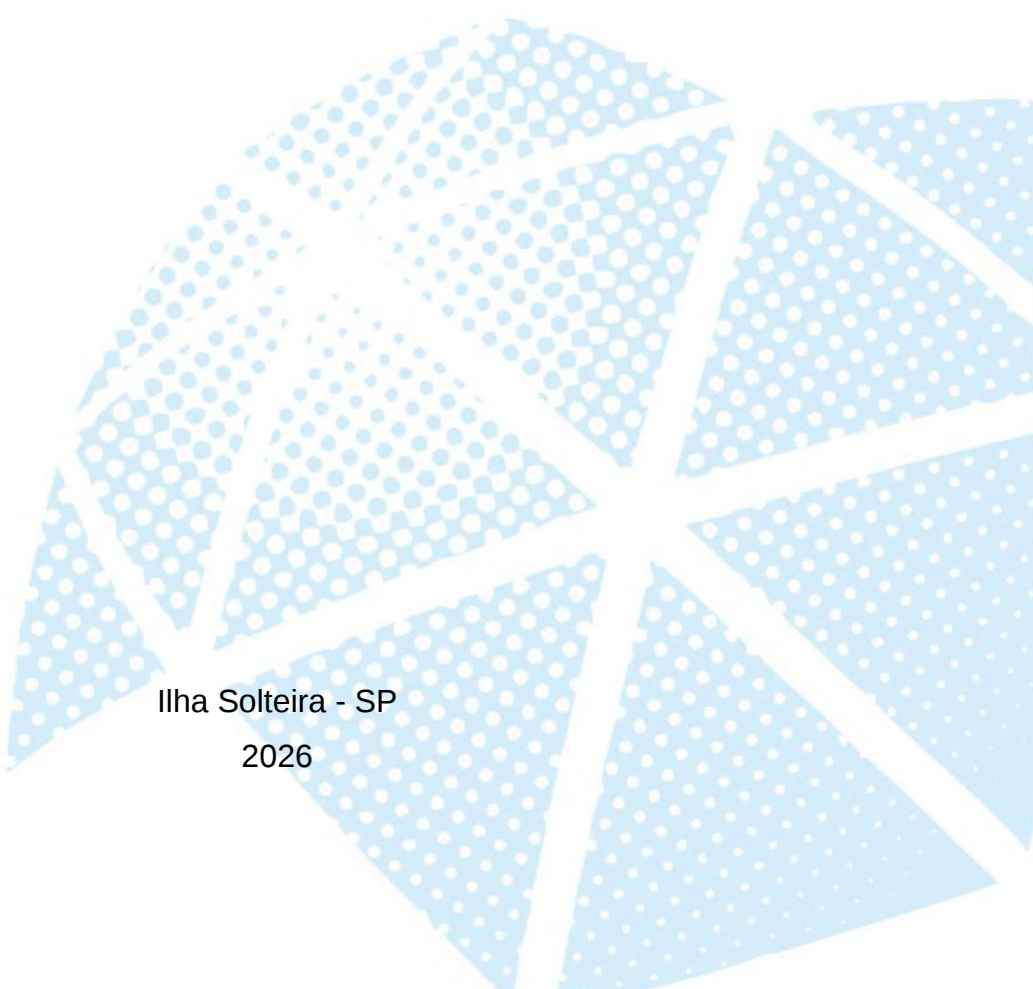


**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

ANDRÉ YUDI LIMA OKAMOTO

**OTIMIZAÇÃO DE PERFIL AERODINÂMICO UTILIZANDO SOFTWARE LIVRE E
AVALIAÇÃO EM TURBINAS EÓLICAS DE EIXO VERTICAL**

Ilha Solteira - SP
2026



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANDRÉ YUDI LIMA OKAMOTO

**OTIMIZAÇÃO DE PERFIL AERODINÂMICO UTILIZANDO SOFTWARE LIVRE E
AVALIAÇÃO EM TURBINAS EÓLICAS DE EIXO VERTICAL**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Ciências Térmicas

Orientador: Prof. Dr. Aluisio Viais
Pantaleão

Ilha Solteira - SP

2026

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvida pela Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação

O41o Okamoto, André Yudi Lima.
Otimização de perfil aerodinâmico utilizando software livre e avaliação em turbinas eólicas de eixo vertical / André Yudi Lima Okamoto. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2026
68 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Ciências Térmicas, 2026

Orientador: Aluisio Viais Pantaleão
Inclui bibliografia

1. Otimização. 2. Perfil aerodinâmico. 3. Free-form deformation. 4. Hicks-henne. 5. Método adjunto. 6. Turbina eólica de eixo vertical.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: OTIMIZAÇÃO DE PERFIL AERODINÂMICO UTILIZANDO SOFTWARE LIVRE E AVALIAÇÃO EM TURBINAS EÓLICAS DE EIXO VERTICAL

AUTOR: ANDRÉ YUDI LIMA OKAMOTO

ORIENTADOR: ALUISIO VIAIS PANTALEÃO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica, área: Ciências Mecânicas pela Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **ALUISIO VIAIS PANTALEAO**
Data: 11/02/2026 18:22:42-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. ALUISIO VIAIS PANTALEÃO (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Mecânica / UNESP / Câmpus de Ilha Solteira - FEIS

Documento assinado digitalmente
 **LEANDRO OLIVEIRA SALVIANO**
Data: 24/02/2026 07:52:51-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. LEANDRO OLIVEIRA SALVIANO (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Mecânica / UNESP / Câmpus de Ilha Solteira - FEIS

Documento assinado digitalmente
 **CARLOS ROBERTO ILARIO DA SILVA**
Data: 19/02/2026 15:44:15-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Pesquisador CARLOS ROBERTO ILÁRIO DA SILVA (Participação Virtual)
Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A.

Ilha Solteira, 11 de fevereiro de 2026.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por minha vida, por sua constante presença e pela força concedida para superar cada obstáculo ao longo desta jornada acadêmica e pessoal.

Aos meus pais, pelo apoio incondicional, pelos valores transmitidos e por nunca medirem esforços para que eu pudesse dedicar-me plenamente aos estudos. A compreensão diante das ausências, das longas horas de trabalho e das exigências deste projeto foi essencial para que este objetivo pudesse ser alcançado.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Aluisio Viais Pantaleão, expresso minha profunda gratidão pela orientação competente, pela confiança depositada em meu trabalho, pelos ensinamentos transmitidos e pelas inúmeras oportunidades acadêmicas oferecidas ao longo desta trajetória. Seu comprometimento e dedicação foram fundamentais para o desenvolvimento desta pesquisa.

Aos meus amigos, pela amizade sincera, pelo apoio emocional e pelos momentos de descontração que tornaram esta caminhada mais leve e equilibrada. Cada gesto de incentivo contribuiu significativamente para que eu permanecesse motivado.

Aos colegas e professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da FEIS/UNESP, pelas discussões produtivas, pelo ambiente colaborativo e pelo compartilhamento de conhecimentos que enriqueceram minha formação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Por fim, deixo registrado meu sincero reconhecimento a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a concretização desta etapa tão significativa da minha vida acadêmica.

*“Não podemos controlar o vento, mas podemos ajustar as velas”
Confúcio - Pensador e professor chinês*

RESUMO

O advento das simulações de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) permitiu a investigação de um grande número de configurações a custo reduzido e com elevada reprodutibilidade, o que não era possível experimentalmente devido a limitações econômicas e logísticas. Porém, as simulações sofrem com a limitação de encontrar o melhor projeto automaticamente. Esta é a principal motivação para a combinação das simulações numéricas com técnicas de otimização. Este projeto de pesquisa propõe uma otimização baseada em gradiente de um perfil aerodinâmico com a razão sustentação-arrasto como função objetivo utilizando o método adjunto discreto para o cálculo dos gradientes a partir do software livre SU2. Para isso, adotam-se dois métodos de parametrização: funções Hicks–Henne e *Free-Form Deformation*. As simulações de dinâmica dos fluidos computacional do perfil são bidimensionais, incompressíveis e em regime permanente, utilizando o modelo de turbulência Spalart-Allmaras. Por fim, os perfis ótimos resultantes foram avaliados no caso específico de uma turbina eólica de eixo vertical, para a qual existem dados experimentais de túnel de vento, avaliando um possível ganho de eficiência na conversão de energia. Caso essa configuração de otimização resulte em perfis capazes de melhorar o desempenho de turbinas eólicas de eixo vertical, esse tipo de turbina poderá se beneficiar de uma metodologia de otimização com custo computacional significativamente inferior àquele das abordagens previamente empregadas. Os perfis ótimos obtidos a partir do método Hicks-Henne apresentaram valores maiores para a razão sustentação-arrasto em todas as configurações, atingindo um valor máximo de 33.26 contra 25.12 do *Free-Form Deformation*. Entretanto, os perfis gerados pelo *Free-Form Deformation* apresentaram geometrias consideravelmente mais suaves e factíveis, enquanto os demais perfis apresentaram deformações localizadas pronunciadas. Este fato está ligado à natureza de cada um dos métodos: enquanto o FFD promove ajustes globais e suavizados, o HH produz perturbações concentradas que podem gerar curvaturas abruptas ou ondulações indesejadas. Os perfis ótimos que apresentaram os melhores valores para a função objetivo foram avaliados na turbina eólica de eixo vertical. Nenhum dos candidatos superou a eficiência de conversão de energia da configuração de base, resultando em um valor máximo de coeficiente de potência de 0.193 para o perfil obtido pelo FFD contra 0.288 do NACA 0015. Estes resultados evidenciam que uma metodologia de otimização em condições estáticas para a razão sustentação-arrasto não é eficaz para maximizar a eficiência de turbinas eólicas de eixo vertical. O principal problema associado aos perfis ótimos é a baixa capacidade de resistirem à separação do escoamento, impactando negativamente a conversão de energia. Os resultados sugerem que abordagens futuras devem considerar os fenômenos intrínsecos do movimento rotativo deste tipo de turbina, como o estol dinâmico e interação entre pá e esteira.

Palavras-Chave: otimização; perfil aerodinâmico; *Free-Form Deformation*; Hicks-Henne; método adjunto; turbina eólica de eixo vertical.

ABSTRACT

The advent of computational fluid dynamics (CFD) simulations has enabled the investigation of a large number of configurations at reduced cost and with high reproducibility, which was not experimentally feasible due to economic and logistical constraints. However, simulations alone are limited in their ability to automatically identify the optimal design; this limitation is the primary motivation for coupling numerical simulations with optimization techniques. This research project proposes a gradient-based optimization of an airfoil, using the lift-to-drag ratio as the objective function and the discrete adjoint method, implemented in the open-source SU2 software, for gradient computation. Two geometric parametrization strategies are adopted: Hicks–Henne functions (HH) and Free-Form Deformation (FFD). The airfoil CFD simulations are two-dimensional, incompressible and steady-state, with turbulence modeled by the Spalart–Allmaras model. The resulting optimal airfoils were subsequently evaluated in the specific case of a vertical-axis wind turbine (VAWT) for which wind-tunnel experimental data are available, in order to assess potential gains in energy conversion efficiency. If this optimization configuration yields airfoils capable of improving VAWT performance, such turbines could benefit from an optimization methodology with computational cost significantly lower than that of previously employed approaches. The optimal airfoils obtained via the Hicks–Henne method exhibited higher lift-to-drag ratio values across all configurations, reaching a maximum of 33.26 versus 25.12 for the FFD. Nevertheless, the geometries produced by FFD were considerably smoother and more feasible, whereas the HH parametrization tended to generate pronounced localized deformations. This behavior is related to the nature of each method: FFD promotes global, smooth adjustments, while HH induces concentrated perturbations that can create abrupt curvatures or undesired waviness. The optimal airfoils that yielded the best objective function values were evaluated on the vertical-axis wind turbine. None of the candidates surpassed the baseline configuration in terms of energy-conversion efficiency, resulting in a maximum power coefficient of 0.193 for the FFD-derived airfoil versus 0.288 for the NACA 0015. These results indicate that a static optimization methodology based on the lift-to-drag ratio under steady conditions is not effective for maximizing VAWT efficiency. The main issue associated with the optimal airfoils is their limited ability to resist flow separation, which negatively impacts energy conversion. The findings suggest that future approaches should consider phenomena intrinsic to the rotating motion of this turbine class, such as dynamic stall and blade–wake interaction.

Keywords: optimization; airfoil; Free-Form Deformation; Hicks-Henne; adjoint method; vertical-axis wind turbines.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Tipos de turbinas de eixo vertical: (a) Savonius, (b) ϕ -Darrieus, (c) Rotor H, (d) Helicoidal, (e) Rotor V	17
Figura 2	Variação do ângulo de ataque com a posição azimutal	18
Figura 3	Representação das forças aerodinâmicas durante uma revolução para diferentes posições azimutais	19
Figura 4	Condições de contorno	26
Figura 5	Malha computacional na superfície do perfil	28
Figura 6	Curva do coeficiente de sustentação para $Re = 500000$	29
Figura 7	Curva de coeficiente de pressão para NACA 0015 com ângulo de ataque 0°	30
Figura 8	Curva de coeficiente de pressão para NACA 0015 com ângulo de ataque 6°	30
Figura 9	Esquema geral para obtenção das equações adjuntas	34
Figura 10	Deformação da geometria base utilizando Free-Form Deformation	36
Figura 11	Influência dos parâmetros nas funções de Hicks-Henne	38
Figura 12	Deformação da geometria de base utilizando as funções de Hicks-Henne	39
Figura 13	Procedimento de otimização	40
Figura 14	Representação do domínio computacional indicando as condições de contorno	43
Figura 15	Malha computacional da turbina vertical representando a camada limite e o refinamento adicional nas proximidades da pá	44
Figura 16	Validação da turbina com dados experimentais	45
Figura 17	Perfis ótimos para o método Free-Form Deformation variando o perfil inicial e o número de variáveis. As curvas em azul representam a superfície superior e as em vermelho a superfície inferior	48
Figura 18	Perfis ótimos para o método Hicks-Henne variando o perfil inicial e o número de variáveis. As curvas em azul representam a superfície superior e as em vermelho a superfície inferior	48
Figura 19	Comparação dos perfis ótimos para os métodos Hicks-Henne e Free-Form Deformation. As curvas em azul representam os perfis ótimos com NACA 0015 inicial e as em laranja NACA 4415	49
Figura 20	Coeficientes de pressão para as melhores configurações de otimização. Hicks-Henne com 38 variáveis e NACA 0015 inicial. Free-Form Deformation com 36 variáveis e NACA 4415 inicial. As curvas em azul indicam a superfície superior e as em laranja a superfície inferior. O eixo do coeficiente de pressão foi invertido para evidenciar o sentido da sustentação positiva	51

Figura 21	Coeficiente de torque para uma revolução da turbina considerando três geometrias: NACA 0015 (geometria base) e perfis ótimos para os métodos Hicks-Henne e Free-Form Deformation	52
Figura 22	Melhores configurações de otimização: Hicks-Henne com 38 variáveis e NACA 0015 inicial e Free-Form Deformation com 36 variáveis e NACA 4415 inicial. As curvas em azul indicam o perfil ótimo e as em laranja o perfil inicial.	53
Figura 23	Campos de vorticidade no eixo Z para as configurações de base (NACA 0015) e otimizadas por Hicks-Henne e Free-Form Deformation. As colunas representam as posições azimutais da pá a montante do eixo e as linhas representam as alturas em relação ao plano que corta a turbina ao meio . .	54
Figura 24	Comparação entre os perfis ótimos obtidos a partir das melhores configurações de otimização e o perfil ótimo obtido por Santos, Pantaleão & Salviano (2023)	57
Figura 25	Perfis ótimos obtidos a partir da aplicação da metodologia de otimização considerando as diferentes posições azimutais. As curvas azuis indicam a superfície superior e as vermelhas a superfície inferior	58
Figura 26	Coeficiente de torque para uma revolução da turbina considerando os perfis obtidos para a metodologia de otimização aplicada às diferentes posições azimutais	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Evolução do custo nivelado de energia das fontes renováveis	16
Tabela 2 – Análise de convergência de malha	27
Tabela 3 – Análise da distância do domínio externo medida em múltiplos de corda (c) .	27
Tabela 4 – Modelo da turbina de validação	44
Tabela 5 – Análise de convergência de malha para a turbina	44
Tabela 6 – Resultados da razão sustentação-arrasto para os diferentes perfis iniciais . . .	46
Tabela 7 – Número de avaliações da função objetivo para os diferentes métodos de parametrização	47
Tabela 8 – Coeficientes de sustentação e arrasto para as diferentes configurações	50
Tabela 9 – Velocidade efetiva e ângulo de ataque geométrico para as diferentes posições azimutais	57

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
BEM	<i>Blade Element Momentum</i>
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
FFD	<i>Free-Form Deformation</i>
FVM	<i>Finite Volume Method</i> - Método dos Volumes Finitos
GAN	<i>Generative Adversarial Network</i>
GCI	<i>Grid convergence index</i> - Índice de convergência de malha
HAWT	<i>Horizontal Axis Wind Turbine</i> - Turbina eólica de eixo horizontal
HH	<i>Hicks-Henne bump functions</i>
LCOE	<i>Levelized Cost of Energy</i> - Custo nivelado de energia
RANS	<i>Reynolds-averaged Navier-Stokes</i>
SA	Spalart-Allmaras
SST	<i>Shear stress transport</i>
VAWT	<i>Vertical Axis Wind Turbine</i> - Turbina eólica de eixo vertical

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Ângulo de ataque
α_{geo}	Ângulo de ataque geométrico
β	Ângulo de <i>pitch</i>
λ	Vetor das variáveis adjuntas
ρ	Massa específica
θ	Posição azimutal
σ	Solidez
ω	Velocidade angular das pás
ν	Viscosidade cinemática
$\mathcal{L}$	Lagrangiano
A	Área varrida pela turbina
a_i	Coefficientes de participação do método Hicks-Henne
B_i^n	Polinômios de Bernstein
C_p	Coefficiente de potência
C_q	Coefficiente de torque
C_L	Coefficiente de sustentação
C_D	Coefficiente de arrasto
c	Corda da perfil aerodinâmico
f	Função objetivo
f_i	Funções de Hicks-Henne
F_N	Força normal
F_T	Força tangencial
F_L	Força de sustentação
F_D	Força de arrasto

N	Número de pás
P	Potência mecânica útil
p	Pressão estática
r	Razão de refinamento da malha
R	Raio da turbina
R\$	Unidade monetária Brasileira (Real)
Re	Número de Reynolds
\$	Unidade monetária Americana (Dólar)
s	Primeira coordenada local do <i>Free-Form Deformation</i>
T	Torque mecânico útil
t	Segunda coordenada local do <i>Free-Form Deformation</i>
t_1	Posição de maior amplitude para o método Hicks-Henne
t_2	Largura do ressalto para o método Hicks-Henne
TSR	<i>Tip speed ratio</i> - velocidade de ponta de pá
u	Componente da velocidade na direção x
u	Vetor velocidade
$u'(t)$	Flutuações da velocidade em torno da média
U	Componente média da velocidade
U_{efe}	Velocidade efetiva
U_{∞}	Velocidade do vento não perturbada
v	Componente da velocidade na direção y
w	Vetor das variáveis de estado
x	Vetor das variáveis de projeto
$\mathbf{x}'$	Nova posição de um ponto de controle após deformação no método Free-Form Deformation
y^+	Distância adimensional da parede
y_{basic}	Ordenadas da geometria base para o método Hicks-Henne

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	ASPECTOS GERAIS DAS TURBINAS EÓLICAS	15
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
1.3	OBJETIVOS	22
2	METODOLOGIA	24
2.1	MODELOS FÍSICO E MATEMÁTICO	24
2.2	CONFIGURAÇÃO NUMÉRICA	25
2.3	DOMÍNIO COMPUTACIONAL	27
2.4	VALIDAÇÃO	28
2.5	MÉTODO ADJUNTO	29
2.5.1	Formulação Adjunta por Diferenciação	29
2.5.2	Formulação Adjunta por Lagrangiano	32
2.5.3	Métodos Discreto e Contínuo	33
2.6	PARAMETRIZAÇÃO DO PERFIL	35
2.6.1	Free-Form Deformation	35
2.6.2	Funções de Hicks-Henne	37
2.7	OTIMIZAÇÃO	37
2.8	CONFIGURAÇÃO NUMÉRICA DA TURBINA EÓLICA	42
3	RESULTADOS E DISCUSSÃO	46
4	CONCLUSÃO	59
	REFERÊNCIAS	61

1 INTRODUÇÃO

A otimização é o ato de obter o melhor resultado sob determinadas circunstâncias. Durante as fases de projeto, construção e manutenção de um sistema de engenharia, os engenheiros devem tomar várias decisões técnicas e gerenciais. Essas decisões visam, de um lado, minimizar os recursos empregados ou, de outro, maximizar o benefício pretendido. Como o esforço necessário ou o benefício esperado em qualquer cenário do mundo real pode ser descrito por uma função de certas variáveis de decisão, a otimização é o processo de determinar os valores das variáveis que resultam no maior ou menor valor possível da função (Rao, 2019).

Neste processo de melhoria, pequenas mudanças podem resultar em grandes benefícios. Por exemplo, uma pequena variação na forma da seção transversal de uma asa pode reduzir significativamente a força das ondas de choque em um escoamento transônico. Estas pequenas mudanças dificilmente são alcançadas por meio de tentativa e erro. Nesse contexto, métodos de otimização desempenham um papel importante (Tashnizi; Taheri; Hekmat, 2010).

Historicamente, a avaliação de alternativas de projeto exigia a montagem e a execução de numerosos ensaios experimentais. Por exemplo, testes em túnel de vento para quantificar a sustentação de um perfil aerodinâmico (Tashnizi; Taheri; Hekmat, 2010). Esse procedimento impõe limites práticos ao número de condições testáveis, devido a restrições econômicas e logísticas. A disponibilidade de simulações de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) alterou esse panorama, permitindo a investigação de um grande conjunto de configurações a custo reduzido e com elevada repetibilidade. Atualmente, observa-se uma tendência em que os ensaios experimentais passam a cumprir preferencialmente funções de validação de modelos numéricos, investigação de novos fenômenos e avaliação final de projeto, enquanto as tarefas repetitivas de varredura de projeto são delegadas ao ambiente computacional (Maliska, 2017).

As simulações computacionais se provaram muito valiosas desde o início, porém sofrem com a limitação de encontrar o melhor projeto. Dessa forma, o maior objetivo das simulações computacionais não deve ser somente a avaliação de configurações pré-estabelecidas, mas a capacidade de determinar automaticamente o projeto ótimo para uma determinada aplicação. Esta é principal motivação para a combinação das simulações numéricas com técnicas de otimização (Tashnizi; Taheri; Hekmat, 2010). À medida que a tecnologia computacional avança rapidamente, o poder de processamento aumenta, permitindo que as técnicas de otimização enfrentem problemas cada vez maiores e mais complexos.

Problemas de otimização podem ser resolvidos com métodos baseados em gradientes ou sem gradientes. O primeiro grupo utiliza gradientes (derivadas de primeira ordem) e, em alguns casos, derivadas de ordens superiores (como a matriz Hessiana) da função objetivo para guiar a busca por soluções ótimas. O segundo grupo não utiliza derivadas, baseando-se apenas na avaliação da função objetivo.

Cada abordagem é eficaz para uma aplicação específica. As otimizações baseadas em

gradientes são eficazes para problemas com funções objetivo contínuas e suaves, nas quais o gradiente pode ser calculado. Em problemas de alta dimensão, as informações sobre as derivadas podem acelerar significativamente a convergência. As otimizações sem gradientes são eficientes para problemas em que a função objetivo é não diferenciável, não suave ou complexa (oferecendo maior flexibilidade quanto à forma da função objetivo), de modo que a avaliação do gradiente se torna impraticável. Além disso, elas permitem explorar um espaço mais amplo de soluções, tornando-as potencialmente mais eficazes para otimização global (Rao, 2019).

Algumas desvantagens da otimização baseada em gradientes envolvem a convergência para mínimos locais (em vez de mínimos globais) e a dificuldade de avaliar gradientes em alguns casos. A principal desvantagem associada à otimização sem gradientes é que ela exige um grande número de avaliações da função objetivo, resultando em altos custos computacionais.

1.1 ASPECTOS GERAIS DAS TURBINAS EÓLICAS

Seguindo as tendências atuais, projeções mostram que a demanda por energia aumentará 56% entre 2010 e 2040, impulsionada pelo crescimento populacional e econômico (U.S. Energy Information Administration, 2013). Este fato, aliado ao esgotamento dos combustíveis fósseis, enfatiza a importância da exploração e desenvolvimento de fontes de energia renováveis (Xia; Zou, 2023). Além disso, considerando os temas atuais de aquecimento global e mudanças climáticas, a substituição dos combustíveis fósseis por fontes de energia livres de poluição por dióxido de carbono contribui para a diminuição dos impactos ambientais. Atualmente, emissões de dióxido de carbono relacionadas à energia contribuem com a maior parte das emissões globais de gases de efeito estufa (Letcher, 2020).

Os diversos meios de geração de energia podem ser comparados a partir de um conceito chamado de Custo Nivelado de Energia (LCOE - *Levelized Cost of Energy*), que expressa a relação entre a produção anual de energia e o custo para essa produção. Entretanto, este indicador não leva em consideração custos ambientais e sociais, como emissões de gases poluentes e mudanças climáticas, que são difíceis de estimar economicamente. Nestes aspectos, as fontes de energia renováveis se destacam. A partir da análise da Tabela 1, nota-se que as fontes solar e eólica evoluíram significativamente na última década, de forma que figuram como a fronteira de expansão das energias renováveis atualmente.

Com base nesta métrica, as energias renováveis permaneceram a opção mais competitiva em termos de custo para a nova geração de eletricidade em 2024, com 91% da capacidade de grande escala recém-comissionada fornecendo energia a um custo inferior ao da alternativa mais barata baseada em combustíveis fósseis recém-instalada (International Renewable Energy Agency - IRENA, 2025).

As turbinas eólicas podem ser divididas em dois grupos: turbinas de eixo vertical (VAWT - *Vertical Axis Wind Turbine*) e turbinas de eixo horizontal (HAWT - *Horizontal Axis Wind Turbine*), de acordo com a direção do eixo de rotação. As turbinas eólicas de eixo vertical

Tabela 1 – Evolução do custo nivelado de energia das fontes renováveis

	LCOE (USD/kWh)		
	2010	2024	Variação
Bioenergia	0.086	0.087	1%
Geotérmica	0.055	0.060	9%
Hidrelétrica	0.044	0.057	30%
Solar fotovoltaica	0.417	0.043	-90%
Eólica em terra (<i>onshore</i>)	0.113	0.034	-70%
Eólica <i>offshore</i>	0.208	0.079	-62%

Fonte: Adaptado de International Renewable Energy Agency - IRENA (2025).

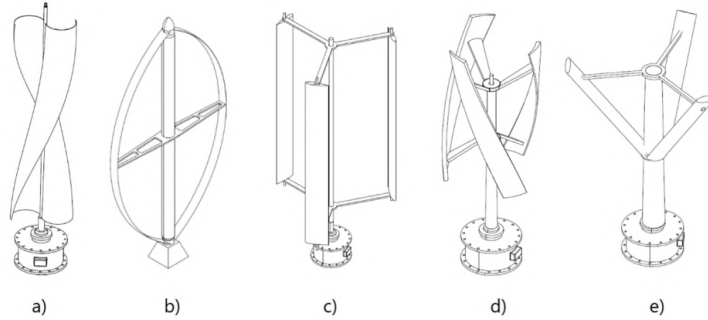
(VAWTs) têm sido historicamente classificadas como um segmento de nicho no mercado de turbinas eólicas. Seu principal diferencial é a capacidade de gerar energia independentemente da direção do vento, ao contrário das turbinas de eixo horizontal (HAWTs) que precisam se orientar para acompanhar as variações do vento. No entanto, essa vantagem vem acompanhada de uma desvantagem em relação às HAWTs convencionais, especialmente no que diz respeito à eficiência e à geração de potência. Diversas startups focadas em VAWTs surgiram com grande expectativa, mas muitas não conseguiram se manter no mercado, pois seus projetos ainda não são competitivos o suficiente em termos de coeficiente de potência e viabilidade econômica, considerando o custo por quilowatt gerado (Whittlesey, 2017).

As turbinas verticais podem ser divididas ainda em turbinas baseadas em arrasto ou em sustentação, em referência ao principal mecanismo aerodinâmico utilizado para girar o rotor. As turbinas baseadas em arrasto, como a Savonius (Johannes, 1929), produzem torque no rotor devido a quantidades desiguais de forças de arrasto nas pás. Geralmente, são turbinas de fácil projeto e construção; no entanto, sofrem de uma falha substancial de projeto em que uma pá só produz torque positivo (positivo no sentido de que o torque é adequado para produzir energia) durante metade de sua rotação, quando a pá está se movendo na mesma direção do vento. Quando uma pá está movendo-se contra o vento, ela contribui com torque negativo e, portanto, reduz o torque líquido aplicado ao gerador. Assim, uma pá só está produzindo energia durante aproximadamente metade de cada rotação, tornando esta turbina inviável para produção competitiva de energia. Um avanço na produção de energia é alcançado através de projetos de turbinas capazes de produzir torque positivo durante uma rotação completa. Estes projetos são chamados de turbinas baseadas em sustentação, representadas na Figura 1, e apresentam pás feitas de aerofólios que se assemelham a asas de avião. Também são conhecidas como turbinas verticais do tipo Darrieus.

No contexto das turbinas eólicas de eixo vertical, existem alguns parâmetros importantes para a caracterização da operação deste tipo de turbina. O *tip speed ratio* - TSR (Equação 1), representa a relação entre a velocidade tangencial na ponta da pá e a velocidade de corrente livre.

$$TSR = \frac{\omega R}{U_{\infty}} \quad (1)$$

Figura 1 – Tipos de turbinas de eixo vertical: (a) Savonius, (b) ϕ -Darrieus, (c) Rotor H, (d) Helicoidal, (e) Rotor V



Fonte: Adaptado de Ghigo et al. (2024).

A solidez (Equação 2) é uma medida que representa a proporção entre a área das pás da turbina e a área varrida pela turbina. Em outras palavras, representa quanto da área ocupada pela turbina enquanto gira está preenchida com material sólido.

$$\sigma = \frac{Nc}{R} \quad (2)$$

O coeficiente de potência (Equação 3) é um dos parâmetros mais importantes para avaliar o desempenho aerodinâmico de uma turbina eólica. Ele indica a fração da potência do vento que a turbina é capaz de converter em potência mecânica útil no eixo do rotor.

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^3 A} \quad (3)$$

O coeficiente de torque é um parâmetro adimensional que expressa a eficiência com que uma turbina eólica converte a energia do vento em torque mecânico útil no eixo do rotor.

$$C_q = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A R U_\infty^2} \quad (4)$$

A relação entre os coeficientes de torque e de potência é dada pela Equação 5.

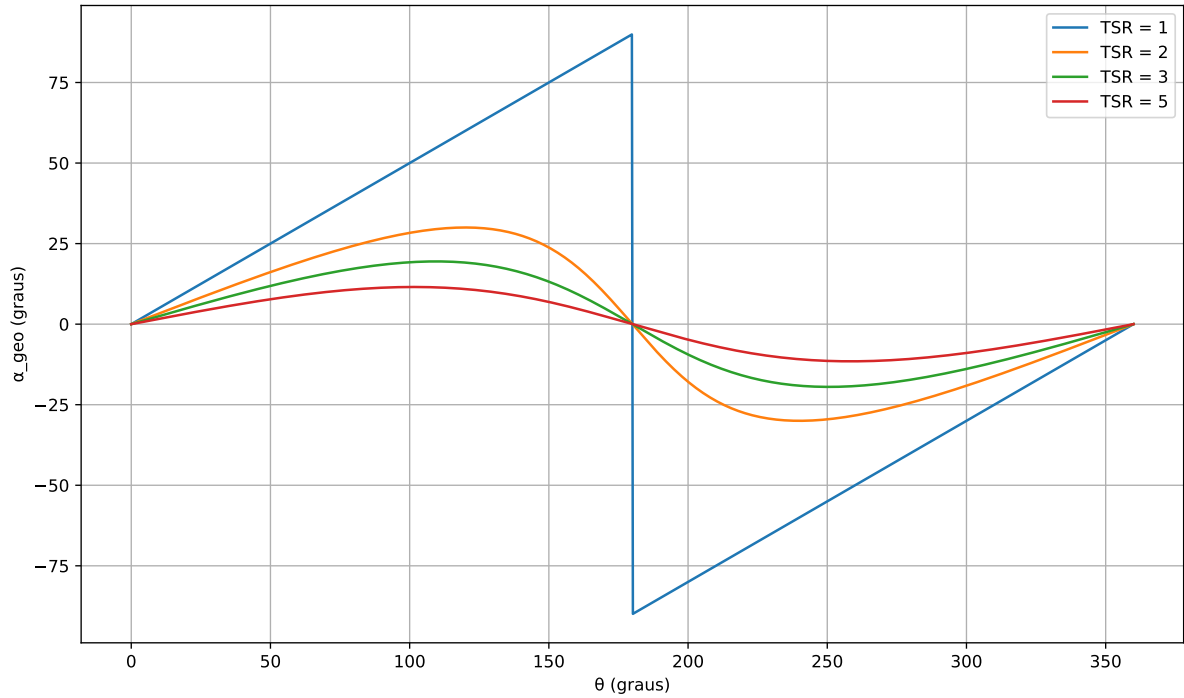
$$C_p = TSR * C_q \quad (5)$$

A aerodinâmica das turbinas verticais é mais complexa em comparação às turbinas horizontais. Esta complexidade está associada principalmente à conversão instável de energia devido à variação do ângulo de ataque e à velocidade percebida pelas pás durante uma revolução. A velocidade experimentada pelas pás (Equação 6) é uma combinação entre a rotação da turbina e a velocidade local do vento incidente, enquanto o ângulo de ataque geométrico (Equação 7) é uma função da rotação da turbina e da posição azimutal, como representado na Figura 2.

$$U_{efe} = U_\infty \sqrt{1 + 2TSR \cos \theta + TSR^2} \quad (6)$$

$$\alpha_{geo} = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta + TSR} \right) \quad (7)$$

Figura 2 – Variação do ângulo de ataque com a posição azimutal



Fonte: Adaptado de Buchner et al. (2018).

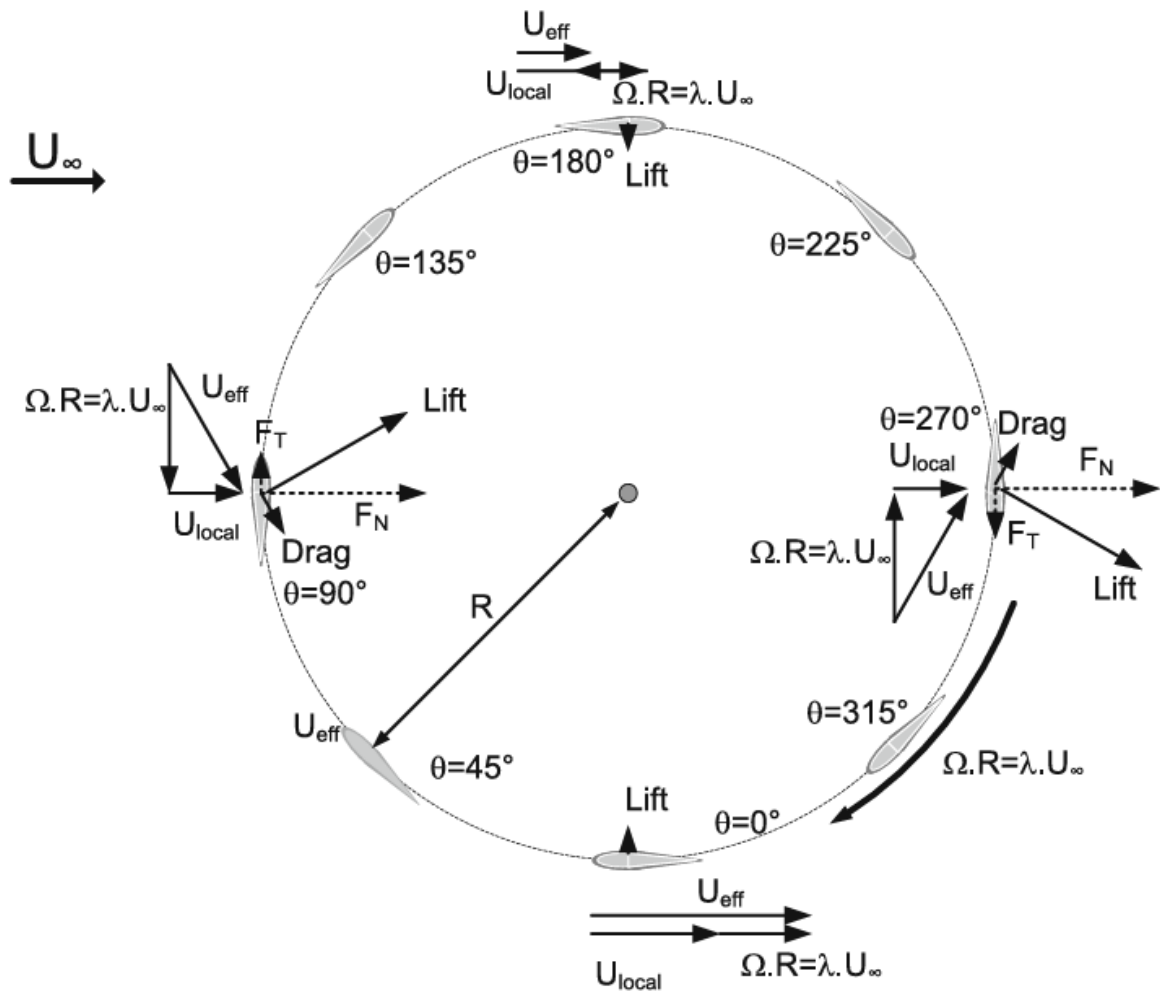
Como pode ser visto na Figura 3, o escoamento de ar que incide nas pás da turbina gera forças de sustentação F_L (perpendicular à direção da velocidade efetiva) e arrasto F_D (na mesma direção da velocidade efetiva), que podem ser decompostas em força normal F_N (perpendicular à trajetória da pá) e força tangencial F_T (tangente à trajetória da pá) a partir do ângulo de ataque experimentado pela pá.

$$F_N = F_L \cos \alpha + F_D \sin \alpha \quad (8)$$

$$F_T = F_L \sin \alpha - F_D \cos \alpha \quad (9)$$

Durante a operação de uma turbina eólica de eixo vertical (VAWT), diversos efeitos aerodinâmicos negativos podem comprometer seu desempenho e estabilidade. O fenômeno de estol dinâmico (*dynamic stall*) é caracterizado pela formação de um vórtice de bordo de ataque devido a variações rápidas no ângulo de ataque experimentadas pelas pás da turbina durante sua rotação, evidenciado pela Equação 7 (Paraschivoiu, 2002). Outro complexo fenômeno que pode ocorrer são os chamados efeitos de curvatura do escoamento (*flow curvature effects*). Levando em consideração a curvatura do escoamento que passa pelas pás da turbina devido ao seu movimento circular de rotação, estudos mostram que um perfil aerodinâmico simétrico tem comportamento

Figura 3 – Representação das forças aerodinâmicas durante uma revolução para diferentes posições azimutais



Fonte: Adaptado de Ferreira et al. (2009).

semelhante a um perfil arqueado imerso em um escoamento alinhado, além da presença de uma incidência adicional (Balduzzi et al., 2015).

O fato de o escoamento incidir ortogonalmente à direção de rotação da turbina (pás rotacionam no mesmo plano de desenvolvimento da esteira) resulta no fenômeno de interação entre pá e esteira (*blade wake interaction*), isto é, em algum momento, a pá passará pela esteira gerada por ela mesma (e por outras pás) à montante. Nesse instante, o perfil estará sujeito a um escoamento com alta intensidade turbulenta e grandes gradientes. Essa interação gera variações periódicas no ângulo de ataque efetivo, podendo intensificar fenômenos como estol dinâmico, ocorrência de forças aerodinâmicas assimétricas e oscilações de carga que afetam a eficiência e a vida útil estrutural. A interação é mútua, a passagem do perfil pela esteira deforma localmente sua geometria. Por fim, a nova esteira gerada irá sobrepor a esteira anterior, resultando em uma concentração de vorticidade (Tescione et al., 2014).

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Numerosos estudos compararam algoritmos baseados em gradientes e sem gradientes no contexto da otimização de formas aerodinâmicas (Lyu; Xu; Martins, 2014; Yu et al., 2018). Essas investigações demonstraram consistentemente que os métodos baseados em gradientes convergem para soluções mais precisas, enquanto exigem um esforço computacional significativamente menor. Consequentemente, os algoritmos baseados em gradientes são considerados uma abordagem prática para resolver problemas de otimização de projeto aerodinâmico em larga escala.

A aplicação de algoritmos baseados em gradientes para a otimização de formas aerodinâmicas foi inicialmente calculada usando aproximações de diferenças finitas. No entanto, esse cálculo escala com o número de variáveis de projeto. O método adjunto resolve esse problema, pois oferece uma maneira eficiente de calcular gradientes de forma independente do número de variáveis de entrada (Kenway et al., 2019).

Historicamente, métodos adjuntos têm origem na comunidade de controle nos anos 1960s (Bryson, 2018; Lions, 1971). Posteriormente, foram utilizados pela comunidade de projetos estruturais em problemas de otimização (Arora; Jr, 1976; Haug; Arora, 1974). O método adjunto aplicado à dinâmica dos fluidos foi introduzido na década de 1970 por Pironneau (Pironneau, 1973) em um problema de minimização de arrasto para o escoamento de Stokes. Em aplicações, o método adjunto permitiu a otimização da forma aerodinâmica de asas (Kenway; Martins, 2016; Hicken; Zingg, 2010), configurações de aeronaves (Reuther et al., 1996; Lyu; Martins, 2014; Secco; Martins, 2019), turbinas eólicas (Madsen et al., 2019; Dhert; Ashuri; Martins, 2017), turbomáquinas (Wang; He, 2010; Wang et al., 2010), hidrofólios (Garg et al., 2015), navios (Kröger; Kühl; Rung, 2018; He et al., 2019), carros (Othmer, 2014; Papoutsis-Kiachagias et al., 2019) e escoamento em dutos (He et al., 2018; Verstraete; Müller; Müller, 2017).

Antony Jameson destacou-se no desenvolvimento e consolidação do método adjunto, responsável por significativos avanços que tornaram a otimização de projetos aerodinâmicos baseada no método adjunto adequada para uso industrial (Jameson; Ou, 2011). Além disso, derivou o adjunto para as equações compressíveis de Euler e o aplicou ao projeto de perfis aerodinâmicos e ao projeto de asa (Jameson, 2003).

Thomas Economon é outro importante nome na área do desenvolvimento e aplicação do método adjunto, sendo parte da equipe dos desenvolvedores originais do software SU2. Inicialmente, o software foi descrito em Economon et al. (2016) como um pacote de código aberto para análises computacionais e projetos desenvolvido para resolver problemas de otimização multifísica utilizando topologias de malha não estruturadas. Além disso, demonstraram a capacidade do software de resolver os sistemas de equações do escoamento e adjuntos para prever fielmente informações de sensibilidade que podem ser utilizadas para projetos de forma baseados em gradiente utilizando uma estratégia adaptativa de malha.

Entre seus trabalhos mais relevantes, está Economon, Palacios & Alonso (2015), no qual

uma metodologia adjunta contínua foi desenvolvida para aplicação a problemas transientes com movimentos arbitrários, como rotação ou *pitch*. Esta metodologia foi avaliada em duas e três dimensões, resultando em uma redução de arrasto de 10.6% para o caso bidimensional e de 20.3% para o caso tridimensional, oferecendo, portanto, uma técnica eficiente e flexível.

Mais recentemente, Gomes, Economon & Palacios (2021) reportaram grandes avanços no desenvolvimento do pacote SU2, alcançando um aumento de performance de 4 vezes através da implementação de otimizações e mudanças no algoritmo, mantendo a generalidade e versatilidade do código. Além da adição de uma estratégia de paralelização híbrida, combinando MPI e OpenMP.

No contexto da otimização, o método de parametrização define o vetor de variáveis de projeto que será modificado até que o ponto ótimo seja alcançado. Entre os estudos que analisaram a influência dos métodos de parametrização de formas nos resultados da otimização aerodinâmica estão Tashnizi, Taheri & Hekmat (2010) e Masters et al. (2017a), os quais avaliaram vários métodos sob condições de fluxo invíscido utilizando as equações de Euler. Tashnizi, Taheri & Hekmat (2010) identificaram que o método de parametrização da forma tem uma forte influência no resultado final. Masters et al. (2017a) constataram que a suavidade teve um impacto significativo na robustez e na taxa de convergência das otimizações, com a capacidade de alguns dos métodos de parametrização em criar perfis aerodinâmicos não suaves afetando negativamente seus resultados com um número maior de variáveis de projeto.

Vuruskan & Hosder (2019) analisaram o impacto da técnica de parametrização de forma e do modelo de turbulência na otimização aerodinâmica. Curiosamente, eles descobriram que o efeito da parametrização da forma sobre a forma ótima e as características aerodinâmicas associadas é maior em comparação com o efeito do modelo de turbulência na otimização robusta.

Lyu, Kenway & Martins (2015) investigaram a influência do número de variáveis de design na otimização aerodinâmica baseada em RANS utilizando a abordagem FFD. Eles identificaram uma faixa ideal para o número de variáveis, abaixo da qual os resultados da otimização são significativamente afetados, e acima da qual variáveis adicionais não melhoram de forma notável o resultado, mas aumentam os custos computacionais. Portanto, é claro que o método de parametrização desempenha um papel crucial na otimização aerodinâmica e pode influenciar significativamente o resultado final.

Santos, Pantaleão & Salviano (2023) utilizaram um método de parametrização inovador baseado em redes neurais, o Bézier-GAN (*generative adversarial network*), na tentativa de melhorar a performance de uma turbina eólica vertical a partir da geração de novos projetos de aerofólios. Para este fim, foi empregada uma otimização indireta, utilizando uma superfície de resposta, por algoritmo genético. O novo perfil especificamente projetado superou em 20.5% a turbina de referência construída com o perfil NACA 0015. Interessantemente, a geometria ideal foi encontrada fora dos limites originais do espaço de projeto, confirmando que a busca por novos projetos de perfis aerodinâmicos pode abrir caminho para um melhor desempenho de turbinas verticais.

Empregando uma metodologia semelhante à proposta neste trabalho, Boudis et al. (2023) aplicaram o método adjunto discreto para a otimização da pá de uma turbina eólica de eixo horizontal, utilizando como função objetivo a razão sustentação–arrasto. O estudo partiu do perfil da turbina NREL Phase VI e avaliou a otimização em três números de Reynolds distintos. Os autores reportaram um aumento de até 38% na potência gerada pela turbina, quando avaliada por meio do pacote QBlade. Entretanto, como o QBlade se baseia no método de Elementos de Pás com Momento (*Blade Element Momentum* - BEM), uma formulação de baixa ordem, este resultado deve ser interpretado com cautela, uma vez que efeitos tridimensionais, viscosos e não estacionários não são adequadamente capturados. Dessa forma, os ganhos de performance previstos podem ser superestimados, reforçando a necessidade de validação com simulações CFD de alta fidelidade ou dados experimentais.

Recentemente, Day et al. (2021) empregou o método adjunto em uma tentativa de otimização das pás de uma turbina eólica de eixo vertical. A metodologia inovadora propõe a utilização do método adjunto em conjunto com uma simulação semi-transiente de um perfil bidimensional. As características aerodinâmicas da pá da turbina em rotação são simuladas no perfil bidimensional a partir da variação da velocidade de entrada e do ângulo de ataque. O método adjunto é aplicado a um ponto estático da simulação transiente, de forma que as sensibilidades do perfil em relação às variáveis de projeto sejam determinadas neste ponto. Por fim, o novo perfil é testado em um modelo de CFD da turbina vertical. Empregando esta metodologia, os autores atingiram um incremento de 3.5% no coeficiente de potência médio da turbina.

Muitos dos estudos anteriores focaram em turbinas eólicas empregando perfis aerodinâmicos simétricos, como os NACA 0021 (Castelli; Englaro; Benini, 2011) e 0015 (Li et al., 2016a; Li et al., 2016b), amplamente utilizados por sua simplicidade geométrica e pela vasta base experimental disponível, que sustenta grande parte das validações atuais. Entretanto, estudos mais recentes têm mostrado que turbinas de eixo vertical podem se beneficiar significativamente de perfis assimétricos. Claessens, por exemplo, investigou critérios de projeto específicos para turbinas Darrieus, como elevada sustentação em ângulos de ataque moderados e bom desempenho sob condições não estacionárias, propondo ao final um aerofólio levemente arqueado, o DU 06-W-200, desenvolvido especificamente para este tipo de aplicação. De forma semelhante, Islam propuseram o aerofólio assimétrico MI-VAWT, destinado a turbinas Darrieus de pás retas, que apresenta melhor desempenho aerodinâmico em altos ângulos de ataque e supera deficiências típicas de perfis simétricos.

1.3 OBJETIVOS

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo a otimização de perfis aerodinâmicos utilizando o método adjunto para o cálculo dos gradientes a partir de diferentes métodos de parametrização em condições de regime permanente. Para isso, a razão sustentação–arrasto será utilizada como função objetivo. Posteriormente, os perfis ótimos obtidos serão avaliados em

uma turbina eólica de eixo vertical com o intuito de investigar possíveis ganhos de eficiência. A potência gerada por essas turbinas, conforme apontado por Islam (2008), é amplamente influenciada pelo perfil de suas pás. Nesse sentido, Kirke (1998) destaca que as pás com ângulo de *pitch* fixo e curvatura apresentam a melhor combinação de torque inicial aceitável, desempenho máximo e simplicidade, além de custos reduzidos.

Dessa forma, esse tipo de turbina poderia se beneficiar da aplicação de uma metodologia de otimização com custo computacional substancialmente reduzido em comparação a outras abordagens empregadas, tais como a otimização baseada em superfícies de resposta (Santos; Pantaleão; Salviano, 2023; Trentin et al., 2022) ou a otimização direta, a qual ainda é considerada impraticável devido à sua elevada demanda computacional.

Baseado nesta discussão, define-se o objetivo geral:

- Otimização de perfis aerodinâmicos utilizando o método adjunto para o cálculo dos gradientes a partir de um *software* livre

e os objetivos específicos:

- Analisar o desempenho de dois métodos de parametrização: funções Hicks-Henne e *Free-Form Deformation* em uma otimização baseada em gradiente, comparando-os em termos de valores da função objetivo, geometria dos perfis ótimos e natureza de cada um dos métodos
- Avaliar se os perfis ótimos obtidos para a razão sustentação-arrasto como função objetivo em uma otimização em regime permanente podem resultar em ganhos de eficiência em turbinas eólicas de eixo vertical.

2 METODOLOGIA

2.1 MODELOS FÍSICO E MATEMÁTICO

Para a otimização do perfil aerodinâmico, foram realizadas simulações bidimensionais em regime estacionário empregando Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD, do inglês *Computational Fluid Dynamics*). Considerando que, nas condições simuladas, o número de Mach não ultrapassa 0.3, o escoamento pode ser assumido como incompressível (White, 2007). Nesse contexto, as equações governantes da mecânica dos fluidos são representadas pela formulação matemática das leis de conservação: conservação da massa e taxa de variação da quantidade de movimento (Malalasekera; Versteeg, 2007).

A equação da continuidade para um fluido incompressível é expressa como:

$$\text{div } \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

enquanto as equações de Navier–Stokes bidimensionais, para as componentes u e v da velocidade nos eixos x e y , são escritas como:

$$\text{div}(u\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \text{div}(\text{grad } u), \quad (2)$$

$$\text{div}(v\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \text{div}(\text{grad } v), \quad (3)$$

em que $\mathbf{u} = (u, v)$ é o vetor velocidade, ρ é a densidade do fluido, p é a pressão estática e ν representa a viscosidade cinemática.

As configurações consideradas neste trabalho envolvem escoamentos essencialmente turbulentos. Devido à natureza aleatória e caótica da turbulência, as propriedades que descrevem o movimento do fluido são decompostas em uma componente média e uma componente flutuante, procedimento conhecido como decomposição de Reynolds:

$$u(t) = U + u'(t) \quad (4)$$

em que U é a componente média e $u'(t)$ representa as flutuações em torno da média.

A aplicação dessa decomposição às equações de Navier–Stokes resulta nas chamadas equações RANS (*Reynolds-Averaged Navier–Stokes*), que descrevem o comportamento médio do escoamento turbulento. Além dos termos usuais em função das grandezas médias, surgem termos adicionais provenientes das correlações entre flutuações de velocidade, conhecidos como tensões de Reynolds, que representam o transporte de quantidade de movimento devido à turbulência. A forma bidimensional das equações RANS pode ser escrita como:

$$\text{div } \mathbf{U} = 0, \quad (5)$$

$$\text{div}(U\mathbf{U}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \text{div}(\text{grad } U) + \left[-\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \right], \quad (6)$$

$$\text{div}(V\mathbf{U}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \text{div}(\text{grad } V) + \left[-\frac{\partial (\overline{u'v'})}{\partial x} - \frac{\partial (\overline{v'^2})}{\partial y} \right], \quad (7)$$

A introdução destas tensões gera o chamado problema de fechamento da turbulência, que requer o uso de modelos adicionais para relacioná-las às variáveis médias do escoamento. Neste trabalho, adotou-se o modelo de turbulência de uma equação de Spalart–Allmaras (Spalart; Allmaras, 1992), desenvolvido especificamente para aplicações aerodinâmicas. Esse modelo é reconhecido pelo bom compromisso entre custo computacional e precisão em escoamentos externos sem grandes regiões de separação.

As simulações foram conduzidas com o software SU2 – Stanford University Unstructured (Economon et al., 2016), que emprega o método dos volumes finitos para a discretização das equações diferenciais parciais em um sistema de equações algébricas.

O método dos volumes finitos mostra-se particularmente adequado para aplicações em Dinâmica dos Fluidos Computacional devido à sua formulação conservativa. Ao integrar as equações de conservação em volumes de controle finitos, o método garante que as leis fundamentais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia sejam rigorosamente satisfeitas mesmo em malhas não estruturadas e geometrias complexas (Moukalled; Mangani; Darwish, 2015). Essa característica torna o método robusto e versátil, permitindo tratar escoamentos incompressíveis e compressíveis, laminares e turbulentos, além de lidar de forma consistente com a presença de descontinuidades, como ondas de choque. Por essas razões, o método dos volumes finitos é amplamente utilizado em pacotes modernos de CFD, incluindo o SU2.

2.2 CONFIGURAÇÃO NUMÉRICA

Para a discretização espacial dos termos convectivos do escoamento, o esquema central de segunda ordem JST, originalmente descrito em Jameson, Schmidt & Turkel (1981) e, posteriormente, analisado em Jameson (2017), foi utilizado. Este esquema conta com termos de dissipação artificial de segunda e quarta ordem que podem ser configurados. Como os casos deste trabalho não apresentam grandes descontinuidades, como ondas de choque, o coeficiente de dissipação de segunda ordem foi mantido como zero. O termo de dissipação de quarta ordem foi mantido em 0.02 (valor padrão) para garantir mínima interferência do esquema de discretização sobre os resultados. Segundo a documentação do SU2, este esquema oferece um bom compromisso entre robustez e precisão, mas pode superestimar contribuições de arrasto viscoso.

Para a discretização espacial das equações de turbulência, adotou-se um esquema *upwind* de

segunda ordem obtido a partir da reconstrução de variáveis pelo método MUSCL - *Monotonic Upwind Scheme for Conservation Laws* (Leer, 1979). Essa abordagem permite reduzir a difusão numérica e melhorar a resolução de gradientes, mantendo a estabilidade do cálculo.

As condições de contorno utilizadas, representadas na Figura 4, foram:

- condição de não deslizamento da superfície do perfil aerodinâmico
- condição de escoamento livre no contorno externo do domínio (*far-field*)

A velocidade do escoamento livre foi definida a partir do número de Reynolds de cada simulação, correspondendo a aproximadamente 1.58 m/s no caso de otimização, valor advindo do número de Reynolds baseado na corda da pá da turbina de referência de 100845. A pressão de escoamento livre foi fixada no valor atmosférico de referência, 101 kPa.

Figura 4 – Condições de contorno



Fonte: Próprio autor.

A convergência das simulações foi acelerada por meio da utilização de técnicas de *multigrid* (Brandt, 1977). Esse método consiste na resolução iterativa das equações em uma hierarquia de malhas de diferentes níveis de refinamento. Os erros de alta frequência são rapidamente amortecidos nas malhas mais finas, enquanto os erros de baixa frequência, que convergem mais lentamente, são transferidos para malhas mais grossas, onde podem ser eliminados de forma mais eficiente. Dessa maneira, o método reduz significativamente o número de iterações necessárias para alcançar a convergência, proporcionando maior eficiência computacional em comparação com esquemas iterativos aplicados apenas em uma única malha.

Como o objetivo do estudo não inclui a modelagem da transição laminar, adotou-se a hipótese de escoamento totalmente turbulento para reduzir incertezas específicas da modelagem de transição e focar exclusivamente nas tendências aerodinâmicas gerais do perfil. Além disso,

em turbinas eólicas de eixo vertical, o escoamento ao redor das pás é fortemente influenciado pela elevada turbulência atmosférica, pela rugosidade superficial decorrente da operação em ambiente externo e pela variação cíclica do ângulo de ataque. Esses fatores induzem a transição precoce e impedem a formação de escoamento laminar estável, o que torna a modelagem da transição menos representativa das condições reais. Por fim, a abordagem totalmente turbulenta é amplamente utilizada na literatura de VAWTs e oferece maior robustez numérica para capturar fenômenos como separação periódica e geração de vórtices.

2.3 DOMÍNIO COMPUTACIONAL

Inicialmente, foi conduzida uma análise de independência de malha (Tabela 2) de acordo com o procedimento de Celik et al. (2008), Roache (1994). Esta análise demonstrou que a malha média, representada na Figura 5, apresenta erro de discretização estimado menor do que 0.1%, assegurando confiabilidade nos resultados e viabilidade computacional para as simulações subsequentes. A malha resultante é representada na Figura 5.

Tabela 2 – Análise de convergência de malha

	Grosseira (3)	Média (2)	Fina (1)
Número de elementos	504195	873854	1528205
Elementos na superfície do perfil	267	482	963
Razão de refinamento	-	1.32	1.32
Razão sustentação-arrasto	26.48	26.56	26.57
$GCI_{grosseira}^{21} < 0.1\%$			

Fonte: Próprio autor.

Adicionalmente, foi realizado um estudo para determinar o tamanho do domínio externo da malha computacional, de forma a minimizar os efeitos das condições de contorno sobre os resultados. Os resultados das simulações estão representados na Tabela 3.

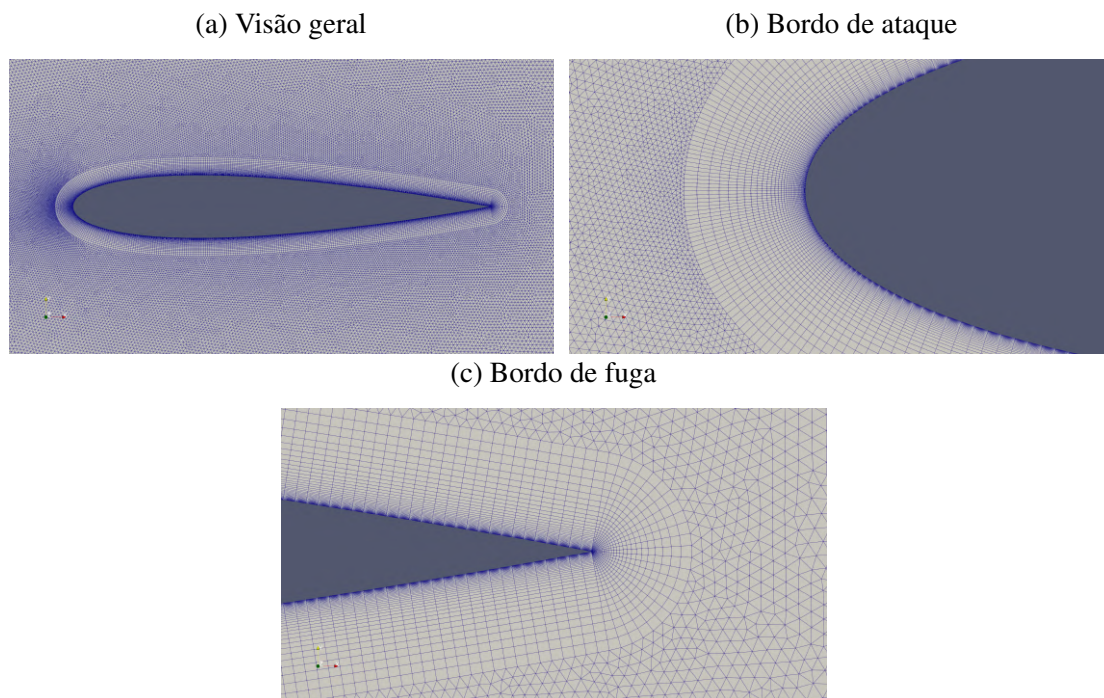
Tabela 3 – Análise da distância do domínio externo medida em múltiplos de corda (c)

Domínio #	Raio do far-field	Razão sustentação-arrasto
1	20c	26.56
2	40c	27.02
3	60c	27.18
4	80c	27.26

Fonte: Próprio autor.

Os resultados da Tabela 3 indicam que a partir de um raio de 80c (domínio #4) o efeito do domínio externo sobre a razão sustentação-arrasto torna-se desprezível (variação menor do que 1%), motivo pelo qual tal configuração foi adotada neste trabalho. Vale ressaltar que estes resultados foram adquiridos a partir de simulações em um ângulo de ataque de 6° para que o resultado da razão sustentação-arrasto seja não nulo.

Figura 5 – Malha computacional na superfície do perfil



Fonte: Próprio autor.

Para todas as simulações realizadas, a camada-limite computacional foi mantida constante, utilizando 43 camadas e uma razão de crescimento de 1.12, com o objetivo de garantir uma transição adequada da malha para a região externa à camada-limite. O tamanho do primeiro elemento da malha foi definido de modo a assegurar que, para todas as simulações, o valor de y^+ fosse inferior a 1.

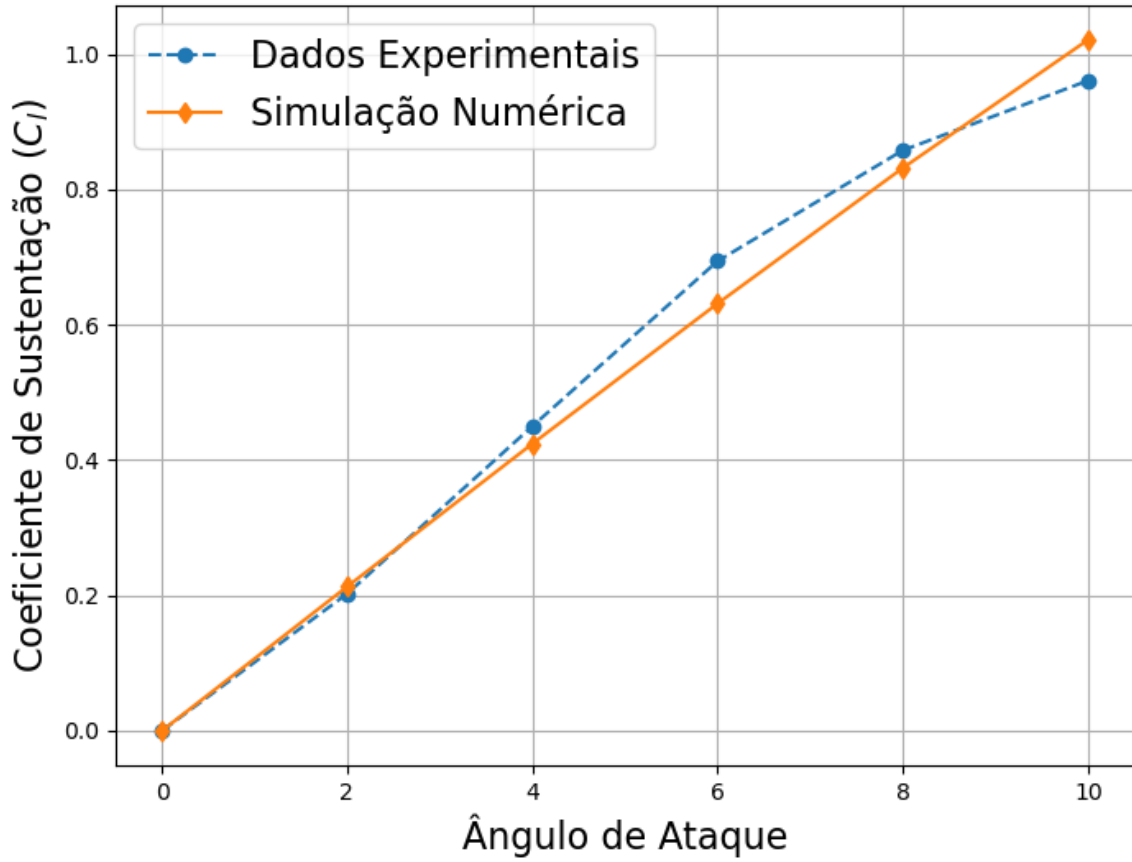
2.4 VALIDAÇÃO

A validação do modelo numérico foi realizada utilizando uma base de dados experimental referente ao perfil NACA 0012 (Critzos; Heyson; Jr, 1955), em um número de Reynolds próximo ao número de Reynolds característico da corda da pá turbina (Figura 6). A configuração adotada para essa comparação é idêntica à utilizada nas simulações de otimização, o que implica que as características da camada limite permaneceram inalteradas. Nesse contexto, nas simulações de otimização, o fator de malha $y^+ < 1$, enquanto, para a validação, a média do fator $\overline{y^+} \approx 1$, dado o maior número de Reynolds para o caso da validação.

Em seguida, como não há bases de dados experimentais disponíveis para o número de Reynolds baseado na corda da turbina, as simulações numéricas foram comparadas com os resultados obtidos no software XFOIL para os ângulos de ataque de 0° (Figura 7) e 6° (Figura 8), correspondentes ao número de Reynolds utilizado nas simulações de otimização.

Para ambos os casos, observou-se boa concordância entre os resultados numéricos e os dados experimentais. Além disso, Palacios et al. (2014) apresentam uma série de outros casos de verificação e validação (V&V) do SU2, incluindo comparações entre diferentes modelos de

Figura 6 – Curva do coeficiente de sustentação para $Re = 500000$



Fonte: Próprio autor.

turbulência — como o Spalart-Allmaras utilizado neste trabalho — e esquemas de discretização, como o JST.

2.5 MÉTODO ADJUNTO

2.5.1 Formulação Adjunta por Diferenciação

Considerando um problema governado pelas equações na forma residual para um dado vetor de variáveis de projeto $x \in \mathbb{R}^p$ e resolvidas para um vetor de variáveis de estado $w \in \mathbb{R}^n$

$$R(x, w) = 0 \quad (8)$$

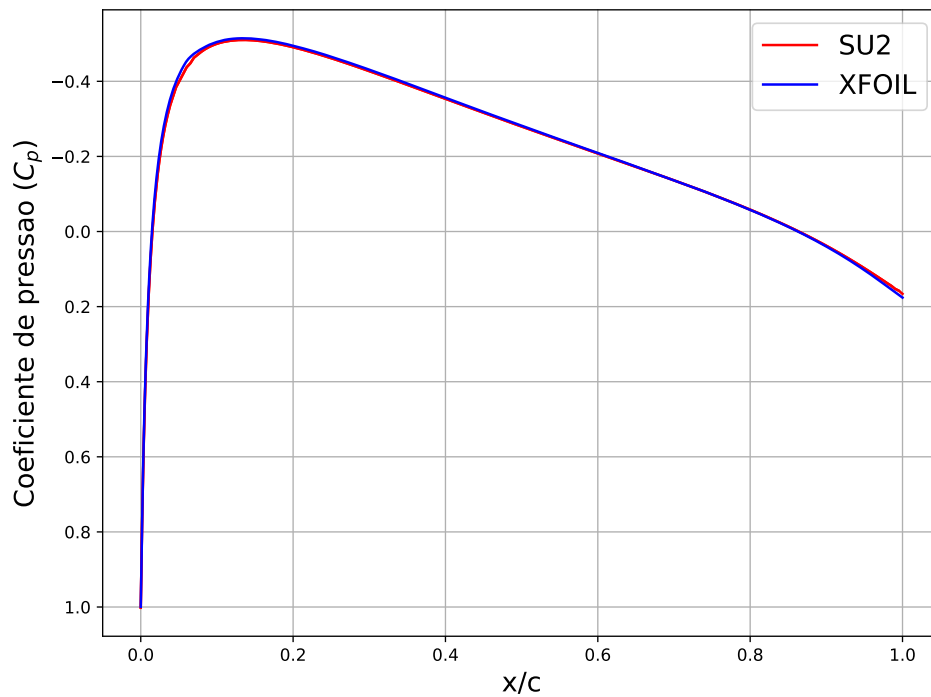
A função de interesse é uma função das variáveis de projeto e das variáveis de estado

$$f = f(x, w) \quad (9)$$

Aplicando a regra da cadeia à função de interesse para obter a derivada total

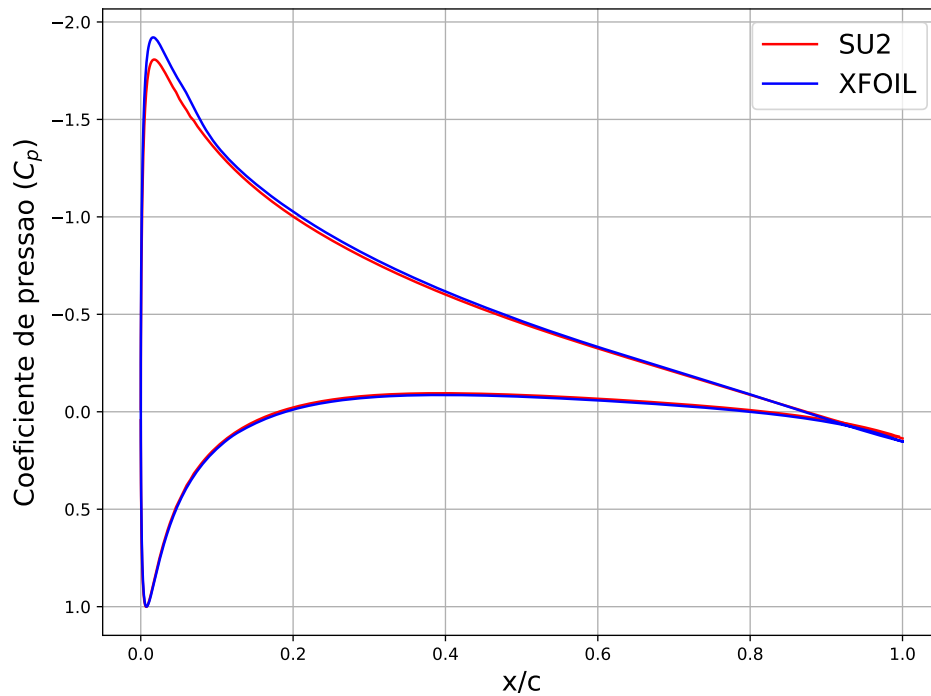
$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial w} \frac{dw}{dx} \quad (10)$$

Figura 7 – Curva de coeficiente de pressão para NACA 0015 com ângulo de ataque 0°



Fonte: Próprio autor.

Figura 8 – Curva de coeficiente de pressão para NACA 0015 com ângulo de ataque 6°



Fonte: Próprio autor.

A dificuldade está na avaliação do termo dw/dx , visto que trata-se da derivada das variáveis de estado em relação às variáveis de projeto cuja relação é fornecida implicitamente pela equação residual (Equação 8). Aplicando a regra da cadeia à função residual e utilizando o fato de sua

derivada resultar em zero

$$\frac{dR}{dx} = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial w} \frac{dw}{dx} = 0 \quad (11)$$

Rearranjando a equação

$$\underbrace{\frac{\partial R}{\partial w}}_{\mathbb{R}^{n \times n}} \underbrace{\frac{dw}{dx}}_{\mathbb{R}^{n \times p}} = - \underbrace{\frac{\partial R}{\partial x}}_{\mathbb{R}^{n \times p}} \quad (12)$$

A solução para dw/dx pode ser procedida da seguinte forma: resolver uma coluna de dw/dx utilizando a mesma coluna de $\partial R/\partial x$ como o lado direito da equação. Repetindo o procedimento para as demais colunas até computar dw/dx completamente. Este procedimento é chamado de método direto e é proporcional ao número de variáveis de projeto. Visto que p sistemas lineares devem ser resolvidos. Alternativamente, introduzindo a Equação 12 na Equação 10

$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} - \overbrace{\frac{\partial f}{\partial w} \frac{\partial R^{-1}}{\partial w}}^{\lambda^T} \frac{\partial R}{\partial x} \quad (13)$$

Na prática, o inverso do Jacobiano $\partial R/\partial w$ não é determinado explicitamente. Ao invés disso, um sistema é resolvido com o lado direito apropriado. Esta alternativa dá origem às equações adjuntas da forma

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \partial R \\ \partial w \end{bmatrix}^T}_{\mathbb{R}^{n \times n}} \underbrace{\lambda}_{\mathbb{R}^{n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \partial f \\ \partial w \end{bmatrix}^T}_{\mathbb{R}^{n \times 1}} \quad (14)$$

Nestas equações, $\lambda \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ é o vetor de variáveis adjuntas. Como este vetor é definido como um vetor coluna, sua transposição deve ser inserida na Equação 13 para correspondência correta das dimensões.

Este procedimento é conhecido como método adjunto e é independente do número de variáveis de projeto. Como as variáveis de projeto não aparecem explicitamente nas equações adjuntas, estas equações devem ser resolvidas apenas uma única vez para cada função de interesse. Adotando este método, a sensibilidade da função de interesse é dada por

$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda^T \frac{\partial R}{\partial x} \quad (15)$$

Nota-se que, uma vez resolvida a equação adjunta, as sensibilidades da função objetivo em relação a qualquer parâmetro de entrada podem ser avaliadas de forma relativamente barata, necessitando apenas da consideração da dependência explícita de f e R em relação a x .

Procedimento para aplicação do método adjunto

1. Computar $[\partial R/\partial w]^T$ e $[\partial f/\partial w]^T$

2. Resolver a equação adjunta $[\partial R/\partial w]^T \lambda = [\partial f/\partial w]^T$ para λ
3. Computar $\partial R/\partial x$ e $\partial f/\partial x$
4. Computar a derivada total $df/dx = \partial f/\partial x - \lambda^T \partial R/\partial x$

De forma geral, o método direto é mais eficiente para problemas com um pequeno número de variáveis de entrada, já que a sensibilidade da função objetivo em relação a essas variáveis necessitará ser avaliada poucas vezes. Em contrapartida, em problemas de alta dimensão, o método adjunto se torna mais eficiente, visto que seu custo computacional não escala com o número de variáveis.

2.5.2 Formulação Adjunta por Lagrangiano

A formulação adjunta pode ser obtida também através da introdução do Lagrangiano. O Lagrangiano do problema formulado anteriormente é dado por:

$$\mathcal{L}(x, w, \lambda) = f(x, w) + \lambda R(x, w) \quad (16)$$

O Lagrangiano incorpora as restrições do problema à função objetivo, transformando uma otimização com restrições em uma otimização sem restrições. Aplicando a regra da cadeia ao Lagrangiano para obter a derivada total

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial w} \frac{dw}{dx} + \lambda^T \left(\frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial w} \frac{dw}{dx} \right) \quad (17)$$

Assim como anteriormente, a dificuldade está na avaliação do termo dw/dx . Isolando este termo

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \lambda^T \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{dw}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial w} + \lambda^T \frac{\partial R}{\partial w} \right) \quad (18)$$

Como os multiplicadores de Lagrange são escolhidos arbitrariamente, serão escolhidos aqueles para que o coeficiente que acompanha o termo dw/dx seja nulo, de forma que sua avaliação não seja necessária. Este procedimento origina as equações adjuntas.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial w} \right)^T + \lambda \left(\frac{\partial R}{\partial w} \right)^T = 0 \quad (19)$$

Retomando a expressão para a derivada total do lagrangiano anulando o termo dw/dx , nota-se que é idêntica à expressão da derivada total da função objetivo em relação às variáveis de projeto.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \lambda^T \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{df}{dx} \quad (20)$$

Considerando o contexto de aplicação do método adjunto a um problema de dinâmica dos fluidos computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamics*), como o gradiente df/dx (Equação 20) é independente de dw/dx , ele pode ser determinado sem a necessidade de avaliações adicionais do campo de escoamento.

No SU2, o processo de determinação das sensibilidades sobre as variáveis de projeto é realizado em duas etapas principais. Primeiramente, o solver adjunto (SU2_CFD_AD) fornece as derivadas do funcional de interesse em relação às coordenadas nodais da superfície ou da malha (df/dx). Em seguida, o módulo de deformação geométrica (SU2_DEF) define a relação entre os parâmetros de projeto escolhidos (por exemplo, coeficientes de Hicks–Henne ou pontos de controle de FFD) e os deslocamentos nodais, construindo assim o Jacobiano geométrico $\partial x/\partial \alpha$. Por fim, o módulo SU2_DOT (ou sua versão diferenciada SU2_DOT_AD) combina essas duas informações aplicando a regra da cadeia, ou seja, multiplicando as sensibilidades nodais pelo mapeamento geométrico, de modo a obter os gradientes reduzidos $df/d\alpha$ em relação às variáveis de parametrização, assim como mostrado na expressão 21. Esses gradientes são então exportados e servem de entrada para o otimizador.

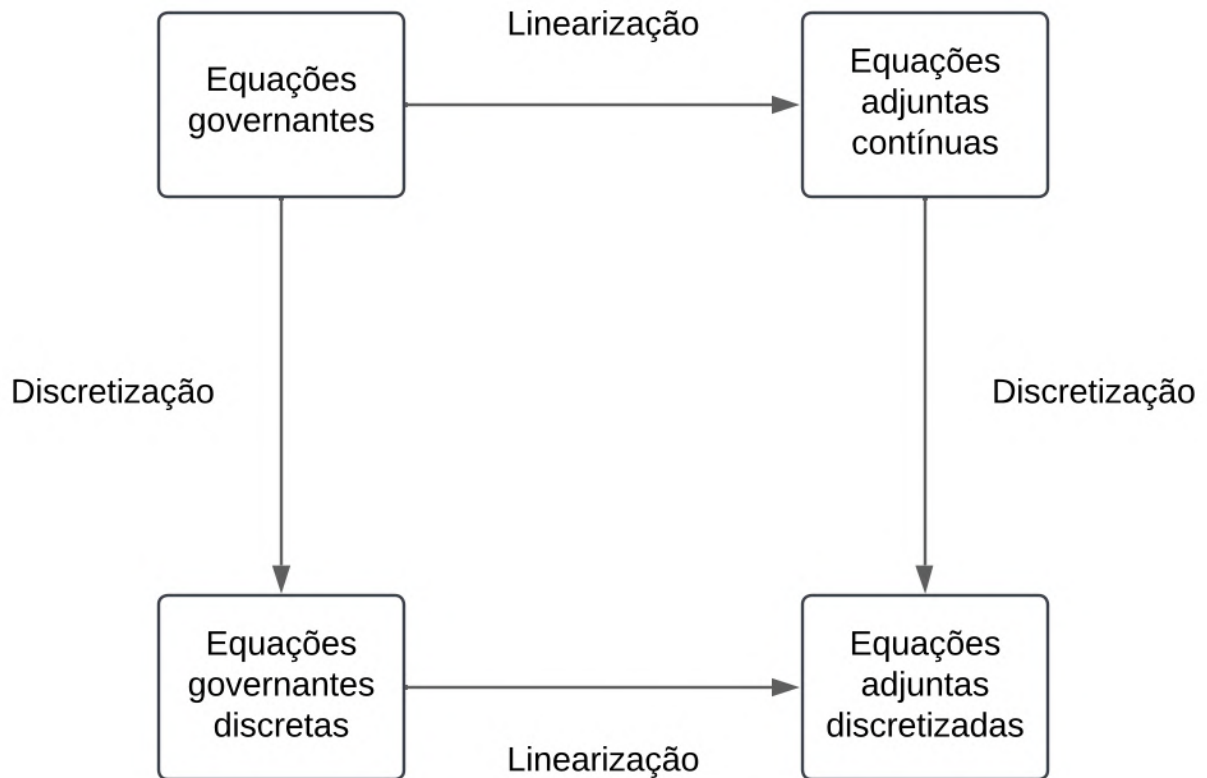
$$\frac{df}{d\alpha} = \frac{\partial x}{\partial \alpha} \frac{df}{dx} \quad (21)$$

2.5.3 Métodos Discreto e Contínuo

Existem duas possibilidades para formulação das equações adjuntas no que diz respeito a em que momento estas equações são derivadas do problema principal. No método discreto, as equações adjuntas são derivadas das equações discretizadas que representam o problema físico, por exemplo, equações de conservação (continuidade, Navier-Stokes e energia) discretizadas pelo Método dos Volumes Finitos. No método contínuo, as equações adjuntas são derivadas das equações que representam o problema na forma contínua, por exemplo, equações de conservação na forma de equações diferenciais parciais, e, em seguida, discretizadas. O esquema geral é apresentado na Figura 9. Apesar dos dois caminhos resultarem nas equações adjuntas discretizadas, seus resultados não são idênticos e suas variáveis adjuntas serão diferentes (a menos que exista consistência dupla entre os caminhos).

Os trabalhos iniciais no campo do método adjunto utilizaram a formulação contínua. A vantagem desta abordagem é que ela gera um conjunto de equações discretizadas que é resolvido utilizando a mesma técnica de iteração numérica que o problema principal, eliminando a necessidade de formar explicitamente o Jacobiano e resultando em implementações mais rápidas e que utilizam pouca memória. Entretanto, as principais desvantagens são a baixa precisão para malhas grosseiras e uma implementação desafiadora. Como as equações são derivadas do problema principal na forma contínua e então discretizadas, isso significa que o gradiente será consistente somente no limite de uma malha infinitamente fina. Além disso, o sistema adjunto contínuo requer uma diferenciação à mão das equações diferenciais parciais. Por exemplo, nas equações RANS (*Reynolds-averaged Navier-Stokes*) turbulentas, é comum que os desenvolvedores adjun-

Figura 9 – Esquema geral para obtenção das equações adjuntas



Fonte: Adaptado de Taylor et al. (2012).

tos simplifiquem certos termos do modelo de turbulência, o que acaba introduzindo uma nova fonte de erro. Do ponto de vista da implementação, a necessidade de realizar manualmente a diferenciação das equações limita a aplicação desse método a alguns grupos de pesquisa que possuem conhecimento tanto em CFD quanto em otimização (Kenway et al., 2019).

Os trabalhos mais recentes têm focado na abordagem discreta do método adjunto. As principais vantagens são um gradiente consistente e o fato de as derivadas que constituem as equações adjuntas discretizadas não necessitarem de diferenciação à mão, podendo ser computadas por outros métodos numéricos (por exemplo, diferenças finitas ou diferenciação automática - AD). Essas técnicas permitem gerar derivadas numericamente exatas, mesmo através de rotinas complexas como os diversos modelos de turbulência utilizados na análise RANS. A principal desvantagem do método discreto está no alto custo computacional e de memória no cálculo do Jacobiano. Isto destaca a necessidade de implementações mais eficientes para garantir uma boa performance do método.

Em síntese, a formulação contínua desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento inicial do método adjunto, mas apresenta limitações práticas e de precisão em malhas finitas e em modelos turbulentos complexos. A formulação discreta, por outro lado, garante consistência entre o problema direto e o adjunto em qualquer malha, sendo, portanto, mais adequada para aplicações de otimização em CFD baseadas em RANS, como a proposta neste trabalho.

2.6 PARAMETRIZAÇÃO DO PERFIL

Como visto anteriormente, o método de parametrização exerce grande influência sobre o resultado final de uma otimização. Para este trabalho, foram utilizados dois métodos de parametrização: Free-Form Deformation e funções de Hicks-Henne, ambos disponíveis no pacote SU2.

2.6.1 Free-Form Deformation

Este método consiste em deformar um modelo geométrico de forma livre. A deformação ocorre seguindo as seguintes etapas:

1. imposição de um sistema de coordenadas local em uma região em forma de paralelepípedo (s, t, u)
2. impor uma grade de pontos de controle no paralelepípedo
3. a deformação é especificada movendo os pontos de suas posições reticulares não deslocadas

Os pontos de controle estão em uma rede e suas localizações são definidas com base no sistema de coordenadas local. A função de deformação é definida por um polinômio de Bernstein (Equação 22) com produto tensorial trivariado, e a relação entre a deformação e o posicionamento do ponto de controle é dada pelas curvas de Bézier (ou pode ser formulada em termos de outras bases polinomiais).

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad t \in [0, 1] \quad (22)$$

Uma propriedade importante do conjunto de polinômios de Bernstein é que a soma deles é sempre igual a 1.

$$\sum_{i=0}^n B_i^n(t) = 1 \quad (23)$$

Para um caso bidimensional, dois conjuntos de polinômios de Bernstein (s e t) e os pontos de controle são combinados para interpolar dentro de uma superfície de Bézier, seguindo a Equação 24. Como mostrado pela expressão, o deslocamento dos pontos originais é ponderado pelos polinômios de Bernstein.

$$\mathbf{x}'(s, t) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m B_i^l(s) B_j^m(t) \mathbf{P}'_{i,j} \quad (24)$$

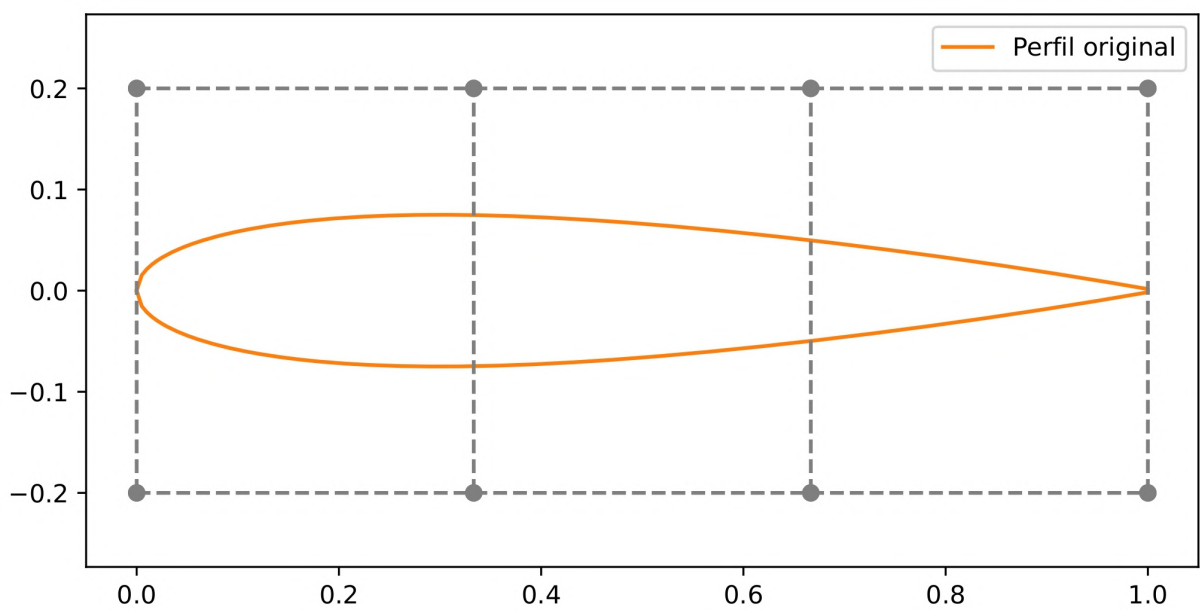
Nesta expressão, $\mathbf{x}'(s, t)$ representa a nova posição de um ponto após a deformação, s e t as coordenadas normalizadas de um ponto dentro da caixa de controle e $\mathbf{P}'_{i,j}$ os pontos de controle deformados.

Uma analogia física útil para o FFD é imaginar um paralelepípedo de plástico transparente e flexível contendo um ou mais objetos que se deseja deformar. Esses objetos também são considerados flexíveis, permitindo que se deformem em conjunto com o plástico circundante à medida que ele muda de forma. Isso pode ser visto na Figura 10. O método é originalmente descrito em Sederberg & Parry (1986) e, posteriormente, em Sederberg (2012).

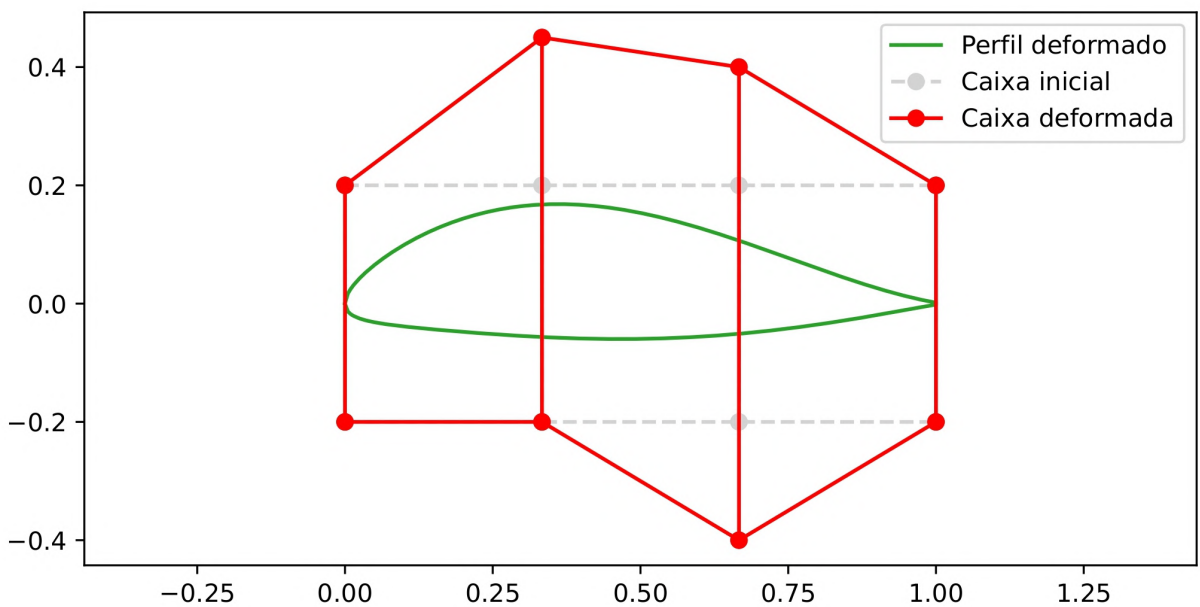
A Figura 10 mostra um exemplo da colocação dos pontos de controle na caixa que envolve a geometria. O deslocamento de um ponto de controle afeta toda a geometria dentro da caixa.

Figura 10 – Deformação da geometria base utilizando Free-Form Deformation

(a) Pontos de controle



(b) Deformação



Fonte: Próprio autor.

2.6.2 Funções de Hicks-Henne

Este método foi originalmente descrito por (Hicks; Henne, 1978). A proposta é usar um conjunto de funções suaves para perturbar a geometria inicial do aerofólio. O formato do aerofólio em cada ponto de sua extensão pode ser representado pela Equação (25).

$$y = y_{basic} + \sum_i a_i f_i \quad (25)$$

em que y_{basic} é a ordenada da geometria de base, f_i é a função de forma e a_i é o coeficiente de participação. As funções de Hicks-Henne são dadas pela Equação 26.

$$f_i = \left[\sin \left(\pi x^{\frac{\log 0.5}{\log t_1}} \right) \right]^{t_2} \quad (26)$$

em t_1 localiza o ponto de máxima amplitude e t_2 controla a largura da curva, como pode ser visto na Figura 11. Cada função afeta uma região específica sobre a superfície do aerofólio. Essas funções são adicionadas linearmente ao aerofólio de base, e a contribuição de cada uma é determinada pelo coeficiente de participação. Todos os coeficientes de participação são inicialmente definidos como zero, de modo que a primeira simulação fornece as características aerodinâmicas da geometria de base. Durante o processo de otimização, esses coeficientes são atualizados quando necessário para atingir a melhor configuração.

A Figura 12 mostra como as funções de Hicks-Henne deformam a superfície aerodinâmica. Para esta demonstração, foram utilizados os seguintes parâmetros: localização da máxima amplitude $t_1 = 0.5$, largura da curva $t_2 = 1$ e coeficiente de participação $A = 0.02$.

2.7 OTIMIZAÇÃO

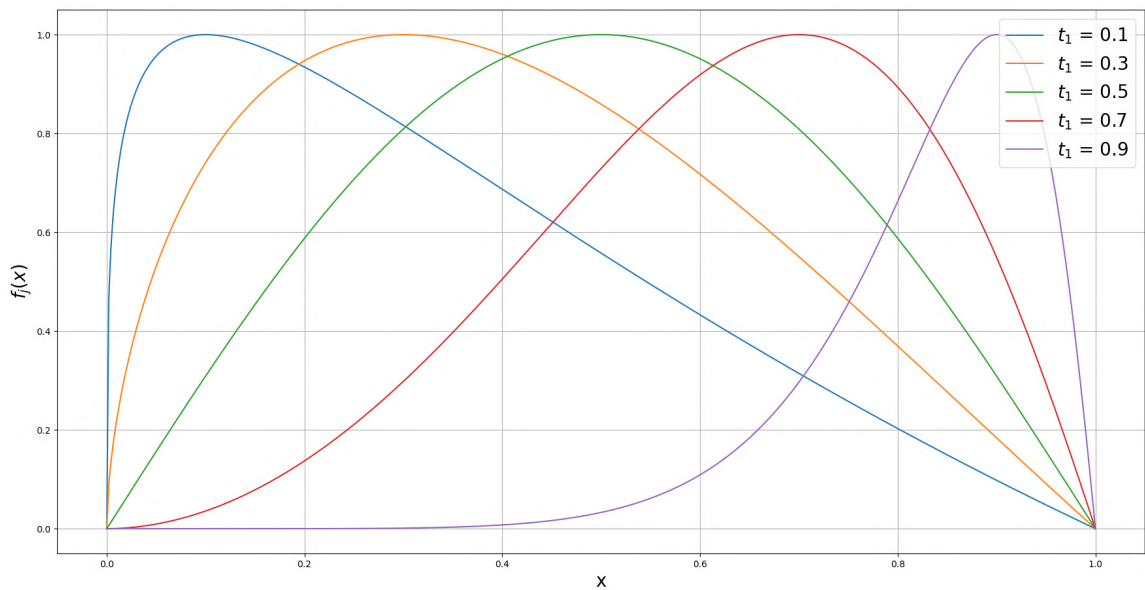
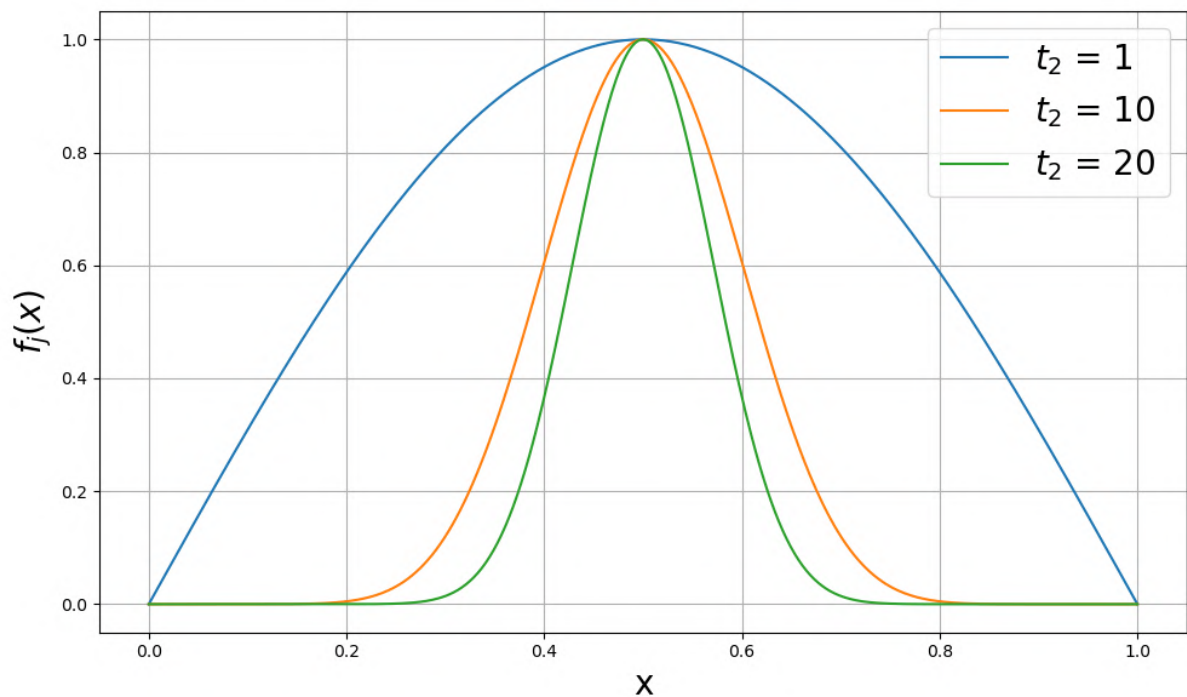
Um problema geral de otimização pode ser escrito como: encontrar

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix}, \quad (27)$$

que minimiza $f(\mathbf{X})$ sujeito a $g_j(\mathbf{X}) \leq 0$, $j = 1, 2, \dots, m$

Nesta declaração geral, $\mathbf{X}$ é o vetor de variáveis de projeto, $f(\mathbf{X})$ é a função objetivo e $g_j(\mathbf{X})$ são as restrições. Para este caso, o vetor de variáveis de projeto é dado através dos métodos de parametrização (coeficientes de participação para o método de Hicks-Henne e deslocamento de pontos de controle para o método *Free-Form Deformation*), a função objetivo é a razão sustentação-arrasto, C_L/C_D , e a restrição é geométrica referente à área mínima do aerofólio (área > 0.10). As otimizações iniciais foram conduzidas assumindo configurações sem restrições. Contudo, os métodos de parametrização empregados, em especial o de Hicks-Henne, levaram à obtenção de soluções ótimas não físicas, tais como perfis com auto-interseção ou com espessura

Figura 11 – Influência dos parâmetros nas funções de Hicks-Henne

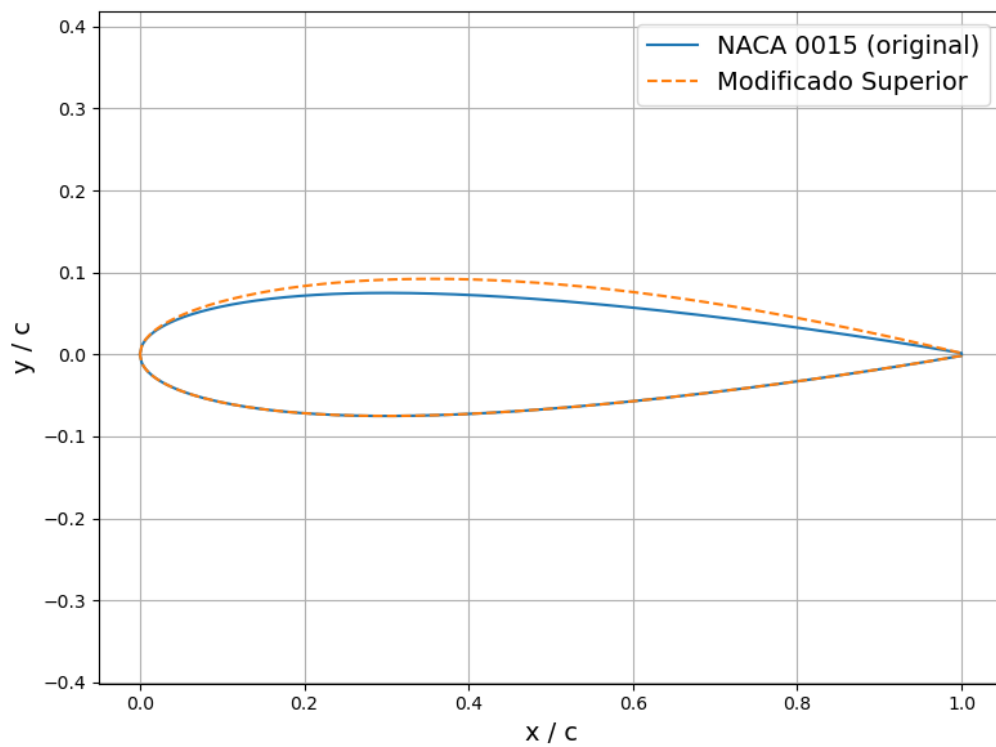
(a) Parâmetro t_1 (b) Parâmetro t_2 

Fonte: Próprio autor.

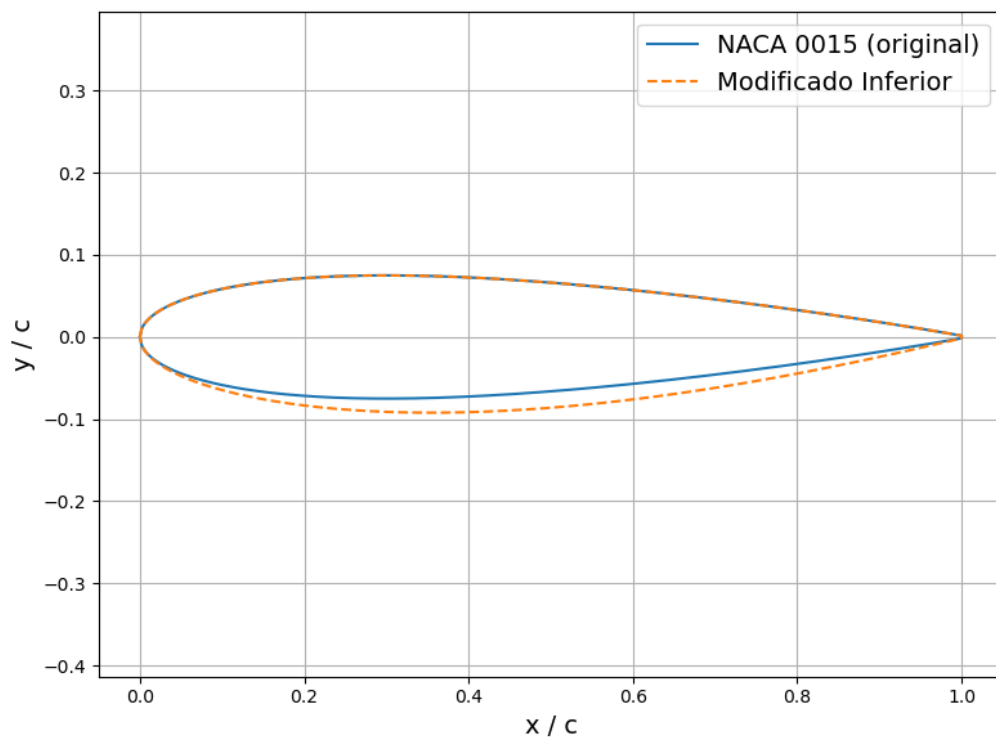
nula. O algoritmo de otimização tendia a direcionar a busca para a redução da área do perfil, com o objetivo de diminuir o arrasto e, consequentemente, aumentar o valor da função objetivo. Diante desse comportamento, foi introduzida uma restrição de área baseada no perfil inicial NACA 0015, adotando-se um valor ligeiramente inferior ao original, porém suficiente para garantir a viabilidade física dos perfis gerados.

Figura 12 – Deformação da geometria de base utilizando as funções de Hicks-Henne

(a) Superfície superior (extradorso)



(b) Superfície inferior (intradorso)



Fonte: Próprio autor.

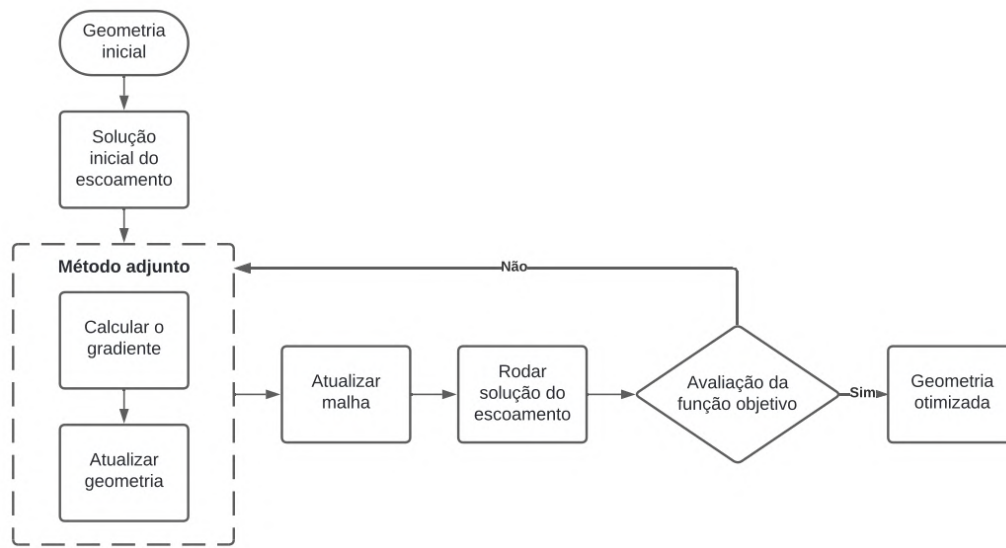
Uma visualização do procedimento de otimização pode ser vista na Figura 13. O processo

prossegue até que um critério de convergência seja satisfeito: a precisão necessária da otimização, escolhida como norma do gradiente menor do que 10^{-6} , ou o número máximo de iterações, definido como 30. Assim, esta otimização se resume a encontrar

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_i \end{Bmatrix}, \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} P_{0,0} \\ \vdots \\ P_{i,j} \end{Bmatrix} \quad (28)$$

que maximiza C_L/C_D sujeito a $Area(\mathbf{X}) \geq 0.10$

Figura 13 – Procedimento de otimização



Fonte: Próprio autor.

A escolha da razão entre o coeficiente de sustentação e o coeficiente de arrasto, C_L/C_D , como função objetivo para a posterior avaliação dos perfis ótimos em uma turbina eólica fundamenta-se em dois aspectos principais. O primeiro refere-se ao estudo pioneiro de Islam, Ting & Fartaj (2007), no qual a relação sustentação–arrasto foi identificada como um parâmetro relevante para o desempenho de turbinas eólicas de eixo vertical (VAWTs). Isto está relacionado ao papel da força tangencial no torque gerado no eixo da turbina, conforme expresso na Equação 9. De acordo com essa formulação, valores mais elevados de C_L/C_D resultam em uma maior componente tangencial da força aerodinâmica atuante sobre as pás, o que, por sua vez, contribui para o aumento da potência extraída. O segundo aspecto diz respeito ao estudo de Boudis et al., que empregou esta função objetivo em uma otimização adjunta e avaliou os perfis ótimos em uma turbina eólica de eixo horizontal, a NREL Phase VI, reportando ganhos significativos na potência extraída do vento.

Além disso, caso essa configuração de otimização resulte em perfis capazes de melhorar o desempenho de turbinas eólicas de eixo vertical, esse tipo de turbina poderá se beneficiar de uma metodologia de otimização com custo computacional significativamente inferior àquele das abordagens previamente empregadas, como as metodologias baseadas em superfícies de

resposta utilizadas em (Trentin et al., 2022; Santos; Pantaleão; Salviano, 2023). Ressalta-se que a otimização direta de turbinas eólicas de eixo vertical ainda é, no estado da arte, impraticável, em razão do elevado custo computacional associado à realização de simulações de CFD de alta fidelidade.

É importante, contudo, reconhecer uma limitação metodológica: a aerodinâmica de um perfil isolado difere da aerodinâmica de um perfil inserido em um arranjo rotativo, como ocorre em uma turbina completa. Em particular, efeitos tridimensionais, de interferência entre pás, da aerodinâmica transiente e de dinâmica de estol dinâmico podem reduzir a aplicabilidade direta da métrica C_L/C_D obtida em condições estáticas. Assim, o presente trabalho adota uma abordagem exploratória que busca avaliar se a otimização baseada nessa métrica pode fornecer melhorias potenciais no desempenho global de uma turbina eólica de eixo vertical, beneficiando-se, ao mesmo tempo, de um custo computacional significativamente menor do que o requerido por simulações completas da turbina em operação.

A otimização empregou o algoritmo SLSQP - *Sequential Least Squares Programming* (Kraft, 1988), que usa uma aproximação quasi-Newton Hessiana na busca linear e é apropriado para resolver problemas com não linearidades significativas (Rao, 2019).

Nos métodos de Newton, a função objetivo a ser minimizada é aproximada por uma função quadrática, como representado na Equação 29. Os pontos de mínimo (ou máximo) de funções quadráticas, tanto em $\mathbb{R}^2$ quanto em $\mathbb{R}^3$, são fáceis de encontrar.

$$f(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}_i) + \nabla f_i^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_i) + \frac{1}{2} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_i)^T [\nabla^2 f_i] (\mathbf{X} - \mathbf{X}_i) \quad (29)$$

Cada um dos termos da função quadrática de aproximação apresenta um sentido. O termo constante (primeiro termo do lado direito) garante que a função de aproximação terá o mesmo valor da função original naquele ponto. O termo linear (segundo termo do lado direito) garante que a função de aproximação terá o mesmo gradiente da função original naquele ponto. O termo quadrático (terceiro termo do lado direito) garante que a função de aproximação terá a mesma curvatura da função original naquele ponto.

Em alguns casos, a matriz Hessiana (matriz de segundas derivadas na Equação 29) não pode ser calculada, exige um alto custo computacional ou não é positivamente definida (garantindo que a aproximação quadrática possui um mínimo). Nestes casos, essa matriz é aproximada, dando origem aos métodos denominados quasi-Newton.

O mínimo da função 29 é encontrado e, em seguida, é feita uma pesquisa linear (*line search*) ao longo desta direção a partir da atualização das variáveis de projeto .

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i - \alpha_i [B_i] \nabla f(\mathbf{X}_i) \quad (30)$$

em que α_i é o passo utilizado. Em posse dos dois pontos, há a avaliação do gradiente da função e a determinação de uma nova aproximação para a matriz Hessiana. Nota-se que, na expressão 30, o método de descida de gradiente (*steepest descent*) pode ser obtido como um caso

especial com $[B_i] = [I]$.

Assim, a busca se inicia com um chute inicial de onde o mínimo pode estar. Em seguida, a função a ser minimizada é aproximada por uma função quadrática naquele ponto, o que significa que ambas as funções apresentam o mesmo valor, gradiente e curvatura naquele ponto. O ponto de mínimo da função aproximada é encontrado e o processo volta ao passo inicial novamente. Esse processo é repetido até que os critérios de convergência sejam atingidos.

2.8 CONFIGURAÇÃO NUMÉRICA DA TURBINA EÓLICA

Para a avaliação dos perfis otimizados na turbina eólica, foram conduzidas simulações tri-dimensionais transientes utilizando o *software* OpenFOAM v2412. As configurações adotadas para a simulação do perfil otimizado seguem as melhores práticas recomendadas para turbinas eólicas de eixo vertical, conforme discutido em (Balduzzi et al., 2016; Rezaeiha; Kalkman; Blocken, 2017). Uma modelagem confiável via CFD requer um domínio computacional suficientemente amplo para mitigar efeitos de bloqueio e reduzir incertezas associadas às condições de contorno. O modelo geométrico considera apenas as pás da turbina, desconsiderando eixo e estruturas de suporte, o que simplifica o escoamento ao eliminar fenômenos como sombreamento e interferências estruturais.

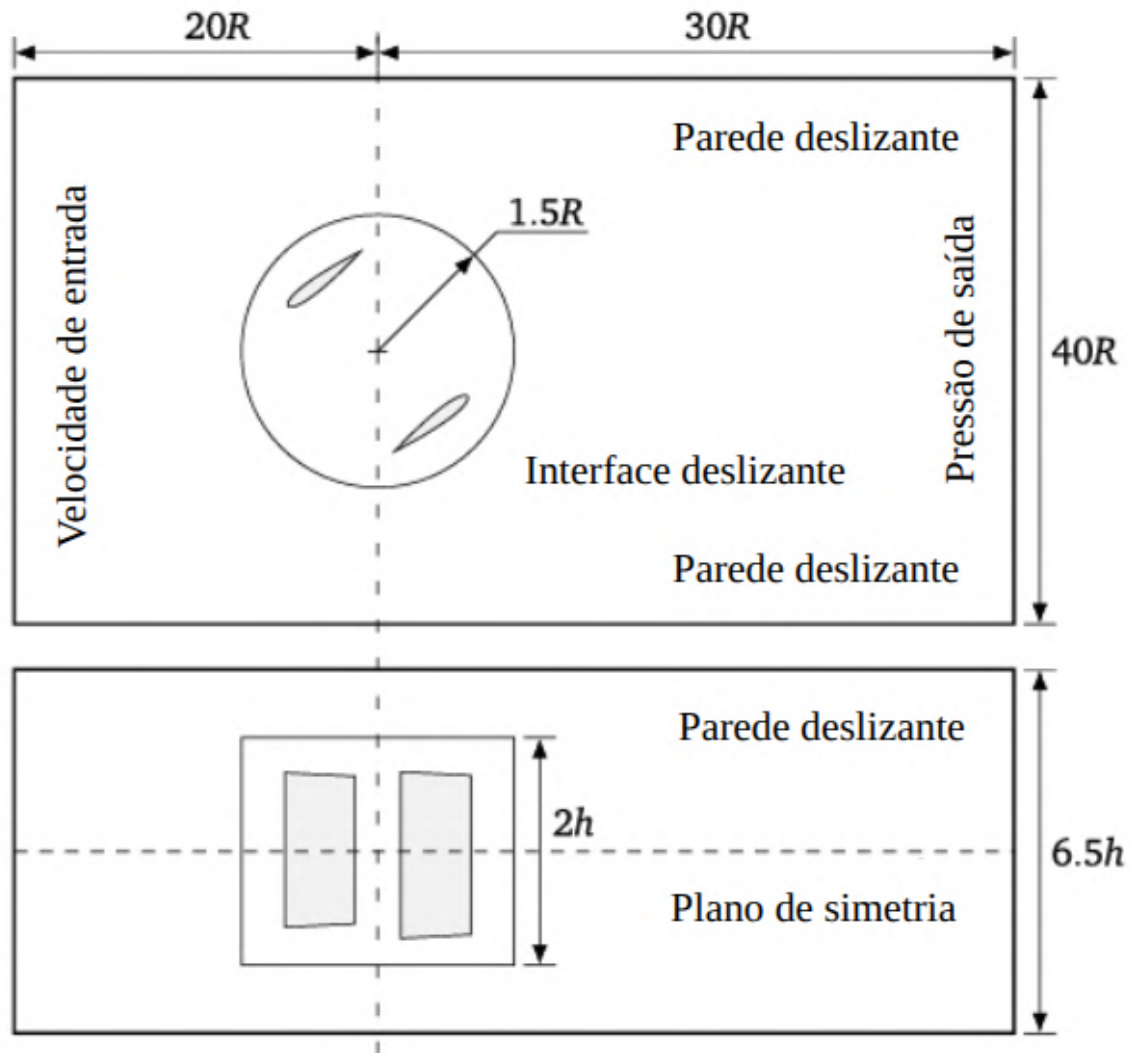
Para representar os efeitos turbulentos, empregou-se o modelo $k - \omega$ SST, amplamente utilizado em aplicações envolvendo separação de camada limite e escoamentos rotativos. O domínio computacional é composto por duas regiões: uma região rotativa interna, que reproduz o movimento angular das pás, e uma região externa estacionária que a envolve, permitindo o tratamento adequado da fronteira rotativa por meio do emprego de uma interface deslizante (*sliding mesh*). Para garantir uma boa resolução da camada limite sobre as pás da turbina (compatível com o modelo de turbulência adotado), a altura do primeiro elemento foi selecionada de forma a fornecer um coeficiente $y^+ \approx 1$.

A simulação é executada ao longo de nove revoluções completas, número requerido para que a variação relativa do coeficiente de potência médio entre duas revoluções consecutivas seja inferior a 0.5%. As seis primeiras revoluções são realizadas com incremento angular de 2° , enquanto as três revoluções finais utilizam passo de 1° , de modo a aprimorar a resolução e garantir a convergência dos resultados.

As condições de contorno adotadas foram: (1) velocidade de entrada uniforme de 7 m/s com gradiente de pressão nulo, intensidade de turbulência de 10% e comprimento de mistura de 0,015 m; (2) pressão manométrica nula na saída, com gradiente zero para as demais variáveis; (3) condição de não deslizamento nas superfícies das pás; (4) transferência conservativa dos fluxos na interface deslizante entre as regiões estática e rotativa; e (5) paredes laterais impostas como condições de simetria ou deslizamento, como representado na Figura 14. O algoritmo PIMPLE foi utilizado no acoplamento pressão-velocidade, garantindo robustez para escoamentos transientes, enquanto esquemas de segunda ordem foram adotados na discretização espacial e

temporal para assegurar maior precisão numérica.

Figura 14 – Representação do domínio computacional indicando as condições de contorno



Fonte: Adaptado de Santos, Pantaleão & Salviano (2023).

O modelo foi submetido a uma análise de convergência de malha, seguindo o procedimento descrito em Celik et al. (2008), Roache (1994), para assegurar independência dos resultados. Conforme apresentado na 5, a malha média foi escolhida com um erro de discretização estimado em 0.265%. As especificações da turbina utilizada para a análise de convergência de malha e validação estão representadas na Tabela 4.

A malha resultante da análise de convergência e adotada para os procedimentos deste trabalho está representada na Figura 15.

Por fim, o modelo passou por um processo de validação a partir da comparação com dados experimentais de túnel de vento, fornecidos por Li et al. (2016b).

De modo geral, observa-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e os dados experimentais. Ambas as curvas exibem máximos do coeficiente de torque em valores angulares próximos, situados em torno de $\theta \approx 90^\circ$. No intervalo inicial da rotação $0^\circ < \theta < 90^\circ$, a simulação prevê valores ligeiramente inferiores aos medidos. Em contraste, no terço final

Tabela 4 – Modelo da turbina de validação

Parâmetro	Descrição
Perfil aerodinâmico	NACA 0015
Corda da pá	0.225 m
Ângulo de pitch	-6°
Comprimento da pá	1.02 m
Número de pás	2
Raio da turbina	0.85 m
Velocidade do escoamento livre	7 m/s
TSR	2.29

Fonte: Adaptado de Li et al. (2016b).

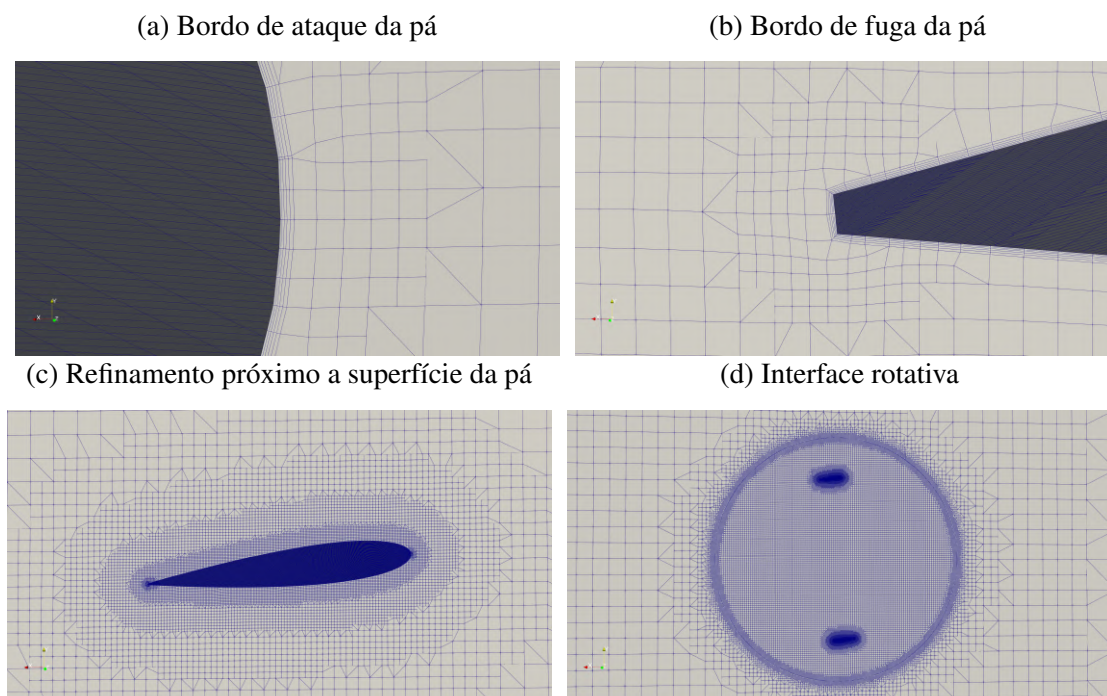
Tabela 5 – Análise de convergência de malha para a turbina

	Grosseira (3)	Média (2)	Fina (1)
Número de elementos	9702615	17964448	29740350
Tamanho representativo dos elementos (mm)	26	20	15.3
Razão de refinamento	-	1.30	1.30
Coefficiente de potência	0.339	0.349	0.348

$$GCI_{grosseira}^{21} = 0.265\%$$

Fonte: Próprio autor.

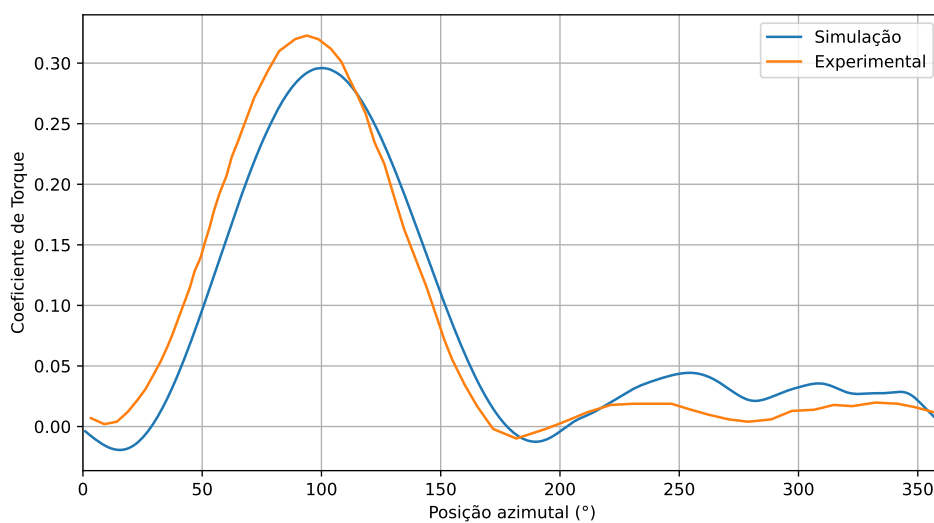
Figura 15 – Malha computacional da turbina vertical representando a camada limite e o refinamento adicional nas proximidades da pá



Fonte: Próprio autor.

do ciclo, os valores simulados tornam-se discretamente superiores aos experimentais. Apesar dessas discrepâncias locais, a evolução global da curva simulada reproduz adequadamente as características da curva experimental, incluindo tendências de crescimento e decrescimento, bem

Figura 16 – Validação da turbina com dados experimentais



Fonte: Próprio autor.

como a sequência de vales e picos.

Essa consistência é corroborada pela comparação entre os coeficientes médios de potência, relacionados ao coeficiente de torque pela Equação 5. A simulação resulta em 0.354, enquanto o valor experimental é 0.375, correspondendo a uma diferença relativa de aproximadamente 5%.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O número de variáveis de projeto em cada caso foi definido de modo a garantir que os dois métodos de parametrização produzissem quantidades comparáveis de graus de liberdade, respeitando suas particularidades geométricas. No método de Hicks–Henne, os pontos de controle foram distribuídos entre 0.05 e 0.95 da corda, com espaçamento uniforme, permitindo maior flexibilidade na região central do aerofólio e evitando alterações diretas nos bordos de ataque e de fuga.

Para o método de Free-Form Deformation (FFD), a primeira e a última colunas da malha de controle foram posicionadas de forma a coincidir com o bordo de ataque e o bordo de fuga, respectivamente, enquanto as demais colunas foram distribuídas uniformemente entre essas extremidades. Para preservar a integridade geométrica do perfil, a primeira e a última linhas da malha FFD foram mantidas congeladas, garantindo que nenhum deslocamento afetasse diretamente os bordos de ataque e de fuga, tornando o tratamento consistente entre os métodos. Além disso, vale ressaltar que, para ambos os métodos, as deformações são permitidas somente na direção vertical y , de forma que não haja variação no comprimento da corda do perfil.

A escolha de uma caixa com três linhas para o FFD segue a recomendação inicial de (Masters et al., 2017b): uma configuração de três linhas produz os resultados mais eficientes para a biblioteca NACA. Isso pode ser devido ao fato de que a biblioteca NACA é formada com base em uma projeção simétrica de espessura a partir de uma linha de curvatura (*camber line*). Isso significa que, para malhas com um número ímpar de linhas, a linha central pode aproximar a linha de curvatura e as linhas externas podem aproximar a projeção da espessura.

Os resultados obtidos para cada configuração de graus de liberdade encontram-se na Tabela 6. De maneira geral, o método Hicks–Henne apresentou valores significativamente maiores para a razão sustentação-arrasto (C_l/C_d). Curiosamente, observou-se que o aumento do número de variáveis de projeto não conduziu necessariamente a uma melhoria da função objetivo; pelo contrário, em alguns casos, resultou em um desempenho aerodinâmico inferior, possivelmente associado ao aumento da complexidade geométrica e do espaço de busca.

Tabela 6 – Resultados da razão sustentação-arrasto para os diferentes perfis iniciais

Método de parametrização Número de variáveis	FFD		HH	
	18	36	20	38
NACA 0015	17.12	14.04	32.44	33.26
NACA 4415	22.76	25.12	33.10	32.92

Fonte: Próprio autor.

Uma tendência semelhante foi observada por Masters et al.: o aumento do número de variáveis resultou em valores piores para a função objetivo. Dessa forma, fica claro que existem

soluções melhores do que as encontradas pelo otimizador, sugerindo que não foi possível explorar totalmente o espaço de projeto disponível.

A partir da análise da Tabela 7, observa-se que, de forma geral, a parametrização por Free-Form Deformation (FFD) atinge a solução ótima em um menor número de iterações quando comparada à parametrização Hicks–Henne (HH), apesar de resultar em valores menores para a função objetivo. Esse comportamento sugere que a topologia do espaço de projeto induzida pelo FFD facilita trajetórias de descida mais suaves no espaço de projeto, reduzindo o número de passos necessários para a satisfação dos critérios de convergência do algoritmo de otimização. Em contrapartida, a natureza mais local das funções de base do método HH tende a gerar modos de atualização mais concentrados, o que pode exigir um número maior de iterações para a exploração do espaço de projeto. Vale ressaltar que nenhuma das configurações atingiu o número máximo de 30 iterações do otimizador, ou seja, todas satisfizeram a condição de redução da norma do gradiente como critério de convergência.

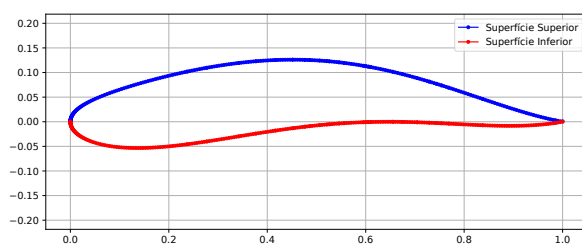
Tabela 7 – Número de avaliações da função objetivo para os diferentes métodos de parametrização

Método de parametrização	FFD		HH	
Número de variáveis	18	36	20	38
NACA 0015	17	16	25	22
NACA 4415	17	31	37	18

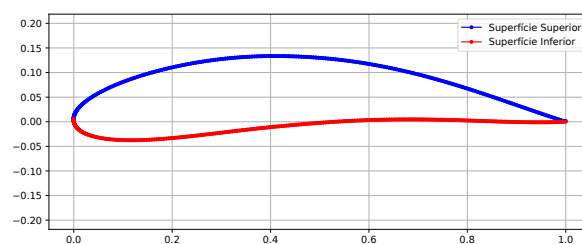
Fonte: Próprio autor.

Embora o método Free-Form Deformation (FFD) tenha produzido valores inferiores para a função objetivo, os perfis resultantes, representados na Figura 17, apresentam uma geometria significativamente mais suave, o que favorece a viabilidade construtiva e a integridade aerodinâmica. Em contraste, os perfis obtidos por meio da parametrização Hicks–Henne (HH), representados na Figura 18, tendem a apresentar deformações mais acentuadas, especialmente em regiões nas quais seus modos de perturbação são mais localizados. Esse comportamento decorre da natureza dos modos de deformação de cada técnica: enquanto o FFD promove ajustes globais e suavizados, o HH produz perturbações concentradas que podem gerar curvaturas abruptas ou ondulações indesejadas quando o número de variáveis aumenta ou quando não há restrições geométricas adicionais.

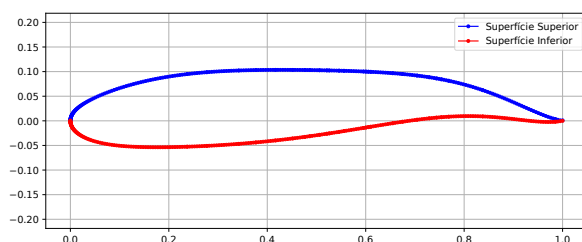
Figura 17 – Perfis ótimos para o método Free-Form Deformation variando o perfil inicial e o número de variáveis. As curvas em azul representam a superfície superior e as em vermelho a superfície inferior



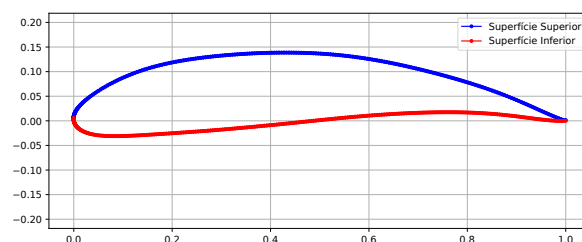
(a) NACA 0015 com 18 variáveis



(b) NACA 4415 com 18 variáveis



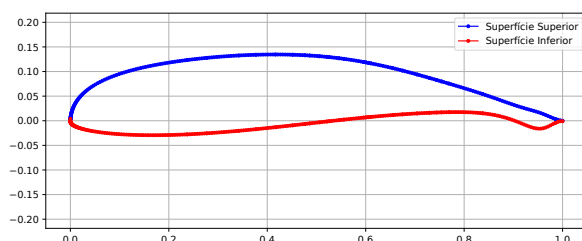
(c) NACA 0015 com 36 variáveis



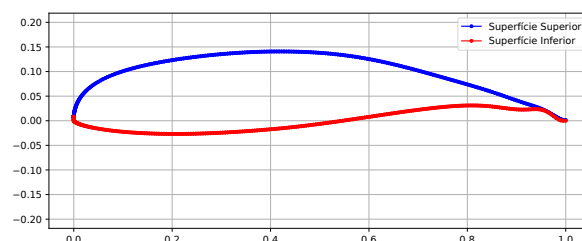
(d) NACA 4415 com 36 variáveis

Fonte: Próprio autor.

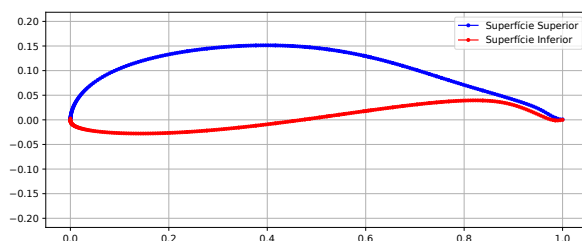
Figura 18 – Perfis ótimos para o método Hicks-Henne variando o perfil inicial e o número de variáveis. As curvas em azul representam a superfície superior e as em vermelho a superfície inferior



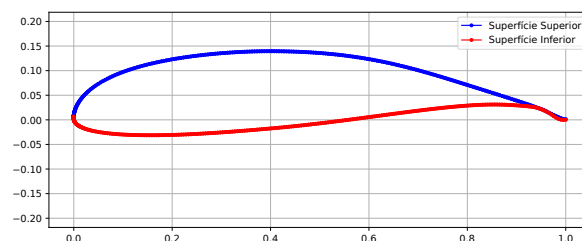
(a) NACA 0015 com 20 variáveis



(b) NACA 4415 com 20 variáveis



(c) NACA 0015 com 38 variáveis



(d) NACA 4415 com 38 variáveis

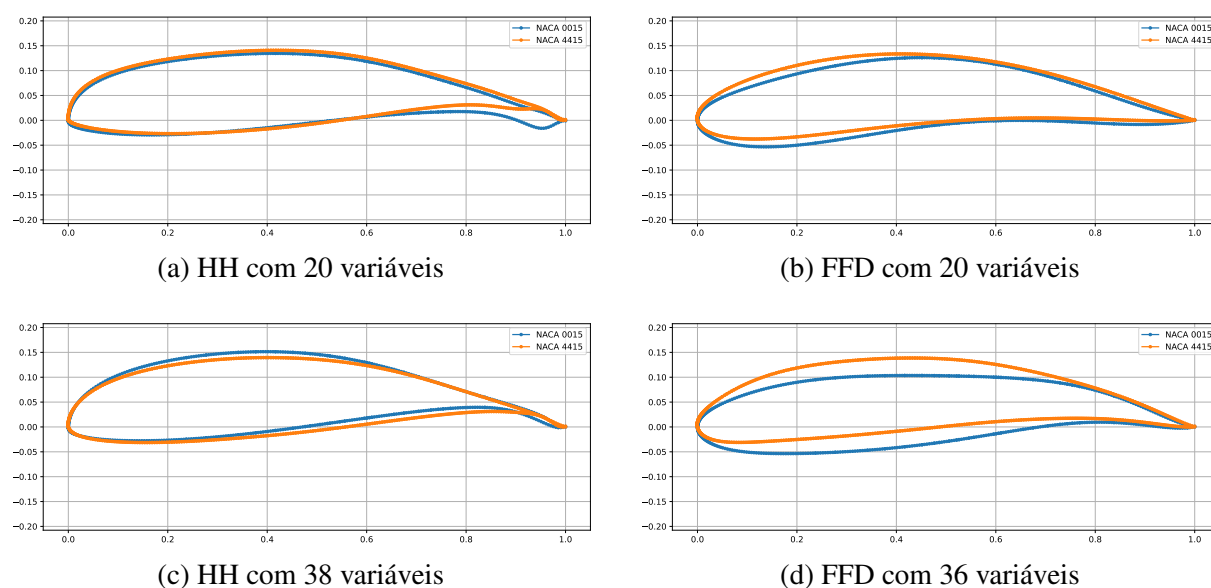
Fonte: Próprio autor.

Como previsto, todas as otimizações resultaram em perfis arqueados, consequência direta da condição inicial imposta com ângulo de ataque de 0° . Nessa configuração, a ausência de inclinação relativa do perfil em relação ao escoamento incidente gera sustentação nula, uma vez

que os campos de pressão e velocidade permanecem praticamente simétricos entre as superfícies extradorso e intradorso. A evolução do processo de otimização, portanto, tende a introduzir curvatura no contorno do aerofólio como mecanismo para desbalancear a distribuição de pressão e, assim, produzir gradientes aerodinâmicos capazes de gerar sustentação positiva.

A Figura 19 apresenta a comparação entre os perfis ótimos obtidos a partir da variação do perfil inicial para as diferentes configurações de parametrização.

Figura 19 – Comparação dos perfis ótimos para os método Hicks-Henne e Free-Form Deformation. As curvas em azul representam os perfis ótimos com NACA 0015 inicial e as em laranja NACA 4415



Fonte: Próprio autor.

Nas comparações visuais observadas, as parametrizações apresentam comportamentos qualitativamente distintos. Nos painéis (a) e (c), referentes ao método Hicks-Henne (HH) com 20 e 38 variáveis, nota-se que as deformações sobre o aerofólio são mais localizadas: pequenas ondulações e variações de curvatura aparecem em regiões específicas (próximo ao bordo de fuga) à medida que o número de variáveis aumenta, evidenciando a natureza espacialmente concentrada das funções. Além disso, para HH os perfis otimizados originados das duas geometrias iniciais (NACA 0015 e NACA 4415) tendem a aproximar-se entre si — isto é, a otimização com HH parece reduzir parte da diferença inicial entre os perfis distintos, especialmente no caso com 38 variáveis. Já nos painéis (b) e (d), relativos à parametrização Free-Form Deformation (FFD) com 20 e 36 variáveis, as alterações geométricas são mais globais e suaves: a variação de curvatura é progressiva ao longo da corda, sem saltos acentuados, e as características iniciais de cada perfil (maior curvatura do NACA 4415 em relação ao NACA 0015) são mantidas de forma mais explícita após a otimização. Dessa forma, o FFD apresenta maior sensibilidade à configuração inicial.

Essas diferenças têm implicações diretas para desempenho, robustez e fabricabilidade. Defor-

mações localizadas (HH) podem explorar mais intensamente modos locais do espaço de projeto e, dependendo da função objetivo, atingir melhores ganhos pontuais — porém correm maior risco de gerar superfícies com curvaturas abruptas, o que compromete a robustez e a capacidade de fabricação. Por outro lado, a FFD tende a produzir geometrias mais factíveis ao custo de promover mudanças mais globais que preservam as características iniciais.

Os resultados obtidos com as parametrizações Hicks–Henne (HH) e Free-Form Deformation (FFD) podem ser interpretados à luz do problema clássico das otimizações baseadas em gradiente: a presença de múltiplos mínimos locais no espaço de projeto e a consequente tendência do método a ficar preso (fenômeno conhecido como *stuck*) em soluções sub-ótimas. Parametrizações como HH geram modos de deformação altamente localizados; isso costuma fragmentar a topologia do espaço objetivo em muitos vales estreitos, cada qual com seu próprio mínimo local. Em uma otimização adjunta baseada em gradiente, o algoritmo segue a direção de descida local definida pelas sensibilidades, pelo que é comum que pequenas diferenças na condição inicial conduzam a trajetórias convergentes para mínimos distintos, mostrando sensibilidade ao ponto de partida e justificando as diferenças geométricas observadas entre os perfis otimizados.

Como a função objetivo é expressa pela razão sustentação–arrasto, pequenas variações nos respectivos coeficientes podem produzir alterações significativas em seu valor. Por esse motivo, os coeficientes correspondentes a cada configuração são apresentados na Tabela 8. Observa-se que as deformações localizadas introduzidas pelo método HH geram perfis com coeficiente de arrasto ligeiramente superior, da ordem de 0.024, enquanto as deformações suaves obtidas pelo FFD resultam em valores próximos de 0.022. Em contrapartida, tais perturbações locais tendem a promover aumentos substanciais no coeficiente de sustentação.

Tabela 8 – Coeficientes de sustentação e arrasto para as diferentes configurações

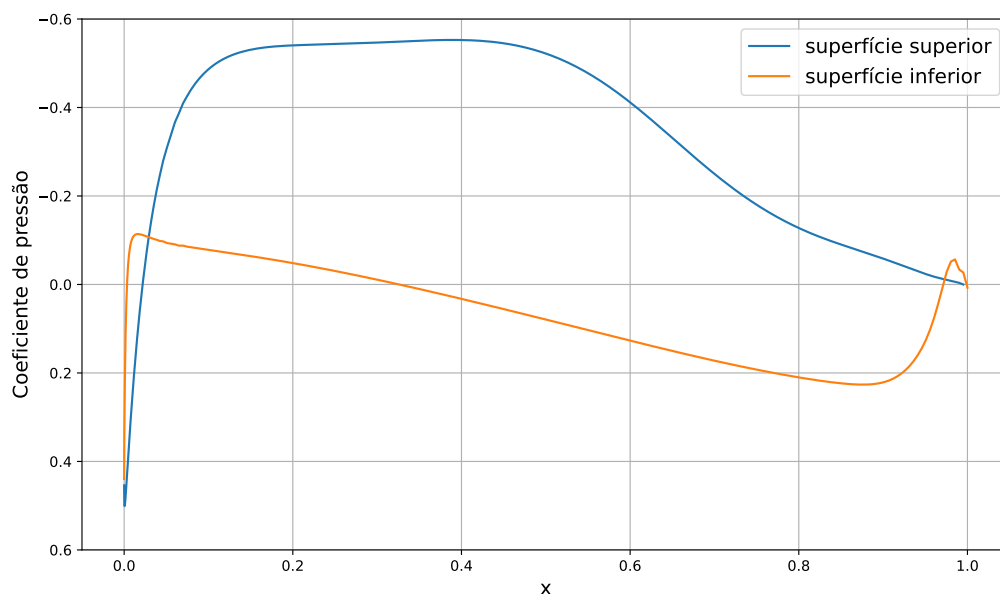
Método de parametrização	Perfil	Número de variáveis	CL	CD
FFD	0015	18	0.379	0.022
		36	0.325	0.023
	4415	18	0.500	0.022
		36	0.598	0.024
HH	0015	20	0.808	0.025
		38	0.827	0.025
	4415	20	0.796	0.024
		38	0.782	0.024

Fonte: Próprio autor.

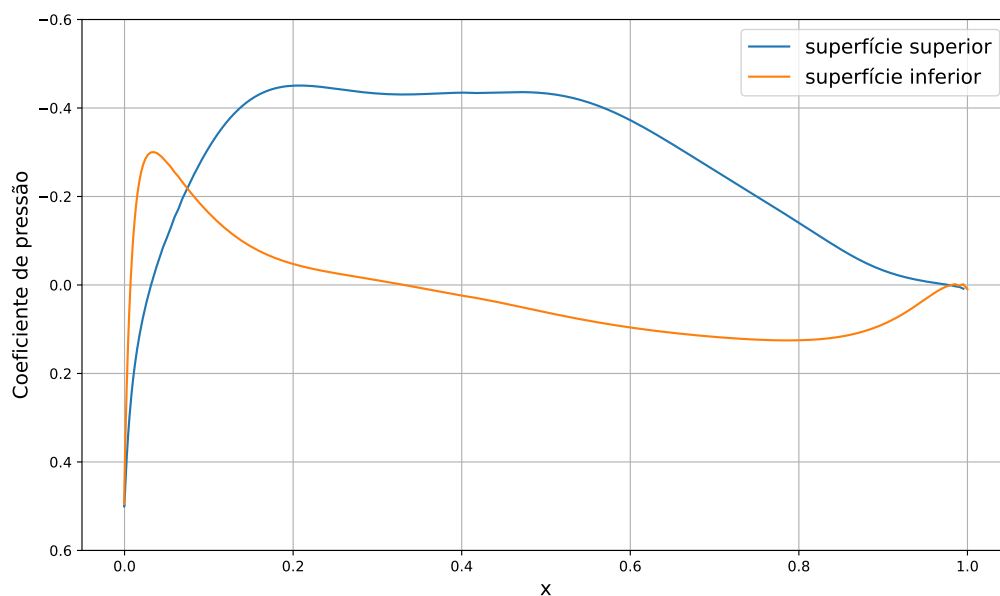
Esta tendência pode ser visualizada na Figura 20 a partir da comparação entre as curvas de coeficiente de pressão ao longo da corda para o melhor perfil ótimo de cada método. Nota-se que os ajustes locais do método HH promovem uma maior diferença de pressão entre as superfícies superior e inferior, resultando em um coeficiente de sustentação significativamente maior. Além disso, a curva representativa do método FFD apresenta uma região inicial, que contribui para diminuição da sustentação, mais pronunciada.

Figura 20 – Coeficientes de pressão para as melhores configurações de otimização. Hicks-Henne com 38 variáveis e NACA 0015 inicial. Free-Form Deformation com 36 variáveis e NACA 4415 inicial. As curvas em azul indicam a superfície superior e as em laranja a superfície inferior. O eixo do coeficiente de pressão foi invertido para evidenciar o sentido da sustentação positiva

(a) Hicks-Henne



(b) Free-Form Deformation



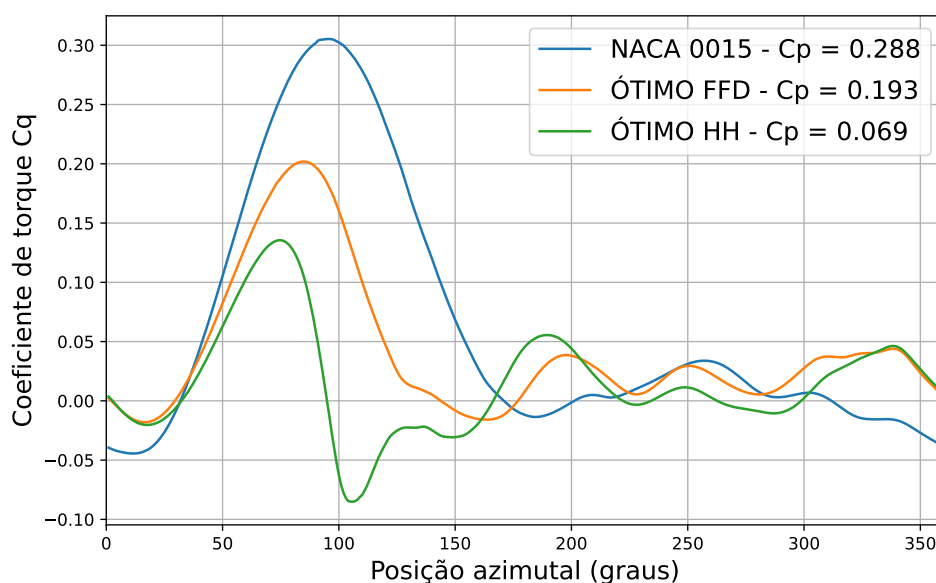
Fonte: Próprio autor.

Relacionando as curvas de pressão às respectivas geometrias, é perceptível que o bordo de ataque com menor raio, apresentando aspecto de bico, do perfil resultante do método HH contribui positivamente para a redução da região inicial que contribui com sustentação negativa. Interessantemente, o método FFD não foi capaz de alterar o raio do bordo de ataque do

perfil inicial NACA 4415, permanecendo do início ao fim com o mesmo valor e impactando negativamente a maximização da função objetivo, reiterando a sensibilidade do método ao perfil inicial.

Os perfis ótimos com os melhores valores para a função objetivo (Free-Form Deformation partindo do NACA 4415 com 36 variáveis e Hicks-Henne partindo do NACA 0015 com 38 variáveis, representados na Figura 22) foram avaliados no caso específico da turbina eólica de eixo vertical descrita em Li et al. (2016b). A Figura 21 mostra o coeficiente de torque para uma revolução da turbina a partir das três geometrias diferentes: NACA 0015 (configuração base) e perfis ótimos para os métodos Hicks-Henne e Free-Form Deformation. A configuração de base é idêntica a utilizada na validação da turbina, mas sem ângulo de *pitch*. O ângulo de *pitch* exerce grande influência sobre a performance da turbina (Du; Ingram; Dominy, 2019; Trentin et al., 2022). Desta forma, incluir este parâmetro poderia mascarar os resultados da variação do perfil aerodinâmico das pás.

Figura 21 – Coeficiente de torque para uma revolução da turbina considerando três geometrias: NACA 0015 (geometria base) e perfis ótimos para os métodos Hicks-Henne e Free-Form Deformation

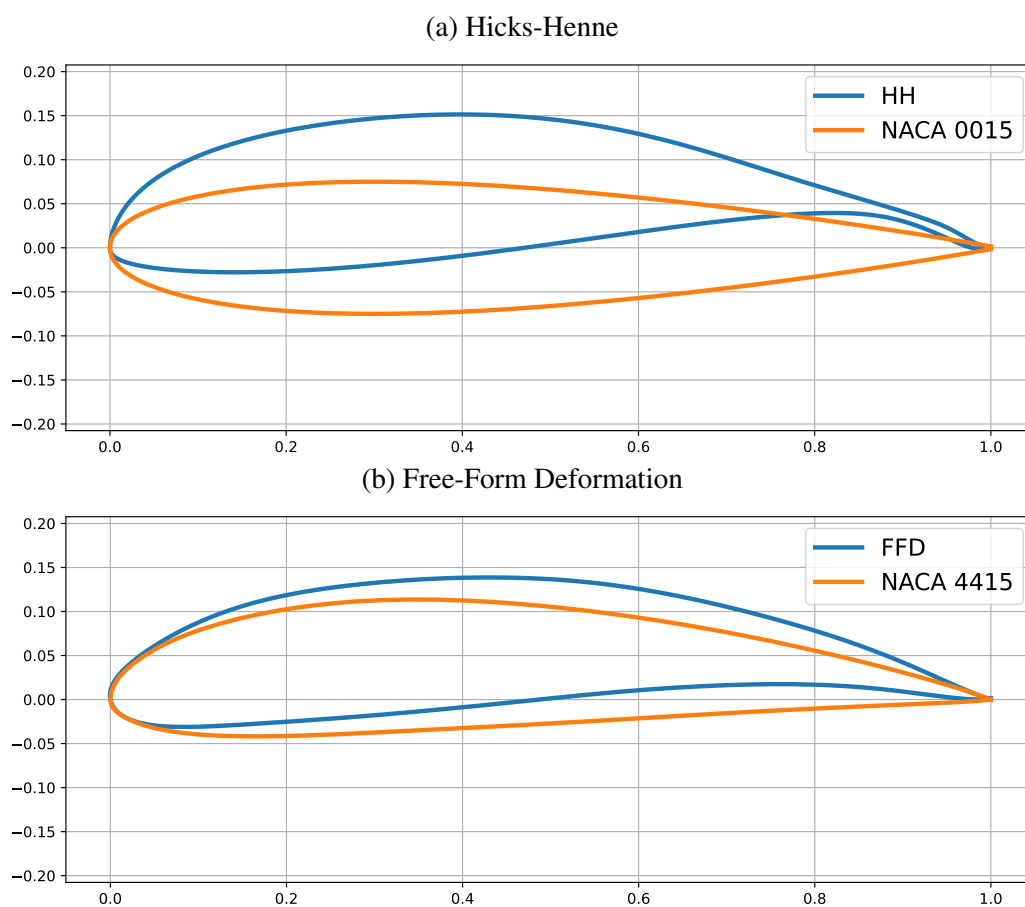


Fonte: Próprio autor.

Analisando a curva do coeficiente de torque ao longo de uma revolução, Figura 21, fica evidente que a maior extração de energia ocorre na região a montante do eixo (região conhecida como "sino"). Entretanto, quanto maior a porção de energia do vento extraída na primeira metade da revolução, menor a quantidade de energia disponível para ser extraída na região a jusante. Em suma, almeja-se um perfil que equilibre esses dois efeitos de forma a produzir a maior eficiência na conversão de energia cinética do vento em energia útil no eixo.

Os máximos locais do coeficiente de torque ocorrem em posições azimutais distintas para as três configurações analisadas: aproximadamente 75° para o caso HH, 80° para o caso FFD

Figura 22 – Melhores configurações de otimização: Hicks-Henne com 38 variáveis e NACA 0015 inicial e Free-Form Deformation com 36 variáveis e NACA 4415 inicial. As curvas em azul indicam o perfil ótimo e as em laranja o perfil inicial.



Fonte: Próprio autor.

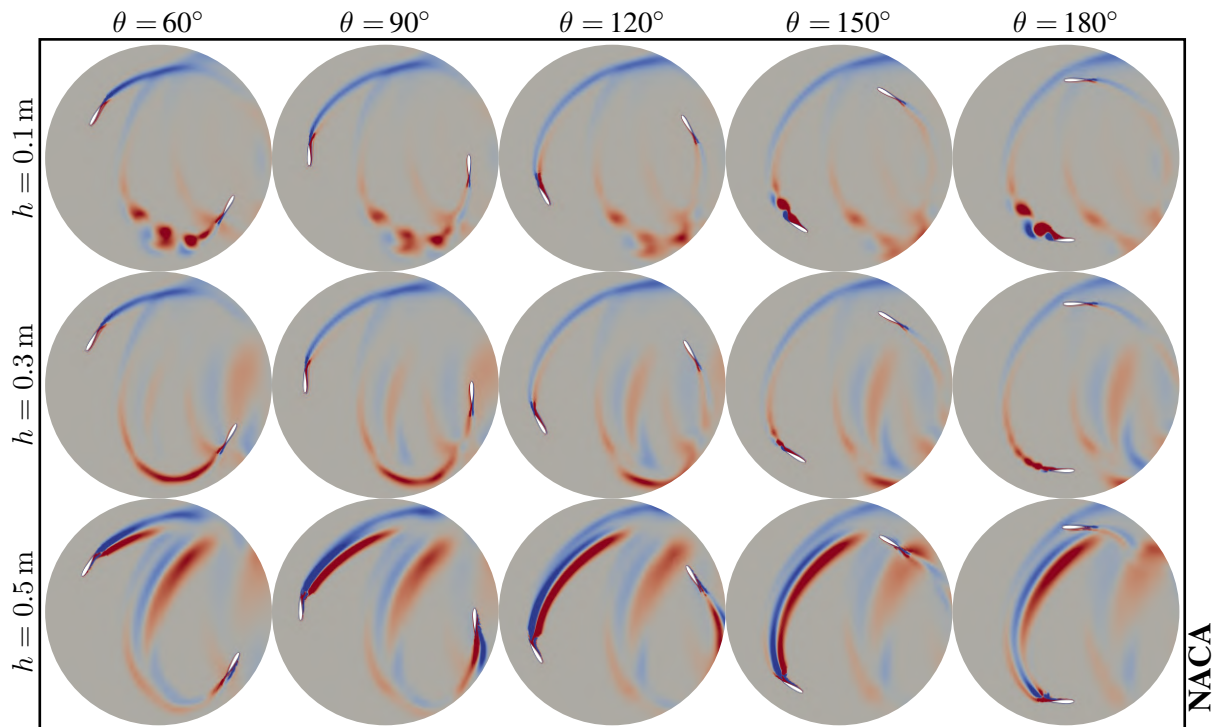
e 90° para o perfil NACA 0015. O deslocamento do pico de coeficiente de torque para valores menores de ângulo azimutal implica uma redução da contribuição integrada do torque ao longo do ciclo de rotação, ou seja, uma diminuição da área sob a curva, a qual contribui positivamente para a geração de potência. Como consequência, os perfis obtidos por meio da otimização em condições estáticas apresentam uma extração de energia significativamente menor na região a montante quando comparados à geometria de referência, refletindo-se em valores inferiores do coeficiente de potência.

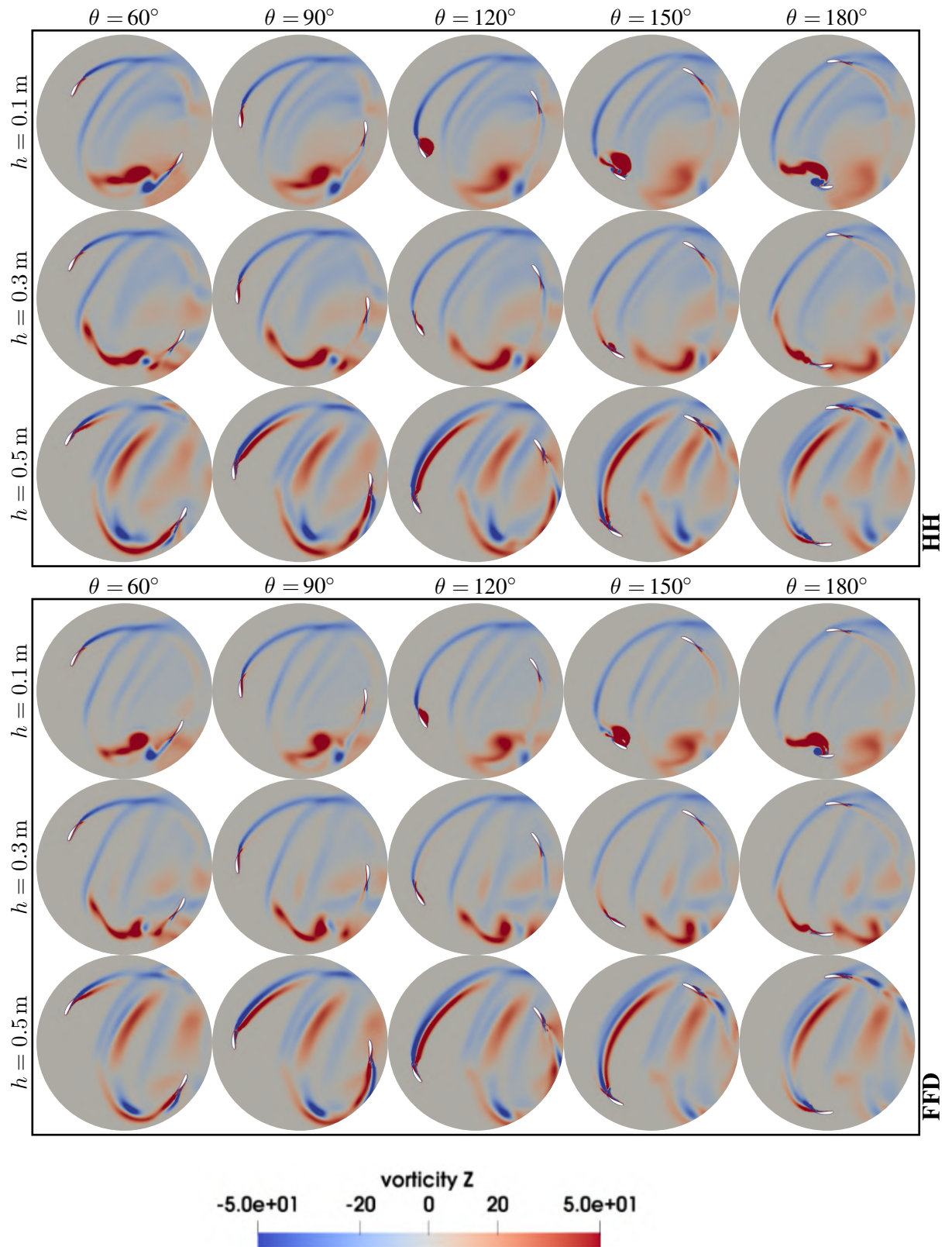
É importante ressaltar que valores negativos do coeficiente de torque indicam que a turbina necessita de energia para manter a rotação e, portanto, constituem regimes operacionais a serem evitados. Observa-se que o perfil otimizado pelo método Hicks-Henne apresenta os maiores picos negativos entre as geometrias analisadas e permanece em regiões de coeficiente de torque negativo por uma fração mais extensa da revolução, justificando o menor coeficiente de potência entre todas as configurações.

Os campos de vorticidade na componente z para as três configurações estão apresentados na Figura 23. As regiões exibidas correspondem às parcelas da revolução que mais influen-

ciam a curva do coeficiente de torque: ângulo azimutal $\theta \in [60^\circ, 180^\circ]$ para a pá a montante e $\theta \in [240^\circ, 360^\circ]$ para a pá a jusante. À primeira análise, observa-se que os vórtices gerados pelos perfis ótimos apresentam intensidade de vorticidade mais pronunciada e extensão espacial superior em comparação ao perfil de referência NACA 0015, perturbando uma região do escoamento consideravelmente maior. Em contraste, a geometria de referência produz estruturas vorticosas de menor intensidade e mais fragmentadas, em vez de um único vórtice concentrado de alta intensidade.

Figura 23 – Campos de vorticidade no eixo Z para as configurações de base (NACA 0015) e otimizadas por Hicks-Henne e Free-Form Deformation. As colunas representam as posições azimutais da pá a montante do eixo e as linhas representam as alturas em relação ao plano que corta a turbina ao meio





Fonte: Próprio autor.

É possível observar que, em consequência da geração de vórtices mais concentrados pelos perfis ótimos, o escoamento nas proximidades desses perfis apresenta um tempo de recuperação maior. Ao comparar os três campos para uma mesma altura, nota-se que os vórtices gerados

pela pá localizada a jusante do eixo, na posição azimutal $\theta \approx 230^\circ$, são praticamente anulados quando a pá seguinte atravessa a mesma posição, o que indica uma recuperação do escoamento no caso da geometria de referência. Esse efeito de restauração do escoamento não é observado para os perfis ótimos: quando a pá subsequente alcança a posição de formação do vórtice, o rastro residual ainda permanece, reduzindo a velocidade relativa efetiva percebida pela pá e promovendo a desestabilização da camada limite. Esse comportamento pode ser correlacionado com a curva do coeficiente de torque na posição $\theta = 240^\circ$ (Figura 21): enquanto a geometria de referência apresenta uma inclinação positiva nessa região, os perfis ótimos exibem vales.

Além disso, a partir da análise dos campos de vorticidade, pode-se concluir que a diminuição da posição azimutal de máximo coeficiente de torque está relacionada a uma menor capacidade dos perfis ótimos de resistir à separação do escoamento associada à grande variação do ângulo de ataque ao qual as pás estão submetidas. É possível visualizar a formação de um grande vórtice ao redor da pá a montante entre as posições $\theta = 90^\circ$ e $\theta = 120^\circ$ para os perfis ótimos. Este efeito é mais acentuado no perfil obtido pelo método Hicks-Henne, o que pode ser observado na comparação dos campos para a posição $\theta = 120^\circ$ e altura $h = 0.1m$. Enquanto na geometria base a formação deste vórtice é retardada para entre as posições $\theta = 120^\circ$ e $\theta = 150^\circ$.

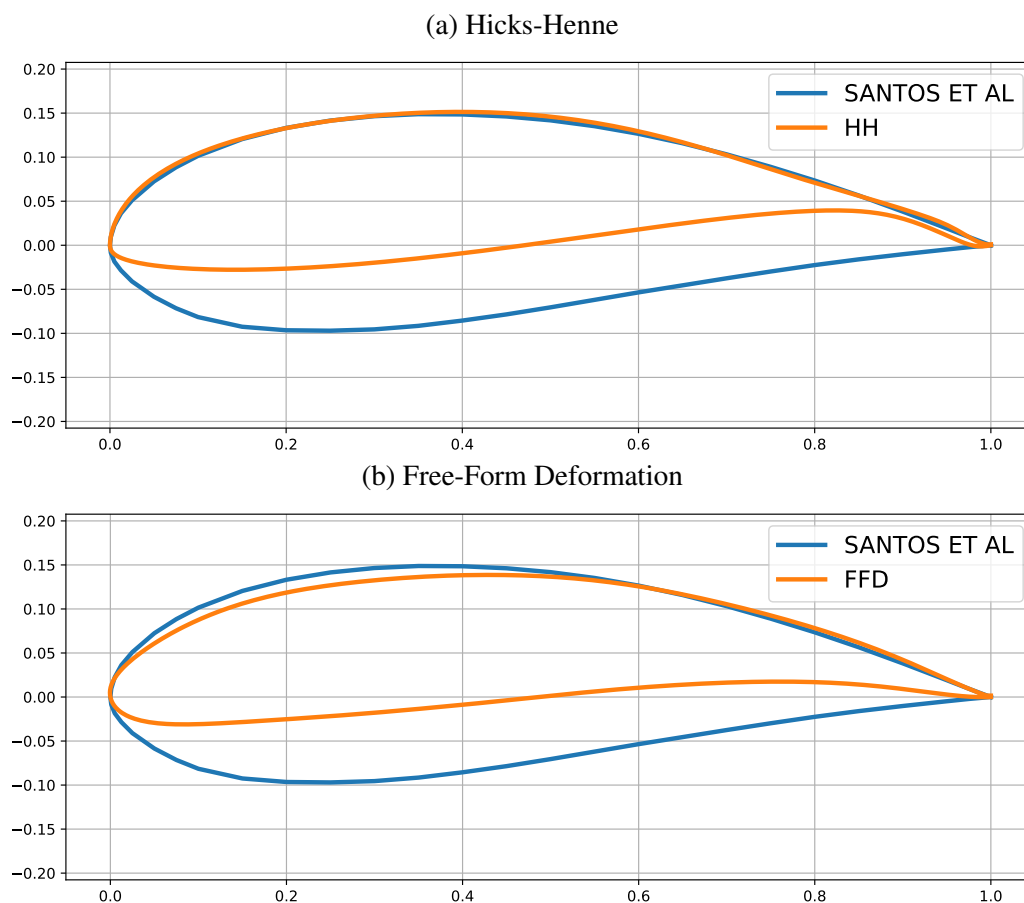
Os perfis ótimos exibem uma esteira fortemente turbulenta, evidenciada pela ocorrência de um número significativamente maior de anéis de vórtices em relação ao perfil de referência NACA 0015. Tal incremento na perturbação do escoamento traduz-se em uma redução da velocidade efetiva incidente sobre as pás e na desestabilização da camada limite, impactando negativamente a eficiência global da turbina.

Estes resultados evidenciam que uma metodologia de otimização em condições estáticas para a razão sustentação-arrasto não é eficaz para turbinas eólicas de eixo vertical. A otimização dos perfis não pode ser simplificada a puramente aumentar a relação entre sustentação e arrasto do perfil bidimensional que compõe as pás da turbina. Portanto, para uma real melhoria de performance, os fenômenos aerodinâmicos inerentes à operação deste tipo de turbina, como a interação entre pá e esteira, o estol dinâmico e a formação de vórtices de ponta devem ser levados em consideração.

A Figura 24 traz uma comparação entre os perfis obtidos neste trabalho e o perfil ótimo obtido por Santos, Pantaleão & Salviano (2023) através da utilização de uma superfície de resposta e otimização por algoritmo genético. Este perfil foi testado na turbina vertical e alcançou um coeficiente de potência $C_p = 0.322$ (aproximadamente 12% de ganho em relação ao NACA 0015). Visualmente, nota-se que o perfil obtido por Santos, Pantaleão & Salviano (2023) apresenta uma curvatura (*camber line*) menos acentuada e uma espessura significativamente maior em relação a ambos os perfis deste trabalho, o que parece contribuir para o retardo da separação do escoamento e para a maximização da geração de potência.

Por fim, a metodologia de otimização foi testada considerando as velocidades relativas (representadas pela Equação 6) e os ângulos de ataque (representados pela Equação 7) para as diferentes posições azimutais considerando o mesmo TSR e velocidade do vento do caso original,

Figura 24 – Comparação entre os perfis ótimos obtidos a partir das melhores configurações de otimização e o perfil ótimo obtido por Santos, Pantaleão & Salviano (2023)



Fonte: Próprio autor.

conforme mostrado na Tabela 9. O método Hicks-Henne com 38 variáveis e perfil inicial NACA 0015 foi utilizado pelo fato de apresentar a melhor função objetivo (razão sustentação-arrasto) para o caso anterior. Os perfis obtidos estão representados na Figura 25.

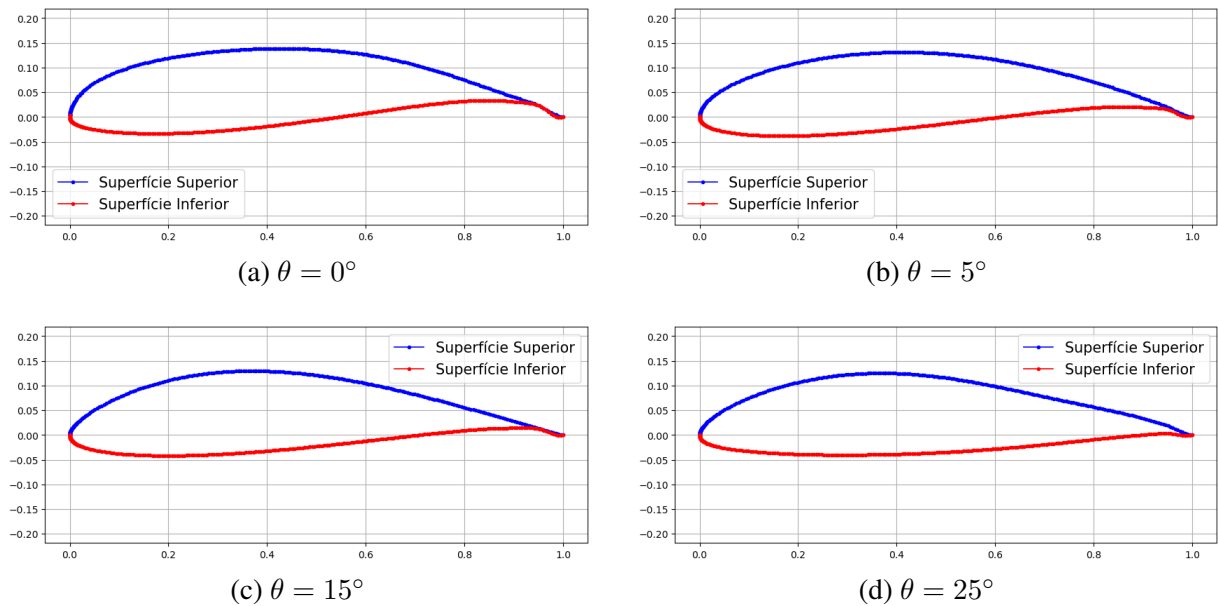
Tabela 9 – Velocidade efetiva e ângulo de ataque geométrico para as diferentes posições azimutais

Posição azimutal (°)	Velocidade efetiva (m/s)	Ângulo de ataque (°)
0	5.182	0
5	5.178	1.52
15	5.144	4.54
25	5.078	7.53

Fonte: Próprio autor.

Os perfis foram avaliados na turbina vertical, conforme apresentado na Figura 26. Nenhuma das configurações consideradas superou a configuração base com NACA 0015. Além disso, estas configurações apresentam os mesmos problemas dos casos anteriores: baixa capacidade dos perfis de resistir à separação do escoamento impactando significativamente a extração de energia na região a montante do eixo, responsável pela maior parte da geração de potência. Reiterando

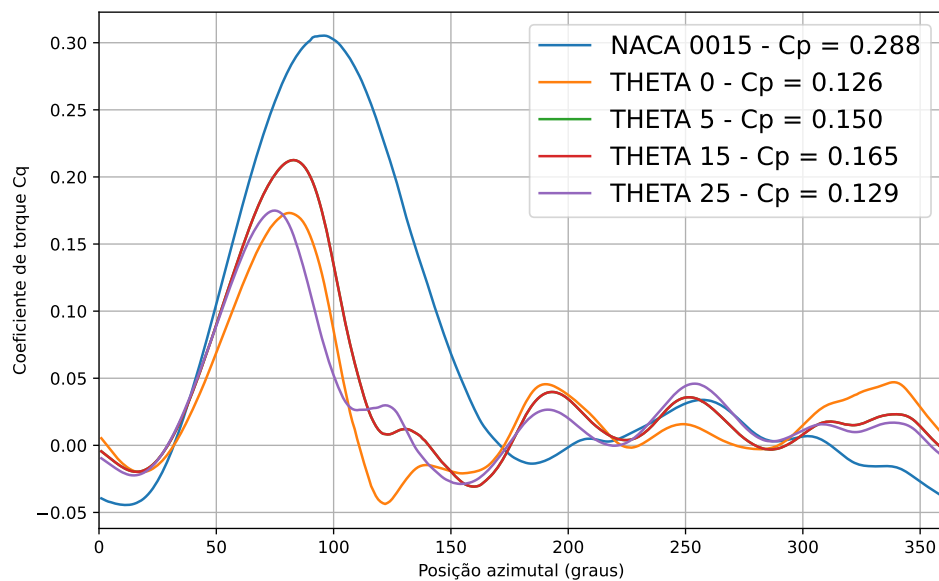
Figura 25 – Perfis ótimos obtidos a partir da aplicação da metodologia de otimização considerando as diferentes posições azimutais. As curvas azuis indicam a superfície superior e as vermelhas a superfície inferior



Fonte: Próprio autor.

que uma metodologia de otimização em condições estáticas para a razão sustentação-arrasto não é eficaz para turbinas eólicas de eixo vertical.

Figura 26 – Coeficiente de torque para uma revolução da turbina considerando os perfis obtidos para a metodologia de otimização aplicada às diferentes posições azimutais



Fonte: Próprio autor.

4 CONCLUSÃO

Esta dissertação investigou a otimização de perfis aerodinâmicos utilizando a razão sustentação-arrasto como função objetivo, empregando duas técnicas de parametrização: funções de Hicks–Henne (HH) e Free-Form Deformation (FFD), combinadas com o método adjunto discreto no *software* livre SU2. Os perfis ótimos foram avaliados em uma aplicação específica: turbina eólica de eixo vertical (VAWT) de pás retas, para a qual existem dados de túnel de vento, com o objetivo de avaliar possíveis ganhos de eficiência na conversão de energia. Esta metodologia poderia beneficiar esse tipo de turbina por meio de uma otimização com custo computacional significativamente inferior ao das técnicas tradicionais.

Principais conclusões:

- As parametrizações HH e FFD apresentaram comportamentos distintos: HH explora alterações locais com maior intensidade, o que, em muitos casos, permite ganhos pontuais mais acentuados na função objetivo; contudo, tende a produzir curvaturas localizadas e ondulações. Já o FFD gera deformações mais globais e suaves, preservando características iniciais do aerofólio e produzindo geometrias mais factíveis.
- O aumento do número de variáveis não necessariamente resulta em um incremento na função objetivo. Pelo contrário, em alguns casos, gerou uma deterioração da razão sustentação-arrasto, possivelmente devido ao aumento da complexidade geométrica e do espaço de busca.
- Os métodos convergiram para valores significativamente diferentes da função objetivo. Dessa forma, fica claro que soluções melhores que as encontradas pelo otimizador são possíveis, evidenciando o problema clássico de otimizações baseadas em gradiente: o processo pode ficar estagnado em mínimos locais e soluções sub-ótimas.
- O método FFD apresentou maior sensibilidade à configuração inicial, impactando negativamente a distribuição de pressão ao redor do perfil aerodinâmico e, consequentemente, a razão sustentação-arrasto.
- Nenhum dos perfis avaliados na turbina eólica de eixo vertical superou a eficiência de conversão de energia da configuração base com NACA 0015
- O principal aspecto negativo das configurações com perfis ótimos é a baixa resistência à separação do escoamento, o que reduz a extração de energia a montante do eixo, região responsável pela maior parcela da conversão energética.

Limitações do estudo:

- As otimizações foram baseadas em simulações bidimensionais estacionárias do perfil aerodinâmico. Desta forma, efeitos tridimensionais, de interferência entre pás, da aerodinâmica transiente e de estol dinâmico presentes nas turbinas verticais podem limitar a aplicabilidade da métrica C_L/C_d obtida em condições estáticas.

Os resultados mostram que a otimização estática da razão sustentação-arrasto não é adequada para turbinas eólicas de eixo vertical. A melhoria do desempenho não pode se limitar ao aumento dessa razão em perfis bidimensionais, sendo necessário considerar os fenômenos aerodinâmicos próprios da operação da turbina, como a interação pá-esteira, o estol dinâmico e a formação de vórtices de ponta.

Recomendações para trabalhos futuros:

- As otimizações deste trabalho foram conduzidas utilizando a razão sustentação-arrasto como função objetivo. Trabalhos futuros poderiam utilizar métricas diferentes, como o momento plano gerado pelo perfil bidimensional, para avaliar possíveis ganhos de desempenho da turbina eólica de eixo vertical.
- As simulações do perfil adotaram regime permanente. Baseado em estudos anteriores, como o Day et al. (2021), a aplicação do adjunto estacionário em escoamentos transientes poderia ser investigada para a razão sustentação-arrasto.
- Neste estudo, os perfis aerodinâmicos ótimos foram avaliados em uma turbina eólica de eixo vertical para uma única configuração operacional, adotando-se o valor ótimo da razão de velocidade de ponta (TSR) correspondente à geometria de referência (NACA 0015). No entanto, a modificação do perfil das pás implica alterações na curva de desempenho da turbina, expressa pela relação entre o coeficiente de potência e a TSR. Dessa forma, investigações futuras dos perfis ótimos podem considerar diferentes faixas de TSR. Ressalta-se que a TSR exerce influência direta sobre o ângulo de ataque imposto às pás e, consequentemente, sobre os fenômenos de separação do escoamento, os quais constituem a principal limitação associada aos perfis ótimos obtidos neste trabalho.

As recomendações de trabalhos futuros citadas acima consideram apenas a otimização do perfil bidimensional, o que significa que também não representariam os efeitos tridimensionais rotativos intrínsecos das turbinas verticais. Para este fim, outras estratégias de otimização deveriam ser empregadas, como a já citada otimização por superfície de resposta empregada em Santos, Pantaleão & Salviano (2023).

REFERÊNCIAS

- ARORA, J.; JR, E. H. Efficient optimal design of structures by generalized steepest descent programming. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Oxford, v. 10, n. 4, p. 747–766, 1976.
- BALDUZZI, F.; BIANCHINI, A.; MALECI, R.; FERRARA, G.; FERRARI, L. Blade design criteria to compensate the flow curvature effects in h-darrieus wind turbines. **Journal of turbomachinery**, New York, v. 137, n. 1, p. 011006, 2015.
- BALDUZZI, F.; BIANCHINI, A.; MALECI, R.; FERRARA, G.; FERRARI, L. Critical issues in the cfd simulation of darrieus wind turbines. **Renewable Energy**, Oxford, v. 85, p. 419–435, 2016.
- BOUDIS, A.; HAMANE, D.; GUERRI, O.; BAYEUL-LAINÉ, A.-C. Airfoil shape optimization of a horizontal axis wind turbine blade using a discrete adjoint solver. **Journal of Applied Fluid Mechanics**, v. 16, n. 4, p. 724–738, 2023.
- BRANDT, A. Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems. **Mathematics of computation**, v. 31, n. 138, p. 333–390, 1977.
- BRYSON, A. E. **Applied optimal control: optimization, estimation and control**. [S.l.]: Routledge, 2018.
- BUCHNER, A.-J.; SORIA, J.; HONNERY, D.; SMITS, A. J. Dynamic stall in vertical axis wind turbines: scaling and topological considerations. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge, v. 841, p. 746–766, 2018.
- CASTELLI, M. R.; ENGLARO, A.; BENINI, E. The darrieus wind turbine: Proposal for a new performance prediction model based on cfd. **Energy**, London, v. 36, n. 8, p. 4919–4934, 2011.
- CELIK, I. B.; GHIA, U.; ROACHE, P. J.; FREITAS, C. J. Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in cfd applications. **Journal of fluids Engineering-Transactions of the ASME**, New York, v. 130, n. 7, 2008.
- CLAESSENS, M. The design and testing of airfoils for application in small vertical axis wind turbines. **Master of Science Thesis**, Delft, v. 9, 2006.
- CRITZOS, C. C.; HEYSON, H. H.; JR, R. W. B. **Aerodynamic characteristics of NACA 0012 airfoil section at angles of attack from 0 degrees to 180 degrees**. [S.l.], 1955.
- DAY, H.; INGHAM, D.; MA, L.; POURKASHANIAN, M. Adjoint based optimisation for efficient vawt blade aerodynamics using cfd. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v. 208, p. 104431, 2021.
- DHERT, T.; ASHURI, T.; MARTINS, J. R. Aerodynamic shape optimization of wind turbine blades using a reynolds-averaged navier–stokes model and an adjoint method. **Wind Energy**, Oxford, v. 20, n. 5, p. 909–926, 2017.

DU, L.; INGRAM, G.; DOMINY, R. G. Experimental study of the effects of turbine solidity, blade profile, pitch angle, surface roughness, and aspect ratio on the h-darrieus wind turbine self-starting and overall performance. **Energy Science & Engineering**, Oxford, v. 7, n. 6, p. 2421–2436, 2019.

ECONOMON, T. D.; PALACIOS, F.; ALONSO, J. J. Unsteady continuous adjoint approach for aerodynamic design on dynamic meshes. **AIAA Journal**, Renton, v. 53, n. 9, p. 2437–2453, 2015.

ECONOMON, T. D.; PALACIOS, F.; COPELAND, S. R.; LUKACZYK, T. W.; ALONSO, J. J. Su2: An open-source suite for multiphysics simulation and design. **Aiaa Journal**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 54, n. 3, p. 828–846, 2016.

FERREIRA, C. S.; KUIK, G. V.; BUSSEL, G. V.; SCARANO, F. Visualization by piv of dynamic stall on a vertical axis wind turbine. **Experiments in fluids**, Heidelberg, v. 46, p. 97–108, 2009.

GARG, N.; KENWAY, G. K.; LYU, Z.; MARTINS, J. R.; YOUNG, Y. L. High-fidelity hydrodynamic shape optimization of a 3-d hydrofoil. **Journal of Ship Research**, Alexandria, v. 59, n. 04, p. 209–226, 2015.

GHIGO, A.; FARAGGIANA, E.; GIORGI, G.; MATTIAZZO, G.; BRACCO, G. et al. Floating vertical axis wind turbines for offshore applications among potentialities and challenges: A review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Oxford, v. 193, n. C, 2024.

GOMES, P.; ECONOMON, T. D.; PALACIOS, R. Sustainable high-performance optimizations in su2. In: **AIAA scitech 2021 forum**. [S.l.: s.n.], 2021. p. 0855.

HAUG, E.; ARORA, J. Optimal mechanical design techniques based on optimal control methods. **ASME paper**, n. 64-DTT, p. 10, 1974.

HE, P.; FILIP, G.; MARTINS, J. R.; MAKI, K. J. Design optimization for self-propulsion of a bulk carrier hull using a discrete adjoint method. **Computers & Fluids**, Oxford, v. 192, p. 104259, 2019.

HE, P.; MADER, C. A.; MARTINS, J. R.; MAKI, K. Aerothermal optimization of internal cooling passages using a discrete adjoint method. In: **2018 Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 4080.

HICKEN, J. E.; ZINGG, D. W. Aerodynamic optimization algorithm with integrated geometry parameterization and mesh movement. **AIAA journal**, v. 48, n. 2, p. 400–413, 2010.

HICKS, R. M.; HENNE, P. A. Wing design by numerical optimization. **Journal of aircraft**, v. 15, n. 7, p. 407–412, 1978.

International Renewable Energy Agency - IRENA. **Renewable Power Generation Costs in 2024**. [S.l.], 2025. Report presents TIC and LCOE aggregated for 2024 (published 2025); accessed 3 Nov 2025. Disponível em: https://www.irena.org/-/media/Files/IRENA/Agency/Publication/2025/Jul/IRENA_TEC_RPGC_in_2024_2025.pdf.

ISLAM, M. Analysis of fixed-pitch straight-bladed vawt with asymmetric airfoils. 2008.

ISLAM, M.; TING, D. S.; FARTAJ, A. Desirable airfoil features for smaller-capacity straight-bladed vawt. **Wind Engineering**, London, v. 31, n. 3, p. 165–196, 2007.

JAMESON, A. Aerodynamic shape optimization using the adjoint method. **Lectures at the Von Karman Institute, Brussels**, v. 6, 2003.

JAMESON, A. Origins and further development of the jameson–schmidt–turkel scheme. **AIAA Journal**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 55, n. 5, p. 1487–1510, 2017.

JAMESON, A.; OU, K. 50 years of transonic aircraft design. **Progress in Aerospace Sciences**, Oxford, v. 47, n. 5, p. 308–318, 2011.

JAMESON, A.; SCHMIDT, W.; TURKEL, E. Numerical solution of the euler equations by finite volume methods using runge kutta time stepping schemes. In: **14th fluid and plasma dynamics conference**. [S.l.: s.n.], 1981. p. 1259.

JOHANNES, S. S. **Rotor adapted to be driven by wind or flowing water**. [S.l.]: Google Patents, 1929. US Patent 1,697,574.

KENWAY, G. K.; MADER, C. A.; HE, P.; MARTINS, J. R. Effective adjoint approaches for computational fluid dynamics. **Progress in Aerospace Sciences**, Elsevier, v. 110, p. 100542, 2019.

KENWAY, G. K.; MARTINS, J. R. Multipoint aerodynamic shape optimization investigations of the common research model wing. **AIAA Journal**, Reston, v. 54, n. 1, p. 113–128, 2016.

KIRKE, B. Evaluation of self-starting vertical axis wind turbines for stand-alone applications. Griffith, 1998.

KRAFT, D. A software package for sequential quadratic programming. **Forschungsbericht-Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt**, 1988.

KRÖGER, J.; KÜHL, N.; RUNG, T. Adjoint volume-of-fluid approaches for the hydrodynamic optimisation of ships. **Ship Technology Research**, Abingdon, v. 65, n. 1, p. 47–68, 2018.

LEER, B. V. Towards the ultimate conservative difference scheme. v. a second-order sequel to godunov's method. **Journal of computational Physics**, Maryland Heights, v. 32, n. 1, p. 101–136, 1979.

LETCHER, T. M. **Future energy: improved, sustainable and clean options for our planet**. [S.l.]: Elsevier, 2020.

LI, Q.; MAEDA, T.; KAMADA, Y.; MURATA, J.; KAWABATA, T.; SHIMIZU, K.; OGASAWARA, T.; NAKAI, A.; KASUYA, T. Wind tunnel and numerical study of a straight-bladed vertical axis wind turbine in three-dimensional analysis (part i: For predicting aerodynamic loads and performance). **Energy**, London, v. 106, p. 443–452, 2016.

LI, Q.; MAEDA, T.; KAMADA, Y.; MURATA, J.; KAWABATA, T.; SHIMIZU, K.; OGASAWARA, T.; NAKAI, A.; KASUYA, T. Wind tunnel and numerical study of a straight-bladed vertical axis wind turbine in three-dimensional analysis (part ii: For predicting flow field and performance). **Energy**, London, v. 104, p. 295–307, 2016.

LIONS, J. **Optimal control of systems governed by partial differential equations**. [S.l.]: Springer-Verlag, 1971.

LYU, Z.; KENWAY, G. K.; MARTINS, J. R. Aerodynamic shape optimization investigations of the common research model wing benchmark. **AIAA journal**, Reston, v. 53, n. 4, p. 968–985, 2015.

LYU, Z.; MARTINS, J. R. Aerodynamic design optimization studies of a blended-wing-body aircraft. **Journal of Aircraft**, Reston, v. 51, n. 5, p. 1604–1617, 2014.

LYU, Z.; XU, Z.; MARTINS, J. Benchmarking optimization algorithms for wing aerodynamic design optimization. In: CITESEER. **Proceedings of the 8th International Conference on Computational Fluid Dynamics, Chengdu, Sichuan, China**. [S.l.], 2014. v. 11, p. 585.

MADSEN, M. H. A.; ZAHLE, F.; SØRENSEN, N. N.; MARTINS, J. R. Multipoint high-fidelity cfd-based aerodynamic shape optimization of a 10 mw wind turbine. **Wind Energy Science**, Goettingen, v. 4, n. 2, p. 163–192, 2019.

MALALASEKERA, W.; VERSTEEG, H. **An introduction to computational fluid dynamics**. [S.l.]: Pearson education limited, 2007.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2017.

MASTERS, D.; POOLE, D.; TAYLOR, N.; RENDALL, T.; ALLEN, C. Influence of shape parameterization on a benchmark aerodynamic optimization problem. **Journal of Aircraft**, Reston, v. 54, n. 6, p. 2242–2256, 2017.

MASTERS, D. A.; TAYLOR, N. J.; RENDALL, T.; ALLEN, C. B.; POOLE, D. J. Geometric comparison of aerofoil shape parameterization methods. **AIAA journal**, Reston, v. 55, n. 5, p. 1575–1589, 2017.

MOUKALLED, F.; MANGANI, L.; DARWISH, M. The finite volume method. In: **The finite volume method in computational fluid dynamics: An advanced introduction with OpenFOAM® and Matlab**. [S.l.]: Springer, 2015. p. 103–135.

OTHMER, C. Adjoint methods for car aerodynamics. **Journal of Mathematics in Industry**, Heidelberg, v. 4, n. 1, p. 6, 2014.

PALACIOS, F.; ECONOMON, T. D.; ARANAKE, A.; COPELAND, S. R.; LONKAR, A. K.; LUKACZYK, T. W.; MANOSALVAS, D. E.; NAIK, K. R.; PADRON, S.; TRACEY, B. et al. Stanford university unstructured (su2): Analysis and design technology for turbulent flows. In: **52nd Aerospace Sciences Meeting**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 0243.

PAPOUTSIS-KIACHAGIAS, E. M.; ASOUTI, V. G.; GIANNAKOGLU, K. C.; GKAGKAS, K.; SHIMOKAWA, S.; ITAKURA, E. Multi-point aerodynamic shape optimization of cars based on continuous adjoint. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Heidelberg, v. 59, p. 675–694, 2019.

PARASCHIVOIU, I. **Wind turbine design: with emphasis on Darrieus concept**. [S.l.]: Presses inter Polytechnique, 2002.

PIRONNEAU, O. On optimum profiles in stokes flow. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge, v. 59, n. 1, p. 117–128, 1973.

RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2019.

REUTHER, J.; JAMESON, A.; FARMER, J.; MARTINELLI, L.; SAUNDERS, D. Aerodynamic shape optimization of complex aircraft configurations via an adjoint formulation. In: **34th aerospace sciences meeting and exhibit**. [S.l.: s.n.], 1996. p. 94.

REZAEIHA, A.; KALKMAN, I.; BLOCKEN, B. Cfd simulation of a vertical axis wind turbine operating at a moderate tip speed ratio: Guidelines for minimum domain size and azimuthal increment. **Renewable energy**, Oxford, v. 107, p. 373–385, 2017.

ROACHE, P. J. Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies. 1994.

SANTOS, G. B.; PANTALEÃO, A. V.; SALVIANO, L. O. Using deep generative adversarial network to explore novel airfoil designs for vertical-axis wind turbines. **Energy Conversion and Management**, London, v. 282, p. 116849, 2023.

SECCO, N. R.; MARTINS, J. R. Rans-based aerodynamic shape optimization of a strut-braced wing with overset meshes. **Journal of Aircraft**, Reston, v. 56, n. 1, p. 217–227, 2019.

SEDERBERG, T. W. Computer aided geometric design. 2012.

SEDERBERG, T. W.; PARRY, S. R. Free-form deformation of solid geometric models. In: **Proceedings of the 13th annual conference on Computer graphics and interactive techniques**. [S.l.: s.n.], 1986. p. 151–160.

SPALART, P.; ALLMARAS, S. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: **30th aerospace sciences meeting and exhibit**. [S.l.: s.n.], 1992. p. 439.

TASHNIZI, E. S.; TAHERI, A. A.; HEKMAT, M. H. Investigation of the adjoint method in aerodynamic optimization using various shape parameterization techniques. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, São Paulo, v. 32, p. 176–186, 2010.

TAYLOR, T.; PALACIOS, F.; DURAISAMY, K.; ALONSO, J. Towards a hybrid adjoint approach for complex flow simulations. **Annual Research Briefs**, p. 333–345, 2012.

TESCIONE, G.; RAGNI, D.; HE, C.; FERREIRA, C. S.; BUSSEL, G. V. Near wake flow analysis of a vertical axis wind turbine by stereoscopic particle image velocimetry. **Renewable Energy**, Oxford, v. 70, p. 47–61, 2014.

TRENTIN, P. F. S.; MARTINEZ, P. H. B. de B.; SANTOS, G. B. dos; GASPARIN, E. E.; SALVIANO, L. O. Screening analysis and unconstrained optimization of a small-scale vertical axis wind turbine. **Energy**, London, v. 240, p. 122782, 2022.

U.S. Energy Information Administration. **International Energy Outlook 2013**. 2013. Available online at: <https://www.eia.gov/forecasts/ieo/>.

VERSTRAETE, T.; MÜLLER, L.; MÜLLER, J.-D. Adjoint-based design optimisation of an internal cooling channel u-bend for minimised pressure losses. **International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power**, Basel, v. 2, n. 2, p. 10, 2017.

VURUSKAN, A.; HOSDER, S. Impact of turbulence models and shape parameterization on robust aerodynamic shape optimization. **Journal of Aircraft**, Reston, v. 56, n. 3, p. 1099–1115, 2019.

WANG, D.; HE, L. Adjoint aerodynamic design optimization for blades in multistage turbomachines—part i: Methodology and verification. **J. Turbomach.**, 2010.

WANG, D.; HE, L.; LI, Y.; WELLS, R. Adjoint aerodynamic design optimization for blades in multistage turbomachines—part ii: Validation and application. **J. Turbomach.**, 2010.

WHITE, F. **Mecânica dos Fluidos. Sexta Edição.** [S.l.]: McGraw Hill, 2007.

WHITTLESEY, R. Vertical axis wind turbines: Farm and turbine design. In: **Wind Energy Engineering**. [S.l.]: Amsterdam, 2017. p. 185–202.

XIA, J.; ZOU, G. Operation and maintenance optimization of offshore wind farms based on digital twin: A review. **Ocean Engineering**, Oxford, v. 268, p. 113322, 2023.

YU, Y.; LYU, Z.; XU, Z.; MARTINS, J. R. On the influence of optimization algorithm and initial design on wing aerodynamic shape optimization. **Aerospace Science and Technology**, Issy les Moulineaux Cedex, v. 75, p. 183–199, 2018.