ALUNA: MARIA JOSÉ LOURENÇÃO BRIGUENTI

ANEXO AO PROCESSO Nº. 614/98-C.M.

Maria José Lourenção Briguenti

Alterando o ensino da Trigonometria em escolas públicas de nível médio:
a representação de algumas professoras

Marília(SP)
1998

ERRATA

PAG.	LOCAL	NO LUGAR DE	MUDAR PARA
208	19ª linha	os professores	as professoras
235	21ª linha	...o tempo empreendido para a resolução do problema era bem **maior** do que se utilizassem apenas de procedimentos algébricos;	...o tempo empreendido para a resolução do problema era bem **menor** do que se utilizassem apenas de procedimentos algébricos;
249	23ª linha	dimínio	domínio
254	1ª linha	ensinado	ensinando
287	19ª linha	extingir	extinguir

MFN=7911

FFC

CLASS.: 372.7
B856a
TOMBO: tese-908

t.908

Maria José Lourenção Briguenti

Alterando o ensino da Trigonometria em escolas públicas de nível médio:
a representação de algumas professoras

Marília (SP)
1998

1410000908

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Faculdade de Filosofia e Ciências
Campus de Marília

Alterando o ensino da Trigonometria em escolas públicas de nível médio: a representação de algumas professoras

Autora: Maria José Lourenção Briguenti

Orientadora: Profa. Dra. Alda Junqueira Marin

Tese de Doutorado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação: Ensino na Educação Brasileira, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor.

Marília (SP)
1998

Ficha catalográfica elaborada por
DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO
UNESP - Bauru

372.7
B865a

Briguenti, Maria José Lourenção
Alterando o ensino da trigonometria em escolas públicas de nível médio : a representação de algumas professoras / Maria José Lourenção Briguenti. -- Marília, 1998.
340f. : il. ; 30cm.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Filosofia e Ciências.

Orientador: Alda Junqueira Marin

1. Educação matemática 2. Ensino de trigonometria - Abordagem cognitivista 3. Representação de professor 4. Universidade Estadual Paulista 5. Faculdade de Filosofia e Ciências I. Título

Maria José Lourenção Briguenti

Alterando o ensino da Trigonometria em escolas públicas de nível médio:
a representação de algumas professoras

COMISSÃO JULGADORA NOTA

Presidente e Orientadora _____ _____

1° Examinador _____ _____

2° Examinador _____ _____

3° Examinador _____ _____

4° Examinador _____ _____

Data da realização Marília, ___ de _____ de 1998

Aos professores das escolas públicas, lutadores incansáveis.

"A educação é um ato de amor, por isso um ato de coragem. Não pode temer o debate. Não pode fugir à discussão criadora, sob pena de ser uma farsa".

(Paulo Freire, 1976)

AGRADECIMENTOS

A todas as pessoas que, de diferentes formas, contribuíram para que o caminho fosse percorrido.

Em especial:

- à Profa. Dra. Alda Junqueira Marin, orientadora sempre presente, por ter incentivado e acreditado no desenvolvimento desta pesquisa;

- às professoras Dra. Tereza de Jesus F. Scheide e Dra. Sonia Maria Duarte Grego pelas sugestões bastante enriquecedoras apontadas no Exame de Qualificação;

- às professoras de Matemática da rede estadual de ensino Claudinéia de Francisqui, Maria Célia do Prado Salgado, Nilceia Aparecida Asmegas de Oliveira e Cássia de Fátima Pereira Falcão, cujas colaborações prestadas foram de grande valia e indispensáveis para a realização desta pesquisa;

- às diretoras das escolas públicas de Bauru: EEPSG "Stella Machado"; EEPSG "Ernesto Monte" e EEPSG "Dr. Luiz Zuiani" por terem permitido a realização desta pesquisa em suas escolas;

- ao Prof. Dr. Roberto Nardi pela ajuda na elaboração do projeto inicial;

- à Profa. Ms. Lair de Queiroz Costa pela leitura crítica do trabalho;

- aos amigos do Departamento de Matemática da UNESP de Bauru Regina, Vicente, Geraldo, Mauri e Hércules, sempre prontos para oferecer apoio nas horas mais dificeis;

- à amiga Zazá, que ora trilha esse mesmo caminho, pelas sugestões bibliográficas;

- à Profa. Denise Queiroz de Freitas pela correção do vernáculo;

- às amigas Maria Inês, Stella e Gracy, pelas colaborações prestadas.

- ao meu marido que me ensinou a ser persistente;

-aos meus filhos, Carolina, Fernanda e Guilherme por terem compartilhado a mãe com o seu trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS **9**

LISTA DE QUADROS **10**

Resumo **11**

Abstract **12**

Résumé **13**

1ª PARTE: OS FUNDAMENTOS E A PROPOSTA DESTE ESTUDO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Caminhos percorridos **15**

1.2 O problema **21**

2 MARCOS DE FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Considerações iniciais **27**

2.2 Principais aspectos de David Ausubel **29**

2.3 Sobre mudanças e inovações educacionais **49**

2.4 À procura de um método avaliativo **60**

3 A PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA

3.1 Considerações iniciais 67

3.2 Pontos relevantes da teoria de Ausubel e a proposta de ensino e aprendizagem da Trigonometria 71

3.2.1 O processo de aprendizagem e a hierarquização dos conceitos..... 71

3.2.2 A motivação pelo assunto 76

3.2.3 Aprendizagem receptiva X aprendizagem por descoberta ... 77

3.2.4 A influência da linguagem na aprendizagem 78

3.3 A relação entre a teoria de Ausubel e as atividades sugeridas ... 78

3.4 Uma proposta de avaliação compatível com a filosofia da proposta sugerida 114

3.4.1 Aspectos relevantes da avaliação da aprendizagem 114

3.4.2 Sugestão para avaliação da aprendizagem dos conceitos trigonométricos 119

2ª PARTE: A PESQUISA DE CAMPO

4 METODOLOGIA DESTE ESTUDO

4.1 A metodologia escolhida 123

4.2 O contexto da pesquisa 130

4.2.1 As escolas envolvidas 130

4.2.2 As professoras participantes..... 133

4.3 Metodologia utilizada para a coleta de dados 137

4.4 Metodologia utilizada para analisar dos dados 145

5 COMPREENDENDO O PROCESSO DE ENSINO SEGUNDO AS REPRESENTAÇÕES DAS PROFESSORAS

5.1 Reações dos alunos 149

5.2 Reações das professoras 162

5.3 Aprendizagens 173

5.4 Pré-requisitos e articulações entre os conceitos 192

5.5 Procedimentos e condições materiais 210

5.5.1 Procedimentos 210

5.5.2 Condições materiais 222

5.6 Dificuldades e facilidades das professoras 236

5.7 Desenvolvimento profissional das professoras 251

5.8 Concepções dos alunos e das professoras 264

5.8.1 Concepções dos alunos 264

5.8.2 Concepções das professoras 267

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES 277

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 290

8 ANEXOS 298

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Mapa Conceitual para o ensino de Trigonometria no 2º grau 73

Figura 2 - Alunos do diurno da EEPSG "Ernesto Monte" envolvidos com a construção gráfica de uma atividade 154

Figura 3 - Professora e alunos do diurno da EEPSG "Stela Machado" desenvolvendo atividade e na praça em frente a escola 169

Figura 4 - Alunos da classe noturna da EEPSG "Dr. Luiz Zuiani" desenvolvendo atividade com barbante 175

Figura 5 - Alunos da classe noturna da EEPSG "Dr. Luiz Zuiani" desenvolvendo atividade em sala de aula 182

Figura 6 - Alunos do diurno da EEPSG "Dr. Luiz Zuiani" utilizando instrumentos e conceitos pertinentes ao Desenho Geométrico 205

Figura 7 - Alunos da classe noturna da EEPSG "Dr. Luiz Zuiani" trabalhando em grupo 213

Figura 8 - Alunos da classe noturna desenvolvendo atividade no pátio da escola 219

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Mapa das representações sobre as reações dos alunos..... 151

Quadro 2- Mapa das representações das reações das professoras 163

Quadro 3- Mapa das representações sobre as aprendizagens dos alunos... 174

Quadro 4- Mapa das representações sobre pré-requisitos e articulações entre os conceitos 193

Quadro 5- Mapa das representações sobre procedimentos e condições materiais 212

RESUMO

Este estudo, que se desenvolveu por meio de uma análise qualitativa dos dados encontrados em entrevistas realizadas com três professoras de Matemática de escolas da rede pública estadual, teve como objetivo verificar a possibilidade de apropriação, no dia-a-dia, de uma proposta alternativa para o ensino e aprendizagem de Trigonometria, em diferentes situações de ensino, bem como em diferentes turnos e escolas de nível médio. Conseqüentemente, esta pesquisa pôde verificar, mediante as representações das três professoras de Matemática envolvidas no processo, como foi realizado o processo de ensino, desvendando as concepções dessas professoras sobre o mesmo; qual a visão que elas têm sobre a influência da metodologia proposta; como se deu o envolvimento dos alunos durante o processo e a existência de outros fatores que influenciaram o processo de ensino. O caminho percorrido ao longo desta pesquisa permitiu concluir que a proposta investigada pode ser apropriada pelos professores de Matemática da rede estadual de ensino, uma vez que oferece benefícios afetivos, cognitivos e sociais; que facilita o processo de ensino desencadeado pelas professoras nos diferentes períodos escolares; que possibilita mudanças tanto no ensino como nas aprendizagens dos alunos; que desencadeia um início de desenvolvimento profissional mais reflexivo das professoras ao analisarem suas práticas e ao se esforçarem para modificá-las; que proporciona uma aula movimentada, totalmente diferente do que se tem feito nas escolas; que motiva os alunos e lhes oferece oportunidades de construir o próprio conhecimento, além de lhes possibilitar a troca de experiências vivenciadas cotidianamente. Este estudo também evidenciou o desinteresse dos alunos pela forma pouco atraente como a escola se apresenta; as interferências, no processo instrucional, de fatores externos à sala de aula de origem social, administrativa ou institucional.

Palavras-chave: Educação Matemática; ensino de Trigonometria; ensino com fundamentos na teoria cognitivista de David Ausubel; representação de professor.

ABSTRACT

This study which was developed through a quantitative data analysis found in three interviews with public school mathematics teachers aimed at verifying the day by day appropriation possibility of an alternative proposal for the teaching and learning of Trigonometry, in different teaching situations as well as in different shifts and high schools. Consequently, before the representations of these three mathematics teachers involved in this process, this research could verifify how the teaching process was developed unveiling these teachers' conceptions about it; which views they have about the influence of the proposed metodology; how the students were involved during the process and the existence of other factors which influenced the teaching process. The way gone throughout this research led to the conclusion that the investigated proposal can be taken by public school mathematics teachers, since it offers affetive, cognitive and, social benefits; it facilitates the teaching process unlearshed by the teachers in the different school shifts, it makes possible some changes both in teaching and in the students' learning; it unleashes a beginning og a more reflexive professional development of those teachers when analysing their practice and when making an effort to modify them, it promotes na active class, tottaly different from what has, been done in schools it motivates the students and offer them opportunities of building their own knowledge, besides permitting the exchanging of daily experiences. This study also showed the students' lack of interest concerning the very unattractive form the school is presented to them; it showed the interferences in the instititional process of social, administrative or institucional classroom external factores as well.

Key words: Mathematics Education; Trigonometry teaching; teaching based on David Ausubel's cognitive theory; teacher's representation.

RÉSUMÉ

Cette étude a été réalisée à partir d'une analyse qualitative obtenue au cours d'entrevues faites avec trois professeurs de Mathématique d'écoles d'enseignement public d'état. Son objectif a été de verifier la possibilité d'appropriation au jour le jour, d'une proposition alternative pour l'enseignement et l'apprentissage de trigonométrie dans différentes situations d'enseignement et avec des classes d'école de niveau moyen. Cette enquète a donc pu vérifier, par les exposés des trois professeurs de Mathématique impliqués dans cette étude, comment le processus d'enseignement a été élaboré en dévoilant par leurs façons de le concevoir, quelle est leur vision sur l'influence de la méthodologie proposée, comment s'est deroulée l'implication des élèves pendant le processus et l'existence d'autres facteurs qui ont influencé ce processus d'enseignement. Le chemin parcouru tout au long de cette recherche a permis de conclure que cette proposition analysée avec profondeur peut étre appropriée par les professeurs de Mathématique d'écoles d'enseignement public d'etat. Elle offre des benefices affectifs, cognitifs et sociaux. Elle facilite le processus d'enseignement déclenché par les professeurs des différents périodes scolaires. Elle permet des changements aussi bien dans l'enseignement que dans l'apprentissage des élèves. Elle declenche um début de développement profissionnel plus reflexif des professeurs quand ils analysent ses pratiques et quand ils s'efforcent pour les modifier; elle permet une animation des cours, complétement différente de celle faite aujourd'hui dans les écoles; elle motive les élèves et leur offre des opportunités d'étoffer leur propre connaissance. Outre cela, elle leur permet un échange d'expériences vécues journellement. Celle étude a aussi demontré le désintéressement des élèves par la forme peu attrayante par laquelle l'école se présente et par les interfaces de facteurs externes, d'origine social, administratif ou institutionnel, aux salles de classe dans le processus d'instruction.

Mots-cléss: Éducation Mathématique; enseignement de Trigonométrie; enseignement avec fondements dans la théorie cognitive de David Ausubel; exposé de professeur.

1ª PARTE

OS FUNDAMENTOS E A PROPOSTA DESTE ESTUDO

1 INTRODUÇÃO

> "O aprender tem sido visto como emissão de respostas imediatas seguidas a estímulos, e não como compreensão, como estados de entendimento de um conhecimento científico que vão sendo atingidos a partir do conhecimento que o aluno já possui"
>
> (Medeiros, 1987, p.27)

1.1 Caminhos percorridos

Em 1994, apresentei a Dissertação - **O ensino e aprendizagem da Trigonometria: novas perspectivas da Educação Matemática**- junto ao Programa de Pós Graduação do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, da UNESP, em Rio Claro. O ponto de partida dessa pesquisa, que culminou com a referida Dissertação, foi o estudo realizado sobre os erros e as falhas conceituais trigonométricas existentes nos alunos que ingressavam no 3° grau. Desse estudo, originou-se uma proposta alternativa à situação vigente para facilitar o ensino e a

aprendizagem da Trigonometria, fundamentada na interpretação e aplicação da teoria cognitivista, dando ênfase às idéias de David Ausubel, ao tratar da aprendizagem significativa dos conceitos. Tal proposta desenvolve o assunto, por meio da utilização de atividades cuidadosamente preparadas, com a intenção de propiciar a aprendizagem mais significativa deste assunto, considerando as falhas conceituais detectadas.

A referida proposta foi desenvolvida através de modificações substanciais em relação ao que é ensinado no dia-a-dia nesse conteúdo programático nas nossas escolas. As mudanças ocorreram tanto na apresentação da matéria, como na hierarquização e modo de trabalhar os conceitos trigonométricos, pois difere bastante a ação pedagógica no âmbito de sala de aula e em relação aos livros textos.

Fazendo, ainda, referências àquela pesquisa concluída em 1994, durante o desenvolvimento das atividades ali sugeridas, foi oferecida ao aluno a oportunidade de:

- construir o seu próprio conhecimento sobre o assunto estudado, tendo em vista que as ações, por ele vivenciadas, propiciam a descoberta dos conceitos trigonométricos que estão sendo desenvolvidos;
- elaborar hipóteses;
- discutir sobre as idéias existentes, possibilitando ricos momentos de reflexões;
- favorecer a interação entre os alunos.

Com esses procedimentos, além de proporcionar ao aluno momentos de descontração durante a aprendizagem dos conceitos, também lhe é concedida a oportunidade de estar mais preparado para resolver problemas do cotidiano, pois lhe é dada a possibilidade de raciocinar, questionar, refletir sobre as idéias pertinentes e elaborar hipóteses e procedimentos para enfrentar novas situações.

As atividades envolvem os principais conceitos trigonométricos e procuram "ancorar" o novo conhecimento em conceitos já existentes na estrutura cognitiva

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

do aluno. Para tanto, foram desenvolvidas baseadas em idéias já sugeridas em livros textos, como por exemplo, Matemática Aplicada de Trotta, Imenes e Jakubovic (1979); em situações apresentadas na Proposta Curricular para o Ensino de Matemática de 1° e 2° Graus (SÃO PAULO, 1988, 1992), desenvolvidas pela Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e, também, em algumas sugestões inéditas por mim apresentadas.

Já foi enfatizado na Dissertação de Mestrado, mas é necessário reafirmar aqui, que não se trata de oferecer ao professor uma postura autoritária e prescritiva sobre os procedimentos que deverá utilizar para tratar dos conceitos trigonométricos, mas de lhe oferecer um material diferençado com sugestões em que os assuntos podem e devem ser trabalhados de modo que se obtenha a aprendizagem do mesmo, através da sua construção, proporcionando aulas prazerosas, cheias de motivações e descontrações. Também é necessário relembrar que, no final de cada atividade, o professor deverá organizar e formalizar os conceitos desenvolvidos, apresentando para os seus alunos as definições, regras e teoremas de forma sistemática e rigorosa, dando-se, portanto, importância ao conhecimento matemático historicamente acumulado.

Normalmente, nos livros didáticos[1], os conceitos trigonométricos são apresentados por meio de definições formais e sistematizadas. Após a apresentação das fórmulas relativas às razões trigonométricas no triângulo retângulo e de alguns exercícios sobre este assunto, os livros trazem definições formais das funções Seno, Cosseno e Tangente, seguidas de um estudo completo das mesmas para todo número real. Somente após o estudo das funções trigonométricas, é que tratam da

[1]Cf, por exemplo, os livros recentemente publicados: GIOVANNI, BONJORNO e GIOVANNI JR. **Matemática Fundamental** - 2° Grau - Volume único, FTD, 1994; BUCCHI, P.**Matemática**, volume único, Moderna, 1992; FACCHINI, W. **Matemática**, volume único, Saraiva, 1996.



redução de arcos ao primeiro quadrante, das relações trigonométricas fundamentais e das equações e inequações trigonométricas.

A proposta que fiz, por outro lado, não apresenta apenas uma forma metodológica diferençada para desenvolver o assunto, mas também sugere uma alteração na seqüência dos conceitos estudados, modificando toda apresentação do assunto e propondo uma seqüência estruturada e hierárquica dos conceitos envolvidos de modo que o novo conhecimento esteja sempre ancorado em conceitos básicos e relevantes do assunto que está sendo desenvolvido.

Proponho, após o desenvolvimento dos conceitos de razões trigonométricas e da resolução de exercícios sobre este assunto, que se considere a hipotenusa do triângulo retângulo unitária, de modo que os catetos opostos e adjacentes passem a valer $\operatorname{sen}\alpha$ e $\cos\alpha$, respectivamente. Assim, utilizando-se o Teorema de Pitágoras, mostra-se a relação trigonométrica fundamental $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ e inicia-se o trabalho com as razões trigonométricas no ciclo trigonométrico. Nesta etapa, apresenta-se aos alunos um dispositivo de transparências o qual, dinamicamente, lhes possibilite visualizar a variação do seno e do cosseno, à medida que o ângulo α varia no primeiro quadrante. Após a sistematização do seno e do cosseno no primeiro quadrante, age-se da mesma forma, para sistematizar a tangente de um arco neste mesmo quadrante.

Segundo a minha proposta, na próxima etapa, utilizando outra unidade de medida de arcos -o radiano-, as razões trigonométricas estudadas (no primeiro quadrante) serão ampliadas para outros quadrantes ($0 < \alpha < 2\pi$), envolvendo arcos suplementares, explementares e replementares e, a seguir, como o aluno já conhece o comportamento das razões trigonométricas para arcos contidos na primeira volta, é possível trabalhar a redução de arcos ao primeiro quadrante, as outras três razões trigonométricas (cotangente, secante e cossecante), equações e inequações trigonométricas. Na penúltima atividade, propõe-se que o aluno

relacione números reais com pontos do ciclo trigonométrico, para que, no final, ele amplie tudo o que foi estudado para as funções trigonométricas aplicadas a todo número x real.

As modificações sugeridas quanto à seqüenciação dos conceitos trigonométricos originaram-se de um estudo realizado sobre a hierarquia dos conceitos envolvidos, realizado através da elaboração de um Mapa Conceitual[2].

Em 1993 resolvi utilizar a referida metodologia em duas escolas (uma de 1° e outra de 2° grau) da rede pública de Bauru com a intenção de verificar se a proposta sugerida propiciava a aprendizagem e a descoberta dos conceitos trigonométricos, o envolvimento dos alunos com o assunto trabalhado, a interação entre os alunos e entre os alunos e o professor e, ainda, se ela proporcionava momentos de reflexões e discussões entre os alunos, incentivando a participação ativa dos mesmos na construção do seu conhecimento e o desenvolvimento do seu pensamento crítico e autônomo.

Minha primeira verificação, apontou para resultados satisfatórios, atingindo os objetivos propostos naquele trabalho[3].

Encontra-se, naquela Dissertação, a seguinte afirmação:

> "Acreditamos nesta estratégia de trabalho, pois além do que já foi citado, também favorece uma relação amistosa entre alunos e professor. Os alunos ficam descontraídos, motivados e envolvidos com o trabalho, manifestando o

[2]Segundo Moreira e Masini (1982), são diagramas bidimensionais que indicam uma possível organização hierárquica dos conceitos, isto é, estabelece uma relação dos conceitos gerais e mais amplos, com os conceitos mais específicos. Em outra obra (1987), os mesmos autores apresentam várias utilizações para o Mapa Conceitual: para o ensino (ao relacionar hierarquicamente os conceitos envolvidos); para realizar uma avaliação da aprendizagem (ao verificar como o aluno estrutura, diferencia, relaciona, integra, hierarquiza os conceitos de um assunto) e para o currículo (identificando os conceitos mais abrangentes, integradores e unificadores).

[3]Para encontrar maiores detalhes sobre os resultados da referida pesquisa exploratória que originou o meu trabalho de Dissertação de Mestrado, conferir em BRIGUENTI, M.J.L. **Ensino a aprendizagem da Trigonometria: novas perspectivas da Educação Matemática**, UNESP, I.G.C.E., Campus de Rio Claro, 1994.

> prazer pela descoberta dos conceitos e pela aprendizagem da Matemática /.../ Ficou também evidenciada a interação social proporcionada por esta alternativa de ensino, pois este processo dinâmico na construção de conceitos provoca reflexões sobre o assunto que se está estudando, possibilitando o confronto entre diferentes opiniões" (Briguenti, 1994, p. 167-8).

Apesar desses resultados positivos, no que tange à execução de alguns objetivos expressos no final daquele trabalho, não deixei de externar preocupações que poderiam ter influído nos resultados obtidos, tendo em vista que a proposta desenvolvida foi por mim elaborada e também aplicada, podendo assim ter influenciado tais resultados. As questões emergentes daquelas preocupações foram:

- É possível que professores da rede pública utilizem essa proposta em suas salas de aulas?

- Outros professores de Matemática, não sendo autores da proposta, conseguiriam aplicá-la em suas salas de aulas? Que avaliação fariam sobre o ensino realizado mediante a utilização desta proposta?

- É viável que esta proposta seja utilizada em outras escolas e em outros turnos?

Assim, a pesquisa realizada no Mestrado repercutiu diretamente na definição desta nova pesquisa que ainda traz como pano de fundo a proposta para o ensino de Trigonometria, pois pretende verificar as preocupações explicitadas acima e apontar para outras questões não evidenciadas no primeiro trabalho.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

1.2 O problema

A partir das preocupações já manifestadas, propus agora desenvolver um estudo mais aprofundado e minucioso, desenvolvendo uma pesquisa de cunho qualitativo. Se na pesquisa de mestrado a problemática desafiadora foi a da criação de uma proposta alternativa e a verificação da consecução de alguns objetivos de aprendizagem dos alunos que estudassem por meio das atividades elaboradas, a pesquisa realizada agora no doutorado foi a de focalizar a mesma proposta mediante outra problemática. Tratou-se agora de orientar os estudos pelas perguntas relativas aos professores e suas percepções quanto ao uso de uma proposta diferencial para o ensino da Trigonometria.

Esta pesquisa tem, portanto, o objetivo geral de investigar se a proposta sugerida pode ser apropriada pelos professores no seu dia-a-dia em diferentes situações de ensino, bem como em diferentes turnos e escolas, pois já sabemos que há especificidade de ensino em instituições diferenciadas.

Com o desdobramento desse objetivo geral, os objetivos específicos desta nova pesquisa, realizada em diferentes turnos e escolas, foram:

- Verificar e refletir com três professoras de Matemática de escolas da rede pública sobre a possibilidade de utilização desta proposta alternativa em salas de aula das escolas públicas.

- Investigar como foi realizado o processo de ensino e que representação as professoras fazem sobre o mesmo, ao utilizarem a referida proposta em suas salas de aula.



- Pesquisar se, na ótica das professoras, as atividades sugeridas utilizaram os conceitos anteriormente desenvolvidos, de forma que os novos conhecimentos estejam sempre apoiados num conceito previamente desenvolvido.

- Investigar, mediante as representações das professoras, o envolvimento e participação dos alunos durante o desenvolvimento dos assuntos.

- Identificar a visão que as professoras têm sobre a influência da metodologia da proposta.

- Investigar a concepção que as professoras têm sobre o ensino e aprendizagem e ainda apontar as maiores dificuldades que elas enfrentam durante o uso desta proposta.

- Verificar como as professoras se referem às diferentes aprendizagens dos alunos.

A partir dos resultados obtidos, pretendo sistematizar as atividades propostas a fim de subsidiar e oferecer uma alternativa para o ensino de Trigonometria no 2° grau, seguindo as orientações da teoria cognitivista. Algumas atividades, referentes às razões trigonométricas no triângulo retângulo, também podem ser utilizadas na 8ª série do 1° grau.

É mister, ainda, chamar a atenção para o fato: esta pesquisa se desenvolveu através da interação entre o professor-pesquisador da Universidade e os atores reais da escola, fundamentalmente, os professores. Neste sentido, pesquisadores, como Fiorentini e Miorim (1993), têm clamado por estudos que investiguem as atitudes de alunos e de professores, mediante a utilização de novas propostas de

ensino e que estas não sejam desenvolvidas somente pelo pesquisador, isoladas do contexto real da escola. Segundo eles,

> "as possibilidades da transformação qualitativa da prática escolar passam necessariamente por um redimensionamento das relações pesquisa-ensino, teoria-prática e pesquisador-professor, de modo a torná-las organicamente dialéticas e articuladas. Umas das formas de estreitar essas relações é a realização de projetos coletivos de estudo/investigação envolvendo professores universitários e professores que atuem em 1° e 2° graus" (1993, p.25).

Nas portas do segundo milênio, vivendo um grande desenvolvimento tecnológico, é necessário que se proporcione mudanças nas práticas educativas, bem como nos procedimentos direcionados para o desenvolvimento intelectual, cultural e social, de maneira que o professor trabalhe mais adequadamente os conceitos neles envolvidos. Sob esta direção, realizei a proposta sobre Trigonometria e, por ser trabalho baseado em material concreto e em efetivas ações realizadas nas salas de aula , acredito que possa interessar aos professores e aos alunos para estimular a criatividade e descobrir as principais relações que o assunto apresenta.

Assim sendo, este trabalho está estruturado da seguinte forma:

O primeiro capítulo, conforme já pode ser visto, além de trazer um histórico sobre a origem desta proposta e de apresentar sugestões sobre modificações na hierarquia dos conceitos, explicita, também, preocupações emergentes depois da primeira aplicação desta proposta em uma sala de aula, tendo em vista que a mesma foi realizada pela própria pesquisadora que a elaborou. Tais preocupações deram origem à pesquisa aqui desenvolvida, que tem como objetivo geral investigar se a proposta sugerida pode ser apropriada pelos



professores de Matemática no seu dia-a-dia nas escolas públicas do Estado de São Paulo. Desta forma, este capítulo também apresenta os objetivos deste estudo: geral e específicos.

Encontram-se no segundo capítulo os principais aspectos da teoria de David Ausubel e de vários outros teóricos. que acreditam na abordagem da psicologia cognitivista para explicar e orientar a aprendizagem dos conceitos. Ainda apresento considerações importantes sobre as inovações educacionais, fundamentadas em pesquisas dos autores Huberman (1973) e Ferretti (1989), uma vez que julgo que a proposta em questão possa se caracterizar como um processo inovador para o ensino de Trigonometria. A partir das reflexões apresentadas, estabeleço relações com o estudo aqui desenvolvido, acreditando que o mesmo trilhe a direção do modelo *de interação social*, proposto por Huberman e das inovações de métodos e técnicas de ensino, propostas por Ferretti, pois se preocupa com o *como* fazer.

Neste mesmo capítulo também foi necessário abordar aspectos do processo avaliativo, uma vez que a pesquisa aqui desenvolvida nada mais é que a avaliação de uma proposta sugerida. Na minha visão, as facetas avaliativas que mais se aproximaram desta situação são: a avaliação de programas, proposta por Mets (1997) e Depresbiteris (1997b) e a avaliação iluminativa de Parlett e Hamilton (1997). Embora a primeira delas se destine a projetos de grandes amplitudes e a avaliação aqui realizada se restrinja apenas a três escolas, versando sobre um assunto específico da Matemática, acredito que possa ser utilizada a avaliação de programa, pois a proposta avaliada, sugere modificação na seqüenciação de conteúdos e altera a forma como os mesmos vêm sendo trabalhados em nossas escolas. Justifico a sugestão do uso da avaliação iluminativa para averiguar os resultados obtidos durante a utilização da proposta aqui estudada, pois os seus subsídios possibilitam esclarecer e ajudar a encontrar as informações de modo a

compreender a realidade como um todo através de uma análise qualitativa dos dados.

No terceiro capítulo, intitulado A Proposta para o Ensino de Trigonometria, apresento as relações existentes entre os pontos relevantes da teoria de Ausubel e a proposta alternativa de ensino e aprendizagem deste assunto, ora avaliada. Ocupam posições de destaque: o relacionamento entre o processo de aprendizagem e a hierarquização dos conceitos, apresentando para isso um Mapa Conceitual dos conceitos trigonométricos; a motivação pelo assunto; as aprendizagens receptiva e por descoberta; a influência da linguagem na aprendizagem; a relação entre a teoria de Ausubel e as atividades sugeridas.

Nesse mesmo capítulo, além de comentar, em todas atividades, os objetivos pretendidos, o material necessário para o desenvolvimento da atividade e o desenvolvimento das efetivas ações, procuro relacionar as ações propostas aos principais conceitos de Ausubel existentes em cada atividade. Para exemplificar posso citar, entre outros, a apresentação dos conceitos subsunçores sobre um determinado assunto que está sendo desenvolvido; os possíveis organizadores prévios para aquela atividade; as indicações do uso dos princípios de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa.

Para finalizar esse capítulo, apresento, ainda, uma proposta de avaliação da aprendizagem dos alunos sobre a Trigonometria, compatível com os fundamentos filosóficos e psicológicos da proposta que está sendo investigada. Tal proposta de avaliação tem a intenção deliberada de transcender a maneira como a avaliação vem sendo realizada em nossas escolas e proporcionar aos alunos a participação ativa no seu processo avaliativo realizando, entre outros, a auto-avaliação, questionamentos e reflexões sobre as dificuldades que emergem durante o processo de aprendizagem.

É importante comentar que pretendo, através da proposta de avaliação sugerida, diminuir os momentos de insegurança e de angústias frente às avaliações,



considerar os aspectos qualitativos e quantitativos, observar os seus desenvolvimentos cognitivos, assim como os afetivos-sociais e psicomotores dos alunos.

Os aspectos metodológicos desta pesquisa serão explicitados no quarto capítulo, onde comento os conceitos que fundamentam a análise qualitativa e a metodologia existente na pesquisa-ação, utilizando para isso as idéias de Bogdan e Biklen (1994) e Lüdke e André (1986) no que se refere à avaliação qualitativa e os conceitos de Thiollent (1996) sobre a pesquisa-ação. Nesse capítulo também será explicitado o contexto da pesquisa, abordando aspectos das escolas nela envolvidas; as professoras participantes do processo e a metodologia utilizada nas entrevistas com elas. Ainda neste capítulo apresento aspectos relacionados com a representação social das pessoas, para que possamos entender, com maior facilidade, as representações das professoras nas entrevistas sobre os vários segmentos do ensino e das aprendizagens.

O capítulo cinco - Compreendendo o Processo de Ensino e Aprendizagem segundo as Representações das Professoras- constitui o núcleo de resultados da pesquisa aqui focalizada. Nesse espaço, relaciono e comento as oito categorias que, sob a minha ótica, constituem os resultados significativos que emergiram da análise das entrevistas das professoras. São elas: reações dos alunos; reações das professoras; aprendizagens; articulações e pré-conceitos; procedimentos e condições materiais; dificuldades e facilidades das professoras; desenvolvimento profissional das professoras e as concepções dos alunos e das professoras.

Para finalizar, no último capítulo, registro as conclusões desta pesquisa.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

2 MARCOS DE FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

> "O sistema de ensino freqüentemente é tentado a mudar as aparências para não alterar a essência"
>
> (Huberman, 1973, p. 17).

2.1 Considerações iniciais

Historicamente, a nossa escola tem utilizado um modo tradicional de conceituar o ensino ao acreditar que, para se realizar a aprendizagem, são suficientes as exposições para os alunos feitas pelo professor. Esta é a parte da concepção de homem como um ser passivo, onde a aprendizagem acontece mediante a impressão dos conceitos estudados no cérebro do aluno. Nesta ótica, o aluno é tido apenas como um mero espectador. O professor é tido como detentor do saber, apresentando, no ensino da Matemática, as definições, regras e teoremas de forma pronta e sistematizada.

Essa metodologia não permite que o aluno seja o co-produtor do seu conhecimento; apenas favorece, por meio de aulas expositivas, a apresentação dos conceitos, já sistematizados, organizados e, na maioria das vezes, desconexos da

realidade dos alunos e das correlações existentes entre outros aspectos importantes para o desenvolvimento do aprendiz.

Apontando para essa mesma problemática Medeiros (1987) afirma:

> "a Matemática, da forma que comumente vem sendo apresentada, quer em aulas, quer em livros-texto, traz subjacente a idéia do edifício pronto, da obra acabada, onde a busca e as soluções das questões não é vivida com o aluno, encobrindo sob o peso de uma aparente clareza da exposição lógica e organizada dos seus termos, o fazer da Matemática; encobrindo, em uma didática da facilitância, a verdadeira complexidade da formação histórica desse conhecimento. A tão citada clareza da Matemática é aparente porque, do ponto de vista psicológico, ela pode ser evidente para quem constrói, mas não para quem apenas acompanha a exposição do raciocínio alheio. A clareza não é imediata sem um trabalho pessoal do aluno, sem o exercício sistemático do pensar. " (grifos da autora, p. 18-19).

Refletindo sobre esta situação, escolhi trabalhar com os fundamentos da teoria cognitivista de David Ausubel que, além de outros aspectos, enfatiza a importância da estrutura dos conceitos para a aprendizagem. No caso desta pesquisa, os conceitos abordados são conceitos matemáticos que, para mim, são representações de algum objeto matemático através de pensamentos regidos por suas propriedades e características gerais.

Os teóricos cognitivistas se preocupam em explicar o relacionamento existente entre as coisas, o homem e o mundo. Para eles, segundo Briguenti (1994),

> "o homem deve participar de forma ativa [da elaboração de um conceito] sempre aprofundando e ampliando a consciência que tem de um assunto por meio de sua própria compreensão. Assim, é a consciência do indivíduo que atribui significado ao assunto que se vai aprender" (p. 11).



Essa síntese demonstra como vários autores, entre eles Ausubel, se preocupam em formular explicações teóricas sobre o processo de aprendizagem. Como teórico cognitivista, Ausubel também acredita que o homem deve participar de forma ativa, aprofundando e ampliando a consciência que se tem do assunto através da sua própria compreensão. Desta forma é a consciência do aprendiz que deve atribuir significado ao assunto que está sendo estudado.

Neste sentido, segundo Novak (1981), Ausubel criou uma alternativa para contornar a visão "kantiniana" de educação, que surgiu a partir da ciência experimental, iniciada por Bacon em 1620 e reafirmada por Karl Pearson em 1900 e Karl Popper em 1934, com suposições de que todas as pessoas vêem tudo da mesma maneira onde experiências pessoais, desenvolvimento conceitual anterior, respostas emocionais a determinados fenômenos, não influenciam os resultados de uma pesquisa científica. Para ele, a teoria de Ausubel é muito importante, pois além de considerar as diferentes capacidades de aprender das pessoas, Ausubel acredita que "...o mais importante fator isolado que influencia a aprendizagem é o que o aprendiz já sabe" (Ausubel, apud Novak, 1981, p.9).

2.2 Principais aspectos da teoria de David Ausubel

David Ausubel define aprendizagem como organização e integração do novo conhecimento com conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz e a estrutura cognitiva é entendida como um corpo de conhecimento estabelecido, organizado hierarquicamente e adquirido de forma cumulativa. Para ele,

> "Se a estrutura cognitiva é clara, estável e convenientemente organizada, surgem significados precisos e sem ambigüidades que tendem a reter sua força de dissociabilidade e disponibilidade. Se por um lado, a estrutura

> cognitiva é instável, ambígua e desorganizada ou mal organizada, esta tenderá a inibir a aprendizagem e a retenção dos conceitos significativos" (Ausubel, 1968, p.128)

Ele acredita que a aprendizagem de um assunto não acontece isoladamente. Para ele, a aprendizagem realmente se dá se o novo conhecimento for "ancorado" em conceitos já existentes na estrutura de quem aprende e nomeia esse fato de aprendizagem significativa e o conceito que serviu como apoio ao novo conhecimento, de subsunçor[1].

A aprendizagem significativa é o ponto alto da teoria de Ausubel. Para ele, esse tipo de aprendizagem só ocorre se, além de se ter proporcionado ao aluno a conexão entre o que ele já sabe e o novo conhecimento, o conteúdo lhe for potencialmente significativo, originando uma pré-disposição e curiosidade para aprender, de modo a favorecer e a proporcionar a conexão entre o novo assunto e os conceitos já conhecidos. Caso esta conexão não seja estabelecida, não houve a aprendizagem significativa do assunto.

Segundo Moreira e Masini (1982):

> "Para Ausubel, a aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimentos do indivíduo, ou seja, neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específico, a qual Ausubel define como conceitos subsunçores ou simplesmente subsunçores existentes na estrutura cognitiva do indivíduo" (p. 07).

[1]Para Ausubel (1968) subsunçores são conceitos relevantes, claros e hierárquicos que o aluno possui na sua estrutura cognitiva. Segundo Moreira e Buchweitz (1987) e Novak (1981), a palavra subsunçor não existe em portugues é uma tentativa de aportuguesar a palavra inglesa subsumer. Seria equivalente a inseridor, facilitador ou subordinador.

Além dessas características, Novak (1981) e todos os outros teóricos estudados para esta fundamentação afirmam que o subsunçor não deve ser visto apenas como conceito suporte da nova informação e sim como um conceito claro e com estabilidade, que proporciona a interação entre o novo e o antigo conhecimento, facilitando a passagem das informações relevantes por meio da percepção do indivíduo. Esse fato é para Ausubel (1968) o ponto central da teoria da assimilação dos conceitos. Diz ele:

> "A essência do processo de aprendizagem significativa reside em que as idéias expressadas simbolicamente são relacionadas de modo não arbitrário, e permanente, com que o aluno já sabe, destacando algum aspecto essencial de sua estrutura de conhecimentos" (1968, p. 37-8).

Para Ausubel, cada vez que uma nova informação "ancora" em um subsunçor, este é modificado e reelaborado, resultando num crescimento deste subsunçor. Não desconsidera o fato de que os conceitos subsunçores podem ser diferençados de pessoa para pessoa, pois o mesmo material pode ser aprendido significativamente por uma pessoa e quase que mecanicamente por outra (Novak, 1981), dependendo do interesse e das relações que o indivíduo faz com todo o seu conjunto de interesses e das relações que faz com todo o conjunto de conceitos.

Ele acredita que, provavelmente, a ancoragem (ou assimilação) de um conceito facilita a sua interação e que, ao longo do tempo, o significado das novas idéias tende a ser assimilado pelas idéias mais estáveis e os elementos não relembrados com freqüência são esquecidos. Assim, logo após a aprendizagem inicia-se um estágio chamado de assimilação obliteradora, onde os novos conhecimentos vão, progressivamente, ficando menos dissociáveis dos conceitos âncoras pertinentes à estrutura cognitiva, até não mais serem vistos como entidades individuais. Moreira e Masini (1982) chamam a atenção para o fato de

que mesmo que a retenção seja favorecida pelo processo de assimilação, o novo conhecimento "está ainda sujeito à influência erosiva de uma tendência reducionista da organização cognitivista: é mais simples e econômico reter apenas as idéias, conceitos e proposições mais gerais e mais estáveis do que as novas idéias assimiladas" (p.18). É neste sentido que Oliveira (1976) sugere que o aluno reaja à tendência que existe das novas proposições, recém-adquiridas, perderem a sua identidade e passarem a ser confundidas e associadas com seus subsunçores. Para ele, a discriminalidade entre o novo conhecimento e os subsunçores existentes é um outro fator relevante para o processo de retenção da idéia. Assim, quanto mais o novo conhecimento se discriminar dos conceitos subsunçores, terá, a longo prazo, maior valor para a memória.

Ausubel propõe que se descubra a estrutura do assunto a ser desenvolvido, determinando os conceitos gerais e inclusivos, os subordinados a estes e, ainda, como todos eles se organizam hierarquicamente. Afirma:

> "Devemos estruturar nosso currículo de tal modo que conceitos e proposições mais importantes sejam introduzidos primeiro, servindo assim para facilitar a aprendizagem significativa de uma vasta gama de informação e também para facilitar o aprendizado de conceitos subordinados" (Ausubel et al., 1980, p. 299).

Para Moreira e Masini (1982), esses conceitos estruturais constituem um verdadeiro mapa intelectual que facilita o desenvolvimento do assunto. Para eles, esses esquemas hierárquicos que trazem os conceitos mais gerais e inclusivos no topo e os outros conceitos menos inclusivos relacionados a estes são diagramas bidimensionais, usados para fins instrucionais, a que atribuem o nome de Mapa Conceitual. No próximo capítulo, ao relacionar a teoria de Ausubel com a proposta alternativa para o ensino da Trigonometria, apresentarei o Mapa

Conceitual por mim elaborado, que trata da hierarquia dos conceitos trigonométricos a serem trabalhados.

Como se depreende dessas primeiras idéias, cabem ao professor as difíceis tarefas de detectar os conceitos amplos e relevantes do assunto que vai ensinar; descobrir a estrutura e a hierarquização dos conceitos que serão desenvolvidos e utilizar os conceitos relevantes já existentes na estrutura cognitiva do aluno para servir de pontos de ancoragem do novo conhecimento, além de apresentar o material adequado para a atividade intelectual do aluno.

Dentre tais tarefas torna-se necessária a focalização de algumas idéias essenciais, explicitando seus fundamentos sobre a seqüenciação e estruturação do material. Encontra-se na obra de Oliveira (1976), por exemplo, a idéia de que a seqüenciação deverá estar relacionada com a estrutura do conteúdo. Ao analisar a estrutura do conteúdo e os objetivos de um curso, é preciso estabelecer as relações dependentes e independentes existentes. A estruturação do material deverá partir sempre das habilidades mais simples para as superordenadas e mais complexas. Segundo Ausubel, conhecendo a estruturação do material, as idéias ficam mais estáveis e claras na estrutura cognitiva do aprendiz e, assim, a transferência dos conceitos para novas situações fica favorecida.

Oliveira (1976) arrola algumas variáveis as quais, segundo Ausubel, afetam a transferência de aprendizagem:

- fundamentar o novo conhecimento em idéias âncoras existentes na estrutura cognitiva do aprendiz;
- referir-se ao nível discriminatório que o novo material apresenta em relação ao que já era conhecido;
- relacionar a aprendizagem e a permanência do novo conhecimento na estrutura cognitiva do aluno da qual depende a estabilidade e clareza das idéias apresentadas.

Com tais pontos explicitados, fica clara a importância da seqüenciação dos conceitos para a aprendizagem e que o novo conhecimento depende, intrinsecamente, dos conceitos aprendidos anteriormente. Deste modo, para resolver uma equação trigonométrica, dentre muitos outros procedimentos algébricos, supõe-se que o aluno já saiba conceitos iniciais como, por exemplo, os valores das razões trigonométricas para os arcos notáveis. Assim, o aluno deve dominar uma etapa antes de prosseguir para a seguinte. Para materiais seqüencialmente dependentes, a repetição dos fatos também tem sua importância, pois este procedimento favorece a consolidação e o domínio dos conceitos.

Ausubel (1968,1980) ao propor, na sua teoria, que se estabeleça a interação do novo conhecimento com conceitos e proposições aprendidos anteriormente explicita que essa interação interfere e modifica tanto o novo conhecimento quanto os conceitos já estabelecidos na estrutura cognitiva. Propõe, ainda, que se observe as regularidades ou as diferenças e semelhanças das relações existentes entre o novo conhecimento e um outro assunto já estudado. Nomeia esses dois importantes conceitos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, os quais, segundo Faria (1989), facilitam a seqüenciação dos conceitos e, segundo Ausubel, acontecem, simultaneamente, em todos os instantes em que ocorrer aprendizagem.

Diferenciação progressiva é o procedimento de se oferecer aos alunos as idéias mais gerais em primeiro lugar, para, em seguida, passar a detalhá-las. Esse processo, em geral, não é feito no ensino tradicional em nossas escolas, pois os conteúdos a serem desenvolvidos são constantemente separados por tópicos, não se levando em consideração os diferentes níveis de abstração e de generalização. São apresentados isoladamente uns dos outros, de forma desconexa, sem estarem relacionados com os conceitos já conhecidos pelos alunos e entre si. É comum

haver dissociações entre os conteúdos de uma série para outra, pois o professor em geral segue o livro didático, não se preocupando se o conceito está ou não está presente na estrutura cognitiva de quem aprende.

O outro conceito defendido por Ausubel para facilitar a aprendizagem do conteúdo é o conceito de reconciliação integrativa que envolve uma aprendizagem superordenada ou combinatória, pois engloba várias idéias subsumidas. Como o próprio nome sugere, trata-se de integrar o novo conhecimento aos outros já existentes através do estabelecimento das diferenças e das semelhanças entre eles. É muito importante explorar essa relações através das comparações entre o que se sabe e o novo.

Segundo Faria, tal reconciliação integrativa: "Consiste, basicamente, no delineamento explícito das relações entre idéias, de assinalar semelhanças relevantes entre as mesmas, e de reconciliar inconsistências reais ou aparentes" (1989, p. 30).

Desta forma, ao utilizar esses dois princípios que Ausubel sugere, é possível uma "acomodação" do novo conhecimento tanto verticalmente, ao relacionar o novo conteúdo com as idéias âncoras existentes, quanto horizontalmente, ao estabelecer as diferenças e semelhanças entre o que se sabe e o novo. Assim procedendo, será possível reajustar o novo conhecimento às estruturas cognitivas, modificando os subsunçores existentes e ampliando o conhecimento sobre o assunto.

Esses dois conceitos importantes da teoria de Ausubel - diferenciação progressiva e reconciliação integrativa- , são fortalecidos e facilitados se, antes de abordar o assunto, o professor utilizar a estratégia de estabelecer uma conexão entre o que o aluno já sabe e o novo conhecimento. Assim, o aluno aprenderá com sucesso a nova tarefa.

Para Ausubel estes procedimentos são conceitos organizadores da estrutura cognitiva, pois "... quanto mais conhecimento antecedente possui um indivíduo sobre uma

disciplina em particular e quanto mais estável seja esse conhecimento, tanto mais êxito terá ao aprender materiais conexos." (1968, p. 134).

Ausubel atribuiu a esses organizadores o nome de advance organizers[2] que teóricos como Joyce e Weil (1972), Oliveira (1976), Rahts (1971) traduziram como organizadores avançados e Moreira e Masini (1982), Novak (1981), Madruga (1996), Faria (1989), Ronca (1980) como organizadores prévios.

A partir desse momento, assumirei a nomenclatura organizadores prévios, pois para mim este nome se aproxima mais do significado dado por Ausubel a esses organizadores que devem servir de ancoradouros para a nova informação.

Os organizadores prévios são materiais introdutórios apresentados antes que o novo assunto seja desenvolvido. Para serem eficazes, deverão ser otimamente claros e estáveis, relevantes e inclusivos ao material que se vai ensinar, apresentando um nível superior de abstração, generalidade e inclusão. Podem ser uma pergunta ou um problema desencadeador, uma coleção de slides, um filme, um texto, uma demonstração de maneira que ofereça ao aprendiz um idéia ampla e inclusiva. É uma idéia geral que precede o conteúdo. Devem estar sempre relacionados com o que se quer ensinar. Não são sumários nem introdução ou visão geral sobre o assunto, como normalmente aparecem nos livros didáticos.

Para Ausubel, "a principal função dos organizadores está em preencher o hiato entre aquilo que o aprendiz já conhece e o que precisa conhecer antes de poder aprender significativamente a tarefa com que se defronta" (Ausubel, 1980, p. 144) (grifos do autor). Para Moreira e Masini (1982), os organizadores devem superar o limite entre o que já é conhecido pelo aluno e o novo, antes que o novo assunto seja apresentado.

---

[2]No dicionário americano MERRIAM-WEBSTER, encontra-se, dentre vários outros significados de *advance* como verbo, a expressão *to make earlier in time*, que significa em português *antecipadamente*; como adjetivo, é representado pelas expressões *made, sent or furnished ahead of time* que também que dizer *antes do tempo*.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Faria (1989) afirma que os organizadores prévios podem facilitar a incorporação e a retenção do material a ser aprendido de forma mais detalhada e diferenciada e, também, possibilitar o estabelecimento de diferenças entre as idéias que serão aprendidas e as idéias similares ou conflitantes já conhecidas.

Para Ausubel a utilização dos organizadores prévios é importante porque o aluno pode não ter disponível, naquele momento, os conceitos relevantes que servirão de âncoras para o novo conhecimento e também porque as idéias podem estar disponíveis, mas o aluno pode não reconhecer a sua importância para a aquisição do novo conceito. Pensando assim, ele distingue dois tipos de organizadores prévios:

- organizadores prévios expositivos utilizados quando o novo conhecimento é totalmente desconhecido pelo aluno. É apresentado com a intenção de oferecer subordinadores próximos relevantes que têm uma relação de superordenação com o novo conhecimento que está sendo aprendido e oferecem um esteio ideativo em função de conceitos já familiares ao aluno;

- organizadores comparativos utilizados quando o assunto que se vai aprender não é totalmente novo para o aprendiz. Esse tipo de organizador ajuda a integrar as novas idéias aos conceitos já formados e, ainda, aumentar a distinção entre as idéias disponíveis e as novas.

Para Ausubel, os organizadores comparativos são mais eficientes que as simples comparações que podem ser realizadas durante as aulas ou no decorrer de um texto, pois garantem uma visão geral das semelhanças e as diferenças existentes antes que o novo conceito seja apresentado aos alunos na sua forma mais particularizada.

Weil e Joyce (1972), ao comentarem a respeito das aplicações da teoria de Ausubel, afirmam que a estratégia dos organizadores prévios age tanto substantivamente como programaticamente no material de ensino. Substantivamente quando utiliza princípios básicos de um assunto ou disciplina, assegurando a disponibilidade dos conceitos subsunçores na estrutura cognitiva, favorecendo a exploração, abrangência, generalidade e relacionabilidade do assunto. Age programaticamente, também, pois os organizadores prévios pressupõem a apresentação e a ordenação da seqüência do assunto com a finalidade de propiciar a clareza, estabilidade e integração do novo material à estrutura cognitiva.

Assim, segundo Ausubel, cada unidade ou lição deve ser precedida pela apresentação de organizadores prévios, de forma que, progressivamente, novos organizadores vão se relacionando com o material que está sendo apresentado. Com o acúmulo desses organizadores, há uma alteração na estrutura de processamento de informações do assunto estudado de modo que, após uma série de unidades ou atividades, o conjunto das novas idéias funcionarão como um andaime ideal para ancorar futuros conceitos.

Para exemplificar a utilização de organizadores prévios, posso sugerir aos professores de Matemática que, antes de iniciarem os primeiros conceitos trigonométricos - Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo -, apresentem aos seus alunos um texto histórico (Briguenti, 1996) descrevendo como os egípcios, no século VI a.C., de posse de alguns conhecimentos geométricos, resolviam problemas cotidianos, como, por exemplo, determinar a altura de um barranco utilizando-se da medida de sua sombra quando o Sol estivesse a 45° do horizonte. Neste caso, o conceito mais abrangente que apresenta um nível superior de abstração, generalidade e inclusão é o conceito de Medida, presente na estrutura cognitiva do aluno e que, juntamente com os outros conceitos geométricos (a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°;

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

definição de triângulo retângulo e de triângulo isósceles), servirão de subsídios ancoradouros para a nova informação.

Em seguida, baseados nos fatos históricos que acabaram de conhecer e depois de comentar os problemas que os egípcios enfrentaram para efetuar essa medição (por exemplo: naquela região, apenas durante dois dias do ano, o Sol fica a 45° do horizonte), o professor poderá propor para a classe um problema desencadeador: utilizando os conceitos recém-comentados e um outro conceito relevante da geometria -semelhança entre triângulos- encontrar os procedimentos utilizados por Thales de Mileto (VI a.C.) para determinar a altura da Pirâmide de Queops sem escalá-la e para qualquer ângulo que o Sol fizesse com o horizonte.

Utilizando esta estratégia, além de aguçar o interesse do aluno pelo assunto, o professor lhe estará proporcionando a oportunidade de apoiar o novo conhecimento (Razões Trigonométricas nos Triângulos Retângulos) em conceitos já subsumidos na estrutura cognitiva, facilitando, portanto, a ancoragem e a aprendizagem do novo assunto.

Esse exemplo de atividade nem sempre é fácil de ser encontrado. As atividades da proposta devem cumprir essa função; no entanto, na espontaneidade da situação de ensino e aprendizagem sempre podem surgir exemplos a serem apropriados pelos professores.

Um outro aspecto que merece ser comentado sobre a teoria deste estudioso é o fato de que ele aceita a aprendizagem mecânica, mas apenas para aprender assuntos totalmente desconhecidos. Para ele, este tipo de aprendizagem fica desconexo, sem ligação com os subsunçores existentes e não exige esforço consciente do aluno para relacionar a nova informação com o que já se sabe. Quando o aprendiz não conhece nada sobre o assunto que está sendo desenvolvido, ele pode realizar uma aprendizagem mecânica e, aos poucos, irá reconhecendo alguns elementos de apoio para as novas informações, então presentes na sua estrutura cognitiva. Acredita que a maioria das crianças, ao atingir

unesp

a idade escolar, já possua uma estrutura conceitual que possa favorecer a aprendizagem receptiva significativa.

Ausubel também considera importante os aspectos ligados à aprendizagem de habilidades e à aprendizagem afetiva. Para ele, algumas informações de origem interna categorizadas como prazer ou dor, com associações externas geram aprendizagem de habilidades (nadar, jogar). Sinais internamente originados (como os estímulos afetivos), vistos como emoções, originam a aprendizagem afetiva que é associada às aprendizagens de habilidades cognitivas. Associando-se a aprendizagem afetiva com a de habilidade cognitiva surge a sensação de "adorar" ou "detestar" algo através da aquisição de atitudes positivas ou negativas.

Apesar de muito criticada, Ausubel defende, dentre outros procedimentos, a aprendizagem receptiva, desde que o aluno relacione as novas informações que ouve com os conceitos relevantes já conhecidos, estabelecendo as diferenças e semelhanças. Desta situação origina-se o termo aprendizagem receptiva significativa.

> "A aprendizagem receptiva significativa implica a aquisição de novos conceitos. Exige tanto uma disposição para aprendizagem significativa como a apresentação ao aluno de material potencialmente significativo (1980, p.32). /.../ A aprendizagem receptiva significativa é importante para a educação porque é o mecanismo humano por excelência de aquisição e armazenamento de uma vasta quantidade de idéias e informações representadas por algum campo de conhecimento" (1980, p. 33).

Para Ausubel, a aprendizagem receptiva não é passiva e poderá resultar na aprendizagem de um conceito da mesma forma que a aprendizagem por descoberta poderá fazê-lo. Crê que o método pelo qual se processa a aprendizagem não é tão importante. O que é necessário é que o novo conhecimento interaja com os conceitos já existentes.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Ele também aceita a aprendizagem por descoberta. Afirma que o aluno ao descobrir as propriedades e as idéias fundamentais de um assunto, através de suposições para gerar novas proposições, estará construindo as idéias básicas do mesmo para, posteriormente, poder utilizá-las em outras situações-problema. Mas não deixa de enfatizar que esses novos conceitos construídos através da aprendizagem por descoberta devem estar relacionados com conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva, pois, caso contrário, teria acontecido uma aprendizagem por descoberta mecânica.

Briguenti (1994), ao tratar da visão que Ausubel tem sobre esses dois tipos de aprendizagem, afirma:

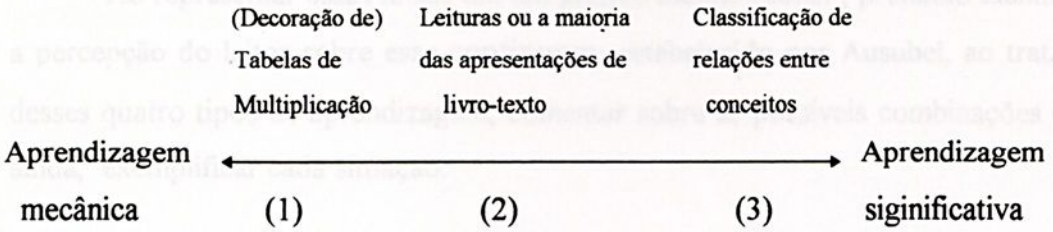
> "tanto a aprendizagem mecânica como a significativa dependem da natureza do material a ser aprendido e são funções da pré-disposição de cada um em relação à tarefa de aprendizagem, a funções do grau de desenvolvimento dos subsunçores disponíveis na estrutura cognitiva do aluno e às possíveis conexões entre as informações novas e antigas" (p.14).

Segundo Faria (1989), Ausubel tentou desmistificar a idéia de que aprendizagem por descoberta seria sinônimo de aprendizagem significativa ou que a aprendizagem por recepção implicaria numa aprendizagem mecânica. Mostrou que essas duas formas de aprendizagem (por descoberta e por recepção) situam-se em diferentes contínuos partindo sempre da aprendizagem mecânica para a significativa.

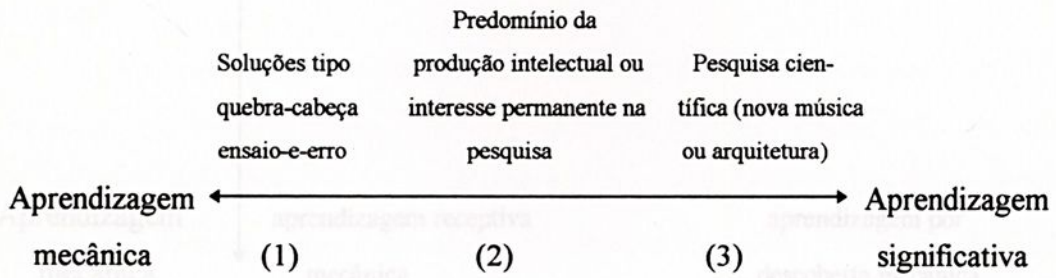
Faria (1989, p.11) constrói, para facilitar a percepção visual do leitor, duas "linhas" que representam graficamente o continuum que deve ser estabelecido entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa, tanto para a aprendizagem por recepção, quanto para a aprendizagem por descoberta, representação que reproduzo aqui:

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

APRENDIZAGEM POR RECEPÇÃO



APRENDIZAGEM POR DESCOBERTA

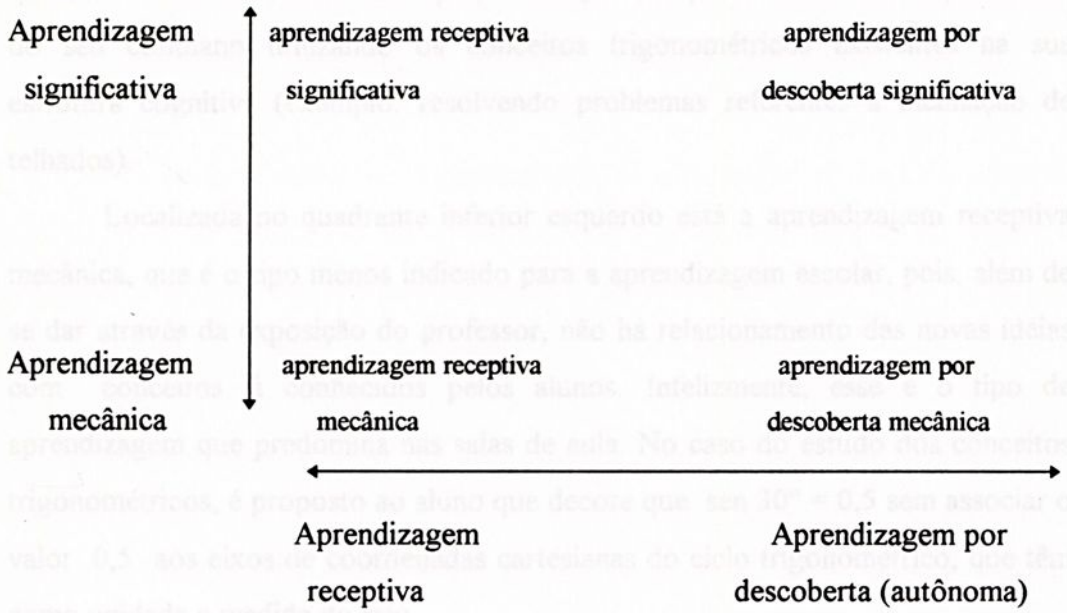


Encontra-se em Moreira e Masini (1982) a seguinte afirmação:

> "Na verdade Ausubel não estabelece a distinção entre a aprendizagem significativa e mecânica como sendo uma dicotomia e sim como um continuum. Da mesma forma, essa distinção não deve ser confundida com a que há entre aprendizagem por descoberta e aprendizagem por recepção. Segundo Ausubel, na aprendizagem por recepção o que se deve ser aprendido é apresentado ao aprendiz em forma final, enquanto que na aprendizagem por descoberta o conteúdo principal a ser aprendido é

descoberto pelo aprendiz. Entretanto, após a descoberta em si, a aprendizagem só é significativa se o conteúdo descoberto ligar-se a conceitos subsunçores relevantes já existentes na estrutura cognitiva..." (p.09).

Ao representar essas idéias em um gráfico bidimensional[3], pretendo facilitar a percepção do leitor sobre esse continuum, estabelecido por Ausubel, ao tratar desses quatro tipos de aprendizagem, comentar sobre as possíveis combinações e, ainda, exemplificar cada situação.



No quadrante superior esquerdo encontra-se a aprendizagem significativa receptiva onde o aluno ouve as informações dadas pelo professor e faz relações com os conceitos existentes na sua estrutura cognitiva. Para exemplificar essa

[3]Baseado em diagrama proposto por AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980, p. 21.

situação, o professor poderá chegar à relação tg $\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$, através de exposições, utilizando-se do conceito subsunçor - semelhança entre triângulos- já existente na estrutura cognitiva dos alunos. Assim, a aprendizagem, apesar de ser receptiva, será significativa, pois foi ancorada em conceitos já interiorizados.

No canto superior direito está localizada a aprendizagem significativa por descoberta. Este é o tipo ideal de aprendizagem, pois une a aprendizagem significativa com a não-passividade do aluno, ou seja, neste tipo de aprendizagem, o aluno interage o novo conhecimento com conceitos já conhecidos e ainda participa ativamente dessas ligações, descobrindo e construindo o conceito em questão. Posso citar, como exemplo, a situação em que o aluno resolve problemas do seu cotidiano utilizando os conceitos trigonométricos existentes na sua estrutura cognitiva (exemplo: resolvendo problemas referentes à inclinação de telhados).

Localizada no quadrante inferior esquerdo está a aprendizagem receptiva mecânica, que é o tipo menos indicado para a aprendizagem escolar, pois, além de se dar através da exposição do professor, não há relacionamento das novas idéias com conceitos já conhecidos pelos alunos. Infelizmente, esse é o tipo de aprendizagem que predomina nas salas de aula. No caso do estudo dos conceitos trigonométricos, é proposto ao aluno que decore que sen 30° = 0,5 sem associar o valor 0,5 aos eixos de coordenadas cartesianas do ciclo trigonométrico, que têm como unidade a medida do raio.

Para finalizar, no quadrante inferior direito está a aprendizagem por descoberta mecânica, que também não é satisfatória para o bom desempenho da aprendizagem de um assunto, pois, embora tenha acontecido a descoberta do conceito, não houve a ligação entre o novo conhecimento e os conceitos já estudados pelos alunos. Para ilustrar esse fato, posso citar um aluno que ao tentar resolver a equação trigonométrica 2sen x = 0,5 encontra a solução da equação

por meio de tentativas, sem utilizar os procedimentos algébricos, já conhecidos, para resolver a equação trigonométrica proposta.

Um outro aspecto que Ausubel aponta como atributo necessário e muito importante para o desenvolvimento cognitivo do aprendiz é a linguagem. Para ele:

> "Sem linguagem, seria impossível o desenvolvimento e a transmissão de significados, valores e tradições compartilhadas por uma sociedade. As pessoas seriam incapazes de comunicar-se entre si, exceto em situações face a face; o relacionamento entre os indivíduos e a interação entre grupos não seriam possíveis na ausência da proximidade física e seriam inconcebíveis as inúmeras manifestações intelectuais, interpessoais e institucionais da cultura dominante, que dependem da conceitualização verbal" (Ausubel, 1980, p. 86).

Não poderia deixar de comentar aqui, as diferentes maneiras de Ausubel conceituar a aprendizagem significativa. Para ele, há três formas distintas de aprendizagens significativas, relacionando as novas informações com a estrutura cognitiva do aprendiz: a aprendizagem subordinativa[4], a aprendizagem superordenada e a aprendizagem combinatória.

A subordinativa é uma aprendizagem ligada às idéias mais inclusivas, já conhecidas pelo aluno. Esse tipo de aprendizagem pode ser desdobrada em outras duas: a subordinação derivativa que se dá quando o novo conhecimento é aprendido como um exemplo específico de um conceito já presente na estrutura cognitiva ou como uma ilustração de uma idéia mais geral já aprendida e a subordinação correlativa que se dá quando o conceito aprendido é uma extensão, uma reelaboração, ou modificação de uma idéia previamente aprendida,

[4]Segundo Faria (1989) é aprendizagem subordinativa; segundo Moreira e Masini (1982) é subsunção subordinada

ou seja, o novo conteúdo é incorporado interagindo com conceitos já existentes mas não está implícito na idéia âncora. Neste último tipo de aprendizagem, uma idéia nova, distinta de uma proposição já interiorizada, pode interagir com esta proposição e "implicar" um mesmo conceito básico.

A aprendizagem superordenada, segundo Ausubel, envolve idéias relevantes particulares menos inclusivas, mas já conhecidas pelos alunos. Para ele, esse tipo de aprendizagem ocorre mais com a aquisição de conceitos do que na aprendizagem de proposições. Podemos exemplificar este tipo de aprendizagem quando um aluno soluciona uma inequação trigonométrica. Para resolvê-la, ele terá que saber, inicialmente, o que é uma inequação trigonométrica, relembrando e utilizando conceitos anteriormente já aprendidos (inequação algébrica); conhecer os procedimentos algébricos e trigonométricos necessários; saber trabalhar com intervalos numéricos da reta real; saber relacionar as medidas de arcos escritas em graus ou em radianos, com os números reais, para saber se o valor encontrado está dentro do domínio de validade estipulado para aquela inequação... enfim, é necessário que o aluno estabeleça na sua estrutura cognitiva o relacionamento entre conceitos mais específicos e menos inclusivos.

Para Novak (1981), esse tipo de aprendizagem não é comum na aprendizagem escolar, pois não é de uso comum entre os professores e em relação aos livros didáticos que se inicie o assunto utilizando conceitos gerais para depois ir desenvolvendo os conceitos subordinados a estes.

Aprendizagem combinatória, segundo Ausubel, são novas generalizações que envolvem combinações de outros aprendizados. A nova idéia poderá relacionar-se com um conceito ou uma proposição de forma que essa relação forme com o fundo ideacional amplo um conceito relevante.

Para finalizar esta breve retomada sobre os principais aspectos da teoria de Ausubel, seria conveniente ainda comentar a visão deste teórico sobre a influência

da motivação dos alunos na aprendizagem e como o processo avaliativo da aprendizagem deve ser realizado.

Sabe-se que a motivação do aprendiz depende da sua idade, da sua cultura, do ambiente em que vive e que há técnicas que a fazem aumentar. Para Ausubel, os tipos de motivação variam conforme o tipo de aprendizagem; o tipo de participação do indivíduo no grupo; o nível de desenvolvimento do aluno. Ele acredita que a relação entre motivação e aprendizagem deve ser recíproca e não apenas unilateral (motivação → aprendizagem). Para ele, é desnecessário adiar as atividades de aprendizagens até que os alunos estejam motivados para tal. Deve-se, de certo modo, por um certo tempo, ignorar o estado de motivação de um aprendiz e tentar realizar o ensino, pois, instalando-se alguma aprendizagem, terá satisfação por ter aprendido algo e, assim, espera-se iniciar o processo de interesse pelo assunto que está sendo estudado. Ao enfatizar o aspecto cognitivo, sem se preocupar muito com os motivacionais, Ausubel acredita que o reforço advindo do sucesso aumente a motivação para as próximas realizações (Oliveira, 1976, p. 104).

Como se depreende de tais considerações, o trabalho educativo supõe inúmeras tarefas e providências a serem assumidas pelos professores. Além dos muitos aspectos já apresentados por Ausubel e seus seguidores sobre os diferentes aspectos da atividade do aprendiz, há ainda que se destacar:

- a apresentação dos objetivos de forma clara e explícita relacionando os objetivos mais remotos com as tarefas mais imediatas;
- utilização de interesses que os alunos trazem consigo;
- utilização de materiais que captem a atenção dos alunos programando lições que assegurem o sucesso da aprendizagem, para aumentar a motivação cognitiva;

unesp

- estabelecimento de tarefas apropriadas ao nível das habilidades de cada aluno;
- busca de alternativas que lhes possibilitem a auto-avaliação, oferecendo-lhes um feedback;
- consideração em relação às diferenças individuais para a motivação do assunto.

Tais aspectos relativos ao trabalho dos professores são bastante próximos aos resultados de indicações a partir de pesquisas recentes sobre o processo avaliativo que apontam para o equívoco existente quanto à maneira pela qual o processo educativo e a avaliação da aprendizagem vêm sendo utilizados. As propostas têm sido na direção de que a avaliação deve atuar como feedback no sistema; deve servir para realizar uma revisão do programa, observando sempre a eficácia, a eficiência, custo e adequação aos objetivos; a quantificação pode até ser utilizada, desde que sirva para indicar futuras ações, não como vem sendo utilizada, de forma seletiva para aprovar ou reprovar alunos.

Para Ausubel, tais aspectos são fundamentais, pois a avaliação deverá apontar dados para ajudar o estudante, esclarecendo-lhe o nível de compreensão do assunto, enfim, situando-o no processo. Os mesmos dados podem oferecer ao professor subsídios para ir além de avaliar os alunos. Podem servir para avaliar o material utilizado, o método e o currículo. Para ele, não deve ser apenas avaliado o conhecimento, mas outros produtos da aprendizagem, como atitudes, interesses, personalidade, etc.

> "Sugere ainda que os professores não se limitem a testes objetivos de múltipla escolha, mas devem recorrer a questões de dissertação, discussão ou mesmo amostras do trabalho real, quando relevantes para outros objetivos da instrução tais como gerar hipóteses, prover evidência para uma proposição, esboçar um tratamento experimental, estruturar uma argumentação, etc. (Oliveira, 1976. p. 123).

É incontestável o valor e a utilidade da teoria de Ausubel para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, assim como de qualquer outro assunto. Entretanto é necessário que os agentes educativos conheçam os principais aspectos desta teoria e estejam dispostos a efetivar mudanças para alterar as suas práticas educacionais.

Caminhando nesta direção, o professor deverá iniciar os seus trabalhos refletindo sobre os procedimentos mais adequados para a tarefa que está se iniciando e, certamente, esta será a principal tarefa do processo de instrução. Para isso, o professor deverá refletir sobre os diversos fatores, comentados anteriormente, que influenciam nos procedimentos que serão utilizados: estrutura do assunto a ser trabalhado; seqüenciação dos seus conceitos; enfoque nos objetivos de instrução; motivação; etc. Assim, antes de decidir como ensinar, é importante saber para quê e o que ensinar, ou seja, deve determinar os objetivos instrucionais e definir os conteúdos.

2.3 Sobre mudanças e inovações educacionais

Como este trabalho consistiu em investigar a viabilidade de uma proposta alternativa em um processo que pode se caracterizado como inovador e que demanda mudanças em relação ao que ocorre no dia-a-dia do ensino da Trigonometria, será conveniente elucidar, também, aspectos relativos às mudanças que ocorrem no âmbito da escola ou da instituição, refletindo como são ocasionadas, em qual contexto ocorrem, por que encontram tanta resistência e demoram para serem aceitas. Para isso, fui buscar bibliografia pertinente, encontrando na obra de Huberman (1973) e em um artigo de Ferretti (1989) alguns subsídios para fundamentar esta faceta da pesquisa.

É necessário esclarecer que embora esses dois pesquisadores definam "inovação" de maneiras distintas, cada um deles tem contribuições importantes para abordar sobre mudanças educacionais.

Huberman (1973) não exige que uma inovação tenha que ser uma invenção. Olha para a inovação no sentido de influenciar as relações e os comportamentos humanos, quer esteja atingindo metas educacionais ou somente parte do processo de ensino. Para Huberman "inovação é pois uma operação completa em si mesma cujo objetivo é fazer, instalar, aceitar e utilizar determinada mudança" (1973, p.17).

Ferretti faz questão de distinguir a produção de inovação da de adoção. Define produção de inovações como "a criação de respostas novas aos desafios oferecidos por um dado contexto, a partir da análise crítica do mesmo e das contribuições efetivas que tais respostas podem oferecer para enfrentar os desafios e produzir melhorias no objeto que é alvo de inovação" (1989, p. 76). Por adoção entende que deve haver adaptações da idéia adotada às condições e exigências locais. Para ele, "inovar significa introduzir mudanças num objeto de forma planejada visando produzir melhoria no mesmo" (1989, p. 56).

Enquanto Ferretti (1989) acredita que para inovar deverá haver uma criação de solução para resolver determinado problema, para Huberman, grande parte das mudanças são adaptações de algo que já existe. Afirma que "no campo da educação, entretanto, nós nos preocupamos menos com a invenção de novos métodos ou de novos dispositivos do que com sua utilização e com sua difusão no sistema escolar" (1973, p. 16). Assim, o foco da preocupação deve estar centrado no processo, observando como a mudança foi oferecida, difundida e integrada com as outras práticas.

Segundo Ferretti (1989), nos últimos 70 anos, a educação passou por uma série de transformações quer seja nos sistemas escolares, quer seja nas salas de aulas. As transformações podem ser derivadas de ações planejadas incluindo experiências e pesquisas pedagógicas tentando encontrar solução para algum problema do sistema, ou se dão através do modernismo, adotando procedimentos que são tidos como inovadores.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Com a concepção descrita acima, Ferretti formula várias definições para inovação, dependendo do aspecto pedagógico enfocado. Seus focos de observação perpassam pelas inovações na organização curricular; nos métodos e técnicas de ensino; nos materiais instrucionais e tecnologia educacional; na relação professor-aluno e no aspecto da avaliação educacional.

No âmbito da inovação curricular, Ferretti foca a organização do currículo de forma a proporcionar a integração dos conteúdos ou dos objetivos sem incentivar a visão fragmentada das disciplinas, considerando os fenômenos sociais ou interesses dos alunos. Defende a participação ativa dos alunos, junto com seus professores, no planejamento e na realização das atividades propostas. Assim, ao propor mudanças na escola que até aqui tem valorizado apenas a atividade intelectual do aluno, considera importante trabalhar com atividades que estimulem o desenvolvimento do aluno como um todo, isto é, desenvolvimento físico, intelectual e sócio emocional. Sob este enfoque afirma que "inovar o currículo tem significado propor atividades suficientemente diversificadas para mobilizar e integrar os vários aspectos do desenvolvimento do aluno" (1989, p. 60).

Considerando inovações nos métodos e técnicas de ensino, afirma que é a que mais se aproxima do controle do professor, mas que essas inovações têm poucas possibilidades de influir nas mudanças curriculares. Declara que procurando a melhor maneira para atingir os objetivos propostos, preocupados com o *como* fazer e com a eficácia e eficiência dos procedimentos didáticos, os professores procuram fundamentos em teorias de aprendizagem e desenvolvem novos métodos e técnicas educacionais. Sob este enfoque, dá outra definição para inovação:

> "...inovar, em termos metodológicos, tem então, significado estruturar métodos de ensino que levem o aluno a utilizar habilidades intelectuais, a exercitar o pensamento reflexivo na solução de problemas e tomada de decisões" (1989, p. 62); "inovar, do ponto de vista da didática, tem significado criar métodos ou técnicas de ensino que favoreçam a integração

> de conteúdos e a integração social dos alunos, bem como estimulem a participação destes em outros níveis que não apenas intelectual" (Ferretti, 1989, p. 63).

Ferretti ainda aponta como mudança a modificação de materiais instrucionais e na tecnologia utilizada na sala de aula e mudanças na avaliação educacional onde se verifica grande resistência dos professores na adoção de novos procedimentos avaliativos. Propõe que se realize um processo avaliativo compatível com as mudanças curriculares e metodológicas, isto é, deve-se avaliar o aluno como um todo, observando suas atitudes, habilidades e seu relacionamento social. Para isso, no aspecto cognitivo, deverá ser observado se o aluno consegue resolver tarefas complexas envolvendo interpretação, transferindo conhecimentos, realizando análise da situação e criando hipóteses para solucionar a questão, estando sempre presentes as operações mentais.

Após detalhado estudo sobre as "inovações pedagógicas" no Brasil, Ferretti afirma que, somente no final da década de 50 e na década de 60, houve alguma tentativa de inovação em termos curriculares - nas escolas experimentais- modificações estas, curtas e que proporcionaram mudanças em relação à "escola tradicional". Para ele, essa mudança que se fundamentava nos princípios da "escola nova" não é considerada uma inovação e sim uma "*adoção, adaptação e utilização* de inovações produzidas em outros contextos para responder a necessidades surgidas do âmbito desses contextos" (1989, p. 72).

Para Ferretti, o maior número de tentativas de inovações está nos métodos e técnicas de ensino. Sob a influência dos princípios "escolanovistas", sob a crítica e mudanças rápidas de valores e o constante debate sobre a educação escolar, muitos professores foram estimulados a utilizar novos métodos e técnicas educacionais para tentar solucionar o problema do binômio teoria X prática. Entretanto há professores que "transplantam propostas metodológicas" sem se

preocupar com seus fundamentos e se a sua utilização é conveniente ou não para determinada situação. Às vezes, o professor quer "inovar por inovar".

Ferretti (1989) também aponta, ainda sob as influências da "escola nova", as mudanças que ocorreram na relação professor-aluno orientada pelos princípios da cooperação e da não diretividade, valorizando-se a compreensão e a amizade. Mas não deixa de registrar as críticas efetuadas a esses pressupostos.

Segundo Huberman, são vários fatores que predispõem as mudanças no sistema de ensino. Estudos apontam que a necessidade de mudança é uma motivação intrínseca ao organismo, aos grupos e às instituições e afirma:

> "...há em nós a necessidade inata de alterar nosso equilíbrio individual e organizado, de nos mostrarmos curiosos e inventivos, de retificarmos as práticas que não nos dêem satisfação, de darmos nascimento a novas idéias, de fazermos o que nunca dantes fizemos" (1973, p. 18).

Cita alguns dos fatores que predispõem os sistemas de ensino às mudanças: a evolução da escola (como instituição social) que é mais rápida no período de transformação social; a ansiedade das pessoas em vivenciar o crescente descaso com a qualidade do ensino; o aumento de interesse pelo aprimoramento tecnológico; aumento de crédito para pesquisa e desenvolvimento; aumento de nível de instrução dos pais e dos intelectuais nas universidades; etc..

Para Huberman (1973) há três espécies de transformações que atingem os sistemas escolares:

- as mudanças materiais (novas salas e equipamentos);
- as mudanças conceituais que normalmente visam aos programas de ensino ou aos métodos de transmissão e de recepção de conhecimento;



- transformações nas relações interpessoais, isto é, nos papéis e relações recíprocas entre professores e alunos, entre professores e administradores, ou somente entre os próprios professores.

Afirma que, em educação, as mudanças devem ser encaradas de forma diferente do que na indústria ou na agricultura, pois, na educação, implica um tipo diferente de comportamento humano, uma forma de ser perante um grupo de alunos. Para ele,

> "Um agricultor, que põe em ação uma nova máquina, não tem preocupação com a atitude do solo, ou da semente. Na educação, porém, a maioria das inovações têm influência direta sobre as relações sociais" (1973, p.20).

Segundo Huberman, uma mudança educacional, além de ser muito lenta, sofre pressões externas ao tentar modificar suas práticas. Acredita que os professores resistem às mudanças ao se sentirem ameaçados de perder a autoridade sobre sua classe.

> "A sociedade criou instituições como as escolas a fim de assegurar a continuidade social e contratou profissionais para nelas trabalharem. Esses profissionais tendem a resistir à novidade com mais obstinação e a tomar com menos freqüência a iniciativa de utilizar novos métodos ou práticas do que os profissionais de outros setores" (Huberman, 1973, p.113).

Para Huberman as instituições que incentivam as inovações, normalmente, têm apoio financeiro, seus professores têm formação mais desenvolvidas, seus alunos são oriundos de famílias mais instruídas, têm seus objetivos instrucionais bem claros e definidos, há boa comunicação entre professores e administradores que são sensíveis às novidades referentes às pesquisas educacionais.



Justifica a dificuldade de se instalar uma reforma no âmbito escolar pela ausência de "agentes de transformação"; pela falta de coesão nos seus objetivos e de informações; pela escassez de recursos disponíveis; pelo pequeno estímulo e recompensa para aqueles que se propõem a utilizar as inovações e, ainda, pela dificuldade de se verificar se um método de ensino e de aprendizagem é ou não mais eficiente que o outro. Para ele, uma inovação que trata de aspectos educacionais é um assunto muito complexo e deve ser observado no nível individual e no institucional.

Ao refletir sobre a lentidão das mudanças educacionais, Huberman busca em Bickell explicações para a estabilidade institucional. Afirma que, segundo a teoria dos sistemas, os mesmos são sociais, estáveis e homeostáticos, pois após rápidas pertubações, eles se equilibram novamente de forma semelhante à anterior. Levando essa teoria para a escola como instituição, as escolas são tidas como estáveis e homeostáticas. Sob esta ótica, são incapazes de se inovar.

Huberman, fundamentando-se em Havelock, cita as características genotípicas e fenotípicas que influenciam e, até mesmo, impedem as mudanças:

- Dentre os fatores, a desvinculação entre a teoria e a prática, afirmando que muitas pesquisas educacionais não se relacionam com problemas práticos ou com problemas de salas de aula e o conservadorismo, pois a escola acredita que deve resistir às pressões externas.

- Fatores endógenos de resistência a mudanças e, entre eles, está a contradição entre os objetivos propostos, por exemplo, autoridades escolares podem apoiar reformas que visam a produzir crianças engenhosas, autônomas, mas o pessoal docente privilegia a obediência, a disciplina...; os membros de uma instituição são mais recompensados se mantiverem a estabilidade do que se produzirem mudanças; a uniformidade de modelo, com a utilização de métodos e processos

unesp

convenientes à maioria; a escola tida como um monopólio; baixo investimento financeiro, tecnológico e na formação do pessoal; grande parte do orçamento comprometido para o pagamento dos vencimentos; dificuldade em diagnosticar deficiências, pois a escola resiste às críticas exteriores e os professores querem autonomia para administrar suas classes; o envolvimento dos professores nas obrigações rotineiras, impedindo o desenvolvimento de um novo trabalho e ausência de modelos, pois o professor não tem personalidade inovadora.

- Fatores responsáveis pela limitação das inovações: pouca comunicação entre os professores; as correntes de informações são desencorajadas pelas hierarquias "A estrutura escolar tem efeito mais paralisador sobre a iniciativa do que sobre a adoção de alguma inovação" (Huberman, 1973, p. 47); resistências em adotar as idéias de outros professores e não há o aproveitamento de resultados obtidos no comércio ou na indústria.

Citando novamente Milles, Huberman dá as características dos inovadores: são pessoas fortes, inteligentes, não conformadas com as normas de grupos, criativas e individualistas, entusiastas, rebeldes, idealistas. Comenta também as características de uma boa organização: clareza e organização dos objetivos - as escolas precisam dispor de instrumentos de métodos de trabalho que permitam refletir sobre os resultados divergentes encontrados; comunicação satisfatória- é necessário haver boa comunicação entre os professores, entre professores e os administradores e entre professores e alunos; igualdade de poder - todos têm a mesma influência; coesão - os membros de uma organização desejam permanecer na organização, ser influenciados por ela e também exercer influência sobre ela; capacidade de inovação; autonomia- os sistemas escolares devem determinar

seus próprios comportamentos; adaptação para resolver problemas- a resolução de um problema deverá envolver gastos mínimos e ter solução duradoura.

Huberman (1973) apresenta três modelos de processos de mudanças que podem ser aplicados às mudanças educacionais:

- O modelo de pesquisa e desenvolvimento onde o processo de mudança apresenta uma progressão lógica da descoberta à utilização. Neste modelo, os especialistas apontam o que é bom para o praticante e este apenas coloca em prática. Quem utiliza a inovação não a analisa, apenas a recebe passivamente. A pesquisa é iniciada considerando fatos já ocorridos e as teorias conhecidas que embasaram o desenvolvimento. Esse tipo de modelo tem por função fazer a passagem da teoria à prática. Define-se um problema, elaboram-se as soluções e apresentam-se os resultados. Evolui através de quatro fases: pesquisa, desenvolvimento, difusão e adoção. Este modelo não é indicado para ser aplicado à educação, pois impõe certos postulados que podem não ser aplicados à educação, quando observados mais de perto.

- O modelo de interação social que relacionado ao ensino leva a associar uma nova idéia (ou programa) após a realização de experiências. O nome deste modelo é justificado porque a pessoa que o adota, após conhecer a nova prática, decide utilizar este modelo depois de consultar outras pessoas. Inicia-se pela necessidade de inovação. Todos os envolvidos nesse processo tomam consciência sempre através de interações com os colegas. Segundo Huberman esse modelo enfatiza a importância "de redes interpessoais de informação; da direção da opinião; do contato pessoal e da interação social" (1993, p. 82).
  Este modelo ocorre através da seqüência:

* tomada de consciência - o indivíduo busca a inovação não por necessidade e sim por tomada de consciência;

* interesse - o indivíduo procura informar-se sobre a inovação sem avaliar a sua utilidade em determinada situação;

* avaliação - o indivíduo "imagina a aplicação" na situação atual ou futura para decidir se deve ou não experimentar a inovação;

* experimentação - uso limitado da inovação para apreciar sua utilidade;

*adoção ou rejeição - após a experimentação, o sujeito decide se adota ou não a inovação proposta.

- O modelo de resolução de problemas que tem ênfase na resolução de problemas graças a uma reestruturação interna, na qual o aluno participa diretamente das soluções. O processo de mudança é provocado pelo destinatário ou pelo agente de transformação, mas tanto um quanto o outro precisa desejar a mudança e participar ativamente dela. Esse modelo parte da hipótese à procura da inovação. O processo passa pelo ciclo: origem do problema, determinação do objetivo e experimentação para se chegar à adoção. Normalmente se utiliza um agente externo para sugerir soluções e estratégias possíveis.

A partir das reflexões desses dois autores, estabelecem-se as relações com o estudo aqui apresentado. Relacionando os dados apresentados à proposta metodológica em questão, acredito que ela não esteja em consonância com o modelo de pesquisa e desenvolvimento, pois este projeto alternativo não inicia

com a aceitação de procedimentos de inovações já descobertos e prontos para serem testados. Igualmente, não considero que esteja na direção do modelo de resolução de problemas, pois o processo de mudança não partiu de uma hipótese à procura de uma solução envolvendo professor e alunos.

Este estudo compartilha com os princípios do *modelo de interação social* sugerido por Huberman (1973), pois as mudanças sugeridas para facilitar o ensino da Trigonometria foram elaboradas a partir de problemas diagnosticados nos conceitos fundamentais do assunto e a sua adoção não foi imposta à comunidade educacional. Ela está sendo utilizada por três professoras para verificar sua viabilidade e qual a representação delas sobre tal uso, focalizando inúmeros aspectos das práticas efetivas das salas de aula.

O objetivo deste estudo é justamente verificar, se na ótica das professoras, é viável a utilização desta proposta em escolas da rede pública, buscando a adaptação do processo, a interação entre os envolvidos, considerando as opiniões dos que participam diretamente do processo, para, finalmente, concluir se é ou não conveniente adotá-la como método alternativo para ensinar e aprender Trigonometria.

Segundo os fundamentos de Ferretti (1989), esta "proposta de mudança" se aproxima mais da inovação referente aos métodos e técnicas de ensino, pois pretende alcançar os objetivos propostos se preocupando com o *como* fazer, com a eficácia e a eficiência dos métodos, fundamentados nas teorias de aprendizagem.

Embora eu também concorde que este tipo de modificação não influencie diretamente as mudanças curriculares como um todo, pois são bem mais amplas, a proposta em questão toma conteúdos curriculares fundamentais como um dos seus eixos e não deixa de contribuir com alguns fatores que, aos poucos, possam influenciar e fortalecer uma futura mudança curricular, pois as alterações exigem a participação ativa do aluno, estimulam o seu desenvolvimento como um todo,



valorizando não apenas o seu intelecto mas também o seu desenvolvimento motor e o sócio-emocional.

Ao tratar do aspecto avaliativo de uma inovação, Huberman (1993) afirma que o modo mais sensato de avaliar uma inovação é através da aplicação em caráter experimental e da comparação dos resultados obtidos, mas esse tipo de avaliação é muito dispendioso e exige muito tempo. Aponta para uma outra dificuldade que a avaliação traz -o efeito *hawthorne*- isto é, "o ambiente em que se faz uma experiência tende a deformar-lhe os resultados. Todos quantos participam do experimento têm consciência de estar sendo alvo de atuação especial e trabalhando com mais ardor para que a experiência tenha êxito" (p. 108).

A fim de que haja eficiência na avaliação dos resultados sobre inovações é necessário que os objetivos do projeto estejam bem claros. Afirma que as dificuldades em avaliar uma inovação referente ao aprimoramento da aprendizagem estão na demora de se perceber os resultados. "Os efeitos de novos meios de educação, do trabalho por grupos de alunos, de novos métodos de estudo, de novos programas de formação de mestres e mesmo de programas de ensino só vêm a sentir-se, via de regra, ao cabo de vários anos" (Huberman,1993, p.109).

2.4 À procura de um método avaliativo

Diante das dificuldades no acompanhamento e avaliação da implantação de um processo alternativo que podemos considerar inovador é necessário fazer algumas considerações sobre a avaliação.

Dentre os vários processos avaliativos pesquisados e estudados como fonte de subsídios, os que mais se adequaram foram a avaliação de programas ou revisão de programas e a avaliação iluminativa.

Embora a avaliação de programas, também conhecida por pesquisa de avaliação, seja dirigida, sobretudo, para avaliar trabalhos realizados com ampla abrangência tais como reformas de bem social, métodos de ensino inovadores, sistemas de serviço de saúde, programas de treinamento de pessoal (Depresbiteris, 1997b) e, ainda, seja um tipo de pesquisa que consuma um tempo razoavelmente grande e utilize verbas de órgãos de fomentos, é necessário esclarecer que a proposta que analiso neste estudo, apesar de ter sido aplicada em três classes da rede estadual de ensino, sendo portanto uma avaliação feita em pequena escala e versando sobre um assunto específico da Matemática, assume alguns aspectos da avaliação de programas, pois modifica a seqüenciação usual de conteúdos e altera a forma como o assunto é normalmente trabalhado.

No que se refere à utilização da avaliação iluminativa para subsidiar os aspectos avaliativos, posso afirmar que este é o tipo adequado para este trabalho, pois foi realizada uma pesquisa qualitativa com foco na percepção e na representação que as professoras de Matemática fazem desta proposta de ensino.

Desta maneira, acredito que os subsídios encontrados em Mets (1997) e Depresbiteres (1997b), sobre avaliação de programas e em Parlett e Hamilton (1997), abordando a avaliação iluminativa, comentados a seguir, permitam esclarecer e ajudar a decidir o caminho mais adequado na obtenção de informações para a tomada de decisões sobre o desempenho que esta proposta alternativa proporciona.

Segundo Mets (1997), a avaliação de programas teve início na década de 70, nos Estados Unidos. É utilizada como um bom mecanismo para estimular a melhoria da qualidade de um programa. No caso desta pesquisa, acredito que possa ser aplicada para melhorar a qualidade da proposta; para determinar criações de novos programas e para sugerir modificações que ajudariam a ajustar a proposta de ensino sugerida às necessidades das escolas da rede estadual.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Para Mets, as avaliações de programas baseiam-se em modelos contextuais e iluminativos, que têm por pressuposto básico que "uma boa informação levará a boas decisões sobre os programas", e em modelos profissionais e especialistas que se baseiam em julgamentos de especialistas da mesma área. Assim, o valor de uma avaliação de programa é oferecer informações confiáveis para docentes e administradores, permitindo identificar áreas que necessitem de maiores cuidados e estabelecer prioridades entre as ações a serem implantadas.

Depresbiteres (1997b), citando Talmage, comenta as seguintes linhas metodológicas de avaliações de programas:

- as dos experimentalistas que se baseiam em idéias positivistas;
- as dos ecléticos que se baseiam numa filosofia pragmática e reconhecem o método científico para transformar novos conhecimentos, mas também dão importância às múltiplas percepções e seus efeitos.
- as dos descritivos, que são aqueles que rejeitam as premissas positivas e o pragmatismo dos ecléticos.
- e as dos analisadores de custo beneficio que, baseando-se no utilitarismo, julgam o programa pela eficiência em atingir o maior número de alunos com maior qualidade.

Para Talmage existem vários modelos de avaliação de programas dentre os quais o modelo de avaliação iluminativa de Parlett e Hamilton.

É necessário aqui ampliar o foco sobre o modelo de avaliação iluminativa de Parlett e Hamilton (1997), pois o processo utilizado para avaliar a proposta de

ensino em julgamento, diagnosticando se ela poderá ser apropriada no dia-a-dia dos professores de Matemática em diferentes turnos e escolas, fundamentar-se-á nos princípios gerais deste modelo de avaliação.

Para Parlett e Hamilton (1997), a avaliação iluminativa permite a compreensão global da realidade que envolve o programa em estudo e tem como função principal descrever e interpretar a situação, sem se preocupar com a medição. A avaliação de programas é considerada hoje como parte integrante de programas inovadores onde os alunos e professores são personagens importantes para que o trabalho tenha um desenvolvimento satisfatório.

> "Os objetivos da avaliação iluminativa são os de estudar um programa inovador: como este funciona; como é influenciado pelas diversas situações escolares nas quais é aplicado; quais são as suas vantagens e desvantagens na opinião dos seus principais interessados; e quais as condições que afetam as tarefas intelectuais e as experiências acadêmicas dos alunos. A avaliação iluminativa visa a descobrir e documentar em que consiste a participação na experiência inovadora tanto do ponto de vista do professor, quanto do aluno" (Parlett e Hamilton, 1997, p. 142).

Como se pode depreender, os objetivos desta pesquisa podem se valer dos propósitos da avaliação iluminativa comentados acima, pois este trabalho pretendeu investigar, especificamente, segundo as representações das professoras se a proposta pode ser utilizada nas escolas da rede estadual de ensino; como se realizou o processo de ensino dos conceitos, apontando as dificuldades e as facilidades próprias e as dos alunos; se consideram que os conceitos desenvolvidos foram apoiados em conceitos existentes na estrutura cognitiva dos alunos; como vêem o envolvimento dos seus alunos durante o desenvolvimento das atividades sugeridas; enfim qual a influência do trabalho em vários aspectos.



Para Parlett e Hamilton (1997), o sistema de ensino não deve ser encarado como um conjunto de regras pré-estabalecidas, seguindo princípios pedagógicos rígidos e formais, utilizando-se de estratégias de onde os professores extraem os objetivos e resultados, verificando assim se o que foi proposto foi atingido.

A avaliação iluminativa pressupõe que durante o desenvolvimento de um sistema de ensino sempre ocorrem modificações importantes e que seus elementos são ampliados ou reduzidos conforme as diferentes interpretações que cada situação requer, exigindo uma postura crítica dos envolvidos no processo. Durante essa discussão, assume relevância o meio de aprendizagem, denominados pelos autores de contexto socio-psicológico e material, com alunos e professores trabalhando juntos.

Para esses dois pesquisadores, os meios de aprendizagem não podem ser tratados através de dados quantitativos, pois são muito complexos. Aglutinam variáveis culturais, sociais, instrucionais e psicológicas que interagindo entre si, produzem, em cada sala de aula, arranjos únicos de circunstâncias, pressões, hábitos, opiniões e estilos que influenciam o ensino e a aprendizagem que lá acontecem. O meio de aprendizagem revela "... a interdependência entre a aprendizagem e o ensino e para relacionar a organização e as práticas instrucionais com o desempenho dos alunos a curto e a longo prazo" (p. 146).

Parlett e Hamilton (1997) enfatizam a necessidade de se cruzar dados de diferentes fontes, considerando a amplitude e a complexidade de cada situação. Propõem que os avaliadores se introduzam neste meio de aprendizagem, "com o objetivo de experimentá-lo e de estudá-lo, através de um processo de focalização progressiva onde os observadores exploram, julgam, investigam e interpretam, iluminando as perspectivas, muitas vezes conflitantes, dos vários participantes envolvidos" (p. 34-35).

Decorrente dessas características inerentes ao meio de aprendizagem, eles também afirmam que os programas inovadores não podem ser considerados independentes do meio de aprendizagem de que fazem parte, pois a introdução de

uma inovação desencadeia uma série de repercussões, podendo até afetar a própria inovação.

Afirmam que, para julgar os resultados de uma inovação, devem-se considerar todos os fatores mencionados e, exemplificando a influência do meio num programa inovador, citam que o caráter informal dessa atividade encorajou os alunos a fazer perguntas.

Para eles, a avaliação iluminativa é uma estratégia geral de pesquisa, não segue um "pacote" padronizado. As decisões de procedimentos derivam de cada caso, dependendo das técnicas disponíveis e dos meios de aprendizagem. Por isso, enfatizam a necessidade de se realizarem observações e entrevistas com professores e alunos participantes.

Distinguem três etapas no processo da avaliação iluminativa: os pesquisadores observam, questionam e procuram explicar. O pesquisador, desde o início, deverá estar familiarizado com a realidade da situação que será pesquisada e não deve tentar manipular, controlar, mascarar ou excluir variáveis, apenas deve desvendar as principais características, apontando e compreendendo as relações entre crenças e práticas.

É evidente que essas três etapas são inter-relacionadas e, em alguns momentos, se sobrepõem. A pesquisa se inicia com grande quantidade de informações que, sistematicamente, vão se reduzindo, a fim de apontar os principais problemas emergidos. Assim, utilizando-se de diferentes fontes como observações, entrevistas, questionários ou testes e documentos gerais, é possível traçar um perfil de informações.

A maioria desses procedimentos acontecem nesta pesquisa, pois através de entrevistas constantes realizadas com as três professoras de Matemática foi possível obter e garantir o cruzamento de dados de diferentes fontes de informação de diferentes escolas e períodos. As professoras deixaram transparecer suas

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

representações sobre observações realizadas em sala de aula enquanto seus alunos desenvolviam as atividades sugeridas. Dessas entrevistas, surge uma vasta quantidade de informações que, aos poucos, vão sendo reduzidas, desvelando, assim, os principais fatos desta grande trama de interpretações.

É importante reafirmar que a avaliação iluminativa, como componente informativo, está mais voltada para "iluminar" os fatos do que para tomadas de decisões, proporcionando ao avaliador a compreensão global da realidade através do aprofundamento das discussões e do desenrolar das tramas.

unesp

3 A PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA

"O homem, para conhecer as coisas em si, deve primeiro transformá-las em coisas para si"

(Karel Kosik)

3.1 Considerações Iniciais

Como já foi citado anteriormente, as práticas que vêm sendo realizadas em nossas escolas estão fundamentadas em concepção segundo a qual se acredita ser suficiente apresentar aos alunos os conceitos já sistematizados, como se fosse possível realizar a impressão destes conceitos no cérebro dos alunos para que aconteça a aprendizagem. Nesta concepção de ensino e de aprendizagem, os alunos são tidos como mero espectadores e o professor, como o "entendido" mais indicado para apresentar as definições, regras e teoremas já concluídos e sistematizados. Assim, não é dada ao aluno a oportunidade de ser o co-produtor do seu conhecimento.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Para ajudar a justificar a importância e a necessidade do aluno participar da construção do seu próprio conhecimento, deixando de ser um simples espectador de uma aula apresentada pelo seu professor, vou recorrer, também, às idéias de Paro (1991) ao analisar o processo pedagógico, colocando o aluno como *objeto* e *sujeito* da educação. Para ele, o produto da educação escolar é muito mais do que uma aula, pois esta "é apenas uma atividade ou o próprio processo através da qual se buscam determinados resultados" (1991, p. 144).

Segundo Paro (1991), a não passividade do aluno determina a natureza do processo pedagógico e também influencia no "produto da escola", pois é através da participação ativa dos alunos que se dá a aprendizagem.

Para ele, se a educação for entendida como apropriação de um saber historicamente acumulado, onde a escola é apenas uma das fontes que provêm a educação, o seu produto não depende somente do ato de aprender. O indivíduo acumula um conhecimento advindo de outras fontes como: atitudes, valores, habilidades, emoções, técnicas, etc... Assim, a educação não pode ser entendida como algo que é produzido pelo professor e consumido totalmente e imediatamente pelo aluno, pois "algo permanece para além do ato de produção que se dá na sala de aula" (p. 144).

Afirma que é necessário, então, que o aluno participe da construção do conhecimento, pois a aquisição do saber historicamente acumulado adquirido na escola só se dá quando o aluno é objeto e, ao mesmo tempo, sujeito da educação.

> "Enquanto sujeito, ele participa ativamente do processo, tornando-se co-produtor da atividade pedagógica. Enquanto objeto, ele entra, por um lado, na condição de beneficiário, ou seja, de consumidor, o que implica que, num primeiro momento, o consumo do produto escolar se dê simultaneamente a sua produção; mas, também enquanto objeto da educação, o aluno entra, por outro lado, na condição de objeto de trabalho, no sentido de que ele se transforma, no processo, resultando num produto que permanece para além do ato de produção, o que significa que o

> consumo não se restringe à atividade produtiva, mas se prolonga para além dela." (p. 148).

Não é apenas na sala de aula que o aluno consolida a sua formação, e sim no contato diário, quer seja na sala de aula, no laboratório, na quadra esportiva, que se dá, de forma mais imediata, o processo educativo.

Neste sentido concordo com Vasconcellos quando afirma que

> "a sala de aula é o centro da educação escolar, pois a formação básica do educando se dá neste espaço de interação entre sujeitos, mediados pela realidade. No ato de educar, nas quatro paredes e no contato com os alunos é que o professor sente, por um lado, o volume de problemas concretos, sem solução, a anti-pedagogia e, por outro, a desvinculação da formação acadêmica, o *pedagogês*, que não dá conta da vida escolar" (1995, p. 12).

Pensando assim, para mim a sala de aula é um espaço bastante importante na formação do aluno e, por isso, embora não seja somente neste espaço que devemos atuar, quis aproveitá-lo para desenvolver uma metodologia alternativa que, embora trabalhe especificamente com um assunto da Matemática - a Trigonometria-, procura também desenvolver a criatividade e a autonomia do aluno, preparando-o para atuar no mundo moderno, como um cidadão crítico e atuante.

Foi mediante reflexões como estas de Paro (1991) e de Vasconcellos (1995) e seguindo a direção apontada pelos fundamentos teóricos, já descritos nos capítulos anteriores, que elaborei a proposta metodológica para o ensino e a aprendizagem da Trigonometria, ora avaliada.

Durante a elaboração das atividades contidas nesta proposta metodológica, sempre tive em mente proporcionar ao aluno uma aprendizagem significativa dos conceitos que possibilitasse momentos em que ele pudesse descobrir os conceitos

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

através de reflexões e de discussões das idéias pertinentes ao problema proposto, do desenvolvimento da criatividade e do pensamento hipotético ao elaborar hipóteses na tentativa de encontrar a solução do problema e, ainda, promover a interação social entre os alunos e o bom relacionamento entre alunos e professor, num clima de descontração para o trabalho.

Neste capítulo, além de comentar os pontos relevantes da teoria de Ausubel que se relacionam com a proposta sugerida, comentarei cada uma das atividades procurando relacioná-las com a teoria de Ausubel, assumida aqui como eixo diretor para o desenvolvimento cognitivo dos alunos. As Atividades propriamente ditas, na forma como vêm sendo apresentadas para os alunos, serão colocadas no ANEXO I, para que não haja truncamento das idéias aqui contempladas.

É importante relembrar que estas atividades pretendem estabelecer estratégias para haver uma aprendizagem significativa dos conceitos trigonométricos, propiciar a clareza e a organização dos mesmos conforme sugere Ausubel (1968), ampliar os conceitos inicialmente apresentados no triângulo retângulo, seguidos de aplicações no ciclo trigonométrico e, ainda, oferecer condições para que os alunos generalizem o que foi estudado para todo número x real, segundo o princípio de diferenciação progressiva de Ausubel. Não pode ser esquecido que essas atividades não devem ser tomadas como substituição de textos sobre Trigonometria. Elas oferecem modos de ações para ajudar o aluno a construir os conceitos estudados, possibilitando a aprendizagem significativa dos conceitos, favorecendo e estimulando o seu pensamento reflexivo.

Durante o desenvolvimento das atividades, procura-se estabelecer a interação entre os conceitos relevantes e inclusivos que o aluno já possui com o novo assunto a ser aprendido. Assim, os conceitos trigonométricos, construídos pelos alunos por meio das atividades, estarão sempre apoiados em subsunçores presentes na estrutura cognitiva do aluno.



É preciso comentar que a dinâmica utilizada, além de influir no desenvolvimento cognitivo do aluno, influi também nos aspectos afetivos e lúdicos, considerando, respectivamente, que esta maneira de trabalhar motiva fortemente o aluno, ao possibilitar que o aluno recorte, cole, meça, desenhe, enfim, manuseie materiais.

As atividades iniciais (de I a V) foram elaboradas baseadas nas sugestões apresentadas por Trotta et al. (1979), abordando razões trigonométricas no triângulo retângulo; as demais foram elaboradas seguindo a hierarquia conceitual que proponho, isto é, depois de trabalhar com os conceitos trigonométricos básicos no triângulo retângulo os mesmos serão ampliados para uma volta no ciclo trigonométrico e, somente no final, se for o momento, ampliá-los para todos os números reais.

3.2 Pontos relevantes da teoria de Ausubel e a proposta alternativa de ensino e aprendizagem de Trigonometria.

3.2.1 O processo de aprendizagem e a hierarquização dos conceitos (ou disciplinas)

Nas ciências exatas, especificamente na Matemática, alguns conceitos são relevantes e fundamentais, pois servem de idéias âncoras desde os primeiros contatos com o assunto e à medida que os conceitos vão ficando mais específicos, vão também servindo de suporte para todo o seu desenvolvimento. É o caso, por exemplo, dos conceitos matemáticos de Semelhança e Proporcionalidade.

Tais idéias, apresentadas teoricamente, parecem ser corriqueiras e óbvias assim como o fato de se chamar a atenção para a importância e a necessidade de se ter um currículo escolar ou qualquer outra unidade de ensino programada para proporcionar a articulação entre as idéias fundamentais que estão sendo estudadas.



Entretanto, do ponto de vista do enfrentamento das realidades escolares, surgem para os professores problemas constantes que merecem reflexões:

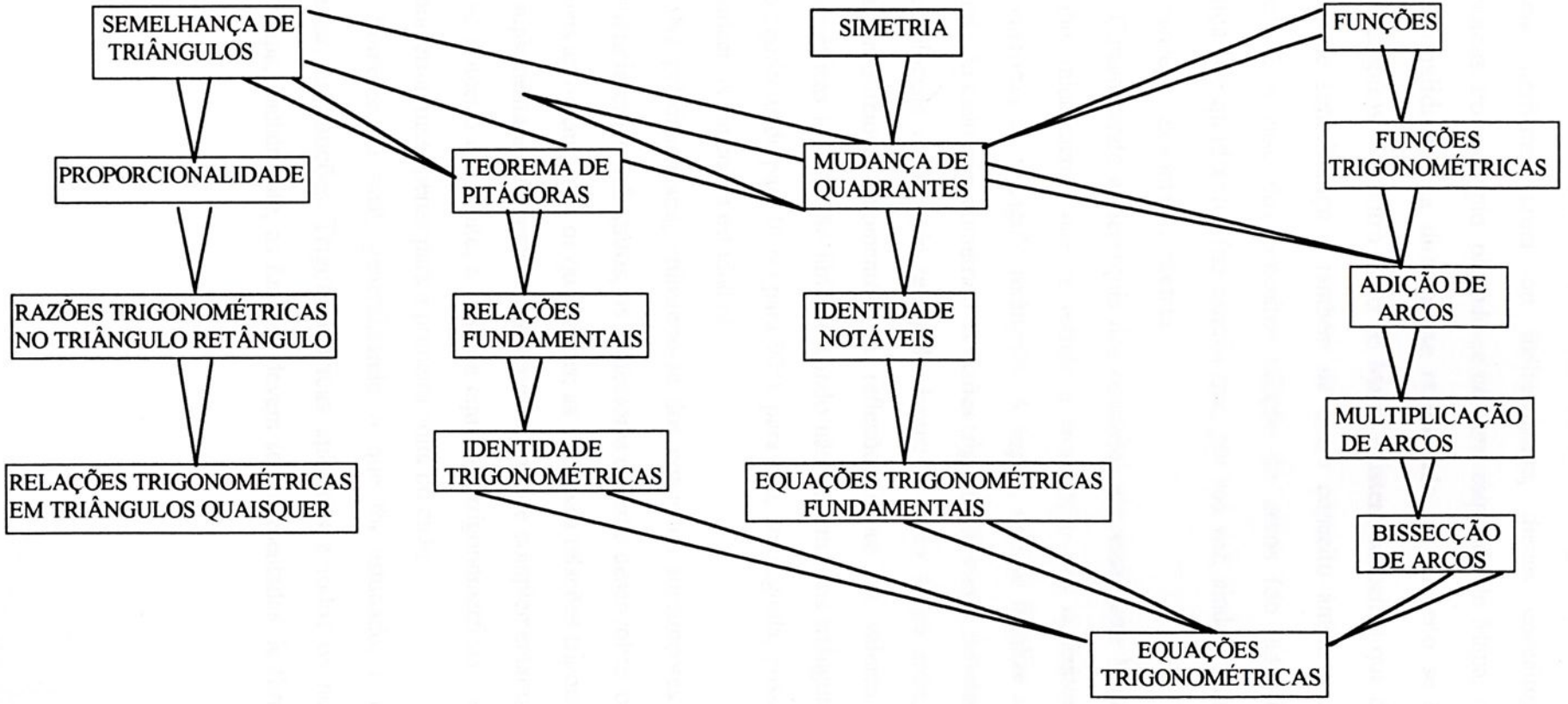
- Como apresentar o material adequado para o desenvolvimento intelectual?
- Qual a melhor maneira de oferecer ao aluno a aprendizagem significativa de um conceito para que ele não proceda de forma mecânica?
- Como fazer para articular os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz com o novo conhecimento?
- Quais os conceitos mais amplos e abrangentes do assunto que está sendo desenvolvido?
- Como elaborar formas de ensino para ocorrer a hierarquização dos conceitos envolvidos?

A proposta de ensino para o ensino da Trigonometria, que trata de um assunto específico da Matemática, foi elaborada segundo os aspectos citados acima. Inicialmente, estabeleci a hierarquia entre os conceitos abrangidos, conforme sugere Ausubel, a fim de facilitar a ancoragem dos novos conhecimentos e o relacionamento entre as idéias existentes. Também foi minha preocupação o fato de que cada conceito já interiorizado, aos poucos fosse sendo ampliado e generalizado, de modo que o aluno pudesse solucionar novos problemas.

Pensando nisso, desenvolvi um Mapa Conceitual apresentado a seguir, envolvendo os principais conceitos trigonométricos. Este Mapa apresenta a hierarquia conceitual e o relacionamento existente entre os conceitos desenvolvidos. Os conceitos eleitos como os mais amplos, relevantes e inclusivos do assunto foram: Semelhança entre triângulos, Simetria e Funções.

unesp

Fig. 1- Mapa Conceitual para o ensino da Trigonometria no segundo grau



Neste Mapa, todos os outros conceitos trigonométricos listados no diagrama, derivam, direta ou indiretamente, desses conceitos relevantes relacionados. Por exemplo: olhando-se no ramo esquerdo do Mapa, o conceito de Proporcionalidade está diretamente relacionado ao conceito se Semelhança entre triângulos. No outro ramo do Mapa, existem conceitos que dependem do conceito de semelhança e também de outro conceito amplo e abrangente - funções. É o caso dos conceitos adição de arcos (do lado direito) e de mudanças de quadrantes (no centro) que, por sua vez, ainda é influenciado por um 3° conceito relevante - Simetria.

Considerando a hierarquia dos conceitos expressa neste Mapa Conceitual proponho, inicialmente, que se estude a construção dos conceitos das razões trigonométricas no triângulo retângulo. A seguir, que se focalize apenas no 1° quadrante do ciclo trigonométrico as razões trigonométricas já estudadas, como se tivesse colocado o triângulo retângulo dentro do ciclo. Logo após, o professor deverá proporcionar momentos de reflexões sobre os valores das razões trigonométricas na situação limite (quando não se tem mais triângulo, ou seja, o ângulo agudo tende para 0° ou para 90°), para que, em seguida, possa organizar e sistematizar os conceitos estudados.

Na próxima etapa, utilizando-se dos conceitos subsunçores: Simetria e Congruência entre triângulos, os professores deverão desenvolver os valores dos principais arcos em todos os quadrantes; as principais relações trigonométricas; os arcos suplementares, explementares, replementares e complementares; redução de arcos ao primeiro quadrante; a idéia de equações trigonométricas... enfim, toda a Trigonometria, mas apenas para a primeira volta do ciclo.

Somente no final, generalizando o que foi estudado, é que se deve apresentar, as Funções Trigonométricas aplicadas a todos os números reais. Nesta etapa, inicialmente, as funções devem ser apresentadas de forma dinâmica,

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

utilizando-se de imagens computacionais, oferecendo ao aluno a oportunidade de associar as imagens projetadas na tela do microcomputador às funções trigonométricas representadas analiticamente para, em seguida, proporcionar aos alunos a construção dos gráficos das mesmas funções no plano real, desenvolvendo as ações sugeridas nas atividades.

Como se pode observar, a seqüência utilizada durante o desenvolvimento desta proposta é bem diferente do que, normalmente, os livros didáticos apresentam, pois, após desenvolver as razões trigonométricas, apresentam as Funções Trigonométricas (função seno, função cosseno e função tangente.) aplicadas a todo número real, por meio de definições formais e sistematizadas. Este fato, sob minha óptica, além de não proporcionar a seqüência hierárquica e estrutural dos conceitos estudados, proporcionando uma aprendizagem significativa dos conceitos tão defendida por Ausubel, supõe que o aluno já tenha interiorizado alguns conceitos matemáticos relevantes como: Simetria e Funções, utilizados para o desenvolvimento das Funções Trigonométricas.

Neste momento, é conveniente que se façam algumas reflexões:

- será que o aluno já traz na sua estrutura cognitiva o conceito de função para poder tratar das funções trigonométricas?
- será que o aluno interiorizou o conceito de razão trigonométrica, envolvendo os conceitos básicos e importantes para este assunto (semelhança e proporcionalidade) para poder estudar as funções trigonométricas?

Tais questões não estão postas nos livros didáticos e, muitas vezes, não constituem preocupações dos professores que partem de pressupostos ou de pré-requistos nem sempre presentes na estrutura cognitiva do aluno.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Foi com essas inquietações e pensando nesses pormenores que a esta proposta aborda toda a Trigonometria, seguindo a hierarquização dos conceitos conforme o Mapa Conceitual confeccionado sobre o assunto, além de sugerir que o aluno participe ativamente da construção do seu próprio conhecimento.

Segundo Briguenti (1995, p.138),

> "O professor deve utilizar o Mapa Conceitual para direcionar a sua atuação, no sentido de que os conceitos mais gerais e abrangentes sejam estudados em primeiro lugar, seguidos dos conceitos mais específicos e ainda que se torne mais claro o relacionamento dos conceitos entre si e como um todo"

3.2.2 A motivação pelo assunto

Ausubel impõe condições para a ocorrência da aprendizagem significativa. Dentre essas condições, ele acredita que o conteúdo a ser aprendido tem de ser significativo para o aluno, originando curiosidade e uma pré-disposição para aprender.

Propõe que antes de se iniciar um novo assunto que se apresente ao aluno algum filme, texto, dramatizações, introduzindo o conceito que será trabalhado de uma maneira geral e que o aluno seja motivado e preparado para o conteúdo que será desenvolvido logo em seguida. Denomina essa estratégia de "organizadores prévios".

Nesta minha proposta de ensino, procuro iniciar os conceitos trigonométricos comentando ou mostrando algo que esteja relacionado com os mesmos e que seja de interesse dos alunos. Como exemplo posso citar a seguinte situação: antes de iniciar o trabalho com os conceitos razões trigonométricas, seria conveniente que os professores oferecessem para as classes problemas

unesp

desencadeadores do tipo da Atividade I da proposta, qual seja, a de medir a altura de "algo" no pátio da escola, utilizando-se do conceito relevante Semelhança entre triângulos. Esta etapa ficaria ainda mais interessante se o professor relacionasse os problemas propostos com fatos históricos (ou projetasse um filme) sobre os procedimentos utilizados por Thales de Mileto para determinar a altura da Pirâmide Queops no Egito.

Acredito que as aulas de Matemática ficariam enriquecidas se, antes de iniciar a apresentação de qualquer conceito matemático, o professor utilizasse filmes (normalmente sobre a história da Matemática), envolvendo aspectos do conceito em questão. Assim, ao mesmo tempo que os alunos estivessem vivenciando uma outra situação próxima ao assunto, estariam sendo "preparados" para a aquisição do novo conhecimento e ficariam motivados com esta maneira tão interessante de se iniciar um conceito matemático. Com este procedimento, o professor ainda estaria possibilitando ao aluno realizar e praticar tanto a diferenciação progressiva quanto a reconciliação integrativa, uma vez que ele pode conceber uma idéia ampla sobre o assunto que será desenvolvido e estabelecer as diferenças e semelhanças entre o novo conhecimento e o que já sabe.

3.2.3 Aprendizagem receptiva X aprendizagem por descoberta

Embora Ausubel aceite a aprendizagem por descoberta, esse fato não é crucial para o tipo de aprendizagem que ele defende (significativa). A sua grande preocupação é que a aprendizagem do novo conhecimento esteja relacionada com os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aluno, não exigindo, portanto, que esta aprendizagem seja feita através da descoberta do conceito. Para ele, a aprendizagem significativa de um conceito pode até se dar através de uma aula expositiva, onde o aluno é só espectador, pois a principal condição para acontecer

a aprendizagem não está na descoberta das propriedades de um conceito, mas na interação entre o novo conhecimento e os conceitos já conhecidos pelos alunos.

A minha proposta vai além, pois, ao mesmo tempo em que se preocupa com os conceitos de forma estruturada e hierarquizada para que os novos sejam apoiados naqueles já interiorizados pelos alunos, oferece-lhes oportunidades para descobrir os conceitos envolvidos, incentivando a elaboração de pensamentos hipotéticos na tentativa de resolução dos problemas e exercícios propostos.

3.2.4 A influência da linguagem na aprendizagem

Para Ausubel, a linguagem tem um papel preponderante no processo de aprendizagem. Acredita que o desenvolvimento cognitivo é influenciado pela linguagem, e que ela é responsável pela comunicação e pelo relacionamento existentes entre as pessoas.

Na proposta sobre Trigonometria, a linguagem é muito importante para a comunicação e para o relacionamento entre os alunos, como Ausubel propõe. Mas também é utilizada para "codificar" as informações, ajudando o aluno a realizar a passagem de um conhecimento básico, para conceitos mais específicos e abstratos, por meio de discussões e de reflexões que se manifestaram durante todo o processo de desenvolvimento das atividades sugeridas.

3.3 A relação entre a teria de Ausubel e as atividades sugeridas

Neste item, além da apresentação dos objetivos e do relacionamento entre as ações propostas nas atividades com a teoria de David Ausubel, vejo a necessidade de oferecer para o leitor ou para qualquer professor de Matemática interessado na utilização desta proposta comentários importantes para facilitar o desenvolvimento de cada atividade sugerida e, ainda, a sistematização dos

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

conceitos envolvidos que deverá ocorrer ao término de cada atividade. As atividades da forma como deverão ser apresentadas para os alunos, como já foi dito no início deste capítulo, estarão descritas no ANEXO I..

É conveniente relembrar que não se trata de oferecer aos professores de Matemática "fórmulas mágicas" ou "receitas" para o desenvolvimento dos conceitos trigonométricos, com a intenção de substituir os livros textos. Trata-se de sugerir modos de ações que poderão ajudar o aluno na construção dos conceitos trigonométricos estudados, através dos ricos momentos reflexivos e da interação com seus companheiros e com o seu professor.

ATIVIDADE I: **MEDINDO ALTURAS**

Essa atividade, que envolve dois conceitos matemáticos relevantes - Semelhança entre triângulos e Proporcionalidade-, tem por objetivo que os alunos determinem alturas de árvores, de pilares, do andar superior da escola, etc. utilizando-se de dois procedimentos diferentes.

Já foi apresentado, durante a fundamentação teórica no capítulo anterior, um exemplo de organizador prévio para se iniciar os primeiros conceitos trigonométricos. Naquele exemplo, o professor deveria recorrer a fatos históricos que se relacionassem com os conceitos matemáticos abordados nessa atividade (Semelhança entre triângulos). Aquele organizador prévio escolhido, que esteve apoiado em um conceito matemático fundamental -Medida- , acabou esclarecendo para os alunos como foi que Thales de Mileto determinou a altura da pirâmide mais alta do mundo, Queops, sem escalá-la. Se o professor achar oportuno, neste momento, para reforçar o que foi visto, ou logo após o desenvolvimento da atividade, poderá projetar o filme "Teorema de Thales de Mileto", da TV Escola, produzido pela Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógicas (CENP),

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

encontrado nas Delegacias de Ensino que retrata como Thales de Mileto (600 a.C.) determinou a altura desta pirâmide do Egito.

Com a intenção de verificar se os conceitos de Semelhança entre triângulos e Proporcionalidade estão presentes na estrutura cognitiva do aluno, ou de resgatá-los, é proposto que se desenvolva atividade extraclasse, trabalhando com os dois procedimentos descritos em ANEXO I. Esses conceitos aqui relembrados serão conceitos básicos e relevantes para a maioria dos conceitos trigonométricos, pois, como se pode observar no Mapa Conceitual desenvolvido, estão localizados no ramo superior esquerdo e deles dependem outros conceitos localizados mais abaixo no mesmo ramo, alguns outros no ramo central e no ramo direito do Mapa, influenciando, conseqüentemente, até nas equações trigonométricas.

Para enfatizar a importância desses conceitos, pode-se discutir as vantagens de se fazer a planta de uma casa, a maquete de um edifício ou de uma praça, ou ainda, para completar esses exemplos, comentar algum fato em evidência na escola ou cidade que envolva as idéias desenvolvidas.

Embora esse processo seja rudimentar, é interessante mostrar que a Matemática não surgiu como é apresentada hoje, já sistematizada, mas é fruto de um aperfeiçoamento e amadurecimento de idéias.

Para encerrar essa atividade, é conveniente propor alguns exercícios que abranjam as idéias trabalhadas. Desta maneira, os alunos terão a oportunidade de aplicar os conceitos desenvolvidos e de fixá-los, pois para Ausubel a repetição dos fatos também é importante.



ATIVIDADE II: **RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO**

Essa atividade tem dois objetivos: o aluno deverá concluir que a razão entre dois lados quaisquer de um dos triângulos é a mesma tomando-se os lados homólogos nos triângulos semelhantes a ele e elaborar o conceito de razões trigonométricas.

Utilizando-se do conceito subsunçor -Semelhança entre triângulos- explorado na atividade anterior, o próprio aluno deverá perceber que a razão entre as medidas de dois lados quaisquer de um triângulo é a mesma quando se faz a razão entre lados homólogos de outro triângulo semelhante. Desta forma, o aluno estará construindo o conceito de razões trigonométricas no triângulo retângulo, sem que o professor tenha iniciado este assunto pela apresentação das fórmulas já sistematizadas. Assim, o aluno terá a oportunidade de realizar uma aprendizagem por descoberta significativa dos conceitos de razões trigonométricas nos triângulos retângulos, pois estes foram ancorados em conceitos anteriormente estudados - Semelhança e Proporcionalidade- que, por sua vez, serão pontos de apoio para outros conceitos trigonométricos que deverão ser estudados.

Optou-se por utilizar material concreto (três triângulos retângulos congruentes, recortados em papel dobradura, de diferentes cores), oferecendo ao aluno a oportunidade de vivenciar, durante o desenvolvimento da atividade, ações concretas como: manusear, comparar, recortar, colar e medir. O professor deverá ajudar seus alunos a desenvolver os procedimentos descritos na atividade.

Este modo de proceder estará fazendo uso do princípio de reconciliação integrativa, pois, por meio de comparações, o aluno perceberá a igualdade existente entre as razões das medidas dos lados homólogos de dois ou mais triângulos semelhantes e descobrirá os números trigonométricos (razões trigonométricas) relacionados a estas razões.



Com a intenção de sistematizar as fórmulas das razões trigonométricas no triângulo retângulo, a 2ª parte desta atividade, possibilita-se ao aluno rever (caso já tenha aprendido) a nomenclatura utilizada para aos lados dos triângulos retângulos ou conhecê-la (caso nunca tenha aprendido). Nesta etapa, os alunos deverão trabalhar com a representação gráfica da situação.

A 3ª parte dessa atividade, além de sugerir aos alunos o fortalecimento e a assimilação dos conceitos estudados através da resolução dos exercícios, ainda possibilita maior grau abstração e generalidade deste conceito, praticando assim, o princípio de reconciliação integrativa. É o caso, por exemplo, do exercício 4 desta parte que generaliza a igualdade entre o seno e o cosseno de ângulos complementares para qualquer ângulo agudo de medida x do triângulo retângulo. Neste exercício, os alunos estarão englobando vários conceitos subsumidos.

Somente após todas essas etapas, o professor poderá apresentar aos alunos os nomes que cada razão trigonométrica recebe, sistematizando o conceito estudado através das fórmulas:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\textit{medida do cateto oposto}}{\textit{medida da hipotenusa}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\textit{medida do cateto adjacente}}{\textit{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\textit{medida do cateto oposto}}{\textit{medida do cateto adjacente}}$$

ATIVIDADE III: **APLICAÇÕES DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO**

Com a intenção de aplicar e consolidar o domínio dos conceitos estudados até aqui, esta atividade objetiva a resolução de exercícios e problemas gerais, de modo que os alunos, inseridos em situações-problema, tenham de interpretar os enunciados e esquematizar a situação descrita.

Quero lembrar que estes são apenas exemplos de exercícios que podem ser usados. Seria conveniente que o professor explorasse situações próximas às das vidas dos alunos, como por exemplo, se tiver algum aluno que vivencie atividades na construção civil, o professor poderá explorar exercícios que envolvam tal situação. Desta forma, os alunos aplicarão os conceitos estudados para resolver problemas do seu dia-a-dia.[1]

Na 1ª parte desta atividade, propõem-se exercícios que exijam para sua resolução esquemas gráficos. É importante que os alunos utilizem medidas reais, utilizando-se de réguas e de esquadros, para que possam visualizar melhor os resultados e também para que possam compará-los com os valores encontrados algebricamente. Ao desenvolver os exercícios 4 e 5 graficamente, os alunos terão a oportunidade de refletir a respeito do comportamento das razões trigonométricas senα e cos α, quando o ângulo agudo α aumenta até 90° e, vivenciando essas reflexões não comumente realizadas nas salas de aulas, terão os primeiros contatos com as tendências dos valores sen 90° e cos 90°, embora para o valor do ângulo $\alpha = 90°$ já não se tenha mais triângulo. Este procedimento estará introduzindo o comportamento das razões estudadas no ciclo trigonométrico, que será iniciado na

[1] Boas aplicações de problemas cotidianos são encontrados no livro de TROTTA (1979, v.2) envolvendo: topografia (p.121); mecânica (p.231); eletricidade-correntes alternadas (p.266).

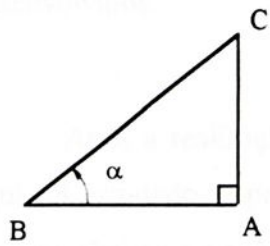
próxima atividade. Os exercícios 6 e 7 também aplicam os conceitos de razões trigonométricas e, além disso, colocam os alunos em contato com definições e teoremas geométricos já estudados anteriormente, como por exemplo, definição de triângulos isósceles e equilátero; as medidas dos seus respectivos ângulos internos; a soma dos ângulos internos de um triângulo; Teorema de Pitágoras; teorema envolvendo altura, mediana e bissetriz do triângulo isósceles, e outros. Assim, estaremos trabalhando os conceitos trigonométricos algebricamente e geometricamente, cumprindo a real tarefa da Trigonometria: unir a geometria com a álgebra.

Na 2ª parte, os exercícios exigem soluções mais analíticas, embora seja necessária a ajuda de esquemas gráficos para facilitar a representação da situação. Tanto na 1ª como na 2ª parte, o princípio de reconciliação integrativa estará sendo utilizado, pois vários conceitos subsumidos terão sua parcela de contribuição na resolução dos exercícios ali propostos.

Antes da realização da 3ª parte desta atividade, que abrange todos os conceitos estudados até aqui, é interessante que o professor faça algumas considerações importantes sobre os mesmos supondo que o triângulo retângulo considerado tenha hipotenusa unitária. Tais considerações, que serão âncoras para o comportamento das razões trigonométricas no ciclo trigonométrico e possibilitarão aumentar o nível de discriminalidade dos conceitos até aqui desenvolvidos, foram encontradas em SÃO PAULO (Estado) (1992, p. 87-8). São elas:

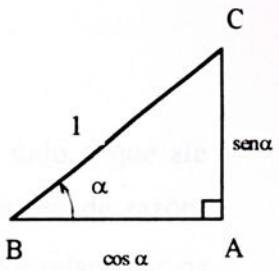
- As medidas dos lados de um triângulo são números reais positivos, então facilmente se verifica que $\text{sen}\ \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$ e $\text{tg}\ \alpha > 0$, se α for um ângulo agudo de um triângulo;

- cálculo das razões trigonométricas sen α e cos α , no triângulo retângulo, ficará mais simples se a medida da hipotenusa for unitária, pois cada cateto representará o valor do seno e do cosseno de α



$$\text{sen}\,\alpha = \frac{AC}{1} \rightarrow AC = \text{sen}\,\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{AB}{1} \rightarrow AB = \cos\alpha$$



- A medida de cada cateto é menor que a medida da hipotenusa. Desta forma, cada cateto será menor que 1, então sen $\alpha < 1$ e $\cos\alpha < 1$, de onde se conclui que :

$$0 < \text{sen}\,\alpha < 1 \quad \text{e que} \quad 0 < \cos\alpha < 1, \quad \text{para} \quad 0 < \alpha < 90°.$$

- é possível ainda relacionar o seno e o cosseno de um ângulo agudo do triângulo retângulo, utilizando-se duas igualdades:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \qquad \text{e} \qquad \text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Com estes procedimentos, segundo Ausubel, se estaria sendo utilizado os princípios de diferenciação progressiva e de reconciliação integrativa, pois o conceito de razões trigonométricas no triângulo retângulo estaria sendo ampliado para uma determinada especificidade (hipotenusa unitária) e este fato, relacionado com outros conceitos já conhecidos pelos alunos (como o conceito subsunçor de semelhança entre triângulos e o Teorema de Pitágoras), influenciariam na

compreensão das fórmulas: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$ e $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Desta forma, se estariam sendo promovidas a integração vertical e horizontal entre os conceitos, facilitando e proporcionando a aprendizagem significativa dos conceitos desenvolvidos.

Após a realização dos exercícios da 3ª parte, envolvendo tudo o que até aqui foi estudado, espera-se que o aluno tenha construído o conceito de razões trigonométricas no triângulo retângulo e seja capaz de interpretar e relacionar os dados do enunciado de um problema determinando a sua solução.

ATIVIDADE IV: **SISTEMATIZAÇÃO DOS CÁLCULOS DAS RAZÕES SENO E COSSENO DE UM ÂNGULO AGUDO**

O objetivo desta atividade é que o aluno determine os valores de sen α e cos α, quando α varia de 10° em 10° (até 80°) e estabeleça a tendência dos números trigonométricos para α tendendo a 0° e a 90°.

Ela oferece oportunidades para que os alunos, por meio de ações concretas como construir triângulos retângulos conforme as especificações dadas, medir os seus lados e comparar os resultados, possam refletir sobre o comportamento das razões trigonométricas sen α e cos α, quando $0° < \alpha < 90°$ e sobre os valores encontrados para estas razões quando α está muito perto de 0° e de 90°, determinando assim a tendência dos valores das razões trigonométricas para esses arcos, embora já se saiba que, quando se tem um ângulo agudo do triângulo retângulo medindo 0° ou 90°, não se tem mais o triângulo.

Assim sendo, além dos alunos utilizarem, nesta atividade, conceitos âncoras -razões trigonométricas no triângulo retângulo- bastante explorados anteriormente, o fato de construírem os vários triângulos com a medida da hipotenusa constante e

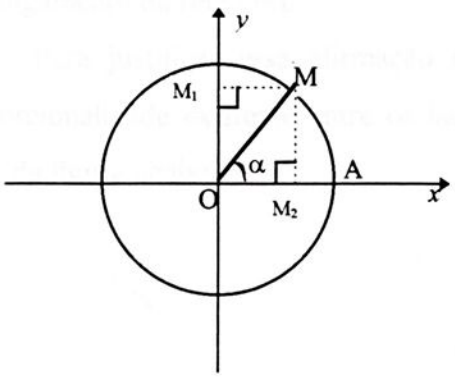
igual a 1 dm (10 cm) os possibilita fazer analogias com o que foi estudado anteriormente. Desta forma, os alunos terão seus primeiros contatos com os comportamentos das funções trigonométricas, que serão tratadas na última atividade, pois necessitam dos conceitos trigonométricos estudados e de outro conceito matemático básico e relevante, colocado no outro extremo superior do Mapa Conceitual desenvolvido - Funções.

Para encontrar com maior rapidez e clareza os valores dos senos e dos cossenos dos ângulos, sugere-se que os alunos utilizem calculadoras para efetuar as divisões, pois o objetivo aqui não é verificar se o aluno sabe dividir, mas que ele observe o comportamento assumido pelos valores. Neste momento, será conveniente que o professor discuta com seus alunos procedimentos utilizados para aproximar valores expressos por muitas casas decimais e que combine o número de casas a ser considerado.

Após a construção geométrica e o preenchimento da tabela com os valores dos senos e dos cossenos do ângulos calculados, chegou o momento de refletir sobre o comportamento do seno e do cosseno, quando se aumenta α. Para provocar mais discussões, o professor poderá perguntar o que aconteceria se α estivesse variando de 5° em 5° , ou de 1° em 1° . Logo após, sugere-se que o professor apresente aos seus alunos o dispositivo de transparências (descrito no ANEXO II), para que visualizem com uma certa dinâmica o que acontece com os valores das razões trigonométricas dos triângulos retângulos que estão sendo modificados, quando se varia continuamente o ângulo agudo α.

De posse da variação dos valores do seno e do cosseno quando o ângulo α varia, podendo chegar a 0° ou a 90°, é possível apontar para a necessidade de se utilizar um sistema de eixos cartesianos ortogonais que tem como unidade a medida do raio. Este foi mais um exemplo da utilização da aprendizagem significativa, pois chegou-se à definição de ciclo trigonométrico, através da

utilização de conceitos já concebidos, ou seja, da variação dos valores das razões trigonométricas sem que tivesse sido apresentado por meio de definição formal, isolada e desconexa do contexto. Fica assim definido ciclo trigonométrico que tem: o ponto A como a origem de todos os arcos; a medida do raio da circunferência como a unidade dos eixos cartesianos (portanto r = 1); o ponto (0,0) do sistema coincidindo com a origem da circunferência e cada ponto M, pertencente a este ciclo, tem as coordenadas definidas por M = (x, y) onde,



a abcissa x é determinada pela medida do segmento OM_2 que é igual a cos α

ordenada y é determinada pela medida do segmento OM_1 que é igual a sen α

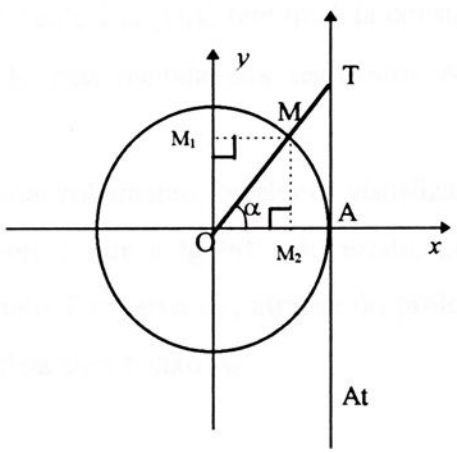
$\therefore$ M = (x, y) = (cos α , sen α)

Acredito que, neste momento, realizou-se, segundo Ausubel, uma aprendizagem combinatória, pois a necessidade que os alunos tiveram de utilizar um sistema de eixos cartesianos ortogonais, ao expandir o que haviam estudado para outros valores de ângulos (não apenas os ângulos agudos), possibilitou novas generalizações que envolveram combinações com outro tipo de aprendizado (por exemplo: a combinação do conceito de razões trigonométricas com a de eixos cartesianos).

ATIVIDADE V: **SISTEMATIZAÇÃO DA TANGENTE**

Antes de iniciar esta atividade, o professor deverá comentar que a tangente, além de ser obtida pela fórmula $\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$, também pode ser representada pela medida do segmento AT , daqui para frente indicado por $\overline{AT}$, marcado no eixo das tangentes (A_t) perpendicular ao eixo O_x pelo ponto A. O segmento AT, que tem extremidades em A e em T, é determinado pela intersecção do eixo A_t com o prolongamento da reta OM.

Para justificar essa afirmação é conveniente que o professor utilize a proporcionalidade existente entre os lados dos triângulos semelhantes OM_2M e OAT da figura abaixo:



Portanto, $\frac{MM2}{OM2} = \frac{\overline{AT}}{\overline{OA}} \rightarrow \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \overline{AT} \quad \therefore \quad \overline{AT} = \text{tg}\,\alpha$

Assim procedendo, novamente os conceitos subsunçores de Semelhança e Proporcionalidade estarão sendo utilizados para definir também a tg α como

medida do segmento AT ($tg\alpha = \overline{AT}$), proporcionando a aprendizagem significativa do conceito.

Para enriquecer e propiciar reflexões importantes sobre este novo aspecto da tangente de um ângulo, é conveniente mostrar para os alunos outro dispositivo de transparências (explicitado no ANEXO III) que facilita visualizar, dinamicamente, o comportamento da tg α e determinar a tendência do valor desta razão trigonométrica, para α próximo de 0° e de 90°.

Para fortalecer essas idéias apresentadas, propõe-se aos alunos que desenvolvam a atividade V, cujo objetivo é que os alunos determinem os valores da tg α, para α variando de 10° em 10° , até 80° e estabeleçam os valores da tangente de um arco muito próximo de 0° e de 90°.

Nesta atividade, os alunos constroem triângulos retângulos, marcando no eixo A_t os pontos T, T', T''... conforme a variação do ângulo α, de 10° em 10°. Neste caso, o cateto adjacente à α (OA) tem medida constante (10 cm) e o cateto oposto à α, determinado pela medida dos segmentos AT, AT', AT''..., varia conforme α .

Durante o seu desenvolvimento, os alunos visualizam o rápido crescimento dos valores das tangentes e que a tg 90° não existe, pois para este arco não conseguem marcar o ponto T no eixo A_t, através do prolongamento da reta OM, pois a reta OM fica paralela com o eixo A_t.

Esta maneira de proceder motiva os alunos, porque, além de trabalhar de maneira diferençada do que normalmente se tem feito, também constatam que houve aprendizagem do que foi estudado anteriormente, tendo em vista que, sempre que possível, esses conceitos são retomados e utilizados.

ATIVIDADE VI: **TRABALHANDO COM ÂNGULOS MAIORES QUE 90°**

É importante comentar a rudimentaridade e a imprecisão do processo realizado até aqui e que, até o presente momento, foram trabalhados apenas com os ângulos agudos do triângulo retângulo. Devido à necessidade de se utilizar cálculos trigonométricos mais complexos, por exemplo, em Física ao tratar dos movimentos circulares, ampliaram-se os conceitos estudados para arcos maiores que 90°.

A partir desta atividade, as razões trigonométricas serão utilizadas para arcos contidos na primeira volta do ciclo, ou seja, o ângulo a ser considerado (arco trigonométrico) estará compreendido entre 0° e 360°.

Para iniciar o trabalho com arcos contidos na primeira volta do ciclo trigonométrico, é conveniente que os alunos conheçam e trabalhem com as duas unidades de arcos mais utilizadas: graus e radianos. Deverão saber localizá-los no ciclo trigonométrico e convertê-los de uma unidade para a outra. Para isso, deverão desenvolver a atividade VI, cujos objetivos são: localizar o ponto extremidade de arcos contidos na primeira volta, utilizando-se das duas unidades de medida.

Na 1ª parte desta atividade, a partir da razão entre a medida do comprimento de um arco e a medida do raio da circunferência que o contém, os alunos descobrem que os valores das razões são sempre iguais a uma mesma constante admencional e encontram a medida do ângulo central, através da fórmula $\theta = \dfrac{\text{medida do arco } \overset{\frown}{AM}}{\text{medida do raio}}$.

Essa constante obtida indica quantas vezes a medida do raio "cabe" na medida do arco, pois a medida do raio será a unidade de medida quando se quiser medir arcos, chegando assim à fórmula para determinar a medida do ângulo central e iniciando o trabalho com radianos.

Na 2ª parte desta atividade, trabalha-se com a correspondência existente entre o ângulo central de meia volta (180°) e o número irracional π (3,1416...), determinando todas as correspondências entre a medida do ângulo central e os números irracionais. Este é o momento adequado para justificar a fórmula do comprimento de uma circunferência, em função de π ($C = 2\pi r$). O professor deverá esclarecer que 180° não é igual a πrd, mas que são correspondentes.

Para finalizar, a 3ª parte desta atividade contém exercícios que aplicam e reforçam os conceitos aprendidos.

Como se pode observar, esta atividade não esteve ancorada nos conceitos subsunçores até aqui utilizados (Semelhança e Proporcionalidade). Entretanto, os conceitos construídos (definição de um radiano; relação entre graus e radianos; localização de arcos no ciclo trigonométrico escritos em graus ou em radianos) foram elaborados a partir de idéias relevantes particulares anteriores (algébricas e geométricas), menos inclusivas mas já conhecidas pelos alunos. Para Ausubel, realizou-se assim uma aprendizagem superordenada, pois foram utilizadas idéias particulares menos inclusivas numa sequência de modo a desencadear a nova aprendizagem.

Acredito que a motivação inerente a esta atividade se relacione com as ações concretas que os alunos desenvolvem, pois desenham com régua e compasso e utilizam barbante para medir os arcos. A motivação também se dá porque os alunos conseguem estabelecer relações com aprendizagens anteriores.

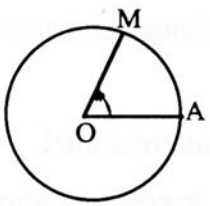
ATIVIDADE VII: **ARCOS TRIGONOMÉTRICOS**

Esta atividade, que é praticamente uma extensão da anterior, coloca os alunos em contato com arcos de mais de uma volta ou arcos negativos. Pretende-

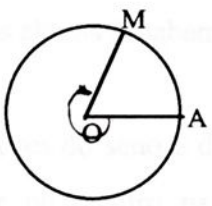
se com ela que o aluno localize no ciclo trigonométrico qualquer arco representado pela sua expressão geral, escrito em radianos ou em graus. Assim, o aluno terá os primeiros contatos com os *arcos trigonométricos* que poderão ser, além daqueles já estudados, arcos maiores que 360° (arcos maiores que uma volta) ou menores que 0° (arcos negativos).

Fica a critério de professor trabalhar com arcos maiores que 360° ou menores que -360°, ou com as representações das medidas dos arcos expressas pelas expressão geral (em função de K). Entretanto, esta atividade está incluída aqui, para que o professor, interessado nesta abordagem , possa utilizá-la.

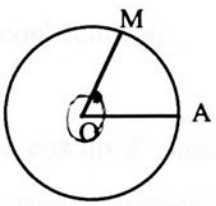
O professor deverá comentar que um ponto M do ciclo trigonométrico poderá ser representado por infinitos arcos $\overset{\frown}{AM}$ (todos partindo do ponto A, com extremidade em M) com a mesma posição na circunferência, mas com medidas diferentes; que a localização de cada arco trigonométrico, depende do sentido escolhido para percorrer o arco de A até M e do número de voltas efetuadas e que arcos que têm extremidades no mesmo lugar da circunferência são chamados *arcos côngruos* e, embora possam ter medidas diferentes, eles possuem os mesmos valores trigonométricos, isto é, eles têm a mesma abcissa e a mesma ordenada. Exemplificando:



$\overset{\frown}{AM} = 60°$



$\overset{\frown}{AM} = -300°$



$\overset{\frown}{AM} = 420° = 1\text{volta} + 60°$

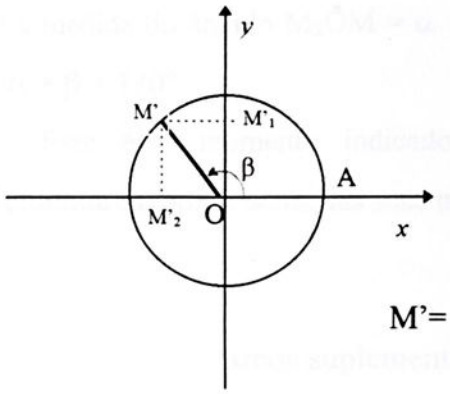
ATIVIDADE VIII: **VALORES DO SENO E COSSENO PARA ARCOS DO 2º QUADRANTE**

As atividades VIII, IX e X têm como idéias fundamentais e subsunçoras os conceitos de *simetria* e *congruência entre triângulos.* Caso o professor verifique que seus alunos apresentam falhas conceituais é conveniente que ele tente saná-las antes do desenvolvimento da atividade.

Nesta parte da proposta, objetiva-se ampliar os conceitos estudados anteriormente, (desenvolvidos para arcos pertencentes ao intervalo de $0° < \alpha < 90°$), para os principais arcos contidos na primeira volta do ciclo trigonométrico. Utilizando-se dos conceitos de simetria e de congruência entre os triângulos retângulos existentes, é possível determinar os valores das razões trigonométricas de arcos da primeira volta do ciclo trigonométrico, comparando com valores já conhecidos dessas razões para arcos do 1º quadrante, onde as razões trigonométricas já estudadas serão retomadas, como caso particular.

O professor deverá relembrar o que já foi visto no dispositivo de transparências trabalhado na atividade IV, onde todo ponto M = (x , y) do ciclo trigonométrico, tem coordenadas $x = \overline{OM}_2 = \cos \alpha$ e $y = \overline{OM}_1 = \text{sen } \alpha$ (para $\alpha = \overset{\frown}{AM}$) e retomar os valores de sen 0°, cos 0°, sen 90° , cos 90°, bem como a variação destes números trigonométricos no 1º quadrante, pois os mesmos servirão de ponte interligando o que os alunos já sabem com o novo conhecimento.

Para introduzir os valores do seno e do cosseno de arcos do 2º quadrante, o professor deverá desenhar no quadro negro um ciclo trigonométrico e um arco $\overset{\frown}{AM}$', de medida β , com M' no 2º quadrante e relembrar que as coordenadas do ponto M' são:

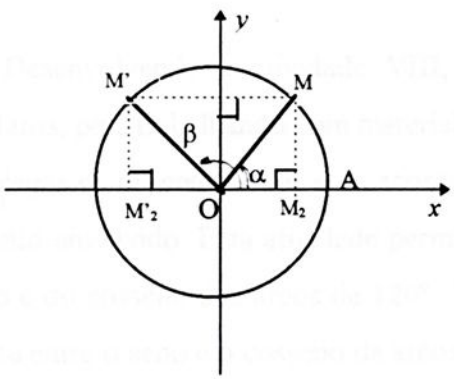


$M' = (x,y) = (\overline{OM'}_2 , \overline{OM'}_1)$

M'= (cosseno do arco $\overline{AM'}$, seno do arco $\overline{AM'}$)

$\therefore$ M' = (cos β, sen β)

Supondo que um ponto M' da circunferência seja simétrico à M em relação ao eixo O_y, o professor deverá mostrar para seus alunos a congruência existente entre os triângulos $OM_2 M$ e OM'_2M', e concluir que geometricamente os segmentos OM_2 e OM'_2 são congruentes.



Como existe um sistema de eixos cartesianos associado ao ciclo trigonométrico, definindo o ponto O como origem do sistema, os segmentos OM_2 e OM'_2 têm medidas algébricas opostas. Portanto, $\overline{OM}_2 = -\overline{OM'}_2$

Da congruência citada, também ocorre que a medida do ângulo $M'_2\hat{O}M$ é igual a medida do ângulo $M_2\hat{O}M = \alpha$. Desta forma, é fácil visualisar e comprovar que $\alpha + \beta = 180°$.

Este é o momento indicado para se nomear esses ângulos como suplementares, pois a soma das suas medidas é igual à 180°. Então:

arcos suplementares $\rightarrow \alpha + \beta = 180°$

Apesar de se propor uma prática expositiva, segundo Ausubel, é possível acontecer uma aprendizagem significativa, pois os conceitos utilizados não foram apresentados isolados e desconexos de outros. O professor, além de utilizar outros conceitos abrangentes e relevantes (Simetria e Congruências entre triângulos), ancorou o novo conhecimento em conceitos já desenvolvidos, anteriormente, pelos alunos.

Desenvolvendo a atividade VIII, os alunos terão melhor compreensão destes fatos, pois trabalhando com material concreto, observando e discutindo com seus colegas os procedimentos e os acontecimentos, poderão visualizar e assimilar o conceito envolvido. Esta atividade permite que os alunos determinem os valores do seno e do cosseno dos arcos de 120°, 135°, 150° e 180° e encontrem a relação existente entre o seno e o cosseno de arcos suplementares.

Acredito que estes procedimentos propiciam a aprendizagem subordinativa correlativa do novo conhecimento, pois realiza-se através da extensão de uma idéia já desenvolvida, onde os valores das razões trigonométricas dos principais arcos da 1ª volta do ciclo foram relacionadas com as já trabalhadas no 1° quadrante. Também possibilitam a realização dos princípios de diferenciação progressiva e

reconciliação integrativa, pois facilitam a ampliação do que já havia sido estudado, aumentando a especificidade dos conceitos e, ainda, utilizando vários conceitos, como congruência entre triângulos e o sistema cartesiano de eixos que permitem estabelecer as semelhanças e diferenças entre o novo e o velho conhecimento.

Depois que os alunos desenvolveram toda a atividade é importante que o professor sistematize que foi estudado, fazendo a conclusão deste item e reforçando a idéia de que "se dois arcos α e β são suplementares, ($\alpha + \beta = 180°$), então:

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } \beta \qquad \text{e} \qquad \cos \alpha = -\cos \beta".$$

Assim, mediante a utilização dos conceitos subsunçores - Simetria e Congruência entre triângulos-, os alunos determinarão, com facilidade, os valores dos senos e dos cossenos dos arcos do 2° quadrante, cujas extremidades são simétricas às extremidades daqueles arcos notáveis do 1° quadrante.

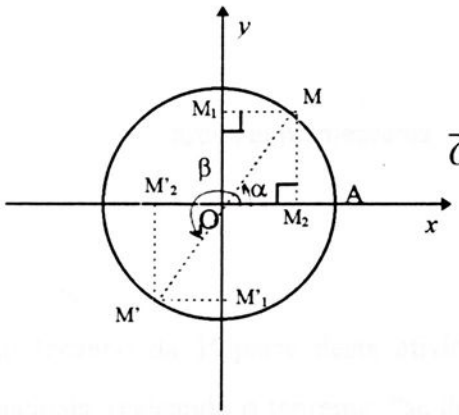
ATIVIDADE IX: **VALORES DO SENO E COSSENO PARA ARCOS DO 3° e 4° QUADRANTES**

Esta atividade tem por meta que os alunos determinem os valores do seno e do cosseno dos principais arcos do 3° e 4° quadrantes e que estabeleçam a relação existente entre os senos e cossenos de arcos explementares, ($\beta - \alpha = 180°$) e replementares ($\alpha + \beta = 360°$).

Os procedimentos serão análogos aos da atividade anterior. Os subsunçores desta atividade continuam sendo os conceitos de Simetria e de congruência entre triângulos.

Antes iniciar as ações sugeridas nesta atividade, o professor deverá realizar observações importantes envolvendo os conceitos de Simetria e Congruência entre triângulos. Novamente estará proporcionando para seus alunos uma aprendizagem receptiva. Entretanto não deixará de relacionar o novo conhecimento com as idéias relevantes já subsumidas pelos alunos.

O professor deverá traçar um círculo e marcar um arco β de medida $\widehat{AM'}$, onde M' de extremidade no 3° quadrante tem as coordenadas:



$\overline{OM'}_2$ = cosseno do arco $\widehat{AM'}$ = cos β

$\overline{OM'}_1$ = seno do arco $\widehat{AM'}$ = sen β

Deverá também fixar um ponto M, no 1° quadrante, simétrico ao ponto M' (do 3° quadrante) em relação ao centro O e mostrar a congruência entre dois triângulos OM'_2M' e OM_2M concluindo que se os triângulos são congruentes, os segmentos OM'_2 e OM_2, e também, OM_1 e OM'_1 são congruentes, porém, algebricamente, são opostos.

Assim, $\overline{OM'}_2 = -\overline{OM}_2$ e $\overline{OM}_1 = -\overline{OM'}_1$.

É possível verificar que, em função da congruência entre os triângulos, eles têm lados congruentes, tendo portanto a mesma medida. Entretanto, como se tem

um sistema cartesiano para ser considerado, esses lados assumem medidas algébricas opostas. Assim, várias idéias aprendidas anteriormente estão sendo associadas e cada vez mais elaboradas, possibilitando aumentar a generalização e especificidade.

Dessa mesma congruência, o professor deverá mostrar na figura que a medida do ângulo $M'_2\hat{O}M'$ é a mesma do ângulo $M_2\hat{O}M$. Assim, é fácil visualizar que $\beta - \alpha = 180°$ ou que $\beta = 180° + \alpha$. Também deverá nomear esses arcos de explementares.

$$\text{arcos explementares} \rightarrow \beta = 180° + \alpha$$

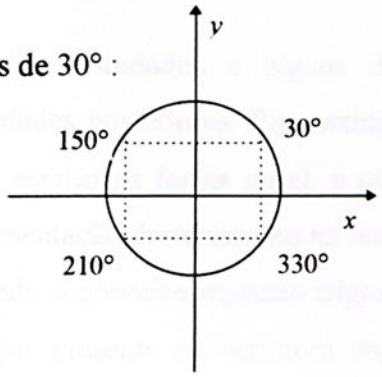
Ao término da 1ª parte desta atividade, o professor deverá salientar as idéias principais, realçando o teorema: "se dois arcos são explementares $\beta = 180° + \alpha$, valem as igualdades: $\operatorname{sen}\alpha = -\operatorname{sen}\beta$ e $\cos\alpha = -\cos\beta$"

Conclusão análoga deverá ser feita ao término da 2ª parte, só que, desta vez, trabalhando com arcos replementares, isto é, arcos que validam a relação $\alpha + \beta = 360°$, cujas extremidades são simétricas em relação ao eixo O_x.

Após a realização dos procedimentos indicados, é importante enfatizar que "se dois arcos são replementares teremos $\operatorname{sen}\alpha = -\operatorname{sen}\beta$ e $\cos\alpha = \cos\beta$".

Para que os alunos determinem, de forma rápida e simples, os valores das razões trigonométricas dos arcos múltiplos de 30°, de 45° e de 60° em uma volta completa, é conveniente que se utilizem da representação gráfica, no ciclo trigonométrico, desses múltiplos. Exemplificando, teremos:

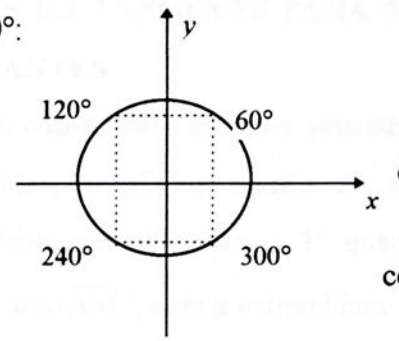
- para os arcos múltiplos de 30° :



sen 30° = sen 150° = 0,5 $\qquad$ cos 30° = cos330° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

sen210°= sen 330° = -0,5 $\qquad$ cos150°= cos 210° = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

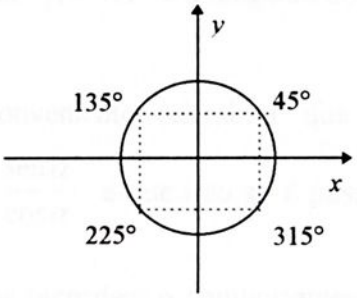
- para arcos múltiplo de 60°:



sen 60° = sen120° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ cos 60° = cos300°= 0,5

sen240° = sen300° = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ cos120°= cos 240°= -0,5

- para arcos múltiplos de 45°



sen 45° = sen 135°= $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ cos 45°= cos315° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$

sen 225°= sen315°= $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ cos135°= cos 215°= $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Os exercícios sugeridos nas 3ª e 4ª partes são exemplos do que pode ser feito. Fica a critério do professor aplicar estes ou outros; todos ou alguns exercícios. Entretanto, quero comentar que os mesmos foram elaborados seguindo

a hierarquia dos conceitos estudados e alguns deles já preparam para o desenvolvimento de atividades posteriores. Por exemplo, o exercício nº 9, da 1ª parte, embora não esteja escrito na forma usual, é uma equação trigonométrica, antecipando, assim, a apresentação deste assunto na resolução destes exercícios.

Desta forma, quando o conceito equação trigonométrica for desenvolvido, já haverá algum subsunçor presente na estrutura cognitiva do aluno, podendo servir de ponte entre o novo conhecimento e o que o aluno já sabe.

ATIVIDADE X: **VALORES DA TANGENTE PARA ARCOS DO 2º, 3º e 4º QUADRANTES**

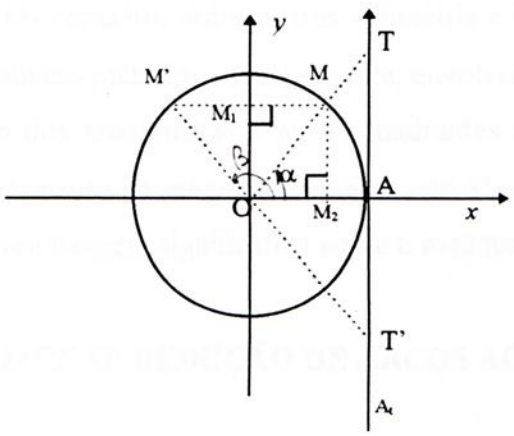
Esta atividade, utilizando-se dos mesmos procedimentos realizados nas atividades recém-desenvolvidas, amplia o estudo da tg α, para os outros quadrantes, anteriormente feito somente para o 1° quadrante. Para isso, será considerado inicialmente um arco $\widehat{AM}$', com a extremidade M' no 2º quadrante.

Já foi visto que o valor da tangente de um arco é determinado pela medida algébrica do segmento AT ($\overline{AT}$) no eixo A_t, que é exatamente a ordenada do ponto T. Assim, a ordenada $y_t = \overline{AT}$ é a tangente do arco $\widehat{AM}$, isto é, tg $\widehat{AM}$ = tg $\alpha = \overline{AT} = y_t$.

Além disso, é conveniente relembrar que tangente de α pode ser determinada por: $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$ e que isso só é possível se $\cos\alpha \neq 0$, isto é, se $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2}$. Para que os alunos recordem o comportamento da tangente dos arcos no 1° quadrante, seria interessante reutilizar o dispositivo de transparência (descrito no ANEXO III).

Com a intenção de ampliar o conceito de tg α para os arcos do 2º quadrante, é importante que o professor trace no quadro um ciclo trigonométrico,

marque um arco $\beta = \overset{\frown}{AM}'$, com M' $\in$ 2° quadrante e determine o ponto T' através da intersecção do eixo A_t com o prolongamento da reta OM'.



O ponto T' terá as coordenadas

T' = (1, $\overline{AT}$'), onde $\overline{AT}$ ' = a tangente do arco $\overset{\frown}{AM}$ '= tg β.

O professor deverá mostrar que se o ponto M' do 2° quadrante for simétrico ao ponto M do 1° quadrante em relação ao eixo O_y , existe a congruência entre os triângulos OAT e OAT'. Desta forma, teremos a congruência entre os segmentos AT' e AT e, algebricamente, a veracidade da igualdade $\overline{AT}' = -\overline{AT}$, pois a medida do segmento AT' é oposta à do segmento AT . Valerá também a igualdade tg β = - tg α.

Como o ponto M' é simétrico ao ponto M em relação ao eixo O_y , os arcos $\overset{\frown}{AM}$ e $\overset{\frown}{AM}$ ' são suplementares, então $\alpha + \beta = 180°$, donde se conclui que "se dois arcos são suplementares, os valores das suas tangentes são opostos".

É conveniente apresentar novamente o dispositivo de transparências (do ANEXO III) para que os alunos possam observar o comportamento da tangente no 2° quadrante.

As ações sugeridas para esta atividade, não abrangem somente a descoberta dos valores da tangente para arcos do 2° quadrante, mas também possibilitam, ainda na 1ª parte, que trabalhem com arcos do 3° e do 4° quadrantes.

Na 2ª parte desta atividade, são propostos alguns exercícios para fixar e complementar tudo o que já foi estudado. Fica a critério do professor a aplicação destes exercícios ou de outros semelhantes.

Os conceitos subsunçores - Simetria e Congruência de triângulos unidos à todo trabalho realizado anteriormente, envolvendo o comportamento do seno e do cosseno dos arcos no 3° e no 4° quadrantes, possibilitam ao alunos visualizar o comportamento da tangente para arcos do 3° e do 4° quadrantes, realizando assim uma aprendizagem significativa sobre o assunto.

ATIVIDADE XI: REDUÇÃO DE ARCOS AO PRIMEIRO QUADRANTE

Antes do início desta atividade, o professor deverá explicar a utilidade de se reduzir arcos ao 1° quadrante. Para isso, deve comentar que, embora as tabelas trigonométricas existentes nos livros didáticos tragam valores das razões trigonométricas somente dos arcos que estão no intervalo de 0° a 90°, é possível determinar esses valores de arcos maiores que 90°, ou menores que 0° fazendo uso da mesma tabela trigonométrica, mediante a redução do arco considerado ao 1° quadrante.

Assim, é necessário mostrar aos alunos que, se um arco tem medida x qualquer e não está no 1° quadrante, é possível determinar outro arco de medida x_1 pertencente ao 1° quadrante, de modo que ele tenha os mesmos valores absolutos para as razões trigonométricas.

O objetivo desta atividade é relacionar o valor do seno, do cosseno e da tangente de um arco qualquer, com o valor do seno, do cosseno e da tangente de um arco do 1° quadrante. Ao densenvolver o 1° item desta atividade, o aluno terá de utilizar o conceito de simetria para transportar a extremidade do arco do 2° quadrante para 1° quadrante, em relação ao eixo y, determinando a medida do

'novo' arco do 1° quadrante que lhe permitirá determinar os valores trigonométricos do arco do 2° quadrante procurados.

Em seguida, relembrando e utilizando os conceitos estudados nas duas atividades anteriores (simetria, congruência entre triângulos, definições de arcos suplementares, explementares e replementares), os alunos determinarão, por meio de comparações entre os valores trigonométricos dos arcos do 1° quadrante, os valores do sen 160° , cos 160° e tg 160°. Assim, é possível verificar que para desenvolver esta atividade, foi necessário utilizar conceitos subsunçores aprendidos anteriormente.

É importante aconselhar os alunos a utilizar esquemas gráficos no ciclo trigonométrico, pois este procedimento traz inúmeras vantagens para resolver exercícios propostos, ajudando a visualizar o que está acontecendo, facilitando a tomada de decisão quanto à escolha do sinal a ser adotado. Para maior compreensão e fixação deste assunto desenvolvido, além das ações dos alunos estarem pautadas em reflexões, se propõe, ainda, que se resolvam vários exercícios, pois segundo Ausubel a repetição de procedimentos também é importante.

Todos esses procedimentos, esse retorno constante aos conceitos estudados anteriormente, indicam que a aprendizagem aqui realizada é do tipo superordenada, pois abrange vários conceitos relevantes ao mesmo tempo, sem os quais, não seria possível a concretização de uma aprendizagem significativa.

Devo esclarecer que o exercício n° 5, que trata da simplificação de frações trigonométricas, é um tanto sofisticado para ser aplicado no 2° grau (é mais adequado para alunos do 3° grau). Entretanto, se o professor achar pertinente a sua aplicação, embora seja um pouco complexo, ele está perfeitamente encaixado na seqüência do assunto e poderá ser proposto para os alunos como um desafio.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Esta atividade é de suma importância, para o desenvolvimento de conceitos que serão trabalhados posteriormente. Olhando no Mapa Conceitual desenvolvido, a redução de arcos ao 1° quadrante encontra-se na posição central isto quer dizer que este conceito depende de muitos outros já estudados e dele muitos outros dependerão.

ATIVIDADE XII: OUTRAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Essa atividade apresenta novas razões trigonométricas: a cotangente, a secante e a cossecante e determina seus valores trigonométricos para os principais arcos do ciclo.

Embora na atividade II já se tenha iniciado o trabalho com as seis razões possíveis entre os lados de um triângulo retângulo, os alunos ainda não tiveram a oportunidade de estudar as razões cotg α, sec α e cossec α, pois daquele momento em diante, trabalharam apenas com as razões seno, cosseno e a tangente.

Dependendo do grau de desenvolvimento dos alunos e do aprofundamento que se pretende dar a este estudo, o professor poderá mostrar o comportamento e a variação destas novas razões nos seus respectivos eixos do ciclo trigonométrico ou apenas relacioná-las com as outras já estudadas, confrontando seus valores numéricos obtidos na atividade II, através da divisão entre as medidas dos lados dos triângulos semelhantes, para chegarem às fórmulas:

cotangente de um arco $\alpha \rightarrow \text{cotg } \alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha}$, definida para sen $\alpha \neq 0$ ou $\alpha \neq k\pi$, $k \in R$

$$\therefore \operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{tg\,\alpha}.$$

secante de um arco $\alpha \rightarrow \sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$, definida para $\cos\alpha \neq 0$, ou seja, $\alpha \neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in R$

cossecante de uma arco $\alpha \rightarrow \operatorname{cossec}\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}$, definida para $\operatorname{sen}\alpha \neq 0$, ou $\alpha \neq k\pi$, $k \in R$

Nesta situação, embora o conceito mais abrangente e relevante continue sendo o de semelhança entre triângulos, o professor pode apresentar as 'novas razões trigonométricas' utilizando-se da representação geométrica, ou seja, mostrando no ciclo trigonométrico o comportamento dessas razões (estudo mais indicado para o 3° grau) ou apresentar essas razões usando apenas procedimentos algébricos, envolvendo as outras três razões já trabalhadas. Assim, dependendo do caminho escolhido pelo professor, a profundidade do assunto será maior ou menor.

Entendo que para se realizar uma aprendizagem significativa desses conceitos, seria conveniente trabalhar com os aspectos geométricos, para depois chegar aos algébricos. Entretanto volto a afirmar que depende do grau de conhecimento que se pretende obter e do tempo disponível para desenvolvê-la.

Essa atividade é predominantemente formada por exercícios que abrangem os conceitos aqui aprendidos, isto é, as razões trigonométricas cotangente, secante e cossecante e os já estudados. Os exercícios envolvem, além de muita álgebra, valores trigonométricos dos principais arcos do ciclo, seus respectivos sinais e

proporcionam os primeiros contatos com as equações trigonométricas, facilitando o desenvolvimento da próxima atividade.

Para resolver os exercícios sugeridos, foram utilizados os dois princípios propostos por Ausubel -diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. O primeiro porque idéias gerais precederam .os conceitos mais específicos e o segundo porque foram estabelecidas comparações entre o novo conhecimento e o que já havia sido aprendido. Julgo também ter acontecido uma aprendizagem superordenada, pois, para o aluno determinar o valor de sec 120°, ele teve de aplicar muitas outras idéias relevantes, particulares e menos inclusivas.

A variedade dos exercícios sugeridos proporcionou constantes retomadas dos conceitos já estudados anteriormente, de forma que esse ir e vir tenha possibilitado a revisão e a fixação dos conceitos trigonométricos estudados e ainda importantes retomadas de conceitos algébricos que comumente os alunos apresentam muita dificuldade como, por exemplo, simplificação de frações nos exercícios 3 e 10.

O exercício 4 (para quais valores de α, tem-se sec α?) e o 8, mostram novamente que o conceito de equações trigonométricas está sendo utilizado antecipadamente e o 5 , 6 e 9 (que pedem para determinar os valores de algumas razões trigonométricas conhecendo-se o valor de outra e o quadrante em que o ângulo está), usam todos os conceitos básicos trigonométricos estudados até aqui.

ATIVIDADE XIII: **EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**

Até aqui, conhecendo-se a medida de um ângulo era possível determinar o valor de uma razão trigonométrica ou a medida de um lado do triângulo retângulo. Agora, com esta atividade, pretende-se fazer o caminho inverso, ou seja, determinar a medida de um ângulo que satisfaça uma igualdade trigonométrica proposta.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Prentende-se com esta atividade que os alunos saibam resolver equações trigonométricas e, para isso, o aluno deverá saber que resolver uma equação trigonométrica é determinar todos os possíveis valores de x, que satisfaçam a igualdade proposta. Para garantir uma aprendizagem significativa do novo conhecimento desenvolvido nesta atividade, caso o professor detecte dificuldades referentes à "equação", será conveniente que este conceito seja retomado.

Este assunto não é totalmente desconhecido para os alunos, pois já vinham resolvendo equações trigonométricas (embora não tenham sido explicitadas na forma "resolva a equação trigonométrica"). Segundo o Mapa Conceitual desenvolvido, é um dos conceitos trigonométricos mais específicos, pois depende de quase todos conceitos trigonométricos já aprendidos. Para o aluno resolver uma equação trigonométrica, deverá em primeiro lugar, reconhecer que se trata de uma equação e saber trabalhar com os procedimentos algébricos exigidos para reduzir a equação (às vezes complexa) numa igualdade representada de um lado, por uma razão trigonométrica e do outro lado, por uma igualdade numérica. Somente depois disso, o aluno terá condições de determinar os valores de x que satisfaçam aquela igualdade para resolver a equação inicialmente proposta.

Antes de iniciar a atividade, o professor deverá resolver alguns exercícios bem simples, de resolução imediata, como por exemplo, resolver as equações: $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$. Assim procedendo, estará novamente retomando idéias já trabalhadas e fazendo uma ligação com o que estará sendo desenvolvido. Em seguida, poderá mostrar para os alunos exemplos de equações que envolvam alguma elaboração algébrica, mas de fácil compreensão trigonométrica, como por exemplo, resolver $2\operatorname{sen} x - 1 = 0$, para x pertencente à 1ª volta e finalmente, o professor poderá mostrar exercícios que envolvam maior complexidade algébrica, como $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$, para $0 \leq x < 2\pi$rd, sugerindo que utilizem uma variável auxiliar para facilitar os cálculos.

Com estes procedimentos, apesar do professor realizar uma aula expositiva e dos alunos ouvirem passivamente os exemplos dos vários tipos de equações, acredito que tenha acontecido uma aprendizagem significativa superordenada, pois além no novo conceito se apoiar em subsunçores existentes na estrutura cognitiva, o mesmo abrange vários outros conceitos relevantes menos inclusivos, como o conceito de equação.

Esta atividade é formada exclusivamente de exercícios que trazem equações dos três tipos comentados acima, exigindo dos alunos, desde o simples reconhecimento de um valor trigonométrico, até uma maior elaboração algébrica. O 6° exercício não exige grande trabalho algébrico, entretanto, para que o aluno encontre facilmente a solução, deverá refletir sobre as idéias estudadas, fazendo um esboço da situação no ciclo.

É importante relembrar que as equações escolhidas, tanto para exemplo, como para exercícios, são apenas exemplos que facilitam a fixação do conceito. Fica a critério do professor modificar o número de exercícios ou o tipo das equações.

ATIVIDADE XIV: INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

As Inequações Trigonométricas, normalmente, não fazem parte do programa de Matemática do 2° grau. Entretanto achei conveniente propor que se desenvolva este conceito, tendo em vista o modo como os conceitos trigonométricos foram desenvolvidos até aqui. Os alunos acostumados a utilizar o esquema gráfico representando a situação no ciclo trigonométrico, determinam, com facilidade o valor do seno, do cosseno e da tangente dos principais arcos do ciclo trigonométrico. O professor desenvolverá ou não este conceito.

Na atividade anterior, a solução da equação trigonométrica era obtida com facilidade através do uso de esquemas gráficos no ciclo trigonométrico. Nesta, os



procedimentos são análogos (embora tenha diferença no sinal da desigualdade da sentença) e exige que o aluno interprete o esquema gráfico feito no ciclo trigonométrico, para a efetivação da solução. Assim, tudo o que foi aprendido até aqui, serve de apoio para mais este conceito trigonométrico. Para mim, estes procedimentos oferecem aos alunos a oportunidade de realizar novamente uma aprendizagem significativa superordenada, pois o conceito aprendido esteve apoiado em conceitos trigonométricos já desenvolvidos e também em outros conceitos relevantes mas menos inclusivos, como é o caso do conceito de inequação.

Os esquemas gráficos, utilizados nas atividades anteriores, facilitam o desenvolvimento da 1ª e da 2ª parte. Logo após este desenvolvimento, é interessante que o professor mostre para seus alunos algumas transparências (descritas no ANEXO IV) que ajudarão a ilustrar a resolução de uma inequação trigonométrica.

Para resolver os exercícios contidos na 3ª parte e para facilitar a solução das inequações trigonométricas propostas, é imprescindível que os alunos continuem utilizando as representações gráficas e que apliquem os conceitos trigonométricos estudados até aqui. A resolução desta coleção de exercícios (ou de outra coleção que o professor achar mais oportuna) contidos nesta 3ª parte, fará com que os alunos reforcem as idéias trabalhadas, procedimento este também defendido por Ausubel.

ATIVIDADE XV: CORRESPONDÊNCIA ENTRE UM NÚMERO REAL E UM PONTO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO

Até esta etapa, os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar com os conceitos trigonométricos para arcos pertencentes ao intervalo $0 \leq \alpha < 2\pi rd$.

Desenvolveram e aplicaram conceitos importantes como: redução de arcos para o 1° quadrante; equações trigonométricas; inequações trigonométricas.

Como já foi dito, neste aspecto, esta proposta se diferencia muito do que normalmente tem sido feito para trabalhar este assunto da Matemática.

Espera-se que esses conceitos trigonométricos estudados para arcos da 1ª volta, juntamente com um outro conceito relevante da Matemática -*Funções*-, sirvam de pontos de ancoragem para os novos conhecimentos -*Funções Trigonométricas*-, possibilitando aos alunos uma aprendizagem significativa do assunto, pois conforme consta no Mapa Conceitual, o conceito de Funções é um conceito básico e relevante para o desenvolvimento das Funções Trigonométricas.

Acredito portanto, que este seja o momento mais adequado para que os alunos iniciem o trabalho com as Funções Trigonométricas onde conceitos já estudados poderão ser ampliados para todo número x real.

É de vital importância que os alunos apresentem na sua estrutura cognitiva o conceito de Função. Caso o professor detecte alguma falha conceitual sobre este assunto, imediatamente deverá saná-la para que não haja o comprometimento da aprendizagem significativa do novo conhecimento, pois as idéias subseqüentes dele dependerão.

Intuitivamente, o conceito de função deverá ser entendido pelo aluno como uma "transformação" que determinado elemento sofre, segundo uma determinada "lei" definida. Após a apresentação formal da definição de função pelo professor, associada à idéia intuitiva do conceito, tendo acontecido a aprendizagem significativa deste conceito, o aluno não admitirá, por exemplo, a veracidade da igualdade $\cos 2\alpha = 2 \cos\alpha$.

Antes de ampliar os conceitos trigonométricos para todo o número x real, proponho que os alunos desenvolvam esta atividade (XV) que objetiva localizar um número real no ciclo trigonométrico. Embora, na atividade VI, já se tenha

iniciado algum trabalho relacionando medidas de um arco em graus com medidas de arcos em radianos (relacionando o arco 180° com o arco π rd, que é o número 3,14...), não se falou sobre a localização dos números reais no ciclo trigonométrico.

Será conveniente que o professor comente com seus alunos que a Trigonometria surgiu para relacionar as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo. Entretanto, com o passar do tempo, esses conceitos foram ampliados para os movimentos circulares e para resolver problemas que envolviam periodicidade de todos os tipos. Surgiu, então, a Trigonometria envolvendo todos os números reais.

Para facilitar o entendimento, o professor pode sugerir que seus alunos imaginem uma reta real numerada, cuja unidade é a medida do raio do ciclo trigonométrico, que seja "ajustada" sobre o ciclo trigonométrico. Para que esse comentário não fique muito abstrato, será conveniente que o professor mostre algumas transparências ilustrando a situação (conferir ANEXO V).

Não se pode deixar de observar que cada número real tem o seu ponto correspondente no ciclo trigonométrico, mas que cada ponto do ciclo é representado por infinitos números reais.

ATIVIDADE XVI: GRÁFICO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO PLANO CARTESIANO

Nesta etapa os alunos já sabem que é possível relacionar medidas de arcos com números reais no ciclo trigonométrico. Desta forma, para mim, este é o momento ideal para iniciar o estudo das funções trigonométricas, generalizando o que foi estudado para todos os números reais e construindo os gráficos das funções trigonométricas no plano cartesiano.

O fato de apresentar as funções trigonométricas somente depois de se ter estudado outros conceitos trigonométricos de arcos contidos na 1ª volta é desconsiderado pela maioria dos autores dos livros didáticos, pois estes, logo no início, já definem as funções trigonométricas, apresentando seus respectivos gráficos no plano cartesiano. Será este o motivo dos alunos apresentarem tanta dificuldade na desenvoltura deste assunto? Será que iniciando o trabalho pelas funções trigonométricas, como se vem fazendo, possibilita ao aluno visualizar o que o gráfico das funções trigonométricas representa? Como iniciar um assunto generalizado para todo número x real, se não houve aprendizagem dos principais conceitos trigonométricos e da variação das funções, apenas para arcos da 1ª volta?

Caso o professor tenha a possibilidade, é bastante oportuno fazer uso de um computador para visualizar os gráficos das funções trigonométricas no plano cartesiano, podendo explorar o comportamento das mesmas, observando: suas variações de crescimento ou decrescimento; seus sinais e periodicidade. É possível encontrar no mercado grande variedade de softwares que aborda este tema.

Esta estratégia sugerida é bastante motivadora, pois além de envolver instrumentos modernos, de grande interesse dos jovens, o aluno tem a oportunidade de visualizar o gráfico da função que pretende trabalhar, facilitando a investigação de propriedades importantes sobre o assunto que se está estudando e favorece a interação entre os alunos e o professor.

Para James Fey, "...quando os alunos colocam no computador uma expressão matemática, definida por uma função e vêem emergir na sua tela o gráfico correspondente, se defrontam com ilustrações poderosas da Matemática como uma fonte de modelos para os fenômenos do cotidiano" (Pontes, 1991).

Contudo nem sempre é possível fazer uso deste equipamento nas salas de aula. Desenvolvendo esta atividade, embora ela não mostre antecipadamente o

gráfico a ser estudado, há a possibilidade de construí-lo, utilizando-se de valores tabelados oferecidos e já bastante conhecidos pelos alunos.

Deste modo, o aluno terá a oportunidade de visualizar os quadrantes onde a função cresce ou decresce; onde $f(x) > 0$ ou $f(x) < 0$ e ainda o valor da imagem, do domínio e do período da função.

Representando graficamente as funções $f(x) = 1 + \text{sen } x$; $f(x) = 1 + \cos x$; $f(x) = 1 + \text{tg } x$, conforme foi proposto, os alunos terão a oportunidade de visualizar que apenas houve alteração no conjunto imagem, provocando uma translação do gráfico "original" ($f(x) = \text{sen } x$; $f(x) = \cos x$; $f(x) = \text{tg } x$) em relação ao eixo x.

Apesar da proposta alternativa sobre o ensino e a aprendizagem da Trigonometria encerrar com esta atividade XVI, o estudo realizado para determinar os conceitos relevantes deste assunto, bem como a hierarquia existente entre eles, apontou também outros conceitos trigonométricos como: adição, multiplicação e bissecção de arcos, conforme estão relacionados no Mapa Conceitual, que poderão ser estudados num momento oportuno do 3° grau.

3.4 Uma proposta de avaliação compatível com a filosofia da proposta sugerida.

3.4.1 Aspectos relevantes da avaliação da aprendizagem

Antes de apresentar uma proposta de avaliação compatível com os fundamentos filosóficos e psicológicos da proposta de ensino por mim elaborada, fundamentada numa abordagem cognitivista, pretendo aqui comentar alguns aspectos referentes ao processo de avaliação da aprendizagem.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Para avaliar a aprendizagem dos alunos mediante a utilização de uma proposta como esta, não seria pertinente realizar uma avaliação de orientação tecnicista, onde se valoriza a mecanização do conceito por meio de resolução de exercícios que exigem tais habilidades em provas escritas e testes; onde se ignora o processo de construção do conceito, proporcionando dissociação entre os fatos e valores por meio de processo em que o resultado da avaliação não serve para realizar mudanças; numa visão em que a escola tem a função de selecionar os mais aptos.

Acredito que a avaliação compatível com esta proposta de ensino, deverá:

- verificar se houve aprendizagem dos conceitos estudados por meio de provas escritas;
- observar o aluno como um todo durante o processo de aprendizagem;
- permitir a realização da auto-avaliação, conforme propõe Doxsey (1988);
- ter o compromisso com a melhoria do ensino, garantindo a aquisição do conhecimento por meio de retomadas necessárias.

A avaliação deve ser entendida como um processo de coleta e registros de informações, seguidas das análises dessas informações. Análises estas, sempre direcionadas para o que se pretende. A avaliação sofre influência do valor que o professor atribui à situação e este valor determinará que tipo deverá ser utilizado.

A decisão que o professor toma quando avalia, retrata a maneira dele conceber o mundo, o indivíduo e a sociedade, pois a construção de uma teoria está vinculada às representações sociais do seu produtor. Assim, a verdadeira avaliação educacional deve vir contextualizada e realizada à luz do processo vivenciado pelos envolvidos (Franco, 1990).

Veiga (1991) chama atenção para o aspecto político que a avaliação deverá ter. Para ela, o professor deverá conceber a dimensão política e a dimensão teórico

unesp

metodológica da avaliação. Deve, constantemente, considerar *a que* e *a quem* a avaliação está direcionada ; *para que* e *como* deve ser realizada. Para ela, assim como para Sousa (1997) e Doxsey (1988), a avaliação deve abranger todos os envolvidos no processo. Não deve possibilitar que haja unilateralidade no processo, permitindo que apenas o professor avalie os resultados.

Segundo definição de avaliação encontrada numa publicação veiculada pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (Caderno III de Publicações):

> "Avaliação é um processo contínuo de pesquisas que visa estudar e interpretar os conhecimentos, habilidades e atitudes dos alunos, tendo em vista mudanças esperadas no comportamento, propostas nos objetivos da escola, a fim de que haja condições de propor alternativas no planejamento de trabalho do professor e da escola como um todo." (SÃO PAULO, 1991, p. 09).

Refletindo sobre a definição apresentada acima, percebe-se facilmente que os procedimentos avaliativos que, normalmente, vem sendo praticado em nossas escolas, são deficientes e estão muito aquém do real sentido da avaliação. Pesquisas recentes apontam para a inadequação da utilização dos instrumentos de avaliação no processo de ensino e de aprendizagem.

Sousa (1997) aborda muito bem esta problemática, propondo reflexões sobre as ações realizadas pelos professores e alunos. Para ela, avaliação deve ir além de verificar se os objetivos foram ou não atingidos, ou de apontar para as dificuldades e facilidades dos alunos, o "seu compromisso fundamental é a melhoria do ensino e a garantia da aquisição de aprendizagens" (p. 143). O processo avaliativo não deve ser classificatório, seletivo e discriminatório. O professor deve utilizar a avaliação para verificar se está educando na direção pretendida. A avaliação deve refletir a ação em conjunto, analisando os resultados obtidos para oferecer a

revisão necessária com a intenção de atingir o que se pretende. Assim, o rendimento escolar de um aluno deverá contemplar a análise do aluno como um todo: na área cognitiva, afetiva-social e psicomotora e o resultado final não apontará para a aprovação ou reprovação do aluno, mas para um delineamento pedagógico que fortalece o ensino e a aprendizagem do assunto.

Fazendo uso das idéias apontadas acima por Sousa (1997), apresentarei sugestões para avaliar os assuntos desenvolvidos na proposta para o ensino e aprendizagem da Trigonometria, de forma que o processo avaliativo esteja compromissado com a questão da aprendizagem do conceito, que considere o aluno como um todo e que envolva alunos e professor, pois compartilho com esta pesquisadora a idéia de que a avaliação deverá ser um processo que envolve alunos e professores e que não deve ser restrita apenas às avaliações dos conteúdos estudados, considerando outros dados no âmbito escolar.

Para isso, proponho que durante o desenvolvimento das atividades sugeridas, dentre outras possibilidades, o professor observe o envolvimento do aluno com aquela atividade; quais as dificuldades e facilidades que apresentam; quais as dificuldades básicas que estão impedindo a ampliação e generalização dos conceitos trabalhados; que grau de relacionamento um determinado aluno tem para com seus colegas; se o trabalho de construção geométrica facilitou ou dificultou a descoberta do conceitos; que providências o professor deverá tomar para melhorar o interesse dos alunos para como o assunto etc.

Acredito que com este encaminhamento sobre o processo avaliativo, estarei caminhando, tanto na direção da definição apresentada anteriormente pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (1991), quanto na direção proposta por Sousa (1997) e por Veiga (1991), pois apresento um processo contínuo de avaliação, observando e interpretando as modificações referentes às habilidades, às atitudes e aos conhecimentos que os alunos apresentaram, comparando com o que se pretendia alcançar e possibilitando mudanças

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

necessárias no trabalho do professor. É importante constar aqui, que as retomadas necessárias para garantir a aquisição do conhecimento são freqüentemente realizadas ao longo do desenvolvimento de toda a proposta, pois fazem parte da própria estruturação sugerida.

Sousa (1997) comenta que a avaliação sofreu tantos desvios da sua verdadeira função que acabou extrapolando a sua capacidade, sendo utilizada apenas para aprovar ou reprovar alunos, sem se compromissar com a aprendizagem.

Para Doxsey (1988) e Sousa (1997), existe unilateridade no processo avaliativo. O aluno é tido como o único responsável pelo seu fracasso escolar, embora nunca participe das decisões pedagógicas e a ele nunca é dada a oportunidade de escolher o que quer aprender e nem como será avaliado. Não há questionamentos sobre o que deveria ser aprendido e nem as técnicas que deveriam ser utilizadas.

Como pode o aluno ser responsabilizado pelo seu fracasso escolar se existe a dualidade ensino- aprendizagem?

Sousa (1997) propõe que o processo avaliativo seja compartilhado com o aluno. Fazendo isso, o professor estaria inserindo o aluno na sua proposta educacional, fazendo-o comprometer-se com o diagnóstico, compreendendo e analisando o seu desempenho e possibilitando-o a busca de uma solução. Desta forma a avaliação estaria sendo conduzida pelo professor e fortalecendo a autonomia do aluno.

> "A participação do aluno na avaliação é a crença no indivíduo como ser humano auto-determinado, capaz de solidariamente construir seu destino. É a possibilidade de formar sujeitos com a autonomia, o que é sem dúvida uma forma de promoção do ser humano, o que é, em essência, o significado da educação" (Sousa,1997, p. 150).

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Com visão de que o aluno deve ser também sujeito do processo e não apenas objeto, a ele deverá ser permitida uma prática avaliativa compatível ao longo do processo.

Partindo desse pressuposto, proponho que, durante o desenvolvimento das atividades, os alunos possam realizar a auto-avaliação, refletindo as suas práticas durante o desenvolvimento das atividades, fato este tão importante quanto a realização de provas ou de trabalhos.

Com a intenção de transcender o tipo de avaliação que vem sendo realizada em nossas escolas, onde o alvo da experiência educacional é a nota e não a aprendizagem, proponho um processo avaliativo que contemple as reflexões aqui realizadas, exigindo do aluno a participação efetiva no seu processo de aprendizagem (auto-avaliação), de modo que compreenda e analise o seu desempenho através de questionamentos e reflexões sobre as dificuldades que surgiram durante o processo de aprendizagem.

3.4.2 Sugestão para avaliação da aprendizagem dos conceitos trigonométricos

Tendo em vista a natureza do assunto estudado (Ciências Exatas) e a fundamentação teórica que este trabalho traz (cognitivista), apresento um processo avaliativo compatível com seus pressupostos teóricos que envolva aspectos quantitativos -provas- e aspectos qualitativos -observações- referentes a atitudes e à realização da auto-avaliação.

Para isso, o processo avaliativo deve se basear: em provas escritas, com lápis e papel, podendo ser realizadas em grupos de alunos; em observações sobre

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

o aluno durante o desenvolvimento do trabalho; e também na auto-avaliação realizada pelo aluno.

Com relação às observações, o professor deverá anotar as atitudes dos seus alunos diariamente durante o desenvolvimento das atividades. Tal procedimento está de acordo com as idéias de Depresbíteris quando afirma que

> "a observação sistemática pode e deve ser utilizada como técnica de avaliação, principalmente na análise de desempenhos que requeiram a demonstração de alguma habilidade não apenas motora, mas, também, em situações que se possa obter indicadores do desempenho comunicativo, de demonstração de raciocínio, de processos aprendidos pelo aluno" (1991, p.122)

Para organizar e registrar as observações feitas, sugiro que o professor, em fichas individuais, contemple os seguintes aspectos:

- O aluno participou ativamente do desenvolvimento desta atividade?
- O aluno levantou hipóteses na tentativa de solucionar a questão proposta?
- O aluno teve bom relacionamento com os outros elementos do grupo?
- O aluno se empenhou em aprender?
- O aluno respeitou a opinião e/ou o pensamento dos colegas do grupo?
- Quais as maiores dificuldades reveladas pelos alunos?
- Quais as dificuldades conceituais que o aluno apresentou o impediu de ampliar o seu conhecimento?

Considerando que a metodologia sugerida seja uma prática pedagógica diferençada daquelas que usualmente vêm sendo feita, esta é mais uma razão para ficarmos atentos aos procedimentos avaliativos. O processo avaliativo deverá indicar e analisar se ocorreu ou não a aprendizagem e como isso aconteceu.

unesp

A auto-avaliação permite ao aluno realizar reflexões e análises sobre o que foi aprendido, tanto individualmente, quanto em grupo. Essa prática oferece-lhe a oportunidade de se analisar internamente com franqueza e coerência seguindo critérios pessoais de avaliação. Para isso, cada aluno deverá responder a questões do tipo:

- Você esteve interessado nas atividades sugeridas?
- Conseguiu ficar motivado para aprender?
- Você se identificou com seus colegas do grupo?
- Você desenvolveu procedimentos próprios para construir os conceitos pertinentes, favorecendo assim a aprendizagem significativa dos mesmos?
- A comunicação entre os alunos do grupo proporcionou um bom relacionamento entre vocês?
- Alguma característica pessoal dificultou a sua participação neste trabalho?

Mediante a utilização desses procedimentos avaliativos propostos se estará considerando aspectos quantitativos e qualitativos, observando tanto o desenvolvimento cognitivo, como os aspectos afetivos-sociais e psicomotores dos alunos. Acredito que esses procedimentos possam amenizar a angústia e a insegurança daqueles professores que, até aqui, têm realizado apenas avaliações quantitativas (ou seja de orientação tecnicista) e, aos poucos, possam conhecer e valorizar as diversas maneiras de avaliar, tão importantes para apontar as mudanças necessárias para a melhoria da qualidade da vida escolar.

unesp

2ª PARTE

A PESQUISA DE CAMPO

4 METODOLOGIA DESTE ESTUDO

"A paciência é uma das mais
importantes virtudes pedagógicas"

(Hans Freudenthal, 1973)

4.1 A metodologia escolhida

Esta pesquisa, que tem como objetivo principal investigar a possibilidade do uso da proposta sugerida, tem sido realizada à luz de uma metodologia qualitativa de cunho interpretativo.

Escolhi esta metodologia porque esta pesquisa teve início com as inquietações e preocupações já citadas na introdução deste trabalho e pretende aprofundar as questões já comentadas, que envolvem grande variedade de fatores pertinentes ao processo de ensino da Trigonometria. Assim, além de verificar a importância e a influência da metodologia sugerida na aprendizagem deste assunto, ao mesmo tempo, pretende compreender e desvendar outros aspectos que influenciam no processo de ensino deste assunto da Matemática, investigando a conduta dos professores e as representações que fazem deste processo.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Segundo Bogdan e Biklen,

> "O objetivo dos investigadores qualitativos é o de melhor compreender o comportamento e experimentos humanos. Tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados" (1994, 70).

Afirmo desenvolver uma pesquisa qualitativa, pois além do seu desenvolvimento se dar através de interações entre pesquisador e os pesquisados, sob uma relação dinâmica nunca desfeita, o objeto da pesquisa - A Proposta para o ensino e aprendizagem da Trigonometria - é delimitado; tem seus próprios interesses; se desenvolve numa situação natural utilizando-se de dados descritivos para descortinar uma realidade contextualizada e se preocupa com o processo e não apenas com o produto, condições estas apontadas por Bogdan e Biklen (1994), Lüdke e André (1986) como as cinco características da pesquisa qualitativa.

Para Bogdan e Biklen, essas cinco características podem não apresentar igual eloqüência e as definem como (1994, p.48-50):

> (1) - "Na investigação qualitativa a fonte direta é o ambiente natural, constituindo o investigador como seu instrumento principal".

Essa característica está presente na pesquisa aqui focada, pois os dados a serem analisados emergiram das considerações feitas pelas professoras de Matemática ao utilizarem a proposta em suas salas de aula, ambiente este mais natural possível para a realização de pesquisas em educação. Usando a proposta sugerida, as professoras mantiveram contatos diários e prolongados com seus

alunos, fato este adequado para realizar obsevações do fenômeno, através do desempenho e das atitudes dos seus alunos, num contexto natural das aulas.

(2) - "A investigação qualitativa é descritiva"

Todo o processo de análise foi realizado a partir do descritivo. Inicialmente, os dados surgiram de transcrições, observações e depoimentos das professoras durante entrevistas, centradas nas suas considerações sobre a utilização do material investigado. Em seguida, procurei descrever, sob minha interpretação, os fatos que mais me chamaram a atenção, culminando com a apresentação dos eixos temáticos que descortinaram não apenas as influências que esta proposta traz para o ensino e a aprendizagem da Trigonometria, mas também os procedimentos sugeridos que poderiam influenciar no trabalho pedagógico da sala de aula de modo geral.

(3) - "Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos"

Esta pesquisa esteve voltada para análise e compreensão do comportamento de todos os envolvidos, isto é, professores que utilizaram a proposta e seus alunos, ou seja, os que a "praticaram". Desta forma, não tive somente a preocupação com os resultados que surgiram em função da aplicação desta proposta, mas procurei desvelar e compreender os principais significados emergentes em todo o processo, quer seja através das considerações feitas pelos professores, quer seja pelo comportamento e atitudes de todos os envolvidos.



(4) "Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva"

Após a análise dos principais significados evidenciados neste estudo e a formação das categorias, constatei algumas proposições que revelaram a real concepção que os professores têm sobre as situações vivenciadas nas salas de aula. Esses resultados foram fundamentados em tais situações, segundo a minha maneira de conceber a educação, sem a preocupação de generalizar os dados mas considerando como representativos da realidade escolar que temos.

(5) - "O significado é de importância vital na abordagem qualitativa" (1994, p. 48-50).

Mediante todas as observações realizadas, tentei capturar as perspectivas e as concepções que os envolvidos no processo traziam, desvelando a maneira como os informantes encaram, especificamente, a proposta em foco e as questões referentes ao ensino e à aprendizagem. Assim, ao fazer uso da proposta sugerida, além de encontrar dados referentes a sua utilização, pude coletar outras informações relevantes para o processo de ensino e aprendizagem, envolvendo questões mais amplas e abrangentes.

Assim, sob à luz da abordagem qualitativa e acreditando estar utilizando estratégias ligadas à pesquisa-ação pelo fato de realizar análises a partir de dados coletivos, participativos e ativos na coleta de informações, procurei descobrir os significados pertinentes às respostas dadas pelas professoras nas entrevistas realizadas logo após a utilização e a conclusão de cada atividade.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Para melhor entender a afimação acima, no que se refere a pesquisa-ação, é necessário esclarecer aqui os principais fundamentos dessa estratégia, muito bem descritos por Thiollent (1996). Para ele,

> " pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo." (p. 14).

Afirma que este tipo de pesquisa previlegia o aspecto qualitativo, embora não veja necessidade de descartar os dados quantitativos, justificando que muitas vezes é importante conhecer a freqüência de derterminado acontecimento. Afirma também que a pesquisa-ação pressupõe:

- uma ampla interação entre o pesquisador e participantes da situação investigada;
- que os problemas a serem pesquisados e as soluções a serem encontradas, surgem através das interações entre pesquisador e pesquisados, ao utilizarem ações concretas;
- que os objetivos sejam definidos pelos problemas encontrados em situações de natureza diversa;
- que haja acompanhamento das decisões, das ações e de todas as atividades realizadas;
- que a pesquisa aumente o conhecimento dos pesquisados e do pesquisador.

A pesquisa em foco, embora tenha iniciado com objetivos já delineados, originados dos questionamentos já apontados na introdução deste trabalho, não

contemplando, portanto, a totalidade dos itens colocados como pressupostos da pesquisa-ação, se desenrolou a partir de interações entre o pesquisador e os pesquisados; aconteceu por meio de ações concretas; e teve o acompanhamento do pesquisador (durante todo o tempo de aplicação) sobre os procedimentos e esclarecimentos que tratavam da utilização da proposta e, ainda, sobre o rumo das perguntas manifestadas durante a realização das entrevistas.

Para Thiollent (1996), a pesquisa-ação, que pressupõe a participação e ação efetiva dos interessados, permite obter informações que seriam difíceis de serem encontradas em outros procedimentos metodológicos e possibilita o estudo dinâmico dos problemas, decisões, ações, negociações e conflitos que aparecem durante o processo de transformação da situação. Ela também propicia encontrar qualidades não presentes nos procedimentos convencionais de pesquisa e gerar conhecimentos descritivos e críticos por meio das explicações dadas aos pesquisadores.

Para ele, o principal objetivo da pesquisa-ação é "oferecer ao pesquisador melhores condições de compreensão, decifração, interpretação, análise e síntese do 'material' qualitativo gerado na situação investigativa. Este 'material' é essencialmente feito de linguagem, sob forma de simples verbalizações, discursos ou argumentações mais ou menos elaboradas" (p. 28-29). Assim, fica evidente que a linguagem utilizada exerce um fator preponderante na comunicação e é por intermédio dela que se dá a compreensão dos fatos. Ele acredita que as diferenças de linguagem implicam nos desníveis de abstrações que interferem na comunicação entre o pesquisador e os pesquisados.

Na pesquisa aqui desenvolvida, a compreensão dos fatos aconteceu por meio de interpretações e análises dos conteúdos das entrevistas que as professoras realizaram no final de cada atividade sobre os acontecimentos vivenciados em suas salas de aula, ao utilizarem a proposta de Trigonometria sugerida. Assim, os participantes, fazendo uso da linguagem e das suas representações, além de focalizarem aspectos de conhecimentos buscando explicações e aspectos ligados as

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

ações, buscando soluções, também descreveram as situações vivenciadas, diagnosticando dados sobre suas próprias ações, as quais possibilitaram aos professores a realização da revisão das suas práticas metodológicas.

Sobre coleta de dados, Thiollent (1996) recomenda que os aspectos necessários para continuação da pesquisa sejam apontados num seminário central. Entretanto, ele também aceita, na pesquisa-ação, técnicas de entrevistas individuais, desde que sejam desenvolvidas criticamente.

Neste estudo, esses momentos de seminário central não aconteceram. As interações entre os participantes e o pesquisador se deram em momentos e locais diferentes, pois, enquanto uma professora de determinada escola já estava concluindo a utilização da proposta e também concluindo as respectivas entrevistas, a outra professora apenas estava iniciando os primeiros contatos com pesquisadora e com a nova metodologia que iria trabalhar no ano seguinte.

É importante acrescentar a importância que Thiollent (1996) atribui ao pensamento hipotético. Para ele, esse procedimento também tem seu lugar reservado na pesquisa-ação, embora na visão de muitos, este aspecto não seja positivo. Acredita que a flexibilização do pensamento hipotético é viável se a hipótese for considerada como uma suposição criativa, capaz de nortear a pesquisa. Assim, as hipóteses orientam a busca de informações e as argumentações necessárias para determinar o grau de certeza da hipótese. Para ele, "A formulação de hipóteses (ou de quase-hipóteses) permite ao pesquisador organizar o raciocínio estabelecendo 'pontes' entre as idéias gerais e as comparações por meio de observação concreta" (1996, p. 35).

Esta pesquisa, que se iniciou com suposições surgidas da pesquisa de Mestrado quanto à utilização de uma proposta alternativa para facilitar o ensino e a aprendizagem da Trigonometria, teve como meta investigar se tal proposta poderia ser apropriada por professoras de Matemática no seu dia-a-dia, em diferentes situações de ensino, em diferentes turnos e escolas. Assim, as suposições iniciais,



que originaram o problema agora pesquisado, influenciaram nos procedimentos e no direcionamento das buscas de informações e argumentações necessárias, enfim, orientaram o esforço do pesquisador na direção para encontrar os elementos de provas.

4.2 O contexto da pesquisa

A proposta para o ensino de Trigonometria, de que trata este estudo foi utilizada em classes de 2° grau da rede oficial de ensino do Estado de São Paulo do período matutino e noturno na cidade de Bauru.

Assim, além dos aspectos teóricos abordados anteriormente, também será necessário, para fundamentar este trabalho, comentar sobre as escolas envolvidas nesta pesquisa, sobre o perfil das professoras que a utilizaram e como elas conheceram a referida proposta.

4.2.1 As escolas envolvidas

Inicialmente esta pesquisa abrangeria três escolas distintas (duas localizadas em bairros e uma escola central) e quatro professoras, pois em uma das escolas a utilização da proposta se daria nos períodos matutino e noturno. Entretanto, uma das professoras (Prof.4), tentou usá-la em dois anos consecutivos e não conseguiu avançar com o trabalho, por falta de tempo. A primeira vez, em 1995, iniciou o trabalho já no mês de setembro e com os feriados existentes nesta etapa do ano só foi possível aplicar algumas atividades. No ano seguinte, em 1996, embora a professora tenha tido a intenção de iniciar o ano com a Trigonometria utilizando a proposta, acatou o acordo feito com as outras professoras de Matemática para iniciar o ano letivo por outros conteúdos programáticos e depois trabalhar com os

conceitos trigonométricos. Assim, a Trigonometria acabou ficando para o segundo semestre e, novamente, aconteceram imprevistos: a referida professora entrou em licença-saúde e não foi possível concluir o trabalho, chegando apenas a desenvolver até a atividade VII.

Em função destes acontecimentos, resolvi considerar apenas as participações de três professoras, tendo duas delas trabalhado no período diurno e a outra, no noturno. Assim, a pesquisa realizada restringiu-se a apenas duas escolas: EEPSG "Ernesto Monte" e EEPSG "Dr. Luiz Zuiani", em Bauru, sendo que em uma das escolas a pesquisa se desenvolveu em dois períodos diferentes. Chamarei as escolas e os professores envolvidos nesta pesquisa de: Escola 1 e Escola 2 e Prof.1, Prof.2 e Prof.3, respectivamente.

A Escola 1- Escola Estadual de Primeiro e Segundo Graus "Dr. Luiz Zuianni" - é uma escola de nível médio, situada no Bairro Parque São Jorge de Bauru. Fundada no final da década de 60, como extensão do "Instituto de Educação Ernesto Monte", teve sua identidade própria ainda no final desta mesma década e a inauguração de seu prédio em 1973. No ano de realização da pesquisa constava de 18 salas de aulas, biblioteca, laboratório, salão de reuniões e palestras, sala de datilografia. Apresentava instalações boas e adequadas. Funcionava nos três períodos: manhã (com aproximadamente 700 alunos), tarde (com 600 alunos) e noite (com 500 alunos), num total de 1800 alunos. Suas classes tinham em média 40 alunos. A equipe administrativa era formada pela Diretora; por duas Vice-Diretoras; por duas Coordenadoras Pedagógicas: uma para o diurno e outra para o noturno, pois essa escola tinha um número razoável de alunos e, ainda, pelas pessoas que trabalhavam na secretaria e pelos inspetores de alunos. Contava com 70 professores, sendo que desses, 10 eram professores de Matemática. Um ano

após a aplicação deste trabalho, a escola também possui uma Sala de Video e 10 computadores.

Apesar desta escola ser considerada como "escola de boa clientela", esse é rótulo atribuído à clientela do diurno, pois os alunos que freqüentam o período diurno têm nível sócio-econômico mais elevado quando comparados aos que freqüentam a escola no período noturno. A maioria dos alunos do noturno é de trabalhadores que moram nos bairros vizinhos à escola. Muitos desses alunos foram remanejados para essa Instituição, em função da redistribuição da rede física, realizada pela Secretaria de Educação em 1995. Essa escola ficou sendo a única escola estadual de 2º Grau, que funciona no período noturno, de uma região que abrange muitos bairros de diferentes níveis sociais como: Geisel, Monlevade, Cardia, Redentor, Guadalajara..., variando bastante o nível sócio-econômico e cultural da população escolar.

A Escola 2 - Escola Estadual de Primeiro e Segundo Graus "Ernesto Monte", antigo Instituto de Educação - é uma escola central, tradicional, com mais de 50 anos (foi fundada em 11/08/1934). Foi a primeira Escola Estadual de Bauru. Suas instalações são boas. Possui Sala de Video, Videoteca, Laboratórios de Física, de Biologia e, agora, no ano seguinte ao uso da proposta, apresenta também um pequeno centro de informática pertencente a uma firma privada, instalado para atender os professores e os alunos. Quando a pesquisa foi aplicada, esta escola funcionava nos três períodos, manhã, (com 812 alunos), tarde (com 458 alunos) e noite (com 675), tendo no total 1945 alunos e 75 professores, sendo que destes 09 eram professores de Matemática. Suas classes eram formadas por mais ou menos 40 alunos. Em função do número alto de alunos, a escola tinha (e ainda tem) uma Diretora, duas Vice-diretoras e duas Coordenadoras Pedagógicas. Sendo esta uma escola central, sua população estudantil não traz influências

específicas de determinada região, pois seus alunos são oriundos de vários bairros da sua redondeza, sendo que esta heterogenidade ficou ainda mais acentuada no ano da realização da pesquisa, pois havia sido realizada, recentemente, redistribuição da rede física.

4.2.2 As professoras participantes

Duas das três professoras, que participaram desta pesquisa, tomaram ciência da proposta aqui defendida durante reuniões que aconteciam no Centro de Encontro de Professores para a Educação Matemática, CEPEM. Este centro de estudos promoveu, de 1991 a 1996, encontros mensais sobre assuntos de Matemática e de Educação Matemática, possibilitando que as vivências, as expectativas e as angústias dos professores ali presentes pudessem ser livremente discutidas. Esse espaço reservado para discussões, trocas de experiências e reflexões sobre assuntos que tratavam do processo de ensino e de aprendizagem envolveu professores do Departamento de Matemática e de Educação da UNESP de Bauru; 40 professores da Delegacia de Ensino de Bauru e região; a Assistente de Apoio Pedagógico de Matemática da D.E. de Bauru e alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UNESP de Bauru.

Num desses encontros do CEPEM, apresentei a proposta recém-elaborada e duas professoras de Matemática ali presentes se prontificaram a utilizar a metodologia proposta em suas salas de aula. Para que estas professoras conhecessem a proposta na íntegra e tivessem uma visão geral da mesma antes de iniciarem o trabalho em suas salas de aula, aconteceram várias reuniões para apresentação e discussão do material que seria trabalhado.



Uma delas (Prof.1) iniciou a utilização da proposta no 2° semestre de 1995 e a outra (Prof.3), que utilizou a proposta numa classe do curso noturno, começou a trabalhar no 1° semestre de 1996.

Embora as duas professoras tenham conhecido a proposta integralmente antes de iniciarem o trabalho em suas salas de aula, durante todo o tempo de utilização da proposta, continuavam a acontecer encontros periódicos com a autora da proposta e a professora que desenvolveria o trabalho de aplicação naquele momento. Esses encontros eram aproveitados tanto para a realização da entrevista corresponde à atividade que havia sido concluída, como também para comentar os procedimentos que deveriam ocorrer durante o desenvolvimento da próxima atividade, sanando pequenas dúvidas existentes sobre o conteúdo ou sobre a condução dos trabalhos em sala de aula e, ainda, para enfatizar os fatos mais importantes que deveriam ser organizados e sitematizados pelas professoras após a realização dos procedimentos práticos pelos alunos.

A terceira professora de Matemática (Prof.2), também participante desta pesquisa, só teve acesso ao material que seria usado poucos dias antes de iniciar o trabalho em sua sala de aula. Embora não pertencesse ao CEPEM, ficou sabendo da proposta por intermédio de outros docentes que a conheciam. Bastante angustiada com a situação escolar vigente e querendo modificar sua prática educativa, procurou-me no início de 1996 para conhecer a proposta e imediatamente colocá-la em prática, pois naquela escola o conteúdo programático para o 2° colegial seria iniciado pela Trigonometria. Desta forma, não houve muito tempo para o conhecimento e reflexão das mudanças sugeridas, pois, à medida que a professora ia conhecendo as atividades pertinentes à proposta, imediatamente ia colocando em prática. Talvez essa atitude não tenha sido salutar e nem proficua para o desenvolvimento do trabalho, pois a professora, conhecendo apenas a atividade que iria ser desenvolvida, não tinha a visão do todo, se mostrava insegura e angustiada. Neste caso, também aconteciam reuniões sistemáticas para

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

realizarmos as entrevistas correspondentes a cada atividade concluída e também para a apresentação e discussão do material que seria trabalhado.

A quarta professora, aquela que não concluiu o trabalho, também voluntariamente se propôs a usar a proposta, pois já vinha trabalhando com ela desde 1993, quando me acompanhou no primeiro teste deste trabalho em escola da Rede Pública, colhendo resultados para a Dissertação do Mestrado.

Mediante este breve relato, acredito ter esclarecido como se deu o primeiro contato das professoras de Matemática com a proposta e que elas não foram escolhidas por mim para utilizarem a proposta. Também acredito ter ficado transparente a minha intervenção e participação no desenvolvimento desta pesquisa, bem como nas práticas educativas dessas professoras, pois, durante todo tempo, mantive o acompanhamento sobre o desenvolvimento do trabalho.

Para ajudar a contextualizar a situação é interessante apresentar a formação de cada professora, bem como sua atuação profissional.

A Prof.1 concluiu em 1973 o Curso de Licenciatura em Ciências pela Fundação Educacional de Bauru e em seguida, em 1975, completou a sua formação com o Curso de Habilitação para o Ensino de Biologia e de Matemática, na Universidade Sagrado Coração de Bauru. Concluiu também, em 1978, o Curso de Pedagogia, na UNIMAR, em Marília. Leciona Matemática há 20 anos, sendo efetiva desde 1980. Trabalha, desde 1988, somente na escola onde participou da pesquisa. No ano de uso da proposta, trabalhou no período matutino com 28 aulas. Nesta época, a escola era classificada como "escola padrão" e 28 aulas por semana representava turno integral de trabalho. Membro do CEPEM desde 1992, onde, segundo afirmações da própria professora, foi buscar subsídios para modificar a sua prática docente e lecionar a disciplina "Conteúdo e Metodologia de Ciências e Matemática" no Curso de Habilitação para o Magistério do 2º Grau.



A Prof.2, tem 18 anos de magistério. É professora de Matemática efetiva da rede estadual de ensino há 15 anos e está nesta escola onde usou a proposta há três anos, embora já tenha trabalhado anteriormente nesta mesma escola, para completar a jornada de trabalho ou como professora de Matemática admitida em caráter temporário. Concluiu o Curso de Licenciatura em Matemática em 1977 pela Fundação Educacional de Bauru e em 1978 e 1979, concluiu também o Curso de Processamentos de Dados na mesma Fundação Educacional de Bauru. Após algum tempo, em 1988, em busca de maiores conhecimentos, realizou mais um curso de nível superior - Pedagogia na UNIMAR, em Marília.

A Prof.3, concluiu o Curso de Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática pela Fundação Educacional de Bauru, em 1982. Leciona Matemática há 14 anos, não é efetiva. Trabalha na escola onde desenvolveu a pesquisa desde 1990. Em 1996, além de trabalhar com três classes (10 aulas) do período noturno na Escola Estadual de Primeiro e Segundo Graus "Dr. Luiz Zuiani" onde se deu o uso da proposta, lecionou também em outras duas escolas: Escola Estadual de Primeiro Grau "Prof. Eduardo Velho Filho" com duas classes (12 aulas) no período noturno e em uma escola particular de Bauru- Escola de 2° Grau "Sagrado Coração de Jesus" com três classes (6 aulas) no período matutino e vespertino. Sempre interessada em adquirir novos conhecimentos, participou do CEPEM desde 1994 e concluiu, sob a minha orientação, o Curso de Especialização em Ensino de Ciências e Matemática pela UNESP, em março de1997, escrevendo a Monografia intitulada "Aplicação de Uma Proposta Metodológica Alternativa para o Ensino e Aprendizagem da Trigonometria no Curso Noturno".



4.3 Metodologia utilizada para coleta de dados

Optei por realizar entrevistas constantes com as professoras de Matemática que utilizaram a proposta nas suas salas de aulas, versando sobre cada uma das atividades sugeridas. Segundo Lüdke e André,

> "a entrevista permite a captação imediata e corrente da informação desejada, praticamente com qualquer tipo de informante e sobre os mais variados tópicos /.../ a entrevista permite correções, esclarecimentos e adaptações que a tornam sobremaneira eficaz na obtenção das informações desejadas /.../ a entrevista ganha vida ao se iniciar o diálogo entre o entrevistador e o entrevistado." (1986: 34).

Rafhael (1993), discorre muito bem sobre as diferentes formas de realizar entrevistas. Segundo seu texto, "a variação vai de uma entrevista padronizada, de modo a não permitir variações que não as previstas, até a entrevista assistemática, onde não se estabelecem nem as questões nem as respostas possíveis antes da entrevista" (p. 26-27). Esclarece que a entrevista padronizada resulta maior segurança ao pesquisador ao categorizar as respostas, enquanto que a entrevista não direcionada (assistemática) aponta para uma abordagem mais flexível. Para ela,

> "As perguntas fechadas são mais eficientes quando se tem um quadro fechado de respostas, limitadas quanto ao número e diferentes entre si, por isso, são apropriadas para a obtenção de informações sobre fatos objetivos" (p. 27).

As entrevistas, realizadas ao término de cada atividade, abordaram questões previamente preparadas, mas sem muita rigidez na sistematização das perguntas, oferecendo aos entrevistados, liberdade de expressão e de percurso. São, portanto,

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

da forma semi-estruturada, pois embora se baseiem em um roteiro previamente definido e padronizado, permitem ao entrevistador que se faça as adaptações necessárias, aprofundando o questionamento das respostas emitidas pelas professoras, estimulando-as a falar mais sobre a questão. Essas entrevistas foram gravadas, com autorização prévia dos entrevistados, e tiveram, como fio condutor, um roteiro previamente elaborado contendo perguntas do tipo:

- Como você avalia que esta proposta foi recebida por seus alunos?
- Você considera que esta atividade proporcionou aos seus alunos a construção dos conceitos envolvidos? Por quê?
- Durante o desenvolvimento desta atividade quais os conceitos matemáticos já conhecidos por seus alunos que foram utilizados?
- Como você observou o envolvimento e a participação dos seus alunos durante o desenvolvimento desta atividade?
- Já passou algum tempo do início do trabalho. Como você avalia a reação dos seus a alunos ao continuar trabalhando com esta proposta?
- Você considera que a utilização desta proposta, seja uma tentativa importante para o ensino e para a aprendizagem da Trigonometria? Por quê?
- O material oferecido proporcionou a aplicação dos conceitos envolvidos? Por quê?
- Quais as dificuldades encontradas por seus alunos ao desenvolverem esta atividade? Quais as facilidades?
- O material oferecido proporcionou aos seus alunos a aprendizagem do conceito envolvido? Por quê?
- Especifique qualquer aspecto e/ou problema referente a esta atividade que considere importante e que não tenham sido abordados.

unesp

É importante comentar que, antes do início das entrevistas, foi assegurada a cada professora a liberdade para expressar suas idéias a respeito das suas concepções sobre a utilização da proposta, tendo em vista que o anonimato seria assegurado. Além disso, durante a realização das entrevistas, procurei manter um clima de conversa, para que as professoras se sentissem descontraídas, livres para comentar os fatos, propiciando o afloramento de várias situações importantes que permeiam o dia-a-dia delas em sala de aula.

Após a realização das entrevistas (cada professora fez 16 entrevistas: uma para cada atividade) transcrevi as respostas gravadas para que, posteriormente, facilitasse a realização da leitura de todas elas, tendo assim, a possibilidade de se ter uma visão geral do "conjunto", facilitando o desvelamento dos principais resultados que surgiram durante a utilização desta proposta. Procurei, também, registrar algumas expressões faciais ou gestos, hesitações, entonações externadas pelos entrevistados, bem como contextualizar o local em que realizei as entrevistas.

Posteriormente, analisei os significados existentes nos diversos contextos e considerações feitas pelas professoras, levando em conta a sua cultura, suas experiências e percepções, atribuindo significados às respostas dadas e às expressões registradas, não deixando de analisar todas as observações feitas pelas professoras; a freqüência dessas observações; observando a ênfase que as professoras deram para algumas respostas e até mesmo os momentos expressos pelo silêncio, sem me deixar levar pelos meus pré-conceitos, pelas aparências e sem me apressar em tirar conclusões, fazendo uso, portanto, de um dos principais atributos da pesquisa qualitativa: a utilização do maior número possível dos dados obtidos.

Mediante o exposto, é fácil perceber que as representações das professoras, isto é, suas visões de mundo, influem diretamente nos resultados coletados. Desta forma, a visão que o professor tem sobre a ação educativa implica nos procedimentos utilizados para desenvolvê-la; suas concepções são responsáveis

unesp

por suas atitudes; as relações que estabelecem com o assunto a ser trabalhado influenciam no modo de abordá-lo e, ainda, que a forma como estabelecem suas relações com os alunos influenciam as suas interpretações sobre os fenômenos vividos nas suas salas de aula.

Esta preocupação nos remete à retomada do conceito de representação social, para que, em seguida, se possa entender porque a representação dos professores sobre a sua realidade interfere na sua prática educativa.

Segundo Salles (90/91), a representação social é elaborada pela sociedade e se manifesta na visão cotidiana de mundo que o indivíduo tem. Ela ajuda a compreender a relação homem e a forma como ele se apropria da sua realidade do mundo onde vive. Assim, a representação social serve para entender a relação indivíduo-mundo e, portanto, os vínculos existentes entre a prática educativa e a percepção social dos homens.

Para Salles (90/91),

> "representação social é entendida como o processo de assimilação da realidade pelo indivíduo em que se integram suas experiências, seus valores, as informações que circulam no seu meio sobre um objeto social e sobre as relações que se estabelecem entre o homem e seu meio. São as explicações e as afirmações que os indivíduos dão sobre a realidade e a interação com outros homens" (p. 13).

Geralmente, sociólogos trabalham com o conceito de representações no sentido coletivo, olhando para algo que está no social, fora do sujeito, enquanto psicólogos, orientados pela visão fenomenológica e os empiristas cognoscitivos acreditam na representação como algo privado, interno ao sujeito (Penin, 1993).

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Reconhecendo a importância do conceito de representação social e sentindo a necessidade de centrar-me nas representações das três professoras envolvidas nesta pesquisa, isto é, no sujeito, acredito que este estudo possa aproveitar das duas modalidades de focalizar as representações. Para isso, é conveniente refletir sobre outras definições de representações envolvendo práticas educativas.

Para Robert e Robinet, "representação é o produto e o processo de uma atividade mental, através da qual um indivíduo, ou um grupo, reconstitui o real, ao qual ele é confrontado e assim lhe atribui uma significação específica" (apud Aguiar, p. 6-7).

Para Maria Eduarda Vaz M.dos Santos, parafraseando De Ketelle (1986), representações são

> "sínteses mentais de informações, mais ou menos carregadas afetivamente, que a pessoa constrói, mais ou menos conscientemente, a partir do que ela própria é, do que foi e do que projeta e guia o seu comportamento". Para ela, as representações "São, pois, visões do mundo e visões de nós próprios inseridos nesse mundo, construídas em função da dialética bipolar sujeito/objeto" (p. 19).

Segundo Penin (1995), "As representações se alimentam tanto da vivência quanto do concebido, do ideário disponível sobre a obra[1] e suas manifestações" (p.119).

É possível observar nas definições que a realidade é sempre percebida conforme as percepções de cada um; que as representações dependem das experiências vividas e do conjunto de pressupostos de cada um, ou seja, é uma representação subjetiva, onde tudo se refere a um sujeito, a um indivíduo; que

[1] Penin (1995), concordando com Lefebvre (1983), define *obra* como algo único que pode apenas ser imitado ou copiado e que exige presença (o vivido). Vê a escola como obra única em construção.

depende da epistemologia de cada um; que é a relação entre o homem e o meio. Assim, o conjunto de representações, que cada professor tem, influencia e reflete nas suas ações. Por isso é necessário situar os professores nos seus contextos.

Tanto o conteúdo de representação quanto o seu processo têm sido analisados pelo processamento de dados advindos de entrevistas ou questionários. Assim, a linguagem exerce preponderante influência na representação, pois é através desta que cada um faz a significação da sua realidade. É impossível separar linguagem das representações.

É importante considerar os fatos aqui descritos para entender a ação educativa e propor determinados procedimentos referentes a ela. No caso desta pesquisa, as considerações feitas pelas professoras durante as entrevistas serão vitais para compreender e revelar os seus reais significados, evidenciar o grau de importância da proposta para o ensino e aprendizagem de Trigonometria e verificar a possibilidade da sua apropriação por professores de Matemática de diferentes turnos e escolas de rede pública.

Pesquisas recentes, de Penin (1995) e de Cunha (1989), trazem importantes revelações sobre as representações que as professoras fazem do seu cotidiano escolar.

Penin (1995), procurando pistas para transformar o processo educativo realizado no cotidiano, no que tange ao sucesso da aprendizagem, encontrou representações significativas para este contexto. Dentre elas,

- representações das professoras sobre o fracasso escolar dos alunos
- representações das professoras sobre a possibilidade de a escola melhorar o rendimento escolar dos alunos desfavorecidos economicamente

unesp

- representação das professoras sobre o aluno desejável e indesejável
- representação das professoras sobre os pais dos alunos
- representação das professoras sobre o diretor

Penin (1995) e Cunha (1989) vêem o ensino como um ato socialmente localizado, que se desenvolve com alunos reais, numa situação contextualizada que sofre influências de fatores internos e de questões sociais dependentes do momento histórico e político vivido. Assim, o professor deverá sempre ter em mente como ele objetiva esses valores em suas práticas pedagógicas, investigando e analisando o seu próprio mundo e, desta forma, a pesquisa deixa de ser um mito para ser uma prática.

Segundo Cunha (1989), cada professor é único e tem suas próprias representações influenciadas pela sua história, pelo seu projeto de vida, pelas suas formas de expressões, fatos estes determinantes do seu comportamento no dia-a-dia. Poderá haver diferenças entre viver uma determinada situação e falar sobre ela, pois depende dos "óculos" que cada um utiliza para ver o mundo, isto é, depende das interpretações e classificações próprias de cada um.

Diagnosticou a importância da família na formação do professor; que os professores que valorizam o magistério declaram o gosto pelo que fazem; que suas atitudes e valores interferem nas relações afetivas com seus alunos; que as influências recebidas dos seus ex-professores, aquelas que receberam enquanto alunos e as experiências construídas no seu dia-a-dia são importantes para a prática pedagógica do professor.

Cunha (1989) não deixa de enfatizar que a linguagem é a principal ferramenta de trabalho do professor, pois é por meio dela que faz uma análise do

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

seu cotidiano. Em sua pesquisa afirma que professores com menos experiências utilizam uma linguagem mais próxima dos seus alunos e vivem desafios semelhantes.

Lembra que o conhecimento do professor não é exclusivamente aprendido na escola. Ele provém de muitas outras situações: movimentos sociais, religiosos, sindicais que podem influenciar na sua maneira de ser.

Procurando determinar as características que os professores tinham para serem considerados 'bons professores', Cunha (1989) encontrou que os professores apresentavam: domínio do conteúdo que trabalham; habilidades para organizar suas aulas; bom relacionamento afetivo com seus alunos; valorização do pensamento crítico, estimulando o desenvolvimento do raciocínio do aluno; a não exploração de posicionamentos sociais e políticos da produção do conhecimento, fato esse justificado pela falta de compromisso político, que permeiam as ações educativas.

Diagnosticou também como esses mesmos professores vislumbram o processo de instrução. Para eles o professor é figura central do processo de ensino; possui as melhores condições para ensinar, no sentido de transferir para os alunos seu próprio conhecimento. Querem variar a maneira de apresentar a aula, mas normalmente, não estão preocupados em desenvolver habilidades nos alunos; querem comentar suas experiências, mas não estimulam seus alunos a desenvolver suas próprias experiências. Isto mostra que os professores continuam trabalhando com uma postura passiva de ensino, pouco crítica e pouco criativa.

Não é difícil perceber a dificuldade que o professor tem para construir uma nova pedagogia, tendo em vista que reproduzem suas experiências vivenciadas enquanto alunos e aquelas advindas de suas próprias prática e que esses modelos dificilmente proporcionarão experiências diferentes daquelas que tentam construir. Deste modo, procuram reconstruir sua ação docente fundada num paradigma que pressupõe os procedimentos educativos.

unesp

De acordo com idéias de outros teóricos progressistas, Cunha (1989) propõe que se mude o foco de produção de conhecimento da ação educativa, para proporcionar uma educação transformadora. Assim, ao invés da produção partir apenas do professor que parta do próprio aluno, modificando o paradigma arraigado nas concepções escolares.

Acredito que as considerações feitas sobre as representações das professoras são de grande importância para a pesquisa aqui desenvolvida, pois através destas representações, mediadas por suas maneiras de pensar, sentir e agir no seu cotidiano escolar será desvelada a trama existente nos procedimentos de aplicação da proposta alternativa para o ensino e aprendizagem da Trigonometria e, assim, será possível reconhecer se a utilização da referida proposta é viável em diferentes turnos e escolas da rede estadual de ensino. Também será possível verificar se houve a construção dos conceitos trigonométricos; se houve aprendizagem significativa dos conceitos ao utilizar conceitos anteriormente conhecidos pelos alunos; se as interações entre os alunos e entre alunos e professor influenciaram na aprendizagem dos alunos; se o manuseio de materiais concretos facilitou a descoberta dos conceitos; se, através das discussões e reflexões, o aluno desenvolveu o seu pensamento lógico, elaborando hipóteses e sugestões para encontrar a solução do problema sugerido, etc.

4.4 Metodologia utilizada para analisar os dados

Buscando analisar os principais aspectos contidos nas 16 entrevistas que cada professora de Matemática concedeu ao longo da utilização da proposta, resolvi empreender duas fases de análises:



- Na primeira fase, após a realização de várias leituras das transcrições das entrevistas concedidas pelas três professoras, procurei destacar as principais ocorrências e comentários sobre as considerações feitas, realizando uma análise longitudinal. Nesta etapa, apenas destaquei os fatos mais importantes, que a meu ver, mereciam ser evidenciados dos demais, sem cotejá-los ou compará-los, deixando a realização das convergências e divergências entre os pontos de vistas de cada professora para análises posteriores. Dando prosseguimento a esta análise, depois deste 'resumo' individual, procurei agrupar os fatos relevantes que se assemelhavam, ainda individualmente, apontando, portanto, os primeiros indícios de categorias.

- Na segunda fase, realizei a análise dos fatos relevantes já agrupados na primeira fase, agora cotejando os diferentes pontos de vistas, apontando e comentando as convergências e as divergências existentes nos primeiros indícios de categorias. Nesta etapa, realizei uma análise transversal dos resultados encontrados anteriormente, que me permitiu elaborar uma primeira aproximação das representações das professoras após ter percebido que certas questões indicavam respostas de mesma natureza. Assim, foi possível identificar oito categorias que serão descritas de modo sucinto a seguir.

Deixarei para o próximo capítulo uma análise completa dos dados encontrados nos depoimentos das professoras sobre cada uma dessas categorias.

Reações dos alunos- foi o nome dado à categoria que reune representações das professoras referentes a tipos de reações que os alunos tiveram durante a utilização

desta proposta, como, por exemplo, curiosidade, surpresa, entusiasmo, desânimo, interesse, desinteresse...

Reações das professoras- foi também como nomeei, na mesma direção, a linha condutora de reações manifestadas pelas professoras de Matemática a respeito de si próprias durante as entrevistas. Da mesma forma como foram observadas as reações dos alunos, procurei agrupar as reações que as professoras tiveram ao longo da utilização desta proposta, registrando seus entusiasmos, desânimos e suas angústias.

Aprendizagens- é o título que agrupa as representações das professoras nesta categoria, procurando abordar os aspectos relacionados à construção, aprendizagem e aplicação dos conceitos desenvolvidos, bem como às situações ligadas ao desenvolvimento do pensamento autônomo do alunado e ao desenvolvimento do seu raciocínio.

Articulações e pré-requisitos- classificam aspectos que, além de procurar evidenciar a importância e a necessidade da seqüenciação hierárquica que os conceitos matemáticos devem ter para se ter êxito na aprendizagem do assunto que vem sendo desenvolvido, abordam aspectos que realçam, nas representações das professoras, questões ligadas aos pré-requisitos relacionados às outras áreas de conhecimentos que interferem na aprendizagem e no desenvolvimento dos conceitos matemáticos em estudo.

Procedimentos e condições materiais- aborda representações das professoras sobre como a proposta se desenvolveu por meio da utilização de materiais concretos e por meio de constantes interações entre os alunos e entre alunos e

professor, focalizando qual a influência dos materiais utilizados e dos procedimentos adotados para a aprendizagem do assunto. Com esta intenção, durante os depoimentos das professoras nas entrevistas, foram analisados diversos aspectos da influência do trabalho em equipe na aprendizagem de um assunto e como o material concreto pode influenciar na aprendizagem do mesmo. Nesta mesma categoria, procurei revelar também a influência do aspecto lúdico na aprendizagem da Trigonometria.

Dificuldades e facilidades das professoras- com este foco, foi possível detectar, por meio das representações das professoras, suas próprias facilidades e dificuldades quanto ao processo instrucional bem como quanto à escola e o sistema escolar vigente.

Desenvolvimento profissional das professoras- é a categoria onde se enquadram as mudanças manifestadas pelas professoras no ensino a respeito de si próprias em diferentes aspectos.

Concepções dos alunos e das professoras- é a categoria que, mediante as representações dos professores e dos alunos envolvidos, trata das asserções que se referem às concepções que os mesmos trazem sobre ensino e aprendizagem.

Para finalizar o estudo aqui proposto, no último capítulo, analisarei as principais características apontadas nas categorias comentadas anteriormente, de modo a encaminhar a compreensão sobre a viabilidade de implantação da proposta alternativa para o ensino de Trigonometria em diferentes turnos e escolas da rede pública estadual.



5 COMPREENDENDO O PROCESSO DE ENSINO SEGUNDO AS REPRESENTAÇÕES DAS PROFESSORAS

> "É preciso compreender a realidade enquanto um processo em movimento, enquanto um processo contraditório e dialético em que o todo não se explica fora de suas partes e as partes não se compreendem fora do todo..."
>
> (Demerval Saviani, 1991)

Retomando a questão básica deste estudo, ou seja, buscando investigar se a proposta sugerida para o ensino da Trigonometria pode ser apropriada no seu dia-a-dia pelos professores de Matemática das escolas da rede pública do estado de São Paulo, em diferentes situações de ensino, bem como em diferentes turnos e escolas, apresento neste capítulo as compreensões emergentes das análises sobre as representações das professoras expressas nas respostas dadas durante as 16 entrevistas realizadas.

5.1 Reações dos alunos

A análise dos dados me levou a perceber que, segundo as representações das professoras, desde o início até o final das entrevistas, os alunos ficaram normalmente envolvidos com o processo, exceto em alguns momentos que serão

comentados a seguir. Para uma melhor visualização deste conjunto de dados, seria conveniente consultar o Quadro 1 - Mapa das representações das professoras sobre as reações dos alunos.

Logo no início, pude detectar nos depoimentos das três professoras que seus alunos receberam bem a proposta. Para elas, eles estavam curiosos, com muita expectativa, entusiasmados. As professoras disseram que o interesse deles aumentava a cada dia.

Uma delas comentou que seus alunos já estavam esperando trabalhar com a proposta porque já tinham visto, no ano anterior, seus colegas trabalhando e comentando sobre a mesma.

Outra professora, que trazia em suas representações concepções prévias sobre os alunos, não acreditando que eles pudessem se interessar realmente por algum assunto, afirmou que seus alunos estavam animados e interessados. Esse fato pode pode ser confirmado através do depoimento

> *"Aluno anima? (risos). Mas eu achei que até que receberam bem a proposta, tanto é que para pagarem a apostila, eles pagaram rapidamente... se eles não gostassem, eles iam demorar, né?"* (Prof.2, 1ª atividade).

O interesse dos alunos pelo trabalho desta proposta pode ser encontrado também nos depoimentos da professora que trabalhou com a classe do noturno. Esse fato é bastante significativo para essa clientela, uma vez que é de conhecimento de todos os que atuam na educação noturna que os alunos deste período escolar chegam à escola exauridos pelo seu trabalho diário, sem muito entusiasmo e interesse pelos assuntos acadêmicos abordados, como relatam muito bem Caporalini (1991) e Carvalho (1986) em suas pesquisas sobre os problemas encontrados em cursos noturnos.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Quadro 1- Mapa das representações sobre as reações dos alunos

	MANIFESTAÇÕES POSITIVAS																		MANIFESTAÇÕES NEGATIVAS		
	• Expectativa • Curiosidade • Surpresa •Receberam bem a proposta			Envolvimento dos alunos com o processo			Aula: • agitada • movimentada • maravilhosa			Os alunos foram se: • soltando • desabrochando			Os alunos conferiam os resultados			Os alunos estão interessados			Os alunos estão: • desanimados •desinteressados		
	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
1ª Entrev.	X	X	X	X	X	X			X	X			X				X	X			
2ª Entrev.	X	X		X	X	X	X											X			
3ª Entrev.				X	X	X															
4ª Entrev.				X	X	X	X					X	X	X				X			
5ª Entrev.	X			X		X	X									X		X		X	
6ª Entrev.				X	X	X	X														
7ª Entrev.				X		X														X	
8ª Entrev.	X		X	X		X														X	
9ª Entrev.				X	X																X
10ª Entrev.				X	X	X				X											
11ª Entrev.				X	X	X															
12ª Entrev.				X		X															
13ª Entrev.	X			X	X	X															
14ª Entrev.				X			X			X						X				X	
15ª Entev.	X			X			X														
16ª Entrev.				X	X								X								

Caporalini (1991) acredita que para repensar o ensino noturno, necessariamente, têm-se que repensar a prática da sala de aula, pois essa clientela busca uma educação de qualidade e que lhes sirva de instrumento para resolver problemas do seu cotidiano. É necessário possibilitar ao aluno do período noturno o acesso ao saber escolar e a uma educação de boa qualidade. Para isso, cabe ao professor a responsabilidade e a tarefa de proporcionar essas situações de aprendizagem.

Tais situações parecem ter sido possíveis neste estudo embora a professora do curso noturno, nesta pesquisa aqui relatada, tenha confirmado nos seus depoimentos o grande envolvimento dos alunos, não deixou de registrar alguns problemas em relação à aquisição de material. Para ela, o interesse deles existe, mas quando apareceram os problemas de despesas, de gastos, como por exemplo, tirar xerox da apostila, trazer régua, compasso, transferidor, calculadora, os alunos ficaram desanimados. Esta situação foi extraída do depoimento:

> *"Bom, em princípio eles ficaram com um pé atrás, principalmente porque tinham que tirar xerox da apostila; tinham que trazer material diferente daquele que trazem todos os dias ... então... (...) a hora que eu disse que tinham que trazer algum material, já começaram a ter alguns problemas"* (Prof.3, 1ª atividade)

Apesar desta dificuldade, o envolvimento dos alunos com as atividades propostas é um dado comum e constante em todo o processo entre os depoimentos das professoras, conforme se verifica no Mapa anteriormente apresentado sobre as reações dos alunos. Para uma delas, o alunos se envolveram porque foi uma aula totalmente diferente; para a outra, porque foi uma aula agitada. O grande envolvimento dos alunos com esse tipo de procedimento pode ser observado por

meio de depoimentos como este que a professora do noturno fez, quando se referia às reações dos alunos ao desenvolverem a primeira atividade:

> *"Bateu o sinal para eles entrarem [depois do recreio] e ainda tinha aluno lá... [resolvendo o exercício extraclasse]. Teve uma aluna que acabou a aula ela me procurou no intervalo e disse: '- Professora, deu certo, consegui!"* (Prof.3, 1ª atividade)

Como se pode depreender de tal depoimento, o envolvimento com o trabalho extrapolou o tempo de aula, indo além do tempo e do espaço da classe. Percebe-se, ainda, a reação de satisfação dos alunos por haver conseguido realizar a atividade com êxito.

Analisando o Mapa que trata das reações dos alunos durante a utilização da proposta, é possível detectar que uma das professoras, em momento algum, apontou para o desânimo ou desinteresse dos alunos, ao mesmo tempo que foi a mais freqüente quanto à citação do envolvimento dos alunos nas atividades.

As professoras comentaram que, até mesmo nas atividades que envolviam apenas exercícios, ou seja, aquelas que eram aplicações dos conceitos estudados, os alunos tentavam resolver os exercícios, mesmo que apresentassem dificuldades.

Apesar dessa constância, foi possível verificar, a partir das representações das três professoras, que esse envolvimento era muito mais visível nas atividades que envolviam algum tipo de construção gráfica ou que possibilitassem aos alunos manusear concretamente algum dado. Nesses momentos houve demonstração de maior interesse e entusiasmo dos alunos, apesar das limitações que tinham em trabalhar com os instrumentos como compasso, transferidor e, às vezes, da falta de material para desenvolver a atividade.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18



Fig. 2- Alunos do 2º A, diurno, da EEPSG "Ernesto Monte", envolvidos com a construção gráfica de uma atividade

Para uma delas, essa maneira de trabalhar construindo graficamente a situação que está sendo estudada, motiva muito mais do que questionários. Exemplos expressivos desta afirmação são os depoimentos de duas professoras em diferentes momentos:

> *"A aula é muito movimentada porque eles medem, depois vão ver se o colega tirou a mesma medida... se o valor bateu... (...) Eles participam muito, apesar que tem alguns alunos, como já comentei, que não traz material, que não tem apostila (...) mas a*

turma se envolve muito, discute e se envolve mesmo!" (Prof.1, 4ª atividade).

"Quando viram a transparência, associando o triângulo retângulo ao ciclo, ficaram todos maravilhados porque realmente dava para enxergar, daí viram direitinho quem era o seno e quem era o cosseno" (Prof.3, 4ª atividade)

"Bom, nas construções você vê todo mundo participando. Constroem, medem errado, mas você vê que todo mundo está construindo... Agora, quando você chega na parte dos exercícios, que é a 3ª parte, é uma aula que eles ficam em silêncio, compenetrados. Dizem: "-Ai meu Deus, eu não sei nada! Eu não estou entendendo nada! (Prof.1, 9ª atividade)

"Bom, envolvidos eles estão desde o primeiro dia. Eles querem fazer mesmo que não estejam entendendo. A construção chama mais a atenção deles do que responder o questionário"(Prof.3, 5ª atividade).

Além de tais exemplos de envolvimento, um outro aspecto visível nas reações dos alunos, segundo as representações das professoras, foi a motivação para desenvolver as atividades propostas. Duas das três professoras afirmaram que os seus alunos estavam motivados, motivação esta percebida nas ações em que conferiam com os colegas os resultados encontrados. Percebe-se, nos depoimentos, reações muito positivas como a da Prof.3, na 4ª atividade.

Em alguns momentos do processo foi possível encontrar, no entanto, divergências de opiniões quanto à motivação e o envolvimento dos alunos.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Enquanto para uma professora os seus alunos se mostravam desinteressados, para as outras duas eles continuavam bastante motivados, embora comentassem sobre a estranheza manifestada pelos alunos ao trabalharem da maneira sugerida, tão diferente do que se faz normalmente em nossas escolas.

É preciso comentar que os alunos ficaram surpresos com a maneira de trabalhar tendo em vista que os mesmos estão acostumados a vivenciar uma prática de ensino onde as aulas são expositivas, onde eles são meros espectadores. Nessa prática existente nas escolas, o professor é tido como o centro do processo de ensino e aprendizagem, sendo, portanto, o mais indicado para apresentar os conceitos, regras e definições e o aluno apenas ouve e acredita no que o seu 'mestre' está falando. É uma situação em que não se oferece oportunidades para reflexão e construção de novos conceitos. Enfim, uma situação em que o professor fala e o aluno escuta, sem ser o co-produtor do conhecimento, conforme propõe Paro (1991) ao colocar o aluno como *sujeito* e *objeto* da sua educação.

Prosseguindo com a análise do Mapa construído para representar as reações dos alunos é fácil verificar a situação descrita acima em vários momentos. Enquanto Prof.1 e Prof.3 registravam o envolvimento dos seus alunos, Prof.2 confirmava que os seus alunos estavam desinteressados e desanimados. Essa mesma professora foi a única que, em nenhum momento do processo, revelou perceber sua aula agitada, movimentada e também não acreditou que seus alunos estivessem se soltando ou desabrochando. Vale destacar que esta professora estava tendo o primeiro contato com a proposta e que, portanto, não a conhecia integralmente. Neste momento, me pareceu que ela, ao procurar por procedimentos diferençados, queria apenas algo 'pronto' que lhe facilitasse o trabalho.

Enquanto para uma das professoras o envolvimento era tanto que dizia *"quem passa no corredor vê aquela baderna!... um levanta da carteira vai ver o que o outro está fazendo..."* (Prof.1, 5ª atividade), aquela que estava tendo o

primeiro contato com a proposta, sem muita convicção, afirmava *"Ah, eles estão fazendo... vão fazendo... (risos)"* (Prof.2, 7ª atividade).

Na representação dessa professora que sente seus alunos desinteressados, o fator que mais influenciou para haver esta falta de interesse foi a reestruturação das escolas rede pública[1], iniciada, na escola, naquele ano. Tal medida acabou misturando alunos de várias regiões da cidade, com diferentes experiências escolares e níveis cognitivos.

É preciso observar que a partir da metade da aplicação desta proposta, essa professora apresentou depoimentos oscilantes sobre as reações que seus alunos tiveram ao utilizar a metodologia em questão. Ao mesmo tempo que confirmava a participação dos seus alunos durante o desenrolar do processo de ensino, comentava que muitos dos seus alunos não traziam material e que nem todos estiveram interessados. Acreditava que os alunos estavam desmotivados em todas as matérias, pois esta era uma queixa geral dos professores. Seria conveniente deixar aqui registrado seu depoimento

> *"Não é questão da proposta . Estão desinteressados em todas as matérias... é uma reclamação geral. Todos os alunos estão desinteressados de tudo (grifos da professora). Não é a proposta, não é nada... eles não querem saber de nada... só querem saber se vai ter greve ou não, porque se tiver greve, o professor dá um jeitinho e eles passam. Não é a Matemática em*

[1] Esta reestruturação da rede física foi realizada pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, no início de 1996. Objetivou separar as escolas de 1° e de 2° graus, para escolas que trabalhassem apenas com as séies iniciais (1ª a 4ª), outras que trabalhassem com séries finais de 1° grau (5ª a 8ª), outras que se dedicassem apenas ao 2° grau ou ensino médio, segundo a nova L.D.B. Para isso, foi preciso remanejar muitos alunos que estudavam próximos às suas residências para outras regiões da cidade, implicando em aumento nos gastos e no tempo de locomoção até a escola. Sendo assim, tal reestruturação, provocou, na época, descontentamento dos alunos pelos fatos citados; dos professores, por terem sidos remanejados para outras escolas não desejadas. Muitos protestos foram realizados, envolvendo professores, pais e alunos.

> *si, é um desinteresse geral. Eu consigo alguma coisa como? Na briga... Tá difícil realmente! Não é a proposta ... não tem nada que os atrai... (...) eles trabalham forçados"* (Prof.2, 8ª entrevista)

Da mesma forma, houve um momento no processo em que a professora do noturno, depois que uma longa interrupção de 29 dias (melhor explicitada na categoria que trata das dificuldades das professoras) constatou que os alunos estavam desanimados e que tinham perdido o "embalo". Chegou a afirmar:

> *"...com toda essa parada de um mês... vai ... volta... quando começa a engrenar ... pára de novo... eles estão perdendo o pique da continuidade do assunto e isso está ficando triste! (...) Eles acham que já deveria ter terminado as aulas. Sabe como é: um dia tem aula, outro dia não tem... estão perdendo a continuidade da coisa"* (Prof.3, 9ª atividade)

Para essa professora, os alunos apresentavam-se arredios porque já era final de novembro e eles queriam parar de freqüentar as aulas. Esse fato ficou ainda mais exacerbado porque as outras professoras desse turno já haviam entregado as notas do 4º bimestre na secretaria da escola e os alunos precisavam vir à escola somente para ter as aulas de Matemática. Neste sentido, ela comentou que havia uma certa resistência dos alunos, mas depois que eles começavam a trabalhar, se envolviam com a atividade proposta e nem percebiam o tempo passar.

Enquanto acontecia a interrupção da utilização da proposta na classe do noturno, no diurno o trabalho continuou a ser desenvolvido com a confirmação das professoras sobre a participação dos seus alunos. Entretanto, na 10ª atividade, na opinião de uma delas (Prof.2), seus alunos estavam animados por causa de uma

'chacoalhada' que eles levaram. Para essa professora, esta 'chacoalhada' representava a utilização da avaliação no sentido coersivo, pois, na sua representação, o aluno trabalha em função da nota. Assim, essa professora revelou persistir com a postura tradicional avaliativa, uma vez que demonstrou utilizar o poder que o professor tem em proporcionar aos alunos uma avaliação coersiva, onde a avaliação serve também para punir os alunos. Vale atentar para o seu depoimento:

> *"Então se não cobrar (nota) na hora, não sai. Portanto a única maneira deles pararem para ver, porque isso é um resumo de tudo, foi através da avaliação"* (Prof.2, 8 atividade)

Como se pode verificar, a concepção desta professora sobre o processo avaliativo não está coerente com os fundamentos da proposta que estava desenvolvendo com seus alunos. Agindo dessa maneira, não estava considerando as dimensões políticas e teórico metodológica da avaliação propostas por Veiga (1991); agia unilateralmente, contrariando as idéias de Doxsey (1988) e Sousa (1997), ao proporcionar para os alunos apenas a avaliação do professor, sem que houvesse algum momento reservado para que o próprio aluno realizasse a sua avaliação. Enfim, não modificou sua prática avaliativa, apesar de ter pretendido modificar sua prática de ensino, tendo em vista que não utilizava um processo avaliativo compatível com os fundamentos filosóficos da proposta sugerida.

Já quase no final do trabalho, na 13ª atividade, ao sistematizar o estudo das equações trigonométricas, as representações das três professoras continuaram apontando a participação dos seus alunos na resolução dos exercícios, com bastante entusiasmo.

Enquanto uma das professoras comentava sobre a estranheza de uma aluna quanto à facilidade de entender o assunto desta forma e aquela que trabalhou com

a classe do noturno afirmava que seus alunos estiveram envolvidos como não se vê numa aula expositiva, a outra professora acreditava que seus alunos agora estavam "*amadurecendo*".

Deve-se ressaltar que até as últimas atividades, desenvolvidas apenas pelas professoras do diurno, encontrei depoimentos que confirmaram a participação e o envolvimento dos alunos. Para umas das professoras (Prof.1), todos seus alunos participaram dessas atividades e, na sua representação, percebeu que até aquele aluno, que era mais arredio, estava trabalhando; a outra professora (Prof.2) continuou tendo suas 'recaídas'. Ao mesmo tempo que afirmava que seus alunos resolveram as inequações e que não tiveram dúvidas, comentava que neste final, os alunos estavam 'desligados'. Para ela, *"eles estão desligados em todas as matérias e que não querem saber de nada...!"* . Mais adiante, embora tenha afirmado que os alunos fizeram os exercícios e que não tiveram problema, deixou transparecer que eles fizeram forçados, pois declara:

> *"Nessas alturas, quando eles faziam, que é só 'tocando' para fazer, né?... não tive problema porque se ele fez equações... a inequação sai direto... não tive problema."* (Prof.2, 14ª atividade).

Esta tendência de 'forçar os alunos' continua sendo explicitada na última entrevista quando, ao abordar a participação dos alunos no desenvolvimento da atividade, a mesma professora deu o seguinte depoimento:

> *"Todos fizeram, todos fizeram... (risos). Eles fizeram porque estavam todos com a água no pescoço... então tinham que fazer certinho, né? Então, perguntaram, participaram... não teve problema nenhum... iam falando onde [a função] era crescente*

ou decrescente... participaram pra valer." (Prof.2, 16ª atividade).

Tentando sintetizar os aspectos mais relevantes encontrados nesta categoria pude perceber que

- a proposta alternativa aqui discutida despertou o interesse dos alunos dos dois turnos escolares por abarcar uma metodologia totalmente diferente daquela realizada no ensino tradicional;
- o envolvimento dos alunos com o assunto estudado foi maior quando utilizavam construções gráficas e/ou manipulavam algum tipo de material que permitissem refletir sobre os conceitos envolvidos;
- houve limitação do envolvimento dos alunos quanto à utilização dos materiais como compasso e transferidor, pois os mesmos não estão habituados a trabalhar com estes instrumentos;
- ocorreu certa estranheza dos alunos quanto ao método utilizado, pois esses são acostumados a receber tudo pronto e já sistematizado pelo professor, sem precisar refletir sobre a situação que está sendo estudada, nem se esforçar para descobrir os conceitos em questão;
- o envolvimento dos alunos não foi uniforme. Após várias atividades, uma das classes apresentou envolvimento oscilante, ora estavam animados, ora estavam desanimados. Tal desânimo dos alunos também passou a fazer parte dos relatos da professora que trabalhou com a classe noturna depois que houve interferência da programação da instituição escolar;
- programação externa à sala de aula na instituição escolar e medidas de mudanças na estrutura das escolas da rede são fatores administrativos que interferem negativamente nas reações de alunos no dia-a-dia dos processos das salas de aula;



- a avaliação ainda foi utilizada no sentido coersivo, totalmente incompatível com a filosofia da proposta utilizada.

5.2 Reações das professoras

No início, as três professoras, mostraram-se bastante entusiasmadas com a proposta alternativa sugerida. É possível encontrar este dado no Quadro 2 - Mapa das representações das reações das professoras, e ainda, verificar que esse entusiasmo continua existindo, em outros momentos deste trabalho, na maioria das vezes, por duas professoras.

Na representação de duas professoras, o entusiasmo era focado sobretudo ao redor da estratégia voltada para utilizar materiais concretos para o desenvolvimento dos conceitos estudados. A professora da classe noturna se mostrava entusiasmada porque esta maneira de trabalhar aumentava o interesse dos seus alunos, pois trabalhavam em grupos e discutiam bastante.

Depois de algum tempo, uma das professoras continuou afirmando que estava confiante e satisfeita com esta maneira de trabalhar, pois seus alunos construíam os conceitos estudados. Na sua representação, essa é uma maneira muito diferente do método tradicional, onde o professor "explica" e o aluno "ouve". Afirmou:

> *"Pelo método tradicional, os professores jogam as fórmulas* $sen\alpha = \frac{cateto\,oposto}{cateto\,adjacente}$*..., agora não, eles [os alunos] estão vivendo... ele está obtendo, através da construção dos conceitos, os valores"*. (Prof.1, 14ª atividade).

Quadro 2 - Mapa das representações das reações das professoras

	MANIFESTAÇÕES POSITIVAS									MANIFESTAÇÕES NEGATIVAS									MISTAS		
	Entusiasmo da professora			Satisfeita com os resultados			Confiança da Professsora			Angústias da professoras			Dificuldade de trabalhar			Desanimada/ decepciona-da			Momentos alternados: ânimo/desâ-nimo		
	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
1ª Entrev.	X	X	X																		
2ª Entrev.	X	X	X																		
3ª Entrev.	X	X	X																		
4ª Entrev.		X		X								X						X			
5ª Entrev.			X	X										X						X	
6ª Entrev.	X	X										X									
7ª Entrev.	X											X		X							
8ª Entrev.	X											X								X	
9ª Entrev.		X								X		X						X		X	
10ª Entrev.	X	X							X			X									
11ª Entrev.	X		X				X														
12ª Entrev.				X	X				X												
13ª Entrev.		X	X	X																	
14ª Entrev.	X																			X	
15ª Entev.											X									X	
16ª Entrev.	X																			X	

Esse entusiasmo revelado pelas três professoras está relacionado a dois aspectos do trabalho mais ativo na sala de aula com a proposta. Um deles ocorreu ao utilizarem o dispositivo de transparências que proporcionou, nas três professoras, reações de muito entusiasmo. Para as professoras, este dispositivo de transparências proporcionava, aos alunos, visualizar o que estava acontecendo. Encontrei depoimentos como:

> *"Eles nunca mais vão esquecer que o valor do seno cresce e do cosseno decresce [no 1° quadrante] (...) Eu acho que essa transparência tem que ser muito elogiada... é um negócio que você tem que colocar bastante ênfase. Essa transparência foi a melhor coisa que eu já vi!"* (Prof.2., 2ª atividade)

> *"[os alunos] ficaram maravilhados porque realmente dava para enxergar"* (Prof.3, 4ª atividade).

Outro aspecto de entusiasmo observado no comportamento das três professoras, ocorreu depois de algum tempo, mais precisamente nas 11ª, 12ª e 13ª atividades, na etapa em que os alunos utilizavam o conceito de redução de arcos para o 1° quadrante e desenvolviam os conceitos trigonométricos, utilizando os conceitos geométricos como suportes para o novo conhecimento. Nesta etapa, era visível a animação e a surpresa das professoras, ao desenvolverem os procedimentos sugeridos nas atividades.

Uma das professoras, mostrando-se confiante no trabalho que vinha desenvolvendo com seus alunos, enfatizava a importância das constantes retomadas dos conceitos estudados e, bastante entusiasmada, afirmava que seus alunos tinham aprendido a reduzir arcos ao 1° quadrante, utilizando o conceito de Simetria. O entusiasmo da outra professora, nesta mesma etapa, pode ser

verificado pelo depoimento *"Eu acho que jamais eu teria conseguido o que eu consegui..."* (Prof.2, 11ª atividade).

Acredito que as constantes oscilações presentes nos depoimentos de Prof.2, ora de ânimo, ora de desânimo, sejam provenientes da sua insegurança por não conhecer a proposta como um todo e também por não ter tido aprendizagem significativa de alguns conceitos que deveria desenvolver com os alunos. Esta segunda afirmação ficou ainda mais evidente depois que a professora interiorizou os conceitos abordados, conforme pode ser averiguado no entusiasmo do depoimento registrado no parágrafo anterior.

Bastante entusiasmada, uma das professoras chegou a afirmar que foi bonito ver como os alunos chegaram ao conceito de ângulos suplementares, e confessou animada:

> *"Eu me empolguei quando eles disseram que o senα ia ser positivo e que o cosα ia ser negativo(...) Foi excelente!* (Prof.1, 8ª atividade)

É possível verificar, com todo esse entusiasmo das professoras, quão importante foi proporcionar aos alunos o desenvolvimento dos conceitos, baseados numa articulação e hierarquização dos mesmos, possibilitando, aos alunos, constantes retornos aos conceitos relevantes que servem para ancorar os conceitos deles derivados, conforme propõe Ausubel (1968), para acontecer uma aprendizagem significativa.

Embora tenham sido bastante positivas as reações das professoras sobretudo na categoria de entusiasmo, há aspectos negativos assim como o fato de duas das três professoras apresentarem oscilações quanto às suas reações. Essas professoras, às vezes, numa mesma atividade, ora se mostravam entusiasmadas, ora desanimadas em função dos problemas específicos relativos à aquele momento

vivido ou em relação a determinada classe. Essa afirmação pode ser confirmada observando o Mapa das reações das professoras, que indica a quantidade de vezes que apareceram oscilações ânimo/desânimo, numa mesma atividade.

É preciso ressaltar que embora se tenha afirmado que são duas as professoras que apresentaram oscilações quanto às reações, esse fato, só aparece uma vez nos depoimentos da professora que trabalhou com o noturno e só pode ser constatado se observarmos atentamente para o Mapa das representações das reações das professoras, onde, na 4ª entrevista, ela se declara satisfeita com os resultados e também revela desânimo por seus alunos serem tão dependentes do professor. Um exemplo dessa angústia, é o depoimento:

> *"Isso me dá um nó na garganta porque nessa 'altura do campeonato' eu já queria que eles estivessem respirando sozinhos e ainda não estão. Você tem sempre que ir questionando, se não, eles não vão".* (Prof.3, 4ª atividade).

Na representação da professora que teve mais oscilações nas reações (Prof.2), uma das justificativas para seu desânimo se refere à composição das classes, isto é, dizia que as classes estavam "mescladas", atribuindo a responsabilidade para esse fato à reestruturação das escolas da rede pública do estado de São Paulo, iniciada em 1996, já comentada na categoria anterior.

Essa mesma professora, embora se mostrasse entusiasmada com os resultados obtidos quando os alunos utilizavam a representação gráfica no ciclo trigonométrico e acreditasse que eles não tinham como errar não precisando decorar as fórmulas, às vezes desanimava porque os alunos não traziam material e, quando traziam, apresentavam dificuldades em utilizá-los.

Foi possível constatar grande desânimo dessa professora quando se referia às 3ª e 4ª parte da atividade 9 que tratavam de aplicações dos conceitos estudados,

embora em relação às duas primeiras partes da atividade, que se desenvolveu utilizando os conceitos geométricos e construções geométricas, já tivesse demonstrado muito entusiasmo, chegando até a afirmar *"...que as duas [primeiras] partes dessa atividade eram o termômetro de tudo"* (Prof.2, 9ª atividade).

De acordo com seu depoimento, nessa etapa do trabalho, seus alunos trabalhavam forçados e nem esta proposta despertava curiosidade e interesse neles. Para ela, os alunos estavam desinteressados em todas as disciplinas, sendo esta uma reclamação geral de todos os seus colegas professores. Seria conveniente reproduzir um trecho do diálogo realizado que revela este dado

> Professora: - *A situação não está muito boa por causa do interesse dos alunos. Eles não querem saber de nada... ficam só perguntando quando é que vai ter greve...*
>
> Perguntei: - *Mas nem a Proposta que é diferente ...* (a professora nem esperou o final da pergunta e já respondeu).
>
> Professora: - *Não é questão da Proposta. São em* ***todas*** *as matérias... é uma reclamação geral.* ***Todos*** *os alunos estão desinteressados de* ***tudo****. Não é a Proposta, não é nada... eles não querem saber de nada... só querem saber se vai ter greve ou não porque se tiver greve... o professor dá um jeitinho e eles passam. Não é a Matemática em si... é um desinteresse geral. Eu consigo alguma coisa como? - na briga... Tá difícil realmente! Não é a Proposta... não tem nada que atrai...* (grifos da professora)

Perguntei: - *Mas nem essa Proposta diferente?*

Professora: - *Nada, nada... não tem matéria nenhuma que atraia. Você vê, estávamos levando bem, mas agora é geral... todos os professores estão reclamando...*

No momento em que essa entrevista se realizava, havia um professor na sala dos professores e também entrou na conversa, concordando com a professora quanto à afirmação feita.

Esse importante desabafo, de Prof.2, evidencia a escala de valores dos alunos para com a escola. Percebe-se claramente que nos momentos de decisões dos professores, na confirmação de greves, ou não, os alunos valorizando muito pouco o conhecimento adquirido na escola e estando apenas preocupados com a nota e com a sua aprovação, acreditam 'naquele jeitinho' que o professor vai dar para que tudo acabe bem. Este é mais um exemplo de um fruto da educação tradicional, onde o aluno não é inserido como 'resolvedor' de seus problemas e sim como um mero espectador da 'verdade' dita pelo professor.

Tal desinteresse dos alunos, parece ser conseqüência de um ensino acrítico, descontextualizado historicamente, onde o conhecimento não é tido como uma produção social. Neste sentido, Cunha (1998) afirma que a produção de conhecimento tida como "fruto de inquietações, contradições, desejos e sentimentos, não é desenvolvida com os alunos" (p. 10).

A proposta aqui apresentada, embora, nem de longe, tenha a pretensão de resolver todos os problemas ligados o processo de ensino, apresenta situações onde o aluno, com bastante curiosidade, possa desenvolver a sua criatividade, trocar opiniões com os colegas, levantar hipóteses para solucionar determinada situação, enfim, "estimula análise, a capacidade de compor e recompor dados, informações,

argumentos e idéias" (Cunha, 1998, p. 13). Entretanto, para que todas essas situações tenham sucesso e bons resultados no processo educativo, é necessário um certo comprometimento e envolvimento do professor com o trabalho.



Fig. 3 - Professora e alunos do diurno da EEPSG "Stela Machado", desenvolvendo uma atividade numa praça em frente a escola

Ainda na 9ª atividade, as outras duas professoras revelaram alguma preocupação quanto à demora para concluí-la. Até mesmo a professora que se mostrou entusiasmada, do início ao final da utilização desta proposta, apresentou reação de preocupação quanto ao tempo gasto para desenvolver toda a atividade. Para ela, quando os alunos chegam na parte dos exercícios, *"parece que o aluno deu uma dormida!"* (Prof.1, 9ª atividade).

Essa mesma reação pode ser constatada, embora de modo muito mais acentuado na professora que trabalhou com a classe do noturno. Trata-se de um sentimento de angústia pelo tempo gasto com as atividades embora a professora demonstrasse, nitidamente, conhecer os vários fatores que diferenciavam este período escolar dos demais influenciadores no tempo utilizado para o desenvolvimento das atividades. Entre eles, cita o cansaço dos alunos; a duração das aulas; o horário fixado para as aulas de Matemática na semana; a utilização do tempo das aulas para a diretora transmitir avisos; as faltas coletivas dos alunos, emendando os feriados e os problemas referentes ao próprio sistema escolar que permitem a suspensão das aulas por diversos motivos. Mesmo bastante angustiada com o problema do tempo e não se deixando abater pelos problemas citados, mostrava-se animada com a proposta, afirmando:

> *"Eles estão rendendo pouco mas estão rendendo, estão trabalhando. Apesar do cansaço, o pouco que fazem, estão fazendo... e isso é importante!"* (Prof.3, 8ª atividade)

Depois de uma longa interrupção de 29 dias, que será comentada na categoria que trata das dificuldades, ao retornar com os trabalhos em classe, mostrou-se muito desanimada e decepcionada com a receptividade dos seus alunos, pois já era final do ano e eles queriam encerrar o ano letivo. Exemplo desta afirmação é o depoimento:

> *"... a receptividade foi tão fraca que me decepcionei... eu estava esperando mais... eles tinham potencial pra mais..."* (Prof.3, 9ª atividade).

As três últimas atividades foram desenvolvidas apenas pelas professoras que aplicaram no período diurno. Enquanto uma dessas professoras revelava bastante entusiasmo, a outra continuava tendo seus momentos de ânimo e desânimo. Um exemplo desta variação de reação da professora pode ser verificado logo depois que ela afirmou que seus alunos estavam desligados em todas as matérias e logo em seguida deu indicativos de novo ânimo, afirmando que gostou muito desta maneira de trabalhar e que não quer mais voltar ao tradicional. Essa oscilação, ânimo/desânimo, como pode ser observado no Mapa , persistiu até o final do trabalho.

Essa professora novamente atribuiu a responsabilidade pelo desânimo dos alunos à reestruturação das escolas aqui já comentada. Na sua representação, os alunos são imprevisíveis porque eles não são mais conhecidos, pois vieram de outras escolas. Esses dados foram retirados do depoimento:

> *"Ah, você sabe que eles são tão imprevisíveis... Oh, uma coisa que eu falo pra você ... e o que eu estava falando para o Horácio hoje...* (Horácio é um outro professor de Matemática da escola). *Antes, a gente conhecia os alunos... você sabia que os alunos eram... porque já haviam sido alunos do seus colegas. Agora não, este ano tudo mudou... juntou todo mundo de fora e diferente... é um ano completamente diferente, porque juntou as escolas. Tem gente de tudo quanto é lugar, em todos os níveis. Então, você vê: veio pra uma escola que não queria vir ; temos*

uma porção de alunos de diferentes níveis... e a adaptação, como é que fica?" (Prof.2, Comentário Geral).

Na última entrevista, essa professora confessou estar angustiada porque no semestre seguinte iria trabalhar com Análise Combinatória e não conhecia nenhuma metodologia diferenciada para desenvolver este assunto. Esta situação revela que esta professora não foi capaz de assumir a proposta trabalhada como um modelo para desenvolver outros assuntos, ou seja, a partir das idéias apresentadas e desenvolvidas projetar algumas atividades para qualquer outro assunto da Matemática, em especial para a Análise Combinatória que seria iniciada no próximo semestre. Este fato, aventa a hipótese de que professores querem 'receitas' prontas que os auxiliem na melhora da sua prática em sala de aula. Vejo esta situação como um reflexo da formação que esses professores tiveram (ensino tradicional) e por isso, até hoje, querem receber tudo pronto e acabado.

Olhando para os vários aspectos comentados nesta categoria, foi possível verificar que

- houve entusiasmo das três professoras ao trabalharem com um material diferençado para ensinar Trigonometria;
- as professoras se entusiasmavam quando utilizavam estratégias voltadas para a utilização de materiais concretos ou voltadas para a construção dos novos conceitos ao utilizarem conceitos geométricos como âncoras do novo conhecimento;
- as reações das professoras não foram uniformes. Entretanto os momentos de entusiasmos prevaleceram aos momentos de angústias e desânimos;
- o desânimo de uma das professoras frente ao desinteresse dos alunos que apenas pensavam em greve e não se importavam com nada;
- houve preocupação com o tempo gasto para o desenvolvimento desta proposta por parte das três professoras;

- além da angústia em função do tempo empreendido para utilizar a proposta na classe noturno, Prof.3 também se mostrou angustiada quanto à falta de iniciativa dos seus alunos e quanto aos problemas referentes à programação escolar;
- a utilização desta proposta não foi tida como um exemplo de possível ação o desenvolvimento de outras atividades para outros assuntos do programa trabalhados posteriormente.

5.3 Aprendizagens

As professoras de Matemática envolvidas neste estudo apontaram inúmeras aprendizagens ocorridas com seus alunos e fatores que as influenciaram durante o desenvolvimento da proposta sugerida em suas salas de aula.

As três professoras, do início até o fim da utilização desta proposta, foram unânimes ao afirmar que esta metodologia proporcionou aos seus alunos a construção e a descoberta dos conceitos desenvolvidos. Também confirmaram as aplicações dos conceitos desenvolvidos, em todas as atividades, tanto naquelas que eram quase que exclusivamente de exercícios (como as de números 3, 7, 12 e 13), quanto nas outras. Encontram-se, nos depoimentos das professoras, indícios de aplicações dos conceitos aprendidos recente ou anteriormente. Para verificar tais afirmações, basta consultar o Quadro 3 - Mapa das representações sobre aprendizagens dos alunos.

Em suas representações, a manipulação de materiais concretos é um dos fatores relevantes para a construção do conceito pelos próprios alunos. Durante todo o desenvolvimento desse trabalho, existem várias situações que podem exemplificar esta representação que fazem articulando materiais e procedimentos como condições para as diferentes aprendizagens. Dentre elas,



Quadro 3 - Mapa das representações sobre aprendizagens dos alunos

	MANIFESTAÇÕES POSITIVAS																		MANIFESTAÇÕES NEGATIVAS		
	Construção dos conceitos			Aprendizagem dos conceitos			Aplicação dos conceitos			Reflexões de idéias e discussões			Desenvolvimento do raciocínio			Desenvolvimento do pensamento autônomo			Falta de iniciativa econfiança neles mesmos		
	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
1ª Entrev.	X	X	X							X		X				X		X			
2ª Entrev.	X	X	X	X	X	X				X	X	X	X	X		X					
3ª Entrev.							X	X	X			X		X		X					X
4ª Entrev.		X			X	X				X							X				X
5ª Entrev.	X	X	X	X	X	X				X		X									
6ª Entrev.	X	X	X	X	X	X					X	X		X				X			
7ª Entrev.					X	X	X	X	X	X	X	X	X								
8ª Entrev.	X	X	X	X	X			X		X	X	X	X		X			X			
9ª Entrev.	X			X	X	X		X	X	X	X	X									X
10ª Entrev.	X	X	X		X	X	X	X			X		X		X						X
11ª Entrev.	X	X	X	X	X	X					X						X	X			
12ª Entrev.							X	X	X												
13ª Entrev.			X	X	X	X	X	X	X				X	X							
14ª Entrev.	X	X		X	X								X								
15ª Entev.	X	X		X	X		X	X		X	X										
16ª Entrev.		X		X	X					X											

"...eu achei super importante partir de um triângulo e depois chegar na conclusão (...) fica mais fácil... você não esquece o que você partiu do concreto" (em relação à definição das razões trigonométricas no triângulo retângulo) (Prof.2, 2ª atividade)

"...[os alunos] foram pegando o barbante... medindo... passando a régua... fazendo. Foram percebendo que cada um fazia um círculo diferente e sempre dava a mesma coisa (...) assim, eles perceberam que [a razão] independia do valor da medida do raio" (em relação à definição de 1 radiano) (Prof.3, 6ª atividade).

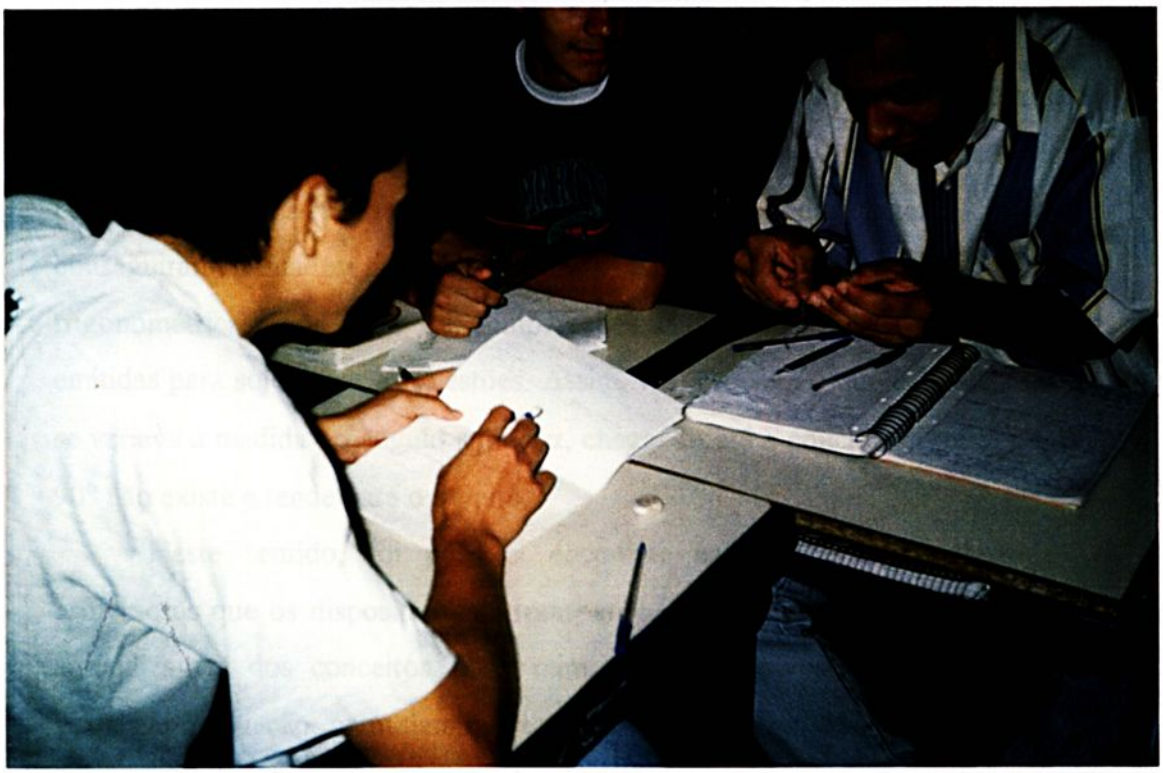


Fig. 4- Alunos da classe noturna da EEPSG "Dr. Luiz Zuiani" desenvolvendo atividade com barbante

> *"Nessa atividade, desenhamos, medimos fizemos a tabela, conferimos os valores do seno e do cosseno com outros já encontrados. Depois calculamos o valor da tg α utilizando a fórmula* $tg\ \alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$ *... a partir daí, eles puderam ver que se α aumenta, seu seno aumenta e seu cosseno diminue."* (Prof.1,4ª atividade).

Nos depoimentos anteriores é possível perceber a importância de se colocar o aluno manipulando materiais, tanto no sentido de aumentar o interesse pelo assunto, quanto no sentido da construção do seu próprio conhecimento, uma vez que ele mesmo descobre as propriedades e as relações existentes.

Acredito que, por ser face da mesma moeda, as três professoras afirmaram que durante o desenvolvimento das atividades que envolviam construção gráfica para determinar a variação do seno, do cosseno e da tangente, os alunos conseguiram visualizar o que acontecia com o comportamento das razões trigonométricas, por meio de comparações entre as medidas e das respostas emitidas para solucionar as questões. Assim, visualizavam o que acontecia quando se variava a medida do ângulo agudo α, chegando até a concluir porque é que tg 90° não existe e tende para o infinito.

Neste sentido, foi possível encontrar na representação de todas as professoras que os dispositivos de transparências sugeridos facilitaram bastante a aprendizagem dos conceitos. Para mim, tais dispositivos, além de possibilitar visualizar a situação, permitiam que os alunos começassem a abstrair o que haviam feito na construção gráfica, utilizando agora de uma representação gráfica no ciclo trigonométrico. Um exemplo claro dessa afirmação é o depoimento de uma das professoras:

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

> *"Trabalhando com esse dispositivo, que mostra o ciclo trigonométrico com raio unitário, é facil de ver que se aumenta* α, *sen*α *vai tendendo a 1"* (Prof.1,4ª atividade).

Para essa professora, o dispositivo prático é muito importante porque, normalmente, esse assunto é apresentado aos alunos na forma abstrata e já sistematizada. Entretanto, essas transparências permitiram que os alunos percebessem, dinamicamente, o que acontecia com as razões trigonométricas. Para ela, a visualização gráfica proporcionada pelos dispositivos de transparências, enriquece o estudo feito por meio da construção gráfica e das tabelas dela derivada.

> *"Discutiram bastante a tendência dos valores do seno e do cosseno para 0° e para 90° mas, se usarmos apenas a tabela construida, eles não gravam... eu achei que eles gravam bastante quando utilizamos o dispositivo de transparências . Trabalhando com esse dispositivo, que mostra o ciclo trigonométrico, com raio unitário, é fácil de ver que se* α *aumenta,, o sen*α *vai tendendo a 1"* (Prof. 1, 4ª atividade)

Quase no final da utilização desta proposta, na 13ª atividade, quando os alunos trabalharam com as equações trigonométricas, a representação gráfica volta a ser enfatizada pela mesma professora, pois, para resolvê-las, os alunos usaram esquemas gráficos bastante estudados anteriormente. Nesta etapa, fez uma afirmação importante em relação à visualização que a representação gráfica no ciclo trigonométrico proporciona,

> *"Todo mundo vê a Trigonometria como uma coisa louca. A forma como você coloca sua proposta, ... é uma forma como eu sempre digo, basta resolver os valores do seno e do cosseno dos principais arcos, a posição dos ângulos no ciclo, que tudo se resolve"* (Prof.1, 13ª atividade).

No depoimento anterior é possível verificar na representação da professora, que os exercícios que envolviam conceitos trigonométricos ficavam mais fáceis se utilizassem (1) representação gráfica no ciclo trigonométricos, quando se referiu "a posição dos ângulos no ciclo" e (2) conhecimentos anteriores que já deveriam estar na estrutura cognitiva dos alunos, quando afirmou "basta resolver os valores do seno e do cosseno dos principais arcos". Neste caso, para resolver uma equação trigonométrica, os alunos localizavam nos eixos do ciclo trigonométrico (eixos que representam o seno; o cosseno ou a tangente) dados oferecidos pelas equações e por meio da representação gráfica, do uso dos valores trigonométricos estudados e dos conceitos geométricos já revisados -Simetria e Congruência de triângulos- determinavam facilmente os valores que satisfaziam a equação pedida.

Este mesmo aspecto foi bastante enfatizado pelas professoras, na atividade que trata das inequações trigonométricas. Para elas, a representação gráfica juntamente com os conceitos já aprendidos foram muito significativos para os alunos resolverem as inequações trigonométricas. Uma das professoras resumiu em uma frase o que pensa sobre a representação gráfica no ciclo trigonométrico:

> *"Quando o aluno sabe trabalhar no ciclo, sabe colocar os ângulos e seus respectivos valores, eles não têm mais dificuldades"* (Prof.1, 14ª atividade).



Na representação das outras duas professoras, aprender manipulando materiais concretos, quer sejam construções gráficas, quer sejam através dos dispositivos de transparências ou das representações gráficas no ciclo trigonométricos, a construção e a aprendizagem dos conceitos ficam facilitadas. Para uma delas, outros fatores que fortaleceram a aprendizagem dos conceitos estudados, além da utilização da representação gráfica no ciclo trigonométrico, foram as constantes revisões de tudo o que havia sido feito e, ainda, o fato da teoria sair dos exercícios.

Com estas últimas afirmações, Prof.2 apontou para o fato de que os conceitos não foram inicialmente apresentados já formalizados ou sitematizados, mas que se possibilitou aos alunos, a partir da descoberta e da construção dos conceitos, chegar à sua formalização. Neste sentido, ao trabalharem com a 2ª atividade que tratava da construção das razões trigonométricas no triângulo retângulo, Prof.2 afirmou:

> *"Eu gostei muito desta proposta porque a parte teórica sai nos exercícios... isso eu achei importante! A gente não dá a teoria e fica mais fácil, mais agradável (...) Desta forma, cada exercício que aparece, você pode voltar aos conceitos (...) assim, você está sempre fazendo uma revisão"* (Prof.2, 2ª atividade).

A mesma professora, ao desenvolver a 8ª atividade que abordava os valores do seno e do cosseno para os arcos do 2° quadrante e a 10ª atividade que tratava dos valores da tangente para arcos de todos os quadrantes, afirmou:

> *"... basta fazer o ciclo e visualizar (...) ele [o aluno] consegue visualisar o que está acontecendo. Então, na circunferência, ele*

> *não tem mais como errar e não precisa decorar"* (Prof.2, 8ª atividade).
>
> *"Como já disse, é só fazer o ciclo trigonométrico, colocar a reta tangente... sai tudo!"* (Prof.2, 10ª atividade).

Os depoimentos mostrados anteriormente, revelam a importância que Prof.2 atribui à representação gráfica no ciclo trigonométrico para facilitar a compreensão do assunto por meio da visualização da situação. Para ela, feita a representação no ciclo trigonométrico da situação que está sendo investigada, não haverá mais dúvidas e tudo ficará esclarecido.

Comparando o entusiasmo presente nos depoimentos anteriores, sobre a importância de se utilizar as representações no ciclo trigonométrico e os desânimos da mesma professora já comentados anteriormente, em outras categorias, posso concluir que tal mudança de postura dessa professora aconteceu no momento que ela teve uma aprendizagem significativa dos conceitos.

A representação gráfica também foi enaltecida nos depoimentos da professora que atuou no curso noturno. Para ela, a representação gráfica no ciclo trigonométrico teve um papel preponderante na aprendizagem dos conceitos e para a fixação de tudo o que foi estudado, pois, utilizando-se deste procedimento, os alunos não precisaram decorar os valores e jamais esqueceram o que foi estudado. Esse procedimento favoreceu a visualização de tudo.

Para ilustrar essa representação, é conveniente apresentar seu depoimento, ao comentar sobre o desenvolvimento do pensamento dos seus alunos e sobre as reflexões que realizavam enquanto desenvolviam as ações para representarem graficamente a situação no ciclo trigonométrico, possibilitando-lhes a conclusão sobre a variação da tangente dos arcos do 1° quadrante e a determinação do valor de tg 90 °,

> *"Eles mesmos concluiram que a medida da tangente daria 'muito' longe (...) construindo, eles foram percebendo o porquê do infinito... e essa parte, normalmente, é difícil do aluno entender"* (Prof.3. 5ª atividade).

Um pouco mais adiante a mesma professora, ao reafirmar a importância das efetivas ações para a aprendizagem dos alunos, também apontou para o fato dessas construções proporcionarem momentos agradáveis, atraentes e ativos durante o processo de aprendizagem. Para ela *"... a construção chama mais a atenção deles do que responder o questionário..."* (Prof.3, 5ª atividade).

Na representação da professora que trabalhou com a classe noturna, a dinâmica metodológica apresentada por esta proposta, está bastante adequada para esta população uma vez que a mesma permite que os alunos aprendam fazendo e não ouvindo. Para ela se o assunto for apresentado, para essa clienta, na forma expositiva onde o professor explica e o aluno passivamente ouve, certamente, os alunos já cansados, não se interessarão pelo assunto e dormirão nas aulas. Para exemplificar essa situação, segue o depoimento desta professora:

> *"...se eles tivessem trabalhado o assunto pelo método tradicional, eu falando e eles ouvindo, eu acho que eles não estariam ouvindo nada!"*(Prof.3, 8ª atividade).

Essa preocupação já foi muito considerada em pesquisas realizadas sobre este tão problemático turno escolar. Recentemente, Caporalini (1991) apontou para a necessidade de se repensar a prática da sala de aula das classes do noturno, tendo em vista que esta clientela também busca uma educação de qualidade e que lhe sirva de instrumentos para resolver problemas do seu cotidiano. Comenta que

nas sessões de planejamento, os programas continuam sendo elaborados partindo de pressupostos que os alunos dominam os conceitos anteriores e indispensáveis para a formação de novos conceitos e os objetivos são selecionados de modo a ignorar os problemas dessa clientela.

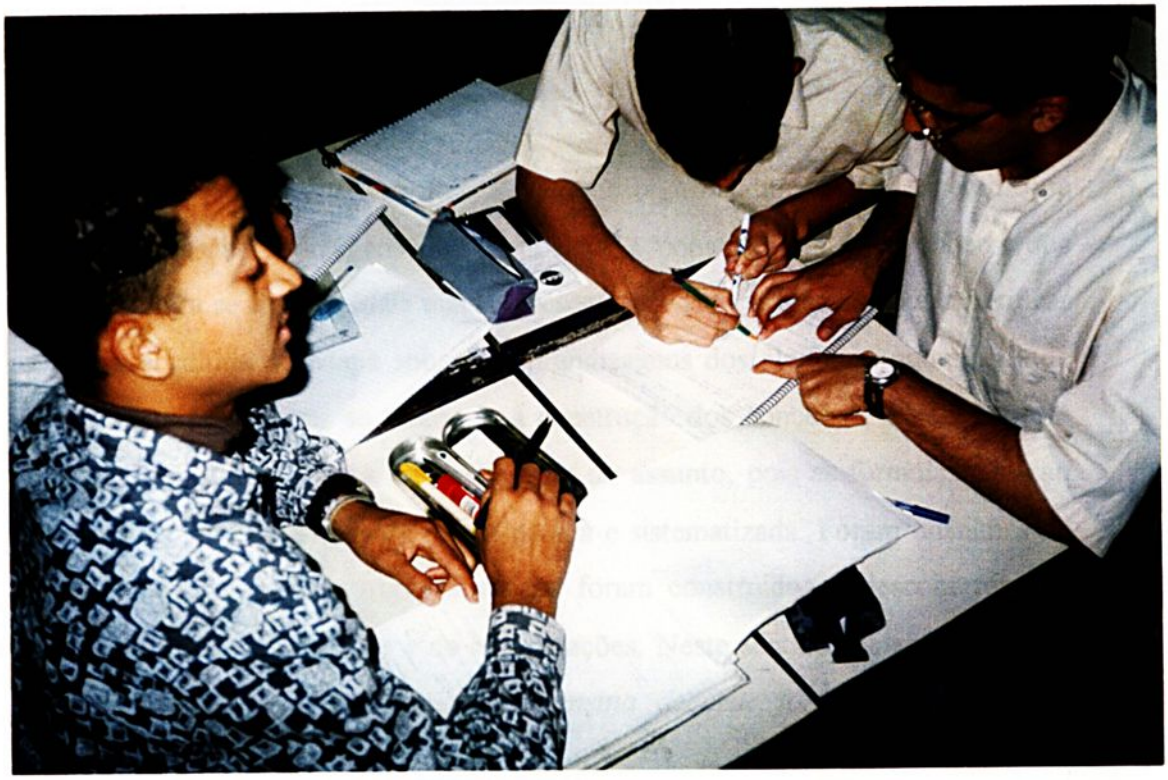


Fig.5 - Alunos da classe noturna da EEPSG "Dr. Luiz Zuiani", desenvolvendo atividade em sala de aula

Assim, os professores de Matemática que estão habituados a proporcionar aos seus alunos um ensino mecanizado, sempre antecipando as respostas, não possibilitam que os alunos questionem sobre o assunto que estão aprendendo. Na

visão, de Caporalini (1991) "Desenvolvendo esse ensino mecanizado, a escola está formando trabalhadores que ficarão pelo meio do caminho (...) sem espontaneidade, passivos e tolhidos, capazes quando muito de imitar o professor, mas sem iniciativa para resolver novas situações e descobrir as coisas por eles próprios." (p.119).

Dessa forma, cabe ao professor deste período, oferecer um processo educativo onde haja momentos de reflexões, proporcionando-lhes momentos de discussão onde possam trocar suas experiências vivenciadas no cotidiano, caminho este oferecido pela proposta.

Como já foi dito no início desta categoria, um outro aspecto que influenciou nas aprendizagens dos alunos foi a construção e a descoberta dos conceitos. Para se ter uma idéia mais representativa desta afirmação, basta verificar na primeira coluna do Mapa sobre as aprendizagens dos alunos, a quantidade de vezes que as professoras se referiram à construção dos conceitos. Para elas, este aspecto é importante para a aprendizagem do assunto, pois as fórmulas não são apresentadas para os alunos de forma pronta e sistematizada. Foram unânimes ao afirmar que os conceitos trigonométricos foram construídos e descobertos por meio de reflexões, discussões e de comparações. Neste sentido, uma delas afirma *"... pelo seu método, a gente nunca ensina decorar fórmulas"* (Prof.1, 1ª atividade).

É conveniente relembrar que a aprendizagem por descoberta também está presente na teoria de Ausubel (1968), embora não seja este um fato de extrema importância. No caso desta proposta, a descoberta dos conceitos se realizou sempre a partir de conceitos já trabalhados pelos alunos, portanto, aconteceu uma aprendizagem por descoberta significativa e, esta sim, é reconhecida por Ausubel. Para uma delas, essa metodologia permite que os alunos *"aprendam brincando"* (Prof.1, 2ª atividade) e chega a despertar o interesse daqueles que ainda estão menos envolvidos com o trabalho.



Além desses aspectos citados, na representação de duas das três professoras, uma outra situação que também corroborou para a efetiva aprendizagem dos conceitos foi o fato dos mesmos serem construídos aos poucos, sempre que possíveis integrados a conceitos mais complexos que serão estudados posteriormente, na sua especificidade. Por exemplo, na 10ª atividade, quando trabalhavam com as razões trigonométricas de qualquer arco do ciclo trigonométrico, já começaram a aparecer as primeiras equações trigonométricas para serem resolvidas (sem serem nomeadas por equações trigonométricas), embora este assunto fosse desenvolvido apenas na 13ª atividade desta proposta. Este procedimento está de acordo com o princípio de reconciliação intregrativa de Ausubel (1968), onde apresenta-se, inicialmente, as idéias gerais para, posteriormente, trabalhar o conceito com mais especificidade e particularidade.

Um outro aspecto extremamente importante citado pelas professoras, que influiu nas aprendizagens dos alunos foi o fato deles ficarem mais atentos ao que acontecia em sala de aula, pois deixaram de ser meros espectadores e passaram a ser co-produtores do seu conhecimento, conforme propõe Paro (1991). Ao tentarem responder uma questão ou encontrarem saídas para os exercícios propostos, arriscavam a dar 'dicas' e palpites, fato este que influenciou nas aprendizagens dos conceitos que estavam sendo desenvolvidos e ajudaram a desenvolver o raciocínio dos alunos.

No Mapa que retrata as manifestações das aprendizagens dos alunos, é possível encontrar nas sub-categorias -reflexões de idéias/discussões e desenvolvimento do raciocínio- grande incidência de respostas das três professoras nas atividades de número 6, 7, 8 e 9, etapa onde houve ampliação dos conceitos das razões trigonométricas, anteriormente aplicadas somente para ângulos agudos dos triângulos retângulos, para todos os arcos do ciclo trigonométrico. Nesta

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

etapa, enfatizaram-se bastante os conceitos geométricos relevantes Simetria e Congruência de triângulos.

As constantes retomadas aos conceitos já trabalhados também foi um aspecto bastante destacado pelas professoras. Para elas esse fato facilitou bastante o desenvolvimento de assuntos mais complexos como, por exemplo, redução de arcos ao primeiro quadrante e equações trigonométricas. Na representação daquela que trabalhou com a classe noturna, o constante retorno foi um aspecto bastante frutífero para a aprendizagem. Para exemplificar esta situação, seguem os depoimentos das três professoras:

> *"mas conforme você vai ensinando, eles caem na realidade... com esse finalzinho, parece que tudo 'brota', 'brota' tudo!. Até aquilo lá, que eles não tinham dado importância. Quando chega em equação é que eles vêem que sabem (...) está desabrochando tudo aquilo lá de trás..."* (Prof.1, 14ª atividade).

> *"Então, agora eles pararam e fizeram como se fosse um resumo (...) eles fizeram melhor a redução ao 1º quadrante (...) [Essa atividade] além de proporcionar [a construção do conceito], ela resume tudo o que foi falado até agora do seno, do cosseno e da tangente, porque eles fazem um ciclo só e tiram tudo"* (Prof.2, 11ª atividade).

> *"As 3ª e 4ª partes [da atividade] englobam tudo o que foi visto até aqui... ela fecha o assunto de tudo quanto é lado!"* (Prof.3, 9ª atividade).

Os depoimentos anteriores revelaram que para as três professoras as constantes retomadas foram muito importantes. Elas chegaram a comparar as ações elaboradas nessa etapa como um resumo de tudo que já havia sido estudado, pois abrangiam a grande maioria dos conceitos já aprendidos.

Na metade do desenvolvimento dessa proposta, na representação das três professoras, os conceitos subsunçores *Simetria* e *Congruência de triângulos,* se utilizados em conjunto com a representação gráfica no ciclo trigonométrico, foram de fundamental importância para a aprendizagem dos valores das razões trigonométricas dos arcos contidos no 2º, 3º e 4º quadrantes do ciclo trigonométrico e para a redução dos arcos ao primeiro quadrante.

Tais conceitos, segundo o Mapa Conceitual apresentado no capítulo 3, ocupam juntamente com o conceito de *Semelhança entre triângulos* o topo do Mapa, sendo, portanto, considerados como conceitos amplos e abrangentes dos quais muitos outros dependem. Esses conceitos são, portanto, segundo Ausubel (1968), conceitos subsunçores de todo assunto.

Apesar de reconhecerem a dificuldade que normalmente os alunos apresentam para desenvolver esta parte, elas afirmaram que seus alunos, ao utilizarem tais subsunçores, além de construírem o conceito em questão ainda conseguiram entender e visualizar o que estava acontecendo. Para elas, os alunos fizeram a revisão de tudo que tinham estudado e chegaram às fórmulas dos ângulos suplementares, explementares e replementares. Exemplo claro dessa situação está no ânimo de uma das professoras ao se expressar em diferentes oportunidades:

> *"foi a coisa mais linda! (...) como eles responderam certo no 3º e no 4º quadrante, é porque entenderam para o 2º quadrante. Foi excelente!"* (Prof.1, 8ª atividade).

> *"... a Simetria que eles fazem para qualquer quadrante é ótimo! Pode jogar qualquer ângulo que eles fazem (...) eles transferem para o 1º quadrante e dão o resultado"* (Prof.1, 10ª atividade)

> *"...foi com esta atividade que eu fui observar, o quanto eles tinham aprendido a redução de um arco ao 1º quadrante através da simetria para o 1º quadrante"* (Prof.1, 11ª atividade).

Dentre as aprendizagens que o aluno desenvolveu ao longo da utilização desta proposta, também foi possível observar, nas representações das três professoras envolvidas neste estudo, dados relacionados com o desenvolvimento do raciocínio e da autonomia dos alunos.

Para essas professoras, a metodologia sugerida, além de possibilitar a construção dos conceitos por meio de reflexões e discussões, de incentivar o aluno a responder questões diferenciadas em relação às oferecidas pelos livros didáticos, propiciou também o desenvolvimento do raciocínio e favoreceu algum desenvolvimento do seu pensamento autônomo.

Na representação de uma das professoras, essa maneira de trabalhar possibilitou a evolução do raciocínio do discente no dia-a-dia, principalmente no sentido de descobrirem onde estava o erro; chegarem sozinhos na relação de complementaridade entre os ângulos internos de um triângulo; fazerem a 'transferência' de aprendizagem para outras situações; refletirem sobre o comportamento do seno e do cosseno de um ângulo agudo, quando este vai aumentando; discutirem bastante sobre as tendências dos valores das razões trigonométricas quando α está próximo de 90° ou de 0°; compararem os resultados encontrados. Numa das atividades, que aplicava os conceitos estudados, a professora afirmou:



> *"Estou deixando eles pensarem (...) cada um faz de um jeito (...) eles mesmos chegaram à conclusão"* (Prof.1, 3ª atividade).

Um pouco depois, exemplificou como ajudou seu aluno a refletir sobre o que acontecia e afirmou *"...é um cálculo fácil, mas tem que usar o raciocínio..."* (Prof.1, 7ª atividade).

Para esta professora esta proposta é uma tentativa importante para facilitar o ensino da Trigonometria e estimula o aluno a imaginar, a refletir e a raciocinar sobre novas situações. Afirmou:

> *"... as fórmulas não são jogadas, leva o aluno ao raciocínio que chega a deduzir fórmulas e os conceitos. Os conceitos não são jogados ... o aluno vai construindo... isso é muito importante!* (Prof.1, 8ª atividade).

Na representação da outra professora, verifica-se também que houve desenvolvimento do raciocínio do aluno, do seu pensamento reflexivo e alguns indícios de autonomia. Ilustrou, como indício de autonomia dos seus alunos, o fato dos mesmos tentarem verificar a veracidade da equação $\cos 2\alpha \neq 2\cos \alpha$ por meio de tentativas, isto é, 'chutavam' algum valor para α e comparavam os resultados obtidos. Um pouco mais adiante, a professora comentou que depois que marcaram o arco de 160° no ciclo, que o reduziram ao 1° quadrante e determinaram seus valores trigonométricos, os alunos foram fazendo direto para os outros arcos.

Para exemplificar o desenvolvimento do raciocínio, esta mesma professora afirmou que na tentativa de resolução do exercício -O ponteiro dos minutos do relógio mede 1,5 cm. Qual a distância que sua extremidade percorre durante 20 minutos? - seus alunos encontraram três maneiras diferentes depois de muitas discussões.

Na representação da professora que trabalhou com o curso noturno, percebi reações oscilantes em relação a esse tipo de abordagem. Apesar de afirmar que seus alunos realizavam o pensamento reflexivo, que discutiam bastante o que estava acontecendo em quase todas as atividades desenvolvidas, por diversas vezes ao longo do trabalho, às vezes numa mesma atividade, comentava sobre a falta de iniciativa dos mesmos e que eles deveriam ter mais confiança neles mesmos, pois seria através desta auto-confiança que estariam desenvolvendo a sua autonomia. Essa situação pode ser exemplificada pelo depoimento:

> *"[os alunos] conhecem o conteúdo mas não têm confiança neles mesmos, no que estão fazendo... precisam do apoio do professor"* (Prof.3, 3ª atividade).

É importante observar no Mapa que retrata as aprendizagens dos alunos que esta foi a única professora que comentou sobre a falta de iniciativa dos alunos.

Acredito que a falta de autonomia tão proclamada pela professora que trabalhou no noturno seja proveniente do próprio contexto em que esse aluno está inserido, pois segundo Carvalho (1986), os alunos deste turno atribuem a si próprios a responsabilidade pelo seu fracasso escolar. Um exemplo desse fato pode ser detectado quando os alunos afirmaram *"Ah! professora... mas eu não sei ler... não consigo ler e saber o que se quer..."*(Prof.3, 4ª atividade).

Esta professora, mesmo diante de tal preocupação, observando o esforço dos seus alunos, acredita que *"...devagar o aluno vai desabrochando"*. Para ela, em algumas etapas, seus alunos faziam e chegavam às conclusões. Na 11ª atividade, chegou a afirmar que eles realizaram sozinhos a redução de arcos ao 1° quadrante e que enxergaram tudo o que estava acontecendo no ciclo.

As oscilações nas representações desta professora que trabalhou com a classe noturna sobre a autonomia e a iniciativa dos alunos continuavam aparecendo

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

nos seus depoimentos, pois em outra situação, afirmou que seus alunos sabiam analisar tudo o que acontecia no ciclo trigonométrico, mas que ficavam quietos e não respondiam. Segundo a professora eles até sabiam do que se tratava, pensavam certo, mas tinham medo de se expressar. Segundo ela, *"eles tinham medo de falar besteira"* (Prof.3).

Esses fatos todos podem ser explicados por Caporalini (1991) ao afirmar que a formação crítica deste aluno é muito prejudicada, pois vivem reprimidos quanto a sua comunicação e faltam-lhes oportunidades para se expressarem e trocarem de idéias com seus colegas e com seus professores.

Acredito que, em contrapartida, esta proposta oferece justamente essa oportunidade para esses alunos, entretanto por falta de hábito e em função dos problemas já citados, esse aspecto esteve comprometido.

Ainda como exemplo das representações oscilantes, posso citar que no início da 8ª entrevista, quando trabalhavam com os valores do seno e do cosseno para arcos do 2° quadrante, esta professora comentou que seus alunos estavam bastante lentos e, pelo fato de não saberem manusear o transferidor, marcavam, na construção gráfica, a primeira medida que encontravam no transferidor (transferidor traz duas marcações: uma de 0° a 180° e a outra de 180° para 0°) sem refletirem no que era pedido. Nesta mesma atividade, após realizar a parte de exercícios de aplicação, a professora comentou que, a classe estava organizada num 'grupão', onde todos tinham oportunidade para trocar idéias. Assim, *"todos foram discutindo, questionando, comparando os resultados e que eles chegaram a conclusões bastantes interessantes"*. (Prof.3, 8ª atividade). Em seguida, aponta dificuldade dos alunos para falar do suplemento de uma arco. Para ela, *"eles se perdem na maneira de falar, mas sabem se expressar!"* (Prof.3, 8ª atividade).

Tentando sintetizar os principais aspectos emergentes nesta categoria que trata das aprendizagens dos alunos, pude perceber que

- as aprendizagens dos alunos foram facilitadas ao desenvolverem as ações sugeridas e ao utilizarem os materiais concretos e instrucionais, pois os mesmos favoreceram a construção e a descoberta dos conceitos e ainda possibilitaram visualizar o que estava acontecendo;
- um fator que influenciou decisivamente na aprendizagem dos conceitos trigonométricos estudados foi o uso da representação gráfica no ciclo trigonométrico;
- ficou bastante evidente que as aprendizagens dos alunos foram facilitadas com o uso dos conceitos geométricos -Simetria e Congruência de triângulos- como 'suportes' para todo desenvolvimento da Trigonometria no ciclo;
- houve influência nas aprendizagens dos alunos o fato dos conceitos estarem hierarquicamente organizados, tendo em vista que os conceitos mais abrangentes foram trabalhados em primeiro lugar e os derivados desses foram sempre neles ancorados;
- as aprendizagens dos alunos ficaram fortalecidas pelas constantes retomadas dos conceitos, que além de possibilitar a ancoragem do novo conhecimento nos conceitos já aprendidos, proporcionava a revisão dos conceitos já estudados;
- houve mudanças nos comportamentos dos alunos em sala de aula, uma vez que ficavam mais atentos para os acontecimentos;
- as aprendizagens dos alunos foram fortalecidas pelas discussões e reflexões realizadas em classe, pois as mesmas permitiam e estimulavam as trocas de experiências entre os alunos;
- quanto ao desenvolvimento do pensamento autônomo dos alunos da classe noturna, foi possível observar que esses alunos se diferenciaram do comportamento dos alunos do diurno;



5.4 Pré-requisitos e Articulações entre os conceitos

Nos depoimentos das três professoras de Matemática, ficou evidente a existência da seqüenciação e da estruturação dos conceitos desenvolvidos nesta proposta. Esses fatos foram realçados ao longo de todas as entrevistas realizadas durante a execução da proposta, através da conscientização das professoras sobre a hierarquia conceitual existente e pelo reconhecimento dos conceitos básicos e relevantes (os subsunçores como, por exemplo: semelhança entre triângulos; simetria; congruência entre triângulos), que serviram de suporte para o desenvolvimento dos conceitos trigonométricos trabalhados. Para se ter uma visão quantitativa dos dados que fundamentam esta afirmação, basta verificar o Quadro 4 - Mapa dos pré-requisitos e articulações entre os conceitos, no que se refere às sub-categorias 'seqüenciação' e 'conceitos subsunçores'. Um exemplo do reconhecimento da influência da seqüenciação dos conceitos na aprendizagem é o depoimento de uma das professoras quase no final do desenvolvimento da proposta:

> *"Foi o que eu te falei, está desabrochando tudo aquilo lá de trás (...) Acho que se eles conseguiram aprender isso, porque eles sabem as coisas anteriores... porque isso envolve tudo!"* (Prof.1, 14ª atividade).

Uma das professoras chegou até a comentar que seus alunos também perceberam a seqüência e a hierarquização dos conceitos e afirmou:

Quadro 4 - Mapa das representações sobre pré-requisitos e articulações entre conceitos

	Conceitos Subsunçores			Seqüência dos conceitos			Exigência das professoras: •linguagem •interpretação			Retorno aos conceitos básicos			Retorno aos conceitos trigonométricos			importância do traçado geométrico e da representação de esquemas		
	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
1ª Entrev.	X	X	X							X	X	X						
2ª Entrev.		X								X	X	X	X	X				
3ª Entrev.	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X
4ª Entrev.	X		X	X		X			X	X			X	X	X	X		
5ª Entrev.	X			X		X			X	X			X	X	X	X		
6ª Entrev.									X	X	X	X						
7ª Entrev.				X		X					X	X	X		X			
8ª Entrev.	X	X	X	X	X	X				X	X	X	X	X	X	X	X	X
9ª Entrev.	X	X	X	X	X	X		X	X		X		X	X	X	X	X	X
10ª Entrev.	X	X	X	X	X	X			X				X	X	X	X	X	X
11ª Entrev.	X	X	X	X	X	X							X	X	X	X	X	X
12ª Entrev.			X	X	X	X				X	X		X	X	X	X	X	
13ª Entrev.	X	X		X	X	X				X	X	X	X	X	X	X	X	
14ª Entrev.	X			X	X					X	X		X	X		X	X	
15ª Entrev.													X	X		X	X	
16ª Entrev.	X			X							X		X	X			X	



> *"...agora eles estão caindo na realidade que tudo é uma seqüência (...) se você perdeu a aula anterior, vai ficar difícil prá entender a próxima"* (Prof.1, 7ª atividade).

Quanto à hierarquização dos conceitos, as três professoras reconheceram os conceitos matemáticos *Semelhança entre triângulos; Simetria e Congruência entre ângulos* como relevantes e fundamentais para o desenvolvimento deste assunto. Assim, conforme focaliza Ausubel (1968), esses conceitos são subsunçores da maioria dos conceitos trigonométricos desenvolvidos.

Na representação das professoras, foi através do conceito de Semelhança entre triângulos e da proporcionalidade entre seus lados, juntamente com a nomenclatura dada aos lados dos triângulos retângulos que levou os próprios alunos a chegar às definições das razões trigonométricas nos triângulos retângulos. Reconhecendo a importância e a necessidade de se ter iniciado este assunto, fazendo uso do subsunçor Semelhança entre triângulos, as professoras afirmaram:

> *"Acho que nunca [este conceito] foi assimilado por eles o porquê e o para quê [da semelhança entre triângulos] (...) Essa atividade mostra qual a finalidade da Semelhança entre triângulos, sem ficar apenas retido em conceitos abstratos"* (Prof.1, 1ª atividade).

> *"Semelhança e proporcionalidade são os dois conceitos utilizados para chegarem as conclusões [chegarem às definições das razões trigonométricas]"* (Prof.3, 2ª atividade).

Nesses depoimentos, as duas professoras confirmaram que o conceito de Semelhança entre triângulos, normalmente apresentados para os alunos de forma abstrata, foi utilizado nas duas primeiras atividades como conceito subsunçor que fundamentou a resolução dos problemas propostos e ajudou os alunos na construição das definições das razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Os outros dois conceitos geométricos relevantes para o desenvolvimento dos conceitos trigonométricos -Simetria e Congruência entre triângulos-, também foram reconhecidos e apontados pelas professoras, ao longo das entrevistas, como conceitos relevantes do assunto, uma vez que ampliaram para os demais quadrantes tudo o que foi desenvolvido no 1° quadrante para o triângulo retângulo. Desta forma, os conceitos Simetria e Congruência de triângulos fundamentaram todo o desenvolvimento da Trigonometria no ciclo trigonométrico.

As professoras foram unânimes ao afirmar a importância do conceito de Simetria para o desenvolvimento de algumas atividades. Para todas elas, este conceito, somado à representação gráfica, facilita ao aluno a determinação dos valores do seno, do cosseno e da tangente de arcos em qualquer quadrante; possibilita visualizar os arcos suplementares, explementares e replementares, simplificando a compreensão das relações existentes entre os valores trigonométricos desses arcos e, ainda, possibilita ao aluno, com muita naturalidade, reduzir um arco qualquer ao 1° quadrante. Para exemplificar, vale olhar os depoimentos de duas professoras, dentre muitos outros, em diferentes etapas:

> *"...a Simetria que eles fazem para qualquer quadrante é ótima! Pode jogar qualquer ângulo que eles fazem (...) eles conseguem calcular a tangente de qualquer ângulo. Eles transferem para o 1° quadrante e dão o resultado"* (Prof.1, 10ª atividade). *"Olha, foi com essa atividade que eu fui observar o quanto eles tinham*

> *aprendido a redução de arcos ao 1º quadrante, através da simetria para o arco ao 1º quadrante"* (Prof.1, 11ª atividade).
>
> *"...sem este embasamento fica difícil para eles trabalharem a 8ª atividade (...) assim, eles podem até enxergar direto"* (Prof.3, 8ª atividade)

Neste último depoimento, a professora que trabalhou com a classe noturna reconhece a importância de se trabalhar com os conceitos de Simetria e Congruência entre triângulos para que os alunos determinem os valores do seno, do cosseno e da tangente dos principais arcos do ciclo trigonométrico.

Assim, é importante esclarecer que ao utilizar os conceitos subsunçores acima, surge uma nova maneira de se aprender e de visualizar a Trigonometria. Esta nova maneira concreta exige que se faça uso da representação gráfica no ciclo trigonométrico.

Neste sentido, segundo uma das professoras, esse fato facilita muito a aprendizagem do assunto e permite que os alunos trabalhem a Trigonometria algebricamente e geometricamente. Para ela, aparece assim o verdadeiro sentido da trigonometria: a álgebra associada com a geometria.

A mesma professora continuou comentando que, quando o aluno trabalha geometricamente, observa a figura geométrica (na sua representação, *"o desenho")* e consegue perceber o valor do seno ou do cosseno pela congruência entre os triângulos, embora para responder corretamente tenha também que considerar o sinal que aquela razão deve ter, por pertencer a determinado quadrante. Assim, depois que o aluno entendeu geometricamente, deve associar o resultado encontrado a um plano cartesiano para determinar o sinal da razões trigonométricas. O depoimento abaixo, confirma esta situação:

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

> *"Aqui, eles analisam geometricamente, medindo os valores. Então, eles sabem que geometricamente é o desenho... ele vai medir e depois ele vai pensar no plano cartesiano, algebricamente"* (Prof.2, 8ª atividade).

Fundamentada neste mesmo fato, a outra professora, afirmou *" ...o aluno que não conseguir enxergar [a Trigonometria], como Geometria, quer dizer, o ciclo trigonométrico, não consegue resolver"* (Prof.1, 14ª atividade).

Com esta afirmação, a professora chegou a condicionar o sucesso das resoluções dos problemas trigonométricos às ações ligadas às representações gráficas no ciclo trigonométrico que, por sua vez, fundamentam-se nos subsunçores Simetria e Congruência.

Para se ter uma idéia mais representativa da importância da representação gráfica no ciclo trigonométrico para a aprendizagem dos conceitos, basta verificar o Mapa que trata das articulações e pré-requisitos, na sub-categoria - importância do traçado geométrico e da representação de esquemas. A grande concentração de incidência de respostas se dá a partir da 8ª atividade, justamente onde se iniciou o trabalho com os conceitos de simetria e congruência de triângulos. Considerando que a Prof.3 só desenvolveu até a 13ª atividade, pode-se concluir que as três professoras atribuíram um valor bastante expressivo para a representação gráfica no ciclo trigonométrico.

Deste modo, vejo nos depoimentos das professoras que os conceitos geométricos somados à representação gráfica no ciclo trigonométrico têm um papel muito importante para a aprendizagem dos conceitos trigonométricos, pois, além de favorecer a visualização dos fatos num 'esquema', propicia o desenvolvimento do assunto envolvendo tudo o que foi estudado. Fica evidente, portanto, a existência da articulação entre os conceitos estudados.



Para uma das professoras, além dos 'esquemas' ajudarem a entender o que acontece, eles permitiram determininar, com maior segurança e facilidade, a resposta procurada. Segundo suas representações, tais esquemas geométricos facilitaram até a resolução das equações trigonométricas. Para exemplificar estas afirmações, vale olhar para os seus depoimentos em atividades consecutivas:

> *"...com a sua proposta, a gente trabalha em cima do ciclo trigonométrico ... diariamente, em cada atividade, em cada exercício, é tudo em cima do ciclo trigonométrico (...) ... e o aluno que entende isso, resolve qualquer parte da Trigonometria"* (Prof.1, 12ª atividade).

> *"...como digo sempre, basta saber os valores do seno e do cosseno dos principais arcos. A posição dos ângulos no ciclo que tudo se resolve"* (Prof.1, 13ª atividade).

> *"Quando o aluno sabe trabalhar no ciclo, sabe colocar os ângulos e seus respectivos valores, eles não têm mais dificuldade"* (Prof.1, 14ª atividade).

Como se pode depreender dos depoimentos acima realizados por Prof.1, a representação no ciclo trigonométrico, utilizando-se dos conceitos subsunçores geométricos -Simetria e Congruência entre triângulos, é de vital importância para o entendimento dos conceitos trigonométricos. É necessário relembrar que este sentimento também existe na representação das outras duas professoras. Vale apresentar mais um depoimento de uma das professoras:

> *"... para transformar graus para radianos, não precisa mais fazer continhas, nem regra de três... é só usar a 'bolinha' [o ciclo] eles vão relacionar com o 1º quadrante e dividir"* (Prof.2. 8ª atividade).

Além desses exemplos todos sobre a importância de se articular os conceitos geométricos subsunçores com os 'esquemas no ciclo trigonométrico', foi possível ainda observar no Mapa das representações sobre os pré-requistos e articulações entre os conceitos, um outro aspecto, que apareceu nas representações das professoras e foi muito enfatizado em todas as entrevistas, são as constantes retomadas dos conceitos já estudados, quer sejam conceitos trigonométricos recém-aprendidos, quer sejam conceitos geométricos ou algébricos já vistos em outras etapas da escolaridade, mas que também servem de suporte e de apoio para o desenvolvimento da atividade presente.

Para elas, as constantes retomadas e revisões dos conceitos trigonométricos já desenvolvidos é muito importante, pois os mesmos podem servir de 'ponte cognitiva' para o desenvolvimento de novos conceitos. Acreditam que esses constantes retornos,

· ajudaram a fixar o que foi aprendido;

· possibilitaram aos alunos voltar sempre aos conceitos que aprenderam brincando;

· relembraram os conceitos já estudados, mas esquecidos.

Comentaram também que os exercícios propostos promoveram uma revisão de toda teoria já estudada. É comum encontrar afirmações do tipo *"com essa atividade fizemos uma revisão"* (Prof.2, 13ª atividade). Seguem alguns exemplos que se encaixam nesta afirmação, em diferentes momentos:



> *"esta atividade retornou aos conceitos de razões trigonométricas, à como se obtem o seno utilizando os lados do triângulo retângulo"* (Prof.1, 4ª atividade).

> *"[essa atividade] resumiu tudo o que foi falado até agora do seno, do cosseno, e da tangente. Porque eles fazem um ciclo só e tiram tudo! Foi um resumo"* (Prof.2, 11ª atividade).

> *"[Essa atividade] transportou tudo aquilo que foi visto na circunferência para o gráfico... tudo o que ele [o aluno] viu no ciclo, ele passou para o gráfico [no plano cartesiano]"* (Prof.2, 16ª atividade).

> *"Essa duas partes, elas englobam tudo o que vimos até agora, elas fecham o assunto de tudo quanto é lado!"* (Prof.3, 9ª atividade).

Seria importante atentar para os depoimentos realizados por Prof.2, depoimentos esses que ocultam o entusiasmo dessa professora ao acreditar que, quando se trabalha com a representação no ciclo trigonométrico, tudo fica mais fácil. Embora o 'amadurecimento' desta professora tenha aparecido quase no final da aplicação desta proposta e, provavelmente, depois que ela tenha interiorizado alguns conceitos que até então não lhes eram muito claros, o importante é que ela agora ela tem a visão de toda a proposta e que reconheceu a importância da dinâmica utilizada.

Durante o desenvolvimento das atividades propostas, além daqueles conceitos já citados como idéias de esteio para o desenvolvimento de todos os conceitos trigonométricos, as professoras apontavam outros conceitos

matemáticos como pré-requisitos e ferramentas algébricas necessárias para o desenvolvimento do assunto que deveria estar presente na estrutura cognitiva dos alunos, pois segundo a rigorosa 'estrutura escolar' vigente, os mesmos já deveriam ter sido estudados anteriormente. Foi possível perceber nos depoimentos das três professoras que muitas dificuldades dos alunos se justificavam por falhas conceituais nos conceitos algébricos e geométricos já estudados. Para elas, de modo geral, os alunos apresentaram dificuldades

. no conceito de divisão;

. na simplificação de frações;

. na inversão de frações;

. nas transformações de unidades métricas;

. em regras de três;

. na resolução de sistemas de duas equações e duas incógnitas;

. no reconhecimento dos elementos do conjunto numérico Z;

. na resolução de equações do 2° grau;

. na escrita de seqüências de valores em ordem crescente ou decrescente utilizando os símbolos < ou >

. em algumas operações algébricas como potenciação e radiciação;

. nos conceitos geométricos básicos e importantes, como propriedades e teoremas envolvendo triângulos, como o de Pitágoras, e o comprimento de uma circunferência.

Para que o leitor se certifique da representatividade dos retornos aos conceitos básicos, basta atentar para o Mapa que trata dos pré-requisitos e articulações entre os conceitos. É grande o número de incidência de respostas que apontaram para tal fato. Ainda, para exemplificar esse tipo de análise, é

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

conveniente que se examine as afirmações das três professoras, em diferentes momentos:

> *"o aluno, por exemplo, quando vai usar a fórmula* $sen^2 \alpha + cos^2 \alpha = 1$*, coloca o valor [do sen*α *ou do cos*α*] e esquece de elevar ao quadrado... quando eleva ao quadrado, esquece do MMC, e faz errado... ele esquece do denominador... erra também na racionalização. Então, a maior dificuldade foi no desenvolvimento da parte algébrica, eles sabem aplicar a fórmula a falha deles é incrível, na parte algébrica"* (Prof.1,12ª atividade).

> *"Foi uma parte difícil [3ª parte da 3ª atividade] para eles por causa da parte algébrica. Não foi muito a parte da Trigonometria, porque esta parte eles estão fazendo..."* (Prof.2, 3ª atividade).

> *"A dificuldade deles não é naquilo que a gente está trabalhando... é na álgebra"* (Prof.2, 12ª atividade).

> *"...eles esquecem do quadrado e simplificam as coisas (...) quando começa a entrar muita letra no meio, eles se perdem..."* (Prof.3, 13ª atividade).

As três professoras afirmaram que a maioria destes pré-requisitos foram estudados anteriormente, mas também foram esquecidos. Em suas representações esta é a causa das dificuldades e dos erros cometidos. Nos seus depoimentos encontrei afirmações do tipo:

> *"Os alunos já viram anteriormente este conceito [triângulo isósceles] e já tinham esquecido. Quer dizer que o conceito não foi retido... (...) eu fico fazendo paralelo porque essa matéria [triângulo equilátero] é da 7ª série mas eu acho que o aluno não fixa... eu não sei porque. (...) Já tinham aprendido tudo isso nos anos anteriores, mas não tinham assimilado!"* (Prof.1, 3ª atividade).

> *"Já faz algum tempo que eles viram [o conceito de transformação de unidades] e eles nunca sabem o que foi feito no ano anterior"* (Prof.2, 1ª atividade).

> *"Eles não lembravam o que era triângulo isósceles, então fizemos uma revisão para que eles pudessem resolver"* (Prof.3, 3ª atividade).

> *"Toda vez que se fala em plano cartesiano, tenho que voltar porque sempre tem um 'dito cujo' que não sabe..."* (Prof.3, 7ª atividade).

Dos comentários realizados acima percebi que pelo menos uma das professoras tinha consciência de que se o conceito foi esquecido é porque este não chegou a ser interiorizado pelo aluno, ou seja, a aprendizagem do conceito não foi significativa, conforme propõe Ausubel (1968). As outras duas professoras apenas apontaram para o problema 'esquecimento' dos alunos e afirmaram realizações de revisões. Será esta uma revisão significativa? Será que possibilitaram, desta vez, aos seus alunos uma aprendizagem significativa desses conceitos que deveriam

estar na estrutura cognitiva dos alunos ou, novamente, fizeram uma revisão 'abstrata' dos mesmos e tudo irá continuar como antes ? Será que a próxima vez que necessitarem transformar unidades ou utilizar as propriedades dos triângulos isósceles ou do conceito de plano cartesiano os alunos vão se lembrar?

Para uma das professoras, além dos seus alunos terem dificuldades de recordar e de transferir o que aprenderam para outros exercícios, às vezes eles 'esquecem' as fórmulas apropriadas para a resolução. Por exemplo, conhecendo-se o valor de sen α, é possível determinar o valor do cos α, utilizando a fórmula $\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

As três professoras, em momentos diferentes, também apontaram como pré-requisito para ajudar no desenvolvimento dessa proposta que os alunos já tivessem tido algum contato com Desenho Gemétrico, pois além de precisarem ter alguma habilidade no manuseio de instrumentos como esquadros, transferidor e compasso, também deveriam conhecer procedimentos de construção geométrica, como traçar retas paralelas, perpendiculares, círculos, ângulos retos. Nas suas representações a extinção da disciplina Desenho Geométrico do 1° e do 2° graus dificultou o desenvolvimento desse trabalho porque os alunos estranharam muito a maneira de trabalhar. Uma delas aproveitou a oportunidade para fazer uma sugestão de inclusão desta disciplina no currículo das escolas de rede pública para que os alunos saibam manusear esses instrumentos e conhecer suas principais aplicações. Dentre os vários depoimentos, posso citar:

> *"Como eles nunca tiveram Desenho Geométrico, eles não conseguem mexer com transferidor, com compasso..."* (Pro.2, 5ª atividade).



Fig. 6 - Professora e alunos do diurno da EEPSG "Dr, Luiz Zuiani", utilizando instrumentos e conceitos pertinentes ao Desenho Geométrico

> *"Eu insisto muito para traçarem bem certinho as perpendiculares, porque se não traçarem corretamente aparece erro e a razão acaba dando diferença grande"* (Prof.1, 4ª atividade).

> *"Antigamente eles sabiam dividir a circunferência em tantas partes iguais (...) agora tudo é diferente... eles estranham"* (Prof.1, 15ª atividade)

Um outro aspecto citado pelas professoras é que essa proposta também pressupõe que os alunos saibam ler e entender o que se pede. Assim, esse fato também se torna um pré-requisito para o bom desenvolvimento do trabalho. Para elas, a leitura incorreta e a falta de atenção contribuíram decisivamente para a interpretação errônea e deficiente dos exercícios.

Uma das professoras comentou que ajudou seus alunos a entender os enunciados sugerindo sua leitura integral e só então eles deveriam iniciar a resolução dos exercícios. A professora, que trabalhou no noturno, se referiu a uma situação que havia ocorrido na sua sala de aula, onde um aluno, antes de terminar a leitura do enunciado, solicitou um dado relevante pertinente ao exercício, sendo que o mesmo aparecia no final do enunciado. Um exemplo desta situação está no depoimento:

> *"Os alunos não lêem direito, eles só olham o começo, não procuram ler até o final para entender o que se pede! (...) se eu mando eles lerem até o final do parágrafo, eles vêem, se eu não mando ler, eles não vêem..."* (Prof.3,10ª atividade).

Para essa mesma professora, o entendimento do texto é uma exigência fundamental para a aprendizagem do novo conceito. É um pré-requisito, pois sem entender o que é para ser feito, não é possível fazer ou resolver o que está sendo proposto. Comentou muitas vezes algo do tipo:

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

> *Eles construiram a atividade só que [o professor] tem que direcionar porque eles lêem e não entendem o que é para ser feito"* (Prof.3, 5ª atividade).

> *"Se eu não questionar, não sai! Se ficarmos esperando as respostas, eles não respondem"* (Prof.3, 6ª atividade).

No entendimento desta professora, a interpretação do texto, embora ajude no desenvolvimento dos conceitos matemáticos, deve ser desenvolvida na aula de Português. Essa afirmação é revelada por uma necessidade de intregração, pois segundo ela,

> *"O que ficou assim... faltando... foi a interpretação do problema que já é uma ligação com Português, né?"* (Prof.3, 3ª atividade).

Um pouco mais adiante, esta mesma professora torna a afirmar:

> *"continua aquele problema deles de interpretar o que está escrito e isso, não vai ser só o professor de Matemática que vai conseguir tirar, né? ... nem só a sua proposta. Você pode até melhorar o tipo de linguagem para ver se eles assimilam melhor, mas mesmo assim é um trabalho da professora de Português" (...) "Eu falo que o desenvolvimento deles é construir, mas também tem que saber ler o que está feito na construção, certo?"* (Prof.3, 5ª atividade).

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Essa mesma dificuldade, embora de forma implícita, é apresentada pelas outras professoras, pois, nas suas representações, os alunos erram porque não lêem; não estão acostumados a representar simbolicamente o que falam; não interpretam o enunciado. Uma delas afirma *"se eles lessem direitinho que aqui era só uma volta, a resposta seria diferente..."* (Prof.2, 9ª atividade).

Um outro aspecto citado pela professora da classe noturna foi a dificuldade que seus alunos tiveram para relacionar os conceitos estudados, com as novas situações. Segundo ela, os alunos não 'ligam' uma coisa com a outra e a professora tem de ficar, constantemente, retomando os conceitos. Para exemplificar essa situação, a professora comentou que os alunos resolviam os exercícios propostos como se não tivessem nada a ver um com o outro. Afirmou

> *"(...) olha, eles erram por causa dissso. Porque eles nunca fazem analogia com o exercício anterior e nem pensam no que está sendo estudado. Desta forma, eles 'bloqueiam' [o assunto]..."* (Prof.3, 6ª atividade).

Os aspectos mais significativos desta categoria podem ser agrupados e sintetizados quanto aos pré-requisistos necessários para o bom desenvolvimento do trabalho e a articulação existente entre os conceitos desenvolvidos.

Em relação ao primeiro item pude constatar que os professores

- reconheceram e reforçaram que são pré-requistos os conceitos geométricos Semelhança entre triângulos, Simetria e Congruência de triângulos, pois foram tidos como conceitos relevantes e fundamentais de todos os conceitos trigonométricos;
- apontaram como pré-requisitos o conhecimento dos conceitos algébricos aprendidos anteriormente, pois estes são ferramentas algébricas importantes e necessárias para o desenvolvimento das atividades propostas;

- afirmaram que os próprios conceitos trigonométricos desenvolvidos passaram a ser pré-requistos das atividades subseqüentes, uma vez que eram utilizados como 'âncoras' do novo conhecimento;
- foram unânimes ao reconhecer como pré-requisito para o bom desenvolvimento desta proposta os conceitos do Desenho Geométrico, bem como o manuseio dos seus respectivos intrumentos, pois, com a falta destes dois atributos, os alunos apresentam dificuldades nas construções geométricas existentes nas atividades;
- apontaram a interpretação de textos como pré-requisito, uma vez que as ações desenvolvidas nas atividades propostas são escritas em forma de textos.

Em relação ao segundo item foi possível perceber os seguintes aspectos em relação às articulações existentes entre os conceitos:

- tanto as professoras quanto os alunos perceberam a existência da seqüenciação e hierarquização dos conceitos desenvolvidos;
- para as professoras, os conceitos de simetria e de congruência entre triângulos articulados com a representação gráfica no ciclo trigonométrico facilitaram o desenvolvimento e a visualização dos conceitos trigonométricos e possibilitaram trabalhar de uma forma dinâmica a Trigonometria;
- para as professoras, os constantes retornos aos conceitos já trabalhados, realizados durante o desenvolvimento das atividades, proporcionavam e favoreciam a articulação entre os conceitos;
- a articulação entre os conceitos subsunçores geométricos e algébricos, permitiu desenvolver a Trigonometria na sua verdadeira concepção, isto é, geometrica e algebricamente.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

5.5 Procedimentos e condições materiais

Para esclarecer melhor as representações que as três professoras de Matemática tiveram sobre aspectos relacionados aos procedimentos instrucionais, resolvi subdividir esta categoria em duas sub-categorias: Procedimentos e Condições materiais

Na sub-categoria Procedimentos, procurei desvendar as representações que as três professoras apresentaram sobre o trabalho em equipe; sobre o relacionamento entre os alunos e entre alunos e a professora; e ainda, sobre o aspecto lúdico desta proposta.

Na sub-categoria Condições Materiais, procurei descobrir as representações manifestadas pelas professoras quanto ao tempo gasto para se desenvolver esta proposta; quanto à utilização de materiais concretos; e sobre as condições de trabalho nas escolas onde se realizou este estudo.

5.5.1 Procedimentos

Sobre o trabalho em grupo é preciso esclarecer que enquanto a professora que atuou na classe noturna decidiu que a aplicação desta proposta seria realizada em grupos, as outras duas deixaram seus alunos decidir se queriam ou não trabalhar em grupos. Para uma delas, os alunos gostam de trabalhar em grupo porque se sentem mais seguros. Vê o trabalho em grupo como algo instintivo e natural. Um exemplo desta afirmação é o depoimento *"...automaticamente os alunos vão se agrupando, eu acho que eles se sentem melhor..."* (Prof.1, 2ª atividade).

Embora as duas professoras que trabalharam com as classes do diurno tenham afirmado que seus alunos optaram por trabalhar em grupos, uma delas apenas se refere a esse tipo de trabalho e sobre o relacionamento que o mesmo

propicia aos alunos na 1ª e na 4ª entrevista, conforme pode ser verificado no Quadro 5 - Mapa das representações sobre os procedimentos e condições materiais que trata dos procedimentos e das condições materiais.

Talvez também seja possível considerar algum indício de representação desta professora sobre o trabalho em grupo na 8ª entrevista, quando ela comenta que alguns alunos, tentando encontrar a solução dos exercícios propostos, deram palpites tanto para ela quanto para seus colegas que estavam no quadro resolvendo exercícios. Um exemplo desta afirmação pode ser visto pelo depoimento:

> *"Então, na 4ª parte, eles foram fazendo na lousa mas sempre alguém ia dando 'dicas' para aquele que estava na lousa... vários deram dicas"* (Prof.2, 8ª atividade).

Como se pode verificar no Mapa que trata dos procedimentos e condições materiais, as outras duas professoras, principalmente aquela que trabalhou no noturno, atribuíram um valor bastante relevante para o trabalho em grupo (ou trabalho em equipe). Para elas, tal procedimento favoreceu o relacionamento entre os alunos do grupo e entre os grupos, além de ter propiciado o desenvolvimento do pensamento e a troca de informações. Esta representação está em uníssono com as idéias de Silva (1997) quando aponta, utilizando-se dos estudos realizados por Davidson & Kroll (1991), para os benefícios cognitivos e afetivos que este procedimento traz. Para ela, alunos engajados no trabalho cooperativo, além de apresentarem melhoria nas atitudes e nas habilidades, aumentam a compreensão conceitual e melhoram o relacionamento social.

Quadro 5 - Mapa das representações sobre procedimentos e condições materiais

	Aspecto lúdico: aula agradável/ movimentada			Trabalho em equipe/ relacionamento entre os alunos			Relacionamento entre professor e alunos			Utilização de material concreto: calculadoras, transparências, figuras			Condições de trabalho na escola			Preocupações em relaçao ao tempo gasto			Esboço/ esquema			Vizualização		
	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
1ª Entr.					X	X																		
2ª Entr.		X		X		X	X			X		X				X								
3ª Entr.				X		X	X				X				X	X			X		X			
4ª Entr.	X			X	X					X	X	X			X									X
5ª Entr.	X			X						X		X									X			X
6ª Entr.	X					X					X	X							X			X		X
7ª Entr.	X					X			X					X	X			X	X		X	X		X
8ª Entr.	X		X		X	X			X										X	X	X	X	X	X
9ª Entr.															X	X		X	X	X	X	X	X	X
10ª Entr.			X	X														X	X	X	X	X	X	X
11ª Entr.	X		X			X			X								X		X	X	X	X	X	X
12ª Entr.						X			X				X		X			X	X	X	X			X
13ª Entr.						X									X				X	X		X	X	
14ª Entr.	X			X						X									X	X		X	X	
15ª Entr.													X		X				X	X				
16ª Entr.														X			X		X	X				



Fig.7 - Alunos da classe noturna, trabalhando em grupo

Apesar de Ausubel (1980) não sustentar eficácia de aprendizagem quer seja quanto ao trabalho individual, quer seja quanto ao trabalho realizado em grupo, afirmando que não existe uma única resposta para tal situação, uma vez que a tarefa depende de como os alunos trabalham, do tamanho e da natureza do grupo, considera o trabalho em grupo satisfatório para a aprendizagem, pois em situação de aprendizagem é necessário que haja o cruzamento de opiniões e pontos de vista. Embora não recomende uma competição acirrada demais, acredita que a competição entre os elementos dos grupos não seja perniciosa para a aprendizagem. Para ele, a competição "estimula o esforço individual, eleva as aspirações e

os padrões dos alunos, promove a auto-realização e prepara os alunos para uma participação eficaz numa cultura competitiva" (1980, p. 385-386).

Para a professora da classe noturna, "*trabalhando em grupo os alunos começaram a se animar*" (Prof.3, 1ª atividade); os alunos discutem os problemas e vão construindo as idéias, por isso, "o *interesse é maior*" (Prof.3, 2ª atividade). Afirma que a troca de informações não se deteve apenas entre os elementos dos grupos. Os alunos ajudavam, também, a sanar as dúvidas de outros grupos, às vezes do outro lado da sala de aula. Na sua representação, "*isto é escola!*"

Segundo os depoimentos dessas professoras, ao trabalhar em equipe os alunos discutiram, compararam os resultados, refletiram sobre os erros cometidos, estimularam, portanto, as várias modalidades de pensamento. Um exemplo desta afirmação pode ser visto pela frase

> "*Eu os deixo 'pegarem fogo' ... depois eu entro para discutir com eles o que está acontecendo... deixo eles ficarem no sufoco... aí, eles vêm correndo perguntar... mas deixo partir deles as dúvidas...*" (Prof.3, 3ª atividade).

Assim, é possível perceber que, na representação de duas professoras, o trabalho em equipe favoreceu o desenvolvimento do indivíduo como um todo. Segundo elas, essa maneira de trabalhar interferiu positivamente na aprendizagem dos alunos, pois eles se animaram, ao procurar as soluções dos problemas; discutiram sobre as idéias pertinentes; trocaram informações e se ajudaram mutuamente.

Essa última idéia, a da ajuda mútua, também esteve bastante evidente nas representações dessas professoras. Para elas, trabalhando em grupo um aluno ajuda o outro e isso faz com que a classe fique mais unida, proporcionando uma relação amistosa entre os alunos. Uma das professoras comentou que os alunos mais

vagarosos, ficavam entusiasmados com os resultados dos trabalhos dos colegas e se interessavam em saber como é que eles chegaram àquela conclusão. Exemplos destas ajudas e estimulações poderão ser vistos a seguir, em diferentes etapas do desenvolvimento desta proposta

> *"...aqueles que são mais rápidos vão ajudando os mais lentos..."* (Prof.1, 2ª atividade)

> *"Um vê o outro fazendo, e vai fazendo..."* (Prof.1, 5ª atividade).

> *"...até aqueles que são mais lerdos... os 'pois é da vida', depois vão procurar os colegas"* (Prof.1, 10ª atividade).

> *"Um discutindo com o outro ... eu andando pelas carteiras percebi que até aquele aluno que nunca faz nada, estava fazendo... (...) até aquele mais disperso achou bonitinho...[interessante] todos estavam fazendo e um vai puxando o outro..."* (Prof.1, 14ª atividade)

Ainda no sentido de se conseguir maior união entre os alunos, a professora da classe noturna chamou a atenção para o fato de que, no início, os alunos não sabiam trabalhar em grupo *"achavam que era só juntar e bater papo"*; depois, viram que tinham que *"pôr a mão na massa"* e, quando apareceu um colega que queria abandonar os estudos, os alunos não deixaram e comprometeram-se em ajudá-lo, trabalhando junto com ele. Para esta professora, este aspecto é, ainda, mais significativo do que para a outra, pois, neste período, os alunos estão acostumados a faltar muito e quando retornam, encontram a ajuda do colega. Comentou que um aluno estava quase desistindo de estudar pelo seu baixo

desempenho em todas as matérias e foi incentivado a continuar seus estudos por um grupo de colegas. A professora confessou que depois de uma semana percebeu o quanto a colaboração dos colegas foi importante para este aluno e afirmou *"...quando ele foi para o outro grupo ele resolveu trabalhar, por isso agora, ele despertou..."* (Prof.3, 7ª atividade).

Essa professora também acredita que este modo de trabalhar é bastante adequado para o curso noturno porque os alunos participam ativamente da aula, trocando idéias sem ficar apenas ouvindo. Afirma,

> *"... é importante principalmente por causa da clientela que eu tenho - noturno- alunos que trabalham o dia todo em serviços gerais (...) Nestas condições, se eles chegam na sala de aula só para ouvir, eles sentam e dormem. Trabalhando em grupo eles dão umas 'conversadinhas' e não ficam estáticos..."* (Prof.3, 8ª atividade).

Uma das professoras que trabalhou com classes do período diurno chegou a defender a idéia de que as avaliações sejam realizadas em grupos, pois segundo ela, *"é uma maneira de estudar e um tirar a dúvida com o outro, né?"* (Prof.2, 8ª atividade). Essa professora colocou esta idéia em prática, permitindo que a avaliação fosse realizada em duplas de alunos e obteve bons resultados. Com essa atitude, esta professora mostrou estar compromissada com a proposta que estava utilizando, fato este que veio desfigurar impressões anteriores a respeito desta professora, quanto ao seu envolvimento com a proposta sugerida.

Um outro aspecto que merece ser realçado nas representações de duas professoras, é a influência que a linguagem exerce no trabalho em equipe. Para elas, os alunos conseguiram se ajudar mutuamente por que eles entendem, entre si,

a linguagem praticada. A ênfase dada à linguagem pode ser encontrada nos depoimentos das professoras em diferentes etapas da aplicação desta proposta,

> *"Eles discutem muito, discutem tanto, que as vezes dizem a mesma coisa em linguagens diferentes (...) por mais que você se expresse, parece que tem aluno que entende melhor a linguagem do colega"* (Prof.1, 2ª atividade).

> *"... as palavras que o aluno usa para explicar para seu colega é muito mais importante do que aquela que eu iria usar"* (Prof. 3, Comentário Geral).

Além do aspecto relevante da linguagem para o trabalho em grupo, é necessário também comentar que esta maneira de trabalhar possibilita e estimula a interação entre o professor e os alunos. Ao longo das entrevistas foi possível perceber que as professoras, em alguns momentos, mostraram-se bem mais próximas dos seus alunos. Este fato pôde ser observado através dos depoimentos:

> *"Fui mostrando de grupo em grupo, que assim, ficava mais simples..."* (Prof.3, 7ª atividade).

> *"Estou sempre questionando junto com os alunos e este é o aspecto que esta proposta enfatiza e que eu acho bom... as vezes, sai discussão, sai até bate boca porque eles querem pronto e eu não vou dar pronto!"* (Prof.3, 12ª atividade).

A interação entre o professor e os alunos foi acentuada na classe noturna tendo em vista que a professora dessa turma, preocupada com o número excessivo

de faltas que prejudicavam a seqüenciação do trabalho realizado em classe, procurava conversar com seus alunos para saber o que estava acontecendo. Assim, conversando sobre os problemas particulares que seus alunos apresentavam; sobre seus tipos de empregos; sobre seus horários de trabalhos, ela se aproximava bastante dos seus alunos e melhorava o relacionamento entre as duas partes do processo ensino- aprendizagem: o professor e o aluno.

Ausubel (1980) também chama atenção para interação entre os alunos e entre professor e aluno, uma vez que a aprendizagem se dá num contexto social. Para ele, a interação entre os alunos é importante porque o debate ajuda a promover o crescimento intelectual. Acredita que o debate "fornece a melhor maneira de alargar os horizontes intelectuais dos alunos, de estimular o raciocínio através da fecundação cruzada, de esclarecer suas opiniões e de medir a força dessas opiniões contra as opiniões dos outros" (p.390). Afirma que os professores devem se preocupar com os fatores sociais que influenciam o processo de aprendizagem e aponta vários fatores que interferem no relacionamento entre alunos e entre professor e alunos. Dentre eles estão a motivação para aprender; o desenvolvimento da personalidade e os valores e atitudes que aprenderam com o relacionamento entre seus pares e seu professor.

Enquanto foi possível constatar este aspecto nos depoimentos da professora que trabalhou com a classe noturna, pode-se verificar no Mapa que trata das representações dos professores sobre os procedimentos e condições materiais, ao olhar para a sub-categoria relacionamento entre professor e alunos, a inexistência do mesmo nos depoimentos de Prof.2.

Também foi possível verificar, nos depoimentos das professoras, aspectos ligados ao 'prazer em aprender' ou 'a momentos agradáveis'. Basta verificar o Mapa que trata dos procedimentos e das condições materiais, na sub-categoria Aspecto lúdico, onde a freqüência de respostas de uma das professoras, Prof.1, em relação a este aspecto, é grande. Para as professoras, esta estratégia proporcionou

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

uma maneira dinâmica de trabalhar, isto é, ações como medir, recortar e colar, fez com que a aula ficasse mais agradável enquanto os alunos aprendiam.

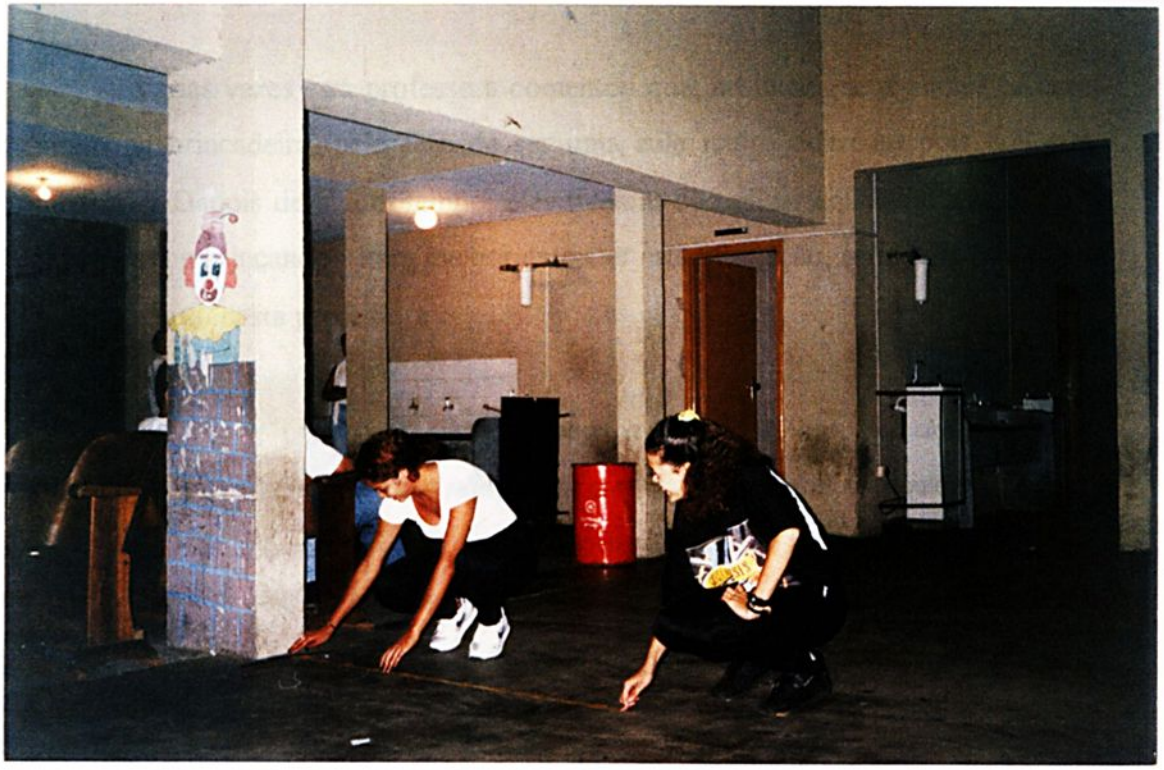


Fig.8 - Alunos da classe noturna desenvolvendo atividade no pátio da escola

Uma delas comentou que este modo de trabalhar é bastante diferente, que proporciona uma aula agradável e bastante movimentada. Disse que alguns alunos encararam com seriedade e outros como brincadeira; no entanto, esses começaram a se interessar conforme foram vendo a movimentação da aula. Afirmou que houve evolução da parte deles, pois

> *"... até os que estavam levando na brincadeira começaram a se interessar quando viram os colegas medindo, conferindo os valores na calculadora..."* (Prof.1, 5ª atividade).

Várias vezes esta professora comentou que, no início, seus alunos levaram muito na brincadeira, pelo fato de ser uma aula muito diferente pois colavam, mediam... Depois de algum tempo, eles tiveram de utilizar aqueles conceitos que 'aprenderam brincando'. Para melhor entender esta afirmação, seria bom olhar para o depoimento desta professora:

> *"Quando a gente começa a atividade, constrói aqui, constrói ali, os alunos não levam a sério. Eles levam tudo na brincadeira (...) conforme você vai ensinando, eles falam: - Mas é só isso? Daí, eles caem na realidade (...) ... com esse finalzinho, brota tudo aquilo que eles não tinham dado importância"* (Prof.1, 14ª atividade).

Para Ausubel, as aprendizagens de habilidades e afetivas também são importantes. Para ele, os fatos de origem interna como, por exemplo, as emoções originam a aprendizagem afetiva, que associada à aprendizagem cognitiva, forma uma boa combinação chegando a aparentar-se como 'prazer em aprender'.

Encontrei também, em menor escala, nos depoimentos das outras duas professoras, referências ao prazer em aprender desta maneira. Para uma delas, este modo de trabalhar *"relaxa ... então é uma aula que eles se sentem bem"* (Prof.3, 8ª atividade); para a outra, a aula se torna agradável porque os alunos *"...vão manusear concretamente e fica mais fácil..."* (Prof.2, 2ª atividade).

Para a professora da classe noturna, até mesmo um conceito trigonométrico mais elaborado, como por exemplo o da 10ª atividade, que trata dos valores da

tangente para os arcos contidos no 2°, 3° e 4° quadrante, se tornou uma brincadeira quando os alunos trabalharam mais com a representação gráfica da situação do que com valores numéricos. Ela afirmou:

> *"Então, quando eles começaram a interpretar, começaram a gostar porque não tinham que fazer contas... bastava escrever o que estavam entendendo"* (Prof.3, 10ª atividade).

Tentando sistematizar os aspectos focados na subcategoria 'procedimentos', pude constatar que

- trabalhar em grupo foi uma opção dos alunos do diurno para desenvolverem as ações propostas nas atividades;
- o trabalho em grupo, além de propiciar motivação, de desenvolver as várias modalidades de pensamento, favoreceu o relacionamento entre os elementos do grupo e entre os vários grupos da classe, possibilitando a troca de informações e fazendo com que a classe ficasse cada vez mais unida;
- o trabalho em grupo possibilitou a reflexão a partir dos erros cometidos, sendo que a linguagem própria do aluno facilitou o entendimento;
- o trabalho em grupo foi bastante adequado para o período noturno, pois os alunos participaram ativamente da aula sem ficar apenas ouvindo;
- a avaliação realizada em pequenos grupos de alunos possibilitou uma forma diferente de estudo, pois um aluno pôde tirar a dúvida do outro;
- os procedimentos utilizados, além de propiciarem a interação entre os alunos e entre o professor e os alunos, possibilitaram uma aula agradável, diferente, movimentada, onde se via alunos interessados e até duvidando da seriedade do trabalho que estava sendo desenvolvido;



- o 'prazer em aprender' está relacionado tanto a ações concretas realizadas, ao recortarem, colarem, medirem, ou nas construções geométricas realizadas; quanto ao trabalho em equipe facilitado pelo apoio mútuo existente entre os colegas, pela utilização de uma linguagem do próprio aluno e pela relação amistosa existente entre os seus pares, no sentido cooperativo.

5.5.2 Condições Materiais

Sobre a utilização de material concreto, foi possível encontrar, na representação das três professoras, depoimentos de que a sua utilização facilitou a construção e a aprendizagem do conceito que estava sendo envolvido. Permitiu identificar que seus alunos estranharam esta maneira de estudar porque não estavam acostumados a trabalhar, na prática, os conceitos matemáticos. Para exemplificar esta afirmação, as três professoras afirmaram que o uso do barbante, na 6ª atividade, que tratava da medida do ângulo central, facilitou aos alunos o entendimento da definição de um radiano, porque foi possível relacionar um arco de meia volta com o número irracional π rd e, ainda, justificar porque o comprimento da circunferência é $2\pi r$.

Para que o leitor se certifique do papel e da importância do material concreto no desenvolvimento dos conceitos trigonométricos abordados ao longo desta proposta, basta atentar para o Mapa que traz dados sobre os procedimentos e as condições materiais, olhando para os itens que se referem a esse aspecto como, por exemplo, a utilização de material concreto, figuras e transparências; esboço; e visualização.

Essa perspectiva de trabalhar concretamente é muito importante, pois a professora da classe noturna acredita que, construindo a tabela dos valores da tangente de um arco que varia de 10° em 10° e seguindo as ações propostas

naquela atividade, o aluno entendeu e visualizou o comportamento da tangente e soube justificar porque que a tg 90° tende para o infinito. Para ela,

> *"...construindo eles foram entender o porquê do infinito (...) um aluno emendou uma folha [de papel], o outro emendou duas folhas... e mesmo assim, não deu [para determinar o valor da tangente de 90°]"* (Prof.3, 5ª atividade).

Está muito clara e bastante enfática, nos depoimentos das três professoras, a importância que elas atribuíram à visualização no ciclo trigonométrico por meio de esboços ou dos dispositivos de transparências, no sentido de auxiliar a compreensão do aluno sobre os conceitos abordados.

Neste sentido, para as três professoras, os dispositivos de transparências sugeridos são muito importantes e ajudam bastante os alunos a observar o que acontece; a conferir os valores trigonométricos que já tinham encontrado, enxergando porque sen 0° = 0, cos 0° = 1, tg 0° = 0 e, ainda, a entender porque a tg 90° não existe. Para exemplificar esta situação, vale observar os depoimentos de duas professoras:

> *"Foi a partir da transparência que eles foram perceber esses valores ... que a tg 0° = 0 e quando o ângulo vai chegando em 90°, cadê a tg 90° ? Daí, eles usam duas réguas para [visualizar] ficar melhor"* (Prof.1, 5ª atividade).

> *"... ficaram maravilhados [com este dispositivo] porque realmente dava para enxergar"* (Prof.3, 4ª atividade).

Para a outra professora, o dispositivo de transparências sugerido é algo que deve ser elogiado. Chegou a afirmar *"...foi a melhor coisa que eu já vi!"* (Prof.2, 4ª atividade). Na representação desta professora, este dispositivo ajudou o aluno a visualizar, dinamicamente, o triângulo retângulo dentro do ciclo trigonométrico e a perceber a variação dos valores dos senos e dos cossenos de um dos seus ângulos agudos. Exemplo disso, é o depoimento:

> *"Eu acho importante [o uso das transparências] porque o aluno vê o triângulo. Porque se você apenas falar em triângulo, para o aluno fica muito abstrato... e aqui não, ele está vendo o que acontece com o triângulo no concreto. Está vendo quando acaba o triângulo. Fica então muito claro, até para os valores de cos 0° e sen 0°."* (Prof.2, 4ª atividade).

Partindo das idéias apresentadas por esses dispositivos é que os alunos, ao resolverem os problemas, utilizaram-se de esboços ou de representações gráficas no ciclo trigonométrico para ajudar a representar a situação em questão. Tais esboços feitos no ciclo trigonométrico, envolvendo localização de arcos e os conceitos de Simetria e de Congruência entre triângulos, também foram pontos muito presentes nos depoimentos das três professoras. Para elas, esse procedimento é muito importante porque facilita a visualização do comportamento das razões trigonométricas e os alunos conseguem "imaginar" os arcos de maneira concreta. Estas afirmações apareceram desde o momento em que começaram a utilizar o ciclo trigonométrico até o final. Encontrei afirmações bastante relevantes a este respeito como, por exemplo,

> *"... mesmo que ele faça uma circunferência pequena ou um pouco torta, ele consegue visualizar graficamente o que está*

> *acontecendo... Então, na circunferência ele não tem mais como errar e não precisa mais decorar. Por exemplo, se o aluno não lembra quanto é sen 30°, basta que ele represente no ciclo que, imediatamente, ele percebe que é 0,5"* (Prof.2, 8ª atividade).

> *"É o que eu falo sempre: o ciclo trigonométrico dá direitinho, é só eles marcarem ... e tudo fica mais fácil, não precisa decorar quanto é sen 30°, é só ver no ciclo se cai no meio ou não"* (Prof.2, 13ª atividade).

Esses dois depoimentos de Prof.2 são bastante significativos para evidenciar a importância de se trabalhar com a representação gráfica no ciclo trigonométrico e também para mostrar que esta professora, nesta etapa da utilização da proposta, se apresentava mais tranqüila e compromissada com o uso da proposta.

A professora da classe noturna acreditou que os esboços ou esquemas traçados facilitaram a visualização e a interpretação dos fatos. Para ela,

> *"... isso [esquema gráfico] é importante porque normalmente eles só pensam e vão escrevendo o que pensam... então, agora, eles aprenderam a fazer 'o rabisquinho' [o esquema gráfico] pra ver como é a figura, para enxergar o que está sendo pedido..."* (Prof.3, 3ª atividade).

Embora tenham ocorrido manifestações positivas em relação ao uso de esboços no sentido de facilitar a visualização no ciclo trigonométrico, uma das professoras do diurno apontou para as dificuldades dos seus alunos para traçar os esboços de figuras geométricas no plano, a partir de situações expressas pelos

enunciados dos problemas que tratam das razões trigonométricas no triângulo retângulo. Para ela, essa dificuldade está fundamentalmente ligada ao problema de leitura e de interpretação dos dados. Afirma

> *"Quando eles têm que esquematizar, percebemos que eles têm dificuldades na interpretação do enunciado. A dificuldade é tremenda!"* (Prof.1, 3ª atividade).

Também foi possível observar que apesar do uso do material concreto ser bastante elogiado pelas professoras, não foi fácil de ser obtido em todas as classes. A professora que trabalhou com a classe noturna deixou transparecer uma certa preocupação ao ter de solicitar de seus alunos providências que implicavam em gastos. Comentou:

> *"...em princípio, ficaram com 'um pé atrás' porque tinham que tirar xerox da apostila e comprar material... só os convenci depois de dar um 'cheque mate' ou a proposta ou o método tradicional..."* (Prof.3, 1ª atividade).

Com este depoimento ela revelou que, logo no início, seus alunos ficaram um pouco desanimados quando apareceram as despesas como tirar xerox da apostila e trazer material diferente daquele que traziam todos os dias como: cola, compasso, calculadora, régua, transferidor.

Decorrido algum tempo do desenvolvimento do processo, foi possível encontrar, nos depoimentos das professoras, dois problemas referentes ao uso dos materiais concretos. O primeiro deles, já comentado na categoria dos pré-requisitos, a dificuldade dos alunos ao trabalharem com instrumentos como compasso, esquadros, transferidor; o segundo problema apontado pelas

professoras foi o da falta de material. Segundo elas, os alunos não traziam o material (cola, transferidor, compasso...) necessário para desenvolver a atividade e acabavam atrapalhando e comprometendo o desenvolvimento da atividade. Chegou a afirmar:

> *"Então para determinar os valores [trigonométricos] dos arcos do 2º quadrante, só tivemos dificuldade porque os alunos não trazem material. O problema não é Trigonometria, é o material (...) A dificuldade deles é não ter compasso, transferidor..."* (Prof.2, 8ª atividade).

Novamente se pode perceber 'recaídas' de Prof.2, no sentido de entender, como um grande entrave na evolução dos conceitos, a falta de material. Embora esse acontecimento implique no aumento de tempo, é possível contorná-lo e não chega a comprometer o trabalho porque os alunos acabam emprestando o material necessário dos colegas de classe.

Um outro aspecto dentro desta subcategoria que deve ser comentado é quanto ao tempo gasto para realizar a aplicação da proposta ora investigada. Segundo as três professoras, esta proposta exige mais tempo para o desenvolvimento dos conceitos. As três professoras utilizaram o semestre todo para desenvolver a proposta sugerida, sendo que a professora que trabalhou no período noturno, por vários outros tipos de problemas relacionados com o sistema escolar, nem conseguiu concluir o trabalho. Um exemplo desta situação é a sua afirmação:

> *"ela [a proposta] é mais demorada para a aplicação... o espaço de tempo utilizado foi bem maior"* (Prof.3., Comentário Geral).

Essa professora se mostrou muito angustiada durante boa parte da utilização da proposta, tendo em vista que previa o não cumprimento da totalidade do trabalho. É possível verificar, em seus depoimentos, momentos alternados quanto às afirmações sobre o tempo gasto para o desenvolvimento das atividades. Ora afirmava que seus alunos estavam muito vagarosos, ora afirmava que estavam rápidos. O que parece emergir de sua análise é que, quando os alunos utilizavam da representação no ciclo trigonométrico ou resgatavam conceitos aprendidos anteriormente, o tempo era minimizado. Por outro lado, quando desenvolviam atividades que exigiam construções geométricas ou partes das atividades que continham apenas exercícios, eles demoravam mais. Chegou a comentar que os próprios alunos percebiam quando estavam lentos demais e justificavam esse fato pelo cansaço. Estas considerações foram retiradas, em parte, da afirmação:

> *"Na hora que eles construiram eles foram trabalhando e visualizando e o que precisava ser feito (...) eles foram deduzindo, foram fazendo a atividade e desta vez, mais rápidos"* (Prof.3, 10ª atividade).

Essa mesma professora chegou a afirmar que a proposta sugerida demora mais para ser aplicada, mas que os alunos aprendem mais. Afima *"se os alunos trabalham, a aula rende muito mais!"* (Prof.3, Coment. Geral.).

Para a outra professora que trabalhou no período diurno, esta maneira de trabalhar demora mais porque os alunos devem deduzir os conceitos. Ela acreditava, logo no começo, tanto que disse: *"vão se soltar"*. Em um outro momento, esta mesma professora comentou sobre a demora dos alunos para resolver os exercícios e justificou o fato afirmando que cada um usou de um modo diferente e que queriam mostrar para ela a saída que encontraram. Na 9ª atividade,

continuou apontando para a demora dos seus alunos para concluí-la (um total de 7 aulas) e comentava que quando eles chegaram na parte de exercícios, os procedimentos ficaram tão espaçados que os alunos não sabiam mais do que se tratava. Para ela, *"...parece que os alunos tinham dado uma dormida"* (Prof.1, 9ª atividade). Nas últimas atividades, juntamente com a outra professora do diurno, reclamou do tempo disponível para concluir este trabalho. Como já era final de semestre, tudo ficou muito corrido.

Esta outra professora do diurno, achou que tinha demorado muito por ser a primeira vez que estava aplicando a proposta, ou seja, por falta de experiência sua.

Para finalizar esta subcategoria, devo tratar das condições de trabalho nas escolas onde este estudo foi realizado, pois houve depoimentos reiterados sobre as interferências.

A primeira observação a ser feita se refere ao fato de que, nas três escolas, não encontramos um lugar adequado para as realizações das entrevistas com as professoras. Quando optamos por realizar as entrevistas, por exemplo, na sala de reuniões de Horário de Trabalhos Pedagógicos ou na Biblioteca, muitas vezes elas foram interrompidas por pessoas da própria escola, fazendo com que a professora entrevistada perdesse a seqüência do que estava falando. Outras vezes foi o barulho das crianças no pátio que prejudicou a qualidade da gravação, impedindo a compreensão do que estava sendo falado. A professora que trabalhou com a classe do noturno optou por realizar as entrevistas fora da escola, ou seja, na minha residência ou na residência dela.

Pude perceber outra interferência nas aplicações. As três professoras se mostravam bastante descontentes com a reestruturação da rede física das escolas públicas do Estado de São Paulo, promovida pela Secretaria da Educação no ano de 1996, já comentada na categoria que trata das reações das professoras. Assim, foi possível perceber em suas representações que o momento não estava nada propício para inovações.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

É importante esclarecer que duas das professoras, uma do período diurno e outra do período noturno, já estavam trabalhando com a proposta quando a Secretaria de Educação anunciou para ano seguinte tal a reestruturação da rede física. Assim, foi mediante um ambiente bastante tumultuado que elas utilizaram uma proposta metodológica inovadora. Uma delas, por não ser efetiva no cargo, estava incerta e muito angustiada porque, com essa reestruturação, não teria aulas no ano seguinte. A terceira professora, que utilizou esta metodologia no ano seguinte, quando já se efetivava a Reestruturação das escolas públicas, se mostrava descontente porque as classes foram formadas por alunos de *"tudo quanto é lugar"* . Ela desconhecia seus alunos, dificultando o diagnóstico do que eles sabiam ou não. Essa professora, por mais de uma vez, fez desabafos, como os apresentados a seguir:

> *"Antes a gente conhecia os alunos, ... você sabia quem os alunos eram, porque já haviam sido alunos dos seus colegas. Agora não, tudo mudou... juntou todo mundo de fora [da escola]... é um ano completamente diferente porque juntou escolas. Tem gente de tudo quanto é lugar, de todos os níveis"* (Prof.2, 15ª atividade).

> *"Mas este ano, com a reestruturação das escolas da rede pública, foi difícil! Teve classe com 80% de notas vermelhas... teve prova que foi feita três vezes ... prova com o mesmo conteúdo! Agora antes de você chegar, eu estava conversando com a professora de História, que não tem nada a ver com...[matemática], comparamos as cadernetas: todos os alunos que estão com notas vermelha de Matemática, também estão de História..."* (Prof. 2, 16ª atividade).

Essa mesma professora comentou, também, a insatisfação dos alunos pela reestruturação realizada pela Secretaria Educação. Para ela, alguns alunos estavam descontentes por terem de estudar em escolas longe das suas casas, aumentando os gastos com transportes e deixando grupos de amigos dos seus bairros. Chegou a afirmar:

> *"Você vê, [o aluno] veio para uma escola onde não queria vir, temos uma porção de alunos de diferentes níveis.... e a adaptação, como fica?"* (Prof.2, 15ª atividade).

Práticas administrativas tais como remanejamento dos alunos de escola para escola ou de período para período, mesmo antes da reestruturação das escolas da rede pública, já incomodavam bastante as professoras. Para uma delas, tais fatos atrapalhavam o desempenho dos seus alunos e ela nunca podia saber se os alunos que vieram de fora já tinham, ou não, aprendido subsídios daquele assunto que estava sendo desenvolvido. Um exemplo desta situação está no depoimento:

> *"... muitos alunos já não lembravam mais o que era hipotenusa, catetos... porque a gente recebe muitos alunos de fora e parece que eles nunca ouviram falar[disso]"* (Prof.1, 9ª atividade).

Preocupações como o encerramento precoce do ano letivo estiveram presentes nos depoimentos de duas das três professoras. A rigor, o ano letivo deveria ser encerrado depois do dia 20 de dezembro. Entretanto, no final de novembro as professoras deveriam entregar as notas na secretaria da escola para dar início ao processo de recuperação final dos alunos, com reuniões do Conselho de Classe. É preciso ainda ressaltar que, no ano do desenvolvimento desta

pesquisa, o mês de novembro foi um pouco mais tumultuado, prejudicando ainda mais o encerramento das atividades, pois uma das escolas foi requisitada para a realização das provas do vestibular da UNICAMP.

Além dessas intempéries, foi possível encontrar, nas análises da professora que trabalhou no noturno, algumas preocupações quanto ao horário das suas aulas de Matemática, ou seja, duas na 2ª feira e as duas últimas aulas da sexta-feira. Segundo esta professora, além das aulas estarem muito longe (de 2ª para 6ª feira) as duas aulas de Matemática da 6ª feira eram as duas últimas aulas do período. Por ser um curso noturno, cuja clientela é formada por alunos que trabalham durante o dia e estudam à noite, 6ª feira à noite, último dia da semana, os alunos estão exauridos e faltam muito, condições acrescidas, ainda, de vésperas de feriados fazendo finais de semana prolongados...

Esta professora cita ainda mais dois fatores do ambiente escolar os quais contribuíram para atravancar o andamento dessa proposta:

. a 'acomodação de horário', ou seja, para resolver problemas de horário da escola, as duas aulas de Matemática que deveriam ser realizadas juntas, acabaram, muitas vezes, sendo separadas e assim, se perde muito tempo, pois *"...até que os alunos entrem na classe, acertem os grupos, logo dá o sinal"* (Prof.3, 8ª atividade).

. o fato da Diretora da escola utilizar a aula de Matemática para dar avisos aos alunos.

Nessa seqüência de aspectos relativos à instituição escolar e suas interferências enquanto condições de trabalho é importante citar um outro aspecto relevante que, na análise dessa professora, quebrou toda a seqüenciação substancialmente programada nesta metodologia. Trata-se das interrupções das aulas, muito freqüentes neste período. Para comprovar esta afirmação, basta

observar o Mapa que retrata os procedimentos e as condições materiais que revela tal dado permitindo verificar que o mesmo acontecimento também foi citado algumas vezes por uma das professoras que trabalhou no período diurno.

Pelas informações encontradas nos depoimentos da professora que trabalhou na classe noturna, muitos são os fatores que corroboraram para haver constantes interrupções das aulas. É preciso comentar que, durante a utilização desta proposta de trabalho, neste turno tão problemático, onde o tempo de duração das aulas é menor se comparado com o período diurno e os alunos trabalham o dia todo chegando exauridos na escola, aconteceram muitas interrupções, sendo que, em uma delas, a professora não conseguiu dar seqüência às atividades programadas por um período contínuo de 29 dias letivos! É isso mesmo, 29 dias! Quero aqui comentar os mais variados motivos:

. grande freqüência de 'emendadas' dos alunos (seria do sistema?) quando havia um (ou dois) dia(s) letivo (s) entre feriados ou suspensão de aulas;

. suspensão das duas últimas aulas da 6ª feira para a realização da partida final de um campeonato de futebol do curso noturno;

. requisição do prédio escolar para realização das eleições municipais (três dias);

. reunião pedagógica, com professores e a supervisora de ensino, realizada nas duas últimas aulas de uma 6ª feira;

. Conselho de Classe referente ao 3° bimestre, também realizado nas aulas já citadas;

. comemorações referentes ao Dia do professor e ao Dia da Criança, realizadas nas referidas datas.

Não foi difícil constatar que depois dessa imensa interrupção, a professora e os alunos perderam toda a seqüenciação do trabalho que estava sendo desenvolvido e todo este mês sem essas aulas de Matemática comprometeu o

desenvolvimento da proposta e a animação dos alunos. Esse fato levou a professora ao desabafo de como tais práticas não pedagógicas interferem no pedagógico de sala de aula:

> *"Então, quer dizer que o problema é de conteúdo? Não, o problema é do sistema, dos feriados, da organização do ensino, e tudo isso, afeta a aprendizagem dos alunos..."* (Prof.3, 9ª atividade).

A mesma professora, em função de tudo que aconteceu, chegou à conclusão de que seus alunos só querem o diploma; que não valorizam a escola; que em primeiro lugar está o trabalho, depois a escola. Essa conclusão se originou das afirmações:

> *"Eles trocam muito bem a escola por uma festa! (...) "A maioria não está preocupada em aprender, porque não é prioridade dele. O emprego dele não vai depender do que ele está aprendendo no 2º grau (...) Eles só querem o diploma! (...) até para ser balconista precisam ter o diploma do 2º grau, e este é o motivo que fez com que os alunos voltassem a estudar"* (Prof.3, 13ª atividade).

Sintetizando os aspectos descritos nesta subcategoria, retirados das representações manifestadas nos depoimentos realizados pelas professoras, posso apontar vários aspectos que envolveram condições materiais, fatores que influenciaram, de alguma forma, a realização do trabalho. Pude então perceber que:

- a utilização de materiais concretos facilitou a construção e a aprendizagem dos conceitos, embora os alunos tenham estranhado essa maneira de trabalhar;
- os esquemas feitos no ciclo trigonométrico, assim como a utilização de transparências, auxiliaram a compreensão dos conceitos, uma vez que os mesmos possibilitaram visualizar a situação no ciclo trigonométrico;
- o aluno deve realizar uma interpretação rigorosa dos enunciados para que a representação geométrica (ou figura), no plano, seja compatível com a situação expressa no mesmo;
- a falta de material, bem como a dificuldade dos alunos no manuseio dos instrumentos de desenho geométrico, constituíram barreiras para o desenvolvimento das ações propostas nas atividades;
- embora tenha ficado evidente que o tempo exigido para o desenvolvimento desta proposta é bem maior do que se o mesmo assunto tivesse sido desenvolvido pela metodologia tradicional, e que as professoras se mostraram apreensivas pelo descumprimento do programa escolar, foi possível perceber a conscientização das professoras sobre as vantagens de se possibilitar aos alunos a construção e a descoberta dos conceitos;
- houve oscilações nos depoimentos de Prof.3, quanto ao tempo utilizado para o desenvolvimento das atividades. Foi possível perceber que se os alunos utilizassem a representação gráfica no ciclo trigonométrico, o tempo empreendido para a resolução do problema proposto era bem maior do que se utilizassem apenas de procedimentos algébricos;
- tanto por parte dos alunos quanto por parte das professoras, o ambiente não estava propício para inovações nas salas de aula, pois todos estavam descontentes com as modificações impostas pela Secretaria de Educação;



- preocupações dos professores quanto ao interesse dos alunos; quanto a práticas administrativas que vêm sendo realizadas nas escolas como, por exemplo, encerramento precoce do ano letivo, inadequação do horário para as aulas de Matemática, permissão para realização das provas de vestibulares na escola e outros; quanto ao tempo de duração das aulas no curso noturno e, principalmente, quanto aos problemas que o próprio sistema escolar oferece.

5.6 Dificuldades e facilidades das professoras

Esta categoria retrata os aspectos do processo de ensino observados pelas professoras ao utilizarem a proposta alternativa aqui discutida. Num primeiro momento, apontarei as facilidades que detectei através dos depoimentos das professoras, realizadas ao longo do desenvolvimento deste estudo; num segundo momento, comentarei os aspectos presentes nas representações das professoras os quais permitiram detectar dificuldades no desenvolvimento do trabalho, influindo, negativamente, sobre o mesmo.

Pude constatar nos depoimentos das três professoras que os procedimentos sugeridos para o desenvolvimento das atividades facilitaram, em muitos aspectos, o ensino dos conceitos trigonométricos. Foi possível perceber tais indícios nos trabalhos desenvolvidos pelas três professoras, desde as ações muito simples, praticadas pelos alunos nas primeiras atividades ao recortarem, medirem, colarem, até as ações que tratavam de conceitos mais complexos e dependentes de muitos outros aprendidos anteriormente como, por exemplo, resolução de inequações trigonométricas.



Depois que as três professoras 'confessaram' que a proposta em questão modificou suas práticas pedagógicas em suas salas de aula e que não pretendiam mais voltar a trabalhar com o ensino tradicional, elas não deixaram de comentar que se todos os professores tivessem o hábito de trabalhar desta forma, tudo ficaria mais fácil.

Para elas, esta técnica facilitou o processo educativo uma vez que sua preocupação é de que seus alunos aprendam o assunto com facilidade. Uma delas, chegou a reconhecer que *"A Trigonometria é uma matéria difícil para o aluno. É difícil para o professor explicar e para o aluno entender"* (Prof.1, 11ª atividade). Em relação a este mesmo aspecto, outra professora comentou que nunca tinha dado complementaridade entre ângulos com tanta facilidade. Afirmou *"através desse exercício [3º, da 3ª parte, da 2ª atividade] eu achei que ficou superfácil e eles saíram direto..."* (Prof.2, 2ªatividade).

Um outro aspecto muito citado pelas professoras como fator que interferiu positivamente no processo de ensino foi a posssibilidade dada aos alunos de trabalhar concretamente com os dados, ao construirem os conceitos. A representação gráfica no ciclo trigonométrico, aqui incluída, é tida pelas professoras como um elemento facilitador dos seus trabalhos. Neste sentido vale olhar para o depoimento:

> *"... com esta atividade eu fui observar o quanto eles tinham aprendido a redução de arcos ao 1º quadrante, através da simetria"* (Prof.1, 11ª atividade).

A facilidade no ensino dos conceitos trigonométricos advém, ainda, dos procedimentos metodológicos quanto às constantes revisões e a seqüenciação dos conceitos existentes. Mediante tal reconhecimento, foi possível perceber que, se a aula fosse praticada por meio de exposições dos conceitos pelo professor e de

maneira que a apresentação dos mesmos fosse feita de forma truncada e isolada dos outros conceitos como normalmente tem sido feito, não teria acontecido a revisão de tantos conceitos matemáticos aprendidos anteriormente, assim como o novo conhecimento não estaria apoiado nos anteriores, como se espera que aconteça numa aprendizagem significativa, conforme propõe Ausubel (1968). Esta professora chegou a afirmar:

> *"Você faz uma seqüência, você engloba um monte de coisas..."*
> (Prof.1, Comentário Geral).

Como foi apontado anteriormente, ainda em relação aos procedimentos, as professoras afirmaram que o interesse manifestado e a estimulação dos alunos influenciaram positivamente o processo em sala de aula. Parece que esses aspectos foram facilitados pela dinâmica do trabalho em grupo. Segundo as representações das três professoras, essa maneira de trabalhar interfere, positivamente, nos aspectos instrucionais, tendo em vista que os alunos discutem as idéias pertinentes, trocam informações e se ajudam mutuamente. Para a professora que trabalhou com a classe noturna, este procedimento é bastante adequado para esse turno escolar, pois seu trabalho se desenvolve de modo mais suave, menos pesado; se esses alunos estivessem apenas ouvindo, não estariam envolvidos o suficiente e nem teriam aprendido o quanto aprenderam, pois chegam cansados na escola e neste período há sérios problemas culturais, sociais e até mesmo do próprio sistema escolar.

Uma outra facilidade instrucional, segundo as representações das professoras, é o fato dos conceitos serem, inicialmente, apresentados informalmente e, somente depois, no momento oportuno, os mesmos serem retomados e aprendidos formalmente. Este é o caso de como se realizou o desenvolvimento das equações trigonométricas, as quais já eram trabalhadas antes

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

do seu desenvolvimento propriamente dito na 13ª atividade. Neste sentido, uma das professoras afirmou:

> *"Na medida em que fomos trabalhando esta proposta [equação trigonométrica] já foi sendo trabalhado sem que eles percebessem o conceito de equaçâo trigonométrica... eles estavam resolvendo equações, sem saber que eram equações..."* (Prof.3, 13ª atividade).

Ainda abordando aspectos da facilidade em ensinar equações trigonométricas, segundo esta proposta, outra professora comentou que ouviu um aluno exclamar: -*"Nossa, professora, eu achei que era tão mais difícil... é só isso?"*

O mesmo sentimento foi possível de ser percebido nos depoimentos das três professoras em relação ao desenvolvimento da 14ª atividade, que tratava das inequações trigonométricas. Para elas, a facilidade de ensinar as inequações trigonométricas reside nas ações realizadas para representar graficamente a situação no ciclo trigonométrico. Uma das professoras comentou:

> *"eu não dava inequação [dessa forma] agora, no ciclo, eles enxergam direitinho o intervalo. Antes você fazia inequação e ficava muito abstrato, meio no ar..."* (Prof.2, 14ª atividade).

Apesar de expressão negativa - o desânimo ao lembrar que no próximo semestre iria trabalhar com Análise Combinatória e não conhecia procedimentos desse tipo que desenvolvessem tal assunto, no sentido de facilitar o processo instrucional - é possível perceber o lado positivo da afirmação, pois tal depoimento

é revelador das facilidades encontradas no ensino com a proposta aqui analisada quando contrastada com outras possibilidades e outros tópicos dos conteúdos.

Para finalizar é importante comentar um aspecto bastante relevante, apontado pelas três professoras como facilitador de instruções: o conhecimento dos conceitos matemáticos aprendidos anteriormente, pois, quando já dominam esses conhecimentos, as professoras podem dar continuidade ao ensino e os alunos podem ancorar todos os conceitos trigonométricos desenvolvidos, realizando a aprendizagem significativa pretendida.

Mediante este conjunto de representações das professoras é possível destacar e sintetizar aspectos que influenciaram positivamente o processo de ensino, no sentido de desenvolver a proposta sugerida. Desta forma, pude perceber que o ensino da Trigonometria foi facilitado por:

- prender a atenção dos alunos para todos os acontecimentos da sala de aula;
- estimular e propiciar a motivação e interesse dos alunos ao trabalharem com a dinâmica variada sugerida;
- retornar, constantemente, aos conceitos estudados sempre presentes no desenvolvimento das atividades, tendo como conseqüência a fixação dos conceitos aprendidos, diminuindo a possibilidade de esquecimentos;
- possibilitar o trabalho concreto com os dados e poder visualizar a situação mediante a utilização de transparências ou da representação gráfica no ciclo trigonométrico;
- possibilitar a compreensão dos conceitos trigonométricos, uma vez que os próprios alunos descobriam e deduziam estes conceitos;
- usar a seqüenciação hierárquica dos conceitos, permitindo a descoberta paulatina dos mesmos;

- trabalhar em grupo, proporcionando a troca de opiniões, estabelecendo a relação amistosa e a interação entre os elementos do grupo;
- iniciar a aprendizagem do conceito de modo informal passando depois para a formalidade do mesmo.

Na segunda etapa desta categoria, apontarei as dificuldades encontradas pelas professoras ao utilizarem esta proposta alternativa.

Pude perceber, nos depoimentos das três professoras, que esta proposta exige muito mais tempo para ser desenvolvida se comparada com o método tradicional que normalmente é praticado nas escolas. Embora as professoras tenham reconhecido que através da proposta sugerida os alunos aprenderam mais, também não deixaram de ficar apreensivas, tendo em vista que ainda vigora a visão de que são obrigadas a dar conta de um programa estabelecido no início do ano letivo o qual contempla um conteúdo mínimo necessário que deve ser obedecido. Assim sendo, este é um problema que deve ser considerado e analisado.

Uma outra dificuldade instrucional que pude encontrar nos depoimentos das professoras foi a dificuldade de interpretação de textos pelos alunos. Este fato interferiu negativamente no ensino dos conceitos, uma vez que sem conseguir ler e entender o que estava sendo pedido, as ações propostas ficaram comprometidas. A professora da classe noturna, que mais sentiu tal dificuldade, afirmou que precisava ir lendo junto com seus alunos as ações escritas nas atividades, pois *"parece que ouvindo eles conseguem, e lendo eles não conseguem"* (Prof.2, 4ª atividade). Acredito que este fato implique uma outra dificuldade: a dos alunos apresentarem dificuldades para escrever as soluções encontradas nos exercícios e as expressões gerais dos arcos, pois tais situações exigem a passagem do pensamento para a linguagem escrita e desta, para a linguagem simbólica. Tais dificuldades dos alunos geraram dificuldades para as professoras exigindo delas atenção redobrada quer

para a leitura coletiva e compreensão das atividades quer para a correção dos exercícios.

Bastante significativa foi a dificuldade apontada pelas três professoras, do começo até o final das entrevistas, que interferiu muito nos procedimentos instrucionais: a falta de conhecimentos básicos, quer conceituais, quer de habilidades. Foi possível perceber que, muitas vezes, os conceitos estudados anteriormente pelos alunos, sejam eles geométricos ou algébricos, não estavam disponíveis na sua estrutura cognitiva e, ainda, pouca habilidade dos alunos em manusear os instrumentos necessários para realizar traçados e construções geométricas como, por exemplo, saber manusear compasso e saber utilizar, corretamente, o transferidor. Duas das professoras deixam transparecer preocupações a este respeito:

> *"o problema deles [dos alunos] era a falta de atenção e a falta de habilidades de trabalhar com o material prático"*, (Prof.3, 8ª atividade);
>
> *"...como eles nunca tiveram Desenho Geométrico, eles não conseguem mexer com o transferidor, com compasso..."* (Prof.2, 6ª atividade).

A inexistência dessas aquisições conceituais ou o esquecimento das mesmas, implicaram numa grande dificuldade instrucional para a seqüência e evolução do ensino uma vez que a proposta aqui desenvolvida se fundamenta nas idéias de Ausubel (1968), que tem como ponto alto da sua teoria a aprendizagem significativa. É conveniente relembrar que esta aprendizagem só acontece se o novo conhecimento ancorar em conceitos anteriores ao assunto em estudo, existentes na estrutura cognitiva de quem aprende. Assim, a inexistência de

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

conceitos relevantes que sirvam de âncoras para todos os conceitos desenvolvidos, prejudicam essencialmente a aprendizagem, além de dificultar o processo instrucional, exigindo das professoras a constante busca de formas de superar tais lacunas.

É preciso ressaltar que os constantes retornos aos conceitos trigonométricos já desenvolvidos nas atividades anteriores, propositalmente realizados, foram adequadamente propostos, justamente para possibilitar o resgate e a utilização dos conceitos âncoras já desenvolvidos anteriormente, no sentido de facilitar a aprendizagem subseqüente.

Foi possível perceber que as professoras tiveram dificuldades de se desprenderem das suas concepções de ensino adquiridas ao longo de toda a sua vida escolar e durante as práticas realizadas nas suas salas de aula até aqui, dado este também encontrado por Cunha (1989) quando desenvolveu pesquisa sobre os fatores que influenciavam a prática de um bom professor. Esse fato pôde ser constatado quando uma das professoras revelou, nos seus depoimentos, não ter gostado da sugestão dada para que os alunos fizessem uso de calculadoras para desenvolverem as ações sugeridas. Na sua representação, os alunos não deveriam utilizar calculadora justamente porque eles não sabiam dividir. Essa professora mostrou que não percebeu o objetivo daquela atividade, ou seja, construir o conceito das razões trigonométricas e não o de verificar se os alunos sabiam ou não dividir! Entretanto, percebe-se que ela esteve atenta às dificuldades que os alunos apresentaram.

Ainda sobre as dificuldades que as professoras revelaram de se livrarem das concepções e chavões presentes no dia a dia, pude perceber nos depoimentos de outra professora quando atribuiu apenas ao aluno a responsabilidade do seu fracasso. Afirmou:

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

"A escola estadual, eu acho que está em decadência, não pelos professores e sim pelos alunos" (Prof.1, 12ª atividade).

Tais 'amarras' constituíram obstáculos que muitas vezes elas não conseguiram transpor, pois a proposta pressupunha incorporação de princípios que sempre foram plenamente assumidos e praticados.

Outro aspecto que dificultou o processo instrucional foi o fato dos alunos não trazerem o material necessário para o desenvolvimento das atividades. Eles esqueciam de trazer compasso, transferidor, calculadora, atrapalhando, portanto, o desenvolvimento das atividades.

Nesse caso, as professoras enfrentaram dificuldades de implantar novos hábitos relativos à material, um dos aspectos fundamentais do trabalho do professor (Marin, 1996).

A dificuldade na instrução também passou pelo fato dos alunos não relacionarem um conceito com o outro. Embora as duas professoras do diurno não utilizassem as mesmas palavras da professora do noturno, por várias vezes elas se referiram ao 'esquecimento' dos alunos ou às dificuldades deles para escolherem a fórmula trigonométrica que deveria ser utilizada para resolver determinado exercício.

Uma delas comentou que seus alunos tiveram dificuldade em utilizar a fórmula $\text{tg}\ \alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$ e que insistiam em utilizar a fórmula da tangente que envolvia a razão entre os lados de um triângulo retângulo ($\text{tg}\ \alpha = \frac{cateto\ oposto\ \alpha}{cateto\ adj.\ \alpha}$), mesmo conhecendo a definição de ciclo trigonométrico e sabendo que a medida da hipotenusa era igual a 1. Assim, ficou registrado que os alunos conheciam as duas fórmulas mas não relacionavam uma coisa com a outra.

Para a outra professora, além dos seus alunos terem uma certa dificuldade de recordar e de transferir o que haviam aprendido para outros exercícios, as vezes eles 'esqueciam' as fórmulas apropriadas para a resolução. Por exemplo, conhecendo-se o valor do senα, é possível determinar o valor do cos α, utilizando a fórmula $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

O esquecimento referido acima influenciou negativamente o desenvolvimento das atividades propostas, tendo em vista que alguns conceitos geométricos e algébricos estudados nas séries anteriores eram conceitos âncoras de muitos outros que deveriam ser desenvolvidos como, por exemplo, perpendicularidade entre dois lados; a definição, os elementos, as propriedades e os teoremas que sobre triângulos, em especial, os triângulos isósceles e equiláteros; as transformações do sistema métrico decimal. Tais fatores levaram as professoras a estarem mais atentas, retomando constantemente esses pré-requisitos, ocasionando atrasos no desenvolvimento das atividades.

Um outro fator dificultador para o ensino, apontado por duas das três professoras, foi a não valorização da escola pelos alunos. Segundo uma delas, eles ficam contentes quando os professores fazem greves e só querem passar de ano. Estas afirmações foram encontradas no seguinte depoimento desta professora:

> *"Não é a proposta, não é nada... eles não querem saber de nada... só querem saber se vai ter greve ou não, porque se tiver greve, o professor dá um jeitinho e eles passam. Não é a Matemática em si... é um desinteresse geral. Eu consigo alguma coisa como? Na briga! Não é a proposta... não tem nada que atrai..."* (Prof.2, 8ª atividade).

A professora da classe noturna fez o mesmo tipo de depoimento acreditando que esse fato dificultou bastante o processo de ensino. Ao relatar as

suas impressões gerais sobre a proposta, apesar de novamente afirmar que é um trabalho adequado para este turno escolar para quebrar a imobilidade dos alunos, ela afirmou que os alunos só se preocupam com o diploma; que qualquer motivo é suficiente para que eles faltem; que eles trocam muito bem a escola por uma festa; e sobre a debandada precoce dos alunos no final de novembro, embora o ano letivo ainda não tivesse terminado. Em relação a este último item, a professora comentou que os alunos não queriam vir mais para a escola apenas por causa da Matemática, deixando claro que as outras disciplinas já haviam entregado as notas na secretaria da escola. Todos esses fatos, de certa forma, dificultaram o ensino, sendo que o último até mesmo impossibilitou a continuidade do trabalho.

Na representação desta professora, a primeira necessidade do aluno do noturno é o trabalho. Afirmou:

> *"A sua primeira necessidade é o trabalho. Se o patrão pedir para ficar até mais tarde, ele fica... se tiver prova, paciência... porque ele sobrevive do salário dele (...) o emprego deles não necessita do 2° grau, eles só querem o diploma (...) hoje eles se arrumam com o computador, com a calculadora, que fazem a metade das coisas que eles precisam fazer calculando no lápis..."* (Prof.3, Comentário Geral).

Mediante o incisivo depoimento acima, resta-nos refletir bastante sobre as práticas realizadas nas salas de aula; sobre os conteúdos desenvolvidos; sobre as oportunidades que a escola vem oferecendo ao alunos para se tornarem cidadãos.

Além das dificuldades instrucionais relatadas até aqui, é necessário ainda comentar mais dois aspectos que influenciaram no desenvolvimento do trabalho. O primeiro deles diz respeito à insegurança que uma das professoras sentiu por ser a primeira vez que utilizava a proposta sugerida. Acredito que seja um aconte-

cimento natural que se dá frente ao desconhecido. O segundo aspecto diz respeito à falha conceitual que uma das três professoras revelou, embora tal acontecimento tenha ocorrido apenas uma vez ao longo do desenvolvimento do trabalho. Tal afirmação procede de situações como a de uma professora que apresentou falhas conceituais sobre radianos, pois consentiu que seus alunos marcassem, no ciclo trigonométrico, 1 rd com a abertura do compasso[2]. Ela estava comentando sobre o desenvolvimento da 15ª atividade, a qual tratava da correspondência de um número real e um ponto do ciclo trigonométrico e, após fazer o comentário, ainda procurava justificar que tal procedimento não estava proporcionando a medida correta porque a ponta de grafite do compasso estava muito grossa!

Outra professora, Prof.2, reconheceu ter dificuldades em trabalhar com a medida dos arcos expressas em radianos. Segundo ela, antes de conhecer esta proposta, preferia trabalhar com as medidas dos arcos em graus, uma vez que não tinha relacionado a localização do arco escrito em radiano com a localização no ciclo trigonométrico.

É importante registrar também as dificuldades oriundas do próprio sistema escolar vigente, apesar de tais aspectos já terem sido comentados, nas categorias anteriores, merecem ser relembrados nesta oportunidade.

Um dos aspectos que dificultaram o processo instrucional foi o remanejamento dos alunos, ocasionado pela reestruturação da rede física das escolas do Estado de São Paulo. Esse agrupamento, numa mesma classe, de alunos provenientes de diferentes escolas, com diferentes níveis cognitivos, interferiu no processo educativo uma vez que esta proposta prima pela hierarquia e seqüenciação dos conceitos e se alicerça em conceitos já trabalhados anteriormente

[2] ao marcar, no ciclo trigonométrico, 1 rd com a abertura do compasso, se estará determinando uma corda de comprimento igual a abertura do compasso e não 1 rd, que tem por definição "um arco cujo comprimento é igual ao raio da circunferência que contém o arco a ser medido" (IEZZI, 1981).

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

pelos alunos. Como nem sempre os alunos apresentavam tais requisitos, isto se constituiu em elemento dificultador para a evolução do ensino.

Foi também possível perceber que o horário das aulas de Matemática da classe noturna - duas aulas na 2ª feira e as duas últimas aulas da 6ª feira- , atrapalhou e dificultou o bom andamento do processo, pecando pela distância entre as aulas e por oferecer, para esses alunos trabalhadores que já chegam na escola axauridos pelo seu trabalho diário, duas aulas de Matemática nas duas últimas aulas da 6ª feira.

Um outro fator dificultador para a realização deste trabalho tem a ver com todas as interrupções proporcionadas pela estruturação e funcionamento da rede escolar, especialmente aquela que vivenciamos no período noturno de 29 dias, sob os mais variados motivos: faltas dos alunos quando havia um (ou dois) dia(s) letivo(s) entre feriados ou suspensão de aulas; realização da partida final de um campeonato de futebol do curso noturno; requisição do prédio escolar para realização das eleições municipais (três dias); reunião pedagógica com professores e a supervisora de ensino; Conselho de Classe referente ao 3° bimestre; comemorações referentes ao Dia do Professor e ao Dia da Criança, requisição do prédio escolar para realização das provas do vestibular da UNICAMP.

Tais interferências só caminharam no sentido do prejuízo da atividade educativa, ocasionando desestímulo a professores e alunos. Como decorrência o trabalho das professoras ficou bastante dificultado, a despeito das possibilidades oferecidas pela proposta.

Mediante o exposto, posso resumir os aspectos dificultadores do processo instrucional em:

Aspectos diretamente relacionados com a proposta sugerida

No conjunto das representações das professoras, pude perceber que no processo de ensino as professoras apresentaram dificuldades de:

- equacionar e redimensionar o tempo utilizado para a aplicação da proposta, pois gastaram mais do que haveria sido inicialmente reservado para o desenvolvimento do assunto Trigonometria;
- enfrentar a dificuldade dos alunos na interpretação correta sobre os dados expressos nas ações ou nos exercícios, tendo em vista que os alunos deixavam de resolver determinadas situações, não por desconhecerem o assunto ou o conceito ali presente, mas pela deficiência em interpretar e compreender a situação;
- desenvolver, junto aos alunos, os conceitos trigonométricos tendo em vista o desconhecimento ou esquecimento de conceitos matemáticos geométricos ou algébricos que deveriam estar presentes nas estruturas cognitivas dos alunos; em função dos esquecimentos dos instrumentos apropriados para Desenho Geométrico e pela ausência de habilidades para manuseio de tais instrumentos;
- ensinar certos conceitos que exigiam relações, bem como pelas dificuldades que os alunos apresentavam em transferir os conceitos aprendidos para novas situações; na verdade, as professoras tiveram dificuldades para implantar um modo diferente de ensinar, difícil de superar diante da história de escolaridade tradicional, onde os conceitos são apresentados isoladamentes, sem estarem hierarquicamente organizados e dependentes;
- dimínio de conteúdo detectado a partir de pequenas falhas conceituais em algumas das professoras;
- vencer alguns momentos de insegurança de uma das professoras durante o desenvolvimento das atividades propostas, enquanto que, na maioria do

desenvolvimento deste trabalho, as professoras se mostraram confiantes e com facilidades quanto aos procedimentos solicitados.

Aspectos dificultadores relacionados à estrutura e funcionamento da rede escolar:

Foi possível encontrar, nas representações das professoras, alguns aspectos que dificultaram o processo educativo por elas. Dentre eles estão:

- alguns procedimentos impostos pela Secretaria de Educação, como a reestruturação das escolas da rede pública;
- a confecção do horário escolar sem considerar os problemas e as realidades existentes;
- o término antecipado do ano letivo para o mês de novembro, embora o término oficial das aulas estivesse previsto para acontecer próximo ao dia 20 de dezembro;
- suspensão de aulas para realizações de reuniões pedagógicas, reuniões dos Conselhos de Classe, comemorações cívicas ou de datas consideradas importantes, requisição do prédio escolar por motivos 'superiores' (!) aos escolares, e outros motivos extraclasse que aparecem ao longo do ano, tidos como importantes para a formação dos alunos, como por exemplo, campeonato de futebol realizados entre as classes do curso noturno;
- o fato da escola não se mostrar atraente e nem importante para os alunos, fazendo com que os mesmos, aproveitando-se das interrupções impostas, realizem, por conta própria, as faltas coletivas seguidas, possibilitando assim verdadeiras férias escolares em pleno período letivo.

unesp

5.7 Desenvolvimento profissional das professoras

Embora este aspecto não tivesse inicialmente previsto como foco de análise, foi possível verificar o desenvolvimento profissional que estas professoras tiveram ao utilizar a proposta sugerida, por meio de vários aspectos citados a seguir.

Os depoimentos coletados se referem às representações assim como algumas observações decorrentes do fato de ser uma pesquisa com características de pesquisa-ação. Dando início a essa explanação, pude detectar, nas manifestações das professoras, questões ligadas às mudanças na atuação nas salas de aula. As três professoras reconheceram que os procedimentos utilizados para o desenvolvimento dessa proposta eram diferentes daqueles que normalmente têm sido feitos em nossas escolas, porque eles favoreciam a construção dos conceitos envolvidos, ajudavam os alunos a raciocinar e a descobrir as fórmulas. Com este enfoque, encontrei depoimentos do tipo:

> *"Esta proposta é importante porque ela vai devagarinho levando o aluno ao raciocínio... as fórmulas não são jogadas... os conceitos não são jogados, o aluno vai construindo..."* (Prof.1, 8ª atividade).

Este depoimento aponta para o reconhecimento de uma das professoras sobre a influência que as mudanças metodológicas sugeridas exerceram nas suas práticas em salas de aula. Desta forma, mediante a oportunidade que ela teve ao vivenciar esta nova experiência, posso afirmar que houve modificação no seu comportamento pedagógico e portanto houve movimento no sentido do desenvolvimento profissional.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Essa mesma professora, no início da utilização da proposta, já tinha reconhecido que apesar de ter trabalhado durante 18 anos com o ensino tradicional, ao utilizar esta proposta, modificou totalmente suas práticas, mudou suas ações nas salas de aula. Chegou a afirmar:

> *"...Mudei em todos os sentidos. Estou mais dedutiva (...) procuro levar ao aluno pelo lado da dedução. Isso me abriu (...) Quero que o aluno entenda o conceito"* (Prof.1, 1ª atividade).

Mais tarde, na 11ª atividade afirmou:

> *" É uma maneira bem diferente, bem maleável e acessível... porque [o assunto] não é jogado para o aluno, tudo você consegue enxergar dentro do ciclo trigonométrico"* (Prof.1, 11ª atividade).

Na representação desta professora, a maneira tradicional de ensinar este assunto (ela se refere *"antigamente"*) era baseada na apresentação das fórmulas e na proposição de muitos exercícios. Para ela, os alunos resolviam automaticamente os exercícios sugeridos sem refletir na situação proposta e sem assimilar os conceitos estudados. Essa professora aparentou ter a nítida consciência de que os professores de hoje, tendo aprendido daquela maneira, repassam a mesma metodologia para seus alunos. Esta representação originou depoimentos do tipo:

> *"...aprendia-se por saturação e automaticamente a gente passava isso para os nossos alunos"* (Prof.1, 10ª atividade).



A constatação de que as experiências vividas pelos professores, enquanto alunos, influenciam diretamente na prática docente já foi resultado encontrado em pesquisas realizadas por Cunha (1989 ; 1998) e Nóvoa (1995).

Além do aspecto citado acima, foi possível verificar outro apontado pelas três professoras quanto aos procedimentos diferenciados que este trabalho propiciou. Reconheceram a possibilidade de se trabalhar boa parte dos conceitos trigonométricos utilizando material concreto e depois propiciar a passagem para o formal. Assim, também pude constatar o desenvolvimento profissional das professoras ao utilizarem as sugestões dadas para o desenvolvimento dos conceitos trigonométricos, pois as ações sugeridas permitiram uma prática pedagógica bastante diferente do que normalmente se vêm fazendo para ensinar os conceitos trigonométricos.

Mesmo tendo plena consciência de que o tempo consumido para desenvolver esta proposta é bem maior do que se os conceitos fossem desenvolvidos pelo método tradicional, as três professoras afirmaram que não iam mais voltar ao método tradicional, pois elas queriam continuar trabalhando com proposta alternativa sugerida. Exemplo destas afirmações são os depoimentos:

> *"Essa proposta é válida, tanto é que quero trabalhar o ano que vem [com esta proposta] novamente.* (Prof.1, 14ª atividade).

> *"No ano que vem vou me esquematizar mais porque esse ano, por falta de experiência minha, demorei muito"* (Prof.2, 14 atividade)

> *"Eu não vou voltar ao tradicional. Hoje eu acho essa proposta uma tentativa super importante..."* (Prof.2, 14ª atividade).

> *"Olha depois de trabalhar tantos anos ensinado Trigonometria, eu nunca mais vou voltar a trabalhar com a metodologia tradicional. Disso eu tenho certeza absoluta! Eu não volto porque eu acho que eles tiveram uma oportunidade de conhecer e construir aos poucos [os conceitos]...* (Prof.2, 16ª atividade)

Os depoimentos acima revelam que as professoras reconheceram que a proposta sugerida provocou mudanças significativas em suas práticas e que se diferencia da prática tradicional que, habitualmente, é realizada nas escolas. Neste sentido, posso afirmar que houve mudanças no comportamento e início de processo de desenvolvimento profissional dessas professoras, pois, além de conhecerem a diferença entre as metodologias e de poderem vivenciar a prática proposta, foi possível detectar, nos depoimentos realizados acima, o crédito dado pelas professoras à proposta sugerida.

Apesar de uma das professoras (Prof.1) ter afirmado que pretendia trabalhar no próximo ano com esta proposta, ela fez uma sugestão de mudanças na seqüência temporal. Disse que iria utilizá-la no início do ano porque no final do ano, ela acha a proposta cansativa tanto para o professor quanto para o aluno. A justificativa que esta professora deu a esse fato evidencia mais um procedimento diferençado que esta proposta tem em relação ao processo instrucional normalmente realizado, pois, para ela, a proposta é difícil para o professor porque ele tem de ter estrutura, tem de andar pela classe toda, ou seja, esta maneira de proceder dá muito mais trabalho e a classe fica muito mais agitada. De todo modo, o fato de a professora apresentar sugestão demonstra um processo reflexivo avaliando o uso da proposta.

A mesma professora também reconheceu que a proposta se diferençou do que normalmente se tem feito para ensinar Trigonometria, pois desenvolveu os

conceitos trigonométricos na 1ª volta e, somente no final, trabalhou com as funções trigonométricas e com suas representações no plano cartesiano. É justamente esta a grande diferença existente entre a hierarquia e a seqüenciação dos conceitos desenvolvidos nesta proposta e o desenvolvimento dos mesmos nos livros didáticos, pois estes iniciam a Trigonometria pelas definições formais das funções trigonométricas, fato este realizado somente no final da nossa metodologia. Desta forma, a nova estrutura hierárquica apresentada para o desenvolvimento desses conceitos, além de possibilitar que essas professoras refletissem sobre o que se vinham fazendo a esse respeito, ainda lhes ofereceu oportunidade de conhecerem, entenderem e incentivarem a confecção e o uso de Mapas Conceituais para outros assuntos matemáticos que deveriam desenvolver.

Referindo-se à estruturação hierárquica sugerida, houve reconhecimento das professoras quanto à utilização dos conceitos relevantes - Semelhança entre triângulos, Congruência entre triângulos e Simetria - uma vez que os mesmos, segundo a hierarquia proposta, são os conceitos subsunçores de todos os conceitos trigonométricos desenvolvidos.

Na representação de uma das professoras, normalmente, não se pensa em utilizar o conceito de Semelhança entre triângulos para se iniciar a compreensão das razões trigonométricas. Ela reconheceu que este conceito é a base de tudo e que nunca tinha refletido sobre isso. Neste sentido, afirma:

> *"...não tinha parado para pensar a finalidade da semelhança entre triângulos. Sabe, a gente nunca pára. Você vai dando sempre conteúdo, conteúdo... e nunca pára pra pensar!"* (Prof.1, 1ª atividade).

Nesta representação, os professores, normalmente, não ensinam a Trigonometria utilizando a Álgebra como ferramenta para os problemas

Geométricos. Para esta professora, *"... a maioria dos professores encaram a Trigonometria apenas como algébra"* (Prof.1, 14ªatividade). Esta entrevistada viu a Trigonometria, apesar de envolver bastante cálculo algébrico, também como Geometria, pois foi necessário utilizar bastante o ciclo trigonométrico.

Um exemplo claro dessas afirmações é o depoimento de uma das professoras:

> *"Todo mundo vê a Trigonometria como uma coisa louca! A forma como você coloca... é uma forma que, como digo sempre: basta saber os valores do seno e do cosseno dos principais arcos, a posição dos ângulos no ciclo, que tudo se resolve!"* (Prof.1, 13ª atividade).

Sob esta mesma abordagem foi possível perceber, nos depoimentos da outra professora, referências aos aspectos geométricos da situação. Para ela, esse fato é algo completamente diferente do que normalmente se vem fazendo. Afirma que os alunos sabem que, se trabalharem no desenho medindo o que se pede, será considerado o aspecto geométrico; se trabalharem no plano cartesiano, observando os sinais que as razões trigonométricas assumem, estará trabalhando algébricamente. Para ela, foi desta forma que apareceu o real sentido da Trigonometria: *"a álgebra associada com a geometria"* (Prof.2, 8ª atividade). Percebe-se, ao longo do processo, as compreensões, análises, avaliações feitas pelas professoras, constituindo passos importantes do seu processo de desenvolvimento.

Foi possível perceber, nos depoimentos das professoras, um outro aspecto de grande valia para seus desenvolvimentos profissionais, o de realizarem críticas e reflexões sobre o tipo de material que vêm utilizando em suas salas de aula. Este

fato ficou evidente nas comparações que realizaram entre a proposta sugerida e os livros didáticos.

Sobre os livros didáticos, pude detectar, nos depoimentos das professoras, um consenso de opiniões apontando para o fato dos mesmos oferecerem uma maneira maçante de ensinar e de aprender a Trigonometria, fato esse que se opõe à proposta trabalhada, onde o aluno constrói o seu conhecimento e o professor é estimulado a refletir sobre a prática que vem desenvolvendo.

Há ainda dois outros aspectos, detectados nos depoimentos das professoras que envolvem comparações com os procedimentos existentes na proposta e nos livros didáticos. Um deles se refere ao tipo de exercício que os dois materiais apresentam. Segundo as professoras, na proposta, os exercícios sugeridos desenvolvem o raciocínio e são diferentes dos trazidos pelos livros didáticos. O outro aspecto que deve ser citado é que, na representação de uma das professoras, o livro didático apresenta o assunto inequações trigonométricas de forma "*maçante*" e os exercícios sobre este assunto são "*muito abstratos*". Para ela, "*...até para a gente é muito cansativo*" (Prof.1, 14ª atividade).

Além dos fatos já citados que contribuíram para o desenvolvimento profissional das professoras, há de se comentar que duas das três professoras acreditaram que esta maneira de desenvolver a Trigonometria contribuiu muito no desenvolvimento de outros assuntos como, por exemplo, nos conceitos de Física, principalmente aqueles que envolviam Simetria e Congruência de Triângulos. Uma das professoras chegou a comentar que esta 'ajuda' seria mais significativa se os conceitos trigonométricos fossem estudados na 1ª série do 2º grau, para fundamentar os conceitos da Física. Esse fato contribuiu para o desenvolvimento profissional das professoras, no sentido de trabalharem com a interdisciplinaridade.

Também houve modificações nos procedimentos avaliativos praticados pelas professoras. Entendo que este fato deva ser visto como desenvolvimento profissional das professoras, tendo em vista que o aspecto avaliativo é um dos



pontos nelvrálgicos do processo educativo e que vem sendo praticado, por meio de procedimentos indevidos e equivocados. Duas das três professoras, sendo uma que trabalhou com a classe noturna, utilizaram procedimentos diferençados para avaliar. Possibilitaram que alguns momentos avaliativos fossem realizados em duplas ou em grupo. Esse fato foi muito importante para modificar a prática avaliativa que vem sendo realizada nas salas de aulas. Para uma das professoras esta maneira de avaliar *"é uma maneira diferente de estudar e um tirar a dúvida do outro"* (Prof.2. 8ªatividade). Com este depoimento, é possível perceber que esta professora viu avaliação como uma oportunidade para o aluno aprender.

Com a mesma coragem e iniciativa, a professora da classe noturna encontrou uma maneira diferençada de sistematizar os conceitos recém estudados e de agilizar o tempo gasto. Após as discussões e o desenvolvimento das atividades ou da resolução de exercícios realizados pelos alunos nos seus pequenos grupos, a professora organizava um grupão com todos os alunos da classe, onde os resultados encontrados deveriam ser comparados e discutidos. Desta forma, com a socialização do saber, foi possível chegar a conclusões bastante interessantes. Com esta dinâmica metodológica, sugerida pela própria professora da classe noturna, foi possível perceber efetivos indícios de desenvolvimentos profissionais, pois já colocava em prática outros procedimentos para sistematizar os conceitos aprendidos e agilizar o tempo.

Comprovando, ainda, mudanças na prática educativa da professora que trabalhou com a classe noturna, vale atentar para os depoimentos seguintes, realizados em diferentes momentos da utilização dessa metodologia:

> *"Eu não faço nada para eles... eles têm que fazer, por mais difícil que seja, ... vão procurar... vão tirar dúvidas... mas eles têm que fazer"* (Prof.3, 8ª atividade).

> *"Se fosse da maneira tradicional, eu teria que estar falando e eles estarem ouvindo... (...) Assim, é mais fácil para eles aprenderem"* (Prof.3., 11ª atividade).

Tais depoimentos revelam que a professora, consciente das mudanças que ocorreram em suas práticas, ao deixar de ser o centro do processo, proporcionava aos alunos momentos para refletirem e descobrirem os conceitos existentes.

Na última entrevista realizada com esta professora, quando comentou suas impressões sobre o trabalho desenvolvido, ela apontou outros fatores que influenciaram positivamente as mudanças de sua prática e que fortaleceram a aprendizagem dos conceitos: a recorrência aos conceitos já estudados e suas constantes retomadas. Para confirmar tal afirmação, vale observar seu depoimento

> *"Aqui na sua proposta, ele [o aluno] vem construindo o conceito e para construir, ele precisa de um apoio e, a hora que precisa deste apoio, ele vai buscar nos conceitos anteriores. Eu acho que teve então uma recapitulação muito grande do que eles já tinham visto até a 8ª série... (...) A gente resgatou um monte de coisas para poder trabalhar. Para poder construir as relações, tivemos que lembrar: razões, proporções, simetria, congruência, equações... Então, foi feita uma revisão disto para depois trabalhar... por isso que ela [a proposta] se torna longa ... você não vai dando matéria como se o aluno já soubesse... a gente vai retomando os assuntos ... com certeza é muito mais profundo porque ele está repassando o que já viu, está voltando ao que não viu... você não faz uma seqüência, você engloba um monte de coisas"* (Prof.3, Com. Geral).

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Nesse depoimento, além dos fatores já citados, ainda é possível perceber a valorização da dinâmica utilizada.

Uma outra professora (Prof.2) também reconheceu como mudanças em suas práticas as constantes retomadas aos conceitos estudados e, com bastante ênfase, apontou para o fato de se possibilitar que a teoria saia dos exercícios. Esta professora traz, em suas representações, a certeza de que, oferecendo aos alunos oportunidade de construir e refletir sobre os conceitos e de representar a situação estudada no ciclo trigonométrico, não sentirão necessidade de decorar fórmulas, pois assimilam o assunto estudado. Para ela, os alunos jamais esquecem o que estudaram porque utilizam a representação gráfica no ciclo trigonométrico. Afirmou:

> *"Basta fazer o ciclo, visualizar o que está acontecendo... Então, na circunferência ele não tem mais como errar e não precisa decorar..."* (Prof.2, 8ª atividade).

É importante chamar a atenção para o desenvolvimento profissional que esta professora apresentou ao longo a utilização da proposta. Por ser a primeira vez que estava utilizando tais procedimentos e, ainda, por não conhecer a proposta integralmente, no início, um pouco ansiosa e angustiada, se mostrava bastante interessada, mas não muito confiante. Nos seus depoimentos iniciais sobre as reações dos seus alunos, por não conseguir os resultados que estava acostumada a obter, sempre colocava a culpa em alguém ou em alguma situação. Durante o processo de utilização da proposta, mais precisamente a partir da 8ª atividade, ela interiorizou os conceitos desenvolvidos que até então praticava mecanicamente e, um pouco mais segura, modificou o seu discurso, chegando até a fazer afirmações do tipo:

> *"Eu não vou voltar ao tradicional. Hoje eu acho essa proposta uma tentativa super importante..."* (Prof.2, 14ª atividade).

Posso, também, considerar como desenvolvimento profissional das professoras o fato delas desenvolverem, com grande facilidade, alguns conceitos trigonométricos nunca trabalhados antes, ou, quando trabalhados, feitos de forma bastante simbólica e abstrata. Como, por exemplo, posso citar as inequações trigonométricas. Esta representação pode ser retirada dos depoimentos:

> *"...esta proposta oferece todas as condições para se resolver facilmente as inequações... (...) ...lá [antes] você fazia inequações mas ficava meio abstrato, meio no ar... aqui, você sabe bem onde é o valor do cos 60°, onde está o 0,5..."* (Prof.2, 14ª atividade).

> *"Para mim foi excelente porque eu não dava inequações e agora vou dar. Isso é super importante. Eles vão ter oportunidade de conhecer inequações, coisa que antes eles não tinham"* (Prof.2, 14ª atividade).

Outra verbalização significativa é o fato desta proposta interferir no desenvolvimento profissional das professoras ao oferecer-lhes alguma aprendigem conceitual referente aos conceitos trigonométricos desenvolvidos. Embora todos nós tenhamos a consciência de que, ao vivenciarmos uma experiência nova, temos sempre algo a aprender, pude constatar que houve aprendizagens relacionadas ao conteúdo desenvolvido. Para exemplificar, posso citar que duas

professoras realizaram aprendizagens em relação ao conceito de radiano, sendo que uma delas mostrou ter falhas conceituais básicas sobre este conceito, pois admitia que os alunos marcassem, no ciclo trigonométrico, 1 rd com a abertura de um compasso. Afirmou que seus alunos erraram "*porque o grafite do compasso estava muito grosso*" (Prof..1, 15ª atividade). Esta afirmação mostra que ela não percebeu que o procedimento - marcar 1 rd com a abertura de um compasso- marca a distância entre dois pontos e não um radiano sobre o ciclo (conceito trabalhado na atividade 6). A outra professora confessou que, anteriormente, não tinha muita habilidade para trabalhar com arcos escritos em radianos e que só utilizava arcos escritos em graus.

Também para exemplificar como esta proposta possibilitou ao professor seu desenvolvimento profissional, a professora que já tinha usado esta proposta mais de uma vez, afirmou que, em cada nova oportunidade que tinha de utilizar esta metodologia, sentia mais facilidade e 'enxergava' coisas que não havia descoberto antes. Confirmando a representação desta professora de que aprendeu muito com esta proposta vale, ainda, atentar para seu depoimento:

> *"...o professor começa a ter maior abertura para dentro da Trigonometria, porque ele aprendeu da maneira tradicional..."* (Prof.1, 14ª atividade).

Tentando organizar as representações presentes nos depoimentos das professoras, no que tange aos seus desenvolvimentos profissionais, percebeu-se que:

- houve mudanças nos procedimentos metodológicos, pois permitiu que os professores vivenciassem uma prática diferençada, retirando o professor do centro do processo de ensino-aprendizagem;
- um dos fatores que contribuíram com o processo de desenvolvimento profissional das professoras foi o uso do material concreto, exigindo reflexão que provocou mudanças no sentido de auxiliar o processo instrucional dos conceitos abordados;
- houve mudanças significativas nas práticas docentes, apesar do reconhecimento de que a utilização desta proposta requer maior tempo de aplicação e de que esta metodologia exige bem mais do professor;
- as professoras se mostraram bastante reflexivas ao comparar: a metodologia proposta com o ensino tradicional; a hierarquização e a seqüenciação dos conceitos sugeridos, como aquelas trazidas pelos livros didáticos e seguidas, rigorosamente, pelos professores;
- houve criatividade das professoras ao introduzirem modificações no processo avaliativo dos alunos e criarem uma estratégia que agilizava o tempo empreendido nas atividades e sistematizava os conceitos estudados;
- houve reflexões quanto à articulação da Álgebra com a Geometria. Esse fato apontou para a importância das constantes retomadas aos conceitos já estudados e, como essencial, a utilização dos conceitos geométricos na fundamentação de todos os conceitos trigonométricos desenvolvidos;
- houve indícios de aprendizagens conceituais das professoras;
- em cada nova utilização da proposta, as professoras adquiriam mais segurança para desenvolver a proposta e descobriam, cada vez mais, aspectos ainda não percebidos;
- o processo não foi uniforme para o conjunto das professoras, ou seja, cada uma demonstrou grau e processo diverso, dependendo de inúmeros fatores.



5.8 Concepções dos alunos e dos professores

5.8.1 Concepções dos alunos

É fato conhecido pelas pessoas interessadas no processo de ensino e aprendizagem que, normalmente em nossas escolas, não são oferecidas aos alunos oportunidades para refletirem e questionarem sobre o conceito que está sendo estudado. Também é sabido por todos nós, educadores, sobretudo no ensino médio (antigo segundo grau), que os alunos estão acostumados a resolver tudo mecanicamente e que os professores não se preocupam com a construção e com a interiorização dos conceitos. Os alunos apenas são 'treinados' para resolver determinados tipos de exercícios, por meio de muitas repetições mecânicas, sem muito significado.

Reflexos desta situação podem, facilmente, ser encontrados nas atitudes e comportamentos dos alunos que 'aprenderam' a repetir o que o professor quer e, bastante 'treinados', sabem resolver as questões propostas em avaliações e respondê-las da maneira que o professor espera. Sendo assim, a escola acaba matando a criatividade e não permitindo que o desenvolvimento do raciocínio e da tão proclamada autonomia do aluno aconteça.

Esta situação está refletida nos depoimentos da professora que trabalhou com a classe noturna, pois, segundo ela, toda vez que os seus alunos têm oportunidades para desenvolver o raciocínio e a autonomia, deixam-se vencer pelo desânimo, pela insegurança ou pelo cansaço, limitando-se apenas a ouvir o que o professor lê ou ensina.

Segundo os dados acima, esses alunos não fazem questão e nem se esforçam para pensar sozinhos num determinado exercício proposto, ficam

acomodados e preferem ouvir o que o professor tem a dizer. Segundo a professora:

> *"os alunos são acomodados porque estão habituados a perguntar para o professor e não querem ter trabalho de pensar"* (grifos da professora) (Prof.3, 9ª atividade).

Esse fato é conseqüência direta da postura tradicional de ensino, onde os alunos são treinados a atender e a obedecer às ordens dos professores, tidos como o 'donos do saber', como o centro do processo ensino e aprendizagem.

A ausência de autonomia, predominante nos alunos do curso noturno, contribui para acentuar a insegurança desses alunos, que chegam a acreditar nos seus fracassos e nas suas incapacidades de ler e interpretar uma determinada situação (Carvalho, 1986 e Caporalini,1991). Este fato pode ser observado pelas falas dos próprios alunos *"... não sei ler, não consigo ler e entender o que se quer..."* (Prof.3, 4ª atividade).

Na representação de uma das professoras, a concepção que normalmente permeia o pensamento dos alunos é que para resolver exercícios de Matemática é necessário realizar muitos cálculos. Eles não concebem uma aula de Matemática que exija interpretação de um problema ou que envolva muitas discussões e reflexões sobre o assunto. Para outra, os alunos se surpreenderam e até duvidaram de resultados de problemas que envolvem apenas observações e reflexões, por exemplo, resolver uma equação trigonométrica utilizando apenas o ciclo trigonométrico. Num dado momento, essa professora chegou a afirmar:

> *"... depois que eles percebem que é só interpretação, eles começam a brincar e falam: - mas professora, é só isso?"*

Encontrei, nos depoimentos de duas das professoras, afirmações de que os alunos não valorizam a escola como ela se apresenta. Aquela que trabalhou com a classe noturna afirmou que por qualquer motivo faltam às aulas; emendam os feriados e almejam que as férias cheguem logo. Comentou que seus alunos não aceitaram, passivamente, freqüentar às aulas depois do final de novembro porque se sentiam em férias, pois já tinham realizado as provas e já sabiam as notas. Para ela, os alunos só querem saber do diploma e não estão muito preocupados em aprender. Afirma *"eles não querem vir na escola só por causa de Matemática..."* (Prof.3, 13ª atividade).

Para uma das professoras que trabalhou no período diurno, esta mesma representação foi obtida por meio do depoimento:

> *"Todos os alunos estão desinteressados em **tudo**. Não é a proposta não é nada... eles não querem saber de nada... só querem saber se via ter greve ou não, porque se tiver greve o professora dá um jeitinho e eles passam. Não é Matemática em si... é um desinteresse geral. Eu consigo alguma coisa como? - na briga. Tá difícil realmente" Não é a Proposta... não tem nada que os atrai..."* (grifos da Professora) (Prof.2, 8ª entrevista).

Na tentativa de sintetizar os aspectos que revelaram as concepções que os alunos apresentaram, pude perceber que nas representações das professoras:

- houve predominância da concepção pedagógica tradicional, uma vez que para elas os alunos do curso noturno pouco se esforçavam para entender o que estava sendo pedido, pois dependiam do professor para explicar a situação.

Como conseqüência, o desenvolvimento da autonomia desses alunos foi inibido, aumentando a insegurança e a crença na sua incapacidade de progredir;

- houve indícios da concepção pedagógica tecnicista, pois mediante as ações dos alunos, concluí que estão convictos de que a resolução de exercícios matemáticos exige muitos cálculos;
- os alunos não valorizam os conhecimentos que a escola pode lhes proporcionar. Estão em busca, apenas, do certificado de conclusão do curso.

5.8.2 Concepções das professoras

Embora as três professoras de Matemática, interlocutoras neste estudo, tenham tido a intenção de exercer uma prática pedagógica diferençada do que vinham praticando até hoje, inconscientemente, em algumas situações, ainda se revelavam adeptas da concepção tradicional de ensino e não conseguiam abandonar tal concepção.

Esta afirmação pode ser verificada nos depoimentos:

> *"...estou levando o aluno a deduzir... procuro sempre falar em linguagem matemática"* (Prof.1, 2ª atividade).

> *"...daí, eu tenho que entrar na conversa deles para clarear as idéias"* (Prof.1, 2ª atividade).

> *"Quando você fala em ângulo central, automaticamente, você já se liga: medida do arco dividido pela medida do raio... é automático isso"* (Prof.1, 6ª atividade).

> *"Eu mostrei a transparência apenas na minha mão e não projetada... aí ficou claro para eles..."* (Prof.2, 4ª atividade).
>
> *"Eu faço eles dividirem [o ciclo] em radiano"* (Prof.2,10ª atividade)
>
> *"Eu tive que enfiar na cabeça deles..."* (Prof.2, 12ª atividade).
>
> *"Não, não relacionei, mas fiquei fazendo assim: a cotangente é o inverso da tangente"* (Prof.1, 12ª atividade).

Os depoimentos selecionados acima mostram que uma das professoras se revelou mais adepta da concepção tradicional de ensino do que as outras duas, já que, dos sete depoimentos escolhidos, é autora de quatro deles e a terceira professora nem fez citações. Ainda é possível observar em tais depoimentos expressões bastante representativas desta concepção como, por exemplo: *"procuro sempre falar em linguagem matemática"* ; *"eu tenho que entrar na conversa deles para clarear as idéias"* ; *"... é automático isso"* ; *"mostrei a transparência apenas na minha mão"* ; *"tive que enfiar na cabeça deles"*. Tais expressões revelam a ênfase ao uso dos símbolos matemáticos; colocam o professor no centro do processo de ensino-aprendizagem; acreditam no automatismo e, portanto, na mecanização dos conceitos aprendidos, não valorizando o processo de construção dos conceitos pelo próprio aluno e, conseqüentemente, o uso do material concreto para a aprendizagem dos conceitos.

O último depoimento apontado mostrou que a professora trabalhou as três novas razões trigonométricas (cotangente, secante e cossecante) sem relacioná-las com aquelas aprendidas anteriormente (seno, cosseno e tangente). A professora afirmou que apenas definiu as novas razões como inversas daquelas estudadas

anteriormente, por exemplo, a cotangete de um arco é o inverso da tangente do mesmo arco. Com essa atitude, mostrou que os alunos além de não construirem a relação existente entre as razões conhecidas e as novas, também não puderam utilizar os conceitos trabalhados anteriormente como suporte para a nova aprendizagem. Este fato revela que a professora agiu como se tem feito, normalmente, em nossas escolas: os professores apresentam os conceitos prontos e sistematizados e os alunos, passivamente, apenas escutam. Revela também que os novos conceitos foram apresentados de forma desconexa daqueles já conhecidos e trabalhados pelos alunos.

Essa concepção esteve presente em muitos outros momentos das entrevistas realizadas, visto que ainda encontrei depoimentos como:

> *"Nessa atividade, depois das fórmulas eu faço normalmente assim: dou a dica, alguns exemplos, coloco na lousa o que eles já têm na apostila e dou uma volta pela classe..."* (Prof.1, 12ª atividade).

Lendo esse depoimento, é fácil para quem tem familiaridade com o processo educativo escolar imaginar a dinâmica pedagógica utilizada por esta professora. São todos os passos realizados em uma aula fundamentada no ensino tradicional, onde o professor dá as fórmulas, dá as dicas, dá exemplos e anda pela classe!

Procedimentos análogos foram observados nos depoimentos da professora que trabalhou no período noturno. Em alguns momentos ela deixou explícito que não conseguiu abandonar a sua concepção tradicional de ensino, onde é o professor quem dita as regras, ou seja, é o centro do processo de ensino-aprendizagem. Ela deixa transparecer que apresentou todas as saídas para seus alunos, acreditando ser este o caminho adequado. Chegou a afirmar:

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

> *"Eu tenho que detalhar tudo, falar que é para medir os catetos... tenho que ir lendo com eles para que eles façam"* (Prof.3, 4ª atividade).

Um outro aspecto, que evidenciou e retratou a presença e a continuidade da concepção tradicional de ensino, foi a maneira de uma das professoras encarar as dificuldades algébricas que seus alunos apresentaram. Não valorizou essa deficiência conceitual como uma coisa séria, que merecia ser tratada com muita atenção. Quase explicitou que o aluno já deveria ter interiorizado, na sua estrutura cognitiva, este conceito. Além de se mostrar bastante surpresa, ao comentar que seus alunos apresentaram dificuldades em trabalhar com frações algébricas (como se isso fosse um absurdo!), deixou evidente acreditar que este assunto era muito simples e fácil para os alunos. Essa representação foi encontrada em depoimentos como o que segue:

> *"... por incrível que pareça, tiveram dificuldade na simplificação de frações, coisa boba, né, Zezé?"* (Prof.2)

Os princípios da concepção tradicional de ensino dessa professora, ainda puderam ser observados em duas situações distintas: (1) na importância dada à utilização correta das fórmulas pelos alunos não valorizando o desenvolvimento do raciocínio, afirmando *"...a única dificuldade do assunto seriam as fórmulas e fórmulas eles fizeram, deu para perceber..."* (Prof.2, 6ª atividade). Neste depoimento fica evidente que esta professora acredita que conhecer o assunto é saber aplicar as fórmulas. Saber usar fórmulas seria suficiente? ; (2) na utilização de um processo avaliativo classificatório, seletivo e punitivo. Para ela, seus alunos só trabalhavam para obter notas, representação esta retirada dos depoimentos:

> *"aqueles que estavam acostumados a dar 'dicas', faziam rapidinho, os outros... estavam dispersos. Então, o problema é o seguinte: se não cobrar na hora, não sai. Portanto, a única maneira que senti para eles pararem aqui pra ver [o resumo de tudo], foi através da avaliação" (...) Estou sentindo que os alunos estão bem treinados"* (grifos da professora) (Prof.2, 8ª atividade).

> *"todos fizeram, todos fizeram... (risos). Eles fizeram porque estavam todos 'com a água no pescoço'... então, tinham que fazer certinho, né?"* (Prof.2, 16ª atividade).

Ainda com a intenção de coagir os alunos, com um ar bastante irônico, afirmou:

> *"Neste aqui... foi beleza! Foi assim... não importa os meios que consegui (risos)... mas os fins, né?"* (Prof.2, 13ª atividade).

> *"Você sabe que agora é só você dar uma 'chacoalhada'... depois eles vão... não tem problema nenhum..."* (Prof.2, 10ª atividade)

Com esta última afirmação, a professora quis dizer com esta 'chacoalhada' que era só aplicar uma prova para eles sentirem que o assunto não era tão fácil!

Um outro dado presente nos depoimentos de duas das três professoras, também revelando resquícios da pedagogia tradicional de ensino e contradizendo as idéias que alicerçam o construtivismo, foi o fato das professoras acreditarem

que um assunto só é interiorizado pelos alunos através da mecanização do conceito como, por exemplo, por meio da resolução de um número excessivo de exercícios, repetindo e mecanizando as passagens para chegar à solução pretendida. Sob esta ótica, uma das professoras, acreditando que o número de exercícios propostos era insuficiente, comentou que ampliou a lista dos exercícios para que seus alunos fixassem mais os conceitos estudados.

Duas das professoras confessaram que utilizaram atos sistemáticos, mecânicos e sem sentido para condicionar os seus alunos. Para exemplificar essa afirmação, Prof.2 comentou que toda vez que os alunos iam resolver uma equação trigonométrica, querendo determinar o valor de x para satisfazer uma igualdade, afirmava *"eu sempre coloco uma 'setinha' aqui, em cima do x, para terem consciência que é este x que eu estou procurando..."*; a outra professora comentou que toda vez que utilizava a palavra simetria, os alunos já sabiam que deveriam relacionar com arcos do 1° quadrante.

Prof.2, revelando-se 'dona do saber', deixou transparecer na sua representação a certeza de que os alunos errariam e não conseguiriam enxergar a fração inversa se fossem inverter a fração colocando o número 1 no numerador e a fração no denominador. Assim, resolveu mecanizar a operação, sugerindo para os alunos apenas trocarem o numerador pelo denominador, sem utilizar o conceito de inversão de fração. Esta afirmação é mais convincente se observarmos seu depoimento:

> *"...eu tive que enfiar na cabeça deles que não colocassem mais o número 1 no numerador e a fração no denominador... pedi para eles fazerem direto porque eles não conseguiam enxergar... quando eles colocam uma fração sobre a outra, na hora de multiplicarem os extremos e depois os meios, eles misturavam tudo!"* (Prof.2, 12ª atividade).

Essa mesma professora também comentou que fez questão de que os alunos mecanizassem os valores da tangente e da cotangente para arcos limites de quadrantes, induzindo-os a pensar *"onde [a tg x] não existe... [a cotg x] vai dar zero, né? Vai ter que inverter..."* (Prof.2, 12ª atividade).

Ainda é importante apontar nesta categoria a concepção sobre aluno que estas professoras apresentaram. Foi possível encontrar, nas suas representações, que aluno é sempre um indivíduo desanimado, desinteressado, esquecido e que não assimila o que aprendeu.

Enquanto para uma das professoras *"aluno é meio avoado"* (Prof.1, 5ª entrevista), a outra, respondendo sobre como a proposta foi recebida pelos seus alunos, revelou, nitidamente, o que pensa sobre os alunos,

> *"Aluno anima? (risos) Mas eu achei que até que eles receberam bem esta proposta, pois até pagaram rapidamente a apostila"* (Prof.2, 1ª atividade).

As professoras, arraigadas na pedagogia tradicional de ensino, revelaram uma pré-concepção sobre seus alunos afirmando que eles não prestavam atenção e que sempre esqueciam o que aprendiam. Exemplos desta representação são os depoimentos:

> *"Alunado que está vindo hoje... você explica onde é 180° e ele esquece; 270° , que já fez... esquece..."* (Prof.1, 7ª atividade).

> *"...a maior dificuldade que tenho é que mesmo fazendo uma revisão, eles esquecem"* (Prof.1, 9ª atividade).

unesp

> *"Não adianta, Zezé... e toda hora que aparecer [este conceito], vai ser isto! [eles esquecem]"* (Prof.2, 13ª atividade).

Uma dessas professoras foi mais longe com essa concepção. Além de afirmar que os alunos não se mostravam muito interessados, acredita que o professor deve ser firme e rigoroso. Para ela, os alunos gostam de exigências, da mesma forma que as elas também gostam. Esta representação teve origem no depoimento:

> *"...de vez em quando a gente desanima... porque você sabe, eles estão sempre desinteressados e só trabalham se exigir... se você der moleza... No final, mesmo com todas essas exigências, é isso que eles gostam. Parece que não, mas eles gostam das exigências ... agente também prefere trabalhar num lugar exigente"* (Pro.2,11ª atividade).

Pude inferir também, nos depoimentos de duas professoras, que elas procuraram sempre eximir suas culpas pelo insucesso das aprendizagens dos seus alunos. Nas suas representações, elas cumpriram seus papéis e a proposta aqui estudada é boa, não apresentou problemas. Afirmaram que os alunos são os únicos responsáveis pelos fracassos nas aprendizagens do assunto estudado. Em situações variadas como, por exemplo, na transformação de unidades métricas, uma das professoras, ao tentar justificar porque seus alunos erravam para reduzir metros para centímetros, ou vice- versa, afirmou:

> *"Quando apareceu isso, revemos tudo de novo... que é uma parte uma parte que o aluno tem dificuldade mesmo, não é falha nossa, parece que ele não assimila"* (Prof.1, 6ª atividade).

É preciso esclarecer que o fato de se responsabilizar o aluno pelo seu fracasso escolar, eximindo a co-participação do professor neste acontecimento, ou, em contrapartida, de se reconhecer a parceria e contribuição positiva do professor na situação de sucesso de aprendizagem já foi palco de discussões entre pesquisadores (Silva, 1996).

Nesta mesma direção, a mesma professora, numa outra situação, ainda persistindo na concepção revelada acima e bastante chateada com a situação escolar que estava vivendo (redistribuição das escolas da rede pública), explicitou sua representação sobre a escola estadual e sobre seus alunos,

> *"A escola estadual, eu acho que está em decadência...não pelos professores e sim pelos alunos"* (Prof.1, 12ª atividade).

Assim, nesta categoria, ficou explicito que apesar das professoras estarem bem intencionadas em modificar suas práticas em salas de aula, deixam-se também levar pelas concepções do ensino tradicional que sempre permearam suas práticas. Deixaram transparecer que ainda persistem nas suas representações: o professor como o centro do processo; o aluno como ser submisso, que deve ouvir as explicações dos seus professores; a necessidade de resolver muitos exercícios parecidos para mecanizarem as ações; o aluno tido como distraído e esquecido; a culpa pela falta de aprendizado é sempre do aluno, nunca do professor.

Sendo assim, tentando refletir e sintetizar os principais aspectos que emergiram das concepções das professoras, pude perceber:

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

- a permanência da concepção tradicional de ensino, embora as três professoras procurassem desempenhar ações educativas diferentes do que vinham desenvolvendo;
- a falta de reflexões sobre suas práticas em salas de aula, pois, normalmente, não lhes são dadas tais possibilidades;
- por parte de uma das professoras, a não valorização das dificuldades básicas que os alunos apresentaram em operar com as frações, fator este decisivo para a forma como os conceitos trigonométricos foram abordados; a valorização excessiva da utilização das fórmulas para o sucesso da realização dos exercícios; a utilização inadequada da avaliação;
- presença da concepção tecnicista de ensino, por parte das três professoras, tendo em vista que elas mostraram acreditar que a interiorização dos conceitos se dá por meio da realização de muitos exercícios ou através de atos mecânicos para a obtenção de condicionamento dos alunos em determinadas situações;
- a existência de concepções prévias das professoras em relação aos alunos. Elas não acreditam no potencial dos alunos. Se houve fracasso na aprendizagem, aos alunos são atribuídas as responsabilidades; se houve sucesso, querem dividir com os alunos os louros.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

> "A troca de experiências e a partilha de saberes consolidam espaços de formação mútua, nos quais cada professor é chamado a desempenhar, simultaneamente, o papel de formador e de formando"
>
> (Nóvoa, 1995, p.26).

Para se chegar às conclusões deste estudo, é conveniente retormar os objetivos propostos e levantar os principais aspectos constatados por esta pesquisa fundamentados nas representações de três professoras de Matemática de duas escolas da rede pública do Estado de São Paulo, situadas na cidade de Bauru, de diferentes períodos, durante a utilização de uma proposta alternativa sobre Trigonometria.

Esta pesquisa, de cunho qualitativo, realizou-se por meio de um estudo minucioso, que tinha como objetivo geral investigar se a proposta acima referida poderia ser apropriada pelos professores de Matemática para facilitar o processo instrucional de um assunto específico da Matemática - a Trigonometria. Tal pesquisa se orientou por algumas questões que serão retomadas a seguir.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

O objetivo geral, relembrado acima, se originou da minha preocupação quanto à viabilidade do uso de uma proposta alternativa por professores de Matemática das escolas da rede pública de diferentes períodos e locais, professores estes que não estiveram diretamente envolvidos com a produção e elaboração da proposta. Eram apenas 'usuários' de uma proposta por mim elaborada.

Pude constatar, a partir dos resultados encontrados, que **a proposta investigada facilita o processo instrucional das professoras nos diferentes períodos escolares**, uma vez que **motiva os alunos**; **exige que o aluno participe ativamente do processo de construção do seu conhecimento**; **favorece a compreensão dos conceitos** por meio do manuseio de materiais concretos e da visualiazação das situações através dos esquemas realizados no ciclo trigonométrico; **estimula o desenvolvimento do pensamento reflexivo dos alunos e o relacionamento entre eles**; **possibilita ao professor refletir sobre a sua prática em sala de aula,** bem como, **conhecer ações educativas diferençadas** que interferem tanto no comportamento dos alunos quanto no seu desenvolvimento profissional.

Assim, foi possível verificar que tais professoras, mesmo não tendo compartilhado a autoria da proposta, **reconheceram que**, ao utilizarem a proposta sugerida, **houve mudanças tanto no ensino quanto nas aprendizagens dos alunos**. Tais mudanças são definidas por Ferretti (1989) como adoção de inovações no que tange aos métodos e técnicas de ensino, pois segundo esse foco, a inovação é compreendida no sentido de utilizar métodos e técnicas que possibilitem aos alunos desenvolver habilidades intelectuais e a exercitar o pensamento reflexivo na tentativa de solucionar os problemas propostos, onde o professor, com a pretensão de alcançar os objetivos propostos, preocupa-se com o como fazer e com a eficiência dos resultados obtidos.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

Segundo os depoimentos das professoras, esta maneira de trabalhar **proporcionou uma aula totalmente diferente do que normalmente se tem feito em nossas escolas.** Propiciou **momentos de prazer** e de **satisfação em aprender**. Tal 'prazer em aprender' esteve relacionado às ações realizadas concretamente, pois, assim, a aula se torna mais agradável, diferente, movimentada e o aluno visualisa o que acontece, **evitando procedimentos mecânicos, sem sentido** que, provavelmente, levariam ao insucesso e ao esquecimento do conceito estudado.

Outro fator importante que contribuiu para o sucesso da utilização desta proposta foi o desenvolvimento das ações sugeridas por meio do **trabalho em equipe**. Esta forma de trabalhar, às vezes mal interpretada e pouco reconhecida como fator influente no processo instrucional, **estimulou os alunos a desenvolverem várias modalidades de pensamentos**, ao sugerir procedimentos e a levantar hipóteses, na tentativa de solucionar o problema proposto, tendo, por excelência, a linguagem como condutora natural do processo. **O valor desta dinâmica foi tão reconhecido pelas professoras que elas até chegaram a modificar suas práticas avaliativas, ao utilizarem procedimentos avaliativos também em equipe**.

Posso concluir que os resultados até aqui comentados sustentam a afirmação de que a **proposta sugerida pode ser apropriada por professores de Matemática de diferentes escolas da rede pública e em diferentes períodos**. É preciso ressaltar a relevância da dinâmica sugerida para o **alunado do noturno**, uma vez que os procedimentos utilizados **possibilitam uma aula movimentada**, evitando que esses alunos, que já chegam à escola muito cansados pelo seu trabalho diário, tenham que ficar apenas ouvindo o que o seu professor tem a dizer. **Mediante tais oportunidades, os alunos deste turno escolar não estariam sendo discriminados ao vivenciarem um programa de ensino mais simples e mais fraco, propositalmente 'adaptado' à clientela**, conforme alerta Carvalho

(1986). Teriam as mesmas oportunidades oferecidas aos alunos do diurno, no sentido de **realizarem as ações concretas sugeridas que proporcionam a construção e a visualização dos conceitos estudados.**

A dinâmica proposta também **possibilita aos alunos a troca de experiências, estimulando o aproveitamento de experiências vivenciadas no cotidiano**. Este é mais um aspecto favorável para a clientela do noturno, pois esses alunos apresentam mais vivências e experiências do que aqueles que estudam durante o dia. Segundo Caporalini, o aluno deste turno "leva com ele os afazeres e as preocupações de um estudante e de um trabalhador" (1991, p.87).

Como esta proposta se realizou num período prolongado de ações em salas de aula, foi possível também investigar:

- quais as representações das professoras sobre as ocorrências no processo de ensino, apontando as dificuldades mais expressivas emergentes nesse processo;
- qual a influência da metodologia sugerida para o ensino do assunto proposto;
- como as professoras se referiam às diferentes aprendizagens dos seus alunos e, ainda,
- como tais procedimentos influenciaram no seu desenvolvimento profissional.

No que tange às representações das professoras sobre problemas relacionados ao processo de ensino, foi possível diagnosticar maiores dificuldades no período noturno. Mesmo diante da constatação de que a proposta sugerida é bastante adequada para o período noturno, em função da dinâmica oferecida, não se pode omitir que as ações sugeridas **dispendem muito mais tempo para o desenvolvimento do assunto**, se comparado com a metodologia tradicional. No sentido de agilizar um pouco o trabalho, cabe ao professor diminuir o número de exercícios propostos e estipular a profundidade que pretende dar ao assunto, de acordo com as necessidades e possibilidades do seu alunado, sem contudo incidir de modo negativo nas aspectos essenciais de cada tópico.



Apesar da grande quantidade de tempo dispendida para o desenvolvimento das atividades propostas, foi possível perceber que **as professoras que participaram da investigação revelaram estar conscientes da importância deste método, pois verificaram benefícios afetivos, cognitivos e sociais**.

Cabe aqui relembrar que a proposta sugerida não foi desenvolvida para ser tomada como 'receitas' que ajudariam a facilitar o ensino de Trigonometria. Fundamentada nas concepões de Ausubel (1968), ela traz modificações na estrutura e na seqüenciação dos conceitos trigonométricos e sugere um material diferençado para sala de aula, que possibilita a construção dos conceitos pelos próprios alunos, proporcionando momentos prazerosos e descontraídos durante o processo.

A proposta também deverá servir de estímulo para que os professores de Matemática reflitam sobre outros assuntos desta área que, normalmente, trazem para os alunos muitas dificuldades, no sentido de estudarem a hierarquia existente entre os conceitos, confeccionando o Mapa Conceitual daquele assunto, bem como criarem atividades adequadas para o desenvolvimento do mesmo.

Sobre a influência da metodologia sugerida e às diferentes aprendizagens dos alunos, não se pode deixar de comentar **o reconhecimento das professoras quanto aos benefícios trazidos pela hierarquia conceitual proposta, bem como pela utilização das representações gráficas no ciclo trigonométrico**, no sentido de facilitar o ensino deste assunto. De forma bastante insistente, as três professoras entusiasmadas apontaram os benefícios provocados pela utilização dos procedimentos geométricos utilizados, tendo como suporte os conceitos relevantes: Semelhança entre triângulos e Simetria.

Além de reconhecerem a importância de se eleger alguns conceitos âncoras, como suportes de todos os outros conceitos desenvolvidos; de estudar a hierarquia conceitual e seqüenciação existente entre eles, desenvolvendo o Mapa Conceitual do assunto que vai ser estudado, elas também reconheceram que os conceitos

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

algébricos e geométricos estudados nas séries anteriores influenciaram o desenvolvimento dos conceitos trigonométricos, pois, sem os mesmos, o desenvolvimento das atividades propostas ficaria prejudicado.

Mediante os aspectos comentados acima e considerando as condições efetivas disponíveis para o desenvolvimento deste assunto conforme a programação curricular, além dos procedimentos metodológicos sugeridos serem inegáveis para a motivação e para o interesse dos alunos, **ficou enfatizada a importância de se articular os conceitos, de forma que a hierarquia e a seqüenciação dos mesmos facilitem o desenvolvimento e a compreensão deste assunto da Matemática**.

Na representação da professora que trabalhou com a classe noturna, aparecem outros problemas relacionados a esse turno escolar como, por exemplo, a falta de iniciativa apresentada por seus alunos, bem como problemas relacionados ao sistema escolar como um todo.

Em relação ao primeiro tópico apontado, acredito que a falta de iniciativa dos alunos, tão proclamada pela professora que trabalhou com este turno, seja um reflexo das condições impostas pelo sistema escolar, onde não é praxe permitir que os alunos compartilhem as suas próprias experiências de vida nem realizem reflexões sobre uma situação dada. Sendo assim, os alunos se sentem cada vez mais inibidos e desencorajados a arriscar um palpite na tentativa de encontrar a solução procurada. Esse fato vem apenas reforçar dados apontados em pesquisas realizadas por Caporalini (1991), onde os alunos do período noturno, ao vivenciarem uma escola disciplinadora, aprendem a obedecer sempre e se reconhecem culpados pelo seu fracasso escolar. No entanto, **a despeito de tais dificuldades, o processo ocorreu.**

Com relação ao segundo aspecto, abordando as dificuldades instrucionais proporcionadas pelo sistema escolar como um todo, foi possível verificar, em



algumas situações, **o desinteresse dos alunos pela forma como a escola se apresenta**. Pareceu-me que a escola não está atraente, principalmente, para os alunos do curso noturno, que só querem o certificado de conclusão do curso, almejando uma melhor condição de vida. Além disso, também pude constatar **interferências de fatores externos à sala de aula, de origem social, administrativa ou institucional**, como, por exemplo, interrupção dos trabalhos realizados; término precoce das aulas; interrrupção das aulas para comemorações e reuniões e horário escolar inadequado, fatores esses que contribuíram para o desânimo dos alunos e do professor quanto à participação nos trabalhos realizados. Tais aspectos nos permitem ir acrescentando informações e análises relativas ao cotidiano da escola e suas inter-relações entre os aspectos didáticos e os pedagógicos administrativos.

A **proposta em questão propicia situações para solucionar tais problemas referentes ao período noturno**, visto que incentiva os alunos a elaborar hipóteses, desinibindo-os e, ao mesmo tempo, **possibilita o desenvolvimento da auto-estima e da auto-confiança tão abalada**. Acredito que esses fatores, conjugados com as ações sugeridas, possam aumentar o interesse dos alunos pelo assunto e minimizar a distância entre eles e a escola.

É necessário também comentar a influência dos procedimentos sugeridos no **processo iniciado de** desenvolvimento profissional das professoras. A proposta alternativa aqui investigada, além de influenciar positivamente o processo de ensino, **também possibilitou o desencadear de um desenvolvimento profissional mais reflexivo das professoras que a utilizaram**. Tal afirmação pode ser constatada em várias circunstâncias, uma vez que as mesmas vivenciaram uma prática totalmente diferente do que estavam acostumadas e que realizaram aprendizagem significativa de conceitos que até então desenvolviam de forma técnica ou mecânica.

É preciso aqui ressaltar sobretudo o salto qualitativo realizado pela Prof.2, professora que estava utilizando a proposta pela primeira vez e que não tinha uma visão global da mesma, pois, à medida que desenvolvia o trabalho, ia conhecendo a proposta. Essa professora, por não conhecer a proposta como um todo e por não estar acostumada com procedimentos diferenciados dos tradicionais, inicialmente não valorizava as ações dos alunos e acreditava que eles estavam desinteressados. Ao longo do trabalho, por volta da 9ª atividade, depois dela própria ter realizado aprendizagens significativas dos conceitos; de ter uma visão mais ampla da proposta; de comparar os resultados obtidos ao utilizar esta dinâmica com os do ensino tradicional, revelou-se adepta ao uso da proposta, chegando a reconhecer que nunca mais voltaria a trabalhar como antes.

Assim, mesmo diante das dificuldades encontradas por esta professora debutante na utilização da proposta, posso considerar que a proposta aqui investigada pode ser apropriada por professores de Matemática das escolas públicas da rede estadual, embora seja preciso comentar que as professoras, que utilizavam da proposta pela segunda ou terceira vez, se sentiam mais seguras e afirmavam descobrir, a cada utilização, maior número de detalhes que contribuíam para desenvolvimento das ações.

Para finalizar esta análise, devo registrar que de posse deste conjunto de informações e dos resultados encontrados no uso da proposta alternativa para o ensino da Trigonometria, concluí que seria conveniente fazer pequenas modificações em algumas das atividades propostas, pois, da maneira como foram elaboradas, estão mais adequadas para o aprofundamento do assunto, no 3° grau. Acredito que para tratar deste assunto de modo compatível com o que vem sendo proposto para o 2° grau (atualmente nível médio) não seja necessário desenvolver os quatro últimos exercícios propostos da atividade VII; que seja conveniente suprimir a 4ª parte da atividade IX, pois contempla mais exercícios de fixação já propostos na 3ª parte e que seria prudente ignorar o 5° exercício da atividade XI.



É importante deixar claro que as modificações, ora sugeridas, agilizarão o trabalho, sem acarretar danos seqüenciais e estruturais.

Durante a utilização da proposta, as professoras envolvidas tiveram **oportunidades de refletir e comparar a dicotomia existente entre a metodologia sugerida e a metodologia tradicional; de conhecer uma seqüenciação hierárquica dos conceitos desenvolvida para Trigonometria, diferente daquela trazida pelos livros didáticos; de introduzir modificações no processo avaliativo, embora, em alguns momentos, revelassem alguns resquícios do processo avaliativo subjacente à prática tradicional de ensino; de criar estratégias para sistematizar e agilizar o tempo empreendido; de refletir sobre a origem da Trigonometria, buscando explicações para a articulação entre a Álgebra e a Geometria e, ainda, de realizar aprendizagens de alguns conceitos trigonométricos, que já desenvolviam com os seus alunos de forma mecânica, sem estarem interiorizados de forma significativa.**

Tais desenvolvimentos profissionais, verificados mediante a utilização da metodologia proposta, vêm ao encontro das idéias de Nóvoa (1995) e de Gómez (1995) no que tange à formação dos professores. Tanto para um quanto para outro, a formação de um professor deve passar necessariamente pela perspectiva crítico-reflexiva.

Para Nóvoa (1995), o processo de formação do professor não deve ser entendido como acúmulos de títulos, mas deve envolver reflexões críticas de suas práticas, tentado uma contínua reconstrução da sua identidade pessoal. Afirma:

> "O processo de formação está dependente de percursos educativos, mas não se deixa controlar pela pedagogia. O processo de formação alimenta-se de modelos educativos, mas asfixia quando se torna demasiado 'educado'. A formação vai e

> vem, avança e recua, constituindo-se um processo de relação ao saber e ao conhecimento que se encontra no cerne da identidade pessoal" (1995, p. 25).

Ele explicita a importância das relações entre o professor e seus saberes pedagógicos e científicos. Defende a idéia proposta por Perrenoud (1991) de que a formação do professor deve ser de "tipo clínico", baseada "na articulação entre a prática e a reflexão sobre a prática" (Nóvoa, 1995, p. 28), pois, para ele,

> "A formação passa pela experimentação, pela inovação, pelo ensaio de novos modos de trabalho pedagógico. E por uma reflexão crítica sobre a sua utilização. A formação passa por processo de investigação, diretamente articulado com as práticas educativas" (Nóvoa, 1995, p. 28).

Gómez (1995) acredita que a vida profissional de um professor é diretamente influenciada pelos seus credos, percepções, apreciações. Assim, segundo ele, não existe conhecimento que aponte uma única solução para determinado problema. O professor deve atuar sempre criando uma nova realidade, experimentando, inventado situações de forma que se adapte à necessidade daquela realidade. Com isso, o professor (e sempre aluno!) não pode limitar-se à aplicações de técnicas comprovadamente científicas. Deve sair em busca de construções e de comparações com novas estratégias que o ajudem a refletir e a encontrar soluções para seus problemas em salas de aula. Para ele,

> "o profissional reflexivo constrói de forma idiossincrática o seu próprio conhecimento profissional, o qual incorpora e transcende o conhecimento emergente na racionalidade técnica" (Gómez, 1995, p. 110).

O processo de formação de um professor, proposto pelos dois especialistas no assunto, está de acordo com os procedimentos desenvolvidos pelas professoras

ao se **apropriarem da proposta sugerida, pois, conforme o que já foi citado anteriormente, houve certo desenvolvimento profissional**, ao experimentarem a inovação referentes a métodos e técnicas para facilitar o ensino dos conceitos trigonométricos e realizaram reflexões críticas enquanto vivenciavam a dinâmica sugerida e comparavam com suas práticas tradicionais.

Mesmo tendo ficado evidente um início de desenvolvimento profissional reflexivo das professoras que participaram desta pesquisa, foi possível constatar que, embora refletissem muito sobre suas práticas e se esforçassem, realmente, para modificá-las, as concepções tradicionais de ensino continuavam impregnadas nas suas ações, pois, inconscientemente, agiam de acordo com elas. Neste sentido, concordo com Silva (1997), quando diz que os docentes colocam em prática rotinas de forma relativamente consciente, sem as conhecer e as controlar verdadeiramente.

Esses reflexos da filosofia tradicional de ensino oriundo de uma visão positivista de ensino, onde não se consideram as influências histórico-sociais do conhecimento, são vistos ainda hoje na escola, pois o professor, principal veiculador da prática escolar, trata do conhecimento da maneira como aprendeu e da forma como vivenciou as suas experiências acadêmicas (Cunha, 1989).

Para extingir tal influência do pensamento positivista nas ações em salas de aula, os teóricos tentam mostrar as limitações dessas influências e recuperar uma educação mais conscientizadora, proporcionando um processo ativo e uma visão crítica do conhecimento, interferindo na relação sujeito - objeto de conhecimento. Neste sentido, Cunha afirma "... que é necessário caminhar por um ensino que favoreça a produção do conhecimento, ou seja, a localização dos sujeitos da aprendizagem numa perspectiva de indagação que leve ao estudo, à coleta de dados e à reflexão" (1989, p. 31).

Também foi possível verificar que o contato com esta nova metodologia não foi suficiente para estimular no professor a criação de práticas semelhantes para outros assuntos da Matemática. Parece-me que as professoras se dão por

satisfeitas se encontrarem sugestões realizadas por outras pessoas para desenvolver um novo assunto, dado que nos leva a considerar não um processo de transformação profunda, mas de um processo de iniciação nessa direção.

Tendo em vista que a pesquisa aqui desenvolvida envolve atores reais da escola, isto é, professores e alunos durante o processo educativo, além de tudo que já foi comentado, é conveniente relembrar ou refletir sobre mais alguns aspectos de relativa importância para tal contexto. A proposta alternativa para o ensino da Trigonometria aqui estudada não está nem fundamentada numa filosofia redentora, onde a educação é tida como salvação da sociedade, nem compartilha como instrumento de reprodução da ideologia dominante, conforme preconiza a visão de educação como reprodução. Para mim, ela se fundamenta numa visão crítica de educação, pois oferece oportunidades para que os 'atores da escola', tanto professores quanto os alunos envolvidos no processo, vivenciem procedimentos que modificam substancialmente o processo educativo, contribuindo para que o aluno seja o co-produtor do seu conhecimento, desenvolva o pensamento crítico reflexivo, influenciando os aspectos cognitivos, afetivos e sociais do aluno.

Segundo Luckesi (1991), o educador visto como homem e um construtor do seu conhecimento é influenciado pelo seu contexto histórico-social. "É um criador e criatura ao mesmo tempo. Sofre as influências do meio em que vive e com elas se autoconstrói" (p.115). Nesta perspectiva, o educador deve orientar todas as atividades de ensino e de aprendizagem mediante as ações pedagógicas existentes entre o saber científico e o educando; entre os resultados da cultura de uma sociedade e o individual do aluno; entre o que é universal da sociedade e o que é particular do educando.

Para exercer bem esse papel, o professor deve ter a **compreensão da realidade com a qual trabalha, ter compromisso político, conhecer cientificamente e profundamente a sua área de atuação e ter competência**

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

técnico-profissional. Deve se **preocupar com as origens do educando; quais os conceitos que os alunos trazem na sua estrutura cognitiva; para que serve o conhecimento que está sendo desenvolvido; se o assunto desenvolvido vai ajudar o aluno a refletir e a tomar decisões, analisando e interpretando os fatos cotidianos; se o material didático utilizado está ou não adequado para o que se pretende.** Neste estudo, tais aspectos evidenciaram as diferenças entre as professoras, com graus diversos em cada um desses aspectos conforme suas representações.

Normalmente, os aspectos citados acima não são considerados pelos professores como fatores que influenciam o bom desenvolvimento do seu papel. Muitas vezes, mesmo sendo conhecidos pelos professores, é possível observar que as práticas realizadas nas salas de aula são desarticuladas das suas visões filosóficas e que os professores apegam-se a certos modismos, na tentativa de solucionar os problemas educacionais. Aguiar (1993), pesquisando sobre a representação e a ação dos professores ao ensinar Matemática, num trabalho de formação continuada, afirma ter observado dificuldades para efetivar as práticas nas salas de aula, embora haja uma modificação no discurso do professor.

Mediante as afirmações de Aguiar e as constatações já apontadas por mim, anteriormente, sobre as dificuldades dos professores em elaborar procedimentos que insiram o aluno em situações de modo a proporcionar a construção do seu próprio conhecimento, por meio de ações dinâmicas e participativas, **a proposta aqui testada e investigada é uma tentativa de possibilitar aos professores de Matemática realizarem efetivas mudanças em suas práticas de salas de aula no que se refere ao ensino da Trigonometria.**

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, M.C., MAIA, L.S.L., LIMA, P.F., ROSA, E.C.S. A representação do professor sobre o ensino da matemática e sua prática pedagógica no decorrer de um processo de formação continuada. In: REUNIÃO DA ANPED, 16, 1993, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 1993.

AUSUBEL, D.P. *Educational psycology*: a cognitive view. 13.ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1968. 685 p.

AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D., HANESIAN, H. *Psicologia educacional*. 2.ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980. 625 p.

BARRETO, J.A.E. Avaliação: mitos e armadilhas. *Ensaio: avaliações e políticas públicas em Educação,* v.1, Rio de Janeiro, 1993. p. 45-54.

BOGDAN, R., BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação*: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 1994. p. 48-62; 292-301.

BONGIOVANI, V., VISSOTO, O.R., LAUREANO, J.L. *Matemática e vida.* 2° grau. São Paulo: Ática, 1993. p.317-403.

BRIGUENTI, M.J.L. *Ensino e aprendizagem da trigonometria*: novas perspectivas da educação matemática. Rio Claro, 1994. 174 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista.

unesp

_____. Considerações sobre a história da Trigonometria: uma abordagem sobre o trabalho de Ptolomeu. São Jose´do Rio Preto: UNESP/IBILCE, 1996, 25p. (Métrica, 56).

BRIGUENTI, M.J.L., CREPALDI, C.V. Hierarquia conceitual: uma proposta de Ausubel. *Mimesis*, Bauru: Universidade Sagrado Coração (U.S.C.), v.16, n.1, 1995, p.133-42.

BUCCHI, P. *Matemática.* São Paulo: Moderna, 1992. p.191-285.

CAPORALINI, M.B.S.C. *A transmissão do conhecimento e o ensino noturno.* São Paulo: Papirus, 1991. 203 p.

CARVALHO, C.P. de. *Ensino noturno*: realidade e ilusão. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1986. 111 p.

COLL, C., PALACIOS, J., MARCHESI, A. (Orgs). *Desenvolvimento psicológico e educação*: psicologia da educação. v.2. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p.68- 78.

CUNHA, M.I.. *O bom professor e sua prática.* Campinas: Papirus, 1989. 182 p.

_____. *O professor universitário na transição de paradigmas.* 1.ed. Araraquara: JM, 1998. 118 p.

DEPRESBITERIS, L. Instrumentos de avaliação: as questões constantes da prática docente. *Estudos em Avaliação Educacional,* jul-dez, n.34, p.119-133, 1991.

_____. Avaliação da aprendizagem: revendo conceitos e posições. In: SOUSA, C.P. (Org.) *Avaliação do rendimento escolar* . 4.ed. Campinas: Papirus. 1997a. p. 51-79.

_____. Avaliação de programas e avaliação da aprendizagem. In: SOUSA, E.C.B.M. (Org.). *Avaliação de currículos e de programas:* leituras complementares. Brasília: UnB, v.3, p. 07 - 46, 1997 b.

DOXSEY, J.R. Auto-avaliação: alternativa viável para o ensino superior? *Educação Brasileira*, v. 10, n.21, Brasília: p.139-171, 1988.

FACCHINI, W. *Matemática.* São Paulo: Saraiva, 1996, p.279-378.

FARIA, W. de. *Aprendizagem e planejamento de ensino.* São Paulo: Ática, 1989. 86p.

FERRETI, C.J. A inovação na perpectiva pedagógica. In: GARCIA, W.E. (Coord.). *Inovação Educacional no Brasil.* São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1989, p.55-82.

FIORENTINI, D., MIORIM, M.A. Os campos fundamentais do ensino da matemática: aritmética, álgebra e geometria. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 1993, Bauru. *Anais...* Bauru: UNESP/ SBEM, 1993, p. 23- 8.

FRANCO, M.L.P.B. Subsídios para uma reflexão teórica acerca da prática avaliativa. *Idéias*, n.8, p. 119- 126, 1990.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

GIOVANNI J.R., BONJORNO J.R., GIOVANNI JR, J.R. *Matemática fundamental.* 2º grau. São Paulo: FTD, 1994. p.317-403.

GÓMEZ, A.P. O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, A. (Org). *Os professores e sua formação.* 2.ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995. p. 95-114.

HUBERMAN, A.M. *Como se realizam as mudanças em educação.* São Paulo: Cultrix, 1973. 120 p.

JOYCE, B., WEIL, M. *Models of teaching.* Englewood Cliffs: Prentice-Hall, cap.10, 1972. p. 165-179.

LUCKESI, C.C. *Filosofia da educação.* São Paulo: Cortez, 1991, 183 p.

LÜDKE, M., ANDRÉ, M.E.D.A. *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. 99 p.

MADRUGA, J.A.G. Aprendizagem por descoberta frente à aprendizagem pela recepção: a teoria da aprendizagem verbal significativa. In: COLL, C., PALACIOS, J., MARCHESI, A. (Orgs.). *Desenvolvimento psicológico e educação*: psicologia da educação. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, v. 2, p. 68 - 78.

MARIN, A.J. Trabalho docente: núcleo de perspectiva globalizadora de estudos sobre ensino. In: MARIN, A.J. (Org.). *Didática e trabalho docente.* Araraquara: J.M., 1996, p. 23-43.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 1 12 13 14 15 16 17 18

MEDEIROS, C.F. Por uma educação matemática como intersubjetividade. In: BICUDO, M.A.V. *Educação matemática*. São Paulo: Moraes, 1987, p.13-41.

METS, L.A. Avaliação ou revisão de programa. In: SOUSA, E.C.B. M. (Org.). *Avaliação de currículos e de programas*. Brasília: UnB, 1997, v.3, p.31-54.

MOREIRA, M.A., BUCHWEITZ. *Mapas conceituais*: instrumentos didáticos de avaliação e de análise de currículo. São Paulo: Moraes, 1987.

MOREIRA, M.A., MASINI, E.F.S. *Aprendizagem significativa*: uma teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982. 109 p.

NOVAK, J.D. *Uma teoria de educação*. Trad. Marco Antonio Moreira. São Paulo: Pioneira, 1981. 252 p.

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA A. (Org). *Os professores e sua formação*. 2.ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995. p. 15- 33.

OLIVEIRA, J.B.A. *Tecnologia educacional*: teorias da instrução. 4.ed. Petrópolis: Vozes, 1976. 136 p.

PARLETT, M. HAMILTON, D. Avaliação iluminativa: uma nova abordagem no estudo de programas inovadores. In: SOUSA, E.C.B.M. de. (Org.) *Avaliação de currículos e de programas*. Brasília: UnB, 1997, v. 3, p. 139-156. (Leituras Complementares).

PARO, V. H. *Administração escolar e transformação social.* 5.ed., São Paulo: Cortez, 1991. p.123-69.

PENIN, S. *Cotidiano e escola*: a obra em construção. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1995. 165 p.

_____. *Processo de construção do conhecimento do professor sobre o ensino.* São Paulo, 1993, 146 p. Tese (Livre Docência) da Faculdade de Educação-Universidade de São Paulo.

PONTE, J. P. (Org.). *Viver a inovação viver a escola*: actividades de um grupo de professores de matemática. Lisboa: Projeto DIC de Educação da FC de Lisboa/Associação dos Professores de Matemática, 1993. 226 p.

RAFHAEL, S.H. *A avaliação em salas de aulas públicas*: buscando sua comprensão. Marília, 1993. 230p. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Estadual Paulista.

RATHS, J. Ausubel's subsumer theory of learning: a base for the teaching of meaningful verbal material In: RATHS, J. *Studying teaching.* 2.ed. Englewood Cliffs: Prendice-Hall, 1971, p. 201-7.

RONCA, A.C.C. O modelo de ensino de David Ausubel. In: PENTEADO, W.M.A.P.(Org.). *Psicologia e ensino.* São Paulo: Papelivros, 1980. p.59-83.

SALLES, L.M.F. Representação social e cotidiano. *Didática.* v. 26/27, p. 11-20, 1990/1991.

SANTOS, M.E. V. M.dos. *Mudança conceptual na sala de aula*: um desafio pedagógico. Lisboa: Livros Horizonte, 1991. 261p.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Estado dos Negócios da Educação-Coordenadoria do Ensino Básico e Normal. *Publicações.* Caderno III, São Paulo: set., p.09-14, 1991.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta curricular para o ensino de matemática*: 2° Grau. 2.ed. São Paulo: SE/CENP, 1992. 413p.

_____ . *Proposta curricular para o ensino de matemática*: 1° grau. 3.ed. São Paulo: SE/CENP, 1988. 140p.

SILVA, M.R.G. *Avaliação e trabalho em grupo em assimilação solidária*: análise de uma intervenção. Rio Claro, 1997, 378 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Instituto de Geociências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista.

SILVA, M.R.G., DIETZEL, V.L. Concepções de matemática, ensino de matemática e prática de sala-de-aula. *Mimesis*, Bauru: Universidade Sagrado Coração, v.17, n.1, p.57-68, 1996.

SOUSA, C.P. de (Org). Avaliação do rendimento escolar: sedimentação de significados. In: SOUSA, C.P. (Org.). *Avaliação do rendimento escolar.* 6.ed. Campinas: Papirus, 1997. p. 143-151.

THE MERRIAM-WEBSTER dictionary. New York: Pocket Books, 1974, p. 29.

THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisação.* 7.ed. São Paulo: Cortez, 1996. 108 p.

TROTTA F., IMENES, L.M., JAKOBOVIC, J. *Matemática aplicada:* 2° Grau. São Paulo: Moderna, 1979. v.1-2.

VASCONCELLOS, C.dos S. *Avaliação*: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar. n.3, São Paulo: 1993. p.53-58 (Cadernos Cadernos Pedagógicos do Libertad).

_____. *Construção do Conhecimento:* em sala de aula, n.2, 4.ed. São Paulo: 1995. 106p . (Cadernos Pedagógicos do Libertad)

VEIGA, S. M. G. *Avaliação de currículo na universidade*. Bauru: UNESP-Faculdade de Ciências, 1991. 11p. (Mimeogr).

8 ANEXOS

ANEXO I **299**

ANEXO II **328**

ANEXO III **333**

ANEXO IV **335**

ANEXO V **337**

ANEXO I- ATIVIDADES PARA O ENSINO DA TRIGONOMETRIA

ATIVIDADE I: MEDINDO ALTURAS

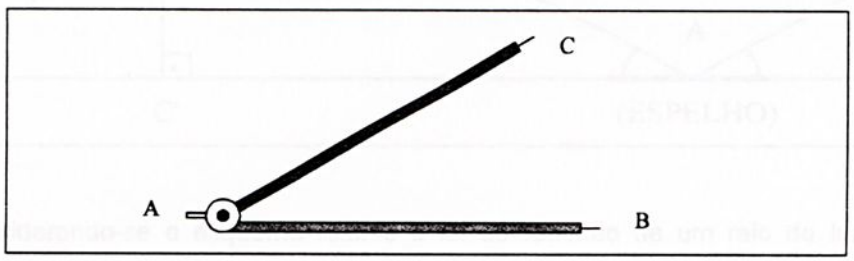
OBJETIVO: Os alunos deverão determinar a altura de árvores, de pilares, do andar superior da escola, etc., utilizando-se de dois procedimentos diferentes, mas que envolvem os dois conceitos fundamentais: *semelhança* e *proporcionalidade*.

MATERIAL: um compasso, trenas ou fitas métricas, espelho pequeno, calculadora.

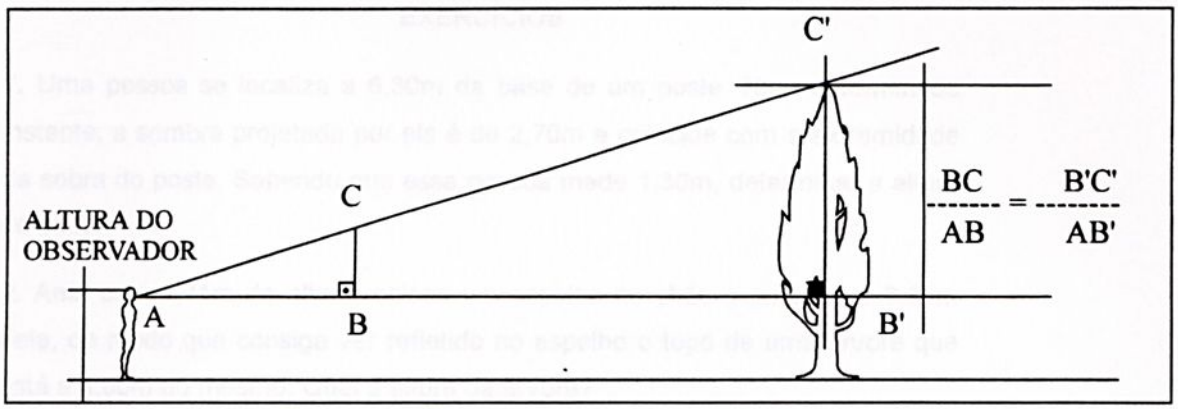
DESENVOLVIMENTO:

1º Procedimento:

Com auxílio de um compasso, colocado na altura dos olhos, tendo a haste que contém a ponta seca, colocada paralelamente ao solo, os alunos abrirão a ponta de grafite, até que esta aponte para o topo do objeto que se vai medir. Em seguida, utilizando-se de uma régua, medirão os segmentos BC e AB, conforme a figura abaixo e, ainda, a distância do observador até o objeto.



A interpretação gráfica da situação, evidencia a semelhança entre os triângulos ABC e AB'C'. Daí, a proporcionalidade entre os seus lados. Para melhor esclarecimento, têm-se afigura abaixo:

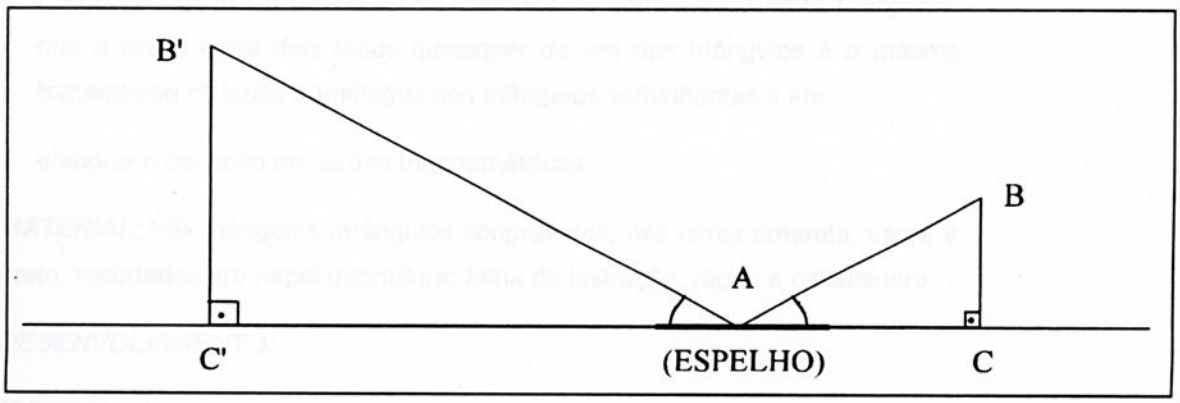


Da igualdade determinada pela proporção entre os lados desses dois triângulos semelhantes, determina-se o valor de B'C'.

Portanto, a altura do objeto é B'C' + h.

2° Procedimento:

Utilizando-se de um espelho colocado no chão, de modo que este esteja entre o observador e o objeto que se quer medir, e ainda que o topo desse objeto seja visível pelo observador, mede-se as distâncias entre espelho/objeto e espelho/observador e procede-se à esquematização da situação.



Considerando-se o esquema feito e a lei da reflexão de um raio de luz: "*o ângulo de incidência de um feixe luminoso é igual ao ângulo de reflexão do mesmo*" (fato esse observável através de uma simulação muito simples). Conclui-se a semelhança entre os triângulos, pois: os dois são retângulos e o ângulo de incidência é igual ao ângulo de refração. Sendo assim, está garantida a proporcionalidade entre as medidas homólogas, e isto possibilitará determinar a altura do objeto proposto.

EXERCÍCIOS

1. Uma pessoa se localiza a 6,30m da base de um poste. Num determinado instante, a sombra projetada por ela é de 2,70m e coincide com a extremidade da sobra do poste. Sabendo que essa pessoa mede 1,80m, determinar a altura do poste.

2. Ana, com 1,71m de altura, coloca um espelho no chão e se situa a 0,90m dele, de modo que consiga ver refletido no espelho o topo de uma árvore que está a 4,50m do mesmo. Qual a altura da árvore?

3. Um pinheiro tem 50m de altura. Um gavião está no topo do pinheiro e vê uma presa em um galho abaixo que dista 8m do tronco e 20m do chão. Qual a distância que o gavião percorrerá para pegar a esta presa? Que distância o gavião terá para desacelerar antes de atingir o chão, sendo que sua trajetória é uma linha reta?

ATIVIDADE II: **RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO**

OBJETIVOS:

- concluir, a partir da utilização do conceito de semelhança entre triângulos, que a razão entre dois lados quaisquer de um dos triângulos é a mesma tomando-se os lados homólogos nos triângulos semelhantes a ele;
- elaborar o conceito de razões trigonométricas

MATERIAL: três triângulos retângulos congruentes, nas cores amarelo, verde e preto, recortados em papel dobradura; folha de instrução; régua e calculadora.

DESENVOLVIMENTO:

1ª Parte:

- cole no espaço abaixo o triângulo retângulo em Â, amarelo (Deixar espaço);
- fixe um dos ângulos agudos α ($\hat{B} = \alpha$);
- meça, com uma régua, os lagos do triângulo ABC, colado;
- faça as possíveis razões entre os lados desse triângulo.

amarelo → $\frac{CA}{BA}$ = ; $\frac{BA}{CA}$ = ; $\frac{BA}{BC}$ =

$\frac{BC}{BA}$ = ; $\frac{CA}{BC}$ = ; $\frac{BC}{CA}$ =

- faça dos triângulos verde e preto dois outros triângulos semelhantes (e não congruentes) ao amarelo, de modo que o verde fique maior que o preto e menor que o amarelo;
- cole o triângulo verde sobre o amarelo e o triângulo preto sobre o verde, de modo que o vértice de B seja comum a todos os triângulos retos em A, A' e A";
- meça os lados dos triângulos verde e preto e escreva as possíveis razões entre seus lados;

verde → $\frac{C'A'}{BA'}$ = ; $\frac{BA'}{C'A'}$ = ; $\frac{BA'}{BC'}$ =

$\frac{BC'}{BA'}$ = ; $\frac{C'A'}{BC}$ = ; $\frac{BC'}{C'A'}$

preto → $\frac{C''A''}{BA''}$ = ; $\frac{BA''}{C''A''}$ = ; $\frac{BA''}{BC''}$ =

$\frac{BC''}{BA''}$ = ; $\frac{C''A''}{BC''}$ = ; $\frac{BC''}{C''A''}$ =

- efetue as razões, utilizando uma calculadora;
- o que você conclui ao comparar os valores encontrados?

2ª Parte:

- Desenhe um triângulo ABC (reto em Â).
- Qual lado representa a hipotenusa?

- Qual lado é o cateto oposto ao ângulo $\hat{B}$ (de medida α)?
- E qual é o cateto adjacente ao ângulo $\hat{B}$?
- Olhe no triângulo amarelo (da 1ª parte), fixe o ângulo $\hat{B}$ (α) e relacione a razão $\frac{CA}{BA}$, com a nomenclatura vista acima:

$\frac{CA}{BA}$ = ---------- ;

- Faça o mesmo com as razões $\frac{C'A'}{BA'}$ do triângulo verde e $\frac{C''A''}{BA''}$ do preto

$\frac{C'A'}{BA'}$ = ---------- ;

$\frac{C''A''}{BA''}$ = ---------- ;

- O que você conclui? Faça o mesmo com as razões:

$\frac{BA}{BC}$ = ----------; $\frac{CA}{BC}$ = ----------

$\frac{BA'}{BC'}$ = ---------- ; $\frac{C'A'}{BC'}$ = ----------

$\frac{BA''}{BC''}$ = ---------- ; $\frac{C''A''}{BC''}$ = ----------

3ª Parte: EXERCÍCIOS

1. Desenhe um triângulo retângulo ABC, reto em Â. Determine:

sen $\hat{B}$	sen $\hat{C}$
cos $\hat{B}$	cos $\hat{C}$
tg $\hat{B}$	tg $\hat{C}$

2.O que você conclui a respeito do sen $\hat{B}$ e do cos $\hat{C}$ ou do sen $\hat{C}$ e do cos $\hat{B}$?

3. Qual a relação existente entre os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$?

4. De modo geral, como podemos escrever a relação entre sen $\hat{B}$ e cos $\hat{C}$, sendo $\hat{B}$ e $\hat{C}$ ângulos agudos de um triângulo retângulo?

ATIVIDADE III: **APLICAÇÕES DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO**

OBJETIVO: Resolver problemas e exercícios utilizando-se dos conceitos estudados- Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

MATERIAL: Folha de Instruções.

DESENVOLVIMENTO:

1ª Parte: Resolver os exercícios propostos, utilizando-se de esquema gráfico

1. Sabendo-se que tg $\alpha = \frac{3}{4}$ ($\alpha = A\hat{B}C$):

- construa o triângulo ABC;
- determine o valor da hipotenusa desse triângulo;
- encontre o valor de sen α e cos α.

2. Num triângulo ABC, reto em Â, sabemos que sen $\hat{B} = \frac{3}{5}$. Determine a medida (em cm) dos lados desse triângulo, utilizando-se do esquema gráfico.

3. Sabendo-se que cos $\alpha = \frac{2}{7}$, obtenha sen α e tg α.

4. Considere um triângulo retângulo ABC, reto em Â, e $\alpha = A\hat{B}C$. O que acontece com α se aumentarmos o lado AC? Desenhe. O que acontece com os valores de sen α, cos α e tg α?

5. Tente desenhar um triângulo retângulo, com α muito perto de 90°. O que acontece?

6. Construa um triângulo retângulo isósceles, cuja medida dos lados congruentes seja l e responda:

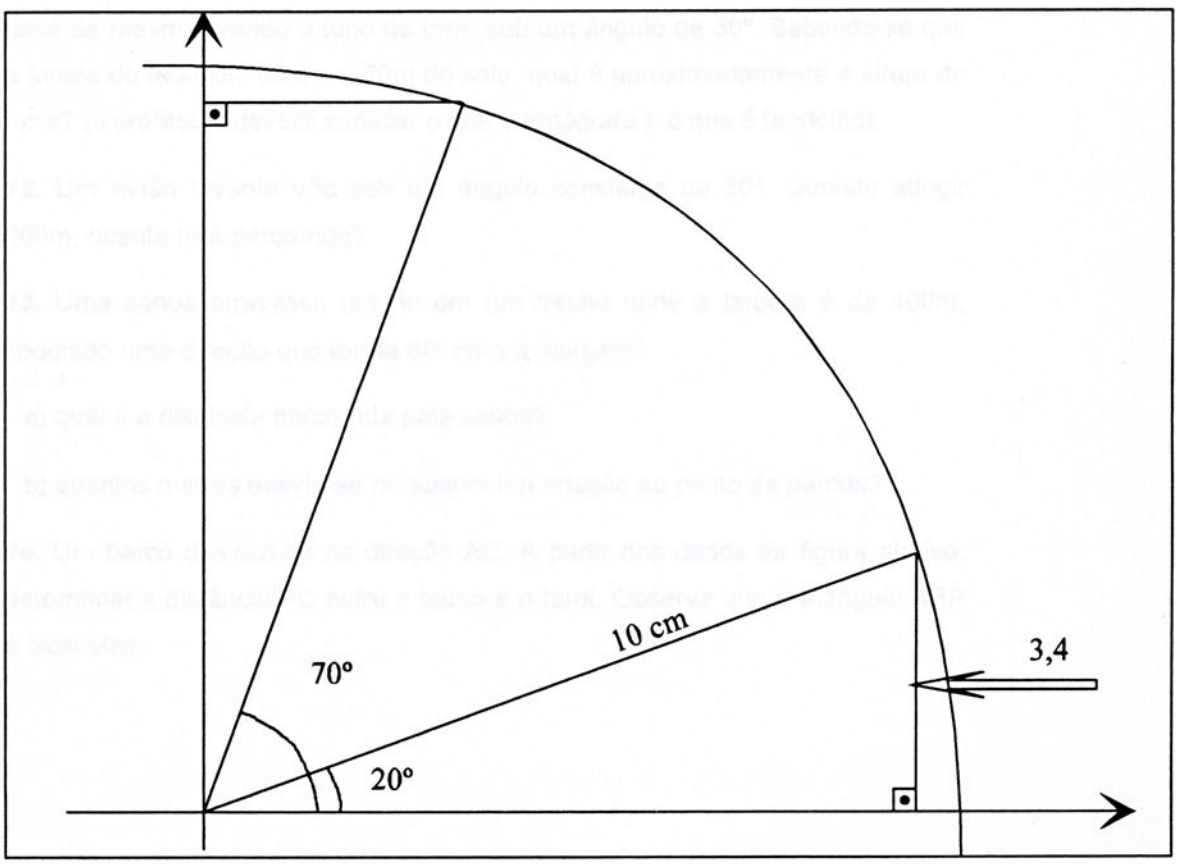
- Quanto mede cada ângulo agudo (α) desse triângulo?
- Calcule sen α, cos α e tg α.

7. Desenhe um triângulo equilátero de lado l e responda:

- Quanto mede cada ângulo interno?
- Traçando a altura (h) relativa à base, obtemos dois triângulos de que tipo? Quanto medem os ângulos internos desses triângulos?
- Encontre o valor de h, em função da medida do lado *l*.
- Determine os valores de sen 30°, cos 30°, tg 30°, sen 60°, cos 60°, tg 60°.

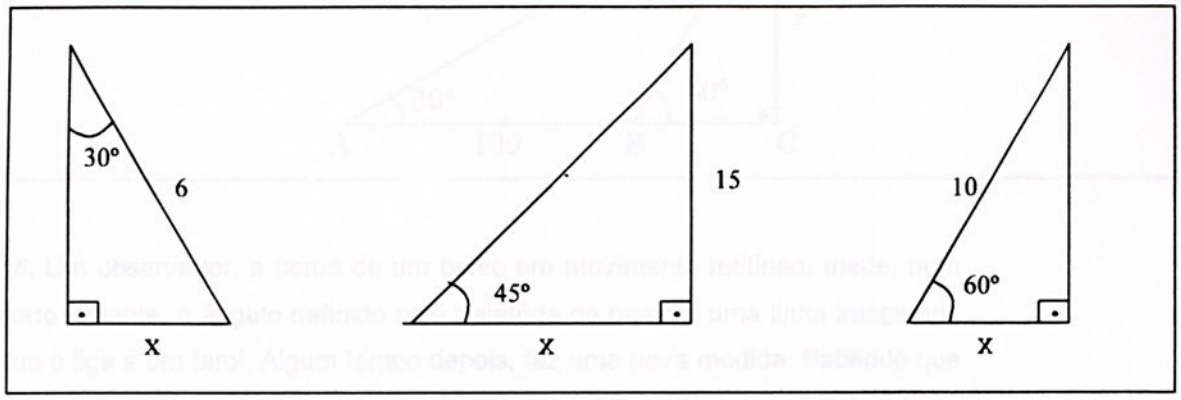
Obs: $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}86...$ $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707...$

8. As hipotenusas dos triângulos retângulos abaixo medem 10 cm. Ache um valor aproximado para sen 20°, cos 20°, tg 20°, sen 70°, cos 70° e tg 70°.



2ª Parte: Resolver, analiticamente, os exercícios propostos (com a ajuda de um esboço gráfico)

9. Calcule o valor α nos triângulos retângulos abaixo:



10. Uma escada está encostada numa parede formando um ângulo de 60° com o chão. Se a escada tem 20 m de comprimento que altura ela atinge?

11. Para obter a altura de uma torre, um topógrafo coloca o teodolito a 200m da base da mesma, vendo o topo da torre sob um ângulo de 30°. Sabendo-se que a luneta do teodolito está a 1,70m do solo, qual é aproximadamente a altura da torre? (o professor deverá explicar o que é topógrafo e o que é teodolito).

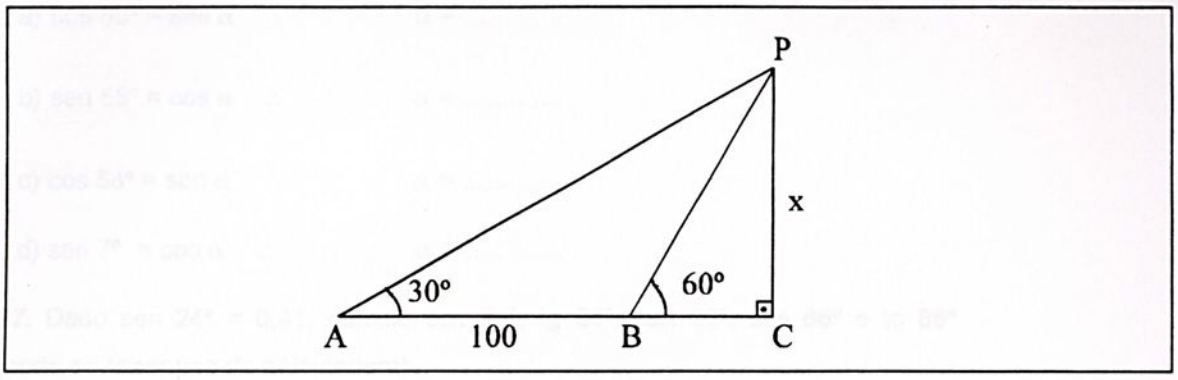
12. Um avião levanta vôo sob um ângulo constante de 30°. Quando atingir 200m, quanto terá percorrido?

13. Uma canoa atravessa um rio em um trecho onde a largura é de 100m, seguindo uma direção que forma 60° com a margem:

a) qual é a distância percorrida pela canoa?

b) quantos metros desvia-se rio abaixo em relação ao ponto de partida?

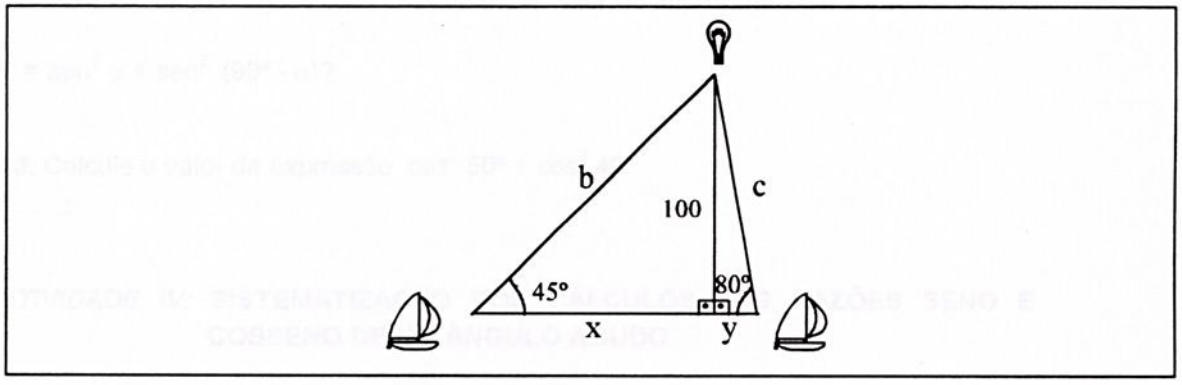
14. Um barco desloca-se na direção AC. A partir dos dados da figura abaixo, determinar a distância PC entre o barco e o farol. Observe que o triângulo ABP é isósceles.



15. Um observador, a bordo de um barco em movimento retilíneo, mede, num certo instante, o ângulo definido pela trajetória do barco e uma linha imaginária que o liga a um farol. Algum tempo depois, faz uma nova medida. Sabendo que as medidas obtidas foram respectivamente 45° e 80° e que entre os instantes de cada medida a menor distância que o barco esteve do farol foi de 100m, calcule com aproximação de 1m:

a) a distância percorrida pelo barco entre os instantes das duas medidas;

b) as distâncias entre o barco e o farol nos instantes da primeira e da segunda medida.



3ª Parte: Resolver os exercícios utilizando-se dos conceitos estudados e das relações: $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$ e $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

16. Completar, usando a relação entre o seno e o cosseno de ângulos complementares:

a) cos 80° = sen α ∴ α = ...

b) sen 55° = cos α ∴ α = ...

c) cos 58° = sen α ∴ α = ...

d) sen 7° = cos α ∴ α = ...

17. Dado sen 24° = 0,41, calcule cos 24°, tg 24°, sen 66°, cos 66° e tg 66° (pode-se fazer uso de calculadora).

18. Sabendo-se que sen 30° = $\frac{1}{2}$, calcule cos 30°, tg 30°, cos 60° e tg 60° (usando valores irracionais e não valores decimais).

19. Sabendo-se que tg $\alpha = \frac{1}{2}$ e $0 < \alpha < 90°$, calcule sen α e cos α.

20. Idem para tg $\alpha = \frac{2}{3}$ e $0 < \alpha < 90°$.

21. Para um ângulo agudo qualquer, qual é o valor da expressão:

$A = \text{sen}\,\alpha - \text{tg}\,\alpha \cdot \cos\alpha$?

22. Para um ângulo agudo qualquer, qual é o valor da expressão:

$B = \text{sen}^2\,\alpha + \text{sen}^2\,(90° - \alpha)$?

23. Calcule o valor da expressão $\cos^2 50° + \cos^2 40°$.

ATIVIDADE IV: **SISTEMATIZAÇÃO DOS CÁLCULOS DAS RAZÕES SENO E COSSENO DE UM ÂNGULO AGUDO**

OBJETIVOS: Determinar os valores de sen α e cos α, com α variando de 10° em 10 ° (até 80°) e estabelecer a tendência dos números trigonométricos para α tendendo de 0° a 90°.

MATERIAL: Folha de Instruções.

DESENVOLVIMENTO:

- Construa (deixar o espaço para a construção dos triângulos) vários triângulos retângulos em A, A', A''... de modo que a hipotenusa meça 1 dm, o

vértice B seja comum a todos os triângulos e a medida do angulo $\hat{B} = \alpha$ varie de 10º em 10º, até 80º;

- Meça e anote a medida dos catetos de cada triângulo desenhado, preenchendo a tabela:

	cateto oposto à α	cateto adjacente à α
$\alpha = 10°$		
$\alpha = 20°$		
$\alpha = 30°$		
$\alpha = 40°$		
$\alpha = 50°$		
$\alpha = 60°$		
$\alpha = 70°$		
$\alpha = 80°$		

- Encontre os valores das razões solicitadas, preenchendo a tabela:

	$\alpha = 10°$	$\alpha = 20°$	$\alpha = 30°$	$\alpha = 40°$	$\alpha = 50°$	$\alpha = 60°$	$\alpha = 70°$	$\alpha = 80°$
sen α								
cos α								

- Determine o valor da tg α, utilizando-se do quociente $\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$ = tg α.
- Observe a tabela a responda: O que você conclui com os valores de sen 10º e cos 80º? E com os de sen 20º e cos 70º? Por quê?
- Pode-se afirmar que cos 2α = 2.cos α? Por quê?
- Quando α varia, o que acontece com os valores de sen α e cos α?
- Se $\beta > \alpha$, pode-se afirmar que sen $\beta >$ sen α? Por quê?
  Se $\beta > \alpha$, pode-se afirmar que cos $\beta >$ cos α? Por quê?
- Consulte uma tabela trigonométrica e preencha os dados:

	3°	2°	1°
sen α			
cos α			



Responda:

- Quanto será o valor de sen α, para α próximo de 0º? E o valor de cos α?
- Qual será o valor de sen α e cos α, para α próximo de 90º?
- Fazendo α variar de 0º a 90º, qual a variação do sen α e do cos α?

ATIVIDADE V: **SISTEMATIZAÇÃO DA TANGENTE**

OBJETIVO: Determinar os valores de tg α, para α variando de 10º em 10º (até 80º) e estabelecer a tendência da tg α, para α tendendo a 0º e a 90º.

MATERIAL: Folha de Instruções.

DESENVOLVIMENTO:

- Trace um semicírculo com centro **O** e raio de 1 dm;
- Trace por A (lembre-se que A é a origem de todos os arcos), o eixo das tangentes A_t;
- Construa vários triângulos retângulos em Â com o vértice **O** comum a todos eles, tal que a medida do ângulo Ô varie de 10º em 10º, até 80º, e marque os pontos T', T", ..., determinados pela intersecção do eixo A_t , com o prolongamento da hipotenusa de cada triângulo;
- Determine os valores de tg 10º, tg 20º, ... , tg 80º, medindo diretamente na figura os seguimentos $\overline{AT'}$, $\overline{AT''}$, ...;
- Tabele os valores encontrados e compare com os valores anteriormente determinados, utilizando-se da divisão $\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$, na atividade IV.

	$\alpha = 10°$	$\alpha = 20°$	$\alpha = 30°$	$\alpha = 40°$	$\alpha = 50°$	$\alpha = 60°$	$\alpha = 70°$	$\alpha = 80°$
tg α								

Responda:

- Como é a variação de tangente de α, $0° < \alpha < 90°$?
- O que acontece com o valor tg α, se tomarmos valores crescentes de α?
- Qual o valor da tg α, se α se aproxima de zero? E se aproximar-se de 90º?

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

ATIVIDADE VI: **TRABALHANDO COM ÂNGULOS MAIORES QUE 90º**

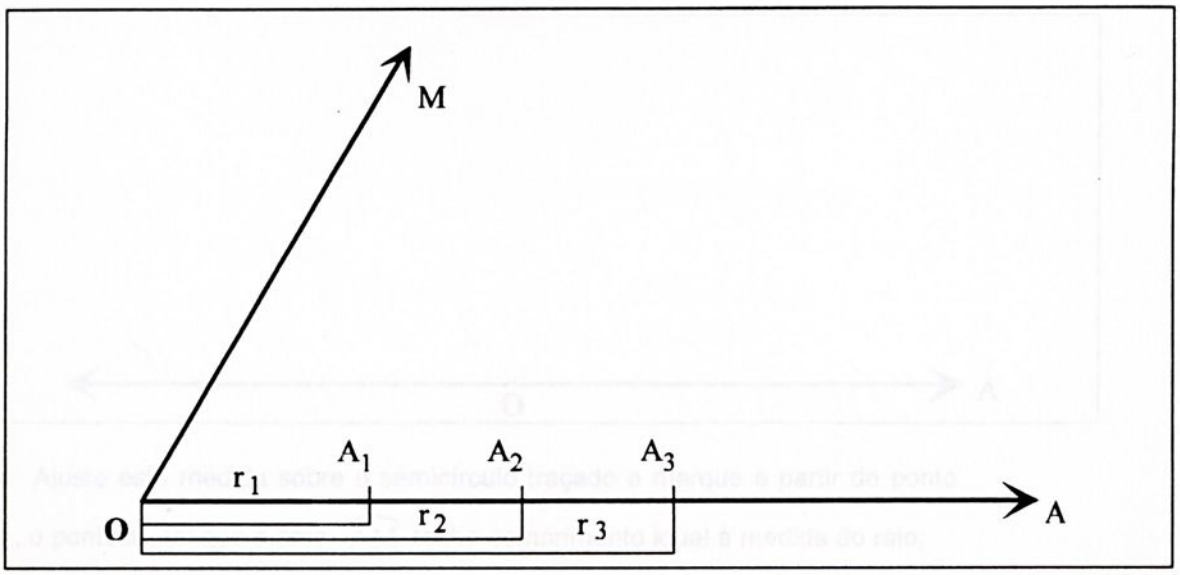
OBJETIVO: Localizar o ponto extremidade de arcos contidos na primeira volta, utilizando-se das duas unidades de medida: graus e radianos.

MATERIAL: Folha de Instruções, pedaços de barbante, régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

1ª Parte:

- Construa, na figura abaixo, arcos de circunferência concêntricos tais que tenham como centro o ponto **O** e raio $r_1 = 3$ cm, raio $r_2 = 5$ cm e raio $r_3 = 7$ cm.



- Marque os pontos M_1, M_2 e M_3, na semi-reta $\overline{OM}$;
- Meça os arcos $\widehat{A1M1}$, $\widehat{A2M2}$, $\widehat{A3M3}$, ajustando um barbante sobre os mesmos;
- Efetue, com calculadora, as razões:

$$\frac{med.\ A_1M_1}{med.r_1} = \text{-------} \ ; \ \frac{med.\ A_2M_2}{med.r_2} = \text{-------} \ ; \ \frac{med.\ A_3M_3}{med.r_3} = \text{-------}$$

- O que você observa?

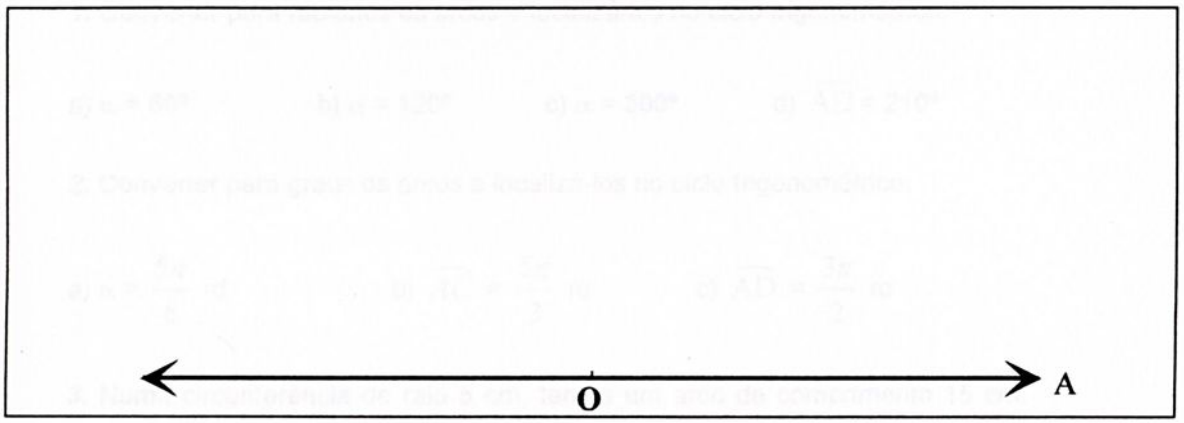
O resultado obtido indica quantas vezes a medida do raio "cabe" na medida do arco, pois a medida do arco está sendo dividida pela medida do raio

$\left(\alpha = \frac{A_1 M_1}{r_1}\right)$ e indica também a medida do ângulo central θ, correspondente ao arco $\overset{\frown}{AM}$.

Neste exemplo, $\frac{med.\ A_1 M_1}{med.raio}$ = 1,1; isto quer dizer que no comprimento do arco $\overset{\frown}{A1M1}$, cabe 1 vez + 0,1 vez o raio.

2ª Parte:

- Trace na figura abaixo um arco de raio qualquer, centrando o compasso em **O** e meça, com um barbante, o raio deste semicírculo;



- Ajuste esta medida sobre o semicírculo traçado e marque a partir do ponto A, o ponto M, tal que o arco $\overset{\frown}{AM}$ tenha comprimento igual à medida do raio;
- Una o ponto **O** à extremidade M. Você terá um arco de 1 rd., ou seja, a medida do raio "cabe" exatamente uma vez na medida do arco $\overset{\frown}{AM}$;
- Meça, com o transferidor, a medida do ângulo determinado pelo arco $\overset{\frown}{AM}$ (este ângulo deverá ser de aproximadamente 57º);
- Trace agora uma semi-circunferência de centro **O** e raio qualquer, de modo que o arco $\overset{\frown}{AM}$ meça 180º;
- Meça, com um barbante, a medida do arco $\overset{\frown}{AM}$;
- Divida o valor encontrado pela medida do raio.

Você deverá ter encontrado um valor muito próximo de 3,14... para qualquer medida tomada de raio.

Esse número 3,14..., é o valor do número irracional π.

Conclui-se,então, que para um ângulo de 180°, corresponde um arco de πrd =3,14...

Complete o quadro abaixo e represente graficamente o arco correspondente:

360° ⇔ ..... rd

----- ⇔ π rd

90° ⇔ ..... rd

3ª Parte: *Resolver os Exercícios*

1. Converter para radianos os arcos e localizá-los no ciclo trigonométrico:

a) $\alpha = 60°$ b) $\alpha = 120°$ c) $\alpha = 300°$ d) $\overset{\frown}{AD} = 210°$

2. Converter para graus os arcos e localizá-los no ciclo trigonométrico:

a) $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ rd b) $\overset{\frown}{AC} = \frac{5\pi}{3}$ rd c) $\overset{\frown}{AD} = \frac{3\pi}{2}$ rd

3. Numa circunferência de raio 5 cm, temos um arco de comprimento 15 cm. Calcule a medida do arco em radianos (lembre-se que $x = \frac{l}{r}$, onde *l* é a medida do comprimento do arco e *r* é a do raio).

4. Se um arco $\overset{\frown}{AB}$ de uma circunferência mede 5 cm e o ângulo central correspondente mede $\frac{5\pi}{6}$ rd, quanto mede o raio da circunferência?

5. A roda de uma bicicleta tem 35 cm de raio:

a) quantos metros um ciclista percorre após a roda dar 500 voltas?

b) quantas voltas deverá dar, para percorrer 21.980m?

6. Determine o comprimento do raio de uma circunferência, sabendo que um arco de 62,8 cm de comprimento corresponde a um ângulo de $\frac{\pi}{8}$ rd.

7. Qual a medida, em radianos, do arco central correspondente a um arco de comprimento 10 cm, numa circunferência de raio 4 cm?

8. O ponteiro dos minutos de um relógio mede 1,5 cm. Qual é a distância que sua extremidade percorre durante 20 minutos?

9. As rodas de um automóvel têm diâmetro de 80 cm. Calcular a distância que o automóvel percorre quando as rodas dão 1.000 voltas sem derrapar?

10. Você considera verdadeira a igualdade sen 42 = sen 42º? Justifique.

ATIVIDADE VII: **ARCOS TRIGONOMÉTRICOS**

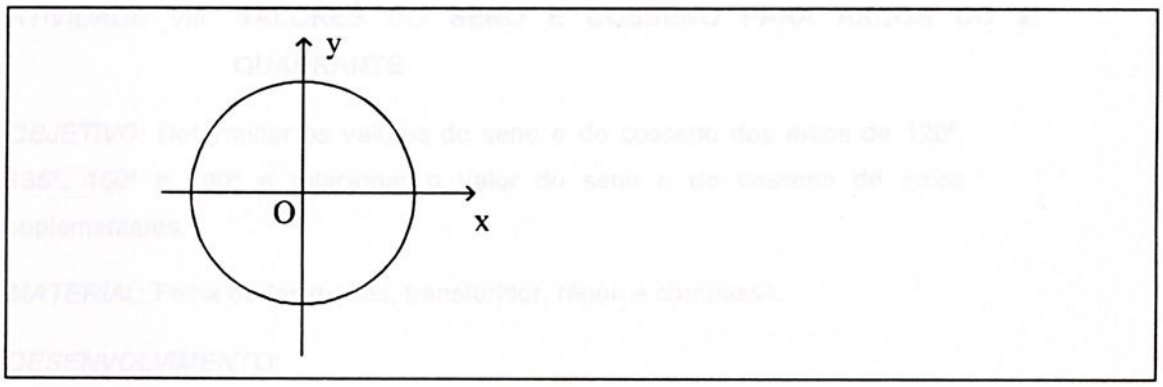
OBJETIVO: Marcar no ciclo trigonométrico arcos representados pela sua expressão geral.

MATERIAL: folha de instruções.

DESENVOLVIMENTO:

Marque, no ciclo trigonométrico abaixo, os pontos: A= (1,0) ; B = (0,1) ; C=(1,0) ; D = (0,-1). Não se esqueça que o ponto A já foi definido como origem de todos os arcos.

O ponto B é a extremidade dos arcos: 90º, 450º, 810º, -270º, ...



Esses arcos são representados por uma expressão geral: $\widehat{AB} = 90º + 360º.k$, onde k, neste caso, representa o número inteiro de voltas ($k \in Z$).

- Faça você a representação dos arcos: $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$;
- Determine a expressão geral dos arcos côngruos ao arco 60º;
- Idem para 210º;

- Diga o quadrante em que se encontra a extremidade dos seguintes arcos:

  a) 413° b) -220° c) 1100° s) $\frac{32\pi}{7}$ rd.;

- Represente, no ciclo trigonométrico, as extremidades dos arcos dados pelas expressões:

  a) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ b) $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$

  c) $x = \frac{k\pi}{2}$ d) $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$, com $k \in Z$

- Localize no ciclo trigonométrico os arcos:

  a) $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ rd. b) $\alpha = \frac{17\pi}{2}$ rd. c) $\alpha = \frac{23\pi}{2}$ rd.

- Encontre a primeira determinação positiva do arco 1000°;
- Determine a expressão geral dos arcos côngruos aos arcos:

  a) $\alpha = \frac{\pi}{4}$ rd. b) $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ rd. c) $\alpha = \frac{11\pi}{6}$ rd.

ATIVIDADE VIII: **VALORES DO SENO E COSSENO PARA ARCOS DO 2° QUADRANTE**

OBJETIVO: Determinar os valores do seno e do cosseno dos arcos de 120°, 135°, 150° e 180° e relacionar o valor do seno e do cosseno de arcos suplementares.

MATERIAL: Folha de Instruções, transferidor, régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

- Construa um ciclo trigonométrico de raio 1dm;
- Marque com um transferidor os ângulos 90°, 120°, 135°, 150° e 180°, a partir do ponto A;
- Meça os valores encontrados para o seno e o cosseno de cada ângulo marcado (não se esqueça de dividir os valores encontrados por 10);

- Anote a variação do seno e do cosseno para os arcos do 2º quadrante, bem como o sinal que essas razões assumem neste quadrante;
- Compare e relacione sen α e sen β; cos α e cos β, sabendo que $\alpha \in$ 1º Q e $\beta \in$ 2º Q e ainda $\alpha + \beta = 180º$;
- Complete com < ; > ou = , as sentenças abaixo sabendo que $\alpha \in$ 1º Q e $\beta \in$ 2º Q e ainda $\alpha + \beta = 180º$;

a) sen α ..... cos β b) sen β ..... sen α c) cos α ..... cos β

- Suponha ser *x* a medida de um arco do 1º quadrante; qual é a medida do seu suplemento?

ATIVIDADE IX: **VALORES DO SENO E COSSENO PARA ARCOS DO 3º e 4º QUADRANTES**

OBJETIVO: Determinar os valores do seno e do cosseno dos principais arcos do 3º e 4º quadrante, bem como estabelecer uma relação entre senos e cossenos de arcos explementares ($\beta - \alpha = 180°$) e replementares ($\alpha + \beta = 360º$).

MATERIAL: Folha de Instruções, transferidor, régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

1ª Parte:

- Construa um ciclo trigonométrico de raio 1dm;
- Marque com um transferidor os ângulos 180º, 210º, 225º, 240º e 270º, a partir do ponto A (origem de todos os arcos);
- Conclua a variação do seno e do cosseno para os arcos do 3º quadrante, bem como o sinal que esses números trigonométricos assumem neste quadrante;
- Como se relacionam o sen α e sen β; cos α e cos β, sabendo que $\alpha \in$ 1º quadrante e $\beta \in$ 3º quadrante e ainda $\beta = 180º + \alpha$?;
- Complete com < ; > ou = , as sentenças abaixo sabendo que $\alpha \in$ 1º quadrante e $\beta \in$ 3º quadrante e ainda $\beta = 180º + \alpha$;

a) sen α ____ cos β b) sen β ____ cos α

2ª Parte: Faça o mesmo estudo para α = AM', quando M' está no 4º quadrante.

3ª Parte: Resolver os exercícios propostos.

1. Determine o sen 330° ; sen 1320° ; sen $\left(-\frac{\pi}{6}\right)$;

2. Sabendo que sen $\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$, calcule o cos α;

3. Dê todos os valores de α, do intervalo $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, tais que cos $\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$;

4. Dê a expressão geral de todos os arcos α, tais que sen $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

5. Dê o sinal de cos 308°; sen 265°; cos 995°; cos (-2187°); sen 1380°;

6. Colocar em ordem crescente: cos 30°, cos 50°, cos 120°, cos 700°;

7. Determinar o conjunto de valores assumidos por : y = sen $\frac{k\pi}{3}$, K $\in$ Z;

8. Calcular o valor de cos π . cos 0 + cos $\frac{\pi}{3}$ - 2 .cos $\frac{3\pi}{3}$;

9. Quais são os valores de α, tais que cos α = 1?

4ª Parte: Exercícios de Fixação

1. Determinar o sen 150°, cos 300°, cos $\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$, sen $\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$, sen $\frac{3\pi}{2}$ e sen 17π (dê os valores exatos);

2. Coloque em ordem crescentes os números trigonométricos: sen 45°, sen 300°, sen 180°;

3. Dar o conjunto de valores assumidos pelas expressões:

a) y = sen $(\frac{\pi}{6} + K\pi)$; k $\in$ Z;

b) y = cos $\frac{k\pi}{3}$; k $\in$ Z;

4. Quais são os valores de α para os quais cos α = 0?

5. Para quais valores de α, $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ rd., tem-se cos α = sen α?

6. Dê todos os valores de α, no intervalo $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ rd., tais que:

a) sen $\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) cos α = 1

7. Sabendo que sen $\alpha = \frac{1}{3}$ e que α pertence ao 2º Q, determine o cos α.

8. Dê a expressão geral de todos os valores de α, tais que:

a) cos $\alpha = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ b) sen $\alpha = \frac{1}{2}$

9. Calcular o valor da expressão: cos 2π + 3.cos π - 4.cos $\frac{\pi}{2}$;

10. Sabendo que sen 72º = 0.951, calcule o cos 18º.

ATIVIDADE X: **VALORES DA TANGENTE PARA ARCOS DO 2º, 3º e 4º QUADRANTES**

OBJETIVOS: • Determinar os valores da tangente dos arcos 120º, 135º e 150º, relacionando-se com as tangentes do seu suplemente;

• Ampliar o estudo da tangente para arcos do 3º e 4º quadrantes, determinando os valores dos arcos mais importantes, o sinal da tangente neste quadrante e o seu crescimento.

MATERIAL: Folha de Instruções, compasso, transferidor e régua.

DESENVOLVIMENTO:

1ª Parte:

1. Construa um ciclo trigonométrico com 5 cm de raio:

• Marque, com um transferidor a partir do ponto A, os arcos 30º, 45º, 60º, 120º, 135º e 150º;

- Determine os valores de tg 120°, tg 135° e tg 150° a partir dos valores conhecidos na atividade III, (exercícios 6 e 7): tg 30° = $\frac{\sqrt{3}}{3}$; tg 45° = 1 ; tg 60° = $\sqrt{3}$;

2. Fazendo α variar de 0° a 90°, vimos que os valores da tg α são sempre crescentes e positivos. Suponha α um arco do 2° quadrante ($90° < \alpha < 180°$), como será o comportamento da tg α?

3. Determine o valor de tg 180°.

4. Relacione tg α, com a tangente do suplemento de α.

5. Marque no ciclo utilizado no 1° exercício os ângulos de 210°, 225° e 240°. O que você observa com as tangentes desses ângulos trigonométricos?

6. Determine os valores de tg 210°, tg 225° e tg 240°.

7. Fazendo α variar de 180° a 270°, como é a variação da tangente?

8. Como se relaciona a tangente de um arco α com a tangente do seu explemento?

9. Marque os arcos trigonométricos 300°, 315° e 330°, do 4° quadrante e conclua sobre a variação da tangente dos arcos neste quadrante.

10. Determine tg 300°, tg 315° e tg 330°.

11. Relacione tg α com tg (360° - α).

12. Complete com os sinais da tg α, os quatro quadrantes.

Obs.: Nos casos particulares em que a reta $\overline{OM}$ fica paralela ao eixo das tangentes, não determinando o ponto T, diz-se que estes arcos e seus côngruos não possuem tangente.

Assim, não existem as tg ($\frac{\pi}{2}$ + 2kπ) e tg ($\frac{3\pi}{2}$ + 2kπ) para $K \in Z$.

2ª Parte: Exercícios

1. Calcular o valor de: tg 585°, tg $\frac{5\pi}{6}$, tg (-π) e tg $\frac{11\pi}{3}$.

2. Determinar o sinal de tg 1200°.

3. Sabendo-se que sen α = -0,79. Calcule cos α e tg α.

4. Dê todos os valores de α para $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ rd., tais que tg $\alpha = \sqrt{3}$.

5. Para quais valores de α, tem-se tg α = 0?

ATIVIDADE XI: **REDUÇÃO DE ARCOS AO PRIMEIRO QUADRANTE**

OBJETIVO: Relacionar o seno, o cosseno e a tangente de um arco qualquer, com um arco do 1° quadrante.

MATERIAL: Folha de Instruções, régua, compasso e transferidor.

DESENVOLVIMENTO: Resolver os exercícios.

1. Construa um ciclo trigonométrico de raio qualquer e marque, com transferidor, um arco $\overset{\frown}{AM}$ = 160°;

- Utilizando-se de uma tabela trigonométrica, determine sen 160°, cos 160° e tg 160°, sempre relacionando com valores trigonométricos dos arcos do 1° quadrante;

- Marque no mesmo ciclo trigonométrico um arco $\overset{\frown}{AM1}$ = 200°;

- Utilizando-se da tabela trigonométrica, determine sen 200°, cos 200° e tg200°;

- Faça o mesmo para o arco $\overset{\frown}{AM}$ = 340°.

2. Complete as igualdades, utilizando arcos do 1° quadrante:

sen 160° = sen ..... sen 200° = -sen ..... = -sen .....

cos 160° = -cos ..... sen 200° = cos ..... = -cos .....

tg 160° = -tg ..... sen 340° = sen ..... = -sen .....

3. Sabendo que sen 42° = 0,6691, determine o valor de sen 222°; sabendo que cos 70° = 0,3420, determine cos 610° e cos 110°.

4. Reduza ao 1° quadrante:

a) sen 300° b) cos $\frac{7\pi}{4}$ c) tg (-35°) d) cos (- $\frac{\pi}{3}$) e) sen 660°



5. Simplifique as expressões:

a) $y = \text{sen}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2\text{sen}(\pi + x)$

b) $y = \text{sen}(\pi + x) - \text{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(-x) - \text{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

ATIVIDADE XII: **OUTRAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS**

OBJETIVO: determinar o valor da cotangente, secante e cossecante dos principais arcos do ciclo trigonométrico.

MATERIAL: Folha de Instruções.

DESENVOLVIMENTO: Resolver os exercícios.

1. Determinar o valor (se existir):

a) $\text{cotg}\ \frac{\pi}{2}$ b) $\text{cotg}\ \pi$ c) $\text{cotg}\ \frac{3\pi}{2}$ d) sec 0°

e) sec (-2π) f) sec 19π g) cossec π h) cossec $\left(-\frac{5\pi}{2}\right)$

2. Determinar o valor da cotg 30°, sec 120° e cossec 225°.

3. Para $\alpha = \frac{\pi}{2}$, calcule o valor da expressão: $A = \frac{3tg\,2\alpha - \sec 2\alpha}{5\cot g\,\alpha + \text{cossec}\,3\alpha}$

4. Para quais valores de α, tem-se sec $\alpha = 2$?

5. Sabendo-se que sen $\alpha = \frac{3}{10}$, calcule cos α, tg α e cotg , $\alpha \in$ 2° quadrante.

6. Sabendo-se que tg $\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$, calcule cotg α, sen α e cos α para $\alpha \in$ 2° quadrante.

7. Determine os valores de *m* para que se tenha simultaneamente

$\text{tg}\ \alpha = \frac{2m-3}{m}$ e $\text{cotg}\ \alpha = \frac{2m-1}{3m}$

8. Dê a expressão geral de todos os valores de *x*, tais que:

a) tg x = 0 b) cotg x = -1 c) $tg^2x = 1$

d) tg x = $\sqrt{3}$ e) cotg α = 0

9. Sabendo-se que sen $\alpha = \frac{1}{3}$ e que $\alpha \in$ 2ºquadrante, determinar o valor das outras razões trigonométricas.

10. Simplifique a expressão: $y = \frac{1+\operatorname{sen}\alpha}{\sec\alpha + tg\alpha}$

ATIVIDADE XIII: **EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**

OBJETIVO: Resolver as equações trigonométricas propostas.

MATERIAL: Folha de Instruções.

DESENVOLVIMENTO: Resolver as equações.

1. Sabendo que *x* é um arco da 1ª volta, resolver:

a) tg x + 1 = 0 b) sen $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cos^2 x = 1$ d) $2\cos x + \sqrt{2} = 0$

e) $4\operatorname{sen}^2 x - 3 = 0$ f) sen $x = \operatorname{sen}\frac{\pi}{3}$

g) cos $x = \cos\frac{5\pi}{6}$

2. Resolver a equação $\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x = 0$, para $0 \le x \le 2\pi$ rd.

3. Idem para sen x . cos x - sen x = 0.

4. Para quais valores de x, tem-se tg x = 0?

5. Resolver as equações abaixo, considerando o intervalo $0 \le x \le 2\pi$:

a) cos x . tg x + cos x = 0

b) $tg^2x - 6tg + 5 = 0$

c) $2\cos^2 x - 7\cos x + 3 = 0$

d) $\text{sen}^3 x - \text{sen } x = 0$

6. Para quais valores de x, $0 \leq x \leq 2\pi$, tem-se cos x = sen x?

ATIVIDADE XIV: **INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**

OBJETIVO: Resolver inequações trigonométricas simples.

MATERIAL: Folha de Instruções, transferidor.

DESENVOLVIMENTO:

1ª Parte:

- Trace um ciclo trigonométrico de raio qualquer:
- Marque com o transferidor, a partir do ponto A, dois arcos: um de 60° e outro de - 60°;
- Responda: qual é o valor de cos 60° e de cos (- 60°)?
- Imagine alguns arcos cujo cosseno é maior que $\frac{1}{2}$. Onde você localizaria os pontos extremidades (M) destes arcos? Como você representaria o intervalo de variação de todos os arcos cujo cosseno é maior que $\frac{1}{2}$?
- Imagine agora, arcos $\overset{\frown}{AM}$, com valores do cosseno menores que $\frac{1}{2}$. Onde você localizaria os pontos extremidades desses arcos? Escreva o intervalo de variação dos arcos *x* que representem cos x < $\frac{1}{2}$.

2ª Parte:

- Trace um ciclo trigonométrico de raio qualquer (unitário);
- Marque sobre o eixo O_y (eixo dos senos), o ponto x = $\frac{1}{2}$, que representa a metade da medida do raio;
- Trace por esse ponto, uma paralela ao eixo O_x, de modo que determine no ciclo os pontos M_1 e M_2;

- Encontre as medidas dos arcos $\overset{\frown}{AM1}$ e $\overset{\frown}{AM2}$;

- Imagine alguns arcos cujos senos são menores que $\frac{1}{2}$. Represente o intervalo de variação desses arcos x, tais que sen x < $\frac{1}{2}$;

Imagine alguns arcos cujos senos são maiores que $\frac{1}{2}$. Represente o intervalo de variação desses arcos x, tais que sen x > $\frac{1}{2}$;

3ª Parte: Resolva as inequações trigonométricas:

a) $2\cos x - 1 \leq 0$

b) $2\operatorname{sen} x - \sqrt{3} < 0$

c) 2cos x - 1 > 0

d) tg x - $\sqrt{3}$ > 0

e) 2cos x - 1 > 0

f) $2\operatorname{sen} x - 1 < 0$

g) 2 sen x + $\sqrt{2} \leq 0$

h) -2cos x - 1 > 0

i) tg x > 1

j) cos x ≥ 0

ATIVIDADE XV: **CORRESPONDÊNCIA ENTRE UM NÚMERO REAL E UM PONTO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO**

OBJETIVO: Localizar os números reais no ciclo trigonométrico.

MATERIAL: Folha de Instruções.

DESENVOLVIMENTO:

1ª Parte:

1. Trace uma circunferência de raio 5 cm. Marque sobre ela [a partir de A = (1,0)], os arcos: 1rd, 2rd, 3rd, ..., até completar uma volta. Quantos radianos você marcou sobre a circunferência?

2. Trace uma circunferência de raio 3 cm. Faça o mesmo procedimento do item anterior. O que você concluiu?

2ª Parte:

1. Localize os pontos, no ciclo trigonométrico:

- P, correspondente ao número real 2, extremidade do arco $\overset{\frown}{AP}$;
- Q, correspondente ao número real -1, de extremidade do arco $\overset{\frown}{AQ}$;
- R, correspondente ao número real 7, de extremidade do arco $\overset{\frown}{AR}$;
- S, correspondente ao número real -7, de extremidade do arco $\overset{\frown}{AS}$;

2. Localize o ponto P, extremidade do arco $\overset{\frown}{AP}$; correspondente ao número real: a) $\frac{11\pi}{2} rd.$ b) 21,98

ATIVIDADE XVI: **GRÁFICO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO PLANO CARTESIANO**

OBJETIVO: Construir os gráficos das funções trigonométricas

a) y = sen x b) y = cos x c) y = tg x

MATERIAL: Folha de Instruções e papel quadriculado.

DESENVOLVIMENTO:

1ª Parte: Gráfico da função sen x.

Construa um gráfico no plano cartesiano, considerando os valores da tabela a seguir:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
y=sen x	0	0,5	0,707	0.86	1	0,86	0.707	0,5

π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
0	- 0,5	- 0,707	-0.86	-1	-0,86	-0,707	-0,5	0

Responda:

1. Qual o intervalo de variação da imagem de *y*?

2. Qual é o intervalo de variação de *x*, que se tem sen x > 0? E para sen x <0? Localize os intervalos nos quadrantes.

3. Considere os valores tabelados, determine:

a) y = sen $(2\pi + \frac{\pi}{6})$;

b) y = sen $(2\pi + \frac{\pi}{4})$;

c) y = sen $(2\pi + \frac{\pi}{3})$;

d) y = sen $(2\pi + \frac{2\pi}{3})$;

e) y = sen $(2\pi + \frac{\pi}{2})$;

f) y = sen $(2\pi + \pi)$;

g) y = sen $(2\pi + \frac{3\pi}{2})$;

h) y = sen $(2\pi + 2\pi)$;

4. Complete o gráfico anterior utilizando-se dos valores acima.

5. O que você concluiu?

6. Observando-se o exercício anterior, com qual valor de *x* o gráfico da função *y= sen x* começa a se repetir?

7. Represente graficamente a função *y = 1 + sen x*.

8. Que valores a função *y = 1 + sen x* pode assumir?(Aproveite o momento para falar da imagem de *y = k + sen x*, onde k ∈ R).

2ª Parte: Gráfico da função y = cos x.

Construa um gráfico no plano cartesiano y = cos x, considerando-se os valores tabelados a seguir:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
y= cos x	1	0,86	0,707	0.5	0	- 0,5	- 0.707	- 0,86

π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
-1	- 0,86	- 0,707	-0.5	0	0,5	0,707	0,86	1

Responda:

1. Qual o intervalo de variação da imagem de *y*?

2. Qual é o intervalo de variação de *x*, para cos x > 0? E para cos x < 0? Localize os intervalos nos quadrantes.

3. Suponha que *x* já percorreu uma volta completa do ciclo trigonométrico, pense em alguns valores para *x*, da 2ª volta e determine as suas imagens.

4. Complete, com esses valores, o gráfico feito anteriormente.

5. Qual é o período desta função?

6. Represente graficamente a função *y = 1 + cos x*.

7. Qual é a imagem desta função?

3ª Parte: Gráfico da função *y = tg x*.

Complete os valores da tabela e construa o gráfico de *y = tg x*.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
y= tg x								

π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

1. Qual é o domínio de y = tg x?

2. Diga em quais quadrantes os valores de tg x são positivos?

3. Qual é o conjunto imagem de y = tg x?

4. Quais os quadrantes onde tg x < 0?

5. Faça o esboço do gráfico de y = tg x + 1.

6. Considerando o gráfico y = tg x + 1, o conjunto imagem se modificou?

In BRIGUETI, Profa. Maria José Lourenção. *Atividades para o Ensino de Trigonometria* Apresentadas no Trabalho de Dissertação de Mestrado da IGCE, Unesp de Rio Claro, 1994.

ANEXOII

Com o objetivo de proporcionar ao aluno maior clareza na visualização dos números trigonométricos, quer seja no triângulo retângulo, quer seja no ciclo trigonométrico, sugerimos a utilização de um dispositivo de transparências, descrito abaixo.

DESCRIÇÃO DO MATERIAL:

1. TRANSPARÊNCIA T1

Numa folha de papel vegetal, tamanho ofício, desenhar uma circunferência conforme a fig. 1, usando, de preferência, letras e números adesivos e tinta nanquim. Dimensões: raio 5 cm; letras 4,2 mm; números 2,5 cm. Em seguida, tirar xerox do desenho, reproduzindo-o numa folha de acetato especial, o que pode ser feito em copiadoras.

2. TRANSPARÊNCIA T2

Numa folha de acetato comum, tamanho ofício, desenhar uma circunferência de raio 10 cm. Unir um ponto qualquer da circunferência ao centro O (fig 2). Não colocar letras no desenho. Se quiser, recorte o círculo.

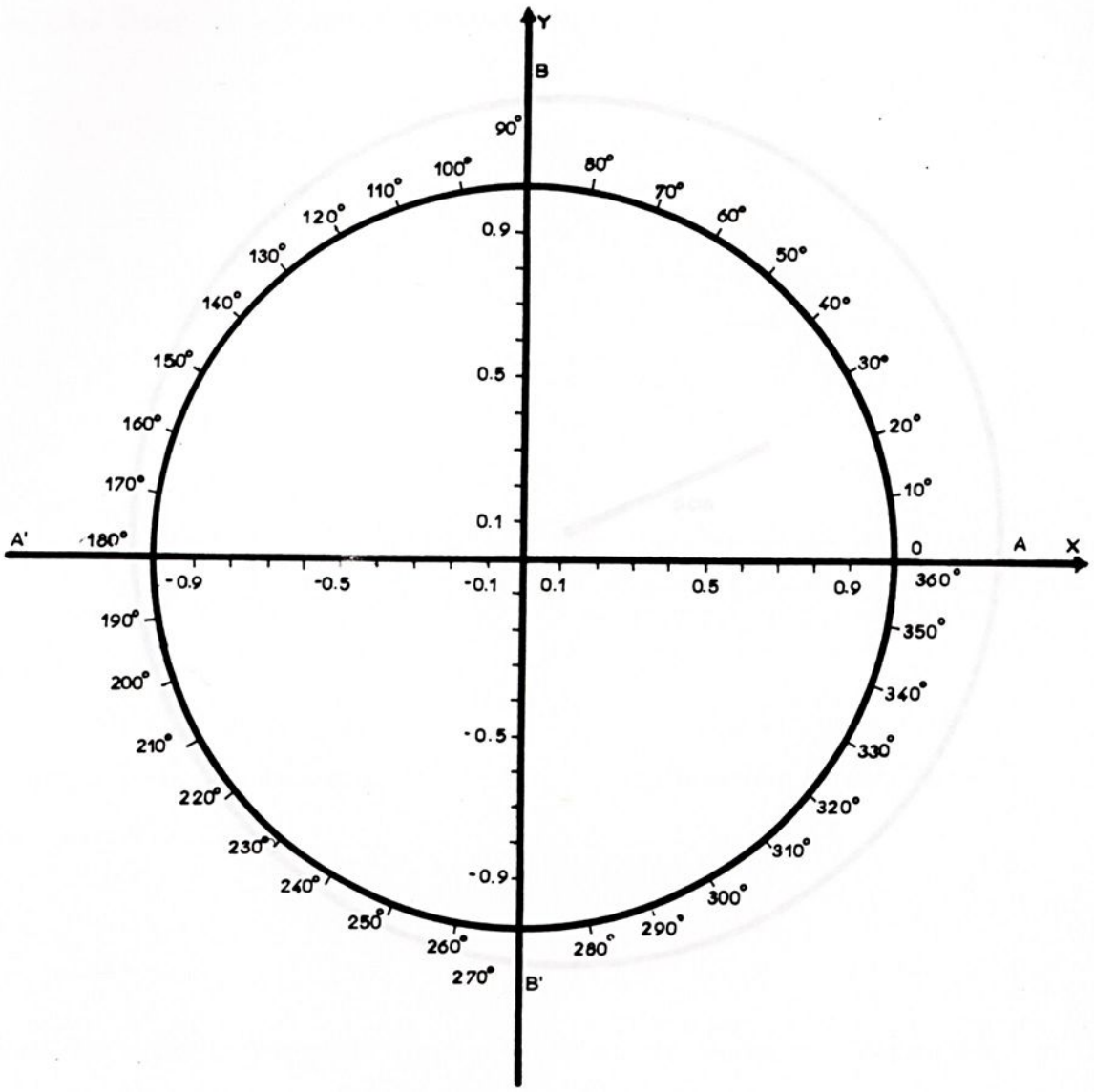


FIGURA 1

TRANSPARÊNCIA T1 - Círculo trigonométrico de raio 5 cm, dividido 3m 36 partes graduadas de 10 em 10 graus. Eixos graduados para senos e cossenos dos arcos correspondentes.

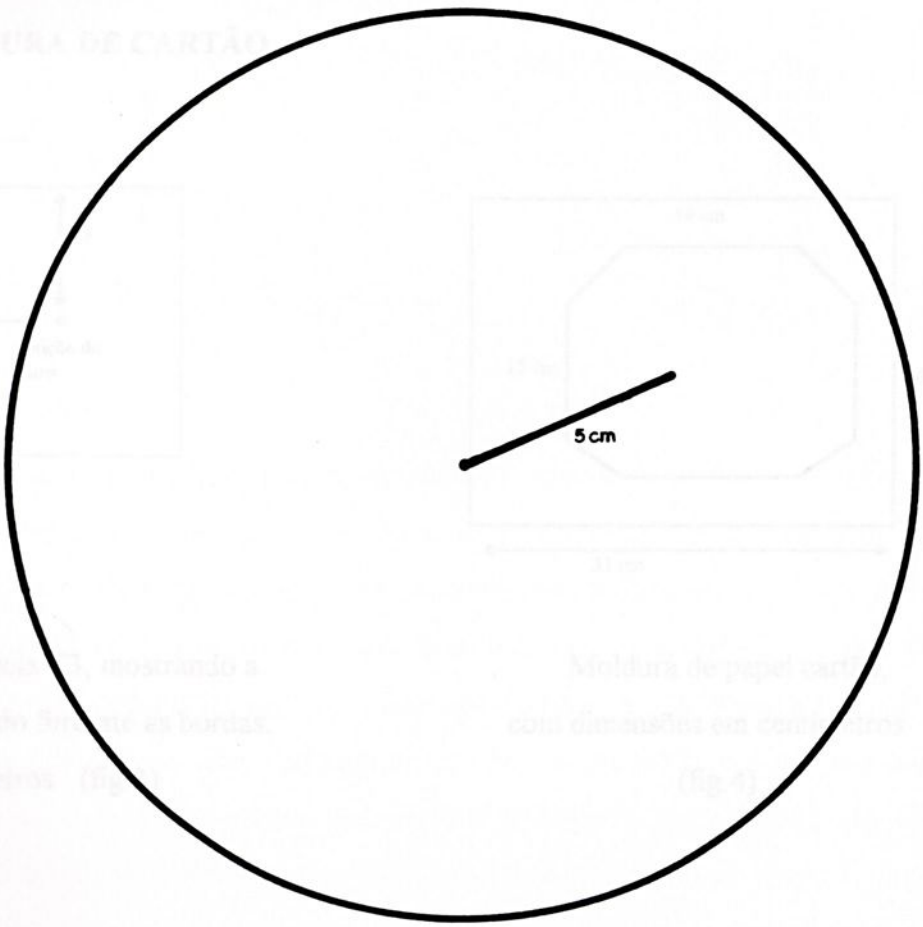


FIGURA 2

TRANSPARÊNCIA T2 - Circunferência de raio 10 cm

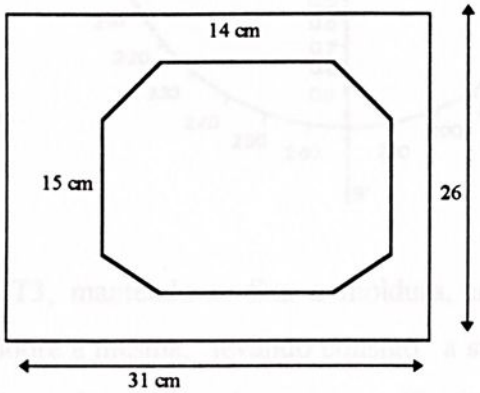
3. TRANSPARÊNCIA T3

Numa folha de acetato, de preferência bem rígida, fazer o furo indicado na fig 3. Os números indicam a posição do furo P. Não colocar os números nem as setas no desenho. Traçar um segmento de 5 cm com origem no furo.

4. MOLDURA DE CARTÃO



Transparência T3, mostrando a separação do furo até as bordas, em centímetros (fig.3)



Moldura de papel cartão, com dimensões em centímetros (fig.4)

Com fita adesiva, pregar no verso da moldura de cartão, a transparência T1, centralizando o círculo na abertura. Colocar a transparência T2 sobre a moldura já com a transparência T1 e, com um alfinete, fixar os centros das circunferências de modo que elas possam girar em torno do alfinete. Em seguida, colocar T3 sobre o conjunto T1, T2 (fig.5) e com outro alfinete, fixar na T2 de modo que as transparências possam girar facilmente. Cortar e rebitar os alfinetes rentes às transparências.

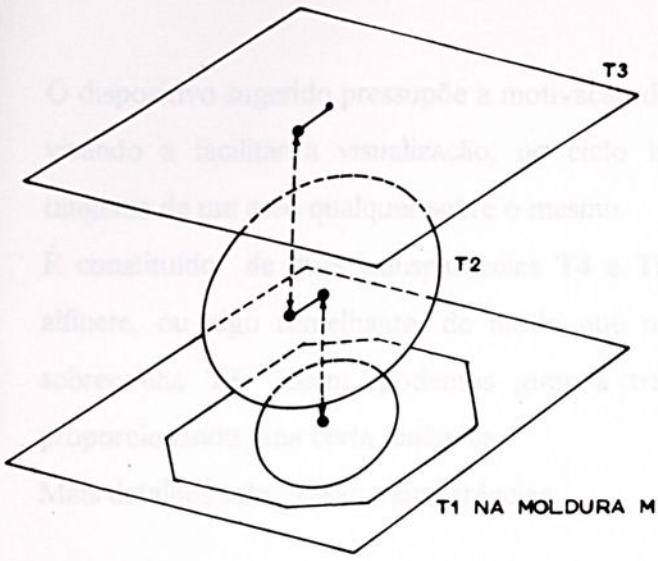


FIGURA 5

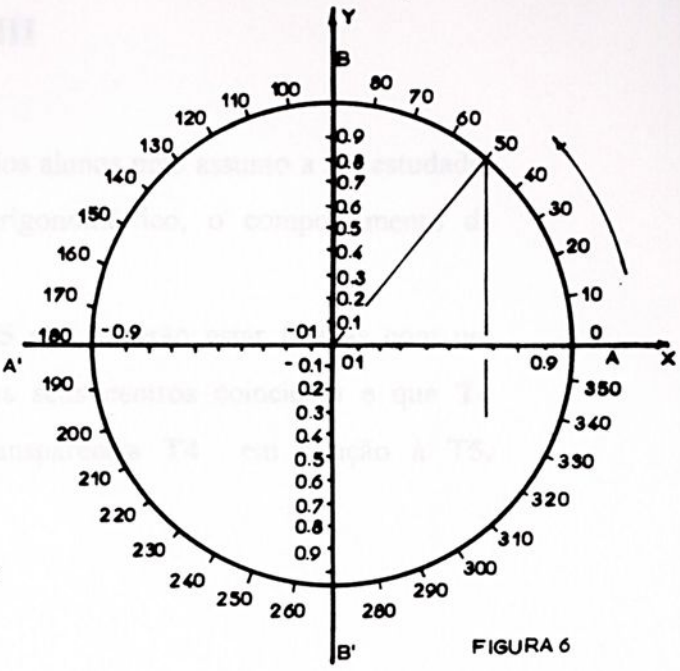
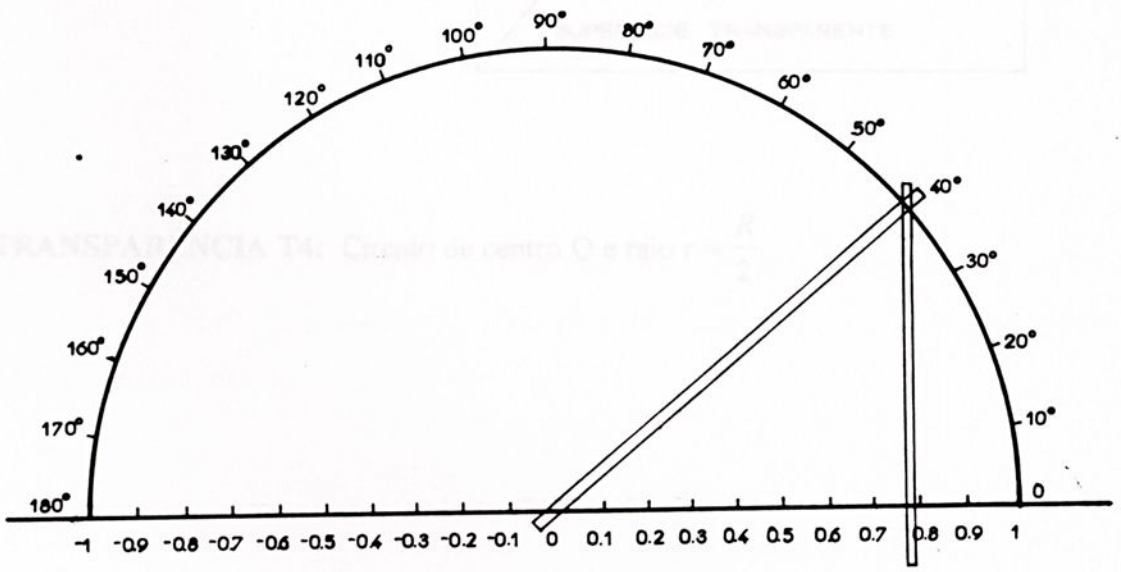


FIGURA 6

Verificamos que ao deslocar a transparência T3, mantendo-se fixa a moldura, um ponto qualquer da circunferência se deslocará sobre a mesma, "levando consigo" a sua projeção sobre os eixos, onde aparecerão os valores dos senos e dos cossenos (fig.6)

Utilizando-se de um retro-projetor, será possível fazer uma projeção nítida deste dispositivo, acompanhado de um certo dinamismo, pois o mesmo permite ao professor mostrar a variação do cosseno e do seno de uma ângulo (ou um arco), continuamente.

Outra alternativa para que atende parcialmente o objetivo (para ângulo até 180°): construir uma semi-circunferência (ou uma circunferência) graduada como na fig. 1 e um par de ponteiros articulados, como mostra a figura abaixo, de comprimento igual ao raio da circunferência



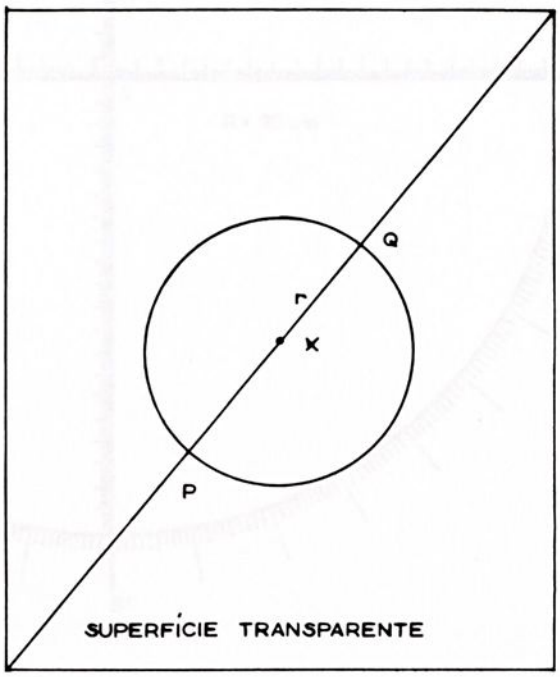
ANEXO III

O dispositivo sugerido pressupõe a motivação dos alunos pelo assunto a ser estudado, visando a facilitar a visualização, no ciclo trigonométrico, o comportamento da tangente de um arco qualquer sobre o mesmo.

É constituído de duas transparências **T4** e **T5** que deverão estar fixadas com um alfinete, ou algo semelhante, de modo que os seus centros coincidam e que **T4** sobreponha **T5**. Assim, podemos girar a transparência **T4** em relação à **T5,** proporcionando uma certa dinâmica.

Mais detalhes sobre essas transparências:

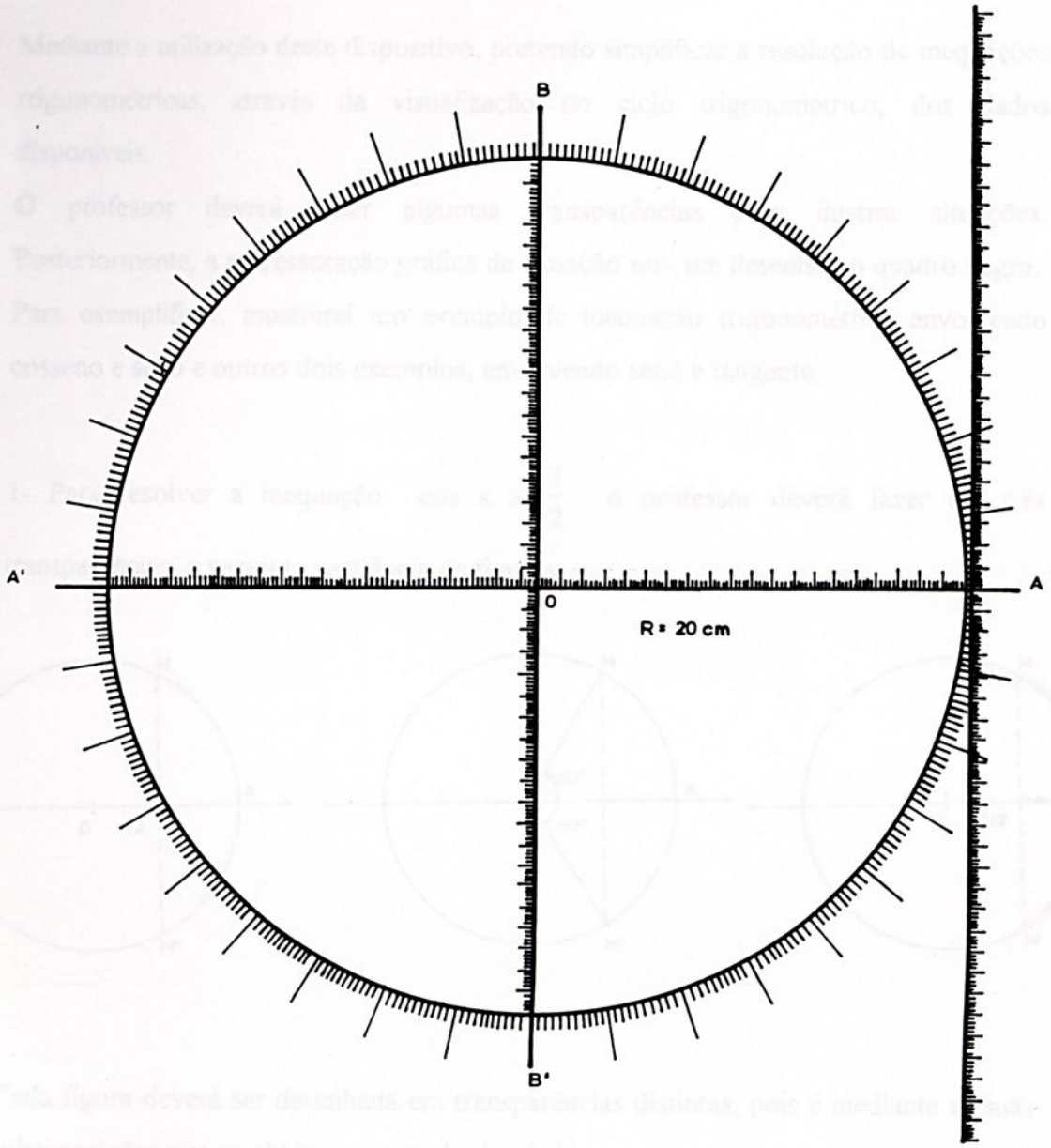
TRANSPARÊNCIA T4



r = R/2

TRANSPARÊNCIA T4: Círculo de centro O e raio $r = \frac{R}{2}$

TRANSPARÊNCIA T5



TRANSPARÊNCIA T5: Círculo trigonométrico de raio cm, dividido em 36 partes graduadas de 10 em 10 graus. Eixos graduados para senos, cossenos e tangentes dos arcos correspondentes.

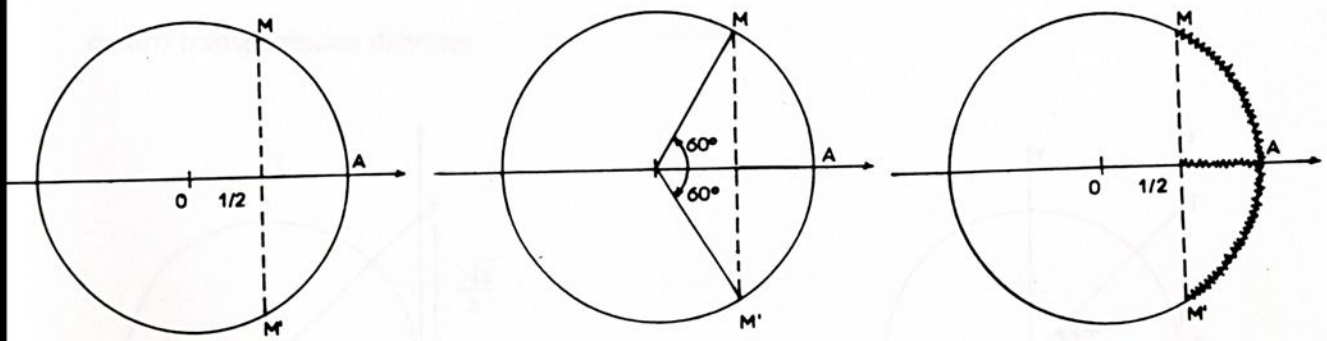
ANEXO IV

Mediante a utilização deste dispositivo, pretendo simplificar a resolução de inequações trigonométricas, através da visualização no ciclo trigonométrico, dos dados disponíveis.

O professor deverá fazer algumas transparências para ilustrar situações. Posteriormente, a representação gráfica da situação será um desenho no quadro negro.

Para exemplificar, mostrarei um exemplo de inequação trigonométrica envolvendo cosseno e seno e outros dois exemplos, envolvendo seno e tangente.

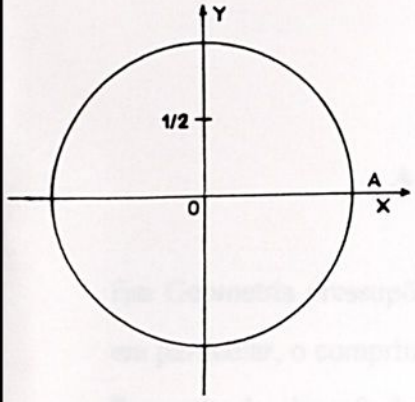
1- Para resolver a inequação $\cos x \geq \frac{1}{2}$ o professor deverá fazer em três transparências, a seguinte seqüência de figuras:

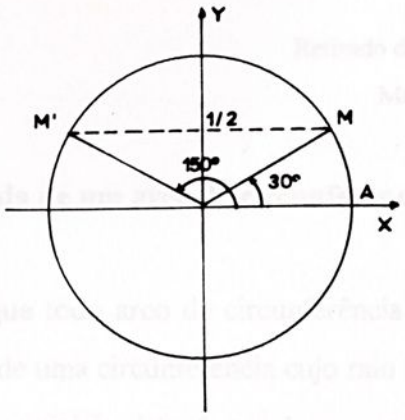


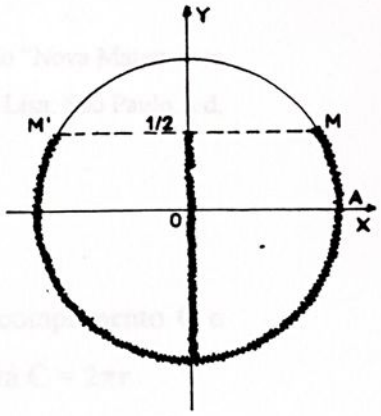
Cada figura deverá ser desenhada em transparências distintas, pois é mediante as suas sobreposições que se obtém o resultado desejado.

O professor deverá tomar cuidado para que as transparências sejam cuidadosamente sobrepostas. Para isso, é necessário que observem a centralização das figuras, nas três transparências.

2- Para resolver a inequação $\text{sen } x \leq \frac{1}{2}$

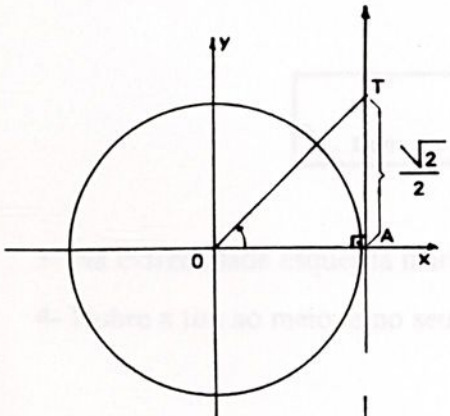


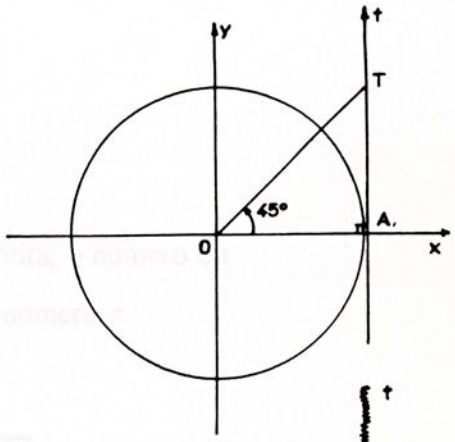


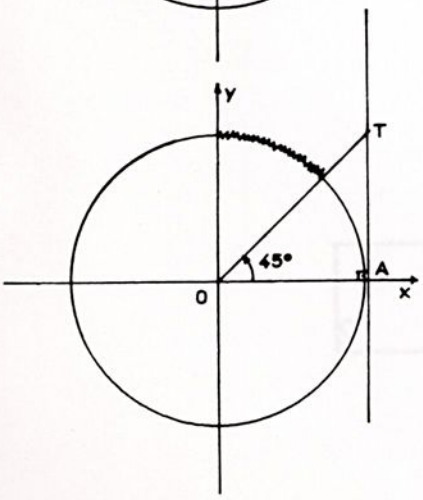


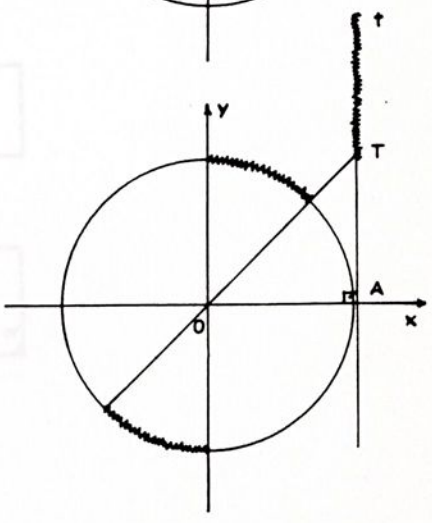
Sobrepondo as figuras, uma a uma, o professor encontrará o resultado desejado, facilitando a compreensão do assunto.

3- Para resolver a inequação $\text{tg } x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$, o professor deverá fazer uso da sucessão de quatro transparências distintas:









ANEXO V

Retirado da Coleção "Nova Matemática Moderna", Lisa: São Paulo, s.d.

A medida de um arco de circunferência

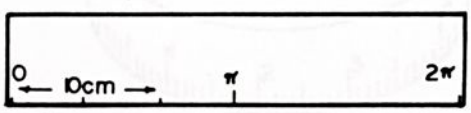
Em Geometria pressupõe-se que todo arco de circunferência tenha comprimento C e em particular, o comprimento de uma circunferência cujo raio é **r** , será $C = 2\pi r$

Se o raio da circunferência for unitário, isto é, r = 1, seu comprimento será $C = 2\pi$ (unidades de comprimento).

Medir um arco de circunferência nada mais é que associar à mesma, de alguma maneira, certa escala. Essa associação, de forma concreta, pode ser realizada através da seguinte experiência:

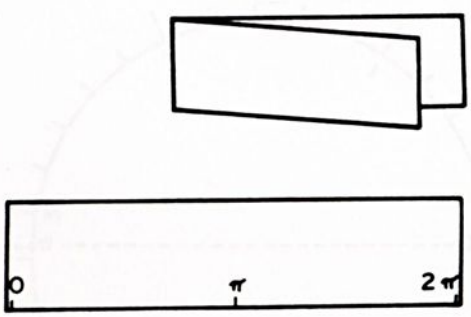
1- Com um compasso, trace uma circunferência de raio r = 5 cm

2- Tome uma tira retangular de papel que tenha o comprimento da circunferência, isto é, $C = 2\pi r \cong 2 \times 3{,}14 \times 5 = 31{,}41$ cm.

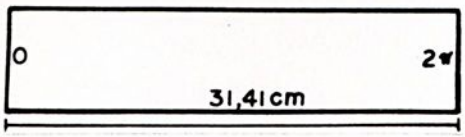


3- Na extremidade esquerda marque o número 0 e, na direita, o número 2π

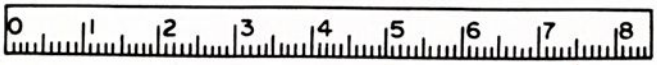
4- Dobre a tira ao meio, e no seu ponto médio marque o número π.



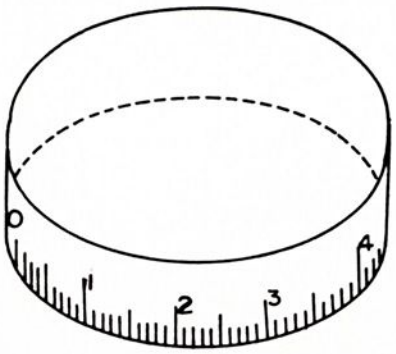
5-A sua unidade de medida corresponde ao raio r = 5 cm. Assim, com auxílio de uma régua, marque sobre a tira o número 1 a uma distância de 5 cm da marca 0, o número 2 a uma distância de 10 cm, 3 a 15 cm, 4 a 20 cm, e assim, por diante.



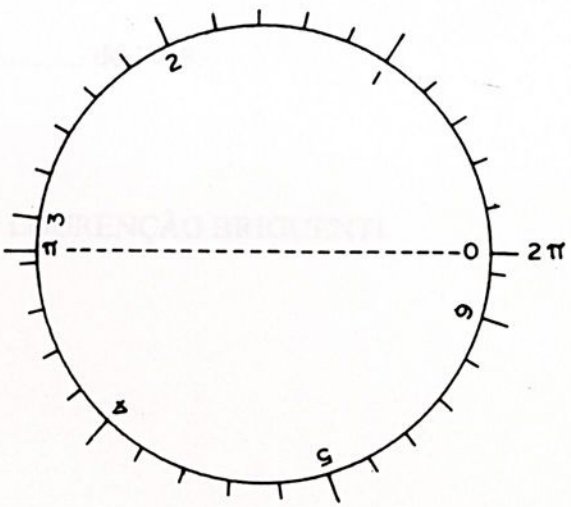
6- Divida o espaço entre as marcas 0 e 1 em 10 partes congruentes. Repita tal subdivisão nos outros intervalos.



7- Una das extremidades 0 e 2π da tira, fazendo um cilindro com a mesma e coloque-a sobre a circunferência que você traçou.



8- Transfira a escala da borda do seu cilindro para a circunferência (que se acha no plano do papel). Assim, você obterá uma graduação da circunferência.



Autorizo a reprodução deste trabalho

Marília, ... de ..... de 1998.

MARIA JOSÉ LOURENÇÃO BRIGUENTI