

GABRIEL BORDERES MOTTA

**SATÉLITES ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO E TORQUE DE RADIAÇÃO
SOLAR DIRETA**

Guaratinguetá
2011

GABRIEL BORDERES MOTTA

**SATÉLITES ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO E TORQUE DE
RADIAÇÃO SOLAR DIRETA**

Trabalho de Graduação apresentado ao
Conselho de Curso de Graduação em
Bacharelado em Física da
Faculdade de Engenharia do Campus
de Guaratinguetá, Universidade Estadual
Paulista, como parte dos requisitos
para obtenção do diploma de Graduação
em Bacharelado em Física

Orientadora: Prof^a Dr^a Maria Cecília França de Paula Santos Zanardi

Guaratinguetá

2011

M921s	Motta, Gabriel Borderes Satélites estabilizados por rotação e torque de radiação solar direta / Gabriel Borderes Motta. – Guaratinguetá : [s.n.], 2011 126 f.: il. Bibliografia: f.: 102-105 Trabalho de Graduação em Bacharelado em Física - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, 2011 Orientadora: Profa. Dra. Maria Cecília França de Paula As. Zanardi 1. Radiação solar 2. Torque 3. Satelites I. Título CDU 539.16
-------	---

**SATÉLITES ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO E TORQUE DE RADIAÇÃO
SOLAR DIRETA**

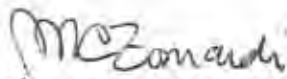
GABRIEL BORDERES MOTTA

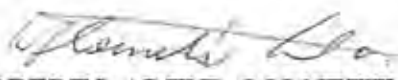
**ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE
DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE GRADUADO EM
BACHARELADO EM FÍSICA**

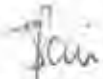
**APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM FÍSICA**


Prof. Dra. Isabel Cristina de Castro Monteiro
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dra. MARIA CECÍLIA FRANÇA DE PAULA S. ZANARDI
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. ROBERTO ARTUR CORNETTI SILVA
UNESP-FEG


Prof. Dr. RAFAEL SFAIR DE OLIVEIRA
UNESP/FEG

Dezembro de 2011

DADOS CURRICULARES

GABRIEL BORDERES MOTTA

NASCIMENTO	14.08.1989 – ITAJAÍ / SC
FILIAÇÃO	Fernando da Silva Motta Tânia Regina Borderes Motta
2007/2011	Curso de Graduação em Bacharelado em Física na Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus criador de todas as coisas visíveis e invisíveis. Agradeço por minha vida, inteligência, força de vontade, família, amigos e mestres,

à minha orientadora *Profa. Dra. Maria Cecília França de Paula S. Zanardi* que jamais deixou de me incentivar ao decorrer do trabalho e do curso. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria impossível,

aos meus pais *Fernando e Tânia*, e minhas irmãs *Mariana e Isabel*, que apesar das dificuldades me deram base e apoio para concluir meus estudos,

aos meus amigos que sempre proporcionaram boa companhia, momentos de alegria e apoio quando precisei,

e a meus colegas de turma que batalharam ao meu lado nesta importante jornada.

“Não me sinto obrigado a acreditar que o mesmo Deus que nos dotou de sentidos, razão e intelecto, pretenda que não os utilizemos.”

Galileu Galilei

MOTTA, G. B. **Satélites Estabilizados por Rotação e Torque De Radiação Solar Direta**. 2011. N° 126. Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar a influência do torque de pressão de radiação solar direta (TPRS) no movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, implementar numericamente estas soluções e comparar os resultados com os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2, fornecidos pelo INPE. Um modelo matemático para o torque de pressão de radiação solar direta é apresentado, seus componentes determinados em um sistema fixo no satélite e uma solução analítica para as equações do movimento rotacional é proposta. É usada a solução do torque de radiação solar direta para um satélite cilíndrico. São utilizadas duas formas de abordagens, a primeira simplesmente leva em conta a teoria proposta e a segunda introduz uma função baseada na variação da velocidade de rotação real para acompanhar a implementação, visto que o torque de pressão de radiação solar direta não tem componente que atua na velocidade de rotação. Os resultados de ambas as abordagens apontam que este torque tem pouca influência na ascensão reta e declinação do eixo de rotação, devido a pequena magnitude deste torque para o satélite com as características do SCD1 e SCD2. Para melhor validar a aplicação do modelo aqui desenvolvido, são também analisados o desvio angular do eixo de rotação e o ângulo de aspecto solar. As comparações dos resultados das abordagens realizadas com os dados reais acenam para uma coerência na teoria, podendo ser aplicada na predição do movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação munido de outros torques externos além do torque de pressão de radiação solar direta.

PALAVRAS-CHAVE: Torque de Pressão de Radiação Solar. Ângulo de Aspecto Solar. Erro de Apontamento. Satélites estabilizados por rotação.

MOTTA, G. B. **Spin-Stabilized Satellites and Pressure of Direct Solar Radiation Torque.** 2011. 126 f. Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

ABSTRACT

The aims of this work are to analyze the direct solar radiation pressure torque (TPRS) in the rotational motion of spin-stabilized artificial satellites, to numerically implement these solutions and to compare the results with real data of the Brazilian Satellite Data Collection – SCD1 and SCD2, supplied by INPE. The mathematical model for this torque is determined for a cylindrical satellite, and the components of this torque are determined in a fixed system in the satellite. An analytical solution for the spin motion equations is proposed, in which TPRS does not affect the spin velocity of the satellite. Two approaches are adopted in the numerical implementation of the developed theory: the first one considers the proposed theory and the second introduces a variation in the spin velocity based on its real variation. The results obtained indicate that the solar radiation pressure torque has little influence in the right ascension and declination axis of rotation due to the small dimension of the satellite and altitude in which it is found. To better validate the application of the presented theory, the angular deviation of the spin axis and solar aspect angle were also analyzed. The comparison of the results of the approaches conducted with real data show good precision in the theory, which can be applied in the prediction of the rotational motion of the spin-stabilized artificial satellites, when others external torques are considered besides the direct solar radiation pressure torque.

KEYWORDS: Direct solar radiation pressure torque. Solar Aspect Angle. Pointing Error. Spin-stylized artificial satellite.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	1	- Representação do sistema geocêntrico $O'XYZ$	31
FIGURA	2	- Representação do sistema equatorial $OXYZ$	32
FIGURA	3	- Sistema equatorial (X,Y,Z) , sistema do satélite (x,y,z) , ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação (z)	33
FIGURA	4	- Sistema geocêntrico (X, Y, Z) e sistema orbital (x_s, y_s, z_s)	34
FIGURA	5	- Sistema do satélite (x, y, z) e sistema principal (x^*, y^*, z^*)	39
FIGURA	6	- Geometria da incidência da luz solar sobre o elemento de superfície.	45
FIGURA	7	- Posicionamento do CM do satélite e do elemento de superfície em relação ao sol	46
FIGURA	8	- Disposição dos vetores que unem o satélite, a terra e o sol.....	47
FIGURA	9	- Superfícies iluminadas do satélite cilíndrico.....	52
FIGURA	10	- Coordenadas cilíndricas para a base (S_1) do satélite.....	52
FIGURA	11	- Esquematização lateral iluminada S_2	53
FIGURA	12	- Esquematização do erro de apontamento η : eixo de rotação real do satélite $\hat{K}'$, eixo de rotação calculado $\hat{k}$, sistema equatorial com versores $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ e sistema do satélite com versores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$	63
FIGURA	13	- Esquematização do ângulo de aspecto solar χ : eixo de rotação $\hat{k}$ e direção solar $\hat{u}$ em relação ao sistema equatorial $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$	66
FIGURA	14	- Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1.....	67
FIGURA	15	- Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD2.....	67
FIGURA	16	- Ascensão reta x tempo (SCD1)	74
FIGURA	17	- Declinação do eixo de rotação x tempo (SCD1).....	74
FIGURA	18	- Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios (SCD1).....	75
FIGURA	19	- Diferença entre declinação do eixo de rotação calculada e a fornecida pelo ccs/inpe com média e desvios (SCD1).....	75

FIGURA 20	- Erro de apontamento x tempo (SCD1)	76
FIGURA 21	- Ângulo de aspecto solar x tempo restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD1)	77
FIGURA 22	- Diferença entre ângulo de aspecto solar calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios (SCD1).....	78
FIGURA 23	- Ascensão reta x tempo (SCD2).....	79
FIGURA 24	- Declinação do eixo de rotação x tempo (SCD2).....	80
FIGURA 25	- Diferença entre ascensão reta calculada e a fornecida pelo ccs/inpe com média e desvios (SCD2).....	80
FIGURA 26	- Diferença entre declinação do eixo de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios (SCD2).....	81
FIGURA 27	- Erro de apontamento x tempo (SCD2).....	82
FIGURA 28	- Ângulo de aspecto solar x tempo e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD2).....	82
FIGURA 29	- Diferença entre ângulo de aspecto solar calculado e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios (SCD2).....	83
FIGURA 30	- Velocidade de rotação x tempo (SCD1).....	84
FIGURA 31	- Velocidade de rotação x tempo (SCD2)	84
FIGURA 32	- Velocidade de rotação x tempo (SCD1) com coeficientes.....	85
FIGURA 33	- Velocidade de rotação x tempo (SCD2) com coeficientes.....	85
FIGURA 34	- Ascensão reta x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD1).....	87
FIGURA 35	- Declinação do eixo de rotação x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD1).....	87
FIGURA 36	- Velocidade de rotação x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD1).....	88
FIGURA 37	- Diferença entre ascensão reta calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD1).....	88

FIGURA 38	- Diferença entre declinação do eixo de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD1).....	89
FIGURA 39	- Diferença entre velocidade de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD1).....	89
FIGURA 40	- Erro de apontamento x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD1).....	90
FIGURA 41	- Ângulo de aspecto solar x tempo com variação da velocidade de rotação e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD1)	91
FIGURA 42	- Diferença entre ângulo de aspecto solar calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios e com variação da velocidade de rotação (SCD1).....	91
FIGURA 43	- Ascensão reta x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD2).....	93
FIGURA 44	- Declinação do eixo de rotação x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD2).....	93
FIGURA 45	- Velocidade de rotação x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD2)	94
FIGURA 46	- Diferença entre ascensão reta calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD2).....	94
FIGURA 47	- Diferença entre declinação do eixo de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD2).....	95
FIGURA 48	- Diferença entre velocidade de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD2).....	95
FIGURA 49	- Erro de apontamento x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD2)	96
FIGURA 50	- Ângulo de aspecto solar x tempo com variação da velocidade de rotação e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD2)	97

FIGURA 51 -	Diferença entre ângulo de aspecto solar calculado e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD2).....	97
FIGURA 52 -	Magnitude do TPRS no SCD1.....	126
FIGURA 53 -	Magnitude do TPRS no SCD2.....	126
FIGURA 54 -	Magnitude do TPRS no SCD1 com variação na velocidade de rotação.....	126
FIGURA 55 -	Magnitude do TPRS no SCD2 com variação na velocidade de rotação.....	126

LISTA DE TABELAS

TABELA	1	- Dados de órbita para o primeiro dia de simulação	28
TABELA	2	- Dados do satélite SCD1 fornecidas pelo CCS/INPE, sendo α - ascensão reta do eixo de rotação, δ - declinação do eixo de rotação do satélite, W - velocidade de rotação.....	29
TABELA	3	- Dados do satélite SCD2 fornecidas pelo CCS/INPE, Sendo que os Dias Destacados Representam a Ocorrência de Controle de Atitude.....	30
TABELA	4	- Variação da médias das diferenças de α , δ e χ e média do η entre as duas abordagens para o SCD1.....	92
TABELA	5	- Variação da médias das diferenças de α , δ e χ e média do η entre as duas abordagens para o SCD1.....	98
TABELA	B ₁	- Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD1.....	110
TABELA	B ₂	- Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD2.....	111
TABELA	C ₁	- Valores de α , δ e χ do SCD1 calculados pelo modelo teórico..	113
TABELA	C ₂	- Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ e χ , e η para o SCD1.....	114
TABELA	C ₃	- Valores de α , δ e χ do SCD2 calculados pelo modelo teórico..	115
TABELA	C ₄	- Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ e χ , e η para o SCD2.....	116
TABELA	C ₅	- Valores de α , δ , W e χ do SCD1 calculados pelo modelo teórico com Variação da Velocidade de Rotação.....	117
TABELA	C ₆	- Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ , W e χ , e η para o SCD1 com Variação da Velocidade de Rotação.....	118
TABELA	C ₇	- Valores de α , δ , W e χ do SCD2 calculados pelo modelo teórico com Variação da Velocidade de Rotação.....	119
TABELA	C ₈	- Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ , W e χ , e η para o SCD2 com Variação da Velocidade de Rotação.....	120

TABELA D	- Coeficientes calculados e atribuídos para variação da velocidade de rotação.....	122
TABELA E	- Magnitude do TPRS.....	124

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCS	Centro de Rastreo e Controle de Satélites
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
SCD1	Primeiro Satélite Brasileiro de Coleta de Dados
SCD2	Segundo Satélite Brasileiro de Coleta de Dados
CM	Centro de Massa
CP	Centro de Pressão
TPRS	Torque de Pressão de Radiação Solar Direta

LISTA DE SÍMBOLOS

A	matriz de rotação que representa o sistema orbital em termo do sistema principal	$[l]$
a_s	semi eixo maior	$[m]$
B	matriz de rotação que representa o sistema equatorial em termo do sistema principal	$[l]$
c	velocidade da luz	$[m/s]$
dS	elemento de superfície	$[m^2]$
e	excentricidade	$[l]$
h	altura do satélite	$[m]$
h_t	momento angular de translação	$[kg.m^2/s]$
I	inclinação orbital	$[^\circ]$
I_x, I_y, I_z	componentes principais do momento de inércia	$[kg.m^2]$
$\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$	vetores unitários dos sistemas de coordenadas geocêntrico e equatorial	$[l]$
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	vetores unitários do sistema de coordenadas do satélite	$[l]$
$\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$	vetores unitários do sistema de coordenadas principal	$[l]$
$\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$	vetores unitários do sistema de coordenadas orbital	$[l]$
$\vec{N}$	torque de pressão de radiação solar	$[N.m]$
N_x, N_y, N_z	componentes do torque de pressão de radiação solar em termos do sistema de coordenadas do satélite	$[N.m]$
N'_x, N'_y, N'_z	componentes do torque de pressão de radiação solar em termos do sistema de coordenadas do satélite	$[N.m]$
N_{xm}, N_{ym}, N_{zm}	componentes do torque de pressão de radiação solar médio	$[N.m]$
$\hat{n}$	o vetor unitário da direção normal à superfície	$[l]$
n_x, n_y, n_z	componentes do vetor unitário da direção normal à superfície	$[l]$
p	pressão de radiação solar	$[kW.s/m^3]$
Q_1	matriz de rotação que representa o sistema do satélite em termo do sistema equatorial	$[l]$
Q_1^t	matriz de rotação que representa o sistema do equatorial	$[l]$

	em termo do sistema do satélite	
Q_2	matriz de rotação que representa o sistema orbital em termo do sistema geocêntrico	[l]
Q_3	matriz de rotação que representa o sistema orbital em termo do sistema do satélite	[l]
Q_4	matriz de rotação que representa o sistema do satélite em termo do sistema	[l]
R'	distância da superfície atingida pelo fluxo ao Sol	[m]
R	distância do centro de massa do satélite ao Sol	[m]
R_s	vetor que une a Terra e o Sol	[m]
r_c	raio da órbita circular	[m]
$\vec{r}$	vetor posição de um elemento de área	[m]
$\vec{r}'$	vetor que une o CM do satélite e ao CM da Terra	[m]
S_0	constante solar	[kW/m ²]
$\bar{S}$	fluxo de energia radiante	[kW/m ²]
T	período orbital	[s]
t	tempo	[s]
$\hat{u}$	vetor unitário na direção de incidência do fluxo de radiação solar	[l]
u_x, u_y, u_z	componentes do vetor unitário na direção de incidência do fluxo de radiação solar	[l]
W	Velocidade de rotação do satélite	[rpm]
α	ascensão reta do eixo de rotação do satélite	[°]
α_{INPE}	ascensão reta do eixo de rotação do satélite fornecido pelo CRC/INPE	[°]
α_{Sol}	ascensão reta do eixo de rotação do sol	[°]
α_{TPRS}	ascensão reta do eixo de rotação do satélite calculado levando em conta o TPRS	[°]
β	total de fótons refletidos especularmente pela superfície dividido pela parcela dos que chocam com a superfície que é refletida difusamente ou especularmente	[l]
χ	ângulo de aspecto solar	[°]
δ	declinação do eixo de rotação	[°]

γ	parcela de todos os fótons que chocam com a superfície que é refletida difusamente ou especularmente	[l]
η	erro de apontamento	[°]
κ^m_j	Coeficiente de variação da velocidade de rotação	[rpm/s]
ν	anomalia verdadeira	[°]
θ	ângulo de rotação entre o sistema principal e o do satélite	[°]
θ_i	ângulo de incidência	[°]
Ω	longitude do nodo ascendente	[°]
ω	argumento do perigeu	[°]
$\bar{\omega}$	latitude verdadeira	[°]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	21
1.1	Objetivos.....	24
1.2	Justificativa e Motivação.....	24
1.3	Sequência do trabalho.....	25
2	OS SATÉLITES BRASILEIROS DE COLETA DE DADOS.....	27
3	SISTEMAS DE COORDENADAS.....	32
3.1	Sistema de Coordenadas Geocêntrico.....	32
3.2	Sistema de Coordenadas Equatorial.....	33
3.3	Sistema de Coordenadas do Satélite.....	33
3.4	Sistema de Coordenadas Principal.....	34
3.5	Sistema de Coordenadas Orbital.....	34
3.6	Relações Entre Sistemas de Coordenadas.....	35
3.6.1	Sistema de Coordenadas Equatorial e do Satélite.....	36
3.6.2	Sistema de Coordenadas Geocêntrico e Orbital.....	37
3.6.3	Sistemas de Coordenadas do Satélite e Orbital.....	38
3.6.4	Sistemas de Coordenadas do Satélite e Principal.....	39
3.6.5	Sistemas de Coordenadas do Orbital e Principal.....	40
3.6.6	Sistemas de Coordenadas do Equatorial e Principal.....	42
4	TORQUE DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR DIRETA.....	43
4.1	Conceito de Força e Torque de Pressão de Radiação Solar.....	43
4.2	Pressão de Radiação Solar.....	44
4.3	Força de Pressão de Radiação Solar Direta.....	45
4.4	Torque de Radiação Solar e Suas Componentes.....	46
4.5	Aplicação ao Satélite Cilíndrico.....	52

4.6	Determinação dos Componentes do Torque de Pressão de Radiação Solar Médio.....	57
5	ABORDAGEM ANALÍTICA PARA AS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO.....	60
5.1	Equações do movimento.....	60
5.2	Solução analítica para a declinação do eixo de rotação.....	62
5.3	Solução analítica para a ascensão reta do eixo de rotação.....	63
6	ERRO DE APONTAMENTO E ÂNGULO DE ASPECTO SOLAR	64
6.1	Erro de Apontamento.....	64
6.1.1	Cálculo do Erro de Apontamento.....	65
6.2	Ângulo de Aspecto Solar.....	66
6.2.1	Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar.....	68
7	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS PARA OS SATÉLITES SCD1 E SCD2.....	70
7.1	Algoritmo para Simulação Computacional.....	70
7.2	Abordagem sem variação da velocidade de rotação.....	73
7.2.1	Resultados para o SCD1.....	74
7.2.1.1	Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação	74
7.2.1.2	Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar	77
7.2.2	Resultados para o SCD2.....	79
7.2.2.1	Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação.....	80
7.2.2.2	Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar	82
7.3	Abordagem com variação da velocidade de rotação.....	84
7.3.1	Resultados para o SCD1.....	87
7.3.1.1	Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade de Rotação	87
7.3.1.2	Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar	91
7.3.2	Resultados para o SCD2.....	93
7.3.2.1	Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade de Rotação.....	93

7.3.2.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar	97
8 CONCLUSÃO.....	100
REFERENCIAS.....	103
APÊNDICE A – CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO DO TPRS.....	107
APÊNDICE B – ASCENSÃO RETA DE DECLINAÇÃO DO SOL.....	110
APÊNDICE C – VALORES E VARIAÇÕES ENTRE CALCULADO E REAL α , δ , W , χ E η	113
APÊNDICE D – COEFICIENTES DE VARIAÇÃO DO W	122
APÊNDICE E – RESULTADOS DAS MAGNITUDES DO TPRS.....	124

1 INTRODUÇÃO

O sucesso de missões espaciais envolvendo satélites artificiais depende da posição e orientação em que estes se encontram no espaço, pois os veículos espaciais carregam instrumentos a bordo, os quais precisam ser posicionados e direcionados com muita precisão. Assim, conhecer a atitude do satélite, bem como comandar uma atitude desejada, são indispensáveis para o bom desempenho da missão a que ele se destina. Porém, a ação continua de forças oriundas do meio onde os satélites orbitam, influencia significativamente no movimento destes, ou seja, na atitude e na órbita destes satélites.

Assim, uma análise da atitude de satélites na presença de torques externos torna-se necessário, o que pode ser realizado através da determinação de soluções para as equações do movimento rotacional, nas quais são incluídas as parcelas dos torques ambientais. Neste trabalho o enfoque é dado aos satélites estabilizados por rotação (para os quais o eixo de rotação se alinha com o eixo de maior momento principal de inércia) sob atuação exclusiva do *Torque de Pressão de Radiação Solar* (TPRS). Os demais torques ambientais (Torque de Gradiente de Gravidade, Torque Aerodinâmico, Torques Magnéticos) não são aqui considerados, apesar de poderem afetar significativamente a atitude do satélite. Estes torques já foram considerados em diversos trabalhos anteriores, destacando-se as abordagens analíticas aplicadas em satélites estabilizados por rotação nos trabalhos que consideram a atuação isolada de cada torque (QUIRELLI, 2002; ASSIS, 2004; GARCIA, 2007; CHIARADIA, 2007; CHIARADIA, 2010) ou considerando a influência conjunta de todos eles (PEREIRA, 2011).

Quirelli (2002) apresenta uma abordagem analítica para a propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação, em órbita elíptica, considerando a influência de torques magnéticos. É utilizado o modelo de vetor de dipolo inclinado para o campo geomagnético e o método da média é aplicado para determinar o torque ao longo de um período orbital. Observa-se que o torque magnético residual não afeta o módulo da velocidade de rotação, contribuindo somente para as variações temporais da ascensão reta e declinação do eixo de rotação. O torque magnético devido às correntes de Foucault causa um decaimento exponencial no módulo da velocidade de rotação. As simulações numéricas que são realizadas apresentam uma boa concordância entre a solução analítica obtida e o comportamento real do

satélite, dentro das limitações da abordagem analítica realizada. Zanardi, Quirelli & Kuga (2005) também discutem esta abordagem.

Assis (2004) apresenta uma abordagem analítica para a propagação de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação em órbita circular com a inclusão do torque residual. O modelo de quadripolo é utilizado para descrever o campo magnético da Terra, sendo aplicado o método da média para determinar o torque médio em um período orbital. A partir da solução analítica apresentada é possível observar que o torque magnético residual contribui para a deriva e precessão do eixo de rotação.

No trabalho desenvolvido por Garcia (2007) é apresentado uma abordagem analítica para o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, considerando os satélites em órbita elíptica e a influência do torque magnético residual. A diferença principal deste trabalho com de Assis (2004) está no fato da órbita do satélite ser elíptica, o que acarreta em expansões analíticas na excentricidade orbital e na anomalia média. Comparações dos resultados obtidos nesta abordagem e nas abordagens de Assis (2004) e Quirelli (2002) foram realizadas, considerando os dados dos satélites brasileiros de coleta de dados. Os principais resultados desta abordagem foram também apresentados em Garcia, Zanardi & Kuga (2009).

O trabalho desenvolvido por Chiaradia (2007) determina a magnitude do Torque de gradiente de gravidade levando em consideração a variação desta magnitude em relação à altitude e aos momentos principais de inércia do satélite. A influência deste torque no movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação é analisada para satélites de pequeno e médio porte em órbita circular.

Chiaradia (2010) faz um estudo sobre o torque aerodinâmico aplicado no movimento de satélites estabilizados por rotação com o intuito de obter as soluções analíticas para as equações de movimento. Neste trabalho é avaliada a variação da magnitude do torque aerodinâmico com a altitude, a qual está relacionada com a densidade atmosférica em cada ponto da órbita do satélite, e são determinadas soluções analíticas para as equações do movimento, incluindo parcelas do torque aerodinâmico. Aplicações são realizadas para os satélites brasileiros SCD1 e SCD2, os quais se encontram a uma altitude aproximadamente 700 km, de modo que a magnitude do torque aerodinâmico é pequena, sendo pequena a influência deste torque no movimento rotacional destes satélites.

Pereira (2011) apresenta uma abordagem analítica para o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, considerando os satélites em órbita elíptica e sob influência conjunta do torque aerodinâmico, o torque de gradiente de gravidade, o torque magnético residual e o torque magnético devido às correntes de Foucault. Modelos

matemáticos são apresentados para todos os torques e os componentes médios de cada torque são determinados para um intervalo de tempo de um período orbital. Aplicações são realizadas para os satélites SCD1 e SCD2 através de duas abordagens. Os resultados mostram uma boa concordância entre os valores obtidos pela teoria e os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE na primeira abordagem (com atualização diária dos dados) para um período de 40 dias. Para a abordagem sem atualização diária dos dados, os resultados mostram-se adequados apenas por três dias de simulação. São também verificados o erro de apontamento (desvio do eixo de rotação calculado pela teoria com o eixo de rotação real) e o ângulo de aspecto solar, sendo que os desvios obtidos encontram-se dentro das precisões requeridas para as missões destes satélites. Resultados parciais desta abordagem são discutidos em Zanardi et al (2011).

Assim este trabalho dá continuidade aos estudos já desenvolvidos, apresentado uma análise da influência do TPRS no movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação. O modelo matemático para o TPRS foi desenvolvido por Zanardi (1993) para um satélite em órbita elíptica, utilizando variáveis de Andoyer (LUM & BLOCH, 1999) para descrever o movimento rotacional, com aplicação para um satélite cilíndrico circular. Neste trabalho, o modelo é adaptado para um satélite estabilizado por rotação em órbita circular.

O TPRS é causado pela *Força de Pressão de Radiação Solar*, a qual é gerada pelo contínuo fluxo de fótons que se chocam com a superfície do satélite. A transferência de momento dos fótons para o satélite origina a *Força de Radiação Solar*. Nesse trabalho será considerado um satélite de forma cilíndrica, em órbita circular, com a força de radiação solar oriunda apenas da incidência direta da luz solar sobre a superfície do satélite. É também admitido que o satélite está sempre iluminado, não incluindo nas equações do movimento a função sombra da Terra, associada à fase da órbita em que a Terra produz uma sombra sobre o satélite de modo que a força de pressão de radiação solar direta se anula (VILHENA DE MORAES, ZANARDI, 1997). O modelo para o TPRS foi desenvolvido por Zanardi (1993) utilizando variáveis de Andoyer (LUM & BLOCH, 1999) para descrever a atitude de um satélite qualquer. Salienta-se a diferença neste trabalho é que a atitude é descrita por ângulos de Euler e aplicado para um satélite estabilizado por rotação.

As equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação são descritas em termos do módulo da velocidade de rotação (W), da ascensão reta (α) e da declinação do eixo de rotação do satélite (δ). Neste trabalho é considerado que a órbita do satélite ao redor da Terra é conhecida, aproximada inicialmente pela órbita Kepleriana, sendo posteriormente incluídas as principais variações devido ao achatamento da Terra. Estas

equações do movimento dependem dos componentes dos torques externos atuantes no satélite, expressas em um sistema fixo no satélite, no qual o eixo Oz coincide com o eixo de rotação do satélite.

No desenvolvimento deste trabalho, os componentes médios do TPRS são incluídos nas equações do movimento rotacional e já levam em conta os principais efeitos do TPRS sobre a atitude do satélite. Estes componentes médios são obtidos pela média do torque instantâneo em um intervalo de tempo de um período orbital.

A análise da dinâmica do movimento rotacional dos satélites aqui realizada envolve também o estudo do comportamento temporal do erro de apontamento (desvio angular entre o eixo de rotação real e o eixo de rotação calculado pela teoria proposta), que será representado por η , e do ângulo de aspecto solar (ângulo entre o eixo de rotação e a direção de incidência do Sol), que será representado por χ . Estas análises contribuirão para validar a abordagem analítica realizada.

1.1 Objetivos

Analisar a influência do torque de pressão de radiação solar direta no movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação. As componentes do torque de radiação solar direta deverão ser determinadas no sistema fixo no satélite e uma solução analítica para as equações do movimento rotacional deverá ser proposta. Aplicações serão feitas para os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2.

1.2 Justificativa e Motivação

Soluções analíticas para as equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação já foram determinadas em trabalhos anteriores (QUIRELLI, 2002; ASSIS, 2004; GARCIA, 2007; CHIARADIA, 2007; CHIARADIA, 2010), considerando outros torques externos (gradiente de gravidade, aerodinâmico, magnético residual e magnético induzido). Assim este trabalho estará complementando os projetos anteriores. Com a inclusão deste torque em conjunto com os demais torques externos a solução analítica deverá representar de modo mais real o comportamento do satélite no espaço.

Os resultados a serem determinados poderão ser úteis em análise de missões espaciais do Brasil.

O software MATLAB que será utilizado nas simulações numéricas é adequado para diversas aplicações, podendo ser utilizado por um aluno de bacharelado em Física em diversas áreas da física.

1.3 Sequência do trabalho

Na sequência deste trabalho são apresentados no Capítulo 2 os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2, e seus dados que serão utilizados nas aplicações da teoria desenvolvida, através da comparação dos resultados obtidos pela teoria com o comportamento real destes satélites.

No Capítulo 3 são introduzidos os sistemas de coordenadas e a relação entre eles, as quais serão necessárias no desenvolvimento do trabalho.

O Capítulo 4 introduz o TPRS e os diversos parâmetros envolvidos no modelo deste torque. Os componentes médios do TPRS no sistema de referência fixo no satélite, necessárias nas equações do movimento, são também determinados.

No Capítulo 5 são determinadas as equações do movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação, para as quais são obtidas soluções analíticas quando o TPRS atua.

O Capítulo 6 apresenta a determinação do erro de apontamento e do ângulo de aspecto solar, em termos da ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite, respectivamente.

No Capítulo 7 é realizada a implementação numérica das soluções analíticas para ascensão reta e declinação do eixo de rotação com os dados dos satélites SCD1 e SCD2. Como as aplicações da teoria desenvolvida são realizadas para um intervalo maior do que um período orbital, os elementos orbitais são atualizados levando-se em conta as principais influências do achatamento da Terra. Na abordagem aqui realizada todos os dados de atitude e órbita são atualizados a cada 24 horas com os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE (CCS). O comportamento temporal do erro de apontamento e ângulo de aspecto solar é também avaliado para essa abordagem. Também são realizadas comparações entre as médias de erros relacionadas com os componentes da atitude do satélite, erro de apontamento e do ângulo de aspecto solar. É proposta e realizada ainda uma segunda abordagem onde se faz variar a velocidade de rotação introduzindo uma função baseada no comportamento real da velocidade de rotação. Ao fim são comparados os dados das duas abordagens.

Finalmente no Capítulo 8 são apresentadas as conclusões e comentários finais sobre o trabalho desenvolvido.

2 OS SATÉLITES BRASILEIROS DE COLETA DE DADOS

Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2 podem ser considerados como os dois marcos mais importantes das atividades espaciais brasileiras, pois foram os primeiros a serem concebidos, projetados e fabricados no Brasil (WINTER & PRADO, 2007). Estes satélites possuem o eixo de rotação nominal alinhado como eixo de maior momento principal de inércia, ou seja, são satélites estabilizados por rotação e são adequadas para aplicação da teoria analítica aqui proposta.

A missão do SCD1 e SCD2 consiste, basicamente, em retransmitir, em direção às estações receptoras (estações de rastreo de Cuiabá e Alcântara, no caso), os dados obtidos por uma rede de Plataformas Automáticas de Coleta de Dados Ambientais (PCD) distribuídas ao longo do território nacional. Cada plataforma, após coletar os dados relativos à sua aplicação específica, transmite-os na banda de frequência UHF, em aproximadamente 400 MHz. Quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance das antenas) da estação, os sinais das plataformas que se encontram visíveis ao satélite são captados e retransmitidos à estação onde os dados são gravados. Após a passagem do satélite, estes dados são transmitidos ao Centro de Controle de Missão, em Cachoeira Paulista, onde, então, são processados e distribuídos aos usuários para suas análises e pesquisas.

O contato entre o sistema de controle de solo e um satélite é estabelecido pelas estações de rastreo, quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance) de suas antenas. Durante períodos de visibilidade (ou passagens do satélite), o sinal transmitido pelo satélite é captado pela antena da estação, sendo estabelecido um enlace descendente de comunicação. O sinal recebido contém as informações (dados) de telemetria que revelam o estado atual de funcionamento do satélite. Uma vez estabelecido o enlace descendente, a estação estabelece também um enlace ascendente, que é utilizado para envio de telecomandos (comandos para o satélite), e execução de medidas de rastreo (distância e velocidade), utilizados para manutenção e operação do satélite.

O SCD1 e o SCD2 foram injetados em órbitas semelhantes, aproximadamente circulares, com altitudes da ordem de 750 km e com 25° de inclinação em relação ao plano do equador. Esses satélites realizam aproximadamente um total de 14 órbitas a cada 24 horas. Destas 14 passagens diárias, devido à inclinação do plano orbital, em média, apenas 8 passagens consecutivas são visíveis pela estação de Cuiabá, que é a estação de rastreo primária utilizada no controle. Deste modo, a cada 24 horas, ocorre um intervalo de tempo

correspondente em média a 6 órbitas (aproximadamente 10 horas) em que não há passagens de um dos satélites sobre Cuiabá. Os parâmetros orbitais do SCD2 foram projetados de maneira tal que seu ciclo diário de passagens consecutivas por Cuiabá fosse complementar ao ciclo de passagens do SCD1, a fim de que o período diário em que não há passagens de um satélite seja coberto pelo outro.

O SCD1 foi lançado em 9 de fevereiro de 1993 às 14:42:20 UTC e foi colocado em órbita pelo lançador norte-americano Pégasus. Neste veículo lançador o satélite é transportado fixo a um avião até um determinado ponto, onde é liberado, após alguns segundos de queda livre seus propulsores são acionados, iniciando-se o lançamento (ORLANDO, LOPES & KUGA, 1997; WINTER & PRADO, 2007). Este satélite foi lançado com rotação de 120rpm, não possui controle de órbita e tem sua atitude estabilizada inercialmente por rotação que decai ao longo do tempo sob o efeito de torques ambientais, notadamente o torque magnético residual e os gerados pelas correntes de Foucault. Em 2002 o SCD1 apresentava ainda uma rotação de 50 rpm (WINTER & PRADO, 2007).

O SCD2, segundo satélite de coleta de dados, projetado, construído e operado em órbita pelo INPE, foi lançado em 22 de Outubro de 1998, também pelo lançador norte-americano Pégasus (KUGA, ORLANDO & LOPES, 1999; WINTER & PRADO, 2007). Exatamente às 22:12:57 horas (horário de Brasília) ocorreu a separação entre o satélite e o último estágio do lançador, concluindo o lançamento com êxito e garantindo a continuidade do Programa de Coleta de Dados Ambientais. Aproximadamente 12 segundos após a separação entre o satélite e o último estágio do foguete lançador, o SCD2 entrou na região de visibilidade (alcance) da estação de rastreio de Alcântara. A antena da estação imediatamente captou o sinal transmitido pelo SCD2, o que indicava que o transmissor de telecomunicações de serviço do satélite, que deveria ser automaticamente ativado durante a separação, estava ativo.

Este satélite foi lançado com rotação de 120rpm, não possui controle de órbita e tem sua atitude estabilizada autonomamente em torno de 32rpm, através de um sistema de controle de rotação autônomo.

As Tabelas 2 e 3 apresentam os dados de atitude do SCD1 e SCD2 fornecidos pelo Centro de Controle de Satélite (CCS) do INPE para o intervalo de tempo considerado nas simulações a serem realizadas. Para o SCD1 os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao início da vida do satélite, com data inicial de 24 de julho de 1993 às 0h GMT, durante o qual o SCD1 experimentou um forte decaimento de cerca de 5rpm em 40 dias. Para o SCD2 foi

escolhido um período arbitrário, durante o qual foram executadas manobras de reorientação de atitude do eixo de rotação, com data inicial de 01 de fevereiro de 2002 às 0h GMT.

Tabela 1 - Dados de órbita para o primeiro dia de simulação

Dados	SCD1	SCD2
Dia da simulação	24/07/1993	01/02/2002
Semi-eixo maior	7139615,83 m	7133679,70 m
Excentricidade	0,00454	0,00175
Inclinação	25°	25,01°
Ascensão reta do nodo ascendente	260,43°	88,30°
Argumento do perigeu	260,23°	288,21°
Anomalia média	102,89°	300,03°

Tabela 2 – Dados do satélite SCD1 fornecidas pelo CCS/INPE, sendo α - ascensão reta do eixo de rotação, δ - declinação do eixo de rotação do satélite, W - velocidade de rotação.

	Dia-SCD1	α_{INPE} (°)	δ_{INPE} (°)	W_{INPE} (rpm)
1	24/7/1993	234,1000	77,3000	90,8100
2	25/7/1993	233,7400	77,6900	90,7100
3	26/7/1993	233,5400	78,0900	90,6200
4	27/7/1993	233,5300	78,5000	90,5200
5	28/7/1993	233,7300	78,9300	90,4200
6	29/7/1993	234,1400	79,3500	90,3300
7	30/7/1993	234,8300	79,7800	90,2300
8	31/7/1993	235,8000	80,2000	90,1200
9	1/8/1993	237,1200	80,6000	90,0200
10	2/8/1993	238,8200	80,9900	89,9100
11	3/8/1993	240,8900	81,3400	89,8100
12	4/8/1993	244,0400	81,8600	89,5400
13	5/8/1993	246,6200	82,1200	89,3500
14	6/8/1993	249,5300	82,3300	89,1600
15	7/8/1993	252,7400	82,4800	88,9700
16	8/8/1993	256,1500	82,5800	88,7900
17	9/8/1993	259,7000	82,6000	88,5900
18	10/8/1993	263,2000	82,5600	88,4100
19	11/8/1993	266,5500	82,4400	88,2200
20	12/8/1993	269,7000	82,2800	88,0300
21	13/8/1993	272,5400	82,0600	87,8500
22	14/8/1993	275,7500	81,8500	87,6100
23	15/8/1993	277,4500	81,6200	87,4200
24	16/8/1993	278,9000	81,3700	87,2400
25	17/8/1993	280,0900	81,1000	87,0600
26	18/8/1993	281,0100	80,8200	86,8800
27	19/8/1993	281,7400	80,5300	86,7100
28	20/8/1993	282,2400	80,2300	86,5400
29	21/8/1993	282,5700	79,9300	86,3700
30	22/8/1993	282,7000	79,6400	86,2100
31	23/8/1993	282,6700	79,3500	86,0400
32	24/8/1993	283,5000	79,2200	85,8800
33	25/8/1993	283,0100	78,9500	85,8000
34	26/8/1993	282,4300	78,7000	85,7300
35	27/8/1993	281,7600	78,4800	85,6600
36	28/8/1993	281,0100	78,2700	85,5800
37	29/8/1993	280,1800	78,0800	85,5100
38	30/8/1993	279,2900	77,9100	85,4400
39	31/8/1993	278,3400	77,7800	85,3700
40	1/9/1993	277,3600	77,6700	85,3100

Tabela 3 – Dados do satélite SCD2 fornecidas pelo CCS/INPE, sendo que os dias destacados representam a ocorrência de controle de atitude.

	Dia-SCD2	α_{INPE} (°)	δ_{INPE} (°)	W_{INPE} (rpm)
1	1/2/2002	281,7200	62,7400	34,5700
2	2/2/2002	281,5300	62,9499	34,5900
3	3/2/2002	281,3800	63,2019	34,6100
4	4/2/2002	281,2800	63,4429	34,6300
5	5/2/2002	280,0500	63,3900	34,6300
6	6/2/2002	280,0600	63,4747	34,6200
7	7/2/2002	280,0900	63,5517	34,6200
8	8/2/2002	280,1300	63,6142	34,6100
9	9/2/2002	280,1800	63,6780	34,6100
10	10/2/2002	280,2500	63,7348	34,6000
11	11/2/2002	280,3100	63,7863	34,6000
12	12/2/2002	278,7100	63,4700	34,4800
13	13/2/2002	278,7300	63,5146	34,4200
14	14/2/2002	278,7400	63,4636	34,3700
15	15/2/2002	278,7400	63,4090	34,3100
16	16/2/2002	278,7200	63,3570	34,2600
17	17/2/2002	278,6800	63,3160	34,2000
18	18/2/2002	278,6300	63,2964	34,1400
19	19/2/2002	278,5700	63,2926	34,0800
20	20/2/2002	278,5000	63,3014	34,0200
21	21/2/2002	278,4200	63,3170	33,9600
22	22/2/2002	278,3300	63,3421	33,9000
23	23/2/2002	278,2300	63,3590	33,8300
24	24/2/2002	276,6000	61,2200	33,6900
25	25/2/2002	276,4200	61,1443	33,6900
26	26/2/2002	276,2000	60,9304	33,5500
27	27/2/2002	275,9400	60,7028	33,4800
28	28/2/2002	275,6400	60,4678	33,4000
29	1/3/2002	273,7500	59,4002	33,4300
30	2/3/2002	273,3900	59,1207	33,4100
31	3/3/2002	272,9700	58,8507	33,3800
32	4/3/2002	272,5200	58,5730	33,3500
33	5/3/2002	271,6300	58,2500	33,3400
34	6/3/2002	271,1400	57,9950	33,3600
35	7/3/2002	270,6300	57,7446	33,3800
36	8/3/2002	270,0700	57,5159	33,4000
37	9/3/2002	269,4900	57,3094	33,4200
38	10/3/2002	268,8700	57,1157	33,4400
39	11/3/2002	268,2400	56,9538	33,4600
40	12/3/2002	267,8400	56,7966	33,5100

3 SISTEMAS DE COORDENADAS

Neste Capítulo são introduzidos os sistemas de referência que serão utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho, bem como as matrizes de rotação que os relacionam. As matrizes de rotação são definidas em termos de conjuntos de ângulos de Euler, que envolvem os elementos orbitais (longitude do nodo ascendente (Ω), inclinação orbital (I), anomalia verdadeira (ν), argumento do perigeu (ω)), a ascensão reta (α) e declinação do eixo de rotação (δ) do satélite e a velocidade rotação do satélite (W).

As matrizes de rotação que relacionam os diversos sistemas de referência são utilizadas para determinar os componentes do TPRS no sistema fixo no satélite, os quais são necessários nas equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação.

3.1 Sistema de Coordenadas Geocêntrico

O sistema de coordenadas denominado geocêntrico, representado por $O'XYZ$, possui sua origem no centro de massa da Terra, com o plano de referência $O'XY$ paralelo ao plano do equador terrestre, com o eixo $O'X$ apontando na direção do ponto vernal (intersecção do plano da eclíptica com o plano do equador terrestre), o eixo $O'Z$ na direção do pólo norte e o eixo $O'Y$ forma o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$ (BATE, 1971). Este sistema está representado na Figura 1.

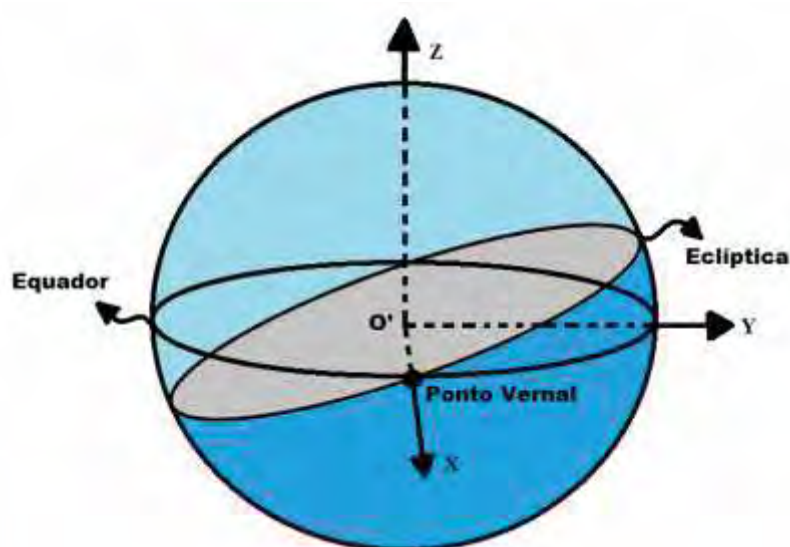


Figura 1 – Representação do sistema geocêntrico $O'XYZ$

3.2 Sistema de Coordenadas Equatorial

Neste sistema OXYZ, representado na Figura 2, a origem coincide com o centro de massa do satélite O e os eixos são paralelos aos do sistema geocêntrico (KUGA, FERREIRA & GUEDES, 1987). Assim os vetores unitários deste sistema também são representados por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$.

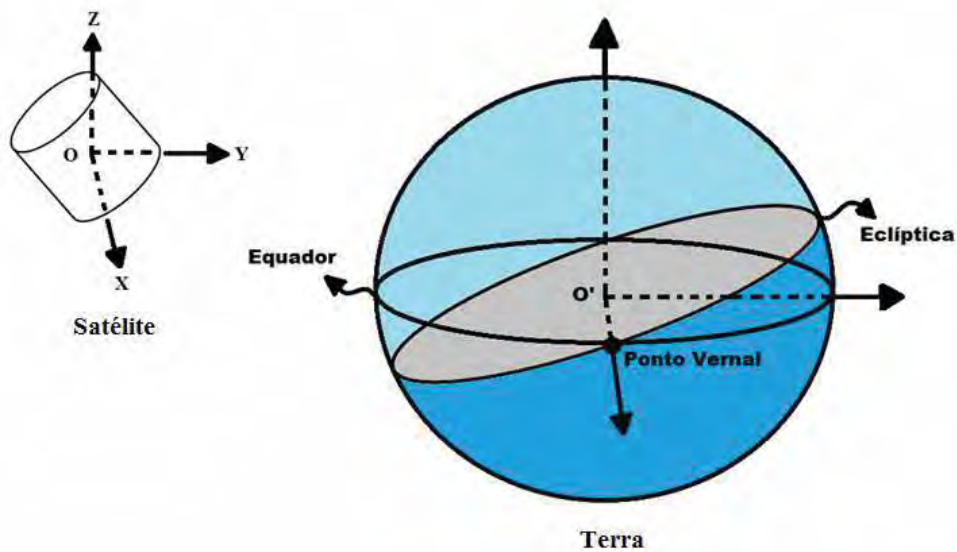


Figura 2 – Representação do sistema equatorial OXYZ

3.3 Sistema de Coordenadas do Satélite

O sistema do satélite Oxyz (KUGA, SILVA & GUEDES, 1987) possui sua origem no centro de massa do satélite O , com o eixo Oz na direção do eixo de rotação do satélite ($\hat{k}$), com o plano Oxy sendo perpendicular a Oz , com o eixo Ox na intersecção de Oxy com o plano equatorial OXY e o eixo Oy formando o sistema dextrógiro. O plano Oxy é chamado de plano de rotação e os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$. Este sistema está representado na Figura 3, juntamente com o sistema equatorial, onde também estão representados os ângulos da ascensão reta α e declinação δ que expressam a posição do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial, sendo definidos por:

- α – ângulo que a projeção do eixo de rotação $\hat{k}$ no plano OXY forma com o eixo OX ;
- δ – ângulo que o eixo de rotação $\hat{k}$ forma com o plano OXZ .

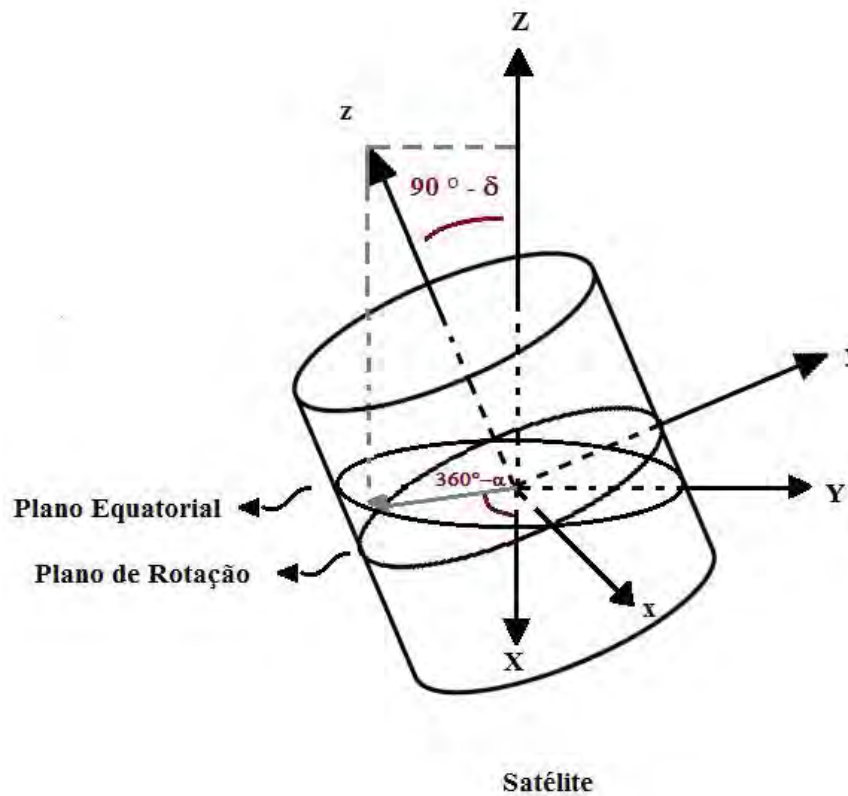


Figura 3 - Sistema equatorial (X, Y, Z) , sistema do satélite (x, y, z) , ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação Oz

3.4 Sistema de Coordenadas Principal

O sistema de coordenadas principal $Ox^*y^*z^*$ tem sua origem no centro de massa do satélite e possui seus eixos coincidentes com as direções dos eixos principais de inércia do satélite. Se considerarmos que o eixo Oz^* está associado com o maior momento principal de inércia do satélite, então o eixo Oz do sistema do satélite é coincidente com o eixo Oz^* deste sistema. Os versores deste sistema são representados por $\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$.

3.5 Sistema de Coordenadas Orbital

O sistema orbital $O'x_Sy_Sz_S$ possui sua origem no centro de massa da Terra O' e está associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra, sendo que o plano

$O'x_Sy_S$ coincide com o plano orbital, o eixo $O'x_S$ está na direção radial (que une o centro de massa da Terra ao centro de massa do satélite), $O'z_S$ é perpendicular ao plano orbital e $O'y_S$ forma o sistema dextrogiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$.

Este sistema está representado na Figura 4, juntamente o sistema geocêntrico e os ângulos de longitude do nodo ascendente (Ω), argumento do pericentro (ω), inclinação orbital (I) e anomalia verdadeira (ν).

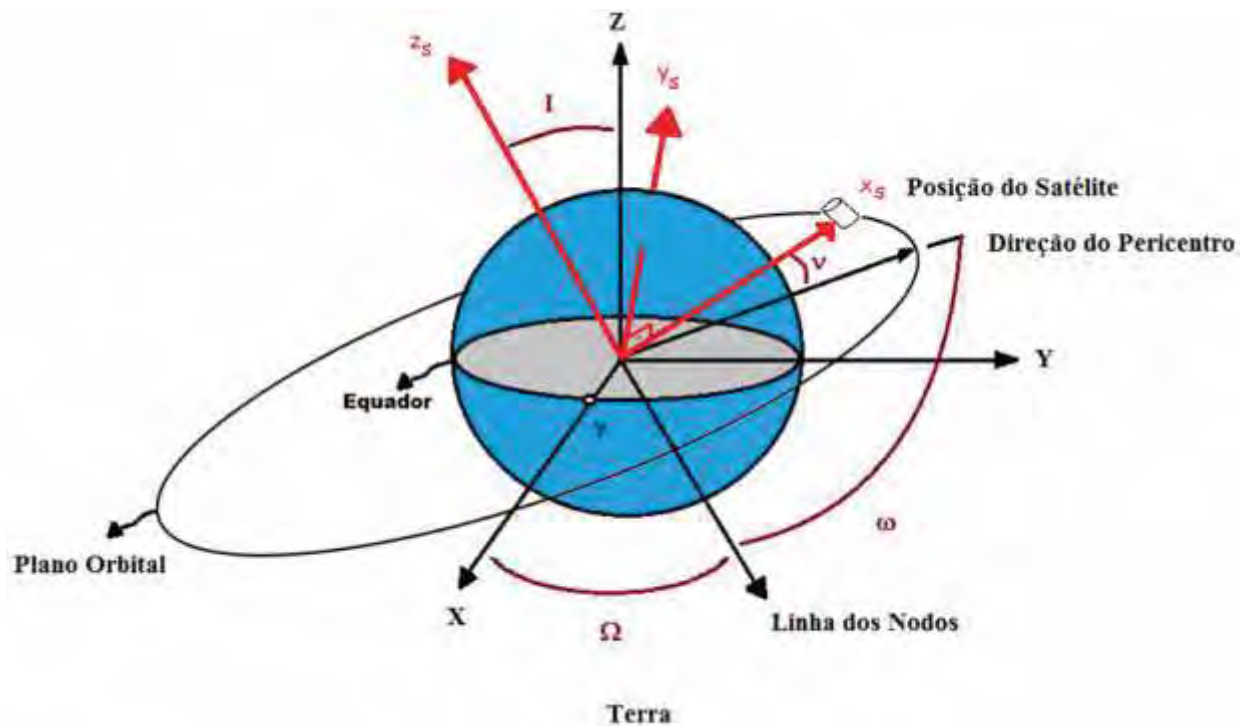


Figura 4 - Sistema Geocêntrico ($O'XYZ$) e Sistema Orbital ($O'x_Sy_Sz_S$).

3.6 Relações Entre Sistemas de Coordenadas

Neste item serão introduzidas as matrizes de rotação que relacionam os diversos sistema de coordenadas.

3.6.1 Sistema de Coordenadas Equatorial e do Satélite

Na Figura 3 observamos que o sistema do satélite Oxyz (com versores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$) é obtido do sistema equatorial OXYZ (com versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) por uma seqüência de duas rotações (KUGA, SILVA & GUEDES, 1987):

- $(\alpha - 270^\circ)$ no eixo OZ;

- $(90^\circ - \delta)$ no eixo Ox;

de modo que a relação entre estes dois sistemas é dada por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\delta) & \cos(\delta) \\ 0 & -\cos(\delta) & \sin(\delta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ -\cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

ou seja:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = Q_1 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

com

$$Q_1 = \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ -\cos(\alpha)\sin(\delta) & -\sin(\alpha)\sin(\delta) & \cos(\delta) \\ \cos(\alpha)\cos(\delta) & \sin(\alpha)\cos(\delta) & \sin(\delta) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Logo substituindo a equação (3.3) em (3.2) e efetuando os produtos, tem-se que os vetores unitários do sistema do satélite são expressos no sistema equatorial através de:

$$\begin{aligned} \hat{i} &= \sin(\alpha)\hat{I} + \cos(\alpha)\hat{J} \\ \hat{j} &= -\sin(\delta)\cos(\alpha)\hat{I} - \sin(\delta)\sin(\alpha)\hat{J} + \cos(\delta)\hat{K} \\ \hat{k} &= \cos(\delta)\cos(\alpha)\hat{I} + \cos(\delta)\sin(\alpha)\hat{J} + \sin(\delta)\hat{K} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Na determinação dos componentes dos torques externos ao longo deste trabalho muitas vezes será necessário representar os versores do sistema equatorial em termos do sistema do

satélite. Como a matriz de rotação é ortogonal, ou seja, sua inversa é igual a sua transposta, a partir da equação (3.2) tem-se:

$$\begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} = Q_1^t \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Deste modo os vetores unitários $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ podem ser representados em termos dos vetores unitários do sistema do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$, utilizando a transposta da matriz Q_1 , através de:

$$\begin{aligned} \hat{I} &= -\sin(\alpha) \hat{i} - \sin(\delta) \sin(\alpha) \hat{j} + \cos(\delta) \cos(\alpha) \hat{k} \\ \hat{J} &= \cos(\alpha) \hat{i} - \sin(\delta) \sin(\alpha) \hat{j} + \cos(\delta) \sin(\alpha) \hat{k} \\ \hat{K} &= \cos\delta \hat{j} + \sin\delta \hat{k} \end{aligned} \quad (3.6)$$

3.6.2 Sistema de Coordenadas Geocêntrico e Orbital

O sistema orbital (Figura 4) relaciona-se com o sistema geocêntrico através dos elementos orbitais (longitude do nodo ascendente (Ω) , a inclinação orbital (I) , e a latitude verdadeira $(v + \omega)$), ou seja, o sistema orbital (com versores $\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$) é obtido do sistema equatorial (versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) através da seqüência de ângulos de Euler 3-1-3, ou seja são necessárias três rotações consecutivas:

- I - rotação de Ω no eixo OZ;
- II - rotação de I no eixo intermediário Ox' ;
- III - $(\omega + v)$ no eixo Oz_s .

Realizando as três rotações necessárias encontramos a relação expressa por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = Q_2 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

onde

$$Q_2 = \begin{pmatrix} (q_2)_{11} & (q_2)_{12} & (q_2)_{13} \\ (q_2)_{21} & (q_2)_{22} & (q_2)_{23} \\ (q_2)_{31} & (q_2)_{32} & (q_2)_{33} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

e

$$\begin{aligned} (q_2)_{11} &= \cos(\Omega) \cos(\omega + \nu) - \sin(\Omega) \sin(\omega + \nu) \cos(I) \\ (q_2)_{12} &= \sin(\Omega) \cdot \cos(\omega + \nu) + \cos(\Omega) \cdot \sin(\omega + \nu) \cdot \cos(I) \\ (q_2)_{13} &= \sin(\omega + \nu) \cdot \sin(I) \\ (q_2)_{21} &= -\cos(\Omega) \cdot \sin(\omega + \nu) - \sin(\Omega) \cdot \cos(\omega + \nu) \cdot \cos(I) \\ (q_2)_{22} &= -\sin(\Omega) \cdot \sin(\omega + \nu) + \cos(\Omega) \cdot \cos(\omega + \nu) \cdot \cos(I) \\ (q_2)_{23} &= \cos(\omega + \nu) \cdot \sin(I) \\ (q_2)_{31} &= \sin(\Omega) \cdot \sin(I) \\ (q_2)_{32} &= -\cos(\Omega) \cdot \sin(I) \\ (q_2)_{33} &= \cos(I) \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.6.3 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Orbital

A relação entre os sistemas de coordenadas orbital $(\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s)$ e do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ é obtida utilizando as relações dadas nas Eqs (3.5) e (3.7), de modo que:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = Q_2 Q_1^t \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = Q_3 \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Efetuada os cálculos tem-se:

$$Q_3 = \begin{pmatrix} (q_3)_{11} & (q_3)_{12} & (q_3)_{13} \\ (q_3)_{21} & (q_3)_{22} & (q_3)_{23} \\ (q_3)_{31} & (q_3)_{32} & (q_3)_{33} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

com

$$\begin{aligned}
(q_3)_{11} &= -\text{sen}(\alpha)[\cos(\Omega)\cos(\omega+v) - \text{sen}(\Omega)\text{sen}(\omega+v)\cos(I)] \\
&\quad + \cos(\alpha)[\text{sen}(\Omega)\cos(\omega+v) + \cos(\Omega)\text{sen}(\omega+v)\cos(I)] \\
(q_3)_{12} &= -\text{sen}(\delta)\cos(\alpha)[\cos(\Omega)\cos(\omega+v) - \text{sen}(\Omega)\text{sen}(\omega+v)\cos(I)] \\
&\quad - \text{sen}(\delta)\text{sen}(\alpha)[\text{sen}(\Omega)\cos(\omega+v) \\
&\quad + \cos(\Omega)\text{sen}(\omega+v)\cos(I)] + \cos(\delta)\text{sen}(\omega+v)\text{sen}(I) \\
(q_3)_{13} &= \cos(\delta)\cos(\alpha)[\cos(\Omega)\cos(\omega+v) - \text{sen}(\Omega)\text{sen}(\omega+v)\cos(I)] \\
&\quad + \text{sen}(\delta)\text{sen}(\omega+v)\text{sen}(I) \\
&\quad + \cos(\delta)\text{sen}(\alpha)[\text{sen}(\Omega)\cos(\omega+v) + \cos(\Omega)\text{sen}(\omega+v)\cos(I)] \\
(q_3)_{21} &= \text{sen}(\alpha)[\cos(\Omega)\text{sen}(\omega+v) + \text{sen}(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I)] \\
&\quad + \cos(\alpha)[- \text{sen}(\Omega)\text{sen}(\omega+v) + \cos(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I)] \\
(q_3)_{22} &= \text{sen}(\delta)\cos(\alpha)[\cos(\Omega)\text{sen}(\omega+v) + \text{sen}(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I)] \\
&\quad - \text{sen}(\delta)\text{sen}(\alpha)[- \text{sen}(\Omega)\text{sen}(\omega+v) \\
&\quad + \cos(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I)] + \cos(\delta)\cos(\omega+v)\text{sen}(I) \\
(q_3)_{23} &= \cos(\delta)\cos(\alpha)[- \cos(\Omega)\text{sen}(\omega+v) - \text{sen}(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I)] \\
&\quad + \cos(\delta)\text{sen}(\alpha)[- \text{sen}(\Omega)\text{sen}(\omega+v) \\
&\quad + \cos(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I)]\text{sen}(\delta)\cos(\omega+v)\text{sen}(I) \\
(q_3)_{31} &= -\text{sen}(\alpha)[\text{sen}(\Omega) \cdot \text{sen}(I)] + \cos(\alpha)[- \cos(\Omega) \cdot \text{sen}(I)] \\
(q_3)_{32} &= -\text{sen}(\delta)\cos(\alpha)[\text{sen}(\Omega) \cdot \text{sen}(I)] \\
&\quad - \text{sen}(\delta)\text{sen}(\alpha)[- \cos(\Omega) \cdot \text{sen}(I)] + \cos(I) \\
(q_3)_{33} &= \cos(\delta)\cos(\alpha)[\text{sen}(\Omega) \cdot \text{sen}(I)] \\
&\quad + \cos(\delta)\text{sen}(\alpha)[- \cos(\Omega) \cdot \text{sen}(I)]\cos(I)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

3.6.4 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Principal

O eixo Oz do sistema do satélite é coincidente com o eixo Oz* do sistema principal. Estes dois sistemas estão representados na Figura 5, na qual pode se observar que o sistema principal é obtido do sistema do satélite através de uma rotação no eixo Oz de um ângulo de rotação θ , ou seja (PEREIRA, 2011):

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = Q_4 \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} \tag{3.13}$$

com

$$Q_4 = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

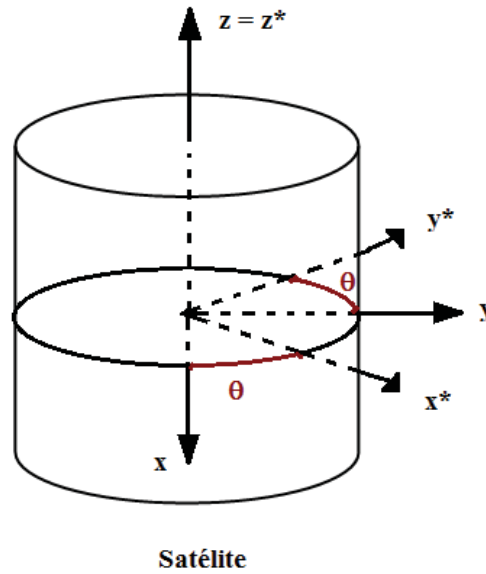


Figura 5 - Sistema do satélite (Oxyz) e sistema principal (Ox*y*z*)

No instante inicial considera-se que os dois sistemas são coincidentes, de modo que o ângulo de rotação θ , entre o eixo Ox^* do sistema principal e o eixo Ox do sistema do satélite, no instante inicial é zero e a cada instante t é dado por

$$\theta = W t \quad (3.15)$$

sendo W a velocidade de rotação do satélite ao longo do eixo de maior momento principal de inércia do satélite (I_z).

3.6.5 Sistemas de Coordenadas do Orbital e Principal

A equação (3.10) fornece a relação entre o sistema orbital e do satélite, através da matriz de rotação Q_3 . A equação (3.13) fornece a relação entre o sistema principal e o sistema

do satélite, através da matriz Q_4 . Assim a relação entre o sistema orbital $(\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s)$ e principal $(\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*)$ é determinada substituindo (3.13) em (3.10) (PEREIRA, 2011):

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = Q_3 Q_4 \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Com

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

temos assim:

$$\begin{aligned} \hat{i}_s &= a_1 \hat{i}^* + a_2 \hat{j}^* + a_3 \hat{k}^* \\ \hat{j}_s &= a_4 \hat{i}^* + a_5 \hat{j}^* + a_6 \hat{k}^* \\ \hat{k}_s &= a_7 \hat{i}^* + a_8 \hat{j}^* + a_9 \hat{k}^* \end{aligned} \quad (3.18)$$

sendo

$$\begin{aligned} a_1 &= (q_3)_{11} \cdot \cos(\theta) + (q_3)_{12} \cdot \sin(\theta) \\ a_2 &= -(q_3)_{11} \cdot \sin(\theta) + (q_3)_{12} \cdot \cos(\theta) \\ a_3 &= (q_3)_{13} \\ a_4 &= (q_3)_{21} \cdot \cos(\theta) + (q_3)_{22} \cdot \sin(\theta) \\ a_5 &= -(q_3)_{21} \cdot \sin(\theta) + (q_3)_{22} \cdot \cos(\theta) \\ a_6 &= (q_3)_{23} \\ a_7 &= (q_3)_{31} \cdot \cos(\theta) + (q_3)_{32} \cdot \sin(\theta) \\ a_8 &= -(q_3)_{31} \cdot \sin(\theta) + (q_3)_{32} \cdot \cos(\theta) \\ a_9 &= (q_3)_{33} \end{aligned} \quad (3.19)$$

3.6.6 Sistemas de Coordenadas Equatorial e Principal

A equação (3.5) fornece a relação entre o sistema equatorial e do satélite, através da matriz de rotação Q_1 . A equação (3.13) fornece a relação entre o sistema principal e o sistema do satélite, através da matriz Q_4 . Assim a relação entre o sistema equatorial $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ e principal $(\hat{I}^*, \hat{J}^*, \hat{K}^*)$ é determinada substituindo (3.13) em (3.5):

$$\begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} = Q_1^t Q_4 \begin{pmatrix} \hat{I}^* \\ \hat{J}^* \\ \hat{K}^* \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} \hat{I}^* \\ \hat{J}^* \\ \hat{K}^* \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

com

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Temos assim:

$$\begin{aligned} \hat{I} &= b_1 \hat{I}^* + b_2 \hat{J}^* + b_3 \hat{K}^* \\ \hat{J} &= b_4 \hat{I}^* + b_5 \hat{J}^* + b_6 \hat{K}^* \\ \hat{K} &= b_7 \hat{I}^* + b_8 \hat{J}^* + b_9 \hat{K}^* \end{aligned} \quad (3.22)$$

sendo

$$\begin{aligned} b_1 &= -\text{sen}(\alpha)\cos(\theta) - \cos(\alpha)\text{sen}(\delta)\text{sen}(\theta) \\ b_2 &= \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\theta) - \cos(\alpha)\text{sen}(\delta)\cos(\theta) \\ b_3 &= \cos(\alpha)\cos(\delta) \\ b_4 &= \cos(\alpha)\cos(\theta) - \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\delta)\text{sen}(\theta) \\ b_5 &= -\cos(\alpha)\text{sen}(\theta) - \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\delta)\cos(\theta) \\ b_6 &= \text{sen}(\alpha)\cos(\delta) \\ b_7 &= \cos(\delta)\text{sen}(\theta) \\ b_8 &= \cos(\delta)\cos(\theta) \\ b_9 &= \text{sen}(\delta) \end{aligned} \quad (3.23)$$

4 TORQUE DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR DIRETA

Neste Capítulo será introduzido um modelo matemático para o Torque de Pressão de Radiação Solar (TPRS) bem como serão determinados os componentes desse torque no sistema principal e do satélite. O modelo matemático para o TPRS foi desenvolvido por Zanardi (1993) para um satélite em órbita elíptica, utilizando variáveis de Andoyer para descrever o movimento rotacional, com aplicação para um satélite cilíndrico circular. Neste Capítulo o modelo é adaptado para um satélite estabilizado por rotação em órbita circular.

4.1 Conceito de Força e Torque de Pressão de Radiação Solar

A *Pressão de Radiação Solar* é gerada pelo contínuo fluxo de fótons que se chocam com a superfície do satélite, podendo esta absorver ou refletir este fluxo. A taxa da quantidade de movimento de todos os fótons incidentes na superfície do satélite origina a *Força de Radiação Solar*, a qual pode causar consideráveis perturbações em órbitas de veículos espaciais de grande razão área por massa, bem como pode gerar um torque (Torque de Pressão de Radiação Solar).

As fontes importantes de radiação para um satélite terrestre são apenas o Sol e a Terra. A radiação provida da Terra possui duas parcelas significativas: a radiação solar refletida difusamente pela superfície da Terra, chamada de albedo terrestre, e a radiação terrestre, que é a emissão espontânea na faixa do infra-vermelho, proporcional à quarta potência da temperatura absoluta da superfície terrestre. Quando é considerada apenas a radiação incidente no satélite oriundos diretamente do Sol define-se a Pressão de Radiação Solar Direta.

A Força de Pressão de Radiação Solar Direta afeta principalmente a excentricidade e o semi-eixo da órbita do satélite. A sua variação é praticamente independente da altitude do satélite: começa a predominar sobre a força aerodinâmica a partir dos 700 km. É grande a sua influência nos satélites geoestacionários (que se encontram aproximadamente 36.000 km de altitude da superfície da Terra) (VILHENA DE MORAES, 1978).

Tanto o albedo quanto a radiação terrestre atuam quase que exclusivamente na vertical, aumentando o semi-eixo orbital. A radiação terrestre é extremamente simétrica com relação a vertical local, tornando a detecção dos seus efeitos bastante difícil e complexa.

O albedo é cerca de 90% menor que a radiação solar direta a 700 km de altitude e a radiação terrestre é aproximadamente 93% menor que a radiação solar direta. Ambos decrescem com o aumento da altitude (VILHENA DE MORAES, 1978).

Neste trabalho é considerado o torque devido à força de pressão radiação solar direta, cujos componentes no sistema do satélite são introduzidos nas equações do movimento rotacional de modo a analisar sua influência na atitude do satélite estabilizado por rotação, considerando o satélite sempre iluminado.

4.2 Pressão de Radiação Solar

A taxa de variação de energia radiante por unidade de área é denominada fluxo de energia radiante. Ou seja:

$$\frac{\left(\frac{d}{dt}(E)\right)}{dA} = \frac{P}{dA} = [W/m^2] \quad (4.1)$$

O fluxo de energia radiante incidente em um elemento de superfície a uma distância de uma unidade astronômica, que equivale à $a_s = 1,49597870 \times 10^{11}$ m, é chamado constante solar. O valor atribuído para a constante solar é $S_0 = 1,353 \text{ kW/m}^2$, com erro de $\pm 1,5\%$ (ZANARDI, 1993).

Como o fluxo de energia radiante é proporcional ao quadrado da distância heliocêntrica, então:

$$\bar{S} = S_0 \left(\frac{a_s}{R}\right)^2 \quad (4.2)$$

onde R' é a distância heliocêntrica da superfície atingida pelo fluxo.

Determina-se a Pressão de Radiação Solar quando o fluxo de energia radiante for perpendicular à superfície em questão:

$$p = \frac{\bar{S}}{c} \quad (4.3)$$

onde c é a velocidade da luz.

Convém explicitar a distância R' na expressão acima, reescrevendo-a:

$$p = \frac{\bar{K}}{R'^2} \quad (4.4)$$

onde $\bar{K} = \frac{S_0 a_s^2}{c} = 1,01 \times 10^{17} \text{ kg m/s}$ (ZANARDI, 1993).

4.3 Força de Pressão de Radiação Solar Direta

Considerando que uma parcela γ de todos os fótons que chocam com a superfície é refletida difusamente ou especularmente e a outra parte $(1 - \gamma)$ é absorvida pela superfície e novamente irradiada isotropicamente na vizinhança do espaço; que $\beta\gamma$ é o total de fótons refletidos especularmente pela superfície; e que os fótons refletidos difusamente obedecem à *Lei de Lambert*, haverá uma expressão para o Elemento de Força de Pressão de Radiação Solar sobre um infinitesimal de área (dS) dada por (ZANARDI, 1993):

$$d\vec{F} = -\frac{\bar{K}}{R'^2} \left\{ \left[\frac{2\gamma}{3} (1 - \beta) \cos(\theta_i) + 4\beta\gamma \cos^2(\theta_i) \right] \hat{n} + [(1 - \beta\gamma) \cos(\theta_i)] \hat{u} \right\} \quad (4.5)$$

onde γ é o coeficiente de reflexão total, β é o coeficiente de reflexão especular, $\hat{n}$ é o vetor unitário da direção normal à superfície, $\hat{u}$ é o vetor unitário na direção de incidência do fluxo de radiação solar sobre o elemento de superfície dS e θ_i é o ângulo de incidência, ângulo entre os versores $\hat{n}$ e $\hat{u}$ como indica a Figura 6.

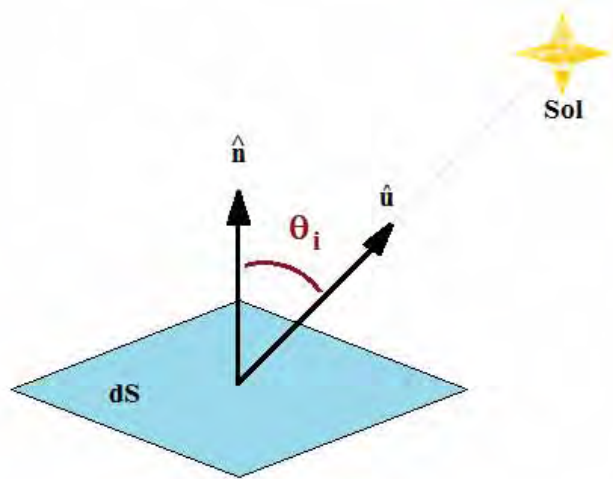


Figura 6 - Geometria da incidência da luz solar sobre o elemento de superfície.

Então, a Força de Pressão de Radiação Solar sobre toda a superfície do satélite é dada pela integral sobre toda a superfície do satélite na qual há a incidência da luz solar, ou seja:

$$\vec{F} = - \int_S \frac{\bar{K}}{R'^2} \left\{ \begin{aligned} &\left[\frac{2\gamma}{3} (1 - \beta) \cos(\theta_i) + 4\beta\gamma \cos^2(\theta_i) \right] \hat{n} \\ &+ [(1 - \beta\gamma) \cos(\theta_i)] \hat{u} \end{aligned} \right\} dS \quad (4.6)$$

4. 4 Torque de Radiação Solar e Suas Componentes

O Torque de Pressão de Radiação Solar (TPRS) em torno do centro de massa do satélite (CM) devido à força de pressão de radiação solar elementar $d\vec{F}$ é dada por:

$$d\vec{N} = \vec{r} \times d\vec{F} \quad (4.7)$$

em que $\vec{r}$ é o vetor posição de um elemento de área dS do satélite com relação à origem (CM) de um sistema de referência, o qual está fixado no satélite, como indica a Figura 7.

Portanto, realizando o produto vetorial e efetuando a integral sobre toda a superfície S do satélite na qual há a incidência da luz solar, é obtido o TPRS total sobre o satélite:

$$\vec{N} = - \int_S \frac{\bar{K}}{R'^2} \left\{ \begin{aligned} &\left[\frac{2\gamma}{3} (1 - \beta) \cos(\theta_i) + 4\beta\gamma \cos^2(\theta_i) \right] \vec{r} \times \hat{n} \\ &+ [(1 - \beta\gamma) \cos(\theta_i)] \vec{r} \times \hat{u} \end{aligned} \right\} dS \quad (4.8)$$

As equações dinâmicas do movimento de satélite artificial necessitam dos componentes dos torques em um sistema fixo no satélite, usualmente o Sistema Principal.

Este torque não é contínuo, pois ele só existe quando o satélite está iluminado. A Terra pode fazer sombra no satélite, bem como a disposição de seus componentes ou mesmo a sua forma podem contribuir para isso. Para introduzir a descontinuidade do TPRS nas equações do movimento, é utilizado uma função auxiliar, chamada Função Sombra (VILHENA DE MORAES & ZANARDI, 1997), que não se enquadra no enfoque deste trabalho como mencionado anteriormente.

Para obter as componentes do torque no sistema de eixos principais é preciso determinar a direção de incidência da luz ($\hat{u}$), a direção normal à superfície ($\hat{n}$), o vetor posição ($\vec{r}$) do elemento de área dS com relação ao centro de massa (CM) do satélite, o vetor de posição ($\vec{R}'$) do Sol em relação ao elemento de área dS e o ângulo de incidência (θ_i) entre $\hat{u}$ e $\hat{n}$, representando-os no Sistema de Eixos Principais do Satélite em termos de elementos orbitais e da orientação espacial do satélite

($I, \theta, \nu + \omega, \Omega, \alpha, \delta$) e elementos do posicionamento do Sol (ascensão reta do Sol α_s , declinação do Sol δ_s). Para isso algumas considerações são necessárias (ZANARDI, 1993):

1. Como as dimensões do satélite são extremamente pequenas em relação a distância satélite-Sol, então consideraremos que o vetor posição $\vec{R}'$ é o próprio vetor $\vec{R}$, que une o Sol ao CM do satélite;

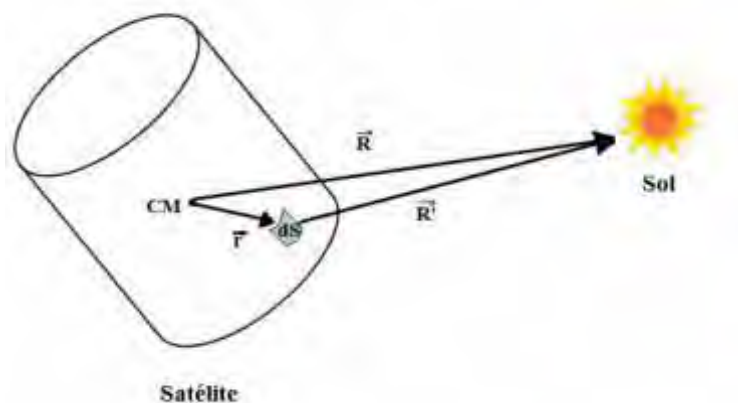


Figura 7 - Posicionamento do CM do satélite e do elemento de superfície em relação ao sol

2. $\vec{r}$ e $\hat{n}$ dependem da forma do satélite. Representaremos suas componentes no Sistema Principal do satélite por:

$$\begin{aligned}\hat{n} &= n_x \hat{i}^* + n_y \hat{j}^* + n_z \hat{k}^* \\ \hat{r} &= r_x \hat{i}^* + r_y \hat{j}^* + r_z \hat{k}^*\end{aligned}\quad (4.9)$$

sendo $\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$ os versores do Sistema Principal;

3. Por conveniência é representado o vetor do Sol ($\vec{R}$) em relação ao centro de massa (CM) do satélite em termos do vetor que une a Terra e o Sol ($\vec{R}_s$) e o vetor que une o CM do satélite e ao CM da Terra ($\vec{r}'$), como mostra a Figura 8.

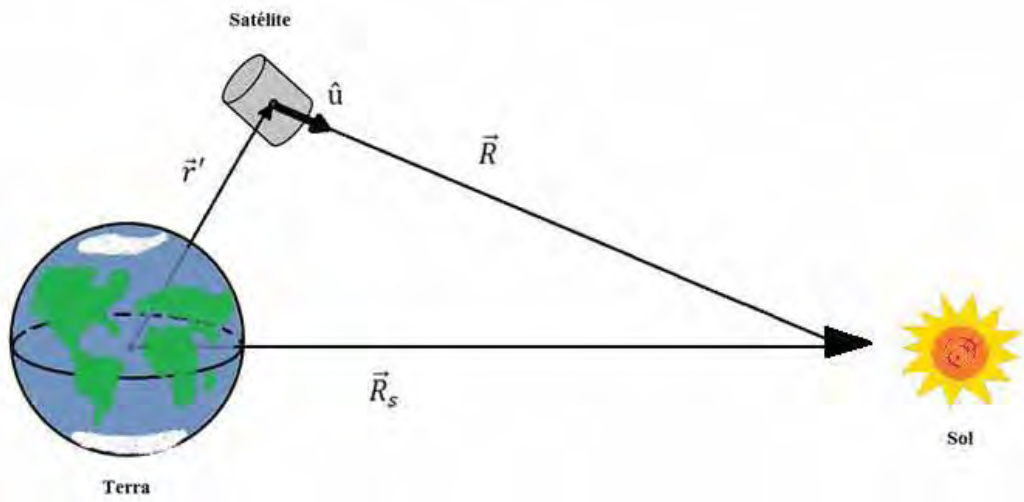


Figura 8: Disposição dos vetores que unem o satélite, a terra e o sol

A partir da Figura 8 pode-se escrever:

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{R}_s - \vec{r}' \\ R^2 &= R_s^2 + r'^2 - 2\vec{r}' \cdot \vec{R}_s\end{aligned}\quad (4.10)$$

a) Vetor posição do CM do satélite em relação ao CM da Terra ($\vec{r}'$)

Seja o Sistema Orbital (O', x_s, y_s, z_s) cujos vetores unitários são dado por $\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$, e seja o Sistema Principal, cujos vetores unitários são $\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$. Através da matriz de rotação entre os dois sistemas, dada na equação (3.17), temos :

$$\vec{r}' = r' \hat{i}_s = r' (a_1 \hat{i}^* + a_2 \hat{j}^* + a_3 \hat{k}^*) \quad (4.11)$$

onde $r' = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(v)}$, sendo a o semi-eixo maior, e a excentricidade da órbita e v é a anomalia verdadeira, e $(a_1, a_2$ e $a_3)$ são as componentes da matriz de rotação dadas na equação (3.19);

b) Vetor posição do Sol em relação ao *CM da Terra* ($\vec{R}_s$)

Considerando o Sistema Equatorial e o Sistema do Satélite pode-se utilizar a matriz de rotação entre o Sistema Principal e o Sistema Equatorial dada na equação 3.21, resultando em (ZANARDI, 1993):

$$\vec{R}_s = a_s(R_x \hat{i}^* + R_y \hat{j}^* + R_z \hat{k}^*) \quad (4.12)$$

onde

$$\begin{aligned} R_x &= b_1 \cos(\delta_s) \cos(\alpha_s) + b_2 \cos(\delta_s) \sin(\alpha_s) + b_3 \sin(\delta_s) \\ R_y &= b_4 \cos(\delta_s) \cos(\alpha_s) + b_5 \cos(\delta_s) \sin(\alpha_s) + b_6 \sin(\delta_s) \\ R_z &= b_7 \cos(\delta_s) \cos(\alpha_s) + b_8 \cos(\delta_s) \sin(\alpha_s) + b_9 \sin(\delta_s) \end{aligned} \quad (4.13)$$

sendo a_s é a distância média entre o Sol a Terra, dada por:

$$a_s = 1,49597870 \times 10^{11} m \quad (4.14)$$

α_s é a ascensão reta e δ_s é a declinação do Sol e b_i , $i = 1,2,3,4,5,6,7,8$ e 9 , são os elementos da matriz de rotação entre o Sistema Equatorial e o Sistema Principal, dados pela equação (3.21).

Logo o módulo de $\vec{R}$ é determinado por:

$$R^2 = a_s^2 + r'^2 + 2r'a_s(a_1R_x + a_2R_y + a_3R_z) \quad (4.15)$$

4. A direção ($\hat{u}$) e o ângulo (θ_i) de incidência da luz solar, representados nas Figuras 6 respectivamente, são dados por:

$$\hat{u} = \frac{1}{R}(\vec{R}_s - \vec{r}') \quad (4.16)$$

$$\hat{u} = u_x \hat{i}^* + u_y \hat{j}^* + u_z \hat{k}^* \quad (4.17)$$

cujas componentes são:

$$\begin{aligned}
 u_x &= \frac{1}{R} (a_s R_x + r' a_1) \hat{l}^* \\
 u_y &= \frac{1}{R} (a_s R_y + r' a_2) \hat{j}^* \\
 u_z &= \frac{1}{R} (a_s R_z + r' a_3) \hat{k}^*
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

e

$$\begin{aligned}
 \cos(\theta_i) &= \hat{u} \cdot \hat{n} \\
 \cos(\theta_i) &= u_x n_x + u_y n_y + u_z n_z
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

com a_1 , a_2 e a_3 os elementos da matriz de rotação, dados pela equação (3.19).

Todos os parâmetros já estão definidos no Sistema de Eixos Principais, substituindo estes parâmetros na expressão (4.8) é obtido:

$$\vec{N} = N_x \hat{l}^* + N_y \hat{j}^* + N_z \hat{k}^* \tag{4.20}$$

onde

$$N_x = -\frac{\bar{K}}{R^2} \left\{ \begin{aligned} &u_x \int_S f_1 g_x dS + u_x u_y \int_S (f_1 g_{xy} - \bar{g} n_x r_z) dS \\ &+ u_y \int_S f_1 g_y dS + u_y^2 \int_S (f_1 g_{yy} - \bar{g} n_y r_z) dS \\ &+ u_z \int_S f_1 g_z dS + u_z^2 \int_S (f_1 g_{zz} + \bar{g} n_z r_y) dS \\ &+ u_x^2 \int_S f_1 g_{xx} dS + u_x u_z \int_S (f_1 g_{xz} + \bar{g} n_x r_y) dS \\ &+ u_y u_z \int_S [f_1 g_{yz} + \bar{g} (n_y r_y - n_z r_z)] dS \end{aligned} \right\} \tag{4.21}$$

$$N_y = -\frac{\bar{K}}{R^2} \left\{ \begin{aligned} & u_x \int_S f_2 g_x dS + u_x^2 \int_S (f_2 g_{xx} + \bar{g} n_x r_z) dS \\ & + u_y \int_S f_2 g_y dS + u_x u_y \int_S (f_2 g_{xy} + \bar{g} n_y r_z) dS \\ & + u_z \int_S f_2 g_z dS + u_z^2 \int_S (f_2 g_{zz} - \bar{g} n_z r_x) dS \\ & + u_y^2 \int_S f_2 g_{yy} dS + u_y u_z \int_S (f_2 g_{yz} - \bar{g} n_y r_x) dS \\ & + u_x u_z \int_S [f_2 g_{xz} + \bar{g} (n_z r_z - n_x r_x)] dS \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

$$N_z = -\frac{\bar{K}}{R^2} \left\{ \begin{aligned} & u_x \int_S f_3 g_x dS + u_x^2 \int_S (f_3 g_{xx} - \bar{g} n_x r_y) dS \\ & + u_y \int_S f_3 g_y dS + u_y^2 \int_S (f_3 g_{yy} + \bar{g} n_y r_x) dS \\ & + u_z \int_S f_3 g_z dS + u_x u_z \int_S (f_3 g_{xz} - \bar{g} n_z r_y) dS \\ & + u_y u_z \int_S (f_3 g_{yz} + \bar{g} n_z r_x) dS + u_z^2 \int_S f_3 g_{zz} dS \\ & + u_x u_y \int_S [f_3 g_{xy} + \bar{g} (n_x r_x - n_y r_y)] dS \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

sendo que,

$$\bar{g} = (1 - \beta\gamma) \quad (4.24)$$

$$f_1 = r_y n_z - n_y r_z$$

$$f_2 = r_z n_x - n_z r_x$$

$$f_3 = r_x n_y - n_x r_y \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned}
g_x &= \frac{2\gamma}{3}(1 - \beta\gamma)n_x \\
g_y &= \frac{2\gamma}{3}(1 - \beta\gamma)n_y \\
g_z &= \frac{2\gamma}{3}(1 - \beta\gamma)n_z
\end{aligned} \tag{4.26}$$

$$\begin{aligned}
g_{xx} &= 4\beta\gamma \cdot n_x^2 \\
g_{yy} &= 4\beta\gamma \cdot n_y^2 \\
g_{zz} &= 4\beta\gamma \cdot n_z^2 \\
g_{xz} &= 8\beta\gamma \cdot n_x n_z \\
g_{xy} &= 8\beta\gamma \cdot n_x n_y \\
g_{yz} &= 8\beta\gamma \cdot n_y n_z
\end{aligned} \tag{4.27}$$

4.5 Aplicação ao Satélite Cilíndrico

Para aplicar as equações do torque deve-se conhecer as características geométricas e orbitais e os momentos principais de inércia do satélite. O modelo aqui apresentado é válido para um satélite cilíndrico, com raio σ e altura h , com os momentos principais de inércia em relação aos eixos x e y iguais ($I_x = I_y$). O maior momento principal de inércia (I_z) é em relação ao eixo z , sendo o eixo z perpendicular às bases do cilindro. Com isso, o *CM* do satélite coincide com o seu centro geométrico. Admitindo-se também que o satélite está sempre iluminado. Os valores numéricos para a ascensão reta e na declinação do Sol são assumidos conhecidos e fornecidos pelo ASTRONÔMICAL ALMANAC (2011).

As superfícies iluminadas do satélite cilíndrico são a base (S_1) e parcialmente a lateral (S_2)(ZANARDI, 1993).

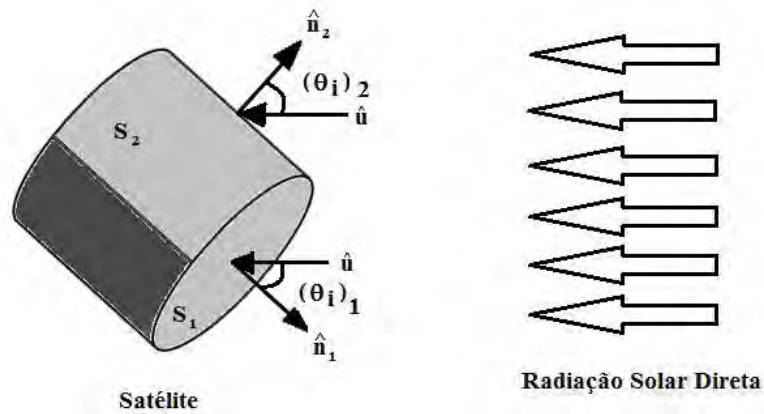


Figura 9 - Superfícies iluminadas do satélite cilíndrico

Vamos analisar cada superfície separadamente, sendo que a representação de cada uma delas pode ser feita em termo de coordenadas cilíndricas no Sistema Principal (ZANARDI, 1993; VILHENA DE MORAIS & ZANARDI, 1997).

▪ Superfície S_1 (base)

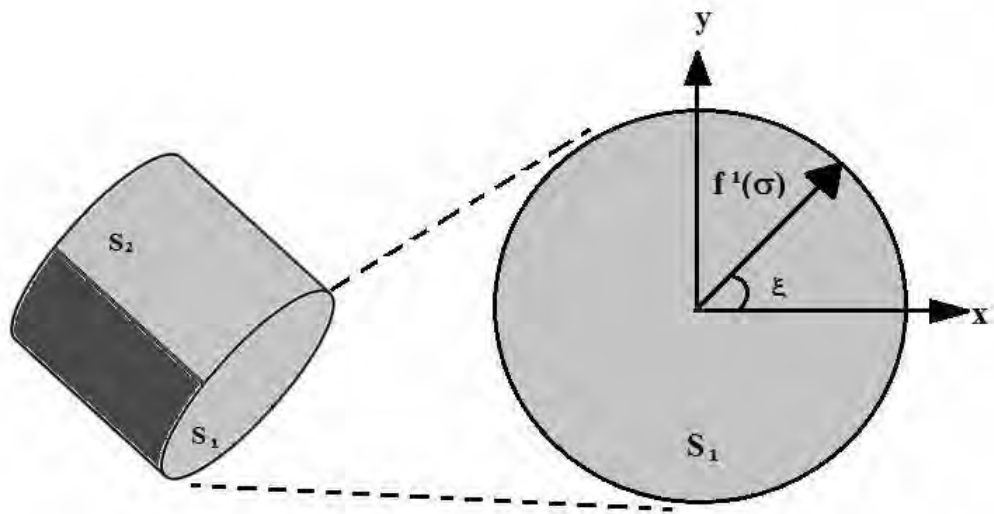


Figura 10 - Coordenadas cilíndricas para a base (S_1) do satélite

Consideremos as coordenadas cilíndricas $(z, f^1(\sigma), \xi)$, como mostra a Figura 10. As variações das coordenadas são as seguintes:

$$0 \leq f^1(\sigma) \leq \sigma \quad (4.28)$$

$$0 \leq \xi \leq 2\pi \quad (4.29)$$

$$z = \frac{h}{2} \quad (4.30)$$

Expressando $\hat{n}_1$ e $\vec{r}_1$ em coordenadas cilíndricas:

$$\hat{n}_1 = \hat{k}^* \quad (4.31)$$

$$\vec{r}_1 = f^1(\sigma) \cdot \cos(\xi) \cdot \hat{i}^* + f^1(\sigma) \cdot \sin(\xi) \cdot \hat{j}^* + \frac{h}{2} \hat{k}^* \quad (4.32)$$

Portanto, a expressão do TPRS para a base (S_1) fica (ZANARDI, 1993):

$$\begin{aligned} N_{1x} &= \frac{\bar{K}}{R^2} (1 - \beta_1 \gamma_1) \frac{h}{2} \pi \sigma^2 u_y u_z \\ N_{1y} &= -\frac{\bar{K}}{R^2} (1 - \beta_1 \gamma_1) \frac{h}{2} \pi \sigma^2 u_x u_z \\ N_{1z} &= 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

É interessante observar que β_1 e γ_1 poderiam variar no intervalo de tempo considerado, porém é adotado valores médios fixos conhecidos para estes coeficientes para que possam ser considerados constantes no processo de integração.

▪ Superfície S_2 (lateral)

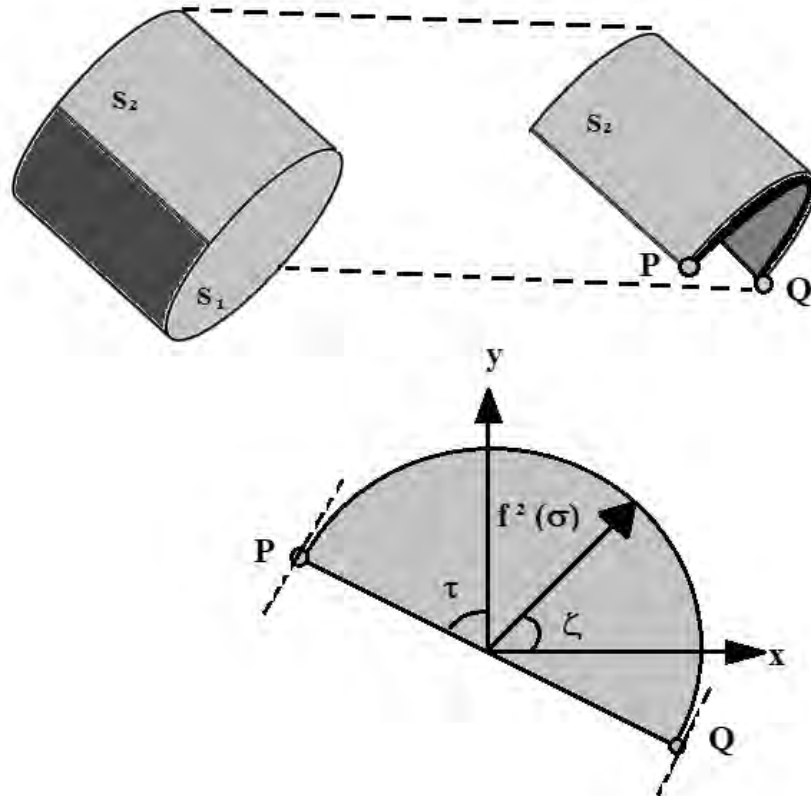


Figura 11- Esquematização lateral iluminada S_2

A superfície lateral iluminada (S_2) está representada na figura 11. As retas que tangenciam a lateral do corpo cilíndrico pelos pontos P e Q limitam a região iluminada. Para a determinação destes, considera-se o plano que contém o eixo principal de inércia Oz e a direção de incidência da luz solar $\hat{u}$. Os pontos em que este plano tangencia a superfície pertencem às essas retas, sendo P e Q os pontos na base do cilindro. O parâmetro τ e a variação de ζ são dados por:

$$\tan(\tau) = \frac{u_y}{u_x} \quad (4.34)$$

$$\tau - 90^\circ \leq \zeta \leq \tau + 90^\circ \quad (4.35)$$

Expressando $\hat{n}_2$ e $\vec{r}_2$ em coordenadas cilíndricas:

$$\hat{n}_2 = \cos(\zeta) \cdot \hat{i}^* + \sin(\zeta) \cdot \hat{j}^* \quad (4.36)$$

$$\vec{r}_2 = \sigma \cdot \cos(\zeta) \cdot \hat{i}^* + \sigma \cdot \sin(\zeta) \cdot \hat{j}^* + z \hat{k}^* \quad (4.37)$$

onde $-\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}$.

Substituindo os termos das expressões (4.36) e (4.37), a expressão do TPRS para a superfície lateral (S_2) fica (ZANARDI, 1993):

$$\begin{aligned} N_{2x} &= -\frac{\bar{K}}{R^2} (1 - \beta_2 \gamma_2) \frac{h}{2} \pi \sigma^2 u_y u_z \\ N_{2y} &= \frac{\bar{K}}{R^2} (1 - \beta_2 \gamma_2) \frac{h}{2} \pi \sigma^2 u_x u_z \\ N_{1z} &= 0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

A mesma observação feita para a superfície S_1 é válida para a superfície S_2 , ou seja, valores médios fixos serão assumidos para β_2 e γ_2 .

Então, o Torque de Radiação Solar Direta Total (TPRS) $\vec{N}$ sobre toda a superfície iluminada do satélite cilíndrico é dado pela soma das parcelas dos torques em cada superfície S_1 e S_2 , ou seja:

$$\vec{N} = N_x' \hat{i}^* + N_y' \hat{j}^* + N_z' \hat{k}^* \quad (4.39)$$

onde:

$$N_x' = -\frac{\bar{K}}{R^4}(\beta_1\gamma_1 - \beta_2\gamma_2)\frac{h}{2}\pi\sigma^2 u_y^* u_z^* \quad (4.40)$$

$$N_y' = \frac{\bar{K}}{R^4}(\beta_1\gamma_1 - \beta_2\gamma_2)\frac{h}{2}\pi\sigma^2 u_x^* u_z^* \quad (4.41)$$

$$N_z' = 0 \quad (4.42)$$

e

$$u_x^* = (a_s R_x + r' a_1) \quad (4.43)$$

$$u_y^* = (a_s R_y + r' a_2) \quad (4.44)$$

$$u_z^* = (a_s R_z + r' a_3) \quad (4.45)$$

sendo que $\bar{K} = 1,01 \times 10^{17}$ kgm/s, a_1 , a_2 e a_3 , r' , R_x , R_y , R_z , dados por (3.19), (4.11), (4.13), respectivamente.

Observa-se que a componente no eixo Oz é nula. Isso se dá devido à simetria geométrica e da distribuição de massa uniforme do satélite. Com isso, o satélite oscila em torno deste eixo. Nota-se também que este torque pode se anular no caso o produto entre os parâmetros de reflexão β_j e γ_j , $j = 1, 2$, forem iguais, sendo então um caso particular de reflexão especular total nas duas superfícies.

Neste trabalho serão consideradas apenas os componentes médios do TPRS, os quais incluem as principais influências deste torque no movimento rotacional do satélite. Estes componentes médios são obtidos pela média dos componentes do torque instantâneo em um intervalo de tempo de um período orbital. As equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação dependem dos componentes dos torques externos no sistema do satélite e para a obtenção do TPRS médio serão utilizadas os componentes do TPRS aplicado a um satélite cilíndrico no sistema principal dado pela equação (4.39). Usando a inversa da matriz Q_4 , apresentada em (3.14), o torque instantâneo no sistema do satélite é dado por:

$$\vec{N} = N_x \hat{i} + N_y \hat{j} + N_z \hat{k} \quad (4.46)$$

onde:

$$N_x = -\frac{\bar{K}}{R^4}(\beta_1\gamma_1 - \beta_2\gamma_2)\frac{h}{2}\pi\sigma^2 u_z^* (u_y^* \cos(\theta) + u_x^* \sin(\theta)) \quad (4.47)$$

$$N_y = -\frac{\bar{K}}{R^4}(\beta_1\gamma_1 - \beta_2\gamma_2)\frac{h}{2}\pi\sigma^2 u_z^* (u_y^* \sin(\theta) - u_x^* \cos(\theta)) \quad (4.48)$$

$$N_z = 0 \quad (4.49)$$

onde $\bar{K}$ é uma constante, R a distancia entre o satélite e o Sol, β_1 , γ_1 , β_2 e γ_2 são constantes de reflexão do satélite, u_x^* , u_y^* e u_z^* os componentes do versor da direção de incidência da luz solar dadas pelas equações(4.43), (4.44) e (4.45), h a altura do satélite, σ o raio do satélite e θ o ângulo de rotação.

4.6 Determinação dos Componentes do Torque de Pressão de Radiação Solar Médio

No desenvolvimento desta teoria é considerada a influência dos torques médios. O TPRS médio é aqui representado por $\vec{N}_m$, com componentes N_{xm} , N_{ym} e N_{zm} , e é calculado pela média do TPRS para um satélite cilíndrico, $\vec{N}$, dado por (4.46), em um período orbital:

$$\vec{N}_m = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{N} dt \quad (4.50)$$

sendo T o período orbital e t_0 o instante inicial.

Para esta integração é necessária uma mudança de variáveis considerando o satélite em órbita circular. Calculando a média na latitude verdadeira $\bar{\omega} = \omega + v$ e utilizando relações do movimento elíptico (BATE et al., 1971):

$$r_c^2 \frac{d\bar{\omega}}{dt} = h_t \rightarrow dt = \frac{r_c^2}{h_t} d\bar{\omega} \quad (4.51)$$

sendo r_c o raio da órbita circular e h_t o momento angular de translação.

Substituindo (4.51) em (4.50) temos:

$$\vec{N}_m = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N} \frac{r_c^2}{h_t} d\bar{\omega} \quad (4.52)$$

Para o desenvolvimento da equação (4.52) é necessário que todos os termos do TPRS instantâneo $\vec{N}$ estejam representados em termos de $\bar{\omega}$. As variáveis α e δ estão relacionadas

com o posicionamento do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial e são independentes de $\bar{\omega}$ ao longo de um período orbital do satélite. Os elementos r_c, h_t e os ângulos I e Ω também podem ser considerados constantes em um período orbital. Assim é necessário representar o ângulo de rotação θ , dado por (3.15), como função de $\bar{\omega}$. No entanto no desenvolvimento dos componentes do TPRS, o ângulo θ aparece somente na matriz dada em (3.14), para realizar as rotações entre sistema de coordenadas do satélite e principal, levando do primeiro ao segundo na aplicação do TPRS no satélite cilíndrico e do segundo para o primeiro para a obtenção do TPRS médio. Sendo assim o ângulo θ não aparece nas componentes do TPRS em coordenadas do sistema do satélite.

Assim todos os termos dos componentes do TPRS em (4.50) estão em termos da latitude verdadeira $\bar{\omega}$, e o TPRS médio no sistema do satélite pode ser representado por:

$$\vec{N}_m = N_{xm} \hat{i} + N_{ym} \hat{j} + N_{zm} \hat{k} \quad (4.53)$$

com

$$N_{xm} = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} N_x \frac{r_c^2}{h_t} d\bar{\omega} \quad (4.54)$$

$$N_{ym} = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} N_y \frac{r_c^2}{h_t} d\bar{\omega} \quad (4.55)$$

$$N_{zm} = 0 \quad (4.56)$$

sendo N_x, N_y, N_z dados em (4.47), (4.48) e (4.49).

Os componentes N_x, N_y e N_z são funções de $\alpha, \delta, \Omega, I$ e $\bar{\omega}$. Assim, após várias manipulações algébricas, as integrais das equações (4.54), (4.55) e (4.56) se reduzem em integrais de funções de $\bar{\omega}$:

$$N_{xm} = \frac{r_c^2 B_c}{T h_t} \int_0^{2\pi} \varphi_x(\bar{\omega}) d\bar{\omega} \quad (4.57)$$

$$N_{ym} = \frac{r_c^2 B_c}{T h_t} \int_0^{2\pi} \varphi_y(\bar{\omega}) d\bar{\omega} \quad (4.58)$$

$$N_{zm} = 0 \quad (4.59)$$

sendo

$$B_c = \frac{\bar{K}}{R^4} (\beta_1 \gamma_1 - \beta_2 \gamma_2) \frac{h}{2} \pi \sigma^2 \quad (4.60)$$

$$\varphi_x(\bar{\omega}) = GC'_1 + GC'_2 \cos(\bar{\omega}) + GC'_3 \sin(\bar{\omega}) + GC'_4 \cos^2(\bar{\omega}) + GC'_5 \sin(\bar{\omega}) \cos(\bar{\omega}) + GC'_6 \sin^2(\bar{\omega}) \quad (4.61)$$

$$\varphi_y(\bar{\omega}) = GC'_7 + GC'_8 \cos(\bar{\omega}) + GC'_9 \cos^2(\bar{\omega}) + GC'_{10} \sin(\bar{\omega}) \cos(\bar{\omega}) + GC'_{11} \sin(\bar{\omega}) + GC'_{12} \sin^2(\bar{\omega}) \quad (4.62)$$

em que GC'_j , $j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ e 12 , são constantes de integração apresentadas no Apêndice A.

Integrando as equações (4.57) e (4.58), os componentes do TPRS médio é obtido:

$$N_{xm} = B_c \left(GC_a + \frac{GC_b}{2} \right) \quad (4.63)$$

$$N_{ym} = B_c \left(GC_c + \frac{GC_d}{2} \right) \quad (4.64)$$

$$N_{zm} = 0 \quad (4.65)$$

sendo

$$GC_a = a_s^2 \{ [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\delta) \sin(\delta_s)] [-\cos(\alpha) \sin(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \cos(\delta) \sin(\delta_s)] \} \quad (4.66)$$

$$GC_b = -r'^2 \{ \sin(\delta) \cos(\delta) \cos^2(\Omega - \alpha) + \sin(\delta) \cos(\delta) \sin^2(I) + \sin(\delta) \cos(\delta) \sin^2(\Omega - \alpha) \cos^2(I) + \sin(\Omega - \alpha) \sin(I) \cos(I) \} \quad (4.67)$$

$$GC_c = a_s^2 \{ [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\delta) \sin(\delta_s) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s)] [-\sin(\alpha) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \cos(\alpha) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s)] \} \quad (4.68)$$

$$GC_d = r'^2 \cos(\Omega - \alpha) \{ \cos(\delta) \sin(\Omega - \alpha) [1 + \cos^2(I)] + \sin(\delta) \sin(I) \cos(I) \} \quad (4.69)$$

5 ABORDAGEM ANALÍTICA PARA AS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Neste Capítulo são introduzidas as equações que descrevem o movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação. Estas equações são analisadas considerando a influência do TPRS. Uma solução analítica é proposta para estas equações, sendo válida para um período orbital e para um satélite em órbita circular.

5.1 Equações do movimento

Sejam Oxyz o sistema do satélite, com versores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e o OXYZ o sistema equatorial, com versores $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$, já introduzidos no Capítulo 3.

O satélite é estabilizado por rotação, logo o eixo de rotação alinha-se com o eixo de maior momento principal de inércia (neste caso o eixo Oz do sistema do satélite), de modo que o momento angular $\vec{L}$ é expresso por:

$$\vec{L} = I_z W \hat{k} \quad (5.1)$$

onde I_z é o maior momento principal de inércia do satélite e W é o módulo da velocidade de rotação do satélite.

Neste caso, as equações do movimento rotacional se reduzem a (KUGA, SILVA, GUEDES, 1987a):

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I_z \frac{dW}{dt} \hat{k} + I_z W \frac{d\hat{k}}{dt} \quad (5.2)$$

sendo $\vec{N}$ o torque externo total atuante no satélite.

Utilizando a ascensão reta α e a declinação δ do eixo de rotação do satélite, juntamente com a matriz de rotação que relaciona Oxyz e OXYZ, introduzida no Capítulo 3 pela equação (3.4), obtém-se que (QUIRELLI, 2002):

$$\hat{k} = \cos(\delta) \cos(\alpha) \hat{I} + \cos(\delta) \sin(\alpha) \hat{J} + \sin(\delta) \hat{K} \quad (5.3)$$

assim será obtido:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{k}}{dt} = & \left[-\sin(\delta)\cos(\alpha)\hat{i} - \sin(\delta)\sin(\alpha)\hat{j} + \sin(\delta)\hat{k} \right] \frac{d\delta}{dt} \\ & + \left[-\cos(\delta)\sin(\alpha)\hat{i} + \cos(\delta)\cos(\alpha)\hat{j} \right] \frac{d\alpha}{dt} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Reagrupando os termos em (5.4) e utilizando novamente a equação (3.4), tem-se que :

$$\frac{d\hat{k}}{dt} = \cos(\delta) \frac{d\alpha}{dt} \hat{i} + \frac{d\delta}{dt} \hat{j} \quad (5.5)$$

Substituindo a equação (5.5) em (5.2), as equações do movimento rotacional se reduzem a:

$$\vec{N} = I_z W \cos(\delta) \frac{d\alpha}{dt} \hat{i} + I_z W \frac{d\delta}{dt} \hat{j} + I_z \frac{dW}{dt} \hat{k} \quad (5.6)$$

Assim as equações do movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação são dadas por (KUGA, SILVA & GUEDES, 1987):

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{N_x}{I_z W \cos(\delta)} \quad (5.7)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{N_y}{I_z W} \quad (5.8)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{N_z}{I_z} \quad (5.9)$$

em que N_x , N_y , N_z são os componentes dos torques externos no sistema do satélite.

Os principais efeitos do TPRS no movimento rotacional podem ser determinados pelos seus componentes médios em um período orbital. Estes componentes foram determinados nos capítulos anteriores e são expressos em termos da ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação, da longitude do nodo ascendente Ω , da inclinação orbital I e da latitude verdadeira $\bar{\omega}$. Com a substituição dos componentes do TPRS médio, dados por (4.63), (4.64), (4.65), tem-se que:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{N_{xm}}{I_z W \cos(\delta)} \quad (5.10)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{N_{ym}}{I_z W} \quad (5.11)$$

$$\frac{dW}{dt} = 0 \quad (5.12)$$

A seguir serão apresentadas soluções para as equações (5.10) e (5.11), válidas para um período orbital. Observa-se que, devido o N_{zm} ser nulo, a equação (5.12) tem por solução:

$$W = W_0 \quad (5.13)$$

em que W_0 é o valor da velocidade de rotação no instante inicial.

Portanto o TPRS não afeta o módulo da velocidade de rotação do satélite, uma vez que é considerado um satélite de forma cilíndrica com dois momentos principais de inércia iguais ($I_x = I_y$).

O processo de integração das equações (5.10) e (5.11) é realizado para um período orbital, considerando como solução inicial o caso em que os torques externos não são atuantes, de modo que α , δ e W são constantes. Durante este período orbital considera-se que permanecem constantes os elementos orbitais: raio da órbita (a_s), inclinação orbital (I) e a longitude do nodo ascendente (Ω). Com estas considerações os componentes do TPRS médio permanecem constantes durante o intervalo de integração.

Na aplicação da teoria desenvolvida para um intervalo maior do que um período orbital, os elementos orbitais devem ser atualizados levando-se em conta as principais influências do achatamento da Terra, assim como devem ser atualizadas as parcelas dos torques com os valores obtidos para α , δ e W a cada período orbital.

5.2 Solução analítica para a declinação do eixo de rotação

Da equação diferencial apresentada em (5.11) é possível se obter uma solução analítica para a declinação do eixo de rotação válida para um período orbital.

Neste processo N_{ym} , I_z , e W são constantes em relação ao tempo, e de acordo com a equação (5.13) para a velocidade de rotação pode ser adotado o seu valor inicial, tem-se então:

$$\delta = \frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_0 \quad (5.14)$$

sendo δ_0 o valor da declinação do eixo de rotação no instante inicial.

Portanto o TPRS causa uma lenta deriva no eixo de rotação, associada a variação linear no ângulo de declinação.

5.3 Solução analítica para a ascensão reta do eixo de rotação

Substituindo agora a solução analítica da declinação do eixo de rotação, dada em (5.14), na equação associada com a ascensão reta do eixo de rotação, dada por (5.10), e considerando (5.13) obtém-se:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{N_{xm}}{I_z W_0 \cos\left(\frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_0\right)} \quad (5.15)$$

com N_{xm} , N_{ym} , I_z , e W_0 constantes.

Na integração da equação (5.15), inicialmente foi utilizado o conceito de secante, realizando então os procedimentos necessários para a integração da função $\sec\left(\frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_0\right)$. Após a integração, o comportamento temporal da ascensão reta é dado por:

$$\alpha = \frac{N_{xm}}{N_{ym}} \ln \left[\frac{\sec\left(\frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_0\right) + \tan\left(\frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_0\right)}{\sec(\delta_0) + \tan(\delta_0)} \right] + \alpha_0 \quad (5.16)$$

em que α_0 é o valor da ascensão reta do eixo de rotação no instante inicial.

Portanto o TPRS causa uma lenta precessão no eixo de rotação ao redor eixo inercial OZ, devido a variação no ângulo de ascensão reta.

6 ERRO DE APONTAMENTO E ÂNGULO DE ASPECTO SOLAR

Neste Capítulo serão determinados o erro de apontamento (desvio angular entre a direção real e a direção calculada pela teoria da direção do eixo de rotação) e o ângulo de aspecto solar (ângulo entre o eixo de rotação e a direção de incidência dos raios solares sobre o satélite). O objetivo é validar a teoria desenvolvida e verificar a influência do TPRS sobre estes dois parâmetros. Utilizando os ângulos de ascensão reta α e de declinação δ do eixo de rotação (representados na Figura 8) podem ser computados o erro de apontamento e o ângulo de aspecto solar.

6.1 Erro de Apontamento

O erro de apontamento é dado pelo ângulo η entre a direção do eixo de rotação calculado $\hat{k}$ (utilizando os ângulos α e δ obtidos pela teoria apresentada no capítulo anterior) e a direção real $\hat{K}'$ do eixo de rotação (CHIARADIA, 2010). Utilizando os dados dos satélites fornecidos pelo CCS do INPE, α_{INPE} e δ_{INPE} pode-se determinar a direção real do eixo de rotação $\hat{K}'$, como indicado na Figura 12.

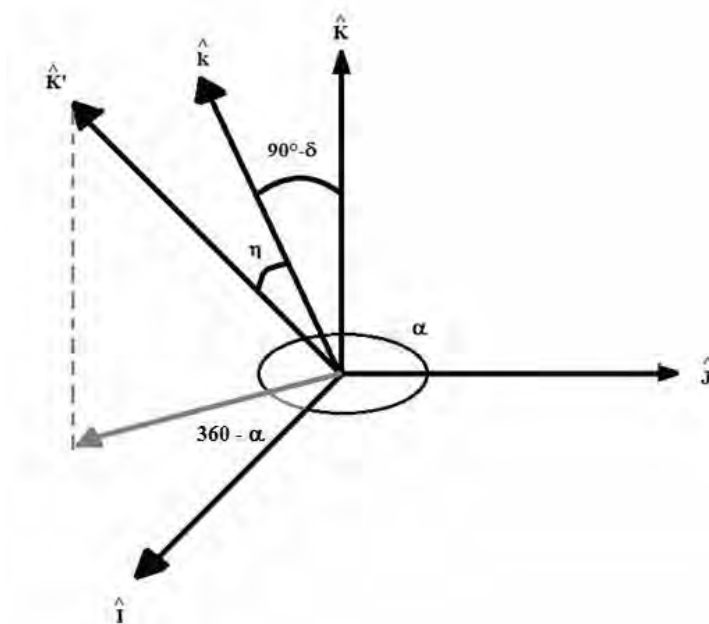


Figura 12 - Esquematização do erro de apontamento η : eixo de rotação real do satélite $\hat{K}'$, eixo de rotação calculado $\hat{k}$, sistema equatorial com vetores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e sistema do satélite com vetores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$.

6.1.1 Cálculo do Erro de Apontamento

O erro de apontamento é representado pelo ângulo η , e seu valor pode ser determinado pelo cálculo do produto escalar entre os vetores unitários $\hat{K}'$ e $\hat{k}$, dados por (CHIARADIA, 2010):

$$\cos(\eta) = \hat{K}' \cdot \hat{k} \quad (6.1)$$

Para efetuar o produto escalar os vetores $\hat{K}'$ e $\hat{k}$ devem estar representados no mesmo sistema de coordenadas. Pela Figura 12 pode-se observar que a direção do eixo de rotação real $\hat{K}'$ no sistema equatorial é dada por:

$$\hat{K}' = [\cos(360 - \alpha_{INPE}) \sin(90 - \delta_{INPE})] \hat{I} - [\sin(360 - \alpha_{INPE}) \sin(90 - \delta_{INPE})] \hat{J} + \cos(90 - \delta_{INPE}) \hat{K} \quad (6.2)$$

Do mesmo modo a direção do eixo de rotação calculado $\hat{k}$ no sistema equatorial é dada por:

$$\hat{k} = [\cos(360 - \alpha_{TPRS}) \sin(90 - \delta_{TPRS})] \hat{I} - [\sin(360 - \alpha_{TPRS}) \sin(90 - \delta_{TPRS})] \hat{J} + \cos(90 - \delta_{TPRS}) \hat{K} \quad (6.3)$$

em que α_{TPRS} e δ_{TPRS} , são a ascensão e reta e declinação do eixo de rotação calculados.

Aplicando propriedades de trigonometria, as equações (6.2) e (6.3) podem ser colocadas na forma:

$$\hat{K}' = \cos(\alpha_{INPE}) \cos(\delta_{INPE}) \hat{I} - \sin(\alpha_{INPE}) \cos(\delta_{INPE}) \hat{J} + \sin(\delta_{INPE}) \hat{K} \quad (6.4)$$

e

$$\hat{k} = \cos(\alpha_{TPRS}) \cos(\delta_{TPRS}) \hat{I} - \sin(\alpha_{TPRS}) \cos(\delta_{TPRS}) \hat{J} + \sin(\delta_{TPRS}) \hat{K} \quad (6.5)$$

Assim efetuando o produto escalar entre $\hat{K}'$ e $\hat{k}$ tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{K}' \cdot \hat{k} = & \cos(\alpha_{INPE}) \cos(\delta_{INPE}) \cos(\alpha_{TPRS}) \cos(\delta_{TPRS}) \\ & + \sin(\delta_{INPE}) \sin(\delta_{TPRS}) \\ & + \sin(\alpha_{INPE}) \cos(\delta_{INPE}) \sin(\alpha_{TPRS}) \cos(\delta_{TPRS}) = \Gamma_1 \end{aligned} \quad (6.6)$$

Então o valor do erro de apontamento η a partir das equações (6.1) e (6.6) é dado por:

$$\eta = \arccos(\Gamma_1) \quad (6.7)$$

6.2 Ângulo de Aspecto Solar

O ângulo de aspecto solar é o ângulo formado entre a direção de incidência dos raios solares sobre o satélite e a direção do eixo de rotação do satélite. Neste trabalho o ângulo de aspecto solar é representado por χ e está representado na Figura 13.

A obtenção do ângulo de aspecto solar é de suma importância para o bom desempenho da missão, pois os satélites carregam equipamentos que podem se danificar devido ao superaquecimento causado pela incidência dos raios solares. Cada satélite possui uma faixa angular ótima em que esta incidência não prejudica os equipamentos a bordo. O estudo deste ângulo tem sido importante para o êxito da missão dos dois Satélites de Coleta de Dados Brasileiros (SCD1 e SCD2), sendo que os controles de atitude podem ser acionados para realizar uma manobra de atitude sempre que necessário. Os satélites SCD1 e SCD2 são satélites estabilizados por rotação e possuem o eixo de rotação coincidente com seu eixo longitudinal (ZANARDI, PEREIRA & CHIARADIA, 2011).

Seja $\hat{u}$ o vetor unitário da direção de incidência dos raios solares no satélite e $\hat{k}$ o vetor unitário da direção do eixo de rotação do satélite. Desprezando a altitude do satélite em relação à Terra e a dimensão do satélite, a direção de incidência $\hat{u}$ do Sol sobre o satélite pode ser assumida como sendo a direção Terra - Sol. Assim, como mostra a Figura 13, em relação ao Plano Equatorial o vetor $\hat{u}$ é posicionado pela ascensão reta do Sol α_s e declinação do Sol δ_s , sendo que a direção $\hat{k}$ é posicionada pela ascensão reta e declinação do eixo de rotação (α e δ respectivamente).

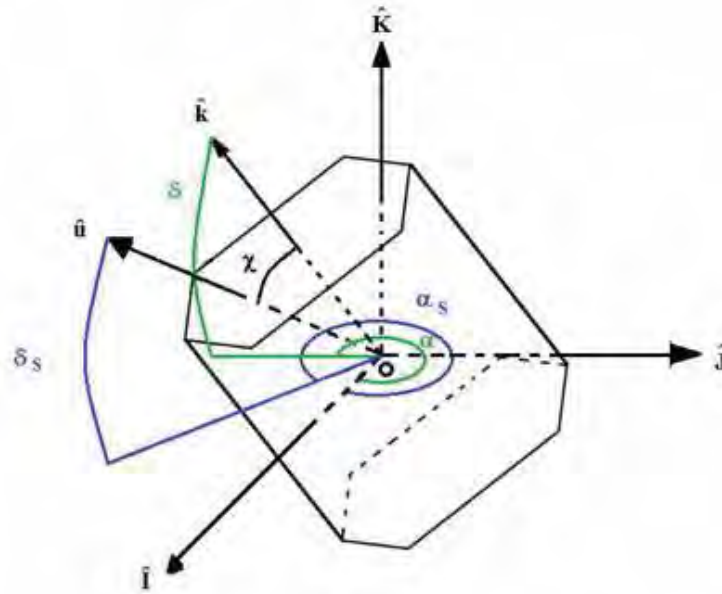


Figura 13 – Esquemática do ângulo de aspecto solar χ : eixo de rotação $\hat{k}$ e direção solar $\hat{u}$ em relação ao sistema equatorial $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$

O satélite SCD1 possui o formato de um prisma octogonal do qual apenas a face inferior não é recoberta por placas solares (WINTER & PRADO, 2007). Esta face é usada pelo sistema de controle térmico para dissipar calor e por esse motivo, a incidência de raios solares nessa face não deve ocorrer. O ângulo de aspecto solar χ deve ser então, menor que 90° . No entanto, a análise térmica do SCD1, realizada logo após o lançamento, revelou que poderia ocorrer um superaquecimento da carga útil se o valor de χ fosse menor que 60° . Considerando esse vínculo adicional, a faixa de variação de χ ficou restrita a:

$$60^\circ < \chi < 90^\circ.$$

O satélite SCD2 possui características similares às do SCD1, mas o vínculo para o ângulo de aspecto solar é mais restritivo, sendo que os raios solares não devem incidir nos painéis superiores e inferiores do satélite com um ângulo maior do que 10° , o que limita a variação do ângulo de aspecto solar à:

$$80^\circ < \chi < 100^\circ.$$

As restrições para o ângulo de aspecto solar para os satélites SCD1 e SCD2 estão esquematizadas nas Figuras 14 e 15 (CHIARADIA, 2010).

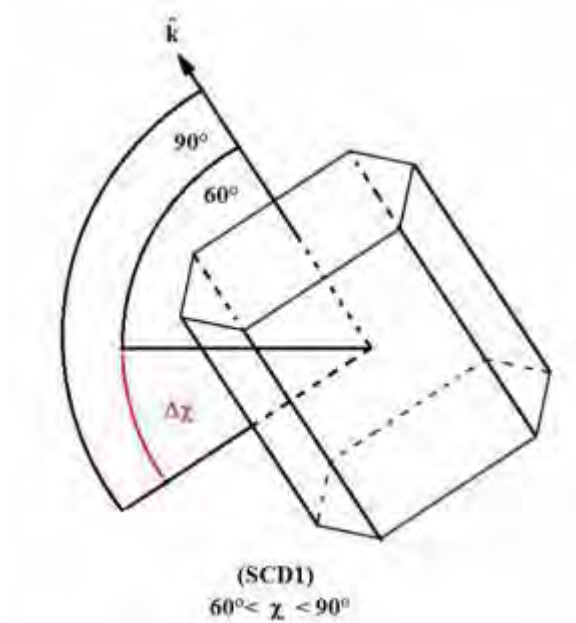


Figura 14 - Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1

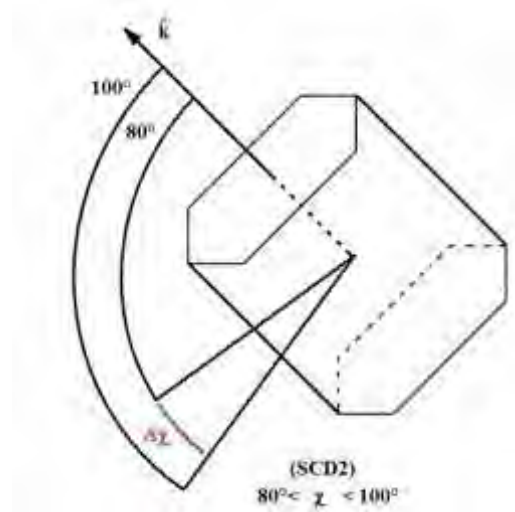


Figura 15 - Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD2.

6.2.1 Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar

Para determinar o valor do ângulo de aspecto solar χ , considerando a direção de incidência $\hat{u}$ do Sol sobre o satélite como sendo a direção Terra- Sol, é necessário conhecer os valores de α_s , α , δ_s e δ . Os valores de α_s e δ_s são valores já tabelados dados por

Astronomical Almanac (2011), apresentados no Apêndice B para o período de simulação, e neste trabalho os valores α e δ são os resultados obtidos nas simulações com o TPRS.

Como a direção de incidência da luz solar sobre o satélite é representada por $\hat{u}$, e $\hat{k}$ é o vetor unitário do eixo de rotação, então o valor do cosseno de χ pode ser determinado pelo produto escalar dos vetores $\hat{u}$ e $\hat{k}$,

$$\cos(\chi) = \hat{u} \cdot \hat{k} \quad (6.8)$$

Os vetores $\hat{u}$ e $\hat{k}$ estão esquematizados na Figura 13 e podem ser representados no Sistema Equatorial, utilizando os ângulos α_s , α , δ_s e δ através de (CHIARADIA, 2010):

$$\hat{k} = [\cos(360 - \alpha) \operatorname{sen}(90 - \delta)]\hat{I} - [\operatorname{sen}(360 - \alpha) \operatorname{sen}(90 - \delta)]\hat{J} + \cos(90 - \delta)\hat{K} \quad (6.9)$$

$$\hat{u} = [\cos(360 - \alpha_s) \operatorname{sen}(90 - \delta_s)]\hat{I} - [\operatorname{sen}(360 - \alpha_s) \operatorname{sen}(90 - \delta_s)]\hat{J} + \cos(90 - \delta_s)\hat{K} \quad (6.10)$$

Utilizando as identidades trigonométricas as igualdades acima podem ser simplificadas e o produto escalar efetuado resultando em:

$$\hat{u} \cdot \hat{k} = \cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \operatorname{sen}(\delta) \operatorname{sen}(\delta_s) + \operatorname{sen}(\alpha) \cos(\delta) \operatorname{sen}(\alpha_s) \cos(\delta_s) = \Gamma_2 \quad (6.11)$$

Assim a partir de (6.8) e (6.11), o ângulo de aspecto solar é dado por:

$$\chi = \arccos(\Gamma_2) \quad (6.12)$$

com $0^\circ < \chi < 180^\circ$. O ângulo de aspecto solar foi calculado utilizando os resultados calculados e os dados fornecidos pelo CCS para os satélites brasileiros SCD1 e SCD2.

7 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS PARA OS SATÉLITES SCD1 E SCD2

Neste Capítulo são apresentadas aplicações da teoria desenvolvida utilizando os dados fornecidos pelo CCS/INPE para os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2, apresentados no Capítulo 2. O software MATLAB foi utilizado para a implementação numérica necessária. Duas abordagens são realizadas.

Na primeira abordagem para ambos os satélites os elementos orbitais e de atitude são atualizados a cada 24 horas com os dados fornecidos pelo CCS, sendo que o efeito principal do achatamento da Terra está incluído na longitude do nodo ascendente e na latitude verdadeira. Como a solução analítica é válida para um período orbital, os coeficientes são recalculados a cada período orbital utilizando os valores calculados para α e δ . Os valores calculados pela teoria para α e δ são comparados com os dados de referência fornecidos pelo CCS a cada 24 horas. O período das simulações é de 40 dias para cada um dos satélites.

Na segunda abordagem é introduzida uma variação contínua para a velocidade de rotação ao longo de cada 24 horas de simulação, compatível com a observada nos dados reais dos satélites SCD1 e SCD2. Esta variação foi adotada, devido ao fato da velocidade de rotação não ser afetada diretamente pelo TPRS, uma vez que a componente N_z deste torque é nula. Nesta abordagem será observado o comportamento de α e δ perante uma variação contínua de W , enquanto na primeira abordagem W permanece constante durante as 24 horas.

7.1. Algoritmo para Simulação Computacional

O algoritmo para cada simulação realizada foi adaptado de Pereira (2011) e pode ser esquematizado da forma a seguir:

1 – Supondo dois dias consecutivos quaisquer (i e $i+1$), tem-se para esses dias os dados de atitude e os elementos orbitais fornecidos pelo CCS/INPE. Para a ascensão reta tem-se α_i e α_{i+1} , para declinação tem-se δ_i e δ_{i+1} e para a velocidade angular de rotação tem-se W_i e W_{i+1} , o mesmo valendo para os elementos orbitais;

2 – Ao longo de cada dia tem-se aproximadamente 14 períodos orbitais dos satélites SCD1 e SCD2;

3 – Sejam para cada dia i :

- n o índice que faz a contagem dos períodos,

- α_i , δ_i e W_i os valores iniciais,

- $\alpha_{i,n}$, $\delta_{i,n}$ e $W_{i,n}$ os valores para um período n ;

4 – Utilizando as soluções apresentadas nas equações (5.14) a (5.16) tem-se para o primeiro período, $n=1$:

$$\delta_{i,1} = \frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_i \quad (7.1)$$

$$\alpha_{i,1} = \frac{N_{xm}}{N_{ym}} \ln \left[\frac{\sec(\delta_{i,1}) + \tan(\delta_{i,1})}{\sec(\delta_i) + \tan(\delta_i)} \right] + \alpha_i \quad (7.2)$$

Somente na segunda abordagem:

Na segunda abordagem a variação velocidade de rotação é feita a cada período orbital admitindo um comportamento linear seguindo a equação:

$$W_{i,1} = \kappa_j^m t + W_i \quad (7.3)$$

com t igual a um período orbital, sendo que o índice m depende do satélite que é usado na simulação e o índice j depende do dia da propagação. κ_j^m é apresentado no Apêndice C para cada satélite durante os 40 dias de simulação

5 – Atualiza-se a longitude do nodo ascendente e o latitude verdadeira, levando-se em consideração a influência principal do achatamento da Terra:

$$\Omega_{i,1} = \Omega_i + n_\Omega t \quad (7.4)$$

$$\bar{\omega}_{i,1} = \bar{\omega}_i + n_\omega t \quad (7.5)$$

Com t igual a um período orbital.

6 – Recalcula-se os coeficientes N_{xm} , N_{ym} dados pelas equações (4.63) e (4.64) para os valores de $\alpha_{i,1}$, $\delta_{i,1}$, $\Omega_{i,1}$ e $\bar{\omega}_{i,1}$;

7 – Calcula-se para o segundo período orbital (n=2):

$$\delta_{i,2} = \frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_{i,1} \quad (7.6)$$

$$\alpha_{i,2} = \frac{N_{xm}}{N_{ym}} \ln \left[\frac{\sec(\delta_{i,2}) + \tan(\delta_{i,2})}{\sec(\delta_{i,1}) + \tan(\delta_{i,1})} \right] + \alpha_{i,1} \quad (7.7)$$

Somente na segunda abordagem:

$$W_{i,2} = \kappa_j^m t + W_{i,1} \quad (7.8)$$

Com t igual a um período orbital.

8 – Repete-se o procedimento para $n= 3, 4, 5, \dots, 14$, obtendo-se no final:

$$\delta_{i,n} = \frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_{i,n-1} \quad (7.9)$$

$$\alpha_{i,n} = \frac{N_{xm}}{N_{ym}} \ln \left[\frac{\sec(\delta_{i,n}) + \tan(\delta_{i,n})}{\sec(\delta_{i,n-1}) + \tan(\delta_{i,n-1})} \right] + \alpha_{i,n-1} \quad (7.10)$$

Somente na segunda abordagem:

$$W_{i,n} = \kappa_j^m t + W_{i,n-1} \quad (7.11)$$

Com t igual a um período orbital.

9 – Repete-se o procedimento com parcela de um período orbital que equivale a diferença entre o tempo de uma rotação da Terra e os 14 períodos orbitais do satélite, obtendo-se:

$$\delta_{i,DTF} = \frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_{i,14} \quad (7.9)$$

$$\alpha_{i,DTF} = \frac{N_{xm}}{N_{ym}} \ln \left[\frac{\sec(\delta_{DTF}) + \tan(\delta_{DTF})}{\sec(\delta_{i,14}) + \tan(\delta_{i,14})} \right] + \alpha_{i,14} \quad (7.10)$$

Somente na segunda abordagem:

$$W_{i,DTF} = \kappa_j^m t + W_{i,14} \quad (7.11)$$

Com t igual a parcela de um período orbital que somada a 14 períodos completa um dia, aqui nomeada como DTF.

10 – Os resultados obtidos no passo 9, que fornecem os valores $\alpha_{i,DTF}$, $\delta_{i,DTF}$ e $W_{i,DTF}$, são então comparadas com α_{i+1} , δ_{i+1} e W_{i+1} fornecidos pelo CCS;

11 – O processo se reinicia para os dias $i+1$ e $i+2$, atualizando também todos os demais dados necessários fornecidos pelo CCS/INPE e se repete para todos os demais dias considerados, o que corresponde neste trabalho à $i = 1, 2, 3, \dots, 40$.

7.2 Abordagem sem variação da velocidade de rotação

Nesta primeira abordagem tanto os elementos orbitais quanto a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação são atualizados diariamente no propagador de atitude desenvolvido incluindo o TPRS. Os resultados obtidos nas simulações são comparados com os dados fornecidos pelo CCS/INPE e analisados de modo a verificar se a precisão requerida pelo INPE é atendida, o que corresponde aos erros angulares serem menores do que $0,5^\circ$ e o erro em velocidade ser menor do que 0,5 rpm.

É importante salientar que o efeito do TPRS não ocorre apenas nas soluções analíticas para α e δ , mas também no propagador de atitude quando todos os coeficientes envolvidos nas soluções analíticas são recalculados a cada período orbital.

7.2.1 Resultados para o SCD1

As simulações para o SCD1 foram realizadas para um período de 40 dias, com a data inicial em 24 de julho de 1993. É assumido 0,1 como valor dos coeficientes de incidência β_1 e β_2 , para o coeficiente γ_1 é assumido 0,7 e para γ_2 0,5 e componente z do momento de inércia é 13,00 kg.m². As dimensões do SCD1 são 0,5 m de raio e 1,45 m de altura dados fornecido por 1° SATÉLITE DE COLETA DE DADOS – SCD1 . Os ângulos de ascensão reta e declinação do Sol foram obtidos do *Astronomical Almanac* e se encontram na Tabela B₁ do Apêndice B . A Tabela C₁ do Apêndice C apresenta para a primeira abordagem e SCD1 os valores numéricos do ângulo de aspecto solar calculado com os dados do INPE, o ângulo de aspecto solar, a ascensão reta e declinação do eixo de rotação calculados na teoria. A Tabela C₂ do Apêndice C apresenta os valores da diferença entre estes dados e os fornecidos pelo CCS/INPE, o erro de apontamento e as respectivas médias.

7.2.1.1. Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação

As Figuras 16 e 17 mostram o comportamento temporal da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, comparados com os dados reais do satélite. As Figuras de 18 a 19 apresentam a diferença entre os valores obtidos pela simulação para estes dois ângulos e os dados fornecidos pelo CCS/INPE.

Observa-se que, o comportamento da ascensão reta e declinação do eixo de rotação calculados pela teoria se defasam da ascensão reta e declinação do eixo de rotação reais para todos os dias da simulação. A defasagem na ascensão reta é muito maior, atingindo quase oito vezes a precisão requerida pelo INPE (0,5°), fazendo com que a média da diferença seja - 1,08° com um desvio padrão de 1,51°, visto na Tabela C₂ do Apêndice C.

No entanto, a variação da declinação do eixo de rotação permanece dentro da faixa de precisão do INPE, com a média no período sendo de -0,0092° com um desvio padrão de 0,28°.

Tanto na ascensão reta quanto na declinação do eixo de rotação há uma inversão na qual um dos termos é maior. A ascensão reta real é maior que a calculada a partir do 5° dia , até por volta do 33° dia, onde torna-se menor que o calculado. O mesmo acontece com a declinação do eixo de rotação, que apresenta essa inversão a partir do 18° dia.

Nas Figuras 18 e 19, nota-se um comportamento aparentemente periódico, que poderia ser confirmado para um intervalo de tempo de simulação maior. Esse comportamento é mais explícito na declinação do eixo de rotação, onde a média esta muito próxima de zero, sendo que ao passar pelo zero a função tem a inversão citada acima.

Assim a teoria se mostra adequada para a declinação do eixo de rotação nesta abordagem para o SCD1.

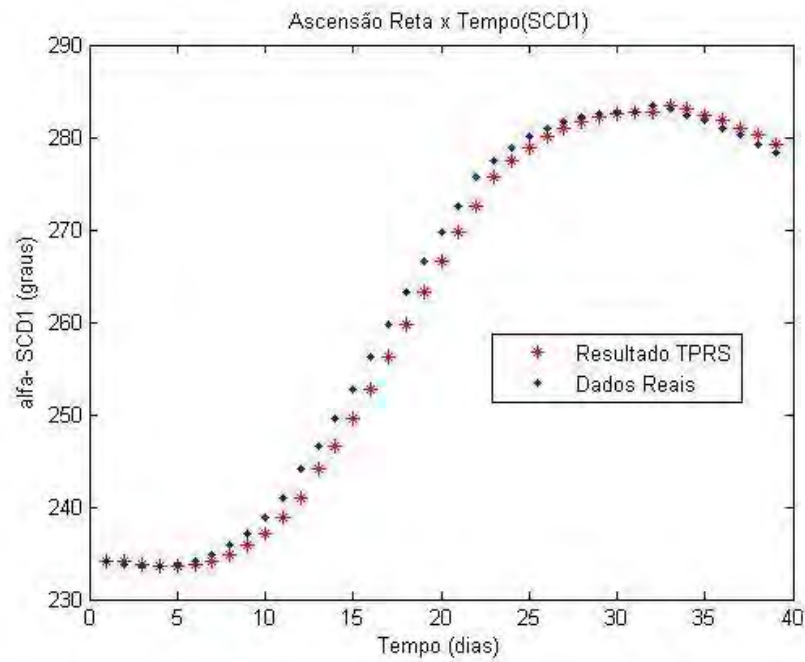


Figura 16 – Ascensão reta x tempo (SCD1)

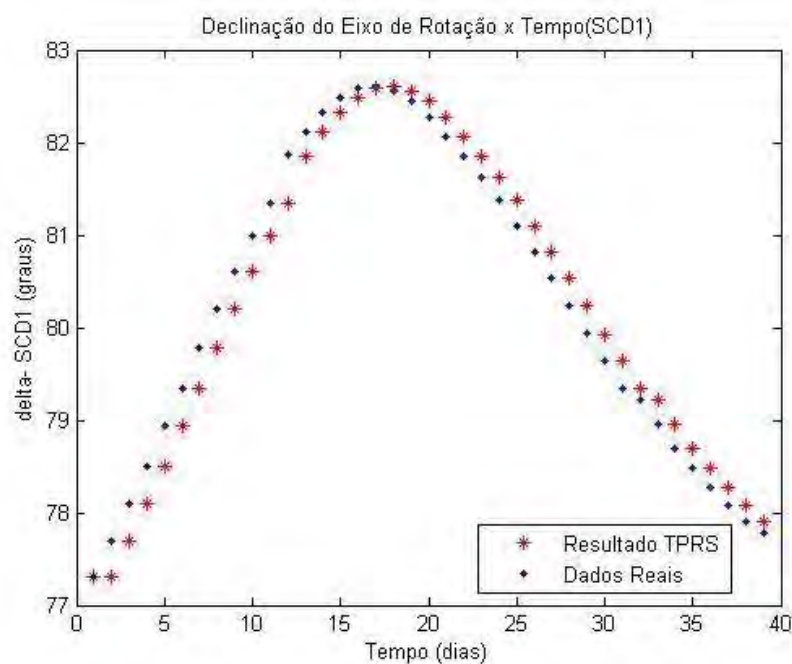


Figura 17 – Declinação do eixo de rotação x tempo (SCD1)

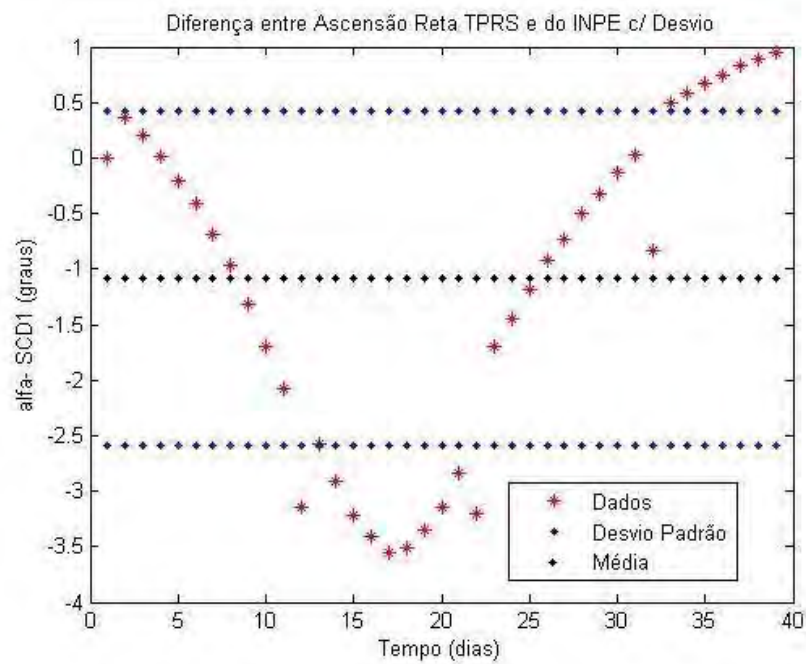


Figura 18 – Diferença entre ascensão reta calculada e a fornecida pelo ccs/inpe com média e desvios (SCD1)

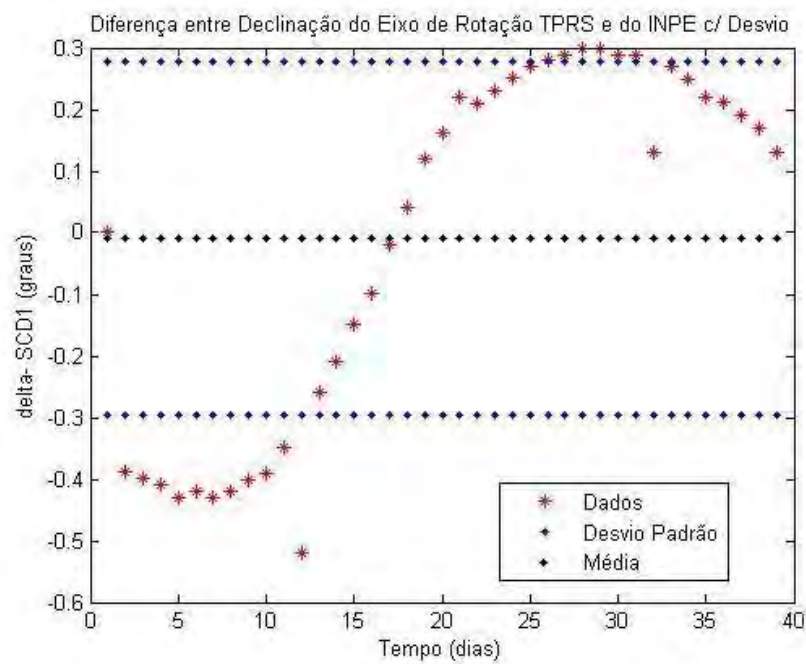


Figura 19 – Diferença entre declinação do eixo de rotação calculada e a fornecida pelo ccs/inpe com média e desvios (SCD1)

7.2.1.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

O erro de apontamento (desvio angular entre eixo de rotação calculado e eixo de rotação real) é calculado utilizando a ascensão reta e declinação do eixo de rotação fornecida pelo CCS/INPE para o período de 40 dias e os respectivos valores calculados pela teoria, através da equação (6.7).

A Figura 20 mostra o comportamento do erro de apontamento para um período de 40 dias. Pode se observar que durante toda a propagação o erro de apontamento se mantém abaixo da tolerância requerida, ou seja, menor que $0,5^\circ$. A média e desvio padrão do erro de apontamento assumem o valor de $0,37^\circ \pm 0,11^\circ$ como mostra a Tabela C₂ no Apêndice C, o qual está dentro da tolerância do INPE. Percebe se que apenas um ponto no dia 04/08/1993 ultrapassa $0,5^\circ$, mas como é um comportamento anômalo e não há uma explicação aparente para isso, esse fato é desconsiderado.

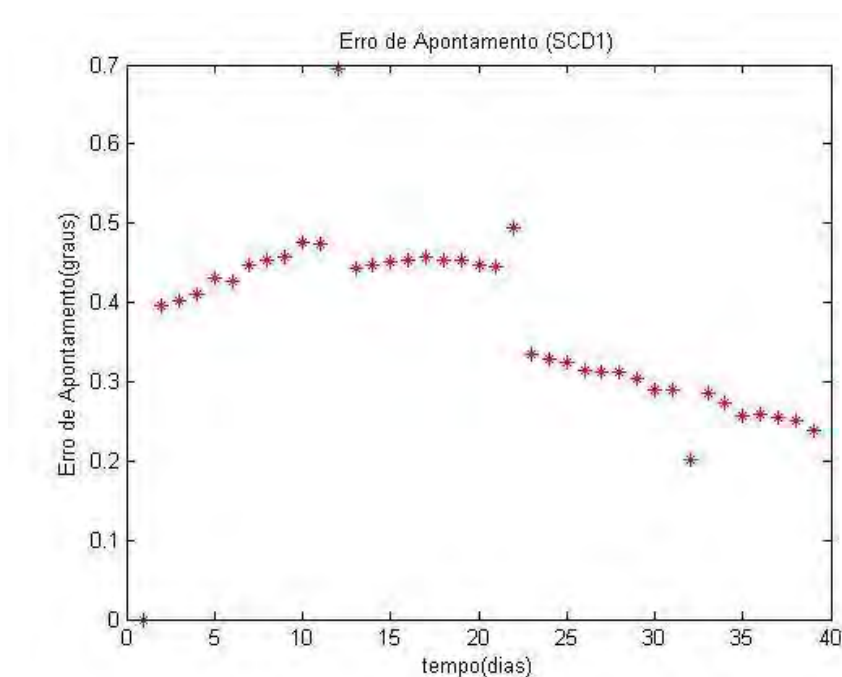


Figura 20 – Erro de apontamento x tempo (SCD1)

Os resultados das simulações do ângulo de aspecto solar comparam os valores calculados com os dados reais fornecidos pelo CCS/INPE e com os valores calculados com a teoria, através da equação (6.12). Para este cálculo é necessário conhecer a ascensão reta e declinação do Sol, aqui fornecidos pelo *Astronomical Almanac* para o intervalo considerado e que se encontram no Apêndice B.

O comportamento temporal do ângulo de aspecto solar está representado na Figura 21 para os dados reais e para os valores simulados. No Capítulo 6 foi mencionado a restrição de $60^\circ < \chi < 90^\circ$ para o SCD1, portanto para este intervalo de simulação o ângulo de aspecto solar se manteve dentro do intervalo desejado.

A Figura 22 apresenta a diferença entre o valor real e o valor simulado para o ângulo de aspecto solar. Os resultados obtidos mostram que, a média do erro da diferença ($\chi_{INPE} - \chi$) é de $0,16^\circ \pm 0,19^\circ$ como mostra a Tabela C2 no Apêndice C. Observa-se também que em nenhum dia o valor do ângulo de aspecto solar ultrapassa a precisão exigida pelo CCS/INPE.

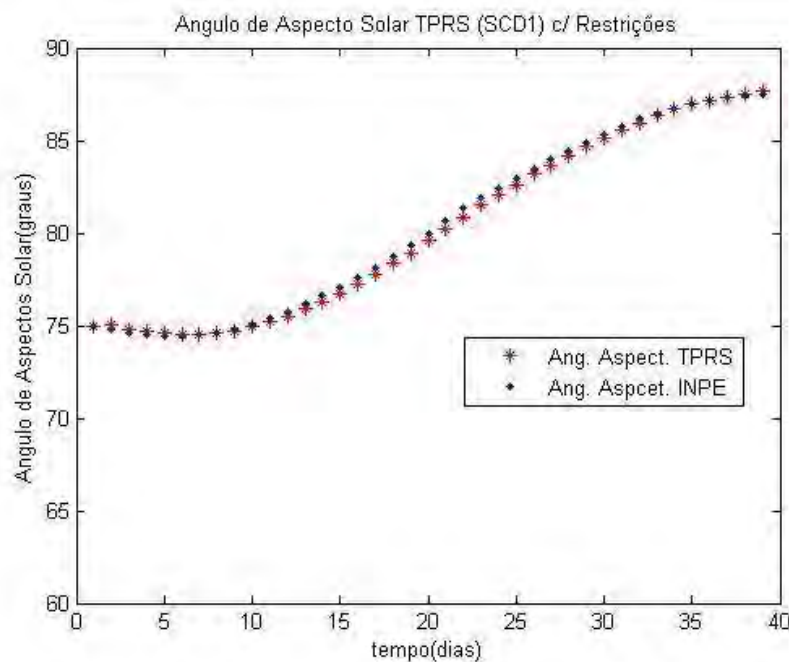


Figura 21 – Ângulo de aspecto solar x tempo restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD1)

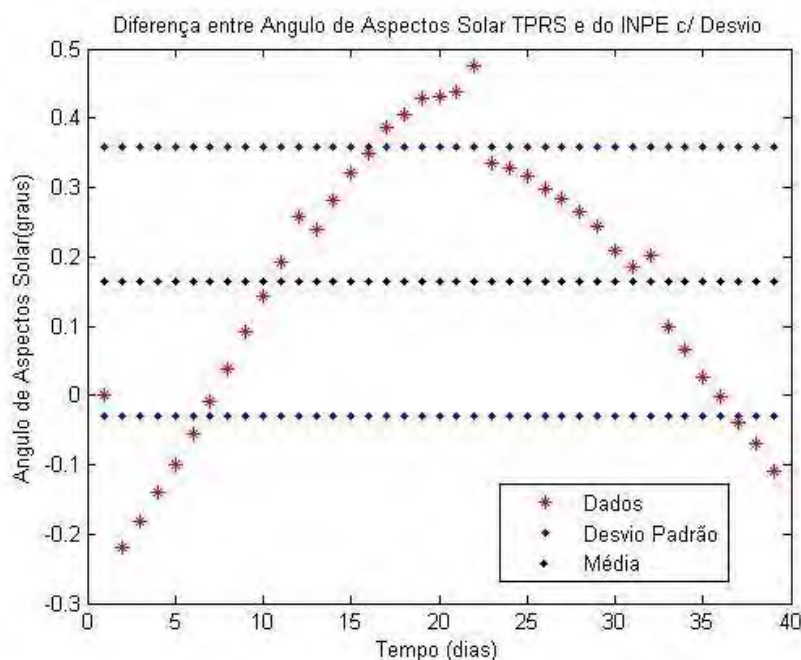


Figura 22 – diferença entre ângulo de aspecto solar calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios (SCD1)

7.2.2. Resultados para o SCD2

As simulações para o SCD2 foram realizadas para um período de 40 dias, com a data inicial em 1 de fevereiro de 2002. É assumido 0,1 como valor dos coeficientes de incidência β_1 e β_2 , para o coeficiente γ_1 é assumido 0,7 e para γ_2 0,5 e componente z do momento de inércia é 13,00 kg.m². As dimensões do SCD1 são 0,5 m de raio e 1,45 m de altura dados fornecido por *1° SATÉLITE DE COLETA DE DADOS – SCD1*. Os ângulos de ascensão reta e declinação do Sol fornecidos pelo *Astronomical Almanac* que se encontra na Tabela B₁ do Apêndice B. A Tabela C₃ do Apêndice C apresenta para a primeira abordagem e SCD2 os valores numéricos do ângulo de aspecto solar calculado com os dados do INPE, o ângulo de aspecto solar, a ascensão reta e declinação do eixo de rotação calculados na teoria. A Tabela C₄ do Apêndice C apresenta os valores da diferença entre estes dados e os fornecidos pelo CCS/INPE, o erro de apontamento e as respectivas médias.

Nas Tabelas os dias de atuação do controle de atitude realizados pelo CCS/INPE estão assinalados em amarelo. Nestes dias em questão a diferença entre o dado real e o aqui calculado é zero, uma vez que a teoria não inclui o torque de controle, sendo a simulação reiniciada após todo dia de controle.

7.2.2.1. Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação

As Figuras 23 a 24 mostram o comportamento temporal da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, comparados com os dados reais do satélite. As discontinuidades nos gráficos estão relacionadas com os dias em que o controle de atitude é acionado.

Pelos resultados, verifica-se que a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, calculados pela teoria defasam pouco da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, reais nos primeiros períodos entre os dias de controle, e defasam mais nos últimos.

Tanto para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, nota-se que a teoria acompanha melhor os dados reais nos períodos de menor variação dos ângulos. A medida que o ângulo varia com o tempo a defasagem entre os dados reais e fornecidos torna-se maior.

As Figuras 25 e 26 apresentam a diferença entre os dados calculados e os reais com sua média e desvio padrão, sendo as médias e desvios padrões da diferença entre dados reais e obtidos para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação é $0,15 \pm 0,20$ e $0,054 \pm 0,14$ respectivamente apresentados na Tabela C₄ do Apêndice C. Observa-se que desta vez o comportamento não assemelha a uma função periódica como aconteceu para o SCD1. Nos últimos dias de implementação a diferença cresce na ascensão reta superando a precisão que o INPE exige.

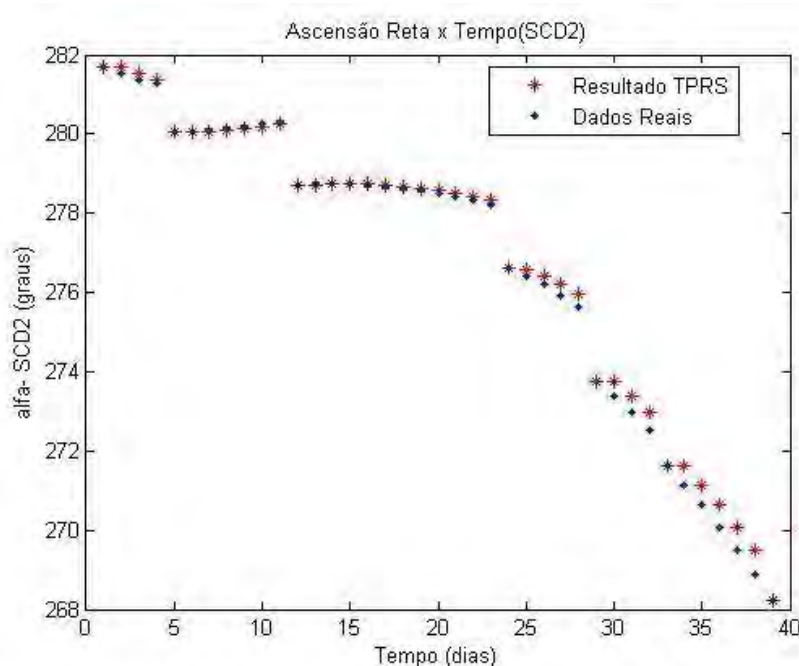


Figura 23 – Ascensão reta x tempo (SCD2)

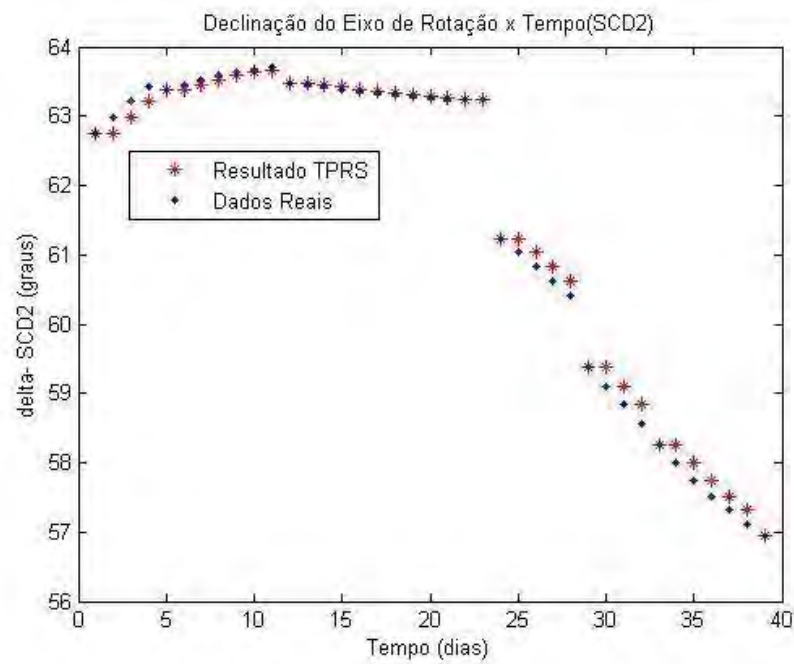


Figura 24 – Declinação do eixo de rotação x tempo (SCD2)

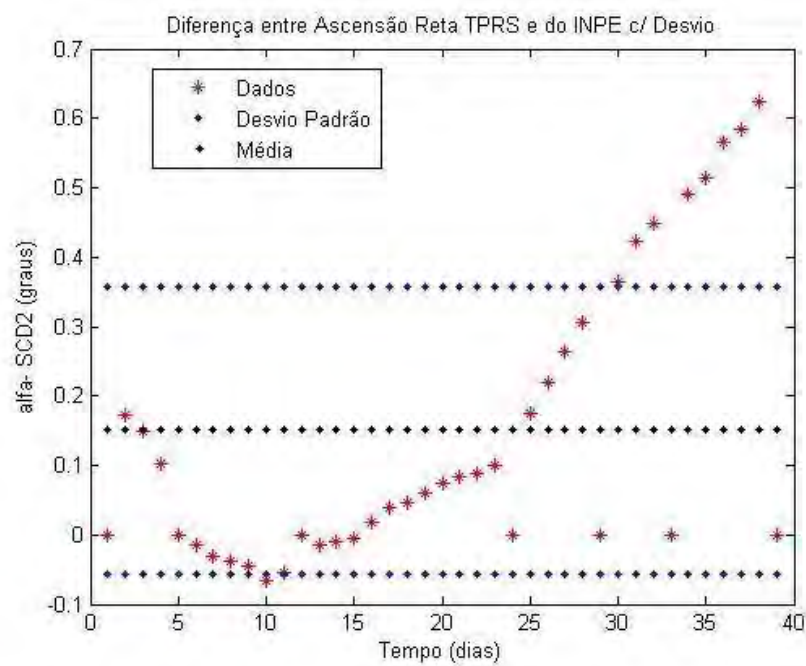


Figura 25 – Diferença entre ascensão reta calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios (SCD2)

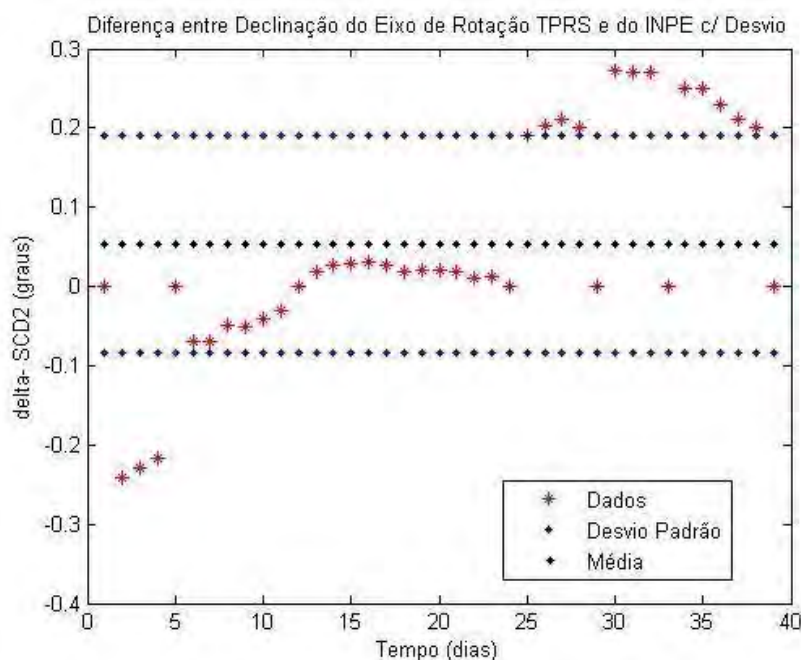


Figura 26 – Diferença entre declinação do eixo de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios (SCD2)

7.2.2.2. Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

A Figura 27 mostra o comportamento do erro de apontamento no período de 40 dias. Os valores que mostram o erro de apontamento igual a zero correspondem aos dias em que foi efetuado o controle de atitude pelo CCS/INPE.

A média do erro de apontamento obtido na simulação para o SCD2 foi melhor que aquela obtida para o SCD1, valendo aproximadamente $0,14^\circ$ e mesmo valor para desvio padrão como visto na Tabela C₄ do Apêndice C. Nota-se que o erro de apontamento está dentro da margem de segurança do INPE.

Do mesmo modo que para o SCD1, os resultados das simulações para o ângulo de aspecto solar mostram a comparação entre o valor computado com dados reais e com valores simulados pela teoria. Para este cálculo é necessário conhecer a ascensão reta e declinação do Sol, aqui fornecidos pelo *Astronomical Almanac* para o intervalo considerado e que se encontram no apêndice B.

As Figuras 28 e 29 mostram o ângulo de aspecto solar real comparado com o calculado pela teoria e as diferenças entre o real e o simulado, respectivamente.

Os resultados obtidos com o SCD2 mostram que o ângulo de aspecto solar simulado pela teoria permanece na faixa pré-estabelecida para este satélite ($80^\circ < \theta' < 100^\circ$). Pela Figura

30 observa-se na Tabela C₃ do Apêndice C que este ângulo variou entre 83,90° e 89,48° . A média da diferença ($\chi_{INPE} - \chi$) é menor do que do SCD1 e vale $0,063^\circ \pm 0,096^\circ$, como consta na Tabela C₄ do Apêndice C. Em nenhum dia o valor do ângulo de aspecto solar ultrapassa a precisão exigida pelo CCS/INPE.

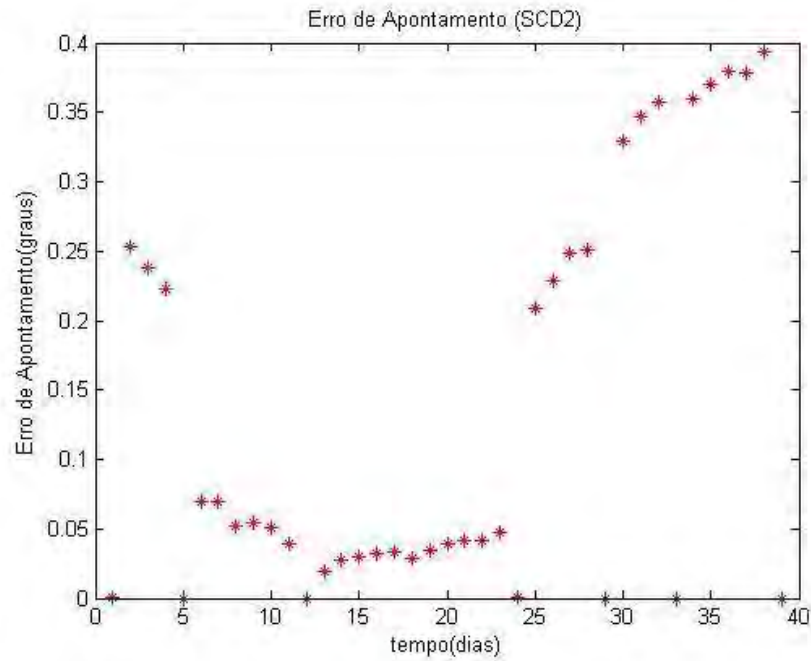


Figura 27 – Erro de apontamento x tempo (SCD2)

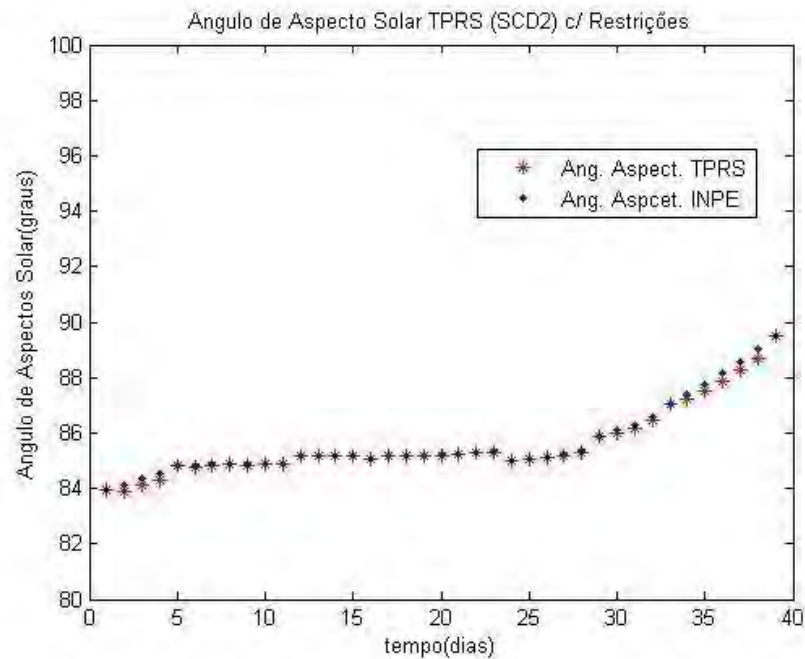


Figura 28 – Ângulo de aspecto solar x tempo e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD2)

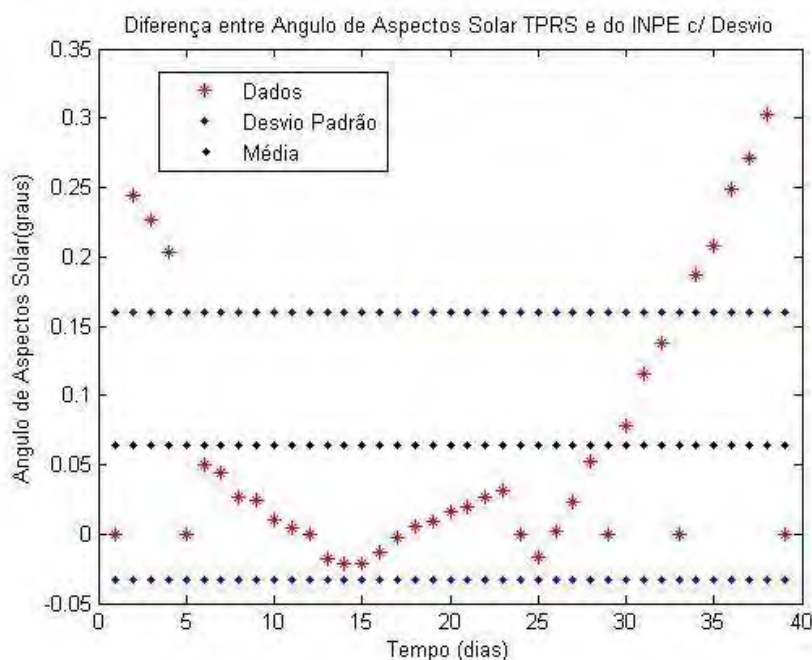


Figura 29 – Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculado e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios (SCD2)

7.3 Abordagem com variação da velocidade de rotação

Como já comentado anteriormente, o componente do TPRS sobre o eixo de rotação do satélite é nulo, ou seja, o TPRS não afeta a velocidade de rotação do satélite. Porém como pode ser observado pelos dados fornecidos pelo CCS para os satélites SCD1 e SCD2 (Tabelas 2 e 3 respectivamente), introduzidas no Capítulo 2, a velocidade de rotação varia ao longo das 24 horas, como também mostram as Figuras 30 e 31.

A solução analítica da ascensão reta e declinação do eixo de rotação depende da velocidade de rotação W , como pode se observar na equação (5.14) e na equação (5.16). Assim os valores de α e δ obtidos na primeira abordagem podem melhorar se assumirmos valores intermediários para a velocidade de rotação a cada órbita e não o valor inicial a 0h de cada dia.

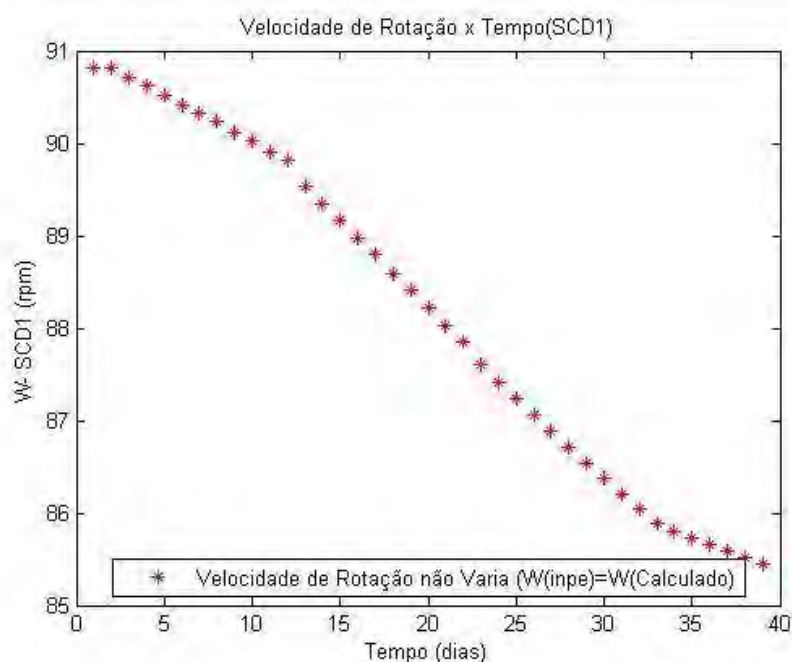


Figura 30 – Velocidade de rotação x tempo (SCD1)

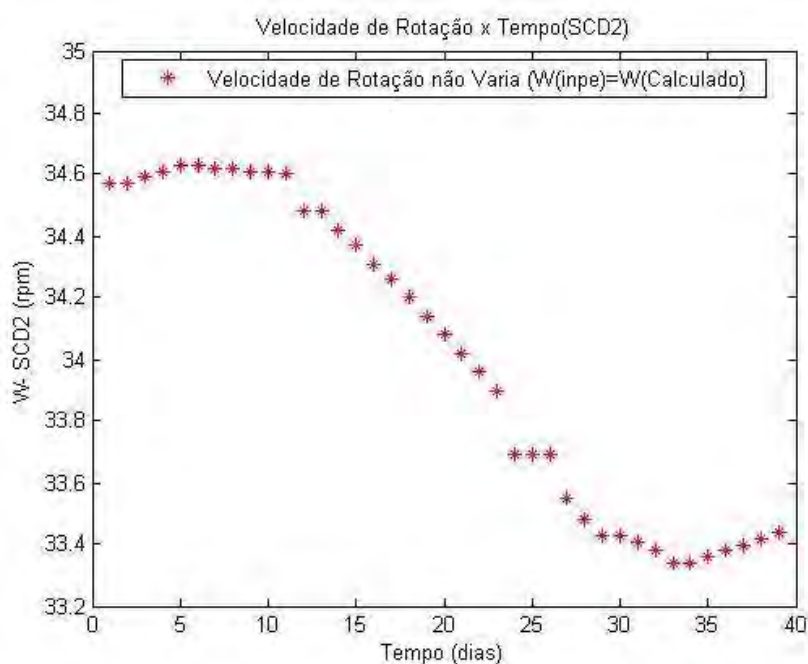


Figura 31 – Velocidade de rotação x tempo (SCD2)

Nesta abordagem a variação diurna de W será determinada através de ajuste das curvas de variação de W das Figuras 30 e 31, introduzindo retas adequadamente nos diversos trechos. Avaliando as Figuras 30 e 31 conclui-se que a melhor forma de representar o comportamento da velocidade de eixo de rotação é através de uma sucessão de retas com coeficientes angulares dados por κ^m_j , sendo $j=1, 2, 3$ para $m=SCD1$ e $j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ para $m=SCD2$. As correspondentes retas estão indicadas nas Figuras 32 e 33.

Dessa forma, a variação de W é dada através de:

$$W = \kappa_j^m t + W_0 \quad (7.12)$$

de modo a variar a velocidade de rotação a cada período orbital assim como em α e δ .

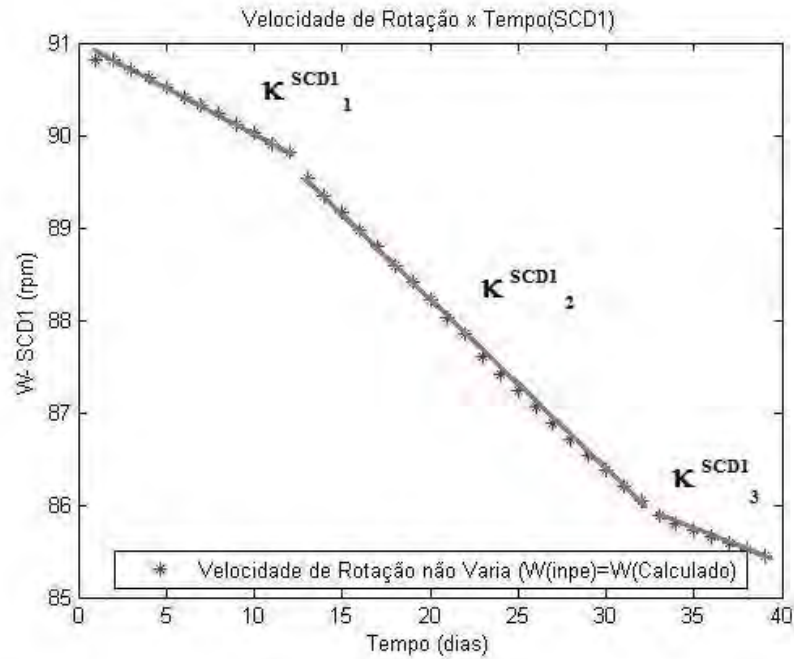


Figura 32 – Velocidade de rotação x tempo (SCD1) e coeficientes

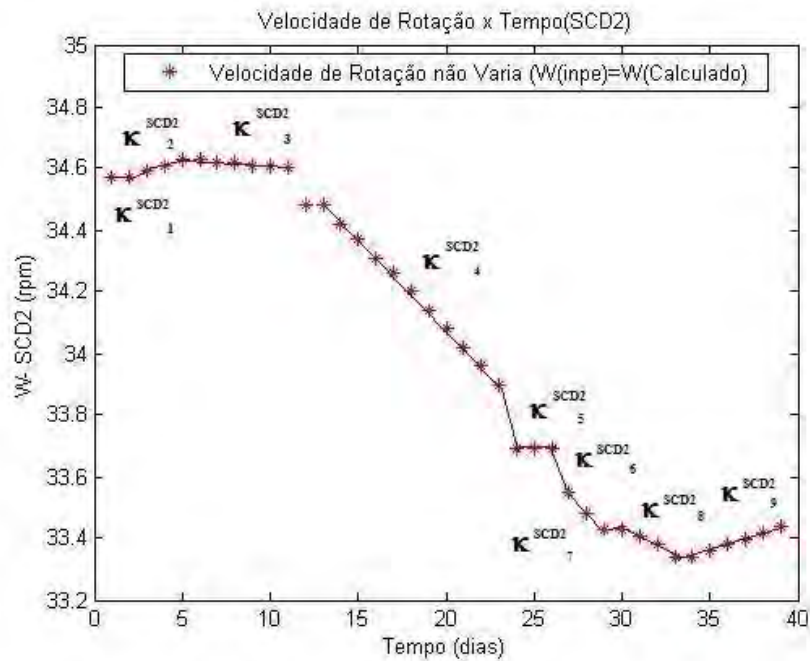


Figura 33 – Velocidade de rotação x tempo (SCD2) e coeficientes

Para se obter estes coeficientes κ_j^m determina-se as curvas a qual pertence cada coeficiente, como mostram as Figuras 32 e 33, e de cada intervalo subtrai-se o valor de W do

valor anterior, exceto com o primeiro valor do intervalo Dividindo a média dessas diferenças pelo tempo em segundos de um dia se obtém o coeficiente:

$$k^m_j = \frac{1}{86400 \cdot (f - i)} \sum_{n=i+1}^f (W_n - W_{n-1}) \quad (7.13)$$

em que f é o último dia do período ao qual pertence o coeficiente, i o primeiro dia e W_n a velocidade de rotação que corresponde ao dia n . Estes coeficientes são apresentados no Apêndice D.

7.3.1 Resultados para o SCD1

As condições assumidas para a simulação são as mesmas da primeira abordagem para o SCD1. A Tabela C₅ do Apêndice C apresenta para a segunda abordagem e SCD1 os valores numéricos do ângulo de aspecto solar calculado com os dados do INPE, o ângulo de aspecto solar, a ascensão reta e declinação do eixo de rotação calculados na teoria. A Tabela C₆ do Apêndice C apresenta os valores da diferença entre estes dados e os fornecidos pelo CCS/INPE, o erro de apontamento e as respectivas médias.

7.3.1.1 Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade de Rotação

As Figuras 34, 35 e 36 mostram o comportamento temporal da ascensão reta, declinação e da velocidade de rotação, comparados com os dados reais do satélite levando em conta a proposta de variação da velocidade de rotação. E as Figuras de 37, 38 e 39 apresentam a diferença entre estes dois ângulos obtidos pela simulação e os dados fornecidos pelo CCS/INPE.

Nota-se pelas Figuras 36 e 39 que a função proposta para W aproxima-se muito do real.

O interesse nesta abordagem é observar um melhor comportamento da ascensão reta e declinação do eixo de rotação. No entanto, ao se comparar os resultados desta abordagem com os obtidos na abordagem anterior, não se percebe uma alteração significativa nos dados. Já observando a Tabela 4, que apresenta a diferença nas duas abordagens, verifica-se uma diferença da ordem de 10^{-7} na média da ascensão reta e da ordem de 10^{-9} na média da declinação do eixo de rotação.

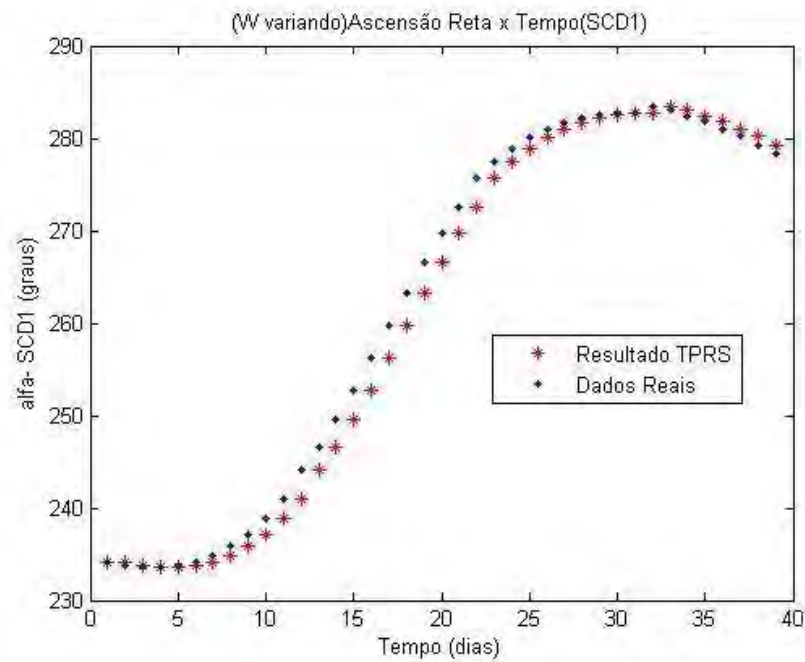


Figura 34 – Ascensão reta x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD1)

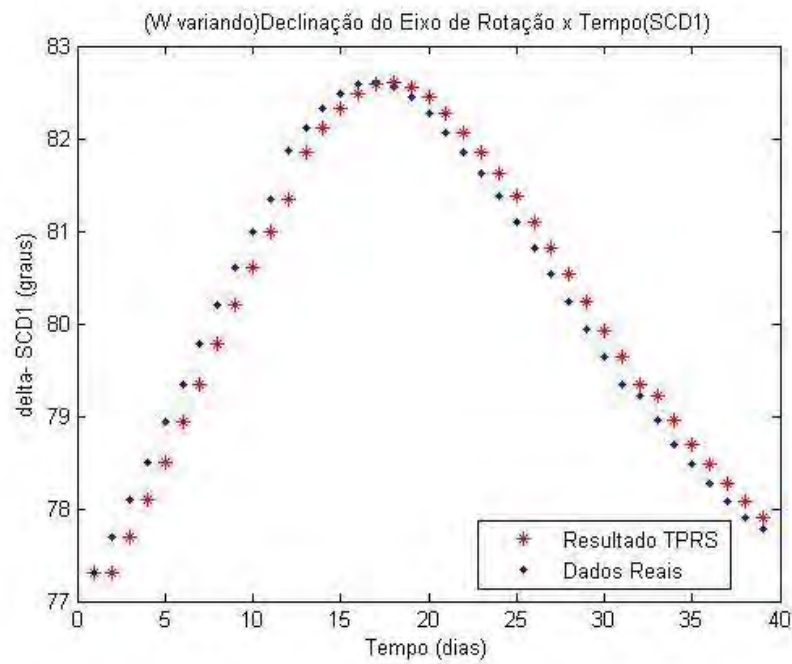


Figura 35 – Declinação do eixo de rotação x tempo com variação da velocidade de Rotação (SCD1).

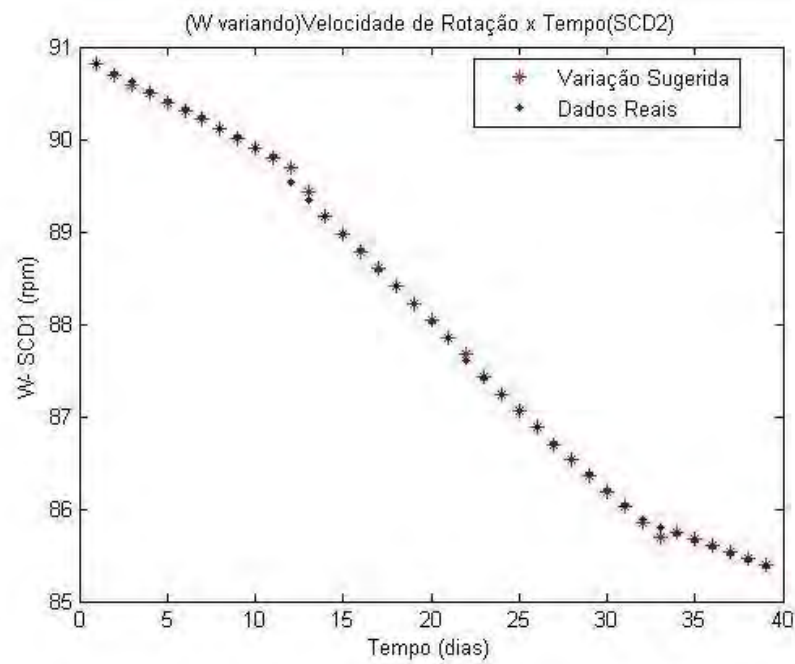


Figura 36 – Velocidade de rotação x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD1)

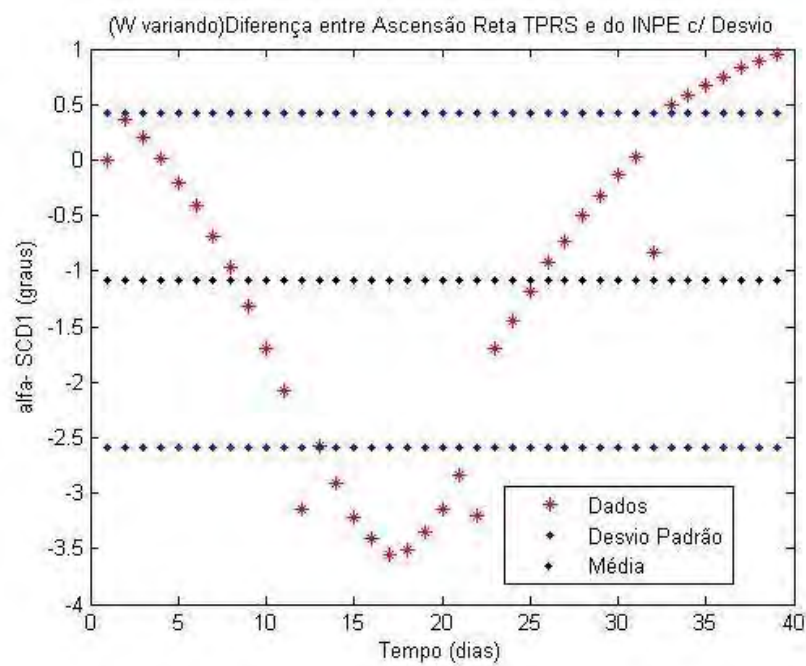


Figura 37 – Diferença entre ascensão reta calculada e a fornecida pelo ccs/inpe com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD1)

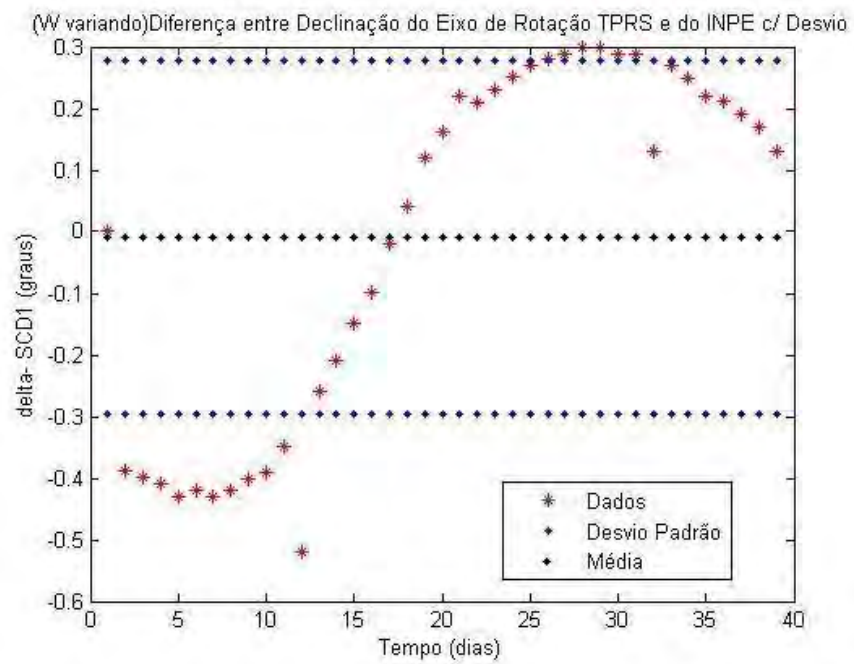


Figura 38 – Diferença entre declinação do eixo de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD1)

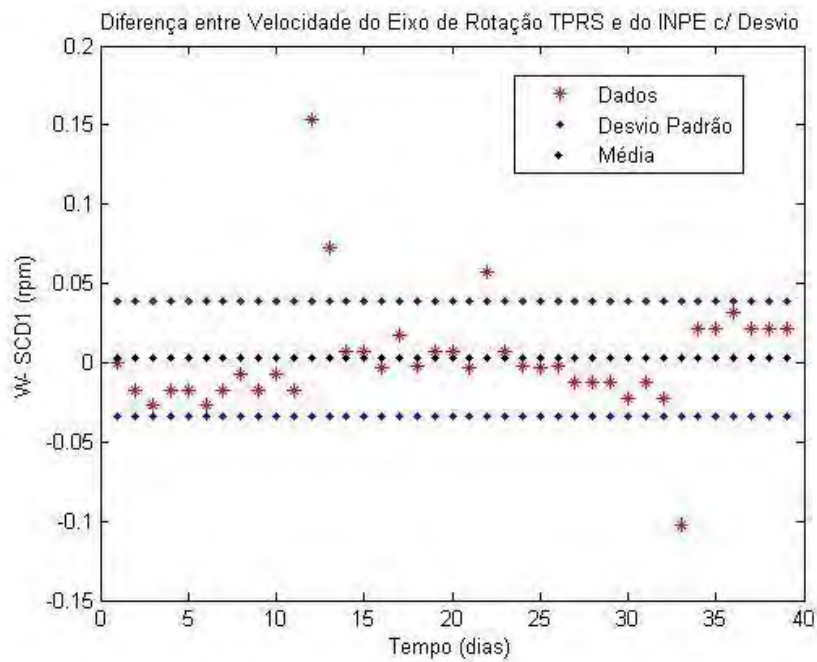


Figura 39 – Diferença entre velocidade de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD1)

7.3.1.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

O erro de apontamento obtido levando-se em conta a variação da velocidade apresenta um comportamento muito semelhante com o da abordagem anterior, como mostra a Figura 40. Pela Tabela 4 verifica-se uma variação não significativa na média do erro de apontamento da ordem de 10^{-7} .

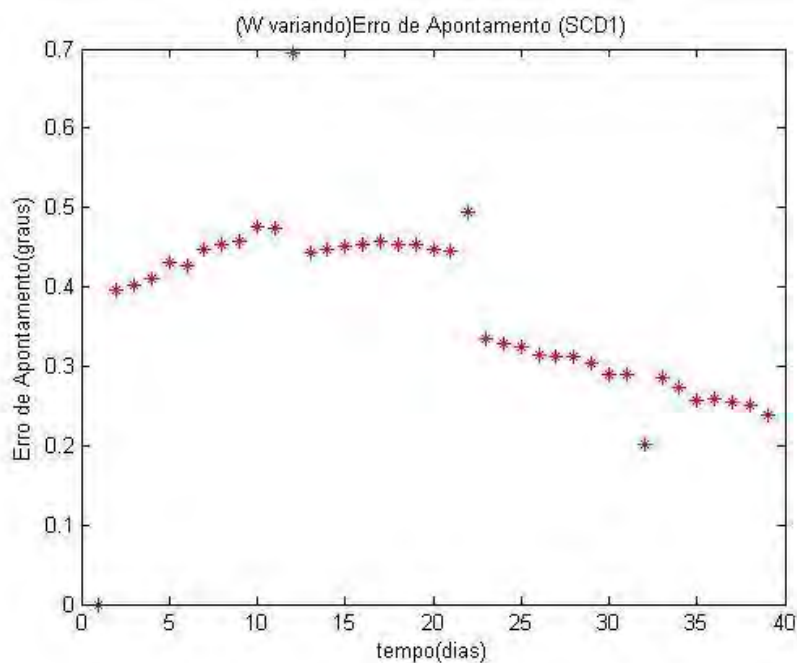


Figura 40 – Erro de apontamento x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD1)

Nas Figuras 41 e 42 que apresentam respectivamente o ângulo de aspecto solar para esta abordagem e sua diferença em relação aos dados do INPE, nas quais não se observa uma variação significativa em relação a abordagem anterior. A Tabela C₆ do Apêndice C mostra a diferença do ângulo de aspecto solar entre dados calculados e reais para esta abordagem. A variação apresentada na média do ângulo de aspecto solar entre as duas abordagens é da ordem de 10^{-8} e está apresentada na Tabela 4.

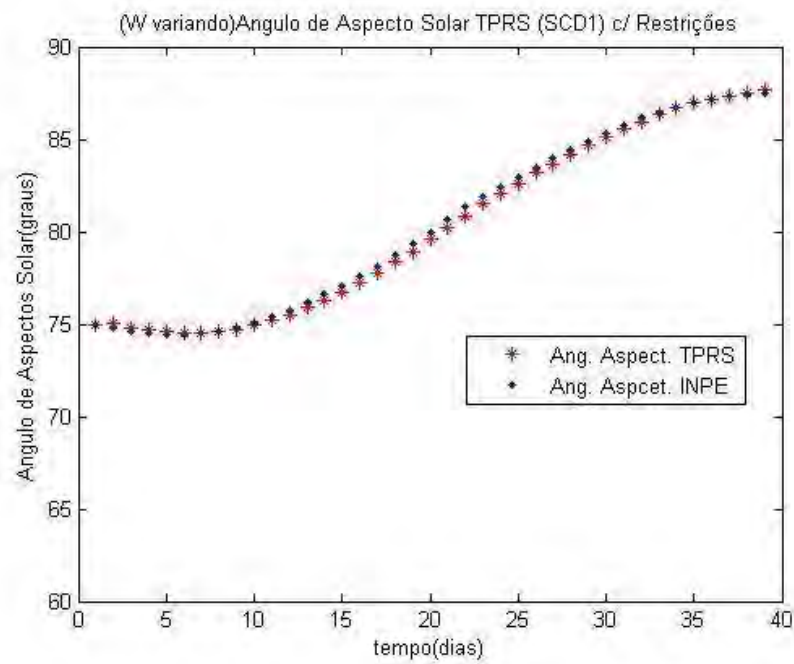


Figura 41 – Ângulo de aspecto solar x tempo com variação da velocidade de rotação e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD1)

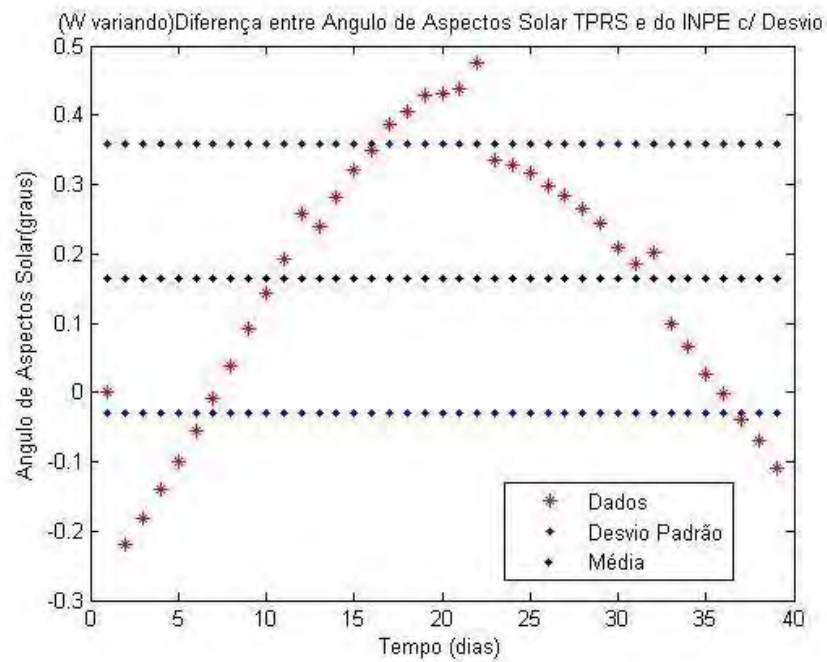


Figura 42 – Diferença entre ângulo de aspecto solar calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios e com variação da velocidade de rotação (SCD1)

Tabela 4 – Variação da médias das diferenças de α , δ e χ e média do η entre as duas abordagens para o SCD1

SCD1	$\Delta\alpha$ (°)	$\Delta\delta$ (°)	$\Delta\chi$ (°)	η (°)
ABORDAGEM COM VELOCIDADE DE ROTAÇÃO CONSTANTE				
Média	-1,0812483963	-0,0092440358	0,1644801706	0,3704265107
Desvio	1,5105855405	0,2873041024	0,1938588224	0,1164647699
ABORDAGEM COM VELOCIDADE DE ROTAÇÃO VARIANDO				
Média	-1,0812479184	-0,0092440428	0,1644801021	0,3704263674
Desvio	1,5105853655	0,2873040257	0,1938587660	0,1164648477
DIFERENÇA ENTRE AS DUAS ABORDAGENS				
Δ Média	$-4,78 \times 10^{-7}$	-7×10^{-9}	$6,85 \times 10^{-8}$	$1,43 \times 10^{-7}$
Δ Desvio	$1,75 \times 10^{-7}$	$7,67 \times 10^{-8}$	$5,64 \times 10^{-8}$	$-7,78 \times 10^{-8}$

7.3.2 Resultados para o SCD2

As condições assumidas para a simulação são as mesmas da primeira abordagem para o SCD2. A Tabela C₇ do Apêndice C apresenta para a segunda abordagem e SCD2 os valores numéricos do ângulo de aspecto solar calculado com os dados do INPE, o ângulo de aspecto solar, a ascensão reta e declinação do eixo de rotação calculados na teoria. A Tabela C₈ do Apêndice C apresenta os valores da diferença entre estes dados e os fornecidos pelo CCS/INPE, o erro de apontamento e as respectivas médias.

Assim como na abordagem anterior para o SCD2 os dias de atuação do controle de atitude realizados pelo CCS/INPE estão assinalados em amarelo nas Tabelas a pouco citadas. Nestes dias em questão a diferença entre o dado real e o aqui calculado é zero, uma vez que a teoria não inclui o torque de controle, sendo a simulação reiniciada após todo dia de controle.

7.3.2.1 Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade Angular Rotacional

As Figuras 43 e 44 mostram o comportamento da ascensão e reta e declinação do eixo de rotação no satélite SCD2, nas quais as descontinuidades estão relacionada com os dias de controle. As Figuras 46 e 47 mostram as diferenças entre os dados reais e os calculados, e de modo similar ao que ocorreu para o SCD1 também não apresentam variações significativas em relação a primeira abordagem.

A Figura 45 representa a velocidade de rotação real e a sugerida através da equação (7.12), com pouca diferença entre os dois valores de W , como pode se verificar na Figura 48.

Como indicado na Tabela 5, a diferença apresentada entre as duas abordagens tem variações mínimas entre as médias das diferenças de dados calculados e reais que são da ordem de 10^{-7} tanto para a ascensão reta quanto para a declinação do eixo de rotação.

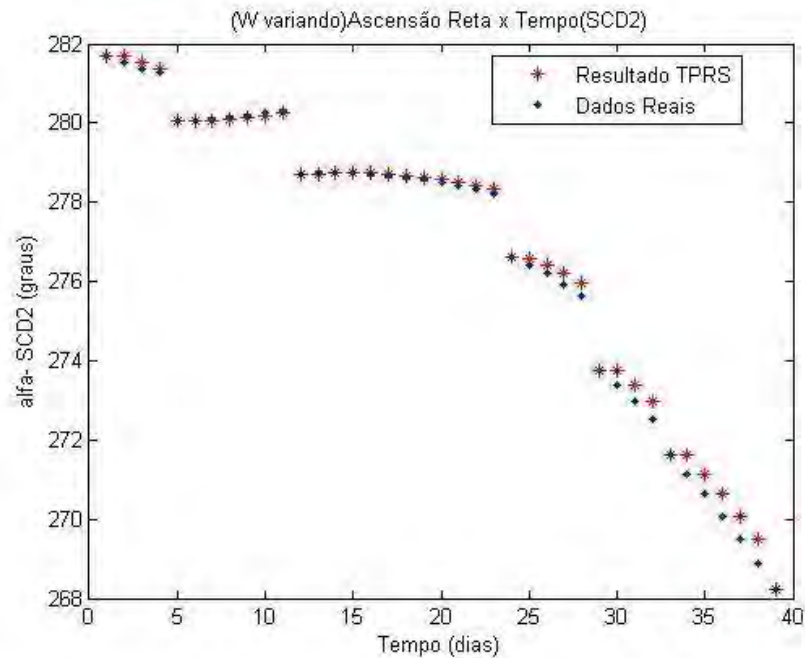


Figura 43– Ascensão reta x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD2)

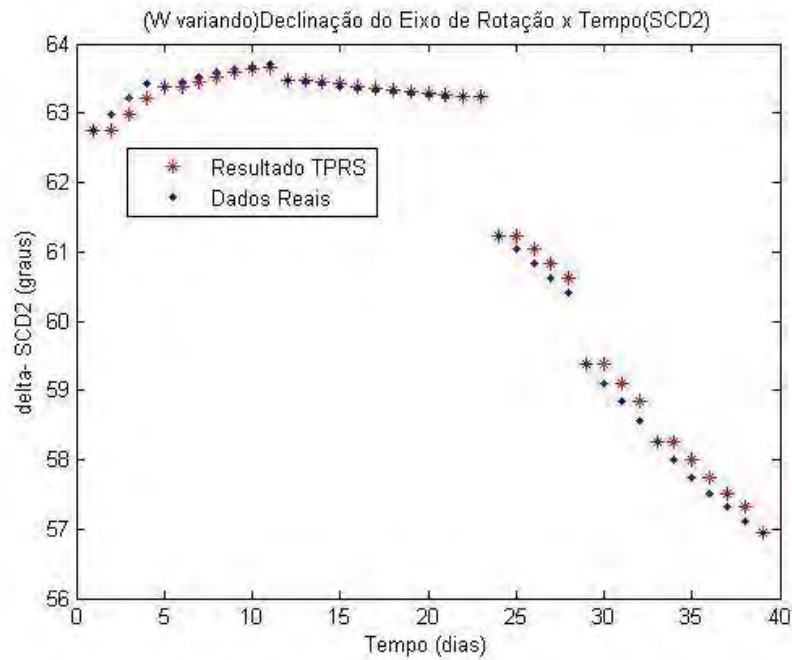


Figura 44 – Declinação do eixo de rotação x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD2)

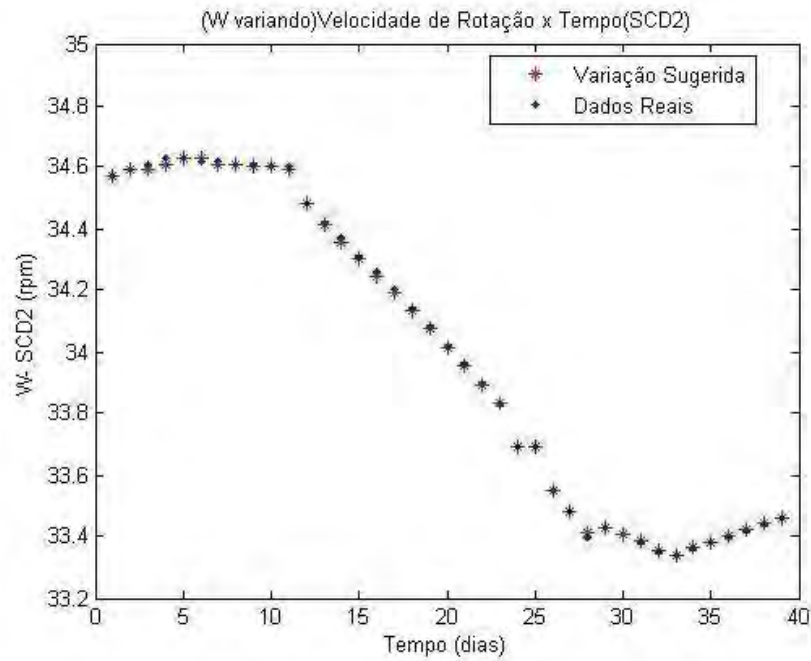


Figura 45 – Velocidade de rotação x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD2)

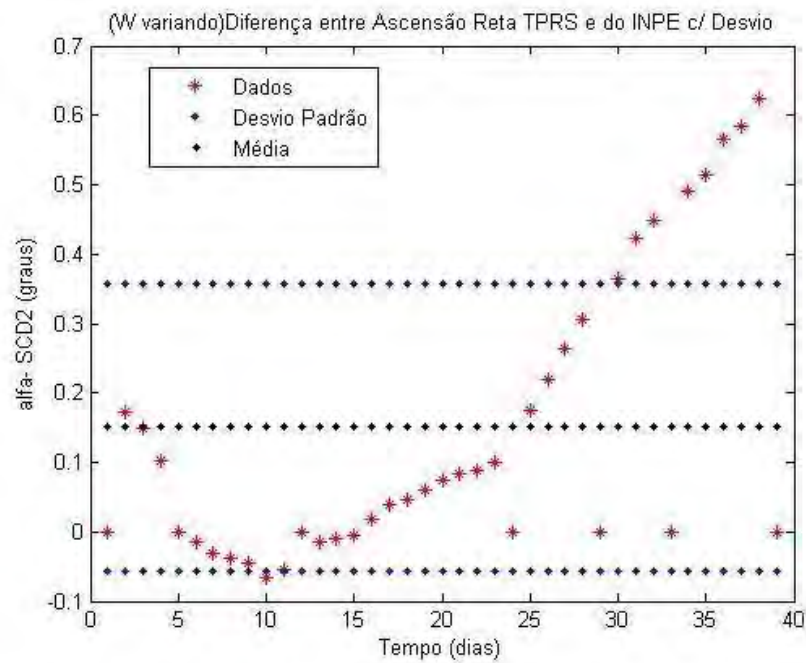


Figura 46 – Diferença entre ascensão reta calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD2)

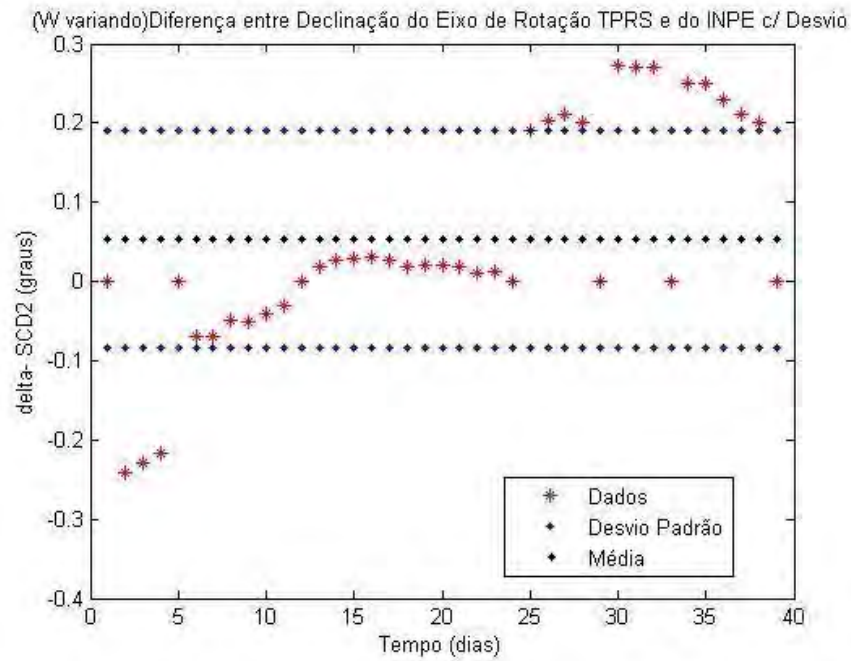


Figura 47 – Diferença entre declinação do eixo de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD2)

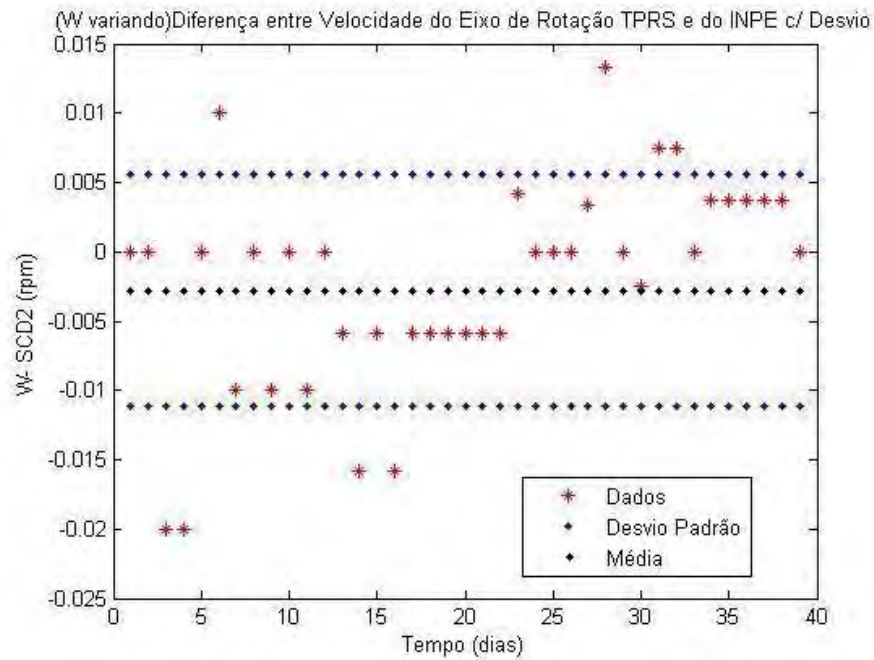


Figura 48 – Diferença entre velocidade de rotação calculada e a fornecida pelo CCS/INPE com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD2)

7.3.2.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

Novamente os valores que mostram o erro de apontamento igual a zero correspondem aos dias em que foi efetuado o controle de atitude pelo CCS/INPE . A Figura 49 mostra o comportamento do erro de apontamento no período de 40 dias.

Pela Tabela 5, observa-se que a média do erro de apontamento obtido nesta simulação é praticamente igual à primeira abordagem, sendo da ordem de 10^{-8} , ou seja mais uma vez uma variação não significativa.

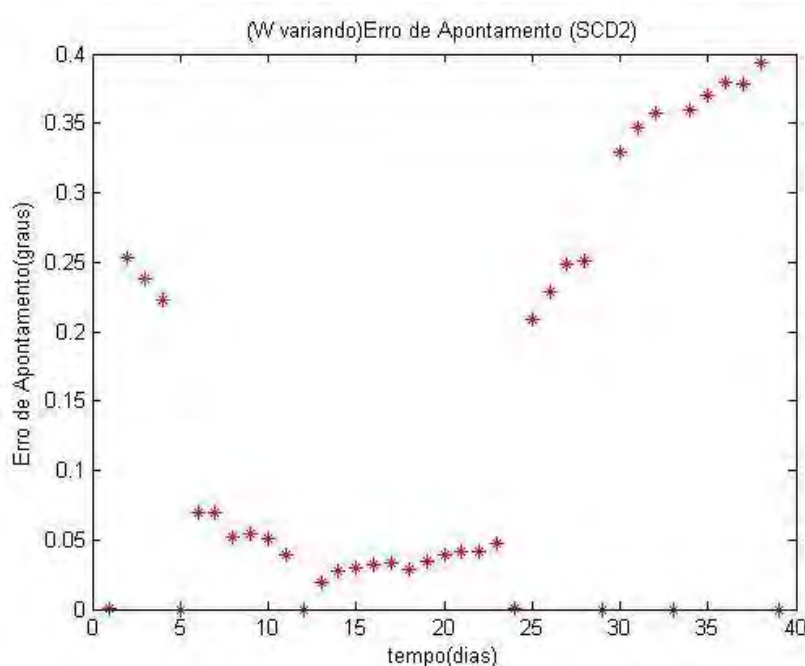


Figura 49 – Erro de apontamento x tempo com variação da velocidade de rotação (SCD2).

Assim como nas outras variáveis, como mostram as Figuras 50 e 51, o Ângulo de Aspecto Solar não sofreu alteração aparente ao se introduzir a variação da velocidade de rotação no caso do SCD2. A variação das médias apresentadas nas Tabelas C₄ e C₈ do Apêndice C é da ordem de 10^{-9} como mostra a Tabela 5.

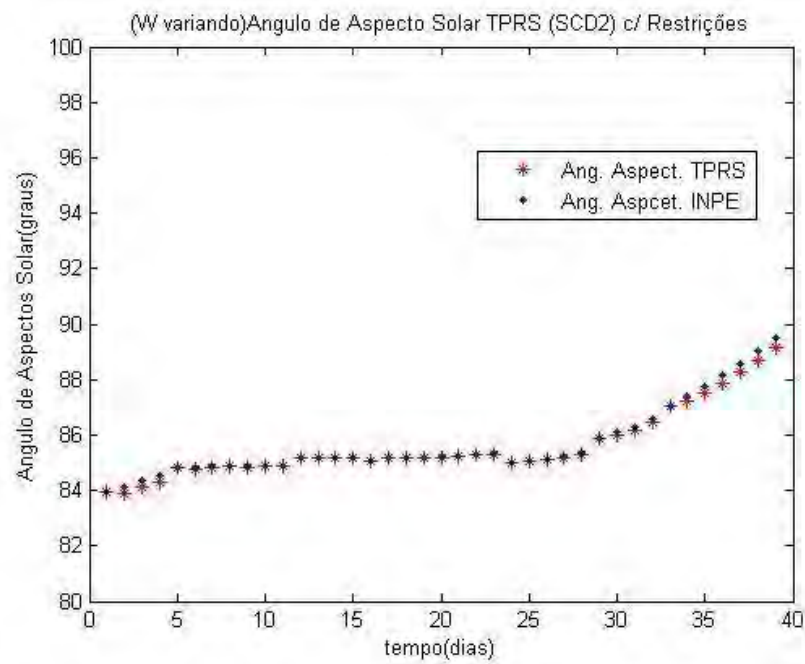


Figura 50 – Ângulo de aspecto solar x tempo com variação da velocidade de rotação e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD2)

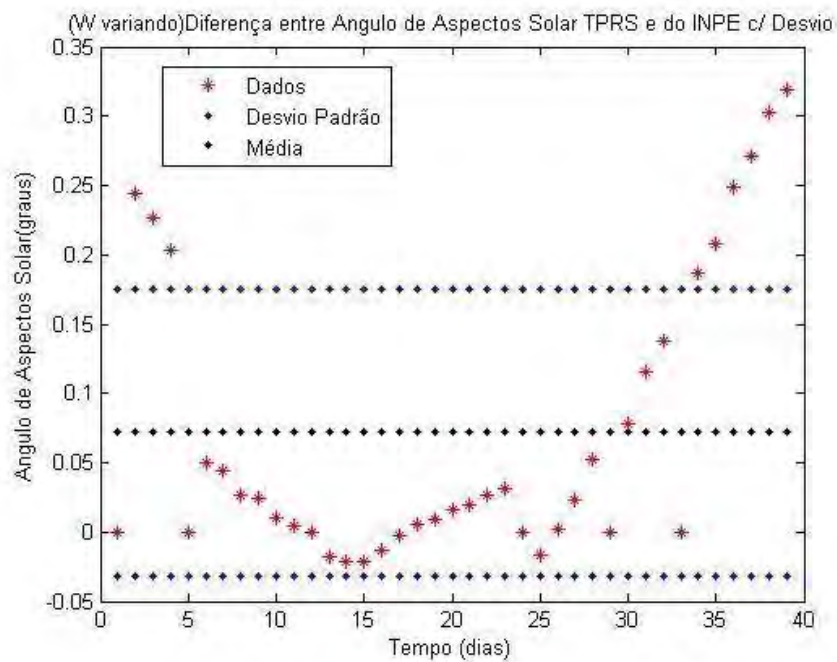


Figura 51 – Diferença entre ângulo de aspecto solar calculado e a fornecida pelo ccs/inpe com média e desvios com variação da velocidade de rotação (SCD2)

Tabela 5 - Variação da médias das diferenças de α , δ e χ e média do η entre as duas abordagens para o SCD2

SCD2	$\Delta\alpha$ (°)	$\Delta\delta$ (°)	$\Delta\chi$ (°)	η (°)
ABORDAGEM COM VELOCIDADE DE ROTAÇÃO CONSTANTE				
Média	0,1507653499	0,0541641521	0,0634538079	0,1352005246
Desvio	0,2070092728	0,1373004460	0,0962875409	0,1427760685
ABORDAGEM COM VELOCIDADE DE ROTAÇÃO VARIANDO				
Média	0,1507654829	0,0541643107	0,0634538109	0,1352005536
Desvio	0,2070091209	0,1373006900	0,0962873259	0,1427762804
DIFERENÇA ENTRE AS DUAS ABORDAGENS				
Δ Média	$-1,33 \times 10^{-7}$	$-1,59 \times 10^{-7}$	$-2,99 \times 10^{-9}$	$-2,90 \times 10^{-8}$
Δ Desvio	$1,52 \times 10^{-7}$	$-2,44 \times 10^{-7}$	$2,15 \times 10^{-7}$	$-2,12 \times 10^{-7}$

8 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi analisada a influência do torque de pressão de radiação solar na atitude de um satélite de forma cilíndrica estabilizado por rotação e em órbita circular. Um modelo matemático do TPRS foi apresentado e assim foi possível fazer uma abordagem analítica para a busca de uma solução para as equações do movimento rotacional. Foi considerado o torque de pressão de radiação solar associado apenas à força de pressão de radiação solar direta, ou seja, apenas à radiação proveniente do Sol.

A análise da atitude, além de soluções analíticas válidas para um período orbital para a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação, também apresentou a determinação do erro de apontamento no eixo de rotação e ângulo de aspecto solar. A solução analítica mostra que o TPRS causa uma lenta precessão e deriva no eixo de rotação do satélite, associadas a uma variação linear no ângulo de declinação e variações na ascensão reta.

Pela abordagem realizada verifica-se que o TPRS não afeta o módulo da velocidade de rotação. Assim em uma segunda abordagem foi proposta uma variação linear na velocidade de rotação para diferentes intervalos, baseada no comportamento dos dados fornecidos pelo CCS/INPE, e foram introduzidas na solução analítica para calcular a velocidade de rotação em cada período orbital.

Para validar a teoria apresentada foram realizadas simulações numéricas com os dados dos Satélites de Coleta de Dados –SCD1 e SCD2, utilizando dados fornecidos pelo CCR/INPE. Para a altitude dos satélites SCD1 e SCD2, a magnitude do Torque de pressão de Radiação Solar Direta fica na faixa de 10^{-8} N.m, como se verifica na Tabela E e Figuras 52 a 55 do Apêndice E, a influência sobre o movimento do satélite é pequena. Tal fato é devido também à pequena dimensão destes satélites.

Na primeira abordagem realizada, com a solução obtida na teoria desenvolvida, obtêm-se um bom comportamento para o SCD1 nas simulações exceto pelo ângulo de ascensão reta. Para este ângulo, a média da diferença entre dados reais e obtidos excede o requerido pelo INPE que é de $0,5^\circ$ atingindo um valor de $-1,081 \pm 1,5^\circ$. O melhor comportamento foi apresentado pela declinação do eixo de rotação, cuja média das diferenças em relação aos dados do INPE foi de $-0,009 \pm 0,2^\circ$, mostrando que o resultado da teoria é muito mais próximo do comportamento real.

No SCD2 observa-se um bom comportamento tanto na ascensão reta, que apresenta como média das diferenças entre dados reais e calculados de $0,15 \pm 0,2^\circ$, para a declinação do eixo de rotação, e de $0,054 \pm 0,1^\circ$ para a ascensão reta.

Nas simulações com o erro de apontamento e o ângulo de aspecto solar com o TPRS são obtidos bons resultados para ambos os satélites. O maior valor a aparecer dentre as médias das diferenças dos valores reais e calculados foi do erro de apontamento no SCD1 que foi de $0,37 \pm 0,1^\circ$, que numa visão geral presume-se ser consequência do comportamento da ascensão reta no SCD1, visto que os outros parâmetros têm um bom comportamento em ambos os satélites. Assim pode-se dizer que o comportamento do ângulo de declinação predomina no cálculo do erro de apontamento (PEREIRA, 2011).

Na segunda abordagem esperava-se obter um resultado melhor do que o da teoria (com velocidade de rotação constante), uma vez que a solução analítica depende do valor da velocidade de rotação. No entanto, os resultados não apresentaram variações significativas para ambos os satélites. A justificativa para este comportamento está relacionada com o fato de que na teoria são utilizados os torques médios, cujos componentes não dependem da velocidade de rotação. Deste modo, a variação da declinação do eixo de rotação depende da velocidade de rotação apenas pelo coeficiente angular de sua variação linear e a variação da ascensão reta do eixo de rotação depende da velocidade de rotação apenas através de argumentos do logaritmo envolvido na solução. Como a magnitude do TPRS é pequena para os dois satélites considerados e outros torques externos têm maior influência sobre o satélite devido às suas características, essa abordagem não apresentou a melhora esperada com a inclusão da variação diurna da velocidade de rotação.

As comparações dos resultados das abordagens realizadas com os dados reais acenam para uma coerência na teoria, podendo ser aplicada na predição do movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, principalmente se torques de maior magnitude e significância forem incluídos na teoria.

Salienta-se também que a teoria pode ser aplicada ao satélite com altitudes maiores e de maiores dimensões, para os quais a magnitude do TPRS é maior de modo que sua influência na atitude do satélite seria mais significativa. Nestes casos também poderia ser verificado se a abordagem com a variação da velocidade de rotação apresentaria resultados mais significativos.

Para melhor validar a solução analítica apresentada pode-se realizar as aplicações para outros períodos, desde que os dados sejam fornecidos pelo INPE. É também interessante

realizar uma abordagem sem a atualização diária dos dados de atitude e órbita, de modo a determinar o intervalo de aplicação da teoria.

Em continuidade a esse trabalho e de modo a tornar esse tipo de abordagem analítica mais próxima ao comportamento real da atitude satélite, pode buscar a solução analítica válida para um período orbital, considerando a ação conjunta de todos os torques no satélite, de modo similar ao realizado por Pereira (2011), mas incluindo também o TPRS. O modelo do torque de pressão de radiação solar pode também ser aprimorado através da inclusão da função sombra da Terra, ou do desenvolvimento das componentes do torque para o formato dos satélites SCD1 e SCD2 (prisma de base octogonal para o SCD1 e SCD2), ou da inclusão de outras radiações que também podem contribuir para este torque.

REFERÊNCIAS

1° SATÉLITE DE COLETA DE DADOS – SCD1. Página Eletrônica. Disponível em:<
http://www.inpe.br/scd1/site_scd/scd1/osatelite.htm>, Acesso em: ago. 2011, 17h23m.

ASSIS, S. C. **Propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação: torque residual médio com modelo de quadripolo para o campo geomagnético.** Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP, 2004.

ASTRONÔMICAL ALMANAC. Software. Disponível em:<
<http://www.jb.man.ac.uk/almanac/>>. Acesso em: ago. 2011, 18h33m.

BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, E. J., **Fundamentals of Astrodynamics**, 1971. Ed. Dover Publications, INC.

CHIARADIA, C.E. **Influência do Torque de Gradiente de Gravidade na Atitude de Satélites Artificiais estabilizados por rotação.** Trabalho de Graduação de Licenciatura em Física. Guaratinguetá, 2007.

CHIARADIA, J. E. **Torque aerodinâmico e o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação.** Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

GARCIA, R. V., **Satélites Estabilizados por Rotação e o Torque Magnético Residual**, Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2007.

GARCIA, R. V., ZANARDI, M. C., KUGA, H. K. **Spin-stabilized: analytical attitude propagation using magnetic torque**, *Mathematical Problems in Engineering*. v. 2009, article ID 242396, 18 pag., Hindawi Publishing Corporation, 2009.

KUGA, H. K., ORLANDO, V., LOPES, R. V. F. **Flight dynamics operations during leap for the INPE's second environmental data collecting satellite SCD2.** RBCM – Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, v. 21- sp iss., p. 339-344, 1999.

KUGA, H. K.; SILVA, W. C. C.; GUEDES, U. T. V. **Dinâmica de atitude para satélites estabilizados por rotação**. São José dos Campos – SP, Relatório Técnico do INPE, INPE-4403-NTE/275. INPE – 1987a.

KUGA, H. K.; FERREIRA, L. D.; GUEDES, U. T. V. **Simulação de atitude e de manobras para o satélite brasileiro estabilizado por rotação**. Relatório Técnico do INPE, INPE-4271-PRE/1143, 1987b.

LUM, K. Y.; BLOCH, A. M. Generalized Serret-Andoyer transformation and applications for the controlled rigid body. **Dynamical and Control**, v. 9, p. 39-66, 1999.

ORLANDO, V., LOPES, R. V. F., KUGA, H. K. **INPE's flight dynamics team experience trough four years of SCD1 in-orbit operations: main issues, improvements and tends**. ESA International Symposium on Spaceflight Dynamics, Darmstadt, Alemanha, p. 433-437, 1997.

ORLANDO, V. “Controle de Satélite no INPE”, UNESP, **Apostila da 13ª Escola de Verão em Dinâmica Orbital e Planetologia**, Guaratinguetá, SP, pp.177-195, 2009.

PEREIRA, A. J. **Propagação de atitude satélites estabilizados por rotação Torque Magnético Induzido**. Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2011

QUIRELLI, I. M. P. **Propagação analítica de atitude de satélite estabilizados por rotação**. Dissertação de Mestrado (mestrado em Física). Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratingueta, UNESP. Guaratinguetá-SP, 2002.

MOORE, R. C.; PISACANE V. L. **Fundamentals of space systems**. New York: Oxford University Press, 1994.

MOTTA, G.B.; ZANARDI, M.C.F.P.S.; SANTOS, J.C. **Matrizes de Mudança de Base como uma Representação de Atitude de Satélites Artificiais**. Anais do XXI Congresso de Iniciação Científica da UNESP. São José do Rio Preto, Novembro, 2009. (DVD).

MOTTA, G.B.; ZANARDI, M.C.F.P.S. **Torque de Pressão de Radiação Solar Direta em Termos dos Quatérnions de Atitude**. Anais do XXII Congresso de Iniciação Científica da UNESP. Guaratinguetá, 2010. (Online)<http://prope.unesp.br/xxii_cic/ver_resumo.php?area=100046&subarea=12869&congresso=30&CPF=35151745832>

MOTTA, G.B.; ZANARDI, M.C.F.P.S. **Desenvolvimento do Torque Pressão de Radiação Solar Direta Utilizando Quatérnions de Atitude**. Resumos do XV Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, pp. 97. Teresópolis, RJ, pp. 95, 2010.

MOTTA, G.B.; ZANARDI, M.C.F.P.S.; KUGA, H. K.; CHIARADIA, J. E. **Propagação da Atitude de Satélites Estabilizados por Rotação com Torque Aerodinâmico e sem Atualização Diária de Dados**. Anais da X Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações. Guaratinguetá, pp.120, 2010.(Online)<http://www.feis.unesp.br/dincon2011/program_book%20v3.pdf>

MOTTA, G.B. **Análise da Influência do Torque Aerodinâmico no Erro de Apontamento e no Ângulo de Aspecto Solar de Satélites Estabilizados por Rotação**. Relatório Final de Projeto de Iniciação Científica, São José dos Campos, SP, 2011

PEREIRA, A. J. **Ângulo de Aspecto Solar: Satélites Estabilizados por Rotação e Torques Externos**. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

SANTOS, J. C. **Relatório Final de Bolsa Pibic/CNPq 08/2010-03/2011**, Guaratinguetá, SP, 2011.

VILHENA DE MORAES, R. **Ação da pressão de radiação solar e do arrasto atmosférico sobre órbitas de satélites artificiais**. Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, 1978.

VILHENA DE MORAES, R ; ZANARDI, M. C. F. P. S. **Influence of Earth's Shadow in the Rotational Motion of an Artificial Satellite Perturbed by Solar Radiation Torque**. Advances Space Research, v. 19, n. 11, p. 1715-1718, 1997.

WERTZ, J.R. **Spacecraft Attitude Determination and Control**. London, Reidel, vol. 73, 1978.

WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A . **A Conquista do Espaço do Sputnik à Missão Centenário**, V.único, 1ªedição, editora: Livraria da Física, São Paulo, 2007.

ZANARDI, M.C.F.P.S. **Influência do torque de radiação solar na atitude de um satélite artificial**. Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, 1993.

ZANARDI, M. C.; QUIRELLI, I. M. P.; KUGA, H. K. **Analytical attitude prediction of spin stabilized spacecraft perturbed by magnetic residual torque**. Adv. Spa. Res., v. 36, p. 460-465, 2005.

ZANARDI, M.C. **Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais**. Tese de Livre Docência, FEG/UNESP, Guaratinguetá, SP, 2005.

ZANARDI, M. C., PEREIRA, A. J., CHIARADIA, J. E. **SPIN STABILIZED SATELLITE'S ATTITUDE ANALYTICAL PREDICTION**, Proceeding of the 22nd International Symposium on SpaceFlight Dynamic, p.1-10, São José dos Campos – SP, 2011.

APÊNDICE A
CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO DO TPRS

$$GC'_1 = a_s^2 [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\delta) \sin(\delta_s)] [-\cos(\alpha) \sin(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \cos(\delta) \sin(\delta_s)]$$

$$GC'_2 = a_s r' \{ [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\delta) \sin(\delta_s)] [-\cos(\alpha) \sin(\delta) \cos(\Omega) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \sin(\Omega)] + [\sin(I) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \cos(\delta) \sin(\Omega) \cos(I) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \cos(\Omega) \cos(I)] [-\cos(\alpha) \sin(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \cos(\delta) \sin(\delta_s)] \}$$

$$GC'_3 = a_s r' \{ [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\delta) \sin(\delta_s)] [\cos(\alpha) \sin(\delta) \sin(\Omega) \cos(I) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \cos(\Omega) \cos(I) + \sin(I) \cos(\delta)] + [\sin(I) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \cos(\delta) \sin(\Omega) \cos(I) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \cos(\Omega) \cos(I)] [-\cos(\alpha) \sin(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \cos(\delta) \sin(\delta_s)] \}$$

$$GC'_4 = r'^2 [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\Omega) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\Omega)] [-\cos(\alpha) \sin(\delta) \cos(\Omega) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \sin(\Omega)]$$

$$GC'_5 = r'^2 \{ [\sin(I) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \cos(\delta) \sin(\Omega) \cos(I) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \cos(\Omega) \cos(I)] [-\cos(\alpha) \sin(\delta) \cos(\Omega) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \sin(\Omega)] + [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\Omega) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\Omega)] [\cos(\alpha) \sin(\delta) \sin(\Omega) \cos(I) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \cos(\Omega) \cos(I) + \sin(I) \cos(\delta)] \}$$

$$GC'_6 = r'^2 [\sin(I) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \cos(\delta) \sin(\Omega) \cos(I) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \cos(\Omega) \cos(I)] [\cos(\alpha) \sin(\delta) \sin(\Omega) \cos(I) - \sin(\alpha) \sin(\delta) \cos(\Omega) \cos(I) + \sin(I) \cos(\delta)]$$

$$GC'_7 = a_s^2 [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\delta) \sin(\delta_s)] [-\sin(\alpha) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \cos(\alpha) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s)]$$

$$GC'_8 = a_s r' \{ [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\Omega) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\Omega)] [-\sin(\alpha) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \cos(\alpha) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s)] + [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \sin(\delta) \sin(\delta_s)] [\cos(\alpha) \sin(\Omega) - \sin(\alpha) \cos(\Omega)] \}$$

$$GC'_9 = r'^2 [\cos(\alpha)\cos(\delta)\cos(\Omega) + \sin(\alpha)\cos(\delta)\sin(\Omega)][\cos(\alpha)\sin(\Omega) - \sin(\alpha)\cos(\Omega)]$$

$$GC'_{10} = r'^2 \{ [\cos(\alpha)\cos(\delta)\cos(\Omega) + \sin(\alpha)\cos(\delta)\sin(\Omega)][\cos(\alpha)\cos(\Omega)\cos(I) + \sin(\alpha)\sin(\Omega)\cos(I)] \\ + [\sin(I)\sin(\delta) - \cos(\alpha)\cos(\delta)\sin(\Omega)\cos(I) + \sin(\alpha)\cos(\delta)\cos(\Omega)\cos(I)][\cos(\alpha)\sin(\Omega) - \sin(\alpha)\cos(\Omega)] \}$$

$$GC'_{11} = a_s r' \{ [\cos(\alpha)\cos(\delta)\cos(\alpha_s)\cos(\delta_s) + \sin(\alpha)\cos(\delta)\sin(\alpha_s)\cos(\delta_s) + \sin(\delta)\sin(\delta_s)][\cos(\alpha)\cos(\Omega)\cos(I) + \sin(\alpha)\sin(\Omega)\cos(I)] \\ + [\sin(I)\sin(\delta) - \cos(\alpha)\cos(\delta)\sin(\Omega)\cos(I) + \sin(\alpha)\cos(\delta)\cos(\Omega)\cos(I)][-\sin(\alpha)\cos(\alpha_s)\cos(\delta_s) + \cos(\alpha)\sin(\alpha_s)\cos(\delta_s)] \}$$

$$GC'_{12} = r'^2 [\sin(I)\sin(\delta) - \cos(\alpha)\cos(\delta)\sin(\Omega)\cos(I) + \sin(\alpha)\cos(\delta)\cos(\Omega)\cos(I)][\cos(\alpha)\cos(\Omega)\cos(I) + \sin(\alpha)\sin(\Omega)\cos(I)]$$

APÊNDICE B
ASCENSÃO RETA E DECLINAÇÃO DO SOL

Tabela B₁ – Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD1

Dia	Ascensão Reta do Sol (°)	Declinação do Sol (°)
24/7/1993	124,35	19,70
25/7/1993	125,33	19,48
26/7/1993	126,30	19,25
27/7/1993	127,30	19,03
28/7/1993	128,28	18,80
29/7/1993	129,25	18,57
30/7/1993	130,23	18,32
31/7/1993	131,20	18,07
1/8/1993	132,18	17,82
2/8/1993	133,13	17,55
3/8/1993	134,10	17,30
4/8/1993	135,05	17,03
5/8/1993	136,03	16,75
6/8/1993	136,98	16,48
7/8/1993	137,93	16,20
8/8/1993	138,88	15,92
9/8/1993	139,83	15,62
10/8/1993	140,78	15,33
11/8/1993	141,73	15,03
12/8/1993	142,68	14,73
13/8/1993	143,60	14,43
14/8/1993	144,55	14,12
15/8/1993	145,48	13,80
16/8/1993	146,43	13,48
17/8/1993	147,35	13,17
18/8/1993	148,28	12,83
19/8/1993	149,20	12,52
20/8/1993	150,13	12,18
21/8/1993	151,05	11,85
22/8/1993	151,98	11,52
23/8/1993	152,90	11,17
24/8/1993	153,83	10,83
25/8/1993	154,73	10,48
26/8/1993	155,65	10,13
27/8/1993	156,58	9,78
28/8/1993	157,48	9,43
29/8/1993	158,38	9,07
30/8/1993	159,30	8,72
31/8/1993	160,20	8,35

Tabela B₂ – Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD2

Dia	Ascensão Reta do Sol(°)	Declinação do Sol(°)
1/2/2002	315,43	-16,92
2/2/2002	316,45	-16,63
3/2/2002	317,45	-16,33
4/2/2002	318,48	-16,03
5/2/2002	319,48	-15,73
6/2/2002	320,48	-15,43
7/2/2002	321,48	-15,12
8/2/2002	322,48	-14,80
9/2/2002	323,45	-14,47
10/2/2002	324,45	-14,15
11/2/2002	325,43	-13,82
12/2/2002	326,43	-13,48
13/2/2002	327,40	-13,15
14/2/2002	328,38	-12,80
15/2/2002	329,35	-12,47
16/2/2002	330,33	-12,00
17/2/2002	331,28	-11,77
18/2/2002	332,25	-11,42
19/2/2002	333,20	-11,05
20/2/2002	334,18	-10,70
21/2/2002	335,13	-10,33
22/2/2002	336,08	-9,97
23/2/2002	337,03	-9,60
24/2/2002	337,98	-9,23
25/2/2002	338,93	-8,87
26/2/2002	339,88	-8,48
27/2/2002	340,80	-8,12
28/2/2002	341,75	-7,73
1/3/2002	342,68	-7,35
2/3/2002	343,63	-6,97
3/3/2002	344,55	-6,58
4/3/2002	345,48	-6,20
5/3/2002	346,40	-5,82
6/3/2002	347,35	-5,43
7/3/2002	348,28	-5,03
8/3/2002	349,20	-4,65
9/3/2002	350,10	-4,25
10/3/2002	351,03	-3,87
11/3/2002	351,95	-3,47
12/3/2002	352,88	-3,08

APÊNDICE C**VALORES E VARIAÇÕES ENTRE CALCULADO E REAL α, δ, W, χ E η**

Tabela C₁ – Valores de α , δ e χ do SCD1 calculados pelo modelo teórico

	SCD1	α (°)	δ (°)	χ (°)	χ_{INPE} (°)
1	24/07/1993	234,1000000000	77,3000000000	74,9948125284	74,9948
2	25/07/1993	234,0981231163	77,3008660448	75,0105902098	74,7915
3	26/07/1993	233,7418183395	77,6908352590	74,8240382165	74,6420
4	27/07/1993	233,5418801422	78,0901114615	74,6640843219	74,5237
5	28/07/1993	233,5302086979	78,4999657543	74,5645250296	74,4638
6	29/07/1993	233,7300346267	78,9300574558	74,5125561212	74,4571
7	30/07/1993	234,1411358386	79,3501099828	74,5301795404	74,5214
8	31/07/1993	234,8335672148	79,7797095038	74,6035272905	74,6411
9	01/08/1993	235,8018442906	80,1990161488	74,7284470433	74,8212
10	02/08/1993	237,1173836955	80,5993294705	74,9390760569	75,0820
11	03/08/1993	238,8185435067	80,9900862061	75,1839380439	75,3770
12	04/08/1993	240,8919266500	81,3400387965	75,5087283714	75,7669
13	05/08/1993	244,0405605335	81,8595421171	75,9145762765	76,1544
14	06/08/1993	246,6148030565	82,1197863935	76,3007922083	76,5815
15	07/08/1993	249,5244680665	82,3307214636	76,7423880086	77,0643
16	08/08/1993	252,7404722998	82,4808668882	77,2302656140	77,5788
17	09/08/1993	256,1514069285	82,5801427682	77,7689192785	78,1566
18	10/08/1993	259,6966738094	82,6000926750	78,3393149691	78,7435
19	11/08/1993	263,1974444926	82,5607358947	78,9382822234	79,3670
20	12/08/1993	266,5537020361	82,4408745717	79,5636209175	79,9948
21	13/08/1993	269,7076597535	82,2802261565	80,1961566221	80,6347
22	14/08/1993	272,5451621426	82,0596764194	80,8427472592	81,3191
23	15/08/1993	275,7520953038	81,8500361765	81,5393328545	81,8747
24	16/08/1993	277,4550116324	81,6204253978	82,0911905150	82,4182
25	17/08/1993	278,9070402011	81,3698282927	82,6264657556	82,9427
26	18/08/1993	280,0932319493	81,0992136596	83,1768450236	83,4734
27	19/08/1993	281,0084448320	80,8193932039	83,6747750206	83,9595
28	20/08/1993	281,7385524681	80,5299437741	84,1852688869	84,4511
29	21/08/1993	282,2424440854	80,2296811351	84,6642709985	84,9082
30	22/08/1993	282,5707207440	79,9289381420	85,1155902811	85,3251
31	23/08/1993	282,6972294772	79,6394254930	85,5476116831	85,7333
32	24/08/1993	282,6702307614	79,3501153915	85,9388278995	86,1406
33	25/08/1993	283,5026658685	79,2196762998	86,3590833735	86,4590
34	26/08/1993	283,0090514105	78,9491795561	86,6680131574	86,7335
35	27/08/1993	282,4246105805	78,6999014740	86,9334856574	86,9588
36	28/08/1993	281,7573455175	78,4807200235	87,1573886267	87,1546
37	29/08/1993	281,0099193361	78,2699211365	87,3578819401	87,3197
38	30/08/1993	280,1758889614	78,0795432106	87,5032568661	87,4345
39	31/08/1993	279,2857745245	77,9106044345	87,6349161469	87,5263
40	01/09/1993	278,3409872575	77,7809003333		

Tabela C₂ – Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ , e χ , e η para o SCD1

SCD1		$\Delta\alpha$ (°)	$\Delta\delta$ (°)	$\Delta\chi$ (°)	η (°)
1	24/07/1993	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
2	25/07/1993	0,3581231163	-0,3891339552	-0,2191205861	0,3967823325
3	26/07/1993	0,2018183395	-0,3991647410	-0,1820063226	0,4014031695
4	27/07/1993	0,0118801422	-0,4098885385	-0,1404332364	0,4098956221
5	28/07/1993	-0,1997913021	-0,4300342457	-0,1007671401	0,4318072330
6	29/07/1993	-0,4099653733	-0,4199425442	-0,0554988128	0,4269844648
7	30/07/1993	-0,6888641614	-0,4298900172	-0,0088295311	0,4476218988
8	31/07/1993	-0,9664327852	-0,4202904962	0,0375967991	0,4526047359
9	01/08/1993	-1,3181557094	-0,4009838512	0,0927658075	0,4572679626
10	02/08/1993	-1,7026163045	-0,3906705295	0,1428863750	0,4762058166
11	03/08/1993	-2,0714564933	-0,3499137939	0,1930692379	0,4728746819
12	04/08/1993	-3,1480733500	-0,5199612035	0,2581707674	0,6939706190
13	05/08/1993	-2,5794394665	-0,2604578829	0,2398425617	0,4438281358
14	06/08/1993	-2,9151969435	-0,2102136065	0,2807087242	0,4468403813
15	07/08/1993	-3,2155319335	-0,1492785364	0,3219560642	0,4503611244
16	08/08/1993	-3,4095277002	-0,0991331118	0,3485307406	0,4541155098
17	09/08/1993	-3,5485930715	-0,0198572318	0,3876600505	0,4580112841
18	10/08/1993	-3,5033261906	0,0400926750	0,4042141113	0,4541251784
19	11/08/1993	-3,3525555074	0,1207358947	0,4287263385	0,4538534734
20	12/08/1993	-3,1462979639	0,1608745717	0,4311850389	0,4480726367
21	13/08/1993	-2,8323402465	0,2202261565	0,4385932773	0,4442135655
22	14/08/1993	-3,2048378574	0,2096764194	0,4763251478	0,4950320961
23	15/08/1993	-1,6979046962	0,2300361765	0,3353230562	0,3353715734
24	16/08/1993	-1,4449883676	0,2504253978	0,3270165834	0,3291950089
25	17/08/1993	-1,1829597989	0,2698282927	0,3162426705	0,3244896596
26	18/08/1993	-0,9167680507	0,2792136596	0,2965257786	0,3141751653
27	19/08/1993	-0,7315551680	0,2893932039	0,2847475971	0,3127248608
28	20/08/1993	-0,5014475319	0,2999437741	0,2657828150	0,3114269398
29	21/08/1993	-0,3275559146	0,2996811351	0,2439581805	0,3049465386
30	22/08/1993	-0,1292792560	0,2889381420	0,2095350549	0,2898462229
31	23/08/1993	0,0272294772	0,2894254930	0,1856634513	0,2894680623
32	24/08/1993	-0,8297692386	0,1301153915	0,2018130674	0,2018140932
33	25/08/1993	0,4926658685	0,2696762998	0,0999028513	0,2853537440
34	26/08/1993	0,5790514105	0,2491795561	0,0655063345	0,2732835530
35	27/08/1993	0,6646105805	0,2199014740	0,0253482830	0,2562064154
36	28/08/1993	0,7473455175	0,2107200235	-0,0027722319	0,2589941695
37	29/08/1993	0,8299193361	0,1899211365	-0,0381378154	0,2549345027
38	30/08/1993	0,8858889614	0,1695432106	-0,0687336350	0,2503925903
39	31/08/1993	0,9457745245	0,1306044345	-0,1085708027	0,2381388959
40	01/09/1993	0,9809872575	0,1109003333		
Média =		-1,0812483963	-0,0092440358	0,1644801706	0,3704265107
Desvio =		1,5105855405	0,2873041024	0,1938588224	0,1164647699

Tabela C₃ – Valores de α , δ e χ do SCD2 calculados pelo modelo teórico

	SCD2	α (°)	δ (°)	χ (°)	χ_{INPE} (°)
1	01/02/2002	281,7000000000	62,7400000000	83,9311381310	83,9311
2	02/02/2002	281,7017873284	62,7391074701	83,9029574839	84,1472
3	03/02/2002	281,5288106808	62,9815346602	84,1132993047	84,3397
4	04/02/2002	281,3814622433	63,2123593272	84,3193929799	84,5228
5	05/02/2002	280,0500000000	63,3900000000	84,8004057657	84,8004
6	06/02/2002	280,0461727463	63,3908755886	84,7930111204	84,8429
7	07/02/2002	280,0600155826	63,4615662111	84,8313040895	84,8752
8	08/02/2002	280,0921165689	63,5306293725	84,8584088385	84,8847
9	09/02/2002	280,1347306203	63,5795786706	84,8536447126	84,8778
10	10/02/2002	280,1849701320	63,6286528160	84,8698470516	84,8806
11	11/02/2002	280,2547799104	63,6699517793	84,8635128864	84,8683
12	12/02/2002	278,7100000000	63,4700000000	85,2011178599	85,2011
13	13/02/2002	278,7142274716	63,4682382486	85,2029398041	85,1854
14	14/02/2002	278,7289618727	63,4473334842	85,1787917540	85,1569
15	15/02/2002	278,7340429814	63,4197663586	85,1751609775	85,1537
16	16/02/2002	278,7386184853	63,3908107675	85,0494770711	85,0362
17	17/02/2002	278,7200730719	63,3573909853	85,1495993286	85,1465
18	18/02/2002	278,6768677603	63,3289085228	85,1626487492	85,1678
19	19/02/2002	278,6313919907	63,3113293653	85,1638051443	85,1732
20	20/02/2002	278,5749006676	63,2902655606	85,2025544154	85,2182
21	21/02/2002	278,5024572851	63,2691944693	85,2239559081	85,2437
22	22/02/2002	278,4182062340	63,2512781227	85,2669732980	85,2939
23	23/02/2002	278,3304676844	63,2425117094	85,3130309219	85,3446
24	24/02/2002	276,6000000000	61,2200000000	85,0065445843	85,0065
25	25/02/2002	276,5944363928	61,2204963759	85,0832163115	85,0664
26	26/02/2002	276,4193731480	61,0327219246	85,1231569343	85,1250
27	27/02/2002	276,2041532803	60,8316671838	85,2014076259	85,2245
28	28/02/2002	275,9456772375	60,6201735672	85,2941553622	85,3469
29	01/03/2002	273,7500000000	59,3800000000	85,8989410583	85,8989
30	02/03/2002	273,7540546519	59,3818837450	86,0144350831	86,0924
31	03/03/2002	273,3918587630	59,1103341655	86,1943042281	86,3097
32	04/03/2002	272,9682506842	58,8404705181	86,4360214835	86,5740
33	05/03/2002	271,6300000000	58,2500000000	87,0598849667	87,0599
34	06/03/2002	271,6303603387	58,2501523016	87,2058436178	87,3923
35	07/03/2002	271,1429681357	57,9998001715	87,5261989119	87,7339
36	08/03/2002	270,6347669952	57,7488474376	87,8862147225	88,1348
37	09/03/2002	270,0748252502	57,5202554767	88,2668463449	88,5385
38	10/03/2002	269,4945576942	57,3102288879	88,7098093184	89,0128
39	11/03/2002	268,2400000000	56,9400000000	89,48828638609	89,4883
40	12/03/2002	268,2402701073	56,938250839391		

Tabela C₄ – Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ , e χ , e η para o SCD2

	SCD2	$\Delta\alpha$ (°)	$\Delta\delta$ (°)	$\Delta\chi$ (°)	η (°)
1	01/02/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000008538
2	02/02/2002	0,1717873284	-0,2408925299	0,2442612241	0,2533182452
3	03/02/2002	0,1488106808	-0,2284653398	0,2263808187	0,2381818514
4	04/02/2002	0,1014622433	-0,2176406728	0,2033663397	0,2223572006
5	05/02/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
6	06/02/2002	-0,0138272537	-0,0691244114	0,0499293409	0,0694006352
7	07/02/2002	-0,0299844174	-0,0684337889	0,0439438757	0,0697297151
8	08/02/2002	-0,0378834311	-0,0493706275	0,0263054229	0,0521735694
9	09/02/2002	-0,0452693797	-0,0504213294	0,0241664460	0,0542892667
10	10/02/2002	-0,0650298680	-0,0413471840	0,0107474506	0,0504256209
11	11/02/2002	-0,0552200896	-0,0300482207	0,0047958381	0,0387574110
12	12/02/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
13	13/02/2002	-0,0157725284	0,0182382486	-0,0175608478	0,0195526036
14	14/02/2002	-0,0110381273	0,0273334842	-0,0218913469	0,0277757014
15	15/02/2002	-0,0059570186	0,0297663586	-0,0214577625	0,0298855854
16	16/02/2002	0,0186184853	0,0308107675	-0,0132588139	0,0319205481
17	17/02/2002	0,0400730719	0,0273909853	-0,0031020302	0,0327640766
18	18/02/2002	0,0468677603	0,0189085228	0,0051112727	0,0282912908
19	19/02/2002	0,0613919907	0,0213293653	0,0094302563	0,0348685537
20	20/02/2002	0,0749006676	0,0202655606	0,0156432742	0,0393047862
21	21/02/2002	0,0824572851	0,0191944693	0,0197494903	0,0417726363
22	22/02/2002	0,0882062340	0,0112781227	0,0269717725	0,0412780811
23	23/02/2002	0,1004676844	0,0125117094	0,0315871088	0,0469400570
24	24/02/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000008538
25	25/02/2002	0,1744363928	0,1904963759	-0,0167761033	0,2082889439
26	26/02/2002	0,2193731480	0,2027219246	0,0018795202	0,2290331593
27	27/02/2002	0,2641532803	0,2116671838	0,0230617552	0,2479660715
28	28/02/2002	0,3056772375	0,2001735672	0,0527051085	0,2503960453
29	01/03/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
30	02/03/2002	0,3640546519	0,2718837450	0,0779168973	0,3295085839
31	03/03/2002	0,4218587630	0,2703341655	0,1154374027	0,3469227679
32	04/03/2002	0,4482506842	0,2704705181	0,1379423512	0,3568859111
33	05/03/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
34	06/03/2002	0,4903603387	0,2501523016	0,1865047335	0,3600366803
35	07/03/2002	0,5129681357	0,2498001715	0,2077151575	0,3698758728
36	08/03/2002	0,5647669952	0,2288474376	0,2485985161	0,3791747212
37	09/03/2002	0,5848252502	0,2102554767	0,2716151910	0,3786865798
38	10/03/2002	0,6245576942	0,2002288879	0,3029788499	0,3930559769
39	11/03/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
40	12/03/2002	0,4002701074	0,1682508394		
	Média =	0,1507653499	0,0541641521	0,0634538079	0,1352005246
	Desvio =	0,2070092728	0,1373004460	0,0962875409	0,1427760685

Tabela C₅ – Valores de α , δ , W e χ do SCD1 calculados pelo modelo teórico com Variação da Velocidade de Rotação

	SCD1	α (°)	δ (°)	W (rpm)	χ (°)
1	24/07/1993	234,1000000000	77,3000000000	90,8100000000	74,9948125284
2	25/07/1993	234,0981219871	77,3008665659	90,6930000000	75,0105897812
3	26/07/1993	233,7418194347	77,6908357620	90,5930000000	74,8240382537
4	27/07/1993	233,5418812757	78,0901115287	90,5030000000	74,6640845193
5	28/07/1993	233,5302088238	78,4999657337	90,4030000000	74,5645250600
6	29/07/1993	233,7300346476	78,9300574905	90,3030000000	74,5125561145
7	30/07/1993	234,1411365256	79,3501100493	90,2130000000	74,5301796423
8	31/07/1993	234,8335693748	79,7797093279	90,1130000000	74,6035277080
9	01/08/1993	235,8018454087	80,1990155524	90,0030000000	74,7284473946
10	02/08/1993	237,1173821076	80,5993290635	89,9030000000	74,9390759250
11	03/08/1993	238,8185426216	80,9900862585	89,7930000000	75,1839378960
12	04/08/1993	240,8919278220	81,3400388201	89,6930000000	75,5087285317
13	05/08/1993	244,0405608756	81,8595418377	89,4230000000	75,9145764181
14	06/08/1993	246,6147980938	82,1197861896	89,1673684211	76,3007916509
15	07/08/1993	249,5244627726	82,3307221540	88,9773684211	76,7423870857
16	08/08/1993	252,7404727527	82,4808677196	88,7873684211	77,2302653081
17	09/08/1993	256,1514082806	82,5801429054	88,6073684211	77,7689193684
18	10/08/1993	259,6966706059	82,6000927643	88,4073684211	78,3393145682
19	11/08/1993	263,1974420262	82,5607366049	88,2273684211	78,9382815693
20	12/08/1993	266,5537056167	82,4408754176	88,0373684211	79,5636208137
21	13/08/1993	269,7076671779	82,2802263757	87,8473684211	80,1961572807
22	14/08/1993	272,5451671564	82,0596761051	87,6673684211	80,8427479943
23	15/08/1993	275,7520973445	81,8500362117	87,4273684211	81,5393330478
24	16/08/1993	277,4550165240	81,6204258130	87,2373684211	82,0911907640
25	17/08/1993	278,9070470868	81,3698281248	87,0573684211	82,6264666286
26	18/08/1993	280,0932351168	81,0992128889	86,8773684211	83,1768459074
27	19/08/1993	281,0084433046	80,8193926080	86,6973684211	83,6747752481
28	20/08/1993	281,7385510437	80,5299437187	86,5273684211	84,1852687523
29	21/08/1993	282,2424464952	80,2296808207	86,3573684211	84,6642715126
30	22/08/1993	282,5707214561	79,9289370929	86,1873684211	85,1155910718
31	23/08/1993	282,6972267351	79,6394249243	86,0273684211	85,5476116824
32	24/08/1993	282,6702309903	79,3501155059	85,8573684211	85,9388278585
33	25/08/1993	283,5026685172	79,2196759782	85,6973684211	86,3590839600
34	26/08/1993	283,0090511611	78,9491793404	85,7516666667	86,6680132539
35	27/08/1993	282,4246091623	78,6999014481	85,6816666667	86,9334854507
36	28/08/1993	281,7573448184	78,4807202131	85,6116666667	87,1573884032
37	29/08/1993	281,0099193148	78,2699211157	85,5316666667	87,3578819480
38	30/08/1993	280,1758878768	78,0795430901	85,4616666667	87,5032567395
39	31/08/1993	279,2857734088	77,9106045941	85,3916666667	87,6349158648
40	01/09/1993	278,3409875184	77,7809005712	85,3216666667	

Tabela C₆ - Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ , W e c, e h para o SCD1 com Variação da Velocidade de Rotação

SCD1	$\Delta\alpha$ (°)	$\Delta\delta$ (°)	ΔW (rpm)	$\Delta\chi$ (°)	η (°)
1 24/07/1993	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
2 25/07/1993	0,3581219871	-0,3891334341	-0,0170000000	-0,2191201575	0,3967817735
3 26/07/1993	0,2018194347	-0,3991642380	-0,0270000000	-0,1820063597	0,4014026933
4 27/07/1993	0,0118812757	-0,4098884713	-0,0170000000	-0,1404334339	0,4098955563
5 28/07/1993	-0,1997911762	-0,4300342663	-0,0170000000	-0,1007671705	0,4318072514
6 29/07/1993	-0,4099653524	-0,4199425095	-0,0270000000	-0,0554988061	0,4269844299
7 30/07/1993	-0,6888634744	-0,4298899507	-0,0170000000	-0,0088296330	0,4476218001
8 31/07/1993	-0,9664306252	-0,4202906721	-0,0070000000	0,0375963816	0,4526047605
9 01/08/1993	-1,3181545913	-0,4009844476	-0,0170000000	0,0927654561	0,4572683992
10 02/08/1993	-1,7026178924	-0,3906709365	-0,0070000000	0,1428865069	0,4762062990
11 03/08/1993	-2,0714573784	-0,3499137415	-0,0170000000	0,1930693858	0,4728747339
12 04/08/1993	-3,1480721780	-0,5199611799	0,1530000000	0,2581706071	0,6939704876
13 05/08/1993	-2,5794391244	-0,2604581623	0,0730000000	0,2398424201	0,4438282661
14 06/08/1993	-2,9152019062	-0,2102138104	0,0073684211	0,2807092816	0,4468410739
15 07/08/1993	-3,2155372274	-0,1492778460	0,0073684211	0,3219569871	0,4503615375
16 08/08/1993	-3,4095272473	-0,0991322804	-0,0026315789	0,3485310465	0,4541152471
17 09/08/1993	-3,5485917194	-0,0198570946	0,0173684211	0,3876599606	0,4580110998
18 10/08/1993	-3,5033293941	0,0400927643	-0,0026315789	0,4042145122	0,4541255955
19 11/08/1993	-3,3525579738	0,1207366049	0,0073684211	0,4287269926	0,4538539525
20 12/08/1993	-3,1462943833	0,1608754176	0,0073684211	0,4311851427	0,4480724747
21 13/08/1993	-2,8323328221	0,2202263757	-0,0026315789	0,4385926187	0,4442127915
22 14/08/1993	-3,2048328436	0,2096761051	0,0573684211	0,4763244127	0,4950313357
23 15/08/1993	-1,6979026555	0,2300362117	0,0073684211	0,3353228628	0,3353713838
24 16/08/1993	-1,4449834760	0,2504258130	-0,0026315789	0,3270163344	0,3291948519
25 17/08/1993	-1,1829529132	0,2698281248	-0,0026315789	0,3162417975	0,3244889382
26 18/08/1993	-0,9167648832	0,2792128889	-0,0026315789	0,2965248948	0,3141742550
27 19/08/1993	-0,7315566954	0,2893926080	-0,0126315789	0,2847473696	0,3127244046
28 20/08/1993	-0,5014489563	0,2999437187	-0,0126315789	0,2657829497	0,3114269507
29 21/08/1993	-0,3275535048	0,2996808207	-0,0126315789	0,2439576664	0,3049461530
30 22/08/1993	-0,1292785439	0,2889370929	-0,0226315789	0,2095342643	0,2898451673
31 23/08/1993	0,0272267351	0,2894249243	-0,0126315789	0,1856634520	0,2894674852
32 24/08/1993	-0,8297690097	0,1301155059	-0,0226315789	0,2018131084	0,2018141338
33 25/08/1993	0,4926685172	0,2696759782	-0,1026315789	0,0999022648	0,2853536044
34 26/08/1993	0,5790511611	0,2491793404	0,0216666667	0,0655062380	0,2732833369
35 27/08/1993	0,6646091623	0,2199014481	0,0216666667	0,0253484898	0,2562062492
36 28/08/1993	0,7473448184	0,2107202131	0,0316666667	-0,0027720083	0,2589942411
37 29/08/1993	0,8299193148	0,1899211157	0,0216666667	-0,0381378234	0,2549344844
38 30/08/1993	0,8858878768	0,1695430901	0,0216666667	-0,0687335084	0,2503923433
39 31/08/1993	0,9457734088	0,1306045941	0,0216666667	-0,1085705205	0,2381387859
40 01/09/1993	0,9809875184	0,1109005712	0,0116666667		
Média =	-1,0812479184	-0,0092440428	0,0026258772	0,1644801021	0,3704263674
Desvio =	1,5105853655	0,2873040257	0,0362823556	0,1938587660	0,1164648477

Tabela C₇ – Valores de α , δ , W e χ do SCD2 calculados pelo modelo teórico com Variação da Velocidade de Rotação

SCD2	α (°)	δ (°)	W (rpm)	χ (°)
1 01/02/2002	281,7000000000	62,7400000000	34,5700000000	83,9311381310
2 02/02/2002	281,7017868460	62,7391077110	34,5900000000	83,9029578065
3 03/02/2002	281,5288106808	62,9815346602	34,5900000000	84,1132993047
4 04/02/2002	281,3814622433	63,2123593272	34,6100000000	84,3193929799
5 05/02/2002	280,0500000000	63,3900000000	34,6300000000	84,8004057657
6 06/02/2002	280,0461696483	63,3908762975	34,5700000000	84,7930125432
7 07/02/2002	280,0600155952	63,4615674793	34,5600000000	84,8313050589
8 08/02/2002	280,0921182828	63,5306298821	34,5600000000	84,8584087239
9 09/02/2002	280,1347344518	63,5795783294	34,5500000000	84,8536433214
10 10/02/2002	280,1849741576	63,6286517249	34,5500000000	84,8698450360
11 11/02/2002	280,2547837831	63,6699517402	34,5400000000	84,8635116704
12 12/02/2002	278,7100000000	63,4700000000	34,4800000000	85,2011178599
13 13/02/2002	278,7142309085	63,4682368163	34,4200000000	85,2029377044
14 14/02/2002	278,7289598971	63,4473284092	34,2800000000	85,1787890319
15 15/02/2002	278,7340316273	63,4197659136	34,2300000000	85,1751645346
16 16/02/2002	278,7386158476	63,3908123155	34,1700000000	85,0494789689
17 17/02/2002	278,7200732118	63,3573859965	34,1200000000	85,1495961583
18 18/02/2002	278,6768617606	63,3289064322	34,0600000000	85,1626496031
19 19/02/2002	278,6313946615	63,3113319162	34,0000000000	85,1638057033
20 20/02/2002	278,5749100880	63,2902660710	33,9400000000	85,2025512669
21 21/02/2002	278,5024620171	63,2691929180	33,8800000000	85,2239532754
22 22/02/2002	278,4182027734	63,2512805884	33,8200000000	85,2669759552
23 23/02/2002	278,3304685881	63,2425165633	33,7600000000	85,3130331713
24 24/02/2002	276,6000000000	61,2200000000	33,6900000000	85,0065445843
25 25/02/2002	276,5944363928	61,2204963759	33,6900000000	85,0832163115
26 26/02/2002	276,4193719289	61,0327272176	33,5500000000	85,1231598920
27 27/02/2002	276,2041573299	60,8316688095	33,4800000000	85,2014065719
28 28/02/2002	275,9456748648	60,6201734946	33,5100000000	85,2941563874
29 01/03/2002	273,7500000000	59,3800000000	33,4300000000	85,8989410583
30 02/03/2002	273,7540557845	59,3818842711	33,4100000000	86,0144347318
31 03/03/2002	273,3918582439	59,1103340722	33,4300000000	86,1943044480
32 04/03/2002	272,9682511732	58,8404703866	33,4000000000	86,4360212021
33 05/03/2002	271,6300000000	58,2500000000	33,3400000000	87,0598849667
34 06/03/2002	271,6303602378	58,2501522589	33,3600000000	87,2058436580
35 07/03/2002	271,1429660616	57,9998003111	33,4100000000	87,5262000131
36 08/03/2002	270,6347636660	57,7488482425	33,4300000000	87,8862166287
37 09/03/2002	270,0748218824	57,5202552984	33,4500000000	88,2668480890
38 10/03/2002	269,4945545150	57,3102287282	33,4700000000	88,7098109877
39 11/03/2002	268,2400000000	56,9400000000	33,4600000000	89,4882863860
40 12/03/2002	2,682402700179	56,93825141854	33,48375000000	

Tabela C₈ - Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ , W e c, e h para o SCD2 com Variação da Velocidade de Rotação

SCD2	$\Delta\alpha$ (°)	$\Delta\delta$ (°)	ΔW (rpm)	$\Delta\chi$ (°)	η (°)
1 01/02/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
2 02/02/2002	0,1717868460	-0,2408922890	0,0000000000	0,2442609015	0,2533179480
3 03/02/2002	0,1488106808	-0,2284653398	-0,0200000000	0,2263808187	0,2381818514
4 04/02/2002	0,1014622433	-0,2176406728	-0,0200000000	0,2033663397	0,2223572006
5 05/02/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
6 06/02/2002	-0,0138272537	-0,0691244114	0,0100000000	0,0499293409	0,0694006352
7 07/02/2002	-0,0299844153	-0,0684335777	-0,0100000000	0,0439437143	0,0697295077
8 08/02/2002	-0,0378831457	-0,0493705426	0,0000000000	0,0263054419	0,0521734480
9 09/02/2002	-0,0452687417	-0,0504213862	-0,0100000000	0,0241666776	0,0542892144
10 10/02/2002	-0,0650291977	-0,0413473656	0,0000000000	0,0107477862	0,0504255996
11 11/02/2002	-0,0552194447	-0,0300482272	-0,0100000000	0,0047960406	0,0387572355
12 12/02/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
13 13/02/2002	-0,0157687569	0,0182366769	-0,0058333333	-0,0175585438	0,0195505302
14 14/02/2002	-0,0110390550	0,0273311011	-0,0158333333	-0,0218900686	0,0277734300
15 15/02/2002	-0,0059623502	0,0297661496	-0,0058333333	-0,0214594328	0,0298855904
16 16/02/2002	0,0186172467	0,0308114944	-0,0158333333	-0,0132597051	0,0319211047
17 17/02/2002	0,0400731376	0,0273886426	-0,0058333333	-0,0031005415	0,0327621348
18 18/02/2002	0,0468649430	0,0189075411	-0,0058333333	0,0051108717	0,0282896940
19 19/02/2002	0,0613932448	0,0213305631	-0,0058333333	0,0094299938	0,0348697317
20 20/02/2002	0,0749050912	0,0202658003	-0,0058333333	0,0156447526	0,0393066139
21 21/02/2002	0,0824595071	0,0191937408	-0,0058333333	0,0197507265	0,0417731900
22 22/02/2002	0,0882046090	0,0112792805	-0,0058333333	0,0269705248	0,0412776930
23 23/02/2002	0,1004681087	0,0125139886	0,0041666667	0,0315860526	0,0469408471
24 24/02/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
25 25/02/2002	0,1744363928	0,1904963759	0,0000000000	-0,0167761033	0,2082889439
26 26/02/2002	0,2193719289	0,2027272176	0,0000000000	0,0018765626	0,2290375645
27 27/02/2002	0,2641571369	0,2116687320	0,0033333333	0,0230627589	0,2479683737
28 28/02/2002	0,3056825201	0,2001737287	0,0133333333	0,0527073909	0,2503977361
29 01/03/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
30 02/03/2002	0,3640559261	0,2718843369	-0,0025000000	0,0779172925	0,3295094395
31 03/03/2002	0,4218593474	0,2703342706	0,0075000000	0,1154376502	0,3469230384
32 04/03/2002	0,4482501337	0,2704706662	0,0075000000	0,1379420343	0,3568858365
33 05/03/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
34 06/03/2002	0,4903602189	0,2501522509	0,0037500000	0,1865046858	0,3600365998
35 07/03/2002	0,5129671500	0,2498002378	0,0037500000	0,2077146342	0,3698755309
36 08/03/2002	0,5647654131	0,2288478202	0,0037500000	0,2485976102	0,3791742755
37 09/03/2002	0,5848236497	0,2102553920	0,0037500000	0,2716143622	0,3786858162
38 10/03/2002	0,6245561833	0,2002288120	0,0037500000	0,3029780565	0,3930552345
39 11/03/2002	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
40 12/03/2002	0,4002700179	0,1682514185	-0,0262500000		
Média =	0,1507654829	0,0541643107	-0,0028125000	0,0634538109	0,1352005536
Desvio =	0,2070091209	0,1373006900	0,0083843258	0,0962873259	0,1427762804

APÊNDICE D
COEFICIENTES DE VARIAÇÃO DO W

Tabela D – Coeficientes calculados e atribuídos para variação da velocidade de rotação

SCD1			SCD2		
24/07/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	01/02/2002	Dia de Controle	
25/07/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	02/02/2002	κ^{SCD2}_1	24240,684055
26/07/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	03/02/2002	κ^{SCD2}_2	0,000000
27/07/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	04/02/2002	κ^{SCD2}_2	0,000000
28/07/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	05/02/2002	Dia de Controle	
29/07/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	06/02/2002	κ^{SCD2}_2	0,000000
30/07/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	07/02/2002	κ^{SCD2}_3	-12120,342028
31/07/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	08/02/2002	κ^{SCD2}_3	-12120,342028
01/08/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	09/02/2002	κ^{SCD2}_3	-12120,342028
02/08/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	10/02/2002	κ^{SCD2}_3	-12120,342028
03/08/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	11/02/2002	κ^{SCD2}_3	-12120,342028
04/08/1993	κ^{SCD1}_1	-141808,00172454	12/02/2002	Dia de Controle	
05/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	13/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
06/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	14/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
07/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	15/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
08/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	16/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
09/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	17/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
10/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	18/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
11/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	19/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
12/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	20/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
13/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	21/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
14/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	22/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
15/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	23/02/2002	κ^{SCD2}_4	-79792,251683
16/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	24/02/2002	Dia de Controle	
17/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	25/02/2002	κ^{SCD2}_5	0,000000
18/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	26/02/2002	κ^{SCD2}_6	-169684,788388
19/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	27/02/2002	κ^{SCD2}_7	-80802,280185
20/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	28/02/2002	κ^{SCD2}_7	-80802,280185
21/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	01/03/2002	Dia de Controle	
22/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	02/03/2002	κ^{SCD2}_8	-27270,769562
23/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	03/03/2002	κ^{SCD2}_8	-27270,769562
24/08/1993	κ^{SCD1}_2	-221355,72019080	04/03/2002	κ^{SCD2}_8	-27270,769562
25/08/1993	κ^{SCD1}_3	-58581,65313407	05/03/2002	Dia de Controle	
26/08/1993	κ^{SCD1}_3	-58581,65313407	06/03/2002	κ^{SCD2}_9	28785,812316
27/08/1993	κ^{SCD1}_3	-58581,65313407	07/03/2002	κ^{SCD2}_9	28785,812316
28/08/1993	κ^{SCD1}_3	-58581,65313407	08/03/2002	κ^{SCD2}_9	28785,812316
29/08/1993	κ^{SCD1}_3	-58581,65313407	09/03/2002	κ^{SCD2}_9	28785,812316
30/08/1993	κ^{SCD1}_3	-58581,65313407	10/03/2002	κ^{SCD2}_9	28785,812316
31/08/1993	κ^{SCD1}_3	-58581,65313407	11/03/2002	κ^{SCD2}_9	28785,812316
01/09/1993	Não há Propagação		12/03/2002	Não há Propagação	

APÊNDICE E
RESULTADOS DAS MAGNITUDES DO TPRS

Tabela E– Magnitude do TPRS (10^{-7} N m)

SCD1			SCD2		
W constante		W variando	W constante		W variando
24/07/1993	0,239567	0,239567	01/02/2002	0,115135	0,115135
25/07/1993	0,239570	0,239570	02/02/2002	0,115144	0,115144
26/07/1993	0,229708	0,229708	03/02/2002	0,154768	0,154768
27/07/1993	0,100607	0,100607	04/02/2002	0,233155	0,233155
28/07/1993	0,013414	0,013414	05/02/2002	0,038649	0,038649
29/07/1993	0,014382	0,014382	06/02/2002	0,183312	0,183312
30/07/1993	0,058869	0,058869	07/02/2002	0,149114	0,149114
31/07/1993	0,172802	0,172802	08/02/2002	0,107975	0,107975
01/08/1993	0,255941	0,255941	09/02/2002	0,204312	0,204312
02/08/1993	0,196835	0,196835	10/02/2002	0,246154	0,246154
03/08/1993	0,060292	0,060292	11/02/2002	0,201780	0,201780
04/08/1993	0,072285	0,072285	12/02/2002	0,256956	0,256956
05/08/1993	0,114430	0,114430	13/02/2002	0,244875	0,244875
06/08/1993	0,182769	0,182769	14/02/2002	0,256195	0,256195
07/08/1993	0,253106	0,253106	15/02/2002	0,252901	0,252901
08/08/1993	0,212640	0,212640	16/02/2002	0,096229	0,096229
09/08/1993	0,056423	0,056423	17/02/2002	0,245829	0,245829
10/08/1993	0,106781	0,106781	18/02/2002	0,167393	0,167393
11/08/1993	0,196170	0,196170	19/02/2002	0,137918	0,137918
12/08/1993	0,242859	0,242859	20/02/2002	0,207933	0,207933
13/08/1993	0,255035	0,255035	21/02/2002	0,127958	0,127958
14/08/1993	0,189184	0,189184	22/02/2002	0,141189	0,141189
15/08/1993	0,072094	0,072094	23/02/2002	0,234978	0,234978
16/08/1993	0,203194	0,203194	24/02/2002	0,088709	0,088709
17/08/1993	0,256772	0,256772	25/02/2002	0,252388	0,252388
18/08/1993	0,223102	0,223102	26/02/2002	0,253745	0,253745
19/08/1993	0,156630	0,156630	27/02/2002	0,241958	0,241958
20/08/1993	0,058353	0,058353	28/02/2002	0,256936	0,256936
21/08/1993	0,124503	0,124503	01/03/2002	0,203892	0,203892
22/08/1993	0,253982	0,253982	02/03/2002	0,256974	0,256974
23/08/1993	0,180288	0,180288	03/03/2002	0,092899	0,092899
24/08/1993	0,029108	0,029108	04/03/2002	0,093640	0,093640
25/08/1993	0,140402	0,140402	05/03/2002	0,068913	0,068913
26/08/1993	0,198281	0,198281	06/03/2002	0,022300	0,022300
27/08/1993	0,250052	0,250052	07/03/2002	0,145455	0,145455
28/08/1993	0,210623	0,210623	08/03/2002	0,256359	0,256359
29/08/1993	0,018957	0,018957	09/03/2002	0,239154	0,239154
30/08/1993	0,226738	0,226738	10/03/2002	0,227209	0,227209
31/08/1993	0,251811	0,251811	11/03/2002	0,131713	0,131713
01/09/1993	0,216988	0,216988	12/03/2002	0,161519	0,161519

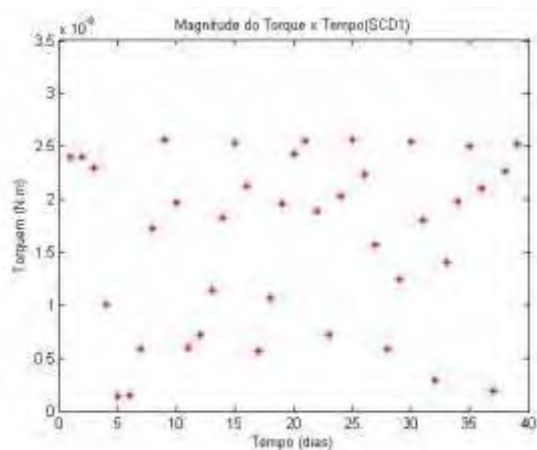


Figura 52 - Magnitude do TPRS para o SCD1]

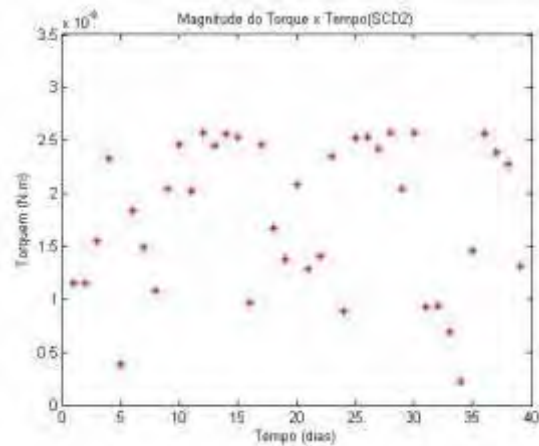


Figura 53 - Magnitude do TPRS para o SCD2

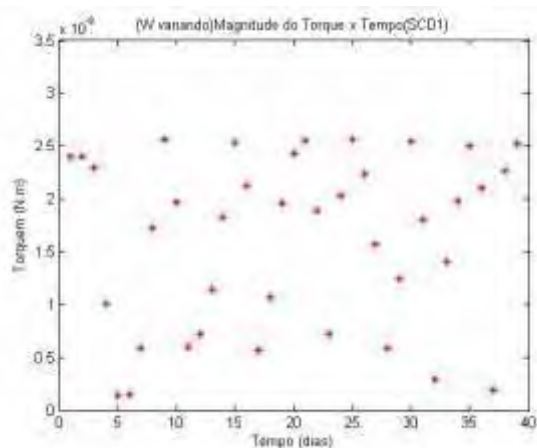


Figura 54 - Magnitude do TPRS no SCD1 com variação na velocidade de rotação

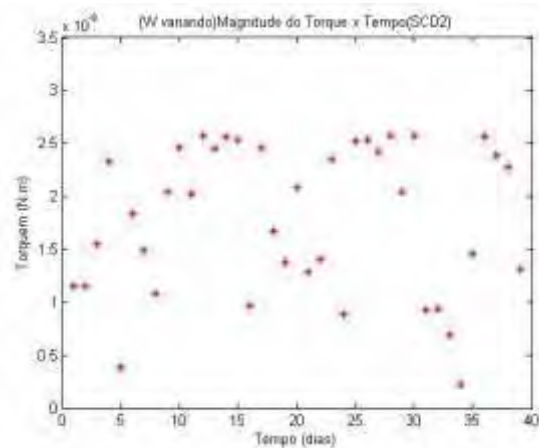


Figura 55 - Magnitude do TPRS no SCD2 com variação na velocidade de rotação