

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**  
**CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA**

**AMANDA CHENU ROMANO**

**Análise da Influência do Jato de Exaustão no Arrasto da Base de um Veículo Espacial**

São João da Boa Vista

2021

**Amanda Chenu Romano**

**Análise da Influência do Jato de Exaustão no Arrasto da Base de um Veículo Espacial**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica .

Orientador: Prof<sup>ª</sup> Dra. Leandra Isabel de Abreu  
Coorientador: Dr. Danton José Fortes Villas Bôas

São João da Boa Vista  
2021

R759a

Romano, Amanda Chenu

Análise da influência do jato de exaustão no arrasto da base de um veículo espacial / Amanda Chenu Romano. -- São João da Boa Vista, 2021

56 p. : il., tabs.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Câmpus Experimental de São João da Boa Vista, São João da Boa Vista

Orientadora: Leandra Isabel de Abreu

Coorientador: Danton José Fortes Villas Bôas

1. Arrasto (Aerodinâmica). 2. Foguetes (Aeronáutica). 3. Propulsão à jato.

I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Câmpus Experimental de São João da Boa Vista. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**  
**CÂMPUS EXPERIMENTAL DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA**  
**GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO JATO DE EXAUSTÃO NO ARRASTO DA BASE DE  
UM VEÍCULO ESPACIAL**

Aluna: Amanda Chenu Romano  
Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Leandra Isabel de Abreu

Banca Examinadora:

- Leandra Isabel de Abreu (Orientadora)
- Humberto Araújo Machado (Examinador)
- Luiz Augusto Camargo Aranha Schiavo (Examinador)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Expediente nº 038/2021)

Dedico esse trabalho à minha avó  
Helena Margarida da Glória Machado Barroso Chenu.

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer aos meus pais Marcelo Ribeiro Romano e Anne Marie Chenu Romano por servirem de exemplo para mim e acreditarem nos meus sonhos. Sei que não mediram esforços para que eu cursasse Engenharia Aeronáutica em uma cidade longe de casa. Obrigada por me apoiarem. Agradeço também ao meu irmão Allan Chenu Romano, que, por ser meu amigo de infância, assegurou que eu nunca me sentisse sozinha. Além dele, à todos os meus familiares que procuraram estar presente durante o meu período de graduação.

Sou grata aos meus amigos Antonio Lucas de Oliveira, Lucas Silva Viotto e Marcos Paulo Ziola de Nardo, por serem uma segunda família, se preocupando comigo como irmãos; e à todos os outros amigos com quem compartilhei momentos de alegria e tristeza nos últimos anos. Obrigada por minimizarem a minha saudade de casa. Acredito que sou uma pessoa melhor pelas convivências e experiências que vivi em São João da Boa Vista.

Agradeço ao pesquisador Danton José Fortes Villas Bôas, que me apresentou o projeto e me auxiliou durante toda a pesquisa; e aos professores Leandra Isabel de Abreu e Luiz Augusto Camargo Aranha Schiavo, sem os quais esse trabalho não teria acontecido. Por fim, agradeço a todos os demais professores que contribuíram para minha formação como engenheira, em especial ao Prof. Elmer Mateus Gennaro, que foi meu primeiro orientador.

*“Oh! deixem-me enganar, que eu sou contente:  
que, posto que maior meu dano seja,  
fica-me a glória já do que imagino.”  
(Luís de Camões)*

## RESUMO

Este trabalho procurou reproduzir os dados de pressão na base do veículo nomeado Modelo C, lançado em 1950 na *Langley Polittless Aircraft Research Station* pelo Comitê Nacional para Aconselhamento sobre Aeronáutica (NACA - *National Advisory Committee for Aeronautics*). Os parâmetros do escoamento e do jato de exaustão foram analisados através de simulações de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD - *Computacional Fluid Dynamics*), utilizando o *software* Ansys Fluent, versão 2020 R2 Academic. Uma análise da pressão e da força de arrasto sobre o veículo evidenciou os efeitos do jato de exaustão sobre a base. Os resultados também foram comparados com os obtidos através dos programas de cálculo por métodos semi-empíricos AeroLAB e Missile DATCOM, permitindo verificar que as simulações CFD possuem menores erros associados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Arrasto aerodinâmico. Jato de exaustão. Veículos espaciais.

## **ABSTRACT**

This work tried to reproduce the pressure data at the base of the vehicle named Model C, launched in 1950 at Langley Polittless Aircraft Research Station by the National Advisory Committee for Aeronautics (NACA). The parameters of the flow and exhaust jet were analyzed by Computational Fluid Dynamics (CFD) simulations using the software Ansys Fluent, version 2020 R2 Academic. An analysis of the pressure and drag force on the vehicle showed the effects of the exhaust jet on the base. The results were also compared with those obtained using the programs for calculation by semi-empirical methods AeroLAB and Missile DATCOM, allowing to verify that CFD simulations have lower associated errors.

**KEYWORDS:** Aerodynamic drag. Exhaust jet. Space vehicles.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Ondas de choque em aviões T-38 voando em formação. . . . .	19
Figura 2 Escoamento sobre um corpo rombudo. . . . .	20
Figura 3 Míssel de cruzeiro AV-TM 300. . . . .	21
Figura 4 Distribuição de pressão em um avião militar típico. . . . .	22
Figura 5 Malhas computacionais para simulação CFD. . . . .	23
Figura 6 Forças em um foguete durante o voo. . . . .	25
Figura 7 Componentes de um modelo de foguete para análise do arrasto. . . . .	26
Figura 8 Fontes de arrasto típicas em um modelo de foguete. . . . .	26
Figura 9 Coeficiente de arrasto para o nariz e o corpo em função da velocidade. . . . .	27
Figura 10 Linhas de corrente sobre um modelo de foguete. . . . .	28
Figura 11 Coeficiente de arrasto para diferentes razões de $L/d$ para um foguete a 100 ft/s. . . . .	28
Figura 12 Configurações do bocal sobre o jato de exaustão. . . . .	31
Figura 13 Diagrama esquemático do jato e do escoamento na base. . . . .	32
Figura 14 Contornos de densidade e linhas de corrente. . . . .	33
Figura 15 Vetores de velocidade no domínio próximo da base. . . . .	34
Figura 16 Geometria do Modelo C com cotas em polegadas. . . . .	35
Figura 17 Esquema para coordenadas da fuselagem. . . . .	35
Figura 18 Geometria da traseira e do bocal do Modelo C com cotas em polegadas. . . . .	36
Figura 19 Dados das trajetórias de voo do Modelo C em função do tempo. . . . .	38
Figura 20 Cotas da geometria externa do domínio físico. . . . .	38
Figura 21 Representações geométricas do Modelo C com cotas aproximadas. . . . .	39
Figura 22 Geometria da traseira do M1. . . . .	39
Figura 23 Geometria da traseira do M2. . . . .	39
Figura 24 Geometria da traseira do M3. . . . .	40
Figura 25 Domínio computacional para o M3. . . . .	40
Figura 26 Convergência dos coeficientes de arrasto. . . . .	41
Figura 27 Modelo geométrico utilizado no Missile DATCOM. . . . .	42
Figura 28 Modelo geométrico utilizado no AeroLAB com cotas em milímetros. . . . .	42
Figura 29 Dados de pressão na metade da base para voo atmosférico não propulsado. . . . .	43
Figura 30 Campo de velocidade atrás do veículo no voo atmosférico não propulsado em $t =$ 0.8609 s. . . . .	43
Figura 31 Dados de pressão na base para voo atmosférico não propulsado. . . . .	44
Figura 32 Coeficientes de pressão no veículo para voo atmosférico não propulsado. . . . .	45
Figura 33 Forças de arrasto aerodinâmico sobre o modelo para voo atmosférico não propul- sado. . . . .	46
Figura 34 Força de arrasto aerodinâmico na base para voo não propulsado. . . . .	47
Figura 35 Distribuição do número de Mach atrás do veículo para voo não propulsado. . . . .	47

Figura 36	Coeficientes de arrasto sobre o modelo para voo atmosférico não propulsado.	48
Figura 37	Curvas do coeficiente de arrasto estimadas para voo atmosférico não propulsado.	49
Figura 38	Dados de pressão na base para voo atmosférico propulsado.	50
Figura 39	Coeficientes de pressão no veículo para voo atmosférico propulsado.	51
Figura 40	Contorno de Mach e linhas de corrente no voo atmosférico propulsado em $t =$	
	$0.04952 \text{ s.}$	52
Figura 41	Forças de arrasto aerodinâmico sobre o modelo para voo atmosférico propulsado.	52
Figura 42	Força de arrasto aerodinâmico na base para voo atmosférico propulsado.	53
Figura 43	Distribuição do número de Mach atrás do modelo em voo atmosférico propulsado.	53
Figura 44	Coeficientes de arrasto sobre o modelo para voo atmosférico propulsado.	54
Figura 45	Curvas do coeficiente de arrasto estimadas para voo atmosférico propulsado.	55

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coordenadas da fuselagem. . . . .	35
Tabela 2 – Dados atmosféricos da trajetória de voo não propulsado. . . . .	36
Tabela 3 – Dados atmosféricos da trajetória de voo propulsado. . . . .	37
Tabela 4 – Condições do jato de exaustão. . . . .	37
Tabela 5 – Divisões da malha na traseira do M1. . . . .	39
Tabela 6 – Divisões da malha na traseira do M2. . . . .	39
Tabela 7 – Divisões da malha na traseira do M3. . . . .	40
Tabela 8 – Valores de pressão na metade da base e diferenças para voo atmosférico não propulsado. . . . .	44
Tabela 9 – Valores de pressão média na base e diferenças para voo atmosférico não propulsado. . . . .	45
Tabela 10 – Valores do coeficiente de pressão para voo atmosférico não propulsado. . . . .	46
Tabela 11 – Valores da força e do coeficiente de arrasto para voo atmosférico não propulsado. . . . .	48
Tabela 12 – Coeficientes de arrasto obtidos no DATCOM para voo atmosférico não propulsado. . . . .	49
Tabela 13 – Parâmetros e coeficientes obtidos no AeroLAB para voo atmosférico não propulsado. . . . .	49
Tabela 14 – Valores de pressão na base e diferenças para voo atmosférico propulsado. . . . .	50
Tabela 15 – Valores do coeficiente de pressão para voo atmosférico propulsado. . . . .	51
Tabela 16 – Valores da força e do coeficiente de arrasto para voo atmosférico propulsado. . . . .	54
Tabela 17 – Coeficientes de arrasto obtidos no DATCOM para voo atmosférico propulsado. . . . .	55
Tabela 18 – Parâmetros e coeficientes obtidos no AeroLAB para voo atmosférico propulsado. . . . .	55

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UNESP	Universidade Estadual Paulista
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
MEF	Métodos de Elementos Finitos
MDF	Métodos de Diferenças Finitas
MEC	Métodos de Elementos de Contorno
MVF	Métodos de Volumes Finitos
M1	Modelo para Voo Não Propulsado Sem Modelagem do Divergente
M2	Modelo para Voo Não Propulsado Com Modelagem do Divergente
M3	Modelo para Voo Propulsado Sem Modelagem do Divergente

## LISTA DE SÍMBOLOS

$p$	Pressão
$T$	Temperatura
$\rho$	Densidade
$M$	Número de Mach
$\gamma$	Razão de calor específico dos gases
$\theta$	Ângulo de deflexão côncavo
$\beta$	Ângulo de inclinação da onda de choque
$\nu(M)$	Função de Prandtl–Meyer
$N$	Força normal
$D$	Força de arrasto
$C_N$	Coefficiente da força normal
$C_D$	Coefficiente da força de arrasto
$V$	Velocidade de voo do veículo
$A_{\text{ref}}$	Área de referência
$C_{D_N}$	Coefficiente de arrasto do nariz
$C_{D_{BT}}$	Coefficiente de arrasto do corpo
$C_{D_B}$	Coefficiente de arrasto da base
$C_{D_C}$	Coefficiente de arrasto da soma dos componentes
$C_f$	Coefficiente de fricção da superfície
$L$	Comprimento do corpo
$d$	Diâmetro do corpo
$S_W$	Área molhada
$S_{BT}$	Área transversal do corpo
$A$	Área da seção transversal do bocal
$u$	Velocidade na seção do bocal na direção do escoamento

$F_e$	Força de empuxo
$p_s$	Pressão estática dos gases na tubeira
$p_a$	Pressão ambiente externa
$A_s$	Área da seção de saída do bocal
$\dot{m}$	Vazão de massa
$v$	Velocidade média de escape dos gases
$p_c$	Pressão na câmara de combustão
$A_g$	Área da garganta
$P_{\text{base}}$	Pressão média na base
$P_{M_{\text{base}}}$	Pressão na metade do comprimento da base
$C_P$	Coefficiente de pressão

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1	MOTIVAÇÃO	16
1.2	OBJETIVO	17
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>18</b>
2.1	AERODINÂMICA COMPRESSÍVEL	18
2.2	DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL	22
2.3	ARRASTO AERODINÂMICO EM FOGUETES	25
2.4	PROPULSÃO EM BOCAIS CONVERGENTE-DIVERGENTE	29
2.5	EVIDÊNCIAS DO EFEITO DO JATO DE EXAUSTÃO	31
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>35</b>
3.1	GEOMETRIA DO VEÍCULO ESPACIAL	35
3.2	PARÂMETROS ATMOSFÉRICOS E PROPULSIVOS	36
3.3	MODELAGEM COMPUTACIONAL	38
3.4	METODOLOGIA NUMÉRICA	41
3.5	PROGRAMAS DE CÁLCULO POR MÉTODOS SEMI-EMPIRICOS	42
3.5.1	Missile DATCOM	42
3.5.2	AeroLAB	42
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>43</b>
4.1	VOO ATMOSFÉRICO NÃO PROPULSADO	43
4.2	VOO ATMOSFÉRICO PROPULSADO	50
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>56</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>57</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

Em meados de 1900 o professor russo Konstantin Tsiolkovsky elaborou os princípios da balística de foguetes. Logo depois, Wernher von Braun e outros membros da pequena sociedade alemã de foguetes foram recrutados para trabalhar em programas militares da Alemanha, o que culminou no primeiro míssil balístico, o foguete V2. A corrida espacial que ocorreu durante a Guerra Fria, impulsionou o desenvolvimento da indústria aeroespacial, o que viabilizou as primeiras viagens espaciais tripuladas. Apesar dos projetos bem sucedidos desde então, como o programa Apollo e as missões do Ônibus Espacial, esse setor continua buscando formas de otimizar os veículos e aperfeiçoar o voo supersônico.

O regime de escoamento em velocidades supersônicas impõe condições de voo adversas ao veículo espacial. Na região ao redor do veículo são formados os ambientes aerodinâmico, aerotérmico e aeroacústico, cujos efeitos são diversos e incluem a produção de cargas estruturais, o sobreaquecimento na superfície externa do veículo e ruído acústico de alta energia (PALMERIO, 2017). Durante a fase de projeto de estudos preliminares faz-se necessário estimar as forças e os momentos aos quais o veículo será submetido devido aos ambientes físicos criados. Os coeficientes aerodinâmicos são números adimensionais que possibilitam analisar as forças e momentos normalizados pela geometria e pela pressão dinâmica do escoamento. Assim, calcular e interpretar os coeficientes é fundamental para compreensão dos fatores relevantes no desenvolvimento dos projetos estruturais e para a determinação das forças aerodinâmicas utilizadas nas simulações de trajetória e desempenho.

Os coeficientes aerodinâmicos podem ser estimados através de modelos de engenharia, ferramentas computacionais e ensaios em túnel de vento ou túnel de choque. As ferramentas computacionais podem ser divididas em simulações aerodinâmicas baseadas em Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics* - CFD) e programas de cálculo por métodos semi-empíricos como o AeroLAB (NAKKA, 2021) e o Missile DATCOM (BLAKE, 1998; MORAES; VILLAS BÔAS; MORGENSTERN JÚNIOR, 2006; SOARES, 2003). Os avanços tecnológicos no campo das simulações computacionais permitiu que os resultados das simulações CFD se tornassem mais precisos e de fácil interpretação. Sendo assim, o domínio dessa ferramenta computacional é desejável na indústria aeroespacial, na qual são fundamentais resultados confiáveis com baixas margens de erro.

Existe um interesse particular na determinação da força de arrasto que atua nos veículos espaciais, a fim de melhorar o desempenho aerodinâmico durante a fase de lançamento. O arrasto aerodinâmico pode ser dividido e calculado separadamente para os diversos componentes estruturais, como nariz, corpo, base e empenas, permitindo comparar a parcela proporcionada por cada um na força de arrasto total sobre o foguete. Nesse contexto, a análise de PURSER; THIBODAUX; JACKSON (1950) indicou que os efeitos do jato de exaustão sobre o arrasto da base de veículos em voo atmosférico propulsado são significativos, de modo que merecem consideração nos projetos aeroespaciais. Ainda hoje, a influência do jato de exaustão sobre o arrasto da base não pode ser estimada com precisão por modelos de engenharia, de modo que é necessário utilizar as ferramentas computacionais.

## 1.2 OBJETIVO

O principal objetivo do presente trabalho é reproduzir os resultados experimentais apresentados e discutidos no relatório de [PURSER; THIBODAUX; JACKSON \(1950\)](#); bem como determinar os coeficientes de pressão e arrasto aerodinâmico sobre o veículo espacial selecionado, verificando a influência do jato de exaustão no arrasto da base, utilizando o *software* ANSYS Fluent, versão 2020 R2 Academic, para os cálculos CFD, e os programas de cálculo por métodos semi-empíricos Missile DATCOM e AeroLAB.

## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1 AERODINÂMICA COMPRESSÍVEL

Os primeiros registros de visualização de regimes de escoamento compressível datam de 1893, quando o engenheiro Carl G. P. de Laval construiu uma turbina para uso marítimo na qual as pás eram movidas por um escoamento de alta temperatura e pressão. Esse escoamento passava por uma sucessão de bocais em formato convergente-divergente, de modo que o impulso da turbina produzia velocidades até então inatingíveis (ANDERSON, 1990). Apesar desse avanço tecnológico, os estudos de aerodinâmica compressível só começaram a receber atenção durante a Segunda Guerra Mundial, com a necessidade do voo a jato de alta velocidade.

O conceito de compressibilidade do ar está diretamente relacionado às ondas sonoras. “O som, vibração capaz de ser captada pelo sentido da audição, decorre de uma variação na pressão, causada por uma ligeira mudança na energia das moléculas de ar.” (ANDERSON, 1990). Devido a essa variação, as ondas de energia passam então a ser denominadas ondas sonoras, e quando a velocidade do escoamento ultrapassa a velocidade do som, os efeitos da compressibilidade se tornam significativos, e o escoamento é classificado como compressível. Considerando que a velocidade do som é fixa a uma determinada altitude, com condições de pressão e temperatura específicas, a razão entre a velocidade do escoamento e a velocidade do som pode ser calculada, sendo nomeada como número de Mach. Assim, escoamentos compressíveis são aqueles nos quais o número de Mach é superior a 1.

Para ultrapassar as camadas atmosféricas os veículos espaciais são lançados a elevadas velocidades, ultrapassando a barreira do som, Mach maior que 1, pressionando o ar e proporcionando efeitos de compressibilidade. Entre esses efeitos, pode-se ressaltar a formação de ondas de choque normais, oblíquas e de expansão, que são uma solução da natureza para o problema de propagação dos distúrbios em escoamentos acelerados (ANDERSON, 1990).

Em 1947, a Força Aérea dos Estados Unidos realizou voos de teste no veículo de pesquisa Bell XS-1, um pequeno avião com motor turbina convergente-divergente, pilotado por Chuck Yeager, piloto do P-51 durante a Primeira Guerra Mundial. A história contada por (ANDERSON, 1990) descreve que quando o piloto acelerou o avião Bell XS-1 até Mach 1.06 ocorreu a formação de uma onda de choque arqueada e destacada na frente da aeronave. Após esse acontecimento, em outro teste, Chuck Yeager acelerou o Bell XS-1 até Mach 1.45 durante uma manobra de mergulho. Nesse voo, o número de Mach era suficientemente alto para que a onda de choque se fixasse no nariz pontiagudo da aeronave.

Na onda de choque destacada, fenômeno evidenciado no primeiro voo em Mach 1.06, as porções da onda perpendiculares ao fluxo do escoamento são classificadas, no estudo clássico de aerodinâmica compressível, como onda de choque normal. Ondas de choque normal são estudadas como fenômenos unidimensionais, e geram um campo de velocidade no qual o fluxo é supersônico na frente da onda e subsônico atrás dela (ANDERSON, 1990). Além disso, a pressão estática, a temperatura e a densidade aumentam através das ondas de choque normal, enquanto a velocidade diminui. Assim, o choque normal é assumido como uma descontinuidade sobre a qual as propriedades do fluxo subitamente mudam.

As equações que expressam o fenômeno físico das ondas de choque normal são apresentadas abaixo. Nelas, o índice 0 representa a região anterior a onda de choque e o índice 1, a posterior. Além disso,  $p$  simboliza pressão,  $T$  temperatura,  $\rho$  densidade,  $M$  número de Mach e  $\gamma$  razão de calor específico dos gases.

$$M_1^2 = \frac{(\gamma - 1)M_0^2 + 2}{2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)} \quad (1)$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \quad (2)$$

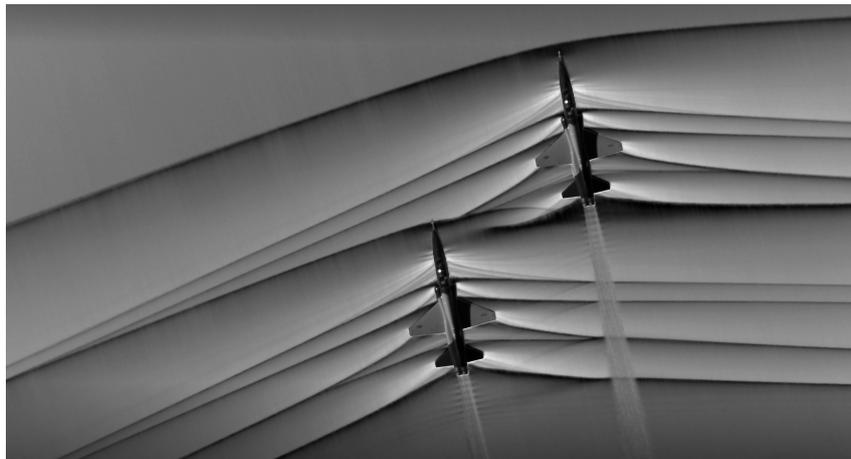
$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{[2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)][(\gamma - 1)M_0^2 + 2]}{(\gamma + 1)^2 M_0^2} \quad (3)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{(\gamma + 1)M_0^2}{(\gamma - 1)M_0^2 + 2} \quad (4)$$

As mudanças através do choque ocorrem em um espaço infinitesimal, aumentando bruscamente os parâmetros do escoamento. Em regiões com grandes gradientes, os efeitos viscosos e de condução térmica se tornam relevantes. Esses efeitos, irreversíveis e dissipativos, geram entropia, a qual é fornecida na natureza como atrito e condução térmica dentro da estrutura da onda de choque (ANDERSON, 1990).

Quando a onda de choque se fixa na estrutura da aeronave, como no voo a Mach 1.45 do Bell XS-1, ela é denominada de onda de choque oblíquo e seu estudo clássico é feito através de simplificações para escoamentos bidimensionais. As ondas de choque oblíquo ocorrem quando o fluxo do escoamento compressível é defletido por uma estrutura côncava, de modo que as ondas de propagação dos distúrbios se aglutinam em uma onda de choque inclinada. Na Figura 1, é possível visualizar a formação dessas ondas de choque em duas aeronaves T-38 utilizadas pela Força Aérea Americana.

Figura 1 – Ondas de choque em aviões T-38 voando em formação.



fonte: (NASA, 2021).

Para cada número de Mach do escoamento supersônico existe uma determinada variação angular máxima que pode ser imposta pela estrutura do veículo, a fim de que a onda de choque se fixe na estrutura e seja inteiramente inclinada. Caso o ângulo de deflexão seja superior ao máximo previsto não

existirá uma solução para as equações governantes e a onda de choque será destacada, apresentando porções que podem ser consideradas choque normal e choque oblíquo, como mostrado na Figura 2.

Como nas ondas de choque normal, as propriedades do escoamento que atravessa um choque oblíquo aumentam, com exceção da velocidade que diminui. As equações que governam esse fenômeno são apresentadas abaixo, utilizando a mesma relação de índices apresentada anteriormente. O ângulo de deflexão côncavo é nomeado de  $\theta$  e o ângulo de inclinação da onda de choque de  $\beta$ . Ressalta-se que, diferente das situações com ondas de choque normal, o escoamento não se torna necessariamente subsônico após a passagem por uma onda de choque oblíquo.

$$M_1^2 \sin^2(\beta - \theta) = \frac{(\gamma - 1)M_0^2 \sin^2 \beta + 2}{2\gamma M_0^2 \sin^2 \beta - (\gamma - 1)} \quad (5)$$

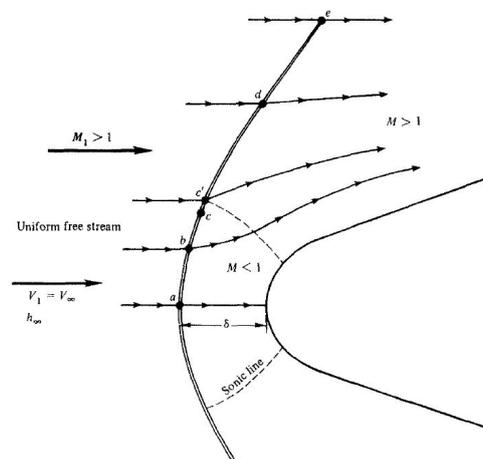
$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{2\gamma M_0^2 \sin^2 \beta - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)} \quad (6)$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{[2\gamma M_0^2 \sin^2 \beta - (\gamma - 1)][(\gamma - 1)M_0^2 \sin^2 \beta + 2]}{(\gamma + 1)^2 M_0^2 \sin^2(\beta)} \quad (7)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{(\gamma + 1)M_0^2 \sin^2 \beta}{(\gamma - 1)M_0^2 \sin^2 \beta + 2} \quad (8)$$

Em corpos rombudos formam-se ondas de choque destacadas com características singulares. Simplificações e hipóteses podem ser consideradas no seu estudo analítico, aplicando alguns conceitos da aerodinâmica compressível clássica. Imediatamente na frente do nariz, pode-se assumir que a onda de choque é aproximadamente normal à direção do fluxo do escoamento, de modo que podem ser aplicadas as equações governantes de choque normal para uma prévia estimativa das propriedades logo atrás da onda nessa região. Ao se afastar, a onda de choque destacada se curva suavemente, inclinando as linhas de corrente. Em uma determinada posição ocorre a formação de uma linha sonora, de modo que a onda se torna suficientemente fraca e para de diminuir drasticamente a velocidade do escoamento para valores subsônicos. A delimitação desses fenômenos e o comportamento do escoamento podem ser visualizados na Figura 2.

Figura 2 – Escoamento sobre um corpo rombudo.



fonte: (ANDERSON, 1990).

Enquanto os choques oblíquos ocorrem sobre superfícies côncavas, ondas de expansão de Prandtl-Meyer ocorrem quando o escoamento atravessa uma superfície convexa. Essas ondas são também nomeadas como leques de expansão, uma vez que a sua estrutura é composta por um número infinito de ondas de Mach que, de modo oposto aos choques oblíquos, aumentam a velocidade do escoamento e diminuem os valores de pressão, temperatura e densidade.

A função de Prandtl-Meyer ( $\nu(M)$ ), apresentada na equação (9), fornece uma estimativa do número de Mach quando os ângulos de inclinação das ondas frontal e traseira do leque de expansão são conhecidos. A onda de expansão é um fenômeno isentrópico, sendo assim, as propriedades após a onda traseira podem ser estimadas pelas equações (10), (11) e (12).

$$\nu(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}(M^2-1)} - \tan^{-1} \sqrt{M^2-1} \quad (9)$$

$$\frac{p_0}{p_1} = \left[ \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (10)$$

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \quad (11)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_1} = \sqrt{\frac{p_0}{p_1}} \quad (12)$$

Além dos fenômenos físicos apresentados, destacam-se, nos estudos analíticos de escoamentos tridimensionais, as análises sobre corpos esbeltos. Corpos esbeltos são aqueles que, quando alinhados ao escoamento, possuem o comprimento muito maior que a dimensão transversal ao fluxo. Exemplos são os aviões F-106B e Concorde, e mísseis como o AV-TM 300 apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Míssel de cruzeiro AV-TM 300.



fonte: (AVIBRAS, 2021).

Para o desenvolvimento das equações que descrevem o comportamento do escoamento sobre corpos esbeltos utiliza-se a equação de Laplace, uma simplificação para escoamentos permanentes,

não viscosos, irrotacionais e bidimensionais. Dessa forma, a teoria dos corpos esbeltos, que pode ser estendida à teoria dos corpos esbeltos de revolução, utiliza-se da hipótese de que o movimento do corpo bidimensional está associado a quantidade de movimento do fluido ao seu redor.

Os estudos de escoamentos compressíveis evoluíram com o aprimoramento das ferramentas computacionais. Desse modo, a aerodinâmica compressível moderna possibilita análises para o completo entendimento dos fenômenos físicos, os quais são aproximados por diversas simplificações nos estudos analíticos da aerodinâmica compressível clássica, como apresentado ao longo dessa seção.

## 2.2 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

As ferramentas modernas de cálculo numérico, principalmente aquelas que empregam os Métodos de Elementos Finitos (MEF), Diferenças Finitas (MDF), Elementos de Contorno (MEC) e Volumes Finitos (MVF) possibilitam modelar as equações de movimento para geometrias e padrões complexos de fluxo. Nessas ferramentas, englobadas na Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics* - CFD), o problema físico contínuo é discretizado em uma malha computacional formada por elementos e nós, na qual as equações fundamentais da mecânica dos fluidos são solucionadas de acordo com a metodologia aplicada.

Em aplicações práticas e pesquisas é comum a utilização de códigos e programas comerciais de CFD, um exemplo é na determinação da distribuição de pressão em estruturas, como apresentado na Figura 4. Nessas ferramentas computacionais, é possível construir uma geometria sobre a qual uma malha será gerada. As condições de contorno podem ser definidas e as propriedades do escoamento são solucionadas respeitando a discretização e a metodologia. Esses programas utilizam-se ainda de modelos de turbulência aproximados, a fim de solucionar os escoamento turbulentos, que não são resolvidos integralmente pelas equações.

Figura 4 – Distribuição de pressão em um avião militar típico.



fonte: (FLETCHER, 1990).

As equações fundamentais da mecânica dos fluidos são amplamente conhecidas como as equações de Navier-Stokes. Elas compreendem um sistema composto pelas equações da continuidade, quantidade de movimento e energia, além de algumas relações constitutivas. Sua formulação varia de acordo com as condições do escoamento, de modo que os sistemas de equações para escoamentos incompressíveis e compressíveis diferem.

Em escoamentos incompressíveis os efeitos térmicos e da viscosidade são, geralmente, negligenciados. Assim, no sistema de equações de Navier-Stokes incompressível é acrescentada a equação

de Poisson, responsável pelo acoplamento dos campos de pressão e velocidade, como se apresenta a seguir, utilizando a notação de Einstein.

$$\text{Equação da Continuidade: } \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (13)$$

$$\text{Equação da Quantidade de Movimento: } \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (14)$$

$$\text{Equação de Poisson para Pressão: } \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (15)$$

Enquanto isso, o sistema de equações de Navier-Stokes compressível, apresentado abaixo, descreve o comportamento de um fluido em meio contínuo, compressível, viscoso e com condução de calor. Sendo assim, as análises envolvendo escoamentos compressíveis são não lineares e podem apresentar problemas de mal condicionamento dos autovalores quando utilizadas perto do limite incompressível.

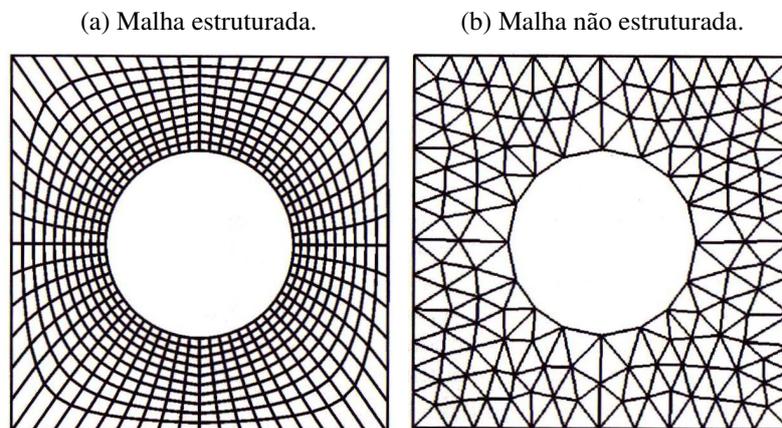
$$\text{Equação da Continuidade: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (16)$$

$$\text{Equação da Quantidade de Movimento: } \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ij}] = \rho f_i \quad (17)$$

$$\text{Equação da Energia: } \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(E + p)u_j - \tau_{ij}u_i + q_j] = \rho f_i u_i \quad (18)$$

As malhas computacionais, que transformam o problema do domínio contínuo para o discreto, podem ser classificadas quanto a sua estruturação e o formato de seus elementos. Malhas estruturadas são aquelas que possuem ordenação, de modo que a vizinhança é explícita e as propriedades podem ser armazenadas em vetores de três dimensões ordenadas. Para a construção dessas malhas é necessário utilizar formas geométricas de quadriláteros e hexaedros. As malhas não estruturadas, por sua vez, não possuem ordenação, de modo que seus elementos podem ser de qualquer forma e a vizinhança não é explícita.

Figura 5 – Malhas computacionais para simulação CFD.



fonte: (MALISKA, 2004).

O refinamento das malhas computacionais pode ser adaptado, de modo a captar melhor fenômenos físicos complexos e detalhes que podem ocorrer em determinadas regiões do domínio do problema. Regiões refinadas podem ser compreendidas como recoberturas de malhas encaixadas, progressivamente mais finas.

Algumas metodologias de solução da análise numérica podem ser classificadas como MEF, MDF, MEC ou MVF. No MEF o domínio computacional é dividido em elementos que são delimitados por nós. As propriedades são calculadas para esses nós, e a solução em cada região do domínio é estimada pela combinação algébrica dos valores nodais locais. As equações nodais são resolvidas simultaneamente e as funções aproximadas são integradas sobre o elemento (WHITE, 2018).

De outra forma, o MDF estima as derivadas parciais na equação que representa o fenômeno físico, através da diferença entre os valores dos nós que são espaçados por distâncias finitas entre si. Assim, como explica WHITE (2018), a equação diferencial parcial básica é substituída por um conjunto de equações algébricas para os valores nodais.

Diferente dos métodos anteriores, o MEC não discretiza o domínio computacional com elementos interiores. Ao invés disso, todos os nós, e portanto elementos, são colocados na fronteira e os resultados são obtidos por interpolação (WHITE, 2018). Por fim, o MVF decompõe o domínio em volumes de controle, sobre os quais são formuladas e resolvidas diretamente as equações integrais de conservação (PATANKAR, 1980).

Alguns problemas da mecânica dos fluidos envolvem o fenômeno natural da turbulência, o qual é altamente complexo e imprevisível. Nos regimes turbulentos, "os valores assumidos pelas variáveis que caracterizam o funcionamento do sistema, no tempo e no espaço, são de difícil previsão determinística, uma vez que elas mantêm estrita dependência e alta sensibilidade à pequenas variações das condições iniciais e das condições de contorno do problema." (SILVEIRA NETO, 2020). Sendo assim, uma vez que a turbulência é um fenômeno não estacionário, não linear, tridimensional e com flutuações de propriedades no espaço e no tempo, é necessário modelar a turbulência devido ao alto custo computacional de resolvê-la. Neste caso, normalmente utiliza-se as equações de Navier-Stokes com média de Reynolds.

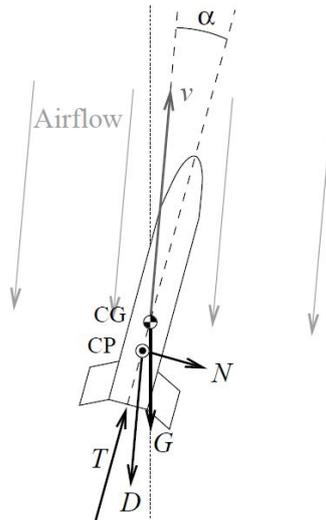
Os principais modelos de turbulência utilizados para resolver as equações de Navier-Stokes com média de Reynolds podem ser classificados em duas grandes categorias: modelos de viscosidade de vórtices e modelos de tensões de Reynolds. Entre os primeiros, mais baratos computacionalmente, destacam-se o Spalart & Allmaras, modelo de uma equação calibrado para aerofólios e amplamente utilizado na indústria, o  $K-\epsilon$ , modelo de duas equações indicado para jatos e esteiras, o  $K-\omega$ , modelo de duas equações com bons resultados em regiões próximas ao corpo imerso, e o Shear Stress Transport, que acopla os modelos  $K-\epsilon$  e  $K-\omega$  e captura com precisão pontos de deslocamento do escoamento. A escolha do modelo de turbulência deve partir do conhecimento prévio do problema físico, uma vez que os modelos podem falhar, gerando resultados imprecisos e errôneos.

A Dinâmica dos Fluidos Computacional, apesar de complexa fundamentalmente, pode ser aplicada para as soluções de problemas envolvendo escoamentos de fluidos, transferências de calor e massa e reações químicas, se mostrando uma ferramenta eficaz na redução dos custos e do tempo para obtenção de resultados preliminares.

### 2.3 ARRASTO AERODINÂMICO EM FOGUETES

Um foguete é submetido a três forças principais durante a trajetória de voo: tração, gravidade e aerodinâmica, como pode ser visto na Figura 6. A tração, ou empuxo, é gerada pelos motores através da exaustão dos gases de combustão em altas velocidades na direção oposta ao voo. A gravidade, pode ser analisada como uma única força no centro de gravidade do veículo, que surge devido ao peso dos componentes estruturais. A força aerodinâmica, por fim, é a resultante de forças e momentos ângulares que surgem da interação do veículo com o escoamento de ar ao seu redor.

Figura 6 – Forças em um foguete durante o voo.



fonte: (NISKANEN, 2013).

A força aerodinâmica pode ser decomposta e analisada em pontos de referência específicos. A componente de força normal, posicionada no centro de pressão do foguete, representada na Figura 6 pela letra  $N$ , fornece estabilidade através da produção de um momento ao redor do centro de gravidade que é contrário ao momento induzido no voo. Enquanto isso, a componente de força de arrasto, também posicionada no centro de pressão, representada pela letra  $D$ , é paralela a direção da velocidade, se opondo ao movimento do veículo.

Os valores absolutos dessas componentes são difíceis de serem interpretados, visto que são afetados por diversos fatores. Para que seja possível realizar análises e comparações mais facilmente, as forças são normalizadas pela pressão dinâmica do escoamento e por uma área de referência, obtendo-se, dessa forma, os coeficientes de força adimensionais. As equações (19) e (20) apresentam os coeficientes correspondentes à força normal,  $C_N$ , e à força de arrasto,  $C_D$ , respectivamente.

$$C_N = \frac{N}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_{\text{ref}}} \quad (19)$$

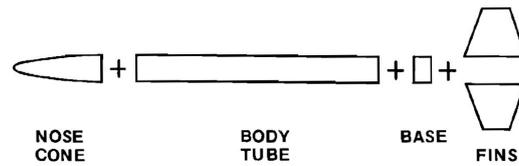
$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_{\text{ref}}} \quad (20)$$

Nessas equações, além das variáveis já apresentadas anteriormente,  $V$  é a velocidade de voo do veículo espacial e  $A_{\text{ref}}$  a área de referência. Quando o ângulo de ataque, que é formado entre a linha de

simetria do foguete e a direção do seu movimento, é nulo, a componente normal da força também é nula. Nessa situação, calcula-se apenas o coeficiente de arrasto, que então representa a influência do formato estrutural na força de arrasto aerodinâmico.

Análises da força de arrasto são geralmente simplificadas considerando que o veículo espacial é formado pela junção de um conjunto de componentes estruturais básicos. Assim, o arrasto para cada componente pode ser calculado separadamente, possibilitando identificar qual é mais significativo. É usual dividir a estrutura de um modelo de foguete em quatro parcelas: nariz, corpo, base e empenas; como apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Componentes de um modelo de foguete para análise do arrasto.



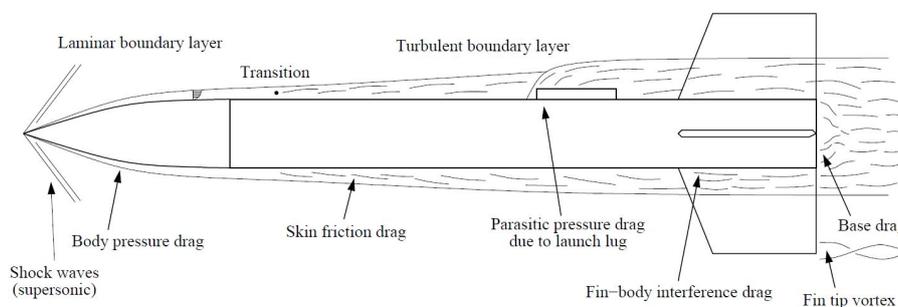
fonte: (GREGOREK, 1998).

Serão discutidas apenas as parcelas do arrasto referentes ao nariz, ao corpo e à base. O arrasto referente a presença das empenas será desconsiderado por simplificação, uma vez que existe arrasto de interferência e formação de vórtices devido a essas estruturas. Desta forma, pode-se escrever a equação (21), na qual  $C_{D_N}$  é o coeficiente de arrasto do nariz,  $C_{D_{BT}}$  do corpo,  $C_{D_B}$  da base e  $C_{D_C}$  da soma dos componentes.

$$C_{D_C} = C_{D_N} + C_{D_{BT}} + C_{D_B} \quad (21)$$

As forças de arrasto que atuam sobre a estrutura do veículo surgem principalmente devido a dois mecanismos físicos: o atrito das camadas de ar com a superfície e a distribuição de pressão do escoamento. Outras fontes surgem durante a trajetória de voo, dependendo do formato estrutural do veículo e dos números de Reynolds e de Mach do escoamento. A Figura 8 expõe as diversas fontes de arrasto sobre a estrutura de um modelo de foguete.

Figura 8 – Fontes de arrasto típicas em um modelo de foguete.

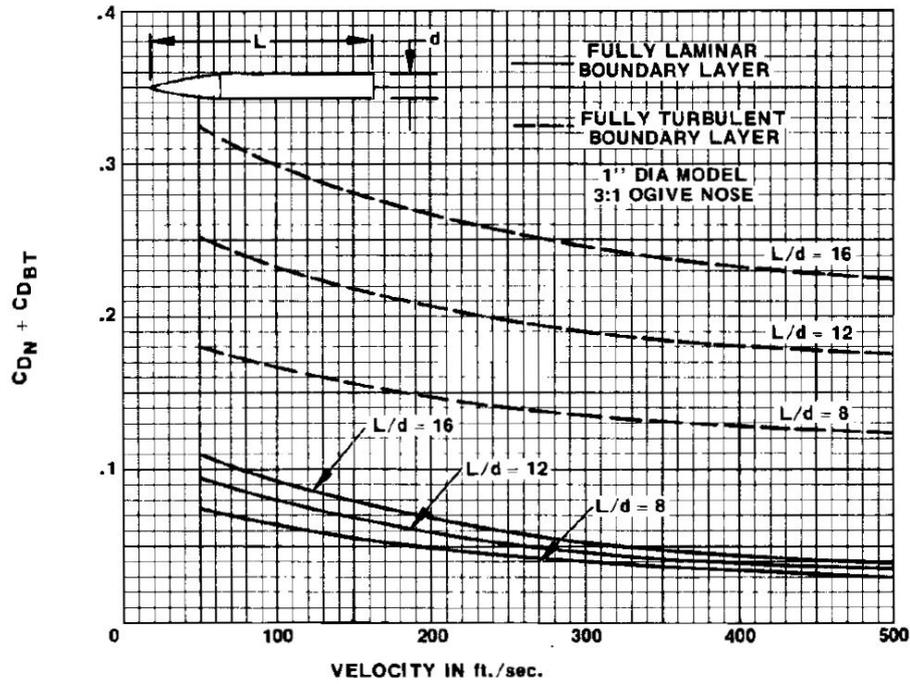


fonte: (NISKANEN, 2013).

O arrasto do nariz é influenciado pela distribuição de pressão e pelo atrito do escoamento na superfície. Em função disso, seu formato deve ser otimizado a fim de diminuir a região de alta pressão formada na frente do veículo, levando em consideração a formação de ondas de choque no regime

supersônico. O arrasto devido ao atrito no nariz e no corpo, como apresentado por [GREGOREK \(1998\)](#), é influenciado pela razão entre o comprimento total e o diâmetro do veículo, pela velocidade do escoamento e pela classificação da camada limite. A Figura 9 apresenta um gráfico da soma dos coeficientes de arrasto para o nariz e o corpo de um modelo, em função de diferentes parâmetros.

Figura 9 – Coeficiente de arrasto para o nariz e o corpo em função da velocidade.



fonte: [GREGOREK \(1998\)](#).

Observa-se no gráfico que menores valores do coeficiente de arrasto são associados às camadas limites laminares, quando comparados às camadas limites turbulentas. Além disso, o coeficiente de arrasto para camadas limites turbulentas depende mais fortemente da razão entre o comprimento e o diâmetro do corpo, enquanto os coeficientes para camadas limites laminares são mais sensíveis a mudanças na velocidade.

Uma estimativa analítica da soma dos coeficientes de arrasto do nariz e do corpo pode ser calculada pela equação (22), sendo  $C_f$  o coeficiente de fricção da superfície em função do número de Reynolds,  $L$  o comprimento do corpo,  $d$  o diâmetro do corpo,  $S_W$  a área molhada e  $S_{BT}$  a área transversal do tubo do corpo. Ressalta-se que como o coeficiente  $C_f$  depende do número de Reynolds do escoamento, ele representa a alteração de  $C_{DN} + C_{D_{BT}}$  em relação à camada limite.

$$C_{DN} + C_{D_{BT}} = 1.02C_f \left[ 1 + \frac{1.5}{(L/d)^{3/2}} \right] \frac{S_W}{S_{BT}} \quad (22)$$

A Figura 10 apresenta um esboço das linhas de corrente que atravessam um veículo espacial em voo com ângulo de ataque igual a zero. Observa-se que, após fluir sobre o nariz e o corpo do modelo, o fluxo de ar alcança a base e tenta se curvar bruscamente para contorná-la. Esse contorno, entretanto, não ocorre, pois a viscosidade do ar impede qualquer súbita mudança de direção do escoamento. Assim, o fluxo se separa da superfície e cria uma região de baixa pressão na base do veículo, o que produz um desbalanço no campo de pressão e aumenta consideravelmente o arrasto.

Figura 10 – Linhas de corrente sobre um modelo de foguete.



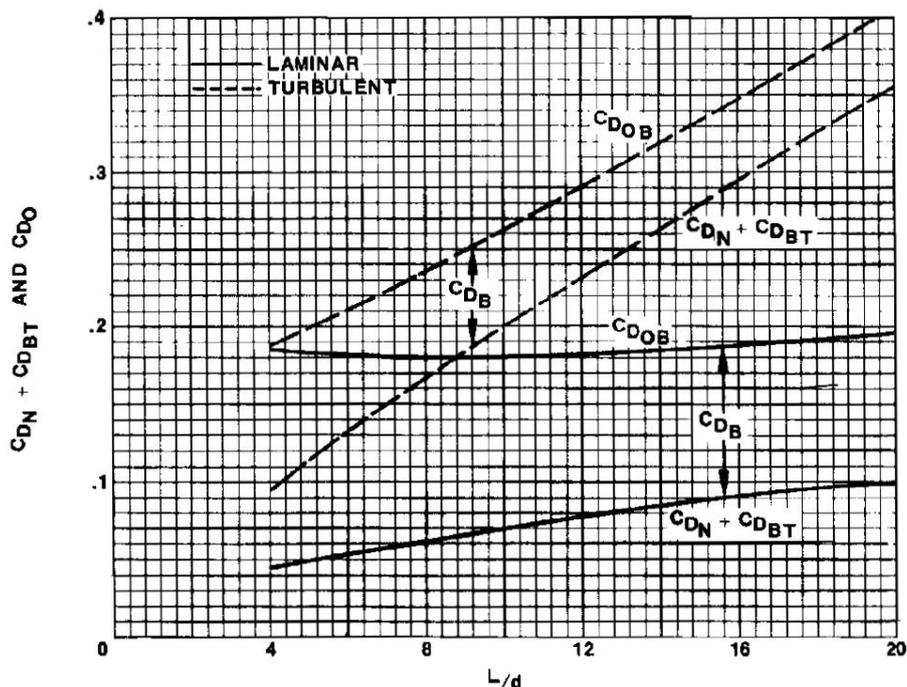
fonte: (GREGOREK, 1998).

Através da equação (23) é possível estimar o coeficiente de arrasto na base para voos atmosféricos não propulsados. Uma análise da equação permite concluir que conforme os coeficientes de arrasto do nariz e do corpo aumentam, o coeficiente de arrasto da base diminui. Uma clara justificativa para essa conclusão é que os maiores valores de  $C_{DN} + C_{D_{BT}}$  estão associados às camadas limites turbulentas, as quais possuem maior efeito da viscosidade e portanto resistem mais a separação.

$$C_{D_B} = \frac{0.029}{\sqrt{C_{DN} + C_{D_{BT}}}} \quad (23)$$

Os resultados podem ser visualizados em conjunto na Figura 11. É evidente que para camadas limites laminares o coeficiente de arrasto da base é uma parcela significativa do coeficiente de arrasto total, sendo esse pouco influenciado pela mudança da razão entre o comprimento e o diâmetro do modelo. Em contrapartida, para camadas limites turbulentas o acréscimo no coeficiente de arrasto total proporcionado pelo arrasto da base é pouco significativo. Além disso, para essas, pode-se considerar que o coeficiente de arrasto aumenta linearmente com o aumento da razão entre o comprimento e o diâmetro do veículo.

Figura 11 – Coeficiente de arrasto para diferentes razões de  $L/d$  para um foguete a 100 ft/s.



fonte: (GREGOREK, 1998).

As análises e equações apresentadas consideram uma trajetória de voo atmosférico não propulsado, constituindo portanto uma metodologia analítica para estimativa do coeficiente de arrasto para

sustentação zero em foguetes. Essa metodologia não pode ser aplicada para voos propulsados, uma vez que a presença do jato de exaustão modifica o campo de pressão atrás do veículo. Ressalta-se que a influência do jato não é facilmente estimada por correlações semi-empíricas, de modo que a consideração dos seus efeitos nos cálculos de arrasto ainda é um campo de estudo de interesse para a indústria aeroespacial.

## 2.4 PROPULSÃO EM BOCAIS CONVERGENTE-DIVERGENTE

A propulsão do foguete é responsável pela geração da energia que o move. A força proporcionada pela exaustão dos gases, provenientes da queima do propelente, impulsiona o veículo para cima, respeitando a Terceira Lei de Newton. A velocidade do foguete é proporcional a velocidade de escape dos gases de exaustão, de modo que, para acelerar esses gases, a fim de melhor aproveitar a energia da queima, um bocal convergente-divergente é utilizado (TSIOLKOVSKII, 1947 apud PALMERIO, 2017).

O funcionamento dos bocais convergente-divergente, também nomeados de tubeiras, pode ser explicado por conceitos de aerodinâmica compressível aplicados a escoamentos quase-unidimensionais. Partindo-se das equações fundamentais da mecânica dos fluidos encontra-se uma relação entre a área da seção transversal do bocal e a velocidade do fluxo, apresentada na equação (24), na qual  $A$  representa a área da seção transversal do bocal,  $M$  o número de Mach na seção e  $u$  a velocidade na seção para uma determinada direção do escoamento.

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{du}{u} \quad (24)$$

Fazendo uma análise dessa equação compreende-se que:

- Para  $0 \leq M < 1$  (escoamento subsônico), um aumento na velocidade é associado a uma diminuição na área, e vice-versa;
- Para  $M > 1$  (escoamento supersônico), um aumento na velocidade é associado com um aumento na área, e vice-versa; e
- Para  $M = 1$  (escoamento sônico), a fração  $dA/A = 0$ , o que fisicamente representa a área mínima.

Sendo assim, para acelerar um escoamento subsônico até velocidades supersônicas, como desejado para o fluxo dos gases de exaustão em motores-foguetes, deve-se utilizar um bocal convergente-divergente. Na região convergente do bocal os gases são acelerados, em consequência da diminuição da área de passagem. Na seção mais estrangulada (denominada de garganta) os gases atingem Mach 1, ultrapassando a barreira do regime de escoamento subsônico. Uma vez atingida a velocidade sônica, os gases passam para a seção divergente, e são expandidos e acelerados conforme o aumento da área da seção transversal, atingindo velocidades supersônicas.

A força exercida pelos gases de exaustão para o movimento do foguete é denominada de empuxo ( $F_e$ ), podendo ser expressa matematicamente pela equação (25). Durante o processo de aceleração

do escoamento na tubeira a pressão estática ( $p_s$ ) dos gases diminui e, conseqüentemente, ocorre o aumento da pressão dinâmica. Idealmente, a pressão estática de saída dos gases deve ser igual à pressão ambiente externa ( $p_a$ ), tornando nula a segunda parcela do empuxo. Nessa condição ideal, classifica-se o bocal como adaptado.

$$F_E = v\dot{m} + A_s(p_s - p_a) \quad (25)$$

Na equação acima,  $A_s$  é a área da seção de saída do bocal,  $\dot{m}$  é a vazão de massa e  $v$  é a velocidade média de escape dos gases. Como é possível visualizar, a força de empuxo é dividida em duas parcelas. A primeira decorre da alta vazão de massa associada a velocidade de escape dos gases. Já a segunda deve-se ao desequilíbrio entre a pressão estática dos gases de combustão na saída da tubeira e a pressão atmosférica (PALMERIO, 2017).

A partir dos conceitos de conservação de energia e massa pode-se estimar a velocidade média de escape dos gases. Desse modo, sob a hipótese de que os gases de exaustão se comportam como um gás ideal, considerando que  $\gamma$  é a razão de calor específico dos gases,  $p_c$  a pressão na câmara de combustão e  $A_g$  a área da garganta, pode-se formular a equação (26).

$$v\dot{m} = \gamma A_g p_c \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \left[1 - \left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]} \quad (26)$$

Outras conclusões com relação ao escoamento que atravessa a tubeira podem ser encontradas aplicando a Teoria do Bocal de Laval. Essa teoria, que descreve o comportamento das propriedades no bocal considerando um gás caloricamente perfeito, é fundamentada em uma relação, entre o número de Mach e a área da seção transversal, apresentada abaixo.

$$\left(\frac{A}{A_g}\right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)\right]^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \quad (27)$$

A partir dessa equação, utilizando relações isentrópicas, é possível formular a equação (28) que relaciona a razão entre a área de saída da tubeira e a área da garganta com a razão entre a pressão de saída do jato de exaustão e a pressão da câmara. Ressalta-se que para a formação do fluxo é preciso existir uma diferença entre as pressões da câmara e da saída, ou seja, um gradiente de pressão. Para que o escoamento siga a direção desejada, é evidente que a pressão na saída deve ser menor que a pressão na câmara, o que deve ser garantido pela razão de áreas do bocal.

$$\frac{A_s}{A_g} = \frac{\left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}}{\left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]}} \quad (28)$$

Essa última equação fornece uma estimativa preliminar da pressão de saída do jato de exaustão, uma vez conhecida a pressão na câmara. A pressão e a temperatura na câmara são propriedades de estagnação, de modo que o uso das relações isentrópicas proporciona resultados razoáveis no estudo analítico do escoamento no bocal. Além disso, a temperatura da câmara é determinada pela

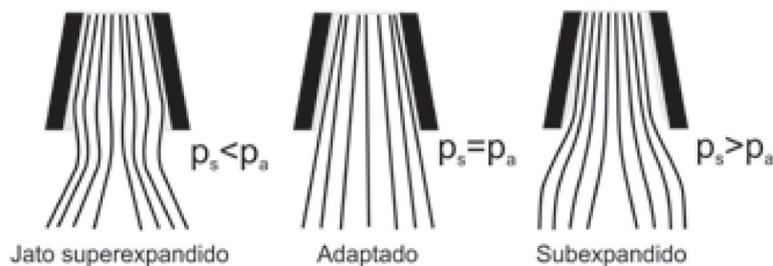
composição química dos gases de combustão, de modo que não sofre influência significativa dos parâmetros geométricos e das variações de pressão.

A forma de saída do jato de exaustão depende da razão entre sua pressão de saída e a atmosférica, permitindo classificar o bocal como superexpandido ou subexpandido. No primeiro, a pressão ambiente é um pouco maior que a pressão de saída, ocorrendo a formação de ondas de choque a partir dos cantos do bocal e tornando a segunda parcela do empuxo negativa, constituindo perda de força propulsiva.

Caso a pressão ambiente se torne muito maior que a pressão de saída do jato ocorre a separação do escoamento em relação às paredes internas da tubeira. Essa separação é abrupta e acontece devido a formação de ondas de choque oblíquo dentro do bocal. Essas ondas modificam o perfil de velocidade do fluxo, uma vez que ele passa a possuir regiões de recirculação. Dessa forma, o deslocamento do jato em relação a seção divergente do bocal produz perda de empuxo e aumento do arrasto aerodinâmico.

De outra forma, quando a pressão ambiente é menor que a pressão de saída do jato classifica-se o bocal como subexpandido. Nessa configuração, o jato se comporta como um corpo sólido e o segundo termo da equação (25) contribui para o aumento do empuxo. Apesar disso, quanto maior o valor da pressão de saída, menor o termo  $vm$ , parcela principal da força propulsiva.

Figura 12 – Configurações do bocal sobre o jato de exaustão.



fonte: (PALMERIO, 2017).

Sendo assim, é possível concluir que "o projeto de motores consiste do melhor compromisso entre os parâmetros propulsivos, sua massa estrutural e a curva de empuxo desejada." (PALMERIO, 2017). É perceptível a importância das pesquisas sobre a influência do jato de exaustão na aerodinâmica do veículo, uma vez que os projetistas almejam um maior desempenho do foguete, o que pode ser atingido com uma redução do arrasto aerodinâmico.

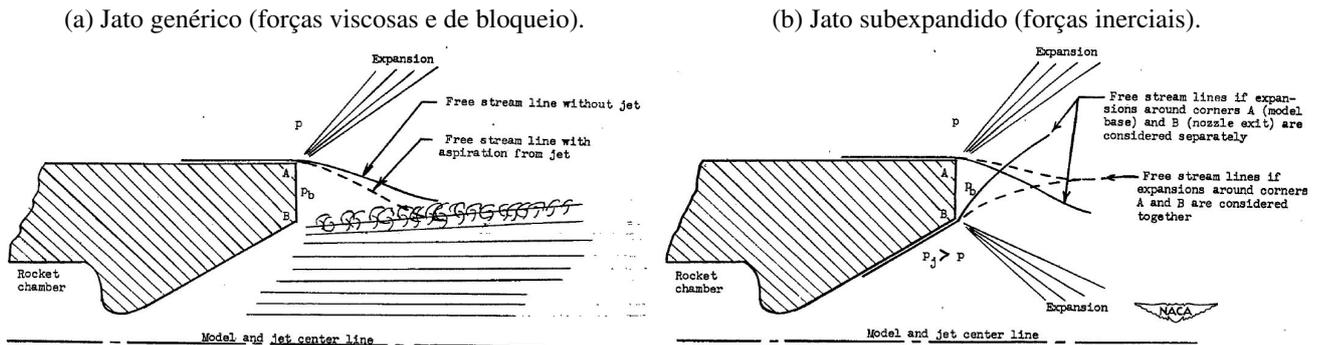
## 2.5 EVIDÊNCIAS DO EFEITO DO JATO DE EXAUSTÃO

Em 1950, durante o lançamento de alguns veículos na *Langley Polittless Aircraft Research Station*, PURSER; THIBODAUX; JACKSON (1950) obtiveram acidentalmente algumas medições dos efeitos da operação de motores-foguete sobre a pressão na base de veículos espaciais. Uma análise dessas medidas indicou que a alteração no arrasto devido ao jato de exaustão é suficientemente importante para ser considerada durante o projeto dos bocais, sendo as variáveis pertinentes de pesquisa a pressão de saída do jato, o ângulo de abertura do bocal e a relação entre o diâmetro da base do veículo e o diâmetro de saída do bocal.

Um efeito primário do jato é, através de forças viscosas e da mistura turbulenta na fronteira do escoamento dos gases de exaustão, provocar um efeito de sucção do ar, modificando as linhas de

corrente, que passam a se curvar mais próximas à base. Essa sucção, como ilustrado na Figura 13(a), tende a atrair mais escoamento e, dessa forma, aumenta a expansão no canto superior da base do veículo, reduzindo a pressão no local. O jato também se comporta como um corpo sólido, proporcionando efeitos de bloqueio semelhantes aos observados nas hastes de suporte em ensaios de túnel de vento. Para um jato subexpandido, a expansão na saída do bocal também proporciona forças de inércia que deslocam as linhas de corrente em torno do canto superior da base, reduzindo a expansão e, assim, aumentando a pressão local, como pode ser verificado no esquema da Figura 13(b).

Figura 13 – Diagrama esquemático do jato e do escoamento na base.



fonte: (PURSER; THIBODAU; JACKSON, 1950).

Os dados obtidos nos voos propulsados e não propulsados dos veículos, apresentados e discutidos na referência (PURSER; THIBODAU; JACKSON, 1950), indicaram que:

- Um aumento na pressão do jato aumenta a pressão na base;
- Um aumento do ângulo de divergência do bocal aumenta a pressão na base; e
- Uma diminuição da razão entre os diâmetros da traseira do foguete e da saída da tubeira aumenta a pressão na base.

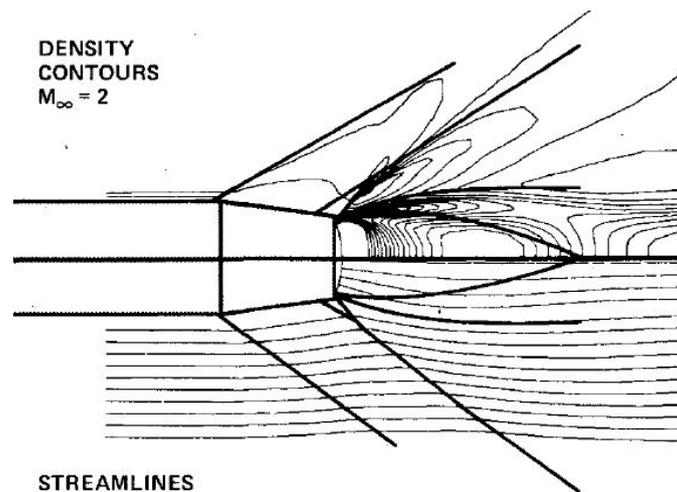
A partir dessas hipóteses, (PURSER; THIBODAU; JACKSON, 1950) concluíram que a diminuição da razão entre os diâmetros, o aumento no ângulo de divergência do bocal e o aumento na pressão de saída do jato tendem a fazer com que os efeitos de inércia se sobreponham aos viscosos. O aumento na pressão de saída do jato de exaustão também significaria uma maior carga de impulso para um determinado motor-foguete, mas diferente do esperado, o aumento de impulso tenderia a aumentar as forças de inércia e, por consequência, a pressão na base. Essas conclusões se mostraram válidas para jatos subexpandidos e superexpandidos, apesar desses últimos possuírem menores forças de inércia, devido a onda de choque que se forma na saída do bocal e que contrai o escoamento.

No ano de 1984, o pesquisador (DEIWERT, 1984) publicou os resultados de uma investigação computacional sobre a influência da pressão de saída do jato de exaustão e do ângulo de divergência do bocal sobre o escoamento na região posterior de um corpo de revolução com bocal cônico centrado. Nessa pesquisa, o número de Mach do escoamento livre foi mantido igual a 2.0 e o do jato igual a 2.5. Além disso, a razão entre a pressão de saída do jato e a pressão do escoamento externo foi variada para valores de 2 a 9.

Como reproduzido na Figura 14 para um ângulo de abertura do bocal igual a  $20^\circ$ , os resultados indicaram que ocorre a formação de uma onda de expansão no final do comprimento cilíndrico do corpo. Essa onda é acompanhada de uma mudança nas linhas de corrente, que tendem a seguir a inclinação da superfície. Devido a interação entre o escoamento externo e o jato de exaustão, na base ocorre a formação de uma onda de choque oblíquo, que é acompanhada por outra mudança nas linhas de corrente, que tendem então a acompanhar o jato.

Nota-se no campo de densidade e nas linhas de corrente que, perto do canto superior da base a onda de choque oblíquo sobre uma bifurcação, se transformando em uma onda de choque lambda cuja perna a montante afeta a camada limite do corpo. A mudança na camada limite induzida pela onda de choque permite a formação de uma pequena bolha de separação. Dessa forma, o escoamento na região posterior do corpo gira ao redor dessa zona de recirculação, sendo encurralado na base e se aproximando da borda do bocal, onde é arrastado pela pluma, definida pelo escoamento dos gases emitidos durante a queima do propelente. Ademais, visualiza-se que dentro da pluma existe uma barreira, determinada por outra onda de choque.

Figura 14 – Contornos de densidade e linhas de corrente.



fonte: (DEIWERT, 1984).

(DEIWERT (1984) observou que com o aumento do ângulo de divergência do bocal e da razão entre as pressões do jato e do escoamento externo a onda de choque lambda induz a diminuição da bolha de recirculação que se forma no canto superior da base. Assim, como nos resultados obtidos por PURSER; THIBODAUX; JACKSON (1950), ele concluiu que o jato subexpandido induz o aumento da pressão na base, sendo influenciado pelo aumento da razão entre as pressões e do ângulo de abertura do bocal.

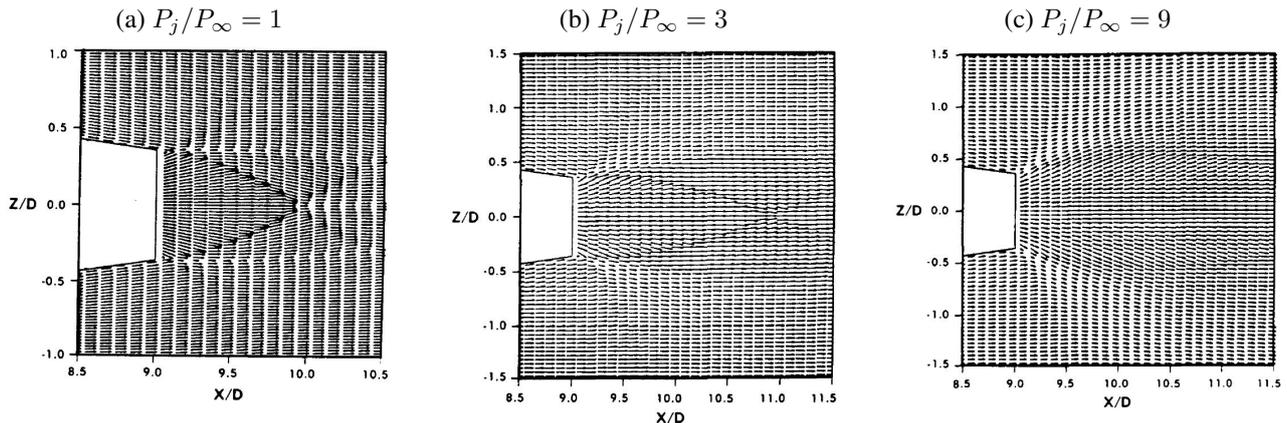
Apesar dos seus resultados apresentarem bom acordo qualitativo com os dados experimentais e com os fenômenos do escoamento, diferenças quantitativas foram observadas. Essas diferenças foram associadas pelo pesquisador aos detalhes da expansão do jato, da camada limite e da interação entre os escoamentos.

Na mesma linha de pesquisa, um ano depois, SAHU (1985) analisou a influência da pressão de saída do jato de exaustão em um míssil axissimétrico. Suas simulações, cujos resultados são reproduzidos na Figura 15, foram realizadas para um escoamento externo com número de Mach igual

a 2.0, jato de exaustão com número de Mach igual a 2.5 e razões entre a pressão do jato e a pressão externa iguais a 1, 3 e 9.

Os resultados mostraram que, conforme ocorre o aumento da razão entre as pressões, a bolha de separação presente na base diminui gradativamente até ser eliminada e o choque que ocorre na pluma, barrando o escoamento dos gases de exaustão, é movido para longe do corpo. Além disso, uma onda de choque lambda pôde ser observada para altas razões de pressão, induzindo uma alteração na camada limite próxima da região da base, como mostrado na investigação de [DEIWERT \(1984\)](#).

Figura 15 – Vetores de velocidade no domínio próximo da base.



fonte: [\(SAHU, 1985\)](#).

A tendência qualitativa entre os dados foi predita pelas simulações e ficou evidenciado que as comparações quantitativas entre os resultados numéricos e experimentais são mais próximas para maiores valores da razão entre a pressão de saída do jato e a pressão do escoamento externo. Os erros quantitativos, apesar de não serem claramente justificados, poderiam, na opinião de [SAHU \(1985\)](#), ser diminuídos com a melhora dos modelos de turbulência utilizados para solucionar as equações de Navier-Stokes.

Em 2015, [CHOI; LEE; LEE \(2015\)](#) realizaram estudos semelhantes para um míssil, analisando o comportamento da pressão na base com a mudança da pressão de saída do jato de exaustão e da condição do fluxo livre. Os resultados das simulações CFD foram comparados com dados obtidos em testes em voo e previsões semi-empíricas. Novamente, os resultados das simulações numéricas apresentaram um bom acordo qualitativo com os dados experimentais. As previsões semi-empíricas, por sua vez, superestimaram os valores da pressão na base em condições de baixa velocidade do escoamento livre e altas pressões do jato de exaustão.

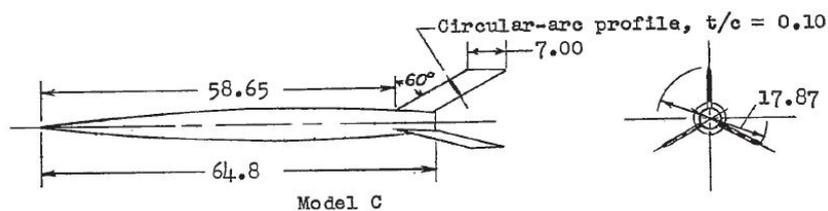
Os poucos estudos apresentados já indicam que os efeitos do jato de exaustão na base de veículos espaciais é significativo, uma vez que ele altera consideravelmente a distribuição de pressão no local e o campo de escoamento atrás do corpo. Para algumas razões de pressão a interação entre os escoamentos pode levar a formação de uma ampla região de fluxo separado, o que poderia afetar seriamente a eficácia do controle de qualquer superfície localizada na região. Além disso, é particularmente importante considerar tais efeitos em aviões e mísseis, nos quais o impulso e o arrasto são da mesma ordem de grandeza. Nesses casos, pequenas alterações no arrasto podem ter efeitos apreciáveis no alcance e no desempenho geral da aeronave.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 GEOMETRIA DO VEÍCULO ESPACIAL

Para o desenvolvimento desse trabalho a geometria do Modelo C, apresentado em [PURSER; THIBODAUX; JACKSON \(1950\)](#), foi reproduzida no *software* DesignModeler, versão 2020 R2 Academic, em desenho bidimensional. Esse veículo foi selecionado pois possui área de saída dos gases com diâmetro consideravelmente menor que a base, de modo que a visualização dos efeitos físicos são mais evidentes. A Figura 16 apresenta um esboço da geometria externa do veículo.

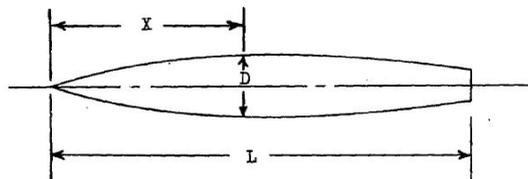
Figura 16 – Geometria do Modelo C com cotas em polegadas.



fonte: [PURSER; THIBODAUX; JACKSON \(1950\)](#).

A curvatura da fuselagem foi reproduzida fielmente através do esquema de coordenadas publicado no relatório e reproduzido na Figura 17 e na Tabela 1.

Figura 17 – Esquema para coordenadas da fuselagem.



fonte: [PURSER; THIBODAUX; JACKSON \(1950\)](#).

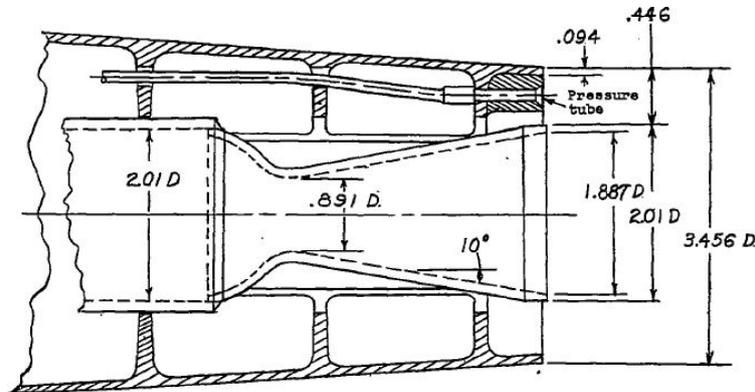
Tabela 1 – Coordenadas da fuselagem.

Estação X/L	Diâmetro [D/L]
0	0
0.1	0.0245
0.2	0.0448
0.3	0.0608
0.4	0.0723
0.5	0.0800
0.6	0.0832
0.7	0.0821
0.8	0.0767
0.9	0.0669
1.0	0.0533

fonte: Produção do próprio autor.

O veículo escolhido possui um bocal de exaustão centrado posicionado ao final do comprimento da fuselagem, nivelado com a base. Uma análise do desenho técnico da seção final do corpo e da tubeira, reproduzido na Figura 18, permitiu que modelos geométricos computacionais fossem construídos para estudar o efeito da saída do jato de exaustão do bocal no arrasto aerodinâmico.

Figura 18 – Geometria da traseira e do bocal do Modelo C com cotas em polegadas.



fonte: (PURSER; THIBODAU; JACKSON, 1950).

### 3.2 PARÂMETROS ATMOSFÉRICOS E PROPULSIVOS

Os dados atmosféricos dos ensaios realizados com o Modelo C apresentados por PURSER; THIBODAU; JACKSON (1950) são reproduzidos para os voos não propulsado e propulsado nas Tabelas 2 e 3, respectivamente. A pressão atmosférica e o número de Mach referentes a cada instante de tempo foram obtidos a partir de uma unidade de rastreamento de radar SCR-584 modificada pela NACA e por sondas de rádio liberadas no momento da ignição. Os valores da temperatura e da altitude, uma vez que não são explicitados no relatório, foram estimados através das condições padrão da ISA (*International Standard Atmosphere - ISA*).

Tabela 2 – Dados atmosféricos da trajetória de voo não propulsado.

Tempo [s]	Pressão Atmosférica [N/m <sup>2</sup> ]	Mach	Temperatura Atmosférica [K]	Altitude [m]
0.03938	88496.278	1.0910	280.8232	1125.8360
0.1172	88288.746	1.1306	280.6967	1144.1785
0.1849	88099.829	1.1647	280.5821	1161.1511
0.2188	88001.924	1.1814	280.5235	1170.8122
0.2991	87762.676	1.2198	280.3804	1194.4043
0.3491	87607.544	1.2424	280.2876	1209.7038
0.3914	87473.785	1.2606	280.2071	1222.6922
0.4498	87283.490	1.2840	280.0898	1240.5805
0.5750	86855.326	1.3261	279.8258	1280.8394
0.6697	86513.346	1.3492	279.6134	1313.1773
0.8060	85994.860	1.3664	279.2936	1362.4343
0.8609	85776.296	1.3672	279.1607	1383.2213

fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 3 – Dados atmosféricos da trajetória de voo propulsado.

Tempo [s]	Pressão Atmosférica [N/m <sup>2</sup> ]	Mach	Temperatura Atmosférica [K]	Altitude [m]
0.04952	88470.039	1.096	280.807	1129.7292
0.09970	88336.428	1.121	280.725	1142.2137
0.29910	87762.539	1.219	280.380	1195.7385
0.49920	87117.630	1.302	279.987	1256.2575
0.70060	86398.729	1.354	279.542	1324.0480
0.77520	86114.670	1.364	279.367	1350.9538
0.80100	86014.193	1.366	279.305	1360.6513
0.82630	85914.548	1.367	279.245	1370.0359
0.86080	85776.887	1.367	279.161	1383.1743

fonte: Produção do próprio autor.

No voo atmosférico propulsado, a pressão na câmara de combustão foi medida e transmitida ao solo por meio de instrumentos padrões de telemetria da NACA. Com esse parâmetro, através da relação apresentada na equação (28), foi estimada a pressão estática de saída do jato, que pode ser verificada na Tabela 4. As propriedades termodinâmicas dos gases de escape foram determinadas a partir do conhecimento da composição química do propulsor. Foi considerado que a razão do calor específico dos gases equivale a 1.219, como apresentado na referência, e que a temperatura total na câmara vale 3000 K, valor usualmente utilizado nos projetos de bocais de exaustão.

Tabela 4 – Condições do jato de exaustão.

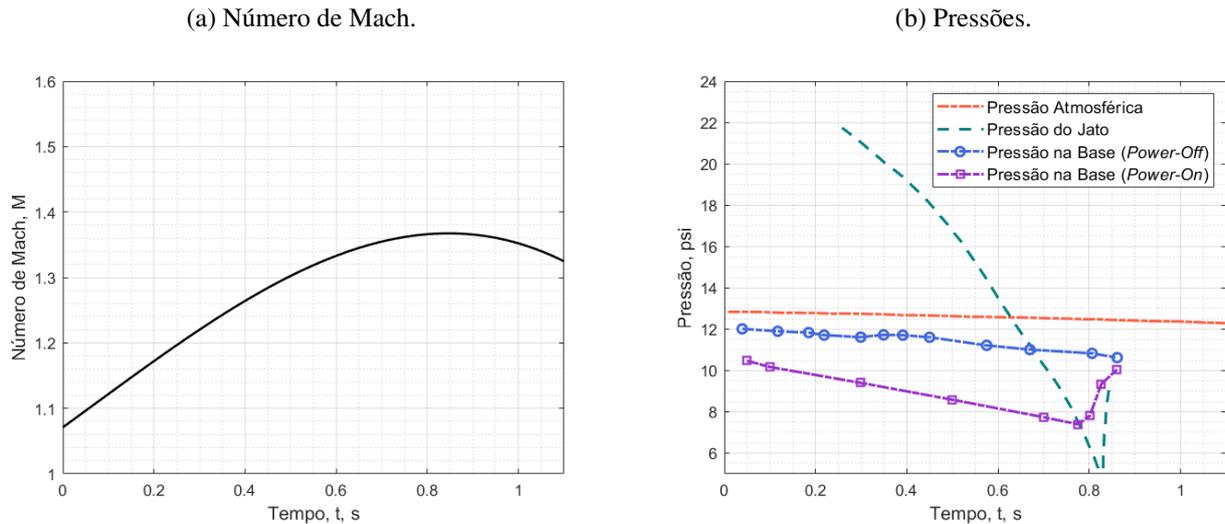
Tempo [s]	Pressão do Jato [Pa]	Pressão da Câmara de Combustão [Pa]
0.04952	164777.573	4618851.287
0.09970	162567.391	4556898.062
0.29910	145459.107	4077338.764
0.49920	114917.131	3221221.971
0.70060	70648.825	1980344.840
0.77520	50806.970	1424161.285
0.80100	43511.423	1219661.096
0.82630	25040.236	701898.475
0.86080	48332.944	1354812.299

fonte: Produção do próprio autor.

Os dados de pressão e velocidade do Modelo C foram agrupados nos gráficos apresentados na Figura 19. Observa-se o comportamento do número de Mach da trajetória de voo, da pressão atmosférica, da pressão de saída do jato de exaustão e dos valores de pressão na base obtidos nos ensaios. Para o voo propulsado, comparando os dados da pressão de saída do jato e da pressão atmosférica, nota-se que os primeiros quatro valores aferidos de pressão na base se referem a condições de jato subexpandido, enquanto os cinco demais valores a condições de jato superexpandido.

**PURSER; THIBODAUX; JACKSON (1950)** descreveram que os testes estáticos indicaram o fenômeno da separação do bocal para condições de pressão de saída do jato próximas de 40% da pressão atmosférica. Dessa forma, os resultados experimentais dos instantes de tempo 0.77520 segundos e 0.80100 segundos estão compreendidos dentro da faixa dos valores nos quais a separação poderia ocorrer.

Figura 19 – Dados das trajetórias de voo do Modelo C em função do tempo.

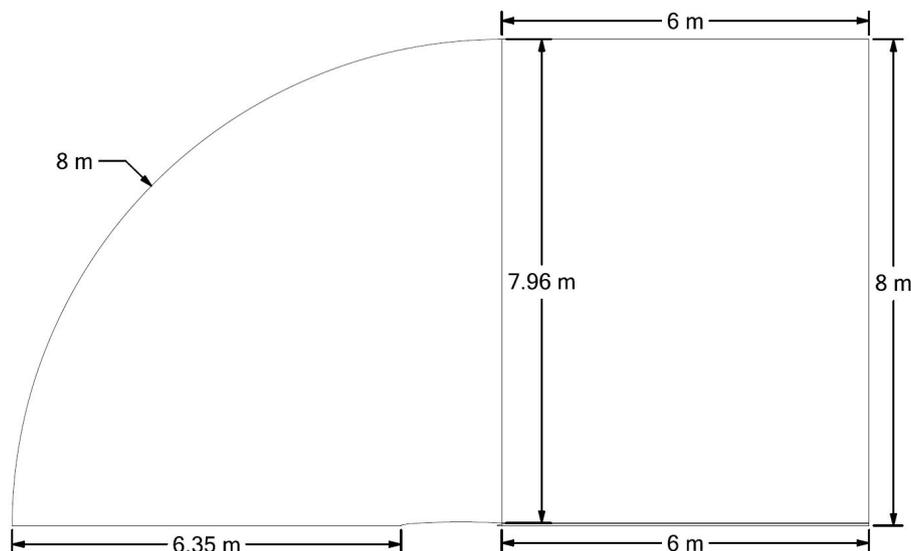


fonte: Adaptado de (PURSER; THIBODAUX; JACKSON, 1950).

### 3.3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

O domínio físico utilizado para as simulações do escoamento ao redor do veículo é bidimensional e possui o formato C, posto que é desejável capturar não apenas as ondas de choque que se formam na estrutura devido as velocidades supersônicas do voo, como também a esteira turbulenta que se estabelece atrás do modelo. Todas as geometrias foram desenhadas no *software* DesignModeler, versão 2020 R2 Academic, e apresentam as cotas externas do domínio como apresentado na Figura 20.

Figura 20 – Cotas da geometria externa do domínio físico.

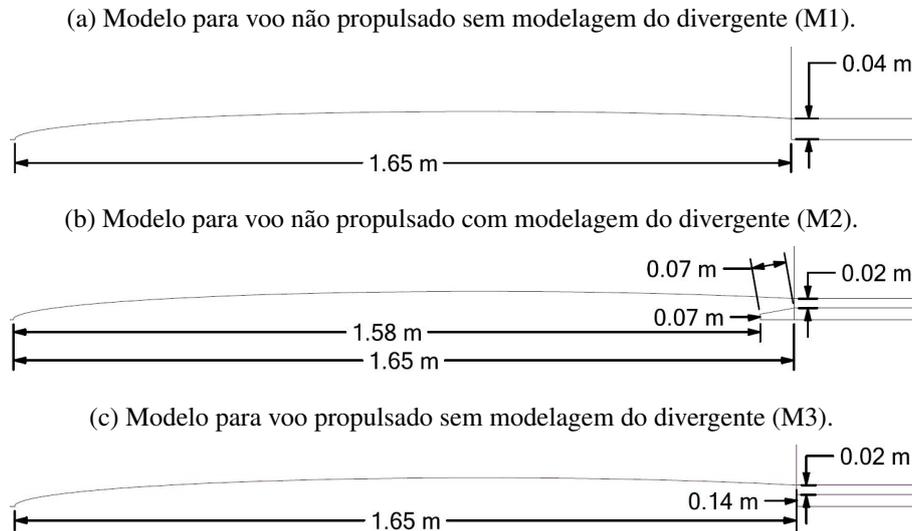


fonte: Produção do próprio autor.

Os modelos desenvolvidos, apresentados na Figura 21, se diferenciam na representação geométrica da traseira do veículo. Para simulação do voo não propulsado foram construídos dois modelos, um modelando a traseira do veículo como uma linha reta, ou seja desconsiderando a estrutura da tubeira, e outro modelando a seção divergente do bocal até a garganta. Para simulação do voo propulsado um

único modelo foi elaborado, no qual a saída da tubeira é representada por um arco de circunferência cujo raio é igual ao raio da seção de saída dos gases de exaustão dividido pelo seno do meio ângulo do bocal, que equivale a  $10^\circ$ . Essa abordagem foi utilizada para que as linhas de corrente do jato acompanhem corretamente a direção do fluxo induzida pelo bocal de exaustão, como se fossem paralelas à tubeira e ao eixo de simetria em uma modelagem do divergente.

Figura 21 – Representações geométricas do Modelo C com cotas aproximadas.



fonte: Produção do próprio autor.

O domínio computacional, no qual são solucionadas as equações da dinâmica dos fluidos, é constituído, para todos os modelos, de uma malha estruturada, com elementos quadriláteros e taxa de crescimento de 1.045. A fim de refinar as regiões próximas do veículo, as linhas externas do domínio físico e as linhas de apoio possuem 400 divisões e um fator de enviesamento igual a 80. A fuselagem e o arco de circunferência externo possuem 800 divisões e as demais geometrias respeitam as Figuras 22, 23 e 24 e as Tabelas 5, 6 e 7, respectivamente.

Figura 22 – Geometria da traseira do M1.



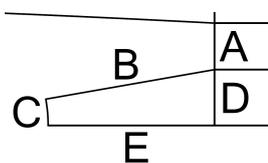
fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 5 – Divisões da malha na traseira do M1.

Nomenclatura	Número de divisões
A	40

fonte: Produção do próprio autor.

Figura 23 – Geometria da traseira do M2.



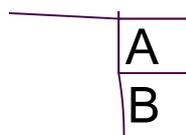
fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 6 – Divisões da malha na traseira do M2.

Nomenclatura	Número de divisões
A	20
B	50
C	20
D	20
E	50

fonte: Produção do próprio autor.

Figura 24 – Geometria da traseira do M3.



fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 7 – Divisões da malha na traseira do M3.

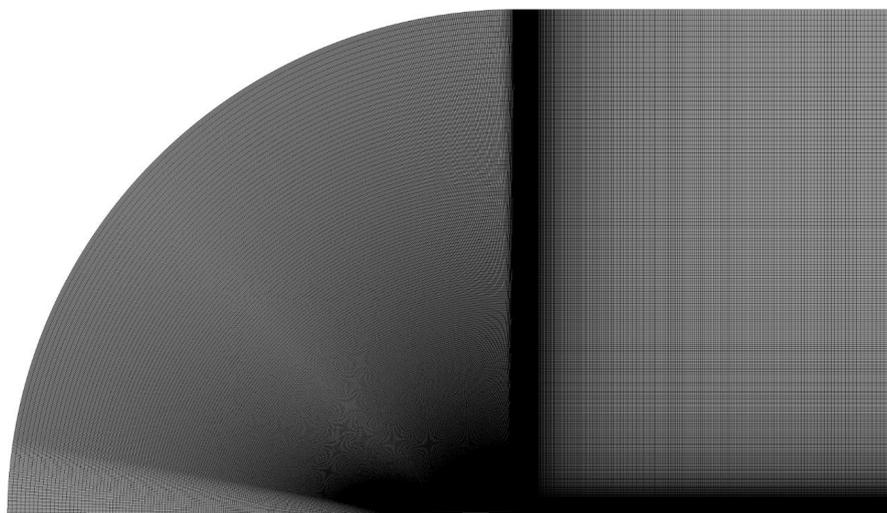
Nomenclatura	Número de divisões
A	20
B	20

fonte: Produção do próprio autor.

Como as representações da seção final do corpo variam para cada modelo, os domínios computacionais diferem nos números totais de elementos e nós. A malha do M1 possui um total de 496438 nós e 494800 elementos; a do M2 possui um total de 494206 nós e 492515 elementos; e a do M3 possui um total de 496037 nós e 494400 elementos. Apesar das divisões das malhas obdecerem uma mesma proporção, a diferença observada entre os números de nós e elementos decorre da imposição de uma transição suave entre as divisões, de forma que o *software* mede incrementos entre os elementos individuais da malha, possibilitando um arranjo mais flexível.

Apesar de suas individualidades, todas as malhas, quando visualizadas para todo o domínio físico, são como na Figura 25. Observa-se que as regiões próximas ao modelo são mais refinadas devido aos fatores de enviesamento aplicados, permitindo uma melhor captura dos fenômenos compressíveis e da camada limite. Além disso, a região posterior ao corpo também possui um maior refinamento, de modo a garantir a captura dos fenômenos físicos na esteira turbulenta.

Figura 25 – Domínio computacional para o M3.



fonte: Produção do próprio autor.

Ressalta-se que não foi possível estender o domínio computacional e trabalhar com elementos menores de malha devido a limitações da versão utilizada do *software*. Apesar disso, a discretização utilizada foi suficiente para que a metodologia numérica aplicada permitisse a convergência dos parâmetros analisados e a visualização dos fenômenos do escoamento no pós-processamento.

### 3.4 METODOLOGIA NUMÉRICA

As soluções numéricas foram obtidas através do Fluent, versão 2020 R2 Academic. As simulações foram realizadas para uma modelagem do escoamento baseada na média de Reynolds para as equações de Navier-Stokes (*Reynolds-averaged Navier-Stokes* - RANS), utilizando o *solver density-based* para solução do escoamento compressível em espaço bidimensional axissimétrico. A simetria foi estabelecida em relação à linha central do foguete, de modo que os resultados pudessem ser espelhados para uma visualização completa do escoamento.

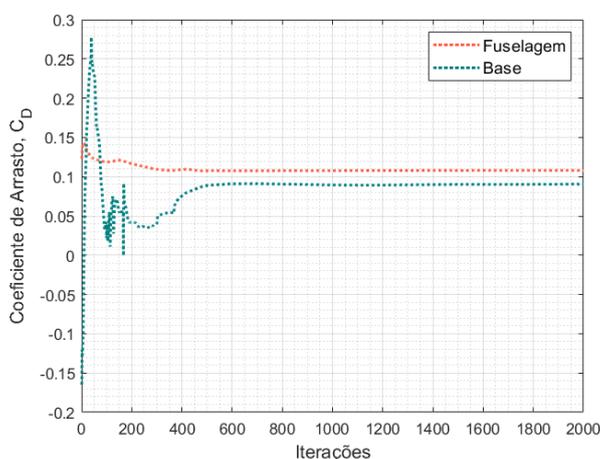
Uma vez que o tempo característico dos efeitos aerodinâmicos é muito pequeno quando comparado com os efeitos da trajetória de voo do veículo, o escoamento foi simulado como uma sucessão de estados estacionários. Foram respeitados os valores apresentados nas Tabelas 2, 3 e 4, de modo que pôde-se comparar os resultados com os dados encontrados nos ensaios em voo (PURSER; THIBODAUX; JACKSON, 1950). Além disso, foi empregado o modelo de turbulência *realizable k-epsilon*, a fim de solucionar corretamente o escoamento sobre a presença do jato de exaustão no voo propulsado.

Nas superfícies do veículo foi imposta uma condição de fronteira de parede. Enquanto isso, no campo distante foram configuradas a pressão e a temperatura atmosféricas, o número de Mach e a direção do fluxo na condição de fronteira de *pressure far-field*. Para as simulações de voo propulsado, na saída da tubeira foram configuradas também a pressão e a temperatura totais no bocal e a pressão estática de saída do jato, na condição de *pressure inlet*.

Os métodos de solução utilizaram a equação da energia e funções de parede padrão para o tratamento da camada limite, contabilizando os efeitos de compressibilidade. Ressalta-se que, como a malha computacional utilizada é estruturada, apesar dos fatores de enviesamento empregados, foi necessário utilizar o tratamento para a camada limite a fim de obter uma melhor precisão dos resultados nessa região.

As simulações foram realizadas para 2000 iterações, obtendo a convergência dos coeficientes de arrasto sobre as superfícies do veículo, como pode ser verificado na Figura 26 para o instante 0.29910 segundos do voo propulsado. Ressalta-se que não foi feita uma análise da convergência da malha, uma vez que o refinamento do domínio físico foi o máximo permitido pela versão utilizada do *software*.

Figura 26 – Convergência dos coeficientes de arrasto.



fonte: Produção do próprio autor.

### 3.5 PROGRAMAS DE CÁLCULO POR MÉTODOS SEMI-EMPIRICOS

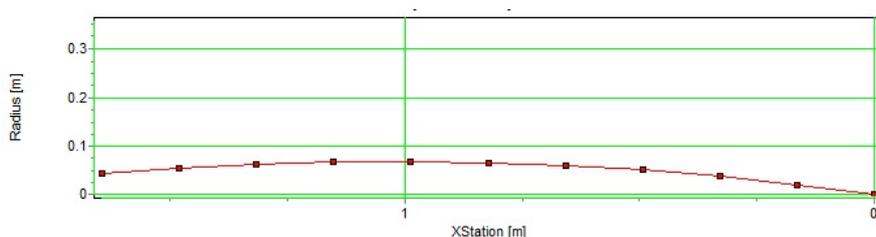
Foram utilizados os programas Missile DATCOM e AeroLAB para uma comparação dos resultados, a fim de evidenciar a precisão obtida em simulações CFD. Apesar das limitações desses programas, que serão brevemente apresentados abaixo, condições de escoamento aproximadas das descritas para a trajetória puderam ser calculadas sobre geometrias bidimensionais representativas do foguete.

#### 3.5.1 Missile DATCOM

O programa Missile DATCOM foi desenvolvido entre os anos de 1981 e 1985 pela *McDonnell Douglas Astronautics Company*. Nele é utilizado o “método de decomposição”, onde o veículo é decomposto em módulos ou partes. Os coeficientes aerodinâmicos para cada uma das partes são calculados com um procedimento de cálculo adequado para suas características e os resultados são combinados para determinação dos coeficientes do veículo completo (VUKELICH et al., 1988; BLAKE, 1998).

Nesse trabalho foi utilizado o Missile DATCOM, versão 1997 (BLAKE, 1998), cujo código fonte é distribuído no CD que acompanha (HAMMOND, 2001). Foram obtidos os coeficientes aerodinâmicos para ângulo de ataque nulo, estimados sobre a geometria apresentada na Figura 27.

Figura 27 – Modelo geométrico utilizado no Missile DATCOM.



fonte: Produção do próprio autor.

#### 3.5.2 AeroLAB

O AeroLAB é um programa de simulação aerodinâmica desenvolvido pela *Danish Amateur Rocketry Club* que permite estimar os coeficientes aerodinâmicos e de estabilidade do veículo para ângulo de ataque nulo. As estimativas são realizadas através de metodologias empíricas e semi-empíricas que são empregadas utilizando bases de dados de ensaios em túnel de vento. Nesse trabalho foi utilizada a versão 1.3.1, desenvolvida entre os anos de 1998 e 2002. Na Figura 28 é apresentado o modelo geométrico utilizado para os cálculos.

Figura 28 – Modelo geométrico utilizado no AeroLAB com cotas em milímetros.



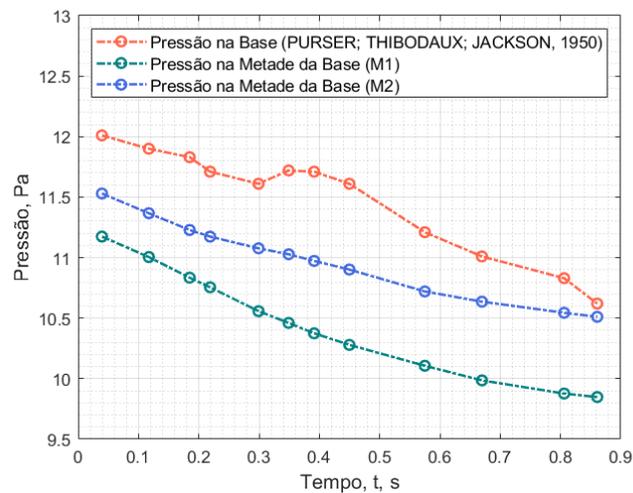
fonte: Produção do próprio autor.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 VOO ATMOSFÉRICO NÃO PROPULSADO

Os dados de pressão obtidos nas simulações computacionais foram extraídos do pós-processamento do ANSYS Fluent, versão 2020 R2 Academic. Para possibilitar uma análise comparativa, a fim de determinar qual modelo fornece resultados mais próximos da literatura para o voo atmosférico não propulsado, as tomadas de pressão foram obtidas no ponto médio do comprimento da base do modelo bidimensional. Os dados foram assim aferidos pois o modelo sem a seção divergente do bocal não possui uma delimitação geométrica para a base. Os valores são apresentados na Figura 29.

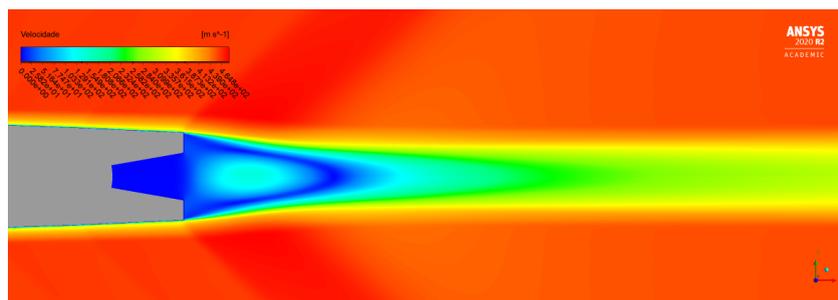
Figura 29 – Dados de pressão na metade da base para voo atmosférico não propulsado.



fonte: Produção do próprio autor.

Verifica-se que o modelo com a representação geométrica da seção divergente do bocal fornece resultados mais próximos da literatura. Isso pode ser justificado pela formação de uma zona de recirculação no interior do bocal quando esse é preenchido pelo escoamento externo durante o voo não propulsado, fenômeno capturado pelo M2. A Figura 30 mostra o campo de velocidade atrás do veículo, permitindo visualizar a zona de recirculação dentro do bocal. Além disso, os resultados podem ser verificados na Tabela 8.

Figura 30 – Campo de velocidade atrás do veículo no voo atmosférico não propulsado em  $t = 0.8609$  s.



fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 8 – Valores de pressão na metade da base e diferenças para voo atmosférico não propulsado.

PURSER; THIBODAU; JACKSON (1950)	M1		M2		
	$P_{base}$ [Pa]	$P_{M_{base}}$ [Pa]	Diferença %	$P_{M_{base}}$ [Pa]	Diferença %
	82806.035	77042.8	7.4806	79493.4	4.1672
	82047.611	75875.6	8.1344	78368.7	4.6944
	81564.978	74698.7	9.1920	77415.8	5.3596
	80737.607	74153.2	8.8795	77039.5	4.8003
	80048.132	72790.0	9.9713	76373.2	4.8118
	80806.555	72122.5	12.0407	76033.2	6.2780
	80737.607	71529.3	12.8735	75656.2	6.7164
	80048.132	70871.2	12.9487	75162.3	6.5004
	77290.229	69681.7	10.9190	73914.1	4.5676
	75911.277	68847.5	10.2600	73332.3	3.5168
	74670.221	68099.1	9.6494	72700.1	2.7099
	73222.322	67899.9	7.8386	72470.9	1.0369

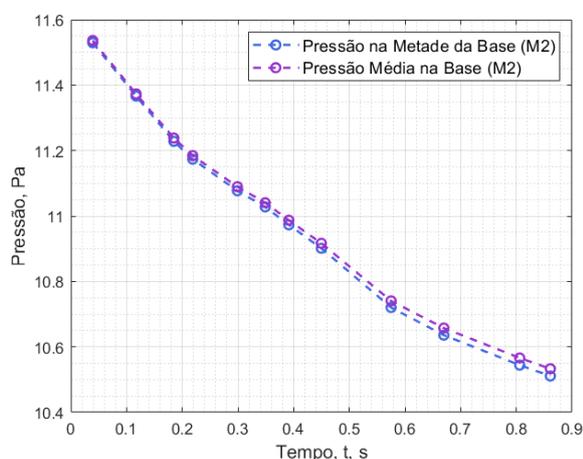
fonte: Produção do próprio autor.

Serão apresentados os resultados das simulações para o modelo com a representação geométrica da seção divergente do bocal, uma vez que ele consiste em uma representação mais fiel do veículo e fornece resultados com menores diferenças percentuais em relação aos valores apresentados na literatura. Na Figura 31(a) pode-se verificar que os valores de pressão média para esse modelo são muito próximos dos valores de pressão aferidos na metade da base, o que permite acreditar que a comparação realizada anteriormente foi apropriada.

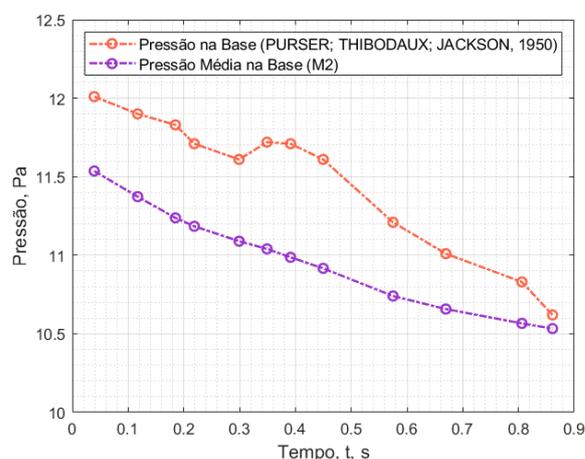
Ademais, na Figura 31(b) e na Tabela 9 são apresentados os dados de pressão média na base do M2, permitindo verificar a menor margem de erro em relação aos dados da literatura. Observa-se que o modelo capturou adequadamente os valores de pressão na base uma vez que os erros percentuais são relativamente pequenos para a maioria dos casos. Observa-se também que os resultados das simulações com maior número de Mach do escoamento livre, exibido na Tabela 2, foram os que mais se aproximaram dos valores apresentados na referência (PURSER; THIBODAU; JACKSON, 1950).

Figura 31 – Dados de pressão na base para voo atmosférico não propulsado.

(a) Pressões na base do M2.



(b) Comparação da pressão média com a literatura.



fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 9 – Valores de pressão média na base e diferenças para voo atmosférico não propulsado.

PURSER; THIBODAU; JACKSON (1950)	M2	
$P_{base}$ [Pa]	$P_{base}$ [Pa]	Diferença %
82806.035	79539.97	4.1062
82047.611	78414.44	4.6333
81564.978	77484.55	5.2661
80737.607	77113.98	4.6991
80048.132	76458.82	4.6944
80806.555	76121.58	6.1546
80737.607	75752.90	6.5802
80048.132	75267.62	6.3514
77290.229	74054.22	4.3698
75911.277	73481.55	3.3066
74670.221	72851.42	2.4966
73222.322	72624.15	0.8237

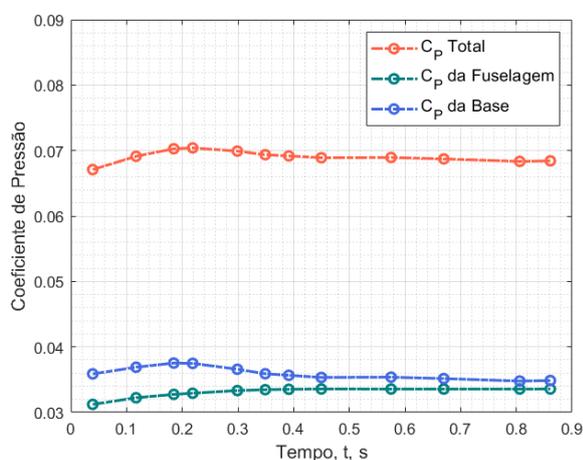
fonte: Produção do próprio autor.

A Figura 32 e a Tabela 10 apresentam os valores dos coeficientes de pressão sobre o veículo obtidos através das simulações computacionais. A Figura 32(a) possibilita verificar que o módulo do coeficiente de pressão total que age sobre o veículo corresponde a soma dos módulos dos coeficientes da fuselagem e da base. Nota-se na Figura 32(b) que para o voo não propulsado os coeficientes de pressão da fuselagem e da base possuem a mesma ordem de grandeza. Com o decorrer da trajetória de voo e, conseqüentemente, com o aumento do número de Mach, a diferença entre os coeficientes diminui, de modo que a magnitude do coeficiente de pressão da base deixa de ser consideravelmente superior à magnitude do coeficiente da fuselagem.

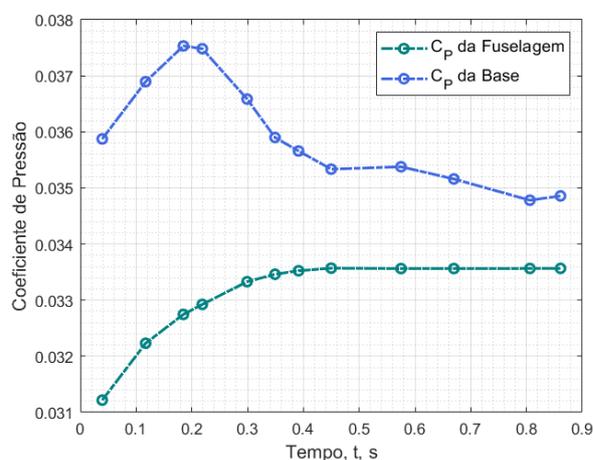
Ressalta-se que nessa análise não foram consideradas as parcelas referentes a estrutura interna do bocal. Essa simplificação pôde ser aplicada pois a tubeira e a garganta representadas no modelo não influenciam significativamente os valores totais apresentados para os coeficientes e para as forças que agem sobre o veículo.

Figura 32 – Coeficientes de pressão no veículo para voo atmosférico não propulsado.

(a) Parcelas do coeficiente de pressão total.



(b) Coeficientes de pressão da fuselagem e da base.



fonte: Produção do próprio autor.

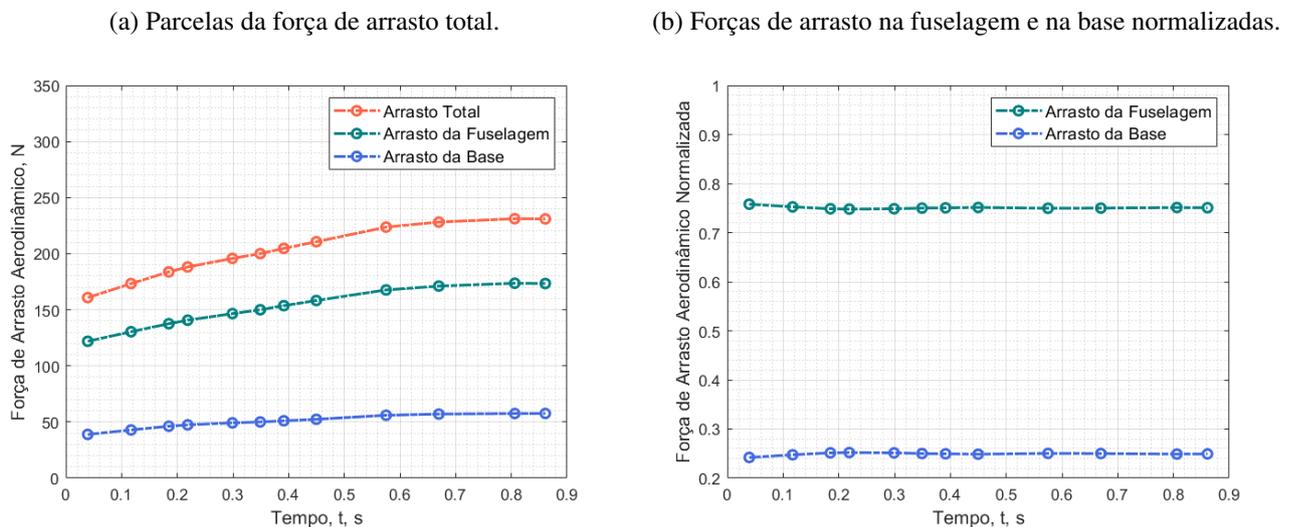
Tabela 10 – Valores do coeficiente de pressão para voo atmosférico não propulsado.

$C_P$ total	$C_P$ da fuselagem	$C_P$ da base
0.067091013	0.031217503	0.03587351
0.069125867	0.032231469	0.036894398
0.070277831	0.032746361	0.03753147
0.070405793	0.032924409	0.037481383
0.069912867	0.033328403	0.036584464
0.069361679	0.033461877	0.035899802
0.06918246	0.03352406	0.0356584
0.068904954	0.033569928	0.035335025
0.068941073	0.033563016	0.035378058
0.068723945	0.033563414	0.035160531
0.068345757	0.033564893	0.034780865
0.068425052	0.033566457	0.034858595

fonte: Produção do próprio autor.

Os valores da força de arrasto aerodinâmico que age sobre o veículo podem ser visualizados na Figura 33(a). Observa-se que a fuselagem representa a maior parcela do arrasto aerodinâmico, sendo a diferença em relação ao arrasto total o valor do arrasto da base. No modelo utilizado nas simulações CFD a fuselagem compreende as parcelas do nariz e do corpo, de modo que captura o arrasto devido a pressão e ao atrito que ocorre nessas estruturas. Na Figura 33(b) pode-se verificar os valores das forças de arrasto na fuselagem e na base normalizadas pela força de arrasto total, evidenciando que, apesar do arrasto da fuselagem ser superior, ambos possuem a mesma ordem de magnitude.

Figura 33 – Forças de arrasto aerodinâmico sobre o modelo para voo atmosférico não propulsado.

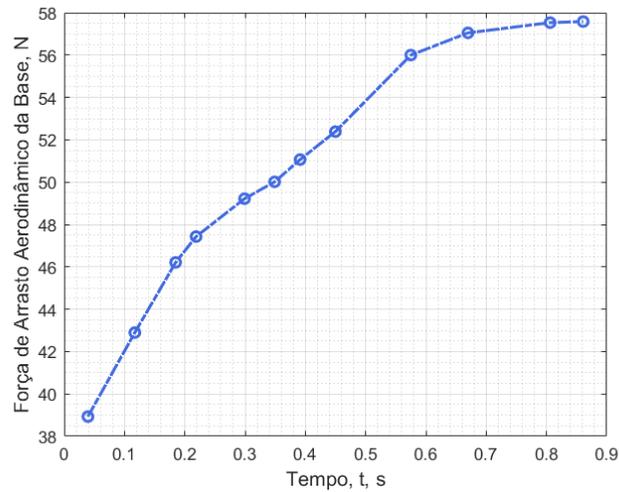


fonte: Produção do próprio autor.

A fonte principal de arrasto na base é o desbalanço no campo de pressão em consequência da região de fluxo separado que é formada atrás do veículo. A Figura 34 permite visualizar o aumento no arrasto da base que ocorre com o decorrer da trajetória de voo e, conseqüentemente, com o aumento do número de Mach. O aumento do número de Mach provoca o aumento da espessura da camada limite e a modificação dos fenômenos físicos do escoamento compressível. Dessa forma, a região de

recirculação atrás do veículo é modificada, como pode ser verificado na Figura 35, que apresenta a distribuição do número de Mach atrás do veículo nos instantes inicial e final do voo.

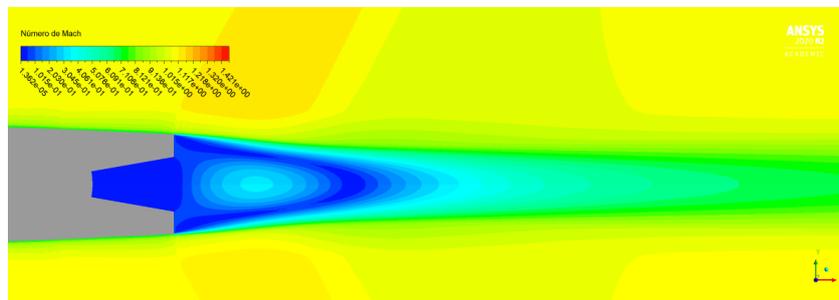
Figura 34 – Força de arrasto aerodinâmico na base para voo não propulsado.



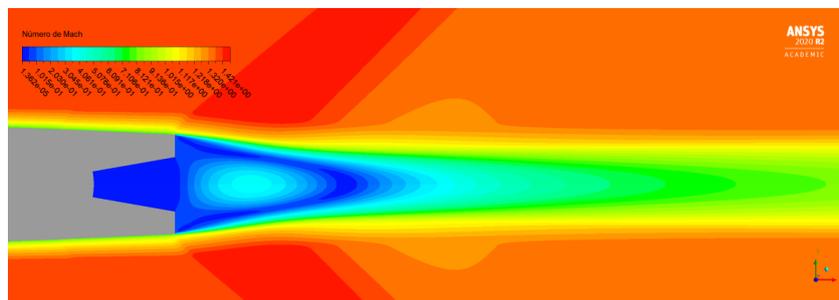
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 35 – Distribuição do número de Mach atrás do veículo para voo não propulsado.

(a)  $t = 0.03938$  s.



(b)  $t = 0.8609$  s.



fonte: Produção do próprio autor.

Os valores da força de arrasto podem ser verificados na Tabela 11 junto com os valores correspondentes do coeficiente de arrasto. Deve-se notar que o coeficiente de arrasto da base obtido nas simulações é igual ao coeficiente de pressão. Isso se deve à irrelevância dos efeitos viscosos na região traseira do modelo, devido a zona de recirculação do escoamento. Além disso, verifica-se que o arrasto da base representa cerca de 30% do arrasto da fuselagem e 25% do arrasto total.

Tabela 11 – Valores da força e do coeficiente de arrasto para voo atmosférico não propulsado.

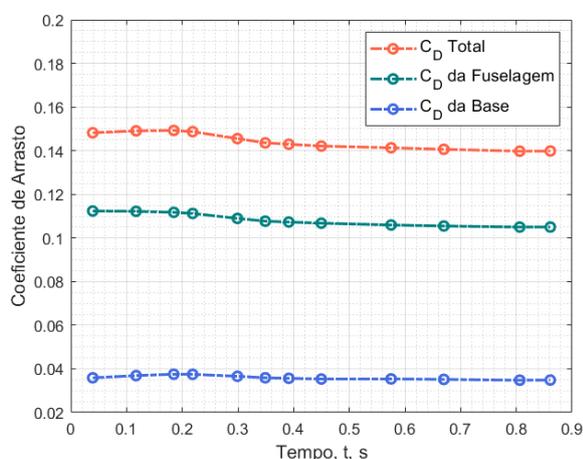
$D$ total	$C_D$ total	$D$ da fuselagem	$C_D$ da fuselagem	$D$ da base	$C_D$ da base
160.84221	0.14821231	121.91174	0.1123388	38.930469	0.03587351
173.34902	0.14909286	130.45221	0.11219846	42.896809	0.036894398
183.78151	0.14926478	137.57107	0.11173331	46.210433	0.03753147
188.16418	0.14869953	140.73529	0.11121815	47.42889	0.037481383
195.79527	0.14553714	146.57714	0.10895267	49.218125	0.036584464
200.03761	0.14358399	150.02291	0.10768419	50.014703	0.035899802
204.71834	0.14294961	153.65189	0.10729121	51.066446	0.0356584
210.66387	0.14209757	158.27865	0.10676255	52.385224	0.035335025
223.68377	0.14131674	167.68547	0.10593869	55.9983	0.035378058
228.17048	0.14063144	171.12353	0.10547091	57.046952	0.035160531
231.18188	0.13976047	173.64984	0.1049796	57.532047	0.034780865
231.00333	0.13984457	173.42189	0.034858595	57.58144	0.10498597

fonte: Produção do próprio autor.

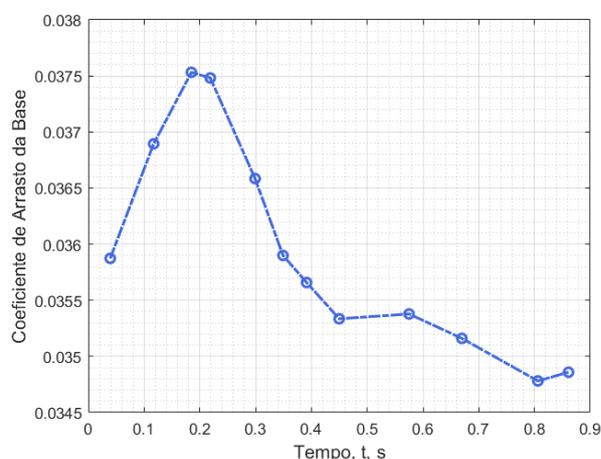
A representação gráfica dos coeficientes de arrasto é apresentada na Figura 36. Observa-se na Figura 36(a) que, analogamente à força, o coeficiente de arrasto da fuselagem é maior que o da base, representando a maior parcela do coeficiente de arrasto total. Além disso, pode-se verificar na Figura 36(b) o comportamento não linear do coeficiente de arrasto da base com o decorrer da trajetória.

Figura 36 – Coeficientes de arrasto sobre o modelo para voo atmosférico não propulsado.

(a) Parcelas do coeficiente de arrasto total.



(b) Coeficiente de arrasto da base.

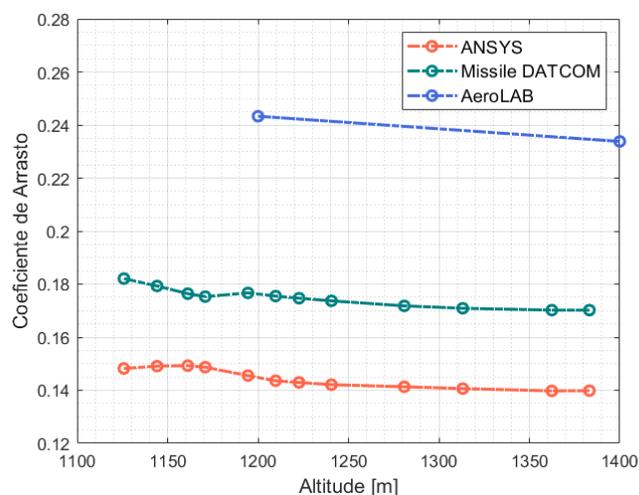


fonte: Produção do próprio autor.

A Figura 37 apresenta os resultados para o coeficiente de arrasto total obtidos pelas simulações CFD e através dos programas de cálculo por métodos semi-empíricos Missile DATCOM e AeroLAB. Apesar das limitações dos programas, uma análise comparativa do comportamento das curvas pode ser realizada. Verifica-se que o Missile DATCOM e o AeroLAB superestimam os resultados das simulações CFD. Entre os dois, a curva dos resultados do Missile DATCOM apresenta um comportamento mais próximo ao da curva dos resultados obtidos no ANSYS, fornecendo também uma menor diferença percentual entre os dados. Apesar disso, fica evidente que os programas de cálculo por métodos semi-empíricos fornecem resultados menos precisos, de modo que poderiam ser substituídos pelo

cálculos CFD nas fases de projeto.

Figura 37 – Curvas do coeficiente de arrasto estimadas para voo atmosférico não propulsado.



fonte: Produção do próprio autor.

A Tabela 12 fornece os valores para o coeficiente de arrasto do veículo encontrados nas simulações CFD e pelo programa Missile DATCOM. Enquanto isso, a Tabela 13 fornece os parâmetros de entrada e os resultados numéricos obtidos para o coeficiente de arrasto pelo programa AeroLAB. Observa-se que os parâmetros de entrada desse programa são aproximados aos apresentados na referência (PURSER; THIBODAUX; JACKSON, 1950), devido às suas limitações.

Tabela 12 – Coeficientes de arrasto obtidos no DATCOM para voo atmosférico não propulsado.

$C_D$ - CFD	$C_D$ - Missile DATCOM	Diferença %
0.14821231	0.1821	18.6094
0.14909286	0.1793	16.8473
0.14926478	0.1764	15.3828
0.14869953	0.1753	15.1743
0.14553714	0.1767	17.6360
0.14358399	0.1755	18.1858
0.14294961	0.1747	18.1742
0.14209757	0.1737	18.1937
0.14131674	0.1718	17.7435
0.14063144	0.1709	17.7113
0.13976047	0.1702	17.8846
0.13984457	0.1702	17.8352

fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 13 – Parâmetros e coeficientes obtidos no AeroLAB para voo atmosférico não propulsado.

Altitude [m]	Número de Mach	$C_D$ - AeroLAB
1200	1.220	0.2433
1400	1.365	0.2338

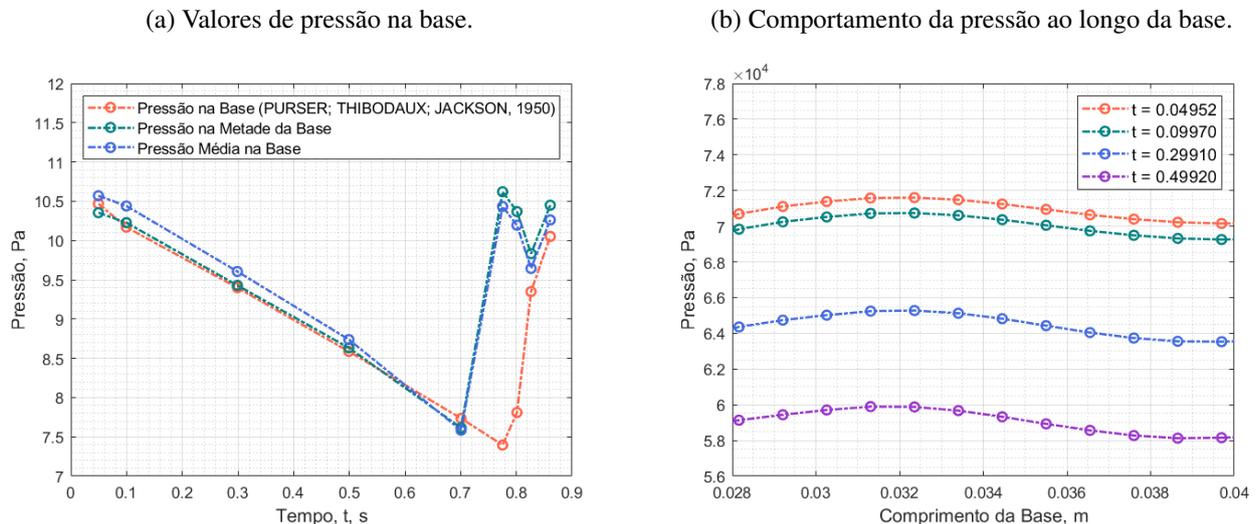
fonte: Produção do próprio autor.

## 4.2 VOO ATMOSFÉRICO PROPULSADO

Os valores de pressão na base para o voo atmosférico propulsado, encontrados através das simulações CFD, podem ser visualizados na Figura 38(a) junto com os resultados dos testes em voo apresentados na referência (PURSER; THIBODAU; JACKSON, 1950). Novamente, são analisados os valores da pressão média e em um ponto na metade do comprimento da base do modelo bidimensional. Ambas as metodologias de captura dos dados mostram-se adequadas para análise dos resultados e evidenciam que o modelo geométrico e a metodologia numérica utilizada forneceram resultados suficientemente próximos ao esperado para a maioria dos casos.

Pode-se observar o comportamento da pressão ao longo do comprimento da base na Figura 38(b), para os instantes de tempo nos quais o jato é subexpandido. Constata-se que o comportamento é não linear, o que é justificado pela zona de recirculação formada entre o escoamento do jato de exaustão, o fluxo de escoamento livre e a onda de expansão no canto superior da base.

Figura 38 – Dados de pressão na base para voo atmosférico propulsado.



fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 14 – Valores de pressão na base e diferenças para voo atmosférico propulsado.

PURSER; THIBODAU; JACKSON (1950)	M3			
$P_{base}$ [Pa]	$P_{M_{base}}$ [Pa]	Diferença %	$P_{base}$ [Pa]	Diferença %
72176.579	71387.9	1.1048	72874.65	0.9579
70114.951	70512.4	0.5637	71979.28	2.5901
64803.346	65004.8	0.3099	66225.39	2.1473
59207.947	59524.3	0.5315	60248.11	1.7265
53329.039	52499.3	1.5805	52290.86	1.9854
50993.855	73227.0	30.3619	71936.32	29.1125
53845.725	71486.5	24.6771	70292.39	23.3975
64462.111	67790.7	4.9101	66492.82	3.0540
69306.225	72046.3	3.8032	70755.92	2.0489

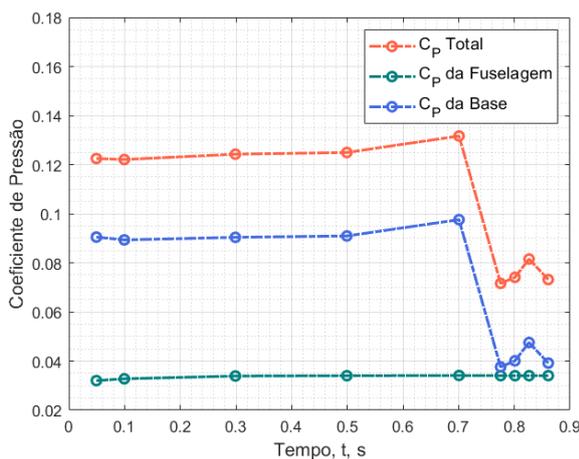
fonte: Produção do próprio autor.

Analisando os valores apresentados na Tabela 14 fica evidente que as diferenças percentuais para os casos de jato superexpandido são maiores que para os casos de jato subexpandido. Acredita-se que essa disparidade dos resultados seja justificada pela escolha geométrica da saída da tubeira, uma vez que a curvatura induz a direção das linhas de corrente, modificando o desvio que deve ocorrer nos jatos superexpandidos como consequência das ondas de choque que se formam na saída do bocal. Também deve-se notar que as pressões críticas dos tempos 0.7752 segundos e 0.8010 segundos estão compreendidas em um intervalo no qual, eventualmente, pode acontecer a separação do bocal. Isso poderia justificar as maiores diferenças numéricas verificadas para esses instantes de tempo.

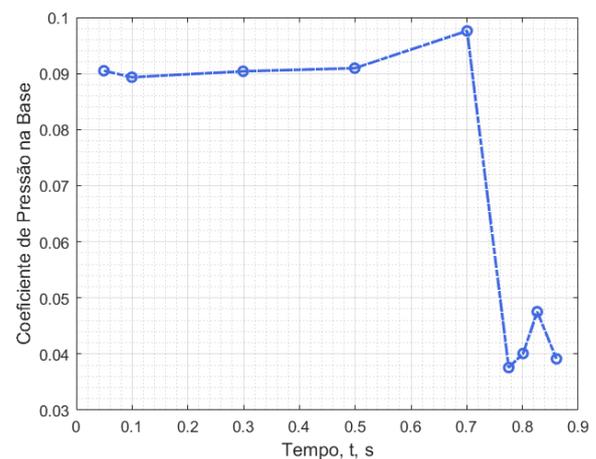
A Figura 39(a) e a Tabela 15 fornecem os valores dos coeficientes de pressão do veículo. Comparando esse gráfico com o apresentado para o voo atmosférico não propulsado fica evidente que o jato de exaustão aumenta consideravelmente o coeficiente de pressão na base e sua influência sobre o coeficiente de pressão total do modelo. O mesmo não ocorre com o coeficiente de pressão da fuselagem, que se mantém semelhante para os voos atmosféricos não propulsado e propulsado.

Figura 39 – Coeficientes de pressão no veículo para voo atmosférico propulsado.

(a) Parcelas do coeficiente de pressão total.



(b) Coeficiente de pressão da base.



fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 15 – Valores do coeficiente de pressão para voo atmosférico propulsado.

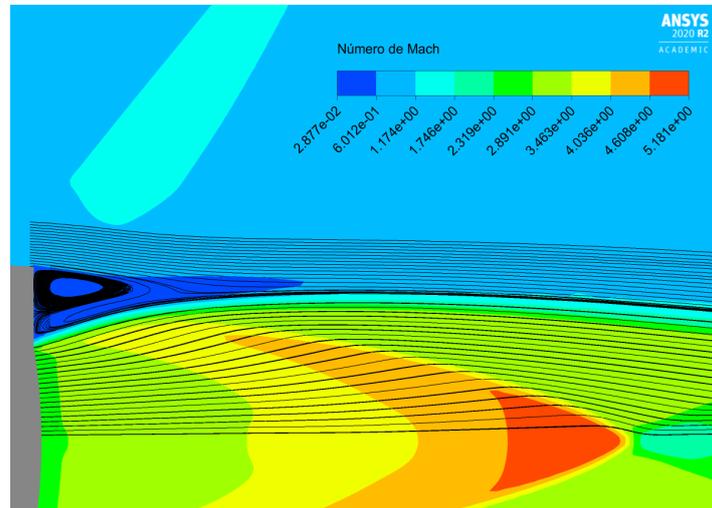
$C_P$ total	$C_P$ da fuselagem	$C_P$ da base
0.12249951	0.032013807	0.090485699
0.12208232	0.032747819	0.0893345
0.1242672	0.033878306	0.090388892
0.1249492	0.034005734	0.090943465
0.13167805	0.034096515	0.09758154
0.071612102	0.03403921	0.037572892
0.074102263	0.034015662	0.0400866
0.081545441	0.034013216	0.047532224
0.073174234	0.034039219	0.039135016

fonte: Produção do próprio autor.

Analisando os resultados para os instantes de tempo que foram relativamente bem previstos pelas simulações CFD, nota-se também que a magnitude do coeficiente de pressão na base é considerável-

mente menor nos casos superexpandidos quando comparada à dos casos subexpandidos, o que pode ser verificado na Figura 39(b). Os elevados coeficientes medidos na base são consequência da região de recirculação que é formada na parte posterior do corpo. Uma imagem das linhas de corrente atrás do veículo e da distribuição do número de Mach é apresentada na Figura 40, possibilitando visualizar a zona de recirculação do escoamento na base.

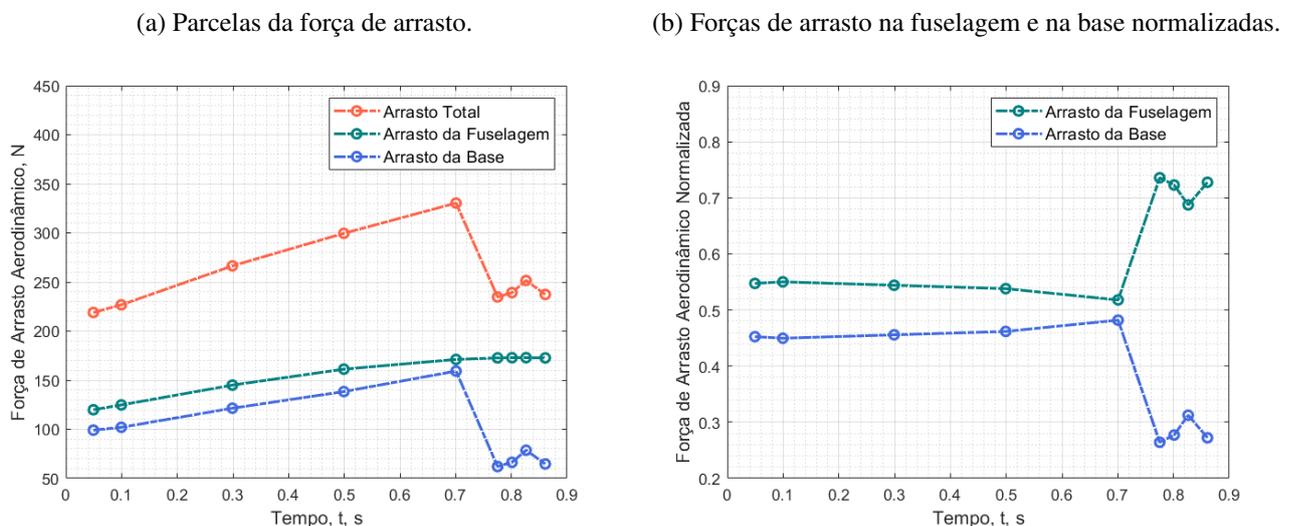
Figura 40 – Contorno de Mach e linhas de corrente no voo atmosférico propulsado em  $t = 0.04952$  s.



fonte: Produção do próprio autor.

A Figura 41(a) fornece os valores da força de arrasto aerodinâmico obtidos nas simulações CFD. Observa-se que para os casos de jato subexpandido o arrasto da base é muito próximo do arrasto da fuselagem, aumentando linearmente com a diminuição da pressão de saída dos gases de exaustão. Enquanto isso, para os casos de jato superexpandido a diferença entre os arrastos gerados pela fuselagem e pela base se torna mais significativa. O arrasto total sobre o veículo é a soma dos arrastos gerados por cada parcela, sendo que os dados da fuselagem são representativos do arrasto de pressão e de atrito e os da base apenas do arrasto de pressão.

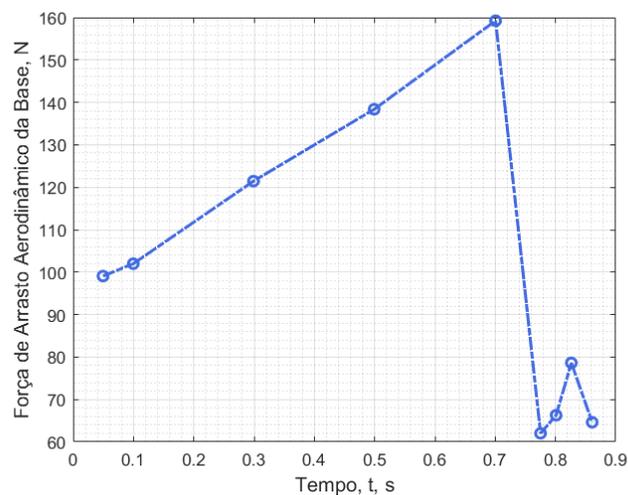
Figura 41 – Forças de arrasto aerodinâmico sobre o modelo para voo atmosférico propulsado.



fonte: Produção do próprio autor.

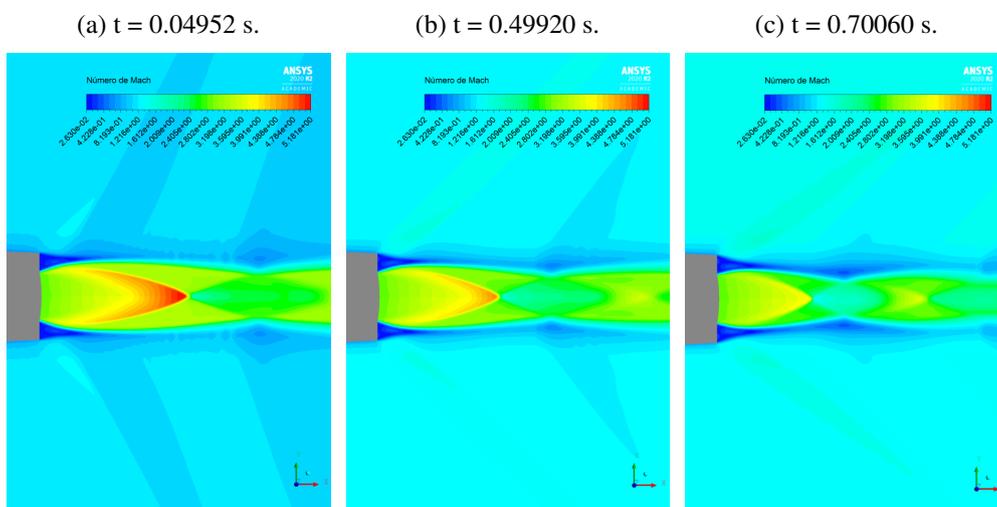
Na Figura 41(b) pode-se visualizar as forças de arrasto normalizadas pela força de arrasto total. O gráfico, quando comparado ao apresentado na Figura 33(b), evidencia o aumento no arrasto da base em voos atmosféricos propulsados. Nota-se na Figura 42 que para os casos de jato subexpandido ocorre um aumento no arrasto da base com o aumento do Mach do escoamento livre e a diminuição da pressão de saída do jato. Esse comportamento é visualizado também para os casos bem previstos de jato superexpandido. Além disso, é perceptível que a presença do jato de exaustão aumenta o arrasto na base do veículo, de modo que os efeitos da presença do jato se sobrepõem aos efeitos da variação do Mach. A presença do jato modifica a zona de recirculação atrás do veículo, e dessa forma, jatos com altas pressões de saída diminuem o arrasto aerodinâmico na base, o qual em voos atmosféricos propulsados é uma parcela significativa do arrasto total. Na Figura 43 pode-se verificar a diminuição da pressão do jato de exaustão e a modificação da região de recirculação atrás do veículo, observa-se também a semelhança dos resultados obtidos com os apresentados na Figura 15.

Figura 42 – Força de arrasto aerodinâmico na base para voo atmosférico propulsado.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 43 – Distribuição do número de Mach atrás do modelo em voo atmosférico propulsado.



fonte: Produção do próprio autor.

A Tabela 16 apresenta os valores de arrasto e os correspondentes coeficientes obtidos nas simulações CFD. Como na análise dos resultados para voo atmosférico não propulsado, o coeficiente de arrasto na base é igual ao coeficiente de pressão. Na Figura 44(a) é possível visualizar o comportamento dos coeficientes de arrasto, que em muito se assemelha ao comportamento da força. Comparando esse gráfico com a Figura 36(a) evidencia-se o aumento no coeficiente de arrasto proporcionado pela presença do jato de exaustão. Na Figura 44(b) pode-se por fim verificar o comportamento do coeficiente de arrasto da base com o decorrer da trajetória.

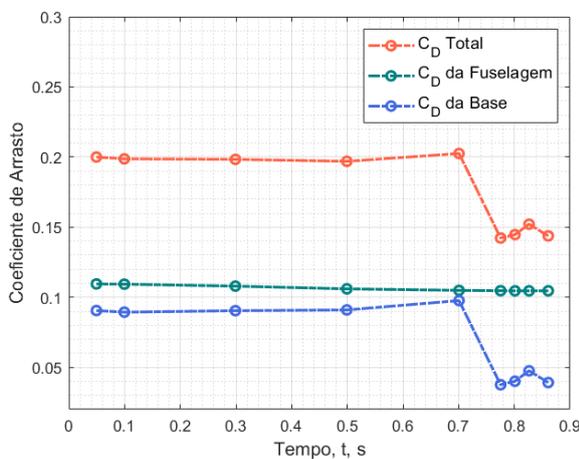
Tabela 16 – Valores da força e do coeficiente de arrasto para voo atmosférico propulsado.

$D$ total	$C_D$ total	$D$ da fuselagem	$C_D$ da fuselagem	$D$ da base	$C_D$ da base
218.91846	0.1999511	119.84929	0.1094654	99.06917	0.090485699
226.7641	0.1986357	124.77912	0.1093012	101.98498	0.0893345
266.41009	0.19828635	144.96697	0.10789746	121.44312	0.090388892
299.57099	0.19689309	161.20136	0.10594963	138.36963	0.090943465
330.38363	0.2024569	171.1431	0.10487536	159.24052	0.09758154
234.7227	0.14220274	172.70413	0.10462985	62.018572	0.037572892
239.15892	0.14463514	172.87442	0.10454854	66.284501	0.0400866
251.51789	0.15206312	172.89788	0.1045309	78.620016	0.047532224
237.31131	0.14370433	172.68429	0.10456932	64.627011	0.039135016

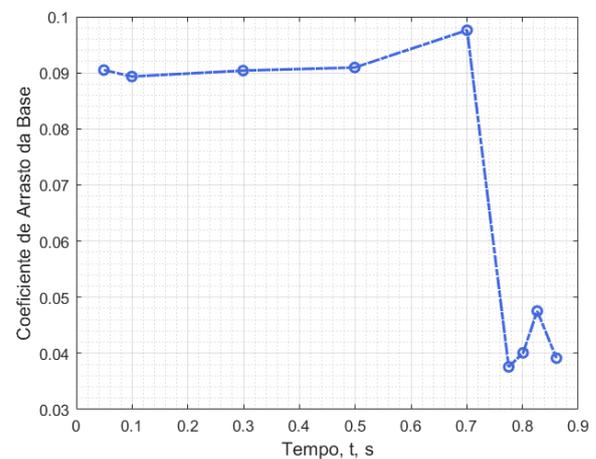
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 44 – Coeficientes de arrasto sobre o modelo para voo atmosférico propulsado.

(a) Parcelas do coeficiente de arrasto total.



(b) Coeficiente de arrasto da base.



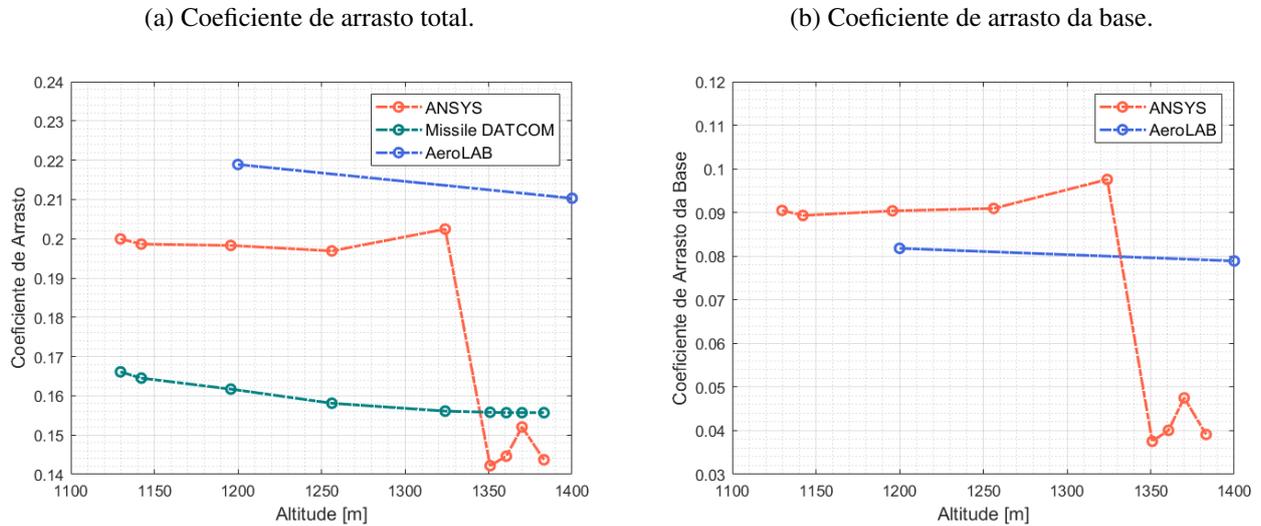
fonte: Produção do próprio autor.

Foram comparados os coeficientes de arrasto obtidos nas simulações CFD com os resultados dos programas de cálculos por métodos semi-empíricos Missile DATCOM e AeroLAB. A Figura 45(a) apresenta uma comparação para o coeficiente de arrasto total, sendo possível visualizar que os valores previstos pela curva do AeroLAB superestimam os resultados encontrados em CFD, enquanto os resultados do programa Missile DATCOM, apesar de formarem uma curva semelhante para os quatro primeiros instantes de tempo, subestimam os resultados das simulações,

Os resultados apresentados na Figura 45(b) permitem deduzir que, como o coeficiente de arrasto da base previsto pelo AeroLAB é menor que o obtido nas simulações CFD, o programa superestima o

coeficiente de arrasto da fuselagem do modelo. Deve-se ressaltar que o AeroLAB possui limitações para as configurações dos parâmetros atmosféricos e para a representação da geometria, de modo que seus resultados só podem ser comparados qualitativamente.

Figura 45 – Curvas do coeficiente de arrasto estimadas para voo atmosférico propulsado.



fonte: Produção do próprio autor.

A Tabela 17 fornece os valores para o coeficiente de arrasto total do modelo encontrados nas simulações CFD e pelo programa Missile DATCOM. A Tabela 18 fornece os parâmetros de entradas e os resultados numéricos para os coeficientes de arrasto total e da base obtidos pelo programa AeroLAB.

Tabela 17 – Coeficientes de arrasto obtidos no DATCOM para voo atmosférico propulsado.

$C_D$ - CFD	$C_D$ - DATCOM	Diferença %
0.1999511	0.1661	20.3800
0.1986357	0.1645	20.7512
0.19828635	0.1617	22.6261
0.19689309	0.1581	24.5371
0.2024569	0.1561	29.6969
0.14220274	0.1558	8.7274
0.14463514	0.1557	7.1065
0.15206312	0.1557	2.3358
0.14370433	0.1557	7.7043

fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 18 – Parâmetros e coeficientes obtidos no AeroLAB para voo atmosférico propulsado.

Altitude [m]	Número de Mach	$C_D$ - AeroLAB	$C_{D_B}$ - AeroLAB
1200	1.220	0.2189	0.0818
1400	1.365	0.2103	0.0789

fonte: Produção do próprio autor.

## 5 CONCLUSÃO

Esse trabalho procurou reproduzir os dados de pressão na base apresentados e discutidos por [PURSER; THIBODAU; JACKSON \(1950\)](#). Além disso, foi realizada uma análise dos efeitos do jato de exaustão sobre o arrasto da base, enfatizando os resultados encontrados em outras pesquisas computacionais. Para as simulações foi utilizado o *software* Ansys Fluent, versão 2020 R2 Academic; sendo estabelecidas comparações com os resultados obtidos nos programas de cálculo por métodos semi-empíricos Missile DATCOM e AeroLAB.

Os dados obtidos nas análises de CFD para o voo atmosférico não propulsado evidenciaram que a modelagem do divergente permite resultados com menores diferenças percentuais em relação aos valores apresentados na literatura. Uma comparação com os resultados para o voo atmosférico propulsado mostrou que a presença do jato de exaustão aumenta consideravelmente a força de arrasto na base do veículo, tornando-a significativa para a força de arrasto total. Os dados para o voo atmosférico propulsado foram suficientemente satisfatórios para a maioria dos casos e indicaram um aumento do arrasto da base associado à diminuição da pressão de saída do jato. Além disso, a visualização dos contornos do número de Mach e das linhas de corrente permitiram aferir que tal variação decorre da modificação da zona de recirculação na base com a presença do jato de exaustão.

Os programas de cálculos por métodos semi-empíricos demonstraram uma diferença quantitativa e qualitativa dos resultados, uma vez que o Missile DATCOM subestima e o AeroLAB superestima os valores encontrados nas análises CFD para os casos de jato subexpandido. Esse fato comprova a importância do domínio de ferramentas de simulação CFD para a indústria aeroespacial, na qual são fundamentais resultados confiáveis com baixas margens de erro.

## SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Em uma sequência desse estudo a geometria e a malha computacional poderiam ser aprimoradas, a fim de encontrar resultados mais precisos e obter uma melhor visualização dos fenômenos compressíveis. As investigações realizadas podem servir de base para o desenvolvimento de uma metodologia para análise da interação do jato propulsivo com o escoamento principal, aplicável a foguetes de propulsão sólida durante a fase de lançamento. Ademais, os estudos poderiam ser estendidos para análises termodinâmicas de transferência de calor entre o jato e a base do veículo.

## REFERÊNCIAS

- ANDERSON, J. J. D. **Modern compressible flow**. New York: McGraw-Hill, 1990.
- AVIBRAS. **Mísseis e foguetes**. [S. I.]: AVIBRAS, 2021. Disponível em: [www.avibras.com.br/site/images/os\\_imagegallery\\_198/original/misseis-tm-e-150-02.jpg](http://www.avibras.com.br/site/images/os_imagegallery_198/original/misseis-tm-e-150-02.jpg). Acesso em: 29 maio 2021.
- BLAKE, W. B. **Missile DATCOM user's manual - 1997 FORTRAN 90 revision**. Dayton: Air Vehicles Directorate, 1998.
- CHOI, J.; LEE, E.; LEE, K. Numerical simulation of the power-on base drag of a missile body. **J. Comput. Fluids Eng.**, Seoul, v. 20, n. 2, p. 16–22, 2015.
- DEIWERT, G. S. Supersonic axisymmetric flow over boattails containing a centered propulsive jet. **AIAA journal**, Reston, v. 22, n. 10, p. 1358–1365, 1984.
- FLETCHER, C. A. J. **Computational techniques for fluid dynamics**. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 1990. v. 1.
- GREGOREK, G. M. **Aerodynamic drag of model rockets**. Penrose: Estes industries, inc., 1998.
- HAMMOND, W. **Design methodologies for space transportation systems**. Reston: AIAA, 2001. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/4.861734>. Acesso em: 2 jun. 2021.
- MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. Rio de Janeiro: LTC, 2004.
- MORAES, D. de O.; VILLAS BÔAS, D. J. F.; MORGENSTERN JÚNIOR, A. Avaliação de códigos computacionais aplicados ao projeto aerodinâmico de foguetes de sondagem. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, IV. Recife, 2006. Disponível em: [www.abcm.org.br/anais/conem/2006/anais/17%20-%20Engenharia%20Aero%20Espacial/17-514\\_final.pdf](http://www.abcm.org.br/anais/conem/2006/anais/17%20-%20Engenharia%20Aero%20Espacial/17-514_final.pdf).
- NAKKA, R. **Launch report - frostfire 3 rocket**. [S. I.]: [s. n.], 2021. Disponível em: [www.nakka-rocketry.net/](http://www.nakka-rocketry.net/). Acesso em: 23 fev. 2021.
- NASA. **NASA captures supersonic shock interaction**. [S. I.]: NASA, 2021. Disponível em: [www.nasa.gov/centers/armstrong/multimedia/imagegallery/Schlieren/f4\\_p4\\_plane\\_drop\\_v.html](http://www.nasa.gov/centers/armstrong/multimedia/imagegallery/Schlieren/f4_p4_plane_drop_v.html). Acesso em: 10 maio 2021.
- NISKANEN, S. **OpenRocket technical documentation**. Otaniemi: [s. n.], 2013.
- PALMERIO, A. F. **Introdução à tecnologia de foguetes**. São José dos Campos: Sindct, 2017.
- PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. USA: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- PURSER, P. E.; THIBODAUX, J. G.; JACKSON, H. H. **Note on some observed effects of rocket-motor operation on the base pressures of bodies in free flight**. Washington: NACA, 1950.
- SAHU, J. Computations of supersonic flow over a missile afterbody containing an exhaust jet. *In*: AIAA 12TH ATMOSPHERIC FLIGHT MECHANICS CONFERENCE, XII. Reston, 1985.
- SILVEIRA NETO, A. **Escoamentos turbulentos: análise física e modelagem teórica**. Uberlândia: Composer, 2020.

SOARES, I. A. S. P. **Validação e aplicação de procedimento de cálculo aerodinâmico para configurações esbeltas**. São José dos Campos: ITA, 2003.

TSIOLKOVSKII, K. E. **Trabalhos sobre técnicas de foguetes**. Moscou: Ovoronguiz, 1947.

VUKELICH, S. R. et al. **Missile DATCOM - volume 1 - final report**. Dayton: FDL, 1988.

WHITE, F. M. **Mecânica dos fluidos**. Porto Alegre: AMGH, 2018.