

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

MATHEUS SILVA PROENÇA

**APLICAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO VISCOELÁSTICO DE KELVIN-VOIGT
E DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA A DETERMINAÇÃO DA
INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES DO SOLO NA DETECÇÃO DE
VAZAMENTOS DE ÁGUA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO SUBTERRÂNEAS**

Ilha Solteira

2019

Matheus Silva Proença

Aplicação do Modelo Constitutivo viscoelástico de Kelvin-Voigt e do Método dos Elementos Finitos para a determinação da influência das propriedades do solo na detecção de vazamentos de água em redes de distribuição subterrâneas

Prof. Dr. Amarildo Tabone Paschoalini
Orientador

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP – do Câmpus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Conhecimento: Mecânica dos Sólidos.

Ilha Solteira

2019

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P964a Proença, Matheus Silva.
Aplicação do modelo constitutivo viscoelástico de Kelvin-Voigt e do método dos elementos finitos para a determinação da influência das propriedades do solo na detecção de vazamentos de água em redes de distribuição subterrâneas
Matheus Silva Proença. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2019
124 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2019

Orientador: Amarildo Tabone Paschoalini
Inclui bibliografia

1. Detecção de vazamentos. 2. Geomateriais. 3. Elementos finitos.
4. Viscoelasticidade.

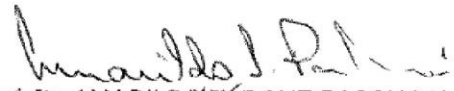
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

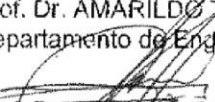
TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: APLICAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO VISCOELÁSTICO DE KELVIN-VOIGT E DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA A DETERMINAÇÃO DA INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES DO SOLO NA DETECÇÃO DE VAZAMENTOS DE ÁGUA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO SUBTERRÂNEAS

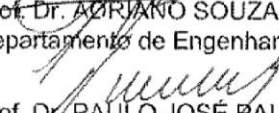
AUTOR: MATHEUS SILVA PROENÇA

ORIENTADOR: AMARILDO TABONE PASCHOALINI

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA MECÂNICA, área: Mecânica dos Sólidos pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. AMARILDO TABONE PASCHOALINI
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. ADRIANO SOUZA
Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. PAULO JOSÉ PAUPITZ GONÇALVES
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP

Ilha Solteira, 17 de setembro de 2019

AGRADECIMENTOS

A Deus, por tudo que Ele derramou, amorosa e generosamente, sobre a minha vida, por meio do Espírito Santo. Agradeço por ter me guiado em cada passo e me capacitado para cada luta. As necessidades que surgiram pelo caminho foram supridas segundo Suas gloriosas riquezas em Cristo Jesus.

Aos meus pais e à minha linda irmã que me amaram sem reservas, me instruíram e me incentivaram TODOS os dias. Eles foram casa, foram refrigerio, foram alimento. Amo muito vocês.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Amarildo Tabone Paschoalini, por estes vários anos de parceria e orientação. Por ter apostado na minha capacidade e investido na minha evolução. Obrigado pela amizade e pelas reuniões de várias horas.

Ao Prof. Dr. João Batista Campos Silva pela amizade, ajuda e contribuições valiosas para o desenvolvimento numérico deste trabalho.

Aos meus colegas do laboratório de simulações numéricas, Otávio Boaventura, Daniel Obata e Luis Paulo Lima, que se disponibilizaram a ajudar na montagem da parte experimental, compartilharam ideias e propuseram soluções às eventualidades que ali surgiram.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) pela bolsa de estudo concedida, possibilitando a minha dedicação integral a esta pesquisa.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.
Muito obrigado.

Novamente a colheita superou todas as expectativas! Não houve um só dia em que a graça reveladora do Pai não se manifestou. E Ele já havia dito que seria assim.

“Os problemas significativos que enfrentamos não podem ser resolvidos no mesmo nível de pensamento em que estávamos quando os criamos.” - Albert Einstein

RESUMO

A realidade enfrentada, atualmente, pelo setor de distribuição de água no Brasil não deve ser ignorada. Segundo o Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (SNIS), as redes de distribuição de água perdem mais de um terço (38%) de sua água tratada, compondo-se a maior parte por perdas reais, ou seja, vazamentos nas unidades operacionais ao longo do sistema de abastecimento. Visando cooperar com a melhora deste cenário, o presente trabalho realizará uma análise numérica e experimental da técnica vibro-acústica para detecção de vazamentos a partir da superfície do solo. Para isso, é necessário modelar os materiais geológicos envolvidos no problema; avaliando a influência de suas propriedades geomecânicas e dos parâmetros geométricos das valas no processo de detecção do sinal emitido pela presença do vazamento. No estudo, serão utilizados modelos uni e bidimensionais, e o método dos elementos finitos.

Palavras-chave: Detecção de vazamentos. Geomateriais. Elementos finitos.
Viscoelasticidade.

ABSTRACT

The currently faced reality by the water distribution sector in Brazil should not be ignored. According to the National Sanitation Information System (SNIS), water distribution networks lose more than a third (38%) of their treated water, most of which is composed of real losses, that is, leaks in the units throughout the supply system. Look for to cooperate with the improvement of this scenario, the present work will perform a numerical and experimental analysis of the vibro-acoustic technique to detect leaks by the surface of the soil. For this, it is necessary to model the geological materials involved in the problem; evaluating the influence of its geomechanical properties and the geometric parameters of the ditch in the process of detection of the signal emitted by the presence of the leak. In the study will be used unidimensional and bidimensional models, and the finite element method.

Keywords: Leak detection. Geomaterials. Finite elements. Viscoelasticity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Índice de perdas na rede de distribuição de água dos prestadores de serviços.	16
Figura 2 – Levantamento da distribuição dos tipos de solos ao redor do mundo.	17
Figura 3 – Distribuição dos principais tipos de solo no território brasileiro.	18
Figura 4 – Parâmetros geométricos das valas de instalação da rede.	20
Figura 5 – Sistema de classificação das partículas.	23
Figura 6 – Influência do teor de umidade sobre o estado dos solos argilosos.	25
Figura 7 – Fases de um solo não saturado. Representação em termos de volume.	25
Figura 8 – Curvas de compactação obtidas para diversos solos brasileiros.	28
Figura 9 – Perfil das primeiras camadas da SPT realizada na Av. Rebouças.	31
Figura 10 – Resultados de ensaios <i>cross-hole</i> . (a) Campo experimental da Unesp - Bauru. (b) Unicamp - Campinas. (c) USP - São Carlos.	31
Figura 11 – Curva de degradação do módulo para solos arenosos.	33
Figura 12 – Relação entre o fator de amortecimento e a deformação cisalhante em solos argilosos.	34
Figura 13 – Efeito da frequência de excitação sobre o módulo de cisalhamento.	35
Figura 14 – Variação da viscosidade do solo em relação ao seu índice de liquidez.	36
Figura 15 – Perfis de solo do Campo Experimental da FEIS-UNESP.	39
Figura 16 – Ondas de corpo.	41
Figura 17 – Caracterização dos modelos reológicos.	44
Figura 18 – Variação de η com a frequência de excitação.	45
Figura 19 – Representação esquemática do modelo	47
Figura 20 – Sinais de resposta na superfície do solo ($y=0m$).	49
Figura 21 – Deformação cisalhante na profundidade de 0,1 m.	50
Figura 22 – Deformação cisalhante máxima ao longo da profundidade	50
Figura 23 – Relação tensão-deformação para diferentes $\dot{\epsilon}$ e com $\epsilon \leq 10^{-5}$.	51
Figura 24 – Representação do modelo de Kelvin Voigt	52
Figura 25 – Influência do fator de amortecimento na % da amplitude de deslocamento que chega até a superfície.	54
Figura 26 – Influência da compacidade na % da amplitude de deslocamento que chega até a superfície.	54
Figura 27 – Fator de amplificação da Função de Transferência.	56
Figura 28 – Espectro de frequência do sinal de entrada e saída.	57

Figura 29 – Representação esquemática do modelo.	58
Figura 30 – Envoltória do círculo de Mohr.	75
Figura 31 – Construção do círculo de Mohr.	76
Figura 32 – Representação da Função de MC e DP no espaço das tensões principais.	77
Figura 33 – Elemento finito isoparamétrico quadrilateral de quatro nós.	78
Figura 34 – Transformação de coordenadas do elemento finito.	78
Figura 35 – Funções de forma bilinear.	79
Figura 36 – Matriz elementar de um tetraedro com dois graus de liberdade por nó.	84
Figura 37 – Representação esquemática do teste.	85
Figura 38 – Malha da coluna de solo.	87
Figura 39 – Teste de validação do modelo computacional ($x=0m$).	88
Figura 40 – Teste de validação do modelo computacional ($x=0.0508m$).	88
Figura 41 – Código para obtenção do módulo complexo.	90
Figura 42 – Relação tensão - deformação.	91
Figura 43 – Defasagem entre a tensão - deformação.	91
Figura 44 – Defasagem entre a o tensão – deformação ($\eta^*=0,026$).	92
Figura 45 – Estágios do comportamento viscoelástico em função de $\sigma(t)$ para o modelo de Kelvin-Voigt.	93
Figura 46 – Caracterização do efeito de fluência.	94
Figura 47 – Desenho técnico da caixa experimental.	96
Figura 48 – Análise numérica das dimensões ideais da caixa (infinito).	96
Figura 49 – a) Caixa do experimento. b) Transdutor com acelerômetro. c) Acelerômetros.	97
Figura 50 – Resultados preliminares com o geofone para uso como atuador. a) Posição normal. b) Posição invertida.	98
Figura 51 – Representação esquemática da bancada experimental.	99
Figura 52 – Tempo de resposta do material. a) 300 Hz. b) 600 Hz.	100
Figura 53 – Filtragem dos sinais coletados experimentalmente. a) Filtro passa banda. b) Sinal original. c) Sinal filtrado.	101
Figura 54 – Discretização da geometria do problema (72x30).	101
Figura 55 – Curva de convergência para o valor eficaz da aceleração do nó central superficial ($C=0,25m$).	102
Figura 56 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (300 Hz).	102
Figura 57 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (400 Hz).	102
Figura 58 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (600 Hz).	103
Figura 59 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (800 Hz).	103

Figura 60 – Valor eficaz da aceleração coletada na superfície em função da frequência de excitação.	103
Figura 61 – Atenuação do sinal na superfície (RMS). a) 300 Hz. b) 400 Hz. c) 600 HZ. d) 800 Hz.	105
Figura 62 – Comparação visual dos resultados coletados por S2 e S3 (300 Hz).	106
Figura 63 – Relação a) tensão-deformação. b) tensão-taxa de deformação.	107
Figura 64 – Defasagem existente entre σ_y e ϵ_y (F=300 Hz).	107
Figura 65 – Densidade espectral de potência dos sinais (PSD).	108
Figura 66 – Curva de convergência para o valor eficaz da aceleração do nó central superficial (C=0,4m).	109
Figura 67 – Discretização da geometria do problema (72x48).	109
Figura 68 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (300 Hz).	110
Figura 69 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (400 Hz).	110
Figura 70 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (600 Hz).	111
Figura 71 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (800 Hz).	111
Figura 72 – Valor eficaz da aceleração coletada na superfície em função da frequência de excitação para as duas camadas trabalhadas.	112
Figura 73 – Variação da viscosidade do material com a redução da umidade e alteração da frequência de excitação.	112
Figura 74 – Comparação entre a vibração vertical e horizontal na superfície do maciço.	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estimativa dos parâmetros médios do solo a partir do SPT.	30
Tabela 2 – Classificação dos solos arenosos e argilosos quanto ao seu estado de compactação.	31
Tabela 3 – Correlação entre o coeficiente de Poisson e o tipo de solo.	34
Tabela 4 – Propriedades geotécnicas dos solos de regiões do estado de São Paulo.	37
Tabela 5 – Características da areia de São Francisco.	38
Tabela 6 – Parâmetros de resistência de solos residuais do estado do Rio de Janeiro.	39
Tabela 7 – Propriedades utilizadas para a análise numérica da caixa de areia.	99
Tabela 8 – Viscosidade em relação a frequência de excitação praticada.	99
Tabela 9 – Comparação dos resultados experimentais e numéricos (Camada de 0,25m).	100
Tabela 10 – Comparação dos resultados experimentais e numéricos para S2 e S3.	106
Tabela 11 – Viscosidade em relação a frequência de excitação praticada (Camada 0,4 m).	109
Tabela 12 – Comparação dos resultados experimentais e numéricos (Camada de 0,4m).	110

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas.
ANA	Agência Nacional de Águas
b_z	Forças de excitação da base por unidade de área [N/m^2].
c	Coesão [Pa].
CESP	Companhia Energética de São Paulo.
D	Tensor das propriedades elásticas.
E	Módulo de Elasticidade [Pa]
e	Índice de vazios.
EMBRAPA	Empresa Brasileira de Pesquisa e Agropecuária.
FRF	Função de Resposta em Frequência.
g	Ação gravitacional [m/s^2].
G	Módulo de Cisalhamento [Pa].
GC	Grau de compactação [%].
$G_{máx}$	Módulo de cisalhamento máximo [Pa].
h	Profundidade total do maciço [m].
H	Função de Transferência do sistema.
K	Módulo de expansão volumétrica [Pa].
KV	Kelvin Voigt.
L	Tensor das propriedades viscosas.
LC	Limite de Contração.
LL	Limite de Liquidez.
LP	Limite de Plasticidade.
n	Porosidade.
NBR	Norma Brasileira.
N_{SPT}	Índice de resistência a penetração.
ONU	Organização das Nações Unidas.
PMF	Pré Misturado a Frio.
PVC	Policloreto de Vinila.
rms	<i>root mean square.</i>

S_a	Grau de aeração [%].
SAFL	Solo Arenoso Fino Laterítico.
SiBCS	Sistema Brasileiro de Classificação dos Solos.
SNIS	Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento.
SPT	Teste Padrão de Penetração.
S_w	Grau de Saturação [%].
t	tempo [s].
u	Deslocamento relativo [m].
$\ddot{u}_b$	Aceleração da base [m/s ²].
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura.
USDA	Departamento de Agricultura dos Estados Unidos.
v	Deslocamento relativo na direção Y [m].
V_a	Volume ocupado pelo ar [m ³].
V_p	Velocidade de Propagação da onda elástica de compressão [m/s].
V_s	Volume ocupado pelo particulado [m ³].
V_s	Velocidade de Propagação da onda elástica de cisalhamento [m/s].
V_T	Volume total [m ³].
V_v	Volume de vazios [m ³].
V_w	Volume ocupado pela água [m ³].
w	Deslocamento relativo na direção Z [m].
w	Umidade [%].
w_{ót}	Umidade ótima [%].
WWAP	World Water Assessment Programme
γ	Peso específico [kN/m ³].
ε	Deformação [m/m].
$\dot{\epsilon}$	Taxa de deformação [s ⁻¹].
ζ	Fator de amortecimento viscoso [].
η	Índice de viscosidade [Pa.s]
η*	Tempo de retardação [s].
ρ	Massa específica do solo [kg/m ³].
ρ_a	Massa específica do ar [kg/m ³].
ρ_{d máx}	Massa específica seca máxima [kg/m ³].

ρ_s	Massa específica do particulado [kg/m ³].
ρ_w	Massa específica da água [kg/m ³].
σ	Tensão normal [Pa].
τ	Tensão cisalhante [Pa].
ν	Coeficiente de Poisson.
ϕ	Ângulo de atrito [°].
ψ	Dilatância [°].
ω	Frequência de excitação [Hz].
ω_n	Frequência natural [Hz].

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	OBJETIVOS	22
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
3.1	NATUREZA DOS SOLOS	23
3.1.1	Sistema solo-água-ar	24
3.1.2	Compactação e suas especificações	27
3.2	LEVANTAMENTO DOS PARÂMETROS FÍSICOS	29
3.2.1	Parâmetros dinâmicos do solo	31
3.3	ONDAS SÍSMICAS	40
3.3.1	Ondas de corpo	41
4	MODELOS CONSTITUTIVOS	43
5	RESULTADOS E ANÁLISES	47
5.1	ANÁLISE UNIDIMENSIONAL DA RESPOSTA LINEAR ELÁSTICA DE UMA CAMADA DE SOLO SEMI-INFINITA.	47
5.2	ANÁLISE UNIDIMENSIONAL DA RESPOSTA LINEAR VISCO-ELÁSTICA DE UMA CAMADA DE SOLO SEMI-INFINITA.	52
5.2.1	Função de transferência	55
5.2.2	Função de resposta do sistema	56
5.3	ANÁLISE BIDIMENSIONAL DA RESPOSTA VISCO-ELÁSTICA DE UM MACIÇO TERROSO	58
5.3.1	Processo de integração no tempo	65
5.3.2	Processo de integração no espaço	66
5.3.3	Critério de escoamento	74
5.3.4	Discretização da geometria	78
5.3.5	Método do Resíduo Mínimo Generalizado (GMRES)	82
5.3.5.1	<i>Técnica de condicionamento</i>	83
5.3.5.2	<i>Reformatando as equações governantes</i>	83
5.4	VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	85
6	APLICAÇÃO DO MODELO EM ENSAIO EXPERIMENTAL	95
7	CONCLUSÃO E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	114
	REFERÊNCIAS	117

1 INTRODUÇÃO

A água é um recurso essencial para a vida, a saúde e o desenvolvimento econômico em qualquer região do mundo e, diante do crescimento urbano, das mudanças climáticas e do esgotamento de fontes hídricas, se faz cada vez mais necessária a conscientização para preservar e evitar desperdícios.

O relatório publicado pelo Programa Mundial de Avaliação dos Recursos Hídricos, liderado pela UNESCO por meio da ONU-Água, alerta que, se a gestão dos recursos hídricos não melhorar, o planeta terá um déficit de água de 40% em 2030 (WORLD WATER ASSESSMENT PROGRAMME - WWAP, 2015).

Atualmente, segundo o Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento - SNIS (2016), as redes de distribuição de água no Brasil perdem mais de um terço (38%) da água tratada, a maior parte devido a vazamentos nas unidades operacionais ao longo do sistema de abastecimento (perda real) e uma parcela por fraudes e erros de leitura (perda aparente).

O excesso de pressão nas tubulações da rede compreende o principal causador dos vazamentos. A qualidade dos materiais utilizados e da mão de obra, assim como a idade da tubulação e a ausência de programas de monitoramento são, também, potenciais fatores associados ao problema.

De acordo com as informações obtidas por ações de Benchmarking, a Alemanha e o Japão conseguiram reduzir suas perdas para, aproximadamente, 10%, enquanto que a Austrália e a Nova Zelândia romperam níveis inferiores a estes.

Mas, infelizmente, muitas regiões do Brasil apresentam um cenário totalmente diferente, fazendo com que o faturamento de muitas distribuidoras não cubra nem seus custos operacionais, muito menos a expansão esperada da rede.

Conforme o diagnóstico de serviços de água e esgoto realizado pelo SNIS (2016), cinco prestadoras de serviços de abrangência regional apresentam índices superiores a 61%, sendo uma delas responsável pelos assustadores 70,5%.

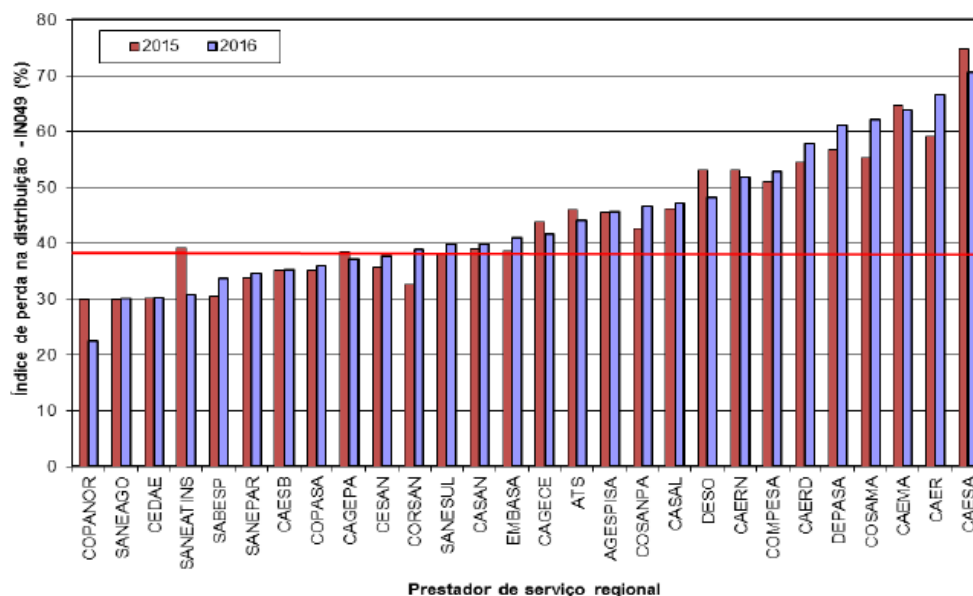
Vale acentuar que a maior parte desta água, antes de ser perdida no processo de distribuição, passou por várias outras etapas custosas do sistema convencional de abastecimento (captação, adução, bombeamento, tratamento e reservação).

Segundo os estudos de Conjuntura dos Recursos Hídricos 2018, elaborado pela Agência Nacional de Águas, até a próxima década, o consumo de água tratada terá um crescimento de

24% sobre o volume atual, e será, certamente, um dos fatores que deverão evidenciar a precária infraestrutura nacional de distribuição (AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS - ANA, 2018).

A Figura 1 mostra os índices de perdas, relatadas em 2015 e 2016, pelas prestadoras de serviços participantes do SNIS.

Figura 1 – Índice de perdas na rede de distribuição de água dos prestadores de serviços.



Fonte: Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento - SNIS (2016).

Neste cenário, a fim de reduzir tais prejuízos, empresas e centros de pesquisas estão desenvolvendo e/ou aperfeiçoando métodos capazes de detectar os vazamentos com precisão e agilidade, os quais se dividem em métodos acústicos e não acústicos (FUCHS, 1991).

Algumas das técnicas não-acústicas mais comuns utilizadas são: termografia infravermelha, gás tracejante e o radar penetrador de solo.

As técnicas acústicas, por sua vez, utilizam a resposta vibro-acústica característica gerada pelo vazamento em tubulações para detectar sua presença e estimar sua localização. Algumas das técnicas mais utilizadas são: geofone, haste de escuta e o correlacionador de ruídos.

Focando nas técnicas vibro-acústicas, o presente trabalho pretende auxiliar a detecção e a localização do vazamento por meio da medição dos sinais vibratórios na superfície do solo com o uso de sensores. Isso é possível, pois os padrões do sinal produzido pelo vazamento já são previamente conhecidos (ALMEIDA *et al.*, 2014; BRENNAN *et al.*, 2015).

O som gerado pelo vazamento de água em dutos subterrâneos se dá, normalmente, devido a quatro elementos: o impacto da água no solo, o atrito do fluido com o tubo, a vibração do duto e o próprio fluxo indesejado (FUJI TECOM, 2018).

Em contrapartida, existem diversos fatores que afetam a captação deste som, dentre eles a pressão da água na tubulação, o tipo de material e o diâmetro do duto, o tipo de solo e sua compactação, os ruídos existentes no ambiente e o tipo de superfície na qual encontram-se dispostos os sensores.

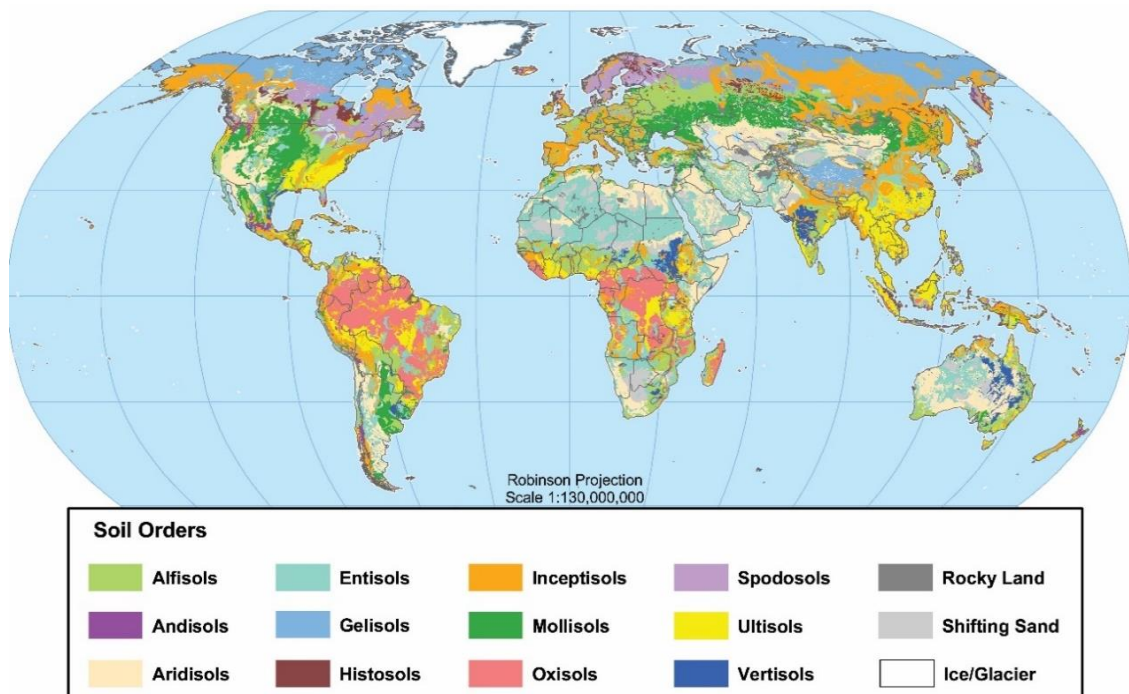
À vista disso, nota-se a importância de se estudar as influências das propriedades geológicas, e dos parâmetros geométricos de instalação dos dutos na detecção desejada.

Mas, como proposto pelo pedologista Jenny (1941), a formação do solo se dá pela interação, ao longo do tempo, de diversas variáveis independentes entre si e específicas do ambiente. Em seu trabalho, *“Factors of soils formation”*, o autor destacou o material de origem (rocha mãe), relevo, os organismos presentes, o clima regional e o intemperismo como os principais fatores determinantes para o tipo de solo.

Assim sendo, é fácil concluir que diversos serão os tipos de materiais geológicos existentes ao redor do mundo e variadas as respostas diante de uma mesma solicitação.

O mapa da Figura 2 mostra a rica taxonomia relatada pela USDA – *United States Department of Agriculture* (2005), para os solos existentes.

Figura 2 – Levantamento da distribuição dos tipos de solos ao redor do mundo.



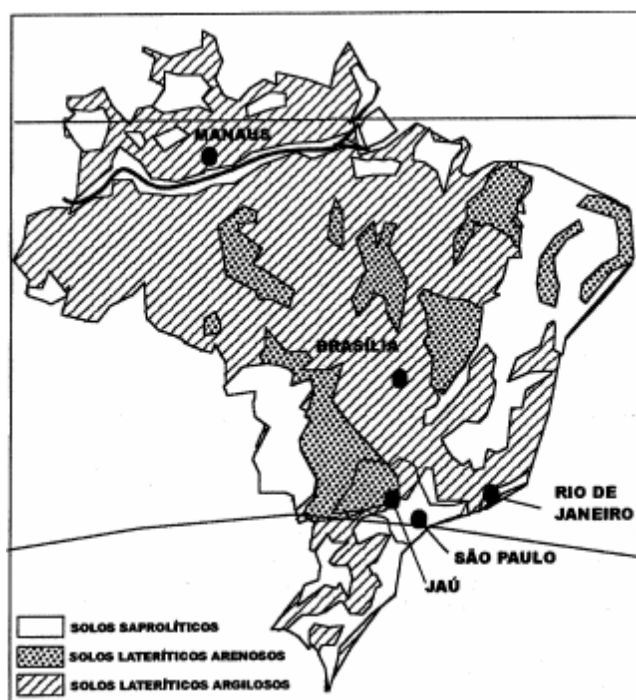
Fonte: United States Department of Agriculture - USDA (2005).

No Brasil, sob a coordenação da Empresa Brasileira de Pesquisa e Agropecuária - EMBRAPA-Solos e o esforço conjunto de profissionais de diversas instituições de pesquisa,

foi desenvolvido o SiBCS – Sistema Brasileiro de Classificação dos Solos, e, com ele, é possível fazer uma correspondência com a classificação americana.

O estudo de parâmetros dinâmicos em solos tropicais no Brasil iniciou-se na década de 80. Nogami e Villibor (1981) avaliaram as regiões tropicais e caracterizaram as duas principais classes de solos presentes no território nacional que são: solos Saprolíticos e os solos Lateríticos (arenosos/argilosos). A ocorrência destes tipos de solo é mostrada na Figura 3 a seguir.

Figura 3 – Distribuição dos principais tipos de solo no território brasileiro.



Fonte: Nogami *et al.* (2000).

Com base nesta distribuição e nos dados fornecidos experimentalmente por alguns trabalhos, que serão futuramente aqui citados, selecionou-se os valores das propriedades geotécnicas que serão usadas nas análises numéricas deste estudo.

Além dessas propriedades, os parâmetros geométricos de instalação dos tubos também são fontes de influência na detecção do sinal vibro-acústico emitido pelo vazamento.

Logicamente, objetivando princípios de bom desempenho e a garantia de qualidade da água, a instalação predial deve respeitar as exigências e recomendações feitas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT, na norma NBR 5626 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT, 1998), NBR 12266 (ABNT, 1992) e NBR 9822 (ABNT, 2012).

A instalação de redes de abastecimento de água com tubos PVC rígido é feita com a abertura de valas. A largura destas depende de sua profundidade. Para valas de até 2m de profundidade, recomenda-se a largura mínima de 60cm, permitindo condições adequadas de trabalho para o assentamento, a montagem e o preenchimento das tubulações. Para valas com profundidade entre 2m e 4m, exige-se uma largura mínima de 80cm (ABNT, 2012).

Quando o fundo da vala for constituído de solos moles, sujeitos a recalques, sem condições mecânicas para o assentamento, é necessário projetar berços especiais formados por um colchão uniforme de areia (material granulado fino) compactado, com, no mínimo, 15cm de espessura, sobre uma base de cascalho ou concreto. Este leito deve ser cuidadosamente preparado, pois deseja-se uma superfície firme e continua para suporte das tubulações.

Na etapa de reaterro, o material a ser utilizado deve ser de granulação fina, isento de pedras, entulhos e matéria orgânica, o que leva, em alguns casos, à utilização de solos de jazidas, áreas de empréstimos previamente caracterizadas.

Segundo a Secretaria de Transportes, o reenchimento deve ser feito, preferencialmente com o próprio solo retirado na escavação, mas, caso este não seja de boa qualidade, é necessário, então, uma importação do material.

Até 30cm acima da tubulação, as camadas de solo são controladas e bem compactadas. A partir desta camada final, o reaterro é feito com o solo do terreno original, em condições naturais.

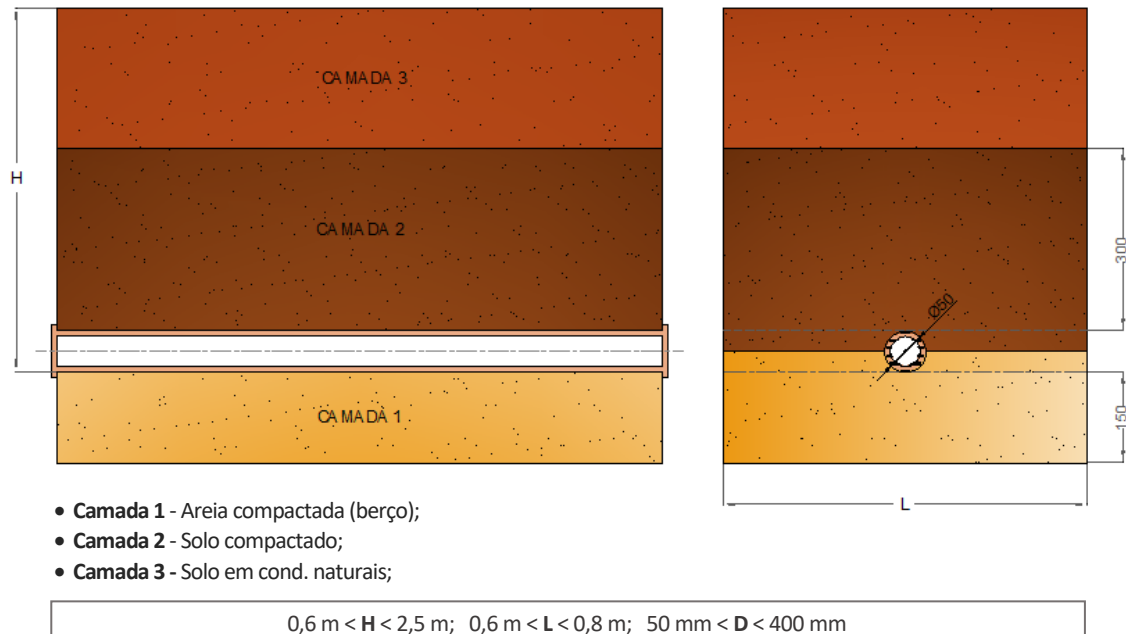
Para melhor embasar os modelos numéricos e experimentais deste trabalho, contamos com algumas informações técnicas de uma empresa privada de distribuição de água e esgoto que atende aos municípios de Andradina e Jales. Nos 400km existentes de rede de distribuição, em Andradina, aproximadamente, 60% são de material PVC rígido, com 50mm de diâmetro. Os diâmetros das tubulações variam no intervalo de 0,5 a 16 polegadas.

Já a profundidade de instalação dos dutos fica entre 0,6 a 2,5m.

Um resumo das dimensões dos parâmetros envolvidos no processo de instalação encontra-se na Figura 4.

Quando se trata de áreas urbanas asfaltadas, mais duas novas camadas, de espessuras relevantes, são inseridas. Para o recapeamento asfáltico, primeiramente é aplicado o material de base, que consiste em uma camada de 0,1 m de brita graduada compactada. Posteriormente, insere-se a emulsão asfáltica e, por fim, uma camada de 0,05 m de massa asfáltica do tipo Pré Misturado a Frio (PMF).

Figura 4 – Parâmetros geométricos das valas de instalação da rede.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O presente estudo testou a capacidade de detecção, na superfície, do sinal vibro-acústico emitido pelo vazamento em alguns arranjos geométricos possíveis para as valas de instalação.

Para melhor adequar os parâmetros geotécnicos necessários para o funcionamento dos modelos numéricos, no capítulo 3 foi feito um levantamento bibliográfico com a apresentação de alguns estudos e resultados obtidos em ensaios em campos experimentais nos estados do Rio de Janeiro e de São Paulo.

No capítulo 4, utilizando o método dos elementos finitos, avaliou-se alguns modelos constitutivos existentes na literatura para a caracterização de meios porosos, no caso, o solo. As respostas do meio a pequenas excitações, fornecidas pelos modelos tratados, serão comparadas.

Como em qualquer projeto de engenharia, o desafio inicial é estabelecer até que ponto as hipóteses e simplificações podem ser adotadas sem prejudicar o perfeito funcionamento do modelo analisado.

Não há dúvidas sobre a complexidade de predição do comportamento dos solos. Existem, na literatura, modelos constitutivos que buscam delinear a linearidade acentuada, a histerese e a resposta elasto-plástica dos meios geológicos. Neste contexto, investigou-se nos capítulos 4 e 5 até que ponto estas características são acionadas quando o meio é submetido a uma excitação de pequena amplitude.

Após definido o modelo utilizado na caracterização dos meios, fez-se a análise numérica e experimental do problema proposto, avaliando as influências das propriedades geotécnicas e dos parâmetros geométricos das valas de instalação dos dutos.

Nos capítulos 5 e 6 encontra-se os resultados obtidos e a verificação da validade do modelo e das simplificações adotadas.

2 OBJETIVOS

Sendo os vazamentos nas redes de abastecimento um dos maiores problemas enfrentados pelas companhias de fornecimento de água, o presente estudo tem como objetivo principal auxiliar na detecção destes por meio da modelagem dos materiais geológicos envolvidos no problema; avaliando a influência de suas propriedades geomecânicas e dos parâmetros geométricos das valas na detecção do sinal vibro-acústico emitido pela vazão indesejada.

Um dos grandes desafios de um projeto é estabelecer até que ponto as hipóteses e simplificações permitem uma representação confiável da realidade. Para tratar a não linearidade acentuada, histerese e resposta elasto-plástica de materiais geológicos existe, atualmente, na literatura, modelos bem sofisticados. Porém, até que ponto estas características são acionadas quando o meio é submetido a uma excitação de pequena amplitude? Desta forma, para se realizar a caracterização do solo, serão testados modelos constitutivos em regime linear elástico isotrópico e linear visco-elástico, verificando, também, paralelamente, pelo critério de escoamento de Mohr-Coulomb, a admissibilidade do preditor elástico proposto. Os resultados obtidos serão comparados.

Na análise numérica constará modelos uni e bidimensionais. Para este último será empregado também o Método dos Elementos Finitos e desenvolvido um programa em linguagem M-código.

Experimentalmente, será investigada a resposta vibro acústica de uma camada de areia, com diferentes espessuras, à uma excitação harmônica. Os resultados experimentais coletados serão analisados e comparados com os resultados calculados, numericamente, com o modelo visco-elástico proposto.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 NATUREZA DOS SOLOS

A natureza do solo e o estado em que ele se encontra são os primeiros influenciadores de seu comportamento. Diante da tamanha diversidade existente, se fez, naturalmente, necessário, para uma melhor orientação e investigação dos problemas geotécnicos, classificá-los por sua origem, estrutura, preenchimento de vazios, pela presença ou não de matéria orgânica e por sua evolução (PINTO, 2006).

Uma das formas de diferenciar os solos e seu comportamento é através do tamanho das partículas que os compõem. Estas podem variar de 10 Angstrons (0,000001 mm) até 2 mm.

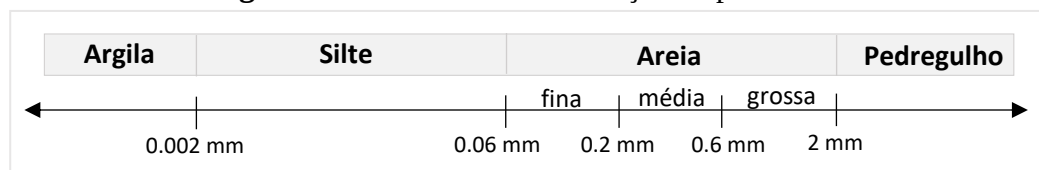
As argilas, como mostrado no sistema de classificação, na Figura 5, se enquadram nas menores ordens de grandeza e, conseqüentemente, apresentam as maiores superfícies específicas.

Quando molhadas, as argilas se aglomeram em uma espécie de pasta, conhecida, popularmente, como barro, o que impede que sejam visualizadas individualmente. Já os pedregulhos e areias podem ser facilmente observados a olho nu.

A areia corresponde a um solo granular com uma pequena porcentagem de finos, que se tornam incapazes de gerir significativas mudanças no comportamento do conjunto.

A norma NBR 6502 (ABNT,1995) apresenta o sistema de classificação seguinte:

Figura 5 – Sistema de classificação de partículas.



Fonte: Modificado de ABNT (1995).

Além do tamanho das partículas, o formato dos grãos também interfere no comportamento mecânico do meio poroso, pois motiva um maior ou menor encaixe e entrosamento entre as partículas.

Em pedregulhos, areias e siltes há uma predominância de partículas arredondadas, com forma poliédrica. Já nas argilas, prevalece as partículas lamelares, que são, em parte, responsáveis por algumas propriedades apresentadas, como a compressibilidade e a plasticidade (CAPUTO, 1996).

Tendo em vista a prática rodoviária, principalmente de solos do Estado de São Paulo, o Prof. Nogami, da Escola Politécnica da USP, se propôs a desenvolver um novo sistema de classificação dos solos tropicais, no qual o solo, primeiramente, é classificado quanto a sua granulação (areia, silte e argila) e, em seguida, como saprolítico ou laterítico (PINTO, 2006).

A terra-roxa, de cor marrom avermelhada, de grande incidência no Estado de São Paulo, por exemplo, é um solo laterítico, e de grande importância para a cultura do café (CAPUTO, 1996 | 2015).

3.1.1 Sistema solo-água-ar

Os solos são materiais trifásicos. A fase sólida que compõe sua estrutura é formada por um conjunto de partículas de variadas granulometrias e livres para se movimentar entre si. As outras duas fases existentes, gasosa e líquida, encontram-se retidas nos espaços intermediários dos grãos, conhecidos como vazios.

A quantidade relativa de cada uma destas três fases citadas é determinante no comportamento final do maciço terroso.

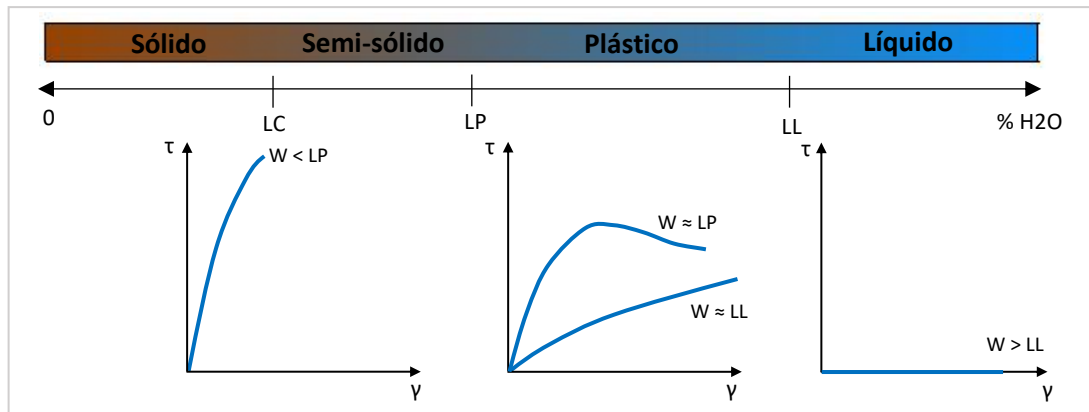
Em estudos com solos finos, o Engenheiro agrônomo Atterberg (1911) mostra que a umidade determina o estado de consistência destes solos trabalhados (PINTO, 2006).

Altos valores de umidade levam a um estado característico de um líquido, com ausência de resistência a esforços cisalhantes. Com a redução gradativa da umidade a camada passa para o estado plástico, com deformações acompanhadas pela variação volumétrica, em seguida, para o estado semi-sólido, com aspecto quebradiço, e, por fim, o estado sólido, sem variações volumétricas com a deformação (PINTO, 2006).

Para delimitar as fronteiras e identificar as mudanças de estado, utiliza-se, na Engenharia Geotécnica, valores de umidades conhecidas como o Limite de Contração, LC, Limite de Plasticidade, LP, e Limite de Liquidez, LL. Na Figura 6 encontram-se as mudanças de estado descritas e a relação tensão-deformação em cada uma delas, como mostrado por Holtz e Kovacs (1981).

Estudando os solos saturados e secos, Stoll (1985) evidenciou também, com a presença massiva de água, um comportamento genuinamente viscoso nos solos. Sendo este comportamento maior em solos arenosos do que em siltes (MICHAELS, 2006).

Figura 6 – Influência da umidade sobre o estado dos solos argilosos.



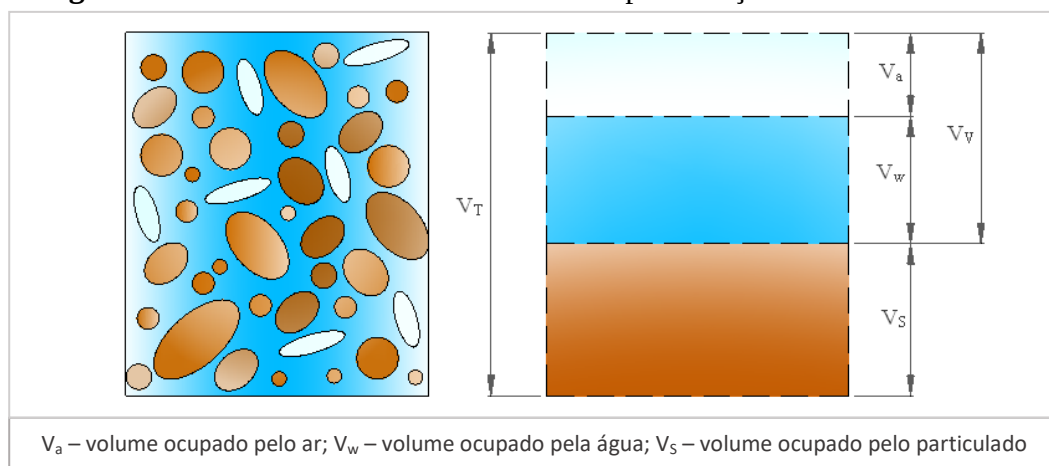
Fonte: Modificado de Holtz e Kovacs (1981).

Os solos arenosos também sofrem grande influência com a variação da umidade. Quando secas, as areias não conseguem ser moldadas, mas, ao umedecê-las, a tensão capilar gerada pela interface água-ar, permite tal ação.

Esta tensão superficial aproxima as partículas sólidas, aumentando a tensão efetiva no solo, ou seja, a força resultante que é transmitida de grão para grão (PINTO, 2006).

Na Figura 7, a seguir, tem-se a representação esquemática das fases existentes em um solo não saturado.

Figura 7 - Fases de um solo não saturado. Representação em termos de volume.



Fonte: Modificado de Pinto (2006).

Diversos índices físicos são obtidos relacionando as quantidades volumétricas das fases; dentre eles a porosidade, índice de vazios, grau de saturação e teor de umidade.

Para se obter uma aproximação empírica da massa específica final do meio trifásico, o conhecimento destes índices e de suas relações são necessárias.

A porosidade (n), parâmetro utilizado em meios porosos para quantificar a porcentagem de vazios em um volume ou amostra de solo, é definida pela razão volumétrica das fases, ou em função do índice de vazios (e) do meio.

$$n = \frac{V_V}{V_T} = \frac{e}{1 + e} ; \text{ sendo } e = \frac{V_V}{V_S} \quad (1)$$

sendo V_V o volume de vazios existentes no meio que são ocupados por um ou mais fluidos, e V_T o volume total do sistema sólido-fluido.

A heterogeneidade do meio, assim como seu nível de compactação, implica, obviamente, em um amplo intervalo de valores para o parâmetro “ n ”. Entretanto, para fins de cálculos, é comum em Mecânica dos Solos assumir um valor médio para a porosidade.

Em solos parcialmente saturados o volume relativo de cada fase fluida é obtido pelo grau de saturação S_w e pelo grau de aeração S_a .

$$S_w = \frac{V_w}{V_v} 100; \quad S_w + S_a = 1 \quad (2)$$

A umidade (w) de um meio poroso, por sua vez, é definida pela razão entre o peso da água contida em um certo volume de solo e o peso da parte sólida seca presente naquele volume. Este parâmetro comumente é expresso em porcentagem e também pode ser relacionada com o grau de saturação.

$$w = \frac{M_w}{M_s} 100 = \frac{V_w \rho_w}{V_s \rho_s} 100 = e \left(\frac{\rho_w}{\rho_s} \right) S_w \quad (3)$$

Por fim, é cabível expressar a massa específica de um solo pela seguinte relação das fases:

$$\rho = n \cdot S_w \rho_w + n \cdot S_a \rho_a + (1 - n) \rho_s \quad (4)$$

A resposta de um solo saturado, com seus vazios totalmente ocupados por água, é diferente de um solo não saturado, pois o ar retido nos vazios existentes é muito mais compressível do que a estrutura sólida do solo, por outro lado, a água quando ali retida é praticamente incompressível.

A superfície das partículas sólidas do solo apresenta carga elétrica negativa, sendo, então, fortemente atraídas, quando em contato com os íons positivos H^+ das moléculas polarizadas de água.

Esta forte atração forma uma película de água adsorvida, que, devido à grande pressão gerada pelas forças eletrostáticas de adsorção, se comporta como um semi-sólido, praticamente incompressível (CAPUTO, 1996).

3.1.2 Compactação e suas especificações

Após transportado, o solo para o reaterro das valas chega ao local desejado em um estado fofo, heterogêneo, com um comportamento sem padrão, alto índice de vazios, pouco resistente e muito deformável.

Sendo assim, nesta etapa de preenchimento, a compactação é um processo indispensável, visto que carrega a responsabilidade de aumentar a rigidez e resistência do maciço, tornando a camada mais homogênea, menos permeável, e mais efetivo o contato entre grãos.

Além de melhorar diversas propriedades mecânicas do solo, o processo reduz as concentrações de tensão no tubo, e deformações prejudiciais decorrentes de recalques no meio, dando à tubulação, um melhor apoio.

O processo de densificação dos solos é realizado em camadas e, geralmente, por rolos compactadores, mas, em alguns casos específicos, como o reaterro de pequenas valas, tratado neste trabalho, utiliza-se soquetes manuais, mecânicos, ou compactadores pneumáticos para a tarefa.

A espessura individual das camadas de compactação é definida segundo o tipo de material utilizado e o tipo de tubulação, sendo, geralmente, 15 cm.

Na década de 30, o norte americano Proctor (1933) publicou os primeiros estudos na área, que são utilizados até hoje. O Engenheiro observou que, para uma certa energia de compactação, a densidade final é função da umidade do solo.

Quando se tem uma baixa umidade, grande parte da energia inserida é dissipada pelo alto atrito entre as partículas, o que impede uma redução significativa dos vazios.

Com o aumento da umidade, a pressão neutra, proveniente da água, cresce, diminuindo a tensão efetiva e, de modo consequente, a resistência ao cisalhamento. Esta variação proporciona um melhor deslizamento e acomodamento dos grãos, logo, uma estrutura mais compactada (PINTO, 2006).

O aumento da massa específica, em um processo de compactação, se deve a este rearranjo entre as partículas, que provoca a diminuição do volume de vazios e eliminação parcial do ar.

As partículas sólidas e a quantidade de água permanecem praticamente constantes.

Para uma mesma energia aplicada, existe uma massa específica seca máxima ($\rho_{d_{m\acute{a}x}}$), e esta ocorre em um teor de umidade ótimo.

Como já foi visto, para uma umidade muito baixa ocorre um alto efeito de dissipação de energia, no outro extremo, com uma umidade muito elevada, a água envolve as partículas de ar, impedindo sua fuga dos vazios.

Fora destes dois extremos, o ar se encontra na forma de canalículos intercomunicados, e sua expulsão é facilitada, obtendo assim um aumento significativo da densidade.

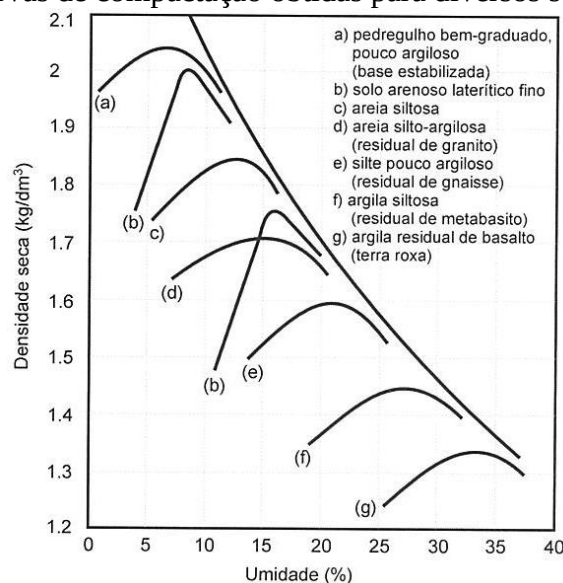
No Brasil, os controles e ensaios de compactação são baseados nos critérios da norma NBR 7182 (ABNT, 2016). Segundo ela, a variação admitida para a umidade do solo utilizada é de -2% a +1% em relação a sua umidade ótima ($w_{ót}$). Quanto ao grau de compactação (GC), seu valor mínimo aceito é de 95% em relação à sua máxima massa específica aparente seca, para a energia Proctor normal.

Tem-se na Figura 8 os resultados obtidos por Pinto (2006) na compactação de diversos solos brasileiros (os valores são apenas indicativos da ordem de grandeza).

É importante destacar os altos valores obtidos para a densidade seca na compactação de solos arenosos finos lateríticos (SAFL), e sua baixa umidade ótima. Estas características fazem destes solos protagonistas na pavimentação de baixo custo e manutenção de vias urbanas.

Característico de clima quente e úmido, como o do território brasileiro, o solo laterítico, ao ser compactado, se torna altamente resistente e pouco expansível. A redução da umidade é acompanhada pela contração do solo, mas um aumento dela não leva à expansão. Outra importante propriedade deste tipo de solo é a baixa plasticidade.

Figura 8 - Curvas de compactação obtidas para diversos solos brasileiros.



Fonte: Pinto (2006).

Um aumento dos teores de finos e argilas no solo, levam a um crescimento de sua umidade ótima. Isto pode ser facilmente notado nos resultados apresentados. Os solos argilosos possuem altas umidades ótimas e, geralmente, baixas densidades secas.

Solos arenosos, pouco argilosos, e bem graduados apresentam baixas umidades ótimas e elevadas densidades secas, da ordem de 2000 Kg/m^3 .

Abaixo da umidade ótima, maiores energias de compactação resultam em uma maior densidade seca, mas, acima deste limiar, o aumento da energia em quase nada favorece o aumento da densidade, pois, nestas condições, o ar se encontra aprisionado nos vazios.

3.2 LEVANTAMENTO DOS PARÂMETROS FÍSICOS

Para melhor adequar os parâmetros geotécnicos necessários para o bom funcionamento dos modelos numéricos, é necessário fazer um levantamento dos resultados obtidos experimentalmente em campo.

Em meio à rica variedade e distribuição de materiais geológicos, selecionou-se os solos tropicais brasileiros, em especial, os solos do estado de São Paulo.

A sondagem de simples reconhecimento, por exemplo, se apresenta de forma expressiva em ensaios geotécnicos, sendo uma ferramenta de investigação popular, rotineira e econômica em praticamente todo o mundo (RODRIGUEZ, 2013).

A partir do “*Standart Penetration Test*” (SPT) e correlações empíricas existentes, autores como Berberian (1972, 2000) e Joppert (2007) estimaram importantes parâmetros para diversos tipos e classificações de solo.

Neste ensaio, as propriedades e características dos meios porosos são baseadas na resistência oferecida por eles à penetração de um amostrador padronizado, ou seja, ao número de golpes resistidos, N_{SPT} , que correspondem a uma dada energia pré-estabelecida, uma vez que o peso do martelo e sua altura de queda também são normalizados.

Desta forma, a experimentação basicamente consiste em contabilizar o número de golpes necessários para fincar o amostrador em um trecho de 15 cm. Despreza-se os 15 cm iniciais da camada de solo, iniciando a contagem no trecho de 15 a 30 cm (PINTO, 2006).

No Brasil, segue-se as classificações relatadas na norma NBR 6484 (ABNT, 2001), e, na norma NBR 8036 (ABNT, 1983), tem-se as indicações sobre a programação de sondagens, no qual fixa-se as condições exigíveis para um teste válido, abrangendo o número, localização e profundidade das sondagens.

Segue, na Tabela 1, a estimativa dos parâmetros médios de alguns solos a partir de ensaios de SPT realizados e correlacionados por Joppert (2007).

É lógico que os resultados obtidos pelas correlações empíricas são limitados a estudos preliminares, estando sujeitos a variações.

Tabela 1 - Estimativa dos parâmetros médios do solo a partir do SPT.

Tipo de solo	Faixa do SPT N_{SPT}	Módulo de Elasticidade [MPa]	Peso específico		Ângulo de atrito efetivo [°]	Coesão efetiva [kPa]
			Natural [kN/m ³]	Saturado [kN/m ³]		
Areia pouco siltosa/ pouco argilosa	0 – 4	20 - 50	17	18	25	-
	5 – 8	40 - 80	18	19	30	-
	9 – 18	50 - 100	19	20	32	-
	19 - 41	80 - 150	20	21	35	-
	≥ 41	160 - 200	20	21	38	-
Areia média e fina muito argilosa	0 – 4	20	17	18	25	0
	5 – 8	40	18	19	28	5
	9 – 18	50	19	20	30	7.5
	19 - 41	100	20	21	32	10
Argila porosa vermelha e amarela	0 – 2	2 - 5	15	17	20	7.5
	3 – 5	5 - 10	19	17	23	15
	6 – 10	10 - 20	17	18	25	30
	≥ 10	20 - 30	18	19	25	30 – 70
Argila siltosa pouco arenosa	0 – 2	1	17	18	20	7.5
	3 – 5	1 - 2.5	18	19	23	15
	6 – 10	2.5 - 5	19	19	24	20
	11 - 19	5 - 10	19	19	24	30
	20 - 30	30 - 100	20	20	25	40
	≥ 30	100 - 150	20	20	25	50
Argila arenosa pouco siltosa	0 – 2	5	15	17	15	10
	3 – 5	5 - 15	17	18	15	20
	6 – 10	15 - 20	18	19	18	35
	11 - 19	20 - 35	19	19	20	50
	≥ 20	35 - 50	20	20	25	65
Turfa/ argila orgânica	0 – 1	0.4 - 1	11	11	15	5
	2 – 5	1 - 1.5	12	12	15	10
Silte arenoso pouco argiloso	5 – 8	80	18	19	25	15
	9 – 18	100	19	20	26	20
	19 – 41	150	20	20	27	30
	≥ 41	200	21	21	28	50

Fonte: Modificado de Joppert Júnior (2007).

O índice de resistência à penetração apresentado pelos solos arenosos e argilosos (N_{SPT}) os classifica quanto a sua compactação presente.

Estes estados de compactação foram designados pela norma NBR 6484 (ABNT, 2001), e podem ser vistos na Tabela 2.

Quando areia ou silte arenoso, o estado do solo é classificado por sua compactidade, e, quando se trata de argilas ou siltes argilosos, pela consistência.

Tabela 2 – Classificação dos solos arenosos e argilosos quanto ao seu estado de compactação.

Tipo de solo		Classificação	Nº de golpes N_{SPT}
Areias e solos arenosos	Compacidade	Fofa	< 4
		Pouco compacta	4-10
		Medianamente compacta	10-30
		Compacta	30-50
		Muito compacta	>50
Argilas e solos argilosos	Consistência	Muito mole	<2
		Mole	2-4
		Média	4-8
		Rija	8-15
		Dura	15-30
		Muito Dura	>30

Fonte: Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT, 2001).

Como um exemplo a ser mostrado, tem-se na Figura 9, um perfil típico de uma sondagem de simples reconhecimento da Av. Rebouças, na cidade de São Paulo, publicada pelo pesquisador Carlos de Souza Pinto, da Escola Politécnica da USP, em um de seus trabalhos.

Figura 9 - Perfil das primeiras camadas da SPT realizada na Av. Rebouças.

Profund. (m)	N. A.	S P T	Descrição	Convenção
0		8	Areia fina, média e grossa, argilosa e siltosa, amarela	
- 2		11		
		7	Argila siltosa, pouco arenosa, consistência média, variegada	
- 5		9		
		8		

Fonte: Pinto (2006).

3.2.1 Parâmetros dinâmicos do solo

Diversos são os métodos geofísicos existentes para determinação dos parâmetros dinâmicos do solo, dentre eles vale destacar os famosos ensaios sísmicos em furo de sondagem, *cross-hole*, *up-hole* e *down-hole*, que são ensaios não destrutivos, eficazes e de rápida execução, abrangendo grandes volumes de maciço em uma análise (GIACHETI *et al.*, 2006)

Nestes ensaios determinam-se as velocidades de propagação das ondas elásticas de compressão, V_p , e de cisalhamento, V_s , causadas pelo movimento ondulatório do solo, e, a partir delas e da densidade da amostra previamente conhecida, calcula-se o Módulo de Elasticidade, E , o coeficiente de Poisson, ν , e o Módulo de Cisalhamento, G .

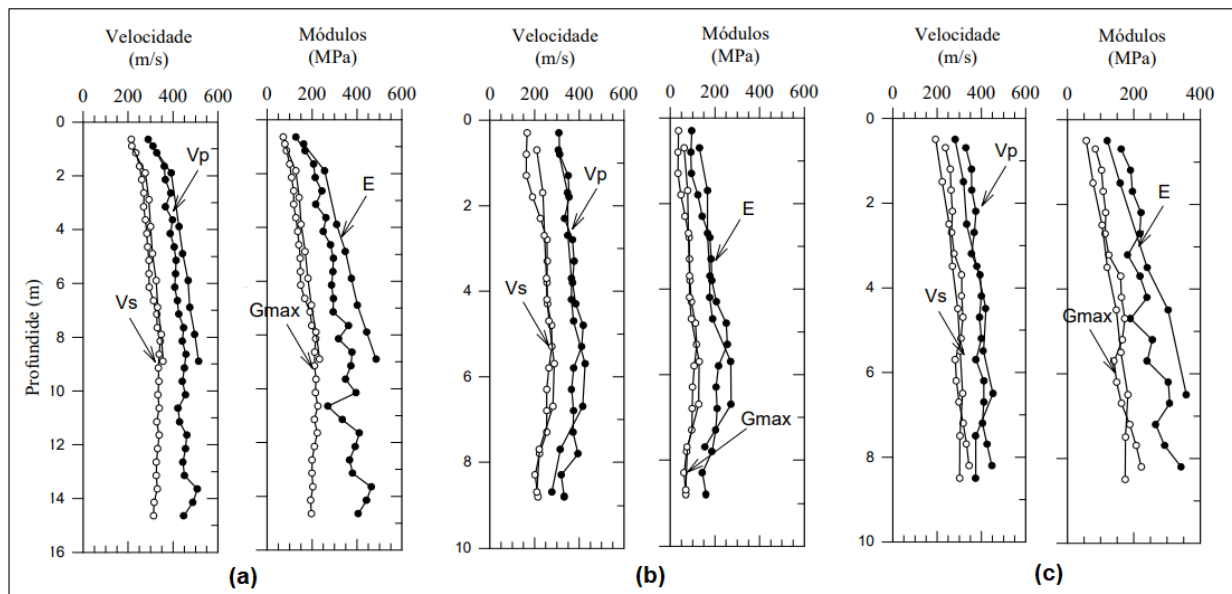
$$E = \rho V_p^2; \quad G = \rho V_s^2; \quad \nu = \frac{\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 2}{2 \cdot \left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 2} \quad (5)$$

Vale observar que a equação acima enunciada para ν é precisa somente para um intervalo de pequenas deformações, como é o caso que será aqui tratado.

Na Figura 10 encontra-se os resultados de ensaios *cross-hole* realizados por Giacheti (2001) em três campos experimentais do estado de São Paulo. Nela são apresentados os valores das velocidades das ondas S e P e dos parâmetros dinâmicos $G_{\max}$ e E .

Figura 10 - Resultados de ensaios *cross-hole*.

(a) Campo experimental da Unesp - Bauru. (b) Unicamp - Campinas. (c) USP - São Carlos.



Fonte: Modificado de Giacheti (2001).

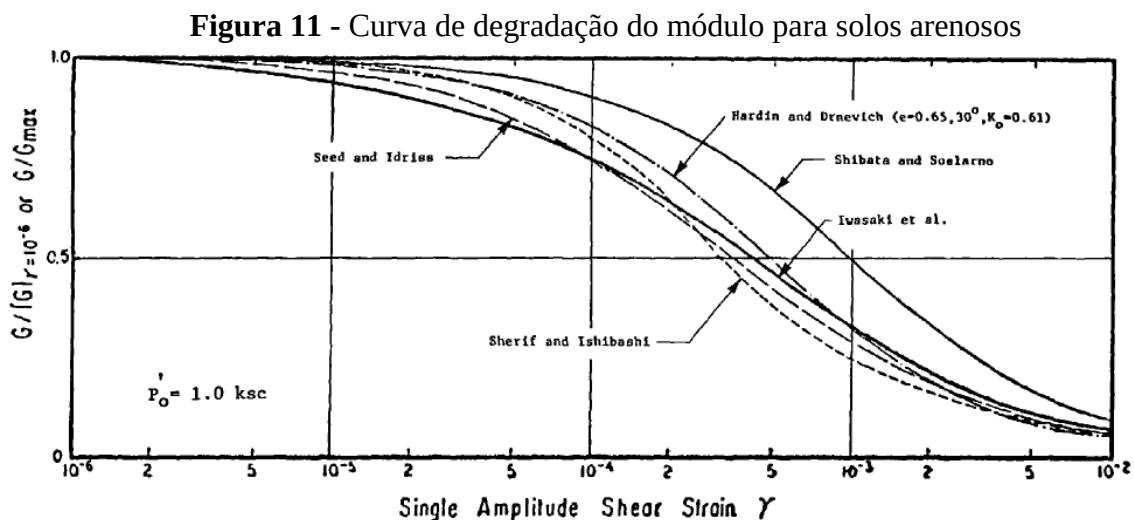
Nestes campos experimentais, V_s variou de 175 a 275 m/s, enquanto que V_p esteve em um intervalo de 275 a 400 m/s.

Diversos pesquisadores também investigaram a relação existente entre a velocidade de propagação da onda cisalhante e o índice de resistência a penetração N do SPT. Ou seja, desenvolverão correlações empíricas entre as propriedades estáticas e dinâmicas, mas não as utilizaremos neste trabalho.

Na área dos geomateriais, um dos principais parâmetros dinâmicos a serem destacados é o módulo de cisalhamento. Esta variável é sensível a diversos outros parâmetros do projeto e do próprio material.

O nível de deformação, por exemplo, é um dos fatores mais influentes e é inversamente proporcional ao módulo de cisalhamento, de tal maneira que, para se obter, experimentalmente, o módulo de cisalhamento máximo, $G_{\text{máx}}$, realiza-se nos ensaios a mínima deformação possível. Estes níveis de deformação, segundo Giacheti (1999), devem ser inferiores a $10^{-3}\%$.

Na Figura 11 tem-se a curva de degradação do módulo de cisalhamento, na qual relaciona-se o nível de deformação cisalhante com o fator de redução ($G/G_{\text{máx}}$)



Fonte: Sun, Golesorkhi e Seed (1988).

Como pôde ser visto, para pequenas deformações ($\epsilon < 10^{-5}$), o fator de redução é unitário, e isso independentemente do tipo de solo, de seu índice de plasticidade, pressão de confinamento ou do valor do coeficiente de Poisson (vide “Dynamic Moduli and Damping Ratios for Cohesive Soils” de (SUN; GOLESORKHI; SEED, 1988).

Há também na literatura correlações do módulo de cisalhamento com o ensaio SPT, anteriormente discutido.

Cerca de 220 conjuntos de dados, de diversos tipos de solos, foram coletados e plotados coletivamente em um diagrama de dispersão, por Ohsaki e Iwasaki (1973). Neste os pesquisadores relacionaram o valor obtido para o módulo de cisalhamento dinâmico com o

resultado SPT de cada amostra e, a partir de uma análise estatística dos dados acumulados, estabeleceu-se a correlação entre os parâmetros.

No trabalho, concluiu-se, que, para pequenos níveis de deformação cisalhante ($10^{-5} < \varepsilon < 10^{-4}$), há uma boa correlação dos parâmetros pela seguinte equação aproximada (OHSAKI; IWASAKI, 1973):

$$G = 1200 \cdot N_{\text{SPT}}^{0.8} \text{ ton/m}^2 \approx 11768 \cdot N^{0.8} \text{ kPa} \quad (6)$$

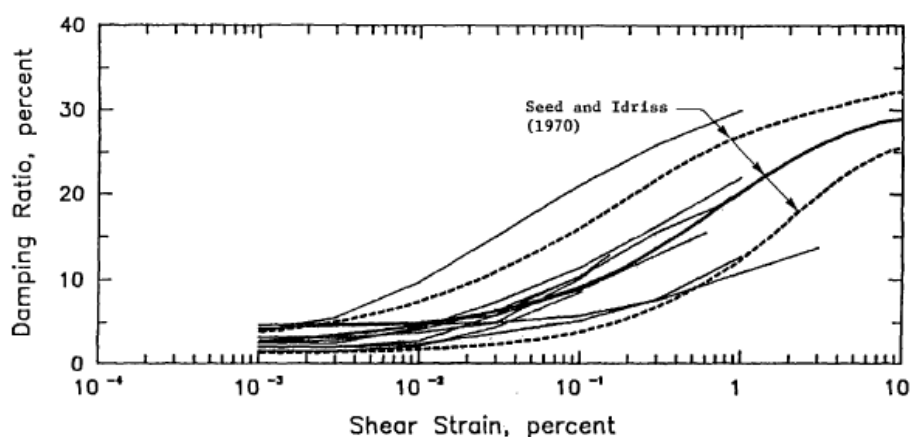
Neste sentido, na ausência de ensaios mais específicos, como o “cross-hole”, recomenda-se adotar esta correlação enunciada.

A comissão de normalização técnica da Petrobras, em sua norma N-1848 (2008), por exemplo, propõe praticamente a mesma correlação:

$$G = 12000 \cdot N_{\text{SPT}}^{0.8} \text{ kPa} \quad (7)$$

Além de agir sobre o módulo de cisalhamento, a amplitude da deformação cisalhante presente também influi sobre o fator de amortecimento do material. Como pode ser visto com alguns experimentos realizados, o fator variou de 0.01 a 0.32.

Figura 12 - Relação entre o fator de amortecimento e a deformação cisalhante em solos argilosos.

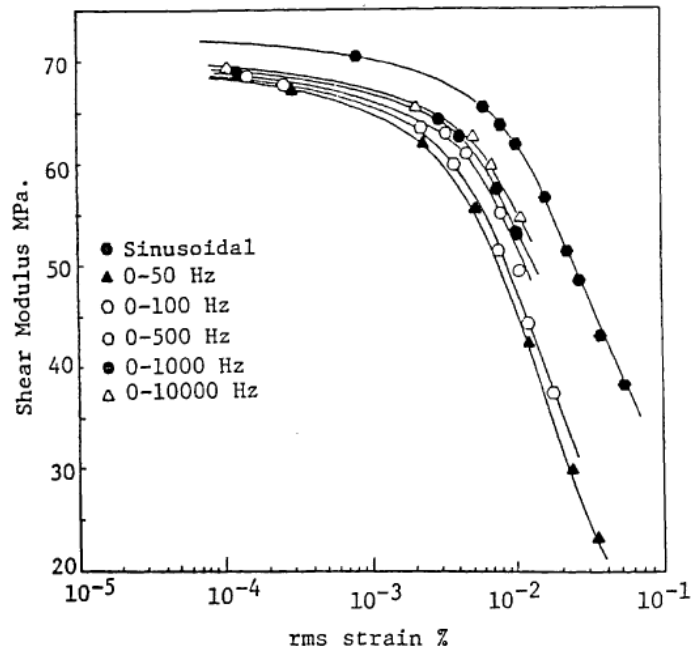


Fonte: Sun, Golesorkhi e Seed (1988).

É interessante realçar que a frequência do carregamento também exerce um efeito sobre o módulo de cisalhamento. A fim de estudar este impacto em solos coesivos, Aggour et al. (1987) utilizaram excitações aleatórias com diferentes frequências de corte.

Observou-se, para tanto, que quanto maiores as frequências, menor a taxa de redução do módulo (isso para um intervalo acima de 50 Hz). Tem-se na Figura 13 os resultados obtidos.

Figura 13 - Efeito da frequência de carregamento sobre o Módulo de cisalhamento.



Fonte: Sun, Golesorkhi e Seed (1988).

Outro importante parâmetro em nosso estudo, como já pôde ser notado, será o coeficiente de Poisson. Nos solos, seu valor compreende entre 0.2 a 0.5.

Junto com o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson irá gerir o domínio elástico do material trabalhado.

A norma N-1848 (2008) da Petrobras relaciona os valores deste coeficiente com alguns tipos e condições de solo. Os valores estão reunidos na Tabela 3.

Tabela 3 - Correlação entre o coeficiente de Poisson e o tipo de solo.

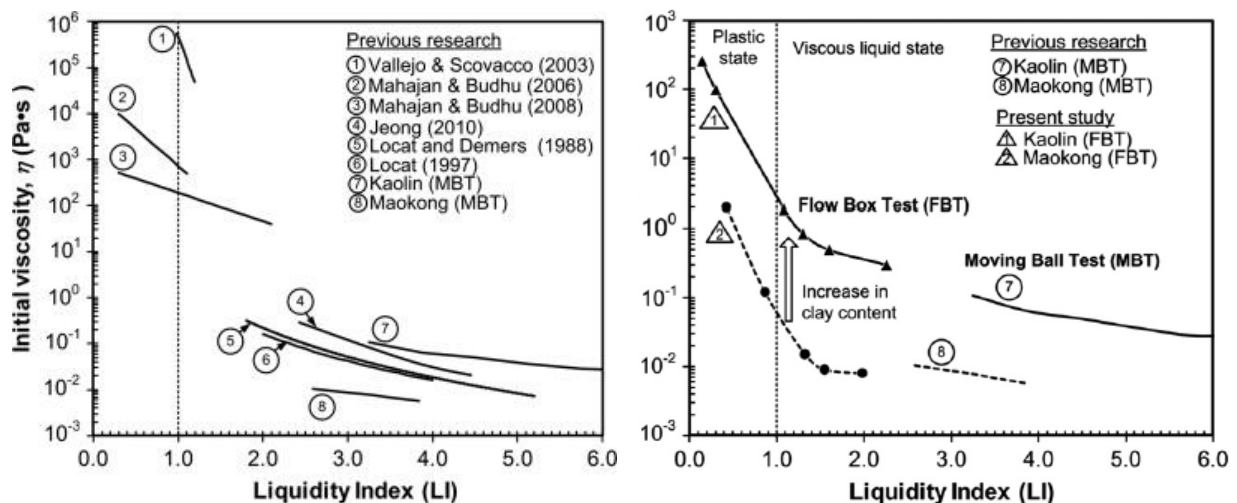
Tipo de solo	Coeficiente de Poisson (ν)
Argila saturada	0.45 - 0.50
Argila parcialmente saturada	0.35 - 0.45
Areia densa ou pedregulho	0.40 - 0.50
Areia medianamente densa	0.30 - 0.40
Silte	0.30 - 0.40

Fonte: Petrobras - N-1848 (2008).

Quanto aos aspectos viscosos, o grau de fluidez do material será controlado no modelo pela viscosidade (η).

Nos solos, como pode ser observado na Figura 14, os valores deste parâmetro, obtidos experimentalmente por alguns pesquisadores, variam de 7.6 mPa.s a 500 kPa.s. Tais resultados deixam claro que a viscosidade é fortemente afetada pelo aumento do teor de água (KOOISTRA *et al.*, 1998).

Figura 14 – variação da viscosidade do solo em relação ao seu índice de liquidez.



Fonte: Widjaja e Lee (2013).

Sabe-se, também, que um aumento no teor de argila leva a um crescimento na viscosidade inicial, o que nos aponta, novamente, para a importância da composição mineral dos solos, que, no caso, reflete também na susceptibilidade a fluxos de lama.

Quando o solo muda do estado sólido para o estado plástico, ele deve começar a mover-se lentamente devido ao aumento de fluidez. Se o teor de água aumentar progressivamente, o solo pode entrar gradualmente no estado líquido viscoso, que leva a um movimento mais vertiginoso.

A frequência de excitação a qual o maciço é submetido também exerce, indiretamente, influência na viscosidade final do material. Veremos este efeito em próximos capítulos.

Finalmente, para se investigar o domínio plástico dos geomateriais é necessário abastecer-se de mais alguns parâmetros físicos que serão utilizados na Função de Plastificação escolhida.

No presente trabalho abordaremos o modelo de Mohr-Coulomb, que, além das propriedades já tratadas, utiliza, em sua fundamentação, a coesão e o ângulo de atrito interno.

Visando trabalhar com valores mais realísticos nos modelos numéricos, foi feito um levantamento de dados, coletados em ensaios de laboratório e *in situ*, de alguns campos experimentais de instituições de pesquisa do país.

Até então, os sítios experimentais em plena atividade concentram-se, em maior número, nas regiões sul e sudeste (CAVALCANTE *et al.*, 2006). Dentre os onze campos experimentais de geotecnia existentes no Brasil, cinco se encontram no estado de São Paulo.

As grandes diferenças climáticas encontradas entre as regiões do país, contribuem fortemente para as formações geológicas locais. Em virtude disso, já é de se esperar uma relativa diversidade geológico-geotécnica, e certas peculiaridades nos campos experimentais brasileiros.

Diante do que até então foi dito, e do pequeno tempo para desenvolver o trabalho de dissertação, se fez necessário concentrar todas as análises, que serão aqui desenvolvidas, em um tipo de solo, no caso, em solos arenosos do estado de São Paulo.

Na Tabela 4 estão listados os resultados obtidos em quatro Campos Experimentais de Instituições de Pesquisa do estado. A caracterização geotécnica destes Campos foi relatada, ao longo dos mais de 28 anos de existência, por diversos pesquisadores em seus estudos.

Em Campinas, o Campo Experimental de Mecânica dos Solos e Fundações, criado em 1989 na Faculdade de Engenharia Agrícola da Unicamp, tem um perfil constituído por um solo diabásio, apresentando, nos primeiros seis a sete metros, uma camada de argila arenosa, de alta porosidade. Os principais resultados referentes a este campo experimental, foram obtidos por Albuquerque (1996, 2001), sobre a orientação do professor dr. David de Carvalho.

O Campo Experimental de Fundações do Departamento de Geotecnia da USP de São Carlos desfruta de uma completa caracterização geotécnica iniciada em 1988.

O subsolo deste Campo Experimental da EESC é formado por duas camadas de areia fina e média, argilosa, pouco siltosa, separadas a aproximadamente 6,5m pela linha de seixos, e uma terceira camada mais profunda, composta por um silte argiloso variegado. A areia média e fina compõe mais de 60% da camada de solo local (MACHADO, 1998).

Os principais ensaios laboratoriais no Campo foram obtidos por Cintra *et al.* (1991), e Carvalho (1991), sob a orientação do professor dr. José Henrique Albiero.

O perfil geotécnico do Campo Experimental da Faculdade de Engenharia e Tecnologia da UNESP de Bauru, criado em 1991, é formado por uma areia fina, pouco argilosa, vermelha, residual de arenito, até uma profundidade de 17 m (FERREIRA *et al.*, 1996).

Por fim, o Campo Experimental da presente Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, FEIS-UNESP, criado em 1988, é composto essencialmente por arenitos de granulação fina e

coloração avermelhada. Devido às alternadas e bem definidas estações de chuva e seca, o solo da região sofreu intensos processos de laterização (SOUZA, 1993).

Na Figura 15, tem-se a representação dos perfis encontrados no campo experimental da FEIS.

A areia média e fina compõem, até os dois primeiros metros de profundidade, cerca de 63% da camada de solo do local, as argilas 27% e os siltes 8%.

Carvalho (1990), Souza (1992), Segantini (1994) e Menezes (1997), em parceria com o Laboratório Central de Engenharia Civil da Companhia Energética de São Paulo – CESP/LCEC - realizaram diversos ensaios laboratoriais que caracterizaram o solo do Campo.

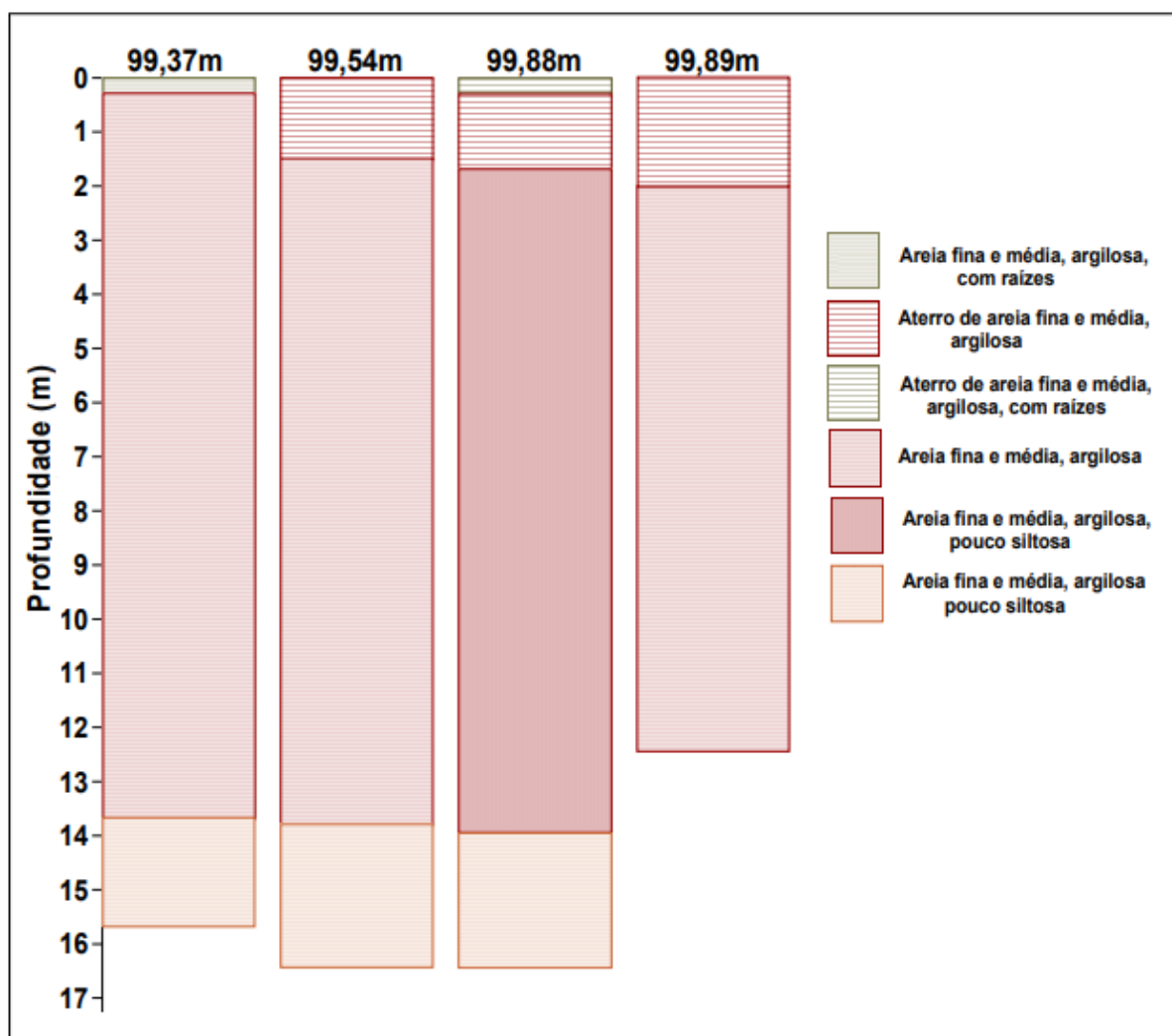
Os valores referentes aos parâmetros de resistência como coesão, c , e o ângulo de atrito, ϕ , assim como o índice físico γ , peso específico natural, para os primeiros 2 metros de profundidade, foram resumidos a seguir.

Tabela 4 - Propriedades geotécnicas dos solos de regiões do estado de São Paulo.

Referência	Campo Experimental	Prof.	γ [kN/m ³]	ϕ [°]	c [kPa]
Giacheti (1991)	FEAGRI - Campinas	1m	13,4	31,5	5
		2m	13,0	31,5	11
Menezes <i>et al.</i>	EESC - São Carlos	1m	15,6	32	10
		2m	15,5	26	12,5
Agnelli (1997)	FET - Bauru	1m	15,0	32	-
		2m	15,4	31	14
Menezes <i>et al.</i>	FEIS – Ilha Solteira	1m	16	32,2	0
		2m	14,8	31,8	3

Obs. alguns valores foram obtidos em uma profundidade aproximada da proposta.

Fonte: apud Peixoto (2001).

Figura 15 - Perfis de solo do Campo Experimental da FEIS-UNESP.

Fonte: Modificado de Menezes (1997).

Os parâmetros de resistência do solo arenoso de São Francisco (SP) também foram encontrados por Souza (2005) em ensaios triaxiais. O pesquisador analisou o solo em duas compacidades diferentes, estado fofo ($D_r=25\%$) e compactado ($D_r=76\%$).

Os resultados obtidos nessa análise encontram-se na Tabela 5.

Tabela 5 - Características da areia de São Francisco.

Parâmetro	Estado fofo	Estado compactado
Peso específico, γ [kN/m ³]	15	16,25
Coesão, c [kN/m ²]	0	0
Ângulo de atrito, ϕ [°]	32	36
Módulo de Elasticidade, E [MPa]	16	32
Coefficiente de Poisson, ν	0,32	0,27
Coefficiente de empuxo, K_0	0,47	0,41

Fonte: Pacheco (2006).

Na Figura 3, foi apresentada a distribuição dos tipos de solo, feita por Nogami e Villibor (1981), para o território nacional. Nela é possível ver, na região do estado de São Paulo, uma predominância de solos saprolíticos e lateríticos arenosos, pouco argilosos, que são materiais pouco coesivos. Fato este reafirmado nos dados levantados nas Tabelas 3 e 4.

Já no Rio de Janeiro não ocorre o mesmo. Em solo carioca impera os solos lateríticos argilosos, os quais, como pode ser verificado na Tabela 6, são mais coesivos.

Tabela 6 - Parâmetros de Resistência de solos residuais do estado do Rio de Janeiro.

Referência	Coesão efetiva (c')	Ang. de atrito (ϕ')	Solo
Sandroni (1973)	17-35 kPa	34°-43°	Residual jovem
Miranda (1973)	31 kPa	34°	Residual maduro
Miranda (1973)	24 kPa	37°	Saprolítico
Maccarini (1980)	30-80 kPa	30°-37°	Residual gnaissico jovem
Andrade (1990)	20-35 kPa	35°-44°	Encosta do cactáreo
Souza (1995)	0-8 kPa	29°-33°	Morro de Santos Rodrigues

Fonte: apud Lima (2002).

Os efeitos físicos destes dois parâmetros serão melhores discutidos futuramente, no desenvolvimento teórico do modelo plástico que será utilizado nas implementações (seção 5.3.3).

3.3 ONDAS SÍSMICAS

Qualquer excitação gerada na superfície ou mesmo no interior do maciço terroso é propagada no meio sob a forma de ondas sísmicas, também conhecidas como ondas elásticas, uma vez que dependem das propriedades elásticas do material percorrido (HUNTER; CROW, 2012).

Quanto à característica de propagação, classifica-se as ondas geradas internamente como ondas de corpo ou de volume, e as de propagação superficial como ondas de superfície.

Neste trabalho, abordaremos com mais detalhes as ondas de corpo, pois objetivamos estudar a propagação do sinal do vazamento no interior do volume de terra que se encontra sobre a tubulação.

3.3.1 Ondas de corpo

Uma energia liberada localmente é dissipada para as redondezas do meio pelo movimento ondulatório das partículas do solo. A propagação interna desta energia se dá por meio de ondas de compressão e de cisalhamento.

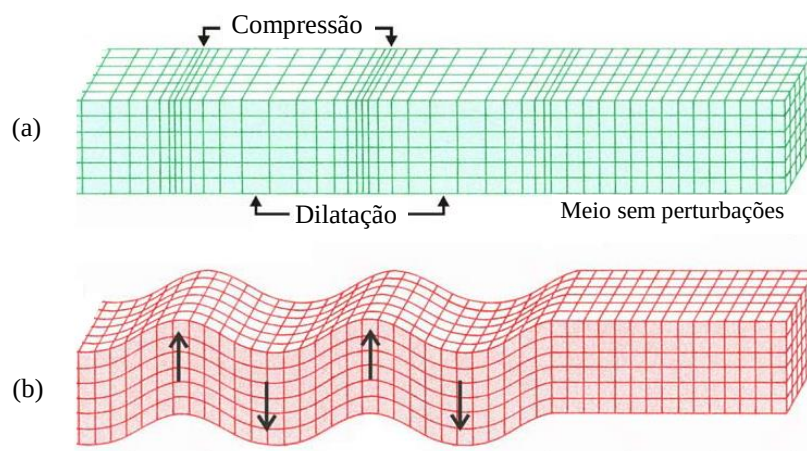
As ondas de compressão, também conhecidas como ondas primárias, longitudinais, ou ondas P, geram uma oscilação longitudinal das partículas, e se propagam devido a uma deformação gerada por sucessivas compressões e extensões do meio (FAJARDO, 2014).

Já as ondas de cisalhamento, também conhecidas como ondas secundárias, transversais, ou ondas S, se propagam através de um cisalhamento puro, promovendo uma oscilação das partículas na direção perpendicular à sua propagação.

A vibração das partículas pode ocorrer no plano de propagação ou normal a ele, cabendo, então uma subdivisão das ondas secundárias em ondas SH e SV.

Tem-se na Figura 16 a ilustração das ondas de corpo:

Figura 16 - Ondas de corpo. a) onda de compressão. b) onda de cisalhamento.



Fonte: adaptado de Hunter e Crow (2012).

Como os líquidos e gases não apresentam resistência a esforços cisalhantes, as ondas S, diferentemente das ondas P, não se propagam nestes meios.

Por curiosidade, este princípio, no início do século XX, foi crucial para que os geofísicos sugerissem a existência de um núcleo líquido na estrutura interna da Terra, que atualmente conhecemos como núcleo externo (RIBEIRO, 2012).

É interessante destacar, também, que as ondas P geram no meio uma variação de volume sem rotacionar as partículas, e as ondas S apresentam rotação sem alteração volumétrica (HUNTER; CROW, 2012).

As análises numéricas realizadas no presente trabalho abordaram as respostas geradas pelas ondas de corpo devido a excitações locais na base do maciço terroso.

As propriedades físicas do solo e o estado em que ele se apresenta são parâmetros reguladores da velocidade de propagação das ondas, e, de certa forma, da distância que são capazes de percorrer. Será, então, de extrema importância, neste estudo, examinar suas influências na resposta final do modelo.

4 MODELOS CONSTITUTIVOS

O objetivo deste capítulo é testar alguns modelos constitutivos existentes na literatura para a caracterização dos meios geológicos submetidos a excitações de pequena amplitude, como a excitação vibro-acústica de um vazamento.

Testaremos, nesta seção, modelos de comportamento linear elástico, visco-elástico e elasto-plástico com a Função de Plastificação de Mohr-Coulomb.

Por se tratarem de materiais trifásicos, formados por uma fase sólida granular heterogênea, uma fase gasosa e outra líquida, retidas internamente nos poros, e em quantidades variáveis de acordo com as condições locais, a modelagem precisa dos solos se torna uma difícil tarefa.

O comportamento destes materiais geológicos depende, em primeiro lugar, de sua natureza e do estado em que ele se encontra. Qualquer alteração em seus parâmetros físicos, como a granulometria, ou em suas condições presentes, como estado de tensão, umidade e densidade, ocasiona consideráveis mudanças comportamentais.

Fatores de origem externa, como a amplitude das solicitações, o padrão de carregamento e sua taxa de variação e duração, também são responsáveis pelo tipo de resposta dada pela camada de solo.

Não há dúvidas sobre a complexidade estrutural destes materiais e, conseqüentemente, da predição de seu comportamento, porém nem todas estas características são acionadas quando o meio é submetido a pequenas excitações.

Em meio a esta gama de variáveis envolvidas, que inviabilizam, de certa forma, a reprodução fiel do caso real, o cuidado é compreender quais as possíveis considerações e simplificações no modelo capazes de não descaracterizar a essência do material real.

Na literatura, pesquisadores como Di Benedetto e Tatsuoka (1997) classificaram o solo em quatro domínios diferentes, de acordo com os níveis de deformações apresentados. Para o presente estudo, no qual será trabalhado excitações de pequenas amplitudes, vale destacar os dois primeiros domínios propostos.

O primeiro domínio se estabelece em um intervalo de deformações inferior a 10^{-5} . Neste o comportamento exibido pelo solo é elástico e totalmente recuperável. É claro que maiores excitações induzirão uma alta não linearidade na resposta.

Para deformações da ordem de 10^{-4} - 10^{-3} , considera-se para o solo um comportamento elastoplástico, com deformações permanentes e irrecuperáveis. Nota-se, também, uma natureza histerética, que amplia a capacidade do meio de absorver a energia.

Assim como na maioria dos casos em Mecânica dos Solos, consideraremos, neste estudo, um meio contínuo, deformável, em partes homogêneo e isotrópico.

O primeiro modelo abordado - Modelo linear elástico - é baseado na lei de Hooke de elasticidade isotrópica. Este modelo envolve, essencialmente, dois parâmetros, qual seja, o módulo de elasticidade, E , e o coeficiente de Poisson, ν , e propõe a relação tensão-deformação mais simplista possível. Logicamente, o material deverá apresentar mecanismos de dissipação de energia. Para este caso, então, adotou-se um amortecimento viscoso clássico.

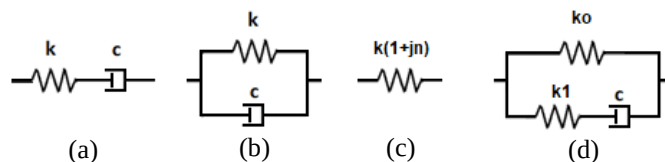
As características comportamentais de quase todos os materiais reais existentes encontram-se entre dois extremos, o sólido perfeito e o líquido perfeito (CAPUTO, 1996).

O modelo visco-elástico, de uma maneira geral, combina, então, o fluxo viscoso dos líquidos com a deformação elástica dos sólidos, incorporando estes dois comportamentos, simultaneamente, em suas relações constitutivas.

Em tais modelos, as equações governamentais envolvem não só as tensões e deformações existentes, como também a primeira derivada delas, ou seja, suas taxas de variação no tempo.

Existe, na literatura, alguns modelos reológicos utilizados para descrever, de forma idealizada, os materiais visco-elásticos. Estes modelos clássicos podem ser caracterizados pela simples associação de elementos mecânicos, como é mostrado na Figura 17.

Figura 17 - Caracterização dos modelos reológicos. a) Modelo de Maxwell. b) Kelvin-Voigt. c) Amortecimento Estrutural. d) Sólido Linear Padrão.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O modelo de Maxwell tem rigidez estática nula, portanto, só é válido para o intervalo de altas frequências. O modelo de Voigt, por sua vez, é válido quando se trabalha com baixas frequências, pois sugere um fator de perda infinito para o intervalo de maiores grandezas.

O modelo de amortecimento estrutural é uma boa aproximação para corpos pouco sensíveis a alterações no coeficiente de amortecimento, pois assume, independente da frequência, um valor constante para o parâmetro.

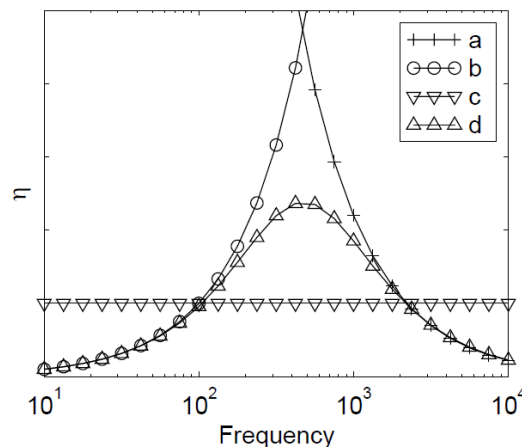
Por fim, o modelo do sólido linear padrão (“*standard viscoelastic solid*”) apresenta, no geral, com suas assíntotas de baixa e alta frequência, as características mais reais (BALMES; LECLÈRE, 2017).

Como o sinal vibro-acústico do vazamento se encontra em um intervalo de baixas frequências, é admissível considerar para a análise que será desenvolvida o modelo de Kelvin-Voigt.

A Figura 18 mostra a variação do coeficiente de amortecimento visco-elástico, η , proposta pelos modelos, no domínio da frequência.

Figura 18 - Variação de η com a frequência de excitação.

a) Modelo de Maxwell; b) Kelvin-Voigt; c) amortecimento estrutural; d) sólido linear padrão.



Fonte: Balmes e Leclère (2017).

O modelo clássico do sólido de Voigt é amplamente utilizado na representação do comportamento dinâmico de solos, teoria da consolidação e fluxo de águas subterrâneas (MICHAELS, 2006).

Em seus estudos de caso, Hardin (1965) constatou que, para vibrações de pequena amplitude, o modelo de Voigt retrata, satisfatoriamente, o comportamento de areias.

Para isso, admitiu-se, no modelo, uma viscosidade (η) inversamente proporcional à frequência de excitação e com a relação $\frac{\eta\omega}{E}$ constante.

A partir de então, o Modelo de Kelvin-Voigt foi considerado uma das melhores maneiras de se calcular a propagação de ondas dinâmicas do solo e sua dissipação de energia (BANKS;

HU; KENZ, 2010), sendo também aplicado em casos de compressibilidade e assentamento (DAS, 1993), resposta ao impacto (ROESSET *et al.*, 1994), análise de solos de teste padrão, incluindo ensaios de consolidação e coluna ressonante (ASTM-D4015, 1996), e na descrição do fluxo de água subterrânea através de solos granulares não consolidados (DOMENICO; SCHWARTZ, 1990).

Bardet (1992), por sua vez, mostrou que, embora tenha limitações, o modelo de Kelvin-Voigt pode ser convenientemente utilizado para descrever a resposta dinâmica de materiais poroelásticos saturados que obedecem à teoria de Biot, produzindo resultados semelhantes para uma ampla variedade de solos e cargas dinâmicas.

A facilidade de uso do modelo viscoelástico em comparação com os modelos poroelásticos é a grande vantagem que se tem.

Por fim, o modelo elástico perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb é controlado por uma combinação entre a tensão hidrostática e a tensão desviatória, sendo uma generalização do critério de Tresca.

Os parâmetros necessários para o funcionamento do modelo são o módulo de elasticidade, E , o coeficiente de Poisson, ν , ambos, como já visto, responsáveis pela fase linear elástica, e o ângulo de atrito interno, ϕ , coesão, c e dilatância, ψ , que determinam quando o preditor elástico se torna inadmissível, iniciando a fase plástica do material.

Neste modelo elasto-plástico, considera-se que a plastificação do solo ocorre de uma única vez, o que não se enquadra com a realidade. Uma melhor reprodução deste evento é possível nos modelos Hiperbólico e de Cam-clay, que não serão desenvolvidos neste trabalho.

Nosso principal objetivo ao utilizar a Função de Plastificação proposta pelo Modelo de Mohr-Coulomb é validar o campo de tensões existentes no caso trabalhado, confirmando, para um intervalo de baixas deformações, que o material realmente não atinge o limiar de plastificação.

5 RESULTADOS E ANÁLISES

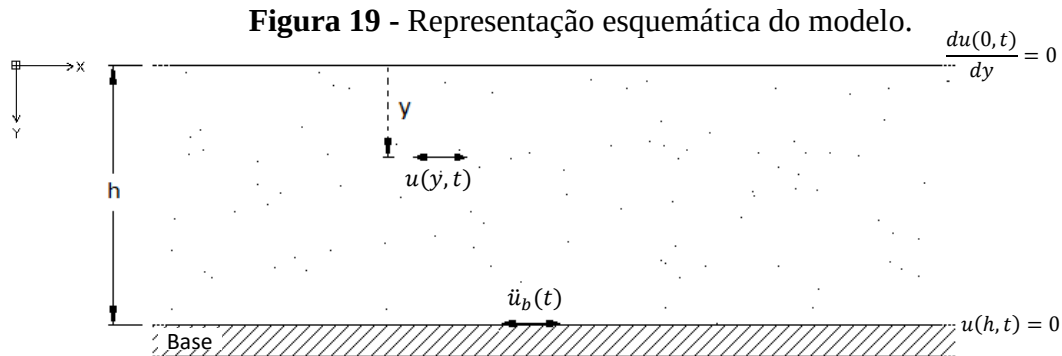
5.1 ANÁLISE UNIDIMENSIONAL DA RESPOSTA LINEAR-ELÁSTICA DE UMA CAMADA DE SOLO SEMI-INFINITA.

A primeira abordagem realizada consistiu em um estudo geológico unidimensional. Idealizou-se a extensão das fronteiras laterais das camadas de solo infinitas e sem influência na resposta dinâmica do meio.

O solo foi tratado como um material elástico linear, amortecido, tendo seu movimento gerado por excitações na base, na forma de acelerações relativas horizontais.

A resposta gerada é, predominantemente, causada por ondas cisalhantes, *SH-waves*, propagando-se, verticalmente, a partir da base subjacente, o que acarreta deformações unicamente de distorção.

Na Figura 19, encontra-se a representação esquemática do modelo trabalhado.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A equação que descreve este movimento unidimensional para propagação vertical de ondas transversais pode ser expressa como

$$\rho(y) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (8)$$

Dadas as hipóteses, conhecida a relação constitutiva do problema, e adotando um amortecimento clássico, proporcional à velocidade, é possível, então, obter, para o movimento vibratório da camada semi-infinita do solo, a seguinte equação diferencial parcial de segunda ordem

$$\rho(y) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c(y) \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \left[G(y) \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\rho(y) \cdot \frac{d^2 u_b}{dt^2} \quad (9)$$

onde ρ é a densidade do solo; c o coeficiente de amortecimento viscoso; G o módulo cisalhante, u o deslocamento relativo, e $\ddot{u}_b$ a aceleração da base.

Como pôde ser visto, as propriedades acima relacionadas são função da profundidade, mas, por estarmos interessados em camadas de pequena extensão (0.6m - 1.5m), assumiremos estas como constantes, adotando valores médios, e reduzindo a equação (9) à expressão

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - G \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\rho \cdot \frac{d^2 u_b}{dt^2} \quad (10)$$

Pelo método da separação de variáveis, a solução procurada $u(y,t)$ assume a estrutura

$$u(y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(y) \cdot X_n(t) \quad (11)$$

Como mostrado na eq. (11), a solução do problema consiste em um somatório do produto entre o modo de forma, parcela relacionada com a profundidade, e a coordenada normal, parcela temporal, em cada modo de vibrar n^{th} (IDRISS; ASCE; SEED, 1968).

Sendo, de acordo com a literatura consultada

$$Y_n(y) = \cos \frac{(2n-1)y}{2h} \quad (12)$$

$$\frac{d^2 X_n}{dt^2} + 2\zeta_n \omega_{n_n} \frac{dX_n}{dt} + \omega_{n_n}^2 X_n = (-1)^n \cdot \frac{4}{(2n-1)\pi} \cdot \frac{d^2 u_b}{dt^2} \quad (13)$$

Onde ζ é o fator de amortecimento e ω_n a frequência natural de vibração do sistema, dependente das propriedades do solo e da profundidade da camada trabalhada.

$$\omega_{n_n} = \frac{(2n-1)\pi}{2h} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (14)$$

Esta relação existente entre o módulo cisalhante e a densidade do solo, que constitui a segunda parcela da equação (14), como já visto, diz respeito à velocidade de propagação das ondas transversais, V_s .

A equação diferencial ordinária linear de segunda ordem em (13) pode ser resolvida utilizando métodos numéricos conhecidos, como o de Runge-Kutta.

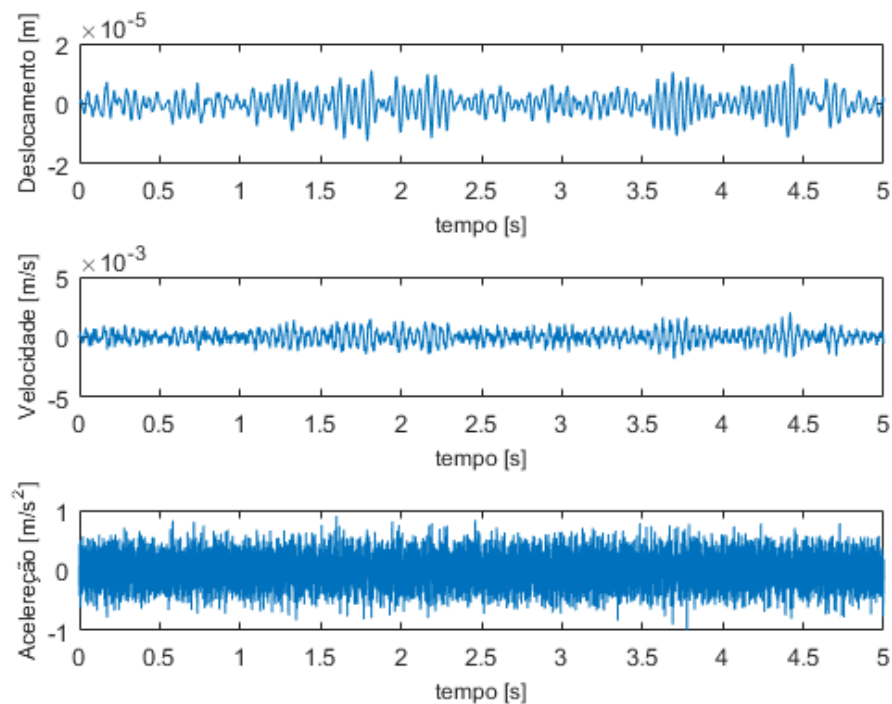
A velocidade, a aceleração e a deformação em qualquer profundidade y desejada, podem, por sua vez, ser obtidas com a diferenciação do deslocamento relativo, encontrada na solução do problema.

Como já foi enunciado, a única deformação existente para as hipóteses assumidas é a de cisalhamento puro, e que pode ser quantificada pela seguinte relação

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (15)$$

Arbitrando os valores $n=3$; $h=0.8$ m; $\rho=1800$ Kg/m³; $G=19.68 \cdot 10^6$ Pa; $\zeta=0.05$; e inserindo um sinal de entrada aleatório com $\text{rms} \approx 0.1$, foi possível obter os seguintes resultados para a face superficial da cama ($y=0$ m).

Figura 20 - Sinais de Resposta na superfície do solo ($y=0$ m).

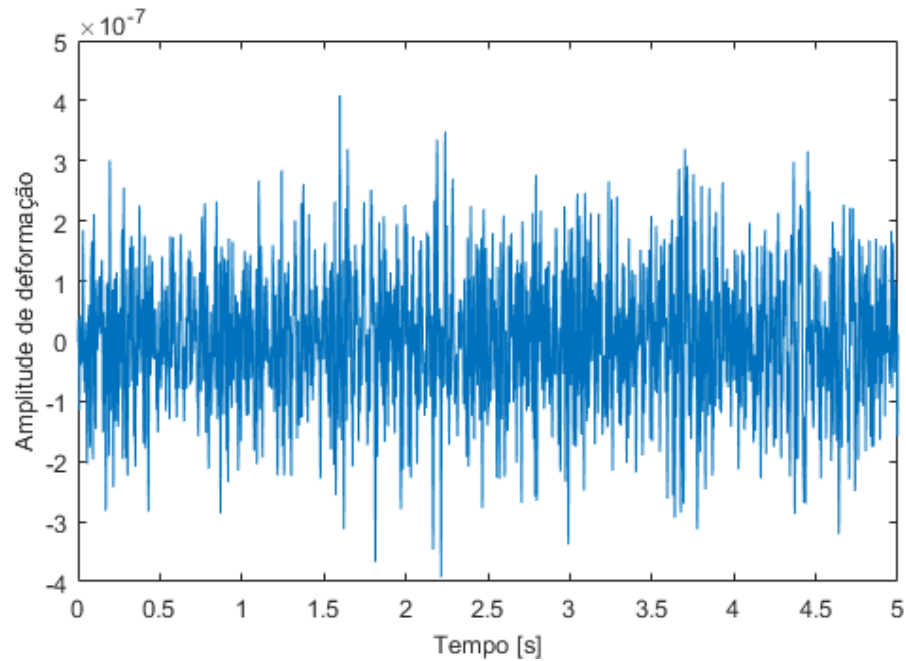


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O valor *rms* dos sinais de resposta obtidos - deslocamento, velocidade e aceleração - são, respectivamente, $3,75 \cdot 10^{-6}$ m; $5,28 \cdot 10^{-4}$ m/s e $0,21$ m/s².

Fazendo, então, a diferenciação devida do deslocamento $u(y,t)$, para uma profundidade $y = 0,1$ m, encontraram-se as deformações cisalhantes sofridas no tempo.

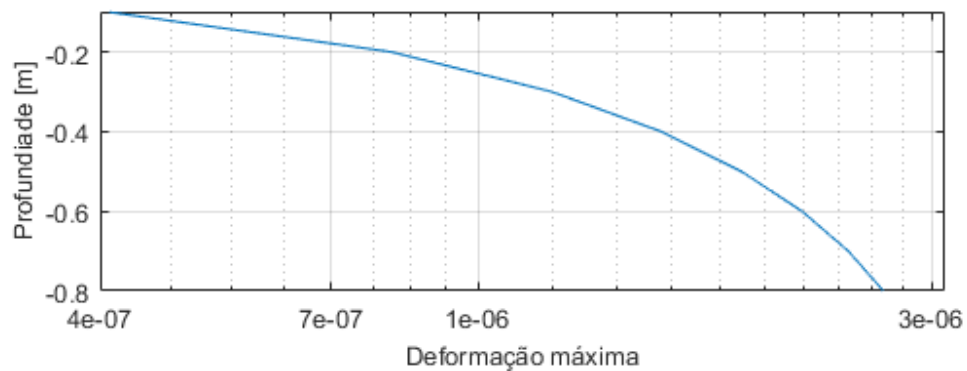
Figura 21 - Deformação cisalhante na profundidade de 0.1m.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Coletando as deformações máximas ao longo da profundidade, construiu-se a Figura 22. Para o caso trabalhado, como mostram os resultados, as deformações existentes são da ordem de 10^{-6} - 10^{-7} m/m.

Figura 22 - Deformação cisalhante máxima ao longo da profundidade.

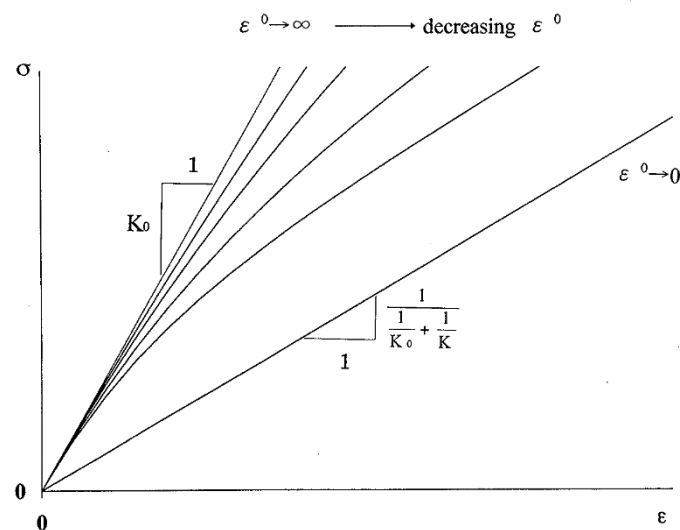


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Estudos realizados por Di Benedetto e Tatsuoka (1997) classificam o comportamento dos solos em domínios distintos, de acordo com o valor da amplitude de deformação envolvido. Para um estado de deformação muito pequeno, compreendido em um intervalo inferior a 10^{-5} ($0 < \varepsilon < 10^{-5}$), o comportamento do solo pode ser considerado elástico linear (ou quase elástico linear).

A Figura 23 mostra, em um estudo com níveis de deformações dentro do limiar de linearidade, a relação tensão-deformação existente, para diferentes taxas de deformação.

Figura 23 - Relação tensão-deformação para diferentes $\dot{\varepsilon}$ e com $\varepsilon \leq 10^{-5}$.



Fonte: Di Benedetto e Tatsuoka (1997).

Como pôde ser visto nos testes realizados, para este intervalo de pequenas deformações a aproximação por um modelo linear, quase elástico, é aceitável.

Vale destacar que, ao exceder o limiar de linearidade com um aumento da amplitude de deformações, o comportamento do solo muda completamente, assumindo a não linearidade e deformações irreversíveis instantâneas.

5.2 ANÁLISE UNIDIMENSIONAL DA RESPOSTA LINEAR-VISCO-ELÁSTICA DE UMA CAMADA DE SOLO SEMI-INFINITA

É evidente a presença de forças não conservativas no problema real abordado. Como já foi admitido, parte da energia elástica da onda é sempre dissipada em outra forma de energia, levando à atenuação da amplitude do sinal.

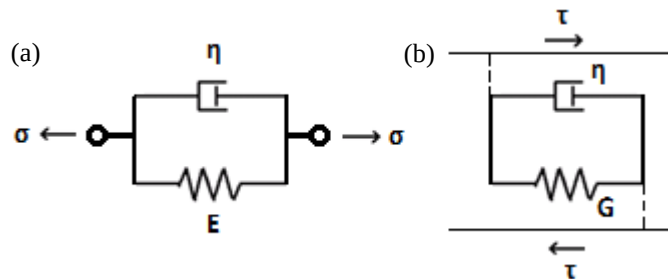
Na primeira formulação utilizada, a caracterização do comportamento dinâmico da estrutura amortecida foi feita por um modelo viscoso clássico, onde a força de amortecimento é unicamente proporcional a velocidade, mas não é isso que ocorre na realidade.

A dependência do comportamento do solo com a frequência de excitação, amplitude e taxa de deformação, teor de água e índices de vazios, sugere, para uma modelagem mais legítima, características visco-elásticas (MERIBOUT, 2008).

Como visto na seção anterior, usualmente admite-se o solo como sólidos de Kelvin-Voigt, onde o efeito da viscoelasticidade linear é representado pela combinação, em paralelo, do elemento viscoso e do elemento elástico, como pode ser visto na ilustração a seguir.

Para esta configuração, a tensão total será a soma da tensão da mola com a do amortecedor, e a deformação será igual em todos os elementos.

Figura 24 - Representação do modelo de Kelvin submetida à
a) tensões normais. b) cisalhamento puro.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Sendo assim, a relação constitutiva do modelo em cisalhamento puro é

$$\tau(y, t) = G \frac{\partial u}{\partial y} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} \quad (16)$$

Substituindo a relação acima na equação do movimento unidimensional de ondas transversais, equação (8), tem-se a seguinte EDP no espaço tempo

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \eta \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial y^2 \cdot \partial t} - G \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\rho \cdot \frac{d^2 u_b}{dt^2} \quad (17)$$

onde η é conhecido como coeficiente de viscosidade longitudinal, que, como pode ser visto na equação (18), é inversamente proporcional a frequência de excitação ω .

$$\eta = \frac{2G\zeta}{\omega} \quad (18)$$

A solução clássica deste problema é obtida transformando esta equação diferencial de terceira ordem em uma equação algébrica no domínio da frequência.

Com este procedimento, Kramer (1996) obteve a solução particular para este caso de ondas de excitação harmônicas. A solução por ele obtida foi expressa como

$$u_h(y, t) = (A \cdot e^{k_2 y}) \cdot e^{j(\omega t - k_1 y)} \quad (19)$$

onde

$$\begin{aligned} k_1 &= \left(\frac{\rho \omega^2}{2G(1 + 4\zeta^2)} \cdot (\sqrt{1 + 4\zeta^2} + 1) \right)^{0,5} \\ k_2 &= \left(\frac{\rho \omega^2}{2G(1 + 4\zeta^2)} \cdot (\sqrt{1 + 4\zeta^2} - 1) \right)^{0,5} \end{aligned} \quad (20)$$

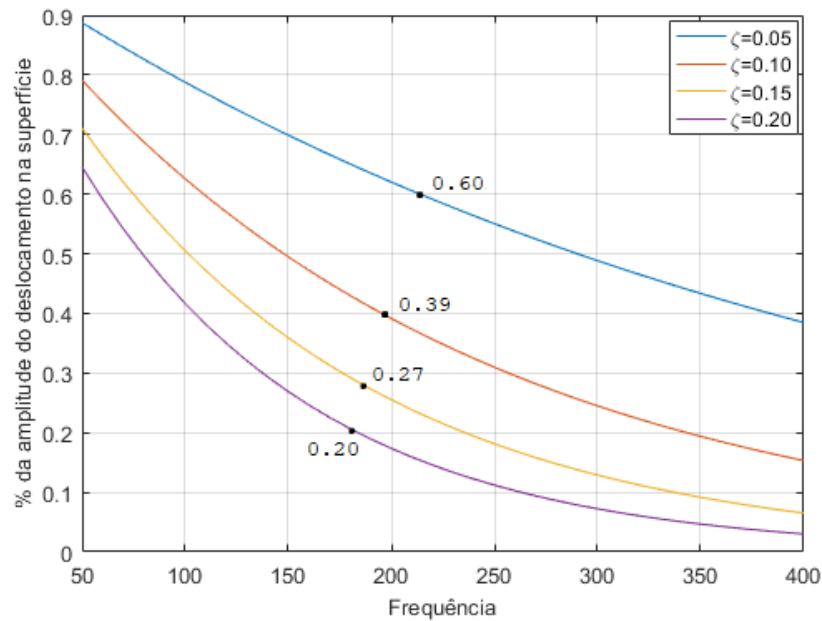
Observe que para que a solução forneça resultados com significado físico é necessário que o coeficiente k_1 seja sempre positivo e k_2 seja sempre negativo, pois este será responsável pela atenuação exponencial da amplitude do sinal com a distância.

A fim de se analisar a porcentagem da amplitude do deslocamento que chega até a superfície da camada de espessura $h=0,8\text{m}$, como proposto inicialmente, e a influência que o fator de amortecimento e a compacidade exercem sobre a variável, utilizou-se quatro valores distintos para ζ , e, em seguida, fixando $\zeta=0.1$, trabalhou-se com cinco combinações do módulo de elasticidade, E , e densidade, ρ , com o objetivo de simular mudanças no nível de compactação do solo.

Para esta análise utilizou-se um sinal *chirp* de baixa frequência percorrendo o intervalo de 50 - 400 Hz. Os pontos destacados em preto, nas duas figuras seguintes, correspondem à média obtida em cada simulação.

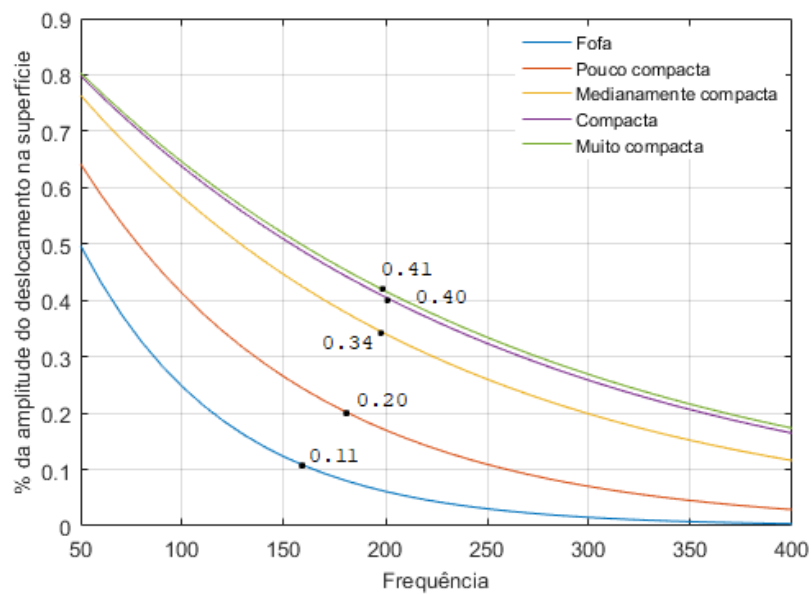
As combinações dos parâmetros físicos E e ρ foram todas baseadas na estimativa proposta a partir do *Standart Penetration Test* (SPT) contida na Tabela 1.

Figura 25 - Influência do fator de amortecimento na % da amplitude de deslocamento que chega até a superfície.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 26 - Influência da compactidade na % da amplitude de deslocamento que chega até a superfície.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Analisando os casos trabalhados, observou-se que o fator de amortecimento e a compacidade exercem grande influência na porcentagem da amplitude que chega até a superfície.

Há uma variação de amplitude de 23% entre um solo fofo e um solo medianamente compactado, enquanto que para os dois estados seguintes, a variação é de somente 7%.

Em condições adequadas de trabalho, para o assentamento e preenchimento das valas, em campo, espera-se que as camadas de solo sejam controladas e bem compactadas, o que, como foi visto, é vantajoso para a propagação do sinal do vazamento.

A falta de zelo na etapa de assentamento pode ser muito custosa não só para o apoio da tubulação em si, mas, como visto, para a identificação vibro-acústica de vazamentos.

El Debs (2003) afirma que uma boa compactação dos aterros laterais é essencial para o apoio da tubulação, sendo protagonista em reduzir as concentrações de tensão e, conseqüentemente, os momentos fletores no tubo.

5.2.1 Função de transferência

A Função de Transferência do sistema (H) descreve, ao longo da frequência, a razão entre a amplitude do sinal de resposta em alguma profundidade selecionada e o sinal de excitação da entrada.

Escolhendo, por exemplo, a superfície para a análise, tem-se

$$H(j\omega) = \frac{U(0, j\omega)}{U_b(j\omega)} \quad (21)$$

Onde U_b e U são, respectivamente, os deslocamentos de entrada e de saída no domínio da frequência, obtidas pela Transformada de Fourier destes sinais no domínio do tempo.

Fazendo as devidas manipulações matemáticas, para uma onda harmônica se propagando em direção a superfície, chega-se à seguinte expressão para a Função de Transferência do sistema

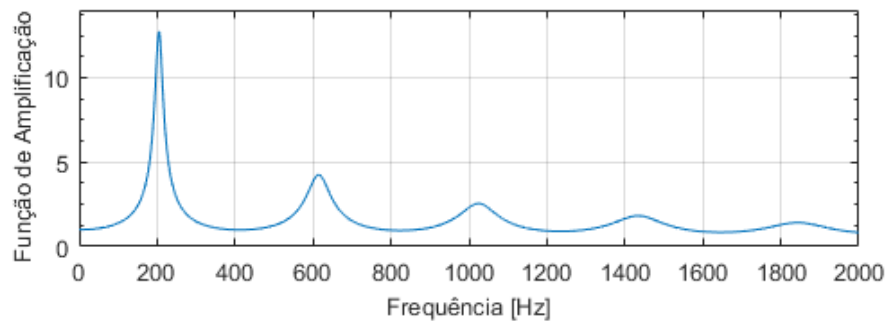
$$H(j\omega) = \left[\cos\left(\frac{\omega h}{v_{SH}(1 + j\zeta)}\right) \right]^{-1} \quad (22)$$

Uma vez conhecida a Função de Transferência, é possível, pelo método da multiplicação em frequência ou da convolução, obter o histórico temporal da variável desejada.

O módulo da Função de Transferência é conhecido como fator de ressonância ou também fator de amplificação (KRAMER, 1996).

As Frequências onde aparecem os picos correspondem a frequência natural da camada de solo.

Figura 27 - Fator de amplificação da Função de Transferência.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Como pôde ser visto, o amortecimento do sistema afeta a resposta em altas frequências mais do que na região de baixa frequência, o que, inicialmente, parece ser muito vantajoso para o nosso problema, uma vez que o sinal vibro-acústico dos vazamentos se localiza em intervalos de baixa frequência, como será mostrado no espectro logo a seguir.

5.2.2 Função de resposta do sistema

Uma maneira de se obter a função de resposta do sistema submetido a um sinal de entrada inicialmente conhecido é através da multiplicação em frequência, fazendo manipulações matemáticas e utilizando a Transformada de Fourier e sua inversa.

Sabendo que

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = H(j\omega) \quad (23)$$

onde $F(j\omega)$ é a transformada de Fourier do sinal de excitação de entrada $f(t)$.

Fica claro que a função de resposta $x(t)$ do sistema é, finalmente, obtida aplicando a inversa da Transformada de Fourier do produto entre $F(j\omega)$ e $H(j\omega)$.

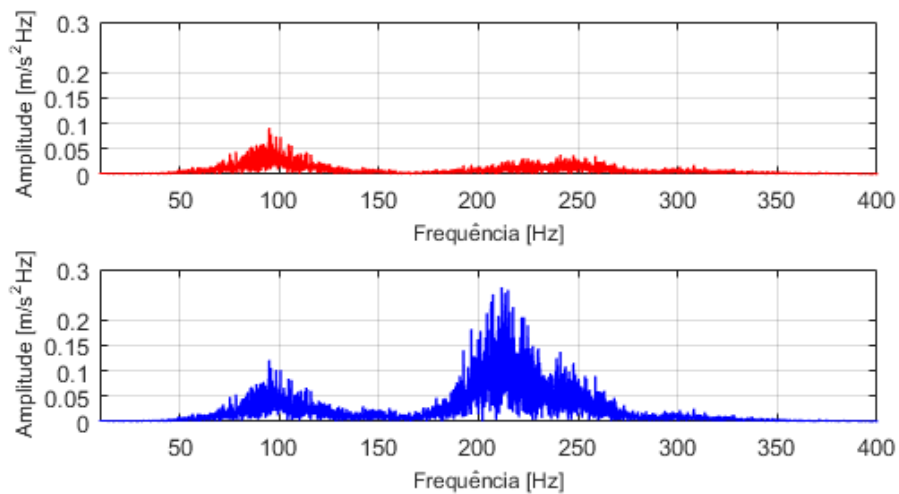
Coletando, então, o sinal vibro-acústico do vazamento e aplicando nele uma transformada de Fourier é possível observar em seu espectro como se dá a sua concentração de frequências.

Em seguida, implementando o método da multiplicação em frequência acima discutido, obtemos a função de resposta desejada na superfície da camada do solo.

Observe que as baixas frequências foram amplificadas, enquanto que as altas frequências reduzidas. O Pico existente próximo a 200 Hz na FRF se deve ao efeito de ressonância, uma vez que, como visto na Figura 27, a primeira frequência natural para o caso ocorre em 205 Hz.

O valor rms do sinal de entrada e saída são respectivamente 0.11 e 0.24.

Figura 28 - Espectro de frequência do sinal de entrada e saída.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

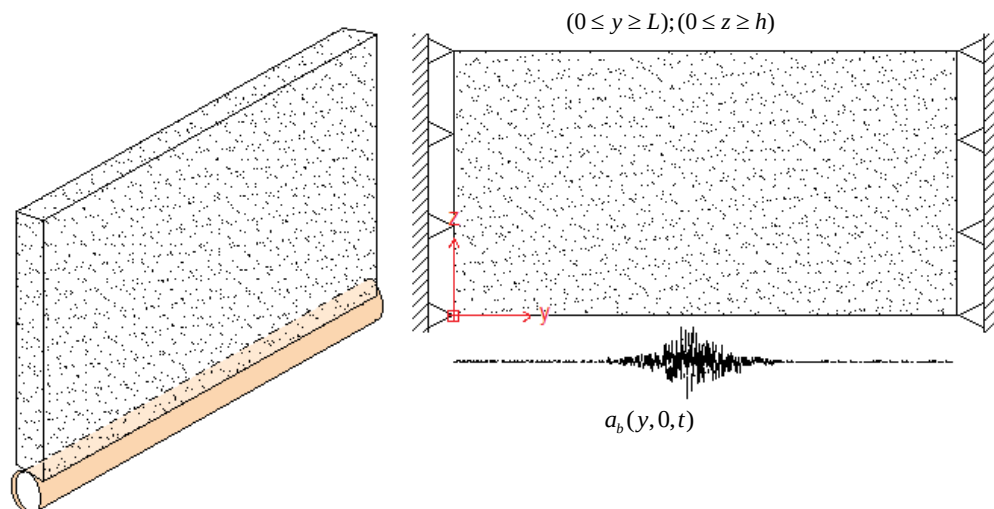
5.3 ANÁLISE BIDIMENSIONAL DA RESPOSTA VISCO-ELÁSTICA DE UM MACIÇO TERROSO.

A fim de expandir os efeitos envolvidos no caso real simulado, abordou-se, nessa segunda etapa do trabalho, uma análise bidimensional em um estado plano de tensões.

Embora esta simplificação adotada não seja muito comum em problemas geotécnicos, devido às grandes dimensões espaciais do meio, é razoável admitir, em especial para este problema que será abordado, que as tensões normais ao plano y-z sejam nulas ($\sigma_x = \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$).

Na Figura 29, tem-se a representação esquemática do caso estudado. É fácil notar a semelhança do modelo com um problema de distribuição de tensões em uma placa fina.

Figura 29 - Representação esquemática do modelo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Como já discutido na análise unidimensional, alguns resultados experimentais apresentados por Di Benedetto e Tatsuoka (1997), mostram que, para um domínio de pequenas deformações, os geomateriais exibem efeitos viscosos e um comportamento quase linear elástico, embora os efeitos de fluência e relaxação não sejam desprezíveis.

Uma das formas de se simular este comportamento é por meio de modelos reológicos clássicos, discutidos e apresentados na literatura.

Por conseguinte, o solo foi tratado como um material linear, visco-elástico, tendo suas relações tensão-deformação definidas pelo modelo de Kelvin-Voigt.

As excitações na base formam, novamente, o termo fonte do problema, e são inseridas como acelerações relativas horizontais e/ou verticais.

A resposta gerada é causada por ondas cisalhantes, *S-waves*, e ondas de compressão, *P-waves*, que se propagam, respectivamente, com velocidade V_s e V_p , no meio.

As equações de propagação das ondas no material viscoelástico devem satisfazer, obviamente, as equações de equilíbrio interno das forças, que são

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad (24a)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + b_z(y, t) - \rho g \quad (24b)$$

sendo v e w os deslocamentos relativos em y e em z , respectivamente. σ_y e σ_z são as tensões normais na direção subscrita, τ_{yz} a tensão cisalhante no plano y - z , ρ a densidade do solo, g a força gravitacional e b_z as forças de excitação da base por unidade de área.

As equações de equilíbrio dos momentos implicam na simetria do tensor das tensões ($\tau_{yz} = \tau_{zy}$).

Uma das maneiras de se representar a viscoelasticidade em uma análise multidirecional é estendendo as relações tensão-deformação utilizadas nos modelos reológicos unidimensionais.

No modelo proposto por Kelvin-Voigt, tem-se:

$$\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{kl}^{elástica} = \varepsilon_{kl}^{viscosa} ; \quad \sigma_{kl} = \sigma_{kl}^{elástica} + \sigma_{kl}^{viscosa} \quad (25)$$

Enquanto que, para o caso multidirecional, a equação constitutiva geral do modelo é representada por:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} + L_{ijkl} \cdot \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (26)$$

A primeira parcela, após a igualdade, está relacionada com o comportamento elástico do material, e a segunda, com comportamento viscoso. Na expressão D_{ijkl} e L_{ijkl} são, respectivamente, os tensores das propriedades elásticas e viscosas; ε_{kl} o vetor das deformações e $\dot{\varepsilon}_{kl}$ suas taxas.

Assumindo válido o princípio da superposição e aplicando a Lei de Hooke em sua forma generalizada para o domínio elástico de um material homogêneo e isotrópico, chega-se a um tensor de rigidez elástico simétrico e expresso, unicamente, pelas constantes de Lamé, λ e μ .

Matricialmente, para o estado plano abordado, a relação pode ser apresenta como:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D11 & D12 & D13 & 0 & 0 & 0 \\ D21 & D22 & D23 & 0 & 0 & 0 \\ D31 & D32 & D33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D44 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D55 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D66 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\gamma_{xy} \\ 2\gamma_{xz} \\ 2\gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad (27)$$

onde $2\gamma_{yz} = \varepsilon_{yz}$, e D

$$D = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (28)$$

As constantes de Lamé utilizadas podem ser definidas pela relação:

$$\lambda = \frac{E \cdot \nu}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = G \quad (29)$$

nas quais E é o módulo de elasticidade, G o módulo cisalhante e ν o coeficiente de Poisson.

Essas propriedades do material devem ser obtidas, experimentalmente, em ensaios estáticos como o de compressão hidrostática e cisalhamento puro, ou, como já visto, em ensaios dinâmicos como o *cross-hole*.

Com ensaio de compressão hidrostática obtém-se, com o coeficiente angular da curva construída entre a tensão normal de compressão e a deformação gerada, o módulo de expansão volumétrica, K.

Após um simples desenvolvimento teórico, o módulo pode ser definido como:

$$K = -\frac{p}{(\Delta V/V)} = -\frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}} = \frac{3\lambda + 2\mu}{3} \quad (30)$$

Logo, com o teste de cisalhamento simples, determina-se o módulo de cisalhamento transversal do material, G , que, como já mostrado, tem relação direta com μ .

Tem-se na equação (31) as demais relações consideradas.

$$G = \frac{\tau_{12}}{\gamma_{12}} = \mu; \quad E = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}; \quad \nu = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (31)$$

As propriedades físicas do solo, acima relacionadas, são função da profundidade, mas, por estarmos interessados em camadas de pequena extensão (0.6 - 1.5m), assumiremos estas como constantes, pois pouco irão variar.

Desenvolvendo o sistema matricial demonstrado em (27), chega-se à condição de que as deformações angulares γ_{xy} e γ_{xz} são nulas, mas, devido ao efeito do coeficiente de Poisson, o mesmo não pode ser dito para a deformação longitudinal ε_x .

$$\varepsilon_x = -\frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z) \quad (32)$$

A fim de simplificar as relações finais, é interessante representar ε_x em função das demais deformações lineares, como:

$$\varepsilon_x = -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} (\varepsilon_y + \varepsilon_z) = -\frac{\nu(1 + \nu)}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \varepsilon_z) \quad (33)$$

Chega-se então, finalmente, à conhecida relação constitutiva de um estado plano de tensões:

$$\begin{bmatrix} \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1 - \nu^2} & \frac{E\nu}{1 - \nu^2} & 0 \\ & \frac{E}{1 - \nu^2} & 0 \\ sim. & & G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Podendo ser também expressa em função das constantes de Lamé, sendo:

$$\frac{E}{1 - \nu^2} = \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{(\lambda + 2\mu)}; \quad \frac{E\nu}{1 - \nu^2} = \frac{2\mu\lambda}{(\lambda + 2\mu)}; \quad \frac{E}{2(1 + \nu)} = \mu \quad (35)$$

Por sua vez, as equações de compatibilidade, que relacionam deformação-deslocamento são definidas como:

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} ; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} ; \quad \varepsilon_{yz} = 2\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (36)$$

As equações constitutivas propostas tanto para a fase elástica quanto para a viscosa são formadas por uma parte hidrostática do tensor tensão, relacionada com a variação de volume do corpo, e uma parte desviatória, relacionada com a distorção de forma (SANTOS, 2016).

O comportamento de um meio viscoso puro é descrito pela Lei Linear de Viscosidade, definida por Newton.

$$\begin{aligned} \text{Comportamento elástico:} \quad & \sigma_{ii} = 3K\varepsilon_{ii} ; & S_{ij} = 2\mu\gamma_{ij} \\ \text{Fluxo viscoso:} \quad & \sigma_{ii} = -3(p - K^*\dot{\varepsilon}_{ii}) ; & S_{ij} = 2\mu^*\dot{\gamma}_{ij} \end{aligned} \quad (37)$$

onde S_{ij} é o tensor desviador, p a pressão hidrodinâmica, K^* o coeficiente de expansão volumétrica da viscosidade e μ^* a constante de Lamé viscosa.

Assim como ocorre nos fluidos, em repouso, a parcela viscosa do material não apresenta resistência a tensões cisalhantes, sofrendo deformações contínuas, mas, em um escoamento, ao longo da lamina de fluido, surge uma resistência a tensão cisalhante introduzida.

Por existir somente quando o fluido está em movimento, as tensões viscosas são função linear das taxas de deformação, $\dot{\varepsilon}_{ii}$.

Considerando, então, pequenos gradientes de deslocamento e uma pressão hidrodinâmica desprezível, por analogia, simplificando a resolução do problema, é possível representar o tensor L_{ijkl} dos parâmetros viscosos como função de D_{ijkl} , da seguinte forma

$$L_{ijkl} = \eta^* D_{ijkl} \quad (38)$$

Um detalhamento maior das relações e simplificações aqui empregadas pode ser encontrado nos estudos de Mase e Mase (1999), e Mesquita e Coda (2007).

Reescrevendo a equação constitutiva geral do modelo, chega-se finalmente a

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot (\varepsilon_{kl} + \eta^* \cdot \dot{\varepsilon}_{kl}) \quad (39)$$

onde η^* corresponderá, neste trabalho, ao tempo de retardação, razão entre o coeficiente de amortecimento viscoso do material, η , e as propriedades elásticas do mesmo.

Uma outra forma de se obter as equações constitutivas é através da Função de Fluência do material, obtida experimentalmente.

O tempo de retardação η^* está diretamente ligado ao grau de elastoviscosidade do material, regendo sua rigidez e, conseqüentemente, também sua fluidez (DEY, 2010).

Um sólido altamente elástico, com um comportamento semelhante ao de um corpo rígido, possui um tempo de retardação bem pequeno. Por outro lado, materiais muito viscosos, de rigidez inicial instantânea, semelhantes aos fluidos, tem um alto tempo de retardação.

Para a análise numérica, este importante parâmetro será calculado com base no coeficiente de amortecimento viscoso do material e no módulo de cisalhamento.

Substituindo e desenvolvendo, então, as relações (36) em (34) e em seguida em (24), chega-se as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = & \left\{ \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \left[\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \eta^* \frac{\partial^3 v}{\partial y^2 \partial t} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} + \eta^* \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial z \partial t} \right) \right] \right\} + \\ & + \left\{ G \left[\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} + \eta^* \left(\frac{\partial^3 v}{\partial z^2 \partial t} + \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial z \partial t} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (40a)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = & \left\{ \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \eta^* \frac{\partial^3 w}{\partial z^2 \partial t} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} + \eta^* \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial z \partial t} \right) \right] \right\} + \\ & + \left\{ G \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} + \eta^* \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial t} + \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial z \partial t} \right) \right] \right\} + b_z(y, t) - \rho g \end{aligned} \quad (40b)$$

As duas expressões obtidas representam as equações do movimento bidimensional de um sólido isotrópico, linear, visco-elástico. Estas expressões podem ser manipuladas para produzir as equações das ondas de cisalhamento e compressão existentes no solo.

A solução, para as duas ondas consideradas no problema, pode ser obtida, respectivamente, com as seguintes manipulações:

$$S - wave: \quad \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{z} \right) \quad (41a)$$

$$P - wave: \quad \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (41b)$$

Diferenciando, então, as expressões obtidas em (40), e fazendo as devidas manipulações, sem relacionar os termos fonte envolvidos, enfim, chega-se a:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \\ & = v_s^2 \cdot \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial z^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial y^2 \partial z} + \eta^* \left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^3 \partial t} - \frac{\partial^4 v}{\partial z^3 \partial t} + \frac{\partial^4 w}{\partial y \partial z^2 \partial t} - \frac{\partial^4 v}{\partial y^2 \partial z \partial t} \right) \right] \quad (42a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \\ & = v_p^{*2} \cdot \left[\frac{\partial^3 v}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial z^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial z} + \eta^* \left(\frac{\partial^4 v}{\partial y^3 \partial t} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^3 \partial t} + \frac{\partial^4 v}{\partial y \partial z^2 \partial t} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial z \partial t} \right) \right] \quad (42b) \end{aligned}$$

sendo v_s e v_p^* definidas como:

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}; \quad v_p^* = \sqrt{\frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\rho(\lambda + 2\mu)}} = v_p - \sqrt{\frac{\lambda^2}{\rho(\lambda + 2\mu)}} \quad (43)$$

Esta parcela que reduz a velocidade de propagação da onda de compressão, v_p , é devido à ação da deformação linear ε_x no estado plano de tensões. Se fizéssemos uma análise em um estado plano de deformação esta parcela redutora não existiria.

Para se obter a solução dinâmica do problema implementou-se o Método dos Elementos Finitos, que consiste em um dos métodos de aproximação numérica mais utilizados na Engenharia devido à sua versatilidade em problemas definidos por equações diferenciais e à qualidade de suas soluções.

Neste é feita a discretização das equações governantes e do domínio contínuo em pequenos elementos finitos, obtendo as variáveis desconhecidas por funções interpoladoras definidas no subdomínio resultante.

5.3.1 Processo de integração no tempo

Após definir as equações diferenciais que regem o problema, assim como suas condições de contorno e iniciais, cabe, como segundo passo, realizar um processo de discretização destas equações no tempo, reduzindo-as a uma série de problemas dependentes unicamente das variáveis espaciais.

Neste trabalho, utilizaremos um famoso método de integração direta implícito, proposto por Newmark (1959), e capaz de oferecer estabilidade incondicional por meio de seus parâmetros numéricos.

Assim como a grande maioria dos métodos de integração direta, o método de Newmark baseia-se em séries de potência, como a série de Taylor, que poderá ser observada nesta formulação.

Como pode ser notado nas equações (44), a estimativa dos campos de deslocamento, v^{n+1} , e de velocidades, $\dot{v}^{n+1}$, são obtidas por meio de valores conhecidos, em um incremento de tempo anterior ($t = n$), v^n , $\dot{v}^n$, $\ddot{v}^n$ e de sua aceleração $\ddot{v}^{n+1}$, desconhecida.

Para o primeiro incremento de tempo utilizar-se-á as condições iniciais conhecidas do problema v_0 , $\dot{v}_0$, $\ddot{v}_0$.

$$v^{n+1} = v^n + \Delta t \cdot \dot{v}^n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \cdot \Delta t^2 \cdot \ddot{v}^n + \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \ddot{v}^{n+1} \quad (44a)$$

$$\dot{v}^{n+1} = \frac{\partial v}{\partial t} \Big|_{t=\Delta t} = \dot{v}^n + \Delta t \cdot (1 - \alpha) \cdot \ddot{v}^n + \alpha \cdot \Delta t \cdot \ddot{v}^{n+1} \quad (44b)$$

O mesmo raciocínio será utilizado com as variáveis de campo na direção z.

α e β são os parâmetros responsáveis por administrar as características numéricas da aproximação sugerida, estando o primeiro intimamente ligado ao controle de amortecimento numérico, e o segundo à estabilidade do processo (CORREIA, 2015).

Os estudos de alguns autores na área mostram que, para a obtenção de um operador de integração incondicionalmente estável, é necessário que se admita

$$\alpha \geq \frac{1}{2} \quad e \quad \beta \geq \frac{1}{4} \cdot \left(\alpha + \frac{1}{2}\right)^2 \quad (45)$$

Para este trabalho, escolheremos $\alpha=1/2$ e $\beta=1/4$.

Ao substituir os valores destes parâmetros nas equações (44), é possível notar a semelhança das relações resultantes com uma série de potência de Taylor, truncada no termo de segunda ordem.

$$v^{n+1} = v^n + \Delta t \cdot \dot{v}^n + \frac{\Delta t^2}{2!} \cdot \left(\frac{\ddot{v}^n + \ddot{v}^{n+1}}{2} \right) \quad (46)$$

Isolando o termo $\ddot{v}^{n+1}$ na equação (44a) e substituindo a expressão resultante em (44b), chega-se a seguinte discretização.

$$\ddot{v}^{n+1} = \frac{4}{\Delta t^2} \left[v^{n+1} - \left(v^n + \Delta t \cdot \dot{v}^n + 0,25 \cdot \Delta t^2 \cdot \ddot{v}^n \right) \right] \quad (47)$$

denotando $C1_v = v^n + \Delta t \cdot \dot{v}^n + 0,25 \cdot \Delta t^2 \cdot \ddot{v}^n$ então:

$$\dot{v}^{n+1} = \left(\dot{v}^n + \Delta t \cdot 0,5 \cdot \ddot{v}^n \right) + 0,5 \cdot \Delta t \cdot \left[\frac{4}{\Delta t^2} (v^{n+1} - C1_v) \right] \quad (48)$$

sendo $C2_v = v^n + \Delta t \cdot 0,5 \cdot \dot{v}^n$ então:

$$\dot{v}^{n+1} = \frac{2}{\Delta t} \cdot (v^{n+1} - C2_v) \quad (49)$$

O mesmo será assumido para o movimento em z. Denominaremos $C1_w$ e $C2_w$ as constantes relacionadas com as condições iniciais das variáveis de campo w^n , $\dot{w}^n$, $\ddot{w}^n$, deste eixo vertical.

Para se obter, então, a forma discretizada das equações governantes, substitui-se as relações (47) e (49), acima encontradas, em (40), para o instante de tempo $t = (n+1)$.

$$\begin{aligned} \left[\frac{4\rho}{\Delta t^2} (v^{n+1} - C1_v) \right] &= \left(\frac{E}{1-v^2} \right) \cdot \left[\frac{\partial^2 v^{n+1}}{\partial y^2} + \frac{2\eta^*}{\Delta t} \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2} (v^{n+1} - C2_v) \right] + \\ &\left(\frac{Ev}{1-v^2} \right) \cdot \left[\frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial y \partial z} + \frac{2\eta^*}{\Delta t} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (w^{n+1} - C2_w) \right] + \\ &\left\{ G \left[\frac{\partial^2 v^{n+1}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial y \partial z} + \frac{2\eta^*}{\Delta t} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} (v^{n+1} - C2_v) + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (w^{n+1} - C2_w) \right) \right] \right\} + \\ &+ b_{y\Delta t}(y) \end{aligned} \quad (50a)$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{4\rho}{\Delta t^2} (w^{n+1} - C1_w) \right] = \left(\frac{E}{1-v^2} \right) \cdot \left[\frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial z^2} + \frac{2\eta^*}{\Delta t} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} (w^{n+1} - C2_w) \right] + \\
& \left(\frac{Ev}{1-v^2} \right) \cdot \left[\frac{\partial^2 v^{n+1}}{\partial y \partial z} + \frac{2\eta^*}{\Delta t} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (v^{n+1} - C2_v) \right] + \\
& \left\{ G \left[\frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v^{n+1}}{\partial y \partial z} + \frac{2\eta^*}{\Delta t} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} (w^{n+1} - C2_w) + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (v^{n+1} - C2_v) \right) \right] \right\} \\
& + b_{z\Delta t}(y) - \rho \cdot g
\end{aligned} \tag{50b}$$

Desenvolvendo todos os termos das expressões acima e rearranjando as parcelas, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{4\rho}{\Delta t^2} v^{n+1} - \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} + 1 \right) \left[\left(\frac{E}{1-v^2} \right) \frac{\partial^2 v^{n+1}}{\partial y^2} + G \frac{\partial^2 v^{n+1}}{\partial z^2} + \left(\left(\frac{Ev}{1-v^2} \right) + G \right) \frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial y \partial z} \right] = \\
& = \frac{4\rho}{\Delta t^2} \left(v^n + \Delta t \dot{v}^n + \frac{\Delta t^2}{4} \ddot{v}^n \right) - \frac{2\eta^*}{\Delta t} \left[\left(\frac{E}{1-v^2} \right) \frac{\partial^2 v^n}{\partial y^2} + G \frac{\partial^2 v^n}{\partial z^2} + \left(\left(\frac{Ev}{1-v^2} \right) + G \right) \frac{\partial^2 w^n}{\partial y \partial z} \right] \\
& - \eta^* \left[\left(\frac{E}{1-v^2} \right) \frac{\partial^2 \dot{v}^n}{\partial y^2} + G \frac{\partial^2 \dot{v}^n}{\partial z^2} + \left(\left(\frac{Ev}{1-v^2} \right) + G \right) \frac{\partial^2 \dot{w}^n}{\partial y \partial z} \right]
\end{aligned} \tag{51a}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{4\rho}{\Delta t^2} w^{n+1} - \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} + 1 \right) \left[\left(\frac{E}{1-v^2} \right) \frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial z^2} + G \frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial y^2} + \left(\left(\frac{Ev}{1-v^2} \right) + G \right) \frac{\partial^2 v^{n+1}}{\partial y \partial z} \right] = \\
& = \frac{4\rho}{\Delta t^2} \left(w^n + \Delta t \dot{w}^n + \frac{\Delta t^2}{4} \ddot{w}^n \right) - \frac{2\eta^*}{\Delta t} \left[\left(\frac{E}{1-v^2} \right) \frac{\partial^2 w^n}{\partial z^2} + G \frac{\partial^2 w^n}{\partial y^2} + \left(\left(\frac{Ev}{1-v^2} \right) + G \right) \frac{\partial^2 v^n}{\partial y \partial z} \right] \\
& - \eta^* \left[\left(\frac{E}{1-v^2} \right) \frac{\partial^2 \dot{w}^n}{\partial z^2} + G \frac{\partial^2 \dot{w}^n}{\partial y^2} + \left(\left(\frac{Ev}{1-v^2} \right) + G \right) \frac{\partial^2 \dot{v}^n}{\partial y \partial z} \right] - \rho g + b_z(y, t)
\end{aligned} \tag{51b}$$

Observe que a ordem das equações diferenciais trabalhadas foram reduzidas, e o problema se tornou unicamente dependente de variáveis espaciais.

Essa discretização no tempo também é feita nas condições iniciais e de fronteira.

A próxima etapa será discretizar as equações no espaço, utilizando o Método dos Elementos Finitos a partir da forma fraca do problema.

5.3.2 Processo de integração no espaço

Na metodologia de integração das equações governativas no espaço, a abordagem mais utilizada é baseada na forma fraca dessas equações. A fim de minimizar ao máximo os erros de aproximação, utiliza-se o Método dos Resíduos Ponderados, no qual impõe-se que o produto interno da equação trabalhada, por uma função peso w_α , seja nulo.

Na solução que será desenvolvida, a função peso será igual às funções interpoladoras, assim como é abordado no Método de Galerkin.

Obviamente, as equações no domínio devem ser acompanhadas pelas condições de contorno propostas para o modelo.

Como visto na representação esquemática da Figura 29, as fronteiras na horizontal se encontram engastadas. Desta forma, em $y = 0$ m e $y = L$ m, $v(z,t) = w(z,t) = 0$, assim como suas derivadas primeiras e segundas.

Na fronteira inferior, conhecida como a base do maciço, tem-se uma aceleração prescrita, $a_b(y,0,t) = \ddot{w}_b(y,0,t)$.

Aplicando a forma fraca nas equações (51), tem-se para (51a):

$$\begin{aligned}
 & \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} w_\alpha \cdot v^{n+1} d\Omega - \\
 & - \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} + 1 \right) \left[\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \frac{\partial^2 v^{n+1}}{\partial y^2} d\Omega + \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial y \partial z} d\Omega + G \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \frac{\partial^2 v^{n+1}}{\partial z^2} d\Omega + \right] = \\
 & = \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} w_\alpha \cdot v^n d\Omega + \frac{4\rho}{\Delta t} \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \dot{v}^n d\Omega + \rho \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \ddot{v}^n d\Omega - \\
 & - \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} \right) \left[\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \frac{\partial^2 v^n}{\partial y^2} d\Omega + \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \frac{\partial^2 w^n}{\partial y \partial z} d\Omega + G \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \frac{\partial^2 v^n}{\partial z^2} d\Omega + \right] - \\
 & - \eta^* \left[\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \dot{v}^n}{\partial y^2} d\Omega + \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \dot{w}^n}{\partial y \partial z} d\Omega + G \int_{\Omega} w_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \dot{v}^n}{\partial z^2} d\Omega + \right]
 \end{aligned} \tag{52}$$

Pela regra da derivada do produto, sabe-se que:

$$w_\alpha \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(w_\alpha \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial w_\alpha}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \tag{53}$$

Utilizando neste ponto o Teorema da Divergência e o Teorema de Green, é possível fazer a seguinte redução:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial y} \left(w_{\alpha} \frac{\partial v}{\partial y} \right) d\Omega = \oint w_{\alpha} \frac{\partial v}{\partial y} n_y d\Gamma = \int_{\Gamma_1} w_{\alpha} \frac{\partial v}{\partial y} dz + \int_{\Gamma_2} w_{\alpha} \frac{\partial v}{\partial y} dz \quad (54)$$

sendo Γ_1 e Γ_2 os extremos do domínio. O vetor normal para integração anti-horária é

$$\vec{n} = \frac{dz}{d\Gamma} \vec{i} - \frac{dy}{d\Gamma} \vec{j} \quad \text{ou} \quad n_y d\Gamma \vec{i} + n_z d\Gamma \vec{j} = dz \vec{i} - dy \vec{j}.$$

Das condições de contorno propostas, os termos representados nos extremos Γ_1 e Γ_2 em y são nulos, devido à restrição existente (engaste). O mesmo não ocorre nos extremos em z .

Manipulando, como mostrado, os integrandos, chega-se à seguinte forma fraca para a equação (51):

$$\begin{aligned} & \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot v^{n+1} d\Omega - \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} + 1 \right) \left[- \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial v^{n+1}}{\partial y} d\Omega - \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial v^{n+1}}{\partial z} d\Omega \right. \\ & \quad \left. + G \left(\int_{\Gamma_1} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial v^{n+1}}{\partial z} dy + \int_{\Gamma_2} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial v^{n+1}}{\partial z} dy - \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial v^{n+1}}{\partial z} d\Omega \right) \right] = \\ & = \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot v^n d\Omega + \frac{4\rho}{\Delta t} \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot \dot{v}^n d\Omega + \rho \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot \ddot{v}^n d\Omega - \\ & - \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} \right) \left[- \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial v^n}{\partial y} d\Omega - \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial v^n}{\partial z} d\Omega \right. \\ & \quad \left. + G \left(\int_{\Gamma_1} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial v^n}{\partial z} dy + \int_{\Gamma_2} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial v^n}{\partial z} dy - \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial v^n}{\partial z} d\Omega \right) \right] - \\ & - \eta^* \left[- \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial \dot{v}^n}{\partial y} d\Omega - \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial \dot{v}^n}{\partial z} d\Omega \right. \\ & \quad \left. + G \left(\int_{\Gamma_1} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial \dot{v}^n}{\partial z} dy + \int_{\Gamma_2} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial \dot{v}^n}{\partial z} dy - \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial \dot{v}^n}{\partial z} d\Omega \right) \right] \end{aligned} \quad (55a)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot w^{n+1} d\Omega - \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} + 1 \right) \left[\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \left(\int_{\Gamma_1} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} \cdot dy + \int_{\Gamma_2} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} \cdot dy - \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} d\Omega \right) \right. \\
& \left. - \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} d\Omega - G \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial w^{n+1}}{\partial y} d\Omega \right] = \\
& = \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot w^n d\Omega + \frac{4\rho}{\Delta t} \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot \dot{w}^n d\Omega + \rho \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot \ddot{w}^n d\Omega + \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot b_z(y) d\Omega - \int_{\Omega} w_{\alpha} \cdot \rho g \cdot d\Omega - \\
& - \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} \right) \left[\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \left(\int_{\Gamma_1} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial w^n}{\partial z} \cdot dy + \int_{\Gamma_2} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial w^n}{\partial z} \cdot dy - \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial w^n}{\partial z} d\Omega \right) \right. \\
& \left. - \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial w^n}{\partial z} d\Omega - G \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial w^n}{\partial y} d\Omega \right] - \\
& - \eta^* \left[\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \left(\int_{\Gamma_1} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial \dot{w}^n}{\partial z} \cdot dy + \int_{\Gamma_2} w_{\alpha} \cdot \frac{\partial \dot{w}^n}{\partial z} \cdot dy - \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial \dot{w}^n}{\partial z} d\Omega \right) \right. \\
& \left. - \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial \dot{w}^n}{\partial z} d\Omega - G \int_{\Omega} \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial \dot{w}^n}{\partial y} d\Omega \right]
\end{aligned} \tag{55b}$$

Neste trabalho, optou-se por fazer, dentro de cada elemento, a aproximação do campo dos deslocamentos, assumindo que a função aproximada para v e w seja estabelecida pela combinação linear dos deslocamentos nodais, conforme a equação (56).

$$\begin{aligned}
v(y, z, t) &= \sum_{\beta=1}^{N_{\text{nós}}} N_{\beta}(y, z) \cdot V_{\beta}(t) \\
w(y, z, t) &= \sum_{\beta=1}^{N_{\text{nós}}} N_{\beta}(y, z) \cdot W_{\beta}(t)
\end{aligned} \tag{56}$$

sendo N_{β} as funções de forma e V_{β} e W_{β} os deslocamentos nodais.

O coeficiente ligado ao incremento de tempo, $1/\Delta t$, pode ser diretamente relacionado com a frequência generalizada de vibração do sistema, ω .

Como já dito, para a solução do problema, será aplicado o Método de Galerkin, tendo, então, a função peso igual as funções de interpolação ($w_{\alpha} = N_{\alpha}$).

Substituindo a eq. (56) nas eq. (55a) e (55b) e rearranjando os termos, tem-se finalmente:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} N_{\alpha} \cdot N_{\beta} d\Omega + \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} + 1 \right) \left[\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial y} d\Omega + G \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. -G \left(\int_{\Gamma_1} N_{\alpha} \cdot \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} \cdot dy + \int_{\Gamma_2} N_{\alpha} \cdot \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} \cdot dy \right) \right] \right\} V_{\beta}^{n+1} + \\
& + \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} + 1 \right) \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega W_{\beta}^{n+1} = \\
& = \left\{ \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} N_{\alpha} \cdot N_{\beta} d\Omega + \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} \right) \left[\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial y} d\Omega + G \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega \right. \right. \\
& \quad \left. \left. -G \left(\int_{\Gamma_1} N_{\alpha} \cdot \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} \cdot dy + \int_{\Gamma_2} N_{\alpha} \cdot \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} \cdot dy \right) \right] \right\} V_{\beta}^n + \\
& + \left\{ \frac{4\rho}{\Delta t} \int_{\Omega} N_{\alpha} \cdot N_{\beta} d\Omega + \eta^* \left[\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial y} d\Omega + G \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega \right. \right. \\
& \quad \left. \left. -G \left(\int_{\Gamma_1} N_{\alpha} \cdot \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} \cdot dy + \int_{\Gamma_2} N_{\alpha} \cdot \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} \cdot dy \right) \right] \right\} \dot{V}_{\beta}^n + \rho \int_{\Omega} N_{\alpha} \cdot N_{\beta} d\Omega \ddot{V}_{\beta}^n + \\
& + \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} \right) \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega W_{\beta}^n + \eta^* \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega \dot{W}_{\beta}^n
\end{aligned}
\tag{57a}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} N_{\alpha} N_{\beta} d\Omega + \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} + 1 \right) \left[G \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial y} d\Omega + \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega \right] - \right. \\
& \left. - \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \left(\int_{\Gamma_1} N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} dy + \int_{\Gamma_2} N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} dy \right) \right\} W_{\beta}^{n+1} + \\
& + \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} + 1 \right) \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega V_{\beta}^{n+1} = \\
& = \left\{ \frac{4\rho}{\Delta t^2} \int_{\Omega} N_{\alpha} N_{\beta} d\Omega + \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} \right) \left[G \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial y} d\Omega + \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega \right] - \right. \\
& \left. - \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \left(\int_{\Gamma_1} N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} dy + \int_{\Gamma_2} N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} dy \right) \right\} W_{\beta}^n + \\
& + \left\{ \frac{4\rho}{\Delta t} \int_{\Omega} N_{\alpha} N_{\beta} d\Omega + \eta^* \left[G \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial y} d\Omega + \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \left(\int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \left(\int_{\Gamma_1} N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} dy + \int_{\Gamma_2} N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} dy \right) \right] \right\} \dot{W}_{\beta}^n + \\
& + \rho \int_{\Omega} N_{\alpha} N_{\beta} d\Omega \ddot{W}_{\beta}^n + \int_{\Omega} N_{\alpha} b_z(y) d\Omega - \int_{\Omega} N_{\alpha} \cdot \rho g \cdot d\Omega + \\
& + \left(\frac{2\eta^*}{\Delta t} \right) \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega V_{\beta}^n + \eta^* \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + G \right) \int_{\Omega} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial z} d\Omega \dot{W}_{\beta}^n
\end{aligned} \tag{57b}$$

Os N elementos finitos criados com a decomposição do domínio do problema precisam, por essência, respeitar as condições de continuidade no campo de deslocamentos e tensões.

Pela condição de compatibilidade, o nó comum a mais de um elemento deve apresentar, para cada elemento em que está conectado, o mesmo deslocamento. Já pela condição de equilíbrio, o somatório das forças internas de um nó comum a mais de um elemento, deve ser nulo.

Com a aproximação dos deslocamentos determinada, é possível obter o campo das deformações e das tensões para o material visco-elástico trabalhado.

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{a\} \tag{58}$$

$$\{\sigma\} = [D] \cdot (\{\varepsilon\} + \eta^* \cdot \{\dot{\varepsilon}\}) \tag{59}$$

onde B é a matriz da derivada das funções interpoladoras e D a matriz elástica.

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (60)$$

As taxas de deformações são obtidas com as velocidades nodais.

$$\{\dot{\varepsilon}\} = [B].\{\dot{a}\} \quad (61)$$

É comum se assumir a relação, expressa na equação (62), como constante, no entanto optou-se, na implementação realizada, por coletar, experimentalmente, o tempo de retardação de cada caso trabalhado.

$$\xi = \frac{\eta\omega}{G} = const \quad (62)$$

5.3.3 Critério de escoamento

O comportamento dos solos, assim como o de todos os materiais existentes, sofre, naturalmente, grande influência da intensidade das tensões inseridas, mas, caracterizar, de forma nitida, a transição de comportamentos, se torna uma tarefa difícil, devido à complexa natureza dos geomateriais. Não há, na literatura, um critério teórico ou experimental capaz de cobrir todos os fenômenos físicos apresentados pelo material.

Neste cenário, para uma representação mais fiel dos materiais estudados, é comum associar diversos modelos existentes.

Quando o material ultrapassa seu domínio elástico, atingindo o limiar da plasticidade, ele ganha novas características, e passa a apresentar deformações irreversíveis e atemporais.

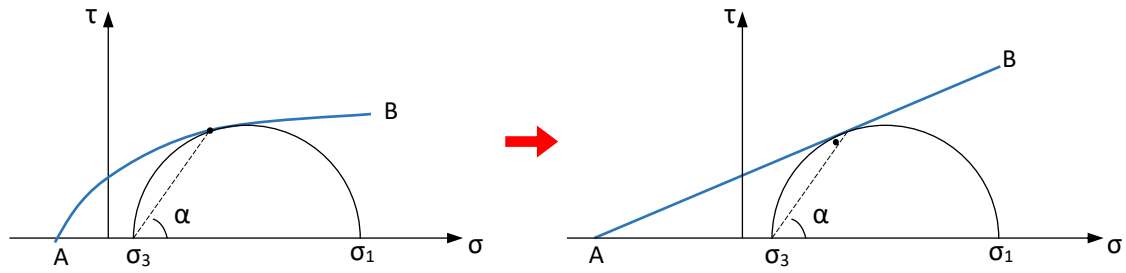
Essa mudança de comportamento é descrita por critérios de escoamento, a partir de uma Função de Escoamento, também conhecida como Função de Plastificação.

Dependente do campo de tensões, $F(\sigma_{ij})$ pode ser matematicamente interpretada como:

- $F(\sigma_{ij}) < 0$ - comportamento elástico - As tensões se encontram abaixo da fronteira de plastificação.
- $F(\sigma_{ij}) = 0$ - fluxo plástico - As tensões estão situadas sobre a superfície de plastificação.
- $F(\sigma_{ij}) > 0$ - comportamento inadmissível - As tensões ultrapassaram a fronteira de plastificação.

Os critérios de escoamento mais utilizados para descrever esta transição de comportamentos dos solos são o critério de Drucker-Prager e o critério de Mohr-Coulomb. O segundo será utilizado neste trabalho.

O critério de Mohr-Coulomb foi desenvolvido em 1900 e é, na realidade, um caso particular do critério de Mohr, no qual à sua envoltória curva ajusta-se, satisfatoriamente, a reta de Coulomb (CAPUTO, 1988).

Figura 30 - Envoltória do círculo de Mohr.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Assim como o critério de Tresca, o modelo de Mohr-Coulomb considera que a plastificação ocorre quando a tensão cisalhante atuante no corpo atinge seu valor limite de resistência ($\tau = \tau_r$).

Entretanto, enquanto Tresca admite esta tensão cisalhante limite constante, o modelo de Mohr-Coulomb nos atenta para um valor dependente da tensão normal atuante no plano.

Para este critério, a tensão de falha sob compressão é maior do que sob tração.

A reta que se ajusta ao círculo relativo ao estado de tensões - círculo de Mohr - é dada pela clássica equação de Coulomb:

$$\tau = \tau_r = c + \sigma_n \cdot \tan(\phi) \quad (63)$$

onde τ_r corresponde a tensão cisalhante limite suportada, c a coesão, σ_n a tensão normal ao plano de cisalhamento, e ϕ ao coeficiente de atrito interno do solo.

Utilizando os conceitos do círculo de Mohr e manipulando a equação (63), é possível expressar a Função de Plastificação em termos das tensões principais σ_1 e σ_3

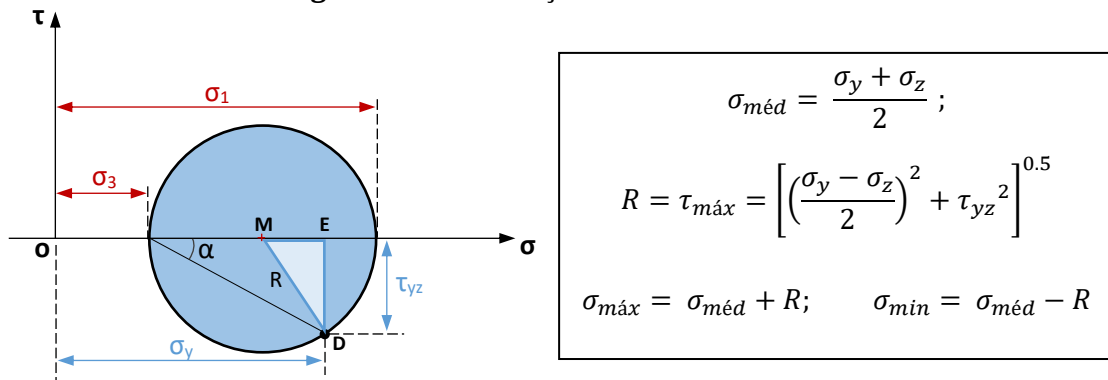
$$F = F(\sigma_{ij}) = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \sin(\phi) - \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) - c \cdot \cos(\phi) = 0 \quad (64)$$

Alguns testes experimentais mostram que a tensão principal intermediária, σ_2 , não exerce grandes influências na resistência dos solos. Por consequência, o critério sugerido não peca ao desprezá-la, mas, pelo contrário, reflete seu real comportamento (PINTO, 2006).

Definindo os eixos coordenados e tendo ao final das implementações numéricas os valores de σ_y , σ_z e τ_{yz} conhecidos, é possível construir o círculo de Mohr e obter, por meio de uma simples análise gráfica, a transformação das tensões no plano.

Sendo $M (\sigma_{méd}, 0)$, $D (\sigma_y, \tau_{yz})$ tem-se:

Figura 31 - Construção do círculo de Mohr.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Outra forma de se obter as tensões principais é por meio da solução da equação característica formada pelos invariantes de tensão I_1 , I_2 e I_3 .

Como pôde ser visto, a capacidade de um solo em manter sua estabilidade física, resistindo ao cisalhamento, depende, essencialmente, de dois parâmetros físicos, a coesão e o atrito interno.

Taylor afirma em uma de suas obras, “*Fundamentals of Soil Mechanics*”, que tanto a coesão, quanto o coeficiente de atrito são parâmetros empíricos, dependentes de diversas variáveis, como o estado de compressão e a drenagem, podendo, assim, para um mesmo solo dado, apresentar um amplo intervalo de valores (CAPUTO, 1988).

O atrito interno dos solos se deve ao entrosamento de suas partículas sólidas, na infinidade de contatos pontuais existentes. Tais partículas podem deslizar entre si ou mover-se umas sobre as outras, acomodando-se nos vazios encontrados pelo caminho. Este mecanismo relaciona as forças normais com as forças tangenciais (PINTO, 2006).

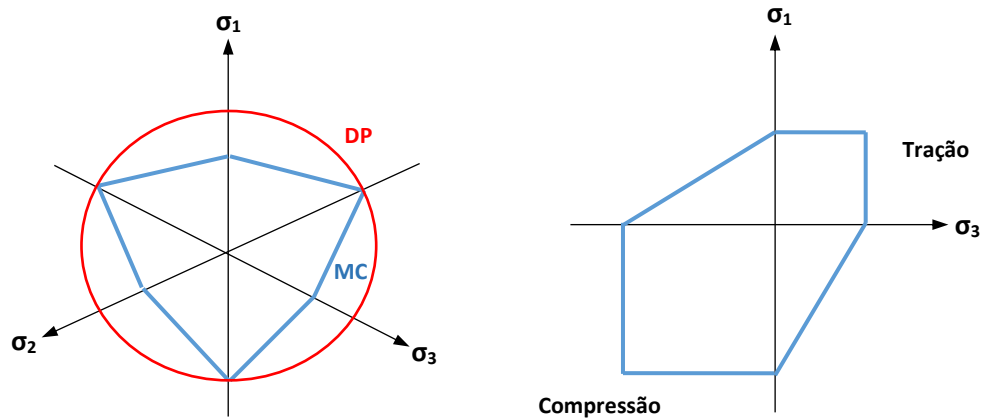
Já a coesão é um mecanismo ligado às forças eletroquímicas de atração existente entre o particulado. Desta forma, os solos coesivos, independentemente da tensão normal atuante, também apresentarão resistência ao deslizamento.

Ao contrário dos argilosos, os solos arenosos não são tão coesivos, apresentando somente uma coesão aparente, fruto da pressão capilar da água retida. Quando seca ou saturada, a areia perde esta resistência. Este efeito é visível.

Representando a função no espaço octaédrico das tensões principais, é possível observar, graficamente, cantos agudos que implicarão em problemas de singularidade. Neste contexto, o

modelo de Drucker-Prager soluciona o problema utilizando uma função circular envolvente a superfície de plastificação de Mohr-Coulomb, como pode ser visto na Figura 32a, a seguir.

Figura 32 - Representação da Função de MC e DP no espaço das tensões principais.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Como pode ser verificado nestas representações gráficas, sob compressão, o critério sugere tensões de falha maiores do que sob de tração.

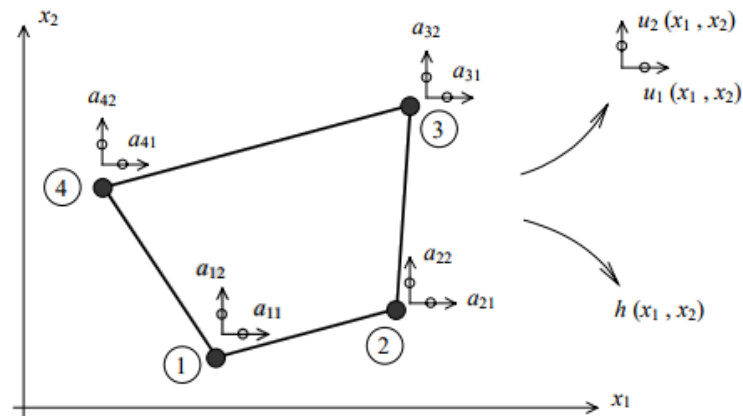
O termo fonte do caso implementado não é uma constante, pelo contrário, se trata de um sinal de entrada aleatório, sendo assim, para cada instante, se estabelece um novo estado de tensões - por simplificação um estado plano - e, para cada configuração, serão calculadas as tensões principais, e, em seguida, será analisada a Função de Plastificação proposta pelo critério adotado.

Espera-se que, para as pequenas deformações existentes, o preditor elástico sempre seja admissível, ou seja, não se atinja e nem ultrapasse o limiar da plasticidade ($F < 0$), no qual o material ganha novas características.

5.3.4 Discretização da geometria

Para realizar a implementação do caso, utilizou-se um elemento bidimensional, isoparamétrico, quadrilateral com quatro nós, conforme ilustrado na Figura 33.

Figura 33 - Elemento finito isoparamétrico quadrilateral de quatro nós.

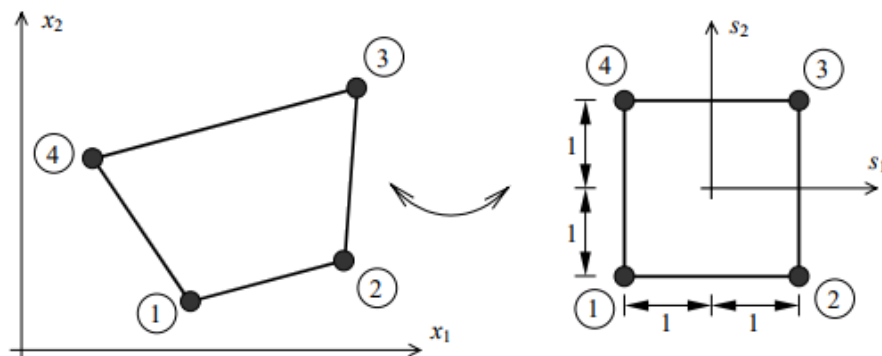


Fonte: Azevedo (2003).

Cada nó do elemento possui dois graus de liberdade, o deslocamento em y e em z. A malha foi gerada e devidamente refinada na etapa de pré-processamento do próprio algoritmo desenvolvido.

Para facilitar a programação e o uso de técnicas de integração numérica, é interessante realizar uma substituição de variáveis, de tal modo que o novo domínio de integração corresponda ao intervalo $[-1, 1]$ em um elemento de geometria regular.

Figura 34 - Transformação de coordenadas do elemento finito.



Fonte: Azevedo (2003).

Para se mapear, em um elemento de quatro nós, as coordenadas globais em função das coordenadas locais, se fez necessária uma simples transformação linear.

$$\begin{aligned} x_1(s_1, s_2) &= N_1(s_1, s_2)x_{11} + N_2(s_1, s_2)x_{21} + N_3(s_1, s_2)x_{31} + N_4(s_1, s_2)x_{41} \\ x_2(s_1, s_2) &= N_1(s_1, s_2)x_{21} + N_2(s_1, s_2)x_{22} + N_3(s_1, s_2)x_{32} + N_4(s_1, s_2)x_{42} \end{aligned} \quad (65)$$

As funções de forma, N , são expressões matemáticas responsáveis pela interpolação dos eventos que ocorrem nos pontos que se encontram dentro dos nós da malha.

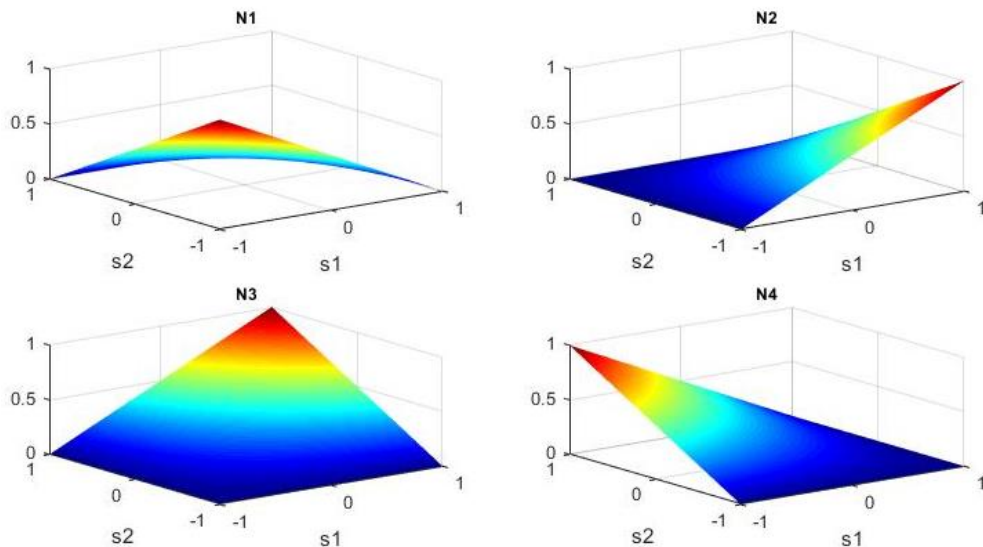
Ao adotar um elemento isoparamétrico, tem-se que as funções de interpolação das coordenadas cartesianas são as mesmas utilizadas para o campo de deslocamentos.

$$\begin{aligned} u_1(s_1, s_2) &= N_1(s_1, s_2)a_{11} + N_2(s_1, s_2)a_{21} + N_3(s_1, s_2)a_{31} + N_4(s_1, s_2)a_{41} \\ u_2(s_1, s_2) &= N_1(s_1, s_2)a_{12} + N_2(s_1, s_2)a_{22} + N_3(s_1, s_2)a_{32} + N_4(s_1, s_2)a_{42} \end{aligned} \quad (66)$$

As funções de interpolação que atendem as equações 65 e 66 são:

$$\begin{aligned} N_1(s_1, s_2) &= (1-s_1)(1-s_2) / 4 \\ N_2(s_1, s_2) &= (1+s_1)(1-s_2) / 4 \\ N_3(s_1, s_2) &= (1+s_1)(1+s_2) / 4 \\ N_4(s_1, s_2) &= (1-s_1)(1+s_2) / 4 \end{aligned} \quad (67)$$

Figura 35 - Funções de forma bilineares.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para, então, expressar as derivadas globais em termos de coordenadas locais, é utilizada a regra da cadeia.

$$N_i = N_i(x_1(s_1, s_2), x_2(s_1, s_2)) \quad (68)$$

Pelas regras usuais de diferenciação parcial tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial s_1} &= \frac{\partial N_i}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial s_1} + \frac{\partial N_i}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial s_1} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s_2} &= \frac{\partial N_i}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial s_2} + \frac{\partial N_i}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial s_2} \end{aligned} \quad (69)$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial s_1} & \frac{\partial N_1}{\partial s_2} \\ \frac{\partial N_2}{\partial s_1} & \frac{\partial N_2}{\partial s_2} \\ \frac{\partial N_3}{\partial s_1} & \frac{\partial N_3}{\partial s_2} \\ \frac{\partial N_4}{\partial s_1} & \frac{\partial N_4}{\partial s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial s_1} & \frac{\partial x_1}{\partial s_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial s_1} & \frac{\partial x_2}{\partial s_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & \frac{\partial N_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x_1} & \frac{\partial N_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_4}{\partial x_1} & \frac{\partial N_4}{\partial x_2} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & \frac{\partial N_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x_1} & \frac{\partial N_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_4}{\partial x_1} & \frac{\partial N_4}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (70)$$

onde $[J]$ corresponde a matriz jacobiana da transformação de coordenadas.

Deste modo, as derivadas globais podem ser expressas como

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial s} J^{-1} \quad (71)$$

Finalmente, voltamos a atenção para a integração das matrizes dos elementos do sistema.

Para os casos mais simples, a resolução pode ser obtida analiticamente. No caso trabalhado, assim como na grande maioria dos problemas abordados pelo Método dos Elementos Finitos, utilizaremos quadraturas de Gauss, que consistem em técnicas de integração numérica de fácil implementação e muito precisas.

Tem-se, a seguir, o procedimento que é utilizado em problemas bidimensionais.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(s_1, s_2) \underline{J} ds_1 ds_2 \approx \sum_{i=1}^{n_{i_y}} \sum_{j=1}^{n_{i_z}} f(s_1, s_2) \underline{J} w_i w_j \quad (72)$$

Na expressão, n_{i_y} e n_{i_z} são o número de pontos de integração utilizados em cada direção, S_1 e S_2 as coordenadas locais, e w_i e w_j as funções peso. Como já enunciado, no Método de Galerkin estas últimas funções serão iguais às funções de interpolação.

Observe que, para transformar as variáveis e o domínio de integração, utilizar-se-á o determinante do jacobiano. Assim, para um elemento de área tem-se.

$$dydz = \underline{J} ds_1 ds_2 \quad (73)$$

Para maiores detalhes sobre a formulação utilizada na implementação do elemento finito isoparamétrico, quadrilateral, de quatro nós, vide Azevedo (2003) e Zienkiewicz (2005).

5.3.5 Método do Resíduo Mínimo Generalizado (GMRES)

Para solucionar o problema em questão, existe na literatura métodos diretos e métodos iterativos. Entretanto, quando se trabalha com sistemas de grande porte e esparsos, como os que ocorrem com a discretização das equações diferenciais parciais pelo Método dos Elementos Finitos, é inviável, devido ao alto esforço computacional, os métodos diretos.

Desta forma, optou-se, neste estudo, pelo método iterativo GMRES, formulado por Saad e Schultz (1986), que pode ser facilmente pré-condicionado, e, diferentemente do Método dos Gradientes Conjugados, não é restrito a matrizes simétricas definidas positivas.

Para se aplicar a maioria das técnicas iterativas de resolução, é exigido, como ponto de partida, a transformação do problema em uma série de problemas lineares na forma $Ax = b$.

Os métodos de projeção como o GMRES buscam a melhor solução aproximada do sistema a partir de um subespaço aproximado, de tal forma que haja uma convergência do subespaço de busca para a solução procurada (GONÇALEZ, 2005; SILVA, 2016).

Em sua essência, o método aplicado procura minimizar a norma do resíduo do sistema, r

$$r = \min(\|b - Ax_n\|) \quad (74)$$

A solução aproximada x_n é, então, dada por

$$x_n = x_o + z \quad (75)$$

na qual x_o corresponde ao chute inicial dado e z ao vetor do subespaço de Krylov

$$K^n(A, r_o) = \text{subespaço}(r_o, Ar_o, \dots, A^{n-1}r_o) \quad (76)$$

sendo r_o o resíduo inicial ($r_o = b - Ax_o$), e n o número de iterações do método.

Para calcular uma base ortonormal do subespaço de Krylov, o método GMRES utiliza o processo de Arnoldi, que reduz uma matriz A densa em uma matriz de Hessenberg superior, $A = QHQ^*$ (GONÇALEZ, 2005).

A seguir, encontra-se o algoritmo geral para o Método GMRES.

1. *Entrada*: A, b, x_o (*chute inicial*)
2. *Calcular*: $r_o = b - Ax_o$; $v_1 = \frac{r_o}{\|r_o\|}$
3. *Processo iterativo (Arnoldi)*:
 Para $j=1:n$
 $h_{ij} = (Av_j, v_i)$, for $i=1:j$
 $\hat{v}_{j+1} = Av_j - \sum_{i=1}^j h_{ij}v_i$
 $h_{j+1,j} = \|\hat{v}_{j+1}\|$
 $v_{j+1} = \frac{\hat{v}_{j+1}}{h_{j+1,j}}$
 fim para
4. *Solução aproximada*:
 $x_n = x_o + V_n y_n$
 encontre via fatoração y_n *que* $\min \| \|r_o\| e - H_n y_n \|$

Para maiores detalhes sobre o método, consultar (Saad e Schultz, 1986).

5.3.5.1 Técnica de *precondicionamento*

A velocidade de convergência do problema é fortemente influenciada pelo uso e qualidade de pré-condicionadores. Além de acelerar o método iterativo, a técnica de *precondicionamento* é responsável por evitar um fenômeno de “estagnação” nas iterações.

Basicamente, a ideia consiste em realizar uma pré-multiplicação de A por uma matriz M^{-1} de tal forma que haja uma redução do número de condição da matriz do sistema, e da dispersão espectral (SILVA, 2016).

Neste trabalho considerou-se como *precondicionador* a fatoração incompleta LU (ILU), com $M=LU$, que é um exemplo clássico utilizado na literatura.

Tanto o método de GMRES, como a técnica de fatoração incompleta já se encontram implementadas internamente no software utilizado.

5.5.3.2 Reformatando as equações governantes

As equações governantes discretizadas do problema, expressas, em sua forma final, na eq. 57 podem ser reescritas, para um elemento qualquer, pela seguinte forma matricial resumida:

$$\begin{aligned} [K_{11}]_{n \times n} \{V\}_{n \times 1} + [K_{12}]_{n \times n} \{W\}_{n \times 1} &= \{F1\}_{n \times 1} \\ [K_{21}]_{n \times n} \{V\}_{n \times 1} + [K_{22}]_{n \times n} \{W\}_{n \times 1} &= \{F2\}_{n \times 1} \end{aligned} \quad (77)$$

Sendo n o número de nós por elemento (n=4).

Observe que, para se aplicar o método numérico de solução, é necessário, primeiramente, reformatar o sistema, construindo um único vetor x com as duas incógnitas, uma matriz A com as quatro matrizes K e um vetor b com os termos que se encontram à direita da igualdade.

Neste trabalho, optou-se pela seguinte formatação elementar.

Figura 36 - Matriz elementar de um tetraedro com dois graus de liberdade por nó.

	nó	1		2		3		4		{x ^e }	{b ^e }
nó	i\j	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	K_{11}^{11}	K_{11}^{12}	K_{12}^{11}	K_{12}^{12}	K_{13}^{11}	K_{13}^{12}	K_{14}^{11}	K_{14}^{12}	U_1^e	F_1^1
	2	K_{11}^{21}	K_{11}^{22}	K_{12}^{21}	K_{12}^{22}	K_{13}^{21}	K_{13}^{22}	K_{14}^{21}	K_{14}^{22}	V_1^e	F_1^2
2	3	K_{21}^{11}	K_{21}^{12}	K_{22}^{11}	K_{22}^{12}	K_{23}^{11}	K_{23}^{12}	K_{24}^{11}	K_{24}^{12}	U_2^e	F_2^1
	4	K_{21}^{21}	K_{21}^{22}	K_{22}^{21}	K_{22}^{22}	K_{23}^{21}	K_{23}^{22}	K_{24}^{21}	K_{24}^{22}	V_2^e	F_2^2
3	5	K_{31}^{11}	K_{31}^{12}	K_{32}^{11}	K_{32}^{12}	K_{33}^{11}	K_{33}^{12}	K_{34}^{11}	K_{34}^{12}	U_3^e	F_3^1
	6	K_{31}^{21}	K_{31}^{22}	K_{32}^{21}	K_{32}^{22}	K_{33}^{21}	K_{33}^{22}	K_{34}^{21}	K_{34}^{22}	V_3^e	F_3^2
4	7	K_{41}^{11}	K_{41}^{12}	K_{42}^{11}	K_{42}^{12}	K_{43}^{11}	K_{43}^{12}	K_{44}^{11}	K_{44}^{12}	U_4^e	F_4^1
	8	K_{41}^{21}	K_{41}^{22}	K_{42}^{21}	K_{42}^{22}	K_{43}^{21}	K_{43}^{22}	K_{44}^{21}	K_{44}^{22}	V_4^e	F_4^2
[A ^e]											

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A partir das matrizes elementares e da conectividade existente na malha, é possível, finalmente, construir a matriz global do problema com dimensões (2Nnós x 2Nnós) e aplicar a técnica numérica de solução.

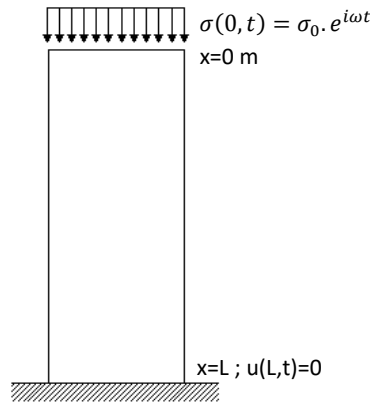
5.4 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Por se tratar de uma análise dinâmica dos solos, para validação do modelo numérico implementado, utilizaremos um problema clássico em vibrações, com solução analítica existente. Para tanto, aplicaremos, em uma coluna de solo, uma tensão compressiva axial harmônica do tipo $\sigma(0, t) = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t}$.

A fundamentação teórica deste problema foi desenvolvida por Bardet (1992) para descrever a resposta dinâmica de materiais poroelásticos saturados, regidos pela teoria de Biot (1956).

O resultado analítico foi comparado com o valor obtido na implementação numérica. Os resultados foram dispostos a seguir.

Figura 37 – Representação esquemática do teste.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Como pode ser visto, a base da coluna de solo encontra-se fixa (engaste). Em sua superfície, aplicou-se, uniformemente, uma excitação harmônica com intensidade de 12500 N/m² e com 10 Hz de frequência.

As dimensões adotadas para o modelo são: 0.1 x 0.04 x 0.02m.

A solução analítica para este caso é do tipo:

$$u(x, t) = u_0 \cdot e^{\zeta x} \cdot e^{i\omega t} \quad (78)$$

sendo

$$u_0(x) = \left(\frac{L\sigma_0}{D_e} \right) \cdot \frac{\sinh(\zeta(x-L))}{\zeta L \cdot \cosh(\zeta L)} \quad (79)$$

$$\zeta = \pm \frac{i\omega}{\sqrt{\frac{D_e}{\rho} + i\omega \frac{D_v}{\rho}}} \quad (80)$$

D_e e D_v são os parâmetros que envolvem, respectivamente, as propriedades elásticas e viscosas do material, formados pelas constantes de lamé.

$$D_e = \lambda_e + 2\mu_e; \quad D_v = \lambda_v + 2\mu_v \quad (81)$$

As constantes elásticas podem ser relacionadas com o Módulo de Elasticidade E e o coeficiente de Poisson ν , conforme mostrado anteriormente na equação (29).

Tendo em vista que os materiais poroelásticos e viscoelásticos possuem expressões similares para a velocidade e a atenuação das ondas de distorção e de dilatação, podemos obter as constantes viscosas do material pelas relações:

$$\mu_v = \frac{\beta K}{g} \cdot \mu_e; \quad \lambda_v = \frac{\beta K}{g} \cdot \left(\frac{(\mathcal{X} - \mathcal{X}_u)^2}{\mathcal{X} + \frac{1}{n}} \cdot D_f - 2\mu_e \right) \quad (82)$$

onde g é aceleração gravitacional; β a compressibilidade do material, que pode variar de 0.42 a 0.77; K o coeficiente de permeabilidade, compreendendo de 0.01m/s, em pedregulhos, até 10^{-10} m/s em argilas; n a porosidade, que varia de 0.12 - 0.55 em pedregulhos, areias e siltes e de 0.3 - 0.75 em argilas, e D_f o módulo de Bulk.

$$D_f = \frac{1}{\left(\frac{1}{2140}\right)^{\frac{1-S}{p}}} \quad (83)$$

S é o grau de saturação e p a pressão absoluta do fluido.

$$\mathcal{X} = \frac{\left(\lambda_e - \frac{D_f}{n}\right) + 2\mu_e}{D_f}; \quad \mathcal{X}_u = \left(1 - \frac{1}{n}\right) (G_s - 1) \quad (84)$$

G_s corresponde à gravidade específica, relação entre a densidade do sólido e a densidade do fluido, $G_s = \rho_{sólido} / \rho_{fluido}$.

Para $x=0$ m, tem-se:

$$u(0, t) = \left(\frac{L\sigma_0}{D_e} \right) \cdot \frac{\tanh(\zeta L)}{\zeta L} \quad (85)$$

$$\zeta L = \frac{i\Omega}{\sqrt{1+i\Omega\left(\frac{k_d \cdot c_0}{L}\right)}} \quad (86)$$

sendo Ω a frequência adimensionalizada.

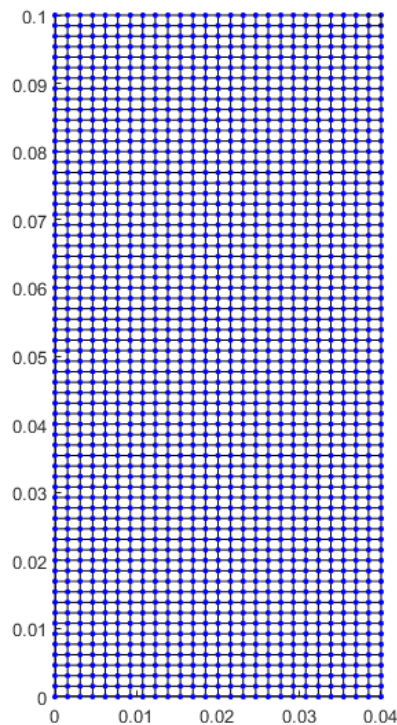
$$c_0 = \sqrt{\frac{D_e}{\rho}}; \quad k_d = \frac{D_v}{D_e}; \quad \Omega = \frac{\omega L}{c_0} \quad (87)$$

Para o caso abordado, adotou-se: $E=50.0$ MPa; $\nu=0.3$; $G_s=2.6$; $n=0.5$; $S=0.95$; $k=10^{-4}$ m/s; $p=100$ kPa; e $g=9.81$ m/s².

Admitindo a densidade da água igual a 1000 kg/m³, tem-se, pela equação (4), uma densidade final $\rho=1800$ kg/m³ para o solo.

Na implementação numérica, utilizou-se uma malha com 1690 elementos.

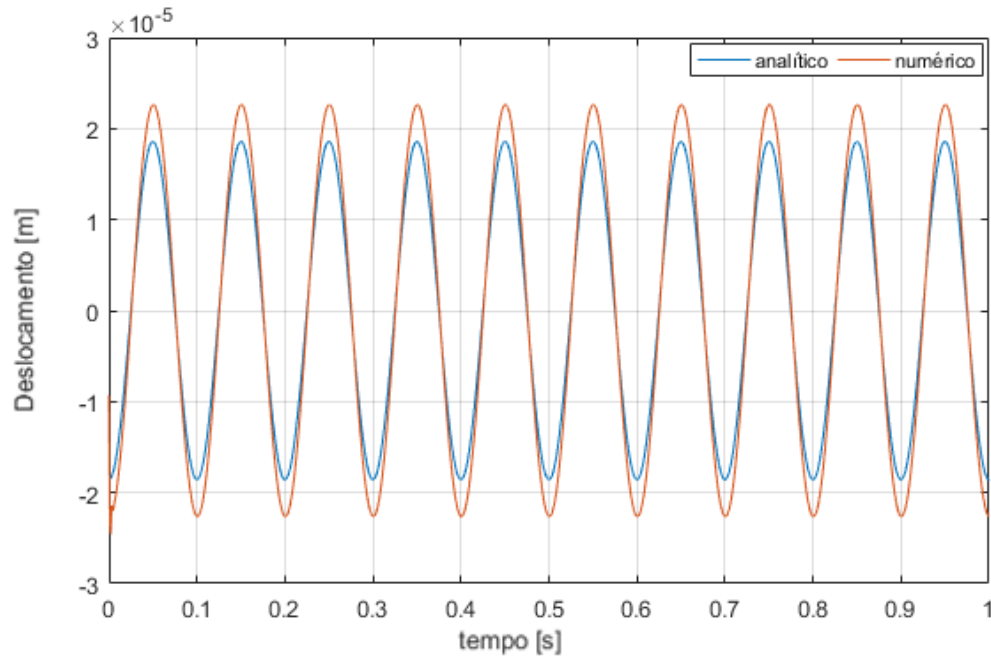
Figura 38 – Malha da coluna de solo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

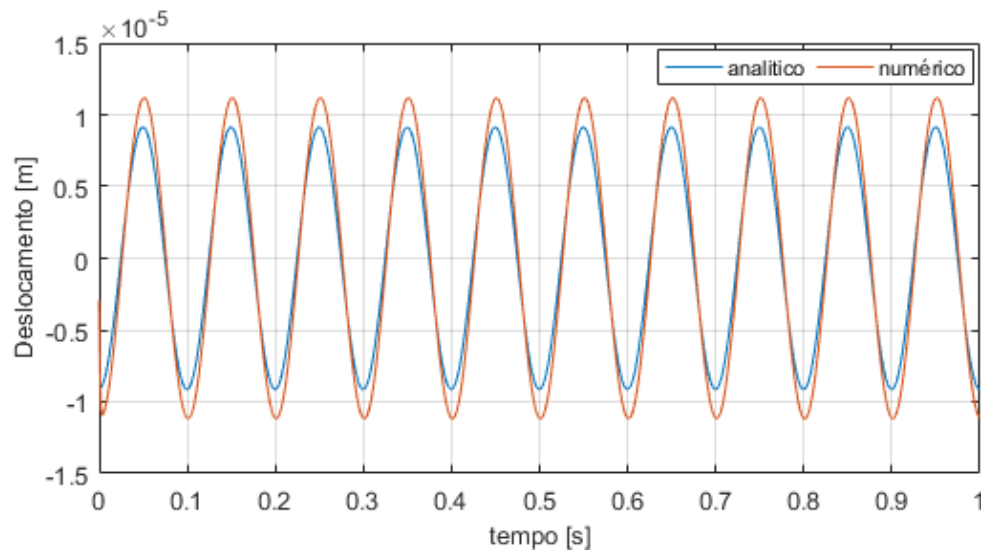
As Figuras 39 e 40 comparam, por meio de uma sobreposição dos resultados, os valores obtidos analiticamente com os do modelo numérico, para duas profundidades diferentes da coluna de solo.

Figura 39 – Teste de validação do modelo computacional ($x=0\text{m}$).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 40 – Teste de validação do modelo computacional ($x=0.0508\text{m}$).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Uma outra maneira de se validar o modelo implementado é analisando a relação tensão-deformação.

Para uma excitação harmônica, os materiais viscoelásticos podem ser definidos em termos do módulo de elasticidade complexo, $E^* = E(1 + i\eta)$, ou módulo de cisalhamento complexo, $G^* = G(1 + i\eta)$.

Alternativamente, podemos escrever como $E^* = E' + iE''$, onde E' é conhecido como módulo de armazenamento e E'' módulo de perda.

Estes módulos dinâmicos complexos podem ser relacionados com o módulo dinâmico E , e a viscosidade η do material da seguinte forma:

$$E' = E; \quad E'' = \eta \cdot \omega = E \cdot \eta^* \cdot \omega \quad (88)$$

Como exemplo, inserindo no modelo uma deformação do tipo:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t} \quad (89)$$

Tem-se, por meio da relação constitutiva já apresentada, uma tensão do tipo:

$$\sigma(t) = E\varepsilon_0 e^{i\omega t} + \eta i\omega \varepsilon_0 e^{i\omega t} \quad (90)$$

Definindo, assim, o módulo complexo $E^*(\omega)$ como se segue

$$E^*(\omega) = \frac{\sigma^*(t)}{\varepsilon^*(t)} = E' + iE'' \quad (91)$$

sendo

$$E' = \frac{2\omega}{N\pi} \int_0^{N\pi/\omega} \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_a} \sin(\omega t) \cdot dt \quad (92)$$

$$E'' = \frac{2\omega}{N\pi} \int_0^{N\pi/\omega} \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_a} \cos(\omega t) \cdot dt$$

No entanto, para determinar estes módulos do material visco-elástico, utilizaremos, nesta seção, uma abordagem alternativa, realizada no domínio da frequência e baseada na relação entre tensão-deformação.

Para isso, é necessário, inicialmente, calcular a transformada de Fourier das funções tensão e deformação, e, em seguida, relacioná-las no ponto onde ocorre a máxima deformação.

O valor encontrado corresponde ao módulo complexo. A partir de então, associa-se o módulo de armazenamento pela parte real do módulo calculado, e o módulo de perda pela parte imaginária.

Esta abordagem foi discutida por Bergstrom em seu livro “*Mechanics of Solid Polymers*”, publicado no ano de 2015.

O código implementado encontra-se na figura abaixo:

Figura 41 – Código para obtenção do módulo complexo.

```
% STORAGE MODULUS AND LOSS MODULUS

strain=mDef_y(localsup_central,:);
stress=mTen_y(localsup_central,:);
hanning_window=hanning(length(t));

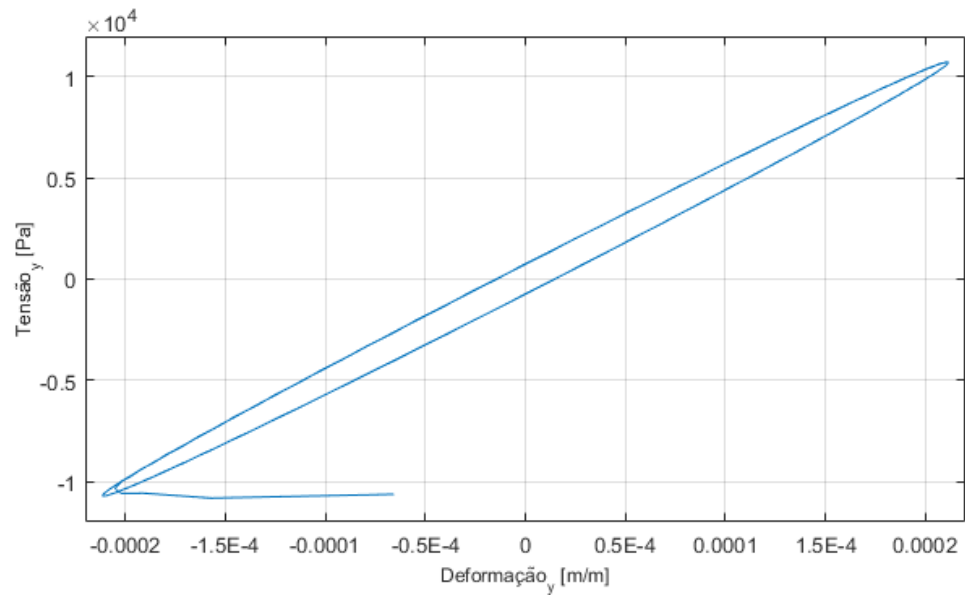
fft_strain=fft(strain.*hanning_window');
fft_stress=fft(stress.*hanning_window');
fft_strain_mag=abs(fft_strain);
[val ind]=max(fft_strain_mag);

Estar=fft_stress(ind)./fft_strain(ind);
Ep=real(Estar)
Epp=imag(Estar)
```

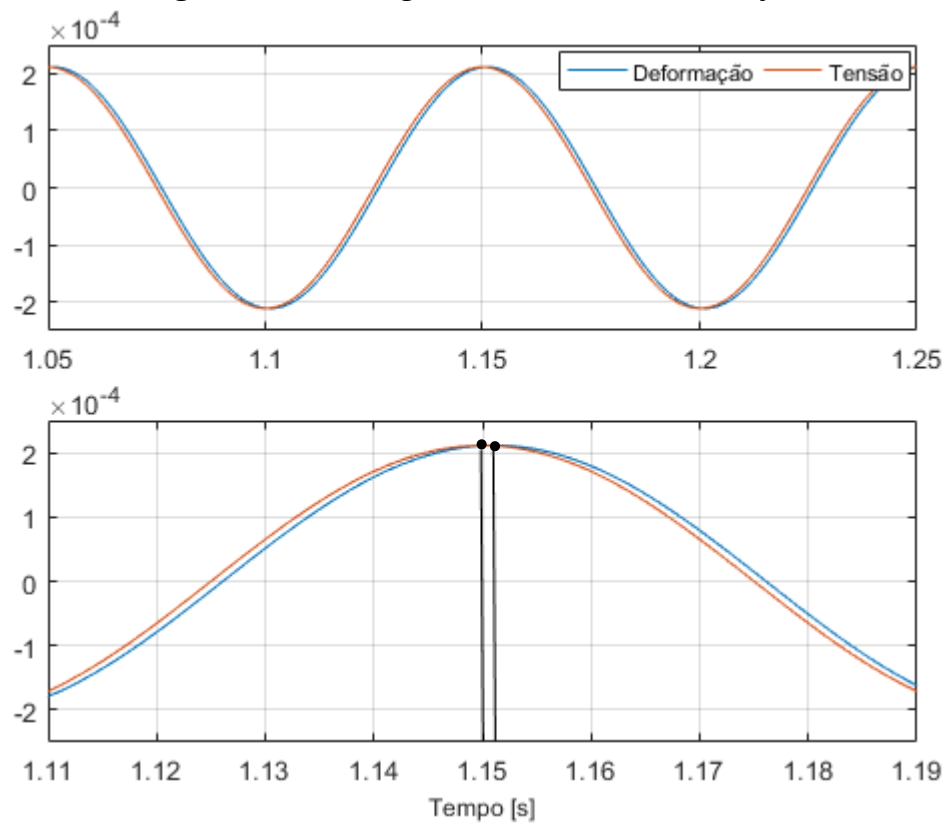
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Este novo teste de validação consiste em inserir, no início do programa, todas propriedades do material, calcular as tensões e as deformações do caso construído e, por meio delas, obter o módulo de armazenamento e de perda, que deverão nos retornar, pelas relações da equação (88), os mesmos valores das propriedades inseridas no início.

Para este teste, tivemos um erro relativo de 1,23% para E e de 1,26% para η . Se basearmos estes cálculos para o módulo de cisalhamento, os erros são, praticamente, nulos, $1,002 \cdot 10^{-6} \%$ e 0,033%.

Figura 42 – Relação tensão - deformação.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

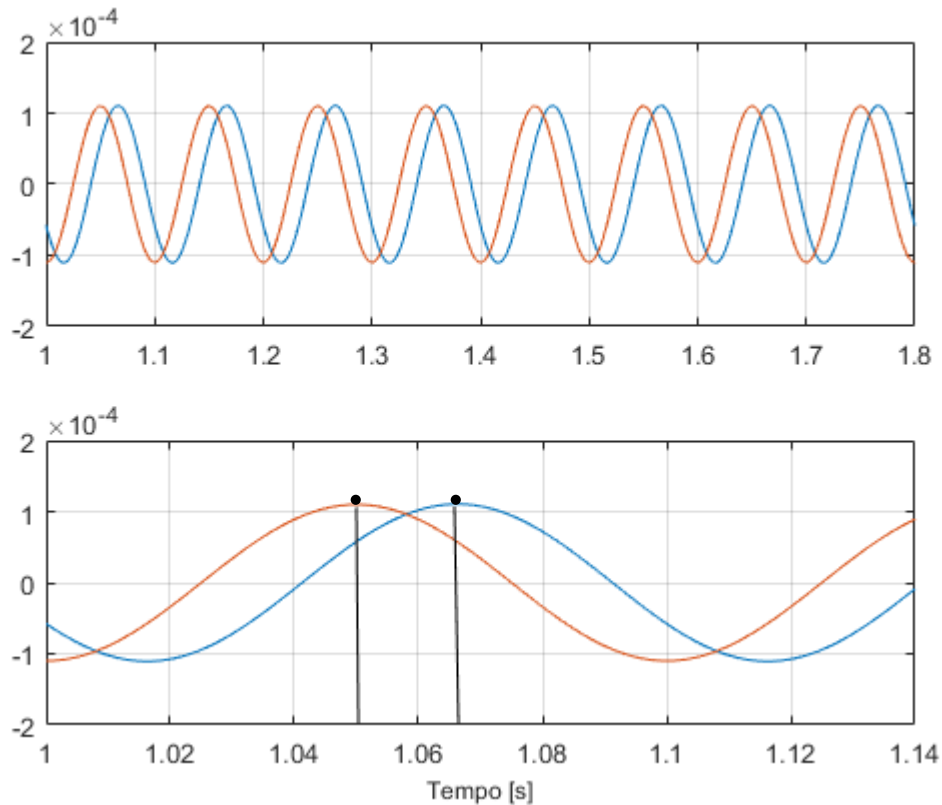
Figura 43 – Defasagem entre a tensão-deformação.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tem-se na Figura 42, a relação tensão-deformação do material viscoelástico, e na Figura 43, a defasagem existente entre elas. Para o caso implementado, a defasagem é de, aproximadamente, 4° .

Aumentando a viscosidade do modelo, teremos, logicamente, um aumento desta defasagem; este efeito pode ser visto na Figura 44.

Figura 44 – Defasagem entre a tensão-deformação ($\eta^*=0.026$).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para este novo tempo de retardamento ($\eta^*=0.026$ s), encontramos uma defasagem igual à $58,6^\circ$.

Observe que este valor adotado para o parâmetro viscoso, corresponde, em consequência das propriedades, inicialmente escolhidas, ao máximo valor experimental representado na Figura 14.

É interessante notabilizar que, ao aplicar uma tensão constante $\sigma=\sigma_0$, os materiais viscoelásticos lineares, descritos pelo modelo de KV, apresentam uma deformação instantânea nula e, em função do tempo de aplicação do carregamento, uma deformação $\varepsilon(t)$ assintótica, conforme a expressão (94), solução geral da equação diferencial (93)

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + \eta\dot{\varepsilon}(t) \quad (93)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left[1 - e^{-\left(\frac{E}{\eta}\right)(t-t_0)} \right] \quad (94)$$

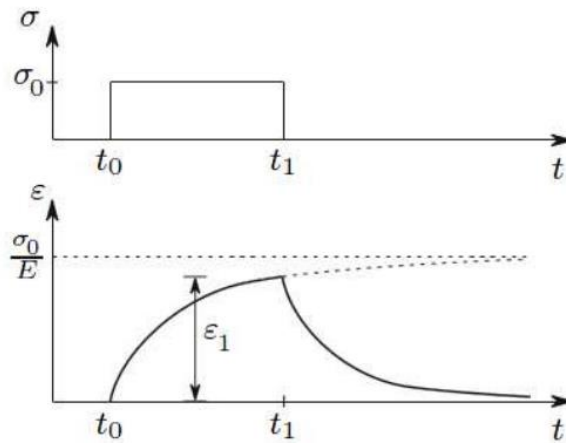
Este comportamento acima descrito caracteriza o famoso problema de fluência.

O tempo de reação do material está intimamente ligado à fração $\frac{E}{\eta}$, conhecida, usualmente, como módulo de fluência, que, como já visto anteriormente, corresponde ao inverso do tempo de retardamento.

Já com o descarregamento ($\sigma=0$), devido ao processo de recuperação elástica retardada, a deformação sofrida pelo material também exigirá tempo para se restaurar, decaindo exponencialmente até o valor de deformação nula (MARCATTO, 2011; NAVARRO, 2017).

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1 \cdot e^{-\left(\frac{E}{\eta}\right)(t-t_1)} \quad (95)$$

Figura 45 – Estágios do comportamento viscoelástico em função de $\sigma(t)$ para o modelo de KV.



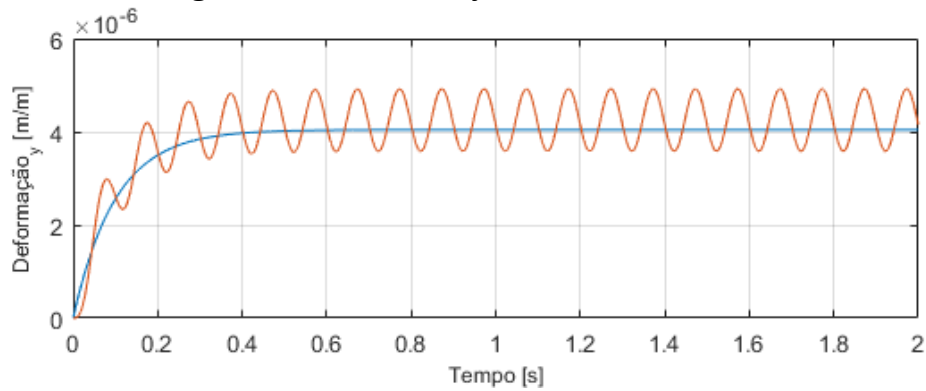
Fonte: Marcatto (2011).

Os solos e rochas representados por modelos reológicos lineares também refletirão, como premissas, os efeitos de fluência e de relaxamento.

Para melhor evidenciar o efeito de fluência do material, utilizaremos uma viscosidade $\eta = 1,92 \cdot 10^6$ Pa.s, o que nos dá, com as mesmas propriedades elásticas utilizadas anteriormente, um tempo de retardamento $\eta^* = 0.1$ s.

Para este caso, utilizou-se um sinal de entrada senoidal com *rms* igual a 1,23.

Figura 46 - Caracterização do efeito de fluência.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A validação do modelo viscoelástico implementado, finalmente, abre o caminho para se investigar o problema discutido e retratado no início da seção anterior. O arranjo do problema que será abordado numericamente já foi esquematizado na Figura 29.

A partir de uma análise bidimensional, em estado plano de tensões, examinaremos as influências do estado de compactação, da viscosidade e da frequência de excitação na resposta do solo à uma entrada representativa do vazamento.

Na próxima seção analisaremos, experimentalmente, a qualidade dos resultados gerados pelo modelo proposto de simulação.

6 APLICAÇÃO DO MODELO EM ENSAIO EXPERIMENTAL

Seria utópico tentar examinar todos ou a grande maioria dos solos existentes. A complexidade dos geomateriais e sua grande diversidade inviabilizaria o feito. Por conseguinte, utilizaremos, neste estudo, como base dos casos abordados, os solos arenosos finos lateríticos (SAFL), cujas propriedades já foram levantadas nas seções 3.1.2 e 3.2.

Como visto, estes solos arenosos são característicos de regiões tropicais úmidas, dominando vastas áreas do território brasileiro e, inclusive, grandes depósitos (jazidas) naturais.

Há grande ocorrência destes solos arenosos não só no estado de São Paulo, mas também nos estados do Paraná, Goiás, Mato Grosso, Bahia e Minas Gerais (VILLIBOR *et. al*, 2009).

Devido às suas peculiaridades comportamentais, e por apresentarem ótimas propriedades mecânicas, quando corretamente compactados, os SAFL se tornaram protagonistas na base da pavimentação urbana, viabilizando extensas redes de rodovias vicinais e mais de 12 milhões de metros quadrados de bases em vias urbanas, aeródromos e pátios industriais em todo o território nacional (VILLIBOR; NOGAMI, 2009).

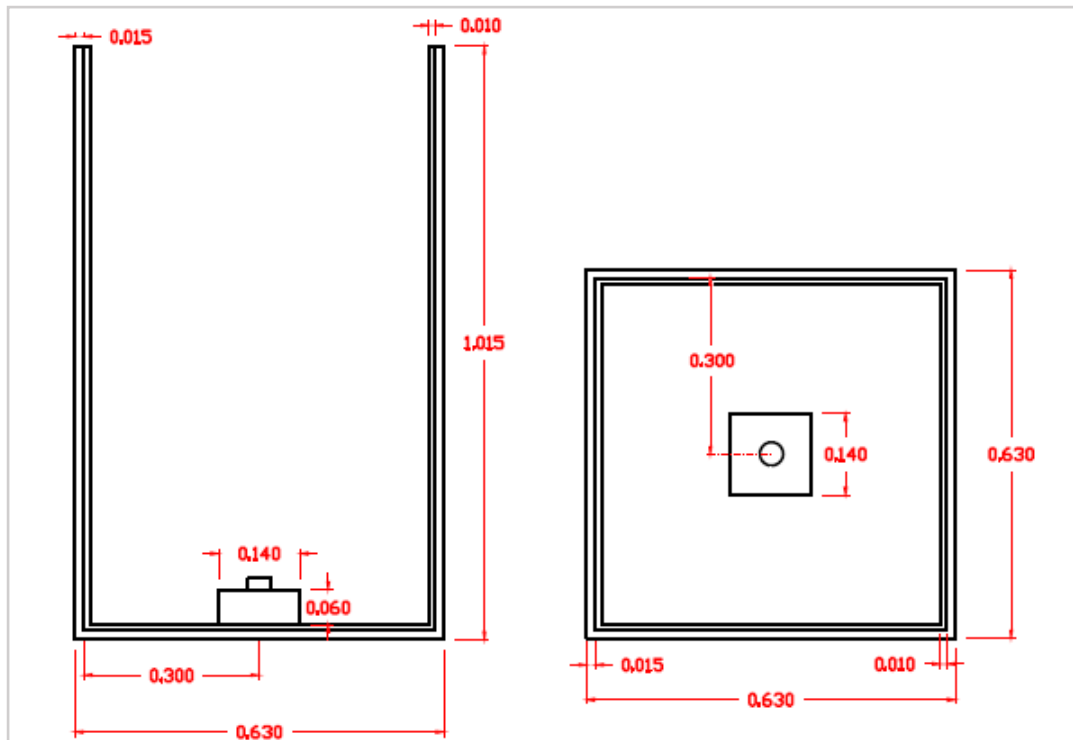
Antes de investigar numericamente casos de interesse, é importante observar a eficácia do método e do programa computacional desenvolvido, comparando, em um ensaio experimental, a qualidade e a precisão dos resultados gerados.

Para o ensaio a ser realizado, utilizaremos uma caixa de madeira, com dimensões internas de (0.6 x 0.6 x 1.0 m), preenchida com uma areia média-fina, compactada e, previamente, tratada e peneirada.

A escolha de se trabalhar, inicialmente, com a areia pura é permissível, pois, como já visto, os perfis dos solos do interior do estado de São Paulo têm mais de 60% de areia em sua constituição.

Na Figura 47, a seguir, encontra-se o desenho técnico da caixa experimental utilizada.

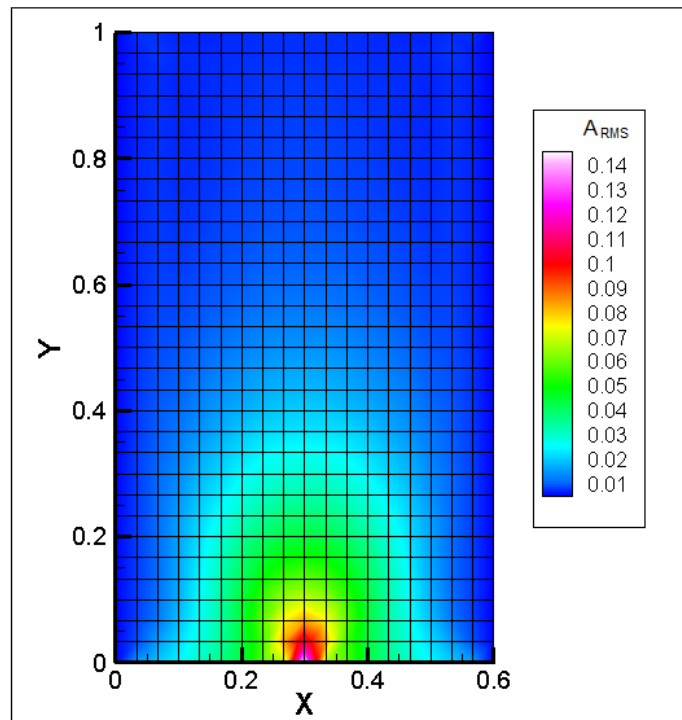
Figura 47 - Desenho técnico da caixa experimental.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para se estabelecer a dimensão ideal da largura da caixa a ser construída, foi implementado um teste numérico. Os resultados podem ser vistos na Figura 48.

Figura 48 - Análise numérica das dimensões ideais da caixa (infinito).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A caixa também foi revestida internamente por uma manta de dreno de poliéster, de 10mm de espessura, para evitar qualquer reflexão interna de ondas. Veja a Figura 49.

A simulação do vazamento, fonte de excitação do problema, será feita com um transdutor de força. O sinal será gerado pelo próprio sistema de aquisição Quattro da Data Physics, e amplificado por um amplificador de potência XLS1000 da Crown.

O transdutor será encaixado em um berço de polietileno expandido, que se encontra preso no fundo da caixa. Esta espuma Epe evitará propagações indesejadas da vibração pela base da caixa.

O sinal de resposta será coletado por acelerômetros piezoelétricos uniaxiais, com frequência de aquisição de 4096 Hz, posicionados sobre a superfície da camada de areia. Como também pode-se observar na Figura 49, junto ao transdutor será fixado um acelerômetro, com o intuito de verificar o sinal que está sendo emitido.

Figura 49 - a) Caixa do experimento. b) Transdutor com acelerômetro. c) Acelerômetros.



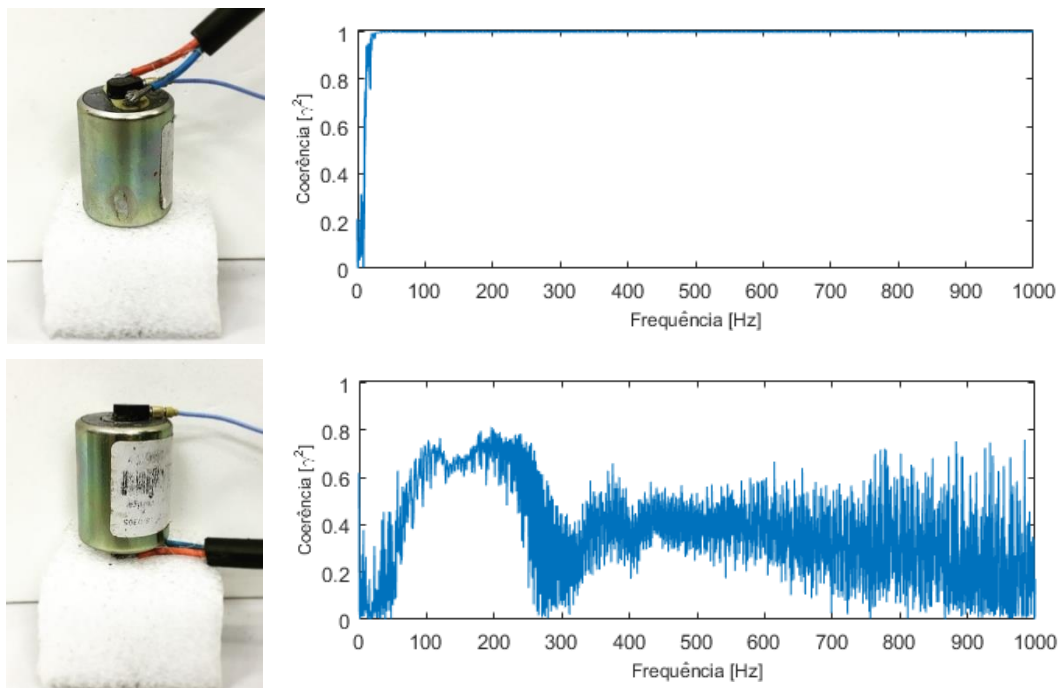
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Na superfície da camada de areia foram dispostos três acelerômetros espaçados, igualmente, em 0.1m, a partir do cento da caixa. O acelerômetro que se encontra centralizado no mesmo eixo do transdutor foi denominado como S1.

É interessante destacar que o transdutor foi adotado como o atuador, pois alguns resultados obtidos em ensaios preliminares mostraram que o geofone, ao ser utilizado invertido, perde sua qualidade, gerando, junto com o sinal de excitação, muito ruído. Este efeito pôde ser claramente notado na Figura 50, ao se aplicar um chirp de 0-1000 Hz.

Figura 50 - Resultados preliminares com o geofone para uso como atuador.

a) posição normal. b) posição invertida.



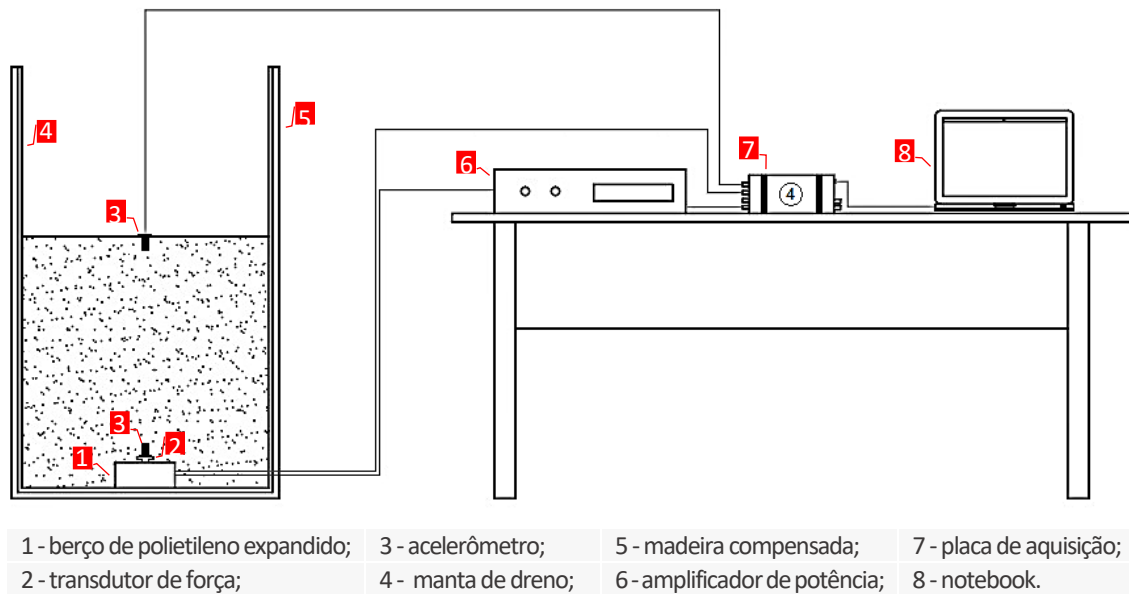
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O transdutor utilizado, quando enterrado, apresenta uma boa resposta a partir dos 250 Hz. Para um range menor que este, mesmo amplificando a energia do sinal com o amplificador de potência, a resposta é ruidosa e o atuador entra em “batimento”.

Entretanto, ao processar os dados do ruído do vazamento, coletado em campo, Lima *et al.* (2018) observaram, nas propriedades espectrais do sinal, um pico de energia na faixa de frequência correspondente a, aproximadamente, 250 a 630 Hz, e altos valores de coerência para esta mesma faixa.

Desta forma, apesar de suas limitações, o transdutor se mostrou apto para o papel de atuador neste estudo.

Para este ensaio experimental, investigaremos as respostas geradas para uma camada de 0,25 m e 0.50 m de profundidade. A seguir, tem-se a representação esquemática da bancada experimental utilizada.

Figura 51 - Representação esquemática da bancada experimental.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Utilizando o intervalo de propriedades apresentados nas seções 3.1.2 e 3.2, definiu-se as propriedades mais adequadas para a análise numérica da areia.

Tabela 7 - Propriedades utilizadas para a análise numérica da caixa de areia.

ρ [kg/m ³]	E [MPa]	G [MPa]	ν	$\zeta_{\text{méd}}$	C [kPa]	Φ [°]
1900,00	98,00	24,00	0,40	0,036	1,00	35,00

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

É sabido que a viscosidade dos geomateriais é dependente da frequência de excitação do problema. O conteúdo de frequências do sinal de entrada exerce considerável influência nos efeitos da resposta. A dissipação da energia do sinal aumenta, exponencialmente, com a frequência imposta (ANDERSON; HOUGH, 1984). O desejo de se observar este efeito é um dos motivos que instigou, inicialmente, a utilização de um sinal senoidal puro nos ensaios.

Utilizando o tempo de acomodação experimental, estabeleceu-se o tempo de retardamento, η^* , e, conseqüentemente, a viscosidade, η .

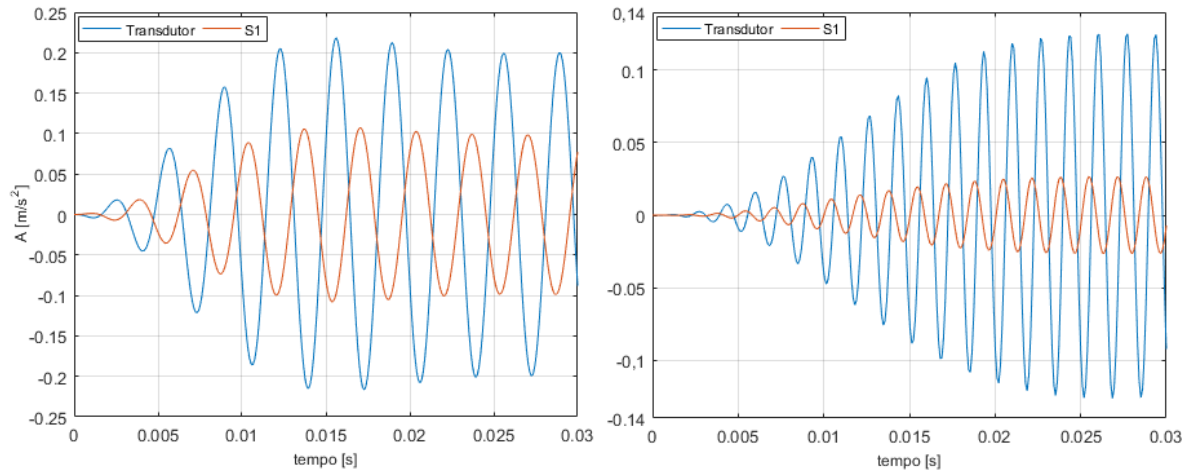
Tabela 8 - Viscosidade em relação a frequência de excitação praticada.

Frequência de excitação [Hz]	Tempo de acomodação [s]	Tempo de retardamento [s]	Viscosidade [Pa.s]
300	0,024	0,000080	7840,00
400	0,036	0,000090	8820,00
600	0,039	0,000065	6370,00
800	0,044	0,000055	5292,00

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Na Figura 52, é possível notar a diferença do tempo de resposta do material, e, consequentemente, a alteração na defasagem entrada-saída, com a alteração da frequência de excitação de 300 Hz para 600 Hz.

Figura 52 - Tempo de resposta do material. a) 300Hz. b) 600Hz.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A comparação entre os resultados experimentais e numéricos foi feita na Tabela 9, a seguir. A atenuação do sinal foi obtida com base no valor eficaz das acelerações (RMS).

Tabela 9 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos (Camada de 0,25 m).

Frequência de excitação [Hz]	Atenuação média [%]			Erro [%]
	Experimental	Experimental (filtrado)	Numérica	
300	51,80	51,20	60,01	8,81
400	76,70	76,46	82,48	6,02
600	77,00	78,58	77,49	1,09
800	80,60	81,36	89,92	8,56

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

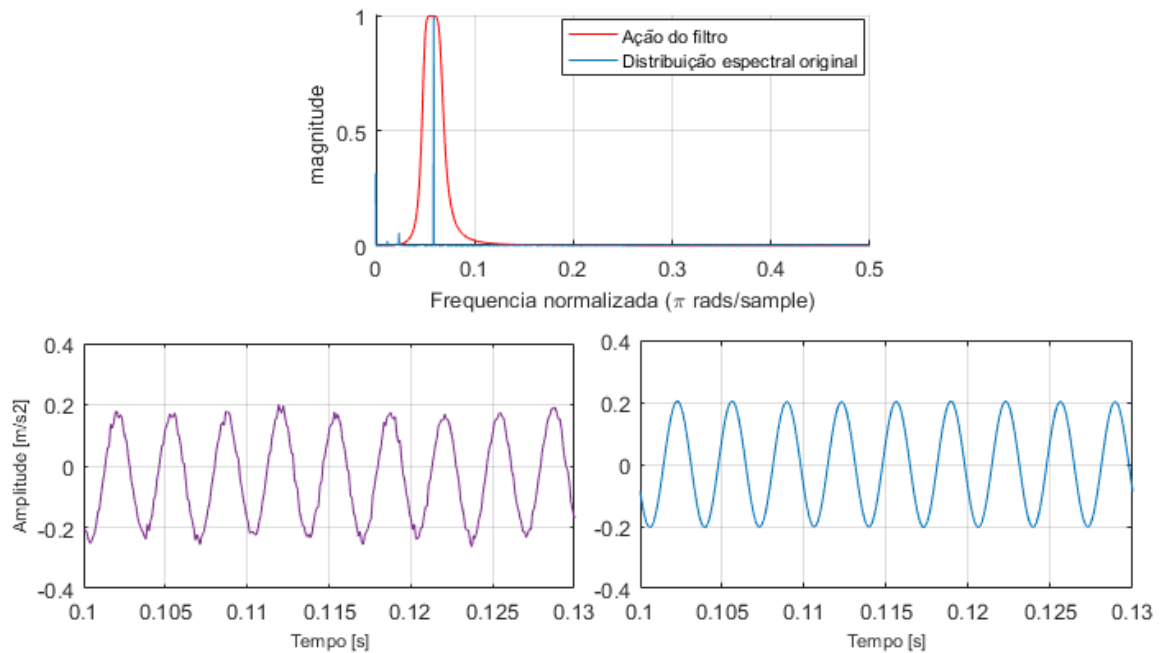
Como pôde ser visto, os resultados numéricos foram satisfatórios. Os erros associados à estas frequências ensaiadas são inferiores a 9%.

Nas Figuras 56 a 59 tem-se a comparação dos sinais coletados com os calculados. Os pequenos ruídos sistemáticos existentes nos registros experimentais podem ser gerados tanto por fenômenos naturais, ação do meio externo, presença de camadas de água e gases, como pelos processos de aquisição e artefatos de processamento e tratamento de dados (BJORLYKKE; MONDOL, 2015).

Sendo assim, os sinais experimentais foram previamente filtrados por um filtro passa-banda, para retirar tais ruídos indesejados e proporcionar uma melhor comparação dos resultados. Veja a Figura 53.

Figura 53 - Filtragem dos sinais coletados experimentalmente.

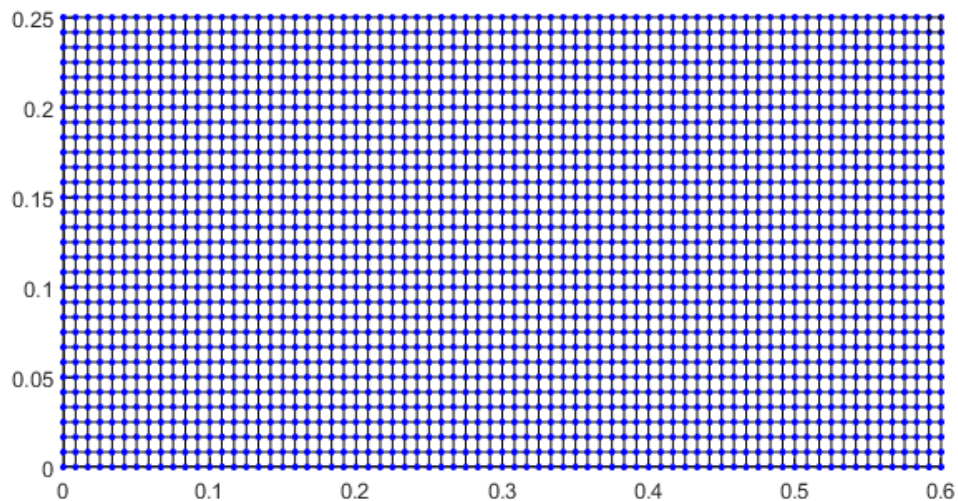
a) filtro passa-banda. b) sinal original. c) sinal filtrado.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

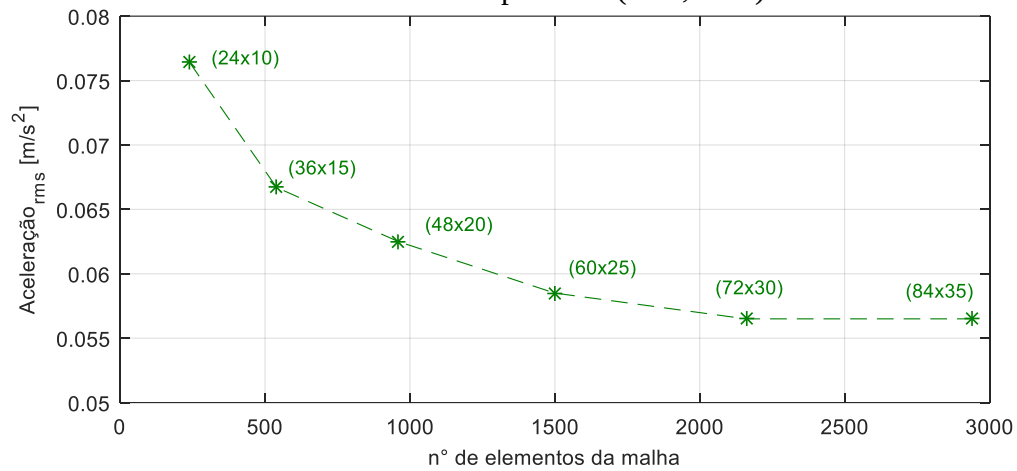
A discretização da geometria foi feita com 2160 elementos finitos quadrilaterais, isoparamétricos, de quatro nós, como mostra a figura seguinte. A curva de convergência para o problema proposto encontra-se na Figura 55.

Figura 54 - Discretização da geometria do problema (72x30).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

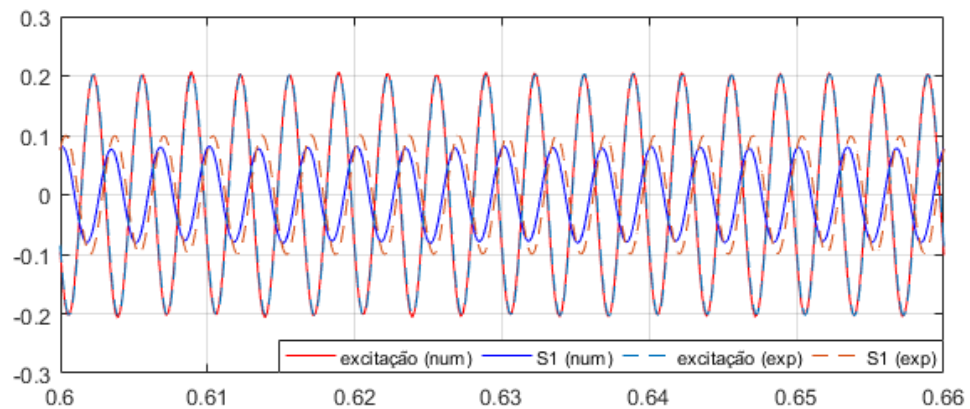
Figura 55 – Curva de convergência para o valor eficaz da aceleração do nó central superficial ($C=0,25$ m).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

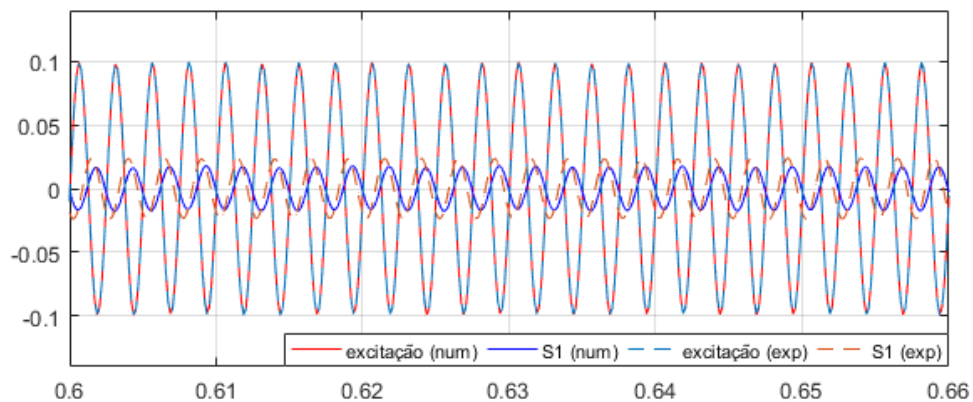
Nas quatro figuras seguintes é possível analisar e comparar, visualmente, os resultados obtidos e organizados na Tabela 9.

Figura 56 - Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (300 Hz).

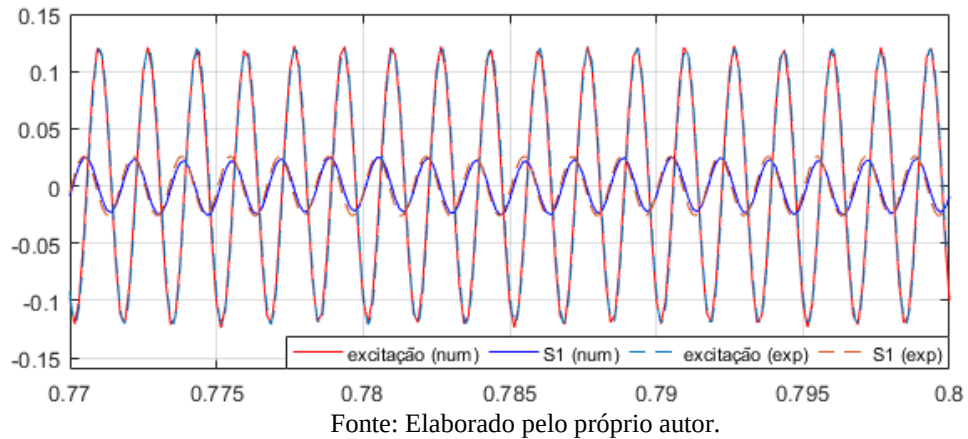
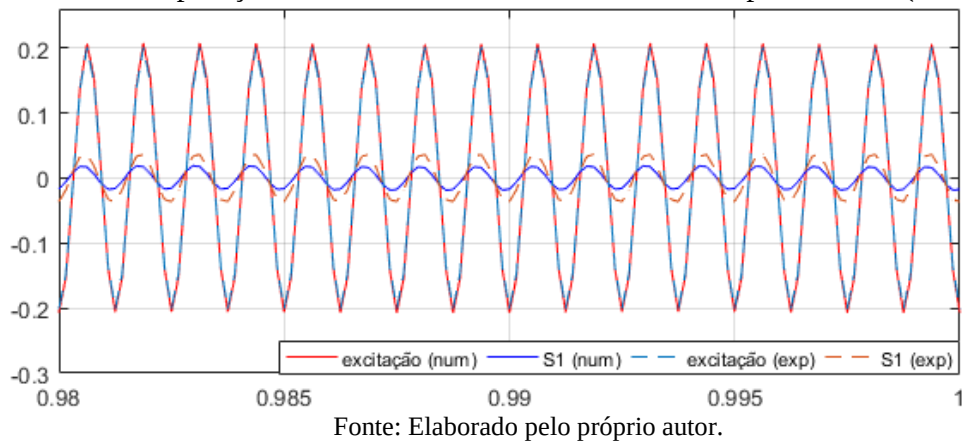


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 57 - Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (400 Hz).

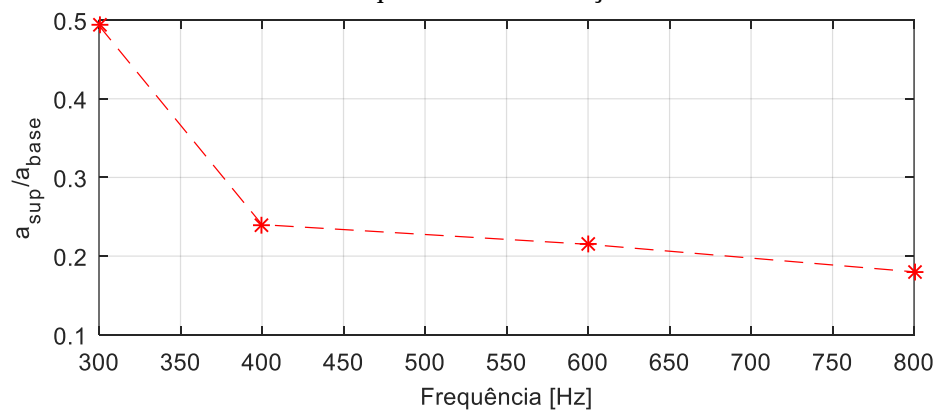


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 58 - Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (600 Hz).**Figura 59** - Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (800 Hz).

A pequena defasagem existente entre as repostas experimentais e numéricas, em alguns casos trabalhados, é da ordem de 10° .

Reunindo os resultados coletados por S1, é possível retratar graficamente o comportamento atenuante da areia nas diferentes frequências de excitação trabalhadas.

Figura 60 - Valor eficaz da aceleração coletada na superfície em função da frequência de excitação.

Como destacado por Bjorlykke e Mondol (2015), o importante fenômeno da atenuação das ondas sísmicas é causado, principalmente, por três fatores:

(1) Espalhamento geométrico: corresponde à diminuição progressiva da amplitude devido ao aumento da área da frente de onda. Sendo um fator inversamente proporcional à distância de propagação.

(2) Atenuação intrínseca (anelástica): parcela de energia perdida devido ao atrito interno entre os grãos do poromaterial e a mudança de viscosidade do meio; e

(3) Perdas de transmissão: ligada à redução na amplitude da onda devido às interfaces refletivas. Este fator de dispersão é causado pela heterogeneidade do material.

Os parâmetros associados ao perfil do maciço, como a espessura da camada trabalhada, o tipo de solo, seu estado e suas propriedades, são determinantes neste evento atenuante (RODRIGUES, 2015).

O segundo fator listado acima (atenuação intrínseca) aponta, por exemplo, para a forte influência que a granulometria e a porosidade têm neste comportamento de atenuação, uma vez que regulam, de certa forma, a extensão da área de contato entre as partículas e, conseqüentemente, o nível de fricção entre elas.

Alguns pesquisadores, como Hamilton (1972), observaram, em seus estudos de caso, a ação destes parâmetros sedimentológicos no processo dissipativo.

Conforme se reduz a granulometria, aumenta-se a quantidade de partículas por unidade de volume e, portanto, a área de contato. Desta forma, maior será o atrito intergranular e, conseqüentemente a atenuação. Já nos solos coesivos, o protagonismo no processo de atenuação é assumido pela força de coesão, que aumenta a interação e rigidez do meio (HAMILTON, 1972).

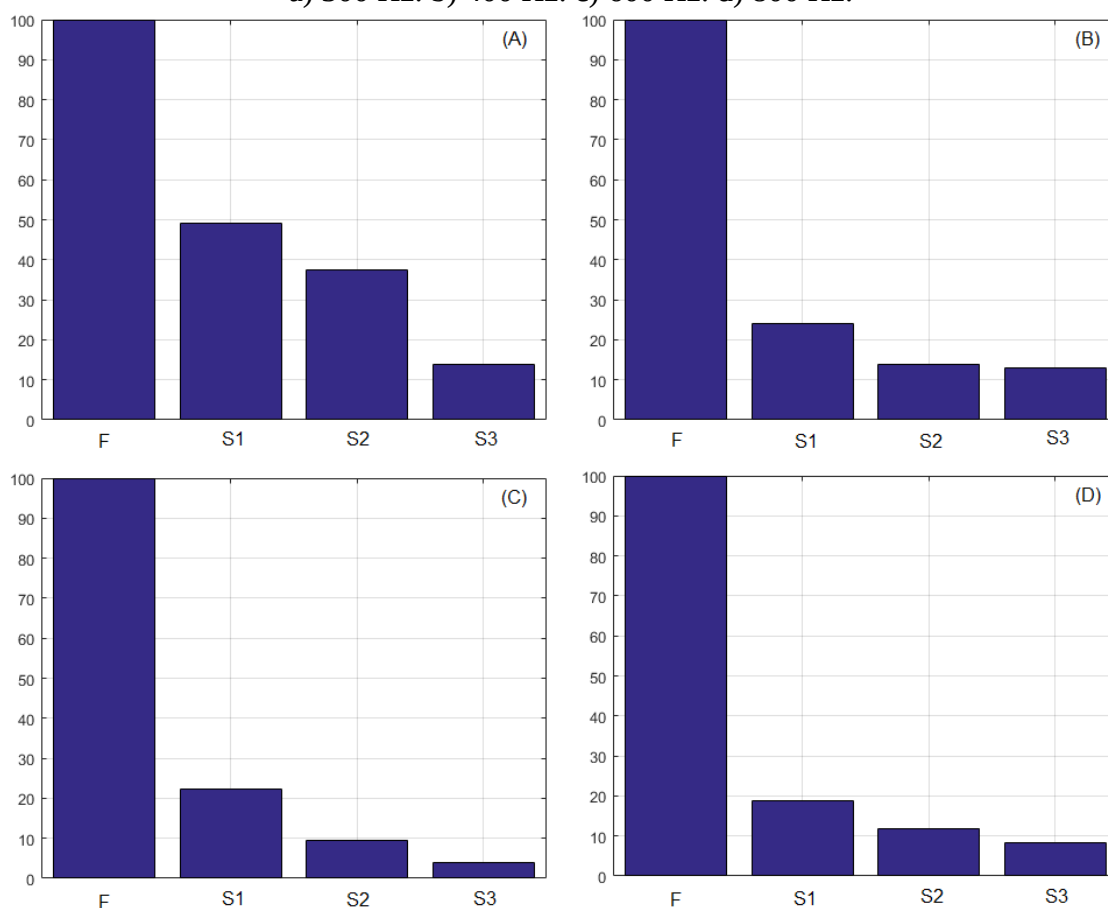
Nos presentes testes, como esperado, quanto maior a frequências de excitação, maior foi a atenuação ao longo do meio. Isso ocorre devido ao comprimento de onda. Frequências altas possuem um comprimento de onda menor, e uma menor capacidade de se propagar ao longo da camada de areia. Este é o mesmo princípio do isolamento acústico.

Outro ponto interessante é quanto às velocidades das ondas elásticas. Como as velocidades das ondas de compressão são sempre maiores que das ondas de cisalhamento (veja Figura 10), seu comprimento de onda, para uma mesma frequência, será, conseqüentemente, maior, tendo assim, uma melhor propagação. Isto explica o formato oval da distribuição do valor eficaz da aceleração na Figura 48.

Os três acelerômetros inseridos na superfície da camada de areia permitem obter a atenuação existente ao longo do plano, para cada frequência trabalhada. Os resultados obtidos reforçam o tamanho adotado para a largura da caixa.

Figura 61 - Atenuação do sinal na superfície (RMS).

a) 300 Hz. b) 400 Hz. c) 600 Hz. d) 800 Hz.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para a excitação de 300 Hz, também se comparou os resultados experimentais coletados pelos sensores S2 e S3 com os referentes resultados numéricos calculados.

Como visto anteriormente, S2 e S3 encontram-se deslocados, respectivamente, em 0.1 m e 0.2 m, em relação ao centro do plano superficial.

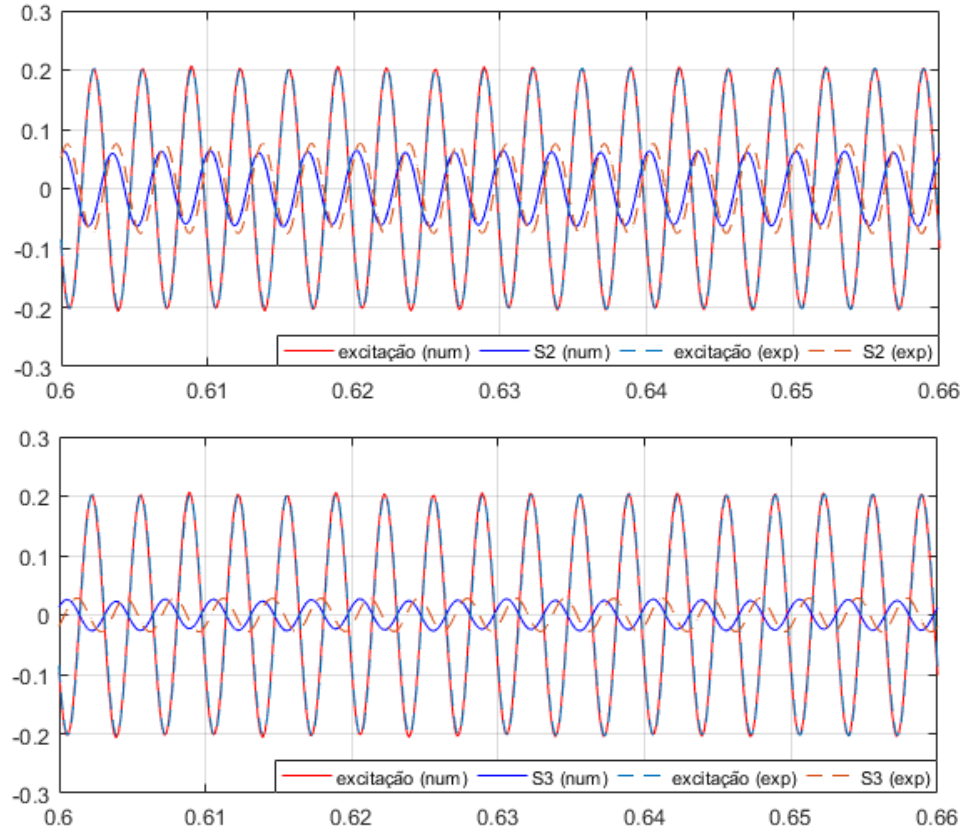
Os resultados desta análise foram reunidos na Tabela 10, e também podem ser apreciados na Figura 62.

Tabela 10 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para S2 e S3.

Frequência de excitação [Hz]	Sensor de referência	Atenuação média [%]		Erro relativo [%]
		Experimental (filtrado)	Numérica	
300	S2	62,88	62,6	0,28
	S3	86,24	86,91	0,67

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 62 - Comparação visual dos resultados coletados por S2 e S3 (300 Hz).



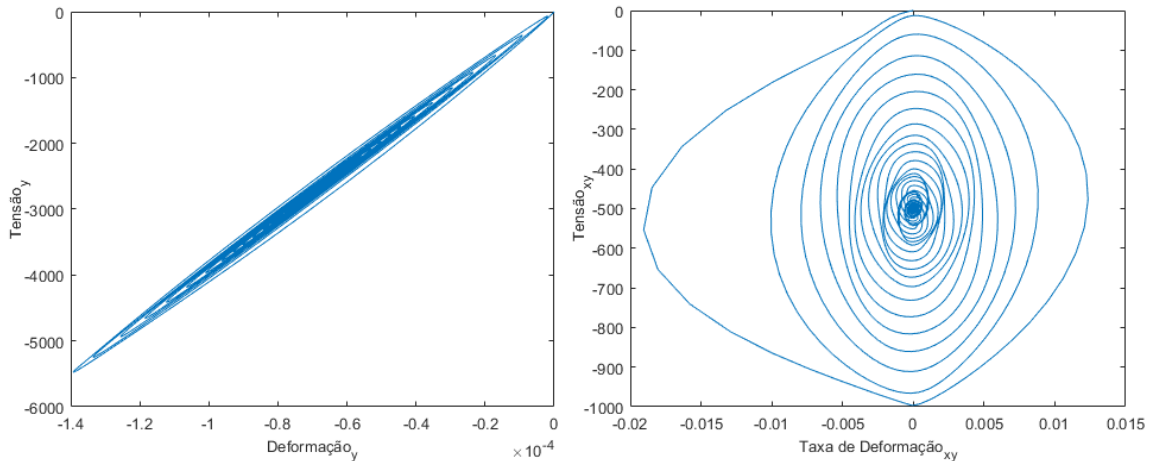
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Com base nos resultados coletados em campo por Lima *et al.* (2018), o valor eficaz das acelerações utilizadas para as simulações do vazamento neste trabalho variou entre 0,06 e 0,1 m/s^2 . Em cada instante de tempo do ensaio, calculou-se os estados de tensões de cada elemento da malha e suas respectivas tensões principais. Por meio da Função de Plastificação, equação (64), proposta pelo critério de escoamento adotado, foi analisada a admissibilidade do preditor elástico sugerido.

Como esperado, para pequenas excitações, como o caso de um vazamento, a ordem de grandeza das deformações provocadas não viola o limiar de plasticidade ($F < 0$) do geomaterial, desta forma, para este problema investigado, é permissível que se utilize a simplificação proposta.

Tem-se na Figura 63 a relação tensão-deformação e tensão-taxa de deformação obtidas numericamente. Por não se tratar de um material elástico perfeito, haverá uma tendência do sistema em conservar parte da deformação causada pelo estímulo. Tal efeito é atribuído a parte viscosa do material simulado. Na Figura 63(a) é possível observar este comportamento histerético.

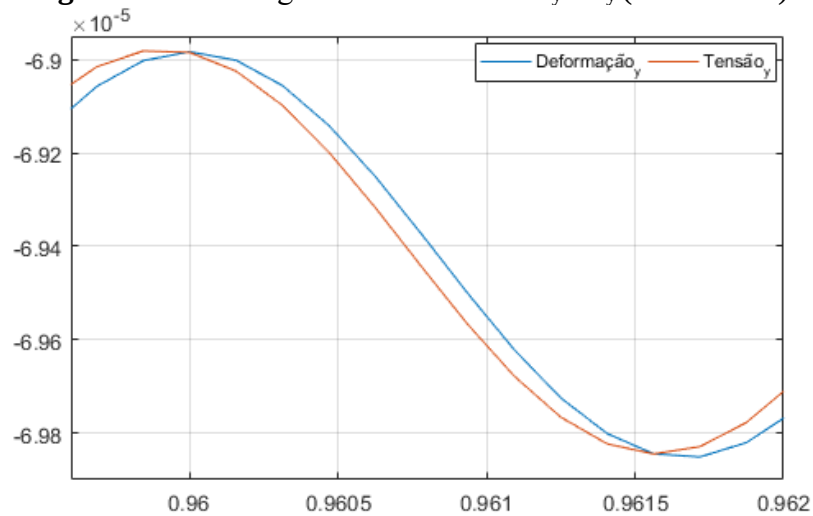
Figura 63 - Relação a) tensão deformação. b) tensão-taxa de deformação.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

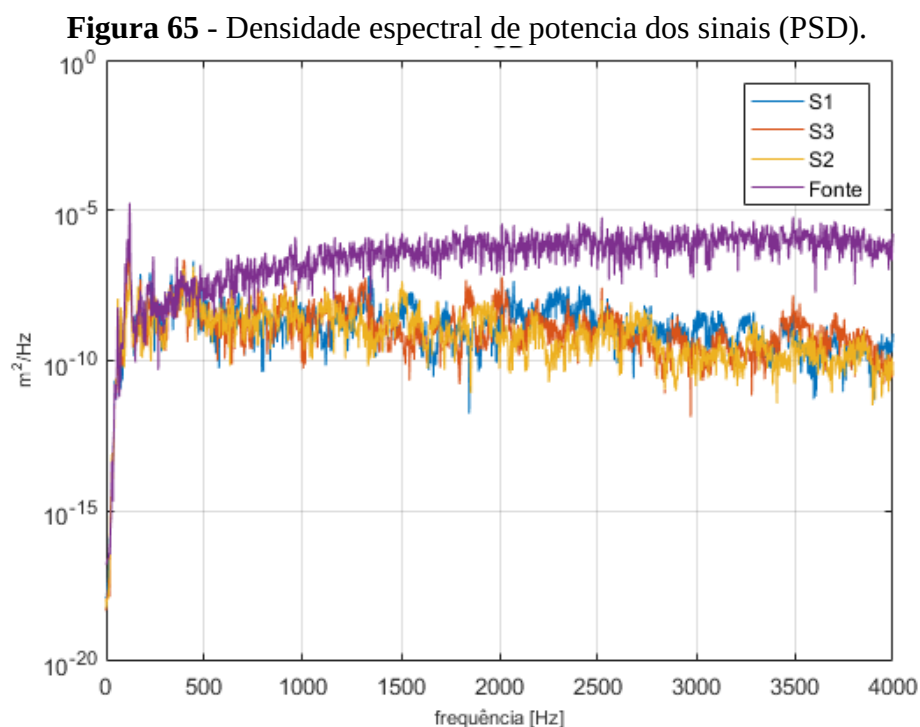
Para o caso investigado, a defasagem existente entre a tensão σ_y e a deformação ε_y é de, aproximadamente, 16° . A deformação encontra-se atrasada 0,00015 s.

Figura 64 - Defasagem existente entre σ_y e ε_y ($F = 300$ Hz).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

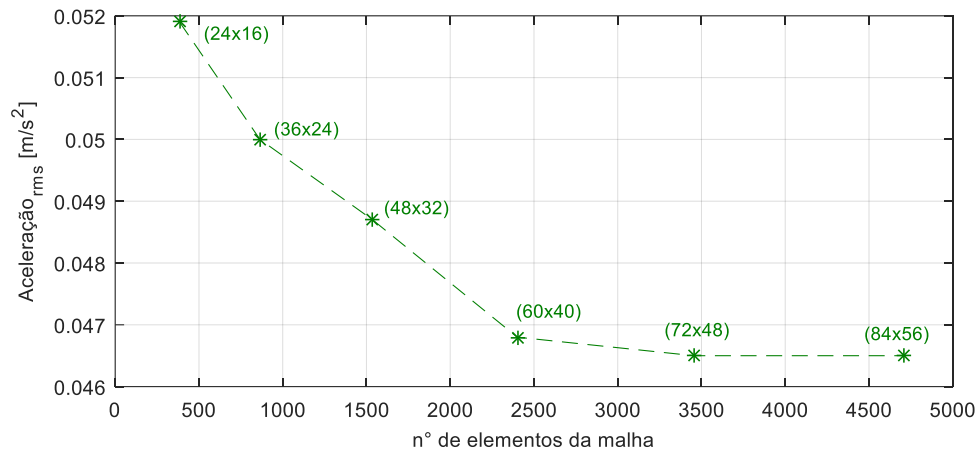
A densidade espectral de potência dos sinais coletados exprime o conteúdo energético da excitação e da resposta, em função da frequência. Para se observar melhor esta questão, experimentalmente, excitamos o maciço com um chirp de 0-4k Hz. Observe, na Figura 65, que há uma redução de energia nos sensores S1, S2 e S3 conforme a frequência aumenta, embora a característica do transdutor seja ter mais energia em altas frequências.



O mesmo procedimento foi, então, refeito para uma segunda camada com 0.4 m de espessura. Os resultados são apresentados a seguir.

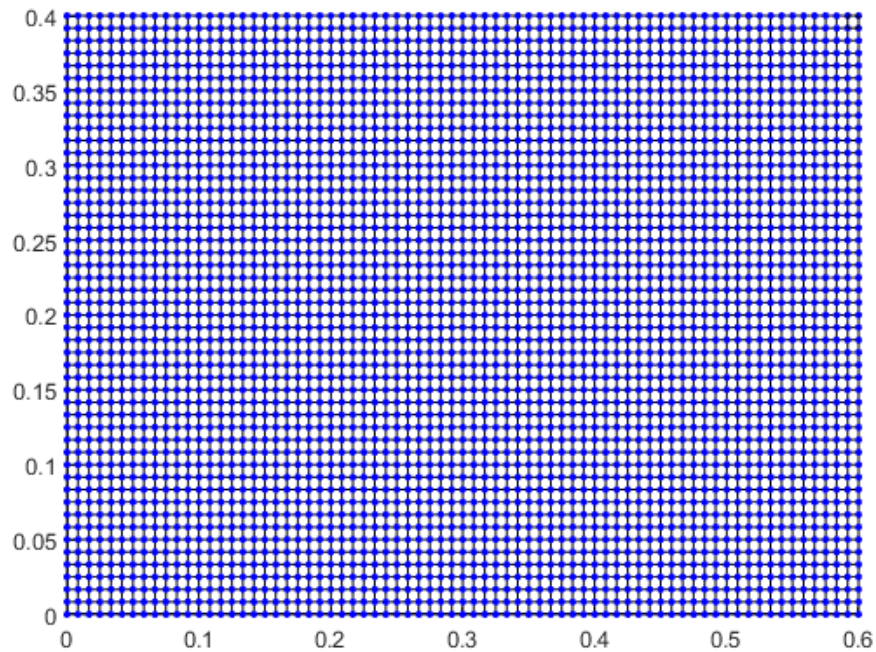
A discretização da geometria para esta segunda camada foi feita com 3456 elementos. A convergência desta implementação também foi previamente testada e pode ser verificada na Figura 66.

Figura 66 – Curva de convergência para o valor eficaz da aceleração do nó central superficial ($C=0,4m$).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 67 - Discretização da geometria do problema (72x48).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Utilizando novamente o tempo de acomodação experimental, estabeleceu-se o tempo de retardamento, η^* , e viscosidade, η , dos casos trabalhados.

Tabela 11 - Viscosidade em relação a frequência de excitação praticada (Camada 0,4m).

Frequência de excitação [Hz]	Tempo de acomodação [s]	Tempo de retardamento [s]	Viscosidade [Pa.s]
300	0,023	0,0000766	7506,80
400	0,033	0,0000825	8085,00
600	0,037	0,0000617	6046,60
800	0,043	0,0000540	5292,00

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

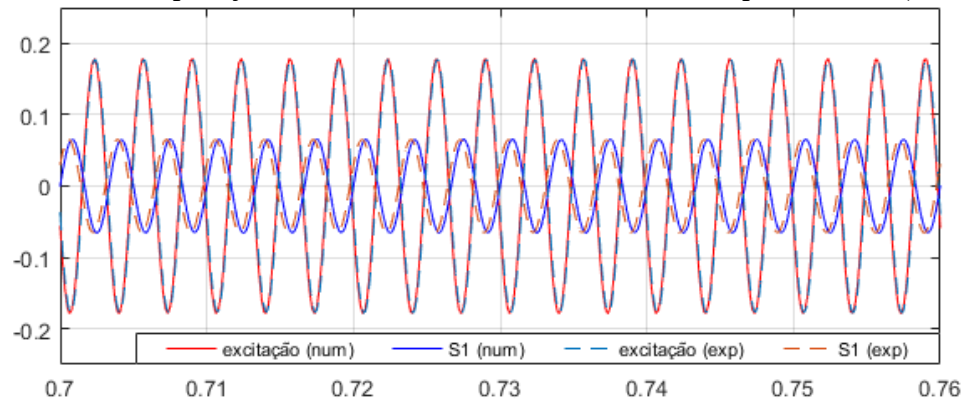
A comparação entre os resultados experimentais e numéricos foi organizada na Tabela 12. Nas Figuras 68 a 71 é possível, também, analisar visualmente os resultados que foram na tabela ordenados.

Tabela 12 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos (Camada de 0,40 m).

Frequência de excitação [Hz]	Atenuação média [%]			Erro [%]
	Experimental	Experimental (filtrado)	Numérica	
300	63,60	63,20	62,87	0,32
400	85,52	86,05	89,65	3,60
600	78,70	78,40	84,37	5,97
800	88,57	94,17	90,81	3,36

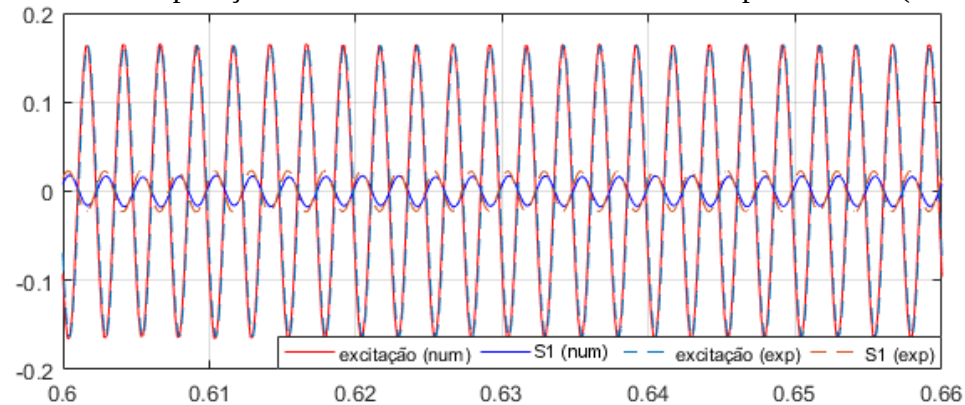
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 68 - Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (300 Hz).

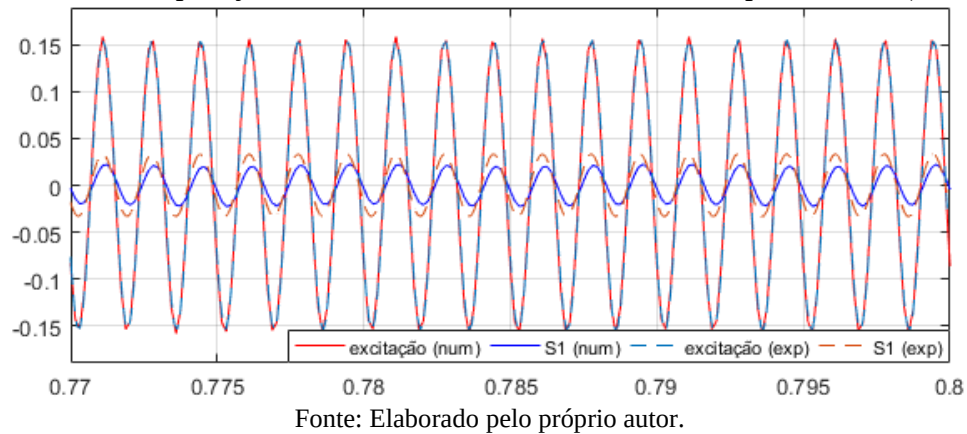
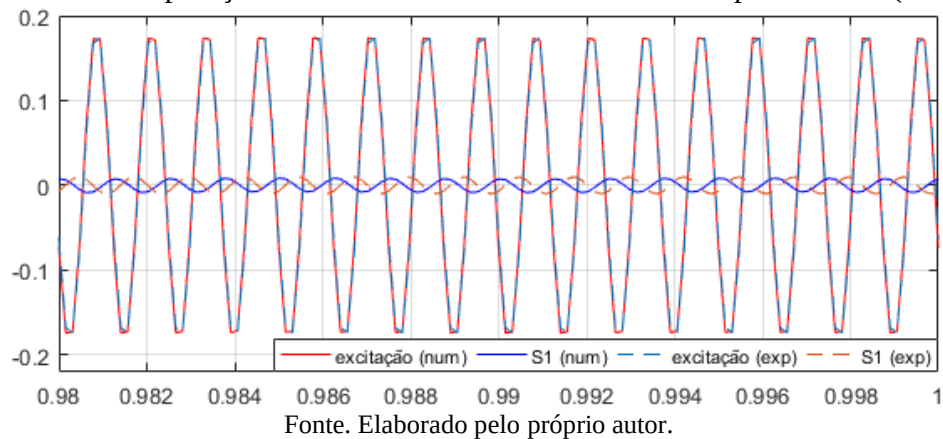


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 69 - Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (400 Hz).



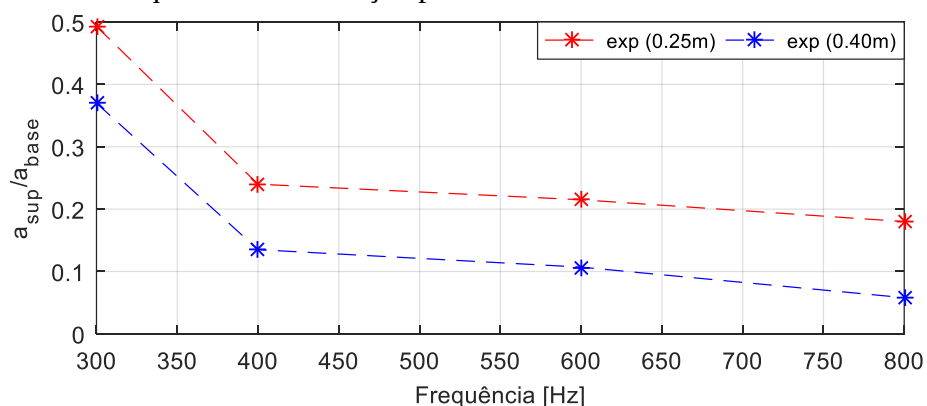
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 70 - Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (600 Hz).**Figura 71** - Comparação dos resultados numéricos com os experimentais (800 Hz).

Pode-se dizer que, naturalmente, os geomateriais agem como um filtro, atenuando as altas frequências com mais efetividade do que as baixas frequências (efeito absorção). Desta forma, quanto mais distante a fonte de excitação, menor será o conteúdo de frequências recebidas na superfície e, portanto, menor a resolução (BJORLYKKE; MONDOL, 2015).

Reunindo, novamente, os resultados coletados por S1, é possível comparar o comportamento atenuante da areia para as duas diferentes camadas praticadas em função das frequências de excitação inserida. Na Figura 72 pode-se notar o efeito crescente do espalhamento geométrico com o aumento da camada de areia.

Figura 72 - Valor eficaz da aceleração coletada na superfície em função da frequência de excitação para as duas camadas trabalhadas.



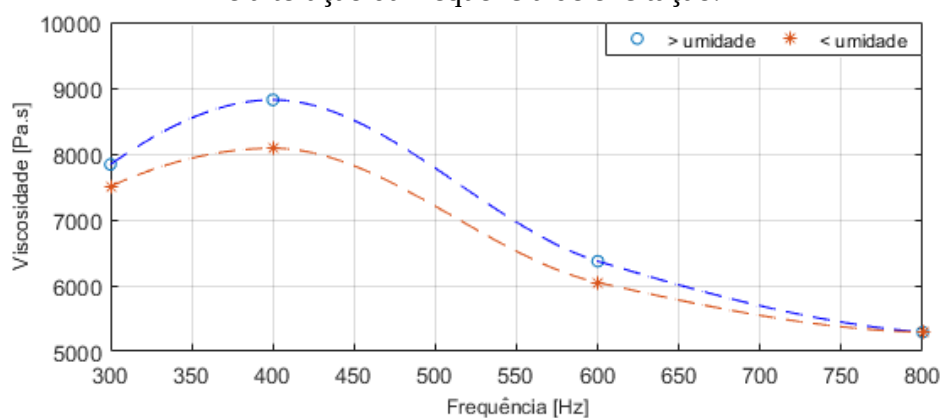
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O interím entre o primeiro e o segundo ensaio foi de, aproximadamente, 10 dias, ocasionando uma perda de umidade da areia, mesmo que armazenada em ambiente controlado. Esta pequena mudança de umidade foi notada apenas qualitativamente.

Na Figura 73 podemos ver, como esperado, uma diminuição da viscosidade do material com a redução do teor de água retida.

Para a implementação do modelo numérico, além da viscosidade, alterou-se sutilmente o módulo de cisalhamento, de 24 MPa para 26 MPa.

Figura 73 - Variação da viscosidade do material com a redução da umidade e alteração da frequência de excitação.

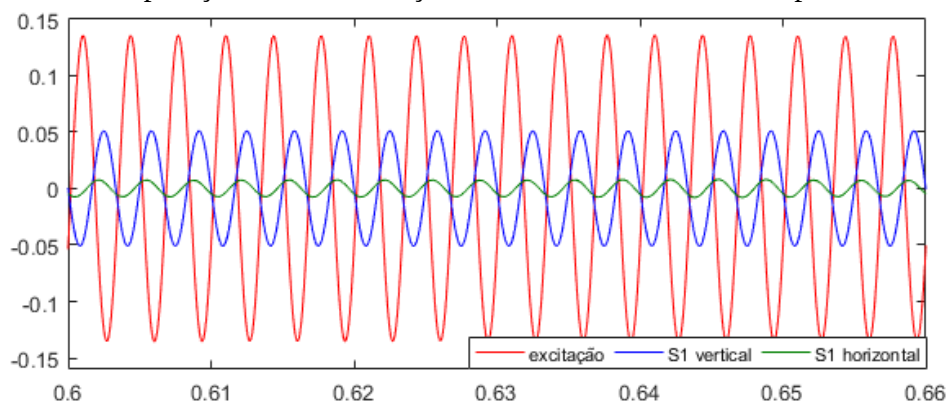


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Assim como mencionado por Wiss (1967), é importante que se registre, simultaneamente, o movimento vibratório nas três direções perpendiculares do maciço. Pois, embora a excitação em campo esteja, geralmente, na direção vertical, a máxima vibração do solo não é, necessariamente, vertical. Este efeito foi, então, avaliado.

Para este caso de estudo, a vibração gerada por sucessivas ações de cisalhamento do meio foi, na superfície, expressivamente menor do que a vibração vertical, causada por movimentos compressivos no maciço. Experimentalmente, para a excitação de 300 Hz, a vibração vertical e horizontal equivalem, respectivamente, na superfície, a 37% e 6% da excitação gerada na base. A defasagem entre os sinais foi de aproximadamente 44°.

Figura 74 – Comparação entre a vibração vertical e horizontal na superfície do maciço.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Transitando um pouco pelos conceitos de ressonância, de acordo com Kramer (1996), vale lembrar que, quanto maior a rigidez do solo, maior será sua frequência natural. Wiss (1967) atestou a frequência natural de um solo rochoso por volta de 40 Hz, logo, os solos menos rígidos, terão uma frequência natural em uma frequência mais baixa ainda.

Como o conteúdo de frequências do vazamento se encontra, predominantemente, no intervalo de 250 a 600 Hz, dificilmente, ele excitará o solo em sua frequência natural.

Como já discutido, as areias e os solos arenosos apresentam, quando úmidos, uma coesão aparente, fruto da pressão capilar da água que está neles retida. Este mecanismo proporciona aos geomateriais uma maior capacidade de manter sua estabilidade física.

Na prática, foi feito uma tentativa de ensaio com uma areia parcialmente saturada, mas, para o procedimento experimental adotado, percebeu-se um efeito negativo deste mecanismo, pois, ao invés de envolver e aderir os acelerômetros da superfície, a areia, quando muito úmida, se conforma com o formato da carcaça dos acelerômetros, deixando os relativamente soltos e prejudicando e mascarando a coleta dos resultados.

Além disso, como destacado por Nelson e Saurenman (1987), a dissipação do sinal em solos saturados ou parcialmente saturados geram um excesso de atenuação e também dificulta a modelagem. Winkler e Nur (1982) propõem que essa atenuação elevada se deve aos mecanismos de fluxo do fluido entre os grãos.

7 CONCLUSÃO E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

A interação de diversas variáveis independentes, do ambiente, ao longo do tempo, como o relevo, o clima regional e o intemperismo, produz a rica taxonomia dos solos existente hoje no mundo. O perfil do solo e o estado em que ele se encontra - seu nível de compactação e sua umidade - são um dos primeiros fatores que afetam a captação do sinal vibro-acústico gerado pelo vazamento, visto que exercem total influência no comportamento que geomaterial apresentará.

Desta forma, o presente trabalho focou seus estudos nos solos arenosos finos lateríticos - predominantes no país – e analisou, numérica e experimentalmente, o comportamento destes quando submetidos a pequenas excitações, como a de um vazamento.

Foi um grande desafio estabelecer quais hipóteses e simplificações permitiriam uma representação confiável da realidade, pois é indiscutível a complexidade de predição do comportamento dos solos. Entretanto, a pequena magnitude da fonte de excitação do problema tratado, gera um domínio de pequenas deformações no meio e, de acordo com estudos bibliográficos, para este domínio, embora os efeitos de fluência e relaxação não sejam desprezíveis, os geomateriais exibem efeitos viscosos e um comportamento quase linear elástico.

Para reproduzir os solos arenosos, o presente trabalho propôs, então, um modelo linear viscoelástico, utilizando as características reológicas do sólido de Kelvin-Voigt.

Para a análise do problema bidimensional criou-se uma plataforma computacional em ambiente Matlab, e, para se obter a solução numérica dinâmica, implementou-se o Método dos Elementos Finitos.

Analizando os resultados numéricos obtidos e as comparações feitas com o caso analítico abordado e com os ensaios experimentais realizados, notou-se um bom desempenho do modelo desenvolvido, em simular a resposta dinâmica dos solos arenosos.

Calculando o estado de tensões dos casos abordados, observou-se que as deformações provocadas não violam o limiar de plasticidade ($F < 0$) do geomaterial, ou seja, o preditor elástico foi admissível para este problema investigado.

Observou-se, com os resultados, que a compacidade do solo exerce forte influência na propagação do sinal até a superfície.

Outra relação direta que pode se estabelecer é com a granulometria e a porosidade, que também influenciam no comportamento atenuante dos geomateriais, uma vez que regulam, de

certa forma, a extensão da área de contato entre as partículas e, conseqüentemente, o nível de fricção entre elas.

As areias grossas, por possuírem grãos maiores e mais arredondados, apresentarão uma menor área de contato entre as partículas e, assim, uma menor atenuação. Para as areias finas, o oposto é verdadeiro.

Em termos de propriedades, de forma simplista, quanto maior seu Módulo de Elasticidade mais facilmente o sinal se propagará. A viscosidade é outro importante fator regulador da resposta final do meio. A parte viscosa do material se relaciona com as forças não conservativas do problema, as características histeréticas. Sendo assim, para o domínio elástico, quanto maior a viscosidade, maior a atenuação do sinal.

O modelo numérico que foi desenvolvido apresentou uma grande sensibilidade ao Módulo de Cisalhamento, G . Quanto maior a resistência do material ao cisalhamento, maior será a atenuação e menor a defasagem do sinal que chega à superfície.

Os resultados evidenciaram para os geomateriais a característica natural de um filtro passa baixa, uma vez que atenuam as altas frequências com mais efetividade do que as baixas frequências. Sendo assim, quanto mais distante a fonte de excitação, menor será o conteúdo de frequências recebidas na superfície.

As investigações aqui realizadas visam cooperar com os estudos da técnica vibro-acústica para detecção de vazamentos e, conseqüentemente, com a melhora do preocupante cenário enfrentado por diversas companhias de água do país.

O saneamento básico é tido como uma das infraestruturas mais atrasadas do Brasil, e o indicador de perdas de água potável, nos sistemas de distribuição, um dos mais negligenciados. Os graves problemas de eficiência comprometem a qualidade do serviço e a própria sustentabilidade.

De acordo com os últimos dados levantados pela SNIS, o volume relativo às perdas seria suficiente para abastecer 30% da população brasileira por um ano. Os impactos gerados são da ordem de bilhões de reais.

Com base nas premissas utilizadas no estudo do Instituto Trata Brasil com Go Associados (2019), os benefícios gerados com o programa de redução de perdas equivaleriam ao dobro do custo despendido com ele, visto que reduziria a produção e aumentaria o volume faturado.

Entretanto, as estratégias, no que tange este delicado assunto, devem articular, não só pontos técnicos-científicos, como a mentalidade da gestão, permitindo a quebra de paradigmas.

Como desenvolvimentos futuros, propõe-se:

- (I) Estudar a interferência causada pelo grau de umidade do geomaterial na resposta gerada.
- (II) Refazer o teste experimental substituindo a areia pura por um solo arenoso fino laterítico (SAFL), investigando as mudanças comportamentais.
- (III) Investigar a aplicabilidade do Geofone e de outros sensores na coleta superficial do sinal.
- (IV) Realizar um ensaio com um vazamento real em dutos de plástico e aplicar as mudanças necessárias no modelo para a investigação numérica de sinais aleatórios.
- (V) Treinar uma rede neural para a detecção e localização de um vazamento.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. **NBR 8036:** programação de sondagens de simples reconhecimento dos solos para fundações de edifícios. Rio de Janeiro, 1983. 3 p. (Publicada confirmação: 11/2018)

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 12266:** projeto e execução de valas para assentamento de tubulação de água, esgoto ou drenagem urbana – procedimento. Rio de Janeiro, 1992. 17 p. (Publicada confirmação: 11/2018)

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. **NBR 6502:** rochas e solos. Rio de Janeiro, 1995. 18 p. (Publicada confirmação: 11/2018)

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 5626:** instalação predial de água fria. Rio de Janeiro, 1998. 41 p. (Publicada confirmação: 10/2017)

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 6484:** solo – sondagens de simples reconhecimento com SPT – método de ensaio. Rio de Janeiro, 2001. 17 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 9822:** manuseio, armazenamento e assentamento de tubulações de poli (cloreto de vinila) não plastificado (PVC-U) para transporte de água e de tubulações de poli (cloreto de vinila) não plastificado orientado (PVC-O) para transporte de água ou esgoto sob pressão positiva. Rio de Janeiro, 2012. 18 p. (Publicada confirmação: 10/2016)

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 7182:** solo - Ensaio de compactação. Rio de Janeiro, 2016. 9 p.

AGGOUR, M. S.; TAWFIQ, K. S; AMINI, F. Effects of frequency content on dynamic properties for cohesive soils. In: CAKMAK, A. S. (ed.). **Soil dynamics and liquefaction**. New York: Elsevier 1987, New York: Elsevier. v. 42. Geotechnical Engineering, p. 31-39.

ALBUQUERQUE, P. J. R. **Análise do comportamento de estaca pré-moldada de pequeno diâmetro, instrumentada, em solo residual de diabásio da região de Campinas.** 1996. 170 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Agrícola – FEAGRI, Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas, 1996.

ALBUQUERQUE, P. J. R. **Estacas escavadas, hélice contínua e ômega: estudo do comportamento à compressão em solo residual de diabásio, através de provas de carga instrumentadas em profundidade.** 2001. 272 f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo – USP, São Paulo, 2001.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS - ANA. **Conjuntura dos recursos hídricos 2018**. Brasília – DF: ANA, 2018. 88 p. (Relatório Técnico).

ALMEIDA, F. C. L.; JOSEPH, P.; WHITFIELD, S.; DRAY, S.; PASCHOALINI, A. T. On the acoustic filtering of the pipe and sensor in a buried plastic water pipe and its effect on leak detection: an Experimental Investigation. **Sensors**, Basel, v. 14, p. 5595-5610, 2014.

ANDERSON, J. G.; HOUGH, S. E. Models for the shape of the Fourier amplitude spectrum of acceleration at high frequencies. **Bulletin of the Seismological Society of America**, California, v. 74, n. 5, p. 1969-1993, 1984.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS – ASTM. **D0415-07**: standard test methods for modulus and damping of soils by the resonant-column method. West Conshohocken, 1996. 23 p.

ATTERBERG, A. Über die physikalische Bodenuntersuchung und über die Plastizität der Tone. **Internationale Mitteilungen für Bodenkunde**, German, v. 1, n. 1, p. 10-43, 1911.

AZEVEDO, A. F. M., **Método dos elementos finitos**. Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 248 p.

BALMES, E.; LECLÈRE, J. M. **Viscoelastic vibration toolbox**. Paris: SD Tools, 2017. vol. 1, p. 129.

BANKS, H. T.; HU, S.; KENZ, Z. R. **A brief review of elasticity and viscoelasticity**. North Carolina: Center for Research in Scientific Computation and Department of Mathematics, 2010.

BARDET J., P. A viscoelastic model for the dynamic behavior of saturated poroelastic soils. **Journal of Applied Mechanics**, Califórnia, v. 59, n. 1, p. 128–135, 1992.

BERBERIAN, D. **Análise de placas circulares sobre base elástica**. 1972. 245 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Rio de Janeiro, 1972.

BERBERIAN, D. **Engenharia de fundações**. Brasília: UnB, 2000.

BERGSTROM, J. **Mechanics of solid polymers: theory and computational modeling**. USA: Elsevier, 2015. 520 p.

BIOT, M. A. General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material. **Journal Applied Mechanics**, Tehran, v. 78, n. 1, p. 91-96, 1956.

BJORLYKKE, K.; MONDOL, N. H. **Petroleum geoscience: from sedimentary environments to rock physics**. 2. ed. São Paulo: Springer-Verlag, 2015. p. 375-402.

BRASIL. SECRETARIA NACIONAL DE SANEAMENTO AMBIENTAL – SNIS. **Diagnóstico dos serviços de água e esgotos - 2016**. Brasília, DF: Ministério das Cidades, 2018. Disponível em: <http://www.snis.gov.br/diagnostico-agua-e-esgotos>. Acesso em: 16 abr 2018.

BRENNAN, M. J.; KROLL, L. L.; ALMEIDA, F. C. L.; JOSEPH, P. F.; PASCHOALINI, A. T., A virtual pipe rig for testing acoustic leak detection correlators: Proof of concept. **Applied Acoustics**, Oxford, v. 102, n. 1, p. 137-145, 2015.

CAPUTO, H. P. **Mecânica dos solos e suas aplicações**. 6. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora - LTC, 1996. v. 1.

CARVALHO, D.; SOUZA, A. Análise do efeito do umedecimento do solo em fundações rasas e profundas em solos porosos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA DE FUNDAÇÕES, 6., Salvador. **Congresso Brasileiro de Mecânica dos solos e Engenharia de Fundações**. Salvador: ABMS, 1990. p. 107-114.

CARVALHO, D. **Análise de cargas últimas a tração de estacas escavadas, instrumentadas, em campo experimental de São Carlos – SP**. 1991. 204 f. Tese (Doutorado em Geotecnia) – Escola de Engenharia de São Carlos – EESC, Universidade de São Paulo – USP, São Carlos, 1991.

CAVALCANTE, E. H.; GIACHETI, H. L.; DANZIGER, F. A. B.; COUTINHO, R. Q. Workshop Campos Experimentais Brasileiros. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA – COBRAMSEG, 13., Curitiba. **Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica**. Curitiba: ABMS, 2006. p. 91.

CINTRA, J. C. A.; CARVALHO, D.; GIACHETI, H. L.; BORTOLUCCI, A. A.; ALBIERO, J. H. Campo experimental de fundações em São Carlos. In: SEMINÁRIO DE ENGENHARIA DE FUNDAÇÕES ESPECIAIS, 2., 1991, São Paulo. **Seminário de Engenharia de Fundações Especiais**. São Paulo: ABMS/ABEF, 1991. v.1, p. 96-105.

CORREIA, C. R. **Desenvolvimento de formulações de elementos finitos para barras sujeitas a cargas transitórias**. 2015. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2015.

DAS, B. **Principles of geotechnical engineering**. 3rd ed. Boston: PWS Publishing, 1993.

DEY, A.; BASUDHAR, P. K. **Applicability of burger model in predicting the response of viscoelastic soil beds**. Kanpur: A. M. ASCE, 2010.

DI BENEDETTO, H.; TATSUOKA, F. Small strains behaviour of geomaterials modelling os strain rate effects. **Soils and Foundations**, Tokyo, v. 37, n. 2, p. 127-138, 1997.

DOMENICO, P.; SCHWARTZ, F. **Physical and chemical hydrogeology**. New York: John Wiley & Sons, 1990.

EL DEBS, M. K. **Projeto estrutural de tubos circulares de concreto**. São Paulo: IBTS, 2003.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA E AGROPECUÁRIA – SOLOS - EMBRAPA, **Sistema brasileiro de classificação de solos**. 4. ed. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica, 2014.

FAJARDO, R. I. C. **Previsão numérica do comportamento dinâmico da barragem de Breapampa no Peru**. 2014. 152 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

FERREIRA, C. V.; LOBO, A. S.; GIACHETI, H. L.; AGNELLI, N.; ALBIERO, J. H.; CARVALHO, D.; KATSUTANI, L. T. **Campo experimental de fundações em Bauru**. São Paulo: SEFE III, ABEF/ABMS, 1996. p. 77-87.

FUCHS, H. V.; RIEHLE, R. Ten years of experience with leak detection by acoustic signal analysis. **Applied Acoustics**, Oxford, v. 33, n. 1, p. 1-19, 1991.

FUJI TECOM. **How to finds leaks**. Japan: Fuji Tecom, 2010. Disponível em: <http://www.fujitecom.com/howto/Howtofindleaks.html>. Acesso em: 11 jan 2018.

GIACHETI, H. L. **Estudo experimental de parâmetros dinâmicos de alguns solos tropicais do Estado de São Paulo**. 1991. 232 f. Tese (Doutorado em Geotecnia) – Escola de Engenharia de São Carlos - EESC, Universidade de São Paulo - USP, São Carlos, 1991.

GIACHETI H. L. **Ensaio In Situ para determinação de parâmetros geotécnicos do subsolo**. Canadá: University of British Columbia - UBC, 1999. (Relatório de Pesquisa no Exterior, Fapesp, Proc. No. 97-0859-7).

GIACHETI, H. L. **Os ensaios de campo na investigação do subsolo: estudos e considerações quanto à aplicação em solos tropicais**. 2001. 327 f. Tese (Livre-Docência) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho” - UNESP, Bauru, 2001.

GIACHETI, H. L. *et al.* Ensaios de campo na investigação geotécnica e geoambiental. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA, 13., Curitiba. **Congresso**. Curitiba: ABMS, 2006. p. 25.

GO-ASSOCIADOS/ INSTITUTO TRATA BRASIL, **Perdas de água 2019 (SNIS 2017):** desafios para disponibilidade hídrica e avanço da eficiência do saneamento básico. São Paulo: Instituto Trata Brasil, 2019. p. 68.

GONÇALEZ, T. T. **Algoritmos adaptativos para o método GMRES**. 2005. 171 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Matemática - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

HAMILTON, E. L. Compressional wave attenuation in marine sediments. **Geophysics, Society of Exploration Geophysicists**, Oklahoma, v. 37, n. 4, p. 620-646. 1972.

HARDIN, B.O. The nature of damping in sands. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, American Society of Civil Engineers, v. 1, n. SM1, p. 63–97, 1965.

HOLTZ, D. R.; KOVACS, D. W. **An introduction to geotechnical engineering**. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1981.

HUNTER, J. A.; CROW, H. L. **Shear wave velocity measurement guidelines for canadian seismic site characterization in soil and rock**. Canadá: Geological Survey of Canada, 2012. p. 227.

IDRISS, I. M.; ASCE, A. M.; SEED, H. B. Seismic response of horizontal soil layers. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, American Society of Civil Engineers, v. 94, n. SM4, p. 1003-10031. 1968.

JENNY, H. **Factors of soil formation: a system of quantitative pedology**. New York: Dover, 1941.

JOPPERT J. I. **Fundações e contenções de edifícios: qualidade total na gestão do projeto e Execução**. São Paulo: PINI, 2007. 222 p.

KOOISTRA, A.; VERHOEF, P. N. W.; BROERE, W.; NGAN-TILLARD, D. J. M.; VAN TOL, A. F. Appraisal of stickiness of natural clays from laboratory tests. In: NATIONAL SYMPOSIUM OF ENGINEERING GEOLOGY AND INFRASTRUCTURE, 1., 1998, Netherlands. **Symposium**. Delft: Ingeokring, 1998. p. 101-113. 25 years jubilee symposium of engineering geology in the Netherlands.

KRAMER, S. L. **Geotechnical earthquake engineering**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996. 653 p. (International Series in Civil Engineering and Engineering Mechanics).

LIMA, A. P. **Deformabilidade e estabilidade de taludes em solo grampeado**. 2002. 176 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2002.

LIMA, F. K.; BRENNAN, M. J.; ALMEIDA, F. C. L.; AYALA, P. C.; OBATA, D. H. S.; SCUSSEL, O.; IWANAGA, M. K.; PASCHOALINI, A. T. Estimating the Velocity of Leakage Noise Propagation for Leak Detection in an Underground Water Pipes – In: SYMPOSIUM OF INTELLIGENT MATERIALS AND CONTROL – SIMC, 6., 2018, Ilha Solteira. **Symposium of Intelligent Materials and Control**. Ilha Solteira: UNESP, 2018. p. 4.

MACHADO, S. L. **Aplicação de conceitos de elastoplasticidade a solos não saturados**. 1998. 361 f. Tese (Doutorado em Geotecnia) – Escola de Engenharia de São Carlos – EESC, Universidade de São Paulo – USP, São Carlos, 1998.

MARCATTO, I. B. T. **Otimização do comportamento vibratório de uma estrutura de treliças visco-elásticas através do método de otimização topológica**. São Paulo: Universidade de São Paulo – Escola Politécnica, São Paulo, 2011. 87 p.

MASE, G. T.; MASE, G. E. **Continuum mechanics for engineers**. Boca Raton: CRC, 1999.

MENEZES, S. M. **Análise do comportamento de estacas pré-moldadas em solo de alta porosidade do interior do Estado de São Paulo**. 1997. 377 f. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica – EP, Universidade de São Paulo - USP, São Paulo, 1997.

MERIBOUT, F. **Analyse de la transmission au sol des vibrations a partir d'une structure vibrante**. 2008. 110 f. Tese (Doutorado) – Faculté des sciences de l'ingénieur - Université Mentouri Constantine, Constantine, 2008.

MESQUITA, A. D.; CODA, H. A boundary element methodology for viscoelastic analysis: Part I with cells. **Applied Mathematical Modeling**, UK, v. 31, n. 6, p. 1149–1170, 2007.

MICHAELS, P. Relating damping to soil permeability. **International Journal of Geomechanics**, Boise, v. 1, n. 1, p. 158–165, 2006.

NAVARRO, R. F. Modelos viscoelásticos aplicáveis a materiais reais: uma revisão. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**, Campina Grande, v. 12, n. 1, p. 1-20, 2017.

NELSON, J. T.; SAURENMAN, H. J. A prediction procedure for rail transportation groundborne noise and vibration. **Transportation Research Record**, Washington, v. 1143, n. 1143, p. 26-35, 1987.

NEWMARK, N. A method of computation for structural dynamics. **Journal of Engineering Mechanics Division**, New York, v. 85, n. 3, p. 67-94, 1959.

NOGAMI, J. S.; VILLIBOR, D. F.; BELIGNI, M.; CINCERRE, J. R. **Pavimentos com solos lateríticos e gestão de manutenção de vias urbanas**. São Paulo: ABPv, 2000.

NOGAMI, J. S.; VILLIBOR, D. F. Uma nova classificação de solos para finalidades rodoviárias. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SOLOS TROPICAIS EM ENGENHARIA, 1., 1981, Rio de Janeiro. **Anais do Simpósio Brasileiro de Solos Tropicais em Engenharia**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ - ABMS, 1981.

OHSAKI, Y.; IWASAKI, R. On dynamic shear moduli and Poisson's ratio of soil deposits, **Soil and Foundations, JSSMFE**, Tokyo, v. 13, n. 4, p. 59-73, Dec., 1973.

PACHECO, L. de A. **Modelagem física e numérica de um duto enterrado em areia sujeito a deslocamento lateral**. 2006. 114 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, 2006. 114 p.

PEIXOTO, A. S. P. **Estudo do ensaio SPT-T e sua aplicação na engenharia de fundações**. 2001. 510 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Agrícola - FEAGRI, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, 2001.

PETROBRAS - COMISSÃO DE NORMALIZAÇÃO TÉCNICA – CONTEC. **N - 1848: projeto de fundações de máquinas**, Rio de Janeiro, 2008. p. 51.

PINTO, C. **Curso básico de mecânica dos solos**. 3. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2006.

PROCTOR, R. R. Fundamentals Principles of Soil Compaction. **Engineering News Record**, New York, v. 11, n. 9, p. 148-156, 1933.

RIBEIRO, F. B.; MOLINA, E. C. **Ondas sísmicas e o interior da terra: tópicos**. 4. ed. São Paulo: IAG-USP, 2012. p. 73-96.

RODRIGUES, J. M. M. **Leis de atenuação sísmica para Portugal Continental considerando o tipo de terreno**. 2015. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Instituto Superior Técnico de Lisboa, Portugal, 2015.

RODRIGUEZ, T. G. **Caracterização geotécnica de um solo de diabásio por meio de ensaios SPT e CPT**. 2013. 134 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2013.

ROESSET, J.; KAUSEL, E.; CUELLAR, V.; MONTE, J.; VALEIRO, J. Impact of weight falling onto the ground. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, Reston, v. 120, n. 8, p. 1394–1412, 1994.

SAAD, Y.; SCHULTZ, M. H. GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems. **SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing**, New Haven, v. 7, n. 3, p. 856-869, 1986.

SANTOS, S. A. **Método dos elementos de contorno aplicado à viscoelasticidade quase-estática em materiais inhomogêneos**. 2016. 121 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2016.

SEGANTINI, A. A. S. **Aplicação do solo-cimento em estacas apiloadas para obras de pequeno porte**. 1994. 98 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 1994.

SEGANTINI, A. A. S. **Utilização do solo-cimento plástico em estacas escavadas com trado mecânico em Ilha Solteira – SP**. 2000. 176 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2000.

SILVA, J. T. **Precondicionamento do método GMRES para Z-matrizes**. 2016. 102 f. Dissertação (Mestrado) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2016.

SOUZA, A. **Determinação da capacidade de carga de estacas em solo coluvionar ocorrente na cidade de Ilha Solteira, através da realização de provas de carga em estacas instrumentadas**. Ilha Solteira: UNESP, FEIS-UNESP, 1992. p. 1-86. 1º Relatório Trienal, período: Março/1989 a Março/1992.

SOUZA, A. **Utilização de fundações rasas no solo superficial colapsível de Ilha Solteira (SP)**. 1993. 56 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – EESC, Universidade de São Paulo - USP, São Carlos, 1993.

SOUZA, C. R. **Um novo equipamento triaxial para ensaios de solos na condição de deformação plana**. 2005. 158 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.

STOLL, R. Computer-aided studies of complex soil modulus. In: MEASUREMENT AND USE OF SHEAR WAVE VELOCITY FOR EVALUATING DYNAMIC SOIL PROPERTIES, ed. R. Woods, 1985, New York. **Proceeding**. New York: ASCE, 1985. p. 18-33.

SUN, J. I.; GOLESORKHI, R.; SEED, H.B. **Dynamic moduli and damping ratios for cohesive soils**. Califórnia: University of California at Berkely, Earthquake Engineering Research Center, 1988. (Repor, UCB/EERC-88/15).

NATURAL RESOURCES CONSERVATION SERVICE – USDA. **United States department of agriculture**. Washington: ESRI, 2005. Disponível em: https://www.nrcs.usda.gov/wps/portal/nrcs/detail/soils/use/worldsoils/?cid=nrcs142p2_054010. Acesso em: 9 abr. 2018.

VILLIBOR, D. F.; NOGAMI, J. S. **Pavimentos econômicos: tecnologia do uso dos solos finos lateríticos**. São Paulo: Editora Arte & Ciência, 2009. 147 p.

VILLIBOR, D. F.; NOGAMI, J. S.; CINCERRE, J. R.; SERRA, P. R. M.; ZUPPOLINI NETO, A. **Pavimentos de baixo custo para vias urbanas**. 2. ed. São Paulo: Arte & Ciência, 2009. 194 p.

WIDJAJA, B.; LEE, S. H. Flow box test for viscosity of soil in plastic and viscouliquid states. **The Japanese Geotechnical Society, Soil and Foundations**, Tokyo, v. 53, n. 1, p. 35-46, jan. 2013.

WINKLER, K. W.; NUR, A. Seismic attenuation: effects os pore fluids and frictional sliding. **Geophysics, Society of Exploration Geophysicists**, Tulsa, v. 47, n. 1, p. 1-15, 1982.

WISS, J. F. **Damage effect of pile driving vibration**. Washington: Highway Research Board, 1967. (Highway Research Report, 155).

WORLD WATER ASSESSMENT PROGRAMME. **The united nations world water development report 2015: water for a sustainable world**. Paris: UNESCO, 2015. 122 p. (WWAP Relatório Técnico).

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J. Z. **The finite element method: its basis and fundamentals**. 6th ed. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005. 752 p.