo que teve como foco a geometria foi a pesquisa de Barbosa (2011) a qual objetivou investigar a mobilização de saberes de três professoras que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG) e que participaram de um grupo de estudos voltado para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Os dados foram coletados por meio de dois protocolos: um aplicado

no início do curso e outro, ao final. Além disso, foram analisados os registros produzidos pelas participantes ao longo dos encontros, o diário de campo da pesquisadora. Houve entrevista com cada professora e gravações dos encontros. A análise dos dados, feita de forma individual por professora e uma do grupo como um todo, indicou a mobilização de saberes relacionados ao pensamento geométrico, em especial, os saberes do conteúdo, em alguns momentos, transformados em saberes pedagógicos.

No que se refere ao uso adequado de termos geométricos, observou-se que as participantes passaram a utilizar um vocabulário mais apropriado para se referir às propriedades de figuras ou à orientação espacial. A pesquisadora defende que é um aspecto importante na sala de aula para não conduzir os alunos à compreensão errônea de conceitos. Também foi verificado o desenvolvimento das habilidades de visualização e representação, consideradas habilidades essenciais para formação do pensamento geométrico e para a compreensão dos conceitos. Considerando que, para Barbosa (2011), o professor deve pesquisar e promover atividades que desenvolvam o pensamento geométrico dos alunos, os resultados da pesquisa reforçam a importância da parceria universidade/escola para melhoria da educação brasileira na área de matemática, por isso as políticas públicas devem repensar a formação dos futuros professores principalmente no que se refere aos conceitos geométricos. Ainda de acordo com a pesquisadora, o estudo apresentado pode instigar outros pesquisadores interessados em investigar e ampliar a discussão acerca do pensamento geométrico de professores e também aponta contribuições para outros contextos de formação de professores.

O outro trabalho encontrado refere-se aos estudos de Rabaiolli (2013), que trabalhou com um grupo de professoras dos anos iniciais para analisar suas concepções de ensino em Geometria, além de organizar e desenvolver estratégias de formação para investigação em Geometria. Foram aplicados dois instrumentos em momentos diferentes: um antes dos encontros do grupo e outro após os mesmos. Através dos relatos das professoras, pode-se perceber que, após os encontros, as docentes se sentiam mais seguras para trabalhar com Geometria em suas aulas, além de terem adquirido subsídios para pesquisas e elaboração de atividades relativas à Matemática. Os encontros possibilitaram, ainda, a reflexão a respeito da postura pedagógica em aula. O trabalho sugere pesquisas para constatar se de fato mudanças ocorrem no contexto escolar quando professores são submetidos a grupos de estudos e se essa mudança chega até a sala de aula.

Já a dissertação de mestrado de Manoel (2014) aborda a compilação de um estudo analítico das razões para ensinar Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental

apresentadas pelos autores de pesquisas brasileiras no período de 2006 a 2011. As razões encontradas na literatura foram classificadas em onze eixos de análises (currículo, história, outras áreas do conhecimento, natureza, cotidiano, afetividade, resolução de problemas, habilidade cognitivas, pensamento crítico, apreciação estética e criatividade). Desses eixos, os que foram identificados em um número menor de pesquisas foram: natureza, criatividade e apreciação estética, enquanto o eixo em que os autores apresentaram maior ênfase para justificar a importância dessa disciplina foi o das habilidades cognitivas. Por meio da meta-análise, metodologia empregada no estudo, o pesquisador concluiu que há falta de situações de aprendizagens que justifiquem a importância de ensinar Geometria, ou seja, poucos autores exemplificaram com suas experiências como docentes e/ou formadores de professores por que ensinar Geometria para seus alunos.

O último trabalho trata da pesquisa de Silva (2016), através qual se investigou como as atitudes, de alunos e professores, se correlacionam com o desempenho dos alunos na resolução de problemas envolvendo a Geometria. A coleta de dados foi feita através de dois questionários, para os professores e para os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola de Bauru/SP, uma prova de geometria para os alunos, uma escala de atitudes em relação à Geometria (para professores e alunos), entrevista (“pensar em voz alta”); com quatro alunos selecionados de acordo com as notas obtidas na prova de Geometria e na escala de atitudes em relação à Geometria. A análise dos dados da prova de Geometria mostrou que os alunos estão no nível de desenvolvimento do pensamento geométrico proposto para 3º ano, além de possuírem atitudes positivas em relação à Geometria. Silva (2016) conclui que é necessário investir no trabalho com o vocabulário próprio da Geometria, especialmente no que se refere às figuras tridimensionais. Quando o aluno se refere aos atributos definidores das figuras geométricas como “ponta”, “riscos” etc., ou não consegue se expressar, recorrendo a gestos e desenhos, demonstra que ainda é necessário maior desenvolvimento da habilidade verbal e do vocabulário próprio da Geometria. Ressalta que cabe ao professor introduzir o vocabulário correto para que os alunos possam se familiarizar com os termos e passem a utilizá-los.

Além desses estudos mais recentes, são apresentadas também pesquisas que os precederam, consideradas referências na área. Nesses estudos, a Geometria ocupa lugar fundamental na área da Matemática, pois viabiliza que o homem compreenda o mundo e dele participe ativamente, possibilitando uma interpretação mais completa daquilo que o rodeia, em termos de espaço e forma. Ademais, a Geometria também se constitui em um saber lógico,

intuitivo e sistematizado, tornando-a necessidade primordial na construção do conhecimento e do raciocínio (BARBOSA, 2011).

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC¹ – documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica – salienta que:

A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (BRASIL, 2017, p. 221)

Harmoniza-se com esse pensamento Lorenzato (1995), para quem a presença da Geometria nas escolas brasileiras é importante já que essa parte da Matemática auxilia as pessoas a solucionarem problemas do cotidiano que, muitas vezes, são geometrizados, além de contribuir para que as pessoas possam solucionar problemas envolvendo outras áreas do conhecimento.

Outros pesquisadores que tiveram a geometria como objeto de estudo, Hoffer (1981), Lorenzato (1981) e outros, apontam as contribuições da Geometria para o desenvolvimento das habilidades cognitivas, como a percepção geométrica e a orientação espacial, como uma das principais justificativas para ensinar este bloco de conteúdos desde o início da vida escolar das crianças.

Pirola *et. al.* (2014a) ampliam esse conceito afirmando que a geometria, além de desenvolver habilidades como a orientação espacial e a percepção geométrica, contribui para que os alunos sejam capazes de levantar conjecturas, realizar experimentos, validar hipóteses, comunicar resultados e aplicar conceitos em diferentes contextos.

Corroborando com esses estudiosos o Referencial Curricular Nacional – RCN –, ao assinalar que um dos objetivos do ensino da geometria escolar é o desenvolvimento do pensamento geométrico, sendo que, para atingir tal objetivo, o professor deve entender que o conhecimento de espaço e forma pela criança se dá nas relações que ela faz no próprio espaço.

¹Foi homologada pelo Ministro da Educação em 20 de dezembro de 2017.

Assim, movimentos dinâmicos do corpo, deslocamentos a partir de uma referência, exploração de objetos induzem-na a potencializar o pensamento geométrico. (BRASIL, 1998)

Exemplificando o desenvolvimento do pensamento geométrico, tem-se a representação pela criança do espaço onde mora, onde brinca, onde passeia, por meio de desenhos ou da linguagem verbal, constituindo-se em rica experiência que “possibilita a construção de sistemas de referências mentais mais amplos que permitem às crianças estreitarem a relação entre o observado e o representado” (BRASIL 1998, p.230).

Avalizam esses conceitos os Direitos de Aprendizagem da Área de Matemática (BRASIL, 2012(a)), os quais apontam como objetivos principais a serem alcançados por meio do ensino de Geometria os de proporcionar aos alunos condições para construírem noções de localização e movimentação no espaço para sua orientação em diferentes situações, bem como os de reconhecer figuras tridimensionais e bidimensionais.

Tendo em vista a importância do estudo da Geometria, há várias investigações que tratam do ensino e da aprendizagem desse objeto, enfocando aspectos relevantes do desenvolvimento do pensamento geométrico. Entre elas, destacam-se as pesquisas de Moraco (2006), Proença (2008), Kochhann e Pirola (2011), Nascimento (2008), Silva (2016), Tortora e Pirola (2012). De maneira geral, esses estudos mostram dificuldades de alunos da Educação Básica em relação à identificação de atributos definidores e discriminação de exemplos e não exemplos de figuras planas. Além disso, mostram deficiências conceituais e metodológicas na formação inicial de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental em relação à geometria.

Segundo pesquisas de Pavanello (1989) e Pirola (1995), há o abandono do estudo desse bloco de conteúdos nas escolas, o que engendra a necessidade de reflexões mais aprofundadas. Algumas causas para esse abandono, de acordo com Meneses (2007), são o conteúdo Geometria aparecer nos últimos capítulos dos livros didáticos e a dificuldade dos professores em relação a ele. No entanto, os problemas com a formação do professor e a omissão da geometria em livros didáticos, além das lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna, compõem um círculo vicioso que deve ser quebrado para que a Geometria ocupe o espaço que lhe diz respeito na formação integral dos estudantes (LORENZATO, 1995). Embora, com o passar dos tempos, muitos livros didáticos tenham incorporado os conceitos geométricos ao longo das obras destinadas ao ensino Fundamental e Médio, o que se percebe é que essa mudança não foi significativa a ponto de erradicar ou mesmo diminuir o abandono da geometria, uma vez que o problema não é o local do livro em

que a geometria é desenvolvida, mas a formação que o professor teve para ensinar esse campo da matemática.

Para Pavanello (2001), muitas das dificuldades que os alunos apresentam em relação aos conceitos geométricos estão relacionadas exatamente à atuação didática do professor, uma vez que o docente se limita a exigir “dos alunos somente o nome das figuras, sem se preocupar com o reconhecimento de propriedades e componentes das figuras, importantes do ponto de vista da Matemática” (PAVANELLO, 2001, p. 183).

Partindo-se da premissa de que houve falhas na formação inicial do professor, como aponta Pirola (2000), o docente deve estar em constante formação, motivado a buscar soluções ou, pelo menos, alternativas para o ensino da Geometria. Acredita-se que, para isso sejam necessárias ações de um trabalho pedagógico sério, consciente e planejado. No entanto, essas ações demandam mudanças no atual quadro do ensino-aprendizagem em Geometria, como apontam Pirola *et. al.* (2014b), com a erradicação de posturas pedagógicas tradicionais ainda tão arraigadas à prática docente, adotando-se um conhecimento plural que conecte o conhecimento geométrico com diferentes contextos sociais, culturais, tecnológicos e científicos. Por exemplo, o conhecimento geométrico pode se conectar com elementos da natureza, com manifestações artísticas produzidas por diferentes culturas, com a história da geometria e das medidas e com o uso de diferentes recursos tecnológicos. Ainda de acordo com os autores citados anteriormente, o professor pode explorar diferentes espaços para propiciar aos alunos vivências práticas em relação às aplicações da geometria, como a visita a museus, centros de treinamentos de trânsito, quadras de esportes, entre outros.

Nesse cenário de mudança, ocupam importante papel os cursos de formação continuada, dentre eles, especificamente, o Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa – PNAIC – Matemática, um programa de formação continuada na área de Matemática e também na de Linguagem, desenvolvido pelo Ministério da Educação, em parceria com as universidades, iniciado em 2013, usado como referência para a produção de dados desta pesquisa.

A pesquisa buscou investigar o seguinte problema: **Qual o conhecimento declarativo apresentado por professores alfabetizadores participantes do programa de formação continuada Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC de Matemática em relação aos conceitos geométricos?** Para responder a essa pergunta, ela foi desdobrada em outras quatro perguntas mais específicas, aqui denominadas por norteadoras, quais sejam: 1) Qual a relação do Professor Alfabetizador com a Geometria? 2) Que atributos

definidores são utilizados pelos professores alfabetizadores para a definição de algumas figuras geométricas plana e espaciais? 3) Quais habilidades, segundo Hoffer (1977), são evidenciadas por meio do conhecimento declarativo dos professores alfabetizadores? 4) Há diferenças entre as habilidades (Hoffer) mobilizadas pelos professores alfabetizadores antes e após o curso de geometria do PNAIC?

Dessa forma, a hipótese de tese é que professores alfabetizadores que participaram do PNAIC não possuem conhecimento declarativo adequado de algumas figuras geométricas, como triângulo, quadrado e retângulo, apresentando baixo nível de habilidade geométrica (de acordo com as habilidades descritas por Hoffer (1981)) e processos de subgeneralização.

Assim, o objeto de estudo desta pesquisa é discutir alguns aspectos da formação conceitual em geometria, especialmente o que diz respeito ao conhecimento declarativo de professores participantes do PNAIC que ensinam Matemática, no ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano do Ensino fundamental).

Este trabalho está estruturado em onze partes, das quais seis constituem os capítulos de seu desenvolvimento. A primeira trata-se da “Apresentação”, na qual é descrita a trajetória acadêmica da pesquisadora; a segunda refere-se à “Introdução”, espaço em que se apresenta um panorama sobre o ensino da geometria, a formação de professores e a apresentação da pesquisa; no primeiro capítulo, intitulado “Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC”, apresenta-se o programa de formação continuada em nível federal, descrevendo os princípios, a estrutura e o material didático das formações; o segundo capítulo, designado “Ensino e Aprendizagem da Geometria”, apresenta um panorama histórico do desenvolvimento do ensino da geometria; o terceiro capítulo, apresentado sob o título “Formação de Professores”, aborda o posicionamento de alguns autores sobre a trajetória da formação de professores, de modo geral, e mais especificamente a da área da Matemática; o quarto capítulo, nomeado “Formação de conceitos e os conceitos geométricos: pressupostos teóricos”, discorre sobre postulados de três teorias que ancoram a análise dos dados; já o quinto capítulo, intitulado “Delineamento Metodológico: caminhos da pesquisa”, apresenta os procedimentos metodológicos da realização da pesquisa; e, finalmente, o sexto capítulo, nomeado “Análise e Discussão dos Dados”, apresenta a análise dos dados e as generalizações feitas. A última parte textual da tese foi reservada para conclusão do trabalho.

Outras partes ainda integram este trabalho como as referências e os apêndices.

1 PACTO NACIONAL DE ALFABETIZAÇÃO NA IDADE CERTA – PNAIC

Considerando que o contexto de produção de dados desta pesquisa é um programa de formação continuada de professores alfabetizadores nas áreas da Linguagem e Matemática, este capítulo tem como principal objetivo caracterizar o PNAIC como um todo, evidenciando a estrutura dos cursos de formação, os profissionais que participam dele e os pressupostos teóricos que embasam o programa do ponto de vista dos direitos de aprendizagem e das concepções de alfabetização e letramento matemático.

1.1 O Pacto Nacional de Alfabetização da Idade Certa – PNAIC: princípios

Numa ação conjunta do governo federal com os estados e municípios, objetivando assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas até os oito anos de idade, foi iniciado o Pacto Nacional pela alfabetização na Idade Certa – PNAIC.

Instituído em 2012 pela Portaria nº 867, de 4 de julho de 2012, as ações do Pacto objetivam:

- (I) garantir que todos os estudantes dos sistemas públicos de ensino estejam alfabetizados, em Língua Portuguesa e em Matemática, até o final do 3º ano do ensino fundamental;
- (II) reduzir a distorção idade-série na Educação Básica;
- (III) melhorar o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB);
- (IV) contribuir para o aperfeiçoamento da formação dos professores alfabetizadores;
- (V) construir propostas para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento das crianças nos três primeiros anos do ensino fundamental. (PORTARIA Nº 867, Art 5º, 2012).

Com esse programa, o governo compromete-se a:

- (I) Alfabetizar todas as crianças em língua portuguesa e em matemática;
- (II) Realizar avaliações anuais universais, aplicadas pelo INEP, junto aos concluintes do 3º ano do ensino fundamental;
- (III) No caso dos estados, apoiar os municípios que tenham aderido às Ações do Pacto, para sua efetiva implementação. (BRASIL, s.d., p.11)

Os eixos que as ações do PNAIC se apoiam são quatro, a saber:

- (I) Formação continuada presencial para os professores alfabetizadores:** curso presencial para os professores alfabetizadores (PA), que trabalham diretamente com os alunos, ministrados pelos Orientadores de Estudo – OE, professores da rede pública de ensino selecionados pelos municípios de acordo com os critérios estabelecidos pelo MEC. Os OE participam de um curso específico com os formadores, que são especialistas vinculados a uma universidade pública.
- (II) Materiais didáticos e pedagógicos:** composto por livros didáticos (entregues pelo PNLD) e respectivos manuais do professor; obras pedagógicas complementares

aos livros didáticos e acervos de dicionários de Língua Portuguesa (também distribuídos pelo PNLD); jogos pedagógicos de apoio à alfabetização; obras de referência, de literatura e de pesquisa (entregues pelo PNBE); obras de apoio pedagógico aos professores; jogos e softwares de apoio à alfabetização.

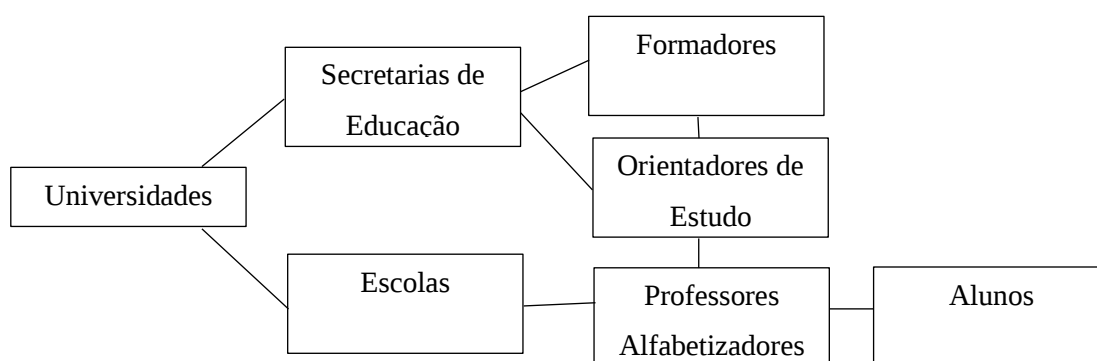
(III) Avaliações sistemáticas: composta principalmente pelas avaliações processuais, discutidas e analisadas durante a formação, que podem ser aplicadas continuamente pelo professor junto aos educandos. Ainda espera-se a disponibilização de um sistema informatizado que terá os resultados da Provinha Brasil de cada aluno, para possíveis intervenções no processo educativo. E por fim, contará de uma de uma avaliação externa, elaborada pelo INEP, visando aferir o nível de alfabetização alcançado ao final do ciclo.

(IV) Gestão, mobilização e controle social: a proposta de gestão para o Pacto é formado por quatro instâncias: i) um Comitê Gestor Nacional; ii) uma coordenação institucional por estado, composta por diversas entidades; iii) Coordenação Estadual, responsável pela implementação e monitoramento das ações em sua rede e pelo apoio à implementação nos municípios; e iv) Coordenação Municipal, responsável pela implementação e monitoramento das ações na sua rede. (BRASIL, s.d., p.12-14)

Buscando atingir seus objetivos, a formação do professor alfabetizador, que é um profissional atuante na sala de aula, desenvolve-se a partir de um processo de construção, apoiado em material produzido especificamente para este programa, para o qual as universidades, secretarias de Educação e escolas se articulam em parceria.

Essa articulação acontece com o professor formador, vinculado a uma universidade, realizando a formação dos orientadores de estudo, que são educadores do quadro da secretaria de Educação. Esses, por sua vez, organizam, nas escolas, a formação dos professores alfabetizadores, com base nos mesmos princípios formativos.

Figura 2 - Estrutura de Funcionamento da Formação



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Em 2013, os professores alfabetizadores participaram de um curso com carga horária de 120 horas, objetivando, sobretudo, a articulação entre diferentes componentes curriculares, com ênfase em Linguagem. As estratégias formativas priorizadas contemplaram atividades de estudo, planejamento e socialização da prática.

No ano seguinte, o curso teve duração de 160 horas e tencionou o aprofundamento e a ampliação dos temas tratados em 2013, com foco na conexão entre diferentes componentes curriculares, mas com ênfase em Matemática.

Em 2015, com uma formação de 80 horas, foram implantadas ações em todas as áreas do currículo da educação Básica, e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa passou a ser desenvolvido por meio de ações que estimulam a ação reflexiva do professor sobre o tempo e o espaço escolares baseados em cinco princípios centrais que orientam a proposta:

1. Currículo inclusivo, que defende os direitos de aprendizagem de todas as crianças, fortalecendo as identidades sociais e individuais;
2. Integração entre os componentes curriculares;
3. Foco na organização do trabalho pedagógico;
4. Seleção e discussão de temáticas fundantes em cada área de conhecimento;
5. Ênfase na alfabetização e letramento das crianças.

Em 2016, após a análise de resultados de avaliações externas como a Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA) 2013 e 2014 entre a de outros dados, a formação deu relevância à implementação de estratégias didático-pedagógicas que efetivamente permitam às crianças a consolidação das competências e das habilidades de Leitura, Escrita e Matemática previstas para serem alcançadas em cada ano do Ciclo de Alfabetização.

Sabe-se que a ANA é uma avaliação externa, que objetiva aferir os níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa (leitura e escrita) e Matemática dos estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas. Fornecem resultados de desempenho em leitura, em matemática e em escrita. É censitária e, portanto, aplicada a todos os alunos nesse nível de escolaridade. Apresenta, além dos testes de proficiência dos alunos, o Indicador de Nível Socioeconômico e o Indicador de Formação Docente da escola. Tanto a aplicação quanto a correção das provas são feitas pelo INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

A ANA apresenta como principais objetivos:

1. Avaliar o nível de alfabetização dos educandos no 3º ano do ensino fundamental;
2. Produzir indicadores sobre as condições de oferta de ensino;
3. Concorrer para a melhoria da qualidade de ensino e redução das desigualdades, em consonância com as metas e políticas estabelecidas pelas diretrizes da educação nacional. (BRASIL, p. 7, 2013)

De acordo com o governo federal, essa avaliação produziria indicadores que contribuiriam para o processo de alfabetização nas escolas públicas brasileiras, uma vez que é feita análise das condições de escolaridade que esse aluno teve, ou não, para desenvolver esses saberes (BRASIL, 2013).

Os resultados serão informados por Instituição de Ensino, Município e Unidade Federativa, e será publicado um índice de alfabetização referente às condições aferidas em nível nacional. As informações a serem divulgadas serão concernentes: (i) às condições de oferta; e (ii) aos resultados relativos aos níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa (leitura e produção escrita) e alfabetização em Matemática. Não haverá divulgação de resultados por aluno (BRASIL, 2013, p. 8)

Para avaliar a alfabetização em Matemática,

foram eleitos como documentos balizadores para a construção da matriz os Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental e a Matriz de Referência de Matemática da Provinha Brasil (BRASIL, p. 17, 2013).

Conforme as Matrizes de Referência da ANA², o conjunto de conhecimentos e habilidades matemáticas necessárias à alfabetização em Matemática em relação ao eixo de geometria são:

- Identificar figuras geométricas planas. Associar as seguintes figuras planas com seus respectivos nomes: triângulos, quadrados, retângulos e círculos em posição prototípica ou não. Observação: 1. Nos distratores podem ser utilizadas quaisquer figuras planas (exemplo: trapézio, pentágono etc.). 2. Evitar usar quadrados, retângulos e losangos num mesmo item;
- Reconhecer as representações de figuras geométricas espaciais. Associar representações de objetos do mundo físico a representações de alguns sólidos geométricos simples: cubo, paralelepípedo, esfera, cilindro, cone, pirâmide. (Exemplo: caixa com paralelepípedo, casquinha de sorvete com cone); Reconhecer planificações de prismas. Observação: Evitar usar cubos e paralelepípedos num mesmo item.

Os resultados da ANA devem ser interpretados pelos professores e gestores para que, a partir deles, sejam orientadas as ações pedagógicas de cada unidade escolar. Mas, conforme se assinalou, em 2016, os dados advindos da ANA 2013 e 2014 também nortearam ações do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.

² Material disponível em:

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/ana/matriz_referencia/ana_matriz_matematica.pdf. Acesso em 11/11/2017.

Nesse ano, a carga horária da formação foi de 100 horas, incluídas as atividades presenciais, a distância e em serviço, ao longo de 3 (três) meses.

É notório que o tempo destinado a essa formação foi pequeno, além do fato de ter sofrido muitas interrupções. Dessa forma, não seria legítimo correlacionar o desempenho dos alunos na ANA, que sucede tal formação, exclusivamente com as ações do PNAIC.

Conforme menção anterior, a alfabetização é a prioridade do PNAIC. Para tanto, o papel do professor alfabetizador, que deve estar em constante formação em todas as áreas do ciclo de alfabetização, é de grande relevância e abrangência, pois tem de, além das habilidades cognitivas, desenvolver no aluno o senso crítico para que consiga exercer sua cidadania. Sendo assim, além de dominar conteúdos específicos da Matemática, deve dominar metodologias de ensino que encorajem a reflexão crítica da realidade.

Em 2017 e 2018, a Educação infantil começa a fazer parte das ações formativas do PNAIC. Além dos professores alfabetizadores (que atuam no ciclo de alfabetização), os professores da Educação Infantil começam a fazer o curso, que pretende relacionar linguagem e Matemática na construção do conhecimento das crianças.

Como se pode perceber, o PNAIC, a partir da sua criação, teve vários formatos e diferentes vertentes da concepção inicial de alfabetização. Embora exista desde 2013, entende-se que houve várias descontinuidades nesse processo, o que descaracteriza o PNAIC como um programa de formação continuada.

Salienta-se que os cursos do PNAIC estão alicerçados nos Direitos de Aprendizagem, que serão discutidos na próxima seção.

1.1.1 Direitos de aprendizagem

Considerando que o PNAIC embasa-se nos Direitos de Aprendizagem, faz-se necessário discorrer a esse respeito. O termo “direito” pode ser definido como um sinal de organização de uma determinada sociedade e está associado à recepção de valores e desenvolvimento da dignidade humana. Pode também ser definido como a faculdade concedida a uma pessoa para mover a ordem jurídica em favor de seus interesses. (BRASIL, 2015).

Conforme os dados informados pelo Ministério da Educação (MEC), o Brasil tinha, em 2012, cerca de oito milhões de crianças de 6, 7 e 8 anos de idade matriculadas em 108 mil escolas distribuídas por todo o território. De acordo com o Ministério, os dados do Censo

2010 revelam que a média nacional de crianças não alfabetizadas aos 8 anos no País é de 15,2%. No entanto, os índices variam muito. Por exemplo, enquanto no Paraná são 4,9%, Alagoas atinge 35%. A Alfabetização na Idade Certa aparece como principal meta do Pacto Nacional pela Alfabetização, que visa alfabetizar todas as crianças brasileiras até os 8 anos de idade.

De acordo com o documento do MEC, a educação escolar funciona como ferramenta para estabelecer uma mudança social; a reflexão crítica sobre a realidade que inclui o exercício da cidadania; aparece como papel transformador da escola. Nessa perspectiva transformadora, aprender configura-se como uma atividade mobilizada a partir da realidade objetiva, da situação real de vida do educando (BRASIL, 2015).

Afirma também que a superação das desigualdades e o exercício pleno da autonomia e da soberania; exigem a apropriação democrática dos conhecimentos matemáticos. Assim, o saber matemático tem grande importância no desenvolvimento e no uso de tecnologias, pois a apropriação ou não de conhecimentos tecnológicos é que estabelece as desigualdades. (BRASIL, 2015)

Decorrida mais de uma década de sua implantação, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, que tiveram grande importância no contexto da história da educação brasileira, necessitam de uma reelaboração, visto ser o currículo uma construção histórica e, por isso, estar sempre em movimento.

Nesse sentido, visando subsidiar, em âmbito nacional, os sistemas de ensino na elaboração de seus currículos, técnicos do MEC, auxiliados por membros de universidades, redigiram documento sobre os Direitos e Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento para o Ensino Fundamental, no qual fixaram conteúdos mínimos visando assegurar a formação básica comum para o ensino fundamental (BRASIL, 2012).

Tal documento afirma que

O ensino fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, gratuito na escola pública, iniciando-se aos 6 (seis) anos de idade, terá por objetivo a formação básica do cidadão, mediante:

1. o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
2. a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;
3. o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores;
4. o fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social. (BRASIL, 2012, p.).

Em relação ao trabalho com a Matemática, o documento indica que “Os Direitos e Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento”, que envolvem o processo de alfabetização matemática, atrelam o ensino da matemática à compreensão dos fenômenos da realidade, de forma a favorecer que o aluno obtenha ferramentas para interagir e atuar ativamente na sociedade na qual está inserido.

Nesse sentido, nos anos iniciais, o objetivo é possibilitar ao aluno relacionar todos os tipos de objetos, eventos e ações. Para tanto, devem-se propor atividades acompanhadas de jogos e situações-problema, permitindo a interação social da criança.

É importante destacar que o PNAIC propõe que as crianças estejam alfabetizadas até os oito anos de idade. Entretanto, se isso não for conseguido a bom termo, será necessário que as escolas avaliem as possíveis causas da não alfabetização dos alunos.

A seguir, serão apresentados os pressupostos gerais sobre alfabetização e letramento que embasam o PNAIC.

1.1.2 Alfabetização e Letramento Matemático

O conceito de letramento matemático está de acordo com a concepção de Educação Matemática, na qual a resolução de situações-problemas e o desenvolvimento lógico são imprescindíveis para a construção dos conceitos matemáticos.

No documento “Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental”, (BRASIL, 2012) explicita-se que

O termo Alfabetização pode ser entendido em dois sentidos principais. Em um sentido *stricto*, alfabetização seria o processo de apropriação do sistema de escrita alfabético. Para que o indivíduo se torne autônomo nas atividades de leitura e escrita, ele precisa compreender os princípios que constituem o sistema alfabético, realizar reflexões acerca das relações sonoras e gráficas das palavras, reconhecer e automatizar as correspondências som-grafia. É certo, portanto, que, na alfabetização, a criança precisa dominar o sistema alfabético, o que demanda que o professor trabalhe explicitamente com as relações existentes entre grafemas e fonemas. No entanto, esse aprendizado não é suficiente. O aprendiz precisa avançar rumo a uma alfabetização em sentido *lato*, a qual supõe não somente a aprendizagem do sistema de escrita, mas também, os conhecimentos sobre as práticas, usos e funções da leitura e da escrita, o que implica o trabalho com todas as áreas curriculares e em todo o processo do Ciclo de Alfabetização. Dessa forma, a alfabetização em sentido *lato* se relaciona ao processo de letramento envolvendo as vivências culturais mais amplas. (BRASIL, 2012, p. 27)

Segundo o documento, a sociedade está inserida em um mundo marcado e regido pela escrita:

Jornais, revistas, *sites*, *blogs*, livros e gibis; documentos pessoais, leis, contratos, registros, relatórios e autorizações; prontuários médicos e resultados de exames de laboratório, receitas, bulas e rótulos de remédio, cartões de vacinação, fichas de encaminhamento e senhas para atendimento em serviços de saúde; folhetos, cartazes e *out-doors* de propaganda, embalagens e rótulos de produtos; cartão de banco, caixa eletrônico, cheques, cédulas e moedas; cartas, cartões, bilhetes, telegramas, *e-mails*, mensagem de texto no celular; calendários, agendas, cronogramas; anotações pessoais, diários, dentre outros, são itens de uma lista que poderíamos ampliar ainda muito mais se fôssemos examinando os diversos setores da vida social e a nossa participação em múltiplas atividades (BRASIL, 2015, p. 28)

Afirma, ainda, que é responsabilidade da escola contribuir para que os alunos entendam, interajam, neste mundo repleto de informações escritas. Além dessas informações, encontramos outras como “registros de quantidades que informam o tamanho de coleções ou que aferem a pontuação em jogos e certames esportivos; registros de horários e datas ou de tempo decorrido ou disponível para uma atividade” (BRASIL, 2015, p. 30) etc. Fica evidente, a partir de citações como essas, a influência das ideias matemáticas, da simbologia e dos termos matemáticos ensinados na escola.

De acordo com o documento, podem-se citar, também, placas, mapas e trajetos; códigos de cores e formas geométricas organizando classificações diversas ou identificando elementos e funções em brincadeiras de rua, jogos de tabuleiro e eletrônicos.

A Alfabetização Matemática que se propõe, por se preocupar com as diversificadas práticas de leitura e escrita que envolvem as crianças e com as quais as crianças se envolvem – no contexto escolar e fora dele –, refere-se ao trabalho pedagógico que contempla as relações com o espaço e as formas, processos de medição, registro e uso das medidas, bem como estratégias de produção, reunião, organização, registro, divulgação, leitura e análise de informações, mobilizando procedimentos de identificação e isolamento de atributos, comparação, classificação e ordenação. (BRASIL, 2015, p. 31)

Corroborar com esse direcionamento, a BNCC (2017), quando menciona que

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático: raciocínio, representação, comunicação e argumentação (BRASIL, 2017, p. 222)

Sabe-se que, antes de chegar à escola, a criança já possui saberes matemáticos oriundos da sua interação social, pois, durante as brincadeiras, realizam operações simples, reconhecem figuras e formas geométricas, estabelecem formas de medir grandezas entre outros conteúdos matemáticos, que servem como partida para a formalização de tais conceitos. De posse desses conceitos matemáticos, a criança poderá compreender e interagir

com o mundo, resolvendo situações que encontrará nessa interação com a sociedade. Esse processo de organização de conhecimentos é a alfabetização matemática.

Nesse processo, a criança começa a descobrir regularidades e propriedades nos diversos campos da Matemática que serão sistematizados na escola, de acordo com o seu desenvolvimento cognitivo.

É fato que a alfabetização matemática deve ir além do domínio dos números e das operações. Deve-se incentivar a construção das noções de espaço, forma e suas representações além das ideias iniciais de grandezas, bem como a necessidade de organização e comunicação de informações. Com esse objetivo, os Direitos de Aprendizagem propõem três eixos estruturantes em relação à alfabetização Matemática: o eixo dos números, o de espaço e forma, grandezas e medidas, estatística e também do desenvolvimento inicial do pensamento algébrico.

As estruturas lógicas elementares de classificação e seriação incentivam o desenvolvimento das operações aritméticas tanto quanto das operações geométricas, foco do estudo em questão. Isso se dá no momento em que a criança estabelece relações de semelhança, agrupando objetos com mesmas características. Cada atributo avaliado pode ser alterado ora observando cor, ora observando tamanho, forma etc.

Considera-se que o saber matemático deve ser desenvolvido através da resolução de situação-problema, visto que prioriza os processos construídos e vivenciados pela criança, fazendo com que participe ativamente da construção do seu conhecimento em contrapartida à fixação de conteúdos de forma mecânica.

Essa construção pode ter o corpo como ponto de partida para o estudo do espaço tendo em vista que é possível relacionar os deslocamentos, as orientações de um trajeto, por exemplo. Além disso, é possível fazer as relações entre os objetos, descrevendo-os ou interpretando sua posição espacial.

Auxilia esse processo a observação, na natureza, em obras de arte, em construções etc., das características geométricas: formas, simetrias, padrões de regularidades entre outros atributos e propriedades geométricos.

Vale ressaltar que são objetivos da Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento: possibilitar ao educando capacidade de compreensão de textos vários, a função e os efeitos que os mesmos pretendem causar; levar o educando a ser capaz de expressar-se pela linguagem matemática, além de produzir textos próprios e interagir com o meio social onde vive.

Visando a tais objetivos, o aprimoramento da capacidade de organização, descrição, apreciação e análise do mundo seguidos pelos processos e recursos de: quantificação, ordenação, mediação e organização dos espaços e das formas que os grupos sociais desenvolvem resumem a contribuição da matemática para o Letramento dos educandos.

Partindo de conceitos claros no planejamento, as operações com números naturais, o registro das mesmas bem como o uso da oralidade ampliam as chances de uma Alfabetização Matemática plena, tendo em vista que, quando as crianças têm chances de falar sobre situações-problema ocorridas na sala de aula ou fora dela, o professor pode obter um rico material pedagógico para a alfabetização matemática.

Considerando, ainda, que a oralidade estimula o modo de pensar de cada um e a socialização de conhecimentos adquiridos, cabe ao professor trazer problemas variados para a sala de aula e discutir calmamente sobre as estratégias que cada um utilizou na resolução, levando o educando a expor oralmente os procedimentos de resolução do problema.

1.2 Os cadernos de formação do PNAIC

O material didático³ produzido para a formação dos professores alfabetizadores em Matemática foi elaborado por mais de dez instituições de Ensino Superior e por escolas das cinco regiões brasileiras visando atender às exigências de um Programa Nacional de Formação e, por isso, não privilegia nenhuma concepção, tendo em vista a diversidade cultural que permeia as diferentes concepções no país. O princípio mais amplo que orienta a elaboração do material denomina-se Educação Matemática. (BRASIL, 2015)

O pressuposto adotado para a elaboração desse material está em consonância com o material de formação de linguagem, adotando a alfabetização matemática na perspectiva do letramento, entendida como um instrumento para leitura do mundo. Por isso, valoriza-se o constante diálogo com outras áreas do conhecimento e a relação com as práticas sociais, além de valorizar também o lúdico, o brincar, o corpo na construção de conceitos matemáticos, a valorização das estratégias pessoais, incluindo a oralidade.

O objetivo desse material é subsidiar a formação dos professores alfabetizadores e dos orientadores de estudo, proporcionando discussões sobre quais conceitos e habilidades matemáticas são necessários para a alfabetização da criança nessa faixa etária, além de

³ Material disponível em: <http://pacto.mec.gov.br/2012-09-19-19-09-11>. Acesso em 02/10/2017.

apresentar metodologias que propiciem o desenvolvimento dos direitos de aprendizagem no ciclo de alfabetização. O material de Matemática⁴ foi organizado em oito unidades:

Unidade 01: Organização do trabalho pedagógico

Unidade 02: Quantificação, Registros e Agrupamentos

Unidade 03: Construção do Sistema de Numeração Decimal

Unidade 04: Operações na Resolução de Problemas

Unidade 05: Geometria

Unidade 06: Grandezas e Medidas

Unidade 07: Educação Estatística

Unidade 08: Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber

Os cadernos de formação são constituídos pelas seções:

Iniciando a Conversa: apresenta os objetivos e as ideias gerais do caderno;

Aprofundando o tema: consiste num conjunto de textos para a reflexão sobre o assunto abordado no caderno, ampliando e aprofundando o conhecimento do professor alfabetizador.

Compartilhando: espaço destinado a propostas de atividades para serem realizadas no decorrer dos encontros objetivando ampliar e discutir conceitos matemáticos e também refletir sobre possibilidade metodológicas de abordar tais conceitos.

Para saber mais: mais um espaço para aprofundamento do professor alfabetizador com a indicação de sites, vídeos, livros, artigos.

Sugestões de atividades para os Encontros em Grupos: indicações de possibilidades de trabalho nos encontros presenciais.

Atividades para Casa e Escola: sugestões de atividades para serem trabalhadas em sala de aula com os alunos, de acordo com a realidade e com as reflexões feitas nos encontros presenciais.

Aos 8 (oito) cadernos de formação, além do caderno de apresentação, juntam-se outros três:

Educação Inclusiva: tem como objetivos ampliar conhecimentos sobre aspectos legais à educação especial; aprofundar conhecimento sobre encaminhamentos destinados aos alunos que fazem parte do público alvo; ampliar conhecimento sobre espaço de aprendizagem dos alunos com necessidades educacionais especiais no âmbito escolar; compreender a

⁴ Material disponível em: <http://pacto.mec.gov.br/2012-09-19-19-09-11>. Acesso em: 10/06/2017.

importância de um trabalho, considerando as diferenças dos alunos; encaminhar práticas pedagógicas de alfabetização matemática para alunos com necessidades específicas.

Educação Matemática do Campo: pretende apresentar um histórico da educação brasileira no campo; ampliar conhecimentos sobre aspectos legais; aprofundar conhecimento sobre a relação entre Educação do campo e a Educação matemática; apresentar diferentes práticas sociais da realidade camponesa como disparadoras do trabalho com a alfabetização matemática.

Jogos na Alfabetização Matemática: neste caderno, são apresentados jogos de acordo com os eixos propostos nos Direitos de Aprendizagem (Números e operações, pensamento algébrico, geometria, grandezas e medidas, educação estatística). Cada Jogo é apresentado em várias seções: Aprendizagem; Materiais; Número de jogadores; Regras; Problemática. (BRASIL, 2015)

Para a formação de 2015, outros cadernos⁵ foram produzidos e agregados à formação continuada dos professores. Este kit contém um caderno de apresentação, um caderno para gestores e equipe pedagógica e dez cadernos com textos teóricos sobre os temas da formação, relatos de professores e sugestões de atividades. São eles:

1. Currículo na perspectiva da inclusão e da diversidade: as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica e o Ciclo de Alfabetização
2. A criança no Ciclo de Alfabetização
3. Interdisciplinaridade no ciclo de alfabetização
4. A organização do trabalho escolar e os recursos didáticos na alfabetização
5. A oralidade, a leitura e a escrita no Ciclo de Alfabetização
Gestão Escolar no Ciclo de Alfabetização
6. A arte no Ciclo de Alfabetização
7. Alfabetização matemática na perspectiva do letramento
8. Ciências da Natureza no Ciclo de Alfabetização
9. Ciências Humanas no Ciclo de Alfabetização
10. Integrando saberes

Merece destaque, no Caderno 7 – Alfabetização Matemática na perspectiva do Letramento, o texto “Atitudes positivas em relação à Matemática”, o qual aborda a questão das atitudes em relação à Matemática, evidenciando que as experiências que se tem na

⁵ Material disponível em: http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/cadernosmat/PNAIC_MAT_Caderno%205_pg001-096.pdf, acesso em 10/07/2017.

aprendizagem dessa área irão contribuir para gerar predisposições positivas ou negativas em relação a essa disciplina. Cabe ressaltar que é a primeira vez que um material inclui um tema sobre afetividade em relação à Matemática, contribuindo, assim, para a reflexão dos professores em desenvolver atitudes positivas em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática, evidenciando que, além dos aspectos cognitivos, como formação dos conceitos geométricos, resolução de problemas etc., os aspectos afetivos devem ser valorizados, como mostram estudos de Nascimento (2008), Kochhann e Pirola (2011), entre outros.

1.3 Material Didático de Geometria do PNAIC

O caderno de Geometria⁶ utilizado no programa PNAIC foi construído por professores da UNESP/Bauru, contando com outros colaboradores vinculados aos grupos de pesquisa desses docentes.

O objetivo do caderno é auxiliar o professor alfabetizador no desenvolvimento do pensamento geométrico da criança, privilegiando, dentre outros aspectos, a experimentação, na qual o aluno poderá validar ou não suas conjecturas, através da argumentação, ao apresentar fatos, ideias, etc. que comprovem uma afirmação. A questão do registro é fortemente incentivada, seja ele na forma escrita, de desenho ou diagramas. Com o registro, a criança inicia um processo de sistematização dos conceitos.

Esse material traz discussões teóricas e metodológicas envolvendo a percepção de figuras geométricas e localização e movimentação de pessoas/objetos no espaço. Além disso, apresenta conexões da geometria com outras áreas do conhecimento, como, por exemplo, a Geografia.

Objetiva-se que a criança possa:

- representar informalmente a posição de pessoas e objetos e dimensionar espaços por meio de desenhos, croquis, plantas baixas, mapas e maquetes, desenvolvendo noções de tamanho, de lateralidade, de localização, de direcionamento, de sentido e de vistas;
- reconhecer seu próprio corpo como referencial de localização e deslocamento no espaço;
- observar, experimentar e representar posições de objetos em diferentes perspectivas, considerando diferentes pontos de vista e por meio de diferentes linguagens;

⁶ Material disponível em:

http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/cadernosmat/PNAIC_MAT_Caderno%205_pg001-096.pdf, acesso em 10/07/2017.

- identificar e descrever a movimentação de objetos no espaço a partir de um referente, identificando mudanças de direção e de sentido;
- observar, manusear, estabelecer comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos (esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos) sem uso obrigatório de nomenclatura, reconhecendo corpos redondos e não redondos;
- planificar modelos de sólidos geométricos e construir modelos de sólidos a partir de superfícies planificadas;
- perceber as semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos;
- construir e representar figuras geométricas planas, reconhecendo e descrevendo informalmente características como número de lados e de vértices;
- descrever, comparar e classificar verbalmente figuras planas ou espaciais por características comuns, mesmo que apresentadas em diferentes disposições;
- conhecer as transformações básicas em situações vivenciadas: rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo: faixas decorativas, logomarcas, animações virtuais);
- antecipar resultados de composição e decomposição de figuras bidimensionais e tridimensionais (quebra cabeça, tangram, brinquedos produzidos com sucatas);
- desenhar objetos, figuras, cenas, seres mobilizando conceitos e representações geométricas tais como: pontos, curvas, figuras geométricas, proporções, perspectiva, ampliação e redução;
- utilizar a régua para traçar e representar figuras geométricas e desenhos;
- utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise das figuras geométricas e na resolução de situações-problema em Matemática e em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2014, p.5-6).

As atividades propostas também visam estimular a comunicação durante a troca de experiências e do relato de como foi desenvolvida determinada atividade por parte do aluno.

De acordo com o documento, apresentar atividades que proporcionem a experimentação, argumentação, validação e comunicação de ideias pode ser uma forma divertida, eficiente e ativa para aprender conceitos geométricos. Além disso, traz críticas ao ensino tradicional que está alicerçado no uso de procedimentos prontos e acabados e na memorização arbitrária (memorização proveniente de aprendizagem mecânica).

O material aborda todos os temas sugeridos para os anos iniciais do Ensino Fundamental, de acordo com os documentos oficiais, reforçando a necessidade do planejamento antes das aulas, da organização da sala em que as ações serão desenvolvidas e dos materiais para os alunos a fim de que a aula seja bem sucedida. Traz a parte histórica da matemática, as relações da disciplina com os outros campos do saber, com o cotidiano do aluno e as possibilidades de tal aplicação em sala, sempre objetivando a autonomia por parte dos alunos.

No entanto, considerando a atual formação inicial do professor, seria necessário trabalhar mais os conceitos matemáticos, visto que nos cursos de Pedagogia normalmente a parte conceitual fica deficitária, como mostram os estudos de Curi e Pires (2004). Nos cursos de formação continuada, seria oportuno abranger tais aspectos conceituais, pois, para elaborar

uma boa aula e fazer as intervenções necessárias, o professor precisa dominar os conteúdos a serem ensinados.

É importante destacar que o material didático de geometria do PNAIC traz resultados de pesquisas desenvolvidas pelo GPPEM, em uma articulação entre o que as investigações científicas mostram e as suas relações com o cotidiano de aula do professor alfabetizador.

2 ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Este capítulo tem como principal objetivo apresentar alguns fundamentos teóricos da pesquisa, no que diz respeito ao ensino de geometria e sua presença nas estruturas curriculares do nosso país.

2.1 O Ensino da Geometria

As mudanças ocorridas no ensino da Matemática no Brasil, nas últimas décadas, foram alguns dos fatores que contribuíram para o abandono do ensino da geometria nas escolas (MIGUEL, FIORENTINI e MIORIM, 1992; MIORIM, MIGUEL e FIORENTINI, 1993; PAVANELLO, 1989).

Nas décadas de 1960 e 1970, o movimento da Matemática Moderna, que tinha a Teoria dos Conjuntos, as estruturas matemáticas e a própria lógica interna da matemática como base curricular, apresentava como inovação a ideia de unificação das matemáticas, ou seja, consistia em tornar a Álgebra, Geometria e Aritmética uma só disciplina, denominada Matemática.

Segundo Viana (2000), o uso das estruturas matemáticas era fundamentado nos trabalhos de Jean Piaget, o qual acreditava que as estruturas da inteligência correspondiam às estruturas algébricas, de ordem e topológicas. Verificou-se, então, um uso abusivo da linguagem matemática e uma preocupação em tornar concretas, para as crianças, até mesmo noções abstratas. O ensino de geometria para as crianças, por exemplo, era iniciado com as noções intuitivas de ponto, reta e plano, sendo importante, neste estudo, o uso correto da linguagem.

Constata-se, inclusive, que as orientações dos Guias Curriculares Nacionais (São Paulo, 1975) sugeriam o trabalho, no então ensino de 1º grau (atual Ensino Fundamental), com as definições de semirretas, ângulos, polígonos, referentes à geometria plana. O estudo da geometria espacial era sugerido apenas ao final do 2º grau (Ensino Médio atual).

Essa nova visão de trabalho com a Geometria acabou gerando um grande problema no seu ensino no Brasil, pois a maioria dos professores acabou abandonando o ensino da área por não dominar tal assunto.

Para reforçar ainda mais o distanciamento do ensino da geometria, entre os anos de 1960 e 1990, os cursos de graduação de professores e os cursos de magistério não tinham

preocupação com sua instrução nem currículo voltado para ela. Isso favoreceu a formação de professores não conscientes da importância da aprendizagem desse conteúdo até os dias atuais.

No entanto, devido às preocupações excessivas com as abstrações da Matemática, tal movimento começou a perder importância no mundo todo. Foi quando, em 1980, o *Nacional Council of Teachers of Mathematics* – NCTM – apresentou recomendações para o ensino da Matemática, destacando o foco na solução de problemas, considerando aspectos sociais, antropológicos e linguísticos da aprendizagem.

Em 1989, o NCTM sugeriu que o ensino de geometria fosse iniciado a partir das primeiras séries, permitindo às crianças descrever, modelar, desenhar, comparar e classificar figuras planas e espaciais; reconhecer e apreciar a geometria no mundo; explorar transformações de figuras geométricas; representar e resolver problemas usando modelos geométricos. Dessa forma, o desenvolvimento de ideias geométricas deveria se processar de forma que o aluno reconhecesse figuras totais, depois analisasse propriedades, relacionasse-as e fizesse deduções simples (NCTM, 1989).

Em consonância com o NCTM, no final dos anos 80, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo divulgou a Proposta para o Ensino de Matemática no 1º grau, na qual a Matemática seria importante por sua utilização nos aspectos práticos da vida, como na quantificação da realidade (medidas, grandezas, cálculos); e também para o desenvolvimento do raciocínio lógico, ou seja, da capacidade de abstrair, generalizar (SÃO PAULO, 1991). Tendo isso em vista, os conteúdos foram distribuídos em três grandes temas: Números, Medidas e Geometria.

Em relação à Geometria, a proposta era que ela deveria ser apresentada, desde a primeira série, por meio de atividades que levassem o aluno a ampliar as noções de espaço quanto à posição, direção e sentido. Seriam realizadas, em atividades, a exploração sensorial de objetos, a distinção de formas, a representação de objetos através de modelos e, finalmente, a classificação de figuras geométricas segundo o critério de figuras planas e não planas. O aluno entraria em contato primeiramente com os objetos tridimensionais presentes no seu cotidiano e, a partir daí, analisaria suas propriedades até chegar às vistas e representações alcançando o estudo da geometria plana.

Com a estruturação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN –, para todas as áreas do conhecimento, os conteúdos, que eram definidos como conceituais, procedimentais e

atitudinais, foram divididos em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. (BRASIL, 1997).

Houve, nesse momento, uma valorização da Geometria, pois os PCN assinalam que o indivíduo da sociedade moderna precisa da capacidade de pensar geometricamente, já que as situações do dia a dia e as diversas profissões, como a engenharia, arquitetura, bioquímica etc., exigem esse tipo de aprendizagem. Junte-se a isso ser um campo fértil de situações-problema que favorecem o desenvolvimento da capacidade de argumentar e construir demonstrações (BRASIL, 1997).

Além disso, os PCN enfatizam o desenvolvimento do pensamento geométrico a partir da visualização.

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (BRASIL, 1997, p. 127)

Estruturalmente, para o primeiro ciclo (correspondente às duas primeiras séries) foi feita a distinção entre espaço perceptivo e representativo. As atividades sugeridas propunham que o aluno observasse formas geométricas presentes na natureza; comparasse objetos encontrados no seu dia a dia reconhecendo-os como esféricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos, percebendo semelhanças e diferenças entre quadrados e cubos, paralelepípedos e retângulos. (BRASIL, 1997).

Segundo o documento, de forma geral, o espaço de exploração sensorial das crianças é o seu espaço perceptivo. Essa fase é importante para que ela desenvolva o espaço representativo.

Pires, Curi e Campos (2001) e Tancredi (2004) também concordam com essa afirmação.

Esse espaço percebido pela criança – espaço perceptível – possibilitará a ela, mais adiante, a construção de um espaço representativo. O espaço que percebemos é o espaço que contém objetos perceptíveis por meio dos sentidos – um espaço sensível. (PIRES, CURI E CAMPOS, 2001, p. 29).

Para Tancredi (2004) o espaço perceptivo é construído pelas crianças em uma fase anterior à construção do espaço representativo.

Nessas novas tendências, percebe-se a preocupação com o raciocínio geométrico das crianças, não priorizando definições e cálculos, mas buscando uma aprendizagem significativa de conceitos. Mesmo assim, o ensino de geometria continua quase abandonado e

um dos fatores pode ser que os professores não possuem os conhecimentos geométricos necessários para a realização de sua prática (BRASIL, 1997; LORENZATO, 1995).

Outro fator significativo relacionado ao ensino de geometria, conforme Pirola (1995), é que, em 1983, foi retirada da grade curricular das escolas da rede pública do Estado de São Paulo a disciplina Desenho Geométrico, na qual os alunos realizavam construções geométricas favorecendo sua representação, auxiliando na discriminação de figuras planas e não planas e também na identificação de atributos definidores de cada figura. Com a incorporação do conteúdo dessa matéria às aulas de Matemática, a ênfase passou a ser o cálculo ao invés da construção, constituindo uma dificuldade para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Pirola e Tortora (2013) destacam que, embora não exista um consenso sobre o que é o pensamento geométrico, é possível afirmar que ele é formado por vários componentes que, em seu conjunto, capacitam os indivíduos a resolverem problemas cujas situações são geometrizadas. Esses autores destacam a percepção como sendo os componentes mais importantes do pensamento geométrico. Esses componentes do pensamento geométrico estão presentes nos currículos de Matemática da Educação Básica que preconiza o seu desenvolvimento desde a Educação Infantil. O psicólogo russo, Krutetskii, (1976), embora não tenha se referido explicitamente ao pensamento geométrico, ao analisar as habilidades matemáticas mostrou que as pessoas possuem diferentes tipos de mentes, como a algébrica, geométrica, aritmética e harmônica. Em relação à geométrica, considera que as pessoas que possuem esse tipo de mente têm a tendência a solucionar a maior parte dos problemas utilizando a capacidade viso-pictórica.

Para Sternberg (2000), percepção é *“um conjunto de processos psicológicos pelos quais as pessoas reconhecem, organizam, sintetizam e fornecem significações (no cérebro) às sensações recebidas dos estímulos ambientais (nos órgãos dos sentidos)”* (STERNBERG, 2000, p. 147). A percepção é importante para compreender as formas geométricas, seus atributos (características), propriedades, exemplos e não exemplos.

A percepção espacial, segundo Del Grande (1990) capacita os indivíduos a coordenarem os movimentos do corpo com a visão. Nesse sentido, esse tipo de percepção é importante para as atividades de movimentação e de localização.

O desenvolvimento do pensamento geométrico foi compreendido com maior propriedade a partir das pesquisas dos Van Hiele, Pierre e Dina, na década de 50, em que o *insight* e a didática do ensino da geometria eram constantes em suas investigações. Esses

pesquisadores desenvolveram um modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico composto de cinco níveis: visualização (reconhecimento de atributos), análise (classificação e reconhecimento de propriedades sem demonstrá-las), dedução informal (pequenas demonstrações e compreensão da inclusão de classes de figuras), dedução formal (demonstrações de teoremas) e rigor (trabalho com outras geometrias).

Com o objetivo de compreender melhor o processo de aprendizagem da geometria, Hoffer, em 1981, relacionou as habilidades básicas geométricas (visual, verbal, desenho, aplicação e lógica) com os níveis de Van Hiele. Considerando que essas habilidades serão avaliadas nesta tese, elas serão descritas no **Capítulo 4**.

Embora os trabalhos dos Van Hiele sejam citados frequentemente nos trabalhos referentes à geometria, não se deterá, aqui, em ampliar essa discussão, pois não é objeto de estudo dessa tese.

2.2 A proposta de ensino de Geometria para os anos iniciais

Entende-se que as necessidades cotidianas fazem os alunos desenvolverem uma inteligência essencialmente prática, permitindo reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade matemática. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado (BRASIL, 1997, p.28).

Tendo isso em vista, a implantação dos PCN (BRASIL, 1997), no final da década de 1990, destacou a importância do ensino da Geometria, desde a escolarização inicial. O enfoque que as propostas atuais de currículo dão ao ensino da geometria sugerem, para início de trabalho, nas primeiras séries do Ensino Fundamental, a exploração das formas tridimensionais dos objetos e a verificação das propriedades das figuras espaciais, para, só então, introduzir a geometria plana. Porém, o que parece ser feito nas escolas é o contrário, visto que a geometria espacial fica reservada para o Ensino Médio. Uma das razões para essa inversão seria a formação dos atuais professores das séries iniciais que, como não tiveram nem vivenciaram a Geometria no currículo, durante sua escolarização, não se sentem preparados para o trabalho com a geometria espacial e têm dificuldade em inserir tal conteúdo em suas salas de aula.

Para os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental (1997), o ensino de Geometria nos anos iniciais deve possibilitar ao aluno estabelecer pontos de referência que lhe

permitam situar-se e posicionar-se no espaço. Além disso, perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificar e representar as formas geométricas são habilidades essenciais.

Na BNCC (2017), a proposta é que a Geometria envolva “o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2017).

Segundo o documento da BNCC, os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

De acordo ainda com os PCN, o estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. Ainda, segundo com esse documento, o trabalho com noções geométricas contribui de forma significativa para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações.

De acordo com a BNCC (2017), com esse bloco de conteúdos, nos anos iniciais,

[...]espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, tablets ou smartphones), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de geometria dinâmica (BRASIL, 2017, p. 227-228).

Quadro 1 – Objetos de Conhecimento e Habilidades em Geometria

	Objetos de Conhecimento	Habilidades
1º Ano	Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado. Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico.	Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás. Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial.
1º Ano		Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico. Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.
2º Ano	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características. Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características.	Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido. Esboço de roteiros e de plantas simples. Esboçar roteiros a ser seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência. Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico. Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.

3º Ano	Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características Congruência de figuras geométricas planas	Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência. Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
4º Ano	Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido Paralelismo e perpendicularismo Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares Simetria de reflexão	Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares. Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características. Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais. Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria. Simetria de reflexão Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.

5º Ano	Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes	Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas. Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros. Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos. Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
--------	--	--

Fonte: BNCC, 2017, p. 234-253

Analisando os documentos oficiais para o ensino de geometria, principalmente no que diz respeito ao ciclo de alfabetização, é possível identificar que dois grandes objetivos do ensino de geometria nesse nível são a percepção das formas geométricas (associada à percepção destacada por Sternberg, 2000) e a percepção espacial (associada à definição dada por Del Grande, 1990). Além disso, é possível identificar como meta o desenvolvimento das habilidades descritas por Hoffer (1981): verbal, visual, lógica, desenho e aplicação.

Rezi (2001) realizou um estudo exploratório sobre os componentes das habilidades matemáticas presentes no pensamento em geometria. Essa autora utilizou a definição de imagem mental dada por Kosslyn (1992).

A imagem mental refere-se a possibilidade de criação mental com representações de objetos, pessoas e situações, mesmo na ausência do estímulo visual apropriado. As imagens mentais armazenam informações diferentemente do modo verbal, pois possibilitam a manipulação de objetos de modo muito parecido com os próprios, economizando tempo e esforço. (REZI, 2001, p. 33).

Dessa maneira, o que se espera dos estudantes do ciclo de alfabetização, por meio da aprendizagem da geometria, além do desenvolvimento das percepções referidas anteriormente, é que, gradativamente, desenvolvam capacidades mais complexas, como por exemplo, a imagem mental.

A esse respeito, a análise do material didático do PNAIC, sobre geometria, mostrou que são feitas discussões teóricas e práticas sobre o desenvolvimento da imagem mental. De acordo com Brasil (2014):

Uma das características da percepção espacial é enxergar um determinado objeto por meio de suas diferentes perspectivas. Esse é um Direito a ser trabalhado na escola, por meio do ensino da Geometria. Um pesquisador que se dedicou ao estudo do ensino e aprendizagem de Geometria foi Hoffer (1981), que argumentou que várias habilidades colaboram para o desenvolvimento das imagens mentais. A habilidade visual é uma delas, pois permite o reconhecimento e a observação de figuras geométricas, perceber propriedades de figuras e estabelecer relações de propriedades entre diferentes figuras. (BRASIL, 2014, p. 82).

A partir dessas considerações, são propostas aos alunos atividades denominadas de “trabalhando com vistas” em que o professor coloca vários objetos sobre a mesa e solicita-lhes que desenhem o que observam enquanto olham esses objetos frontalmente, de cima, atrás etc.

Discorrendo sobre essas atividades, conclui Brasil (2014) que “A representação dos objetos por meio de vistas não é uma tarefa fácil. Exige que o professor faça constantes intervenções para que os alunos possam desenvolver esta habilidade de forma adequada” (p. 84)

Cabe reforçar que o trabalho com imagem mental, um dos componentes do pensamento geométrico, é uma habilidade aprendida por meio do processo educativo escolar. Infelizmente, essa habilidade é pouco explorada nas aulas de geometria, como apontam Viana (2000), Pirola (2000) e Dobarro (2007).

3 FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Este capítulo tem como objetivo apresentar algumas discussões sobre a formação de professores, principalmente aqueles que ensinam Matemática no âmbito do PNAIC.

3.1 A formação de professores

A formação de professores – fator determinante para a efetivação das mudanças necessárias na educação – tem, progressivamente, se tornando tema de estudos e pesquisas acadêmicas. Nesse contexto, surgem as discussões acerca de cinco indicadores necessários para delimitação da formação de professores como campo de estudo:

objeto próprio, metodologia específica, uma comunidade de cientistas que define um código de comunicação próprio, integração dos protagonistas na pesquisa e a consideração da formação de professores como elemento fundamental na qualidade da ação educativa, por parte dos administradores, políticos e pesquisadores. (ANDRE, 2011, p.25)

Segundo André (2011), mais recentemente, desponta o conceito de desenvolvimento profissional docente, aludindo à evolução e continuidade na formação, superando, assim, a dicotomia entre formação inicial e contínua. Nesses passos, entende-se a formação docente como um aprendizado profissional que se dá no decorrer da vida e requer comprometimento do professor em processos intencionais e planejados que repercutam mudanças efetivas na prática docente. Elege-se, dessa forma, o professor como objeto de estudo, investigando-lhe opiniões, representações, saberes e prática. No entanto, é preciso ir além dessa singular investigação, aliando-a aos processos de aprendizagem da docência e as suas práticas de ensino.

De acordo com Curi e Pires, 2008, nesse ponto, ressalta-se a importância da formação inicial no processo de formação do professor. Ainda que hoje ela seja vista como insuficiente, é nela que se estabelecem as bases para a construção do conhecimento pedagógico sistematizado. Entretanto, políticas públicas atuais apontam para o fato de que a formação inicial parece estar sendo, indevidamente, desvalorizada frente à formação continuada, que aparece como forma de reciclar e atualizar a formação inicial, principalmente por meio dos cursos de curta duração. Por outro lado, há os cursos presenciais como aperfeiçoamento, especialização e pós-graduação, que tão somente produzem conhecimentos para que sejam aplicados em sala de aula, não levando em conta o saber fazer docente.

De acordo com Gatti (2008):

No Brasil, assistimos à assimilação dessa posição, porém concretamente ampliou-se o entendimento sobre a educação continuada, com esta abrangendo muitas iniciativas que, na verdade, são de suprimento a uma formação precária pré-serviço e nem sempre são propriamente de aprofundamento ou ampliação de conhecimentos. Isso responde a uma situação particular nossa, pela precariedade em que se encontram os cursos de formação de professores em nível de graduação (GATTI, 2008, p. 2)

Na perspectiva de formação continuada, uma nova proposta reconhece a própria escola como o local mais apropriado para a formação profissional que tem como referência essencial o reconhecimento e a valorização do saber docente, possibilitando a reconstrução da identidade docente, excluindo-se, assim, a característica de simples reciclagem.

Nessa perspectiva, a Resolução 2/2015 do Conselho Nacional de Educação (BRASIL, 2015) define o que se entende por educação continuada, deixando transparecer, nas entrelinhas, que a escola também pode se constituir em um espaço para a formação continuada de professores.

Art. 16. A formação continuada compreende dimensões coletivas, organizacionais e profissionais, bem como o repensar do processo pedagógico, dos saberes e valores, e envolve atividades de extensão, grupos de estudos, reuniões pedagógicas, cursos, programas e ações para além da formação mínima exigida ao exercício do magistério na educação básica, tendo como principal finalidade a reflexão sobre a prática educacional e a busca de aperfeiçoamento técnico, pedagógico, ético e político do profissional docente. (BRASIL, 2015, p. 13).

Dentro dessa concepção, Nóvoa (2013) concebe um professor pesquisador, que se norteie pela prática e que reflita sobre tal prática com seus pares. No entanto, o autor preconiza que a concretização desse discurso ainda não ocorreu nas práticas pedagógicas, “estamos mais perante uma revolução nos discursos do que uma revolução nas práticas” (NÓVOA, 2013, p. 200).

Nóvoa (2013) sugere quatro propostas com o intuito de solucionar essas questões:

- Por uma formação a partir de dentro – reforçar nos professores e na sua capacidade de decisão e de ação a ideia de refletir coletivamente sobre seu trabalho, mobilizando conhecimentos, vontades e competências.
- Por uma valorização do conhecimento docente – os professores devem valorizar seu conhecimento profissional docente construído a partir de uma reflexão sobre a prática e de uma teorização da experiência.

- Pela criação de uma nova realidade organizacional – necessidade de se integrar, na cultura docente, um conjunto de modos coletivos de produção e regulação do trabalho.
- Pelo reforço do espaço público de educação – a escola, o espaço público para a educação, deve ser o local onde se vai celebrar um novo contrato entre os professores e a sociedade.

Segundo Shulman (2005), cada área do conhecimento tem uma especificidade própria e identifica vertentes no conhecimento do professor referente ao conhecimento que irá ensinar: o conhecimento do conteúdo; o conhecimento didático, levando em consideração os princípios e as estratégias de organização das aulas e da disciplina; o conhecimento do currículo, em especial o domínio dos materiais e programas que servem de ferramenta para prática docente; o conhecimento didático do conteúdo, em cuja esfera ocorre justaposição entre dois elementos importantes da prática docente: a disciplina a ser ensinada e a pedagogia; o conhecimento dos educandos e de suas características; o conhecimento dos contextos educativos, que envolve desde o funcionamento do grupo de alunos e a gestão escolar até o caráter cultural das comunidades; o conhecimento dos objetivos, das finalidades e os valores educativos e seus fundamentos filosóficos e históricos.

Ainda de acordo com Gatti (2014), a sala de aula tem sido, na maioria das vezes, o grande desafio para os professores, visto que a formação do professor não atende as necessidades da escola atual. Nosso país, nas avaliações nacionais e internacionais, tem ficado em penúltimo lugar. Dessa forma, as fragilidades, no que diz respeito à aprendizagem dos alunos, ficam evidentes. Os cursos de licenciatura – institucionalizados em 1930, com a valorização da visão cientificista do século XIX, na qual visava à formação do bacharel – não estão fazendo o trabalho que deveria ser feito.

A autora afirma também que se percebeu que a escola básica começava a ser ampliada e mais professores passaram a ser necessários. Os professores do primário, oriundos das Escolas Normais, já existiam, mas, como a educação não era para todos, o número de professores era pequeno. Com o aumento da demanda de professores, por conta da ampliação da escola básica, observou-se que não havia professores especificamente formados para o então secundário. Então, agregou-se um ano de disciplinas de educação aos bacharelados, como adendo, e esse formato está até hoje na representação das universidades e faculdades que formam professores.

Em São Paulo, esse adendo apresentou-se como sendo insuficiente para a formação de professores para atuarem no Ensino Fundamental 1 e Educação Infantil. Os Centros

Específicos de Formação e Aperfeiçoamento para o Magistério (CEFAM), que formavam professores para atuarem nas primeiras séries do ensino fundamental e na educação infantil, cumpriram muito bem seu papel até que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) chegou e propôs que essa formação fosse de responsabilidade do ensino superior.

Como não houve uma orientação do Ministério da Educação (MEC) para essa transição de formação no ensino médio para o superior e cada curso foi se ajustando à sua maneira, as Escolas Normais foram sendo fechadas e os cursos de Pedagogia, principalmente da rede privada, foram abrindo muitas vagas, mas sem ajustar adequadamente seu currículo para a formação de alfabetizadores.

Há dúvidas sobre que formação se deve privilegiar: a do professor alfabetizador ou de técnicos da educação ou gestores. Para solucionar tal impasse, seriam necessárias novas discussões e um consenso sobre qual profissional da educação deve ser formado.

Além disso, na década de 60 ocorreu a mudança de foco em muitos programas de formação de professores de “o que se ensina” para o “como se ensina”, havendo uma ausência de preocupação pelo conteúdo de ensino (CURI E PIRES, 2008).

Aliando-se a isso, a formação de professores alfabetizadores e para a educação infantil é extremamente difícil visto que “os próprios professores que atuam nas universidades não têm formação para formar alfabetizadores” (GATTI, 2014, p. 253).

Segundo Curi e Pires (2008), a partir da década de 1980, teorias e conceitos foram formulados no sentido de responder aos seguintes questionamentos: “o que os professores conhecem?”, “que conhecimento é essencial para o ensino?”, “quem produz conhecimento sobre o ensino?”, “como se formam os professores?”. A razão de tantas pesquisas em torno do profissional da educação reside no fato de que o professor passou a ser considerado um profissional que reflete, pensa e precisa construir sua própria prática e não apenas atuar como simples reprodutor de conhecimentos. Dessa forma, compreender o que e como pensam e conhecem os professores e, especialmente, como atuam passou a ser de grande importância.

Pires (2000) afirma que há competências profissionais que todos os professores da educação básica devem desenvolver de acordo com suas especificidades, quer seja ele professor polivalente ou como professor especialista, quanto ao domínio de conteúdos a ensinar e, também, no que se refere ao papel docente em cada etapa da escolaridade.

3.2 A formação de professores que ensinam Matemática

De acordo com Curi e Pires (2008), a carga horária das disciplinas relativas à matemática e seu ensino, nos cursos de Pedagogia, é bastante reduzida e as referências bibliográficas das ementas dessas disciplinas não incluem pesquisas atuais sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

Sabemos que sem dominar, com um elevado grau de competência, o conteúdo que é suposto ensinar, o professor não pode exercer de modo adequado a sua função profissional. Nesse ponto há consenso razoável entre formadores. O mais difícil, porém, é definir quais são os conhecimentos e competências no campo da matemática que o futuro professor realmente necessita. Mais complexa ainda é a discussão sobre as melhores formas de explorar os conhecimentos matemáticos nos cursos de formação inicial de professores de forma coerente com as concepções da educação matemática (CURI e PIRES, 2008, p. 162).

As autoras afirmam ainda que a formação do professor que irá ensinar Matemática deve contemplar não apenas os conhecimentos matemáticos abordados de acordo com o nível de escolaridade em que irá atuar, mas “deve-se orientar por e ir além daquilo que os professores irão ensinar nas diferentes etapas da escolaridade” (CURI E PIRES, 2004, p. 5).

Os estudos realizados por Curi e Pires (2004), mostram a pouca presença de conteúdos matemáticos e de suas didáticas nos cursos de Pedagogia, além de não favorecer as discussões metodológicas sobre os temas matemáticos.

A disciplina que aparece com maior frequência nas grades curriculares dos cursos de Pedagogia é a disciplina Metodologia do ensino da Matemática, cujos temas abordados, de acordo com as autoras, são bastante gerais. Os recursos utilizados e mais citados são: quadro de giz, lista de exercícios, materiais didáticos, jogos, material dourado etc. Ademais, contrariando as orientações dos PCN para o ensino da Matemática, o trabalho com a resolução de problemas e com a história da matemática não foram encontrados nas ementas dos cursos pesquisados por elas.

A disciplina Conteúdos e Metodologia do Ensino da Matemática também foi encontrada nas grades curriculares da Pedagogia. Nas ementas, Curi e Pires (2004) constataram que os temas mais frequentes estudados são a construção dos números e as quatro operações com números naturais. Em relação à Geometria, o assunto que apareceu foi Geometria experimental e construtiva, sugerindo que os formadores não deram importância a tal tema na formação dos professores dos anos iniciais ou que é de pouco domínio por parte dos próprios formadores.

Segundo as pesquisadoras, outra disciplina encontrada nas grades curriculares analisadas foi a Matemática Básica, que indicava ter caráter de revisão. Também não houve a indicação de estudos em relação à Geometria, Medidas e Tratamento da Informação.

Outro dado importante constatado é a ausência de educadores matemáticos nos cursos analisados, o que favorece o não desenvolvimento de conhecimentos específicos pelos futuros professores. Esses fatos apontam para a pouca atenção dada aos saberes matemáticos nos cursos de Pedagogia.

Ponderando que uma das funções do professor, em especial dos primeiros anos, é proporcionar aos alunos ações que os levem a aprender matemática, “faz-se necessário uma mudança epistemológica nos cursos de formação, para que estes se tornem mais dinâmicos e abertos” (GOMES, 2002, p. 366)

Por isso, a formação de professores deve privilegiar uma instrução na qual o estágio se configuraria como eixo central para reformular a formação dos professores das séries iniciais. Assim, os futuros professores já se deparariam, desde os primeiros anos de formação, com situações reais da vida escolar. Em relação à Matemática, deveriam incentivar a aquisição de conceitos fundamentais, privilegiando a compreensão de tais conceitos, ao invés de domínio de técnicas.

Na maioria dos cursos de formação de professores, sobretudo dos professores das séries iniciais, são evidentes a resistência e a fobia em relação à matemática. Por isso, ao trabalhar nestes cursos nos deparamos com sujeitos que apresentam enormes lacunas no domínio de conceitos matemáticos fundamentais para o dia-a-dia e acabam por reproduzirem essas lacunas, tornando-se ao invés de um facilitador, um grande obstáculo para a aprendizagem de seus alunos. No entanto, essas lacunas muitas vezes consistem em erros conceituais não por ignorância, por incerteza, mas como efeito de um conhecimento anterior que era significativo, apresentava seu sucesso, mas que agora se apresenta falso ou simplesmente inadaptado (GOMES, 2002, p. 368)

Para Gomes (2002), esse obstáculo epistemológico reflete na sala de aula, uma vez que o professor transmite os conhecimentos como sendo uma verdade única e absoluta, impossibilitando a discussão de ideias, a elaboração de hipóteses etc.

Durante a formação dos futuros professores, esses deveriam ter espaço para verbalizar o que pensam que sabe e o que realmente sabem, deveriam ter

(...) disciplinas específicas para se discutir os conceitos que serão objetos de ensino, bem como todos os fatores que envolvam a compreensão de tais conceitos, num processo dialético ação-reflexão-ação que possa propiciar a transformação necessária (GOMES, 2002, p. 372)

3.3 A formação de professores que ensinam Matemática no âmbito do PNAIC

Desde 2008, programas de formação continuada de professores alfabetizadores nos moldes do que observamos no PNAIC vêm se apresentando.

Indicadores insatisfatórios na aprendizagem e ensino da Matemática “favoreceram o aparecimento de medidas que incidiram diretamente sobre as práticas pedagógicas, em especial, dos professores alfabetizadores, tornando-os o centro do debate pedagógico” (BRASIL, 2015, p. 12).

De acordo com Pirola e Acyoli-Régnier (2016)

a maior parte dos projetos governamentais relacionadas à formação continuada de professores da Educação Básica é impulsionada tendo como parâmetros os resultados obtidos pelos alunos em avaliações em larga escala. (PIROLA e ACYOLI-RÉGNIER, 2016, p.81).

A partir dessas avaliações surgiram vários programas conduzidos pelo Ministério da Educação, como o Pró-Letramento e o PNAIC.

Em 2005, o **Programa Pró-Letramento** foi implementado visando realizar a formação continuada a distância e em serviço de professores das turmas iniciais do ensino fundamental que atuavam na rede pública de ensino. Tal programa objetivava a melhoria do desempenho escolar de alunos em leitura, escrita e matemática.

O MEC considerou o programa bem sucedido e, ao analisar, após sua implantação, as informações sobre as avaliações dos alunos a partir de mensurações pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), constatou que os novos índices indicavam melhoria nos resultados dos estudantes. Esse fato foi uma referência importante para a implementação do Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2015, p. 15).

Assim, o PNAIC constitui um conjunto integrado de ações, materiais e referências curriculares e pedagógicas disponibilizados pelo MEC, tendo como eixo principal a formação continuada de professores alfabetizadores (BRASIL, 2015, p. 18)

Um dos eixos em que as ações do PNAIC se apoia é a formação continuada presencial para professores alfabetizadores (PA) e seus orientadores de estudo (OE), o qual objetiva

ampliar as discussões sobre a alfabetização, na perspectiva do letramento, no que tange a questões pedagógicas das diversas áreas do conhecimento em uma perspectiva interdisciplinar, bem como sobre princípios de gestão e organização do ciclo de alfabetização. Trata-se, portanto, de apresentar encaminhamentos metodológicos que possibilitem o desenvolvimento dos direitos de aprendizagem dentro do ciclo de alfabetização (BRASIL, 2015, p. 22).

Nesse contexto, o papel do professor alfabetizador é central. Deve ter uma prática na qual não é possível a reprodução de métodos e técnicas, precisa estar em constante formação em todas as áreas que fazem parte do ciclo de alfabetização e pautado nos princípios da formação continuada que orientam as ações do PNAIC:

- A prática da reflexividade: pautada na ação prática/teoria/prática, operacionalizada na análise de práticas de salas de aulas, aliadas à reflexão teórica e reelaboração das práticas.
- A constituição da identidade profissional: efetivada em momentos de reflexão sobre as memórias do professor enquanto sujeito de um processo mais amplo, procurando auxiliá-lo a perceber-se em constante processo de formação.
- A socialização: operacionalizada na criação e fortalecimento de grupos de estudo durante as formações que, espera-se, transcenda o momento presencial, diminuindo o isolamento profissional, intrínseco à profissão de professor, que, em geral, mantém contato com pais, alunos e diretores, mas não com seus pares.
- O engajamento: privilegiar o gosto em continuar a aprender é uma das metas primordiais da formação continuada e certamente faz parte da melhoria de atuação em qualquer profissão.
- A colaboração: para além da socialização, trata-se de um elemento fundamental no processo de formação. Através da colaboração, busca-se a formação de uma rede que visa ao aprendizado coletivo, por meio do qual os professores exercitem a participação, o respeito, a solidariedade, a apropriação e o pertencimento (BRASIL, 2015, p. 27-28).

A estrutura de formação desenvolvida envolve universidades, secretarias de educação e escolas. Para tal são necessários dois grupos de professores: formadores (ligados às universidades) e orientadores de estudo (oriundos das secretarias de educação), cuja ação incide sobre o grupo de professores alfabetizadores, também vinculados às secretarias de educação, que estão em contato direto com as crianças, foco do programa.

Se o professor formador é responsável pela instrução dos orientadores de estudo, o

[...] orientador de estudos, por sua vez, selecionado pelos municípios, a partir de critérios estabelecidos pelo MEC, organiza, com base nos mesmos princípios formativos, a formação dos professores alfabetizadores, atuantes nos três primeiros anos, em escolas públicas de diversas regiões do País. Esse tripé, formado pelos três grupos de professores, mobilizará diferentes saberes que se materializarão em práticas escolares, que devem resultar em conhecimentos efetivos para as crianças. (BRASIL, 2015, p. 27-28).

Assim sendo, o papel do professor alfabetizador e a valorização da sua identidade profissional, como um dos agentes de transformação da educação, são pontos considerados na formação do PNAIC.

A formação profissional do professor vai se constituindo na medida em que ele mobiliza os seus conhecimentos pela articulação entre teoria estudada e prática vivenciada, superando o racionalismo técnico e a fragmentação do conteúdo. Como você irá estudar com maior profundidade ao longo da formação do PNAIC deste ano, a interdisciplinaridade tem a potencialidade de produzir conhecimento quando

estabelece relações entre o conteúdo ensinado e a realidade social. (BRASIL, 2015, p. 55)

Em síntese, faz-se necessária uma formação teórica crítica e de reflexão, intencional e sistematizada, sobre o seu fazer pedagógico, não de forma solitária e individual, mas através das relações sociais com outros profissionais da escola, com os alunos e a sociedade como um todo. O professor alfabetizador deve ser protagonista do seu desenvolvimento profissional articulando o fazer e o como fazer, exercitando seu papel transformador e autônomo. (BRASIL, 2015)

4 FORMAÇÃO DE CONCEITOS E OS CONCEITOS GEOMÉTRICOS

Este capítulo tem como principal objetivo apresentar as discussões teóricas sobre a formação de conceitos e o desenvolvimento do conhecimento declarativo, com ênfase na geometria escolar.

4.1 A formação de conceitos

Klausmeier e Goodwin (1977) realizaram, na década de setenta, estudos na área da Psicologia Cognitiva sobre a formação conceitual e elaboraram um modelo de aprendizagem e desenvolvimento de conceitos. Segundo eles, um conceito é definido como sendo:

(...) informação ordenada a respeito das propriedades de uma ou mais coisas – objetos, eventos ou processos – que tornam qualquer coisa particular ou classe de coisas capaz de ser diferenciada e também relacionada com outras coisas ou classes de coisas. (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977, p. 50).

Para tal definição, foram considerados oito atributos⁷, delimitados a seguir, apontados por Klausmeier e Goodwin (1977) como importantes no ensino e aprendizagem escolar de um determinado conceito. São eles:

- **Aprendibilidade:** está relacionada à prontidão com que os conceitos são aprendidos. Cada indivíduo tem um ritmo de aprendizagem que pode variar de acordo com as experiências culturais e com a percepção dos sujeitos.
- **Utilidade:** há conceitos mais utilizados do que outros na resolução de problemas. Esse atributo trata dessa variação de utilização.
- **Validade:** um conceito só é validado quando aceito pelos especialistas que o definiram.
- **Generalidade:** os conceitos podem ser classificados de acordo com uma relação hierárquica, dentro de um sistema taxonômico. Quanto mais alto o lugar que o conceito ocupa, mais geral ele é em termos de subclasses.
- **Importância:** está relacionada a quanto um determinado conceito facilita ou é importante para a formação de outros conceitos.
- **Estrutura:** todo conceito público definido em termos de atributos apresenta uma estrutura e uma relação com os atributos definidores.

⁷ De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977), “um atributo é uma característica discriminável de um objeto ou evento que pode assumir valores diferentes, por exemplo, cor, forma, etc.” (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977, p. 52)

- **Perceptibilidade de exemplos:** os conceitos variam de acordo com a possibilidade de seus exemplos serem captados pelos sentidos.
- **Numerosidade de exemplos:** o número de exemplos varia de um a um número infinito de exemplos. Determinados conceitos podem ter exemplos mais imaginários do que reais.

No que tange à geometria, a informação ordenada a que os autores, Klausmeier e Goodwin, se referem diz respeito às características das figuras geométricas, denominadas de atributos definidores. Já Pirola (2013) aponta atributos definidores como características invariantes que distinguem uma figura da outra e que são utilizadas nas definições conceituadas por Klausmeier e Goodwin (1977) como entidades públicas.

Uma ilustração possível acontece quando se diz que um retângulo é um paralelogramo (lados opostos paralelos) que possui quatro ângulos retos, “lados opostos paralelos” e “ângulos retos”, referindo-se aos atributos definidores do retângulo e essas características são utilizadas para **diferenciá-lo** de outras figuras, como do pentágono regular, ou **relacioná-lo** com outras como, por exemplo, com o quadrado, que possui alguns atributos (lados opostos paralelos, ângulos retos) idênticos aos do retângulo. Além dos atributos definidores – também chamados de atributos relevantes – conforme exemplificado anteriormente, existem os atributos irrelevantes, como lado, cor, tamanho, orientação da figura na página, borda da figura um pouco mais espessa etc.

Outro termo empregado por Klausmeier e Goodwin (1977) e Pirola (1995) é a palavra “conceito”, utilizada tanto para os constructos mentais como também para entidades públicas. De acordo com os autores, pode-se diferenciar conceito como entidade pública de conceito como construto mental do indivíduo.

Conforme Klausmeier e Goodwin (1977), ainda, todos os indivíduos formam conceitos acerca do mundo físico e social de acordo com suas experiências de aprendizagem com tal conceito e também dos seus padrões maturacionais com ele. Esses são os construtos mentais.

Já a informação organizada que corresponde aos significados das palavras, os conceitos que aparecem nos livros, dicionários etc, aceitos por membros de uma mesma comunidade são os entendidos como entidade pública (KLAUSMEIER e GOODWIN, 1977)

De acordo com Viana, 2000:

(...) pode-se exemplificar como entidades públicas o conceito de poliedro e o conhecimento da relação de Euler, que depois de passarem por um processo de conjecturas e refutações, acabaram sendo aceitos pela comunidade matemática. No entanto, é possível que crianças de sete anos entrem em contato com os poliedros e

formem o conceito em um nível mais elementar; que crianças de nove anos possam estabelecer alguma relação entre as faces, vértices e arestas de tais figuras e que adolescentes possam resolver problemas de inscrição desses sólidos em esferas. O conceito de poliedro – como construto mental - difere, portanto, para esses indivíduos, seja em razão das suas experiências ou do nível das operações mentais que podem realizar (VIANA, 2000, p. 29).

Um papel fundamental na construção de conhecimentos de um indivíduo é aprendizagem de conceitos (BRITO,1996). Segundo a autora, os conceitos podem alcançar um alto grau de abstração ou de concretização, o que leva a deduzir que os termos usados pelas crianças muitas vezes não refletem tanto as suas experiências intelectuais, mas sim as que os adultos consideram importantes. Segundo Lovell (1977), os adultos, de certa forma, impõem suas estruturas cognitivas às crianças.

Klausmeier e Goodwin (1977), apoiados na teoria piagetiana, elaboraram níveis cognitivos do desenvolvimento conceitual. De acordo com eles, as pessoas passariam por alguns níveis cognitivos para alcançar o nível mais elevado, o formal. Os níveis cognitivos são: concreto, identidade, classificatório e formal.

No **nível concreto**, algumas operações cognitivas são requeridas, como prestar atenção às características de um objeto e discriminá-lo de outros. Além disso, o indivíduo deve lembrar o objeto discriminado. Este é um nível em que a visualização é requerida, ou seja, as pessoas reconhecem os objetos por meio de suas características perceptíveis.

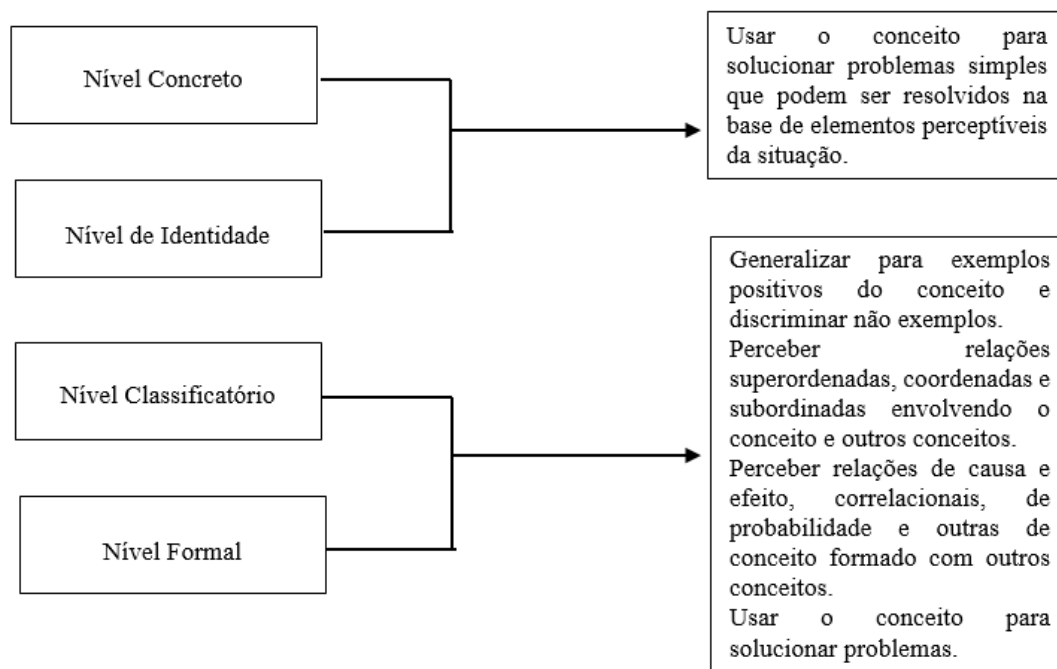
No **nível de identidade**, além das operações cognitivas requeridas no nível anterior (concreto), também é preciso generalizar que duas ou mais formas de um objeto, são o mesmo objeto. Neste nível, o indivíduo deve reconhecer, por exemplo, que, ao se rotacionar um quadrado, esse não deixa de ser quadrado.

No **nível classificatório**, o indivíduo, além das operações requeridas no nível anterior (identidade), precisa generalizar que dois ou mais exemplos de um objeto pertencem a uma mesma classe. Neste nível, as pessoas devem ser capazes de realizar inclusão de classes das figuras geométricas, como, por exemplo, reconhecer que todo quadrado é um retângulo e que todo quadrado é um losango.

O **nível formal** é atingido quando o indivíduo já tem formado o nível classificatório. Além disso, necessita ter desenvolvido algumas operações cognitivas, como: discriminar atributos da classe, levantar hipóteses sobre os atributos e/ou princípios relevantes, lembrar-se delas, avaliá-las usando exemplos positivos e negativos (exemplos e não exemplos), adquirir e lembrar nomes e atributos, perceber os atributos e/ou princípios comuns de exemplos positivos.

A **Figura 3** mostra uma síntese das relações entre os níveis cognitivos propostos por Klausmeier e Goodwin (1977).

Figura 3 - Extensão e Uso de Conceitos.



Fonte: Klausmeier e Goodwin, 1977, p. 59.

Os níveis cognitivos da formação conceitual foram utilizados em várias pesquisas, como Pirola (1995) e Proença (2008) que mostram que alunos do ensino Fundamental e Médio desenvolveram os conceitos de figuras geométricas planas até o nível de identidade, ou seja, alcançaram apenas os níveis mais elementares da formação conceitual.

A formação conceitual pode ser relacionada ao conhecimento declarativo que foi estudado por Sternberg (2000) e Anderson (1983) e relacionado a outro tipo de conhecimento, o de procedimento. Anderson (1983) contribuiu para o avanço do entendimento desses dois tipos de conhecimento, por meio de sua teoria ACT (Adaptative Control of Thought). Nessa teoria, o conhecimento declarativo ativa o conhecimento de procedimento que é responsável pelas ações. Alves (2005), estudando processos de resolução de problemas, salientou que, na teoria ACT, quando as pessoas estão resolvendo problemas, “as representações e alguns conhecimentos declarativos são ativados na memória de trabalho e, emparelhados com algum conhecimento, que é executado imediatamente” (ALVES, 2005,p. 4).

Sternberg (2000) define o conhecimento declarativo como “informações quanto a fatos e ideais, que podem ser estabelecidas em termos de proposições (às vezes descrito como ‘saber o que’)” (STERNBERG, 2000, p. 201). Dessa maneira, de acordo com o autor, o

conhecimento declarativo aciona, na estrutura cognitiva, o que as pessoas sabem sobre um determinado conceito.

Considerando o conhecimento de procedimento, Sternberg (2000) exemplifica:

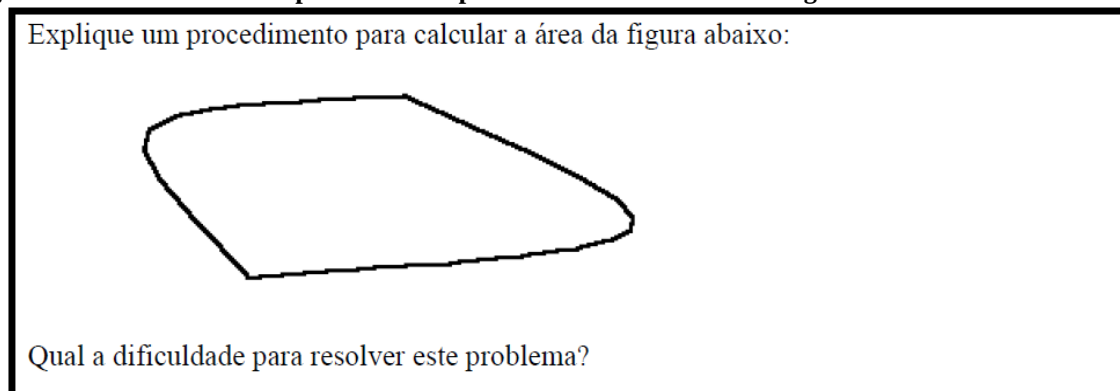
O conhecimento sobre como seguir vários passos de procedimentos (procedurais) para desempenhar as ações (i.e, “saber como”). Por exemplo, seu conhecimento de como andar de bicicleta, assinar seu nome, dirigir um carro até um local conhecido e agarrar uma bola, depende de sua representação mental do conhecimento de procedimento (procedural). (Sternberg, 2000, p. 184).

De acordo com Anderson (1983), o conhecimento declarativo é facilmente verbalizável, podendo ser adquirido por exposição verbal e costuma ser consciente.

Quando se diz que o conhecimento declarativo aciona o conhecimento de procedimento, Pirola (2000 e 2013) mostrou a importância das relações entre esses dois tipos de conhecimento.

Pirola (2000) realizou um estudo sobre resolução de problemas geométricos tendo como participantes futuros professores que iriam ensinar matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e no 2º ciclo do Ensino Fundamental e médio. Uma das atividades apresentadas solicitava aos participantes que descrevessem um procedimento para calcular a área da figura abaixo:

Figura 4 – Problema sobre o procedimento para cálculo da área de uma figura.



Fonte: Pirola (2000), p. 130.

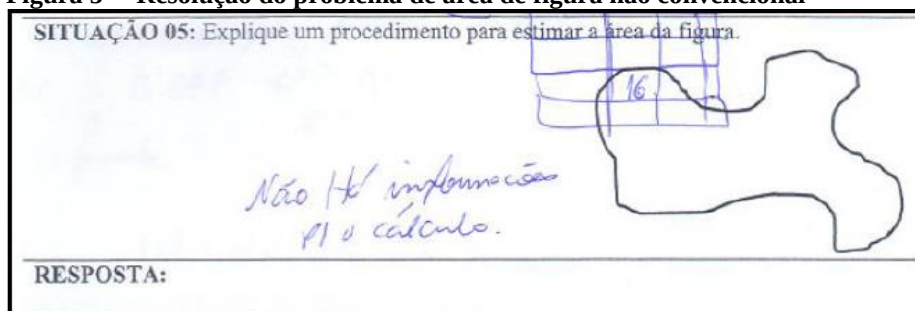
Partindo da análise dos dados, que mostrou que somente 3 participantes do total de 214 conseguiram descrever um procedimento adequado, Pirola (2013) destaca que foi possível evidenciar que a interação entre conhecimento declarativo e o de procedimento enfatizado por Sternberg (2000) parece não ter ocorrido, pois a figura parecia não ser familiar para os participantes e a maioria afirmava não conseguir encontrar uma fórmula a fim de solucionar o problema.

Se um conjunto de informações sobre área estivesse disponível na estrutura cognitiva dos participantes, poderiam utilizá-las sem recorrerem à fórmula. Segundo Pirola (2000)

A repetição de algoritmos e estratégias podem ter levado esses estudantes a desenvolverem o pensamento reprodutivo, muitas vezes, incapacitando-os para desenvolver novas formas de solucionar os problemas propostos. (PIROLA, 2000, p. 133).

Nascimento (2008) em sua dissertação de Mestrado (GPPEM) aplicou a mesma questão da figura 4 a alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática e observou que 5 deles alegavam que não havia como resolver a tarefa, pois faltavam dados, como exemplifica a Figura 5.

Figura 5 – Resolução do problema de área de figura não convencional



Fonte: Nascimento (2008), p. 103.

Embora o número de respondentes inseridos nessa categoria seja pequeno, é preocupante, pois mostra uma tendência de que não se pode resolver um problema quando não se tem dados numéricos, o que também foi encontrado por Pirola (2000).

Pirola (2013) destaca, também, que, ao analisar vários estudos conduzidos na área da Psicologia da Educação Matemática tendo como preocupação a investigação das interações entre conhecimento declarativo e de procedimentos (PIROLA, 2000; QUINTILIANO, 2005, NASCIMENTO, 2008, ALVES, 2005), no processo de resolução de problemas matemáticos, percebe-se que essas interações não têm ocorrido, e que a ênfase do ensino da geometria (e também de outros campos da Matemática) tem se concentrado nos aspectos procedimentais. De forma geral, os alunos aprendem a seguir uma sequência de passos (mecanizados e não automatizados) vinculados a problemas-tipo (por exemplo: sempre que se solicitar a área do quadrado, deve-se utilizar a fórmula $A = l^2$).

Pirola (2013) enfatiza que o ensino da geometria (e também da matemática como um todo) tem se desenvolvido de forma a valorizar os conhecimentos de procedimentos em detrimento dos declarativos. Entre os motivos dessa preferência pelo conhecimento de

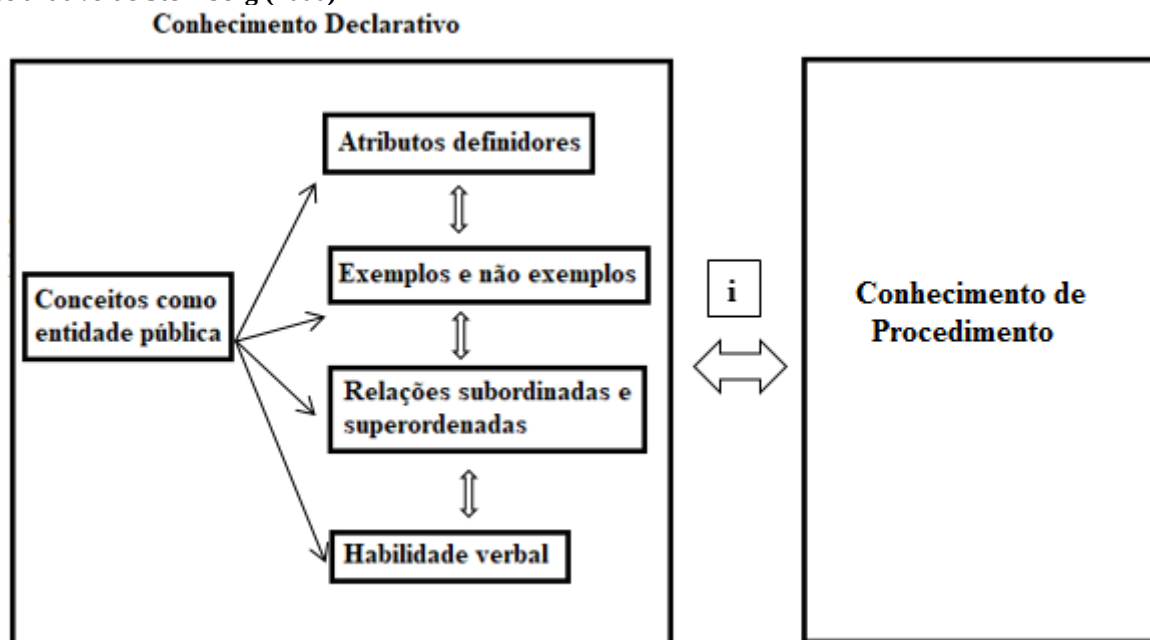
procedimento, encontra-se a formação do professor que, em sua trajetória escolar, sempre aprendeu os conceitos matemáticos dessa forma. De acordo com Pirola (2013), “*trata-se de uma reprodução das experiências vividas no processo de formação profissional*” (PIROLA, 2013, p. 48). De acordo com Dobarro (2007):

Nas escolas observa-se um engajamento, ainda tímido, na retomada da Geometria dentro das aulas de Matemática como domínio a ser explorado. Ainda são encontrados alguns docentes que evitam lecionar esses conceitos por não conhecê-los (DOBARRO, 2007, p. 155).

Pode-se afirmar que o conhecimento declarativo descrito por Sternberg (2000) e por Anderson (1983) aproxima-se do que Klausmeier e Goodwin (1977) entendem por conceito, ou seja, no campo da geometria, o conhecimento declarativo das figuras geométricas seria composto pelos seus atributos definidores. Dessa forma, declarar o que é um quadrado, por exemplo, é declarar quais são seus atributos definidores.

Na Figura 6 é mostrada uma relação entre a formação conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977) e o conhecimento declarativo de Sternberg (2000).

Figura 6 - Relações entre a formação conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977) e o conhecimento declarativo de Sternberg (2000)



Fonte: Arquivo da autora

Apoiando-se na Figura 6, pode-se alegar que o conhecimento declarativo é formado pelos conceitos como entidade pública, que, por sua vez, são formados pelos atributos definidores, exemplos e não exemplos, relações subordinadas (que vão do conceito mais geral

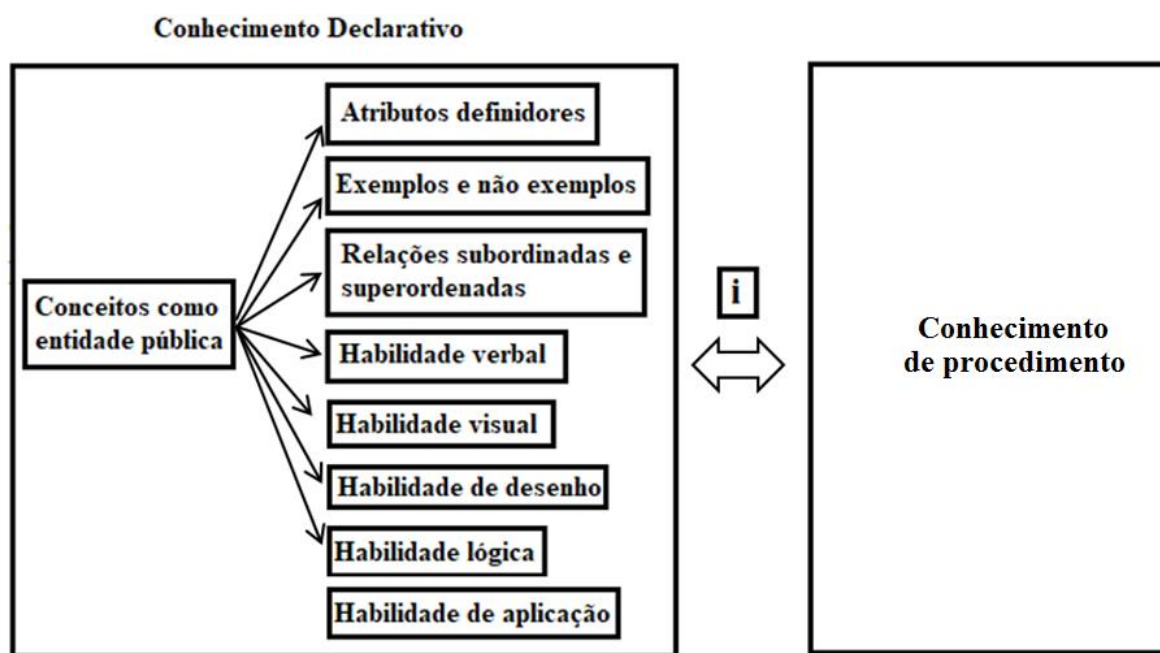
para o específico) e superordenadas (que vão do conceito mais específicos para o geral) e a habilidade verbal para declarar todo o conhecimento que o indivíduo possui acerca de um determinado conceito.

O conhecimento declarativo, com todos esses componentes, impulsionam, nas Figuras 6 e 7 indicado pelo (i), o conhecimento de procedimento.

Considerando o conhecimento declarativo de figuras geométricas, as habilidades requeridas vão além da verbal, contemplando também as outras habilidades definidas por Hoffer (1981).

Assim as articulações entre o conhecimento declarativo e o de procedimento são aplicados nos processos de resolução de problemas, como mostram Pirola (2000), Quintiliano (2005), Nascimento (2008) e Alves (2005).

Figura 7 - Relações entre a formação conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977), o conhecimento declarativo de Sternberg (2000) e as habilidades de Hoffer (1981)



Fonte: Arquivo da autora

Cabe salientar que as pesquisas descritas até aqui tiveram como participantes alunos da Educação Básica. Elas mostram dificuldades dos alunos em acessar o conhecimento declarativo, ou seja, utilizar os atributos definidores das figuras geométricas, discriminar entre exemplos e não exemplos, estabelecer relações superordenadas (que partem de exemplos específicos para se chegar ao conceito geral) e subordinadas (que partem do conceito mais geral para se chegar a exemplos específicos), entre outros.

A literatura sobre investigações de formação de conceitos, tendo como participantes professores que ensinam Matemática, é bastante reduzida. Dessa forma, é difícil acessar o conhecimento conceitual (conhecimento declarativo) que eles possuem, por exemplo, em geometria.

4.2 O ensino de conceitos

Segundo Pais (2002), os professores devem trabalhar o desenvolvimento de conceitos matemáticos, pois “por exemplo, a definição de uma figura geométrica por si só não pode traduzir a essência do conceito correspondente” (PAIS, 2002, p.56)

Para ensinar um conceito, os professores devem aprender as principais ideias em seus campos de estudo e no campo da educação geral ao nível formal. No entanto, aparentemente, os professores formaram tais conceitos apenas no nível classificatório. (KLAUSMEIER e GOODWIN, 1977).

[...] a mera apresentação da definição de um conceito ao aluno não assegura a formação do conceito – o estudante pode simplesmente adquirir uma cadeia de associações verbais, memorizada mecanicamente. Para assegurar que os alunos adquiram o significado de um conceito e não uma cadeia verbal deve-se apresentar a eles exemplos e não exemplos do conceito, assim como sua definição (KLAUSMEIER e GOODWIN, p. 340, 1977)

Com a finalidade de propiciar a aprendizagem de conceitos, Klausmeier e Goodwin (1977) sugerem comportamentos por parte do professor:

1. Identificar o nível em que o aluno pode formar o(s) conceito(s).
 2. Ensinar uma estratégia para formar o (s) conceito(s).
 3. Programar sequências adequadas de conjuntos de exemplos e não exemplos no ensino e na Avaliação.
 4. Definir o conceito em termos de seus atributos.
 5. Estabelecer a terminologia correta para os conceitos e atributos.
 6. Fornecer “feedback”.
 7. Propiciar uso de conceitos.
 8. Encorajar e orientar a descoberta e a avaliação independente do aluno.
- (KLAUSMEIER e GOODWIN, p. 343, 1977)

Uma estratégia para a formação conceitual nos níveis classificatório e formal, de acordo com esses autores, é o uso de exemplos e não-exemplos e a identificação de atributos definidores. Os exemplos e não-exemplos possibilitam a redução ou mesmo evita os erros ocasionados pela **supergeneralização**, **subgeneralização** e **má concepção** do indivíduo sobre

determinado conceito. Ao elencar os atributos definidores de um conceito, suas características, o tornam particular. No entanto, para Klausmeier e Goodwin (1977), há certa tendência por parte dos professores a ensinar conceitos apenas por meio de exemplos, favorecendo a formação de conceitos equivocados por parte dos alunos.

Brito (1996) desenvolveu um estudo com o objetivo de investigar os efeitos da quantidade e da qualidade dos exemplos e não exemplos na aprendizagem de conceitos. Um dos resultados desse estudo mostrou que, quando apenas um exemplo era dado aos participantes, ocorria um processo de **subgeneralização**, ou seja, processo que ocorre quando os exemplos apresentados são poucos ou muito semelhantes.

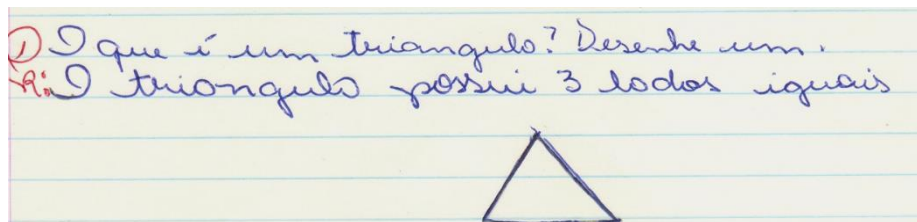
Programar uma sequência adequada de conjuntos de exemplo e não exemplos para o ensino de conceito pode favorecer a redução de erros de **subgeneralização** e **supergeneralização**. Por exemplo, se apenas é mostrado o triângulo equilátero como exemplo de triângulos o aluno pode subgeneralizar que apenas triângulo equilátero é exemplo, não identificando que também poderiam ser os triângulos isósceles e escalenos. Quando pouco não-exemplos, como a pirâmide de base triangular, são apresentados aos alunos, podem supergeneralizar que se trata de um triângulo, por causa de suas faces laterais serem formadas por triângulos (PROENÇA, 2008, p. 64)

Segundo Brito (1996), é importante sempre usar definições que estejam com vocabulário de acordo com o nível de desenvolvimento dos alunos com o intuito de facilitar a compreensão. Pondera que todo conceito possui atributos criteriais (que são os definidores) e esses atributos podem ser relevantes (necessário para o conceito como tal) e irrelevantes (podem fazer parte do conceito, mas não são essenciais para que o conceito seja percebido como tal).

Além disso, Brito (1996) destaca o papel da linguagem como um fator que desempenha um papel crucial no auxílio da construção e ampliação dos conceitos.

O exemplo seguinte (Figura 8), de um aluno que, provavelmente, aprendeu o conceito de triângulo por meio de exemplos que se pareciam com o triângulo equilátero, mostra um processo de subgeneralização.

Figura 8 - Resposta de um aluno do sexto ano do Ensino Fundamental para a pergunta “o que é um triângulo?”

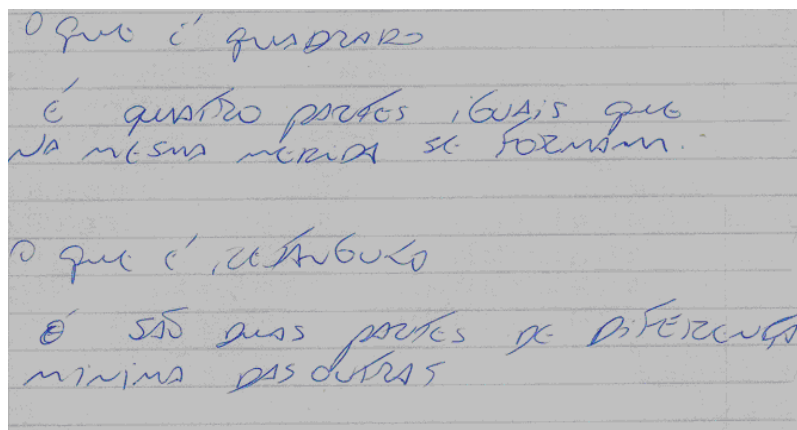


Fonte: Arquivo do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática – Unesp/Bauru (2017)

Para Pirola (2013a), esses processos de generalização foram destacados em outras pesquisas, como as de Pirola (1995), que mostram que há uma tendência, por parte não somente dos alunos do Ensino Fundamental, como também do Médio, em responder que triângulo possui três lados iguais. De acordo com esse autor, quando somente um exemplo é dado, os alunos, por meio de um processo de generalização, consideram-no como sendo o conceito geral. Outras pesquisas que também mostraram o processo de subgeneralização foram os de Moraco (2006) e de Proença (2008).

Na Figura 9, expõe-se a resposta de um aluno do ensino médio para as perguntas “o que é um quadrado?” e “o que é um retângulo?”.

Figura 9 - Respostas de um aluno do ensino médio para “o que é um quadrado?” e “o que é um retângulo?”



Fonte: arquivo do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática – Unesp/Bauru (2017)

Pela resposta do aluno, é possível inferir que ele não consegue utilizar, de forma correta, os atributos definidores, mostrando que não desenvolveu o vocabulário geométrico referente a essas figuras. Pirola (2013) destaca que o ensino de geometria (e pode-se estender isso para outras partes da matemática) não está conseguindo atingir um dos seus objetivos: o de levar o aluno a construir um vocabulário que é próprio da geometria.

Quando uma pessoa forma um conceito nos níveis classificatório e formal, ela pode utilizá-lo, entre outras situações, para estabelecer relações em uma taxonomia, as quais denominaram de supraordenadas e subordinadas. As relações supraordenadas são aquelas que partem de conceitos específicos para os gerais (exemplo: quadrado – paralelogramo – quadrilátero – polígono), e as relações subordinadas são aquelas que partem de conceitos gerais para os específicos (por exemplo: poliedro – prisma – cubo). A percepção dessas relações é importante, pois mostra as conexões entre os atributos definidores de cada conceito bem como propicia o desenvolvimento da discriminação de conjuntos de exemplos e não exemplos. (PROENÇA e PIROLA, 2009, p. 130)

Silva (2016) realizou uma pesquisa com 77 alunos do final do ciclo de alfabetização (3º ano do primeiro ciclo do Ensino Fundamental) em que um dos objetivos era analisar o desempenho dos participantes em tarefas que envolviam habilidades geométricas. De acordo com essa pesquisadora, os resultados mostraram que:

Os dados trazidos pela prova de Geometria revelou que ainda é necessário investir no trabalho com o vocabulário próprio da Geometria, especialmente no que se refere às figuras tridimensionais. Quando o aluno refere-se aos atributos definidores das figuras geométricas como “ponta”, “riscos” etc., ou não consegue se expressar, recorrendo a gestos e desenhos, demonstra que ainda é necessário maior desenvolvimento da habilidade verbal e do próprio vocabulário próprio da Geometria. É evidente que as crianças dessa faixa etária ainda estão em processo de formação, porém cabe ao professor procurar introduzir o vocabulário correto para que, aos poucos, os alunos possam se familiarizar com os termos corretos e passem a abandonar o uso incorreto do vocabulário (SILVA, 2016, p. 125).

Silva (2016) ainda aponta para questões de subgeneralização em relação ao triângulo:

Em conformidade com os resultados apresentados pelas pesquisas de Pirola (1995) e Tortora (2014), os resultados da prova também indicaram que as crianças têm aprendido algumas figuras geométricas por meio de um único exemplo, como no caso do triângulo. No teste aplicado, a figura mais reconhecida pelos alunos foi a do triângulo equilátero, parecendo ser o exemplo o qual estão mais acostumados a aprender quando se faz referência a esse polígono. (SILVA, 2016, p. 125).

Com o intuito de evitar a subgeneralização e valorizar o uso de atributos definidores, o professor, por meio de suas práticas de ensino poderá propor situações como, por exemplo, destacam Pirola et.al. (2014b):

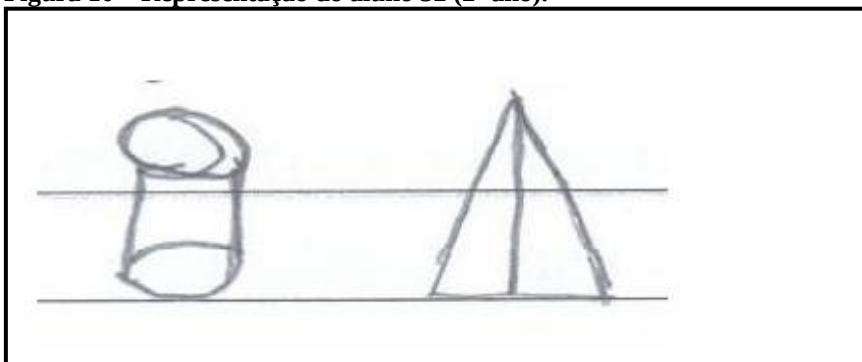
Atividades escolares que proporcionam à criança experiências unicamente com triângulos equiláteros, também podem induzi-las a generalizarem que triângulo é somente aquele que possui lados iguais (equilátero). No entanto, uma experiência didática na qual diferentes tipos de triângulos são apresentados e em que se explicita que apesar das diferenças entre eles, todos são denominados de triângulo será bem mais proveitosa, permitindo a generalização necessária à formação do conceito de triângulo (PIROLA et.al., 2014b, p. 21).

Além dos exemplos e não exemplos se constituírem em elementos que podem provocar a subgeneralização, outro fator que contribui para isso é a palavra. Derville (1976), apontou que um dos motivos que leva as pessoas a formarem conceitos errôneos diz respeito às palavras. Por exemplo, uma mesma palavra utilizada em Matemática e fora dela pode ter significados diferentes, como é o caso da palavra cubo. “Podem ainda os falsos conceitos decorrer da existência, na maioria das línguas, de mais de um sentido para a mesma palavra” (DERVILLE, 1976, p. 87).

Ainda, considerando o uso das palavras como um dificultador, Moraco (2006) realizou um estudo que procurava investigar como alunos do Ensino Médio faziam representações tridimensionais de alguns poliedros, como o cubo e a pirâmide.

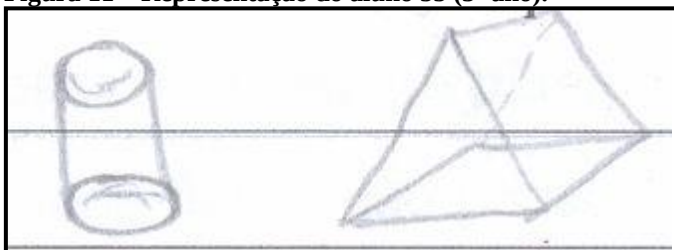
Nessa pesquisa, as representações do cubo feitas por alunos dos 2º e 3º anos apresentaram uma particularidade: a maioria dos participantes, a totalidade deles do gênero masculino, deram a representação do cilindro para o cubo, como nas figuras a seguir:

Figura 10 – Representação do aluno 32 (2º ano).



Fonte: Moraco, 2006, p. 74.

Figura 11 – Representação do aluno 55 (3º ano).

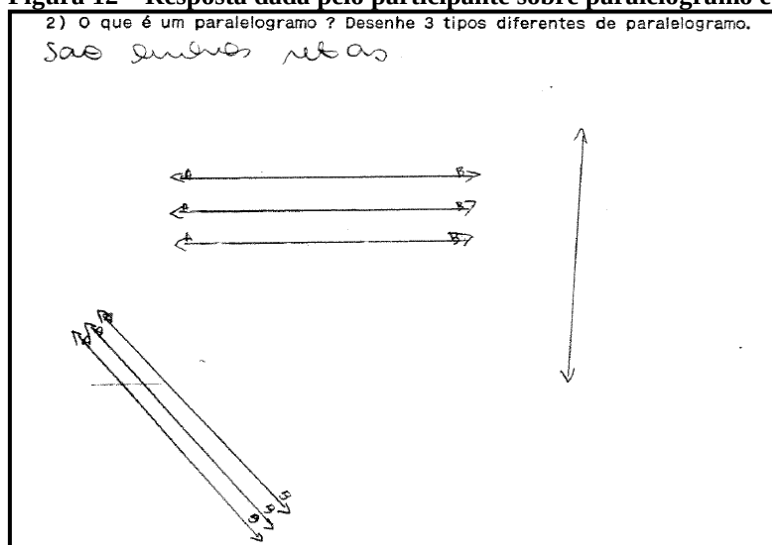


Fonte: Moraco, 2006, p. 75.

Quando questionados sobre o porquê haviam desenhado o cilindro, os participantes alegaram que o cubo era uma peça da bicicleta (e que tem o formato cilíndrico).

Outro exemplo em que a palavra pode contribuir para o processo de subgeneralização foi mostrado por Pirola (1995). Quando solicitou a alunos do Ensino Fundamental para desenharem tipos diferentes de paralelogramo, vários alunos se fixaram na palavra “paralelo” e fizeram representações de retas paralelas, como mostra a figura a seguir:

Figura 12 – Resposta dada pelo participante sobre paralelogramo e seus tipos.



Fonte: Pirola, 1995, p. 148.

De maneira geral, como forma de reduzir os processos de subgeneralização por parte dos estudantes, Klausmeier e Goodwin (1977), Pirola (1995), Brito (1996), Proença (2008) e Silva (2016), entre outros, apontam a necessidade de organização de um conjunto de exemplos e não exemplos por meio dos quais os alunos tenham a possibilidade de analisar os atributos definidores das figuras, verificar as relações entre eles, estabelecer uma definição utilizando o vocabulário geométrico adequado e mostrar o uso da palavra definidora em diferentes contextos com diferentes significados.

Outro estudo que mostrou que alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental possuem poucos conhecimentos sobre figuras planas e que apresentaram dificuldades com relação à habilidade verbal, demonstrando vocabulário limitado para argumentações, foi o trabalho de Tortora (2014) que analisou tarefas de geometria envolvendo várias habilidades geométricas (entre elas, a verbal) de 30 alunos dos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental.

Retornando, ainda, à aprendizagem de conceitos em geometria, espera-se que os estudantes, e também os professores que ensinam Matemática, consigam definir as figuras geométricas em termos de seus atributos definidores, por exemplo, ângulos, vértices etc.

O conhecimento geométrico está relacionado ao conteúdo, que pode ser definido como “o conjunto de conhecimentos ou formas culturais cuja assimilação e apropriação é considerada essencial para o desenvolvimento e socialização do aluno” (COLL,1998, p.12), que está na grade curricular das escolas.

Para que haja a apropriação do conhecimento, a aprendizagem deve ser significativa para o aprendiz (POZO,1998).

De acordo com Pozo,

A aprendizagem significativa implicará sempre tentar assimilar explicitamente os materiais de aprendizagem [...] a conhecimentos prévios que em muitos casos consistem em teoria implícitas ou representações sociais adquiridas por processos igualmente implícitos. Nesse processo de tentar assimilar ou compreender novas situações, ocorre não só um crescimento ou expansão desses conhecimentos prévios, como também, como consequência desses desequilíbrios ou conflitos entre os conhecimentos prévios e a nova informação, um processo de reflexão sobre os próprios conhecimentos, que, conforme sua profundidade [...] pode dar lugar a processos de ajuste, por generalização e discriminação, ou reestruturação, ou mudança conceitual [...] dos conhecimentos prévios. (POZO, 2002).

Coll (1998), baseado em estudos da psicologia educacional, distinguiu como componentes do conhecimento: os fatos e conceitos; os procedimentos e as atitudes.

Para que os fatos ou dados, requeridos pelo conhecimento em qualquer área, tenham significado, o aprendiz deve dispor de conceitos para interpretá-los, e aprender conceitos, fatos e princípios é aprender a reconhecê-los, compreendê-los, relacioná-los, estabelecer novas conexões etc. (POZO,1998).

As etapas pelas quais o pensamento é guiado durante uma ação; são os procedimentos, devendo-se valorizar os que envolvem os símbolos, as representações, as ideias, as letras, as imagens, os conceitos ou outras abstrações.

Nos procedimentos em geometria, podem ser incluídas as habilidades de construir figuras com ou sem régua e compasso, de realizar medições, de aplicar fórmulas para solução de problemas, de realizar planificações de figuras espaciais, de compor e decompor figuras, de realizar secções em figuras etc. (VIANA, 2000, p. 9)

Para Brito (1996), a atitude influencia na aprendizagem de qualquer conteúdo no que se refere tanto aos conceitos quanto aos procedimentos. Segundo a autora, atitude é uma disposição pessoal dirigida a objetos, eventos ou pessoas e que, de acordo com as experiências do indivíduo, pode assumir diferentes direções e graus de intensidade. O reconhecimento que o estudo da geometria é importante e gostar de estudá-la poderiam ser indicativos de atitudes positivas em relação a essa parte da matemática.

4.3 As habilidades básicas em Geometria

Alan Hoffer (1981), em uma pesquisa sobre ensino e aprendizagem de Geometria, afirma que o estudo desse campo da matemática não deveria ser marcado apenas por noções, conceitos, procedimentos e demonstrações, mas também pelo desenvolvimento de outras habilidades geométricas de igual importância. Para ele, deve-se incentivar o desenvolvimento de habilidades que não exijam um alto nível de desenvolvimento mental, mas que possam ser mais práticas e de natureza claramente geométrica.

Cita os diferentes papéis que os dois hemisférios do nosso cérebro representam no aprendizado da matemática: o esquerdo é mais voltado a funções lógicas e analíticas; enquanto o hemisfério direito, mais ligado às funções sintetizadoras e espaciais. O ensino de Geometria deve propiciar atividades que ativem ambos os lados do cérebro, segundo Hoffer (1977). O autor defende, ainda, que a habilidade de percepção visual e os conceitos geométricos devem ser aprendidos simultaneamente. Define aprender geometria como reconhecer figuras bem como suas relações e propriedades. Para ele, as habilidades básicas para o desenvolvimento em geometria são cinco: visuais, verbais, de desenho, lógicas e aplicadas.

As **habilidades visuais**, de acordo com Hoffer, estão relacionadas à capacidade de ler desenhos e esquemas. Os alunos reconhecem as figuras geométricas, identificando as propriedades comuns entre diferentes figuras. Deduzem outras e conseguem justificar suas hipóteses por meio de outras figuras a partir de uma informação dada.

“Ao que parece, a habilidade de percepção visual e os conceitos de geometria podem ser aprendidos simultaneamente, uma vez que a geometria exige que o aluno reconheça figuras, suas relações e suas propriedades. A geometria informal poderia ser ensinada facilmente e incluída num programa de treinamento de percepção visual, de modo a melhorar a percepção visual do aluno”. (HOFFER, 1977, p. 92)

Pela visão, capta-se grande parte das informações. Porém, é necessário distinguir o ver do visualizar, uma vez que o ato físico de ver desenvolve-se naturalmente. O ato de visualizar necessita de atividades que direcionem a esse propósito.

Assim, quando colocamos diante de uma criança um dadinho, ela pode visualizar no objeto algumas de suas propriedades pela captação de representações visuais externas - possui cantos, não rola como a bola, apresenta seis faces. Contudo, ela terá que recorrer a uma imagem mental quando o professor utilizar somente a palavra “dado” e esse objeto não estiver dentro do seu campo de visão (MANOEL, p. 31, 2014).

De acordo com Hoffer (1977), as **habilidades verbais** relacionam-se com a linguagem oral e escrita própria da geometria para descrever características, propriedades e relações entre figuras. Surgem quando é proposto ao aluno associar o nome com a figura, ao descrever as propriedades de uma figura, ao formular sentenças nas quais faz relações entre figuras, ao entender definições, postulados, teoremas, ao reconhecer os dados de um problema e o que é solicitado para realizar.

Segundo o autor o uso da linguagem em Geometria é mais enfatizado do que outros conteúdos de Matemática, devido à abundância de seu vocabulário para os alunos aprenderem. Dessa forma, conhecer esse vocabulário auxilia o indivíduo na aprendizagem de geometria por meio da compreensão e elaboração de descrições a respeito dos conceitos que estão sendo aprendidos.

As **habilidades de desenho** estão associadas à capacidade de expressar ideias por meio de desenhos e diagramas, fazer construções com instrumentos de desenho (régua, compasso, transferidor, esquadro) ou com programas gráficos. Para o aluno fazer uma construção com compasso e esquadro, por exemplo, deve dominar as propriedades das figuras. Segundo Hoffer (1977), as habilidades de desenho favorecem o aprendizado das relações geométricas.

A capacidade de analisar argumentos, definições, reconhecer argumentos válidos e não válidos, dar contraexemplos, compreender e elaborar demonstrações estão relacionadas às **habilidades lógicas**. A elaboração de diagramas nos quais se verifica a conexão entre informações dadas a respeito de algum conceito também está relacionada a habilidade lógica.

As **habilidades aplicadas** estão relacionadas à capacidade de observar, apreciar e reconhecer a geometria no mundo físico. Nesse sentido, a Geometria pode ser utilizada como forma de aplicação de conteúdos matemáticos e de outros campos de conhecimento (por exemplo, arquitetura, astronomia, engenharia etc.), relacionando o cotidiano das pessoas com os conceitos matemáticos.

Para Hoffer (1981), os problemas relacionados à geometria decorrem de alguns fatores como: a falta de trabalho com Geometria de posição e com a Geometria Espacial métrica; a ausência de trabalho com desenho geométrico; a não valorização das representações bidimensionais e tridimensionais das figuras geométricas; a ausência de um trabalho com a percepção que auxilia na representação mental dos objetos.

Para a construção de conceitos geométricos é necessária uma relação que envolva várias habilidades cognitivas, como percepção, orientação espacial etc. Cabe ressaltar que as

cinco habilidades classificadas por Hoffer não são desenvolvidas separadamente e auxiliam em ações simples do cotidiano, como andar de bicicleta, construir um pipa, dirigir veículos motorizados, utilizar *mouses* ou *tablets*, na organização, locomoção, localização e comunicação no meio em que se vive, bem como podem servir de apoio em outras áreas da Matemática e em outras áreas do conhecimento. (MANOEL, 2014).

5 DELINEAMENTO METODOLÓGICO: CAMINHOS DA PESQUISA

Este capítulo tem por objetivo descrever o percurso da pesquisa, incluindo a abordagem e o tipo de pesquisa; o perfil dos sujeitos; o material de análise e os passos metodológicos de seu desenvolvimento. Por fim, são descritos os critérios e os procedimentos para a análise.

5. 1 Abordagem e tipo da pesquisa

Do ponto de vista da abordagem do problema, esta pesquisa é qualitativa, pois, segundo Lüdke e André (1986), é uma pesquisa que “[...] tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento” (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p.12). Segundo as autoras, essa pesquisa “supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra, através de trabalho intensivo de campo” (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p.12). A investigação qualitativa atingiu o seu apogeu nas décadas de 1960 e 1970 e tem tido uma utilização crescente na pesquisa em Educação. O método qualitativo tem sido amplamente utilizado nas pesquisas educacionais, notadamente naquelas que envolvem diretamente o ambiente escolar e seus sujeitos, contribuindo para evidenciar a relação entre macro e microcosmos e para desvelar a dinamicidade escondida nas cenas do ritual cotidiano.

A pesquisa qualitativa privilegia, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação. Segundo Neves (1996), essa abordagem não se contrapõe totalmente à pesquisa de abordagem quantitativa. Para ele, na verdade, complementam-se e podem contribuir para um melhor entendimento do fenômeno estudado.

O tratamento quantitativo foi dado para mensurar a quantidade de respostas de cada pergunta dos dois questionários aplicados aos sujeitos da pesquisa. Desta forma, os dados produzidos pelas respostas, tanto das questões fechadas quanto as abertas, foram organizados por agrupamentos sob a forma de tabelas, quadros e alguns gráficos, cujos resultados tiveram interpretação qualitativa.

Com relação ao ponto de vista do objeto e dos procedimentos técnicos, é uma pesquisa de campo, realizada no local onde seus sujeitos estão atuando. Trata-se, então, de uma investigação de base empírica que utilizou o delineamento da pesquisa de campo como

procedimento metodológico para sua construção. De acordo com Gil (2002), a pesquisa de campo

[...] focaliza uma comunidade, que não é necessariamente geográfica, já que pode ser uma comunidade de trabalho, de estudo, de lazer ou voltada para qualquer outra atividade humana. Basicamente, a pesquisa é desenvolvida por meio da observação direta das atividades do grupo estudado [...] para captar suas explicações e interpretações do que ocorre no grupo. (GIL, 2002, p. 53)

A pesquisa foi realizada em **duas etapas**: a **primeira** antes de os sujeitos serem submetidos à formação do conteúdo de geometria, em 2014, e a **segunda**, após o curso, em 2017. As técnicas usadas na realização da pesquisa de campo foram: observação, produção de dados e análise dos dados produzidos. Os passos percorridos na realização dessas duas etapas estão descritos na sequência.

5.2 Local de realização da pesquisa

A pesquisa foi realizada em espaços distintos, conforme as determinações de cada município participante do PNAIC, entre os quais podem ser citados: a faculdade na qual o curso de formação foi dado aos orientadores de estudo e nas escolas onde o curso foi multiplicado por esses orientadores aos PA. O curso de formação do PNAIC, com ênfase na Alfabetização matemática para os OE, ocorreu em 2014, na modalidade presencial, com uma carga horária de 160 horas. Foi estruturado em 5 encontros de 32 horas cada, totalizando as 160 horas, nos seguintes períodos: 1º encontro: de 5 a 9 de maio; 2º encontro: de 11 a 14 de agosto; 3º encontro: de 8 a 11 de setembro; 4º encontro: 6 a 9 de outubro e o 5º encontro: de 4 a 7 de novembro. Da carga horária total de 160 horas, 128 horas foram destinadas à formação em Matemática, e 32 horas destinadas ao reforço do conteúdo de Língua Portuguesa, trabalhado na edição do programa de 2013. O conteúdo de geometria foi estudo no 5º encontro.

Os encontros presenciais aconteceram numa instituição de ensino superior, na cidade de Bauru, interior do Estado de São Paulo, um dos polos do Estado, formado por 49 municípios, conforme a seguir. Já a formação dos PA, dada pelos OE, aconteceu nos municípios de sua origem, com a mesma carga horária. Os municípios dos OE que participaram dessa formação foram: Águas de Santa Bárbara, Americana, Anhembi, Arandu, Arealva, Areiópolis, Avaí, Avaré, Balbinos, Bariri, Barra Bonita, Bauru, Boracéia, Borebi, Botucatu, Cabrália Paulista, Cerqueira César, Conchas, Dois Córregos, Duartina, Fartura,

Iacanga, Itaí, Itaju, Itapuí, Itatinga, Laranjal Paulista, Lençóis Paulista, Lucianópolis, Macatuba, Manduri, Mineiros do Tiete, Óleo, Pardinho, Paulistânia, Pereiras, Piraju, Porangaba, Pratânia, Quadra, Reginópolis, Santa Cruz do Rio Pardo, São Manuel, Sarutaiá, Taguaí, Tejupá, Timburi, Torre de Pedra e Ubirajara.

Quanto aos municípios dos professores alfabetizadores foram: Bauru, Botucatu, Lucianópolis, Santa Cruz do Rio Pardo e Ubirajara.

5.3 Instrumentos de produção dos dados

Para a produção dos dados da pesquisa foram usados dois questionários semiestruturados, com questões fechadas e abertas (**Apêndice 1 e 2**, respectivamente), denominados de **Questionário 1**, aquele respondido antes do curso de formação do PNAIC, e de **Questionário 2**, respondido depois do curso de formação. Os dois questionários são estruturados igualmente em quatro partes assim denominadas: 1) identificação; 2) PNAIC – Matemática; 3) Geometria e 4) Conteúdos. O nível de perguntas que integram cada uma dessas partes complexifica no Questionário 2 em relação ao 1. Abaixo, descrevem-se os dois questionários em cada uma de suas partes.

Especificando, no Questionário 1 (**Apêndice 1**), quatro partes: 1) Identificação do professor – com questões a respeito de gênero, idade, tempo de atuação no magistério, formação acadêmica e experiência docente no ciclo de alfabetização; 2) Sobre o PNAIC – Matemática – com questões sobre razão da participação no programa e sobre o entendimento acerca dos conceitos alfabetização e letramento; 3) Sobre Geometria – as questões deste item são de caráter mais pessoal sobre a relação do professor com a Geometria e com o seu ensino. As questões abordavam a relação de simpatia ou antipatia pela Geometria e aspectos de formação nessa área de conhecimento; sondavam, ainda, de quais conteúdos mais/menos gostavam e qual a importância de ensinar Geometria no ciclo de Alfabetização. Era-lhes solicitado também que comentassem acerca de qual conteúdo, no julgamento deles, os alunos mais/menos gostavam dentro da Geometria, além de investigar sobre o uso efetivo de recursos tecnológicos nessa fase de ensino e, 4) Conteúdos – as questões referem-se ao conhecimento específico sobre o conteúdo de geometria. A respeito dos conceitos geométricos, foi requerido responder acerca do entendimento sobre o conceito de simetria, figura bidimensional e tridimensional, bem como destacar quais recursos didáticos mais utilizados no ensino de tais conceitos. Outra questão solicitava que o entrevistado falasse sobre seu

entendimento em relação ao conceito de triângulo, quadrado e retângulo, buscando acessar o conhecimento declarativo dessas figuras. Ainda na parte 4, finalizando o questionário, havia uma questão sobre as expectativas em relação ao estudo do caderno de Geometria do PNAIC.

Com relação às especificações das 4 partes do Questionário 2 (**Apêndice 2**), tem-se:

- 1) Identificação do professor – com questões acerca de quais edições do PNAIC havia participado; mais restritivas às turmas nas quais lecionou em todas as edições do PNAIC, desde sua implantação em 2013 até a última edição contemporânea à realização desta pesquisa, em 2017;
- 2) PNAIC – Matemática – as questões desta parte referem-se, de modo geral, aos cursos de formação continuada na área de Matemática e, de modo específico, aos cursados no PNAIC, bem como sobre as expectativas em relação ao caderno de Geometria; se havia tido oportunidade de aplicar alguma atividade proposta no material com os alunos e como havia sido a receptividade por parte deles;
- 3) Geometria – as questões permanecem no nível pessoal, porém, neste instrumento, a investigação enfoca a relação entre o nível de afinidade do professor e esse eixo, se este lhe havia ficado mais compreensível após o estudo do material didático. Ainda na 3ª parte, havia perguntas sobre quais conceitos poderiam ser explorados e que tipo de geometria está mais presente no cotidiano: plana ou espacial. E
- 4) Conteúdos – as questões referem-se à apropriação de conceitos de Geometria tratados no curso de formação. Foram apresentadas algumas figuras geométricas planas e outras espaciais. Para cada uma, deveria nomeá-las, classificá-las em planas ou espaciais, e determinar números de vértices, de faces, de arestas e de lados; deveria identificar outros atributos, quais sejam: lados paralelos, lados congruentes, ângulos retos e ângulos congruentes. Além dessas características, solicitava-se, também, informar quaisquer outras características que o questionado conseguiu observar e como define tal figura para os alunos. Nas questões seguintes, havia algumas situações nas quais era solicitado aos professores que identificassem qual(is) conceito(s) geométrico(s) poderia(m) ser desenvolvido(s) com os alunos a partir da situação apresentada. Finalizando o questionário, foram apresentadas proposições que deveriam ser classificadas como VERDADEIRAS ou FALSAS. Em caso de julgá-las como FALSA, era solicitado reescrevê-las, tornando-as verdadeiras.

O **Questionário 1** foi aplicado aos participantes, no início do curso do PNAIC, com o objetivo de analisar os conhecimentos prévios dos OE e dos PA, antes de estes estudarem o caderno de geometria do PNAIC. Já a aplicação do **Questionário 2** teve por objetivo verificar se houve mudança conceitual em relação às figuras geométricas: triângulo, quadrado, retângulo e às figuras bidimensionais e tridimensionais. Dada sua finalidade, esse questionário

foi aplicado após os participantes terem participado da formação referente ao caderno de Geometria do material didático do PNAIC.

Ressalva-se que o **Questionário 1** foi respondido por 209 professores e o **Questionário 2**, entregue aos mesmos professores, mas, destes, somente 22 responderam-no.

5.4 Critérios de análise dos dados

Os dados produzidos pela aplicação dos questionários 1 e 2 são apresentados e analisados em duas seções deste estudo. Os que se referem à identificação e à formação continuada, isto é, que dizem respeito ao perfil dos respondentes e à sua formação (partes Identificação, dos questionários) são tratados neste capítulo e foram apresentados/analísados a partir de sua tabulação. Já os dados produzidos nas partes 2, 3 e 4, respectivamente, PNAIC, Geometria e Conteúdos, dos questionários 1 e 2, são tratados no capítulo 6, desta tese. Destaca-se que os dados produzidos nas partes 2, 3 e 4 dos dois questionários, além de serem analisadas por etapa da pesquisa realizada, sofreram, em seu interior, outra subdivisão: algumas perguntas nas partes 2 e 3, dos dois questionários, integram o **primeiro momento** de análise, tanto da primeira quanto da segunda etapa; algumas perguntas da parte 4 constituem o material analisado do **segundo momento** de ambas as etapas da pesquisa. A divisão por etapas e por momentos de análise das duas etapas deve-se ao fato de que a análise das perguntas seguiu critérios diferentes, em cada etapa e em cada momento de análise.

Assim, a análise dos dados do **Questionário 1** foi feita em dois momentos: o **primeiro** diz respeito às relações do professor com a geometria e o seu ensino; o **segundo** refere-se à análise do conhecimento declarativo dos professores em relação ao conceito de figuras bidimensional e tridimensional; e à três figuras geométricas: triângulo, quadrado e retângulo.

Quanto à análise dos dados do **Questionário 2**, foi feita de modo análogo à primeira etapa, divididas também em dois momentos, enfocando os mesmos tópicos: o **primeiro** diz respeito às relações do professor com a geometria e o seu ensino, após o estudo do material de geometria do PNAIC; o **segundo** refere-se à análise do conhecimento declarativo dos professores em relação aos mesmos conceitos após o estudo do caderno de Geometria.

Nesta pesquisa, o foco maior ocorre em relação ao segundo momento de análise. Como o problema de pesquisa objetiva investigar aspectos da formação conceitual mobilizados pelos sujeitos em relação a três figuras geométricas e às figuras bidimensionais e

tridimensionais e entre esses aspectos, destacam-se os atributos definidores utilizados nas definições.

Descrevem-se, abaixo, os critérios de análise dos dois momentos, de cada uma das etapas da pesquisa.

5.4.1 Primeira Etapa da Pesquisa

Esta seção descreve o procedimento de análise dos dados da primeira etapa da pesquisa, em seus dois momentos.

5.4.1.1 Primeiro momento de análise da Primeira Etapa

Os critérios de análise usados no **primeiro momento**, de ambas as etapas da pesquisa, são fundamentados nos estudos de Curi (2004), Pirola (2000), Pirola, Sander e Tortora (2013) e Pereira (2016). Os dados analisados, nesse momento, foram agrupados de acordo com as respostas mais frequentes, organizadas em tabelas.

Considera-se relevante a análise dos dados do **primeiro momento** porque se entende que as relações que o professor apresenta com a geometria e o seu ensino podem dar indicativos das dificuldades que ele tem/teve na construção do conhecimento declarativo das figuras geométricas investigadas.

5.4.1.2 Segundo momento de análise da Primeira Etapa

Os dados do **segundo momento** da primeira etapa da pesquisa foram analisados a partir dos atributos definidores das figuras geométricas planas e espaciais, de acordo com os estudos de Klausmeier e Goodwin (1977) e Pirola (1995). Tais dados constituem o foco deste estudo e foram analisados mediante oito categorias construídas *a posteriori*:

Categoria 1: utiliza apenas um atributo definidor

Categoria 2: utiliza apenas dois atributos definidores

Categoria 3: utiliza apenas três atributos definidores

Categoria 4: utiliza quatro ou mais atributos definidores

Categoria 5: utiliza um exemplo específico (subgeneralização)

Categoria 6: utiliza atributos equivocados

Categoria 7: relaciona a figura com a face de um poliedro ou vice-versa

Categoria 8: de aplicação

5.4.2 Segunda Etapa da Pesquisa

De maneira análoga à análise dos dados da primeira etapa da pesquisa, nesta também os dados foram analisados em dois momentos, conforme abaixo.

5.4.2.1 Primeiro momento de análise da Segunda Etapa

No **primeiro momento** da segunda etapa da pesquisa, foram analisadas questões relativas às expectativas em relação ao caderno de geometria, à afinidade com tal eixo e se as atividades propostas no caderno foram desenvolvidas com os alunos.

Nesse momento, os critérios de análise dos dados foram puramente estatísticos e agrupados de acordo com as respostas mais frequentes, organizadas em tabelas.

5.4.2.2 Segundo momento de análise da Segunda Etapa

Partindo das oito categorias de análise definidas no **segundo momento** da primeira etapa da pesquisa e conforme já mencionado alhures, foi feita uma análise do conhecimento declarativo do professor após ter recebido a formação do caderno de geometria do PNAIC – Matemática, edição 2014.

Os dados do **segundo momento** da segunda etapa da pesquisa foram analisados com base nos estudos de três teóricos: 1) Sternberg (2000), para quem a formação conceitual pode estar relacionada ao conhecimento declarativo, ou seja, aos atributos definidores; 2) Klausmeier e Goodwin (1977), ao relacionar os níveis cognitivos do desenvolvimento conceitual; e 3) Hoffer (1981), ao utilizar as habilidades básicas em geometria.

O entrelaçamento dos estudos desses três teóricos consiste em partir do conhecimento declarativo (atributos definidores) apresentado pelos sujeitos, relacionando-o à formação conceitual por parte desses sujeitos (Sternberg, 2000). Com esses dois itens entrançados, parte-se para os níveis do desenvolvimento conceitual (Klausmeier e Goodwin, 1977), cuja análise se completa com a integração das habilidades básicas em geometria (Hoffer, 1981).

5.5 Sujeitos da pesquisa

Na **primeira etapa** da pesquisa, ocorrida em 2014, o **Questionário 1** foi respondido por 209 sujeitos, dos quais 85 eram orientadores de estudos (OE) e 124, professores alfabetizadores (PA). A aplicação do Questionário 1 aos OE foi feita, presencialmente, pela pesquisadora, no dia 05/05/2014, primeiro dia do curso de formação do PNAIC-Matemática, e estes, por sua vez, aplicaram-no aos PA, nos seus respectivos municípios, quando da multiplicação do curso, também na modalidade presencial.

Na **segunda etapa**, realizada no primeiro semestre de 2017, a aplicação do **Questionário 2** foi feita na modalidade a distância para os OE, tendo sido o questionário enviado aos respondentes por meio de endereço eletrônico. Dos 85 OE somente 6 (7%) responderam. No que se refere aos PA, a aplicação do Questionário 2 foi feita de modo análogo ao da primeira etapa: presencialmente e aplicado pelos OE. Dessa instância, dos 124 PA, apenas 16 (12,9%) responderam.

A caracterização dos sujeitos da pesquisa foi feita por etapa realizada, portanto, em duas etapas, conforme abaixo.

5.5.1 Primeira Etapa – antes do estudo do caderno de Geometria

A produção de dados da primeira etapa aconteceu por intermédio do Questionário 1 (**Apêndice 1**) e foi aplicado a OE e PA – participantes do PNAIC 2014. A escolha desse grupo de OE decorreu do fato de a autora desta pesquisa ter atuado como Professora Formadora de tal grupo, sendo que os orientadores e os professores por eles orientados colocaram-se à disposição para colaborar com a pesquisa, tratando-se, portanto, de uma amostra de conveniência.

Colaboraram com a pesquisa 85 OE participantes do PNAIC 2014 – Polo Bauru – distribuídos entre 49 municípios do Estado de São Paulo, sendo 11 vinculados à rede estadual de ensino e 74, à rede municipal. Além desses OE, foram sujeitos, desta primeira etapa da pesquisa, 124 PA da rede municipal participantes do programa, totalizando 209 participantes.

Os OE responderam ao questionário, em 2014, antes do estudo do caderno de Geometria. Durante a formação, a pesquisadora solicitou aos OE que aplicassem aos PA o mesmo questionário. Os OE que se dispuseram à aplicação foram de cinco cidades, especificadas anteriormente, dentre as 49 participantes do programa. A aplicação do

questionário aos PA aconteceu na cidade à qual pertenciam e foi realizada pelo OE responsável pela formação, também no decorrer do ano de 2014, antes do estudo do caderno de Geometria.

Devido ao fato de os sujeitos serem de diferentes localidades, para correlacioná-los à sua cidade de origem, os dados foram organizados em seis grupos distintos: **OE**, **Cid1**(PA da cidade de Santa Cruz do Rio Pardo), **Cid2** (PA da cidade de Lucianópolis), **Cid3** (PA da cidade de Ubirajara), **Cid4** (PA da cidade de Bauru) e **Cid5** (PA da cidade de Botucatu).

A **Tabela 1** apresenta a organização dos grupos por quantidade de participantes na primeira etapa.

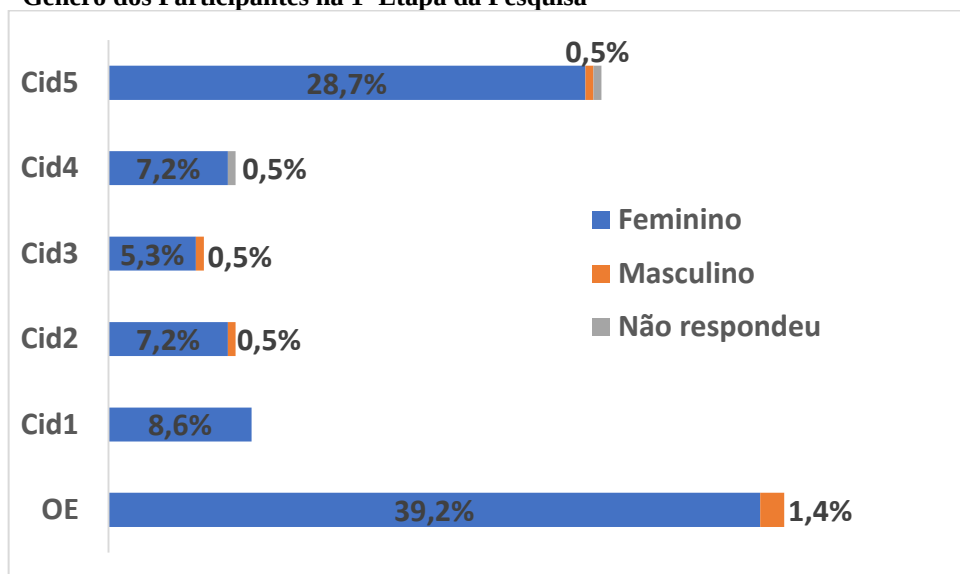
Tabela 1 – Distribuição dos Participantes por Grupo – 1ª Etapa

Grupo	Total de Participantes	Total (%)
OE	85	40,7%
Cid1	18	8,6%
Cid2	16	7,7%
Cid3	12	5,7%
Cid4	16	7,7%
Cid5	62	29,7%
Total	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

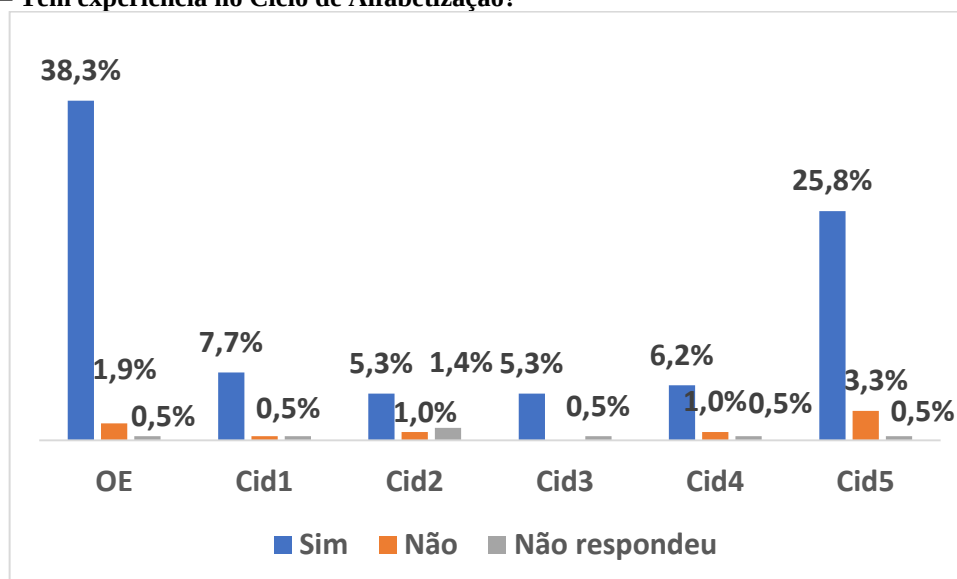
Dos entrevistados, apenas 2,9% eram do gênero masculino (**Gráfico 1**) e 7,7% não tinham experiência com o ciclo de alfabetização (**Gráfico 2**).

Gráfico 1 – Gênero dos Participantes na 1ª Etapa da Pesquisa



Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Gráfico 2 – Têm experiência no Ciclo de Alfabetização?



Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

A **Tabela 2** mostra a distribuição do tempo de atuação dos participantes no magistério, evidenciando a sua experiência no exercício da docência, visto que 73,2% dos entrevistados possuem mais que 10 anos nessa função.

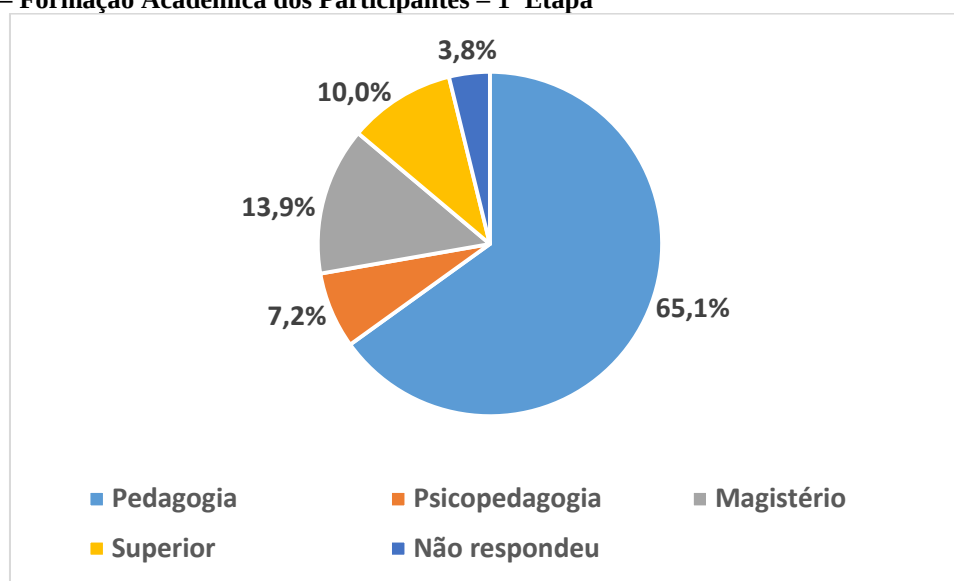
Tabela 2 – Distribuição dos participantes de acordo com o tempo de serviço no magistério

Tempo Total de serviço no magistério	Total	Total (%)
Até 5 anos	17	8,1%
Mais que 5 anos até 10 anos	35	16,7%
Mais que 10 anos até 15 anos	48	23,0%
Mais que 15 anos até 20 anos	40	19,1%
Mais que 20 anos até 25 anos	29	13,9%
Mais de 25 anos	36	17,2%
Não respondeu	4	1,9%
Total	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

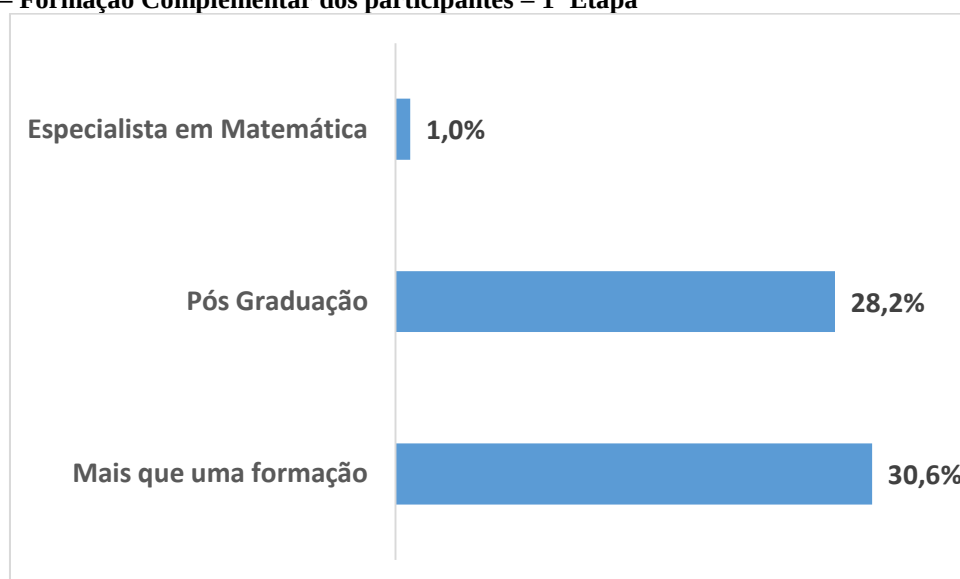
No que diz respeito à formação dos participantes, 65,1% informaram ter cursado Pedagogia (**Gráfico 3**) e 28,2% afirmaram ter curso de pós-graduação, sem indicar se era *stricto* ou *lato sensu*. 30,6% dos entrevistados informaram ter mais de uma formação superior, sendo apenas 1,0% com formação específica em Matemática (**Gráfico 4**).

Gráfico 3 – Formação Acadêmica dos Participantes – 1ª Etapa



Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Gráfico 4 – Formação Complementar dos participantes – 1ª Etapa



Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Assim, verifica-se que os sujeitos desta etapa da pesquisa, predominantemente feminina, apresentam experiência no ciclo de alfabetização. A maioria é de pedagogo, com mais de 10 anos de atuação na função docente.

5.5.2 Segunda Etapa – após o estudo do caderno de Geometria

Para a segunda etapa da pesquisa (2017), os mesmos sujeitos da primeira foram convidados a responder ao Questionário 2 – (**Apêndice 2**), após terem participado da formação do caderno de Geometria do PNAIC. Os dados desta etapa foram produzidos por 6 OE e 16 PA participantes da formação PNAIC 2014 – Polo Bauru. Salienta-se que todos os 85 OE participantes da primeira etapa foram convidados, por e-mail, no ano de 2017, a responderem ao Questionário 2, mas apenas 6 retornaram-no respondido.

Os 124 PA, sujeitos da primeira etapa da pesquisa, também foram convidados, via OE, a responderem ao Questionário 2, a pedido da pesquisadora. Dentre eles, apenas 16 se propuseram a respondê-lo. Assim, a aplicação do questionário aos PA, pelo OE, aconteceu na edição do PNAIC 2017, nas cidades onde a formação foi realizada.

Nesta etapa, a organização dos grupos seguiu a mesma determinação da primeira etapa. Assim, foram formados seis grupos distintos, a partir dos mesmos critérios: **OE**, **Cid1**(PA da cidade 1), **Cid2** (PA da cidade 2), **Cid3** (PA da cidade 3), **Cid4** (PA da cidade 4) e **Cid5** (PA da cidade 5).

Tabela 3 – Distribuição dos de Participantes por Grupo – 2ª Etapa

Grupo	Total de Participantes	Total (%)
OE	6	27,3%
Cid1	5	22,7%
Cid2	4	18,2%
Cid3	5	22,7%
Cid4	0	0%
Cid5	2	9,1%
Total	22	100%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Além da informação da **Tabela 3**, para a identificação dos sujeitos, acresce-se às siglas designativas dos sujeitos um número que os identifica por cidade, com o fim específico de cotejar o conhecimento destes antes e depois do curso, de acordo com o **Quadro 2**. Reforça-se que a **Cid4** (Bauru) ficou prejudicada por não haver retorno do **Questionário 2** respondido.

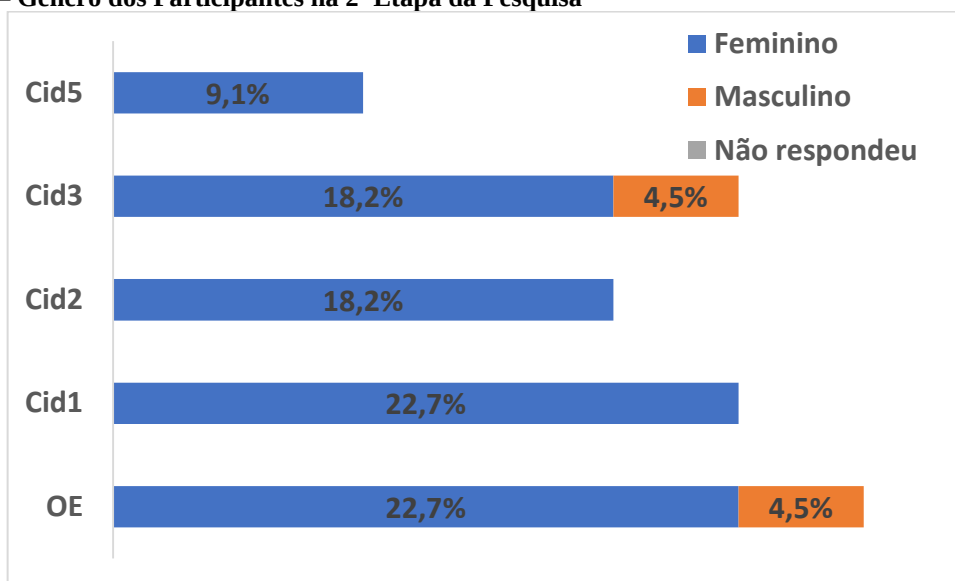
Quadro 2 – Siglas utilizadas para identificação dos sujeitos da 2ª Etapa da pesquisa

Grupo	Sigla dos Participantes/Cidade
OE	OE1, OE2, OE3, OE4, OE5 e OE6
Cid1	PA1, PA2, PA3, PA4 e PA5
Cid2	PA6, PA7, PA8, PA9
Cid3	PA10, PA11, PA12, PA13, PA14
Cid4	0
Cid5	PA15, PA16

Fonte: Dados produzidos pela autora.

Dos entrevistados, apenas 9,1% eram do gênero masculino (**Gráfico 5**), evidenciando a predominância do gênero feminino na educação, nos anos iniciais. Dos professores respondentes da segunda etapa da pesquisa, 45,5% têm formação em Pedagogia e, com a mesma porcentagem, estão os formados em Psicopedagogia. 90,9% afirmaram possuir experiência no ciclo de alfabetização.

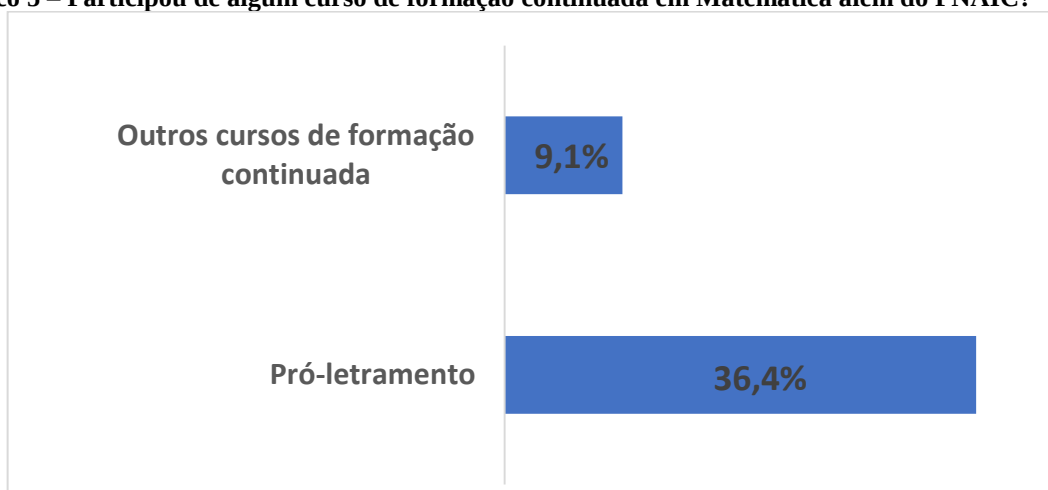
Gráfico 5 – Gênero dos Participantes na 2ª Etapa da Pesquisa



Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Dos sujeitos desta etapa da pesquisa, 45,5% participaram de outros cursos de formação continuada em Matemática, além do PNAIC. Desses, 36,4% afirmaram ter participado do Pró-Letramento, de mesma abrangência federal que o PNAIC, sendo que aquele deu origem a este.

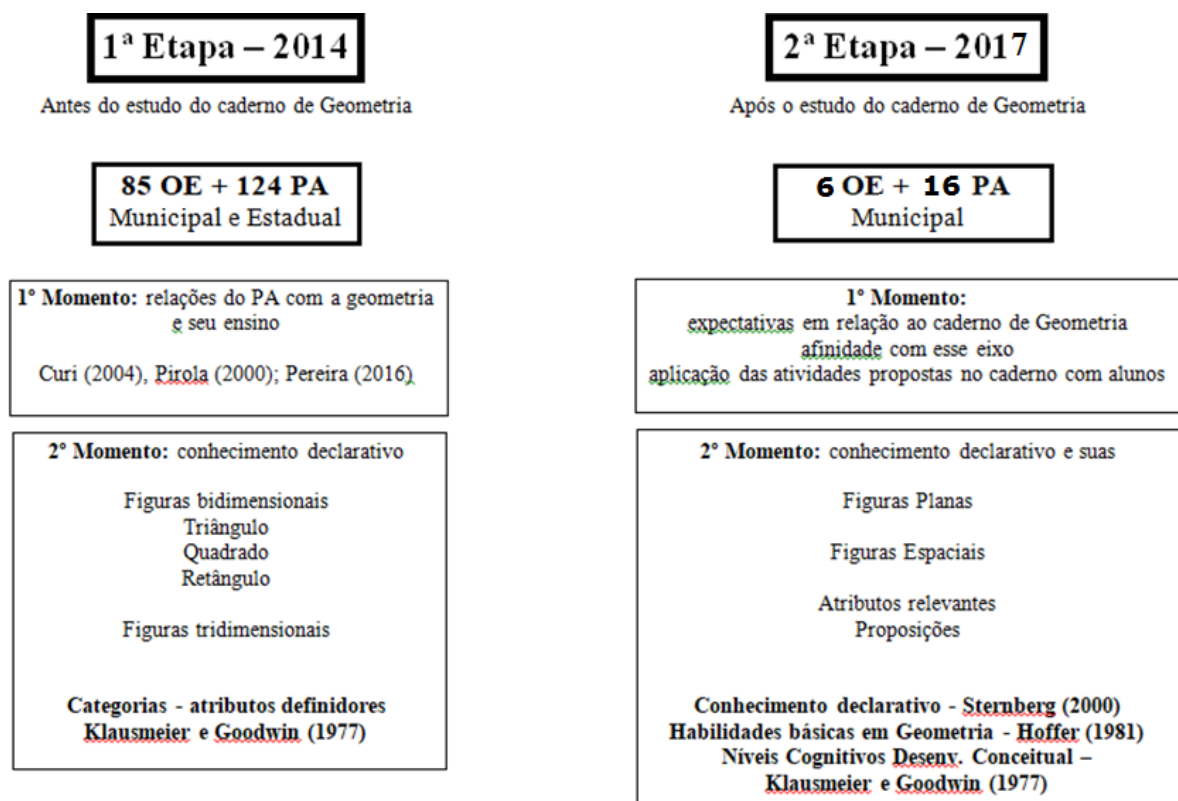
Gráfico 5 – Participou de algum curso de formação continuada em Matemática além do PNAIC?



Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Os sujeitos desta etapa da pesquisa, como da primeira, são predominantemente do gênero feminino e possuem experiência no ciclo de alfabetização. São pedagogos ou psicopedagogos e metade dos sujeitos participou de cursos de formação continuada em Matemática, nos últimos dez anos.

Figura 13 – Síntese das etapas da realização da pesquisa



Fonte: Elaboração da autora da pesquisa.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Este capítulo tem por objetivo apresentar e discutir os dados produzidos por meio da aplicação dos dois questionários, conforme a especificidade de cada etapa, descrita no capítulo 5 desta tese. Em primeiro lugar, são analisados e discutidos os dados da primeira etapa em seus dois momentos, culminando na elaboração de uma síntese a partir da qual foi possível proceder-se as generalizações. Em segundo lugar, são discutidos os dados gerados pelo Questionário 2, cujo tratamento foi similar ao da primeira etapa.

6.1. Primeira Etapa da Pesquisa

Esta seção apresenta a análise dos dados gerados nos dois momentos da primeira etapa da pesquisa. No **primeiro momento** foi feita a análise das relações que o professor tem com a geometria e o seu ensino e, no **segundo momento**, a análise do conhecimento declarativo em relação a algumas figuras geométricas.

6.1.1 Análise dos dados da Primeira Etapa – 1º Momento

Neste momento, foi feita a análise das seguintes questões:

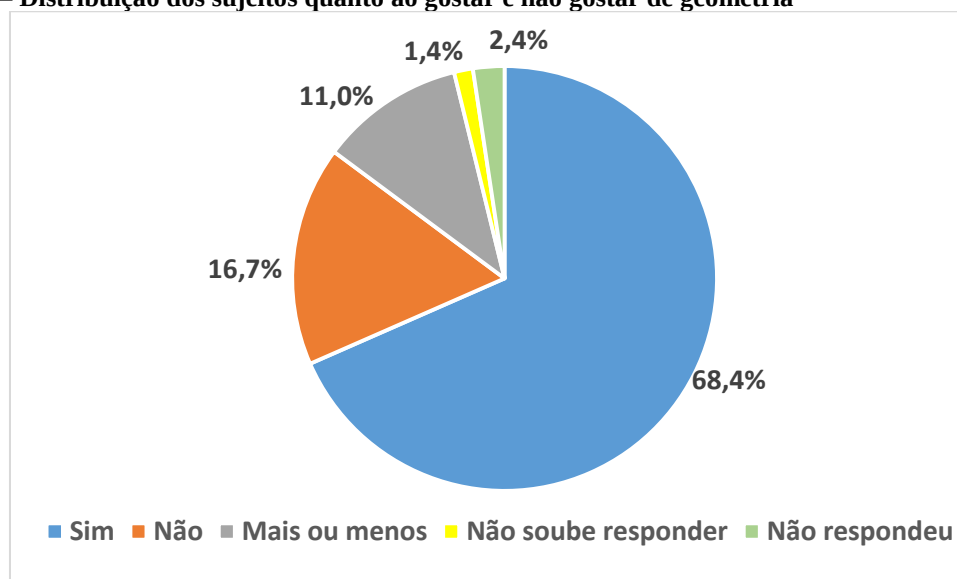
1. Por que se inscreveu para realizar o PNAIC de Matemática?
2. Você gosta de geometria?
3. Em seu curso de formação profissional, como era o ensino de Geometria?
4. Por que é importante ensinar geometria no ciclo de alfabetização?
5. Você utiliza recursos tecnológicos para o ensino de Geometria no ciclo de Alfabetização?

Os motivos de estarem participando do PNAIC 2014 foram relacionados a conteúdos e práticas metodológicas relacionadas à Matemática. 64,9% ressaltaram a importância de aprender ou aprofundar os conceitos matemáticos, principalmente do eixo da Geometria, bem como suas práticas pedagógicas. 7,9% lembraram a importância de se capacitarem para poderem contribuir com a formação dos Professores Alfabetizadores (PA), visto que foram escolhidos como Orientadores de Estudo (OE). 8,6% afirmaram que estavam na formação por terem sido escolhidos como Orientadores de Estudo. 3,6% ressaltaram a importância da

formação continuada para o crescimento profissional. 2,9% disseram gostar de estudar ou de estudar matemática em específico. As justificativas dos demais, 12,1%, foram diversas: valorizar a troca de experiências com os demais sujeitos; desenvolver pesquisa na área da educação; dar continuidade ao PNAIC/2013; por lecionar no ciclo de alfabetização; por ter sido convocado, entre outras.

Quando questionados se gostam de geometria, 68,4% afirmaram gostar desse eixo da Matemática, como mostrado pelo **Gráfico 6**.

Gráfico 6 – Distribuição dos sujeitos quanto ao gostar e não gostar de geometria



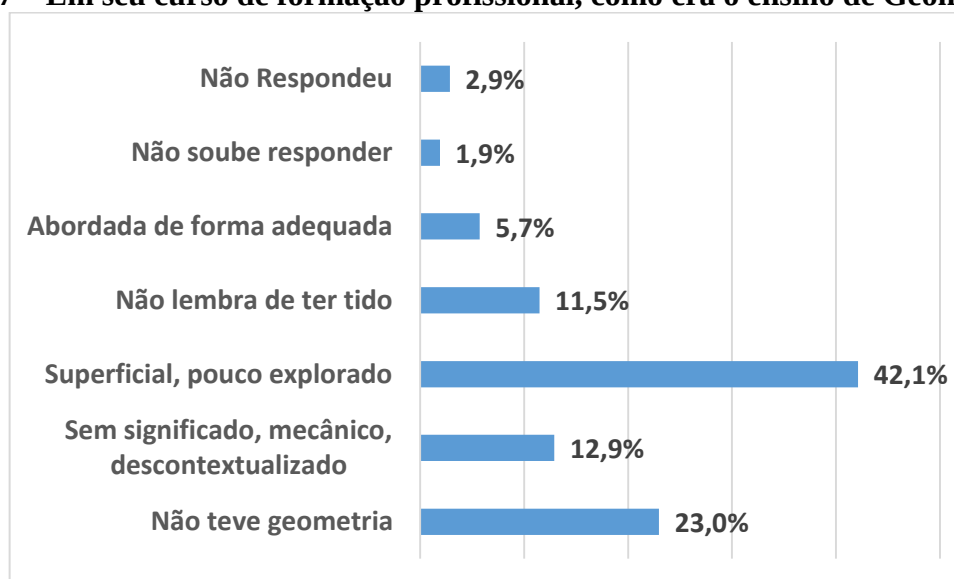
Fonte: Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Em relação à formação em Geometria (**Gráfico 7**), a maioria dos entrevistados, 55,0%, afirmou que foi de forma superficial, sem significado, descontextualizada, tradicional, mecânica. 23,0% relataram não terem tido o ensino desse bloco de conteúdo na sua formação. 11,5% dos sujeitos disseram não se lembrar de ter tido o ensino de Geometria. Apenas 5,7% julgaram ter tido uma experiência positiva com esse ensino. Os demais não souberam responder ou não responderam. Quando respondido que foi abordada de forma adequada, disseram ter tido ótimos professores e que a geometria foi trabalhada de forma contextualizada, fazendo o uso de jogos, de desenho geométrico, entre outros recursos.

Essas respostas estão de acordo com os resultados da pesquisa de Pirola (2000). Além disso, Curi (2004) e Barbosa (2017) já alertaram sobre a formação matemática dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com formação em Pedagogia. As autoras mostram, entre outros fatores, a insuficiência da carga horária

destinada ao ensino da Matemática, aspecto para o qual convergem Pirola, Sander e Tortora (2013). Pereira (2016) revela uma precarização da formação inicial e continuada dos professores alfabetizadores. A formação deficitária acaba tendo impactos negativos tanto na formação de conceitos como na condução do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e, de forma especial, da geometria. O ensino precário que os participantes tiveram parece não ter contribuído tanto para o desenvolvimento de atitudes negativas em relação a esse conteúdo, uma vez que 68,4% deles disseram gostar de geometria. Isso leva a inferir que, provavelmente, esses professores alfabetizadores, durante o exercício do magistério, passaram a enxergar a geometria de outra forma, vivenciando experiências positivas no ensino de conceitos geométricos. Essa mudança de atitude foi estudada por Brito (1996), que mostra que as experiências de sucesso no ensino podem modificar as predisposições em relação a um determinado conteúdo.

Gráfico 7 – Em seu curso de formação profissional, como era o ensino de Geometria?



Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

No que diz respeito ao uso de recursos tecnológicos com as crianças, no Ciclo de Alfabetização, 54,4% não exploram tais recursos. Aqueles que empregam – 39,5% – citaram a utilização de jogos na internet e lousa digital. 6,1% dos entrevistados não responderam a essa questão⁸.

⁸ Os sujeitos do grupo Cid5 não responderam a essa questão pelo fato de a mesma não constar no questionário entregue a eles. O motivo de essa questão ter sido retirada do questionário original é desconhecido.

Referindo-se à importância de ensinar Geometria no ciclo de alfabetização, um total de 40,9% dos sujeitos citaram a presença desses fundamentos no cotidiano da criança. 15,2% mencionaram ser importante para a criança desenvolver a noção espacial, de localização. 5,1% justificaram pela necessidade de as crianças entenderem, interpretar e aplicarem os conhecimentos no mundo em que vivem. 5,5% argumentaram que ensinando os conceitos geométricos, desde o ciclo de alfabetização, as crianças não terão dificuldades futuras ou essas serão amenizadas. 8,0% dos entrevistados lembraram da importância para desenvolver o pensamento geométrico das crianças. Do total, 3,0% não souberam justificar o motivo de ensinar Geometria nesse nível de ensino e 3,0% não responderam à questão. As outras justificativas foram as mais diversas: porque a geometria é fácil de ser trabalhada no concreto, para aplicar os conceitos na prática, porque faz parte do currículo, para desmistificar a geometria, entre outras.

Embora os sujeitos da pesquisa tenham citado, em sua maioria, que a geometria é importante por estar relacionada ao cotidiano e por desenvolver noções geométricas, é necessário também destacar que o ensino da geometria pode levar as pessoas ao desenvolvimento do pensamento geométrico, o qual, de acordo com Pirola et. al. (2014), é

[...] constituído por um conjunto de componentes que envolvem processos cognitivos, como a percepção, a capacidade para trabalhar com imagens mentais, abstrações, generalizações, discriminações e classificações de figuras geométricas, entre outros (Pirola et.al., 2014, p. 10).

De forma geral, o ensino da geometria deveria possibilitar às pessoas a elaboração de conjecturas, validação de ideias, uso de atributos definidores, reconhecimento entre exemplos e não exemplos, identificação e uso de propriedades geométricas em diferentes contextos, desenvolvimento da percepção, entre outros elementos importantes do pensamento geométrico.

6.1.2 Análise dos dados da Primeira Etapa – 2º Momento

Nesta parte, que tinha como objetivo investigar o conhecimento declarativo dos sujeitos, foram feitas as seguintes questões aos mesmos:

1. Qual o seu entendimento sobre figura bidimensional?
2. Qual o seu entendimento sobre figura tridimensional?
3. Qual seu entendimento sobre triângulo?

4. Qual seu entendimento sobre quadrado?
5. Qual seu entendimento sobre retângulo?

Cada questão foi analisada de acordo com as categorias mencionadas anteriormente.

Categoria 1: utiliza apenas um atributo definidor.

Nesta categoria, foram incluídos os sujeitos que citaram apenas um atributo definidor das figuras, como lado, ângulo e segmento de reta, dimensões.

Em relação às figuras bidimensionais, o atributo mais utilizado foi o “duas dimensões”, 44,5%, com os sujeitos normalmente associando a largura e comprimento das figuras (**Tabela 4**). Dentre esses, 5,3% afirmaram não ter certeza sobre suas respostas.

Tabela 4 – Conhecimento declarativo sobre Figura Bidimensional – Categoria 1

	Total	%
São as figuras que possuem 2 dimensões	76	36,4%
São as figuras planas	34	16,3%
Tem dois lados (largura e comprimento)	17	8,1%
É o contorno de uma figura, desenho	13	6,2%
Total	123	58,9%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Para as figuras tridimensionais, o atributo mais utilizado foi o de “três dimensões”, sendo que a maioria se referia ao comprimento, largura e altura, correspondendo a 35,4% das respostas (**Tabela 5**).

Tabela 5 – Conhecimento declarativo sobre Figura Tridimensional – Categoria 1

	Total	%
São as figuras que possuem 3 dimensões	74	35,4%
Não planas	4	1,9%
Com volume	2	1,0%
Total	80	38,3%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Em relação ao triângulo, o atributo mais utilizado foi o “lado”, correspondendo a 38,3% dos sujeitos (**Tabela 6**), fato que também ocorreu com 48,8% dos sujeitos em relação ao quadrado, situação em que se empregou o atributo “lados iguais”. Ainda no que tange ao

quadrado, um total de 4,3% mencionou somente o atributo “lado” (Tabela 7). Já outro atributo do triângulo foi “ângulo”, citado por 6,2% dos entrevistados.

No que se refere ao retângulo, o atributo mais usado também foi o “lado”, 3,8%. Outros atributos mencionados foram “ângulos”, sendo que 1,0% declarou ter 4 ângulos e outro 1,0% afirmou ter 4 ângulos retos.

Ocorreu, ainda, a presença de outros atributos mencionados, em menor frequência, como pode-se observar nas tabelas 6, 7 e 8. Neste estudo, não foram explorados os exemplos e não exemplo das figuras como foi feito por Pirola (1995). Dessa forma, não foi possível saber se os sujeitos dessa categoria conseguiriam discriminar outros tipos de triângulos, quadrados e retângulos. Entretanto, como se trata de professores que ensinam Matemática, é certo que esse conhecimento declarativo é incompleto, o que pode gerar erros de generalização como, por exemplo, a subgeneralização. Tais respostas dos professores conduzem a alguns questionamentos: 1 – qualquer figura com três lados seria denominada de triângulo? 2 – qualquer figura com quatro lados é um quadrado ou um retângulo? 3 – qualquer figura que tem quatro ângulos retos é um retângulo?

Tabela 6 – Conhecimento declarativo sobre triângulo – Categoria 1

	Total	%
Figura com três lados (desenhou: 2	80	38,3%
Figura com três ângulos	13	6,2%
Figura com 3 vértices	1	0,5%
Figura formada por 3 segmentos de reta	1	0,5%
Figura que ocupa 3 segmentos de reta	1	0,5%
Total	96	45,9%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 7 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 1

	Total	%
Figura com quatro lados iguais	102	48,8%
Figura com quatro lados	9	4,3%
Figura com 4 ângulos retos	1	0,5%
Figura com 4 ângulos	1	0,5%
4 segmentos de reta do mesmo tamanho	1	0,5%
“Uma forma quadrada, como o próprio nome diz e tem 4 lados”	1	0,5%
Total	115	55,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 8 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 1

	Total	%
Figura com quatro lados (desenhou: 1	8	3,8%
Figura com 2 lados paralelos	2	1,0%
Figura com 4 ângulos	2	1,0%
Figura com 4 ângulos retos	2	1,0%

Figura com 4 lados paralelos	1	0,5%
Figura com 4 vértices	1	0,5%
Figura com ângulos retos, não necessariamente do mesmo tamanho	1	0,5%
Forma geométrica	1	0,5%
Total	18	8,6%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Conforme a teoria conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977), é importante que o professor sempre torne claros os atributos definidores, pois é por meio deles que as pessoas conseguem relacionar e diferenciar os conceitos. Essa perspectiva também é compartilhada por outros autores, como Derville (1976), Pirola (1995), Proença (2008) e Silva (2016). Se o conhecimento declarativo desses sujeitos, em relação às figuras investigadas, é baseado em somente um atributo definidor, é provável que, em sua atuação como professor, tenham como base esse conhecimento para ensinar essas figuras aos alunos. Dessa forma, alguns problemas, em termos de formação conceitual, poderão ocorrer: os alunos poderão ter dificuldades para alcançar níveis mais elevados de formação conceitual, como por exemplo, o nível de identidade, classificatório e formal, de acordo com Klausmeier e Goodwin (1977) e Brito (1996); além disso, o uso de um único atributo definidor poderá conduzir os alunos a erros de identificação de exemplos e não exemplos das figuras.

Tabela 9 – Síntese da Categoria 1: define a figura com apenas um atributo definidor

	Total	%
Figura Bidimensional	140	67,0%
Figura Tridimensional	80	38,3%
Triângulo	96	45,9%
Quadrado	115	55,0%
Retângulo	18	8,6%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

De acordo com a Tabela 9, com exceção do retângulo, uma grande porcentagem dos sujeitos define as figuras utilizando apenas um atributo definidor. Diante disso, pode-se sugerir que, ao ensinar tais conceitos, o professor também utilizará poucos atributos definidores ao conceituar as figuras, o que poderá acarretar aos alunos a não diferenciação de figuras, podendo ocasionar erros de identificação de exemplos e não-exemplos.

Categoria 2: utiliza apenas dois atributos definidores.

Nesta categoria, estão incluídos apenas 5,3% dos sujeitos que utilizaram os atributos “plana e lado” e 4,8% dos sujeitos que fizeram uso de “lados e ângulos”, para a figura

triângulo. Já para a figura quadrado, 8,7% dos entrevistados mencionaram os atributos “plana e lados iguais”; 7,7% utilizaram os atributos “lados iguais e ângulos retos”, sendo que mais 1,9% mencionaram “lados iguais e ângulos iguais”, sem se referir à medida dos mesmos.

Em relação ao retângulo, 8,2% utilizaram “lados e paralelos” e 7,7% “lados e planas” e 5,8% empregaram “lados e ângulos retos”. Todos esses entrevistados associaram a um caso particular do retângulo: os retângulos não quadrados.

Tabela 10 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 2

	Total	%
Figura com três lados e 3 ângulos	10	4,8%
Figura plana com 3 lados	11	5,3%
Figura com 3 lados e 3 vértices	3	1,4%
Figura plana com 3 ângulos	2	1,0%
Polígono de 3 lados	1	0,5%
Figura bidimensional com 3 vértices	1	0,5%
Figura formada por 3 segmentos de retas, que formam 3 ângulos	1	0,5%
Figura plana que possui 3 lados, podem ser isósceles, escaleno, equilátero	1	0,5%
Figura com 3 lados, fechada	1	0,5%
Figura plana formada por 3 segmentos de reta	1	0,5%
Figura fechada com 3 lados	1	0,5%
"figura geométrica que apresenta 3 ângulos e cuja soma é 180"	1	0,5%
Total	34	16,3%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 11 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 2

	Total	%
Figura plana com 4 lados iguais	18	8,6%
Figura com 4 lados iguais, 4 ângulos retos	16	7,7%
Figura com 4 lados iguais e 4 ângulos iguais	4	1,9%
Figura com 4 lados e 4 ângulos retos	3	1,4%
Figura com 4 lados iguais e 4 vértices	2	1,0%
Figura com 4 lados iguais e 4 ângulos	2	1,0%
Figura plana com 4 lados iguais (desenhou 2)	2	1,0%
Polígono de 4 lados iguais	1	0,5%
Figura com 4 lados e 4 vértices	1	0,5%
Figura com 4 lados e 4 ângulos	1	0,5%
Figura plana com 4 lados	1	0,5%
Figura fechada com 4 ângulos retos	1	0,5%
"4 segmentos de reta com o mesmo tamanho e formam 4 ângulos retos"	1	0,5%
Plana formada por 4 segmentos de reta do mesmo tamanho	1	0,5%
Total	54	25,8%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 12 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 2

	Total	%
Figura com quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro, paralelos	17	8,1%
Figura plana com quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro	16	7,7%
Figura com quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro, com ângulos retos	12	5,7%

Figura com 4 lados, sendo 2 a 2 lados paralelos	2	1,0%
Paralelogramo com 4 ângulos 2 em cada tamanho	2	1,0%
Quatro lados e 4 ângulos	2	1,0%
Figura com quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro e 4 vértices	1	0,5%
Figura com 4 segmentos de reta, dois devem ter o mesmo tamanho e 2 terem outro tamanho	1	0,5%
Figura com 4 lados paralelos	1	0,5%
Figura plana com 4 lados	1	0,5%
Polígono de 4 lados, sendo 2 lados com a mesma medida	1	0,5%
Total	56	27,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Sintetizando, para a categoria 2 (utiliza apenas 2 atributos definidores), tem-se a Tabela 13. Comparando aos dados obtidos para a categoria 1 (utiliza apenas 1 atributo definidor), verifica-se que a porcentagem que faz uso de apenas 2 atributos definidores diminui significativamente. Somente para o retângulo essa porcentagem aumenta, mas ainda são poucos que o definem de acordo com esta categoria.

Tabela 13 – Síntese da Categoria 2: define a figura com apenas dois atributos definidores

	Total	%
Figura Bidimensional	0	0%
Figura Tridimensional	0	0%
Triângulo	34	16,3%
Quadrado	54	25,8%
Retângulo	56	27,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Sendo assim, embora seja um “avanço” em relação aos outros sujeitos pertencentes à categoria 1, se o ensino se der por meio desta categoria (uso de somente dois atributos definidores), o conhecimento declarativo dos alunos poderá ser limitado, propiciando, inclusive, os erros de generalização, como mostram os estudos de Brito (1996) e Pirola (1995).

Categoria 3: utiliza apenas três atributos definidores.

Apenas 4,3% dos sujeitos da pesquisa afirmaram que triângulo era uma figura que possuía três lados, três ângulos e três vértices (Tabela 14). Quanto ao quadrado (Tabela 15), somente 4,8% dos sujeitos definiram como atributos “polígono, lados iguais, ângulos retos e vértices”; enquanto para o retângulo, 2,9% dos sujeitos mencionaram 4 os atributos

definidores “polígono, lados, ângulos retos, vértices”. No entanto, de novo prevalecem os não quadrados.

Ainda para o quadrado, 2,5% dos sujeitos destacaram “lados iguais, 4 ângulos e 4 vértices” “plana, lados iguais e ângulos” como atributos definidores. Apenas 2 sujeitos, 1,0% dos entrevistados, atribuíram as características “plana, lados iguais e ângulos retos” para o mesmo. Em relação ao retângulo (Tabela 16), somente 1,0% dos sujeitos mencionaram os atributos “4 lados, 4 ângulos retos e lados paralelos”, apesar de se referirem aos retângulos que não são quadrados.

Tabela 14 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 3

	Total	%
Figura com 3 lados, 3 ângulos e 3 vértices	9	4,3%
Figura plana, fechada, 3 segmentos de reta	2	1,0%
Figura plana com 3 lados e 3 ângulos	1	0,5%
Total	12	5,7%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 15 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 3

	Total	%
Polígono com 4 lados iguais, 4 ângulos retos, 4 vértices	10	4,8%
Figura com 4 lados iguais, 4 ângulos e 4 vértices	1	0,5%
Figura plana com 4 lados iguais e 4 ângulos	1	0,5%
Figura plana, 4 lados iguais, 4 ângulos retos	1	0,5%
Bidimensional, 4 vértices e 4 lados iguais	1	0,5%
Figura plana com 4 lados de mesma medida, com ângulos retos, podendo formar o losango	1	0,5%
“Figura geométrica com 4 lados iguais, 4 ângulos de 90° e soma interna 360°”	1	0,5%
Total	16	7,7%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 16 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 3

	Total	%
Figura com quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro, paralelos, com ângulos retos	2	1,0%
Figura com quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro, 4 ângulos e 4 vértices	1	0,5%
Figura plana com 2 lados maiores e outros 2 menores e 4 ângulos retos	1	0,5%
Figura plana com 4 lados, 2 de cada tamanho, e 4 ângulos	1	0,5%
Figura plana fechada com 4 segmentos de reta e dois lados paralelos com medidas menores que os outros dois lados paralelos	1	0,5%
Total	6	2,9%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Reunindo os dados referentes à categoria 3 (apresenta apenas 3 atributos definidores para as figuras), tem-se a seguinte tabela:

Tabela 17 – Síntese da Categoria 3: define a figura com apenas três atributos definidores

	Total	%
Figura Bidimensional	0	0%
Figura Tridimensional	0	0%
Triângulo	12	5,7%
Quadrado	16	7,7%
Retângulo	6	2,9%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Pode-se observar, comparando com as tabelas das categorias 1 e 2, que, conforme aumenta a quantidade de atributos definidores por categoria, a porcentagem dos sujeitos diminui expressivamente, evidenciando que o professor não define tais figuras com características necessárias para sua conceituação.

Categoria 4: utiliza quatro ou mais atributos definidores.

Esta categoria apareceu apenas na classificação dos atributos do triângulo, com apenas 1,0%, e do retângulo com 6,9% dos sujeitos definindo quatro atributos para tais figuras geométricas.

Tabela 18 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 4

	Total	%
Polígono, 3 lados, 3 ângulos e 3 vértices	1	0,5%
"plano possui 3 lados, 3 ângulos, 3 vértices. Há vários tipos de triângulos. Eles não tem os lados iguais"	1	0,5%
Total	2	1,0%

Tabela 19 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 4

	Total	%
Polígono de 4 lados, sendo 2 a 2 iguais, 4 ângulos retos, 4 vértices	6	2,9%
Total	6	2,9%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977), Brito (1996), Proença (2008) e Pirola (2013), quanto mais atributos forem identificados, melhor é a qualidade da formação conceitual e menor é o erro de generalização. No entanto, o que se observa com os sujeitos desta pesquisa é que, à medida que se aumenta a quantidade de atributos definidores, diminui a quantidade de sujeitos que o fazem.

Tabela 20 – Síntese da Categoria 4 : define a figura com quatro ou mais atributos definidores

	Total	%
Figura Bidimensional	0	0%
Figura Tridimensional	0	0%
Triângulo	2	1,0%
Quadrado	0	0%
Retângulo	6	2,9%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

A Tabela 20 ilustra a síntese das respostas da categoria 4 (4 ou mais atributos definidores) para as figuras sondadas. O percentual é ainda mais baixo comparado com a categoria na qual eram solicitados 3 atributos definidores. Para esta categoria, apenas o triângulo e o retângulo foram citados, ou seja, apenas essas duas figuras aparecem definidas com 4 ou mais atributos definidores. Ressalta-se que, sem um número de atributos definidores adequados, a formação conceitual pode ocorrer de modo equivocada.

Categoria 5: utiliza um exemplo específico (subgeneralização).

Nesta categoria, 20,6% das respostas associam as figuras tridimensionais aos sólidos geométricos. 13,9% dos sujeitos identificaram o conceito de triângulo como sendo o mesmo do triângulo equilátero; 1,4% identificou o conceito de triângulo como sendo o mesmo do triângulo isósceles e 1,5% como sendo o mesmo do triângulo escaleno. No caso do retângulo, a maioria, 41,3%, definiu o retângulo como sendo uma figura com 2 lados iguais e dois diferentes, mostrando evidências de um processo de subgeneralização.

Em relação ao retângulo, pelo conhecimento declarativo mostrado na resposta dos sujeitos, percebe-se que 41,3%, aparentemente, não desenvolveram o nível classificatório, de acordo com a teoria de Klausmeier e Goodwin (1977), pois não incluem o quadrado como sendo um retângulo. De acordo com esses autores, no nível classificatório, uma das operações cognitivas a ser mobilizada é a generalização de que “dois ou mais exemplos são equivalentes e pertencem à mesma classe de coisas” (Klausmeier e Goodwin, 1977, p. 55).

Erros de generalização, como esses, também foram evidenciados com alunos da escola básica, como demonstram Moraco (2006) e Pirola (1995). Neste caso, o erro cometido pelos alunos é o mesmo cometido por uma parte dos professores alfabetizadores investigados. De acordo com Derville (1976) e Brito (1996), as pessoas formam conceitos incorretos porque, provavelmente, conhecem apenas um exemplo, exemplos muito semelhantes ou poucos exemplos desse conceito.

Pirola (2013) aponta a preocupação com a verificação entre desempenhos de alunos e professores no que diz respeito ao conhecimento declarativo em geometria. Comparando as respostas dos alunos da educação básica e dos professores alfabetizadores, parece que estão no mesmo nível e cometem os mesmos erros.

Dessa forma, percebe-se, também, que os professores alfabetizadores não desenvolveram, de forma adequada e completa, os conhecimentos de conteúdos, imprescindíveis para o ensino, conforme aponta Shulman (2015).

Tabela 21 – Conhecimento declarativo sobre Figura Tridimensional – Categoria 7

	Total	%
São os sólidos geométricos	43	20,6%
Total	43	20,6%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 22 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 5

	Total	%
Figura com três lados iguais	19	9,1%
Figura plana com 3 lados iguais	8	3,8%
Figura com 2 lados iguais e 1 diferente	3	1,4%
Figura com três lados diferentes	2	1,0%
Figura com 3 lados e 3 ângulos idênticos	1	0,5%
Figura fechada com 3 lados iguais	1	0,5%
"existem triângulos equiláteros e triângulos isósceles. O 1 possui todos os lados iguais, enquanto o outro não"	1	0,5%
Total	35	16,7%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 23 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 5

	Total	%
Figura com quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro	78	37,3%
Lados diferentes	2	1,0%
Quadrilátero com 2 lados de mesma medida e outros 2 de outra medida	2	1,0%
"É uma forma retangular, que se difere do quadrado"	1	0,5%
Figura plana formada por 4 segmentos de reta onde, obrigatoriamente, duas devem ter o mesmo tamanho e 2 terem outro tamanho	1	0,5%
"2 lados iguais menores e 2 lados maiores denominados base e altura"	1	0,5%
"altura: 2 lados iguais; largura: dois lados iguais"	1	0,5%
Total	86	41,1%

Resumidamente, tem-se a Tabela 24, que agrupa os sujeitos os quais utilizaram exemplos específicos para definir as figuras.

Tabela 24 – Síntese da Categoria 5: define a figura utilizando um exemplo específico (subgeneralização)

	Total	%
Figura Bidimensional	0	0%
Figura Tridimensional	43	20,6%
Triângulo	35	16,7%
Quadrado	0	0%
Retângulo	86	41,1%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Considerando a tabela, pode-se afirmar que, para as figuras citadas nesta categoria (figura tridimensional, triângulo e retângulo), dificilmente os alunos atingirão o nível classificatório sugerido por Klausmeier e Goodwin (1977) e, assim, não conseguirão agrupar figuras de acordo com suas classes.

Categoria 6: utiliza atributos equivocados.

Para as figuras tridimensionais, 16,7% das respostas apresentam atributos equivocados, sendo que a concentração maior está em associar o atributo “lado” para as figuras espaciais (Tabela 25).

No caso do triângulo, é possível observar que 8,7% dos sujeitos definiram erroneamente alguns atributos, como “reta”, “aresta”, “linha reta” “vértice” e “face”.

No que se refere ao conceito de quadrado, 6,7% utilizaram atributos de forma equivocada ao fazerem uso de “linha reta”, “arestas”, “lado não congruente” e “lado reto”.

Em relação ao retângulo, também foi observado o emprego de atributos como “linha”, “reta” “lados não congruentes”, “vértices” e “aresta”, correspondendo a um total de 14,4%. É importante observar que 0,5% dos sujeitos definiram o retângulo como sendo uma figura de 5 lados.

Como é de se supor e tendo como base Klausmeier e Goodwin (1977), além de Pirola (1995, 2013 e 2014), recomenda-se que os professores estabeleçam a terminologia correta para o conceito e seus atributos a fim de se evitar os erros de generalização.

Tabela 25 – Conhecimento declarativo sobre Figura Tridimensional – Categoria 6

	Total	%
Figura que se pode ver todos os lados	12	5,7%
Tem Três lados	20	9,6%
Profundidade e movimento	2	1,0%
3 ângulos dimensionais	1	0,5%
Total	35	16,7%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 26 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 6

	Total	%
Figura formada por 3 retas	1	0,5%
Figura com 3 vértices, 3 arestas e 3 ângulos internos	1	0,5%
“3 lados, 3 ângulos, 3 faces, não necessariamente com mesma medida”	1	0,5%
“Figura que possui três retas (lados) e três ângulos, sendo que ao menos duas das retas precisam ter tamanho igual ou superior a terceira”	1	0,5%
Figura formada por 3 retas que se juntam	1	0,5%
3 retas iguais, sendo 1 base na horizontal	1	0,5%
3 retas que podem ser de tamanhos iguais ou diferentes	1	0,5%
Figura com 3 lados, 3 vértices e 3 arestas	1	0,5%
Figura com 3 lados e 3 arestas	1	0,5%
“Retas iguais se encontram em 3 eixos distintos”	1	0,5%
Plana com 3 lados retos	1	0,5%
3 lados retos	1	0,5%
3 lados iguais (faces e arestas)	1	0,5%
“3 faces, 1 base. Arestas e vértices”	1	0,5%
3 retas ligadas por 3 pontos	1	0,5%
3 lados iguais com ângulo de 90°	1	0,5%
Figura com três lados pontiagudos	1	0,5%
Figura com três lados formando uma ponta	1	0,5%
Total	18	8,7%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 27 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 6

	Total	%
Figura com 4 retas iguais	2	1,0%
Figura com quatro lados iguais ou não	1	0,5%
Figura com 4 linhas retas que se juntam do mesmo tamanho	1	0,5%
Figura com 4 ângulos retos, cuja arestas possuem mesma medida	1	0,5%
“Figura com 4 vértices, 4 arestas e 4 ângulos internos, sendo que os vértices paralelos são de mesma medida”	1	0,5%
Polígono com 4 lados (quadrilátero) que possui retas com a mesma medida	1	0,5%
4 lados iguais e 4 arestas	1	0,5%
Retas iguais se encontram em 4 eixos distintos	1	0,5%
Figura plana com 4 lados iguais e retos	1	0,5%
Figura com 4 lados retos e iguais	1	0,5%
Figura com 4 lados iguais (faces e arestas)	1	0,5%
“Tem arestas e vértices. Todos os lados são iguais”.	1	0,5%
Figura com 4 retas ligadas por 4 pontos; 4 partes iguais	1	0,5%
Total	14	6,7%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 28 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 6

	Total	%
Figura com quatro lados diferentes	5	2,4%
Figura com 2 lados	3	1,4%
Figura com 2 lados iguais	2	1,0%

Figura com 2 lados maior e 2 lados menor e 4 arestas	1	0,5%
Figura com 2 pares de retas diferentes	2	1,0%
Figura com 4 arestas, sendo as paralelas com mesma medida	1	0,5%
Figura com 4 retas	1	0,5%
Figura com 4 retas de tamanhos diferenciados, sendo 2 são do mesmo tamanho (pequeno) e 2 (grande)”	3	1,4%
Figura com 4 vértices, 4 arestas e 4 ângulos internos, sendo que os vértices paralelos são de mesma medida	1	0,5%
Figura com arestas, vértices. Os lados não são todos iguais	1	0,5%
Figura plana com ângulos retos, porém 2 arestas maiores e 2 menores	1	0,5%
Figura plana ou a face de um polígono, com ângulo, vértice e aresta	1	0,5%
Figura de lados opostos	1	0,5%
Figura plana 5 lados	1	0,5%
Figura plana com retas paralelas	1	0,5%
Figura plana com retas paralelas e de lados iguais	1	0,5%
Pode ser comparado a um paralelepípedo	1	0,5%
Um dos lados do paralelogramo	1	0,5%
“duas retas maiores e 2 segmentos de retas menores, que também formam 4 ângulos retos”	1	0,5%
“plana formada por 4 lados, sendo 2 maiores e 2 menores; face do paralelogramo”	1	0,5%
Total	30	14,4%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Para a categoria 6, a Tabela 29 resume as respostas dos sujeitos da 1ª Etapa da pesquisa. O retângulo foi a figura que mais registrou a presença de atributos equivocados ao ser definida pelos sujeitos, sendo 4,8% desses equívocos relacionados à quantidade de lados.

Tabela 29 – Síntese da Categoria 6: define a figura utilizando atributos equivocados

	Total	%
Figura Bidimensional	0	0,0%
Figura Tridimensional	35	16,7%
Triângulo	18	8,7%
Quadrado	14	6,7%
Retângulo	30	14,4%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Percebe-se que os termos errôneos utilizados pelos sujeitos desta pesquisa são semelhantes aos usados por alunos como, segundo Pirola (1995), “pontas” ao se referir aos ângulos e retas para determinação dos lados das figuras ao invés de segmentos de retas. Outro termo equivocado muito presente ocorre em relação à utilização dos termos “faces” e “arestas” para figuras planas.

Categoria 7: relação da figura com a face de um poliedro

Nesta categoria, estão aqueles cujas respostas identificaram a figura geométrica com uma das faces de um poliedro. Somente 1,0% dos sujeitos associaram a figura bidimensional com a face de um poliedro. Em relação ao triângulo, 0,5% dos sujeitos apontaram que o triângulo era “um dos lados do tetraedro”. Ressalva-se que o “lado” foi utilizado de forma equivocada, pois se trata de uma face do tetraedro. O mesmo ocorreu com 0,5% dos sujeitos que responderam que o quadrado era “um dos lados do cubo”. No que diz respeito ao retângulo, 1,0% identificou essa figura como sendo a face do paralelepípedo.

Tabela 30 – Conhecimento declarativo sobre Figura Bidimensional – Categoria 7

	Total	%
É a vista frontal	1	0,5%
É a planificação de uma figura espacial	1	0,5%
Total	2	1,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 31 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 7

	Total	%
"contorno dos lados da face de uma pirâmide, ou do prisma de base triangular"	1	0,5%
Um dos lados do tetraedro	1	0,5%
"plana formada por 3 ângulos; face da pirâmide"	1	0,5%
"figura geométrica que pode ser comparada a uma pirâmide. Ex. chapéu de palhaço"	1	0,5%
"figura plana que possui 3 ângulos, 3 lados. Também pode ser a base de uma pirâmide"	1	0,5%
Figura plana ou a face de uma pirâmide, com ângulos, vértices e arestas	1	0,5%
Total	6	2,9%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 32 – Conhecimento declarativo sobre Quadrado – Categoria 7

	Total	%
"contorno de cada lado do cubo ou dois lados do paralelepípedo"	1	0,5%
É um dos lados do cubo	1	0,5%
"plana com 4 lados iguais, face do cubo"	1	0,5%
"figura plana que possui 4 lados iguais ou 4 ângulo iguais. Pode ser a base de um cubo"	1	0,5%
Figura plana ou a face de um cubo, com 4 ângulos retos, vértices e arestas. Dizemos quadrado perfeito	1	0,5%
"Pode ser comparado a um cubo"	1	0,5%
Total	6	2,9%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 33 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo – Categoria 7

	Total	%
"É o contorno de cada lado das faces de um paralelepípedo ou lados de um prisma (alguns)"	1	0,5%
"figura plana que possui 2 lados paralelos iguais. Pode ser a base de um paralelepípedo"	1	0,5%
Total	2	1,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 34 – Síntese da Categoria 7: define a figura relacionando a uma face de um poliedro

	Total	%
Figura Bidimensional	2	1,0%
Figura Tridimensional	0	0,0%
Triângulo	6	2,9%
Quadrado	6	2,9%
Retângulo	2	1,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Embora os sujeitos incluídos nesta categoria conseguissem identificar a figura (polígono) como sendo a face de um poliedro, não a definiram de acordo com os seus atributos definidores, podendo, assim, ocasionar erros conceituais

Categoria 8: de aplicação.

Nesta categoria, estão os sujeitos cujas respostas remetiam ao uso da figura em situações do cotidiano. 1,0% dos entrevistados definiram “triângulo” mencionando sua utilização em estruturas devido à rigidez do mesmo, conforme **Tabela 35**.

Tabela 35 – Conhecimento declarativo sobre Triângulo – Categoria 8

	Total	%
"3 lados iguais, lados diferentes, usado para travar as construções"	1	0,5%
"figura perfeita, não permitindo movimento usado para travar estruturas"	1	0,5%
Total	2	1,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

De maneira geral, pode-se verificar que os sujeitos da pesquisa mostram baixo conhecimento declarativo das figuras investigadas, evidenciando a subgeneralização. Em relação ao triângulo e retângulo, afigura-se que os professores têm como exemplos as figuras prototípicas (triângulo equilátero e retângulo não quadrado). Pressupõe-se, a partir dessas informações, que, se o conhecimento desses professores alfabetizadores é deficitário,

provavelmente, seus alunos deverão desenvolver os conceitos dessas figuras também de modo deficitário.

Sintetizando as respostas de acordo com as categorias definidas (Quadro 3), observa-se a alta frequência das respostas nas categorias nas quais são definidas as figuras com baixa quantidade de atributos definidores para as figuras solicitadas (categorias 1 e 2), com exceção do retângulo. Destaca-se que a categoria em que se mencionou 4 ou mais atributos definidores às figuras tem uma porcentagem muito baixa. Reforça-se que a não caracterização das figuras pelos seus atributos definidores relevantes não garante a formação conceitual pelo sujeito.

Em relação ao retângulo, a porcentagem maior encontra-se na categoria de subgeneralização, ficando claro que o professor não entende que o quadrado pertence a uma subclasse dos retângulos. Percebe-se, também, a utilização de atributos equivocados para a definição das figuras solicitadas.

Quadro 3 – Síntese dos resultados do conhecimento declarativo das figuras de acordo com as categorias

	Figura Bidimensional	Figura Tridimensional	Triângulo	Quadrado	Retângulo
Categoria 1: utiliza apenas um atributo definidor.	67,0%	38,3%	45,9%	55,0%	8,6%
Categoria 2: utiliza apenas dois atributos definidores.	0%	0%	16,3%	25,8%	27,0%
Categoria 3: utiliza apenas três atributos definidores.	0%	0%	5,7%	7,7%	2,9%
Categoria 4: utiliza quatro ou mais atributos definidores	0%	0%	1,0%	0%	2,9%
Categoria 5: utiliza um exemplo específico (subgeneralização).	0%	20,6%	16,7%	0%	41,1%
Categoria 6: utiliza atributos equivocados.	8,1%	16,7%	8,7%	6,7%	14,4%
Categoria 7: relaciona a figura com a face de um poliedro ou vice e versa	1,0%	0%	2,9%	2,9%	1,0%
Categoria 8: de aplicação	0%	0%	1,0%	0%	0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Apesar de ser desejável que os professores tenham formado os conceitos em um nível superior ao dos alunos, ou seja, tenham desenvolvido o conhecimento declarativo dessas figuras geométricas de forma mais completa. Os resultados deste estudo, cotejados com os resultados obtidos por Moraco (2006), Proença (2008) e Pirola (1995), mostram que o

conhecimento declarativo dos professores se aproximam ao dos alunos da Educação Básica, quando se analisam os atributos definidores e processos de subgeneralização das figuras geométricas planas (triângulo, quadrado e retângulo). É importante salientar, mais uma vez, que o baixo conhecimento declarativo dos professores pode ter repercussão em suas práticas de ensino.

6. 2 Segunda Etapa da Pesquisa

Como citado, a segunda etapa da pesquisa correspondeu a um questionário aplicado aos OE e aos PA vinculados ao programa de formação PNAIC 2014, após terem tido a formação correspondente ao tema Geometria, no programa em questão, do total, apenas 6 OE e 16 PA responderam ao questionário desta segunda etapa.

Esta etapa também foi dividida em dois momentos para a análise dos dados: o primeiro diz respeito à relação do professor com a geometria e seu ensino, após cursar o caderno de geometria do PNAIC, e o segundo refere-se à análise do conhecimento declarativo do professor em relação às figuras bidimensionais, tridimensionais, ao triângulo, quadrado e retângulo.

6.2.1 Análise dos dados da Segunda Etapa – 1º Momento

Neste momento da segunda etapa foram analisadas as seguintes questões:

1. Suas expectativas em relação ao estudo do Caderno de Geometria do PNAIC foram contempladas?
2. Você teve oportunidade de aplicar algumas atividades propostas com seus alunos?
3. Após o estudo do caderno de Geometria do PNAIC, sua relação com esse eixo (Geometria) ficou mais amigável?
4. No eixo Geometria, quais conceitos podem ser explorados?
5. Uma das justificativas recorrentes sobre a justificativa de se ensinar geometria é que a mesma faz parte do nosso cotidiano, que ela está presente em tudo. Qual Geometria está presente efetivamente no nosso dia-a-dia: plana ou espacial?

A maioria dos entrevistados, 77,3%, afirmou ter suas expectativas contempladas em relação ao estudo do caderno de Geometria do material didático do PNAIC. Os 13,6%

restantes justificaram que o estudo foi muito corrido, que o caderno foi trabalhado de modo superficial e que faltaram atividades a serem exploradas durante a formação (**Tabela 36**). Mesmo assim, 86,4% dos cursistas aplicaram as atividades propostas com os alunos e afirmaram que os discentes tiveram uma boa receptividade em relação a elas (**Tabela 37**).

Tabela 36 – Suas expectativas em relação ao estudo do Caderno de Geometria do PNAIC foram contempladas?

	Total	%
Sim	17	77,3%
Não	3	13,6%
Em parte	1	4,5%
Não respondeu	1	4,5%
Total	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 37 – Você teve oportunidade de aplicar alguma atividade proposta com seus alunos?

	Total	%
Sim	19	86,4%
Não	3	13,6%
Não respondeu	0	0,0%
Total	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

É importante destacar que, em todo processo de formação continuada, é necessária a articulação dos cursos ofertados com a realidade da sala de aula, em um processo de reflexão-ação no qual o desenvolvimento dos conhecimentos propostos por Shulman (2015) estejam entrelaçados. Nesse sentido, tanto o Pró-Letramento como o PNAIC tinham o propósito de levarem os professores alfabetizadores a experienciarem novos pontos de vistas e novas abordagens em relação ao ensino de geometria. Tendo essa perspectiva, as atividades discutidas nos encontros presenciais deveriam ser levadas à sala de aula para análise de sua potencialidade em termos de aprendizagem dos alunos.

A partir das respostas obtidas com o questionário, um ponto a ser pensado é a duração desses cursos: geralmente são rápidos, ou seja, são muitas atividades para serem desenvolvidas em curto período de tempo. Além disso, há de se considerar que a maior parte desses cursos são ministrados aos sábados, quando os professores já se encontram cansados em virtude da exaustiva jornada de trabalho semanal. Esses aspectos da formação continuada já foi tratado em outros estudos, como os de Pirola e Moraes (2009). É necessário defender que os programas de formação continuada devam ser em serviço e que o professor tenha, em sua jornada de trabalho, uma carga horária disponibilizada para essa finalidade. Além disso,

como defendem as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial e continuada de professores da Educação Básica (BRASIL, 2015), a escola deve fomentar os estudos em grupos, as reuniões pedagógicas, os horários de trabalho pedagógicos, entre outros, e considerá-los como momentos para ações de formação continuada do professor.

90,9% dos entrevistados alegaram que, após realizarem o estudo do caderno de Geometria, sua relação com esse eixo de conhecimento matemático ficou mais amigável. No entanto, 3,2% responderam ainda ter dúvidas conceituais e disseram que se sentem inseguros em relação ao trabalho com essa matéria.

Tabela 38 – Após o estudo do caderno de Geometria do PNAIC, sua relação com esse eixo (Geometria) ficou mais amigável?

	Total	%
Sim	20	90,9%
Não	0	0,0%
Não respondeu	2	9,1%
Total	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Esses resultados estão de acordo com aqueles obtidos por Barbosa (2017) ao realizar uma pesquisa envolvendo o PNAIC e a geometria.

Os resultados indicaram que a formação do PNAIC possibilitou novas abordagens metodológicas com o ensino de Geometria, mas que os professores envolvidos ainda possuem dificuldades conceituais com tema, tendo em vista que não tiveram uma boa formação em Geometria durante a trajetória escolar (níveis fundamental, médio e graduação) e a carga horária destinada à formação continuada de Geometria foi pequena.(BARBOSA, 2017, p. 9)

De acordo com essa pesquisadora, os resultados do PNAIC foram muito bons, entretanto algumas dificuldades ainda permanecem, provavelmente em virtude do tempo. Destaca que o processo de reflexão-ação demanda discussões, reflexões, o ir e vir à sala de aula para aplicação de atividades, reestruturação da cognição, ou seja (re)aprender conceitos, entre outros, o que não se faz “da noite para o dia”.

Em relação aos conceitos que podem ser explorados em Geometria, 34,2% lembraram-se das figuras geométricas e dos sólidos geométricos. 13,2% citaram as noções espaciais e localização. O conceito de simetria foi citado por 5,3%. 23,7% não responderam a essa questão e os demais, 23,6%, citaram outros conceitos, como paralelismo, área, volume, entre outros.

Tabela 39 – No eixo Geometria, quais conceitos podem ser explorados⁹?

	Total	%
Ângulos	1	2,6%
Área	1	2,6%
Figuras geométricas/ sólidos Geométricos	13	34,2%
Noções espaciais/ Localização	5	13,2%
Paralelismo	2	5,3%
Perímetro	1	2,6%
Planificação	3	7,9%
Simetria	2	5,3%
Outros	1	2,6%
Não respondeu	9	23,7%
Total	38	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Os dados comprovam que o que “salta aos olhos” dos professores, quando se fala em geometria, é o trabalho com figuras geométricas, como já visto nos referenciais teóricos e na revisão da literatura. Essas informações estão de acordo com os estudos de Barbosa (2017), Viana (2000), Pirola (2000) e Tortora e Pirola (2012).

Barbosa (2017), ao observar aulas de professores alfabetizadores que participavam do PNAIC, conclui que:

Há dificuldades em explorar situações que envolvam os conceitos geométricos e exploração espacial. As atividades, em sua maioria, ficaram restritas a sala de aula, observação de objetos trazidos pelos professores, livros e fichas xerocadas (BARBOSA, 2017, p. 153).

Percebe-se, ainda, que as noções espaciais de localização parecem ficar para um segundo plano. Pirola (2013) destaca que habilidades básicas, tais como a lateralização, lateralidade e noções topológicas, como dentro, fora, ao lado de, vizinhança, fronteira, entre outras, são desenvolvidas desde a Educação Infantil, e Tortora e Pirola (2012) analisam algumas atividades que poderiam desenvolver tais habilidades.

De acordo com Pirola (2013):

conclui-se que o adequado para avaliar essas habilidades básicas (em cima, embaixo, ao lado de, etc) não é uma avaliação de múltipla escolha, mas atividades lúdicas, como por exemplo, a brincadeira da caça ao tesouro e outras como apontam Pirola (2006) e Tortora e Pirola (2012). (PIROLA, 2013, p. 27).

Pirola (2013) aponta que muitos professores deixaram de priorizar atividades de localização e movimentação em virtude das matrizes de referência das avaliações em larga escala, como a Provinha Brasil (aplicada aos alunos do segundo ano do Ensino fundamental) e

⁹ Nesta questão, o sujeito poderia citar mais que um conceito.

a ANA, Avaliação Nacional da Alfabetização (aplicada aos alunos do terceiro ano do Ensino fundamental). Nas matrizes de referências dessas avaliações, não constam essa habilidade (movimentação/localização), concentrando-se somente na percepção das figuras geométricas. Dessa forma, muitos professores, querendo um bom desempenho nas avaliações, acabam considerando as matrizes de referências como sendo o próprio currículo escolar.

De acordo com o CAEd (Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação) (2008):

Deve-se ressaltar que a Matriz de Referência não pode ser concebida como um conjunto de indicações de diretrizes de ensino nas escolas. Esse papel é reservado às Matrizes Curriculares de Ensino, aos parâmetros, currículos e Diretrizes curriculares. Essa é a diferença básica entre uma Matriz de Referência para Avaliação, que é utilizada como fonte para os testes de avaliação em larga escala, e a Matriz Curricular de Ensino, que é muito mais ampla e espelha as diretrizes de ensino. Em outras palavras, a Matriz de Referência para Avaliação, que é utilizada para elaborar os testes de larga escala, surge da Matriz Curricular de Ensino e contempla apenas aquelas habilidades consideradas fundamentais e possíveis de serem alocadas em testes de múltipla escolha. (CAED, 2008, p. 20).

Uma das questões do questionário era “Uma das justificativas recorrentes sobre a justificativa de se ensinar geometria é que a mesma faz parte do nosso cotidiano, que está presente em tudo. Qual Geometria está presente efetivamente no nosso dia-a-dia: plana ou espacial?”. Em resposta a essa pergunta, 54,5% dos professores responderam que ambas (plana e espacial) estão efetivamente presentes no nosso cotidiano.

Tabela 40 – Qual Geometria está presente efetivamente no nosso dia-a-dia: plana ou espacial?

	Total	%
Espacial	8	36,4%
Plana	0	0,0%
Ambas	12	54,5%
Não respondeu	2	9,1%
Total	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Em síntese, os sujeitos tiveram suas expectativas contempladas com o estudo do caderno de geometria, contribuindo para que a relação com esse eixo ficasse mais amigável, apesar de alguns afirmarem que ainda tinham algumas dúvidas conceituais. Aplicaram as atividades propostas com os alunos e obtiveram, de acordo com o relato, boa receptividade por parte desses.

Cabe ressaltar que, de acordo com Lopes e Nasser (1996), o ensino de geometria deve ir do espaço para o plano, tendo como ponto de partida é a exploração dos objetos tridimensionais.

Segundo esses autores:

Porque vivemos em um mundo tridimensional é mais natural para o aluno reconhecer nos sólidos, gradativamente, os elementos que serão objetos de seu estudo em Geometria Plana. (LOPES e NASSER, 1996, p. 13).

Dessa forma, a observação, a visualização, o montar e desmontar objetos etc. são atividades essenciais para que as crianças possam compreender as figuras planas a partir das tridimensionais.

6.2.2 Análise dos dados da Segunda Etapa – 2º Momento

Nesta segunda etapa, foram analisadas (e comparadas) apenas o conhecimento declarativo dos sujeitos em relação aos conceitos: figura bidimensional, tridimensional, triângulo, quadrado e retângulo; diferentemente da primeira etapa da pesquisa, cujas respostas foram classificadas de acordo com as categorias criadas depois da tabulação dos dados.

Na primeira etapa da pesquisa, as respostas foram classificadas de acordo com as categorias criadas depois da tabulação dos dados:

Categoria 1: utiliza apenas um atributo definidor

Categoria 2: utiliza apenas dois atributos definidores

Categoria 3: utiliza apenas três atributos definidores

Categoria 4: utiliza quatro ou mais atributos definidores

Categoria 5: utiliza um exemplo específico (subgeneralização)

Categoria 6: utiliza atributos equivocados

Categoria 7: relaciona a figura com a face de um poliedro ou vice e versa

Categoria 8: de aplicação

Para a segunda etapa, partiu-se desses grupos, formados de acordo com essas categorias, para analisar o conhecimento dos professores, após terem estudado o caderno de geometria, e foram utilizadas as habilidades verbais de Hoffer (1981), os níveis de

desenvolvimento conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977), bem como o conhecimento declarativo de Sternberg (2000) relacionados aos atributos definidores.

6.2.2.1 Análise dos dados relativos ao conhecimento declarativo sobre figura bidimensional

Na primeira etapa da pesquisa, os professores responderam a respeito de qual entendimento tinham sobre figura bidimensional e foram obtidas as seguintes respostas:

Quadro 4 – Conhecimento Declarativo do PA na Primeira Etapa da Pesquisa – Figura Bidimensional

OE1	Tem comprimento e largura
OE2	Muito pouco. Essa parte não é meu foco no ensino de Matemática
OE3	Tem 2 medidas (comprimento e altura)
OE4	Muito pouco
OE5	São planas ou possuem áreas planas
OE6	Figuras planas
PA1	2 dimensões. Ex. quadrado
PA2	Figura com largura e comprimento
PA3	2 dimensões (largura, altura). Figura quadrado
PA4	Um desenho plano
PA5	Quando a figura é plana
PA6	Não lembro
PA7	2 dimensões (polígonos)
PA8	2 dimensões (polígonos)
PA9	Altura e largura
PA10	Seja uma borracha, pois só vejo dois lados
PA11	É quando visualizamos 2 lados do objeto
PA12	É quando visualizamos 2 lados: altura e largura
PA13	É quando podemos observar apenas 2 lados
PA14	É quando podemos observar apenas 2 lados, por exemplo, a borracha
PA15	São figuras representadas no plano
PA16	Identificar a figura bidimensional desmontando o sólido; uso da régua, esquadro

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Dessa forma, pode-se observar que, em relação ao conhecimento declarativo dos professores sobre as figuras bidimensionais, na primeira etapa da pesquisa, 63,6% caracterizaram tais figuras com apenas um atributo definidor, conforme descrito no **Quadro 4**. Apresentaram atributos equivocados 22,7% dos sujeitos da pesquisa; 9,1% afirmaram não saber definir figura bidimensional e 4,5% não lembrar tal conceito.

Nesta segunda etapa, quando solicitado para classificarem figuras geométricas em planas ou espaciais, a partir do desenho das mesmas, apenas 4,5% dos sujeitos (1 sujeito) não souberam reconhecer o losango, o hexágono e o paralelogramo como sendo figuras planas, classificando-as como espaciais.

Em relação às figuras losango, hexágono e paralelogramo, 9,1% deixaram em branco, não as classificando em plana ou espacial, e 4,5% deixaram em branco tal questão sobre quadrado e sobre o círculo.

Tabela 41 – Classificação das figuras em plana ou espacial a partir de seu desenho – Figuras Planas

	Plana	Espacial	NR
Quadrado	95,5%	0,0%	4,5%
Triângulo	100,0%	0,0%	0,0%
Retângulo	100,0%	0,0%	0,0%
Losango	86,4%	4,5%	9,1%
Hexágono	86,4%	4,5%	9,1%
Círculo	95,5%	0,0%	4,5%
Paralelogramo	86,4%	4,5%	9,1%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: NR: não responderam

Apesar de, durante a primeira etapa, a maioria dos sujeitos ter definido as figuras bidimensionais com apenas 1 atributo definidor, 92,9% dos professores demonstraram possuir a habilidade visual, visto que conseguiram classificar tais figuras planas em bidimensionais.

Após classificar a figura em plana ou espacial, os sujeitos nomearam cada uma dessas figuras. 92,2% das respostas relativas à nomenclatura das figuras planas foram feitas corretamente, evidenciando, nesta atividade, a habilidade verbal desses entrevistados.

Em relação ao paralelogramo, o nomearam de “trapézio” (22,7%) e de “quadrilátero” (4,5%). Considerando que alguns autores definem trapézio como sendo um quadrilátero que possui um par de lados paralelos, enquanto outros o definem como um quadrilátero com apenas um par de lados paralelos e não se sabendo qual a definição que tais sujeitos têm de trapézio, a nomenclatura “trapézio” foi aceita para nomear o paralelogramo.

Dentre os entrevistados que classificaram erroneamente, estão os que se enganaram em relação à nomenclatura do losango (Apêndice 7), sendo que 4,5% dos sujeitos o nomearam como “losângulo” e “losângolo”. Também houve erro na classificação do paralelogramo, para o qual foram utilizados os termos “paralelograma” (13,6%), “losângolo” (4,5%), palavras equivocadas na geometria. Ainda no campo das incorreções, aparece o

hexágono, tendo sido citado como pentágono (4,5%). Já o paralelogramo foi nomeado de “triângulo isósceles”.

Tabela 42 – Nomenclatura das figuras planas a partir de seu desenho – Figuras Planas

	Correto	Incorreto	NR
Quadrado	95,5%	0,0%	4,5%
Triângulo	100,0%	0,0%	0,0%
Retângulo	100,0%	0,0%	0,0%
Losango	90,9%	0,0%	9,1%
Hexágono	90,9%	4,5%	4,5%
Círculo	100,0%	0,0%	0,0%
Paralelogramo	68,2%	22,7%	9,1%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: NR: não responderam

Além desses problemas, alguns entrevistados apresentaram atributos equivocados, como “face” e “aresta”, para as figuras planas, de acordo com a Tabela 43. Mais da metade dos sujeitos (54,5%), afirmaram que o quadrado, o triângulo, losango, o hexágono possuem faces; aproximadamente 30% dos entrevistados disseram que tais figuras apresentam arestas. Como educadores, os professores que apresentam atributos equivocados demonstraram não possuir a habilidade verbal requerida de um docente, que deve ter uma linguagem conceitual adequada.

Tabela 43 – Atributos equivocados para as figuras planas

	V	L	F	A
Quadrado	0,0%	9,1%	54,5%	27,3%
Triângulo	0,0%	9,1%	54,5%	27,3%
Retângulo	4,5%	18,2%	50,0%	27,3%
Losango	0,0%	13,6%	54,5%	31,8%
Hexágono	4,5%	13,6%	54,5%	27,3%
Círculo	4,5%	13,6%	31,8%	0,0%
Paralelogramo	0,0%	9,1%	40,9%	22,7%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: V (vértices); L (lados); F (Faces) e A (Arestas)

Houve, ainda, incorreções ao determinarem número de vértices do retângulo e do hexágono, ao associarem ao círculo quantidade de vértices (4,5%), ao indicarem equivocadamente a quantidade de lados do retângulo (18,2%), do losango e do hexágono (13,6%), ao definirem lados para o círculo e ao não associarem que o quadrado e o retângulo possuem 4 lados (9,1%).

Dessa forma, percebe-se que os sujeitos, na sua maioria, identificaram as figuras planas e as nomearam partindo de sua representação gráfica, evidenciando a habilidade visual,

de acordo com Hoffer (1981) e Klausmeier e Goodwin (1977). No entanto, definem atributos para as figuras planas equivocadamente, revelando erros conceituais, o que expõe a falta do conhecimento declarativo adequado, segundo Sternberg (1981).

O desejável era que todos tivessem 100% de acertos, uma vez que são conceitos elementares da geometria e que professores com conceitos errôneos os ensinam, também, de forma equivocada.

6.2.2.2 Análise dos dados relativos ao conhecimento declarativo sobre figura tridimensional

Em relação ao conhecimento declarativo dos professores, na primeira fase da pesquisa, no que se refere às figuras tridimensionais, conforme **Quadro 5**, 50,0% caracterizaram tais figuras com apenas um atributo definidor, enquanto 13,6% dos sujeitos relacionaram a figura tridimensional aos sólidos geométricos ocasionando uma subgeneralização do conceito, 31,8% apresentaram atributos equivocados e 4,5% alegaram não lembrar tal conceito.

Quadro 5 – Conhecimento Declarativo do PA na Primeira Etapa da Pesquisa – Figura Tridimensional

OE1	Ocupa espaço (sólidos)
OE2	Muito pouco. Essa parte não é meu foco no ensino de Matemática
OE3	Tem 3 medidas (largura, altura e comprimento)
OE4	Muito pouco
OE5	São não-planas apresentando lados vértices e fundo
OE6	Sólidos geométricos
PA1	Visualização de todo objeto, todos os lados. Ex. Cubo
PA2	Figura geométrica que possui altura, largura e comprimento.
PA3	3 dimensões (largura, comprimento e altura). Cubo
PA4	Tem 3 dimensões: largura, comprimento e altura
PA5	Quando tem altura, largura e comprimento
PA6	Não lembro
PA7	3 dimensões (sólidos geométricos)
PA8	3 dimensões (sólidos geométricos)
PA9	Altura, largura e profundidade
PA10	Seja um copo de água, pois eu vejo 3 lados
PA11	É quando visualizamos 3 lados do objeto
PA12	É quando visualizamos 3 lados do objeto: altura, largura e espessura
PA13	É possível observar altura, comprimento e profundidade

PA14	É quando consegue ver de vários lados, como por exemplo, o copo de água
PA15	São figuras representadas no espaço
PA16	Construir o sólido geométrico

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Na segunda etapa, quando solicitada a classificação das figuras geométricas em planas ou espaciais a partir do desenho das mesmas, apenas 4,5% (1 sujeito) dos sujeitos não souberam reconhecer o cubo, o paralelepípedo e o cilindro como sendo figuras espaciais, classificando-as como planas. Um outro sujeito (4,5%), classificou a pirâmide como sendo uma figura plana.

Dos questionados, 13,6% não responderam sobre a classificação do prisma de base triangular em plana ou espacial, 9,1% a respeito da figura do paralelepípedo e 4,5% no tocante às pirâmides e esferas.

Tabela 44 – Classificação das figuras em plana ou espacial a partir de seu desenho – Figuras Espaciais

	Plana	Espacial	NR
Cubo	4,5%	95,5%	0,0%
Paralelepípedo	4,5%	86,4%	9,1%
Cilindro	4,5%	95,5%	0,0%
Pirâmide	4,5%	90,9%	4,5%
Esfera	0,0%	95,5%	4,5%
Prisma	0,0%	86,4%	13,6%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: NR: não responderam

No que se refere à habilidade visual, 93,9% dos professores demonstraram possuí-la, visto que conseguiram classificar figuras espaciais, a partir do seu desenho, corroborando com a primeira etapa, na qual a maioria dos sujeitos definiram as figuras bidimensionais com apenas 1 atributo definidor ou utilizaram atributos equivocados.

Quanto à habilidade verbal, também 93,9% das respostas relativas à nomenclatura das figuras espaciais foram feitas corretamente, evidenciando a competência dos entrevistados nesse campo.

No que diz respeito aos equívocos, o prisma foi nomeado de “trapézio” (4,5%) e triângulo isósceles (4,5%). Considerando que a figura apresentada representava um prisma de base triangular, 4,5% dos sujeitos disseram tratar de um prisma de “base retangular” e a mesma porcentagem o nomearam de “prisma de base quadrangular”.

Já em relação à nomenclatura do cilindro, 4,5% dos sujeitos o definiram como “cone”.

Tabela 45 – Nomenclatura das figuras espaciais a partir de seu desenho

	Correto	Incorreto	NR
Cubo	100,0%	0,0%	0,0%
Paralelepípedo	100,0%	0,0%	0,0%
Cilindro	86,4%	4,5%	9,1%
Pirâmide	100,0%	0,0%	0,0%
Esfera	95,5%	0,0%	4,5%
Prisma	81,8%	18,2%	0,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: NR: não responderam

Apresentaram, ainda, atributos equivocados para as figuras espaciais, como, por exemplo, o atributo “lado”, sendo que 86,4% dos entrevistados afirmaram que o cubo possui lados. Cabe destacar que a utilização desse atributo para esse tipo de figuras é comumente observada nos alunos.

Ao se examinar a **Tabela 46**, pode-se observar, também, equívocos na determinação do número de vértices, arestas e faces, além da determinação de faces para o cilindro e para a esfera.

Tabela 46 – Atributos equivocados para as figuras espaciais

	V	F	A	L
Cubo	4,5%	0,0%	4,5%	86,4%
Paralelepípedo	4,5%	0,0%	4,5%	77,3%
Cilindro	9,1%	50,0%	0,0%	31,8%
Pirâmide	9,1%	0,0%	9,1%	63,6%
Esfera	4,5%	9,1%	0,0%	9,1%
Prisma	4,5%	4,5%	9,1%	68,2%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: V (vértices); F (Faces); A (Arestas) e L (lados).

Analisando tais respostas, percebe-se que os sujeitos, na sua maioria, identificaram adequadamente as figuras geométricas, partindo de sua representação gráfica, bem como souberam nomeá-las, evidenciando as habilidades verbal e visual, classificados de acordo com Hoffer (1981) e de acordo com os níveis de desenvolvimento conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977). No entanto, definiram atributos equivocados para as figuras espaciais como, por exemplo, número de lados. Esses dados corroboram com Sternberg (1981), evidenciando a formação conceitual deficitária.

A esse respeito, volta-se a reforçar a importância de o professor ter um sólido conhecimento declarativo sobre figuras bidimensionais e tridimensionais, pois são conceitos estruturantes para a compreensão das figuras geométricas como um todo. O docente deve estar sempre atento para fornecer aos alunos um conjunto adequado de exemplos e não exemplos dessas figuras a fim de não ocorrer a subgneralização, tendo em vista ser muito comum alunos considerarem pirâmides como triângulos e cubos como quadrados, como mostraram estudos de Moraco (2006), nos quais se investigou a formação conceitual de alunos do Ensino Médio, e de Pirola (1995), que mostrou resultados sobre o conhecimento conceitual de alunos do Ensino Fundamental.

6.2.2.3 Análise dos dados relativos ao conhecimento declarativo sobre triângulo

Em relação ao entendimento sobre “triângulos”, dos 22 sujeitos desta etapa da pesquisa, 38,5% (10 professores), ao responderem ao primeiro questionário, definiram o triângulo utilizando apenas um atributo definidor.

Nota-se que 4 sujeitos se mantiveram na mesma categoria, descrevendo o triângulo com apenas um atributo definidor. Dentre esses, um (PA10) mostrou a falta de habilidade verbal ao não conseguir conceituar triângulo equilátero e triângulo isósceles, assinalando como verdadeira a proposição “Triângulo isósceles possui 3 lados congruentes” e como falsa a asserção “Todo triângulo equilátero possui 3 lados congruentes”.

O sujeito PA12 atribuiu dois atributos definidores, aparentemente caracterizando melhor um triângulo, mas determinou características equivocadas a essa figura ao indicar a quantidade de lados e dizer que o triângulo apresentado no questionário (triângulo acutângulo) possui ângulo reto.

5 questionados apresentaram 3 atributos definidores do triângulo, ao invés de apenas 1 como o fizeram na 1ª etapa da pesquisa, descrevendo melhor tal figura. No entanto, 3 mostraram a falta da habilidade verbal ao determinar o número de faces e/ou arestas para o triângulo. Dentre eles, o sujeito PA5 disse que o triângulo apresentado possui lados paralelos, e o sujeito PA6 afirmou que todo triângulo possui lados congruentes, ilustrando um caso de subgeneralização.

Quadro 6 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 1 atributo definidor na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
OE3	Figura de 3 lados.	Como você definiria para seu aluno? Relacionaria a uma placa de sinalização. Existem 3 tipos de triângulo. Este é um que tem os 3 lados com mesma medida.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, vértices, lados. Características equivocadas: arestas e faces.
		Proposições equivocadas:
OE5	Figura geométrica formada por 3 lados nem sempre iguais.	Como você definiria para seu aluno? É uma figura geométrica plana formada por 3 lados, 3 arestas, 3 vértices e 1 face. Formado por 3 retas que se encontram duas a duas e não passam pelo mesmo ponto, formando 3 lados e 3 ângulos.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: faces e arestas.
		Proposições equivocadas:
PA2	Figura geométrica com 3 lados (iguais ou não).	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana.
		Proposições equivocadas:
PA4	Figura geométrica com 3 lados.	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana.
		Proposições equivocadas:
PA5	Figura geométrica com 3 lados que podem ser iguais ou não	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: lados paralelos.
		Proposições equivocadas:
PA6	Um polígono de 3 lados.	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: faces.
		Proposições equivocadas: 5.5.
PA10	Figura de 3 lados; iguais e diferentes	Como você definiria para seu aluno? Compararia com o lado de uma bolsinha de uma aluna. Diria a eles que só podemos ver a frente do triângulo.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana.
		Proposições equivocadas: 5.7 e 5.8
PA11	Figura com 3 lados iguais ou não	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana.
		Proposições equivocadas:
PA12	Formado por 3 lados iguais ou não	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices. Características equivocadas: lados, ângulos retos
		Proposições equivocadas: 5.5 e 5.8
PA15	Figura geométrica com 3 lados que podem ser iguais ou diferentes	Como você definiria para seu aluno? Figura plana de 3 lados podendo ser equilátero, isósceles ou escaleno.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: faces.
		Proposições equivocadas:

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Ponderando os dados, em relação ao grupo de 10 professores que classificaram o triângulo utilizando apenas 1 atributo definidor antes do estudo do caderno de geometria, pode-se perceber que 6 apresentaram para o triângulo atributos equivocados, sendo os mais mencionados “face” e “aresta”. Ainda sobre o grupo, 3 sujeitos não responderam como definiriam tal figura.

Ao se analisar os que haviam apresentado apenas 2 atributos definidores para a descrição de triângulo, vê-se que o sujeito OE4 passou a citar apenas uma característica (plana) à figura, além disso observa-se a subgeneralização, quando ele afirma que todo triângulo tem 3 lados congruentes.

Dois outros mantiveram apenas dois atributos definidores para o triângulo. O sujeito PA16 mostrou, ainda, a falta de habilidade verbal, ao atribuir ao triângulo faces e pontas, e não saber identificar as características de um triângulo equilátero como tendo 3 lados congruentes e atribuir ao triângulo isósceles os 3 lados congruentes.

Dois sujeitos indicaram três atributos definidores, ao invés dos dois determinados anteriormente, aparentando maior conhecimento das características do triângulo, apesar de demonstrarem a falta da habilidade verbal ao utilizarem número de faces e/ou arestas para a figura plana.

Quadro 7 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 2 atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
OE1	Figura fechada construída por 3 segmentos de retas	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, lados. Características equivocadas:
		Proposições equivocadas:
OE4	Polígono de 3 lados, com 3 ângulos	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana. Características equivocadas:
		Proposições equivocadas: 5.5.
PA1	Figura plana com 3 lados	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: arestas.
		Proposições equivocadas:
PA3	Forma geométrica com 3 lados e 3 ângulos	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana,

		vértices, lados. Características equivocadas: faces e arestas.
		Proposições equivocadas:
PA16	Figura de 3 lados, 3 vértices	Como você definiria para seu aluno? Figura de 3 lados e 3 pontas.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados.
		Características equivocadas: faces
		Proposições equivocadas: 5.5. e 5.7.

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Dessa forma, pode-se observar que, dentre os 5 sujeitos desta categoria, 4 ainda apresentaram atributos equivocados para a figura triângulo, demonstrando erros conceituais.

Sobre a definição de 3 atributos para o entendimento sobre “triângulo” nas respostas ao **Questionário 1**, ao responderem ao **Questionário 2**, nota-se que o sujeito PA7 definiu menos atributos (apenas 2), além de definir quantidade de faces para a figura.

Os outros dois professores mantiveram os 3 atributos definidores, mas o OE6 determinou equivocadamente número de faces e/ou arestas ao triângulo, enquanto o sujeito PA8 referiu-se a uma subgeneralização do triângulo, ao afirmar que todas figuras desse tipo possuem 3 lados congruentes, atribuindo valor verdadeiro à proposição que fazia tal afirmação.

Quadro 8 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 3 atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
OE6	Figura de 3 lados, 3 vértices e 3 ângulos podendo ser equilátero, lados iguais, base menor e laterais iguais e 3 lados diferentes	Como você definiria para seu aluno? Figura geométrica. Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, vértices, lados. Características equivocadas: faces e arestas Proposições equivocadas:
PA7	Polígono de 3 lados, 3 ângulos e 3 vértices	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.5.
PA8	Polígono de 3 lados, 3 ângulos e 3 vértices	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: Proposições equivocadas: 5.5.

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários

Dentre os sujeitos classificados na categoria 3 durante a primeira etapa da pesquisa, a maioria (2 dentre 3) ainda apresentou a utilização de conceitos equivocados, como face e aresta para o triângulo.

Em relação aos sujeitos que utilizaram um exemplo específico (subgeneralização) para definir “triângulo” antes de cursar o PNAIC, percebe-se que um deles, agora, relacionou a figura a uma das faces de um poliedro (pirâmide) e não avançou muito em relação aos atributos definidores, pois, ainda que tenha determinado o número de lados do triângulo, não o classificou como possuidor de 3 lados congruentes.

O outro cursista vinculado a essa categoria, apresentou avanço em relação aos atributos definidores do triângulo: classificou-o como figura plana e determinou número de lados e de vértices. No entanto, atribuiu equivocadamente número de faces aos triângulos. Além disso, ao classificar a proposição, admitiu ser verdadeira a que menciona que todo triângulo tem 3 lados congruentes, evidenciando que ainda está na categoria de subgeneralização para a figura “triângulo”.

Quadro 9 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram subgeneralização na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
OE2	Possui 3 lados iguais.	Como você definiria para seu aluno? Uma das faces da pirâmide.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana. Características equivocadas:
		Proposições equivocadas:
PA9	Figura plana com 3 lados iguais.	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: faces
		Proposições equivocadas: 5.5.

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários

Assim, observando-se as respostas dadas na etapa 2 pelos sujeitos que haviam feito uma subgeneralização para o triângulo na primeira etapa, não fica evidente um crescimento conceitual, visto os poucos atributos definidores elencados para a figura.

Ainda sobre o “triângulo”, apenas um sujeito definiu tal figura com atributos equivocados, como se verifica no **Quadro 7**. Pode-se perceber que, ao responder à solicitação

para definir o triângulo, o fez utilizando a própria nomenclatura da figura. Conseguiu perceber se tratar de uma figura plana, determinando o número de vértices também. No entanto, não estabeleceu o número de lados e utilizou “face” para esse tipo de figura plana. Além disso, pelas proposições, observa-se que classificou o triângulo como tendo 3 lados congruentes (5.5.), denominando essa figura como “triângulo isósceles” (5.7. e 5.8.).

Quadro 10 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram atributos equivocados na 1ª Etapa da pesquisa - TRIÂNGULO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
PA14	É uma forma geométrica que tem 3 lados e pontiaguda.	Como você definiria para seu aluno? Triângulo
		Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, vértices. Características equivocadas: lados, faces
		Proposições equivocadas: 5.5.; 5.7.; 5.8

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários

O sujeito PA13, na primeira etapa da pesquisa, não havia definido o triângulo. Quando solicitado seu entendimento sobre tal figura, o mesmo respondeu: “Existem triângulos equiláteros e triângulos isósceles. O primeiro possui todos os lados iguais enquanto o segundo não”. Na segunda etapa, apresentou a definição com atributos equivocados: “Forma três pontas com apenas 3 linhas.

Quadro 11 – Síntese - Triângulos

	1ª etapa	2ª etapa			
		Definição	Características	Atributos Equivocados	Proposições Equivocadas
OE1	categoria 2	NR	P, L		
OE2	categoria 5	categoria 7	P		
OE3	categoria 1	categoria 8	P, V, L	A, F	
OE4	categoria	NR	P		Subgeneralização
OE5	categoria 1	categoria 6	P, V, L	A, F	
OE6	categoria 3	categoria 1	P V, L	F, A	
PA1	categoria 2	NR	P, V, L	A	
PA2	categoria 1	NR	P		
PA3	categoria2	NR	P, V, L	F, A	
PA4	categoria 1	NR	P		
PA5	categoria 1	NR	P, V, L	Lados Paralelos	
PA6	categoria 1	Mat. Concreto	P, V, L	F	Subgeneralização
PA7	categoria 3	Mat. Concreto	P, V	F	Subgeneralização
PA8	categoria 3	Mat. Concreto	P, V, L		Subgeneralização
PA9	categoria 3	Mat. Concreto	P, V, L	F	Subgeneralização
PA10	categoria 1	categoria 7	P		Não habilidade verbal

PA11	categoria 1	NR	P		
PA12	categoria 1	NR	P, V	Lados e ângulos retos	Subgeneralização
PA13	categoria	categoria 6			
PA14	categoria 6	Triângulo	P, V	L, F	Subgeneralização e não habilidade verbal
PA15	categoria 1	categoria 2	P, V, L	F	
PA16	categoria 2	categoria 6	P, L	F	Não habilidade verbal

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: NR (não respondeu); P (plana); V (Vértice); L (Lado); F (Face); A (Aresta)

Em relação às respostas equivocadas às proposições sobre triângulos, a **Tabela 47** sintetiza.

Tabela 47 – Síntese das proposições equivocadas dos triângulos

Proposição	Equivocada	NR	Total
5.5. Todo triângulo tem 3 lados congruentes	31,8%	0,0%	31,8%
5.6. Existem triângulos com 3 lados congruentes.	0,0%	13,6%	13,6%
5.7. Triângulo isósceles possui 3 lados congruentes	22,7%	4,5%	27,3%
5.8. Triângulo equilátero possui 3 lados congruentes.	18,2%	13,6%	31,8%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Analisando a síntese, percebe-se que 31,8% dos sujeitos afirmaram que todo triângulo tem três lados congruentes, evidenciando— a subgeneralização da figura, ao reconhecerem os triângulos apenas como sendo os equiláteros.

Dos entrevistados, 22,7% afirmaram a proposição 5.7, relacionando a figura “triângulo isósceles” ao triângulo com três lados congruentes, enquanto 18,2% negaram a proposição 5.8, a qual afirmava que o triângulo equilátero possui três lados congruentes. Conclui-se que a habilidade verbal requerida para tais proposições, aparentemente, não foram mobilizadas, visto que o radical “equi-” da palavra “equilátero” remete a “iguais”.

Pode-se observar, de acordo com o Quadro11, que, apesar de 45,4% determinarem o triângulo como uma figura plana e conhecerem seu número de vértices e lados, apenas até dois atributos foram utilizados em sua definição. Outras informações que merecem realce são: 59,1% dos sujeitos apresentaram atributos equivocados para os triângulos; 31,8% relacionam-no à figura com 3 lados iguais, portanto ocorrendo caso de subgeneralização; 13,6%, não apresentaram a habilidade verbal, visto não terem conseguido identificar a medida do lado do triângulo com sua nomenclatura (isósceles, equilátero).

6.2.2.4 Análise dos dados relativos ao conhecimento declarativo sobre quadrado

Quanto ao entendimento do que é um “quadrado”, pergunta feita na 1ª Etapa da pesquisa, as respostas foram categorizadas e aqui analisadas de acordo com tais categorias visando à verificação em relação às respostas da 2ª etapa da pesquisa.

Na primeira etapa, 40,9% dos sujeitos definiram o quadrado utilizando apenas um atributo definidor. Nessa etapa, dentre eles, 50,0% não responderam como definiriam o quadrado para seus alunos. Apenas 1,0% classificou-o com 2 atributos definidores. Pelas respostas às proposições relacionadas aos quadriláteros, percebe-se que não há a inclusão de classes, visto que 40,0% não identificam o quadrado como retângulo tampouco como losango. Desse grupo, 30% atribuíram, pelo menos, as características ângulos retos e lados congruentes aos quadrados.

Quadro 12 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 1 atributo definidor na 1ª Etapa da pesquisa - QUADRADO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
OE4	Quadrilátero com 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Formada por 4 lados iguais.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, lados paralelos; lados congruentes, ângulos retos, ângulos congruentes. Características equivocadas: -.
		Proposições equivocadas: Não respondeu: 5.9; 5.10; 5.12; 5.13; 5.14; 5.15
PA2	Figura geométrica com 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana. Características equivocadas:
		Proposições equivocadas: 5.12
PA3	Forma geométrica com 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados, lados congruentes, ângulos retos. Características equivocadas: faces e arestas
		Proposições equivocadas: 5.9; 5.12; 5.14. Não respondeu: 5.15
PA4	Figura geométrica com 4 lados do mesmo tamanhos	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana.
		Proposições equivocadas: 5.12.
PA10	Figura de 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Compararia com a janela da sala. Diria a eles que só podemos ver a frente do quadrado.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana. Características equivocadas: lados paralelos.
		Proposições equivocadas: 5.9; 5.12; 5.13; 5.14; 5.15
PA11	Figura com 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.

		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana. Características equivocadas: Proposições equivocadas: 5.9. Não respondeu: 5.12; 5.13; 5.14; 5.15
PA12	Formado por 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados paralelos, ângulos retos. Características equivocadas: lados, faces Proposições equivocadas: 5.9; 5.10; 5.11; 5.13; 5.14; 5.15
PA13	Todos os lados possuem a mesma medida	Como você definiria para seu aluno? Essa figura tem os lados com mesma medida e não tem como pegar, por isso é plana. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados paralelos, lados congruentes, ângulos congruentes. Características equivocadas: lados, faces, arestas Proposições equivocadas: 5.13; 5.14
PA14	É uma forma quadrada, como o próprio nome diz e tem 4 lados	Como você definiria para seu aluno? Como um quadrado. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados; ângulos retos. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.9; 5.13 e 5.15

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Do grupo que havia caracterizado o quadrado com apenas dois atributos definidores, na primeira etapa, ninguém o definiu, na segunda, com mais de dois atributos 20% utilizaram atributos equivocados e 40% não reconheceram o quadrado como retângulo.

Quadro 13 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 2 atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa – QUADRADO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
OE1	Figura fechada formada por 4 ângulos retos	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu. Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, lados, lados paralelos, lados congruentes, ângulos retos, ângulos congruentes. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.13
OE2	Figura geométrica plana com 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Uma das faces do cubo. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana. Características equivocadas: Proposições equivocadas: 5.12; 5.15
OE3	Figura de 4 lados e 4 ângulos retos	Como você definiria para seu aluno? Relacionaria a um objeto da sala de aula com mesmo formato Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: arestas. Proposições equivocadas: 5.12; 5.15; 5.9
OE5	Polígono de 4 lados	Como você definiria para seu aluno? É uma figura geométrica plana formada por 4 lados, 4 arestas, 4 vértices e uma face. Poligonal e

	necessariamente iguais	convexa que possui 4 lados congruentes e também 4 ângulos retos e congruentes. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: faces e arestas. Proposições equivocadas:
OE6	Figura com 4 lados iguais e com ângulos de 90°	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.9
PA1	Figura plana com 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.11
PA6	Um polígono de 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.9; 5.12; 5.14; 5.15
PA9	Figura plana com 4 lados iguais	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.12; 5.15; 5.9
PA15	Figura geométrica com 4 lados iguais e 4 ângulos retos	Como você definiria para seu aluno? Figura plana com 4 ângulos retos e lados iguais. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas:
PA16	Figura de 4 lados, 4 vértices	Como você definiria para seu aluno? Figura de 4 lados iguais e 4 pontas. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.9; 5.15

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Em relação aos sujeitos que, na primeira etapa, haviam definido o quadrado com 4 ou mais atributos, ao responderem às questões, após a formação, houve decréscimo na utilização de atributos. Além desse fato, pelas proposições e características elencadas, não reconheceram essa figura como retângulo.

Quadro 14 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram 4 ou mais atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa - QUADRADO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
PA7	Polígono de 4 lados iguais, 4 ângulos retos e 4 vértices	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, vértices, lados, lados paralelos. Características equivocadas: faces
		Proposições equivocadas: 5.9; 5.12; 5.14; 5.15
PA8	Polígono de 4 lados iguais, 4 ângulos retos e 4 vértices	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto.

		Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, vértices, lados, lados paralelos. Características equivocadas: faces
		Proposições equivocadas: 5.9.; 5.12; 5.15

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários

No que diz respeito ao sujeito que, no primeiro momento, tinha feito atribuições equivocadas, verifica-se que o mesmo não elencou nenhuma característica definidora para o quadrado, mostrando que não sofreu mudança conceitual alguma.

Quadro 15 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram atributos equivocados na 1ª Etapa da pesquisa - QUADRADO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
		Como você definiria para seu aluno? Não respondeu
		Características assinaladas a partir das sugeridas: Nenhuma. Características equivocadas:
PA5	Figura geométrica com 4 lados iguais ou não	Proposições equivocadas: 5.11

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários

Além do anteriormente exposto, na atividade realizada pelos professores no questionário 2, algumas características foram elencadas para que associassem ou não ao quadrado: lados paralelos (LP), lados congruentes (LC), ângulos retos (AR) e ângulos congruentes (AC). De acordo com o quadro 16, pode-se observar que 31,8% associaram lados paralelos ao quadrado; a mesma porcentagem dos sujeitos relacionaram-no aos ângulos retos. Em relação aos lados congruentes, apenas 18,2% afirmaram ser uma característica dessa figura, e 13,6% dos sujeitos associaram o atributo ângulos congruentes ao quadrado. Visto que os professores alfabetizadores portavam a figura do quadrado para observar e associar a esses atributos, conclui-se que a habilidade visual, a qual, aparentemente, demonstraram possuir ao associarem o quadrado às figuras planas, aqui não foi demonstrada, talvez por não saberem o com

Quadro 16 – Síntese - Quadrados

	1ª etapa	2ª etapa			
		Definição	Características	Conceitos Equivocados	Proposições Equivocadas
OE1	categoria 2	NR	P, LP, LC, AR, AC	F	
OE2	categoria 2	Categoria 7	P		
OE3	categoria 2	Cotidiano	P, V, L	A	
OE4	categoria 1	1	P, LP, LC, AR, AC		Não relaciona o quadrado com o retângulo, losango
OE5	categoria 2	categoria 6	P, V, L	F, A	
OE6	categoria 2	NR	P, LP, LC, AR, AC	F	
PA1	categoria 2	NR	P, L	F	
PA2	categoria 1	NR	P		
PA3	categoria 1	NR	P, V, L, LC, AR	F, A	
PA4	categoria 1	NR	P		
PA5	categoria 6	NR			
PA6	categoria 2	Cotidiano	P, L	F	
PA7	categoria 4	Cotidiano	P, V, L, LP	F	
PA8	categoria 4	Cotidiano	P, V, L, LP		
PA9	categoria 2	Cotidiano	P,L	F	
PA10	categoria 1	cotidiano	P		Não relaciona o quadrado com o retângulo, losango
PA11	categoria 1	NR	P		
PA12	categoria 1	NR	P, V, LP, AR	L, F	
PA13	categoria 1	categoria 6	P, V, LP, AR		
PA14	categoria 1	quadrado	P, V, L, AR		
PA15	categoria 2	categoria 3	P,L	F	
PA16	categoria 2	categoria 6	P, L	F	

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: P (plana); V (vértice); L (lado); LP (lado paralelo); LC (lado congruente); AR (ângulo reto); AC (ângulo congruente); T (total); 0 (não respondeu); 1 (quantificou corretamente); x (atributo equivocado)

Sintetizando, não houve melhoria significativa na caracterização do quadrado através dos seus atributos definidores, tendo em vista que os sujeitos da pesquisa não avançaram quantitativa nem qualitativamente na sua utilização. Frisa-se que, apesar de observarem algumas características para o quadrado, quando o definem, não se reportam a elas. Há, ainda, neste grupo, o emprego de atributos equivocados.

A dificuldade de definição do quadrado, aqui especificamente, pelos seus atributos definidores relevantes faz com que os sujeitos da pesquisa não consigam avançar nos níveis

cognitivos do desenvolvimento conceitual, permanecendo, assim, no nível concreto descrito por Klausmeier e Goodwin (1977).

6.2.2.5 Análise dos dados relativos ao conhecimento declarativo sobre retângulo

Quanto ao conhecimento declarativo sobre retângulo, 90,9% dos sujeitos desta segunda etapa, ao responderem ao Questionário 1, classificaram-no como tendo 4 lados, sendo 2 de uma medida e outros dois de outra, portanto ocorrendo um caso de subgeneralização. Devido a essa quantidade significativa, tais respostas serão analisadas de acordo com as demais categorias.

Para os sujeitos classificados na categoria 1, 50,0% reconheceram o atributo “ângulo reto” para o retângulo. Quanto à forma de definir o retângulo aos seus alunos, 33,3% afirmaram que seria através da associação a objetos do cotidiano, e 50,0% não responderam. Pelas proposições equivocadas, ainda se percebe que não fizeram a inclusão de classe, não reconhecendo o retângulo como um paralelogramo.

Quadro 17 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 1 atributo definidor na 1ª Etapa da pesquisa – RETÂNGULO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
OE2	Figura geométrica com 4 lados iguais e dois diferentes	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, ângulos congruentes. Características equivocadas: lados
		Proposições equivocadas: 5.9; 5.12; 5.15
OE3	Figura de 4 lados sendo os comprimentos iguais e larguras iguais	Como você definiria para seu aluno? Observando a sala de aula, objetos com essas características. Formato da caixa de sapato, da carteira, etc.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados, lados paralelos, ângulos retos, ângulos congruentes. Características equivocadas: vértices, face, arestas
		Proposições equivocadas: 5.9; 5.12; 5.15
PA2	Figura geométrica com 4 lados (dois iguais maiores)	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados paralelos, ângulos retos, ângulos congruentes. Características equivocadas: .
		Proposições equivocadas: 5.12
PA3	Forma geométrica com 2 lados iguais e maiores, dois lados iguais e menores	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados, lados paralelos, ângulos retos. Características equivocadas: faces e arestas.

		Proposições equivocadas: 5.9; 5.12; 5.14; 5.15
PA4	Figura geométrica com 4 lados	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados paralelos, ângulos retos, ângulos congruentes. Características equivocadas: Proposições equivocadas: 5.12
PA5	Figura geométrica com 4 lados, 2 de cada tamanho diferentes	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados, lados paralelos, ângulos retos, ângulos congruentes. Características equivocadas: Proposições equivocadas: 5.11
PA6	Um polígono de 4 lados	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados paralelos, ângulos retos. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.9. e 5.12; 5.14 e 5.15
PA7	Polígono de 4 lados, sendo 2 lados com a mesma medida	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados paralelos. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.9; 5.12; 5.14 e 5.15
PA8	Polígono de 4 lados, sendo 2 lados com a mesma medida	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados paralelos. Características equivocadas: faces Proposições equivocadas: 5.12 e 5.15
PA10	Figura de 4 lados, sendo 2 diferentes	Como você definiria para seu aluno? Tem a forma da régua escolar. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana. Características equivocadas: Proposições equivocadas: Não respondeu: 5.9; 5.12; 5.13; 5.14 e 5.15
PA11	Figura geométrica composta de 4 lados, dois de cada tamanho	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu. Características assinaladas a partir das sugeridas: plana. Características equivocadas: Não respondeu: 5.12 Proposições equivocadas: 5.9; 5.12; 5.13; 5.14 e 5.15
PA13	Dois lados possuem medidas iguais e menores, enquanto outros dois lados possuem medidas iguais e maiores	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, lados. Características equivocadas: Proposições equivocadas: 5.13; 5.14

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Em relação à categoria apenas dois atributos, neste segundo momento, um sujeito determinou o retângulo com mais de 4 atributos definidores. No entanto, utiliza equivocadamente face e aresta para a figura plana.

Quadro 18 – Comparação do conhecimento declarativo para os sujeitos que apresentaram apenas 2 atributos definidores na 1ª Etapa da pesquisa – RETÂNGULO

	Antes da Formação – 1ª Etapa	Após a formação – 2ª Etapa
OE1	Figura fechada formada por 4 ângulos retos e de lados iguais dois a dois	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu. Características assinaladas a partir das sugeridas: Plana, lados, lados paralelos, ângulos retos. Características equivocadas: faces

		Proposições equivocadas: 5.13
OE4	Quadrilátero com pares paralelos de mesma medida	Como você definiria para seu aluno? Figura geométrica
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana. Características equivocadas:
		Proposições equivocadas: Não respondeu: 5.9.
OE5	Polígono de 4 lados: dois a dois lados iguais e diferentes	Como você definiria para seu aluno? É uma figura geométrica plana formada por 4 segmentos de reta possuindo 4 ângulos retos. Polígono (quadrilátero) fechado com lados e ângulos opostos congruentes.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados, lados paralelos, ângulos retos; ângulos congruentes. Características equivocadas: faces e arestas.
		Proposições equivocadas:
OE6	Figura com dois lados menores paralelos e dois lados maiores também paralelos com ângulos de 90°	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados, lados paralelos, ângulos retos. Características equivocadas: faces e arestas.
		Proposições equivocadas: 5.9
PA1	Figura plana com 2 pares de lados iguais, maior e menor	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados, lados paralelos, ângulos retos; ângulos congruentes. Características equivocadas: arestas
		Proposições equivocadas: 5.11.
PA9	Figura plana com 4 lados comprimento diferente de altura	Como você definiria para seu aluno? Através do material concreto
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados paralelos. Características equivocadas: faces
		Proposições equivocadas: 5.9. e 5.12; 5,15
PA15	Figura geométrica com lados iguais 2 a 2 e 4 ângulos retos	Como você definiria para seu aluno? Figura plana formada por 4 lados congruentes dois a dois.
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados, lados paralelos, ângulos retos; ângulos congruentes. Características equivocadas: faces
		Proposições equivocadas:
PA16	Figura de 4 lados, iguais 2 a 2, 4 vértices	Como você definiria para seu aluno? Não respondeu
		Características assinaladas a partir das sugeridas: plana, vértices, lados. Características equivocadas: faces
		Proposições equivocadas: 5.9 e 5.15

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Com o intuito de sintetizar os atributos definidores para o retângulo, apresenta-se, a seguir, o **Quadro 19**. Salienta-se que, para cada figura, foram apresentadas as características: lados paralelos, lados congruentes, ângulos retos e ângulos congruentes a fim de que os professores as associassem ou não à figura analisada; Dos sujeitos participantes, 63,6% reconheceram lado paralelo como uma característica do retângulo; 50%, o atributo definidor relevante ângulo reto; e 36,4% relacionaram a característica ângulos congruentes aos

retângulos. Mesmo vinculando tais atributos ao retângulo, ao responderem como o definiriam para seus alunos, essas características não foram declaradas.

A respeito da característica lados congruentes, 36,4% dos entrevistados a atribuíram aos retângulos, evidenciando a subgeneralização, já mencionada anteriormente.

Quadro 19 – Síntese - Retângulos

	1ª etapa	2ª etapa			
		Definição	Características	Conceitos Equivocados	Proposições Equivocadas
OE1	categoria 2	NR	P, L, LP, AR	F	
OE2	categoria 1	NR	P, AC	L	5.9, 5.12
OE3	categoria 1	categoria 6	P, L, LP, LC, AR, AC	V, F, A	
OE4	categoria 2	categoria 1	P		5.9
OE5	categoria 2	categoria 4	P, V, L, LP, AR, AC	F, A	
OE6	categoria 2	NR	P, V, L, LP, AR	F, A	5.9
PA1	categoria 2	NR	P, V, L, LP, AR, AC, LC	A	
PA2	categoria 1	NR	P, LP, LC, AR, AC		5.12
PA3	categoria 1	NR	P, V, L, LP, AR	F, A	5.9; 5.12
PA4	categoria 1	NR	P, LP, AR, AC, LC		5.12
PA5	categoria 1	NR	P, L, LP, AR, AC, LC		5.11
PA6	categoria 1	concreto	P, L, LP, AR, LC	F	5.9; 5.12
PA7	categoria 1	concreto	P V, LP, LC	F	5.9; 5.12
PA8	categoria 1	concreto	P, V, LP, LC	F	
PA9	categoria 2	concreto	P, V, LP	F	
PA10	categoria 1	categoria 6	P		5.9; 5.12
PA11	categoria 1	NR	P		
PA12	categoria 6	NR			
PA13	categoria 1	NR	P, L		
PA14	categoria 6	Retângulo			
PA15	categoria 2	categoria 5	P, V, L, LP, AR, AC	F	
PA16	categoria 2	NR	P, V, L	F	5.9

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: P (plana); V (vértice); L (lado); LP (lado paralelo); LC (lado congruente); AR (ângulo reto); AC (ângulo congruente); T (total); 0 (não respondeu); 1 (quantificou corretamente); x (atributo equivocado)

Vale destacar que, apesar de outros sujeitos da pesquisa determinarem, a partir das características propostas, outros atributos definidores para o retângulo, apenas 1 indicou mais de 4.

Tabela 48 – Síntese das proposições equivocadas para os quadriláteros

Proposição	Equivocada	NR	Total
5.9. Todo quadrilátero possui lados opostos paralelos	54,5%	4,5%	59,1%
5.10. Os quadriláteros que possuem lados opostos paralelos são chamados paralelogramos.	4,5%	4,5%	9,1%
5.11. Todo retângulo é um paralelogramo.	13,6%	0,0%	13,6%
5.12. Todo quadrilátero que possui os ângulos retos são denominados retângulo.	45,5%	9,1%	54,5%
5.13. Losango é um quadrilátero que possui os lados congruentes.	22,7%	9,1%	31,8%
5.14. Todo quadrado é losango.	27,3%	9,1%	36,4%
5.15. Todo losango tem ângulos retos.	45,5%	13,6%	59,1%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Ao se fazer a análise da tabela síntese das proposições respondidas equivocadamente pelos sujeitos da pesquisa, nota-se que 59,1% dos professores afirmaram que os quadriláteros possuem lados opostos paralelos (proposição 5.9). No que se refere aos quadriláteros apresentados aos professores (quadrado, retângulo, losango e paralelogramo), enfatiza-se que todos foram paralelogramos. Dessa forma, evidenciou-se a habilidade visual do professor, no entanto sugere que os quadriláteros não paralelogramos não fazem parte do seu repertório. Diante disso, alerta-se que, provavelmente, quadriláteros não convexos e não paralelogramos não foram estudados pelos sujeitos. O exposto ainda reforça a importância do trabalho com exemplos e não exemplos.

Outra proposição que aparece com alto índice de respostas errôneas (54,5%) é a 5.12., na qual os sujeitos não consideram que todo quadrilátero que possui ângulos retos são denominados de retângulo. Aqui, questiona-se a habilidade verbal, considerando que a palavra “reto-ângulo” já sugere figuras que possuem ângulos retos.

Ainda, no campo da habilidade visual, os professores que afirmaram que todo losango tem ângulos retos (59,1%) não se atentaram para o losango apresentado, pois o mesmo não se tratava de um retângulo.

Ao negarem a proposição de que todo quadrado é um losango (5.14), fica demonstrada a não inclusão de classes entre os quadriláteros, tendo em vista que 36,4% dos sujeitos não associaram o quadrado ao losango, devido ao fato de não identificarem um atributo definidor relevante (lados congruentes).

6.2.2.6 Discussão dos resultados da segunda etapa em relação aos conhecimentos declarativos de triângulo, quadrado e retângulo

A primeira etapa desta pesquisa foi realizada antes de os professores iniciarem os estudos sobre geometria. Os dados analisados serviram para se ter um panorama sobre os conhecimentos prévios dos docentes acerca dos conhecimentos declarativos de triângulo, quadrado e retângulo. A segunda etapa procurou explorar os conhecimentos declarativos dos participantes, mas de uma forma mais completa, levando-se em consideração o conceito como entidade pública, as representações, seus conhecimentos sobre atributos definidores e relações lógicas entre as definições das figuras. Sendo assim, foram exploradas de forma mais completa as habilidades propostas por Hoffer (1981), como habilidade verbal, habilidade lógica e habilidade visual. Em termos de desenvolvimento conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977), por meio dos questionários aplicados, foi possível verificar características dos níveis cognitivos de formação de conceitos. Analisando as habilidades, os atributos definidores e os níveis, tem-se uma visão abrangente sobre os conhecimentos declarativos dos alfabetizadores em relação às figuras geométricas investigadas.

De maneira geral, houve pouca diferença em termos de conhecimentos declarativos das figuras, quando comparamos o antes e o depois do término do estudo do material de geometria. Percebe-se, pelos dados apresentados anteriormente, que, mesmo após terem discutido temas como imagem mental, percepção, atributos definidores, entre outros temas, ainda existe a subgeneralização para o triângulo, ou seja, considera-se como triângulo somente as figuras que possuem três lados congruentes. Além disso, é importante destacar o equívoco que ainda persiste em relação à nomenclatura dos atributos definidores das figuras investigadas, como o uso de “lados” para as faces dos poliedros e “faces” para os lados dos polígonos. Ademais, o uso de retas e de linhas retas para caracterizar os lados desses polígonos ainda permanecem, mesmo após os participantes terem estudado as nomenclaturas corretas. Para a figura triângulo, o que mais se evidencia é a habilidade visual, sendo o lado o atributo mais mencionado. Considera-se, ainda, a habilidade verbal prejudicada pelo uso de termos equivocados para classificar os atributos definidores.

Sabe-se que a formação deficitária do professor incide diretamente na instrução de seus alunos, os quais acabam construindo conceitos de forma equivocada e incorrendo em processos de subgeneralização, como mostra Pirola (2013). Confirma os erros conceituais de

alunos da escola básica em relação às figuras geométricas a literatura revista (?), corroborada pelos estudos de Pirola (1995), Proença (2008), Moraco (2006), entre outros.

No tocante ao quadrado e ao retângulo, o que fica mais evidente é a dificuldade em estabelecer relações lógicas (habilidade lógica), ou seja, quando os atributos definidores não estão bem estruturados, as correspondências lógicas entre eles não acontecem. Por exemplo, mesmo após o curso de geometria, há professores que não conseguem verificar que os quadrados e losangos compartilham de mesmos atributos, isto é, que todo quadrado é losango. Dessa forma, infere-se que esses professores não atingiram o nível classificatório, de acordo com a teoria de Klausmeier e Goodwin (1977). De forma análoga, se quadrados e losangos são considerados figuras sem relações, não há evidências do nível de identidade, pois um quadrado rotacionado não deixa ser quadrado, mas, para a maioria das pessoas, o quadrado, quando rotacionado, “vira” um losango, tornando-se uma figura diferente. Esse fato, inclusive, foi evidenciado em pesquisas que tratam de formação de conceitos, como Proença (2008) e Pirola (1995, 2000, 2013).

Os resultados deste estudo estão de acordo com os encontrados por Barbosa (2017), quando afirma que:

A trajetória educacional dos sujeitos em relação à aprendizagem de Geometria demonstrou-se insuficiente indo ao encontro das discussões teóricas que já sinalizavam um abandono com a temática anteriormente a homologação do PCN (BRASIL, 1997). Mesmo as professoras tendo declarado que buscam os conceitos e recursos para aulas em fontes diversas, percebeu-se que esta lacuna formativa deixou marcas, que somadas às concepções de ensino de cada uma, e as ideologias cristalizadas dos cursos de formação continuada ao longo de anos, não são capazes de mudar de forma significativa um cenário que requer urgência, pois ninguém ensina o que não domina. (LORENZATO, 2010). Neste sentido, se outras medidas formativas não forem implementadas e fomentarem novas discussões sobre esta temática, o passo alcançado com o curso oferecido pelo PNAIC poderá retroceder e mais uma vez o ensino de Geometria não ganhará destaque nos planejamentos curriculares e nas aulas dos anos iniciais. (BARBOSA, 2017, P. 155-156)

De maneira geral, conclui-se ser importante que a elaboração dos programas de formação continuada considerem tanto a realidade dos professores (condições de trabalho, classes numerosas, longas jornadas de trabalho etc.) como as condições em que esses professores foram formados, pois eles são vítimas de uma formação inicial em que não se prioriza o ensino de Matemática, como já foi apontado por Curi e Pires (2004). Esse é o fato que mais tem contribuído para que os docentes desenvolvam um conhecimento declarativo precário em relação aos conteúdos que ensinam, em especial a geometria, como fica evidente nesta tese.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A principal intenção deste trabalho foi investigar quais conhecimentos declarativos, em relação aos conceitos geométricos, os professores alfabetizadores participantes do programa de formação continuada Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC de Matemática mobilizam ao conceituar figuras bidimensionais, figuras tridimensionais, triângulo, quadrado e retângulo.

Com respaldo nas respostas à pergunta “Qual o conhecimento declarativo apresentado por professores alfabetizadores participantes do programa de formação continuada Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC de Matemática em relação aos conceitos geométricos?” e na análise de dados, e de acordo com os estudos teóricos revistos nesta tese, observou-se que os professores alfabetizadores envolvidos nesta pesquisa apresentaram pouco conhecimento declarativo sobre as figuras geométricas, utilizaram-se de atributos equivocados para conceituá-las e incorreram em processos de subgeneralização. Em termos de habilidades, verificou-se que a verbal apresentou-se como elemento dificultador no processo de identificação e nomeação de atributos definidores.

Por meio deste estudo, a hipótese de tese foi comprovada: professores alfabetizadores que participaram do PNAIC, objetos de estudo desta pesquisa não possuem conhecimento declarativo adequado de algumas figuras geométricas, como triângulo, quadrado e retângulo, apresentando baixo nível de habilidade geométrica (de acordo com as habilidades descritas por Hoffer (1981)) e processos de subgeneralização.

Presume-se que a dificuldade em identificar as figuras, por meio dos atributos definidores, pode ser decorrente do processo de formação desses professores, pois, quando questionados sobre a formação que tiveram em relação à geometria, apenas 4,5% julgaram terem tido experiências positivas em relação a essa parte da Matemática e a maioria afirmou não terem estudado geometria ou que esse estudo foi de forma superficial.

Outro fator que pode ter contribuído para tais resultados é a forma como a geometria vem sendo ensinada, tanto na educação básica, como em cursos de formação inicial e continuada de professores, tendo em vista que esse ensino acontece de maneira a, muitas vezes, priorizar a construção do conhecimento de procedimento, baseado em cálculos de áreas e perímetros (conteúdos tratados em grandezas e medidas), por meio de memorização de fórmulas prontas e acabadas, em detrimento dos conhecimentos declarativos (conceituais). A

pesquisa também demonstrou que o conhecimento declarativo evidenciado pelas repostas dos professores aproxima-se do conhecimento declarativo de alunos da Educação Básica, conforme mostram os estudos de Pirola (1995, 2013, 2014), Tortora (2014) e Silva (2016).

Em relação à fundamentação teórica utilizada nesta pesquisa, embora os estudos sejam da década de setenta, por exemplo Klausmeier e Goodwin (1977), eles têm sido utilizados em várias pesquisas no âmbito da Psicologia da Educação Matemática, no sentido de revisá-la e aprimorá-la. Entre essas pesquisas, destacam-se as de Proença (2008), Nascimento (2008), Rezi (2001), Pirola (2013), entre outros. A partir desta tese foi possível comprovar relações entre o processo de formação de conceitos de Klausmeier e Goodwin (1977), Hoffer (1981) e Sternberg (2000), mostrando que o conhecimento declarativo em geometria compreende tanto os conceitos como entidade pública, como as habilidades geométricas, e esses dois elementos impulsionam o conhecimento de procedimento.

Respondendo às perguntas norteadoras deste trabalho, de acordo com os dados analisados, **a relação do Professor Alfabetizador com a Geometria**, tornou-se mais “amigável” após o estudo do caderno de geometria do PNAIC, tendo o docente superado suas expectativas em relação ao mesmo. Reforça-se que os professores que aplicaram as atividades propostas de geometria com os alunos obtiveram um bom rendimento e uma boa receptividade por parte dos discentes.

No que se refere aos **atributos definidores utilizados pelos professores alfabetizadores para a definição de algumas figuras geométricas plana e espaciais**, constatou-se o baixo número de atributos definidores utilizados por eles para descrição das figuras geométricas. Além disso, observou-se a utilização de atributos equivocados na conceituação.

Quanto ao questionamento **habilidades, segundo Hoffer (1977), são evidenciadas por meio do conhecimento declarativo dos professores alfabetizadores** constatou-se apenas a visual. A habilidade verbal pôde ser observada na atividade de relacionar as figuras espaciais e as planas à sua nomenclatura. No entanto, os sujeitos utilizaram nomenclaturas equivocadas para tais figuras, como face e aresta para as figuras planas; lados para as espaciais.

Com relação às **diferenças entre as habilidades (Hoffer) mobilizadas pelos professores alfabetizadores antes e após o curso de geometria do PNAIC** não houve mudança significativa, visto que, ainda após a formação ter acontecido, professores demonstraram apenas as habilidade verbais (algumas vezes equivocadas) e as visuais. Tais

habilidades são insuficientes para atingir o conceito das figuras geométricas e o pleno desenvolvimento do pensamento geométrico.

Diante disso, salienta-se a importância da formação inicial e dos programas de formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino para o desenvolvimento conceitual. No âmbito da formação inicial, é desejável que os cursos de Pedagogia deem atenção maior ao ensino da Matemática escolar, em especial ao da geometria, não somente aumentando a carga horária dessa disciplina, mas articulando os processos de construção conceitual (conhecimentos declarativos) com os aspectos históricos dos conceitos e os metodológicos relacionados ao ensino.

Vale ressaltar que o tempo de formação deste grupo de professores foi curto para que mudanças significativas pudessem ser observadas, principalmente se se considerar a afirmação dos envolvidos de não terem tido formação em geometria ou ela ter sido muito superficial e deficitária. Ademais, a maioria dos professores leciona há muito tempo e traz consigo conceitos equivocados e/ou superficiais tão arraigados que, para haver uma mudança conceitual, haveria necessidade de mais tempo.

Além disso, há de se ponderar que os programas de formação continuada sofrem mudanças de acordo com as políticas governamentais, dificultando que se tenha uma formação sistemática e realmente contínua. O PNAIC, por exemplo, desde sua implantação, já sofreu várias alterações no formato proposto e tem acontecido em períodos muito curtos para que haja uma apropriação dos conceitos tratados durante a formação.

Visando à continuidade dos estudos feitos nesta pesquisa, sugere-se articular o conhecimento declarativo que os professores possuem sobre atributos definidores das figuras investigadas com a identificação de exemplos e não exemplos (podendo ser utilizado o teste desenvolvido por Pirola (1995)) e com as relações superordenadas e subordinadas (utilizando-se, por exemplo, o teste desenvolvido por Proença (2008)). Dessa forma, será viável alcançar um conhecimento mais abrangente sobre a formação conceitual dos professores que estão atuando no ciclo de alfabetização, possibilitando a ampliação da investigação para a formação conceitual de professores que atuam em outros níveis de escolaridade.

Outras questões de pesquisa poderiam ser originadas a partir dos resultados desta tese, como por exemplo:

- 1- Relações entre os conhecimentos declarativos e os de procedimentos, em geometria, no processo de formação inicial e continuada de professores alfabetizadores;

- 2- O que pensam os professores alfabetizadores sobre as figuras geométricas – Neste caso, os questionários aplicados nesta tese poderiam ser direcionados aos professores alfabetizadores por meio do “pensar em voz alta” que é uma técnica muito utilizada em pesquisas no campo da Psicologia da Educação Matemática e que consiste em entrevistar os participantes deixando-os explicitar todas as relações entre os conceitos e procedimentos, já disponíveis em sua estrutura cognitiva, na realização de atividades geométricas.

Considerando todo o exposto, reforça-se a necessidade de se pensar em um programa de formação continuada de professores alfabetizadores que discuta o ensino de geometria através de atributos definidores e também das habilidades básicas em geometria, elevando-se, assim, o nível de conhecimento declarativo.

REFERÊNCIAS

ALVES, E. V. **Um estudo exploratório das relações entre memória, desempenho e os procedimentos utilizados na solução de problemas matemáticos.** 2005. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. Campinas.

ANDERSON, R. **The architecture of cognition.** Cambridge, Ma.: Harvard University Press. (1983).

ANDRÉ, M.. **Pesquisas sobre formação de professores: tensões e perspectivas do campo.** IN: FONTOURA, H. A. da e SILVA, M. (orgs.). *Formação de Professores, Culturas: desafios à Pós-graduação em Educação em suas múltiplas dimensões.* Rio de Janeiro: ANPEd Nacional, 2011. P.24-36. Disponível em: <http://www.fe.ufrj.br/anpedinha2011/ebook2.pdf>. Acesso em: 22/10/17

BARBOSA, ALINE PEREIRA RAMIREZ. **Formação continuada de professores para o ensino de geometria nos anos iniciais: um olhar a partir do PNAIC.** Mestrado em Educação para a Ciência. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista. Bauru, p. 180, 2017.

BARBOSA, C. P. **O Pensamento Geométrico em movimento: um estudo com professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma Escola Pública de Ouro Preto (MG).** Dissertação. Mestrado Profissional. Universidade Federal de Ouro Preto, p. 186, 2011.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994. p.335.

BRASIL, Ministério da Educação. **Avaliação nacional da alfabetização (ANA): documento básico.** Brasília: INEP, 2013. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2013/livreto_ANA_online.pdf. Acesso feito em 10 de novembro de 2017.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Referencial curricular nacional.** Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. — Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º E 3º ANOS) do Ensino Fundamental.** Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. — Brasília: MEC/SEF, 2012 (a).

BRASIL. Resolução CNE/CP nº 2, de 1º de julho de 2015 - Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. 2015 - disponível em

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=70431-res-cne-cp-002-03072015-pdf&category_slug=agosto-2017-pdf&Itemid=30192

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Educação é a base.** Terceira versão. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: 26 de outubro de 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA).** Diretoria de Avaliação da Educação Básica. Apresentação, Maio de 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria Nº 867**, de 4 de julho de 2012(b).

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Interdisciplinaridade no ciclo de alfabetização. Caderno de Apresentação.** Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2015. 76 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria.** Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014. 96 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** (9 volumes). Brasília, MEC/SEF, 142p. 1997.

BRITO, M. R. F. O Ensino e A Formação de Conceitos Em Sala de Aula. In: Maria Helena Novaes; Márcia Regina F. de Brito.. (Org.). **Psicologia na Educação: Articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica.** 1ed.Rio de Janeiro: Xenon Editora e Produtora Cultural, 1996.

BRITO, M. R. F. **Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º graus.** 1996. Tese (Livre-Docência em Educação). Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. Campinas.

CAEd. Sistema de Avaliação do Rio de Janeiro – SAERG. **Revista do professor. 5º Ano do Ensino Fundamental.** Rio de Janeiro, 2008.

COELHO, L. F.; SILVA, M. J. F.. **Um panorama das pesquisas sobre o vocabulário geométrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** In: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP, 2016. XII Encontro Nacional de Educação Matemática.

COLL,C. **Aprendizagem e o Ensino de Procedimentos.** In: COLL, C; POZO,J.I; SARABIA, B; VALLS,E. *Os Conteúdos na Reforma. Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes.* Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998

CURI, E. PIRES, C.M.C. **A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas nacionais.** In: Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004.

CURI, E. PIRES, C.M.C. **Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa e instituições paulistanas.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.10, n.1, p. 151-189, 2008

DEL GRANDE, J.J. Spatial Sense. **Arithmetic Teacher.** Feb. 14-20. 1990

DERVILLE, L. **Psicologia Prática no Ensino.** Tradução de José Reis. São Paulo: IBRASA, 1976.

DOBARRO, V. **Solução de problemas e tipos de mente matemática: relações com as atitudes e crenças de auto-eficácia.** 2007. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. Campinas.

FALZETA, Ricardo. **A matemática pulsa no dia-a-dia.** Revista Nova Escola, nº 150, março. Abril. São Paulo, 2002. p. 18-24.

GALINDO, C. **Desarrollo de Habilidades Básicas para la comprensión de la Geometría.** In: Revista EMA, Vol. 2, n. 1, p. 49-58, 1996.

GATTI, B.A. **O que se percebe é que a questão da docência é sempre relegada como se fosse algo menor.** Cadernos CENPEC. São Paulo. V.4, N.2, p. 248-275, dez, 2014.

GATTI, B.A. Análise das políticas públicas para formação continuada no Brasil, na última década Bernardete A. Gatti Fundação Carlos Chagas Rev. Bras. Educ.v.13.n.37Rio de Janeiro. jan./abr.2008

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4ª Edição. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, M. G. **Obstáculos epistemológicos, obstáculos didáticos os didáticos e o conhecimento matemático nos cursos de formação de professores das séries iniciais do ensino fundamental.** Itajaí, Santa Catarina. Contrapontos, ano 2, n.6, p. 423-437, 2002

HOFFER, A. **Geometry is more than Proof.** In: Mathematics Teacher, nº 74, USA, p. 11-18, 1981.

HOFFER, A. R. Mathematics Resource Project: **Geometry and Visualization.** Palo Alto, Calif.: Creative Publications, 1977.

IMBERNÓN, F. **Formação docente e profissional.** São Paulo: Cortez Editora, 2000, 3. ed..Coleção Questões de Nossa Época, v.77.

IMBERNÓN, F.. **Formação continuada de professores.** Porto Alegre: Artmed, 2010.

- KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. **Manual de Psicologia Educacional**: aprendizagem e capacidades humanas. Tradução de ABREU, M. C. T. A. São Paulo: Harper & Row, 1977, 605p.
- KOCHHANN, M. E. R.; **PIROLA, N. A.** . Gestar: formação de professores em serviço e a abordagem da geometria. Revista Educação, Cultura e Sociedade, v. 1, p. 219-232, 2011.
- KOSSLYN, S. M. A capacidade para trabalhar mentalmente com imagens. In STERNBER, R. **As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações**. Porto Alegre: Artes Médicas. 1992
- KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Trad. Joan Teller, do russo para o inglês. Chicago: University of Chicago Press, 1976, 417p.
- LOPES, M. L. M. L; NASSER, L. (Coord). **Geometria na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro: URFJ. 1996.
- LORENZATO, S. **Por que não ensinar geometria?** A Educação Matemática em Revista - SBEM -, 1º Semestre. 1995. nº 4 .3-13, 1995.
- LOVELL, K. **Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos**. Madrid: Ediciones Morata S.A., 1977.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna: uma aproximação necessária**. Revista da Faculdade de Educação, v. 15, São Paulo, 1989.
- MANOEL, W. A. **A importância do ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: razões apresentadas em pesquisas brasileiras**. Mestrado. Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. p.131, 2014.
- MARCELO, C. **Desenvolvimento profissional: passado e futuro**. Sísifo. Revista das Ciências da Educação, n. 08, jan/abr 2009, p. 7-22.
- MENESES, Ricardo Soares de. **Uma história da Geometria Escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/SP. São Paulo, 2007.
- MIGUEL, A., FIORENTINI, D. e MIORIM, Â. **Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo?** Pró-Posições, v. 3, n. 1, pp. 39-54, 1992.
- MIORIM, A; MIGUEL, A. FIORENTINI, D. **Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro**. Zetetiké. Campinas. Ano I-nº1.19-38, 1993.
- MIZUKAMI, M. G. N. et al. **Escola e aprendizagem da docência**. São Carlos, São Paulo: Edufscar, 2002.

MORACO, A. S. C. T. **Um estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru. 2006.

NASCIMENTO, A. A. S.B. **Relações entre os conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de licenciatura em matemática na resolução de problemas geométricos.** 2008. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru.

NCTM. National Council of Teacher of Mathematics, **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.** Reston.Virginia, 1989.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de Pesquisas em Administração**, São Paulo, v. 1, n. 3, 1996. Disponível em: http://ucbweb.castelobranco.br/webcaf/arquivos/15482/2195/artigo_sobre_pesquisa_qualitativa.pdf. Acesso em: 25/10/17

NÓVOA, A. **Nada substitui um bom professor: propostas para uma revolução no campo da formação de professores.** In: GATTI, B. et. al. (Orgs) *Por uma política de formação de professores.* São Paulo: Editora da UNESP, 2013.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PASSOS, C. L. B., NACARATO, A. M. **O ensino de geometria no ciclo de alfabetização: um olhar a partir da provinha Brasil.** IN: *Educação Matemática Pesquisa.* São Paulo, v. 16, n. 4, p 1147-1168, 2014.

PASSOS, C.L. B. **representações, interpretações e prática pedagógica: a Geometria na sala de aula.** Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas, SP, 2000.

PAVANELLO, R. M. **Geometria: atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais.** In: *Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.* Curitiba: 2001, p. 172- 183.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria no Brasil: uma visão histórica.** Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 1989.

PAVANELLO, R.M. **O abando do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências.** *Zetetiké*, Ano I, p. 7-17, 1993.

PEREIRA, ADAUTO DE JESUS. **Contribuições da pedagogia histórico-crítica para o ensino da geometria espacial no ciclo de alfabetização.** Mestrado Profissional em Docência para a Educação Básica. Faculdade de Ciências, UNESP/Bauru, p. 104, 2016

PIRES, C. M. C; CURI, E. CAMPOS, T.M.M. **Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças.** São Paulo: **PROEM.** 2000.

PIRES, C.M.C. **Reflexões sobre os cursos de licenciatura em Matemática.** In *Educação Matemática em Revista.* São Paulo: SBEM, 2000.

PIROLA N. A. **Contribuições de Pesquisas em Psicologia da Educação Matemática para o ensino da Matemática escolar**. Tese (Livre-docência em Educação Matemática). FC/UNESP – Bauru. 2013.

PIROLA, N. A.; MORAES, M. S. S. . **O Pró-Letramento e a formação continuada de professores que ensinam Matemática no primeiro ciclo do ensino fundamental**. Zetetike (UNICAMP), v. 17, p. 181-198, 2009.

PIROLA, N. A. **Práticas de ensino de Geometria: algumas experiências com o desenvolvimento da movimentação e localização de pessoas/objetos no mundo físico**. In: Geometria no ciclo de alfabetização. Programa salto para o futuro, Ano XXIV- Boletim 7 – setembro de 2014a. Disponível em: http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publicationsSeries/16530307_14_Geometrianociclodealfabetizacao.pdf

PIROLA, N. A. **Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulos e paralelogramos em alunos de primeiro grau**. Dissertação de Mestrado - UNICAMP, 1995.

PIROLA, N. A., SANDER, G. P, SILVA, G. **A Produção Científica do Grupo de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática - GPPEM/UNESP/BAURU**. 2017. Disponível em: <https://drive.google.com/drive/folders/0B6isDhfRuiORYXJWb1h1SjRYazA>. Acesso em 28/10/2017.

PIROLA, N. A.. **Algumas contribuições das pesquisas em Psicologia da Educação Matemática para o ensino de geometria**. In: Cláudia Lisete Oliveira Groenwald; Márcio Antonio da Silva. (Org.). Educação Matemática - Contribuição para as séries finas do Ensino Fundamental e Médio. 1ed.Canoas: Editora da Ulbra, 2013a, v. 1, p. 173-188.

PIROLA, N. A.. **Contribuições de pesquisas em Psicologia da Educação Matemática para o ensino da Matemática escolar**. Trabalho de Livre-docência. FC/UNESP – Bauru, 2013.

PIROLA, N. A.; SANDER, G. P. ; SILVA, G. A. ; TORTORA, E. ; PAGIAN, T. R. U. Y. ; MORAIS, J. A. R. S. ; NASCIMENTO, A. A. S. B. . **A Geometria e o Ciclo de Alfabetização**. In: Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014. 96 p.1ed.Brasília: 2014b, p. 10-17.

PIROLA, N. A.; TORTORA, E. . **Geometria e Educação Infantil: um olhar sobre o desenvolvimento de habilidades geométricas**. Cadernos de Docência na Educação Básica. 1ed.São Paulo: Cultura Acadêmica, 2013, v. 2, p. 85-96.

PIROLA, N. A.; ACIOLY-REGNIER, N. M. . **Provinha Brasil de Matemática: um estudo envolvendo a resolução de problemas por meio do “pensar em voz alta”**. In: Vitor Machado; José Roberto B. Giardinetto; Antonio Francisco Marques. (Org.). Cadernos de Docência V. 1ed.São Paulo: Cultura Acadêmica, 2016, v. , p. 84-96.

POZO, J. I. **Aprendizes e mestres. A nova cultura da aprendizagem**. Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre. Art Méd editora, 2002.

POZO,J,I. **Aprendizagem e o Ensino de Conceitos.** In: COLL,C; POZO,J,I; SARABIA,B; VALLS,E. *Os Conteúdos na Reforma. Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes.* Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

PROENÇA, M. C.. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru. 2008.

PROENÇA, M. PIROLA, N. **A formação de conceitos no ensino de matemática e física Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio.** In: CALDEIRA, AMA. org. *Ensino de ciências e matemática, II: temas sobre a formação de conceitos* [online]. São Paulo: Editora UNESP; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2009. 287 p. ISBN 978-85- 7983-041-9. Available from SciELO Books. <http://books.scielo.org/id/htnbt/pdf/caldeira-9788579830419-08.pdf>

QUINTILIANO, L. C. *Conhecimento Declarativo e de procedimento na solução de problemas algébricos.* 2005. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. Campinas.

RABAIOLLI, L. L. **Geometria nos Anos iniciais: uma proposta de formação de professores em cenários para investigação.** Dissertação. Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2013

RADAELLI, R. K. **A investigação e a ação docente no ensino de geometria em anos iniciais do ensino fundamental.** Dissertação. Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2010.

REZI, V. **Um estudo exploratório sobre os componentes das habilidades matemáticas presentes no pensamento em geometria.** 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. Centro de Recursos Humanos e Pesquisas Educacionais “Prof. Laerte Ramos de Carvalho”. **Guias Curriculares,** São Paulo, SE/CERHUPE, 276 p, 1975.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática 1º grau.** São Paulo SE/CENP, 1991.

SHULMAN, L. **Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma.** Revista de currículum y formación del profesorado, v. 9, n. 2, 2005. Disponível em: <https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART1.pdf>. Acesso em: outubro/2017.

SILVA, B. A. C. **Geometria no ciclo de alfabetização: um estudo sobre as atitudes dos alunos do ciclo de alfabetização diante da geometria e suas relações com a aprendizagem.** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru. 2016.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Figuras e formas 3**. Matemática de 0 a 6. Porto Alegre: Artmed, 2003.

STERNBERG, R. **Psicologia cognitiva**. Trad. Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtMed, 2000, 494p.

TANCREDI, R. M. S.P. A Matemática na Educação Infantil: algumas ideias. In PIROLA, N. P.; AMARO, F. O. T. **Cadernos de Formação – Pedagogia Cidadã**. São Paulo: UNESP. Páginas e Letras. 2004.

TORTORA, E. ; PIROLA, N. A. . **O desenvolvimento de habilidades geométricas na Educação Infantil**. In: XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática, 2012, Coimbra - Portugal. Anais do XXIII SIEM, 2012.

TORTORA, E. **Resolução de problemas geométricos**: um estudo sobre conhecimentos declarativos, desenvolvimento conceitual, gênero e atribuição de sucesso e fracasso de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2014. 331 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2014.

VIANA, O. A. **O conhecimento geométrico de alunos do CEFAM sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas, 2000.

APÊNDICES

Apêndice 1 – Questionário da Primeira Etapa da Pesquisa



Prezado(a) Professor(a) Alfabetizador(a):

Você está recebendo um instrumento de sondagem que visa à realização de uma investigação acerca de alguns aspectos do ensino da Geometria escolar, para tanto solicitamos a você a gentileza de responder às seguintes questões. Este instrumento faz parte de uma pesquisa que estamos desenvolvendo junto ao Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência, Doutorado.

Antecipadamente, agradecemos sua colaboração.

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____

Gênero: () Masculino () Feminino Idade: _____

Tempo Total de serviço no magistério: _____

Formação: _____

Tem Experiência no Ciclo de Alfabetização? () Sim () Não

PNAIC

01. Por que está realizando o PNAIC de Matemática?

02. No âmbito da Matemática, qual o seu entendimento sobre Alfabetização e Letramento?

GEOMETRIA

01. Você gosta de Geometria? Explique?

02. Em seu curso de formação profissional, como era o ensino de Geometria?

03. Qual a parte da Geometria de que você mais gosta? Explique.

04. Qual a parte da Geometria de que você menos gosta? Explique.

05. Na sua opinião, por que é importante ensinar Geometria no Ciclo de Alfabetização? Explique.

06. Quais recursos didáticos você mais utiliza no Ensino de Geometria? Como desenvolve o trabalho com esses recursos? Dê exemplo.

07. Você utiliza recursos tecnológicos para o ensino de Geometria no ciclo de Alfabetização? Explique.

08. De qual parte da Geometria você considera que os alunos do Ciclo de Alfabetização mais gostam? Explique.

09. De qual parte da Geometria você considera que os alunos do Ciclo de Alfabetização menos gostam? Explique.

CONTEÚDOS

01. Qual o seu entendimento sobre o que é simetria?

02. Cite, pelo menos, dois recursos didáticos que podem ser utilizados para o ensino de simetria?

03. Qual o seu entendimento sobre o que é figura bidimensional e figura tridimensional?

04. Cite pelo menos dois recursos didáticos que podem ser utilizados para o ensino de figura bidimensional e tridimensional?

05. Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo: _____

5.2. Quadrado: _____

5.3. Retângulo: _____

06. Cite alguns recursos didáticos que podem ser utilizados para o ensino de figuras geométricas planas, como o quadrado, triângulo e retângulo.

07. Qual a sua expectativa em relação ao estudo do Caderno Geometria do PNAIC?

Apêndice 2 – Questionário da Segunda Etapa da Pesquisa



Prezado(a) Professor(a) Alfabetizador(a):

Estamos desenvolvendo, junto ao Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência, uma pesquisa, em nível de Doutorado, que investiga sobre o ensino da Geometria escolar. Um de seus objetivos é identificar se há lacunas conceituais no ensino desse conteúdo, na disciplina de Matemática, por meio deste instrumento que você está recebendo.

Assim, o convidamos a participar desta pesquisa como respondente das questões que integram esse instrumento. Em caso de aceite, para que mantenhamos fidelidade aos dados, e em atendimento ao Conselho de Ética, solicitamos-lhe que este seja respondido individualmente e sem consulta a matérias, outras pessoas e a nenhuma outra fonte. A partir desses dados, será elaborado um curso de extensão a ser oferecido aos professores visando a minimizar possíveis dificuldades conceituais sobre Geometria.

Ressaltamos que não haverá identificação dos participantes em quaisquer documentos oriundos desta pesquisa. Após a tabulação dos dados, daremos a devolutiva com as respostas das questões propostas.

Antecipadamente, agradecemos sua colaboração.

Bauru, 21 de junho de 2017.

Gilmara Aparecida da Silva
pesquisadora

Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola
orientador

Aceito participar () Assinatura: _____

IDENTIFICAÇÃO

CPF: _____ Município: _____

Escola: _____ Código da Escola: _____

Que turma lecionou na escola mencionada nos anos:

2014? _____ 2015? _____ 2016? _____ 2017? _____

PNAIC - Matemática

01. Nos últimos 10 anos, você participou de algum curso de formação continuada em Matemática?

Sim ☐ Não ☐

Em caso afirmativo, qual(is)? Comente sobre tal(is) cursos.

02. Suas expectativas em relação ao estudo do Caderno de Geometria do PNAIC foram contempladas?

Sim ☐ Não ☐

Comente: _____

03. Você teve oportunidade de aplicar algumas atividade proposta com seus alunos?

Sim ☐ Não ☐

Em caso afirmativo, em qual(is) ano(s)? _____

Qual(is) atividade(s)? Descreva como a desenvolveu. _____

Como foi a receptividade por parte dos alunos? Comente. _____

GEOMETRIA

01. Após o estudo do caderno de Geometria do PNAIC, sua relação com esse eixo (Geometria) ficou mais amigável?

Sim ☐ Não ☐

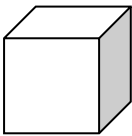
Comente: _____

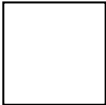
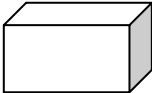
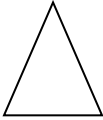
02. No eixo Geometria, quais conceitos podem ser explorados? Comente. _____

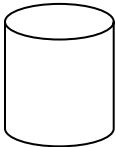
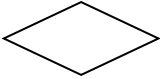
03. Uma das justificativas recorrentes sobre a justificativa de se ensinar geometria é que a mesma faz parte do nosso cotidiano, que está presente em tudo. Qual Geometria está presente efetivamente no nosso dia-a-dia: plana ou espacial? Dê exemplos. Comente. _____

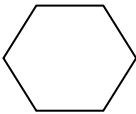
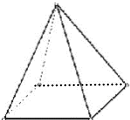
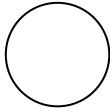
CONTEÚDOS

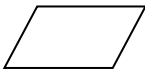
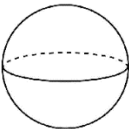
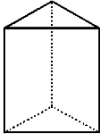
01. Para cada figura geométrica, identifique suas respectivas características:

 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Número de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____
--	---	---

 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____
 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____
 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____

 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____
 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____
 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____

 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____
 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____
 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____

 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____
 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____
 Nome: _____	☐ Plana ☐ Espacial	Caso seja possível, determine: Número de Vértices: _____ Número de Arestas: _____ Números de Faces: _____ Número de lados: _____ Característica: ☐ Lados Paralelos ☐ Ângulos Retos ☐ Lados congruentes (mesma medida) ☐ Ângulos Congruentes Outra característica observada: _____ _____ _____ Como você definiria tal figura para seu aluno? _____ _____ _____

02. Ao se apresentar as seguintes figuras, qual conceito geométrico pretende-se desenvolver com os alunos? Há nome específico desse conceito para cada uma? Comente.

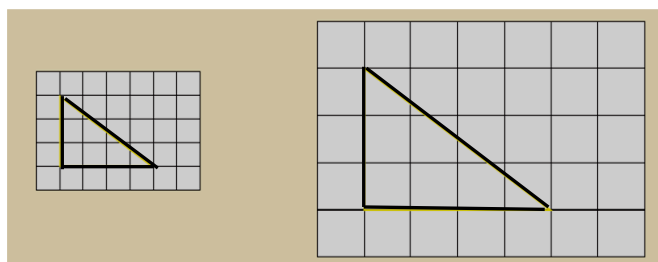


03. Ao apresentar a figura seguinte, qual habilidade pretende-se desenvolver com os alunos? Comente.



Mapa de tesouro elaborado por criança do terceiro ano.
Disponível em: <<http://trabalhoscompinta.blogspot.com.br/2011/02/caca-ao-tesouro.html>>.
Acesso em dezembro de 2013.

04. Qual conceito geométrico pretende-se desenvolver no aluno utilizando a figura a seguir? Comente.



05. Classifique cada afirmação em Verdadeira (V) ou Falsa (F). Quando julgar que a sentença é falsa, **torne-a verdadeira**.

5.1. Todo polígono é plano. ()

5.2. Triângulos, quadriláteros, pentágonos são polígonos. ()

5.3. Todo poliedro é plano. ()

- 5.4. O poliedro é uma figura tridimensional na qual podemos definir arestas, vértices e faces.
()
-
- 5.5. Todo triângulo tem 3 lados congruentes. ()
-
- 5.6. Existem triângulos com 3 lados congruentes. ()
-
- 5.7. Triângulo isósceles possui 3 lados congruentes. ()
-
- 5.8. Triângulo equilátero possui 3 lados congruentes. ()
-
- 5.9. Todo quadrilátero possui lados opostos paralelos. ()
-
- 5.10. Os quadriláteros que possuem lados opostos paralelos são chamados de paralelogramos.
()
-
- 5.11. Todo retângulo é um paralelogramo. ()
-
- 5.12. Todo quadrilátero que possui os ângulos retos são denominados retângulo. ()
-
- 5.13. Losango é uma quadrilátero que possui os lados congruentes. ()
-
- 5.14. Todo quadrado é um losango. ()
-
- 5.15. Todo losango tem ângulos retos. ()
-
- 5.16. Figuras congruentes tem lados e ângulos com mesma medida. ()
-
- 5.17. Figuras semelhantes tem lados e ângulos congruentes. ()
-
- 5.18. Quando as figuras tem lados proporcionais e ângulos correspondentes congruentes, são chamados de semelhantes. ()
-
- 5.19. Cone, cilindro e esfera são poliedros. ()
-
- 5.20. Cone, cilindro e esfera são figuras espaciais. ()
-
- 5.21. Prismas e pirâmides são poliedros. ()
-
- 5.22. Prismas e pirâmides são figuras planas. ()
-

5.23. A planificação de um cilindro é composta por 2 círculos e 1 retângulo. ()

5.24. O cubo é um poliedro denominado hexaedro pois possui 6 faces. ()

5.25. A planificação de um cubo é composta de 5 quadrados. ()

5.26. Se duas figuras são semelhantes e a razão de semelhança é 1 para 2, a razão entre as áreas dessas figuras estará na mesma razão. ()

5.27. Se duas figuras são semelhantes e a razão de semelhança é 1 para dois, a razão entre as áreas dessas figuras estará na razão 1 para 4. ()

Apêndice 3 – Caracterização Geral dos Sujeitos da 1ª Etapa da Pesquisa

Tabela 49 – Distribuição Geral dos Sujeitos por gênero – 1ª Etapa

Gênero	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total (%)
Feminino	82	18	15	11	15	60	201	96,2%
Masculino	3	0	1	1	0	1	6	2,9%
Não respondeu	0	0	0	0	1	1	2	1,0%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 50 – Tem Experiência no Ciclo de Alfabetização?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total (%)
Sim	80	16	11	11	13	54	185	88,5%
Não	4	1	2		2	7	16	7,7%
Não respondeu	1	1	3	1	1	1	8	3,8%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 51 – Tempo total de serviço no Magistério por grupo

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	(%)
até 5 anos	1	2	0	4	1	9	17	8,1%
mais que 5 anos até 10 anos	11	2	1	3	6	12	35	16,7%
mais que 10 anos até 15 anos	23	5	7	2	4	7	48	23,0%
mais que 15 anos até 20 anos	18	7	3	2	1	9	40	19,1%
mais que 20 anos até 25 anos	13	1	2	1	2	10	29	13,9%
mais de 25 anos	19	1	2	0	1	13	36	17,2%
não respondeu	0	0	1	0	1	2	4	1,9%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 52 – Formação Acadêmica dos Sujeitos por grupo

Formação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	(%)
Pedagogia	66	5	2	9	12	42	136	65,1%
Psicopedagogia	3	4	7	1	0	0	15	7,2%
Magistério	6	1	1	2	2	17	29	13,9%
Superior	4	8	5	0	2	2	21	10,0%
Não respondeu	6	0	1	0	0	1	8	3,8%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Apêndice 4 – Caracterização Geral dos Sujeitos da 2ª Etapa da Pesquisa

Tabela 53 – Distribuição Geral dos Sujeitos por gênero – 2ª Etapa

Gênero	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	(%)
Feminino	5	5	4	4	0	2	20	90,9%
Masculino	1	0	0	1	0	0	2	9,1%
Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 54 – Tem Experiência no Ciclo de Alfabetização?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total (%)
Sim	5	4	4	5	0	2	20	90,9%
Não	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
Não respondeu	0	1	0	0	0	0	1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 55 – Tempo total de serviço no Magistério por grupo

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	(%)
até 5 anos	0	2	0	2	0	0	4	18,2%
mais que 5 anos até 10 anos	1	0	0	1	0	0	2	9,1%
mais que 10 anos até 15 anos	1	0	1	0	0	0	2	9,1%
mais que 15 anos até 20 anos	2	3	2	0	0	0	7	31,8%
mais que 20 anos até 25 anos	1	0	0	2	0	0	3	13,6%
mais de 25 anos	1	0	0	0	0	2	3	13,6%
não respondeu	0	0	1	0	0	0	1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 56 – Formação Acadêmica dos Sujeitos por grupo

Formação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	(%)
Pedagogia	3	1	0	3	0	2	9	40,9%
Psicopedagogia	2	3	4	1	0	0	10	45,5%
Magistério	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
Superior	0	1	0	0	0	0	1	4,5%
Não respondeu	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Apêndice 5 – Dados da Primeira Etapa da Pesquisa

5.1 Dados gerais da Primeira etapa da Pesquisa – 1º Momento

Tabela 57 – Por que está realizando o PNAIC de Matemática?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Para aprofundar os conhecimentos matemáticos	27	8	5	8	5	25	78	28,0%
Para aperfeiçoar a prática pedagógica	4	5	6	3	6	14	38	13,6%
Para obter novos conhecimentos	11	1	6	2	6	3	29	10,4%
Porque é orientador de estudo	24	0	0	0	0	0	24	8,6%
Para auxiliar na formação dos professores alfabetizadores	22	0	0	0	0	0	22	7,9%
Para obter novas práticas pedagógicas	4	0	8	0	2	2	16	5,7%
Preocupada com a formação continuada/crescimento profissional	8	0	0	0	0	2	10	3,6%
Leciona no ciclo de alfabetização	0	4	0	0	0	4	8	2,9%
Para trocar experiências	1	0	1	0	2	1	5	1,8%
Novas experiências	0	1	0	0	0	4	5	1,8%
Convocada	0	0	0	0	0	5	5	1,8%
Melhorar o ensino	0	1	0	0	0	3	4	1,4%
Gosta de estudar	2	0	0	0	1	0	3	1,1%
Dar continuidade ao PNAIC 2013	2	0	0	0	0	1	3	1,1%
Aprender a ensinar	0	0	0	0	0	3	3	1,1%
Adquirir conhecimentos	0	0	0	0	0	3	3	1,1%
Melhorar desempenho pessoal/profissional	0	0	0	1	0	2	3	1,1%
Faz parte da carga horaria	0	0	2	1	0	0	3	1,1%
Porque gosta de estudar	2	0	0	0	0	0	2	0,7%
Gosta de matemática	2	0	0	0	0	0	2	0,7%
Atualizar	0	0	0	0	0	2	2	0,7%
Formação continuada	0	0	0	0	2	0	2	0,7%
Para desenvolver pesquisa na educação	1	0	0	0	0	0	1	0,4%
Porque gosta de Matemática	1	0	0	0	0	0	1	0,4%
Certificado	0	1	0	0	0	0	1	0,4%
Aplicar novos conhecimentos na sala	0	1	0	0	0	0	1	0,4%
Facilitar alfabetização dos alunos	0	1	0	0	0	0	1	0,4%
Aprender novas aplicações de conhecimento e novas praticas	0	0	0	0	0	1	1	0,4%
Embasar teoria	1	0	0	0	0	0	1	0,4%
Tirar duvidas	0	1	0	0	0	0	1	0,4%
Porque o governo ofereceu	0	1	0	0	0	0	1	0,4%
Total	112	25	28	15	24	75	279	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 58 – Você gosta de Geometria?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	(%)
Sim	56	13	14	8	6	46	143	68,4%
Não	13	5	0	4	5	8	35	16,7%
Mais ou menos	13	0	2	0	4	4	23	11,0%
Não soube responder	2	0	0	0	1	0	3	1,4%
Não respondeu	1	0	0	0	0	4	5	2,4%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 59 – Em seu curso de formação profissional, como era o ensino de Geometria?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Não teve geometria	16	2	7	4	6	13	48	23,0%
Sem significado, mecânico, descontextualizado	18	5	1	0	0	3	27	12,9%
Superficial, pouco explorado	33	8	7	8	7	25	88	42,1%
Não lembra de ter tido	14	0	1	0	1	8	24	11,5%
Abordada de forma adequada	3	3	0	0	0	6	12	5,7%
Não soube responder	1	0	0	0	0	3	4	1,9%
Não Respondeu	0	0	0	0	2	4	6	2,9%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 60 – Na sua opinião, por que é importante ensinar Geometria no Ciclo de Alfabetização?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Para desenvolver o pensamento geométrico nas crianças	4	1	0	0	0	0	5	2,1%
Porque a geometria está presente no cotidiano da criança	42	7	12	6	2	28	97	40,9%
Para desenvolver conceitos concretos/sólidos em geometria	7	0	4	1	1	1	14	5,9%
Perceber as formas na natureza/dia a dia	0	0	0	0	0	2	2	0,8%
Reconheçam formas e medições	0	0	0	0	0	1	1	0,4%
Não é importante	0	0	0	0	0	1	1	0,4%
Porque a geometria é fácil de ser trabalhada de modo concreto	1	0	0	0	0	0	1	0,4%
Para a criança se expressar através de desenhos, formas	1	0	0	0	0	0	1	0,4%
Para desenvolver a criatividade dos alunos	1	0	0	0	0	0	1	0,4%
Para auxiliar na orientação/localização espacial da criança lateralidade	22	0	0	1	3	10	36	15,2%
Para a criança entender/interpretar a mundo em que vive	7	0	0	0	0	1	8	3,4%
Para que a criança não tenha dificuldades futuras nessa área	2	0	0	0	0	1	3	1,3%
Para contribuir para o desenvolvimento integral da criança	1	0	0	0	0	0	1	0,4%
Para aplicar na prática os conceitos	2	1	0	0	0	3	6	2,5%
Porque está no currículo	1	0	0	0	0	0	1	0,4%
Para observar e entender o mundo ao seu redor	0	0	0	0	0	3	3	1,3%
Para que reconheçam as figuras	0	0	0	0	0	4	4	1,7%
Para desmistificar a geometria	2	0	0	0	0	0	2	0,8%

Não soube responder	3	1	0	0	3	0	7	3,0%
Não respondeu	1	0	3	0	2	1	7	3,0%
Relacionar teoria e prática	0	0	0	1	0	0	1	0,4%
Aprender as formas geométricas	0	1	0	1	0	10	12	5,1%
Pré requisito para as series seguintes	0	5	1	2	2	0	10	4,2%
Interagir com o meio	0	1	0	0	0	0	1	0,4%
Entender/usar medidas	0	2	0	0	0	1	3	1,3%
Desenvolver estruturas mentais	0	0	0	1	0	0	1	0,4%
Simetria	0	0	0	0	1	0	1	0,4%
Raciocínio lógico	0	1	0	0	2	4	7	3,0%
Total	97	20	20	13	16	71	237	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 61 – Você utiliza recursos tecnológicos para o ensino de Geometria no ciclo de Alfabetização?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5 ¹⁰	Total	%
Sim	27	18	6	1	6	0	58	39,5%
Não	52	0	10	11	7	0	80	54,4%
Não soube responder	1	0	0	0	0	0	1	0,7%
Não respondeu	5	0	0	0	3	0	8	5,4%
Total	85	18	16	12	16	0	147	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

5.2 Dados sobre o conhecimento declarativo – Primeira Etapa da pesquisa – 2º Momento

Tabela 62 – Conhecimento Declarativo sobre Figura Bidimensional

Figura Bidimensional	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
São as figuras que possuem 2 dimensões	35	7	11	2	5	16	76	36,4%
São as figuras planas	16	3	2	0	0	13	34	16,3%
É a vista frontal	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
É o contorno de uma figura, desenho	4	7	0	0	0	2	13	6,2%
É a planificação de uma figura espacial	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Tem Dois lados	7	0	0	10	0	0	17	8,1%
Não soube responder	14	1	0	0	10	10	35	16,7%
Não respondeu	9	0	3	0	1	19	31	15,3%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 63 – Conhecimento Declarativo sobre Figura Tridimensional

Figura Tridimensional	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
São as figuras que possuem 3 dimensões	36	8	9	2	5	14	74	35,4%
São os sólidos geométricos; as figuras espaciais	16	8	4	0	1	14	43	20,6%
Tem Três lados	8	2	0	10	0	0	20	9,6%
Não planas	1	0	0	0	0	3	4	1,9%
Com volume	1	0	0	0	0	1	2	1,0%

¹⁰ No questionário aplicado aos sujeitos da Cid5, tal questão foi retirada e, portanto, não respondida por eles.

Figura que se pode ver todos os lados dela (faces)	0	0	0	0	0	12	12	5,7%
Profundidade e movimento	2	0	0	0	0	0	2	1,0%
3 ângulos dimensionais	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
Não soube responder	15	0	0	0	8	10	33	15,8%
Não respondeu	6	0	3	0	1	8	17	8,6%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 64 – Conhecimento Declarativo sobre Triângulo

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Figura com três lados (desenhou: 2	26	9	2	6	9	28	80	38,3%
Figura com três lados iguais	9	2	0	2	1	5	19	9,1%
Figura com três ângulos	8	3	0	0	0	2	13	6,2%
Figura com três lados e 3 ângulos	4	2	0	0	1	3	10	4,8%
Figura com 3 lados, 3 ângulos e 3 vértices	2	0	6	0	0	1	9	4,3%
Figura plana com 3 lados iguais	2	0	4	0	0	2	8	3,8%
Figura plana com 3 lados (1 desenhou	5	1	0	0	0	5	11	5,3%
Figura com 3 lados e 3 vértices	0	0	0	0	0	3	3	1,4%
Figura com 2 lados iguais e 1 diferente	2	0	1	0	0	0	3	1,4%
Figura com três lados diferentes	0	0	0	0	0	2	2	1,0%
Figura plana com 3 ângulos	2	0	0	0	0	0	2	1,0%
Figura plana, fechada, 3 segmentos de reta	2	0	0	0	0	0	2	1,0%
Figura com 3 vértices	0	1	0	0	0	0	1	0,5%
Polígono, 3 lados, 3 ângulos e 3 vértices	0	0	1	0	0	0	1	0,5%
Polígono de 3 lados	0	0	1	0	0	0	1	0,5%
Figura plana com 3 lados e 3 ângulos	0	0	1	0	0	0	1	0,5%
Figura bidimensional com 3 vértices	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura formada por 3 segmentos de reta	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura formada por 3 segmentos de retas, que formam 3 ângulos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura formada por 3 retas	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura com 3 vértices, 3 arestas e 3 ângulos internos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"3 lados, 3 ângulos, 3 faces, não necessariamente com mesma medida"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura com 3 lados e 3 ângulos idênticos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"figura que possui três retas (lados) e três ângulos, sendo que ao menos duas das retas precisam ter tamanho igual ou superior a terceira"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"contorno dos lados da face de uma pirâmide, ou do prisma de base triangular"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura plana que possui 3 lados, podem ser isósceles, escaleno, equilátero (desenhou)	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura formada por 3 retas que se juntam	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"plana possui 3 lados, 3 ângulos, 3 vértices. Há vários tipos de triângulos. Eles não tem os lados iguais"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura que ocupa 3 segmentos de reta	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
3 retas iguais, sendo 1 base na horizontal	1	0	0	0	0	0	1	0,5%

"3 lados iguais, lados diferentes, usado para travar as construções"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Um dos lados do tetraedro	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
3 retas que podem ser de tamanhos iguais ou diferentes	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"plana formada por 3 ângulos; face da pirâmide"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura com 3 lados, fechada	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"figura plana que possui 3 ângulos, 3 lados. Também pode ser a base de uma pirâmide"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura plana formada por 3 segmentos de reta	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura plana ou a face de uma pirâmide, com ângulos, vértices e arestas	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura com 3 lados, 3 vértices e 3 arestas	1	0	0	0	0		1	0,5%
Figura fechada com 3 lados	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura fechada com 3 lados iguais	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura com 3 lados e 3 arestas	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
"retas iguais se encontram em 3 eixos distintos"	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Plana com 3 lados retos	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
3 lados retos	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
3 lados iguais (faces e arestas)	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
"figura perfeita, não permitindo movimento usado para travar estruturas"	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
"3 faces, 1 base. Arestas e vértices"	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
3 retas ligadas por 3 pontos	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
3 lados iguais com ângulo de 90	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
"figura geométrica que apresenta 3 ângulos e cuja soma e 180"	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
Figura com três lados pontiagudos	0	0	0	1	0	0	1	0,5%
Figura com três lados formando uma ponta	0	0	0	1	0	0	1	0,5%
"existem triângulos equiláteros e triângulos isósceles. O 1 possui todos os lados iguais, enquanto o outro não	0	0	0	1	0	0	1	0,5%
"figura geométrica que pode ser comparada a uma pirâmide. Ex. chapéu de palhaço"	0	0	0	1	0	0	1	0,5%
Não respondeu	0	0	0	0	1	3	4	1,9%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 65 – Conhecimento Declarativo sobre Quadrado

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Figura com quatro lados iguais (desenhou 1	33	12	3	8	12	34	102	48,8%
Figura plana com 4 lados iguais	8	2	4	0	0	4	18	8,6%
Figura com 4 lados iguais, 4 ângulos retos	11	0	0	0	0	5	16	7,7%
Polígono com 4 lados iguais, 4 ângulos retos, 4 vértices	4	0	6	0	0	0	10	4,8%
Figura com quatro lados (desenhou: 1	3	1	0	2	0	3	9	4,3%
Figura com 4 lados iguais e 4 ângulos iguais	1	2	0	0	0	1	4	1,9%
Figura com 4 lados e 4 ângulos retos	3	0	0	0	0	0	3	1,4%
Figura com 4 lados iguais e 4 ângulos	2	0	0	0	0	0	2	1,0%
Figura com 4 lados iguais e 4 vértices	0	0	0	0	0	2	2	1,0%
Figura com 4 retas iguais	2	0	0	0	0	0	2	1,0%
Figura plana com 4 lados iguais (desenhou 2)	2	0	0	0	0	0	2	1,0%
"4 segmentos de reta com o mesmo tamanho e formam	1	0	0	0	0	0	1	0,5%

4 ângulos retos"								
"contorno de cada lado do cubo ou dois lados do paralelepípedo"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"figura plana que possui 4 lados iguais ou 4 ângulo iguais. Pode ser a base de um cubo"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"plana com 4 lados iguais, face do cubo"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"Figura com 4 vértices, 4 arestas e 4 ângulos internos, sendo que os vértices paralelos são de mesma medida"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"Figura geométrica com 4 lados iguais, 4 ângulos de 90° e soma interna 360°"	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
"Pode ser comparado a um cubo"	0	0	0	1	0	0	1	0,5%
"Tem arestas e vértices. Todos os lados são iguais".	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
"Uma forma quadrada, como o próprio nome diz e tem 4 lados"	0	0	0	1	0	0	1	0,5%
4 lados iguais e 4 arestas	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
4 segmentos de reta do mesmo tamanho	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Bidimensional, 4 vértices e 4 lados iguais	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
É um dos lados do cubo	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura com 4 ângulos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura com 4 ângulos retos	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura com 4 ângulos retos, cuja arestas possuem mesma medida	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura com 4 lados e 4 ângulos	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura com 4 lados e 4 vértices	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura com 4 lados iguais (faces e arestas)	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura com 4 lados iguais, 4 ângulos e 4 vértices	0	0	1	0	0	0	1	0,5%
Figura com 4 lados retos e iguais	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura com 4 linhas retas que se juntam do mesmo tamanho	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura com 4 retas ligadas por 4 pontos; 4 partes iguais	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
Figura com quatro lados iguais ou não	0	1	0	0	0	0	1	0,5%
Figura fechada com 4 ângulos retos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura plana com 4 lados	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura plana com 4 lados de mesma medida, com ângulos retos, podendo formar o losango	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura plana com 4 lados iguais e 4 ângulos	0	0	1	0	0	0	1	0,5%
Figura plana com 4 lados iguais e retos	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura plana ou a face de um cubo, com 4 ângulos retos, vértices e arestas. Dizemos quadrado perfeito	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figura plana, 4 lados iguais, 4 ângulos retos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Plana formada por 4 segmentos de reta do mesmo tamanho	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Polígono com 4 lados (quadrilátero) que possui retas com a mesma medida	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Polígono de 4 lados iguais	0	0	1	0	0	0	1	0,5%
Retas iguais se encontram em 4 eixos distintos	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Não respondeu	0	0	0	0	1	3	3	1,4%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 66 – Conhecimento declarativo sobre Retângulo

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro	32	8	4	7	5	22	78	37,3%
Quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro, paralelos	4	3	0	1	1	8	17	8,1%
Figura plana com quatro lados, 2 de um tamanho e os	8	2	3	0	0	3	16	7,7%

outros 2 de outro (desenhou 1)								
Quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro, com ângulos retos	6	1	0	0	0	5	12	5,7%
Quatro lados (desenhou: 1	1	1	1	1	3	1	8	3,8%
Polígono de 4 lados, sendo 2 a 2 iguais, 4 ângulos retos, 4 vértices	2	0	4	0	0	0	6	2,9%
Quatro lados diferentes	3	1	0	1	0	0	5	2,4%
2 lados	0	0	0	0	0	3	3	1,4%
Figura com 4 retas de tamanhos diferenciados, sendo 2 são do mesmo tamanho (pequeno) e 2 (grande)	1	0	0	0	1	1	3	1,4%
Quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro, paralelos, com ângulos retos	1	0	0	0	0	1	2	1,0%
Figura com 2 lados paralelos	0	0	0	0	0	2	2	1,0%
2 lados iguais	0	0	0	0	0	2	2	1,0%
2 pares de retas diferentes	0	1	0	0	0	1	2	1,0%
4 ângulos	1	1	0	0	0	0	2	1,0%
4 ângulos retos	2	0	0	0	0	0	2	1,0%
Lados diferentes	2	0	0	0	0	0	2	1,0%
Paralelogramo com 4 ângulos 2 em cada tamanho	2	0	0	0	0	0	2	1,0%
Quadrilátero com 2 lados de mesma medida e outros 2 de outra medida	1	0	0	0	0	1	2	1,0%
Quatro lados e 4 ângulos	0	0	0	0	1	1	2	1,0%
Quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro, 4 ângulos e 4 vértices	0	0	1	0	0	0	1	0,5%
Quatro lados, 2 de um tamanho e os outros 2 de outro e 4 vértices	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
2 lados maior e 2 lados menor e 4 arestas	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
4 arestas, sendo as paralelas com mesma medida	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
4 lados paralelos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
4 retas	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
4 segmentos de reta, duas devem ter o mesmo tamanho e 2 terem outro tamanho	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
4 vértices	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
4 vértices, 4 arestas e 4 ângulos internos, sendo que os vértices paralelos são de mesma medida	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Ângulos retos, não necessariamente do mesmo tamanho	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Arestas, vértices. Os lados não são todos iguais	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
Contorno de cada lado das faces de um paralelepípedo ou lados de um prisma (alguns)"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
É uma forma retangular, que se difere do quadrado	0	0	0	1	0	0	1	0,5%
Figura plana com ângulos retos, porém 2 arestas maiores e 2 menores	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Figura plana ou a face de um polígono, com ângulo, vértice e aresta	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Figuras de lados opostos	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Forma geométrica	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Plana 5 lados	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Plana com 2 lados maiores e outros 2 menores e 4 ângulos retos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Plana com 4 lados (desenhou)	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Plana com 4 lados, 2 de cada tamanho, e 4 ângulos	0	0	1	0	0	0	1	0,5%
Plana com retas paralelas	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Plana com retas paralelas e de lados iguais	0	0	0	0	0	1	1	0,5%
Plana fechada com 4 segmentos de reta e dois lados paralelos com medidas menores que os outros dois lados paralelos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%

Plana formada por 4 segmentos de reta onde, obrigatoriamente, duas devem ter o mesmo tamanho e 2 terem outro tamanho	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Pode ser comparado a uma paralelepípedo	0	0	0	1	0	0	1	0,5%
Polígono de 4 lados, sendo 2 lados com a mesma medida	0	0	1	0	0	0	1	0,5%
Um dos lados do paralelogramos	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"2 lados iguais menores e 2 lados maiores denominados base e altura"	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
"altura: 2 lados iguais; largura: dois lados iguais"	0	0	0	0	1	0	1	0,5%
"duas retas maiores e 2 segmentos de retas menores, que também formam 4 ângulos retos"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"figura plana que possui 2 lados paralelos iguais. Pode ser a base de um paralelepípedo"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
"plana formada por 4 lados, sendo 2 maiores e 2 menores; face do paralelogramo"	1	0	0	0	0	0	1	0,5%
Não respondeu	1	0	1		2	4	8	3,8%
Total	85	18	16	12	16	62	209	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Apêndice 6 – Alguns exemplos de respostas dos cursistas – Questionário 1

6.1 Sobre conhecimento declarativo de Figura Bidimensional e Figura Tridimensional

Figura 14 – O entendimento sobre figura bidimensional e figura tridimensional – Participante OE 47

03. Qual o seu entendimento sobre o que é figura bidimensional e figura tridimensional?

Figura bidimensional, onde você enxerga 2 lados.
Figura tridimensional, onde você enxerga 3 lados.

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 15 – O entendimento sobre figura bidimensional e figura tridimensional – Participante OE 51

03. Qual o seu entendimento sobre o que é figura bidimensional e figura tridimensional?

figura bidimensional → plana e espacial
figura tridimensional → largura, altura, profundidade,
você enxerga a figura no seu todo.

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 16 – O entendimento sobre figura bidimensional e figura tridimensional – Participante OE 40

03. Qual o seu entendimento sobre o que é figura bidimensional e figura tridimensional?

tridimensional → depois de planificada 3 lados tem
triângulo
bidimensional →

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 17 – O entendimento sobre figura bidimensional e figura tridimensional – Participante OE 39

03. Qual o seu entendimento sobre o que é figura bidimensional e figura tridimensional?

a bidimensional plana tem comprimento e largura
" não plana " " " e altura
a tridimensional ocupa espaço (sólidos)

Fonte: Arquivo da autora.

6.2 Sobre conhecimento declarativo de Triângulo, Quadrado e Retângulo

Figura 18 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid3 6

05. Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo: *É uma figura geométrica que pode ser comparada a uma pirâmide. Ex: Um chapéu de palhaço.*

5.2. Quadrado: *O quadrado pode ser comparado a um cubo. Ex: Um dado*

5.3. Retângulo: *A figura pode ser comparado a um paralelepípedo.*

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 19 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid1 17

05. Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo: *figura com 3 ângulos*

5.2. Quadrado: *figura com 4 lados iguais*

5.3. Retângulo: *figuras com 2 lados paralelos de mesmo medido e mais 2 lados de medidas maiores iguais* 

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 20 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid5 16

05- Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo: *figura perfeita, não permite movimento usado pl. travar estruturas.*

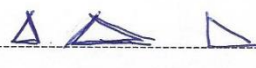
5.2. Quadrado: *figura plana com quatro lados iguais*

5.3. Retângulo: *figura plana com dois lados menores e iguais e dois lados maiores e iguais*

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 21 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid5 11

05- Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo: *tem 3 lados* 

5.2. Quadrado: *tem 4 lados iguais*

5.3. Retângulo: *tem 2 lados iguais 2 a 2*

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 22 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid4 9

05. Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo:

3 retas. ligadas por 3 pontos

5.2. Quadrado:

4 retas ligadas por 4 pontos
4 partes iguais

5.3. Retângulo:

4 retas, 4 linhas, sendo 2 iguais e 2 de tamanhos diferentes

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 23 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid4 4

05. Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo:

figura geométrica que apresenta 3 ângulos e cuja soma interna é 360° .

5.2. Quadrado:

figura geométrica com 4 lados iguais, 4 ângulos de 90° e soma interna 360° .

5.3. Retângulo:

figura geométrica que apresenta 2 lados menores e 2 lados maiores; denominados de base e altura.

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 24 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid4 8

05. Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo:

tem 3 faces, 1 base. Arestas e vértices.

5.2. Quadrado:

também tem arestas e vértices. Todos os lados são iguais.

5.3. Retângulo:

arestas, vértices. Os lados não são todos iguais.

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 25 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid3 8

05. Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo:

três lados = Δ

5.2. Quadrado:

4 lados = $\square$

5.3. Retângulo:

4 lados = rect

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 26 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante Cid3 3

05. Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo: É uma forma geométrica, que tem 3 lados e pontaguda

5.2. Quadrado: É uma forma quadrada, como o papão nome diz e tem 4 lados.

5.3. Retângulo: É uma forma retangular, que se difere do quadrado.

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 27 – O entendimento sobre triângulo, quadrado e retângulo – Participante OE 1

05. Qual o seu entendimento sobre o que seja:

5.1. Triângulo: 3 linhas retas que se juntam $\triangleright \triangle$

5.2. Quadrado: 4 linhas retas que se juntam do mesmo tamanho $\square$

5.3. Retângulo: 2 linhas retas menores e paralelas que se juntam a 2 linhas retas maiores também paralelas. $\square$ $\square$

Fonte: Arquivo da autora.

Apêndice 7 – Dados da Segunda Etapa da Pesquisa

7.1 Dados gerais da Segunda Etapa da Pesquisa – 1º Momento

Tabela 67 – Tempo total de serviço no Magistério

Tempo Total de serviço no magistério	Total	%
Até 5 anos	3	13,6%
Mais que 5 anos até 10 anos	2	9,1%
Mais que 10 anos até 15 anos	2	9,1%
Mais que 15 anos até 20 anos	6	27,3%
Mais que 20 anos até 25 anos	6	27,3%
Mais de 25 anos	2	9,1%
Não respondeu	1	4,5%
Total	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 68 – Formação acadêmica dos sujeitos Segunda Etapa da Pesquisa

Formação	Total	%
Pedagogia	10	45,5%
Psicopedagogia	10	45,5%
Magistério	1	4,5%
Superior	1	4,5%
Não respondeu	0	0,0%
Total	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 69 – Tem Experiência no Ciclo de Alfabetização?

Resposta	Total	Total
Sim	20	90,9%
Não	1	4,5%
Não respondeu	1	4,5%
Total	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 70 – Em seu curso de formação profissional, como era o ensino de Geometria?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Não teve geometria	1	0	1	2	0	0	4	18,18%
Sem significado, mecânico, descontextualizado	2	1	0	0	0	1	4	18,18%
Superficial, pouco explorado	3	4	3	2	0	0	12	54,55%
Não lembra de ter tido	0	0	0	0	0	0	0	0,00%
Abordada de forma adequada	0	0	0	0	0	1	1	4,55%
Não soube responder	0	0	0	0	0	0	0	0,00%
Não Respondeu	0	0	0	1	0	0	1	4,55%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,00%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 71 – Suas expectativas em relação ao estudo do Caderno de Geometria do PNAIC foram contempladas?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Sim	5	5	1	4	0	2	17	77,3%
Não	1	0	2	0	0	0	3	13,6%
Em parte	0	0	1	0	0	0	1	4,5%
Não respondeu	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 72 – Você teve oportunidade de aplicar algumas atividade proposta com seus alunos?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Sim	3	5	4	5	0	2	19	86,4%
Não	3	0	0	0	0	0	3	13,6%
Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 73 – Após o estudo do caderno de Geometria do PNAIC, sua relação com esse eixo (Geometria) ficou mais amigável?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Sim	6	4	4	4	0	2	20	90,9%
Não	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
Não respondeu	0	1	0	1	0	0	2	9,1%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 74 – No eixo Geometria, quais conceitos podem ser explorados¹¹?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Ângulos	0	0	0	1	0	0	1	2,6%
Área	0	0	0	1	0	0	1	2,6%
Figuras geométricas/sólidos Geométricos	6	0	4	2	0	1	13	34,2%
Noções espaciais/ Localização	3	0	1	0	0	1	5	13,2%
Paralelismo	0	0	2	0	0	0	2	5,3%
Perímetro	0	0	0	1	0	0	1	2,6%
Planificação	1	0	2	0	0	0	3	7,9%
Simetria	0	0	1	1	0	0	2	5,3%
Outros	1	0	0	0	0	0	1	2,6%
Não respondeu	0	5	0	4	0	0	9	23,7%
Total	11	5	10	10	0	2	38	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 75 – Qual Geometria está presente efetivamente no nosso dia-a-dia: plana ou espacial?

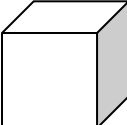
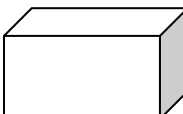
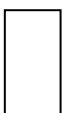
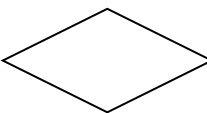
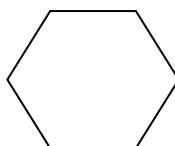
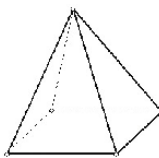
Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
Espacial	4	2	0	1	0	1	8	36,4%
Plana	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
Ambas	2	1	4	4	0	1	12	54,5%
Não respondeu	0	2	0	0	0	0	2	9,1%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

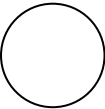
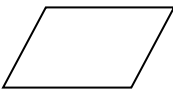
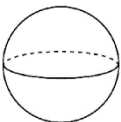
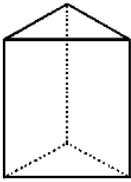
Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

¹¹ Nesta questão, o sujeito poderia citar mais que um conceito.

7.2. Dados sobre o conhecimento declarativo – Segunda Etapa da pesquisa – 2º Momento

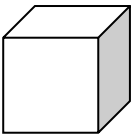
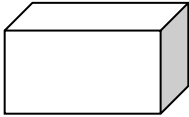
Quadro 20 – Nomenclatura das figuras geométricas a partir da sua imagem

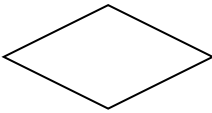
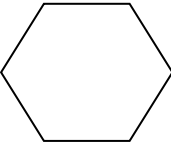
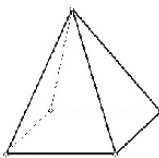
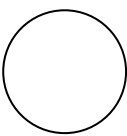
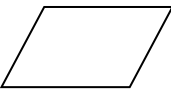
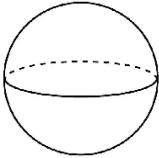
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Cubo	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Quadrado	6	4	4	5	0	2	21	95,5%
	Não respondeu	0	1	0	0	0	0	1	4,5%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Paralelepípedo	6	5	4	4	0	2	21	95,5%
	Retângulo	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Triângulo	5	5	4	5	0	1	20	90,9%
	Triângulo isósceles	0	0	0	0	0	1	1	4,5%
	Triângulo equilátero	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Cilindro	4	4	4	5	0	2	19	86,4%
	Cone	2	1	0	0	0	0	3	13,6%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Retângulo	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Losango	5	3	4	5	0	2	19	86,4%
	Losângulo	0	1	0	0	0	0	1	4,5%
	Losângolo	0	1	0	0	0	0	1	4,5%
	Quadrado rotacionado	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Hexágono	4	5	4	3	0	1	17	77,3%
	Hexágono Regular	0	0	0	0	0	1	1	4,5%
	Prisma	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Pentágono	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
	Face do prisma hexagonal	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Pirâmide	3	3	4	5	0	2	17	77,3%
	Pirâmide de base quadrada	1	2	0	0	0	0	3	13,6%
	Prisma	2	0	0	0	0	0	2	9,1%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

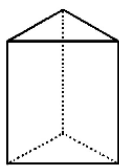
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Círculo	5	3	4	5	0	2	19	86,4%
	Circunferência	0	2	0	0	0	0	2	9,1%
	Circunferência ou círculo	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Paralelogramo	2	1	0	0	0	1	4	18,2%
	Paralelograma	1	3	0	0	0	1	5	22,7%
	Quadrilátero	1	0	0	2	0	0	3	13,6%
	Losângolo	0	1	0	0	0	0	1	4,5%
	Trapézio	1	0	4	0	0	0	5	22,7%
	Triângulo isósceles	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Paralelepípedo	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0	2	0	0	2	9,1%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Esfera	6	5	4	4	0	2	21	95,5%
	Não respondeu				1			1	4,5%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Nomenclatura	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Prisma de base triangular	1	1	0	0	0	1	3	13,6%
	Prisma de base retangular	1	1	0	0	0	0	2	9,1%
	Trapézio	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
	Pentágono	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Pirâmide de base triangular	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
	Prisma	2	3	4	4	0	1	14	63,6%
	Triângulo isósceles	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0		0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 21 – Classificação das figuras geométricas em plana ou espacial a partir da sua imagem

	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Plana	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Espacial	6	5	4	4	0	2	21	95,5%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	%
	Plana	6	4	4	5	0	2	21	95,5%
	Espacial	0	1	0	0	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Espacial	6	5	3	4	0	2	20	90,9%
	Não respondeu	0	0	1	0	0	0	1	4,5%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Espacial	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Espacial	5	5	4	4	0	2	20	90,9%
	Não respondeu	1	0	0	0	0	0	1	4,5%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Espacial	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Não respondeu	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	6	5	4	2	0	2	19	86,4%
	Espacial	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0	2	0	0	2	9,1%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	6	5	4	2	0	2	19	86,4%
	Espacial	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0	2	0	0	2	9,1%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	0	1	0	0	0	0	1	4,5%
	Espacial	6	4	4	4	0	2	20	90,9%
	Não respondeu	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	6	5	4	4	0	2	21	95,5%
	Espacial	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Não respondeu	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	6	5	4	2	0	2	19	86,4%
	Espacial	0	0	0	1	0	0	1	4,5%
	Não respondeu	0	0	0	2	0	0	2	9,1%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Espacial	6	5	4	3	0	1	19	86,4%
	Não respondeu	0	0	0	2	0	1	3	13,6%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

	Classificação	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
	Plana	0	0	0	0	0	0	0	0,0%
	Espacial	6	5	3	4	0	1	19	86,4%
	Não respondeu	0	0	1	1	0	1	3	13,6%
	Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 22 – Classificação das figuras espaciais, a partir da sua imagem, em plana ou espacial, número de vértices, de faces e de arestas de tais figuras

	Cubo							Paralelepípedo							Cilindro						
		E	V	F	A	L	T		E	V	F	A	L	T		E	V	F	A	L	T
OE	OE1	1	1	1	1	x	4	OE1	1	1	1	1	x	4	OE1	0		x			0
	OE2	1	1	1	1	x	4	OE2	1	1	1	1	x	4	OE2	1		x		x	1
	OE3	1	1	1	1	x	4	OE3	1	1	1	1	x	4	OE3	1	x	x		x	1
	OE4	1	1	1	1	x	4	OE4	0	1	1	1	x	3	OE4	1					1
	OE5	1	1	1	1	x	4	OE5	1	1	1	1		4	OE5	1					1
	OE6	1	1	1	1	x	4	OE6	1	1	1	1	x	4	OE6	1		x		x	1
Cid1	PA1	1	1	1	1	x	4	PA1	1	1	1	1		4	PA1	1					1
	PA2	1	1	1	1	x	4	PA2	1	1	1	1	x	4	PA2	1					1
	PA3	1	1	1	1	x	4	PA3	1	1	1	1	x	4	PA3	1		x			1
	PA4	1	1	1	1	x	4	PA4	1	1	1	1	x	4	PA4	1					1
	PA5	1	1	1	1		4	PA5	1					1	PA5	1		x			1
Cid2	PA6	1	1	1	1	x	4	PA6	1	1	1	1	x	4	PA6	1					1
	PA7	1	1	1	1	x	4	PA7	1	1	1	1	x	4	PA7	1					1
	PA8	1	1	1	1	x	4	PA8	1	1	1	1	x	4	PA8	1					1
	PA9	1	1	1	1	x	4	PA9	0	1	1	1	x	3	PA9	1					1
Cid3	PA10	1	1	1	1	x	4	PA10	1	1	1	1	x	4	PA10	1		x		x	1
	PA11	1	1	1	1		4	PA11	1	1	1	1		4	PA11	1					1
	PA12	1	1	1	x	x	3	PA12	1	1	1	x	x	3	PA12	1		x		x	1
	PA13	1	1	1	1	x	4	PA13	1	1	1	1	x	4	PA13	1		x		x	1
	PA14	x	x	1		x	1	PA14	x	x	1		x	1	PA14	x	x	x		x	0
Cid5	PA15	1	1	1	1		4	PA15	1	1	1	1		4	PA15	1		x			1
	PA16	1	1	1	1	x	4	PA16	1	1	1	1	x	4	PA16	1					1
	Pirâmide							Esfera							Prisma						
		E	V	F	A	L	T		E	V	F	A	L	T		E	V	F	A	L	T
OE	OE1	1	1	1	1	x	4	OE1	1					1	OE1	1	1	1	1	x	4
	OE2	1	1	1	x	x	3	OE2	1					1	OE2	1	1	1	x	x	3
	OE3	1	x	1	x	x	2	OE3	1		x		x	1	OE3	1	1	1	1	x	4
	OE4	1					1	OE4	1					1	OE4	1					1
	OE5	1	1	1	0		3	OE5	1					1	OE5	1	1	1	1		4
	OE6	1	1	1	1	x	4	OE6	1					1	OE6	1	1	1	1	x	4
Cid1	PA1	1	1	1	1		4	PA1	1					1	PA1	1	1	1	1		4
	PA2	1	1	1	1		4	PA2	1					1	PA2	1	1	1	1	x	4
	PA3	x	1	1	1	x	3	PA3	1					1	PA3	1	1	1	1	x	4
	PA4	1	1	1	1	x	4	PA4	1					1	PA4	1	1	1	1	x	4
	PA5	1	1	1	1		4	PA5	1					1	PA5	1	1	1	1		4
Cid2	PA6	1	1	1	1	x	4	PA6	1					1	PA6	1	1	1	1	x	4
	PA7	1	1	1	1	x	4	PA7	1					1	PA7	1	1	1	1	x	4
	PA8	1	1	1	1	x	4	PA8	1					1	PA8	1	1	1	1		4
	PA9	1	1	1	1	x	4	PA9	0					0	PA9	0	1	1	1	x	3
Cid3	PA10	0	1	1	1		3	PA10	0					0	PA10	0	1	1	1	x	3
	PA11	1	1	1	1	x	4	PA11	1					1	PA11	1	1	1	1	x	4
	PA12	1	1	1	1	x	4	PA12	0					0	PA12	1	1	1	x	x	3
	PA13	1	1	1	1		4	PA13	1					1	PA13	1	1	x	1		3
	PA14	1	x	1		x	2	PA14	1	x	x		x	1	PA14	1	x	1		x	2
Cid5	PA15	1	1	1	1		4	PA15	1					1	PA15	1	1	1	1		4
	PA16	1	1	1	1	x	4	PA16	0					0	PA16	0	1	1	1	x	3

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: E (espacial); V (vértice); A (aresta); L (lado); T (total); 0 (não respondeu); 1 (quantificou corretamente); x (atributo equivocado)

Quadro 23 – Como você definiria tal figura (cubo) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
É o dado, seis lados iguais que se encaixam, formados por 6 quadrados. (OE4)	1				
É uma figura espacial que possui 6 faces, 8 vértices e 12 arestas e pode ser representado por um dado (OE1)	1				
Um poliedro, pois não possui curvas (OE2)	1				
Relacionando a um dado, pois eles conhecem (OE3)	1				
É o formato da lousa, de uma caixa de sapato	1				
Sólido geométrico formado por 12 arestas, 6 faces e 8 vértices. É uma figura tridimensional comum no dia-a-dia. Faces congruentes dispostas de forma paralela e aos pares; Hexaedro regular; duas diagonais: maior e menor. (OE5)	1				
Poliedro. (PA4)		1			
Cubo. (PA3)		1			
Semelhança da figura com os objetos do dia a dia. (PA6)			4		
Bloco, dado. (PA13)				1	
Comparar com objetos que conhecem. Todos os lados tem o mesmo tamanho. (P10)				1	
Uma caixa. (PA14)				1	
Forma de um dado. (PA16)					1
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Sólido formado por 6 faces quadradas iguais. Cada face de um cubo é um quadrado. (PA15)					1
Sólido geométrico. (OE6)	1				

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 24 – Como você definiria tal figura (paralelepípedo) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
É o paralelepípedo, 4 lados iguais, formado por retângulos e dois lados iguais formada por 2 quadrados que se encaixam. (OE4)	1				
Não rola, tem 4 faces iguais e 2 diferentes. (OE2)	1				
Sólido geométrico. (OE6)	1				
Figura geométrica espacial 8 vértices, 6 faces e 12 arestas. Faz parte dos sólidos geométricos (prismas). Três dimensões diferentes; duas diagonais (maior e menor). Faces opostas congruentes. (OE5)	1				
Poliedro. (PA4)		1			
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Uma caixa com 4 lados com medidas diferentes (2 iguais e 2 diferentes). (PA13)				1	
Compare com o estojo de giz. Tem 4 lados iguais e 2 diferentes. (PA10)				1	
Retângulo. (PA14)				1	
Semelhante a uma caixa ou tijolo. (PA16)					1
Figura geométrica com lados paralelos e idênticos dois a dois. (PA15)					1
É o formato da lousa, de uma caixa de sapato, etc. Pode ser confundida com o quadrado por possuir 4 lados (OE3)	1				

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 25 – Como você definiria tal figura (cilindro) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Objeto que rola, possui curvas. (OE2)	1				
Compararia a uma lata de refrigerante. É um sólido que rola. (OE3)	1				
Sólido Geométrico. (OE6)	1				

É um sólido geométrico arredondado formado por um retângulo dobrado e alongado com um círculo na base inferior e outro na base superior. Há cilindros retos e oblíquos com raios e bases e geratrizes. (OE5)	1				
Não poliedro. (PA4)		1			
Corpo redondo que rola. Tem duas bases. (PA1; PA5)		2			
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Copo, lata, tubo. (PA13)				1	
Sólido geométrico que rola. Se parece com o nosso latão de lixo, latinha de lápis. (PA10)				1	
Cilindro. (PA14)				1	
Semelhante a um tubo. (PA16)					1
Corpo redondo com duas faces opostas e paralelas. (PA15)					1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 26 – Como você definiria tal figura (pirâmide) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Sua base é quadrada, formada por 4 triângulos OE2	1				
Relacionaria a um chapéu de festa de aniversário OE3	1				
Sólido Geométrico. OE6	1				
É um sólido geométrico espacial formado po um conjunto de segmentos de retas ligado a um único ponto fora do plano onde se enconrra, tendo como base um determinado polígono. OE5	1				
Através do material concreto. PA6. PA7. PA8. PA9			4		
Pirâmides do Egito. PA13				1	
Tem 1 base. Pirâmides do Egito, que trabalhamos na sala de aula. PA10				1	
Pirâmide. PA14				1	
Solido com base quadrada e lados triangulares. PA15					1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 27 – Como você definiria tal figura (esfera) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Relacionaria a uma bola. (OE3)	1				
Sólido Geométrico. (OE6)	1				
Figura geométrica espacial constituindo um corpo redondo completamente em toda sua extensão. Polo inferior e superior, diâmetro, centro, raio, corda, volume. (OE5)	1				
Superfície esférica fechada, corpo solido redondo. (PA5)		1			
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Bola de futebol. (PA10)				2	
Bola de futebol, sol, lua. (PA13)				1	
É um corpo redondo em que todos os pontos distam de um ponto central. (PA15)					1
Bola. (PA14)					

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 28 – Como você definiria tal figura (prisma) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Sólido Geométrico. (OE6)	1				
Figura geométrica espacial constituída por segmento de reta que constituem paralelogramos e polígonos iguais e paralelos nas suas extremidades. Poliedro cujos elementos comuns são as arestas, os vértices e as faces. (OE5)	1				

Base formada por triângulo. (PA5)		1			
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Relacionaria ao telhado de uma casa. OE3. PA13	1			1	
3 lados na forma de retângulo, 2 lados na forma de triângulo. PA10				1	
Sólido formado por segmentos de retas paralelas. PA15					1
Possui 2 bases triangulares e 3 retângulos. (OE2)	1				

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

7.2.2 Dados referentes às Figuras Planas

Quadro 29 – Classificação das figuras planas, a partir da sua imagem, em plana ou espacial, determinação da quantidade de vértices e lados e de outros atributos, como lados paralelos, lados congruentes, ângulos retos e ângulos congruentes

	Quadrado											Triângulo										
		P	V	L	LP	LC	AR	AC	F	A	T		P	V	L	LP	LC	AR	AC	F	A	T
OE	OE1	1		1	1	1	1	1	x		6	OE1	1		1				x			2
	OE2	1				1		1			3	OE2	1				x		x			1
	OE3	1	1	1	1	1	1	1	x	x	7	OE3	1	1	1					x	x	3
	OE4	1	0	0	1	1	1	1			5	OE4	1	0	0							1
	OE5	1	1	1	1	1	1	1	x	x	7	OE5	1	1	1		x		x	x	x	3
	OE6	1	1	1	1	1	1	1	x	x	7	OE6	1	1	1		x			x	x	3
Cid1	PA1	1	1	1	1	1	1	1		x	7	PA1	1	1	1		x		x		x	3
	PA2	1									1	PA2	1									1
	PA3	1	1	1		1	1		x	x	5	PA3	1	1	1	x				x	x	3
	PA4	1									1	PA4	1									1
	PA5	0									0	PA5	1	1	1	x	x		x			3
Cid2	PA6	1	1	1					x		3	PA6	1	1	1				x	x		3
	PA7	1	1	1	1				x		4	PA7	1	1					x	x		2
	PA8	1	1	1	1				x		4	PA8	1	1	1				x			3
	PA9	1	1		1						3	PA9	1	1	1				x	x		3
Cid3	PA10	1									1	PA10	1									1
	PA11	1									1	PA11	1									1
	PA12	1	1	x	1		1		x		4	PA12	1	1	x			x		x		2
	PA13	1	1	x	1	1		1	x	x	5	PA13	1	1	1					x	x	3
	PA14	1	1	1			1		x		4	PA14	1	1	x					x		2
Cid5	PA15	1	1	1	1	1	1	1	x		7	PA15	1	1	1					x		3
	PA16	1				1					2	PA16	1		1					x		2
	Retângulo											Losango										
		P	V	L	LP	LC	AR	AC	F	A	T		P	V	L	LP	LC	AR	AC	F	A	T
OE	OE1	1		1	1		1	1	x		5	OE1	1		1	1	1		x	x		4
	OE2	1		x				1			2	OE2	1				1		x			2
	OE3	1	x	1	1	1	1	1	x	x	6	OE3	1	1	1	1	1	x	x	x	x	5
	OE4	1									1	OE4	1									1
	OE5	1	1	1	1		1	1	x	x	6	OE5	1	1	1	1	1		1	x	x	6
	OE6	1	1	1	1		1		x	x	5	OE6	1	1	1	1	1		x	x	x	5
Cid1	PA1	1	1	1	1	1	1	1		x	7	PA1	1	1	1	1	1	x	x		x	5
	PA2	1			1	x	1	1			4	PA2	1			1	1	x	x			3
	PA3	1	1	1	1		1		x	x	5	PA3	1	1	1		1		x	x	x	4
	PA4	1			1	x	1	1			4	PA4	1			1	1					3
	PA5	1		1	1	x	1	1			5	PA5	1			1	1		x			3
Cid2	PA6	1			1	1	1				4	PA6	1	1		1	1					4
	PA7	1	1		1	x			x		3	PA7	1	1		1	1			x		4
	PA8	1	1		1	x					3	PA8	1	1		1	1					4

	PA9	1	1	x	1				x		3	PA9	1	1	x	1			1	x		4
Cid3	PA10	1									1	PA10	0									0
	PA11	1									1	PA11	0									0
	PA12	1	1	x	1				x		3	PA12	1	1	x		1			x		3
	PA13	1		1							2	PA13	1	1	1	1	1		1	x	x	6
	PA14	1	1	x				1	x		3	PA14	x	1	x		1			x		2
	PA15	1	1	1	1		1	1	x		6	PA15	1	1	1	1	1			x		5
PA16	1	1	1					x	x	3	PA16	1	1	1					x	x	3	
	Hexágono											Círculo										
		P	V	L	LP	LC	AR	AC	F	A	T		P	V	L	LP	LC	AR	AC	F	A	T
OE	OE1	1		1	1	1		1	x		5	OE1	1							x		1
	OE2	1				1		1			3	OE2	1									1
	OE3	1	x	x			x		x	x	1	OE3	1		x					x		1
	OE4	1									1	OE4	1									1
	OE5	1	1	1	1	1		1	x	x	6	OE5	1									1
	OE6	1	1	1	1	1	1	1	x	x	7	OE6	1							x		1
Cid1	PA1	1	1	1	1	1		1		x	6	PA1	1									1
	PA2	1			1						2	PA2	1									1
	PA3	1	1	1	1			1	x		5	PA3	1		x					x		1
	PA4	1									1	PA4	1									1
	PA5	1		1	1	1	x				4	PA5	1									1
Cid2	PA6	1	1		1	1		x			4	PA6	1									1
	PA7	1	1		1	1			x		4	PA7	1									1
	PA8	1	1		1	1			x		4	PA8	1									1
	PA9	1	1	x	1			1	x		4	PA9	1									1
Cid3	PA10	0									0	PA10	0									0
	PA11	1									1	PA11	1									1
	PA12	0									0	PA12	1						x	x		1
	PA13	1	1	1		1			x	x	4	PA13	1									1
	PA14	x	1	x		1			x		2	PA14	1	x	x				x	x		1
Cid5	PA15	1	1	1		1		1	x		5	PA15	1									1
	PA16	1	1	1	1				x	x	4	PA16	1							x		1
	Paralelogramo																					
		P	V	L	LP	LC	AR	AC	F	A	T											
OE	OE1	1		1	1	x		x	x		3											
	OE2	1						x			1											
	OE3	1	1	1	1	x	x	x	x	x	4											
	OE4	1									1											
	OE5	1	1	1	1	x		x		x	4											
	OE6	1	1	1	1	1		x	x	x	5											
Cid1	PA1	1	1	1	1	x		x			4											
	PA2	1									1											
	PA3	1	1	1	1			1	x	x	5											
	PA4	1									1											
	PA5	1			1	x	x				2											
Cid2	PA6	1	1						x		2											
	PA7	1	1		1	x					3											
	PA8	1	1		1	x			x		3											
	PA9	1	1	x	1	x					3											
Cid3	PA10	0									0											
	PA11	1									1											

	PA12	0									0
	PA13	1	1	1					x	x	3
	PA14	x	1	x					x		1
Cid5	PA15	1	1	1	1						4
	PA16	1		1					x		2

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários. Legenda: P (plana); V (vértice); L (lado); LP (lado paralelo); LC (lado congruente); AR (ângulo reto); AC (ângulo congruente); T (total); 0 (não respondeu); 1 (quantificou corretamente); x (atributo equivocado)

Quadro 30 – Como você definiria tal figura (quadrado) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Formada por 4 lados iguais. (OE4)	1				
Uma das faces do cubo. (OE2)	1				
Relacionaria a um objeto da sala de aula com mesmo formato. (OE3)	1				
Figura geométrica. (OE6)	1				
É uma figura geométrica plana formada por 4 lados, 4 arestas, 4 vértices e uma face. Poligonal e convexa que possui 4 lados congruentes e também 4 ângulos retos e congruentes. (OE5)	1				
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Essa figura tem os lados com mesma medida e não tem como pegar, por isso é plana. (PA13)				1	
Compararia com a janela da sala. Diria a eles que só podemos ver a frente do quadrado. (PA10)				1	
Como um quadrado. (PA14)				1	
Figura de 4 lados iguais e 4 pontas. (PA16)					1
Figura plana com 4 ângulos retos e lados iguais. (PA15)					1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 31 – Como você definiria tal figura (triângulo) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Uma das faces da pirâmide. (OE2)	1				
Relacionaria a uma placa de sinalização. Existem 3 tipos de triângulo. Este é um que tem os 3 lados com mesma medida. (OE3)	1				
Figura geométrica. (OE6)	1				
É uma figura geométrica plana formada por 3 lados, 3 arestas, 3 vértices e 1 face. Formado por 3 retas que se encontram duas a duas e não passam pelo mesmo ponto, formando 3 lados e 3 ângulos. (OE5)	1				
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Forma três pontas com apenas 3 linhas. (PA13)				1	
Compararia com o lado de uma bolsinha de uma aluna. Diria a eles que só podemos ver a frente do triângulo. (PA10)				1	
Triângulo. (PA14)				1	
Figura de 3 lados e 3 pontas. (PA16)					1
Figura plana de 3 lados podendo ser equilátero, isósceles ou escaleno. (PA15)					1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 32 – Como você definiria tal figura (retângulo) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Observando a sala de aula, objetos com essas características. Formato da caixa de sapato, da carteira, etc. (OE3)	1				
É uma figura geométrica plana formada por 4 segmentos de reta possuindo 4 ângulos retos. Polígono (quadrilátero) fechado com lados e ângulos opostos congruentes. (OE5)	1				
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Tem a forma da régua escolar. (PA10)				1	

Retângulo. (PA14)				1	
Figura plana formada por 4 lados congruentes dois a dois. (PA15)					1
Figura geométrica. (OE6)	1				

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 33 – Como você definiria tal figura (losango) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Um quadrado rotacionado ou losângulo. (OE2)	1				
Relacionando ao quadrado, mudando de posição ou a figura do meio da bandeira nacional. Tem as mesmas características do quadrado. (OE3)	1				
Figura geométrica. (OE6)	1				
É uma figura geométrica plana formada por 4 segmentos de reta, fechada. Quadrilátero equilátero. Paralelogramo cujos lados opostos são iguais e paralelos com 2 diagonais que se cruzam perpendicularmente. (OE5)	1				
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Forma da bandeira do Brasil. (PA10; PA13)				1	
Losango. (PA14)				1	
Quadrilátero com os 4 lados iguais e ângulos congruentes 2 a 2. (PA15)					1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 34 – Como você definiria tal figura (hexágono) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Face do prisma hexagonal. (OE2)	1				
Relacionando-a a placa de trânsito. Figura feita com 5 retas. (OE3)	1				
Figura geométrica. (OE6)	1				
É uma figura geométrica plana formada por 6 lados congruentes, quando regular. (OE5)	1				
É um polígono com 6 lados. (PA5)		1			
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Possui 6 lados e é parecido com a moeda de 0,25. Está presente em muitas ruas antigas e nas colmeias das abelhas. (PA13)				1	
Ponta do lápis escolar. (PA10)				1	
Prismas. (PA14)				1	
Polígono com 6 lados podendo ser regular ou não. (PA15)					1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 35 – Como você definiria tal figura (círculo) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Figura geométrica. (OE6)	1				
É uma figura geométrica plana limitada por uma circunferência. Possui 4 elementos: raio, diâmetro, arco e corda. (OE5)	1				
Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Apenas um linha riscada que o fim encontra seu início. (PA13)				1	
Círculo ou roda. (PA14)				1	
É uma figura plana em que a área é delimitada pela circunferência. (PA15)					1
Não possui lado (OE2)	1				

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Quadro 36 – Como você definiria tal figura (paralelogramo) para seu aluno?

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid5
Relacionaria ao retângulo. Parece com um retângulo "torto". (OE3)	1				
Figura geométrica. (OE6)	1				
É um polígono de 4 lados cujos lados opostos são paralelos, tendo assim ângulos opostos e lados opostos congruentes. Constituído por 4 vértices, 4 lados e 4 arestas e uma face. (OE5)	1				

Através do material concreto. (PA6; PA7; PA8; PA9)			4		
Triângulo. (PA14)				1	
Um quadrilátero com os lados paralelos 2 a 2. (PA15)					
Possui 4 lados. (PA13)				1	

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

7.2.3 Dados referentes à classificação das proposições em Verdadeiras ou Falsas

Tabela 76 – 5.1. Todo polígono é plano.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	2	3	4	5		2	16	72,7%
Falsa	4	2	0				6	27,3%
Não respondeu	0	0	0				0	0,0%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 77 – 5.2. Triângulos, quadriláteros, pentágonos são polígonos.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	6	4	3	3		2	18	81,8%
Falsa		1	1	1			3	13,6%
Não respondeu				1			1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 78 – 5.3. Todo poliedro é plano

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	2	5	3	3		1	14	63,6%
Falsa							0	0,0%
Não respondeu	6	5	4	5	0	2	22	100,0%
Total	4		1	2		1	8	36,4%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 79 – 5.4. Todo poliedro é uma figura tridimensional na qual podemos definir arestas, vértices e faces.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	6	5	3	3		1	18	81,8%
Falsa			1	2		1	4	18,2%
Não respondeu							0	0,0%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 80 – 5.5. Todo triângulo tem 3 lados congruentes.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	1		4	2		1	8	36,4%
Falsa	5	5		3		1	14	63,6%
Não respondeu							0	0,0%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 81 – 5.6. Existem triângulos com 3 lados congruentes.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	5	5	4	5		2	21	95,5%
Falsa							0	0,0%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 82 – 5.7. Triângulo isósceles possui 3 lados congruentes.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira		1		2		1	4	18,2%
Falsa	5	4	1	3			13	59,1%
Não respondeu	1		3			1	5	22,7%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 83 – 5.8. Triângulo equilátero possui 3 lados congruentes.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	5	4	1	2		1	13	59,1%
Falsa		1		3		1	5	22,7%
Não respondeu	1		3				4	18,2%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 84 – 5.9. Todo quadrilátero possui lados opostos paralelos.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	4	1	4	4		1	14	63,6%
Falsa	1	4		1		1	7	31,8%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 85 – 5.10. Os quadriláteros que possuem lados opostos paralelos são chamados de paralelogramos

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	5	4	4	4		2	19	86,4%
Falsa				1			1	4,5%
Não respondeu	1	1					2	9,1%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 86 – 5.11. Todo retângulo é um paralelogramo.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	5	3	4	4		2	18	81,8%
Falsa		2		1			3	13,6%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 87 – 5.12. Todo quadrilátero que possui os ângulos retos são denominados retângulo.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	3	2		3		2	10	45,5%
Falsa	2	3	4	1			10	45,5%
Não respondeu	1			1			2	9,1%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 88 – 5.13. Losango é um quadrilátero que possui os lados congruentes.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	4	5	4			2	15	68,2%
Falsa	1			4			5	22,7%
Não respondeu	1			1			2	9,1%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 89 – 5.14. Todo quadrado é um losango.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	4	4	2	1		2	13	59,1%
Falsa		1	2	3			6	27,3%
Não respondeu	2			1			3	13,6%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 90 – 5.15. Todo losango tem ângulos retos.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	2	4	4	3		1	14	63,6%
Falsa	3	1		1		1	6	27,3%
Não respondeu	1			1			2	9,1%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 91 – 5.19. Cone, cilindro e esfera são poliedros.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	3	2	3	4			12	54,5%
Falsa	2	3	1	1		2	9	40,9%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 92 – 5.20. Cone, cilindro e esfera são figuras espaciais.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	5	5	4	5		2	21	95,5%
Falsa							0	0,0%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 93 – 5.21. Prismas e pirâmides são poliedros.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	5	5	4	3		2	19	86,4%
Falsa				2			2	9,1%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 94 – 5.22. Prismas e pirâmides são figuras planas.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira							0	0,0%
Falsa	5	5	4	5		2	21	95,5%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 95 – 5.23. A planificação de um cilindro é composta por 2 círculos e 1 retângulo.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	4	5	4	3		2	18	81,8%
Falsa	1			2			3	13,6%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 96 – 5.24. O cubo é um poliedro denominado hexaedro pois possui 6 faces.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	4	4	4	5		2	19	86,4%
Falsa	1	1					2	9,1%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 97 – 5.25. A planificação de um cubo é composta de 5 quadrados.

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5	Total	Total
Verdadeira	5		4	1			10	45,5%
Falsa		5		4		2	11	50,0%
Não respondeu	1						1	4,5%
Total	6	5	4	5	0	2	22	100,0%

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

7.2.4 Justificativas das proposições classificadas como falsas e justificadas

Tabela 98 – 5.1. Todo polígono é plano: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Os polígonos podem ser planos ou espaciais (OE1)	1					
Polígonos são figuras espaciais (PA3)		1				

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 99 – 5.2. Triângulos, quadriláteros, pentágonos são polígonos: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Figuras planas (PA3)		1				

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 100 – 5.3. Todo poliedro é plano: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Poliedro é um sólido geométrico tridimensional limitado por polígonos planos (OE5)	1					
Poliedro possui 3 dimensões. É uma figura espacial. (OE4)	1					
Poliedros são figuras espaciais (OE1, PA3)		1				
Todo poliedro é tridimensional (PA15)						1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 101 – 5.4. Todo poliedro é uma figura tridimensional na qual podemos definir arestas, vértices e faces: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Não, ele é bidimensional (PA16)						1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 102 – 5.5. Todo triângulo tem 3 lados congruentes: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Nem todo triângulo possui 3 lados iguais (OE5)	1					
Os triângulos nem sempre possuem 3 lados congruentes (OE1)	1					
Há triângulos com lados de medidas diferentes (PA11)				1		
Todo triângulo tem 3 lados (PA15)						1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 103 – 5.7. Triângulo isósceles possui 3 lados congruentes: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Triângulo isósceles tem 2 lados iguais e 1 diferente (OE5)	1					
Triângulo isósceles não possuem os 3 lados congruentes (OE1)	1					
Triângulo isósceles possui pelo menos 2 lados iguais (PA15)						1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 104 – 5.8. Triângulo equilátero possui 3 lados congruentes: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Não existe triângulo equilátero (PA16)						1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 105 – 5.9. Todo quadrilátero possui lados opostos paralelos: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Nem todo quadrilátero possui seus lados opostos paralelos (OE1)	1					
Todo quadrilátero possui 4 lados (PA15)						1
São paralelogramos de lados opostos paralelos (OE5)						

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 106 – 5.12. Todo quadrilátero que possui os ângulos retos são denominados retângulo: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Tem também os quadrados (PA3)		1				

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 107 – 5.13. Losango é uma quadrilátero que possui os lados congruentes: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
O losango nem sempre possui os lados congruentes (OE1)	1					

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 108 – 5.15. Todo losango tem ângulos retos: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Nem todo losango possui ângulos retos (OE1)	1					
Alguns losangos tem ângulo reto (PA15)						1
Losango não tem ângulo reto (OE5)	1					

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 109 – 5.21. Prismas e pirâmides são poliedros: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
São espaciais (poliedros são planos) (PA11)				1		

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 110 – 5.22. Prismas e pirâmides são figuras planas: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
Prismas e pirâmides são figuras espaciais (OE1)	1					
Figuras espaciais (PA3)	1					
Prismas e pirâmides são figuras espaciais (PA15)						1
São espaciais (PA11)				1		
Não, são poliedros, sólidos geométricos. (PA16)						1

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 111 – 5.24. O cubo é um poliedro denominado hexaedro pois possui 6 faces: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
O cubo não é um poliedro denominado hexaedro (OE1)	1					
Poliedros rodam - cubo - não - poliedro (PA3)		1				

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.

Tabela 112 – 5.25. A planificação de um cubo é composta de 5 quadrados: FALSO

Resposta	OE	Cid1	Cid2	Cid3	Cid4	Cid5
A planificação de um cubo é composta por 6 quadrados (OE1, PA16)	1					1
6 quadrados (PA3, PA11)		1		1		

Fonte: Dados produzidos pela autora a partir dos questionários.