



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Ilha Solteira

EDUARDO ALVES FREITAS

# **Teoria de Antenas: Análise Teórica e Experimental da Antena do Tipo Ground**

ILHA SOLTEIRA – SP

2023

EDUARDO ALVES FREITAS

# **Teoria de Antenas: Análise Teórica e Experimental da Antena do Tipo Ground**

Trabalho de Graduação apresentado ao Programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista – UNESP, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista. Campus: Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS).

Prof. Dr. Cláudio Kitano

Orientador

ILHA SOLTEIRA – SP

2023

FICHA CATALOGRÁFICA  
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

F866t Freitas, Eduardo Alves.  
Teoria de antenas: análise teórica e experimental da antena do tipo ground / Eduardo Alves Freitas. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2023  
98 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Elétrica) -  
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2023

Orientador: Cláudio Kitano

Inclui bibliografia

1. Antena ground-plane. 2. Linhas de transmissão. 3. Diagrama de irradiação.  
4. Resposta em frequência.

**ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE GRADUAÇÃO**

Aos Dezenove dias do mês de Janeiro do ano de dois mil e vinte e três, o discente **EDUARDO ALVES FREITAS**, matriculada sob o nº **151051161**, tendo como banca examinadora o seu orientador, o *Prof. Dr. Cláudio Kitano*, o *Prof. Dr. Carlos Antônio Alves* e a *Dra. Stephany de Souza Lyra*, apresentou o Trabalho de Graduação intitulado "**TEORIA DE ANTENAS: ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DA ANTENA DO TIPO GROUND**". Obtendo a nota 8,0 (oit) e conceito Aprovado.



Prof. Dr. Cláudio Kitano

- Orientador -



Eduardo Alves Freitas

- Discente -



Prof. Dr. Carlos Antônio Alves

- Membro da Banca -



Dra. Stephany de Souza Lyra

- Membro da Banca -

Ao meu Professor e orientador Cláudio Kitano, por toda a paciência, perseverança e suporte durante todo o período deste projeto. Aos meus pais, Eder e Geusa, que nunca deixaram de acreditar em minha pessoa e deram todo o discernimento para chegar até aqui. À minha eterna companheira, Gabriele, que sempre me apoiou e esteve comigo em todos os momentos. Ao meu tio Renato, que topou fazer parte deste projeto e foi indispensável para sua conclusão. Aos meus avós, que sempre me serviram de inspiração para melhorar a cada dia. Aos meus amigos de classe, Caio e Hugo, que mostraram o real sentido de irmandade entre as pessoas. O meu mais sincero obrigado a todos.

# Resumo

Atualmente, as antenas são dispositivos que desempenham um papel muito importante no ramo de telecomunicações. É através delas que ocorre a transferência de energia em forma de onda eletromagnética de um transmissor para um receptor de sinal elétrico.

No programa de estudos iniciado em 2006 na Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, foram estudados diversos tipos de antenas, tais como: dipolos simples, dipolos dobrados, antena de fenda, Yagi-Uda, entre outros. O objetivo deste relatório é abordar os conceitos físicos e modelos matemáticos que permitem o esclarecimento de propriedades da Antena *Ground-Plane*, bem como a determinação de sua largura de banda pelo gráfico de resposta em frequência e, o levantamento de seus diagramas de irradiação para suas configurações.

**Palavras-chave:** Antena *Ground-Plane*. Linhas de transmissão. Diagrama de irradiação. Resposta em frequência.

# Abstract

Currently, antennas are devices that play a very important role in the telecommunications industry. It is through them that the transfer of energy in the form of electromagnetic waves from a transmitter to a receiver of an electrical signal occurs.

In the study program started in 2006 at the Faculty of Engineering of Ilha Solteira, several types of antennas were studied, such as: simple dipoles, folded dipoles, slot antenna, Yagi-Uda, among others. The objective of this report is to address the physical concepts and mathematical models that allow the clarification of properties of the Ground-Plane Antenna, as well as the determination of its bandwidth by the frequency response graph and, the survey of its irradiation diagrams for its settings.

**Keywords:** Ground-Plane Antenna. Transmission lines. Irradiation diagram. Frequency response.

# Sumário

RESUMO.....	4
ABSTRACT .....	5
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
1.1 Antenas monopolo aterrada .....	11
1.2 O sistema <i>counterpoise</i> .....	13
1.3 Objetivo .....	14
1.4 Apresentação do relatório.....	15
<b>2 FUNDAMENTOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO .....</b>	<b>16</b>
2.1 Circuitos Concentrados e Distribuídos.....	16
2.2 Ondas de tensão e corrente na linha de transmissão.....	18
2.3 Impedância de onda.....	22
2.4 Coeficiente de reflexão ( $\Gamma$ ) .....	23
2.5 Gerador e carga descasados com a linha de transmissão .....	25
2.6 Ondas de tensão e corrente referidas à carga .....	27
2.7 Taxa de onda estacionária (SWR).....	29
2.8 Exemplos ilustrativos .....	30
2.9 Distribuição de corrente em antenas lineares de onda estacionária .....	32
<b>3 TEORIA DE ANTENAS: ANTENA DIPOLO.....</b>	<b>35</b>
3.1 Função Potencial Vetorial.....	35
3.2 Soluções das equações de ondas .....	38
3.3 Dedução dos campos eletromagnéticos da antena dipolo curto .....	39

3.4 Vetor de Poynting .....	42
3.5 Diagrama de irradiação .....	43
3.6 O Vetor de irradiação para campos distantes.....	44
3.7 Antena dipolo com distribuição de corrente senoidal .....	47
3.7.1 Antena dipolo de meia onda ( $L = \lambda/2$ ).....	49
3.8 Resposta em frequência e largura de banda .....	51
<b>4 A ANTENA <i>GROUND-PLANE</i> .....</b>	<b>53</b>
4.1 Antena-imagem.....	53
4.2 Antena monopolo vertical de $\lambda/4$ e plano terra.....	55
4.3 Antena monopolo vertical de $\lambda/4$ com <i>ground-plane</i> artificial (antena <i>ground-plane</i> ).....	57
4.4 Sobre o Sistema <i>Counterpoise</i> .....	58
4.5 Número e tamanho do <i>counterpoise</i> .....	60
4.6 Largura de banda da antena <i>ground</i> .....	60
4.7 Padrão de irradiação da antena monopolo .....	61
4.8 Ganho da antena <i>ground</i> .....	62
<b>5 EQUIPAMENTOS UTILIZADOS .....</b>	<b>64</b>
5.1 Gerador de RF .....	64
5.2 Antena <i>ground-plane</i> .....	65
5.3 Medidor de campo FSM/LA.....	65
5.4 Multímetro .....	66
5.5 Base acrílica, pedestal, cabos coaxiais e terminações de carga .....	67
5.6 A ponte reflectométrica.....	67
5.6.1 Perda de retorno .....	68

5.6.2 Funcionamento do <i>Rho-tector</i> .....	69
<b>6 PROCEDIMENTOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>74</b>
6.1 Fundamentos de Medição de Antenas .....	74
6.2 Antenna Range.....	76
6.3 Medições padrão de campo distante .....	78
6.4 Resposta em frequência da antena <i>ground-plane</i> .....	79
6.4.1 Resultados.....	81
6.4.1.1 Antena <i>ground</i> com elementos radiais em $135^0$ .....	81
6.4.1.2 Antena <i>ground</i> com elementos radiais em $90^0$ .....	84
6.5 Diagrama de radiação .....	86
6.5.1 Resultados.....	88
6.5.1.1 Antena <i>ground</i> com elementos radiais em $135^0$ .....	89
6.5.1.2 Antena <i>ground</i> com elementos radiais em $90^0$ .....	90
<b>7 DISCUSSÃO E CONCLUSÕES .....</b>	<b>93</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>96</b>

# 1 Introdução

O programa de estudos de antenas foi iniciado na FEIS em 2006, com a análise teórica e experimental de antenas dipolos curto e longo realizada por Miyamoto (2006). Baseado na teoria de redes de antenas (*phased-array antenna*), a antena Yagi-Uda foi estudada por Almeida (2009). Usando o conceito de densidade de corrente magnética, a antena de fenda do tipo planar (*slot antenna*) - o dual da antena dipolo, foi investigada por Mariusso (2013). No mesmo ano, Falzoni (2013) simulou e testou a antena espiral plana.

Todos esses trabalhos utilizaram antenas do kit didático sobre “Linhas de Transmissão e Antenas” da *ElettronicaVeneta* (ElettronicaVeneta, 2000) e, características de desempenho como ganho, largura de banda, taxa de onda estacionária (SWR - *Standing Wave Ratio*) na linha de transmissão que alimenta a antena e diagrama de irradiação foram simulados e comparados com os resultados experimentais.

Em todos os estudos, o modelo matemático baseado na teoria eletromagnética foi apresentado, proporcionando aos alunos o conhecimento profundo dos fenômenos físicos e das ferramentas matemáticas envolvidos em cada tipo de antena.

Este Trabalho de Graduação se insere na linha de pesquisa em antenas na FEIS, e dá sequência à investigação de um novo modelo: a antena do tipo *ground*, também chamada de antena monopolo com *counterpoise*. Serão apresentados os estudos teóricos e os procedimentos experimentais - em campo, envolvidos na caracterização deste tipo de antena, bastante utilizada em aplicações comuns como: comunicações veicular e aérea, SIGINT (*signal intelligence*) e ISR (*intelligence, surveillance, and reconnaissance*), nas frequências de UHF (*Ultra High Frequency*, com faixa de 300 MHz a 3 GHz) e VHF (*Very High Frequency*, em torno de 30 a 300 MHz).

## 1.1 Antenas monopolo aterrada

Em telecomunicação de rádio, as antenas monopolo usadas em baixas frequências, como os mastros irradiadores usados para transmissão AM (amplitude modulada, com faixa de

frequência no Brasil em torno de 535 a 1670 kHz), exigem que o radiotransmissor seja conectado eletricamente ao solo sob a antena (ver Figura 1a). O aterramento deve ter uma resistência elétrica baixa, porque qualquer resistência na conexão do aterramento dissipará a energia do transmissor.

Todavia, uma parte substancial da energia fornecida à antena pode ser absorvida no solo próximo à base. Para reduzir essa perda, é instalado um sistema de aterramento. Os sistemas de aterramento podem assumir várias formas:

1. Um leque de fios radiais situado na superfície do solo ou enterrado a alguns centímetros abaixo;
2. Uma grade retangular de fios;
3. Haste(s) de aterramento;
4. Fios elevados (não enterrados) na forma de *counterpoise* (“aterramento capacitivo”).

A escolha do sistema de terra será ditada pelo comprimento de onda operacional, espaço disponível, características mecânicas do solo (ou seja, arenoso, argiloso, pedregoso, etc.), recursos disponíveis, etc. Entretanto, como o enfoque deste trabalho está na antena *ground-plane*, ênfase será dedicada ao estudo do sistema *counterpoise*, como o mostrado na Figura 1b. Quando um capacitor é usado entre o monopolo e o *counterpoise*, o sistema é designado como “aterramento capacitivo”.

Figura 1 - Antenas monopolo. (a) Radiador de mastro com plano terra. (b) Antena monopolo com sistema *counterpoise*.



(a)



(b)

Fonte: Wikipedia (2023).

## 1.2 O sistema *counterpoise*

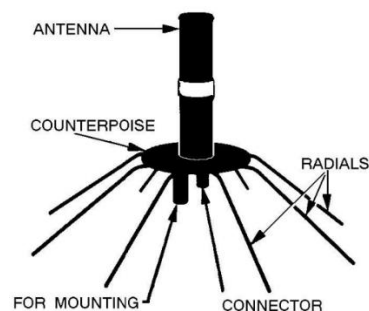
Aterramentos de baixa resistência para transmissores de rádio são normalmente construídos com uma rede de cabos enterrados na terra. Contudo, em áreas secas, em solos arenosos ou rochosos, o aterramento tem alta resistência, portanto, uma conexão de aterramento de baixa resistência não pode ser feita. Outro problema surge em instalações móveis (veículos, aeronaves, embarcações), onde obviamente não é possível usar uma conexão de aterramento real (físico). Nestes casos, um ‘terra’ simulado é usado.

Para aplicações móveis, tal ‘terra’ simulado consiste na própria carcaça do veículo. A montagem da antena normalmente permitirá uma conexão adequada à carcaça do veículo, às vezes usando uma conexão capacitiva.

Já em aplicações fixas, o ideal seria que o ‘terra’ simulado fosse um aterramento de RF perfeitamente condutor e infinito. Não obstante, na falta dessa idealidade, uma solução interessante é o chamado *counterpoise*, como mostrado na Figura 1b. O *counterpoise* pode ser usado com transmissores ou receptores de rádio quando um aterramento normal não pode ser usado devido à alta resistência do solo ou quando uma antena é montada acima do nível do solo, como por exemplo, no alto de um prédio. De fato, para instalações VHF e UHF, a altura é obviamente importante e as antenas precisam ser levantadas para garantir que estejam acima das obstruções próximas, e assim, a antena *counterpoise* instaladas em altas edificações constitui uma excelente opção.

Como mostrado na Figura 2, um *counterpoise* é uma rede de hastes (chamados radiais), cabos ou fios horizontais suspensos (uma tela de metal), usada como um substituto para uma conexão de aterramento em um sistema de antena de rádio (Wikipedia, 2022).

Figura 2 - Sistema *counterpoise*.



Fonte: Wikipedia (2022).

Etimologicamente, o termo *counterpoise* tem duas raízes: *counter*, que significa ‘na direção oposta’; e *poise*, que significa ‘um estado de equilíbrio’ (Owen Duffy, 2021). Desta maneira, o uso em uma antena de um quarto-de-onda, onde o plano de terra é constituído por um sistema de pares de condutores radiais opostos e transportando correntes iguais em direções opostas, pode ser descrito como um *counterpoise*. O efeito dessas correntes ao campo distante se equilibra e o sistema radial não contribui para a intensidade global do campo distante. Em contraste, a antena de plano de terra que possui todos os pares de radiais opostos, exceto um, o qual foi removido, sai da condição de equilíbrio e não constitui um *counterpoise*; o radial restante, sem o seu par em oposição, transporta corrente que contribui para o campo distante, assim perturbando tal campo.

Uma antena de plano de terra com muitos pares de radiais opostos produz um cancelamento quase perfeito dos efeitos da corrente radial sobre o campo distante. Quanto mais pares, mais perfeito é o cancelamento no espaço tridimensional. No entanto, o cancelamento é bastante bom até mesmo para três radiais simétricos, como no caso da antena utilizada neste trabalho e que está ilustrado na Figura 3.

Figura 3 - Antena *ground* ou monopolo com *counterpoise* de três elementos elevados.



Fonte: [https://www.spectratech.gr/en/product/41149/Mipro\\_AT-70?path=.](https://www.spectratech.gr/en/product/41149/Mipro_AT-70?path=)

### 1.3 Objetivo

Neste trabalho de graduação (TG) pretende-se realizar a análise teórica e experimental da antena do tipo *ground* operando na faixa de UHF: levantamento da resposta em frequência de operação e do diagrama polar de radiação da antena disponível no kit LA/EV, da ElettronicaVeneta.

#### **1.4 Apresentação do relatório**

Este relatório de TG é constituído por sete capítulos, incluindo esta Introdução. No Capítulo 2, apresentam-se os “Fundamentos de Linhas de Transmissão” (circuitos distribuídos) por serem parte integrante do sistema das antenas. No Capítulo 3 – “Teoria de Antenas: Antena Dipolo”, é retratada a teoria clássica da antena dipolo curto, cuja formulação será adaptada para desenvolver o próximo capítulo. No Capítulo 4 – “A Antena *Ground-Plane*” é explicado o princípio de funcionamento da antena do tipo *ground*, também chamada de antena monopolo com *counterpoise*. No Capítulo 5 – “Equipamentos Utilizados”, são apresentados os equipamentos usados na medição, em particular, é explicado o princípio de funcionamento da “Ponte Reflectométrica”. A descrição dos procedimentos experimentais e a apresentação dos resultados obtidos são exibidos no Capítulo 6 – “Procedimentos e Resultados Experimentais”. As conclusões e discussões estão registradas no Capítulo 7. Por fim, registram-se as “Referências Bibliográficas” consultadas na confecção do texto do TG.

## 2 Fundamentos de Linhas de Transmissão

No estudo de circuitos e/ou sistemas em rádio frequência (RF), a teoria de linhas de transmissão constitui um tópico fundamental. Neste capítulo, serão abordados conceitos imprescindíveis para estabelecer a distribuição de corrente na antena *ground plane* analisada em sequência, bem como os procedimentos experimentais adotados no Capítulo 6.

Dessa maneira, conceitos como: constante de propagação, coeficiente de reflexão e taxa de onda estacionária, serão apresentados e discutidos em detalhes.

### 2.1 Circuitos Concentrados e Distribuídos

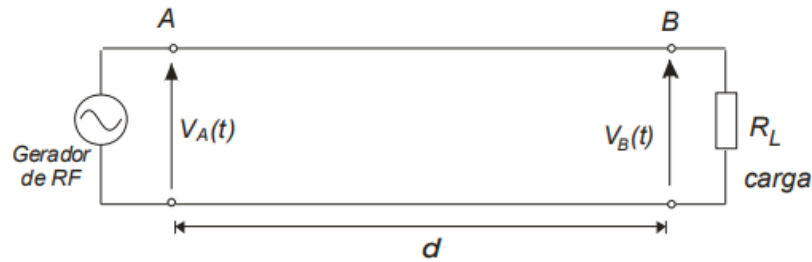
Em telecomunicações, as linhas de transmissão (LT) são meios utilizados para transportar informações de um ponto a outro, distantes no espaço. Constituem exemplos de LT: par de fios paralelos, cabos coaxiais e microlinha de fitas (Kraus, 1999).

Analisando o uso da condução de sinais operando em baixa frequência, por exemplo, em regime permanente em 60 Hz e quando os circuitos possuem dimensões muito inferiores a um comprimento de onda ( $\lambda$ ), é empregada a teoria de circuitos concentrados, em particular, as leis de Kirchhoff. Caso contrário, a utilização da teoria de LT se faz necessária, como nas aplicações das linhas de transmissão de energia elétrica nos sistemas de potência, os quais são conduzidos sinais a quilômetros de distância de um ponto a outro.

Sob outro ponto de vista, caso a frequência de operação seja elevada (da ordem de MHz, por exemplo), a teoria de circuitos concentrados deixa de ser suficiente, mesmo quando se considera pequena a extensão física dos circuitos.

A título de ilustração, considere-se o circuito de RF mostrado na Figura 4, o qual alimenta uma carga  $R_L$  com uma fonte de tensão  $V_A$  do gerador e opera na frequência  $f = 100 \text{ MHz} = 10^8 \text{ Hz}$ .

Figura 4 - Circuito de uma carga  $R_L$  alimentada por um gerador com tensão de saída  $V_A$ .



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Sendo assim, a tensão no ponto A (saída do gerador de RF) pode ser expressa como:

$$V_A(t) = V_0 \text{sen}[2\pi 10^8 t] \quad (1)$$

onde,  $V_0$  é a amplitude da tensão.

Se o ponto B estiver à distância  $d = 1,5$  m do ponto A, considerando-se  $c$  como a velocidade da luz, haverá um retardo  $\tau$  dado por:

$$\tau = \frac{d}{c} = \frac{1,5}{3 \times 10^8} = 5 \times 10^{-9} \text{ s} \quad (2)$$

consequentemente, a tensão no ponto B estará atrasada da tensão no ponto A, e será descrita por,

$$V_B(t) = V_0 \text{sen}[2\pi f(t - \tau)] = V_0 \text{sen}[2\pi 10^8(t - 5 \times 10^{-9})] \neq -V_A(t) \quad (3)$$

Logo, na frequência de 100 MHz, o retardo de propagação do sinal não pode ser desconsiderado. A 1,5 m de distância do gerador e devido ao retardo  $\tau$ , o sinal encontrar-se-á em contra-fase relativamente entre A e B, existindo uma diferença de fase equivalente a

$$\Delta\phi = 2\pi \times 10^8(0,5 \times 10^{-8}) = \pi \text{ rad} \quad (4)$$

e assim,

$$V_B(t) = -V_A(t). \quad (5)$$

Por outro lado, operando-se em  $f = 60$  Hz o retardo  $\tau$  continua o mesmo, porém a diferença de fases será

$$\Delta\phi = 2\pi \times 60(0,5 \times 10^{-8}) = 1,9 \times 10^{-6}rad \quad (6)$$

isto é, consideravelmente nula. Isto significa que  $v_B(t) \cong v_A(t)$ , assim dizendo, que as tensões nos pontos A e B oscilam simultaneamente, mesmo estando a 1,5 m de distância entre si. Esta ideia reflete o conceito de circuito concentrado: aplicando-se uma tensão em A, está aparece instantaneamente em B. O retardo de propagação ( $\tau$ ) é considerado desprezível.

Em termos de comprimento de onda, na frequência de 100 MHz, tem-se (Kraus,1999):

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{10^8 s} = 3m \quad (7)$$

indicando que  $d = 1,5$  m corresponde a  $\lambda/2$ . Neste caso,  $d$  é da ordem de grandeza de  $\lambda$ . Já quando  $f = 60$  Hz, tem-se

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{60 s} = 5000km \quad (8)$$

ou seja,  $d = 1,5$  m é insignificante comparado com  $\lambda$ .

Em resumo: se  $d$  for maior (ou da mesma ordem de grandeza) que  $\lambda$ , ou, se o retardo  $\tau$  for de mesma ordem de grandeza que o período  $T = 1/f$  do sinal, então, a ideia de circuito concentrado não mais se aplica à realidade, devendo-se recorrer ao conceito de circuito distribuído, ou de LT, que será apresentado na próxima seção. A título de ilustração, cita-se que, neste caso, as Leis de Kirchhoff não serão mais adequadas. De fato, aplicando-se a 2ª lei de Kirchhoff no circuito da Figura 4, operando-se em  $f = 100$  MHz e considerando o condutor como ideal, tem-se

$$v_A(t) - v_B(t) = v_A(t) - (-v_A(t)) = 2v_A(t) \neq 0 \quad (9)$$

Assim, a soma das tensões elétricas ao longo da malha, não é nula. Pode-se mostrar também, que a soma das correntes em um nó, não mais se aplica em tal situação.

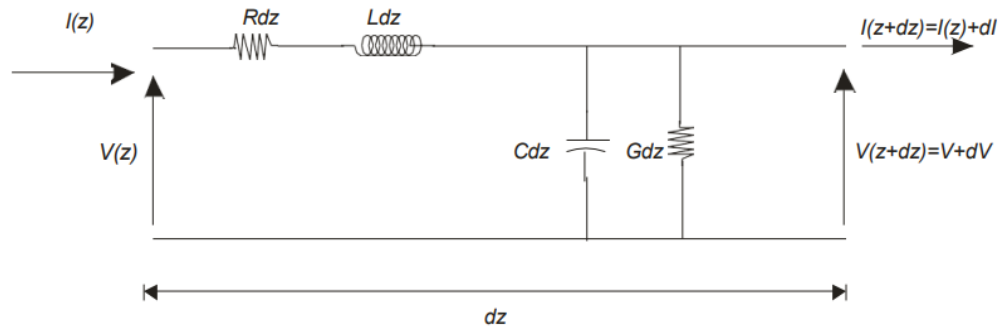
## 2.2 Ondas de tensão e corrente na linha de transmissão

Mesmo que uma LT se comporte como um circuito distribuído, um trecho infinitesimal com comprimento  $dz$ , onde  $z$  é a coordenada longitudinal, pode ser interpretado como um circuito concentrado. De fato, conforme discutido na seção anterior, se este elemento diferencial

de LT é muito menor que o comprimento de onda, o circuito pode ser modelado pela teoria de circuitos concentrados.

Segundo o eletromagnetismo, demonstra-se que o circuito equivalente a um trecho de LT, com comprimento  $dz$ , tem a forma mostrada na Figura 5 (Kraus, 1999).

Figura 5 - Elemento diferencial de linha de transmissão em circuito concentrado.



Fonte: Adaptado de (Kraus, 1999).

onde  $dz$  - representa o comprimento infinitesimal do trecho de LT;

$V(z)$  - tensão na linha em função do comprimento (V/m);

$R$  - resistência da linha por unidade de comprimento ( $\Omega/m$ );

$L$  - indutância por unidade de comprimento (L/m);

$G$  - condutância por unidade de comprimento ( $1/\Omega.m$ );

$C$  - capacitância por unidade de comprimento (F/m);

$I(z)$  - corrente conduzida na linha em função do comprimento (A/m).

A notação  $V(z)$  ou  $I(z)$  significa que, a tensão ou corrente na linha, assumem diferentes valores para cada  $z$ , sendo que, esta variação ocorre de forma contínua no circuito, desde o gerador até a carga. A seguir, serão obtidas expressões para as ondas de tensão e corrente,  $V(z)$  e  $I(z)$ , respectivamente.

Aplicando-se as 1ª e 2ª leis de Kirchhoff para o circuito da Figura 5:

$$I(z) - I(z + dz) = (Ydz)V(z + dz) \quad (10)$$

$$V(z) - V(z + dz) = Z(dz)I(z) \quad (11)$$

onde a impedância por unidade de comprimento é dada por

$$Z = R + j\omega L \quad (12)$$

e admitância por unidade de comprimento dada por

$$Y = G + j\omega C \quad (13)$$

Chamando-se  $V(z + dz) = V(z) + dV$  e  $I(z + dz) = I(z) + dI$ , (10) e (11) tornam-se

$$dI = -YV(z)dz \quad (14)$$

$$dV = -ZI(z)dz \quad (15)$$

onde os diferenciais de ordem superior foram desprezados.

As equações das ondas de tensão e de corrente na LT, serão, portanto:

$$\frac{dV(z)}{dz} = -I(z)Z \quad (16)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -YV(z) \quad (17)$$

Derivando (16) e (17) em relação a  $z$ , obtêm-se:

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} = ZYV(z) = \gamma^2V(z) \quad (18)$$

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2} = ZYI(z) = \gamma^2I(z) \quad (19)$$

onde  $\gamma$  é definida como constante de propagação da LT e é dada por

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (20)$$

Por se tratar de uma variável complexa, torna-se adequado representá-la por

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (21)$$

onde,  $\alpha$  é o fator de atenuação [ $N_p/m$ ] e  $\beta$  é o fator de fase [ $rad/m$ ].

Após algumas manipulações algébricas, (20) e (21) conduzem a:

$$\alpha = \sqrt{\frac{RG - \omega^2 LC}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)}} \quad (22)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega^2 LC - RG}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)}} \quad (23)$$

Numa LT sem perdas, tem-se  $R = 0$  e  $G = 0$ , e assim,

$$\alpha = 0 \quad (24)$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC}$$

A equação (2.17) constitui uma equação de onda envolvendo somente  $V(z)$ , enquanto (19) envolve somente  $I(z)$ . Do cálculo diferencial, sabe-se que, uma solução que satisfaz (18) é a função exponencial complexa, dessa maneira, a onda de tensão tem forma geral

$$V(z) = V_1 e^{-\gamma z} + V_0 e^{\gamma z} = V^+(z) + V^-(z) \quad (25)$$

onde,  $V_0$  e  $V_1$  são constantes a serem determinadas a partir das condições de contorno na LT. A exponencial em  $(-\gamma z)$ , corresponde à onda que se propaga no sentido  $+z$ , e a exponencial em  $(+\gamma z)$ , à onda em sentido  $-z$ .

A onda de corrente pode ser calculada a partir de (16) e (25), resultando em

$$I(z) = \frac{Y}{Z} [V_1 e^{-\gamma z} - V_0 e^{\gamma z}] = I^+(z) + I^-(z) \quad (26)$$

Define-se a impedância característica de linha de transmissão como:

$$Z_0 = \frac{Z}{\gamma} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \text{ [}\Omega\text{]} \quad (27)$$

onde foram aplicadas (12), (13) e (20).

Observa-se que, para uma linha de transmissão sem perdas ( $R = 0$  e  $G = 0$ ) é possível obter  $Z_0$  real. Alerta-se ao leitor, que um valor real de  $Z_0[\Omega]$ , portanto, não está relacionado as perdas na LT, muito pelo contrário, informa que a linha não tem perdas.

Substituindo-se (27) em (26), obtém-se a expressão para onda de corrente:

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} [V_1 e^{-\gamma z} - V_0 e^{\gamma z}] \quad (28)$$

Uma interpretação para  $Z_0$ , pode ser obtida considerando-se apenas as porções de ondas de tensão e corrente propagando-se na direção  $+z$ . Assim, de (25), (26) e (28):

$$\frac{V^+(z)}{I^+(z)} = \left[ \frac{V_1 e^{-\gamma z}}{\frac{V_1 e^{-\gamma z}}{Z_0}} \right] = Z_0 \quad (29)$$

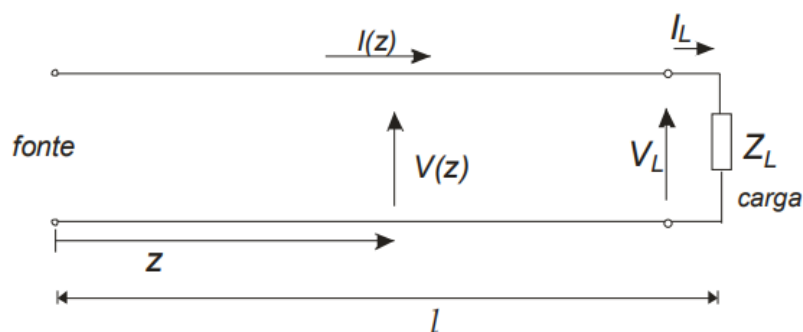
Portanto,  $Z_0$  corresponde à razão entre as ondas de tensão e corrente, propagando-se na direção  $+z$ . Assim, um valor real de  $Z_0$ , simplesmente informa o quanto  $V^+(z)$  é maior que  $I^+(z)$ , no caso onde  $Z_0 > 1$ .

### 2.3 Impedância de onda

Anteriormente, foram apresentadas as definições de impedância da LT por unidade de comprimento ( $Z$ ), a qual, está relacionada aos parâmetros da LT ( $R$  e  $L$ ) através de (12), e de impedância característica da LT ( $Z_0$ ), correspondente a razão entre as ondas de tensão e corrente, propagando-se na direção  $+z$ .

Define-se, agora, a impedância de onda ( $Z(z)$ ) que, corresponde à razão entre as ondas de tensão e corrente totais na LT. Para isto, considere-se o diagrama da Figura 6, para uma LT com comprimento  $l$ .

Figura 6 - Representação circuital da linha de transmissão.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

A impedância de onda a uma distância  $z$  do início da LT é calculada por:

$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = Z_0 \left[ \frac{V_1 e^{-\gamma z} + V_0 e^{\gamma z}}{V_1 e^{-\gamma z} - V_0 e^{\gamma z}} \right] \quad (30)$$

onde foram usadas (25) e (28).

#### 2.4 Coeficiente de reflexão ( $\Gamma$ )

Conforme informa (25), quando uma onda de tensão incidente se propaga na direção  $+z$ , segundo  $V^+(z)$ , atingindo a posição de carga  $R_L$  mostrada na Figura ,6 ocorre uma reflexão, cuja onda associada, propaga-se na direção  $-z$ , segundo  $V^-(z)$ .

O coeficiente de reflexão de tensão num ponto qualquer da linha é definido como:

$$\Gamma(z) = \frac{\text{onda}_{refletida}}{\text{onda}_{incidente}} = \frac{V^-(z)}{V^+(z)} = \frac{V_0 e^{\gamma z}}{V_1 e^{-\gamma z}} \quad (31)$$

Na posição de carga, as tensões incidente ( $V_i$ ) e refletida ( $V_r$ ) podem ser representadas por:

$$V_i = V^+(z = l) = V_1 e^{-\gamma l} \quad (32)$$

$$V_r = V^-(z = l) = V_0 e^{\gamma l} \quad (33)$$

a partir das quais, define-se o coeficiente de reflexão na carga:

$$\Gamma_L = \Gamma(z = l) = \frac{V_0 e^{\gamma l}}{V_1 e^{-\gamma l}} \quad (34)$$

A expressão (31), também pode ser escrita como

$$\Gamma(z) = \frac{V_0 e^{\gamma l} e^{\gamma(z-l)}}{V_1 e^{-\gamma l} e^{-\gamma(z-l)}} \quad (35)$$

ou, com o auxílio de (24)

$$\Gamma(z) = \Gamma_L e^{2\gamma(z-l)} \quad (36)$$

onde o termo  $e^{2\gamma(z-l)}$  pode ser considerado um fator de correção para  $\Gamma_L$  quando  $z \neq l$ .

A partir de (30) e (36), pode-se mostrar que, a impedância de onda relaciona-se com o coeficiente de reflexão  $\Gamma(z)$  através de:

$$Z(z) = Z_0 \left[ \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} \right] \quad (37)$$

Como se observa, se  $\Gamma_L = 0$ , então,  $\Gamma(z) = 0$  para todo  $z$ , e,  $Z(z) = Z_0$ . Assim,  $Z_0$  corresponde ao valor de impedância que seria medida em um dado ponto de LT, se esta fosse infinita, ou seja, se não houvesse nenhuma componente de onda refletida.

Na posição da carga  $z = l$ , o circuito da Figura 6 informa que

$$V_L = Z_L \cdot I_L = V(z = l) = V_i + V_r \quad (38)$$

onde:  $V_i$  e  $V_r$  são amplitudes das ondas incidentes e refletida na posição  $z = l$ . Por outro lado, (28), (32) e (33) conduzem a

$$I_L = I(z = l) = \frac{V_i}{Z_0} - \frac{V_r}{Z_0} \quad (39)$$

As expressões (38) e (39) constituem um sistema 2x2 nas variáveis  $V_i$  e  $V_r$ , cujas soluções são:

$$V_i = \frac{V_L + Z_0 I_L}{2} = I_L \left[ \frac{Z_L + Z_0}{2} \right] \quad (40)$$

$$V_r = \frac{V_L - Z_0 I_L}{2} = I_L \left[ \frac{Z_L - Z_0}{2} \right] \quad (41)$$

Além disso, usando-se (32), (33) e (34), obtém-se uma expressão mais adequada para  $\Gamma_L$ , ou seja

$$\Gamma_L = \frac{V_r}{V_i} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (42)$$

Esta equação, informa que  $\Gamma_L$  pode ser calculado simplesmente a partir de  $Z_0$  e  $Z_L$ . Uma vez conhecido  $\Gamma_L$ , o valor de  $\Gamma(z)$  para uma posição  $z$  qualquer, pode ser calculado aplicando-se (36).

Conforme discutido anteriormente, se a LT for infinita, não existe onda refletida e  $\Gamma_L = 0$ . Na realidade, existe um caso mais condizente com a prática, no qual, também não há onda refletida. Em (42), quando  $\Gamma_L = 0$ , tem-se que  $Z_0 = Z_L$ , ou seja, a impedância de carga, é igual a impedância característica da linha. Isto significa que, quando uma LT é terminada por uma carga igual a sua impedância característica  $Z_0$ , toda energia incidente que flui ao longo da LT

é absorvida pela carga, não havendo, portanto, onda refletida. Diz-se então que, a carga está “casada” com a LT, ou, que existe um casamento de impedâncias entre ambas (Kraus, 1999).

No entanto, quando a carga possuir uma impedância diferente da impedância característica da linha, haverá reflexão e, parte da potência voltará ao gerador. Desta forma, haverá duas ondas caminchantes na linha: a onda incidente e a onda refletida.

No caso, onde  $\Gamma_L = 1$  tem-se que  $Z_L = \infty$  (circuito aberto) e toda energia incidente é refletida.

Quando  $\Gamma_L = -1$  tem-se:  $Z_L = 0$  (curto-circuito) e, novamente, toda energia incidente é refletida, porém, a onda refletida está em contra-fase com a incidente.

No caso geral, para uma carga arbitrária  $Z_L$  (complexa), o coeficiente de reflexão na carga é complexo, e exhibe módulo e fase, tais que:

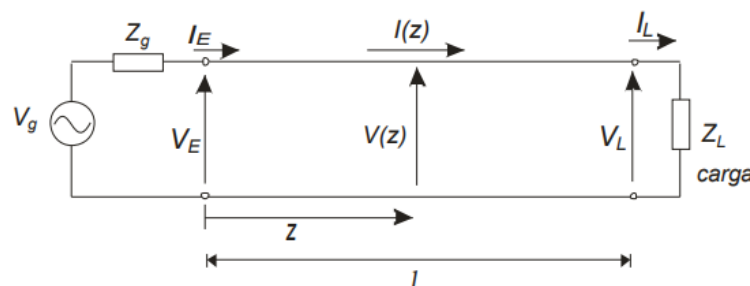
$$\Gamma_L = |\Gamma_L|e^{j\phi_L} \quad (43)$$

As relações deduzidas nesta seção, independem da forma como a LT é excitada, mas somente de como ela é terminada. Na próxima seção, será inserido no modelo o efeito do gerador de RF e a sua impedância interna.

## 2.5 Gerador e carga descasados com a linha de transmissão

Na LT, o descasamento simultâneo entre as impedâncias do gerador e da carga faz parte de um caso interessante a ser analisado. Considerando-se o sistema representado na Figura 7, o qual se encontra em regime estacionário, onde  $V_g$  é a tensão em vazio e  $Z_g$  é a impedância interna do gerador de RF.

Figura 7 - Carga alimentada por um gerador através de uma LT.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Da mesma maneira com que (42) e (43) se refere à carga, define-se o coeficiente de reflexão no gerador como:

$$\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} = |\Gamma_g| e^{j\phi_g} \quad (44)$$

Recorrendo-se novamente a  $V(z)$  e  $I(z)$  dados em (2.24) e (2.27), usando-se o circuito da Fig.2.4, e fazendo  $z = 0$  (posição do gerador), tem-se:

$$V(z = 0) = V_1 + V_0 = V_E = V_g - Z_g I_E \quad (45)$$

$$I(z = 0) = \frac{V_1}{Z_0} - \frac{V_0}{Z_0} = I_E \quad (46)$$

Substituindo (2.45) em (2.44), obtém-se:

$$V_1(Z_0 + Z_g) + V_0(Z_0 - Z_g) = V_g Z_0 \quad (47)$$

Analogamente, para  $z = l$ , tem-se:

$$V_1 e^{-\gamma l} (Z_0 - Z_L) + V_0 e^{\gamma l} (Z_0 + Z_L) = 0 \quad (48)$$

As expressões (47) e (48), constituem um sistema nas variáveis  $V_1$  e  $V_0$ , cuja solução pode ser escrita do seguinte modo:

$$V_1 = \frac{V_g Z_0 (Z_0 + Z_g) e^{\gamma l}}{(Z_g + Z_0)(Z_0 + Z_L) e^{\gamma l} - (Z_0 - Z_L)(Z_0 + Z_g) e^{-\gamma l}} \quad (49)$$

$$V_0 = \frac{-V_g Z_0 (Z_0 - Z_g) e^{-\gamma l}}{(Z_g + Z_0)(Z_0 + Z_L) e^{\gamma l} - (Z_0 - Z_L)(Z_0 - Z_g) e^{-\gamma l}} \quad (50)$$

Dividindo-se (49) e (50) por  $(Z_g + Z_0)(Z_0 + Z_L)$ , e procedendo as manipulações algébricas, deduz-se que:

$$V_1 = V_g \frac{Z_0}{Z_0 + Z_g} \left[ \frac{e^{\gamma l}}{e^{\gamma l} - \Gamma_L \Gamma_g e^{-\gamma l}} \right] \quad (51)$$

$$V_0 = -V_g \frac{Z_0}{Z_0 + Z_g} \left[ \frac{\Gamma_L e^{-\gamma l}}{e^{\gamma l} - \Gamma_L \Gamma_g e^{-\gamma l}} \right] \quad (52)$$

a partir das quais (25) e (28), tornam-se:

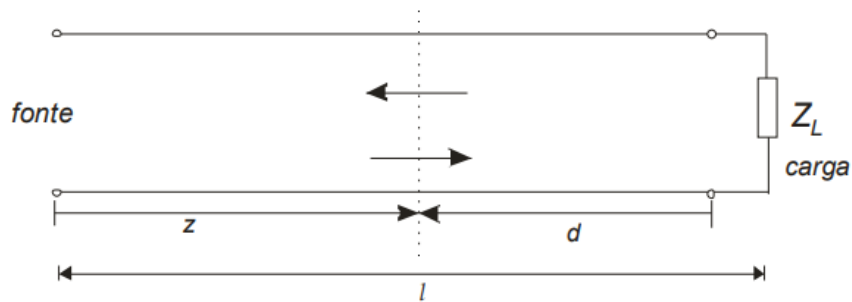
$$V(z) = V_g \frac{Z_0}{Z_0 + Z_g} \left[ \frac{e^{-\gamma l} + \Gamma_L e^{-2\gamma l} e^{\gamma z}}{1 - \Gamma_L \Gamma_g e^{-2\gamma l}} \right] \quad (53)$$

$$I(z) = V_g \frac{Z_0}{Z_0 + Z_g} \left[ \frac{e^{-\gamma z} + \Gamma_L e^{-2\gamma l} e^{\gamma z}}{1 - \Gamma_L \Gamma_g e^{-2\gamma l}} \right] \quad (54)$$

## 2.6 Ondas de tensão e corrente referidas à carga

Mudando a referência de  $z$  para  $d$ , os parâmetros serão medidos em relação à carga, conforme mostra a Figura 8:

Figura 8 - Parâmetros medidos em relação à carga.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Fazendo  $z = l - d$  em (25), tem-se:

$$V(d) = V_1 e^{-\gamma(l-z)} + V_0 e^{\gamma(l-d)} = V_i e^{\gamma d} + V_r e^{-\gamma d} \quad (55)$$

Substituindo-se (42) em (55), obtém-se:

$$V(d) = V_i (e^{\gamma d} + \Gamma_L e^{-\gamma d}) \quad (56)$$

e, analogamente, para (28):

$$I(d) = \frac{V_i}{Z_0} (e^{\gamma d} + \Gamma_L e^{-\gamma d}) \quad (57)$$

No caso particular da LT com baixas perdas, ou seja, com  $\alpha = 0$ , tem-se que:  $\gamma = j\beta$ , e assim, com o auxílio de (43), mostra-se que (56) torna-se:

$$V(d) = V_i (e^{j\beta d} + |\Gamma_L| e^{j\phi_L} e^{-j\beta d}) = V_i e^{j\beta d} (1 + |\Gamma_L| e^{-j(2\beta d - \phi_L)}) \quad (58)$$

A notação usada em (58) corresponde a notação fasorial para a tensão total na LT, na posição  $d$  medida a partir da carga. A tensão instantânea será:

$$v(d, t) = \text{Re}\{V(d)e^{j\omega t}\} \quad (59)$$

$$v(d, t) = \text{Re}\{V_i e^{j(\beta d + \omega t)} [1 + |\Gamma_L| e^{-j(2\beta d - \phi_L)}]\} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} v(d, t) = & V_i \cos(\beta d) \cos(\omega t) - V_i \text{sen}(\beta d) \text{sen}(\omega t) \\ & + V_i |\Gamma_L| \cos(\beta d - \phi_L) \cos(\omega t) + V_i |\Gamma_L| \text{sen}(\beta d - \phi_L) \text{sen}(\omega t) \end{aligned} \quad (61)$$

Simplificando (61), tem-se:

$$\begin{aligned} v(d, t) = & V_i [\cos(\beta d) + |\Gamma_L| \cos(\beta d - \phi)] \cos(\omega t) \\ & - V_i [\text{sen}(\beta d) - |\Gamma_L| \text{sen}(\beta d - \phi)] \text{sen}(\omega t) \end{aligned} \quad (62)$$

Antes de prosseguir, convém lembrar que, dada uma expressão arbitrária como a abaixo:

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \text{sen}(\omega t). \quad (63)$$

Sua envoltória pode ser expressa como:

$$|x(t)| = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (64)$$

Da mesma forma, a envoltória de (2.61), será:

$$\begin{aligned} |V(d)| = & |V_i| [\cos^2(\beta d) + |\Gamma_L|^2 \cos^2(\beta d - \phi_L) + 2 |\Gamma_L| \cos(\beta d) \cos(\beta d - \phi_L) \\ & + \text{sen}^2(\beta d) + |\Gamma_L|^2 \text{sen}^2(\beta d - \phi_L) - 2 |\Gamma_L| \text{sen}(\beta d) \text{sen}(\beta d - \phi_L)]^{1/2} \end{aligned} \quad (65)$$

ou,

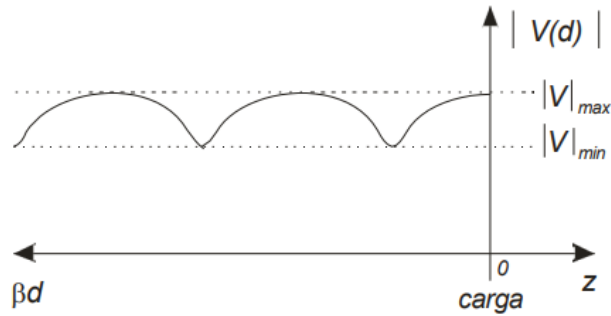
$$|V(d)| = |V_i| [1 + |\Gamma_L|^2 + 2 |\Gamma_L| \cos(2\beta d - \phi_L)]^{1/2} \quad (66)$$

Resumidamente, quando uma onda de tensão é acoplada à LT a partir do gerador, esta se propaga e atinge a carga, sendo parte absorvida e parte refletida.

Esta porção refletida é contra-propagante e parte é refletida no gerador. Este processo se repete constantemente, até que o sistema entre em regime estacionário, estabelecendo-se um padrão de onda de tensão complexo, descrito por (62).

Uma típica representação gráfica da expressão (66) encontra-se na Figura 9, o qual corresponde ao diagrama de onda estacionária na LT.

Figura 9 - Envoltória da onda estacionária de LT com carga  $Z_L$ .



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Esta onda global, também é progressiva na direção  $+z$ , contudo, apresenta uma envoltória, com máximos e mínimos, permanecendo estacionários com relação a  $z$ , conforme descrito por (66).

Os máximos e mínimos da envoltória são chamados de  $|V|_{max}$  e  $|V|_{min}$  na Figura 9. A partir de (66) deduz-se que:

$$(2\beta d - \phi_L) = 2n\pi \Rightarrow |V|_{max} = (1 + |\Gamma_L|) \quad (67)$$

$$(2\beta d - \phi_L) = (2n + 1)\pi \Rightarrow |V|_{min} = (1 - |\Gamma_L|) \quad (68)$$

as quais, dependem exclusivamente da carga acoplada à LT, isto é, de  $\Gamma_L$  (e não do gerador).

Para o caso da onda de corrente total instantânea,  $i(d, t)$ , demonstra-se que:

$$i(d, t) = \frac{V_i}{Z_0} [\cos(\beta d) - |\Gamma_L| \cos(\beta d - \phi_L)] \cos(\omega t) - \frac{V_i}{Z_0} [\sin(\beta d) + |\Gamma_L| \sin(\beta d - \phi_L)] \sin(\omega t) \quad (69)$$

e cuja envoltória, é igual à

$$|I(d)| = \frac{|V_i|}{Z_0} [1 + |\Gamma_L|^2 - 2|\Gamma_L| \cos(2\beta d - \phi)]^{\frac{1}{2}} \quad (70)$$

## 2.7 Taxa de onda estacionária (SWR)

Em sistemas de RF, nos quais opera-se com frequências muito elevadas (MHz a GHz), não é usual a medição de correntes ou tensões. Ou seja, amperímetros, volímetros ou

osciloscópios não constituem instrumentos adequados. Poucas são as grandezas passíveis de medição, dentre elas, destaca-se a taxa de onda estacionária – SWR – *Standard Wave-Ratio*.

A taxa de onda estacionária, é definida por (Hayt, 1994):

$$SWR = \frac{|V_{max}|}{|V_{min}|} = \frac{|I_{max}|}{|I_{min}|} \quad (71)$$

ou seja, é a relação entre os valores máximos de tensão ou corrente na linha de transmissão.

Recorrendo-se a  $|V|_{max}$  e  $|V|_{min}$  dados em (67) e (68) conclui-se que (71) torna-se:

$$SWR = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad (72)$$

## 2.8 Exemplos ilustrativos

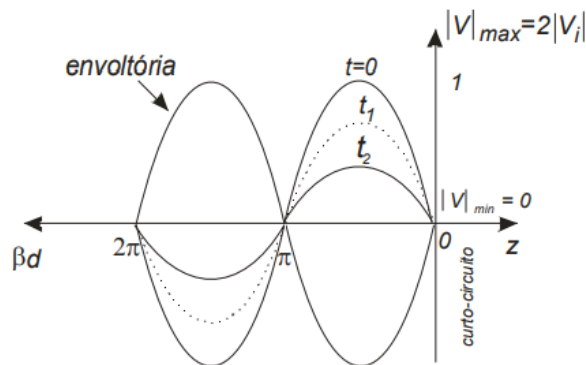
A título de ilustração, considera-se o caso de uma LT terminada por uma carga em curto-circuito ( $Z_L = 0$ ), a qual, usando (42) e (43), corresponde a  $|\Gamma_L| = 1$  e  $\phi_L = \pi$  rad.

Substituindo estes valores, na expressão de tensão instantânea (62), obtém-se:

$$\begin{aligned} v(d, t) &= V_i[\cos(\beta d) + \cos(\beta d - \pi)] \cos(\omega t) - V_i[\sen(\beta d) - \sen(\beta d - \pi)] \sen(\omega t) \quad (73) \\ &= -2V_i \sen(\beta d) \sen(\omega t) \end{aligned}$$

O gráfico associado a (73) para diversos instantes de tempo  $t = 0 < t_1 < t_2 < etc$ , encontra-se representado na Figura 10 a seguir.

Figura 10 - Envoltória da onda estacionária de LT em curto circuito em vários instantes de tempo (t).



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

À medida que o tempo passa, ondas incidente e refletida se propagam no sentido  $+z$  e  $-z$ , contudo, a onda resultante, permanece estacionária. Ao final, tudo o que se observa é uma função senoidal distribuída no espaço, cuja amplitude, oscila no tempo segundo ( $\text{sen}(\omega t)$ ).

É importante ressaltar que a onda estacionária, resulta senoidal somente no caso onde a atenuação  $\alpha$  é nula, ou seja, quando  $\gamma = j\beta$ . No caso geral, contudo, quando a LT exhibe perdas de potência, a onda estacionária resulta em algo mais complicado.

Usando-se a expressão (66) para a envoltória, obtém-se neste caso:

$$|V(d)| = |V_i| [1 + 1^2 + 2 \cdot 1 \cos(2\beta d - \pi)]^{\frac{1}{2}} = 2|V_i| |\text{sen}(\beta d)| \quad (74)$$

a qual, também está representada na Figura 10.

Outro exemplo interessante, corresponde ao caso onde a LT sem perdas está aberta ( $Z_L = \infty$ ). Neste caso  $\Gamma = 1$  e, conseqüentemente,  $|\Gamma| = 1$  e  $\phi_L = 0$  rad

Substituindo-se em (2.65), tem-se

$$|V(d)| = |V_i| [1 + 1 + 2 \cos(2\beta d)]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} V_i [1 + \cos(2\beta d)]^{\frac{1}{2}} \quad (75)$$

sabendo-se que:

$$\cos(x) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(2x)}{2}} \quad (76)$$

então, a envoltória da onda estacionária de tensão será:

$$|V(d)| = 2V_i \sqrt{\frac{1 + \cos(2\beta d)}{2}} = 2V_i \cos(\beta d) \quad (77)$$

e cujo gráfico encontra-se representado na Figura 11.

Utilizando a expressão (70), verifica-se que a onda estacionária de corrente é dada por

$$|I(d)| = \frac{2V_i}{Z_0} \text{sen}(\beta d) \quad (78)$$

como se sabe,

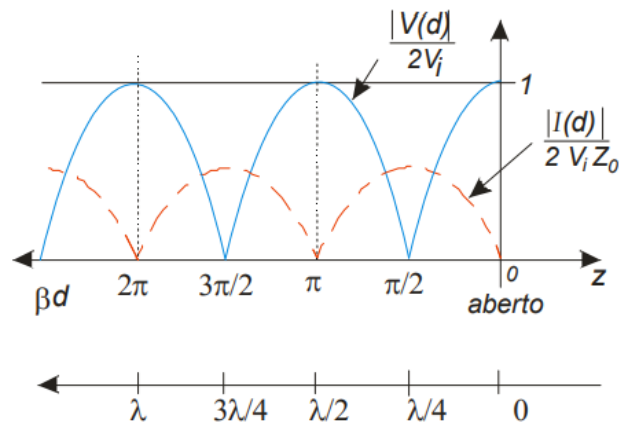
$$\beta d = \frac{2\pi}{\lambda} d \quad (79)$$

então para  $\beta d = \frac{\pi}{2}$ , por exemplo, tem-se:

$$d = \frac{\lambda}{4} \quad (80)$$

indicando que a onda de tensão (75) se anula a 1ª vez, à distância de  $\lambda/4$  medida a partir do aberto. Por sua vez, a onda de corrente tem um nulo em  $d = 0$  (pois o circuito está aberto), e passa por um máximo em  $d = \lambda/4$ . Ou seja, num circuito sem perdas, a onda de tensão é mínima, quando a onda de corrente é máxima, e vice-versa. A seguir, têm-se os gráficos representados na Figura 11.

Figura 11 - Envoltória da onda estacionária em LT em aberto.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Na próxima seção, utiliza-se os resultados obtidos para a LT aberta, para inferir sobre a distribuição de corrente numa antena dipolo.

## 2.9 Distribuição de corrente em antenas lineares de onda estacionária

Embora a teoria de antenas seja desenvolvida em detalhes no próximo capítulo, torna-se conveniente antecipar algumas informações a respeito de distribuição de corrente em antenas lineares de onda estacionária.

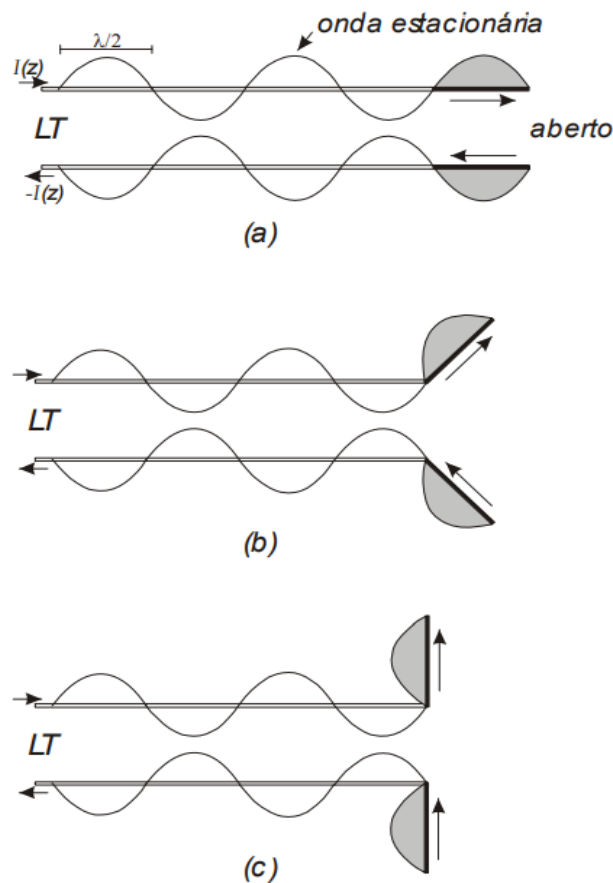
Uma antena linear é constituída por um ou mais condutores, cuja dimensão transversal máxima seja muito pequena comparada ao comprimento de onda do sinal irradiado. As suas características de irradiação dependem da distribuição de corrente resultante. Em geral, o

comprimento dessas antenas é menor (ou, no máximo, da mesma ordem) que alguns comprimentos de onda (Miyamoto, 2006).

Uma forma aproximada da distribuição de corrente na antena linear é sugerida pela evolução do perfil de onda estacionária, a partir de uma linha bifilar com os terminais em aberto e excitada por uma função senoidal, conforme mostrado na Figura 12.

A distribuição de corrente nesta antena, corresponde a região em destaque na Figura 12. Nessa figura, a antena apresenta um comprimento total igual a  $\lambda$  e, por isso, é denominada de antena dipolo  $\lambda$ .

Figura 12 - Perfil da onda estacionária a partir de uma linha bifilar, com os terminais em aberto, excitado por uma função senoidal. (a) LT em aberto. (b) A porção de LT com  $d = \lambda/4$  está angularmente desalinhada. (c) A porção de LT com  $d = \lambda/4$  constitui uma antena dipolo de meia-onda ( $\lambda/2$ ).

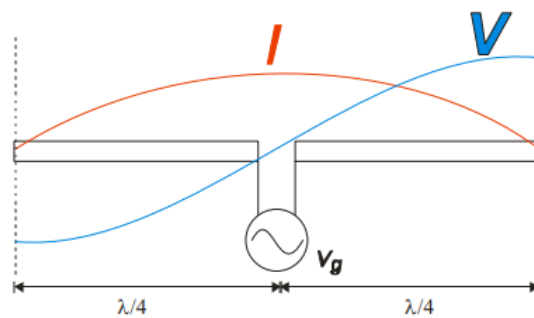


Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Esta interpretação é válida somente para fins didáticos pois, uma distribuição senoidal exata na LT não acontece na prática, uma vez que o fenômeno de atenuação representa uma perda de potência no sistema. Também devem ser considerados os fatores externos, que causam reflexões e interferências.

Baseando-se nos resultados da Figura 11 para LT com carga em aberto, na Figura 13 apresenta-se as distribuições de tensão e corrente na antena dipolo de  $\lambda/2$  (constituída por duas seções de  $\lambda/4$ ) em um circuito ressonante.

Figura 13 - Distribuição de tensão e corrente na antena dipolo com meia-onda em circuito ressonante.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006)

Este, por sua vez, tem como característica principal a impedância puramente resistiva, pois as reatâncias indutivas e capacitivas se anulam. O dipolo de  $\lambda/2$  será analisado teoricamente no Capítulo 3.

## 3 Teoria de Antenas: Antena Dipolo

Neste capítulo, serão estudados os fenômenos de irradiação e recepção de ondas eletromagnéticas com base nas equações desenvolvidas por Maxwell.

Considerando uma carga elétrica variando numa determinada região do espaço, denominada de região fonte, têm-se o fenômeno da irradiação. Contudo, a intensidade da irradiação depende de fatores como geometria e dimensões da região fonte. Num sistema de telecomunicações sem fio, esta região fonte é estabelecida por uma antena.

### 3.1 Função Potencial Vetorial

Considere-se as equações de Maxwell na forma fasorial, supondo-se que a frequência de operação é  $\omega$  (Kraus, 1999):

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\vec{B} \quad (81)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\vec{D} + \vec{J} \quad (82)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (83)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (84)$$

onde  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}$  e  $\vec{J}$  são os vetores campo elétrico, deslocamento elétrico, campo magnético, fluxo magnético e densidade de corrente elétrica, enquanto  $\rho$  é a densidade de carga elétrica. O vetor  $\vec{B}$  é solenoidal, pois seu divergente é nulo. Porém, beneficiando-se da seguinte identidade matemática, a qual também exhibe divergente nulo,

$$\nabla \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0 \quad (85)$$

para qualquer vetor  $\vec{A}$  pode-se escolher  $\vec{B}$ , tal que  $\vec{\nabla}$ :

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (86)$$

Substituindo-se (86) em (81), obtém-se:

$$\nabla \times (\vec{E} + j\omega\vec{A}) = \vec{0} \quad (87)$$

e, recorrendo à outra identidade matemática,

$$\nabla \times \nabla\phi = 0 \quad (88)$$

para qualquer escalar  $\phi$  e comparando-se (87) com (88) pode-se escolher:

$$\vec{E} = -\nabla\phi - j\omega\vec{A} \quad (89)$$

Usando-se (89) e as relações constitutivas  $\vec{B} = \mu\vec{H}$  e  $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$ , pode-se reescrever (82) como

$$\nabla \times \mu\vec{H} = -j\omega\epsilon\mu\nabla\phi + K_0^2\vec{A} + \mu\vec{J} \quad (90)$$

onde  $K^2 = \omega^2\mu\epsilon$  é o quadrado da constante de fase do espaço livre. Porém, usando-se (86) calcula-se:

$$\nabla \times \mu\vec{H} = \nabla \times \nabla \times \vec{A} \quad (91)$$

e, com o auxílio da identidade matemática

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2\vec{A} \quad (92)$$

podem ser escolhidas  $\phi$  e  $\vec{A}$ , tais que (comparando-se (92) com (90):

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) = -j\omega\mu\epsilon\nabla\phi \quad (93)$$

$$-\nabla^2 \cdot \vec{A} = K_0^2\vec{A} + \mu\vec{J} \quad (94)$$

Esta escolha foi baseada no fato que as funções  $\phi$  e  $\vec{A}$  são arbitrárias, e assim, tem-se a liberdade de estabelecer a relação entre elas.

A partir de (93) obtém-se

$$\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega\mu\epsilon\phi \quad (95)$$

a qual é conhecida como “condição de Lorentz”.

Até este estágio, todas as equações de Maxwell foram utilizadas, com exceção de (84). Assim, recorrendo-se (84) a (89) e (95),

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon} = \nabla \cdot (-\nabla\phi - j\omega\vec{A}) \\ &= -\nabla^2\phi - j\omega\nabla \cdot \vec{A} \\ &= -\nabla^2\phi - j\omega(-j\omega\mu\varepsilon\phi)\end{aligned}\tag{96}$$

a partir da qual se obtém:

$$\nabla^2\phi + K_0^2\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon}\tag{97}$$

Em resumo, (94) e (97) estabelecem que:

$$(\nabla^2 + K_0^2)\vec{A} = -\mu\vec{J}\tag{98}$$

$$(\nabla^2 + K_0^2)\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon}\tag{99}$$

as quais constituem equações de onda vetorial e escalar, respectivamente. Observa-se que  $\phi$  e  $\vec{A}$  comportam-se como potenciais, isto é, uma vez conhecidos, permitem a determinação das grandezas do campo eletromagnético. Por isso,  $\phi$  e  $\vec{A}$  são denominados de potencial escalar e potencial vetor, respectivamente.

De fato, se  $\vec{A}$  for conhecido, então a partir de (86), (89) e (95), calcula-se as componentes de campo eletromagnético através de:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{A}\tag{100}$$

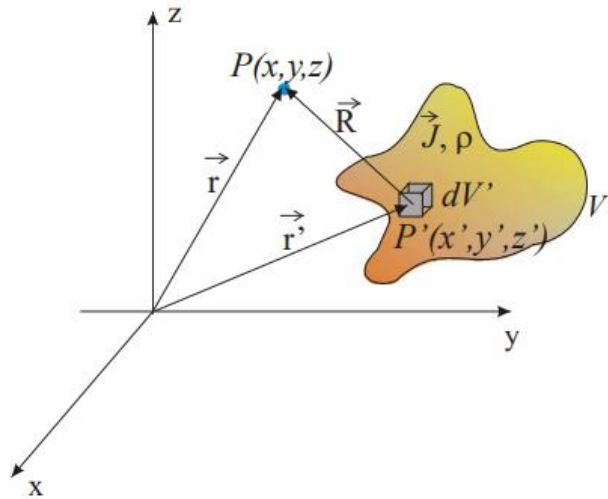
$$\vec{E} = -\frac{j\omega}{K_0^2}[\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) + K_0^2\vec{A}]\tag{101}$$

Embora o cálculo de  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  e a partir do potencial escalar,  $\phi$ , em princípio, seja possível, geralmente não é usado por não ser prático. Com isso, o problema de resolver uma antena, consiste em obter a solução da equação de onda não-homogênea (98).

### 3.2 Soluções das equações de ondas

Na construção geométrica da Figura 14,  $V'$  representa o volume ocupado pela região fonte ( $\rho$  ou  $\vec{J}$ ), cujas coordenadas são  $(x', y', z')$ . Esta região fonte irradia campos eletromagnéticos, os quais são medidos no ponto de observação  $(x, y, z)$ .

Figura 14 - Influência de um volume com densidade de corrente  $\vec{J}$  no ponto P.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Embora não constitua uma tarefa trivial, demonstra-se que a solução das equações de onda não-homogêneas (98) e (99) são dadas por (Hayt, 1994):

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}}{R}(x', y', z') e^{-jK_0 R} dV' \quad (102)$$

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \frac{\rho}{R}(x', y', z') e^{-jK_0 R} dV' \quad (103)$$

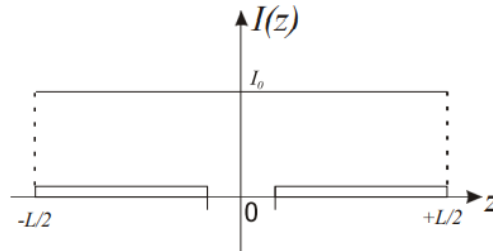
onde  $K_0 = \omega^2 \mu \epsilon$  corresponde à constante de fase do espaço livre.

Nas próximas seções, apresentam-se exemplos de soluções para a integral de volume (102), para o caso das antenas dipolo.

### 3.3 Dedução dos campos eletromagnéticos da antena dipolo curto

A antena dipolo curto, é caracterizada por braços curtos e por uma distribuição de corrente constante ao longo de seus braços, conforme mostrado na Figura 15; a espessura da antena é virtualmente nula (Miyamoto, 2006).

Figura 15 - Distribuição de corrente na antena dipolo curto.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

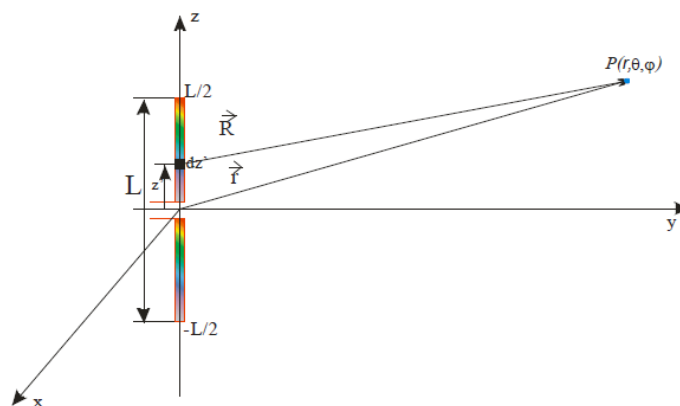
Portanto,

$$I(z) = I_0, \quad \text{sendo } -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2} \quad (104)$$

Deve ser ressaltado que, uma tal antena não é exequível na prática, uma vez que apresenta corrente  $I_0$ , mesmo na posição da extremidade, a qual é aberta.

A antena dipolo curto constitui uma antena ideal introduzida como modelo teórico que permite resolver a integral (102), analiticamente. Para deduzir os campos eletromagnéticos da antena de dipolo curto, considera-se inicialmente a Figura 16 (Miyamoto, 2006).

Figura 16 - Antena de dipolo curto, posicionada no espaço.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Os pontos da antena são descritos pela coordenada  $z'$ , cujo eixo coincide com o eixo  $z$ . O campo eletromagnético será calculado num ponto  $P(r, \theta, \varphi)$ , em coordenadas esféricas.

No presente caso, a densidade de corrente  $\vec{J}(x', y', z')$  em (102), relaciona-se com a distribuição de corrente através de:

$$\vec{J}(x', y', z')dV' = I(z')\hat{z}dz' \quad (105)$$

A função potencial vetorial (3.22), para uma distribuição de corrente constante  $I(z') = I_0$  na direção do eixo  $z$  e braços de comprimento  $L/2$ , pode ser calculada por

$$\vec{A} = \frac{\mu I_0}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{e^{-jK_0 R}}{R} \hat{z} dz' \quad (106)$$

Como o comprimento do dipolo é muito pequeno ( $L \ll \lambda$ ), e, considerando-se que na prática, o ponto de observação  $P(r, \theta, \varphi)$  encontra-se distante da antena, pode-se assumir a aproximação  $R \cong r$ . Desta forma, a integral (106) tem a solução simples, resultando em:

$$\vec{A} = \frac{\mu I_0 L e^{-jK_0 r}}{4\pi r} \hat{z} \quad (107)$$

ou seja, a função potencial  $\vec{A}$  terá componente somente na direção  $z$ .

Usualmente, utiliza-se coordenadas esféricas para o cálculo dos campos elétricos e magnéticos. Neste caso, o potencial vetor torna-se,

$$\vec{A} = A_r \hat{r} + A_\theta \hat{\theta} + A_\varphi \hat{\varphi} \quad (108)$$

A partir de (107), na qual  $\vec{A}$  só exhibe componente na direção  $z$ , das relações entre os sistemas de coordenadas esférica e retangular:

$$\vec{r} = \text{sen}(\theta) \cos(\varphi) \hat{x} + \text{sen}(\theta) \text{sen}(\varphi) \hat{y} + \cos(\theta) \hat{z} \quad (109)$$

$$\hat{\theta} = \cos(\theta) \cos(\varphi) \hat{x} + \cos(\theta) \text{sen}(\varphi) \hat{y} - \text{sen}(\theta) \hat{z} \quad (110)$$

$$\hat{\varphi} = -\text{sen}(\varphi) \hat{x} + \cos(\varphi) \hat{y} \quad (111)$$

e da equação (108), são deduzidas as componentes do vetor  $\vec{A}$  no sistema de coordenadas esféricas:

$$A_r = \frac{\mu_0 L I_0}{4\pi} \frac{e^{-jK_0 r}}{r} \cos(\theta) \quad (112)$$

$$A_\theta = -\frac{\mu_0 L I_0}{4\pi} \frac{e^{-jK_0 r}}{r} \text{sen}(\theta) \quad (113)$$

$$A_\varphi = 0 \quad (114)$$

Sabe-se do cálculo vetorial que, o rotacional de  $\vec{A}$  em coordenadas esféricas é igual a:

$$\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r \text{sen}(\theta)} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\varphi \text{sen}(\theta)) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right] \hat{r} + \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\text{sen} \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \right] \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial (A_r)}{\partial \theta} \right] \hat{\varphi} \quad (115)$$

e assim, usando-se (100), (112), (113) e (114), pode-se obter as componentes do vetor campo magnético:

$$H_r = 0 \quad (116)$$

$$H_\theta = 0 \quad (117)$$

$$H_\varphi = \frac{I_0 L}{4\pi} \text{sen}(\theta) \left[ \frac{jK_0}{r} + \frac{1}{r^2} \right] e^{-jK_0 r} \quad (118)$$

Por outro lado, sabe-se que, o divergente de  $\vec{A}$  e o gradiente de um escalar  $\phi$ , em coordenadas esféricas, são dados por:

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \text{sen}(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} (\text{sen}(\theta) A_\theta) + \frac{1}{r \text{sen}(\theta)} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} \quad (119)$$

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \text{sen}(\theta)} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \hat{\varphi} \quad (120)$$

Desta forma, empregando-se (101) e (112) a (114), obtém-se as componentes do vetor campo elétrico:

$$E_r = \frac{I_0 L}{4\pi} \cos(\theta) \left[ \frac{j\eta_0}{r^2} + \frac{2}{j\omega \epsilon_0 r^3} \right] e^{-jK_0 r} \quad (121)$$

$$E_{\theta} = \frac{I_0 L}{4\pi} \text{sen}(\theta) \left[ \frac{j\omega\eta_0}{r} + \frac{1}{j\omega\epsilon_0 r^3} + \frac{\eta_0}{r^2} \right] e^{-jK_0 r} \quad (122)$$

$$E_{\varphi} = 0 \quad (123)$$

onde:

$\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi \Omega$ , correspondendo a impedância intrínseca do vácuo;

$K_0 = \omega\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}$  a constante característica de fase no espaço livre (rad/m);

$\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo;

$\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo.

Na prática, a distância entre as antenas transmissora e receptora costuma ser elevada. Matematicamente, este fato implica que os termos com dependência  $r^{-2}$  ou  $r^{-3}$  que aparecem em (116) a (118), ou em (121) a (123), sejam desprezíveis, predominando apenas os termos dependentes de  $r^{-1}$ . Nesta situação, pode-se considerar apenas duas componentes de campo eletromagnético:

$$H_{\varphi} = \frac{jK_0 I_0 L}{4\pi r} \text{sen}(\theta) e^{-jK_0 r} \quad (124)$$

$$E_{\theta} = \eta_0 H_{\varphi} = \frac{j\omega\mu_0 I_0 L}{4\pi} \text{sen}(\theta) e^{-jK_0 r} \quad (125)$$

### 3.4 Vetor de Poynting

Sabe-se do eletromagnetismo que, o vetor de Poynting complexo, para campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  variando harmonicamente no tempo, é dado por (Kraus, 1999):

$$\vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (126)$$

o qual, sendo perpendicular aos vetores  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$ , aponta na direção do fluxo de energia, e está relacionado ao fluxo de potência por unidade de área ( $W/m^2$ ) na LT.

Uma outra grandeza de interesse prático, refere-se ao valor médio do vetor de Poynting instantâneo, o qual, está associado ao vetor médio do fluxo de potência por unidade de área.

Recorrendo-se novamente ao eletromagnetismo, demonstra-se que tal grandeza corresponde a parte real do vetor de Poynting complexo, ou seja (Kraus, 1999):

$$\langle s \rangle = \text{Re}(\vec{S}) = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (127)$$

No caso do dipolo curto analisado na seção anterior, cujas componentes dominantes são  $H_\varphi$  e  $E_\theta$  e, dadas por (124) e (125), o módulo do vetor de Poynting médio será:

$$\langle s_r \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(E_\theta H_\varphi^*) = \frac{\eta_0 K_0^2 I_0^2 L^2}{32\pi^2 r^2} \text{sen}^2(\theta) \quad (128)$$

### 3.5 Diagrama de irradiação

Um parâmetro muito importante em uma antena refere-se à função de irradiação  $U(\theta, \varphi)$  a qual, trata da quantidade de potência relativa irradiada na direção  $(\theta, \varphi)$  ou seja:

$$U(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} r^2 \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \hat{r} = \langle s_r \rangle r^2 \quad (129)$$

Assim, a potência total irradiada pela antena será:

$$P_r = \int_s \langle s_r \rangle dS = \int_s \frac{U(\theta, \varphi)}{r^2} dS \quad (130)$$

Calculando-se a função intensidade de irradiação para o dipolo curto com o auxílio de (3.48), obtém-se

$$U(\theta, \varphi) = \frac{\eta_0 K_0^2 I_0^2 L^2}{32\pi^2} \text{sen}^2(\theta) = U_a \text{sen}^2(\theta) \quad (131)$$

onde

$$U_a = \frac{\eta_0 K_0^2 I_0^2 L^2}{32\pi^2} \quad (132)$$

Em resumo, a função de irradiação do dipolo curto é dada por:

$$U(\theta, \varphi) = U_a u(\theta, \varphi) \quad (133)$$

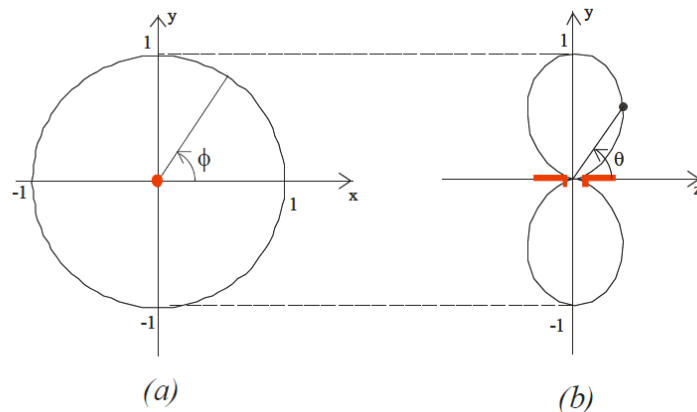
onde

$$u(\theta, \varphi) = \text{sen}^2(\theta) \quad (134)$$

corresponde à função de irradiação normalizada.

O gráfico  $u(\theta, \varphi)$ , é chamado de diagrama de irradiação, o qual exhibe em 3 dimensões a intensidade de irradiação ao longo de uma casca esférica sob um raio  $r$  no campo distante. Na Figura 17, ilustra-se vistas do diagrama de irradiação do dipolo curto nos planos  $xy$  e  $yz$ ..

Figura 17 - Diagramas de irradiação da antena dipolo curto. (a) Plano  $xy$ . (b) Plano  $yz$ .



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Portanto, para o dipolo curto, orientado segundo a direção  $z$ , o diagrama de irradiação no plano horizontal (no plano  $xy$ ) é um círculo, visto que, a antena irradia uniformemente na direção horizontal (a intensidade de irradiação independe de  $\varphi$ ).

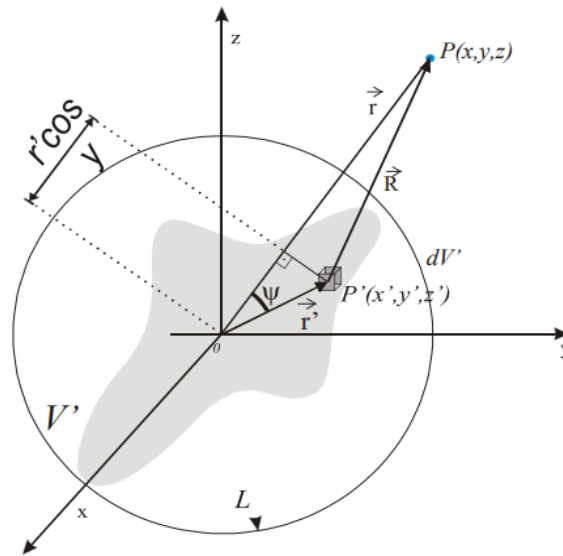
No plano vertical, a intensidade de irradiação varia com  $\theta$ , e o diagrama de irradiação neste plano, apresenta a “forma de oito”. Há um máximo de irradiação no plano perpendicular à antena e um nulo em qualquer ponto diretamente acima ou abaixo, sobre o eixo da antena (Miyamoto, 2006).

### 3.6 O Vetor de irradiação para campos distantes

Sabe-se que o dipolo curto é uma antena na qual a integração (102), pode ser realizada analiticamente. Porém, tal antena, não é prática, uma vez que exhibe corrente  $I_0$  constante, mesmo estando com as extremidades em aberto.

Considerando a construção geométrica da Figura 18 a seguir.

Figura 18 - Configuração para a determinação do vetor irradiação.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Na figura acima,  $V'$  corresponde ao volume ocupado pela fonte de irradiação, cujos elementos são descritos pelo vetor  $\vec{r}'$ . O ponto de observação, está associado a um raio vetor  $\vec{r}$ , com uma grande distância da origem do sistema de coordenadas. O raio da esfera  $L$ , corresponde à maior dimensão da fonte de irradiação, tal que  $\vec{r}' < L$  e  $\vec{r} \gg L$ .

Desta maneira, duas aproximações serão propostas para calcular o campo distante:

a) Relativamente à amplitude dos campos:

Como  $r \gg L$ , utiliza-se a mesma aproximação aplicada ao caso do dipolo curto, ou seja, que  $R \cong r$ ,

b) Relativamente à fase dos campos:

O termo de fase é mais crítico em termos de aproximações simplificadoras. Como a velocidade da luz é muito elevada, haverá fases distintas se o raio emitido seguir uma trajetória através de  $\vec{r}$  ou  $\vec{R}$ . Ou seja, a diferença de comprimentos ( $r' \cos(\psi)$ ) é relevante. Aplicando a lei dos cossenos, obtém-se:

$$R = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\psi)} = r \sqrt{1 - (2r'/r) \cos(\psi)} \quad (135)$$

uma vez que  $r' \ll r$ . Por outro lado, expandindo-se (135) em série binomial, e considerando-se apenas os dois primeiros termos, obtém-se:

$$R \cong r - r' \cos(\psi) \quad (136)$$

Com isso, a integração em (102) pode ser reescrita em termos de  $r$  e  $r'$  e o potencial vetor torna-se

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jK_0 r}}{r} \vec{N} \quad (137)$$

onde  $\vec{N}$  é definido como

$$\vec{N} = \vec{N}(\theta, \varphi) = \int_{V'} \vec{J}(x', y', z') e^{jK_0 r' \cos(\psi)} dV' \quad (138)$$

sendo denominado de vetor irradiação.

Desta forma, usando-se (100) e (115) pode-se deduzir que:

$$H_r = \frac{e^{-jK_0 r}}{4\pi} \frac{1}{r \sin(\theta)} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (N_\phi \sin(\theta)) - \frac{\partial N_\theta}{\partial \varphi} \right] \quad (139)$$

$$H_\theta = \frac{e^{-jK_0 r}}{4\pi r} \left[ \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial N_r}{\partial \varphi} + jK_0 N_\varphi \right] \quad (140)$$

$$H_\varphi = \frac{e^{-jK_0 r}}{4\pi r} \left[ jK_0 N_\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial N_r}{\partial \theta} \right] \quad (141)$$

onde  $N_r$ ,  $N_\theta$  e  $N_\varphi$  são componentes de  $\vec{N}$  em coordenadas esféricas.

Admitindo-se a condição de campo distante, ou seja,  $r \gg \lambda$ , pode-se desprezar os termos dependentes de  $1/r$ , e assim, as componentes de  $\vec{H}$  são aproximadamente:

$$H_r \cong 0 \quad (142)$$

$$H_\theta \cong \frac{jK_0 e^{-jK_0 r}}{4\pi r} N_\varphi \quad (143)$$

$$H_\varphi \cong -\frac{jK_0 e^{-jK_0 r}}{4\pi r} N_\theta \quad (144)$$

Usando-se a equação de Maxwell (82), sendo  $\vec{J} = 0$  no ponto distante, as expressões para as componentes de  $\vec{H}$  dadas em (142) a (144), bem como a relação constitutiva  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ , pode-se deduzir as expressões das componentes de  $\vec{E}$ , resultando-se em:

$$E_r = 0 \quad (145)$$

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu e^{-jK_0 r}}{4\pi r} N_\theta \quad (146)$$

$$E_\varphi = \frac{j\omega\mu e^{-jK_0 r}}{4\pi r} N_\varphi \quad (147)$$

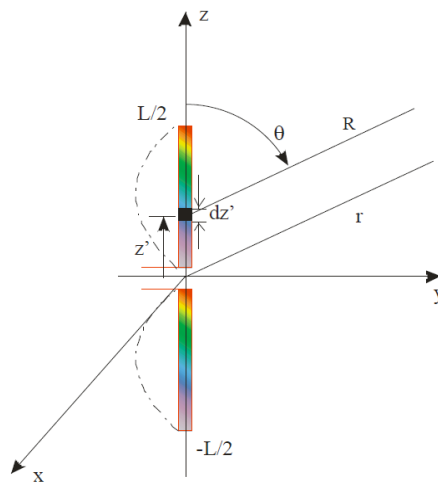
nas quais, desprezou-se os termos em  $1/r$ .

Na próxima seção, as equações (142) a (144), e, (145) a (147) são empregadas para calcular o campo distante de antenas, com distribuição de correntes por onda estacionária.

### 3.7 Antena dipolo com distribuição de corrente senoidal

Foi visto no Capítulo 2 que uma antena dipolo pode ter sua distribuição de corrente determinada, considerando-se o modelo de onda estacionária na LT aberta. Na Figura 19 ilustra-se um desses exemplos, para um dipolo de comprimento  $L$ .

Figura 19 - Dipolo com distribuição de corrente senoidal.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Genericamente, a distribuição de corrente (estacionária) em cada haste de comprimento  $L/2$ , pode ser representada matematicamente por:

$$I(z') = I_m \text{sen} \left[ K_0 \left( \frac{L}{2} - |z'| \right) \right] \quad (148)$$

Para  $\frac{L}{2} \geq z' \geq -\frac{L}{2}$ , e sendo  $I_m$  a amplitude da corrente.

Mais detalhadamente se escreve,

$$I(z') = I_m \text{sen}(K_0) \left( \frac{L}{2} - z' \right), 0 \leq z' \leq \frac{L}{2} \quad (149)$$

$$I(z') = I_m \text{sen} \left[ (K_0) \left( \frac{L}{2} + z' \right) \right], -\frac{L}{2} \leq z' \leq 0 \quad (150)$$

Pela Figura 18, a coordenada  $r'$  corresponde a  $z'$  da Figura 19 (paralela ao eixo  $z$ ). Com isso, o ângulo  $\psi$  entre  $\vec{r}'$  e  $\vec{r}$  na Figura 18, corresponde ao ângulo  $\theta$  na Figura 19.

Além disso, fazendo-se  $\vec{J}(x', y', z') dV' = I(z') dz' \hat{z}$  na integral (138), obtém-se uma expressão mais adequada para calcular o vetor irradiação da antena dipolo:

$$\vec{N}(\theta, \varphi) = N_z \hat{z} = \int_{-L/2}^{L/2} I(z') e^{jK_0 z' \cos(\theta)} dz' \hat{z} \quad (151)$$

Observa-se que,  $\vec{N}$  só exhibe componente  $N_z$  no sistema de coordenadas retangular. Substituindo-se as expressões de corrente (149) e (150) em (151), e procedendo-se ao cálculo da integral, obtém-se (após algum esforço algébrico):

$$N_z = \frac{2I_m \left[ \cos \left( \frac{K_0 L \cos(\theta)}{2} \right) - \cos(K_0 L/2) \right]}{K_0 \text{sen}^2(\theta)} \quad (152)$$

Convertendo-se  $\vec{N}$  (a qual só exhibe componente  $N_z$ ) do sistema de coordenadas retangular para o esférico, resulta:

$$N_\theta = -N_z \text{sen}(\theta) = -\frac{2I_m \left[ \cos \left( \frac{K_0 L \cos(\theta)}{2} \right) - \cos(K_0 L/2) \right]}{K_0 \text{sen}(\theta)} \quad (153)$$

$$N_\varphi = 0 \quad (154)$$

Embora  $N_r$  resulte não-nulo, sua expressão não é de interesse no momento.

Substituindo (153) e (154) nas expressões (142) a (144), obtém-se que  $H_r = H_\varphi = 0$  e

$$H_\theta = \frac{jI_m e^{-jK_0 r}}{2\pi r} \frac{\left[ \cos\left(\frac{K_0 L \cos(\theta)}{2}\right) - \cos(K_0 L/2) \right]}{\text{sen}(\theta)} \quad (155)$$

Analogamente, substituindo-se (153) e (154) em (145) a (147), conclui-se que  $E_r = E_\varphi = 0$ , e

$$E_\theta = \frac{j\eta_0 I_m e^{-jK_0 r}}{2\pi r} \frac{\left[ \cos\left(\frac{K_0 L \cos(\theta)}{2}\right) - \cos(K_0 L/2) \right]}{\text{sen}(\theta)} \quad (156)$$

Como resultado global, conclui-se que as únicas componentes não nulas (em coordenadas esféricas) do campo eletromagnético irradiado por qualquer antena dipolo (curto e longo) são  $E_\theta$  e  $H_\theta$ .

A função de irradiação  $U(\theta, \varphi)$ , dada em (129), torna-se

$$U(\theta, \varphi) = U_a \frac{\left[ \cos\left(\frac{K_0 L \cos(\theta)}{2}\right) - \cos\left(\frac{K_0 L}{2}\right) \right]^2}{\text{sen}^2(\theta)} \quad (157)$$

onde,

$$U_a = \frac{15}{\pi} I_m^2 \quad (158)$$

A seguir, consideram-se alguns exemplos ilustrativos de antenas dipolo.

### 3.7.1 Antena dipolo de meia onda ( $L = \lambda/2$ ).

No caso do dipolo de  $\lambda/2$ , substitui-se  $L = \lambda/2$  em (155) e (156), para concluir que:

$$H_\theta = j \frac{I_m}{2\pi} \frac{\cos\left[\frac{\pi \cos(\theta)}{2}\right]}{\text{sen}(\theta)} \frac{e^{-jK_0 r}}{r} \quad (159)$$

$$E_{\theta} = \eta_0 H_{\phi} \quad (160)$$

Com isso, define-se o diagrama de irradiação para campo elétrico como:

$$|e| = \left| \frac{E_{\theta}}{E_0} \right| = \left| \frac{\cos \left[ \frac{\pi \cos(\theta)}{2} \right]}{\text{sen}(\theta)} \right| \quad (161)$$

onde,

$$E_0 = j\eta_0 \frac{I_m e^{-jK_0 r}}{2\pi r} \quad (162)$$

Por outro lado, a função de irradiação  $U(\theta, \phi)$  dada em (157) será:

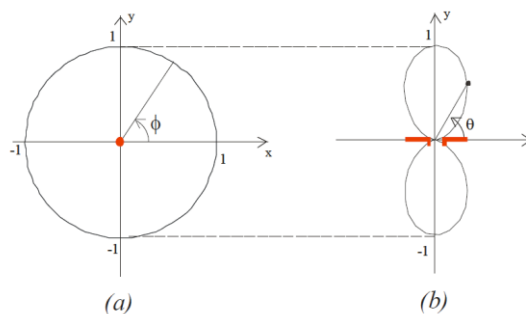
$$U(\theta, \phi) = U_a \left| \frac{\cos \left[ \frac{\pi \cos(\theta)}{2} \right]}{\text{sen}(\theta)} \right|^2 \quad (163)$$

Com isso, a função de irradiação normalizada é,

$$u = \frac{U}{U_a} = \left| \frac{\cos \left[ \frac{\pi \cos(\theta)}{2} \right]}{\text{sen}(\theta)} \right|^2 \quad (164)$$

e cujo diagrama de irradiação normalizado encontra-se desenhado na Figura 20. As relações anteriores informam que  $u = |e|^2$ , portanto medindo-se o diagrama  $u$ , pode-se inferir sobre o comportamento do campo  $E_{\theta}$ .

Figura 20 - Diagrama de irradiação da antena dipolo de  $\lambda/2$ . (a) Plano xy. (b) Plano yz.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

### 3.8 Resposta em frequência e largura de banda

O conceito de ganho de uma antena deve ser entendido de forma diferente do de um amplificador. Antenas são elementos passivos, não amplificam sinais.

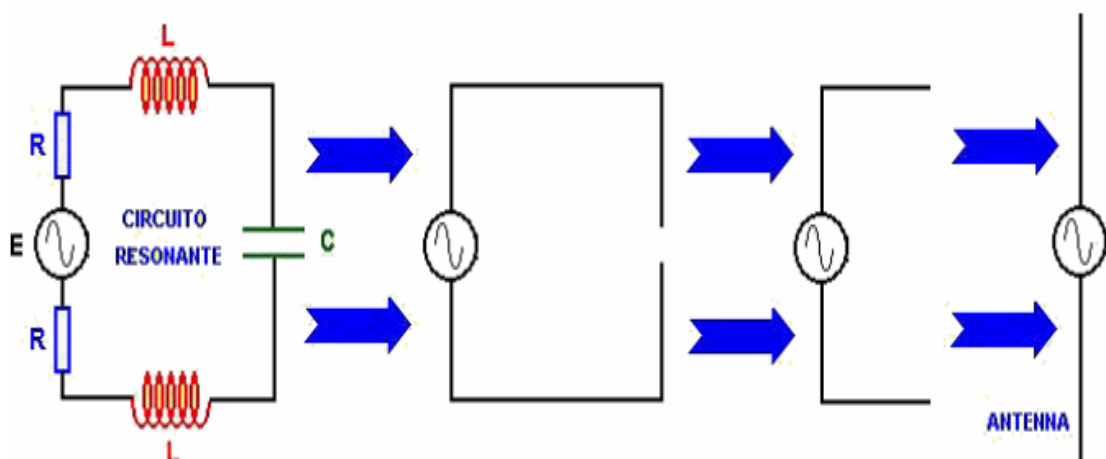
As antenas de dipolo simples irradiam de forma radial e uniforme no plano xy como representada na Figura 17. Por isso, são consideradas referências na análise de outras antenas. Deste modo, a unidade de medida é simbolizada por “dBd”, sendo ‘d’ de dipolo.

Alguns fabricantes costumam tomar como referência a antena de dipolo de meia onda, outros, uma antena simplesmente “isotrópica”. A diferença entre elas, estão no fato da primeira possuir um ganho de 2,16 dBi e a segunda, idealizada, 0 dBi.

Na análise de resposta em frequência a ser realizada no capítulo 6, será usada a unidade “dB” ou decibéis, pois, se trata do ganho (negativo, ou atenuação) de saída, em relação a sua própria entrada.

Uma antena pode ser vista como um circuito ressonante série, com elementos distribuídos RLC (circuito real constituído por uma resistência, indutância e capacitância), conforme esquematizada na Figura 21 (Miyamoto, 2006).

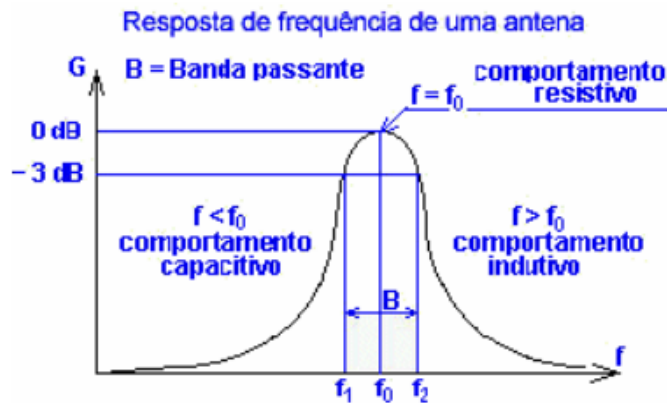
Figura 21 - Representação da antena como um circuito ressonante RLC.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

Portanto, do ponto de vista elétrico, a antena pode ser vista como uma carga ressonante para o gerador e, assim, sua resposta em frequência tem o formato típico mostrado na Figura 22.

Figura 22 - Resposta em frequência de uma antena.



Fonte: Adaptado de (Miyamoto, 2006).

A resposta em frequência da antena revela um comportamento resistivo na frequência de ressonância, um comportamento capacitivo abaixo desta frequência e, um comportamento indutivo acima.

A largura de banda utilizável numa antena é o intervalo onde esta apresenta as menores componentes indutivas ou capacitivas. Esta largura de banda é determinada a partir do intervalo de frequência correspondente aos pontos de intersecção da curva de resposta em frequência e a linha de  $-3$  decibéis (dB).

Em circuitos de RF torna-se inviável medir a resposta em frequência da antena em termos de ganho versus frequência, mesmo por que, figuras como a Figura 22 constituem apenas um recurso didático, associado ao circuito ressonante da Figura 21.

Na prática, a resposta em frequências é medida a partir do gráfico de SWR versus frequência.

## 4 A Antena *Ground-Plane*

A rigor, o nome correto da antena que será estudada neste TG é “antena monopolo do tipo *ground* e com *counterpoise* elevado”, para diferenciá-la da antena “monopolo com aterramento enterrado”. No entanto, na prática, e por motivo de simplicidade, esta antena costuma ser chamada simplesmente de antena *ground-plane* (*ground-plane antenna*). A distinção entre nomenclaturas será usada somente quando houver dúvida de compreensão do texto.

Além disso, como a antena *ground-plane* de  $\lambda/4$  pode ser considerada como um dipolo de  $\lambda/2$ , em que metade é um monopolo radiante físico e a outra metade é um monopolo radiante imagem - uma reflexão vista no solo - a maior parte das características desta nova antena se beneficiará da análise realizada no Capítulo 3. Para isto, a consagrada teoria das imagens (Harrington, 2001) será empregada.

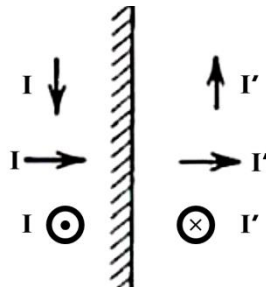
### 4.1 Antena-imagem

Problemas onde o campo, em uma dada região do espaço, é determinado a partir do conhecimento do campo sobre a fronteira da região são chamados de "problemas de valor de fronteira". Uma classe de "problemas de valor de fronteira" é aquele no qual a superfície da fronteira é um plano perfeitamente condutor. O procedimento é conhecido como método de imagens.

As condições de fronteira de um condutor elétrico perfeito estabelecem componentes tangenciais de campo elétrico nulas. Um elemento de fonte mais um elemento de fonte "imagem", radiando no espaço livre, produzem componentes tangenciais de campo elétrico nulo sobre o plano bissetor da linha que une os dois elementos. De acordo com os conceitos de unicidade, a solução para esse problema também é solução para um elemento de corrente adjacente ao plano condutor. A orientação e excitação (I) necessárias dos elementos da imagem

(I') são resumidas na Figura 23 (Harrington, 2001). A matéria e a carga elétrica também podem ser "imageadas", desde que a (anti) simetria seja mantida no problema de imagem.

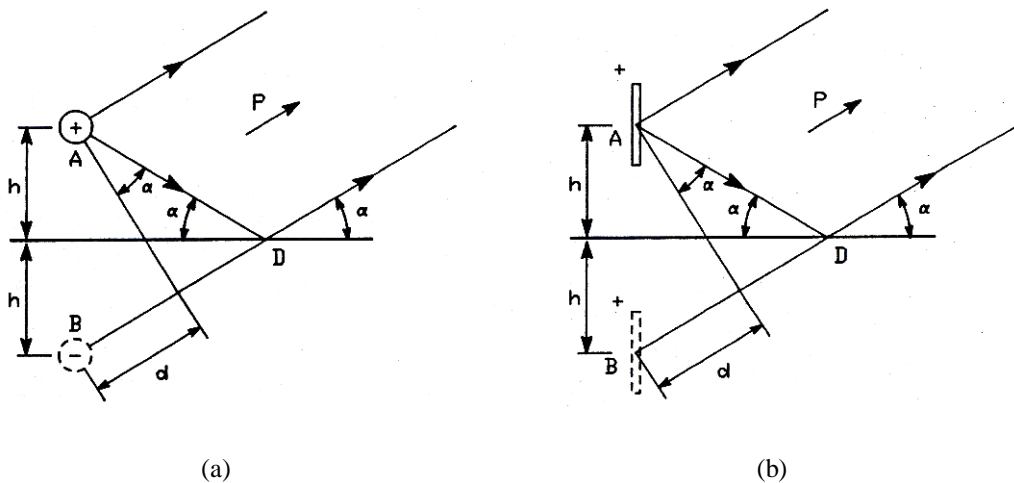
Figura 23 - Método de imagens: objeto I e imagem I'.



Fonte: Harrington (2001).

O desempenho da antena **A**, mostrada na Figura 24, geralmente é modificado pela presença do solo sob ela. Se considerarmos o solo como condutor perfeito, podemos imaginar o efeito da reflexão no solo, à uma certa distância  $D$  da antena **A**, como correspondente à radiação de uma antena-imagem **B** posicionada sob a superfície refletora (ElettronicaVeneta, 2000).

Figura 24 - Método de imagens aplicado a antenas. (a) Antena horizontal. (b) Antena vertical.



Fonte: ElettronicaVeneta (2000).

Em um ponto remoto ( $P$ ), o campo total em qualquer direção representa a soma vetorial de uma onda direta mais uma onda refletida. A onda refletida excursiona com um tempo de atraso devido à distância "d" em relação à onda direta, tanto com antenas horizontais (Figura 24a) quanto verticais (Figura 24b). O atraso depende da direção (que depende do ângulo  $\alpha$ ) e altura da antena ("h") em relação ao solo, mas as figuras mostram que a onda refletida percorre

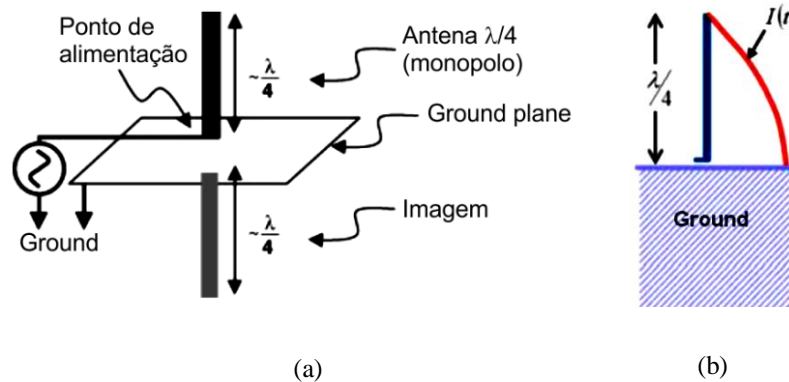
a mesma distância que percorreria se fosse gerada por uma segunda antena, simétrica em relação ao condutor.

#### 4.2 Antena monopolo vertical de $\lambda/4$ e plano terra

A estrutura de uma antena monopolo do tipo *ground-plane* é constituída essencialmente por metade da estrutura de um dipolo montado verticalmente. O termo monopolo também é usado para descrever esta antena, em oposição ao dipolo. Possui um único elemento radiante, e, depende do solo ou do sistema de simulação de solo para obter o restante da antena.

Com efeito, o monopolo de um quarto de onda ( $\lambda/4$ ) pode ser considerado como um dipolo em que metade é o monopolo radiante e a outra metade é uma reflexão vista no solo, conforme ilustrado na Figura 25a. Se a antena estiver conectada a um bom aterramento, ela constitui a chamada antena Marconi (Frenzel, 2013).

Figura 25 - Antena monopolo vertical de  $\lambda/4$ . (a) Elementos objeto e imagem. (b) Distribuição de corrente no monopolo.



Fonte: Frenzel (2013).

A partir da antena-imagem mostrada, comprova-se que um elemento de  $\lambda/4$ , montado perpendicularmente a um plano de terra perfeito, pode ser considerado equivalente a um dipolo vertical de meia-onda ( $\lambda/2$ ), estudada no Capítulo 3. A superfície terrestre é, neste caso, um plano de simetria dividindo a antena e seus parâmetros.

Desta maneira, baseado na distribuição de corrente da antena dipolo de  $\lambda/2$  verifica-se, na Figura 25b, que a corrente no elemento de radiação na antena de  $\lambda/4$  é máxima perto do ponto de alimentação e nula na sua extremidade. Isso dá à antena uma baixa impedância de

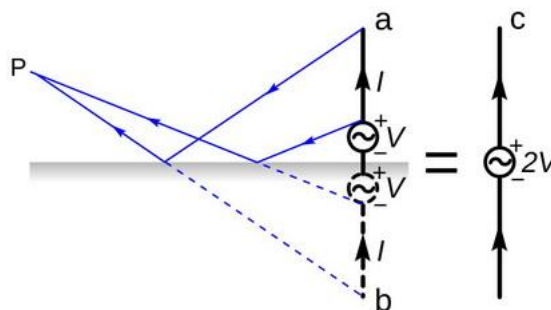
alimentação, normalmente, em torno de  $20 \Omega$  (Electronics Notes, 2023), que na prática é considerada desfavorável.

Como esta antena só pode irradiar acima do plano de terra, uma antena monopolo terá um ganho de 3 dB superior a um dipolo equivalente. Isso pressupõe que não haja perdas de terra ou de aterramento. Realmente, conforme esquematizado na Figura 26, para a antena monopolo 'a', a Terra – ou solo – reflete parte das ondas. Para todos os efeitos é como se uma parte dessa onda fosse proveniente da antena de imagem 'b', enquanto a outra parte, do monopolo físico 'a'. Consequentemente, embora a antena monopolo se comporte como uma antena dipolo tradicional 'c', seu ganho de tensão será dobrado, em vista que também existe a contribuição da fonte de sinal imagem.

Na realidade, é muito trabalhoso obter um sistema de aterramento de antena monopolo de RF sem perdas e, portanto, é difícil realizar totalmente esse ganho. Como o plano de terra não é um condutor perfeito, as características do solo são determinantes em todo o sistema.

A distribuição de corrente  $I(t)$  mostrada na Figura 25b é a definida pelo gerador, e por isso deve atravessar também o solo ao redor da antena. Neste meio, a distribuição de linhas de campo elétrico é sensivelmente diferente (mais concentrada próxima à superfície) daquela que se distribui pelo ar - o solo é obviamente uma parte importante da antena de RF. Isto é o que é chamado de antena "não balanceada" tendo uma conexão com o elemento vertical e usando uma conexão de terra ou conexão de terra simulada para fornecer uma imagem para a outra conexão.

Figura 26 - Equivalência: a antena monopolo exibe o dobro do ganho de uma antena dipolo.



Fonte: <https://www.gratispng.com/png-1b7ggp/>.

Na prática, os circuitos de alimentação da antena têm, em série com a resistência de radiação e a resistência ôhmica da antena, um outro termo que é função da superfície sob a

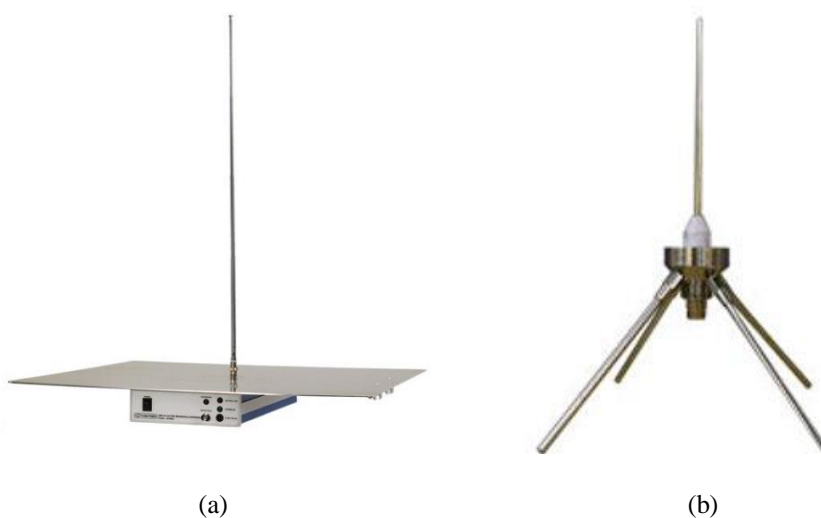
antena (ElettronicaVeneta, 2000). Para aumentar o desempenho da antena, é necessário criar uma boa superfície condutora. Muitas instalações MF e HF usam uma conexão de aterramento para isso. Esses sistemas de aterramento precisam ser muito eficazes para que a antena funcione satisfatoriamente. Obviamente, eles devem ter uma resistência muito baixa e geralmente utilizam grandes "tapetes" de radiais que se estendem da base da antena para garantir um excelente desempenho de RF.

#### 4.3 Antena monopolo vertical de $\lambda/4$ com *ground-plane* artificial (antena *ground-plane*)

O *ground-plane* artificial deveria consistir de uma superfície infinita e perfeitamente condutora. Na prática, é implementada por um sistema de fios ou elementos tubulares cujo comprimento é  $\lambda/4$ , chamados de radiais, em vista de serem posicionados radialmente em torno da base do elemento radiante. Na Figura 27 ilustram-se alguns exemplos dessas antenas.

A antena vertical de  $\lambda/4$  é a forma mais simples de antena vertical. Apresenta bom desempenho, combinado com um padrão de radiação omnidirecional e simplicidade de construção. Pode ser usada em todas as bandas de frequência, incluindo LF, MF, HF, VHF e além.

Figura 27 - Monopolo com *ground-plane* artificial. (a) Com placa. (b) Com elementos tubulares.



Fonte: <https://www.tequipment.net> e <https://anokhasangam.wixsite.com>

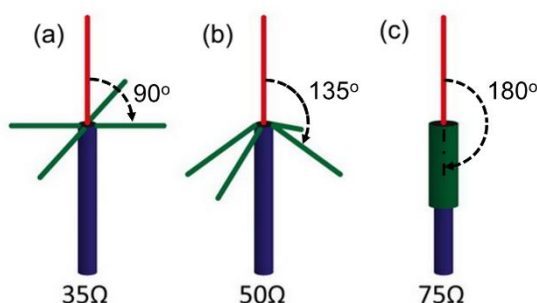
Como vimos, uma antena monopolo de  $\lambda/4$  usa a seção vertical real, ou seja, um quarto de comprimento de onda vertical e uma imagem dela no sistema de aterramento como base de sua operação. Como um dipolo de  $\lambda/2$  tem uma resistência à radiação de  $75 \Omega$  (Electronics

Notes, 2023), um monopolo de  $\lambda/4$  terá uma resistência à radiação de aproximadamente  $36,8 \Omega$  se for montado acima de um bom plano de aterramento, como a placa metálica na Figura 27a.

Com isso, as antenas monopolo verticais, especialmente para HF, onde é usado um sistema radial (*counterpoise*) ou um terra separado, precisarão ter uma rede de casamento no ponto de alimentação da base da antena para resolver o descasamento de impedâncias, pois normalmente são alimentadas com cabo coaxial de  $50\Omega$ .

Com o *ground-plane* artificial, chamado de *counterpoise*, composto por alguns elementos radiais horizontais, o valor da impedância aproxima-se de  $35 \Omega$ , como mostrado na Figura 28a. Outras estruturas das antenas *ground-plane*, com diferentes ângulos de *counterpoise* e gerando diferentes impedâncias de entrada são mostradas na Figura 28 (DIY HAM Antenna, 2023). Portanto, se os radiais forem dobrados para baixo a partir da horizontal, a impedância de alimentação será aumentada.

Figura 28 - A impedância do monopolo pode ser ajustada pelo ângulo dos radiais.



Fonte: Adaptado de (DIY HAM Antenna, 2023).

Um casamento de  $50 \Omega$  pode ser alcançado quando o ângulo entre os radiais do plano de aterramento e o elemento ativo for de 135 graus (ver Figura 28b). Se os elementos estiverem totalmente voltados para baixo (ver Figura 28c), a resistência à radiação pode ser aumentada para  $75 \Omega$ , em vista de ser semelhante à configuração do dipolo vertical.

#### 4.4 Sobre o Sistema *Counterpoise*

Existe muita polêmica a respeito do termo *counterpoise* na literatura sobre sistemas de comunicações. Assim, foi necessário escolhermos uma das várias interpretações para usar neste TG.

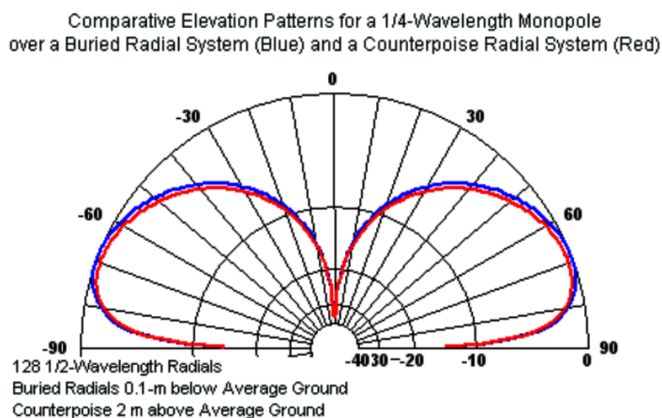
O termo *counterpoise* (em inglês) é traduzido para o português como “contrapeso”, e vem de contextos de sistemas mecânicos. Um contrapeso é um peso equivalente que equilibra

a carga, ou seja, um peso que serve para equilibrar uma força. O nome já foi confundido na literatura amadora para sugerir qualquer coisa com radiais, e adquiriu o significado adicional de uma parte da antena que não irradia, mas permite que as partes radiantes irradiem melhor do que fariam sem ela.

Uma coisa é clara, um sistema com radiais enterrados com o fio em contato direto (ou quase direto, se os fios forem isolados) com o solo não constitui um *counterpoise*. Por isso, na seção 4.2, enquadrámos as antenas que utilizam tal sistema de “Antena monopolo vertical e plano terra”.

Neste TG vamos adotar uma das versões consideradas mais razoáveis e que se enquadra na nossa abordagem baseada no método das imagens: o *counterpoise* é mais comumente interpretado como um grande radial ou tela isolada do solo, embora próxima a ele, para servir como um aterramento acoplado capacitivamente para monopolos. Em outras palavras, um contrapeso é um sistema de radiais elevados, onde os fios radiais são interconectados com jumpers. Trata-se de uma rede isolada de fios radiais montados acima do solo para formar uma grande capacitância com o solo. Não deve haver nenhuma conexão com o terra físico no circuito da antena quando um *counterpoise* é usado. O tamanho do contrapeso depende da frequência de operação. Deve haver capacitância suficiente para se ter uma reatância relativamente baixa na frequência de trabalho, de modo a minimizar os potenciais de "contrapeso" em relação ao terra. Nesta condição, ambos os padrões de radiação, do sistema radial enterrado e de *counterpoise*, têm um ângulo de elevação de 21 graus, como mostrado na Figura 29.

Figura 29 - Comparação entre os padrões de radiação dos monopolos com radial enterrado e com *counterpoise*.



Fonte: Cebik (2023).

O sistema radial enterrado produz um ganho máximo de 2,24 dBi, enquanto o sistema de *counterpoise* apresenta um ganho máximo de 1,93 dBi, cerca de 0,3 dB de diferença. Apesar da semelhança do desempenho da antena, a distribuição de corrente ao longo dos radiais enterrados não é a mesma que ao longo dos fios de contrapeso levemente elevados (Cebik, 2023).

#### 4.5 Número e tamanho do *counterpoise*

Para estações fixas é utilizado um conjunto de radiais simulando um plano de terra. Em teoria, o plano de terra deveria se estender até o infinito, mas na prática frequentemente é usado um número de radiais de um quarto de comprimento de onda. Normalmente, para muitas aplicações VHF, três ou quatro radiais são suficientes.

Como mencionado acima, o tamanho do *counterpoise* usado para transmissão de rádio depende do comprimento de onda associado à frequência de operação. Tal qual uma antena monopolo convencional, o *counterpoise* funciona como um plano-terra, refletindo as ondas de rádio irradiadas para baixo pela antena.

Para funcionar adequadamente, o *counterpoise* deve estender pelo menos meio comprimento de onda ( $\lambda/2$ ) da torre da antena em todas as direções (Wikipedia, 2023). Ao projetar um *counterpoise* para uma estação de rádio de ondas médias (AM), por exemplo, as ondas de rádio têm no máximo  $\lambda = 566$  m. Portanto, o *counterpoise* deve se estender 282 metros da torre, para fazer um círculo de 566 metros de diâmetro.

#### 4.6 Largura de banda da antena *ground*

A largura de banda da antena é uma função de sua estrutura física. Geralmente é definida como a faixa em que a taxa de onda estacionária (SWR) da antena é menor que 2 para 1 (ou 2:1) (Frenzel, 2013). O valor do SWR é determinado pela quantidade de sinal refletido da antena (a qual constitui a carga  $Z_L$ ) de volta à linha de transmissão (com impedância característica  $Z_0$ ) que a alimenta. Por sua vez, o coeficiente de reflexão é uma função da impedância da antena em relação à impedância da linha de transmissão.

O SWR ideal é 1:1. Um SWR de 2:1 indica uma potência refletida de 10%, significando que 90% da potência transmitida chega à antena. Um SWR de 2:1 geralmente é considerado como o máximo na prática permitido para a operação mais eficiente do sistema.

A impedância real da antena medida em seu ponto de alimentação central varia com a frequência central de operação e a altura da antena. Por exemplo, na ressonância (assunto discutido no Capítulo 3), e meio comprimento de onda acima do solo, a impedância de uma antena dipolo de  $\lambda/2$  é puramente resistiva e vale aproximadamente  $75 \Omega$ . Fora da ressonância, a impedância da antena incluirá uma componente de reatância indutiva ou capacitiva (Frenzel, 2013).

Um dos objetivos desse TG é levantar a resposta em frequência e a largura de banda da antena *ground* disponível no kit da *ElettronicaVeneta*.

#### **4.7 Padrão de irradiação da antena monopolo**

O levantamento do padrão de radiação ou diagrama polar de uma antena de quarto de onda vertical é relevante. Frequentemente, para antenas verticais, é parte essencial para seu desempenho que o nível máximo de radiação emane de um ângulo próximo ao solo.

Isso é particularmente verdadeiro se forem usados para comunicações HF de rádio bidirecionais locais ou para rádio amador de longa distância ionosférica. Em ambos os casos, é necessário um baixo ângulo de radiação.

Vamos recordar (Capítulo 3) que, sob o ponto de vista do plano de terra, o padrão de radiação de uma antena dipolo é omnidirecional, ou seja, o padrão de radiação horizontal é um círculo onde a antena irradia igualmente bem em todas as direções. Lateralmente tem um padrão na forma de um número "8" (ou de um 'donuts'), com a radiação máxima ocorrendo em ângulos retos com o eixo da antena (Miyamoto, 2006), como mostrado na Figura 30.

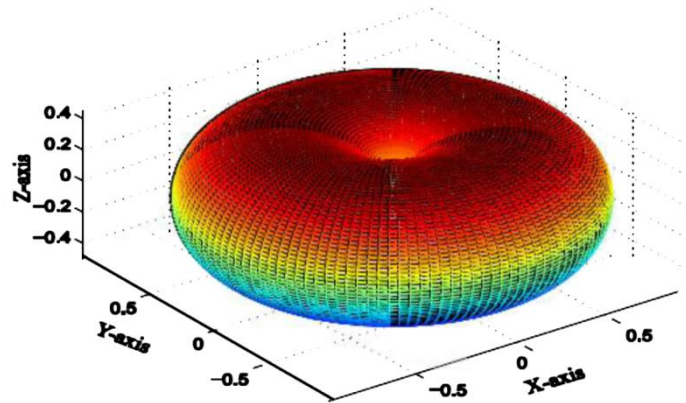
Assim, o sinal máximo ocorre na lateral da antena, contudo, este é um padrão ideal, que é facilmente distorcido pela presença do solo e quaisquer objetos próximos (Frenzel, 2013).

Ao operar com bom aterramento, o padrão de radiação de uma antena monopolo será idêntico à metade superior de um padrão dipolo, com sua radiação máxima na direção horizontal, perpendicular à antena (Khan et al., 2014).

No caso do monopolo aterrado no solo, seria esperado pensar que seu padrão de radiação correspondesse ao padrão do dipolo cortado em duas metades, como na Figura 31. Na realidade, não é possível obter o nível máximo de radiação exatamente paralelo ao solo e, em vez disso, o padrão é levemente distorcido com a radiação máxima ocorrendo em um ângulo ligeiramente

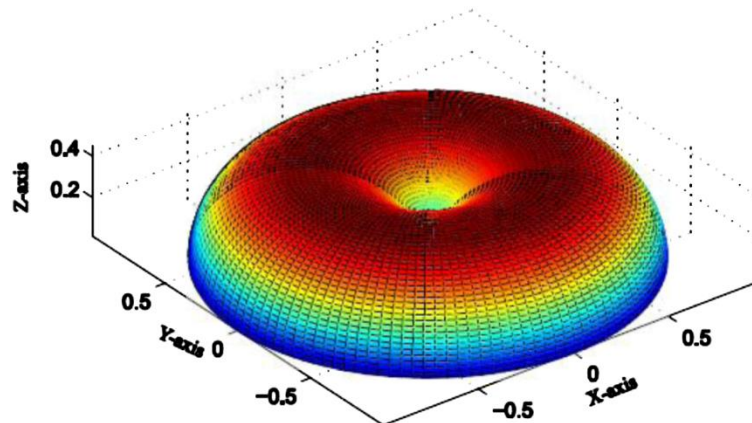
acima de  $0^\circ$  (ver Figura 29). O ângulo prático depende de muitos fatores, incluindo a conexão com a Terra, objetos locais, a condutividade local do solo, etc.

Figura 30 - Diagrama de radiação da antena dipolo de meia-onda.



Fonte: Khan et al. (2014).

Figura 31 - Diagrama de radiação da antena monopolo de quarto-de-onda.



Fonte: Khan et al. (2014).

#### 4.8 Ganho da antena *ground*

O ganho de uma antena está relacionado à direcionalidade (também chamado de diretividade) do padrão de radiação. Uma antena não é um dispositivo ativo, como um amplificador que exhibe ganho de tensão ou potência às custas da energia fornecida pelas fontes de alimentação DC. Na verdade, seu ganho está relacionado com a sua diretividade: se a antena colima ou focaliza o padrão de radiação, e o torna mais direcional, costuma-se dizer que tal antena tem “ganho”.

O ganho geralmente é expresso em dB, medido em relação a alguma referência como, por exemplo, uma antena isotrópica (ou omnidirecional), que é uma fonte pontual de energia de RF que irradia em todas as direções. Uma antena isotrópica se comporta como uma fonte pontual de luz iluminando o interior de uma esfera em expansão. Uma antena isotrópica tem um ganho de 1 W/W ou 0 dB (as vezes chamado de dBi, onde o 'i' vem de 'isotrópico'). Por exemplo, um dipolo tem um ganho de 2,16 dBi, tomando como referência uma fonte isotrópica (Frenzel, 2013).

Embora útil, na realidade a antena isotrópica só existe em teoria, pois não é realizável na prática. Por isso, muitas vezes costuma-se utilizar a antena dipolo como referência, uma vez que é simples, de baixo custo e é isotrópica sobre o plano X-Y da Figura 26. Nesse caso, o ganho da antena é expresso em dBd, onde o 'd' vem de 'dipolo'.

## 5 Equipamentos utilizados

Neste capítulo, apresentam-se todos os materiais utilizados nas medições dos parâmetros da antena *ground-plane*. Para tal, utilizou-se o kit didático sobre “Linhas de Transmissão e Antenas” da *ElettronicaVeneta* (ElettronicaVeneta, 2000).

A seguir, pode-se observar a especificação e um breve relato a respeito dos equipamentos utilizados no experimento.

### 5.1 Gerador de RF

O gerador de sinal RF (representado na Figura 32) é um instrumento de teste, que é basicamente uma fonte de sinal capaz de gerar sinais de radiofrequência com características bem específicas e conhecidas como, por exemplo, a frequência e amplitude deste sinal. Dessa forma, é possível avaliar a resposta do circuito, e saber exatamente como está o seu funcionamento (Manual da Eletrônica, 2023).

Figura 32 - Gerador de RF do kit didático *ElettronicaVeneta*



Fonte: Do próprio autor.

Este equipamento é indispensável no experimento, pois gera o sinal que excita a antena *ground-plane*. A seguir, são apresentadas suas especificações (ElettronicaVeneta, 2000).

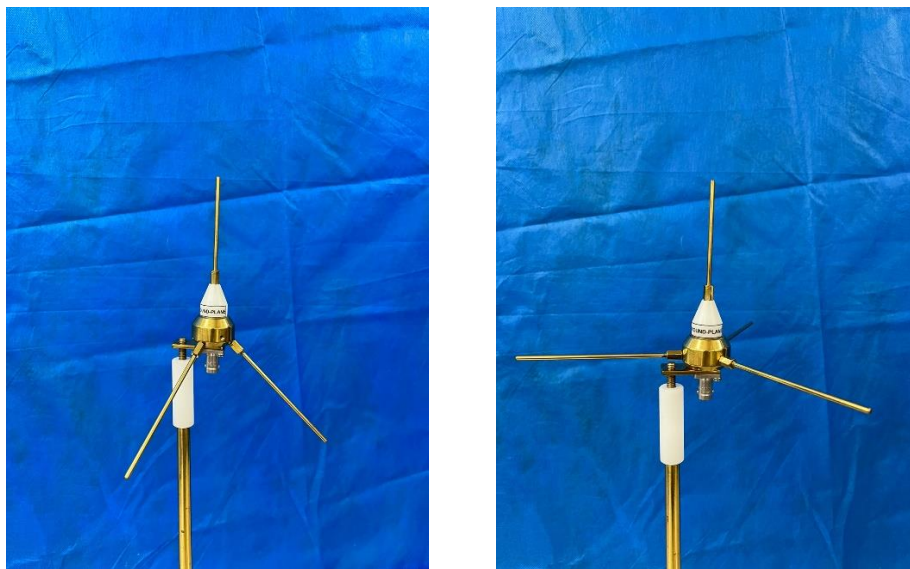
- a) Alimentação: 127 V.
- b) Potência de saída: 1,5 W.
- c) Impedância de saída: 75  $\Omega$ .
- d) Banda de frequência: 469,5 – 853 MHz.
- e) Conectores: BNC.

## 5.2 Antena *ground-plane*

Esta em especial, é protagonista de todo o trabalho. Foi abordado no Capítulo 4 que a antena *ground-plane* de  $\lambda/4$  tem característica similar a uma antena dipolo de  $\lambda/2$ , visto que metade é um monopolo radiante físico e a outra metade é um monopolo radiante imagem.

O equipamento possui elemento ativo (monopolo) de aproximadamente 9 cm de comprimento e 3 mm de diâmetro, seus radiais de diâmetro similar e 12 cm de comprimento. Além disso, possui dois tipos de configuração para o encaixe do *counterpoise*: a 135 e 90 graus, conforme a Figura 33 na sequência.

Figura 33 - Antenas *ground-plane*. (a) Radiais a 135 graus. (b) Radiais a 90 graus.



(a)

(b)

Fonte: Do próprio autor.

## 5.3 Medidor de campo FSM/LA

Este equipamento foi indispensável no desenvolvimento de todo o trabalho e suas medições, pois nele é acoplada uma antena receptora do sinal emitido pela antena *ground-plane*.

Segundo o kit didático *ElettronicaVeneta*, este instrumento possui entradas IEC e BNC, alimentação por bateria recarregável de 12 V, LEDs indicadores de intensidade de campo captado e controle de ganho. Na Figura 34 a seguir é possível observá-lo.

Figura 34 - Medidor de campo FSM/LA



Fonte: Do próprio autor.

#### 5.4 Multímetro

Um multímetro é um equipamento destinado a medir grandezas elétricas, como por exemplo: resistência, tensão, corrente, etc.

O instrumento ilustrado na Figura 35 foi responsável por registrar os valores de tensão do medidor de campo FSM/LA e da ponte reflectométrica, também chamada de *Rho-Tector*, a qual será explicada com mais detalhes posteriormente, ainda neste capítulo.

Figura 35 - Multímetro



Fonte: Do próprio autor.

### 5.5 Base acrílica, pedestal, cabos coaxiais e terminações de carga

Estes componentes representados na Figura 36 em sequência compõem o kit didático *ElettronicaVeneta* e permitiram a realização da montagem do arranjo experimental do TG.

Figura 36 - Instrumentos integrantes do kit *ElettronicaVeneta*. (a) Base acrílica graduada em graus para suporte. (b) Hastes de sustentação para antena. (c) Cabos coaxiais de 1,5 m e 9 cm de comprimento e impedância de  $75 \Omega$ . (d) Terminações de impedância  $75 \Omega$  e curto-circuito, respectivamente.



(a)



(b)



(c)



(d)

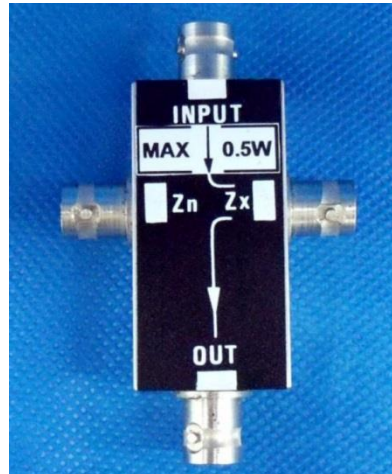
Fonte: Do próprio autor.

### 5.6 A ponte reflectométrica

No manual da *ElettronicaVeneta*, a ponte reflectométrica é chamada de Rho-Tector, uma vez que o coeficiente de reflexão  $\Gamma_L$  é chamado de 'rho' e o dispositivo é usado com o

objetivo de medir ou detectar ‘rho’, ou seja, trata-se de um detector de ‘rho’ (*Rho-Tector*, em inglês). Na Figura 37 tem-se a imagem do *rho-tector* utilizado neste TG.

Figura 37 - A ponte reflectométrica – *rho-tector*.



Fonte: Do próprio autor.

### 5.6.1 Perda de retorno

Vale a pena fazer uma recordação das principais relações e conceitos envolvendo  $\Gamma_L$  e SWR antes de prosseguir. O coeficiente de reflexão produzido por uma carga qualquer (por exemplo, uma antena),  $Z_L$ , acoplada a uma linha de transmissão com impedância característica  $Z_0$  é definida como a relação entre as ondas de tensão refletida ( $V_r$ ) e incidente ( $V_i$ ) na posição da carga:

$$\Gamma_L = \frac{V_r}{V_i} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{Z_L / Z_0 - 1}{Z_0 / Z_L + 1} = \frac{1 - Z_0 / Z_L}{1 + Z_0 / Z_L} \quad (165)$$

de tal maneira que,

- a) Se  $Z_L = 0$  ohm (curto-circuito), então  $\Gamma_L = -1$ .
- b) Se  $Z_L = \infty$  ohm (circuito aberto), então  $\Gamma_L = +1$ .
- c) Se  $Z_L = Z_0$  ohm (carga casada com a linha), então  $\Gamma_L = 0$ .

Por outro lado, a taxa de onda estacionária (SWR) é definida pela razão entre o máximo e o mínimo de tensão da envoltória da onda estacionária de tensão na linha de transmissão:

$$SWR = \frac{\|V_{\max}\|}{\|V_{\min}\|} = \frac{|V_i| + |V_r|}{|V_i| - |V_r|} = \frac{1 + \left|\frac{V_r}{V_i}\right|}{1 - \left|\frac{V_r}{V_i}\right|} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad (166)$$

ou, reciprocamente,

$$|\Gamma_L| = \left|\frac{V_r}{V_i}\right| = \frac{SWR - 1}{SWR + 1} \quad (167)$$

Observando que  $|\Gamma_L|$  é uma razão entre grandezas, então, pode ser expressa em decibéis (dB), dando origem a chamada perda de retorno ( $PR$ ), uma vez que mede a quantidade de potência refletida devido ao descasamento com a carga:

$$PR = 20 \log |\Gamma_L| = 20 \log \left|\frac{V_r}{V_i}\right|, \text{ dB} \quad (168)$$

Recorde-se ainda que, para uma carga puramente resistiva,  $Z_L = R_L$ , e, considerando que linhas de transmissão comerciais possuem impedâncias características puramente reais,  $Z_0$ , resulta:

a) Se  $Z_L = R_L > Z_0$ , então

$$SWR = \frac{R_L}{Z_0} \quad (169)$$

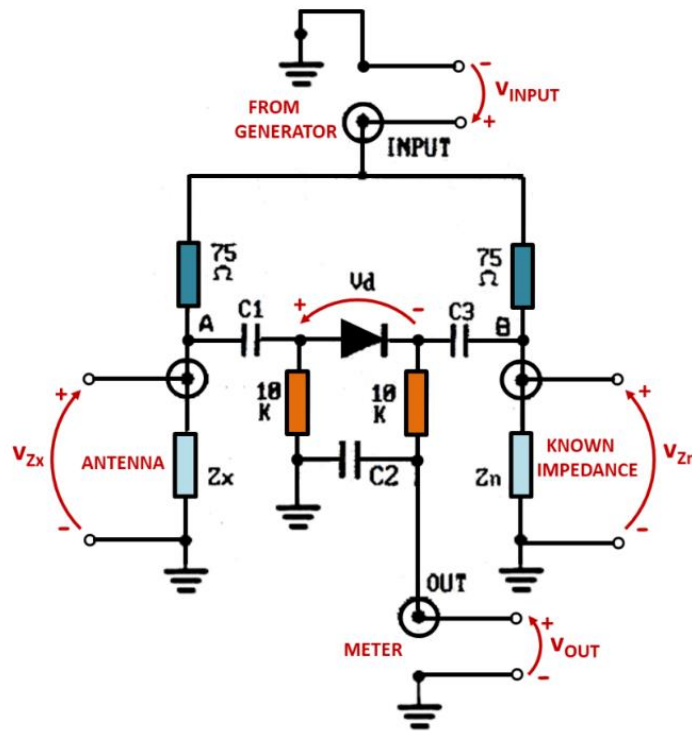
b) Se  $Z_L = R_L < Z_0$ , então

$$SWR = \frac{Z_0}{R_L} \quad (170)$$

### 5.6.2 Funcionamento do *Rho-tector*

O diagrama da ponte reflectométrica, *rho-tector*, está mostrado na Figura 38, a qual é constituída por duas resistências de 75  $\Omega$  (pois todos os nossos equipamentos seguem a linha de 75  $\Omega$ ), pela impedância conhecida  $Z_n$  (que pode assumir valores de 75  $\Omega$ , 100  $\Omega$ , etc., conforme a conveniência) e pela impedância desconhecida  $Z_x$  (neste relatório, corresponde à impedância da antena a ser caracterizada). O diodo utilizado é de germânio (Ge) e, portanto, consegue responder a frequências de RF (rádio frequência); sua tensão de limiar é de apenas 200 mV (ao contrário dos diodos de Si, cujo limiar é de 700 mV).

Figura 38 - Circuito eletrônico interno do *rho-ector*.



Fonte: Do próprio autor.

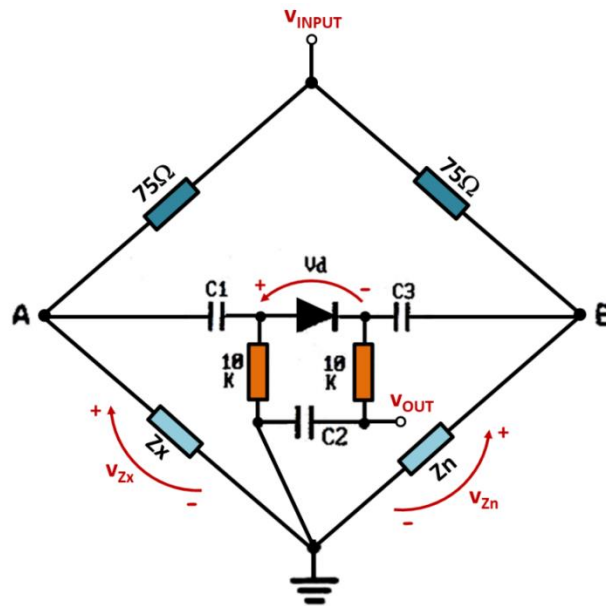
Na Figura 39 apresenta-se uma forma alternativa de desenhar a Figura 38, a qual lembra mais o formato bem conhecido da ponte de Wheatstone. Os capacitores C1 e C3 têm valores iguais e possuem reatâncias insignificantes em altas frequências, ou seja, são meros capacitores de passagem.

Em conformidade com a parte experimental, será escolhida uma impedância  $Z_n = 75 \Omega$  e o sinal de entrada será senoidal com amplitude  $E$ , ou seja,  $v_{\text{INPUT}} = E \text{ sen}(\omega t)$ , volts.

Note-se que, se  $Z_x$  for maior que  $Z_n$ , então  $v_{z_x}$  será maior que  $v_{z_n}$ , a tensão no ponto A será maior que em B e o diodo conduzirá. Contudo, observe-se que os resistores (de  $10 \text{ k}\Omega$ ) ligados nas duas extremidades do diodo são bem maiores que os demais resistores do circuito, e assim, a corrente drenada por estes dois resistores será mínima. De fato, deve circular correntes muito pequenas pelo centro da ponte.

Quando  $Z_x = Z_n$ , a ponte está em equilíbrio, o que significa que o sinal do gerador de RF aplicado na entrada 'INPUT' será dividido em partes iguais nos dois braços da ponte, os pontos A e B terão a mesma tensão e o diodo não detectará nenhum sinal.

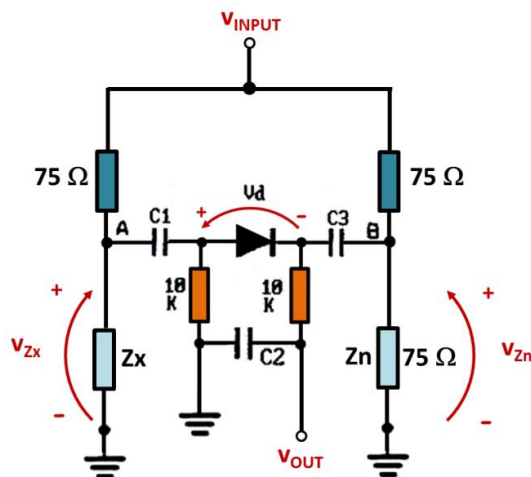
Figura 39 - Desenho alternativo para a ponte reflectométrica.



Fonte: Do próprio autor.

Por outro lado, se  $Z_x$  e  $Z_n$  forem diferentes, os pontos A e B possuirão diferentes potenciais, cuja diferença é aplicada ao diodo, sendo retificado e aplicado ao medidor (METER) através do resistor de  $10\text{ k}\Omega$  e do capacitor de filtragem de *ripple*. Esta última passagem será explicada com mais detalhes nos próximos parágrafos. Para isto, acredita-se que o desenho da Figura 40 seja mais adequado para a análise do circuito.

Figura 40 - Desenho alternativo para a análise circuital do *rho-tector*.



Fonte: Do próprio autor.

Sabendo que o dreno de corrente pelo centro da ponte é muito pequeno, podemos aproximar o ramo de circuito do lado esquerdo da Figura 40, entre o gerador de RF e a resistência de 75  $\Omega$ , por um divisor de tensão ideal. Com isso, determina-se que a tensão no ponto A é aproximadamente:

$$v_A = v_{zx} = \frac{Z_x}{Z_x + 75} v_{INPUT} = \frac{Z_x}{Z_x + 75} E \text{ sen}(\omega t) \quad (171)$$

lembrando que  $Z_x$  é desconhecida (contudo, pequena, da ordem de dezenas a centenas de ohms, como costumam ser os valores de impedâncias de antenas).

Pelo mesmo motivo, podemos aproximar o ramo do lado direito da Fig. 4 por um divisor de tensão e calcular a tensão no ponto B:

$$v_B = v_{zn} = \frac{Z_n}{Z_n + 75} v_{INPUT} = \frac{1}{2} v_{INPUT} = \frac{E}{2} \text{ sen}(\omega t) \quad (172)$$

pois  $Z_n = 75 \Omega$ .

Contudo, ao contrário dos retificadores a diodos e com filtros capacitivos, onde o principal interesse é obter a tensão entregue à carga, no *rho-tector* deseja-se obter a tensão sobre o diodo. De fato, calculando-se a tensão  $V_d$  se obtém:

$$V_d = v_A - v_B = v_{zx} - v_{zn} = \left( \frac{Z_x}{Z_x + 75} - \frac{1}{2} \right) E \text{ sen}(\omega t) = \left( \frac{Z_x - 75}{Z_x + 75} \right) \frac{E}{2} \text{ sen}(\omega t) \quad (173)$$

ou seja,  $V_d$  é proporcional ao coeficiente de reflexão dado em (165):

$$V_d = \frac{E}{2} \left( \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right) \text{ sen}(\omega t) = \frac{E}{2} \Gamma_L \text{ sen}(\omega t) \quad (174)$$

sendo  $Z_L = Z_x$  e  $Z_0 = Z_n = 75 \Omega$ .

No semi-ciclo positivo da tensão  $V_d = \frac{E}{2} \Gamma_L \text{ sen}(\omega t)$ , o diodo conduz, e, no negativo, bloqueia. Portanto, ocorre uma retificação de meia onda, cujos valores de pico da forma de onda são iguais a  $(|\Gamma_L| E / 2)$ . Para o restante da análise podemos usar o trecho de circuito mostrado na Figura 41, no qual o sinal de tensão em cima do diodo é filtrado pelo capacitor C2. Os elevados resistores de 10 k $\Omega$  atuam apenas como guias de tensão, para conduzir  $V_d$  até  $v_{OUT}$ . Como a frequência envolvida neste trabalho é da ordem de 700 MHz, o *ripple* resultante deve

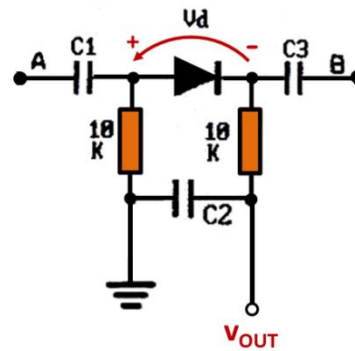
ser muito pequeno, não havendo necessidade de qualquer regulação adicional de tensão. Logo, o sinal de saída  $v_{OUT}$  será aproximadamente DC, com valor:

$$v_{OUT} = \frac{E}{2} |\Gamma_L| = \frac{E}{2} \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| = \frac{E}{2} \left| \frac{Z_X - 75}{Z_X + 75} \right| = \frac{E}{2} \left( \frac{SRW - 1}{SRW + 1} \right) \quad (175)$$

Portanto, a tensão detectada pelo rho-tector, dada em (X.11), é proporcional ao valor absoluto de  $\Gamma_L$ . Se  $Z_X=0$  ou  $Z_X=\infty$  então  $|\Gamma_L|=1$  e  $v_{OUT} = E/2$ . Se  $Z_X=Z_n=75 \Omega$ , a tensão de saída é nula (operando em conformidade com a previsão registrada no início desta seção).

Deve-se atentar ao fato de que estamos trabalhando com um kit didático, não profissional. Assim, se a queda de tensão sobre o diodo não for significativa, a fórmula (175) não é exata. Infelizmente, o diodo não consegue detectar tensões menores que 200 mV.

Figura 41 - Detecção da tensão sobre o diodo.



Fonte: Do próprio autor.

Além disso, não é possível tentar utilizar o chamado “super-diodo” (retificador de precisão), a base de amplificadores operacionais e que tem tensão de limiar da ordem de 2,0  $\mu\text{V}$ , uma vez que não existem disponíveis amplificadores operacionais na faixa de 700 MHz.

## 6 Procedimentos e Resultados Experimentais

Neste capítulo serão apresentados os procedimentos e resultados do ensaio da antena *ground-plane*, utilizando-se o kit *ElettronicaVeneta*.

Em um primeiro momento, descrevem-se os fundamentos de medição de antenas e seu avanço tecnológico ao longo do tempo.

Os parques de medições recebem atenção na segunda seção deste capítulo, visto que a escolha de um lugar adequado é extremamente criteriosa, a fim de minimizar reflexões em objetos próximos.

Na seção seguinte, são mostrados os passos necessários para levantar as características do padrão de irradiação 3-D de uma antena a partir de padrões 2-D contidos em planos ortogonais estratégicos do equipamento.

Em seguida, serão apresentados todos os procedimentos experimentais adotados para a determinação da resposta em frequência da antena *ground-plane*, bem como sua largura de banda, além dos padrões de irradiação do equipamento.

Por fim, será possível obter os resultados das medições utilizando o kit didático *ElettronicaVeneta*, um dos objetivos principais deste TG.

### 6.1 Fundamentos de Medição de Antenas

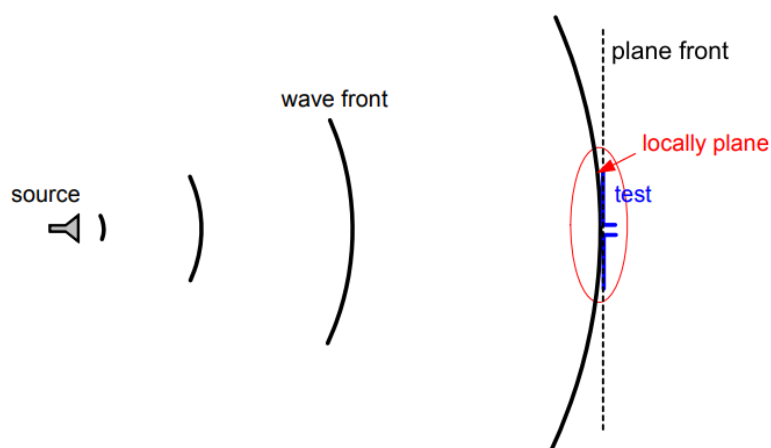
Os métodos básicos para medir as características da antena foram desenvolvidos antes e durante a Segunda Guerra Mundial (IEEE Std 149-1979). Os métodos para medir padrões de campo distante da antena, polarização, impedância de entrada, ganho e diretividade foram desenvolvidos em conjunto com o projeto de novas estruturas de radiação, necessárias nas tecnologias de telecomunicações e radar. A metrologia de antenas requer não apenas uma base teórica sólida em teoria de antenas e radiação, mas também equipamentos sofisticados capazes de fornecer a precisão e pureza necessárias dos dados medidos.

O equipamento de medição de antena inclui: *Antenna range* (ver próxima seção), CATR- *Compact Antenna Test Range* (conforme será visto adiante), posicionadores de antena, gravadores de padrão, analisadores de rede vetorial, geradores de sinal, padrões de ganho de antena, etc. Atualmente, sofisticados sistemas de computador são desenvolvidos para fornecer controle automatizado de medições de padrão, bem como cálculos rápidos relacionados à diretividade da antena, conversão de padrão 2-D para 3-D, transformações de campo próximo a distante (em faixas de antena compactas), etc.

A condição ideal para medir o padrão de campo distante e o ganho da antena é sua iluminação por uma onda plana uniforme. Esta é uma onda, que tem uma frente de onda plana com os vetores de campo sendo constantes através dela.

Na prática, as antenas geram campos distantes no espaço 3-D que são aproximados por frentes de onda esféricas quando o ponto de observação está suficientemente longe da fonte. No entanto, a grandes distâncias da antena de origem, a curvatura da frente de fase é pequena na abertura da antena de teste e pode ser aproximada por uma onda plana uniforme, como ilustrado na Figura 42.

Figura 42 - Condição ideal para medição de antenas no campo distante.



Fonte: Do próprio autor.

No caso das medições realizadas neste estudo, será seguida a orientação no manual de instruções do kit de antenas da *ElettronicaVeneta*, Mod. LA/EV, que orienta manter uma distância mínima entre 4 e 5 comprimentos de onda ( $\lambda$ ) entre a antena fonte e antena teste, como estimativa razoável para se operar no campo distante.

## 6.2 Antenna Range

Os parques de medição de antena são chamados de *Antena Range* (AR, sem tradução para o português). Eles podem ser categorizados como ARs externos e ARs internos (câmaras anecoicas).

Atenção especial deve ser dada para minimizar reflexões indesejadas em objetos próximos (equipamentos, pessoas, edifícios), do solo ou das paredes do local. Isso torna os locais abertos para medições de antenas (*open range*) uma comodidade rara, pois eles devem fornecer propagação no espaço livre. Tais condições ideais são encontradas apenas em áreas despovoadas (desertas) de terreno predominantemente plano.

As faixas elevadas são caracterizadas pelas seguintes características:

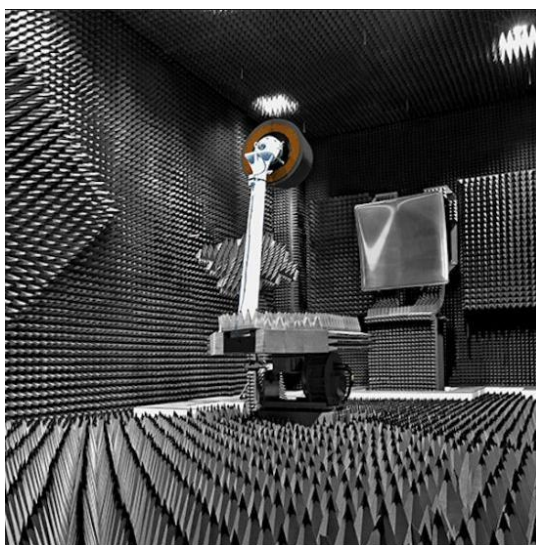
- a) Ambas as antenas (a transmissora e a receptora) são montadas em torres ou edifícios altos.
- b) O terreno abaixo é suave.
- c) A antena da fonte tem lóbulos laterais muito baixos, de modo que praticamente não há energia direcionada para a superfície abaixo (o solo) ou para os prédios atrás.
- d) A linha de visão é sempre clara.

Os requisitos acima levam a uma grande dificuldade nas medições de antenas – grandes distâncias de separação são necessárias entre a antena de origem e a antena sob teste – AUT (*Antenna Under Test*). Quanto maior a AUT, maior o local de medição. Embora o tamanho do local possa não ser um problema, é extremamente difícil garantir seu ambiente livre de reflexões, ruído e interferência eletromagnética.

A outra alternativa é oferecida por câmaras, ou seja, uma grande sala cujas paredes, piso e teto são primeiro isolados eletromagneticamente por chapas de aço. Na verdade, é uma enorme gaiola de Faraday, que oferece segurança ideal contra interferências e ruídos EM externos.

Internamente, todas as superfícies internas da câmara (paredes, chão e teto) são revestidas com absorvedores especiais que minimizam as reflexões RF/microondas. Elas são preferidas em vez de intervalos abertos por causa de seu ambiente controlado. Infelizmente, as câmaras anecóicas são muito caras, para aquisição e manutenção, e, muitas vezes não podem acomodar grandes antenas. Um exemplo de câmara anecóica para a faixa de RF/micro-ondas está mostrado na Figura 43 (MVG-Microwave Vision Group, 2023).

Figura 43 - Câmara anecoica para testes de antenas. Um CATR (*Compact Antenna Test Range*) pode ser observado na figura.



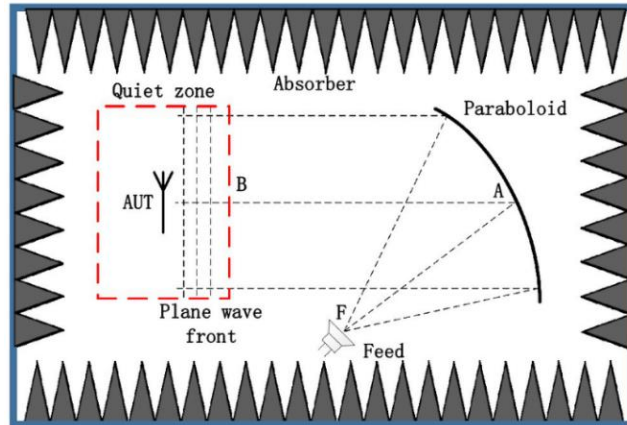
Fonte: MVG-Microwave Vision Group (2023).

Um CATR é uma instalação usada para fornecer testes convenientes de sistemas de antena em frequências onde a obtenção de espaçamento de campo distante para a antena em teste seria inviável usando métodos tradicionais de espaço livre. Foi inventado por Richard C. Johnson no Georgia Tech Research Institute (Wikipedia, 2011). O CATR usa uma antena de origem que irradia uma frente de onda esférica e um ou mais refletores secundários para colimar a frente de onda esférica irradiada em uma frente de onda planar dentro da zona de teste desejada (onde fica a AUT). Uma modalidade típica usa uma antena de alimentação de corneta e um refletor parabólico para conseguir isso, como esquematizado na Figura 44 (Zhanghua Cai et al., 2022).

Existem casos em que a antena opera em um ambiente muito específico (montada em uma aeronave, sistema móvel, etc.). Então, é melhor medir a antena como ela está montada, ou seja, em seu próprio ambiente. Tais medições são muito específicas e geralmente não podem ser realizadas em câmaras anecoicas.

Obviamente, devido a não disponibilidade desses equipamentos profissionais na FEIS, equipamentos bem mais modestos serão empregados para medição de antenas neste Trabalho de Graduação. Assim, os resultados a serem apresentados serão mais qualitativos, para fins didáticos, do que quantitativos. As medições serão realizadas em local aberto, procurando evitar que reflexões espúrias prejudiquem a qualidade das medições, na medida do possível.

Figura 44 - Estrutura geral de um CATR.

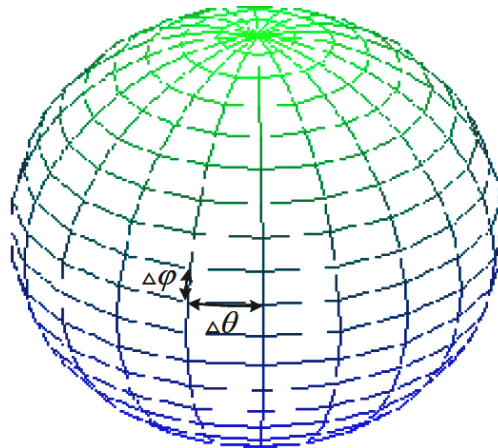


Fonte: [https://www.researchgate.net/figure/The-overall-structure-of-compact-antenna-test-range-CATR\\_fig1\\_358163894](https://www.researchgate.net/figure/The-overall-structure-of-compact-antenna-test-range-CATR_fig1_358163894).

### 6.3 Medições padrão de campo distante

Os padrões de campo distante são medidos na superfície de uma esfera de raio constante. Qualquer posição na esfera é identificada pelos ângulos direcionais padrão  $\Delta\theta$  e  $\Delta\varphi$  do sistema de coordenadas esféricas mostrado na Figura 45.

Figura 45 - Sistema de coordenadas para o padrão de campo distante.



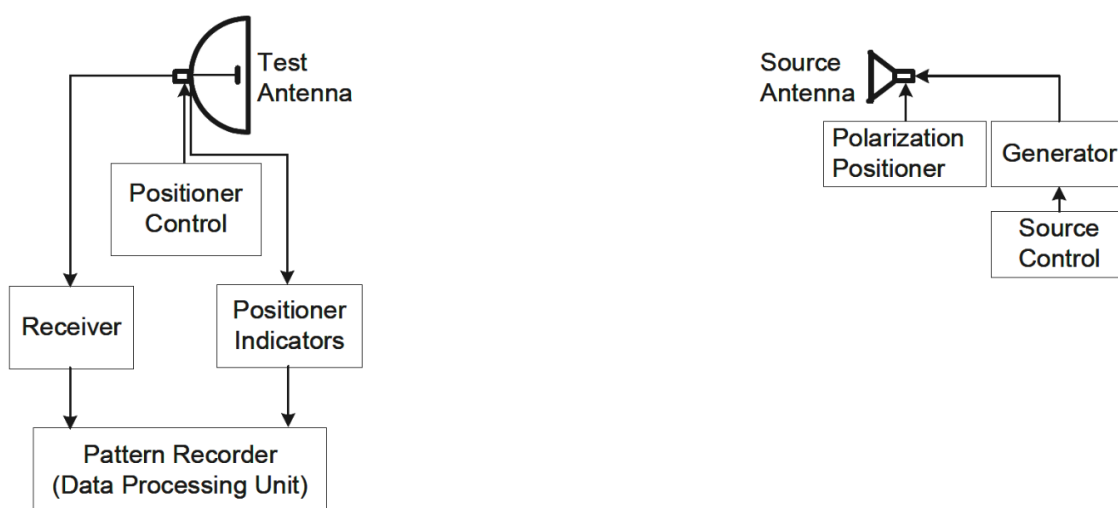
Fonte: Do próprio autor.

Em geral, o padrão de uma antena é 3-D. No entanto, a aquisição de padrão 3-D é difícil – envolve várias medições de padrão 2-D. O número mínimo de padrões 2-D é dois, e esses dois padrões devem estar em dois planos principais ortogonais. Um plano principal deve conter a

direção da radiação máxima. Um diagrama de blocos simplificado de um sistema de medição de padrão é dado na Figura 46.

No entanto, a fim de simplificar o procedimento de medição, o manual da *Elettronica Veneta* sugere um procedimento diferente: inverter o papel das duas antenas. Ou seja, manter os dois *setups* (antenas + equipamentos de transmissão, amplificação ou medição) separados pela mesma distância (campo distante) e imóveis entre si. Para se obter o padrão de irradiação da antena teste, por exemplo, é sugerido girar apenas a antena teste em torno do eixo vertical, e efetuar a medição com a antena receptora padrão (uma pequena antena telescópica do tipo dipolo). Em seguida, girar a antena teste de  $90^0$  e repetir o procedimento, a fim de obter o padrão no segundo plano ortogonal.

Figura 46 - Sistema de medição do campo distante indicado pelos órgãos de metrologia de antenas.



Fonte: IEEE Std 149 (1979).

O método padrão usado regularmente em (IEEE Std 149-1979) se refere a várias medições, como: Ganho de antenas, Diretividade, Eficiência a de radiação, Impedância de entrada e Polarização. Nem todas estas propriedades serão medidas neste TG devido à falta de equipamentos, sendo medidos apenas os permitidos pela instrumentação da FEIS.

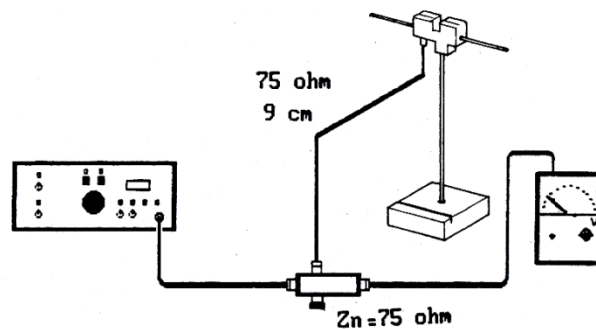
#### 6.4 Resposta em frequência da antena *ground-plane*

A largura de banda da antena pode ser obtida por seu SWR. O procedimento é semelhante ao usado para dipolo simples (Miyamoto, 2006). A medição pode ser feita em

correspondência com os valores de frequências individuais ou, usando o recurso SWEEP do gerador de RF, para um determinado intervalo de frequência.

- a) Regular o comprimento do elemento vertical ao mínimo.
- b) Conectar os elementos do plano de terra artificial aos furos fixados em  $90^\circ$  em relação ao elemento ativo.
- c) Conectar o gerador, o *rho-tetor* (detector de  $\Gamma$ ), os cabos e o multímetro conforme a Figura 47.

Figura 47 - Medição da resposta em frequência para frequências simples.



Fonte: Elettronica Veneta (2001).

- d) Configurar o gerador em 701,5 MHz, conectar a terminação de curto-circuito em  $Z_L$  (para que toda a potência gerada seja refletida) e regular o nível do gerador para obter uma leitura de 100 mV (se o resultado não for tão bom, tentar 300 mV) no multímetro. Esta tensão é um valor de referência correspondente a uma situação de reflexão total.
- e) Remover o curto-circuito e conectar a carga  $Z_L$  constituída pela antena *ground*.
- f) A relação entre a tensão (medida agora no multímetro) e a de referência, que corresponde à reflexão total (100 mV no caso atual), é o coeficiente de reflexão da antena  $\Gamma$ . Em teoria, o coeficiente deve ser nulo por estar em condição nominal de casamento entre linha e carga ( $Z_0 = Z_L = 75$  ohms). Na verdade, será medido um valor de reflexão  $\Gamma$ , causado por descasamentos, principalmente dos conectores.
- g) A tensão refletida medida tem um mínimo em torno de 750 MHz. Colocando o elemento radiante em seu comprimento máximo, a ressonância diminuirá em cerca de 50 MHz.
- h) A partir desta taxa:

$$SWR = \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\Gamma|} \quad (176)$$

podemos determinar o SRW.

- i) Fazer as últimas medições em frequências diferentes: em seguida, plotar o coeficiente de reflexão (e o SRW) em função da frequência.
- j) Mova o elemento do plano de terra artificial para baixo em direção aos furos, de forma a criar um ângulo de  $135^\circ$  com o elemento ativo.
- k) Repetindo as medições, podemos notar que a melhor frequência de casamento se move ligeiramente para baixo e que a tensão refletida é maior que a medida com os elementos em  $90^\circ$ .
- l) Pode-se provar que a impedância da antena aumenta conectando 100 ohms ao invés de 75 ohms ao  $Z_n$  da ponte: a tensão refletida cairá e a ponte ficará mais próxima do equilíbrio. Isso significa que a impedância da antena aumentou, chegando perto do valor de 100 ohms.

#### 6.4.1 Resultados

Neste item, serão apresentados os resultados das respostas em frequência e determinação da largura de banda da antena *ground-plane* em suas duas configurações.

##### 6.4.1.1 Antena *ground* com elementos radiais em $135^\circ$

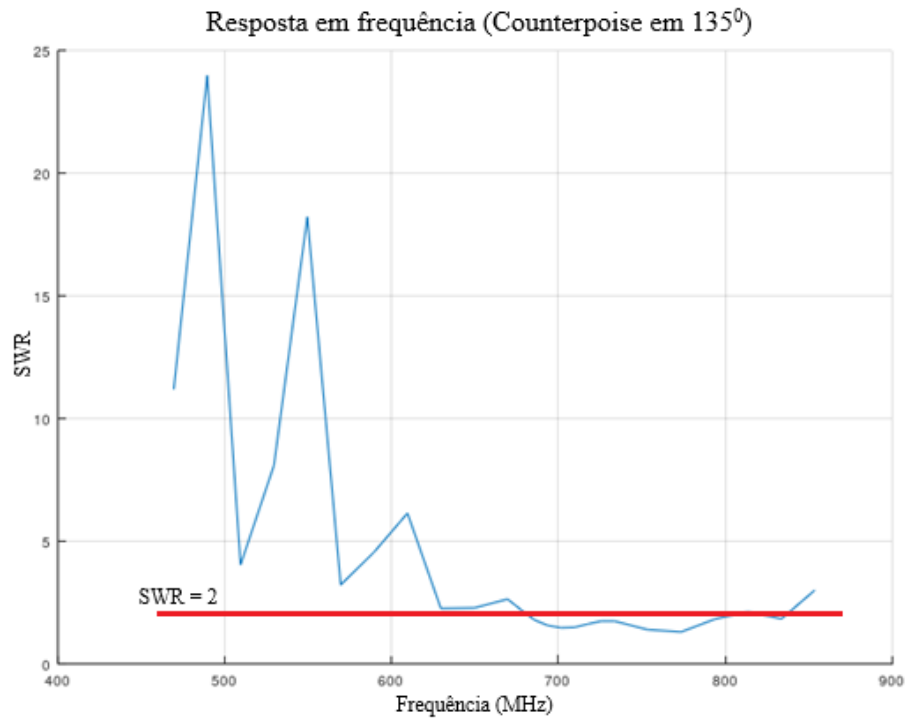
Os resultados das medições, os gráficos do SWR e de ganho em função da frequência para esta configuração encontram-se na Tabela 1, Figura 48 e Figura 49, respectivamente.

Tabela 1 - Resposta em frequência da antena *ground* com radiais em 135°.

<b>Frequência (MHz)</b>	<b>Tensão (mV)</b>	<b>Coef. Reflexão (<math>\Gamma</math>)</b>	<b>SWR</b>
469,5	251	0,836	11,195
489,5	276	0,920	24,000
509,5	181	0,603	4,037
529,5	234	0,780	8,090
549,5	269	0,896	18,230
569,5	158	0,526	3,219
589,5	192	0,640	4,555
609,5	216	0,720	6,142
629,5	116	0,386	2,257
649,5	117	0,390	2,278
669,5	135	0,450	2,636
677,5	113	0,376	2,205
685,5	85	0,283	1,789
693,5	66	0,220	1,564
701,5	57	0,190	1,469
709,5	59	0,196	1,487
717,5	71	0,236	1,617
725,5	81	0,270	1,739
733,5	81	0,270	1,739
753,5	49	0,163	1,389
773,5	39	0,130	1,298
793,5	87	0,290	1,816
813,5	108	0,360	2,125
833,5	88	0,293	1,828
853,5	150	0,500	3,000

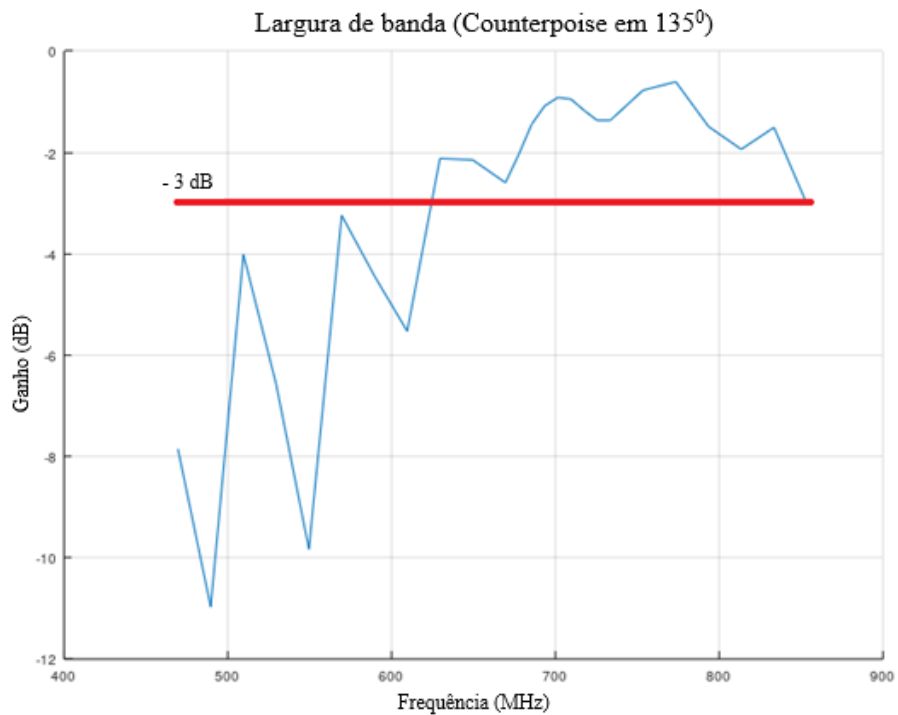
Fonte: Do próprio autor.

Figura 48 - Gráfico da resposta em frequência da antena *ground* com radiais em  $135^{\circ}$ .



Fonte: Do próprio autor.

Figura 49 - Largura de banda da antena *ground* com radiais em  $135^{\circ}$ .



Fonte: Do próprio autor.

A Figura 49 mostra que o ponto de intersecção entre a curva de ganho e a linha de -3 dB é aproximadamente 623 MHz, portanto pode-se concluir que sua largura de banda é:

$$BW = 853,5 - 623 = 230,5 \text{ MHz.} \quad (177)$$

As frequências apresentadas nas tabelas são variadas de maneira discreta no gerador de RF e seus passos de varredura não são constantes, ou seja, não possuem um padrão determinado de variação do eixo de frequências.

#### 6.4.1.2 Antena *ground* com elementos radiais em 90°

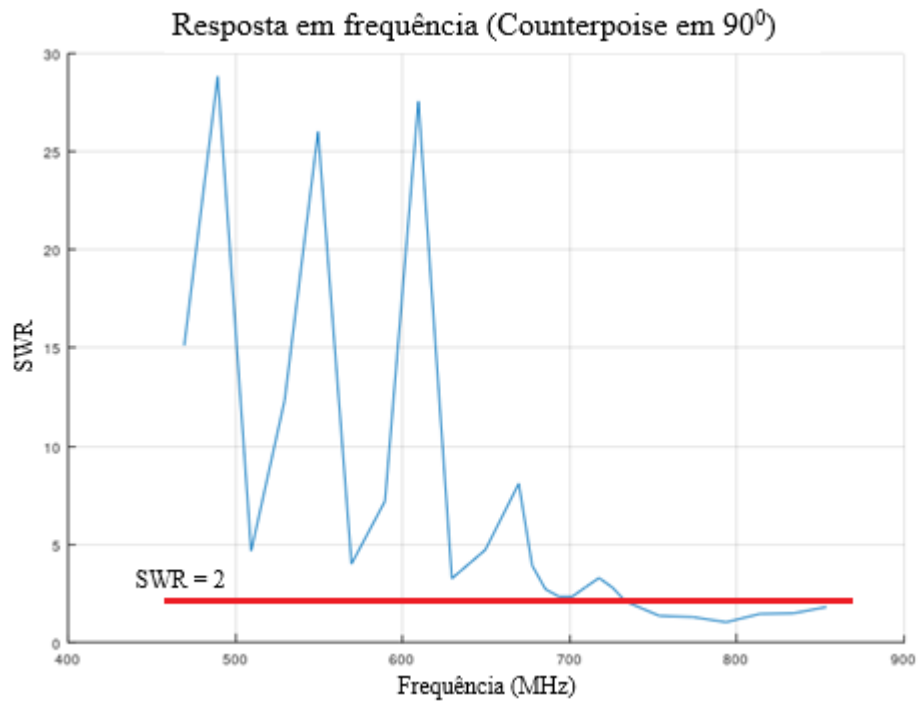
A Tabela 2 exibe os valores dos resultados das medições. Os gráficos para o SWR e o ganho em função da frequência encontram-se nas Figuras 50 e 51, respectivamente.

Tabela 2 - Resposta em frequência da antena *ground* com radiais em 90°.

Frequência (MHz)	Tensão (mV)	Coef. Reflexão ( $\Gamma$ )	SWR
469,5	263	0,876	15,129
489,5	280	0,933	28,850
509,5	194	0,646	4,649
529,5	255	0,850	12,333
549,5	278	0,926	26,027
569,5	180	0,600	4,000
589,5	227	0,756	7,196
609,5	279	0,930	27,571
629,5	159	0,530	3,255
649,5	195	0,650	4,714
669,5	234	0,780	8,090
677,5	178	0,593	3,914
685,5	138	0,460	2,703
693,5	120	0,400	2,333
701,5	120	0,400	2,333
709,5	143	0,476	2,816
717,5	160	0,533	3,282
725,5	142	0,473	2,795
733,5	105	0,350	2,076
753,5	45	0,150	1,352
773,5	38	0,126	1,288
793,5	4	0,013	1,026
813,5	55	0,183	1,448
833,5	58	0,193	1,478
853,5	86	0,286	1,801

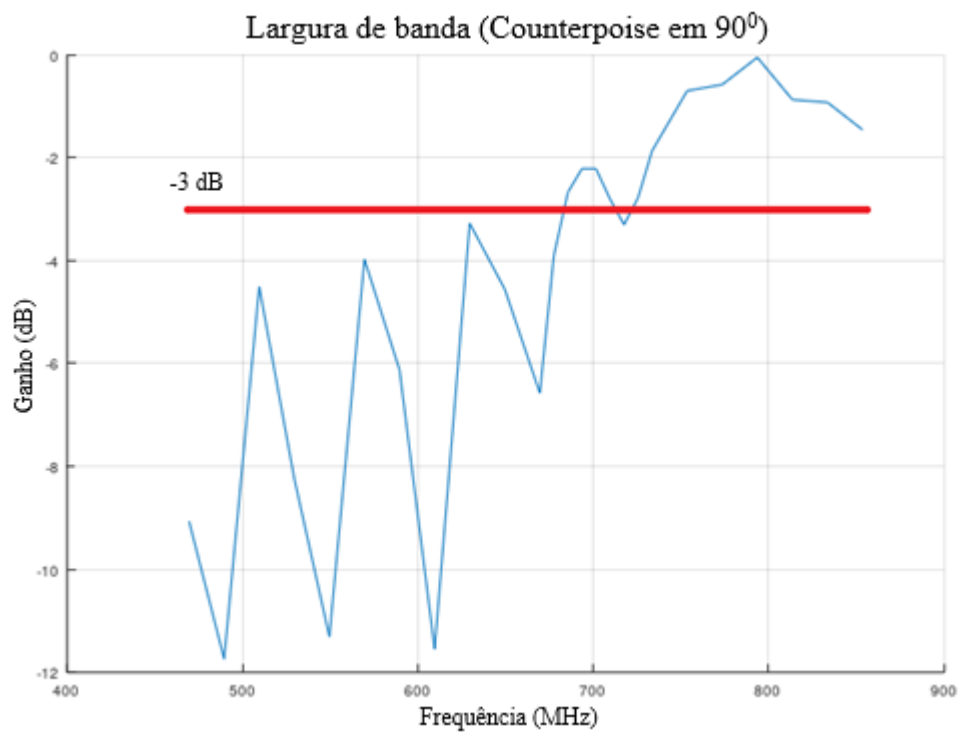
Fonte: Do próprio autor.

Figura 50 - Gráfico da resposta em frequência da antena *ground* com radiais em  $90^\circ$ .



Fonte: Do próprio autor.

Figura 51 - Largura de banda da antena *ground* com radiais em  $90^\circ$ .



Fonte: Do próprio autor.

A Figura 51 mostra que o ponto de intersecção entre a curva de ganho e a linha de -3 dB é aproximadamente 680 MHz, portanto pode-se concluir que sua largura de banda é:

$$BW = 853,5 - 680 = 173,5 \text{ MHz.} \quad (178)$$

Nos gráficos de resposta em frequência apresentados nesta seção e a anterior, os altos valores de SWR demonstram o descasamento da carga, uma condição na qual uma grande quantidade de ondas refletidas retorna à LT, fazendo com que uma parte da potência não consiga ser transmitida à antena. Por outro lado, baixos valores de SWR significam que a antena apresentou melhor acoplamento na LT e conseqüentemente, um maior fluxo de energia no sentido da carga.

De um ponto de vista experimental, a largura de banda obtida em (178) foi menor que a adquirida na expressão (177) por se tratar de uma configuração na qual os radiais estariam dispostos a  $90^\circ$  em relação ao elemento ativo e com impedância aproximada de  $35 \Omega$ . O kit didático *Elettronica Veneta* possui seus componentes com padrão de  $75 \Omega$ , portanto quando a antena *ground-plane* foi acoplada no arranjo do experimento com seus radiais em  $135^\circ$  em relação ao elemento ativo, possuindo uma impedância estimada de  $50 \Omega$ , esta condição apresentou maior casamento de impedâncias da carga com a LT e, assim, uma maior largura de banda apresentada em (177).

### 6.5 Diagrama de radiação

O diagrama de radiação pode ser obtido usando a antena sob teste, tanto como receptora quanto transmissora. No segundo caso, a antena transmissora é rodada em todas as direções, com a mesma potência fornecida pelo gerador, e a intensidade do sinal recebido é medido para cada ângulo de rotação. O resultado é representado num diagrama. O gráfico cartesiano, com  $X = \text{ângulo}$  e  $Y = \text{tensão referida ao valor máximo}$ , usualmente é substituído pela representação polar.

A união desses pontos forma o diagrama polar, o qual representa a variação do campo transmitido ou recebido pela antena, para ou de várias direções. O círculo externo corresponde à intensidade máxima, e, o centro, ao valor nulo. O comportamento da antena, quando recebendo ou transmitindo, é o mesmo, e assim, temos apenas um diagrama. Este permite observar o feixe do campo eletromagnético emitido.

A medição do diagrama de radiação é uma operação muito delicada, pois o campo radiado pela antena pode ser refletido por objetos, e então, pode atingir a antena receptora a

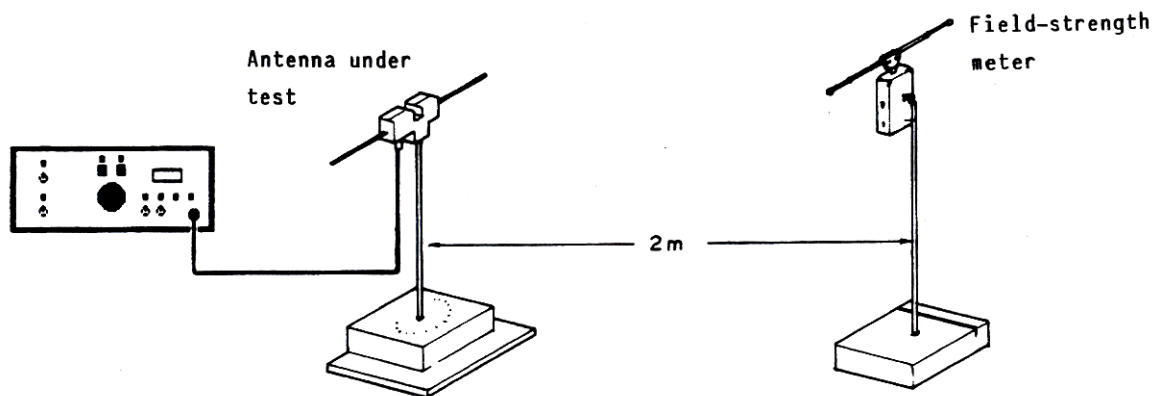
partir de diferentes direções: a rotação pode aumentar ao máximo esses sinais refletidos e, conseqüentemente, as medições podem ser falsas.

Erros também podem ser causados pela presença do operador, do cabo alimentador e pelos suportes da antena. Além disso, as medições devem ser realizadas na condição de campo distante, ou seja, o quando a distância entre o transmissor e receptor for de 5 a 10 vezes o comprimento de onda  $\lambda$  (ou seja,  $\lambda = c/f$ , sendo  $f$  a frequência de operação e  $c$  a velocidade da luz no vácuo).

A construção do diagrama polar segue os seguintes passos:

a) Montar a antena e os instrumentos como na Figura 52.

Figura 52 - Arranjo experimental para levantar o diagrama de radiação.



Fonte: Elettronica Veneta (2000).

- b) Ajustar o gerador num determinado nível de saída e na frequência central da antena sob teste. No caso da antena *ground*, este valor é 701,5 MHz.
- c) Montar o dipolo do detector de intensidade de campo na posição vertical.
- b) Ajustar o comprimento do dipolo (antena telescópica) e a sensibilidade do detector para obter uma leitura máxima num voltímetro DC.
- d) Rodar a antena sob teste, em passos de 10 graus, e preencher a tabela com o ângulo (azimute) e a correspondente amplitude recebida. Normalizar todas as amplitudes da tabela pelo seu valor máximo.
- e) Plotar o diagrama polar, representando a amplitude normalizada em função do azimute.
- f) O diagrama polar deve ser circular, com pequenas variações.

### 6.5.1 Resultados

Neste item, serão apresentados os resultados dos parâmetros que permitiram calcular os diagramas de irradiação da antena *ground-plane* no plano  $xy$  (elemento ativo em posição vertical, vide Figura 53), para suas duas configurações. Para esta determinação, o operador apresentado na Figura 54 girou a antena transmissora em torno do eixo azimutal, enquanto a antena receptora permaneceu estática. As antenas estavam a aproximadamente 2,5 m de distância entre si e fixadas numa altura a 1,21 m do solo.

Figura 53 - Elemento ativo em posição vertical.



Fonte: Do próprio autor.

Figura 54 - Operador em determinação do diagrama de irradiação da antena *ground-plane*.



Fonte: Do próprio autor.

### 6.5.1.1 Antena *ground* com elementos radiais em $135^{\circ}$

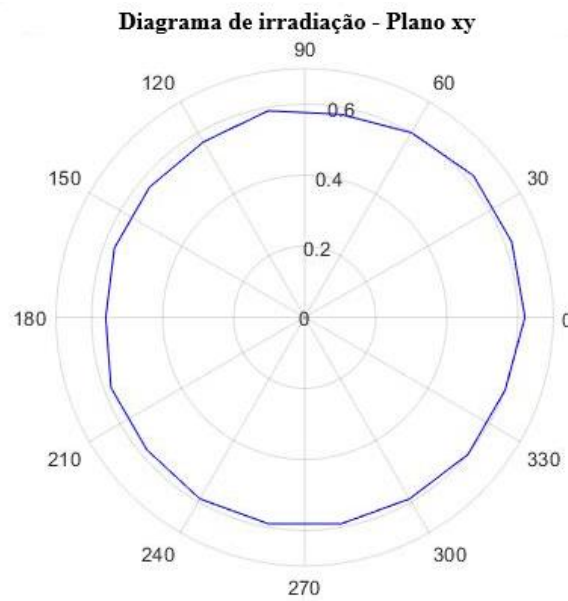
Os resultados das medições com o elemento ativo da antena na posição vertical e o diagrama de irradiação em coordenadas polares nos planos  $xy$  encontram-se registrados na Tabela 3 e Figura 55.

Tabela 3 - Medidas da intensidade do campo gerado pela antena *ground* com radiais em  $135^{\circ}$ , elemento ativo em posição vertical.

Azimute (graus)	Medidor de Campo (V)
0	0,62
20	0,62
40	0,62
60	0,60
80	0,58
100	0,59
120	0,57
140	0,57
160	0,57
180	0,56
200	0,58
220	0,58
240	0,59
260	0,59
280	0,59
300	0,59
320	0,60
340	0,60
360	0,62

Fonte: Do próprio autor.

Figura 55 - Diagrama de irradiação da antena *ground* com radiais em  $135^{\circ}$ , elemento ativo em posição vertical.



Fonte: Do próprio autor.

#### 6.5.1.2 Antena *ground* com elementos radiais em $90^{\circ}$

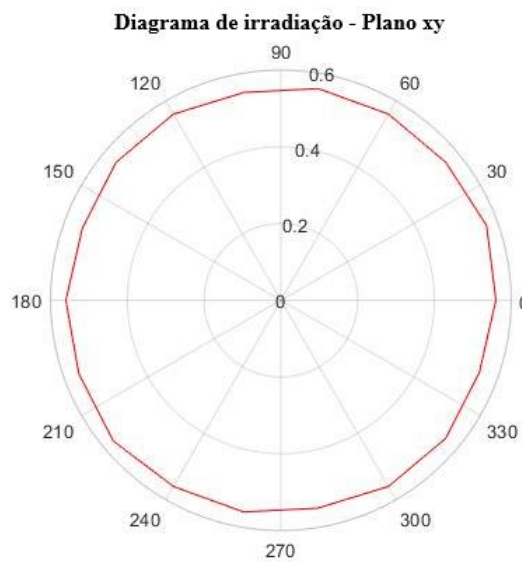
Os resultados das medições com o elemento ativo da antena na posição vertical e o diagrama de irradiação em coordenadas polares nos plano *xy* encontram-se registrados na Tabela 4 e Figura 56.

Tabela 4 - Medidas da intensidade do campo gerado pela antena *ground* com radiais em  $90^0$ , elemento ativo em posição vertical.

Azimute (graus)	Medidor de Campo (V)
0	0,56
20	0,57
40	0,56
60	0,56
80	0,56
100	0,55
120	0,56
140	0,56
160	0,55
180	0,56
200	0,56
220	0,57
240	0,56
260	0,56
280	0,55
300	0,56
320	0,56
340	0,55
360	0,56

Fonte: Do próprio autor.

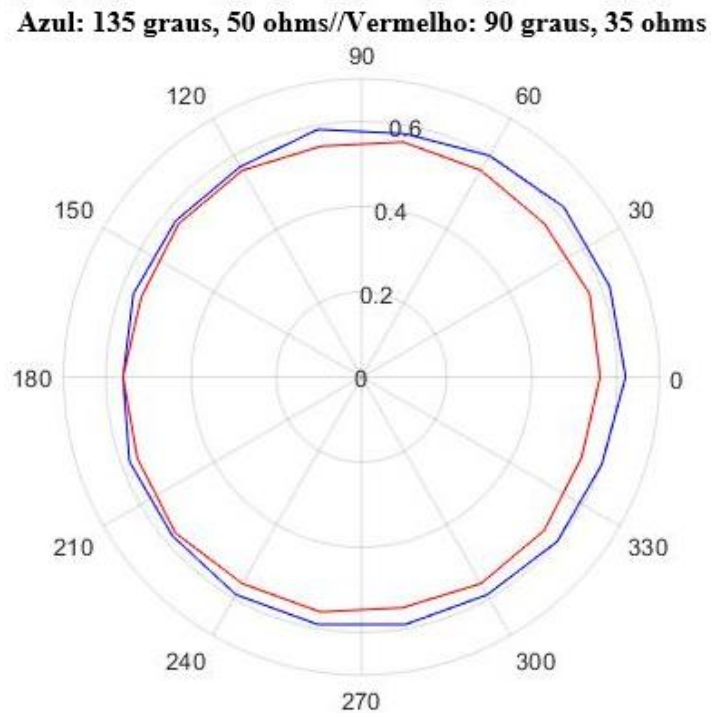
Figura 56 - Diagrama de irradiação da antena *ground* com radiais em  $90^0$ , elemento ativo em posição vertical.



Fonte: Do próprio autor.

A Figura 57 reúne os diagramas de irradiação apresentados anteriormente para fins de comparação entre as duas configurações de radiais da antena *ground-plane* ( $135^{\circ}$  e  $90^{\circ}$ ).

Figura 57 - Comparação entre os diagramas de irradiação.



Fonte: Do próprio autor.

A comparação dos resultados apresentados a cima demonstraram um melhor casamento de impedâncias da curva azul (135 graus e 50 ohms) em relação a curva vermelha (90 graus e 35 ohms). De fato, a configuração com menor diferença de impedância entre a LT e a antena *ground-plane* fez com que o medidor de campo mostrasse valores de tensão ligeiramente maiores que os apresentados na Tabela 4 e, conseqüentemente, pôde-se inferir que esta apresentou um maior ganho.

Nas referências azimutais entre 0 e 90 graus das curvas foi possível perceber uma certa distorção dos sinais adquiridos, provavelmente originadas pelas reflexões causadas por grades metálicas que estavam alinhadas com a antena transmissora e gerando um efeito de interferência.

## 7 Discussão e Conclusões

Neste trabalho, foram retomados os conceitos das antenas dipolo, estudados na FEIS por Miyamoto (2006), a fim de caracterizar a antena *ground-plane* não só de maneira teórica, considerando o método de imagens, como também experimentalmente, com o kit didático *ElettronicaVeneta*.

No decorrer deste relatório foram introduzidas de maneira muito detalhada as teorias de circuitos concentrados e distribuídos, linhas de transmissão e os fenômenos de irradiação e recepção de ondas eletromagnéticas, modelados pelas equações de Maxwell. Além disso, foi possível entender que a antena *ground-plane* de  $\lambda/4$  se comportava de maneira similar a um dipolo de  $\lambda/2$ , visto que uma metade se tratava de um monopolo radiante físico e a outra metade, um monopolo radiante imagem, causada pelo efeito do *counterpoise* em sua estrutura. Ressalta-se, no entanto, que o ganho da antena *ground-plane* de  $\lambda/4$  apresenta o dobro de valor, uma vez que a teoria das imagens prevê que ambos, tanto o gerador-objeto quanto o gerador-imagem irradiam ondas eletromagnéticas.

Também se deseja destacar um erro comum de interpretação cometido por leitores leigos, ao observarem gráficos como os das Figuras 48 a 51, relativos aos resultados experimentais de SWR e de largura de banda. As oscilações presentes nesses gráficos fazem parecer que resultados de baixa qualidade foram obtidos. Em verdade, essas oscilações deveriam ser mais suaves, contudo, como o gerador de RF do kit da *ElettronicaVeneta* só permite que ajustes de frequências digitais e em passos discretos de 20 MHz sejam executados, picos acentuados acontecem entre uma frequência e outra. Entretanto, a menos do formato, aquelas são regiões de onda estacionária, e que exibem comportamento oscilatório. Quanto maior o descasamento de impedâncias, maior o valor do pico. Portanto, a despeito da limitação do gerador de RF, os resultados estão de acordo com o previsto.

Foi confirmada a concordância entre os resultados teóricos esperados e os resultados experimentais obtidos. Era sabido que as duas antenas escolhidas (com *counterpoises* dispostos a 135° e 90° em relação aos respectivos elementos ativos) deveriam apresentar larguras de banda e ganhos distintos, em vista de possuírem impedâncias de entradas distintas (50 e 35  $\Omega$ , respectivamente). Segundo a teoria, ao se medir um coeficiente de reflexão ( $\Gamma$ ) maior com o rho-tector (maior descasamento de impedâncias em relação à impedância característica da LT, de 75  $\Omega$ ), o SWR também seria maior e, como resultado, a largura de banda (BW) seria menor (e pior). Por sua vez, a perda de retorno (PR) calculada pela equação (168) seria maior, e assim, o ganho também seria menor.

Assim posto, concluiu-se que a largura de banda para as duas configurações da antena *ground-plane* foi definida predominantemente na faixa das maiores frequências ajustadas no gerador de RF (em torno de 620 a 850 MHz). Quando a impedância da antena era mais próxima da impedância da linha de transmissão (75  $\Omega$ ), foi firmado um melhor casamento de impedâncias entre a LT e sua carga (a antena) e, conseqüentemente, maior fluxo de energia no sentido da carga – e daí para o ar, na forma de irradiação. O efeito do casamento de impedâncias também foi comprovado na determinação dos diagramas de irradiação da antena *ground-plane*. Quando o *counterpoise* encontrava-se disposto em 135 graus do elemento ativo e, portanto, com 50  $\Omega$ , o descasamento com a LT era menor e, por conseguinte, a antena apresentou maior ganho de irradiação. Como a outra antena, disposta com *counterpoise* a 90 graus do elemento ativo, tinha impedância menor (35  $\Omega$ ), maior era o descasamento em relação à LT e, portanto, menor foi a largura de banda e menor o ganho de irradiação.

Ligeira assimetria nos diagramas de irradiação foi percebida quando a linha que passa por 0° e 180° do plano polar da Figura 57 estava perpendicular à uma grade metálica (a cerca dos painéis solares do campus 3) presente ao fundo do parque de medição utilizado no trabalho. Embora distante do kit de medição, a grade refletia onda irradiada pela antena, deformando os diagramas (lado esquerdo da Figura 57) de ambas as antenas. Por sua vez, o lado direito da Figura 57, o qual estava voltado para o portão de entrada com campus 3 (muito mais distante que a grade de fundo), não sofreu deformação. Em trabalhos futuros, sugere-se que o local do parque de antenas seja modificado, escolhendo um campo mais amplo e livre de objetos metálicos como cercas, portões, postes metálicos, paredes (que contenham ferragem em seu interior) e outros obstáculos metálicos.

Entende-se que o operador está lidando com equipamentos muito sensíveis, caros e que exigiam cuidados múltiplos, logo, toda recomendação do professor orientador se fez mais do que necessária. É esperado que este trabalho contribua de maneira positiva para a comunidade científica, uma vez que foram realizadas novas descobertas experimentais.

Sugere-se que o estudo de antenas não pare na caracterização da antena *ground-plane*, dado que, historicamente, estes dispositivos foram responsáveis por descobertas de importantes meios de comunicação, e também, muito importantes no estudo e desenvolvimento das teorias eletromagnéticas.

## Referências Bibliográficas

ALMEIDA, Geasi Lima, Teoria de Antenas: A antena Yagi-Uda, Trabalho de Graduação, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, pp. 119, 2009.

CEBIK, L. B., Counterpoise? On the Use and Abuse of a Word, <http://on5au.be/content/gp/cps.html>, Acessado em janeiro de 2023.

DIY HAM Antenna, Ground Plane (GP), <http://www.diyhamantenna.com/index.php/universal-types/ground-plane-gp>, Acessado em janeiro de 2023.

ELETRONICS NOTES, Quarter Wave Vertical Antenna, <https://www.electronics-notes.com/articles/antennas-propagation/vertical-antennas/quarter-wave-vertical.php>, Acessado em janeiro de 2023.

ELETTRONICAVENETA, Transmission lines and antenas, Mod. LA/EV, Manual de instruções, [www.elettronicaveneta.com](http://www.elettronicaveneta.com), 2000.

FALZONI, Rafael Matsui, Teoria de Antenas: a Antena Espiral Plana, Trabalho de Graduação, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, pp. 98, 2013.

FRENZEL, Lou; What's The Difference Between A Dipole And A Ground Plane Antenna?, Electronic Design, <https://www.electronicdesign.com/technologies/wireless/article/21799716/whats-the-difference-between-a-dipole-and-a-ground-plane-antenna>, July 16, 2013. Acessado em janeiro de 2023.

HARRINGTON, R. F., Time-harmonic electromagnetic fields, IEEE Press, John Wiley & Sons, Inc., pp. 492, 2001.

HAYT, William Hart, Eletromagnetismo, Ed. Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1994.

IEEE Std 149-1979, IEEE Inc., 1979, Revision of IEEE Std 149-1965), IEEE Standard Test Procedures for Antennas, distributed by Wiley-Interscience.

KHAN, Niazul Islam; Azim, Anwarul; and Islam, Shadli, Radiation Characteristics of a Quarter-Wave Monopole Antenna above Virtual Ground, Journal of Clean Energy Technologies, Vol. 2, No. 4, pp. 339-342, 2014.

KRAUS, John Daniel, Eletromagnetics: with applications 5<sup>o</sup> Edition, Ed. WCB/McGraw-Hill, Boston, 1999.

MANUAL DA ELETRÔNICA – O que é um gerador de RF, <https://www.manualdaeletronica.com.br/gerador-de-sinal-rf-o-que-e-para-que-serve/>, acessado em janeiro de 2023.

MARIUSSO, João Paulo, Estudo e Caracterização da Antena de Fenda, Trabalho de Graduação, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, pp. 110, 2013.

MIYAMOTO, Hugo Yuji, Teoria de Antenas: Dipolos Curto e Longo, Trabalho de Graduação, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, pp. 111, 2006.

MVG-Microwave Vision Group, Compact Antenna Test Range, In: <https://www.mvg-world.com/en/products/antenna-measurement/compact-ranges/compact-antenna-test-range>, Acessado em Janeiro de 2023.

OWEN DUFFY, Counterpoise - What does it mean, <https://owenduffy.net/antenna/misc/CounterPoise.htm>, 2021. Acessado em janeiro de 2023.

WIKIPEDIA, Counterpoise (ground system), [https://en.wikipedia.org/wiki/Counterpoise\\_\(ground\\_system\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Counterpoise_(ground_system)), editado em 13 December 2022, Acessado em janeiro de 2023.

WIKIPEDIA, Antenna measurement: McLees, Lea (2010-02-03). "GTRI antenna expert and engineering mentor dies". The Whistle. Georgia Institute of Technology. Retrieved 2011-11-09. Acessado em janeiro de 2023.

ZHANGHUA CAI, Yantao Zhou, Zibin Weng, Lie Liu, Francesco de Paulis, Yihong Qi, Corrugated horn with stable phase center for Ka-band compact antenna test range measurement systems, *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 32, pp. , 1-13, 2022.