

# unesp

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

***DISSERTAÇÃO DE MESTRADO  
EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA***

1210001104



**Nº 31**

**"APLICAÇÃO DOS CONCEITOS DA POTÊNCIA  
COMPLEXA INSTANTÂNEA À ANÁLISE DE  
TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS EM  
MOTORES DE INDUÇÃO"**

**ALUNO: RENATO OLIVEIRA GUIMARÃES  
ORIENTADOR: DALGERTI LELIS MILANEZ**

**Te.1104**



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

"APLICAÇÃO DOS CONCEITOS DE POTÊNCIA COMPLEXA  
INSTANTÂNEA À ANÁLISE DE TRANSITÓRIOS  
ELETROMAGNÉTICOS EM MOTORES DE INDUÇÃO"

1210001104



Proc. 054/99-NPD 114

|                                      |                          |
|--------------------------------------|--------------------------|
| UNESP - "CAMPO DE ILHA SOLTEIRA"     |                          |
| SERVIÇO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO |                          |
| DATA DE CHEGADA<br>13.9.99           | DATA DE TÓRDO<br>30.9.99 |
| REGISTRO<br>Ilha                     | TOMO<br>Tr. 1.104        |
| AQUISIÇÃO<br>Doação-autor            | CLASSIFICAÇÃO<br>9963a   |

R\$1000

*Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica (ME).*

ALUNO: RENATO OLIVEIRA GUIMARÃES  
ORIENTADOR: PROF. DR. DALGERTI LELIS MILANEZ

ILHA SOLTEIRA, DEZEMBRO DE 1998



**“APLICAÇÃO DOS CONCEITOS DA POTÊNCIA COMPLEXA INSTANTÂNEA  
À ANÁLISE DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS EM MOTORES DE  
INDUÇÃO”**

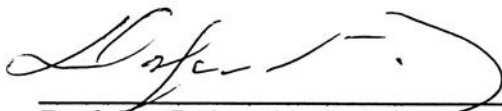
**RENATO OLIVEIRA GUIMARÃES**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA  
SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA  
A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).

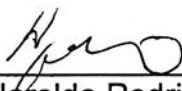


Prof. Dr. Carlos Roberto Minussi - Coordenador

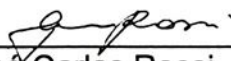
**COMISSÃO EXAMINADORA:**



Prof. Dr. Dalgerti Lelis Milanéz - orientador



Prof. Dr. Haroldo Rodrigues de Azevedo



Prof. Dr. José Carlos Rossi

Ilha Solteira – SP, dezembro de 1998

*“Quem espera que a vida  
Seja feita de ilusão  
Pode até ficar maluco  
Ou morrer na solidão  
É preciso ter cuidado  
Pra mais tarde não sofrer  
É preciso saber viver.”*

*“Toda pedra do caminho  
Você deve retirar  
Numa flor que tem espinho  
Você pode se arranhar  
Se o bem e o mal existem  
Você pode escolher  
É preciso saber viver.”*

*“É preciso saber viver  
É preciso saber viver.”*

*Roberto Carlos - Erasmo Carlos*





À Deus, por estar sempre ao meu lado, me dando forças e me agraciando com muita saúde.

Aos melhores pais do mundo, Alberto e Maria José, pela confiança, apoio e amor imprescindíveis para poder tornar este trabalho uma realidade.

Aos meus irmãos Rosana e Roberto, por me apoiarem e ajudarem sempre.

Ao Professor Dalgerti Lelis Milanez, um agradecimento especial, pela orientação, incentivo e dedicação. Por partilhar de suas descobertas e pesquisas que deram origem ao meu trabalho. E por saber que deste convívio nasceu uma grande amizade.

Ao Professor Carlos Roberto Minussi pela sua atenção e amizade ao longo destes anos.

Aos Professores Edvaldo, José Paulo, Origa, Rossi e Tokio, pelas valiosas ajudas nas questões técnicas presentes neste trabalho.

Aos amigos do curso de pós-graduação, Giuliano, Célia, Marco Arthur, Manoel, Fernando, Viana, James, Edmarcio, Sandro Studt, Sandro Gomes, Roger Akio, Fábio Toshiaki, Valmir, Wendel e Lourival, unidos pelo mesmo propósito e se ajudando mutuamente tanto nos assuntos acadêmicos como na solução de assuntos particulares.

Aos amigos residentes em Campo Grande, André Malta, Paulo Ricardo, Carlos Alberto, Marcelo Azevedo, Taner e ao casal Max e Jú, pelo incentivo e amizade em todos os momentos.

Aos funcionários da Pós-graduação, Arlindo e Fátima, que estiveram sempre prontos a ajudar.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da FEIS/UNESP, em especial à Deoclécio Mitsuiti Kosaka e Carlos Alex Sander pelo suporte técnico no laboratório de informática.

Aos funcionários do Laboratório de Máquinas Elétricas da FEIS/UNESP, em especial ao Adilson, pela atenção e disposição em auxiliar nas tarefas realizadas neste laboratório.

À UNESP, Universidade Estadual Paulista, que possibilitou a realização deste trabalho.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro.



## **Aplicação dos Conceitos de Potência Complexa Instantânea à Análise de Transitórios Eletromecânicos em Motores de Indução**

Desenvolve-se neste trabalho uma aplicação dos novos conceitos de potência elétrica, da teoria da Potência Complexa Instantânea, à análise de transitórios de partida de motores de indução trifásicos.

Obteve-se um modelo matemático para o motor de indução, com características específicas à análise do fluxo de potência, o qual foi simulado digitalmente. Realizaram-se ensaios em laboratório para determinar-se os seus parâmetros eletromagnéticos.

Os resultados apresentados permitem um aprofundamento na compreensão da nova teoria e dos significados físicos das potências desenvolvidas no motor de indução, durante a prática de partida direta a plena carga, na partida com banco de capacitores ligado em derivação e ainda no transitório de reversão de velocidade. Na seqüência analisam-se as grandezas definidas pela nova teoria, como a potência aparente instantânea e o fator de potência instantâneo.

Considerando-se que estes novos conceitos aplicam-se a sistemas trifásicos em geral, operando em quaisquer regimes, pretende-se que os resultados obtidos possam direcionar novas pesquisas, como nas técnicas de controle vetorial e compensação de reativos, ampliando-se o campo de aplicação da nova teoria.

A potência aparente instantânea, aqui analisada, satisfaz a condição de ser uma grandeza relacionada com as perdas instantâneas nos sistemas de distribuição e acredita-se que possa vir a ser adotada para efeito de dimensionamento destes.

## **Appliance of Instantaneous Power Complex concepts on Induction Motors Electromechanics Transient Analysis**

On this research, it was developed an application of Milanez's new concepts on electric power, the Instantaneous Complex Power theory, to the starting transient of induction motors analysis.

The Instantaneous Complex Power theory presents new terminology in relation to the classic electrical power theory, widen the application of them to any operational state.

A mathematical model of an induction motor was achieved, with specific features to power flow analysis, used in digital simulation. Tests on laboratory was executed to establish the electromagnetics parameters of the induction motor.

So, it was extended the understanding of the physical meaning for the power developed on induction motors, on full load direct start situation, on equal situation but allied to a capacitor bank in derivation and on speed reversion transient. With them it's possible to introduce new definitions, like the instantaneous power factor, described by the new theory.

The results obtained can guide new researchs, like on vectorial control technics and reactive power compensation, opening the field of the new theory application.

The apparent instantaneous power, satisfies the condition of been a variable related with instantaneous loss on distribution systems and it is believed that would be adopt for calculation of them.



|                                                                                                                                                                                 | Página |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| <b>Introdução</b> .....                                                                                                                                                         | 01     |
| <b>Capítulo 1</b> A Potência Complexa Instantânea - Teoria e Propriedades...                                                                                                    | 04     |
| 1.1. Introdução.....                                                                                                                                                            | 04     |
| 1.2. Representação vetorial de tensões e correntes em circuitos de corrente alternada em regime permanente senoidal.....                                                        | 05     |
| 1.3. Representação vetorial de tensões e correntes em circuitos de corrente alternada em regime permanente não-senoidal e transitórios.....                                     | 06     |
| 1.4. Definições e propriedades da potência complexa instantânea.....                                                                                                            | 10     |
| 1.5. As potências reativas instantâneas de Akagi e suas representações propostas por Milanez.....                                                                               | 13     |
| <b>Capítulo 2</b> Generalidades do Motor de Indução Trifásico e Características Relevantes ao Trabalho.....                                                                     | 18     |
| 2.1. Introdução.....                                                                                                                                                            | 18     |
| 2.2. Generalidades e campo de aplicação do motor de indução.....                                                                                                                | 18     |
| 2.3. Efeito da partida de motores nas condições de operação dos barramentos.....                                                                                                | 19     |
| 2.4. A partida de motores de indução.....                                                                                                                                       | 20     |
| <b>Capítulo 3</b> Equações Utilizadas na Modelagem do Motor de Indução Trifásico Utilizando-se a Álgebra Vetorial.....                                                          | 22     |
| 3.1. Introdução.....                                                                                                                                                            | 22     |
| 3.2. Equações gerais de tensão para o motor de indução.....                                                                                                                     | 22     |
| 3.3. Transformação das equações definidas para o sistema trifásico para um sistema equivalente bifásico ( $\alpha$ - $\beta$ ) em termos de vetores espaciais instantâneos..... | 23     |



|                   |                                                                                                                                                  |           |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.4.              | Equações de tensão obtidas para o rotor e para o estator em relação as componentes do fluxo concatenado $\Psi$ .....                             | 25        |
| 3.4.1.            | Equação de tensão do estator em relação as componentes do fluxo concatenado.....                                                                 | 26        |
| 3.4.2.            | Equação de tensão do rotor em relação as componentes do fluxo concatenado.....                                                                   | 26        |
| 3.5.              | Equação geral de torque para o motor de indução.....                                                                                             | 27        |
| <b>Capítulo 4</b> | <b>Representação das Equações Utilizadas na Modelagem do Motor de Indução Trifásico na Forma de Equações de Estado.....</b>                      | <b>28</b> |
| 4.1.              | Introdução.....                                                                                                                                  | 28        |
| 4.2.              | Equações de tensão para o estator e para o rotor na forma de equações de estado.....                                                             | 28        |
| 4.3.              | Equações de torque na forma de equações de estado.....                                                                                           | 30        |
| <b>Capítulo 5</b> | <b>Detalhamento do Modelo do Motor de Indução Utilizado na Simulação.....</b>                                                                    | <b>33</b> |
| 5.1.              | Introdução.....                                                                                                                                  | 33        |
| 5.2.              | Considerações sobre os parâmetros da máquina de indução utilizados no modelo.....                                                                | 33        |
| 5.3.              | Considerações sobre o "software" de simulação e a composição do modelo através de ferramentas do aplicativo.....                                 | 34        |
| 5.4.              | Modelando a fonte de tensão.....                                                                                                                 | 35        |
| 5.5.              | Modelando o motor de indução.....                                                                                                                | 36        |
| 5.6.              | Modelando blocos auxiliares para simulação das condições de partida com banco de capacitores ligado em paralelo e da reversão de velocidade..... | 40        |
| 5.7.              | Informações adicionais.....                                                                                                                      | 43        |
| 5.8.              | Apresentação das curvas fundamentais do motor de indução obtidas através de simulação.....                                                       | 43        |

|                                         |                                                                                                                       |            |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Capítulo 6</b>                       | <b>Análise do Transitório Eletromagnético Durante a Partida do Motor de Indução Utilizando Simulação Digital.....</b> | <b>52</b>  |
| 6.1.                                    | Introdução.....                                                                                                       | 52         |
| 6.2.                                    | Análise do fluxo de potência durante transitório de partida direta do motor de indução.....                           | 53         |
| 6.3.                                    | A Potência Aparente e o fator de potência instantâneos: Seus significados físicos e finalidades práticas.....         | 67         |
| 6.3.1.                                  | Conceitos atuais sobre a potência aparente e o fator de potência.....                                                 | 68         |
| 6.3.2.                                  | Definição e significado físico do fator de potência instantâneo.....                                                  | 70         |
| <b>Capítulo 7</b>                       | <b>Simulação do Funcionamento do Motor de Indução com Banco de Capacitores Ligado em Paralelo.....</b>                | <b>71</b>  |
| 7.1.                                    | Introdução.....                                                                                                       | 71         |
| 7.2.                                    | Análise das condições de operação.....                                                                                | 72         |
| <b>Capítulo 8</b>                       | <b>A Análise do Transitório Eletromagnético Durante a Reversão de Rotação .....</b>                                   | <b>79</b>  |
| 8.1.                                    | Introdução.....                                                                                                       | 79         |
| 8.2.                                    | A prática da reversão de rotação.....                                                                                 | 79         |
| 8.3.                                    | Apresentação dos efeitos da reversão de rotação no funcionamento do motor de indução.....                             | 82         |
| 8.4.                                    | Apresentação das alterações no fluxo de potência no motor de indução durante a prática da reversão de velocidade..... | 84         |
| <b>Conclusão</b>                        | <b>.....</b>                                                                                                          | <b>87</b>  |
| <b>Sugestões para Trabalhos Futuros</b> | <b>.....</b>                                                                                                          | <b>90</b>  |
| <b>Referências Bibliográficas</b>       | <b>.....</b>                                                                                                          | <b>91</b>  |
| <b>Apêndice A</b>                       | <b>Levantamento dos Parâmetros do Motor de Indução.....</b>                                                           | <b>94</b>  |
| <b>Apêndice B</b>                       | <b>Determinação das Perdas por Efeito Joule em um Circuito Trifásico Equilibrado RL .....</b>                         | <b>107</b> |



O início dos estudos sobre potência reativa, datam de mais de 100 anos. Eram estudos realizados em sistemas lineares com fontes de tensão senoidais em regime permanente. Desde as primeiras definições de potência feita por Stanley e Shallemberger [1], os sistemas de energia elétrica foram se modificando. Com o avanço tecnológico, novos equipamentos elétricos e eletrônicos foram surgindo, transformando as condições de operação dos sistemas elétricos, para condições com formas de ondas de tensão e corrente distorcidas.

Em decorrência destas distorções, várias teorias e estudos surgiram com o passar dos anos, buscando analisar o fluxo de potência ativa e reativa. Porém, nos casos de transitórios ou regimes não-senoidais ainda não se tem uma definição de consenso para as mesmas. Alguns estudos recentes como os de Milanez [2], Akagi [3] e Watanabe [4], contribuem para a análise destes casos.

Na teoria de Akagi, denominada “Teoria da Potência Reativa Instantânea”, objetiva-se a procura por técnicas de controle de reativos, porém não se fez referência à interpretação física da potência reativa para os casos transitórios.

A Teoria da Potência Complexa Instantânea, proposta por Milanez, com uma abordagem matemática simplificada, apresenta definições e interpretações físicas para as potências elétricas desenvolvidas em regime transitório e não-senoidal. Com esta conceituação foi possível definir a potência aparente sob condições não-senoidais e transitórias e como consequência, o fator de potência instantâneo.

Porém, a interpretação destas grandezas ainda não está consolidada. Portanto, o grande desafio está em dar interpretação física à potência aparente durante regimes não-senoidais e transitórios e atribuir à grandeza fator de potência instantâneo uma função prática mais abrangente do que a atribuída atualmente ao fator de potência definido pela teoria clássica de circuitos, limitada à operação em regimes permanentes senoidais e não-senoidais. Tarefa que tem sido objeto de preocupação de Emanuel [13] e do IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situation.



Neste trabalho serão abordados os novos conceitos de potência elétrica propostos por Milanez, que emprega a álgebra exponencial complexa, aplicando-a aos vetores espaciais instantâneos que representam as grandezas elétricas tensão, corrente e fluxo magnético, na análise do fluxo de potência durante vários transitórios de operação do motor de indução.

O trabalho apresenta um modelo matemático para o motor de indução, baseado nas equações de fluxo eletromagnético e torque. Através da implementação computacional será simulada a condição de partida com carga, separando-se as análises em partida isolada, partida com banco de capacitores ligados em paralelo, e também a situação que envolve a reversão de velocidade. A aplicação da Teoria da Potência Complexa Instantânea à máquina de indução, proporciona um melhor entendimento do comportamento desta com relação às suas variáveis eletromagnéticas e ao fluxo de energia, bem como, possibilita uma melhor compreensão da própria teoria, suas definições básicas e método matemático que utiliza.

No capítulo 1, apresenta-se a representação vetorial das grandezas elétricas, para operação em regime senoidal e não-senoidal, definindo-se os vetores espaciais instantâneos que são utilizados pela Potência Complexa Instantânea. Fechando este capítulo apresentam-se os conceitos e propriedades da Potência Complexa Instantânea.

No capítulo 2, fazem-se considerações sobre o funcionamento dos motores de indução, destacando-se os efeitos causados durante a partida às condições de operação do barramento no qual encontra-se ligado o motor.

No capítulo 3, Modela-se o motor de indução utilizando-se as equações de tensão para o estator e para o motor e a equação de torque, a partir da definição das equações, originalmente escritas para o sistema trifásico convencional, faz-se a transformação destas para o sistema equivalente bifásico ( $\alpha$ - $\beta$ ). Para finalizar a modelagem escreve-se todas as equações em função do fluxo magnético concatenado.

No capítulo 4, representam-se as equações definidas na capítulo anterior na forma de equações de estado.

No capítulo 5, realiza-se um detalhamento da simulação digital, apresentando-se o “software” utilizado o “MATLAB with SIMULINK”, o modelo construído para simulação e os demais blocos auxiliares construídos para auxiliar na simulação das diversas condições de partida.



No capítulo 6, aplicam-se os novos conceitos de potência elétrica à análise do transitório de partida direta do motor de indução, estudando-se o fluxo de potência durante a partida direta.

No capítulo 7, simula-se a condição de partida direta de um motor de indução porém alia-se a esta forma de partida um banco de capacitores em derivação, realizando-se então novas análises quanto ao fluxo de potência na máquina.

No capítulo 8, implementa-se a reversão de velocidade na simulação, analisando-se o fluxo de potência durante a prática desta.





# 1. A Potência Complexa Instantânea - Teoria e Propriedades

## 1.1. Introdução

Este capítulo trata de conceitos recentes da teoria de circuitos elétricos, envolvendo a potência complexa. A interpretação dos significados físicos das potências ativas e reativas durante transitórios eletromagnéticos, assim como o da potência aparente vem sendo o objetivo de diversos pesquisadores, entre estes, Emanuel [13] e Filipski [14], na busca de uma definição ideal para estas grandezas. Desta forma, neste trabalho, analisa-se o fluxo de potência elétrica, considerando-se a maneira como ocorre a troca de energia entre os elementos armazenadores internos do sistema elétrico e a troca de energia entre estes e o meio externo, como ilustra-se na figura 1.1.

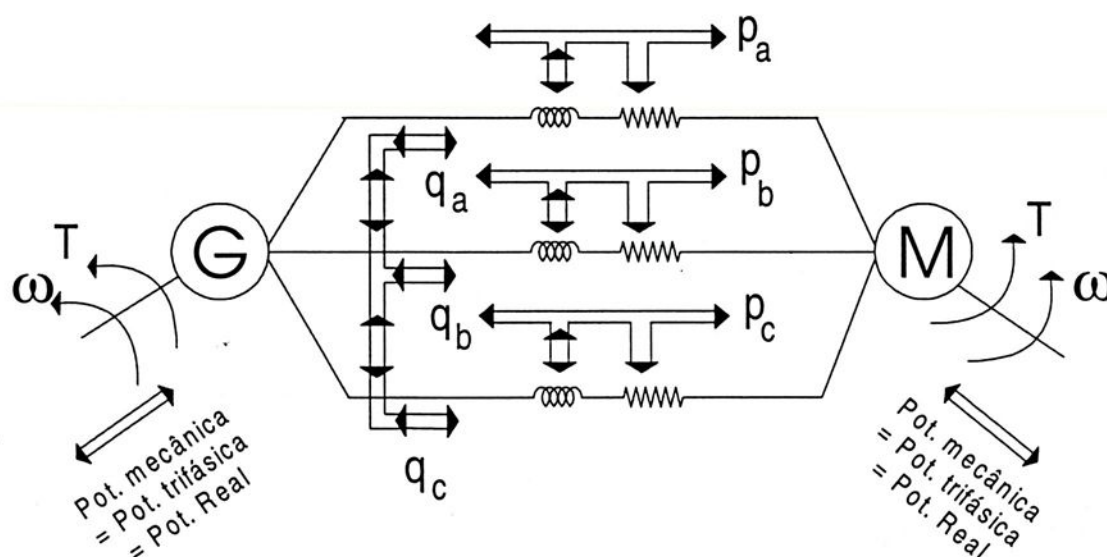


Figura 1.1 – Representação esquemática do fluxo de potência ativa e reativa num sistema eletromecânico em regime permanente não-senoidal ou transitório.

Tendo em vista que novos conceitos de potência estão sendo considerados, esta representação esquemática ilustra o fluxo de potência ativa e reativa da forma como vem sendo conceituados por Akagi, Watanabe e Milanecz.

As quais são definidas da seguinte forma:

Potência ativa: é a taxa de energia transferida entre o sistema elétrico e o meio externo na forma de calor ou trabalho.

Potência reativa: é a taxa de energia transferida entre os elementos armazenadores de energia internos do sistema elétrico.

As potências ativas instantâneas ( $p_a$ ,  $p_b$  e  $p_c$ ) são bidirecionais, inclusive nos elementos armazenadores de energia.

As potências reativas instantâneas ( $q_a$ ,  $q_b$  e  $q_c$ ) são bidirecionais nos elementos armazenadores de energia.

Objetivando-se uma melhor conceituação dos vetores espaciais instantâneos, a ser apresentada na seção 1.3, apresenta-se a seguir, um breve resumo sobre a representação convencional das grandezas elétricas em circuitos operando em regime permanente senoidal.

## 1.2. Representação vetorial de tensões e correntes em circuitos de corrente alternada em regime permanente senoidal

Considerem-se os vetores girantes convencionais utilizados na representação de tensão e corrente em circuitos monofásicos em regime permanente senoidal, na forma exponencial complexa e como funções do tempo.

Fixando um sistema de coordenadas  $\alpha$ - $\beta$  no plano complexo, podem ser definidos desta forma os vetores girantes convencionais de tensão e corrente respectivamente como:

$$\tilde{V} = \dot{V} e^{j\omega t} \quad (1.1)$$

$$\tilde{I} = \dot{I} e^{j\omega t} \quad (1.2)$$

Estes vetores possuem amplitudes e velocidades angulares constantes.

As expressões a seguir determinam suas projeções no eixo real e fornecem as respectivas funções cossenoidais do tempo, que representam as variações dos seus valores instantâneos.



$$v = V \cos (\omega t + \alpha_V) \quad (1.3)$$

$$i = I \cos (\omega t + \alpha_I) \quad (1.4)$$

As amplitudes complexas são denominadas fasores (usualmente são tomadas como o valor eficaz multiplicado por  $\sqrt{2}$  ).

$$\dot{V} = V e^{j\alpha_V} \quad (1.5)$$

$$\dot{I} = I e^{j\alpha_I} \quad (1.6)$$

Uma das aplicações de fasores na análise de circuitos elétricos em corrente alternada, é de possibilitar a transformação das equações de tensão e corrente em equações algébricas , funções da frequência angular  $\omega$ .

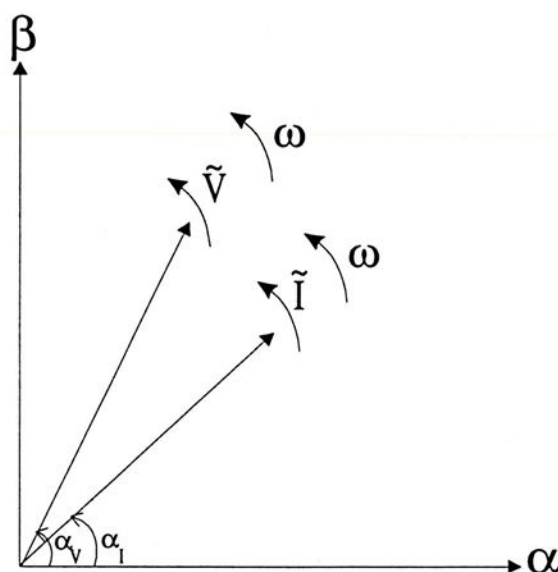


Figura 1.2 - Representação no plano  $\alpha$ - $\beta$ , dos vetores temporais,  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$  , para circuitos em regime permanente senoidal

### 1.3. Representação vetorial de tensões e correntes em circuitos de corrente alternada em regime permanente não-senoidal e transitórios

A utilização de vetores espaciais instantâneos data aproximadamente de 30 anos, estes vetores são utilizados na análise de máquinas elétricas representando grandezas





como tensão, corrente e fluxo magnético concatenado, e recebem a denominação de vetores espaciais por serem definidos num plano complexo coincidente com um plano geométrico perpendicular ao eixo destas. Estes vetores representativos de tensão, corrente e fluxo magnético, são generalizados para circuitos operando em quaisquer regime, considerando-se suas amplitudes e velocidades angulares, como variáveis funções do tempo. Serão designados em todo o trabalho como vetores espaciais instantâneos, ou simplesmente vetores espaciais.

Pode-se representar no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$  os vetores espaciais instantâneos de tensão e corrente na forma polar, como:

$$\tilde{V} = V e^{j\phi_V} \quad (1.7)$$

$$\tilde{I} = I e^{j\phi_I} \quad (1.8)$$

Sendo suas velocidades angulares dadas respectivamente pelas expressões:

$$\omega_V = \frac{d}{dt} \phi_V \quad (1.9)$$

$$\omega_I = \frac{d}{dt} \phi_I \quad (1.10)$$

Suas representações na forma cartesiana, será a seguinte:

$$\tilde{V} = V_\alpha + jV_\beta \quad (1.11)$$

$$\tilde{I} = I_\alpha + jI_\beta \quad (1.12)$$

Os valores instantâneos de tensão e corrente obtém-se pela projeção dos vetores espaciais instantâneos (1.11) e (1.12) no eixo real:

$$v = \text{Re al } \{ \tilde{V} \} \quad (1.13)$$

$$i = \text{Real } \{ \tilde{I} \} \quad (1.14)$$

Esta abordagem possibilitará a análise das potências desenvolvidas no processo transitório das máquinas elétricas, estudando-se o modelo matemático da máquina.



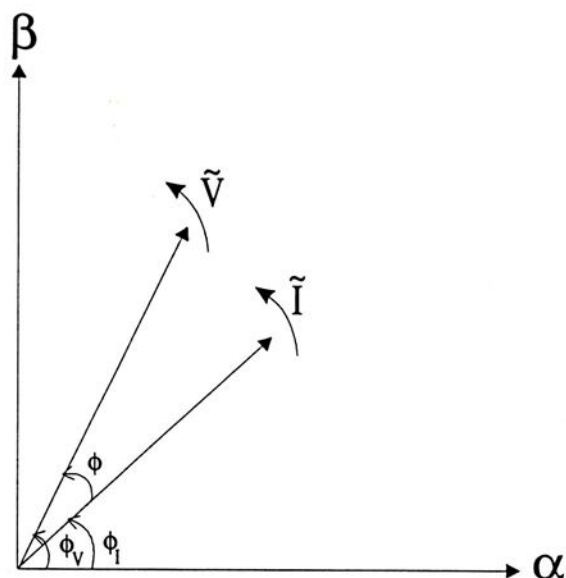


Figura 1.3 - Representação no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$ , dos vetores instantâneos  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$ .

Os vetores espaciais instantâneos acima representados, são definidos na análise do comportamento transitório das máquinas elétricas trifásicas pela transformação linear a seguir, realizada no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$ , fazendo-se coincidir o eixo real “ $\alpha$ ” com o eixo da fase “a” do sistema trifásico:

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Usualmente esta transformação é apresentada na forma vetorial:

$$\tilde{V} = \frac{2}{3} (v_a + a v_b + a^2 v_c) \quad (1.16)$$

Sendo o operador “a” o vetor unitário.

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (1.17)$$

Na teoria de circuitos elétricos em regime permanente senoidal, emprega-se funções complexas, cujas projeções sobre os eixos das fases representam a magnitude da fase. Por analogia, no período transitório, esta transformação, embora não invariante em potência tem a propriedade de que as projeções dos vetores espaciais instantâneos nos eixos dos enrolamentos das máquinas trifásicas, são os respectivos valores instantâneos das grandezas que estes representam, como será demonstrado abaixo.

Considere o vetor espacial de corrente  $\tilde{I}$  :

$$\tilde{I} = \frac{2}{3} (i_a + ai_b + a^2 i_c) \quad (1.18)$$

Seja  $\tilde{K}$  uma referência para a projeção do vetor espacial  $\tilde{I}$ , de direção arbitrária.

$$\tilde{K} = e^{j\phi_k} \quad (1.19)$$

Logo a projeção do vetor  $\tilde{I}$  na direção  $\tilde{K}$ , utilizando-se a fórmula de Euler, é dada por:

$$\text{Re al} \{ \tilde{I} \tilde{K}^* \} = \frac{(\tilde{I} \tilde{K}^* + \tilde{I}^* \tilde{K})}{2} = I \cos(\phi_I - \phi_k) \quad (1.20)$$

Portanto, a projeção de  $\tilde{I}$ , por exemplo, na direção do eixo da fase b, ou seja,  $i_b$ , direção dada pelo conjugado do operador "a", termo definido na expressão (1.17) e adotando o eixo  $\alpha$  do plano complexo coincidir com o eixo do enrolamento da fase a, obtém-se a seguinte forma:

$$i_b = \text{Re al} \{ \tilde{I} a^* \} = \text{Re al} \left\{ \frac{2}{3} (i_a + ai_b + a^2 i_c) a^2 \right\} \quad (1.21)$$

ou



$$i_b = \frac{2}{3} [i_a \operatorname{Re al}\{a^2\} + i_b + i_c \operatorname{Re al}\{a\}] \quad (1.22)$$

sendo

$$\begin{aligned} a^* &= a^2 \\ aa^2 &= 1 \\ \operatorname{Re al}\{a^2\} &= \operatorname{Re al}\{a\} = -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (1.23)$$

O conjugado do operador “a” é multiplicado ao vetor  $\tilde{I}$  na expressão (1.21) para que a projeção do vetor no eixo real do plano complexo definido e estacionário represente o valor da corrente no enrolamento da fase b no instante.

Considerando-se a ausência do condutor neutro, pode-se afirmar que:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (1.24)$$

Desta forma verifica-se que a equação (1.22) é uma identidade.

#### 1.4. Definições e propriedades da potência complexa instantânea

A partir das expressões de potência definidas por Torrens [12], para o caso monofásico e em regime permanente senoidal, utilizando-se a álgebra exponencial complexa, aplicando-se as representações de tensão e corrente da sessão anterior para circuitos em qualquer regime de operação e observando que estas são funções complexas do tempo (pois as amplitudes e velocidades dos vetores de tensão e corrente são variáveis funções do tempo), Milanez [2] definiu a Potência Complexa Instantânea para circuitos trifásicos sem o condutor neutro, em qualquer regime de operação, da seguinte forma:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \tilde{V} \tilde{I}^* \quad (1.25)$$



Definindo-se, também, a potência real como a parte real de  $\tilde{S}$  e a potência imaginária, a parte imaginária de  $\tilde{S}$ , ou seja:

$$P = \text{Real}\{\tilde{S}\} \quad (1.26)$$

$$Q = \text{Imag}\{\tilde{S}\} \quad (1.27)$$

Portanto pode-se escrever a potência complexa instantânea na forma cartesiana.

$$\tilde{S} = P + jQ \quad (1.28)$$

Ao módulo de  $\tilde{S}$ , dar-se-á a denominação de potência aparente instantânea, cujo significado físico será conceituado neste trabalho.

Desta forma, utilizando-se a expressão geral da potência complexa instantânea, substituindo (1.11) e (1.12) na expressão em (1.25), obtendo-se a seguinte expressão:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} (V_{\alpha} + jV_{\beta}) \cdot (I_{\alpha} - jI_{\beta}) \quad (1.29)$$

$$\text{sendo } I^* = I_{\alpha} - jI_{\beta} \quad (1.30)$$

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \left[ (V_{\alpha}I_{\alpha} + V_{\beta}I_{\beta}) + j(V_{\beta}I_{\alpha} - V_{\alpha}I_{\beta}) \right] \quad (1.31)$$

A potência real pode ser obtida através da parte real da expressão (1.31):

$$P = \text{Real}\{\tilde{S}\} = \frac{3}{2} (V_{\alpha}I_{\alpha} + V_{\beta}I_{\beta}) \quad (1.32)$$



que desenvolvida, fornece a seguinte expressão em termos de variáveis trifásicas instantâneas:

$$P = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (1.33)$$

A potência imaginária pode ser obtida pela parte imaginária da expressão (1.31):

$$Q = \text{Im ag}\{\tilde{S}\} = \frac{3}{2}(V_\beta I_\alpha - V_\alpha I_\beta) \quad (1.34)$$

ou, utilizando-se as variáveis trifásicas instantâneas:

$$Q = \sqrt{3}(v_b i_a - v_a i_b) \quad (1.35)$$

É importante considerar-se a definição do fator de potência instantâneo, propiciado pela definição da potência complexa instantânea e pelas definições das potências real e aparente instantâneas:

$$\text{FPI} = \frac{P}{S} \quad (1.36)$$

Pode-se verificar que :

$$\text{FPI} = \cos \phi \quad (1.37)$$

sendo  $\phi$  o ângulo entre os vetores tensão e corrente.

Uma das vantagens da utilização dos vetores espaciais instantâneos é a sua representação geométrica no plano complexo que possibilita a obtenção de relações trigonométricas para as potências, semelhantes àsquelas obtidas com os fasores que representam grandezas senoidais. Desta forma verifica-se que os resultados obtidos através da expressão (1.32) e (1.34) podem ser obtidos também, pelas expressões:





$$P = \frac{3}{2} VI \cos \phi \quad (1.38)$$

$$Q = \frac{3}{2} VI \sin \phi \quad (1.39)$$

Onde  $V$  e  $I$  são as amplitudes dos vetores espaciais instantâneos  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$ , e  $\phi$  o ângulo formado por estes dois vetores, que variam continuamente no tempo durante transitórios e períodos não senoidais.

Em regime permanente senoidal, como  $d\phi/dt$ ,  $V$  e  $I$  são constantes, as potência real e imaginária se equívalem às potências ativa e reativa convencionais, afirmação válida também para o fator de potência instantâneo e o fator de potência convencional.

#### 1.5. As potências reativas instantâneas de Akagi e suas representações propostas por Milanez

Segundo Akagi [3], podem-se obter as potências ativa instantânea e reativa instantânea através de outra abordagem. Esta abordagem torna-se diferente pelo fato de não utilizar a representação vetorial no plano complexo e sim uma abordagem matemática que tem conduzido à uma análise baseada em relações trigonométricas. Em termos de variáveis trifásicas e  $\alpha$ - $\beta$ , as definições de potência de Akagi e Milanez são iguais.

A relação proposta por Milanez [5] é uma transformação das variáveis convencionais trifásicas para bifásicas definidas no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$  dado pela expressão (1.15).

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

A constante  $2/3$  possibilita a recuperação das variáveis trifásicas pela projeção do vetor nos eixos dos enrolamentos das fases  $a$ ,  $b$  e  $c$ , conforme já demonstrado. Porém conduz à uma transformação variante em potência.

Akagi [3], também se utiliza da transformação das variáveis trifásicas convencionais para o plano bifásico definido  $\alpha$ - $\beta$ , porém a constante que multiplica a matriz transformação (1.15) é diferente da adotada por Milanez como pode ser visto a seguir.

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha}' \\ V_{\beta}' \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

Com a utilização desta constante Akagi obteve uma transformação invariante em potência.

Desta maneira, verifica-se que o vetor espacial de tensão, definido em (1.40), tem relação direta ao vetor de tensão definido pela expressão (1.15), e que pode-se obter uma transformação invariante em potência a partir da relação:

$$\tilde{V} = \sqrt{\frac{3}{2}} \tilde{V}' \quad (1.41)$$

A seguir são apresentadas as expressões de potência e definições de Akagi. O autor abandona o tratamento vetorial passando a trabalhar com as grandezas na forma escalar, representadas num plano bifásico real, também denominado  $\alpha$ - $\beta$ , o que dificulta as interpretações dos significados físicos. As expressões propostas por Akagi para obterem-se as parcelas das potências ativa e reativa para cada eixo do plano real são:

As parcelas da potência ativa:

$$P_{\alpha}' = \frac{v_{\alpha}^2}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} P' \quad (1.42)$$

$$P_{\beta}' = \frac{v_{\beta}^2}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} P' \quad (1.43)$$

As parcelas da potência reativa são:



$$Q'_\alpha = \frac{-\dot{v}_\alpha \dot{v}_\beta}{\dot{v}_\alpha + \dot{v}_\beta} Q' \quad (1.44)$$

$$Q'_\beta = \frac{\dot{v}_\alpha \dot{v}_\beta}{\dot{v}_\alpha + \dot{v}_\beta} Q' \quad (1.45)$$

Considere a figura (1.4) a seguir, apresentada por Milanez, onde decompõe-se o vetor espacial complexo de corrente em suas componentes em fase e em quadratura com o vetor tensão, que será importante para compreender as expressões propostas pelo autor.

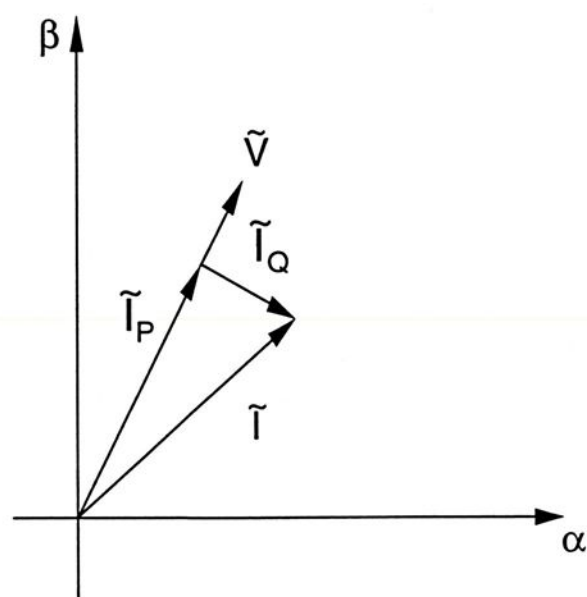


Figura 1.4 - Decomposição do vetor espacial instantâneo representativo de corrente  $\tilde{I}$  em relação às suas componentes de fase e quadratura no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$ .

Milanez constata que a potência reativa instantânea  $P_Q$  definida por Akagi pode ser obtida da expressão vetorial:

$$P_Q = \text{Re al}\{\tilde{V} \cdot \tilde{I}_Q^*\} = 0 \quad (1.46)$$

$\tilde{I}_Q$  é a componente de  $\tilde{I}$  em quadratura com  $\tilde{V}$ .

Esta potência  $P_Q$  pode ser decomposta em duas componentes,



$$P_Q = Q_\alpha + Q_\beta = 0 \quad (1.47)$$

sendo:

$Q_\alpha$  é a potência reativa instantânea da fase  $\alpha$

$Q_\beta$  é a potência reativa instantânea da fase  $\beta$

Assim como Akagi, pode-se calcular separadamente estas parcelas, destaca-se o fato de Milanez utilizar-se de grandezas na forma vetorial complexa, e desta forma as expressões para obterem-se as potências reativas para cada eixo do plano complexo são:

$$Q_\alpha = \frac{-v_\alpha v_\beta}{-v_\alpha^2 - v_\beta^2} Q \quad (1.48)$$

$$Q_\beta = \frac{v_\alpha v_\beta}{-v_\alpha^2 - v_\beta^2} Q \quad (1.49)$$

As potências reativas instantâneas das fases  $\alpha$  e  $\beta$  são iguais e de sinais contrários e estão relacionadas com a troca de energia entre os elementos armazenadores de energia internos ao sistema elétrico e desta forma a potência imaginária (1.27), corresponde ao envelope da potência reativa instantânea de uma das fases, que por sua vez é igual a potência reativa oriunda da teoria clássica de circuitos elétricos, em regime permanente senoidal.

Estes fatos nos leva a concluir que sendo a expressão (1.46) nula, a potência imaginária  $Q$ , obtida em (1.27) corresponde a amplitude máxima instantânea, de uma das parcelas que compõe a expressão (1.47).

Por sua vez a potência ativa instantânea poderá ser obtida pela expressão:

$$P_P = \text{Real}\{\tilde{V} \cdot \tilde{I}_P^*\} \quad (1.50)$$

$\tilde{I}_P$  é a componente de  $\tilde{I}$  em fase com  $\tilde{V}$ .

Esta potência  $P_P$ , assim como a potência reativa instantânea, pode ser decomposta em duas componentes, como mostra a expressão a seguir:

$$P_P = P_\alpha + P_\beta \quad (1.51)$$

sendo:

$P_\alpha$  é a potência ativa instantânea da fase  $\alpha$

$P_\beta$  é a potência ativa instantânea da fase  $\beta$

Novamente, determinam-se expressões para calcular separadamente cada parcela da potência ativa instantânea, assim como proposto por Akagi:

$$P_\alpha = \frac{-v_\alpha^2}{-v_\alpha^2 - v_\beta^2} P \quad (1.52)$$

$$P_\beta = \frac{-v_\beta^2}{-v_\alpha^2 - v_\beta^2} P \quad (1.53)$$

Desta forma a potência ativa instantânea pode ser obtida pela soma das parcelas (1.52) e (1.53), que assim como, no sistema trifásico convencional, a observação da forma de onda de potência ativa instantânea de uma das fases, revela um comportamento senoidal com o dobro da frequência angular (em regime permanente senoidal), porém a composição das ondas de potência das fases do sistema em questão, gera a forma de onda equivalente, estabiliza em um valor constante após entrar em regime.

Sendo assim pode-se dizer ainda, que as potências ativas desenvolvidas nos elementos armazenadores de energia são fornecidas pela fonte externa. Vinculadas desta forma unicamente ao fato da realização de trabalho.



## 2. Generalidades do Motor de Indução Trifásico e Características Relevantes ao Trabalho

### 2.1. Introdução

O motor de indução tipo gaiola de esquilo, é largamente utilizado nas diversas atividades que requerem a utilização da força motor e simplicidade de operação. Neste capítulo o princípio de funcionamento, particularidades e características de operação serão revisadas para dar suporte ao trabalho a ser realizado, pois será na análise do fluxo de potência no transitório de partida do motor de indução que destacaremos as particularidades da potência complexa instantânea.

### 2.2. Generalidades e campo de aplicação do motor de indução

A maioria dos motores elétricos, empregados na indústria, são do tipo assíncrono, também chamado de motores de indução. A grande procura destes motores deve-se ao fato de os mesmos possuírem importantes qualidades, tais como: construção simples, custo reduzido, vida útil longa, facilidade de manobra e de manutenção.

O motor de indução é uma máquina elétrica funcionando sob corrente alternada, no qual só o enrolamento primário (estator) é alimentado pela rede elétrica, com frequência síncrona  $\omega_s$ , por sua vez o enrolamento secundário (rotor) é construído de maneira tal que seus enrolamentos são ligados em curto-circuito. As correntes no rotor aparecem como resultado da indução eletromagnética, sua frequência  $\omega_r$  é função da velocidade do motor  $\Omega_r$ , a qual depende por sua vez do momento aplicado ao eixo da máquina.

Uma das grandes vantagens do motor assíncrono, quando comparado com o motor síncrono se deve ao fato de poder partir sozinho, mesmo com carga aplicada ao eixo. O funcionamento do motor de indução baseia-se nas propriedades possuídas pelos campos magnéticos produzidos por sistemas polifásicos.





Este tipo de máquina apesar de ser simples e robusto, apresenta um sério inconveniente no momento da partida, pois ao energizar-se o motor, o estator produz instantaneamente, o campo rotativo cujas linhas de força, encontrando o rotor parado, provocam nas barras dos mesmos variações de fluxo com velocidade igual a do campo rotativo. Sendo elevada esta velocidade, geram-se f.e.m. induzidas com valores capazes de produzir, nas barras ligadas em curto-circuito, correntes induzidas de elevada intensidade.

Estas correntes induzidas, por efeito de reação, fazem com que o circuito estatórico absorva da linha de alimentação correntes com elevada intensidade, ocasionando uma brusca queda de tensão no barramento em que se encontra ligado o motor.

### 2.3. Efeito da partida de motores nas condições de operação dos barramentos

Os transitórios ocorridos durante a partida dos motores são processos típicos que afetam as condições de operação dos barramentos. Grandes motores, especialmente motores de indução com rotor tipo gaiola de esquilo caracterizados pela alta corrente de partida. No entanto, sua condição de partida afeta apreciavelmente a condição de operação do sistema elétrico como um todo.

Religamento automático e chaveamento sobre a fonte geradora causam processo transitório o qual requer consideração especial. No instante em que motores e outros equipamentos são conectados simultaneamente à fonte, uma corrente muito maior do que a normal começa a circular pelo barramento em questão. Como resultado a tensão do sistema diminui e conseqüentemente o torque dos motores conectados próximos, operando sob condições anormais serão reduzidos.

Atualmente, grandes cargas são freqüentemente conectadas ao sistema elétrico causando repentinos distúrbios de corrente, isto inclui por exemplo, equipamentos de tração elétrica que provocam não-periódicos, mas regulares mudanças de carga, associado a distúrbios na tensão e na corrente do sistema elétrico. Ainda pior, quando periódico, os distúrbios causados durante a operação de motores, por exemplo que movimentam esteiras rolantes, ou outro tipo de carga similar que trabalhe com periódicas mudanças de torque.



### 2.4. A partida de motores de indução

A partida é o processo de variação de rotação do motor e os outros mecanismos envolvidos do repouso até a velocidade nominal.

Na escolha de um motor ou um acionamento, deve-se observar se o dado motor é capaz de acionar a carga prevista, da condição inicial ( $\omega_r = 0$ ) até rotação nominal. Para isto é necessário:

Determinar o tempo de partida do motor.

Determinar o tempo máximo suportável rotor bloqueado para a partida.

Verificar se o motor possui uma partida suave.

Determinar o aquecimento do motor durante a partida.

Determinar a aceleração da máquina durante a partida.

As verificações acima são realizadas quando o acionamento é projetado. No entanto, é importante que sejam considerados alguns destes itens quando analisa-se o processo transitório elétrico nos barramentos, onde a atenção está concentrada nos problemas do sistema, o qual inclui a determinação da corrente de partida dos motores e a estimativa dos efeitos sobre o sistema.

Altas correntes podem causar uma queda de tensão, afetando adversamente outros motores e cargas, resultando em perda de aceleração com relação à nominal com tensão constante. Sob estas condições é necessário determinar o tempo de partida do motor e como a corrente de partida varia com o tempo. Por causa da queda de tensão no barramento o torque do motor poderá tornar-se menor ou ligeiramente maior do que o torque de resistente da carga, desta forma a aceleração deste motor poderá ser tanto impossível como lenta.

Durante a partida, o motor deve desenvolver um torque eletromagnético capaz de vencer a resistência imposta ao eixo pela carga e para conseguir fornecer a massa girante a energia cinética necessária. Desta forma o motor absorve uma grande quantidade de energia e conseqüentemente a corrente de partida aumenta nos motores de indução tipo gaiola de esquilo, esta corrente pode ser de 5 a 8 vezes maior do que a corrente nominal.



Na literatura faz-se usualmente referência ao baixo fator de potência na partida, embora, a rigor esta grandeza não é definida na teoria clássica de circuitos elétricos em operação transitória.

Tendo em vista as características desta máquina, sua importância econômica e os efeitos que provocam no sistema nos sistemas elétricos de potência, o seu estudo em termos do fluxo de energia durante transitórios, proporcionará um aprofundamento dos novos conceitos de potência, bem como dos fenômenos eletromagnéticos presentes, que devem ser considerados no seu dimensionamento e na sua especificação.





### 3. Equações Utilizadas na Modelagem do Motor de Indução Trifásico Utilizando-se a Álgebra Vetorial

#### 3.1. Introdução

Na modelagem do motor de indução trifásico serão utilizadas as equações de tensão do estator e do rotor e também a equação de torque da máquina.

As equações serão escritas em termos dos vetores espaciais instantâneos servindo como ferramenta básica do trabalho de pesquisa. Consideram-se as seguintes hipóteses:

- 1) Indutâncias de dispersão lineares.
- 2) Desprezadas as perdas no ferro.
- 3) Resistências dos enrolamentos constantes.
- 4) Saturação magnética do campo principal.
- 5) Desprezada a saturação das reatâncias de dispersão.

Sendo o objetivo desta análise a máquina operando durante transitórios eletromecânicos, as perdas no ferro, comparadas com as perdas no cobre são desprezíveis.

#### 3.2. Equações gerais de tensão para o motor de indução

Seja um motor de indução trifásico com rotor liso “gaiola de esquilo” e de “n” pólos, as equações de tensão do estator e do rotor [21] são dadas por:

equações do estator:

$$v_{sa} = R_{sa} \cdot i_{sa} + \frac{d}{dt} \Psi_{sa} \quad (3.1)$$

$$v_{sb} = R_{sb} \cdot i_{sb} + \frac{d}{dt} \Psi_{sb} \quad (3.2)$$

$$v_{sc} = R_{sc} \cdot i_{sc} + \frac{d}{dt} \Psi_{sc} \quad (3.3)$$

equações do rotor:

$$v_{rA} = R_{rA} \cdot i_{rA} + \frac{d}{dt} \Psi_{rA} \quad (3.4)$$

$$v_{rB} = R_{rB} \cdot i_{rB} + \frac{d}{dt} \Psi_{rB} \quad (3.5)$$

$$v_{rC} = R_{rC} \cdot i_{rC} + \frac{d}{dt} \Psi_{rC} \quad (3.6)$$

O fluxo concatenado  $\Psi$  dado para as fases a, b e c do estator e para as fases A, B e C do rotor possuem expressões semelhantes, logo podemos escrever o fluxo concatenado dado para a fase A do estator como sendo:

$$\Psi_{sa} = L_{aa} \cdot i_{sa} + L_{ab} \cdot i_{sb} + L_{ac} \cdot i_{sc} + L_{aA} \cdot i_{rA} + L_{aB} \cdot i_{rB} + L_{aC} \cdot i_{rC} \quad (3.7)$$

### 3.3. Transformação das equações definidas para o sistema trifásico para um sistema equivalente bifásico ( $\alpha$ - $\beta$ ) em termos de vetores espaciais instantâneos

Para escrever-se as equações do estator, dadas no sistema trifásico para o sistema bifásico ( $\alpha$ - $\beta$ ), em termos de vetores espaciais instantâneos deve-se realizar uma transformação multiplicando a equação (3.1) por  $2/3$ , a equação (3.2) por  $2a/3$ , a equação (3.3) por  $2a^2/3$  e somá-las membro a membro.

Sendo assim, tomando como base a transformação vista em (1.15), a equação resultante para o estator referida ao plano bifásico ( $\alpha$ - $\beta$ ) fixo no estator (sistema de coordenadas estacionário), tomando-se o eixo  $\alpha$  coincidente com o eixo da fase a:

$$\tilde{V}_s = R_s \cdot \tilde{I}_s + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_s \quad (3.8)$$

A equação de tensão do rotor definido para o seu próprio plano complexo (d,q) é semelhante à equação (3.8):



$$\tilde{V}_r = R_r \cdot \tilde{I}_r + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r \quad (3.9)$$

Porém a equação de tensão do rotor deve sofrer uma transformação em relação ao plano  $(\alpha-\beta)$ , pois o seu plano próprio  $(d,q)$  não está estacionário em relação ao plano  $(\alpha-\beta)$ . Sem esta transformação as equações de tensão do estator e do rotor não poderiam trabalhadas de uma forma conjunta.

Em resumo devemos escrever as funções complexas de tensão, corrente e fluxo concatenado do rotor expressas no sistema de coordenadas  $(\alpha-\beta)$ .

logo:

$$\tilde{V}_r = \tilde{V}_{r(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha} \quad (3.10)$$

$$\tilde{I}_r = \tilde{I}_{r(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha} \quad (3.11)$$

$$\tilde{\Psi}_r = \tilde{\Psi}_{r(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha} \quad (3.12)$$

onde  $\alpha = \alpha(t)$ , é o ângulo formado pelos eixos das fases do estator e do rotor.

fazendo as substituições na equação (3.9) chegamos a seguinte expressão:

$$\tilde{V}_{r(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha} = R_r \cdot \tilde{I}_{r(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha} + \frac{d}{dt} [\tilde{\Psi}_{r(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha}]$$

Sabendo-se que o ângulo  $\alpha$  varia no tempo, ao realizar-se a derivada da expressão acima, teremos:

$$\tilde{V}_{r(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha} = R_r \cdot \tilde{I}_{r(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha} + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_{r(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha} + \left[-j \frac{d}{dt} \alpha \cdot e^{-j\alpha}\right] \cdot \tilde{\Psi}_{r(\alpha,\beta)} \quad (3.13)$$

Considerando  $d\alpha/dt = \omega_r$ , que é a velocidade angular elétrica do rotor, e dividindo todos os termos da expressão (3.13) por  $e^{-j\alpha}$  obtém-se a equação de tensão para o rotor:



$$\tilde{V}_{r(\alpha,\beta)} = R_r \cdot \tilde{I}_{r(\alpha,\beta)} + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_{r(\alpha,\beta)} - j\omega_r \cdot \tilde{\Psi}_{r(\alpha,\beta)} \quad (3.14)$$

Para o estator a equação será simplesmente:

$$\tilde{V}_{s(\alpha,\beta)} = R_s \cdot \tilde{I}_{s(\alpha,\beta)} + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_{s(\alpha,\beta)} \quad (3.15)$$

### 3.4. Equações de tensão obtidas para o rotor e para o estator em relação as componentes do fluxo concatenado $\Psi$

Para a seqüência do trabalho apresentam-se algumas expressões que relacionam as grandezas corrente e fluxo concatenado

$$\tilde{I}_s = \frac{(\tilde{\Psi}_s - K_2 \tilde{\Psi}_r)}{L'_s} \quad (3.16)$$

$$\tilde{I}_r = \frac{(\tilde{\Psi}_r - K_1 \tilde{\Psi}_s)}{L'_r} \quad (3.17)$$

Nas expressões (3.16) e (3.17) os termos  $K_1$  e  $K_2$  são respectivamente fator de acoplamento do estator e do rotor e os termos  $L'_s$  e  $L'_r$  são respectivamente indutância transitória do estator e do rotor.

$$\tilde{\Psi}_s = (L_s \cdot \tilde{I}_s + L_{sr} \cdot \tilde{I}_r) \quad (3.18)$$

$$\tilde{\Psi}_r = (L_r \cdot \tilde{I}_r + L_{sr} \cdot \tilde{I}_s) \quad (3.19)$$

Nas expressões (3.18) e (3.19) os termos  $L_s$  e  $L_r$  são respectivamente indutância do estator e do rotor e o termo  $L_{sr}$  é a indutância mutua da máquina.



### 3.4.1. Equação de tensão do estator em relação as componentes de fluxo concatenado.

Substituindo a equação (3.16) em (3.8):

$$\begin{aligned}\tilde{V}_s &= R_s \cdot \frac{(\tilde{\Psi}_s - K_2 \tilde{\Psi}_r)}{L'_s} + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_s \\ \tilde{V}_s &= \frac{R_s}{L'_s} \tilde{\Psi}_s - \frac{R_s \cdot K_2}{L'_s} \tilde{\Psi}_r + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_s \\ \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_s &= -\frac{R_s}{L'_s} \tilde{\Psi}_s + \frac{R_s \cdot K_2}{L'_s} \tilde{\Psi}_r + \tilde{V}_s\end{aligned}\quad (3.20)$$

### 3.4.2. Equação de tensão do rotor em relação as componentes de fluxo concatenado.

Substituindo a equação (3.17) em (3.13):

$$\begin{aligned}\tilde{V}_r &= R_r \cdot \frac{(\tilde{\Psi}_r - K_1 \tilde{\Psi}_s)}{L'_r} + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r - j\omega_r \cdot \tilde{\Psi}_r \\ \tilde{V}_r &= \frac{R_r}{L'_r} \tilde{\Psi}_r - \frac{R_r \cdot K_1}{L'_r} \tilde{\Psi}_s + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r - j\omega_r \cdot \tilde{\Psi}_r \\ \tilde{V}_r &= -\frac{R_r \cdot K_1}{L'_r} \tilde{\Psi}_s + \left( \frac{R_r}{L'_r} - j\omega_r \right) \tilde{\Psi}_r + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r\end{aligned}\quad (3.21)$$

Como no motor de indução tipo gaiola de esquilo o rotor é curto-circuitado, a tensão no circuito do rotor é zero, logo:

$$\tilde{V}_r = 0$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r = \frac{R_r \cdot K_1}{L'_r} \tilde{\Psi}_s + \left( -\frac{R_r}{L'_r} + j\omega_r \right) \tilde{\Psi}_r \quad (3.22)$$

### 3.5. Equação de torque para o motor de indução

Para fechar a lista de equações necessárias para modelar matematicamente o funcionamento do motor de indução em questão está a equação de torque da máquina [21], que tem como fórmula genérica :

$$T_{el} - T_{load} = J \frac{d}{dt} \Omega_r \quad (3.23)$$

onde:

$T_{el}$  : Torque eletromagnético desenvolvido no rotor

$T_{load}$  : Torque mecânico imposto ao eixo da máquina pela carga (incluso o torque resistente referente ao atrito entre as partes mecânicas).

$J$  : Momento de inércia da máquina.

$\Omega_r$  : velocidade angular mecânica do rotor.

Podemos ainda escrever a componente de torque eletromagnético desenvolvido no rotor  $T_{el}$  com relação aos vetores espaciais de corrente e fluxo concatenado.

$$T_{el} = \frac{3}{2} p_p \operatorname{Im}[\tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^*] \quad (3.24)$$

$$T_{el} = \frac{3}{2} p_p \frac{(\tilde{\Psi}_r^* \tilde{I}_r - \tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^*)}{2j} \quad (3.25)$$

onde:

$p_p$  = número de pares de pólos.





## 4. Representação das Equações Utilizadas na Modelagem do Motor de Indução Trifásico na Forma de Equações de Estado

### 4.1. Introdução

Na realização deste trabalho, a parte que envolve a simulação utilizará diversas ferramentas, entre elas a representação na forma de espaço estados nas equações diferenciais que compõem o modelo do motor de indução trifásico. Neste capítulo serão trabalhadas as equações escritas no capítulo anterior para serem representadas na forma de estado.

### 4.2. Equações de tensão para estator e para o rotor na forma de equações de estado

A partir da equação diferencial referente ao fluxo concatenado no estator (3.20) descrita no capítulo anterior, e escrita originalmente de maneira integral relacionando ao mesmo tempo as componentes dos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ , será necessário separar os termos em equações distintas agrupadas por eixo, determinando as variáveis de fluxo concatenado para o estator e para o rotor como sendo as variáveis de estado do sistema a ser construído.

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_s = -\frac{R_s}{L'_s} \tilde{\Psi}_s + \frac{R_s \cdot K_2}{L'_s} \tilde{\Psi}_r + \tilde{V}_s \quad (3.20)$$

Ao separa-se os termos da equação (3.18) teremos:

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_s = -\frac{R_s}{L'_s} (\Psi_{s\alpha} + j\Psi_{s\beta}) + \frac{R_s \cdot K_2}{L'_s} (\Psi_{r\alpha} + j\Psi_{r\beta}) + (V_{s\alpha} + jV_{s\beta})$$

Escrevendo as novas equações com relação aos distintos eixos, separando os termos referente a parte real da parte imaginária da equação, teremos:

$$\frac{d}{dt} \Psi_{s\alpha} = -\frac{R_s}{L'_s} \Psi_{s\alpha} + \frac{K_2 R_s}{L'_s} \Psi_{r\alpha} + V_{s\alpha} \quad (4.1)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_{s\beta} = -\frac{R_s}{L'_s} \Psi_{s\beta} + \frac{K_2 R_s}{L'_s} \Psi_{r\beta} + V_{s\beta} \quad (4.2)$$

Levando-se em consideração agora a equação (3.22) que descreve a variação do fluxo concatenado no rotor.

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r = \frac{R_r \cdot K_1}{L'_r} \tilde{\Psi}_s + \left( -\frac{R_r}{L'_r} + j\omega_r \right) \tilde{\Psi}_r \quad (3.22)$$

Separando seus termos da equação (3.22) em componentes relacionadas aos eixos distintos  $\alpha$  e  $\beta$ , teremos:

$$\frac{d}{dt} (\Psi_{r\alpha} + j\Psi_{r\beta}) = \frac{K_1 R_r}{L'_r} (\Psi_{r\alpha} + j\Psi_{r\beta}) + \left( -\frac{R_r}{L'_r} + j\omega_r \right) (\Psi_{r\alpha} + j\Psi_{r\beta})$$

$$\frac{d}{dt} (\Psi_{r\alpha} + j\Psi_{r\beta}) = \frac{K_1 R_r}{L'_r} (\Psi_{r\alpha} + j\Psi_{r\beta}) + \left( -\frac{R_r}{L'_r} + j\omega_r \right) \Psi_{r\alpha} + \left( -j\frac{R_r}{L'_r} - \omega_r \right) \Psi_{r\beta}$$

Desta forma será possível separar a equação em duas equações distintas isolando as componentes reais das imaginárias como mostram as equações (4.3) e (4.4).

$$\frac{d}{dt} \Psi_{r\alpha} = \frac{K_1 R_r}{L'_r} \Psi_{s\alpha} - \frac{R_r}{L'_r} \Psi_{r\alpha} - \omega_r \Psi_{r\beta} \quad (4.3)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_{r\beta} = \frac{K_1 R_r}{L'_r} \Psi_{s\beta} - \frac{R_r}{L'_r} \Psi_{r\beta} + \omega_r \Psi_{r\alpha} \quad (4.4)$$



### 4.3. Equação de torque na forma de equação de estado

A partir da equação (3.25) descrita no capítulo 3, iremos colocar a equação do torque para o motor de indução na forma de equação de estado.

$$T_{el} = \frac{3}{2} p_p \frac{(\tilde{\Psi}_r^* \tilde{I}_r - \tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^*)}{2j} \quad (3.25)$$

Substituindo a componente  $\tilde{I}_r$  da equação (3.25) pela expressão (3.17), para adequar a equação em termos das variáveis de fluxo concatenado, teremos:

$$\tilde{I}_r = \frac{(\tilde{\Psi}_r - K_l \tilde{\Psi}_s)}{L'_r} \quad (3.17)$$

$$T_{el} = \frac{3}{L'_r} p_p \frac{(\tilde{\Psi}_r^* (\tilde{\Psi}_r - K_l \tilde{\Psi}_s) - \tilde{\Psi}_r (\tilde{\Psi}_r^* - K_l \tilde{\Psi}_s^*))}{4j} \quad (4.5)$$

Resolvendo os produtos tem-se que:

$$T_{el} = \frac{3}{L'_r} p_p \frac{(\tilde{\Psi}_r^* \tilde{\Psi}_r - K_l \tilde{\Psi}_r^* \tilde{\Psi}_s - \tilde{\Psi}_r \tilde{\Psi}_r^* + K_l \tilde{\Psi}_r \tilde{\Psi}_s^*)}{4j} \quad (4.6)$$

Considerando-se que a componente originada pela interação do fluxo concatenado  $\tilde{\Psi}_r$  com o seu conjugado  $\tilde{\Psi}_r^*$  é nulo, teremos:

$$T_{el} = \frac{3}{L'_r} p_p \frac{(K_l \tilde{\Psi}_r \tilde{\Psi}_s^* - K_l \tilde{\Psi}_r^* \tilde{\Psi}_s)}{4j} \quad (4.7)$$

$$T_{el} = -\frac{3 K_l}{4 L'_r} p_p \frac{(\tilde{\Psi}_r^* \tilde{\Psi}_s - \tilde{\Psi}_r \tilde{\Psi}_s^*)}{j} \quad (4.8)$$

Separando-se o termo  $\left( \frac{(\tilde{\Psi}_r^* \tilde{\Psi}_s - \tilde{\Psi}_r \tilde{\Psi}_s^*)}{j} \right)$  da equação (4.8), em termos

das suas componentes reais e imaginárias, teremos:

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\Psi}_r^* \tilde{\Psi}_s - \tilde{\Psi}_r \tilde{\Psi}_s^*}{j} &= \frac{\left( (\Psi_{r\alpha} - j\Psi_{r\beta})(\Psi_{s\alpha} + j\Psi_{s\beta}) - (\Psi_{r\alpha} + j\Psi_{r\beta})(\Psi_{s\alpha} - j\Psi_{s\beta}) \right)}{j} = \\ &= \frac{(\Psi_{r\alpha} \Psi_{s\alpha} + j\Psi_{r\alpha} \Psi_{s\beta} - j\Psi_{r\beta} \Psi_{s\alpha} - \Psi_{r\beta} \Psi_{s\beta})}{j} \dots\dots \\ &\dots\dots \frac{(-\Psi_{r\alpha} \Psi_{s\alpha} + j\Psi_{r\alpha} \Psi_{s\beta} - j\Psi_{r\beta} \Psi_{s\alpha} + \Psi_{r\beta} \Psi_{s\beta})}{j} = \\ &= 2 (j\Psi_{r\alpha} \Psi_{s\beta} - j\Psi_{r\beta} \Psi_{s\alpha}) (-j) \\ &= 2 (\Psi_{r\alpha} \Psi_{s\beta} - \Psi_{r\beta} \Psi_{s\alpha}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Substituindo-se o termo  $\left( \frac{(\tilde{\Psi}_r^* \tilde{\Psi}_s - \tilde{\Psi}_r \tilde{\Psi}_s^*)}{j} \right)$  na equação (4.8) pela

expressão (4.9), tem-se que:

$$T_{el} = -\frac{3 K_l}{2 L'_r} p_p (\Psi_{r\alpha} \Psi_{s\beta} - \Psi_{r\beta} \Psi_{s\alpha}) \quad (4.10)$$

Retomando-se a equação (3.23), será trabalhada de maneira a ser colocada na representação de equação de estado, pois a velocidade angular elétrica do rotor  $\Omega_r$  será a última variável de estado do nosso modelo.



$$T_{el} - T_{load} = J \frac{d}{dt} \Omega_r \quad (3.23)$$

$$\frac{d}{dt} \Omega_r = \frac{T_{el}}{J} - \frac{T_{load}}{J} \quad (4.11)$$

Definindo-se uma nova constante  $K_3$  como sendo:

$$K_3 = -\frac{3 K_1}{2 L_r'} p_p$$

$$\dot{X} = AX + BU$$

Reagrupando as equações na forma matricial tem-se:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{s\alpha} \\ \Psi_{s\beta} \\ \Psi_{r\alpha} \\ \Psi_{r\beta} \\ \Omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s'} & 0 & \frac{K_2 \cdot R_s}{L_s'} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s'} & 0 & \frac{K_2 \cdot R_s}{L_s'} & 0 \\ \frac{K_1 \cdot R_r}{L_r'} & 0 & -\frac{R_r}{L_r'} & -p_p \Omega_r & 0 \\ 0 & -\frac{K_1 \cdot R_r}{L_r'} & p_p \Omega_r & -\frac{R_r}{L_r'} & 0 \\ \frac{3K_1}{2L_r' \cdot J} p_p \Psi_{r\beta} & 0 & -\frac{3K_1}{2L_r' \cdot J} p_p \Psi_{s\beta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{s\alpha} \\ \Psi_{s\beta} \\ \Psi_{r\alpha} \\ \Psi_{r\beta} \\ \Omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{T_{load}}{J} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

## 5. Detalhamento do Modelo do Motor de Indução Utilizado na Simulação

### 5.1. Introdução

Existem algumas considerações importantes na composição dos diversos blocos utilizados no modelo, que serão detalhadas neste capítulo, colocando ao alcance do leitor detalhes da elaboração do modelo do motor de indução a ser utilizado na simulação.

### 5.2. Considerações sobre os parâmetros da máquina de indução utilizados no modelo.

Todos os parâmetros utilizados em simulações foram obtidos em ensaios no laboratório de máquinas elétricas da faculdade de engenharia de Ilha Solteira, foi ensaiado um motor elétrico de indução trifásico com rotor tipo "gaiola de esquilo" sendo que seus dados construtivos relevantes e parâmetros obtido serão apresentados adiante.

Sabe-se que devido a característica do material magnético que compõe a máquina, os valores referente as indutâncias devem receber um tratamento matemático diferenciado para se adequar as equações matemáticas utilizadas no modelo. Nas equações do modelo matemático utilizado aparecem as seguintes indutâncias  $L_s$ ,  $L_r$ ,  $L_{sr}$ ,  $L'_s$  e  $L'_r$  que são respectivamente, indutâncias por fase do estator e do rotor, indutância mútua entre os enrolamentos do estator e do rotor e as indutâncias transitórias por fase dos enrolamentos do estator e do rotor, que por sua vez, são parâmetros não-lineares utilizados no modelo.

Desta forma definiremos as indutâncias envolvidas no modelo como sendo calculadas da seguinte forma:

$$L_s = L_{sr} + L_{s\sigma}, \text{ para o enrolamento do estator;}$$

$$L_r = L_{sr} + L_{r\sigma}, \text{ para o enrolamento do rotor;}$$



Sendo  $L_{s\sigma}$  e  $L_{r\sigma}$  as indutâncias de dispersão para os mesmos enrolamentos.

Agora, para definirmos as indutâncias  $L_{sr}$ ,  $L'_s$  e  $L'_r$  devemos fazer algumas considerações importantes. Sabe-se que a indutância mútua entre os enrolamentos do estator e do rotor depende da corrente de magnetização da máquina, desta forma devido a característica não-linear deste material, seria equivocado adotar um parâmetro constante para representar tal o grandeza, o que desta forma comprometeria a eficiência do modelo, sendo assim utiliza-se neste modelo um recurso similar a de uma tabela de valores, valores da curva de magnetização obtidos em simulação, que relaciona a cada valor de entrada de corrente uma indutância mútua correspondente.

Pode-se então calcular os valores de  $L'_s$  e  $L'_r$  através das expressões correspondentes a seguir:

$$L'_s = L_s - \frac{L_{sr}^2}{L_r}$$

$$L'_r = L_r - \frac{L_{sr}^2}{L_s}$$

Desta forma definimos os parâmetros referentes aos valores de resistências e indutâncias da máquina implementada ao modelo.

### 5.3. Considerações sobre o “software” de simulação e a composição do modelo através de ferramentas do aplicativo

Após a determinação das equações dinâmicas da máquina elétrica de indução trifásica e o adequamento destas às necessidades do aplicativo e também em relação aos parâmetros desejados, foi utilizado o “software” MATLAB 4.2c.1 com SIMULINK 1.3c, sendo o “software” MATLAB utilizado para declarar as variáveis utilizadas, trabalhar com os resultados da simulação e compor os gráficos com os resultados e o aplicativo SIMULINK foi

utilizado para construir o modelo, através de blocos de funções que incrementam o aplicativo e realizar as simulações.

Considerando-se que o modelo é composto por equações diferenciais de primeira ordem, a aplicação de blocos integradores e de blocos de ganho, aliado a somadores, multiplicadores e laços de realimentação, foi possível montar uma estrutura básica capaz de solucionar tais equações.

#### 5.4. Modelando a fonte de tensão

A fonte de tensão ou entrada do sistema, foi modelada utilizando-se blocos de geradores de sinais senoidais, representando fontes de tensão monofásicas. Desta forma através de ligações necessárias temos modelada uma fonte de tensão trifásica, porém baseado na teoria de vetores espaciais instantâneos quando faz-se a transformação do sistema trifásico convencional para o sistema bifásico  $\alpha$ - $\beta$ , para tal, as saídas da fonte trifásica são conectadas a ganhos e somadores resultando no sistema bifásico desejado. Este conjunto de somadores e ganhos representam a matriz transformação da transformação linear entre os sistemas trifásico e bifásico, como mostrado a seguir:

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

Desta forma completamos a primeira parte do modelo básico do motor de indução que é a fonte de alimentação da máquina ou a entrada do sistema, que recebe o rótulo "fonte de tensão", na figura 5.1 pode-se observar sua composição. Apesar desta transformação ser não invariante em potência, futuras considerações e equacionamentos adequarão os resultados aos valores reais desejados.





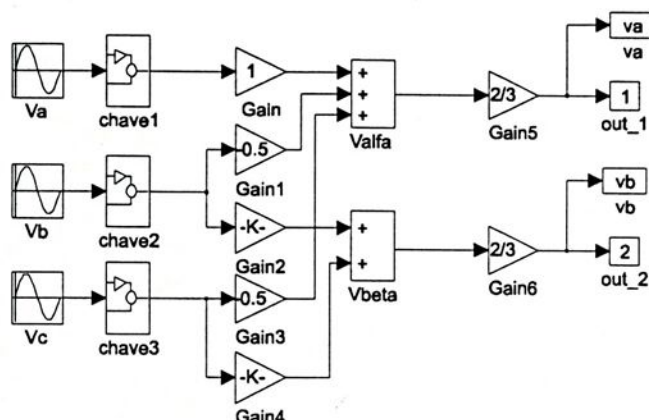


Figura 5.1 - Modelo de conversão entre o sistema trifásico convencional para o bifásico.

### 5.5. Modelando o motor de indução

Como foi exposto anteriormente as equações dinâmicas da máquina elétrica foram escritas em função de variáveis que representam os valores de fluxo concatenado nos enrolamentos do estator e do rotor e também a velocidade do motor de indução. Sendo assim podemos resumir de maneira objetiva estes blocos como sendo, blocos integradores simples que resolvem as equações, integrando o sinal que lhe é imposto acrescido dos sinais de realimentação necessários.

O modelo proposto é composto de 05 (cinco) blocos integradores representado as cinco equações diferenciais do modelo matemático do motor de indução.

Os quatro primeiros blocos integradores "int\_01" à "int\_04" possuem estreita semelhança, trata-se da parte responsável pelo tratamento da característica eletromagnética da máquina, apresentando apenas uma alteração entre os quatro blocos, que é acréscimo de um sinal de entrada que compõe o sinal resultante a ser integrado. Estes blocos integradores podem ser exemplificados pela figura 5.2 que mostra a composição do bloco integrador, responsável pela determinação do fluxo magnético instantâneo na fase  $\alpha$  do rotor.

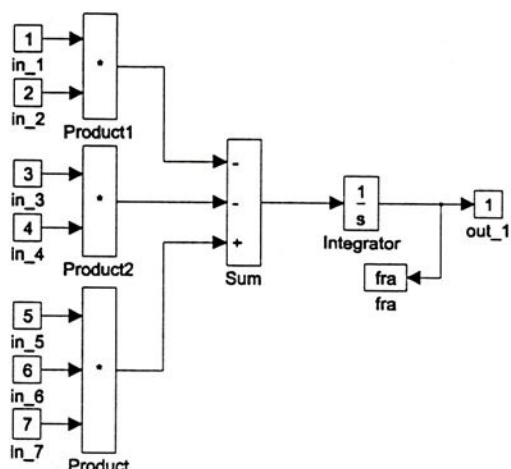


Figura 5.2 - Modelo de um bloco integrador envolvendo o parâmetro fluxo.

Por sua vez o último bloco integrador "int\_05" é responsável pelo cálculo da velocidade angular mecânica do rotor, que consiste na característica eletromecânica da máquina, que depende dos valores de entrada de fluxo magnético instantâneo, torque eletromagnético instantâneo desenvolvido pela máquina e torque resistente imposto ao eixo da máquina, na figura 5.3 mostra-se a composição deste bloco.

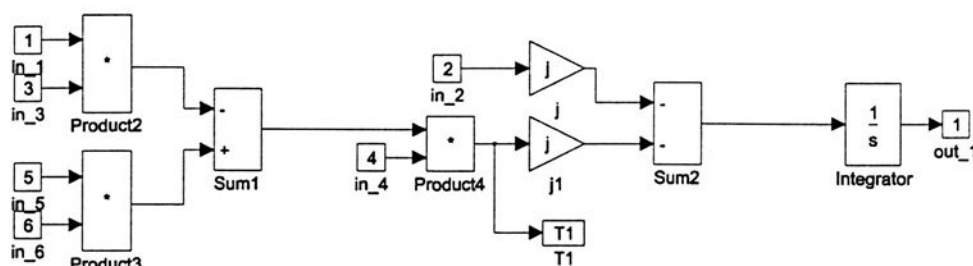


Figura 5.3 - Modelo do bloco integrador envolvendo o parâmetro velocidade.

Outra parte importante do modelo do motor de indução é o bloco que introduz a não-linearidade do parâmetro indutância mútua pela corrente de magnetização, que utiliza-se de um bloco do Simulink 1.3c chamado "look-up table", que tem como função básica relacionar valores de entrada com valores de saída tendo como referência dois vetores,

o de entrada e o de saída. Na figura 5.4 pode-se observar a composição deste bloco que no modelo final do motor está identificado por "corrente / Lsr".

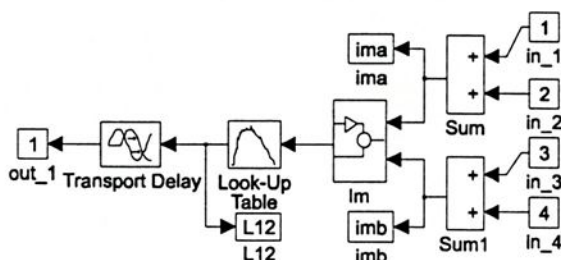


Figure 5.4 - Bloco responsável pelo cálculo da corrente de magnetização.

O bloco "transport delay" que aparece na figura 5.4 é fundamental na solução do loop algébrico que aparece no equacionamento da máquina, porém não interfere no resultado final pois os valores impostos na saída deste bloco estão defasados apenas de um passo de integração do restante dos valores do modelo.

Outros blocos semelhantes que aparecem em destaque no modelo são os que recebem o rótulo de "corrente\_01" à "corrente\_04", estes blocos têm a função de calcular o valor da corrente instantânea das fases  $\alpha$  e  $\beta$  do estator e do rotor a partir dos valores de entrada que são basicamente fluxos magnéticos instantâneos e o valores de indutância transitória calculados. Na figura 5.5 observa-se a composição de um deste blocos que serve como referência para o entendimento dos demais devido a semelhança entre os blocos.

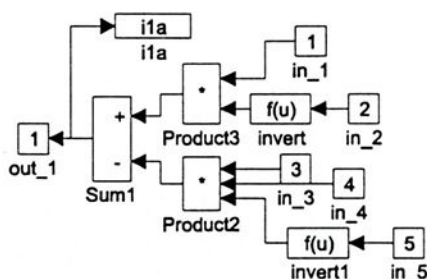


Figura 5.5 - Bloco responsável pelo cálculo da corrente no estator.

Finalmente na figura 5.6 pode-se visualizar o modelo final do motor de indução utilizado neste trabalho.

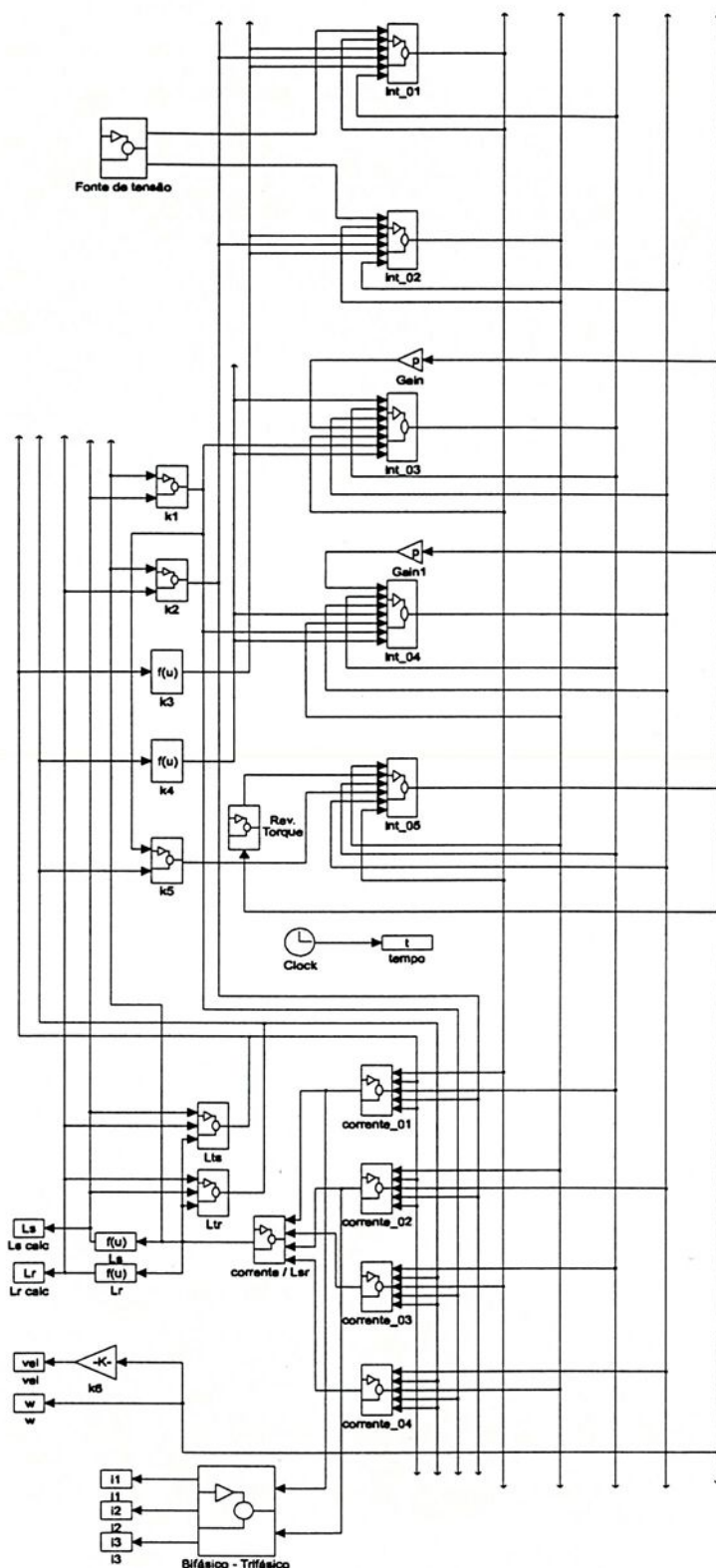


Figura 5.6 – Diagrama de blocos do modelo do motor de indução



Devemos destacar ainda a presença de outros blocos menores rotulados de "k1" à "k5", que não possuem ligação alguma com as constantes de acoplamento do estator e do rotor "K1" e "K2", e nada mais do que adequação de alguns parâmetros que serão realimentados nos blocos "int" e "corrente", necessários ao modelo.

Aparece também no modelo um bloco "Ver. Torque" que será utilizado numa aplicação específica, porém não interfere numa simulação de partida convencional pois pode neste tipo de partida não há mudança no sentido de rotação, desta forma o bloco não executa sua função.

### 5.6. Modelando blocos auxiliares para simulação das condições de partida com banco de capacitores ligado em paralelo e da reversão de velocidade

Na análise de transitórios eletromagnéticos em máquinas elétricas de indução, o transitório de partida da máquina é considerado um fenômeno importante do ponto de vista de operação do sistema elétrico de energia, porém a inclusão de outros fenômenos que provocam um transitório eletromagnético, torna o trabalho mais rico em informações.

Dois outros fenômenos importantes que merecem atenção especial, são o processo de reversão de velocidade e a utilização de banco de capacitores ligados em paralelo aos terminais da máquina.

Para a simulação da operação do motor de indução com um banco de capacitores ligado em paralelo, foi desenvolvido o modelo da figura 5.7, onde é trabalhado as características do funcionamento do capacitor, tais como o comportamento das ondas de tensão e corrente.

Através deste modelo foi possível, além de observar a influência do capacitor na partida e na operação do motor, acompanhar a queda de tensão ocorrida nos terminais da máquina durante o transitório de partida, introduzindo uma impedância como elo de ligação entre a máquina e a fonte, representando um barramento ou um transformador por exemplo. Desta forma têm-se como comparar duas fontes de tensão, uma constante simbolizando a geração de energia e outra simbolizando a tensão no ponto de alimentação de energia no qual a máquina está ligada.



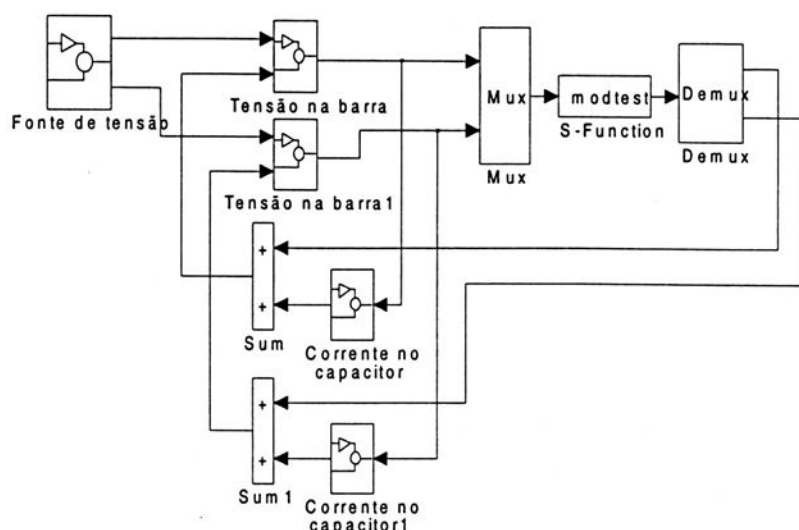


figura 5.7 - Modelo que introduz o banco de capacitores ligado em paralelo ao motor de indução.

Na simulação da reversão de velocidade foram utilizados dois blocos extras, uma "chave reversora" e um detector de mudança de sentido de rotação.

A "chave reversora" foi montada sob a mesma estratégia deste tipo de chave encontrada comercialmente, nada mais é do que a inversão física de posição entre duas fases ligadas aos terminais da máquina, no modelo utilizado optou-se pelas fases "b" e "c" como ponto de inversão. A figura 5.8 (A) mostra o bloco da "chave reversora" com duas entradas e duas saídas apenas pronto para ser anexado ao modelo e a figura 5.8 (B) explora a composição do bloco mostrando como foi associado as chaves que farão a reversão.

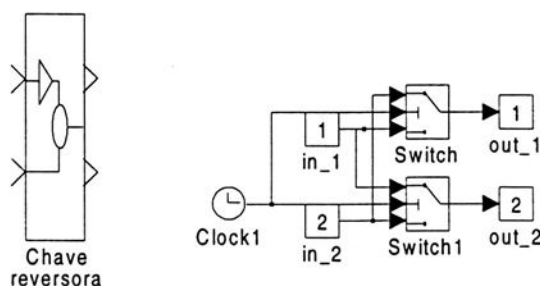


Figura 5.8 (A) e 5.8 (B) - Respectivamente bloco da chave reversa e interior do bloco reversor.

É importante destacar que o momento da reversão é estipulado em segundos, contados a partir do início da simulação. O segundo bloco foi desenvolvido devido

a necessidade de se garantir que o resultado da simulação fosse o mais próximo do real possível. Sabe-se que, o torque resistente imposto pela carga, pode ser entendido como um freio imposto ao eixo da máquina, desta forma, ao inverte-se o sentido de rotação do eixo da máquina inverte-se o sentido do torque resistente também. Esta operação apresenta uma particularidade, que provocou a confecção do bloco "Rev. Torque", a inversão do torque resistente só deve ser feito quando ocorrer de fato a inversão do sentido de rotação do eixo da máquina, fato que não ocorre de maneira simultânea a inversão das fases ligadas ao modelo, pois o motor leva alguns instantes desacelerando até inverter o sentido de rotação, desta forma o bloco observa a inversão do sentido de rotação e faz uma comutação entre o torque resistente atuante para outro de igual magnitude porém de sentido inverso. A figura 5.9 mostra o interior deste bloco, apresentando a estratégia utilizada no processo de reversão.

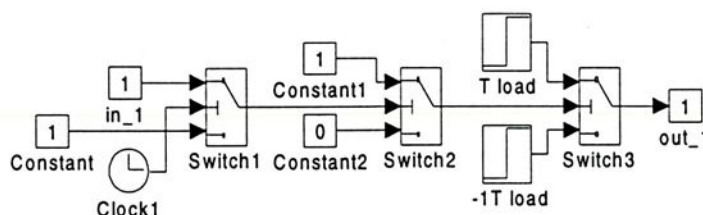


Figura 5.9 - Sistema de verificação de inversão de velocidade

A estratégia do bloco apresentado na figura 5.9 pode ser descrita acompanhado a construção do bloco da esquerda para a direita. A primeira chave chamada "Switch1", deixa o sistema inalterável até o momento da atuação da chave inversora, evitado uma atuação indevida antes do momento estipulado. A segunda chave chamada "Switch2", aguarda que o parâmetro em observação, velocidade, passe por zero, ou seja inverte o sentido e desta forma sob o comando desta a terceira chave chamada "Switch3", inverte-se o sentido do torque resistente.



### 5.7. Informações adicionais

Ao realizar-se a simulação determinamos parâmetros iniciais fundamentais para a solução do modelo entre os quais podemos destacar: tempo de simulação (tempo inicial e tempo final em segundos), passo de integração (intervalo de mínimo entre integrações que variam com precisão desejada e o tempo de espera), método de integração entre outros.

O método de integração escolhido é o de “Runge-Kutta” de quinta ordem, o tempo de simulação varia em relação as necessidades de pesquisa e convencionamos a utilizar valores em torno de  $10^{-4}$  como valor do passo de integração.

### 5.8. Apresentação das curvas fundamentais do motor de indução obtidas através de simulação

Após realizar-se a simulação do modelo apresentado na figura 5.6, foram obtidos os valores de corrente, velocidade e torque.

Os resultados a serem apresentados correspondem a simulação do motor de indução trifásico, com referências em apêndice, funcionando sob condições nominais de tensão e carga. Utiliza-se esta condição de operação, apenas para checar-se a eficiência do modelo, pois despreza-se a queda de tensão nos terminais do motor, como ilustrado pela figura 5.10.

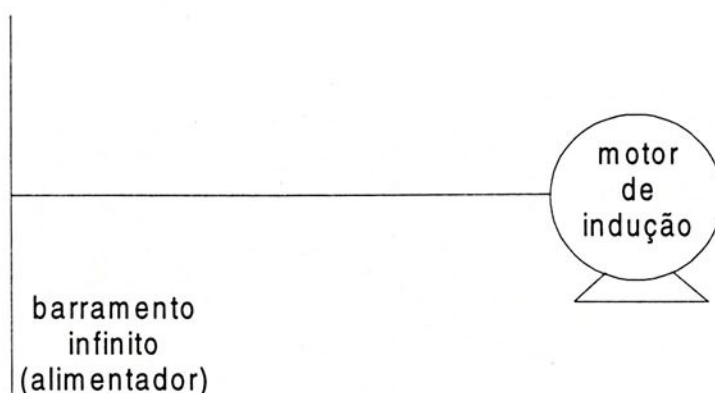


figura 5.10 – Diagrama de unifilar de ligação do motor ao barramento.



No primeiro gráfico da figura 5.11, apresentam-se os valores instantâneos da corrente para a fase “a” durante um período de simulação de 05 segundos, que corresponde ao funcionamento do motor desde a partida até a completa entrada em regime, sendo os valores apresentados correspondente à amplitudes instantâneas da corrente.

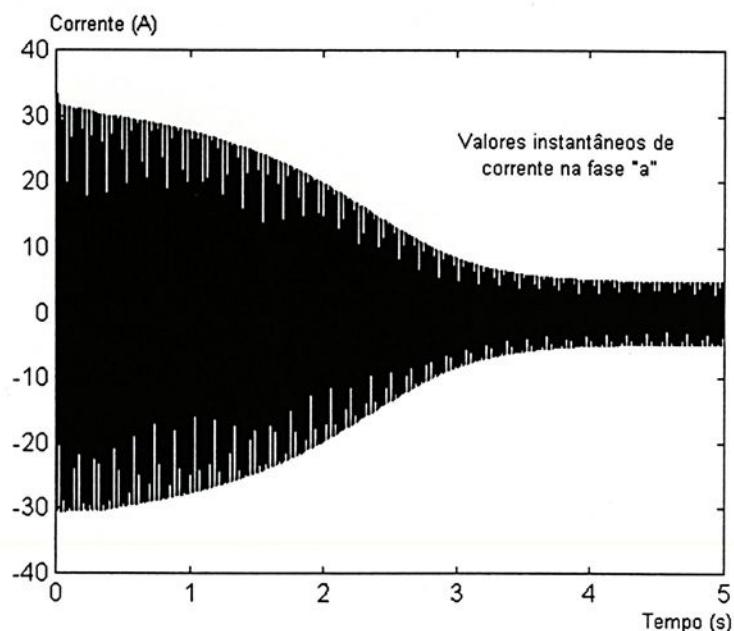


figura 5.11 – Valores instantâneos de corrente fase “a”.

É oportuno destacar-se as correntes no estator, no rotor e de magnetização. Estes valores correspondem aos valores das amplitudes de corrente de linha dividida por  $\sqrt{2}$ , durante 05 segundos de simulação, como mostra a figura 5.12 a seguir.

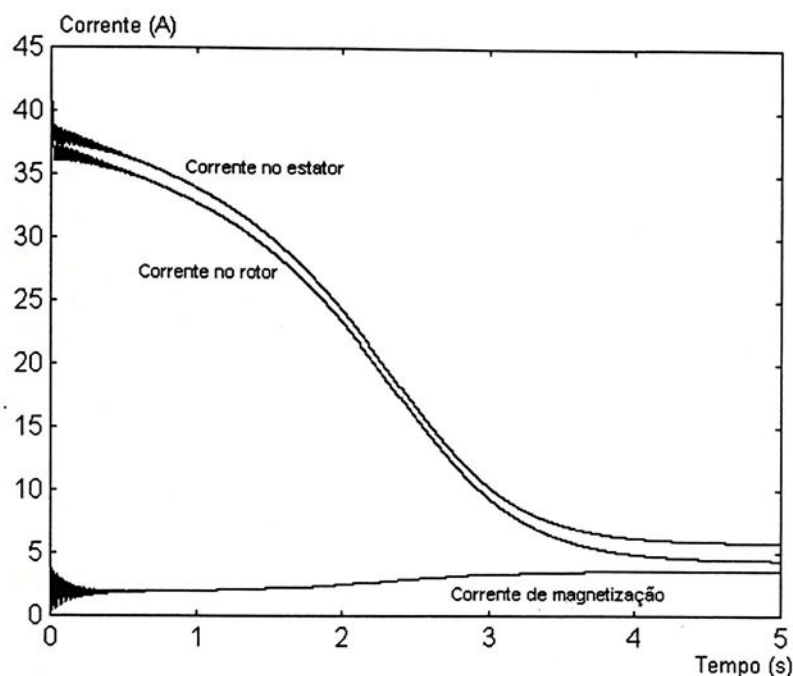


figura 5.12 - Correntes eficazes de linha no estator, rotor e de magnetização.

Deve-se observar que a corrente de linha em regime, obtida na simulação (5,83 A), é inferior à corrente de placa (6,50 A). Fato este justificado pela não consideração no modelo das perdas no ferro, ou seja, no núcleo.

Os gráficos das figuras 5.13 e 5.14, apresentam respectivamente os vetores complexos espaciais representativos de corrente do estator e de fluxo concatenado no estator, amplitudes instantâneas, e desta forma, os vetores apresentados no primeiro capítulo podem ser visualizados graficamente. Destaca-se que nestes gráficos foram utilizados apenas alguns ciclos iniciais de simulação, sob condições nominais de operação e à plena carga.

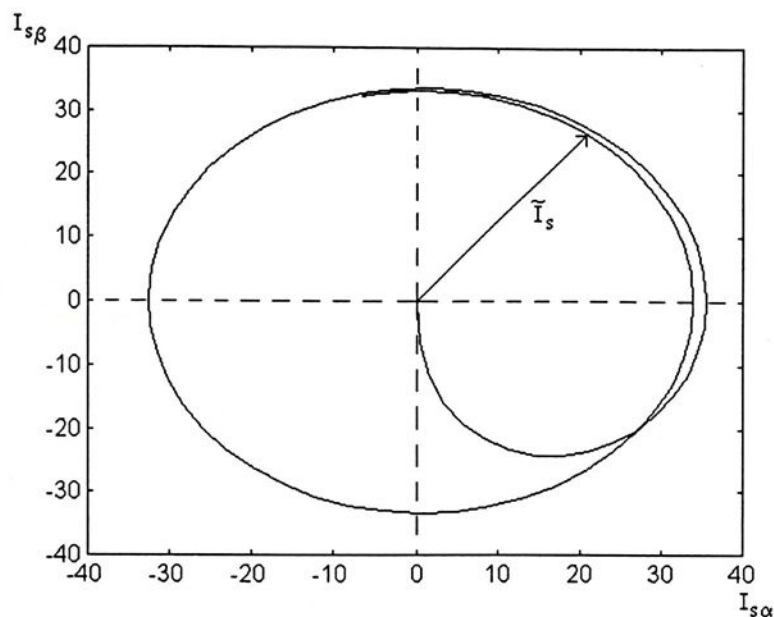


figura 5.13 - Vetor espacial instantâneo representativo de corrente para o estator.

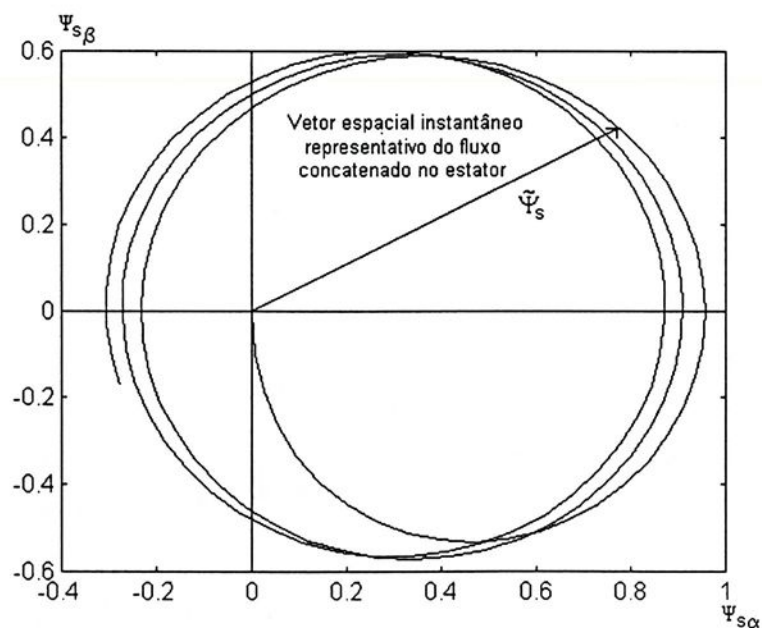


figura 5.14 - Vetor espacial instantâneo representativo de fluxo concatenado no estator.

Por sua vez o gráfico da figura 5.15 mostra o comportamento da velocidade da máquina, desde a partida até a entrada em regime, numa velocidade de aproximadamente 1.730 rpm ou 181.16 rad/s.

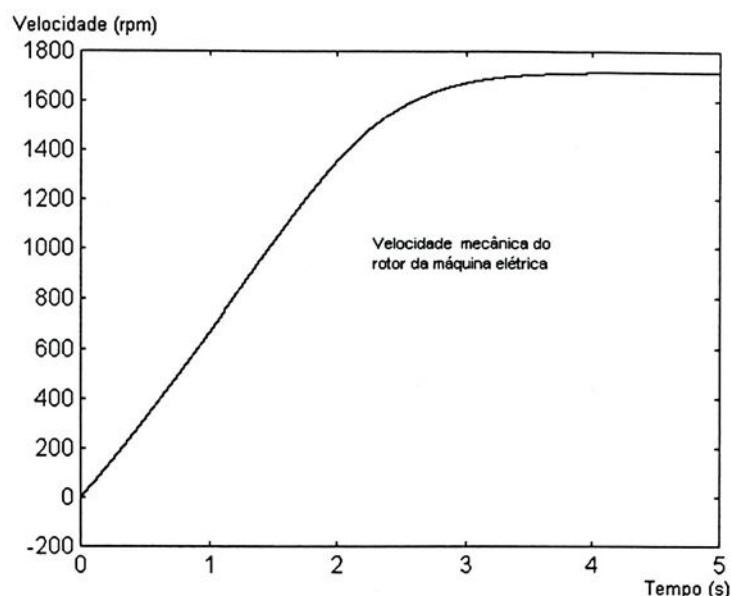


figura 5.15 - Velocidade mecânica do eixo do motor de indução

O gráfico da figura 5.16 mostra a curva do torque eletromagnético desenvolvido pela máquina, e como pode ser observado o mesmo oscila, passando por diferentes valores, até entrar em regime, igualando-se ao torque resistente da carga imposto ao eixo da máquina após a entrada em regime, em aproximadamente 8,15 N.m.

Conhecendo-se a expressão 5.1 [23], para o cálculo do valor de torque máximo desenvolvido pelo motor de indução, comparou-se o valor para torque máximo obtido na simulação para o motor funcionando de maneira isolada, conforme figura 5.10, com o valor calculado analiticamente.

$$T_{\max} = \frac{1}{\omega_s} \frac{0,5q_s V_{sa}^2}{R_s + \sqrt{R_s^2 + (X_s + X_r)^2}} \quad (5.1)$$

sendo que  $q_s$  é o número de fases do estator e  $V_{sa}$  é a tensão eficaz de fase aplicada ao estator.



Destaca-se que na utilização da expressão 5.1, faz-se uma análise ponto a ponto considerando-se cada ponto de operação em regime permanente de operação, constituindo uma análise linearizada da grandeza torque eletromagnético.

Desta forma, pela expressão 5.1, o valor de torque máximo calculado é 35,9 N.m e comparando-se com o valor de torque máximo obtido na simulação que foi de 34,9 N.m, constata-se uma diferença de 2,87% entre o valor calculado e o valor simulado, credibilizando o modelo do motor de indução desenvolvido.

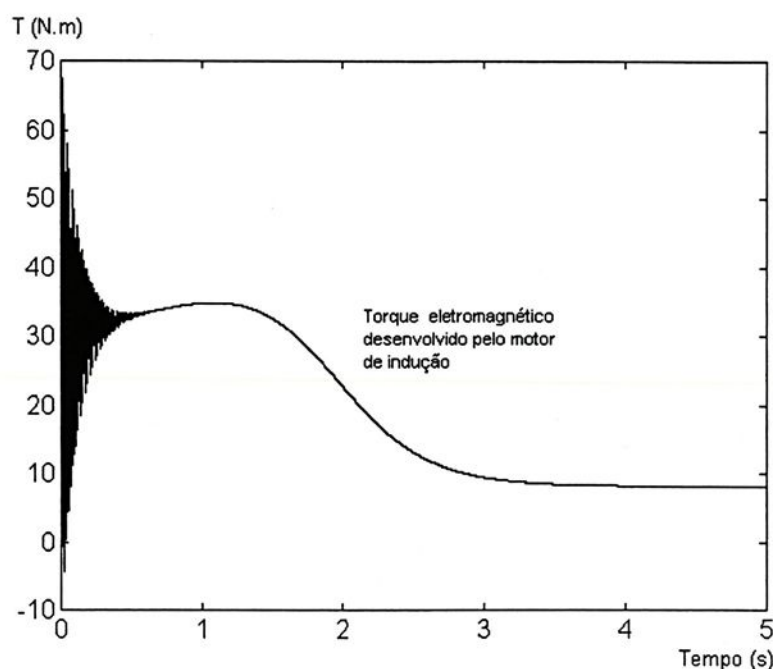


figura 5.16 - Curva de torque eletromagnético.

No gráfico da figura 5.16 foi traçada a curva de torque eletromagnético desenvolvido pela máquina em relação ao escorregamento, durante de 05 segundos de simulação até a entrada em regime, sob condição de operação a plena carga e desta forma evidencia-se o ponto de operação da máquina podendo ser observado no cruzamento das duas curvas.

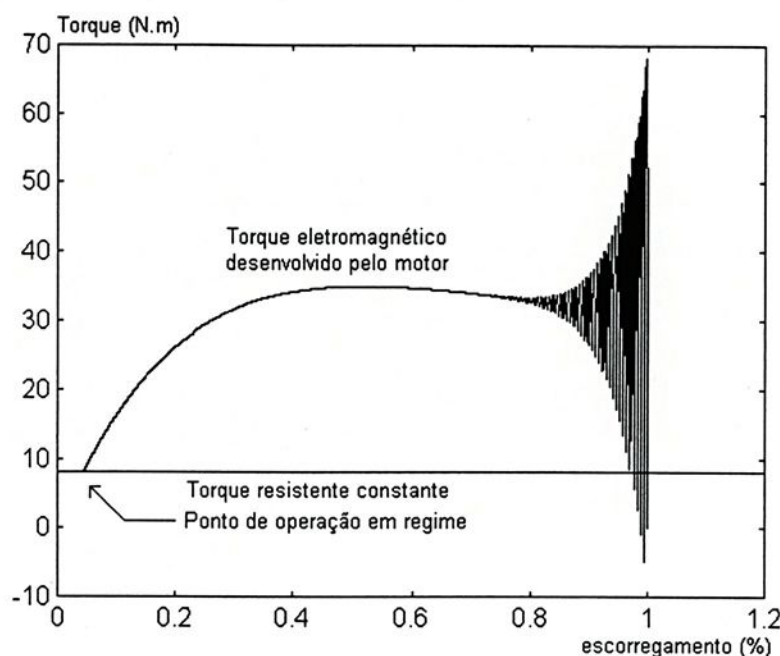


figura 5.17 - Curva de torque eletromagnético pelo escorregamento.

Destaca-se o dado referente ao torque resistente, de 8,15 N.m obtido a partir das especificações técnicas fornecidas pelo fabricante, dentre as quais encontram-se descritas as principais no apêndice A.

O gráfico da figura 5.18 por sua vez compara a curva de saturação obtida em simulação com a curva de saturação obtida em laboratório, ratificando-se desta forma a credibilidade do modelo no tratamento desta característica não-linear da máquina, ou implementando com fidelidade os parâmetros transitórios de indutância mútua e os demais parâmetros vinculados a este.

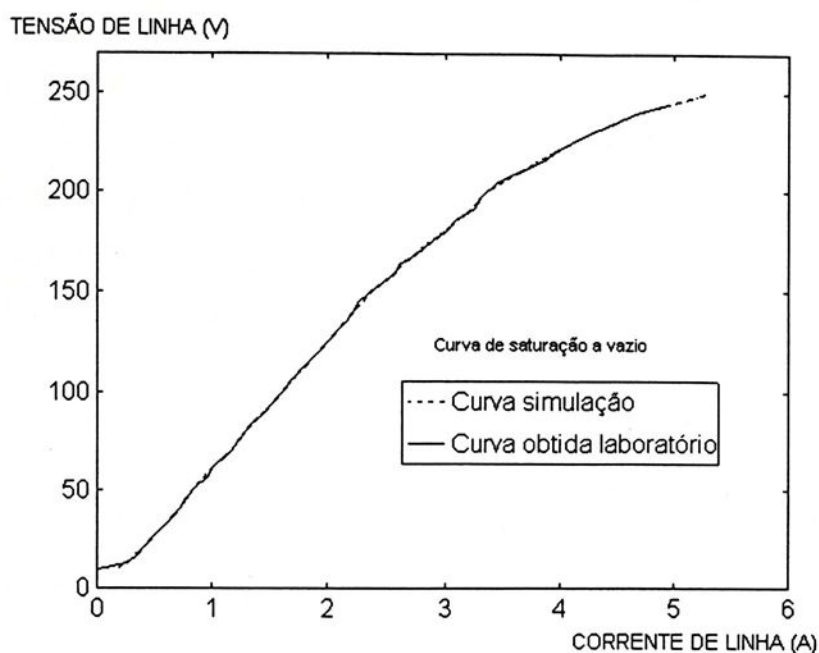


figura 5.18 - Comparação entre as curvas de saturação obtidas na simulação com a obtida em laboratório.

A partir da apresentação da curva de saturação, apresenta-se a figura 5.19 com a curva de valores instantâneos da corrente de magnetização, durante os três ciclos iniciais na partida.

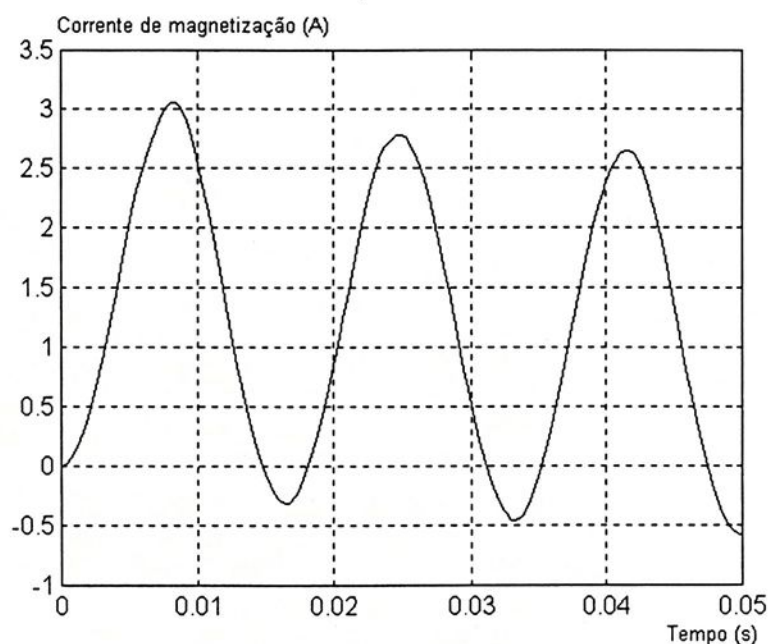


figura 5.19 – Valores instantâneos da corrente de magnetização.

Observa-se que esta tende a uma forma de onda aproximadamente senoidal, diferente da forma de onda real característica com terceira harmônica, por não terem sido consideradas as perdas no ferro que produziria um laço de histerese, diferente da curva apresentada na figura 5.17.





## 6. Análise do Transitório Eletromagnético Durante a Partida do Motor de Indução Utilizando Simulação Digital

### 6.1. Introdução

Recentemente aumentou-se a preocupação da comunidade científica [14] com relação à uma definição apropriada para a potência aparente e o fator de potência, sob o ponto de vista do dimensionamento do sistema de distribuição, em virtude do aumento de cargas não-lineares que geram formas de onda de tensão e corrente distorcidas.

Neste capítulo 06, serão analisadas as componentes da potência complexa instantânea, com enfoque especial sobre a potência aparente instantânea e o fator de potência instantâneo. Destaca-se as condições da simulação, na qual inclui-se o motor de indução ligado ao barramento (alimentador) através de impedância, no intuito de representar-se a impedância da linha e/ou a de um transformador, possibilitando-se avaliar a queda de tensão nos terminais da máquina durante o funcionamento, na figura 6.1 apresenta-se o diagrama unifilar representativo desta condição de operação.

Desta forma, em todos os resultados a serem apresentados neste capítulo, considera-se a queda de tensão que ocorre nos terminais da máquina durante seu funcionamento.

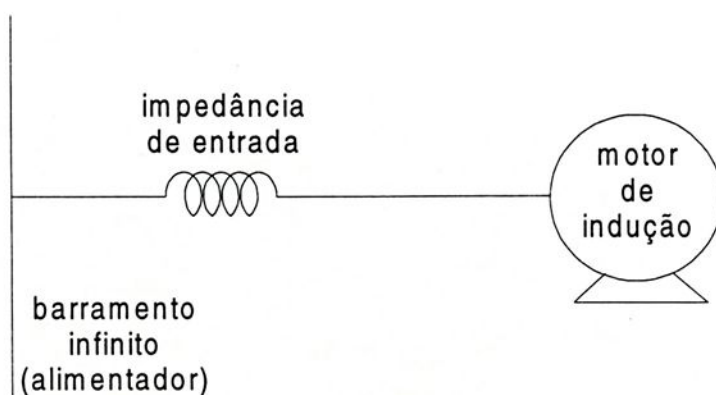


figura 6.1 - Gráfico do diagrama unifilar representativo da ligação do motor à fonte de energia elétrica.

## 6.2. Análise do fluxo de potência durante transitório de partida do motor de indução

Definiu-se [2] potência reativa instantânea como:

$$P_Q = \text{Real} \{ \tilde{V} \cdot \tilde{I}_Q^* \} = 0 \quad (1.40)$$

Que decompõe-se como:

$$P_Q = Q_\alpha + Q_\beta = 0 \quad (1.41)$$

Sendo,

$Q_\alpha$  = potência reativa instantânea do eixo  $\alpha$

$Q_\beta$  = potência reativa instantânea do eixo  $\beta$

A figura 6.2, a seguir, mostra o gráfico das potências reativas instantâneas por fase do plano complexo ( $\alpha, \beta$ ) pelas amplitudes instantâneas, durante o transitório de partida em relação ao tempo em segundos.

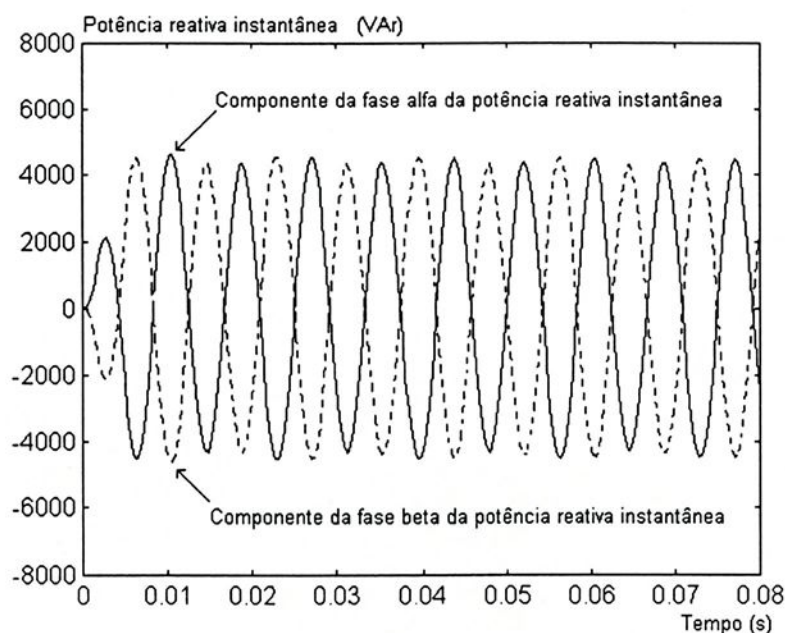


figura 6.2 - Gráfico das potências reativas instantâneas desenvolvidas durante o transitório, nos instantes iniciais.

Este primeiro gráfico mostra que as componentes da potência reativa instantânea nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  são iguais em amplitude porém opostas em relação ao eixo do tempo, para qualquer tempo de simulação, ratificando a expressão de  $P_Q$ , que diz que a soma das duas parcelas é igual a zero, fazendo referência a troca de energia entre os elementos armazenadores de energia internos do sistema em análise, neste caso os indutores das fases  $\alpha$  e  $\beta$  do motor de indução.

A figura 6.3 ilustra a variação da potência imaginária como a envoltória da potência reativa instantânea da fase “a”. Quando a máquina entra em regime permanente senoidal, passa a ser a potência reativa convencional, que é definida como o valor de pico da potência reativa instantânea multiplicada por 3.

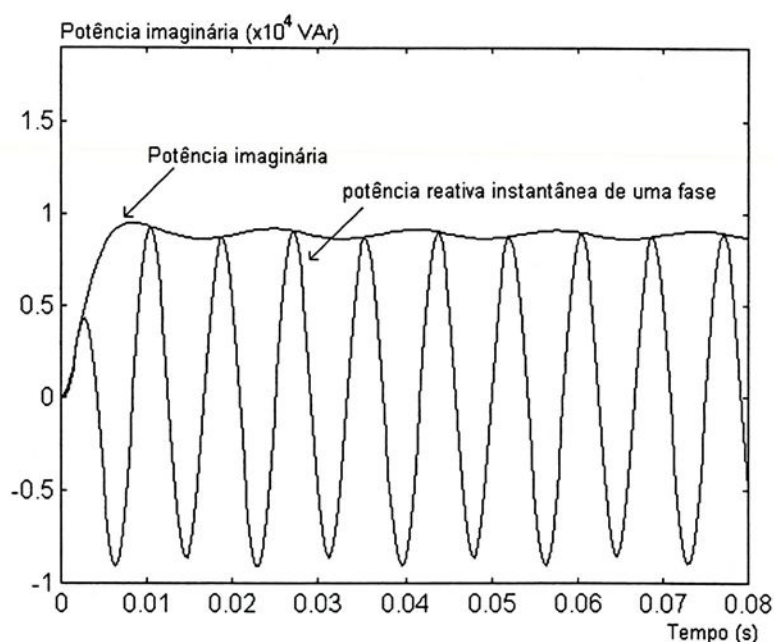


figura 6.3 - Gráfico da potência reativa instantânea e a potência imaginária, amplitudes instantâneas, desenvolvidas durante o transitório.

Destaca-se ainda, pela análise da figura 6.3, que a potência reativa instantânea quando em regime permanente senoidal não possui um valor médio constante diferente de zero, convencionando-se chamar em regime permanente senoidal de potência reativa a envoltória da potência reativa instantânea de uma das fases. Pela teoria da Potência

Complexa Instantânea define-se a potência imaginária, para qualquer regime de operação, como a envoltória da potência reativa instantânea de uma das fases, diferentemente dos conceitos da teoria clássica que não possui definições de potência reativa em processos transitórios. Por fim quando o sistema está em regime permanente senoidal a potência imaginária vem a ser a potência reativa convencional definida na teoria clássica de circuitos.

A figura 6.4 mostra o gráfico da potência imaginária absorvida pela máquina durante o tempo 05 segundos de simulação, amplitude instantânea, podendo-se visualizar melhor a variação desta grandeza.

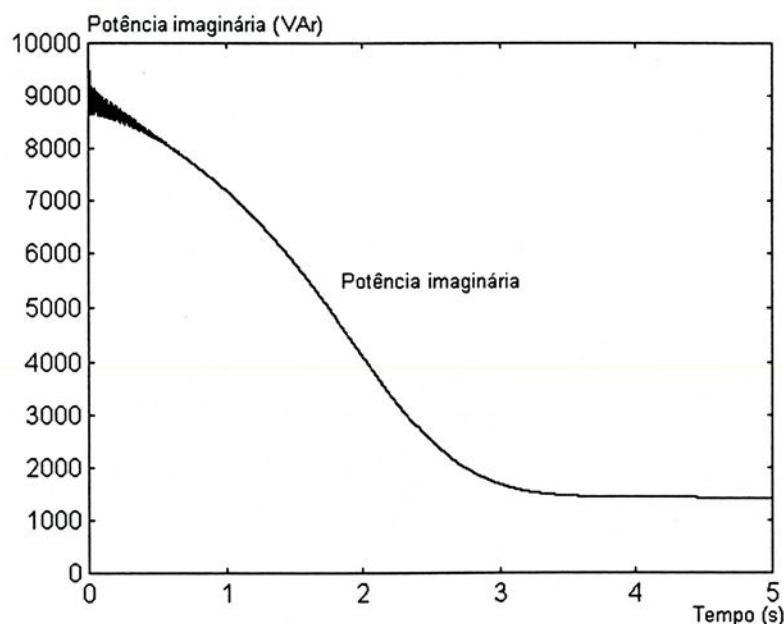


figura 6.4 - Potência imaginária desenvolvida desde a partida até a entrada em regime.

Outro fato importante refere-se a potência ativa instantânea [2].

$$P_P = \text{Real} \{ \tilde{V} \cdot \tilde{I}_P^* \} \quad (1.44)$$

decompondo a expressão

$$P_P = P_\alpha + P_\beta \quad (1.45)$$



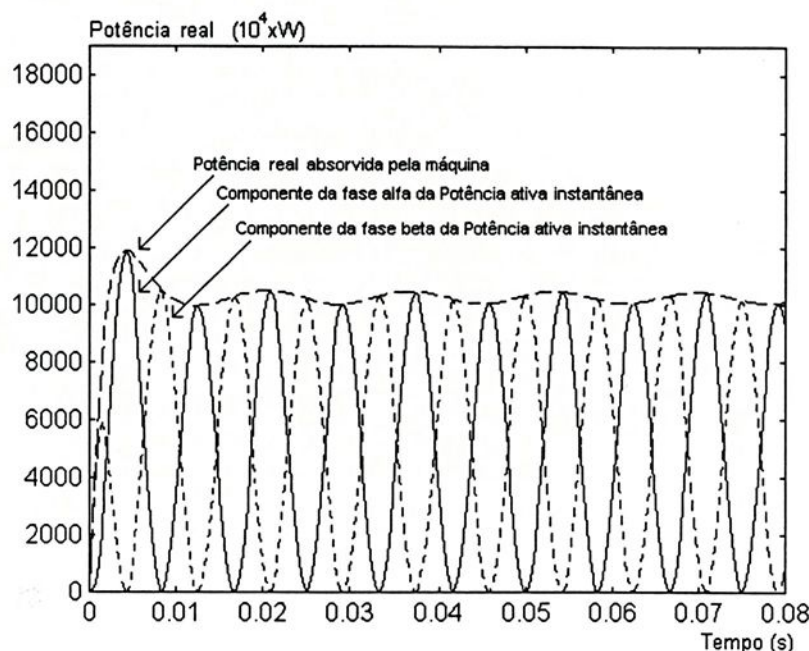


figura 6.5 - Potências ativas instantâneas e real desenvolvidas durante transitório.

A figura 6.5 mostra o gráfico das potências ativas instantâneas dos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  e a potência real, amplitudes instantâneas, como sendo o resultado da soma das duas parcelas. Da mesma forma como acontece com as variáveis trifásicas convencionais, sendo a potência ativa obtida pela soma das potências monofásicas, graficamente comprovado. Desta maneira pode-se dizer que potência ativa convencional e a potência real são equivalentes tanto em regime permanente como durante o transitório, visto que na teoria clássica tanto em regime estabelecido como em transitórios a potência ativa instantânea possui um termo médio constante, obtido a partir do produto das expressões instantâneas de corrente e tensão, e desta forma com definição de potência ativa para qualquer condição de operação.

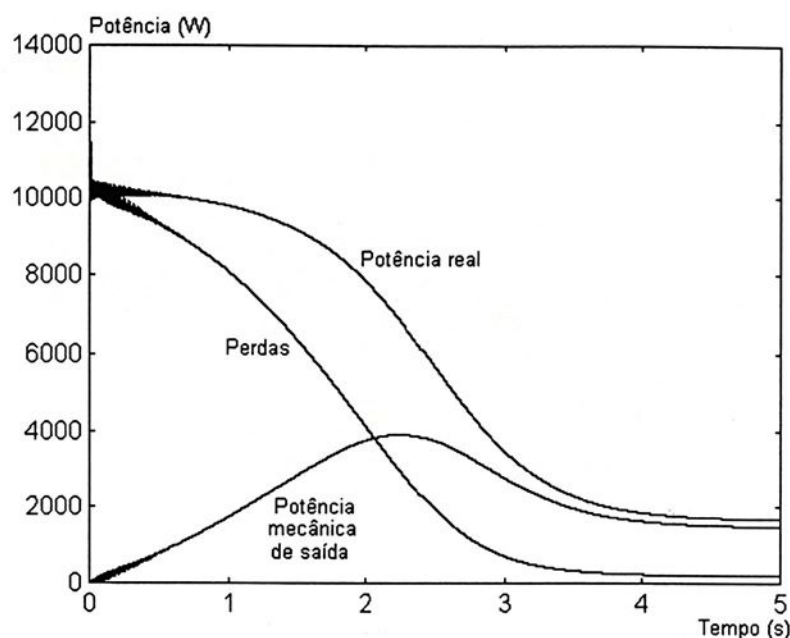


figura 6.6 - Gráfico das potência real de entrada, mecânica de saída e perdas durante 05 segundo de operação desde a partida até a entrada em regime.

De maneira análoga ao gráfico da figura 6.4, no gráfico 6.6 pode-se visualizar a potência real absorvida pela máquina elétrica durante 05 segundos de simulação.

No gráfico da figura 6.6, destaca-se o momento no qual a máquina entra em regime, observa-se o fechamento das três curvas de potência, ratificando a premissa de que a soma das amplitudes instantâneas das potências de saída e perdas deve-se igualar a potência de entrada, ou seja, após a entrada em regime de operação da máquina a energia fornecida a máquina que não estiver sendo convertida em trabalho, estará sendo dissipada na forma de perdas.

A figura 6.7 apresenta a trajetória da extremidade do vetor potência complexa instantânea no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$ , desde a partida até a entrada em regime aos 05 segundos de simulação.

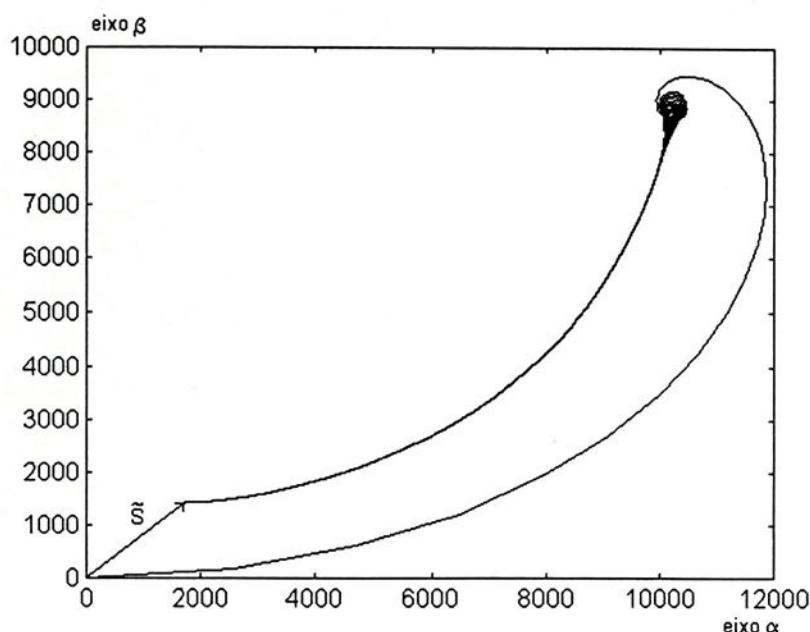


Figura 6.7 – Gráfico da trajetória da extremidade do vetor espacial instantâneo representativo da potência aparente.

Ao analisar-se o comportamento desta grandeza desde a partida até a entrada em regime, observa-se três períodos distintos na evolução desta. O primeiro período em destaque, envolve apenas um ciclo de operação, com o vetor partindo de zero e passando ao final deste ciclo pelo valor máximo deste, constata-se que inicialmente o vetor desenvolve-se quase totalmente na direção do eixo real  $\alpha$ , caracterizando a predominância de potência real efetivamente sendo absorvida da fonte de energia, com isto, ao iniciar-se a troca de energia entre os elementos armazenadores o valor da potência imaginária cresce alterando-se direção do vetor neste ciclo inicial, como observa-se em destaque no gráfico da figura 6.8.

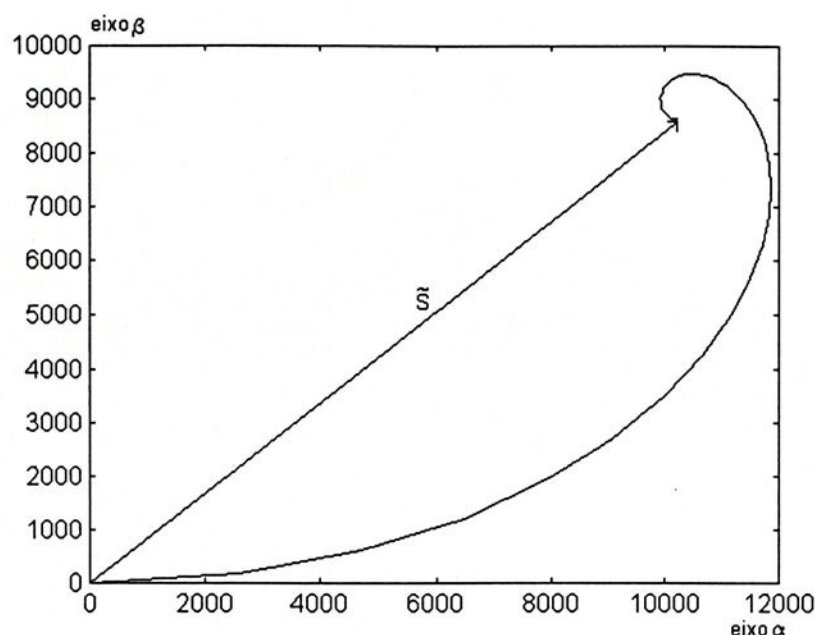


Figura 6.8 – Gráfico da trajetória da extremidade do vetor espacial instantâneo representativo da potência aparente, durante o primeiro ciclo de operação.

O próximo período em destaque tem início a partir do segundo ciclo, com duração aproximada nos 30 ciclos seguintes, compreende o conjunto de seguidas oscilações do vetor espacial instantâneo representativo da potência aparente. No gráfico da figura 6.9 apresenta-se em detalhe esta período.

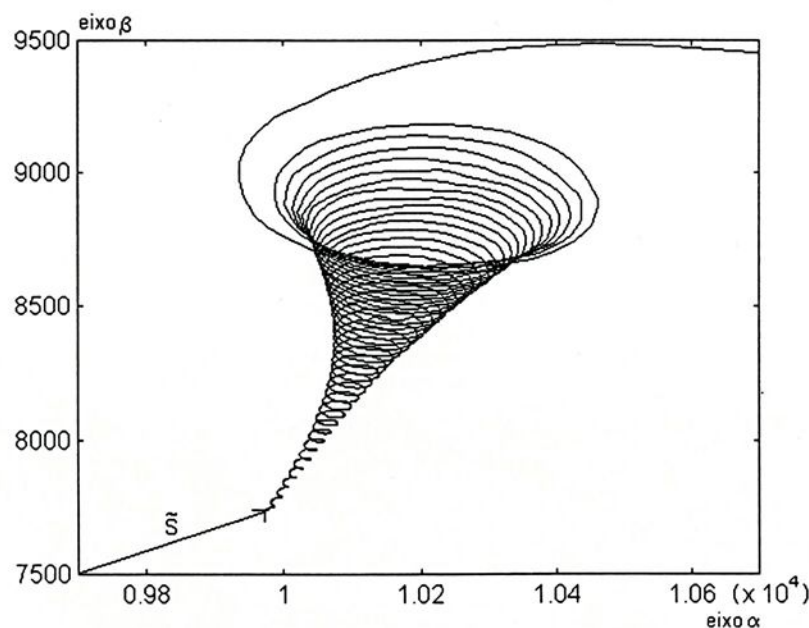


Figura 6.9 – Gráfico da trajetória da extremidade do vetor espacial instantâneo representativo da potência aparente, durante período de oscilações.



Estas oscilações no vetor durante este intervalo de tempo determinam variações nas potências real e imaginária, com reflexo direto no fator de potência instantâneo, grandeza que será apresentada adiante.

Por sua vez, o último período corresponde ao desenvolvimento do vetor até a entrada em regime, com velocidade constante, com a magnitude do vetor decaindo na mesma proporção a qual decai a magnitude da corrente absorvida pela máquina.

O gráfico da figura 6.10, mostra as amplitudes instantâneas das potências instantânea, real e imaginária da fase  $\alpha$  durante os primeiros ciclos de operação da máquina que permitirá uma melhor visualização do funcionamento e da interpretação dos resultados.

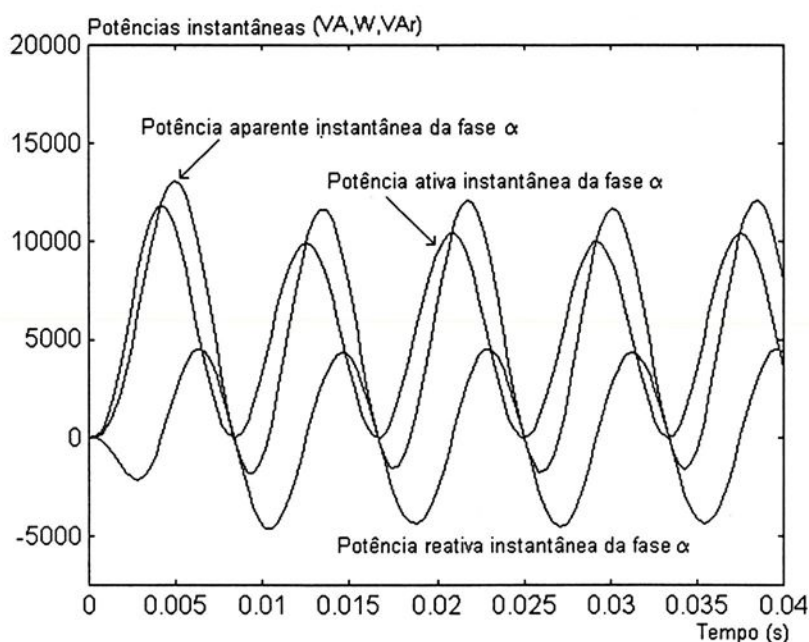


Figura 6.10 – Gráfico das curvas das potências ativa, reativa e aparente instantâneas de uma das fases.

Pode-se verificar que a potência instantânea é a soma das potências ativa e reativa instantâneas nesta fase. Esta conclusão também pode ser obtida da análise da figura 1.3, a potência instantânea da fase  $\alpha$  (fase a) é dada pelo produto das projeções dos vetores  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$  no eixo real  $\alpha$ ; E as potências ativa instantânea e reativa instantânea, respectivamente pelos produtos da projeção do vetor espacial instantâneo representativo de tensão com a projeção da parcela em fase do vetor espacial instantâneo representativo de corrente e com a parcela em quadratura deste.

O gráfico da figura 6.11, mostra o comportamento da grandeza definida como fator de potência instantâneo (1.37), como não existe uma definição de potência reativa em transitórios elétricos na teoria clássica de potência, também não poderia haver uma definição de fator de potência. Desta forma, com a aplicação dos novos conceitos de potência elétrica, definiu-se como sendo fator de potência instantâneo o coseno do ângulo formado entre os vetores espaciais instantâneos representativos de tensão e corrente ou a razão entre as amplitudes instantâneas das potências real e aparente instantânea, tendendo a um valor em regime próximo a 0,75 indutivo.

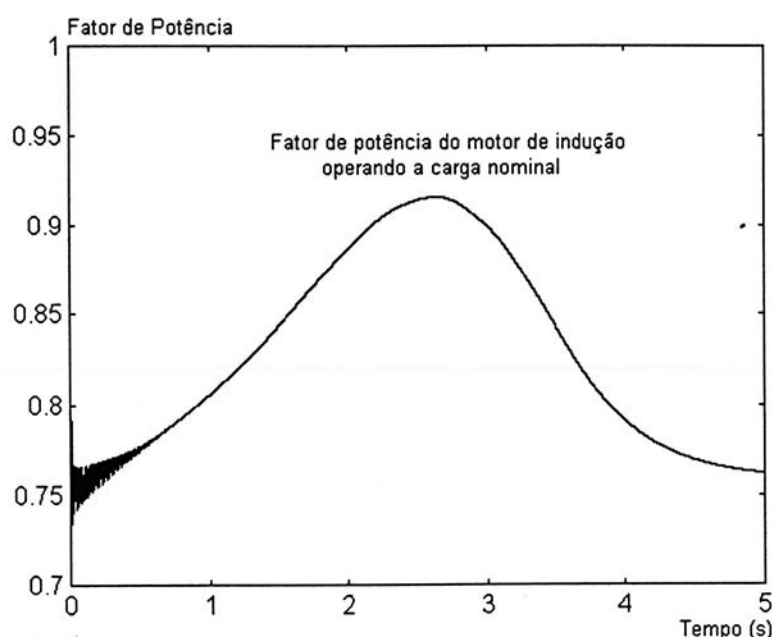


figura 6.11 - Fator de potência instantâneo durante a partida até a entrada em regime.

Pela análise do gráfico do fator de potência instantâneos durante os primeiros ciclos de simulação, figura 6.12, pode-se concluir que a potência absorvida pela máquina é proveniente do meio externo ou gerador, portanto potência ativa, que praticamente na sua totalidade não foi convertida em trabalho, mas sim direcionada aos campos magnéticos da máquina que são elementos armazenadores de energia e outra parte dissipada na forma de calor e desta forma caracterizando um alto fator de potência durante o transitório de partida até iniciar-se a troca de energia entre os elementos armazenadores. O gráfico mostra o fator de potência instantâneo da máquina durante o transitório de partida para um tempo de simulação

de 0,08 segundos. Destaca-se neste gráfico o alto fator de potência durante os primeiros ciclos impulsado pelas altas perdas no cobre.

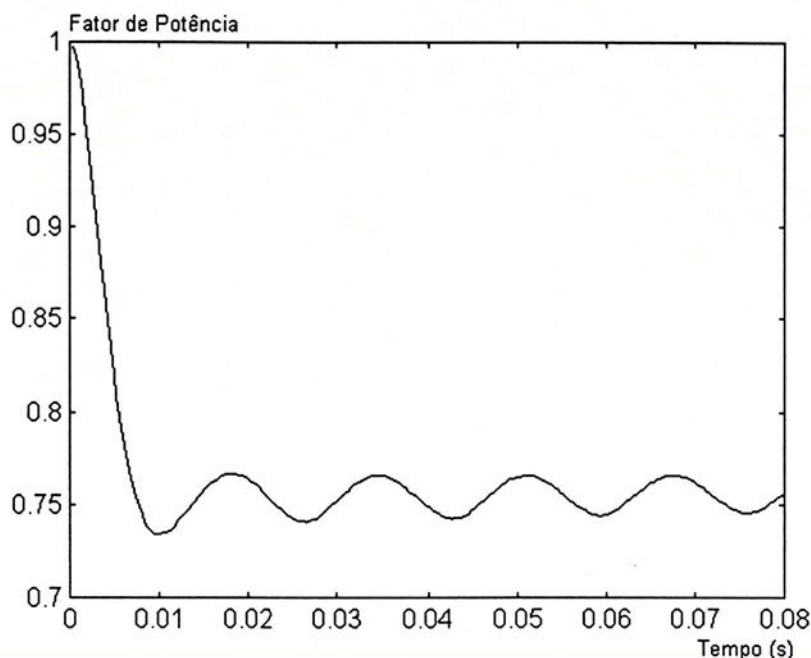


figura 6.12 - fator de potência instantâneo durante o transitório

Ainda analisando-se o fator de potência instantâneo durante o transitório, pode-se destacar através do gráfico 6.13, que apresentam-se as curvas de potência aparente, real e imaginária, amplitudes instantâneas, durante o transitório de partida.

Observa-se que nos primeiros ciclos a potência aparente desenvolvida iguala-se à potência real e que potência imaginária somente começa a ser desenvolvida após iniciar-se a transferência de energia entre a fonte geradora e os elementos armazenadores de energia da máquina, tornando-se um dos fatos responsáveis pelo alto fator de potência durante os primeiros ciclos de funcionamento da máquina.

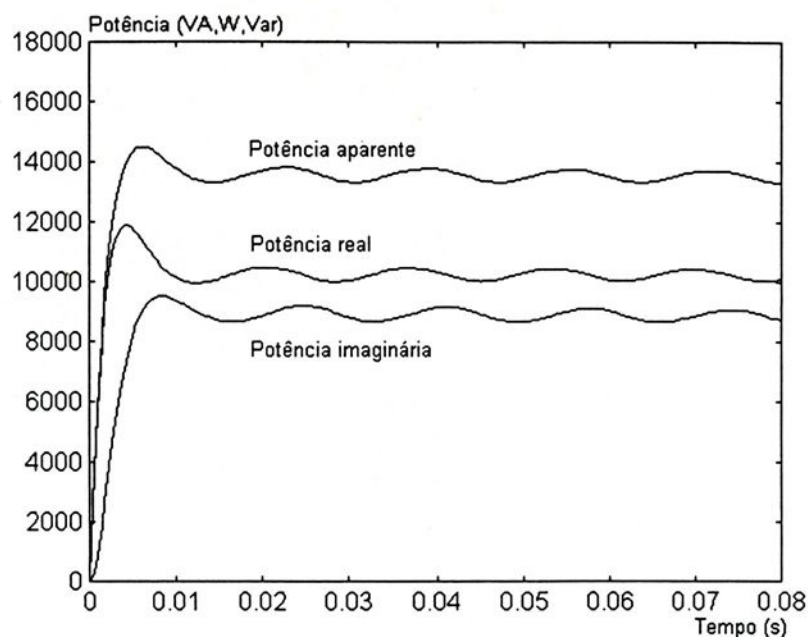


figura 6.13 - Potências aparente, real e imaginária desenvolvidas durante transiório.

O gráfico 6.13 pode ser complementado pelo gráfico 6.14 que mostra o desenvolvimento das potências, amplitudes instantâneas, durante um período maior até a entrada em regime.

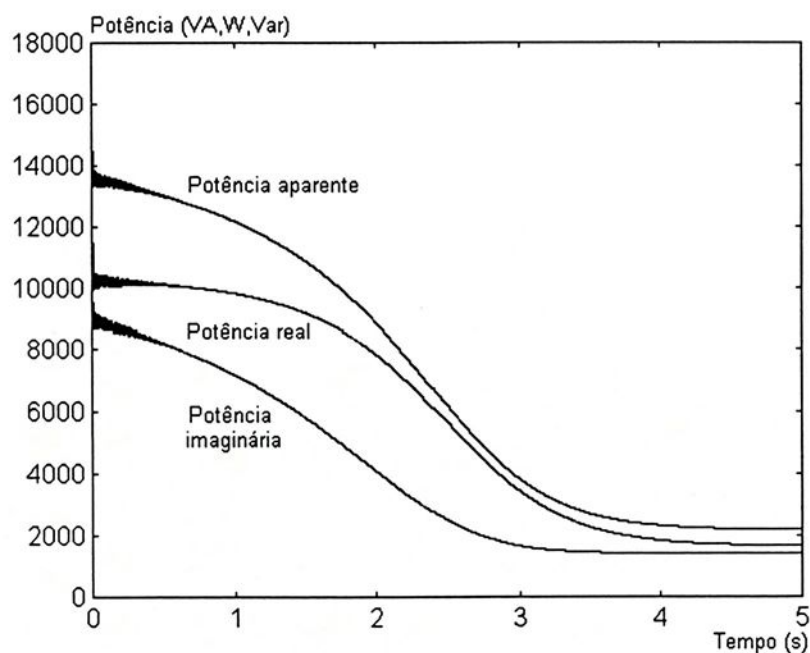


figura 6.14 - Potências aparente, real e imaginária, amplitudes instantâneas, desenvolvidas desde a partida até a entrada em regime.



No gráfico da figura 6.15 a seguir, mostra-se o desenvolvimento inicial da potência real de entrada, potência mecânica de saída, as perdas ocorridas por efeito Joule nos enrolamentos de cobre e a curva da energia armazenada multiplicada pela constante de valor 270, objetivando-se melhor visualização, para um tempo de simulação de 0,08 segundos.

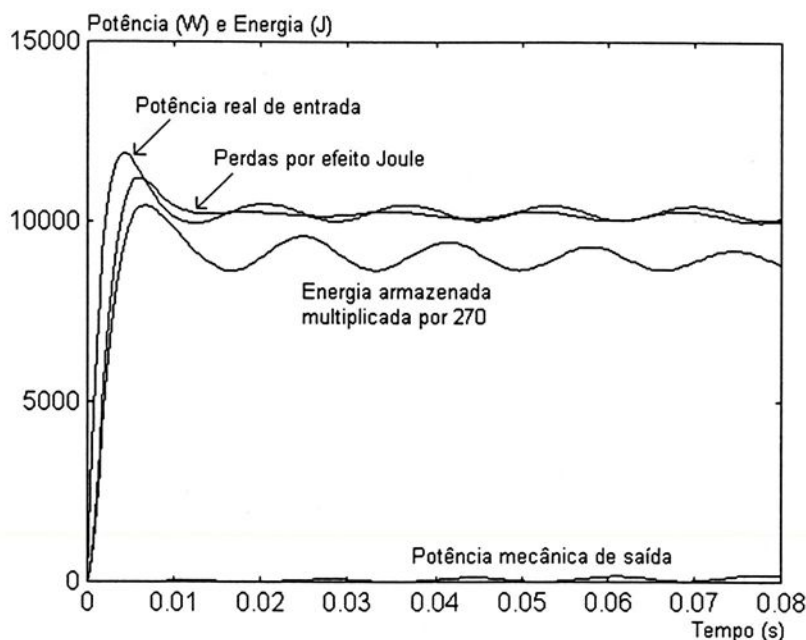


figura 6.15 - Curvas representativas da potência real de entrada, potência mecânica de saída, as perdas ocorridas por efeito Joule e a curva da energia armazenada (multiplicada por uma constante de valor 270) durante o transitório de partida.

Portanto, como sugerido anteriormente comprova-se graficamente a informação, de que durante o transitório, a energia elétrica entregue à máquina, praticamente não é convertida em trabalho, é utilizada quase na sua totalidade no pelos elementos armazenadores de energia e para suprir as perdas ocorridas no cobre, que são muito elevadas.

Este gráfico apresenta ainda outra particularidade, observa-se que durante o período transitório a curva que representa as perdas por efeito Joule passa por alguns instantes a ter valores maiores do que a potência real de entrada, e desta forma, acredita-se que além da energia da fonte externa, parte da energia que está sendo trocada entre os elementos armazenadores esteja sendo dissipada na forma de perdas.

Outro resultado a ser apresentado é a curva da energia armazenada nos campos magnéticos da máquina durante o período da partida até a entrada em regime, tendendo a um valor de regime próximo a 05 J, gráfico 6.16, proporcionando assim, uma melhor aceitação das condições de troca de energia do sistema, que ocorre entre os elementos externos como fontes geradoras ou entre os elementos armazenadores de energia que encontram-se presentes no sistema elétrico de potência.

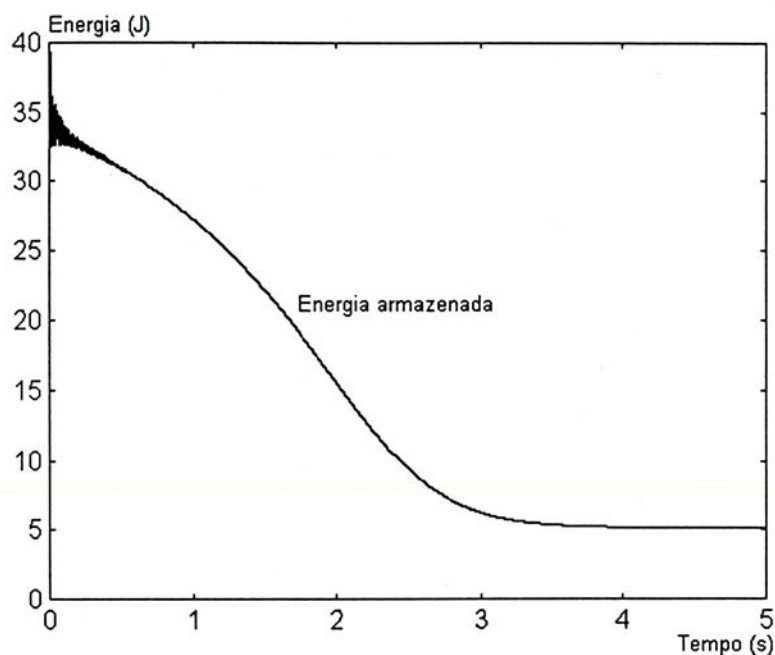


figura 6.16 - Curva da energia armazenada desde a partida até a entrada em regime.

Sabe-se que ao integrar-se uma curva de potência num intervalo de tempo definido, obtém-se como resultado o valor da energia transferida neste intervalo de tempo. Desta forma para obter-se o gráfico da figura 6.16 integrou-se o sinal de potência real de entrada subtraído da potência mecânica de saída e das perdas, obtendo-se assim a energia armazenada no entreferro da máquina.

Destaca-se pela figura 6.17, o fato da potência imaginária ser proporcional à energia magnética armazenada no campo magnético do motor, podendo-se desta maneira utilizar-se deste para a determinação de reserva de estabilidade das máquinas C.A. e para o cálculo de potências reativas de compensação em filtros ativos.

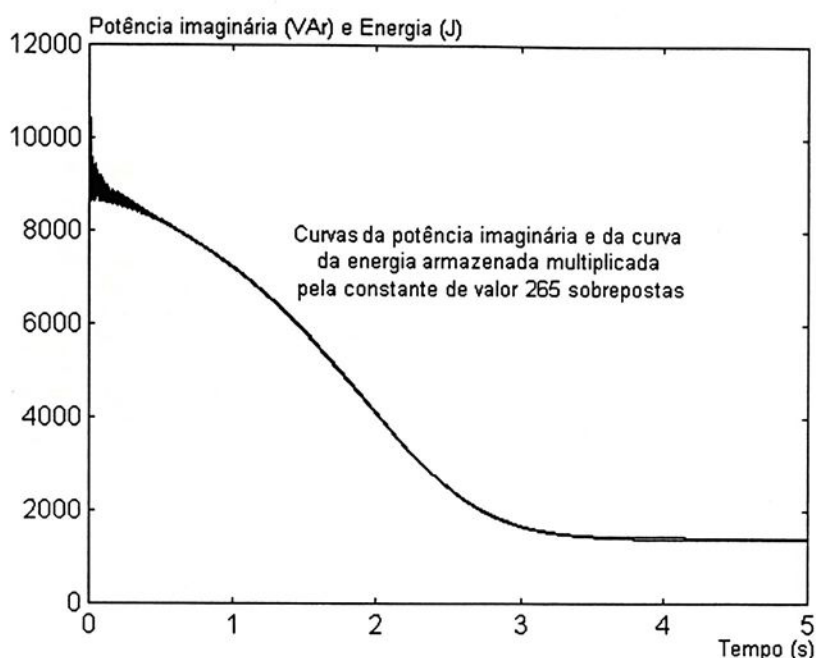


Figura 6.17 – Curvas da potência imaginária e da energia armazenada multiplicada por 265 sobrepostas.

Ainda sobre este fato destaca-se que esta proporcionalidade entre as curvas de energia armazenada e potência imaginária inicia-se após decorridos aproximadamente os 06 ciclos iniciais, como mostra-se no gráfico da figura 6.18.

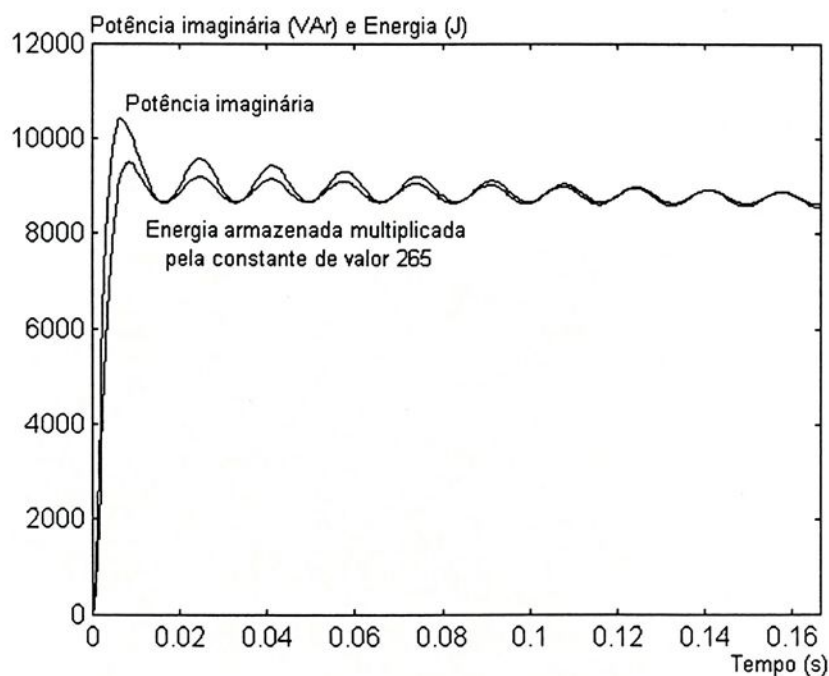


Figura 6.17 – Curvas da potência imaginária e da energia armazenada multiplicada por 265 sobrepostas, durante 10 ciclos iniciais.



Torna-se oportuno nesta etapa do trabalho compilar algumas informações importantes que foram feitas entre os diversos comentários apresentados. A primeira foi a aplicação da teoria da Potência Complexa Instantânea estendida agora ao estudo de transitórios em motores elétricos de indução propiciando a análise física dos comportamentos das potências existentes na máquina durante este processo, além desta é importante destacar o conceito do fator de potência instantâneo como uma forma de refinamento do conceito utilizado pela teoria clássica de circuitos.

Sabe-se da literatura técnica que o fator de potência na partida é baixo. Fato este não comprovado nesta análise, mas sim o contrário, constata-se um alto fator de potência na partida, pois embora a potência mecânica de saída seja nula, tem-se potência ativa sendo fornecido ao campo magnético para o estabelecimento deste, e potência ativa elevada dissipada nas resistências dos enrolamentos, responsáveis pela elevação do fator de potência.

### 6.3 - A Potência Aparente e o fator de potência instantâneos: Seus significados físicos e finalidades práticas.

Uma definição adequada de potência aparente para sistemas desequilibrados e/ou operando em regime permanente não-senoidal tem sido o objetivo da comunidade científica desde a década de vinte, com trabalhos de Buchholz (1922), Goodhue (1932), e outros; conforme cita Emanuel em artigo recente [24]. Emanuel retoma as definições de potência aparente discutidas por estes autores e o assunto continua em pauta do “IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situations”.

A definição de potência aparente aqui apresentada, a potência aparente instantânea, foi sugerida por Milanez [25], recentemente, em um trabalho sobre o fluxo de potência no retificadores trifásicos controlados conhecido como ponte de Graetz.

Embora os conceitos apresentados referem-se à operação em regime desta ponte, a definição de potência aparente instantânea é de aplicação genérica; Aqui procura-se justificá-la para o caso de transitórios em máquinas de corrente alternada.

A definição da potência aparente instantânea leva à definição do fator de potência instantânea e ambas as grandezas serão discutidas nesta seção.





6.3.1- Conceitos atuais sobre a potência aparente e o fator de potência.

A potência aparente é definida para circuitos em regime permanente senoidal como o produto do valor eficaz da tensão pelo valor eficaz da corrente.

Para circuitos em regime permanente com formas de onda não-senoidais, define-se a potência aparente da mesma forma, sendo que os valores eficazes são dados em termos de suas componentes harmônicas como nas expressões a seguir, respectivamente para tensão e corrente:

$$V_{ef} = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} V_i^2} \quad (6.1)$$

$$I_{ef} = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} I_i^2} \quad (6.2)$$

A definição da potência aparente guarda uma relação linear entre o seu quadrado,  $S^2$ , e as perdas no sistema de transmissão.

Define-se o fator de potência como a relação entre a potência ativa e a potência aparente.

Seu significado físico é o de uma grandeza que informa a quantidade de potência ativa efetivamente transmitida em relação à máxima potência ativa possível de ser transmitida por um sistema de transmissão, com as mesmas perdas de energia.

Apresenta-se no Apêndice B a demonstração de que as perdas por efeito Joule em um sistema de distribuição trifásico, equilibrado, sem o condutor neutro são dadas por:

$$P_J = \frac{3}{2} R I^2 \quad (6.3)$$

sendo  $R$  é a resistência por fase e  $I$  a amplitude do vetor corrente  $\tilde{I}$ .

Portanto, sendo a potência aparente instantânea dada por:



$$\tilde{S} = \frac{3}{2} |\tilde{V} \tilde{I}^*| \quad (6.4)$$

ou

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} V I \quad (6.5)$$

À amplitude do vetor corrente,  $\tilde{I}$ , estão associadas as perdas por efeito Joule e demonstra-se facilmente que à amplitude do vetor tensão,  $\tilde{V}$ , estão associadas as perdas dielétricas nos sistemas de potência.

Logo a potência aparente instantânea relaciona-se com as perdas instantâneas, no ferro, dielétricas e ôhmicas, em um sistema trifásico, equilibrado, sem o condutor neutro, em qualquer regime de operação.

Portanto, o sistema de distribuição (ou o motor) deve ser dimensionado de forma a dissipar o calor gerado por estas perdas, dentro dos limites de temperatura dos componentes elétricos.

Para regimes permanentes não-senoidais determina-se a potência aparente trifásica convencional como a soma do produto dos valores eficazes de tensão e corrente por fase e Milanez demonstra que, alternativamente, esta pode ser obtida pelo produto dos valores eficazes das amplitudes de  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$ , calculados em um ciclo de variação destas. A dissipação térmica correspondente é igual à dissipação térmica em um resistor de resistência  $R$  em um circuito de corrente contínua com tensões e correntes respectivamente iguais a estas amplitudes.

Para regimes transitórios, que é o objeto deste estudo, sugere-se a definição da potência aparente como o produto dos valores eficazes das amplitudes do vetor tensão e corrente calculados em um intervalo de tempo a ser especificado em função da constante térmica destes materiais.



6.3.2 - Definição e significado físico do fator de potência instantâneo.

Definida a potência aparente instantânea, cujo significado físico é o de uma grandeza que está relacionada com as perdas instantâneas por efeito Joule e dielétricas, em um circuito elétrico trifásico de três condutores, equilibrado, operando em quaisquer regimes, o fator de potência instantâneo dado pela relação entre a potência real (potência ativa trifásica) e a potência aparente instantânea:

$$FPI = \frac{P}{S} \quad (1.37)$$

interpreta-se como um fator de utilização do sistema de distribuição, ou seja, a relação entre a potência real transmitida e a máxima potência real que poderia ser transmitida mantendo-se as perdas instantânea constante.

Conceituação esta, análoga ao fator de potência convencional para sistemas em regimes periódicos, senoidal ou não senoidal, com a diferença de que nestes casos o fator de potência é calculado considerando-se as perdas médias calculadas em um ciclo.



## 7. Simulação do funcionamento do motor de indução com banco de capacitores ligado em paralelo

### 7.1. Introdução

A prática da utilização de bancos de capacitores ligados em paralelo a motores de indução tem como finalidades, a correção do fator de potência, ganho no torque de partida e a redução na queda de tensão no barramento, no qual se encontra ligado motores de grande porte durante a partida. Com a definição da grandeza fator de potência instantâneo, pode-se simular a correção desta grandeza para valores limites exigidos pelas concessionárias fornecedoras de energia elétrica, observando-se a evolução deste, considerando-se diferentes técnicas, neste estudo abordar-se-á a utilização de capacitores.

Observa-se na figura 7.1 o esquema de ligação do banco de capacitores. Utilizou-se de parâmetros no dimensionamento do banco de capacitores a partir de especificações técnicas de equipamentos encontrados comercialmente, de valores apropriados à tensão de operação do motor e à correção do fator de potência a um valor próximo de 0,92 indutivo. Observa-se também que trata-se de um banco trifásico ligado em derivação ao motor e ainda, assim como para modelo matemático do motor, utilizou-se dos vetores espaciais instantâneos representando as grandezas elétricas que definem a operação do banco de capacitores.

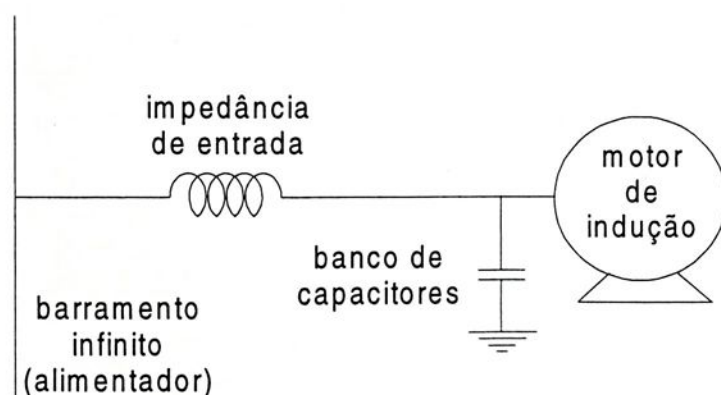


Figura 7.1 – Esquema de ligação do banco de capacitores



### 7.2. Análise das condições de operação

A curva do fator de potência instantâneo apresentada pela figura 6.8, mostra o desenvolvimento desta grandeza do motor de indução, sob plena carga, desde a partida até a entrada em regime.

O fator de potência instantâneo é uma grandeza diferente da grandeza convencional, pois é definida para qualquer regime de operação, possibilitada pela definição de potência imaginária e conseqüentemente pela a potência aparente instantânea, logo:

$$\text{FPI} = \frac{P}{S} \quad (1.37)$$

Essa grandeza também pode ser obtida pela expressão (1.36), que a descreve como o coseno do ângulo formado entre os vetores espaciais instantâneos representativos de tensão e corrente. Comprova-se graficamente este fato pela medição do ângulo formado entre os vetores em regime estabelecido, na figura 7.2, é apresentado parte de um ciclo dos vetores onde é possível realizar-se a verificação, o vetor espacial instantâneo representativo de corrente é apresentado multiplicado por uma constante propiciando uma melhor medição.

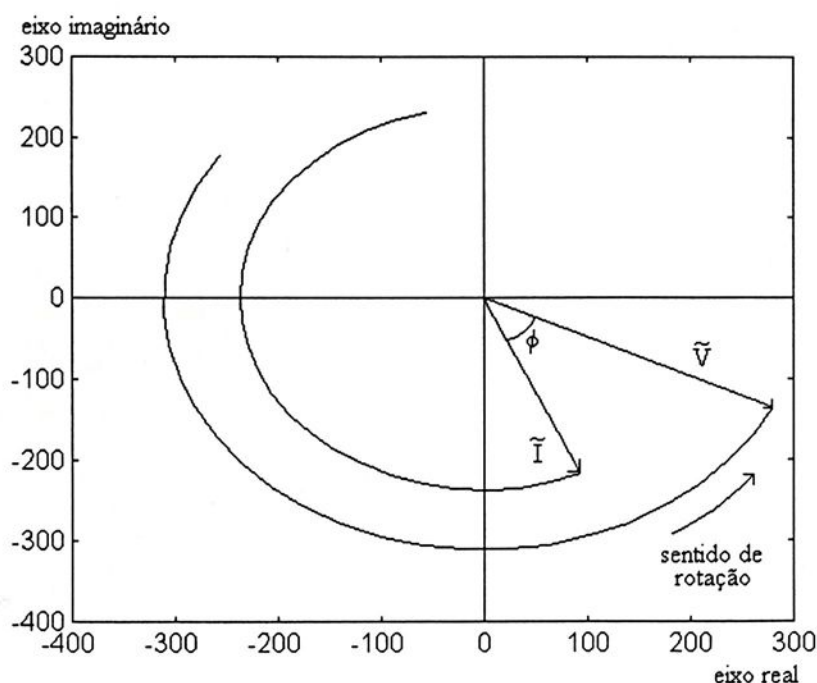


Figura 7.2 – Medição do fator de potência instantâneo em regime.

A conferência apontou para o mesmo resultado obtido pelo cálculo utilizando-se a expressão 1.37, ou seja  $FPI = 0,75$ .

Sob esta condição e conhecendo-se a potência ativa e reativa desenvolvida pelo equipamento, calculou-se a carga capacitiva necessária, capaz de elevar o parâmetro FPI a um valor superior ou igual a 0,92. A expressão utilizada foi:

$$Q_c = P \cdot (\operatorname{tg}(\phi_r) - \operatorname{tg}(\phi_d)) \quad (7.1)$$

sendo,

$\phi_r$  e  $\phi_d$  são os ângulos do fator de potência real e desejado.

$Q_c$  é potência reativa capacitiva necessária para correção.

De posse dos parâmetros necessários para simulação, utilizou-se o modelo auxiliar mostrado na figura 5.7, os primeiros resultados obtidos revelaram que o comportamento da grandeza fator de potência instantâneo que está sendo corrigido passa por diferentes valores até entrar em regime no valor desejado, o que diverge do parâmetro fator de potência definido pela teoria clássica de circuitos, que é considerado constante, pois é definido apenas em regime permanente de operação.

A figura 7.3 mostra no mesmo gráfico o fator de potência instantâneo sem correção e o com correção, onde o fator de potência sem correção entra em regime com o valor de 0,75 indutivo, por sua vez o fator de potência corrigido entra em regime com aproximadamente 0,92 indutivo, como desejado.



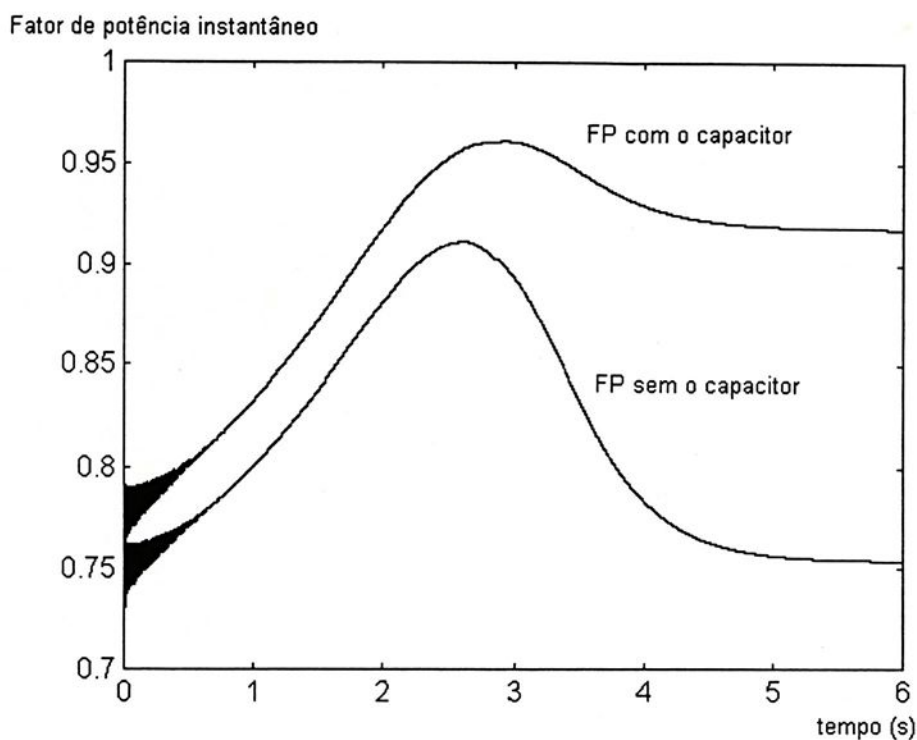


Figura 7.3 - Fator de potência instantâneo sem correção e corrigido.

Deste gráfico pode-se ainda observar que durante os ciclos iniciais o fator de potência instantâneo corrigido mantém as mesmas características do parâmetro sem correção, com mesmas variações apenas com a diferença do parâmetro corrigido ter valores instantâneos maiores que o parâmetro não corrigido.

Estes primeiros ciclos podem ser melhores observados pelo gráfico da figura 7.4

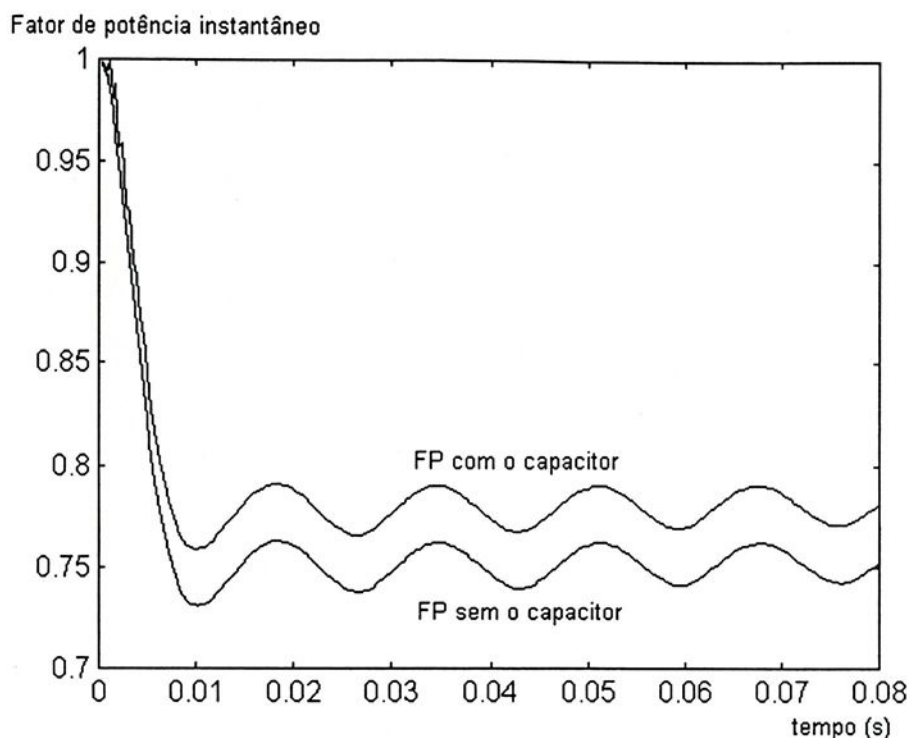


Figura 7.4 – Primeiros ciclos do fator de potência sem correção e com correção.

Uma melhor compreensão da elevação do fator de potência, pode ser feita pela visualização da amplitude instantânea da potência imaginária do motor em relação a amplitude instantânea da potência imaginária do sistema motor de indução com o banco de capacitor associado. No gráfico da figura 7.5 pode-se observar que o transitório de energização do banco de capacitores é muito rápido pois a potência do conjunto em relação a do motor isolado é menor desde a partida até a entrada em regime.



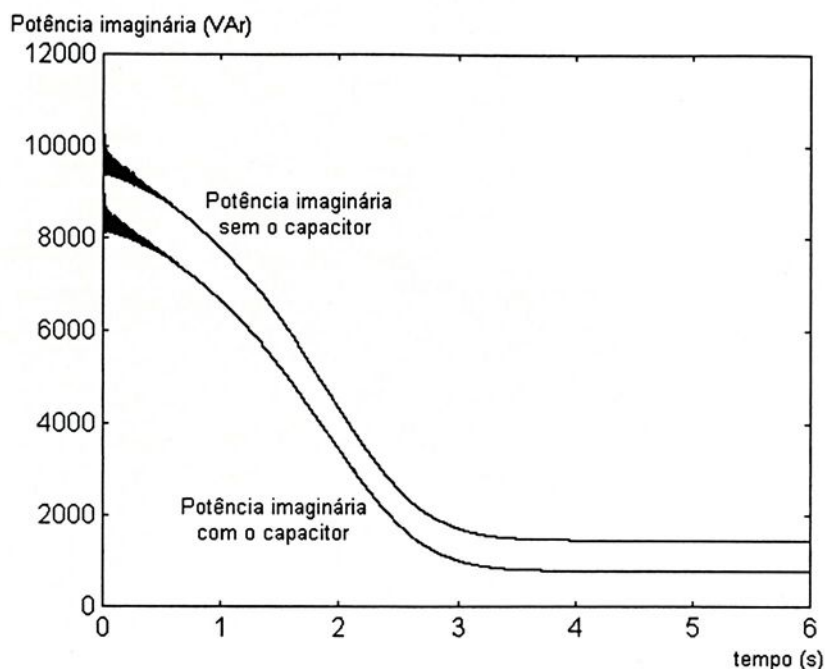


Figura 7.5 - Curvas de potência imaginária do motor sem e com o banco de capacitores ligado em paralelo.

Outra grandeza que foi analisada, através deste modelo, foi o valor máximo da tensão nos terminais da máquina durante a partida até a entrada em regime. Comparando a tensão nos terminais da máquina com a tensão da fonte geradora, considerada constante 311,13V, observou-se que a queda de tensão acompanha as altas correntes de partida e que esta só retorna a níveis aceitáveis, próximos do nominal, quando a corrente absorvida da rede pelo motor diminui e estabiliza no valor de regime.

Pelo gráfico da figura 7.6, pode-se observar que o ganho de tensão pode ser considerado pequeno, na partida de pequenos motores com banco de capacitores em derivação, e desta forma a redução da queda de tensão na partida é pouco significativa

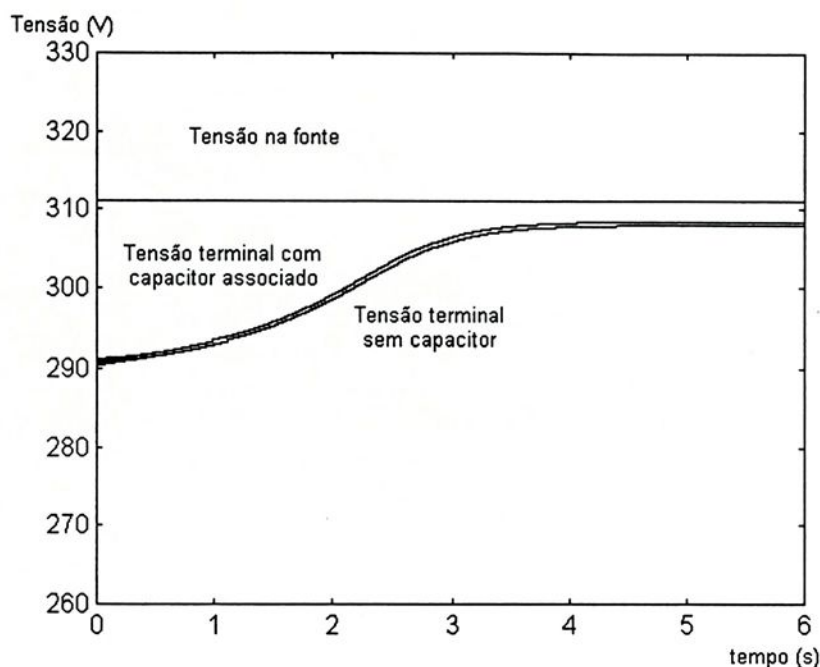


Figura 7.6 - Tensão terminal com e sem capacitor ligado em paralelo

Observando o transitório na tensão terminal do motor com a ligação do banco de capacitor, pelo gráfico da figura 7.7.

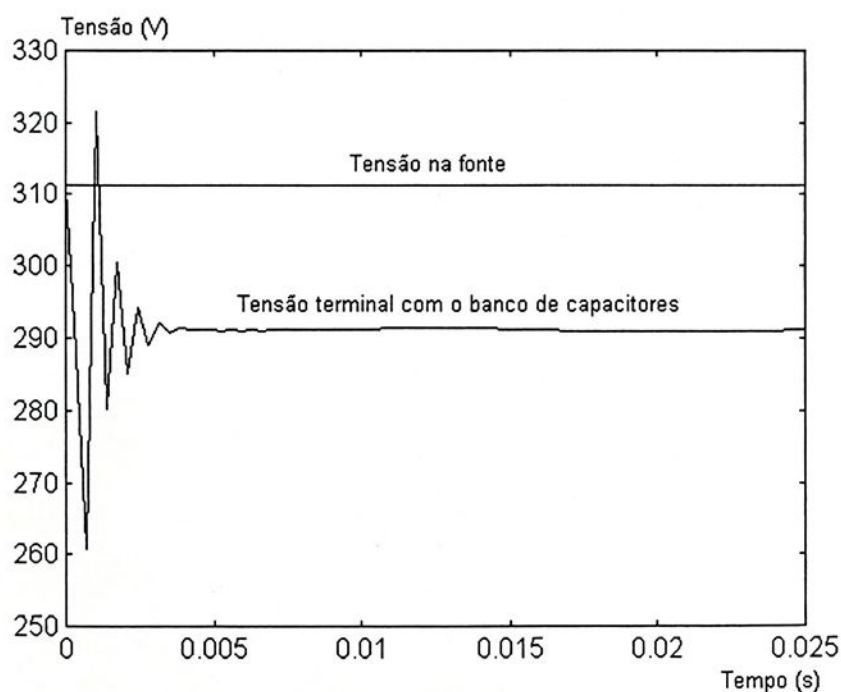


Figura 7.7 - Gráfico das tensões durante o transitório de partida, no terminal da máquina e na fonte geradora.



Este último gráfico revela que durante a partida com o banco de capacitores ligado em paralelo, a máquina é submetida a esforços provocados pela transitório de tensão.

Por sua vez, o torque eletromagnético durante a partida não sofre alterações significativas pela inclusão do banco de capacitores, com o valor final de torque tendendo a 8,15 N.m, como mostra a curvas do gráfico 7.8.

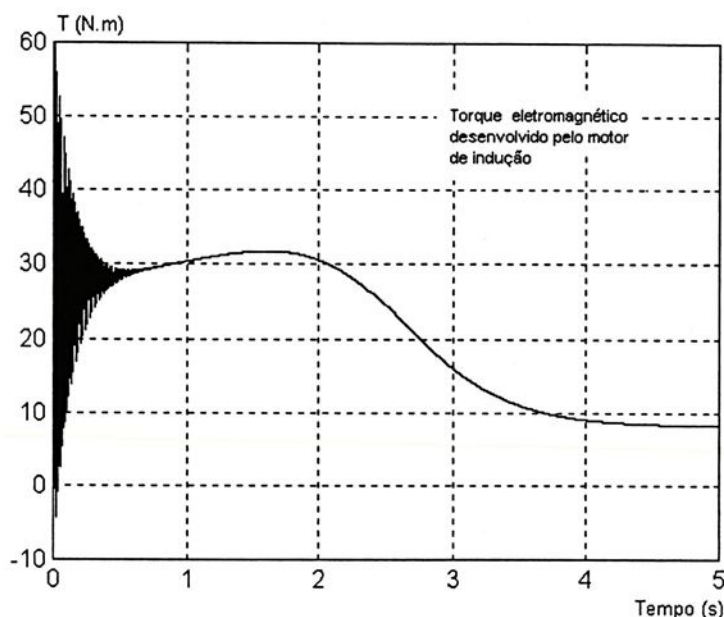


Figura 7.8 - Torque eletromagnético com o banco capacitor ligado em paralelo

Com a utilização do banco de capacitores, para a correção do fator de potência, o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina durante a partida (figura 7.8) em relação ao torque desenvolvido durante uma partida isolada, não recebeu nenhum incremento significativo, comparativamente observa-se uma leve superioridade do torque na partida com o banco de capacitores, todavia não deve-se associar o uso do banco de capacitores dimensionado à correção do fator de potência, objetivando-se um incremento de torque de partida.

## 8. A análise do transitório eletromagnético durante a reversão de rotação

### 8.1. Introdução

A aplicação dos novos conceitos de potência elétrica aliado a simulação digital, possibilitou a análise de diversos fenômenos envolvendo transitórios eletromagnéticos em motores elétricos de indução, sendo assim, a prática da reversão de velocidade, muito utilizada em quase todos os processos industriais, implica no surgimento de transitório eletromagnético muito particular a esta operação, o que torna este um fato interessante e que deve ser analisado.

### 8.2. A prática da reversão de rotação

O Princípio de funcionamento do motor de indução assíncrono, está intimamente relacionado ao fenômeno denominado "campo girante" existente nas máquinas elétricas rotativas. Com isto o sentido de rotação da máquina fica dependente do sentido de rotação do "campo girante", este campo nada mais é do que o vetor resultante da interação entre os campos eletromagnéticos variantes no tempo, gerados em cada uma das fases que compõe a máquina, no caso específico de máquinas trifásicas, estes campos variam suas grandezas senoidalmente no tempo e estes estão defasados de  $120^\circ$  elétricos entre si.

É de conhecimento geral que o vetor resultante da interação dos campos eletromagnéticos, gira no sentido originalmente por convenção no sentido anti-horário, seguindo uma seqüência de fase adotada "abc" e que existe também um processo simples de se fazer a inversão do sentido de rotação, que nada mais é do que inverte-se duas das três fases que fornecem energia à máquina trifásica, em geral neste processo opta-se pelo troca entre as fases "b" e "c" pois desta foram mantém-se a referência angular na fase "a", feito isto o "campo girante" existente na máquina inverte o seu sentido de rotação, fazendo com que a máquina também inverta sua rotação.





O gráfico da figura 8.1 apresenta o vetor espacial instantâneo representativo de fluxo magnético girante, em termos do plano complexo definido  $(\alpha, \beta)$ , frações de segundos que antecede a inversão da rotação. Ainda na análise desta figura, destaca-se o significado físico dos vetores espaciais instantâneos, pois este representativo da grandeza fluxo define a intensidade, a direção e o sentido do fluxo resultante no espaço, bem como as suas projeções nos eixos dos enrolamentos das fases do estator fornecem os valores instantâneos concatenados com os respectivos eixos.

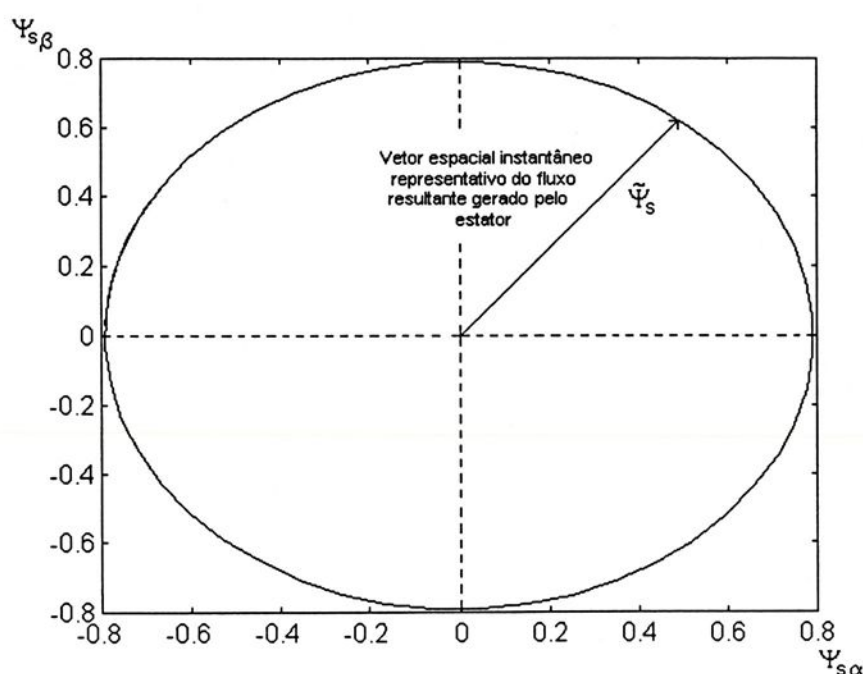


figura 8.1 – Vetor espacial instantâneo representativo de fluxo.

No capítulo 5, no item 5.6 "Modelando blocos auxiliares para simulação das condições de partida com banco de capacitores ligado em paralelo e da reversão de velocidade" são mostrados os blocos utilizados neste processo e também são feitas algumas considerações iniciais. Desta maneira o gráfico da figura 8.2 visa ilustrar o momento exato da reversão do sentido de rotação do "campo girante".

Neste gráfico foram destacados três pontos, marcados no gráfico pelos números "1, 2 e 3" escritos dentro de uma pequena circunferência, o primeiro ponto (1), indica a trajetória do vetor ainda no sentido original de rotação, assim como apresentado pelo gráfico da figura 8.1, o segundo ponto (2), destaca o momento exato que ocorre a inversão do "campo

girante" através da inversão das fases "b" e "c" e por último o ponto (3) indica o novo sentido do vetor, agora em sentido contrário ao original.

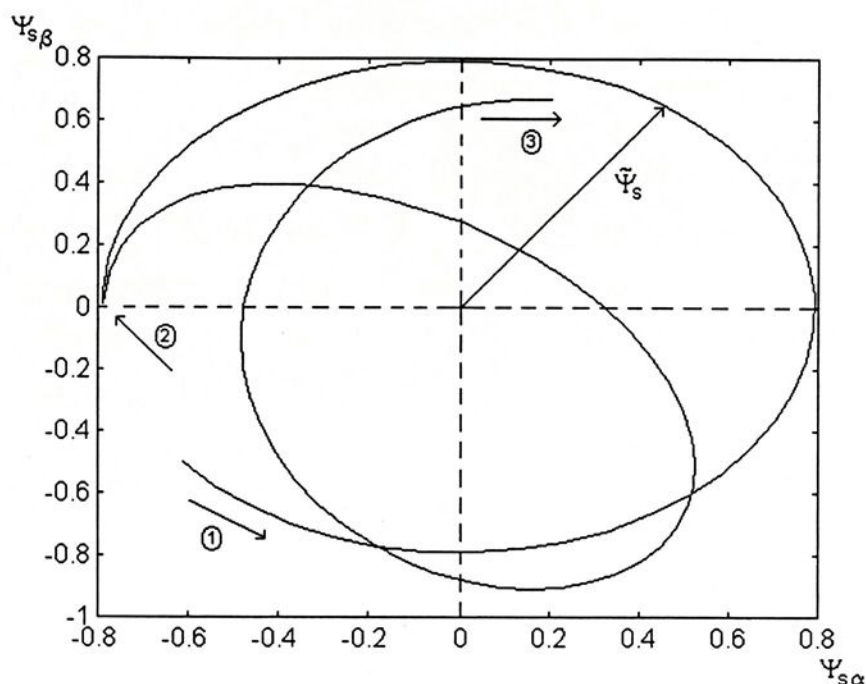


figura 8.2 – Vetor espacial instantâneo de fluxo durante a reversão.

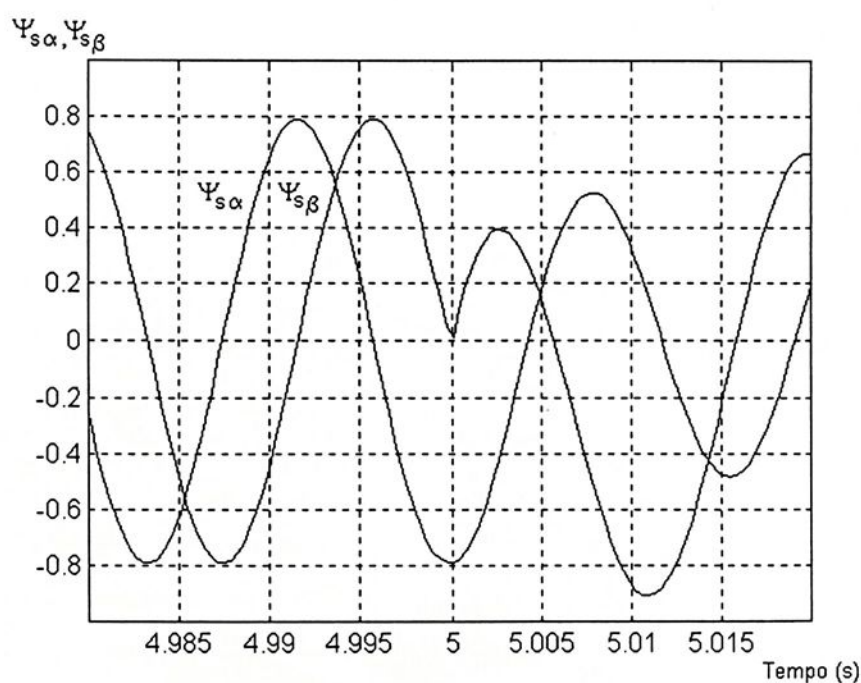


figura 8.3 – Curvas dos fluxos instantâneos por fase produzido pelo estator durante a reversão.

Este mesmo vetor pode ser ainda observado, através da variação das componentes de fluxo instantâneo dos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  no tempo, com destaque ao fato de que a inversão do sentido de rotação do vetor é originado apenas pela inversão da componente do eixo imaginário, como apresentado no gráfico da figura 8.3

### 8.3. Apresentação dos efeitos da reversão de rotação no funcionamento do motor de indução

Antes de iniciar qualquer análise mais detalhada e específica do fenômeno reversão de rotação, é importante apresentar a alteração que ocorre nas grandezas básicas da máquina, tais como correntes, velocidade e torque, pois desta forma fica muito bem ilustrado este fenômeno que exige esforços eletromecânicos adicionais da máquina elétrica.

Assim como no gráfico da figura 5.12 que mostra o comportamento das correntes eficazes de linha existentes na máquina sob a condição de partida máquina e até a completa entrada em regime da máquina elétrica, o gráfico da figura 8.4 apresenta um gráfico equivalente, porém com tempo de simulação maior, 15 segundos com a aplicação da reversão de rotação aos 05 segundos.

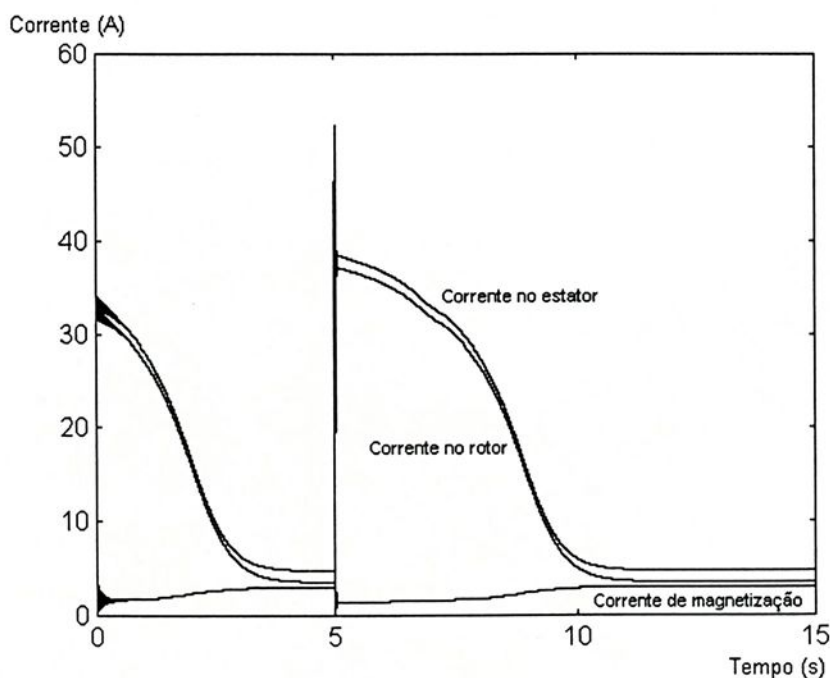


figura 8.4 – Curva das correntes que circulam na máquina durante a reversão.



O gráfico da figura 8.5 traz a curva da velocidade da máquina de indução desde a partida a plena carga, passando pela reversão de velocidade até a entrada em regime no sentido reverso de rotação, o ponto de destaque nesta curva, se deve ao fato de que a velocidade não é invertida ao mesmo instante em que é invertido o sentido de rotação do campo magnético que é feita aos 05 segundos de simulação.

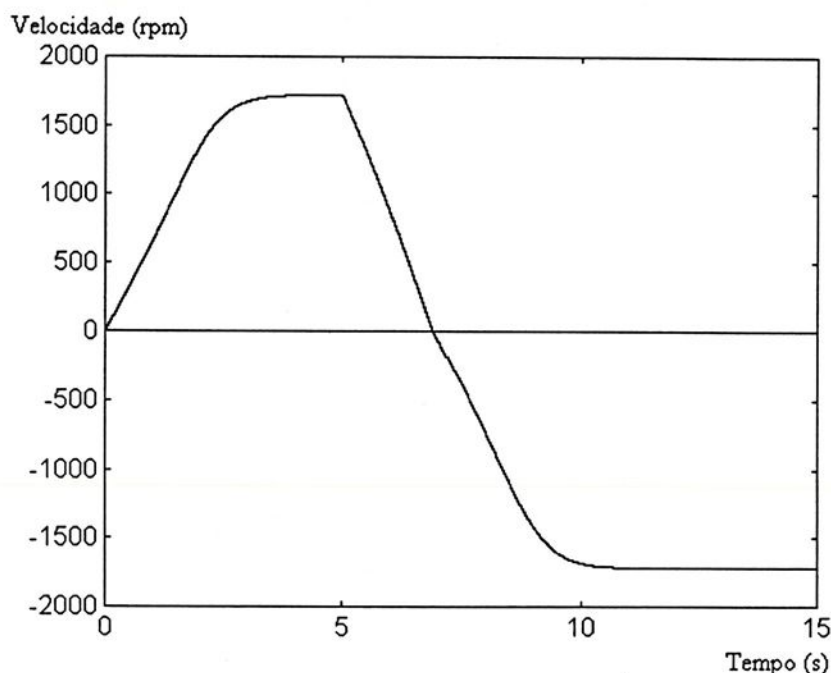


figura 8.5 – Curva da velocidade da máquina com reversão.

Anteriormente, foi exposto o fato de que o torque de carga imposto a máquina elétrica poderia ser considerado como um "freio" colocado no eixo desta, desta forma ao considerar-se o torque resistente como um valor positivo ao invertermos o sentido de rotação este torque deverá, por coerência, ser invertido também. Para tal, lança-se mão do bloco apresentado na figura 5.9, que detecta o momento exato no qual a velocidade passa pelo valor "zero" e desta forma ocorre a inversão do torque.

Nota-se que no gráfico da figura 8.6, pelo o exposto o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina irá se estabilizar, após a reversão, num valor negativo.



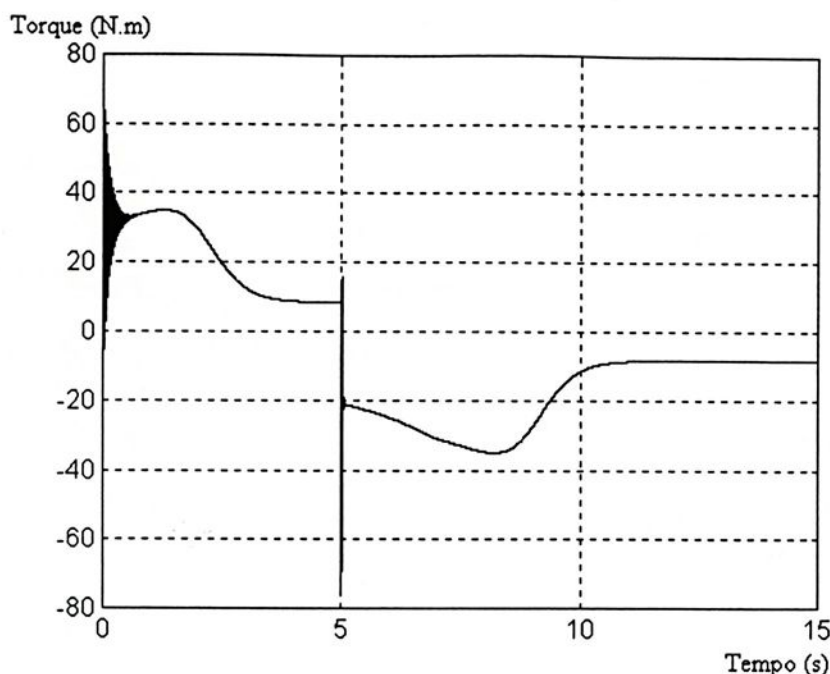


Figura 8.6- Curva de torque eletromagnético antes e depois da reversão até a entrada em regime.

#### 8.4. Apresentação das alterações no fluxo de potência no motor de indução durante a prática da reversão de velocidade

O gráfico da figura 8.7 mostra o comportamento das ondas de potência real, imaginária e aparente desenvolvida durante um período de 15 segundos, durante períodos definidos de partida, entrada em regime, aplicação da reversão de velocidade e retorno ao ponto de operação em regime.

Este gráfico revela as alterações bruscas no funcionamento com reflexos na energia absorvida pela máquina.

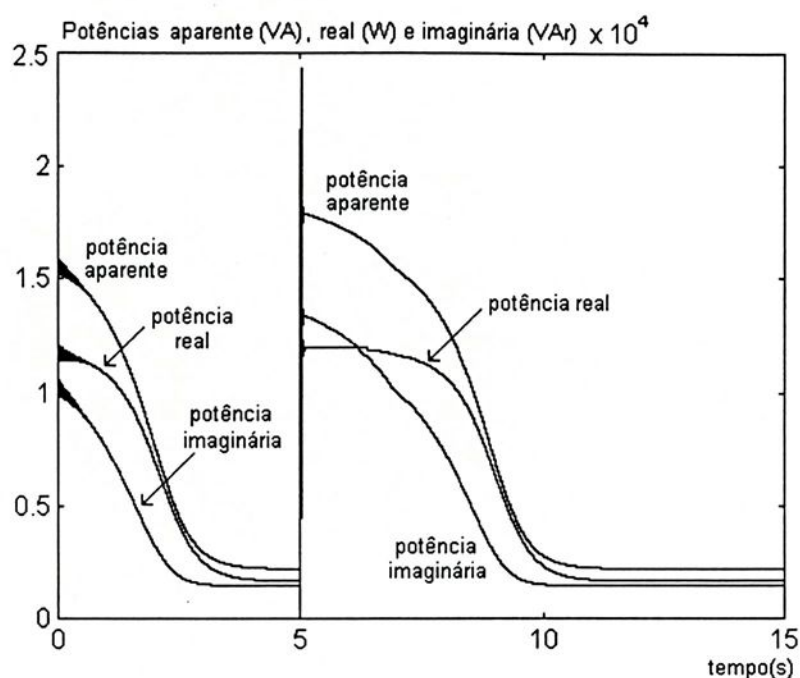


Figura 8.7 – Potências desenvolvidas pela máquina com operação normal incluindo a reversão de velocidade

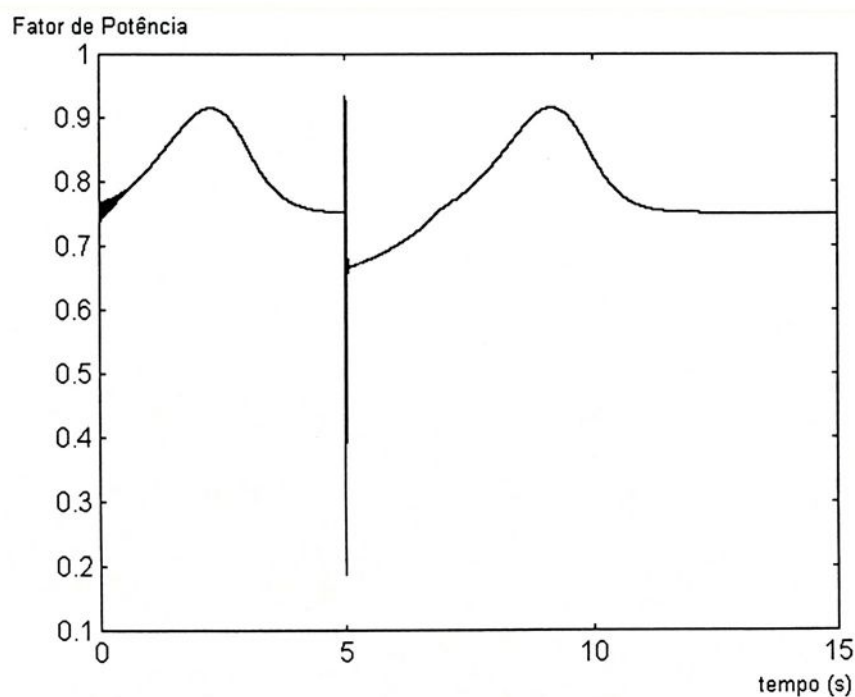


Figura 8.8 – Fator de potência instantâneo incluindo a reversão.

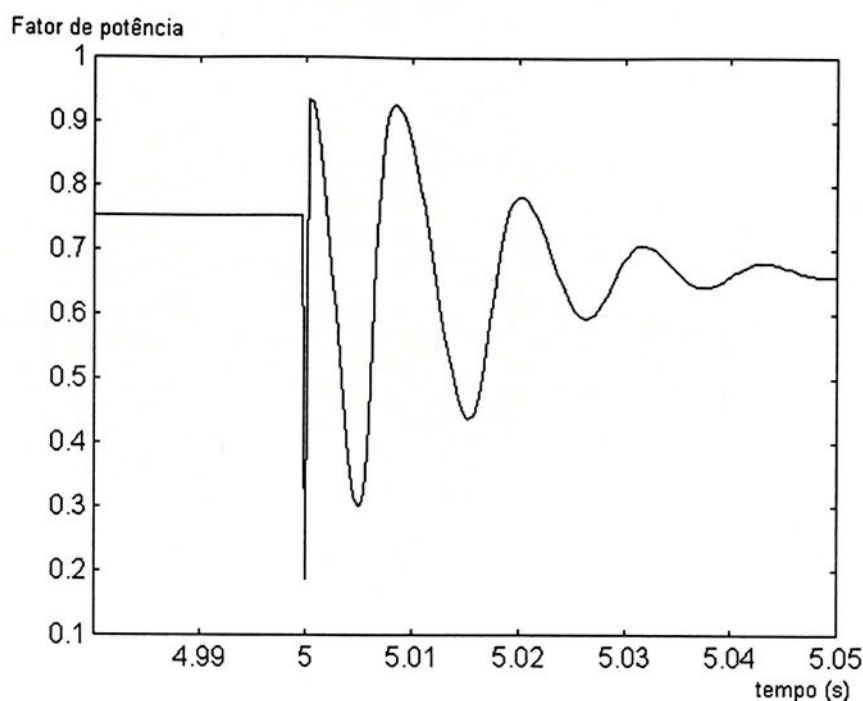


Figura 8.9 – Curva do fator de potência instantâneo no momento da reversão.

A figura 8.8 apresenta a curva do fator de potência instantâneo, durante 15 segundos de operação desde a partida passando pela reversão até retornar a condição de regime, desta forma lança-se mão da figura 8.9 que mostra um pequeno intervalo de simulação, que inclui o transitório de reversão.

A definição do fator de potência instantâneo é útil sobre o ponto de vista prático, pois é uma variável que pode ser calculada em tempo real e controlada utilizando-se filtros ativos.

### Conclusões

Neste trabalho apresentaram-se estudos envolvendo a teoria da Potência Complexa Instantânea aplicada à análise de transitórios eletromagnéticos em motores de indução. Foi elaborado um modelo para simulação digital, através do software "matlab with simulink", utilizando-se as equações matemáticas que descrevem o funcionamento deste equipamento.

Entre os objetivos alcançados destaca-se a generalização da teoria do Milanez, cujos resultados baseiam-se principalmente na análise de circuitos R-L simples. Observou-se que, a potência imaginária definida para um circuito R-L, quando do desenvolvimento da teoria, pode ser obtida também nas máquinas de indução para qualquer condição de operação, como sendo a envoltória da potência reativa instantânea, desenvolvida em uma das fases do plano bifásico, plano este no qual foram definidos os vetores espaciais instantâneos de tensão e corrente, e desta forma pode-se determinar a potência aparente e consequentemente o fator de potência instantâneo.

A análise do fluxo de potência, pelos novos conceitos de potência elétrica, utilizando-se dos recursos dos vetores espaciais instantâneos, poderá propiciar futuras discussões e aplicações, como técnicas de correção do fator de potência instantâneo, controle vetorial de torque e/ou velocidade do motor de indução, técnicas para redução dos surtos de tensão, conhecidos por "voltage sags e voltage swells".

Espera-se que os resultados apresentados possam contribuir para um melhor entendimento do fenômeno de fluxo de potência na máquina de indução que podem ser estendido posteriormente para a máquina síncrona, e que contribuam também para a consolidação da Teoria da Potência Complexa Instantânea.

Ressalta-se que a metodologia empregada pode ser utilizada para a análise on-line de sistemas elétricos em geral e para o desenvolvimento de sistemas de controle digital.





Os resultados da análise proporcionam também um aprofundamento no conhecimento do fenômeno do fluxo de energia em sistemas elétricos de potência trifásicos e equilibrados que alimentam cargas semelhantes.

Sobre o transitório de partida observou-se que o fator de potência instantâneo assume valores alternados até estabilizar-se no valor em regime e que, ao contrário da informação veiculada pela comunidade de engenheiros, de que teria-se um valor baixo para o fator de potência na partida, devido a grande quantidade de energia transferida para o campo eletromagnético da máquina, o fator de potência mostrou-se elevado; pois mesmo não havendo nos instantes iniciais conversão útil de energia na forma de potência mecânica no eixo, ocorrem elevadas perdas, por efeito Joule, nos enrolamentos de cobre na forma de potência ativa, tornando-o elevado durante os primeiros ciclos de partida.

A análise do transitório estendeu-se a casos particulares comuns na operação deste tipo de equipamento, com destaque para a reversão de velocidade e a utilização de bancos de capacitores ligados em paralelo durante a partida da máquina.

A situação envolvendo o transitório de reversão conduziu-nos a duas conclusões principais, a primeira é que o potencial da utilização dos vetores espaciais instantâneos representativo das grandezas elétricas analisadas é muito grande, tornando possível, por exemplo, a análise de técnicas de controle de torque e/ou velocidade aplicado aos motores de indução, pois o vetor espacial instantâneo representativo de fluxo magnético, na forma do campo magnético girante, é perfeitamente controlável e observável como se faz necessário no controle vetorial. O outro fato relaciona-se ao dimensionamento do sistema de alimentação de motores de indução, que trabalham sob condição intermitente de operação, como repetidas reversões de velocidade, no qual comprovou-se que o fator de potência instantâneo sofre consideráveis variações, sugerindo, desta forma, atenção especial no dimensionamento de alimentadores, sistemas de partida e proteção.

Na outra situação, envolvendo a partida com o banco de capacitores ligado em paralelo, pode-se comprovar algumas informações que a muito tempo eram veiculadas por engenheiros eletricitas, porém obtidas de maneira heurística, e que neste trabalho foram comprovadas matematicamente. Observou-se que na utilização de capacitores visando a compensação de reativos, não ocorrem ganhos significativos no torque de partida na tensão nos terminais da máquina. É importante destacar que neste estudo utilizou-se um motor de pequena potência e acredita-se que estas considerações sobre torque e tensão terminal



podem ser generalizadas para os efeitos na operação de grandes motores, em relação à utilização de banco de capacitores quando objetiva-se a compensação de reativos.

Esta situação também apontou um fato indesejável, que é a grande oscilação na tensão terminal do conjunto motor e banco de capacitores, podendo gerar esforços na isolação da máquina, determinando uma redução na vida útil do motor de indução. Considera-se que este fato é bastante significativo, podendo tornar-se objeto de pesquisas futuras.

Desta forma, acredita-se que todos os objetivos propostos foram alcançados de maneira satisfatória, contribuindo de maneira abrangente para a análise do funcionamento de máquinas elétricas de indução, particularmente no estudo do fluxo de potência, com considerações importantes para o estudo de qualidade de energia.



*Sugestões para Trabalhos Futuros*

1. Estudo de transitórios Eletromagnéticos na Máquina Síncrona.
2. Estudo de Estabilidade da Máquina Síncrona.
3. Técnicas de controle utilizando-se controle vetorial e o método aqui apresentado para obter-se, por exemplo, o controle do fator de potência.





Referências Bibliográficas

- [1] MILANEZ, D. L. "A Potência Complexa Instantânea Aplicada às Máquinas Elétricas Trifásicas", **Tese (doutorado em engenharia elétrica)** - Unicamp, Campinas, 102p.,1993.
- [2] MILANEZ, D. L. & MISKULIN, M. S. "The Instantaneous Complex Power Applied to Three-Phase Machines", **In: 28 IAS (IEEE) Annual Meeting**, pp. 165-171, Toronto, Canada, October 3-8, 1993.
- [3] AKAGI, H. & KANAZAWA, Y. & NABAE, A. "Instantaneous Reactive Power Compensator Comprising Switching Devices Without Energy Storage components", **IEEE Transactions on Industry Applications**, Vol. IA-20, n°3, pp.625-630, May/June, 1984.
- [4] WATANABE, E. H. & STEPHAN, R. M. & AREDES, M. "New Concepts of Instantaneous Active and Reactive Powers in Electrical Systems With Generic Loads", A paper recommended and approved by the IEEE Transmission and Distribution Committee of the IEEE Power Engineering Society for presentation at the **IEEE/PES Winter Meeting**, New York, January 23-30, 1992.
- [5] MILANEZ, D. L. "New concepts of the power received by ideal energy storage elements: the instantaneous complex power approach", **In: International Symposium On Circuits And Systems**, Ames - USA, 1996. Anais. IEEE. Ames - USA, 1996.
- [6] MILANEZ, D. L. & SEIXAS, F.J.M. & ALVES. "A Composição da Potência Instantânea Recebida por Elementos Armazenadores de Energia Ideais", Recomendado para publicação no **Seminário Brasileiro De Qualidade Da Energia Elétrica-SBQEE**, Uberlândia-Minas Gerais-Brasil, 1996.
- [7] AREDES, M. & WATANABE, E. H. "New Control Algorithms for Series and Shunt Three-Phase Four-Wire Active Powers Filters", A paper recommended and approved by the IEEE Transmission and Distribution Committee of the IEEE Power Engineering Society for presentation at the **IEEE/PES 1994 Summer Meeting**, San Francisco, CA, July 24-28, 1994.
- [8] PENELLO, L. F. & WATANABE, E. H. & Aredes, M. "Filtro Ativo de Potência Tipo "Shunt" com Seleção da Potência a ser Compensada", **In: Congresso Brasileiro de Automática**, 9<sup>o</sup> Anais da Sociedade Brasileira de Automática, pp. 786-791, Vitória, ES.





- [9] NABAE, A. & TANKA, T. "A New Definition of Instantaneous Active-Reactive Current and Power Based on Instantaneous Space Vectors on Polar Coordinates in Three-Phase Circuits", A paper recommended and approved by the IEEE Power System Instrumentation & Measurements Committee of the IEEE Power Engineering Society for presentation at the **IEEE/PES 1996 Winter Meeting**, Baltimore, MD, January 21-25, 1996.
- [10] VENIKOV, V. A. **Transient Processes in Eletrical Power System**, Mir Publishers, Trad. UTKIN, N., Original Russo, 501p, Moscou, 1977.
- [11] BOSE, B. K. **Power Electronics and AC Drives**, Ed. Prentice-Hall, 545p, Englewood Cliffs, 1986.
- [12] TORRENS, A. B. "Time-Dependent Complex Quantities ans Instantaneous Complex Power", **Int. J. of Electrical Engeneering Education**, Vol 18, Manchester, U. K., 1981.
- [13] EMANUEL, A. E. "Power in Nonsinusoidal Situations a Review of Definitions and Physical Meaning", **IEEE Transactions on Power Dlivery**, Vol. 5, n<sup>o</sup>3, July, 1990.
- [14] FILIPSKI, P. S. & BAGHZOUZ, Y. & COX, M. D. "Discussion of Power Definitions Contained in the IEEE Dictionary", **IEEE Transaction on Power Delivery**, Vol. 9, n<sup>o</sup>3, July 1994.
- [15] LEONHARD, W. "30 Years Space Vectors, 20 Yers Field Orientation, 10 Yers Digital Signal Processing with Controlled AC-Drives, a Review (Part 1)", **EPE Journal**, Vol. 1, n<sup>o</sup> 1, July 1991.
- [16] LEONHARD, W. "30 Years Space Vectors, 20 Yers Field Orientation, 10 Yers Digital Signal Processing with Controlled AC-Drives, a Review (Part 2)", **EPE Journal**, Vol. 2, n<sup>o</sup> 1, october 1991.
- [17] SLEMON, G. R. **Electric Machines**, Addison-Wesley Publishing Company, 578p., New York, 1982.
- [18] SLONIM, M. A. & VAN WYK, J. D. "Power Components in a System With Sinuisoidal and Nonsinusoidal Voltages and/or Currents", **In: IEE Proceedings**, Vol. 135, Pt. B, n<sup>o</sup>2, March, 1988.



- [19] IVANOV- SMOLENSKI, A. V. **Máquinas Eléctricas - Máquinas de Corrente Alternada**, Trad. RODRIGUEZ, L.. Mir Publishers, Vol. 1, 385p. Original Russo, Moscou, 1984
- [20] IVANOV-SMOLENSKI, A. V. **Máquinas Eléctricas - Máquinas de Corrente Alternada**, Trad. RODRIGUEZ, L.. Mir Publishers, Vol. 2, 402p. Original Russo, Moscou, 1984
- [21] IVANOV-SMOLENSKI, A. V. **Máquinas Eléctricas - Máquinas de Corrente Alternada**, Trad. RODRIGUEZ, L.. Mir Publishers, Vol. 3, 288p. Original Russo, Moscou, 1984
- [22] DEWAN, S. B. & SLEMON, G. R. & STRAUGHEN A. **Power Semiconductor Drives**, John Wiley & Sons, Inc., p.353, Toronto, 1984.
- [23] FITZGERALD, A. E. & KINGSLEY, C. JR. & KUSKO, A., **Electric Machinery**, McGraw-Hill Inc., 621p., New York, 1971.
- [24] EMANUEL, A. E., "The Buchholz-Goodhue Apparent Power Definition: The Practical Approach for Nonsinusoidal and Unbalanced Systems", **IEEE/PES Winter Meeting**, January 21-25, Baltimore, MD, 1996.
- [25] MILANEZ, D. L.& ESTEVAM, G. P., "Análise de um Retificador Trifásico de Onda Completa a Tiristor Aplicando a Teoria da Potência Complexa Instantânea", **III Congresso Latino Americano de Distribuição de Energia Elétrica- III CONLADIS**, São Paulo – S.P., Brasil, Setembro, 1998.



Levantamento dos Parâmetros do Motor de InduçãoDados de placa do motor de indução

Motor de indução trifásico  
Fabricante: WEG  
Potência: 2 CV  
frequência: 60 Hz  
Tensões: 220 volts ( $\Delta$ ) / 380 volts (Y)  
Corrente: 6,5 A ( $\Delta$ ) / 3,8 A (Y)  
Velocidade nominal: 1730 rpm  
Categoria: B  
Fator de Serviço: 1,20  
Isolação classe: B  
Código: H  
Regime contínuo  
Carcaça IP 54

Outros dados:

Momento de inércia a vazio: 0,0045 Kgm<sup>2</sup>  
Conjugado resistente de carga: 8,15 N.m  
Fator de potência a carga nominal: 0,75

Para a realização deste estudo, envolvendo a análise do comportamento do motor de indução, torna-se necessário o levantamento de parâmetros detalhados da máquina, desta forma foram realizados em laboratório ensaios em vazio e a rotor bloqueado, levantamento da curva de saturação e medição da resistência dos enrolamentos do estator.



Ensaio realizado para determinação dos parâmetros do motor de indução

Ensaio em vazio

Neste ensaio, a avaliação das condições da expressão do escorregamento (A.1) e o circuito equivalente do motor de indução (figura A.1) facilitam a compreensão do procedimento de ensaio.

$$s = \frac{(\omega_s - \omega_r)}{\omega_s} \quad (A.1)$$

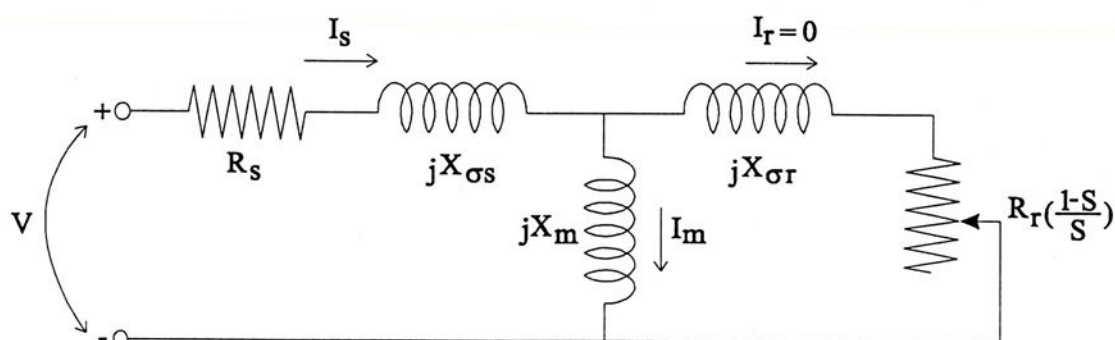


Figura A.1 - Circuito equivalente do motor de indução

Quando o motor de indução opera a vazio  $\omega_r$  é aproximadamente igual a  $\omega_s$  e por consequência o escorregamento é próximo de zero. Isto conduz para uma resistência rotórica equivalente muito alta, tendendo ao infinito como mostra a expressão (A.2), sendo assim o circuito equivalente para operação a vazio pode ser demonstrado conforme figura (A.2).



$$R = R_r \left( \frac{1-s}{s} \right) \cong \infty, \quad \text{para } s \cong 0 \quad (\text{A.2})$$

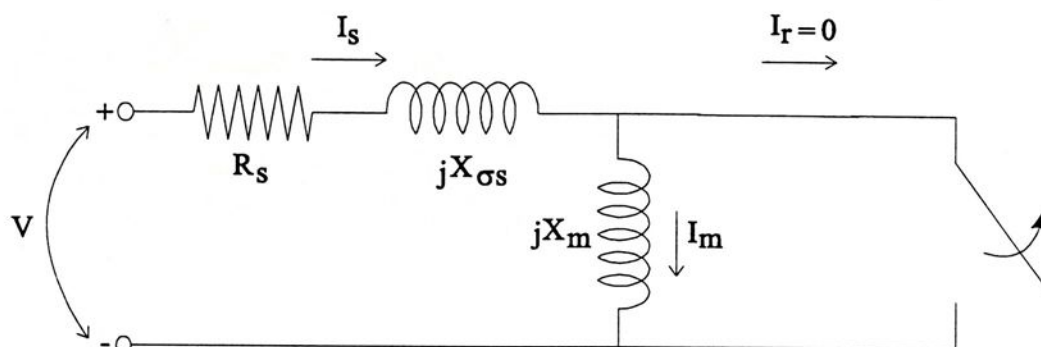


Figura A.2 - Circuito equivalente do motor de indução para ensaio a vazio.

O ensaio a vazio, fornece informações com respeito a sua corrente de excitação e suas perdas a vazio. Essa corrente produz suficiente torque para suprir o torque resultante ( fricção e ventilação ), as quais são chamadas perdas rotacionais. Essas perdas, na tensão e freqüência nominais são consideradas constantes na operação em qualquer condição de operação do motor de indução.

Todos os cálculos são efetuados por fase pois o circuito equivalente é monofásico, desta forma deve-se observar o esquema de ligação do motor, para que seja utilizado nos cálculos a corrente por fase e tensão por fase, expressão A.3.

esquema em  $\Delta$

$$V_0 = V_{\text{linha}}, \quad I_0 = \frac{I_{\text{linha}}}{\sqrt{3}} \quad \text{e} \quad P_0 = \frac{P_{3\phi}}{3} \quad (\text{A.3})$$

esquema em Y

$$V_0 = \frac{V_{\text{linha}}}{\sqrt{3}}, \quad I_0 = I_{\text{linha}} \quad \text{e} \quad P_0 = \frac{P_{3\phi}}{3}$$

Definido os valores por fase, pode-se determinar desta forma, os parâmetros do motor de indução fornecidos pelo ensaio, como mostra a expressão A.4.

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{V_0}{I_0} \text{ (}\Omega\text{)} \\ R_0 &= \frac{P_0}{I_0^2} \text{ (}\Omega\text{)} \\ X_0 &= \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} \text{ (}\Omega\text{)} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Após observar a figura (A.2), pode-se concluir que a reatância a vazio calculada devido as condições da operação a vazio, é igual a soma das reatâncias do circuito equivalente, a mútua e a de dispersão do estator, como mostra a expressão A.5.

$$X_0 = X_s = X_{\sigma s} + X_{sr} \quad (\text{A.5})$$

#### Ensaio de rotor bloqueado

Quando o motor de indução opera com suas bobinas excitadas de uma fonte 3 balanceada de frequência  $F = 60 \text{ Hz}$ , mas com o rotor bloqueado ( $\omega_r = 0$ ), o escorregamento torna-se “ $s = 1$ ”. Assim a resistência rotórica equivalente torna-se zero como mostra a expressão A.6.

$$R = R_r \left( \frac{1-s}{s} \right) = 0, \quad \text{para } s = 1 \quad (\text{A.6})$$

Desta forma, assim como parti-se sempre do circuito equivalente completo (figura A.1), neste ensaio tem-se o circuito equivalente, após bloquear-se o eixo da máquina, como mostra a figura A.3, nesta condição de operação o ramo magnetizante torna-se nulo no circuito devido a baixa resistência a passagem de corrente do circuito do rotor.



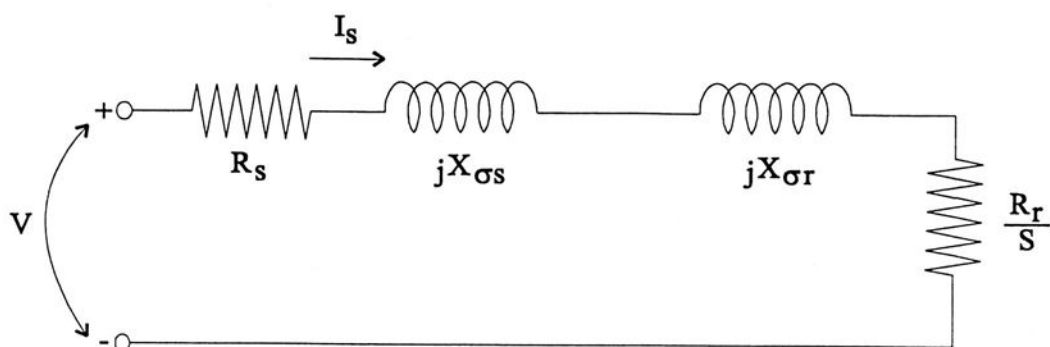


Figura A.3 - Circuito equivalente para o ensaio a rotor bloqueado.

Assim como no ensaio anterior, definindo os valores por fase, pode-se então determinar, os parâmetros do motor de indução fornecidos pelo ensaio, como mostra a expressão A.7.

$$\begin{aligned} Z_{bl} &= \frac{V_{bl}}{I_{bl}} \quad (\Omega) \\ R_{bl} &= \frac{P_{bl}}{I_{bl}^2} \quad (\Omega) \\ X_{bl} &= \sqrt{Z_{bl}^2 - R_{bl}^2} \quad (\Omega) \end{aligned} \quad (A.7)$$

Assim como no ensaio anterior, esta condição particular, que é o de rotor bloqueado, pode-se escrever a reatância calculada neste ensaio, como sendo a soma direta das reatâncias de dispersão do estator e do rotor, com apresentado na expressão A.8.

$$X_{bl} = X_{\sigma s} + X_{\sigma r} \quad (A.8)$$

#### Informações complementares sobre os ensaios

Neste dois ensaios realizados, serão definidos os valores calculados das reatâncias de dispersão do estator e do rotor e a reatância mútua entre estes enrolamentos. A resistência do enrolamento do estator será determinado através do ensaio de queda de tensão, que será comentado oportunamente e para completar todos os parâmetros que envolvem o circuito equivalente deve-se calcular valor da resistência rotórica através da expressão (A.9), pois como neste tipo de motor o circuito do rotor não está acessível, deve-se utilizar de métodos empíricos para calcular o parâmetro.

$$R_r = (R_{bl} - R_s) \cdot \frac{X_r^2}{X_{sr}^2} \quad (\Omega) \quad (A.9)$$

E para completar as informações sobre estes dois ensaios, o esquema de ligação dos equipamentos de medição, como mostra a figura (A.4), sendo "V" representando o instrumento voltímetro, "A" representando o instrumento amperímetro, "P1" e "P2" representando os instrumentos wattímetros e a fonte alternada trifásica variável representada por "Fonte CA variável".

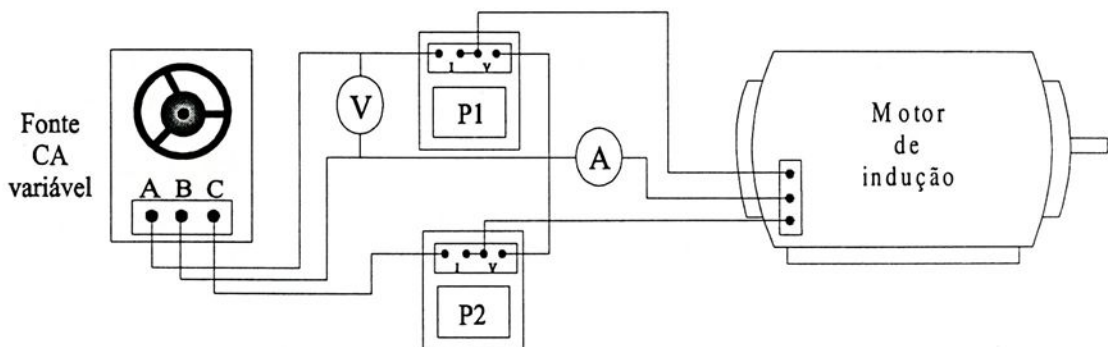


Figura A.4 - Esquema de montagem dos ensaios a vazio e rotor bloqueado.

#### Levantamento da curva de saturação





Este ensaio tem como finalidade o enriquecimento de informações, com o refinamento da análise. Desta forma neste ensaio serão anotados os valores de tensão e corrente correspondentes ao processo de magnetização.

O esquema utilizado para este experimento é basicamente o que foi montado para os dois primeiros ensaios, sendo que neste ensaio acoplamos uma máquina síncrona ao eixo do motor de indução, que irá girar a velocidade síncrona (número de pólos iguais nas duas máquinas), no mesmo sentido de rotação do motor de indução, suprimindo desta maneira as perdas rotacionais do motor de indução, refletindo de maneira direta nos valores de corrente medidos, livres desta parcela de perdas. E ainda como alteração no procedimento, não serão mais necessários a utilização dos wattímetros.

A montagem do experimento pode ser observado da Figura A.5 a seguir.

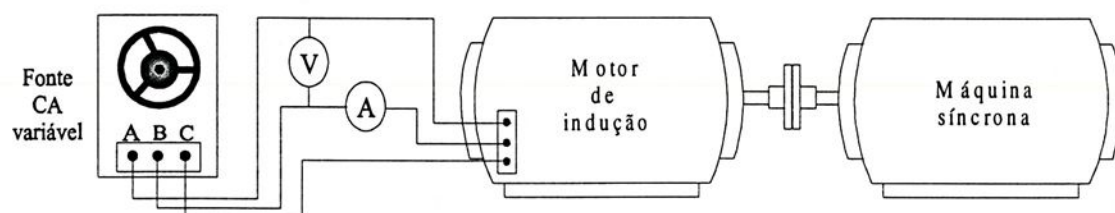


Figura A.5 - Esquema de ligação do ensaio para o levantamento da curva de saturação.

Montada-se a experiência, procedemos a variação da tensão nos terminais do motor de indução e colhe-se o valor da corrente correspondente, é interessante realizarmos uma variação de aproximadamente 5 volts, para podermos levantar uma curva precisa, é importante também ficar atento ao detalhe da variação da tensão, deve-se manter a variação sempre crescente, nunca retrocedendo, pois considerando-se a histerese do material magnético, esta operação irregular poderia alterar o resultado.

A tensão de entrada deve variar do valor zero ao valor equivalente de fator de serviço indicado na placa do motor fornecido pelo fabricante.

### Desenvolvimento experimental



### Ensaio em vazio

No ensaio em vazio o motor de indução é ligado à rede, que fornece tensão nominal e frequência nominal, e este gira sem carga acoplada ao seu eixo. Sob estas condições, a potência de entrada absorvida na partida representa as perdas rotacionais (perdas mecânicas), e uma pequena parcela de perda no cobre do estator e do rotor.

Do ensaio a vazio, obtém-se os valores de “ $P_0$ ,  $V_0$  e  $I_0$ ”, sendo respectivamente a potência trifásica absorvida, a tensão e corrente de linha.

A montagem do circuito elétrico para a execução do ensaio foi apresentado na figura A.4.

No ensaio a vazio, o motor de indução foi submetido a uma tensão de  $V = 220$  Volts a uma frequência de 60 Hz constantes, e assim obtivemos os seguintes resultados:

a corrente lida do motor de indução foi (conexão  $\Delta$ ):

$$I_{\text{linha}} = 3,68 \text{ A}$$

a potência lida nos wattímetros, foi:

$$P_1 + P_2 = 280 \text{ W}$$

De posse destes resultados, podemos calcular a impedância, a resistência e a reatância a vazio do motor de indução:

$$Z_0 = \frac{\sqrt{3}V_0}{I_0} = \frac{220\sqrt{3}}{3} = 98,65 \Omega$$

$$R_0 = \frac{P_0}{3.I_0^2} = \frac{280}{3.(4,97)^2} = 16,09 \Omega$$

$$X_0 = \sqrt{(Z_0)^2 - (R_0)^2} = \sqrt{(98,65)^2 + (16,09)^2} = 97,33 \Omega$$

### Ensaio a rotor bloqueado



No ensaio a rotor bloqueado, o eixo do motor de indução é bloqueado (freio eletromagnético ou mecânico) de modo que ele não possa girar. Uma tensão balanceada trifásica cujo valor possa ser gradativamente aumentado, é aplicada ao estator, até que seja atingida corrente de linha nominal de placa. Neste ensaio as perdas no núcleo são desprezíveis, e não há perdas mecânicas, uma vez que o rotor está parado. A potência total solicitada pelo motor são dissipadas nos enrolamentos do estator e no rotor através do efeito "Joule".

Do ensaio de rotor bloqueado, obtém-se " $P_{bl}$ ,  $V_{bl}$  e  $I_{bl}$ ", sendo que " $V_{bl}$ " equivale aproximadamente de 20 a 30% da tensão nominal.

A montagem do circuito elétrico para a realização do ensaio é o mesmo da figura A.4.

Neste ensaio utilizou-se uma trava de madeira para que fosse possível bloquear o rotor do motor, daí aumentou-se a tensão que ficou em torno de 35 Volts, até que a corrente de linha chegasse no valor nominal da corrente do motor que é de 6,5 A, neste momento lê-se as potências nos wattímetros e tensão e corrente nos respectivos medidores.

a corrente lida do motor de indução foi (conexão  $\Delta$ ):

$$I = 6,5 \text{ A}$$

a potência lida nos wattímetros, foi:

$$P_1 + P_2 = 296 \text{ W}$$

De posse destes resultados, podemos calcular a impedância, a resistência e a reatância a vazio do motor de indução:

$$Z_{bl} = \frac{V_{bl} \cdot \sqrt{3}}{I_{bl}} = \frac{35 \cdot \sqrt{3}}{6,5} = 9,33 \Omega$$

$$R_{bl} = \frac{P_{bl}}{3 \cdot I_{bl}^2} = \frac{296}{3 \cdot (6,5)^2} = 7,02 \Omega$$

$$X_{bl} = \sqrt{(Z_{bl})^2 - (R_{bl})^2} = \sqrt{(9,33)^2 - (7,02)^2} = 6,15 \Omega$$



Sendo o motor categoria B, como informa o fabricante, devemos respeitar a equivalência entre a reatância de dispersão do estator e do rotor em relação a reatância de rotor bloqueado calculado acima, como mostra a tabela A.1 a seguir.

| Categoria     | fração de $X_{bl}$ |        |
|---------------|--------------------|--------|
|               | $x_1$              | $x'_2$ |
| A             | 0,5                | 0,5    |
| B $\approx$ N | 0,4                | 0,6    |
| C $\approx$ H | 0,3                | 0,7    |
| D             | 0,5                | 0,5    |

Tabela A.1 - Tabela de equivalência entre reatâncias do estator e reator em relação a categoria.

Desta forma temos,

$$X_{bl} = 0,4 \cdot X_{\sigma s} + 0,6 \cdot X_{\sigma r}$$

$$X_{\sigma s} = 2,46 \, \Omega \quad \text{e} \quad X_{\sigma r} = 3,69 \, \Omega$$

Para calcular a  $R_r$  equivalente iremos usar expressão A.9.,

$$\text{seja } X_{sr} = X_0 - X_{\sigma s} = 94,87 \, \Omega$$

$$R_r = (R_{bl} - R_s) \cdot \frac{X_r^2}{X_{sr}^2} = (7,02 - 3,60) \cdot \frac{(98,56)^2}{(94,87)^2} = 3,69 \, \Omega$$

Para completar os parâmetros, obteve-se  $R_s$  através de medição direta, utilizando a ponte Wheatstone, logo:

$$R_s = 3,60 \, \Omega$$





O circuito equivalente está representado na figura A.6 a seguir,

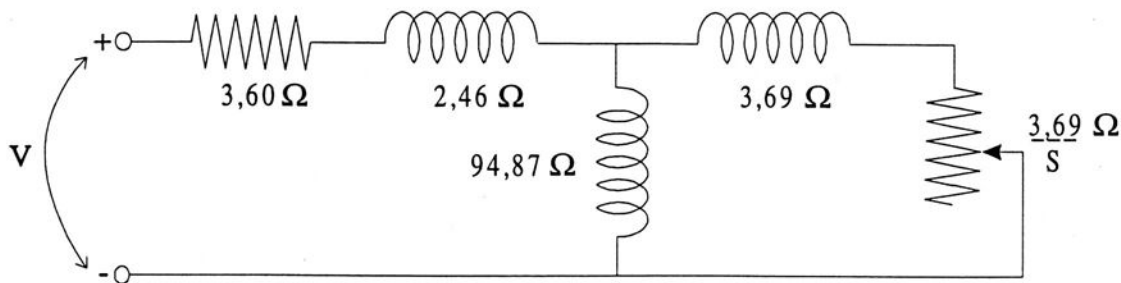


Figura A.6 - Circuito equivalente do motor de indução com os parâmetros quantificados.

Levantamento da curva de saturação

Finalmente, trabalhando-se com os dados obtidos no ensaio destinado a obtenção da curva de saturação a vazio do motor de indução e de posse dos valores tensão e corrente de magnetização, pode-se através de álgebra simples, chegar-se ao valor da indutância mútua  $L_{sr}$  para os diversos valores de corrente de magnetização, como mostra a tabela A.2 a seguir.

| Tensão<br>(V) | corrente $I_L$<br>(A) | corrente $I_f$<br>(A) | E (V)  | E/W   | $L_{sr}$ |
|---------------|-----------------------|-----------------------|--------|-------|----------|
| 0,00          | 0,00                  | 0,000                 | 0,000  | 0,000 | -----    |
| 8,00          | 0,00                  | 0,000                 | 8,000  | 0,021 | -----    |
| 13,00         | 0,26                  | 0,150                 | 12,631 | 0,034 | 0,223    |
| 17,00         | 0,34                  | 0,196                 | 16,517 | 0,044 | 0,223    |
| 25,00         | 0,47                  | 0,271                 | 24,332 | 0,065 | 0,238    |
| 30,00         | 0,55                  | 0,318                 | 29,219 | 0,078 | 0,244    |
| 36,00         | 0,65                  | 0,375                 | 35,077 | 0,093 | 0,248    |
| 40,00         | 0,72                  | 0,416                 | 38,977 | 0,103 | 0,249    |
| 46,00         | 0,78                  | 0,450                 | 44,892 | 0,119 | 0,264    |
| 51,00         | 0,85                  | 0,491                 | 49,793 | 0,132 | 0,269    |



|        |      |       |         |       |       |
|--------|------|-------|---------|-------|-------|
| 56,00  | 0,95 | 0,548 | 54,651  | 0,145 | 0,264 |
| 61,00  | 1,00 | 0,577 | 59,580  | 0,158 | 0,274 |
| 66,00  | 1,08 | 0,624 | 64,466  | 0,171 | 0,274 |
| 70,00  | 1,16 | 0,670 | 68,352  | 0,181 | 0,271 |
| 76,00  | 1,23 | 0,710 | 74,253  | 0,197 | 0,277 |
| 82,00  | 1,32 | 0,762 | 80,125  | 0,213 | 0,279 |
| 89,00  | 1,44 | 0,831 | 86,955  | 0,231 | 0,277 |
| 94,00  | 1,52 | 0,878 | 91,841  | 0,244 | 0,278 |
| 100,00 | 1,61 | 0,930 | 97,713  | 0,259 | 0,279 |
| 105,00 | 1,68 | 0,970 | 102,614 | 0,272 | 0,281 |
| 113,00 | 1,80 | 1,039 | 110,443 | 0,293 | 0,282 |
| 118,00 | 1,89 | 1,091 | 115,316 | 0,306 | 0,280 |
| 125,00 | 2,00 | 1,155 | 122,159 | 0,324 | 0,281 |
| 133,00 | 2,13 | 1,230 | 129,975 | 0,345 | 0,280 |
| 138,00 | 2,21 | 1,276 | 134,861 | 0,358 | 0,280 |
| 144,00 | 2,26 | 1,305 | 140,790 | 0,373 | 0,286 |
| 152,00 | 2,43 | 1,403 | 148,549 | 0,394 | 0,281 |
| 158,00 | 2,58 | 1,490 | 154,336 | 0,409 | 0,275 |
| 163,00 | 2,62 | 1,513 | 159,279 | 0,422 | 0,279 |
| 169,00 | 2,77 | 1,599 | 165,066 | 0,438 | 0,274 |
| 175,00 | 2,90 | 1,674 | 170,881 | 0,453 | 0,271 |
| 180,00 | 3,00 | 1,732 | 175,739 | 0,466 | 0,269 |
| 186,00 | 3,10 | 1,790 | 181,597 | 0,482 | 0,269 |
| 192,00 | 3,25 | 1,876 | 187,384 | 0,497 | 0,265 |
| 198,00 | 3,33 | 1,923 | 193,270 | 0,513 | 0,267 |
| 204,00 | 3,45 | 1,992 | 199,100 | 0,528 | 0,265 |
| 210,00 | 3,65 | 2,107 | 204,816 | 0,543 | 0,258 |
| 215,00 | 3,85 | 2,223 | 209,532 | 0,556 | 0,250 |
| 222,00 | 4,00 | 2,309 | 216,319 | 0,574 | 0,248 |
| 229,00 | 4,22 | 2,436 | 223,006 | 0,592 | 0,243 |



|        |      |       |         |       |       |
|--------|------|-------|---------|-------|-------|
| 234,00 | 4,45 | 2,569 | 227,680 | 0,604 | 0,235 |
| 240,00 | 4,67 | 2,696 | 233,367 | 0,619 | 0,230 |
| 245,00 | 4,94 | 2,852 | 237,984 | 0,631 | 0,221 |

Tabela A.2 - Medições realizadas no ensaio para levantamento da curva de saturação.

Com os dados relacionados acima, podemos então, "plotar" o gráfico da curva de magnetização do motor de indução ensaiado, como mostra a figura A.7 a seguir.

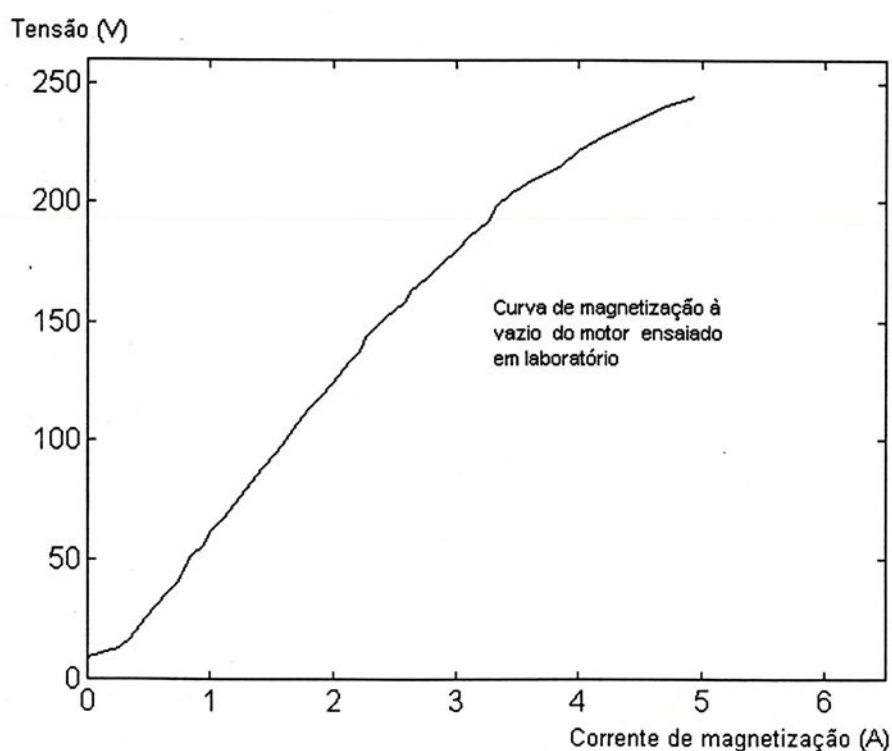


Figura A.7 - Gráfico da curva de saturação obtida em laboratório.

Determinação das Perdas por Efeito Joule em um Circuito Trifásico Equilibrado RL [24].

Dadas as equações de tensão para as fases a, b e c:

$$v_a = Ri_a + L \frac{di_a}{dt} \quad (B1)$$

$$v_b = Ri_b + L \frac{di_b}{dt} \quad (B2)$$

$$v_c = Ri_c + L \frac{di_c}{dt} \quad (B3)$$

Multiplicando-se a equação (B2) pelo operador  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ , a equação (B3) por  $a^2$  e todas por  $\frac{2}{3}$ , e somando-as membro à membro, tem-se a equação vetorial:

$$\tilde{V} = R\tilde{I} + L\frac{d\tilde{I}}{dt} \quad (B4)$$

A potência complexa instantânea fornecida a esses elementos, obtém-se pela multiplicação de (B4) pelo complexo conjugado do vetor corrente,  $\tilde{I}^*$ , ou seja, considerando-se a expressão para a potência complexa instantânea:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \tilde{V} \tilde{I}^*$$

a operação indicada fornece:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \left( RI^2 + j\omega LI^2 + LI \frac{dI}{dt} \right)$$

O primeiro termo do segundo membro desta equação representa as perdas por efeito Joule, o segundo, a potência imaginária e o terceiro a potência real ou ativa trifásica fornecida aos indutores ideais.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**AV. BRASIL, 56 - CAIXA POSTAL 31**  
**15385-000 - ILHA SOLTEIRA - SP**

