unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

1210001105

Nº 27

"IDENTIFICAÇÃO RÁPIDA DE SISTEMAS DINÂMICOS COM REDES NEURAIS DE HOPFIELD E MÍNIMOS QUADRADOS"

ALUNA: ERICA REGINA MARANI DARUICHI MACHADO
ORIENTADOR: JOSÉ PAULO FERNANDES GARCIA

Te.1105

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
STRICTO SENSU
ÁREA DE AUTOMAÇÃO

1210001105

IDENTIFICAÇÃO RÁPIDA DE SISTEMAS DINÂMICOS COM REDES NEURAIS DE HOPFIELD E MÍNIMOS QUADRADOS

Proc. 054/99 - NRD 115

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO

DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
13/9/99	30/9/99
REGISTRADO POR	TOMBO
Célia	Ex. 1105
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Doação-autor	M149i

R$ 10,00 30405/02 (autarquia)

"Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Unesp, como parte dos requisitos para obtenção de título de Mestre em Engenharia Elétrica, junto ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica."

Orientador: Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia
Co-Orientador: Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Orientada: Erica Regina Marani Daruichi Machado

Ilha Solteira -SP
Dezembro de 1998.

"IDENTIFICAÇÃO RÁPIDA DE SISTEMAS DINÂMICOS COM REDES NEURAIS DE HOPFIELD E MÍNIMOS QUADRADOS"

Érica Regina Marani Daruichi Machado

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).

Prof. Dr. Carlos Roberto Minussi - Coordenador

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia - orientador

Prof. Dr. Cláudio Garcia

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira – co-orientador

Ilha Solteira – SP, dezembro de 1998

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. José Paulo Fernandes e ao Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira que viabilizaram a realização deste trabalho.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica pela infra-estrutura oferecida e à todos os professores e colegas que, direta ou indiretamente, nos passaram conhecimentos teóricos, ou experiências, durante todo o curso. Um agradecimento especial ao professor Edvaldo Assunção pelo apoio nas atividades desenvolvidas em laboratório e no desenvolvimento das simulações.

À FAPESP, pelo apoio financeiro, oferecido durante 28 (vinte e oito) meses, possibilitando o perfeito andamento do curso conforme planejamento inicial.

Ao meu esposo, Eduardo Ferreira Machado, pela compreensão e apoio que foram fundamentais para a realização deste trabalho de maneira satisfatória.

unesp

RESUMO

Nesta dissertação são apresentados dois trabalhos sobre identificação de sistemas lineares invariantes no tempo.

O primeiro trata da aplicação da rede neural de Hopfield em identificação rápida de sistemas dinâmicos invariantes no tempo com acesso ao vetor de estados. Esta configuração de identificação é insensível às condições iniciais da planta e dos filtros de estado e oferece liberdade para o projeto destes filtros para rejeitar possíveis ruídos de medição.

No segundo é proposto um método de tratamento de dados que possibilita uma rápida identificação quando se tem acesso somente aos sinais de entrada e saída. Neste método, que não é um algoritmo de identificação, os dados fornecidos pelo sistema são manipulados com o objetivo de reduzir o efeito das condições iniciais, antes que os parâmetros sejam identificados por qualquer algoritmo de identificação clássico, como o algoritmo dos mínimos quadrados, ou por redes neurais artificiais , como a de Hopfield.

unesp

ABSTRACT

Two works are presented in this dissertation about identification of invariants linear systems in the time.

The first is about the application of a neural network of Hopfield to fast identification of invariants dynamic systems in the time with access to the vector of states. This identification configuration is insensitive to the initial conditions of the plant and of the filters of state and it offers freedom for the project of these filters to reject possible mensuration noises.

In the second it is proposed a method of treatment of data that facilitates a fast identification when access is only had to the entrance signs and exit. In this method, that is not an identification algorithm, the data supplied by the system are manipulated with the objective of reducing the effect of the initial conditions, before the parameters are identified for any classic identification algorithm, as the algorithm of the minima square or for artificial neural networks, as the of Hopfield.

unesp

NOMENCLATURA

θ^*	Vetor paramétrico a ser identificado;
$\theta(t)$	Vetor paramétrico que representa o sistema no tempo t;
$\tilde{\theta}$	Erro de estimação do vetor paramétrico;
y_i	I-ésima saída fornecida pelo sistema;
u_i	I-ésima entrada fornecida ao sistema;
ℓ	Erro de estimação;
$\dot{\ell}$	$d\ell/dt$;
ϕ	Vetor de dados do sistema;
$\Re$	Conjunto dos números reais;
$\Re^n$	Conjunto dos números reais com n elementos;
$\Re^{n_x r}$	Conjunto das matrizes $n_x r$ com elementos reais;
x	Vetor de estados do sistema;
$\dot{x}$	dx/dt ;
$\hat{x}$	Valor estimado de x.

unesp

x_m	Vetor de estado com ruído de medição;
$\hat{y}(t)$	Valor estimado de $y(t)$;
A, B	Matrizes que representam um sistema;
A_p, B_p	Matrizes a serem identificadas;
$\hat{A}_p, \hat{B}_p$	Matrizes estimadas de A_p e B_p;
A_m	Matriz estável arbitrária;
$\overline{y}, \overline{u}$	Sinais normalizados;
m, n_s	Parâmetros de normalização de sinais;
$J(\theta)$	Função custo;
β	Fator de esquecimento da função custo;
Γ	Matriz de escalonamento;
∇	Gradiente de uma função;
w	Sinal ruído;
P	Matriz covariância;
ρ_i	Constante;
O, S	Campos neurais;
U	Vetor de estados de um neurônio;
T_{ij}	Matriz peso entre o neurônios i-ésimos e o neurônio j-ésimo de uma rede neural artificial;
$f(.)$	Função não-linear utilizada nos neurônios;
A_{di}	Índice de decaimento do potencial residual da membrana do neurônio i;
C_i	Constante de tempo capacitiva da membrana do neurônio i;
P_{Ri}	Potência residual da membrana do neurônio i;
I_i	Entrada externa fornecia ao neurônio i;
R_i	Resistência da membrana do neurônio i;
α_i	Constante positiva que representa o ganho de aprendizado do neurônio i;

unesp

V_i	Saída do neurônio i;
m_{ij}	Coeficientes sinápticos entre o neurônio i e o neurônio j;
E	Função Energia;
$G_i(s)$	$(1/(s+a_i))$ Função de transferência de um filtro de primeira ordem;
$g_i(t)$	Transformada inversa de Laplace de $G_i(s)$;
a_i	Pólo do filtro de primeira ordem;
W_i	Filtro de estado de segunda ordem;
c_i	Variável que forma um filtro assintoticamente estável;
n_{r_i}	Sinal filtrado por um filtro de segunda ordem;
x_f, u_f, w_f	Sinais filtrados de x e u e w;
x_m	Sinal x com ruído de medição w;
T_s	Período de integração;
$L(.)$	Transformada de Laplace de uma função;
$L^{-1}(.)$	Transformada inversa de Laplace de uma função;
H_i	Etapa i do método de identificação que elimina as condições iniciais;
n	Ordem de um sistema;
y_0	Estado inicial do sistema;
y_0^i	Estado inicial i a ser identificado;

unesp

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - **INTRODUÇÃO** 01

CAPÍTULO 2 - **IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS** 05

2.1. INTRODUÇÃO 05
2.2. PRINCÍPIOS DE IDENTIFICAÇÃO 06
2.3. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS 11

CAPÍTULO 3 - **REDES NEURAIS**

3.1. INTRODUÇÃO 16
3.2. NEURÔNIOS 17
3.3. CONEXÕES NEURAIS 18
3.4. ARQUITETURA DE UMA REDE NEURAL 19
3.5. DINÂMICA NEURAL 20
3.6. APRENDIZADO DE UMA REDE NEURAL 23
3.7. MEMÓRIA ASSOCIATIVA 24
3.8. REDE NEURAL DE HOPFIELD 25

unesp

CAPÍTULO 4 - **IDENTIFICAÇÃO COM REDES NEURAIS DE HOPFIELD** 34

4.1. INTRODUÇÃO 34
4.2. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS COM ACESSO À DERIVADA DO VETOR DE ESTADOS 35
4.3. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS SEM ACESSO À DERIVADA DO VETOR DE ESTADOS 38
4.4. IDENTIFICAÇÃO RÁPIDA DE SISTEMAS DINÂMICOS SEM ACESSO À DERIVADA DO VETOR DE ESTADOS 42
4.5. EXEMPLOS 50
4.6. IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA REAL SUJEITO A RUÍDOS DE MEDIÇÃO 63
4.7. CONCLUSÕES 65

CAPÍTULO 5 - **MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO RÁPIDA** 66

5.1. INTRODUÇÃO 66
5.2. MÉTODO 1: "MÉTODO QUE REDUZ O EFEITO DAS CONDIÇÕES INICIAIS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE FILTROS DE PRIMEIRA ORDEM" 67
5.3. MÉTODO 2 : "MÉTODO QUE ELIMINA AS CONDIÇÕES CONDIÇÕES INICIAIS" 74
5.4. MÉTODO QUE IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS APLICADO EM UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM 83
5.5. SIMULAÇÕES 85
5.6. CONCLUSÕES 106

CAPÍTULO 6 - **CONCLUSÕES** 107

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 109

APÊNDICE I - **"ESTABILIDADE DE SISTEMAS DINÂMICOS "** I

APÊNDICE II - **"ESTUDO SOBRE FILTROS DE ESTADO CONSIDERANDO AS CONDIÇÕES INICIAIS DA PLANTA"** VI

APÊNDICE III - **"PROVAS DOS LEMAS 1 E 2"** IX

unesp

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Identificação de sistemas é um assunto de grande interesse em controle de sistemas e em muitas outras áreas. A busca de métodos ou algoritmos que possibilitem uma identificação rápida e com pouca sensibilidade a perturbações tem sido tema de trabalho de muitos pesquisadores.

À medida em que se desenvolvem e se aperfeiçoam os equipamentos e os sistemas de um modo geral, maior é a necessidade de se desenvolver métodos de identificação que atendam a esses avanços tecnológicos.

Uma identificação rápida pode ser um fator fundamental em alguns sistemas, principalmente em sistemas de controle, que, muitas vezes, precisam estabelecer rapidamente as condições do sistema para que um sinal adequado seja enviado para o controle.

O algoritmo de estimação de parâmetros mais conhecido e estudado é o algoritmo dos mínimos quadrados e suas variações. Este algoritmo foi desenvolvido por Gauss no século XVII, mas tem sido utilizado até os dias atuais na elaboração de novos algoritmos de identificação [1].

Inúmeras são as áreas de aplicação de algoritmos de identificação, como automação e controle, ciência ambiental, engenharia biomédica, etc.

Outro assunto que tem despertado o interesse de pesquisadores nas últimas décadas são as redes neurais artificiais.

unesp

Estas redes foram desenvolvidas baseadas em um modelo simplificado da rede neural biológica com o objetivo de imitar a atividade cerebral na resolução de alguns problemas específicos, como reconhecimento de padrões e processamento paralelo [2].

Os primeiros estudos com redes neurais foram realizados a partir da elaboração de um modelo matemático de um neurônio artificial na década de 40 pelo neurofisiologista McCulloch e pelo matemático Watter Pitts [3].

A partir deste modelo do neurônio, muitos trabalhos foram desenvolvidos nas décadas de 50 e 60 que propunham vários tipos de redes e de treinamento.

No início dos anos 70, a teoria de redes neurais artificiais desenvolvida até o momento passou por momentos de crítica devido à alegação de que nelas eram utilizados processos de aproximações empíricos.

Devido a estas críticas, muitos planos de pesquisa foram cancelados e durante uma década as publicações sobre redes neurais artificiais foram escassas.

Mas em 1982, John Hopfield publicou um artigo no qual ele demonstrou a convergência de uma certa classe de redes recorrentes através de mecanismos estatístico [3].

O trabalho de Hopfield causou grande impacto no meio científico e restabeleceu o interesse de muitos cientistas no assunto.

Após a publicação do trabalho de Hopfield, muitos artigos que haviam sido desenvolvidos na década de 70 foram publicados e tem sido assim até hoje.

O número de publicações e congressos sobre redes neurais artificiais tem aumentado muito nos últimos anos, sendo uma das áreas mais pesquisadas em controle automático [4], [5].

Nesta dissertação são apresentados dois trabalhos sobre identificação de sistemas.

O primeiro trata da aplicação de uma Rede Neural de Hopfield em identificação rápida de sistemas dinâmicos invariantes no tempo com acesso ao vetor de estados. Esta configuração de identificação é insensível às condições iniciais da planta e dos filtros de estado e oferece liberdade para o projeto destes filtros para rejeitar possíveis ruídos de medição.

No segundo é proposto um método de tratamento de dados que possibilita uma rápida identificação quando se tem acesso somente aos sinais de entrada e saída. Neste método, que não é um algoritmo de identificação, os dados fornecidos pelo sistema são manipulados algebricamente antes que os parâmetros sejam identificados por qualquer algoritmo de identificação clássico e até mesmo a rede neural de Hopfield.

unesp

A idéia central desta manipulação algébrica dos sinais é reduzir o efeito das condições iniciais na identificação de sistemas.

Nos métodos de identificação atuais os algoritmos são fortemente influenciados pelos estados iniciais do sistema. O tratamento dado a estes estados iniciais são variados e alguns métodos foram utilizados para minimizar seus efeitos na identificação final dos parâmetros da planta. Alguns dos principais métodos utilizados são: (i) métodos que realizam a identificação ignorando o transitório devido às condições iniciais da planta e dos filtros de estado; (ii) métodos que utilizam um fator de esquecimento que permite minimizar o efeito das condições iniciais mais rapidamente. Esta técnica é conhecida como "janelamento"; (iii) métodos que identificam os parâmetros da planta e suas condições iniciais.

Quando os estados iniciais do sistema e dos filtros são nulos, estes métodos fornecem resultados rápidos e precisos e a identificação pode ser realizada rapidamente sem grandes problemas. Mas quando os estados iniciais do sistema não são nulos, ocorre um atraso na identificação porque os algoritmos que utilizam os métodos acima, exceto (iii), não consideram os estados iniciais em seus equacionamentos.

Em (i) todos os dados fornecidos durante o transitório do sistema são ignorados e a identificação é, em geral, obtida somente quando o sistema atinge o regime. A identificação é lenta e pode se tornar inadequada quando se deseja realizar um controle rápido a partir dos parâmetros identificados em um sistema sujeito a variações da planta.

Em (ii) a identificação é realizada de forma mais rápida do que em (i) já que o fator de esquecimento minimiza o efeito do transitório devido aos estados iniciais.

Em (iii) as condições iniciais do sistema são consideradas como parâmetros desconhecidos e são identificadas juntamente com os parâmetros da planta. Esta é uma solução interessante, mas com o aumento do número de parâmetros ou das condições iniciais na identificação são necessários mais dados, o que acarreta um atraso na obtenção dos parâmetros da planta. Para sistemas de ordem alta este método pode se tornar de difícil implementação devido à grande quantidade de parâmetros a serem implementados.

No método proposto nesta dissertação, o algoritmo não impõe restrição aos estados iniciais da planta e dos filtros pois ele considera estes estados no equacionamento. Todos os dados fornecidos pelo sistema são utilizados e a identificação pode ser realizada com os dados fornecidos durante o transitório do sistema. Assim, este método identifica os parâmetros da planta do sistema de forma mais rápida do que os métodos descritos em (i), (ii) e (iii).

unesp

Este trabalho é organizado da seguinte maneira: no capítulo 2 são apresentados conceitos clássicos de identificação de sistemas e o algoritmo dos mínimos quadrados.

O capítulo 3 apresenta conceitos gerais sobre redes neurais artificiais e sobre a rede neural de Hopfield.

No capítulo 4, são apresentados os algoritmos de identificação utilizando a rede neural de Hopfield e os resultados obtidos com a nova configuração proposta.

O capítulo 5 apresenta dois métodos de tratamento de dados e compara os resultados com o método proposto em (iii).

Finalizando, o capítulo 6 apresenta as conclusões deste trabalho.

unesp

CAPÍTULO 2

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Neste capítulo serão apresentados conceitos gerais sobre identificação de sistemas e o algoritmo de estimação dos mínimos quadrados. Este texto foi extraído da referência [1].

2.1. INTRODUÇÃO

Identificação é um processo no qual uma seqüência de dados coletados de um sistema e um algoritmo específico são utilizados para construir um modelo matemático que represente o sistema.

Um sistema pode ser representado por um conjunto de parâmetros. Em alguns casos, estes parâmetros podem ser medidos ou calculados através de leis físicas, em outros, os parâmetros devem ser deduzidos pela observação da resposta do sistema para determinadas entradas.

O processo de identificação é denominado OFF-Line ou identificação em série quando os dados são coletados e em seguida é realizada a identificação.

Quando a identificação é realizada durante o processo de aquisição de dados, o processo de identificação é denominado ON-Line. Neste caso, o modelo é atualizado a cada instante em que um dado é analisado e esta atualização é realizada através de um algoritmo recursivo. Este processo também é denominado de Identificação Recursiva ou Identificação em Tempo Real.

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 unesp 12 13 14 15 16 17 18

2.2. PRINCÍPIOS DE IDENTIFICAÇÃO

2.2.1. ERRO DE ESTIMAÇÃO PARA A IDENTIFICAÇÃO DE UM ESCALAR

Considere uma planta estável, descrita pela seguinte equação:

$$y(t) = \theta^* u(t), \tag{2.1}$$

sendo $u(t)$ uma entrada escalar limitada, $y(t)$ a saída e θ^* um escalar desconhecido. Assumindo que $u(t)$ e $y(t)$ possam ser medidos, a identificação se resume em determinar θ^*.

Se as medidas não tiverem ruídos, $\theta(t)$ pode ser determinado por:

$$\theta(t) = \frac{y(t)}{u(t)}, \tag{2.2}$$

para $u(t) \neq 0$.

Seja $\hat{y}(t)$ o valor esperado de $y(t)$ dado em (2.1) e $\theta(t)$ o valor estimado de θ^* no tempo t:

$$\hat{y}(t) = \theta(t)u(t). \tag{2.3}$$

Seja ℓ o erro de estimação. Este erro reflete um parâmetro incorreto quando $\theta(t)$ é diferente de θ^* e é formado pela diferença entre a saída real $y(t)$ e a saída estimada $\hat{y}(t)$, isto é,

$$\ell = y(t) - \hat{y}(t) = y - \theta(t)u(t). \tag{2.4}$$

A dependência de ℓ com o erro de estimação dos parâmetros $\tilde{\theta} \triangleq \theta - \theta^*$ pode ser verificada substituindo-se a saída $y(t)$ na equação (2.4):

$$\ell = \theta^* u - \theta u = -\tilde{\theta} u. \tag{2.5}$$

Para se obter a identificação do parâmetro θ^*, um algoritmo deve ser utilizado para minimizar ao máximo o módulo do erro de estimação ℓ através de uma função custo.

unesp

Existem vários métodos que realizam esta função, como por exemplo o método do gradiente ou método de Newton, o método dos mínimos quadrados, alguns tipos de redes neurais artificiais, etc.

2.2.2. ERRO DE ESTIMAÇÃO PARA A IDENTIFICAÇÃO DE UM VETOR

Esta mesma análise de erro pode ser utilizada para o caso em que os parâmetros a serem identificados constitua um vetor θ^* que satisfaça a equação

$$y = \theta^{*T}\phi, \tag{2.6}$$

onde $y(t) \in \Re^1$ e $\phi \in \Re^n$ são sinais limitados e disponíveis.

2.2.3. ERRO DE ESTIMAÇÃO PARA A IDENTIFICAÇÃO DE UM VETOR DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Considere um sistema de alta ordem onde a planta é descrita por um vetor de equações diferenciais:

$$\dot{x} = A_p x + B_p u, \tag{2.7}$$

o vetor de estado $x \in \Re^n$ e a entrada $u \in \Re^r$ são medidas disponíveis. $A_p \in \Re^{n \times n}$, $B_p \in \Re^{n \times r}$ são matrizes com parâmetros desconhecidas, A_p é estável e u é limitada.

O objetivo é produzir uma lei para estimar os parâmetros da matriz A_p e da matriz B_p, através da observação dos sinais $u(t)$ e $x(t)$. As matrizes estimadas $\hat{A}_p$ de A_p e $\hat{B}_p$ de B_p podem ser geradas utilizando-se a equação do erro

$$\ell = x - \hat{x}, \tag{2.8}$$

onde $\hat{x}$ é o valor estimado de x.

unesp

O estado $\hat{x}$ é gerado substituindo, na equação (2.7), as matrizes A_p e B_p pelas matrizes estimadas $\hat{A}_p$ e $\hat{B}_p$, respectivamente. Portanto :

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}_p \hat{x} + \hat{B}_p u \,. \tag{2.9}$$

A equação (2.9) é conhecida como modelo paralelo e o método de estimação baseado nesta equação é conhecido como método do erro de saída.

A equação da planta pode ser reescrita de várias formas diferentes e consequentemente geram diferentes equações para $\hat{x}$. Se um termo $A_m x$ for adicionado e subtraído em (2.7), a equação da planta torna-se:

$$\dot{x} = A_m x + (A_p - A_m)x + B_p u \,, \tag{2.10}$$

onde A_m é uma matriz estável arbitrária.

O modelo de estimação

$$\dot{\hat{x}} = A_m \hat{x} + (\hat{A}_p - A_m)x + \hat{B}_p u \tag{2.11}$$

é definido como modelo série-paralelo.

E o vetor do erro de estimação definido como $\ell \stackrel{\Delta}{=} x - \hat{x}$ satisfaz a equação

$$\dot{\ell} = A_m \ell - \tilde{A}_p \hat{x} - \tilde{B}_p u \,, \tag{2.12}$$

onde $\tilde{A}_p \stackrel{\Delta}{=} \hat{A}_p - A_p$, $\tilde{B}_p \stackrel{\Delta}{=} \hat{B}_p - B_p$.

Mais detalhes sobre esta configuração de identificação podem ser encontrados em [1].

unesp

2.2.4. NORMALIZAÇÃO DE SINAIS

A normalização de um sinal é feita quando a planta não é estável ou sua entrada pode não ser limitada.

Considere o exemplo de uma planta dada pela equação (2.1) onde y e u são funções contínuas mas não necessariamente limitadas, e θ^* é estimado utilizando-se as medidas de y e de u.

Nas equações (2.3) e (2.4) é possível obter a estimação $\hat{y}$ de y e o erro de estimação ℓ. Mas como não há garantias de que u e y sejam limitados, logo o problema

$$\min_{\theta} J(\theta) = \min_{\theta} \frac{(y - \theta u)^2}{2}, \tag{2.13}$$

pode não ser definido e os desenvolvimentos feitos quando u e y são sinais limitados não se estendem para o caso onde u e y são sinais não limitados. Este problema pode ser evitado dividindo-se cada termo por uma função denominada normalização de sinal que tem m como parâmetro, $m > 0$, de onde se obtém

$$\bar{y} = \theta^* \bar{u}, \tag{2.14}$$

sendo que

$$\bar{y} = \frac{y}{m}, \qquad \bar{u} = \frac{u}{m},$$

são valores normalizados de y e u, respectivamente e $m^2 = 1 + n_s^2$. O sinal n_s é escolhido de forma que u/m seja limitado. A escolha correta para n_s é $n_s = u$, isto é, $m^2 = 1 + u^2$.

2.2.5. FUNÇÃO CUSTO

A função custo mais utilizada para minimizar o erro de estimação é a função:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \ell^2(t,\tau) m^2(\tau) d\tau = 0, \tag{2.15}$$

onde $\beta > 0$ é constante e

unesp

$$\ell(t,\tau) = \frac{\left[y(\tau) - \theta^T(t)\phi(\tau)\right]}{m^2(\tau)}, \qquad \ell(t,t) = \ell, \tag{2.16}$$

é a normalização da estimação do erro no tempo τ baseada na estimação $\theta(t)$ de θ^* no tempo $t \geq \tau$. A constante β age como um fator de esquecimento, isto é , conforme o tempo aumenta o efeito dos dados velhos no tempo $\tau \leq t$ são eliminados exponencialmente.

O parâmetro $\theta(t)$ é escolhido para cada instante de tempo t para minimizar a integral quadrática do erro para todos os dados passados.

Substituindo-se o erro na equação (2.15) pode-se obter a função custo em termos do parâmetro θ, isto é,

$$J(\theta) = \frac{1}{2}\int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\left[y(\tau) - \theta^T(t)\phi(\tau)\right]^2}{m^2(\tau)} d\tau. \tag{2.17}$$

Minimizando-se $J(\theta)$ com relação a θ obtém-se pelo método do gradiente [1]

$$\dot{\theta} = -\Gamma\nabla J = \Gamma\int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\left[y(\tau) - \theta^T(t)\phi(\tau)\right]}{m^2(\tau)}\phi(\tau)d\tau, \tag{2.18}$$

onde $\Gamma = \Gamma^T > 0$ é uma matriz de escalonamento que é denominada de ganho adaptativo.

A equação (2.18) pode ser implementada por

$$\dot{\theta} = -\Gamma(R_b(t)\theta + Q(t)),$$

$$\dot{R}_b = -\beta R_b + \frac{\phi\phi^T}{m^2}, \qquad R_b(0) = 0, \tag{2.19}$$

$$\dot{Q} = -\beta R_b - \frac{y\phi}{m^2}, \qquad Q(0) = 0,$$

onde $R_b \in \Re^{n\times n}$, $Q \in \Re^{n\times 1}$. As equações (2.18) ou (2.19) garantem que os sinais de erro e dos parâmetros são limitados e que $\theta(t)$ converge exponencialmente para θ^* [1].

unesp

2.3. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O método dos mínimos quadrados tem sido amplamente utilizado em sistemas de identificação na forma recursiva e não recursiva. Ele minimiza a soma dos quadrados da diferença entre os dados observados e os dados calculados, sendo de fácil aplicação e análise quando os parâmetros desconhecidos aparecem na forma linear [1].

Considere o modelo linear paramétrico

$$y = \theta^* u + w, \tag{2.20}$$

$u \in \Re^n$ e é limitado, w é uma perturbação ou sinal de ruído e θ^* é o vetor de parâmetros do sistema.

O erro de estimação e o erro paramétrico são gerados respectivamente por (2.21) e (2.22)

$$\ell = y - \theta(t)u(t), \tag{2.21}$$

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta, \tag{2.22}$$

sendo $\theta(t)$ o valor estimado de θ^* no instante de tempo t.

O objetivo do método é minimizar a integral quadrática do erro ou minimizar uma função custo do tipo apresentado em (2.15) com relação a θ com $\beta = 0$ e $m = 1$ dada por

$$J(\theta) = \frac{1}{2}\int_0^t (y(\tau) - \theta(\tau)u(\tau))^2 d\tau \tag{2.23}$$

para um dado tempo t. A função custo $J(\theta)$ penaliza todos os erros passados de $\tau = 0$ a t que ocorrem devido aos parâmetros $\theta(t) \neq \theta^*$ e à presença do ruído w.

O mínimo da função custo $J(\theta)$ satisfaz

$$\nabla J(\theta) = -\int_0^t y(\tau)u(\tau)d\tau + \theta(t)\int_0^t u^2(\tau)d\tau = 0 \tag{2.24}$$

para um dado instante de tempo t. A equação (2.24) fornece o vetor paramétrico $\theta(t)$:

unesp

$$\theta(t) = \left(\int_0^t u^2(\tau) d\tau \right)^{-1} \int_0^t y(\tau) u(\tau) d\tau , \tag{2.25}$$

se a inversa $\left(\int_0^t u^2(\tau) d\tau \right)^{-1}$ existir.

O método dos mínimos quadrados considera todos os dados passados para fornecer uma boa estimação para θ^* na presença de um ruído w, descrito em (2.20).

Considere o caso em que $u(t) = 1, \forall t \geq 0,$ e que o ruído tenha valor médio nulo. Então:

$$\lim_{t \to \infty} \theta(t) = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \int_0^t y(\tau) u(\tau) d\tau = \theta^* + \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \int_0^t w(\tau) d\tau = \theta^* , \tag{2.26}$$

isto é, $\theta(t)$ converge para o valor exato do parâmetro apesar da presença de um distúrbio w, com valor médio nulo.

2.3.1. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO

O método dos mínimos quadrados recursivo é utilizado quando não se verifica a condição de não singularidade da equação (2.25).

Considere o caso onde os parâmetros desconhecidos aparecem na forma linear, de modo que o modelo paramétrico seja dado por:

$$y = \theta^{*T} \phi , \tag{2.27}$$

$\phi : [0, \bar{t}) \rightarrow \Re^n$ é um vetor de dados e θ^* é vetor de parâmetros do sistema.

O valor estimado $\hat{y}$ de y no tempo é gerado por:

$$\hat{y} = \theta^T \phi , \tag{2.28}$$

onde θ^T é o valor estimado de θ^* no instante de tempo t.

unesp

O erro de estimação normalizado é dado em função da estimação $\hat{y}$ de y e do parâmetro m

$$\ell = \frac{y - \hat{y}}{m^2} = \frac{y - \theta^T \phi}{m^2}, \tag{2.29}$$

onde $m^2 = 1 + n_s^2$ e ϕ/m é um sinal limitado.

Para minimizar o erro considere a seguinte função custo :

$$J(\theta) = \frac{1}{2}\int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\left[y(\tau) - \theta^T(t)\phi(\tau)\right]^2}{m^2(\tau)} d\tau + \frac{1}{2} e^{-\beta t}(\theta - \theta_0)^T Q_0 (\theta - \theta_0), \tag{2.30}$$

onde $Q_0 = Q_0^{\ T} > 0$, $\beta \geq 0$, $\theta_0 = \theta(0)$.

A equação (2.30) é uma generalização da equação (2.23) que inclui descontos em dados passados e penaliza a condição inicial estimada θ_0 de θ^*.

O mínimo local para a função custo (2.30) satisfaz $\nabla J(\theta(t)) = 0, \forall t \geq 0$, isto é,

$$\nabla J(\theta) = e^{-\beta t} Q_0 (\theta(t) - \theta_0) - \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\left[y(\tau) - \theta^T(t)\phi(\tau)\right]}{m^2(\tau)} \phi(\tau) d\tau = 0. \tag{2.31}$$

A equação (2.31) fornece o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo dado por:

$$\theta(t) = P(t)\left[e^{-\beta t} Q_0 \theta_0 + \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\left[y(\tau)\phi(\tau)\right]}{m^2(\tau)} d\tau\right] \tag{2.32}$$

onde

$$P(t) = \left[e^{-\beta t} Q_0 + \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\left[\phi(\tau)\phi^T(\tau)\right]}{m^2(\tau)} d\tau\right]^{-1}. \tag{2.33}$$

Como $Q_0 = Q_0^{\ T} > 0$ e $\phi\phi^T$ é positiva semidefinida, P(t) existe para cada instante de tempo t. Usando a identidade

$$\frac{d}{dt} P P^{-1} = \dot{P} P^{-1} + P \frac{d}{dt} P^{-1} = 0, \tag{2.34}$$

unesp

pode-se mostrar que P satisfaz a equação diferencial

$$\dot{P} = \beta P - P\frac{\phi\phi^T}{m^2}P, \qquad P(0) = P_0 = Q_0^{-1} > 0. \tag{2.35}$$

Portanto, o cálculo da inversa da equação (2.33) é evitado pela geração de P como a solução da equação diferencial (2.35). Da mesma forma, diferenciando-se $\theta(t)$ com relação a t e usando-se (2.35) e o erro $\ell = y - \theta^T\phi$ obtém-se

$$\dot{\theta} = P\ell\phi. \tag{2.36}$$

As equações (2.35) e (2.36) formam o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento e as propriedades deste algoritmo dependem do valor do fator β.

2.3.2. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PURO

Quando $\beta = 0$, o algoritmo descrito pelas equações (2.35) e (2.36) é denominado mínimos quadrados puro e sua forma é muito similar à do filtro de Kalman. Este algoritmo é o mais encontrado na literatura e devido a sua similaridade com o filtro de Kalman, muitas vezes a matriz P é denominada de matriz covariância. Para $\beta = 0$ as equações (2.35) e (2.36) tornam-se:

$$\begin{aligned} &\dot{\theta} = P\ell\phi, \\ &\dot{P} = -P\frac{\phi\phi^T}{m^2}P, \qquad P(0) = P_0 > 0. \end{aligned} \tag{2.37}$$

Em termos de P^{-1} tem-se que:

$$\frac{d}{dt}P^{-1} = \frac{\phi\phi^T}{m^2} \tag{2.38}$$

que implica que $\frac{dP^{-1}}{dt} \geq 0$, e, portanto P^{-1} pode crescer sem limite.

unesp

Então P pode tornar-se arbitrariamente pequena e diminuir a velocidade de adaptação em algumas direções o que constitui uma das desvantagens do algoritmo dos mínimos quadrados puro.

Apesar desta deficiência, o algoritmo dos mínimos quadrados tem a propriedade única de garantir a convergência dos parâmetros para valores constantes [1].

2.3.3. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PUROS COM COVARIÂNCIA REAJUSTADA

O problema de matriz covariância pode ser evitado por várias modificações que evitam que P(t) torne-se singular. Uma destas modificações é denominada de covariância reajustada descrita por:

$$\dot{\theta} = P\ell\phi,$$

$$\dot{P} = -P\frac{\phi\phi^T}{m^2}P, \qquad P(t_r) = P_0 = \rho_0 I, \tag{2.39}$$

onde t_r é o tempo para o qual $\lambda_{min}(P(t)) \leq \rho_1$ e $\rho_0 > \rho_1 > 0$ são escalares. O fato de que $P(t) \geq \rho_1 I \quad \forall t \geq 0$, garante que P seja definida positiva para todos os valores de $t \geq 0$.

As provas de convergência do método dos mínimos quadrados e suas variantes podem ser encontradas com detalhes em [1].

unesp

CAPÍTULO 3

REDES NEURAIS

Neste capítulo serão apresentados alguns conceitos gerais de redes neurais e sobre a Rede Neural de Hopfield. O objetivo é introduzir os conceitos necessários para a formulação da rede e suas propriedades de convergência.

3.1. INTRODUÇÃO

O cérebro humano é um sistema complexo constituído de bilhões de células nervosas interligadas, denominadas neurônios, que são capazes de processar simultaneamente diversos tipos de informações que lhe são enviadas através de estímulos.

O peso da massa cerebral de um humano adulto é cerca de 1300g e tem uma superfície média de 1900cm^2 que varia com o sexo e com a etnia do indivíduo, sendo que estas variações de peso e volume relacionam-se apenas às proporções físicas e não à capacidade intelectual [2].

Os estímulos são produzidos pelo meio externo ou por outros neurônios e são processados em diferentes regiões do cérebro conhecidas como campos neurais. Cada campo neural é responsável por algumas atividades específicas como reconhecimento, armazenamento, otimização, decisões, etc. Avarias em alguns neurônios de um campo podem não prejudicar

unesp

significativamente a performance total da rede devido à grande quantidade de neurônios existentes no campo que podem desempenhar funções similares aos avariados [6].

A rede neural humana pode ser analisada como um sistema de realimentação dinâmico assíncrono, não linear e de processamento paralelo. Ela é capaz de armazenar informações adquiridas devido a um estímulo e utilizá-las na identificação e resolução de problemas provenientes de novos estímulos semelhantes. Muitas vezes, a rede neural pode resolver um problema totalmente novo mas com alguma semelhança com uma informação previamente armazenada.

Analogamente à rede neural biológica, as redes neurais artificiais são constituídas de neurônios artificiais, possuem propriedades e características semelhantes e através de um processo de aprendizado, também relacionam um estímulo a uma saída conveniente.

Os sistemas neurais artificiais ou biológicos são considerados inteligentes devido à capacidade de emitir respostas apropriadas a um estímulo [7].

Atualmente os modelos de redes neurais artificiais têm maiores potenciais de utilização quando se exigem grandes cálculos em processamento paralelo. Os elementos de cálculo são geralmente não lineares e são especificados pelas características dos neurônios e pelo treinamento ou aprendizado ao qual a rede é submetida.

Muitos algoritmos de aprendizado adaptam seus neurônios e suas conexões no tempo para aperfeiçoar o desempenho das redes utilizando resultados correntes. Isto permite que as redes continuem aprendendo mesmo depois de treinadas.

3.2. NEURÔNIOS

Os neurônios são as células do organismo humano que apresentam a maior complexidade estrutural e funcional. Eles possuem quatro componentes principais: o corpo celular, os dentritos, os axônios e as sinápses.

Em 1943, W. S. McCulloch e W. H. Pitts elaboraram um modelo de um neurônio artificial baseados em um modelo simplificado de um neurônio biológico [3].

Neste modelo, conhecido como modelo de McCulloch-Pitts, o neurônio também é constituído por quatro componentes diretamente relacionados com os neurônios biológicos.

unesp

Os dentritos são ramificações nervosas responsáveis pela transmissão de impulsos elétricos para o corpo celular, que através de reações químicas, fornecem como resposta outros sinais elétricos que são enviados a outros neurônios através dos axônios. Os estímulos são captados por receptores sensoriais especializados e eletricamente eles correspondem às ligações de entrada. Os axônios correspondem às ligações de saída que são conectados nos dentritos de outros neurônios ou com o meio externo.

As sinápses são os pontos de contato entre um axônio de um neurônio e o dentrito de outro e um neurônio é capaz de criar de 100 até 100.000 sinápses com neurônios adjacentes. As sinápses correspondem a parâmetros ajustáveis, denominados pesos, que intensificam o fluxo de informações entre os neurônios da rede [8].

O corpo celular corresponde a uma função de transferência que associa uma entrada de um neurônio à sua saída, através de um mapeamento. Esta função de transferência soma as entradas e depois as processa através de uma função que geralmente é uma função tipo sigmóide. Para cada tipo de atividade o neurônio possui uma função apropriada.

Um neurônio envia um sinal para outro quando o sinal de entrada o excita suficientemente de forma a exceder o valor de limiar definido pela sua função dinâmica e continua a enviar este sinal enquanto a excitação permanecer forte [8].

3.3. CONEXÕES NEURAIS

Neurônios são conectados com outros neurônios do mesmo campo ou com neurônios de outros campos através das conexões sinápticas.

Eles modificam seus estados através de entradas externas e/ou devido aos sinais enviados de outros neurônios através destas conexões. O termo pré-sinápse é atribuído ao neurônio que envia o sinal e o termo pós-sinápse refere-se ao neurônio que recebe o sinal [8].

As sinápses funcionam como pesos que representam o grau de importância que determinada entrada possui em relação ao neurônio. O valor deste peso muda em função da intensidade do sinal de entrada e a variação destes pesos constitui o aprendizado da rede neural.

Quando um neurônio qualquer i de um campo neural O, com p neurônios, é conectado a um neurônio j de outro campo neural S, com q neurônios, existe uma conexão sináptica entre o

unesp

axônio do neurônio i com os dentritos do neurônio j que é denominada de T_{ij}. O valor de T_{ij}, ou o valor da conexão sináptica, pode ser positivo, negativo, ou nulo. Quando T_{ij} é nulo, define-se que não houve nenhum aprendizado. Quando $T_{ij}>0$, a sinápse é dita de excitação e para $T_{ij}<0$ a sinápse é dita inibitória [7].

Todas as sinápses ocorridas entre os dois campos neuronais O e S formam uma matriz sináptica $T_{(q,p)}$. Esta matriz representa as projeções do campo O para S.

Similarmente uma matriz de realimentação $N_{(pxq)}$ descreve as projeções do campo S para o campo O.

Um caso especial ocorre quando as projeções sinápticas de avanço e realimentação são semelhantes e portanto $T = N^T$. Quando isto ocorre a rede recebe o nome de rede simétrica ou rede bidirecional.

Uma conexão unidirecional ocorre quando um campo neural se interconecta. Este é um caso especial de uma rede bidirecional onde os dois campos O e S coincidem. Neste caso a matriz T é uma matriz quadrática (pxp).

3.4. ARQUITETURA DE UMA REDE NEURAL

Geralmente uma rede é constituída por um grande número de neurônios agrupados em diversas camadas e a distribuição destes neurônios na formação destas camadas determina o comportamento da rede [8].

Um neurônio de uma camada pode conectar-se com alguns neurônios da mesma camada ou com neurônios de camadas vizinhas, mas não se conecta necessariamente com todos os neurônios vizinhos.

A primeira e a última camada são denominadas camada de entrada e saída, respectivamente, e as demais são denominadas de camadas intermediárias.

A mais completa arquitetura de uma rede neural ocorre quando todos os neurônios conectam-se com todos os outros neurônios da rede com pesos diferentes. Todos os demais tipos de redes são casos particulares desta arquitetura. Mas este tipo de arquitetura é pouco utilizada devido à quantidade de parâmetros que ela envolve (n^2 sinápses para n neurônios) e por ser de difícil projeto [8].

unesp

Quando existe conexão entre os neurônios de uma mesma camada, a rede é denominada rede recorrente. Este tipo de rede possui uma realimentação que liga as saídas anteriores da rede às suas entradas atuais o que proporciona um comportamento dinâmico. As redes neurais recorrentes foram divididas em estáveis e instáveis devido ao seu comportamento dinâmico [9].

Mas quando a conexão se faz apenas com neurônios de camadas vizinhas, a rede é denominada de rede acíclica. Esta rede é a mais fácil de ser implementada artificialmente.

Redes de avanço são uma classe especial de uma rede acíclica nas quais um neurônio conecta-se apenas com o neurônio da camada dianteira [8].

3.5. DINÂMICA NEURAL

O modelo matemático de uma rede de neurônios pode ser descrito por uma equação dinâmica do tipo:

$$\frac{dU(t)}{dt} = f(U(t)), \tag{3.1}$$

onde U é o vetor de estados dos neurônios e f(.) é uma função sigmóide.

O vetor U descreve toda a rede e suas conexões sinápticas no instante de tempo t. Ele envolve pequenos pulsos elétricos da membrana celular.

As funções sigmóides f(.) descrevem o comportamento intrínseco dos neurônios. São funções monótonas e não decrescentes, incluem o comportamento sináptico e as informações de entrada.

Estas equações dinâmicas são consideradas como sistemas autônomos, já que o tempo não é considerado como uma variável independente.

Uma rede está em equilíbrio quando a variação de seu estado é nula:

$$\frac{dU}{dt} = 0. \tag{3.2}$$

Quando a rede atinge este estado, permanece nele até que um novo estímulo perturbe o seu equilíbrio.

unesp

Este estado fixo ou ponto de equilíbrio é interpretado como sendo a solução de um problema, como reconhecimento ou identificação de padrão, otimização, armazenamento ou outras funções para qual a rede é implementada [7].

Os estímulos que podem afetar um neurônio i são devidos a entradas externas I_i ou oriundas de outros neurônios, $T_i V_j$. Se não houver estímulo, a ativação $\dot{U}_i(t)$ deve declinar para um valor residual $-U_i(t)$.

Isto significa que o potencial da membrana decai rápida e exponencialmente para o resíduo de potencial zero $U_i(t) = U_i(0)e^{-A_{di}t}$ para algum $U_i(0)$ finito (em analogia a um sistema elétrico onde U_i representaria a tensão à qual o sistema elétrico é submetido).

O fator A_{di} pesa o índice de decaimento passivo para o potencial residual da membrana

$$\dot{U}_i = -A_{di}U_i, \tag{3.3}$$

cuja solução é dada por $U_i(t) = U_i(0)e^{-A_{di}t}$.

Este fator mede a resistência da membrana celular, R_i, para o fluxo de corrente e decai rapidamente no tempo, o que significa menor resistência para o fluxo de corrente. Logo A_{di} varia inversamente com a resistência R_i, ou seja, $A_{di} = 1/R_i$.

A membrana possui uma constante de tempo, C_i, que pesa a variável de ativação do sistema dinâmico e afeta a sua escala de tempo

$$C_i \frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{R_i}, \tag{3.4}$$

com solução $U_i(t) = U_i(0)e^{-(A_{di}/C_i)t}$.

Na ausência de uma entrada externa, o potencial da membrana é equilibrado por uma potência residual P_{Ri} que é uma potência aditiva positiva ou não

$$C_i \frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{R_i} + P_{Ri}, \tag{3.5}$$

com solução $U_i(t) = U_i(0)e^{-(A_{di}/C_i)t} + \frac{P_{Ri}}{A_{di}}(1 - e^{-(A_{di}/C_i)t})$.

unesp

Em geral a potência residual é nula, $P_{Ri}=0$.

Se um neurônio i é estimulado por uma entrada externa I_i, então

$$C_i \frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{R_i} + I_i . \tag{3.6}$$

A membrana se adapta rapidamente e exponencialmente seu comportamento é dado por $U_i(t) = U_i(0)e^{-t} + I_i(1-e^{-t})$, com $P_{Ri} = 0$, $C_i = 1$ e $A_{di} = 1$.

Se além de uma entrada externa o neurônio também for excitado devido a outro neurônio, a entrada da rede neural passa a ser $TV + I$ e a equação dinâmica torna-se:

$$C\frac{dU}{dt} = TV - \frac{U}{R} + I . \tag{3.7}$$

Portanto uma rede neural artificial com n neurônios conectados pode ser representada pela seguinte equação dinâmica:

$$\begin{aligned} C\dot{U} &= -\frac{U}{R} + TV + I, \\ V &= \alpha f(U). \end{aligned} \tag{3.8}$$

V representa as saídas dos neurônios, $f(.)$ é uma função sigmóide e α é uma constante positiva. Os neurônios artificiais podem ser implementados por amplificadores operacionais e a constante α corresponde ao ganho destes amplificadores.

A equação

$$\begin{aligned} C_i\dot{U}_i &= \sum_{j=1}^{n} T_{ij}V_j - \frac{U_i}{R_i} + I_i, \\ V_i &= \alpha_i f_i(U_i). \end{aligned} \tag{3.9}$$

representa a equação dinâmica do neurônio i conectado com o neurônio j, i=1,....n.

unesp

3.6. APRENDIZADO DE UMA REDE NEURAL

O aprendizado de redes neurais artificiais refere-se ao método de modificação dos pesos e ocorre quando estes pesos são não nulos.

Em geral o aprendizado das redes biológicas pode ser descrito através dos mecanismos de aprendizado propostos por Hebb (1949) que descreve uma alteração no comportamento de um neurônio devido a uma alteração do metabolismo de um neurônio próximo [8].

Este tipo de aprendizado é conhecido como aprendizado correlativo ou ainda Método do Produto Externo e seu algoritmo é expresso por:

$$\Delta T_{ij} = \alpha V_i V_j. \tag{3.10}$$

α é um número positivo que determina a razão de aprendizado da rede e o valor obtido pelo algoritmo corresponde a um cálculo apropriado sobre o passado da rede.

Para uma rede com n neurônios, $V = [V_1 \ldots V_n]^T$ representa um novo padrão de aprendizado [10].

Outra forma de aprendizado é o aprendizado competitivo. Este tipo de aprendizado consiste na modificação dos pesos dos neurônios que apresentam maiores níveis de ativação quando um novo padrão de entrada é atualizado. Este processo envolve auto-excitações e inibições mútuas para que neurônios de maiores níveis se destaquem entre os demais e aumenta as chances de que estes neurônios modifiquem seus valores sinápticos quando um padrão semelhante é novamente apresentado.

Este processo conduz a uma especialização de grupos de neurônios em responder a um determinado conjunto de padrões similares e impedir que grande número de neurônios tenham respostas idênticas para o mesmo padrão de entrada evitando assim um desperdício da capacidade da rede. Este mecanismo competitivo pode ser visto como uma forma de assegurar respostas neurais seletivas para vários estímulos de entrada.

Ao contrário do aprendizado por competição, existe a cooperação. Neste tipo de aprendizado, neurônios diferentes se especializam em diferentes sub-tarefas de forma que um conjunto de neurônios possa executar um grande número de atividades. Algumas vezes, alguns neurônios podem aprender a mesma sub-tarefa ou tarefa similar de forma que avarias ou erros causados por alguns neurônios podem ser compensados por outros neurônios [8].

unesp

3.7. MEMÓRIA ASSOCIATIVA

A memória associativa é a memória obtida com a associação de um padrão de entrada com um padrão de saída. Esta associação é realizada pela localização dos pesos que é determinada pela dinâmica de operação do neurônio.

Uma rede simétrica que possua um comportamento estável é considerada como uma memória associativa bidirecional.

Se a matriz de pesos T for uma matriz quadrática e simétrica , $T = T^T$, uma rede composta por uma matriz deste tipo também é considerada como uma memória associativa [10].

Portanto, a interpretação de uma memória associativa assume que dois axônios diferentes que conectam os neurônios i e j possuam coeficientes sinápticos m_{ij} e m_{ji} numericamente iguais ou aproximados ($m_{ij} = m_{ji}$).

Rede auto-associativa consiste em uma simples camada de neurônios onde cada neurônio corresponde a um padrão de entrada. O Processo de associação envolve repetidas modificações dos neurônios de saída até que a associação com o padrão armazenado interrompa as alterações [8].

Uma rede com memória associativa é capaz de recuperar uma memória inteira através de informações parciais desta memória. Esta característica é denominada de Conteúdo de Endereçamento de Memória (CAM). Para uma CAM, o espaço de estados através de um algoritmo, converge para um conjunto de pontos estáveis fixos [10].

Se a locação destes pontos estáveis fixos são tidos como a informação de uma memória particular do sistema, estados próximos contêm informações parciais sobre esta memória.

De um estado inicial contendo uma informação parcial de uma memória é possível obter um estado estável final com todas as informações desta memória. A memória portanto é obtida não pelo endereço mas por uma parte do estado inicial [11].

A matriz de pesos sinápticos T contém várias memórias que são reconstruídas individualmente da informação parcial de um estado inicial através do ajuste dos pesos e a condição que garante que os espaços de estados converge para um estado estável é que T seja simétrica.

unesp

3.8. REDE NEURAL DE HOPFIELD

John Hopfield, físico e biólogo, publicou um trabalho sobre redes recorrentes e mostrou a convergência para algumas classes deste tipo de rede. Seu trabalho causou grande impacto entre os pesquisadores devido à clareza das demonstrações utilizando teoria de física para diferentes aplicações como memória associativa ou para resolver problemas de otimização [12].

Modelos de redes semelhantes ao de Hopfield foram desenvolvidos por outros pesquisadores mas foi com o seu trabalho que estas redes se tornaram mais populares.

Em seu trabalho original [11], Hopfield analisou a capacidade de vários neurônios operando em conjunto para solução de problemas computacionais. Ele concluiu que os cálculos deveriam ser realizados com operações lógicas não lineares para que a ação de cada neurônio particular produzisse um resultado coletivo eficaz.

Para a rede de Hopfield, uma dada entrada poderia ser associada com um padrão armazenado por meio de quantidade parcial do conteúdo desta entrada (CAM) e não por meio do endereço do padrão e que isto seria possível devido à ação conjunta dos neurônios.

Em 1984 Hopfield apresentou a versão contínua para sua rede no qual os neurônios têm valores em intervalos reais [12].

A rede de Hopfield é uma rede auto-associativa no qual os valores sinápticos dos neurônios são atualizados iterativamente e localmente. O estado do neurônio depende apenas de sua conexão sináptica, ou de seu peso, para um dado instante [8] e portanto não estabelece nenhum procedimento de treinamento para determinar a matriz de pesos como ocorre na maioria das outras redes. Ao invés disso, um procedimento de projeto baseado na função de Lyapunov é usado para determinar a matriz peso.

Hopfield projetou uma matriz peso T e o vetor de entrada I de modo a formar uma função, denominada de função energia E, que pode ser minimizada.

Muitos problemas podem ser representados por uma função quadrática e serem convertidos a uma função energia E. Como a rede de Hopfield é capaz de minimizar E, ela também pode minimizar a função original. O problema se resume em obter uma função energia adequada que, em geral, é um processo simples.

Nas duas subseções seguintes serão apresentados o modelo estocástico e o modelo contínuo da Rede de Hopfield e em seguida será apresentada a Função Energia proposta por Hopfield e suas propriedades.

unesp

3.8.1. MODELO ESTOCÁSTICO

O modelo de rede neural original de Hopfield utiliza um algoritmo estocástico onde cada neurônio tem dois estados caracterizados pela saída V_i (geralmente estas saídas são 0 e 1 ou –1 e 1). Este modelo de neurônio é semelhante ao neurônio apresentado por McCullough e Pitts e é mais apropriado para entradas binárias.

Seja a entrada do neurônio i conectada com o neurônio j :

$$\sum_{j \neq i} T_{ij} V_j + I_i \,. \tag{3.11}$$

O algoritmo estocástico baseia-se no fato de que cada neurônio i, que possui um valor de limiar U_i, reajusta seu estado randomicamente no tempo quando um vetor de entrada é atualizado [5].

Todo neurônio na rede é um elemento de limiar (U_i) e todas as saídas (V_i) são dadas pelos dois estados. O próximo estado da rede $V_i(t+1)$ é calculado do estado corrente

$$\sum_{j \neq i} T_{ij} V_j + I_i \,,$$

$$f(U_i(t)) = \begin{cases} 1 & \text{se } U_i(t) > 0, \\ 0 & \text{se } U_i(t) < 0, \end{cases}$$

$$V_i(t+1) = \begin{cases} f(U_i(t)), & U_i(t) \neq 0, \\ V_i(t) & \text{caso contrário.} \end{cases} \tag{3.12}$$

Portanto, cada neurônio randomicamente e assincronicamente avalia se está acima ou abaixo do limiar e se reajusta. Mas para que a rede evolua é necessário que haja um rodízio na atualização dos estados dos neurônios. Assim, algumas vezes a seleção de atualização não é randômica mas cíclica na qual um neurônio é atualizado após o outro.

O estado $V(t)$ é denominado estável se $V(t)$ for um dos dois estados e a demonstração da convergência destes estados é feita pela definição de uma função energia baseada nestes estados e na demonstração que esta função é não decrescente quando o estado da rede muda [13].

Esta rede comporta-se como uma memória associativa e também possui as propriedades de uma CAM.

unesp

Ela pode ser utilizada quando os padrões de entrada que possuem ruído, ou são corrompidos, são apresentados para serem associados a um padrão armazenado. A convergência se faz devido à atualização assíncrona dos neurônios. A adaptação dos pesos é feita sucessivamente em pequenos passos de forma a convergirem para uma região de atração onde o padrão correto é armazenado. Os pequenos passos permitem à rede eliminar as informações corrompidas.

O modelo estocástico apresenta duas grandes divergências com o modelo neural biológico:

1º) os neurônios biológicos apresentam relações contínuas entre a entrada e saída (que fisicamente podem ser representadas por amplificador operacional) ao contrário do modelo estocástico que apresenta apenas dois estados (0 - 1 ou -1 – 1);

2º) os neurônios biológicos têm tempo de espera integrativo, devido à capacitância da membrana, e o tempo de evolução do estado pode ser representado por uma equação diferencial, conforme demonstrado no item 3.5. O algoritmo estocástico muda seus estados randomicamente no tempo.

3.8.2. MODELO CONTÍNUO E DETERMINÍSTICO

Para eliminar as duas grandes divergências entre o modelo estocástico de um neurônio e o modelo do neurônio biológico, Hopfield apresentou um outro modelo de rede neural baseado em variáveis e respostas contínuas mas mantendo as principais características de seu modelo original.

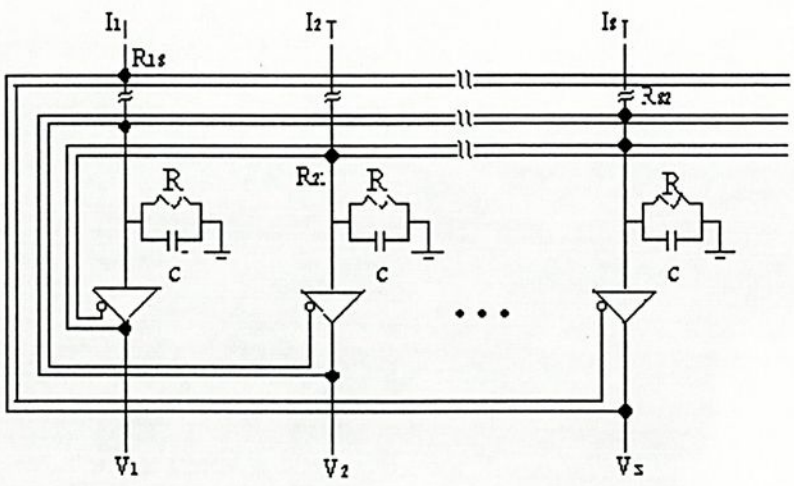


FIGURA 3.1: MODELO DA REDE NEURAL CONTÍNUA DE HOPFIELD

A figura (3.1) apresenta um circuito elétrico que representa o modelo básico contínuo da rede de Hopfield [12].

Cada neurônio é representado por um amplificador operacional não linear e é associado a uma rede de resistor e capacitor. A função não linear $f_i(U_i)$ representa a relação entrada-saída destes amplificadores.

As capacitâncias C_i representam as capacitâncias da membrana que proporcionam o atraso dos estados U_i em relação à saída V_j de outros neurônios. A resistência da membrana do neurônio i é representada pelo resistor R_i.

Neste circuito existem dois conjuntos de entradas para os neurônios. O primeiro conjunto, representado pelas correntes $I_1, I_2, ...$, são entradas externas constantes.

O outro conjunto consiste de conexões de realimentação de outros amplificadores operacionais, através das conexões sinápticas e é representado por $T_{ij}V_j$ (representa a corrente elétrica que sai de um neurônio j e é multiplicada pelo peso sináptico T_{ij} e depois é conectada à entrada do neurônio i). A magnitude de T_{ij} é $1/R_{ij}$, onde R_{ij} é um resistor conectado na saída do neurônio j e a entrada do neurônio i. Para obter uma entrada negativa para um neurônio, um inversor pode ser utilizado na saída de um amplificador particular.

A partir das leis de Kirchhoff é possível obter a equação dinâmica da rede neural de Hopfield para o modelo contínuo

$$C_i \frac{dU_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{n} T_{i,j} V_j(t) - \frac{U_i(t)}{R_i} + I_i,$$

$$V_i = \alpha f_i(U_i). \tag{3.13}$$

3.8.3. CONVERGÊNCIA E ESTABILIDADE DE REDES DINÂMICAS

Uma rede neural dinâmica é um sistema dinâmico e como tal é descrita por equações diferenciais e possui as mesmas características. As propriedades de convergência e geralmente os sistemas dinâmicos são analisados utilizando os conceitos de estabilidade de Lyapunov. No Apêndice I é apresentada a função de Lyapunov e alguns conceitos de estabilidade que podem ser aplicados a redes neurais, como por exemplo, a rede de Hopfield, como será mostrado a seguir.

unesp

3.8.4. FUNÇÃO ENERGIA PARA A REDE DE HOPFIELD

Hopfield determinou uma função muito importante na área de redes neurais artificiais.

Utilizando o modelo matemático de um neurônio (1.9), Hopfield propôs a seguinte função Energia [3]:

$$E(V) = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} T_{ij}V_iV_j + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}\left\{\int_0^{\frac{V_i}{\alpha i}} f^{-1}(V)dV\right\} - \sum_{i=1}^{m} I_iV_i \qquad (3.14)$$

A equação (3.14) pode ser reescrita na forma matricial por:

$$E(V) = -\frac{1}{2}V^TTV + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R}\left\{\int_0^{\frac{v}{\alpha}} f^{-1}(V)dV\right\} - I^TV \qquad (3.15)$$

O primeiro e o terceiro termos formam uma função quadrática.

3.8.5. TEOREMA DE LaSalle APLICADO NA REDE DE HOPFIELD

O teorema de LaSalle (descrito no Apêndice I) será utilizado para demonstrar que a função energia proposta por Hopfield é uma função para a qual os critérios de estabilidade de Lyapunov podem ser aplicados.

Para utilizar o teorema de LaSalle é necessário avaliar a derivada de $E(V)$ dada em (3.14).

Considere o ganho $\alpha_i = 1$ e R=1. A derivada de $E(V)$ pode ser feita termo a termo:

A derivada do primeiro termo é

$$\frac{d}{dt}\left[-\frac{1}{2}V^TTV\right] = -\frac{1}{2}\nabla\left[\frac{1}{2}V^TTV\right]\frac{dV}{dt} = -[TV]^T\frac{dV}{dt} = -V^TT\frac{dV}{dt}. \qquad (3.16)$$

Considerando apenas uma das integrais do segundo termo, a derivada é dada por

$$\frac{d}{dt}\left[\int_0^{V_i} f^{-1}(V)dV\right] = \frac{d}{dV_i}\left[\int_0^{V_i} f^{-1}(V)dV\right]\frac{dV_i}{dt} = f^{-1}(V)\frac{dV_i}{dt} = v_i\frac{dV_i}{dt}. \qquad (3.17)$$

unesp

E a derivada total do segundo termo é dada por

$$\frac{d}{dt}\left[\sum_{i=1}^{m}\left\{\int_{0}^{v_i} f^{-1}(V)dV\right\}\right]=v^T\frac{dV}{dt}. \tag{3.18}$$

Para o terceiro termo

$$\frac{d}{dt}\left[-I^TV\right]=\nabla\left[I^TV\right]^T\frac{dV}{dt}=-I^T\frac{dV}{dt}. \tag{3.19}$$

Somando-se o resultado das equações (3.16), (3.18) e (3.19), obtém-se a derivada total de E(V) :

$$\frac{dE(V)}{dt}=-V^TT\frac{dV}{dt}+v^T\frac{dV}{dt}-I^T\frac{dV}{dt}=\left[-V^TT+v^T-I^T\right]\frac{dV}{dt}. \tag{3.20}$$

Definindo

$$\left[-V^TT+v^T-I^T\right]=-\varepsilon\left[\frac{dv(t)}{dt}\right]^T. \tag{3.21}$$

A equação (3.20) pode ser reescrita por:

$$\frac{dE(V)}{dt}=-\varepsilon\left[\frac{dv(t)}{dt}\right]^T\frac{dV}{dt}=-\varepsilon\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{dv_i}{dt}\right)\left(\frac{dV_i}{dt}\right). \tag{3.22}$$

Já que $v_i=f^{-1}(V_i)$ a derivada de v_i pode ser expandida da seguinte forma:

$$\frac{dv_i}{dt}=\frac{d}{dt}\left[f^{-1}(V_i)\right]=\frac{d}{dV_i}\left[f^{-1}(V_i)\right]\frac{dV_i}{dt}. \tag{3.23}$$

Portanto, a equação (3.20) pode ser reescrita por:

$$\frac{dE(V)}{dt}=-\varepsilon\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{dv_i}{dt}\right)\left(\frac{dV_i}{dt}\right)=-\varepsilon\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{d}{dv_i}\left[f^{-1}(V_i)\right]\right)\left(\frac{dV_i}{dt}\right)^2. \tag{3.24}$$

Se $f^{-1}(V_i)$ for uma função crescente, como um amplificador operacional, então

$$\frac{d}{dV_i}\left[f^{-1}(V_i)\right]>0. \tag{3.25}$$

Isto implica que $\frac{dE(V)}{dV_i} \leq 0$.

Logo se $f^{-1}(V_i)$ for uma função crescente, $dE(V)/dt$ é uma função semi-definida negativa.

3.8.6. PONTOS DE EQUILÍBRIO DA REDE DE HOPFIELD

Aplicando o teorema de invariância de LaSalle, pode-se determinar os pontos de equilíbrio da rede de Hopfield.

Seja o conjunto Z:

$$Z = \left\{ V : \frac{dE(V)}{dt} = 0,\ V \text{ fechado em } H \right\}. \tag{3.26}$$

Este conjunto inclui todos os pontos para os quais a derivada da função de Lyapunov é zero, conjunto H. As derivadas serão nulas se as derivadas de todas as saídas dos neurônios forem nulas.

$$\frac{dV}{dt} = 0. \tag{3.27}$$

Porém, quando as derivadas das saídas são nulas, o circuito está em equilíbrio. Portanto, esses pontos onde a energia do sistema não é modificada, também são pontos onde o circuito está em equilíbrio. Deste modo, o conjunto L, o maior conjunto invariante de Z, é exatamente igual a Z e portanto todos os pontos de Z são potenciais de atração.

3.8.7. PONTOS DE ATRAÇÃO DE HOPFIELD

Para que um ponto seja um ponto de potencial de atração da rede de Hopfield deve satisfazer a equação (3.27).

Para que estes pontos estejam relacionados com o mínimo da função de Lyapunov eles devem ser pontos estacionários de E(v), ou seja, deverão satisfazer

unesp

$$\nabla E = \left[\frac{dE}{dv_1} \frac{dE}{dv_2} \cdots \frac{dE}{dv_m} \right]^T = 0. \tag{3.28}$$

O gradiente pode ser expresso por:

$$\nabla E(V) = \left[- \quad TV + v \quad - I \quad \right] = -\varepsilon \left[\frac{dv(t)}{dt} \right]. \tag{3.29}$$

O elemento i_{th} do gradiente é portanto

$$\frac{d}{dV_i} E(V) = -\varepsilon \frac{dv_i}{dt} = -\varepsilon \frac{d}{dt} \left[f^{-1}(V_i) \right] = -\varepsilon \frac{d}{dV_i} \left[f^{-1}(V_i) \right] \frac{dV_i}{dt}. \tag{3.30}$$

Se $g^{-1}(V)$ é linear, a equação acima implica que

$$\frac{dV}{dt} = -\delta \nabla E(V). \tag{3.31}$$

Portanto, a resposta da rede de Hopfield é descida íngreme. Então, na região onde $f^{-1}(v)$ é aproximadamente linear, a solução da rede aproxima-se de uma descida íngreme.

Assumindo que a função de transferência e a inversa são funções monótonas crescentes, tem-se

$$\frac{d}{dV_i} \left[f^{-1}(V_i) \right] > 0. \tag{3.32}$$

Isto implica que aqueles pontos para o qual $dV(t)/dt = 0$ também serão pontos onde $\nabla E(V) = 0$.

Portanto, os pontos de atração, que são elementos do conjunto L e satisfazem $dV(t)/dt = 0$ também serão pontos estacionários da função energia $E(V)$.

3.8.8. EFEITO DO GANHO NA REDE DE HOPFIELD

A função de Energia proposta por Hopfield pode ser simplificada se considerarmos os casos onde o ganho α é grande [12].

unesp

Seja $f(V)$ a função característica de um amplificador não linear:

$$V = f(v) = \frac{2}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{\alpha\pi v}{2}\right). \tag{3.33}$$

Que pode ser reescrita por

$$v = \frac{2}{\alpha\pi}\tan\left(\frac{\pi V}{2}\right). \tag{3.34}$$

o ganho α determina a inclinação da curva em $v = 0$. Quando α aumenta, a inclinação da curva na origem aumenta. Quando α vai para infinito, $f(v)$ aproxima-se de uma função sigmóide .

Substituindo $f(V)^{-1}$

$$f^{-1}(V) = -\frac{2}{\alpha\pi}\tan\left(\frac{\pi V}{2}\right) \tag{3.35}$$

no segundo termo da função Energia (3.15) obtém-se a equação (3.36)

$$\int_0^{V_i} f^{-1}(V)dV = \frac{2}{\alpha\pi}\left[\frac{1}{\pi}\log\left(\cos\left(\frac{\pi V_i}{2}\right)\right)\right] = -\frac{4}{\alpha\pi^2}\log\left[\cos\left(\frac{\pi V_i}{2}\right)\right]. \tag{3.36}$$

Quando o ganho vai para infinito, a integral do segundo termo da função Energia (3.14) e (3.15) será próxima de zero no intervalo $-1 < V_i < 1$. Isto permite eliminar este termo, e a função de Energia é reduzida a:

$$E(V) = -\frac{1}{2}V^T T V - I^T V \ . \tag{3.37}$$

Portanto a função energia é uma função quadrática e tem gradiente de tempo negativo. Esta simplificação implica que $T_{ij} = T_{ji}$ e significa que a evolução do sistema dinâmico no espaço de estado sempre buscará um estado de mínimo na superfície da função energia.

Este mesmo resultado é obtido considerando-se a resistência $R_i \to \infty$. No neurônio biológico, R_i corresponde à resistência da membrana e para o neurônio artificial, R_i representa o ganha de entrada do amplificador.

unesp

CAPÍTULO 4

IDENTIFICAÇÃO COM REDES NEURAIS DE HOPFIELD

Este capítulo apresenta métodos de identificação com acesso às variáveis de estado utilizando a Rede Neural de Hopfield.

4.1. INTRODUÇÃO

O sistema de identificação utilizando a rede de Hopfield é um sistema de identificação paramétrica, no qual os parâmetros são estimados através da elaboração de uma função energia apropriada definida em (3.15), cujos estados de mínimo correspondem aos parâmetros do sistema.

Em [14] foi proposta uma função energia elaborada a partir da derivada do erro de estimação da planta e em [15] os autores utilizaram filtros de estado e elaboraram a função energia a partir dos estados filtrados da planta.

A função energia de [15] propõe a utilização de um fator exponencial, conhecido como fator de esquecimento, para reduzir os efeitos das condições iniciais da planta e tem restrições com relação às condições iniciais dos filtros de estado. Este artifício é eficaz mas provoca um atraso na identificação dos parâmetros.

Neste capítulo serão estudadas estas duas configurações e será proposta uma nova configuração de identificação utilizando a rede neural de Hopfield que não impõe restrições

unesp

quanto às condições iniciais da planta e dos filtros de estado e portanto, possibilita uma identificação mais rápida do que a proposta em [15].

Com esta configuração é possível também identificar a planta, sem acesso à derivada do vetor de estado da mesma, sendo esta configuração insensível às condições da planta e dos filtros de estado e também é insensível à dinâmica dos filtros de estado, o que oferece maior liberdade para o projeto destes filtros, por exemplo, para rejeitar ruídos.

4.2. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS COM ACESSO À DERIVADA DO VETOR DE ESTADOS

4.2.1. ERRO DE ESTIMAÇÃO

Considere um sistema dinâmico definido pela equação (2.7) e reescrito aqui por:

$$\dot{x}=A_p x+B_p u, \tag{4.1}$$

A_p e B_p são matrizes desconhecidas, x é o estado e u a entrada. Considere as matrizes $\hat{A}_p$ e $\hat{B}_p$ como as matrizes estimadas de A_p e B_p, respectivamente.

Os estados estimados $\hat{x}$ de x, definidos em (2.9), são gerados a partir dos parâmetros estimados de A_p e B_p

$$\dot{\hat{x}} =\hat{A}_p x+\hat{B}_p u, \tag{4.2}$$

e a equação do erro é gerada conforme a equação (2.12):

$$\dot{\ell} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A_p - \hat{A}_p)x + (B_p - \hat{B}_p)u \tag{4.3}$$

A rede de Hopfield será utilizada para minimizar o erro de estimação baseando-se nos mínimos quadrados, através de função energia apropriada elaborada a partir da equação do erro.

unesp

4.2.2. FUNÇÃO ENERGIA

Para garantir a convergência global dos parâmetros, a função energia da rede deve ser quadrática e simétrica, ou seja, ela deve ser quadrática em termos dos erros paramétricos $(A_p - \hat{A}_p)$ e $(B_p - \hat{B}_p)$. Porém, o erro $\dot{\ell}$ na equação (4.3) é função do erro paramétrico e de erros de estado.

O erro de estado depende de $\hat{x}$, que é gerado a partir de $\hat{A}_p$ e $\hat{B}_p$. Consequentemente, uma função energia baseada em $\dot{\ell}$ tem uma relação recorrente com os parâmetros estimados $\hat{A}_p$ e $\hat{B}_p$.

Para evitar esta relação recorrente com os parâmetros estimados, em [14] foi proposta a seguinte função energia:

$$E = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}\dot{\ell}(t)^T\dot{\ell}(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}(\dot{x} - \hat{A}_p x - \hat{B}_p x)^T(\dot{x} - \hat{A}_p x - \hat{B}_p x)dt$$

$$= \hat{A}_p\left[\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}xx^T dt\right]\hat{A}_p^T + \hat{B}_p\left[\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}uu^T dt\right]\hat{B}_p^T + \hat{A}_p\left[\frac{1}{T}\int_0^T xu^T dt\right]\hat{B}_p^T \qquad (4.4)$$

$$- \hat{A}_p\left[\frac{1}{T}\int_0^T x\dot{x}^T dt\right] - \hat{B}_p\left[\frac{1}{T}\int_0^T u\dot{x}^T dt\right] + \left[\frac{1}{T}\int_0^T \dot{x}^T\dot{x}\ dt\right].$$

A equação (4.4) é uma função quadrática em termos dos parâmetros estimados $\hat{A}_p$ e $\hat{B}_p$. Substituindo $\dot{x}$ por $A_p x + B_p u$ em (4.4) a função energia E passa a ser quadrática também em função dos erros paramétricos.

Na programação da rede os elementos das matrizes $\hat{A}_p$ e $\hat{B}_p$ são considerados como os estados dos neurônios. A convergência destes estados para um ponto de equilíbrio corresponde à convergência dos parâmetros ótimos.

unesp

4.2.3. CONVERGÊNCIA DA REDE

Das propriedades de convergência da rede de Hopfield (3.25) e (3.28), o estado de equilíbrio é encontrado quando

$$\frac{dE}{d\hat{A}_p} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{dE}{d\hat{B}_p} = 0. \tag{4.5}$$

Considerando A_s^* e B_s^* como as soluções ótimas do problema de estimação, a equação (4.5) fornece como resultados:

$$\left(A_s^* - A_p\right)\left[\frac{1}{T}\int_0^t xx^T dt\right] + \left(B_s^* - B_p\right)\left[\frac{1}{T}\int_0^t xx^T dt\right] = 0, \tag{4.6}$$

$$\left(A_s^* - A_p\right)\left[\frac{1}{T}\int_0^t xu^T dt\right] + \left(B_s^* - B_p\right)\left[\frac{1}{T}\int_0^t uu^T dt\right] = 0. \tag{4.7}$$

Considerando que a impedância de entrada do neurônio, R_i, seja suficientemente alta, o segundo termo na equação (3.15) pode ser desprezado.

Assim, a matriz estimada $\hat{A}_s^*$ aproxima-se de A_p, e os parâmetros $\hat{B}_s^*$ aproximam-se de B_p, se e somente se [11] :

$$\frac{1}{T}\int_0^t \left[\frac{x}{u}\right]\left[x^T \mid u^T\right] dt \neq 0. \tag{4.8}$$

A equação (4.8) é verdadeira se x(t) e u(t) são linearmente independentes em [0,T] [17].

4.2.4. EXEMPLO PARA UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM

Um sistema de segunda ordem com dois estados e uma entrada simples pode ser utilizado para ilustrar a aplicação de rede como um sistema de identificação.

Considere o modelo da rede de Hopfield descrito em (3.13) onde todos os neurônios têm a mesma capacitância e portanto, C_i pode ser omitido e $R_i \to \infty$.

unesp

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} T_{ij} V_j + I_i \,. \tag{4.9}$$

Os resultados para T_{ij} e I_i para a equação (4.9) são:

$$[T_{ij}] = -\frac{1}{T}\int_0^T [M]dt \,, \tag{4.10}$$

$$M = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & 0 & 0 & x_1u & 0 \\ x_1x_2 & x_2^2 & 0 & 0 & x_2u & 0 \\ 0 & 0 & x_1^2 & x_1x_2 & 0 & x_1u \\ 0 & 0 & x_1x_2 & x_2^2 & 0 & x_2u \\ x_1u & x_2u & 0 & 0 & u^2 & 0 \\ 0 & 0 & x_1u & x_2u & 0 & u^2 \end{bmatrix}$$

$$I_i = \frac{1}{T}\int_0^T [x_1\dot{x}_1, x_2\dot{x}_1, x_1\dot{x}_2, x_2\dot{x}_2, u\dot{x}_1, u\dot{x}_2]. \tag{4.11}$$

Como a matriz T dada em (4.10) é simétrica, o sistema converge para um mínimo local [11] que corresponde aos parâmetros a serem identificados.

4.3. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS SEM ACESSO À DERIVADA DO VETOR DE ESTADOS.

Para evitar a necessidade de medir $\dot{x}$ em (4.1), em [15] foi proposto um esquema de estimação dos mínimos quadrados utilizando sinais filtrados com filtros de estados.

Na forma de espaço de estados, os filtros de variáveis de estado para x e u são descritos por:

$$\dot{W}_1 = W_2 \,, \qquad W_1(0) = 0 \,, \tag{4.12a}$$

$$\dot{W}_2 = c_1 x - c_1 W_1 - c_2 W_2 \,, \quad W_2(0) = 0 \,, \tag{4. 12b}$$

unesp

$$x_f = W_1, \tag{4. 12c}$$

$$\dot{n}_{r_1} = n_{r_2} \quad n_{r_1}(0) = 0, \tag{4. 12d}$$

$$\dot{n}_{r_2} = c_1 u - c_1 n_{r_1} - c_2 n_{r_2}, \tag{4. 12e}$$

$$u_f = n_{r_1}, \tag{4. 12f}$$

sendo W_1 a saída do sinal filtrado, W_2 a derivada da saída do sinal filtrado, n_{r_1} o sinal de entrada filtrado, n_{r_2} a derivada do sinal de entrada filtrado e c_1 e c_2 são escolhidos de forma que os filtros sejam assintoticamente estáveis. Cada elemento de x e u utiliza um filtro de segunda ordem.

Definindo

$$Z_1 = \dot{x}_f - A_p x_f - B_p u_f \tag{4.13}$$

e considerando as equações (4.12a-f) e o fato de que $\dot{x} - A_p x - B_p u = 0$, tem-se que

$$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = \dot{W}_2 - A_p W_2 - B_p n_{r_2} \tag{4.14a}$$

$$\begin{aligned} \dot{Z}_2 &= \ddot{W}_2 - A_p \dot{W}_2 - B_p \dot{n}_{r_2} \\ &= c_1(\dot{x} - A_p x - B_p u) - c_1(\dot{W}_1 - A_p W_1 - B_p n_{r_1}) - c_2(\dot{W}_2 - A_p W_2 - B_p n_{r_2}) \\ &= -c_1 Z_1 - c_2 Z_2. \end{aligned} \tag{4.14b}$$

As equações (4.14 a - b) descrevem um sistema autônomo sujeito às condições iniciais $Z_1(0)$ e $Z_2(0)$. Como as condições iniciais dos filtros de estado podem ser ajustadas, tem-se de (4.12a)-(4.12f) que $Z_1(0) = 0$, e que $Z_2(0) = \dot{W}_2(0) = c_1 x(0)$.

Assim, após um certo transitório, Z_1 e Z_2 tenderão a zero.



4.3.1. ERRO DE ESTIMAÇÃO

Sejam $\hat{a}_i$ e $\hat{b}_i$ as linhas i de $\hat{A}_p$ e de $\hat{B}_p$, respectivamente.

Definindo:

$$\phi = \begin{bmatrix} x_f & 0 & .... & 0 \\ u_f & 0 & ... & 0 \\ 0 & x_f & 0... & 0 \\ 0 & u_f & 0... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \vdots & \vdots & ... & \\ 0 & 0 & ... & \\ 0 & 0 & ... & u_f \end{bmatrix} \qquad \theta = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{b}_2 \\ \vdots \\ \hat{a}_n \\ \hat{b}_n \end{bmatrix}, \tag{4.15}$$

o erro de estimação é dado por:

$$\ell_f = \dot{x}_f - (\hat{A}_p x_f + \hat{B}_p u_f) = \dot{x}_f - \phi^T \theta. \tag{4.16}$$

Então, da equação (4.16) a estimação do erro pode ser escrita por

$$\ell_f = (A_p - \hat{A}_p)x_f + (B_p - \hat{B}_p)u_f = \phi^T(\theta^* - \theta), \tag{4.17}$$

onde θ^* é relacionado para linhas de matrizes A_p e B_p da mesma forma com que θ é relacionado com as linhas das matrizes $\hat{A}_p$ e $\hat{B}_p$.

4.3.2. FUNÇÃO ENERGIA

Em [15] é proposta uma minimização quadrática dos erros de estimação através da seguinte função energia:

unesp

$$E(t) = \int_0^t \frac{1}{2}\ell_f^T(\tau)\ell_f(\tau)[\exp(-(t-\tau)/\mu)]d\tau \tag{4.18}$$

onde o termo $\exp(-(t-\tau)/\mu)$ corresponde a um "esquecimento exponencial", ou seja, as últimas amostras terão mais influência em $E(t)$ do que as primeiras [15]. Este artifício permite a identificação de sistemas lineares variantes no tempo.

Substituindo o erro de (4.17) em (4.18), obtém-se uma função paramétrica quadrática em função do vetor θ:

$$E(t) = \frac{1}{2}\theta^T\left[\int_0^t \phi(\tau)\phi^T(\tau)[\exp(-(t-\tau)/\mu)]d\tau\right]$$

$$-\theta^T\left[\int_0^t \phi(\tau)\dot{x}_f(\tau)\exp(-(t-\tau)/\mu)d\tau\right] \tag{4.19}$$

$$-\frac{1}{2}\left[\int_0^t \dot{x}_f^T(\tau)^T\dot{x}_f(\tau)\exp(-(t-\tau)/\mu)d\tau\right]$$

Considerando a saída de cada neurônio como um dos parâmetros desconhecidos, e comparando a função energia descrita em (3.14) com a equação (4.19) pode-se obter a matriz de pesos T_{ij} e o vetor I_i .

$$T_{ij} = -\left[\alpha\int_0^t \phi(\tau)\phi(\tau)^T[\exp(-(t-\tau)/\mu]d\tau\right]_{ij} \tag{4.20}$$

$$I_i(t) = -\left[\alpha\int_0^t \phi(\tau)\dot{x}_f(\tau)[\exp(-(t-\tau)/\mu]d\tau\right]_i \tag{4.21}$$

onde $[.]_{ij}$ representa o elemento da linha i e coluna j , $[\ ]_i$ representa o elemento i do vetor, e o parâmetro α é o ganho de aprendizado.

Usando os resultados da seção 4.3, é possível colocar (4.18) na forma dada em (3.37).

unesp

4.4. IDENTIFICAÇÃO RÁPIDA DE SISTEMAS DINÂMICOS SEM ACESSO À DERIVADA DO VETOR DE ESTADOS

No item 4.3. foi apresentada uma configuração de identificação sem acesso à derivada do vetor de estados, que possui um fator de esquecimento que enfatiza os dados correntes, e que é afetado pelas condições iniciais nos primeiros instantes de tempo, o que implica em um atraso na estimação dos parâmetros.

Nesta seção será proposta uma configuração que permita a identificação de sistemas dinâmicos lineares e invariantes no tempo dado por (4.1), sem a disponibilidade de $\dot{x}$ e independente das condições iniciais da planta x(0) e de seu efeito no transitório dos sinais filtrados [16].

Analogamente ao item 4.3 a equação do erro é obtida a partir dos sinais filtrados e os parâmetros da planta correspondem aos estados dos neurônios.

Seja G(s) a função de transferência dos filtros de estado, sendo que G(s) possui o número de pólos maior do que o número de zeros e é estável e seja g(t) a transformada inversa de Laplace de G(s).

Os sinais x e u filtrados são denominados x_F e u_F, respectivamente.

$$X_F(s) = G(s)X(s).$$
$$U_F(s) = G(s)U(s). \tag{4.22}$$

Para a obtenção do resultado desejado, o filtro G(s) será aplicado em ambos os membros de (4.1) que, através da integral de convolução, forneça:

$$\int_0^t g(t-\tau)\dot{x}(\tau)d\tau = A_p\int_0^t x(\tau)d\tau + B_p\int_0^t u(\tau)d\tau \tag{4.23}$$

$$\int_0^t g(t-\tau)\dot{x}(\tau)d\tau = A_p x_F(t) + B_p u_F(t) \tag{4.24}$$

unesp

A integral à esquerda das equações (4.23) e (4.24) pode ser desenvolvida por partes. No Apêndice II isto é feito para uma função de transferência genérica G(s) e é apresentada uma expressão que mostra a dependência da condição da planta $x(0)$ e como ela pode ser eliminada.

Considere um filtro de estado de primeira ordem dado por $G(s) = a/(s+a)$, $a > 0$. Então, é fácil verificar que A_p, B_p e $G(s)$ podem ser realizados na forma de variáveis de estado com as matrizes $(A_f, B_f, C_f) = (-a, a, 1)$. Assim, de acordo com o Apêndice II, (4.24) pode ser colocada na seguinte forma:

$$A_p x_F + B_p u_F + ae^{-at}x(0) - ax(t) + ax_F(t) = 0. \tag{4.25}$$

4.4.1. ERRO DE ESTIMAÇÃO

Definindo $\hat{A}_p$ e $\hat{B}_p$ como os valores estimados de A_p e B_p da planta, respectivamente, pode-se usar o erro dado por:

$$\Delta\ell_q = Ax_F + Bu_F + ae^{-at}x(0) - ax(t) + ax_F(t). \tag{4.26}$$

Os parâmetros θ e ϕ são os mesmos definidos em (4.15).

4.4.2. FUNÇÃO ENERGIA

Analogamente à equação (4.18), a função energia é dada em função da equação do erro

$$E = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}\Delta\ell_q(t)^T \Delta\ell_q(t). \tag{4.27}$$

A equação (4.28) corresponde a uma discretização da função (4.27)

$$E_p = \sum_{j=1}^{M} \frac{1}{2}\Delta\ell_q(jT)^T \Delta\ell_q(jT) \tag{4.28}$$

onde $\Delta\ell_q(t)$ foi definido em (4.26).

Desenvolvendo-se (4.27), pode-se colocá-la na forma dada em (3.37).

unesp

4.4.3. EXEMPLO PARA UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM

Para um sistema de 2º ordem :

$$T = -\frac{1}{T}\int_0^T [M] \tag{4.29}$$

$$M = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & 0 & 0 & x_1u & x_2u \\ x_1x_2 & x_2^2 & 0 & 0 & x_2u & 0 \\ 0 & 0 & x_1^2 & x_1x_2 & 0 & x_1u \\ 0 & 0 & x_1x_2 & x_2^2 & 0 & x_2u \\ x_1u & x_2u & 0 & 0 & u^2 & 0 \\ x_2u & 0 & x_1u & x_2u & 0 & u^2 \end{bmatrix}$$

$$I^T = \int_{j=0}^{M} [x_1(x_1(\tau)-x_1(0)) \quad x_2(x_1(\tau)-x_1(0)) \quad x_1(x_2(\tau)-x_2(0)) \quad x_2(x_2(\tau)-x_2(0)) \quad u(x_1(\tau)-x_1(0)) \quad u(x_2(\tau)-x_2(0))]d\tau \tag{4.30}$$

sendo $x_i = \int_0^T g(t-\tau)x_i(\tau)d\tau = x_{Fi}$ $\qquad x_F = [x_{F1} \quad x_{F2}]^T$

$$u_i = \int_0^T g(t-\tau)u_i(\tau)d\tau = u_{Fi}$$

V é definida por :

$$V^T = [a_{11} \ldots a_{1n} \ldots a_{n1} \ldots a_{nn} b_1 \ldots b_n] \tag{4.31}$$

O vetor V^T é composto pelos elementos de A_p e B_p que se deseja estimar.

Se a entrada u do sistema for "persistentemente excitante", então obtém-se um único mínimo global e a estimação ocorrerá sem problemas.

O erro de $\Delta\ell_q$ em (4.26) considera a influência da condição inicial x(0) com a dinâmica do filtro e assim, a estimação fica independente deste transitório. Mas isto é válido somente quando as condições iniciais dos filtros são nulas, já que elas não foram consideradas neste equacionamento.

unesp

4.4.4. CONDIÇÕES INICIAIS DA PLANTA E DOS FILTROS

Em 4.4.3 foi apresentada uma configuração que não impõe restrições quanto às condições iniciais da planta mas sim com relação às condições iniciais dos filtros que devem ser nulas. Nestas condições, esta configuração possibilita uma identificação mais rápida do que a proposta em [15].

Entretanto, testes em laboratório mostraram que nem sempre é possível obter condições iniciais nulas nos filtros. Para um sistema real simples de segunda ordem não foi possível realizar uma identificação rápida com a configuração proposta em 4.4.3. devido às condições iniciais não nulas dos filtros, como será mostrado na seção 4.5.

Assim, o algoritmo proposto em 4.4 deve ser reformulado considerando as condições iniciais dos filtros para se obter um melhor desempenho [17].

Considerando o sistema (4.1) e filtrando os sinais X e U com um filtro do tipo $G(s) = a/s + a$ com condições iniciais não nulas, pode-se obter os sinais filtrados x_f e u_f, respectivamente.

Seja (4.32) e (4.33) a função de transferência dos filtros:

$$\frac{x_f}{x} = \frac{a}{s+a}, \tag{4.32}$$

$$\frac{u_f}{u} = \frac{a}{s+a}. \tag{4.33}$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace obtém-se a derivada do sinal filtrado, que não é disponível:

$$\dot{x}_f = -ax_f + ax, \tag{4.34a}$$

ou na forma matricial

$$\dot{x}_f = \begin{bmatrix} -a & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -a \end{bmatrix} x_f + ax = A_F x_F + ax. \tag{4.34b}$$

Resolvendo a equação (4.34b) obtém-se o sinal filtrado x_f:

unesp

$$x_f(t) = \begin{bmatrix} e^{-at} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{-at} \end{bmatrix} x_f(0) + a\int_0^t \begin{bmatrix} e^{-a(t-\tau)} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{-a(t-\tau)} \end{bmatrix} x(\tau)d\tau \tag{4.35}$$

que pode ser reescrito por:

$$x_f(t) = e^{A_f t} x_f(0) + a\int_0^t e^{A_f(t-\tau)} x(\tau)d\tau . \tag{4.36}$$

De maneira análoga, obtém-se:

$$\dot{u}_f = au_f + au . \tag{4.37}$$

$$u_f(t) = u_f(0)e^{-at} + a\int_0^t e^{-a(t-\tau)} u(\tau)d\tau . \tag{4.38}$$

Para condições iniciais nulas dos filtros, obteve-se em (4.25):

$$A_p x_F + B_p u_F + ae^{-at}x(0) - ax(t) + ax_F(t) = 0 . \tag{4.39}$$

onde

$$x_F(t) = a\int_0^t e^{-a(t-\tau)} x(\tau)d\tau = a\int_0^t e^{-A_f(t-\tau)} x(\tau)d\tau . \tag{4.40}$$

$$u_F(t) = a\int_0^t e^{-a(t-\tau)} u(\tau)d\tau . \tag{4.41}$$

Então para condições não nulas dos filtros tem-se as seguintes relações:

$$x_f(t) = e^{-at}x_f(0) + x_F(t) . \tag{4.42}$$

$$u_f(t) = e^{-at}u_f(0) + u_F(t) . \tag{4.43}$$

Substituindo (4.42) e (4.43) em (4.26) ou (4.39) obtém-se

unesp

$$A_p(x_f(t)-e^{-at}x_f(0))+B_p(u_f(t)-e^{-at}u_f(0))+ae^{-at}x(0)-ax(t)+a(x_f(t)-e^{-at}x_f(0))=0. \quad (4.44)$$

As matrizes T e I são dadas em (4.29) e (4.30) sendo

$$x_i = x_{F_i}(T) = x_f(t) - x_f(0)e^{-at}, \qquad x_F = \lfloor x_{F_1} \quad x_{F_2} \rfloor.$$

$$u_i = u_{F_i}(T) = u_f(jt) - u_f(0)e^{-at}.$$

Esta análise mostra que é possível identificar uma planta com o método proposto substituindo-se no algoritmo o sinal $x_F(t)$ por $x_f(t)-e^{-at}x_f(0)$ e o sinal $u_F(t)$ por $u_f(t)-e^{-at}u_f(0)$.

Considerando a influência das condições iniciais nos filtros de estado, torna-se mais prática a aplicação do método proposto, pois em geral, as condições iniciais dos filtros e da planta são não nulas.

4.4.5. ANÁLISE DA CONFIGURAÇÃO PROPOSTA CONSIDERANDO O RUÍDO

Considere o sistema

$$\dot{x}=A_p x+B_p u,$$
$$x_m = x + w. \quad (4.45)$$

onde w é um sinal ruído desconhecido, o vetor x é o vetor de estado da planta e não é disponível, o vetor x_m é o vetor de estado da planta medido e $x_m(0)$ pode ser não nulo.

Utilizando-se as definições de x_f, x_F, u_f, u_F e G(s) da seção 4.4 e definindo-se x_{mF} e w_F como os sinais x_m e w filtrados, respectivamente, tem-se que:

$$x_{mF} = x_F + w_F, \quad (4.46)$$

$$\dot{w}_F = -aw_F + aw \quad (4.47)$$

unesp

$$\dot{x}_{mF} = -ax_{mF} + ax_m, \tag{4.48}$$

$$\dot{u}_F = -au_F + au \tag{4.49}$$

$$\dot{x}_F = -ax_F + ax. \tag{4.50}$$

Considere inicialmente que $x_{mF}(0) = 0$ e $u_F(0) = 0$. Assim, de (4.42)e (4.43) $x_f = x_F$ e $u_f = u_F$. Logo, de (4.46), (4.47), (4.48) e (4.49) ,

$$\begin{aligned} \Delta e_q(t) &= A(x_{mf} - w_f) + Bu_f + ae^{-at}(x_m(0) - w(0)) - a(x_m - w) + a(x_{mf} - w_f) \\ &= Ax_{mf} + Bu_f - Aw_f + ae^{-at}(x_m(0) - w(0)) - ax_m + ax_{mf} + \dot{w}_f. \end{aligned} \tag{4.51}$$

Então, a função energia (4.27) pode ser representada por:

$$E = \frac{1}{T_f}\int_0^t \Delta e_q(t)^T \Delta e_q(t)dt = E_1 + E_2, \tag{4.52}$$

$$E_1 = \frac{1}{T_f}\int_0^{T_f} \Delta e_{q_1}(t)^T \Delta e_{q_1}(t)dt. \tag{4.53}$$

$$E_2 = \frac{1}{T_f}\int_0^{T_f} \Delta e_{q_2}(t)^T (\Delta e_{q_2}(t) + 2\Delta e_{q_1}(t))dt. \tag{4.54}$$

onde,

$$\Delta e_{q_1}(t) = Ax_{m_f} + Bu_f + ae^{-at}x_m(0) - ax_m + ax_{m_f}. \tag{4.55}$$

$$\Delta e_{q_2}(t) = -Aw_f - ae^{-at}w(0) + \dot{w}_f. \tag{4.56}$$

O termo de E_1 em (4.53) depende apenas de sinais conhecidos. Assim, somente o termo E_1 será utilizado para caracterizar a Rede de Hopfield que identificará o sistema. O termo E_2 acarretará erros na identificação.

A seguir será analisada a influência do ruído de medição em E_2, dada em (4.54) que tem as seguintes considerações:

(i) os termos que não dependem de A e B em E_2 dada por (4.54) serão removidos;

(ii) os sinais w e u são supostos não correlatos e dessa forma os pares de sinais (w_f, x), (w_f, x_f), (w, x), (w, x_f), (w, u_f), (w_f, u_f), $(\dot{w}_f, x_f)$, $(\dot{w}_f, u_f)$ serão considerados também não correlatos;

(iii) a análise supõe que $T_f \to \infty$ e assim, os termos de E_2 que não dependem de $ae^{-at}x_m(0)$ e $ae^{-at}w(0)$ serão nulos, pois todos os sinais são uniformemente limitados.

Com as considerações acima, E_2 reduz-se a

$$E_3 = \frac{1}{T_f}\int_0^{T_f} [w_f{}^T\left[A^TA + a\left(A^T + A\right)\right]w_f(t)dt\,. \tag{4.57}$$

Como w_f é um sinal filtrado, a idéia para minimizar a influência deste sinal em E_2 dada em (4.54) é projetar o filtro de modo a minimizar $|w_f|$. Se w é um sinal de altas freqüências, um filtro passa-baixas é conveniente.

Se w for um ruído branco, quanto menor a banda passante do filtro, menor influência terá o ruído w.

Se as condições iniciais dos filtros forem não nulas, como efetuado na seção 4.4.4, chegaremos aos mesmos resultados citados acima. A configuração proposta na seção 4.4.4 elimina o transitório devido às condições iniciais da planta e dos filtros, que decai exponencialmente com e^{-at}.

Assim, é possível projetar os filtros com uma banda passante pequena para diminuir a sensibilidade ao ruído de medição w, seja ele branco ou de alta freqüência e ao mesmo tempo, obter uma identificação rápida, independente das condições iniciais dos filtros e da planta.

unesp

4.5. EXEMPLOS

Serão apresentados exemplos de identificação de um sistema de segunda ordem com as configurações descritas nas seções 4.3, que utiliza um fator de esquecimento, e 4.4, que considera as condições iniciais no equacionamento, utilizando as funções energia dadas em (4.19) e em (4.27), respectivamente. Em seguida será apresentado um exemplo de identificação de um sistema real utilizando a configuração da seção 4.4.

Em todas as simulações foi utilizado um microcomputador PENTIUM de 300MHz e 128M de RAM e o software MATLAB versão 5.1

Considere um sistema de segunda ordem dado em (4.1):

$$\dot{x} = A_p x + B_p u \tag{4.58}$$

sendo A_p e B_p definidas por

$$A_p = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Os ruídos de medição utilizados em todas as simulações deste capítulo são:

1°) Ruído branco:

média nula; variância:1; padrão:3; ('initial seed'); ganho:0.5.

2°) Ruído em altas freqüências:

composto pela soma de duas senóides:

- freqüência : 10KHz , fase: 3 rad; ganho: 0.5;
- freqüência : 12KHZ, fase: 5 rad; ganho: 0.3.

unesp

4.5.1. EXEMPLO 1: IDENTIFICAÇÃO SEM ACESSO À DERIVADA DO VETOR DE ESTADOS, COM FATOR DE ESQUECIMENTO, UTILIZANDO A CONFIGURAÇÃO DESCRITA NA SEÇÃO 4.3.

Sistema:

Considere um sistema cuja planta é descrita pelas matrizes da equação (4.58).

Algoritmo de Identificação:

O algoritmo de identificação é dado pela equação (3.13) e a função energia é dada por (4.19), sendo as matrizes T e I dadas respectivamente por (4.20) e (4.21).

Sinal de entrada:

Composto por sinais senoidais de baixas freqüências dados na tabela 1 e por um degrau unitário.

Amplitude	Freqüência(rad)	Defasagem (graus)	Ganho
1	0.5	5	1
1	1	2	1
1	2	10	1
1	3	5	1
1	1	5	1

TABELA 1: ENTRADA COM SINAIS DE BAIXA-FREQUÊNCIA.

Período de integração:

O Período de integração utilizado nas simulações: T_S= 0.0001s.

Estados Iniciais:

As condições iniciais dos estados x_1 e x_2 e dos estados filtrados x_{1f}, x_{2f} e u_f são definidas por $x_1(0)$, $x_2(0)$, $x_{1f}(0)$, $x_{2f}(0)$ e $u_f(0)$.

Ganho da rede

O ganho utilizado nas simulações foi $\alpha = 100$.

unesp

a) Identificação do sistema (4.58) sem ruído de medição: influência das condições iniciais.

A figura (4.1) apresenta a identificação dos parâmetros do sistema descrito em (4.58) quando este sistema possui condições iniciais nulas da planta e nos filtros. A figura (4.2) apresenta a identificação dos parâmetros quando este sistema possui condições iniciais não nulas na planta e a figura (4.3) a identificação quando as condições iniciais são não nulas na planta e nos filtros .

Nas simulações foi utilizado um filtro de estado de segunda ordem, definido em (4.12)-(4.14), tendo como parâmetros $\xi = 1$ e $\omega_n = 1$ rad/s, que corresponde a $c_1 = 1$, $(c_1 = \omega_n^2)$, e $c_2 = 2$, $(c_2 = 2\xi\omega_n)$.

O fator de esquecimento utilizado nestas três simulações foi $\mu = 10$.

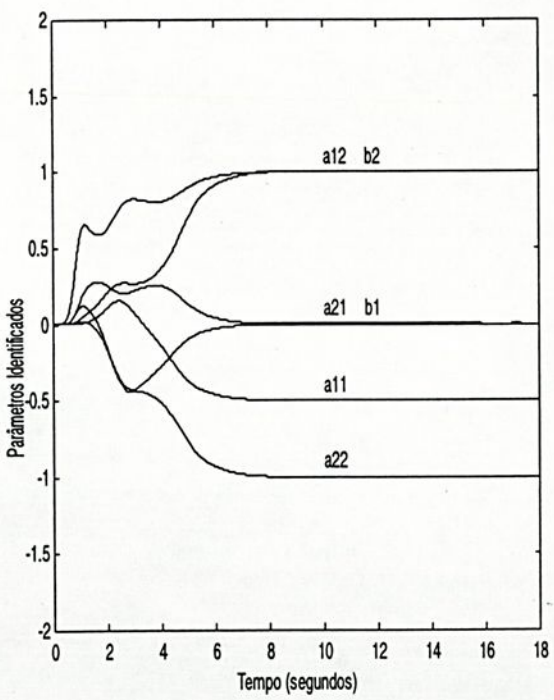


FIGURA 4.1: CONDIÇÕES INICIAIS :
$[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)] = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

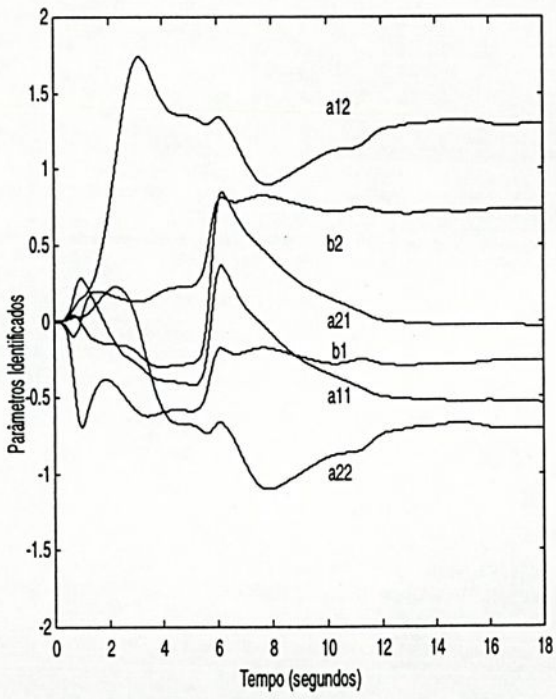


FIGURA 4.2: CONDIÇÕES INICIAIS:
$[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)] = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

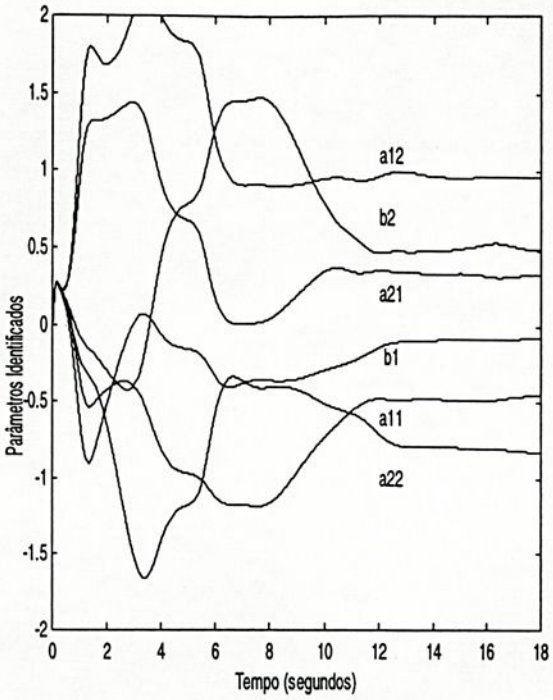


FIGURA. 4.3: CONDIÇÕES INICIAIS :
$[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_r}(0) \quad x_{2_r}(0) \quad u_f(0)]=[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$

As figuras (4.1), (4.2) e (4.3) mostram que esta configuração é fortemente influenciada pelas condições inicias da planta e dos filtros.

b) Influência do fator de esquecimento na configuração 4.3.

As figuras (4.4) e (4.5) apresentam a identificação do sistema (4.58), sem ruído de medição, com fator de esquecimento, $\mu = 2, \mu = 10$, respectivamente, com condições iniciais não nulas. O objetivo destas simulações é verificar a influência do fator de esquecimento na convergência dos parâmetros na configuração proposta na seção 4.3.

Estas simulações mostram que quanto maior o valor de μ mais rápida é a convergência dos parâmetros.

Nestas simulações foi utilizado o mesmo filtro de estado de segunda ordem, definido nas simulações anteriores, no exemplo (a).

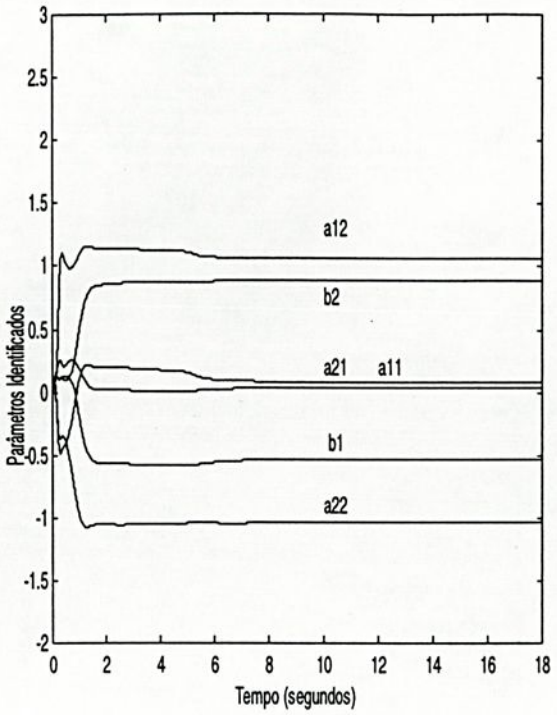


FIGURA. 4.4: FATOR DE ESQUECIMENTO $\mu = 2$.
$[x_1(0)\ \ x_2(0)\ \ x_{1_f}(0)\ \ x_{2_f}(0)\ \ u_f(0)]=[1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$

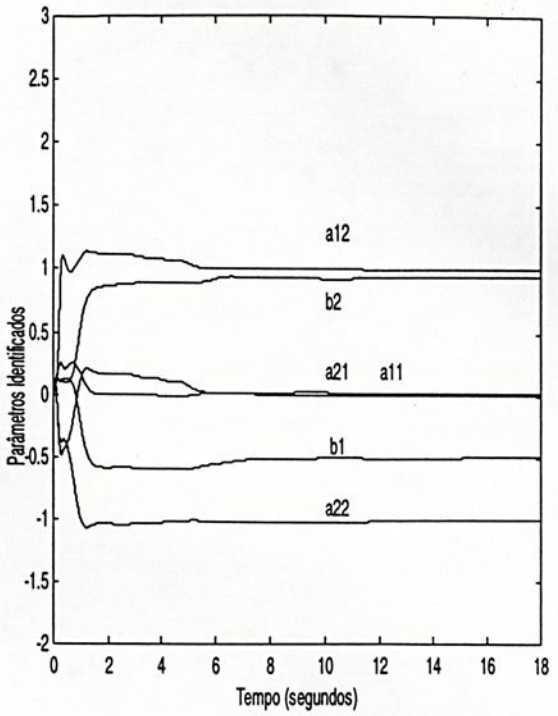


FIGURA 4.5: FATOR DE ESQUECIMENTO : $\mu = 10$
$[x_1(0)\ \ x_2(0)\ \ x_{1_f}(0)\ \ x_{2_f}(0)\ \ u_f(0)]=[1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$

Testes realizados com $\mu = 100$ mostraram variações pouco significativas na convergência dos parâmetros comparado com $\mu = 10$.

c) Influência dos filtros de estado na configuração 4.3.

A figura (4.6) apresenta a simulação para um filtro de estado de segunda ordem, definido em (4.12)-(4.14), com $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$ e a figura (4.7) apresenta a simulação para um filtro de estado com $c_1 = 100$ e $c_2 = 20$. Em ambas simulações as condições iniciais utilizadas foram $[x_1(0)\ \ x_2(0)\ \ x_{1_f}(0)\ \ x_{2_f}(0)\ \ u_f(0)]=[1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$ e o fator de esquecimento utilizado em ambas simulações foi $\mu = 10$.

O objetivo destas simulações é analisar a influência dos filtros na convergência dos parâmetros da rede.

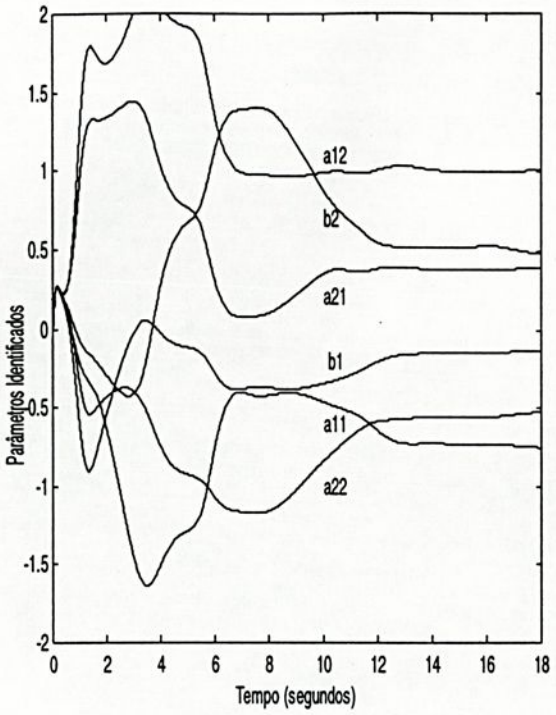


FIGURA. 4.6: FILTROS $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$.

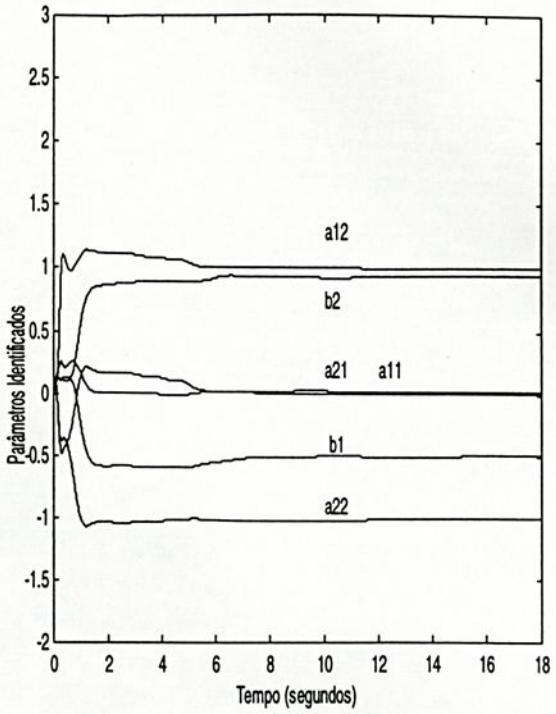


FIGURA 4.7: FILTROS $c_1 = 100$ e $c_2 = 20$.

As simulações mostram que os filtros com pólos maiores tornam a identificação mais rápida para sistemas sem ruído de medição.

d) Influência de ruído de medição nas configurações 4.3 .: ruído branco e ruído em altas freqüências definidos na seção 4.5.

Nas simulações das figuras (4.8) e (4.10) foi utilizado um filtro de estado de segunda ordem, definido em (4.12)-(4.14), com $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$ e nas figuras (4.9) e (4.11) foi utilizado um filtro de estado com $c_1 = 100$ e $c_2 = 20$. Em todas simulações as condições iniciais utilizadas foram $[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)] = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$.

O objetivo destas simulações é verificar a influências de ruídos de medição, como ruído branco e ruído em altas frequências, na configuração proposta na seção 4.3

Ruído branco

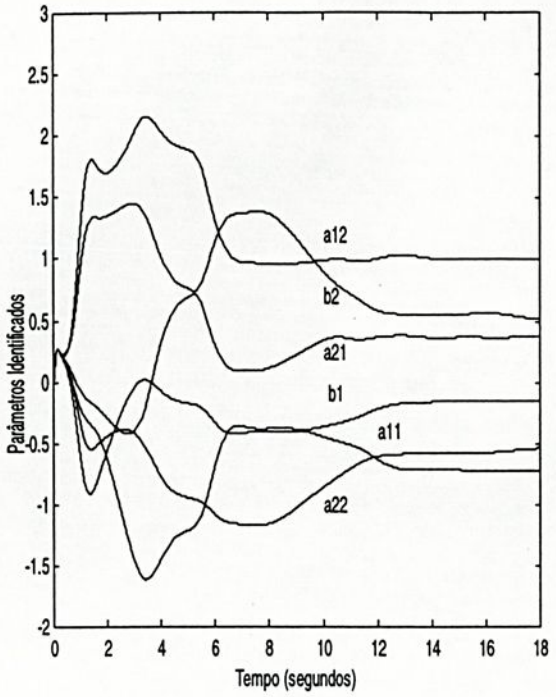


FIGURA. 4.8: FILTROS $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$.

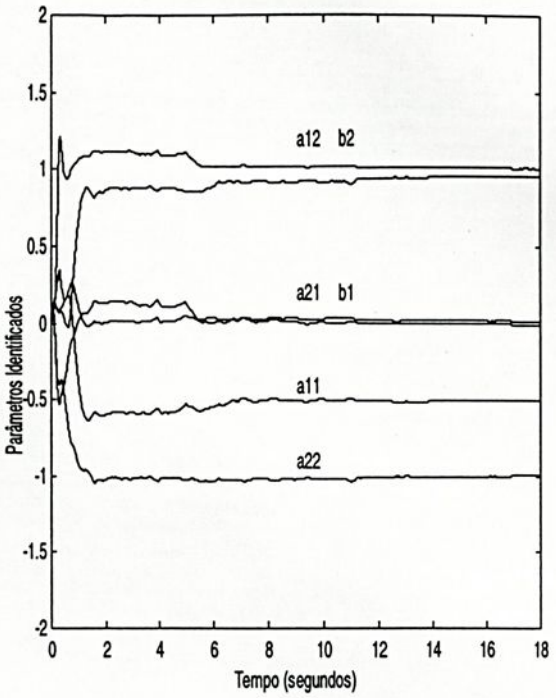


FIGURA 4.9: FILTROS $c_1 = 100$ e $c_2 = 20$.

Ruído em altas freqüências

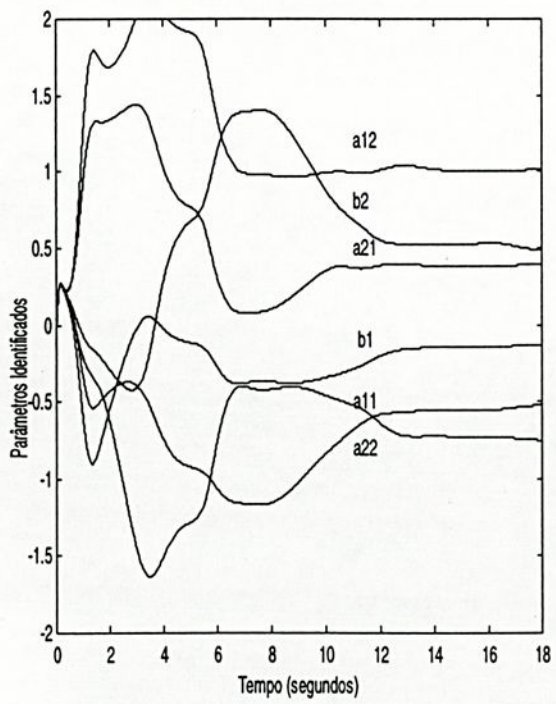


FIGURA 4.10: FILTROS $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$.

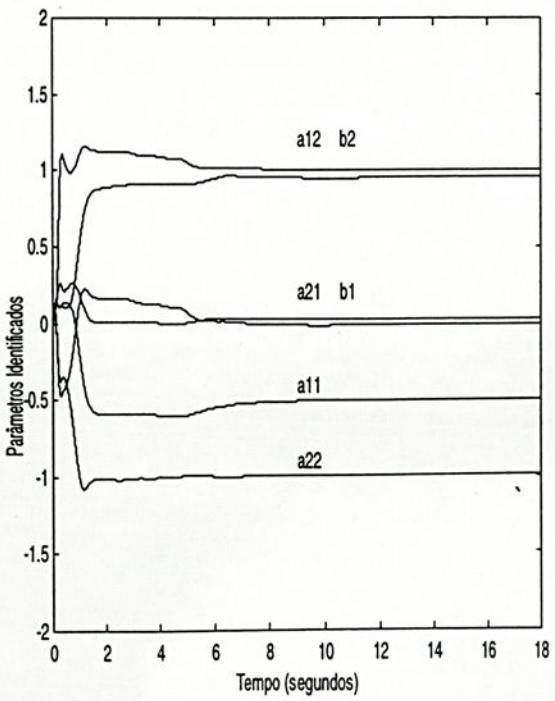


FIGURA 4.11: : FILTROS $c_1 = 100$ e $c_2 = 20$.

4.5.2. EXEMPLO 2: IDENTIFICAÇÃO SEM ACESSO À DERIVADA DO VETOR DE ESTADOS UTILIZANDO A CONFIGURAÇÃO DESCRITA NO ITEM 4.4.

Sistema:

Considere um sistema cuja planta é descrita pelas matrizes da equação (4.58).

Algoritmo de Identificação:

O algoritmo de identificação é dado pela equação (3.13) e a função energia é dada pela equação (4.27) e as matrizes T e I dada respectivamente por (4.29) e (4.30).

Sinal de entrada:

O sinal de entrada é dado pela tabela 1.

Período de integração:

O Período de integração utilizado nas simulações: T_S= 0.0001s.

Estados Iniciais:

As condições iniciais dos estados x_1 e x_2 e dos estados filtrados x_{1f}, x_{2f} e u_f são definidas por $x_1(0)$, $x_2(0)$, $x_{1f}(0)$, $x_{2f}(0)$ e $u_f(0)$.

Ganho da rede

O ganho utilizado nas simulações foi $\alpha = 100$.

unesp

a) Identificação sem ruído de medição e sem a correção das condições iniciais dos filtros.

As figuras 4.12 e 4.13 apresentam duas simulações utilizando a configuração descrita seção 4.4 sem considerar a correção das condições iniciais dos filtros no equacionamento, conforme proposto em [16]. O objetivo é verificar a influência das condições iniciais não nulas dos filtros de estado nesta configuração.

Na figura 4.12 as condições iniciais da planta são não nulas e as dos filtros são nulas. Na figura 4.13 todas condições iniciais são não nulas.

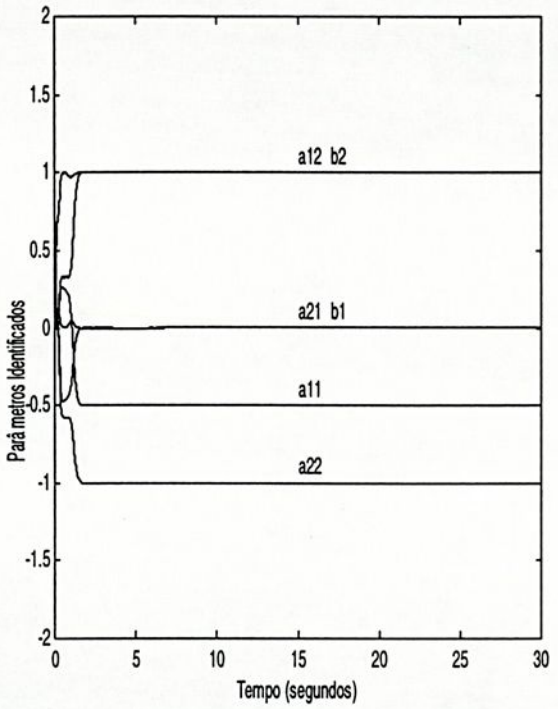


FIGURA. 4.12: CONDIÇÕES INICIAIS
$[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)]=[1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

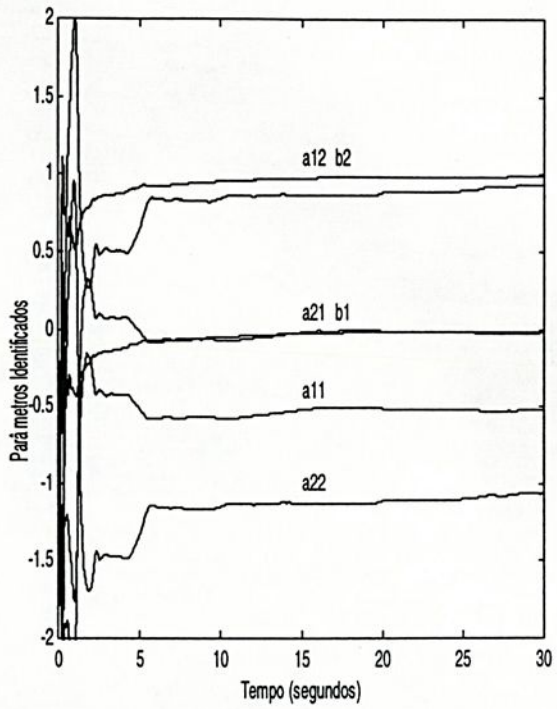


FIGURA 4.13: CONDIÇÕES INICIAIS :
$[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)]=[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$

As simulações mostram que a configuração da seção 4.4 sem a correção das condições iniciais dos filtros, conforme proposto em [16], é sensível apenas às condições iniciais dos filtros de estado e que a identificação com esta configuração é muito lenta.

b) Identificação sem ruído de medição e com a correção das condições iniciais dos filtros de estado.

A figura 4.14 apresenta uma simulação com a configuração proposta em [16], com a correção dos filtros descrita no item 4.4.4., onde todas as condições iniciais são não nulas.

Condições iniciais:. $[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)] = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$

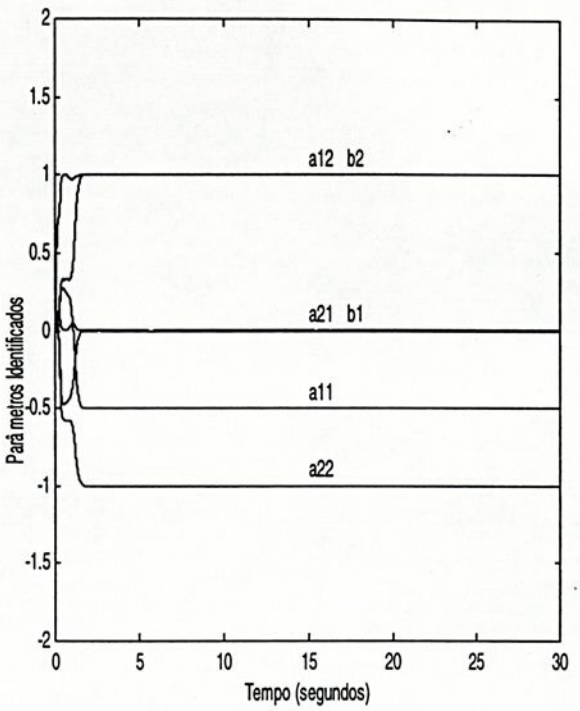


FIGURA4.14: CORREÇÃO DAS CONDIÇÕES INICIAIS DOS FILTROS DE ESTADO PARA CONDIÇÕES INICIAIS NÃO NULAS.

As figuras (4.12) (4.13) e (4.14) mostram que a correção das condições iniciais dos filtros é muito importante para o desempenho do método proposto na seção 4.4. quando estas condições iniciais não são nulas.

O filtro de primeira ordem utilizado é dados por $G(s) = \frac{a}{s+a}$, com a=10.

c) Influência dos filtros de estado na configuração proposta em 4.4.

A seguir serão apresentadas duas simulações de identificação do sistema descrito em (4.58) com a configuração da seção 4.4, com o objetivo de analisar a influência dos filtros nesta configuração

Nas simulações das figuras (4.15) e (4.16) foi utilizado um filtro de primeira ordem com a=1 e a =10, respectivamente. Em todas simulações as condições iniciais utilizadas foram $[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)]=[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$.

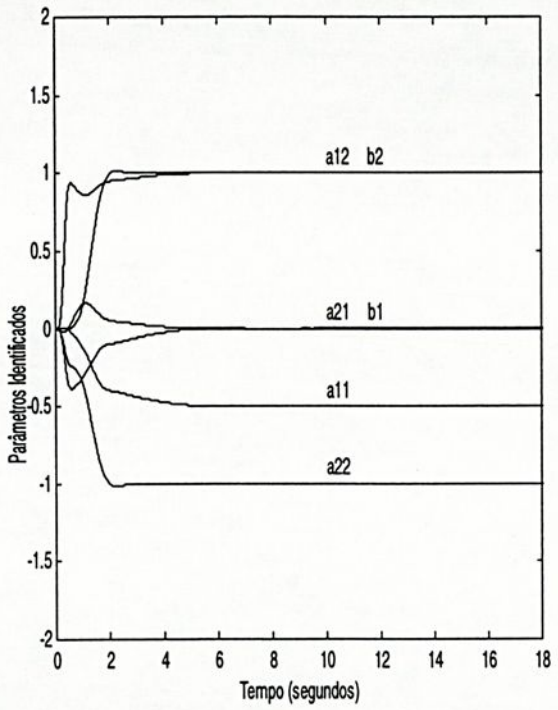


FIGURA. 4.15: FILTRO a=1; h=1

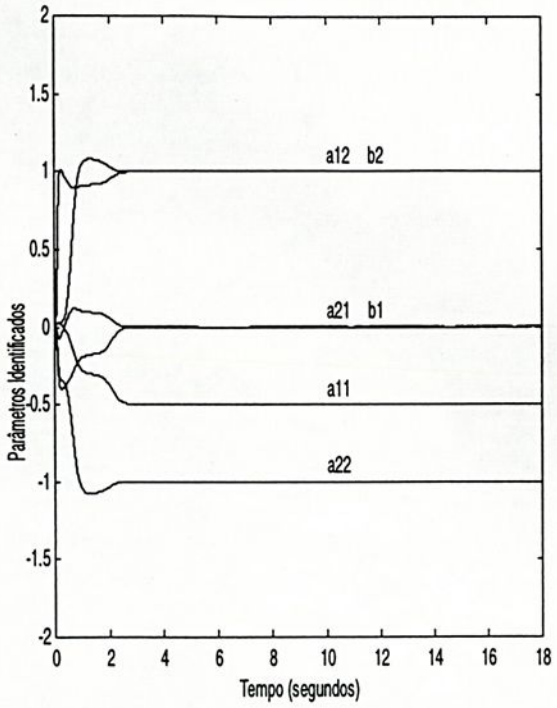


FIGURA4.16 : FILTRO a=10; h=10

As simulações das figuras 4.15 e 4.16 mostram que para um sistema sem ruído de medição, o aumento no filtro não produziu uma convergência muito mais rápida dos parâmetros da planta, como ocorreu com as simulações realizadas com a configuração da seção 4.3., nas figuras 4.6 e 4.7.

d) Influência de ruído de medição na configuração da seção 4.3:

O obejtivo destas simulações é verificar a influência de ruídos de medição, como ruído branco e ruído em altas frequências, na configuração proposta na seção 4.4., e como os filtros devem ser projetados para minimizar o efeito destes ruídos.

A figuras (4.17), (4.18) e (4.19) apresentam as simulações de identificação com o sistema sujeito ao ruído branco descrito na seção 4.5 e as figuras (4.20), (4,21) e (4.22) apresentam as simulações com o sistema sujeito ao ruído em altas frequências definido na mesma seção.

Nas simulações das figuras (4.17) e (4.20) foi utilizado um filtro de estado de primeira ordem com a=1; nas figuras (4.18) e (4.21) foi utilizado um filtro de estado com a=5 e nas figuras (4.19) e (4.22) foi utilizado um filtro de estado com a=10. Em todas simulações as condições iniciais utilizadas foram $[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)]=[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$.

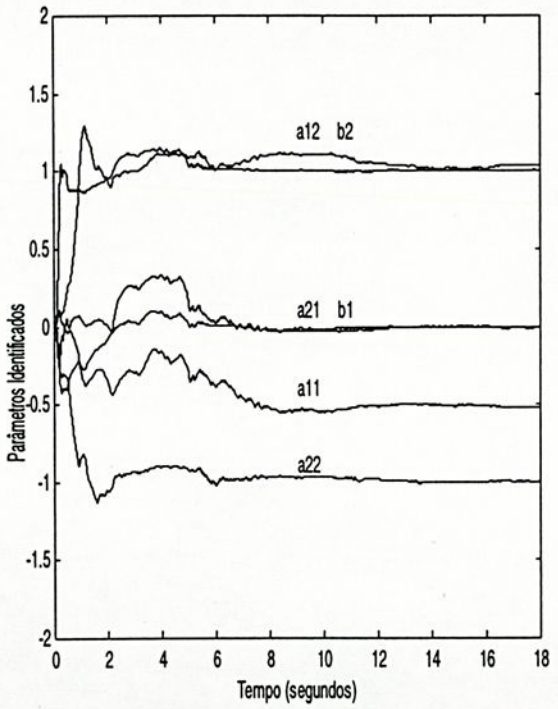


FIGURA. 4.17: RUÍDO BRANCO, FILTRO a=1; h=1

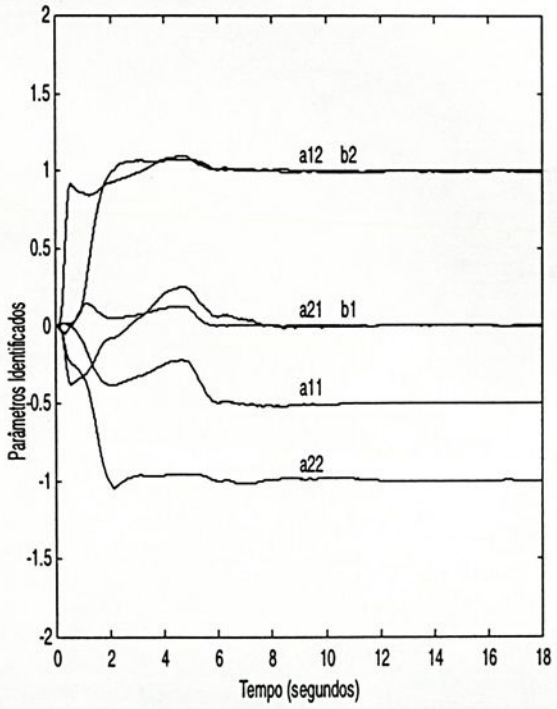


FIGURA4.18 : RUÍDO BRANCO, FILTRO a=5; h=5

A figura 4.17 apresenta uma convergência dos parâmetros onde é filtrado as faixas de ruído em altas freqüências, mas sofre toda a influência das faixas de ruído em baixas freqüências. e a figura 4.19 a convergência é mais rápida mas é altamente influenciada pelo ruído, já que o filtro é mais rápido e permite maior passagem das faixas do ruído branco. A figura 4.18 apresenta um projeto ideal de filtro para este exemplo de simulação, ele permite uma identificação razoavelmente rápida com pouca influência do ruído.

unesp

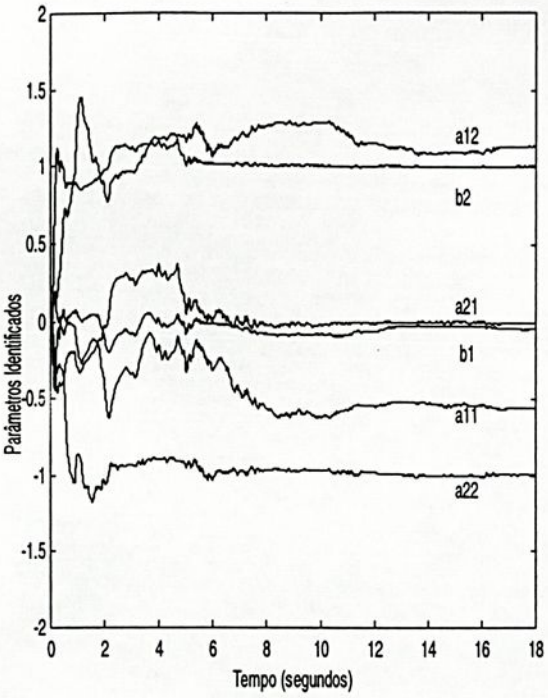


FIGURA. 4.19: RUÍDO BRANCO , FILTRO a=10; h=10

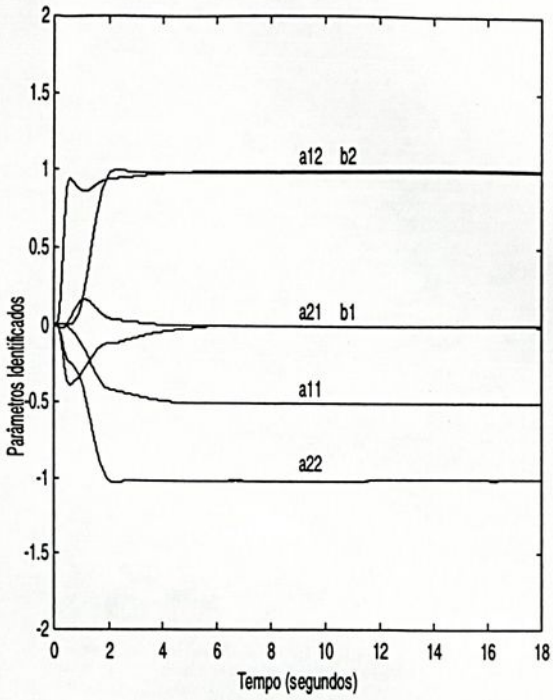


FIGURA. 4.20: RUÍDO DE ALTAS FREQUÊNCIAS FILTRO a=1; h=1

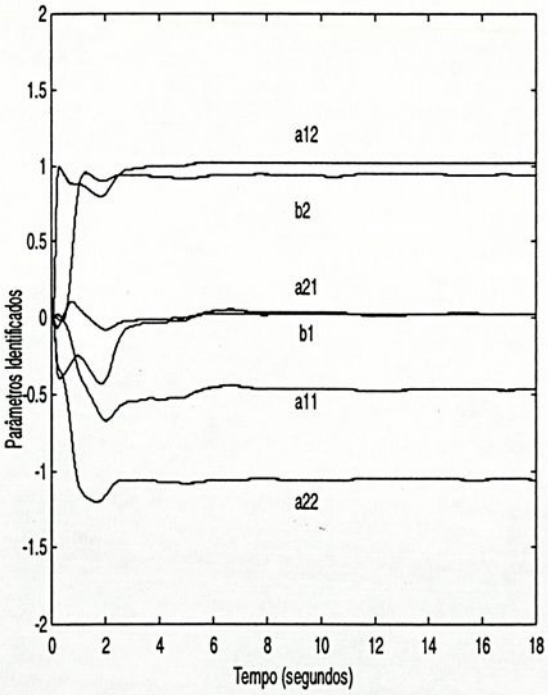


FIGURA. 4.21: RUÍDO DE ALTAS FREQUÊNCIAS FILTRO a=5; h=5

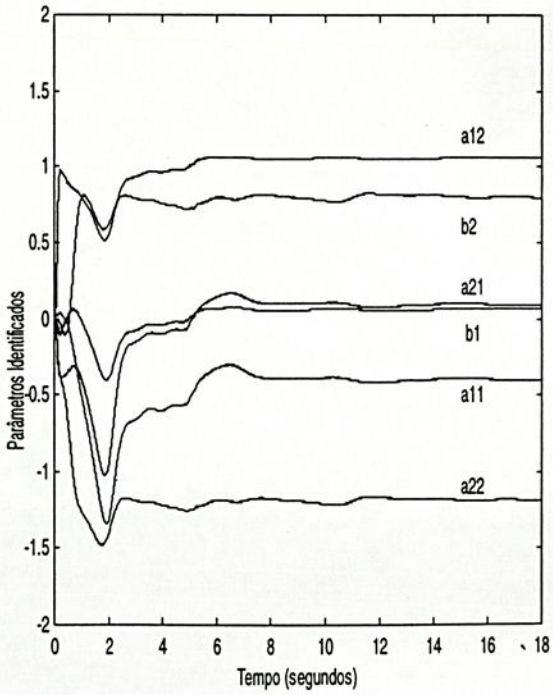


FIGURA. 4.22: RUÍDO DE ALTAS FREQUÊNCIAS FILTRO a=10; h=10.

As figuras 4.20-4.22 mostram que para um ruído em altas freqüências o filtro passa-baixa com a=1 é ideal para este exemplo de simulação pois filtra todo o ruído e permite uma rápida convergência dos parâmetros.

4.6. IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA REAL SUJEITO A RUÍDOS DE MEDIÇÃO

O sistema descrito pelas matrizes A_p e B_p da equação (4.58) foi implementado em laboratório através de módulos analógicos DEGEM.

Entrada : Degrau unitário, gerada por meio de software.

Condições iniciais desejadas:

$$[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)] = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0].$$

Condições iniciais fornecidas pelo sistema :

$$[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_{1_f}(0) \quad x_{2_f}(0) \quad u_f(0)] = [0.8242 \quad -0.9658 \quad -0.0037 \quad -0.6532 \quad 0.6679].$$

Este sistema real foi identificado por um processo Off-Line, utilizando função energia discreta de Hopfield dada em (4.27) com as matrizes T e I definidas por

$$T = -\sum_{j=0}^{T} [M],$$

$$M = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & 0 & 0 & x_1u & x_2u \\ x_1x_2 & x_2^2 & 0 & 0 & x_2u & 0 \\ 0 & 0 & x_1^2 & x_1x_2 & 0 & x_1u \\ 0 & 0 & x_1x_2 & x_2^2 & 0 & x_2u \\ x_1u & x_2u & 0 & 0 & u^2 & 0 \\ x_2u & 0 & x_1u & x_2u & 0 & u^2 \end{bmatrix},$$

$$I^T = \sum_{j=1}^{M} [x_1(x_1(j\Delta) - x_1(0)) \quad x_2x_1(j\Delta) - x_1(0)) \quad x_2(x_1(j\Delta) - x_1(0))$$
$$x_2(x_2(j\Delta) - x_2(0)) \quad u(x_1(j\Delta) - x_1(0)) \quad u(x_2(j\Delta) - x_2(0))],$$

e o algoritmo de identificação definido em (3.13).

unesp

O objetivo desta identificação prática foi aplicar a configuração apresentada na seção 4.4., a um sistema real sujeito à ruídos de medição desconhecidos onde a proposta inicial era de que as condições iniciais dos filtros fossem nulas, conforme apresentado em [16].

Mas este simples exemplo prático de um sistema de segunda ordem mostrou que nem sempre é possível obter condições iniciais nulas nos filtros e motivou o desenvolvimento da correção da configuração proposta considerando as condições iniciais dos filtros [17] apresentada no item 4.4.4.

A figura 4.23 apresenta a identificação dos parâmetros sem considerar a correção das condições iniciais dos filtros. Os resultados desta identificação motivaram a correção das condições iniciais no equacionamento da configuração descrita em 4.4.

A figura 4.24 apresenta a identificação dos parâmetros com a correção das condições iniciais dos filtros. O erro de identificação obtido para este sistema prático foi menor que 3%.

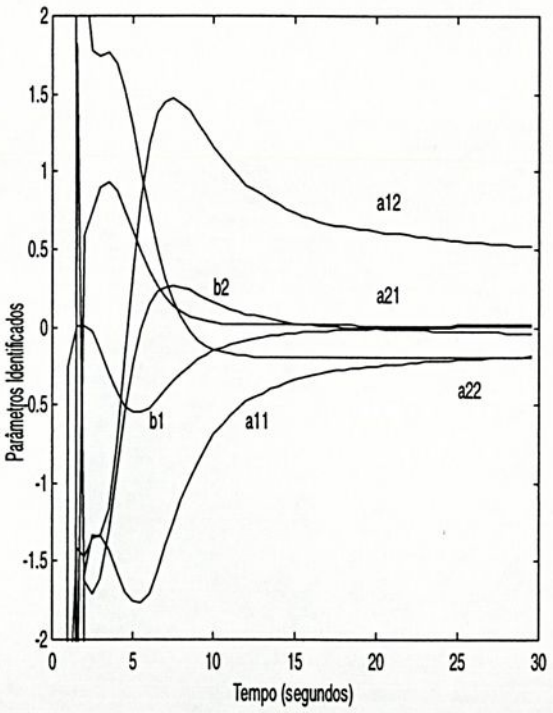


FIGURA 4.23: IDENTIFICAÇÃO SEM A CORREÇÃO DAS CONDIÇÕES INICIAIS DOS FILTROS.

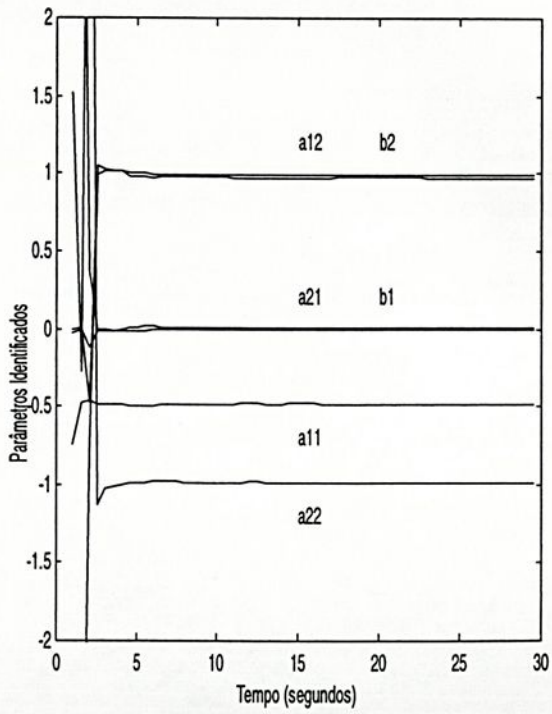


FIGURA 4.24: IDENTIFICAÇÃO COM A CORREÇÃO DAS CONDIÇÕES INICIAIS DOS FILTROS.

4.7. CONCLUSÕES

- A configuração proposta na seção 4.4 tornou a identificação independente da influência das condições iniciais da planta e dos filtros de estado;

- A identificação dos parâmetros com a configuração proposta em 4.4, [17], que considera as condições iniciais no equacionamento, é mais rápida e precisa do que identificação realizada com a configuração proposta na seção 4.3, [15], que utiliza um fator de esquecimento exponencial;

- Com a identificação realizada através de simulações e de um sistema real verificou-se a importância da correção das condições iniciais dos filtros para este tipo de configuração;

- A configuração descrita em 4.4 propõe a utilização de filtros de primeira ordem ao invés de filtros de segunda ordem proposto em 4.3., reduzindo o custo operacional e computacional;

- Estudos teóricos confirmados com as simulações das figuras 4.17 – 4.22 mostraram que para a configuração da seção 4.4 os filtros podem ser projetados para minimizar os efeitos na identificação de ruídos indesejáveis presentes nas medições, brancos ou de altas freqüências, especificando-se os filtros de estado com pequena banda passante.

- O erro de identificação dos parâmetros de sistema real sujeito a ruídos de medição foi menor que 3%. Isto mostra que a configuração proposta em 4.4 apresenta um excelente desempenho e que pode ser aplicada a qualquer tipo de sistema;

- Ganhos maiores da rede, aumento de α, proporciona uma identificação mais rápida para ambas as configurações das seções 4.3. e 4.4. mas para um mesmo α a relação entre o desempenho destas duas configurações não se altera. Um aumento em α implica em uma redução do período de integração, que é um fator limitante já que envolve a capacidade de memória RAM do microcomputador. Por esta razão α_s maiores não puderam ser utilizados nas simulações.

unesp

CAPÍTULO 5

MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO RÁPIDA

Neste capítulo serão propostos alguns métodos que possibilitam uma identificação rápida utilizando qualquer tipo de algoritmo de identificação, quando se acesso somente aos sinais de entrada e saída do sistema. Para ilustrar estes métodos foram utilizados os algoritmos dos mínimos quadrados e a rede neural de Hopfield.

5.1. INTRODUÇÃO

Um dos problemas encontrados em identificação de sistemas, com acesso somente aos sinais de entrada e saída, é a influência das condições iniciais que, dependendo de sua magnitude, podem atrasar a convergência dos parâmetros.

Em [19] é proposto um método para atenuar o efeito das condições iniciais . Este método considera as condições iniciais desconhecidas como parâmetros de identificação e assim identifica os parâmetros da planta e as condições iniciais.

Comparado com algoritmos tradicionais de identificação, este método é muito eficiente mas, dependendo da magnitude das condições iniciais e da influência que elas exercem sobre o sistema, este método pode tornar a identificação lenta. Além disso, o número de parâmetros a serem identificados aumenta com a ordem do sistema. Isto acarreta um maior número de parâmetros a serem identificados o que pode atrasar ainda mais a identificação dos parâmetros da planta.

unesp

Com o objetivo de obter uma identificação rápida, independente das condições iniciais, nas seções 5.2 e 5.3 foram propostos dois métodos alternativos para o tratamento de dados. Estes métodos não são algoritmos de identificação. Eles propõem apenas uma manipulação dos dados fornecidos pelo sistema antes que os parâmetros sejam identificados. Qualquer algoritmo de identificação pode ser utilizado com estes dados manipulados, inclusive algoritmo que utiliza a rede neural de Hopfield.

Para analisar a eficiência destes métodos serão apresentadas algumas simulações de identificação de sistemas utilizando o algoritmo dos mínimos quadrados recursivos e a rede neural de Hopfield.

5.2. MÉTODO 1 : "MÉTODO QUE REDUZ O EFEITO DAS CONDIÇÕES INICIAIS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE FILTROS DE PRIMEIRA ORDEM."

A proposta deste método consiste em utilizar filtros de primeira ordem e exponenciais decrescentes no tempo, que, convenientemente combinados, eliminam as condições iniciais do sistema e produzem equações envolvendo sinais independentes de suas derivadas.

A seguir será apresentado o desenvolvimento deste método para um sistema de segunda ordem e as etapas necessárias para eliminar as derivadas das condições iniciais.

5.2.1. APLICAÇÃO DO MÉTODO PARA UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM

Considere um sistema de segunda ordem, linear e invariante no tempo:

$$\ddot{y}(t)+b_1\dot{y}(t)+b_0y(t)-c_0u(t)=0, \tag{5.1}$$

sendo u uma entrada limitada.

Os parâmetros a serem identificados são representados pelo vetor θ, as condições iniciais são representadas pelo vetor y_0:

$$\theta^T=[b_1 \quad b_0 \quad c_0], \tag{5.2}$$

$$y_0^T=[\dot{y}(0) \quad y(0)]. \tag{5.3}$$

5.2.2. FILTROS DE PRIMEIRA ORDEM:

Considere um filtro de primeira ordem, $G_i(s)$, com pólo em $-a_i$:

$$G_i(s) = \frac{1}{s + a_i} \tag{5.4}$$

e sua transformada inversa de Laplace dada por $g_i(t)$:

$$g_i(t) = e^{-a_i t}, \tag{5.5}$$

e seja:

$$g_i(t - \tau) = e^{-a_i(t-\tau)} \tag{5.6}$$

$a > 0$, $i = 1,2,3$.

Considere um sinal $y(t)$ filtrado com um filtro $G_i(s)$. O sinal filtrado de $y(t)$, $(y(t))_{f_i}$, pode ser obtido através da integral de convolução dada por:

$$(y(t))_{f_i} = \int_0^t g(t-\tau)y(\tau)d\tau = \int_0^t y(\tau)e^{-a_i(t-\tau)}d\tau. \tag{5.7}$$

5.2.3. DEFINIÇÕES:

Considere as seguintes definições:

a) $$(\overset{n}{y}(t))_{f_{a_i}} = \int_0^t \overset{n}{y}(\tau)e^{-a_i(t-\tau)}d\tau. \tag{5.8}$$

b) $$(y(t))_{f_{a_{ijk}}} = \int_0^t y(\tau)e^{-(a_j+a_k)(t-\tau)}e^{-a_i(t-\tau)}d\tau. \tag{5.9}$$

Lema 1:

$$(\overset{n}{y}(t))_{f_{a_i}} = \int_0^t \overset{n}{y}(\tau)e^{-a_i(t-\tau)}d\tau = \overset{n-1}{y}(t) - \overset{n-1}{y}(0)e^{-a_i t} - a_i(\overset{n-1}{y}(t))_{f_{a_i}} . \quad (5.10)$$

Prova: Veja o Apêndice III.

Lema 2:

$$(\overset{n}{y}(t))_{f_{a_{ijk}}} = \int_0^t \overset{n}{y}(\tau)e^{-(a_j+a_k)\tau}e^{-a_i(t-\tau)}d\tau = \overset{n-1}{y}(t)e^{-(a_j+a_k)t} - \overset{n-1}{y}(0)e^{-a_i t} - (-a_j - a_k + a_i)e^{-(a_j+a_k)t}(\overset{n-1}{y}(t))_{f_{a_{ijk}}} \quad (5.11)$$

O sinal $(\overset{(n-1)}{y}(t))_{f_{a_{ijk}}}$ corresponde ao sinal $\overset{(n-1)}{y}(t)$ filtrado com um filtro com pólo em $-(-a_i + a_j + a_k)$.

Prova: Veja o Apêndice III.

Utilizando as definições de (5.8) e (5.9) e os lemas 1 e 2, serão apresentadas as etapas necessárias para eliminar as derivadas das condições iniciais.

<u>1º) ETAPA:</u>

- Realizar a convolução da equação (5.1) com os filtros $1/(s+a_1)$ e $1/(s+a_2)$, $a_1 > a_2 > 0$.

  Para o filtro $1/(s+a_1)$ a convolução para cada termo de (5.1) será a seguinte:

$$(\ddot{y}(t))_{f_{a_1}} = \int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-a_1(t-\tau)}d\tau = \dot{y}(t) - \dot{y}(0)e^{-a_1 t} - a_1 y(t) + a_1 y(0)e^{-a_1 t} + a_1^2(y(t))_{f_{a_1}}, \quad (5.12a)$$

$$b_1(\dot{y}(t))_{f_{a_1}} = \int_0^t b_1\dot{y}(\tau)e^{-a_1(t-\tau)}d\tau = b_1[y(t) - y(0)e^{-a_1t} - a_1(y(t))_{f_{a_1}}], \tag{5.12b}$$

$$b_0(y(t))_{f_{a_1}} = \int_0^t b_0 y(t)e^{-a_1(t-\tau)}d\tau\,, \tag{5.12c}$$

$$c_0(u(t))_{f_{a_1}} = \int_0^t c_0 u(t)e^{-a_1(t-\tau)}d\tau\,. \tag{5.12d}$$

A equação resultante da convolução dos sinais da equação (5.1) com o filtro $1/(s+a_1)$ é dada por:

$$\dot{y}(t) - \dot{y}(0)e^{-a_1t} - a_1y(t) + a_1y(0)e^{-a_1t} + a_1^2(y(t))_{f_{a_1}} + b_1[y(t) - y(0)e^{-a_1t} - a_1(y(t))_{f_{a_1}}]$$
$$+ b_0(y(t))_{f_{a_1}} - c_0(u(t))_{f_{a_1}} = 0. \tag{5.13}$$

De forma análoga é possível obter a equação resultante da convolução da equação (5.1) com o filtro $1/(s+a_2)$:

$$\dot{y}(t) - \dot{y}(0)e^{-a_2t} - a_2y(t) + a_2y(0)e^{-a_2t} + a_2^2(y(t))_{f_{a_2}} + b_1[y(t) - y(0)e^{-a_2t} - a_2(y(t))_{f_{a_2}}]$$
$$+ b_0(y(t))_{f_{a_2}} - c_0(u(t))_{f_{a_2}} = 0. \tag{5.14}$$

Nesta etapa os filtros eliminam os termos que dependem de $\ddot{y}(t)$.

2°) ETAPA

Multiplicar o resultado obtido com o filtro com pólo em $-a_2$ (equação (5.14)) por $e^{-(a_1-a_2)t}$.

$$\dot{y}(t)e^{-(a_1-a_2)t} - \dot{y}(0)e^{-a_1t} - a_2e^{-(a_1-a_2)t}y(t) + a_2y(0)e^{-a_1t} + a_2^2e^{-(a_1-a_2)t}(y(t))_{f_{a_2}}$$
$$+ b_1[y(t)e^{-(a_1-a_2)t} - y(0)e^{-a_1t} - a_2e^{-(a_1-a_2)t}(y(t))_{f_{a_2}}] + b_0(y(t))_{f_{a_2}}e^{-(a_1-a_2)t} \tag{5.15}$$
$$- c_0(u(t))_{f_{a_2}}e^{-(a_1-a_2)t} = 0.$$

unesp

3°) ETAPA:

Subtrair os resultados obtidos com o filtro com pólo em $-a_2$ multiplicado pelo fator exponencial $e^{-(a_1-a_2)t}$ (equação (5.15)) dos resultado obtido com o filtro com pólo em $-a_1$ (equação (5.13)), ou seja, subtrair a equação (5.15) de (5.13):

$$\begin{aligned}&\dot{y}(t) - a_1 y(t) + a_1 y(0)e^{-a_1 t} + a_1^2 (y(t))_{f_{a_1}} + b_1[\, y(t) - a_1 (y(t))_{f_{a_1}}\,] \\ &+ b_0 (y(t))_{f_{a_1}} - c_0 (u(t))_{f_{a_1}} - \dot{y}(t)e^{-(a_1-a_2)t} + a_2 e^{-(a_1-a_2)t} y(t) - a_2 y(0)e^{-a_1 t} \\ &- a_2^2 e^{-(a_1-a_2)t} (y(t))_{f_{a_2}} - b_1[\, y(t)e^{-(a_1-a_2)t} - a_2 e^{-(a_1-a_2)t} (y(t))_{f_{a_2}}\,] \\ &- b_0 (y(t))_{f_{a_2}} e^{-(a_1-a_2)t} + c_0 (u(t))_{f_{a_2}} * e^{-(a_1-a_2)t} = 0.\end{aligned} \tag{5.16}$$

Nesta etapa elimina-se $\dot{y}(0)$.

4°) ETAPA:

Realizar a convolução dos resultados obtido em (5.16) com um filtro com pólo em $-a_3$,

$$\begin{aligned}&y(t) - a_3 y_{f_{a_3}}(t) - y(t)e^{-(a_1-a_2)t} + (-a_1 + a_2 + a_3)e^{-(a_1-a_2)t} y(t)_{f_{a_{123}}} - a_1 y_{f_{a_3}}(t) \\ &+ a_1^2 y_{f_{a_1} f_{a_3}}(t) + a_2 e^{-(a_1-a_2)t} y_{f_{a_{123}}} + \frac{(a_1 - a_2)y(0)}{(-a_1 + a_3)}\left(e^{-a_1 t} - e^{-a_3 t}\right) - a_2^2 e^{-(a_1-a_2)t} y_{f_{a_2} f_{a_{123}}}(t) \\ &+ b_1\left[y(t)_{f_3} - e^{-(a_1-a_2)t} y(t) - a_1 (y(t))_{f_{a_1} f_{a_3}} + a_2 e^{-(a_1-a_2)t} y(t)_{f_{a_2} f_{a_{123}}}\right] \\ &+ b_0\left[(y(t))_{f_{a_1} f_{a_3}} - e^{-(a_1-a_2)t} (y(t))_{f_{a_2} f_{a_{123}}}\right] - c_0\left[(u(t))_{f_{a_1} f_{a_3}} - e^{-(a_1-a_2)t} (u(t))_{f_{a_2} f_{a_{123}}}\right] = 0.\end{aligned} \tag{5.17}$$

Observação:

Por simplicidade de notação, o termo $y(t)_{f_{a_2} f_{a_{123}}}$ representa o sinal y(t) filtrado com um filtro com pólo em $-a_2$ e em seguida filtrado com um filtro com pólo em $-(-a_1 + a_2 + a_3)$.

unesp

Para eliminar a condição inicial $y(0)$ a equação (5.17) deve ser filtrada com um filtro com pólo em $-a_4$ e depois multiplicada por uma exponencial do tipo e^{-ht} e a equação resultante deve ser subtraída de (5.17), sendo h um valor resultante de uma combinação entre a_1, a_2, a_3 e a_4 que elimina as condições iniciais indesejadas.

Para sistemas de ordens maiores as etapas devem ser repetidas até que, pelo menos, todas as derivadas das condições iniciais sejam eliminadas.

A proposta de eliminar as derivadas das condições iniciais filtrando os sinais e depois combinando os sinais filtrados com elementos exponenciais é aparentemente simples, mas a dedução matemática é complicada e utiliza uma grande quantidade de filtros.

Para um sistema de segunda ordem foram necessários quatro tipos de filtros diferentes sem que todas as condições iniciais fossem eliminadas. Para eliminar todas as condições iniciais são necessários seis filtros. Para um sistema de terceira ordem são necessários dez filtros.

Além da grande quantidade de filtros utilizados, a combinação destes filtros com os elementos exponenciais não é trivial e para sistemas de ordens maiores é necessária uma manipulação matemática extra para eliminar os termos dependentes das condições iniciais.

A complexidade matemática e a dificuldade na implementação prática desmotivaram a busca de uma equação geral para este método de tratamento de dados.

5.2.4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO

Embora este método seja complexo para utilização prática em sistemas de ordens maiores, ele apresenta um bom desempenho na identificação de sistemas de segunda ordem.

As figuras (5.1) e (5.2) apresentam exemplos de simulações para um sistema de segunda ordem utilizando este método onde não foi eliminada a condição inicial $y(0)$.

As simulações foram realizadas com as seguintes condições:

- vetor paramétrico: $\theta^T = [3 \quad 4 \quad 5]$;
- vetor de sinais: $\phi^T = [\dot{y}(t) \quad y(t) \quad u(t)]$;
- filtros com pólos em: $a_1 = 3$, $a_2 = 1$, $a_3 = 5$ e $a_{123} = 3$;
- condições iniciais : $y_0^T = [1 \quad 1]$.

unesp

5.2.4.1. EXEMPLO1: IDENTIFICAÇÃO COM O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVOS

A identificação foi realizada a partir da equação (2.37) sem o fator de normalização:

$$\dot{\theta} = P\ell\phi$$
$$\dot{P} = -P\phi\phi^T P,$$

com $P(0) = 1000$.

Os parâmetros identificados são apresentados na figura 5.1.

5.2.4.2. EXEMPLO 2: IDENTIFICAÇÃO COM A REDE NEURAL DE HOPFIELD

A identificação foi utilizada com a equação da rede de Hopfield definida em (3.13), com $\alpha = 100$, através da minimização da função energia dada em (3.37) com as matrizes T e I definidas em (4.29) e (4.30).

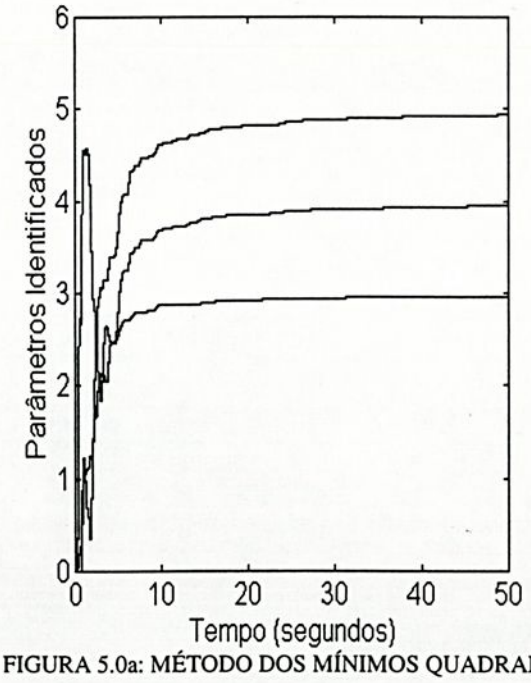


FIGURA 5.0a: MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

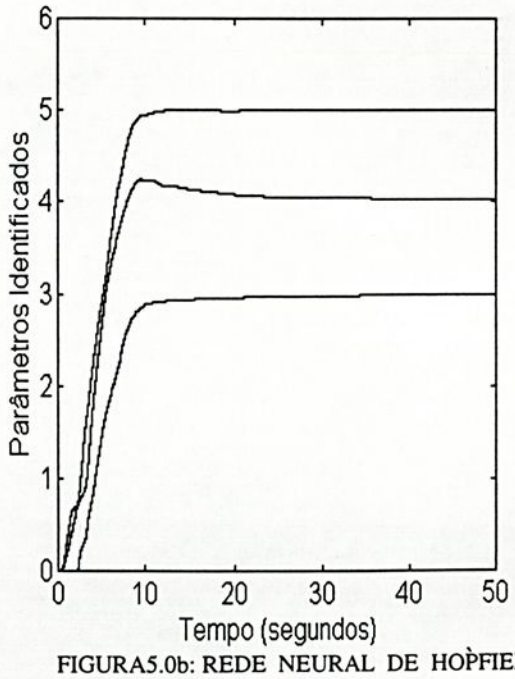


FIGURA5.0b: REDE NEURAL DE HOPFIELD

Para este método, a identificação dos parâmetros com a rede neural de Hopfield apresenta resultados melhores do que a identificação realizada com o método dos mínimos quadrados. A identificação seria mais rápida se todas as condições iniciais fossem eliminadas ou se fosse possível utilizar α_s maiores.

5.3. MÉTODO 2 : "MÉTODO QUE ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS"

A proposta deste método consiste em primeiro eliminar todas as condições iniciais de um sistema de ordem n, utilizando uma exponencial decrescente e^{-ht}, $h > 0$, e depois utilizar filtros de ordem n para produzir os sinais filtrados que irão constituir a equação de erro de estimação. O equacionamento é feito de forma alternada no domínio do tempo e da freqüência.

Considere o sistema de ordem n

$$\overset{n}{y} + b_{n-1}\overset{n-1}{y} + b_{n-2}\overset{n-2}{y} + \ldots b_0 y = c_0 u + c_1 \dot{u} + c_2 \ddot{u} + \ldots + c_{m-1}\overset{m-1}{u} + c_m \overset{m}{u}, \quad n \geq m. \tag{5.18}$$

e sua transformada de Laplace dada por:

$$\begin{aligned} & s^n Y(s) - \sum_{i=1}^{n} s^{n-i}\, y^{(i-1)}(0) + b_{n-1}\left[s^{n-1}Y(s) - \sum_{i=1}^{n-1} s^{n-i-1}\, y^{(i-1)}(0) \right] + \\ & b_{n-2}\left[s^{n-2}Y(s) - \sum_{i=1}^{n-2} s^{n-i-1}\, y^{(i-1)}(0) \right] + \ldots + b_0\left[Y(s)\right] - c_0\left[U(s)\right] \\ & - c_1\left[s^{n-(n-1)}U(s) - \sum_{i=1}^{n-(n-1)} s^{n-i-1}\, u^{(i-1)}(0) \right] - c_2\left[s^{n-(n-2)}U(s) - \sum_{i=1}^{n-(n-2)} s^{n-i-1}\, u^{(i-1)}(0) \right] \\ & \ldots - c_m\left[s^n U(s) - \sum_{i=1}^{n} s^{n-i}\, u^{(i-1)}(0) = 0 \right]. \end{aligned} \tag{5.19}$$

Por simplicidade, as etapas serão desenvolvidas apenas para o sinal $\overset{n}{y}(t)$ e por analogia serão obtidos os resultados para os demais sinais.

L[.] representa a transformada de Laplace de [.] e $L^{-1}[.]$ a transformada inversa de Laplace de [.].

A seguir serão apresentadas as etapas necessárias para eliminar todas as condições iniciais.

unesp

1º ETAPA:

a) Obter a transformada de Laplace de $\overset{n}{y}(t)$, (5.20), e de $\overset{n}{y}(t)e^{-ht}$, (5.21).

$$H_1 = L\left[\overset{n}{y}(t)\right] = s^n Y(s) - \sum_{i=1}^{n} s^{n-i}\, \overset{i-1}{y}(0) = s^n Y(s) - \sum_{i=1}^{n-1} s^{n-i}\, \overset{i-1}{y}(0) - \overset{n-1}{y}(0), \tag{5.20}$$

$$\begin{aligned} H_2 = L\left[\overset{n}{y}(t)e^{-ht}\right] &= (s+h)^n Y(s+h) - \sum_{i=1}^{n} (s+h)^{n-i}\, \overset{i-1}{y}(0) \\ &= (s+h)^n Y(s+h) - \sum_{i=1}^{n-1} (s+h)^{n-i}\, \overset{i-1}{y}(0) - \overset{n-1}{y}(0). \end{aligned} \tag{5.21}$$

Nesta etapa foi utilizada a seguinte propriedade da transformada de Laplace [18]:

"Se $L[x(t)] = X(s)$, então $L[x(t)e^{-ht}] = X(s+h)$."

b) Subtrair (5.21) de (5.20) para eliminar da condição inicial $\overset{n-1}{y}(0)$. O resultado é dado por (5.22):

$$\begin{aligned} H_3 &= H_1 - H_2 = \\ &= (s)^n Y(s) - \sum_{i=1}^{n-1} (s)^{n-i}\, \overset{(i-1)}{y}(0) - (s+h)^n Y(s+h) + \sum_{i=1}^{n-1} (s+h)^{n-i}\, \overset{(i-1)}{y}(0) \\ &= (s)^n Y(s) - \sum_{i=1}^{n-2} (s)^{n-i}\, \overset{(i-1)}{y}(0) - s\, \overset{(n-2)}{y}(0) - (s+h)^n Y(s+h) + \sum_{i=1}^{n-1} (s+h)^{n-i}\, \overset{(i-1)}{y}(0) \\ &\quad + (s+h)\, \overset{(n-2)}{y}(0). \end{aligned} \tag{5.22}$$

2º ETAPA:

a) Obter a transformada inversa de Laplace da equação (5.22) e multiplicar por e^{-ht}. Em seguida obter a transformada de Laplace desta multiplicação. O resultado final destas operações é dado por (5.23):

$$H_4 = L\left[\left[L^{-1}(H_3)\right]e^{-ht}\right] = (s+h)^n Y(s+h) - \sum_{i=1}^{n-2} (s+h)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0) - (s+h)\, {}^{(n-2)}y(0)$$
$$-(s+2h)^n Y(s+2h) + \sum_{i=1}^{n-1} (s+2h)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0) + (s+2h)\, {}^{(n-2)}y(0). \qquad (5.23)$$

b) Subtrair a equação (5.23) da equação (5.22) :

$$H_5 = H_3 - H_4 = (s)^n Y(s) - \sum_{i=1}^{n-2} (s)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0) - s\, {}^{(n-2)}y(0)$$
$$-2(s+h)^n Y(s+h) + 2\sum_{i=1}^{n-1} (s+h)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0) + 2(s+h)\, {}^{(n-2)}y(0) \qquad (5.24)$$
$$+(s+2h)^n Y(s+2h) - \sum_{i=1}^{n-1} (s+2h)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0) - (s+2h)\, {}^{(n-2)}y(0).$$

Considerando-se apenas os termos com condições iniciais ${}^{n-2}y(0)$ tem-se que:

$$-s\, {}^{(n-2)}y(0) + 2(s+h)\, {}^{(n-2)}y(0) - (s+2h)\, {}^{(n-2)}y(0) = 0.$$

Os termos com condição inicial ${}^{n-2}y(0)$ são portanto eliminados.

Ao final da segunda etapa o sinal é dado por:

$$H_5 = (s)^n Y(s) - \sum_{i=1}^{n-2} (s)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0)$$
$$-2(s+h)^n Y(s+h) + 2\sum_{i=1}^{n-2} (s+h)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0) \qquad (5.25)$$
$$+(s+2h)^n Y(s+2h) - \sum_{i=1}^{n-1} (s+2h)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0).$$

H_5 pode ser reescrita como:

$$H_5 = (s)^n Y(s) - \sum_{i=1}^{n-3} (s)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0) - s^2\, {}^{(n-3)}y(0)$$
$$-2(s+h)^n Y(s+h) + 2\sum_{i=1}^{n-3} (s+h)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0) + 2(s+h)^2\, {}^{(n-3)}y(0) \qquad (5.26)$$
$$+(s+2h)^n Y(s+2h) - \sum_{i=1}^{n-3} (s+2h)^{n-i}\, {}^{(i-1)}y(0) - (s+2h)^2\, {}^{(n-3)}y(0).$$

unesp

3º ETAPA :

Analogamente, na terceira etapa é possível eliminar a condição inicial $y^{n-3}(0)$, como descrito a seguir:

$$\begin{aligned} H_6 = L\left[L^{-1}(H_5)e^{-ht}\right] = (s+h)^n Y(s+h) &- \sum_{i=1}^{n-3} (s+h)^{n-i}\, y^{(i-1)}(0) - (s+h)^2\, y^{(n-3)}(0) \\ &- 2(s+2h)^n Y(s+2h) + 2\sum_{i=1}^{n-3} (s+2h)^{n-i}\, y^{(i-1)}(0) - 2(s+2h)^2\, y^{(n-3)}(0) \\ &+ (s+3h)^n Y(s+3h) - \sum_{i=1}^{n-3} (s+3h)^{n-i}\, y^{(i-1)}(0) - (s+3h)^2\, y^{(n-3)}(0). \end{aligned} \tag{5.27}$$

$$\begin{aligned} H_7 = H_5 - H_6 = (s)^n Y(s) &- \sum_{i=1}^{n-3} (s)^{n-i}\, y^{(i-1)}(0) - s^2\, y^{(n-3)}(0) \\ &- 3(s+h)^n Y(s+h) + 3\sum_{i=1}^{n-3} (s+h)^{n-i}\, y^{(i-1)}(0) + 3(s+h)^2\, y^{(n-3)}(0) \\ &+ 3(s+2h)^n Y(s+2h) - 3\sum_{i=1}^{n-3} (s+2h)^{n-i}\, y^{(i-1)}(0) - 3(s+2h)^2\, y^{(n-3)}(0) \\ &- (s+3h)^n Y(s+3h) + \sum_{i=1}^{n-3} (s+3h)^{n-i}\, y^{(i-1)}(0) + (s+3h)^2\, y^{(n-3)}(0). \end{aligned} \tag{5.28}$$

Considerando-se apenas os termos com condições iniciais $y^{n-3}(0)$:

$$-(s)^2\, y^{(n-3)}(0) + 3(s+h)^2\, y^{(n-3)}(0) - 3(s+2h)^2\, y^{(n-3)}(0) + (s+3h)^2\, y^{(n-3)}(0) = 0 .$$

Os termos com condição inicial $y^{n-3}(0)$ são eliminados.

Ao final da terceira etapa o sinal é dado por (5.29):

$$
\begin{aligned}
H_7 = (s)^n Y(s) - \sum_{i=1}^{n-3} (s)^{n-i} \, {}^{(i-1)}y(0) \\
- 3\,(s+h)^n Y(s+h) + 3 \sum_{i=1}^{n-3} (s+h)^{n-i} \, {}^{(i-1)}y(0) \\
+ 3\,(s+2h)^n Y(s+2h) - 3 \sum_{i=1}^{n-3} (s+2h)^{n-i} \, {}^{(i-1)}y(0) \\
- (s+3h)^n Y(s+3h) + \sum_{i=1}^{n-3} (s+3h)^{n-i} \, {}^{(i-1)}y(0).
\end{aligned}
\tag{5.29}
$$

Seguindo este desenvolvimento, os termos com condição inicial ${}^{n-4}y(0)$ são eliminados na quarta etapa, os termos com condição inicial ${}^{n-5}y(0)$ são eliminados na quinta etapa, ... , os termos com condição inicial ${}^{n-1}y(0)$ na etapa (n-1) e desta forma todas as condições iniciais são eliminadas.

Uma etapa genérica, que tem como resultado H_i, $i > 1$ e ímpar, é formada pela subtração de resultados de duas etapas anteriores:

$$H_i = H_{i-2} - H_{i-1} \tag{5.30}$$

sendo que

$$H_{i-1} = L[L^{-1}(H_{i-2}) * e^{-ht}] \tag{5.31}$$

que permite eliminar os termos com condições iniciais ${}^{n-\frac{(i-1)}{2}}y(0)$.

EXPRESSÃO GERAL :

A equação final incluindo as condições iniciais para um sinal genérico ${}^{n}y(t)$ é dada por (5.32):

$$\left[\sum_{i=0}^{n} (-1)^i K_i (s+ih)^n Y(s+ih)\right] + \left[\sum_{j=0}^{n-1} \left[\sum_{i=0}^{n} (-1)^{i+1} K_i (s+ih)^{(n-1-j)} \, {}^{(j)}y(0)\right]\right] \tag{5.32}$$

unesp

sendo que o segundo termo da equação (5.32) que envolve as condições iniciais $\overset{j}{y}(0)$ resulta em um valor nulo, uma vez que todas as condições iniciais são eliminadas, ou seja,

$$\left[\sum_{j=0}^{n-1}\left[\sum_{i=0}^{n}(-1)^{i+1}K_i(s+ih)^{(n-1-j)}\overset{(j)}{y}(0)\right]\right]=0. \tag{5.33}$$

Os elementos K_i são os coeficientes de Triângulo do Pascal, definidos por:

$$k_i=\binom{n}{i}=\frac{n!}{i!(n-i)!}. \tag{5.34}$$

Estes coeficientes possuem uma importante propriedade de simetria:

$$k_i=k_{n-i},\ \text{pois}\ \binom{n}{i}=\binom{n}{n-i}.$$

De forma análoga ao procedimento realizado com o sinal $\overset{n}{y}$, pode-se obter a equação geral para os demais sinais, $b_{n-1}\overset{(n-1)}{y}(t)$, $b_{n-2}\overset{(n-2)}{y}(t)$, $b_{n-3}\overset{(n-3)}{y}(t)$, $\dots b_0\,y(t)$, $c_0\,u(t)$, $c_1\dot{u}(t)$, $c_2\ddot{u}(t)\dots c_m\overset{m}{u}(t)$ que é dada pela equação (5.35).

$$\begin{aligned}
&\left[\sum_{i=0}^{n}(-1)^iK_i(s+ih)^nY(s+ih)\right]+b_{n-1}\left[\sum_{i=0}^{n}(-1)^iK_i(s+ih)^{n-1}Y(s+ih)\right]+\\
&b_{n-2}\left[\sum_{i=0}^{n}(-1)^iK_i(s+ih)^{n-2}Y(s+ih)\right]+b_{n-3}\left[\sum_{i=0}^{n}(-1)^iK_i(s+ih)^{n-3}Y(s+ih)\right]+\cdots\\
&\cdots b_0\left[\sum_{i=0}^{n}(-1)^iK_iY(s+ih)\right]-c_0\left[\sum_{i=0}^{n}(-1)^iK_iU(s+ih)\right]\\
&-c_1\left[\sum_{i=0}^{n-(n-1)}(-1)^iK_i(s+ih)^{n-(n-1)}U(s+ih)\right]-c_2\left[\sum_{i=0}^{n-(n-2)}(-1)^iK_i(s+ih)^{n-(n-2)}U(s+ih)\right]\\
&-c_3\left[\sum_{i=0}^{n-(n-3)}(-1)^iK_i(s+ih)^{n-(n-3)}U(s+ih)\right]\dots-c_m\left[\sum_{i=0}^{n}(-1)^iK_i(s+ih)^nU(s+ih)\right]=0.
\end{aligned} \tag{5.35}$$

Os sinais obtidos com a transformada inversa de Laplace da equação (5.35) podem ser filtrados com filtros de ordem n e os sinais resultantes podem ser utilizados na construção da equação do erro de qualquer algoritmo de identificação.

5.3.1. EXEMPLO PARA UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM

Um sistema de segunda ordem pode ser expresso por:

$$\ddot{y} + b_1\dot{y} + b_0 y = c_0 u \tag{5.36}$$

A expressão geral é composta pelos seguintes coeficientes do Triângulo de Pascal :

$$k_i = \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \qquad n=2;\ i=1,2.$$

$$k_0 = \frac{2!}{0!2!} = 1, \qquad k_1 = \frac{2!}{1!1!} = 2 \quad \text{e} \quad k_2 = \frac{2!}{2!0!} = 1 = k_0$$

1º Etapa

$$H_1 = s^2 Y(s) - sy(0) - \dot{y}(0) + b_1[sY(s) - y(0)] + b_0[Y(s)] \tag{5.37}$$

$$H_2 = (s+h)^2 Y(s+h) - (s+h)y(0) - \dot{y}(0) + b_1[(s+h)Y(s+h) - y(0)] + b_0[Y(s+h)] \tag{5.38}$$

$$H_3 = H_1 - H_2 = s^2 Y(s) - (s+h)^2 Y(s+h) - sy(0) + (s+h)y(0) - \dot{y}(0) + \dot{y}(0) + b_1[sY(s) - y(0) - (s+h)Y(s+h) + y(0)] + b_0[Y(s) - Y(s+h)] \tag{5.39a}$$

$$H_3 = H_1 - H_2 = s^2 Y(s) - (s+h)^2 Y(s+h) - sy(0) + (s+h)y(0) + b_1[sY(s) - (s+h)Y(s+h)] + b_0[Y(s) - Y(s+h)] \tag{5.39b}$$

2º Etapa

$$H_4 = (s+h)^2 Y(s+h) - (s+2h)^2 Y(s+2h) - (s+h)y(0) + (s+2h)y(0)$$
$$+ b_1[(s+h)Y(s+h) - (s+2h)Y(s+2h)] + b_0[Y(s+h) - Y(s+2h)] \quad (5.40)$$

$$H_5 = H_3 - H_4 = (s)^2 Y(s) - 2(s+h)^2 Y(s+h) + (s+2h)^2 Y(s+2h) - (s)y(0) + 2(s+h)y(0)$$
$$- (s+2h)y(0) + b_1[sY(s) - 2(s+h)Y(s+h) + (s+2h)Y(s+2h)] \quad (5.41a)$$
$$+ b_0[Y(s) - 2Y(s+h) + Y(s+2h)]$$

$$H_5 = H_3 - H_4 = (s)^2 Y(s) - 2(s+h)^2 Y(s+h) + (s+2h)^2 Y(s+2h)$$
$$+ b_1[sY(s) - 2(s+h)Y(s+h) + (s+2h)Y(s+2h)] \quad (5.41b)$$
$$+ b_0[Y(s) - 2Y(s+h) + Y(s+2h)]$$

O mesmo resultado pode ser obtido aplicando-se a equação (5.35)

5.3.2 EXEMPLO PARA UM SISTEMA DE QUARTA ORDEM

Um sistema de segunda ordem pode ser expresso por:

$$\overset{(4)}{y} + b_3 \overset{(3)}{y} + b_2 \overset{(2)}{y} + b_1 \overset{(1)}{y} + b_0 \overset{(0)}{y} = c_0 \overset{(0)}{u} . \quad (5.42)$$

A expressão geral é composta pelos seguintes coeficientes do Triângulo de Pascal :

unesp

$$k_i = \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}. \quad n=2;\ i=1,2,3,4$$

$$k_0 = \frac{4!}{0!4!} = 1, \qquad k_1 = \frac{4!}{1!3!} = 4,$$

$$k_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6, \qquad k_3 = \frac{4!}{3!1!} = 4 = k_1,$$

$$k_4 = \frac{4!}{4!0!} = 1 = k_0.$$

Aplicando-se a equação (5.35) obtém-se a expressão geral:

$$s^4Y(s) - 4(s+h)^4Y(s+h) + 6(s+2h)^4Y(s+2h) - 4(s+3h)^4Y(s+3h) + (s+4h)^4Y(s+4h)$$

$$b_3\left[s^3Y(s) - 4(s+h)^3Y(s+h) + 6(s+2h)^3Y(s+2h) - 4(s+3h)^3Y(s+3h) + (s+4h)^3Y(s+4h)\right]$$

$$b_2\left[s^2Y(s) - 4(s+h)^2Y(s+h) + 6(s+2h)^2Y(s+2h) - 4(s+3h)^2Y(s+3h) + (s+4h)^2Y(s+4h)\right]$$

$$b_1\left[s^1Y(s) - 4(s+h)^1Y(s+h) + 6(s+2h)^1Y(s+2h) - 4(s+3h)^1Y(s+3h) + (s+4h)^1Y(s+4h)\right]$$

$$b_0\left[Y(s) - 4Y(s+h) + 6Y(s+2h) - 4Y(s+3h) + Y(s+4h)\right]$$

(5.43)

Que pode ser utilizada em qualquer algoritmo de identificação.

5.4. MÉTODO QUE IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS APLICADO EM UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM

Considere o sistema linear e invariante no tempo descrito em (2.20) com entrada limitada:

$$y = \theta^T \phi + w. \tag{5.44}$$

sendo w uma perturbação ou sinal ruído.

Para um sistema de segunda ordem os parâmetros θ e ϕ são dados respectivamente por:

$$\theta^T = [b_1, b_0, c_0], \tag{5.45}$$

$$\phi^T = [\dot{y}(t), y(t), u(t)]. \tag{5.46}$$

As condições iniciais são definidas por

$$y_0^T = [\dot{y}(0) \quad y(0)]. \tag{5.47}$$

No método proposto em [19], as condições iniciais são consideradas como parâmetros a serem identificados.

Para um sistema de segunda ordem, este método altera os algoritmos de identificação através do vetor paramétrico θ e do vetor ϕ

$$\theta^T = [b_1, b_0, c_0, y_0^k], \quad k = 1, 2. \tag{5.48}$$

$$\phi^T = [\dot{y}(t), y(t), u(t), e^{-at}, te^{-at}], \tag{5.49}$$

$$y_0^T = [y_0^1 \quad y_0^2]. \tag{5.50}$$

onde a é o pólo do filtro de segunda ordem utilizado antes da identificação dos parâmetros e y_0^k, k=1,2, são condições iniciais desconhecidas.

unesp

As condições iniciais y_0^k podem ser obtidas da seguinte forma:

- Obter a transformada de Laplace do sistema de segunda ordem descrito pelas equações (5.37) e (5.38) que pode ser representado pela equação (5.43):

$$H_r = \ddot{y} + b_1\dot{y} + b_0 y - c_0 u\,. \tag{5.51}$$

$$L[H_r] = s^2Y(s) - sy(0) - \dot{y}(0) + b_1 sY(s) - y(0) + b_0 Y(s) - c_0 U(s)\,. \tag{5.52}$$

- Filtrar a equação (5.52) com um filtro de segunda ordem $1/(s+a)^2$ e considerar apenas os termos com condições iniciais.

Através da igualdade:

$$\frac{-sY(0) - \dot{y}(0) + b_1 sY(s) - y(0)}{(s+a)^2} = \frac{Y_0^1(s+a) + Y_0^2}{(s+a)^2}. \tag{5.53}$$

obtém-se

$$\begin{aligned} y_0^1 &= -y(0), \\ y_0^2 &= ay(0) - \dot{y}(0) - b_1 y(0), \end{aligned} \tag{5.54}$$

Os parâmetros θ e ϕ definidos em (5.48) e (5.49) podem ser utilizados para compor a equação do erro de qualquer algoritmo de identificação, como por exemplo o algoritmos dos mínimos quadrados recursivo puro dado por (2.37) ou para compor o erro da função energia da rede neural de Hopfield dada em (4.27).

unesp

5.5. SIMULAÇÕES

A seguir serão apresentados dois exemplos de identificação com o método que identifica as condições iniciais descrito na seção 5.4 e com o método descrito na seção 5.3, que propõe a eliminação das mesmas.

Nestes dois exemplos serão apresentadas simulações para quatro condições iniciais diferentes e as identificações serão realizadas com o algoritmo dos mínimos quadrados e com a rede neural de Hopfield.

Considere o sistema de segunda ordem definido em (5.36) e os vetores θ e ϕ, definidos respectivamente em (5.48) e (5.41).

Utilizando a equação do erro definida em (2.29), com m=1;

$$\ell = y - \hat{y}\,. \tag{5.55}$$

as simulações de identificação do sistema descrito em (5.36) foram realizadas utilizando o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo puro dado pela equação (2.37) :

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= P\ell\phi \\ \dot{P} &= -P\phi\phi^{T}P, \end{aligned} \tag{5.56}$$

onde $P(0) = 1000$.

Para as simulações de identificação realizadas com a rede de Hopfield foi utilizada a equação (3.13), com $\alpha = 100$, com a minimização da função energia dada em (4.27), substituindo-se $\Delta\ell_q(t)$ por $\ell(t)$, definido em (5.55),

$$E = \frac{1}{T}\int_0^T \ell^{T}(t)\ell(t)dt\,, \tag{5.57}$$

com as matrizes T e I dadas em (4.29) e (4.30).

unesp

5.5.1. EXEMPLO 1:

Considere um sistema de segunda ordem cujos parâmetros são dados por:

$$\theta = [2 \quad 4 \quad 3]. \tag{5.58}$$

Para o método descrito na seção 5.4, o vetor paramétrico é dado por

$$\theta = [2 \quad 4 \quad 3 \quad y_0^1 \quad y_0^2]. \tag{5.59}$$

sendo

$$\begin{aligned} y_0^1 &= -y(0) \\ y_0^2 &= ay(0) - \dot{y}(0) - 2y(0) \end{aligned}, \tag{5.60}$$

com $a = 1$.

Período de integração: em todas as simulações foi utilizado um período de integração de de 0.0001s .

Condições iniciais: são dadas a cada simulação.

Sinal de entrada:

A entrada utilizada é composta por uma soma de sinais aleatórios dados na tabela 2.

Média	Variância	Padrão	Ganho
0	1	5	10
0	1	2	5
0	1	10	7
0	1	4	10
0	1	5	1

TABELA 2: ENTRADA DE SINAIS RANDÔNICOS

Ruído de medição w:

Ruído branco com média nula, variância 1, padrão 5 e ganho de magnitude 3.

Valor da exponencial h : no método descrito na seção 5.3, $h = 10$.

unesp

a)Algoritmo dos mínimos quadrados sem ruído de medição

Condições iniciais $y_0^T = [5 \quad 2]$.

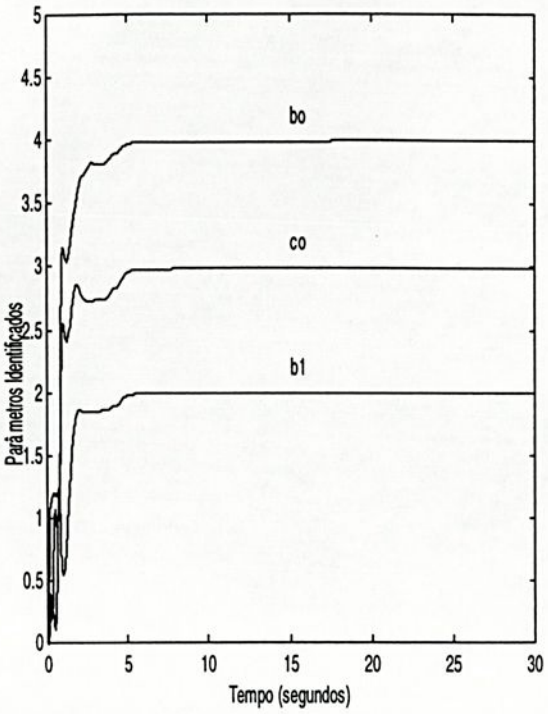


FIGURA5.1: IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

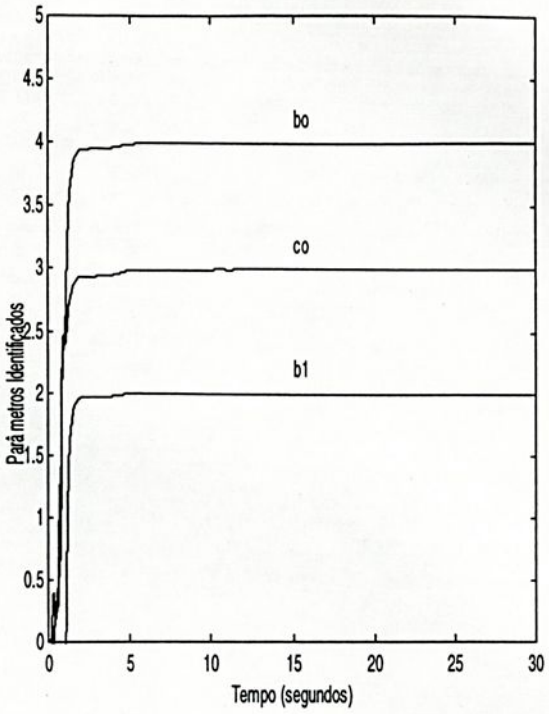


FIGURA5.2 : ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [-10 \quad 10]$.

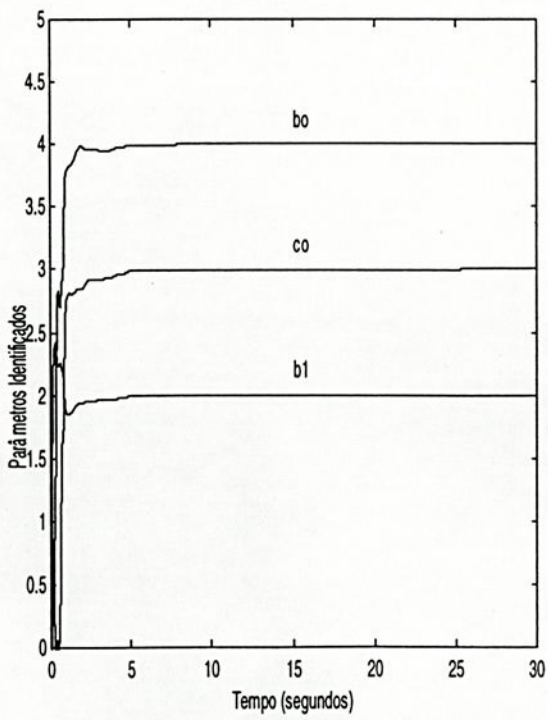


FIGURA5.3: IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

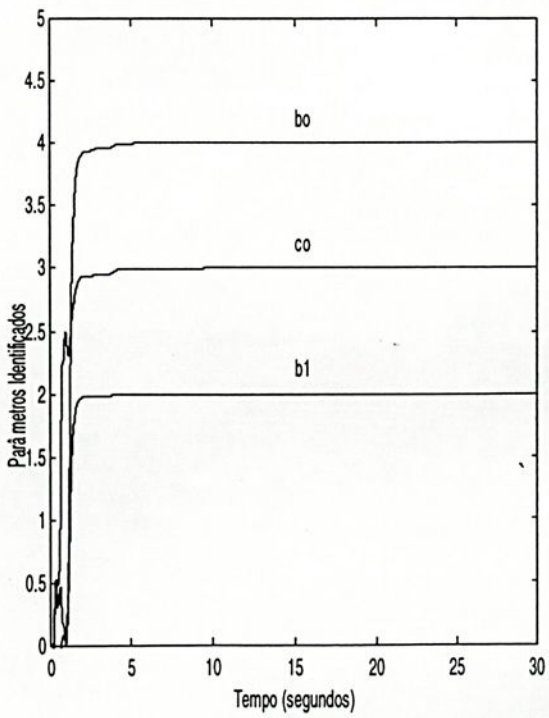


FIGURA5.4 : ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [10 \quad 10]$.

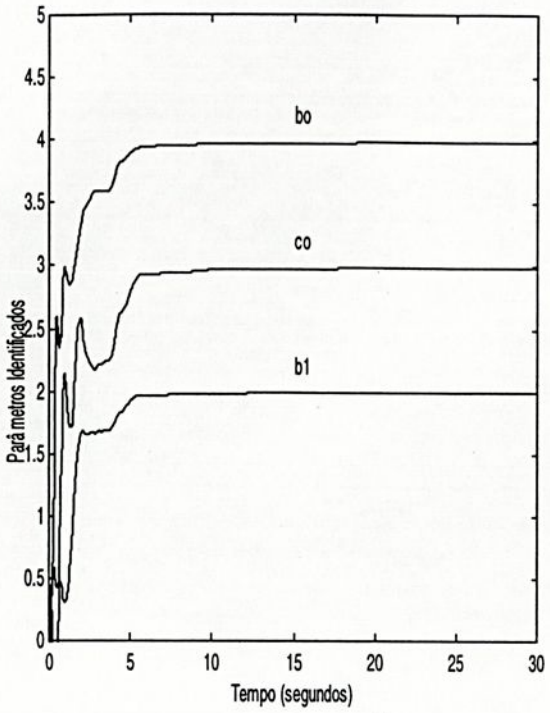


FIGURA5.5: IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

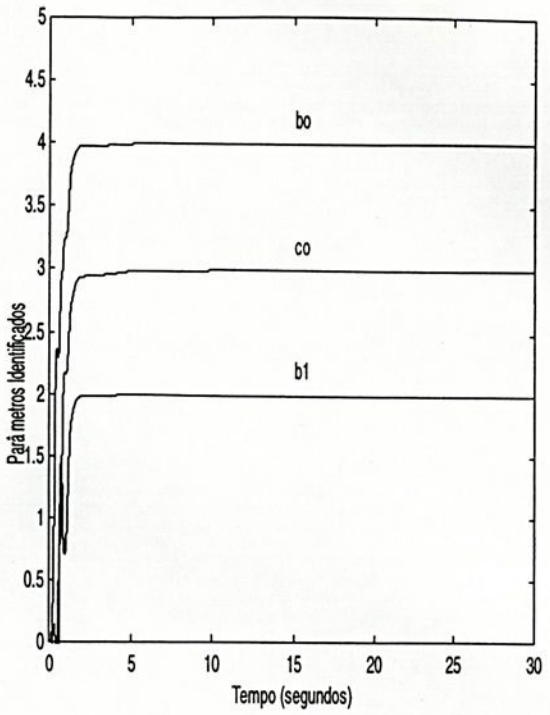


FIGURA5.6 : ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [20 \quad 30]$.

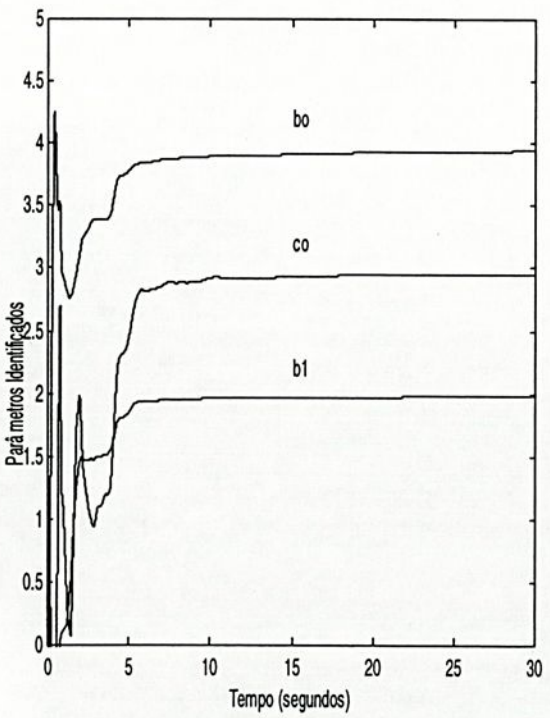


FIGURA5.7: IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

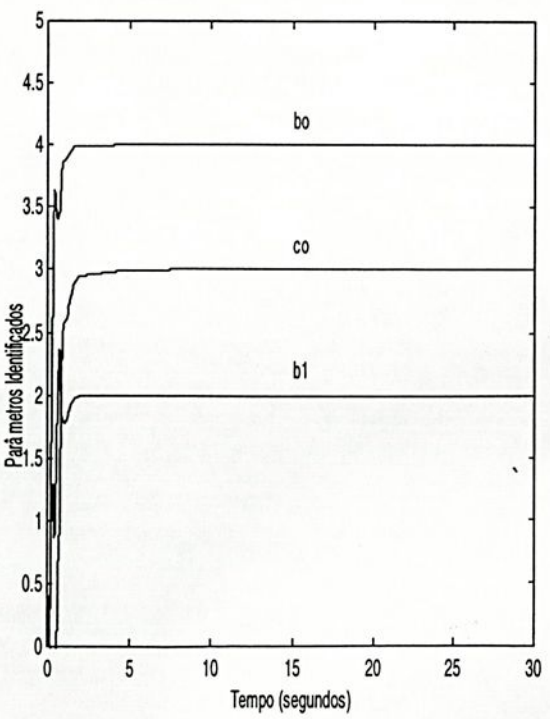


FIGURA5.8 : ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

b) Algoritmo dos mínimos quadrados com ruído de medição w.

Condições iniciais $y_0^T = [5 \quad 2]$.

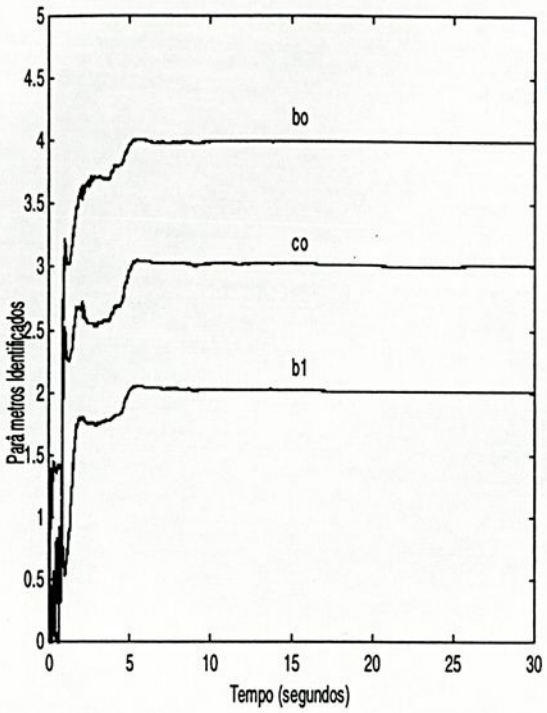


FIGURA5.9: IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

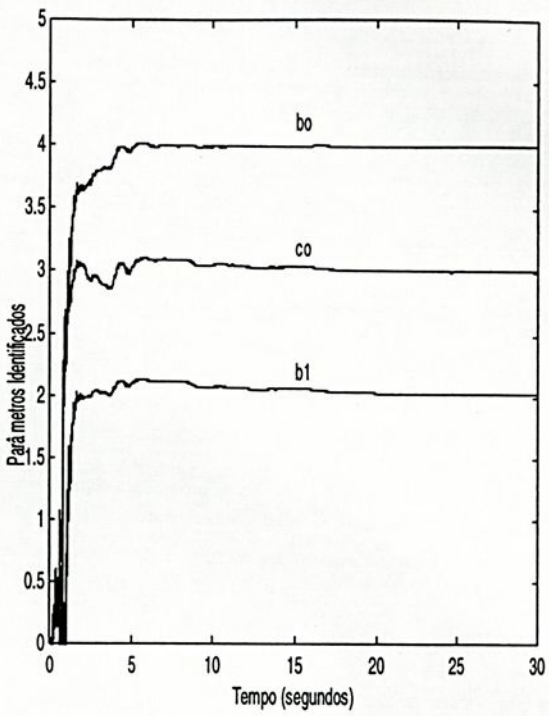


FIGURA5.10: ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [-10 \quad 10]$.

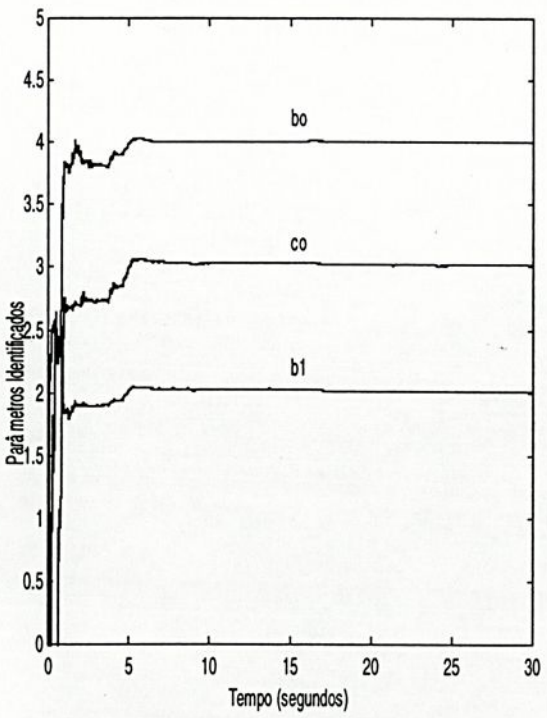


FIGURA5.11: IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

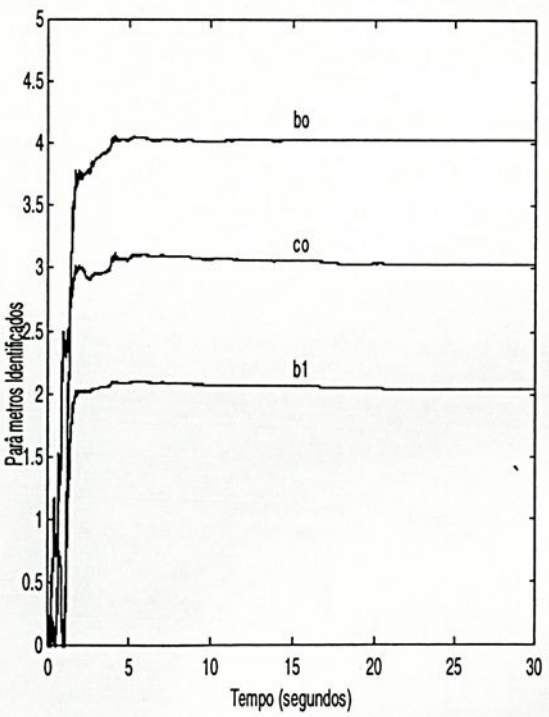


FIGURA5.12:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [10 \quad 10]$.

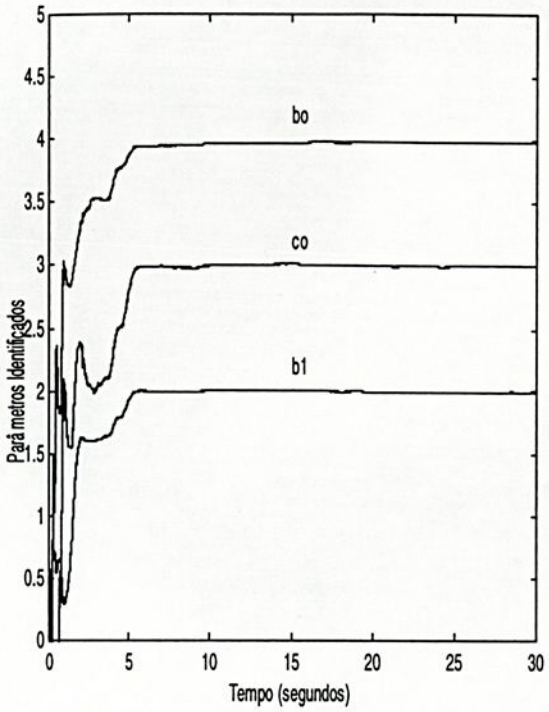


FIGURA5.13:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

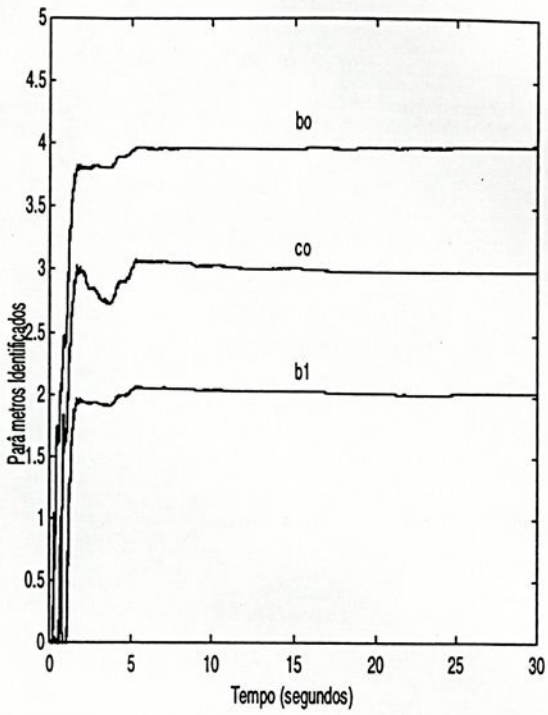


FIGURA5.14:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [20 \quad 30]$.

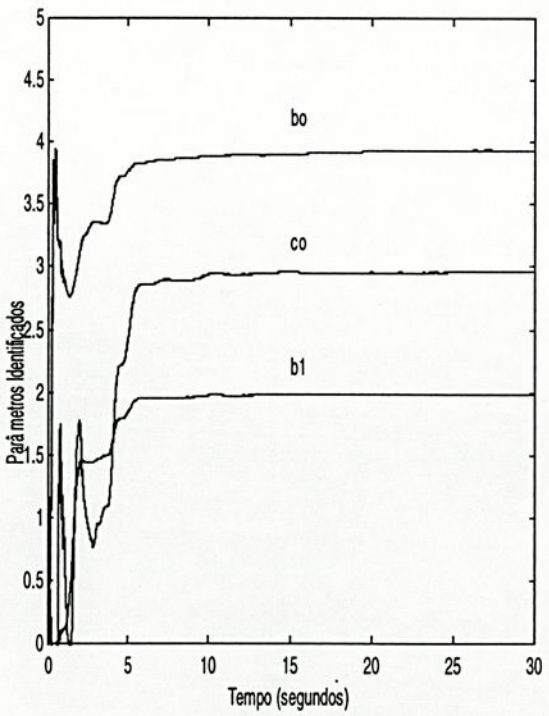


FIGURA5.15:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

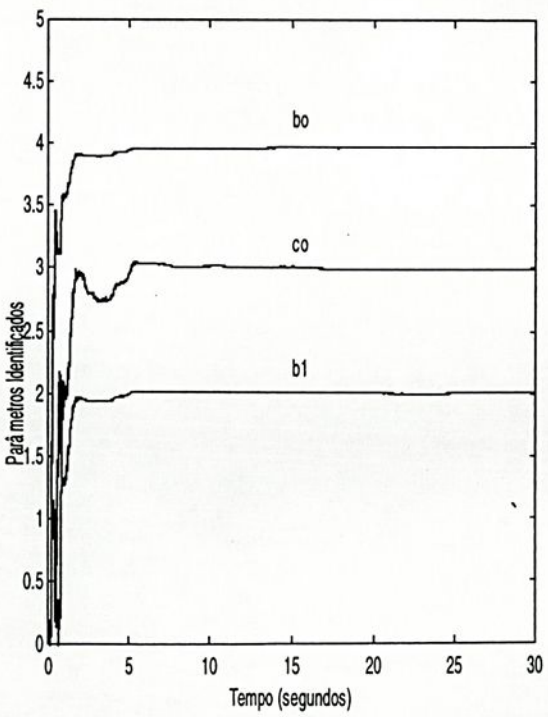


FIGURA5.16:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

c) Rede Neural de Hopfield sem ruído de medição.

Condições iniciais: $y_0^T = [5 \quad 2]$.

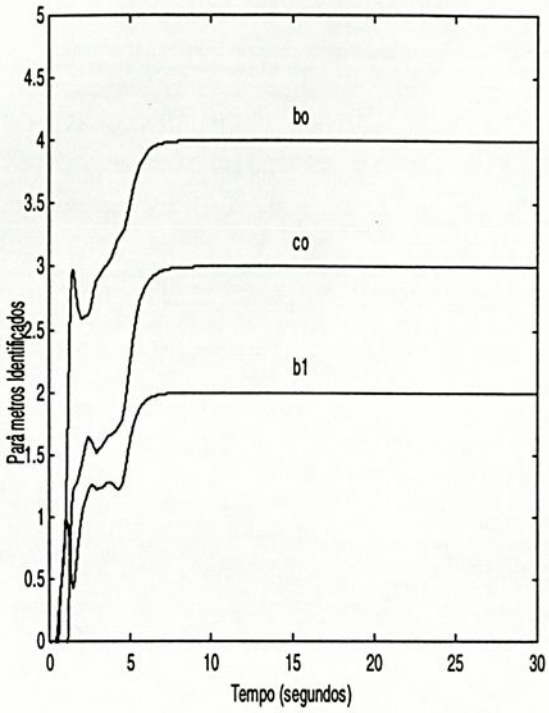


FIGURA5.17:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

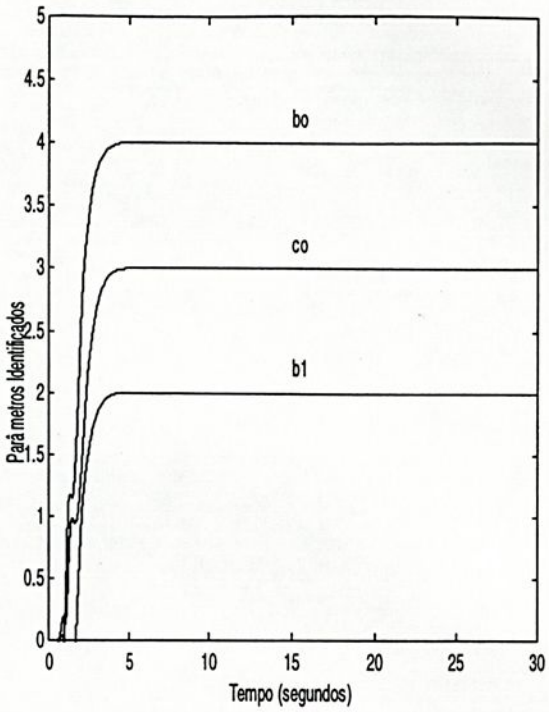


FIGURA5.18:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [-10 \quad 10]$.

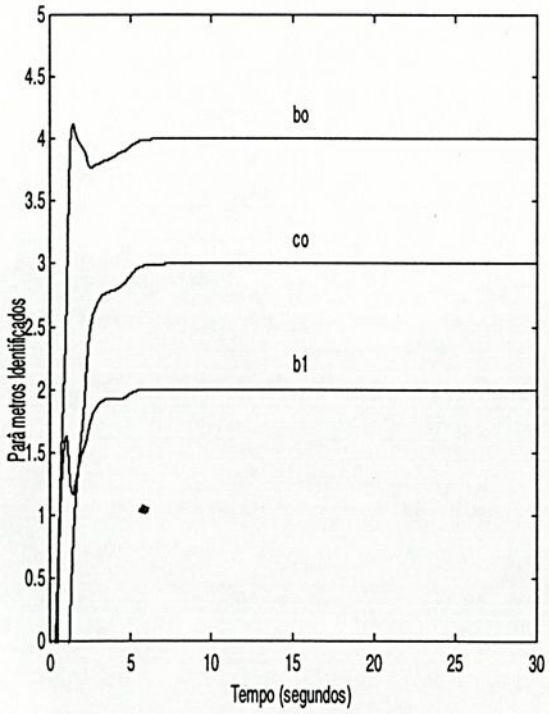


FIGURA5.19:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

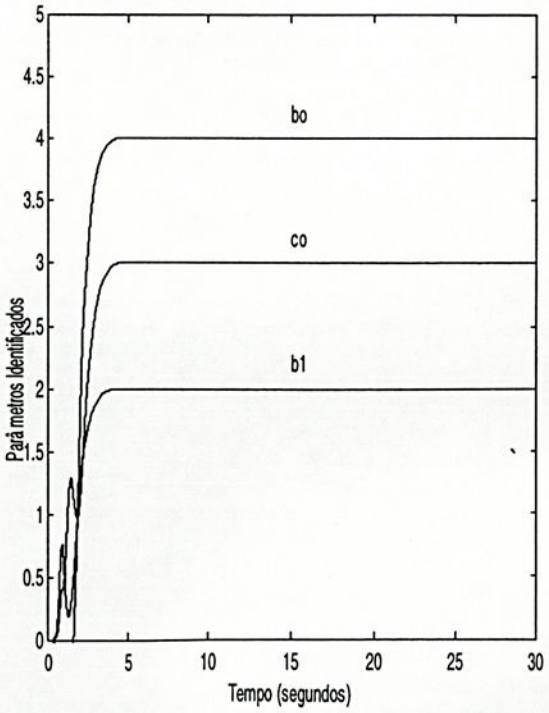


FIGURA5.20:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [10 \quad 10]$.

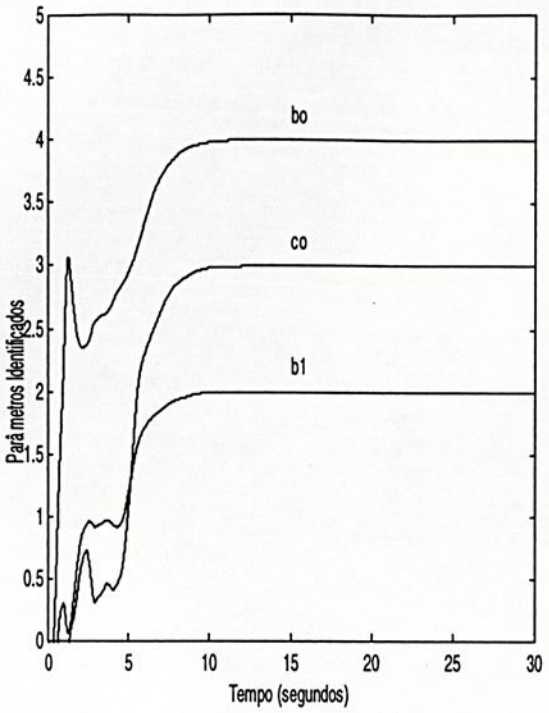


FIGURA5.21:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

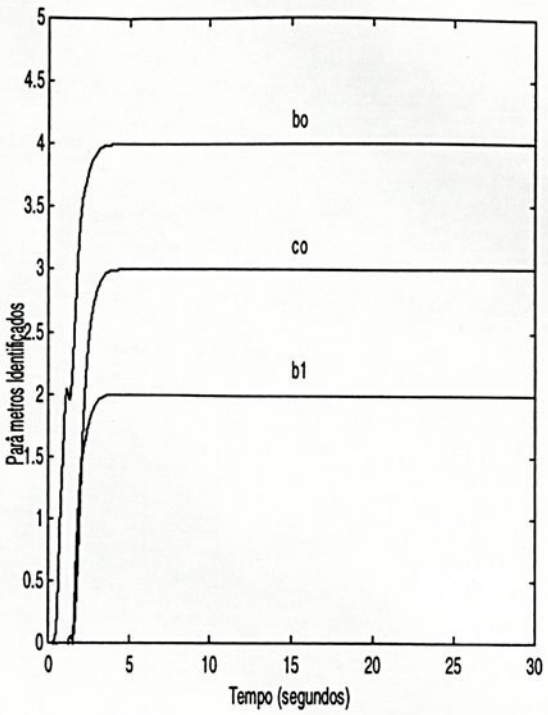


FIGURA5.22:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [20 \quad 30]$.

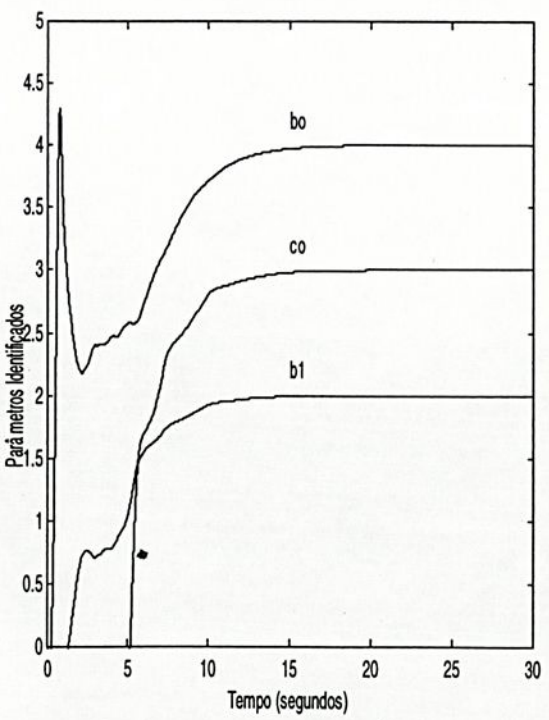


FIGURA5.23:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

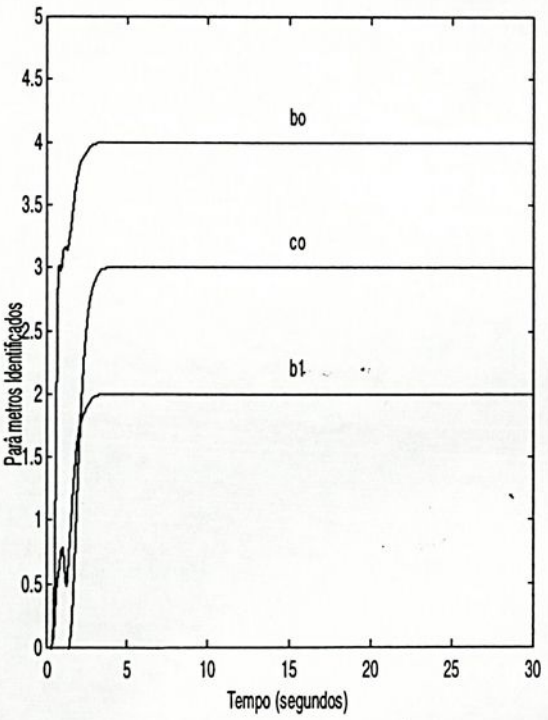


FIGURA5.24:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

c) Rede Neural de Hopfield com ruído de medição w.

Condições iniciais: $y_0^T = [5 \quad 2]$.

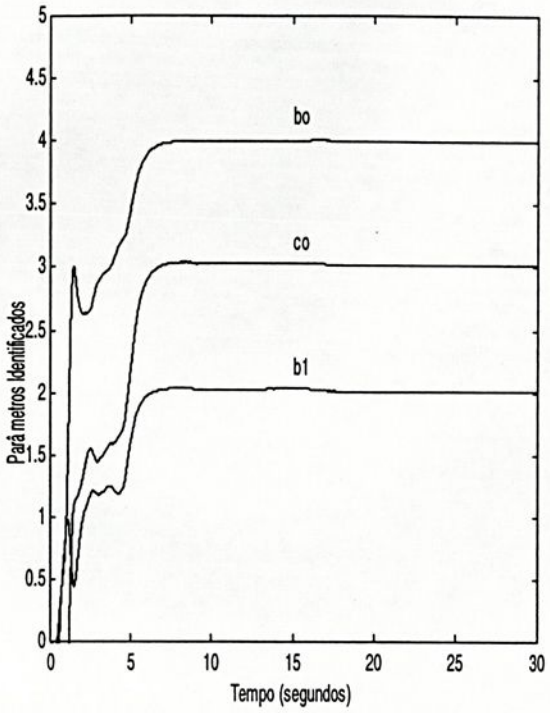


FIGURA5.25:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

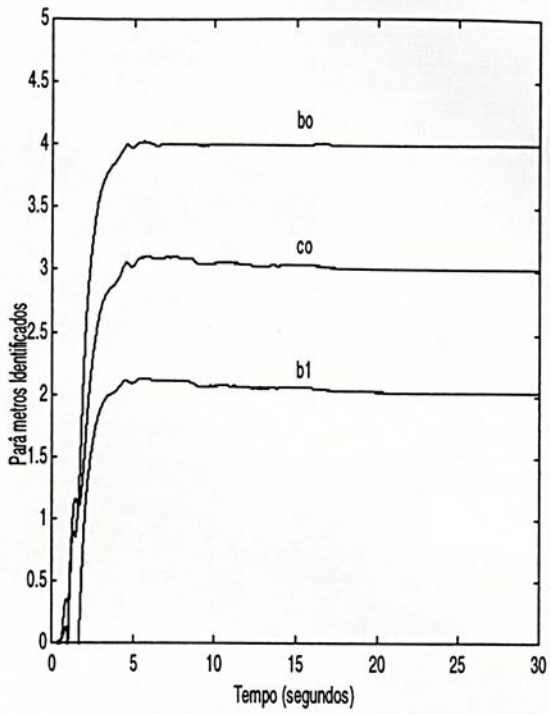


FIGURA5.26:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [-10 \quad 10]$

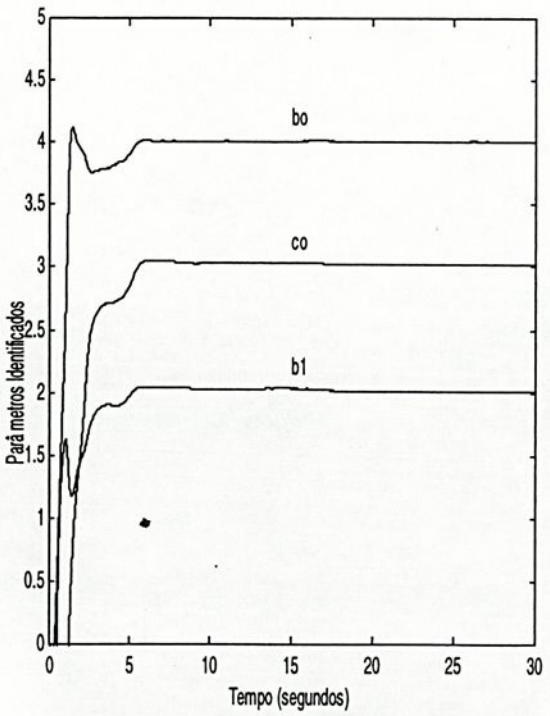


FIGURA5.27:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

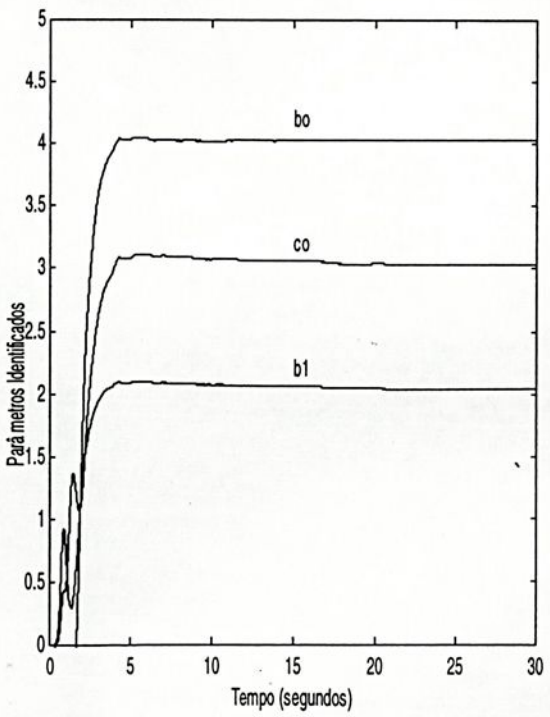


FIGURA5.28:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [10 \quad 10]$

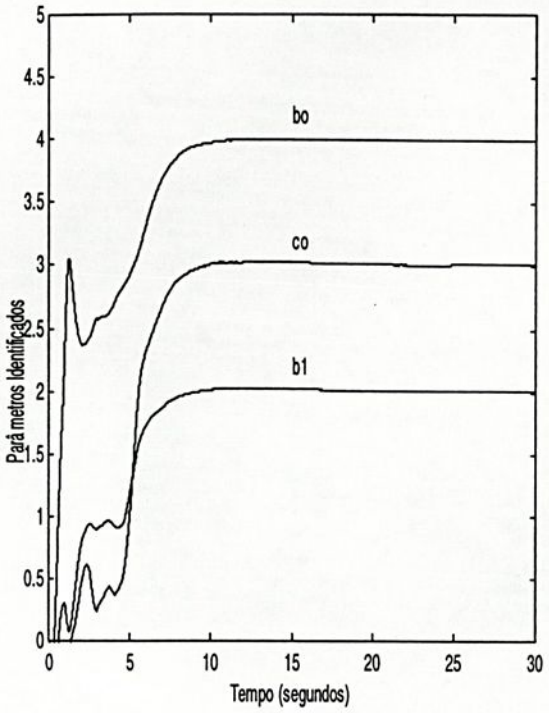


FIGURA5.29:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

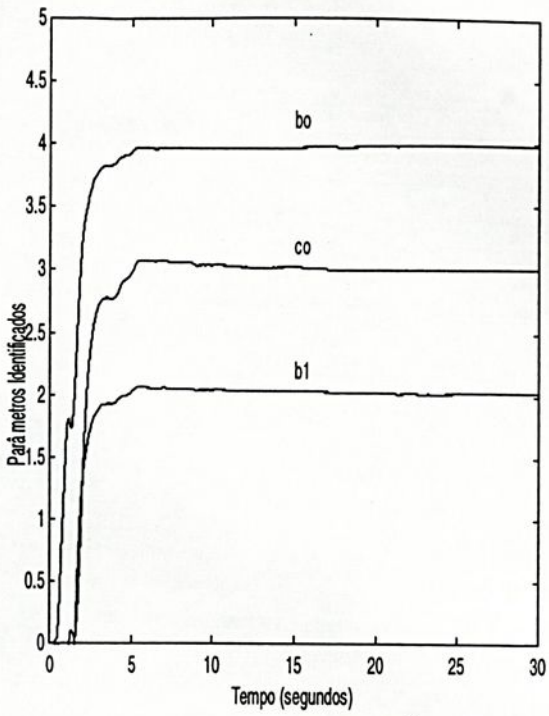


FIGURA5.30:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais: $y_0^T = [20 \quad 30]$

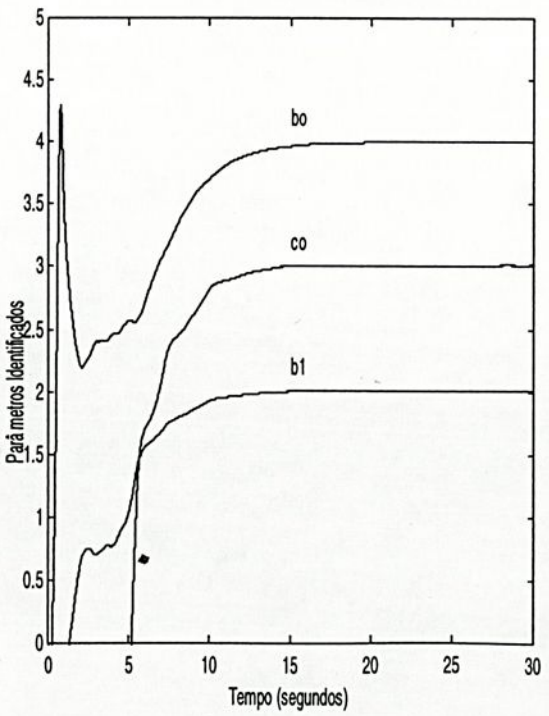


FIGURA5.31:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

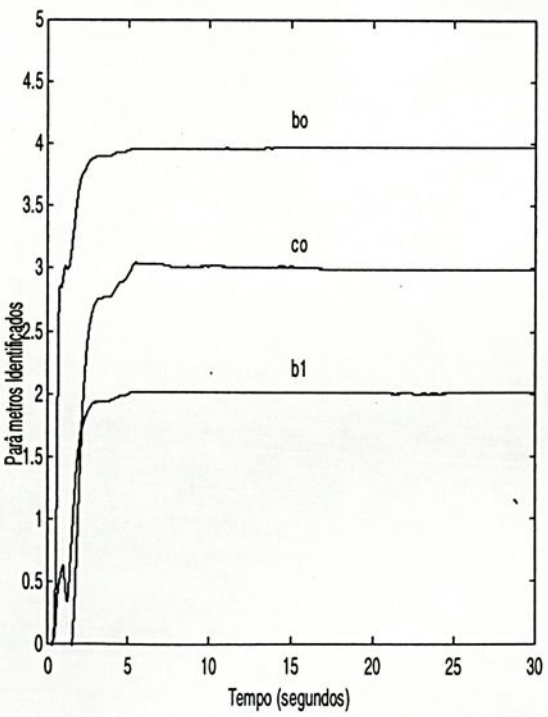


FIGURA5.32:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

5.5.2. EXEMPLO 2:

Considere um sistema de segunda ordem cujos parâmetros são dados por:

$$\theta = [20 \quad 40 \quad 30 \quad y_0^1 \quad y_0^2]. \tag{5.61}$$

Para o método que identifica as condições iniciais, o vetor paramétrico é dado por:

$$\theta = [20 \quad 40 \quad 30 \quad y_0^1 \quad y_0^2] \tag{5.62}$$

sendo

$$y_0^1 = -y(0)$$

$$y_0^2 = ay(0) - \dot{y}(0) - 20y(0), \tag{5.63}$$

onde $a = 1$.

O sinal de entrada, período de integração, matriz covariância P(0), ruído w, e todos os demais dados utilizados são os mesmos definidos no exemplo 1.

O objetivo deste exemplo é verificar o desempenho dos métodos propostos na seção 5.3, que elimina as condições iniciais, e na seção 5.4, que identifica as condições iniciais, quando a planta do sistema é mais rápida, ou seja, possui um vetor paramétrico com valores de maior magnitude.

Analogamente ao exemplo 1, as condições iniciais são definidas a cada simulação.

unesp

a) Algoritmo dos mínimos quadrados sem ruído de medição.

Condições iniciais : $y_0^T = [5 \quad 2]$

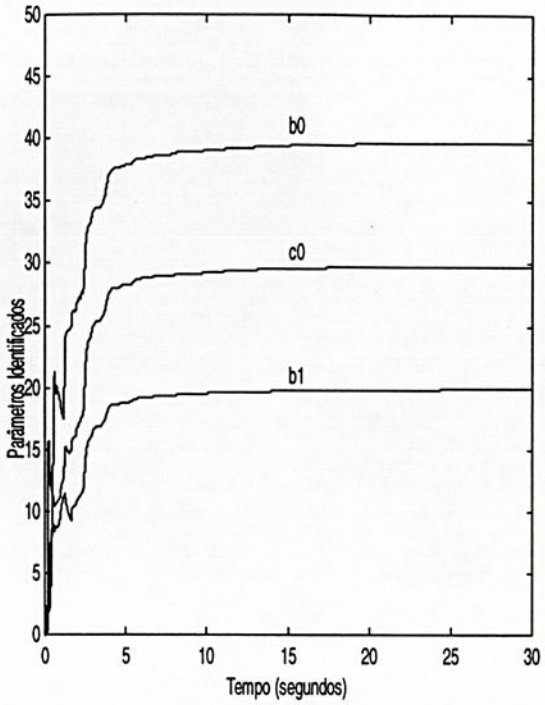


FIGURA5.33:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

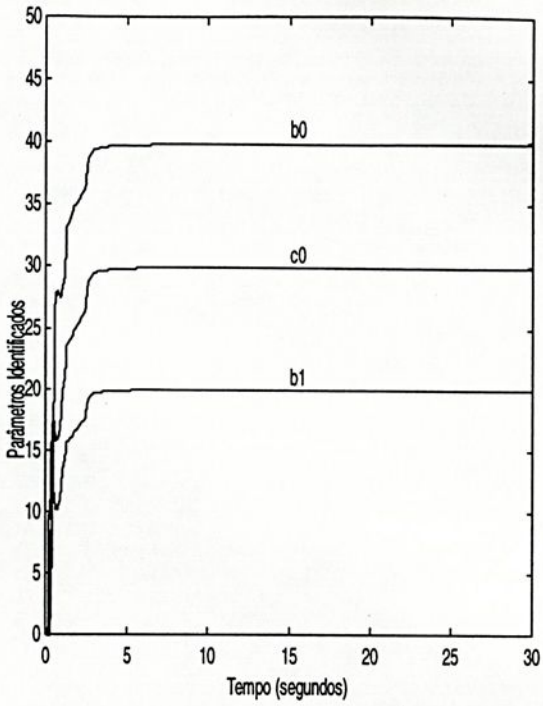


FIGURA5.34:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [10 \quad 10]$

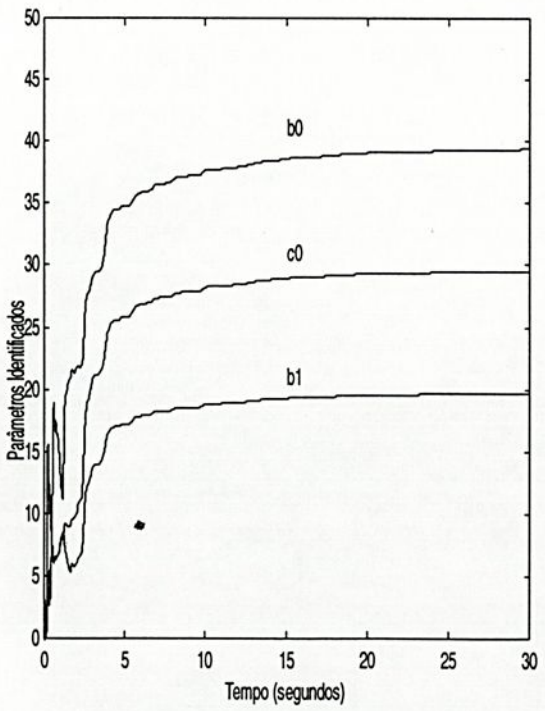


FIGURA5.35:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

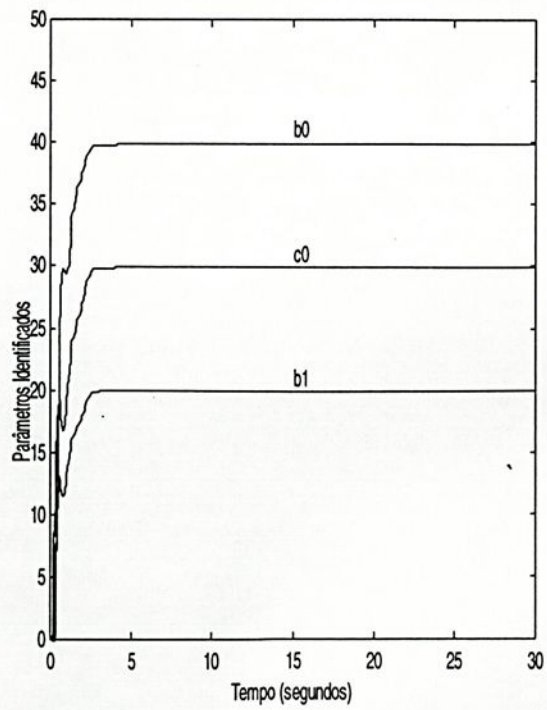


FIGURA5.36:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [10 \quad -10]$

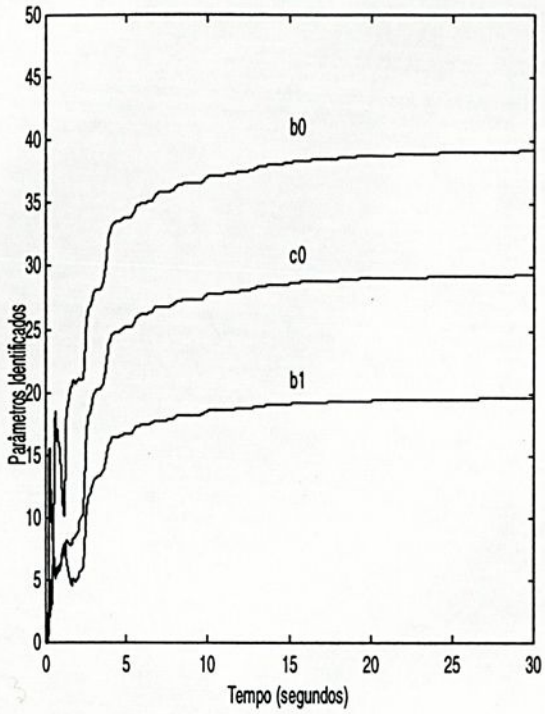


FIGURA5.37:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

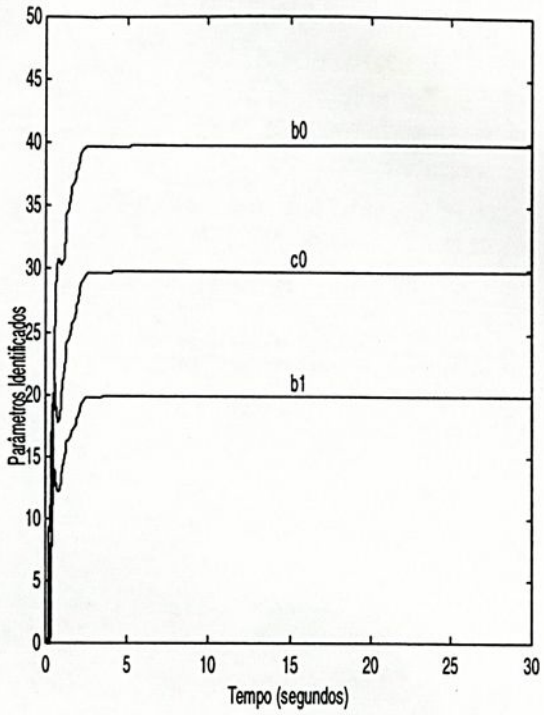


FIGURA5.38:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [20 \quad 30]$.

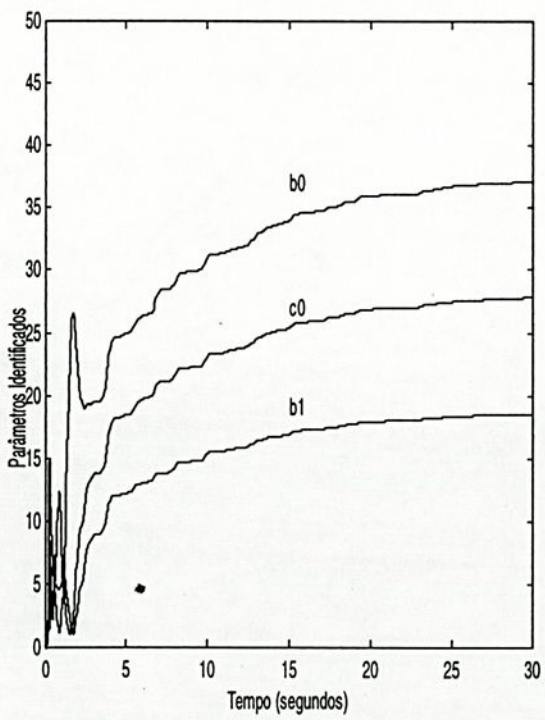


FIGURA5.39:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

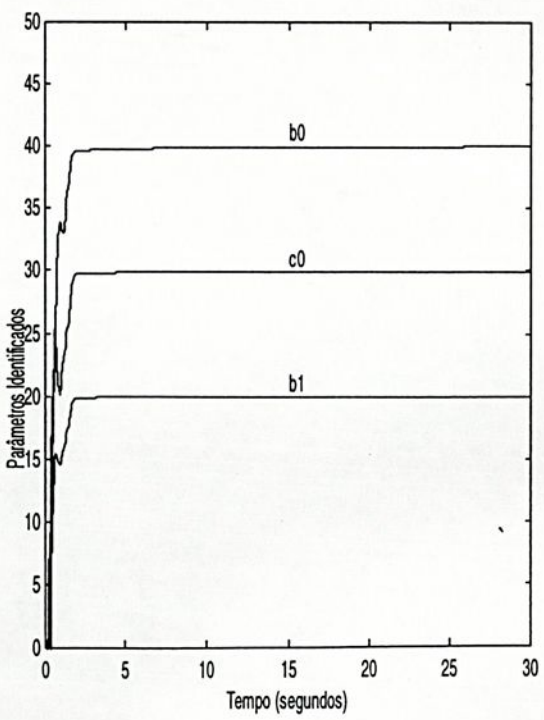


FIGURA5.40:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

b) Algoritmo dos mínimos quadrados com ruído de medição w.

Condições iniciais : $y_0^T = [5 \quad 2]$.

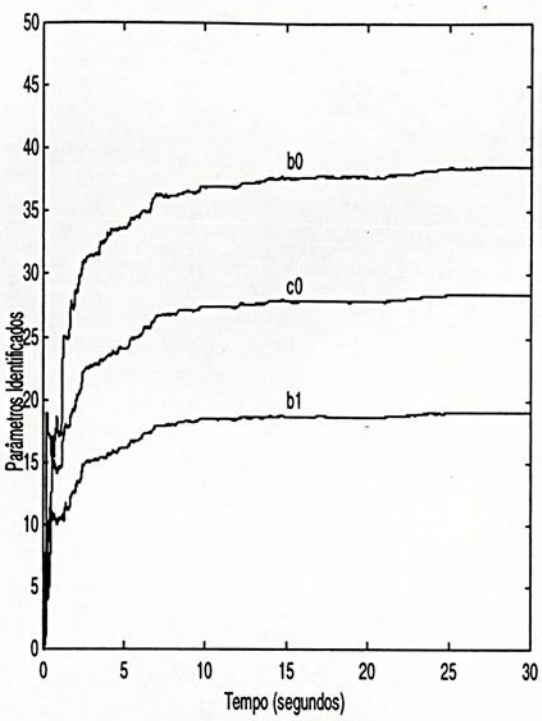


FIGURA5.41:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

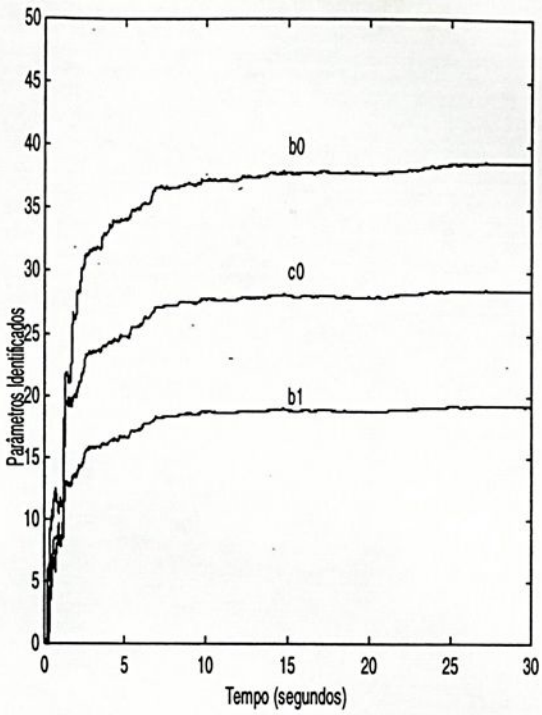


FIGURA5.42:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [10 \quad 10]$.

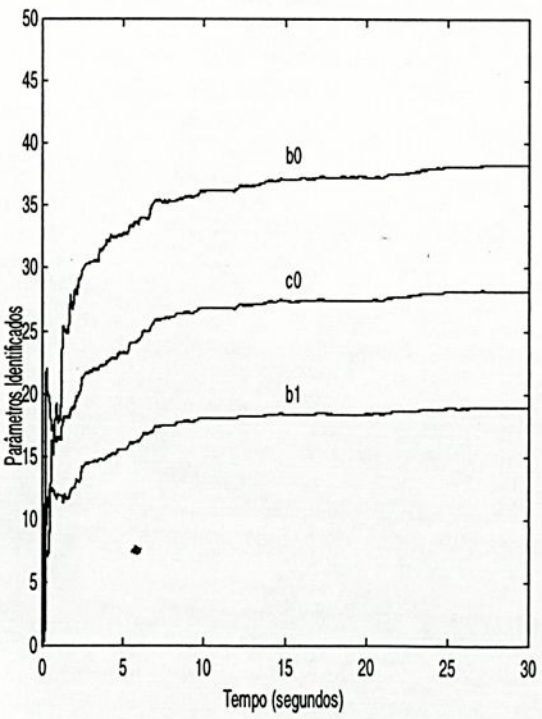


FIGURA5.43:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

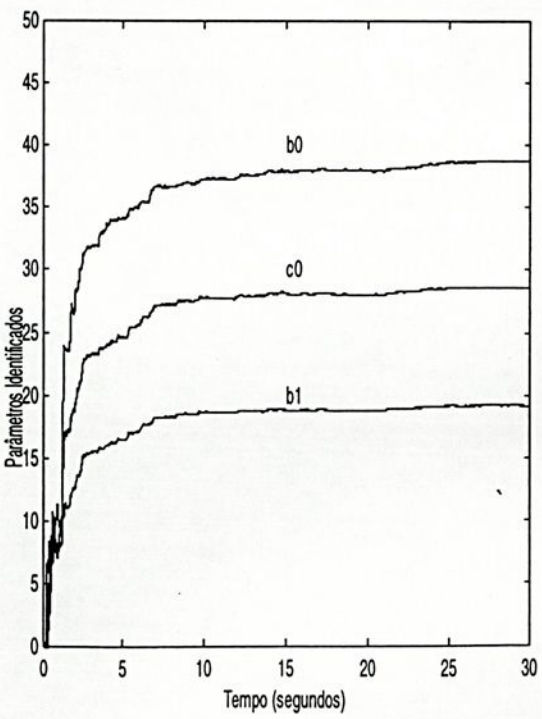


FIGURA5.44:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [10 \quad -10]$.

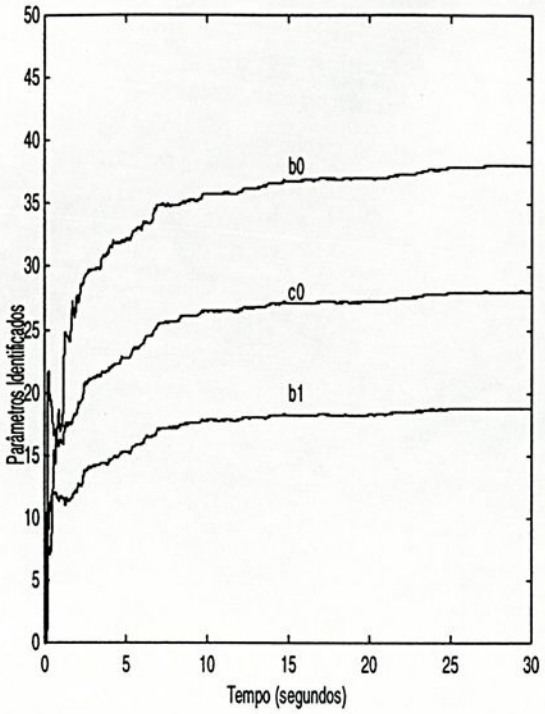


FIGURA5.45:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

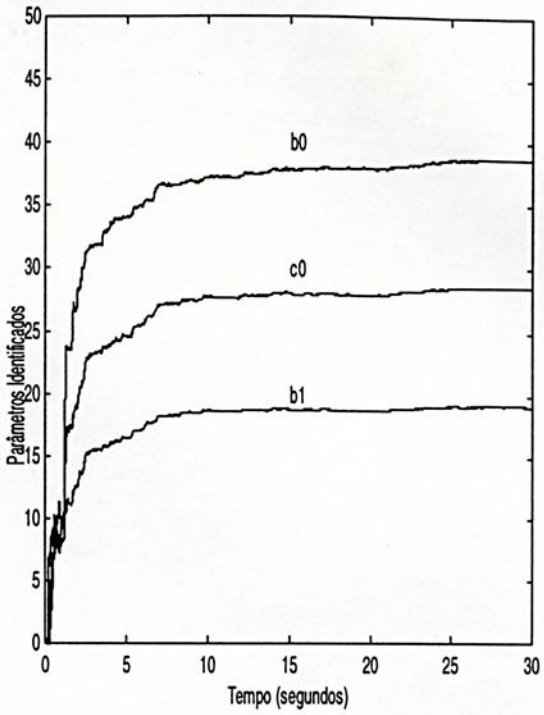


FIGURA5.46:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [20 \quad 30]$.

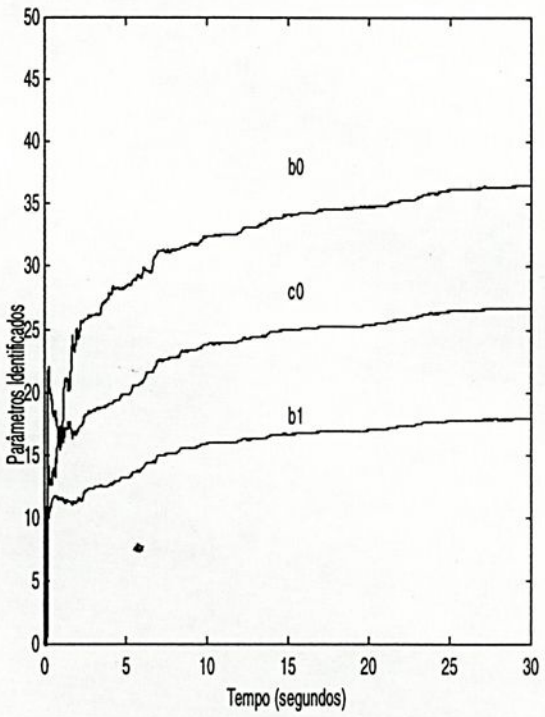


FIGURA5.47:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

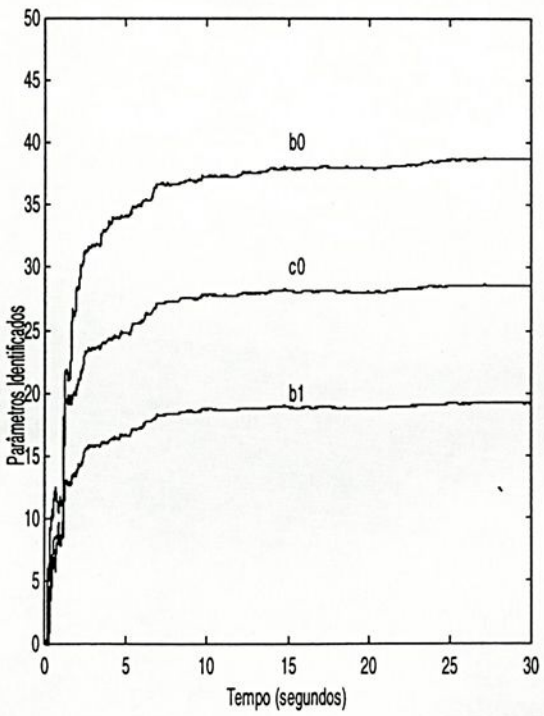


FIGURA5.48:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

c) Redes Neurais de Hopfield sem ruído de medição

Condições iniciais : $y_0^T = [5 \quad 2]$

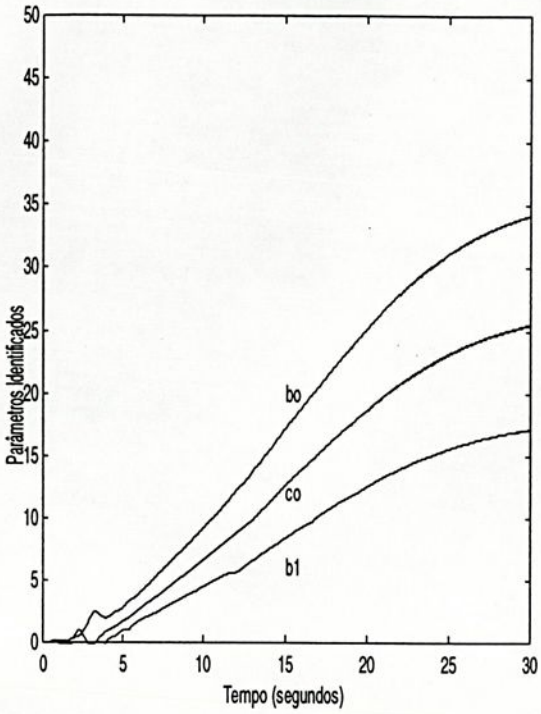


FIGURA5.49:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

$y_0^T = [10 \quad 10]$

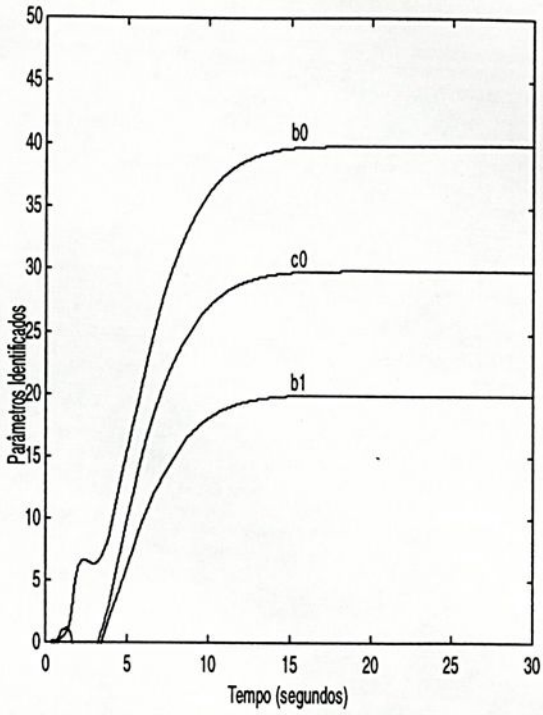


FIGURA5.50:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [10 \quad 10]$

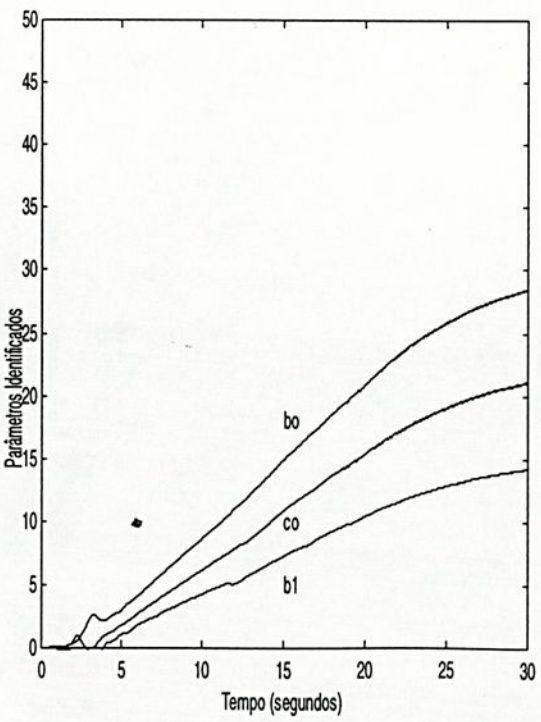


FIGURA5.51:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

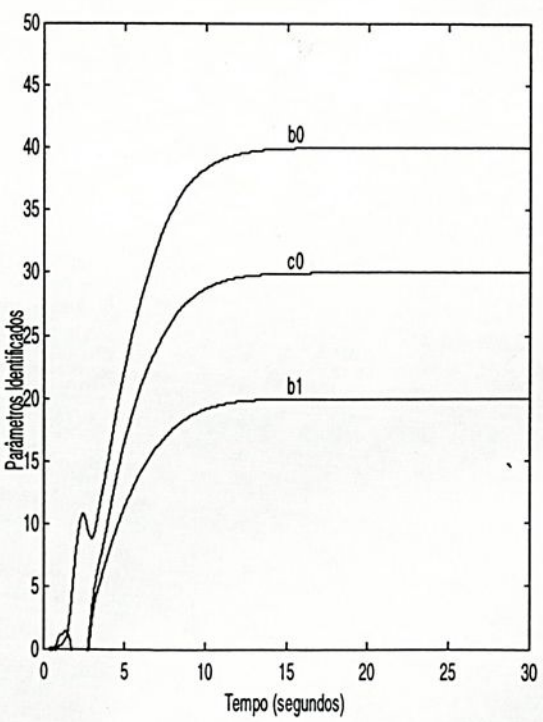


FIGURA5.52:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [10 \quad -10]$

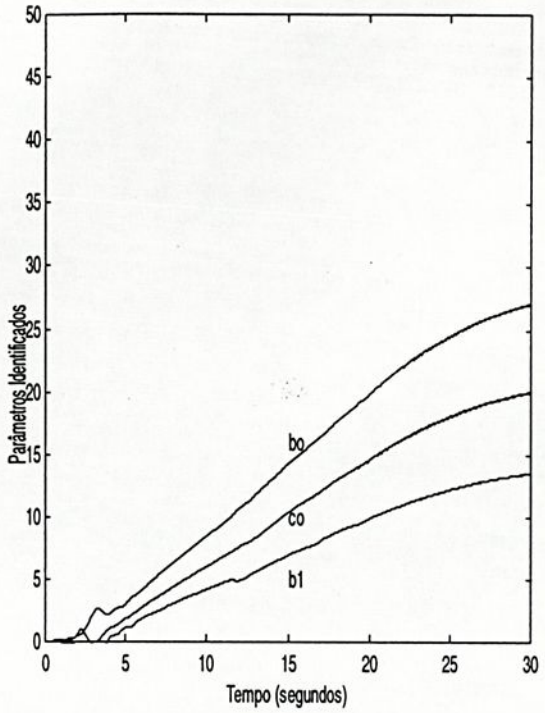


FIGURA5.53:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

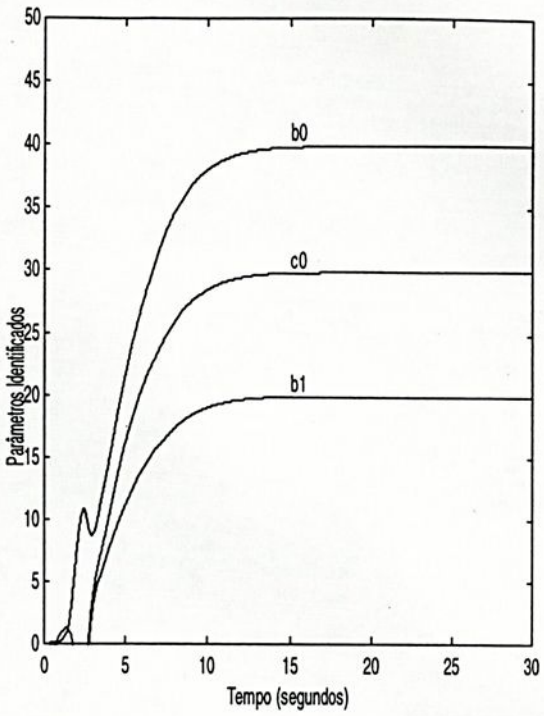


FIGURA5.54:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [20 \quad 30]$

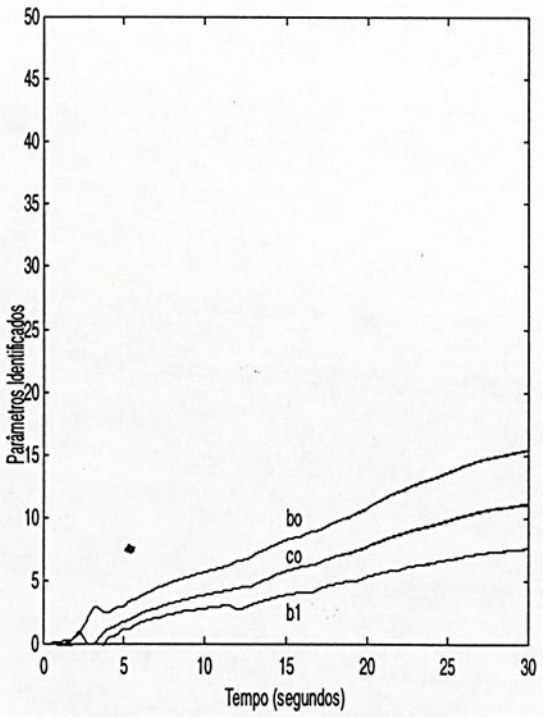


FIGURA5.55:IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

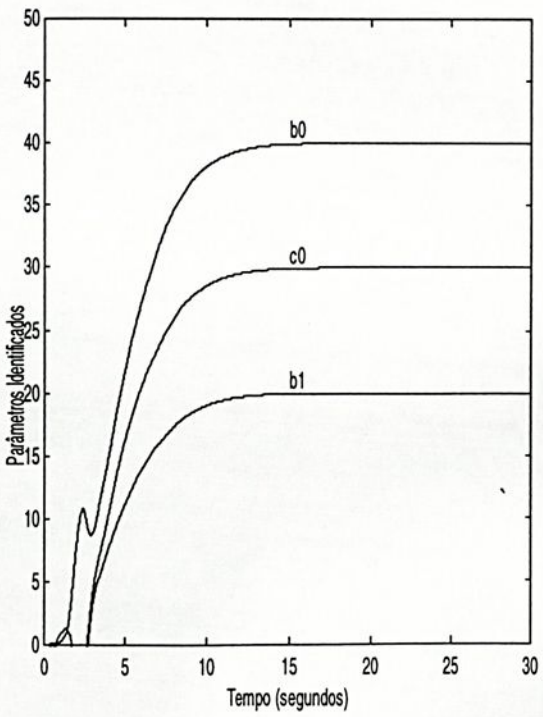


FIGURA5.56:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

d) Redes Neurais de Hopfiled com ruído de medição

Condições iniciais : $y_0^T = [5 \quad 2]$

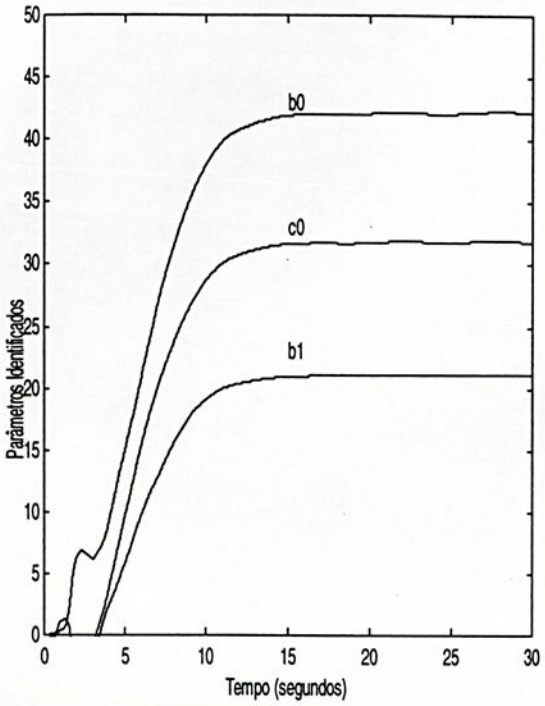


FIGURA5.57:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

$y_0^T = [10 \quad 10]$

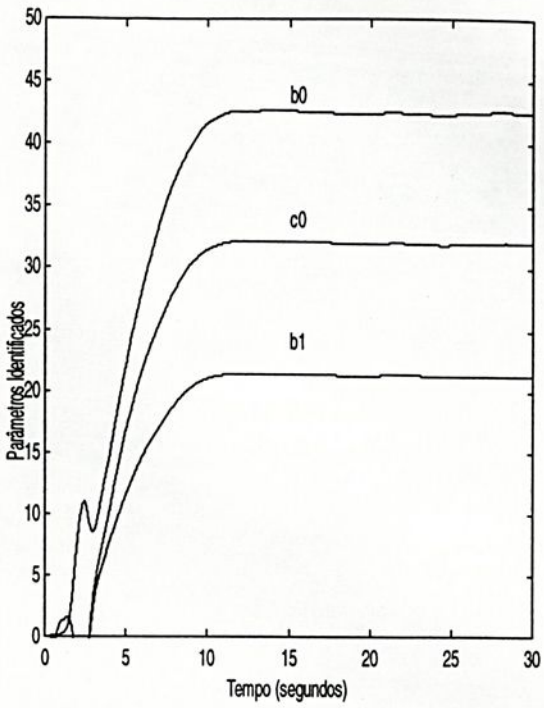


FIGURA5.58:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Condições iniciais : $y_0^T = [10 \quad -10]$

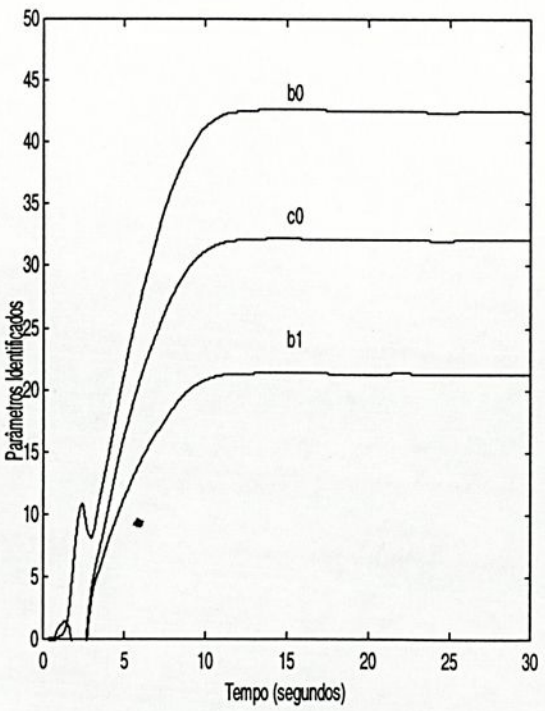


FIGURA5.59:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

$y_0^T = [20 \quad 30]$

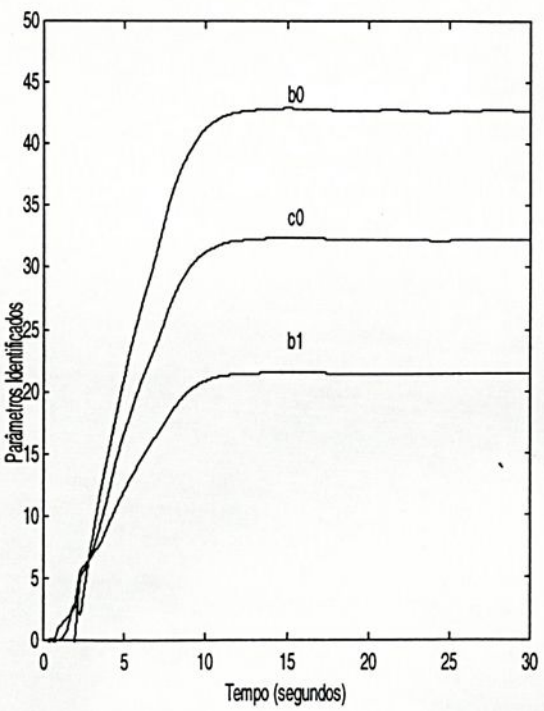


FIGURA5.60:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

5.5.3. MÉTODO QUE IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS APLICADO EM UM SISTEMA DE QUARTA ORDEM

Considere o sistema linear e invariante no tempo descrito em (2.20) com entrada limitada:

$$y = \theta^T \phi + w . \tag{5.64}$$

Para um sistema de quarta ordem os parâmetros θ e ϕ são dados respectivamente por:

$$\theta^T = [b_3, b_2, b_1, b_0, c_0], \tag{5.65}$$

$$\phi^T = [\dddot{y}(t), \ddot{y}(t), \dot{y}(t), y(t), u(t)]. \tag{5.66}$$

As condições iniciais são definidas por

$$y_0^T = [\dddot{y}(0) \quad \ddot{y}(0) \quad \dot{y}(0) \quad y(0)]. \tag{5.67}$$

No método proposto em [19], as condições iniciais são consideradas como parâmetros a serem identificados.

Para um sistema de quarta ordem, o vetor paramétrico θ e o vetor ϕ são dados respectivamente por:

$$\theta^T = [b_3, b_2, b_1, b_0, c_0, y_0^k], \quad k = 1, 2, 3, 4. \tag{5.68}$$

$$\phi^T = [\dddot{y}(t), \ddot{y}(t), \dot{y}(t), y(t), u(t), y_0^1, y_0^2, y_0^3, y_0^4] \tag{5.69}$$

$$[y_0^1, \quad y_0^2, \quad y_0^3, \quad y_0^4] = \left[e^{-at}, \quad te^{-at}, \quad \frac{1}{2}t^2 e^{-at}, \quad \frac{1}{6}t^3 e^{-at} \right] \tag{5.70}$$

onde a é o pólo do filtro de quarta ordem $\left(1/(s+a)^4 \right)$ utilizado antes da identificação dos parâmetros e y_0^k, k=1,2,3,4 são condições iniciais desconhecidas.

unesp

O sinal de entrada, período de integração, matriz covariância P(0), o filtro, e todos os demais dados utilizados são os mesmos definidos no exemplo 1.

O objetivo deste exemplo é verificar o desempenho dos métodos propostos na seção 4.3, que elimina as condições iniciais, e na seção 4.4, que identifica as condições iniciais, quando a ordem do sistema aumenta. Analogamente ao exemplo 1, as condições iniciais são definidas a cada simulação.

As simulações foram realizadas somente com o algoritmo dos mínimos quadrados, devido à dificuldade de implementação da rede de Hopfield com o método que identifica as condições iniciais.

a) Algoritmo dos mínimos quadrados sem ruído de medição

Estados iniciais: $y_0 = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$

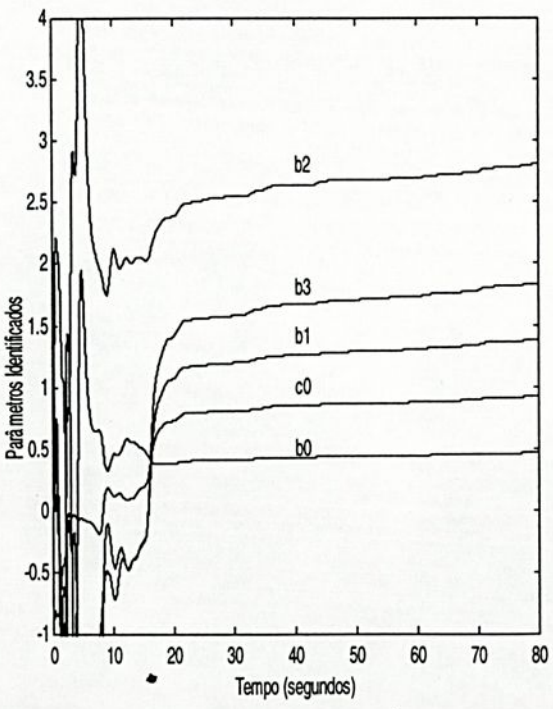


FIGURA5.61: IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

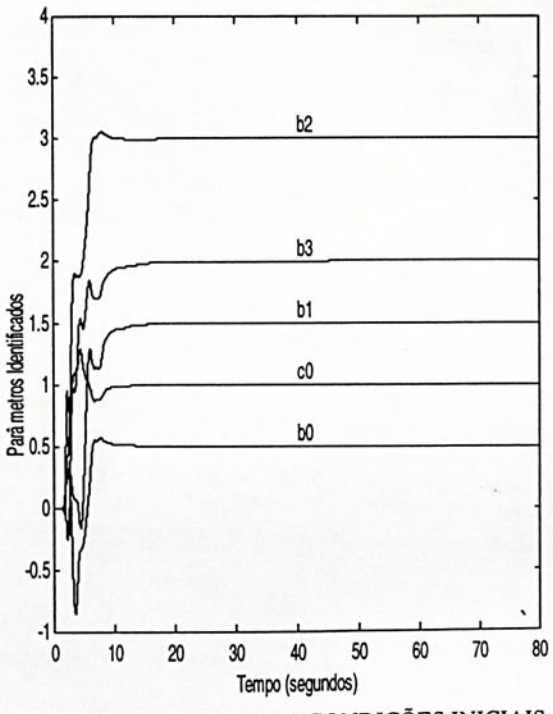


FIGURA5.62: ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Estados iniciais: $y_0 = [1 \quad -1 \quad 2 \quad -2]$

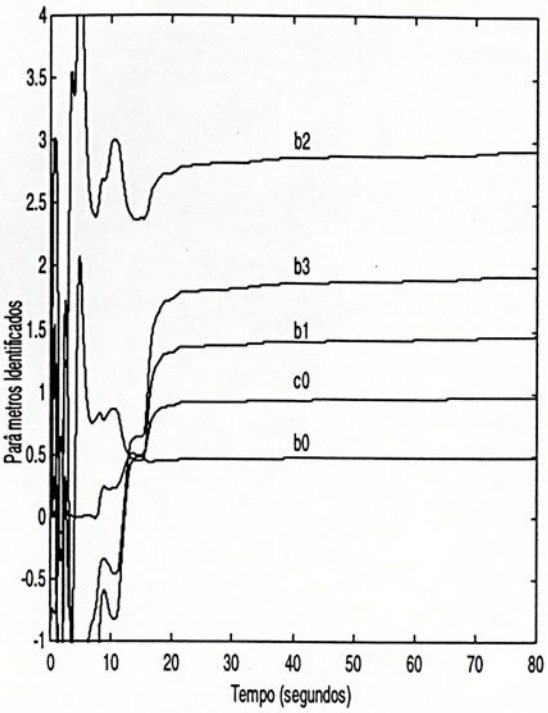


FIGURA5.63: IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

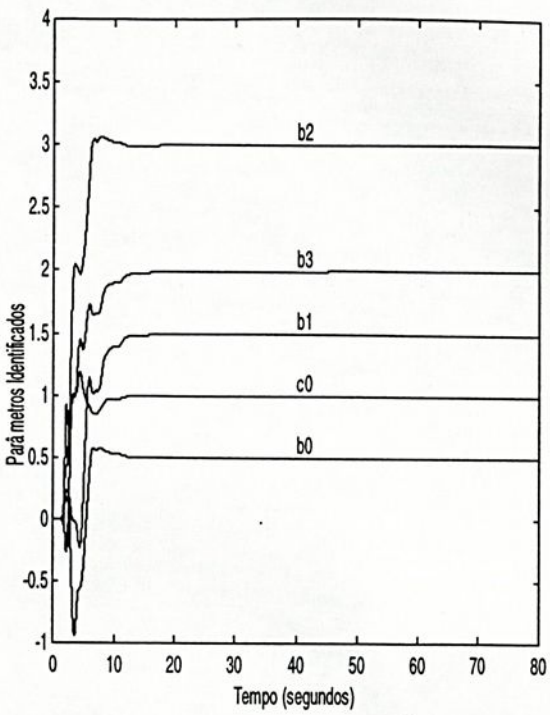


FIGURA5.64:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

Estados iniciais: $y_0 = [5 \quad 4 \quad 3 \quad 2]$

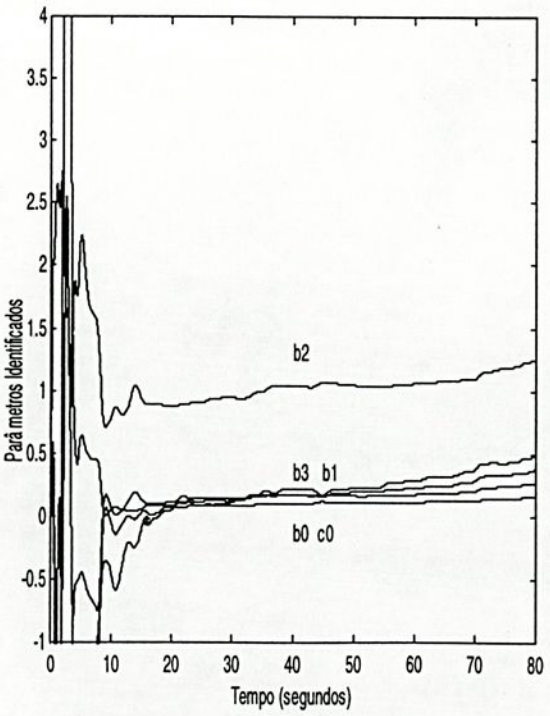


FIGURA5.65: IDENTIFICA AS CONDIÇÕES INICIAIS

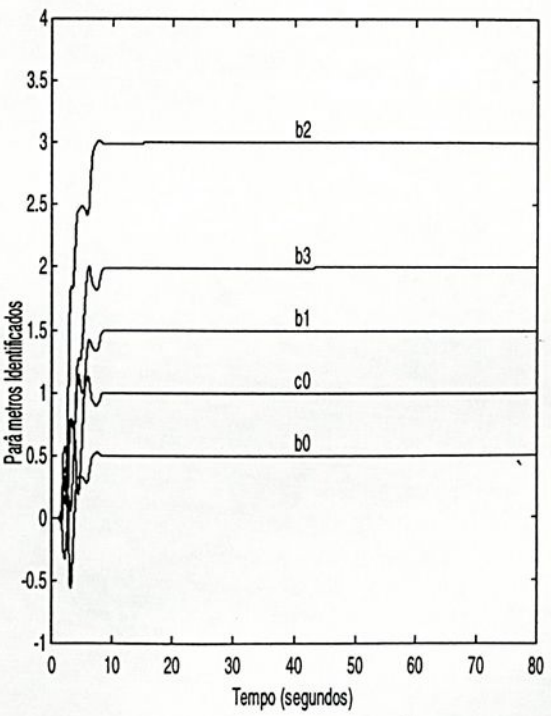


FIGURA5.66:ELIMINA AS CONDIÇÕES INICIAIS

5.6 CONCLUSÕES

Para o algoritmo dos mínimos quadrados sem ruído de medição, o método que elimina as condições iniciais, seção 5.3, manteve seu desempenho praticamente inalterado para todos os valores das condiçõe iniciais, (figuras 5.2, 5.4, 5.6 e 5.8) ao passo que o método que identifica as condições iniciais apresentou um atraso na convergência para grandes valores das condições iniciais (figuras 5.5 e 5.7).

Para este mesmo algoritmo com ruído de medição, ambos os métodos foram igualmente afetados (figuras 5.9 a 5.16).

Características semelhantes de desempenho ocorreram com as identificações realizadas com a rede neural de Hopfield. Para o método que elimina as condições iniciais o desempenho ficou praticamente inalterado para todos os valores das condições iniciais e o método que identifica as condições apresentou novamente um atraso na convergência dos parâmetros para grandes valores das condições iniciais (figuras 5.17 – 5.24). As identificações com a rede neural de Hopfield com o sistema sujeito à ruídos de medição apresentaram melhor rejeição ao ruído, para ambos os métodos, do que aquelas realizadas com o método dos mínimos quadrados.

O desempenho de ambos os métodos, da seção 5.3 e 5.4, utilizando a rede neural pode ser melhorado com o aumento do ganho da rede, mas isto implica em uma redução do período de integração e um aumento do esforço computacional, que por sua vez é limitado pela memória RAM. Entretanto testes parciais mostraram que o aumento do ganho para ambos os métodos não afeta a relação de desempenho entre eles.

Com o aumento da magnitude dos parâmetros da planta no exemplo 2 a identificação dos parâmetros com o método descrito em 5.4. ocorreu com atraso mesmo para pequenos valores das condições iniciais (figuras 5.33, 5.35, 5.37 e 5.39). E ainda, para o método descrito em 5.4 não foi possível realizar a identificação dos parâmetros utilizando a rede neural de Hopfield com tempo de estabelecimento aceitável para comparação(figuras 5.49, 5.51, 5.53 e 5.55) , por este motivo estas simulações não com ruído de medição não foram apresentadas. Entretanto para o método que elimina as condições iniciais a rede de Hopfield apresentou um bom desempenho mesmo para identificação com ruído de medição (figuras 5.50, 5.52, 5.54 , 5.56 e 5.57 a 5.60).

Para sistemas de ordens maiores apresentado no exemplo 3, a superioridade de desempenho do método que elimina as condições iniciais, proposto nesta dissertação, com relação ao método que identifica as condições iniciais, proposto em [19], se torna evidente mesmo para pequenos valores dos estados iniciais, como mostram as figuras (5.61)-(5.66).

unesp

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Foram apresentados novos resultados sobre identificação rápida de sistemas dinâmicos invariantes no tempo com redes neurais de Hopfield, e sobre métodos de tratamento de dados para a identificação rápida de sistemas dinâmicos com acesso somente aos sinais de entrada e saída.

A configuração de identificação com a rede neural de Hopfield permite a identificação de plantas lineares e invariantes no tempo com acesso ao vetor de estado (não necessita da disponibilidade da derivada do vetor de estado). A identificação é independente da influência causada pelas condições iniciais da planta e dos filtros de estado e assim a identificação ficou mais rápida e precisa, quando comparada com as configurações descritas em [15].

Estudos teóricos confirmados com simulações mostraram que os filtros podem ser projetados para minimizar os efeitos na identificação de ruídos indesejáveis presentes nas medições, brancos ou de alta freqüência, especificando-se os filtros de estado com pequena banda passante.

O método de tratamento de dados que utiliza filtros de primeira ordem para eliminar as condições iniciais apresenta bons resultados de simulação mas o seu equacionamento complexo e a grande quantidade de filtros necessários para eliminar as condições iniciais tornaram esta configuração pouco interessante para implementações práticas e desmotivaram a busca de uma equação geral para este método de tratamento de dado.

A substituição de filtros por elementos exponenciais na eliminação das condições iniciais possibilitou o desenvolvimento de um método simples, cuja expressão geral é facilmente obtida

unesp

e facilmente implementada. O filtro utilizado para filtrar de um sistema de ordem n é um filtro de ordem n, que pode ser substituído por n filtros de primeira ordem.

O método proposto na seção 4.4 apresenta excelente desempenho para determinadas condições iniciais, mas o custo computacional deste método é muito superior ao do método proposto neste trabalho. Além disto, as simulações mostraram que este método é sensível aos parâmetros da planta e não tem um bom desempenho com o algoritmo de identificação da rede neural de Hopfield.

O método proposto neste trabalho, na seção 4.3, é insensível às condições iniciais e aos parâmetros da planta e apresenta bom desempenho para o algoritmo dos mínimos quadrados e para a rede neural de Hopfield.

Este trabalho, além das contribuições teóricas apresentadas, revelou também a importância de testes práticos para as teorias desenvolvidas, pois para utilização prática, a configuração desenvolvida na seção 4.4., sem a correção das condições iniciais dos filtro de estado, [16], tem um desempenho inferior ao desempenho da configuração já consagrada pela literatura [15] e portanto, nenhuma contribuição eficaz teria sido dada nesta dissertação. Entretanto a identificação de um sistema real simples revelou a falha desta configuração e possibilitou uma correção no equacionamento proporcionando resultados muito satisfatórios [18].

Como sugestões para possíveis trabalhos a serem desenvolvidos a partir deste, temos:

A elaboração de uma nova configuração para identificação com acesso as variáveis de estados para sistemas lineares invariantes no tempo;

A aplicação do método de tratamento de dados proposto na seção 5.3 em um sistema de controle adaptativo.

Identificação prática de um sistema de alta ordem utilizando o método de tratamento de dados proposto na seção 5.3, com qualquer algoritmo de identificação e comparação com método proposto em [19] ou outro método clássico;

unesp

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] P. A. Ioannou & Jing Sun , Robust *Adaptive Control* , Upper Saddle River, New Jersey , Company Prentice Hall PTR, 1996.

[2] A. M. Tafner, M. Xerez & I. W. R. Filho, *Redes Neurais Artificiais- Introdução e Princípios de Neurocomputação*, Blumenau, Editora Eko, 1995.

[3] M. T. Hagan, H. B. Demuth & M. Beale, Neuronal Network Design, , Boston PWS Publishing Company, Boston, 1996.

[4] W.T. Miller III, R. S. Sutton na P.J. Werbos, Neuronal Networks for Control, Cambridge, MA: MIT Press, 1990.

[5] K.J. Hunt, D. Sbarbaro and P.J. Gawthrop, "Neural networks for control systems - a survey", *Automatica*, vol.28, nº 6, pp.1083-1112,1992.

[6] R. P. Lippmann, "An Introduction to Computing with Neural Nets". *IEEE ASSP Magazine*, April , pp 4-22, 1987.

[7] B. Kosko, *Neuronal Networks and Fuzzy Systems- A Dinamical Systems Approach to Machine Intelligence*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc, 1992.

[8] K. Mehrotra, C. K. Mohan & S. Ranka, "Elements of Artificial Neural Networks", Massachussets Institute of Techology, The MIT Press, 1997.

unesp

[9] D. Lamas "Contribuições ao Controle de Sistemas Utilizando Redes Neurais Artificiais", Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, *FEIS-UNESP*, Ilha Solteira, novembro, 1995.

[10] A. N. Michel, and J. A. Farrel, "Associative memories via artificial neuronal networks", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 10, n°3,pp.6-17, 1990.

[11] J.J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computation abilities", *Proc. Nat. Acad. Sci.*, vol.79, April, pp. 2554-2558, 1982.

[12] J.J. Hopfield, "Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neuron", *Proc. Natl. Acad. Sci.*, vol.81, pp.3088-3092, 1984.

[13] J. Bruck, "On the convergence properties of the Hopfield model", *Proc. IEEE*, vol. 78, n°.10, October, pp. 1579-1585, 1990.

[14] S.R.Chu, & R. Shoureshi and M. Tenorio, "Neuronal networks for system identification", *IEEE Control System Magazine*, vol. 10 n° 3, pp.31-35, 1990.

[15] S.R.Chu ans R. Shoureshi, "Hopfield-based adaptive state estimators", International *Conference on Neural Networks* , San Francisco, CA, USA, pp.1289-1294.

[16] M.C.M. Teixeira, & E.R.M.M. Daruichi and E. Assunção, "Identificação rápida de sistemas dinâmicos utilizando redes neurais de Hopfield", XI Congresso Brasileiro de Automática, São Paulo-SP, Setembro, vol. 1, pp 543-548, 1996.

[17] M.C.M. Teixeira, & E.R.M.M. Daruichi & E. Assunção and J.P.F. Garcia, "Identificação de sistemas dinâmicos com redes neurais de Hopfield", XII Congresso Brasileiro de Automática, Uberlândia-MG, Setembro, 1998.

[18] K. Ogata, *Engenharia de Controle Moderno,* Rio de Janeiro- RJ, Editora Prentice Hall do Brasil LTDA, 1993.

[19] R. Lozano and Xiao-Hui Zhao, "Adaptive Pole Placement Without Excitation Probing Signals", *IEEE Transactions on Automatic Control, January*, vol 39, n° 1, 1994.

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 unesp 12 13 14 15 16 17 18

APÊNDICE I

"ESTABILIDADE DE SISTEMAS DINÂMICOS"

I.1. ESTABILIDADE DE UM PONTO DE EQUILÍBRIO EM UM SISTEMA DINÂMICO

Considere um sistema dinâmico que possa ser descrita por uma equação diferencial não linear da forma:

$$\frac{d}{dt}V(t) = g(V(t)) \qquad \text{(A-I.1)}$$

sendo que $V(t)$ é o estado do sistema $g(V)$ um função não linear qualquer.

Um sistema não linear pode ter muitos pontos de equilíbrio estáveis e para sistemas dinâmicos, como por exemplo o de Hopfiled, estes pontos de equilíbrio estáveis representam padrões armazenados.

Um ponto v^* será um ponto de equilíbrio quando:

$$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{V=V^*} = 0 \qquad \text{(A-I.2)}$$

considere por simplicidade que, $V^*(0) = 0$.

I.2. ESTABILIDADE NO SENTIDO DE LYAPUNOV

Definição 1:

V^* *é um ponto de equilíbrio estável se para um dado valor* $\varepsilon > 0$ *existir um número* $\delta(\varepsilon)>0$ *tal que se* $\|V(0)\| < \delta$, *então o movimento resultante de* $V(t)$ *satisfaz* $\|V(0)\| < \varepsilon$ *para* $t>0$.

Esta definição diz que a resposta do sistema não está se deslocando para muito longe de um dado ponto estável, contanto que ele seja inicialmente próximo do ponto estável.

Se a origem é estável então sempre será possível encontrar um distância δ (pode ser uma função de ε) de forma que se a saída do sistema está dentro da distância δ da origem no tempo $t = 0$, então ele sempre permanecerá dentro do intervalo ε da origem.

unesp

I.3. ESTABILIDADE ASSINTÓTICA

Definição 2:

A origem é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável se existe um número $\delta>0$ *de que toda vez que* $\|V(0)\| < \delta$ *o deslocamento resultante satisfaz* $\|V(t)\| \to 0$ *com* $t \to \infty$.

Esta definição implica que se o sistema estiver inicialmente com uma distância δ do ponto estável, a saída convergirá para o ponto estável

I.4. TEOREMA DA ESTABILIDADE DE LYAPUNOV

Seja um sistema autônomo:

$$\frac{dV}{dt} = g(V) \qquad \text{(A.-I.3)}$$

Teorema 1:

Se uma função definida positiva $E(V)$ *pode ser encontrada de forma que* $dE(V)/dt$ *seja semi-definida negativa, então a origem* $(V = 0)$ *é estável para o sistema descrito na equação (A-I.3). Se uma função definida positiva* $E(V)$ *pode ser encontrada de forma que* $dE(V)/dt$ *seja definida negativa, então a origem* $(V = 0)$ *é assintoticamente estável. Em cada caso,* E *é chamada uma função Lyapunov do sistema.* $dE(V)/dt$ *pode ser uma função energia genérica.*

O teorema implica que se a energia do sistema é continuamente decrescente ($dE(V)/dt$ é definida negativa), então ele encontrará algum estado de mínima energia.

unesp

I.5. FUNÇÃO DE LYAPUNOV

Definição 3:

Seja E *uma função contínua diferenciavel do* $\Re^n$ *para* $\Re$. *Se* H *é algum subconjunto de* $\Re^n$, E *é uma função de Lyapunov sobre* H *para o sistema* $dV/dt = g(V)$ *se*

$$\frac{dE(V)}{dt} = (\nabla E(V))^T g(V) \qquad \text{(A-I.4)}$$

não muda o sinal sobre H.

Esta é uma generalização das definições da função de Lyapunov. Aqui não é necessário que a função seja definida positiva. Entretanto a derivada não mudará de sinal se for semi-definida negativa ou semi-definida positiva.

I.6. CONJUNTO Z

Definição 4 :

$$Z = \left\{ V : \frac{dE(V)}{dt} = 0,\ v \text{ fechado em } H \right\}$$

Os pontos fechados em H incluem o interior e a fronteira de H. Este é um conjunto solução. Ele contém todos os pontos onde a derivada de Lyapunov é zero.

I.7. CONJUNTO INVARIANTE

Definição 5:

- *Um conjunto de pontos em* $\Re^n$ *é invariante no tempo com respeito a* $dV/dt = g(V)$ *se toda solução* $dV/dt = g(V)$ *formam um conjunto que permanecem o mesmo por todo o tempo.*

unesp

I.8. CONJUNTO L

Definição 6:

L *é definido como o maior conjunto invariante em* Z.

Este conjunto inclui todas os pontos possíveis que podem ter solução convergente. A função de Lyapunov não muda em L (devido a sua derivada ser nula) e a trajetória será cercada em L. Se este conjunto tem apenas um ponto estável, então esse ponto é assintoticamente estável.

I.9. TEOREMA DA INVARIÂNCIA DE LASALLE

O teorema da invariância de LaSalle complementa o teorema de estabilidade de Lyapunov e pode ser utilizado para projetar redes como a de Hopfield.

Teorema 2:

Se E *é uma função de Lyapunov sobre* H *para* $dV/dt = g(V)$, *então cada solução* V(t) *que permanece em* H *para todo* t>0 $L^{+} = L \cup \{\infty\}$ *com* $t \to \infty$. H *é um região de atração para* L, *que tem todos os pontos estáveis. Se todas as trajetórias são limitadas, então* $V(t) \to L$ *com* $t \to \infty$.

Se uma trajetória permanece em H, então ou ela convergirá para L, ou irá para o infinito.

APÊNDICE II

"ESTUDO SOBRE FILTROS DE ESTADO CONSIDERANDO AS CONDIÇÕES INICIAIS DA PLANTA"

Considere a planta linear e invariante no tempo, dada por

$$\dot{x} = A_p x + B_p u,\ x^T = [x_1 ..... x_n] \in \Re^{1x\ell} e u \in \Re \qquad \text{(A-II.1)}$$

Suponha que deseja-se utilizar filtros de estado com uma função de transferência genérica com ℓ pólos G(s) e defina g(t) a sua transformada inversa de Laplace.

Aplicando-se este filtro em ambos os membros de (A-II.1), obtêm-se, utilizando a integral de convolução:

$$\int_0^t g(t-\tau)\dot{x}dt = A_p \int_0^t g(t-\tau)x(\tau)d\tau + B_p \int_0^t g(t-\tau)u(\tau)d\tau = A_p x_f(t) + B_p u_f(t) \quad \text{(A-II.2)}$$

Considere que os filtros de estado G(s) são tais que $G(\infty) = 0$, i.e., possuem número de pólos maior do que o número de zeros. É possível realizar G(s) na forma de variáveis de estado. Sejam $\{ A_f, B_f, C_f, D_f \}$ uma realização irredutível de G(s) e $D_f = 0$ pois $G(\infty) = 0$. Então é fácil verificar que

$$G(s) = C_f (sI - A_f)^{-1} B_f$$

e assim,

$$g(t) = C_f e^{A_f t} B_f, A_f \in \Re^{\ell x \ell}. \qquad \text{(A-II.3)}$$

Assim, substituindo-se (A-II.3) no termo à esquerda de (A-II.2), obtém-se efetuando-se a integração por partes:

$$\begin{aligned} &\int_0^t g(t-\tau)\dot{x}(\tau)d\tau = \int_0^t C_f e^{A_f(t-\tau)} B_f \dot{x}(\tau)d\tau = \\ &= C_f e^{A_f t} \int_0^t e^{-A_f \tau} B_f \dot{x}(\tau)d\tau \\ &= -C_f e^{A_f t} B_f x(0) + C_f B_f x(t) + C_f A_f \int_0^t e^{A_f(t-\tau)} B_f x(\tau)d\tau \\ &= A_p x_f + B_p u_f \end{aligned} \qquad \text{(A-II.4)}$$

A equação (A-II.4) pode ser usada para estimar os elementos das matrizes da planta A_p e B_p. Note que em (A-II.4), $x(0)$ e $x(t)$ são disponíveis, $x_f(t)$ e $u_f(t)$ podem ser obtidos como indiciado em (A-II.2) e o termo

unesp

$$C_f A_f \int_0^t e^{A_f(t-\tau)} B_f x(\tau) d\tau \qquad \text{(A-II.5)}$$

pode ser calculado separadamente ou então com a seguinte implementação:

$$\dot{\overline{x}}_{fi} = A_f \overline{x}_{fi} + B_f x_i \qquad \text{(A-II.6)}$$

onde x_i é definido em (A-II.1), $x_i \in \Re, \overline{x}_{fi} \in \Re^{\ell}$ é o vetor de estados do filtro de estado correspondente à variável de estado x_i,

i=1, ... n e A_f , B_f são matrizes dos filtros de estado. Então, definindo-se $x_f^T = [x_{f1} \ldots x_{f\ell}]$, tem-se de (A-II.3) e (A-II.6) que

$$x_{fi} = C_f \overline{x}_{fi} \qquad i=1,\ldots\ldots n \qquad \text{(A-II.7)}$$

e o termo dado em (A.5) pode ser obtido por

$$[\, C_f\ A_f\ \overline{x}_{f1} \vdots \cdots \vdots\ C_f\ A_f\ \overline{x}_{fn}\ ]^T. \qquad \text{(A-II.8)}$$

Esta implementação utiliza pequeno número de integradores, pois aproveita a implementação empregada para a obtenção de $x_f(t)$.

O desenvolvimento desse Apêndice mostra o efeito do estado inicial da planta x(0) na equação de estimação com filtro de estado em (A-II.4): a dinâmica dos filtros de estado, dada por $g(t) = C_f e^{A_f t} B_f$ determina a influência de $x(0)$. A configuração proposta em 4.3 elimina a influência desse termo que depende de $x(0)$, o que não ocorre em [2].

unesp

APÊNDICE III

"PROVAS DOS LEMAS 1 E 2"

Lema 1:

$$\int_0^t {}^{n}y(\tau)e^{-a_i(t-\tau)}d\tau = {}^{n-1}y(t) - {}^{n-1}y(0)e^{-a_i t} - a_i({}^{n-1}y(t))_{f_{a_i}} \qquad \text{(A-III.1)}$$

Prova:

$$\int_0^t {}^{n}y(\tau)e^{-a_i(t-\tau)}d\tau = e^{-a_i t}\int_0^t {}^{n}y(\tau)e^{a_i\tau}d\tau$$

$$= e^{-a_i t}[e^{a_i\tau}\,{}^{n-1}y(\tau)|_0^t - \int_0^t {}^{n-1}y(\tau)a_i e^{a_i\tau}d\tau]$$

$$= e^{-a_i t}[e^{a_i t}\,{}^{n-1}y(t) - y(0)e^{a_i 0}] - e^{-a_i t}\int_0^t {}^{n-1}y(\tau)a_i e^{a_i\tau}d\tau]$$

$$= {}^{n-1}y(t) - {}^{n-1}y(0)e^{-a_i t} - e^{-a_i t}\int_0^t {}^{n-1}y(\tau)a_i e^{a_i\tau}d\tau$$

$$= {}^{n-1}y(t) - {}^{n-1}y(0)e^{-a_i t} - a_i\int_0^t {}^{n-1}y(\tau)e^{-a_i t}e^{a_i\tau}d\tau$$

$$= {}^{n-1}y(t) - {}^{n-1}y(0)e^{-a_i t} - a_i\int_0^t {}^{n-1}y(\tau)e^{-a_i(t-\tau)}d\tau$$

Substituindo $\int_0^t {}^{n-1}y(\tau)e^{-a_i(t-\tau)}d\tau]$ por $({}^{n-1}y)_{f_{a_i}}$ da definição (8.a), tem-se que

$$\int_0^t {}^{n-1}y(\tau)e^{-a_i(t-\tau)}d\tau = {}^{n-1}y(t) - {}^{n-1}y(0)e^{-a_i t} - a_i({}^{n-1}y)_{f_{a_i}}$$

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 unesp 12 13 14 15 16 17 18

Lema 2:

$$\int_0^t \overset{n}{y}(\tau)e^{-(a_j+a_k)\tau}e^{-a_i(t-\tau)}d\tau = \tag{A-III.2}$$

$$= \overset{n-1}{y}(t)e^{-(a_j+a_k)t} - \overset{n-1}{y}(0)e^{-a_i t} - (-a_j - a_k + a_i)e^{-(a_j+a_k)t}(\overset{n-1}{y}(t))_{f_{a_{ijk}}}$$

Prova:

$$\int_0^t \overset{n}{y}(\tau)e^{-(a_j+a_k)\tau}e^{-a_i(t-\tau)}d\tau = e^{-a_i t}\int_0^t \overset{n}{y}(\tau)e^{-(a_j+a_k)\tau}e^{a_i\tau}d\tau =$$

$$= e^{-a_i t}[e^{(-a_j-a_k+a_i)\tau}\overset{n-1}{y}(t)|_0^t - \int_0^t \overset{n-1}{y}(\tau)(-a_j - a_k + a_i)e^{(-a_j-a_k+a_i)\tau}d\tau(\tau)]$$

$$= \overset{n-1}{y}(t)e^{-(a_j+a_k)t} - \overset{n-1}{y}(0)e^{-a_i t} - e^{-a_i t}\int_0^t \overset{n-1}{y}(\tau)(-a_j - a_k + a_i)e^{(-a_j-a_k+a_i)\tau}d\tau(\tau)$$

$$= \overset{n-1}{y}(t)e^{-(a_j+a_k)t} - \overset{n-1}{y}(0)e^{-a_i t} -$$

$$(-a_j - a_k + a_i)e^{-(a_j+a_k)t}e^{(a_j+a_k)t}e^{-a_i t}\int_0^t \overset{n-1}{y}(\tau)e^{(-a_j-a_k+a_i)\tau}$$

$$= \overset{n-1}{y}(t)e^{-(a_j+a_k)t} - \overset{n-1}{y}(0)e^{-a_i t} - (-a_i - a_j + a_k)e^{-(a_j+a_k)t}\int_0^t \overset{n-1}{y}(\tau)e^{-(-a_j-a_k+a_i)(t-\tau)}d\tau$$

$$= \overset{n-1}{y}(t)e^{-(a_j+a_k)t} - \overset{n-1}{y}(0)e^{-a_i t} - (-a_i - a_j + a_k)e^{-(a_j+a_k)t}(\overset{n-1}{y}(t))_{f_{(-a_i-a_j+a_k)}}$$

$(y(t)_{f_{a_{ijk}}} = (y(t))_{f_{(-a_j-a_k+a_i)}}$ é obtido com um filtro do tipo $\dfrac{1}{s+(-a_j-a_k+a_i)}$.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
AV. BRASIL, 56 - CAIXA POSTAL 31
15385-000 - ILHA SOLTEIRA - SP