# **RESSALVA**

Atendendo solicitação da autora, o texto completo desta tese será disponibilizado somente a partir de 22/08/2021.



# UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" FACULDADE DE ENGENHARIA CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

LEIDY DIANE WOLMUTH SILVA

# CONTROLE ℋ∞ CHAVEADO COM REALIMENTAÇÃO DERIVATIVA DE SISTEMAS LINEARES INCERTOS CONSIDERANDO A SATURAÇÃO DO SINAL DE CONTROLE





# UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" FACULDADE DE ENGENHARIA CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

LEIDY DIANE WOLMUTH SILVA

# CONTROLE ℋ∞ CHAVEADO COM REALIMENTAÇÃO DERIVATIVA DE SISTEMAS LINEARES INCERTOS CONSIDERANDO A SATURAÇÃO DO SINAL DE CONTROLE



# FICHA CATALOGRÁFICA Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Silva, Leidy Diane Wolmuth.

S586c

Controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado com realimentação derivativa de sistemas lineares incertos considerando a saturação do sinal de controle / Leidy Diane Wolmuth Silva. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2019

129 f.: il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. Área de conhecimento: Automação, 2019

Orientador: Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira Inclui bibliografia

1. Realimentação derivativa. 2. Controle  $\mathscr{H}_\infty$  chaveado. 3. Sistemas lineares incertos. 4. Saturação dos atuadores.



### UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Campus de Ilha Selicira

## CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Controle H∞ Chaveado com Realimentação Derivativa de Sistemas Lineares Incertos

Considerando a Saturação do Sinal de Controle

**AUTORA: LEIDY DIANE WOLMUTH SILVA** 

ORIENTADOR: MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Doutora em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. RODRIGO CARDIM

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. ROBERTO KAWAKAMI HARROP GALVÃO

Divisão de Engenharia Eletrônica / Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

Prof. Dr. WALLYSONN ALVES DE SOUZA

Coordenação de Ciências Matemáticas e Naturais - CCMN / Instituto Federal de Educação, Ciência e

Tecnologia do Tocantins - Campus Palmas

Wallynny Alva de Saya Prof. Dr. DIOGO RAMALHO DE OLIVEIRA

IFMS - Câmpus de Três Lagoas / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso do Sul

Diogo Ramalho de Oliveira

Ilha Solteira, 22 de agosto de 2019



#### **AGRADECIMENTOS**

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da FEIS-UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- A meu esposo Rosalvo, pelo apoio incondicional, paciência em suportar a distância, por sempre me incentivar a correr atrás dos meus sonhos, a minha mãe Dulce pelo apoio e suporte em minhas decisões, agradeço todo o amor e empenho que teve na minha formação, ao meu pai Altino e meus irmãos Leandro e Luiz pelo carinho e incentivo;
- Ao meu orientador Prof. Dr. Marcelo, por todo ensinamento, incentivo, confiança e orientação. Agradeço pela paciência, compreensão e por proporcionar um ambiente agradável e saudável de estudo;
- Ao Prof. Dr. Uiliam pela amizade e co-orientação informal, sem sua ajuda este trabalho seria mais difícil;
- Aos demais professores do grupo de pesquisa em controle: Edvaldo, Cardim e Jean, por toda a ajuda, presto meus agradecimentos, pelo acompanhamento nas bancas examinadoras, sugestões e incentivo;
- Aos meus amigos e colegas do Laboratório de Pesquisa em Controle (LPC) que de forma direta ou indiretamente me ajudaram: Uiliam, Marco Beteto, Bruno, Igor, Leonardo, Douglas, Hadamez, Gilberto, Hyago, Diogo, Marco Travassos, Lázaro, Ivan, Ariel, Mariana, Gustavo, Adalberto, Veronese e Paulo, meu muito obrigada pelos momentos de descontração, pelo café compartilhado, pelo ambiente maravilhoso de estudo e por todas as discussões para a resolução dos problemas que surgem no decorrer da pesquisa;
- Aos colegas professores e técnicos do Departamento de Matemática UFMT, agradeço pelo apoio, em especial ao Prof. Dr. André Krindges, pela ajuda nas simulações;
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq (processo 140131/2019-1) pela oportunidade e apoio financeiro na fase final do doutorado. A FA-PESP (processo número 2011/17610-0) pela aquisição dos softwares e equipamentos utilizados.

"Descobrir consiste em olhar para o que todo mundo está vendo e pensar uma coisa diferente." Roger Von Oech "O período de maior ganho em conhecimento e experiência é o período mais difícil da vida de alguém." Dalai Lama

### **RESUMO**

Esta tese propõe projetos de controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  e controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado para uma classe de sistemas lineares com incertezas invariantes no tempo, nos quais apenas a derivada do vetor de estado é considerada para realimentação. Neste cenário, as estratégias propostas utilizam dinâmicas auxiliares, cujas variáveis de estado estão disponíveis para realimentação, para controlar a planta original. São propostas estruturas e procedimentos de projeto por meio de desigualdades matriciais lineares. A primeira estrutura de controle apresentada, considera a saturação do atuador e um integrador para definir a estratégia de controle, e se as condições propostas são factíveis, assegura que o ponto de equilíbrio do sistema de malha fechada seja localmente assintoticamente estável, para todas as condições iniciais em uma região elipsoidal, contida em uma determinada região definida para a nova dinâmica. Na segunda estrutura, é proposta uma técnica sem o uso de integradores para definir as estratégias para o controle chaveado e controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado, para plantas com e sem saturação da entrada de controle. Na terceira estrutura, considera-se um caso mais geral porém com o uso de integradores para definir as estratégias para o controle chaveado e controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado, para plantas sem saturação da entrada de controle. Embora todos os projetos propostos considerem a dinâmica auxiliar, são asseguradas as propriedades de estabilidade, taxa de decaimento e custo garantido  $\mathscr{H}_{\infty}$  para a planta original. Exemplos de simulação e uma implementação prática ilustram a eficácia das abordagens propostas.

**Palavras-chave:** Realimentação derivativa. Controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado. Sistemas lineares incertos. Saturação dos atuadores.

#### **ABSTRACT**

This thesis proposes  $\mathcal{H}_{\infty}$  switched control designs for a class of linear systems with timeinvariant uncertainties, where only the derivative of the state vector is considered for feedback. In this scenario, the proposed strategies use auxiliary dynamics, whose state variables is accessible for feedback, to control the original plant. The proposed structures and design procedures are based on Linear Matrix Inequalities (LMIs). The first structure considers the actuator saturation and an integrator to define the control strategy, and if the proposed conditions are feasible, it assures that the equilibrium point of the closed-loop system is locally asymptotically stable, for all initial conditions in an ellipsoidal region, which is within a given region defined for this new dynamic. In the second structure, we adopted a technique without the use of integrators to define the strategies for the switched control and  $\mathcal{H}_{\infty}$  switched control, for plants with and without control input saturation. In the third structure, we study a more general case, however, with the use of integrators to define the strategies for the switched control and  $\mathcal{H}_{\infty}$  switched control, for plants without control input saturation. Although all proposed designs consider the auxiliary dynamics, it is assured the stability, decay rate proprieties, and  $\mathcal{H}_{\infty}$  guaranteed cost for the original plant. Simulation examples and practical implementation illustrate the effectiveness of the proposed approaches.

**Keywords:** Derivative feedback.  $\mathcal{H}_{\infty}$  switched control. Uncertain linear system. Actuator saturation.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação de $\operatorname{sat}(u_j(t))$ como uma função de $u_j(t)$ e sua região de operação.	27
Figura 2	Esquema da lei de controle proposta (18) para o sistema linear incerto sujeito à saturação do atuador (1).	31
Figura 3	Esquema da lei de controle proposta (44) para o sistema linear incerto sujeito à saturação do atuador (1).	37
Figura 4	Região de factibilidade para $\hat{w}=0,2236,~\eta=6,7968\times10^6$ e $\mu_0=1$ : com Teorema 1, Teorema 3 (tomando $K_k=K$ ) e Lema 2 representado por $(*)$ e Teoremas 2, 3 e Lema 2 representado por $(*,\Box)$ .	45
Figura 5	Região de factibilidade obtida minimizando $\overline{w}$ com $\overline{w} = \hat{w}^{-2}$ , o que resulta na maximização de $\hat{w}$ , mantendo $\eta = 6,7968 \times 10^6$ fixo e $\mu_0 = 1$ : com Teorema 1, Teorema 3 (tomando $K_k = K$ ) e Lema 2 representado por () e Teoremas 2, 3 e Lema 2 representado por (-).	45
Figura 6	Região elipsoidal $\mathscr{E}(P,1)$ e trajetória para $x_N(t) = [\hat{x}(t)^T \ u(t)^T]^T \cos x_{N_3}(t) = u(t) = 0$ , (a,b)=(60,50) da Figura 4; com Teoremas 2, 3 e Lema 2 representados por (-); Teorema 1, Teorema 3 (tomando $K_k = K$ ) e Lema 2 representado pela curva (); a curva $T$ é a trajetória para a condição inicial $x(0) = A_2^{-1}[1,08 \ 1,76]^T$ .	47
Figura 7	Variáveis de estado e variáveis de estado auxiliares $(x_N(t) = [\hat{x}(t)^T \ u(t)^T]^T)$ da simulação do sistema (1), com (80); com Teoremas 2, 3 e Lema 2, lei de controle (44) e (82), representados por (-); Teorema 1, Teorema 3 (tomando $K_k = K$ ) e Lema 2, lei de controle(18) e (81), representado pela curva ().	47
Figura 8	Índice de chaveamento $\sigma \in \mathbb{I}_r$ , função de Lyapunov $V(x_N(t)) = x_N(t)^T P x_N(t)$ $(x_N(t) = [\hat{x}(t)^T \ u(t)^T]^T)$ , entrada de controle $u(t) = x_{N_3}(t)$ e sinal $u_N(t)$ , para o sistema (1) e (80); para Teoremas 2, 3 e Lema 2, lei de controle (44) e (82), representados por (-); Teorema 1, Teorema 3 (tomando $K_k = K$ ) e Lema 2, lei de controle $u_N(t) = -Kx_N(t)$ e (81), representado pela curva ().	48
Figura 9	Sistema de absorção de vibrações.	49

Figura 10	Variáveis de estado auxiliares $(x_N(t) = [\hat{x}(t)^T \ u(t)^T]^T)$ da simulação do sistema (1), com (84); com Teoremas 2, 3 e Lema 2, lei de controle (44) e (86), representados por (-); Teorema 1, Teorema 3 (tomando $K_k = K$ ) e Lema 2, lei de controle (18) e (85), representado pela curva ().	52
Figura 11	Variáveis de estado da simulação do sistema (1), com (84); com Teoremas 2, 3 e Lema 2, lei de controle (44) e (86), representados por (-); Teorema 1, Teorema 3 (tomando $K_k = K$ ) e Lema 2, lei de controle (18) e (85), representado pela curva ().	53
Figura 12	Entrada de controle $u_1(t) = x_{N_5}(t)$ , $u_2(t) = x_{N_6}(t)$ e sinal $u_N(t)$ , para o sistema (1) e (80); para Teoremas 2, 3 e Lema 2, lei de controle (44) e (86), representados por (-); Teorema 1, Teorema 3 (tomando $K_k = K$ ) e Lema 2, lei de controle (18) e (85), representado pela curva ().	53
Figura 13	Índice de chaveamento $\sigma \in \mathbb{I}_r$ , função de Lyapunov $V(x_N(t)) = x_N(t)^T P x_N(t)$ $(x_N(t) = [\hat{x}(t)^T \ u(t)^T]^T)$ , para o sistema (1) e (80); para Teoremas 2, 3 e Lema 2, lei de controle (44) e (86), representados por (-); Teorema 1, Teorema 3 (tomando $K_k = K$ ) e Lema 2, lei de controle (18) e (85), representado pela curva ().	54
Figura 14	Região de factibilidade obtida minimizando $\eta$ com $\overline{w}=0.004$ fixo, $\mu_0=1$ : com Teoremas 1 e 3 (tomando $K_k=K$ ) e Lema 2 representado por (); Teoremas 2 e 3 e Lema 2 representado por (-).	54
Figura 15	Região de factibilidade obtida minimizando $\overline{w}$ com $\eta = 9 \times 10^8$ fixo, $\mu_0 = 1$ : com Teoremas 1 e 3 (tomando $K_k = K$ ) e Lema 2 representado por (); Teoremas 2 e 3 e Lema 2 representado por (-).	55
Figura 16	Esquema da lei de controle proposta (110) para o sistema linear incerto (105).	61
Figura 17	Esquema da lei de controle proposta (134) para o sistema linear incerto (105).	66
Figura 18	Região de factibilidade: com Teorema 15 $(\circ, *, \square)$ , Teorema 13, $(\circ)$ e Teo- re 3.2 dado em Silva <i>et al.</i> (2012) $(\circ, *)$ com $\mu = 1 \times 10^{-5}$ .	ma 87
Figura 19	Região factível utilizando o Lema 4: com Teorema 19, representado por () e Teorema 21 representado por (-).	88

Figura 20	Regiões elipsoidais, regiões de operação e trajetória $T$ para a condição inicial $x(0) = A_1^{-1}[0.9 \ 3.4]^T$ : com $\check{\mathcal{E}}_{L_\sigma}(P,1)$ , região de operação $\mathscr{U}_{L_\sigma}$ para o o Teorema 21 com Lema 2; com $\check{\mathcal{E}}_L(P,1)$ ), região de operação $\mathscr{U}_L$ para o o Teorema 19 com Lema 2.	88
Figura 21	Região elipsoidal $\check{\mathscr{E}}(P,1)$ ; região de operação $\mathscr{U}$ ; trajetória $T$ para a condição inicial $x(0)=A_1^{-1}[1,91\ 4]^T$ para o o Teorema 21 com o Lema 2.	90
Figura 22	Variáveis de estado e variáveis de estado auxiliares $(\hat{x}(t))$ da simulação do sistema (191), com (239) para o Teorema 21 com o Lema 2.	90
Figura 23	Índice de chaveamento $\sigma \in \mathbb{I}_r$ , função de Lyapunov $V(\hat{x}(t)) = \hat{x}(t)^T P \hat{x}(t)$ , entrada de controle $u(t)$ , para o sistema sistema (191), com (239) para o Teorema 21 com o Lema 2.	91
Figura 24	Região factível: com Teorema 16, representado por (-) e para o Teorema 14 não foram obtidos pontos factíveis.	92
Figura 25	Região factível utilizando o Lema 4: com Teorema 20 (-) e Teorema 22 (-).	93
Figura 26	Regiões elipsoidais $\check{\mathscr{E}}(P,\varepsilon_0+\kappa^{-1}\varepsilon)$ , $\check{\mathscr{E}}(P,\kappa^{-1}\varepsilon)$ e $\check{\mathscr{E}}(P,\varepsilon_0)$ ; região de operação $\mathscr{U}$ ; trajetórias $T_1$ e $T_2$ para $w(t)=0$ e trajetórias $T_3$ e $T_4$ para $w(t)\neq 0$ e Teorema 22 com Lema 2.	94
Figura 27	Variáveis de estado e variáveis de estado auxiliares $(\hat{x}(t))$ da simulação do sistema (189), com (249) para o Teorema 22 com o Lema 2.	95
Figura 28	Índice de chaveamento $\sigma \in \mathbb{I}_r$ , entrada de controle $u(t)$ , distúrbio externo $w(t)$ , derivada do distúrbio $\dot{w}(t)$ , para o sistema sistema (189), com (249) para o Teorema 22 com Lema 2.	95
Figura 29	Saída $y(t)$ , derivada da saída $\dot{y}(t)$ , para o sistema sistema (189), com (249) para o Teorema 22 com o Lema 2.	96
Figura 30	Para $w(t) \neq 0$ , $\gamma$ para $\hat{x}(0) = [0\ 0]^T$ , $I_1 = \frac{\int_0^\infty w(t)^T w(t) dt}{\int_0^\infty y(t)^T y(t) dt}$ , $I_2 = \frac{\int_0^\infty \dot{w}(t)^T \dot{w}(t) dt}{\int_0^\infty \dot{y}(t)^T \dot{y}(t) dt}$ para o sistema (189), com (249) para o Teorema 22 com o Lema 2.	96
Figura 31	Esquema da lei de controle proposta (257) para o sistema linear incerto (250).	100
Figura 32	Esquema da lei de controle proposta (44) para o sistema linear incerto sujeito à saturação do atuador (1).	103

Figura 33	Região factível: com Teorema 3.2 em Silva et al. (2012), representado	
	por (o), Teorema 25, representado por (o,*), e Teorema 27, representado	
	por $(\circ, *, \square)$ .	106
Figura 34	Custo garantido: Teorema 26 representado por () e Teorema 28, represen-	
	tado por (-).	107
Figura 35	Integrais $\gamma_r(t) = \frac{\int_0^6 y(t)^T y(t) dt}{\int_0^6 w(t)^T w(t) dt}$ representado por (-), $\gamma_r(t) = \frac{\int_0^6 \tilde{y}(t)^T \tilde{y}(t) dt}{\int_0^6 \tilde{w}(t)^T \tilde{w}(t) dt}$ representado por (), $\gamma_r(t) < \gamma = 510,8621$ .	109
Figura 36	Variáveis de estado e variáveis de estado auxiliares $(\tilde{x}(t))$ para o Teorema 28.	109
Figura 37	Saída $y(t)$ e saída auxiliar $\tilde{y}(t)$ para o Teorema 28.	110
Figura 38	Modelo de suspensão ativa de $\frac{1}{4}$ do veículo.	111
Figura 39	Região de factibilidade obtida minimizando $\xi$ com $\gamma=\sqrt{\xi}$ , mantendo $\eta=1\times 10^9$ fixo e $\mu_0=1$ no Teorema 3: com Teorema 26 representado pelas curvas tracejadas e o Teorema 28 representado pelas curvas contínuas.	113
Figura 40	Resposta temporal prática para a varredura em frequência do sistema de suspensão ativa em malha aberta e em malha fechada, com falha no atuador e $M_s=2,45\ kg$ .	115
Figura 41	Entrada de controle $u(t)$ , sinal de controle $\tilde{u}(t)$ , índice de chaveamento $\sigma$ , com $u(t) = \tilde{x}_5$ e $M_s = 2,45$ kg.	116
Figura 42	Resposta temporal prática para a varredura em frequência do sistema de suspensão ativa em malha aberta e em malha fechada, com falha no atuador e $M_s=1,455\ kg$ .	116
Figura 43	Entrada de controle $u(t)$ , sinal de controle $\tilde{u}(t)$ , índice de chaveamento $\sigma$ , com $u(t) = \tilde{x}_5$ e $M_s = 1,455$ kg.	117
Figura 44	$\gamma_r(t) = \frac{\int_0^{15} y(t)^T y(t) dt}{\int_0^{15} w(t)^T w(t) dt}, \ \gamma_{r_d}(t) = \frac{\int_0^{15} \dot{y}(t)^T \dot{y}(t) dt}{\int_0^{15} \dot{w}(t)^T \dot{w}(t) dt} \text{ para } M_s = 1,455 \text{ kg}$ $e M_s = 2,45 \text{ kg}.$	117
Figura 45	$I_{y} = \int_{0}^{15} y(t)^{T} y(t) dt, I_{y_{d}} = \int_{0}^{15} \dot{y}(t)^{T} \dot{y}(t) dt, I_{w} = \int_{0}^{15} w(t)^{T} w(t) dt, I_{w_{d}} = \int_{0}^{15} v(t)^{T} y(t) dt$	
	$\int_0^{13} \dot{w}(t)^T \dot{w}(t) dt$ : para $M_s = 1{,}455 \text{ kg}$ representada por () e $M_s = 2{,}45 \text{ kg}$ representada por (-).	118

- Figura 46 Resposta temporal prática para a varredura em frequência do sistema de suspensão ativa em malha aberta e em malha fechada, com falha no atuador e  $M_s = 2,45 \ kg$ . 119

  Figura 47 Entrada de controle u(t), sinal de controle  $\tilde{u}(t)$ , índice de chaveamento  $\sigma$ , com  $u(t) = \tilde{x}_5$  e  $M_s = 2,45 \ kg$ . 119
- Figura 48 Resposta temporal prática para a varredura em frequência do sistema de suspensão ativa em malha aberta e em malha fechada, com falha no atuador e  $M_s = 1,455 \ kg$ .
- Figura 49 Entrada de controle u(t), sinal de controle  $\tilde{u}(t)$ , índice de chaveamento  $\sigma$ , com  $u(t) = \tilde{x}_5$  e  $M_s = 1,455$  kg.
- Figura 50  $\gamma_r(t) = \frac{\int_0^{15} y(t)^T y(t) dt}{\int_0^{15} w(t)^T w(t) dt}, \quad \gamma_{r_d}(t) = \frac{\int_0^{15} \dot{y}(t)^T \dot{y}(t) dt}{\int_0^{15} \dot{w}(t)^T \dot{w}(t) dt} \text{ para } M_s = 1,455 \text{ kg}$   $e M_s = 2,45 \text{ kg}.$ 121
- Figura 51  $I_y = \int_0^{15} y(t)^T y(t) dt, I_{y_d} = \int_0^{15} \dot{y}(t)^T \dot{y}(t) dt, I_w = \int_0^{15} w(t)^T w(t) dt, I_{w_d} = \int_0^{15} \dot{w}(t)^T \dot{w}(t) dt$ : para  $M_s = 1,455 \ kg$  representada por (--) e  $M_s = 2,45 \ kg$  representada por (-).

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Combinações para mudanças de variáveis na descrição da saturação	
	por uma combinação convexa para $m=2$ .	29
Tabela 2	Combinações para mudanças de variáveis na descrição da saturação	
	por uma combinação convexa.	29
Tabela 3	Parâmetros do sistema de suspensão ativa (QUANSER, 2009).	112

## LISTA DE SÍMBOLOS

R

Conjunto dos números reais.

 $\Re^n$ 

Conjunto dos vetores  $n \times 1$  com elemen-

tos reais.

 $\Re^{n \times m}$ 

Conjunto das matrizes  $n \times m$  com elemen-

tos reais.

 $Z_{+}$ 

Conjunto dos números inteiros positivos.

 $\mathbb{I}_r$ 

Conjuntos dos números  $\{1,2,\ldots,r\}$ .

 $co = \{w_1, w_2, \dots, w_r\}$ 

Conjunto das combinações convexas dos vetores  $w_i$ ,  $\forall i \in \mathbb{I}_r$ ;  $w \in \text{co} =$ 

 $\{w_1, w_2, \dots, w_r\}$  se e somente se  $w = \sum_{i=1}^r \alpha_i w_i, w_i > 0$  e  $\sum_{i=1}^r \alpha_i = 1$ .

 $\operatorname{diag}\left\{M_1, M_2, \dots, M_r\right\}$ 

Matriz bloco-diagonal cujos elementos

diagonais são  $M_1, M_2, \ldots, M_r$ .

 $\lambda_{\max}(A)$ 

Maior autovalor da matriz A.

 $\lambda_{\min}(A)$ 

Menor autovalor da matriz A.

 $M_{(l)}$ 

Representa a *l*-ésima linha de uma matriz

M.

 $m_{lj}$ 

Representa o elemento que está na linha l

coluna j da matriz M.

 $M_{j(l)}$ 

Representa a l-ésima linha da matriz  $M_j$ ,

 $\forall j \in \mathbb{I}_r$ .

$x_l(t)$	Representa o elemento $l$ do vetor $x(t)$ .
$sgn(u_l(t))$	Representa a função sinal para todo $l \in \mathbb{I}_r$ , $sgn(u_l(t)) = \begin{cases} 1, \ u_l(t) > 0 \\ 0, \ u_l(t) = 0 \\ -1 \ u_l(t) < 0 \end{cases}$
$\min\{a, b\}$	Representa o menor valor entre $a$ e $b$ .
$\operatorname{sat}(u(t)) = \left[\operatorname{sat}(u_1(t))  \cdots  \operatorname{sat}(u_m(t))\right]^T$	Saturação do vetor $u(t)$ , com sat $(u_l(t)) = sgn(u_l(t)) \min \{\rho_l,  u_l(t) \}.$
$M^T$	Transposta da matriz real $M$ .
$M > (\geq)0$	M é uma matriz simétrica e definida (semidefinida) positiva.
$M < (\leq)0$	M é uma matriz simétrica e definida (semidefinida) negativa.
I	Matriz identidade de ordem apropriada.
z	Valor absoluto de um número real z.
x	Norma Euclidiana do vetor $x \in \Re^n$ : $  x   = \sqrt{x^T x}$ .
A	Norma Euclidiana da matriz $A \in \Re^{n \times m}$ : $  A   = \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$ .
$rg\min_{i\in\mathbb{I}_r}^*\{h_i\}$	Menor índice $i \in \mathbb{I}_r$ tal que, para o conjunto $\{h_1, h_2, \dots, h_r\}$ , $h_i = \min_{i \in \mathbb{I}_r} \{h_i\}$ ; por exemplo, dado um conjunto $H = \{h_1 = 4, h_2 = 2, h_3 = 5, h_4 = 3, h_5 = 2\}$ , sendo $r = 5$ , então $\underset{i \in \mathbb{I}_r}{\min}^* \{h_i\} = \min\{2, 5\} = 2$ .

2.

8	$\backslash c$	) <i>E</i>

Representa o do conjunto  $\mathscr E$  menos a sua fronteira.

$$\Omega \subset \mathfrak{R}$$

Intervalo aberto.

$$L^2(\Omega)$$

Conjunto de todas as trajetórias f(t) tais que  $||f(t)||_2 = (\int_{\Omega} f(t)^T f(t) dt)^{1/2} < \infty$ .

$$L^1_{loc}(\Omega)$$

Espaço das funções localmente integráveis em  $\Omega$ .

$$C^k(\Omega)$$

Espaço das funções k vezes continuamente diferenciáveis em  $\Omega$ .

$$C_0^k(\Omega)$$

Conjunto das funções  $C^k(\Omega)$  com f = 0 em  $\partial I, k \ge 0$ .

$$C_0^{\infty}(\Omega)$$

Espaço das funções infinitamente diferenciáveis com suporte compacto em  $\Omega$ .

$$supp(f) = \left\{ \overline{t \in \Omega : f(t) \neq 0} \right\}$$

O suporte de f, denotado por supp(f), é o fecho, em  $\Omega$ , do conjunto dos pontos t pertencentes a  $\Omega$ , em que f não se anula.

$$W^{1,2}(\Omega) = H^1(\Omega)$$

Espaço de Sobolev com norma  $\|f(t)\|_{W^{1,2}} = (\|f(t)\|_2 + \left\|\dot{f}(t)\right\|_2)^{1/2}.$ 

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
2	CLASSE DE SISTEMAS LINEARES INCERTOS SUJEITO À SATURA- ÇÃO DO ATUADOR USANDO REALIMENTAÇÃO DERIVATIVA	25
2.1	CONTROLE DERIVATIVO COM SATURAÇÃO DO ATUADOR	25
2.1.1	Descrição da saturação do sinal de controle como combinação convexa	26
2.1.2	Representação do sistema através da descrição da saturação do sinal de controle como combinação convexa	29
2.2	CONTROLE ROBUSTO DA DINÂMICA AUXILIAR COM SATURAÇÃO DO ATUADOR	31
2.2.1	Relação entre a dinâmica auxiliar e a dinâmica da planta	34
2.3	CONTROLE ROBUSTO CHAVEADO PARA A DINÂMICA AUXILIAR	36
2.4	EXEMPLOS	44
2.4.1	Exemplo 1	44
2.4.2	Exemplo 2	48
2.5	CONCLUSÕES PARCIAIS	55
3	CONTROLE $\mathcal{H}_{\infty}$ CHAVEADO DE SISTEMAS LINEARES SUJEITO À SATURAÇÃO NO ATUADOR USANDO REALIMENTAÇÃO DERIVATIVA COM DINÂMICA AUXILIAR SEM INTEGRADOR	56
3.1	CONCEITOS FUNDAMENTAIS	56
3.2	SISTEMAS LINEARES INCERTOS SUJEITO A UM DISTÚRBIO EXTERNO	60
3.3	CONTROLE ROBUSTO $\mathscr{H}_{\infty}$ - MATRIZ DE ENTRADA CONHECIDA	61
3.4	CONTROLE $\mathscr{H}_{\infty}$ CHAVEADO - MATRIZ DE ENTRADA CONHECIDA	65
3.5	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA SUJEITO À SATURAÇÃO DO ATUADOR E DISTÚRBIO EXTERNO	74
3.5.1	O problema de controle $\mathscr{H}_{\infty}$ considerando a região de operação	76

3.6	EXEMPLOS	86
3.6.1	Exemplo 3	86
3.7	CONCLUSÕES PARCIAIS	97
4	CONTROLE $\mathcal{H}_{\infty}$ CHAVEADO DE SISTEMAS LINEARES COM REA- LIMENTAÇÃO DERIVATIVA PARA UMA DINÂMICA AUXILIAR COM INTEGRADOR	98
4.1	SISTEMAS LINEARES INCERTOS SUJEITO A UM DISTÚRBIO EXTERNO	98
4.2	CONTROLE ROBUSTO $\mathscr{H}_{\infty}$ - MATRIZ DE ENTRADA INCERTA	100
4.3	CONTROLE $\mathscr{H}_{\infty}$ CHAVEADO - MATRIZ DE ENTRADA INCERTA	102
4.4	EXEMPLOS NÚMERICOS E IMPLEMENTAÇÃO	105
4.4.1	Exemplo 4	105
4.4.2	Exemplo 6: Implementação prática utilizando um sistema de suspensão ativa de bancada com falha no atuador	a 110
4.5	CONCLUSÕES PARCIAIS	122
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	123
5.1	CONCLUSÕES	123
5.2	PERSPECTIVAS FUTURAS	124
5.3	ARTIGO COMPLETO PUBLICADO EM PERIÓDICO	125
5.4	ARTIGO ACEITO EM CONGRESSO	125
	REFERÊNCIAS	126

## 1 INTRODUÇÃO

O interesse para o estudo da realimentação derivativa vem do fato que em sistemas mecânicos que utilizam acelerômetros como sensores para medir sinais desses sistemas, é mais fácil de se medir a derivada do vetor de estado do que o vetor de estado, normalmente composto pelas posições e velocidades dos sistemas. A partir da aceleração é possível obter a velocidade com boa precisão, porém para a estimação da posição o resultado poderá ter um acúmulo de erros e não representará adequadamente o deslocamento do sistema (ABDELAZIZ; VALÁŠEK, 2004). Com esta metodologia, os sinais usados na realimentação em sistemas mecânicos são as velocidades (derivadas das posições) e as acelerações (derivadas das velocidades), que são as derivadas das variáveis de estado do sistema. Devido à estrutura simples e ao baixo custo operacional, os acelerômetros têm sido aplicados nas indústrias para a solução de vários tipos de problemas de engenharia.

A realimentação derivativa pode ser útil na solução de problemas práticos em que a derivada do vetor de estado é mais fácil de se obter do que o vetor de estado, por exemplo, em sistemas de suspensão ativa de automóveis (REITHMEIER; LEITMANN, 2003; SILVA *et al.*, 2013; ASSUNÇÃO *et al.*, 2007). Em Yazici e Sever (2017b) é proposto um projeto de controdadores com realimentação de saída derivativo para o controle ativo de vibração de um sistema de suspensão de veículos; o controle de vibrações em pontes suspensas por cabos é encontrado em Duan, Ni e Ko (2005); um projeto de controlador LQR de realimentação derivativa para o controle de vibração de uma plataforma *offshore* tipo jaqueta de aço é proposto em Yazici e Sever (2017a).

Projetos de controladores para sistemas mecânicos, incluindo o controle de vibrações, utilizando realimentação derivativa podem ser encontrados em Abdelaziz e Valášek (2005), Cardim et al. (2007), Abdelaziz e Valášek (2004) e Rossi et al. (2018). Em Silva et al. (2012) foram propostos métodos baseados em LMI (do inglês Linear Matrix Inequality) para sistemas lineares incertos com realimentação derivativa, empregando técnicas de flexibilização das condições de estabilidade, primeiramente pela inserção de variáveis extras consideradas no Lema de Finsler, e posteriormente com o incremento de um escalar extra (que é encontrado através de um procedimento de busca). Já em Silva et al. (2011) são utilizadas técnicas de flexibilização das condições de estabilidade, primeiramente pela inserção de variáveis extras consideradas no Lema da Projeção Recíproca, e posteriormente com o incremento de um escalar extra (que é encontrado através de um procedimento de busca). Em ambos artigos houve um aumento na relaxação das condições.

O controle chaveado pode ser usado para obter um melhor desempenho em comparação ao uso de um ganho constante de realimentação na estrutura de controle. Nesse sentido, foi proposto em Souza et al. (2013) um controlador com ganho chaveado, para plantas lineares e invariantes no tempo com incertezas politópicas, que oferece uma alternativa menos conservadora ao uso de um ganho constante na realimentação do vetor estado. Estratégias semelhantes foram aplicadas a sistemas não lineares descritos por modelos fuzzy Takagi-Sugeno, considerando uma candidata a função de Lyapunov do tipo quadrática (SOUZA et al., 2014) e uma candidata a função Lyapunov de tipo mínimo (SOUZA et al., 2014a). O procedimento proposto em Alves et al. (2016) também contempla uma região de operação e saturação do atuador no projeto do controlador chaveado. Além disso Oliveira et al. (2018) consideram o índice de desempenho  $\mathcal{H}_{\infty}$  nesta estrutura. É importante notar que todos os casos acima mencionados usam o vetor de estado para compor o sinal de controle.

Em Moreira (2015), são apresentadas estratégias para utilizar o controle chaveado para uma classe de sistemas lineares incertos utilizando realimentação derivativa. A metodologia proposta é apresentada em duas partes. A primeira seleciona um ganho  $K_{\sigma}$ ,  $\sigma \in \mathbb{I}_r$  em um conjunto de ganhos, por meio de uma lei de chaveamento que retorna o menor valor da derivada temporal da função de Lyapunov quadrática  $(V(x(t)) = x(t)^T P x(t))$  (SOUZA *et al.*, 2014). A segunda utiliza uma função de Lyapunov quadrática por partes  $(V(x(t)) = x(t)^T P_k x(t))$ ,  $k \in \mathbb{I}_r$ , é proposto um controlador  $K_{\upsilon\sigma}$ ,  $\upsilon \in \mathbb{I}_f$ ,  $\sigma \in \mathbb{I}_r$ , que é especificada através de dois estágios, sendo que o primeiro estágio é baseado em Geromel e Korogui (2006) e Chen *et al.* (2012), no qual é selecionada uma matriz simétrica definida positiva  $P_k$ , que minimiza a função de Lyapunov quadrática por partes do tipo mínimo. Posteriormente, escolhe-se um ganho do controlador que minimiza a derivada temporal da função de Lyapunov. Então, novas condições de estabilidade foram estabelecidas e algumas condições são baseadas em BMIs (do inglês, *Bilinear Matrix Inequality*) (SOUZA *et al.*, 2014).

A saturação dos atuadores está presente em grande parte das aplicações práticas devido às restrições operacionais nos equipamentos. Em Hu, Lin e Chen (2002) o domínio de atração da origem para um sistema linear saturado com realimentação do vetor de estado é estimado utilizando uma função quadrática de Lyapunov. Uma função de Lyapunov quadrática composta é apresentada em Hu e Lin (2003) para sistemas lineares contínuos no tempo com saturação, que mostram que, para um sistema linear saturado, a casca convexa de um conjunto elipsoidal invariantes é também invariante. Projeto de controladores chaveados são proposto em Alves *et al.* (2016) para uma classe de sistemas não lineares incertos, descritos por modelos fuzzy Takagi-Sugeno, dentro de uma região de operação no espaço de estados. Esses resultados foram estabelecidos considerando uma planta sujeita à saturação do atuador, empregando desigualdades matriciais lineares, e mostram que o ponto de equilíbrio dos sistemas controlados é localmente assintoticamente estável para uma taxa de decaimento adequada e todas as condições iniciais em uma região, se as condições de projeto forem satisfeitas.

O controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  é uma técnica que reduz o efeito da entrada exógena na saída do sistema e, consequentemente, melhora o desempenho do sistema. O problema de projetar um sistema de controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  via realimentação conjunta de estado e derivada de estado para sistemas fotovoltaicos, baseado em uma abordagem de LMIs é apresentado em Kaewpraek e Assawinchaichote (2016). Para sistemas lineares contínuos no tempo, com incertezas do tipo politópicas e realimentação de estado, novas LMIs são apresentadas, introduzindo uma nova matriz variável, para o cálculo da norma  $\mathcal{H}_{\infty}$  e posteriormente é apresentada uma aplicação no controle dos ângulos de guinada de um sistema de satélite (XIE, 2008).

Os autores Ren e Zhang (2010) lidam com o problema do controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  robusto para sistemas descritores incertos, para a realimentação proporcional e derivativa do vetor de estado. Em Oliveira *et al.* (2018) foi proposto um projeto de um controlador  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado para uma classe de plantas não lineares incertas, descrita por modelos fuzzy Takagi-Sugeno. Aliyu e Boukas (2011) generalizaram a formulação da teoria de controle não linear  $\mathcal{H}_2$  e  $\mathcal{H}_{\infty}$  para espaços de Sobolev. Segundo os autores, essa nova formulação permite que sejam projetados melhores controladores em termos dos quesitos de erro de regime e resposta transitória. Apresentam con- dições suficientes para a solução do problema do controle ótimo utilizando novas equações de Hamilton-Jacobi e abordam os problemas de realimentação de estado e saída.

Tendo em vista o panorama apresentado, visando contemplar uma área de pesquisa ainda não desenvolvida, que utiliza realimentação derivativa com controladores chaveados, esse texto aborda uma classe de sistemas lineares com incertezas invariantes no tempo, em que apenas a derivada do vetor de estado é considerada para a realimentação. Neste cenário, a estratégia proposta utiliza dinâmicas auxiliares, cujo vetor de estado está disponível para realimentação, para controlar a planta original e as condições de projeto garantem um desempenho  $\mathcal{H}_{\infty}$  ao sistema realimentado. Procedimentos para projetos de controladores são apresentados para o caso sem distúrbio, de modo que o ponto de equilíbrio do sistema de malha fechada seja localmente assintoticamente estável, com uma taxa de decaimento apropriada, para todas as condições iniciais e domínio de atração em uma região elipsoidal, que está dentro de uma determinada região definida para estas novas dinâmicas.

No Capítulo 2, baseado em Moreira (2015), mostra-se uma representação alternativa da saturação do vetor de controle e o novo vetor de estado (WOLMUTH *et al.*, 2019), define-se a região de operação e apresentam-se as LMIs que garantem a estabilidade local para o ponto de equilíbrio do sistema em malha fechada, para uma lei de controle com ganho constante e com uma lei de controle chaveada. Restrições que garantem a redução das normas dos ganhos da realimentação são inseridas e mostra-se que se um sistema linear pode ser controlado com um ganho constante, então ele também pode ser controlado de forma chaveada com o procedimento proposto.

Uma outra dinâmica auxiliar é proposta no Capítulo 3, sem a utilização de integradores para

obter a entrada de controle. Primeiramente propõe-se um projeto de controle chaveado sem saturação e sem região de operação, apresentam-se as LMIs que garantem que o ponto de equilíbrio do sistema em malha fechada seja globalmente assintoticamente estável, e comparam- se os resultados obtidos com o encontrado em Silva et al. (2012). Em uma segunda abordagem, utiliza-se o procedimento de projeto de controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado, descrito em Oliveira et al. (2018), garantindo um índice de desempenho  $\mathcal{H}_{\infty}$  ao sistema realimentado. A saturação do sinal de controle será representada por uma combinação convexa apresentada em Wolmuth et al. (2019) diferente da proposta em Cao e Lin (2003), Hu e Lin (2003), Alves et al. (2016), garantindo um índice de desempenho  $\mathcal{H}_{\infty}$  ao sistema realimentado e assegurando que todas as trajetórias do vetor de estado permanecem dentro da região de operação. Em ambas as abordagens garante-se que se um sistema linear pode ser controlado com um ganho constante, então ele também pode ser controlado de forma chaveada.

O Capítulo 4, propõe um projeto de controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado para uma classe de sistemas lineares incertos mais ampla dos que as apresentadas nos capítulos anteriores. Para um distúrbio externo não nulo e com energia limitada, as condições de projeto visam resolver o problema de controle  $\mathcal{H}_{\infty}$ , garantindo um índice de desempenho  $\mathcal{H}_{\infty}$  ao sistema realimentado. Apresentam- se as LMIs que garantem a estabilidade para o ponto de equilíbrio do sistema em malha fechada, para uma lei de controle com ganho constante e com uma lei de controle chaveada. Mostra-se que se um sistema linear pode ser controlado com um ganho constante, então ele também pode ser controlado de forma chaveada com o procedimento proposto. Para os Capítulos 3 e 4 tem-se a garantia da taxa de decaimento e da norma  $\mathcal{H}_{\infty}$  para a planta original a partir das garantias fornecidas pelos teoremas desenvolvidos para a planta auxiliar.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões finais e as perspectivas futuras.

Os resultados numéricos e a implementação prática, descritos ao longo do trabalho, foram obtidos utilizando o *software* MatLab<sup>®</sup> e o *solver* LMILab (GAHINET *et al.*, 1994), interfaceado pelo YALMIP (LÖFBERG, 2004), para resolver as condições de projeto e realizar as simulações.

Notações:  $\Re$  representa o conjunto dos números reais,  $Z_+$  simboliza o conjunto dos números inteiros positivos,  $\Re^n$  e  $\Re^{n\times m}$  denotam o conjunto dos vetores  $n\times 1$  com elementos reais e o conjunto das matrizes  $n\times m$  com elementos reais, respectivamente. Define-se o conjunto  $\mathbb{I}_r=\{1,2,\ldots,r\}$ ,  $r\in Z_+$ ,  $\arg\min_{k\in\mathbb{I}_r}{}^*\{h_k\}$  representa o menor índice  $j\in\mathbb{I}_r$  tal que  $h_j=\min_{k\in\mathbb{I}_r}\{h_k\}$ . A combinação convexa dos vetores  $w_i, \forall i\in\mathbb{I}_r$ , é dada por  $\mathrm{co}=\{w_1,w_2,\ldots,w_r\}$ . Para matrizes simétricas, o símbolo (\*) denota cada um dos seus blocos simétricos. A matriz bloco diagonal formada pelas matrizes  $M_1,M_2,\ldots,M_r$  é representada por  $diag\{M_1,M_2,\ldots,M_r\}$ ,  $M_{(l)}$  representa a l-ésima linha de uma matriz M,M>0 ( $M<0,M\geq0$  e  $M\leq0$ ) significa que a matriz M é definida positiva (definida negativa, semi-definida positiva, semi-definida negativa), respectivamente.  $\|f(t)\|_2^2=\int_0^\infty f(t)^T f(t)dt$  é o quadrado da norma de uma trajetória f(t),

para tempo contínuo e  $L_2[0,\infty)$  é o conjunto de todas as trajetórias f(t) tais que  $\|f(t)\|_2^2 < \infty$ .  $W^{1,2}[0,\infty)$  representa o espaço de Sobolev com norma  $\|f(t)\|_{W^{1,2}} = (\|f(t)\|_2 + \|\dot{f}(t)\|_2)^{1/2}$ .

### 5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Este capítulo é dedicado as conclusões e discutir as perspectivas de trabalho futuros.

#### 5.1 CONCLUSÕES

Este trabalho investigou o problema do projeto de controle com ganho constante de realimentação e controle chaveado ou controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado, para uma classe sistemas lineares invariantes no tempo com incertezas politópicas. As estratégias propostas utilizam dinâmicas auxiliares, cujo vetor de estado está disponível para a realimentação, para controlar a planta original. Vale a pena salientar que neste texto sempre se faz necessária a condição da matriz  $A(\alpha)$  ter posto completo, e nos casos em que utilizamos distúrbio, sempre é necessária a derivada fraca do distúrbio.

No Capítulo 2, adota-se uma técnica proposta em Moreira (2015) como uma estratégia para utilizar o controle chaveado. Primeiramente define-se a região de operação para a dinâmica auxiliar com restrição apenas na entrada de controle u(t), que compõe o novo vetor de estado. Neste capítulo apresenta-se a saturação como uma região de operação para a entrada de controle u (WOLMUTH  $et\ al.$ , 2019). Para uma lei de controle com um único ganho e lei de controle chaveada, inserem-se restrições que garantem a redução das normas dos ganhos da realimentação e prova-se que se um sistema linear pode ser controlado com um ganho constante, então ele também pode ser controlado de forma chaveada. Mostra-se a relação entre a dinâmica auxiliar e a dinâmica da planta, garantindo a existência da taxa de decaimento para a dinâmica da planta a partir da dinâmica auxiliar.

No Capítulo 3, adota-se uma técnica sem a utilização de integradores como estratégia para projetar o controle chaveado e o controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado. Sem saturação e sem região de operação garante-se que a origem seja um ponto de equilíbrio globalmente assintoticamente estável e compara-se os resultados com o apresentados em Silva *et al.* (2012). Note que não foi provado que se as condições Do Teorema 3.2 de Silva *et al.* (2012) são factíveis então as condições propostas são factíveis também. Entretanto, no exemplo abordado, este fato ocorreu e ainda as condições propostas apresentaram regiões factíveis maiores. Isto evidencia que esta abordagem pode proporcionar uma região de factibilidade maior do que a encontrada para o Teorema 3.2 de Silva *et al.* (2012), mostrando que o controlador proposto neste capítulo, utilizando uma candidata a função de Lyapunov quadrática  $V(\hat{x}(t))$  e um controlador chaveado  $L_{\sigma}$ , apresentou resultados menos conservadores do que os obtidos em Silva *et al.* (2012) que utiliza técnicas de flexibilização das condições de estabilidade,

de flexibilização das condições de estabilidade, primeiramente pela inserção de variáveis extras consideradas no Lema de Finsler, e posteriormente com o incremento de um escalar extra, que necessita de um procedimento de busca. Define-se uma região de operação para a dinâmica auxiliar. Apresentam-se LMIs que garantem a estabilidade local para o ponto de equilíbrio do sistema em malha fechada, para uma lei de controle com um único ganho e lei de controle chaveada. Mostra-se que se um sistema linear pode ser controlado com um ganho constante, então ele também pode ser controlado de forma chaveada. Mostra-se a relação entre a dinâmica auxiliar e a dinâmica da planta, garantindo a existência da taxa de decaimento e da norma  $\mathcal{H}_{\infty}$  para a dinâmica da planta a partir da dinâmica auxiliar para a abordagem com e sem saturação e região de operação.

Finalmente no Capítulo 4, apresenta-se o caso mais geral considerando a matriz *B* incerta, porém apresenta-se apenas a abordagem sem saturação do atuador. Neste senário é necessária a utilização do integrador para recuperar a entrada de controle *u*. Em cada capítulo são apresentados exemplos numéricos e no Capítulo 4, apresenta-se uma implementação prática para ilustrar a eficacia das técnicas apresentadas.

Como contribuição deste trabalho temos a saturação do atuador apresentada no Capítulo 2, que pelo conhecimento dos autores é nova, como também a utilização do controlador chaveado com realimentação derivativa. Outra novidade é a junção do controle  $\mathcal{H}_{\infty}$  chaveado para sistemas lineares quando temos somente a derivada do vetor de estado disponível para a realimentação.

#### 5.2 PERSPECTIVAS FUTURAS

Como perspectivas futuras, pode-se listar os seguintes tópicos de pesquisa:

- Inserir a saturação do atuador no Capítulo 4;
- Utilizar a função *sigmoide* para representar a saturação do atuador;
- Utilizar as técnicas apresentadas para a realimentação derivativa da saída.
- Generalizar os resultados apresentados neste trabalho para sistemas não lineares descritos por modelos fuzzy Takagi-Sugeno;
- Estudar o conjunto positivamente invariante de uma função de Lyapunov quadrática por partes do tipo mínimo.

### 5.3 ARTIGO COMPLETO PUBLICADO EM PERIÓDICO

**WOLMUTH, LEIDY DIANE**; ALVES, UILIAM NELSON LENDZION TOMAZ; TEIXEIRA, MARCELO CARVALHO MINHOTO; ASSUNÇÃO, EDVALDO; CARDIM, RODRIGO; MOREIRA, MANOEL RODRIGO. Derivative Feedback Control for a Class of Uncertain Linear Systems Subject to Actuator Saturation. Journal of Control, Automation and Electrical Systems, v. 30, p. 490–500, 2019. https://doi.org/10.1007/s40313-019-00474-x

#### 5.4 ARTIGO ACEITO EM CONGRESSO

**WOLMUTH, LEIDY DIANE**; ALVES, UILIAM NELSON LENDZION TOMAZ; TEI-XEIRA, MARCELO CARVALHO MINHOTO; ASSUNÇÃO, EDVALDO; CARDIM, RO-DRIGO. Controle Chaveado de Sistemas Lineares Sujeitos à Saturação no Atuador Usando Realimentação Derivativa. Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2019), que ocorrerá na cidade de Ouro Preto, Minas Gerais, entre os dias 27 e 30 de outubro de 2019.

### REFERÊNCIAS

- ABDELAZIZ, T. H. S. Parametric eigenstructure assignment using state-derivative feedback for linear systems. *Journal of Vibration and Control*, London, v. 18, n. 12, p. 1809–1827, 2012.
- ABDELAZIZ, T. H. S.; VALÁŠEK, M. Pole-placement for SISO linear systems by state-derivative feedback. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, Stevenage, v. 151, n. 4, p. 377–385, 2004.
- ABDELAZIZ, T. H. S.; VALÁŠEK, M. State derivative feedback by LQR for linear time-invariant systems. *IFAC Proceedings Volumes*, Amsterdam, v. 38, n. 1, p. 435–440, 2005.
- ALIYU, M. D. S.; BOUKAS, E. K. Extending nonlinear  $H_2$ ,  $H_\infty$  optimisation to  $W^{1,2}$ ,  $W^{1,\infty}$ , spaces part I: optimal control. *International Journal of Systems Science*, Abingdon, v. 42, n. 5, p. 889–906, 2011.
- ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, West Sussex, v. 30, n. 8-10, p. 1408–1433, 2016. ISSN 1099-1115.
- ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; FARIA, F. A.; SILVA, N. A. P. D.; CARDIM, R. Robust state-derivative feedback LMI-based designs for multivariable linear systems. *International Journal of Control*, Abingdon, v. 80, n. 8, p. 1260–1270, 2007.
- BARMISH, B. R. Stabilization of uncertain systems via linear control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Piscataway, v. 28, n. 8, p. 848–850, 1983.
- BOYD, S. P.; El Ghaoui, L.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. Philadelphia: SIAM, 1994. 193 p.
- BREZIS, H. Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Piscataway: Springer Science & Business Media, 2010. 599 p.
- BUZETTI, A. S. *Projeto de controle robusto chaveado com falhas nos sensores. 2017.* 88 f. Tese (Mestrado) Faculdade de Engenharia Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" UNESP, lha Solteira, 2017.
- CAO, Y.-Y.; LIN, Z. Robust stability analysis and fuzzy-scheduling control for nonlinear systems subject to actuator saturation. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 57–67, 2003. ISSN 1063-6706.
- CARDIM, R.; TEIXEIRA, M. C.; ASSUNÇÃO, E.; COVACIC, M. R. Design of state-derivative feedback controllers using a state feedback control design. *IFAC Proceedings Volumes*, Frankfurt, v. 40, n. 20, p. 22–27, 2007.

- CARVALHO, V. J. A. de. *Uma introdução aos espaços de Sobolev e aplicações à equações diferenciais. 2014.* 51 f. Trabalho de Conclusão (Graduação) Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, João Pessoa, 2014.
- CHEN, Y.-J.; OHTAKE, H.; TANAKA, K.; WANG, W.-J.; WANG, H. O. Relaxed stabilization criterion for T–S fuzzy systems by minimum-type piecewise-Lyapunov-function-based switching fuzzy controller. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Piscataway, v. 20, n. 6, p. 1166–1173, 2012.
- DUAN, Y. F.; NI, Y. Q.; KO, J. M. Design guidelines for open-loop vibration control of stay cables using MR dampers. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, San Diego, v. 20, n. 6, p. 431–449, 2005.
- GAHINET, P.; NEMIROVSKII, A.; LAUB, A. J.; CHILALI, M. The LMI control toolbox. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 33rd., 1994, Lake Buena Vista. *Proceedings* ... Piscataway: IEEE, 1994. 1994. v. 3, p. 2038–2041.
- GEROMEL, J. C.; KOROGUI, R. H. Analysis and synthesis of robust control systems using linear parameter dependent Lyapunov functions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Piscataway, v. 51, n. 12, p. 1984–1989, 2006.
- HU, T.; LIN, Z. Composite quadratic lyapunov functions for constrained control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Piscataway, v. 48, n. 3, p. 440–450, 2003.
- HU, T.; LIN, Z.; CHEN, B. M. An analysis and design method for linear systems subject to actuator saturation and disturbance. *Automatica*, Langford Lane, v. 38, n. 2, p. 351–359, 2002.
- KAEWPRAEK, N.; ASSAWINCHAICHOTE, W.  $\mathcal{H}_{\infty}$  fuzzy state-feedback control plus state-derivative-feedback control synthesis for photovoltaic systems. *Asian Journal of Control*, Hoboken, v. 18, n. 4, p. 1441–1452, 2016.
- KLUG, M.; CASTELAN, E. B.; COUTINHO, D. A T–S fuzzy approach to the local stabilization of nonlinear discrete-time systems subject to energy-bounded disturbances. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Heidelberg, v. 26, n. 3, p. 191–200.
- LEE, D. H.; PARK, J. B.; JOO, Y. H.; KIM, S. K. Local  $\mathscr{H}_{\infty}$  controller design for continuous-time TS fuzzy systems. *International Journal of Control, Automation and Systems*, Heidelberg, v. 13, n. 6, p. 1499–1507, 2015.
- LOFBERG, J. YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTER AIDED CONTROL SYSTEMS DESIGN, 13 th. 2004, Taipei. *Proceedings* ... Piscataway: IEEE, 2004. 2004. p. 284–289.
- MOREIRA, M. R. Controle robusto de sistemas não lineares e chaveados de sistemas lineares usando realimentação derivativa. 2015. 163 f. Tese (Doutorado) Faculdade de Engenharia Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" UNESP, lha Solteira, 2015.
- MOREIRA, M. R.; MAINARDI JÚNIOR, E. I.; ESTEVES, T. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; FARIA, F. A. Stabilizability and disturbance rejection with state-derivative feedback. *Mathematical Problems in Engineering*, New York, v. 2010, n. 1,

2010.

- OLIVEIRA, D. R. de; TEIXEIRA, M. C. M.; ALVES, U. N. L. T.; SOUZA, W. A. de; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R. On local ℋ<sub>∞</sub> switched controller design for uncertain T-S fuzzy systems subject to actuator saturation with unknown membership functions. *Fuzzy Sets and Systems*, Amsterdam, v. 344, n. 1, p. 1–26, 2018. ISSN 0165-0114. Theme: Control Engineering.
- QUANSER. Active Suspension: User's Manual, Canada, Quanser Consulting, 2009. 2009.
- REITHMEIER, E.; LEITMANN, G. Robust vibration control of dynamical systems based on the derivative of the state. *Archive of Applied Mechanics*, Heidelberg, v. 72, n. 11, p. 856–864, 2003.
- REN, J.; ZHANG, Q. Robust  $\mathcal{H}_{\infty}$  control for uncertain descriptor systems by proportional–derivative state feedbac. *International Journal of Control*, Abingdon, v. 83, n. 1, p. 89–96, 2010.
- ROSSI, F. Q.; GALVÃO, R. K. H.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E. Direct discrete time design of robust state derivative feedback control laws. *International Journal of Control*, Abingdon, v. 91, n. 1, p. 70–84, 2018.
- SARIKAYA, M. Z. On the new Wirtinger type inequalities. *Konuralp Journal of Mathematics*, Konuralp, v. 7, n. 1, p. 112–116, 2019.
- SILVA, E. R. P. da; ASSUNCAO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R. Robust controller implementation via state-derivative feedback in an active suspension system subjected to fault. In: CONFERENCE ON CONTROL AND FAULT-TOLERANT SYSTEMS- SYSTOL, 2nd., 2013, Nice. *Proceedings* ... Piscataway: IEEE, 2013. p. 752--757.
- SILVA, E. R. P. da; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; FARIA, F. A.; BUZACHERO, L. S. Parameter-dependent Lyapunov functions for state-derivative feedback control in polytopic linear systems . *Mathematical Problems in Engineering*, New York, v. 84, n. 8, p. 1377 1386, 2011.
- SILVA, E. R. P. da; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; BUZACHERO, L. S. Less conservative control design for linear systems with polytopic uncertainties via state-derivative feedback. *Mathematical Problems in Engineering*, New York, v. 2012, n. 1, p. 1–21, 2012.
- SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. et al. *Applied nonlinear control*. : Englewood Cliffs:Prentice—Hall, 1991.
- SOUZA, W. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched regulator design of uncertain nonlinear systems using Takagi-Sugeno fuzzy models. *Fuzzy Systems*, *IEEE Transactions on*, Piscataway, v. 22, n. 6, p. 1720–1727, 2014a.
- SOUZA, W. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; SANTIM, M. P. A.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Robust switched control design for nonlinear systems using fuzzy models. *Mathematical Problems in Engineering*, Nova Iorque, v. 2014, n. 1, p. 1–11, 2014.

- SOUZA, W. A. de; TEIXEIRA, M. C. M.; SANTIN, M. P. A.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched control design of linear time-invariant systems with polytopic uncertainties. *Mathematical Problems in Engineer*, Nova Iorque, v. 2013, n. 1, p. 1–10, 2013.
- WANG, J.-W.; WU, H.-N. Some extended Wirtingers inequalities and distributed proportional-spatial integral control of distributed parameter systems with multi–time delays. *Journal of the Franklin Institute*, Langford Lane, v. 352, n. 10, p. 4423–4445, 2015.
- WANNEBO, A. Equivalent norms for the Sobolev space  $W_0^{m,p}(\Omega)$ ). Arkiv för Matematik, Somerville, v. 32, n. 1, p. 245–254, 1994.
- WOLMUTH, L. D.; ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; MOREIRA, M. R. Derivative feedback control for a class of uncertain linear systems subject to actuator saturation. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Heidelberg, v. 30, n. 4, p. 490–500, 2019.
- XIE, W. An equivalent LMI representation of bounded real lemma for continuous-time systems. *Journal of Inequalities and Applications*, Heidelberg, v. 2008, n. 1, p. 672 –905, 2008.
- YAZICI, H.; SEVER, M. Design of an optimal state derivative feedback lqr controller and its application to an offshore steel jacket platform. *International Journal of Optimization and Control: Theories & Applications*, Balikesir, v. 8, n. 1, p. 84–91, 2017.
- YAZICI, H.; SEVER, M. Output derivative feedback vibration control of an integrated vehicle suspension system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, London, v. 233, n. 1, p. 1–11, 2017.