

RESSALVA

Alertamos para ausência das Figuras 4.6 a 4.15 não incluídas pelo(a) autor(a) no arquivo original.

CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADES TRIANGULARES

FELIPE RINALDO QUEIROZ DE AQUINO

**Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá da
Universidade Estadual Paulista, para
a obtenção do título de Doutor em
Engenharia Mecânica.**

Orientador: Prof. Dr. Maurício Araújo Zanardi

Guaratinguetá

2001

FICHA CATALOGRÁFICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

DADOS CURRICULARES

FELIPE RINALDO QUEIROZ DE AQUINO

NASCIMENTO 25.09.1949 - LORENA/SP

FILIAÇÃO Joven Agostinho de Aquino
Margarida Queiroz de Aquino

1968/1971 Licenciatura em Matemática
Faculdade de Filosofia de Itajubá - MG

1972/1974 Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de
Mestrado, na Escola Federal de Engenharia de Itajubá

1995/2001 Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de
Doutorado, na Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá -
UNESP.

ATIVIDADES PROFISSIONAIS:

- Professor da Faculdade de Engenharia Química de Lorena (FAENQUIL) desde 1974.
- Professor Assistente da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (UNESP), de 1981 a 2001.
- Professor Assistente da Escola Federal de Engenharia de Itajubá, de 1972 a 1978.

A Deus, pelo dom da vida, das mãos e da inteligência;
a meus pais, que me deram a graça de participar do banquete da vida;
à minha esposa Maria Zila, fiel companheira e incentivadora;
aos nossos filhos; as flores prediletas que Deus nos deu.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Maurício Araújo Zanardi. Sem a sua orientação, competência, paciência e dedicação, o trabalho que realizamos seria impossível.

Aos amigos professores, Dr. Paulo Magalhães Filho, Dr. Luiz Roberto Carrocci, Dr. Newton Galvão de Campos Leite e Dra. Janaina Ferreira Batista Leal, que muito me incentivaram e auxiliaram nesta caminhada.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SÍMBOLOS

RESUMO

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO

2 MODELO MATEMÁTICO 32

3 PROCEDIMENTO NUMÉRICO E COMPUTACIONAL 37

3.1 Método utilizado 37

3.2 Método de bloqueio de uma região 42

3.3 Refinamento de malhas 43

3.3.1 Cavidade com temperatura constante nas superfícies 44

3.3.2 Cavidade com fluxo de calor constante na face esquerda 47

3.3.3 Cavidade com fluxo de calor constante e obstáculo interior... 55

3.3.4 Cavidade com fluxo de calor variável no tempo 58

3.4 Refinamento do tempo no regime transiente 60

4 VALIDADE DO MÉTODO 63

4.1 Comparação com os resultados de Del Campo et al³. 63

4.2 Comparação com os resultados de Flack e Brun⁷ 75

**5 CAVIDADE COM FLUXO DE CALOR CONSTANTE EM UMA DAS
FACES. REGIME PERMANENTE..... 76**

5.1 Cavidade com a base adiabática e a face lateral direita fria 76

5.1.1 Isotérmicas e Linhas de corrente para $H/L=0,5$ – inclinação de
45° - com variação de Gr 78

5.1.2 Isotérmicas e Linhas de corrente para Gr fixo e H/L variando.
..... 81

5.1.2.1 Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^3$ e variação de H/L	82
5.1.2.2 Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^5$ e variação de H/L	84
5.1.2.3 Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^7$ e variação de H/L	86
5.1.2.4 Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=7 \times 10^7$ e variação de H/L	88
5.1.2.5 Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^8$ e variação de H/L	90
5.1.3 Influência de Gr e H/L na temperatura adimensional ao longo da linha média vertical da cavidade	93
5.1.4 Influência de Gr e H/L na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade	95
5.1.5 Influência de Gr e H/L no número de Nusselt local normalizado ao longo da parede quente da cavidade	98
5.1.6 Influência de Gr e de H/L na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade	100
5.1.7 Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade	103
5.1.8 Número de Nusselt e velocidade em função de H/L	105
5.1.9 Correlação da transferência de calor	111
5.2 Cavidade com a base fria e lateral direita fria, para $H/L = 0,5$	112
5.3 Cavidade com a base quente e lateral direita fria, para $H/L = 0,5$...	121
5.4 Cavidade com a base fria e lateral direita quente, para $H/L = 0,5$	121
6 CAVIDADE COM FLUXO DE CALOR CONSTANTE EM AMBAS AS SUPERFÍCIES LATERAIS.....	137

6.1	Linhas de corrente e isotérmicas para $H/L=0,5$ – para vários valores de Gr	138
6.2	Isotérmicas e Linhas de corrente para Gr fixo e variação de H/L ...	140
6.2.1	Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^3$ e variação de H/L	141
6.2.2	Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^5$ e variação de H/L	143
6.2.3	Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^6$ e variação de H/L	145
6.3	Influência de Gr e H/L na temperatura adimensional ao longo da linha média vertical da cavidade	146
6.4	Influência de Gr e H/L na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade	149
6.5	Influência de Gr e H/L no número de Nusselt local normalizado ao longo da parede quente da cavidade	151
6.6	Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade	153
6.7	Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade	156
7	REGIME TRANSIENTE	157
7.1	Cavidade com fluxo de calor constante	157
7.2	Cavidade com fluxo de calor variável no tempo	162
8	CAVIDADE COM OBSTÁCULO NO INTERIOR	182
8.1	Cavidade com temperaturas constantes nas superfícies laterais	182
8.2	Cavidade recendo um fluxo de calor constante numa superfície lateral	
8.2.1	Isotérmicas e Linhas de corrente para Gr fixo e H/L variando	175
8.2.1.1	Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^3$ e variação de H/L	175

8.2.1.2 Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^5$ e variação de H/L	178
8.2.1.3 Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^6$ e variação de H/L	180
8.2.2 Influência de Gr e de H/L sobre a componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade	181
8.2.3 Influência de Gr e de H/L sobre a componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade	183
8.2.4 Influência de Gr e de H/L sobre o número de Nusselt normalizado ao longo da superfície quente da cavidade	185
9 COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	187
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	190
APÊNDICE.....	194

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 - Condições de contorno consideradas com o fluxo de calor (q) constante; (0) temperatura adimensional fria; (1) temperatura quente; (a) adiabático	30
FIGURA 2.1 - Região de convecção triangular com fluxo de calor constante na parede da esquerda	32
FIGURA 3.1 - Ponto da grade com seu volume de controle	38
FIGURA 3.2- Malha utilizada para a solução das equações (3.3) mostrando o fluxo de calor q e a região dos volumes inativos	40
FIGURA 3.3 - Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L=0,5$, $Gr=10^7$, para várias malhas	44
FIGURA 3.4 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média, para $H/L=0,5$, $Gr=10^7$, para várias malhas	45
FIGURA 3.5 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=0,5$, $Gr=10^7$, para várias malhas	45
FIGURA 3.6 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média, para $H/L=1,0$, $Gr=10^7$, para várias malhas	46
FIGURA 3.7 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L =1,0$, $Gr=10^7$, para várias malhas	48
FIGURA 3.8– Número de Nusselt normalizado ao longo da face esquerda da cavidade para $H/L =0,5$ e $Gr=10^6$, para várias malhas	48
FIGURA 3.9 – Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	48
FIGURA 3.10 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L =0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	49
FIGURA 3.11 - Temperatura ao longo da parede lateral da esquerda da cavidade, para $H/L=1,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	49

FIGURA 3.12 - Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade para $H/L=1,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	50
FIGURA 3.13 - Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L=1,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	50
FIGURA 3.14 - Temperatura ao longo da parede lateral da esquerda da cavidade, para $H/L=2,0$, $Gr=10^7$, para várias malhas	51
FIGURA 3.15 - Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade para $H/L=2,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	51
FIGURA 3.16 - Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L=2,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	52
FIGURA 3.17 - Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=2,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	52
FIGURA.3.18 - Temperatura ao longo da parede lateral da esquerda da cavidade, para $H/L=5,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	53
FIGURA 3.19 - Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade para $H/L=5,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	53
FIGURA 3.20 - Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L=5,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	54
FIGURA 3.21 - Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=5,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	54
FIGURA 3.22 - Cavidade retangular com obstáculo no centro de sua base	55
FIGURA 3.23 - Temperatura ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	56
FIGURA 3.24 - Temperatura ao longo da parede quente para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	56
FIGURA 3.25 - Componente horizontal da velocidade ao longo da linha central vertical da cavidade, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	57

FIGURA 3.26 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas	57
FIGURA 3.27- Número de Nusselt normalizado ao longo da face esquerda da cavidade, com $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, com $\gamma = 60^\circ$, para várias malhas	58
FIGURA 3.28 - Temperatura ao longo da linha vertical central da cavidade para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, com $\gamma = 60^\circ$, para várias malhas	59
FIGURA 3.29 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, com $\gamma = 60^\circ$, para várias malhas ..	59
FIGURA 3.30 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, com $\gamma = 60^\circ$, para várias malhas	60
FIGURA 3.31 - Temperatura adimensional ao longo da superfície aquecida, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^8$, para vários valores do intervalo de tempo	61
FIGURA 3.32 - Temperatura adimensional ao longo da linha vertical média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^8$, para vários valores do intervalo de tempo	61
FIGURA 3.333 - Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^8$, para vários valores do intervalo de tempo	62
FIGURA 3.34 - Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^8$, para vários valores do intervalo de tempo	62
FIGURA 4.1 – Casos de condições de contorno consideradas por Campo ³ , e neste estudo, para comparação. a – adiabático; 1 – temperatura adimensional quente; 0 – temperatura adimensional fria	64
FIGURA 4.2 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso I (Figura 4.1), com $Gr=10^4$ e $H/L=0,1$, deste trabalho	65
FIGURA 4.3 - Resultados de Campo et al. ³ , para o caso acima	65
FIGURA 4.4 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso II (Fig.4.1), com $Gr=10^6$ e $H/L = 1$, deste trabalho	66
FIGURA 4.5 - Resultados de Campo et al. ³ , para o caso acima	66

FIGURA 4.6 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso III (Figura 4.1) com $Gr=10^6$ e $H/L=0.3$, deste trabalho	67
FIGURA 4.7 - Resultados de Campo et al. ³ , para o caso acima	67
FIGURA 4.8 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso III (Figura 4.1) com $Gr=10^6$ e $H/L=1$, deste trabalho	68
FIGURA 4.9 - Resultados de Campo et al. ³ , para o caso acima	68
FIGURA 4.10 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso IV (Figura 4.1) com $Gr=10^6$ e $H/L=1$, deste trabalho	69
FIGURA 4.11- Resultados de Campo et al. ³ , para o caso acima	69
FIGURA 4.12 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso V (Figura 4.1) com $Gr=10^4$ e $H/L=0,1$, deste trabalho	70
FIGURA 4.13 - Resultados de Campo et al. ³ , para o caso acima	70
FIGURA 4.14 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso V (Fig. 4.1) com $Gr=10^4$ e $H/L=10$, deste trabalho	71
FIGURA 4.15 - Resultados de Campo et al. ³ , para o caso acima	71
FIGURA 4.16 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso V (Fig. 4.1) com $Gr=10^4$ e $H/L=1$, deste trabalho	72
FIGURA 4.17 - Resultados de Campo et al. ³ , para o caso acima	72
FIGURA 4.18 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso VI (Fig. 4.1) com $Gr=10^6$ e $A=1$, deste trabalho	73
FIGURA 4.19 - Resultados de Campo et al. ³ para o caso acima	73
FIGURA 4.20 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso VII (Fig. 4.1) com $Gr=10^6$ e $H/L=1$, deste trabalho	74
FIGURA 4.21 – Resultados de Campo et al. ³ para o caso acima	74
FIGURA 4.22 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para $Gr=8.38 \times 10^6$ e $H/L=0,5$, deste trabalho	75
FIGURA 4.23 – Resultados de Flack e Brun para o caso acima	75

FIGURA 5.1 - Cavity com fluxo de calor constante na superfície esquerda, temperatura fria (0) na superfície lateral direita, e base adiabática (a)	76
FIGURA 5.2 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^3$ (a, b) e para $Gr=10^5$ (c, d)	78
FIGURA 5.3 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	82
FIGURA 5.4 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	82
FIGURA 5.5 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	86
FIGURA 5.6 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	88
FIGURA 5.7 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	90
FIGURA 5.8 - Influência de Gr sobre a temperatura adimensional ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=0,5$ (a) e $H/L=1,0$ (b)	93
FIGURA 5.9 - Influência de Gr na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$	96
FIGURA 5.10 Influência de Gr no número de Nusselt local normalizado, ao longo da parede quente da cavidade, para (a) $H/L=0,5$	98
FIGURA 5.11- Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha média vertical para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$	101
FIGURA 5.12 - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade para (a) $H/L=0,5$	103
FIGURA 5.13 - Influência do parâmetro H/L sobre o número de Nusselt local normalizado ao longo da face quente, para $Gr=10^8$. O comprimento da parede foi adimensionalizado com o valor máximo 1,0 para todos os valores de H/L	106

FIGURA 5.14 - Influência do parâmetro H/L sobre a componente vertical da velocidade ao longo da linha média horizontal da cavidade, para $Gr=10^7$	106
FIGURA 5.15 - Influência de H/L na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média para $Gr=10^7$	107
FIGURA 5.16 - Influência de H/L na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média para $Gr=10^8$	107
FIGURA 5.17 - Influência de Gr no número de Nusselt médio normalizado na parede quente em função de H/L	108
FIGURA 5.18 - Influência de Gr sobre o número de Nusselt médio normalizado na parede quente, para vários valores de H/L	109
FIGURA 5.19 - Correlação da transferência de calor para Nu	111
FIGURA 5.20 - Comparação entre a expressão (5.5) e o resultado numérico..	111
FIGURA 5.21 - Cavidade com fluxo de calor constante na superfície lateral esquerda, e temperatura fria (0) na superfície lateral direita e na base	112
FIGURA 5.22 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^3$ (a, b)	113
FIGURA 5.23 - Temperatura ao longo da linha vertical central para vários valores de Gr	117
FIGURA 5.24 - Temperatura ao longo da parede inclinada para vários valores de Gr	118
FIGURA 5.25- Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade	118
FIGURA 5.26 - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade	119
FIGURA 5.27 - Número de Nusselt médio normalizado na parede quente em função de Gr	119
FIGURA 5.28 - Número de Nusselt local normalizado ao longo da parede para vários valores de Gr	120

FIGURA 5.29 - Cavidade com fluxo de calor constante na superfície lateral esquerda, e temperatura adimensional fria (0) na superfície lateral direita e na base	121
FIGURA 5.30 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^3$ (a, b) e para $Gr=10^5$ (c, d)	122
FIGURA 5.31- Influência de Gr na temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade	125
FIGURA 5.32 - Influência de Gr na temperatura ao longo da parede que recebe o fluxo de calor	123
FIGURA 5.33 - Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade	126
FIGURA 5.34 - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade	127
FIGURA 5.35 - Número de Nusselt normalizado ao longo da parede quente para vários valores de Gr	128
FIGURA 5.36 - Número de Nusselt normalizado médio e no ponto central da parede quente em função de Gr	128
FIGURA 5.37 - Cavidade com fluxo de calor constante na superfície lateral esquerda, temperatura adimensional quente (1) na superfície lateral direita e base fria (0)	129
FIGURA 5.38 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^3$ (a, b) e para $Gr=10^5$ (c, d)	131
FIGURA 5.39 - Influência de Gr na temperatura ao longo da linha central vertical da cavidade	133
FIGURA 5.40 - Influência de Gr na temperatura ao longo da face lateral que recebe o fluxo de calor	133
FIGURA 5.41 - Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média	134

FIGURA 5.42 - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média	134
FIGURA 5.43 - Número de Nusselt local normalizado ao longo da parede que recebe o fluxo de calor, para vários valores de Gr	135
FIGURA 5.44 - Número de Nusselt médio normalizado na parede que recebe o fluxo de calor, em função de Gr	135
FIGURA 5.45 - Número de Nusselt normalizado médio e no ponto central da base da cavidade, em função de Gr	136
FIGURA 6.1 - Cavidade com fluxo de calor constante em ambas as superfícies laterais com a base fria (0)	137
FIGURA 6.2 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^3$ (a, b) e para $Gr=10^5$ (c, d)	138
FIGURA 6.3 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	141
FIGURA 6.4 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	143
FIGURA 6.5 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	145
FIGURA 6.6 - Influência de Gr sobre a temperatura adimensional ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=0,5$ (a) e $H/L=1,0$ (b)	147
FIGURA 6.7 - Influência de Gr na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$	149
FIGURA 6.8 - Influência de Gr no número de Nusselt local normalizado, ao longo da parede quente da cavidade, para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$	151
FIGURA 6.9 - Número de Nusselt normalizado ao longo das paredes da cavidade para $Gr=10^5$ e vários valores de H/L . O comprimento da parede está adimensionalizado com o valor máximo 1,0 para todos os valores de H/L	152

FIGURA 6.10 - Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha média vertical para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$	153
FIGURA 6.11 - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$	155
FIGURA 6.12 - Componente vertical da velocidade ao longo da linha média horizontal da cavidade para $Gr=10^5$ e vários valores do parâmetro H/L	156
FIGURA 7.1- Cavidade triangular com fluxo de calor constante na face esquerda	157
FIGURA 7.2 - Isotérmicas e linhas de corrente, respectivamente, para $t=4,67 \times 10^{-4}$ (a, b) e $t=2,335 \times 10^{-3}$ (c, d)	158
FIGURA 7.3 – Influência do número de Grashof sobre o número de Nusselt normalizado no ponto central da parede quente da cavidade, em função do tempo	161
FIGURA 7.4 - Fluxo de calor variável com o tempo incidindo sobre a face esquerda da cavidade	163
FIGURA 7.5 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para , para $\gamma = 5^\circ$ (a, b) e $\gamma = 10^\circ$ (c, d)	164
FIGURA. 7.6 - Número de Nusselt médio normalizado na parede quente em função do tempo, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^6$ e 10^8	170
FIGURA 8.1 - Cavidade triangular com temperaturas constantes nas superfícies e com obstáculo em seu interior	172
FIGURA 8.2- Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^3$ (a, b) e $Gr=10^5$ (c, d)	173
FIGURA 8.3 - Cavidade triangular com fluxo de calor constante na superfície da esquerda e com obstáculo em seu interior	175
FIGURA 8.4 - Linhas de corrente (a) e isotérmicas (b) para $H/L=0,5$	176

FIGURA 8.5 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	178
FIGURA 8.6 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)	180
FIGURA 8.7 - Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha média vertical para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$	181
FIGURA 8.8 - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha média horizontal para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$	183
FIGURA 8.9 - Influência de Gr no número de Nusselt local normalizado, ao longo da parede quente da cavidade, para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$	185

LISTA DE SÍMBOLOS

A	área	
a	coeficientes	
b	termo fonte na equação (3.3)	
c_p	calor específico a pressão constante	J/KgK
D	coeficiente difusivo	
F	taxa de escoamento de massa através das faces do volume de controle	
g	aceleração da gravidade	m/s ²
Gr	número de Grashof, gbL^4q/n^2k	[1]
h	coeficiente de convecção	W/m ² .K
H	altura da cavidade	m
H/L	razão de aspecto	[1]
J	fluxo total	[1]
k	condutividade térmica do fluido	W/m.K
k_r	razão k_s/k	[1]
k_s	condutividade térmica do sólido	W/m.K
ℓ	comprimento adimensional ao longo da superfície	[1]
L	largura da cavidade	m
n	direção normal à superfície lateral da cavidade	
n_p	número de pontos da grade	
Nu	número de Nusselt normalizado	[1]
Nu_{loc}	número de Nusselt local	[1]
$\overline{Nu}$	número de Nusselt médio	[1]
p	pressão adimensional	[1]
p'	pressão	N/m ²

P_e	número de Peclet	[1]
Pr	número de Prandtl	[1]
q	fluxo de calor	W/m^2
$\ r_p\ ^k$	norma de Euclides para a iteração k	
S	termo fonte	
$\bar{S}$	termo fonte médio	
S_c	membro constante do termo fonte	
S_p	coeficiente do termo fonte	
t	parâmetro adimensional de tempo	[1]
t'	tempo	s
T	temperatura do fluido	K
T_q	temperatura da parede quente	K
T_c	temperatura da parede fria	K
T_0	temperatura de referência	K
T_p	temperatura na parede	K
u	componente horizontal da velocidade adimensionalizada	[1]
u'	componente horizontal da velocidade	m/s
v	componente vertical da velocidade adimensionalizada	[1]
v'	componente vertical da velocidade	m/s
V	volume	$[m^3]$
x	coordenada cartesiana horizontal adimensional	[1]
x'	coordenada cartesiana horizontal	m
X	termo entre colchetes da equação (5.1)	[1]
y	coordenada cartesiana vertical adimensional	[1]
y'	coordenada cartesiana vertical	m

SUBSCRITOS

E	leste
N	norte
S	sul
W	oeste
P	ponto da grade
Loc	local

SOBRESCRITOS

'	grandeza dimensional
0	indica num tempo anterior
—	indica valor médio
n	norte.
s	sul
e	leste
w	oeste
κ	número da iteração

SÍMBOLOS GREGOS

a	difusividade térmica	m^2/s
b	coeficiente de expansão térmica do fluido	$1/\text{K}$
γ	ângulo entre o fluxo de calor variável no tempo e a horizontal	[1]
φ	ângulo de inclinação das superfícies laterais da cavidade	[1]
q	temperatura adimensional	[1]

ϕ	indica a variável dependente	[1]
m	viscosidade dinâmica	kg/m.s
r	massa específica do fluido	kg/m ³
ρ_0	massa específica de referência	kg/m ³
Γ	coeficiente de difusão geral	[1]
n	viscosidade cinemática	m ² /s
Δx	comprimento horizontal do volume de controle	[1]
Δy	comprimento vertical do volume de controle	[1]
Δ	diferença	
Δt	intervalo de tempo	
ΔL	comprimento característico do volume de controle	[1]

AQUINO, F. R. Q. *Convecção natural em cavidades triangulares*. Guaratinguetá, 2001. 192 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

RESUMO

Neste trabalho estuda-se a convecção natural laminar em regimes permanente e transiente em cavidades triangulares isósceles. Para a determinação das distribuições de velocidades e temperaturas são utilizadas as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e de energia, com a aproximação de Boussinesq. A solução do sistema de equações diferenciais é feita através de um método de volumes finitos utilizando o esquema de discretização “Power-Law” proposto por Patankar e o procedimento SIMPLE é empregado para obtenção de equações de correção de pressões. Os sistemas de equações algébricas encontrados são solucionados numericamente por um algoritmo “line-by-line”, que é uma combinação de um método direto TDMA para problemas unidimensionais com o método iterativo de Gauss-Siedel. Foram obtidas soluções para diversas combinações de condições de contorno de temperaturas conhecidas e paredes adiabáticas e as comparações com os resultados existentes na literatura comprovam a confiabilidade do modelo e do código computacional desenvolvidos. São apresentadas ainda soluções quando se consideram fluxos de calor constantes e variáveis com o tempo em uma das superfícies da cavidade. A influência do valor do número de Grashof e da razão de aspecto da cavidade é também discutida.

PALAVRAS CHAVES: convecção natural; cavidades triangulares.

AQUINO, F. R. Q. Natural convection in triangular enclosures Guaratinguetá, 2001. 192 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

ABSTRACT

In this work the laminar natural convection in enclosures of isosceles triangular shape is studied. Both the steady state and the transient regimes are included. The mass conservation, momentum and energy equations are used for the velocity and temperature profiles determination. The Boussinesq approach is also considered. The solution of the differential equation set is performed by using a finite volume method. The discretization scheme chosen was the Patankar's Power-Law Scheme and the SIMPLE algorithm is adopted to get a pressure correction equation. The resultant algebraic equations are solved by a line-by-line procedure that is a combination of a direct method (TDMA) and an iterative Gauss-Siedel method. The solution for some different boundary condition, involving prescribed temperatures and adiabatic walls, were obtained and were compared with the literature results. The good agreement between them validates the developed mathematical model and computational code. Here it is also presented solutions for the case of a constant or time dependent heat flux imposed over one of the sides of the enclosure. The influence of the Grashof number and the enclosure aspect ratio is discussed.

KEY WORDS: natural convection; triangular enclosures

1 INTRODUÇÃO

Os problemas de convecção natural em cavidades são muito importantes nas aplicações da engenharia e têm sido de interesse já há muitos anos. Por exemplo, nas técnicas de construções de edifícios, visando o conforto térmico, na tecnologia de captação da energia solar, no armazenamento de energia, na tecnologia de reatores nucleares, etc. Também a eficiência dos circuitos eletrônicos e dos painéis solares, pode depender da transferência de calor. Por isso, muitos estudos de convecção natural em cavidades têm sido realizados. Em cavidades retangulares podemos citar os trabalhos de Ostrach (1988); em cavidades trapezoidais, temos os de Karyakin (1989), Law et al (1989), Peric (1993), Sadat & Salagnac (1995) e Kuyper & Hoogendoorn (1995); em cavidades cilíndricas trabalharam Karyakin (1989), Reindl et al (1992); com cavidades circulares trabalharam Patterson & Armfield (1990).

A geometria triangular tem recebido também atenção por ser adequada no estudo da transmissão do calor em edifícios domésticos, sistemas de painéis de equipamentos eletrônicos, etc..

Gershuni et al.(1974) realizaram a primeira simulação numérica em uma cavidade de forma triangular. Akinset e Coleman (1979,1982) estudaram uma cavidade prismática com a seção em forma de um triângulo retângulo com a base resfriada e as paredes inclinadas com temperaturas constantes. Kushawaha (1982) resolveu um caso análogo usando o método de elementos finitos.

Poulikakos e Bejan (1983) estudaram a convecção natural transiente em uma cavidade com a seção reta em forma de um triângulo isósceles, na qual todas as paredes foram consideradas isotérmicas, usando o método de elementos finitos.

Flack et al.(1979) e Flack (1980) realizaram um estudo experimental de transferência do calor por convecção natural em uma cavidade triangular

considerando diferentes condições de temperaturas nas paredes. Foram encontrados altos gradientes de temperatura próximo das paredes, ocorrendo estratificação na parte central da cavidade. Quando a base da cavidade é aquecida, o escoamento adquire um caráter turbulento para números de Grashof elevados.

Campo et al.(1988), usando o método de elemento finito de Galerkin, estudaram a convecção natural do ar dentro de uma cavidade triangular onde várias combinações (parede quente, fria, adiabática) foram feitas, para diferentes números de Grashof e para vários valores da razão de aspecto H/L .

Ghassemi e Roux (1989) utilizaram o método numérico baseado na aproximação do volume de controle de Patankar (1980), para resolver o sistema de equações diferenciais parciais não lineares que governam a convecção natural em uma cavidade triangular. Dois conjuntos de condições de contorno foram consideradas: condições de verão e de inverno, ambas com temperaturas constantes nas faces laterais e na base da cavidade.

Karyakin & Sokovishin (1985a, 1985b, 1988), Karyakin et al (1985), analisaram a convecção natural laminar transiente em cavidades triangulares para vários casos de condições de contorno térmicas, considerando as paredes adiabáticas ou com temperaturas constantes.

Flack e Brun (1995), estudaram pelo método de elementos finitos três casos de cavidades triangulares, com os ângulos da base iguais a 30° , 45° e 60° , considerando as paredes laterais e a base isotérmicas.

Yedder e Bilgen (1997) estudaram a convecção natural laminar em cavidades retangulares com uma parede exterior à temperatura constante e a parede oposta recebendo um fluxo de calor constante, para uma variação do número de Grashof de 10^3 a 10^6 . Foi encontrado que a transferência do calor é uma função crescente do número de Grashof e do parâmetro geométrico H/L .

Hasami e Chung (1998) analisaram a convecção natural, considerando o efeito da radiação, em uma cavidade triangular.

O presente trabalho emprega o uso do método do volume de controle de Patankar (1978, 1980), para o cálculo dos regimes permanente e transiente, para a convecção natural do ar no interior de cavidades triangulares isósceles, variando o número de Grashof de 10^3 a 10^8 , com temperaturas constantes nas faces laterais, ou com um fluxo de calor imposto em uma ou em ambas as faces laterais da cavidade. O fluxo de calor incidente foi considerado constante; ou, variando com o tempo para simular o movimento do Sol. Vários casos de condições de contorno térmicas foram estudados:

- cavidades com paredes isotérmicas e adiabáticas. Comparamos esses resultados com dois trabalhos anteriores, para verificar a validade do método. Considerando os resultados obtidos por Del Campo (1988), que combinou sete situações diferentes de condições de contorno; e os de Flack (1995), (Figura 4.1).

- cavidade com fluxo de calor constante aplicado em uma face lateral (quente) da cavidade, enquanto a outra é mantida isotérmica (quente ou fria) e a base horizontal adiabática ou isotérmica. Foram estudadas, em regime permanente, quatro situações diferentes de condições de contorno, com o parâmetro H/L assumindo os valores: 0,5; 1,0; 2,0 e 5,0. Três outras situações de condições de contorno foram estudadas para $H/L=0,5$ (Figura 1.1).

- em regime transiente, estudou-se o caso em que $H/L=0,5$, estando isotérmica (fria) a parede lateral oposta à que recebe o fluxo de calor constante, com a base adiabática, com o número de Grashof igual a 10^8 .

- cavidades com um obstáculo sólido colocado no seu interior, considerando a parede oposta à que recebe o fluxo de calor, isotérmica fria, e a base isotérmica quente. Foram analisados os casos em que $H/L=0,5$; 1,0 e 2,0.

- cavidade com um fluxo de calor variando com o tempo, de acordo com uma função senoidal, a fim de simular o que ocorre durante o dia em um telhado de forma triangular. Com o movimento do sol, existe uma variação do fluxo de

calor e das posições de incidência desse fluxo. Consideramos o caso em que $H/L=0,5$ (Figura 7.4).

– cavidade com fluxo de calor constante aplicado em ambas as paredes laterais e a base é mantida isotérmica (fria). Neste caso, a convecção foi estudada, em regime permanente, para três valores de H/L : 0,5; 1,0 e 2,0.

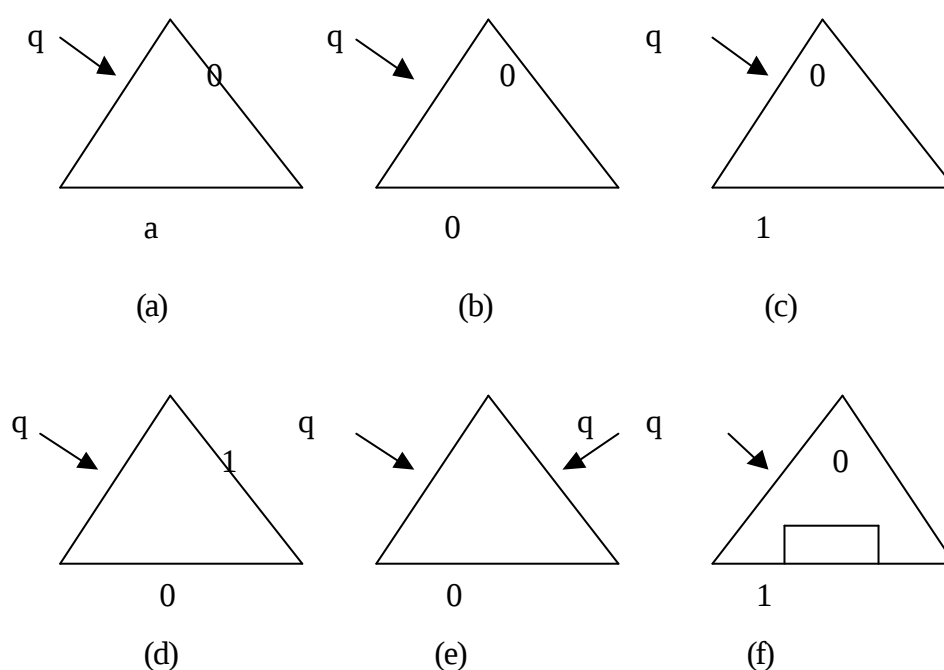


FIGURA 1.1 - Condições de contorno consideradas com o fluxo de calor (q) constante; (0) temperatura adimensional fria; (1) temperatura quente; (a) adiabático.

As equações bidimensionais de conservação de massa, momento e energia, com a aproximação de Boussinesq para modelar o termo de empuxo da equação da quantidade de movimento em y , foram resolvidas usando um método de diferença finita. As isotérmicas e as linhas de corrente são apresentadas para diferentes valores do parâmetro H/L e do número de Grashof em cada análise.

Um estudo do refinamento de malhas foi realizado, em cada caso, a fim de se obter a melhor malha para o cálculo das quantidades físicas.

2 MODELO MATEMÁTICO

Considere uma cavidade prismática longa com a seção reta em forma de um triângulo isósceles (Figura 2.1). O vetor aceleração da gravidade é perpendicular à base.

A convecção natural do fluido na cavidade é modelada com as seguintes hipóteses simplificadoras:

- o escoamento é bidimensional, incompressível e laminar;
- os gradientes de temperatura são moderados, de tal modo que a aproximação de Boussinesq possa ser admitida;
- são desprezados a dissipação viscosa e o trabalho realizado pelas forças de compressão.

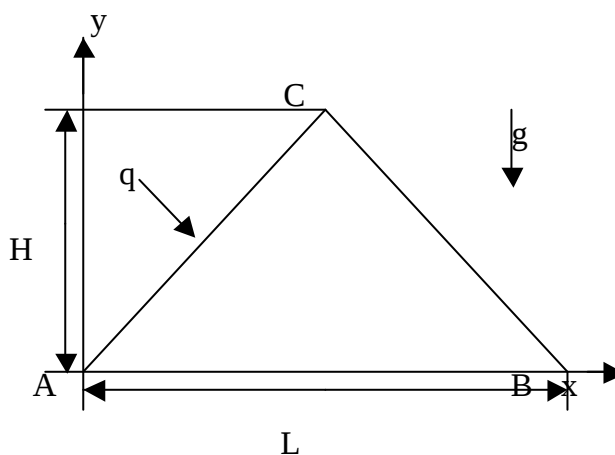


FIGURA 2.1 - Região de convecção triangular com fluxo de calor constante na superfície lateral da esquerda.

Com as condições acima estabelecidas, as equações básicas para o estudo da convecção natural transiente, podem ser escritas, na forma dimensional (Karyakin & Sokovishin, 1985), como se segue:

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial x'} + \mu \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \quad (2.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial y'} + \mu \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) - \rho g \quad (2.3)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t'} + u' \frac{\partial T}{\partial x'} + v' \frac{\partial T}{\partial y'} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y'^2} \right) \quad (2.4)$$

sendo que u' e v' são, respectivamente, as componentes horizontal e vertical da velocidade, ρ é massa específica do fluido, p' é a pressão, c_p é o calor específico à pressão constante, g é a aceleração da gravidade, μ é a viscosidade dinâmica, k é a condutividade térmica do fluido, T é a temperatura. Os índices superiores ' representam quantidades dimensionais.

Para obter as equações adimensionais correspondentes, foi escolhida a largura L da base da cavidade como escala linear para x e y uma vez que evita o aparecimento do termo H/L nas equações adimensionalizadas. As demais variáveis adimensionais utilizadas são idênticas às do trabalho de Yedder e Bilgen (1997), para facilitar as comparações.

$$\begin{aligned} x &= \frac{x'}{L} & y &= \frac{y'}{L} \\ u &= \frac{u'L}{a} & v &= \frac{v'L}{\alpha} \\ p &= \frac{p' + \rho_0 g y'}{\rho_0 (a/L)^2} & q &= \frac{T - T_c}{Lq/k} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$t = \frac{a}{L^2} t' \quad \text{Gr} = \frac{g\beta L^4 q}{\nu^2 k}$$

Quando se têm cavidades com superfícies isotérmicas, θ será definido por

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_q - T_c}, \quad \text{e} \quad \text{Gr} = \frac{g\beta L^3 (T_h - T_c)}{\nu^2}$$

nas quais L é a largura da cavidade triangular; a é a difusividade térmica do fluido; q é o fluxo de calor constante; q é a temperatura adimensional, β é o coeficiente de expansão térmica do fluido e ν é a viscosidade cinemática e Gr é o número de Grashof.

Com o auxílio da aproximação de Boussinesq,

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (2.6)$$

obtemos as seguintes equações na forma adimensional:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \text{Pr}^2 \text{Gr} \theta - \frac{\partial p}{\partial y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = k_r \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (2.10)$$

sendo Pr o número de Prandtl. O coeficiente k_r é introduzido nas equações para poder se tratar com obstáculos internos à cavidade. Quando internamente à cavidade só existe fluido, o valor de k_r é unitário. Quando se introduz o obstáculo no interior da cavidade, para se garantir $u=v=0$ na região sólida, k_r será igual a k_s/k , sendo k_s a condutividade térmica do sólido.

As equações (2.7) a (2.10) são completadas com as correspondentes condições de contorno e condições iniciais.

No caso em que a parede inclinada da esquerda recebe um fluxo de calor constante q , e a parede da direita é mantida isotérmica fria, estando a base adiabática, temos:

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq 0,5; \quad y = 2Hx/L; \quad u = v = 0, \quad \partial\theta/\partial n = -1 \\ 0,5 < x \leq 1, \quad y = 2H(1-x)/L; \quad u = v = 0, \quad \theta = 0 \\ 0 < x < 1, \quad y = 0; \quad u = v = 0; \quad \partial\theta/\partial y = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

No caso em que o fluxo de calor constante incide igualmente nas duas paredes inclinadas, estando a base isotérmica fria ($\theta = 0$), as condições de contorno podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq 0,5; \quad y = 2Hx/L; \quad u = v = 0, \quad \partial\theta/\partial n = -1 \\ 0,5 < x \leq 1, \quad y = 2H(1-x)/L; \quad u = v = 0, \quad \partial\theta/\partial n = 1 \\ 0 < x < 1, \quad y = 0; \quad u = v = 0; \quad \theta = 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

As demais condições de contorno, para os casos em que se altera a condição de temperatura na parede lateral da direita ou da base, podem ser escritas de maneira análoga às anteriores, e são apresentadas em cada caso.

As condições iniciais assumidas, nos casos de fluxo de calor constante, são que o fluido está em repouso e a temperatura em toda a cavidade é uniforme e possui o valor da superfície mais fria.

$$t = 0, \quad u = v = 0, \quad \theta = 0 \quad (2.13)$$

Quando se têm cavidades com superfícies isotérmicas,

$$t = 0, \quad u = v = 0, \quad \theta = 0,5$$

O número de Nusselt local, para a cavidade recebendo um fluxo de calor em sua superfície lateral é

$$Nu_{loc} = \frac{hL}{k} = \frac{1}{\theta} \quad (2.14)$$

Quando resolvemos o problema para as variáveis físicas, a pressão é determinada das equações (2.8) e (2.9). Consideraremos que a pressão é nula no ponto para o qual $x=y=0$.

O número de Nusselt médio é obtido por integração do número de Nusselt local ao longo da parede inclinada da cavidade.

$$\overline{Nu} = \frac{1}{l} \int_0^l Nu_{loc} dl \quad (2.15)$$

O número de Nusselt médio normalizado é calculado como

$$Nu = \frac{\overline{Nu} \big|_{Gr}}{\overline{Nu} \big|_{Gr=0}} \quad (2.16)$$

onde $\overline{Nu} \big|_{Gr=0}$ é para condução pura para as mesmas condições.

O número de Nusselt local normalizado ao longo da parede da cavidade é dado pela relação entre Nu local e Nu no centro da parede, para $Gr=0$ (condução).

No Apêndice são dados os valores do número de Nusselt, para o número de Grashof igual a zero, para a superfície da cavidade que recebe o fluxo de calor q , nos casos da Figura 1.1.

3 PROCEDIMENTO NUMÉRICO E COMPUTACIONAL

3.1 – Método utilizado

A solução do sistema de equações apresentado na seção anterior foi feita mediante um procedimento numérico usando o Método dos Volumes Finitos. O objetivo foi calcular o campo de velocidades (u , v), pressão (p), e temperatura (θ), utilizando as Equações de Conservação. Desta maneira, um programa computacional foi desenvolvido em linguagem FORTRAN, objetivando aplicar o Método dos Volumes Finitos para solução do sistema.

Para a aplicação do Método dos Volumes de Controle, desenvolvido por Patankar (1980), há a necessidade de promover a discretização do domínio de interesse, dividindo-o em células elementares. Então, uma discretização estruturada - construída usando um sistema coordenado - através de coordenadas retangulares, foi feito, obtendo assim um domínio de cálculo discretizado para a investigação.

As equações aproximadas (discretizadas) devem ser obtidas integrando-se as equações de conservação, sobre volumes de controle dispostos ao redor dos pontos da grade.

Todas as equações governantes podem ser na seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S \quad (3.1)$$

com,

$$J_x = \rho u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{e} \quad J_y = \rho v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

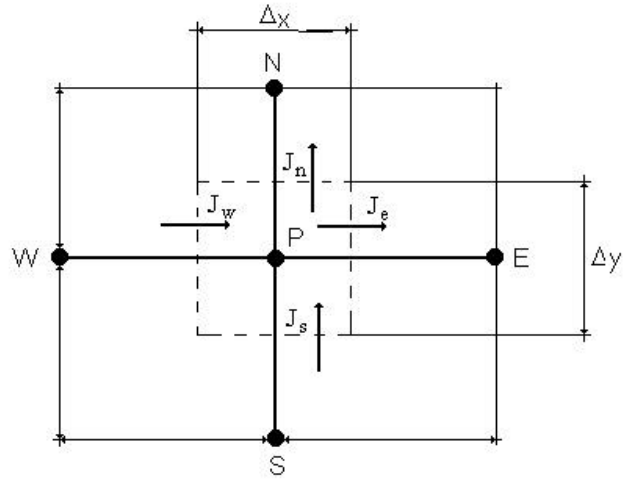


FIGURA 3.1 - Ponto da grade com seu volume de controle

Integrando as equações de conservação ao longo do volume de controle que envolve cada ponto, obtemos uma equação do tipo:

$$J_x^e A_e + J_y^n A_n = J_x^w A_w + J_y^s A_s + \bar{S} V \quad (3.2)$$

onde A 's são as áreas das faces do volume de controle, V é o seu volume e $\bar{S}$ é o valor médio do termo fonte S no interior do volume de controle.

Para a integração no tempo considerou-se um esquema totalmente implícito, que implica em maior trabalho computacional, porém é mais estável.

A avaliação de cada termo J desta equação pode ser feita através dos esquemas de discretização. O esquema adotado neste trabalho foi o esquema "Power Law" descrito por Patankar (1980). Este esquema é construído a partir do esquema exponencial obtido através da solução do problema de escoamento unidimensional. Como o cálculo de exponenciais é computacionalmente caro, Patankar propõe aproximação dessas funções por série de potência. A utilização desse esquema nos leva a um sistema de equações algébricas que tem a forma apresentada a seguir:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (3.3)$$

com

$$a_E = D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\|$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \|F_w, 0\|$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\|$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + \|F_s, 0\|$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 - S_p V$$

$$b = S_c V + a_p^0 f_p^0$$

$$a_p^0 = \frac{r_p^0 V}{\Delta t}$$

$$\frac{a}{D} = \max \left[0, \left(1 - 0.1 |P| \right)^5 \right] + \max(-P, 0)$$

$$P = \frac{\rho u \Delta L}{\Gamma} \text{ é o número de Peclet local,}$$

$$D = \frac{\Gamma A}{\Delta L} \text{ é o coeficiente de difusão.}$$

e ΔL é o comprimento característico do volume de controle correspondente à direção que esta expressão é aplicada.

A solução da equação do momento requer um procedimento para o cálculo dos campos de pressão. Como não há uma equação específica para a pressão, foi empregado o algoritmo SIMPLE (*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation*), desenvolvido por Patankar e Spalding (1972), baseado no algoritmo de Chorin (1967) o qual emprega a equação de conservação de massa para obter uma equação em termos da pressão nos pontos da malha.

Assim, chega-se a um conjunto de sistemas de equações – um para cada variável – todos na forma mostrada na equação (3.3). As soluções destes sistemas foram obtidas, de forma iterativa, devido ao acoplamento entre as equações

diferenciais originais, por um processo *linha-a-linha*. Este processo é uma combinação de um método direto TDMA (*Algorithm for Three-Diagonal Matrix*) como o método de Gauss-Sidel.

Foram utilizadas malhas retangulares, distribuídas de modo que para qualquer valor da razão de aspecto H/L, as faces laterais da cavidade triangular (contorno real) coincidisse com a diagonal de cada volume da malha. Os números de pontos nas direções horizontal e vertical foram determinados de modo a preservar esta condição. O fluxo de calor que incide sobre a superfície da cavidade é decomposto em uma componente horizontal e outra vertical (Figura 3.2).

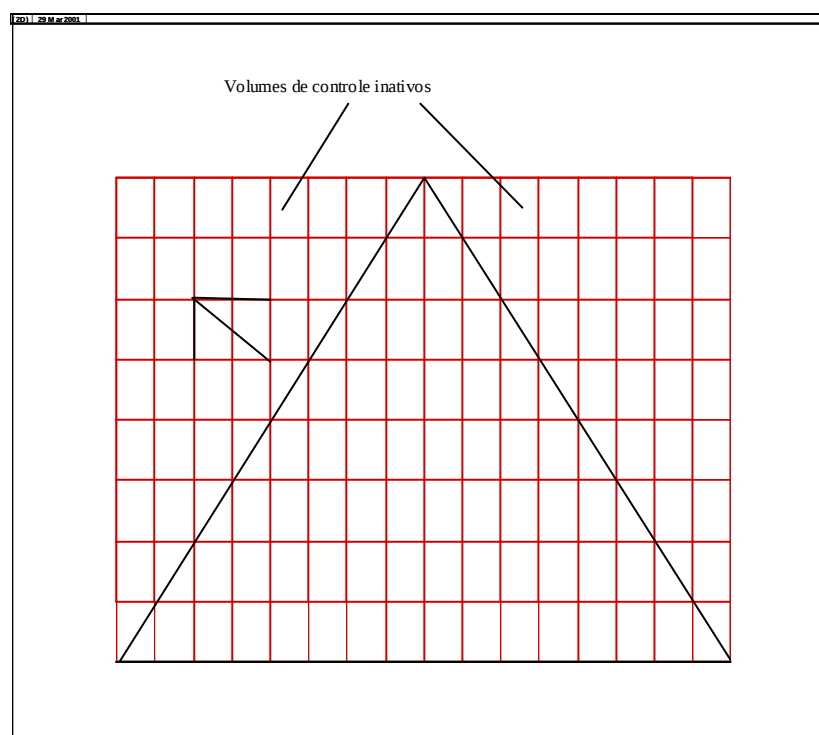


FIGURA 3.2 - Tipo de malha usada para a solução das equações (3.3), mostrando a decomposição do fluxo de calor e os volumes de controle inativos.

Como foi mostrado por Patankar (1980), para evitar soluções não realistas do campo de pressões, são necessárias grades independentes (deslocadas) para as variáveis u, v , e p . Este procedimento, apesar de deixar a programação mais complexa, facilita a aplicação das condições de contorno, já que estas condições passam a ficar exatamente sobre as faces dos volumes de controle principais (das variáveis p e T). Assim, as componentes u e v da velocidade coincidem com as faces do volume de controle para a pressão e temperatura. Por outro lado, isto gera a necessidade de se usar esquemas de interpolação para as grades de u e v .

É difícil garantir a convergência de sistemas de equações não lineares. Para controlar o processo de convergência, foram empregados fatores de sub-relaxação no procedimento da solução, para evitar grandes correções em um passo da iteração, o que poderia causar a divergência do processo. Valores típicos de subrelaxação utilizados foram: $S_u=0,5$; $S_v=0,5$; $S_p=0,7$; $S_T=1$, respectivamente para as componentes u e v da velocidade, pressão e temperatura.

A convergência pode ser verificada em cada iteração seguindo um critério predeterminado. Neste trabalho elegeu-se o critério que considera o erro médio para cada volume de controle, como

$$\frac{\|r_p\|^{\kappa}}{n_p} \leq \varepsilon \quad (3.5)$$

sendo

$$\|r_p\|^{\kappa} = \left[\sum (a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b - a_P \phi_P)^2 \right]^{1/2}$$

a norma euclidiana para a iteração κ ; n_p é o número de pontos da grade. O parâmetro de convergência ε pode ser diferente para cada variável dependendo da ordem de grandeza da variável em estudo. Aqui estabelecemos o parâmetro de convergência como 10^{-5} para todas as variáveis.

O programa computacional foi testado intensivamente e os resultados foram comparados com os apresentados por E.M. del Campo (1988), Karyakin & Sokovishin (1988), Akinsete & Coleman (1979), e Flack & Brun (1995).

3.2 – Técnica de Bloqueio de uma Região

Para resolver numericamente o sistema de equações governantes do nosso problema, na região da cavidade triangular, utilizou-se a técnica de bloqueio (*blocking-off method*) de uma região, apresentada por Patankar (1980), que consiste em tornar inativos alguns volumes de controle de uma grade regular, tal que os volumes de controle que permanecem ativos formam o domínio desejado; em nosso caso, a região triangular.

O contorno é representado por uma série de degraus retangulares, o que, como comprova Patankar, dá bons resultados para contornos simples, como é o caso do nosso problema.

A operação de bloqueio da região consiste em fixar valores conhecidos para a variável ϕ nos volumes de controles inativos. Se a região inativa é uma parte sólida estacionária, as componentes da velocidade na região devem ser tomadas iguais a zero. Se a região deve ser considerada como isotérmica, a temperatura conhecida deve ser fixada para os volumes de controle inativos.

Uma maneira de realizar o bloqueio de uma região é usar grandes termos fontes artificiais. Por exemplo, as velocidades na região inativa podem ser fixadas como zero pelo uso de uma viscosidade muito grande nesta região e do valor zero para a velocidade na fronteira nominal.

O método de bloqueio é também vantajoso em relação ao tempo e ao espaço de memória usados na computação, já que operações simples serão realizadas na região inativa.

Esta técnica também é usada no estudo da convecção no interior da cavidade triangular quando aí se encontra um obstáculo. Quando as equações da velocidade são resolvidas, Γ é considerado igual à viscosidade do fluido, para os pontos da grade que estão na região do fluido, enquanto que para os pontos da grade que ficam na região sólida, Γ é tomado com um valor muito grande (10^{30}).

Para resolver a equação da temperatura, especificamos o campo de Γ usando as condutividades térmicas reais do sólido e do fluido em suas regiões respectivas.

O problema é resolvido como um cálculo de condução-convecção através de todo o domínio; mas, como a velocidade no sólido é zero, o número de Peclet é também zero, e então, um cálculo de condução pura é realizado na região sólida. O resultado da solução nos dá as distribuições de temperatura no sólido e no fluido. Nas interfaces as propriedades são calculadas de modo a satisfazer a continuidade do fluxo de calor. Para a condutividade é empregado o seu valor efetivo $k_e = \frac{2k_1k_2}{k_1 + k_2}$, que é a média harmônica dos valores de k para ambos os lados da interface (k_1 e k_2).

3.3 - Refinamento de Malhas

A fim de se escolher a melhor malha para o procedimento numérico e computacional em cada caso, fizemos um estudo de refinamento de malhas. Apresentamos aqui neste item alguns casos.

3.3.1 – Cavity com temperaturas constantes nas superfícies

As Figuras apresentadas a seguir mostram a influência do refinamento de malha para alguns cálculos de temperatura e de velocidade, considerando a cavidade com temperatura constante quente ($\theta = 1$) na face lateral da esquerda e fria ($\theta = 0$) na face lateral da direita e na base, para $Gr=10^7$, com $H/L=0,5$ e 1.0 .

Na Figura.3.3 encontram-se os resultados para o refinamento da malha no cálculo da temperatura no interior da cavidade, ao longo da linha vertical média, com o parâmetro geométrico $H/L=0,5$. O resultado praticamente não se altera a partir de uma malha formada por 2783 volumes de controle.

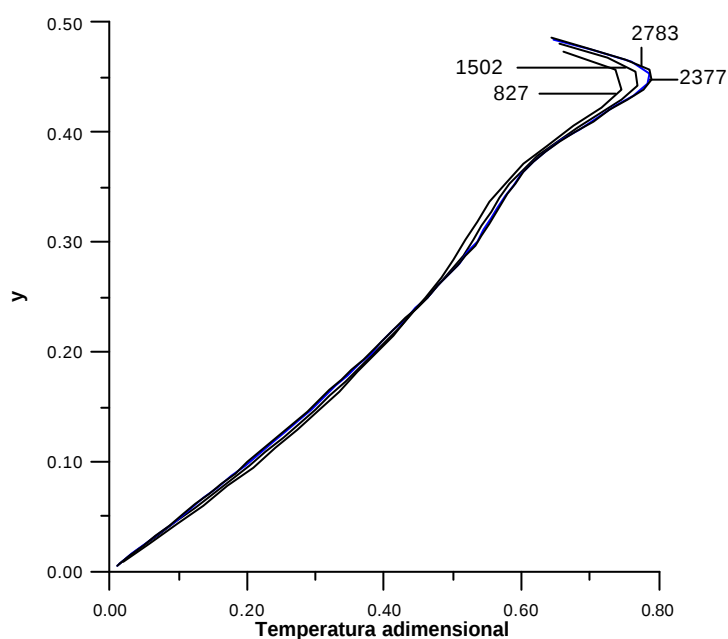


FIGURA 3.3 - Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L=0,5$, $Gr=10^7$, para várias malhas.

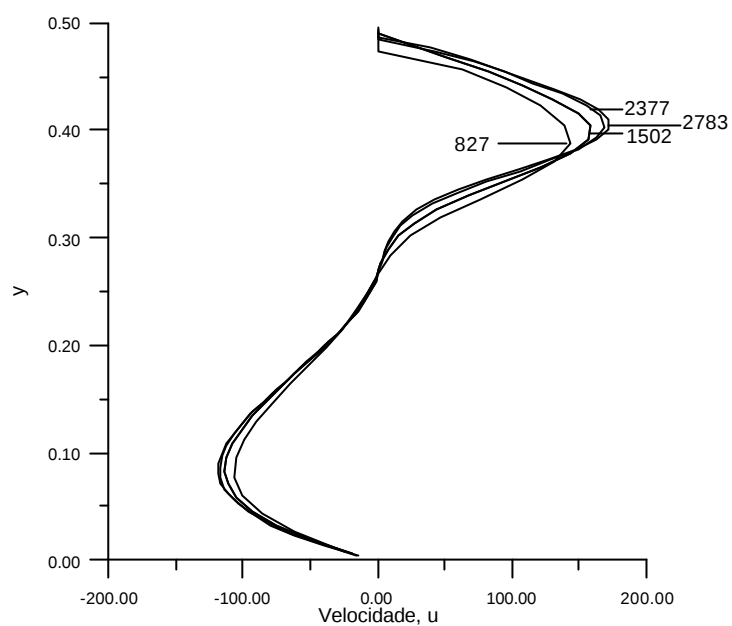


FIGURA 3.4 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média, para $H/L=0,5$, $Gr=10^7$, para várias malhas.

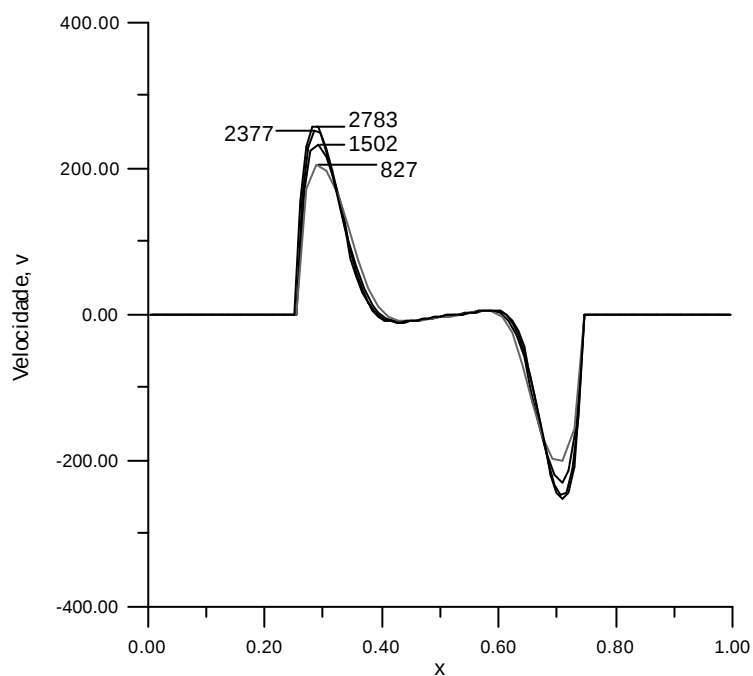


FIGURA 3.5 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=0,5$, $Gr=10^7$, para várias malhas.

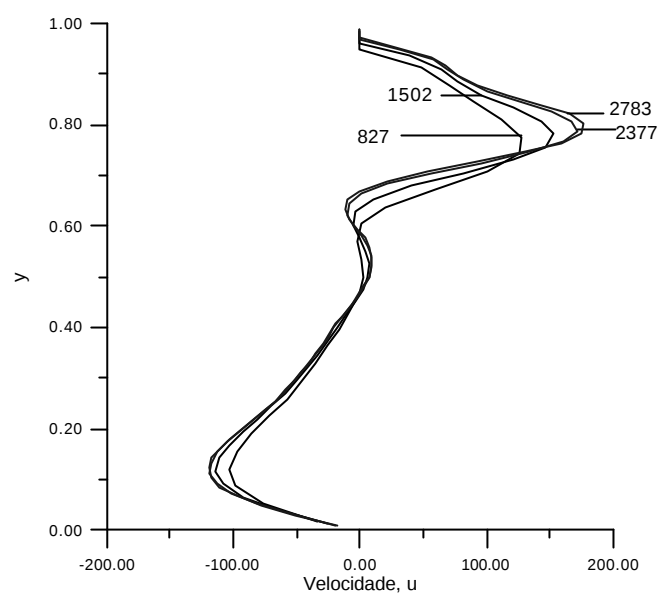


FIGURA 3.6 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média, para $H/L=1,0$, $Gr=10^7$, para várias malhas.

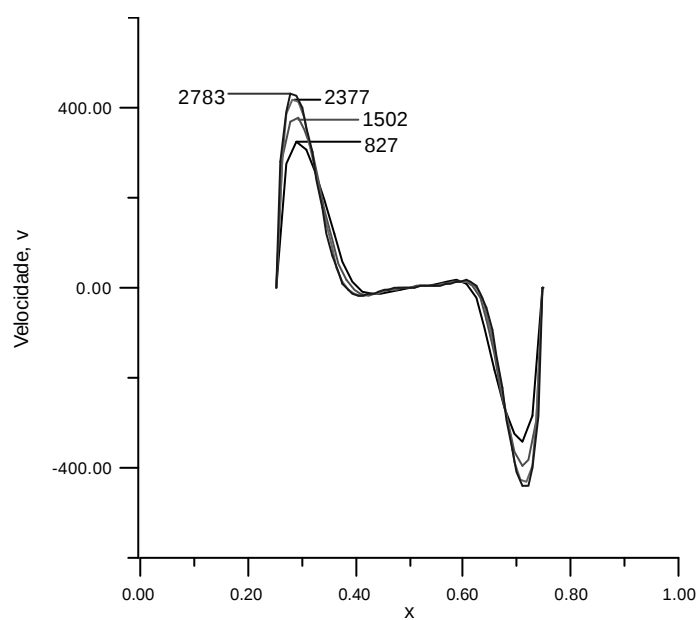


FIGURA 3.7 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L = 1,0$, $Gr=10^7$, para várias malhas.

Pode-se observar pelas figuras apresentadas acima (3.4 a 3.7) que, para o cálculo das componentes da velocidade para $Gr=10^7$ e $H/L = 0,5$ ou $1,0$, os resultados praticamente não se alteram a partir de uma malha com 2783 volumes de controle.

3.3.2 – Cavity com fluxo de calor constante na face esquerda

Neste caso consideramos o refinamento de malhas para a cavidade triangular recebendo um fluxo de calor constante na face lateral esquerda (quente), estando com a face lateral da direita fria ($\theta = 0$) e a base mantida adiabática, para $Gr=10^7$ e H/L igual a 0,5; 1,0; 2,0 e 5,0.

As figuras seguintes mostram, para alguns casos, a influência do refinamento de malha no cálculo do número de Nusselt, da temperatura e das componentes vertical e horizontal da velocidade na cavidade.

Pode-se notar que para os casos em que o parâmetro H/L é igual a 0,5 (Figuras 3.8 a 3.10), os resultados pouco se alteram a partir de uma malha de 2377 volumes de controle. Para valores de H/L acima de 1,0 (Figuras 3.11 a 3.21), os resultados pouco se alteram a partir de uma malha de 3452 volumes de controle, que foi usada para os cálculos.

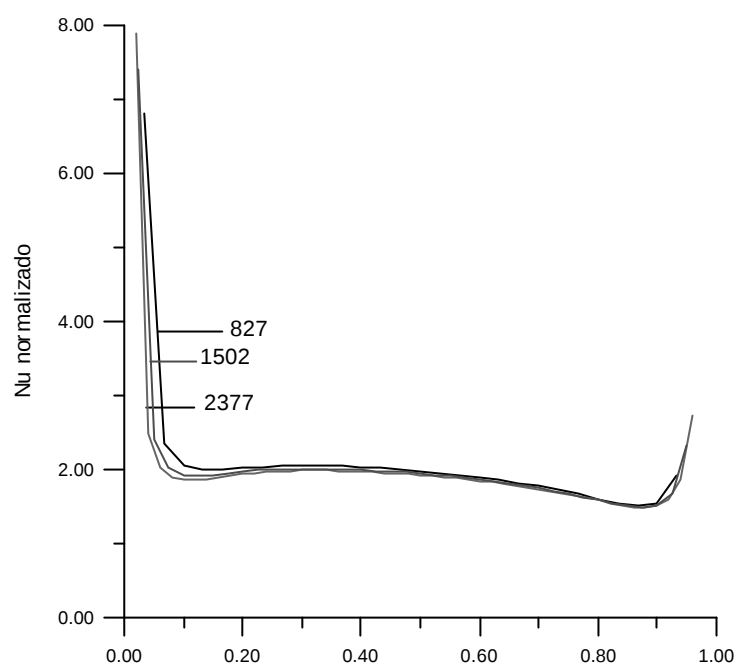


FIGURA 3.8 – Número de Nusselt normalizado ao longo da face esquerda da cavidade para $H/L = 0,5$ e $Gr = 10^7$, para várias malhas.

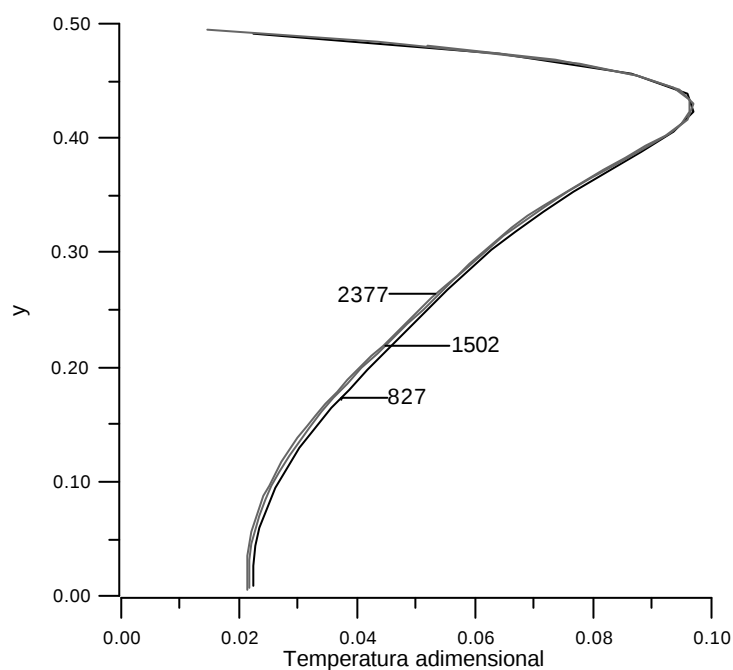


FIGURA 3.9 – Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade para $H/L = 0,5$ e $Gr = 10^7$, para várias malhas.

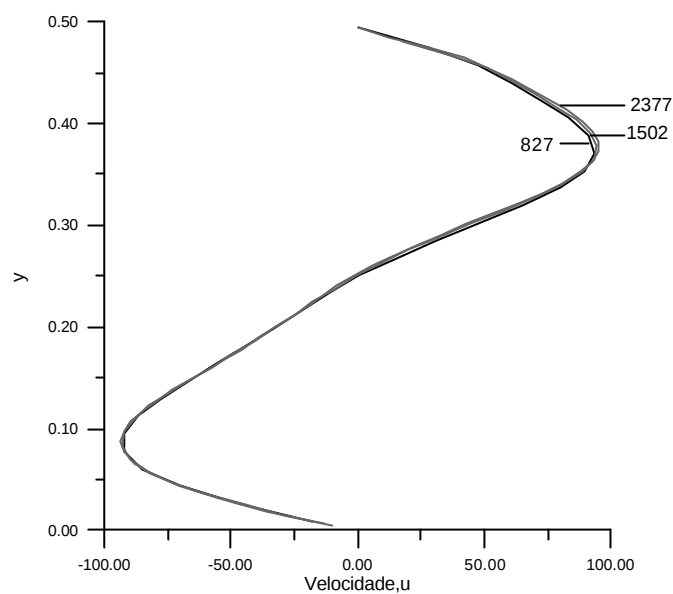


FIGURA 3.10 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L = 0,5$ e $Gr = 10^7$, para várias malhas.

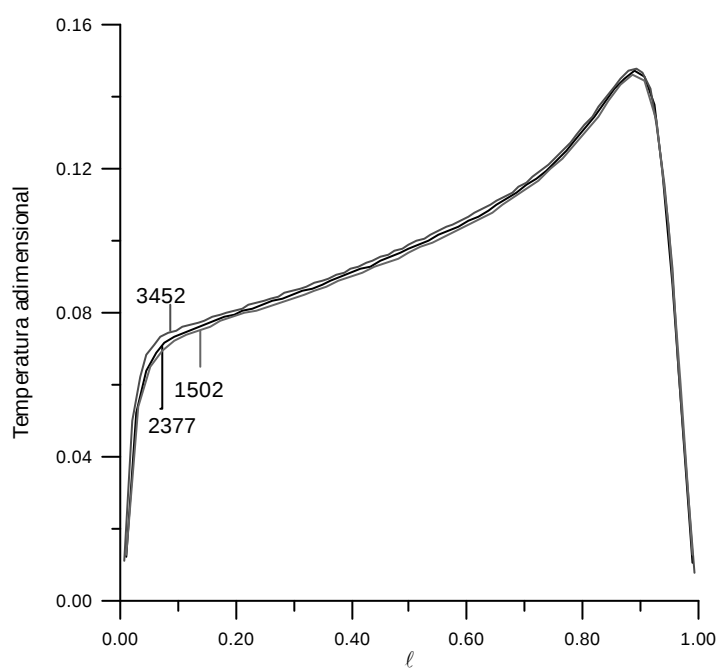


FIGURA 3.11 - Temperatura ao longo da parede lateral da esquerda da cavidade , para $H/L = 1,0$ e $Gr = 10^7$, para várias malhas.

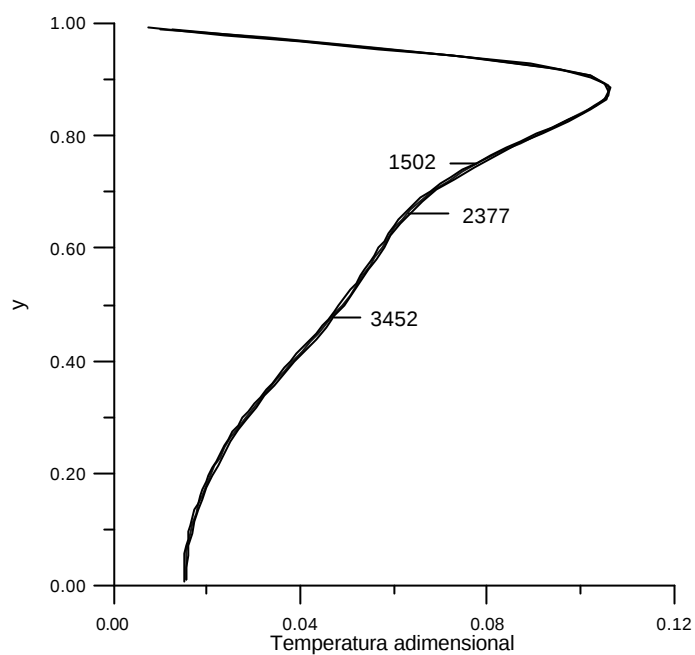


FIGURA 3.12 - Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade para $H/L=1,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

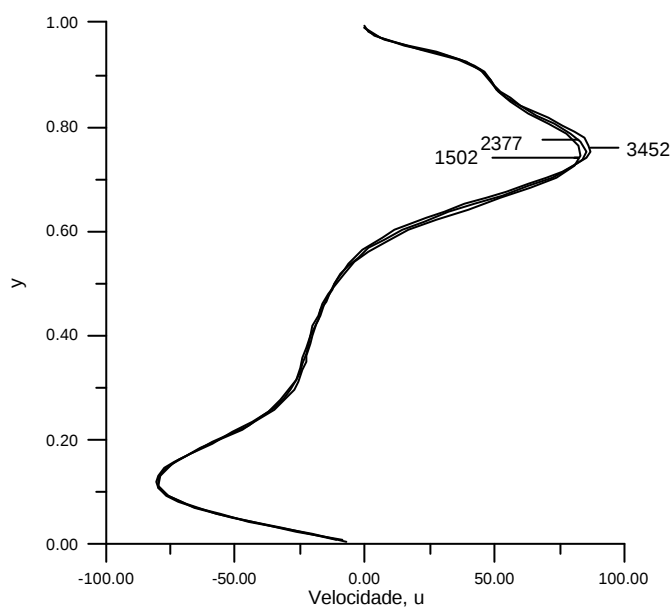


FIGURA 3.13 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L=1,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

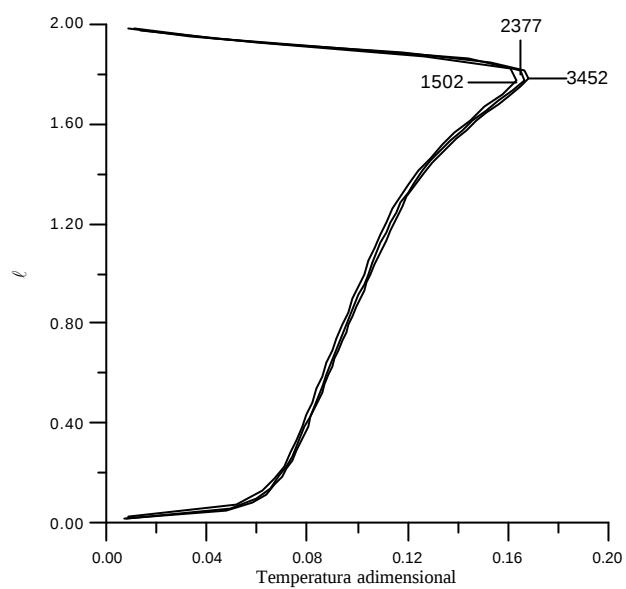


FIGURA 3.14 - Temperatura ao longo da parede lateral da esquerda da cavidade, para $H/L=2,0$, $Gr=10^7$, para várias malhas.

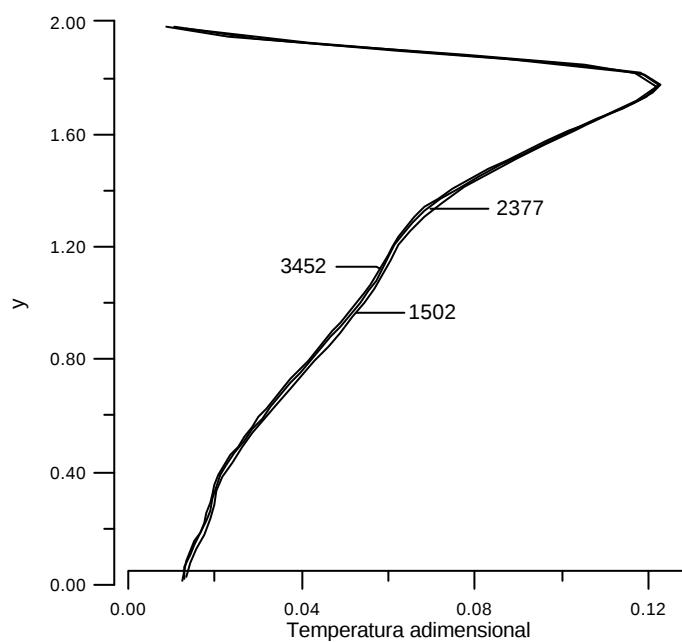


FIGURA 3.15 - Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade para $H/L=2,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

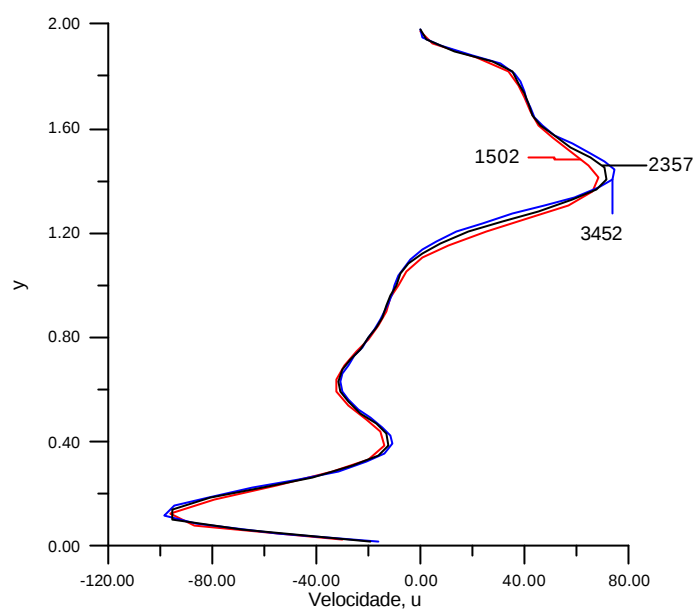


FIGURA 3.16– Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L=2,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

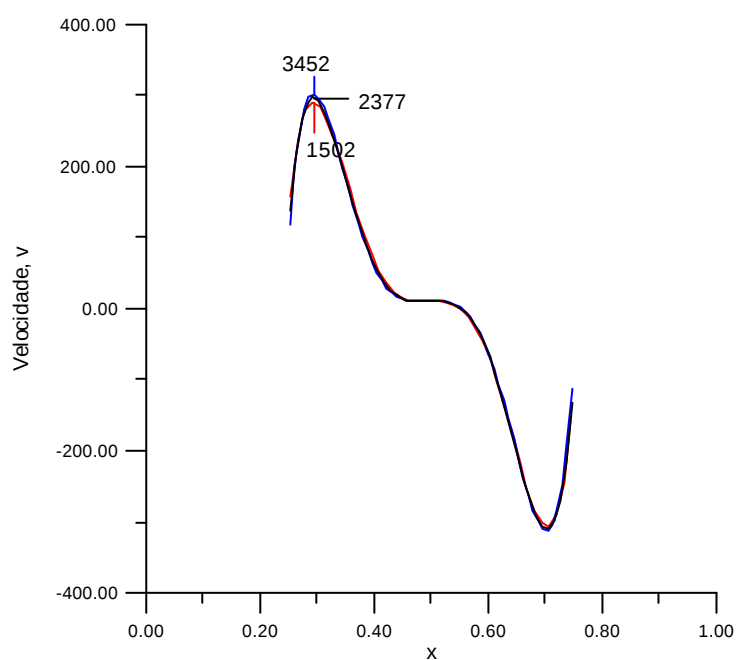


FIGURA 3.17 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=2,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

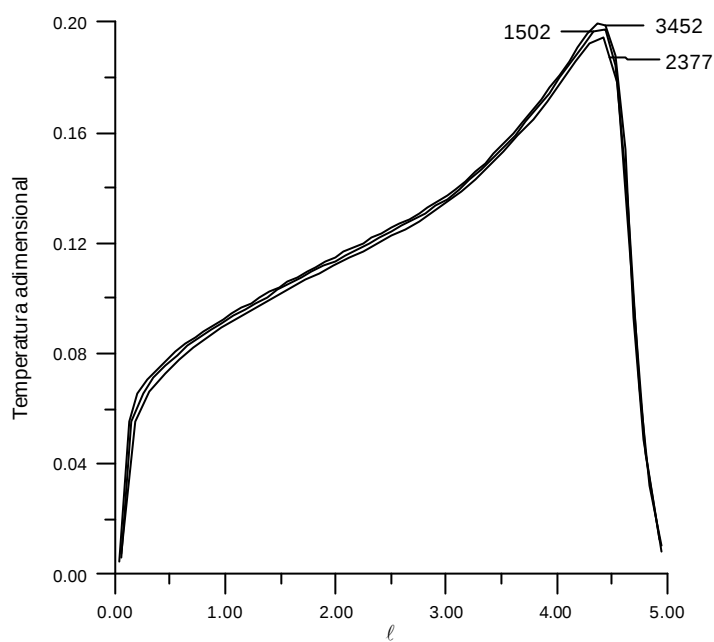


FIGURA 3.18 - Temperatura ao longo da parede lateral da esquerda da cavidade , para $H/L=5,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

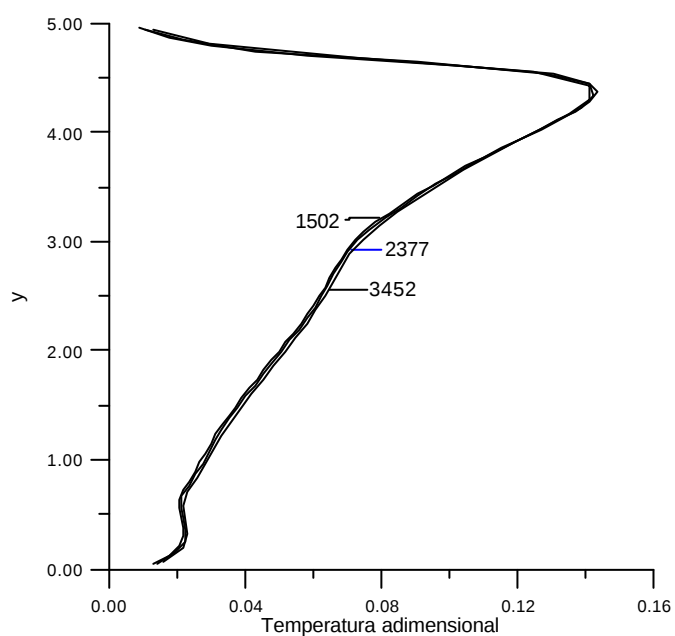


FIGURA 19 - Temperatura ao longo da linha vertical média da cavidade para $H/L=5,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

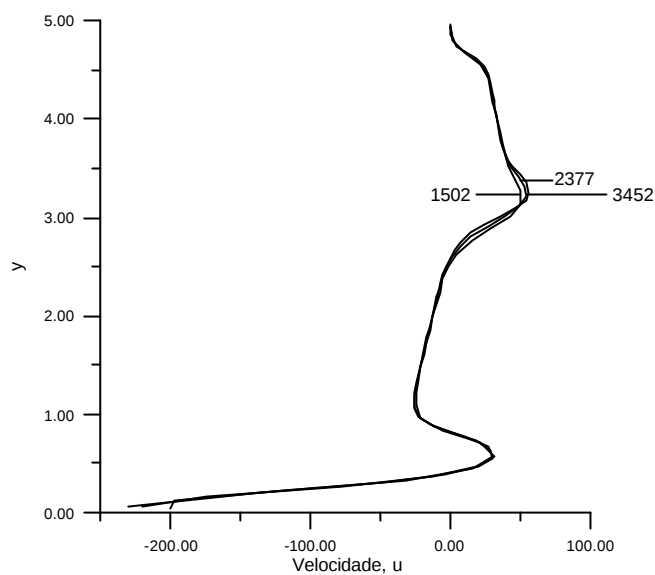


FIGURA 3.20 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade, para $H/L=5,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

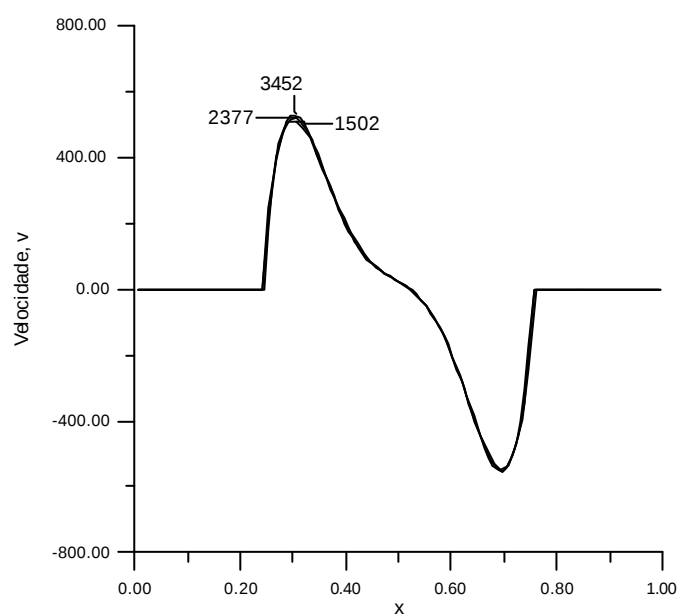


FIGURA 3.21 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=5,0$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

3.3.3 – Caverna com fluxo de calor constante e obstáculo no seu interior.

A seguir é apresentado a influência do refinamento de malhas para alguns cálculos, no caso em que a caverna triangular tem um obstáculo sólido retangular na sua base, com comprimento $0,20L$ e altura $0,30H$ (Fig.3.23), recebendo um fluxo de calor constante na face lateral da esquerda, com a face lateral da direita e a base mantidas frias ($\theta = 0$), para $Gr=10^7$.

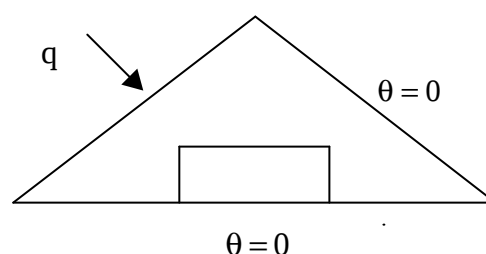


FIGURA 3.22 - Caverna retangular com obstáculo sobre o centro de sua base

Da análise das figuras 3.23 a 3.26, conclui-se que, tanto para o cálculo das temperaturas como das componentes horizontal e vertical das velocidades, os resultados pouco se alteram a partir de uma malha de 3452 volumes de controle, que foi usada nas simulações.

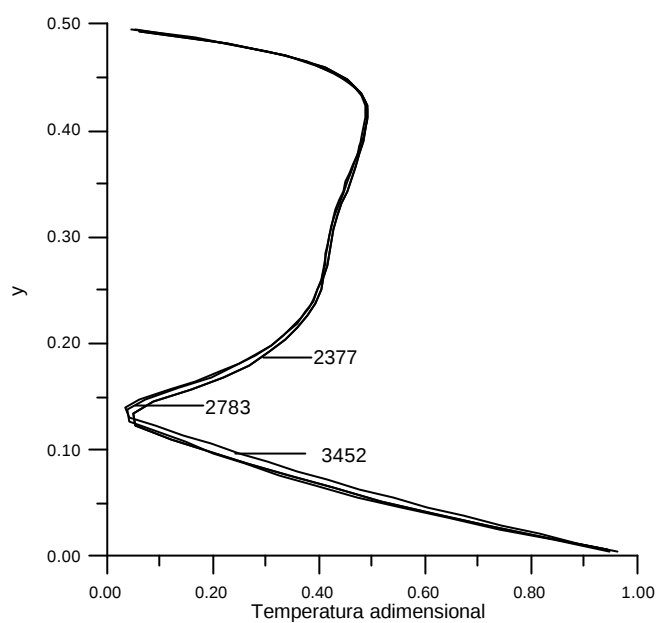


FIGURA 3.23 – Temperatura ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

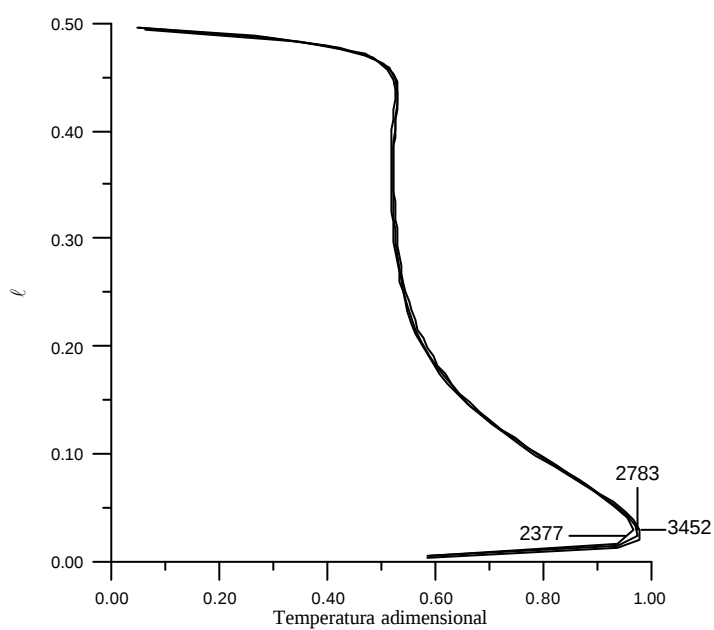


FIGURA 3.24 – Temperatura ao longo da parede quente para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

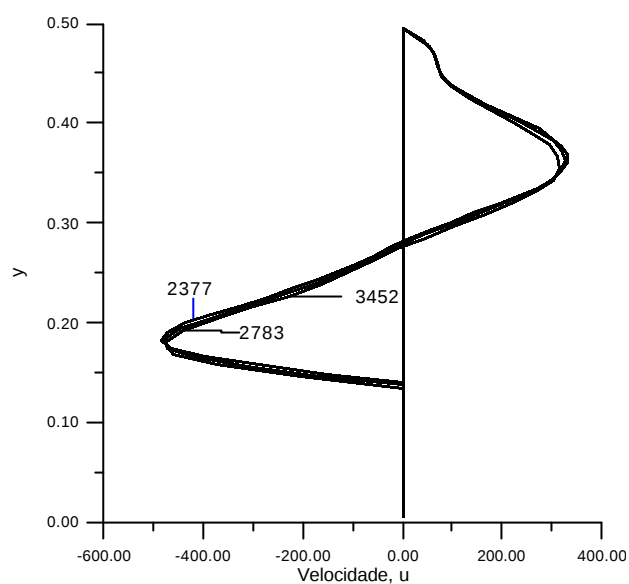


FIGURA 3.25 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha central vertical da cavidade, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

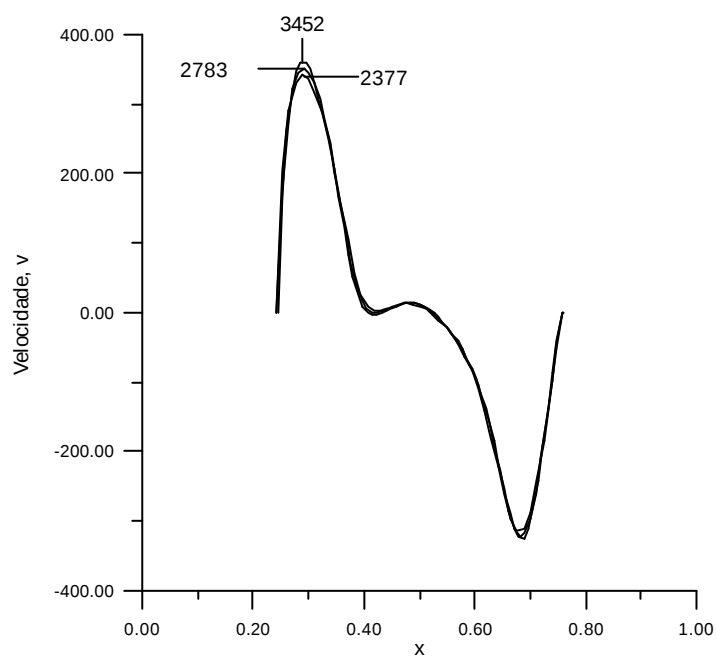


FIGURA 3.26 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, para várias malhas.

3.3.4 – Cavity com um fluxo de calor variável no tempo.

A influência do refinamento de malha é aqui apresentado para alguns cálculos realizados no caso em que a cavidade triangular recebe na face lateral da esquerda um fluxo de calor variável com o tempo, que simula a ação do sol variando das 6.00 horas da manhã até as 18.00 horas, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, quando o ângulo de inclinação do fluxo de calor é de 60° .

A análise das figuras 3.27 a 3.30 mostra que é suficiente usar uma malha de 2783 volumes de controle.

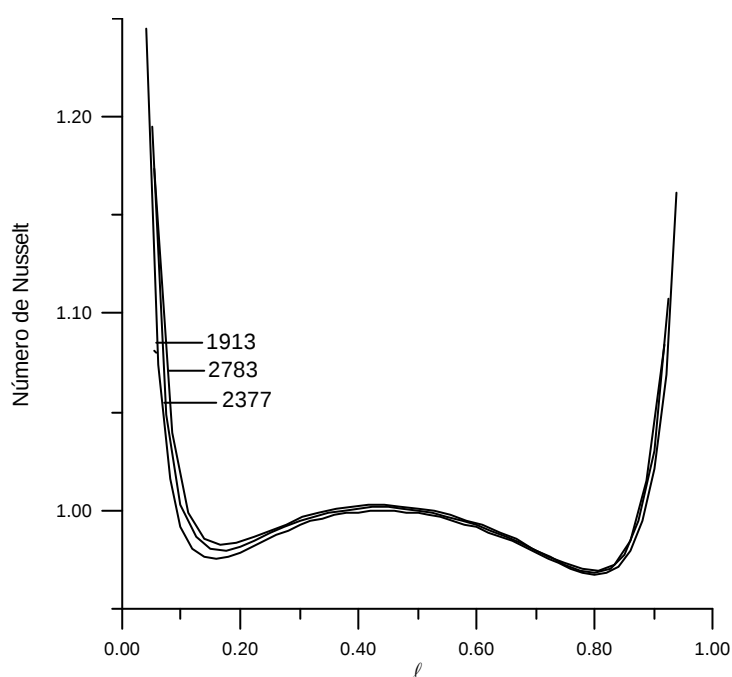


FIGURA 3.27 - Número de Nusselt normalizado ao longo da face lateral esquerda da cavidade, com $H/L=0.5$ e $Gr=10^7$, com $\gamma = 60^\circ$, para várias malhas.

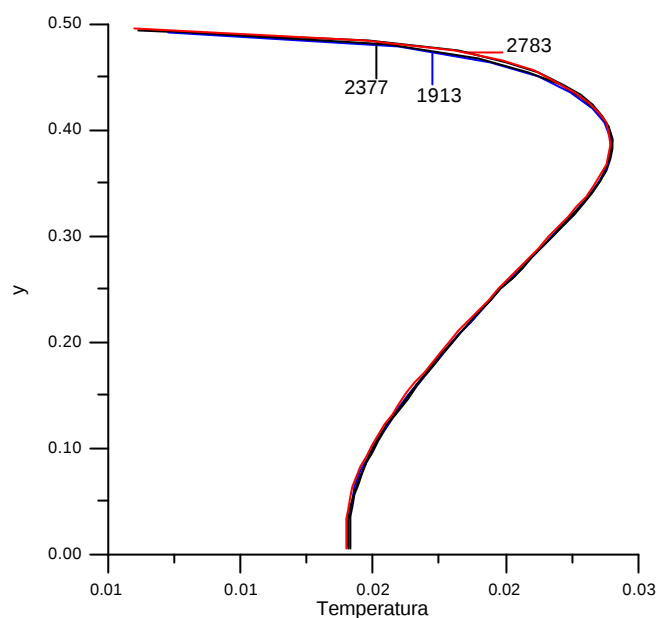


FIGURA 3.28– Temperatura ao longo da linha vertical central da cavidade para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, com $\gamma = 60^\circ$, para várias malhas.

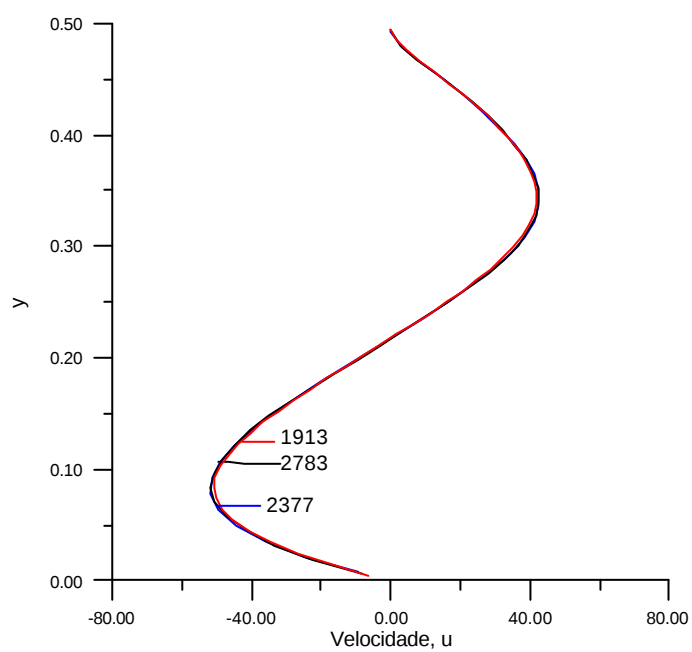


FIGURA 3.29 – Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, com $\gamma = 60^\circ$, para várias malhas.

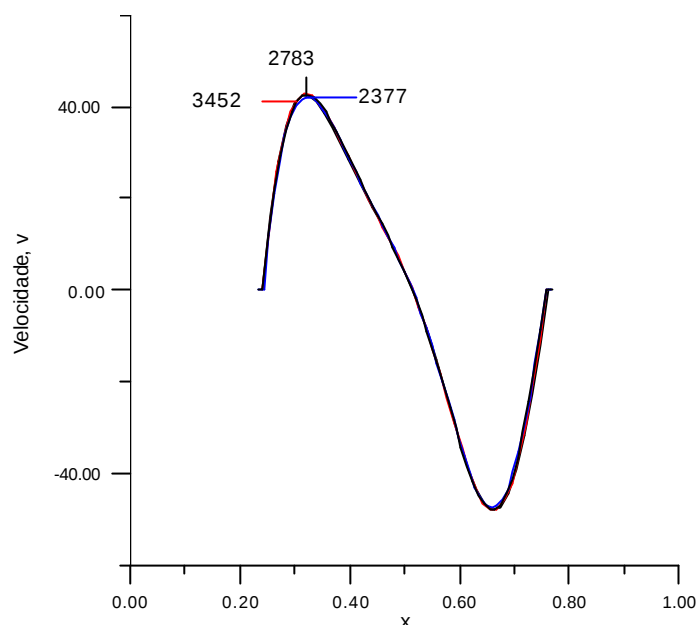


FIGURA 3.30 – Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^7$, com $\gamma = 60^\circ$, para várias malhas.

3.4 Refinamento do tempo no regime transiente

A influência do refinamento do intervalo de tempo, no cálculo em regime transiente, é aqui apresentado para alguns casos realizados, onde a cavidade recebe um fluxo de calor constante na superfície lateral esquerda, estando a direita com temperatura adimensional nula e base adiabática. As Figuras seguintes mostram o refinamento do intervalo de tempo usado no regime transiente. Concluiu-se que um intervalo de tempo adimensional de 10^{-5} é suficiente para se realizar os cálculos, já que para valores menores que este, os resultados pouco se alteram, como mostram as Figuras 3.30 a 3.34. Elas mostram alguns resultados obtidos para o tempo adimensional $t = 1,88 \times 10^{-2}$, que corresponde à metade do tempo total.

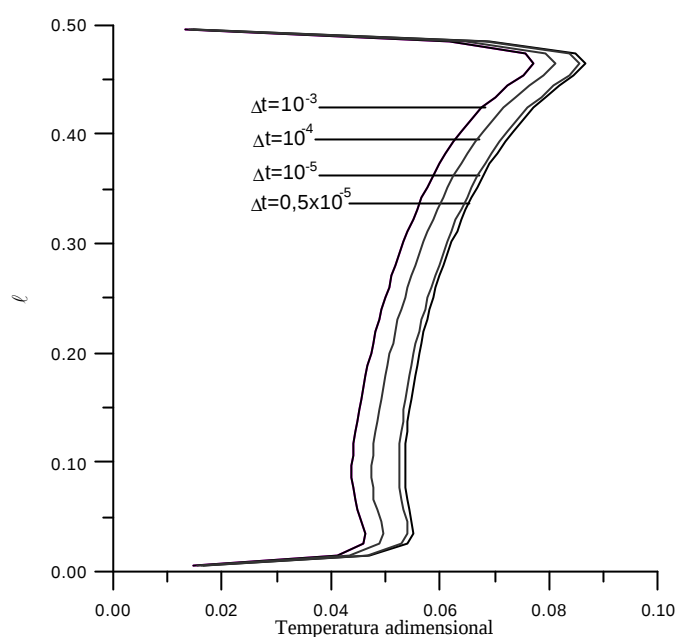


FIGURA 3.31 - Temperatura adimensional ao longo da superfície aquecida, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^8$, para vários valores do intervalo de tempo.

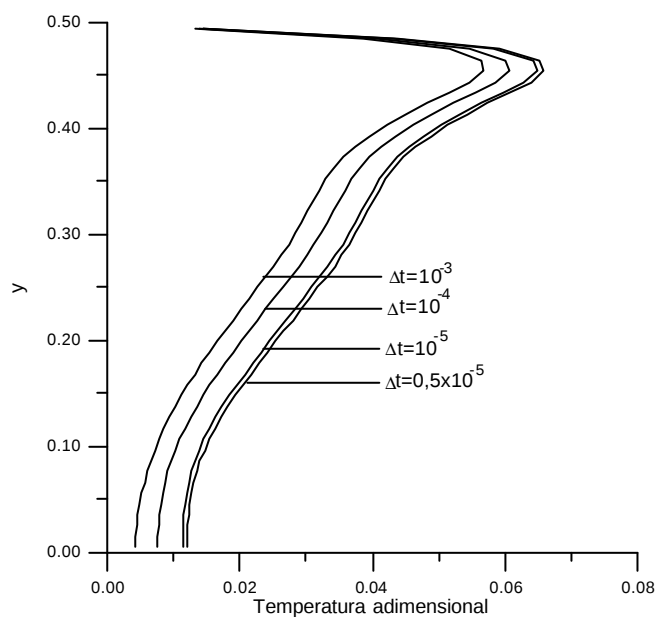


FIGURA 3.32 - Temperatura adimensional ao longo da linha vertical média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^8$, para vários valores do intervalo de tempo.

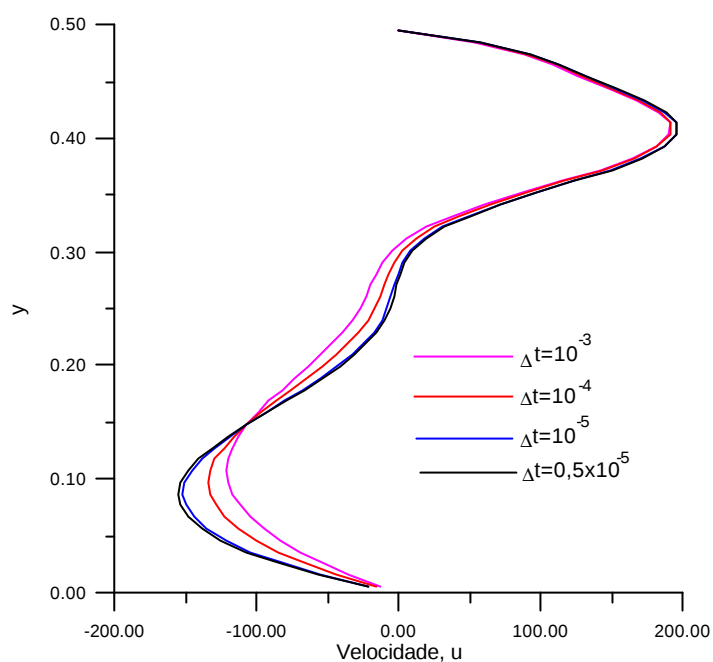


FIGURA 3.33 - Componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^8$, para vários valores do intervalo de tempo.

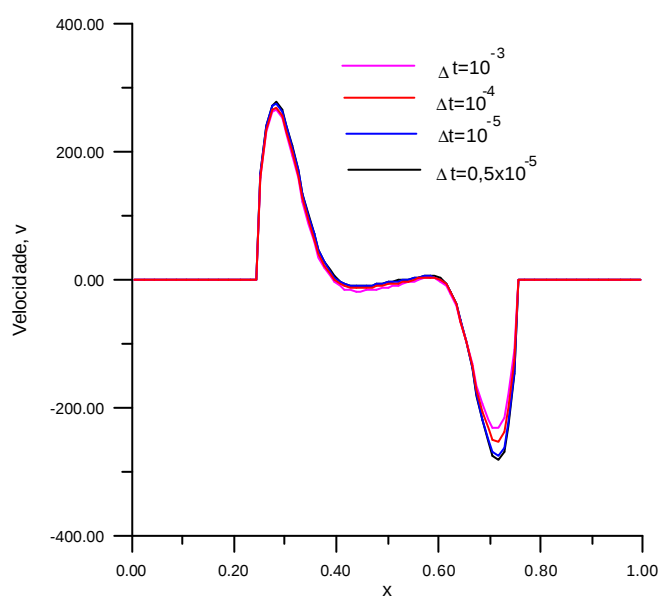


FIGURA 3.34 - Componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média, para $H/L=0,5$ e $Gr=10^8$, para vários valores do intervalo de tempo.

4 VALIDADE DO MÉTODO

Visando validar o método numérico empregado e o programa computacional desenvolvido neste trabalho, foi resolvido o caso da convecção natural, no interior de uma cavidade triangular isósceles, com temperaturas constantes nas paredes laterais e na base, ou adiabáticas, para varias combinações de condições de contorno, conforme encontrado na literatura, possibilitando assim a comparação dos resultados.

Utilizou-se dois trabalhos disponíveis na literatura, que mostram os estudos de convecção natural em cavidades triangulares, para realizar a comparação e comprovar a validade do método utilizado em nosso trabalho. O de Del Campo et al.(1988) e o de Flack e Brun (1995). Ambos tratam do estudo da convecção térmica no interior da cavidade triangular considerando as temperaturas nas faces laterais e na base constantes, ou com condições adiabáticas.

4.1 Comparação com os resultados de Del Campo et al. (1988)

Del Campo et al. apresentaram os resultados para a convecção natural, em regime permanente, em cavidades triangulares e isósceles, para sete situações diferentes de condições de contorno (Figura 4.1), considerando as temperaturas das paredes laterais e da base, quente (1), fria (0) ou adiabática (a), variando o número de Grashof e o parâmetro geométrico H/L . A faixa de número de Grashof varia de 10^4 a 10^6 , enquanto o parâmetro geométrico H/L varia de 0,1 a 10.

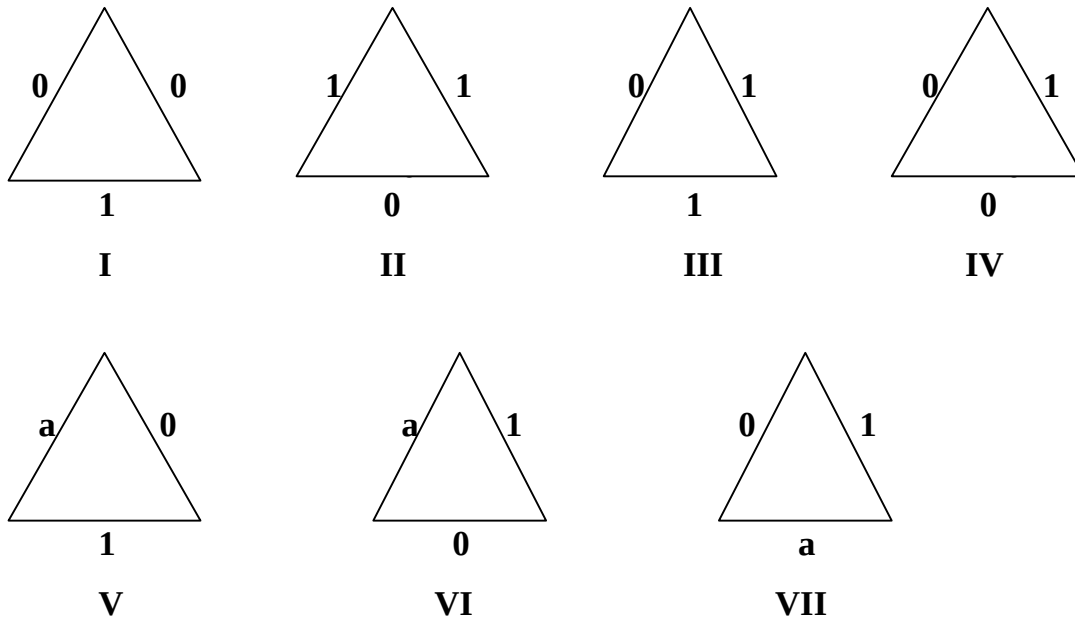
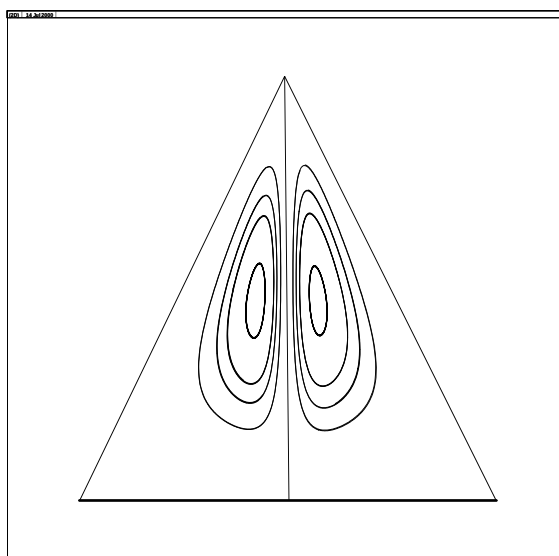


FIGURA 4.1 – Casos de condições de contorno consideradas por Campo, e neste estudo, para comparação: a – adiabático; 1 – temperatura adimensional quente; 0 – temperatura adimensional fria.

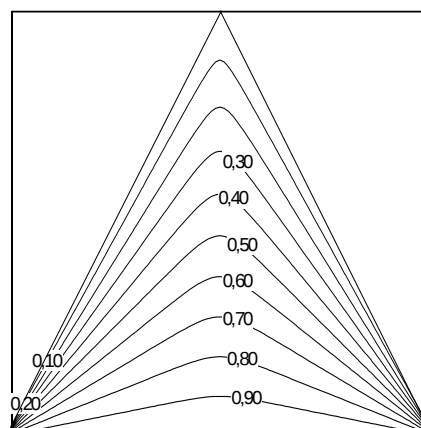
Esses resultados foram utilizados como parâmetros de comparação para os obtidos neste trabalho. Na Figura 4.1 estão resumidos os casos estudados em ambos os trabalhos. As Figuras 4.2 até 4.21 mostram os resultados obtidos neste trabalho e os obtidos por Campo e seus colaboradores.

Foram refeitos todos os casos estudados e apresentamos as linhas de corrente e as isotérmicas para cada caso. Comparando os resultados podemos verificar que, com pequenas diferenças, são compatíveis entre si.

As dimensões dos triângulos mostrados nas figuras são adimensionais e foram desenhados de tal modo que a relação entre a base e a altura não é sempre a mesma do parâmetro H/L dos cálculos. Este procedimento foi adotado porque uma apresentação dimensional poderia obscurecer os detalhes para grandes valores de H/L .



(a)



(b)

FIGURA 4.2 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso I (Figura 4.1), com $Gr=10^4$ e $H/L=0,1$, deste trabalho.

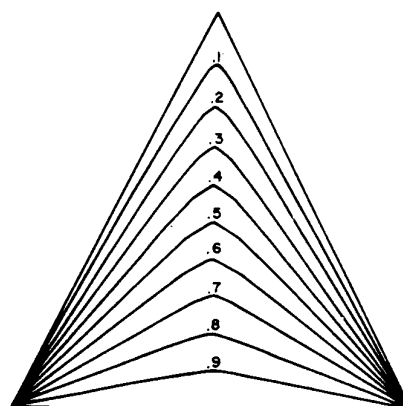
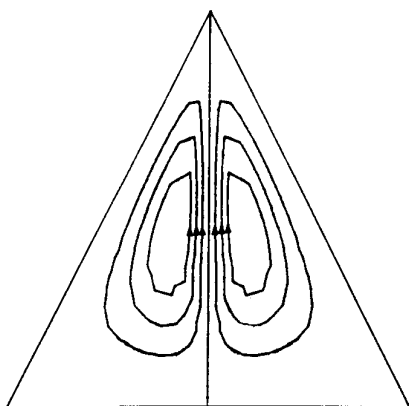
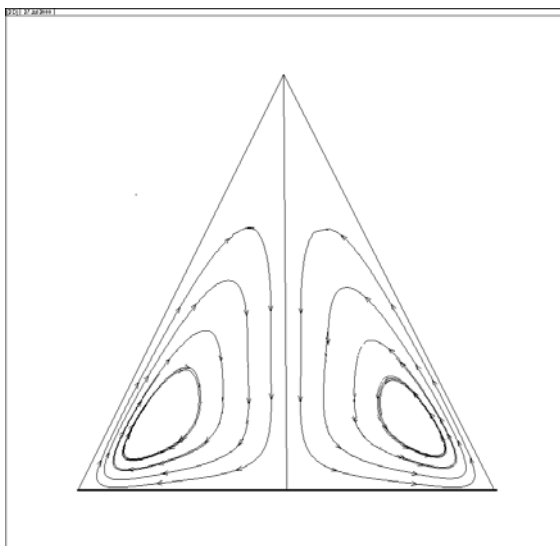
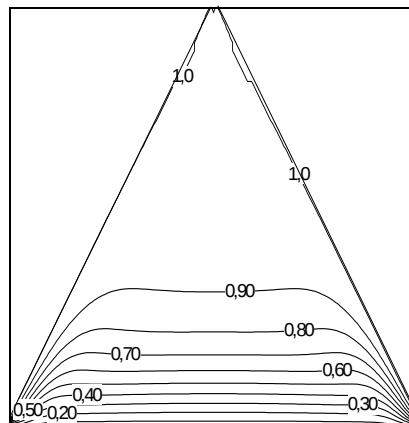


FIGURA 4.3 - Resultados de Campo et al., para o caso acima.



(a)



(b)

FIGURA 4.4 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso II (Figura 4.1), com $Gr=10^6$ e $H/L=1$, deste trabalho.

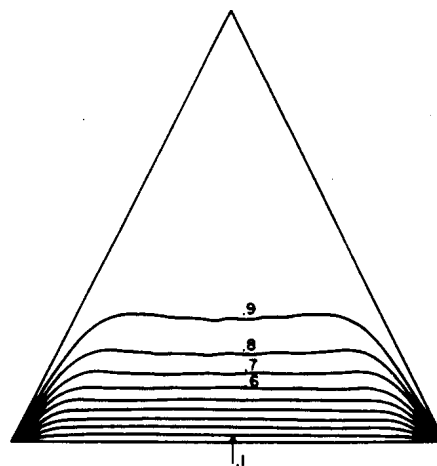
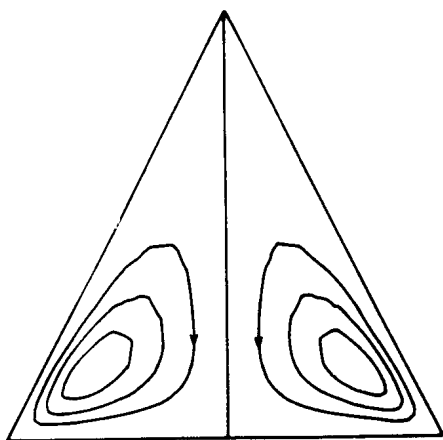


FIGURA 4.5 - Resultados de Campo et al., para o caso acima.

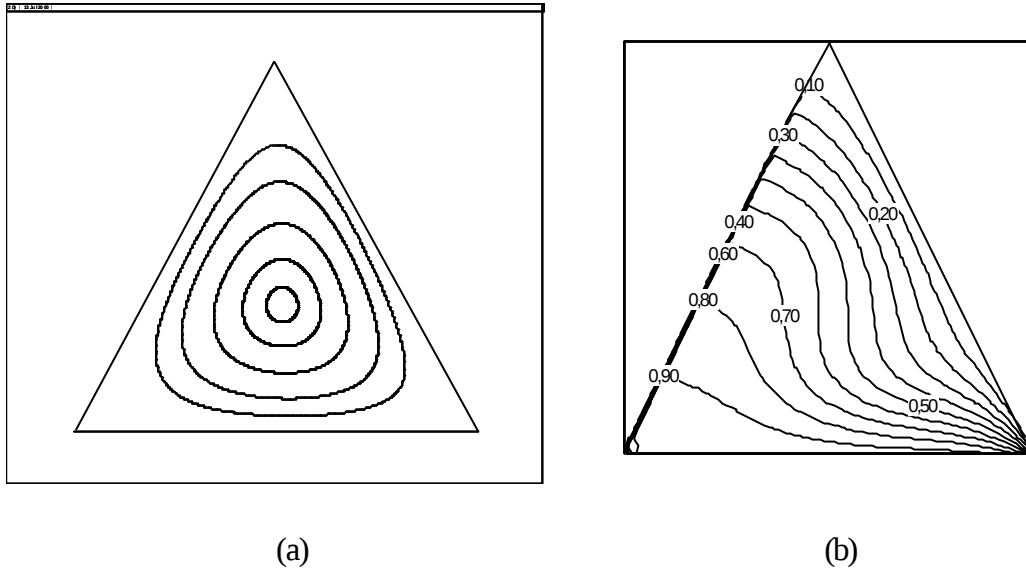


FIGURA 4.16 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso V (Fig. 4.1) com $Gr=10^4$ e $H/L=1$, deste trabalho.

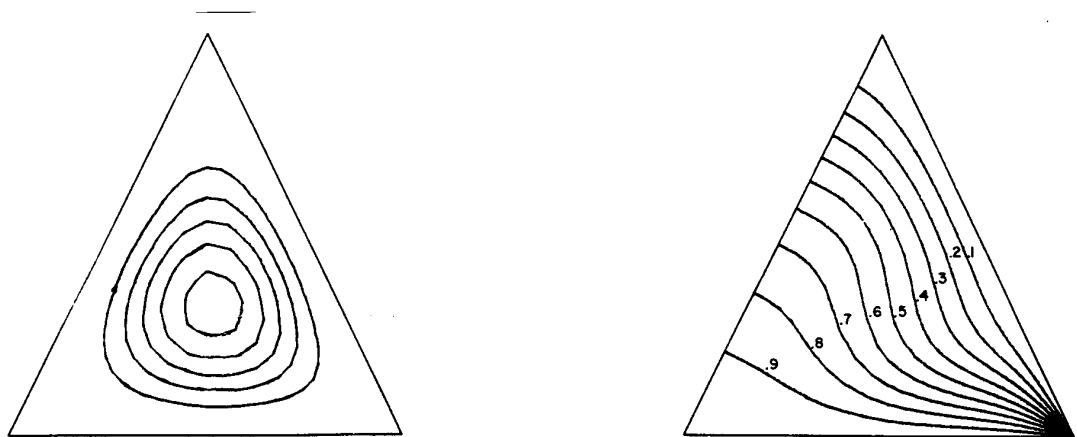


FIGURA 4.17 - Resultados de Campo et al.³, para o caso acima.

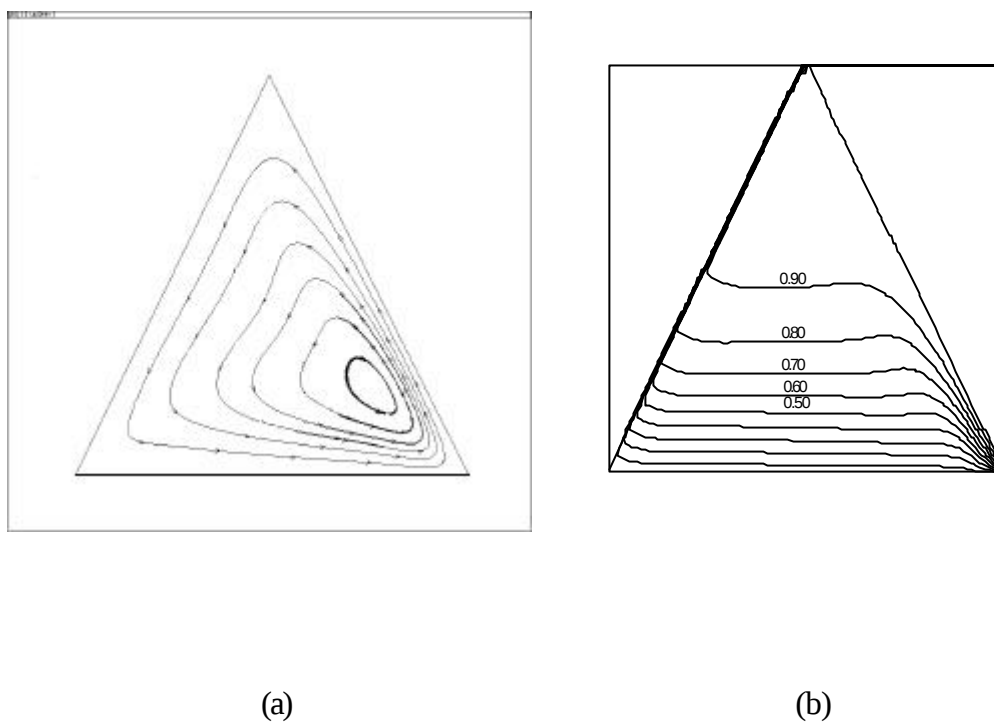


FIGURA 4.18 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso VI (Fig. 4.1) com $Gr=10^6$ e $A=1$, deste trabalho.

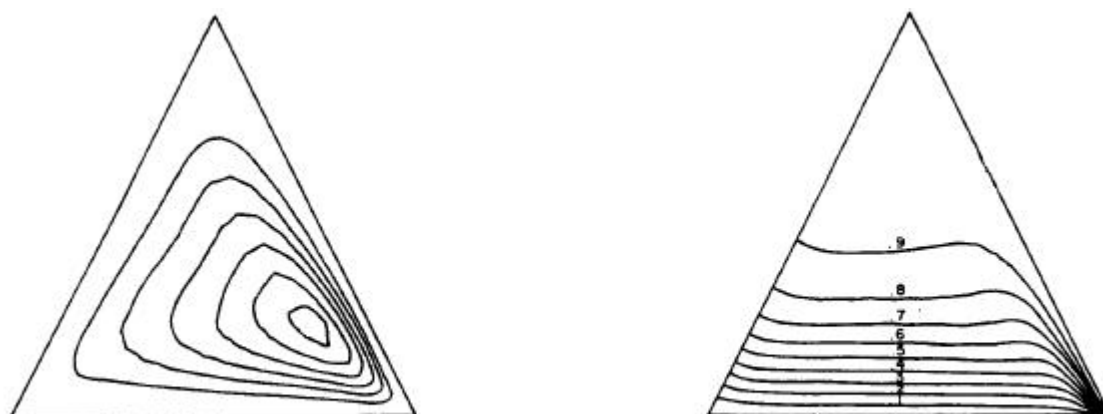


FIGURA 4.19 - Resultados de Campo et al.³ para o caso acima.

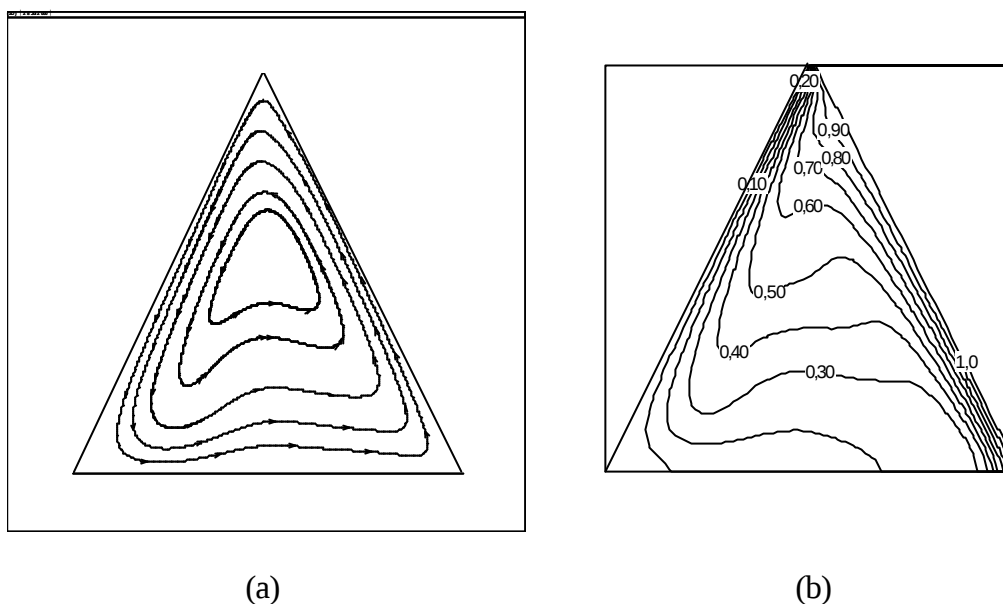


FIGURA 4.20 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para o caso VII (Fig. 4.1) com $Gr=10^6$ e $H/L=1$, deste trabalho.

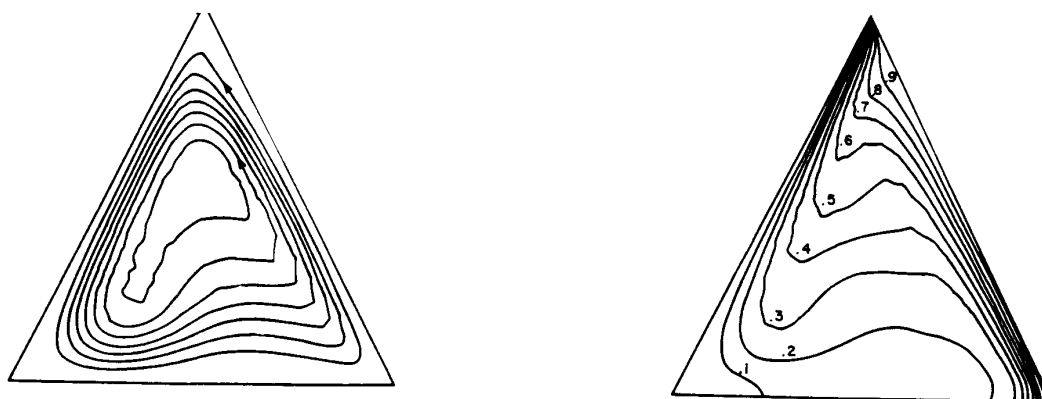


FIGURA 4.21 – Resultados de Campo et al.³ para o caso acima.

4.2 Comparação com os resultados de Flack e Brun⁷.

Flack e Brun⁷ apresentaram o resultado da convecção natural em uma cavidade triangular, para $H/L=0,5$ e $Gr=8,38 \times 10^6$, com a parede lateral da esquerda e a base fria ($\theta=0$) e a superfície da direita quente ($\theta=1$). Comparando-se os resultados com os obtidos em nosso trabalho, vemos que são compatíveis entre si.

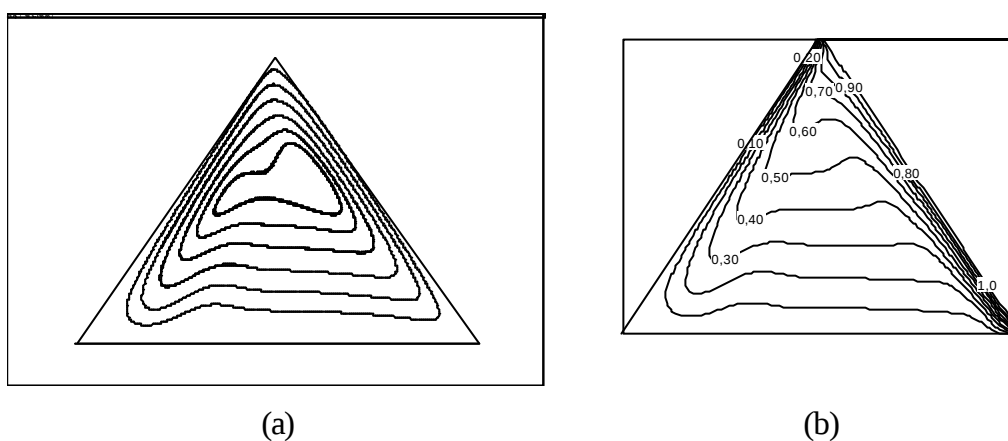


FIGURA 4.22 - (a) Linhas de corrente e (b) isotérmicas para $Gr=8,38 \times 10^6$ e $H/L=0,5$, deste trabalho.

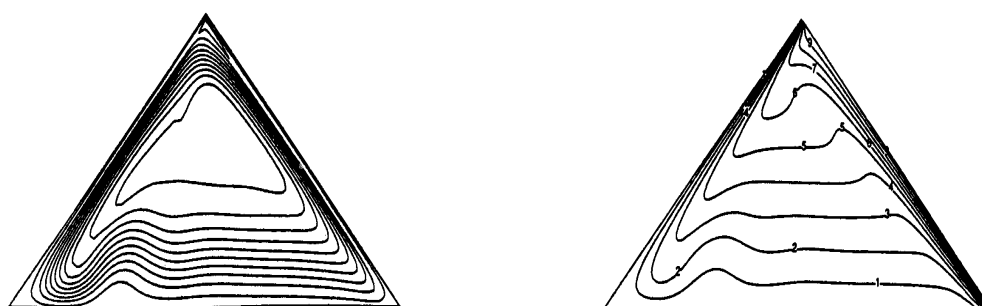


FIGURA 4.23 – Resultados de Flack e Brun para o caso acima.

5 CAVIDADE COM FLUXO DE CALOR CONSTANTE EM UMA DAS FACES – REGIME PERMANENTE

Uma vez verificada a coerência dos resultados obtidos com o programa desenvolvido e os resultados encontrados na literatura, este programa foi utilizado para simular o comportamento de cavidades triangulares sujeitas a fluxo de calor em uma ou mais superfícies.

Algumas combinações de condições de contorno foram simuladas conforme descrito na seqüência do trabalho.

5.1 Cavidade com a base adiabática e a face lateral direita fria.

Neste caso um fluxo de calor constante atinge a superfície lateral esquerda da cavidade, estando a outra face fria e a base adiabática, conforme a Figura 5.1.

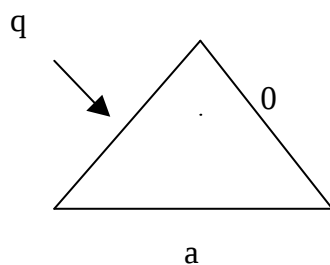


FIGURA 5.1 - Cavidade com fluxo de calor constante na superfície lateral esquerda, temperatura fria (0) na superfície lateral direita, e base adiabática (a).

As equações (2.7) a (2.10) foram resolvidas com as seguintes condições de contorno:

$$0 \leq x \leq 0,5; \quad y = 2Hx/L; \quad u = v = 0, \quad \partial\theta/\partial n = -1;$$

$$0,5 \leq x \leq 1, \quad y = 2H(1-x)/L; \quad u = v = 0, \quad \theta = 0 \quad (5.1)$$

$$0 \leq x \leq 1, \quad y = 0; \quad u = v = 0; \quad \partial\theta/\partial y = 0$$

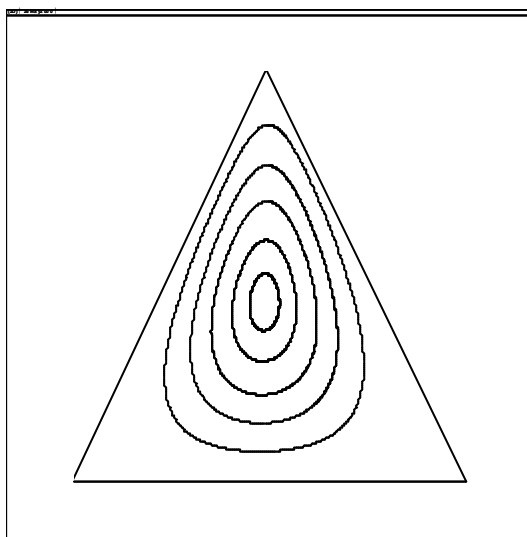
Estudou-se os casos em que o parâmetro H/L tem os valores 0,5 (equivalente a uma inclinação das superfícies laterais de 45°); 1,0 ($63,4^\circ$); 2,0 (76°) e 5,0 ($84,3^\circ$), com os valores do número de Grashof variando de 10^3 a 10^8 .

Os resultados são apresentados mostrando-se, em cada caso:

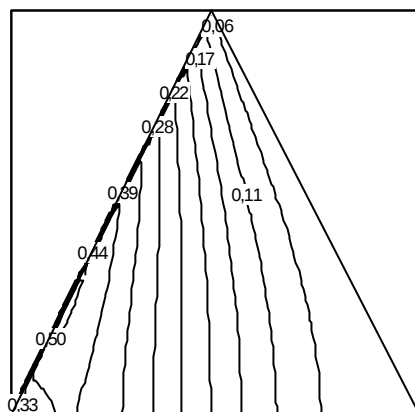
- (a) a variação das isotérmicas e das linhas de corrente no interior da cavidade;
- (b) os perfis da temperatura adimensional ao longo da superfície que recebe o fluxo de calor, e/ou ao longo da linha vertical central da cavidade;
- (c) os perfis das componentes horizontal e vertical da velocidade ao longo da linha vertical central e da linha horizontal passando na altura média da cavidade.

Para facilitar a análise dos resultados, apresenta-se inicialmente, para a situação em que $H/L=0,5$ - inclinação das superfícies laterais de 45° - a variação das linhas de corrente e das isotérmicas, com o número de Grashof variando de 10^3 a 10^8 (Figura 5.2). Em seguida, são apresentados os mesmos resultados, fixando-se, agora, o valor de Gr (10^3 , 10^5 , 10^7 , 7×10^7 e 10^8), e variando o parâmetro H/L (0,5; 1,0; 2,0 e 5,0). As figuras seguintes mostram esses resultados.

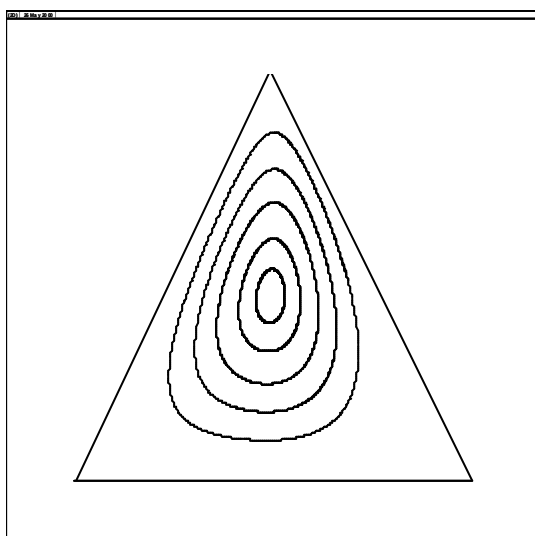
5.1.1 Isotérmicas e linhas de corrente para $H/L=0,5$ – inclinação de 45° - com variação de Gr



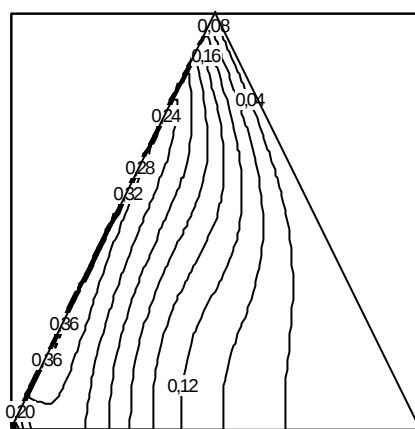
(a)



(b)

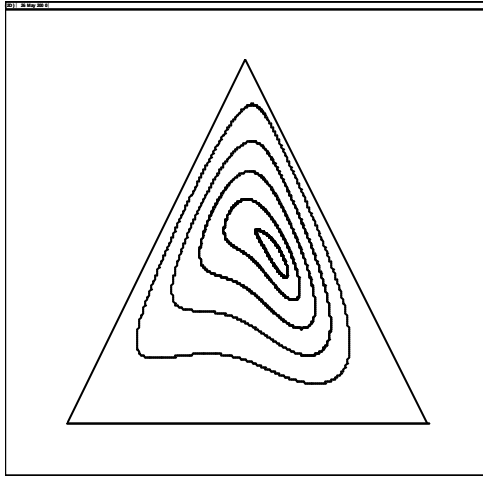


(c)

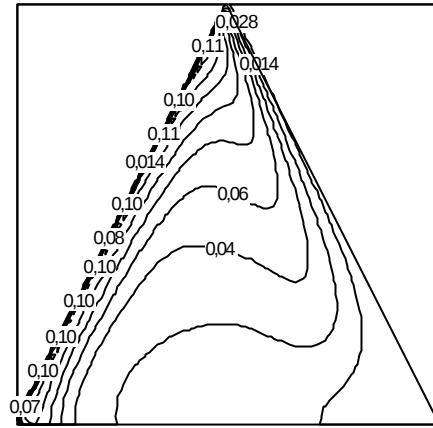


(d)

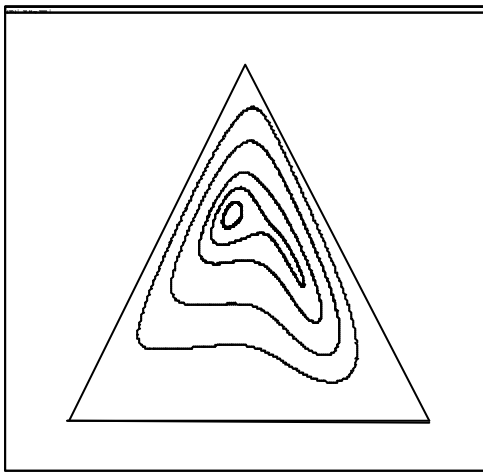
FIGURA 5.2 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^3$ (a, b) e para $Gr=10^5$ (c, d).



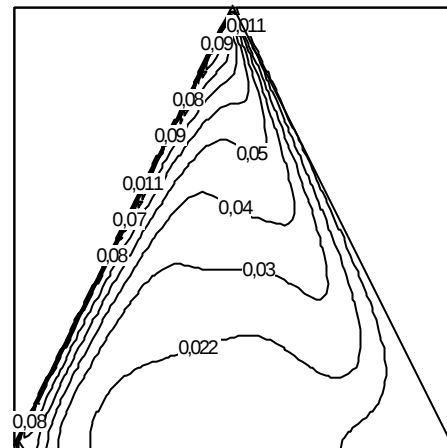
(e)



(f)

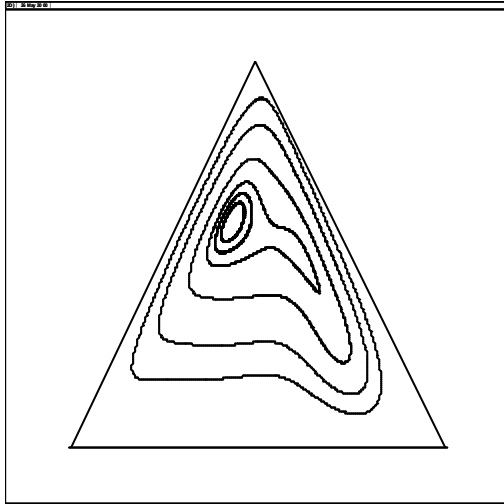


(g)

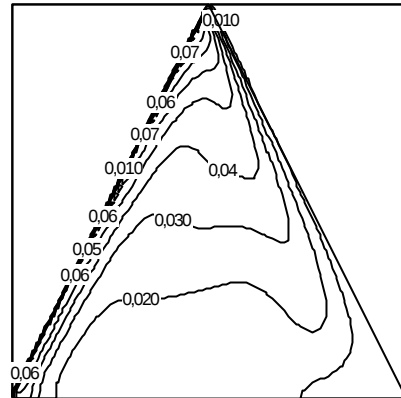


(h)

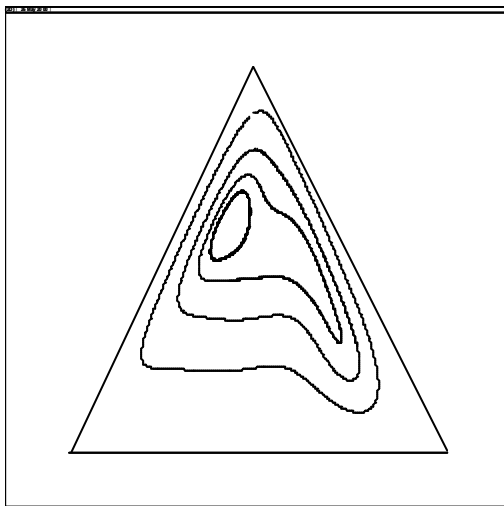
FIGURA 5.2 (Cont.) - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^7$ (e, f) e para $Gr=3 \times 10^7$ (g, h).



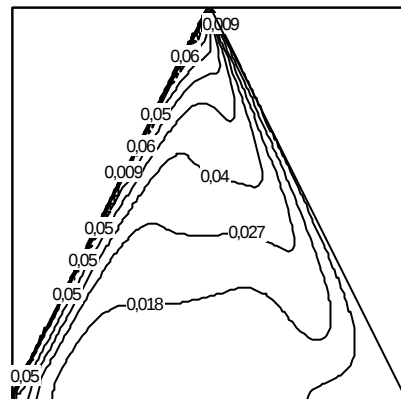
(i)



(j)



(k)



(l)

FIGURA 5.2 (Cont.) - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=7 \times 10^7$ (i, j) e para $Gr=10^8$ (k, l).

A Figura 5.2 mostra a influência do número de Grashof nas isotérmicas e nas linhas de corrente, no interior da cavidade. Para $Gr=10^3$, o processo que ocorre na

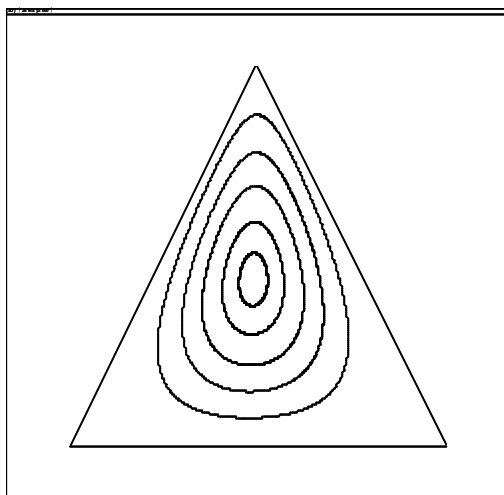
cavidade é determinado pela condução do calor. Pode-se notar que, neste caso, o olho da circulação do ar está no centro da cavidade; as isotérmicas tomam quase todas uma posição vertical (Figura 5.2 b). Com o crescimento do número de Grashof, o processo de convecção torna-se muito mais intenso; o olho da circulação tende a se aproximar da parede quente da cavidade, ficando acima do seu centro e inicia-se o aparecimento de um novo olho perto da superfície fria. Para valores de Gr próximos de 10^8 (Figura 5.2 j e l), a convecção predomina completamente sobre a condução. Junto às superfícies sólidas aparecem regiões do tipo de camadas limites dinâmicas e zonas de gradiente do tipo de camadas limites térmicas. Na parte central da cavidade, as isotérmicas assumem a posição horizontal, o que corresponde às condições de estratificação do fluido.

5.1.2 Isotérmicas e linhas de corrente para Gr fixo e H/L variando

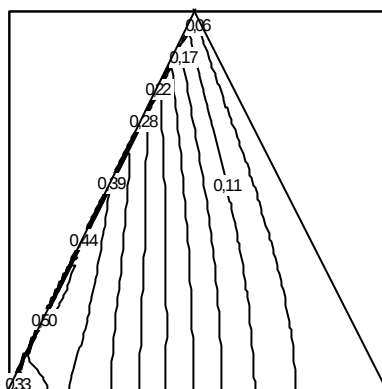
Em seguida, são apresentados os resultados, quando se fixa o valor de Gr (10^3 , 10^5 , 10^7 , 7×10^7 e 10^8), e varia-se, para cada valor de Gr, o parâmetro H/L (0,5; 1,0; 2,0 e 5,0).

As Figuras 5.3 a 5.7 mostram os resultados para as linhas de corrente e isotérmicas para estes casos.

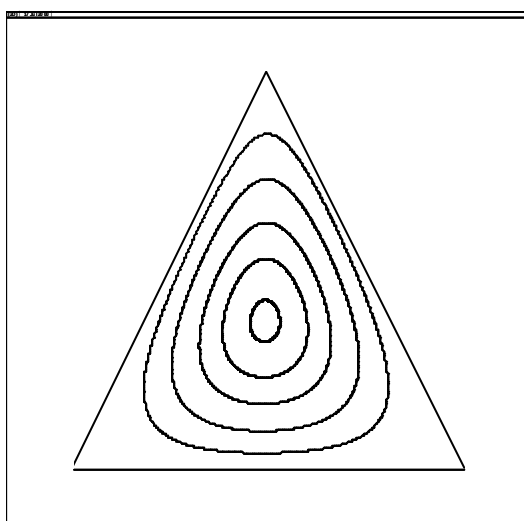
5.1.2.1 Isotérmicas e linhas de corrente para $Gr=10^3$ e variação de H/L



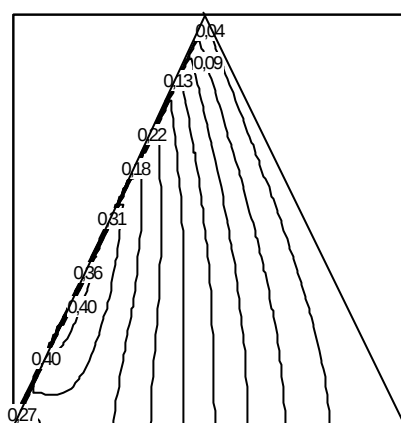
(a)



(b)

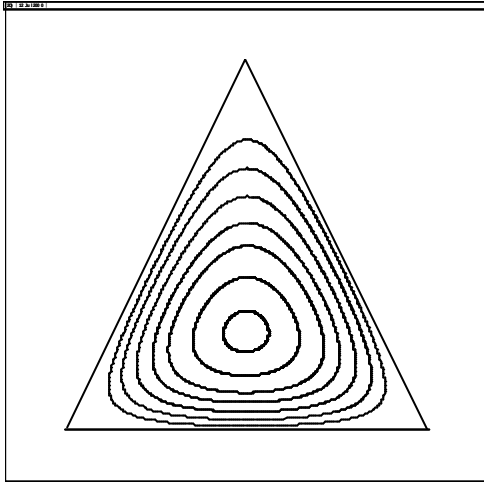


(c)

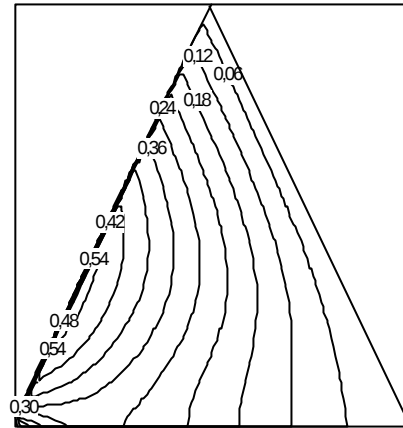


(d)

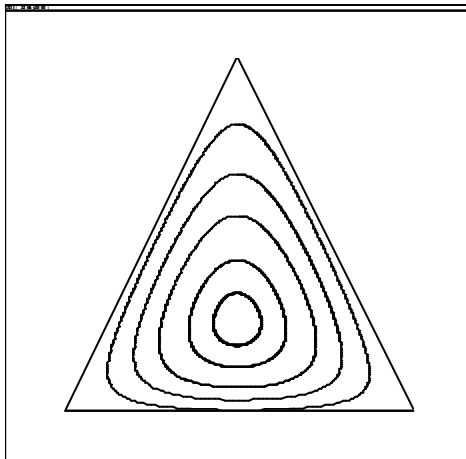
FIGURA 5.3 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L= 1,0$ (c, d).



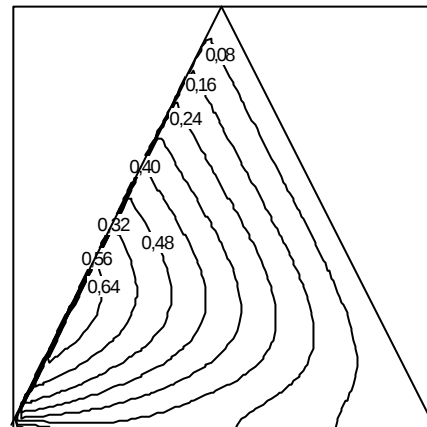
(e)



(f)



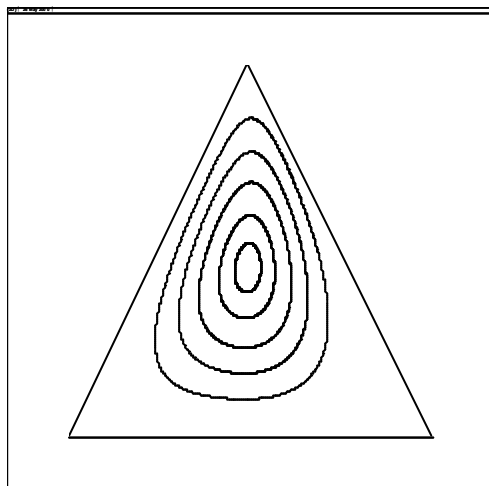
(g)



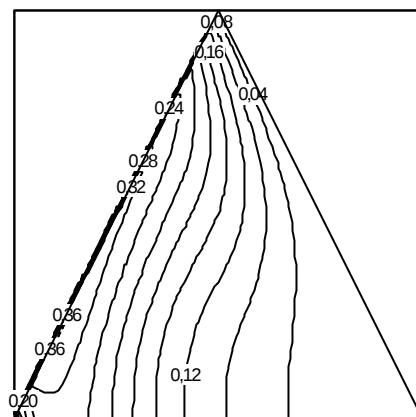
(h)

FIGURA 5.3 (Cont.) - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=2,0$ (e, f) e $H/L=5,0$ (g, h).

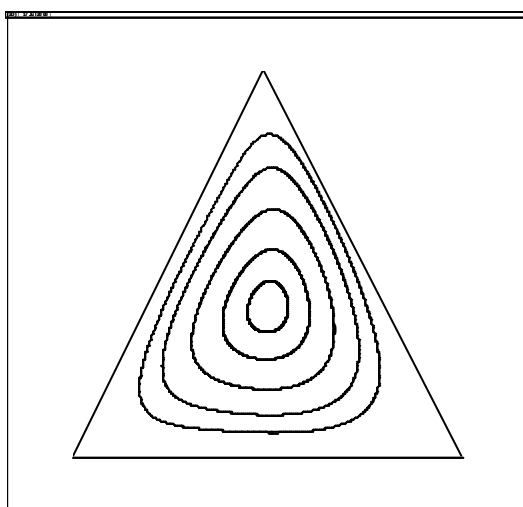
5.1.2.2 Isotérmicas e linhas de corrente para $Gr=10^5$ e variação de H/L



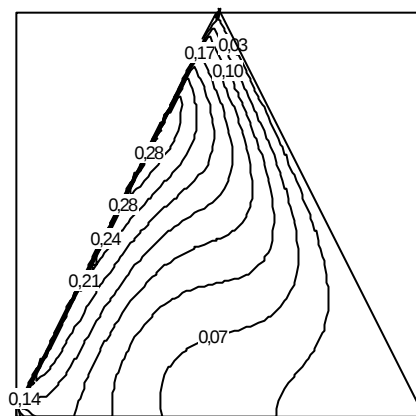
(a)



(b)

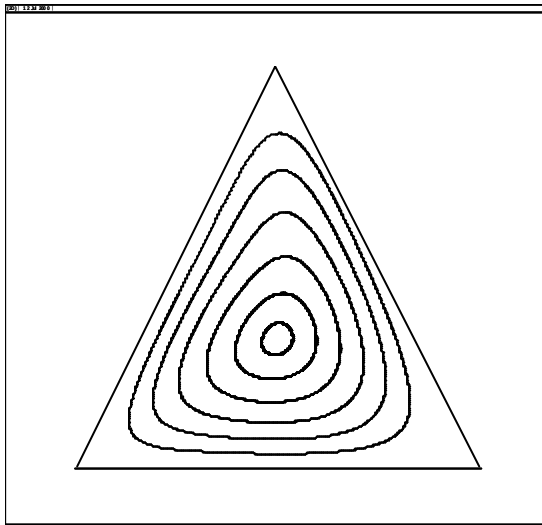


(c)

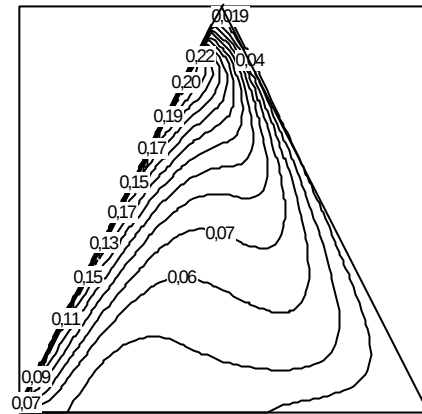


(d)

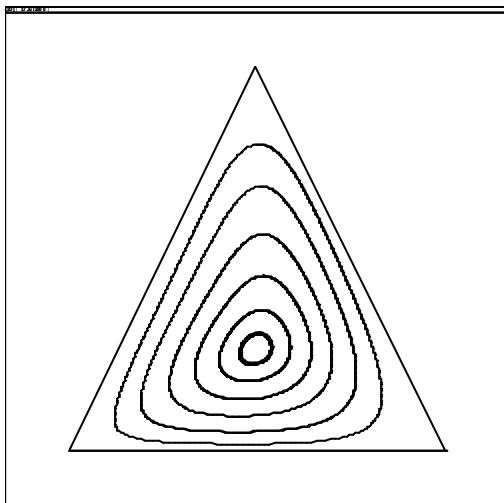
FIGURA 5.4 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d).



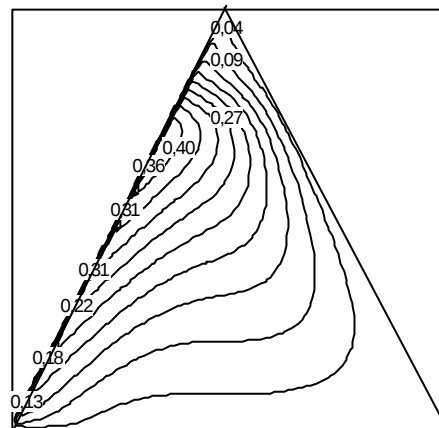
(e)



(f)



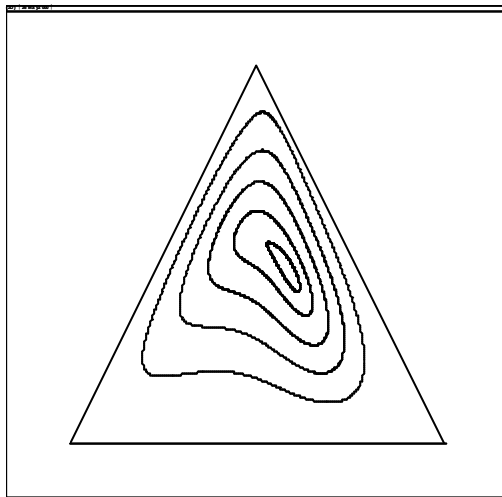
(g)



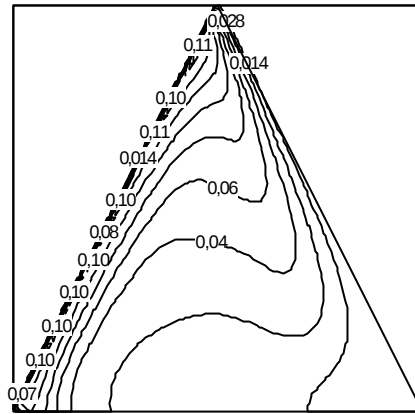
(h)

FIGURA 5.4 (Cont.)- Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=2,0$ (e, f) e $H/L=5,0$ (g, h).

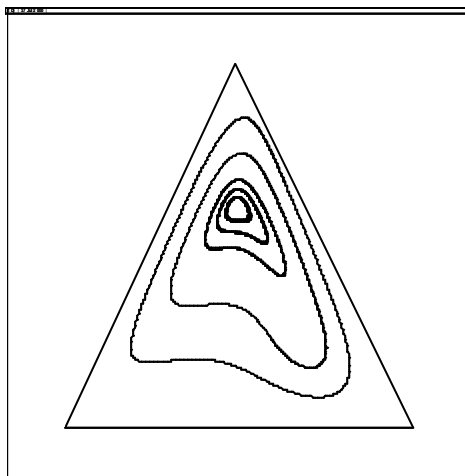
5.1.2.3 Isotérmicas e linhas de corrente para $Gr = 10^7$ e variação de H/L



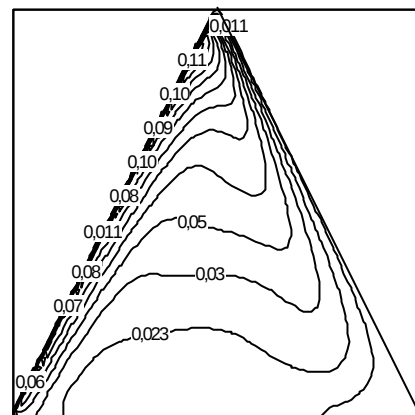
(a)



(b)

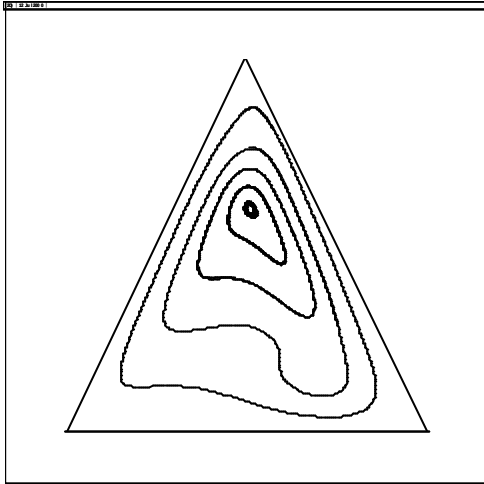


(c)

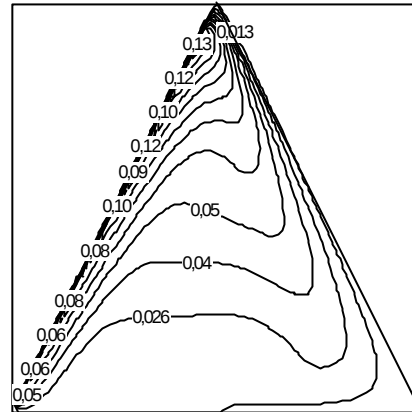


(d)

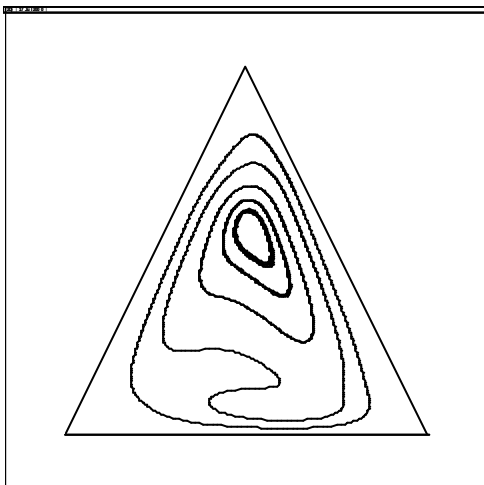
FIGURA 5.5 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d).



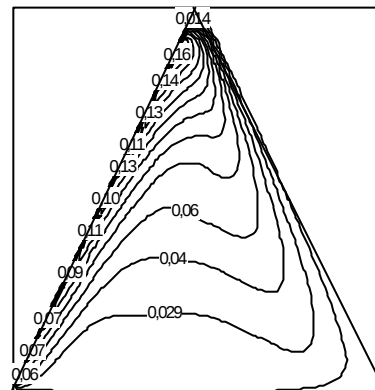
(c)



(f)



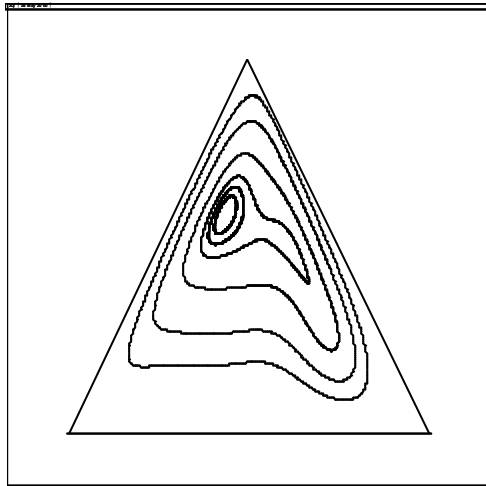
(g)



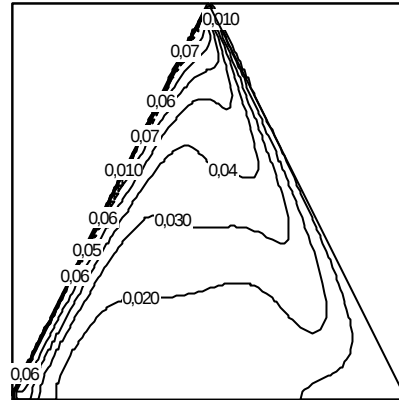
(h)

FIGURA 5.5 (Cont.) - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=2,0$ (e, f) e $H/L=5,0$ (g, h)

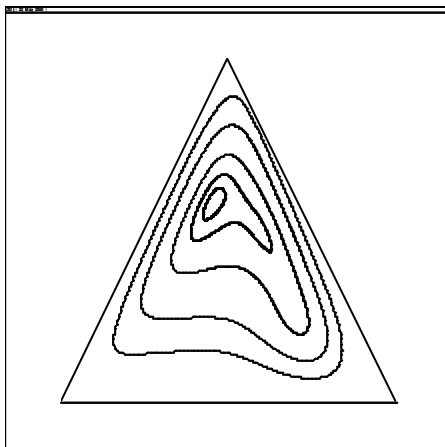
5.1.2.4 Isotérmicas e linhas de corrente para $Gr=7 \times 10^7$ e variação de H/L



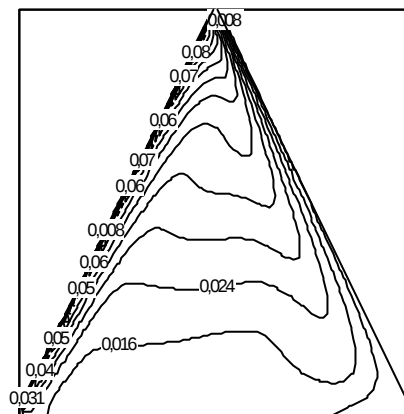
(a)



(b)

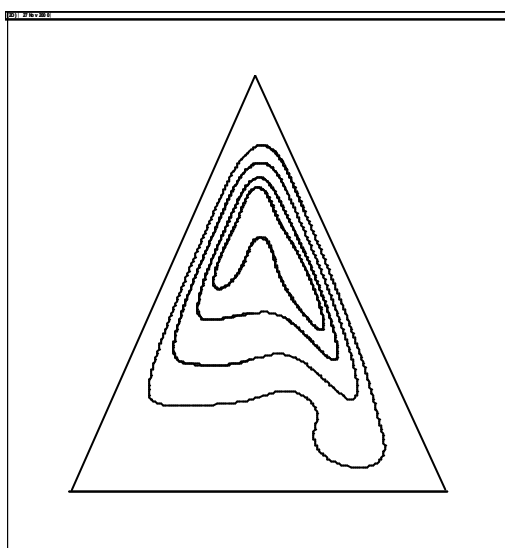


(c)

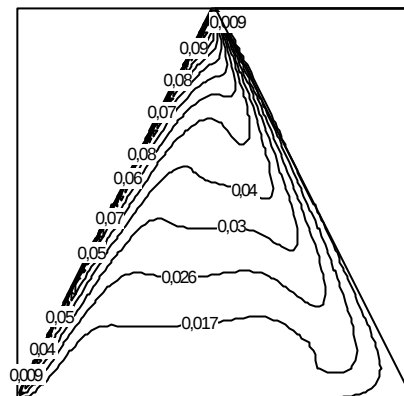


(d)

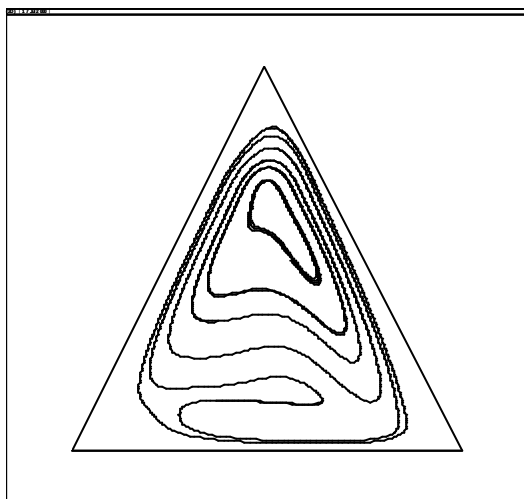
FIGURA 5.6 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d).



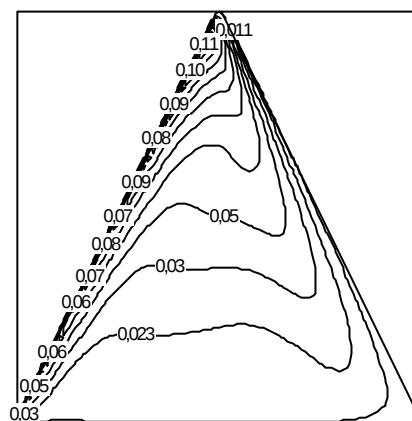
(e)



(f)



(g)



(h)

FIGURA 5.6 (Cont.) - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=2,0$ (e, f) e $H/L=5,0$ (g, h).

5.1.2.5 Isotérmicas e linhas de corrente para $Gr=10^8$ e variação de H/L

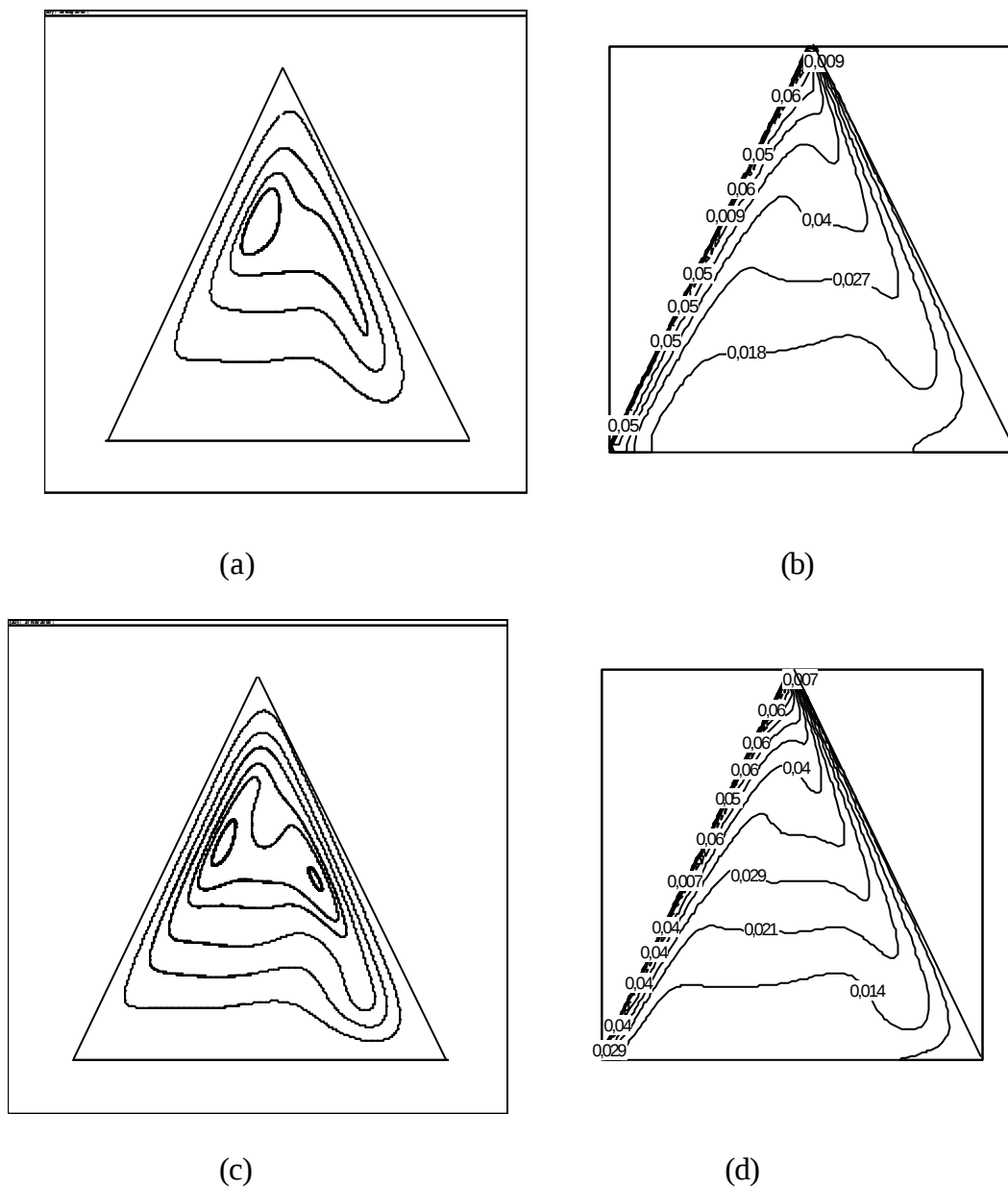
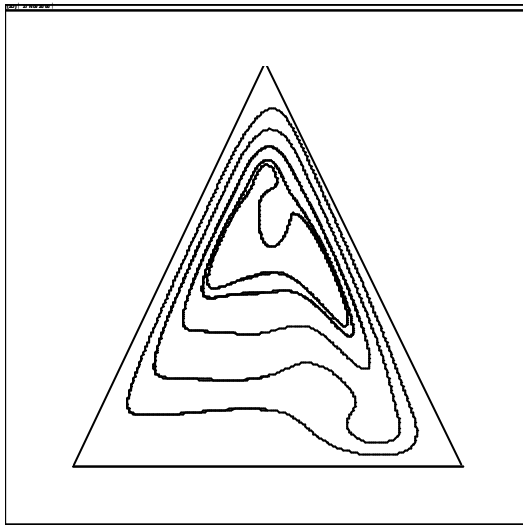
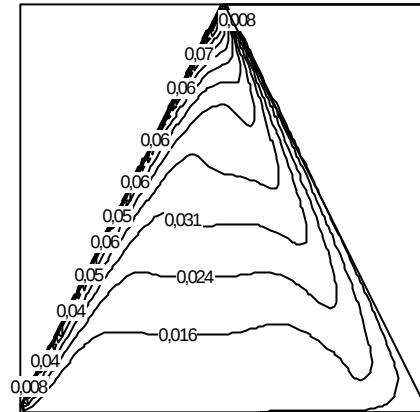


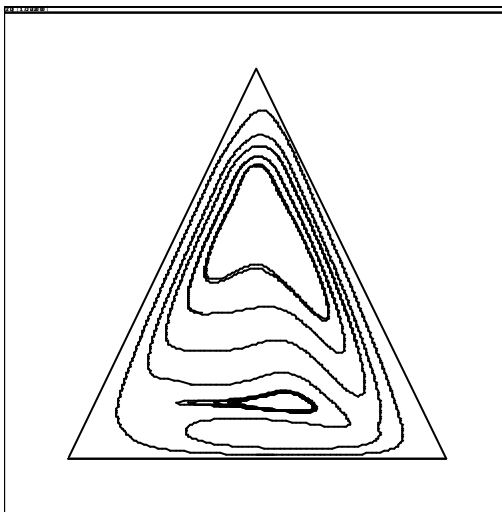
FIGURA 5.7 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)



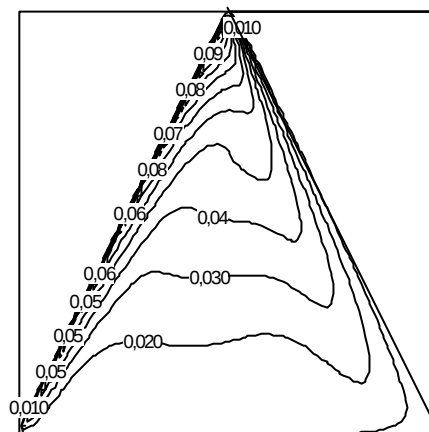
(e)



(f)



(g)



(h)

FIGURA 5.7 (Cont.) - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=2,0$ (e, f) e $H/L=5,0$ (g, h).

A Figura 5.3 mostra a variação das linhas de corrente e isotérmicas para $Gr=10^3$ e H/L assumindo os valores 0,5; 1,0; 2,0 e 5,0.

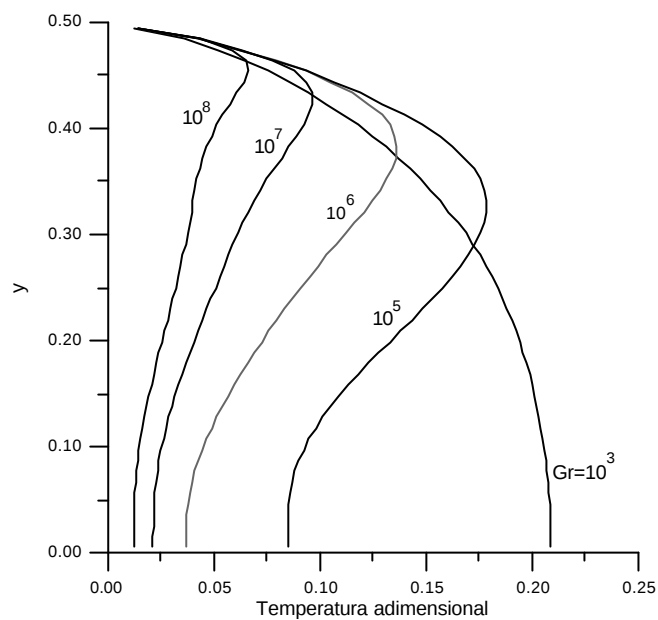
Quando $H/L = 0,5$, o olho da circulação está no centro da cavidade; com o aumento de H/L (maior inclinação das superfícies laterais), o centro da circulação tende a descer e se aproximar da base da cavidade, o que era de se esperar pois o aumento da inclinação das superfícies diminui muito o espaço entre as superfícies na parte mais elevada da cavidade e nesta região existe a tendência de se formar uma região de estagnação.

Observando-se as isotérmicas, nota-se que para $H/L=0,5$, o processo que ocorre na cavidade é determinado pela condução do calor. Com o crescimento deste parâmetro começa haver a influência do processo de convecção.

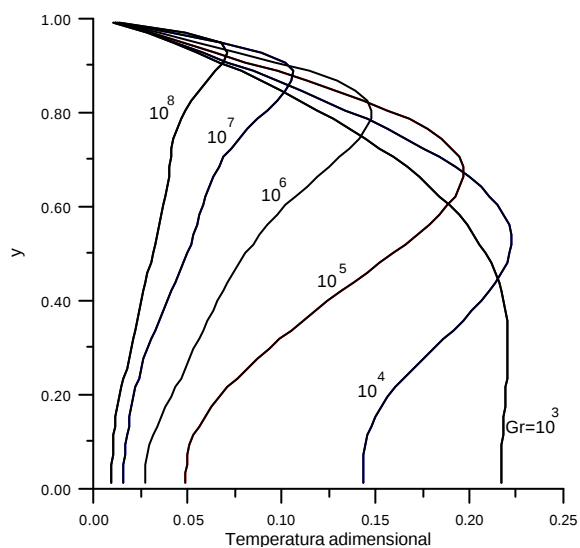
Com o aumento de Gr (Figura 5.4 a 5.7), os efeitos convectivos passam a ser dominantes. Com $Grashof\ 10^4$, ainda se tem uma forte influência da condução, porém a deformação das isotérmicas demonstram claramente o início do processo convectivo, sendo mais forte a influência quando H/L cresce. Nestes casos, na parte superior da cavidade, as isotérmicas são praticamente paralelas, pois o aumento de H/L torna a cavidade bastante afilada, e isto causa a estagnação do fluido na região. Assim, é de se esperar que perto do vértice superior da cavidade, a condução deva prevalecer.

Com o aumento do número de $Grashof$, inicia-se a formação de um novo centro de recirculação. Quando H/L é baixo, este novo centro se localiza próximo à superfície lateral fria, e à medida que H/L aumenta, este se desloca para baixo e para o centro da região mais larga. Para valores mais elevados de Gr , com H/L acima de 2,0 surge uma terceira recirculação na parte superior, similar àquela ocorrida nas outras cavidades.

5.1.3 Influência de Gr e H/L na temperatura adimensional ao longo da linha média vertical da cavidade.

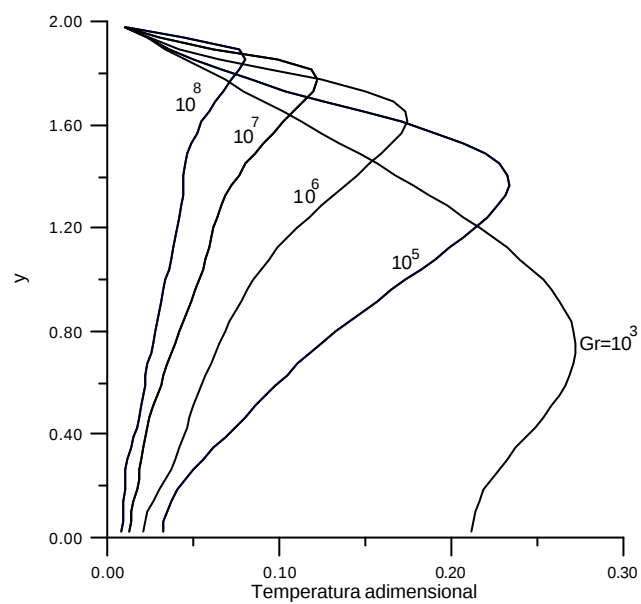


(a)

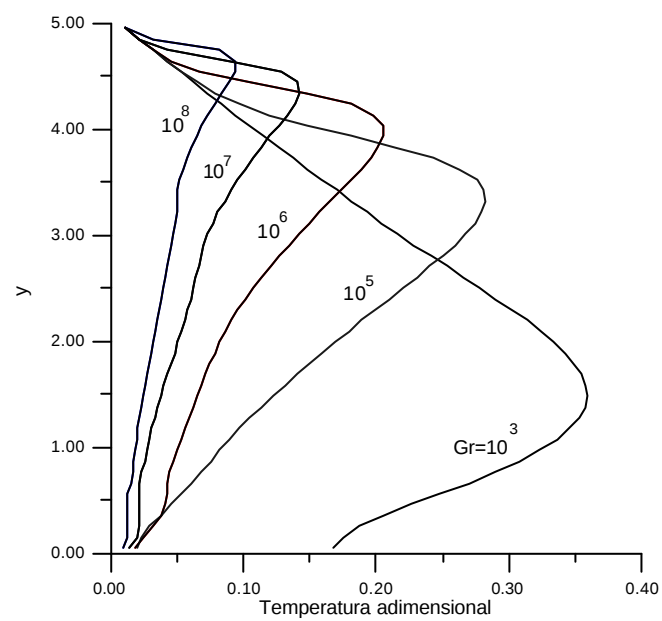


(b)

FIGURA 5.8 - Influência de Gr sobre a temperatura adimensional ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=0,5$ (a) e $H/L=1,0$ (b).



(c)



(d)

FIGURA 5.8 (Cont.) - Influência de Gr sobre a temperatura adimensional ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=2,0$ (c) e $H/L=5,0$ (d).

Na Figura 5.8 é mostrada a influência de Gr sobre a temperatura adimensional ao longo da linha média vertical da cavidade, para vários valores de H/L estudados (0,5; 1,0; 2,0; 5,0). A análise desta Figura, reforça o comentado em relação às figuras anteriores. Para $H/L=0,5$, percebe-se que para $Gr=10^3$, a curva é a mesma encontrada na solução de problemas de condução; à medida que H/L cresce, ocorre uma deformação progressiva nesta curva, na região inferior da cavidade, pois devido à estagnação do fluido na parte superior, tende a existir um fluxo maior nesta região, intensificando a transferência convectiva. À medida que se aumenta o número de Grashof, este comportamento se repete, e apesar da região onde a condução é importante diminuir, o seu limite ainda estará localizado em valores y/H menores quanto maior for a relação H/L . Nota-se também a tendência de homogeneização da temperatura na cavidade para Gr elevados.

5.1.4 Influência de Gr e H/L na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade

Na Figura 5.9 apresenta-se a distribuição de temperaturas adimensionais ao longo da superfície aquecida da cavidade. Estes resultados apresentam características que podem ser explicadas com os mesmos argumentos da análise da Figura 5.8. À medida que Gr aumenta existe uma tendência de homogeneização da temperatura, e no topo da cavidade se tem comportamento próximo do tipo de perfil de condução.

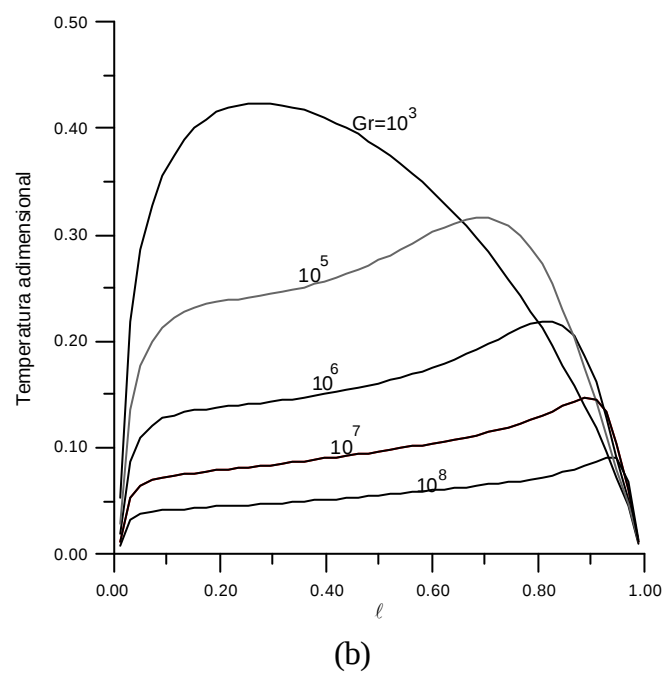
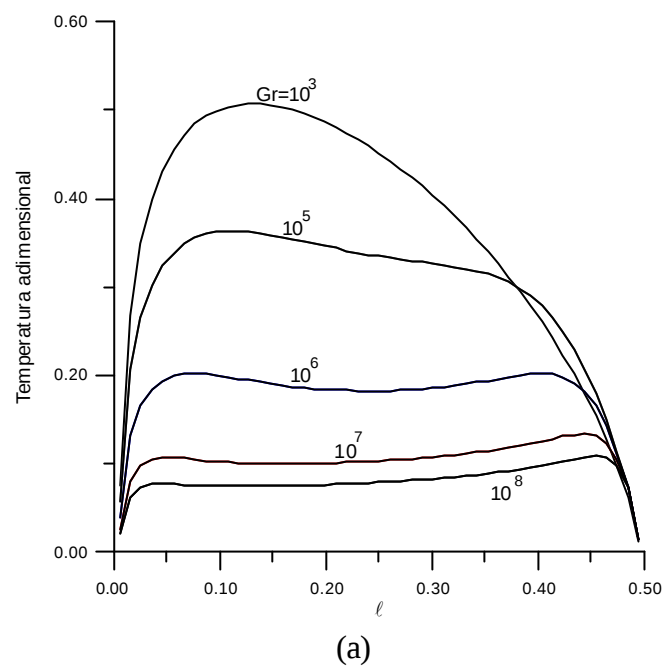


FIGURA 5.9 - Influência de Gr na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$.

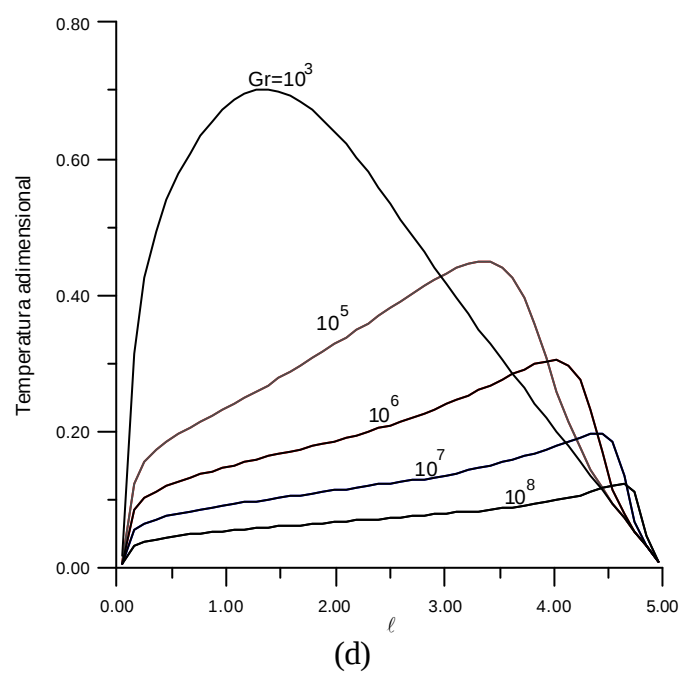
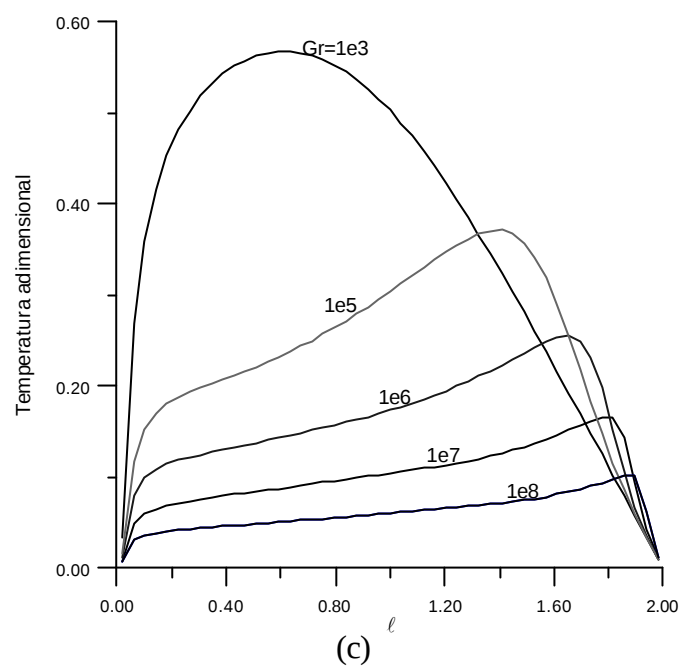
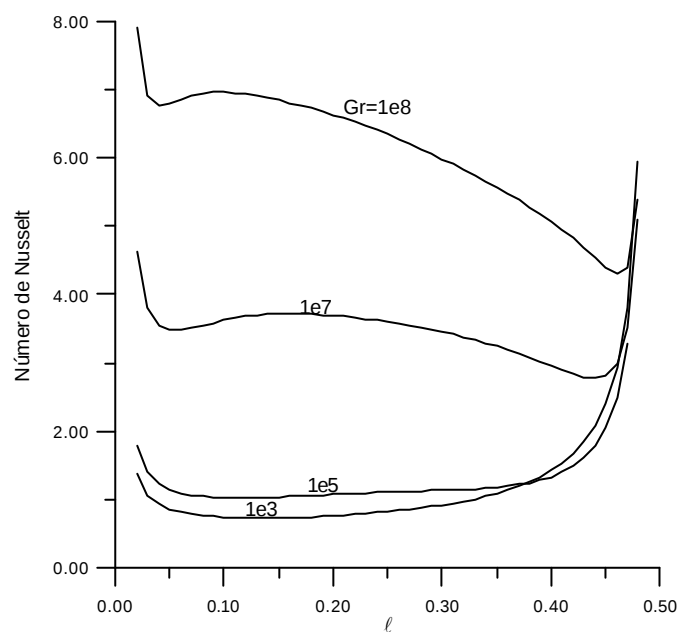


FIGURA 5.9 (Cont.) - Influência de Gr na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade para (c) $H/L=2,0$ e (d) $H/L=5,0$.

5.1.5 Influência de Gr e H/L no número de Nusselt local normalizado ao longo da parede quente da cavidade.

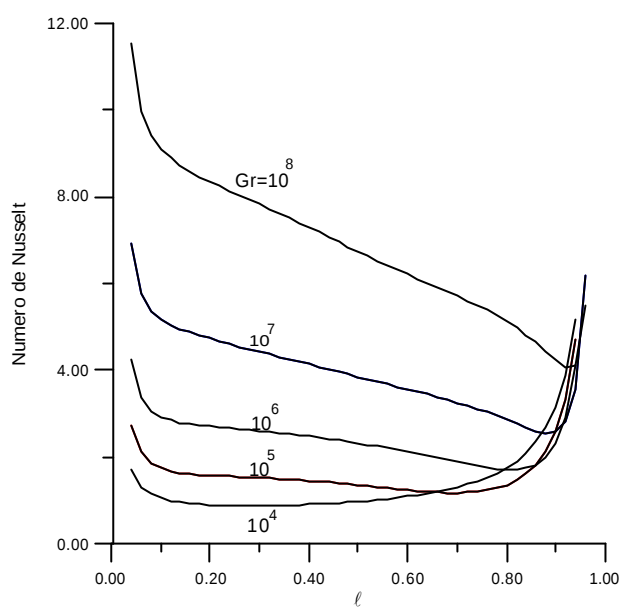
Na Figura 5.10 estão apresentadas as curvas de Nusselt normalizado ao longo da superfície aquecida como função do número de Grashof e da razão de aspecto da cavidade.

As variações a partir de $H/L=1,0$ são pequenas, para mesmos valores do número de Grashof.

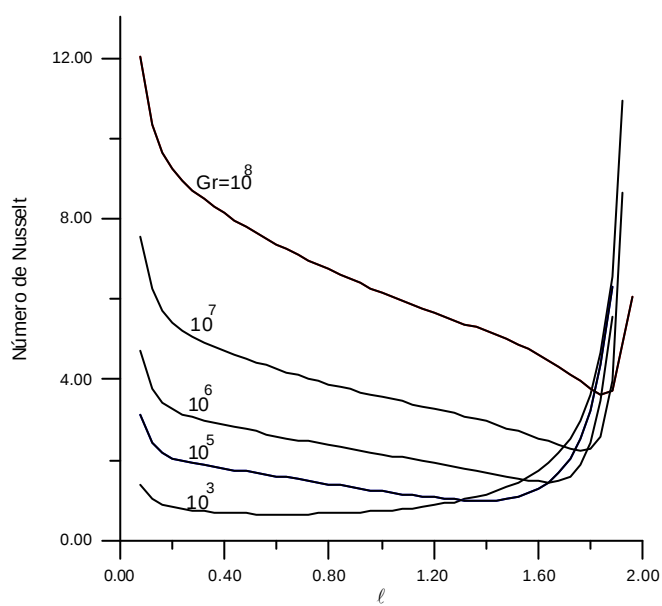


(a)

FIGURA 5.10 - Influência de Gr no número de Nusselt local normalizado, ao longo da parede quente da cavidade, para (a) $H/L=0,5$.

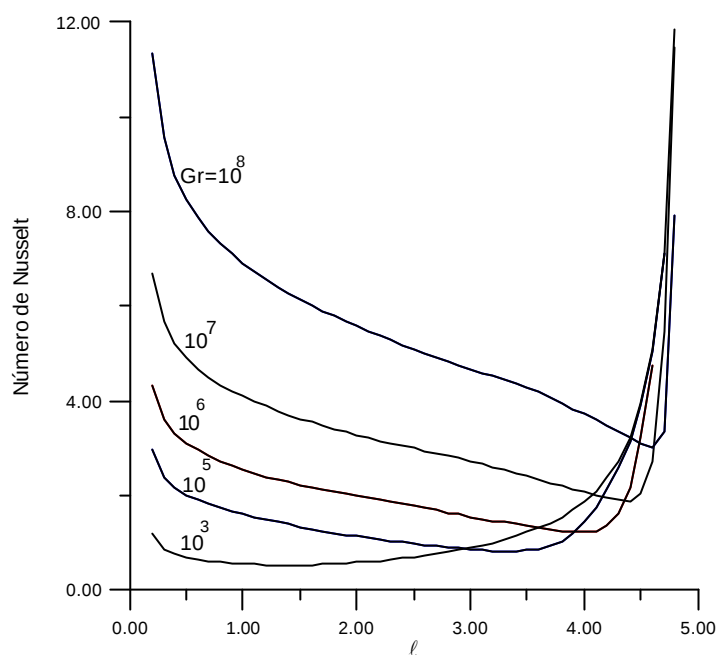


(b)



(c)

FIGURA 5.10 (Cont.) - Influência de Gr no número de Nusselt local normalizado, ao longo da parede quente da cavidade, para (b) $H/L=1,0$ e (c) $H/L=2,0$.



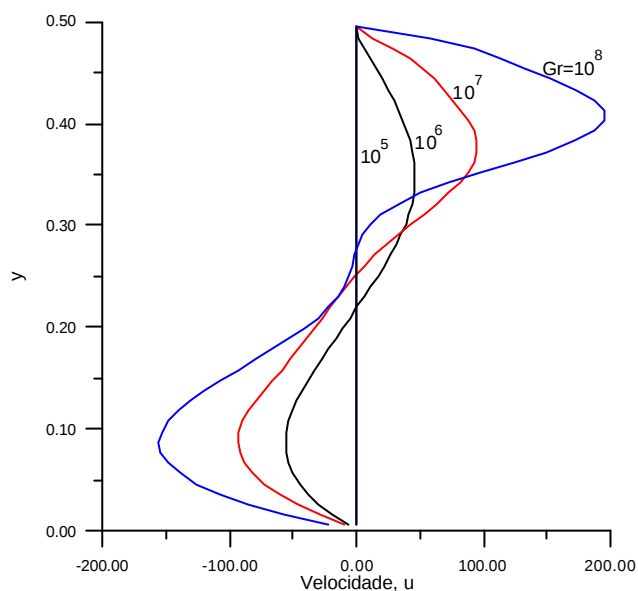
(d)

FIGURA 5.10 (Cont.) - Influência de Gr no número de Nusselt local normalizado, ao longo da parede quente da cavidade, para (d) $H/L=5,0$.

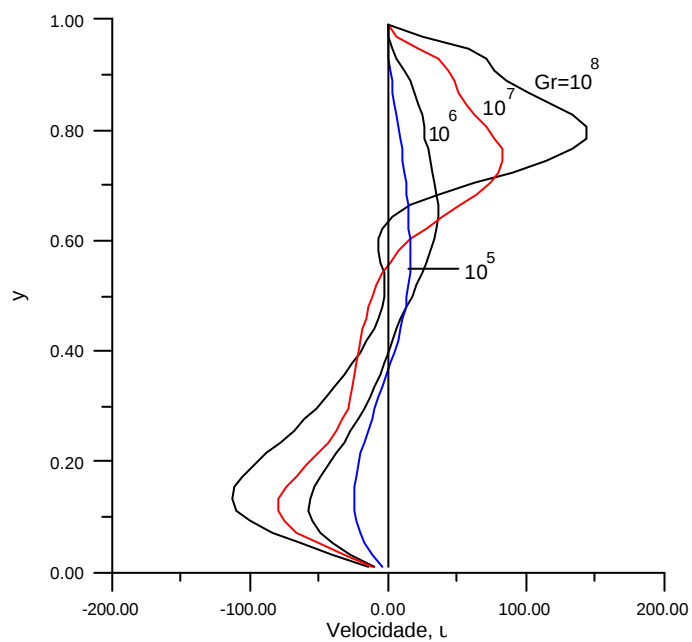
5.1.6 Influência de Gr e de H/L na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade.

Observando a Figura 5.11, que mostra a influência da altura da cavidade na componente horizontal da velocidade na linha média vertical da cavidade, nota-se que o ponto de máximo superior ocorre em posição relativa y/H mais baixo quanto mais elevado são os valores de H/L . Isto reforça a idéia de que está ocorrendo uma certa estagnação do fluido na região superior. Na parte inferior, quando a razão de aspecto cresce, inicia-se o surgimento da recirculação próxima

à linha de centro da cavidade na região inferior, o que faz com que se inverta o sentido da velocidade nesta parte da cavidade.

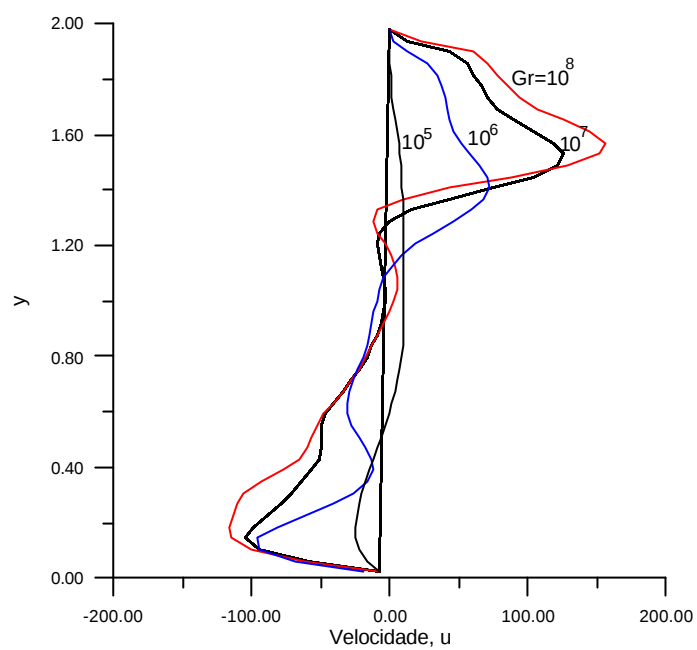


(a)

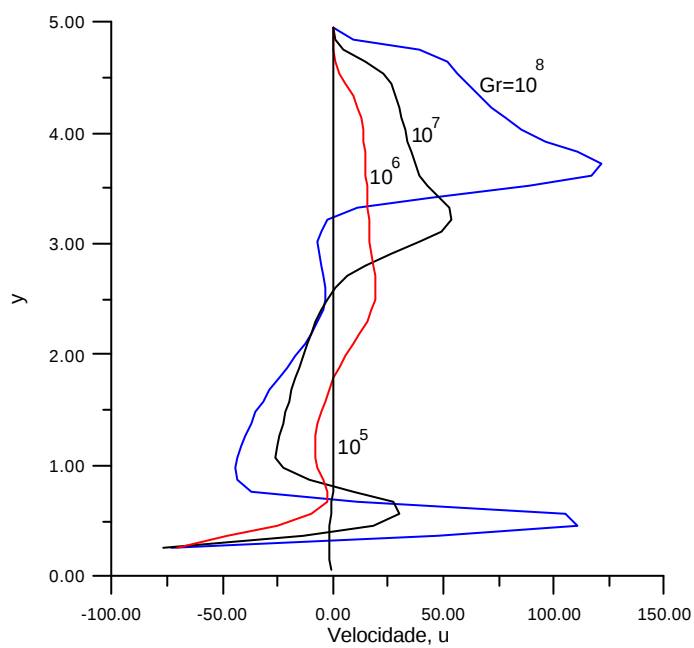


(b)

FIGURA 5.11- Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha média vertical para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$.



(c)

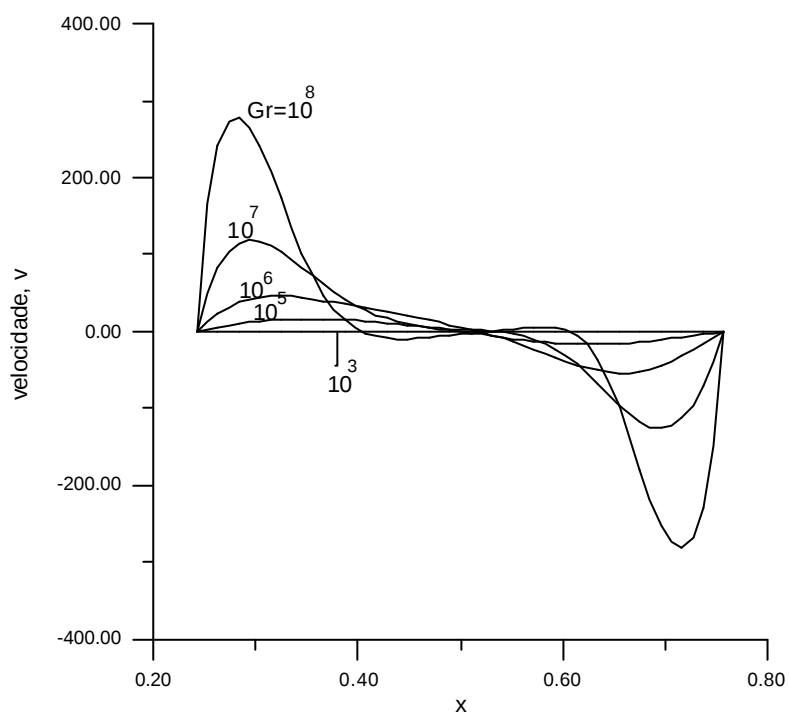


(d)

FIGURA 5.11 (Cont.) - Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha média vertical para (c) $H/L=2,0$ e (d) $H/L=5,0$.

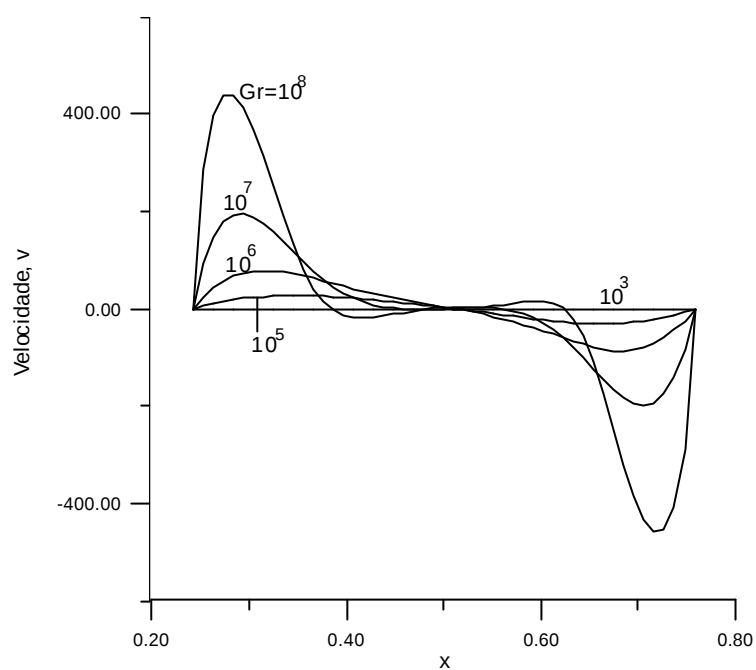
5.1.7 Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade.

Na Figura 5.12 são mostrados os perfis da componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal que passa em $H/2$. Não existem grandes variações de formato das curvas para diferentes valores de razão de aspecto.

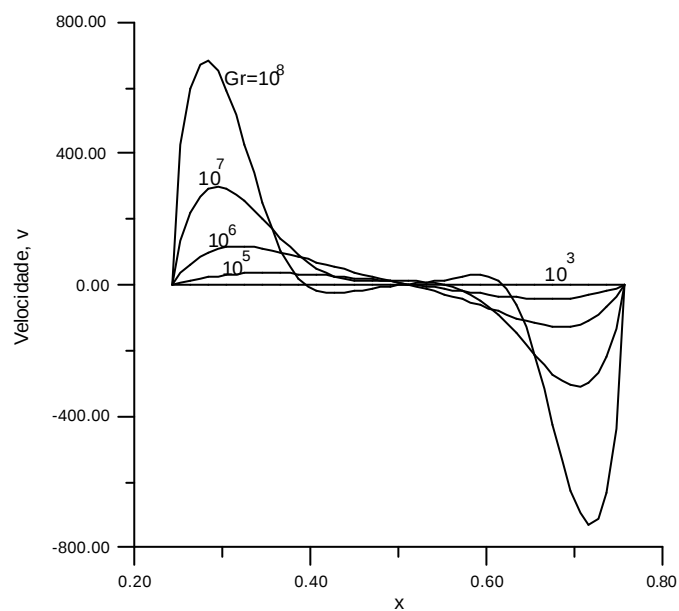


(a)

FIGURA 5.12 - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade para (a) $H/L=0,5$.

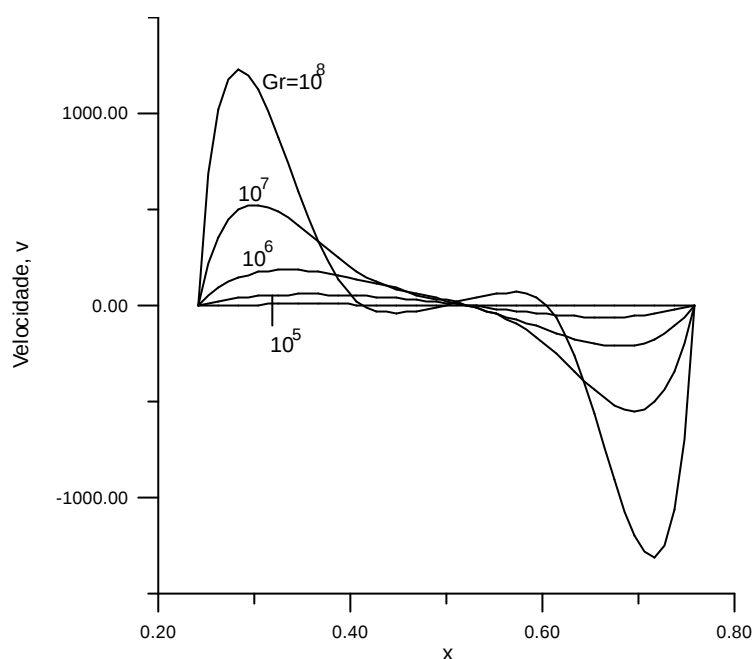


(b)



(c)

FIGURA 5.12 (Cont.) - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade para (b) $H/L=1,0$ e (c) $H/L=2,0$.



(d)

FIGURA 5.12 (Cont.) - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade para (d) $H/L=5,0$.

5.1.8 Número de Nusselt e velocidade em função de H/L

Como uma forma alternativa, foram representados os mesmos parâmetros das Figuras 5.10, 5.11 e 5.12 em função da razão de aspecto da cavidade, para alguns valores do número de Grashof. Os resultados estão apresentados nas Figuras 5.13 a 5.16.

Nota-se na Figura 5.13 que, a medida que a cavidade se torna mais alta, a transferência de calor na região do topo da cavidade é piorada, devido aos problemas de estagnação já comentados. As demais curvas têm o comportamento similar ao já descrito.

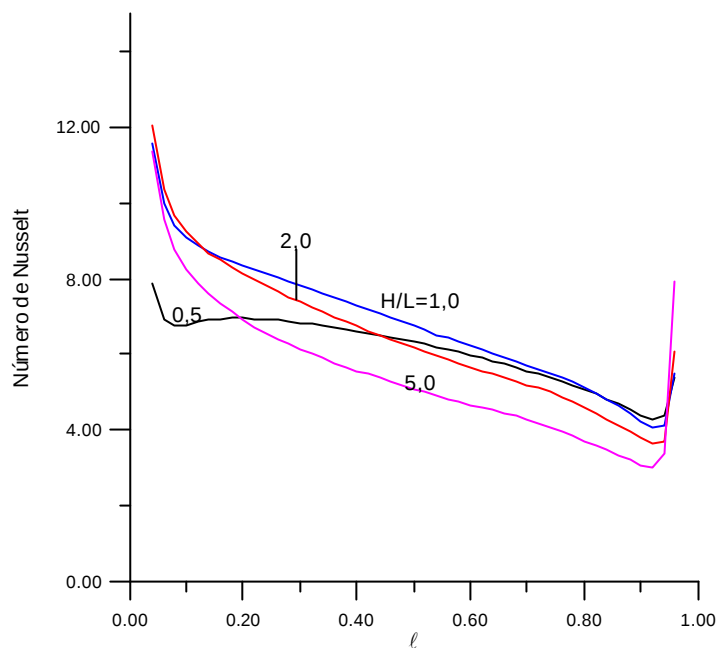


FIGURA 5.13 - Influência do parâmetro H/L sobre o número de Nusselt local normalizado ao longo da face quente, para $Gr=10^8$. O comprimento da parede foi adimensionalizado com o valor máximo 1,0 para todos os valores de H/L .

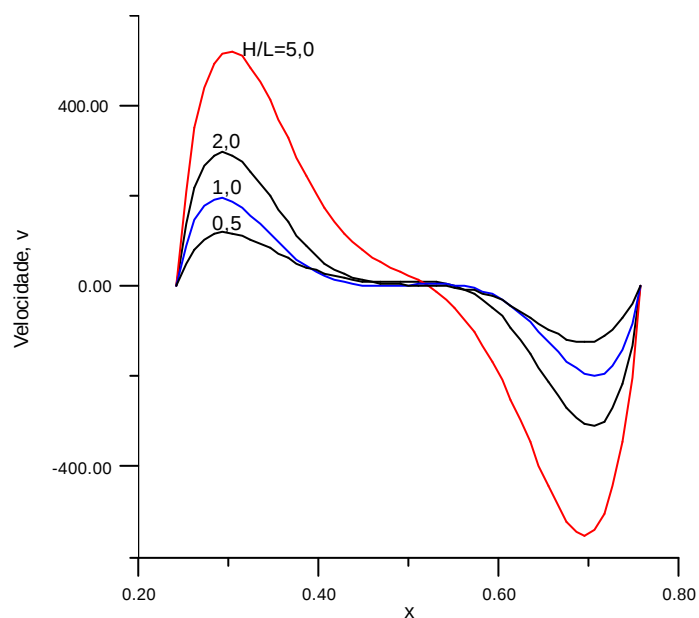


FIGURA 5.14 - Influência do parâmetro H/L sobre a componente vertical da velocidade ao longo da linha média horizontal da cavidade, para $Gr=10^7$.

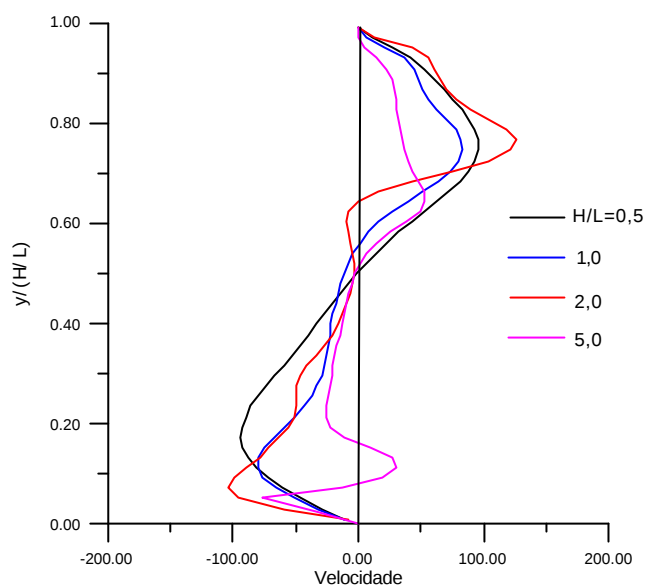


FIGURA 5.15 - Influência de H/L na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média para $Gr=10^7$.

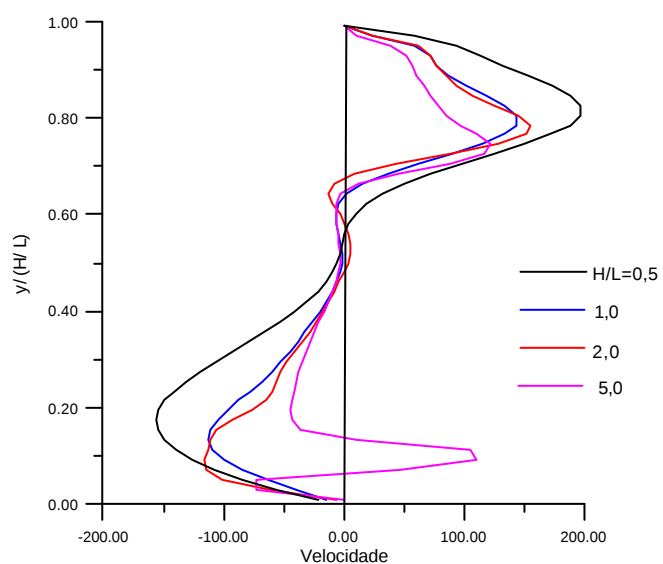


FIGURA 5.16 - Influência de H/L na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média para $Gr=10^8$.

A Figura 5.17 mostra a influência do número de Grashof sobre o número de Nusselt médio normalizado sobre a parede quente, em função do parâmetro geométrico H/L . Para número de Grashof baixo a intensidade do processo convectivo na cavidade cresce monotonamente com o crescimento do parâmetro H/L . Entretanto, para altos valores de Gr , Nu cresce com o crescimento da razão aspecto até um certo valor de H/L , depois do qual diminui. Para valores de Gr maiores que 10^6 o número de Nusselt cresce inicialmente com o crescimento de H/L , chegando a um valor máximo. Para $Gr=10^8$, esse máximo é de 4,78 para $H/L=0,70$. Com o crescimento de Gr , o número de Nusselt máximo é atingido para os valores de H/L cada vez menores.

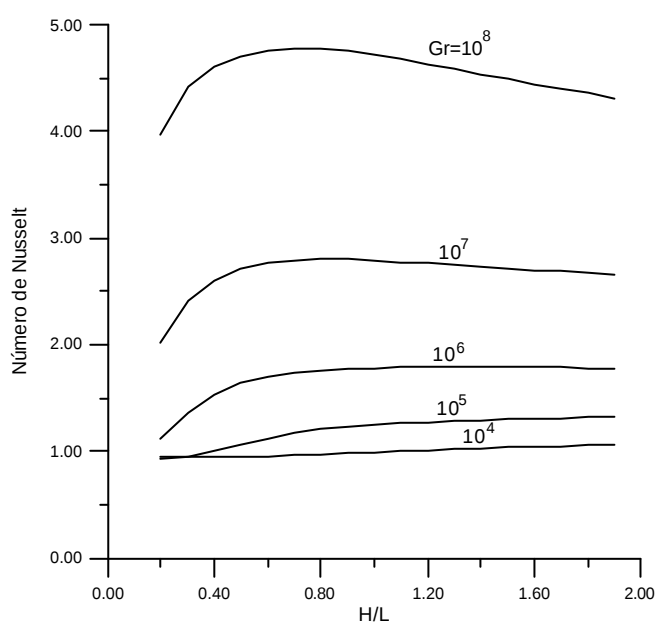


FIGURA 5.17 - Influência de Gr no número de Nusselt médio normalizado na parede quente em função de H/L

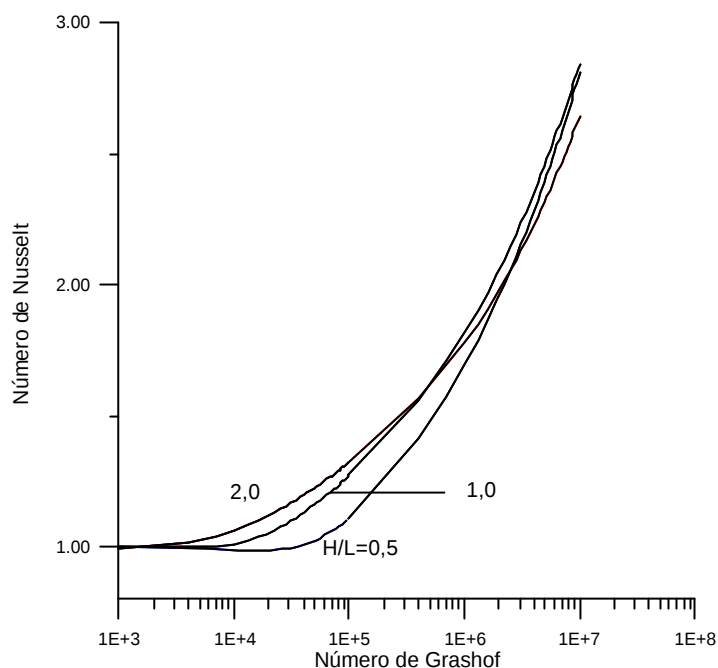


FIGURA 5.18 - Influência de Gr sobre o número de Nusselt médio normalizado na parede quente, para vários valores de H/L.

Na Figura 5.18 estão os resultados para o número de Nusselt médio normalizado, na parede aquecida, em função de Gr e da razão de aspecto. Nu cresce rapidamente com o crescimento de Gr para valores superiores a 10^4 , e cresce também com o aumento da razão aspecto H/L para Gr até 10^6 . Por outro lado, as curvas mostram que a convecção reduz a transferência de calor da parede quente para a cavidade para valores baixos da razão aspecto ($H/L < 1,0$) e $Gr < 10^5$. Este comportamento também é notado por Campo et al³, para algumas condições de contorno com temperatura constante.

5.1.9 Correlação da Transferência de Calor

Com os resultados obtidos e apresentados nas Figuras 5.17 e 5.18 para a convecção natural em uma cavidade triangular isósceles, submetida a um fluxo de calor constante em uma das faces laterais, estando a outra face fria e a base adiabática, foi obtida uma expressão que correlaciona o número de Nusselt médio normalizado sobre a superfície, com o número de Grashof e o parâmetro geométrico H/L . Usando uma regressão não linear foi possível obter a seguinte expressão:

$$Nu = 0,8105 \left[1 + 0,1084 Gr^{0.257} \frac{\exp(-0,482H/L)}{1 + \exp(-0,482H/L)} \ln(0,4264z) \right] \quad (5.5)$$

onde $z = \sqrt{H/L} \log(Gr)$

Uma idéia da forma geral desta equação foi obtida pela integração da expressão para Nusselt local em cavidades com superfícies isotérmicas, apresentada por Karyakin e Sokovishin¹³. O termo $\frac{\exp(-0.482H/L)}{1 + \exp(-0.482H/L)}$ é uma curva crescente tendendo a uma exponencial assíntota e que serviu de parâmetro de forma da regressão.

Esta expressão representa os resultados numéricos com uma soma dos quadrados dos erros igual a 0,94.

A verificação da linearidade da correlação está apresentada na Figura (5.19) na qual o termo X representa a expressão entre colchetes da equação (5.5). Nota-se uma boa concordância, exceto para valores de X abaixo de 1.

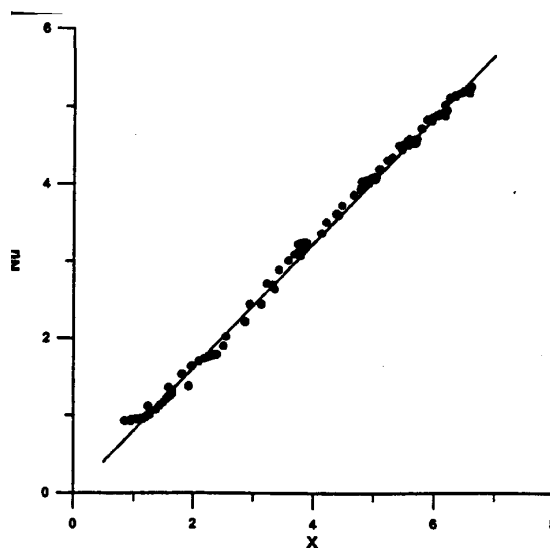


FIGURA 5.19 - Correlação da transferência de calor para Nu

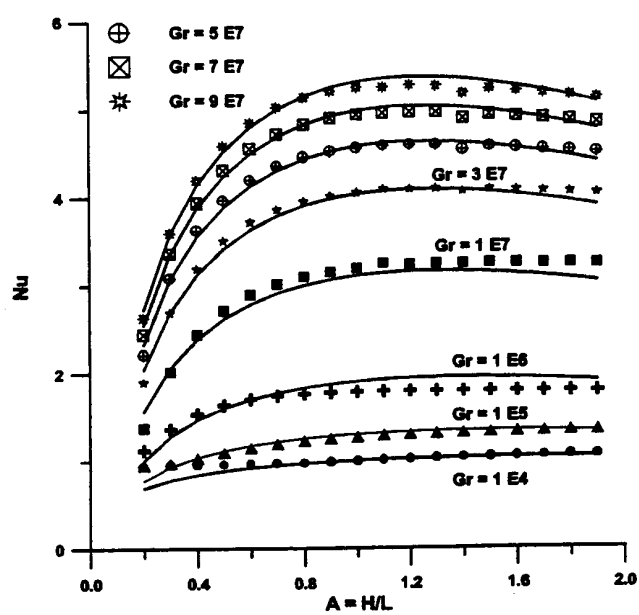


FIGURA 5.20 - Comparação entre a expressão (5.5) e o resultado numérico.

6 CAVIDADE COM FLUXO DE CALOR CONSTANTE EM AMBAS AS SUPERFÍCIES LATERAIS.

Com o objetivo de estudar a convecção na cavidade triangular, quando esta recebe fluxos de calor constantes, iguais, nas duas superfícies laterais (Figura 6.1), escolheu-se o caso em que a base se mantém com temperatura constante fria (0) .

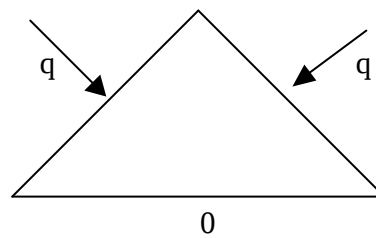


FIGURA 6.1 - Cavidade com fluxo de calor constante em ambas as superfícies laterais com a base fria (0).

Estas são as condições, por exemplo, na qual os coletores de energia solar e sótãos estão expostos ao sol durante o dia, e podem ser assim representadas:

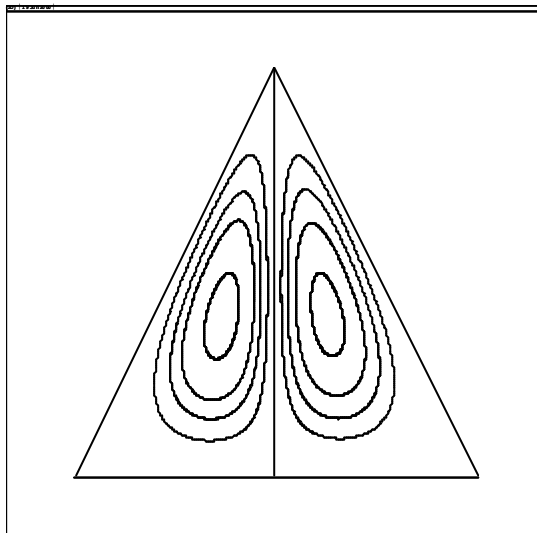
$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq 0,5; \quad y = 2Hx/L; \quad u = v = 0, \quad \partial\theta/\partial n = -1; \\ 0,5 \leq x \leq 1, \quad y = 2H(1-x)/L; \quad u = v = 0, \quad \partial\theta/\partial n = +1; \\ 0 \leq x \leq 1, \quad y = 0; \quad u = v = 0; \quad \theta = 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Elas pressupõem a existência de uma solução simétrica em relação ao eixo de simetria vertical da cavidade; entretanto, a condição de simetria não foi usada quando o algoritmo de cálculo foi aplicado. Resolveu-se o problema para três valores do parâmetro de inclinação H/L : 0,5; 1,0 e 2,0. Para $H/L = 0,5$ o programa numérico utilizado converge para valores de Gr até 10^8 ; para $H/L = 1,0$, converge até $Gr = 10^7$; e para $H/L = 2,0$ o programa converge até $Gr = 10^6$.

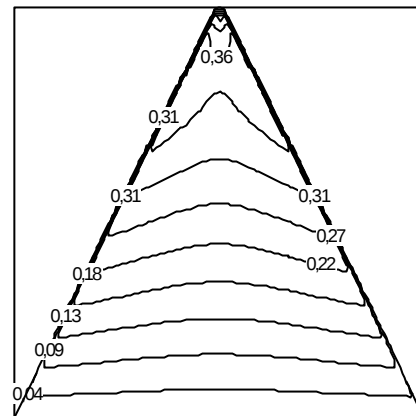
Inicialmente, apresenta-se os resultados para as linhas de corrente e isotérmicas, quando de $H/L = 0,5$ fixo, e Gr assume os valores 10^3 , 10^5 e 10^7 . Em seguida, apresenta-se os resultados quando se fixa o valor de Gr (10^3 , 10^5 e 10^6) e faz-se o parâmetro H/L assumir os valores 0,5; 1,0 e 2,0.

6.1 Linhas de corrente e isotérmicas para $H/L=0,5$ e vários valores de Gr

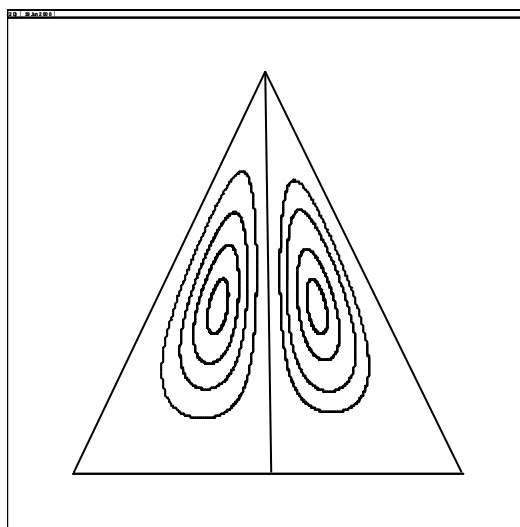
A Figura 6.2 mostra as isotérmicas e as linhas de corrente para vários valores de Gr . Como era de se esperar as curvas são simétricas em relação à linha vertical e central da cavidade. Com o crescimento de Gr acima de 10^5 , o centro da região de circulação se move para o alto da cavidade. As isotérmicas se mantêm sempre horizontais, exceto próximo ao vértice superior da cavidade.



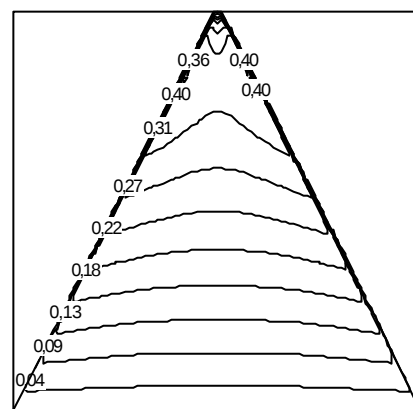
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURA 6.2 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^3$ (a, b) e para $Gr=10^5$ (c, d).

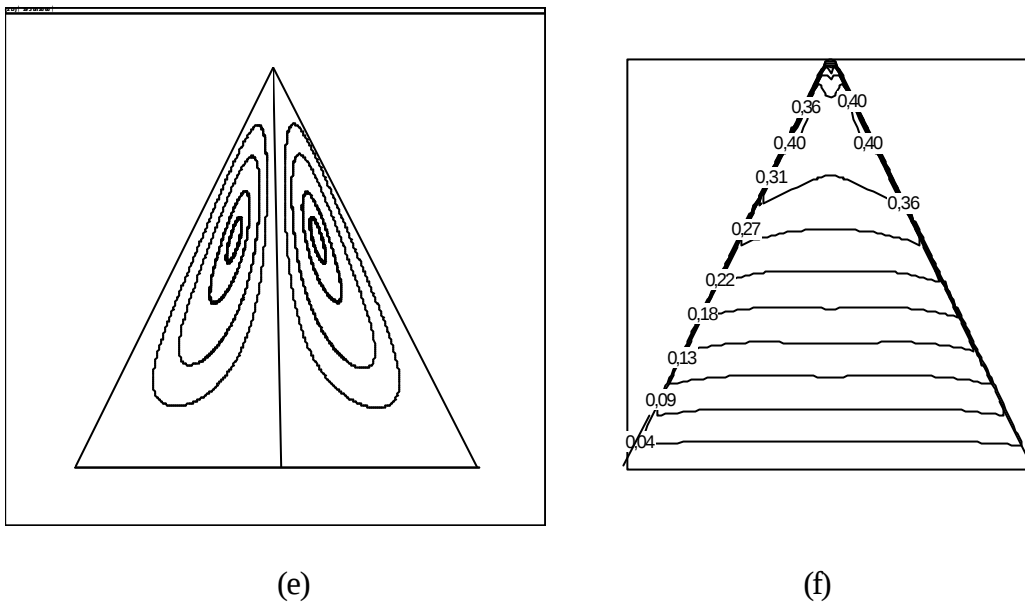


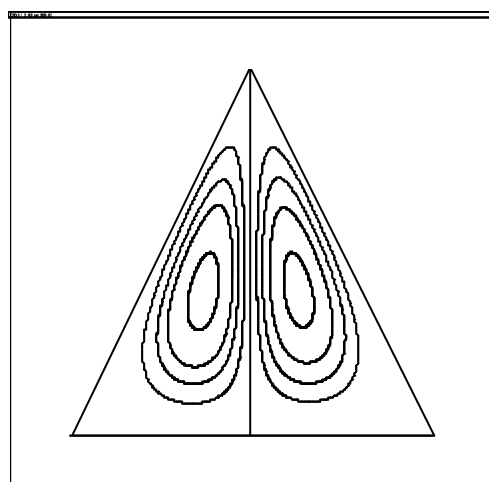
FIGURA 6.2 (Cont.) - Linhas de corrente (e) e isotérmicas (f), para $Gr=10^6$.

6.2 Isotérmicas e linhas de corrente para Gr fixo e variação de H/L

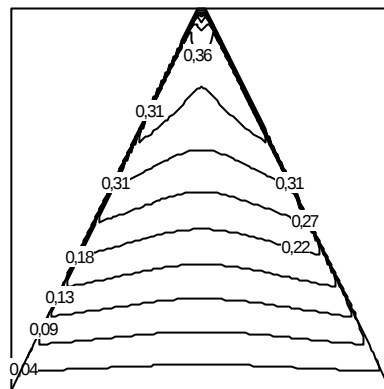
Em seguida, são apresentados os resultados, quando se fixa o valor de Gr (10^3 , 10^5 , 10^6), e varia-se, para cada valor de Gr , o parâmetro H/L (0,5; 1,0 e 2,0).

As figuras seguintes mostram os resultados para as linhas de corrente e isotérmicas para estes casos. O comportamento é similar ao que foi mostrado na Figura (6.2).

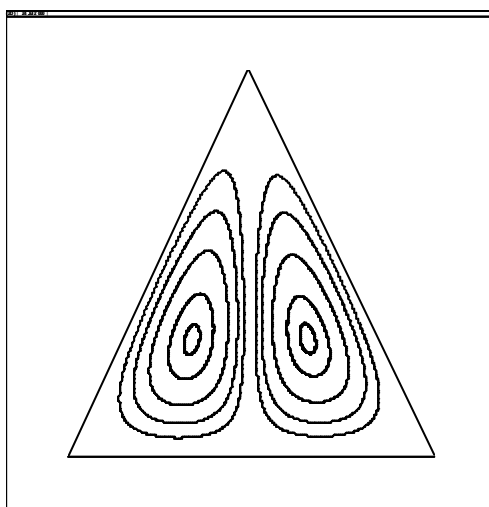
6.2.1 Isotérmicas e linhas de corrente para $Gr=10^3$ e variação de H/L



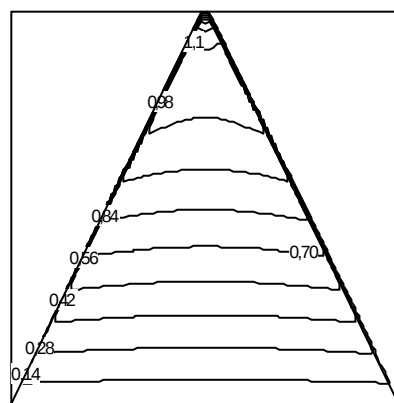
(a)



(b)

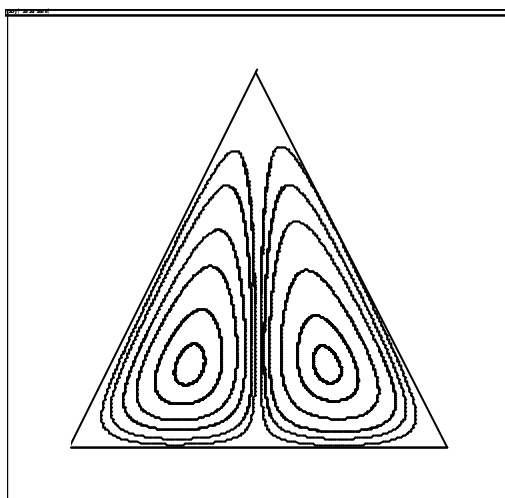


(c)

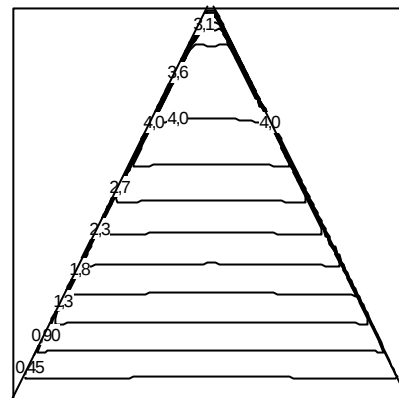


(d)

FIGURA 6.3 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L= 1,0$ (c, d).



(e)



(f)

FIGURA 6.3 (Cont.) - Linhas de corrente (e) e isotérmicas (f), para $H/L=2,0$

6.2.2 Isotérmicas e linhas de corrente para $Gr=10^5$ e variação de H/L

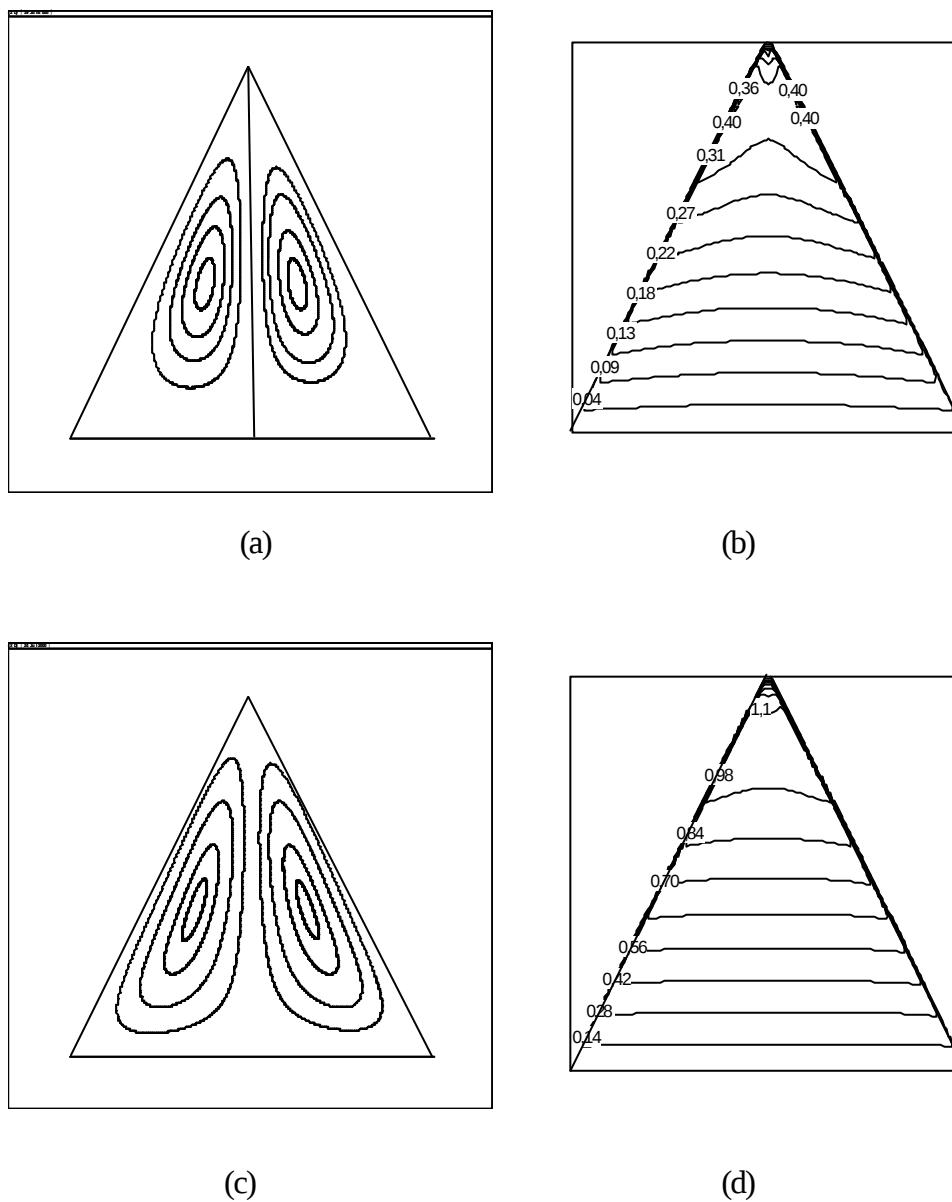
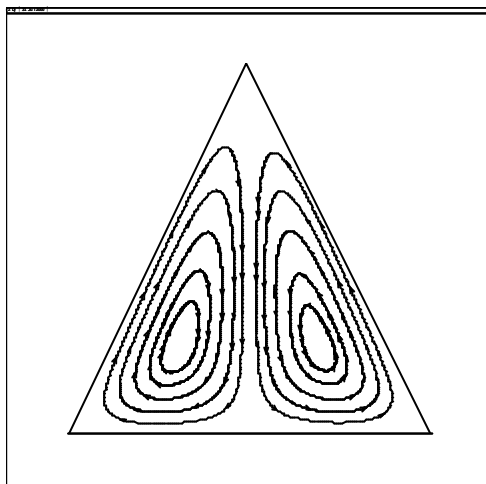
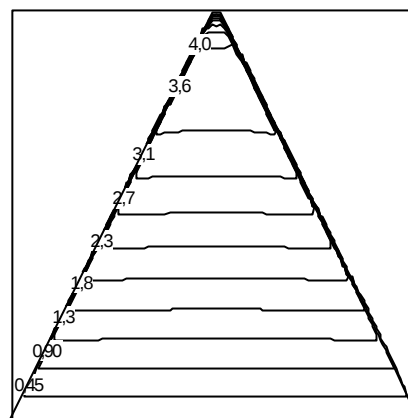


FIGURA 6. 4 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L= 1,0$ (c, d).



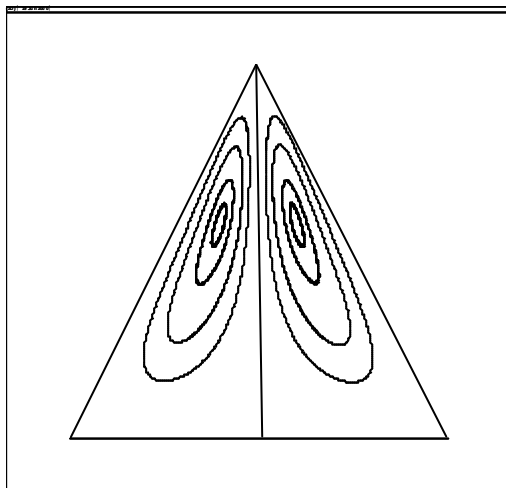
(e)



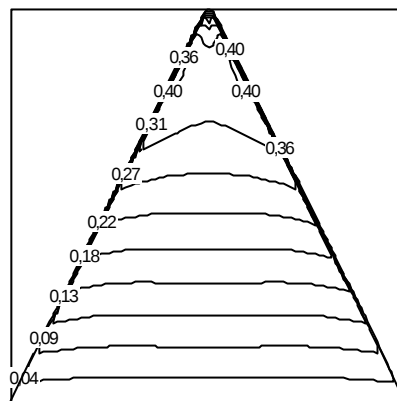
(f)

FIGURA 6. 4 (Cont.) - Linhas de corrente (e) e isotérmicas (f), para $H/L=2,0$

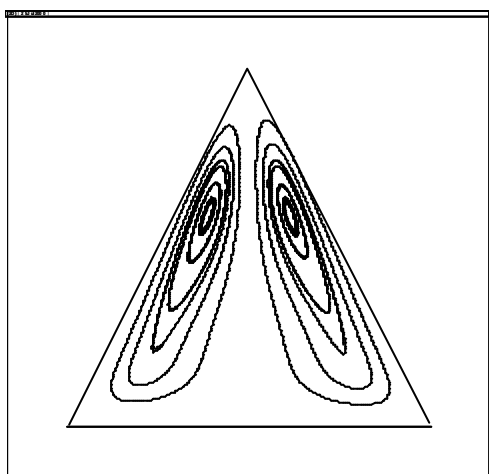
6.2.3 Isotérmicas e linhas de corrente para $Gr=10^6$ e variação de H/L



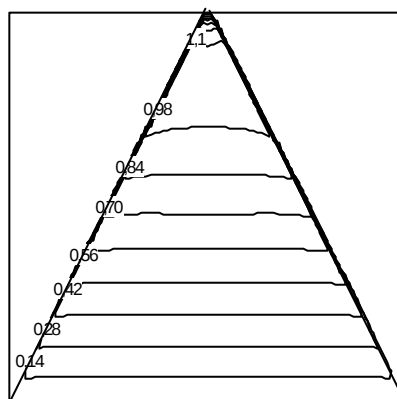
(a)



(b)

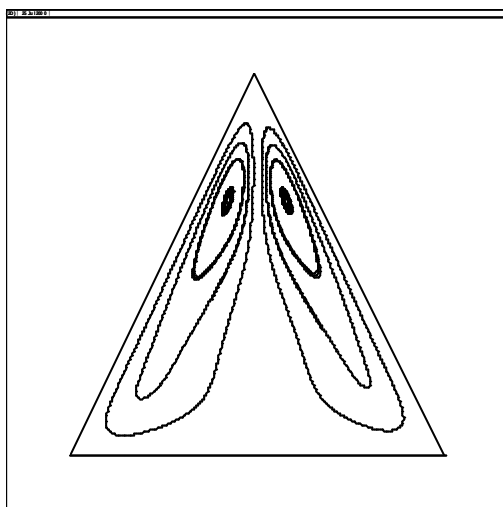


(c)

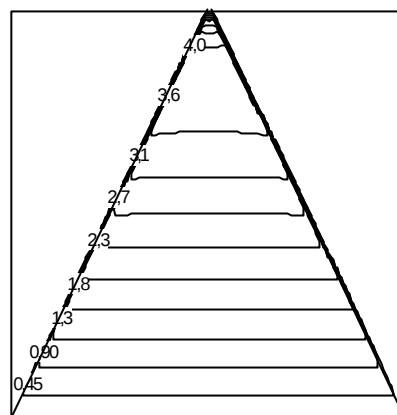


(d)

FIGURA 6.5 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L= 1,0$ (c, d).



(e)



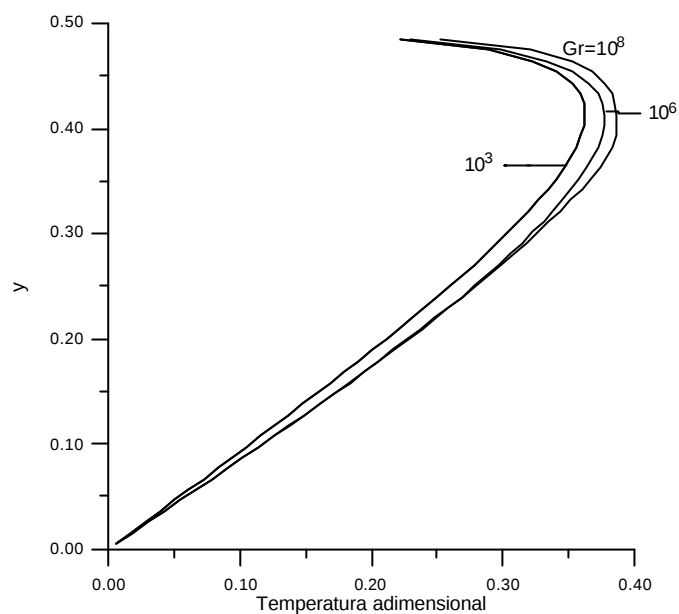
(f)

FIGURA 6. 5(Cont.) - Linhas de corrente (e) e isotérmicas (f), para $H/L=2,0$

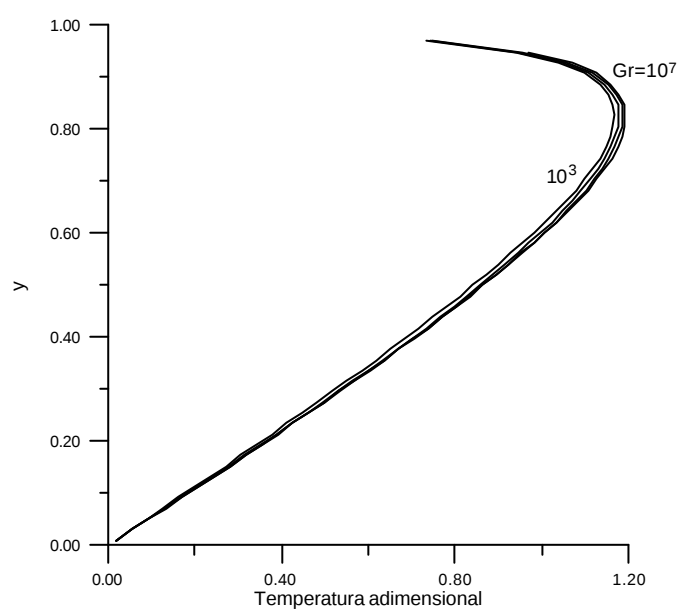
6.3 Influência de Gr e H/L na temperatura adimensional ao longo da linha média vertical da cavidade.

Na Figura 6.6 é mostrada a influência de Gr sobre a temperatura adimensional ao longo da linha média vertical da cavidade, para os valores de H/L estudados (0,5; 1,0; 2,0).

Como pode ser constatado nas Figuras 6.6 a 6.12 o problema é praticamente de condução.

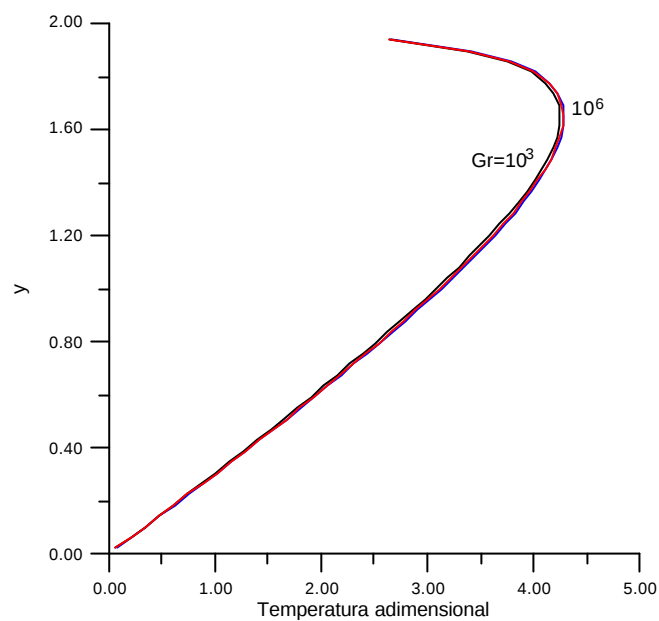


(a)



(b)

FIGURA 6.6 - Influência de Gr sobre a temperatura adimensional ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=0,5$ (a) e $H/L=1,0$ (b).



(c)

FIGURA 6.6 (Cont.) - Influência de Gr sobre a temperatura adimensional ao longo da linha vertical central da cavidade, para $H/L=2,0$.

6.4 Influência de Gr e H/L na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade

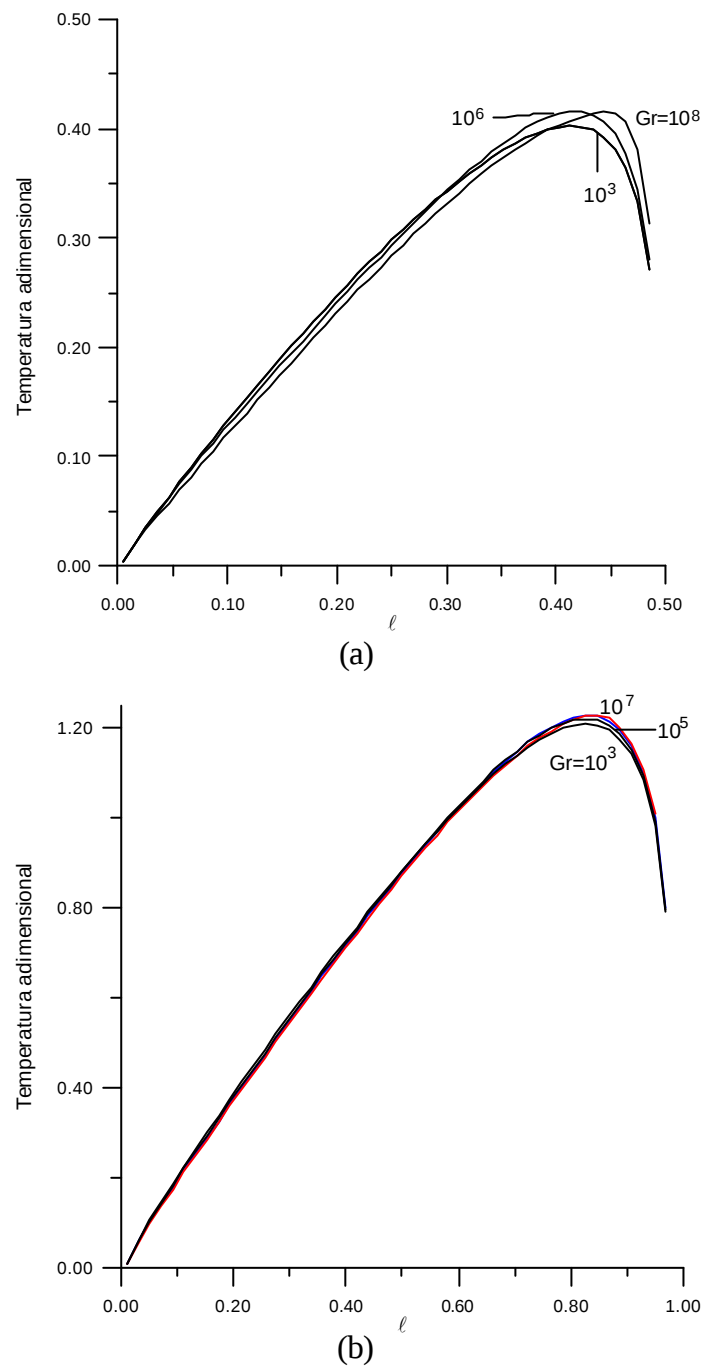
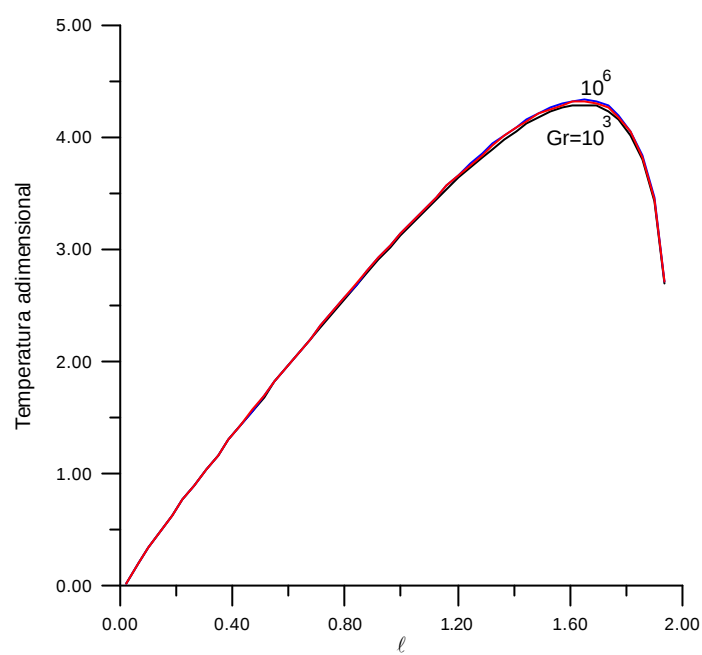


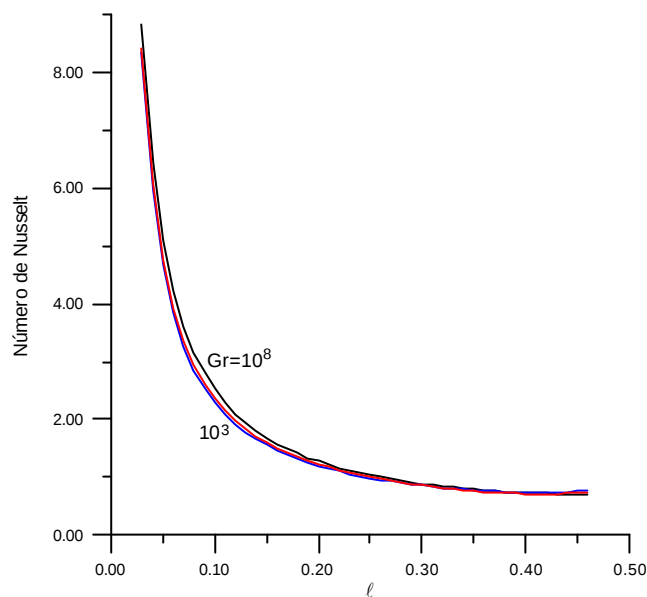
FIGURA 6.7 - Influência de Gr na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$.



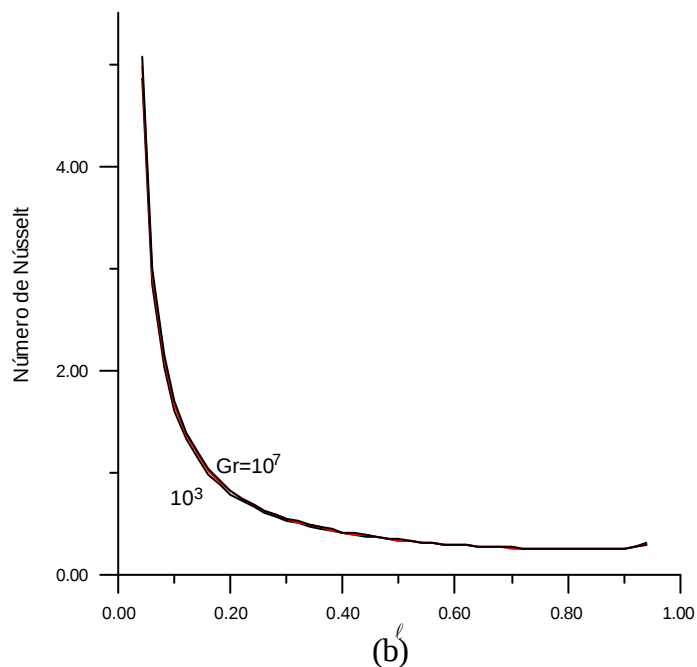
(c)

FIGURA 6.7 (Cont.) - Influência de Gr na temperatura adimensional ao longo da parede quente da cavidade para $H/L=2,0$

6.5 Influência de Gr e H/L no número de Nusselt local normalizado ao longo da parede quente da cavidade.



(a)



(b)

FIGURA 6.8 - Influência de Gr no número de Nusselt local normalizado, ao longo da parede quente da cavidade, para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$.

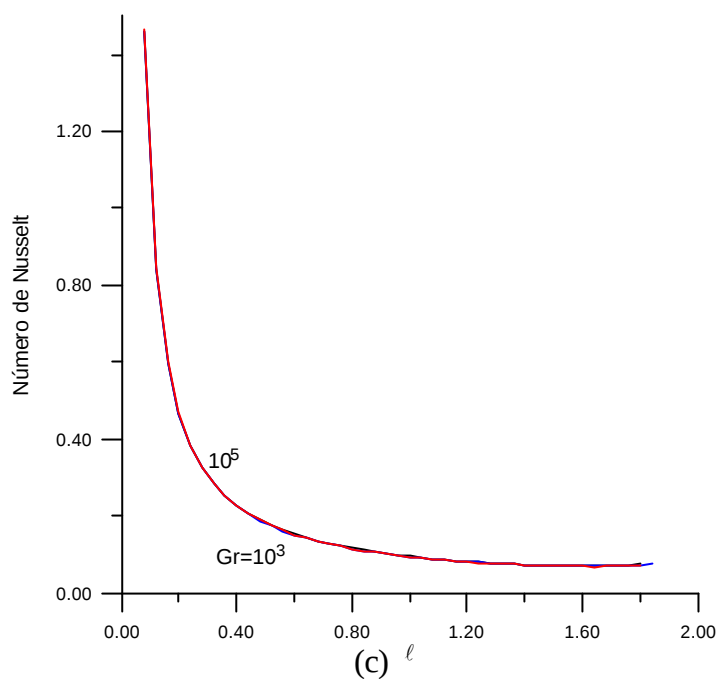


FIGURA 6.8 (Cont.) - Influência de Gr no número de Nusselt local normalizado, ao longo da parede quente da cavidade, para $H/L=2,0$.

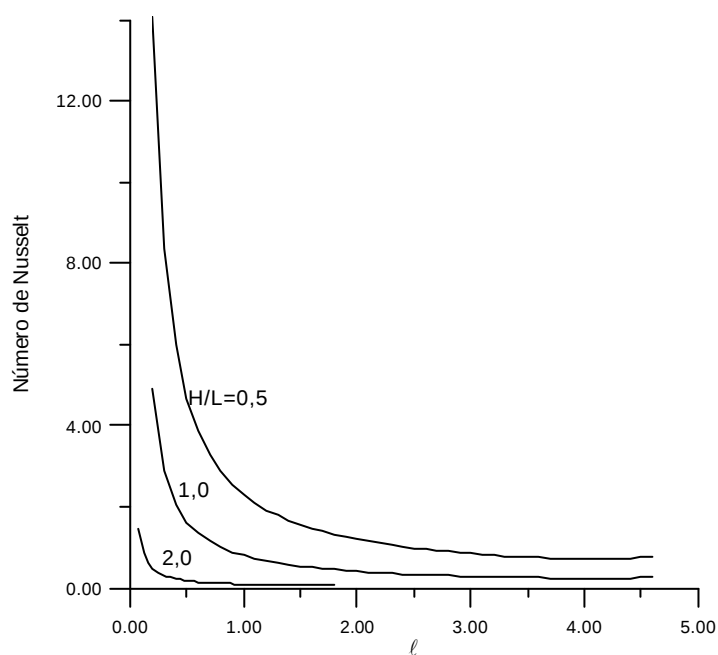
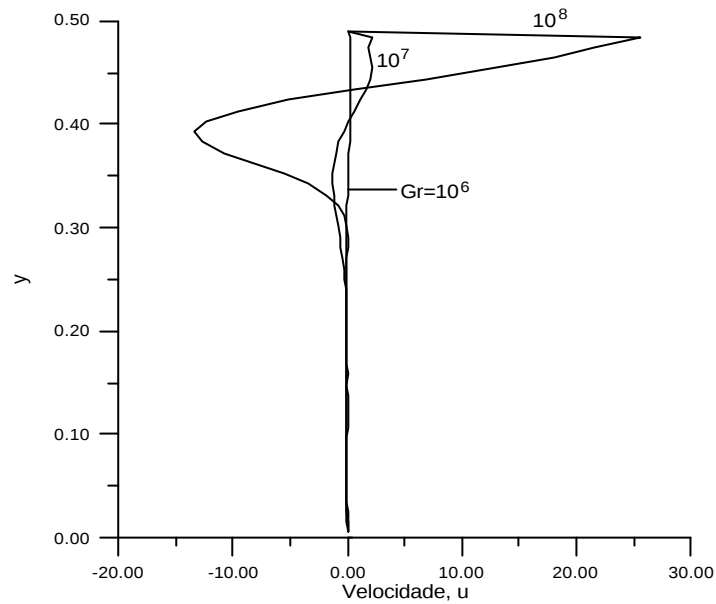
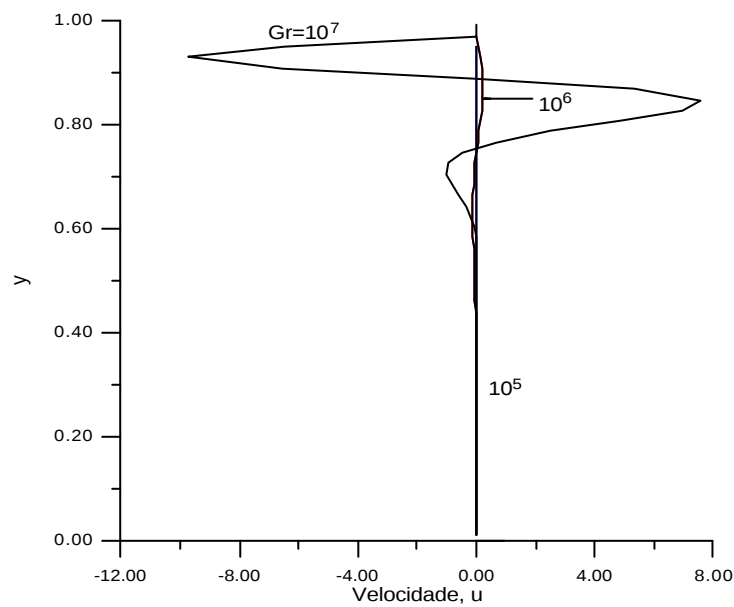


FIGURA 6.9 - Número de Nusselt normalizado ao longo das paredes da cavidade para $Gr=10^5$ e vários valores de H/L . O comprimento da parede está adimensionalizado com o valor máximo 1,0 para todos os valores de H/L .

6.6 Influência de Gr e de H/L na componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade.



(a)



(b)

FIGURA 6.10 - Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha média vertical para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$.

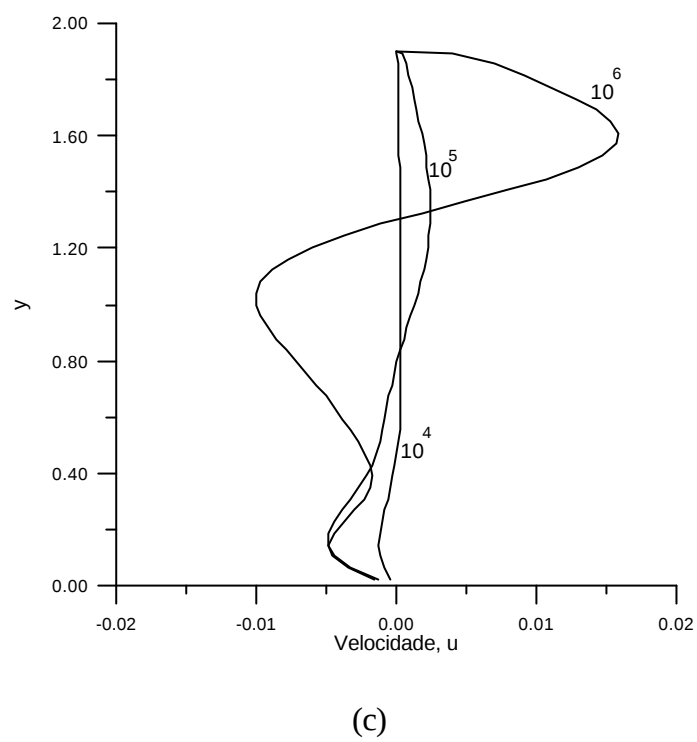


FIGURA 6.10 (Cont.) - Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha média vertical para $H/L=2.0$.

6.7 Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade.

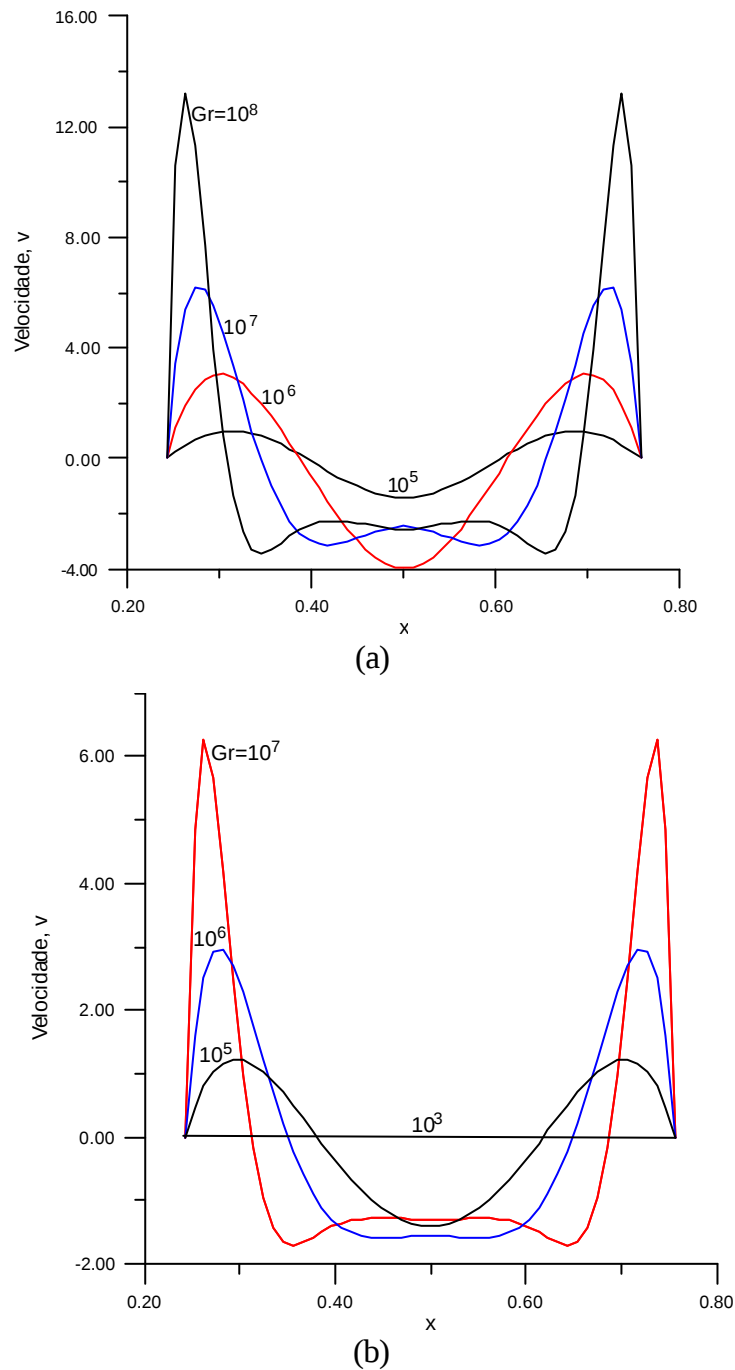
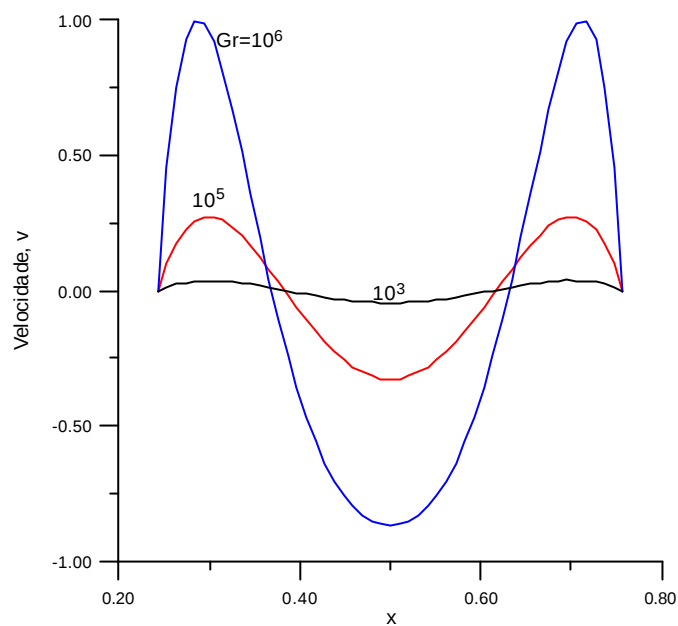


FIGURA 6.11 - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$.



(c)

FIGURA 6.11(Cont.) - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade para $H/L=2,0$.

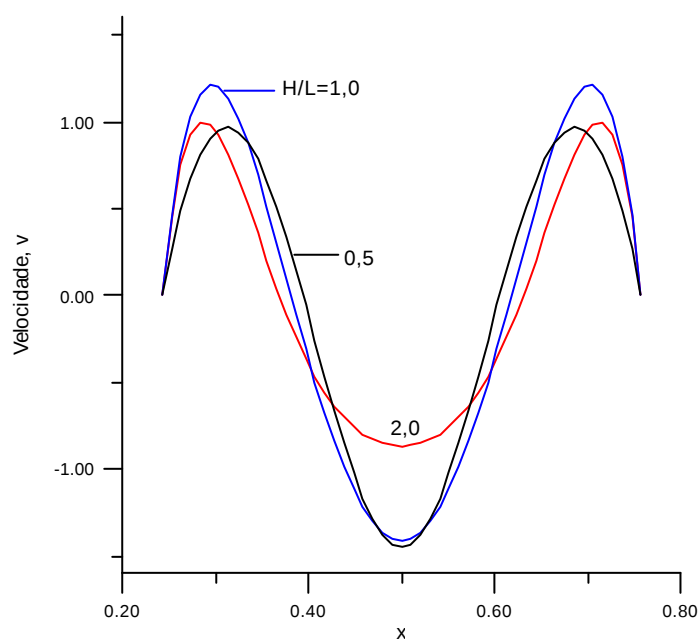


FIGURA 6.12 - Componente vertical da velocidade ao longo da linha média horizontal da cavidade para $Gr=10^5$ e vários valores do parâmetro H/L .

7 CAVIDADE COM FLUXO DE CALOR CONSTANTE - REGIME TRANSIENTE.

7.1 Fluxo de calor constante

Para analisar a transferência de calor no interior da cavidade, em regime transiente, escolheu-se a situação em que um fluxo de calor constante atinge a sua face lateral esquerda, estando a face direita fria (0) e a base adiabática (a), como mostra a Figura 7.1.

As condições de contorno são dadas pelas equações (2.11), e as condições iniciais são as da equação (2.13). Os cálculos foram realizados para $H/L=0,5$ e número de Grashof igual a 10^8 .

A Figura 7.2 mostra a variação das isotérmicas e das linhas de corrente, com o passar do tempo, com o incremento do tempo (adimensional) igual a 10^{-5} .

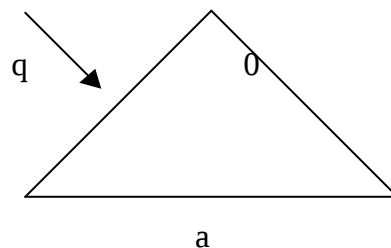
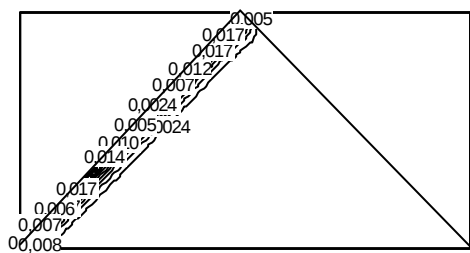
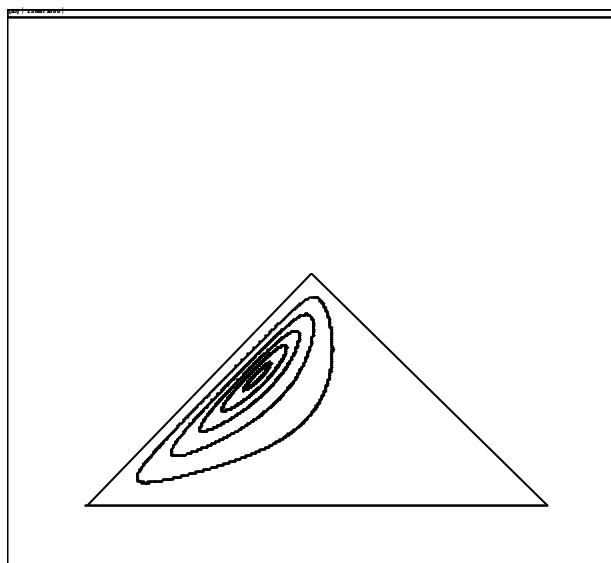


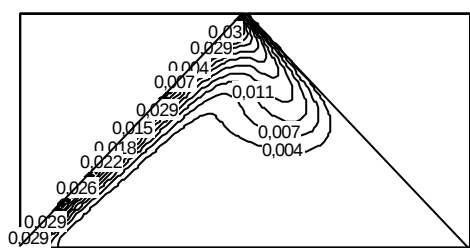
FIGURA 7.1- Cavidade triangular com fluxo de calor constante na face esquerda.



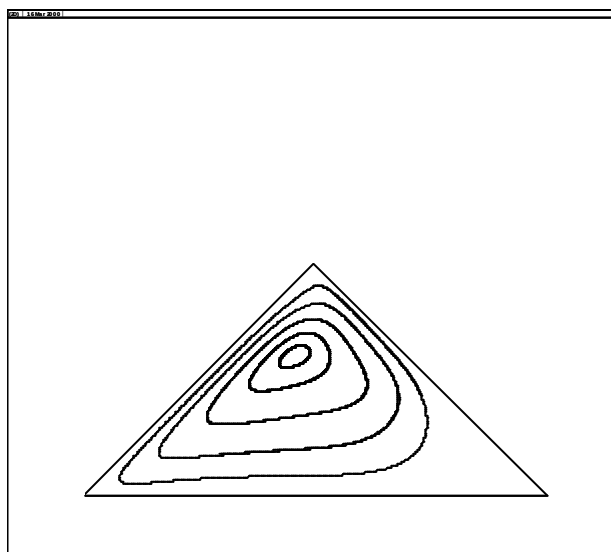
(a)



(b)

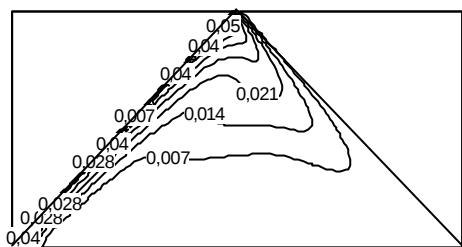


(c)

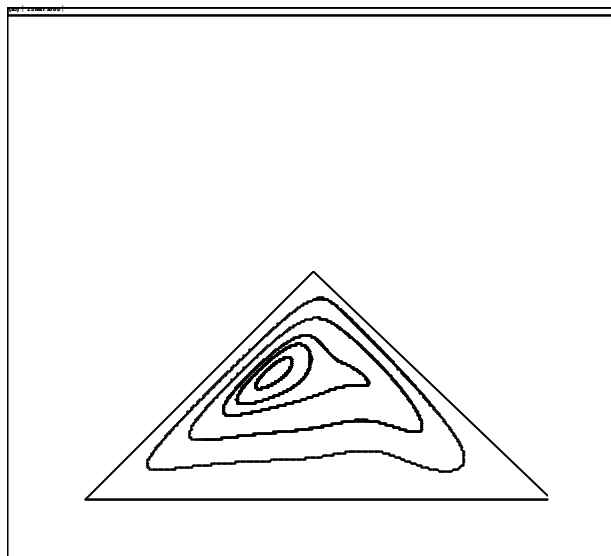


(d)

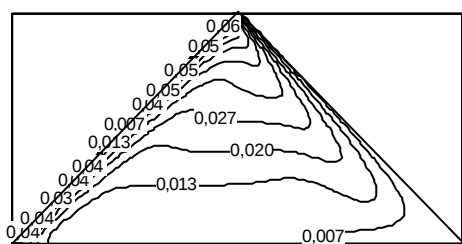
FIGURA 7.2 - Isotérmicas e linhas de corrente, respectivamente, para $t=4,67 \times 10^{-4}$ (a, b) e $t=2,335 \times 10^{-3}$ (c, d)



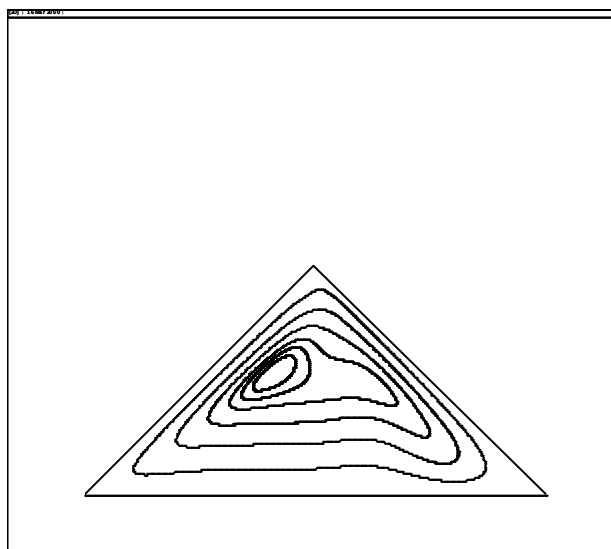
(e)



(f)



(g)



(h)

FIGURA 7.2 (Cont.) - Isotérmicas e linhas de corrente, respectivamente, para $t=4,67 \times 10^{-3}$ (e, f) e $t=1,868 \times 10^{-2}$ (g, h).

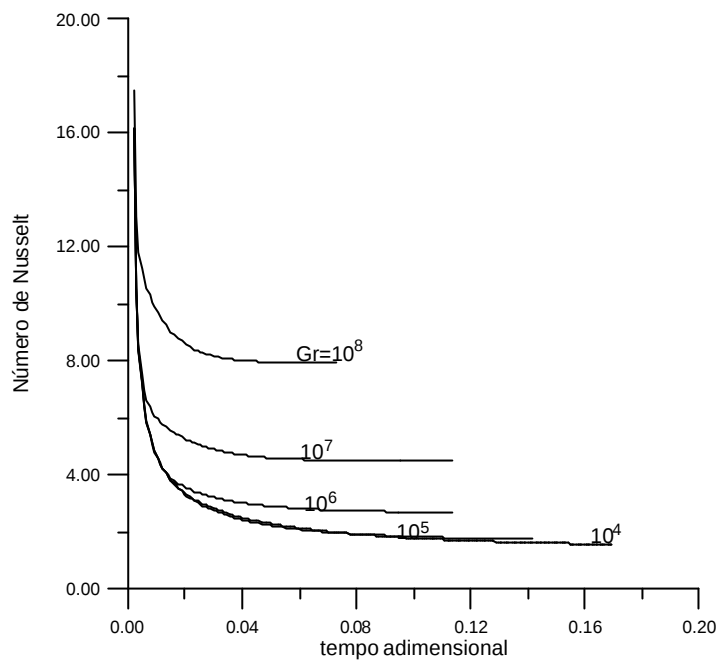


FIGURA 7.3 – Influência do número de Grashof sobre o número de Nusselt normalizado no ponto central da parede quente da cavidade, em função do tempo.

A Figura 7.2 mostra o processo de evolução para a cavidade com $H/L=0,5$ e $Gr=10^8$. No início o escoamento recirculante é muito pequeno e restrito à região próxima à parede quente da cavidade. A transferência de calor ocorre basicamente por condução. Com o crescimento do tempo, a recirculação amplia-se. Quando o estado estacionário é alcançado, as isotérmicas ficam quase paralelas à base, exceto próximo do ângulo reto da cavidade, indicando a estratificação do escoamento. Observa-se também, como o número de Grashof é elevado, a formação da segunda circulação, próxima à parede fria, que explica o formato em S das isotérmicas.

A Figura 7.3 mostra a variação do número de Nusselt local normalizado no ponto central da parede quente, com o tempo, para vários valores do número de Grashof. A normalização foi feita em relação ao valor de Nu para $Gr=0$ no ponto central. Quanto maior é o número de Grashof mais rápido se chega ao estado estacionário.

8 CAVIDADE COM OBSTÁCULO NO INTERIOR

Neste capítulo apresenta-se o estudo da convecção natural em regime permanente no interior da cavidade triangular, com um obstáculo retangular, sólido, de comprimento adimensional 0,20 e de altura 0,15, colocado em seu interior, no centro de sua base. Para os cálculos foi usado $k_r = 500$ para o obstáculo, que equivale a $k_s = 14 \text{ W/m}^2 \text{ C}$.

8.1 Cavidade com temperaturas constantes nas superfícies

Inicialmente estudou-se a convecção no interior da cavidade com temperaturas constantes nas suas superfícies, com o parâmetro $H/L=0,5$. Optamos pelo caso em que as temperaturas são quentes ($\theta = 1$) na face lateral da esquerda e na base; e fria ($\theta = 0$) na face lateral da direita, como mostra a Figura 8.1.

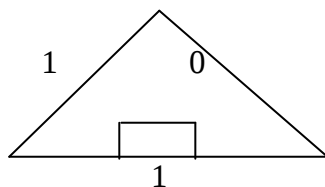
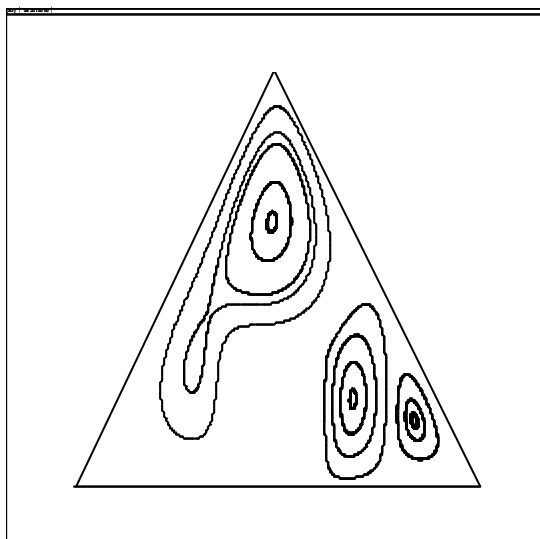


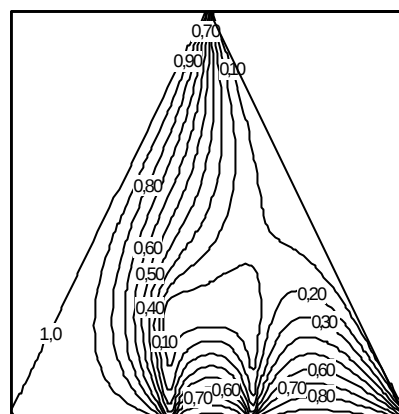
FIGURA 8.1 - Cavidade triangular com temperaturas constantes nas superfícies e com obstáculo em seu interior.

As figuras seguintes mostram as características da convecção no interior da cavidade para $H/L=0,5$ e Gr variando de 10^3 a 10^7 .

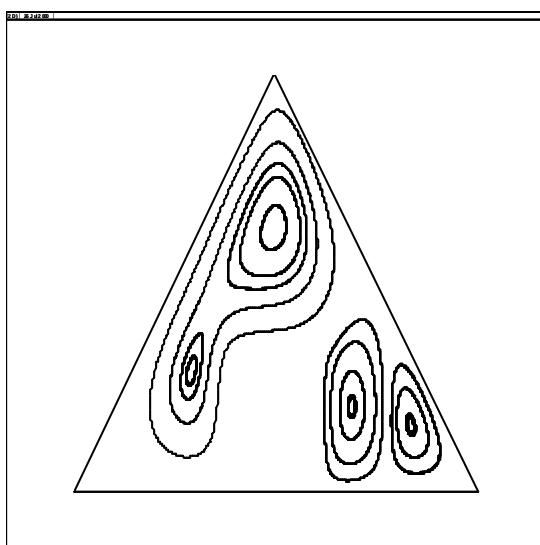
A Figura 8.2 mostra as linhas de corrente e as isotérmicas para o número de Grashof variando de 10^3 a 10^7 . Devido à presença do obstáculo no interior da cavidade, formam-se várias circulações secundárias que se alteram com o crescimento de Gr .



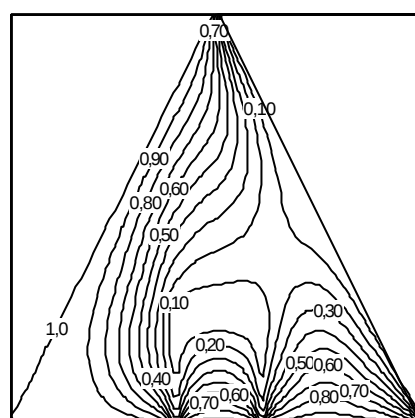
(a)



(b)

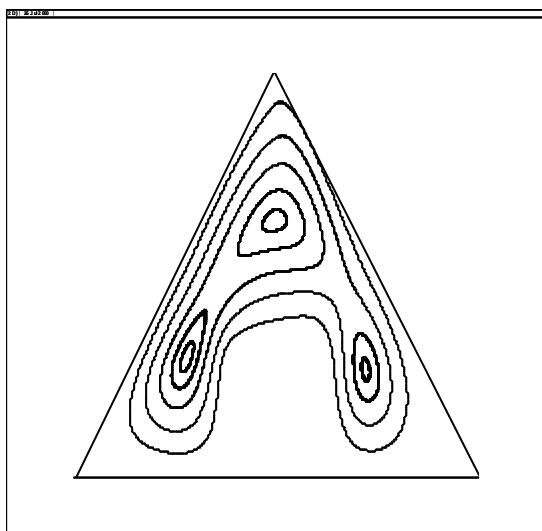


(c)

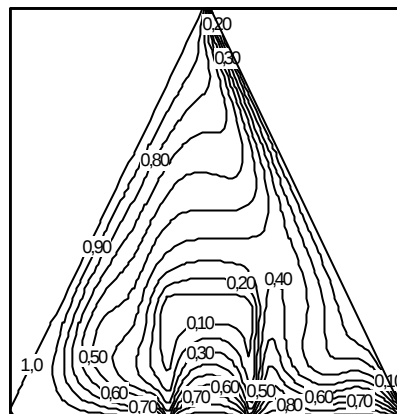


(d)

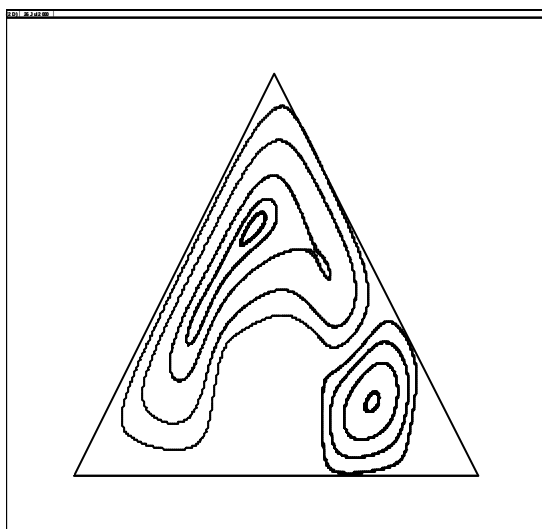
FIGURA 8.2 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^3$ (a, b) e $Gr=10^5$ (c, d).



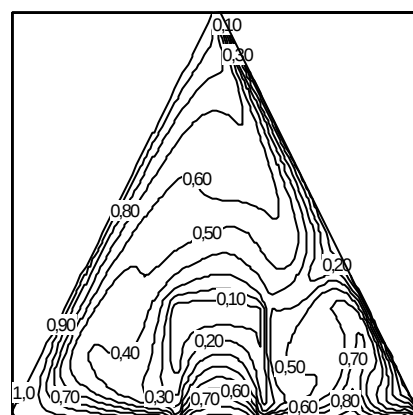
(e)



(f)



(g)



(h)

FIGURA 8.2 (Cont.) - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $Gr=10^6$ (e, f) e $Gr=10^7$ (g, h).

8.2 Cavidade recebendo um fluxo de calor constante numa superfície lateral

Considera-se neste item o estudo da convecção natural no interior da cavidade quando recebe um fluxo de calor constante na face esquerda, tem a base quente ($\theta = 1$) e a superfície da direita fria ($\theta = 0$), com um obstáculo de forma retangular, sólido ($k_r = 500$), colocado no centro da sua base (Figura 8.3).

O obstáculo tem as mesmas dimensões do caso anterior: comprimento adimensional igual a 0,20 e altura 0,15.

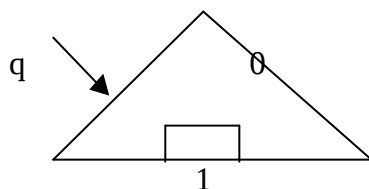


FIGURA 8.3 - Cavidade triangular com fluxo de calor constante na superfície da esquerda e com obstáculo em seu interior.

Foram estudados os casos em que o parâmetro H/L assume os valores: 0,5; 1,0 e 2,0, mantendo-se o obstáculo com as mesmas dimensões nos três casos; isto é, à medida que H/L aumenta, cresce a inclinação das superfícies laterais da cavidade, e a altura relativa do obstáculo, em relação à altura da cavidade, se torna menor.

8.2.1 Isotérmicas e linhas de corrente para Gr fixo e H/L variando

Apresenta-se aqui os resultados obtidos para as isotérmicas e linhas de corrente, quando se fixa o valor de Gr (10^3 , 10^5 , 10^6), e varia-se, para cada valor de Gr , o parâmetro H/L (0,5; 1,0; 2,0). Para $H/L=0,5$, o programa de cálculo converge para valores de Gr até 10^7 ; para $H/L=1,0$, converge até $Gr=10^6$, e para $H/L=2,0$, converge até $Gr=10^5$. Os resultados apresentados são ainda preliminares pois os

números de Grashof alcançados são bastante baixos comparados aos casos anteriores. A presença do obstáculo é bastante mais sensível em cavidades com H/L menores, o que era de se esperar, pois ele ocupa uma área considerável da região mais livre da cavidade. Quando H/L aumenta, os padrões de movimento tomam-se cada vez mais próximos do padrão anteriormente discutido.

8.2.1.1 Isotérmicas e linhas de corrente para $Gr=10^3$ e variação de H/L

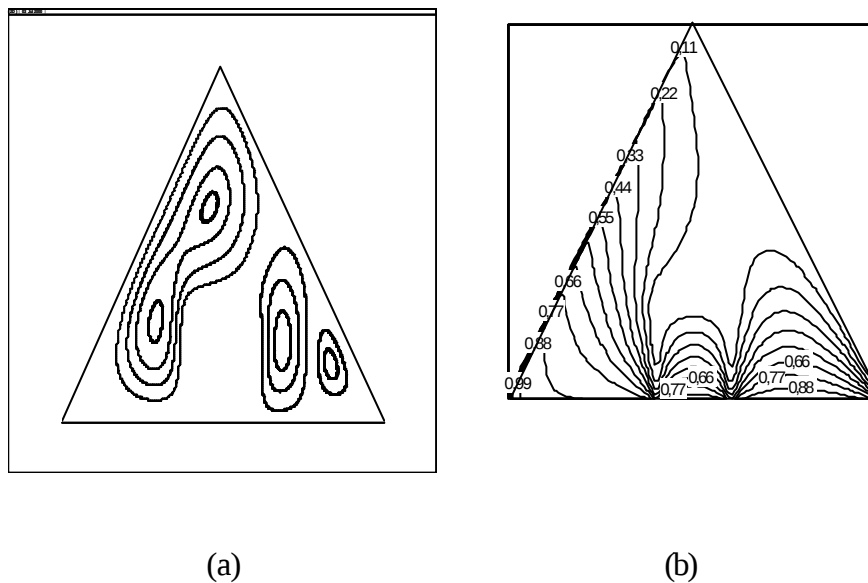
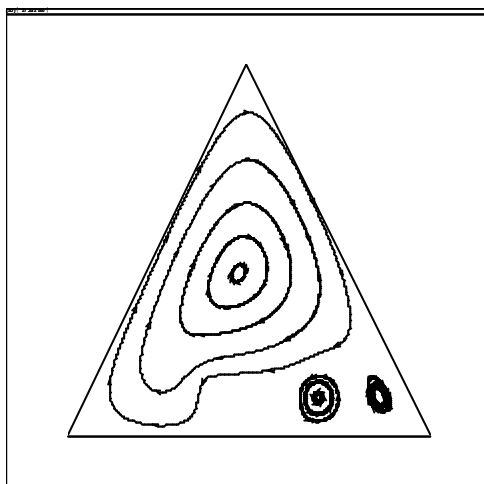
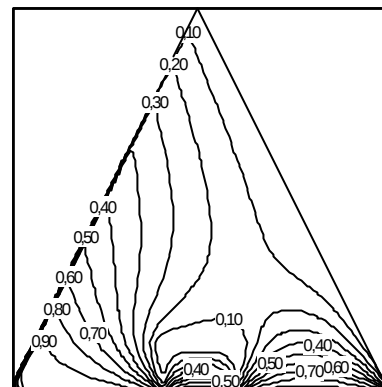


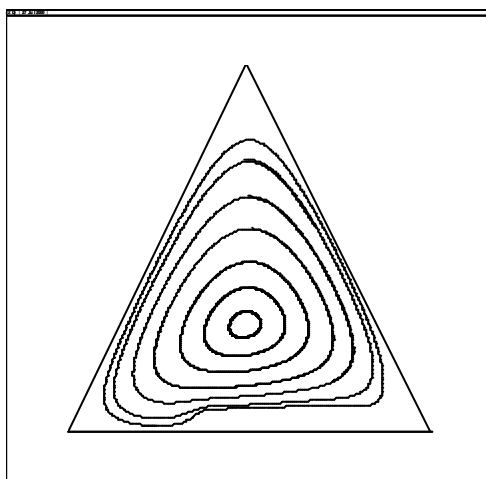
FIGURA 8.4 - Linhas de corrente (a) e isotérmicas (b) para $H/L=0,5$



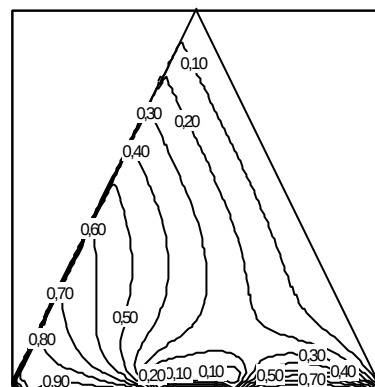
(c)



(d)



(e)



(f)

FIGURA 8.4 (Cont.) - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=1,0$ (c, d) e $H/L=2,0$ (e, f)

8.2.1.2 Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^5$ e variação de H/L

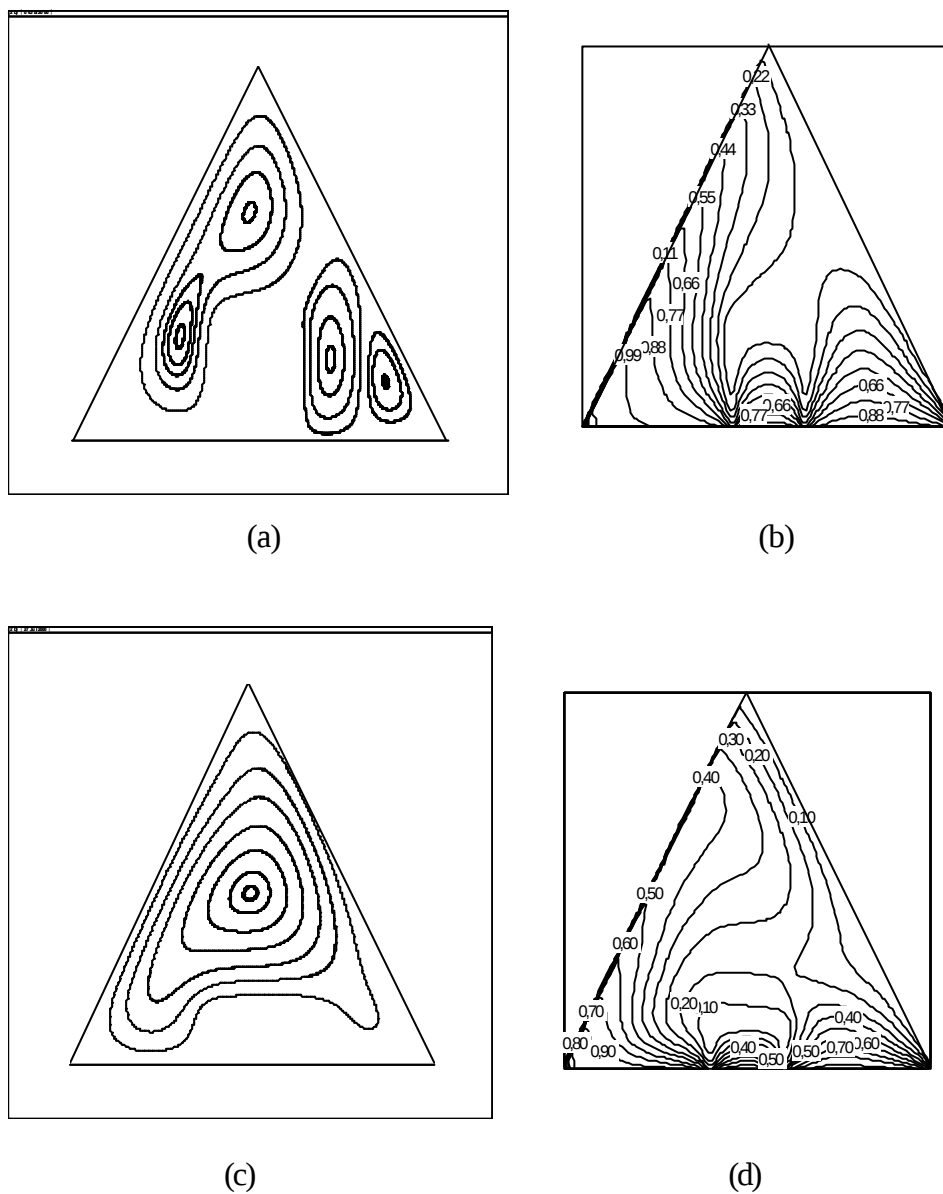
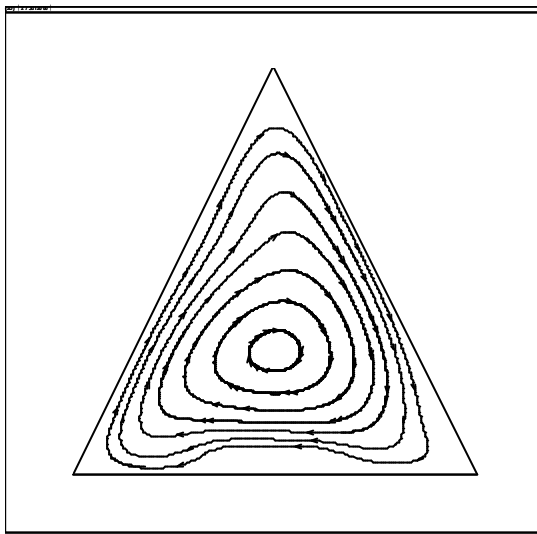
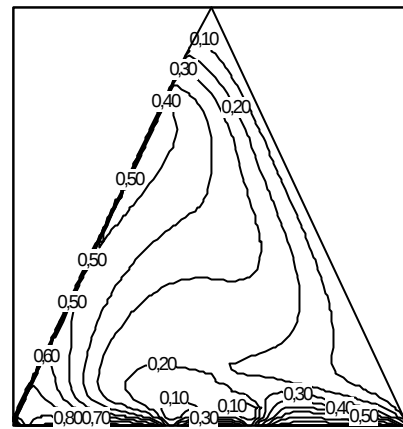


FIGURA 8.5 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d).



(e)



(f)

FIGURA 8.5 (Cont.) - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=2,0$ (e, f).

8.2.1.3 Isotérmicas e Linhas de corrente para $Gr=10^6$ e variação de H/L

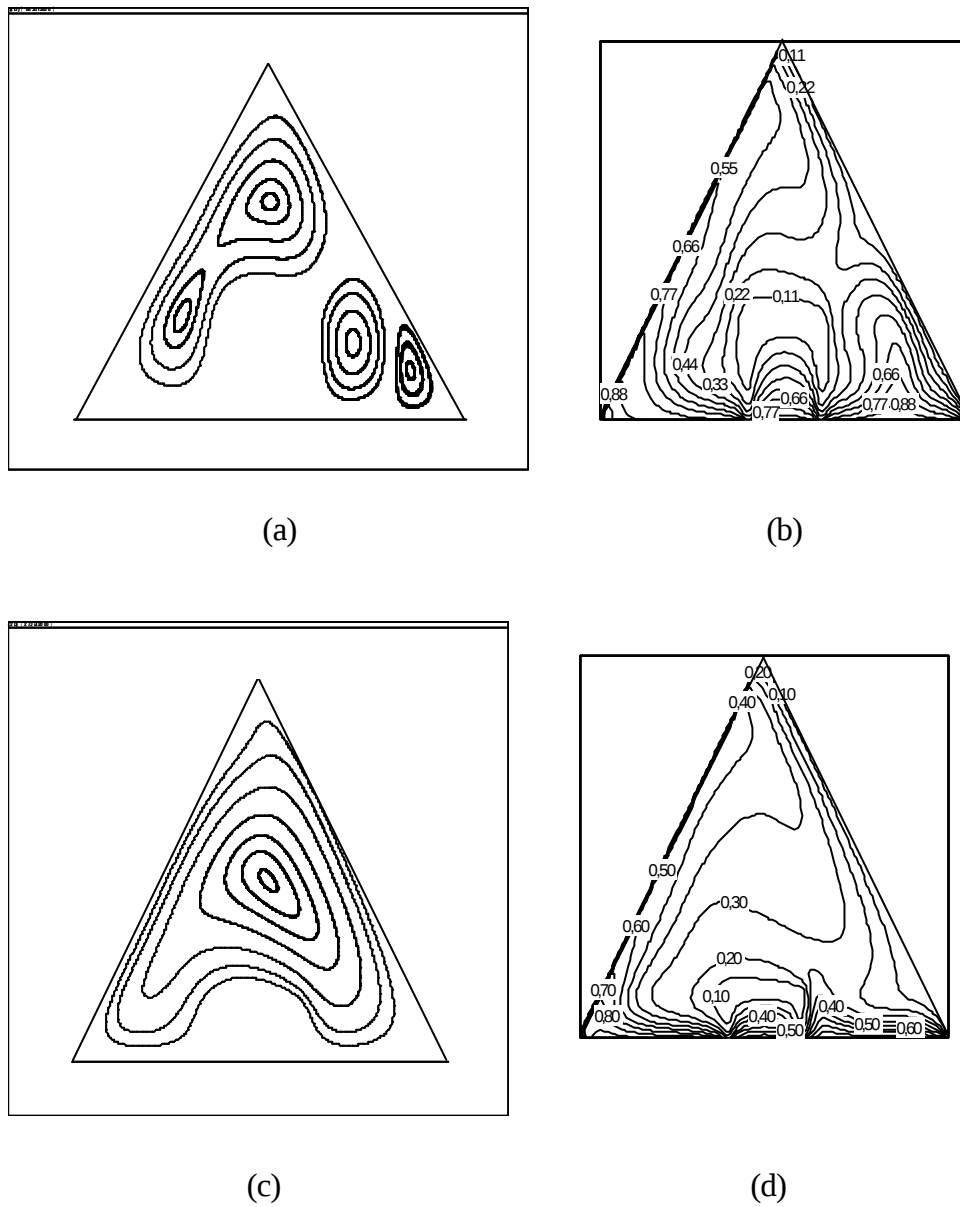
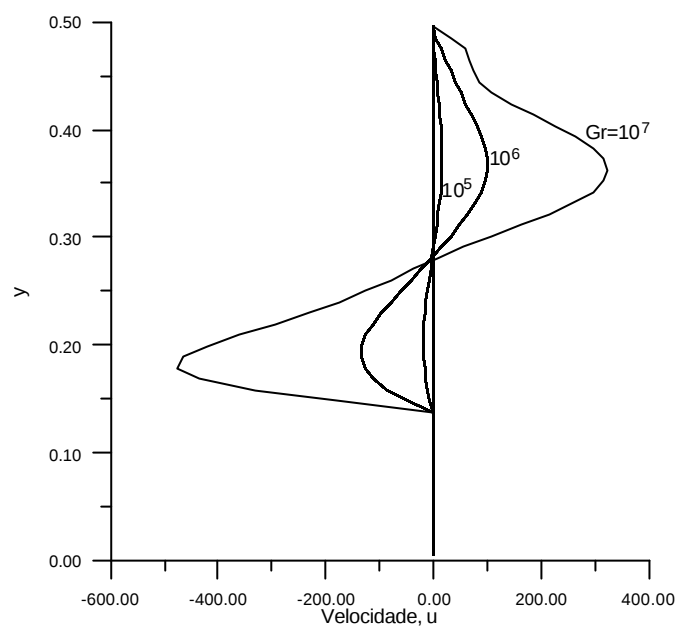
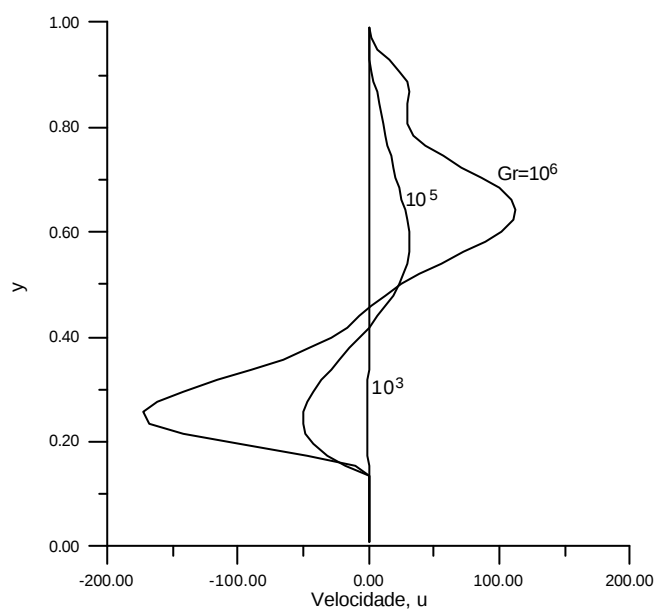


FIGURA 8.6 - Linhas de corrente e isotérmicas, respectivamente, para $H/L=0,5$ (a, b) e $H/L=1,0$ (c, d)

8.2.2 Influência de Gr e de H/L sobre a componente horizontal da velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade.



(a)



(b)

FIGURA 8.7 - Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha média vertical para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$.

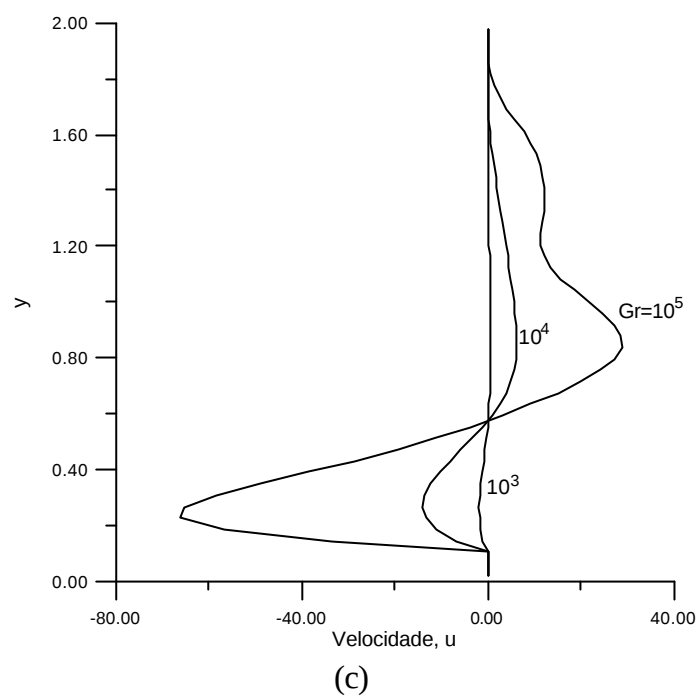
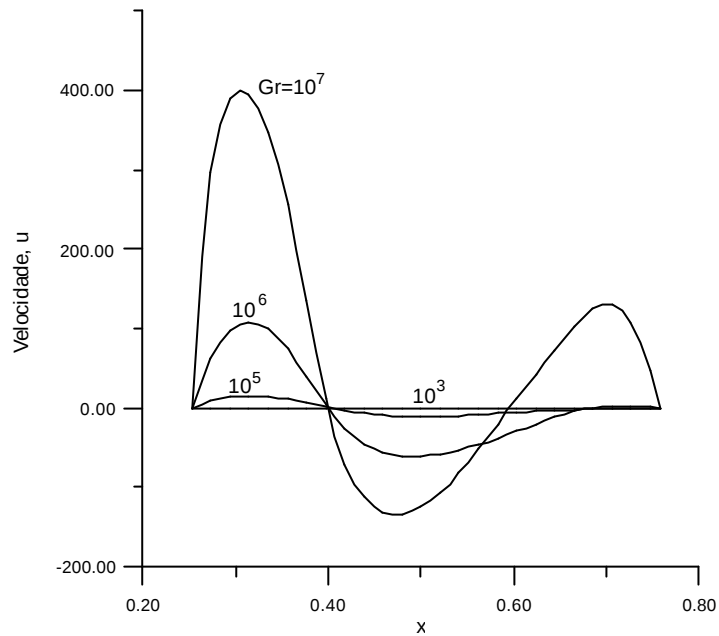
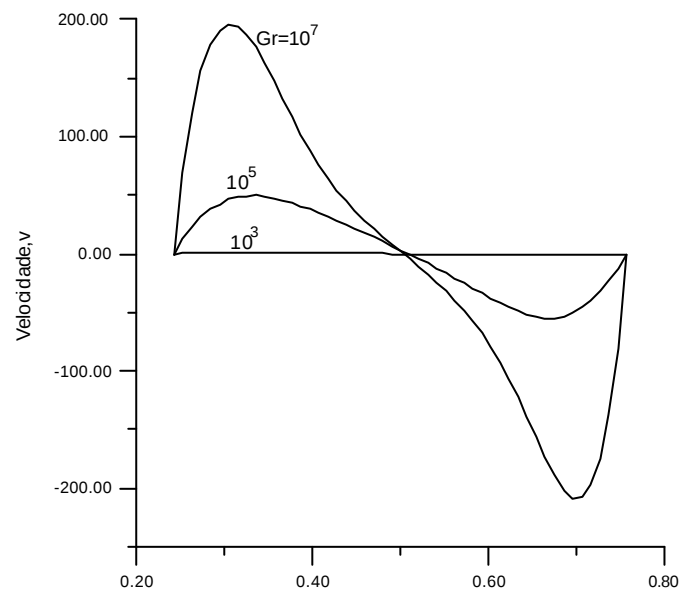


FIGURA 8.7 - (Cont.) Influência de Gr na componente horizontal da velocidade ao longo da linha média vertical para $H/L=2,0$.

8.2.3 Influência de Gr e de H/L sobre a componente vertical da velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade.

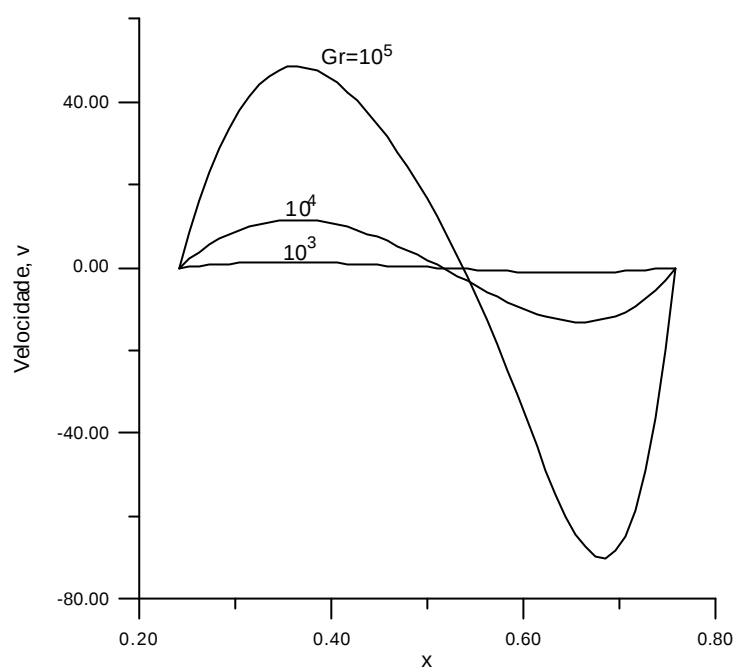


(a)



(b)

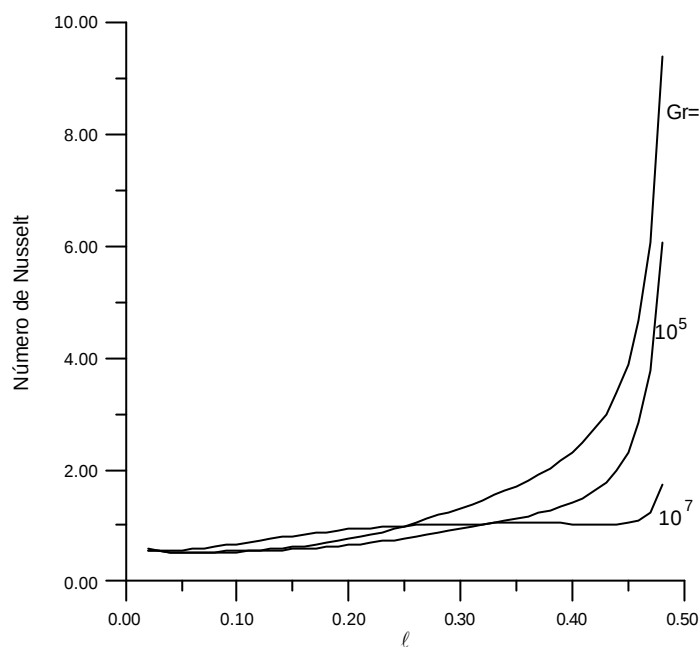
FIGURA 8.8 - Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha média horizontal para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$.



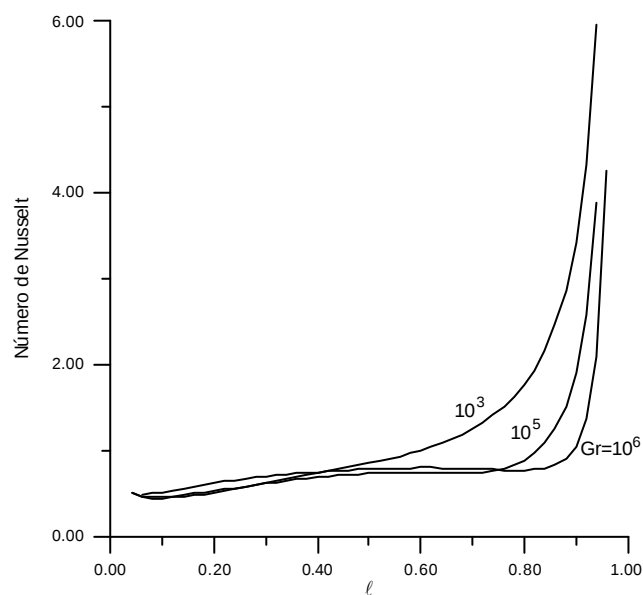
(c)

FIGURA 8.8 - (Cont.) Influência de Gr na componente vertical da velocidade ao longo da linha média horizontal, para $H/L=2,0$.

8.2.4 Influência de Gr e de H/L sobre o número de Nusselt normalizado ao longo da superfície quente da cavidade.



(a)



(b)

FIGURA 8.9 - Influência de Gr no número de Nusselt normalizado ao longo da parede quente da cavidade, para (a) $H/L=0,5$ e (b) $H/L=1,0$.

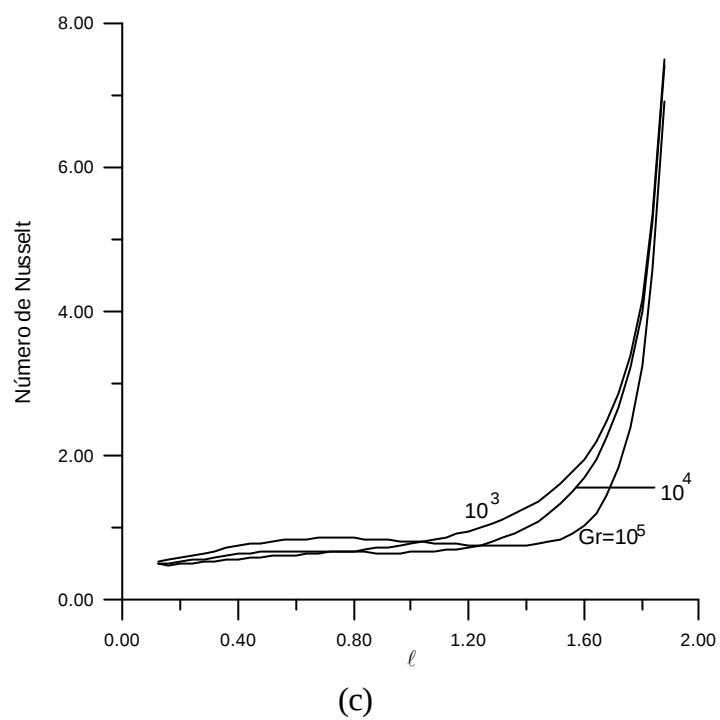


FIGURA 8.9 (Cont.) - Influência de Gr no número de Nusselt normalizado ao longo da parede quente da cavidade, para $H/L=2,0$.

9 COMENTÁRIOS FINAIS E CONCLUSÕES

A convecção natural em uma cavidade triangular isósceles, recebendo um fluxo de calor, foi estudada neste trabalho, tendo sido concluído o que se segue:

- Quando somente um lado da cavidade é aquecido, e considerando o número de Grashof elevado ($Gr > 10^6$), as isotérmicas na parte central da cavidade, tomam a posição horizontal, as quais correspondem às condições de estratificação do fluido. Próximo às superfícies sólidas, aparecem regiões do tipo de camadas limites dinâmicas e são formadas zonas de gradientes do tipo de camadas limites térmicas. É mostrado que a transmissão do calor não é uma função monotonicamente crescente em função do número de Grashof e da razão de aspecto H/L , mas a correlação para o número de Nusselt médio normalizado é uma função crescente desses parâmetros.
- Quando ambas as superfícies inclinadas são aquecidas por um fluxo de calor constante e de mesma intensidade, as isotérmicas são simétricas, como era de se esperar, e tomam a posição horizontal em quase toda a cavidade, exceto próximo ao topo. A transferência de calor é uma função crescente do número de Grashof e da razão de aspecto.
- O estudo da convecção natural em regime transiente, para o caso de um fluxo de calor constante incidindo sobre uma das superfícies da cavidade, com a outra fria e a base adiabática, com $H/L = 0,5$ e $Gr = 10^8$, mostrou que, no início do processo o escoamento recirculante é muito pequeno e restrito à região próxima à parede quente da cavidade, e a transferência de calor

ocorre basicamente por condução. Com o passar do tempo, a recirculação amplia-se; quando se alcança o estado estacionário, as isotérmicas ficam paralelas à base, exceto próximo do topo da cavidade, indicando a estratificação do escoamento. Quanto maior é o valor de Gr , tanto mais depressa se chega ao estado estacionário.

- Quando um obstáculo sólido, retangular, é colocado no interior da cavidade, sobre o centro de sua base, formam-se circulações secundárias que se alteram com o crescimento de Gr . A presença do obstáculo sólido, como era de se esperar, é bastante mais sensível onde é menor a relação H/L . Quando este parâmetro aumenta, os padrões do movimento tornam-se cada vez mais próximos do padrão para a cavidade sem obstáculo.
- Quando um fluxo de calor variável com o tempo e com a inclinação, incide sobre a cavidade, simulando o fluxo solar, nota-se que a medida que este vai se tomando normal à superfície inicialmente atingida, inicia-se o processo de aparecimento de uma segunda circulação na cavidade. A partir deste instante, o fluxo de calor passa a incidir também na outra superfície da cavidade, o que começa a inibir o processo convectivo. Quando os fluxos dos dois lados tendem a se igualar, acontece a transição do regime de uma célula convectiva para duas células principais, simétricas em relação ao centro, com velocidades bem inferiores. O escoamento torna-se simétrico quando o fluxo de calor atinge o valor máximo, para a inclinação de 90° . A transferência de calor atinge o valor máximo no ponto em que o fluxo de calor é normal à superfície aquecida, decrescendo sensivelmente a partir deste instante.

- Existe a necessidade da introdução de termos de turbulência nas equações, para permitir a utilização dos resultados em cavidades de dimensões maiores. Isto poderia ser feito em outros trabalhos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKINSETE, V. A.; COLEMAN, T. A. Heat transfer by steady laminar free convection within triangular enclosures. *Numerical Methods in Thermal Problems*, p. 259-268, 1979
- AKINSETE, V. A., COLEMAN, T. A. Heat transfer by steady laminar free convection in triangular enclosures. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 25, p. 991-998, 1982.
- CAMPO, E. M; SEM, M.; RAMOS, E. Analysis of natural convection in a triangular enclosure. *Numerical Heat Transfer*, v. 13, p. 353-372, 1988.
- CHORIN, A. J. Numerical solution of Navier-Stokes equations. *Math. Comput.*, v.22, p. 745-762, 1968.
- FLACK, R.D.; KONOPNICKI, T.T.; ROOKE, J. H. The measurement of natural convective heat transfer in triangular enclosures. *J. Heat Transfer*, v. 101, p. 648-654, 1979.
- FLACK, R.D. The experimental measurements of natural convection heat transfer in triangular enclosures heated or cooled from below. *J. Heat Transfer*, v. 102, p. 770-772, 1980.
- FLACK, R. D.; BRUN, K. Measurement and prediction of natural convection velocities in triangular enclosures. *Int. Heat and Fluid Flow*, v.16, p. 106-113, 1995.
- GERSHUNI, G. Z.; ZHUKHOVITSKIY, E. M.; SHVARTZBLAT, D. L. Overcritical convective motions in asymmetric region *Hydrodynamics*, n. 7, p. 89-95, Perm. 1974.
- GHASSEMI, M.; ROUX, J. A. Numerical investigation of natural convection temperature within a triangular shaped enclosure. *HTD. Am. Soc. Mech. Eng. Heat Transf. Div.*, v.107, p.169-175, 1989.

- HASANI, S.M.; CHUNG, B. T. F. Combined natural convection and radiation in a triangular enclosure. *HTD. Am. Soc. Mech. Eng. Heat Transf. Div.*, v. 1, p. 63-72, 1998.
- KARYAKIN, Y. E. Numerical modelling of nonsteady natural convection in prismatic cavities. *Journal of Engineering Physics*, .p 397-403, 1989a.
- KARYAKIN, Y. E. Unsteady natural convection in enclosure of arbitrary cross section. *Fluid Dynamics*, v. 24, p. 23-27, 1989b.
- KARYAKIN, Y. E., SOKOVISHIN, Y.A. Unsteady-state natural convection in a triangular enclosure with isothermal walls. *Izv. AN SSSR, Ser. Fiz. Energ. Nauk*, v. 4, p. 104-110, 1985a.
- KARYAKIN, Y. E., SOKOVISHIN, Y.A. Unsteady-state natural convection in an enclosure of triangular cross-section. *Izv. AN SSSR, Mekh. Zhidk, Gaza*, v. 5, p.169-173, 1985b.
- KARYAKIN, Y. E.; MARITYNENKO, O. Z.; SOKOVISHIN, Y.A. Numerical simulation of unsteady-state natural convection in triangular enclosures. *Heat Transfer - Sov. Res.*, v. 17, n.3, p. 1-33, 1985.
- KARYAKIN, Y. E.; SOKOVISHIN, Y.A. Transient natural convection in triangular enclosures. *Int. Journal Heat Transfer*, v. 31, n.9, p. 1759-1766, 1988.
- KUSHAWAHA, H. S. Finite element computation of natural convection in enclosures. *Bhabha Atomic Research Centre. BARC-1148*, 1982.
- KUYPER, R.A.; HOOGENDOORN, C. J. Laminar natural convection flow in trapezoidal enclosures. *Numerical Heat Transfer, Part A - Applications* , v. 28, n.1, p. 55-67, 1995.
- LAM, S. W.; JANI, R.; SYMONS, J. G. Experimental and numerical studies of natural convection in trapezoidal cavities. *J. Heat Transfer*, v.111, n.2, p. 372-377, 1989.
- OSTRACH, S. Natural convection in enclosures, *J. Heat Transfer*, v.110, p. 1175-1190, 1988.

- PATTERSON, C.J.; ARMFIELD, S. W. Transient features natural convection in a cavity. *J. Fluid Mechanics*, v.219, p. 469-497, 1990.
- PATANKAR, S. V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Washington: Hemisphere Pub. Corporation, 1980, 197 p.
- PATANKAR, S. V. A. Calculation procedure for two-dimensional elliptic situations. *Numerical Heat Transfer*, v. 2, p. 409-425, 1979.
- PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. A Calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in the three dimensional parabolic flows. *Int. J. Heat and Mass Tranfer*, v. 15, p. 1787, 1972.
- PATANKAR, S. V. A numerical method for conduction in composite materials, flow in irregular geometries and conjugate heat transfer, In: INTERNATIONAL HEAT TRANSFER CONFERENCE, 6, 1978, Toronto. *Proceedings ...* Toronto: v. 3, p. 297, 1978.
- PERIC, M. Natural convection in trapezoidal cavities. *Num. Heat Transfer, Part A - Applications*, v. 24, p. 213-219, 1993.
- POULIKAKOS, D.; BEJAN, A. Natural convection experiments in a triangular enclosure. *J. Heat Transfer*, v. 105, p. 652-655, 1983.
- POULIKAKOS, D.; BEJAN, A. The fluid dynamics of an attic space. *J. Fluid Mech.* v. 131, p. 251-269, june, 1983.
- REINDL, D.T.; BECKMAN, W.A.; MITCHELL, J.W. Transient natural convection in enclosures with application to solar thermal storage tanks. *Sol. Eng.* V.92, p 1143-1148, 1992.
- SADAT, H.; SALAGNAC, P. Further results for laminar natural convection in a two-dimensional trapezoidal enclosure. *Numer. Heat Transfer, Part A - Applications*, v. 27, n. 4, p. 451-459, 1995.
- SIMPKINS, P.G.; FIGLIOLA, R. S.; GEORGIADIS, J. G. Natural convection in enclosures. In: NATIONAL HEAT TRANSFER CONFERENCE AND

EXIBITION, 28, 1992. New York. *Proceedings...* New York: ASME, 1992. ASME, Heat Transfer Division, v.198, New York, p. 133, 1992.

YEDDER, R. B.; E. BILGEN, E. Laminar natural convection in inclined bounded by a solid wall. *Heat and Mass Transfer*, v. 32, p. 455-462,1997.

APÊNDICE

No quadro abaixo são apresentados os valores do número de Nusselt médio e no ponto central da superfície da cavidade que recebe o fluxo de calor, para o número de Grashof igual a zero, em cada um dos casos estudados, indicados na Figura 1.1 do texto.

Casos	H/L	Nu médio (Gr=0)	Nu central (Gr=0)
a	0,5	3,488	2,308
a	1,0	3,977	2,285
a	2,0	4,248	2,072
a	5,0	4,411	1,964
b	0,5	10,751	5,041
c	0,5	1,735	1,075
d	0,5	6,757	2,174
e	0,5	8,066	3,408
f	0,5	2,987	1,854
f	1,0	3,754	2,669
f	2,0	4,259	2,596