UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

RICHARDSON LEANDRO NUNES
Engenheiro Mecânico

NÚMERO DO TIPO PONTO FLUTUANTE COM PRECISÃO ESTENDIDA

Ilha Solteira
2008

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

FACULDADE DE ENGENHARIA

CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

RICHARDSON LEANDRO NUNES
Orientado

NÚMERO DO TIPO PONTO FLUTUANTE COM PRECISÃO ESTENDIDA

Dissertação apresentada à `Faculdade de Engenharia do Campus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica Especialidade Ciências Térmicas.

JOÃO BATISTA APARECIDO
Orientador

Ilha Solteira
2008

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

N972n

Nunes, Richardson Leandro.
Número do tipo ponto flutuante com precisão estendida / Richardson Leandro Nunes. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2013
93 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Ciências Térmicas, 2013

Orientador: João Batista Aparecido
Inclui bibliografia

1. Ponto flutuante. 2. Precisão numérica. 3. Programação orientada a objeto.

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Número de Ponto Flutuante Binário com Precisão Estendida em Classe de C++

AUTOR: RICHARDSON LEANDRO NUNES
ORIENTADOR: Prof. Dr. JOAO BATISTA APARECIDO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA MECÂNICA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. JOAO BATISTA APARECIDO
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. EMANUEL ROCHA WOISKI
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. TITO DIAS JUNIOR
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade de Brasília

Data da realização: 31 de março de 2008.

Presidente da Comissão Examinadora
Prof. Dr. JOAO BATISTA APARECIDO

DEDICO

À minha mãe Marlene Aparecida Mendes Nunes

e ao meu pai João Carlos Moreira Nunes†

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me permitiu iniciar este trabalho sem a certeza de que poderia continuar, que me permitiu continuar sem a certeza de que poderia terminar, que me permitiu terminar com a certeza de que o mérito é todo dele e não meu. Este trabalho foi a maior lição que tive na minha vida.

À minha mãe que amo muito, sem a qual nem mesmo teria começado este trabalho. Agradeço pelo seu amor incondicional e dedicação sem limites.

Agradeço à minha avó Loudes por todas as orações.

Ao meu orientador João Batista Aparecido, pelas valiosos conhecimentos, sabedoria e caráter.

“A vitória está reservada para aqueles que estão dispostos a pagar o preço.” Sun Tzu

“Todos passamos por tempos fáceis e tempos difíceis, mas pela misericórdia de Deus somos campeões.” Wesley Nunes

RESUMO

A execução de cálculos computacionais é limitada pela precisão que as linguagens de programação podem fornecer. Os compiladores possuem formatos de números com informação insuficiente para realizar cálculos que exijam grande precisão, porém, possuem ferramentas que possibilitam a criação de formatos extras.

Utilizando o conceito de classe, é possível criar objetos computacionais e métodos. Visando solucionar problemas de precisão criou-se uma classe na qual o objeto é um número de ponto flutuante aqui chamado de Sfloat. A classe implementada em C++ é composta de um arranjo de variáveis booleanas de tamanho arbitrário para representar os bits de um número de ponto flutuante e os métodos de classe para representar operadores aritméticos e lógicos. Os operadores binários aritméticos estão sobrecarregados, ou seja, os quatro operadores já existentes (“+”, “-”, “*” e “/”) podem utilizar números Sfloat como argumentos. Os operadores binários lógicos relacionais (<, >, <=, >=, ==, !=) seguem o mesmo modelo dos binários aritméticos, sendo sobrecarregados para utilizar Sfloat como argumento. Para somar dois argumentos, soma-se dígito a dígito os dois argumentos. A subtração, na verdade, é a soma de um número positivo com um negativo, de modo que pode ser executada da mesma maneira que o operador soma, porém invertendo o sinal do segundo argumento. Na multiplicação, somam-se as multiplicações parciais de cada dígito de um dos fatores pelo outro fator, ou seja, a multiplicação é executada como um somatório de multiplicações parciais. A divisão forma os dígitos do quociente verificando sempre qual o maior número inteiro que pode multiplicar o divisor sem ultrapassar o valor do dividendo. Sfloat foi utilizado para cálculos simples de soma, subtração, multiplicação e divisão. Também foi calculado o valor de uma série infinita truncada, apresentando resultados mais precisos que aqueles executados do tipos de dados padrões das linguagens de programação.

Palavras-chave: Ponto flutuante. Precisão numérica. Orientação a objeto. Classe

ABSTRACT

Solution of computational problems involving floating point numbers is limited by the accuracy that softwares can deliver. Most found compilers have usually floating point kinds that are incapable to support the solution of numerical problems that need large accuracy on the final result or on the intermediate computing steps. But such compilers are extensible allowing the development of derived data types and abstract data types and classes of high-accuracy numbers of floating point kind.

Using the class concept, it is possible to create computational objects and to implement methods (or member functions) owned by the object and that will act on the object data (or member variables).

Aiming to solve numerical problems that happen in scientific computing it was implemented a class to create floating point numbers with high accuracy and range. That class was called Sfloat. That class was implemented using a C++ compiler and is composed by an array of bits with variable size at compiler time. That extended floating point number is based on the IEEE standard for floating point numbers. The array bits carry information about signal (the first bit), exponent and mantissa. By varying its array size it is possible to use hundreds or even thousands of bits and so the mantissa precision can be very accurate with tens, hundreds or even thousands of decimal places, and also the exponent range can be very broad.

Arithmetic operators (+, -, *, /) can be overloaded in most compilers and also under C++ compilers. Overloading was used in this development by extending the meaning of the arithmetic operators to allow its use also with Sfloat. Overloading process was also used to implement the relational logic operators.

Nowadays, Sfloat can be used in implementations of most numerical algorithms where is used arithmetic operators, or relational or combinatorial logic operators.

Keywords: Floating point. Numerical accuracy. Object oriented. Class

ÍNDICE DE FIGURAS E GRÁFICOS

Sumário

1 INTRODUÇÃO

O padrão AMERICAN INTERNATIONAL INSTITUTE AND INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS – ANSI/IEEE 754-1985a contém normas a serem seguidas pelos fabricantes de computadores e construtores de *software*s ao desenvolver números de ponto flutuante e no tratamento da aritmética binária. O padrão aborda questões relativas ao armazenamento, métodos de arredondamento, ocorrência de *underflow* e *overflow* e realização das operações aritméticas básicas.

Existe também o padrão AMERICAN INTERNATIONAL INSTITUTE AND INSTITUE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS – ANSI/IEEE 854-1985, que tem os mesmos objetivos, porém, relativos a uma padronização para uma base independente genérica, para aqueles que utilizam outra base diferente da binária.

A vantagem da padronização é permitir uma maior portabilidade dos *software*s numéricos e criação de novos tipos de dados a fim de tratar problemas de precisão.

1.1 NÚMEROS DE PONTO FLUTUANTE

De acordo com o ANSI-IEEE (1985b), os números de ponto flutuante possuem o seguinte formato:

$$N = d_0.d_1d_2d_3\ldots .b^{e}$$

Onde N é o número, d_0, d_1, ... são os dígitos da mantissa, b é a base e e é o expoente da base. De maneira que um número de ponto flutuante tem três partes fundamentais: a mantissa, que é a seqüência de dígitos, a base e o expoente.

Veja alguns casos a seguir:

Exemplo 1.1:

N_1 = -2.591 x 10^3 (que é o número –2591 na forma convencional), aqui $d_0 = 2$, $d_1 = 5$, $d_2 = 9$, $d_3 = 1$, b = 10, e = 3;
N_2 = 1.0101 x 2^4 (10101 no sistema binário, e 21 no sistema decimal), neste caso $d_0 = 1$, $d_1 = 0$, $d_2 = 1$, $d_3 = 0$, $d_4 = 1$, b = 2, e = 4;
N_3 = 5.C6D x 16^3 (5C6 no sistema Hexadecimal), de maneira que $d_0 = 5$, d_1 = C (equivale a 13 no sistema decimal), $d_2 = 6$, d_3 = D, b = 16, e = 3.

As bases mais comuns são *10*, característica do sistema decimal, e *2*, utilizada principalmente na linguagem de baixo nível dos microcomputadores, mas também pode ser *8*, *16*, ou qualquer base que se queira utilizar.

Observa-se que o número de símbolos distintos necessários é igual ao valor da base que se utiliza. Por exemplo, a base decimal possui dez símbolos diferentes, de *0* a *9*. Estes símbolos serão sempre referenciados como dígitos.

O menor dígito sempre é o *0* (zero), de forma que o maior dígito é uma unidade menor do que o valor da base.

O exemplo a seguir monstra o que ocorre quando um dígito é o maior possível e há a necessidade de se somar uma unidade a ele.

Exemplo 1.2:

Aqui utilizam-se os números N_1 e N_2 do exemplo 1.1. No número N_1 acrescenta-se uma unidade ao dígito $d_n = d_2 = 9$, e no número N_2 acrescenta-se uma unidade ao dígito d_0.
No caso do número N_1, faz-se o dígito $d_2 = 0$ e acrescenta-se uma unidade ao dígito d_n, que é o dígito $d_1 = 5$. Assim N_1 assume a forma $N_1 = -2.601 \times 10^3$.
No número N_2, d_n é o primeiro dígito da seqüência ($n = 0$), de modo que não há como acrescentar uma unidade ao dígito d_{n-1}, então anula-se d_n e este ocupará a posição do dígito d_{n+1}. O resto dos dígitos da mantissa deslocam-se uma unidade e no lugar de d_0 coloca-se o dígito 1 que passa a ser o novo primeiro dígito da mantissa. Finalmente, acrescenta-se uma unidade ao expoente e ($4 + 1 = 5$). De maneira que N_2 fica na forma 1.00101×2^5, pois agora $d_0 = 1$, $d_1 = 0$, $d_2 = 0$, $d_3 = 1$, $d_4 = 0$, $d_5 = 1$, $b = 2$, $e = 5$;

O número de dígitos d_n da mantissa determina a precisão. A linguagem C++ disponibiliza como números do tipo ponto flutuante o tipo *double*, com 8 *bytes*, e o tipo *float*, de 4 *bytes*. O tipo *float* possui 23 dígitos binários na mantissa, que equivalem a 6 dígitos decimais, e o tipo *double* possui 52

dígitos binários na mantissa, o mesmo que 15 dígitos decimais. Os tipos *float* e *double* são práticos e eficientes em problemas onde a precisão não seja um fator crítico, entretanto falham quando há a necessidade de maior precisão.

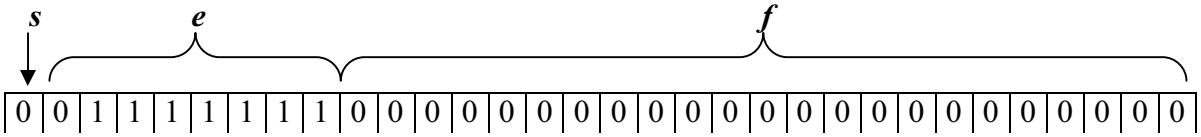
1.2 NÚMERO DE PONTO FLUTUANTE BINÁRIO NORMALIZADO

Seja $F(b, t, m, M)$ um sistema de ponto flutuante que representa um subconjunto dos números reais, onde $b \quad 2$ é a base de representação, $t \quad 1$ é a precisão, e m e M são respectivamente o menor e maior expoente. O subconjunto $F \quad R$ contém números reais, de ponto flutuante, da forma $X = (-1)^s.b^e.(0.d_1d_2d_3...d_t)$, onde s é sinal (0 se o sinal for positivo e 1 se o sinal for negativo), e o expoente ($m \quad e \quad M$, com $m < 0, M > 0$ e $| m | \quad M$ e d_i são dígitos da mantissa na base b ($0 \quad d_i \quad b-1, \quad i, 1 \quad i \quad t$).

No sistema binário a base é $b=2$. De modo que cada dígito pode se referir a apenas dois algarismos diferentes, sendo um deles o 0 (zero), e o outro o 1(um).

A representação de um número de ponto flutuante normalizado é a mostrada a seguir. Neste caso está representado um número de ponto flutuante binário de *4 bytes*, ou seja *32 bits*.

Figura 1 Número de ponto flutuante de 4 bytes, armazenado na forma binária.



Fonte: ANSI-IEEE (1985a)

Os dígitos do número de ponto flutuante são representados em uma única seqüência.

O sinal, o expoente e a mantissa são os três componentes mais importantes do número de ponto flutuante normalizado, cada um tem sua posição determinada na seqüência.

O primeiro bit armazena o sinal s. Se for igual a 0, o sinal é positivo. Se for igual a 1, o sinal é negativo.

Os próximos bits da seqüência armazenam o valor do expoente e. Neste caso, há oito bits, que é a quantidade mais comum para um float de quatro bytes.

Os últimos vinte e três bits armazenam a mantissa f.

Na representação seguindo o padrão ANSI-IEEE (1985a), o ponto decimal, implicitamente, está entre os dígitos d0 e d1, o que permite o armazenamento de mais um dígito na mantissa.

O primeiro dígito é diferente de zero para assegurar a unicidade de representação, e manter sempre a precisão máxima suportada pala mantissa. Esta forma é a chamada forma normalizada.

O valor zero não pode ser normalizado e tem representação especial, com mantissa nula (todos bits iguais a zero) e expoente o menor possível (m-1).

Exemplo 1.3:

Considerando *F(2, 8, -4, 3)* e sendo X e Y, dois números da forma:

X=	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
Y=	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1

$X = (-1)^0.2^2.(0.11100110) = (11.100110)_2 = (3.59375)_{10}$

$Y = (-1)^0.2^2.(0.11100111) = (11.100111)_2 = (3.609375)_{10}$

Observe que X e Y são dois números consecutivos neste sistema de representação, sendo que o número decimal 3.6 não teria representação exata.

1.3 RELAÇÕES

Para todo sistema da forma *F(b, t, m, M)* são válidas as seguintes relações:

i) Variação da mantissa: $1/b \quad f < 1$

ii) Menor número positivo: $= b^{m-1}$

iii) Maior número positivo: $= (1-b^{-1}).b^{M}$

iv) Número de elementos: $|F| = 2.(b-1).b^{t-1}.(M-m+1)+1$

v) Épsilon da máquina: $= (0.5).b^{t-1}$

(épsilon) é um valor tal que *(1+) = 1*; e normalmente é chamado de "zero da máquina", apesar de ser um valor positivo, porém, muito pequeno. Este valor pode ser obtido através do algoritmo:

Figura 2 método de cálculo do (épsilon) da máquina

```
EPS = 1
Repita
      EPS = EPS/2
EPS1 = EPS + 1
Até EPS1 = 1
```

Fonte: Dados do próprio autor

1.4 *UNDERFLOW* E *OVERFLOW*

Seja *X* um número real e *X'* uma aproximação de *X*, então, sabendo que é o menor número positivo do sistema de representação e o maior número positivo, tem-se:

i) Se $|X| >$; um caso de *overflow*, que deve ser tratado como uma exceção. Mais adiante será abordado o uso de exceções nas operações aritméticas;

ii) Se $0 < |X| <$, um caso de *underflow* que é considerado como $X' = 0$. Esta prática pode invalidar resultados, caso em que é chamado de *underflow* destrutivo. Pode causar por exemplo, uma divisão por zero, que é um caso grave.

iii) Se $< |X| <$, com *X* necessitando de d dígitos de mantissa, causa um arredondamento para *X*' contendo *t* dígitos, sendo descartados $(d - t)$ dígitos usando um dos métodos de arredondamento descritos a seguir.

1.5 MÉTODOS DE ARREDONDAMENTO

Os métodos de arredondamento são utilizados para padronizar a forma de truncamento dos dígitos, em função do tamanho fixo da mantissa, por ocasião de seu armazenamento.

Os quatro tipos de arredondamento são descritos a seguir:

i) Em direção ao zero: arredonda-se seguindo em direção ao zero até o número mais próximo.

ii) Em direção a + : arredonda-se para o maior valor relativo;

iii) Em direção a - : arredonda-se para o menor valor relativo;

iv) Para o mais próximo, com opção de aproximação para o próximo maior número para (sistema decimal) em caso de empate. Este método é o recomendado por ANSI-IEEE (1985a).

No exemplo a seguir, pode-se ver o arredondamento para cada método descrito acima, onde foi considerado que $d=5$ e $t = 3$:

Exemplo 1.4:

Na tabela a seguir, há quatro casos de números reais decimais e três casos de números binários que serão arredondados e truncados para terem precisão de três casas.

Tabela 1.1 – Arredondamento e truncamento de números decimais e números binários.

Número	Método (i)	Método(ii)	Método(iii)	Método(iv)
+0.34521	+0.345	+0.346	+0.345	+0.345
-0.34521	-0.345	-0.345	-0.346	-0.345
-0.3455	-0.345	-0.345	-0.346	-0.346
+0.3445	+0.344	+0.345	+0.344	+0.344
+1.101	+1.10	+1.11	+1.10	+1.11
+1.110	+1.11	+1.11	+1.11	+1.11
-1.011	-1.01	-1.01	-1.10	-1.10

Fonte: Dados do próprio autor

1.6 PADRÃO ANSI-IEEE 754 PARA PONTO FLUTUANTE

No padrão ANSI-IEEE (1985a), a base 2 é padrão. As operações devem ser executadas com uso de dígitos de guarda e expoente deslocado, também chamado característica, tem por objetivo eliminar o sinal do expoente, por exemplo, se $m = -127$ e $M = 127$, (deve ser igual a 127). Desta forma a variação de expoente seria de 0 a 254.

Considerando o formato padrão para números de ponto flutuante da Figura 1, o ANSI-IEEE (1985a) recomenda os seguintes números de *bits*, de

acordo com a precisão usada, a expressão *(N = s + e + t)*, corresponde ao tamanho da palavra em *bits*:

i) Precisão simples: s = 1, e = 8, f = 23 (mais um escondido), N = 32 *bits*.

X = (1.f * 2^{e-}), = 127

ii) Precisão simples estendida: s = 1, e 11, f 32, n 43 *bits*.

X = (0.f * 2^{e-}), = 127

iii) Precisão dupla: s = 1, e = 11, f = 52 (mais um escondido), N = 64 *bits*

X = (1.f * 2^{e-}), = 1023

iv) Precisão dupla estendida: s = 1, e 15, f 64, n 79 *bits*

X = (0.f * 2^{e-}), = 1023

Existem três formatos comuns de números de ponto flutuante:

i) Precisão simples de *32 bis*;

ii) Precisão dupla de *64 bits;*

iii) Precisão estendida de *80 bits*.

1.7 CONFIGURAÇÃO ESPECIAL DE BITS – PADRÃO IEEE 754

Alguns resultados de operações aritméticas não são suportados pela máquina, em virtude de divisão por zero, *overflow*, etc. Desta forma, esses resultados são representados de forma especial. Na Tabela 1.2, o item (i) corresponde a uma representação especial para o zero, o item (ii) é um número com menor expoente possível, e os itens (iii) e (iv) são exceções tratáveis.

Tabela 1.2 – Configurações especiais de *bits*.

Item	Expoente	Fração	Significado
(i)	E = m – 1	F = 0	0
(ii)	E = m – 1	F 0	0.f * 2^{m}
(iii)	E = m + 1	F = 0	
(iv)	E = m + 1	F 0	NaN (Not a Number)

Fonte: Dados do próprio autor

1.8 OPERAÇÕES ARITMÉTICAS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Dados dois números X e Y representados na forma: $(-1)^s.b^e.(0.d_1d_2d_3...d_t)$ são definidas as seguintes regras para as operações de adição e subtração:

i) Escolher o número com menor expoente entre X e Y e deslocar sua mantissa para a direita um número de dígitos igual à diferença absoluta entre os respectivos expoentes;

ii) Colocar o expoente do resultado igual ao maior expoente entre os expoentes de X e de Y;

iii) Executar a adição ou subtração das mantissas e determinar o sinal do resultado;

iv) Normalizar o valor do resultado, se necessário;

v) Arredondar o valor do resultado, se necessário e

vi) Verificar se houve *overflow* ou *underflow*.

Exemplo 1.5:

Seja $F(10, 4, -50, 49)$, $= 50$, com um dígito de guarda.

Se $X = 436.7$ e $Y = 7.595$, calcular a soma $(X + Y)$.

X=	0	5	3	4	3	6	7
Y=	0	5	1	7	5	9	5

i) $e_1 - e_2 = 53 - 51 = 2$ (deslocamento de dois dígitos do menor, no caso Y)

Y=	0	5	3	0	0	7	5	9

ii) Expoente do resultado: $e = 53$

iii) Adição das mantissas: $4\ 3\ 6\ 7\ (0) + 0\ 0\ 7\ 5\ (9) = 4\ 4\ 4\ 2\ (9)$, onde o valor entre parênteses é o digito de guarda.

iv) Normalização do resultado: não há necessidade, pois $d_1 = 4 \quad 0$.

v) Arredondamento do resultado: $4\ 4\ 4\ 2\ (9) \quad f = 4\ 4\ 4\ 3$

vi) Verificação de underflow e overflow: e – 50 = 53 – 50 = 3 49: Não há

Resultado:

X+Y=	0	5	3	4	4	4	3

Ou X + Y = $0.4443 * 10^{53-50} = 444.3$

1.9 MULTIPLICAÇÃO

Dados dois números X e Y representados na forma: $(-1)^s.b^e.(0.d_1d_2d_3...d_t)$ são definidas as seguintes regras para a operação de multiplicação:

i) Colocar o expoente de resultado igual à soma dos expoentes de X e Y;

ii) Executar a multiplicação das mantissas e determinar o sinal do resultado;

iii) Normalizar o valor do resultado, se necessário;

iv) Arredondar o valor do resultado, se necessário e

v) Verificar se houve *overflow* ou *underflow*.

Exemplo 1.6:

Seja *F(10, 4, -50, 49), = 50*, com um dígito de guarda.

Se X = 436.7 e Y = 7.595, obter o produto (X * Y).

X=	0	5	3	4	3	6	7
Y=	0	5	1	7	5	9	5

i) Expoente: e = 53 + 51 = 104

ii) Multiplicação das mantissas: *(4 3 6 7) * (7 5 9 5) = (3 3 1 6 7 3 6 5)*, considerando quatro dígitos de guarda.

iii) Normalização do resultado: Ajustar expoente (e –) = 104 –50 = 54.

iv) Arredondando o valor do resultado: *(3 3 1 6 7 3 6 5) (3 3 1 7)*.

v) Verificando overflow e underflow: e – 50 = 54 –50 = 4 < 49. Não há.

Resultado:

X*Y=	0	5	4	3	3	1	7

Ou X * Y = 0.3317 * 10^{54-50} = 3317

1.10 DIVISÃO

Dados dois números *X* e *Y* representados na forma: $(-1)^s.b^e.(0.d_1d_2d_3...d_t)$ são definidas as seguintes regras para a operação de divisão:

i) Colocar o expoente de resultado igual à diferença dos expoentes de *X*, que é o dividendo, e *Y*, que é o divisor;

ii) Executar a divisão das mantissas e determinar o sinal do resultado;

iii) Normalizar o valor do resultado, se necessário;

iv) Arredondar o valor do resultado, se necessário e

v) Verificar se houve *overflow* ou *underflow*.

Exemplo 1.7:

Seja *F(10, 4, -50, 49), = 50*, com um dígito de guarda.

Se X = 436.7 e Y = 7.595, obter a divisão (X / Y).

X=	0	5	3	4	3	6	7
Y=	0	5	1	7	5	9	5

i) Expoente: e = 53 - 51 = 2

ii) Divisão das mantissas: *(4 3 6 7) / (7 5 9 5) = (5 7 4 9 8 3 5 4)*, considerando quatro dígitos de guarda.

iii) Normalização do resultado. Ajustar expoente (e +) = 2 + 50 = 52.

iv) Arredondando o valor do resultado: *(5 7 4 9 8 3 5 4) (5 7 5 0)*.

v) Verificando overflow e underflow: e –50 = 52 –50 = 2 < 49. Não há.

Resultado:

X/Y=	0	5	2	5	7	5	0

Ou X / Y = $0.5750 * 10^{52-50} = 57.50$

2 TIPOS DERIVADOS DE DADOS

C++ é uma linguagem de programação que permite a utilização de tipos derivados de dados. Os tipos derivados de dados são conjuntos formados pelos tipos básicos e também por outros tipos derivados. Os tipos de dados básicos em C++ são, por exemplo, os inteiros, os reais, os caracteres, os lógicos e os complexos.

Por exemplo, pode-se utilizar um tipo derivado de dados para representar os números complexos sem incluir o próprio tipo complexo, utilizando apenas variáveis reais. Duas variáveis reais seriam suficientes, sendo que uma delas representaria a parte real e a outra a parte imaginária dos números complexos.

Em C++, há basicamente três tipos derivados de dados: estrutura (struct), união (union) e classe (class).

Os tipos derivados de dados serão abordados com exemplos mais adiante.

2.1 ESTRUTURAS

Uma estrutura é um conjunto de informações relacionadas, chamadas membros, cujos tipos podem diferir. Agrupando dados em uma variável dessa forma, os programas se tornam mais simples reduzindo o número de variáveis que precisa gerenciar, passar para as funções e assim por diante. Este tópico examina como os programas criam e usam estruturas e os seguintes conceitos fundamentais:

i) Uma estrutura consiste de um ou mais dados, chamados membros;

ii) Para definir uma estrutura dentro do programa, é preciso especificar o nome da estrutura e seus membros;

iii) Cada membro da estrutura tem um tipo, como *char* , *int* e *float*, que em C++ são variáveis de tipo caractere, inteiro e número de ponto flutuante, respectivamente;

iv) Cada membro precisa ter um nome exclusivo na estrutura;

v) Após definir uma estrutura, o programa poderá declarar variáveis de tipo estrutura;

vi) Para alterar valores dos membros da estrutura dentro de uma função, os programas precisarão passar a estrutura para a função por ponteiro.

A compreensão das estruturas facilitará o entendimento de classes mais adiante.

2.1.1 Declarando uma estrutura

Uma estrutura define um gabarito que pode ser usado mais tarde através de um programa para declarar uma ou mais variáveis. Em outras palavras, em um programa pode ser definida uma estrutura e depois declaradas variáveis do tipo estrutura. Para definir uma estrutura, utiliza-se a palavra-chave *struct*, normalmente seguida por um nome e o símbolo de chave *{*. Após a chave, especificam-se o tipo e o nome de um ou mais *membros*. O último membro deve ser seguido pelo símbolo de chave fechada *}*. Neste ponto, opcionalmente, é possível declarar variáveis do tipo estrutura, como mostrado na figura a seguir.

Figura 3 Modelo de declaração de uma struct

```
struct nome
{
      int nome_membro_1;          ⇐ Declaração de membro
      float nome_membro_2;        ⇐ Declaração de membro
} variável;                       ⇐ Declaração de variável
```

Fonte: Jamsa (1999)

A definição a seguir, por exemplo, cria uma estrutura chamada *funcionario* que contém informações sobre um funcionário real:

Figura 4 Exemplo de declaração de *struct*

```
struct funcionario
{
       char nome[64];
       long ident_func;
       float salario;
       char fone[10];
       int ramal;
};
```

Fonte: Jamsa (1999)

No exemplo da Figura 4 acima, a definição da estrutura não declara qualquer variável do tipo estrutura. Após definir uma estrutura, pode-se declarar variáveis do tipo estrutura usando o nome desta (também chamado de *tag* de estrutura), como mostrado a seguir, na Figura 5:

Figura 5 Declarando uma variável do tipo estrutura.

```
funcionario chefe, func, novo_func;
```

Fonte: Jamsa (1999)

Neste exemplo, o comando cria três variáveis da estrutura *funcionário*. Examinando programas em C++, pode-se encontrar declarações que precedem a *tag* de estrutura com a palavra-chave *struct*, como mostrado a seguir:

Figura 6 Variável do tipo estrutura.

```
struct funcionario chefe, func, novo_func;
```

Fonte: Jamsa (1999)

A programação em C requer a palavra-chave *struct*, de modo que alguns programadores podem incluí-la por hábito. Em C++, no entanto, o uso da palavra-chave *struct* é opcional.

2.1.2 Usando membros de estruturas

A estrutura permite que o programa agrupe em uma variável informações chamadas membros. Para atribuir ou acessar o valor de um membro, use o *operador ponto* (.) de C++. Os comandos a seguir, na Figura 7, atribuem valores a diferentes membros de uma variável chamada *func* do tipo *funcionario*.

Figura 7 Atribuindo valores a membros de estrutura.

```
func.ident_func = 12345;
func.salario = 25000.00;
func.ramal = 102;
```

Fonte: Jamsa (1999)

Para acessar um membro da estrutura, especifique o nome da variável, seguido por um operador ponto e o nome do membro (*nome_estrutura.membro*). Os comandos a seguir, na Figura 8, atribuem valores armazenados em diferentes membros de estrutura às variáveis de um programa.

Figura 8 Atribuindo valores de variáveis membro de estruturas a variáveis do programa.

```
identificacao = func.ident_func;
salario = func.salario;
escritorio = func.ramal;
```

Fonte: Jamsa (1999)

O programa *Function.CPP* a seguir, na Figura 9, ilustra o uso de uma estrutura do tipo *funcionario*.

Figura 9 Exemplo de programa usando estrutura.

```
#include <iostream.h>
#include <string.h>

void main (void)
{
       struct funcionario
       {
              char nome[64];
              long ident_func;
              float salario;
              char fone[10];
              int ramal;
       } func;

// Copia um nome para a string
       strcpy(func.nome, "João Silva");

func.ident_func = 12345;
func.salario = 25000.00;
func.ramal = 102;

// Copia um número de telefone para a string
strcpy(func.fone, "555-1212")

cout << "Funcionário: " << func.nome << endl;
cout << "Fone: " << func.fone << endl;
cout << "Ident. funcional: " << func.ident_func << endl;
cout << "Salario: " << func.salario << endl;
cout << "Ramal: " << func.ramal << endl;
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Como pode ser visto acima, na Figura 9, o programa atribui valores aos membros inteiros e de ponto flutuante da estrutura de uma forma direta, simplesmente usando o operador de atribuição. No uso da função strcpy para copiar arranjos de caracteres para os membros nome e fone. A não ser que sejam inicializados os membros da estrutura explicitamente, ao declarar a variável estrutura, será preciso copiar strings de caracteres para os membros desta. Posteriormente, neste tópico, serão inicializados os membros ao declarar uma variável.

2.1.3 Estruturas e funções

Se uma função não altera uma estrutura, a estrutura pode ser passada para a função por nome. Por exemplo, o programa *Exib_Fun.CPP*, a seguir,

usa a função *exibe_funcionario* para exibir os membros de uma estrutura do tipo *funcionario*.

Figura 10 Utilizando funções em estruturas.

```
#include <iostream.h>
#include <string.h>

struct funcionario
{
       char nome[64];
       long ident_func;
       float salario;
       char fone[10];
       int ramal;
};

void exibe_funcionario(funcionario func)
{
       cout << "Funcionario: " << func.nome << endl;
       cout << "Fone: " << func.fone << endl;
       cout << "ident. Functional: " << func.ident_func << endl;
       cout "Salario: " << func.salario << endl;
       cout "Ramal: " << func.ramal << endl;
}

void main(void)
{
       funcionario func;

       // Copia um nome para a string
       strcpy(func.nome, "Joao Silva");

       func.ident_func = 12345;
       func.salario = 25000;
       func.ramal = 102;

       // Copia um número de telefone na string
       strcpy(func.fone, "555-1212");
       exibe_funcionário(func);

       }
```

Fonte: Jamsa (1999)

Como pode ser visto, o programa passa a variável-estrutura *func*, por nome, para a função *exibe_funcionario*. Depois, dentro da função, *exibe_funcionario* exibe os membros da estrutura. Observe, no entanto, que o programa agora define a estrutura *funcionario* fora de *main* e antes da função *exibe_funcionario*. Como a função declara a variável *func* como tipo *funcionario*, a definição da estrutura *funcionario* precisa preceder a função.

2.1.4 Funções que modificam os membros da estrutura

Quando uma função modifica um parâmetro, é preciso passá-lo para a função por endereço. Para passar uma variável do tipo estrutura por endereço, basta preceder o nome da variável com o operador (&) de endereço em C++, como mostrado a seguir na Figura 11.

Figura 11 Passando uma variável estrutura por endereço.

```
Alguma_funcao(&func);
```

Fonte: Jamsa (1999)

Dentro de uma função que modifica um ou mais membros, é preciso trabalhar com um ponteiro. Ao usar um ponteiro para uma estrutura, o modo mais fácil de referir-se a um membro de estrutura é empregar a sintaxe utilizada na Figura 12.

Figura 12 Usando ponteiro em estrutura.

```
Variavel_ponteiro->membro = algum_valor;
```

Fonte: Jamsa (1999)

Por exemplo, o programa *Muda_Msg.CPP*, a seguir, passa uma estrutura do tipo *funcionario*

para a função *pede_ident_func*, que solicita ao usuário que informe o número de identificação de um funcionário e depois o atribui ao membro da estrutura *ident_func*. Para modificar o membro, a função trabalha com um ponteiro para a estrutura, como ilustrado na Figura 13.

Figura 13 Passando uma estrutura para uma função.

```
#include <iostream.h>
#include <string.h>

struct funcionario
{
       char nome[64];
       long ident_func;
       float salario;
       char fone[10];
       int ramal;
};

void pede_ident_func(funcionario *func)
{
       cout << "Informe a identificação funcional: ";
       cin >> func->ident_func;
}

void main(void)
{
       funcionario func;

       // Copia um nome para a string
       strcpy(func.nome, "João Silva");
       pede_ident_func(&func);

       cout << "Funcionário: " << func.nome << endl;
       cout << "Ident: " << func.ident_fund << endl;
       }
```

Fonte: Jamsa (1999)

Como pode ser visto, dentro de *main* a variável-estrutura *func* é passada para a função *pede_ident_func* por endereço. Dentro da função, *pede_ident_func* atribui o valor que o usuário digita para o membro *ident_func* usando o seguinte comando da Figura 14.

Figura 14 Atribuindo um valor que o usuário digitou.

```
       cin >> func->ident_func;
```

Fonte: Jamsa (1999)

2.1.5 Inicializando os membros da estrutura

Ao declarar variáveis-estrutura, a linguagem C++ permite inicializar os membros da variável. Por exemplo, a declaração da Figura 15 cria e inicializa uma variável-estrutura do tipo *livro*:

Figura 15 Declarando e inicializando uma variável-estrutura.

```
struct livro
{
        char *titulo;
        float preco;
        char *autor;
} livro_informatica = { "Segredos de C++", 19.90, "Luis Alberto" }
```

Fonte: Jamsa (1999)

O comando inclui os valores iniciais da variável dentro das chaves "*{*" e "*}*".

2.2 CLASSES DE C++

Em C++, uma classe é muito similar a uma estrutura no sentido de agrupar os membros, que correspondem aos dados e às funções que operam nos dados. Um objeto é uma entidade, como um telefone ou um arquivo ou um livro, por exemplo. Uma classe de C++ permite definir os atributos (características) do objeto. No caso de um objeto *telefone*, a classe pode conter os membros de dados, como o número do telefone e o tipo (tom ou pulso), e as funções que operam no telefone, como *discar, atender e desligar*. Agrupando os dados e o código de um objeto em uma variável, a programação simplifica e amplia a reutilização do código.

Neste tópico serão explanados os seguintes conceitos fundamentais:

Para definir uma classe, o programa precisará especificar o nome, os membros de dados e as funções (métodos) da classe;

A definição de uma classe fornece um gabarito que os programas usam para criar objetos desse tipo de classe, de forma muito parecida com a criação de variáveis a partir dos tipos *int, char, etc*;

Para atribuir valores aos membros de dados do objeto utiliza-se o operador ponto;

As funções membro (métodos) da classe também são chamadas através do uso do operador ponto.

2.2.1 Compreendendo objetos e a programação orientada a objetos

Ao criar um programa, normalmente são usadas variáveis para armazenar informações sobre coisas diferentes do mundo real, como funcionários, livros ou até arquivos. Na programação orientada a objetos, o enfoque é nas informações que compõem um sistema e nas operações realizadas com estas informações. Dado um exemplo de um objeto *arquivo*, as operações poderiam usar o arquivo. Em C++, usa-se uma classe para definir objetos, incluindo o número necessário de informações que puder sobre o objeto. É possível, portanto, utilizar uma classe em programas diferentes.

Uma classe de C++ permite que o programa agrupe dados e funções que realizam operações nos dados. A maioria dos livros e artigos sobre programação orientada a objetos refere-se às funções da classe como *métodos*. Como uma estrutura, uma classe de C++ precisa ter um nome único, seguido pelo símbolo *{*, um ou mais membros e o símbolo *}*, como mostrado a seguir na Figura 16.

Figura 16 Declarando uma classe.

```
class nome_classe
{
        int dado_membro;                    // Dado membro
        void exibe_membro(int);             // Função membro
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Após definir uma classe, podem ser declaradas variáveis do tipo da classe (chamados *objetos*) como mostrado a seguir, na Figura 17.

Figura 17 Declarando objetos.

```
nome_classe objeto_um, objeto_dois, objeto_tres;
```

Fonte: Jamsa (1999)

A definição a seguir cria uma classe *funcionario* que contém variáveis de dados e definições de métodos:

Figura 18 Declarando uma classe com variáveis e método.

```
class funcionario
{
       public:
              char nome[64];
              long ident_func;
              float salario;
              void exibe_func(void)
              {
                     cout << "Nome: " << nome << endl;
                     cout << "Ident: " << ident_func << endl;
                     cout << "Salário: " <<salario << endl;
              };
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Neste exemplo, a classe funcionário contém três variáveis-membro e uma função membro. Dentro da definição da classe é utilizado o rótulo *public*. Mais a frente será visto que os membros da classe podem ser *private* ou *public*, o que controla como seus programas podem acessar os membros. No exemplo dado todos os membros são do tipo *public*, o que significa que o programa pode acessar qualquer membro usando o operador ponto. Após definir a classe dentro do programa, pode-se declarar objetos (variáveis) do tipo da classe, como mostrado a seguir, na Figura 19.

Figura 19 Declarando objetos do tipo da classe funcionário.

```
funcionario func, chefe, secretaria;
```

Fonte: Jamsa (1999)

O programa EmpClass.CPP, na Figura 20, cria dois objetos da classe *funcionario*. Usando o operador ponto, o programa atribui valores aos membros de dados. O programa usa então a função membro *exibe_func* para exibir as informações do funcionário, na Figura 20.

Figura 20 Métodos operando sobre membros de uma classe

```
#include <iostream.h>
#include <string.h>

class funcionario
{
       public:
              char nome[64];
              long ident_func;
              float salario;
              void exive_func(void)
              {
                     cout << "Nome: " << nome << endl;
                     cout << "Ident: " << ident_func << endl;
                     cout << "Salario: " << salario << endl;
              };
};

void main(void)
{
       funcionario func, chefe;

       strcpy(func.nome, "João Silva");
       func.ident_func = 12345;
       func.salario = 25000.00;

       strcpy(chefe.nome, "Joaquim Matos");
       chefe.ident_func = 101;
       chefe.salário = 101101.00;

func.exibe_func();
       chefe.exibe_func();
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

O programa anterior declara dois objetos da classe *funcionario, func e chefe* e depois usa o operador ponto para atribuir valores aos membros e chamar a função *exibe_func*.

2.2.2 Definindo métodos de classe fora da classe

Na classe *funcionario* da Figura 20, o método foi definido dentro da própria classe. À medida que os métodos se tornam maiores, defini-los dentro da classe poderá congestionar a definição da classe. Como alternativa, é possível colocar o protótipo de uma função dentro da classe e depois definir a função fora dela. Na classe, a definição com o protótipo de função, torna-se como na Figura 21.

Figura 21 Declaração de protótipo de função.

```
class funcionario
{
       public:
              char nome[64];
              long ident_func;
              float salario;
              void exibe_func(void)       // Prototipo da função
};
```

Fonte: Jamsa (1999)

Como diferentes classes podem usar funções de mesmo nome, é preciso preceder os nomes das funções declaradas fora da classe com o nome da classe e o operador de resolução global (::). Neste caso, a definição da função *exibe_func* possui o código da Figura 22.

Figura 22 Definição de função fora da classe.

```
void funcionario::exibe_func(void)
{
       cout << "Nome: " << nome << endl;
       cout << "Ident: " << ident_func << endl;
       cout << "Salario: " << salario << endl;
};
```

Fonte: Jamsa (1999)

O código precede a definição da função com o nome da classe (*funcionario)* e o operador de resolução de escopo (::). O programa *ClassFun.CPP*, da Figura 22, utiliza a definição da função *exibe_func* fora da classe usando o operador de resolução global para especificar o nome da classe:

Figura 23 Exemplo de programa utilizando método implementado fora da classe.

```
#include <iostream.h>
#include <string.h>

class funcionario
{
       public:
              char nome[64];
              long ident_func;
              float salario;
              void exibe_func(void);
};

void funcionario::exibe_func(void)
{
       cout << "Nome: " << nome << endl;
       cout << "Ident: " << ident_func << endl;
       cout << "Salario: " << salario << endl;
};

void main(void)
{
funcionario func, chefe;
strcpy(func.nome, "João Silva");
func.ident_func = 12345;
fund.salario  = 25000.00;

strcpy(chefe.nome, "Joaquim Matos");
chefe.ident_func = 101;
chefe.salario = 101101.00;

func.exibe_func();
chefe.exibe_func();
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

2.3 DADOS PÚBLICOS E PRIVADOS EM CLASSES DE C++

Os membros de classe com atributos públicos e privados controlam os membros de classe que os programas podem acessar diretamente usando o operador ponto. Os programas podem acessar os membros públicos a partir de qualquer função. Por outro lado, programas somente podem acessar os membros privados usando funções de classe. Deste modo, os membros de classe privados permitem que os objetos controlem o modo de um programa usar seus dados membros. Neste tópico examina-se os membros públicos e privados em detalhe e enfoca-se os seguintes conceitos fundamentais:

Para controlar como os programas usam os membros de classe, C++ permite definir membros como públicos ou privados. Os membros privados permitem que uma classe oculte informações que o programa não precisa conhecer ou acessar diretamente.

Classes que usam membros privados permitem acesso a eles por meio de *funções de interface.*

Como foi abordado no tópico anterior, ao definir uma classe, deve-se colocar, dentro da definição, tantas informações sobre um objeto quanto forem necessárias. Desse modo, os objetos tornar-se-ão autocontidos, o que pode ampliar sua reutilização em diversos programas.

2.3.1 Compreendendo o encapsulamento

Uma classe contém dados e métodos (funções). Para usar uma classe, os programas precisam conhecer as informações que ela armazena (seus dados membro) e os métodos que manipulam os dados (as funções). Os programas não precisam saber como os métodos funcionam; devem conhecer somente a tarefa que os métodos executam. Supondo, por exemplo uma classe chamada *arquivo*, idealmente, o programa só precisa saber que a classe fornece os métodos *arquivo.imprimir*, que imprime uma cópia formatada do arquivo atual, e *arquivo.excluir*, que apaga o arquivo. O programa não precisa saber como esses dois métodos funcionam. Em outras palavras, o programa deve tratar a classe como uma “caixa-preta”. Ele sabe quais métodos chamar e os parâmetros para os métodos, mas não conhece o processamento real que ocorre dentro da classe (a caixa preta).

As informações são encapsuladas e só estão disponíveis ao acesso direto de um programa as informações mínimas de classe. Os membros de classe privados e públicos de C++ ajudam a ocultar informações. Anteriormente, o rótulo *public* foi usado para tornar todos os membros de classe públicos ou visíveis ao programa inteiro. Portanto, qualquer membro de classe poderia ser acessado diretamente, usando o operador ponto, como mostrado abaixo.

Figura 24 Dados publicos em uma classe.

```
class funcionario
{
public:
            char nome[64];
            long ident_func;
            float salario;
            void exibe_func(void)
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Ao criar classes pode-se ter membros cujos valores a classe usará internamente para efetuar seu processamento, mas que não podem ser acessados diretamente por um programa. Esses são *membros privados* e devem ser ocultados do programa. Por padrão, se o rotulo *public* não for incluído, C++ pressupõe que todos os membros de classe são privados. Seus programas não podem acessar membros de classe privados usando o operador ponto. Somente as funções de membro de classe podem acessar os membros de classe privados. Quando as classes são criadas, os membros podem ser separados em *private* e *public*, como mostrado a seguir:

Figura 25 Declaração de dados públicos e privados.

```
classe alguma_classe
{
      public:
            int alguma_variavel;
            void inicializa_privada(int, float);
            void exibe_dados(void);
      private:
            int valor_chave;
            float numero_chave;
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Os rótulos *public* e *private* permitem definir facilmente os membros que são privados e os que são públicos. Neste exemplo, utiliza-se o operador ponto para acessar os membros públicos, como mostrado aqui:

Figura 26 Acesso a membros públicos.

```
alguma_classe objeto;                    // Cria um objeto
objeto.alguma variavel = 1001;
objeto.inicializa_privada(2002, 1.2345);
objeto.exibe_dados();
```

Fonte: Jamsa (1999)

Se o programa tentar acessar os membros privados *valor_chave* ou *número_chave* usando o operador ponto, o compilador gerará erros de sintaxe.

Como regra geral, os dados-membro da classe serão protegidos do acesso direto do programa tornando-os membros privados. Não é possível atribuir valores aos membros diretamente usando o operador ponto; é preciso invocar um método da classe para atribuir esses valores. Impedindo o acesso direto aos dados-membro, garante-se que sempre serão atribuídos valores válidos aos dados-membro da classe. Supondo, por exemplo, que o objeto *reator_nuclear* do programa usa a variável-membro chamada *derretido*, que sempre deve conter um valor na faixa de 1 a 5. Se o membro *derretido* for público, o programa pode acessar seu valor diretamente, alterando-o como quiser. Por exemplo, o comando a seguir atribui o valor 101 (que está fora do intervalo de 1 a 5) para o membro de classe *derretido*:

Figura 27 Atribuição de valor inadequado a uma variável-membro.

```
reator_nuclear.derretido = 101;
```

Fonte: Jamsa (1999)

Se a variável for privada, pode-se usar um método de classe, como *atribuir_derretido*, para atribuir valor ao membro. Como mostrado aqui, a função *atribui_derretido* pode testar o valor que o programa quer atribuir ao membro para garantir que seja válido:

Figura 28 Método de classe.

```
int ataque::atribuir_derretido(int valor)
{
       if((valor > 0) && (valor <= 5))
       {
              derretido = valor;
              return(0);           // Atribuição bem sucedida
       }
       else
       {
              return(-1);          // Valor inválido
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Os métodos de classe, que controlam o acesso aos dados-membro, são *funções de interface*. Ao criar classes, podem ser usadas funções de interface para proteger os dados da classe.

2.3.2 Compreendendo os membros públicos e privados

As classes de C++ contêm dados e métodos. Para controlar os membros que os programas podem acessar diretamente usando o operador ponto, C++ permite definir membros públicos e privados. Os programas podem acessar diretamente qualquer membro público usando o operador ponto. Por outro lado, somente os métodos da classe podem acessar os membros privados. Como regra, a maioria dos membros da classe dever ser protegidos tornando-os privados. Depois, o único modo dos programas poderem atribuir um valor a um dado-membro será usar uma função de classe, que pode examinar e validar o valor.

2.3.3 Usando membros públicos e privados

O programa Oculta.CPP, a seguir, que define uma classe do tipo *funcionario*, ilustra o uso de membros públicos e privados, como mostrado aqui:

Figura 29 Usando membros públicos e privados.

```
class funcionario
{
public:
              int atribui_valores(char *, long, float);
              void exibe_funcionario(void);
              int altera_salário(float);
              long obtem_ident(void);
       private:
              char nome[64];
              long funcionario_id;
              float salario;
};
```

Fonte: Jamsa (1999)

A classe protege cada um de seus dados-membro tornando-os privados. Para acessar um dado-membro, o programa precisa usar uma das funções de interface pública, como na Figura 30:

Figura 30 Programa usando membros públicos e privados.

```
#include <iostream.h>
#include <string.h>

class funcionario
{
public:
              int atribui_valores(char *, long, float);
              void exibe_funcionario(void);
              int altera_salario(float);
              long obtem_ident(void);
       private:
              char nome[64];
              long funcionario_id;
              float salario;
};

int funcionario:: atribui_valores(char *emp_nome, long emp_id, float emp_salario)
{
       strcpy(nome, emp_nome);
       funcionário_id = emp_id;

       if(emp_salário < 5000.00)
       {
              salário = emp_salario;
              return(0);                    // Bem sucedido
       }
       else
       {
              return(-1);                   // Salário invalido
}

void funcionário::exibe_funcionario(void)
{
       cout << "Funcionário: " << nome << endl;
       cout << "Ident: " << funcionario_id << endl;
       cout << "Salário: " << salario << endl;
}

int funcionario::altera_salario(float new_salário)
{
       if(new_salário < 5000.00)
       {
              salario = new_salario;
              return(0);                    // Bem sucedido
       }
       else
       {
              return(-1);                   // Salário invalido
}

long funcionario::obtem_ident(void)
{
       return(funcionario_id);
```

```
}

void main(void)
{
       funcionario func;

       if(func.atribui_valores("Joaquim Matos", 101, 1010.0) == 0)
       {
              cout << "Valores de funcionário atribuídos" << endl;
              func.exibe_funcionario();
              if(func.altera_salario(3500.00) ==0)
              {
                     cout << "Novo salário atribuído" << endl;
                     func.exibe_funcionario();
              }
       }
       else
       {
              cout << "Salário inválido especificado" <, endl;
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Embora o programa anterior seja longo, suas funções são simples. O método *atribui_valores* inicializa a classe de dados privados e usa um comando if para garantir que atribui um salário válido. O método *exibe_func* exibe os dados-membro privados. Os métodos *altera_salário* e *obtem_ident* são funções de interface que fornecem ao programa o acesso a dados privados. Se o programa Oculta.CPP for editado para tentar acessar diretamente um dado-membro privado usando um operador ponto a partir de *main*, o compilador gerará erros.

2.3.4 Funções de interface

Para reduzir erros potenciais, o acesso do programa aos dados da classe pode ser limitado definindo estes como privados. Deste modo, um programa não poderá acessar os dados-membro da classe usando o operador ponto. Em vez disso, a classe deverá definir funções de interface com as quais o programa poderá atribuir valores aos membros privados. As funções de interface, por sua vez, poderão examinar e validar os valores que o programa está tentando atribuir.

2.4 FUNÇÕES DO TIPO CONSTRUTORA E DO TIPO DESTRUTORA

Ao criar objetos, uma das operações mais comuns que os programas farão é inicializar os dados-membro do objeto. O único modo dos programsa terem acesso aos dados-membro privados é usando uma função da classe. Para simplificar o processo de inicializar os dados-membro da classe, C++ permite definir uma função *construtora* especial, que C++ chama automaticamente toda vez que um objeto for criado. De forma similar, C++ utiliza uma função *destrutora* que é executada quando o objeto é descartado. Este tópico examina as funções construtora e destrutora em detalhes e aborda os seguintes conceitos fundamentais:

As funções construtoras são métodos que facilitam aos programas a inicialização dos dados-membro da classe;

As funções construtoras têm o mesmo nome que a classe; entretanto, o nome delas não é precedido pela palavra-chave *void*;

As funções construtoras não retornam um tipo;

Cada vez que o programa cria uma variável de classe, C++ chama a função construtora da classe, se ela existir;

À medida que o programa é executado, muitos objetos podem alocar memória para armazenar informações e quando um objeto for descartado, C++ chamará uma função destrutora especial que irá liberar essa memória, em certo sentido, fazendo a limpeza após o objeto terminar;

As funções destrutoras têm o mesmo nome que a classe, precedido com o caractere til (~);

As funções destrutoras não retornam um tipo e, como na função construtora, não são precedidas pela palavra-chave *void*.

2.4.1 Criando uma função construtora simples

Uma função construtora é um método de classe com o mesmo nome que a própria classe. Por exemplo, se for usada uma classe chamada *funcionario*, o nome da função construtora também é *funcionario*. Da mesma forma, para uma classe chamada *cachorros*, o nome da função construtora é *cachorros*. Se

o programa definir uma função construtora, C++ a chamará automaticamente toda vez que um objeto do tipo de classe correspondente for criado. No programa ConStru.CPP, a seguir, é definida uma classe chamada *funcionario*. O código também define uma função construtora chamada *funcionario*, que atribui os valores iniciais do objeto. Uma função construtora não pode retornar um valor; portanto, não pode ser declarada como *void*.

Figura 31 Declarando as funções *construtora* e *destrutora*.

```
class funcionario
{
      public:
            funcionario(char *, long, float);  // Função construtora
            ~funcionario(void);                // Função destrutora
            void exibr_func(void);
            int altera_salário(float);
            long obtem_ident(void);
      private:
            char nome[64];
            long ident_func;
            float salario;
};
```

Fonte: Jamsa (1999)

A função construtora é definida como qualquer método de classe é definido. Ver Figura 32.

Figura 32 Corpo de uma função construtora.

```
funcionario::funcionario(char *nome, long ident_func, float salario)
{
      strcpy(funcionario::nome, nome);
      funcionario:: ident_func = ident_func;
      if(salario < 5000.00)
      {
            funcionario::salario = salario;
      }
      else
      {
            // Salário inválido especificado
      funcionario::salario = 0.0;
      }
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Como pode ser visto, a função construtora não retorna um valor para o chamador. Além disso, ela não usa o tipo *void*. Neste exemplo, a função usa o operador de resolução global e o nome de classe antes de cada membro. O programa a seguir implementa ConStru.CPP completo:

Figura 33 Programa completo usando funções construtora e destrutora.

```
#include <iostream.h>
#include <string.h>

class funcionario
{
	public:
		funcionario(char *, long, float);  // Função construtora
		~funcionario(void);                // Função destrutora
		void exibir_func(void);
		int altera_salario(float);
		long obtem_ident(void);
	private:
		char nome[64];
		long ident_func;
		float salario;
};

funcionario::funcionario(char *nome, long ident_func, float salario)
{
	strcpy(funcionario::nome, nome);
	funcionário::ident_func = ident_func;
	if(salário < 5000.00)
	{
		funcionario::salario = salario;
	}
	else
	{
		// Salário inválido especificado
	funcionario::salario = 0.0;
	}
}

funcionário::~funcionario(void)
{
	cout << "Destruindo o objeto para " << nome << endl;
}

void funcionario::exibe_func(void)
{
	cout << "Funcionário: " << nome << endl;
	cout << "Ident: " << ident_func << endl;
	cout << "Salário: " << salario << endl;
}

void main(void)
{
	funcionario func("Joaquim Matos", 101, 10101.00);

	func.exibe_func();
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

O programa ConStru.CPP segue a declaração do objeto *func* com parênteses e os valores iniciais do objeto, exatamente com uma chamada de

função. Ao usar funções construtoras, o programa precisa passar parâmetros para elas quando declara um objeto.

Se o programa tivesse criado vários objetos *funcionário*, poderia-se inicializar os membros de cada objeto usando a função construtora, como mostrado a seguir.

Figura 34 Declarando e iniciando três objetos.

```
funcionario func("Joaquim Matos", 101, 1010.00);
funcionario secretaria("Jerusa Silva, 57, 2000.00);
funcionario gerente("Jane Silva", 1022, 3000.00);
```

Fonte: Jamsa (1999)

2.4.2 Especificando valores de parâmetro-padrão para as funções construtoras

C++ permite especificar valores de parâmetros-padrão para as funções, que serão usados quando o usuário não os especificar. As funções construtoras não são exceção. Os programas podem especificar valores-padrão exatamente como fariam para qualquer função. Por exemplo, a função construtora *funcionário*, a seguir, usa o salário-padrão de valor 10000.00 se o programa não especificar um salário quando criar o objeto. No entanto, o programa precisa especificar um nome de funcionário e um número de identificação:

Figura 35 Inicializando um objeto com parâmetros-padrão

```
funcionario::funcionario(char *nome, long ident_func, float salario = 10000.00)
{
       strcpy(funcionario::nome, nome);
       funcionario::ident_func = ident_func;
       if(salário < 5000.00)
       {
              funcionário:;salario = salario;
       }
       else
       {
              // Salário inválido especificado
              funcionario::salario = 0.0;
       }
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

2.4.3 Sobrecarregando as funções construtoras

C++ permite que seus programas sobrecarreguem as definições de funções especificando funções alternativas para tipos de parâmetros diferentes. C++ permite também sobrecarregar as funções construtoras. O programa SobreCon.CPP, a seguir, sobrecarrega a função construtora *funcionario*. A primeira definição de função construtora requer que o programa especifique um nome, número de identificação e salário de *funcionario*. A segunda definição de função construtora pede que o usuário digite o salário desejado se o programa não especificar um, como mostrado a seguir.

Figura 36 Sobrecarga de função construtora.

```
funcionario::funcionario(char *nome, long ident_func)
{
       strcpy(funcionario::nome,nome);
       funcionário::ident_func = ident_func;

       do
       {
              cout << "Informe o salário para " << nome << "menor que 5000.00: ";
              cin >> funcionario::salario;
       } while (salario >= 5000.00);
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Dentro da definição da classe, o programa precisa especificar ambos os protótipos de função, como pode ser visto nas linhas 7 e 8 do programa SobreCon.CPP, a seguir.

Figura 37 Programa completo exemplificando sobrecarga de função construtora.

```
#include <iostream.h>
#include <string.h>

class funcionario
{
       public:
              funcionario(char *, long, float);  // Função construtora
              funcionário(char *, long);
              ~funcionario(void);                // Função destrutora
              void exibr_func(void);
              int altera_salário(float);
              long obtem_ident(void);
       private:
```

```
                char nome[64];
                long ident_func;
                float salario;
};

funcionario::funcionario(char *nome, long ident_func, float salario)
{
        strcpy(funcionario::nome, nome);
        funcionario:: ident_func = ident_func;
        if(salario < 5000.00)
        {
                funcionario::salario = salario;
        }
        else
        {
                // Salário inválido especificado
        funcionario::salario = 0.0;
        }
}

funcionario::funcionario(char *nome, long ident_func)
{
        strcpy(funcionario::nome,nome);
        funcionario::ident_func = ident_func;

        do
        {
                cout << "Informe o salário para " << nome << "menor que 5000.00: ";
                cin >> funcionario::salario;
        } while (salario >= 5000.00);
}

funcionario::~funcionario(void)
{
        cout << "Destruindo o objeto para " << nome << endl;
}

void funcionario::exibe_func(void)
{
        cout << "Funcionário: " << nome << endl;
        cout << "Ident: " << ident_func << endl;
        cout << "Salário: " << salario << endl;
}

void main(void)
{
        funcionario func("Joaquim Matos", 101, 10101.00);
        funcionario gerente("Jane Silva", 102);

        func.exibe_func();
        gerente.exibe_func();
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

Quando o programa SobreCon.CPP for compilado, uma mensagem na tela pedirá que o usuário digite o salário para Jane Silva. Quando o fizer, a execução do programa continuará exibindo informações sobre os dois funcionários.

2.4.4 Funções destrutoras

Da mesma forma que a função construtora é chamada automaticamente quando é criado um objeto de classe, C++ permite definir uma função destrutora, chamada quando o objeto é destruído. Uma função destrutora é útil quando há a necessidade de liberar a memória alocada por um objeto quando o programa ainda se encontra em execução.

2.5 SOBRECARGA DE OPERADOR

O tipo de uma variável especifica o conjunto de valores que ela pode armazenar e um conjunto de operações que se pode executar com ela. Por exemplo, usando uma variável do tipo *int*, o programa pode adicionar, subtrair, multiplicar e dividir os valores. Quando uma classe é definida dentro dos programas, está essencialmente definindo um novo tipo. A *sobrecarga de operador* é o processo de alterar o significado de um operador (como por exemplo, o sinal de mais(+), que C++ normalmente usa para a adição para uso em uma classe. Neste tópico será definida uma classe *string* e serão sobrecarregados os operadores soma e subtração. Para os objetos string, o operador soma acrescentará caracteres especificados no conteúdo atual da string. De modo similar, o operador subtração removerá cada ocorrência de um caractere especificado do arranjo. Este tópico aborda os seguintes conceitos fundamentais:

Deve-se sobrecarregar um operador somente quando isso de fato tornar o programa mais fácil de entender;

Usa-se a palavra-chave *operator* para sobrecarregar um operador;

Ao sobrecarregar um operador, especifica-se uma função que C++ chama toda vez que a classe usa o operador sobrecarregado. A função, por sua vez, executa a operação correspondente;

Quando um operador é sobrecarregado para uma classe específica, o significado do operador muda somente para essa classe. O resto do programa continuará a usar o operador para efetuar as operações-padrão;

C++ permite a sobrecarga da maioria dos operadores; no entanto, existem quatro operadores que não podem ser sobrecarregados, conforme a Tabela 2.1.

A Tabela 2.1 relaciona os operadores para os quais C++ não permite sobrecarga.

Tabela 2.1 – Operadores que não poder ser sobrecarregados.

Operador	Propósito	Exemplo
.	Operador de membro de classe	Objeto.membro
.*	Ponteiro para operador membro	Objeto.*membro
::	Operador de resolução global de escopo	Nomeclasse::membro
?:	Operador de expressão condicional	c = (a > b) ? a : b;

Fonte: Jamsa (1999)

2.5.1 Sobrecarregando os operadores soma e subtração

Quando um operador é sobrecarregado para uma classe, a função desse operador não muda para os outros tipos de variáveis. Por exemplo, se o operador soma for sobrecarregado par a classe *string*, a função do operador não mudará quando for preciso somar dois números. Quando o compilador C++ encontrar o operador dentro do programa, ele determinará as operações a executar com base no tipo da variável correspondente. A seguir, cria uma classe *string*. Esta contém um dado membro, que é a própria string de caracteres. A classe contém vários métodos diferentes e não define quaisquer operadores, como mostrado a seguir.

Quando um operador é sobrecarregado, utiliza-se a palavra-chave *operator* dentro do protótipo e definição da função para informar ao compilador C++ que a classe usará esse método como um operador. Por exemplo, na definição de classe, a seguir, usa-se a palavra-chave *operator* para atribuir os operadores soma e subtração para as operadores soma “+” e subtração “-” dentro da classe *string*:

Figura 38 Criando operadores dentro de classe.

```
class string
{
       public:
              string(char *);                    // Construtora
              void operator +(char *);           // Operador de classe
              void operator -(char);             // Operador de classe
              void exibe_string(void);
       private:
              char dados[256];
};
```

Fonte: Jamsa (1999)

A classe sobrecarrega os operadores soma e subtração. Ao sobrecarregar um operador, a classe precisará especificar uma função que implemente a operação correspondente do operador. No caso do operador soma, a definição da função é a da Figura 39.

Figura 39 Definição de operador de classe.

```
void string::operator +(char *str)
{
       strcat(dados, str);
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

O programa SobreOpe.CPP, a seguir, ilustra o uso dos operadores soma e subtração sobrecarregados:

Figura 40 Exemplo de uso classe com operadores sobrecarregados.

```
#include <iostream.h>
#include <string.h>

class string
{
	public:
		string(char *);			// Construtora
		void operator +(char *);	// Operador de classe
		void operator -(char);		// Operador de classe
		void exibe_string(void);
	private:
		char dados[256];
};

string::string(char *str)
{
	strcpy(dados, str);
}

void string::operator +(char *str)
{
	return(strcat(dados, str));
}

void string::operator -(char *letra)
{
	char temp[256];
	int i, j;

	for(i = 0, j = 0; data[i]; i++)
	{
		if(dados[i] != letra)
		{
			temp[j++] = dados[i];
		}
	}
	temp[j] = NULL;
return(strcpy(data, temp));
}

void string::exibe_string(void)
{
	cout << data << endl;
}

void main(void)
{
	string titulo("Aprendendo C++");
	string exemplo("compreendendo a sobrecarga de operador");

	titulo.exibe_string();
	titulo = titulo + " neste tópico!";
	titulo.exibe_string();

	licao.exibe_string();
	licao = licao - 'n';
	licao.exibe_string();
}
```

Fonte: Jamsa (1999)

3 SFLOAT

Sfloat simula o armazenamento e o funcionamento de um número de ponto flutuante binário normalizado. Está implementado como uma classe, possuindo variáveis-membro, métodos de classe e operadores aritméticos sobrecarregados, como será visto mais adiante.

3.1 IMPLEMENTAÇÃO DA CLASSE SFLOAT

Na classe de Sfloat há um arranjo de variáveis booleanas chamado ArrayBit, representando os *bits* de um número do tipo ponto flutuante no formato padrão. A classe Sfloat foi implementada como mostra o código fonte da Figura 41.

Figura 41 Definição da classe Sfloat.

```
#include <string.h>
#include <iostream.h>
#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include "parameters.h"

class Sfloat
{
public:

// Funções construtoras, destrutora e operador atribuição
       Sfloat(bool[TamSfloat]);
       Sfloat(char[TamSfloat]);
       Sfloat(double);
       Sfloat(void);
       ~Sfloat(void);
Sfloat operator =(double);

// Operadores para exibição de valores
       Sfloat operator << (Sfloat);
       void Sout(int);
       void SoutInfo();

// Operadores logicos binários

       bool operator >(Sfloat);
       bool operator <(Sfloat);
       bool operator >=(Sfloat);
       bool operator <=(Sfloat);
       bool operator ==(Sfloat);
       bool operator !=(Sfloat);

// Operadores logicos binarios sobrecarregados com Sfloat x double

       static bool operator >(Sfloat, double);
```

```
        static bool operator <(Sfloat, double);
        static bool operator >=(Sfloat, double);
        static bool operator <=(Sfloat, double);
        static bool operator ==(Sfloat, double);
        static bool operator !=(Sfloat, double);

// Funcoes auxiliares

        Sfloat Abs(void);
        void Std(bool[TamExp], bool[TamEstMant]);
        void DigDecExpPSfloat(int Number, int Expoente);
        bool MaiorAbs(Sfloat,Sfloat);
        double Double(void);

// Operadores aritméticos

        // Unários
        Sfloat operator +(void);
        Sfloat operator -(void);

        // Binarios
        Sfloat operator +(Sfloat);
        Sfloat operator -(Sfloat);
        Sfloat operator *(Sfloat);
        Sfloat operator /(Sfloat);

        // Binarios sobrecarregados com Sfloat x double
        static Sfloat operator +(Sfloat, double);
        static Sfloat operator -(Sfloat, double);
        static Sfloat operator *(Sfloat, double);
        static Sfloat operator /(Sfloat, double);

        // operador << sobrecarregado
        friend ostream& operator << (ostream& Sout, Sfloat& SfloatA);

private:

        bool ArrayBit[TamSfloat];

};
```

Fonte: Dados do próprio autor

Cada trecho da implementação acima será explanado a seguir.

3.1.1 Bibliotecas

Antes da definição da classe são indicadas as bibliotecas que conferem funcionalidade a Sfloat, como pode ser visto na Figura 42.

Figura 42 Bibliotecas utilizadas em Sfloat.

```
#include <string.h>
#include <iostream.h>
#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include "parameters.h"
```

Fonte: Dados do próprio autor

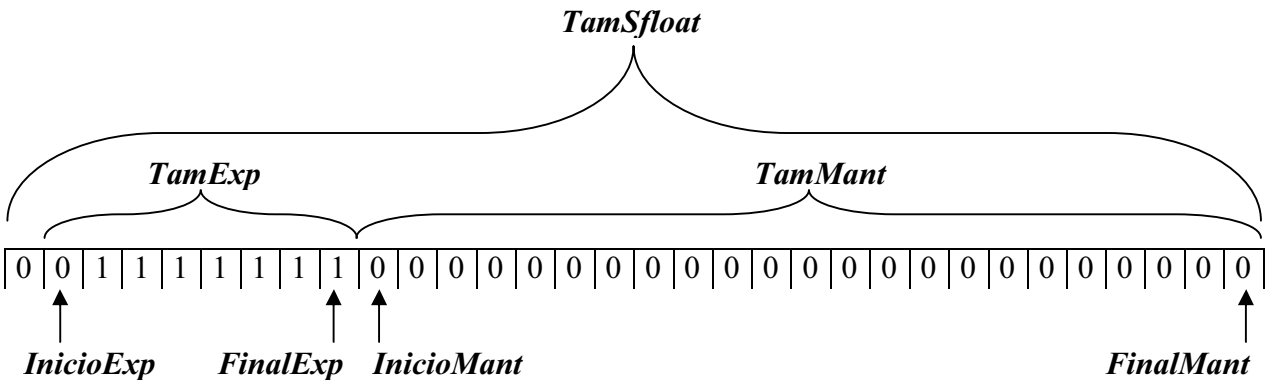
As bibliotecas disponibilizam funções como processamento de strings, entrada e saída de valores. A última biblioteca “parameters.h” é um arquivo onde estão os parâmetros e variáveis globais de Sfloat. A seguir segue o corpo de texto do referido arquivo.

Figura 43 Arquivo de parâmetros de Sfloat

```
const int TamSfloat = 64;          // number of bits in Sfloat
const int TamMant = 52;            // number of bits in Sfloat mantissa

// Parametros de sfloat
const int TamExp = TamSfloat - TamMant - 1;
const int InicioExp = 1;
const int FinalExp = TamExp;
const int InicioMant = FinalExp + 1;
const int FinalMant = TamSfloat - 1;

// Parametros auxiliares
const int TamTempMant = TamMant + 1;
const int TamEstMant = TamMant + 2;

bool BoolDifExp[TamExp], BoolTempExp[TamExp+2], Expoente[TamExp];
int IntDifExp, IntBinPDec;
int IntIndex, IntI, IntJ, IntK;
bool MantA[TamMant+1], MantB[TamMant+1], EstMant[TamEstMant];
bool Um[TamSfloat], Dez[TamSfloat];
bool UpDown1, Up1, ZeroA, ZeroB, ZeroC, InfA, InfB, InfC, NaNA, NaNB, NaNC;
```

Fonte: Dados do próprio autor

Figura 44 Esquematização dos parâmetros de Sfloat.



Fonte: Dados do próprio autor

Na figura 44 estão os parâmetros que definem a classe Sfloat:

i) *TamSfloat*: é o parâmetro que define o tamanho do *array*;
ii) *TamMant*: define o tamanho da mantissa, onde estão os *bits* mais importantes. Todos os outros parâmetros são diretamente definidos a partir de *TamSfloat* e *TamMant*;
iii) *TamExp*: Representa o tamanho do expoente e é definido em função do tamanho total de Sfloat, subtraindo o tamanho da mantissa e um bit do sinal. Assim, *TamExp = TamSfloat – TamMant – 1*;
iv) *InicioExp*: Marca o início do expoente. Aqui, *InicioExp = 1*, uma vez que em C++ a indexação dos arrays iniciam no zero e a variável ocupa a segunda posição;
FinalExp: Final do expoente. FinalExp = InicioExp + TamExp – 1, mas como InicioExp = 1, tem-se FinalExp = TamExp;
v) *InicioMant*: Marca o início da mantissa. Sua posição é imediatamente após o final do expoente. Assim: *InicioMant = FinalExp + 1*;
vi) *FinalMant*: Marca o final da mantissa e coincide com o final da seqüência de *bits* de Sfloat. Assim: *FinalMant = TamSfloat –1*.

Esses parâmetros definem como são armazenados os dados dos números de ponto flutuante.

Em seqüência dos parâmetros de Sfloat, estão os parâmetros auxiliares, que são constantes e variáveis globais que ajudam a simplificar o código fonte.

Os parâmetros auxiliares são:

i) TamTempMant: Define o tamanho das mantissas temporárias, que armazenam os valores de mantissa dos números durante operações aritméticas acrescido do dígito escondido. Por isso TamTempMant = TamMant+ 1;

ii) TamEstMant: Define o tamanho da mantissa resultado das operações aritméticas. Além de armazenar o dígito escondido, armazena também mais um dígito para arredondamento: TamEstMant = TamMant + 2;

iii) BoolDifExp, BoolTempExp e Expoente: Arranjos utilizados para armazenar o valor de diferença entre expoentes como número binário e valor de expoente temporariamente;

iv) *IntDifExp* e *IntBinPDec*: utilizados para a conversão valor de expoente decimal para valor binário e vice-versa;

v) *IntIndex*, *IntI*, *IntJ*, *IntK*: Usados como variáveis globais de contagem, utilizadas apenas pelos operadores binários aritméticos.

vi) *MantA*, *MantB* e *EstMant*: Os dois primeiros armazenam os valores das mantissas de dois números durante o uso de operadores aritméticos binários. O último armazena a mantissa do resultado de operações aritméticas antes de normalizar e arredondar.

3.1.2 Inicializando e atribuindo valores

Sfloat está implementado com quatro funções construtoras sobrecarregadas e uma função destrutora, como mostrado a seguir.

Figura 45 Trecho da definição da classe Sfloat (funções construtoras e destrutora)

```
// Funções construtoras e destrutora
       Sfloat(bool[TamSfloat]);
       Sfloat(char[TamSfloat]);
       Sfloat(double);
       Sfloat(void);
       ~Sfloat(void);
```

Fonte: Dados do próprio autor

Quando um programa cria um objeto do tipo Sfloat, uma função construtora é chamada. Se o programa não passar nenhum parâmetro, a função chamada é *Sfloat(void)*. Algumas das funções construtoras sobrecarregadas permitem inicializar um objeto Sfloat com um valor definido, são elas:

i) *Sfloat(bool[TamSfloat])*: Um objeto pode ser inicializado com os valores binários na seqüência normalizada;

ii) *Sfloat(char[TamSfloat])*: Inicializa um objeto Sfloat a partir de uma seqüência de caracteres;

iii) *Sfloat(double)*: Inicializa um objeto Sfloat a partir de um número do tipo *double*.

As funções construtoras inicializam um objeto Sfloat. Durante a execução de um programa, os valores de um objeto Sfloat são alterados pelo operador atribuição "=", quando recebe um valor de um objeto que também seja do tipo Sfloat. Se o valor atribuído for um número como no exemplo a seguir, utiliza-se o operador atribuição sobrecarregado *operator=(double)*.

Figura 46 Inicializando e atribuindo valores a objetos Sfloat.

```
// Objetos Sfloat: Criando, inicializando e atribuindo valores

double DoubA = 23;          // Cria e inicializa um double

Sfloat SfA;                 // Cria um Sfloat sem passar parâmetros
Sfloat SfB(DoubA);          // Passando uma variável do tipo double
Sfloat SfC = 2;             // Passando um número interpretado como double

SfA = SfC;                  // Atribuindo um valor a partir de um objeto Sfloat
SfB = 3;                    // Atribuindo um valor a partir do operador "=" sobrecarregado
```

Fonte: Dados do próprio autor

Na quinta linha da Figura 46 do exemplo acima, S*float SfA*, o programa cria uma variável do tipo Sfloat sem nenhum parâmetro. Neste caso, o programa chama a função construtora *Sfloat(void)*, que cria um Sfloat onde todos os valores do ArrayBit são nulos.

Na sexta linha da Figura 46 do exemplo acima, *Sfloat SfB(DoubA)*, a variável DoubA que foi criada e inicializada na linha três é o parâmetro da função construtora *Sfloat(double)*.

Na sétima linha da Figura 46 do exemplo acima, o objeto Sfloat é criado e imediatamente inicializado através do operador atribuição sobrecarregado *operator=(double)*, que também é invocado na linha dez, ao atribuir um valor interpretado como sendo um *double*.

Na nona linha da Figura 46, o operador atribuição "=". Este operador é definido automaticamente quando a classe é definida, como visto no capítulo anterior.

3.1.3 Saída de valores

Para exibir valores de objetos Sfloat foram implementadas três funções e o operador "<<" foi sobrecarregado. Os valores também podem ser convertidos em números *double* e depois exibidos. Na definição da classe as funções e o operador sobrecarregado aparecem no trecho a seguir.

Figura 47 Funções e operador para exibição de valores.

```
// Operadores para exibição de valores
       void Sout(int);
       void SoutInfo();
       Sfloat operator<<(Sfloat);
```

Fonte: Dados do próprio autor

A função *Sout(int)* converte o número Sfloat em um *double* e o exibe na forma científica com o número de casas definido por um parâmetro inteiro.

A função *SoutInfo()* não converte o número, ela exibe os valores binários separando o sinal do expoente através de um espaço e separando também o expoente da mantissa com um espaço.

O operador sobrecarregado "<<" converte o número Sfloat em um número do tipo *double* e exibe este último. Geralmente, o número será exibido na forma inteira ou decimal, se o número exigir maiores cuidados será exibido em notação científica.

No trecho a seguir, alguns exemplos de valores exibidos.

Figura 48 Exibindo números do tipo Sfloat.

```
Sout(3):       2.33e002
Sout(4):       2.330e002
SoutInfo():    0 10000000 11000000000000000000000
"<<":          233
"<<":          3e10
```

Fonte: Dados do próprio autor

3.1.4 Operadores lógicos binários combinatoriais e lógicos binários relacionais

Os operadores lógicos binários combinatoriais são, em C++, && e ||, que significam *e* e *ou*, respectivamente. Estes não precisam ser

implementados pois continuam operando da mesma maneira, ou seja, combinam dois operandos com valores lógicos para retornar um valor lógico.

Já os demais operadores lógicos binários relacionais combinam dois operandos do tipo Sfloat ou uma combinação de operando Sfloat com outro valor. Assim precisam ser sobrecarregados.

A seguir, o trecho que define o protótipo dos operadores sobrecarregados dentro da definição da classe.

Figura 49 Definição dos protótipos dos operadores lógicos binários.

```
// Operadores lógicos binários relacionais

       bool operator >(Sfloat);
       bool operator <(Sfloat);
       bool operator >=(Sfloat);
       bool operator <=(Sfloat);
       bool operator ==(Sfloat);
       bool operator !=(Sfloat);

// Operadores lógicos binarios relacionais sobrecarregados com Sfloat x double

       static bool operator>(Sfloat, double);
       static bool operator<(Sfloat, double);
       static bool operator>=(Sfloat, double);
       static bool operator<=(Sfloat, double);
       static bool operator==(Sfloat, double);
       static bool operator!=(Sfloat, double);
```

Fonte: Dados do próprio autor

Como pode ser visto acima os operadores lógicos binários relacionais são: <, >, <=, >=, == e !=. Eles operam sobre dois números Sfloat e retornam um valor lógico verdadeiro(um) ou falso(zero) de acordo com a condição estabelecida pelo próprio operador.

Se um operador lógico binário receber um operando Sfloat e depois um operando double, é necessário ser sobrecarregado. Neste caso o primeiro operando é um número do tipo Sfloat e o segundo operando é do tipo double.

Se o primeiro argumento for do tipo double e o segundo do tipo Sfloat, o operador sobrecarregado não é um método de classe e deve ser definido fora da classe, o que o torna um operador global. Estes operadores são definidos como estão no trecho a seguir.

Figura 50 Operadores lógicos binários sobrecarregados com operandos mistos.

```
// Operador binário > sobrecarregado para double x Sfloat
bool operator >(double DoubA, Sfloat SfloatB)
{
       bool Result = 0;
       Sfloat SfloatA = DoubA;            // Criando e inicializando SfloatA
       Result = SfloatA > SfloatB;        // Chamando o operador >
       return Result;
}

// Operador binário < sobrecarregado para double x Sfloat
bool operator <(double DoubA, Sfloat SfloatB)
{
       bool Result = 0;
       Sfloat SfloatA = DoubA;
       Result = SfloatA < SfloatB;
       return Result;
}
```

Fonte: Dados do próprio autor

Quando um operador deste é chamado pelo programa, ele converte os argumentos do tipo *double* para o tipo Sfloat, chamando em seguida o operador que utiliza dois argumentos do tipo Sfloat, o qual está mostrado na Figura 50.

3.2 OPERADORES ARITMÉTICOS

Os operadores aritméticos são divididos em unários e binários. Os unários são "+" e "–" e os binários são "+", "–", "*" e "/". Os operadores "+" e "–" comportan-se como unários ou como binários, dependendo do número de argumentos.

A seguir podem ser vistos exemplos de utilização do operadores aritméticos unários e binários.

Figura 51 Operadores aritméticos unários e binários.

```
C = +A;       // Operador unário positivo +
C = -B;       // Operador unário negativo -

C = A + B;          // Operador binário soma +
C = A - B;          // Operador binário subtração -
C = A * B;          // Operador binário multipicação *
C = A / B;          // Operador binário divisão /
```

Fonte: Dados do próprio autor

Os operadores aritméticos binários serão abordados no tópico a seguir.

3.2.1 Operadores aritméticos binários “+”, “-”, “*” e “/”

O operadores executam as operações aritméticas como sugerido no ANSI-IEEE (1985a). Nesta parte será explanado como funcionam e como estão implementados e na Tabela 3.1 estão exemplificados.

3.2.2 Operadores aritméticos binários “+” e “–“

Em uma soma, se dois números são positivos, a operação se processa naturalmente. Por outro lado, se o segundo número for negativo a soma, na realidade, se processa como uma subtração. Se porventura, os dois números forem negativos, a operação se processa novamente como uma soma, retornando como resposta um número negativo.

Diante deste fato, soma e subtração funcionam da mesma forma, ficando a diferença por conta dos sinais dos dois argumentos.

Na Tabela 3.1 a comparação entre os operadores soma e subtração.

Tabela 3.1 – Entrando, processando e saindo valores de soma e subração.

Operador	Sinal dos argumentos		Operação	Sinal do resultado
	1º	2º		
+	+	+	Soma	+
+	+	-	Subtração	Sinal do maior
+	-	+	Subtração	Sinal do maior
+	-	-	Soma	-
-	+	+	Subtração	Sinal do maior
-	+	-	Soma	+
-	-	+	Soma	-
-	-	-	Subtração	Sinal do maior

Fonte: Dados do próprio autor

Se o primeiro argumento for maior em módulo, o sinal deste prevalecerá, mas se o segundo argumento for maior em módulo, o sinal oposto ao seu prevalecerá, uma vez que o sinal do segundo argumento inverte-se.

Como pode ser notado, os operadores soma e subtração tem as mesmas características principais das operações de soma e de subtração dependentes dos sinais dos argumentos.

A implementação destes operadores é extensa e não será apresentada aqui. Mas o algoritmo principal, tanto do operador soma quanto do operador subtração é o que segue, seguindo os mesmos passos do tópico 1.6 deste

trabalho, com pequena alteração para verificação de exceções antes da operação.

Figura 52 Passos executados nos operadores de soma e de subtração.

(i) Verificação da existência de exceções
(ii) Deslocar a mantissa do número de menor expoente para a direita o número igual a diferença absoluta entre os expoentes dos operandos;
(iii) Fazer o expoente do resultado igual ao expoente do maior;
(iv) Executar a adição ou subtração das mantissas e determinar o sinal do resultado;
(v) Normalizar o valor do resultado;
(vi) Arredondar o valor do resultado;
(vii) Verificar ocorrência de *overflow* ou *underflow*.

Fonte: Dados do próprio autor

No caso de um dos argumentos apresentar uma exceção, o resultado sofre uma alteração. Se um deles for considerado infinito, implica em um caso de *overflow*.

Pode ser visto na Tabela 3.2, a seguir, como a existência de exceções modifica o resultado das operações, sendo as exceções INF e NaN, infinito e "Not a Number", respectivamente. No caso de *underflow*, o número que tiver esta característica será considerado zero e a operação será processada.

Tabela 3.2 – Exceções influenciando resultados de somas e subtrações.

Argumentos		Soma	Subtração
+	+	+	NaN
+	-	NaN	+
-	+	NaN	-
-	-	-	NaN
+	Número	+	+
-	Número	-	-
Número	+	+	-
Número	-	-	+
NaN	Número ou	NaN	NaN
Número ou	NaN	NaN	NaN

Fonte: Dados do próprio autor

3.2.3 Operador multiplicação

O operador multiplicação tem implementação mais simples que os dois anteriores, uma vez que a multiplicação processa-se sempre da mesma forma. A particularidade do operador multiplicação fica por conta de combinação de

sinais. Sinais iguais acarretam em sinal positivo para o resultado e sinais diferentes acarretam sinal negativo para o resultado.

O algoritmo principal, segue os passos do tópico 1.7 deste trabalho. Como anteriormente, há verificação de exceções antes da operação. A seguir os passos principais do algoritmo.

Figura 53 Passos executados pelo operador multiplicação.

```
(i)    Verificar a existência de exceções
(ii)   Colocar o expoente de resultado igual à soma dos expoentes dos operandos;
(iii)  Executar a multiplicação das mantissas e determinar o sinal do resultado;
(iv)   Normalizar o valor do resultado, se necessário;
(v)    Arredondar o valor do resultado, se necessário e
(vi)   Verificar se houve overflow ou underflow.
```

Fonte: Dados do próprio autor

A Tabela 3.3 mostra como a existência de exceções modifica o resultado da operação de multiplicação.

Tabela 3.3 – Exceções influenciando resultados de multiplicações.

Argumentos		Multiplicação
Primeiro	Segundo	Resultado
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+
+	Número positivo	+
+	Número negativo	-
-	Número positivo	-
-	Número negativo	+
Número positivo	+	+
Número negativo	+	-
Número positivo	-	-
Número negativo	-	+
NaN	Número ou	NaN
Número ou	NaN	NaN

Fonte: Dados do próprio autor

3.2.4 Operador divisão

Assim como o operador multiplicação, o operador divisão leva os sinais em conta apenas para atribuir o sinal do resultado. As operações principais independem dos sinais dos operandos.

Basicamente, a implementação do operador divisão segue os passos do tópico 1.8, também acrescido de uma verificação de exceções antes de executar operações.

Figura 54 Passos executados pelo operador divisão.

```
(i)    Verificar a existência de exceções
(ii)   Colocar o expoente de resultado igual à diferença dos expoentes dos operandos;
(iii)  Executar a divisãoo das mantissas e determinar o sinal do resultado;
(iv)   Normalizar o valor do resultado, se necessário;
(v)    Arredondar o valor do resultado, se necessário e
(vi)   Verificar se houve overflow ou underflow.
```

Fonte: Dados do próprio autor

A Tabela 3.4 mostra como a existência de exceções modifica o resultado da operação de divisão.

Tabela 3.4 – Exceções influenciando resultados de divisões.

Argumentos		Soma
Primeiro	Segundo	Resultado
+	+	NaN
+	-	NaN
-	+	NaN
-	-	NaN
+	Número positivo	+
+	Número negativo	-
-	Número positivo	-
-	Número negativo	+
Número positivo	+	+0
Número negativo	+	-0
Número positivo	-	-0
Número negativo	-	+0
NaN	Número ou	NaN
Número ou	NaN	NaN

Fonte: Dados do próprio autor

3.3 CONVERSÕES ENTRE SISTEMA DECIMAL E SISTEMA BINÁRIO

Sfloat é um número binário, útil em cálculos aritméticos. Entretanto dificulta a utilização, visto que o sistema decimal é mais utilizado para interfacear com o usuário.

A seguir há uma breve explicação sobre como foi feita a conversão de número decimal para binário e também como isto é feito pelos métodos da classe Sfloat.

3.3.1 Conversão de números inteiros de decimal para binário

A conversão do número inteiro, de decimal para binário, será feita da direita para a esquerda, isto é, determina-se primeiro o algarismo das unidades (que será multiplicado por 2^0), em seguida o segundo algarismo da direita (o que vai ser multiplicado por 2^1), etc

A questão chave, é verificar se o número é par ou ímpar. Em binário, o número par termina em 0 e o ímpar em 1. Assim determina-se o algarismo da direita, pela simples divisão do número por dois; se o resto for 0 (número par) o algarismo da direita é 0; se o resto for 1 (número ímpar) o algarismo da direita é 1.

Por outro lado, na base dez, ao se dividir um número por dez, basta levar a vírgula para a esquerda. Na base dois, ao se dividir um número por dois, basta levar a vírgula para a esquerda. Assim, para se determinar o segundo algarismo do número em binário, basta lembrar que ele é a parte inteira do número original dividido por dois, abandonando o resto.

A seguir um exemplo de conversão do número 25 de decimal para binário.

Exemplo 3.1: Convertendo o número 25 de decimal para binário

25 / 2 = 12 e resto = 1
12 / 2 = 6 e resto = 0
6 / 2 = 3 e resto = 0
3 / 2 = 1 e resto 1
1 / 2 = 0 e resto 1

Assim, o resultado em binário e a contagem dos restos de trás para frente: 11001

3.3.2 Convertendo a parte fracionária

A conversão da parte fracionária do número será feita, algarismo a algarismo, da esquerda para a direita, baseada no fato de que se o número é maior ou igual a *0,5*, em binário aparece *0,1*, isto é, o correspondente a *0,5* decimal.

Tendo isso como base, basta multiplicar o número por dois e verificar se o resultado é maior ou igual a 1. Se for, coloca-se 1 na correspondente casa fracionária, senão coloca-se 0 na posição. Em qualquer dos dois casos, o processo continua, ao se multiplicar o número por dois, a vírgula move-se para a direita e, a partir desse ponto, estamos representando, na casa à direita, a parte decimal do número multiplicado por dois.

Exemplo 3.2: Representar em binário o número *0,625*

0,625 * 2 = 1,25, logo a primeira casa fracionária é 1;
Resta representar o 0,25 que restou ao se retirar o 1 já representado.
0,25 * 2 = 0,5, logo a segunda casa é 0;
Falta representar o 0,5.
0,5 * 2 = 1, logo a terceira casa é 1.
$0,625_{10} = 0,101_2$

Quando um número tiver parte inteira e parte fracionária, pode-se calcular cada uma separadamente.

3.3.3 Conversão de binário para decimal e vice-versa em Sfloat

Geralmente, um valor é passado em decimal e precisa ser convertido para binário a fim de ser armazenado em Sfloat.

Nas conversões, números do tipo *double* são utilizados para converter os dígitos de decimal para binário. Para exibir o valor, o número precisa ser convertido novamente para decimal utilizando variáveis *double*.

4 APLICAÇÕES DE SFLOAT

Três tipos de testes foram realizados: teste de confiabilidade, teste de velocidade e calculo de série infinita.

4.1 TESTES DE CONFIABILIDADE

Os testes de confiabilidade são realizados durante cada passo da implementação para verificar a consistência de operadores lógicos, aritméticos, funções e demais funcionalidades.

Assim, um programa foi implementado para este fim. Este acompanhou a evolução da implementação dos métodos de classe de Sfloat. A versão final deste programa encontra-se como o programa 1, cujo código fonte encontra-se no Anexo A.

A utilização deste programa consiste em entrar com valores conhecidos e verificar se a classe Sfloat retorna os resultados esperados. Basicamente, são testados casos particulares para verificar valores de retorno de operadores lógicos, manipulação de expoentes, manipulação de mantissas, manipulação e atribuição de sinais, etc.

4.2 ESFORÇO COMPUTACIONAL

O teste de esforço computacional visa verificar a proporcionalidade entre os operadores na utilização do micro-processador.

Aqui utiliza-se alguns tamanhos variados do número de ponto flutuante e cálculos através dos quatro operadores aritméticos binários.

O esforço computacional pode ser obtido através da utilização da biblioteca *time.h* de C++. Esta biblioteca permite contabilizar o número de ciclos do processador durante a execução de um trecho implementado.

4.2.1 Implementação do programa de teste

A biblioteca *time.h* é declarada antes do programa principal. Declarando a biblioteca, variáveis do tipo *clock_t* podem ser declaradas e

utilizadas. A seguir, um trecho do Programa 2, onde a biblioteca *time.h* e variáveis *clock_t* são declaradas. O Programa 2 foi desenvolvido para a execução dos testes de desempenho e sua implementação encontra-se no Anexo A.

Figura 55 Declarando o array para testes de desempenho.

```
#include<time.h>
#include<sfloat.h>
void main(void)
{
       int Qtdd = 16;
       Sfloat A[17], B[17], C, TempA, TempB;
       double DoubA, DoubB, DoubC;
       clock_t inicio, final;
       double duracao, TempoSoma = 0, TempoSub = 0, TempoMult = 0, TempoDiv = 0;
       double SomaTempoSom = 0, SomaTempoSub = 0, SomaTempoMult = 0, SomaTempoDiv = 0;
       long i, j, k, repetir = 10000;

       A[0]   = 0.0;

A[1]   = Sfloat(+2.11923141583315e+8);
       A[2]   = Sfloat(+2.11923141583315e-8);
       A[3]   = Sfloat(-2.11923141583315e+8);
       A[4]   = Sfloat(-2.11923141583315e-8);

A[5]   = Sfloat(+3.66668621563743e+14);
A[6]   = Sfloat(+3.66668621563743e-14);
       A[7]   = Sfloat(-3.66668621563743e+14);
       A[8]   = Sfloat(-3.66668621563743e-14);

       A[9]   = Sfloat(+1.74093129371226e+19);
       A[10]  = Sfloat(+1.74093129371226e-19);
       A[11]  = Sfloat(-1.74093129371226e+19);
       A[12]  = Sfloat(-1.74093129371226e-19);

       A[13]  = Sfloat(+4.22802214380072e+25);
       A[14]  = Sfloat(+4.22802214380072e-25);
       A[15]  = Sfloat(-4.22802214380072e+25);
       A[16]  = Sfloat(-4.22802214380072e-25);
       FILE *Arq;
```

Fonte: Dados do próprio autor

O *array A* neste caso é o banco de dados. Ele armazena os números escolhidos para teste. Cada número armazenado é combinado com todos os outros e com ele mesmo em operações aritméticas binárias. Estas ocorrem da forma *Resposta = A[i] + A[j]*, onde *i* e *j* variam de *1* até *16*. Os números foram escolhidos de maneira a apresentar várias opções de expoentes, sinais e mantissas.

Observando a inicialização do array na figura anterior nota-se que está dividida em quatro partes de quatro números cada. O mesmo número apresenta quatro variantes combinando sinais do número e do expoente.

Para contabilizar os ciclos do processador em cada operação, criou-se um laço *for* que repete cada operação 10000 vezes. A repetição se torna necessária uma vez que uma única operação aritmética necessita de menos de um ciclo do processador onde estes são contabilizados em números inteiros.

A contagem de ciclos é iniciada antes do laço e finalizada após o término do laço. O número total de ciclos é dividido pelo total de repetições.

Combinando dezesseis números entre si, tem-se duzentos e cinqüenta e seis variações.

Após realizar o cálculo de tempo em todas as combinações, calcula-se a média para cada operador.

4.2.2 Resultado de desempenho

Os resultados aqui são mostrados em função de ciclos do processador. Apenas para entender, um processador de 2.0 GHz, por exemplo, executa $2x10^9$ ciclos em um segundo.

Vários tamanhos de Sfloat foram submetidos a testes.

Os tamanhos serão apresentados na forma 64x52, onde o primeiro número representa o tamanho total de Sfloat e o segundo representa o tamanho da mantissa.

O primeiro teste foi realizado variando o tamanho da mantissa e mantendo o tamanho do expoente constante. O tamanho inicial é o mesmo de um *double* 64x52, que tem expoente igual a 64 – 52 – 1 = 11. Os outros tamanhos testados foram 68x56, 82x70 e 112x100.

Assim os resultados dos testes são os mostrados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Resultados de testes de desempenho com expoente constante.

Mantissa x Expoente	Soma	Subtração	Multiplicação	Divisão
64x52	3,264E-03	3,120E-03	4,607E-02	5,617E-02
68x56	4,359E-03	4,584E-03	6,304E-02	7,674E-02
82x70	6,373E-03	6,076E-03	1,039E-01	1,347E-01
112x100	1,081E-02	1,045E-02	2,234E-01	2,969E-01

Fonte: Dados do próprio autor

Para uma melhor visão dos resultados, na Tabela 4.2 são apresentados os mesmos testes, mas agora os valores estão normalizados em função do operador soma.

Tabela 4.2 – Testes de desempenho normalizados.

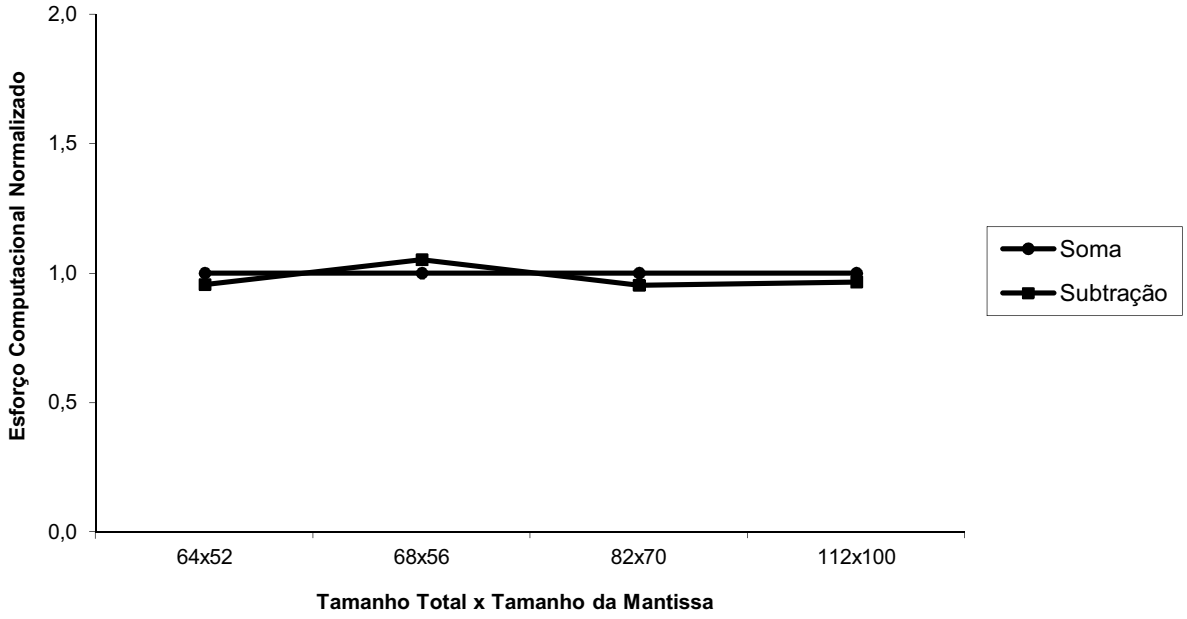
Mantissa x Expoente	Soma	Subtração	Multiplicação	Divisão
64x52	1,000E+00	9,559E-01	1,443E+01	1,760E+01
68x56	1,000E+00	1,052E+00	1,410E+01	1,716E+01
82x70	1,000E+00	9,534E-01	1,669E+01	2,164E+01
112x100	1,000E+00	9,667E-01	2,102E+01	2,793E+01

Fonte: Dados do próprio autor

O operador soma será sempre 1, pois é normalizado em relação a si mesmo.

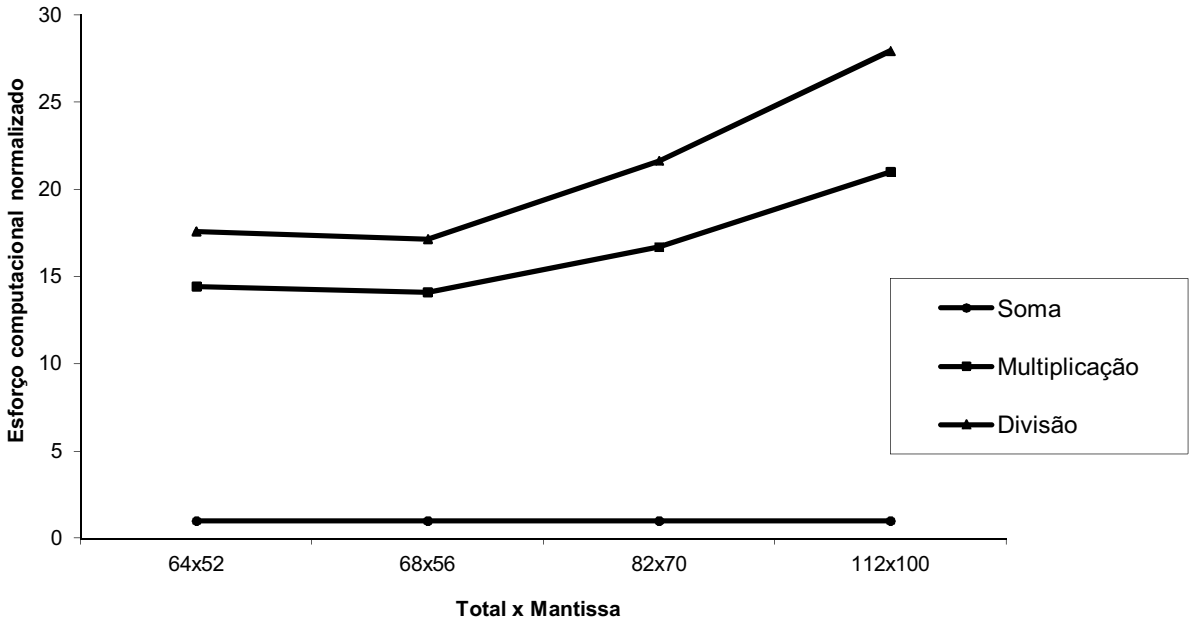
A seguir, os valores da Tabela 4.2 são exibidos em gráfico.

Figura 56 Desempenho dos operadores soma e subtração.



Fonte: Dados do próprio autor

Figura 57 Desempenho dos operadores soma, divisão e multiplicação.



Fonte: Dados do próprio autor

Como pode ser visto no Gráfico 4.1, com o aumento do tamanho da mantissa, o tempo dos operadores soma e subtração permanecem muito próximos. O que confirma a semalhança nos tipos de cálculos e conceitos envolvidos em ambos.

Na Figura 57, o aumento do tamanho da mantissa causa um aumento em excesso dos operadores multiplicação e divisão, que continuam aumentando ainda que normalizados pelo operador soma.

Após variar o tamanho da mantissa, foram realizados testes, variando o tamanho total e o tamanho da mantissa de forma proporcional. O valor de partida é o do tamanho de um *double 64x52*. A proporção é de *16x13*, de maneira que basta somar dezesseis unidades ao tamanho total e somar treze unidades ao tamanho da mantissa. Assim, foram realizados testes para os valores *64x52*, *80x65*, *96x78* e *112x91*.

Assim os resultados dos testes são mostrados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Testes de desempenho com tamanho proporcional.

Mantissa x Expoente	**Soma**	**Subtração**	**Multiplicação**	**Divisão**
64x52	3,264E-03	3,120E-03	4,607E-02	5,617E-02
68x56	3,850E-03	3,688E-03	5,286E-03	6,468E-03
82x70	4,789E-03	4,728E-03	7,348E-03	9,090E-03
112x100	5,731E-03	5,608E-03	9,381E-03	1,186E-03

Fonte: Dados do próprio autor

Para uma melhor visão dos resultados, na Tabela 4.4 são apresentados os mesmos testes, mas agora os valores estão normalizados em função do operador soma.

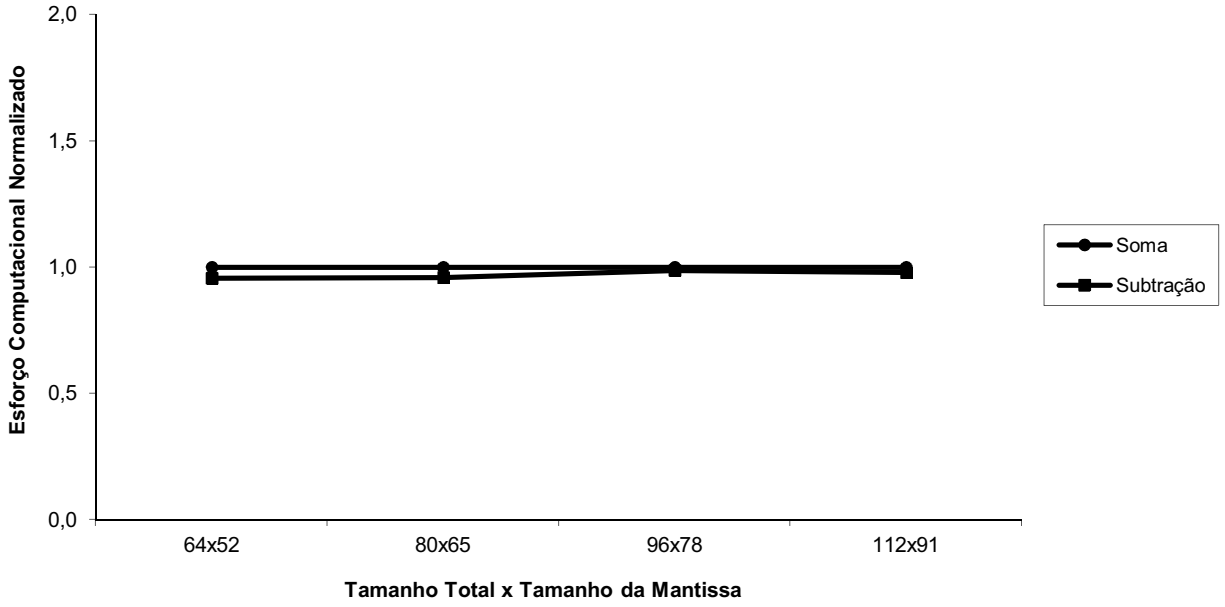
Tabela 4.4 – Testes de desempenho normalizados.

Mantissa x Expoente	**Soma**	**Subtração**	**Multiplicação**	**Divisão**
64x52	1,000E+00	9,559E-01	1,443E+01	1,760E+01
80x65	1,000E+00	9,579E-01	1,402E+01	1,716E+01
96x78	1,000E+00	9,873E-01	1,544E+01	1,910E+01
112x91	1,000E+00	9,785E-01	1,655E+01	2,092E+01

Fonte: Dados do próprio autor

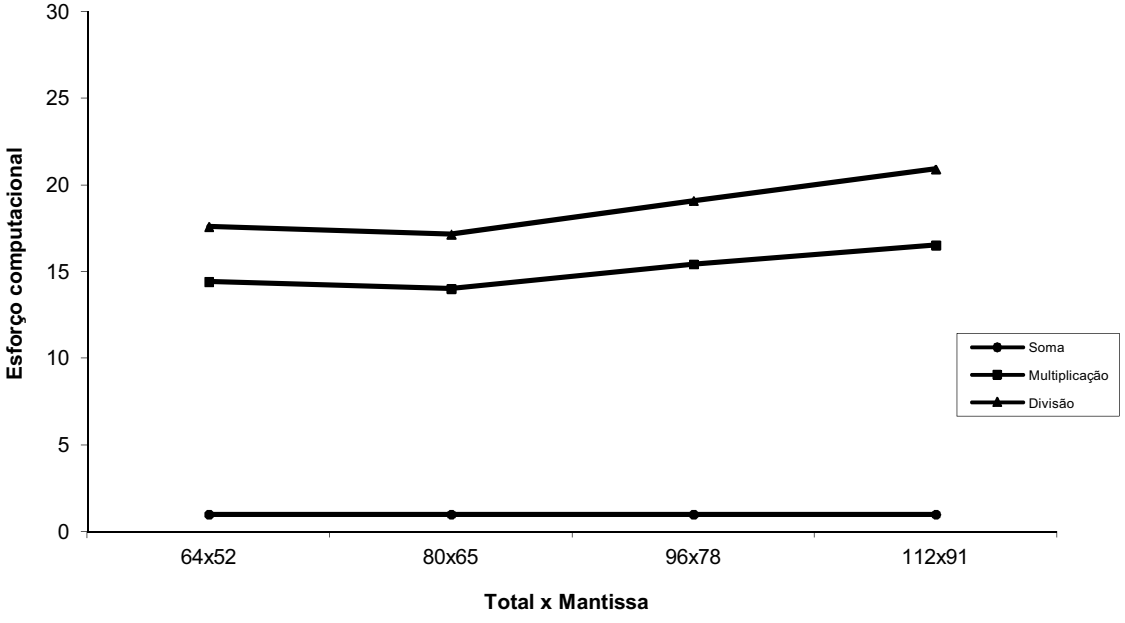
A seguir, os valores da Tabela 4.4 são exibidos em gráfico.

Figura 58 Desempenho dos operadores soma e subtração.



Fonte: Dados do próprio autor

Figura 59 Desempenho dos operadores divisão e multiplicação.



Fonte: Dados do próprio autor

Como pode ser visto na Figura 58, com o aumento do tamanho da mantissa, o tempo dos operadores soma e subtração são muito próximos.

Agora, com tamanho proporcional, a variação de desempenho dos operadores multiplicação e divisão, é menos acentuada. Inclusive, há um

trecho do Figura 59 em que ocorre queda ao aumentar o tamanho de 64x52 para 80x65.

4.3 CALCULANDO UMA SÉRIE INFINITA

Aqui, procurou-se encontrar o resultado da série a seguir (GRADSHTEYN, 1965). Esta série permite realizar as quatro operações básicas durante as iterações.

$$\sum_{k=1} \frac{1}{(2k-1)x(2k+1)} = \frac{1}{2}$$

Embora a série tenha infinitos termos. Computacionalmente ela precisa ser calculada com um número limitado de termos, pois a partir de certo ponto o resultado não se altera mais.

Para calcular esta série, implementou-se o Programa 3 que faz um comparativo entre o tipo *double* e a classe Sfloat com vários tamanhos. A implementação do Programa 3 encontra-se no Anexo A.

Os resultados mostrados neste tópico são relativos aos erros computados nos cálculos de soma, subtração, multiplicação, divisão e truncamentos dos termos da série.

Os tamanhos utilizados para Sfloat nos testes foram:

i) Teste 1: Tamanho total de Sfloat constante e mantissa variando;

ii) Teste 2: Aumentando o tamanho de Sfloat.

4.3.1 Fixando o tamanho do número Sfloat e variando o tamanho da mantissa

Um *double* possui tamanho total igual a 64 e tamanho de mantissa igual a 52.

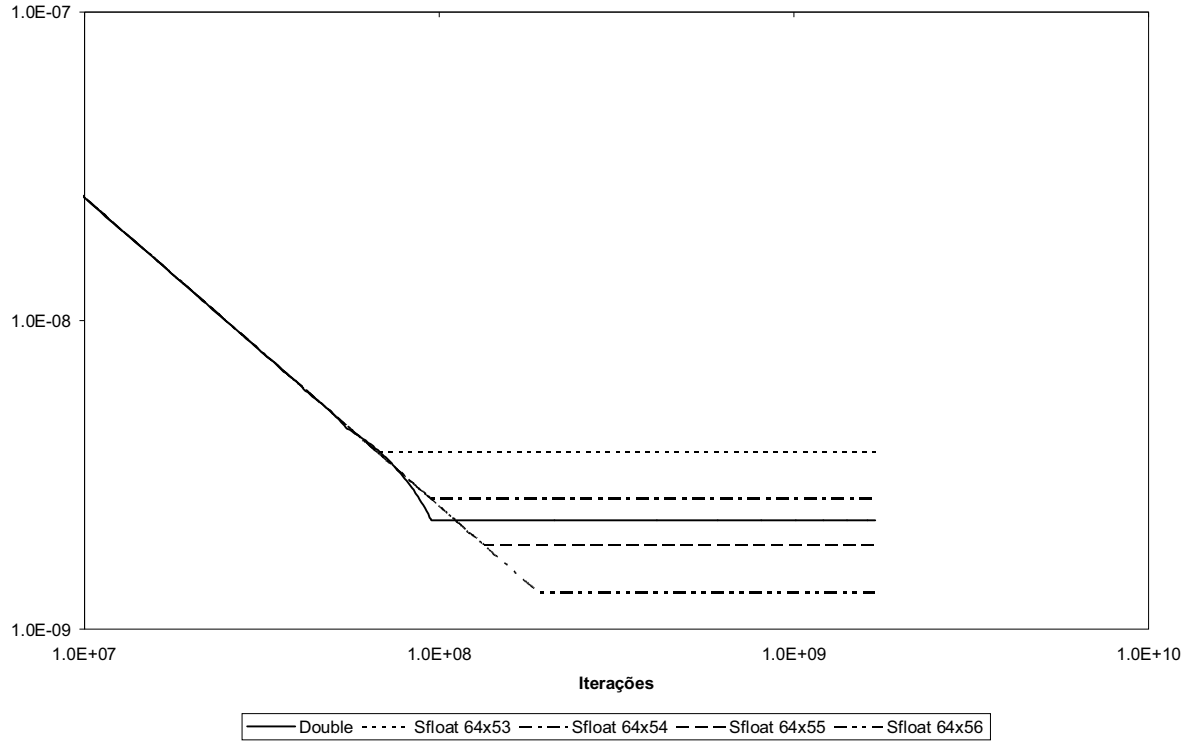
São realizados testes comparativos entre *double* e algumas variações de Sfloat: 64x53, 64x54, 64x55 e 64x56.

Como pode ser visto, o tamanho total permanece sendo sessenta e quatro casas. A mantissa aumenta, o que implica na diminuição do expoente.

O Figura 60 monstra a curva de erro *versus* iterações. Estes resultados estão mostrados no Figura 60.

A linha contínua representa o tipo *double*. As linhas seccionadas representam as variações de Sfloat.

Figura 60 Comparativo de *double* e algumas variações de Sfloat



Fonte: Dados do próprio autor

Com o aumento da mantissa, Sfloat consegue calcular melhor a série.

Quando a mantissa tem cinqüenta e quatro unidades, fica próximo do desempenho de *double*. Acima de cinqüenta e quatro unidades, os resultados para Sfloat são melhores.

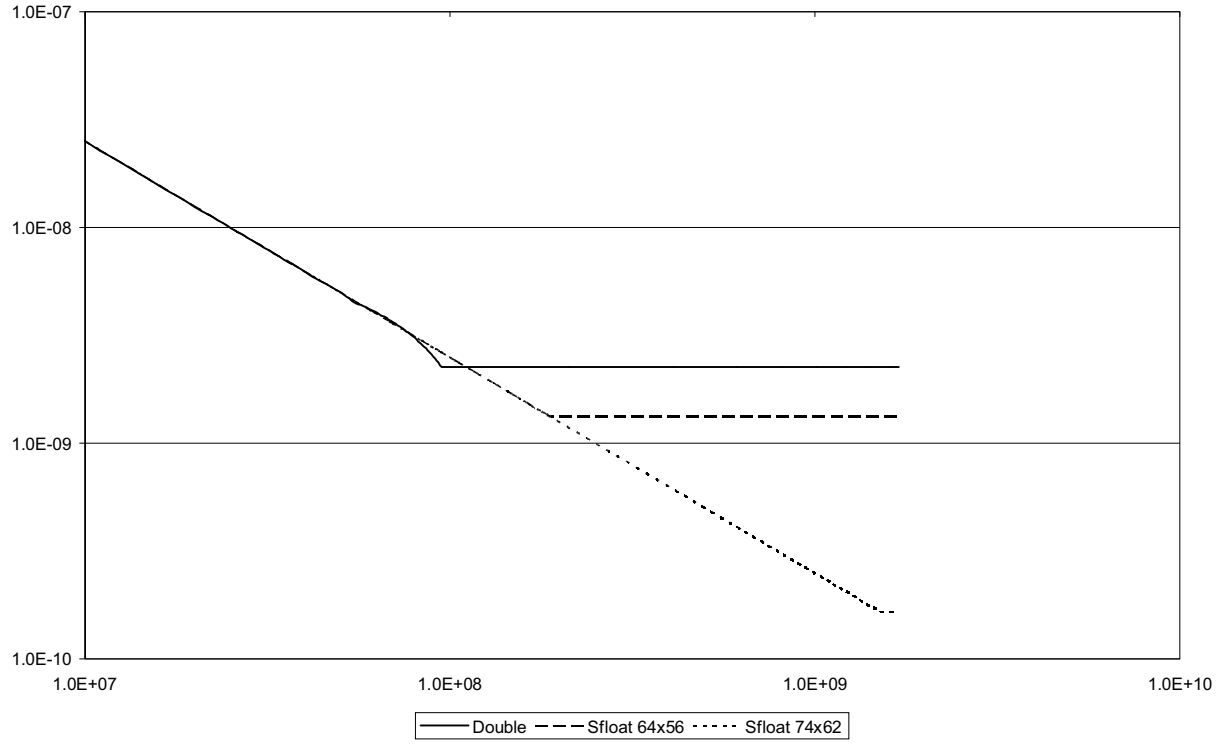
Pode ser notado nos gráficos que mantendo o tamanho total de Sfloat constante e variando o tamanho da mantissa, obtém-se resultados diferentes. Particularmente, aumentando o tamanho da mantissa, obtém-se resultados melhores até certo ponto, onde ocorre deficiência por causa da diminuição do expoente.

4.3.2 Aumentando o tamanho de Sfloat

Aumentando-se o tamanho da mantissa, executou-se o teste com tamanho de Sfloat 74x62. Onde a mantissa possui dez unidades a mais.

Os resultados podem ser visualizados na Figura 61.

Figura 61 Comparativo de *double* e Sfloat 74x62



Fonte: Dados do próprio autor

Os gráficos anteriores mostram que aumentando em dez casas no tamanho da mantissa, melhora o erro no cálculo da série da ordem de 10^{-9} para 10^{-10}. Isto representa um erro dez vezes menor.

Como resultado deste teste mostra que a precisão aumenta conforme aumenta-se a mantissa atestando que Sfloat obtém êxito.

5 DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

A implementação de Sfloat mostrou como é possível executar cálculos onde a precisão é um fator crítico. O tamanho extensível permite melhorar soluções onde os tipos comuns como *double*, por exemplo, tem aplicação limitada.

A implementação de um número do tipo ponto flutuante binário traz luz à aritmética binária, padrão dos micro-processadores, mas muitas vezes conhecida por poucos.

Sfloat atingiu seus propósitos de permitir maior precisão em cálculos aritméticos e também será uma boa referência para programadores que pretendam aprender e utilizar aritmética binária para conseguirem maiores precisões em seus algoritmos.

REFERÊNCIAS

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE / INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS – ANSI / IEEE. **ANSI/IEEE Std 754-1985**: IEEE Standard for Binary *Floating-Point* Arithmetic. New York: IEEE, 1985a. 20 p

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE / INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS – ANSI / IEEE. **ANSI/IEEE Std 854-1985**: IEEE Standard for Radix-Independent *Floating-Point* Arithmetic. New York: 1985b. 15 p

VALDISIO, G. V. R. **Padrão IEEE 754 para aritmética binária de ponto flutuante**. Disponível em: < www.lia.ufc.br/~valdisio/download/ieee.pdf >. Acesso em: 5 dez, 2007. 15 p

JAMSA, K. **Aprendendo C++**. São Paulo: Makron Books, 1999. 260 p.

APARECIDO, J. B. **Fundamentos da solução de uma classe de equações do tipo convectivo-difusivo**. Tese (doutorado) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira: 1994, 245p

AMMERAAL, L. **Algorithms and data structures in C++**.San Diego: Academic Press, 1996, 238 p

Goldberg, D. What every computer scientist should know about *floating point* arithmetic. **ACM Computing Surveys**.New York: v. 23, nº 1, 1991, 5-48 p.

GRADSHTEYN, I.S; RYZHIK, I.M. **Table of Integrals, Series, and Products**. New York: Academic Press, 1965, 86 p

ANEXO A: PROGRAMAS IMPLEMENTADOS PARA TESTES

Aqui podem ser encontrados os programas utilizados nos testes do número de ponto flutuante Sfloat. Há quatro programas:

Programa 1: testes de confiabilidade;
Programa 2: testes de velocidade;
Programa 3: cálculo de uma série infinita;
Programa 4: cálculo de uma subtração de séries termo a termo

PROGRAMA 1: TESTE DE CONFIABILIDADE DE FUNÇÕES E OPERADORES

```
void main(void)
{
	double DoubA = 0.0;
	double DoubB = 0.0;
	double DoubC = 0.0;

	Sfloat A = -5;
	Sfloat B = 4;
	Sfloat C = 5;

	// Teste de Exibição

	cout << "A: ";
	A.SoutInfo();
	cout << " Decimal: " << A;
	cout << endl;
	cout << "B: ";
	B.SoutInfo();
	cout << " Decimal: " << B;
	cout << endl;
	cout << "C: ";
	C.SoutInfo();
	cout << " Decimal: " << C;

	// Teste dos operadores lógicos

	cout << endl << endl << "TESTE DOS OPERADORES LOGICOS";

	// A > B ?
	cout << endl << "A > B  is ";
	if(A > B)
	{
		cout << "True";
	}
	else
	{
		cout << "False";
	}

	// A < B ?
	cout << endl << "A < B  is ";
	if(A < B)
	{
		cout << "True";
	}
	else
	{
		cout << "False";
	}

	// A >= B ?
	cout << endl << "A >= B is ";
	if(A >= B)
	{
		cout << "True";
	}
	else
	{
```

```
        cout << "False";
}

// A <= B ?
cout << endl << "A <= B is ";
if(A <= B)
{
        cout << "True";
}
else
{
        cout << "False";
}

// A == B ?
cout << endl << "A == B is ";
if(A == B)
{
        cout << "True";
}
else
{
        cout << "False";
}

// A != B ?
cout << endl << "A != B is ";
if(A != B)
{
        cout << "True";
}
else
{
        cout << "False";
}


//Teste dos operadores aritméticos

cout << endl << endl << "TESTE DOS OPERADORES ARITMETICOS";
cout << endl << endl;
A.SoutInfo();
cout << " A = " << A;
cout << endl;
B.SoutInfo();
cout << " B = " << B;

cout << endl << endl;
C = A + B;
C.SoutInfo();
DoubC = C.Double();
cout << " A + B =  " << C;

cout << endl;
C = A - B;
C.SoutInfo();
DoubC = C.Double();
cout << " A - B = " << C;

cout << endl;
C = A + B;
C = C - B;
```

```
        C.SoutInfo();
        DoubC = C.Double();
        cout << " A = A + B - B = " << C;
        cout << endl;
        A.SoutInfo();
        cout << " A = " << A;

        cout << endl << endl;
        C = A * B;
        C.SoutInfo();
        DoubC = C.Double();
        cout << " A * B = " << C;

        cout << endl;
        C = A / B;
        C.SoutInfo();
        DoubC = C.Double();
        cout << " A / B = " << C;

        cout << endl << endl;
        C = A * B;
        C = C / B;
        cout << endl;
        C.SoutInfo();
        DoubC = C.Double();
        cout << " A = (A * B)/B: " << C;
        cout << endl;
        A.SoutInfo();
        cout << " A: " << A;

        cout << endl << endl;
}
```

PROGRAMA 2: TESTE DE VELOCIDADE DOS OPERADORES

```
#include<time.h>
#include<sfloat.h>
void main(void)
{
	int Qtdd = 16;
	Sfloat A[17], B[17], C, TempA, TempB;
	double DoubA, DoubB, DoubC;
	clock_t inicio, final;
	double duracao, TempoSoma = 0, TempoSub = 0, TempoMult = 0, TempoDiv = 0;
	double SomaTempoSom = 0, SomaTempoSub = 0, SomaTempoMult = 0, SomaTempoDiv = 0;
	long i, j, k, repetir = 10000;

	A[1]   = Sfloat(+2.11923141583315e+8);
	A[2]   = Sfloat(+2.11923141583315e-8);
	A[3]   = Sfloat(-2.11923141583315e+8);
	A[4]   = Sfloat(-2.11923141583315e-8);

A[5]   = Sfloat(+3.66668621563743e+14);
A[6]   = Sfloat(+3.66668621563743e-14);
	A[7]   = Sfloat(-3.66668621563743e+14);
	A[8]   = Sfloat(-3.66668621563743e-14);

	A[9]   = Sfloat(+1.74093129371226e+19);
	A[10]  = Sfloat(+1.74093129371226e-19);
	A[11]  = Sfloat(-1.74093129371226e+19);
	A[12]  = Sfloat(-1.74093129371226e-19);

	A[13]  = Sfloat(+4.22802214380072e+25);
	A[14]  = Sfloat(+4.22802214380072e-25);
	A[15]  = Sfloat(-4.22802214380072e+25);
	A[16]  = Sfloat(-4.22802214380072e-25);

	FILE *Arq;

	Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
	fprintf(Arq, "Teste de velocidade dos operadores aritmeticos de Sfloat %d %d\n",
TamSfloat, TamMant);
	fclose(Arq);

	for(i = 1; i <= Qtdd; i++)
	{
		for(j = 1; j <= Qtdd; j++)
		{
			TempA = A[i];
			TempB = A[j];

			DoubA = TempA.Double();
			DoubB = TempB.Double();

			Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
			fprintf(Arq, "\n\nTeste A = %2.14e  B = %2.14e", DoubA, DoubB);
			fclose(Arq);

			printf("\n\nTeste A = %2.14e  B = %2.14e", DoubA, DoubB);

			//teste de desempenho do operador soma utilizando sfloat
			inicio = clock();
			for(k=0; k<repetir; k++)
```

```
                {
                        C = TempA - TempB;
                }
                final = clock();
                duracao = (double)(final - inicio);
                TempoSoma = duracao/repetir;
                SomaTempoSom = SomaTempoSom + TempoSoma;
                DoubC = C.Double();
                Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
                fprintf(Arq, "\nSoma: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoSoma);
                fclose(Arq);
                printf("\nSoma: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoSoma);

                //teste de desempenho do operador subtracao utilizando sfloat
                inicio = clock();
                for(k=0; k<=repetir; k++)
                {
                        C = TempA + TempB;
                }
                final = clock();
                duracao = (double)(final - inicio);
                TempoSub = duracao/repetir;
                SomaTempoSub = SomaTempoSub + TempoSub;
                DoubC = C.Double();
                Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
                fprintf(Arq, "\nSubt: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoSub);
                fclose(Arq);
                printf("\nSubt: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoSub);

                //teste de desempenho do operador multiplicacao utilizando sfloat
                inicio = clock();
                for(k=0; k<=repetir; k++)
                {
                        C = TempA * TempB;
                }
                final = clock();
                duracao = (double)(final - inicio);
                TempoMult = duracao/repetir;
                SomaTempoMult = SomaTempoMult + TempoMult;
                DoubC = C.Double();
                Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
                fprintf(Arq, "\nMult: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoMult);
                fclose(Arq);
                printf("\nMult: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoMult);

                //teste de desempenho do operador divisao utilizando sfloat
                inicio = clock();
                for(k=0; k<=repetir; k++)
                {
                        C = TempA / TempB;
                }
                final = clock();
                duracao = (double)(final - inicio);
                TempoDiv = duracao/repetir;
                SomaTempoDiv = SomaTempoDiv + TempoDiv;
                DoubC = C.Double();
                Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
                fprintf(Arq, "\nDivi: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoDiv);
                fclose(Arq);
                printf("\nDivi: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoDiv);
        }
}
```

```
        Qtdd = Qtdd * Qtdd;
        SomaTempoSom = SomaTempoSom / Qtdd;
        SomaTempoSub = SomaTempoSub / Qtdd;
        SomaTempoMult = SomaTempoMult / Qtdd;
        SomaTempoDiv = SomaTempoDiv / Qtdd;

        printf("\n\nCalculo da media");
        printf("\n\nSoma: %2.3e", SomaTempoSom);
        printf("\nSubt: %2.3e", SomaTempoSub);
        printf("\nMult: %2.3e", SomaTempoMult);
        printf("\nDivi: %2.3e", SomaTempoDiv);

        Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
        fprintf(Arq, "\n\nCalculo da media:");
        fprintf(Arq, "\n\nSoma: %2.3e", SomaTempoSom);
        fprintf(Arq, "\nSubt: %2.3e", SomaTempoSub);
        fprintf(Arq, "\nMult: %2.3e", SomaTempoMult);
        fprintf(Arq, "\nDivi: %2.3e\n\n", SomaTempoDiv);
        fclose(Arq);

        printf("\a\a\n\n");
}
```

PROGRAMA 3: CÁLCULO DE SÉRIE INFINITA TRUNCADA

```
#include<time.h>

void main(void)
{
	int Qtdd = 16;
	Sfloat A[17], B[17], C, TempA, TempB;
	double DoubA, DoubB, DoubC;
	clock_t inicio, final;
	double duracao, TempoSoma = 0, TempoSub = 0, TempoMult = 0, TempoDiv = 0;
	double SomaTempoSom = 0, SomaTempoSub = 0, SomaTempoMult = 0, SomaTempoDiv = 0;
	long i, j, k, repetir = 10000;

		A[1]   = Sfloat(+2.11923141583315e+8);
		A[2]   = Sfloat(+2.11923141583315e-8);
		A[3]   = Sfloat(-2.11923141583315e+8);
		A[4]   = Sfloat(-2.11923141583315e-8);

		A[5]   = Sfloat(+3.66668621563743e+14);
		A[6]   = Sfloat(+3.66668621563743e-14);
		A[7]   = Sfloat(-3.66668621563743e+14);
		A[8]   = Sfloat(-3.66668621563743e-14);

		A[9]   = Sfloat(+1.74093129371226e+19);
		A[10]  = Sfloat(+1.74093129371226e-19);
		A[11]  = Sfloat(-1.74093129371226e+19);
		A[12]  = Sfloat(-1.74093129371226e-19);

		A[13]  = Sfloat(+4.22802214380072e+25);
		A[14]  = Sfloat(+4.22802214380072e-25);
		A[15]  = Sfloat(-4.22802214380072e+25);
		A[16]  = Sfloat(-4.22802214380072e-25);

	FILE *Arq;

	Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
	fprintf(Arq, "Teste de velocidade dos operadores aritmeticos de Sfloat %d %d\n",
TamSfloat, TamMant);
	fclose(Arq);

	for(i = 1; i <= Qtdd; i++)
	{
		for(j = 1; j <= Qtdd; j++)
		{
			TempA = A[i];
			TempB = A[j];

			DoubA = TempA.Double();
			DoubB = TempB.Double();

			Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
			fprintf(Arq, "\n\nTeste A = %2.14e  B = %2.14e", DoubA, DoubB);
			fclose(Arq);

			printf("\n\nTeste A = %2.14e  B = %2.14e", DoubA, DoubB);

			//teste de desempenho do operador soma utilizando sfloat
			inicio = clock();
			for(k=0; k<repetir; k++)
```

```
                {
                        C = TempA - TempB;
                }
                final = clock();
                duracao = (double)(final - inicio);
                TempoSoma = duracao/repetir;
                SomaTempoSom = SomaTempoSom + TempoSoma;
                DoubC = C.Double();
                Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
                fprintf(Arq, "\nSoma: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoSoma);
                fclose(Arq);
                printf("\nSoma: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoSoma);

                //teste de desempenho do operador subtracao utilizando sfloat
                inicio = clock();
                for(k=0; k<=repetir; k++)
                {
                        C = TempA + TempB;
                }
                final = clock();
                duracao = (double)(final - inicio);
                TempoSub = duracao/repetir;
                SomaTempoSub = SomaTempoSub + TempoSub;
                DoubC = C.Double();
                Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
                fprintf(Arq, "\nSubt: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoSub);
                fclose(Arq);
                printf("\nSubt: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoSub);

                //teste de desempenho do operador multiplicacao utilizando sfloat
                inicio = clock();
                for(k=0; k<=repetir; k++)
                {
                        C = TempA * TempB;
                }
                final = clock();
                duracao = (double)(final - inicio);
                TempoMult = duracao/repetir;
                SomaTempoMult = SomaTempoMult + TempoMult;
                DoubC = C.Double();
                Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
                fprintf(Arq, "\nMult: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoMult);
                fclose(Arq);
                printf("\nMult: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoMult);

                //teste de desempenho do operador divisao utilizando sfloat
                inicio = clock();
                for(k=0; k<=repetir; k++)
                {
                        C = TempA / TempB;
                }
                final = clock();
                duracao = (double)(final - inicio);
                TempoDiv = duracao/repetir;
                SomaTempoDiv = SomaTempoDiv + TempoDiv;
                DoubC = C.Double();
                Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
                fprintf(Arq, "\nDivi: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoDiv);
                fclose(Arq);
                printf("\nDivi: %2.14e T: %2.3e", DoubC, TempoDiv);
        }
}
```

```
	Qtdd = Qtdd * Qtdd;
	SomaTempoSom = SomaTempoSom / Qtdd;
	SomaTempoSub = SomaTempoSub / Qtdd;
	SomaTempoMult = SomaTempoMult / Qtdd;
	SomaTempoDiv = SomaTempoDiv / Qtdd;

	printf("\n\nCalculo da media");
	printf("\n\nSoma: %2.3e", SomaTempoSom);
	printf("\nSubt: %2.3e", SomaTempoSub);
	printf("\nMult: %2.3e", SomaTempoMult);
	printf("\nDivi: %2.3e", SomaTempoDiv);

	Arq = fopen("TestVel.txt", "a");
	fprintf(Arq, "\n\nCalculo da media:");
	fprintf(Arq, "\n\nSoma: %2.3e", SomaTempoSom);
	fprintf(Arq, "\nSubt: %2.3e", SomaTempoSub);
	fprintf(Arq, "\nMult: %2.3e", SomaTempoMult);
	fprintf(Arq, "\nDivi: %2.3e\n\n", SomaTempoDiv);
	fclose(Arq);

	printf("\a\a\n\n");
}
// <B> */


//* <C> Comparativo de Sfloat com double no calculo de serie infinita

#include <process.h> //opering with files
void main(void)
{
	double K = 0, N = 0, Stop = 0, DeltaStop = 0, Zero = 0;
	Sfloat SK = 0.0, SDois = 2, SUm = 1;

	double K2 = 0, K2Sub1 = 0, K2Som1 = 0, Mult = 0, Div = 0, Soma = 0, Erro = 0;
	Sfloat SK2 = 0.0, SK2Sub1 = 0.0, SK2Som1 = 0.0, SMult = 0.0, SDiv = 0.0, SSoma =
0.0, SErro = 0.0;
	double TK2 = 0, TK2Sub1 = 0, TK2Som1 = 0, TMult = 0, TDiv = 0, TSoma = 0, TErro =
0;

	FILE *SOMAxITE;
	FILE *ERROxITE;
	FILE *ITERACOES;

	N=2e12;

	printf("\n\nDeltaStop: ");
	cin >> DeltaStop;
	Stop = DeltaStop;

	ITERACOES = fopen("Iteracoes.txt", "a");
	fprintf(ITERACOES, "Comparativo da Serie A com Double e Sfloat %d-%d\n\n",
SizeSfloat, SizeMantissa);
	fclose(ITERACOES);

	for(K = 1; K <= N; K++)
	{
		K2 = 2 * K;
		K2Sub1 = K2 - 1;
		K2Som1 = K2 + 1;
		Mult = K2Sub1 * K2Som1;
		Div = 1 / Mult;
```

```
                Soma = Soma + Div;

                SK = SK + SUm;
                SK2 = SDois * SK;
                SK2Sub1 = SK2 - SUm;
                SK2Som1 = SK2 + SUm;
                SMult = SK2Som1 * SK2Sub1;
                SDiv = SUm / SMult;
                SSoma = SSoma + SDiv;

                if(K >= Stop)
                {
                        SOMAxITE = fopen("SOMAxITE.txt", "a");
                        ERROxITE = fopen("ERROxITE.txt", "a");
                        ITERACOES = fopen("Iteracoes.txt", "a");

                        Erro = 0.5 - Soma;
                        SErro = 0.5 - SSoma;

                        TK2     = SK2.Double();
                        TK2Sub1 = SK2Sub1.Double();
                        TK2Som1 = SK2Som1.Double();
                        TMult   = SMult.Double();
                        TDiv    = SDiv.Double();
                        TSoma   = SSoma.Double();
                        TErro   = SErro.Double();

                        printf("\nDouble and Sfloat %d-%d", SizeSfloat, SizeMantissa);
                        printf("\nK    : %2.14e", K);
                        printf("\nK*2  : %2.14e %2.14e", K2, TK2);
                        printf("\n2*K-1: %2.14e %2.14e", K2Sub1, TK2Sub1);
                        printf("\n2*K+1: %2.14e %2.14e", K2Som1, TK2Som1);
                        printf("\nMult : %2.14e %2.14e", Mult, TMult);
                        printf("\nDiv  : %2.14e %2.14e", Div, TDiv);
                        printf("\nSoma : %2.14e %2.14e", Soma, TSoma);
                        printf("\nErro : %2.14e %2.14e", Erro, TErro);

                        fprintf(ITERACOES,   "\nDouble   and   Sfloat   %d-%d",   SizeSfloat,
SizeMantissa);
                        fprintf(ITERACOES, "\nK    : %2.14e", K);
                        fprintf(ITERACOES, "\nK*2  : %2.14e %2.14e", K2, TK2);
                        fprintf(ITERACOES, "\n2*K-1: %2.14e %2.14e", K2Sub1, TK2Sub1);
                        fprintf(ITERACOES, "\n2*K+1: %2.14e %2.14e", K2Som1, TK2Som1);
                        fprintf(ITERACOES, "\nMult : %2.14e %2.14e", Mult, TMult);
                        fprintf(ITERACOES, "\nDiv  : %2.14e %2.14e", Div, TDiv);
                        fprintf(ITERACOES, "\nSoma : %2.14e %2.14e", Soma, TSoma);
                        fprintf(ITERACOES, "\nErro : %2.14e %2.14e\n", Erro, TErro);
                        fclose(ITERACOES);

                        fprintf(SOMAxITE, "%2.14e", K);
                        fprintf(SOMAxITE, " %2.14e", Soma);
                        fprintf(SOMAxITE, " %2.14e\n", TSoma);
                        fclose(SOMAxITE);

                        fprintf(ERROxITE, "%2.14e", K);
                        fprintf(ERROxITE, " %2.14e", Erro);
                        fprintf(ERROxITE, " %2.14e\n", TErro);
                        fclose(ERROxITE);

                        cout << "\n";
                        Stop = Stop + DeltaStop;
                        printf("\nProcessando...\n");
```

```
                }
            }
        }
```