# ORIENTAÇÃO INDIRETA DE IMAGENS CBERS: AVALIAÇÃO DE TÉCNICAS QUE USAM LINHAS RETAS E SUA COMBINAÇÃO COM PONTOS

Indirect orientation of CBERS Images: an assessment of techniques using straight lines and their combination with points

### NILCILENE DAS GRAÇAS MEDEIROS<sup>1</sup> ANTONIO MARIA GARCIA TOMMASELLI <sup>1,2</sup>

 <sup>1</sup> Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas
 <sup>2</sup> Faculdade de Ciências e Tecnologia - Departamento de Cartografia UNESP - Universidade Estadual Paulista Rua Roberto Simonsen, 305, 19060-900 Presidente Prudente, SP ngmedeiros@gmail.com, tomaseli@fct.unesp.br

#### RESUMO

Neste trabalho são apresentadas e avaliadas experimentalmente técnicas para orientação exterior de sensores pushbroom, que permitem calcular os parâmetros que descrevem a trajetória da plataforma usando linhas retas e a combinação de pontos com retas, como controle de campo. A aquisição da imagem por varredura linear (pushbroom) não é instantânea, e por esta razão, seis Parâmetros de Orientação Exterior (POE) devem ser calculados para cada linha da imagem. A posição e atitude do sensor são modeladas a partir de um polinômio dependente do tempo. O modelo matemático avaliado neste trabalho é uma adaptação do modelo dos planos equivalentes, para considerar a geometria da imagem de varredura linear. A relação entre o espaço imagem e objeto é estabelecida a partir da equivalência entre o vetor normal ao plano de projeção no espaço imagem e o vetor normal ao plano de projeção no espaço objeto rotacionado. O modelo de colinearidade usando pontos, adaptado ao sensor de varredura linear, também foi implementado a fim de comparar as técnicas, bem como avaliar o uso conjunto de pontos e retas. Experimentos com dados reais usando uma imagem CBERS foram realizados para testar as técnicas desenvolvidas. Os resultados mostraram que é possível estimar os POE de imagens de varredura linear com o uso de retas, e que a combinação de pontos e retas é uma possibilidade mais flexível e que garante bons resultados.

**Palavras-chave:** Orientação de imagens; Sensor de varredura linear; Feições Lineares; CBERS.

#### ABSTRACT

The aim of this paper is to present and assess techniques for orientation of pushbroom sensors that allow the estimation of the polynomial coefficients describing the platform trajectory, using linear features and linear features combined with points as ground control. The pushbroom image acquisition is not instantaneous and, as a consequence, six EOP (Exterior Orientation Parameters) for each scanned line must be estimated. The sensor position and attitude parameters are modeled with a time dependent polynomial. The proposed mathematic model is based on the equivalence property between planes, considering the pushbroom geometry. The relationship between object and image space is established through a mathematical model based on the equivalence between the vector normal to the projection plane in the image space and to the vector normal to the rotated projection plane in the object space. The model based on collinearity equations using points adapted to the pushbroom geometry was also implemented aiming at the comparison of the techniques, as well as to evaluate the use of control points and straight lines simultaneously. Some experiments using a CBERS scene were accomplished in order to test the developed techniques. The obtained results showed that is possible estimate the EOP of pushbroom images using straight lines and that the combination of straight lines with points is a more flexible alternative that allows good results.

Keywords: Image Orientation; Pushbroom sensor; Linear Features; CBERS.

## 1. INTRODUÇÃO

O crescente aumento no número e na resolução dos sistemas orbitais de observação da Terra acarretou em uma grande disponibilidade de informações sobre diferentes fenômenos espaciais.

Dentre as principais vantagens dos sistemas de imageamento orbitais destacam-se a redundância de informações oriundas das várias bandas espectrais, a frequente disponibilização de dados e a forma de aquisição, que na maioria dos casos compreende grandes áreas, de maneira sistemática, em formato digital e com custos menores que a aquisição em plataformas aerotransportadas.

Quando se pretende utilizar tais dados de modo confiável, a correção geométrica é uma etapa essencial. Um procedimento que ocorre comumente é a correção geométrica por meio de transformações planas entre o referencial da imagem e do terreno, técnica que não modela corretamente a geometria de aquisição destas imagens.

Considerando que produtos derivados de imagens orbitais com melhor exatidão geométrica, como ortoimagens, possuem custos elevados, uma alternativa plausível é realizar esta correção da cena usando dados de campo, estimando-se indiretamente parâmetros de orientação da imagem.

Muitos modelos geométricos diferentes em complexidade, rigor e precisão, foram desenvolvidos, como descritos em Fritsch e Stallmann (2000), Hattori et al. (2000) e Dowman e Michalis (2003), para realizar a correção geométrica de imagens orbitais, como as do satélite SPOT, Landsat, CBERS, Ikonos, etc., adquiridas por sensores do tipo pushbroom (varredura linear). As principais abordagens incluem modelos físicos e modelos generalizados ou empíricos (KIM e DOWMAN, 2006). A idéia principal dos modelos físicos é determinar indiretamente as propriedades físicas do processo de aquisição da cena, podendo-se utilizar os parâmetros de órbita da plataforma.

Um método alternativo para correção geométrica preconiza o uso de feições lineares como controle de campo. Exemplos desse tipo de entidade são arestas de construções, rodovias, limites de propriedades, dentre outras feições. As feições lineares têm sido usadas em muitos trabalhos como em Lugnani (1980), Tommaselli e Lugnani (1988), Cintra e Viadana (1996), Habib e Kelley (2001), Habib et al. (2004), Dalmolin et al. (2005), Dal Poz e Scalco (2006).

Tais feições são mais fáceis de serem reconhecidas e extraídas automaticamente em imagens digitais, enquanto que a detecção e a medição automática de pontos são mais complexas, sendo normalmente realizadas interativamente ou, em alguns casos de forma semi-automática.

Dentre os sistemas orbitais para aquisição de imagens, o satélite CBERS (China-Brazilian Earth Resources Satellite), destaca-se por ser resultado de uma cooperação entre a China e o Brasil, projeto que teve seu início em 1988. Além de ser uma tecnologia parcialmente nacional, a principal vantagem do sistema CBERS, é que desde o início, este programa vem realizando a difusão de suas imagens de forma sistemática e gratuita.

Dentre os modelos rigorosos existentes, Tommaselli e Tozzi (1996), apresentaram o modelo de planos equivalentes, desenvolvido para resseção espacial de imagens tomadas com câmaras de quadro, usando linhas retas como apoio de campo. Tal modelo foi posteriormente modificado para considerar a geometria de varredura linear das imagens orbitais (Medeiros e Tommaselli, 2006). Neste trabalho prévio, Medeiros e Tommaselli (2006), obtiveram resultados satisfatórios em experimentos com dados simulados.

O objetivo deste trabalho é avaliar em condições reais as técnicas de orientação somente com linhas retas e combinando-as com pontos de controle. Esta avaliação foi feita por meio de experimentos com dados reais que incluem uma cena CBERS e controle de campo determinado por rastreio com receptores GPS.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

O modelo de planos equivalentes adaptado tem como finalidade determinar indiretamente os parâmetros de orientação exterior de imagens orbitais usando linhas retas como controle de campo.

As imagens dos sensores *pushbroom* não são instantâneas, e cada linha da imagem é tomada de uma posição e orientação diferentes, ao contrário da imagem de quadro (frame), que possui um único conjunto de parâmetros de orientação exterior (3 coordenadas do centro perspectivo e três ângulos de atitude) por imagem. No caso do sensor *pushbroom*, existem 6 incógnitas para cada linha da imagem.

Para utilizar esse modelo de plataforma, as variações nos 6 parâmetros de orientação exterior podem ser modeladas por polinômios, como proposto por Orun e Natarajan (1994), e inseridos nas equações do modelo de planos equivalentes.

No modelo de planos equivalentes, uma reta no espaço objeto, sua homóloga no espaço imagem e o centro perspectivo determinam planos que são equivalentes, desde que uma seqüência de rotações apropriadas seja aplicada. Isto implica em afirmar que o vetor normal ao plano no espaço objeto pode ser rotacionado para se tornar paralelo ao vetor normal ao plano no espaço imagem, restando apenas uma diferença de normas entre os vetores normais. Deste modo, uma reta no espaço objeto pode ser relacionada com sua homóloga no espaço imagem considerando que seus vetores normais ( $\vec{n}, \vec{N}$ ) são paralelos após a aplicação de uma matriz de rotação (o fator de escala  $\lambda$ , na Equação 1 absorve a diferença de normas entre os

$$\vec{n} = \lambda \cdot R \cdot \vec{N} \tag{1}$$

No caso de sensores *pushbroom* lineares a posição do Centro Perspectivo (CP) muda a cada linha da cena (Figura 1). Assim, o CP não é mais um único ponto, mas uma sequência de pontos, um para cada linha da imagem, e estes pontos que descrevem a trajetória da plataforma, podem ser modelados por polinômios.

Figura 1 - Vetores normais em relação aos planos de projeção no espaço imagem (n) e no



Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 15, nº 1, p.33-57, jan-mar, 2009.

vetores normais).

As Equações 2 definem estes polinômios, com 12 parâmetros incógnitos. Nesse modelo os parâmetros  $\phi \in \omega$  são considerados como constantes ( $\phi = 0 \in \omega$  constante), devido às correlações de  $\phi$  com X<sub>0</sub> e de  $\omega$  com Y<sub>0</sub>.

$$X_{s} = X_{0} + a_{1}t + b_{1}t^{2}$$

$$Y_{s} = Y_{0} + a_{2}t + b_{2}t^{2}$$

$$Z_{s} = Z_{0} + a_{3}t + b_{3}t^{2}$$

$$\kappa_{s} = \kappa_{0} + a_{4}t + b_{4}t^{2}$$
(2)

onde:

 $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $Z_0$  são as coordenadas do Centro Perspectivo do sensor no referencial do terreno no instante *t*=0;

 $X_S$ ,  $Y_S$ ,  $Z_S$  são as coordenadas do Centro Perspectivo do sensor no referencial do terreno num dado instante de tempo *t*;

 $\kappa_0$  é o angulo de rotação para a primeira linha da imagem;

 $a_i e b_i$  são variáveis a serem determinadas;

*t* é o tempo, mas pode-se também usar o número da linha imageada (*t* pode assumir o número da linha, pois os parâmetros  $a_i$  absorverão a diferença de escala entre o número da linha e o tempo).

Para os polinômios apresentados na Equação (2) considera-se uma trajetória não linear, onde as coordenadas dos POE para um instante qualquer na cena  $(X_s, Y_s, Z_s, k_s)$  são obtidas a partir dos parâmetros da primeira linha imageada  $(X_0, Y_0, Z_0, k_0)$ , o instante de imageamento para esta linha (ou número da linha) e os coeficientes (a<sub>i</sub> e b<sub>i</sub>).

A ordem dos polinômios descritos pelas Equações (2) pode ser alterada considerando outras possibilidades, para adequar da melhor forma o comportamento da plataforma ao número de observações disponíveis.

Desenvolvendo a Equação 1, com a inclusão dos polinômios (Equação 2) chega-se a dois grupos de equações, considerando as retas aproximadamente horizontais (Equações 3) e verticais (Equações 4). O desenvolvimento detalhado das equações 3 e 4, é apresentado em Medeiros e Tommaselli (2006).

$$a = -\frac{r_{11}N_1 + r_{12}N_2 + r_{13}N_3}{r_{21}N_1 + r_{22}N_2 + r_{23}N_3}$$

$$b = f * \frac{r_{31}N_1 + r_{32}N_2 + r_{33}N_3}{r_{21}N_1 + r_{22}N_2 + r_{23}N_3}$$
(3)

Orientação indireta de imagens CBERS: Avaliação de...

$$a' = -\frac{r_{21}N_1 + r_{22}N_2 + r_{23}N_3}{r_{11}N_1 + r_{12}N_2 + r_{13}N_3}$$
(4)  
$$b' = f * \frac{r_{31}N_1 + r_{32}N_2 + r_{33}N_3}{r_{11}N_1 + r_{12}N_2 + r_{13}N_3}$$

onde:

 $N_{1} = (Y_{2} - Y_{1})(Z_{1} - Z_{s}) - (Y_{1} - Y_{s})(Z_{2} - Z_{1})$ são componentes do vetor normal no espaço  $N_{2} = (X_{1} - X_{s})(Z_{2} - Z_{1}) - (X_{2} - X_{1})(Z_{1} - Z_{s})$   $N_{3} = (X_{2} - X_{1})(Y_{1} - Y_{s}) - (X_{1} - X_{s})(Y_{2} - Y_{1})$ objeto.

Um problema detectado com esse modelo adaptado do modelo dos planos equivalentes diz respeito ao vetor normal ao plano de projeção no espaço imagem. O modelo dos planos equivalentes original baseia-se na hipótese de que os vetores normais são paralelos, exceto por rotações entre os referenciais. Esta hipótese tem como base o fato de que uma reta no espaço objeto é projetada como uma reta para o espaço imagem, por uma projeção perspectiva. Isto pôde ser considerado verdadeiro para câmaras do tipo quadro, porque o plano de projeção pode ser definido passando pelo Centro Perspectivo. Para imagens *pushbroom*, porém, o Centro Perspectivo e a câmara estão em movimento, e o plano de projeção pode ser definido somente na vizinhança de um ponto (Figura 2). Devido ao deslocamento de perspectiva ao longo da trajetória, a linha reta é levemente rotacionada na imagem. Por esta razão, o vetor normal extraído da imagem está rotacionado com relação ao vetor normal "ideal", que seria obtido por uma projeção perspectiva central.

Para solucionar este problema, podem ser calculadas correções (da, db) e (da', db') aos parâmetros angular e linear da reta. Tais correções são calculadas projetando-se as retas para o espaço imagem considerando-se duas situações:

- uma projeção de perspectiva central, que considera os vetores normais n'(vetor normal no espaço imagem, para uma imagem de quadro) e  $\vec{N}$  (vetor
  - (vetor normal no espaço imagem, para uma imagem de quadro) e N (vetor normal no espaço objeto), e;
- uma projeção que considera a geometria *pushbroom*, na qual os vetores normais n (vetor normal no espaço imagem, para a imagem *pushbroom*) e N, são calculados usando as equações de colinearidade com parâmetros de OE aproximados.



Figura 2 - O problema de orientação do vetor normal para o caso de sensores *pushbroom*.

Na Figura 2 observa-se que o ponto P<sub>1</sub> pertencente à linha reta *r* no espaço objeto é projetado para p<sub>1</sub> no espaço imagem. Embora não se considere necessária a correspondência ponto a ponto, pode-se selecionar um ponto p<sub>1</sub> na imagem o mais próximo possível do ponto P<sub>1</sub> definido no espaço objeto, ou, opcionalmente, interpolar um ponto P<sub>i</sub> correspondente a p<sub>i</sub>, a partir dos vértices P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub> e de parâmetros aproximados obtidos das efemérides. Ao projetar o segundo ponto da reta (P<sub>2</sub>), se for considerada uma imagem ideal, do tipo quadro, cujo Centro Perspectivo seria ainda o CP<sub>1</sub>, este ponto seria projetado em p'<sub>2</sub> (vetor  $\overline{P_2CP_1}$ ). Como a plataforma se deslocou, então o ponto aparece na imagem em p<sub>2</sub>.

Observando a Figura 2, percebe-se que a condição de equivalência entre planos seria satisfeita apenas para a situação ideal, ou seja, caso o ponto aparecesse em p'<sub>2</sub>. Como o ponto é registrado em p<sub>2</sub>, e não em p'<sub>2</sub>, ocorre uma diferença entre os parâmetros medidos na imagem real ( $a \ e b$ ) e os que atenderiam ao modelo. Para corrigir esta diferença adota-se uma estratégia que usa POE aproximados (dados de efemérides ou parâmetros aproximados). Esta estratégia é descrita a seguir.

Considerando que os extremos de uma reta qualquer (pontos  $P_1$  e  $P_2$  do espaço objeto) sejam projetados para o espaço imagem ( $p_1$  e  $p_2$ ), e que apareçam em linhas diferentes na imagem, o cálculo dos coeficientes *a* e *b*, é realizado em três passos:

1. Primeiramente são calculados os parâmetros (a e b) da reta imagem considerando o instante *t*=0 para o primeiro e segundo pontos  $(p_1 e p_2)$  da reta, ou seja, supõe-se uma situação de perspectiva central. O cálculo dos coeficientes *a* e *b* é realizado usando os parâmetros de orientação POE aproximados para o instante *t*=0. Os pontos P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub> são projetados para o espaço imagem com as equações de colinearidade, usando os POE do instante *t*=0, gerando as coordenadas imagem dos pontos p<sub>1</sub> e p<sub>2</sub>. Calculam-se, em seguida, os parâmetros *a* e *b*, por meio das Equações (5) ou (6).

Para retas aproximadamente horizontais o cálculo de a1 e b1 é feito com:

$$a_{1} = (y_{2} - y_{1})/(x_{2} - x_{1});$$
  

$$b_{1} = (y_{1} \cdot x_{2} - x_{1} \cdot y_{2})/(x_{2} - x_{1})$$
(5)

E para retas aproximadamente verticais:

$$a'_{1} = (x_{2} - x_{1})/(y_{2} - y_{1});$$
  

$$b'_{1} = -(y_{1} \cdot x_{2} - x_{1} \cdot y_{2})/(y_{2} - y_{1});$$
(6)

- 2. O segundo passo é o cálculo dos parâmetros a e b considerando a geometria *pushbroom*, também a partir dos mesmos valores dos POE aproximados. São utilizados, agora, os POE correspondentes à linha do ponto P<sub>2</sub> ( $t_2$ ), projetando-se o ponto P<sub>2</sub> para a imagem, também com as equações de colinearidade ( $p'_2$ ). Com as coordenadas deste ponto ( $x'_2 e y'_2$ ) e as do ponto p<sub>1</sub> pode-se calcular os parâmetros  $a_2 e b_2$ , que seriam obtidos com uma imagem coletada com o sensor *pushbroom*. Usam-se as equações (5) ou (6), mas com as coordenadas  $x'_2 e y'_2$ .
- 3.
- 4. No terceiro passo são calculadas as correções da e db:

$$da = a_2 - a_1;$$

$$db = b_2 - b_1;$$
(7)

5. Finalmente as observações corrigidas (*a*' e *b*') são calculadas subtraindo-se dos valores observados (*a* e *b*) das correções (*da* e *db*) calculadas, visando desta forma, minimizar o efeito do deslocamento da plataforma.

Medeiros, N. G. e Tommaselli, A. M. G.

$$a' = a - da;$$
  

$$b' = b - db;$$
(8)

É importante enfatizar que, as correções serão mais efetivas, quanto melhor forem os POE aproximados. Estas correções não são afetadas por erros em translação e rotação, mas apenas pelos erros na variação destas, uma vez que são usadas as diferenças entre parâmetros. Como na plataforma CBERS, os erros de maior magnitude são em translações, pode-se esperar que estas correções sejam efetivas, como será mostrado no capítulo de experimentos.

#### 3. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Nos experimentos realizados para avaliar as técnicas de orientação, tanto com o modelo de planos equivalentes adaptado (MPEA) como para o modelo de colinearidade para pontos (MCP) foi utilizada uma imagem orbital CBERS do sensor CCD nível, modelo de sensor (distância focal e tamanho do pixel), modelo de plataforma aproximado (Posição aproximada da plataforma (efemérides)), e um arquivo de coordenadas (E, N, h) com os vértices de feições correspondentes às rodovias, compreendendo a região de estudo, levantadas por GPS em campo.

As imagens CBERS, cedidas gratuitamente pelo INPE, foram coletadas em 14 de dezembro de 2005 e correspondem à órbita 159 e ponto 125 (Latitude: -21° 47' 30,84'', Longitude: -51° 34' 13,08'' e Latitude: -22° 57' 20,52'', Longitude: -50° 43' 23,52'').

Do conjunto de rodovias coletadas em campo com GPS, 50 segmentos de rodovias (Figura 3a) foram usados como dados de controle. Esses segmentos de rodovias são definidos pelas coordenadas de terreno no sistema de projeção UTM, Datum SAD69.

As coordenadas imagem dos vértices dos segmentos, correspondentes aos segmentos de rodovias levantados em campo, foram determinadas por meio de uma técnica de extração de retas que usa a transformada de Hough. Tais coordenadas foram refinadas por um método de ajuste de retas, descrito em Bazan et al. (2008).

Para os experimentos com o MCP, foram coletados 23 pontos de controle por pontaria visual na imagem com a mesma base digital contendo as rodovias levantadas com GPS. Esses pontos foram escolhidos nos cruzamentos de rodovias. A Figura 3b ilustra a cena CBERS com a configuração de pontos de controle usados.

Além do conjunto inicial de dados (50 retas e 23 pontos), outras configurações foram usadas nos experimentos com a finalidade de verificar os resultados quanto à diminuição e a distribuição das observações. As Figuras 4 e 5 apresentam essas configurações.



Figura 4 - Configuração com 30 retas com boa distribuição (a), 30 retas com distribuição desfavorável (b) e 10 retas com boa distribuição (c).



Figura 5 - Configuração com 15 pontos com boa distribuição (a), 15 pontos com distribuição desfavorável (b) e 15 pontos com distribuição desfavorável (c).

(a)	(b)	(c)		
	·			
	· · ·			

Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 15, nº 1, p.33-57, jan-mar, 2009.

#### 3.1 Estimação de Valores de Referência

Para permitir a análise dos resultados obtidos nos experimentos com dados reais, foram estimados os parâmetros de orientação exterior  $(X_0, Y_0, Z_0, \kappa_0)$  e os coeficientes polinomiais de primeira e segunda ordem  $(a_1, a_2,..,b_4)$  com 123 pontos de controle, valores estes usados como referência para posterior comparação com os resultados obtidos com as técnicas de orientação propostas. Os ângulos de rotação  $\phi$  e  $\omega$  foram considerados como nulos para evitar as correlações entre os parâmetros.

Os parâmetros e seus desvios-padrão estimados, com o modelo de colinearidade (123 pontos de controle) com polinômios de segunda e primeira ordem são apresentados nas Tabelas 1 e 2, respectivamente. O sigma a priori considerado foi de  $\sigma_0 = 1$ .

POF			V	Valor de $\sigma_0 = 1$ e $\overset{\circ}{\sigma}_0 : 0,181$					
TOL	Parâmetros	$\hat{\sigma_{x}}$	Coef.	Polinomiais	$\hat{\sigma_x}$	Coef. 1	Polinomiais	$\hat{\sigma_x}$	
X <sub>0</sub> (m)	470623,2	4,389	a <sub>1</sub> (m)	4,3416398	0,003957	<b>b</b> <sub>1</sub> ( <b>m</b> )	6,16x10 <sup>-8</sup>	7,2x10 <sup>-7</sup>	
$Y_0(m)$	7467221,8	4,389	a <sub>2</sub> (m)	18,996887	0,003957	$b_2(m)$	-8,23x10 <sup>-7</sup>	7,2x10 <sup>-7</sup>	
$Z_0(m)$	785948,1	86,827	a <sub>3</sub> (m)	-0,050486	0,086870	$b_3(m)$	$1,04 \times 10^{-5}$	1,6x10 <sup>-5</sup>	
$\kappa_0(rd)$	-0,156037	0,0001	$a_4(rd)$	-6,10x10 <sup>-8</sup>	$1,10 \times 10^{-7}$	$b_4(rd)$	7,75x10 <sup>-12</sup>	$2,1x10^{-12}$	

 Tabela 1 - Parâmetros de orientação exterior e coeficientes polinomiais estimados com 123 pontos de controle, usados como referência (polinômio de 2ª ordem).

Tabela 2 - Parâmetros de orientação exterior e coeficientes polinomiais estimados com 123 pontos de controle, usados como referência (polinômio de 1 <sup>a</sup> ordem).

DOE		Valor de $\sigma_0 = 1$ e $\overset{\wedge}{\sigma}_0$ : 0,179							
POE	Parâmetros	$\hat{\sigma_x}$	Coeficiente	$\hat{\sigma_x}$					
$X_0(m)$	470622, 324	2,516	a <sub>1</sub> (m)	4,342167	7,9x10 <sup>-4</sup>				
$Y_0(m)$	7467225,315	2,516	a <sub>2</sub> (m)	18,99266	7,9x10 <sup>-4</sup>				
Z <sub>0</sub> (m)	785901, 627	48,425	a <sub>3</sub> (m)	0, 004118	1,7x10 <sup>-2</sup>				
$\kappa_0(rd)$	-0.15604340	6,1647x10 <sup>-5</sup>	a <sub>4</sub> (rd)	-3,02x10 <sup>-8</sup>	2,1 x10 <sup>-8</sup>				

Os desvios-padrão dos parâmetros estimados com os 123 pontos de controle (Tabelas 1 e 2) apresentam-se com boa qualidade, e também, coerentes considerando os dois polinômios testados. Observa-se que a redução na ordem dos polinômios provoca a redução significativa dos desvios padrão. Os valores dos sigmas a posteriori apresentam-se menores que os respectivos valores a priori, o que provavelmente ocorreu devido aos graus de liberdade considerando o grande número de observações.

Para verificar a qualidade da estimação, foi realizada a projeção de pontos observados na imagem para o espaço objeto usando os POE gerados para cada linha com as equações de colinearidade inversa, em 8 pontos de verificação. Os oito pontos de verificação foram selecionados (Figura 6) e suas coordenadas imagem foram coletadas manualmente. Esses pontos foram usados a fim de determinar o erro nas coordenadas destes pontos no terreno, considerando os POE estimados com os 123 pontos, usando o modelo de colinearidade para pontos e, posteriormente para o modelo de planos equivalentes adaptado. Para a altimetria foi usado o valor da coordenada Z medida em campo, o que também foi feito para os demais experimentos. Os resultados são apresentados na Tabela 3.

Figura 6 - Distribuição dos 8 pontos de verificação na cena CBERS.

	P7 .	i .	. <sup>P8</sup>
P4		P5	Р6
		·	
P1	P2		₽3

Tabela 3 – Estatística dos pontos de verificação para o modelo de colinearidade com pontos, com polinômio de 2ª e 1ª ordem.

	12 parâm	netros	8 parâmetros		
Estatística dos pontos de verificação	${\cal E}_v$ (m)		${\cal E}_v$ (m)		
-	Е	N	Е	Ν	
Média	-4,31	-6,92	-3,84	-8,18	
$\hat{\sigma_x}$	9,49	7,44	9,58	8,64	
EMQ	10,55	10,50	10,43	12,30	

Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 15, nº 1, p.33-57, jan-mar, 2009.

Os EMQ nas coordenadas E e N do terreno, para os dois polinômios testados, mostrados na Tabela 3, foram na ordem de 1/2 GSD, indicando que a trajetória da plataforma foi bem modelada para ambos os polinômios, e os erros apresentados são provavelmente observacionais.

Os resultados (Tabela 3) mostraram que a estimação dos POE com os 123 pontos de controle foi satisfatória e pode ser usada como referência para os experimentos com o modelo de retas, além dos experimentos com o modelo de colinearidade usando menor número de pontos.

#### 3.2 Configuração dos Experimentos e Resultados

A Tabela 4 apresenta de maneira sucinta as características dos experimentos realizados.

Exp.	Características
1	Polinômio de segunda ordem (12 parâmetros – Tabela 1) com 50 retas (Figura 3a)
-	com o MPEA e 23 pontos (Figura 3b) com o MCP.
2	Polinômio de primeira ordem (8 parâmetros – Tabela 2) com 50 retas (Figura 3a)
4	com o MPEA e 23 pontos (Figura 3b) com o MCP.
3	Polinômio de primeira ordem (8 parâmetros – Tabela 2) com 30 retas (Figura 4a)
	com o MPEA e 15 pontos (Figura 5a) com o MCP.
4	Polinômio de primeira ordem (8 parâmetros – Tabela 2) com 30 retas (Figura 4b)
	com o MPEA e 15 pontos (Figura 5b) com o MCP, com nova distribuição.
	Ajustamento simultâneo de retas (MPEA) e pontos (MCP). Dois testes
-	foram realizados: teste 1 - 30 retas (Figura 4a) e 15 pontos (Figura 5a),
5	ambos com boa distribuição; teste 2 - 30 retas (Figura 4a) com boa
	distribuição e 15 pontos (Figura 5b) com distribuição desfavorável.
	Ajustamento simultâneo de retas (MPEA) e pontos (MCP). Foram realizados dois
	testes: teste - 30 retas (Figura 4b) e 15 pontos (Figura 5b), ambos com
6	distribuição desfavorável; teste 2 - 30 retas (Figura 4b) e 15 pontos (Figura 5c),
	ambos com distribuição desfavorável, nova distribuição.
	Ajustamento simultâneo de retas (MPEA) e pontos (MCP). Dois testes foram
7	realizados: teste 1 - 10 retas (Figura 4c) e 15 pontos (Figura 5a), ambos bem
-	distribuídos; teste 2 - 10 retas bem distribuídas (Figura 4c) e 15 pontos (Figura
	5b) com distribuição destavorável.

Tabela 4 - Características dos 7 experimentos realizados.

Os resultados obtidos com os 7 experimentos (usando o MPEA e o MCP), são avaliados por meio das discrepâncias entre os valores dos POE estimados e os valores de referência, bem como os desvios padrão estimados a partir da MVC obtida no ajustamento (Tabelas 5 e 6 para o experimento 1, Figuras 7, 8, 9 para os experimentos 2, 3, 4, e Figuras 10, 11 e 12 para os experimentos 5, 6 e 7). Por conveniência estas discrepâncias serão denominadas de erros verdadeiros, pois os valores de referência foram calculados com alta precisão. O sigma a priori considerado para todos os experimentos foi de  $\sigma_0 = 1$ .

	М	PEA	МСР			
POE e	$\stackrel{{}_{_{0}}}{\sigma_{_{0}}}$ :	0,444	$\stackrel{{}_\circ}{\sigma_{_0}}$ : 0,257			
coer.	Ev	$\hat{\sigma_x}$	$\mathcal{E}_{v}$	$\hat{\sigma_x}$		
$X_{\theta}(m)$	31,62	25,49	-26,82	12,43		
$Y_{\theta}(m)$	-39,04	21,59	-24,47	12,43		
$Z_{\theta}(m)$	-231,17	503,84	-302,09	235,22		
$\kappa_{\theta}(\mathrm{rd})$	0,001839	0,000934	0,000053	0,000299		
<i>a</i> <sub>1</sub> (m)	-0,03440	0,024931	0,024129	0,013493		
<i>a</i> <sub>2</sub> (m)	0,019627	0,023289	0,026617	0,013493		
<i>a</i> <sub>3</sub> (m)	-0,17358	0,493588	0,24684	0,273821		
<i>a</i> <sub>4</sub> (rd)	-2,26x10 <sup>-6</sup>	1,01x10 <sup>-6</sup>	-3,20x10 <sup>-7</sup>	3,49x10 <sup>-7</sup>		
$\boldsymbol{b}_{I}(\mathbf{m})$	6,40x10 <sup>-6</sup>	4,59x10 <sup>-6</sup>	-4,47x10 <sup>-6</sup>	2,69x10 <sup>-6</sup>		
$\boldsymbol{b}_{2}(\mathrm{m})$	-1,94x10 <sup>-6</sup>	4,64x10 <sup>-6</sup>	-5,38x10 <sup>-6</sup>	2,69x10 <sup>-6</sup>		
$\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{m})$	5,48x10 <sup>-5</sup>	9,43x10 <sup>-5</sup>	-3,95x10 <sup>-5</sup>	5,60x10 <sup>-5</sup>		
$\boldsymbol{b}_4(\mathrm{rd})$	4,48x10 <sup>-10</sup>	2,06x10 <sup>-10</sup>	7,97x10 <sup>-11</sup>	7,14x10 <sup>-11</sup>		

Tabela 5 - Resultados obtidos usando polinômio de segunda ordem.

Tabela 6 - Resultados obtidos com o modelo de planos equivalentes adaptado sem correção dos parâmetros angular e linear da reta (polinômio de 2ª ordem).

DOF			Sigma $\stackrel{\scriptscriptstyle \wedge}{\sigma_0}$ : 7,207					
FUE	Parâmetros	$\hat{\sigma_x}$	Coef.	Polinomiais	$\hat{\sigma_x}$	Pol	Coef. linomiais	$\hat{\sigma_x}$
X <sub>0(m)</sub>	120,19	410,5	a <sub>1(m)</sub>	0,044330	0,40231	b <sub>1(m)</sub>	-1,61x10 <sup>-5</sup>	7,40x10 <sup>-5</sup>
Y <sub>0(m)</sub>	-416,75	346,8	a <sub>2(m)</sub>	0,599036	0,37337	b <sub>2(m)</sub>	-0,00012	7,44x10 <sup>-5</sup>
Z <sub>0(m)</sub>	-3407,43	8094,1	a <sub>3(m)</sub>	-6,422610	7,91719	b <sub>3(m)</sub>	0,00157	0,00150
$\kappa_{0(rd)}$	0,024406	0,0150	a <sub>4(rd)</sub>	$-5,08 \times 10^{-5}$	1,58 x10 <sup>-5</sup>	$b_{4(rd)}$	9,77x10 <sup>-9</sup>	3,19x10 <sup>-9</sup>

Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 15, nº 1, p.33-57, jan-mar, 2009.

Figura 7 – Gráficos mostrando os erros verdadeiros dos parâmetros estimados R (resultante planimétrica) e  $Z_0$  (a), e os respectivos desvios-padrão (b), para os experimentos 2, 3 e 4 com o MPEA e MCP.



Figura 8 – Cráficos mostrando os erros verdadeiros dos coeficientes polinomiais  $a_1$ ,  $a_2 e a_3$  (c) e os respectivos desvios-padrão (d), para os experimentos 2, 3 e 4 com o MPEA e MCP.



Figura 9 – Gráficos mostrando os erros verdadeiros do parâmetro  $\kappa_0$  e do coeficiente polinomial  $a_4$  (e) e os respectivos desvios-padrão (f), para os experimentos 2, 3 e 4 com o MPEA e MCP.



Figura 10 – Gráficos mostrando os erros verdadeiros dos parâmetros estimados R (resultante planimétrica) e  $Z_0$  (a), e os respectivos desvios-padrão (b), para os experimentos 5, 6 e 7 com o MPEA e MCP.



Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 15, nº 1, p.33-57, jan-mar, 2009.





Figura 12 – Gráficos mostrando os erros verdadeiros do parâmetro  $\kappa_0$  e o coeficiente polinomial  $a_4$  (e) e os respectivos desvios-padrão (f), para os experimentos 5, 6 e 7 com o MPEA e MCP.



Para verificar a exatidão da estimação, as coordenadas imagem dos oito pontos de verificação (Figura 6) foram projetados para espaço objeto usando os POE gerados para cada linha da cena. O EMQ das discrepâncias entre os valores

Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 15, nº 1, p.33-57, jan-mar, 2009.

projetados e dos levantados em campo dos 7 experimentos são apresentadas nas Figura 12 e 13.



Figura 13 – Gráfico mostrando as discrepâncias nos pontos de verificação para os experimentos 1, 2, 3 e 4.

Figura 14 – Gráfico mostrando as discrepâncias nos pontos de verificação para os experimentos 5, 6, e 7.



Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 15, nº 1, p.33-57, jan-mar, 2009.

#### 3.3 Discussão dos Resultados

#### - Experimento 1:

O primeiro teste foi feito com o polinômio de segunda ordem para estimar os POE da cena. Neste teste, o número menor de pontos utilizado (23 pontos – Figura 3b) deve-se à maior dificuldade na determinação exata de pontos de controle. Em contrapartida, o maior número de feições retas utilizado (50 retas – Figura 3a), retratou a facilidade na localização de linhas em uma imagem orbital.

Os resultados apresentados na Tabela 5 mostraram que os valores dos desviospadrão estimados são compatíveis, em todos os casos, com os erros verdadeiros, sendo as discrepâncias dos valores estimados com os valores de referência pouco acentuadas, na ordem de 31 e 39 m para os parâmetros  $X_0$  e  $Y_0$  no MPEA 24 e 26 m no MCP.

As maiores diferenças apresentam-se no parâmetro  $Z_0$ , sendo a menor discrepância determinada no MPEA. No entanto, apesar do parâmetro  $Z_0$  ter uma discrepância menor no modelo de retas, a análise de um parâmetro isolado não reflete de fato a exatidão dos parâmetros.

Quanto às discrepâncias nos pontos de verificação, verifica-se para este experimento (Figura 12 – experimento 1) que os erros nas coordenadas E e N para o MCP foi de aproximadamente 1 GSD em E e  $\frac{1}{2}$  GSD em N. Já no MPEA o erro na coordenada E foi de aproximadamente 1,7 GSD e na coordenada N apresentou-se aproximadamente em 2,7 GSD.

De modo geral, o modelo de retas apresentou resultados satisfatórios e pode ser usado para recuperar os POE da cena. Vale salientar que os resultados com o MPEA foram obtidos usando a correção quanto ao deslocamento de perspectiva ao longo da trajetória que ocorre usando dados reais. Sem essa correção os resultados obtidos com esse modelo são insatisfatórios, com erros até dez vezes maiores, como pode ser visto na Tabela 6.

#### - Experimento 2:

Neste experimento foi utilizada a mesma configuração de informações de controle do experimento 1 (50 retas – Figura 3a e 23 pontos – Figura 3b), mas com polinômio de primeira ordem, e com os parâmetros de referência apresentados na Tabela 2. Os resultados do experimento com os modelos de orientação são apresentados nas Figuras 7, 8 e 9 (experimento 2).

As discrepâncias dos valores estimados são menores para este experimento, como mostram as Figuras 7, 8 e 9 (experimento 2), quando comparadas às obtidas com polinômio de segunda ordem (Tabela 5), sendo que os valores destas discrepâncias são coerentes com valores dos desvios-padrão estimados. No entanto, observou-se grande discrepância no parâmetro  $Z_0$  estimado com o MPEA. Como

mencionado, a estimação isolada desse parâmetro não pode ser tomada como indicador de que o resultado da estimação tenha sido pior, pois devem ser considerados todos os parâmetros em conjunto. Tal fato pode ser verificado com o uso desses parâmetros estimados na projeção das coordenadas imagem dos 8 pontos de verificação para o espaço objeto na Figura 12 (experimento 2).

Os resultados (Figuras 7, 8 e 9 e 13 – experimento 2) mostram que a estimativa de trajetória da plataforma com o modelo de polinômio de primeira ordem é mais adequada considerando os dados existentes (trajetória considerada como uma reta). Os erros nas coordenadas E e N, determinadas com os parâmetros estimados usando o polinômio de  $1^a$  ordem, foram reduzidos para a ordem de grandeza subpixel, exceto para a coordenada E obtida a partir dos parâmetros estimados com o MPEA.

Embora o erro em  $Z_0$ , no caso do MPEA, tenha sido maior na estimação com polinômio linear, isto não afetou significativamente as coordenadas no espaço objeto e, de modo geral, os resultados apresentaram uma melhora significativa em relação ao experimento 1.

Em todos os experimentos subseqüentes o polinômio de primeira ordem foi o utilizado pelas razões apresentadas.

#### - Experimento 3:

Neste experimento foi reduzido o número de observações, tanto de retas como de pontos (30 retas – Figura 4a e 15 pontos – Figura 5a), para verificar o efeito nos resultados, mas mantendo-se ainda uma distribuição geométrica adequada.

Analisando as Figuras 7, 8 e 9 (experimento 3), percebe-se que os parâmetros estimados e seus desvios padrão foram afetados quando a redundância é diminuída, mas essa diferença não é elevada. Isto ocorre provavelmente, porque as observações ainda apresentam uma distribuição favorável na cena.

Verifica-se, também, que esses resultados permanecem adequados para realizar a geração dos POE e, conseqüentemente, fazer a correção geométrica da imagem.

Para confirmar esta hipótese, a projeção de pontos medidos na imagem foi realizada para os 8 pontos de verificação. Os resultados são apresentados na Figura 13 (experimento 3).

Como se pode observar na Figura 12 (experimento 3), os erros nas coordenadas E e N aumentaram com a menor redundância dos dados, mas esse aumento não foi significativo. O pior caso ocorreu com o MPEA, que teve um aumento de 1 GSD para 1,7 GSD na coordenada N.

#### - Experimento 4:

Medeiros, N. G. e Tommaselli, A. M. G.

Considerando os resultados do experimento anterior, no qual os resultados foram afetados com a diminuição no número de observações, procurou-se verificar o efeito de distribuição geométrica diferentes.

A configuração das retas é apresentada na Figura 4b e dos pontos na Figura 5b. Os resultados deste experimento são mostrados nas Figuras 7, 8 e 9 (experimento 4).

Observando as Figuras 7, 8 e 9 (experimento 4), pode-se notar que de fato, com uma distribuição de pontos e retas menos favorável, os resultados são bastante afetados. Além de uma maior discrepância, na maioria dos casos, o desvio padrão estimado também foi menor do que o erro. A projeção de pontos de verificação medidos na imagem usando os parâmetros estimados foi realizada e é mostrada na Figura 13 (experimento 4).

Os resultados apresentados na Figura 13 (experimento 4) mostram-se bastante afetados, chegando a erros posicionais de até 4,5 GSD (coordenada N calculada com os parâmetros gerados a partir do MPEA), mostrando os problemas que ocorrem caso não se tenha uma boa distribuição das observações na cena. No caso das retas, a porção inferior da imagem não apresenta nenhuma observação. Além disto, várias retas estão alinhadas entre si, o que implica em correlação entre as observações.

#### - Experimento 5:

Neste experimento foi realizado o ajustamento simultâneo de observações de retas com o MPEA e pontos com o MCP. Dois testes com o ajustamento simultâneo foram realizados a fim de verificar se ocorreria uma melhora na estimação dos parâmetros combinando-se as observações.

Os resultados dos referidos 2 testes realizados com os valores dos POE estimados, bem como a projeção de pontos de verificação usando os parâmetros estimados, são apresentados nas Figuras 10, 11 e 12 (experimento 5) e Figura 14 (experimento 5).

Os resultados apresentados nas Figuras 10, 11, 12 e 14 para o quinto experimento mostram que a combinação de pontos e retas fornece bons resultados. Erros nas coordenadas de pontos de verificação que antes eram de aproximadamente 1,5 GSD com um número menor de retas, passaram para ordem subpixel, mesmo com pontos com distribuição desfavorável.

#### - Experimento 6:

Este experimento foi realizado com a finalidade de verificar se a introdução de retas, mesmo com distribuição desfavorável, poderia melhorar os resultados obtidos com o MCP também com distribuição desfavorável.

As Figuras 15(a) e 15(b) mostram as configurações de retas e pontos sobrepostos para o teste 1 e teste 2, respectivamente. Percebe-se que apesar das observações possuírem uma configuração desfavorável na cena (Figuras 4b e 5b) para o primeiro teste, a junção dessas observações proporcionou uma distribuição favorável (Figura 15a), fato que não ocorre no segundo teste com a junção das observações (Figura 15(b)).

Figura 15 - Configuração de reta e pontos sobrepostos para o teste 1 (a), e para o teste 2 (b).



Os resultados (Figuras 10, 11, 12 e 14 – experimento 6) evidenciaram que o uso de retas mesmo com distribuição geométrica fraca de pontos pode melhorar significativamente os resultados, reduzindo-se os erros de 3,5 GSD (Experimento 4) para erros de 1 GSD aproximadamente. Mesmo quando não existe uma geometria favorável nos dois conjuntos de dados os resultados foram positivos, como no segundo teste (Figura 15b).

#### - Experimento 7:

Este experimento teve como finalidade verificar se com um número reduzido de retas, haveria uma melhora nos resultados ao incluir pontos em um ajustamento simultâneo.

Os resultados apresentados nas Figuras 10, 11 e 12 (experimento 7) para os dois testes realizados neste experimento mostram-se similares, exceto para os parâmetros  $Y_0$ ,  $a_1 e a_2$  que foram mais bem estimados no teste 1, ou seja, onde os pontos apresentam uma boa distribuição. Tal fato pode ser verificado na Figura 14 (experimento 7), onde os erros nas coordenadas E e N do terreno, com o teste 2 apresentam-se piores.

A partir dos resultados (Tabelas 10, 11, 12 e 14 – experimento 7), verifica-se que quando existe uma boa distribuição de pontos, o uso de poucas retas, contendo também uma distribuição favorável, contribui para a melhora dos resultados, porém quando a distribuição de pontos não é favorável, a pequena quantidade de retas melhora, mas em menor proporção, os resultados obtidos.

Medeiros, N. G. e Tommaselli, A. M. G.

Como observado, o uso de um número reduzido de retas em conjunto com pontos melhorou os resultados, no entanto, essas retas necessitam ter orientações que não sejam similares.

Vale ressaltar que grande parte das retas usadas nos experimentos possuía tamanhos pequenos, não sendo necessário, entretanto, o uso apenas de retas com grandes extensões.

O teste estatístico com a distribuição qui-quadrado  $\chi^2$  foi feito para todos os experimentos realizados, e os resultados mostraram que a hipótese básica não foi rejeitada ao nível de significância de 5%.

## 4. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram avaliadas técnicas que usam linhas retas e linhas retas combinadas com pontos de controle para o caso particular de imagens de sensores *pushbroom*. As coordenadas de pontos pertencentes às linhas retas foram coletadas em campo com receptores GPS, e foram utilizadas imagens CBERS, em Nível 1 (sem correção geométrica). Os resultados obtidos com os experimentos mostraram que as técnicas propostas podem ser usadas para determinar os POE e coeficientes polinomiais e realizar a correção geométrica dessas imagens.

Um aspecto importante investigado foi com relação à ordem do polinômio usado para descrever a variação dos parâmetros de orientação exterior quanto à trajetória da plataforma na tomada da cena. Verificou-se experimentalmente que o modelo linear é adequado à determinação dos POE da cena CBERS.

Os resultados também mostraram que, como no caso de pontos de controle, quando a distribuição de retas não é favorável os resultados também são afetados. No entanto, linhas retas são mais fáceis de localizar em imagens orbitais, devido à existência de feições antrópicas, como limites de propriedades e, principalmente, rodovias. Além disso, existem diversas vantagens no uso de linhas retas, como a não necessidade de correspondência ponto a ponto e a possibilidade de extração de linhas retas com precisão subpixel.

Verificou-se que a técnica de estimação que usa simultaneamente pontos e retas melhorou significativamente os resultados. A combinação de ambas as observações leva em conta as vantagens de cada modelo, como por exemplo, a rigidez de pontos e a redundância fornecida por retas.

#### AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pelo auxilio financeiro destinado a essa pesquisa sob forma de uma bolsa de estudo.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- BAZAN, W. S.; TOMMASELLI, A. M. G.; GALO, M.; TELLES, S.S.S. Extração de Feicões Retas com Precisão Subpixel: Estudo comparativo entre três métodos. Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, v. 14, n. 1, p. 128-148, 2008
- CINTRA, J. P.; VIADANA, M. I. F. Metodologia de baixo custo para atualização de cartas utilizando imagens orbitais. III Conferência Nacional de Geografia e Cartografia, 1996, Rio de Janeiro, Anais..., RJ: IBGE, 1996, v. 9, p. 85-90,
- DALMOLIN, O.; SANTOS, D. R.; DELARA, R.; BÄHR, H. P. O uso de feições retas extraídas do MDT gerado pelo sistema de varredura laser como apoio para o cálculo da resseção espacial de imagens digitais. Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, v. 11, n. 1, p.117-140, 2005.
- DAL POZ, A. P.; SCALCO, J. C. Orientação semi-automática de imagens CBERS usando rodovias como controle de campo. Boletim de Ciências Geodésicas. Curitiba, v. 12, n. 2, p. 295-313, 2006.
- DOWMAN, I. J.; MICHALIS, P. Generic rigorous model for along track stereo satellite sensors. In: ISPRS Workshop on High Resolution Mapping from Space, Hannover, 2003.
- FRITSCH. D.: STALLMANN. D. Rigorous Photogrammetric Modelling Processing of High-Resolution Satellite Imagery. In: IAPRS, Amsterdam, v. 33, part B1, p. 313-321, 2000.
- HATTORI, S.; ONO, T.; FRASER, C. S.; HASEGAWA, H. Orientation of highresolution satellite images based on affine projection. In: ISPRS, 2000, Amsterdam. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Amsterdam: ISPRS, 2000. p. 359-366.
- HABIB, A.; KELLEY, D. Single Photo Resection Using the Modified Hough Transform. Journal of Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, v. 67, n. 8, p. 909-914, 2001.
- HABIB, A.; MORGAN, M.; KIM, E. M.; CHENG, R. Linear Features in Photogrammetric Activities. In: ISPRS Congress, 20., 2004, Istanbul, Turkey. Geo-imagery bridging continents, Istanbul: ISPRS, 2004. p. 170-176.
- KIM, T.; DOWMAN, I. Comparison of two physical sensor models for satellite images: Position-Rotation model and Orbit-Attitude model. The Photogrammetric Record, v. 21, n. 114, p. 110–123, 2006.
- LUGNANI, J. B. Using Digital Entities as Control. 1980. Ph. D. Thesis -Department of Surveying Engineering, The University of New Brunswick (UNB), Canada.

Medeiros, N. G. e Tommaselli, A. M. G.

- MEDEIROS, N. G.; TOMMASELLI, A. M. G. Um Modelo para Orientação de Imagens Orbitais Baseado em Feições Retas. In: *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 12, p. 176-194, 2006.
- ORUN, A. B.; NATARAJAN, K. A. Modified Bundle Adjustment Software for SPOT Imagery and Photography: Tradeoff. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, p. 1431-1437, 1994.
- TOMMASELLI, A. M. G.; TOZZI, C. L. A recursive approach to Space Resection using straight lines. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, v. 62, n 1, p. 57-66, 1996.
- TOMMASELLI, A. M. G.; LUGNANI, J.B. An alternative mathematical model to the collinearity equation using straight features. In: *ISPRS*, 1988, Kyoto. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, Kyoto: ISPRS, 1988. p. 765-774.

(Recebido em outubro / 08. Aceito em Fevereiro / 09)