

**Universidade Estadual Paulista - UNESP
Faculdade de Engenharia de Bauru - FEB
Departamento de Engenharia de Produção - DEP**

Arthur Medeiros Figueiredo Barreto

**Planejamento e controle da produção de biogás em biodigestores em
batelada**

Bauru - São Paulo

2026

**Universidade Estadual Paulista - UNESP
Faculdade de Engenharia de Bauru - FEB
Departamento de Engenharia de Produção - DEP**

Arthur Medeiros Figueiredo Barreto

**Planejamento e controle da produção de biogás em biodigestores em
batelada**

Texto apresentado como pré-requisito para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Produção, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Faculdade de Engenharia de Bauru - FEB - da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus Bauru

Orientadora: Profa. Dra. Adriana Cristina Cherri
Co-Orientador: Profa. Dra. Helenice de Oliveira Florentino Silva

Bauru - São Paulo
2026

B273p

Barreto, Arthur Medeiros Figueiredo

Planejamento e controle da produção de biogás em biodigestores em batelada / Arthur Medeiros Figueiredo Barreto. -- Bauru, 2026
82 p.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP),
Faculdade de Engenharia, Bauru

Orientadora: Adriana Cherri

Coorientadora: Helenice Florentino

1. Energia verde. 2. Algoritmo genético. 3. Digestão anaeróbica. I.
Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE ARTHUR MEDEIROS FIGUEIREDO BARRÊTO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 27 de fevereiro de 2026, às 8h30min, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de TESE DE DOUTORADO de ARTHUR MEDEIROS FIGUEIREDO BARRÊTO, intitulada "Planejamento e controle da produção de biogás em biodigestores em batelada". A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Profa. Dra. ADRIANA CRISTINA CHERRI NICOLA (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / UNESP / Câmpus de Bauru - FC, Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / UNESP / Câmpus de Bauru - FC, Profa. Dra. EDILAINE MARTINS SOLER (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / UNESP / Câmpus de Bauru - FC, Prof. Dr. MARCOS MANSANO FURLAN (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática Aplicada e Estatística / Universidade de São Paulo (USP) / ICMC - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Prof.^a Dr.^a THALITA MONTEIRO OBAL (Participação Virtual) do(a) Departamento de Exatas / Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Após a exposição pelo doutorando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: aprovado _ _ _ . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Documento assinado digitalmente
 gov.br ADRIANA CRISTINA CHERRI NICOLA
Data: 01/03/2026 21:22:40-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. ADRIANA CRISTINA CHERRI NICOLA

Arthur Medeiros Figueiredo Barreto

Planejamento e controle da produção de biogás em biodigestores em batelada

Texto apresentado como pré-requisito para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Produção, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Faculdade de Engenharia de Bauru - FEB - da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus Bauru

Banca examinadora

Profa. Dra. Adriana Cristina Cherri
UNESP - Bauru
Orientadora

Profa. Dra. Edilaine Martins Soler
UNESP - Bauru

Prof. Dr. Antonio Roberto Balbo
UNESP - Bauru

Prof. Dr. Marcos Mansano Furlan
USP - São Carlos

Prof. Dra. Thalita Monteiro Obal
UTFPR - Guarapuava

Bauru
2026

AGRADECIMENTOS

Agradeço às minhas orientadoras Helenice Florentino e Sanja Petrovic por terem aceitado a coorientação deste trabalho, e em especial a minha amiga e Professora Adriana Cherri, por quase uma década de orientação.

Agradeço aos meus colegas de laboratório Douglas Nascimento, Suzy Cortez e Fernanda Delgado pelas dicas, motivação e tempo de estudo juntos.

Agradeço às minhas amigas, psicólogas e confidentes Isabella Carvalho e Maria Corradini por esses longos anos de apoio, e ao Nilo Lima por me auxiliar a seguir em frente nesses últimos anos.

Agradeço aos meus pais pelo suporte incondicional e à minha avó, que, aos 80 anos, embora ainda não saiba exatamente o que eu faço, continua me dando bronca quando digo que vou para Bauru.

Agradeço às minhas amigas Letícia Pavanello, Géssica Mina, dona Maria, Lady Liang Burger, Mahi Singh, Suthasinee, Maliha Mila (que insistiu para que seu nome estivesse aqui), Shreyasi Ghosh Ray, Riya e Shraddha Tandel por todos os momentos de festas, filmes, brincadeiras, fazer compras, cozinhar em grupo, vídeo chamada e etc.

Agradecemos à CAPES (Código 001 e CAPES-PrInt-UNESP Ed. 2/2019) e ao CNPq 312551/2019-3 pelo auxílio financeiro fornecido.

EPÍGRAFE

Se Deus não existe, quem inventou a pesca?

Provérbio popular.

DEDICATÓRIA

À Nina.

RESUMO

A utilização de biomassa como fonte de energia em biodigestores resulta na produção de biogás e biofertilizante. O biogás tem sido amplamente estudado por diversos pesquisadores devido à sua relevância e elevado potencial como fonte de energia renovável. Contudo, o planejamento da produção de biogás em uma bateria de biodigestores operando em batelada visando atender uma demanda constante, constitui um problema de bastante complexidade. Para auxiliar esse planejamento, propõe-se, neste trabalho, um modelo matemático e duas abordagens para sua resolução. O modelo matemático tem como objetivo apoiar o planejamento ótimo da produção de biogás a partir de um conjunto de biodigestores operando em batelada, em um horizonte de tempo previamente definido, de modo que a demanda de biogás seja atendida com mínima sobra diária de gás, evitando a emissão de gases de efeito estufa, o desperdício de insumos e os riscos de inflamabilidade. Quanto às abordagens de solução do modelo matemático de otimização, uma baseia-se em resolver o novo modelo matemático através de solver comerciais, enquanto a outra corresponde a uma abordagem metaheurística baseada em algoritmo genético. O algoritmo genético proposto utiliza uma função de aptidão agregada e mecanismos adaptativos para aprimorar o desempenho da busca. Testes computacionais foram conduzidos considerando variações no tamanho do horizonte de planejamento, número de biodigestores, duração do ciclo de produção de cada biodigestor e variação da demanda. Os resultados obtidos utilizando o solver comercial aplicado no modelo matemático e a metaheurística proposta, foram comparados e evidenciaram que o método exato e o algoritmo genético desempenham papéis complementares no planejamento da produção de biogás em biodigestores em batelada. O método exato mostrou-se adequado para instâncias de menor porte, nas quais é possível obter soluções ótimas dentro de tempos computacionais aceitáveis, servindo também como referência de qualidade. Por sua vez, o algoritmo genético destacou-se em instâncias de maior escala, nas quais as limitações computacionais dos métodos exatos se tornaram mais evidentes, sendo capaz de gerar soluções factíveis, estáveis e de boa qualidade em tempos reduzidos. Assim, a combinação dessas abordagens apoia a tomada de decisão em sistemas agroindustriais e permite flexibilidade na escolha do método mais adequado conforme as características do problema.

Palavras-chave: Energia verde, algoritmo genético, digestão anaeróbica.

ABSTRACT

The use of biomass as an energy source in biodigesters results in the production of biogas and biofertilizer. Biogas has been widely investigated by many researchers due to its relevance and strong potential as a renewable energy source. However, the biogas production planning in a set of biodigesters operating in batch mode aiming to meet a continuous demand constitutes a highly complex problem. To support this planning process, this work proposes a mathematical model and two solution approaches. The mathematical model aims to support the optimal planning of biogas production from a set of batch operated biodigesters over a predefined planning horizon, ensuring that biogas demand is met with minimal daily surplus, thereby avoiding greenhouse gas emissions, waste of feedstock, and flammability risks. Regarding the solution approaches for the optimization model, one is based on classical exact methods, while the other consists of a metaheuristic approach based on a genetic algorithm. The proposed genetic algorithm uses an aggregated fitness function and adaptive mechanisms to improve search performance. Computational experiments were conducted considering variations in planning horizon length, number of biodigesters, production cycle duration of each biodigester, and demand patterns. The results obtained with the commercial solver applied in the mathematical model and the proposed metaheuristic were compared and demonstrated that the exact method and the genetic algorithm play complementary roles in the planning of biogas production in batch-operated biodigesters. The exact method proved suitable for small-scale instances, in which optimal solutions can be obtained within acceptable computational times, also serving as a quality benchmark. In contrast, the genetic algorithm stood out in larger-scale instances, where the computational limitations of exact methods became more evident, being able to generate feasible, stable, and high-quality solutions within reduced computational times. Therefore, the combination of these approaches supports decision-making in agro-industrial systems and provides flexibility in selecting the most appropriate method according to the characteristics of the problem.

Keywords: Green energy, genetic algorithm, anaerobic digestion.

Lista de Figuras

2.1	Representação de um biodigestor em batelada. Fonte: Deganutti et al. (2002)	16
2.2	Exemplo de curva de TRH. Fonte: Galbiatti et al. (2010)	18
2.3	Problema mestre de Curry (1986). Adaptado de Curry e Deuermeyer (1986)	24
3.1	Exemplo hipotético de um ciclo produtivo de um biodigestor em batelada.	27
3.2	Exemplo de períodos pré Demanda em dias. Fonte: própria	29
3.3	Exemplo de ciclo de funcionamento do biodigestor. Fonte: própria	31
3.4	Planejamento de produção hipotético - Pré-demanda. Fonte: própria	32
4.1	Exemplificação do cruzamento de linhas aplicado ao biodigestor 2.	44
5.1	Curva de produção diária dos biodigestores 1 e 2 do cenário 1. Fonte: própria	55
5.2	Planejamento da produção dos biodigestores 1 e 2 do cenário 1. Fonte: própria	56
5.3	Produção diária biodigestores 1 e 2 do Cenário 1. Fonte: própria	56
5.4	Desvio da produção acumulada dos biodigestores 1 e 2 do Cenário 1. Fonte: própria	57
5.5	Produção diária biodigestores 1 e 2 e 3 do Cenário 2. Fonte: própria	57
5.6	Produção diária biodigestores 1 e 2 do Cenário 2. Fonte: própria	58
5.7	Produção diária dos biodigestores 1 e 2 do Cenário 2. Fonte: própria	58
5.8	Desvio da produção acumulada dos biodigestores 1 e 2 do Cenário 2. Fonte: própria	59
5.9	Ciclos da produção de biogás para $Bi_B, i = 1, \dots, 5$.	61
5.10	Convergência do Algoritmo Genético para a instância $CD_A(5)$	66

Lista de Tabelas

4.1	Exemplo de representação de um indivíduo	39
4.2	Comparação dos cenários de ponderação da função objetivo	48
4.3	Resultados dos experimentos de calibração dos parâmetros do Algoritmo Genético	49
5.1	Características dos biodigestores utilizados nos experimentos computacionais.	60
5.2	Resultados do solver comercial para demanda constante.	62
5.3	Resultados do Algoritmo Genético para demanda constante.	64
5.4	Resultados do solver comercial para demanda sazonal.	67
5.5	Resultados do Algoritmo Genético para demanda sazonal.	68
5.6	Resultados do solver comercial para quantidade de biodigestores.	70
5.7	Resultados do Algoritmo Genético para quantidade de biodigestores.	72

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
2	Biodigestores	15
2.1	Biodigestores e Biogás	15
2.1.1	Biodigestor	15
2.1.2	Biogás	17
2.1.3	Biodigestores em batelada	17
2.2	Otimização na produção de biogás	19
2.3	Modelos Matemáticos para o Planejamento da Produção	20
2.4	Sequenciamento com múltiplos insumos	23
3	Planejamento da produção de biogás em múltiplos biodigestores em batelada	27
3.1	Modelo matemático	28
4	Algoritmo Genético para o Problema de Planejamento de Produção de Biodigestores em Batelada	35
4.1	Estrutura	36
4.1.1	Indivíduo e Representação	36
4.1.2	Função de Aptidão	36
4.1.3	População e Gerações	37
4.1.4	Operadores Genéticos	37
4.1.5	Elitismo	38
4.1.6	Inicialização da População	38
4.1.7	Fluxo Geral do Algoritmo Genético	38
4.2	Representação do Indivíduo	39
4.3	População Inicial	40

4.4	Função de Avaliação	41
4.5	Operadores genéticos	43
4.5.1	Seleção por torneio	43
4.5.2	Cruzamento	44
4.5.3	Mutação	45
4.6	Calibração de parâmetros	46
4.6.1	Ajuste dos pesos da função fitness	47
4.6.2	Ajuste dos parâmetros do Algoritmo Genético	48
4.7	Controle de estagnação	49
4.8	Algoritmo	50
5	Testes computacionais	53
5.1	Ciclo de produção de biogás	53
5.2	Descrição das instâncias	55
5.3	Teste de validação	55
5.3.1	Cenário 1	55
5.3.2	Cenário 2	57
5.4	Instâncias da literatura	59
5.4.1	Demanda constante	62
5.4.2	Demanda sazonal	66
5.4.3	Número de biodigestores	69
6	Conclusões	75
6.1	Trabalhos futuros	76
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A matriz energética mundial tem tido sua estrutura reconfigurada nas últimas décadas através da busca por meios de produção de energia sustentáveis. De fato, a Organização das Nações Unidas estabelece o uso de energia limpa e sustentável como um dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), e especifica que até 2030 a energia sustentável deve aumentar significativamente (UN, 2025).

A atual escassez de fontes de combustíveis fósseis interfere na produção de energia, visto que o consumo é maior que sua taxa de recuperação. O fórum mundial de energia (WEF) afirma que petróleo, carvão e reservas de gás serão insuficientes nas próximas 10 décadas (WEILAND, 2010). Ainda, Junior et al. (2022) afirmam que a utilização de combustíveis fósseis provoca danos irreversíveis ao meio ambiente. Uma possibilidade de melhora deste quadro é a utilização de fontes de energias limpas, que causam menor dano ao meio ambiente quando comparadas com os combustíveis fósseis. Além disso, fontes energéticas limpas possuem fornecimento de energia virtualmente ilimitados.

De acordo com Junior et al. (2022), o biogás, é uma fonte de energia limpa com baixo custo de produção e alta eficiência energética, especialmente quando comparada com os combustíveis fósseis. A produção deste gás acontece por meio de um biodigestor (ou digestor), que é uma câmara fechada que permite a entrada de materiais orgânicos, que ao entrarem em decomposição, formam uma mistura de gases composta por (55-65)% por metano. O metano é altamente inflamável, e sua combustão resulta em energia mecânica e, posteriormente, elétrica. Além da produção de biogás, a digestão do material orgânico por bactérias gera ao final do processo um resíduo chamado de biofertilizante. O biofertilizante pode ser utilizado em plantações como substituto dos fertilizante químicos.

De acordo com dados da Empresa de Pesquisa Energética (EPE) disponibilizados em EPE (2025), as fontes renováveis representaram aproximadamente metade da matriz energética brasileira em 2024, enquanto o mundo como um todo possuía apenas 14,3% de energia renovável em sua matriz em 2022. Embora essa participação seja majoritariamente impulsionada pela geração hidrelétrica, a biomassa apresenta relevância estratégica no contexto nacional, contribuindo para a diversificação da matriz energética e para o aproveitamento de resíduos agroindustriais. Estudos recentes do setor energético indicam que o Brasil possui um potencial técnico para a produção de biogás de até aproximadamente 84,6 bilhões de metros cúbicos por ano, considerando resíduos agroindustriais, sanitários e industriais, valor muito superior ao volume atualmente aproveitado (WBA, 2025).

O biogás pode ser utilizado como fonte de energia em meios rurais por pequenos, médios e grandes produtores, assim como por cooperativas. Em meios urbanos, hospitais, escolas e empresas pode ser utilizado como fonte secundária para emergências. A facilidade de implantação dos biodigestores também permite o seu uso doméstico. A disponibilidade de material orgânico (insumo) determina a frequência com que o biodigestor vai ser alimentado e conseqüentemente seu tipo, seja ele contínuo (disponibilidade diária de insumos) e batelada (insumos sazonais), o qual será abordado nesta tese. Outros modelos com variações econômicas e operacionais são o indiano, canadense e chinês.

A produção excessiva de biogás deve ser controlada para evitar a emissão de gases de efeito estufa, desperdício de insumos e riscos de inflamabilidade. Entretanto, nas propriedades em que os biodigestores são instalados o atendimento da demanda por biogás precisa ser mantido. Segundo Ashraf, Nixon e Brusey (2022) a maximização do rendimento de biogás pode não ser sempre necessária, uma vez que é comum o biogás em excesso ser descartado por ignição gerando prejuízo ambiental.

Na literatura, o planejamento produtivo de biogás é tratado muitas vezes em relação ao desempenho, mas poucas vezes sobre o controle operacional, especialmente para biodigestores em batelada nos quais o ciclo produtivo do biogás ocorre sem interrupções. Problemas da literatura semelhantes como o sequenciamento de máquinas e o planejamento da produção permitem a adaptabilidade de métodos já validados pelos pesquisadores para o controle operacional e planejamento produtivo do biogás.

Métodos estatísticos para otimizar a quantidade a ser produzida de biogás podem ser vistos em Qdais, Hani e Shatnawi (2010), Rennuit e Sommer (2013) e Chiu et al. (2022). De

acordo com Sarker, Wu e Paudel (2019), a redução de custos da cadeia de suprimentos do biogás deve ser abordada pelos pesquisadores, enquanto Qdais, Hani e Shatnawi (2010) citam que parâmetros operacionais (como a quantidade gerada) devem ser abordados, e não apenas a composição do biogás.

A principal contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo de programação inteira para o planejamento da produção de biogás em biodigestores em batelada, considerando simultaneamente o atendimento da demanda e a estabilidade da produção ao longo de um horizonte multi-período. Além disso, propõe-se uma abordagem metaheurística baseada em algoritmo genético para lidar com instâncias de maior escala. Os resultados demonstram o potencial do modelo como ferramenta de apoio à decisão para melhorar a eficiência operacional e reduzir desperdícios.

Além do viés econômico, este trabalho também pode ser visto no âmbito social. Embora seja natural considerar que a produção de gás por múltiplos biodigestores seja relevante para produções em larga escala, pequenos produtores também podem se beneficiar devido a presença de cooperativas, o que abriria espaço para novos estudos como a localização do biodigestor, rotas dos insumos, entre outros.

Vale destacar que o estudo referente à proposta do modelo matemático para auxiliar no planejamento da produção de biogás em biodigestores em batelada foi publicado em Barreto et al. (2025).

Este trabalho está dividido da seguinte forma. O Capítulo 2 apresenta uma revisão da literatura e os conceitos necessários para entendimento desta tese. O Capítulo 3 apresenta o problema abordado e o modelo matemático proposto. O Capítulo 4 apresenta o Algoritmo Genético proposto. Os Capítulos 5 e 6 apresentam respectivamente os resultados dos testes computacionais realizados e a conclusão do trabalho desenvolvido.

Esta tese resulta da recomendação de um modelo matemático para o planejamento da produção de biodigestores, proposto por pesquisadores da Faculdade de Ciências Agrônomicas (FCA) de Botucatu. O problema do planejamento da produção de biodigestores em batelada é conhecido na prática pelos pesquisadores da FCA, mas ainda inexplorado na literatura e, portanto, explorado nesta tese através da criação de um modelo matemático bem como da aplicação de um algoritmo genético adaptado ao problema.

Capítulo 2

Biodigestores

Este capítulo apresenta uma revisão dos principais conceitos relacionados aos biodigestores e à produção de biogás, estabelecendo a base teórica necessária para o desenvolvimento dos modelos e métodos propostos nesta tese. Inicialmente, são descritos os fundamentos da digestão anaeróbica e o funcionamento dos biodigestores, destacando seus produtos e aplicações. Em seguida, são abordados aspectos operacionais e de planejamento da produção de biogás, com ênfase nos desafios associados à variabilidade da produção e ao atendimento da demanda em conjunto com o estado da arte na literatura, evidenciando lacunas que justificam a proposição do modelos matemático e algoritmos apresentados nos capítulos seguintes.

2.1 Biodigestores e Biogás

2.1.1 Biodigestor

O biodigestor é um sistema projetado para o tratamento de matéria orgânica por meio da digestão anaeróbica, isto é, um processo biológico que ocorre na ausência de oxigênio. Em termos construtivos, consiste em uma câmara fechada, cuja principal função é criar um ambiente controlado para a ação de microrganismos responsáveis pela degradação da matéria orgânica.

A partir desse processo, o biodigestor possibilita a conversão de resíduos orgânicos em dois produtos de interesse: o biogás, utilizado como fonte de energia renovável, e o biofertilizante, também denominado digestato, que pode ser aplicado na agricultura (GUJER; ZEHNDER, 1983).

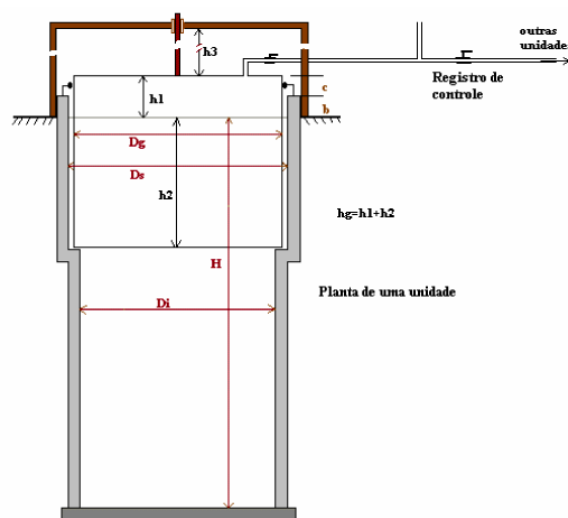


Figura 2.1: Representação de um biodigestor em batelada. Fonte: Deganutti et al. (2002)

O funcionamento do biodigestor baseia-se no processo de digestão anaeróbica, no qual microrganismos degradam a matéria orgânica por meio de reações bioquímicas sucessivas. Essas reações ocorrem em diferentes etapas metabólicas e resultam na formação de principalmente metano (CH_4) e dióxido de carbono (CO_2) e outras substâncias como enxofre.

Para que o processo ocorra de forma eficiente, o substrato orgânico é inserido no biodigestor em solução aquosa, permanecendo no interior da câmara durante um determinado período de tempo. O desempenho da digestão anaeróbica depende de diversos fatores, tais como a composição do insumo, a temperatura e o pH (GUNNERSON et al., 1986). A temperatura é um parâmetro que influencia diretamente na digestão anaeróbica (RENNUIT; SOMMER, 2013; CURRY; DEUERMEYER, 1986). Por exemplo, é possível realizar o aquecimento da temperatura interna dos biodigestores para aumentar a produção de biogás. No entanto, é comum que os pesquisadores considerem a temperatura constante durante a produção de biogás para ter maior liberdade com o rendimento do insumo, como em Curry e Deuermeyer (1986). Além disso, as especificações técnicas do biodigestor como altura e capacidade influenciam na quantidade de biogás que pode ser produzida, e também no teor de metano do biogás.

A Figura (2.1) apresenta a vista frontal em corte de um biodigestor em batelada.

A altura do nível do substrato, representada por H , indica o volume ocupado pelo material em digestão no interior do biodigestor. O diâmetro interno do biodigestor, D_i , define a seção transversal disponível para o processo, enquanto o diâmetro do gasômetro, D_g , está

associado à capacidade de armazenamento do biogás gerado. Já o diâmetro interno da parede superior, D_s , relaciona-se com a estrutura que delimita a parte superior do sistema.

Em relação às alturas características, h_1 corresponde à altura ociosa destinada ao reservatório de biogás, sendo responsável por acomodar o volume de gás produzido. Por sua vez, h_2 representa a altura útil do gasômetro, diretamente ligada à capacidade efetiva de armazenamento do biogás.

Adicionalmente, a altura da caixa de entrada, representada por a , e a altura de entrada do cano com o afluente, e , estão associadas ao sistema de alimentação do biodigestor, influenciando o fluxo de entrada da biomassa e o correto funcionamento hidráulico do sistema.

2.1.2 Biogás

O biogás é um gás inflamável produzido durante a digestão anaeróbica da matéria orgânica. Sua composição é predominantemente formada por 55–65% de metano e 30–45% de dióxido de carbono além de outros gases em menor proporção. A elevada concentração de metano confere ao biogás um alto poder calorífico, tornando-o uma alternativa relevante para a produção de energia térmica e elétrica.

Apesar de seu potencial energético, o biogás requer manejo adequado. Segundo a Agência de Proteção Ambiental dos Estados Unidos (EPA), o metano possui um potencial de aquecimento global aproximadamente 28 vezes superior ao do dióxido de carbono em um horizonte de 100 anos (EPA, 2022). Dessa forma, a ausência de controle na produção e no uso do biogás pode resultar em impactos ambientais negativos, reforçando a importância do planejamento da produção.

2.1.3 Biodigestores em batelada

Os biodigestores podem ser classificados de acordo com o regime de alimentação do substrato em contínuos, semicontínuos ou em batelada. Esta tese concentra-se nos biodigestores em batelada, cujo funcionamento é intermitente.

Nesse tipo de biodigestor, o substrato é inserido no sistema em um único momento e permanece no interior do biodigestor durante todo o ciclo de produção, até ser removido e substituído por novos insumos. O tempo durante o qual o substrato permanece no biodigestor é denominado Tempo de Retenção Hidráulica (TRH), e ao longo desta fase será chamado de ciclo de produção.

Em biodigestores em batelada, o TRH pode variar entre 30 e 45 dias, podendo ser entendido de acordo com o tipo de insumo utilizado. O ciclo de produção pode ser dividido em quatro etapas principais: preparação, abastecimento, retenção e produção. A produção efetiva de biogás tem início após as etapas de preparação e abastecimento.

A Figura 2.2 apresenta um exemplo de curva de TRH proveniente dos dejetos esterco de aves de corte com capim.

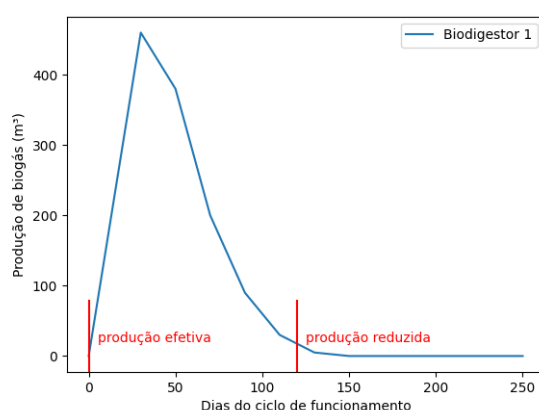


Figura 2.2: Exemplo de curva de TRH. Fonte: Galbiatti et al. (2010)

Na Figura (2.2) o ciclo de produção é mantido até o 255º dia, mas poderia ser interrompido no 131º dia devido a baixa eficiência energética resultante.

Os biodigestores em batelada são normalmente utilizados em propriedades rurais devido a grande disponibilidade de resíduos. A coleta dos insumos é periódica devido ao abastecimento do biodigestor ocorrer uma única vez.

Segundo Kougias e Angelidaki (2018) os nutrientes que pertencem a dejetos provenientes de gado e porco apresentam cerca de metade do potencial de metano quando comparados com resíduos de cozinha. A diversificação dos resíduos ao longo dos ciclos de processamento, bem como a digestão simultânea de múltiplos insumos, prática conhecida como codigestão, constitui uma estratégia eficiente para potencializar a produção energética. Em (ZHANG et al., 2013) os autores afirmam que a codigestão de esterco de gado e resíduos alimentares aumentou em 41% a produção total de metano. A codigestão de esterco bovino com outros resíduos orgânicos tem apresentado rendimentos de metano elevados, o que demonstra o potencial energético desses sistemas (HAO et al., 2022).

A Seção 2.2 apresenta exemplos de aplicação de otimização na produção de biogás.

2.2 Otimização na produção de biogás

A necessidade de reduzir os custos da cadeia de suprimentos do biogás é citada em Sarker, Wu e Paudel (2019), que apresenta uma revisão abrangente sobre o planejamento e o projeto de sistemas de produção de biogás. Os autores destacam modelos de otimização voltados principalmente à logística da biomassa, incluindo o desenho de redes viárias e rotas de transporte para a coleta e o suprimento de resíduos orgânicos, a localização de pontos de coleta e de reatores anaeróbios, bem como problemas de localização-alocação e métodos multicritério aplicados à cadeia produtiva do biogás. Diamantis et al. (2021) também destacam que existem lacunas de pesquisa nas legislações ambientais, incentivos fiscais, consciência e participação social na sustentabilidade como um todo.

Referente a localização das plantas de biogás, vários estudos vem sendo desenvolvidos, pois, além das questões operacionais, está atrelado a este problema questões sociais e econômicas. Em Silva, Alçada-Almeida e Dias (2017) os autores elaboram um modelo matemático com restrições desde o âmbito social até o econômico, capaz de identificar as localizações e capacidades das plantas de biogás, e alocá-las em cada uma das fazendas consideradas. Sarker, Wu e Paudel (2019) resolvem o problema de localização das plantas considerando desde o transporte inicial dos resíduos orgânicos até a etapa final de transporte do gás biometano até os condensadores. Chukwuma (2019) utiliza um sistema de informação geográfica (SIG) para determinar a eficiência das possíveis localizações das plantas de biogás e, posteriormente, utiliza um modelo matemático para alocá-las corretamente. Em Paulino, Cherri e Soler (2024) um sistema de informação geográfica é aplicado ao Estado de São Paulo para determinar através de um modelo matemático tanto a localização das plantas de biogás, quanto o número de plantas tendo como base a potencial geração de biogás, restrições operacionais e distâncias de transporte. Em Obal et al. (2024), os autores propuseram uma matheurística que combina técnicas de agrupamento com um modelo de otimização matemática multiobjetivo para definir grupos de propriedades agroindustriais e determinar a localização ótima de plantas de biogás. A abordagem foi testada em bases de dados reais e demonstrou seu potencial para aumentar a segurança energética, melhorar a gestão de resíduos e apoiar a formação de novas redes de negócios agroindustriais.

A maximização da quantidade a ser produzida do biogás também é apresentada em diversas pesquisas. Métodos estatísticos são aplicados em Qdais, Hani e Shatnawi (2010), Rennuit e Sommer (2013) e Chiu et al. (2022) para determinar os parâmetros a serem utilizados

durante o ciclo de produção do biogás, como variação do pH, temperatura, número total de sólidos e etc. Nixon (2016) cita que sistemas de digestão anaeróbica são tipicamente utilizados para maximizar sua produção. O processo de digestão anaeróbica é considerado sustentável, mas excessos de produção podem impor a queima do biogás e emitir gases de efeito estufa para a atmosfera. Ashraf, Nixon e Brusey (2022) cita que o biogás excessivo queimado chega a corresponder a 60% da produção total diária.

O impacto do biodigestor na cadeia de suprimentos é explorado em pesquisas recentes como em Ashraf, Nixon e Brusey (2022). Nestas pesquisas, os impactos financeiros e econômicos são considerados adicionalmente a maximização do fluxo de produção. O planejamento da ordem de produção dos biodigestores em conjunto com a designação dos mesmos a diversos tipos de insumos carece de pesquisas. Ainda em Qdais, Hani e Shatnawi (2010), os autores citam que a quantidade de biogás gerada aliada a parâmetros operacionais deve ser o escopo de trabalhos futuros, complementarmente a sua composição.

Embora existam diversos modelos matemáticos na literatura para o planejamento da produção em ambientes industriais, há uma lacuna de modelos específicos para o planejamento da produção de biogás em biodigestores em batelada. A Seção 2.3 apresenta modelos clássicos da Pesquisa Operacional que fundamentam o planejamento da produção e que, neste trabalho, são adaptados para atender às características específicas de biodigestores em batelada.

2.3 Modelos Matemáticos para o Planejamento da Produção

A programação das operações, também chamada de planejamento da produção, é um ramo de decisões operacionais comuns no setor industrial. Chanda (1990) define a programação das operações como um plano de produção cronometrado durante um intervalo de tempo pré-especificado. A quantidade a ser produzida, qual o operador responsável e quando será executada a tarefa são alguns exemplos de questões abordadas pelo planejamento da produção. De forma geral, busca-se atender a demanda com geração mínima de estoques e atrasos nos pedidos.

O modelo matemático (2.1) - (2.5) teve origem nos trabalhos de Manne (1958) e Wagner e Whitin (1958) e aborda o planejamento da produção em um horizonte finito $t = 1, \dots, T$, para apenas um tipo de item (produto) a ser produzido.

Parâmetros:

- s : custo de preparação;
- h : custo de estoque;
- d_t : demanda no período t ;

Variáveis de decisão

- I_t : estoque no fim do período t ;
- y_t : se o item é produzido no período t ;
- z_t : quantidade produzida no período t ;

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^T (sy_t + hI_t) \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$I_0 = 0 \quad (2.2)$$

$$I_t = I_{t-1} + z_t - d_t, \quad t = 1, \dots, T-1 \quad (2.3)$$

$$z_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.4)$$

$$z \in R_+^T, I \in R_+^T, y \in B^T \quad (2.5)$$

No Modelo (2.1) - (2.5), a função objetivo (2.1) minimiza os custos de preparação e estoque. Caso estes custos tenham valores diferentes a cada período, os parâmetros da função objetivo devem ser alterados para h_t e s_t . A restrição (2.3) é comum em problemas de planejamento da produção e determina o estoque do produto no fim do período t . A restrição (2.4) determina que a quantidade produzida não pode ultrapassar a demanda no período t , enquanto a restrição (2.5) especifica o domínio das variáveis.

O modelo matemático (2.1) - (2.5) permite penalizar a existência de estoque através de pI_t , em que p é penalidade. Logo, a função objetivo (2.1) seria alterada para a função objetivo (2.6).

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^T (sy_t + hI_t p) \quad (2.6)$$

Uma variação natural do modelo matemático (2.1) - (2.5) consiste na inserção da penalidade por demanda não atendida, uma vez que o estoque já é penalizado. Considere as variáveis I_{t+} e I_{t-} como desvios de produção e descritas como:

Novas variáveis de decisão

- I_{t+} : nível de estoque positivo (estoque disponível) ao final do período t ;
- I_{t-} : nível de estoque negativo (atraso ou demanda não atendida) ao final do período t ;

Logo, o modelo de planejamento da produção é alterado para:

$$\text{Min } \sum_{t=1}^T (sy_t + hI_t^+ + pI_t^-) \quad (2.7)$$

Sujeito a:

$$I_t^+ - I_t^- = I_{t-1}^+ - I_{t-1}^- + z_t - d_t, \quad t = 1, \dots, T, I_{0+} = I_{0-} = 0 \quad (2.8)$$

$$z_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.9)$$

$$z \in R_+^T, I^+ \in R_+^T, I^- \in R_+^T, y \in B^T \quad (2.10)$$

A função objetivo (2.7) do modelo matemático (2.7) - (2.10) minimiza os custos de preparação, estoque e demanda não atendida. As restrições (2.8) são similares às restrições (2.3), porém, o estoque e a demanda não atendida são incluídos na formulação. Isso permite que o gestor controle os desvios de produção (I_t^+, I_t^-) por meio das alterações dos parâmetros na função objetivo (2.7). A restrição (2.9) é a mesma que a restrição (2.4), e as restrições (2.10) determinam o domínio das variáveis.

O modelo matemático (2.7) - (2.10) é a base de aplicação de diversos estudos na literatura. Os pesquisadores inserem restrições adicionais e modificam a função objetivo de acordo com o problema a ser modelado. Por exemplo, a possibilidade de utilizar hora extra pode ser inserida no modelo (2.7) - (2.10) como variável de decisão. Stadtler (2003) explora o problema de planejamento da produção e minimiza simultaneamente os custos de preparação, estoque e hora-extra.

O Planejamento e Controle da Produção em conjunto com programação por metas, é uma técnica utilizada para resolver problemas multiobjetivos que envolvem decisões conflitantes, como pode ser visto em Chanda (1990). O autor desenvolveu um modelo matemá-

tico para representar o planejamento da produção em uma indústria de pedras em Zambia. Foram incluídos 4 objetivos:

1. Minimização dos desvios de produção I_{t+} e I_{t-} ;
2. Minimização da capacidade ociosa a cada processo;
3. Minimização das horas extras;
4. Minimização do custo de produção.

Analogamente, os 4 objetivos do trabalho de Chanda (1990) podem ser aplicados para o planejamento da produção de biodigestores em batelada em situações reais. É natural considerar que o biodigestor produza próximo da sua capacidade para melhor aproveitamento, de modo que os custos e desvios de produção sejam minimizados. A limitação da produção extra pode ser distribuída para sistemas que envolvem múltiplas fontes de energia renovável, como solar, eólica e biomassa. Caso a biomassa seja o principal fornecedor de energia, é possível minimizar o uso das fontes secundárias.

O planejamento da produção aplicado ao biogás também pode ser comparado com o problema de planejamento de funcionários. Segundo Ernst et al. (2004), neste problema os funcionários são alocados pelo gestor ao longo do cronograma de planejamento de acordo com sua habilidade para atendimento da demanda de seus produtos ou serviços. Isto é similar ao sequenciamento de múltiplos insumos aos biodigestores pela sua eficiência energética, e assim atender a demanda de biogás.

O planejamento da produção para itens industriais como em Chanda (1990), ou a aplicação do modelo matemático (2.7) - (2.10), determinam um período t em que o item i será produzido. No entanto, a produção de um biodigestor deve ser discretizada a cada período (ver Figura (2.2)) e pode ser alterada por parâmetros como temperatura, tempo de retenção, qualidade do insumo, etc. A próxima seção descreve 2 trabalhos que abordam o sequenciamento de múltiplos insumos.

2.4 Sequenciamento com múltiplos insumos

A produção de biogás é uma tecnologia já estabelecida, mas ainda depende de decisões humanas e práticas empíricas, conforme apontado em um *survey* sobre o cenário da produção de biogás por Kougias e Angelidaki (2018). Os autores citam que o processo de obtenção

de biogás requer monitoramento e controle do processo. Decisões como a quantidade de insumo a ser utilizada são tomadas pelos operadores e podem resultar na redução do potencial energético.

Curry e Deuermeyer (1986) apresentam um dos primeiros trabalhos para o sequenciamento de múltiplos insumos em um biodigestor em batelada. Nele, os autores lidam com um horizonte multi-período em que o planejamento da produção de um biodigestor é feita a partir da disponibilidade de múltiplos insumos. Enquanto em problemas comuns de planejamento da produção a quantidade de itens estocados é constante, o mesmo não ocorre com biodigestores; as substâncias orgânicas podem perder seu potencial de produção de biogás ao longo do tempo e, conseqüentemente, o potencial energético. Vale ressaltar que a redução do potencial de biogás depende também do tipo de insumo e da forma como este é armazenado.

A solução proposta em Curry e Deuermeyer (1986) considera dois modelos matemáticos distintos: o problema mestre e o subproblema. O problema mestre divide o horizonte total de planejamento em intervalos de produção factíveis para cada insumo i , com datas de início y_i e duração total t_i . O subproblema divide a duração t_i de cada insumo i em N lotes que respeitam a capacidade c do biodigestor.

A Figura 2.3 exemplifica o problema mestre em que a_i representa a data disponível do insumo i . Na Figura 2.3 é representada o sequenciamento de uso de 3 insumos $i, i = 1, 2, 3..$ A data de chegada de cada insumo i é representada pelo parâmetro a_i . Os autores consideram que caso um insumo i não seja totalmente utilizado até sua data limite y_i , o restante é descartado. Com esta abordagem os autores buscam produzir o máximo possível de biogás no período T , mas não consideram a demanda como restrição.

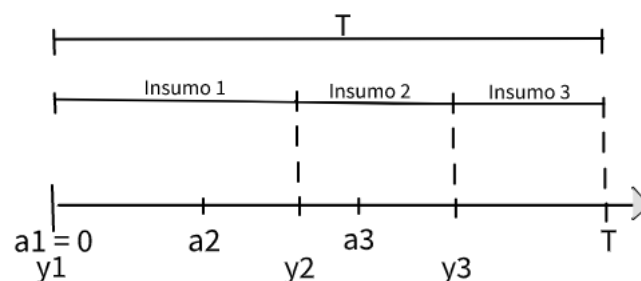


Figura 2.3: Problema mestre de Curry (1986). Adaptado de Curry e Deuermeyer (1986)

Em Gim, Deuermeyer e Curry (2001) os autores abordam o sequenciamento e o tempo de processamento dos insumos. Um modelo matemático para a otimização de biodiges-

tores em batelada é proposto, cujo objetivo é determinar o sequenciamento dos insumos e o tempo a ser alocado a cada tipo de insumo. Neste trabalho os autores sequenciam os insumos para maximizar a produção de biogás em um horizonte de planejamento T , e consideram como constante o número total lotes (número de vezes que o ciclo de produção dos insumos será realizado).

O sequenciamento de insumos abordado em Gim, Deuermeyer e Curry (2001) e Curry e Deuermeyer (1986) não minimiza a perda de biogás durante o horizonte de planejamento. A facilidade de obtenção de insumos desfoca a necessidade de minimizar o excesso de biogás.

Neste trabalho, o planejamento da produção de biodigestores busca sincronizar o ciclo de produção dos biodigestores, atender a demanda diária de biogás e minimizar produções excessivas. O Capítulo 3.1 apresenta o modelo matemático proposto para controlar o planejamento da produção de biodigestores em batelada.

Capítulo 3

Planejamento da produção de biogás em múltiplos biodigestores em batelada

O problema abordado nesta tese consiste em planejar a produção de um conjunto de biodigestores em um horizonte multi-período. Neste problema, os biodigestores devem ser sequenciados, ao longo de um período com tamanho pré-definido, de tal forma que a produção acumulada (quantidade de gás produzida após subtração das demandas anteriores) dos biodigestores seja próxima da demanda diária para evitar gastos com estoque, e evitar o não atendimento da demanda diária de biogás.

A alimentação dos biodigestores é feita em batelada, sendo assim o ciclo produtivo completo dos biodigestores inclui as etapas de preparação, abastecimento, produção e limpeza. A Figura (3.1) ilustra um exemplo do ciclo produtivo de um biodigestor.

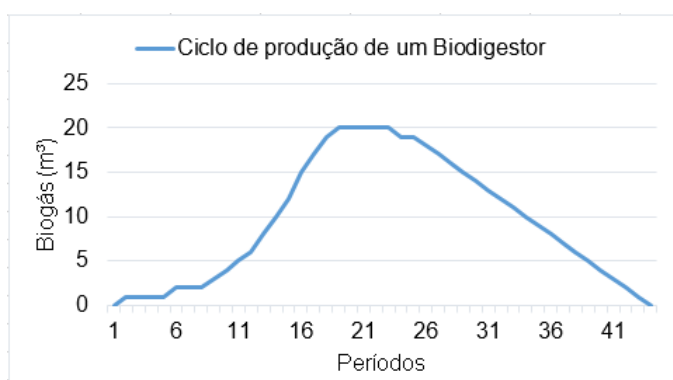


Figura 3.1: Exemplo hipotético de um ciclo produtivo de um biodigestor em batelada.

A etapa de preparação ocorre antes do início do processo, e envolve o ajuste dos resíduos, como mistura e trituração. O abastecimento corresponde ao Período 1, com a introdução

do substrato. A produção abrange os Períodos 2 a 44, em dias, marcados pelo início lento da produção, pico e posterior queda na geração de biogás. Após o tempo de retenção hidráulica (TRH), realiza-se a etapa de limpeza no Período 45 e descarte do digestato, o que prepara o sistema para um novo ciclo.

Este problema é particular devido a curva de demanda não acompanhar a forma da curva de produção dos biodigestores, o que dificulta o planejamento. Observe que atender uma curva de demanda linear com o exemplo da Figura 3.1 resultaria em geração excessiva e/ou insuficiente de biogás. Além disso, duas linhas do tempo são consideradas: o ciclo de produção dos biodigestores como na Figura 3.1 e o horizonte de planejamento.

3.1 Modelo matemático

O modelo matemático proposto visa o planejamento produtivo de um conjunto de biodigestores em um horizonte de planejamento multiperíodo. O objetivo do modelo é atender a demanda de biogás de cada um dos períodos requisitados, com mínima sobra de gás, através do planejamento dos biodigestores ao longo do horizonte. Para tal, as produções de biogás individuais de cada biodigestor são somadas a cada período. O modelo matemático de otimização auxilia na determinação do sequenciamento dos biodigestores, isto é, em quais períodos do horizonte de planejamento, quais biodigestores estarão em funcionamento.

O horizonte multiperíodo analisado foi categorizado em três grupos: pré-demanda, durante a demanda e pós-demanda. A fase durante a demanda é essencialmente o horizonte de planejamento a ser analisado. Por exemplo, em um planejamento semestral, a fase durante a demanda consistiria de janeiro a junho, enquanto alguns períodos anteriores e subsequentes pertencem às fases pré e pós-demanda.

A fase pré-demanda é necessária para que os biodigestores comecem seu funcionamento antes do horizonte de planejamento para atender a demanda dos primeiros períodos, mesmo que isso inicialmente gere uma produção excedente. Analogamente, é possível que um biodigestor termine seu ciclo de produção após o horizonte de planejamento, o que caracteriza a fase pós-demanda. A Figura 3.2 ilustra o sequenciamento de alguns biodigestores ao longo do horizonte de planejamento.

As fases pré e pós-demanda auxiliam a reduzir a diferença entre a quantidade demandada e a quantidade produzida, mesmo que isso represente um adiantamento/atraso na

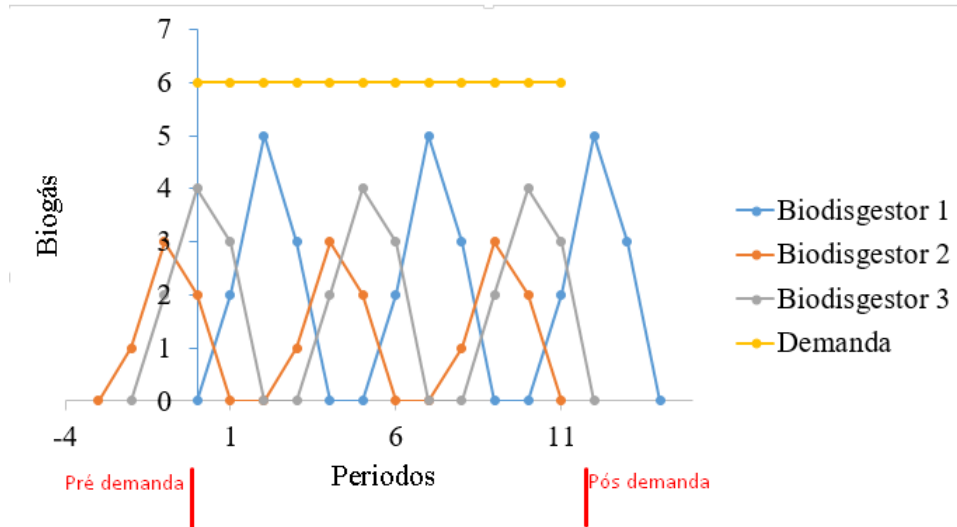


Figura 3.2: Exemplo de períodos pré Demanda em dias. Fonte: própria

produção.

Os índices, parâmetros e variáveis utilizados são descritos a seguir para o modelo proposto. Salvo indicação em contrário, todas as grandezas associadas à produção, demanda, estoque, excesso ou falta de biogás são expressas em metros cúbicos (m^3), enquanto os períodos são considerados em unidades de tempo discretas (dias).

Índices:

- i : biodigestor i , $i = 1, \dots, N$;
- j : dia j do ciclo de produção de biogás do biodigestor i , $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, T_i$;
- t : período t do horizonte de planejamento $t = 1, \dots, T$.

Parâmetros:

- N : número de biodigestores;
- T_i : número de períodos do horizonte de planejamento do biodigestor i (preparação + abastecimento + tempo fechado + tempo produzindo), $i = 1, \dots, N$;
- T : número de períodos do horizonte de planejamento, incluindo pré, durante e pós demanda;
- F : número de períodos da pré demanda.
- G : número de períodos da pós demanda;

- P_{ij} : produção do biodigestor i no dia j de seu ciclo de produção, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, T_i$;
- D_t : é a demanda de biogás no período t , $t = 1, \dots, T$.

Variáveis de decisão

- $K_{ijt} = \begin{cases} 1, & \text{se o biodigestor } i \text{ está no dia } j \text{ no período } t, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, T_i, t = 1, \dots, T; \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
- $Y_{it} = \begin{cases} 1, & \text{se o biodigestor } i \text{ inicia seu funcionamento no período } t, i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $Prod_t$: produção acumulada de biogás no período t , $t = 1, \dots, T$;

$$\text{Minimizar } f(x) = \sum_{t=1}^{T+F+G} Prod_t \quad (3.1)$$

Restrições

$$Prod_0 = 0 \quad (3.2)$$

$$Prod_t = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{T_i} K_{ijt} P_{ij} + Prod_{(t-1)} - D_t, \quad t = 1, 2, \dots, (T + F + G) \quad (3.3)$$

$$\sum_{j=1}^{T_i} K_{ijt} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, (T + F + G) \quad (3.4)$$

$$K_{ijt} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, F, j = t + 1, \dots, T_i \quad (3.5)$$

$$K_{ijt} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, t = (T + F), \dots, (T + F + G), \\ j = 0, 1, \dots, t - (F + T) \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=1}^{T_i} K_{ijt} = Y_{it} * T_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, (T + F) \quad (3.7)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{t=F+T}^{F+T+G} Y_{it} = 0 \quad (3.8)$$

$$K_{ijt} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, N, j = 1, \dots, T_i, \\ t = 1, \dots, (T + F + G) \quad (3.9)$$

$$Y_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, N, t = 1, \dots, (T + F + G) \quad (3.10)$$

$$Prod_t \in \mathbb{N} \quad t = 1, \dots, (T + F + G) \quad (3.11)$$

No modelo de otimização (3.1)-(3.11), a função objetivo (3.1) minimiza a produção acumulada de biogás em relação às demandas durante todos os períodos do horizonte de planejamento. O modelo matemático permite que ocorra produção excedente em um determinado período para harmonizar um *déficit* nas produções já ocorridas ou que ainda irão ocorrer. As restrições (3.2) - (3.3) são restrições comuns em problemas de planejamento da produção. A restrição (3.2) determina a produção de biogás apenas do primeiro período. As produções subsequentes são determinadas pelas restrições (3.3). A variável $Prod_t$ representa a quantidade de biogás resultante no dia t após subtrair a demanda e acrescentar as produções atuais e do dia anterior.

As restrições (3.4) asseguram que cada biodigestor esteja associado, em cada período do horizonte de planejamento, a no máximo um único dia do seu ciclo de produção. Dessa forma, um mesmo biodigestor é impedido de operar simultaneamente em mais de um estágio do ciclo no mesmo período, o que contribui para representar corretamente a continuidade do ciclo produtivo ao longo do horizonte de planejamento. A Figura 3.3 apresenta o planejamento de 2 biodigestores com ciclos de 3 e 4 dias de duração em um horizonte de planejamento de 5 períodos.

Biodigestor 1				
	Dia 1 do ciclo	Dia 2 do ciclo	Dia 3 do ciclo	
Período 1	K111 = 1	K121 = 0	K131 = 0	
Período 2	K112 = 0	K122 = 1	K132 = 0	
Período 3	K113 = 0	K123 = 0	K133 = 1	
Período 4	K114 = 0	K124 = 0	K134 = 0	
Período 5	K115 = 0	K125 = 0	K135 = 0	

Biodigestor 2				
	Dia 1 do ciclo	Dia 2 do ciclo	Dia 3 do ciclo	Dia 4 do ciclo
Período 1	K211 = 0	K221 = 0	K231 = 0	K231 = 0
Período 2	K212 = 1	K222 = 0	K232 = 0	K232 = 0
Período 3	K213 = 0	K223 = 1	K233 = 0	K233 = 0
Período 4	K214 = 0	K224 = 0	K234 = 1	K234 = 0
Período 5	K215 = 0	K225 = 0	K235 = 0	K235 = 1

Figura 3.3: Exemplo de ciclo de funcionamento do biodigestor. Fonte: própria

As células em destaque da Figura (3.3) representam o dia de funcionamento dos Biodigestores. Note que cada período pode estar associado a no máximo um dia do ciclo de funci-

onamento dos biodigestores. Cada biodigestor i funciona durante t_i dias e o início do ciclo pode ocorrer em quase todos os períodos t , com exceção dos restritos pelas restrições (3.5) e (3.6) que são, respectivamente, referentes aos períodos pré e pós-demanda. Neste modelo matemático são desconsideradas quaisquer atividades anteriores ao período pré-demanda e posteriores ao período pós-demanda. A Figura (3.4) apresenta os períodos pré-demanda de parte de uma solução hipotética do sequenciamento de 3 biodigestores com $T_i = 5$ dias.

	Biodigestor 1	Biodigestor 2	Biodigestor 3
Período 1	Dia 1	Dia 1	Dia 1
	Dia 2	Dia 2	Dia 2
	Dia 3	Dia 3	Dia 3
	Dia 4	Dia 4	Dia 4
	Dia 5	Dia 5	Dia 5
Período 2	Dia 1	Dia 1 K212 = 1	Dia 1
	Dia 2	Dia 2	Dia 2
	Dia 3	Dia 3	Dia 3
	Dia 4	Dia 4	Dia 4
	Dia 5	Dia 5	Dia 5
Período 3	Dia 1	Dia 1	Dia 1 K313 = 1
	Dia 2	Dia 2 K223 = 1	Dia 2
	Dia 3	Dia 3	Dia 3
	Dia 4	Dia 4	Dia 4
	Dia 5	Dia 5	Dia 5
Período 4	Dia 1	Dia 1	Dia 1
	Dia 2	Dia 2	Dia 2 K324 = 1
	Dia 3	Dia 3 K234 = 1	Dia 3
	Dia 4	Dia 4	Dia 4
	Dia 5	Dia 5	Dia 5

Figura 3.4: Planejamento de produção hipotético - Pré-demanda. Fonte: própria

As células em vermelho na Figura 3.4 representam os períodos em que a produção é impedida durante a fase de Pré-demanda. Note que durante o Período 1 os biodigestores podem estar apenas no seu primeiro dia de funcionamento. No Período 2, os biodigestores podem estar no primeiro ou segundo dia de funcionamento. Este comportamento ocorre para todos os períodos do grupo pré-demanda. Analogamente, não é possível iniciar o funcionamento de um biodigestor durante a pós-demanda devido ao tamanho do ciclo T_i superar o parâmetro G e por não ter necessidade já que não se tem demanda.

As restrições (3.7) garantem que o ciclo dos biodigestores é sequencial e ocorre em um período de T_i dias. A variável binária Y_{it} determina que caso o biodigestor i esteja em fun-

cionamento no dia j do ciclo, os outros dias do ciclo também deverão estar. Observe na Figura 3.4 que o ciclo de funcionamento do biodigestor ocorre em paralelo com os períodos do horizonte de planejamento.

A restrição (3.8) não permite que o ciclo de produção de algum biodigestor seja iniciado durante a fase pós-demanda pois isto ultrapassaria o limite T de dias do horizonte de planejamento. Isto ocorre pois a fase pós-demanda é utilizada apenas para terminar ciclos de produção que iniciaram anteriormente. As restrições (3.9), (3.10) e (3.11) determinam o domínio das variáveis de decisão. A variável Y_{it} é definida até mesmo para o período pós-demanda quando seu valor é nulo. Isso torna o modelo matemático mais flexível, o que facilita sua adaptação caso produções em períodos posteriores venham a ser consideradas.

Uma pergunta natural compreende a necessidade de utilizar as variáveis K_{ijt} uma vez que Y_{it} já marca o início do ciclo de produção. A discretização do ciclo de produção dos biodigestores permite tratar cada período de produção individualmente. Isto resulta em um maior grau de liberdade para o sequenciamento dos biodigestores, bem como poder modificar algum período específico por fatores externos, como por exemplo, a temperatura, com a adição de restrições simples. Além disso, discretizar permite avaliar individualmente qual dia j do ciclo de produção melhor se aplica ao período t .

Em um cenário hipotético em que as variáveis K_{ijt} não existem, a variável Y_{it} poderia ser utilizada apenas para identificar o primeiro dia t de funcionamento do biodigestor i , e consequentemente o ciclo de produção seria agregado em um único conjunto. Entretanto, esta consideração implica na diminuição da versatilidade do modelo matemático.

A duração dos períodos F e G foi definida considerando o biodigestor com o ciclo de produção mais longo. Nesse contexto, G corresponde à duração do ciclo de produção mais longo, enquanto F o excede em uma unidade. Esse ajuste tem como objetivo indicar que um período pré-consumo mais longo contribui para o atendimento da demanda no primeiro dia do período de consumo.

O Capítulo 5 apresenta os testes numéricos realizados para verificar o desempenho do modelo matemático (3.1) - (3.11).

Capítulo 4

Algoritmo Genético para o Problema de Planejamento de Produção de Biodigestores em Batelada

O Algoritmo Genético (AG) é uma metaheurística cuja criação data desde a década de 1960 por John Holland. Este método é inspirado nos mecanismos da evolução natural, simulando processos de seleção, recombinação e mutação, com o objetivo de explorar o espaço de soluções e identificar soluções de boa qualidade para um problema de otimização.

O AG realiza uma busca estocástica, isto é, incorpora mecanismos de aleatoriedade para explorar espaços de soluções complexos. Diferentemente de métodos exatos, o algoritmo genético não garante a obtenção da solução ótima global. Contudo, apresenta boa capacidade de encontrar soluções de boa qualidade com tempos computacionais reduzidos, o que o torna adequado para problemas de grande escala ou elevada complexidade combinatória.

Desde sua proposição, o AG tem sido amplamente empregado em diversas áreas do conhecimento, incluindo engenharia, ciência da computação, matemática, física, astronomia e ciência dos materiais (KAR, 2016). Em particular, o AG tem sido utilizado com sucesso em problemas clássicos de otimização, como sequenciamento (ALLAHVERDI et al., 2008; SUN et al., 2018; SHUKLA et al., 2020), logística e roteamento de veículos (LIU, 2013; KIM; KIM; KIM, 2025; NYAKO; TAYACHI; ABDELAZIZ, 2025), bem como em problemas de alocação de recursos em sistemas energéticos (OGUNJUYIGBE; AYODELE; AKINOLA, 2016; BALAMURUGAN; KUMARAVEL, 2014). Essas aplicações abrangem inclusive problemas com múltiplos objetivos de otimização (DIMOPOULOS; ZALZALA, 2002; AYTUG; KHOUJA; VERGARA,

2003).

Um levantamento conduzido em Kar (2016) sobre métodos de otimização bioinspirados revelou que o AG supera outras onze metaheurísticas em termos do número de publicações acadêmicas, evidenciando sua ampla aceitação e relevância científica. Esse resultado reforça o AG como uma ferramenta consolidada e versátil no contexto da otimização.

4.1 Estrutura

De forma geral, um AG é composto por um conjunto de elementos que buscam evoluir um conjunto de soluções de forma controlada (LORENA; FURTADO, 2001; AHMED; CHOUDHARY; AL-DAYEL, 2024). Esses elementos são independentes da aplicação específica e constituem a base conceitual sobre a qual adaptações para problemas particulares podem ser construídas. Nesta seção, as principais definições e componentes do AG clássico são apresentados para utilização ao longo da tese.

4.1.1 Indivíduo e Representação

Um indivíduo corresponde a uma solução candidata do problema de otimização. Cada indivíduo é codificado por meio de uma estrutura denominada cromossomo, a qual representa as variáveis de decisão do problema. A forma de representação pode variar conforme a natureza do problema, sendo comuns desde representações binárias até inteiras.

A escolha da representação é um fator crítico para o desempenho do algoritmo, pois influencia diretamente a eficiência dos operadores genéticos e a capacidade do AG de explorar o espaço de soluções de forma eficaz (FRANÇA; MENDES; MOSCATO, 2001). Quanto melhor a representação, mais efetiva é a aplicação de alterações nos indivíduos.

4.1.2 Função de Aptidão

A função de aptidão, conhecida como função *fitness* na literatura, é responsável por avaliar a qualidade de cada indivíduo em relação aos objetivos do problema. Em geral, é uma função que associa a cada solução um valor numérico, o que permite a comparação entre indivíduos (AYTUG; KHOUJA; VERGARA, 2003).

Indivíduos com valores de aptidão mais elevados são considerados melhores soluções e, conseqüentemente, possuem maior probabilidade de serem selecionados para gerar novos

indivíduos. A definição da função de aptidão é um dos aspectos mais relevantes do AG, pois direciona o processo evolutivo e influencia diretamente a convergência do algoritmo. Indivíduos de características diferentes podem ter o mesmo grau de aptidão, o que torna necessário calibrar precisamente a função de aptidão. França, Mendes e Moscato (2001) acrescentam que uma função de boa precisão deve prevenir o AG de descartar boas soluções ou selecionar de má qualidade por ter uma probabilidade maior que o desejado.

4.1.3 População e Gerações

A população é definida como o conjunto de indivíduos mantidos simultaneamente pelo algoritmo em uma determinada iteração, denominada geração. Ao contrário de métodos que exploram apenas uma solução por vez, o AG trabalha com uma população de soluções, o que favorece a diversidade e reduz a probabilidade de convergência prematura para ótimos locais desde que exista diversificação.

Ao longo das gerações, a população evolui por meio da aplicação dos operadores genéticos. Cada nova geração é formada a partir da anterior, preservando, combinando ou modificando indivíduos conforme critérios definidos pelo algoritmo.

4.1.4 Operadores Genéticos

A evolução da população é conduzida por operadores genéticos inspirados em mecanismos naturais da evolução biológica. Os principais operadores são seleção, cruzamento e mutação (AYTUG; KHOUJA; VERGARA, 2003; AHMED; CHOUDHARY; AL-DAYEL, 2024).

O operador de seleção é responsável por escolher os indivíduos que irão participar do processo reprodutivo, geralmente favorecendo aqueles com maior aptidão. O objetivo da seleção é intensificar a busca em regiões promissoras do espaço de soluções.

O operador de cruzamento combina informações genéticas de dois ou mais indivíduos selecionados, gerando novos indivíduos, denominados descendentes. Esse operador promove a recombinação de características e é essencial para a exploração do espaço de busca.

A mutação introduz alterações aleatórias de pequeno grau nos indivíduos, garantindo diversidade genética e permitindo que o algoritmo explore regiões do espaço de soluções que não seriam alcançadas apenas pelo cruzamento (FRANÇA; MENDES; MOSCATO, 2001).

4.1.5 Elitismo

O elitismo é um processo usado em Algoritmos Genéticos, no qual um subconjunto dos melhores indivíduos da população é preservado integralmente para a geração seguinte (AY-TUG; KHOUJA; VERGARA, 2003). Essa estratégia assegura que soluções de alta qualidade não sejam perdidas durante o processo evolutivo, contribuindo para a estabilidade e a eficiência da convergência.

4.1.6 Inicialização da População

O processo evolutivo do AG inicia-se com a geração da população inicial. Essa população pode ser construída de forma totalmente aleatória ou por meio de procedimentos heurísticos com o intuito de acelerar a convergência do AG.

Em Zobolas, Tarantilis e Ioannou (2009) , os autores usam heurísticas para diversificar a população inicial em um problema de sequenciamento da produção cujo objetivo é minimizar o tempo total de conclusão. O AG é posteriormente aplicado em um processo repetitivo em conjunto com uma heurística de busca local para melhorar ainda mais a população.

A diversidade da população inicial desempenha um papel importante no desempenho do algoritmo, pois populações pouco diversas tendem a restringir a exploração do espaço de soluções, enquanto populações diversificadas favorecem uma busca global devido a um mapeamento mais abrangente do espaço de solução.

4.1.7 Fluxo Geral do Algoritmo Genético

De maneira resumida, o funcionamento de um AG clássico pode ser descrito pelas seguintes etapas (FRANÇA; MENDES; MOSCATO, 2001):

1. Inicialização da população;
2. Avaliação da aptidão de todos os indivíduos e armazenamento da elite;
3. Seleção dos indivíduos reprodutores;
4. Aplicação dos operadores genéticos e avaliação dos novos indivíduos gerados;
5. Formação da nova população, e atualização da elite;

6. Verificação do critério de parada, como número máximo de gerações, convergência da aptidão, entre outros.

O ciclo de (2-6) é repetido iterativamente até que o critério de parada seja satisfeito. A partir dessa estrutura geral, o AG pode ser adaptado para diferentes problemas de otimização. A Seção 4.2 apresenta a adaptação do AG para o problema de planejamento de produção de biodigestores em batelada.

4.2 Representação do Indivíduo

Neste trabalho, cada solução candidata do problema de sequenciamento de biodigestores é representada por um indivíduo do AG. Neste contexto, o indivíduo é modelado como uma matriz binária bidimensional de dimensão $N \times T$, em que N corresponde ao número de biodigestores disponíveis e T representa o horizonte de planejamento, expresso em dias. O índice $i = 1, \dots, N$ identifica cada biodigestor, enquanto o índice $t = 1, \dots, T$ refere-se ao dia de operação dentro do horizonte considerado.

Cada linha i da matriz descreve o cronograma de operação do biodigestor i ao longo do tempo, ao passo que cada coluna t representa um dia específico do planejamento. O valor associado à posição (i, t) indica o estado operacional do biodigestor no dia t : valor igual a 1 significa que o biodigestor está em operação, enquanto valor igual a 0 indica que o biodigestor encontra-se inativo.

A Tabela 4.1 ilustra um exemplo de indivíduo composto por dois biodigestores, B_1 e B_2 , com durações de ciclo previamente definidas de 6 e 5 dias, respectivamente, e um horizonte de planejamento de 17 dias.

Tabela 4.1: Exemplo de representação de um indivíduo																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
B_1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
B_2	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1

Diferentemente da formulação apresentada em Barreto et al. (2025), na qual são necessários dois conjuntos distintos de variáveis de decisão: uma variável binária para indicar o início do ciclo de produção e outra para identificar a posição do biodigestor dentro de seu ciclo ao longo do horizonte, a representação adotada neste trabalho incorpora ambas as informações em uma única estrutura binária. Dessa forma, o ciclo completo de produção de

cada biodigestor é descrito diretamente pela sequência de valores binários ao longo da linha correspondente, eliminando a necessidade de variáveis auxiliares para reconstrução do ciclo produtivo.

Essa abordagem reduz a dimensionalidade da solução e simplifica a estrutura do indivíduo, tornando-a mais adequada à aplicação dos operadores genéticos, como cruzamento e mutação. Além disso, a representação direta facilita a verificação de viabilidade e o cálculo da produção diária de biogás ao longo do horizonte de planejamento.

Um indivíduo é considerado viável quando a demanda diária de biogás é atendida em todos os dias do horizonte de planejamento, uma vez que não é permitida subprodução. Para cada dia t , o biogás disponível é calculado como a soma da produção do dia corrente com o estoque remanescente do dia $t - 1$, do qual é subtraída a demanda diária. O valor resultante constitui o estoque disponível para o dia seguinte, e o procedimento é repetido até o final do horizonte. Caso o nível de estoque nunca assuma valores negativos ao longo do período analisado, o indivíduo é classificado como viável.

4.3 População Inicial

A definição de uma população inicial diversificada e representativa constitui uma decisão fundamental no projeto de algoritmos genéticos, uma vez que influencia diretamente a convergência ao longo do processo evolutivo. Estratégias de inicialização podem variar desde a geração puramente aleatória de indivíduos até procedimentos construtivos baseados em regras ou heurísticas específicas para o problema. Neste trabalho, a população inicial é construída de forma construtiva com aleatoriedade. Para isto, um procedimento construtivo probabilístico foi desenvolvido para incorporar características do problema de sequenciamento de biodigestores desde as primeiras iterações, ao mesmo tempo em que se preserva um elevado nível de diversidade entre os indivíduos gerados.

O processo de geração da população inicial é organizado em blocos probabilísticos, sendo cada bloco composto por um número fixo de indivíduos. A cada bloco associa-se uma probabilidade de ativação, que controla a chance de um biodigestor iniciar um novo ciclo de produção em um determinado dia t , $t = 1, \dots, T$. O algoritmo inicia com uma probabilidade de ativação baixa e, após a geração de cada bloco, essa probabilidade é progressivamente aumentada.

Para cada indivíduo, e para cada biodigestor $i = 1, \dots, N$, o algoritmo percorre o horizonte de planejamento dia a dia. Em cada dia t , um número aleatório é sorteado e comparado com a probabilidade de ativação atual. Caso a ativação ocorra, um ciclo completo de produção do biodigestor i , com duração T_i , é inserido na sequência correspondente, atribuindo-se valor 1 às próximas T_i posições do indivíduo. Após o término do ciclo, o procedimento é retomado a partir do próximo dia disponível. Se a ativação não ocorrer, o dia é marcado com valor 0 e o algoritmo avança para o dia seguinte.

À medida que a probabilidade de ativação aumenta entre os blocos, a população inicial passa a apresentar um gradiente natural de intensidades produtivas. Alguns indivíduos exibem sequências esparsas e descontínuas de operação, enquanto outros apresentam períodos mais densos de funcionamento dos biodigestores. O objetivo é ampliar a diversidade estrutural da população e mesclar as características destes indivíduos ao longo do método, resultando em indivíduos distintos.

A população inicial é avaliada por meio da função de aptidão, a qual atribui um valor de desempenho a cada indivíduo. Esta função está detalhada na Seção 4.4.

4.4 Função de Avaliação

A função de avaliação adotada neste trabalho para avaliar as soluções do problema de sequenciamento de biodigestores em batelada tem como base formulações previamente propostas na literatura, em especial aquelas apresentadas em Barreto et al. (2025), Marcucci (2021). Em Marcucci (2021), o autor considera exclusivamente soluções viáveis, isto é, aquelas nas quais a demanda diária de biogás é atendida em todos os períodos do horizonte de planejamento. Para esse conjunto restrito de soluções, a qualidade de cada indivíduo é avaliada por meio da função *fitness* definida pela Função (4.1).

$$fitness = \frac{1}{o + 1} \quad (4.1)$$

Na Função (4.1), o termo o representa o excedente total de produção de biogás ao longo de todo o horizonte de planejamento. O excedente diário é calculado como a soma da produção do dia corrente com o estoque remanescente do dia anterior, subtraída da demanda diária. Dessa forma, o termo o corresponde à agregação desses excedentes ao longo do horizonte, sendo posteriormente normalizado de modo que a função de avaliação assuma va-

lores no intervalo $(0, 1]$. Nesse contexto, menores níveis de excedente implicam valores mais elevados de avaliação, de modo que, uma vez satisfeitas todas as demandas, indivíduos com maiores avaliações são considerados superiores.

Embora essa abordagem simplifique o processo de avaliação, ela restringe o espaço de busca ao considerar apenas soluções viáveis, impedindo que o algoritmo explore temporariamente sequências com violações de demanda. Tal limitação pode reduzir a diversidade populacional e aumentar o risco de convergência prematura.

Com o objetivo de ampliar a capacidade exploratória do algoritmo genético, a função de avaliação proposta neste trabalho estende as formulações existentes ao incorporar métricas adicionais relacionadas tanto ao atendimento da demanda quanto à estabilidade e ao controle da produção. Os parâmetros considerados são descritos a seguir:

- AABS: excedente médio agregado de biogás ao longo do horizonte de planejamento, calculado como a média do balanço diário de biogás. Valores negativos indicam que, em média, a produção diária foi insuficiente para atender à demanda;
- u : quantidade total de demanda de biogás não atendida ao longo do horizonte;
- D^- : número de dias em que ocorre falta de biogás;
- DP: desvio padrão do excedente diário de biogás;
- $DP_{\max}$: valor máximo possível do desvio padrão da série de excedentes;
- H: número de dias do horizonte com demanda
- $w_i, i = 1, \dots, 4$: pesos associados a cada componente normalizado da função *fitness*.

Como valores negativos de sobre média indicam não atendimento da demanda, o termo utilizado na Função de Avaliação é definido como $\bar{o} = \max(\text{AABS}, 0)$, garantindo que apenas excedentes médios não negativos contribuam para o componente associado à superprodução. Todos os parâmetros são normalizados de forma a manter os termos da função limitados ao intervalo $(0, 1]$, assegurando comparabilidade entre os diferentes critérios considerados.

A Função de Avaliação proposta é então definida pela Função 4.2:

$$fitness = w_1 \cdot \frac{1}{\bar{o} + 1} + w_2 \cdot \frac{1}{u + 1} + w_3 \cdot \left(H - \frac{D^-}{H} \right) + w_4 \cdot \left(\frac{DP_{\max} - DP}{DP_{\max}} \right), \quad (4.2)$$

Essa formulação permite que o algoritmo genético avalie tanto soluções viáveis quanto inviáveis, atribuindo penalidades graduais àquelas que apresentam déficits de produção ou elevada instabilidade. Dessa forma, o processo evolutivo pode explorar um espaço de busca mais amplo, sem perder a capacidade de direcionar a população à sequências de produção com menores déficits, menor superprodução e maior estabilidade ao longo do horizonte de planejamento.

4.5 Operadores genéticos

Os operadores genéticos são responsáveis por conduzir o processo evolutivo, promovendo a seleção de indivíduos promissores, a geração de novas soluções e a manutenção da diversidade populacional. Neste trabalho, são empregados três operadores principais: seleção por torneio, cruzamento e mutação.

O operador de seleção tem como objetivo escolher indivíduos com maior qualidade, com base nos valores de *fitness*, para participarem da reprodução. O operador de cruzamento combina informações de dois indivíduos selecionados, gerando novas sequências de produção e ampliando a exploração do espaço de busca. Por fim, o operador de mutação introduz modificações pontuais nos indivíduos, como o deslocamento do início de um ciclo de produção de um biodigestor, contribuindo para a diversificação das soluções e reduzindo o risco de convergência prematura.

4.5.1 Seleção por torneio

Experimentos preliminares consideraram o uso do método de seleção por roleta (*roulette-wheel selection*). Entretanto, os valores de *fitness* da população frequentemente apresentavam diferenças muito pequenas entre si, o que resultava em um progresso evolutivo lento. Diante desse comportamento, o método de seleção por torneio foi escolhido.

No procedimento de torneio, dois indivíduos são selecionados aleatoriamente da população, com distribuição uniforme, e aquele que apresenta o maior valor de *fitness* é escolhido como fonte para novos indivíduos. A utilização de torneios de tamanho reduzido preserva a diversidade populacional, uma vez que indivíduos com desempenho inferior ainda possuem chance de serem selecionados, evitando uma pressão seletiva excessiva.

Além disso, a estratégia de elitismo é aplicada durante o processo de substituição a cada

geração. Uma fração fixa dos melhores indivíduos da população atual é copiada diretamente para a geração seguinte, garantindo a preservação de soluções de alta qualidade ao longo da evolução.

4.5.2 Cruzamento

O operador de cruzamento é responsável por explorar novas combinações de sequências produtivas a partir da recombinação de dois indivíduos selecionados. Neste trabalho, é utilizado um operador de cruzamento baseado na troca do planejamento de um biodigestor.

Considerando que cada indivíduo é representado por uma matriz binária de dimensão $N \times T$, conforme apresentado na Tabela 4.1, o operador seleciona aleatoriamente um biodigestor $i \in 1, \dots, N$ e troca integralmente a linha correspondente entre dois indivíduos pré-selecionados.

Como resultado, dois novos indivíduos são gerados. O primeiro herda todas as sequências de produção do primeiro gerador, exceto a linha associada ao biodigestor i , que é substituída pela linha correspondente do segundo gerador. O segundo indivíduo é construído de forma análoga, realizando-se a troca inversa. Esse procedimento permite a combinação de padrões produtivos distintos e favorece a exploração de regiões ainda não visitadas do espaço de busca, embora possa gerar indivíduos ineficazes, que serão adequadamente tratados pela função *fitness*.

A Figura 4.1 ilustra o operador de cruzamento aplicado a dois indivíduos, no qual a sequência correspondente ao biodigestor 2 é trocada entre os indivíduos geradores.

Pais	
$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Filhos	
$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Figura 4.1: Exemplificação do cruzamento de linhas aplicado ao biodigestor 2.

4.5.3 Mutação

O uso de diferentes tipos de mutações é comum entre os pesquisadores para explorar novos espaços soluções. Em Hassanat et al. (2016), os autores avaliaram a eficácia de dez novas mutações, comparando-as com duas mutações já conhecidas na literatura, denominadas *Exchange* e *Rearrangement*. A mutação *Exchange* consiste em selecionar dois indivíduos e trocar suas posições ou características, enquanto a mutação *Rearrangement* envolve a alteração da ordem interna de um indivíduo, como, por exemplo, a sequência de atividades em um sequenciamento (SALLABI; ELHADDAD, 2009; AYTUG; KHOUJA; VERGARA, 2003).

O operador de mutação tem como finalidade introduzir pequenas alterações aleatórias nos indivíduos, promovendo a exploração local do espaço de busca e reduzindo o risco de estagnação em ótimos locais. Nesta tese, uma vez selecionado um indivíduo para mutação, um dos quatro operadores de mutação disponíveis é escolhido com igual probabilidade. Indivíduos da elite não são submetidos à mutação, de modo a preservar soluções de alta qualidade.

Os quatro operadores de mutação implementados neste trabalho são descritos a seguir:

- **Mutação ON/OFF:** Um biodigestor i e um instante de tempo t são selecionados aleatoriamente. Se $B_{i,t} = 1$, todo o ciclo de produção ao qual o dia t pertence é removido, atribuindo-se valor zero às T_i posições correspondentes. Se $B_{i,t} = 0$, o operador tenta inserir um novo ciclo com início em t , desde que o bloco completo de duração T_i caiba no horizonte restante sem sobreposição com ciclos existentes. Caso não seja possível, não é aplicado.
- **Mutação por deslocamento de ciclo:** Um ciclo de produção existente de um biodigestor é selecionado e removido de sua posição original. Em seguida, o ciclo completo é reinserido em uma nova posição escolhida aleatoriamente entre as posições viáveis da mesma linha, garantindo-se que não haja sobreposição com outros ciclos.
- **Mutação Best-Fit:** De forma semelhante à mutação por deslocamento, um ciclo é removido de sua posição atual. Entretanto, em vez de selecionar aleatoriamente o ponto de reinserção, o operador avalia todas as posições viáveis e escolhe aquela que proporciona o maior aumento no valor da função *fitness*. Esse operador atua como um mecanismo de busca local intensificada, produzindo melhorias mais expressivas a um

custo computacional mais elevado e é similar à mutação IBRGBWGM apresentada em (HASSANAT et al., 2016) que também é orientada a inserção por *fitness*.

- **Mutação multi-biodigestor:** Essa mutação é similar à mutação por deslocamento de ciclo, mas dois ou 3 biodigestores são selecionados simultaneamente. Um ciclo de cada biodigestor é removido e reposicionado em novas localizações viáveis dentro de suas respectivas linhas. A operação só é realizada se a reinserção for viável para todos os biodigestores selecionados. Esse operador é particularmente eficaz para escapar de ótimos locais nos quais os ciclos de diferentes biodigestores competem por posições factíveis no horizonte de planejamento.

4.6 Calibração de parâmetros

O procedimento de calibração dos parâmetros adotado neste trabalho é dividido em duas etapas. Na primeira etapa é escolhido um único conjunto de valores para os pesos da função fitness, por meio da seleção apropriada destes valores de pesos associados aos seus componentes. A segunda etapa é dedicada à calibração dos parâmetros operacionais do AG. Aytug, Khouja e Vergara (2003) definem que os parâmetros operacionais podem ser decididos arbitrariamente ou por testes piloto, como nesta tese.

Os principais parâmetros e notações do AG utilizados neste trabalho são definidos a seguir:

- P: tamanho da população, representando o número de indivíduos mantidos em cada geração;
- S: passo de inicialização da população, que define o tamanho dos blocos de probabilidade utilizados na construção da população inicial, conforme descrito na Seção 4.3;
- M: taxa de mutação, que define a probabilidade de aplicação dos operadores de mutação a um indivíduo;
- G: número máximo de gerações permitidas para o processo evolutivo;
- E: tamanho da elite, correspondente ao número de melhores indivíduos preservados entre gerações.

O processo de calibração foi conduzido utilizando a instância denominada SeD_B (5,6,7), originalmente apresentada em (BARRETO et al., 2025) e disponibilizada publicamente no repositório online dos autores em <https://github.com/arthurmedeirosfb/paper_batch_biodigesters/tree/main/seasonal_demand_B>. Essa instância foi selecionada por apresentar o maior gap de otimalidade entre as instâncias de benchmark analisadas em Barreto et al. (2025). Após a calibração, a configuração obtida foi mantida fixa e utilizada sem ajustes adicionais em todos os experimentos computacionais envolvendo o conjunto completo de instâncias de testes apresentadas em (BARRETO et al., 2025).

4.6.1 Ajuste dos pesos da função fitness

A primeira fase da calibração tem como objetivo determinar um único conjunto de pesos (w_1, w_2, w_3, w_4) a ser utilizado ao longo de todos os testes. Com o intuito de avaliar exclusivamente a influência dos pesos na função fitness sobre o desempenho do algoritmo, todos os demais parâmetros do AG (P,S,M,G,E) foram fixados em valores intermediários e mantidos constantes durante essa fase. Cada cenário foi resolvido dez vezes para reduzir a influência de efeitos estocásticos.

Os cenários foram projetados para refletir diferentes comportamentos entre superprodução, viabilidade e estabilidade da produção, e não para explorar exhaustivamente todas as combinações possíveis de pesos. Todos os cenários mantêm $w_1 = 1$, de forma a preservar a minimização do excedente médio agregado de biogás (AABS) e manter consistência com a literatura.

Os cenários A e F atribuem pesos reduzidos a w_2 e w_3 , servindo como configurações de referência para avaliar o comportamento do algoritmo quando a minimização da superprodução é fracamente penalizada. O cenário B, baseado em (MARCUCCI, 2021), enfatiza a viabilidade ao aumentar o peso associado à subprodução. O cenário C reforça ainda mais a viabilidade ao penalizar também o número de dias com demanda não atendida. O cenário G representa uma configuração intermediária, na qual as penalizações por inviabilidade são moderadamente aumentadas sem dominar completamente a função fitness. Por fim, os cenários D e E introduzem explicitamente a estabilidade da produção na função fitness, isto é, a presença do peso w_4 para reduzir a o desvio padrão das produções diárias de biogás.

Os resultados dessa fase são apresentados na Tabela 4.2. A coluna *Gerações* representa o número médio de gerações ao longo do processo de resolução.

Tabela 4.2: Comparação dos cenários de ponderação da função objetivo

Cenário	(w_1, w_2, w_3, w_4)	$\overline{\text{AABS}}$	$\overline{\text{Tempo}}(s)$	$\overline{\text{DP}}$	Soluções Inviáveis	$\overline{\text{Gerações}}$	Melhor AABS
A	(1, 0,05, 0,05, 0)	-0,1	54,5	8,4	10,0	192,7	–
B	(1, 2, 0, 0)	9,9	54,6	8,5	0,0	159,5	7,3
C	(1, 2, 2, 0)	10,8	53,6	7,9	0,0	161,1	8,0
D	(1, 1, 1, 2)	110,5	37,8	9,5	0,0	174,6	88,1
E	(1, 1, 1, 1)	98,1	40,4	8,3	0,0	184,2	53,8
F	(1, 1, 1, 0)	-0,1	49,4	8,4	10,0	184,0	–
G	(1, 1,2, 1,2, 0)	8,1	52,3	8,0	1,0	166,2	6,7

Os cenários A e F, por apresentarem apenas soluções inviáveis, foram descartados. O cenário G obteve uma baixa taxa de inviabilidade e valores competitivos da função *fitness*; contudo, a presença de soluções inviáveis o torna inadequado para as etapas subsequentes.

O cenário B não apresentou soluções inviáveis, mantendo tempo computacional relativamente baixo e um número reduzido de gerações até a convergência. Embora o cenário C tenha apresentado um aumento no valor médio de $\overline{\text{AABS}}$, ele preservou a viabilidade e produziu soluções mais equilibradas sem impacto significativo no esforço computacional.

Os cenários D e E geraram planos de produção com pesos da função *fitness* equilibrados, porém com valores substancialmente mais elevados da função objetivo.

De modo geral, o cenário B foi selecionado para a próxima etapa de calibração, por oferecer o melhor compromisso entre viabilidade, qualidade das soluções e eficiência computacional. Esse cenário gerou consistentemente soluções viáveis, apresentou baixos valores da função *fitness* e exigiu menos gerações para convergir, sendo considerado o mais adequado para a avaliação experimental em larga escala.

4.6.2 Ajuste dos parâmetros do Algoritmo Genético

Após a definição dos pesos da função objetivo na Seção 4.6.1, os parâmetros operacionais do AG foram ajustados na segunda fase de calibração. O objetivo dessa etapa foi identificar uma configuração de parâmetros capaz de alcançar um equilíbrio adequado entre a qualidade das soluções, a velocidade de convergência e o esforço computacional.

Para esse fim, foi avaliado um conjunto de combinações de parâmetros, obtidas a partir da variação dos parâmetros M, E, G, P e S. Cada configuração foi resolvida 10 vezes, de modo a reduzir os efeitos estocásticos. O desempenho foi avaliado com base nos valores de AABS, no tempo médio computacional, no DP e no comportamento de convergência.

Os resultados agregados desse processo de calibração são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Resultados dos experimentos de calibração dos parâmetros do Algoritmo Genético

Configuração	M	E	G	P	S	AABS	$\overline{\text{Tempo}}(s)$	$\overline{DP}$	$\overline{\text{Gerações}}$
1	10	10	200	500	10	10,1	41,6	7,6	158,3
2	10	10	200	1000	10	9,5	88,1	7,1	168,5
3	10	10	2000	500	10	10,0	48,5	7,4	184,2
4	10	10	2000	1000	10	8,3	88,2	6,3	169,6
5	10	20	200	500	10	10,0	39,7	7,8	157,0
6	10	20	200	1000	10	8,5	78,6	6,6	161,8
7	10	20	2000	500	10	9,2	46,3	6,7	190,1
8	10	20	2000	1000	10	8,4	88,3	6,3	184,0
9	20	10	200	500	10	10,2	55,2	7,7	149,5
10	20	10	200	1000	10	8,3	129,6	6,6	178,6
11	20	10	2000	500	10	9,5	50,2	6,8	133,2
12	20	10	2000	1000	10	7,6	120,8	6,2	164,5
13	20	20	200	500	10	9,1	51,2	6,9	149,9
14	20	20	200	1000	10	8,1	110,4	6,4	165,6
15	20	20	2000	500	10	9,0	53,6	7,0	160,1
16	20	20	2000	1000	10	7,9	104,9	6,3	156,4

Os resultados indicam que configurações com tamanhos de população maiores ($P = 1000$) superaram consistentemente aquelas com populações menores em termos de valor da função objetivo, ainda que à custa de maior tempo computacional. Além disso, taxas de mutação mais elevadas (20%) resultaram sistematicamente em soluções de melhor qualidade, sugerindo maior capacidade de exploração do espaço de busca para este problema.

O melhor desempenho global foi obtido com a Configuração 12, que combina taxa de mutação de 20%, elitismo de 10%, população de 1000 indivíduos e 2000 gerações. Essa configuração apresentou o menor valor médio da função objetivo e o menor desvio padrão entre todas as configurações testadas, sendo, portanto, selecionada para os experimentos computacionais subsequentes.

4.7 Controle de estagnação

Com o objetivo de melhorar o comportamento de convergência do Algoritmo Genético proposto e evitar a convergência prematura, foram incorporados ao processo evolutivo diversos mecanismos adaptativos de aprimoramento. Esses mecanismos são ativados dinamicamente com base na diversidade da população e no número de gerações consecutivas

sem melhoria da melhor solução global.

Inicialmente, a diversidade populacional é avaliada a cada geração por meio da comparação entre o valor de *fitness* do melhor indivíduo e o valor médio de *fitness* da elite como um todo. Quando a diferença entre esses valores se torna pequena, isso pode indicar que os indivíduos da elite apresentam homogeneização e resultar em possível estagnação do AG. Formalmente, essa situação é identificada quando a condição

$$(fitness_{melhor} - \overline{fitness_{elite}}) < 10^{-1}$$

é satisfeita. Nesses casos, indivíduos com sequências de planejamento idênticas são removidos da população, com o objetivo de restaurar a diversidade no espaço de busca.

Além disso, quatro estratégias de controle de estagnação são empregadas para lidar com gerações consecutivas sem melhoria da função *fitness*, conforme descrito a seguir:

- A taxa de mutação é aumentada em 10% a cada 10 gerações consecutivas sem melhoria. Sempre que ocorre uma melhoria, a taxa é redefinida para seu valor inicial.
- Após 15 gerações estagnadas, uma epidemia (remoção de diversos indivíduos para buscar diversificação) é aplicada preservando-se apenas os indivíduos elitistas.
- Após 30 gerações sem melhoria, é aplicado um procedimento de busca local que utiliza três operadores de mutação: mutação global simples, mutação global multi-biodigestor e mutação best-fit.
- Após 40 gerações estagnadas, uma epidemia é aplicada para reinicialização quase completa da população, preservando apenas o melhor indivíduo encontrado até então.

Essas estratégias adaptativas permitem o algoritmo equilibrar dinamicamente exploração e esforço computacional durante períodos prolongados de estagnação. Por fim, caso não seja observada qualquer melhoria após 50 gerações consecutivas sem progresso, o processo de otimização é encerrado.

4.8 Algoritmo

O Algoritmo 1 apresenta a estrutura geral do Algoritmo Genético proposto, incluindo os controles de estagnação e de aprimoramento descritos na Seção 4.7.

Algoritmo 1 Algoritmo Genético Adaptativo para o Sequenciamento de Biodigestores

```
1: Entrada: Horizonte de planejamento  $T$ , conjunto de biodigestores  $B$ , perfil de demanda  $D$ 
2: Saída: Melhor solução de sequenciamento encontrada
3: Inicializar a população  $P_0$  com  $N$  indivíduos
4: Avaliar a aptidão de cada indivíduo em  $P_0$ 
5: Identificar o melhor indivíduo  $best$ 
6: Inicializar o contador de gerações  $g \leftarrow 0$  e estagnação
7: while  $g < G_{\max}$  e a estagnação global não for atingida do
8:   Selecionar os pais utilizando seleção por torneio
9:   Aplicar os operadores de cruzamento e mutação
10:  Gerar a população descendente  $O_g$ 
11:  Avaliar a aptidão de  $O_g$ 
12:  Formar a nova população  $P_{g+1}$  utilizando elitismo
13:  Identificar a melhor solução da geração atual
14:  if a melhor solução atual melhora  $best$  then
15:    Atualizar  $best$ 
16:    estagnação = 0
17:  else
18:    estagnação = estagnação + 1
19:  end if
20:  Mecanismos adaptativos e de diversidade:
21:  if estagnação  $\geq 10$  then
22:    Mutação = Mutação * 0,1
23:  end if
24:  if estagnação  $\geq 15$  then
25:    Substituir parte da população por indivíduos gerados aleatoriamente
26:  end if
27:  if estagnação  $\geq 30$  then
28:    Aplicar busca local aos indivíduos da elite
29:  end if
30:  if estagnação  $\geq 40$  then
31:    Reinicializar a população preservando a melhor solução global
32:  end if
33:  if estagnação  $\geq 50$  then
34:    estagnação global atingida
35:  end if
36:   $g \leftarrow g + 1$ 
37: end while
38: return  $best$ 
```

Capítulo 5

Testes computacionais

Este capítulo apresenta a avaliação computacional dos modelos e métodos propostos nesta tese, com o objetivo de analisar seu desempenho na resolução do problema de planejamento da produção de biogás. São descritos os cenários experimentais, os dados utilizados, os critérios de avaliação adotados e o ambiente computacional empregado. Em seguida, são apresentados e discutidos os resultados obtidos pelo modelo matemático (3.1)–(3.11) e pelo algoritmo genético descrito no Capítulo 4, com ênfase na qualidade das soluções e no tempo computacional.

Os testes foram realizados em um computador equipado com processador Xeon E5 2666 V3, 16 GB de memória RAM e placa de vídeo RX 550. A implementação do modelo matemático foi desenvolvida em linguagem C++, com o auxílio do software de otimização IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 22.10 (a ser denominado CPLEX ao longo da tese), enquanto o algoritmo genético foi implementado em Python.

5.1 Ciclo de produção de biogás

Para garantir que o problema de sequenciamento reflita a realidade operacional de uma planta de biogás, os dados de entrada (curvas de produção) não são gerados de forma simples. Eles são o resultado da simulação do processo de digestão anaeróbia em biodigestores em batelada.

O modelo de Hill, Tollner e Holmberg (1983) foi utilizado com as adaptações para regime de batelada propostas por Marcucci (2018). O modelo consiste em um sistema de quatro equações diferenciais ordinárias e está apresentado em (5.1) - (5.4).

$$\frac{dS_1}{dt} = -\frac{S_1}{\theta} - \frac{\mu_1 X_1}{Y_1} \quad (5.1)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = \frac{(S_1 - S_2)}{\theta} - \frac{\mu_2 X_2}{Y_2} + \frac{\mu_1 X_1 (1 - Y_1)}{Y_1} \quad (5.2)$$

$$\frac{dX_1}{dt} = (\mu_1 - k_1 - \frac{1}{\theta})X_1 \quad (5.3)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = (\mu_2 - k_2 - \frac{1}{\theta})X_2 \quad (5.4)$$

Especificamente no sistema (5.1) - (5.4), S_1 e X_1 representam a concentração de substrato e biomassa da fase acidogênica, respectivamente, enquanto S_2 e X_2 referem-se à fase metanogênica. O termo θ representa o tempo de retenção hidráulica. k_1 e Y_1 e Y_2 representam respectivamente a taxa de mortalidade e o coeficiente de rendimento das bactérias na primeira fase. De forma análoga, k_2 e Y_2 representam respectivamente a taxa de mortalidade e crescimento de rendimento das bactérias na segunda fase.

As taxas específicas de crescimento microbiano (μ_1, μ_2) seguem a cinética de Monod. O diferencial deste modelo para a geração de instâncias é a dependência da taxa máxima de crescimento ($\mu_{\max}$) em relação à temperatura. A solução numérica deste sistema de EDOs resulta em uma curva de taxa de produção de biogás ao longo do tempo, $P(t)$, calculada a partir do consumo de substrato na segunda fase:

$$P(t) = \left(\frac{\mu_2 X_2}{Y_2} \right) \cdot V \cdot \eta \quad (5.5)$$

em que V é o volume do biodigestor e η o fator de conversão. Essas curvas de produção de biogás $P(t)$ são então armazenados e utilizados como parâmetros de entrada para o problema de sequenciamento.

A geração de diferentes curvas de biogás foi realizada através da combinação de diferentes parâmetros aplicados ao Modelo (5.1) - (5.4). Os parâmetros aplicados estão descritos na Seção 5.4.

5.2 Descrição das instâncias

O desempenho do modelo matemático e do AG foram verificados por instâncias próprias e da literatura. P

As instâncias Cenário 1 e Cenário 2 pertencem a classe "Testes de validação" e foram elaboradas pelo autor desta tese para validar a resolução do modelo matemático (3.1) - (3.11). Elas apresentam horizonte de planejamento e ciclos de produção de biogás reduzidos. As demais instâncias foram geradas a partir do modelo (5.1) - (5.4) e pertencem às classes: demanda constante, demanda sazonal e número de biodigestores.

5.3 Teste de validação

5.3.1 Cenário 1

O cenário 1 apresenta um horizonte de planejamento T de 60 períodos, sendo 11, 38 e 11 períodos distribuídos respectivamente em pré-demanda, durante a demanda e pós demanda. O ciclo de produção de cada biodigestor é apresentado na Figura 5.1.

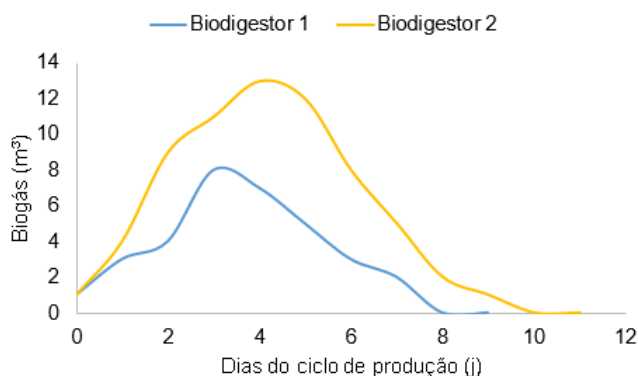


Figura 5.1: Curva de produção diária dos biodigestores 1 e 2 do cenário 1. Fonte: própria

Note que cada biodigestor possui uma duração T_i do ciclo de produção diferente, sendo 10 dias de operação para o Biodigestor 1 e 12 dias para o Biodigestor 2. Ambos necessitam de 2 dias para limpeza, que ocorre ao fim do ciclo de produção.

O planejamento da produção do Cenário 1 compreende atender a demanda de biogás dos 38 períodos do horizonte de planejamento, sendo permitido utilizar os períodos pré e pós demanda. A curva de demanda apresenta valores entre 0 e 20, sendo que o período 32 possui a maior demanda por biogás com 20m³.

A Figura (5.2) exibe a solução encontrada pelo modelo matemático (3.1) - (3.11).

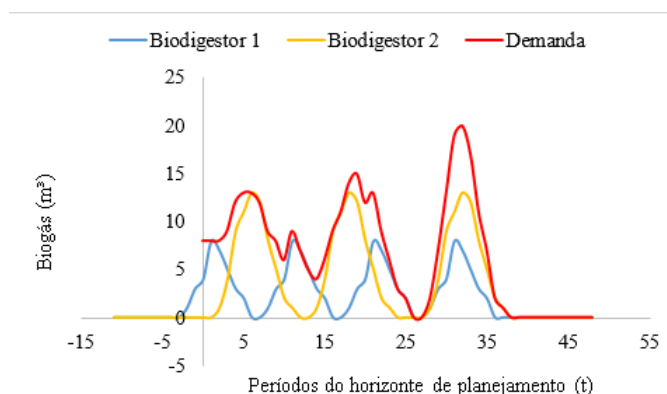


Figura 5.2: Planejamento da produção dos biodigestores 1 e 2 do cenário 1. Fonte: própria

A harmonização entre a curva de demanda e as curvas de produção dos biodigestores tende a indicar que a produção diária será similar à demanda diária de biogás. Picos de demanda como nos períodos 5, 19 e 32 são acompanhados pela soma da produção dos 2 biodigestores. O biodigestor 1 entrou em funcionamento 4 vezes, enquanto o biodigestor 2 precisou entrar em funcionamento 3 vezes. O maior uso do biodigestor 2 é justificável pela sua menor curva de produção (ver Figura (5.1)), o que pode resultar em menos produções excessivas. Isso também contribui para não limitar o número de vezes que o biodigestor pode ser utilizado.

As Figuras (5.3) e (5.4) apresentam as produções diárias e o desvio de produção acumulada.

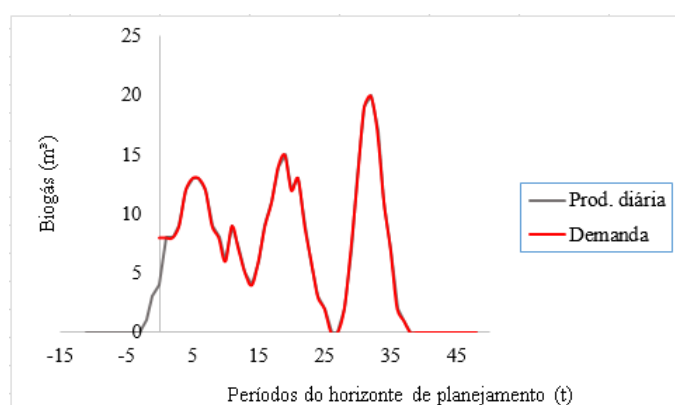


Figura 5.3: Produção diária biodigestores 1 e 2 do Cenário 1. Fonte: própria

A solução do Cenário 1 é ideal do ponto de vista econômico. A produção diária acompanha exatamente a curva de demanda, com exceção dos primeiros períodos. Isto ocorre

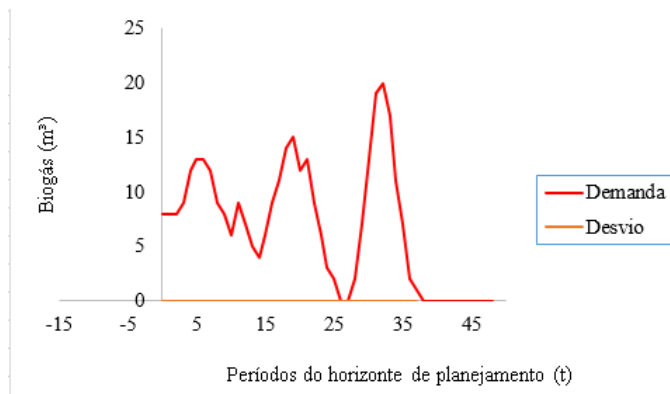


Figura 5.4: Desvio da produção acumulada dos biodigestores 1 e 2 do Cenário 1. Fonte: própria

pois a demanda de 8 m³ de biogás do período 0 é atendida com antecedência durante a fase pré-demanda.

A solução do Cenário 1 possui desvio nulo, uma vez que desvios de produção pré e pós-demanda não são contabilizados na função objetivo. O desvio representa a diferença entre a produção acumulada e demanda, a qual inexistente nos períodos anteriores a 0.

5.3.2 Cenário 2

O Cenário 2 possui 3 biodigestores com 13, 16 e 12 dias de operação durante o ciclo de produção de biogás. Os períodos pré e pós-demanda estão disponíveis e os 3 biodigestores podem ser utilizados o quanto for necessário.

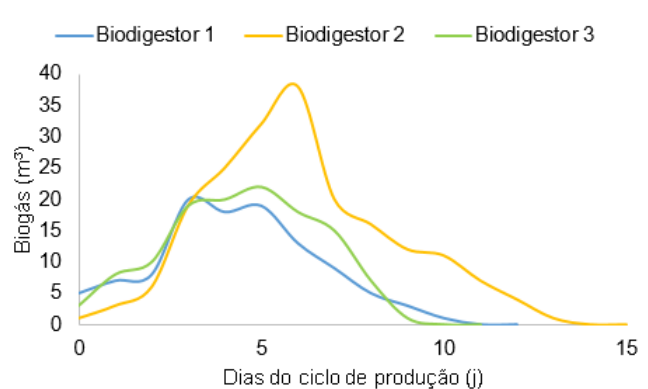


Figura 5.5: Produção diária biodigestores 1 e 2 e 3 do Cenário 2. Fonte: própria

O período de limpeza de qualquer biodigestor neste cenário é de 2 dias e também está no fim do ciclo de produção. Quanto maior o número de biodigestores mais alternativas de planejamento são possíveis, o que pode aumentar a complexidade do modelo.

A demanda de biogás é razoavelmente dispersa e varia de 4 a 38m³. Curvas de demanda com sazonalidade baixa e alta dispersão podem resultar em um maior desvio produtivo de biogás, a não ser que os biodigestores possuam ciclos de produção com comportamento semelhante à curva de demanda. A Figura 5.6 é a solução ótima encontrada para o planejamento do Cenário 2.

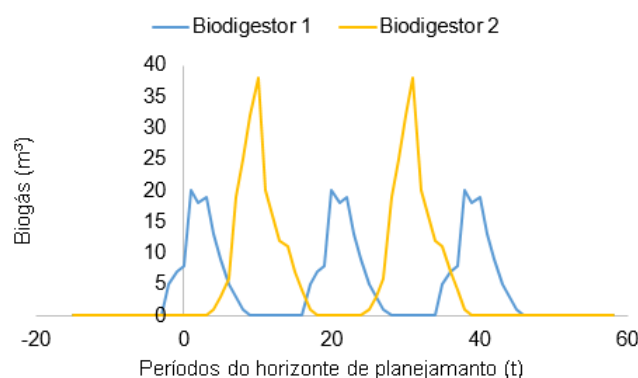


Figura 5.6: Produção diária biodigestores 1 e 2 do Cenário 2. Fonte: própria

A solução ótima encontrada para o Cenário 2 possui valor da função objetivo 45 e utiliza os biodigestores 1 e 2. Embora o biodigestor 3 tenha pico máximo e ciclo de produção semelhantes ao do biodigestor 1, ele não foi escolhido para atender a demanda de biogás. Isto pode indicar que a curva de demanda é semelhante a de produção diária. As Figuras (5.7) e (5.8) apresentam as curvas de produção diária da solução ótima do Cenário 2.

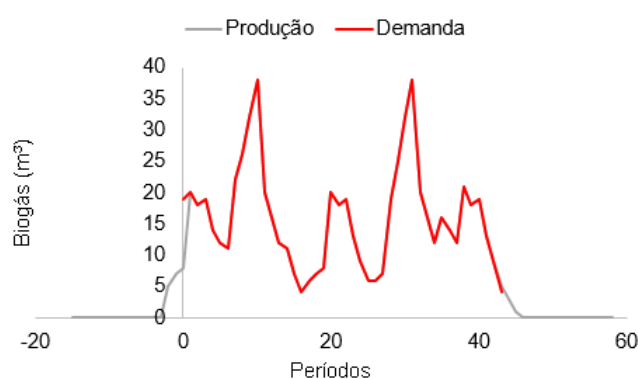


Figura 5.7: Produção diária dos biodigestores 1 e 2 do Cenário 2. Fonte: própria

A Figura 5.7 mostra que ocorreu produção nos períodos pré demanda justamente para iniciar o período 0 atendendo à demanda. As curvas de produção diária e de demanda são semelhantes, o que induz a imaginar uma função objetivo de valor 0m³.

A Figura 5.8 demonstra que o desvio é mínimo durante os períodos com demanda de

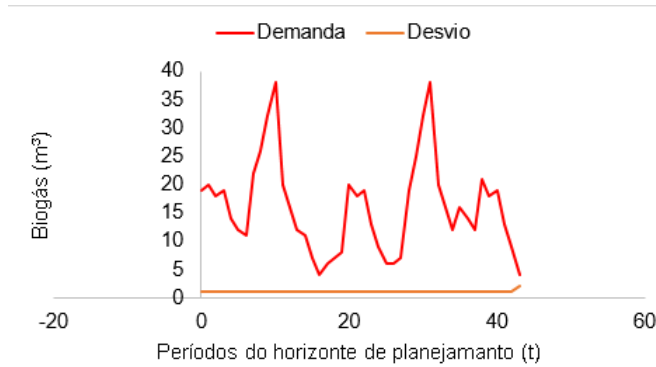


Figura 5.8: Desvio da produção acumulada dos biodigestores 1 e 2 do Cenário 2. Fonte: própria

biogás e permanece durante todo o horizonte de planejamento. É interessante notar que este desvio ocorre mesmo com a curva de produção acompanhando a demanda. A razão disto é que a demanda entre os períodos 0 e 43 dias não era alta o suficiente para contemplar o estoque de biogás.

5.4 Instâncias da literatura

Os ciclos de produção de biogás de cada biodigestor foram gerados a partir do modelo matemático (5.1) - (5.4) apresentado em (MARCUCCI, 2018; KHAN; STACEY; SHEPHERD, 2012) e descrito na Seção 5.1. Os experimentos computacionais consideram dois grupos de biodigestores, Grupo A e Grupo B, sendo que cada grupo possui 5 biodigestores. Bi_A e Bi_B , com $i = 1, \dots, 5$, representam o Biodigestor i do Grupo A e do Grupo B, respectivamente, com $N = 5$.

Os ciclos do grupo B foram gerados a partir de diferentes taxas máximas de crescimento bacteriano (μ_{max}), sendo elas: 0,1; 0,15; 0,20; 0,25 e 0,3 por dia, respectivamente. As durações dos ciclos para Bi_B , $i = 1, \dots, 5$, foram de 40, 37, 31, 22 e 21 dias, respectivamente. Os ciclos de produção de biogás no grupo A são semelhantes aos do grupo B, considerando apenas os primeiros 70% de cada ciclo do grupo B. Assim, as durações dos ciclos para Bi_A , $i = 1, \dots, 5$, são 28, 26, 22, 15 e 15 dias. Essa abordagem permite investigar a relação entre a duração do ciclo de produção de biogás e a quantidade de biogás produzido diariamente e, conseqüentemente, o excedente gerado. A Tabela 5.1 apresenta as características dos biodigestores utilizadas nos experimentos computacionais.

A produção média diária total de biogás de Bi_A e Bi_B , com $i = 1, \dots, 5$, é obtida por meio

Tabela 5.1: Características dos biodigestores utilizados nos experimentos computacionais.

	B1 _A	B2 _A	B3 _A	B4 _A	B5 _A	B1 _B	B2 _B	B3 _B	B4 _B	B5 _B
Duração do ciclo (dias)	28	26	22	15	15	40	37	31	22	21
Produção máx. diária de biogás (m ³)	4	6	9	7	13	4	6	9	7	13
Produção méd. diária de biogás (m ³)	1,4	1,4	2,1	2,5	3,3	1,1	1,0	1,5	1,7	2,3
Produção méd. diária total de biogás (m ³)	10,6					7,6				

da soma da produção média diária de cada biodigestor. Conforme mostrado na Tabela 5.1, a produção média dos biodigestores Bi_A , $i = 1, \dots, 5$, é superior à dos biodigestores Bi_B , em função da exclusão dos dias menos produtivos.

A Figura 5.9 apresenta a curva de produção de Bi , $i = 1, \dots, 5$, utilizada como dado de entrada nos experimentos computacionais. O último dia de cada ciclo foi reservado para a limpeza do biodigestor, resultando em uma taxa de produção de biogás igual a zero.

Os experimentos mostram o impacto da demanda constante e sazonal, bem como da quantidade de biodigestores, para ambos os grupos Bi_A , $i = 1, \dots, 5$ e Bi_B , $i = 1, \dots, 5$, analisados separadamente. Nestes experimentos, a produção em pequena escala é alocada para a demanda constante (a demanda sazonal representa uma variação no consumo de biogás) e a eficiência na alocação de recursos está relacionada ao número de biodigestores disponíveis. A diferença entre as durações dos ciclos de biogás nas instâncias dos Grupos A e B permite avaliar o desempenho do modelo matemático e do AG em conjuntos de dados maiores. O tempo limite (TL) para resolução de cada instância foi de 7200 segundos.

As métricas analisadas nos experimentos são:

- Excedente agregado médio de biogás (AABS) (volume): representa o excedente médio total de biogás ao longo de todo o horizonte de planejamento. Um valor menor de AABS indica que a solução consegue atender à demanda diária com menor superprodução de biogás;
- Desvio padrão (DP) (volume): desvio padrão das variáveis de decisão $Prod_t$, $t = 1, \dots, T$;
- Tempo computacional (segundos): tempo gasto para resolver a instância;
- Gap: distância entre a solução atual encontrada e a melhor solução conhecida até o momento. Um gap nulo indica que a solução ótima foi obtida.

$$\text{Gap (\%)} = \frac{z_{found} - z_{best}}{z_{best}} \times 100,$$

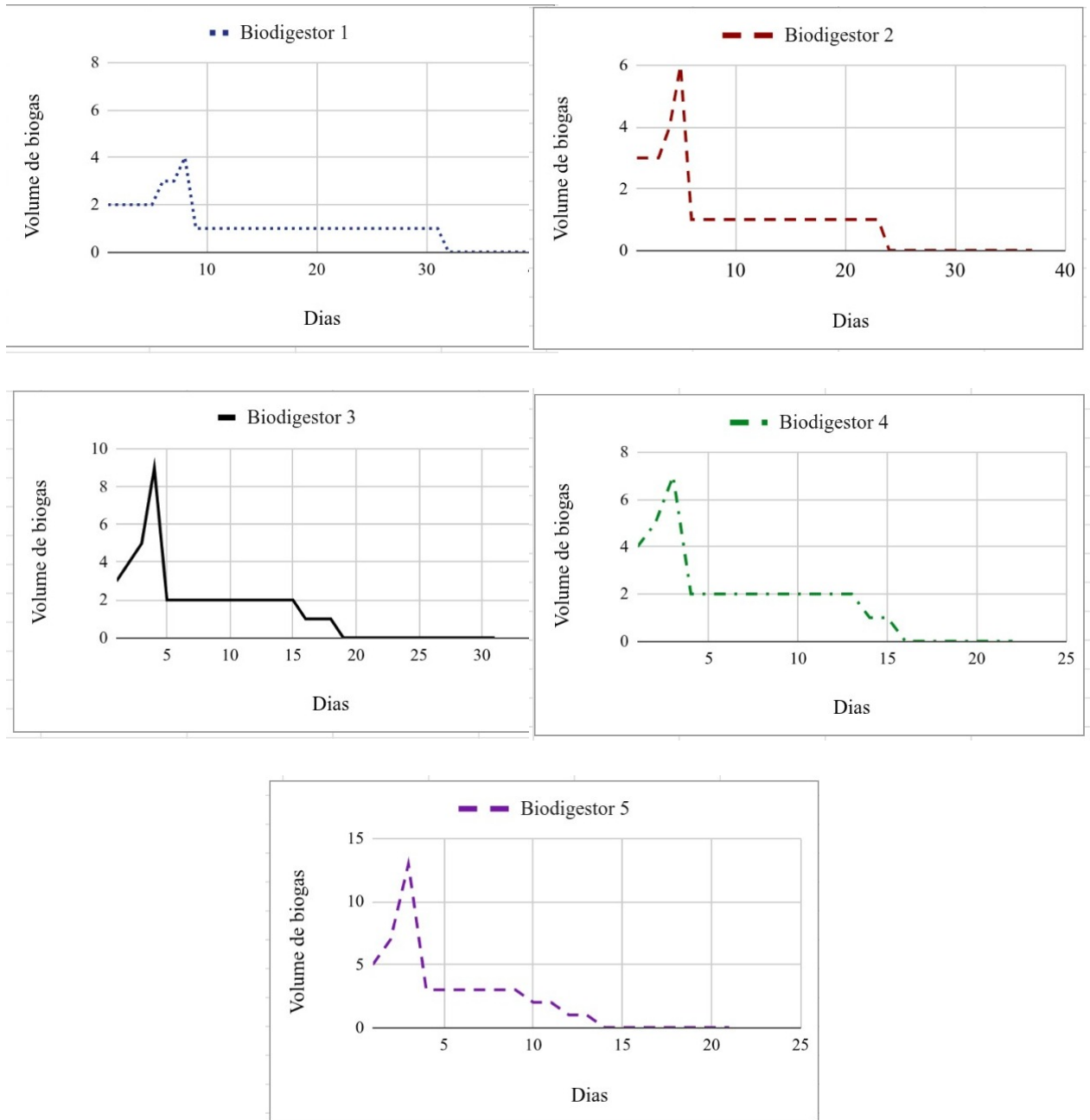


Figura 5.9: Ciclos da produção de biogás para Bi_B , $i = 1, \dots, 5$.

em que z_{found} representa o valor da solução encontrada e z_{best} o valor da melhor solução conhecida. Um gap igual a zero indica que a solução ótima foi encontrada.

- Primeiro dia de uso: vetor que representa o primeiro dia em que cada biodigestor i , $i = 1, \dots, N$, inicia seu primeiro ciclo de produção;
- Número de ativações: vetor que representa a quantidade de vezes que um biodigestor i , $i = 1, \dots, N$, é utilizado ao longo de todo o horizonte de planejamento.

5.4.1 Demanda constante

Neste grupo de testes, foram consideradas diferentes demandas diárias constantes de biogás ao longo do horizonte de planejamento. A demanda constante para o grupo A é denominada CD_A , e para o grupo B, CD_B . O horizonte de planejamento para CD_A é de 120 dias, com um período de consumo de 63 dias e 57 dias referentes aos períodos de pré e pós-consumo. O horizonte de planejamento para CD_B é de 171 dias, com um período de consumo de 90 dias e 81 dias correspondentes aos períodos de pré e pós-consumo. A demanda nas instâncias é indicada entre parênteses.

A demanda diária inicial de biogás para CD_A e CD_B foi fixada em 5 unidades cada. A demanda foi aumentada incrementalmente em 1 unidade até atingir 12 unidades e, a partir daí, passou a ser aumentada em 2 unidades. Esse processo foi repetido até que a instância se tornasse inviável. As soluções obtidas com as estratégias de solução propostas são apresentadas a seguir.

Resolução do Modelo Matemático com Solver Comercial

Os resultados obtidos com o modelo matemático (3.1) - (3.11) para as instâncias CD_A e CD_B são apresentados na Tabela 5.2. As instâncias $CD_A(16)$ e $CD_B(12)$ são infactíveis.

Tabela 5.2: Resultados do solver comercial para demanda constante.

Instância	AABS (volume)	DP (volume)	Tempo (s)	Gap	Primeiro Dia de uso	Número de ciclos
$CD_A(5)$	2,4	3,0	55	0	(32, 40, 47, 59, 00)	(1, 2, 2, 2, 0)
$CD_A(6)$	2,9	3,3	618	0	(25, 70, 42, 48, 33)	(1, 1, 2, 2, 2)
$CD_A(7)$	2,6	4,1	113	0	(33, 32, 41, 29, 56)	(2, 2, 2, 4, 1)
$CD_A(8)$	3,4	3,2	1107	0	(40, 31, 28, 47, 36)	(1, 2, 3, 3, 3)
$CD_A(9)$	5,3	6,1	TL	32,3	(55, 29, 39, 30, 34)	(1, 3, 2, 4, 4)
$CD_A(10)$	3,5	3,8	2	0	(38, 70, 28, 31, 34)	(2, 1, 3, 4, 4)
$CD_A(11)$	12,0	10,5	1	0	(38, 23, 32, 21, 39)	(2, 3, 3, 4, 4)
$CD_A(12)$	28,2	24,1	1	0	(27, 26, 32, 22, 25)	(3, 3, 3, 5, 5)
$CD_A(14)$	73,4	59,2	0	0	(29, 09, 12, 20, 09)	(3, 4, 4, 5, 6)
$CD_A(16)$	-	-	-	-	-	-
$CD_B(5)$	2,9	4,1	TL	17,2	(60, 53, 46, 41, —)	(2, 2, 3, 4, 0)
$CD_B(6)$	4,3	3,7	TL	47,7	(51, 67, 41, 45, 59)	(2, 2, 3, 4, 2)
$CD_B(7)$	5,2	5,7	TL	3,0	(95, 37, 48, 44, 61)	(1, 3, 3, 4, 3)
$CD_B(8)$	11,4	9,8	31	0	(53, 70, 54, 46, 40)	(2, 2, 3, 1, 5)
$CD_B(9)$	31,3	35,9	1	0	(22, 34, 48, 29, 37)	(3, 3, 3, 5, 5)
$CD_B(10)$	60,8	62,8	0	0	(26, 35, 21, 30, 16)	(3, 3, 4, 5, 6)
$CD_B(11)$	104,1	87,8	1	0	(01, 01, 22, 08, 16)	(4, 4, 4, 6, 6)
$CD_B(12)$	-	-	-	-	-	-

Pelos valores obtidos, nota-se que demandas mais elevadas de biogás geralmente resultam em um aumento do AABS, uma vez que a demanda diária frequentemente supera a capacidade média de produção dos biodigestores. Esse padrão pode ser observado em quase todas as instâncias do grupo A e também no grupo B. Em casos de alta demanda, o sequenciamento precisa incluir o uso dos períodos de pré-consumo, o que contribui para o aumento do AABS. Por exemplo, o valor médio do Primeiro dia de uso para $CD_A(5)$ é de 44 dias $((32+40+47+59)/4)$, enquanto para $CD_A(14)$ é de 16 dias $((29+9+12+20+9)/5)$. De forma semelhante, para $CD_B(5)$ o valor médio do primeiro dia de uso é de 50 dias $((60+53+46+41)/4)$, cinco vezes maior que os 10 dias $((1+1+22+8+16)/5)$ de $CD_B(11)$.

Em alguns casos, o aumento da demanda não resulta em aumento do AABS. O AABS para $CD_A(6)$ é de 2,9 unidades de biogás, enquanto para $CD_A(7)$ é de 2,6 unidades. Isso pode ocorrer porque a combinação dos biodigestores pode ter um desempenho mais eficiente sob uma demanda mais elevada, desde que as curvas de produção de biogás estejam melhor sincronizadas com essa demanda específica. O mesmo padrão pode ser observado entre as instâncias $CD_A(9)$ e $CD_A(10)$ no que se refere ao AABS. No entanto, o tempo limite foi atingido em $CD_A(9)$, de modo que os valores de AABS poderiam ser ainda mais próximos.

Demandas diárias elevadas de biogás que excedem a produção média diária são menos sensíveis a melhores sequenciamentos, pois a produção total dos biodigestores pode não ser suficiente para atender à demanda. Isso reduz o número de sequenciamentos viáveis, o que, por sua vez, requer menos tempo de processamento para resolver esses casos. Como mostrado na Tabela 5.2, as instâncias $CD_A(11)$, $CD_A(12)$, $CD_A(13)$, $CD_A(14)$, $CD_B(9)$, $CD_B(10)$ e $CD_B(11)$ foram resolvidas quase que instantaneamente.

Por outro lado, para atender a uma demanda diária de biogás mais baixa, pode ser necessário maior esforço computacional para que o modelo matemático consiga equilibrar a produção ao longo do período de planejamento. Qualquer alteração no sequenciamento dos biodigestores pode causar uma redução significativa na superprodução de biogás, o que torna a otimização mais difícil. O tempo limite foi atingido nas instâncias $CD_A(9)$, $CD_B(5)$, $CD_B(6)$ e $CD_B(7)$. Em todas essas quatro instâncias, a demanda diária de biogás é ligeiramente inferior à produção média de 10,6 unidades para o grupo A e 7,6 unidades para o grupo B, resultando em uma margem estreita entre a produção e a demanda diárias, o que levou aos gaps observados na Tabela 5.2.

A inclusão de dias extras pré e pós-demanda não garante a existência de um sequen-

ciamento viável, como pode ser observado na Tabela 5.2, nas instâncias com alta demanda diária de biogás, como $CD_A(16)$ e $CD_B(12)$. A criação de um período de pré-consumo infinito tornaria qualquer instância viável, mas deixaria de representar uma situação realista.

Solução: Algoritmo genético

Os resultados da aplicação do AG para as instâncias CD_A e CD_B são apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Resultados do Algoritmo Genético para demanda constante.

Instância	AABS (volume)	DP (volume)	Tempo (s)	Gerações	Primeiro Dia de uso	Número de ciclos	Gap (%)
$CD_A(5)$	6,2	4,6	149,2	244	(60, 56, 37, 80, 30)	(2, 1, 3, 1, 2)	158,3
$CD_A(6)$	6,1	5,8	98,4	199	(43, 36, —, 41, 29)	(1, 2, 0, 3, 4)	110,3
$CD_A(7)$	7,1	5,2	76,4	145	(57, 21, 36, 33, 44)	(1, 2, 2, 3, 3)	173,1
$CD_A(8)$	7,8	5,0	71,0	145	(31, 18, 33, 48, 41)	(2, 2, 3, 2, 4)	129,4
$CD_A(9)$	7,5	5,4	76,6	172	(13, 34, 44, 32, 39)	(3, 2, 3, 4, 3)	41,5
$CD_A(10)$	9,7	8,1	63,2	151	(06, 29, 40, 33, 44)	(4, 3, 3, 4, 3)	177,1
$CD_A(11)$	17,9	10,7	41,2	101	(38, 30, 30, 42, 20)	(2, 3, 3, 4, 5)	49,2
$CD_A(12)$	42,5	24,4	38,1	97	(17, 22, 18, 25, 35)	(3, 3, 4, 5, 4)	50,7
$CD_A(14)$	90,3	60,7	53,1	159	(29, 09, 03, 21, 02)	(3, 4, 4, 5, 6)	23,0
$CD_B(5)$	9,8	7,6	112,9	143	(29, 55, 48, 75, 64)	(2, 2, 2, 2, 3)	237,9
$CD_B(6)$	8,8	6,2	141,4	191	(70, 66, 47, 36, 52)	(2, 2, 2, 3, 4)	104,6
$CD_B(7)$	12,1	10,1	73,8	111	(64, 26, 41, 59, 52)	(2, 3, 3, 3, 4)	132,6
$CD_B(8)$	20,3	13,2	66,9	113	(61, 32, 52, 44, 37)	(2, 3, 3, 4, 5)	78,1
$CD_B(9)$	53,0	35,0	61,8	116	(22, 02, 50, 06, 54)	(3, 4, 3, 6, 4)	69,3
$CD_B(10)$	88,0	60,8	50,1	106	(21, 38, 21, 01, 02)	(3, 3, 4, 5, 6)	44,7
$CD_B(11)$	133,5	89,9	52,8	121	(01, 38, 01, 01, 09)	(4, 3, 5, 6, 6)	28,2

Comparando a solução do AG com a obtida com o solver comercial (Tabela 5.2) nota-se melhor desempenho do modelo em termos de AABS e desvio padrão para instâncias com demanda constante. Esse comportamento é esperado, uma vez que o AG proposto não minimiza diretamente o indicador AABS. Em vez disso, o método otimiza uma função de aptidão agregada que busca equilibrar simultaneamente a superprodução e a subprodução de biogás. Como consequência, o algoritmo pode aceitar níveis médios de sobra ligeiramente mais elevados a fim de reduzir o risco de não atendimento da demanda.

O Gap entre o solver comercial e o AG apresentou uma variação significativa para as instâncias CD_A e CD_B , especialmente na instância $CD_B(5)$ com valor de 237,9 %. De fato, 8 das 16 instâncias apresentaram Gap acima de 100% em relação ao solver comercial. Isso é explicado pela particularidade da demanda constante. Diferente das instâncias sazonais, a demanda constante exige um encaixe perfeito entre as curvas de produção dos biodigestores

e a demanda de biogás. Para que o excesso seja minimizado, as fases de ascensão e declínio de cada ciclo de biogás devem se sobrepor de maneira precisa para resultar em um somatório linear. O solver comercial utiliza algoritmos que exploram a estrutura linear do problema para encontrar esse arranjo ótimo com precisão, enquanto o AG enfrenta maior dificuldade em coordenar essas sobreposições.

Contudo, a dificuldade de convergência do solver comercial não implica necessariamente em um Gap elevado para a heurística. Embora a instância $CD_B(5)$ tenha atingido o Tempo Limite (TL) no solver comercial e apresentado um Gap expressivo, essa correlação é refutada pela instância $CD_A(9)$. Mesmo com o método exato também atingindo o TL nesta última, o AG obteve um Gap consideravelmente menor, de 41,5%. Tal comportamento indica que, em certas configurações de busca, o AG consegue identificar soluções de alta qualidade com mais eficiência que o solver, mesmo quando o sequenciamento é complexo para ambos.

Ainda assim, o AG foi capaz de gerar cronogramas factíveis e estáveis para todas as instâncias testadas, incluindo aquelas em que o método exato atinge o limite de tempo computacional. Enquanto o tempo limite é alcançado em 4 das 16 instâncias dos grupos CD, o tempo de execução do método proposto variou entre 38,1 e 149,2 segundos.

O número de gerações necessárias para a convergência do Algoritmo Genético não atingiu o limite superior previamente definido de 2000 gerações em nenhuma das instâncias de demanda constante. De fato, a convergência ocorreu de forma relativamente rápida, com o algoritmo encerrando entre 97 e 244 gerações em todos os casos analisados. A Figura 5.10 apresenta o desempenho da resolução da Instância com maior tempo de execução, $CD_A(5)$.

Conforme a Figura 5.10 o AG melhora rapidamente o *fitness* nas primeiras iterações, com ligeiros progressos a partir da iteração 50. Isso ocorre pois o espaço de busca contém um número limitado de regiões distintas de alta qualidade. Uma vez que algumas dessas regiões é alcançada, os operadores genéticos produzem ganhos marginais ou inexistentes na aptidão, acionando o critério de parada baseado em estagnação, mesmo com a aplicação do operador de cruzamento. Assim, o número reduzido de gerações não deve ser interpretado como convergência prematura, mas sim como um indicativo de que o AG explora de forma eficiente a regularidade estrutural do problema sob condições de demanda constante.

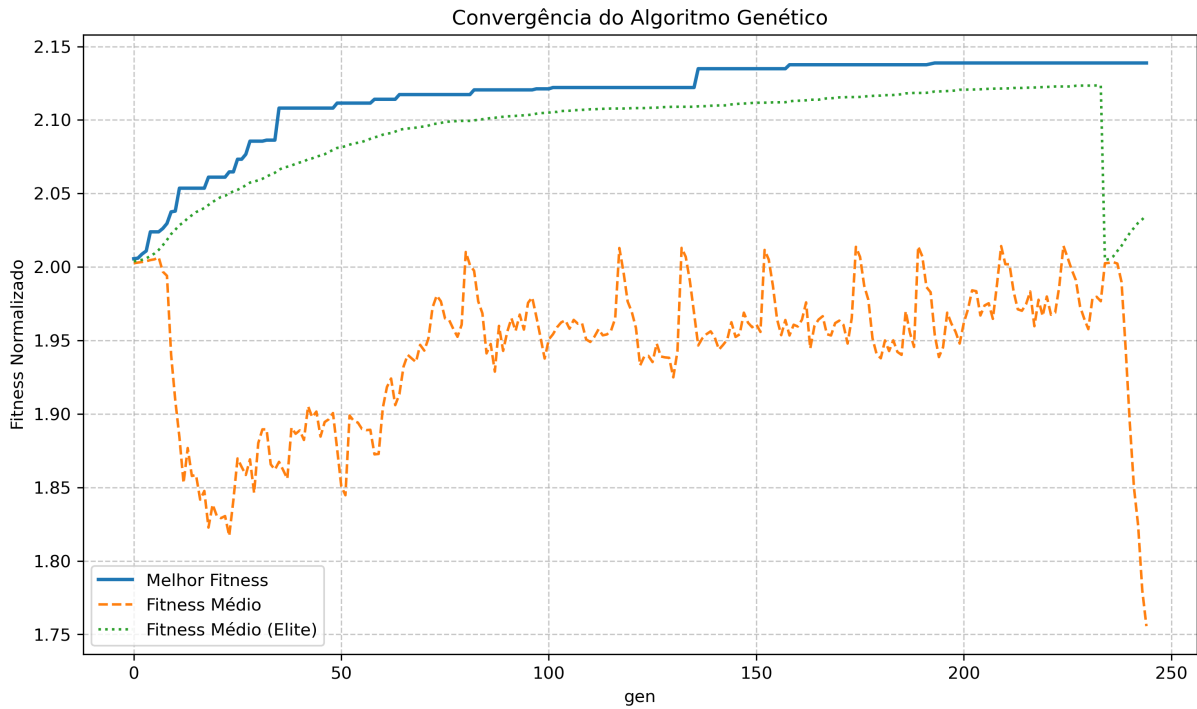


Figura 5.10: Convergência do Algoritmo Genético para a instância $CD_A(5)$

5.4.2 Demanda sazonal

As instâncias com demanda sazonal são denominadas SeD_A para o grupo A e SeD_B para o grupo B. Para esse tipo de demanda, foram definidas 5 instâncias SeD_A e 5 instâncias SeD_B com diferentes perfis de demanda sazonal. O horizonte de planejamento para cada grupo é o mesmo descrito na Seção 5.4.1. Cada uma dessas instâncias inclui três níveis distintos de demanda, distribuídos uniformemente ao longo do horizonte de planejamento. Os valores entre parênteses referem-se às respectivas demandas.

Cada valor de demanda é distribuído uniformemente por 21 dias, de forma que T para SeD_A é igual a 63 dias. Por exemplo, a instância $SeD_A(5,6,7)$ possui F igual a 29 dias. Assim, T compreende 63 dias, com uma demanda de 5 unidades nos primeiros 21 dias, 6 unidades nos 21 dias seguintes e 7 unidades nos últimos 21 dias. Após esse período, G corresponde a 28 dias. Da mesma forma, nas instâncias SeD_B , os três níveis de demanda são distribuídos por 30 dias cada, resultando em um T de 90 dias.

Resolução do Modelo Matemático com solver comercial

Os resultados da aplicação do modelo matemático (3.1) - (3.11) para as instâncias SeD_A e SeD_B são apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Resultados do solver comercial para demanda sazonal.

Instância	AABS (volume)	DP (volume)	Tempo (s)	Gap	Primeiro Dia de uso	Número de ciclos
SeD _A (5,6,7)	2,8	3,7	100	0	(36, 59, 49, 43, 30)	(2, 1, 2, 2, 2)
SeD _A (16,14,12)	61,1	58,5	1	0	(17, 10, 11, 06, 23)	(3, 4, 4, 6, 5)
SeD _A (5,8,11)	5,1	5,2	5	0	(66, 44, 55, 38, 30)	(1, 2, 2, 3, 4)
SeD _A (14,5,10)	10,9	14,5	25	0	(36, 19, 37, 19, 29)	(2, 3, 2, 5, 2)
SeD _A (6,10,5)	3,1	4,5	99	0	(35, 64, 47, 29, 55)	(1, 1, 2, 4, 1)
SeD _B (5,6,7)	5,1	4,2	TL	52,1	(54, 66, 45, 41, 92)	(2, 2, 3, 4, 2)
SeD _B (16,14,12)	-	-	-	-	-	-
SeD _B (5,8,11)	31,5	32,1	1	0	(61, 36, 55, 53, 39)	(2, 3, 3, 4, 5)
SeD _B (14,5,10)	38,9	51,1	1001	0	(21, 30, 21, 42, 14)	(3, 3, 4, 4, 6)
SeD _B (6,10,5)	12,5	15,8	32	0	(42, 39, 59, 41, 53)	(2, 3, 2, 4, 4)

A instância SeD_B(5, 6, 7) foi a única que o CPLEX não conseguiu resolver de forma ótima dentro do limite de tempo (TL). Esse resultado era esperado, uma vez que SeD_B(5, 6, 7) apresenta demandas de 5, 6 e 7 m³, que exigem maior tempo de processamento, conforme os resultados observados em CD_B(5), CD_B(6) e CD_B(7).

No entanto, a instância SeD_B(6,5,10) foi resolvida quase imediatamente, apesar de conter dois níveis de demanda potencialmente demorados (6 e 5 unidades). Isso sugere que a relação entre os níveis de demanda ao longo do horizonte de planejamento pode exercer um papel mais relevante na complexidade da instância do que os próprios níveis de demanda isoladamente.

As instâncias SeD_A(5,6,7) e SeD_A(16,14,12) apresentam padrões contrastantes em suas curvas de demanda, caracterizadas, respectivamente, por um aumento e uma diminuição gradual. É importante destacar que o menor desvio padrão da superprodução foi registrado em SeD_A(5,6,7), enquanto SeD_A(16,14,12) apresentou o maior valor. Essa observação sugere que a quantidade da demanda diária de biogás exerce maior influência sobre o sequenciamento do que o comportamento da curva de demanda ao longo do horizonte de planejamento.

Solução: Algoritmo Genético

Os resultados da aplicação do AG apresentado na Seção 4 para as instâncias SeD_A e SeD_B são apresentados na Tabela (5.5)

Tabela 5.5: Resultados do Algoritmo Genético para demanda sazonal.

Instância	AABS (volume)	DP (volume)	Tempo (s)	Gerações	Primeiro Dia de uso	Número de ciclos	Gap (%)
$SeD_A(5,6,7)$	4,5	3,7	128,4	251	(42, 64, 34, 29, 70)	(2, 1, 3, 3, 1)	60,7
$SeD_A(16,14,12)$	69,3	61,6	32,2	96	(13, 05, 01, 24, 10)	(3, 4, 4, 5, 6)	13,4
$SeD_A(5,8,11)$	5,0	4,6	60,4	128	(40, 24, 54, 35, 49)	(2, 3, 2, 3, 3)	1,9
$SeD_A(14,5,10)$	11,0	16,4	87,2	205	(38, 38, 17, 26, 27)	(2, 3, 3, 4, 4)	0,9
$SeD_A(6,10,5)$	6,5	4,2	83,3	173	(44, 40, 33, 28, 49)	(2, 2, 3, 2, 2)	109,7
$SeD_B(5,6,7)$	6,8	4,3	140,9	196	(69, 40, 64, 57, 46)	(2, 3, 2, 3, 4)	33,3
$SeD_B(5,8,11)$	60,2	33,7	70,9	117	(39, 46, 03, 53, 63)	(3, 3, 4, 4, 4)	43,8
$SeD_B(14,5,10)$	45,3	44,3	69,9	150	(21, 09, 16, 07, 32)	(3, 4, 4, 5, 5)	30,3
$SeD_B(6,10,5)$	27,1	21,4	103,8	162	(51, 22, 49, 56, 48)	(2, 3, 3, 3, 4)	116,8

Para o grupo SeD_A , os valores de AABS obtidos pelo AG são, de modo geral, próximos entre si e indicam bom desempenho mesmo diante das variações sazonais da demanda. Em particular, nas instâncias $SeD_A(5,8,11)$ e $SeD_A(14,5,10)$, os níveis médios de sobra permanecem moderados, acompanhados de valores de desvio padrão comparáveis, o que sugere perfis de produção relativamente estáveis.

No que se refere à variabilidade da produção, o comportamento do AG é consistente. Em algumas instâncias, como $SeD_A(5,8,11)$, observa-se um desvio padrão reduzido, indicando maior estabilidade ao longo do horizonte de planejamento. Em outras, há um aumento moderado, o que é esperado devido à necessidade de adaptação a mudanças abruptas entre períodos sazonais de demanda.

Para o grupo SeD_B , os valores de AABS são mais elevados, refletindo a maior irregularidade da demanda e a complexidade adicional imposta pela alternância entre períodos com distintos níveis de consumo. Ainda assim, o AG foi capaz de gerar soluções factíveis para todas as instâncias consideradas, com tempos computacionais variando entre 69,9 e 140,9 segundos.

O Gap para o grupo de demanda sazonal é menor em diversos cenários quando comparação com a demanda constante, atingindo valores de 1,9% em $SeD_A(5,8,11)$ e 0,9% em $SeD_A(14,5,10)$. Esse desempenho do AG é justificado pela elasticidade do espaço de busca gerada pela sazonalidade. As oscilações sazonais criam janelas de oportunidade onde as curvas de produção dos biodigestores podem se acomodar de forma mais natural aos pi-

cos de consumo. Nesses casos, a própria variação da demanda atua como um guia para o processo evolutivo, facilitando a identificação de cronogramas que minimizam o excesso de produção sem a necessidade de uma precisão algébrica absoluta.

Os picos isolados de Gap, como os observados nas instâncias $SeD_A(6,10,5)$ e $SeD_B(6,10,5)$ demonstram que a transição entre níveis de demanda muito distintos pode ser problemática. Ainda assim, a capacidade do algoritmo de atingir Gaps próximos de zero em instâncias sazonais complexas reforça sua eficiência em lidar com perfis de demanda dinâmicos, superando as limitações impostas pela rigidez dos cenários constantes.

O número de gerações necessárias para a convergência do algoritmo manteve-se relativamente limitado, variando entre 96 e 251 gerações. Esse comportamento indica que, embora a demanda sazonal aumente significativamente a complexidade do problema em comparação ao cenário de demanda constante, o Algoritmo Genético consegue explorar de forma eficiente padrões estruturais recorrentes dentro de cada segmento sazonal, alcançando a convergência em um número reduzido de iterações.

5.4.3 Número de biodigestores

Nesta seção, os experimentos foram elaborados para investigar a necessidade e o impacto de diferentes quantidades de biodigestores (N_b) com distintos ciclos de produção. Para essa análise, foi utilizada uma demanda diária constante de 6 unidades, tanto para as instâncias N_{bA} quanto para N_{bB} . Em ambos os grupos de instâncias, os biodigestores disponíveis para uso são indicados entre parênteses.

Resolução do Modelo Matemático com solver comercial

Os resultados da aplicação do modelo matemático (3.1) - (3.11) para N_{bA} e N_{bB} são apresentados na Tabela 5.6.

Foram elaboradas 10 instâncias N_{bA} com combinações de dois biodigestores, das quais apenas 5 apresentaram soluções viáveis, conforme mostrado na Tabela 5.6. Já nas instâncias N_{bB} , todas as combinações com dois biodigestores foram inviáveis. A taxa de produção de biogás não foi suficiente para atender à demanda diária de 6 unidades, mesmo com a consideração do período de pré-consumo.

Por outro lado, todas as combinações de três biodigestores nas instâncias N_{bA} resultaram em soluções viáveis. No caso das instâncias N_{bB} , as combinações (1, 2, 3) e (1, 2, 4) foram

Tabela 5.6: Resultados do solver comercial para quantidade de biodigestores.

Instância	AABS (volume)	DP (volume)	Tempo (s)	Gap	Primeiro Dia de uso	Número de ciclos
NB _A (1,5)	31,8	23,7	1	0	(1, -, -, -, 21)	(4, -, -, -, 5)
NB _A (2,5)	30,8	23,8	0	0	(-, 4, -, -, 19)	(-, 4, -, -, 5)
NB _A (3,4)	35,3	25,5	0	0	(-, -, 10, 7, -)	(-, -, 4, 6, -)
NB _A (3,5)	14,9	13,2	0	0	(-, -, 26, -, 16)	(-, -, 3, -, 5)
NB _A (4,5)	12,3	8,5	0	0	(-, -, -, 5, 24)	(-, -, -, 4, 4)
NB _A (1,2,3)	25,1	18,9	0	0	(29, 23, 15, -, -)	(3, 3, 3, -, -)
NB _A (1,2,4)	17,8	14,9	1	0	(28, 26, -, 23, -)	(3, 3, -, 5, -)
NB _A (1,2,5)	7,3	5,6	1	0	(31, 20, -, -, 38)	(2, 3, -, -, 4)
NB _A (1,3,4)	8,3	8,1	5	0	(29, -, 30, 34, -)	(3, -, 3, 4, -)
NB _A (1,3,5)	8,6	8,1	168	0	(25, -, 41, -, 33)	(3, -, 2, -, 4)
NB _A (1,4,5)	5,2	5,1	17	0	(44, -, -, 29, 33)	(1, -, -, 4, 4)
NB _A (2,3,4)	6,6	6,6	3	0	(-, 33, 27, 31, -)	(-, 3, 3, 4, -)
NB _A (2,3,5)	7,1	6,5	64	0	(-, 56, 40, -, 31)	(-, 2, 2, -, 4)
NB _A (2,4,5)	4,4	4,5	10	0	(-, 59, -, 37, 31)	(-, 1, -, 3, 4)
NB _A (3,4,5)	6,3	5,4	226	0	(-, -, 27, 21, 35)	(-, -, 3, 4, 2)
NB _A (1,2,3,4)	4,9	4,8	6919	0	(30, 54, 38, 45, -)	(1, 2, 2, 3, -)
NB _A (1,2,3,5)	5,3	6,1	1003	0	(66, 19, 35, -, 52)	(1, 3, 2, -, 2)
NB _A (1,2,4,5)	4,3	4,5	203	0	(-, 28, -, 39, 33)	(0, 1, -, 3, 4)
NB _A (1,3,4,5)	3,1	4,2	36	0	(38, -, 29, 56, 47)	(2, -, 2, 2, 2)
NB _A (2,3,4,5)	3,2	4,6	76	0	(-, 38, 59, 34, 27)	(-, 2, 1, 3, 3)
NB _B (1,2,3)	-	-	-	-	-	-
NB _B (1,2,4)	-	-	-	-	-	-
NB _B (1,2,5)	51,7	41,1	25	0	(31, 16, -, -, 14)	(3, 4, -, -, 6)
NB _B (1,3,4)	48,8	47,8	1	0	(21, -, 21, 8, -)	(3, -, 4, 6, -)
NB _B (1,3,5)	32,9	27,9	6	0	(33, -, 16, -, 38)	(3, -, 4, -, 5)
NB _B (1,4,5)	25,9	22,1	4	0	(26, -, -, 39, 34)	(3, -, -, 5, 5)
NB _B (2,3,4)	56,7	46,0	1	0	(-, 3, 18, 11, -)	(-, 4, 4, 6, -)
NB _B (2,3,5)	31,0	32,6	1	0	(-, 31, 15, -, 32)	(-, 3, 4, -, 5)
NB _B (2,4,5)	25,9	27,6	1	0	(-, 31, -, 30, 29)	(-, 3, -, 5, 5)
NB _B (3,4,5)	19,1	15,1	20	0	(-, -, 38, 32, 28)	(-, -, 3, 5, 5)
NB _B (1,2,3,4)	20,1	18,2	22	0	(44, 39, 45, 30, -)	(3, 3, 3, 5, -)
NB _B (1,2,3,5)	7,9	10,2	6	0	(48, 58, 51, -, 37)	(2, 2, 2, -, 5)
NB _B (1,2,4,5)	5,0	4,5	8	0	(49, 35, -, 43, 58)	(2, 3, -, 4, 4)
NB _B (1,3,4,5)	8,0	8,1	TL	38,0	(50, -, 50, 65, 37)	(2, -, 3, 2, 5)
NB _B (2,3,4,5)	6,3	5,1	2178	0	(-, 33, 47, 42, 55)	(-, 3, 3, 4, 3)

inviáveis devido à baixa produção média de biogás dos biodigestores B1_B e B2_B. A instância Nb_B(1, 2, 5) apresentou uma solução viável, já que o biodigestor B5_B possui uma produção média diária mais elevada e um ciclo de produção mais curto.

Como mostrado na Tabela 5.6, as instâncias Nb_A apresentam um número maior de soluções viáveis em comparação com Nb_B, o que está relacionado ao comprimento dos ciclos. Os ciclos de produção de biogás do grupo A foram encurtados (Figura 5.9) com a remoção

dos 30% finais dos dias com menor produção. Isso permite que os biodigestores sejam programados com maior frequência e com produções diárias mais elevadas ao longo do horizonte de planejamento, favorecendo o atendimento à demanda.

É esperado que instâncias com um maior número de biodigestores apresentem, em geral, valores menores de desvio padrão. No entanto, observa-se um caso notável na instância $Nb_B(1,2,3,4)$, na qual o maior valor de AABS foi registrado mesmo com quatro biodigestores. Esse resultado reforça, mais uma vez, a relevância das características específicas dos biodigestores utilizados. Apesar de ter obtido um gap igual a 0, essa instância apresentou um AABS mais que o dobro do segundo pior valor de AABS, verificado na instância $Nb_B(1,2,3,5)$. Além disso, obteve um desempenho ligeiramente inferior ao da instância $Nb_B(3,4,5)$.

Outra observação importante é na instância $Nb_A(4,5)$, cujo AABS foi 100% e 44% melhor que os das instâncias $Nb_A(1,2,3)$ e $Nb_A(1,2,4)$, respectivamente. Esses resultados reforçam que, em muitos casos, é possível obter soluções mais eficientes utilizando um número reduzido de biodigestores, o que está em consonância com o princípio de que a demanda deve ser considerada de forma antecipada.

Solução: Algoritmo Genético

Os resultados da aplicação do AG apresentado na Seção 4 para as instâncias CD_A e CD_B são apresentados na Tabela 5.7.

A partir da Tabela 5.7, é possível observar a limitação no número de biodigestores impacta diretamente os níveis médios de sobra de biogás (AABS), refletindo a redução da flexibilidade operacional do sistema. Nos cenários mais restritivos, como $NB_A(1,5)$ e $NB_A(2,5)$, os valores de AABS são significativamente elevados, indicando maior dificuldade em ajustar a produção à demanda ao longo do horizonte de planejamento.

Apesar do aumento nos valores médios de sobra, os desvios padrão obtidos pelo AG permanecem relativamente controlados. Em diversas instâncias, especialmente quando três ou mais biodigestores estão disponíveis, os valores de DP permanecem baixos ou moderados, sugerindo perfis de produção mais suaves e menor variabilidade temporal. Esse comportamento indica que o algoritmo consegue preservar a estabilidade da produção mesmo sob fortes restrições estruturais.

O grupo NB_B também apresenta comportamento semelhante. Embora os valores de AABS sejam mais elevados em comparação ao grupo NB_A , o Algoritmo Genético é capaz

Tabela 5.7: Resultados do Algoritmo Genético para quantidade de biodigestores.

Instância	AABS (volume)	DP (volume)	Tempo (s)	Gerações	Primeiro Dia de uso	Número de ciclos	Gap (%)
NB _A (1,5)	42,3	28,3	13,9	65	(21, —, —, —, 04)	(3, 0, 0, 0, 6)	33,0
NB _A (2,5)	38,4	23,8	15,6	75	(—, 01, —, —, 19)	(0, 4, 0, 0, 5)	24,7
NB _A (3,4)	39,1	26,4	14,2	71	(—, —, 10, 01, —)	(0, 0, 4, 6, 0)	10,8
NB _A (3,5)	20,5	12,0	19,0	92	(—, —, 26, —, 16)	(0, 0, 3, 0, 5)	37,6
NB _A (4,5)	14,2	6,6	27,9	154	(—, —, —, 22, 11)	(0, 0, 0, 4, 5)	15,4
NB _A (1,2,3)	28,8	20,2	20,3	78	(19, 28, 18, —, —)	(3, 3, 4, 0, 0)	14,7
NB _A (1,2,4)	19,5	14,6	21,0	77	(24, 25, —, 26, —)	(3, 3, 0, 5, 0)	44,4
NB _A (1,2,5)	9,9	6,7	51,3	168	(01, 48, —, —, 39)	(4, 2, 0, 0, 4)	45,2
NB _A (1,3,4)	10,6	7,1	27,1	88	(42, —, 22, 32, —)	(2, 0, 4, 4, 0)	10,8
NB _A (1,3,5)	7,4	5,8	35,5	112	(08, —, 35, —, 46)	(3, 0, 3, 0, 3)	13,9
NB _A (1,4,5)	9,4	6,4	26,0	79	(37, —, —, 02, 45)	(2, 0, 0, 4, 4)	80,8
NB _A (2,3,4)	7,3	4,7	25,5	90	(—, 32, 24, 34, —)	(0, 3, 3, 4, 0)	10,6
NB _A (2,3,5)	8,1	5,3	34,0	112	(—, 28, 25, —, 39)	(0, 3, 3, 0, 3)	14,1
NB _A (2,4,5)	8,4	5,8	31,7	101	(—, 22, —, 38, 32)	(0, 3, 0, 3, 4)	90,9
NB _A (3,4,5)	7,9	4,9	36,7	121	(—, —, 27, 22, 34)	(0, 0, 3, 3, 4)	25,4
NB _A (1,2,3,4)	4,8	4,0	49,4	126	(55, 18, 38, 35, —)	(2, 3, 2, 4, 0)	2,0
NB _A (1,2,3,5)	5,3	5,0	64,8	163	(15, 34, 52, —, 39)	(3, 3, 2, 0, 2)	0,0
NB _A (1,2,4,5)	5,6	5,1	74,2	181	(22, 42, —, 46, 34)	(2, 2, 0, 3, 3)	30,2
NB _A (1,3,4,5)	5,7	4,5	75,8	172	(60, —, 23, 36, 41)	(2, 0, 3, 3, 2)	83,9
NB _A (2,3,4,5)	5,9	4,7	45,8	114	(—, 38, 25, 32, 45)	(0, 2, 3, 2, 3)	84,4
NB _B (1,2,5)	64,6	43,2	31,2	94	(31, 01, —, —, 04)	(3, 4, 0, 0, 6)	24,9
NB _B (1,3,4)	64,9	42,6	34,0	102	(21, —, 13, 04, —)	(3, 0, 4, 6, 0)	33,0
NB _B (1,3,5)	43,2	30,0	30,9	84	(33, —, 10, —, 38)	(3, 0, 4, 0, 5)	31,3
NB _B (1,4,5)	35,5	24,1	49,8	121	(67, —, —, 38, 19)	(2, 0, 0, 5, 5)	37,1
NB _B (2,3,4)	66,7	46,6	23,6	75	(—, 01, 15, 7, —)	(0, 4, 4, 6, 0)	17,6
NB _B (2,3,5)	49,8	30,4	31,0	89	(—, 31, 13, —, 29)	(0, 3, 4, 0, 5)	60,6
NB _B (2,4,5)	40,6	25,1	31,1	88	(—, 26, —, 07, 34)	(0, 3, 0, 5, 5)	57,7
NB _B (3,4,5)	22,2	14,5	43,7	126	(—, —, 07, 31, 48)	(0, 0, 4, 5, 4)	16,2
NB _B (1,2,3,4)	31,7	21,5	50,7	108	(28, 32, 33, 51, —)	(3, 3, 4, 4, 0)	57,7
NB _B (1,2,3,5)	13,9	9,9	49,6	97	(29, 29, 53, —, 58)	(3, 3, 3, 0, 4)	75,9
NB _B (1,2,4,5)	10,4	5,1	88,9	164	(51, 71, —, 45, 39)	(2, 2, 0, 4, 5)	108,0
NB _B (1,3,4,5)	10,5	8,1	119,5	200	(50, —, 50, 56, 38)	(2, 0, 3, 4, 4)	31,25
NB _B (2,3,4,5)	10,9	8,0	61,1	116	(—, 27, 45, 44, 57)	(—, 3, 3, 4, 3)	73,0

de gerar soluções factíveis em todos os casos analisados, mantendo níveis aceitáveis de variabilidade da produção.

Em termos computacionais, os tempos de execução do AG variam entre aproximadamente 14 e 120 segundos, mesmo para instâncias com combinações mais amplas de biodigestores. O número de gerações necessárias para a convergência permanece relativamente reduzido, situando-se entre 65 e 200 gerações. Esse comportamento sugere a presença de platôs de solução, nos quais o algoritmo converge rapidamente para regiões localmente ótimas, acionando com frequência seus mecanismos de controle de estagnação.

O desempenho do AG não é condicionado estritamente à quantidade de biodigestores, mas sim à *compatibilidade estrutural* entre as unidades disponíveis e a demanda. A ocorrência de Gaps extremamente baixos, como 2,0% em $NB_A(1,2,3,4)$ e o valor ótimo de 0,0% em $NB_A(1,2,3,5)$, demonstra que o algoritmo possui alta eficiência em encontrar uma boa combinação quando o subconjunto de biodigestores permite uma combinação harmônica de seus ciclos de produção.

Por outro lado, a existência de Gaps elevados em instâncias de mesma dimensão, como os 90,9% observados em $NB_A(2,4,5)$, indica que certas combinações de equipamentos oferecem menor flexibilidade operacional. Nesses casos, a rigidez das curvas de produção disponíveis dificulta o ajuste preciso à demanda, tornando o problema matematicamente mais complexo para a heurística.

De forma geral, os resultados indicam que, embora a limitação no número de biodigestores aumente substancialmente a dificuldade do problema, o AG proposto mantém desempenho robusto, produzindo soluções estáveis e computacionalmente eficientes mesmo em cenários fortemente restritos.

Capítulo 6

Conclusões

Esta tese tem como objetivo propor um modelo matemático de otimização para o planejamento da produção de um conjunto de biodigestores operando em batelada, bem como investigar e comparar duas abordagens distintas para a sua resolução. A primeira baseia-se em métodos clássicos de otimização exata, enquanto a segunda utiliza um algoritmo desenvolvido especificamente para o problema, fundamentado na metaheurística Algoritmo Genético. Embora a literatura apresente numerosos estudos voltados à caracterização e à composição do biogás, ainda são limitadas as contribuições que abordam a otimização do processo produtivo. Um planejamento adequado da produção é essencial para evitar desperdícios e desvios entre a oferta e a demanda de biogás, além de influenciar diretamente o gerenciamento eficiente do biofertilizante gerado como subproduto do processo.

O modelo matemático proposto estabelece os instantes de início dos ciclos de produção dos biodigestores ao longo de um horizonte de planejamento previamente definido. A adoção de duas linhas do tempo, uma associada ao horizonte de planejamento e outra ao ciclo de produção dos biodigestores, contribui para uma representação mais fiel da realidade operacional, ao permitir ajustes pontuais nos ciclos produtivos. Essa característica amplia a flexibilidade do modelo e constitui um aspecto ainda pouco explorado na literatura. Em contrapartida, o Algoritmo Genético desenvolvido emprega apenas uma variável temporal, o que resulta em uma redução significativa da complexidade do problema, sem comprometer a capacidade de obtenção de soluções de boa qualidade.

Quando as curvas de demanda são constantes ao longo do horizonte de planejamento, torna-se mais difícil alcançar os objetivos de otimização, uma vez que esse perfil reduz a flexibilidade necessária para a combinação dos ciclos de produção dos biodigestores. A au-

sência de variações na demanda limita as possibilidades de ajuste entre oferta e consumo, o que pode comprometer o desempenho medido pela função objetivo. Nesse contexto, a adoção de biodigestores com características operacionais distintas ou a utilização de múltiplas unidades com ciclos de produção idênticos, pode ser uma alternativa eficaz para aproximar a produção agregada do perfil da demanda, mesmo que tais estratégias possam implicar em aumento da complexidade do modelo e do tempo de resolução.

Os resultados indicam que a incorporação das fases de pré e pós demanda ao horizonte de planejamento contribui para a redução dos desvios entre a produção de biogás e a demanda requerida. Entretanto, essa ampliação do horizonte implica um aumento significativo do esforço computacional necessário para a obtenção do planejamento ótimo de produção. De forma geral, instâncias associadas a horizontes de planejamento extensos apresentam elevada dificuldade de resolução, dificuldade essa que se intensifica com a adição de novos períodos. Embora a pré determinação heurística do início de operação de alguns biodigestores reduza o esforço computacional, essa estratégia pode comprometer a otimalidade da solução.

Nesse contexto, a metodologia proposta apresenta elevado potencial para atender aos objetivos deste trabalho. Para instâncias de menor porte, inclusive aquelas associadas a horizontes de planejamento extensos, os métodos exatos de otimização demonstram elevada eficiência e capacidade de obtenção da solução ótima. Em contrapartida, para instâncias de maior complexidade, o Algoritmo Genético proposto mostra-se uma alternativa eficaz, sendo capaz de fornecer soluções de boa qualidade em tempos computacionais reduzidos.

6.1 Trabalhos futuros

- Utilização de *Machine learning* para fornecer soluções para quaisquer instâncias do planejamento de produção de biodigestores. O método inclui fornecer um conjunto de instâncias com soluções conhecidas para que o programa identifique padrões e consiga buscar soluções factíveis sem resolver, propriamente dito, o modelo matemático. Chiu et al. (2022) utilizam *Machine learning* para prever os inputs que mais afetam a eficiência energética do biogás.
- Inserção de restrições relacionadas à temperatura, permitir múltiplos insumos, limitar o uso dos biodigestores, considerar demanda estocástica assim como incerteza nos

parâmetros de conversão também são estudos que podem ser investigados.

Referências Bibliográficas

- AHMED, Z.; CHOUDHARY, M.; AL-DAYEL, I. Effects of crossover operator combined with mutation operator in genetic algorithms for the generalized travelling salesman problem. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, v. 15, n. 3, p. 627–644, 2024.
- ALLAHVERDI, A.; NG, C. T.; CHENG, T. E.; KOVALYOV, M. Y. A survey of scheduling problems with setup times or costs. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 187, n. 3, p. 985–1032, 2008.
- ASHRAF, R.; NIXON, J.; BRUSEY, J. Using multi-objective optimisation with adm1 and measured data to improve the performance of an existing anaerobic digestion system. *Chemosphere*, Elsevier, v. 301, p. 134523, 2022.
- AYTUG, H.; KHOUJA, M.; VERGARA, F. Use of genetic algorithms to solve production and operations management problems: a review. *International Journal of Production Research*, Taylor & Francis, v. 41, n. 17, p. 3955–4009, 2003.
- BALAMURUGAN, P.; KUMARAVEL, S. The development of a generalized optimal operating strategy for a hybrid energy system. *International Journal of Green Energy*, Taylor & Francis, v. 11, n. 4, p. 417–430, 2014.
- BARRETO, A.; PETROVIC, S.; SOLER, E.; FLORENTINO, H.; CHERRI, A. Optimal planning of biogas production in a set of batch biodigesters. *Renewable Energy Focus*, Elsevier, v. 54, p. 100706, 2025.
- CHANDA, E. An application of goal programming to production planning in the crushed stone industry. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, Taylor & Francis, v. 4, n. 3, p. 125–129, 1990.
- CHIU, M.-C.; WEN, C.-Y.; HSU, H.-W.; WANG, W.-C. Key wastes selection and prediction improvement for biogas production through hybrid machine learning methods. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, Elsevier, v. 52, p. 102223, 2022.
- CHUKWUMA, E. Facility location allocation modelling for bio-energy system in anambra state of nigeria: Integration of gis and location model. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 141, p. 460–467, 2019.
- CURRY, G. L.; DEUERMEYER, B. L. Optimal scheduling of multiple feedstock batch biogas production systems. *IIE transactions*, Taylor & Francis, v. 18, n. 4, p. 367–373, 1986.
- DEGANUTTI, R.; PALHACI, M. d. C. J. P.; ROSSI, M. et al. Biodigestores rurais: modelo indiano, chinês e batelada. *Procedings of the 4th Encontro de Energia no Meio Rural*, SciELO Brasil, 2002.

DIAMANTIS, V.; EFTAXIAS, A.; STAMATELATOU, K.; NOUTSOPOULOS, C.; VLACHOKOS-TAS, C.; AIVASIDIS, A. Bioenergy in the era of circular economy: Anaerobic digestion technological solutions to produce biogas from lipid-rich wastes. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 168, p. 438–447, 2021.

DIMOPOULOS, C.; ZALZALA, A. M. Recent developments in evolutionary computation for manufacturing optimization: problems, solutions, and comparisons. *IEEE transactions on evolutionary computation*, IEEE, v. 4, n. 2, p. 93–113, 2002.

EPA. *Importance of Methane*. 2022. Disponível em: <<https://www.epa.gov/gmi/importance-methane#:~:text=Methane%20is%20more%20than%205,dueto%20human-related%20activities.>>

EPE, E. de P. E. *Balanço Energético Nacional 2025*. 2025. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/balanco-energetico-nacional-2025>>.

ERNST, A. T.; JIANG, H.; KRISHNAMOORTHY, M.; SIER, D. Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 153, n. 1, p. 3–27, 2004.

FRANÇA, P. M.; MENDES, A.; MOSCATO, P. A memetic algorithm for the total tardiness single machine scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 132, n. 1, p. 224–242, 2001.

GALBIATTI, J. A.; CAMELO, A. D.; SILVA, F. G.; GERARDI, E. A.; CHICONATO, D. A. Estudo qualitativo do biogás produzido por substratos em biodigestores tipo batelada. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, SciELO Brasil, v. 14, p. 432–437, 2010.

GIM, B.; DEUERMEYER, B. L.; CURRY, G. L. Optimal scheduling of a single anaerobic digester with multiple feedstocks. *Computers & industrial engineering*, Elsevier, v. 41, n. 1, p. 1–15, 2001.

GUJER, W.; ZEHNDER, A. J. Conversion processes in anaerobic digestion. *Water science and technology*, IWA Publishing, v. 15, n. 8-9, p. 127–167, 1983.

GUNNERSON, C. G.; STUCKEY, D. C.; GREELEY, M.; SKRINDE, R. Anaerobic digestion: principles and practices for biogas systems. The World Bank, Washington, DC, 1986.

HAO, J.; JIA, S.; SUN, H.; CHEN, G.; ZHANG, J.; ZHAO, Y.; SONG, Y.; ZHAO, J.; WANG, Y.; LIU, S. Effects of cow manure ratios on methane production and microbial community evolution in anaerobic co-digestion with different crop wastes. *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, v. 15, n. 5, p. 219–228, 2022.

HASSANAT, A. B.; ALKAFWEEN, E.; AL-NAWASEH, N. A.; ABBADI, M. A.; ALKASASSBEH, M.; ALHASANAT, M. B. Enhancing genetic algorithms using multi mutations: Experimental results on the travelling salesman problem. *International Journal of Computer Science and Information Security*, IJS Publishing, v. 14, n. 7, p. 785, 2016.

HILL, D.; TOLLNER, E.; HOLMBERG, R. The kinetics of inhibition in methane fermentation of swine manure. *Agricultural wastes*, Elsevier, v. 5, n. 2, p. 105–123, 1983.

- JUNIOR, A. D. N. F.; ETCHEBEHERE, C.; PERECIN, D.; TEIXEIRA, S.; WOODS, J. Advancing anaerobic digestion of sugarcane vinasse: Current development, struggles and future trends on production and end-uses of biogas in brazil. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, v. 157, p. 112045, 2022.
- KAR, A. K. Bio inspired computing—a review of algorithms and scope of applications. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 59, p. 20–32, 2016.
- KHAN, A. A.; STACEY, A. J.; SHEPHERD, J. J. Optimization of methane output for an anaerobic waste digester. *ANZIAM Journal*, v. 54, p. C523–C539, 2012.
- KIM, Y. J.; KIM, H. J.; KIM, B. S. Vehicle routing and scheduling problem with two deployment strategies to handle urgent orders in a vaccine supply chain. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, p. 111346, 2025.
- KOUGIAS, P. G.; ANGELIDAKI, I. Biogas and its opportunities—a review. *Frontiers of Environmental Science & Engineering*, Springer, v. 12, n. 3, p. 1–12, 2018.
- LIU, C.-Y. An improved adaptive genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem with time window. *Journal of Networks*, Academy Publisher, v. 8, n. 5, p. 1035, 2013.
- LORENA, L. A. N.; FURTADO, J. C. Constructive genetic algorithm for clustering problems. *Evolutionary Computation*, MIT Press, v. 9, n. 3, p. 309–327, 2001.
- MANNE, A. S. Programming of economic lot sizes. *Management science*, INFORMS, v. 4, n. 2, p. 115–135, 1958.
- MARCUCCI, L. W. Otimização da produção de biogás em biodigestores batelada. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2018.
- MARCUCCI, L. W. Otimização do planejamento de produção de biogás em uma bateria de biodigestores. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2021.
- NIXON, J. D. Designing and optimising anaerobic digestion systems: A multi-objective non-linear goal programming approach. *Energy*, Elsevier, v. 114, p. 814–822, 2016.
- NYAKO, S. I.; TAYACHI, D.; ABDELAZIZ, F. B. Machine learning multi-objective optimization for time-dependent green vehicle routing problem. *Energy Economics*, Elsevier, p. 108628, 2025.
- OBAL, T. M.; SOUZA, J. T. de; FLORENTINO, H. de O.; FRANCISCO, A. C. de; SOLER, E. M. A matheuristic applied to clustering rural properties and allocating plants for biogas generation. *Energy*, Elsevier, v. 305, p. 132249, 2024.
- OGUNJUYIGBE, A.; AYODELE, T.; AKINOLA, O. Optimal allocation and sizing of pv/wind/split-diesel/battery hybrid energy system for minimizing life cycle cost, carbon emission and dump energy of remote residential building. *Applied Energy*, Elsevier, v. 171, p. 153–171, 2016.
- PAULINO, E. J.; CHERRI, A. C.; SOLER, E. M. Suitability model and optimal location of biodigesters in the state of são paulo. *Energy Reports*, v. 11, p. 4726–4740, 2024.

QDAIS, H. A.; HANI, K. B.; SHATNAWI, N. Modeling and optimization of biogas production from a waste digester using artificial neural network and genetic algorithm. *Resources, Conservation and Recycling*, Elsevier, v. 54, n. 6, p. 359–363, 2010.

RENNUIT, C.; SOMMER, S. G. Decision support for the construction of farm-scale biogas digesters in developing countries with cold seasons. *Energies*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 6, n. 10, p. 5314–5332, 2013.

SALLABI, O. M.; ELHADDAD, Y. An improved genetic algorithm to solve the traveling salesman problem. University of Benghazi, 2009.

SARKER, B. R.; WU, B.; PAUDEL, K. P. Modeling and optimization of a supply chain of renewable biomass and biogas: Processing plant location. *Applied Energy*, Elsevier, v. 239, p. 343–355, 2019.

SHUKLA, A. K.; NATH, R.; MUHURI, P. K.; LOHANI, Q. D. Energy efficient multi-objective scheduling of tasks with interval type-2 fuzzy timing constraints in an industry 4.0 ecosystem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Elsevier, v. 87, p. 103257, 2020.

SILVA, S.; ALÇADA-ALMEIDA, L.; DIAS, L. C. Multiobjective programming for sizing and locating biogas plants: A model and an application in a region of portugal. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 83, p. 189–198, 2017.

STADTLER, H. Multilevel lot sizing with setup times and multiple constrained resources: Internally rolling schedules with lot-sizing windows. *Operations Research*, INFORMS, v. 51, n. 3, p. 487–502, 2003.

SUN, F.; HOU, F.; CHENG, N.; WANG, M.; ZHOU, H.; GUI, L.; SHEN, X. Cooperative task scheduling for computation offloading in vehicular cloud. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, IEEE, v. 67, n. 11, p. 11049–11061, 2018.

UN, U. N. *Goal 7: Affordable and Clean Energy*. 2025. Disponível em: <<https://www.un.org/sustainabledevelopment/energy/>>.

WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot size model. *Management science*, INFORMS, v. 5, n. 1, p. 89–96, 1958.

WBA, W. B. A. *Market Report Brazil*. 2025. Disponível em: <<https://www.worldbiogasassociation.org/market-report-brazil/>>.

WEILAND, P. Biogas production: current state and perspectives. *Applied microbiology and biotechnology*, Springer, v. 85, n. 4, p. 849–860, 2010.

ZHANG, C.; XIAO, G.; PENG, L.; SU, H.; TAN, T. The anaerobic co-digestion of food waste and cattle manure. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 129, p. 170–176, 2013.

ZOBOLAS, G.; TARANTILIS, C. D.; IOANNOU, G. Minimizing makespan in permutation flow shop scheduling problems using a hybrid metaheuristic algorithm. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 36, n. 4, p. 1249–1267, 2009.