

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Monique Caroline Silva Oliveira

**Análise numérica via CFD/Adjunto do desempenho de pás
de turbinas eólicas devido a introdução de protuberâncias
bioinspiradas nos bordos de ataque**

Ilha Solteira, SP
2025

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Análise numérica via CFD/Adjunto do desempenho de pás de turbinas eólicas devido à introdução de protuberâncias bioinspiradas nos bordos de ataque

Trabalho de Graduação apresentado à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP - como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheira Mecânica.

Monique Caroline Silva Oliveira

Discente

Prof. Dr. Aluisio Viais Pantaleão

Orientador

Ilha Solteira, SP

2025

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- O48a Oliveira, Monique Caroline Silva.
- Análise numérica via CFD/Adjunto do desempenho de pás de turbinas eólicas devido a introdução de protuberâncias bioinspiradas nos bordos de ataque / Monique Caroline Silva Oliveira. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2025
68 f. : il.
- Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2025
- Orientador: Aluisio Viais Pantaleão
- Inclui bibliografia
1. Pás de turbina eólica. 2. Otimização. 3. Método adjunto.

ANEXO 02
MODELO DE ATA DE DEFESA

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: Análise numérica via CFD/Adjunto do desempenho de pás de turbinas eólicas
devido a introdução de protuberâncias bioinspiradas nos bordos de ataque

ALUNO: Monique Caroline Silva Oliveira RA: 201051605

Orientador: Prof. Dr. Aluisio Viais Pantaleão

Aprovado (x) – Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 9.0

Comissão Examinadora:

Prof. _____
Presidente (Orientador)

Prof. Henrique Matos Campos 

Prof. Genaro Antonio Montoya Juarez 

Assinatura do Aluno

Ilha Solteira (SP) 24 de abril de 2025.

Dedicatória

À minha mãe, Miriam Roberta Silva, que sempre foi minha maior fonte de amor e força, tudo o que sou hoje, devo a ela. À minha irmã, Larissa Silva Oliveira, que é não só minha família, mas também minha amiga e parceira de vida.

À minha amada cachorrinha Luna, que com seu carinho e lealdade trouxe ainda mais significado aos meus dias. Também dedico à minha falecida avó Maria Terezinha de Jesus Almeida, que partiu em 2016, mas deixou um legado imenso de amor, sabedoria e ensinamentos que jamais serão esquecidos. E, por fim, dedico a Monique de 2020, a versão de mim mesma que teve coragem de nunca olhar para trás.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, à Nossa Senhora Aparecida e a todos os meus guias espirituais, cuja proteção e sabedoria foram fundamentais ao longo desta jornada. Também agradeço aos meus familiares e amigos, o apoio e a paciência de cada um foram essenciais para que eu alcançasse meus objetivos.

Agradeço, também, ao Grupo PET Engenharia Mecânica, por proporcionar um ambiente enriquecedor de aprendizado e colaboração, onde pude crescer não apenas academicamente, mas também como pessoa.

Por fim, sou imensamente grata aos meus professores da graduação que contribuíram significativamente para minha formação, em especial, aos meus orientadores, Prof. Dr. Ernandes Rocha de Oliveira e Prof. Dr. Aluisio Viais Pantaleão, cujo apoio, orientação e paciência foram cruciais para a realização deste trabalho.

Às vezes, tentar provar aos outros que você é o
melhor é como um insulto.
(Autor desconhecido)

Resumo

Este estudo teve como objetivo otimizar o perfil aerodinâmico de um aerofólio representativo de uma pá de turbina eólica de eixo vertical, com foco em aplicações em tecnologias *offshore*. Para isso, foi realizada uma análise computacional do escoamento sobre diferentes geometrias do perfil, comparando versões otimizadas e não otimizadas. Inicialmente, investigaram-se geometrias com protuberâncias bioinspiradas na nadadeira dorsal da baleia-jubarte, variando-se a amplitude e o comprimento de onda dessas estruturas. Dentre as configurações analisadas, a geometria 4S apresentou o melhor desempenho aerodinâmico e foi, posteriormente, otimizada por meio do método adjunto, em simulações bidimensionais e tridimensionais. A otimização resultou em um aumento na razão entre os coeficientes de sustentação e arrasto. As simulações foram conduzidas no *software OpenFoam*, considerando o escoamento estacionário, incompressível e com velocidade de 7 m/s , com o objetivo de aprimorar o desempenho de perfis aerodinâmicos aplicáveis a turbinas eólicas no contexto do projeto OTIC (*Offshore Technology Innovation Center*), voltado ao desenvolvimento de tecnologias para geração de energia em ambiente *offshore*. Como principais resultados, obteve-se um incremento de 88,7% no desempenho aerodinâmico da geometria 4S em regime laminar bidimensional, e de 39,04% para a mesma geometria em escoamento turbulento. Na análise tridimensional, o incremento foi de 73,3% para a geometria sem protuberâncias em regime laminar, e de 72,3% para a geometria 4S. Os resultados demonstram a eficácia da estratégia bioinspirada aliada à otimização adjunta na melhoria do desempenho aerodinâmico de perfis aplicáveis a turbinas eólicas em ambiente *offshore*.

Palavras-chave: pás de turbina eólica, otimização, método adjunto, *OpenFoam*, protuberâncias bioinspiradas.

Abstract

This study aimed to optimize the aerodynamic profile of an airfoil representative of a vertical axis wind turbine blade, focusing on applications in *offshore* technologies. To achieve this, a computational analysis of the flow over different airfoil geometries was performed, comparing optimized and non-optimized versions. Initially, geometries with bioinspired protuberances, based on the humpback whale's dorsal fin, were investigated by varying the amplitude and wavelength of these structures. Among the configurations analyzed, the 4S geometry exhibited the best aerodynamic performance and was subsequently optimized using the adjoint method, in both two-dimensional and three-dimensional simulations. The optimization resulted in an increase in the lift-to-drag coefficient ratio. The simulations were conducted using the *OpenFoam* software, considering steady, incompressible flow at a velocity of 7 m/s , with the aim of enhancing the performance of aerodynamic profiles applicable to wind turbines within the OTIC (*Offshore Technology Innovation Center*) project, dedicated to the development of technologies for energy generation in *offshore* environments. The main results showed an 88.7% improvement in the aerodynamic performance of the 4S geometry under two-dimensional laminar flow conditions, and a 39.04% improvement for the same geometry in turbulent flow. In the three-dimensional analysis, an improvement of 73.3% was obtained for the geometry without protuberances under laminar conditions, and 72.3% for the 4S geometry. The results demonstrate the effectiveness of the bioinspired strategy combined with adjoint optimization in improving the aerodynamic performance of profiles applicable to wind turbines in *offshore* environments.

Keywords: wind turbine blades, optimization, adjoint method, *OpenFoam*, bioinspired protuberances.

Lista de Figuras

1	Volume de controle em torno do ponto P . Fonte: (MALALASEKERA; VERSTEEG, 2007).	11
2	Diferenças entre tipos de malha ((b) e (c)) gerados para a geometria (a). Fonte: (MOUKALLED et al., 2016).	13
3	Conectividade entre os vértices da malha. Fonte: (MOUKALLED et al., 2016). . . .	13
4	Malha em função dos índices locais. Fonte: (MOUKALLED et al., 2016).	14
5	Conservação da propriedade ϕ ao longo de um elemento de centroide C , desprezando o termo transiente. Fonte: (MOUKALLED et al., 2016).	16
6	Principais equações de conservação das ciências térmicas. Fonte: (MALISKA, 2017).	16
7	Relação entre funções e variáveis de projeto. Fonte: (MARTINS; NING, 2021). . . .	24
8	Equações governantes determinam os valores de u para um dado x . Fonte: (MARTINS; NING, 2021).	25
9	Derivadas totais Fonte: (MARTINS; NING, 2021).	26
10	Geometrias das pás <i>baseline</i> e dos perfis modificados pela adição das pro- tuberâncias 4S e 4M.	28
11	Modelagem CAD dos perfis baseline, 4M e 4S.	28
12	Geometrias utilizadas nesse trabalho.	29
13	Domínio computacional para geração da malha.	34
14	Bordo de fuga truncado.	34
15	Geração de malha no bordo de ataque da geometria.	35
16	Geração de malha no bordo de fuga da geometria.	35
17	Campo de velocidade para o perfil NACA 63(4) 221.	37
18	Campo de pressão para o perfil NACA 63(4) 221.	38
19	Coeficiente de pressão ao longo do perfil NACA 63(4) 221.	39
20	Campo de velocidade para o perfil 4S.	39
21	Campo de pressão para o perfil 4S.	40
22	Coeficiente de pressão ao longo do perfil 4S.	40
23	Campo de velocidade para o perfil 4M.	41
24	Campo de pressão para o perfil 4M.	41
25	Coeficiente de pressão ao longo do perfil 4M.	42
26	Comparação dos coeficientes de sustentação para as duas geometrias. . . .	43
27	Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias.	44
28	Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias.	45
29	Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias.	45
30	Geometrias e suas dimensões utilizadas em (DERDA; NEUMANN; THAM- SEN, 2023).	46

31	Comparação dos coeficientes de sustentação para as duas geometrias segundo (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).	47
32	Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias segundo (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).	47
33	Comparação dos coeficientes de sustentação para as duas geometrias segundo (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023) - Figura Modificada. . .	48
34	Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias segundo (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023) - Figura Modificada.	49
35	Visualização superior da malha bidimensional.	50
36	Delimitações da técnica volumetric B-splines.	51
37	Visualização lateral da malha bidimensional.	52
38	Otimização bidimensional da geometria para o regime laminar	53
39	Otimização bidimensional da geometria para o regime turbulento	54
40	Representação gráfica da alteração da geometria no regime laminar	54
41	Representação gráfica da alteração da geometria no regime turbulento . . .	55
42	Razão entre os coeficientes de sustentação e arrasto em função dos ciclos de otimização para o regime laminar.	55
43	Razão entre os coeficientes de sustentação e arrasto em função dos ciclos de otimização para o regime turbulento.	56
44	Resultados da otimização de (HANSEN, 2018).	56
45	Resultados da otimização de (SURESH; CHOUBEY; RATH, 2024) usando diferentes métodos.	57
46	Comparação entre o aerofólio original e o otimizado.	57
47	Resultados da otimização de (SURESH; CHOUBEY; RATH, 2024)	57
48	Representação bidimensional da otimização tridimensional da geometria <i>baseline</i> no regime laminar	58
49	Representação bidimensional da otimização tridimensional da geometria <i>baseline</i> no regime turbulento	59
50	Animação em forma de <i>gif</i> para visualização de alterações tridimensionais na geometria <i>baseline</i> no <i>paraView</i>	59
51	Representação bidimensional da otimização tridimensional da geometria 4S no regime laminar	60
52	Animação em forma de <i>gif</i> para visualização de alterações tridimensionais na geometria 4S no <i>paraView</i>	60
53	Aumento da razão cl/cd em função dos ciclos de otimização para a otimização 3D da <i>baseline</i> em regime laminar.	61
54	Aumento da razão cl/cd em função dos ciclos de otimização para a otimização 3D da <i>baseline</i> em regime turbulento.	61

55	Aumento da razão cl/cd em função dos ciclos de otimização para a otimização 3D da geometria 4S.	62
56	Exemplo de turbina de eixo vertical com 5 pás otimizadas.	62

Lista de Tabelas

1	Estimativas para I e μ_t/μ em cada caso de turbulência	21
2	Análise de sensibilidade para as malhas do regime turbulento.	36
3	Variação percentual da sustentação com o aumento do ângulo de ataque em relação à <i>baseline</i>	42

Sumário

1	Introdução	4
1.1	Objetivos	5
2	Revisão Bibliográfica	6
3	Equações que Modelam o Escoamento dos Fluidos	7
3.0.1	Equação da Continuidade (Conservação da Massa)	7
3.0.2	Equação da Quantidade de Movimento	8
3.0.3	Solução Numérica de Equações Diferenciais Parciais e Método de Discretização	9
3.1	Métodos dos Volumes Finitos	10
3.1.1	Aplicação do MVF ao Escoamento em Torno de um Aerofólio . . .	12
3.2	Definição de malha, topologia e estruturação	13
3.3	Equações semi-discretizadas	15
3.4	Modelo de Escoamento Empregado	17
3.5	Sustentação	18
3.6	Arrasto	18
3.7	Modelo de Turbulência	18
3.7.1	Modelo $k - \omega$ SST	19
3.7.2	Tratamento Próximo à Parede	20
3.7.3	Condições de Contorno Turbulentas	21
3.7.4	Análise de sensibilidade de malha	21
3.8	Método Adjunto	23
4	Material e Método	27
4.1	Geometrias Analisadas	27
4.2	<i>Open Source Field Operation And Manipulation (OpenFoam)</i>	29
4.3	Condições do Escoamento e Configurações Numéricas	29
4.3.1	Condições do Escoamento	29
4.3.2	Solvers Utilizados	30
4.3.3	Esquemas Numéricos	30
4.3.4	Tolerâncias	31
4.3.5	Condições de Contorno	31
4.3.6	Hipóteses Simplificadoras	32
4.4	Recursos Computacionais	32
5	Resultados e Discussões	33
5.1	Simulação para os aerofólios com e sem protuberâncias	33
5.1.1	Geração de malha para implementação do modelo de turbulência .	36

5.1.2	Simulação para o perfil NACA 63(4) 221	36
5.1.3	Simulação para o perfil 4S	39
5.1.4	Simulação para a geometria 4M	41
5.1.5	Resultados da comparação	42
5.2	Otimização da melhor geometria	49
5.2.1	Abordagem de parametrização para a otimização	50
5.2.2	Otimização bidimensional	51
5.2.3	Otimização tridimensional	57
6	Conclusão	64
6.1	Sugestões de Trabalhos Futuros	65
	Referências	66
A		69
A.1	Geração e refinamento de Malha Computacional	69
A.1.1	<code>snappyHexMeshDict</code>	69
A.1.2	<code>refineMeshDict</code>	73
A.2	Configurações na malha para otimização adjunta	74
A.2.1	<code>opitimisationDict</code>	74
A.2.2	<code>dynamicMesh</code>	78
A.3	Transformação de uma malha tridimensional para uma malha bidimensional	80
A.3.1	<code>topoSetDict</code>	80
A.3.2	<code>createPatchDict</code>	80
A.4	Condições iniciais e de contorno	82
A.4.1	Campo de velocidades	82
A.4.2	Campo de pressões	83
A.4.3	Energia cinética turbulenta - k	85
A.4.4	Dissipação turbulenta específica - ω	86
A.5	Propriedades	88
A.5.1	Propriedades do fluído	88
A.5.2	Propriedades do escoamento - turbulência	89
A.5.3	Propriedades do escoamento - Otimização adjunta laminar	89
A.5.4	Propriedades do escoamento - Otimização adjunta turbulenta	90
A.6	Implementação dos métodos numéricos	91
A.6.1	Instruções gerais para rodar a simulação	91
A.6.2	Instruções gerais para rodar a simulação - Otimização adjunta	93
A.6.3	Esquemas de aproximação	97
A.6.4	Esquemas de aproximação - Otimização adjunta	99
A.6.5	Solução do sistema linear de equações discretas	100

A.6.6	Solução do sistema linear de equações discretas - Otimização adjunta	102
A.7	Tabela para cálculo do GCI	105

1 Introdução

A utilização da energia em conjunto com o crescimento econômico do país é um dos temas de maior relevância para o desenvolvimento sustentável da sociedade. Atualmente, o mundo depende do carvão, petróleo e gás natural para sua geração, porém, o esgotamento dessas fontes não renováveis, juntamente com as alterações climáticas, torna-se uma grande preocupação para o mundo (DHERT; ASHURI; MARTINS, 2017). De modo que os recursos energéticos alternativos, como a energia eólica, têm atraído a atenção de diversos investidores em energia sustentável e verde (GOLDEMBERG; VILLANUEVA, 2003).

A otimização de uma pá de turbina eólica desempenha um papel crucial na busca por um desempenho máximo e eficiente de um parque eólico. A geometria da pá determina a forma como a turbina captura e converte a energia cinética do vento em energia elétrica utilizável. Uma configuração bem ajustada pode resultar em maior eficiência na conversão de energia, permitindo que a turbina gere mais eletricidade com menos resistência ao vento, o que se traduz em custos operacionais mais baixos (TEDESCO, 2015).

Além disso, a introdução de protuberâncias como elementos que alteram a superfície também desempenha um papel fundamental no aprimoramento do desempenho aerodinâmico. Isso pode ser visto tanto no mundo material, como asas de aeronaves ou pás de turbinas eólicas, como visualizado nos seres vivos, como no caso da Baleia Jubarte, que possui sua nadadeira dorsal recoberta de tubérculos com características únicas que otimizam a hidrodinâmica durante a natação (FISH; BATTLE, 1995). Tais elementos, quando aplicados, têm o potencial de modificar o escoamento de ar ao redor do corpo, promovendo uma transição mais suave entre as camadas de ar, reduzindo a resistência ao arrasto (SCHNEIDER, 2023).

Essas protuberâncias podem ser otimizadas pela aplicação do método adjunto, esse método envolve a análise das interações entre as protuberâncias e o escoamento de fluido circundante, permitindo calcular as mudanças nas propriedades aerodinâmicas em resposta a pequenas variações nos parâmetros dessas. Ao aplicar o cálculo das derivadas das funções objetivo e restrições, juntamente com a solução de equações adjuntas, o método adjunto fornece *insights* detalhados sobre como ajustar a forma, tamanho e posição das protuberâncias para otimizar a eficiência aerodinâmica (CHIEREGATTI, 2008). Essa abordagem orientada por dados e altamente precisa oferece uma maneira poderosa de melhorar o desempenho de projetos, minimizando o arrasto, aumentando a sustentação e contribuindo para soluções inovadoras em diversas aplicações, como no caso do OTIC (*Offshore Technology Innovation Center*).

1.1 Objetivos

Esta pesquisa tem como objetivo otimizar o perfil aerodinâmico de um aerofólio representativo de uma pá de turbina eólica de eixo vertical, com foco em aplicações em tecnologias *offshore*. O estudo envolve a análise de um escoamento incompressível, tridimensional e em regime estacionário. Além disso, busca-se realizar modificações geométricas no modelo original, inserindo protuberâncias, e em seguida otimizar as pás bioinspiradas usando o método adjunto para fins de comparação. Os objetivos específicos incluem:

- Estudo dos Métodos de Volumes Finitos (MFV) aplicados a simulações em CFD;
- Implementação das protuberâncias avaliadas em pás de turbinas eólicas de eixo vertical como uma alternativa para o ganho de eficiência;
- Estudar o método adjunto e sua eficácia para a solução de problemas de otimização.

2 Revisão Bibliográfica

Como descrito em (JOHARI et al., 2007), a análise do comportamento das baleias-jubarte revela características fascinantes que podem ser aplicadas em diversos campos, incluindo os setores aerodinâmicos e de energia renovável. As baleias-jubarte possuem um design corporal hidrodinâmico notável, com uma nadadeira dorsal plana e protuberâncias regularmente espaçadas ao longo de seu bordo de ataque, instigando o estudo de que essas protuberâncias afetam a hidrodinâmica das nadadeiras, podendo relacionar-se ao efeito de protuberâncias senoidais em aerofólios.

Foi evidenciado por (FISH; BATTLE, 1995) que as protuberâncias nas nadadeiras das baleias criam distúrbios locais, possibilitando um controle preciso sobre os padrões do escoamento. Esse controle é particularmente benéfico durante as manobras aquáticas, pois contribui para a geração de sustentação e postergação do efeito de estol. Tais protuberâncias podem induzir vórtices, que por sua vez retardam o fenômeno de estol.

Diversos trabalhos exploraram a introdução de ondulações senoidais na borda de ataque de aerofólios para controle de escoamento e melhoria de desempenho. Em (WANG et al., 2024), experimentos em túnel de vento demonstraram que tais protuberâncias suavizam o processo de estol e melhoram o desempenho pós-estol do aerofólio, com ganhos observados em números de Reynolds entre $2,7 \cdot 10^5$ e $6,3 \cdot 10^5$. Em um estudo numérico de (MISHRA; DE, 2021) aplicaram protuberâncias em um aerofólio NACA0021 e constataram atraso na separação turbulenta, resultando em aumento da sustentação máxima no regime pós-estol. (SUDHAKAR; KARTHIKEYAN; SURIYANARAYANAN, 2019) investigaram o impacto de protuberâncias em bolhas de separação laminar em aerofólios e identificaram redução no tamanho dessas bolhas, contribuindo para maior estabilidade do escoamento.

(NG; NEW; PALACIOS, 2016) aplicaram protuberâncias em um aerofólio NACA0012, observando um aumento de 4,8% na sustentação e redução de 40% no arrasto em condições pós-estol. Além disso, em (HASAN et al., 2022), uma investigação experimental e numérica em pás de turbina eólica de 14m de diâmetro demonstrou que as protuberâncias aumentaram a produção de torque e retardaram o estol, indicando ganhos potenciais na produção anual de energia.

No contexto das turbinas eólicas, foi discutido em (ABATE; MAVRIS, 2017) que as protuberâncias aumentam as características que promovem a sustentação, obtendo o potencial de melhorar a eficiência de turbinas eólicas. Ao incorporar modificações senoidais inspiradas nessas protuberâncias nas pás das turbinas, é possível aumentar a produção de torque e, conseqüentemente, a geração de energia. Esta abordagem inovadora poderia resultar em uma melhoria na potência das turbinas eólicas, aumentando assim sua produção de energia anual.

3 Equações que Modelam o Escoamento dos Fluidos

As equações que descrevem o escoamento dos fluidos são baseadas em princípios de conservação da física, como a conservação da massa, a segunda lei de Newton e a primeira lei da termodinâmica. Neste trabalho, o foco está na conservação da massa e na quantidade de movimento, com a exclusão da transferência de calor. Essa simplificação é justificada pela natureza do escoamento estudado, onde a variação de temperatura não exerce impacto significativo no comportamento aerodinâmico das pás da turbina. A análise visa principalmente os aspectos de desempenho aerodinâmico e controle de escoamento, para os quais a contribuição térmica foi considerada desprezível em comparação aos efeitos do escoamento e da dinâmica do fluido.

3.0.1 Equação da Continuidade (Conservação da Massa)

Realizando um balanço de massa para um elemento de fluido, tem-se que, de acordo com a convenção adotada neste trabalho, o que entra da propriedade menos o que sai é igual à variação da propriedade dentro do elemento em relação ao tempo, ou, segundo (WHITE, 2018), o aumento de massa no elemento é igual à taxa líquida de fluxo no elemento. Simplificando as expressões do fluxo e igualando tais termos à variação da massa em relação ao tempo dentro do elemento de fluido, tem-se a Equação (1).

$$\frac{d}{dt} \int_{V_C} \rho dV + \int_{S_C} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (1)$$

A Equação (1) é a equação integral da conservação de massa para um volume de controle fixo V_C , com S_C sendo a superfície do volume. Para a equação diferencial de conservação de massa, aplica-se o teorema da divergência, convertendo o fluxo da superfície para uma integral de volume, resultando na Equação (2).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2)$$

A Equação (2) é a equação de conservação ou continuidade de massa tridimensional, em um ponto de um fluido (WHITE, 2018). Para um escoamento incompressível, a massa específica (ρ) torna-se constante, e consequentemente o divergente de velocidade torna-se nulo ($\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$), resultando na Equação (3).

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

Esse termo de divergência nulo implica que o volume do fluido não varia com o tempo, ou seja, a massa é conservada.

3.0.2 Equação da Quantidade de Movimento

A quantidade de movimento de um fluido é descrita pela segunda lei de Newton aplicada a um volume de controle V_C fixo no tempo. A equação integral da quantidade de movimento para uma propriedade vetorial u (velocidade) é dada pela Equação (4).

$$\frac{d}{dt} \int_{V_C} \rho u dV + \int_{S_C} \rho u (u \cdot \mathbf{n}) dS = \sum \mathbf{F}_{\text{superfície}} + \sum \mathbf{F}_{\text{corpo}} \quad (4)$$

Onde:

- ρ é a densidade do fluido;
- V_C e S_C são o volume de controle e sua superfície;
- $\mathbf{n}$ é a normal externa à superfície S_C ;
- $\sum \mathbf{F}_{\text{superfície}}$ representa as forças de tensão (pressão e viscosidade) atuando na superfície;
- $\sum \mathbf{F}_{\text{corpo}}$ são as forças de corpo (como a gravidade).

Para transitar da equação integral para a forma diferencial, aplica-se o teorema da divergência, o qual converte os fluxos através da superfície para uma integral de volume. O termo da taxa de variação de quantidade de movimento é transformado na Equação (5).

$$\frac{d}{dt} \int_{V_C} \rho u dV = \int_{V_C} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) dV + \int_{V_C} (\nabla \cdot (\rho u u)) dV \quad (5)$$

Onde o teorema da divergência é utilizado para converter a integral de superfície em uma integral de volume (WHITE, 2018).

O balanço de quantidade de movimento, considerando as forças de superfície e de corpo, leva à Equação diferencial (6).

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 u + \rho \mathbf{g} \quad (6)$$

Onde:

- p é a pressão,
- μ é a viscosidade dinâmica,
- $\mathbf{g}$ é a aceleração gravitacional.

O comportamento da quantidade de movimento nas direções x , y e z pode ser descrito pelas Equações 7, 8 e 9.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\tau_{zx}}{\partial z} + B_x \quad (7)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\tau_{zy}}{\partial z} + B_y \quad (8)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + \frac{\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\tau_{xz}}{\partial x} + B_z \quad (9)$$

Onde:

- B_x, B_y, B_z são as forças de corpo nas direções x, y e z .

Quando considera-se a turbulência, a equação de quantidade de movimento se torna mais complexa devido à necessidade de modelar os efeitos das flutuações de velocidade. O modelo mais comum para a turbulência é o modelo $k - \omega$ SST, que introduz as variáveis de transporte para a energia cinética turbulenta k e a taxa de dissipação ω .

A equação de transporte para k e ω são dadas pelas Equações 10 e 11

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot (uk) = \nabla \cdot (\nu_t \nabla k) + P_k - \beta^* \rho k \omega \quad (10)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (u\omega) = \nabla \cdot (\nu_t \nabla \omega) + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 \quad (11)$$

Onde:

- $P_k = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ é o termo de produção da energia cinética turbulenta,
- ν_t é a viscosidade turbulenta,
- β^*, β, α são constantes do modelo $k - \omega$ SST.

As equações de transporte para o modelo $k - \omega$ SST são detalhadas em (MENTER et al., 2003) e (FERZIGER et al., 2002).

3.0.3 Solução Numérica de Equações Diferenciais Parciais e Método de Discretização

A resolução numérica de uma equação diferencial parcial envolve a determinação dos valores da variável dependente em pontos específicos, a partir dos quais é possível construir sua distribuição sobre o domínio de interesse. Esses pontos são chamados de elementos da grade e são obtidos por meio da discretização da geometria original em um conjunto de elementos discretos não sobrepostos, um processo conhecido como geração de malha. As variáveis resultantes são geralmente posicionadas nos centroides celulares ou nos vértices, dependendo do método de discretização adotado. Em todos os métodos, o objetivo é substituir a solução contínua exata da equação diferencial parcial por valores

discretos. Consequentemente, a distribuição da variável dependente se torna discreta, sendo apropriado se referir a esse processo de conversão como discretização. Paralelamente, os métodos específicos utilizados para realizar essa conversão são denominados métodos de discretização (MOUKALLED et al., 2016).

3.1 Métodos dos Volumes Finitos

Nesta seção, apresenta-se um exemplo ilustrativo da formulação do Método dos Volumes Finitos (MVF) aplicado a um problema simplificado de condução e convecção em regime permanente, sem modelagem de termos fontes específicos. O objetivo é demonstrar o procedimento de discretização dos termos convectivo e difusivo em um volume de controle.

A formulação das equações de transporte no MVF parte da divisão do domínio em pequenos volumes de controle. Aplicando o princípio de conservação de massa, energia ou quantidade de movimento a cada volume, as equações diferenciais são integradas e reescritas em termos de fluxos nas superfícies de controle, obtendo-se um sistema discreto que pode ser resolvido numericamente.

De forma geral, a equação de transporte para uma propriedade genérica ϕ , em regime estacionário, é expressa pela Equação (12).

$$\sum_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA = \sum_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA + \sum_{CV} S_\phi dV, \quad (12)$$

Onde:

- ϕ é a propriedade transportada (por exemplo, temperatura ou concentração de espécie);
- $\mathbf{u}$ é o vetor velocidade do escoamento;
- Γ é o coeficiente de difusão associado à propriedade ϕ ;
- S_ϕ representa o termo fonte volumétrico relacionado à propriedade ϕ ;
- $\mathbf{n}$ é o vetor normal à superfície do volume de controle.

Nesta formulação, ϕ pode representar diferentes grandezas físicas, dependendo da equação considerada: temperatura para a equação de energia, concentração para transporte de espécies ou componentes da velocidade para a quantidade de movimento.

A discretização dos termos convectivo e difusivo é essencial para a resolução numérica das equações de transporte:

- O **termo convectivo** $\mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u})$ representa o transporte da propriedade ϕ através do volume de controle devido ao movimento do fluido;

- O **termo difusivo** $\mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla \phi)$ modela a difusão da propriedade entre os volumes adjacentes por meio de gradientes de concentração.

Para garantir estabilidade e precisão na solução, neste exemplo utilizou-se o esquema de **diferenças centrais** para discretizar tanto o termo convectivo quanto o termo difusivo, apropriado em situações onde o regime de transporte é dominado pela difusão. Além dos fluxos convectivo e difusivo, a equação inclui o termo fonte S_ϕ . Como neste exemplo considera-se apenas condução e convecção, sem geração ou absorção interna de propriedade, o termo fonte é desconsiderado ($S_\phi = 0$).

A equação unidimensional estacionária de transporte para a propriedade ϕ é expressa pela Equação (13).

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right), \quad (13)$$

Além disso, o escoamento deve satisfazer a equação da continuidade, expressa pela Equação (14).

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0 \quad (14)$$

Considera-se o volume de controle unidimensional mostrado na Figura 1. O ponto central do volume é denotado por P , com seus vizinhos W (oeste) e E (leste), e as faces w e e , respectivamente.

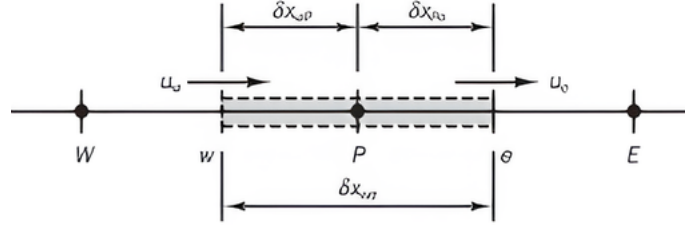


Figura 1 – Volume de controle em torno do ponto P .

Fonte: (MALALASEKERA; VERSTEEG, 2007).

A integração da Equação de transporte (13) sobre o volume de controle resulta na Equação (15).

$$(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w = \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_w, \quad (15)$$

e a integração da equação de continuidade resulta na Equação (16).

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w = 0, \quad (16)$$

Onde A é a área da seção transversal do volume de controle (assumindo $A_w = A_e = A$).

Para simplificar a discretização, define-se:

- O fluxo convectivo:

$$F = \rho u, \quad (17)$$

- A condutância difusiva:

$$D = \frac{\Gamma}{\delta x}, \quad (18)$$

em que δx é a distância entre os nós vizinhos.

Dividindo ambos os lados da Equação (15) pela área A , obtém-se a forma discretizada (19).

$$F_e \phi_e - F_w \phi_w = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W), \quad (19)$$

E para a Equação de continuidade (20).

$$F_e - F_w = 0. \quad (20)$$

Neste exemplo, assume-se que o campo de velocidade é previamente conhecido, definindo-se assim os valores de F_e e F_w . Para resolver a Equação (19), é necessário determinar o valor de ϕ nas faces e e w .

3.1.1 Aplicacao do MVF ao Escoamento em Torno de um Aerofolio

Para o escoamento tridimensional, incompressível e estacionário em torno de um aerofólio, as equações de conservação de massa e quantidade de movimento foram resolvidas utilizando o software *OpenFoam*, empregando o solver **simpleFoam**, que implementa o algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) para acoplamento pressão-velocidade (FERZIGER et al., 2002).

Neste contexto, as equações consideradas são:

- Equação de continuidade para escoamento incompressível (21).

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (21)$$

- Equação de quantidade de movimento (Navier-Stokes simplificada para fluxo incompressível) (22).

$$\rho(u \cdot \nabla)u = -\nabla p + \mu \nabla^2 u \quad (22)$$

Não foram considerados termos fonte volumétricos ($S_\phi = 0$), pois o escoamento foi modelado sem forcas de corpo (como gravidade) e sem gerações ou perdas locais de massa, momento ou energia. A discretização dos termos convectivos foi realizada utilizando esquemas baseados em diferenciação central (FERZIGER et al., 2002).

3.2 Definição de malha, topologia e estruturação

Antes de proceder à discretização das equações diferenciais parciais, é necessário criar a malha do domínio de estudo desejado. O processo de discretização, como mencionado anteriormente, envolve a subdivisão do domínio em um conjunto de elementos menores. Essa subdivisão pode ser realizada de várias maneiras, conforme ilustrado na Figura 2. A malha representada em (b) é uma malha estruturada, caracterizada pela organização regular dos elementos, o que facilita a numeração dos nós e a resolução das equações. Já a malha em (c) é uma malha não estruturada, composta por elementos de formatos variados e dispostos de forma irregular, sendo mais adequada para representar geometrias complexas.

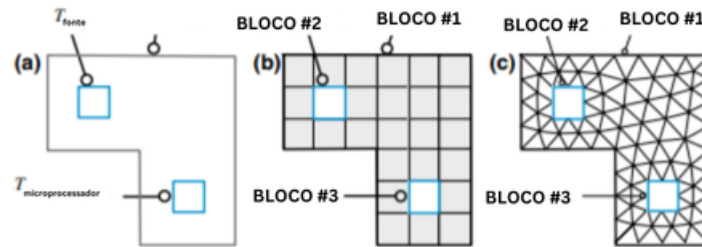


Figura 2 – Diferenças entre tipos de malha ((b) e (c)) gerados para a geometria (a).

Fonte: (MOUKALLED et al., 2016).

Um elemento em uma malha é composto e determinado por um conjunto de vértices (ou pontos) e pelas faces que o delimitam. A conectividade indica as relações existentes entre vértices, faces e elementos, por meio de vetores. Por exemplo, essa conectividade pode ser vista na Figura 3.

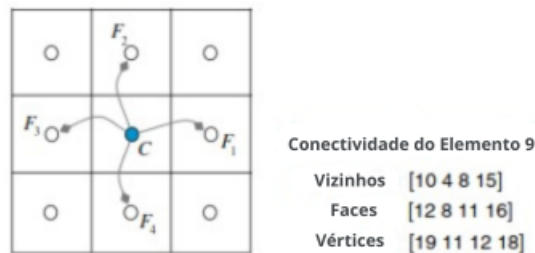


Figura 3 – Conectividade entre os vértices da malha.

Fonte: (MOUKALLED et al., 2016).

Uma malha é considerada estruturada, conforme descrito por (MOUKALLED et al., 2016), quando todos os elementos em seu interior estão conectados entre si, e cada célula pode ser associada a um conjunto de índices i , j e k (representando, respectivamente, as direções x, y e z do sistema de coordenadas cartesianas), variando independentemente em um intervalo dado e diferindo em uma unidade dos índices das células em sua vizinhança.

Devido a essa relação entre os elementos, as malhas estruturadas têm custos de memória menores e uma eficiência maior.

Em malhas estruturadas bidimensionais, os elementos devem possuir quatro faces e quatro vértices. Os índices empregados na matriz global são determinados a partir dos índices utilizados na matriz local. Para uma malha genérica, como a apresentada na Figura 4, essa relação é estabelecida pela Equação (23).

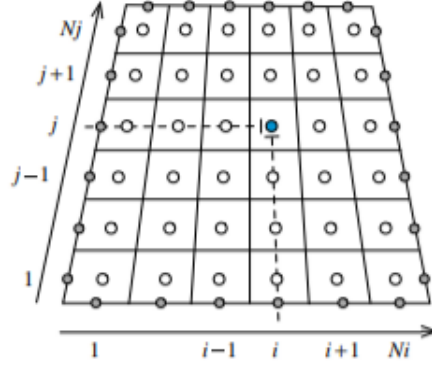


Figura 4 – Malha em função dos índices locais.

Fonte: (MOUKALLED et al., 2016).

$$\begin{cases} n = i + (j - 1)N_i \\ 1 \leq i \leq N_i \\ 1 \leq j \leq N_j \end{cases} \quad (23)$$

Na qual, n é o índice da matriz global; i e j são os índices da matriz local; e N_i e N_j são, respectivamente, o número de elementos nas direções x e y . Nas malhas estruturadas, o tamanho da matriz global equivale a $N_i \cdot N_j$.

Para a malha estruturada tridimensional, os elementos estão conectados a outros 6 elementos e possuem 8 vértices, o índice da dimensão z é descrito por k e o número de elementos nessa dimensão é descrito por N_k . O índice global é dado pela Equação (24).

$$\begin{cases} n = i + (j - 1)N_i + (k - 1)N_i \cdot N_j \\ 1 \leq i \leq N_i \\ 1 \leq j \leq N_j \\ 1 \leq k \leq N_k \end{cases} \quad (24)$$

As malhas não estruturadas oferecem mais flexibilidade na escolha e posicionamento dos elementos utilizados, porém são caracterizadas por uma complexidade maior e demandam um custo computacional mais elevado.

Nesse tipo de malha, os vértices, as faces e os elementos devem ser numerados sequencialmente, sem uma relação direta que conecte seus índices, ao contrário do que ocorre

em malhas estruturadas (como exemplificado pelas Equações (23) e (24)). Portanto, toda a conectividade da malha deve ser definida para cada entidade que a compõe, exigindo uma descrição detalhada da informação topológica.

3.3 Equações semi-discretizadas

Após gerada a malha do domínio, deve-se integrar a equação diferencial sobre cada um dos elementos da malha. De modo geral, pode-se escrever uma equação diferencial de uma propriedade ϕ qualquer, conforme a Equação ((25)):

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{v}\phi) - \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) = S_\phi \quad (25)$$

- O termo $\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}$ é denominado termo transiente e indica a variação da propriedade ϕ ao longo do tempo.
- O termo $\nabla \cdot (\rho\vec{v}\phi)$ representa o termo convectivo, relacionado ao transporte da propriedade ϕ pelo escoamento.
- O termo $\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)$ é o termo difusivo, associado à variação da propriedade ϕ devido à colisão molecular.
- O termo S_ϕ indica a geração ou destruição da propriedade ϕ no volume de controle V , sendo denominado termo fonte.

Integrando a Equação ((25)) sobre o volume de controle V dos elementos da malha, obtém-se a Equação ((26)):

$$\int_V \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_V \nabla \cdot (\rho\vec{v}\phi) dV - \int_V \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV = \int_V S_\phi dV \quad (26)$$

Aplicando o Teorema de Gauss (ou Teorema da Divergência), transforma-se as integrais de volume dos termos convectivo e difusivo em integrais de superfície, conforme a Equação ((27)):

$$\int_V \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \oint_S (\rho\vec{v}\phi) \cdot d\vec{S} - \oint_S (\Gamma \nabla \phi) \cdot d\vec{S} = \int_V S_\phi dV \quad (27)$$

em que $d\vec{S}$ é o vetor de área infinitesimal orientado para fora da superfície S que delimita o volume de controle V .

Desprezando o termo transiente, pode-se representar, para um dado elemento da malha, a situação mostrada na Figura 5.

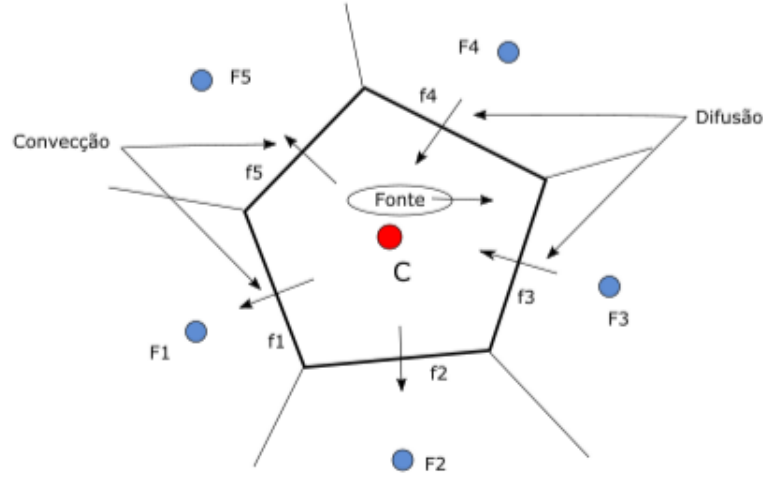


Figura 5 – Conservação da propriedade ϕ ao longo de um elemento de centroide C , desprezando o termo transiente.

Fonte: (MOUKALLED et al., 2016).

Neste caso, pode-se reescrever os termos convectivo e difusivo como a soma dos fluxos através das fronteiras do elemento. Para simplificar a notação, (MOUKALLED et al., 2016) propõe que o fluxo convectivo da propriedade ϕ seja denotado por $J^{\phi C}$ e o fluxo difusivo por $J^{\phi D}$, como apresentado na Equação ((28)):

$$\begin{cases} J^{\phi C} = \rho \vec{v} \phi \\ J^{\phi D} = -\Gamma_{\phi} \nabla \phi \end{cases} \quad (28)$$

Assim, a Equação ((27)) pode ser reescrita, rearranjando o termo difusivo e utilizando a notação de fluxos, como mostrado na Equação ((29)):

$$\sum_f \left(\int_f J^{\phi C} \cdot d\vec{S} \right) + \sum_f \left(\int_f J^{\phi D} \cdot d\vec{S} \right) = S_{\phi} V \quad (29)$$

Substituindo os termos da Equação ((29)), obtém-se a Tabela 6, que apresenta as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia, fundamentais para a descrição do escoamento.

Equação de conservação	ϕ	Γ^{ϕ}	Q^{ϕ}
Massa	1	0	0
Quantidade de movimento em x	u	μ	$B_x + \frac{\delta}{\delta x} \left(\mu \frac{\delta u}{\delta x} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{V} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(\mu \frac{v}{x} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(\mu \frac{w}{x} \right) - \frac{\delta P}{\delta x}$
Quantidade de movimento em y	v	μ	$B_y + \frac{\delta}{\delta y} \left(\mu \frac{\delta v}{\delta y} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{V} \right) + \frac{\delta}{\delta x} \left(\mu \frac{u}{y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(\mu \frac{w}{y} \right) - \frac{\delta P}{\delta y}$
Quantidade de movimento em z	w	μ	$B_z + \frac{\delta}{\delta z} \left(\mu \frac{\delta w}{\delta z} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{V} \right) + \frac{\delta}{\delta x} \left(\mu \frac{u}{z} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(\mu \frac{v}{z} \right) - \frac{\delta P}{\delta z}$
Energia	T	$\frac{k}{c_p}$	$\frac{1}{c_p} \frac{DP}{Dt} + \frac{\mu}{c_p} \Phi$

Figura 6 – Principais equações de conservação das ciências térmicas.

Fonte: (MALISKA, 2017).

3.4 Modelo de Escoamento Empregado

De acordo com (WHITE, 2018), uma das formas de classificar os tipos de escoamento é através do número de Mach, definido pela razão entre a velocidade do escoamento (V) e a velocidade local do som (c), como expresso na Equação (30).

$$Ma = \frac{V}{c} \quad (30)$$

Para (WHITE, 2018), o escoamento externo pode ser então classificado como:

- **Incompressível**, quando $Ma < 0,3$.
- **Subsônico**, quando $0,3 < Ma < 0,8$.
- **Transônico**, quando $0,8 < Ma < 1,2$.
- **Supersônico**, quando $1,2 < Ma < 3,0$.
- **Hipersônico**, quando $Ma > 3,0$.

Outra forma de classificar um escoamento é através da determinação do número de Reynolds (Re), o qual é adimensional e expressa a relação entre as forças de inércia e as forças viscosas, conforme apresentado na Equação (31).

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu} = \frac{V \cdot L}{\nu} \quad (31)$$

Na qual, L um comprimento característico da geometria, que para perfis de aerofólio equivale ao tamanho da corda, e ν é a viscosidade cinemática que consiste na razão entre a viscosidade dinâmica μ e a densidade do fluido ρ , como na Equação (32).

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (32)$$

Sendo assim, a partir do número de Reynolds, (FOX et al., 2014) pode-se classificar o escoamento externo como:

- Laminar quando $Re < 5 \cdot 10^5$.
- Transicional quando $10^5 < Re < 10^7$.
- Turbulento quando $Re > 10^7$.

Considerando essas definições, o escoamento analisado nesse trabalho apresenta um número de Mach inferior a 0,3, sendo, portanto, tratado como incompressível. Além disso, o número de Reynolds estimado é da ordem de $3 \cdot 10^5$, valor que, segundo a classificação de (FOX et al., 2014), indicaria um regime laminar. Contudo, como o escoamento se dá ao redor de um aerofólio, a transição para o regime turbulento pode ocorrer para números de Reynolds inferiores a $5 \cdot 10^5$, caracterizando uma condição de transição laminar-turbulenta.

3.5 Sustentação

A sustentação é a componente perpendicular ao escoamento da força total que atua sobre um corpo imerso em um fluido em movimento. Esta componente surge apenas na presença de um gradiente de pressão entre o escoamento acima e abaixo do corpo submerso (FOX et al., 2014). Ela é expressa pela Equação (33) e seu coeficiente pela Equação (34).

$$F_L = \int_{S_p} p dS_p \quad (33)$$

$$C_L = \frac{F_L}{0.5\rho u^2 S_p} \quad (34)$$

Na qual, S_p é a área projetada planiforme paralelamente ao escoamento, e p representa a pressão acima e abaixo do corpo submerso.

3.6 Arrasto

De acordo com (FOX et al., 2014), a força de arrasto (F_D), exercida sobre um corpo com comprimento característico d , imerso em um fluido em movimento com densidade ρ , viscosidade μ e velocidade u , pode ser expressa funcionalmente pela Equação (35)

$$F_D = f(d, \rho, \mu, u) \quad (35)$$

A força de arrasto está intimamente ligada à velocidade do fluido e à geometria do corpo imerso, dessa forma define-se o coeficiente de arrasto (C_D) como na Equação (36).

$$C_D = \frac{F_D}{0.5\rho u^2 S} \quad (36)$$

O termo S é a área característica do corpo submerso, e F_D pode ser calculada dependendo do tipo de arrasto, seja ele devido à tensão de cisalhamento (atrito) ou devido à pressão.

3.7 Modelo de Turbulência

A revisão teórica realizada até aqui permite a avaliação de escoamentos tanto estacionários quanto transitórios. O escoamento de ar analisado neste trabalho, considerado incompressível, apresenta um número de Reynolds de aproximadamente 30,000, indicando que, de acordo com a teoria abordada, trata-se de um escoamento externo laminar. O cálculo foi realizado levando em consideração o tamanho da corda média da geometria, sendo esta de 65 mm e uma velocidade de 7 m/s para a simulação.

Entretanto, é importante considerar que, em situações reais, fenômenos como pequenas perturbações, rugosidade da superfície ou variações nas condições de contorno podem

induzir a transição para um regime turbulento, mesmo em condições que teoricamente seriam laminares. Por isso, este trabalho adota também a modelagem turbulenta para capturar possíveis fenômenos que possam surgir devido à instabilidade do escoamento. Esta seção apresenta o modelo de turbulência utilizado no desenvolvimento desta pesquisa, além de discutir considerações importantes sobre o tema.

Adicionalmente, ressalta-se que o trabalho de (SANTOS, 2023) também utilizou a mesma velocidade de 7 m/s, porém simulando uma turbina com corda de 0,225 m, o que resultou em um número de Reynolds de aproximadamente $1,27 \cdot 10^5$. Dessa forma, as condições analisadas em (SANTOS, 2023) se diferenciam pelas dimensões geométricas, influenciando diretamente o regime de escoamento.

3.7.1 Modelo $k - \omega$ SST

O modelo $k - \omega$ SST foi selecionado devido à sua alta eficácia em simular condições de gradientes adversos de pressão e separação de escoamento, em comparação com outros modelos disponíveis. Desenvolvido por (MENTER et al., 2003), este método é conhecido por sua precisão e robustez na avaliação do escoamento próximo à parede, sendo amplamente utilizado em aplicações de engenharia. A principal característica deste modelo é a combinação de uma abordagem $k - \omega$ para tratar os elementos próximos à parede com uma abordagem semelhante ao modelo $k - \epsilon$ para as regiões mais distantes.

Essa combinação resolve a sensibilidade do método $k - \omega$ às condições de entrada das propriedades turbulentas na corrente livre e supera as limitações dos modelos $k - \epsilon$ ao lidar com grandes gradientes de pressão (MENTER et al., 2003). Esse modelo foi desenvolvido a partir de duas equações específicas para modelar a subcamada viscosa, baseando sua formulação em experimentos realizados. As equações de transporte são expressas pelas Equações (37) e (38):

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P - \beta \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (37)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\gamma}{\nu_t} P - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (38)$$

Os demais termos das equações descritas acima podem ser calculados pelas Equações (39)-(42).

$$P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (39)$$

$$\tau_{ij} = 2\mu \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \rho k \delta_{ij} \quad (40)$$

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (41)$$

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \quad (42)$$

Onde, P_k é o termo de produção de turbulência, ν_t a viscosidade turbulenta e μ_t a viscosidade dinâmica turbulenta.

Nas Equações (37) e (38), observa-se que o modelo introduz duas novas propriedades no escoamento: a energia cinética turbulenta k e a taxa de dissipação turbulenta específica ω . Vale destacar que as equações mencionadas não são derivadas de princípios físicos fundamentais. Assim como todos os modelos de turbulência, o $k - \omega$ SST incorpora uma considerável dose de empirismo e incerteza. A formulação completa dessas equações pode ser encontrada com detalhes nos estudos realizados por (MENTER et al., 2003).

3.7.2 Tratamento Próximo à Parede

Diferentes modelos de turbulência abordam de maneiras distintas as regiões próximas à parede. Neste contexto, surge o conceito de distância adimensional em relação à parede, conhecido como y^+ , definido pelas Equações (43) e (44), sendo o termo τ_w a tensão de cisalhamento na parede.

$$y^+ = \frac{u^* \rho y}{\mu} \quad (43)$$

com

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (44)$$

Cada modelo de turbulência possui uma faixa específica de valores de y^+ dentro da qual é considerado confiável. De acordo com (MENTER et al., 2003), o modelo $k-\omega$ SST é adequado para valores $y^+ < 2$, embora a maioria dos especialistas prefira utilizar $y^+ \approx 1$. Como mostrado na Equação (43), o valor de y^+ só será conhecido após a simulação do escoamento, uma vez que depende da tensão de cisalhamento na parede, que, por sua vez, é influenciada pelo campo de velocidades do escoamento. Portanto, é necessário estimar um valor para y^+ a fim de construir uma malha computacional que atenda aos critérios do modelo de turbulência. Para isso, podem ser seguidas as Equações (45) e (46), na qual C_f é o coeficiente de atrito superficial calculado pela correlação de Schlichting e V é a velocidade de corrente livre (MENTER et al., 2003).

$$C_f = [2 \log_{10}(Re_x) - 0,65]^{-2,3} \quad \text{para} \quad Re_x < 10^9 \quad (45)$$

$$\tau_w = C_f \frac{\rho U^2}{2} \quad (46)$$

3.7.3 Condições de Contorno Turbulentas

Assim como ocorre com outras propriedades do escoamento, é necessário definir os valores de k e ω nas fronteiras do domínio computacional. Como a turbulência nas fronteiras raramente é conhecida, também é necessário estimar esses valores para essas regiões. Para isso, podem ser utilizadas as Equações (47) e (48), onde I é a intensidade de turbulência, frequentemente dada em porcentagem.

$$k = \frac{3}{2}(UI)^2 \quad (47)$$

$$\omega = \frac{\rho k}{\mu} \left(\frac{\mu_t}{\mu} \right)^{-1} \quad (48)$$

Os valores de I e μ_t/μ podem ser estimados a partir da Tabela 1, na qual os dados foram retirados da bibliografia (GREENSHIELDS et al., 2015).

Intensidade de Turbulência	Baixa	Média	Alta
I	1%	5%	10%
μ_t/μ	1	10	100

Tabela 1 – Estimativas para I e μ_t/μ em cada caso de turbulência
Fonte: (GREENSHIELDS et al., 2015).

3.7.4 Análise de sensibilidade de malha

A extrapolação de Richardson (ER), apresentada por Richardson em 1911, é amplamente recomendada na literatura como o método mais adequado para estimar erros de discretização durante a geração de malhas computacionais. Com base na ER, foi utilizado o critério *GCI-Grid Convergence Index* (CELIK et al., 2008), que tem sido validado por diversos estudos em CFD.

Conforme sugerido por (CELIK et al., 2008), após a geração da malha inicial, é recomendável criar duas malhas adicionais com diferentes níveis de refinamento, isso é necessário para estimar a incerteza associada à discretização da malha. Para quantificar essa incerteza, o primeiro passo é calcular o tamanho do elemento de malha h , conforme a Equação (49):

$$h = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta V_i \right)^{1/3} \quad (49)$$

Na qual, ΔV_i representa o volume do i -ésimo elemento da malha, e N é o número total de elementos na malha. Em seguida, cria-se uma sequência de malhas de modo que

haja uma com refinamento mais denso, ou seja, uma malha intermediária e uma malha grosseira. O fator de refinamento r entre as malhas é definido de acordo com a Equação (50), na qual r deve ser maior que 1,3, como sugerido por (CELIK et al., 2008):

$$r = \frac{h_{\text{grosseira}}}{h_{\text{fina}}} \quad (50)$$

Denota-se os tamanhos dos elementos nas diferentes malhas como h_1 para a malha grosseira, h_2 para a malha intermediária e h_3 para a malha refinada, de tal maneira que $h_1 > h_2 > h_3$. A relação entre os refinamentos pode ser expressa pela Equação (51).

$$r_{21} = \frac{h_2}{h_1} \quad \text{e} \quad r_{32} = \frac{h_3}{h_2} \quad (51)$$

Após realizar as simulações com cada uma das malhas, uma grandeza ϕ , obtida da análise, é usada para calcular o erro ε entre a malha mais refinada e a mais grosseira, dado pela Equação (52).

$$\varepsilon = \phi_{\text{malha fina}} - \phi_{\text{malha grosseira}} \quad (52)$$

Calcula-se $\varepsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2$ e $\varepsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1$. Após isso, calcula-se o valor de $\phi_{\text{extrapolado}}$, dado pela Equação (53).

$$\phi_{\text{extrapolado}} = \frac{r_p \cdot \phi_2 - \phi_1}{r_p - 1} \quad (53)$$

Sendo que, através da Equação (53), deve-se calcular $\phi_{\text{extrapolado}}$ utilizando ϕ_1 e ϕ_2 e $\phi_{\text{extrapolado}}$ utilizando ϕ_2 e ϕ_3 . Nesta Equação, o valor de p deve ser calculado por meio do conjunto das Equações (54)-(56).

$$p = \frac{\ln \left(\left| \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right| + q(p) \right)}{\ln(r_{21})} \quad (54)$$

$$q(p) = \ln \left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (55)$$

$$s = 1 \cdot \text{sgn} \left(\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right) \quad (56)$$

Quando os valores de ε_{32} ou ε_{21} se aproximam de zero, não se deve utilizar o procedimento descrito anteriormente. Após calcular $\phi_{\text{extrapolado}}$ e $\phi_{\text{extrapolado}}$ por meio da Equação (53), deve-se calcular o erro relativo aproximado, indicado pela Equação (57), e o erro relativo extrapolado, dado na Equação (58):

$$e_a = \left| \frac{\phi_{\text{Malha grosseira}} - \phi_{\text{Malha refinada}}}{\phi_{\text{Malha grosseira}}} \right| \quad (57)$$

$$e_{\text{Extrapolado}} = \left| \frac{\phi_{\text{Extrapolado}} - \phi_{\text{Malha grosseira}}}{\phi_{\text{Extrapolado}}} \right| \quad (58)$$

Por fim, calcula-se o índice de convergência da malha (GCI), dado pela Equação (59).

$$GCI = \frac{1.25 \cdot e_a}{r_p - 1} \quad (59)$$

A convergência assintótica é um conceito fundamental para validar a aplicação da extrapolação de Richardson (ER) e garantir a confiabilidade da estimativa do erro de discretização. De acordo com (CELIK et al., 2008), a convergência é dita assintótica quando, com o refinamento progressivo da malha, a solução numérica se aproxima de maneira consistente da solução exata, apresentando uma redução sistemática dos erros de discretização. Para confirmar a ocorrência da convergência assintótica, é necessário que os fatores de refinamento r_{21} e r_{32} sejam aproximadamente iguais e que a ordem aparente de convergência p seja razoavelmente próxima da ordem teórica do método numérico utilizado.

Ainda segundo (CELIK et al., 2008), uma verificação adicional consiste na comparação entre os erros relativos e_a e $e_{\text{Extrapolado}}$. Quando a solução apresenta convergência assintótica, o erro relativo extrapolado tende a ser menor que o erro relativo direto entre malhas adjacentes, reforçando a confiança na extrapolação dos resultados. Caso essas condições não sejam atendidas, o refinamento das malhas pode ser insuficiente, indicando a necessidade de gerar novas malhas para assegurar a validade do procedimento.

3.8 Método Adjunto

Os métodos analíticos diretos e adjuntos, conhecidos como métodos analíticos implícitos, linearizam as equações de um modelo para obter as derivadas desejadas. Eles são precisos, semelhantes à diferenciação automática, e trabalham no nível do modelo. Existem duas abordagens: contínua (lineariza EDPs e depois as discretiza) e discreta (lineariza equações residuais após discretização). A abordagem discreta é preferida por produzir derivadas consistentes com os valores da função, enquanto a contínua é consistente apenas com discretização fina, o que pode afetar a otimização (MARTINS; NING, 2021).

As derivadas a serem calculadas são as da matriz Jacobiana df/dx , dada a dependência explícita e implícita de f em x , pode-se usar a regra da cadeia para escrever a derivada total da matriz Jacobiana, de acordo com a Equação (60), na qual resulta em uma matriz (n_f, n_x) .

$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial u} \frac{du}{dx} \quad (60)$$

Nesse contexto, as derivadas totais, df/dx , levam em consideração a mudança em u necessária para manter os resíduos das equações governantes iguais a zero. As derivadas parciais na Equação (60) representam a variação de $f(x,u)$ em relação às mudanças em x ou u , independentemente de satisfazer as equações governantes.

De modo a entender melhor a diferença entre derivadas totais e parciais nesse contexto, intui-se calcular essas derivadas usando pequenas perturbações com diferenças finitas. Para as derivadas totais, perturba-se x , resolvendo as equações governantes para obter u e, em seguida se calcula f , levando em consideração ambos os caminhos de dependência na Figura 7.

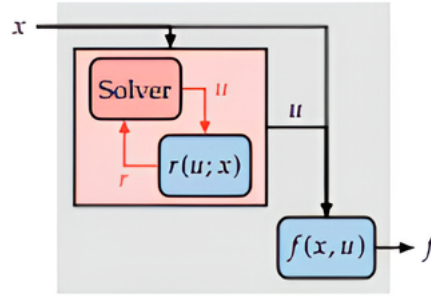


Figura 7 – Relação entre funções e variáveis de projeto.

Fonte: (MARTINS; NING, 2021).

No entanto, para calcular as derivadas parciais $\partial f/\partial x$ e $\partial f/\partial u$, perturba-se apenas x ou u e recalcula f sem resolver as equações governantes. Em geral, esses termos de derivadas parciais são de custo computacional baixo ou podem ser obtidas simbolicamente.

Para encontrar a derivada total du/dx , é necessário considerar as equações governantes. Supondo um ponto onde $r(x,u) = 0$, qualquer perturbação em x deve ser acompanhada por uma perturbação em u de forma que as equações governantes continuem a ser satisfeitas. Portanto, a diferencial dos resíduos pode ser escrita de acordo com a Equação (61).

$$r = \frac{\partial r}{\partial x} dx + \frac{\partial r}{\partial u} du = 0 \quad (61)$$

Esta restrição é ilustrada na Figura 8 em duas dimensões, mas é preciso identificar que x , u e r são vetores no caso geral. As equações governantes mapeiam um vetor de n_x dimensões x para um vetor de n_u dimensões u , esse mapeamento define uma hiper superfície no espaço $x - u$.

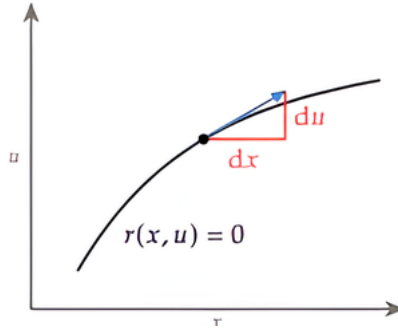


Figura 8 – Equações governantes determinam os valores de u para um dado x .

Fonte: (MARTINS; NING, 2021).

A derivada total df/dx que se deseja calcular representa o efeito que uma perturbação em x tem sobre f , sujeita à restrição de permanecer nesta hiper superfície, o que pode ser alcançado com a variação adequada em u . Para obter uma Equação mais útil, rearranja-se a Equação (61) para obter o sistema linear visto na Equação (62).

$$\frac{\partial r}{\partial u} dx \frac{du}{dx} = - \frac{\partial r}{\partial x} \quad (62)$$

Na qual $\partial r/\partial x$ e du/dx são ambos matrizes de dimensão (n_u, n_x) , e $\partial r/\partial u$ é uma matriz quadrada de tamanho (n_u, n_u) . Este sistema linear é útil porque, caso fornecida as derivadas parciais nesta Equação (que são de cálculo econômico), pode-se resolver as derivadas totais du/dx (cujo cálculo, de outra forma, exigiria a resolução de $r(u) = 0$). Como du/dx é uma matriz com n_x colunas, este sistema linear precisa ser resolvido para cada x_i com a coluna correspondente da matriz do lado direito $\partial r/\partial x_i$.

Agora, assumi-se a possibilidade de inverter a matriz no sistema linear da Equação (62) e substituir a solução para Equação (60), obtendo a Equação (63).

$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial r^{-1}}{\partial u} \frac{\partial f}{\partial x} \quad (63)$$

As derivadas parciais nesta Equação podem ser calculadas usando qualquer um dos métodos descritos : diferenciação simbólica, diferenças finitas, passo complexo. A Equação (63) mostra duas maneiras de calcular as derivadas totais, chamando de método direto e método adjunto. O método direto consiste em resolver o sistema linear (Equação (62)) e substituir du/dx na Equação (60). Definindo $\phi = -du/dx$, reescreve-se a Equação (62) como na Equação (64).

$$\frac{\partial r}{\partial u} \phi = \frac{\partial r}{\partial x} \quad (64)$$

Depois de resolver para ϕ (uma coluna de cada vez), pode-se usá-lo na Equação de derivada total (Equação (60)) para obter a Equação (65).

$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \phi \quad (65)$$

A resolução do sistema linear (Equação (64)) é tipicamente a operação mais cara computacionalmente nesse procedimento. O custo desse método aumenta com o número de entradas n_x , mas é essencialmente independente do número de saídas n_f . Esse comportamento de escalabilidade é o mesmo das diferenças finitas e de modo direto. No entanto, a constante de proporcionalidade geralmente é muito menor no método direto porque só precisa resolver as equações não lineares $r(u; x) = 0$ uma vez para obter os estados.

O método adjunto altera o sistema linear que é resolvido para calcular as derivadas totais. Ao observar a Figura 9, é visto que, em vez de resolver o sistema linear com $\partial r / \partial x$ no lado direito, pode-se resolver com $\partial f / \partial u$, isso corresponde a substituir as duas Jacobianas no meio por uma nova matriz de incógnitas, onde as colunas de ψ são chamadas de vetores adjuntos, representado pela Equação (66).

$$\begin{array}{c} \boxed{\frac{df}{dx}} = \boxed{\frac{\partial f}{\partial x}} - \boxed{\frac{\partial f}{\partial u}} \left(\boxed{\frac{\partial r^{-1}}{\partial u}} \quad \boxed{\frac{\partial r}{\partial x}} \right) \\ \begin{array}{c} (n_f \times n_x) \quad (n_f \times n_x) \quad (n_f \times n_u) \quad \overbrace{(n_u \times n_u) \quad (n_u \times n_x)}^{\phi \quad (n_u \times n_x)} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\psi^T \quad (n_f \times n_u)} \end{array} \end{array}$$

Figura 9 – Derivadas totais
Fonte: (MARTINS; NING, 2021).

$$\psi^T = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial r^{-1}}{\partial u} \quad (66)$$

Multiplicando ambos os lados da Equação (66) por $\partial r / \partial u$ à direita e transpondo toda a Equação, obtém-se a Equação adjunta (Equação (67)).

$$\frac{\partial r^T}{\partial u} \psi = \frac{\partial f^T}{\partial u} \quad (67)$$

Este sistema linear não depende de x . Cada vetor adjunto está associado a uma função de interesse f_j e é encontrado ao resolver a Equação adjunta (Equação (66)) com a linha correspondente $\partial f_j / \partial u$. A solução (ψ) é então usada para calcular a derivada total vista na Equação (68).

$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} - \psi^T \frac{\partial r}{\partial x} \quad (68)$$

4 Material e Método

A geração da malha computacional foi realizada no *software OpenFoam*, enquanto o pré-processamento dos dados foi conduzido no *ParaView*. O tratamento da geometria foi efetuado no *software* de CAD *FreeCAD* e, para o corte dos arquivos STL, empregou-se o *Meshmixer*.

Para avaliação de desempenho da metodologia e dos *softwares* de CFD adotados, foram desenvolvidas as seguintes tarefas :

- Geração de malha: desenvolvimento de malha computacional segundo os critérios adotados pela comunidade científica internacional, baseando-se em (COMMITTEE, 1998). Essas malhas foram construídas unicamente utilizando códigos abertos presentes na plataforma *OpenFoam*, incluindo ferramentas como *blockMesh* e *snappyHexMesh*.
- Simulação computacional do problema em regime incompressível, estacionário e transitório, explorando os *solvers* existentes no código *OpenFoam*, dentre eles o *simpleFoam*.
- Comparação dos resultados com a literatura existente, e com os dados das plataformas dos próprios *softwares*.
- Aplicação do método adjunto utilizando o solver do *software OpenFoam* e verificação de sua eficácia para a solução de problemas de otimização.

4.1 Geometrias Analisadas

As geometrias analisadas neste trabalho foram retiradas do estudo de (BARCONI, 2021), desenvolvido pelo grupo de pesquisa local, que também investigou o impacto da introdução de protuberâncias, embora sob condições distintas das adotadas neste estudo. Essas geometrias são baseadas nas descritas em (JOHARI et al., 2007), que apresentam uma corda de 102 *mm* e são derivadas do perfil NACA63(4)221, com simulações realizadas a um número de Reynolds de aproximadamente $1,83 \cdot 10^5$. No presente estudo, as geometrias foram adaptadas para uma corda reduzida de 70 *mm* e submetidas a simulações com um número de Reynolds de $3,0 \cdot 10^5$. A geometria denominada 4S possui protuberâncias com amplitude de 2,5% da corda, correspondendo a 1,75 *mm*, enquanto a geometria 4M apresenta protuberâncias com amplitude de 5% da corda, equivalentes a 3,5 *mm*. Ambas as geometrias com protuberâncias possuem uma amplitude de onda igual a 50% da corda, ou seja, 35 *mm*.

Na Figura 10, são apresentadas as geometrias que serviram de base para este estudo, que possuem uma corda de 102 *mm*, conforme disponível em (JOHARI et al., 2007). Já na Figura 11, são mostradas as geometrias adotadas pelo grupo de pesquisa local no trabalho

presente em (BARCONI, 2021), as quais coincidem com as geometrias utilizadas neste trabalho, podendo ser observadas na Figura 12.

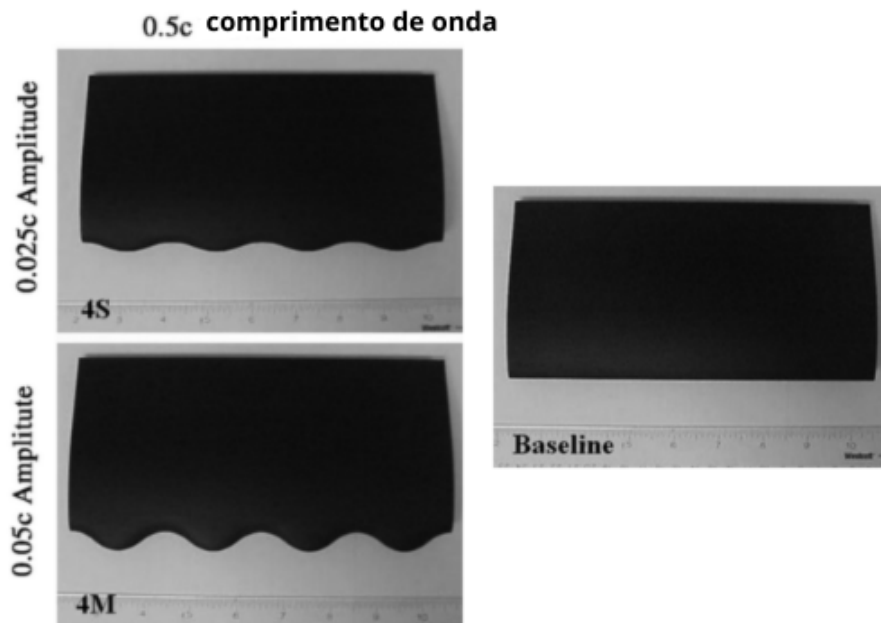


Figura 10 – Geometrias das pás *baseline* e dos perfis modificados pela adição das protuberâncias 4S e 4M.

Fonte: (JOHARI et al., 2007).

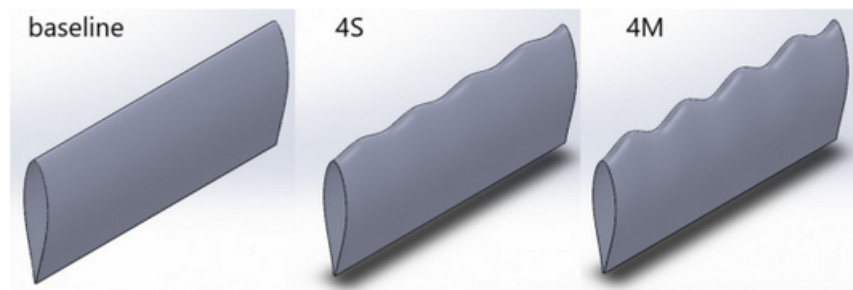


Figura 11 – Modelagem CAD dos perfis *baseline*, 4M e 4S.

Fonte: (BOCALON et al., 2018).



Figura 12 – Geometrias utilizadas nesse trabalho.
 Fonte: Próprios autores.

4.2 *Open Source Field Operation And Manipulation (OpenFoam)*

O *OpenFoam* é um *software* de dinâmica de fluidos computacional de código aberto e gratuito desenvolvido pela *OpenCFD Ltd* desde 2004. É amplamente utilizado em diversas áreas da engenharia e ciência, com ênfase na garantia de qualidade por meio de testes rigorosos. O processo de avaliação e validação inclui uma bateria de testes para avaliar desempenho e comportamento do código. O *OpenFoam* emprega métodos como o *Pressure-Implicit Split-Operator (PISO)* e o *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations (SIMPLE)* para equações de pressão. Ele também possui um gerador de malha nativo chamado *snappyHexMesh* e suporta pós-processamento com o *software ParaView* e funções de *run-time post-processing* (GREENSHIELDS et al., 2015).

4.3 Condições do Escoamento e Configurações Numéricas

São descritas as condições de escoamento adotadas para a simulação, os solvers utilizados, os esquemas numéricos, as tolerâncias, as condições de contorno e as hipóteses simplificadoras assumidas para o problema de escoamento turbulento. Todos os *scripts* utilizados estão disponíveis no **APÊNDICE A** para maiores esclarecimentos.

4.3.1 Condições do Escoamento

O escoamento foi modelado sob as seguintes condições:

- **Temperatura:** Não foi especificada uma variação de temperatura, assumindo-se

condições isotérmicas no fluido. A temperatura foi tratada como constante.

- **Pressão:** A pressão foi definida como um campo escalar com valor inicial uniforme de 0 Pa em todo o domínio.
- **Incompressibilidade:** O fluido foi tratado como incompressível, com densidade constante.
- **Estacionaridade:** A simulação foi configurada para um escoamento estacionário, ou seja, a solução não varia com o tempo, com o controle de tempo configurado para $\Delta t = 1$ e *endTime* em 2000 segundos.
- **Turbulência:** A turbulência foi modelada utilizando o modelo $k - \omega$ SST, adequado para escoamentos com grande gradiente de velocidade e presença de separação de fluxo.

4.3.2 Solvers Utilizados

Os solvers usados para resolver as equações de movimento e as equações turbulentas foram configurados da seguinte forma:

- **Solver para a pressão (p):** O solver utilizado foi **GAMG** (Geometric Agglomerated Multigrid), com tolerância de $1 \cdot 10^{-6}$ e suavização **GaussSeidel**.
- **Solver para a velocidade (U):** O solver utilizado foi **smoothSolver**, também com tolerância de $1 \cdot 10^{-6}$, suavização **GaussSeidel** e um número de varreduras $nSweeps = 1$.
- **Solver para a energia cinética turbulenta (k):** Similar ao solver de velocidade, foi utilizado o **smoothSolver**, com as mesmas configurações de tolerância e suavização.
- **Solver para a dissipação turbulenta (omega):** O solver também foi **smoothSolver**, com as mesmas configurações de tolerância e suavização.

4.3.3 Esquemas Numéricos

Os esquemas numéricos empregados para a discretização das equações governantes são descritos a seguir:

- **Schemes para Derivadas Temporais:** A derivada temporal foi discretizada utilizando o esquema **steadyState**, apropriado para problemas estacionários.
- **Gradientes:** O esquema de gradiente utilizado foi o **Gauss linear**, adequado para a discretização das variáveis de pressão e velocidade.

- **Divergentes:** Para a discretização das equações de divergência, o esquema `bounded Gauss linearUpwind grad(U)` foi utilizado, que fornece uma solução estável e precisa em regiões com grandes gradientes de velocidade.
- **Laplace:** O operador de Laplace foi discretizado com o esquema `Gauss linear corrected`.
- **Interpolação:** Para a interpolação de variáveis, foi utilizado o esquema `linear`.
- **Gradiente da Superfície da Parede:** Foi utilizado o método `meshWave` para o cálculo da distância da parede.

4.3.4 Tolerâncias

As tolerâncias para as equações resolvidas foram configuradas da seguinte forma:

- **Pressão:** A tolerância de convergência para o campo de pressão foi definida como $1 \cdot 10^{-6}$.
- **Velocidade, k e ω :** A tolerância de convergência para esses campos foi configurada como $1 \cdot 10^{-6}$, com relaxação de 0.7 nas iterações, exceto na equação final, onde a relaxação foi definida como 1.0.

4.3.5 Condições de Contorno

As condições de contorno para os campos de velocidade, pressão, k e ω foram configuradas conforme segue:

- **Velocidade (U):** Nas fronteiras de entrada (`inlet`) e saída (`outlet`), a velocidade foi definida como `freestreamVelocity`, com valor fixo. Nas superfícies do corpo e das paredes, foi aplicada a condição `noSlip`.
- **Pressão (p):** Na entrada (`inlet`) e saída (`outlet`), foi utilizada a condição de `freestreamPressure`. Para as superfícies do corpo, foi aplicada a condição de gradiente zero (`zeroGradient`).
- **Energia Cinética Turbulenta (k):** Para as fronteiras de entrada, foi utilizada a condição `fixedValue`. Nas outras superfícies, como as paredes, foi aplicada a função `kqRWallFunction`.
- **Dissipação Turbulenta (ω):** Nas fronteiras de entrada, a condição foi `fixedValue`, com o valor definido como o valor do campo interno. Nas superfícies do corpo, foi utilizada a condição de `omegaWallFunction`.

4.3.6 Hipóteses Simplificadoras

Para a simplificação da simulação, foram assumidas as seguintes hipóteses:

- **Fluido Incompressível:** O fluido foi tratado como incompressível, com densidade constante e sem variação significativa de temperatura, o que elimina a necessidade de considerar variações de densidade em função da pressão.
- **Escoamento Estacionário:** A simulação foi configurada para um escoamento estacionário, com controle de tempo adequado para a resolução do problema em regime permanente.
- **Modelo de Turbulência $k - \omega$ SST:** O modelo $k - \omega$ SST foi escolhido por ser adequado para escoamentos com gradientes de velocidade elevados e presença de separação de fluxo, sem necessidade de modelar diretamente os efeitos de compressibilidade ou de temperatura.

4.4 Recursos Computacionais

Foram utilizadas as máquinas adquiridas dentro do projeto de Auxílio Regular Fapesp número 2019/079470 (*Workstation e desktops*), bem como o Núcleo de Computação Científica da UNESP, composto por computadores de alto desempenho (HPC-UNESP).

5 Resultados e Discussões

Nesta pesquisa, a primeira parte do estudo foi dedicada à comparação do desempenho aerodinâmico de diferentes perfis de aerofólios, considerando as condições anteriormente descritas de escoamento incompressível, estacionário e turbulento com velocidade de 7 m/s. Foram analisados o perfil sem protuberâncias (*baseline*), e os perfis com protuberâncias que variavam em comprimento e amplitude, denominados 4S e 4M. O objetivo dessa análise foi avaliar como as alterações nas características geométricas desses aerofólios influenciam seu desempenho aerodinâmico, fornecendo dados essenciais para a compreensão do impacto das protuberâncias.

Na segunda parte da pesquisa, o foco foi otimizar o aerofólio representativo da pá com o melhor desempenho aerodinâmico, utilizando o método adjunto. A otimização foi realizada inicialmente de forma bidimensional, considerando uma seção do aerofólio e levando em conta a lateral vista ao longo do comprimento da corda média. É importante destacar que protuberâncias assim como o aerofólio em si são geometrias tridimensionais, porém, como essa parte da análise só deu enfoque na seção lateral, toda a geometria foi avaliada como unicamente bidimensional. Após essa etapa, foi realizada uma análise tridimensional para explorar as melhorias de desempenho de maneira mais realista e abrangente, considerando o escoamento tridimensional ao longo de toda a geometria do aerofólio.

5.1 Simulação para os aerofólios com e sem protuberâncias

A geração de malha é uma etapa crucial nas simulações e influencia diretamente a precisão e a estabilidade dos resultados. Inicialmente, a malha foi gerada utilizando a ferramenta **blockMesh**, que permite a construção de uma malha estruturada por meio da definição de blocos hexaédricos.

Para a geração da malha, foram utilizadas as mesmas dimensões do domínio computacional estabelecido em (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023), disponível na Figura 13. Esse domínio foi escolhido para se obter uma similaridade entre as condições de simulação da literatura e as desse estudo. O domínio possui 1,5 *m* na direção *x* e 0,8 *m* na direção *y*.

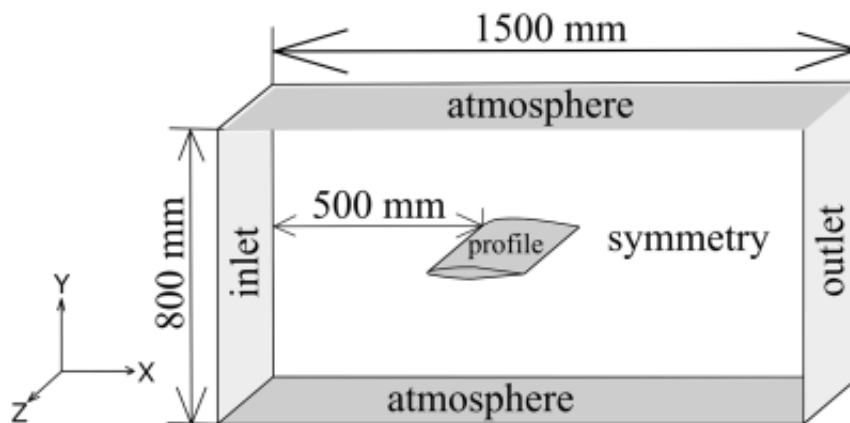


Figura 13 – Domínio computacional para geração da malha.

Fonte: (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023)

Antes do processo de refinamento da malha a geometria foi ajustada utilizando o *software Meshmixer*, que é amplamente utilizado para o corte de arquivos *stl*. Este *software* permite realizar cortes precisos e sem descontinuidades, o que é fundamental para evitar a formação de células de malha indesejadas dentro da geometria. O corte foi necessário porque a geometria original apresentava *skewfaces* na região do bordo de fuga, uma condição que poderia comprometer a qualidade da malha, resultando em células não ortogonais e distorcidas. Assim, o bordo de fuga foi truncado em 5 *mm*, ou seja, a geometria passou de uma corda de 70 *mm* para uma corda de 65 *mm*, o que corresponde a menos de 10% da corda média. Algumas pesquisas do grupo de pesquisa local já haviam descoberto a existência de irregularidades no bordo de fuga e consequentemente realizado sua extração, como visto em (BARCONI, 2021). Ao aparar essa parte da geometria, garantiu-se que a malha resultante fosse de alta qualidade, sem problemas de ortogonalidade ou distorção.

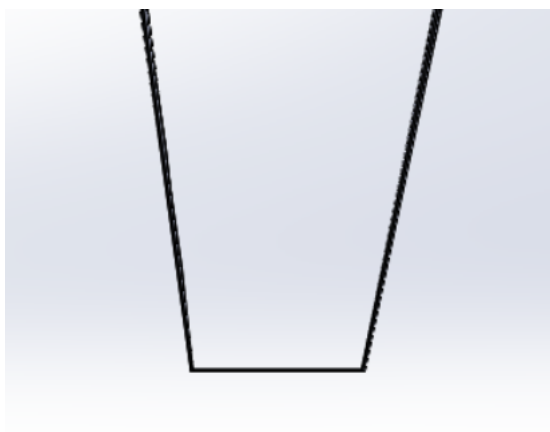


Figura 14 – Bordo de fuga truncado.

Fonte: (BARCONI, 2021)

Após a preparação da geometria, a malha foi refinada utilizando os comandos **topoSet** e **refineMesh**. O comando **topoSet** permitiu a criação de conjuntos de células com

base em critérios específicos, como localização ou características geométricas. Em seguida, o **refineMesh** foi empregado para refinar a malha dentro dos conjuntos previamente definidos, aumentando a resolução da malha em regiões de interesse sem comprometer a eficiência computacional da simulação global.

Por fim, a ferramenta **snappyHexMesh** foi aplicada para realizar um refinamento adicional e ajustar a malha ao contorno da geometria de forma mais precisa. O **snappyHexMesh** é particularmente útil em geometrias complexas, onde é necessário capturar detalhes finos e assegurar que a malha se adapte corretamente às superfícies curvas. Durante este processo, a malha foi refinada iterativamente, utilizando o método de encaixe e corte de células, o que garantiu uma transição suave entre regiões de diferentes resoluções e uma representação mais fiel da geometria analisada, conforme visto nas Figuras 15 e 16, que apresentam uma malha com 4.5×10^5 elementos.

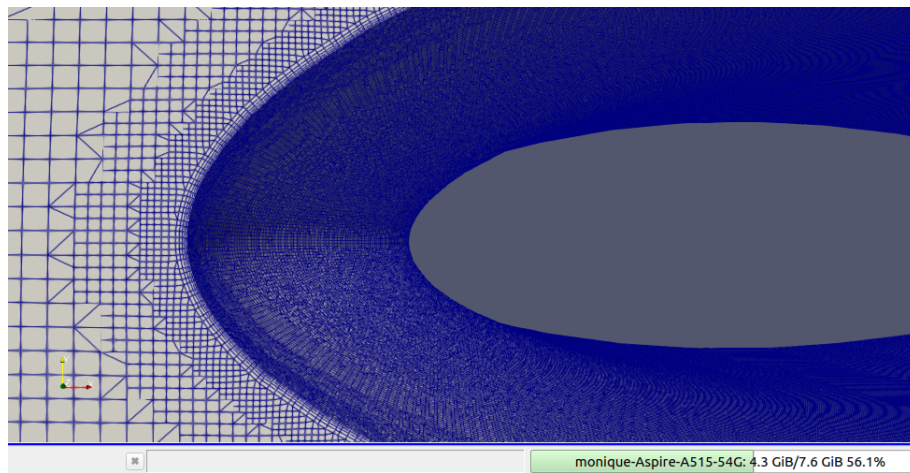


Figura 15 – Geração de malha no bordo de ataque da geometria.

Fonte: Próprios autores.

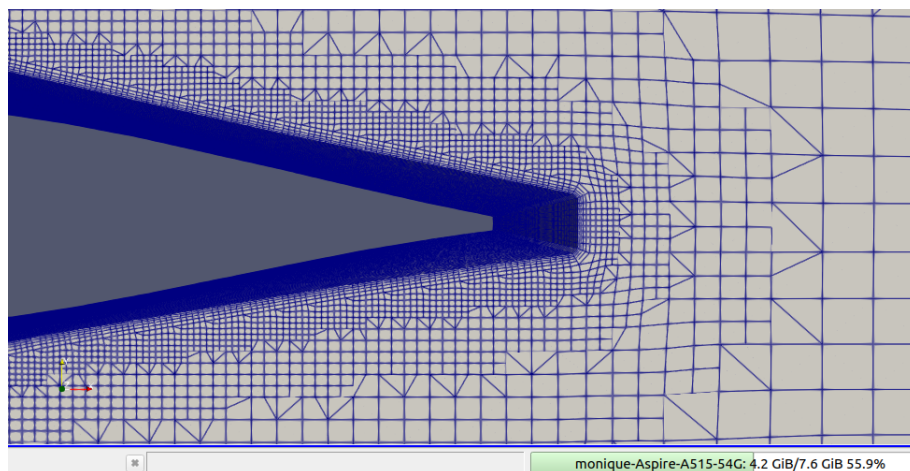


Figura 16 – Geração de malha no bordo de fuga da geometria.

Fonte: Próprios autores.

5.1.1 Geração de malha para implementação do modelo de turbulência

Para a implementação do modelo de turbulência foi necessário refinar a malha elaborada na seção anterior. O refinamento foi crucial para garantir que o valor de y^+ ficasse menor ou igual a 1, conforme os critérios estabelecidos para simulações turbulentas.

As modificações foram realizadas nos arquivos de configuração **snappyHexMeshDict** e **refineMeshDict**. No arquivo **snappyHexMeshDict**, ajustes específicos foram feitos para melhorar a captura das características da geometria após a aplicação do refinamento da malha. Foi aplicada uma camada de malha adicional nas regiões próximas às superfícies, com 5 camadas em cada uma das regiões do aerofólio (*bf* e *corpo*), o que contribuiu para a resolução das camadas de fronteira e o controle do valor de y^+ . Já o arquivo **refineMeshDict** foi ajustado para garantir que a resolução da malha na região próxima à parede fosse refinada de modo a reduzir o y^+ e, assim, permitir uma simulação mais precisa do comportamento turbulento.

Para garantir que o valor de y^+ fosse igual ou menor que 1, o tamanho da primeira camada de células foi calculado em aproximadamente $0,00119\text{ m}$ ($1,19\text{ mm}$), segundo os cálculos dispostos na seção teórica. Como resultado, a malha intermediária obteve aproximadamente $3,4 \times 10^6$ elementos, enquanto a malha grosseira atingiu cerca de $3,3 \times 10^6$ elementos, e a malha refinada com $3,6 \times 10^6$ elementos.

Parâmetro	Valor
Número de elementos da malha 1	$3,6 \times 10^6$ elementos
Número de elementos da malha 2	$3,4 \times 10^6$ elementos
Número de elementos da malha 3	$3,3 \times 10^6$ elementos
r_{21}	1,0192
r_{32}	1,0100
e_{a21}	0,022
e_{a32}	0,019
$e_{\text{ext}21}$	0,021
$e_{\text{ext}32}$	0,044
GCI_{21}	2,6%
GCI_{32}	5,22%

Tabela 2 – Análise de sensibilidade para as malhas do regime turbulento.

A partir dos resultados contidos na Tabela 2, foi possível adotar como representativa a configuração mais refinada correspondente à malha de $3,6 \times 10^6$ elementos, pois essa apresentou um GCI de 2,6%, valor próximo ao almejado de 2,2%.

5.1.2 Simulação para o perfil NACA 63(4) 221

Esta seção do trabalho se limita a mostrar o comportamento da geometria no *Para-View*, considerando a angulação de 0° para ambas geometrias. No entanto, as simulações foram realizadas para ângulos de ataque de 0° , 3° , 6° e 9° , e os resultados obtidos para cada

uma dessas angulações serão discutidos na seção posterior. As geometrias com protuberâncias, assim como a *baseline*, como descrito anteriormente foram retiradas de (JOHARI et al., 2007). A geometria 4S apresenta uma amplitude de $0,025c$ e um comprimento de onda de $0,5c$, enquanto a geometria 4M apresenta uma amplitude de $0,05c$ e o mesmo comprimento de onda de $0,5c$, a corda após o truncamento ficou com 65 mm .

Nas simulações realizadas na primeira parte deste trabalho, optou-se por modelar o escoamento como unicamente turbulento, apesar do número de Reynolds ser relativamente baixo. Essa escolha foi fundamentada analisando as literaturas sobre o tema (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023), (CUSTODIO; HENOCK; JOHARI, 2018), (BOCALON et al., 2018) e (BARCONI, 2021). Em todas as referências, o modelo turbulento foi utilizado para simular o comportamento do fluido. Assim, para garantir uma maior consistência e comparabilidade com os estudos existentes, decidiu-se aplicar o modelo turbulento, mesmo em situações onde o número de Reynolds indicaria um escoamento laminar.

As propriedades turbulentas foram calculadas utilizando células no *Google Sheets*, nas quais foram implementadas as equações descritas nas seções teóricas. A primeira simulação teve como objetivo verificar o comportamento aerodinâmico da geometria sem protuberâncias (*baseline*), representada pelo aerofólio NACA 63(4)221. Adotando as condições apresentadas em (SANTOS, 2023), com magnitude de velocidade igual a 7 m/s , que é diferente da adotada por (JOHARI et al., 2007), o que implica que, devido a essa diferença, não foi possível realizar a validação direta dos resultados. Nas Figuras 17 e 18, pode-se observar, respectivamente, o campo de velocidade e o campo de pressão ao longo dessa geometria para um ângulo de ataque de 0° .

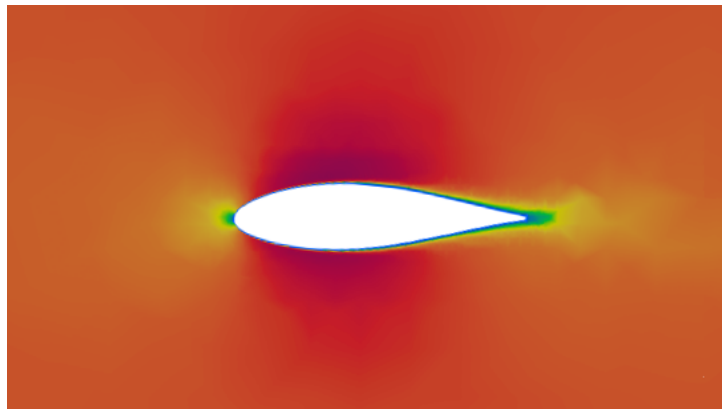


Figura 17 – Campo de velocidade para o perfil NACA 63(4) 221.

Fonte: Próprios autores.

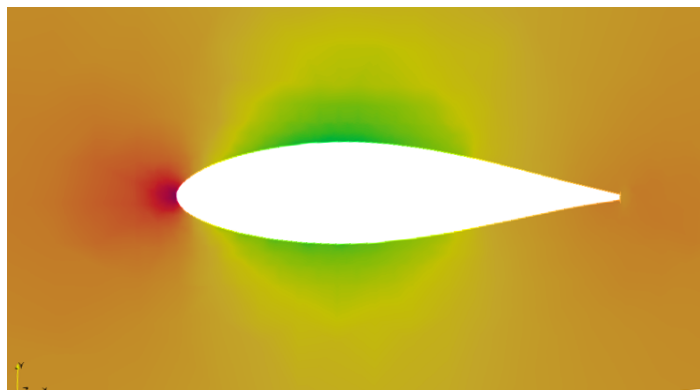


Figura 18 – Campo de pressão para o perfil NACA 63(4) 221.

Fonte: Próprios autores.

Observa-se que nas regiões próximas à superfície do aerofólio ocorre uma redução significativa da velocidade do escoamento, evidenciada pelos tons azulados, resultado da condição de não deslizamento aplicada nas paredes. No bordo de ataque, a desaceleração do fluido é ainda mais pronunciada, formando uma zona de baixa velocidade associada a alta pressão. Em contrapartida, ao longo do extradorso, nota-se uma rápida aceleração do escoamento, atingindo magnitudes elevadas (tons amarelados), característica de perfis com alta curvatura no extradorso. No intradorso, a variação da velocidade é menos intensa, mantendo valores próximos ao do escoamento livre.

A Figura 18 apresenta o campo de pressão em torno do mesmo perfil, permitindo identificar a distribuição das forças ao longo da superfície. A concentração de alta pressão na região frontal (bordo de ataque), representada pela coloração vermelha intensa, evidencia a estagnação do escoamento. Sobre o extradorso, observa-se uma ampla zona de baixa pressão (tons esverdeados), responsável pela geração da maior parcela da sustentação. Já no intradorso, a pressão permanece relativamente elevada, sustentando a diferença de pressões entre as superfícies.

Dessa forma, o coeficiente de pressão pode ser determinado implementando-se a equação diretamente no próprio *ParaView*, sendo esta a janela de visualização do *OpenFoam*. Avaliando-se o coeficiente de pressão (C_p) para o perfil NACA 63(4) 221, obteve-se, conforme mostrado na Figura 19, o comportamento dessa propriedade ao longo da geometria.

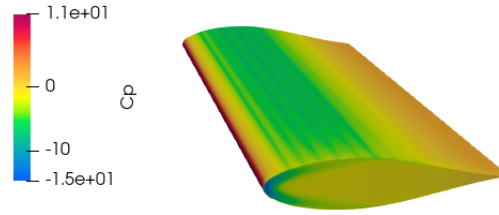


Figura 19 – Coeficiente de pressão ao longo do perfil NACA 63(4) 221.

Fonte: Próprios autores.

A distribuição de C_p revela valores negativos sobre o extradorso (áreas em azul e verde), indicando regiões de baixa pressão responsáveis pela geração da força de sustentação. Sobre o intradorso, predominam valores positivos de C_p (tons amarelos a vermelhos), evidenciando uma maior pressão relativa. Observa-se ainda um gradiente acentuado de C_p próximo ao bordo de ataque, associado à desaceleração inicial e posterior aceleração do escoamento ao contornar o perfil. O coeficiente de pressão médio ($C_{p\text{médio}}$) foi calculado por meio da integração dos valores de C_p ao longo da superfície do perfil, considerando a contribuição do extradorso e do intradorso, resultando no valor de $C_{p\text{médio}} = -0,23$.

5.1.3 Simulação para o perfil 4S

Novamente, adotando as condições apresentadas em (SANTOS, 2023), realizou-se a simulação, porém agora considerando a geometria 4S, que, diferente da geometria sem protuberâncias, apresenta protuberâncias com amplitude de $0,025c$ e comprimento de onda de $0,5c$. Nas Figuras 20 e 21, pode-se ver, respectivamente, o campo de velocidade e o campo de pressão ao longo dessa geometria.

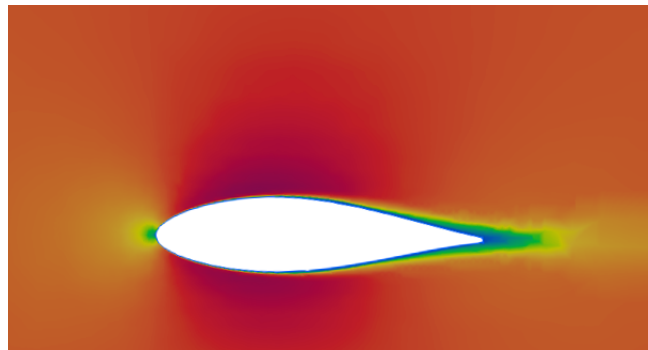


Figura 20 – Campo de velocidade para o perfil 4S.

Fonte: Próprios autores.

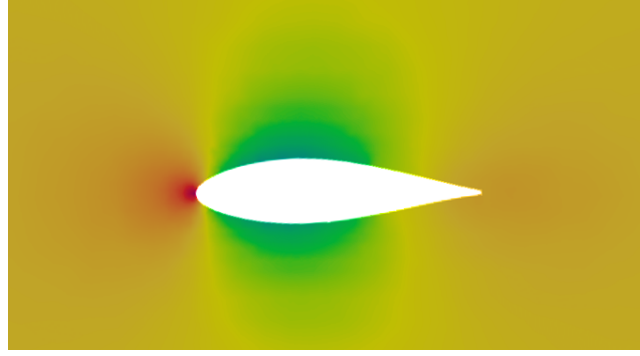


Figura 21 – Campo de pressão para o perfil 4S.

Fonte: Próprios autores.

Observa-se que, em comparação com o perfil sem protuberâncias (Figura 17), o escoamento no extradorso apresenta uma distribuição de velocidade mais heterogênea, evidenciada por variações locais nas faixas de cor próximo às protuberâncias. As regiões de aceleração do fluxo, representadas por tonalidades amareladas e esverdeadas, são mais dispersas e alternadas em comparação ao perfil sem protuberâncias, indicando uma interação complexa entre o escoamento e as deformações.

Na região anterior do extradorso, destaca-se uma concentração mais intensa de baixa pressão (tons de azul) associada à presença das protuberâncias, promovendo uma aceleração localizada do escoamento. Além disso, o intradorso exibe uma zona de alta pressão (em vermelho) mais bem distribuída ao longo da superfície, o que pode contribuir para a melhoria na estabilidade do escoamento. Em contraste com o perfil sem protuberâncias, nota-se uma suavização dos gradientes abruptos próximos ao bordo de ataque, o que sugere uma maior resistência à separação da camada limite.

Avaliando o coeficiente de pressão (C_p) para o perfil 4S, obteve-se a Figura 22.

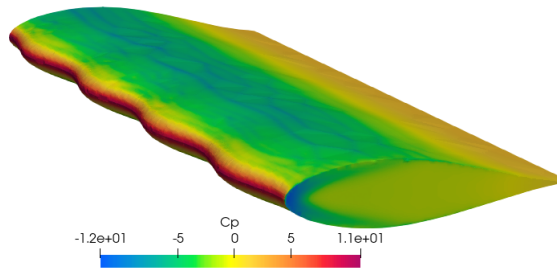


Figura 22 – Coeficiente de pressão ao longo do perfil 4S.

Fonte: Próprios autores.

A Figura 22 apresenta o campo de coeficiente de pressão (C_p) sobre o perfil 4S, em comparação ao perfil sem protuberâncias observa-se uma distribuição de C_p mais irregular, com alternância de regiões de alta e baixa pressão ao longo da extensão transversal. No bordo de ataque, áreas de maior pressão (tons avermelhados) e de baixa pressão (tons azulados) se distribuem conforme a geometria das protuberâncias, intensificando

localmente o gradiente de pressão.

No extradorso, a distribuição do C_p torna-se mais complexa, com zonas alternadas de menor pressão associadas às ondulações da superfície. O coeficiente médio de pressão para o perfil 4S foi calculado como sendo aproximadamente $C_{p\text{médio}} = -0,27$.

5.1.4 Simulação para a geometria 4M

Da mesma forma, utilizou-se as condições impostas em (SANTOS, 2023) para realizar a simulação na geometria 4M, que, assim como a geometria 4S, apresenta protuberâncias, mas com uma amplitude de $0,05c$ e comprimento de onda de $0,5c$. Nas Figuras 23 e 24, vê-se, respectivamente, o campo de velocidade e o campo de pressão ao longo da geometria.

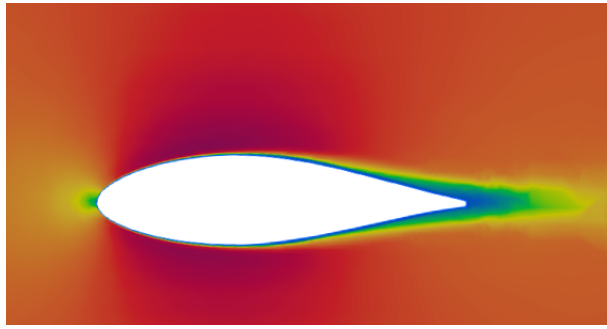


Figura 23 – Campo de velocidade para o perfil 4M.
Fonte: Próprios autores.

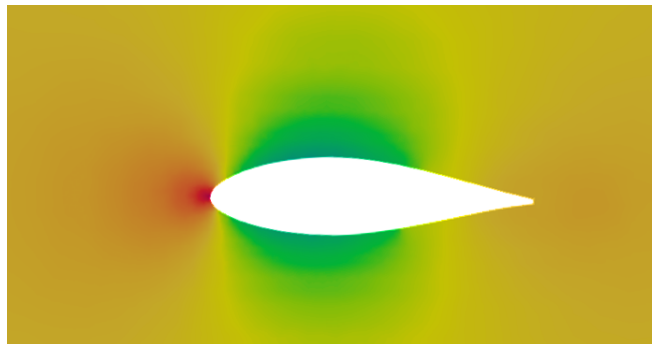


Figura 24 – Campo de pressão para o perfil 4M.
Fonte: Próprios autores.

O perfil de velocidade mostra um aumento acentuado na região próxima ao bordo de ataque, indicando a aceleração do escoamento sobre o extradorso do aerofólio. Contudo, observa-se uma queda na velocidade mais adiante, associada à presença de regiões de recirculação ou separação do escoamento, induzidas pelas ondulações da superfície.

O perfil de pressão confirma esse comportamento: a pressão diminui rapidamente após o bordo de ataque, atingindo valores mínimos no extradorso. Esta forte redução de pressão é característica de uma aceleração significativa do fluido. Entretanto, as oscilações

subsequentes no perfil de pressão sugerem a formação de zonas de gradiente adverso, que contribuem para a tendência de separação da camada limite.

Na Figura 25 está o comportamento de C_p para a geometria.

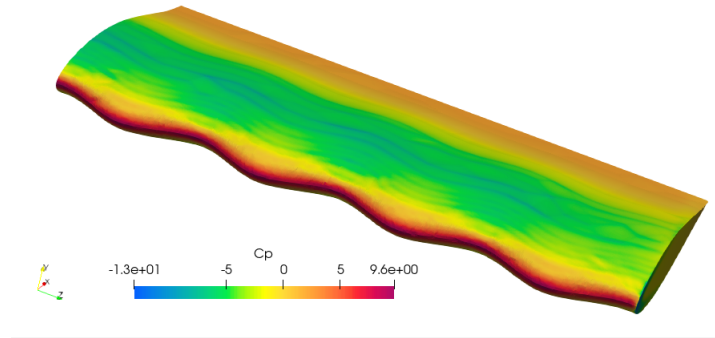


Figura 25 – Coeficiente de pressão ao longo do perfil 4M.

Fonte: Próprios autores.

Analisando o coeficiente de pressão (C_p), é possível observar variações abruptas ao longo da superfície do perfil. O valor médio de C_p no extradorso do perfil é de aproximadamente $-0,17$, indicando que, embora exista uma geração de sustentação, o desempenho aerodinâmico é prejudicado pelas perturbações introduzidas pelas ondulações, o que afeta negativamente a eficiência aerodinâmica da geometria.

5.1.5 Resultados da comparação

Variou-se o ângulo de ataque entre 0° , 3° , 6° e 9° , de modo a comparar os valores obtidos para a sustentação e para o arrasto. Como o principal objetivo deste trabalho é observar o aumento da sustentação e compará-la com as informações já descobertas pela literatura, não se destacaram as penalidades do arrasto nesse primeiro teste, colocando em maior evidência o aumento da sustentação devido à introdução das protuberâncias.

Com a variação do ângulo de ataque, calculou-se para as três geometrias a razão percentual de aumento ou diminuição da sustentação em relação à *baseline*. Os resultados podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3 – Variação percentual da sustentação com o aumento do ângulo de ataque em relação à *baseline*.

	0°	3°	6°	9°
4S	0,18%	0,29%	0,35%	0,21%
4M	-2,97%	-3,48%	-3,92%	-3,65%

Somente com essa primeira análise já é possível observar que a geometria 4M não se mostra indicada para esse tipo de aplicação, uma vez que apresenta perdas sistemáticas em relação à *baseline*, independentemente do ângulo de ataque analisado. Diante disso, optou-se por aprofundar o estudo da geometria 4S, a fim de verificar se os ganhos aerodinâmicos

observados na sustentação também se estendiam ao comportamento do arrasto, quando comparada à geometria de referência.

Durante as simulações, obedecendo as condições de operação da turbina dispostas em (SANTOS, 2023), a configuração 4S se mostrou a mais eficiente, apresentando pequenos ganhos de sustentação e pequenas reduções do arrasto em determinados ângulos de ataque em comparação a geometria sem protuberâncias *baseline*. Esse resultado está em concordância com estudos anteriores, tanto do grupo de pesquisa local (BOCALON et al., 2018), quanto de pesquisas que validaram a eficácia das protuberâncias para distintas funções, como visto em (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023). Apesar dos ganhos serem pequenos em um ponto de vista unicamente quantitativo, essa melhoria é fundamental para aprimorar o desempenho aerodinâmico das geometrias, ocasionando em vantagens significativas na aplicação dessas pás na indústria *offshore*.

Foi observado que em comparação a *baseline* a geometria 4M apresentava uma piora no desempenho aerodinâmico, porém, a geometria 4S apresentava melhorias tanto no ganho de sustentação quanto na redução do arrasto para determinados ângulos de ataque. Analisando a literatura existente, concluiu-se que esse comportamento ocorreu pois a geometria 4M apresentava ganhos significativos em um contexto hidrodinâmico, enquanto a geometria 4S apresenta ganhos para ensaios aerodinâmicos, conforme visualizado em (CUSTODIO; HENOCH; JOHARI, 2018).

Como esse estudo se trata de simulações aerodinâmicas, a geometria 4S comprovou sua eficácia nas condições desejadas de operação da turbina, nas Figuras 26 e 27 observa-se o comportamento obtido neste estudo comparando os coeficientes de sustentação e arrasto tanto para a *baseline* quanto para a geometria que obteve a melhor performance, ou seja, a geometria 4S.

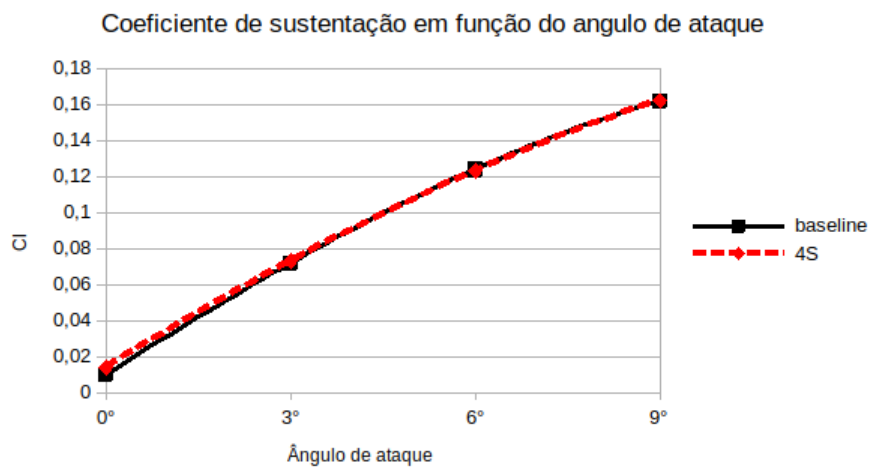


Figura 26 – Comparação dos coeficientes de sustentação para as duas geometrias.

Fonte: Próprios autores.

Na figura acima, utilizou-se a cor vermelha e o tracejado pontilhado para representar a geometria 4S e a linha contínua negra para representar a geometria *baseline*, a escolha foi feita para ser o mais semelhante possível com os resultados de (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023). Observa-se que em todo momento as linhas estão quase sobrepostas, porém nos ângulos de 0° e 3° a linha vermelha apresenta uma maior vantagem, o que vai descendendo ao aumentar o ângulo de ataque.

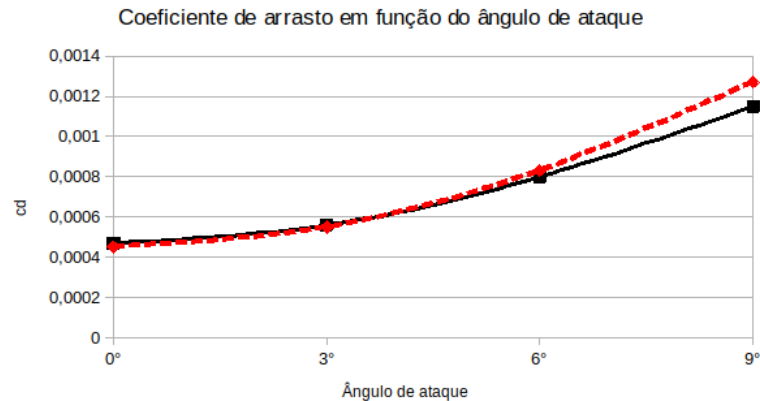


Figura 27 – Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias.

Fonte: Próprios autores.

Na Figura 27 observa-se novamente as linhas muito sobrepostas, porém valores inferiores de arrasto para os ângulos de 0° e 3°, e um aumento expansivo do arrasto para a geometria 4S ao chegar a 9°.

A escolha desses gráficos foi feita para serem similares a exposição dos resultados de (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023), porém para facilitar a visão da diferença entre os dois perfis também foram confeccionados gráficos de barras, que podem ser vistos nas Figuras 28 e 29.

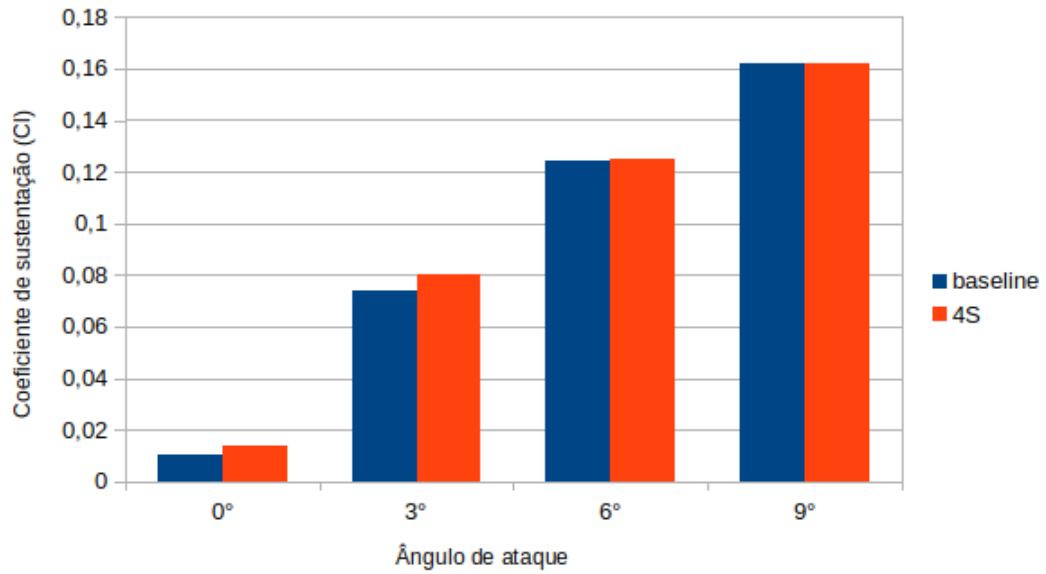


Figura 28 – Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias.
Fonte: Próprios autores.

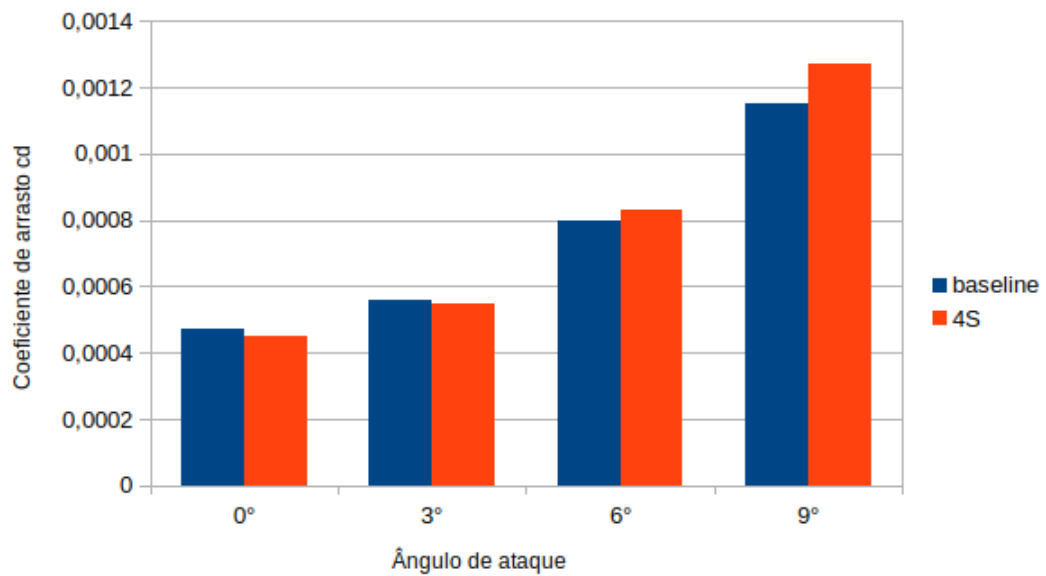


Figura 29 – Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias.
Fonte: Próprios autores.

Com base nos resultados obtidos, buscou-se na literatura estudos que envolvessem simulações com as três geometrias mencionadas. Entre eles, destaca-se o trabalho de (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023), anteriormente citado, que utilizou um número de Reynolds de $Re = 1.5 \cdot 10^6$ e uma corda de $c = 100 \text{ mm}$, a geometria com protuberâncias de menor amplitude possui $0,04c$ e a de maior amplitude $0,12c$, ambas assim como a 4S e a 4M possuem o mesmo comprimento de onda, porém o comprimento de onda dessas geometrias é igual a $0,4c$, como pode ser visto na Figura 30. O objetivo dessa comparação é evidenciar que, mesmo sob condições diferentes, algumas geometrias apresentam melhorias

em escoamentos aerodinâmicos, enquanto outras não. Os resultados são apresentados em diferentes escalas, considerando que o número de Reynolds, a corda utilizada no estudo de (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023) e a amplitude e comprimento de onda são diferentes aos adotados no presente trabalho, porém o conceito de protuberâncias com menor amplitude geram ganhos mais expressivos em relação a protuberâncias com maior amplitude continua o mesmo.

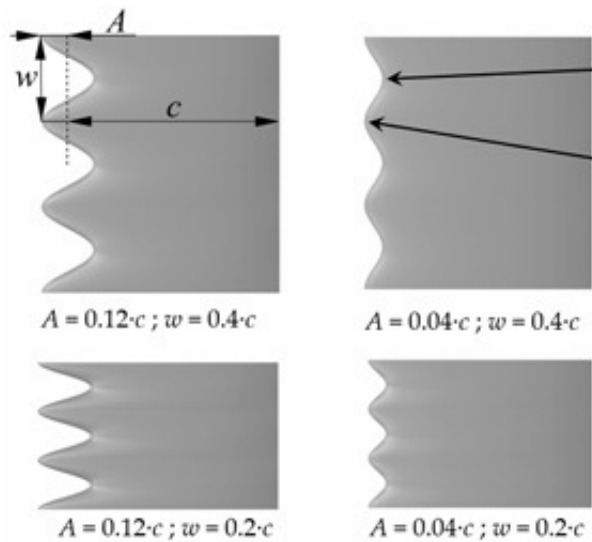


Figura 30 – Geometrias e suas dimensões utilizadas em (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).

Fonte: (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).

Nas Figuras 31 e 32, pode-se observar, por meio do estudo de (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023), a vantagem da geometria com protuberâncias de menor amplitude (representada por um tracejado vermelho) em relação à geometria baseline (representada por uma linha contínua preta) nos ângulos de ataque de 0° , 3° , 6° e 9° , até o ponto de estolamento do aerofólio, que ocorre em ângulos superiores a esses valores.

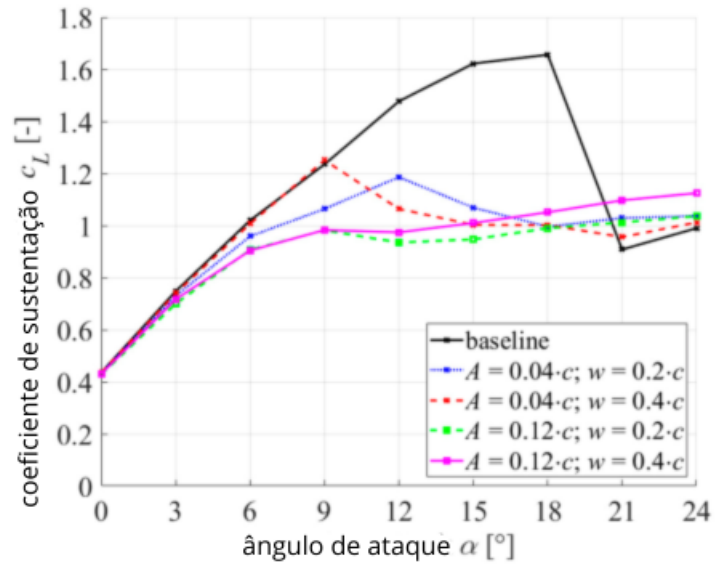


Figura 31 – Comparação dos coeficientes de sustentação para as duas geometrias segundo (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).
 Fonte: (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).

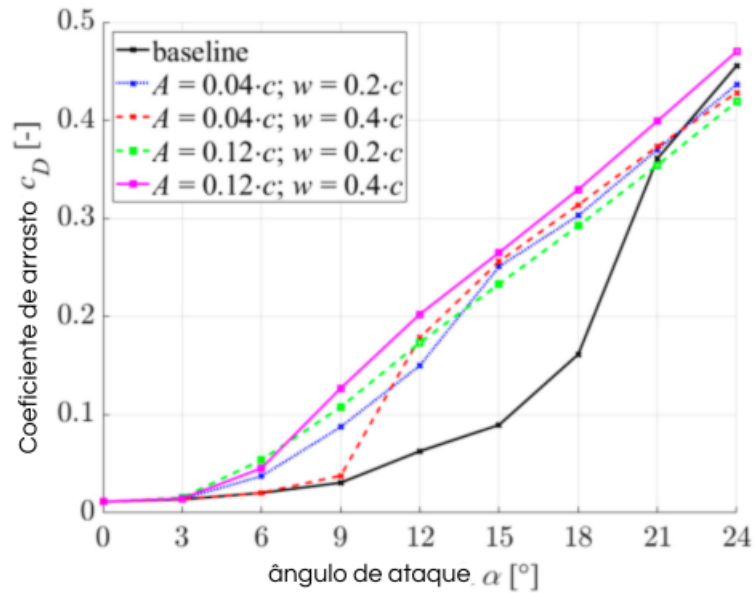


Figura 32 – Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias segundo (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).
 Fonte: (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).

Para melhorar a visualização, realizou-se um recorte das figuras mencionadas anteriormente, restringindo a análise aos ângulos de ataque de até 9° . Nota-se que, em quase todos os momentos, a linha contínua preta e a linha pontilhada vermelha permanecem próximas, indicando uma diferença sutil entre as geometrias, conforme observado nos resultados deste trabalho. Contudo, a linha vermelha torna-se mais evidente em ângulos específicos, como 0° e 3° . No que diz respeito ao arrasto, observa-se que, no ângulo de 0° , a geometria com protuberâncias de menor amplitude apresenta um desempenho muito próximo, mas ligeiramente inferior à *baseline*, embora esse valor aumente gradativamente conforme o ângulo de ataque se aproxima de 9° .

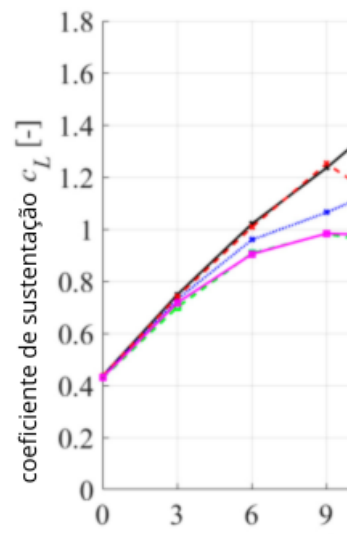


Figura 33 – Comparação dos coeficientes de sustentação para as duas geometrias segundo (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023) - Figura Modificada.

Fonte: (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).

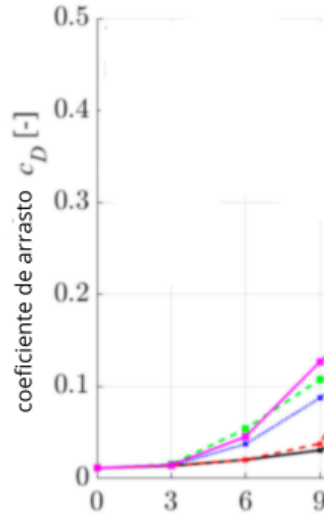


Figura 34 – Comparação dos coeficientes de arrasto para as duas geometrias segundo (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023) - Figura Modificada.

Fonte: (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023).

Pode-se observar também um desempenho inferior da geometria com protuberâncias de maior amplitude, representada pela linha tracejada rosa, evidenciando sua ineficiência para ensaios aerodinâmicos.

Levando em consideração a análise feita, na segunda fase do estudo, a configuração 4S foi otimizada empregando o método adjunto, tendo como função objetivo a maximização da força de sustentação. O método adjunto calcula um campo de sensibilidade que orienta a deformação da geometria de maneira eficiente, permitindo alterações estruturadas e direcionadas para regiões onde seu impacto no desempenho aerodinâmico é mais significativo, obtendo como função objetivo o coeficiente de sustentação.

Embora as diferenças entre as geometrias sejam mínimas em pequenos ângulos de ataque, a geometria 4S apresentou desempenho ligeiramente superior, o que justificou sua escolha para otimização. Pequenos ganhos aerodinâmicos, mesmo que sutis, são fundamentais em aplicações práticas, pois podem resultar em melhorias significativas na eficiência global do sistema.

5.2 Otimização da melhor geometria

Primeiro, realizou-se a otimização em duas dimensões da geometria, a escolha de realizar a otimização inicialmente em 2D foi motivada pela necessidade de introduzir o processo de otimização de forma progressiva. Esse método passo a passo facilita o entendimento do comportamento aerodinâmico do aerofólio e permite que se alcance êxito na otimização antes de se avançar para a complexidade adicional da otimização em 3D.

Para a primeira abordagem de aplicação do método adjunto foi necessária a transformação das malhas inicialmente feitas para três dimensões em malhas com duas dimensões, sem perder a qualidade estabelecida. Para isso, foi utilizado os scripts `extrudeMesh` e

`createPatch` do *OpenFoam*.

O script `extrudeMesh` foi empregado para extrair as paredes de simetria que estavam engastadas no aerofólio, permitindo uma transição suave da malha tridimensional para a bidimensional. Ressalta-se que a Figura 35 não representa um corte da malha, mas sim a criação de uma malha unidimensional entre as duas paredes de simetria, que engastam o aerofólio. Essa transformação resultou em uma considerável redução do custo computacional, uma vez que a simulação tridimensional exigiria um volume de processamento significativamente maior.

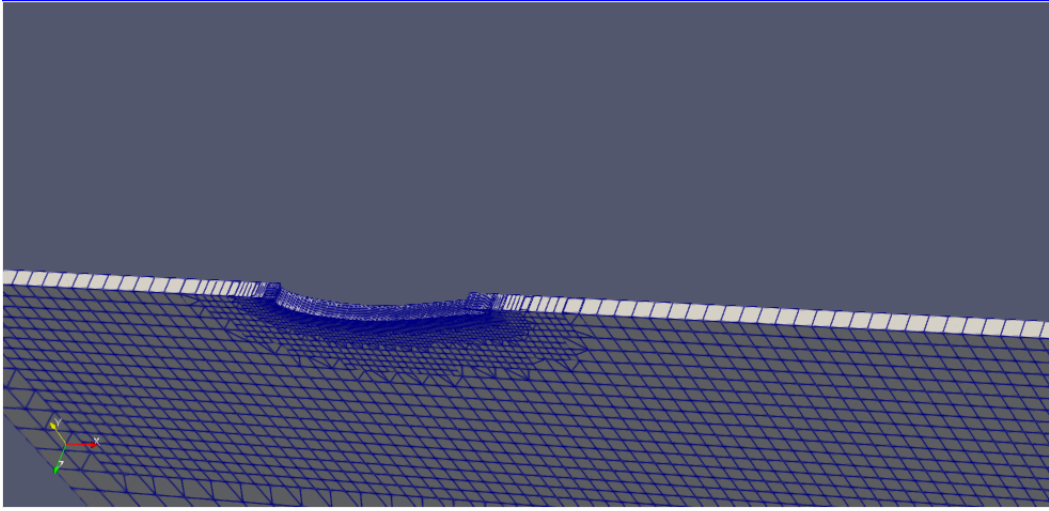


Figura 35 – Visualização superior da malha bidimensional.

Fonte: Próprios autores.

A conversão das malhas previamente mencionadas para o formato 2D proporcionou uma otimização no processo de análise. Após a transformação, a otimização da estrutura foi conduzida utilizando uma caixa de volume dinâmico ao redor da geometria. Essa abordagem se mostrou eficiente, pois, além de manter a integridade geométrica do aerofólio, contribuiu para a redução significativa do tempo computacional. Porém, apesar de ser uma alternativa interessante, a simulação 3D se torna essencial para visualizar comportamentos que são omitidos em um contexto bidimensional.

5.2.1 Abordagem de parametrização para a otimização

Para otimizar a superfície aerodinâmica do aerofólio, utilizou-se a técnica de parametrização *Volumetric B-Splines*. Esse método encapsula a geometria em uma caixa de controle volumétrica, que deforma a malha ao redor do aerofólio, proporcionando melhor controle local das deformações em comparação aos demais métodos.

A expressão matemática da caixa de controle com *Volumetric B-Splines* é dada pela Equação (69). Na qual U , V , e W são as funções base, com ordens p_u , p_v , e p_w , enquanto C_{ijk} representa as coordenadas dos pontos de controle.

$$B(u, v, w) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^K U_{i,p_u}(u) V_{j,p_v}(v) W_{k,p_w}(w) C_{ijk} \quad (69)$$

Aproximações de ordem superior permitem maior flexibilidade e suavidade na definição da geometria. A parametrização foi configurada com a ferramenta **surfaceCheck**, que definiu os limites da geometria, permitindo distribuir pontos de controle ao longo dos eixos x e y de forma eficiente. Os *B-Splines* volumétricos foram escolhidos por sua precisão para deformações localizadas e pela flexibilidade na suavidade e controle das funções base, essenciais para otimização aerodinâmica usando o método adjunto.

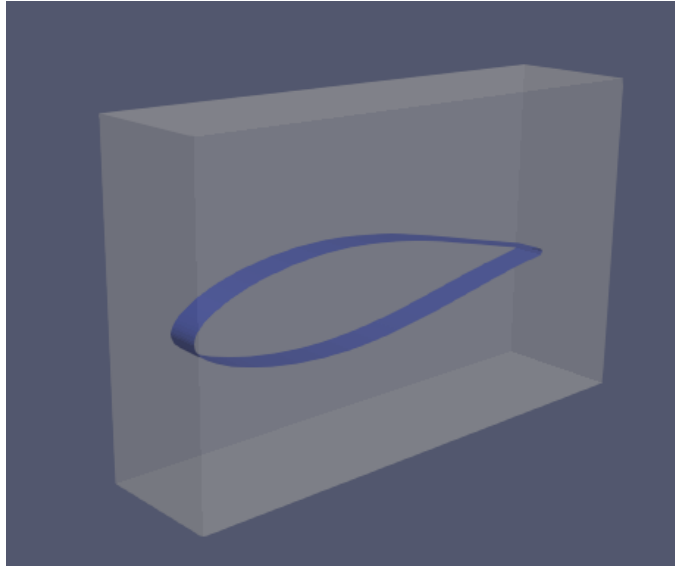


Figura 36 – Delimitações da técnica volumetric B-splines.

Fonte: Próprios autores.

5.2.2 Otimização bidimensional

Como descrito anteriormente, a otimização foi inicialmente conduzida por meio de uma abordagem bidimensional. Essa estratégia permitiu que os pesquisadores desenvolvessem uma compreensão fundamental do sistema, facilitando a transição para uma otimização 3D. Ao dominar a otimização 2D, os autores adquiriram uma experiência valiosa que se mostrou essencial na fase seguinte, além disso, essa abordagem tem sido amplamente utilizada em estudos relacionados a turbinas eólicas, com alguns trabalhos sendo citados ao longo dessa seção.

O primeiro passo consistiu em transformar as malhas 3D mencionadas anteriormente em malhas 2D. Para isso, foram utilizadas as ferramentas do *OpenFoam*, **extrudeMesh** e **createdPatch**, que extraem as superfícies *lowerWall* e *upperWall*. Entre essas superfícies, foi criada uma malha unidimensional, porém a lateral continuou com as mesmas configurações da malha 3D, como pode ser visualizado na Figura 37.

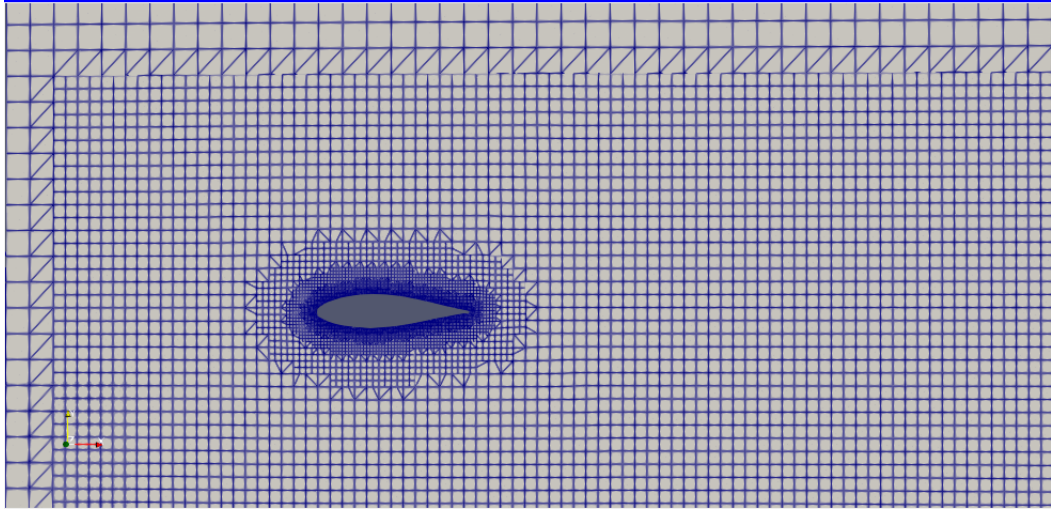


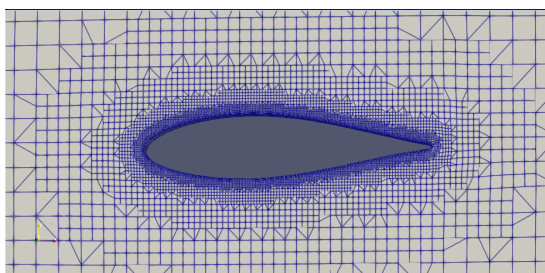
Figura 37 – Visualização lateral da malha bidimensional.

Fonte: Próprios autores.

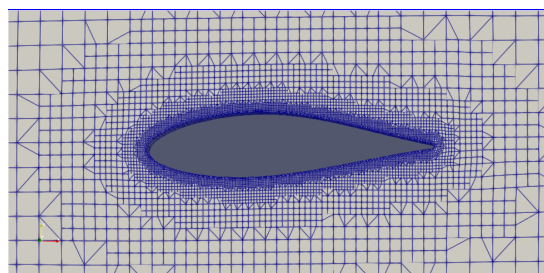
O *script* de otimização é chamado de `optimisationDict`, no qual são definidos os parâmetros de otimização, o qual foram mencionados anteriormente, e também um estabelecimento da quantidade de ciclos de otimização. Foram estabelecidos previamente 10 ciclos, essa quantidade foi selecionada observando os tutoriais já prontos disponíveis no próprio diretório do *OpenFoam*.

Essa quantidade é o número máximo estipulado para a realizações de alterações na geometria, ou seja, a geometria não precisa passar por todos esses ciclos, assim que alcançar sua estabilidade e os resíduos forem inferiores a 10^{-6} a simulação se encerra. Diferente da primeira fase, nessa etapa as otimizações foram feitas tanto para o regime laminar quanto para o regime turbulento, com o intuito de verificar se o regime de escoamento interferia nas otimizações.

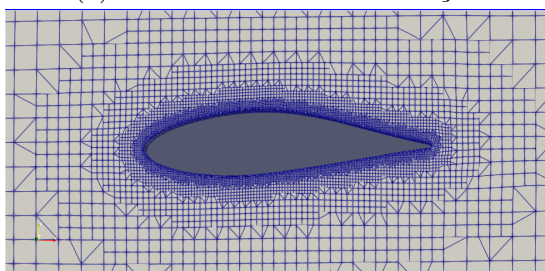
A primeira análise a ser descrita é referente ao regime laminar, observando as alterações na malha bidimensional, a geometria realizou sua otimização com cinco ciclos, ou seja, a partir do quinto ciclo a simulação convergiu e os resíduos se tornaram inferiores a 10^{-6} . Na Figura 38 podemos observar as alterações da geometria em cada ciclo, demonstrado a diferença entre a geometria final e a *baseline* original.



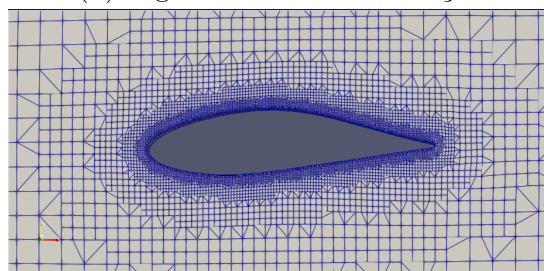
(a) Primeiro ciclo de otimização



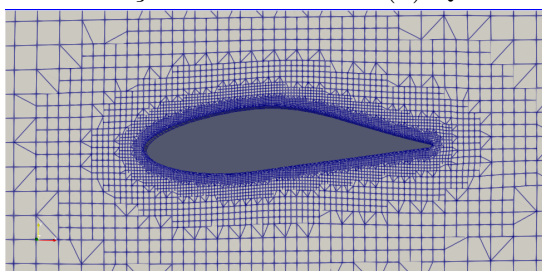
(b) Segundo ciclo de otimização



(c) Terceiro ciclo de otimização



(d) Quarto ciclo de otimização



(e) Quinto ciclo de otimização

Figura 38 – Otimização bidimensional da geometria para o regime laminar
Fonte: Próprios autores.

Com relação ao regime turbulento, a otimização alcançou sua estabilidade em um número de ciclos inferior, na terceira iteração, ocasionando as diferenças geométricas vistas nas Figura 39.

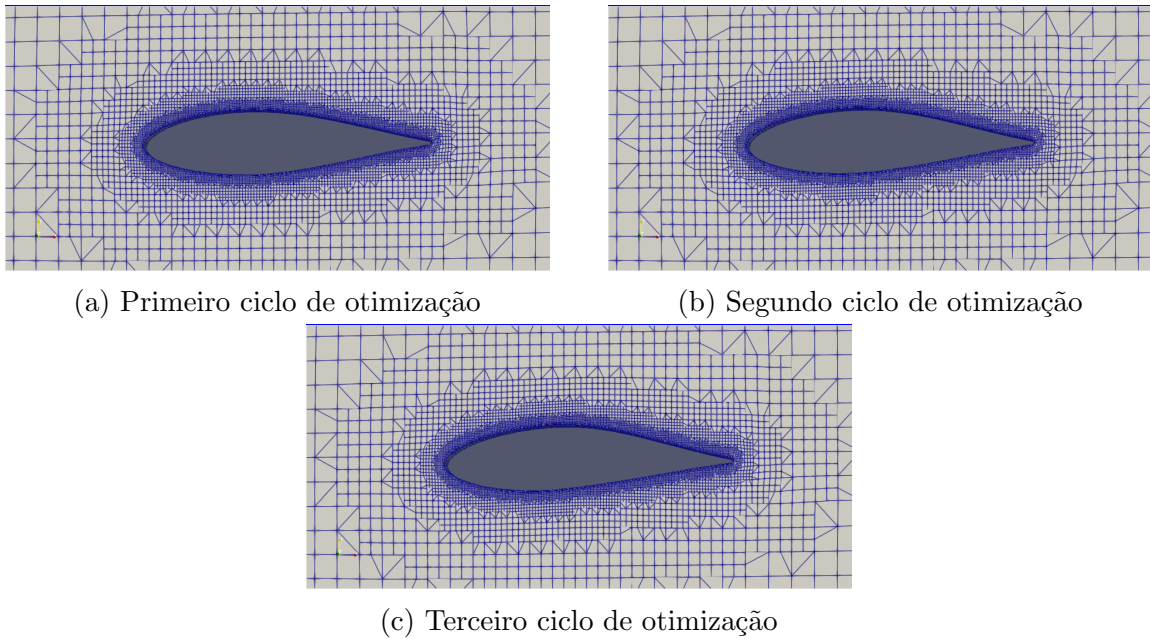


Figura 39 – Otimização bidimensional da geometria para o regime turbulento
Fonte: Próprios autores.

Em ambas modificações observa-se um aumento no extradorso da geometria e uma diminuição no intradorso, no regime laminar essas modificações são mais intensas que em comparação ao regime turbulento. Nas imagens abaixo, podem ser visualizadas as distorções da geometria em uma forma gráfica gerada pelo *paraView*. Quantificando as alterações na geometria, para o regime laminar houve um aumento na espessura de 4,5% em relação à *baseline* representando 23% da corda média da geometria, como visto na Figura 40 na qual a cor azul representa a geometria original e a cor roxa a geometria em seu ultimo ciclo de otimização.

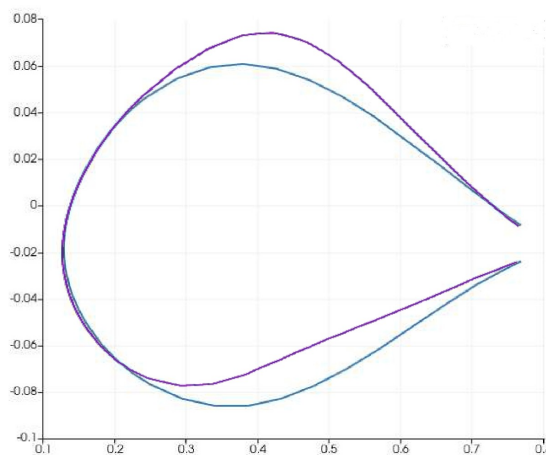


Figura 40 – Representação gráfica da alteração da geometria no regime laminar
Fonte: Próprios autores.

Já no regime turbulento, o aumento foi de 1,6% em relação à *baseline*, correspondendo a 22,2% da corda média, valores um pouco inferiores aos obtidos no regime laminar. Os resultados estão na Figura 41 na qual a cor azul representa a geometria original e a cor laranja a geometria depois de seu ultimo ciclo de otimização.

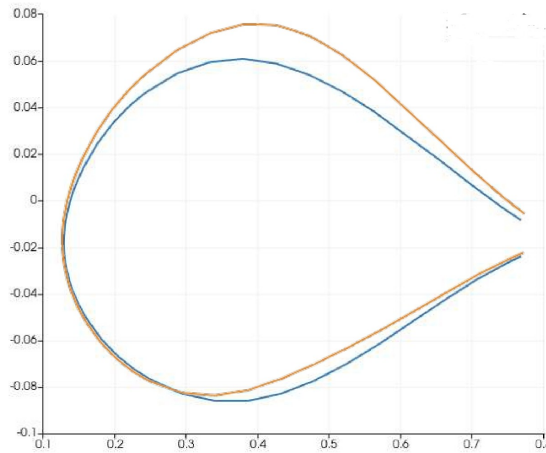


Figura 41 – Representação gráfica da alteração da geometria no regime turbulento

Fonte: Próprios autores.

Para a apresentação dos resultados de desempenho aerodinâmico a literatura utiliza a razão c_l/c_d , dessa forma, realizou-se a representação gráfica do aumento da razão entre os coeficientes em relação ao número de ciclos. O gráfico para o regime laminar pode ser visualizado na Figura 42, observa-se que a razão se inicia em 30,35 sendo esse o resultado da geometria original e aumenta para 57,27, correspondendo a uma melhoria de 88,7%.

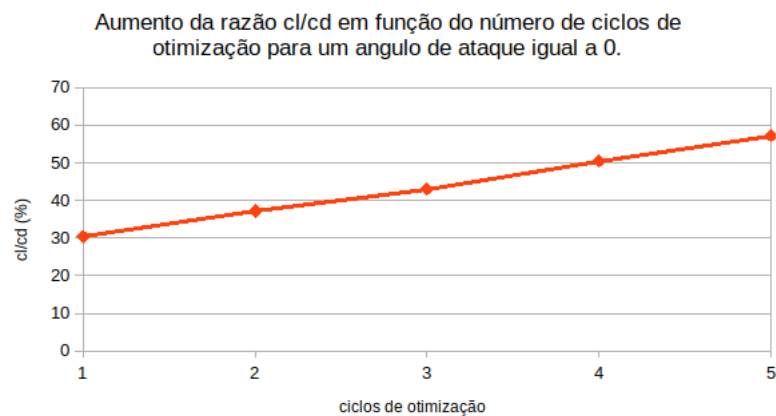


Figura 42 – Razão entre os coeficientes de sustentação e arrasto em função dos ciclos de otimização para o regime laminar.

Fonte: Próprios autores.

Para o regime turbulento a razão foi de 30,35 para 42,2 correspondendo a uma melhoria de 39,04%, como observado na Figura 43.

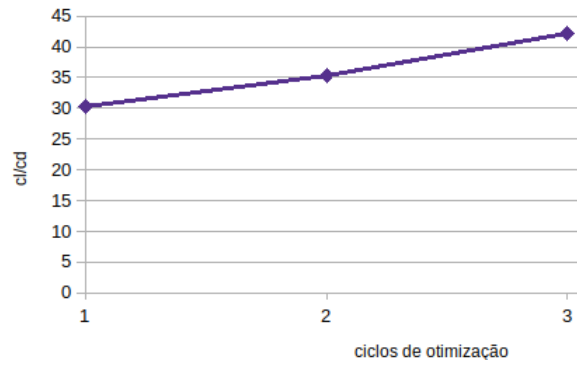


Figura 43 – Razão entre os coeficientes de sustentação e arrasto em função dos ciclos de otimização para o regime turbulento.

Fonte: Próprios autores.

É de extrema importância verificar se os resultados obtidos estão de acordo com a literatura, dessa maneira, analisando otimizações bidimensionais de aerofólios em condições parecidas com as estipuladas nesse estudo comprovou-se tanto fato do regime turbulento apresentar uma otimização menor em comparação ao regime laminar quanto os resultados quantitativos obtidos na relação entre os coeficientes de sustentação e arrasto. Primeiramente, no estudo de (HANSEN, 2018) disposto na Figura 44 é possível visualizar a diferença entre as razões dos coeficientes para os diferentes regimes, observa-se um pico maior para o regime laminar (vermelho) em relação ao regime turbulento (azul) em diferentes ângulos de ataque, demonstrando que até o estolamento do aerofólio que ocorre em ângulos maiores que aproximadamente 9° , a razão para o regime laminar sempre se apresenta maior em comparação ao regime turbulento. Vale salientar que o aerofólio citado em (HANSEN, 2018) foi otimizado em 18% da corda média da geometria.

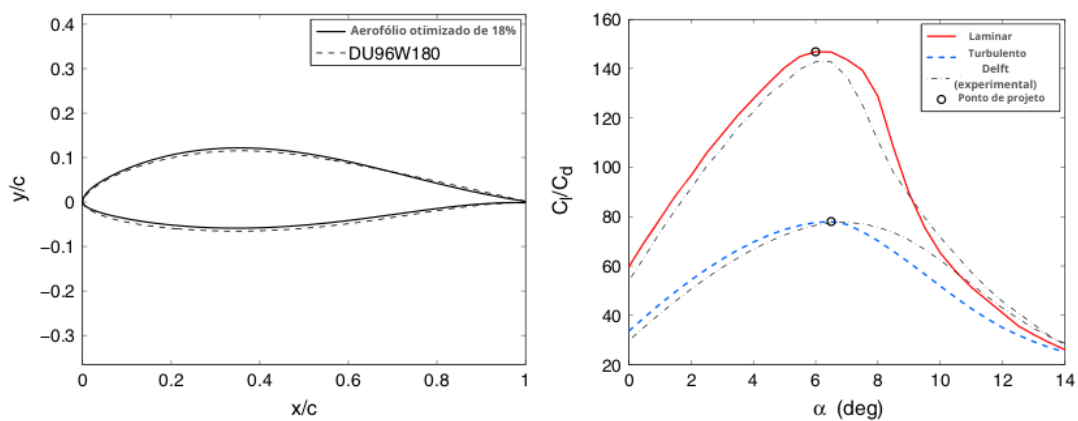


Figura 44 – Resultados da otimização de (HANSEN, 2018).

Fonte: (HANSEN, 2018).

Agora em relação a análise quantitativa, no estudo de (SURESH; CHOUBEY; RATH, 2024) disposto na Figura 47 pode-se observar resultados seguindo diferentes métodos. Para o método de otimização GA, a geometria teve um aumento de 31,6 que corresponde a geometria original para 51,3, representando 62,43 % de melhoria. Para a otimização

ML a geometria passou de 31,6 para 78,61, representando 87,9%/. Esses resultados, disponíveis na Figura 47, assim como a distorção da geometria, se mostraram bem similares aos obtidos nesse estudo.

	Original ^[14]	Otimizado por GA ^[14]	incremento	Original	Otimizado por ML	incremento
C_l	0.25106	0.43584	73.60%	0.2610	0.4866	86.44%
C_d	0.0079428	0.0084887	6.87%	0.00624	0.00619	-0.80%
C_l/C_d	31.609	51.344	62.43%	41.827	78.611	87.9%

Figura 45 – Resultados da otimização de (SURESH; CHOUBEY; RATH, 2024) usando diferentes métodos.

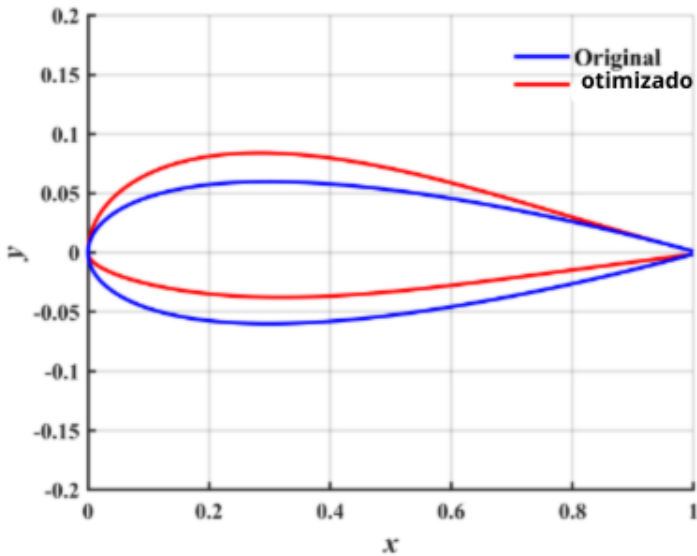


Figura 46 – Comparação entre o aerofólio original e o otimizado.

Figura 47 – Resultados da otimização de (SURESH; CHOUBEY; RATH, 2024)
Fonte: (SURESH; CHOUBEY; RATH, 2024).

5.2.3 Otimização tridimensional

Após a análise e a consolidação dos resultados obtidos na otimização bidimensional, o próximo passo consistiu em adentrar na otimização tridimensional. Essa transição foi motivada pela necessidade de uma compreensão mais abrangente do comportamento aerodinâmico da geometria em estudo, pois o comportamento na realidade ocorre em três dimensões e a omissão de uma das dimensões poderia gerar impactos significativos.

Foram utilizadas as malhas descritas nas seções anteriores, e para utilização do método adjunto ampliou-se a caixa de otimização para o eixo z , abrangendo toda a geometria. Levando em consideração a variação de geometria no eixo z , primeiramente realizou-se a

otimização da *baseline*, identificando como ficaria a geometria distorcida sem a inserção das protuberâncias. O *script* de otimização disposto no `opitimisationDict` continuou com a definição de 10 ciclos máximos para ocorrer as variações da geometria, tanto para o regime laminar quanto para o regime turbulento.

Para o regime laminar a otimização da *baseline* ocorreu em quatro iterações, na Figura 48 estão a geometria original em azul, e a geometria em sua quarta iteração na cor vermelha. Como já visualizado anteriormente, as modificações na geometria ocorreram mais no intradorso, formando pequenas depressões.

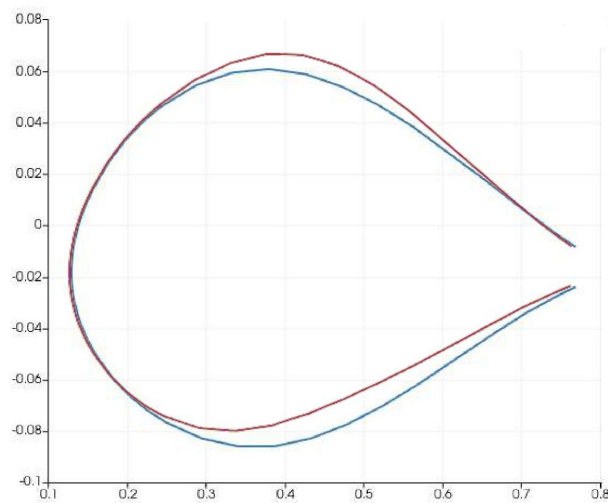


Figura 48 – Representação bidimensional da otimização tridimensional da geometria *baseline* no regime laminar

Fonte: Próprios autores.

Na otimização do regime turbulento observou-se a estabilidade apenas com duas iterações. Também identificou-se uma diminuição do intradorso, porém mais suave do que ocorreu com o regime laminar, fenômeno parecido aos resultados obtidos na otimização bidimensional, esse resultado é visualizado na Figura 49 com a geometria original em azul e a geometria otimizada em sua ultima iteração em rosa.

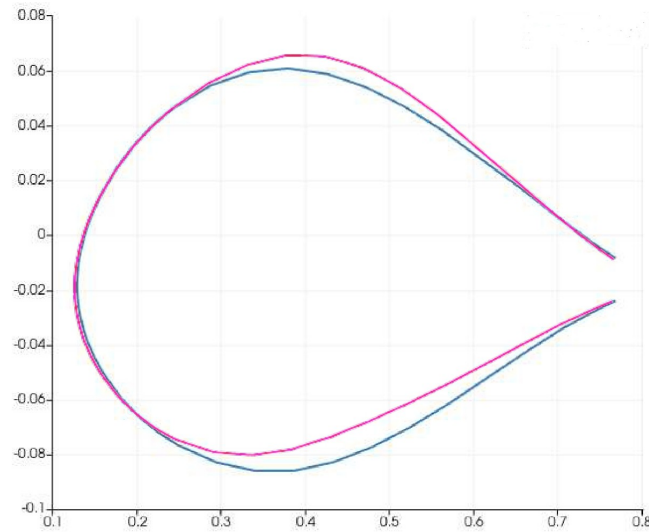
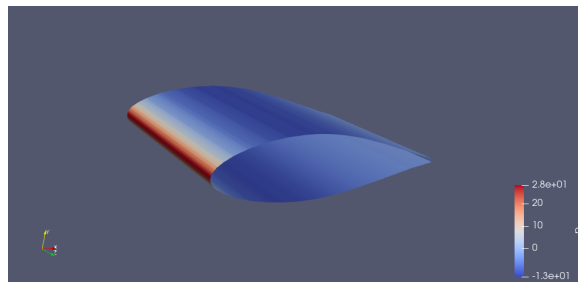


Figura 49 – Representação bidimensional da otimização tridimensional da geometria *baseline* no regime turbulento

Fonte: Próprios autores.

Para uma visualização tridimensional a Figura 50 apresenta ao ser clicada um endereço virtual que leva a uma animação em que mostra tridimensionalmente as alterações da geometria *baseline* em cada ciclo.



<<https://shre.ink/bFVW>>

Figura 50 – Animação em forma de *gif* para visualização de alterações tridimensionais na geometria *baseline* no *paraView*

. Fonte: Próprios autores.

Para a geometria com protuberâncias, observou-se um comportamento distinto entre os regimes de escoamento. No regime laminar, a otimização ocorreu ao longo de três ciclos; contudo, no regime turbulento, a geometria permaneceu praticamente inalterada, resultando em coeficientes aerodinâmicos equivalentes aos da configuração original. É importante destacar que, durante o processo de otimização, as protuberâncias não sofreram alterações, sendo as modificações restritas à região da corda média do aerofólio. A Figura 51 ilustra as transformações ocorridas: a geometria original é representada pela linha azul, enquanto a configuração otimizada, obtida após a última iteração, é apresentada em verde. Nota-se um ligeiro aumento no extradorso, evidenciado pela formação de uma pequena depressão próxima ao bordo de fuga.

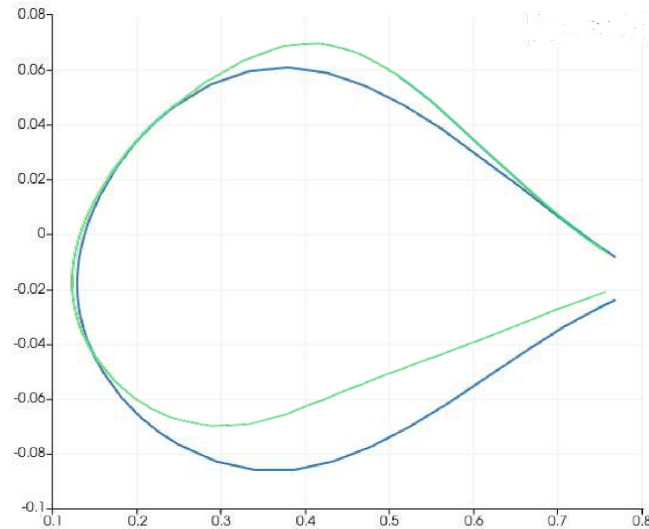


Figura 51 – Representação bidimensional da otimização tridimensional da geometria 4S no regime laminar

Fonte: Próprios autores.

Novamente, para uma visualização tridimensional a Figura 52 apresenta ao ser clicada um endereço virtual que leva a uma animação em que mostra tridimensionalmente as alterações da geometria 4S em cada ciclo.



<https://shre.ink/bFVd>

Figura 52 – Animação em forma de *gif* para visualização de alterações tridimensionais na geometria 4S no *paraView*

. Fonte: Próprios autores.

Para ambas geometrias observou-se uma diminuição da razão entre os coeficientes de sustentação e arrasto em comparação a otimização 2D, isso ocorreu devido ao aumento do arrasto devido a introdução do comprimento da geometria ao longo do eixo z , o que fez diminuir a razão em comparação a análise bidimensional. Em relação a *baseline*, para o regime laminar o aumento foi de 22,1 (geometria original) para 38,3, o que corresponde a uma melhoria de 73,3%, já para o regime turbulento aumentou-se para 25,6 o que corresponde a 15,8% de melhoria.

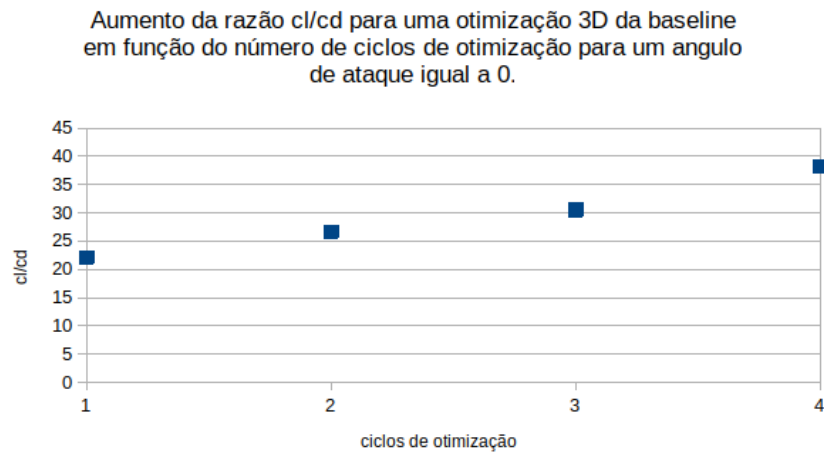


Figura 53 – Aumento da razão cl/cd em função dos ciclos de otimização para a otimização 3D da *baseline* em regime laminar.

Fonte: Próprios autores.

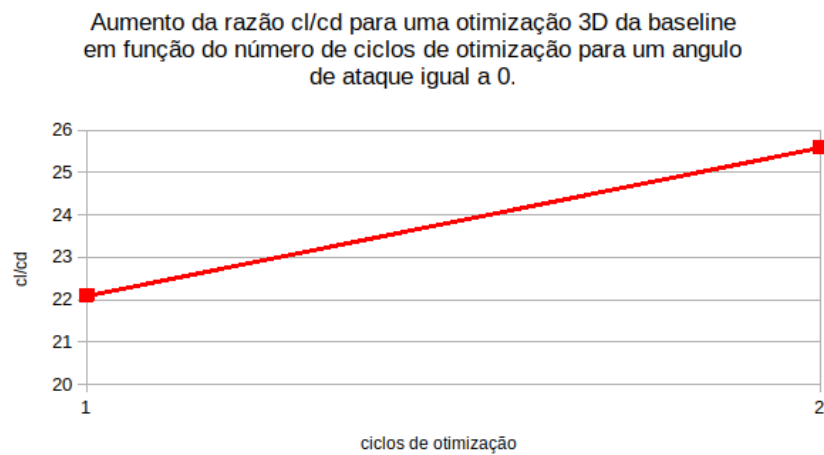


Figura 54 – Aumento da razão cl/cd em função dos ciclos de otimização para a otimização 3D da *baseline* em regime turbulento.

Fonte: Próprios autores.

Para a geometria com protuberâncias, observou-se resultados superiores aos encontrados para a *baseline* em todas as iterações, o que já era esperado obtendo como parâmetro a primeira parte do estudo. Assim como ocorrido com a otimização 3D da *baseline*, os resultados dos coeficientes foram inferiores em comparação as otimizações 2D, devido o comprimento da geometria na direção z ocasionar um aumento no arrasto. Para o regime laminar o aumento foi de 27,8 (geometria 4S original) para 47,9, ocasionando uma melhoria de 72,3% .

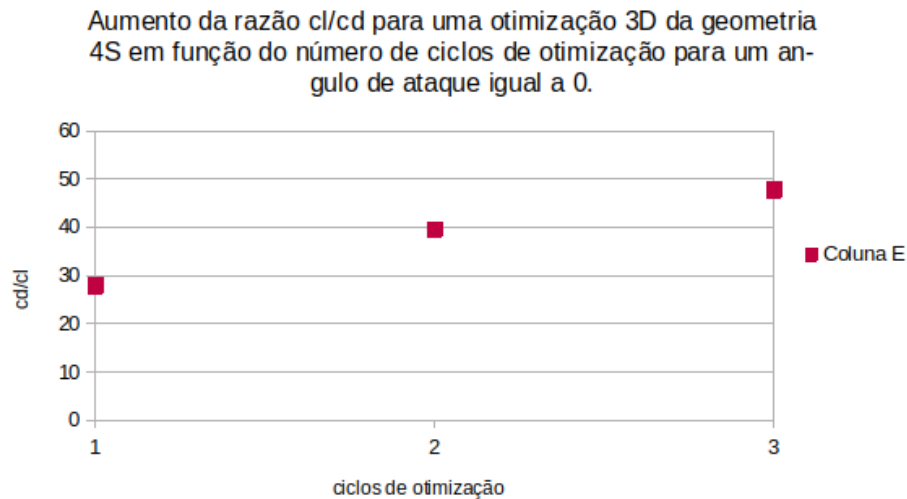


Figura 55 – Aumento da razão cl/cd em função dos ciclos de otimização para a otimização 3D da geometria 4S.

Fonte: Próprios autores.

Devido a variação da geometria ao longo do eixo z não estabeleceu-se uma quantificação percentual em relação ao tamanho da corda média, porém, analisando o comportamento 3D pode-se observar que em todas as geometrias tem-se uma inclinação no extradorso e uma redução do intradorso, fenômeno análogo ao ocorrido na otimização bidimensional e nos estudos disponibilizados pela literatura, como visto na Figura 56 referente ao estudo de (SHOURANGIZ-HAGHIGHI et al., 2020), na qual tem-se a aplicação da otimização em uma turbina de eixo vertical.



Figura 56 – Exemplo de turbina de eixo vertical com 5 pás otimizadas.

Fonte: (SHOURANGIZ-HAGHIGHI et al., 2020).

Em relação às alterações fenomenológicas, a explicação explicitada em (ABBOTT; DOENHOFF, 2012) é de que o rebaixamento do intradorso de um aerofólio aumenta a diferença de pressão entre o extradorso e o intradorso porque intensifica o efeito de

curvatura global, que é diretamente responsável por alterar a distribuição de velocidades ao redor do perfil. Essa modificação geométrica força o escoamento no extradorso a acelerar ainda mais devido ao maior desvio do escoamento em relação à linha média do aerofólio, reduzindo a pressão nesta região por meio do efeito Bernoulli. Ressalta-se que tais interpretações estão associadas à geometria analisada neste estudo, sendo interessante, em trabalhos futuros, avaliar diferentes configurações para verificar a influência da forma do perfil sobre os fenômenos observados.

Simultaneamente, o escoamento sobre o intradorso experimenta uma redução na aceleração, mantendo uma pressão mais alta. Essa diferença ampliada de pressões entre as duas superfícies do aerofólio aumenta a sustentação gerada.

A redução percentual observada na otimização 3D pode ser atribuída a diversos fatores. Primeiramente, a maioria das modificações obtidas já havia sido identificada na otimização bidimensional, como o aumento do intradorso e a diminuição do extradorso. Em contrapartida, não foram detectadas otimizações significativas ao longo do eixo z , como torções da geometria, que poderiam trazer melhorias mais expressivas.

Além disso, a diminuição percentual dos ganhos é fortemente influenciada pelos efeitos tridimensionais do escoamento, como o arrasto induzido gerado pelos vórtices de ponta e as interações complexas ao longo da envergadura da asa. Em 3D, parte do desempenho otimizado do aerofólio é compensado pelas perdas adicionais decorrentes dessas interações e pelo design global da asa, que muitas vezes já está configurado para minimizar essas perdas.

Por fim, a otimização tridimensional enfrenta desafios adicionais devido ao aumento da complexidade geométrica e ao maior número de pontos de controle, o que dificulta mudanças significativas. Em contraste, a otimização bidimensional, com menor complexidade e maior maleabilidade às alterações, permite ganhos percentuais mais expressivos.

6 Conclusão

O estudo realizado sobre a otimização das pás de turbinas eólicas, com foco na introdução de protuberâncias bioinspiradas, demonstrou resultados promissores em termos de eficiência aerodinâmica. Na primeira parte, evidenciou-se a melhoria no desempenho aerodinâmico da geometria 4S em comparação à geometria de referência *baseline*, assim como a ineficácia da geometria 4M nesse mesmo contexto. Estudos do grupo de pesquisa local já haviam identificado comportamentos similares, pois ambos trabalharam com as configurações de geometrias encontradas em (JOHARI et al., 2007), porém em contextos e velocidades diferentes, demonstrando que a utilidade de cada geometria depende de qual será sua aplicação. Em relação à literatura externa ao grupo, os resultados se mostraram similares aos obtidos em (CUSTODIO; HENOCH; JOHARI, 2018) e (DERDA; NEUMANN; THAMSEN, 2023), na qual graficamente está bem exposta a diferença do desempenho aerodinâmico entre as três protuberâncias.

Em relação ao método adjunto, os resultados numéricos indicaram um aumento significativo na razão entre os coeficientes de sustentação e arrasto (cl/cd) para as geometrias otimizadas, tanto no contexto bidimensional quanto tridimensional, especialmente em regime laminar. Para a otimização bidimensional, o estudo de (HANSEN, 2018) mostrou que esse comportamento é comum para ângulos de ataque baixos. Além de a forma quantitativa estar congruente com os resultados obtidos nesse estudo, o que ocorreu também com o estudo de (SURESH; CHOUBEY; RATH, 2024). A princípio, a aplicação da otimização bidimensional se mostrou bem útil, além de ser comumente utilizada entre os pesquisadores da área por sua redução de custo computacional.

Porém, as otimizações 3D mostraram resultados inferiores em comparação com as otimizações 2D, evidenciando a importância de considerar a geometria tridimensional na análise do desempenho aerodinâmico. É intuitivo que com o aumento da geometria seu comportamento aerodinâmico sofra alterações em ambos os coeficientes, ainda mais quando existe a diferença da introdução das protuberâncias. Apesar da visualização difícil das diferenças entre as otimizações 3D percebe-se uma similaridade com o padrão de otimização bidimensional e com as demais otimizações encontradas na literatura, fornecendo veracidade ao resultado encontrado.

Todos os resultados foram cuidadosamente comparados aos da literatura, de modo a obter veracidade e congruência entre os demais pesquisadores, auxiliando no desenvolvimento dos demais trabalhos nessa área. Esses resultados não apenas validam a eficácia das técnicas de otimização empregadas, mas também ressaltam o potencial das protuberâncias bioinspiradas para melhorar o desempenho das turbinas eólicas. A pesquisa contribui para o avanço das tecnologias de energia renovável, oferecendo *insights* valiosos para o desenvolvimento de soluções mais eficientes e sustentáveis, alinhadas com as necessidades atuais de mitigação das mudanças climáticas e transição para fontes de energia limpa.

6.1 Sugestões de Trabalhos Futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se a análise do motivo pelo qual as otimizações tridimensionais param de otimizar com apenas uma iteração, verificando se isso foi causado por algum erro estrutural na otimização ou se, de fato, a geometria não apresentava mais condições de ser otimizada tridimensionalmente. Além disso, seria interessante implementar as protuberâncias na geometria conforme descrito em (SANTOS, 2023) e realizar simulações sob as mesmas condições para esse caso, visto que somente as geometrias de (JOHARI et al., 2007) foram simulada. Outra sugestão seria utilizar outros modelos de turbulência e também verificar o comportamento da geometria em outras condições, incluindo simulações com números de Reynolds maiores.

Referências

- ABATE, G.; MAVRIS, D. N. Cfd analysis of leading edge tubercle effects on wind turbine performance. In: *15th international energy conversion engineering conference*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 4626.
- ABBOTT, I. H.; DOENHOFF, A. E. V. *Theory of wing sections: including a summary of airfoil data*. [S.l.]: Courier Corporation, 2012.
- BARCONI, D. B. Investigação numérica de aerofólios bio-inspirados nas nadadeiras peitorais da baleia jubarte via dinâmica dos fluidos computacional. *COBEM, Virtual Conference, 26th Internetal Congress of Mechanical Engineering*, 2021.
- BOCALON, F. H. P. et al. *Flow Visualization in Airfoil With Leading Edge Protuberances Applied to Aerodynamics. COBEM Uberlândia, MG, 25th Internetal Congress of Mechanical Engineering*, 2018.
- CELIK, I. B. et al. Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in cfd applications. *Journal of fluids Engineering-Transactions of the ASME*, ASME-AMER SOC MECHANICAL ENG THREE PARK AVE, NEW YORK, NY 10016-5990 USA, v. 130, n. 7, 2008.
- CHIEREGATTI, B. G. Otimização aerodinâmica de aerofólios utilizando o método adjunto. *Trabalho de Graduação—EPUSP*, 2008.
- COMMITTEE, C. F. D. *Guide: Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations (AIAA G-077-1998 (2002))*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, 1998.
- CUSTODIO, D.; HENOCH, C.; JOHARI, H. Cavitation on hydrofoils with leading edge protuberances. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 162, p. 196–208, 2018.
- DERDA, M.; NEUMANN, F.; THAMSEN, P. U. Suitability of a profile with tubercles for axial pumps—investigation using flow simulation. *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power*, MDPI, v. 8, n. 3, p. 29, 2023.
- DHERT, T.; ASHURI, T.; MARTINS, J. R. *Aerodynamic shape optimization of wind turbine blades using a Reynolds-averaged Navier–Stokes model and an adjoint method*. *Wind Energy*, Wiley Online Library, v. 20, n. 5, p. 909–926, 2017.
- FERZIGER, J. H. et al. Solution of the navier-stokes equations. *Computational methods for fluid dynamics*, Springer, p. 157–216, 2002.
- FISH, F. E.; BATTLE, J. M. *Hydrodynamic design of the humpback whale flipper*. *Journal of morphology*, Wiley Online Library, v. 225, n. 1, p. 51–60, 1995.
- FOX, R. W. et al. Introdução à mecânica dos fluidos. 5^a. *Rio de Janeiro: LTC, sd*, 2014.
- GOLDEMBERG, J.; VILLANUEVA, L. D. *Energia, meio ambiente e desenvolvimento*. [S.l.]: Edusp São Paulo, 2003. v. 3.
- GREENSHIELDS, C. J. et al. Openfoam user guide. *OpenFOAM Foundation Ltd, version*, v. 3, n. 1, p. 47, 2015.

- HANSEN, T. Airfoil optimization for wind turbine application. *Wind Energy*, Wiley Online Library, v. 21, n. 7, p. 502–514, 2018.
- HASAN, A. S. et al. Experimental and numerical investigation of tubercles on horizontal axis wind turbine blades. *ASME Journal of Energy Resources Technology*, v. 145, n. 1, p. 011301, 2022.
- JOHARI, H. et al. Effects of leading-edge protuberances on airfoil performance. *AIAA journal*, v. 45, n. 11, p. 2634–2642, 2007.
- MALALASEKERA, W.; VERSTEEG, H. *An introduction to computational fluid dynamics*. [S.l.]: Pearson education limited, 2007.
- MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2017.
- MARTINS, J. R.; NING, A. *Engineering design optimization*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2021.
- MENTER, F. R. et al. Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. *Turbulence, heat and mass transfer*, v. 4, n. 1, p. 625–632, 2003.
- MISHRA, A.; DE, A. Investigation of passive flow control over an airfoil using leading edge tubercles. *arXiv preprint arXiv:2103.08854*, 2021.
- MOUKALLED, F. et al. *The finite volume method*. [S.l.]: Springer, 2016.
- NG, B.-F.; NEW, T. H.; PALACIOS, R. Effects of leading-edge tubercles on wing flutter speeds. *Bioinspiration & Biomimetics*, v. 11, n. 3, p. 036003, 2016.
- SANTOS, G. B. dos. *A data-driven approach for new perspectives on the development of small-scale H-Darrieus turbine*. 199 p. Tese (Doutorado) — São Paulo State University, Ilha Solteira, 2023.
- SCHNEIDER, L. T. P. Desempenho aerodinâmico do perfil sg6041 modificado de acordo com princípios da biomimética para utilização em turbinas eólicas de pequeno porte. *Trabalho de Graduação*, Universidade Federal de Santa Maria, 2023.
- SHOURANGIZ-HAGHIGHI, A. et al. State of the art in the optimisation of wind turbine performance using cfd. *Archives of Computational Methods in Engineering*, Springer, v. 27, p. 413–431, 2020.
- SUDHAKAR, S.; KARTHIKEYAN, N.; SURIYANARAYANAN, P. Experimental studies on the effect of leading-edge tubercles on laminar separation bubble. *AIAA Journal*, v. 57, n. 12, p. 5197–5207, 2019.
- SURESH, S. P.; CHOUBEY, G.; RATH, J. J. Aerodynamic coefficient prediction for symmetric and cambered naca airfoils using ensemble regression techniques with hyperparameter tuning. *Available at SSRN 4999109*, 2024.
- TEDESCO, H. T. *Estudo de diferentes direcionadores de escoamento na otimização da potência convertida de uma turbina eólica de eixo vertical*. Porto Alegre, 2015.

WANG, D. et al. Impact of leading-edge tubercles on airfoil aerodynamic performance and flow patterns at different reynolds numbers. *Energies*, v. 17, n. 21, p. 5518, 2024.

WHITE, F. M. *Mecânica dos fluidos*. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2018.

A

A.1 Geração e refinamento de Malha Computacional

A.1.1 snappyHexMeshDict

```
/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration   | Version:  v2306                      |
|  \\     / A nd         | Website:  www.openfoam.com           |
|   \\/    M anipulation |                                     |
\*-----
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       snappyHexMeshDict;
}

castellatedMesh true;
snap           true;
addLayers      true;

geometry
{
    aerofoil
    {
        type      triSurfaceMesh;
        file "aerofoil.stl";
        regions
        {
            bf
            {
                name bf;
            }
        }
    }
}
```

```

        corpo
        {
            name corpo;
        }
    }

    refinementBox
    {
        type    searchableBox;
        min     (-1 -1 -1);
        max     ( 5  1  1);
    }
}

castellatedMeshControls
{
    maxLocalCells 100000;
    maxGlobalCells 2000000;
    minRefinementCells 10;
    nCellsBetweenLevels 5;

    features
    (
        {
            file "aerofoil.eMesh";
            level 5;
        }
    );

    refinementSurfaces
    {
        aerofoil
        {
            level (5 5);
            regions
            {
                bf
                {

```

```

        level (6 6);
        inGroups (wing);
    }
    corpo
    {
        level (6 6);
        inGroups (wing);
    }
}

resolveFeatureAngle 30;

refinementRegions
{
    refinementBox
    {
        mode inside;
        levels ((1e15 1));
    }
}

locationInMesh (2 0 0);
allowFreeStandingZoneFaces true;
}

snapControls
{
    nSmoothPatch 3;
    tolerance 2.0;
    nSolveIter 30;
    nRelaxIter 5;
}

addLayersControls
{
    relativeSizes true;
    layers

```

```

{
    bf
    {
        nSurfaceLayers 5;
    }
    corpo
    {
        nSurfaceLayers 5;
    }
}

expansionRatio 1.3;
finalLayerThickness 0.7;
minThickness 0.25;
nGrow 0;
featureAngle 60;
nRelaxIter 3;
nSmoothSurfaceNormals 1;
nSmoothNormals 3;
nSmoothThickness 10;
maxFaceThicknessRatio 0.5;
maxThicknessToMedialRatio 0.3;
minMedialAxisAngle 90;
nBufferCellsNoExtrude 0;
nLayerIter 50;
}

meshQualityControls
{
    maxNonOrtho 65;
    maxBoundarySkewness 20;
    maxInternalSkewness 4;
    maxConcave 80;
    minVol 1e-13;
    minTetQuality 1e-30;
    minArea -1;
    minTwist 0.05;
    minDeterminant 0.001;
    minFaceWeight 0.05;

```

```

    minVolRatio 0.01;
    minTriangleTwist -1;
    nSmoothScale 4;
    errorReduction 0.75;
}

```

```
mergeTolerance 1e-6;
```

A.1.2 refineMeshDict

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version: v2306 |
| \\      / A nd        | Website: www.openfoam.com |
|  \\/      M anipulation |
\*-----
---*/

```

```

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       refineMeshDict;
}

```

```
set c1;
```

```
coordinateSystem global;
```

```

globalCoeffs
{
    tan1 (1 0 0);
    tan2 (0 1 0);
}

```

```

directions
(

```

```

        tan1
        tan2
    );

    useHexTopology    false;
    geometricCut       true;
    writeMesh          false;

```

A.2 Configurações na malha para otimização adjunta

A.2.1 opitimisationDict

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version: v2306 |
| \\      / A nd        | Website: www.openfoam.com |
|  \\/      M anipulation |
\*-----
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format        ascii;
    class         dictionary;
    object        optimisationDict;
}

// * * * * *

optimisationManager    steadyOptimisation;

primalSolvers
{
    p1
    {
        active          true;

```

```

        type                incompressible;
        solver               simple;
        solutionControls
        {
            nIters 3000;
            residualControl
            {
                "p.*"        1.e-7;
                "U.*"        1.e-7;
            }
        }
    }
}

adjointManagers
{
    am1
    {
        primalSolver         p1;
        adjointSolvers
        {
            as1
            {
                // choose adjoint solver
                //-----
                active          true;
                type            incompressible;
                solver          adjointSimple;

                // manage objectives
                //-----
                objectives
                {
                    type        incompressible;
                    objectiveNames
                    {
                        lift
                        {
                            weight        1.;

```



```

        type          force;
        patches        (corpo bf);
        direction      (0 -1 0);
        Aref           1.;
        rhoInf          1.225;
        UInf            7;
    }
}

// ATC treatment
//-----
ATCModel
{
    ATCModel          standard;
}

// solution control
//-----
solutionControls
{
    nIters 3000;
    residualControl
    {
        "pa.*"         1.e-7;
        "Ua.*"         1.e-7;
    }
}
}

vol
{
    // choose adjoint solver
    //-----
    active              true;
    type                incompressible;
    solver              adjointSimple;
    isConstraint        true;

    // manage objectives

```



```

{
    optimisationType
    {
        type            shapeOptimisation;
        writeEachMesh   true;
    }
    sensitivities
    {
        type            volumetricBSplinesFI;
        patches         (corpo bf);
    }
    updateMethod
    {
        method          constraintProjection;
    }
    meshMovement
    {
        type            volumetricBSplines;
        maxAllowedDisplacement 5.e-3;
    }
}

```

A.2.2 dynamicMesh

```

/*-----*- C++ -*------
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version: v2306 |
|  \\    / A nd         | Website: www.openfoam.com |
|   \\\ / M anipulation |
\*-----
---*/

```

```

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       dynamicMeshDict;
}

```

```

}

// * * * * *

solver volumetricBSplinesMotionSolver;

volumetricBSplinesMotionSolverCoeffs
{
    duct
    {
        type    cartesian;
        nCPsU    6;
        nCPsV    4;
        nCPsW    3;
        degreeU  3;
        degreeV  3;
        degreeW  2;

        controlPointsDefinition axisAligned;
        lowerCpBounds           (0.117126 -0.129118 -0.719887);
        upperCpBounds           (0.781745 0.0250442 0.760112);

        confineUMovement false;
        confineVMovement false;
        confineWMovement true;
        confineBoundaryControlPoints true;

        confineUMinCPs ( (true true true) (true true true) );
        confineUMaxCPs ( (true true true) (true true true) );
        confineVMinCPs ( (true true true) );
        confineVMaxCPs ( (true true true) );
    }
}

```

A.3 Transformação de uma malha tridimensional para uma malha bidimensional

A.3.1 topoSetDict

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
| \\      / O peration   | Version:  v2306
|  \\    /  A nd         | Website:  www.openfoam.com
|   \\/    M anipulation |
\*-----
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       topoSetDict;
}

actions
(
    {
        name      c1;
        type      cellSet;
        action     new;
        source     boxToCell;
        box        (-1 -1 -1) ( 5  1  1);
    }
);

```

A.3.2 createPatchDict

```

/*-----* C++ *-----
---*\
|=====|

```

\ \	/	F i e l d	OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox	
\ \	/	O p e r a t i o n	Version: v2306	
\ \	/	A n d	Website: www.openfoam.com	
\ \ /		M a n i p u l a t i o n		

```
\*-----
---*/
```

FoamFile

```
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       createPatchDict;
}
```

pointSync false;

patches

```
(
    {
        name front;
        patchInfo
        {
            type empty;
        }
        constructFrom patches;
        patches (symFront);
    }
    {
        name back;
        patchInfo
        {
            type empty;
        }
        constructFrom patches;
        patches (symBack);
    }
);
```

A.4 Condições iniciais e de contorno

A.4.1 Campo de velocidades

```
/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version: v2206 |
| \\      / A nd        | Website: www.openfoam.com |
|    \\ / M anipulation |
\*-----
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        volVectorField;
    object       U;
}

dimensions      [0 1 -1 0 0 0 0];

internalField   uniform (7 0 0);

boundaryField
{
    "(inlet|outlet)"
    {
        type          freestreamVelocity;
        freestreamValue $internalField;
        value          $internalField;
    }
    corpo
    {
        type          noSlip;
    }
    bf
    {

```

```

        type            noSlip;
    }
    frontAndBack
    {
        type            freestreamVelocity;
        freestreamValue $internalField;
        value            $internalField;
    }

    upperWall
    {
        type            symmetryPlane;
    }

    lowerWall
    {
        type            symmetryPlane;
    }
}

```

A.4.2 Campo de pressões

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version:  v2206                      |
|  \\    /  A nd        | Website:  www.openfoam.com            |
|   \\/    M anipulation |                                     |
\*-----*
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        volScalarField;
    object       p;
}

```



```

dimensions      [0 2 -2 0 0 0 0];

internalField   uniform 0;

boundaryField
{
    "(inlet|outlet)"
    {
        type          freestreamPressure;
        freestreamValue $internalField;
        value          $internalField;
    }
    corpo
    {
        type          zeroGradient;
    }
    bf
    {
        type          zeroGradient;
    }
    frontAndBack
    {
        type          freestreamPressure;
        freestreamValue $internalField;
        value          $internalField;
    }

    upperWall
    {
        type          symmetryPlane;
    }

    lowerWall
    {
        type          symmetryPlane;
    }
}

```

A.4.3 Energia cinética turbulenta - k

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version: v2206 |
|  \\    / A nd         | Website: www.openfoam.com |
|   \\/   M anipulation |
\*-----
---*/

```

```

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        volScalarField;
    object       k;
}

dimensions      [0 2 -2 0 0 0 0];

internalField   uniform 0.0000735;

boundaryField
{
    inlet
    {
        type     fixedValue;
        value     $internalField;
    }
    outlet
    {
        type     zeroGradient;
        value     $internalField;
    }

    corpo
    {

```

```

        type    kqRWallFunction;
        value    $internalField;
    }

    bf
    {
        type    kqRWallFunction;
        value    $internalField;
    }

    frontAndBack
    {
        type    slip;
    }

    upperWall
    {
        type    symmetryPlane;
    }

    lowerWall
    {
        type    symmetryPlane;
    }
}

```

A.4.4 Dissipação turbulenta específica - ω

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration   | Version:  v2206                      |
|  \\    /  A nd         | Website:   www.openfoam.com          |
|   \\\ /   M anipulation |                                     |
\*-----*
---*/

FoamFile
{

```

```

    version      2.0;
    format       ascii;
    class        volScalarField;
    object       omega;
}

dimensions      [0 0 -1 0 0 0 0];

internalField   uniform 0.349;

boundaryField
{
    inlet
    {
        type      fixedValue;
        value      $internalField;
    }

    outlet
    {
        type      inletOutlet;
        inletValue $internalField;
        value      $internalField;
    }

    corpo
    {
        type      omegaWallFunction;
        value      $internalField;
    }

    bf
    {
        type      omegaWallFunction;
        value      $internalField;
    }

    frontAndBack
    {

```

```

        type    slip;
    }

    upperWall
    {
        type    symmetryPlane;
    }

    lowerWall
    {
        type    symmetryPlane;
    }
}

```

A.5 Propriedades

A.5.1 Propriedades do fluido

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version:  v2306                      |
|  \\    /  A nd         | Website:  www.openfoam.com           |
|   \\/    M anipulation |                                     |
\*-----*
---*/

FoamFile
{
    version    2.0;
    format     ascii;
    class      dictionary;
    object     transportProperties;
}

transportModel  Newtonian;

nu              1e-05;

```

A.5.2 Propriedades do escoamento - turbulência

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration   | Version:  v2306                      |
|  \\    /  A nd         | Website:  www.openfoam.com           |
|   \\/    M anipulation |                                     |
\*-----
---*/

```

```

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       turbulenceProperties;
}

```

```

simulationType    RAS;

```

```

RAS
{
    RASModel       kOmegaSST;

    turbulence      on;

    printCoeffs    on;
}

```

A.5.3 Propriedades do escoamento - Otimização adjunta laminar

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration   | Version:  v2306                      |
|  \\    /  A nd         | Website:  www.openfoam.com           |
|   \\/    M anipulation |                                     |
\*-----

```

```

\*-----
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format        ascii;
    class         dictionary;
    object        RASProperties;
}

adjointRASModel    adjointLaminar;

adjointTurbulence on;

printCoeffs        off;

```

A.5.4 Propriedades do escoamento - Otimização adjunta turbulenta

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration   | Version: v2306 |
|  \\    / A nd          | Website: www.openfoam.com |
|   \\/   M anipulation  |
\*-----
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format        ascii;
    class         dictionary;
    object        adjointTurbulenceProperties;
}

```

```
adjointRASModel adjointkOmegaSST;
```

```
adjointTurbulence on;
```

A.6 Implementação dos métodos numéricos

A.6.1 Instruções gerais para rodar a simulação

```
/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O p e r a t i o n      | Version:  v2306 |
|  \\    /  A n d      | Website:  www.openfoam.com |
|   \\/    M a n i p u l a t i o n      |
\*-----
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       controlDict;
}

application      simpleFoam;

startFrom        latestTime;

startTime        0;

stopAt           endTime;

endTime          2000;

deltaT           1;
```



```

writeControl    runTime;

writeInterval    50;

purgeWrite      0;

writeFormat      ascii;

writePrecision   6;

writeCompression off;

timeFormat       general;

timePrecision    6;

runTimeModifiable true;

functions
{
    #include "forceCoeffs"
    #include "streamLines"

    yPlus1
    {
        type        yPlus;
        libs         (fieldFunctionObjects);
        writeControl writeTime;
    }

    vorticity1
    {
        type        vorticity;
        libs         (fieldFunctionObjects);
        writeControl writeTime;
    }
}

```

A.6.2 Instruções gerais para rodar a simulação - Otimização adjunta

```
/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version: v2306 |
| \\      / A nd        | Website: www.openfoam.com |
|    \\/    M anipulation |
\*-----
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       optimisationDict;
}

// * * * * *

optimisationManager    steadyOptimisation;

primalSolvers
{
    p1
    {
        active            true;
        type               incompressible;
        solver             simple;
        solutionControls
        {
            nIters 3000;
            residualControl
            {
                "p.*"      1.e-7;
                "U.*"      1.e-7;
            }
        }
    }
}
```

```

    }
  }
}

adjointManagers
{
  am1
  {
    primalSolver          p1;
    adjointSolvers
    {
      as1
      {
        // choose adjoint solver
        //-----
        active              true;
        type                 incompressible;
        solver               adjointSimple;

        // manage objectives
        //-----
        objectives
        {
          type               incompressible;
          objectiveNames
          {
            lift
            {
              weight          1.;
              type             force;
              patches          (corpo bf);
              direction        (0 -1 0);
              Aref             1.;
              rhoInf           1.225;
              UInf             7;
            }
          }
        }
      }
    }
  }
}

```

```

// ATC treatment
//-----
ATCModel
{
    ATCModel          standard;
}

// solution control
//-----
solutionControls
{
    nIters 3000;
    residualControl
    {
        "pa.*"          1.e-7;
        "Ua.*"          1.e-7;
    }
}
}
vol
{
    // choose adjoint solver
    //-----
    active              true;
    type                incompressible;
    solver              adjointSimple;
    isConstraint        true;

    // manage objectives
    //-----
    objectives
    {
        type            incompressible;
        objectiveNames
        {
            vol
            {
                weight    1;
                type       partialVolume;
            }
        }
    }
}

```

```

        patches          (corpo bf);
    }
}

// ATC treatment
//-----
ATCModel
{
    ATCModel          standard;
}

// solution control
//-----
solutionControls
{
    nIters 3000;
    residualControl
    {
        "pa.*"          1.e-7;
        "Ua.*"          1.e-7;
    }
}
}
}

optimisation
{
    optimisationType
    {
        type            shapeOptimisation;
        writeEachMesh   true;
    }
    sensitivities
    {
        type            volumetricBSplinesFI;
        patches          (corpo bf);
    }
}

```

```

    }
    updateMethod
    {
        method            constraintProjection;
    }
    meshMovement
    {
        type                volumetricBSplines;
        maxAllowedDisplacement 5.e-3;
    }
}

```

A.6.3 Esquemas de aproximação

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration   | Version: v2306 |
|  \\    / A nd          | Website: www.openfoam.com |
|   \\\ / M anipulation  |
\*-----
---*/

FoamFile
{
    version    2.0;
    format     ascii;
    class      dictionary;
    object     fvSchemes;
}

// * * * * *

ddtSchemes
{
    default    steadyState;
}

gradSchemes

```

```

{
    default          Gauss linear;
    grad(p)          Gauss linear;
    grad(U)          Gauss linear;
}

divSchemes
{
    default          none;

    div(phi,U)       bounded Gauss linearUpwind grad(U);

    turbulence       bounded Gauss upwind;
    div(phi,k)       $turbulence;
    div(phi,omega)   $turbulence;

    div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
}

laplacianSchemes
{
    default          Gauss linear corrected;
}

interpolationSchemes
{
    default          linear;
}

snGradSchemes
{
    default          corrected;
}

wallDist
{
    method          meshWave;
}

```

A.6.4 Esquemas de aproximação - Otimização adjunta

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version: v2306 |
| \\      / A nd        | Website: www.openfoam.com |
|    \\/    M anipulation |
\*-----
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       fvSchemes;
}

// * * * * *

ddtSchemes
{
    default      steadyState;
}

gradSchemes
{
    default      Gauss linear;
    gradUConv    cellLimited Gauss linear 0.5;
}

divSchemes
{
    default      Gauss linear;
    div(phi,U)   bounded Gauss linearUpwind gradUConv;
    div(-phi,Uaas1) bounded Gauss linearUpwind gradUaConv;
}

```



```
snGradSchemes
{
    default          corrected;
}
```

```
solvers
{
```

```

p
{
    solver          GAMG;
    tolerance        1e-6;
    relTol           0.1;
    smoother         GaussSeidel;
}

U
{
    solver          smoothSolver;
    smoother         GaussSeidel;
    tolerance        1e-6;
    relTol           0.1;
    nSweeps          1;
}

k
{
    solver          smoothSolver;
    smoother         GaussSeidel;
    tolerance        1e-6;
    relTol           0.1;
    nSweeps          1;
}

omega
{
    solver          smoothSolver;
    smoother         GaussSeidel;
    tolerance        1e-6;
    relTol           0.1;
    nSweeps          1;
}

}

SIMPLE
{
    nNonOrthogonalCorrectors 0;
}

```

```

}

relaxationFactors
{
    fields
    {
        p            0.3;
    }
    equations
    {
        "(U|k|omega)"  0.7;
        "(U|k|omega)Final" 1.0;
    }
}

cache
{
    grad(U);
}

```

A.6.6 Solução do sistema linear de equações discretas - Otimização adjunta

```

/*-----*- C++ -*-----
---*\
| ===== |
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version:  v2306                      |
|  \\    /  A nd        | Website:  www.openfoam.com            |
|   \\\ /   M anipulation |                                     |
\*-----*
---*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       fvSolution;
}

```

```

// * * * * *

SIMPLE
{
    nNonOrthogonalCorrectors 0;
}

solvers
{
    "(p|pa).*"
    {
        solver          PCG;
        preconditioner   DIC;
        tolerance        1e-9;
        relTol           0.01;
    };

    "(m|ma)"
    {
        solver          PCG;
        preconditioner   DIC;
        tolerance        1e-9;
        relTol           0.01;
    };

    "(U|Ua).*"
    {
        solver          PBiCGStab;
        preconditioner   DILU;
        tolerance        1e-9;
        relTol           0.1;
    }
}

relaxationFactors
{
    fields
    {
        "p.*"          0.3;
    }
}

```

```
        "pa.*"    0.3;
    }
    equations
    {
        "U.*"      0.7;
        "Ua.*"     0.7;
    }
}
```

A.7 Tabela para cálculo do GCI

C	D	E	F
V3	1		
N1	36		
N2	34		
N3	33		Tamanho da malha, número de volumes ou elementos.
V/N1	2,78E-02		
V/N2	2,94E-02		
V/N3	3,03E-02		
h1	3,03E-01		
h2	3,09E-01		
h3	3,12E-01		
r21	1,0192		
r32	1,0100		Razão entre as malhas, use sempre > 1.3... Não devem ser iguais.
fi1	41,32636		
fi2	42,23244		Propriedades Principais (pressão, velocidade, temperatura, cd, cl,...)
fi3	43,03873		
Epsilon32	0,8063		Valores muito próximos de zero, indicam que o processo aqui desenvolvido não funcionará
Epsilon21	0,9061		Valores < 0. indicam solução (convergência) oscilatória
s	1		Ferramentas>opções>libreoffice calc>calcular>ref. Iterativas
q	0,837		
p	37,824		
fi21_ext	40,468		
e21_a	0,022		
e21_ext	0,021		
GCI21_fine	2,6%		GCI – diferença percentual dos resultados entre a malha fina e a média.
fi32_exp	40,468		
e32_a	-0,019		
e32_ext	-0,044		
GCI32_corse	-5,22%		GCI – diferença percentual dos resultados entre a malha média e a grossa.