

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DOS MATERIAIS

Transporte eletrônico em nanosistemas na presença de férmions de Majorana

Tese de Doutorado

Fernando Augusto Dessotti

Ilha Solteira, 12 de dezembro de 2017

Transporte eletrônico em nanosistemas na presença de férmions de Majorana

Fernando Augusto Dessotti

Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física e Química da Universidade Estadual Paulista, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciência dos Materiais, área de concentração Física da Matéria Condensada.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Ferreira Seridônio

Ilha Solteira, 12 de dezembro de 2017

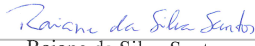
FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

D475t Dessotti, Fernando Augusto.
Transporte eletrônico em nanosistemas na presença de férmions de Majorana / Fernando Augusto Dessotti. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2017
135 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Física da Matéria Condensada, 2017

Orientador: Antonio Carlos Ferreira Seridonio
Inclui bibliografia

1. Férmions de Majorana. 2. Transporte eletrônico. 3. Efeito Fano.


Raiane da Silva Santos
Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Transporte eletrônico em nanosistemas na presença de férmions de Majorana

AUTOR: FERNANDO AUGUSTO DESSOTTI

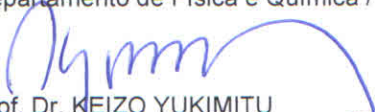
ORIENTADOR: ANTONIO CARLOS FERREIRA SERIDONIO

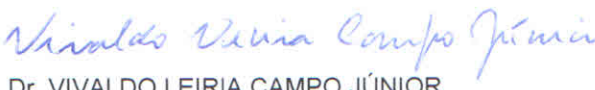
COORIENTADOR: PASQUALE SODANO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em CIÊNCIA DOS MATERIAIS, área: FÍSICA DA MATERIA CONDENSADA pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. ANTONIO CARLOS FERREIRA SERIDONIO
Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. EUDES BORGES DE ARAUJO
Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. KEIZO YUKIMITU
Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. VIVALDO LEIRIA CAMPO JÚNIOR
Departamento de Física / Universidade Federal de São Carlos


Prof. Dr. VALTER LUIZ LIBERO
Departamento de Física e Ciência Interdisciplinar / Instituto de Física de São Carlos

Ilha Solteira, 12 de dezembro de 2017

*Para meus pais,
Lia e Nino.
Dedico*

Agradecimentos

Agradeço a Deus por ter me dado força e perseverança para realizar este árduo trabalho.

Ao meu orientador, professor doutor Antonio Carlos Ferreira Seridonio, por ter me aceitado como seu orientado, por toda a paciência em seus ensinamentos, além dos puxões de orelha nos momentos necessários, mas acima de tudo por sempre ter acreditado em meu potencial.

Aos muitos professores que contribuíram em minha formação ao longo de toda a minha vida acadêmica, entre eles três em especial, professor doutor Ezequiel Costa Siqueira, por ter sido meu coorientador durante meu mestrado, professor doutor Keizo Yukimitu por ter me orientado na iniciação científica durante quase toda a graduação, e a professora doutora Fernanda Cátia Bozelli, por ter me orientado na construção de meu trabalho de conclusão de curso, também na graduação. Além de outros que me marcaram de alguma forma, e levarei comigo seus ensinamentos, os professores doutores Darcy Hiroe Kanda, Eder Pires de Camargo, Eudes Borges de Araújo e José Antonio Malmonge.

Há outros dois importantes professores, os quais me orientaram durante meu período de doutorado sanduíche, professor doutor Pasquale Sodano, durante meus quatro meses no International Institute of Physics da UFRN, em Natal/RN, e o professor doutor Reinhold Egger, durante meus doze meses na Heinrich-Heine-Universität, em Düsseldorf na Alemanha.

Aos staffs do IIP e HHU, por terem me recebido tão bem, me fazendo me sentir em casa.

Aos meus dois grandes amigos de longa data que sempre estiveram presentes em minha vida, Douglas Silva Maioli e Thaís Regina Garcia.

A meus amigos conquistados ao longo dos anos acadêmicos, Luciano Henrique Siliano Ricco e Robyson dos Santos Machado.

A meu amigo e companheiro de apartamento durante meus últimos anos de doutorado, Yuri Policei Marques, pelos momentos de descontração e discussões calorosas, mas além de tudo, muito construtivas.

À Capes e ao CNPq pelo apoio financeiro.

A Universidade Estadual Paulista, pelos quase 10 anos incríveis vividos aqui.

Muito obrigado a todas as pessoas que contribuíram de alguma forma na minha formação e construção deste trabalho.

One more thing...

E claro, as duas pessoas mais importantes de minha vida, meus pais Eliamar Ventura Ribeiro Dessotti e Laerte Dessotti, por todo o amor, carinho, afeto e ensinamentos em minha vida, e que sem eles eu não seria ninguém.

Ao meu querido irmão Cássio Dessotti por ter sido sempre um grande exemplo para mim, além de ter me mostrado o caminho acadêmico dando os primeiros passos.

Aos meus avós Sinézia (em memória), Mário, Marcília, Antônio (em memória) e minha tia Dinha por todos os ensinamos, cuidados e conselhos.

À minha namorada Rayssa Rodrigues Valder, por todo o companheirismo, apoio, e acima de tudo, amor.

"Stay hungry, stay foolish." - Steve Jobs

Resumo

O físico italiano Ettore Majorana propôs, no campo da Física de altas energias, a existência de férmions peculiares que têm como característica serem suas próprias antipartículas. No contexto de Física da matéria condensada, tais férmions emergem como quasipartículas de Majorana (*MQPs*). Da perspectiva da computação quântica, duas *MQPs* podem compor um férmion regular e atuar como um qubit protegido, que está desacoplado do ambiente e livre do efeito de decoerência. Até onde sabemos, a verificação experimental de uma *MQP* ainda é questionável, apesar de alguns resultados experimentais, e desta forma, o objetivo desta tese é de propor formas experimentais a fim de ajudar na busca das assinaturas de tais excitações.

Como o efeito Fano é um efeito de interferência na qual canais de tunelamento competem entre si pelo transporte eletrônico, ele torna-se uma forma de capturar tais assinaturas das *MQPs* em sistemas de matéria condensada. Baseado nisto, a ideia é investigar teoricamente três diferentes interferômetros a fim de obter uma assinatura definitiva das *MQPs*. O primeiro é um interferômetro do tipo Aharonov-Bohm composto por dois *quantum dots*, sendo um deles acoplado a uma *MQP*, que se localiza na borda de um fio de Kitaev semi-infinito na fase topológica. Ajustando o nível de Fermi dos terminais e o detuning simétrico dos níveis dos *dots*, mostrou-se que regimes Fano opostos resultam em uma transmitância caracterizada por distintas regiões condutoras e isolantes, que são marcas de uma *MQP* isolada. O dispositivo proposto aqui constitui uma alternativa experimental para detectar as *MQPs*.

O segundo interferômetro é composto por pontas de *STM* e *AFM* próximas a um dímero de Kitaev de átomos adsorvidos supercondutores, na qual o átomo adsorvido localizado abaixo da ponta de *AFM*, encerra um par de *MQPs*. Para uma energia de ligação Δ do par de Cooper delocalizado nos átomos adsorvidos abaixo das pontas coincidente com a amplitude de tunelamento t entre eles, ou seja, $\Delta = t$, mostrou-se que somente uma *MQP* abaixo da ponta de *AFM* hibridiza com o átomo adsorvido abaixo das pontas de *STM*, e para esta situação, o padrão de Fano permanece como universal. Mas para o caso das duas *MQPs* conectadas ao átomo adsorvido abaixo das pontas de *STM*, foi verificado que tal característica universal foi quebrada.

O terceiro e último interferômetro é composto por dois *quantum dots* assimetricamente acoplados a *MQPs* isoladas que se localizam em duas cadeias de Kitaev na fase topológica. Este dispositivo habilita a

medição da MQP em uma forma distinta do pico zero-bias. Mais importante, o sistema se comporta como um seletor de correntes composto por dois caminhos distintos: (i) para o *dot* superior conectado a ambas as cadeias, o dispositivo percebe ambas as $MQPs$ como um férmion regular e a corrente atravessa somente o *dot* inferior, pois a corrente no *dot* superior é impedida devido a presença de um gap supercondutor; e (ii) pela leve supressão da hibridização do *dot* superior com a cadeia, a corrente é abruptamente trocada para fluir através deste mesmo *dot*, uma vez que um elétron é armadilhado como um estado ligado ao contínuo (BIC) surge no *dot* inferior. Tal seletor de corrente entre os *dots* inferior e superior caracteriza uma transição de fase quântica, que possibilita não somente a revelação de $MQPs$, mas também produz um seletor de corrente assistido por elas.

Abstract

The Italian physicist Ettore Majorana proposed in the field of high-energy Physics the existence of peculiar fermions that constitute their own antiparticles. In the context of condensed matter Physics, these fermions are Majorana quasiparticles (*MQPs*). From the quantum computing perspective, two *MQPs* can compose a regular fermion acting as a protected qubit, which is indeed decoupled from the host environment and free of the decoherence effect. To the best of our knowledge, the experimental capture of a *MQP* up to now is still questionable despite some experimental results, then, the goal of this thesis is to propose helpful experiment manners in revealing signatures from such excitations.

As the Fano effect is an interference phenomenon where tunneling paths compete for the electronic transport, it becomes a probe to catch fingerprints of *MQPs* lying on condensed matter systems. Based on this, the idea is to investigate theoretically three different interferometers in order to obtain a *MQP* smoking-gun signature. The first one was an Aharonov-Bohm-like interferometer composed by two quantum dots, being one of them coupled to a *MQP*, which is attached to one of the edges of a semi-infinite Kitaev wire within the topological phase. By changing the Fermi energy of the leads and the symmetric detuning of the levels for the dots, we show that opposing Fano regimes result in a transmittance characterized by distinct conducting and insulating regions, which are fingerprints of an isolated *MQP*. The setup proposed here constitutes an alternative experimental tool to detect *MQPs*.

The second one is composed by *STM* and *AFM* tips close to a Kitaev dimer of superconducting adatoms, in which the adatom placed under the *AFM* tip, encloses a pair of *MQPs*. For the binding energy Δ of the Cooper pair delocalized into the adatoms under the tips coincident with the tunneling amplitude t between them, namely $\Delta = t$, we find that only one *MQP* beneath the *AFM* tip hybridizes with the adatom coupled to the *STM* tips, and for this situation, the Fano pattern is still universal. But for the case of two *MQPs* connected to the adatom beneath the *STM* tips, we verify that such a universality is broken.

The third and last one is composed by two quantum dots asymmetrically coupled to isolated *MQPs*, lying on the edges of two topological Kitaev chains. This setup enables us to probe *MQPs* in a quite distinct way from the zero-bias peak feature. Most importantly, the system behaves as a current switch made by two distinct paths: (i) for the upper dot connected to both chains, the device perceives both *MQPs* as an

ordinary fermion and the current crosses solely the lower dot, since current in the upper dot is prevented due to the presence of the superconducting gap; and (ii) by suppressing slightly the hybridization of the upper dot with one chain, the current is abruptly switched to flow through this dot, once a trapped electron as a bound state in the continuum (*BIC*) appears in the lower dot. Such a current switch between upper and lower dots characterizes a quantum phase transition, which enables not only the fundamental revealing of *MQPs*, but also yields a current switch assisted by them.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Introdução Geral	1
1.2	Interferômetro I	4
1.3	Dímero	5
1.4	Interferômetro II	7
2	Férmions de Majorana em sistemas de matéria condensada	10
2.1	Introdução	10
2.2	Estados ligados de Majorana em nanofios 1D	11
2.3	Modelo de Kitaev	12
2.3.1	Fase trivial	14
2.3.2	Fase topológica	15
3	Modelo de Anderson	16
4	Modelo teórico	18
4.1	Interferômetro I	18
4.2	Dímero	23
4.3	Interferômetro II	26
4.4	Transformação de rotação	27
5	Fórmula de Landauer-Büttiker	31
5.1	Funções de Green	41
6	Funções de Green	50
6.1	Interferômetro I	50

6.1.1	Um único <i>quantum dot</i>	57
6.1.2	Dois <i>quantum dots</i>	62
6.2	Dímero	67
6.2.1	Condutância	67
6.2.2	Funções de Green	70
6.3	Interferômetro II	71
6.3.1	Funções de Green	71
6.3.2	Condutância	73
7	Resultados e discussão	75
7.1	Interferômetro I	75
7.2	Dímero	82
7.3	Interferômetro II	87
7.3.1	Ajuste fino do seletor de corrente	88
7.3.2	O regime <i>Switch</i>	88
7.3.3	Fora do regime <i>Switch</i>	89
8	Conclusões	93
8.1	Interferômetro I	93
8.2	Dímero	93
8.3	Interferômetro II	94
	Referências	95

Introdução

1.1 Introdução Geral

Os férmions de Majorana tiveram sua origem na equação de onda relativística conhecida como *equação de Dirac*, obtida pelo físico inglês Paul Dirac em 1928 [1]. Resolvendo sua equação, Dirac encontrou o famoso grupo de matrizes que contém números reais e imaginários. Por consequência, o campo correspondente é um campo complexo. Isto é uma necessidade devido ao fato dos elétrons possuírem carga elétrica, uma propriedade que somente pode ser descrita por um campo complexo. Além disso, no caso de um campo complexo ψ , o campo complexo conjugado $\psi^\dagger$ também é uma solução para tal equação. Enquanto que ψ cria um elétron, $\psi^\dagger$ cria um pósitron, a antipartícula do elétron, cujas características são as mesmas, a menos da carga elétrica, que possui sinal contrário. A predição teórica do pósitron por Dirac e sua subsequente descoberta alguns anos depois foi a primeira ocasião de um princípio mais geral do que é agora conhecido como partícula e anti-partícula correspondentes ao campo e seu campo complexo conjugado, respectivamente.

A questão inovadora questionada por Ettore Majorana em 1937 [2] foi se era realmente necessário envolver números imaginários ao descrever campos, ou partículas, de spin 1/2 com a equação de Dirac. Como resposta, Majorana encontrou um grupo de matrizes que continham somente números imaginários, o que corresponderia a campos reais. Como resultado de tal descoberta, partículas estas não possuem carga elétrica e são iguais as suas anti-partículas. Em sua homenagem, este grupo de partículas são conhecidas hoje como *férmions de Majorana*. Originalmente, Majorana especulou que neutrinos pudessem fazer parte desta família de partículas, mas apesar de ser excessivamente perseguida, tal questão permanece aberta até hoje.

Em Física da matéria condensada, tais férmions não se enquadram no grupo de partículas usuais como elétrons e íons, as partículas fundamentais, pois nestes sistemas estes férmions emergem como excitações de quasipartículas [3]. Notavelmente, duas quasipartículas de Majorana distantes uma da outra podem definir

um único férmion regular (partícula que satisfaz a distribuição estatística de Fermi-Dirac), um elétron, por exemplo, mas com a tão desejada característica de não localidade, característica esta que gera uma expectativa em torno delas mesmas, pois isso leva a possibilidade de construção de um qubit protegido, livre do ambiente e, especialmente, imune ao fenômeno de decoerência, fenômeno este que destrói a informação armazenada em tal férmion, sendo a principal dificuldade na construção de um computador quântico. Tal bit pode ser considerado como a unidade fundamental para a realização do computador quântico. Por esta razão, na última década, a corrida para dispositivos baseados em férmions de Majorana foi iniciada no campo da informação quântica [4, 5].

Dentre os modelos teóricos que descrevem estas quasipartículas em sistemas de matéria condensada, aquele que se destaca é o chamado modelo de Kitaev, modelo proposto por Y. Kitaev em 2001 [6]. O fio de Kitaev, objeto de estudo de tal modelo, na fase topológica [6] é um exemplo, desde que férmions de Majorana emergem como *zero-modes* (por possuírem o valor zero de energia) ligados as bordas de tal sistema, sendo chamados de *MBSs* (estados ligados de Majorana, do inglês *Majorana bound states*) ou *MQPs* (quasipartículas de Majorana, do inglês *Majorana quasiparticles*) ou mesmo por férmions de Majorana, sendo este último o termo mais utilizado na área de altas energias.

O sistema proposto por Kitaev é um fio, mas não um fio convencional, e sim um fio supercondutor, mas também não é um supercondutor usual, do tipo-*s*, na qual os pares de Cooper são formados por elétrons com spins e momentos contrários, mas sim do tipo-*p*, onde os pares de Cooper são formados por elétrons com spins e momentos com a mesma orientação. Do ponto de vista experimental, ainda não foi verificado um material que apresentasse este tipo exótico de supercondutividade naturalmente, e a solução para este problema é a construção de um sistema que possua tal característica, e sabemos que ela pode ser obtida colocando-se um supercondutor do tipo-*s* próximo a um nanofio com forte interação spin-órbita, atravessados por um robusto campo magnético perpendicular à amostra. Sob tais condições, a supercondutividade do tipo-*p* é induzida no nanofio devido ao chamado efeito de proximidade [7-9].

A intenção deste trabalho é propor sistemas e formas de medições para que seja possível a obtenção de evidências experimentais que aponte na direção de que estas quasipartículas realmente existem e não são somente uma solução teórica de uma importante equação da Física. Nesse sentido, foi estudado o transporte eletrônico em sistemas nanométricos com a presença destas quasipartículas, sempre com a intenção de alterações que sua presença pudesse causar nos resultados, quantidades como a transmitância no sistema, quantidade da qual a condutância diferencial, que é de fato a medida física que se faz no laboratório, depende, que foi calculada nestes trabalhos, partindo do modelo de Anderson estendido para os sistemas aqui propostos, sistemas estes que estão em equilíbrio e que por esse fato foi empregado a fórmula de

Landauer-Büttiker para o cálculo da transmitância, quantidade esta que depende de objetos chamados funções de Green. Em capítulos posteriores detalharemos os cálculos realizados.

Particularmente no caso de transporte através de *quantum dots* acoplados a *MBS* [6–31], em particular para um único *quantum dot* hibridizado com um único estado ligado de Majorana, *MBS*, um *ZBP* (do inglês *zero-bias peak*) [13, 14] na condutância é predita a aparecer, dada por $G = 0.5G_0$, onde $G_0 = e^2/h$ é o quantum de condutância. Vale a pena mencionar que o *ZBP* já foi observado em medidas de condutância através de um nanofio de antimoneto de índio ligados a eletrodos de ouro e nitreto de titânio nióbio [18]. De forma análoga, outro *ZBP* foi também verificado em um sistema supercondutor de alumínio próximo a um nanofio de arseneto de índio [19]. Contudo, a assinatura de *ZBP* pode ter uma outra origem física, como por exemplo o efeito Kondo [32–36], deixando assim a verificação experimental do *ZBP* inconclusiva com respeito a verificação experimental das *MQPs*. Além disso, recentemente uma forma alternativa para a obtenção do fio de Kitaev foi pelo emprego de cadeias magnéticas sobre supercondutores [37–42]. Particularmente na Ref. [37], o *ZBP* observado exibe uma sutil amplitude da ordem de $10^{-4}(2G_0)$, que é um sinal extremamente fraco devido ao alargamento térmico. Assim, no atual contexto, novas abordagens na busca das *MQPs* tornam-se necessárias.

É neste cenário que entra o trabalho desta tese, que é a união de artigos publicados em *journals* da área de Física da matéria condensada. O primeiro foi publicado na revista *Journal of Applied Physics*, sendo rotulado neste trabalho por "Interferômetro I", o segundo foi publicado na revista *Physica E - Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, rotulado neste trabalho por "Dímero" e o terceiro trabalho publicado na revista *Physical Review B*, rotulado nesta tese por "Interferômetro II", os três artigos estão anexados ao final desta tese. A ideia chave de todos estes trabalhos é de propor sistemas como formas alternativas para medidas experimentais das *MQPs*, sempre via medidas elétricas de condutância diferencial.

Esta tese foi construída da seguinte maneira: o capítulo 1 é a introdução, dividida em subseções por uma introdução geral ao tema, e introduções a cada um dos trabalhos acima mencionados. No capítulo 2 são apresentados detalhes sobre as *MQPs* em sistemas de matéria condensada, incluindo o modelo de Kitaev. No capítulo 3, o modelo de Anderson é explicado, modelo que foi utilizado nos trabalhos para estudarmos os sistemas. No capítulo seguinte, é apresentado o modelo teórico dos trabalhos apresentados na tese. No capítulo de número 5 são apresentados os cálculos detalhados da fórmula de Landauer-Büttiker, fórmula utilizada para o cálculo da transmitância. No capítulo seguinte, são apresentados os cálculos detalhados das funções de Green para o sistema Interferômetro I e de forma resumida para os outros dois trabalhos. No capítulo 7 são apresentados os resultados e suas discussões e por fim as conclusões no capítulo 8.

1.2 Interferômetro I

Neste trabalho foi utilizada a estratégia de interferometria eletrônica para medir assinaturas emergentes de sistemas com *MQPs*. Para este fim, o fenômeno de interferência Fano [43] é uma forma adequada a se utilizar. Tal fenômeno surge devido a competição entre caminhos utilizados pelos elétrons para viajar pelo sistema, há aqueles que viajam pelo próprio hospedeiro, os elétrons itinerantes (um reservatório eletrônico de um terminal metálico, por exemplo) e aqueles que estão em níveis discretos de energia (como encontrados nos *quantum dots*), e então padrões de interferência deixam gravados as assinaturas das *MQPs* nos perfis de transmitância, pois estes perfis seguem padrões determinados pelo valor do fator de Fano q . Desta forma, foi explorada a manifestação do efeito Fano no transporte quântico através de um interferômetro do tipo Aharonov-Bohm formado por dois *quantum dots* [44, 45], na qual um deles está acoplado a um *MBS* hospedado por um fio de Kitaev semi-infinito na fase topológica, como é possível observar na figura 1.1.

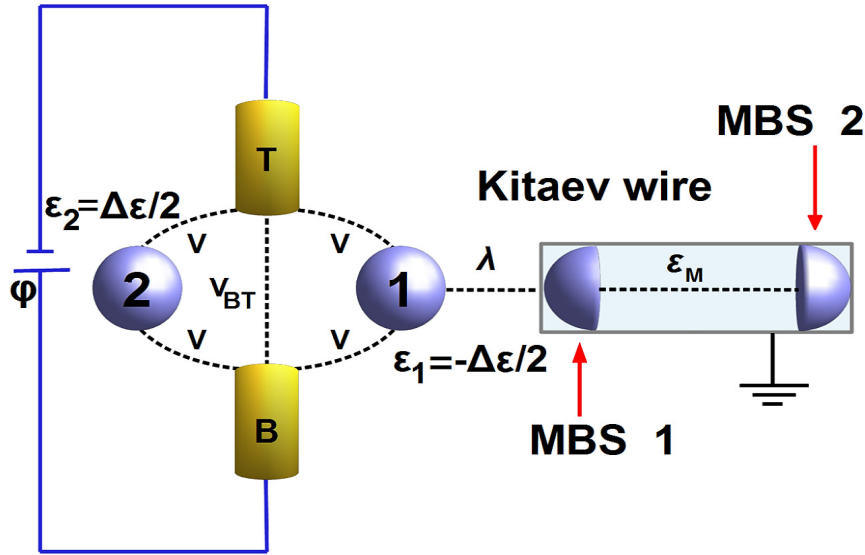


Figura 1.1: Diagrama esquemático de um interferômetro do tipo Aharonov-Bohm com *MBSs* hospedados por um fio de Kitaev na fase topológica: dois terminais metálicos estão acoplados a dois *quantum dots* hibridizados com o *MBS* 1; o meio estado eletrônico é representado pela semi-esfera do lado esquerdo do fio. Os parâmetros de tunelamento entre os *quantum dots* e os terminais são V e o acoplamento terminal-terminal é V_{BT} . O detuning simétrico nos *quantum dots* é $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, onde $\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ e $\varepsilon_2 = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ representam os níveis energéticos dos mesmos. A intensidade do acoplamento entre o *quantum dot* 1 e o *MBS* 1 é λ . ε_M acopla o *MBS* 1 com o *MBS* 2 (a semi esfera no lado direito do fio). A voltagem φ no dispositivo tende a zero.

Através do cálculo da transmitância neste dispositivo, foram obtidos resultados que mostram que a

interferência Fano exibe uma característica de antissimetria: as funções de Green $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}$ para os *quantum dots* não podem ser determinadas pela troca dos índices $j \leftrightarrow l$ em $\tilde{\mathcal{G}}_{d_l d_l}$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_l d_j}$, respectivamente, com $l, j = 1 \dots 2$. Pode-se comprovar tal característica experimentalmente realizando medida de condutância *zero-bias* como função da energia de Fermi dos terminais e o *detuning* simétrico $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ nos *quantum dots*, onde $\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ e $\varepsilon_2 = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ representam os níveis de energia dos *quantum dots* [46]. Como resultado, limites Fano contrastantes revelam distintas regiões condutoras e isolantes, que são assinaturas de uma *MQP* isolada.

Além disso, foi verificado que o efeito Fano simétrico é recuperado quando elétrons viajam somente através dos *quantum dots* ao mesmo tempo em que a energia de Fermi dos terminais está em ressonância com o Majorana *zero-mode*. Como consequência, a transmitância como função do *detuning* simétrico exibe uma flutuação máxima de meio para uma cadeia de Kitaev semi-infinita, contrastando com a variação de unidade observada no caso do sistema finito. Na situação anterior, a flutuação máxima da transmitância é dividida pela metade devido a natureza meio fermiônica do *MBS* isolado, enquanto que o último representa a situação onde dois *MBSs* distantes entre si estão acoplados formando assim um férmion de Dirac não-local delocalizado sobre as bordas do fio.

1.3 Dímero

Neste trabalho, foi proposto um novo método para detecção de assinaturas das *MQPs*. Para este fim considerou-se o dispositivo esboçado na figura 1.2 onde um supercondutor do tipo-*s* com forte acoplamento spin-órbita hospedando um conjunto de átomos magnéticos adsorvidos, em analogia ao aparato experimental desenvolvida na Ref. [37] que descreve uma superfície supercondutora de chumbo (Pb), bem conhecida pelo seu forte acoplamento spin-órbita, permitindo assim que ocorra o efeito de proximidade gerando a supercondutividade do tipo-*p* nesta cadeia. Vale a pena mencionar que a proposta da Ref. [37] é distinta daquela do fio semiconductor com acoplamento spin-órbita relatado na Ref. [18]. No trabalho atual, considerou-se, por questões de simplicidade, somente um par de átomos adsorvidos supercondutores (dímero de Kitaev), em particular localizados próximos a pontas de *STM* (do inglês Scanning Tunneling Microscope) e *AFM* (do inglês Atomic Force Microscope). Adicionalmente, assumimos duas pontas de *STM* altamente spin-polarizadas a fim de congelar o grau de liberdade de spin, evitando assim a emergência do efeito Kondo no átomo adsorvido 1.

No que tange a possibilidade de realização experimental do dispositivo mostrado na figura 1.2, expe-

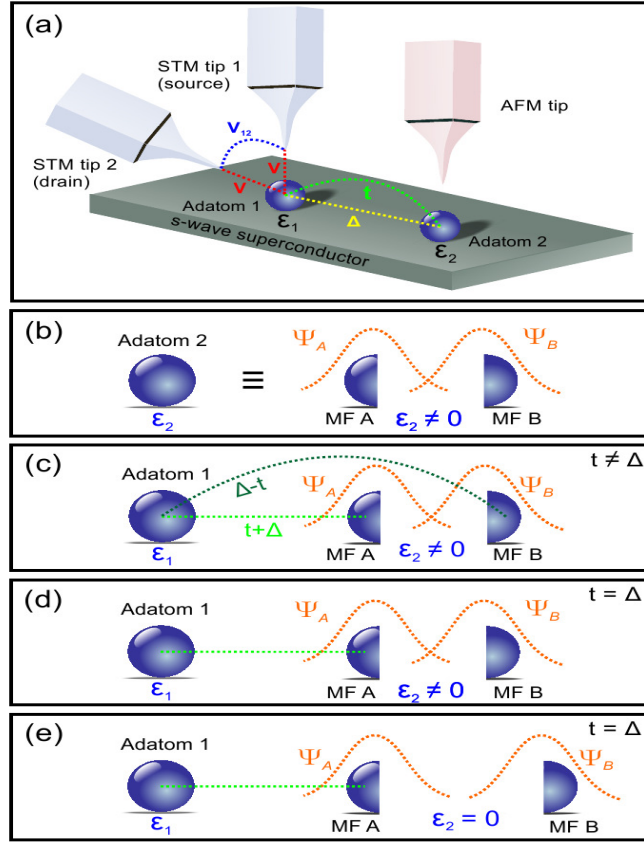


Figura 1.2: (a) Diagrama esquemático de um dispositivo composto por pontas de STM e AFM na presença de átomos adsorvidos supercondutores hospedados por um supercondutor convencional com forte acoplamento spin-órbita. (b) O átomo adsorvido 2 é composto por um par de MQPs acopladas (MQPs A e B representados pelas semi-esferas azuis) onde o nível ϵ_2 é induzido pela ponta de AFM e que dita as regras da conexão entre as MQPs. Ele pode assumir valores negativos quando fica abaixo do nível da MQP zero-mode, devido ao ajuste realizado pelo potencial de gate da ponta de AFM. (c) No caso de $t \neq \Delta$ e $\epsilon_2 \neq 0$, ambas as MQPs hibridizam com o átomo adsorvido 1. (d) Para o caso de valores combinados da energia de ligação do par de Cooper com o tunelamento normal entre os átomos adsorvidos 1 e 2 ($t = \Delta$) e $\epsilon_2 \neq 0$, a MQP A torna-se a única MQP acoplada ao átomo adsorvido 1. (e) Imagem da MQP isolada A acoplada ao átomo adsorvido 1 quando $t = \Delta$ e $\epsilon_2 = 0$, que resulta no ZBP padrão na transmitância e em uma MQP B isolada na borda do dímero de Kitaev.

rimentos com múltiplas pontas pode ser possível, ver as Refs. [47–49]. No caso da ponta de AFM, que é fixa sobre o átomo adsorvido, ela opera de forma similar a técnica de Scanning Gate Microscopy (SGM) [50], em que uma ponta carregada permite que seu potencial de *gate* ajuste os níveis de energia do átomo adsorvido medido. Esta abordagem é largamente empregada em sistemas com pontos de contato quânticos (QPCs, do inglês *quantum point contacts*), formado em gases eletrônicos bidimensionais (2DEG, do inglês

two-dimensional electron gas) [51, 52]. Por este modo, apesar do desafio de se aplicar a técnica *SGM* no cenário do sistema esboçado na figura 1.2, acredita-se que em um futuro próximo tal procedimento possa ser implementado.

Dentro do cenário acima explicado, um dispositivo baseado na interferência Fano [16, 27, 43, 53] torna-se um método alternativo para detecção das *MQPs*. De fato, o efeito Fano é encontrado em sistemas onde distintos canais de tunelamento competem pelo transporte eletrônico. É digno de nota que tal fenômeno pode ser verificado experimentalmente utilizando o STM para medir a condutância [32–36]. No dispositivo da figura 1.2 aqui proposto, o efeito Fano surge do átomo adsorvido 1 acoplado simultaneamente ao par de pontas de STM, uma vez que os elétrons podem tunelar entre tais e/ou diretamente através deste átomo adsorvido como esperado para condições experimentais realísticas. Assim, dependendo da forma da curva Fano da condutância, pode-se identificar qual o caminho que domina o transporte eletrônico ou se eles competem no mesmo pé de igualdade. A seguir, será demonstrado que o parâmetro de Fano de interferência q_b então dita o perfil Fano tornando explícito o caminho dominante no sistema.

Aqui foi mostrado que os duas *MQPs* acopladas A e B do átomo adsorvido sob a ponta de AFM (ver figura 1.2) leva a uma característica de invariância de *gate* no experimento de transporte. Particularmente, quando a ponta de AFM inverte simetricamente seu potencial de *gate* ao redor do Majorana *zero-mode*, ele revela uma assinatura universal no perfil de Fano da transmitância. Mais especificamente, foram encontradas então situações distintas na qual a transmitância compartilha do mesmo perfil como função do nível de Fermi das pontas de STM, em particular quando a energia de ligação do par de Cooper delocalizado nos átomos adsorvidos sob as pontas de STM e AFM, está em ressonância com o termo de tunelamento entre eles. Neste caso, apontou-se que quando a *MQP* A se acopla somente ao átomo adsorvido 1, a invariância de *gate* caracterizada pela universalidade acima mencionada é revelada ao conectar os férmions de Majorana A e B .

1.4 Interferômetro II

Um cenário de interpretações dúbias em relação a real existência das *MQPs* em sistemas de matéria condensada [3, 54, 55] é devido a busca pelo zero-bias peak (*ZBP*) [18, 56] como a mais clara evidência de sua prova, pois tal característica pode ser mascarada por outros fenômenos [57–59] como discutiremos abaixo. Desse modo, neste trabalho discutiremos uma estratégia alternativa a fim de evitar esta busca introduzindo um seletor de corrente baseado nestas *MQPs* por meio da emergência de uma transição

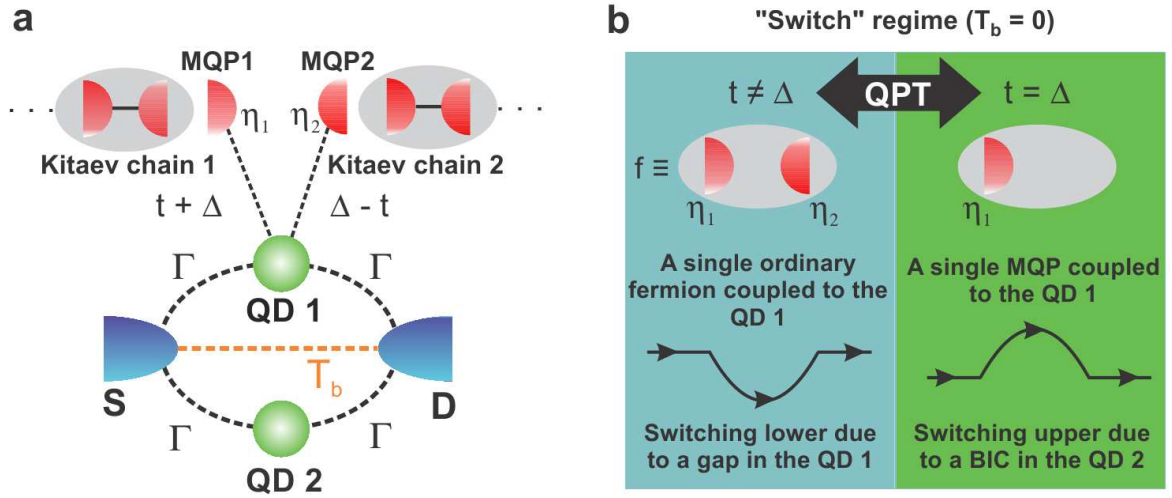


Figura 1.3: (a) Diagrama esquemático de um interferômetro com dois quantum dots conectado a duas cadeias de Kitaev com MQPs η_1 e η_2 . Os quantum dots estão hibridizados via Γ com os terminais, enquanto o quantum dot superior também está com as cadeias por meio de $(t + \Delta)$ e $(\Delta - t)$, respectivamente. T_b representa a transmitância de fundo através dos terminais fonte (S) e dreno (D). (b) QPT: o interferômetro se comporta como um seletor de corrente abrupto para $T_b = 0$ quando ajustando do regime $t \neq \Delta$ para o regime $t = \Delta$.

de fase quântica (QPT, do inglês *quantum phase transition*). Particularmente, uma MQP ligado a uma borda de uma cadeia de Kitaev [6–8, 28–31], como sabido teoricamente, tem como assinatura um valor fracionado do ZBP $G = 0.5e^2/h$ aparecendo na condutância através de um *quantum dot* [13, 14]. Tal assinatura é elusiva, uma vez que outros fenômenos físicos e dificuldades experimentais podem mascarar tal característica levando a um ZBP ignorando a MQP. Devido a tais problemas, algumas críticas foram reportadas na literatura endereçando a validade do ZBP encontrados nos experimentos das Refs.[18] e [56], respectivamente para nanofios semicondutores e sistemas com átomos magnéticos adsorvidos na presença de forte acoplamento spin-orbita e campos magnéticos com uma superfície supercondutora do tipo-s. Nos experimentos acima, não está claro se os ZBPs são devidos a um genuíno MQP isolado ou se está associado a um efeito de desordem introduzido por estados fermiônicos usuais localizados dentro do *gap* supercondutor, efeito de Andreev cruzado, entre outros [57–59]. Além disso, alargamento térmico em conjunto com um comprimento de coerência muito maior que a cadeia de Kitaev pode também levar a um overlap dos MQPs nas bordas da cadeia, suprimindo assim a assinatura do ZBP [59].

Aqui a estratégia de detecção foi adicionar um segundo fio de Kitaev ao sistema desenvolvido em um de nossos trabalhos anteriores [60], onde uma nova tecnologia para armazenamento de *qubit* foi proposta baseada nos estados ligados no contínuo (BICs, do inglês *bound states in the continuum*) [61–63] formado

por *MQPs*. Assim, foi apresentado que utilizando um interferômetro com dois *quantum dots* conectados a um par de cadeias topológicas de Kitaev, como mostrado na figura 1.3(a), que uma *QPT* emerge revelando um *MQP* quando o dispositivo opera sobre o regime *Switch* para a corrente, isto é: se o *quantum dot* superior está acoplado simultaneamente as cadeias de Kitaev, o interferômetro sente os dois *MQPs* das bordas dos fios como um férmion regular e a corrente viaja exclusivamente através do *quantum dot* inferior (painel azul da figura 1.3(b)) uma vez que o outro *quantum dot* apresenta um *gap* supercondutor que evita a corrente de atravessar. Reduzindo levemente o acoplamento entre uma cadeia de Kitaev e o *quantum dot* superior, então a corrente de repente troca, a *QPT* aqui reportada, para o caminho através deste mesmo *quantum dot* (painel em verde da figura 1.3(b)) como resultado do *BIC* que surge no *quantum dot* inferior que bloqueia a corrente de atravessá-lo, que é uma verificação direta da natureza meio-fermiônica imposta pelo único *MQP* presente no sistema. Fora do regime *Switch* (ver figura 1.3), a *QPT* persiste ainda via mudança abrupta na curva da transmitância, mas revelando novos valores fracionários $G = 0.25e^2/h$ e $G = 0.75e^2/h$ para os *MQPs*.

Antes da análise em si do sistema, é de extrema importância chamar a atenção para a validade do modelo dentro de uma perspectiva experimental, especialmente devido a questão da desordem em cadeias de Kitaev realísticas. É bem sabido que supercondutores do tipo-*p*, como resultado da natureza de sua supercondutividade sem spin, que é acompanhada pela fase topológica, são frágeis contra espalhamentos elásticos não-magnéticos. Há vários trabalhos na literatura cobrindo essa questão da desordem para cadeias de Kitaev. Há de fato, como explicado pelas Refs. [57] e [58], a necessidade de ter cadeias de alta pureza a fim de observar a supercondutividade topológica. Em termos quantitativos, há a Ref. [58] esclarecendo que, se a razão $\tau \gg \hbar J / (\Delta_s E_{SO})$ para o espalhamento elástico for satisfeita, a supercondutividade topológica deveria permanecer como esperado, a *QPT* encontrada também, em que J representa o exchange de spin splitting, Δ_s o pareamento do tipo-*s* do hospedeiro da cadeia e E_{SO} é a energia do acoplamento spin-órbita. Em termos gerais, a desordem é um aspecto importante, tanto no aspecto teórico [64] como também em relação a fabricação de dispositivos baseados nestas cadeias. Assim, este trabalho focou-se nos efeitos intrínsecos esperados de uma cadeia "ideal" de Kitaev e por esta razão, não foi executada nenhuma análise mais detalhada em relação aos efeitos da desordem. Mais especificamente, como está se lidando com uma transição de fase a temperatura zero, efeitos de *poisoning* podem ser descartados [65].

Férmions de Majorana em sistemas de matéria condensada

2.1 Introdução

Férmions de Majorana podem existir não somente como partículas elementares, mas também como quasipartículas emergentes em certos sistemas de matéria condensada. Em tais sistemas, uma boa analogia ao par de partícula e anti-partícula é o par elétron e buraco: criar um elétron (partícula) é equivalente a destruir um buraco (anti-partícula) e vice-versa. Ou seja, se um elétron fosse *igual* a um buraco, ele seria um férmion de Majorana. A rigor, o ponto de partida é definir relações fermiônicas entre operadores de criação e destruição c e $c^\dagger$, não contendo índice de spin, com as relações de anticomutação:

$$\{c_i, c_j\} = \{c_i^\dagger, c_j^\dagger\} = 0, \quad (2.1.1)$$

e

$$\{c_i^\dagger, c_j\} = \delta_{ij}, \quad (2.1.2)$$

os operadores podem ser reescritos como novos operadores γ_1 e γ_2 desdobrando os operadores c e $c^\dagger$ em suas partes real e imaginária

$$c_i = \frac{1}{2}(\gamma_1 + i\gamma_2), \quad (2.1.3)$$

e

$$c_i^\dagger = \frac{1}{2}(\gamma_1 - i\gamma_2). \quad (2.1.4)$$

Invertendo estas relações, temos que

$$\gamma_1 = c_i^\dagger + c_i \quad (2.1.5)$$

e

$$\gamma_2 = i \left(c_i^\dagger - c_i \right), \quad (2.1.6)$$

de onde é possível notar que $\gamma_1 = \gamma_1^\dagger$ e $\gamma_2 = \gamma_2^\dagger$, os operadores de criação e destruição são iguais. Como consequência a quasipartícula γ_1 é igual a sua própria antipartícula e, portanto, caracterizando um férmion de Majorana. É importante notar que esta identidade matemática é a única conjectura entre as quasipartículas discutidas aqui e a predição original do Majorana. Em certos aspectos as quasipartículas de Majorana diferem-se fundamentalmente dos férmions de Majorana conhecidos na física de partículas. Os operadores de Majorana seguem a seguinte relação de anticomutação devido as anticomutações originais dos operadores originais c_i

$$\{\gamma_i, \gamma_j\} = 2\delta_{ij}, \quad (2.1.7)$$

na qual implica imeditamente que $\gamma_i^2 = 1$, ou seja, atuar duas vezes um operador de Majorana resultará ao mesmo estado inicial. Devido aos operadores de Majorana serem construídos pela divisão um férmion de Dirac em suas partes real e imaginária, eles sempre surgem em pares e dois férmions de Majoranas formam uma única excitação fermiônica, como vimos acima.

2.2 Estados ligados de Majorana em nanofios 1D

Antes de apresentar o modelo de Kitaev é importante comentar sobre sua realização experimental. Em tal modelo, o sistema físico utilizado é um nanofio com supercondutividade do tipo- p , torna-se necessário a construção de um material que tenha efetivamente tal característica. Dois trabalhos teóricos publicados em 2010 ([66] e [67]) introduzem sistemas candidatos a serem utilizados para este fim, construção do nanofio com supercondutividade do tipo- p . O material naturalmente supercondutor do tipo- p é substituído por um nanofio 1D com forte acoplamento spin-órbita, combinado com efeito Zeeman e interação spin-órbita, além do efeito de proximidade com um material supercondutor do tipo- s . Tal fio precisa ter forte interação spin-órbita, interação que correlaciona os momentos de spin com o movimento da partícula. Próximo ao fio é colocado o supercondutor do tipo- s , e sob este sistema deve-se aplicar um forte campo

magnético perpendicular. Esta combinação de materiais resulta efetivamente em um nanofio 1D com supercondutividade do tipo- p sob as circunstâncias corretas.

2.3 Modelo de Kitaev

O modelo mais utilizado para estudar as $MQPs$ em sistemas de matéria condensada é o chamado modelo de Kitaev. Tal modelo tem várias virtudes incluindo o fato de que as quasipartículas de Majorana *zero-mode* aparecem de uma forma extremamente simples e bem interessante para uma possível aplicação como *qubits* topológicos, pois surgem duas quasipartículas desacopladas do meio, como mostrado na seção 2.3.2. Kitaev [6] então introduz o seguinte Hamiltoniano

$$H = -\mu \sum_x c_x^\dagger c_x - \frac{1}{2} \sum_x \left(t c_x^\dagger c_{x+1} + \Delta e^{i\phi} c_x c_{x+1} + H.c. \right), \quad (2.3.1)$$

onde μ é o potencial químico, t é o acoplamento entre vizinhos mais próximos, Δ é a amplitude de pareamento supercondutor do tipo- p e ϕ é a fase supercondutora correspondente. Por simplicidade, ajustou-se a constante de rede a unidade.

Os operadores fermiônicos c_x do Hamiltoniano original da equação

$$c_x = \frac{e^{-i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x} + i\gamma_{A,x}) \quad (2.3.2)$$

e

$$c_x^\dagger = \frac{e^{i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x} - i\gamma_{A,x}), \quad (2.3.3)$$

onde os operadores do lado direito, γ 's, obedecem as relações canônicas dos férmions de Majorana

$$\gamma_{\alpha,x} = \gamma_{\alpha,x}^\dagger \quad (2.3.4)$$

e

$$\{\gamma_{\alpha,x}, \gamma_{\alpha',x'}\} = 2\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{xx'}. \quad (2.3.5)$$

Assim como apresentadas na introdução deste capítulo. Substituindo os operadores c_x e $c_x^\dagger$ no hamiltoniano da equação (2.3.1), tem-se que

$$\begin{aligned}
H = & -\mu \sum_x \frac{e^{i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x} - i\gamma_{A,x}) \frac{e^{-i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x} + i\gamma_{A,x}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_x t \frac{e^{i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x} - i\gamma_{A,x}) \frac{e^{-i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x+1} + i\gamma_{A,x+1}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_x \Delta e^{i\phi} \frac{e^{-i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x} + i\gamma_{A,x}) \frac{e^{-i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x+1} + i\gamma_{A,x+1}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_x -t \frac{e^{-i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x} + i\gamma_{A,x}) \frac{e^{i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x+1} - i\gamma_{A,x+1}) \\
& + \frac{1}{2} \sum_x \Delta e^{-i\phi} \frac{e^{i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x} - i\gamma_{A,x}) \frac{e^{i\phi/2}}{2} (\gamma_{B,x+1} - i\gamma_{A,x+1}).
\end{aligned} \tag{2.3.6}$$

Simplificando, obtém-se

$$\begin{aligned}
H = & -\frac{\mu}{4} \sum_x (\gamma_{B,x} \gamma_{B,x} + i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x} - i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x} + \gamma_{A,x} \gamma_{A,x}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_x \frac{t}{4} (\gamma_{B,x} \gamma_{B,x+1} + i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x+1} - i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x+1} + \gamma_{A,x} \gamma_{A,x+1}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_x \frac{\Delta}{4} (\gamma_{B,x} \gamma_{B,x+1} + i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x+1} + i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x+1} - \gamma_{A,x} \gamma_{A,x+1}) \\
& + \frac{1}{2} \sum_x \frac{t}{4} (\gamma_{B,x} \gamma_{B,x+1} - i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x+1} + i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x+1} + \gamma_{A,x} \gamma_{A,x+1}) \\
& + \frac{1}{2} \sum_x \frac{\Delta}{4} (\gamma_{B,x} \gamma_{B,x+1} - i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x+1} - i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x+1} - \gamma_{A,x} \gamma_{A,x+1}).
\end{aligned} \tag{2.3.7}$$

Com um pouco de álgebra é possível avançar. Tem-se então que

$$\begin{aligned}
H = & -\frac{\mu}{4} \sum_x (\gamma_{B,x} \gamma_{B,x} + \gamma_{A,x} \gamma_{A,x} + i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x} - i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_x \frac{t}{4} (i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x+1} - i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x+1} + i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x+1} - i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x+1}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_x \frac{\Delta}{4} (i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x+1} + i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x+1} + i\gamma_{B,x} \gamma_{A,x+1} + i\gamma_{A,x} \gamma_{B,x+1}).
\end{aligned} \tag{2.3.8}$$

Utilizando as relações para os operadores de Majorana $\{\gamma_{A,x}, \gamma_{B,x}\} = 0$ e $\gamma_{\alpha,x}^2 = 1$,

$$\begin{aligned}
H = & -\frac{\mu}{4} \sum_{x=1}^N (1 + 1 + i\gamma_{B,x}\gamma_{A,x} + i\gamma_{B,x}\gamma_{A,x}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_{x=1}^{N-1} \left[\frac{t}{4} (2i\gamma_{B,x}\gamma_{A,x+1} - 2i\gamma_{A,x}\gamma_{B,x+1}) \right] \\
& - \frac{1}{2} \sum_{x=1}^{N-1} \left[\frac{\Delta}{4} (2i\gamma_{B,x}\gamma_{A,x+1} + 2i\gamma_{A,x}\gamma_{B,x+1}) \right].
\end{aligned} \tag{2.3.9}$$

Simplificando mais uma vez, é possível obter

$$\begin{aligned}
H = & -\frac{\mu}{4} \sum_{x=1}^N (2 + 2i\gamma_{B,x}\gamma_{A,x}) \\
& - \frac{i}{2} \sum_{x=1}^{N-1} \left[\frac{t}{2} (\gamma_{B,x}\gamma_{A,x+1} - \gamma_{A,x}\gamma_{B,x+1}) \right] \\
& - \frac{i}{2} \sum_{x=1}^{N-1} \left[\frac{\Delta}{2} (\gamma_{B,x}\gamma_{A,x+1} + \gamma_{A,x}\gamma_{B,x+1}) \right].
\end{aligned} \tag{2.3.10}$$

Por fim, o hamiltoniano de Kitaev, escrito na base dos operadores de Majorana, fica escrito da seguinte forma

$$H = -\frac{\mu}{2} \sum_{x=1}^N (1 + i\gamma_{B,x}\gamma_{A,x}) - \frac{i}{4} \sum_{x=1}^{N-1} [(\Delta + t) \gamma_{B,x}\gamma_{A,x+1} + (\Delta - t) \gamma_{A,x}\gamma_{B,x+1}]. \tag{2.3.11}$$

Estudaremos dois casos limites desta equação, chamados de fase trivial e fase topológica.

2.3.1 Fase trivial

A chamada fase trivial corresponde a situação em que $\mu \neq 0$ e $t = \Delta = 0$. Aqui, o segundo termo da equação 2.3.11 se cancela, deixando somente o acoplamento entre os Majoranas $\gamma_{A,x}$ e $\gamma_{B,x}$, ou seja, os Majoranas do mesmo sítio da rede estão acoplados entre si. Neste caso, o hamiltoniano pode ser escrito do seguinte modo

$$H = -\frac{\mu}{2} \sum_{x=1}^N (1 + i\gamma_{B,x}\gamma_{A,x}). \tag{2.3.12}$$

A figura (2.1) é uma representação para este caso.

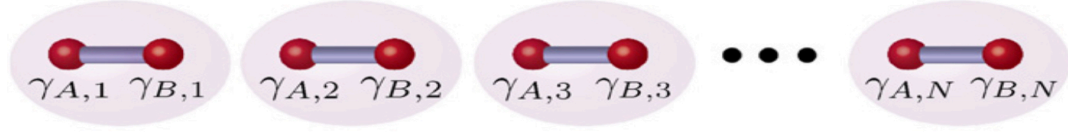


Figura 2.1: As esferas de cor vermelha representam os MQPs, e as barras de cor roxa representam os acoplamentos, além das elipses de cor lilás representarem os sítios da rede. É possível notar que na fase trivial os dois MQPs de cada sítio estão acoplados entre si, e não há acoplamentos entre MQPs de sítios adjacentes [3].

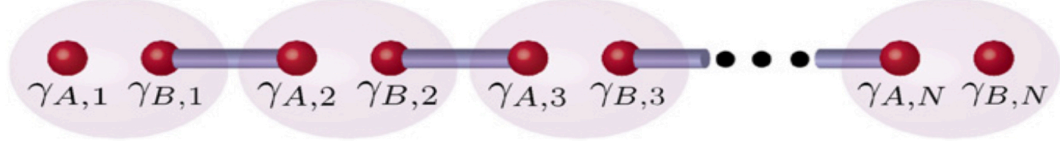


Figura 2.2: As esferas de cor vermelha representam os MQPs, e as barras de cor roxa representam os acoplamentos, além das elipses de cor lilás representarem os sítios da rede. É possível notar que na fase topológica os MQPs de sítios adjacentes estão acoplados, deixando livres os dois MQPs das bordas do fio, $\gamma_{A,1}$ e $\gamma_{B,N}$ [3].

2.3.2 Fase topológica

O segundo caso limite corresponde à seguinte situação: $\mu = 0$ e $t = \Delta \neq 0$, caso conhecido como *fase topológica*. O primeiro termo do Hamiltoniano da equação (2.3.11) se anula, assim como parte do segundo, restando o seguinte termo

$$H = -i\frac{t}{2} \sum_{x=1}^{N-1} \gamma_{B,x} \gamma_{A,x+1}, \quad (2.3.13)$$

onde agora estão acoplados os Majoranas de sítios adjacentes, $\gamma_{B,x}$ e $\gamma_{A,x+1}$. O fato fabuloso desse caso são as quasipartículas de Majorana que aparecem isoladas nas bordas da cadeia, $\gamma_{A,1}$ e $\gamma_{B,N}$. É devido a esses férmions isolados, desacoplados do meio, que os pesquisadores da área de informação/computação quântica vem dando considerável atenção, pois acredita-se na possibilidade de criação de *qubit* topologicamente protegidos utilizando-se esses Majoranas. A figura (2.2) é uma representação para este caso.

Modelo de Anderson

Havia um problema na Física da matéria condensada que ficou sem solução por um longo tempo, a questão de impurezas magnéticas adsorvidas em metais. Uma impureza magnética é um átomo que apresenta orbitais eletrônicos incompletos, que resulta em um momento magnético finito, assim, um átomo magnético, e esse tipo de átomo quando adsorvido em metais, em baixas concentrações, pode originar momentos magnéticos locais, ou seja, no próprio hospedeiro. Até o final da década de 1950 e começo da de 1960 já existiam experimentos que mostravam estes efeitos claramente (por exemplo com átomos adsorvidos de Cobalto utilizando superfícies de cobre como hospedeiros [32]), mas sem uma explicação teórica, que só veio em 1961 com o trabalho de Philip Warren Anderson [68], em que apresentou um modelo que descrevia momentos magnéticos localizados em metais. Neste trabalho ele descreveu o modelo da impureza como um estado localizado, partindo do pressuposto de que somente o orbital mais externo influenciaria no transporte eletrônico. Outra coisa que ele levou em consideração foi a repulsão de Coulomb entre os elétrons de spins opostos que se localizam na impureza.

O modelo de Anderson de uma impureza, SIAM (do inglês *Single impurity Anderson model*) pode ser escrito da seguinte forma

$$\mathcal{H}_{SIAM} = \mathcal{H}_{host} + \mathcal{H}_{impurity} + \mathcal{H}_{correlation} + \mathcal{H}_{hybridization},$$

onde

$$\mathcal{H}_{host} = \sum_{k,\sigma} \varepsilon_k c_{k,\sigma}^\dagger c_{k,\sigma} = \sum_{k,\sigma} \varepsilon_k n_{k,\sigma},$$

como o termo para o metal hospedeiro. Devido a sua natureza, podemos considerá-lo como um gás de elétrons, ou seja, elétrons que não interagem entre si, por isto a analogia com o gás, estado em que as partículas não interagem entre si. Os elétrons são descritos pelos operadores $c_{k,\sigma}^\dagger$ ($c_{k,\sigma}$) para a criação (destruição) de um elétron no estado quântico rotulado pelo número de onda k e energia ε_k , energia cinética

esta igual a $\hbar^2 k^2 / 2m$ para cada partícula, e o símbolo $\sum$ é para somar sobre todas as partículas do material. O operador $n_{k,\sigma}$ que é composto pelos operadores de criação $c_{k,\sigma}^\dagger$ e destruição $c_{k,\sigma}$, formam o operador número que conta o número de partículas com energia ε_k .

$$\mathcal{H}_{impurity} = \sum_{\sigma} \varepsilon_{d\sigma} d_{\sigma}^{\dagger} d_{\sigma} = \sum_{\sigma} \varepsilon_{d\sigma} n_{\sigma},$$

é o termo da impureza (ou do *quantum dot*), que possui um valor discreto de energia, de um orbital d ou f , de valor ε_d e os operadores $d_{\sigma}^{\dagger}$ que cria um férmion com spin σ e o operador d_{σ} que destrói um férmion com spin σ . Operador este que é o operador número, pois conta o número de férmions com spin σ .

$$\mathcal{H}_{correlation} = U d_{\uparrow}^{\dagger} d_{\uparrow} d_{\downarrow}^{\dagger} d_{\downarrow} = U n_{d\uparrow} n_{d\downarrow},$$

é o termo de interação de Coulomb entre partículas com spin contrários, onde o termo de correlação de Coulomb U pode ser calculado da seguinte expressão

$$U = \int |\varphi_d(\vec{r}_1)|^2 |\varphi_d(\vec{r}_2)|^2 \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2,$$

onde e é a carga elementar do elétron, e finalmente

$$\mathcal{H}_{hibridization} = \sum_{k,\sigma} V_{d,k} \left(c_{k,\sigma}^{\dagger} d_{d,\sigma} + d_{d,\sigma}^{\dagger} c_{k,\sigma} \right),$$

como o acoplamento entre o metal hospedeiro e a impureza, sendo $V_{d,k}$ a energia de hibridização entre os férmions no nível energético da impureza e os férmions da banda de condução do metal. Será utilizado o modelo de Anderson extendido para construção dos sistemas teóricos de cada um dos sistemas estudados, que serão detalhados no capítulo seguinte.

Modelo teórico

4.1 Interferômetro I

A fim de simular o sistema esboçado na figura 1.1, foi empregado o Hamiltoniano proposto por Liu *et al.* [13], levando em conta dois *quantum dots*,

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \sum_{\alpha k} \tilde{\varepsilon}_{\alpha k} c_{\alpha k}^{\dagger} c_{\alpha k} + \sum_j \varepsilon_j d_j^{\dagger} d_j + V \sum_{\alpha k j} (c_{\alpha k}^{\dagger} d_j + \text{H.c.}) \\ & + V_{BT} \sum_{kp} (c_{Bk}^{\dagger} c_{Tp} + \text{H.c.}) + \mathcal{H}_{\text{MBSs}}, \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

onde os elétrons no terminal $\alpha = B, T$ (inferior/superior do inglês bottom/top) são descritos pelos operadores $c_{\alpha k}^{\dagger}$ ($c_{\alpha k}$) para a criação (destruição) de um elétron no estado quântico rotulado pelo número de onda k e energia $\tilde{\varepsilon}_{\alpha k} = \varepsilon_k - \mu_{\alpha}$, com μ_{α} sendo o potencial químico do terminal α . Aqui foi adotado o *gauge* $\mu_B = \Delta\mu$ e $\mu_T = -\Delta\mu$, com $\mu_B - \mu_T = 2\Delta\mu = e\varphi$ como a diferença de potencial entre os terminais, sendo $e > 0$ a carga elétrica e φ a voltagem aplicada, voltagem esta que tende a zero ($\varphi \rightarrow 0$). Para os *quantum dots*, $d_j^{\dagger}$ (d_j) cria (destrói) um elétron no estado ε_j , com $j = 1, 2$ sendo o índice que denota os *quantum dots* 1 e 2. V é a energia de hibridização dos *quantum dots* com os terminais, e V_{BT} é o acoplamento terminal-terminal, e por fim

$$\mathcal{H}_{\text{MBSs}} = i\varepsilon_M \Psi_1 \Psi_2 + \lambda(d_1 - d_1^{\dagger})\Psi_1 \quad (4.1.2)$$

para o fio de Kitaev na fase topológica. Em particular para $j = 1$, o *quantum dot* 1 está acoplado com o *MBS* 1 descrito pelo operador $\Psi_1^{\dagger} = \Psi_1$. A intensidade deste acoplamento é λ . O *MBS* 2 que é dado por $\Psi_2^{\dagger} = \Psi_2$ está conectado com o *MBS* 1 através do acoplamento $\varepsilon_M \sim e^{-L/\xi}$, sendo L a distância entre os *MBSs* e ξ o comprimento de coerência. A seguir foi derivada a fórmula de Landauer-Büttiker para a condutância *zero-bias* G [69]. Tal quantidade é uma função da transmitância $\mathcal{T}(\varepsilon)$ como segue:

$$G = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f_F}{\partial \varepsilon} \right) \mathcal{T}(\varepsilon). \quad (4.1.3)$$

Com as transformações $c_{Bk} = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{ek} + c_{ok})$ e $c_{Tk} = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{ek} - c_{ok})$ sobre o Hamiltoniano da equação (4.3.1), que depende dos operadores das bandas de condução *par* e *ímpar* c_{ek} e c_{ok} , respectivamente. Ao final deste capítulo serão detalhados os cálculos desta transformação de rotação. Estas definições nos permitem expressar a equação (4.3.1) como $\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_o + \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}} = \mathcal{H}_{\varphi=0} + \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}$, onde

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_e &= \sum_k \varepsilon_k c_{ek}^\dagger c_{ek} + \sum_j \varepsilon_j d_j^\dagger d_j + \sqrt{2}V \sum_{jk} (c_{ek}^\dagger d_j + \text{H.c.}) \\ &+ V_{BT} \sum_{kp} c_{ek}^\dagger c_{ep} + \mathcal{H}_{\text{MBSs}} \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

representa a parte do Hamiltoniano do sistema acoplado aos *quantum dots* através de uma hibridização efetiva $\sqrt{2}V$, enquanto

$$\mathcal{H}_o = \sum_k \varepsilon_k c_{ok}^\dagger c_{ok} - V_{BT} \sum_{kp} c_{ok}^\dagger c_{op} \quad (4.1.5)$$

é a parte desacoplada. Contudo, elas estão conectadas uma a outra pelo Hamiltoniano de tunelamento

$$\tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}} = -\Delta\mu \sum_k (c_{ek}^\dagger c_{ok} + c_{ok}^\dagger c_{ek}). \quad (4.1.6)$$

Como no regime de *zero-bias* o $\Delta\mu \rightarrow 0$, devido a $\varphi \rightarrow 0$, $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}$ é um termo perturbativo e a teoria de resposta linear garante que

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = (2\pi V_{BT})^2 \tilde{\rho}_e(\varepsilon) \tilde{\rho}_o(\varepsilon), \quad (4.1.7)$$

onde $\tilde{\rho}_e(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{\psi_e \psi_e})$ é a densidade local de estados (LDOS) para o Hamiltoniano da equação (4.1.4) e

$$\mathcal{G}_{\Psi_e \Psi_e} = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \text{Tr}\{\varrho_e[\Psi_e(t), \Psi_e^\dagger(0)]_+\} \quad (4.1.8)$$

da a função de Green retardada no domínio do tempo t , onde $\theta(t)$ é a função degrau, ϱ_e é a matriz densidade para a equação (4.1.4), $\Psi_e = f_e + (\pi\Delta\rho_0)^{1/2} q \sum_j d_j$ é o operador de campo, com $f_e = \sum_p c_{ep}$, o parâmetro de Anderson $\Delta = 2\pi V^2 \rho_0$ e $q = (\pi\rho_0\Delta)^{-1/2} \left(\frac{\sqrt{2}V}{2V_{BT}} \right)$.

Para calcular a equação (4.1.8) no domínio das energias ε , devemos empregar o procedimento da equação de movimento [69, 70] resumido como segue

$$(\varepsilon + i0^+) \tilde{\mathcal{G}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}} = [\mathcal{A}, \mathcal{B}^\dagger]_+ + \tilde{\mathcal{G}}_{[\mathcal{A}, \mathcal{H}_i]\mathcal{B}} \quad (4.1.9)$$

para a função de Green retardada $\tilde{\mathcal{G}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}}$, com $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ como operadores fermiônicos pertencentes ao Hamiltoniano $\mathcal{H}_i$. Considerando $\mathcal{A} = \mathcal{B} = \Psi_e$ e $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_e$, encontra-se

$$\tilde{\mathcal{G}}_{\Psi_e \Psi_e} = \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e} + (\pi \rho_0 \Delta) q^2 \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l} + 2(\pi \rho_0 \Delta)^{1/2} q \sum_j \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}. \quad (4.1.10)$$

Pelas equações (4.1.4), (4.1.9) com $\mathcal{A} = \mathcal{B} = f_e$ e (4.1.10), obtemos

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e} = \frac{\pi \rho_0 (\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} + \pi \rho_0 \Delta \left[\frac{(\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \right]^2 \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon)$$

e as funções de Green mistas

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e} = \sqrt{\pi \Delta \rho_0} \frac{(\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}, \quad (4.1.11)$$

determinadas pela equação (4.1.9) considerando $\mathcal{A} = d_j$, $\mathcal{B} = f_e$ e $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_e$, com o parâmetro $x = (\pi \rho_0 V_{BT})^2$ e $\bar{q} = \frac{1}{\pi \rho_0} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k}$.

Adicionalmente, para o Hamiltoniano da equação (4.1.5) temos a LDOS $\tilde{\rho}_o(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o})$, com

$$\mathcal{G}_{f_o f_o} = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \text{Tr}\{\varrho_o[f_o(t), f_o^\dagger(0)]_+\} \quad (4.1.12)$$

e $f_o = \sum_{\tilde{q}} c_{o\tilde{q}}$. Nota-se que $\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}$ está desacoplado dos *quantum dots*. Além disso, das equações (4.1.5) e (4.1.12), obteve-se que $\mathcal{A} = \mathcal{B} = f_o$ e $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_o$ na equação (4.1.9) e obtemos

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o} = \frac{\pi \rho_0 (\bar{q} - i)}{1 + \sqrt{x}(\bar{q} - i)}. \quad (4.1.13)$$

Assim as substituições das equações (4.1.10), (4.1.11), e (4.1.13) na equação (4.1.7), leva a

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(\varepsilon) &= \mathcal{T}_b + \sqrt{\mathcal{T}_b \mathcal{R}_b} \tilde{\Delta} \sum_{j\tilde{j}} \text{Re}\{\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon)\} \\ &\quad - (1 - 2\mathcal{T}_b) \frac{\tilde{\Delta}}{2} \sum_{j\tilde{j}} \text{Im}\{\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon)\}, \end{aligned} \quad (4.1.14)$$

onde $\tilde{\Delta} = \frac{2\Delta}{1+x}$ é um acoplamento efetivo entre o *quantum dot* e o terminal, $\mathcal{T}_b = \frac{4x}{(1+x)^2}$ representa a transmitância de fundo e $\mathcal{R}_b = 1 - \mathcal{T}_b = \frac{(1-x)^2}{(1+x)^2}$ é a reflectância correspondente, ambas na ausência dos *quantum dots* e dos *MBSs*.

É importante enfatizar que a equação (4.1.14) é a generalização da equação (2) encontrada na Ref. [71] para um dispositivo do tipo Aharonov-Bohm com um único *quantum dot*, mas sem um campo magnético aplicado. Ainda na Ref. [71] os autores introduzem $q_b = \sqrt{\frac{\mathcal{R}_b}{\mathcal{T}_b}} = \frac{(1-x)}{2\sqrt{x}}$ como o parâmetro de Fano. Aqui, o foco é em dois casos: o caso $q_b \rightarrow \infty$, chamado de regime de fraco acoplamento terminal-terminal devido à transmitância de fundo $\mathcal{T}_b = 0$, e o regime de forte acoplamento $q_b = 0$ caracterizado por $\mathcal{T}_b = 1$.

Foram calculadas as funções de Green $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}$ dentro do limite de banda larga. Para obtê-las, primeiramente os operadores de Majorana Ψ_1 e Ψ_2 foram escritos em termos de um estado fermiônico local η como segue: $\Psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta^\dagger + \eta)$ e $\Psi_2 = i\frac{1}{\sqrt{2}}(\eta^\dagger - \eta)$, com $\eta \neq \eta^\dagger$ e $\{\eta, \eta^\dagger\} = 1$. Verificou-se que a equação (4.1.2) se transforma em

$$\mathcal{H}_{\text{MBSs}} = \varepsilon_M(\eta^\dagger \eta - \frac{1}{2}) + \frac{\lambda}{\sqrt{2}}(d_1 \eta^\dagger + \eta d_1^\dagger) + \frac{\lambda}{\sqrt{2}}(d_1 \eta - d_1^\dagger \eta^\dagger). \quad (4.1.15)$$

Aplicando o método da equação de movimento sobre

$$\mathcal{G}_{d_j d_l} = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \text{Tr}\{\varrho_e[d_j(t), d_l^\dagger(0)]_+\}, \quad (4.1.16)$$

e mudando para o domínio das energias ε , foi obtida a seguinte relação:

$$(\varepsilon - \varepsilon_j - \Sigma - \delta_{j1}\Sigma_{\text{MBS1}})\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l} = \delta_{jl} + \Sigma \sum_{\tilde{l} \neq j} \tilde{\mathcal{G}}_{d_{\tilde{l}} d_l}, \quad (4.1.17)$$

com

$$\Sigma = -\frac{(\sqrt{x} + i)}{1+x} \Delta \quad (4.1.18)$$

e

$$\Sigma_{\text{MBS1}} = \lambda^2 K(1 + \lambda^2 \tilde{K}) \quad (4.1.19)$$

como as auto-energias devido ao MBS 1 acoplado ao *quantum dot* 1,

$$K = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_M + i0^+} + \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_M + i0^+} \right) \quad (4.1.20)$$

e

$$\tilde{K} = \frac{K}{\varepsilon + \varepsilon_1 + \bar{\Sigma} - \lambda^2 K} \quad (4.1.21)$$

têm as mesmas formas em relação as encontradas na Ref. [13], onde $\bar{\Sigma}$ é o conjugado complexo de Σ . Assim a solução da equação (4.1.17) resulta

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MBS1}} - \mathcal{C}_2} \quad (4.1.22)$$

como as funções de Green do *quantum dot 1*, com

$$\mathcal{C}_j = \frac{\Sigma^2}{\varepsilon - \varepsilon_j - \Sigma} \quad (4.1.23)$$

como a auto-energia devido a presença do *j^{esimo} quantum dot*.

Para $\mathcal{C}_2 = 0$, ressalta-se que a equação (4.1.22) é reduzida a função de Green do sistema de um único *quantum dot* encontrado na Ref. [13]. No caso do *quantum dot 2*, temos

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2} = \frac{1 - \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0 \Sigma_{\text{MBS1}}}{\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma - \frac{\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0}{\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}^0} \Sigma_{\text{MBS1}} - \mathcal{C}_1}, \quad (4.1.24)$$

onde

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0 = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma} \quad (4.1.25)$$

e

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}^0 = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma} \quad (4.1.26)$$

representam as correspondentes funções de Green para o sistema de um único *quantum dot* sem Majoranas. As funções de Green mistas são

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1} = \frac{\Sigma}{\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} \quad (4.1.27)$$

e

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2} = \frac{\Sigma}{\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MBS1}}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}. \quad (4.1.28)$$

Verificando as equações (4.1.22), (4.1.24), (4.1.27) e (4.1.28), notou-se que as funções $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2}$ podem ser encontradas pela permuta dos índices $1 \leftrightarrow 2$ em $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1}$, respectivamente, somente no caso $\Sigma_{\text{MBS1}} = 0$. Apesar disso, na situação oposta, onde $\Sigma_{\text{MBS1}} \neq 0$, esta simetria não é verificada, que corresponde ao fio de Kitaev acoplado ao interferômetro, como esboçado na figura 1.1.

Seguindo a Ref. [13], comparou-se à quebra de simetria acima mencionada com a que surge devido ao estado fermiônico regular *zero-mode* acoplado ao interferômetro ao invés do *MBS 1*. Em tal caso, é possível mostrar que Σ_{MBS1} é substituído por $\Sigma_{\text{RF}} = \frac{\lambda^2}{\varepsilon + i0^+}$ nas funções de Green acima. Desta forma, a comparação proposta nos permitirá isolar exclusivamente as assinaturas dos Majoranas daquelas devidas ao *quantum dot* padrão acoplado lateralmente ao interferômetro.

4.2 Dímero

Aqui considerou-se o sistema esboçado na figura 1.2(a) para um par de pontas de *STM* altamente spin-polarizadas conectadas a um dispositivo híbrido composto por uma ponta de *AFM* e um conjunto "hospedeiro+átomos supercondutores adsorvidos". Assim, modelou-se tal modelo sem spin da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \sum_{\alpha k} \tilde{\varepsilon}_{\alpha k} c_{\alpha k}^\dagger c_{\alpha k} + \sum_j \varepsilon_j d_j^\dagger d_j \\ & + V \sum_{\alpha k} (c_{\alpha k}^\dagger d_1 + \text{H.c.}) \\ & + (V_{12} \sum_{kq} c_{1k}^\dagger c_{2q} + t d_1 d_2^\dagger + \Delta d_2^\dagger d_1^\dagger + \text{H.c.}), \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

onde os elétrons na ponta do *STM* $\alpha = 1, 2$ (ponta de *STM* 1 e 2, respectivamente) são descritos pelo operador $c_{\alpha k}^\dagger$ ($c_{\alpha k}$) para criação (destruição) de um elétron no estado quântico rotulado pelo número de onda k e energia $\tilde{\varepsilon}_{\alpha k} = \varepsilon_k - \mu_\alpha$, com μ_α como o potencial químico. Aqui foi adotado o gauge $\mu_2 = \Delta\mu$ e $\mu_1 = -\Delta\mu$, com $\mu_2 - \mu_1 = 2\Delta\mu = e\varphi$ como a diferença de potencial entre as pontas de *STM*, sendo $e > 0$ a carga elétrica e φ a voltagem aplicada. Consequentemente, a transmitância através do dispositivo é uma função da energia de Fermi $\varepsilon = \mu_1 = \mu_2$ das pontas de *STM*, onde o ponto $\varepsilon = 0$ corresponde ao modo zero

do estado de Majorana. Para os átomos adsorvidos, $d_j^\dagger$ (d_j) cria (destrói) um elétron no estado ε_j , com $j = 1, 2$. V simboliza a hibridização entre o átomo adsorvido 1 e as pontas de *STM*. Estes acoplamentos são considerados iguais para evitar correntes de Andreev no sistema [22, 23]. V_{12} é o acoplamento entre as pontas de *STM* 1 e 2, que assegurará a renormalização precisa do nível de energia do átomo adsorvido 1 como veremos.

O supercondutor do tipo-*s* com forte acoplamento spin-órbita entra no modelo através dos parâmetros t e Δ , que respectivamente produzem o termo de *hopping* entre os átomos adsorvidos 1 e 2, e também a ligação energética de um par de Cooper delocalizado dividido em tais átomos adsorvidos: como o efeito da rede do arranjo da figura 1.2(a) considerado, a supercondutividade do tipo-*p* é induzida no par de átomos adsorvidos (dímero de Kitaev) próximos as pontas, de forma similar ao reportado na Ref. [37] para o caso de longa cadeia de Kitaev. Como o átomo adsorvido 1 está localizado dentro da região que separa as pontas de *STM* e a superfície supercondutora, podemos negligenciar o tunelamento entre os mesmos como resultado da geometria do dispositivo adotado. Vale a pena notar que o papel da ponta de *AFM* é de fato para ajustar o *overlap* entre as *MQPs* inclusas no átomo adsorvido 2. Esta *cola* entre as *MQPs* encontradas dentro de tal átomo adsorvido será esclarecido mais tarde como o seu próprio nível de energia, que consiste em um grau de liberdade completamente ajustável via ponta de *AFM*. Assim, por questões de complexidade, estas características se tornam as mais relevantes para o problema de proximidade entre a superfície supercondutora do tipo-*s* e os átomos adsorvidos. Alternativamente para este fim, uma abordagem a respeito de uma descrição *ab-initio* sobre o efeito de proximidade pode ser útil, mas não pertence ao atual escopo deste trabalho.

Aqui o átomo adsorvido 2 foi escrito na base das *MQPs* seguindo a seguinte transformação

$$d_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_A + i\Psi_B) \quad (4.2.2)$$

e

$$d_2^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_A - i\Psi_B), \quad (4.2.3)$$

onde $\Psi_l^\dagger = \Psi_l$ ($l = A, B$) caracteriza um operador de Majorana, produzindo desta forma

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\text{MFs}} &= \varepsilon_2 d_2^\dagger d_2 + (t d_1 d_2^\dagger + \Delta d_2^\dagger d_1^\dagger + \text{H.c.}) \\
&= i\varepsilon_2 \Psi_A \Psi_B + \frac{(t + \Delta)}{\sqrt{2}} (d_1 - d_1^\dagger) \Psi_A \\
&\quad + i \frac{(\Delta - t)}{\sqrt{2}} (d_1 + d_1^\dagger) \Psi_B + \frac{\varepsilon_2}{2},
\end{aligned} \tag{4.2.4}$$

onde o primeiro termo na segunda linha torna explícita as *MQPs* dentro do átomo adsorvido 2 e os outros termos são as conexões entre as *MQPs* *A* e *B* com o átomo adsorvido 1 (ver as figuras 1.2(c), (d) e (e)). É importante mencionar que *ZBP* padrão das *MQPs* ocorre para $t = \Delta$, $\varepsilon_1 \neq 0$ e $\varepsilon_2 = 0$, com a condutância $G = 0.5G_0$ devido a *MQP* $\gamma_1 = i(d_1 - d_1^\dagger)/\sqrt{2}$ existente no átomo adsorvido 1 dado pelo segundo termo da equação(4.2.4) ($-2it\gamma_1\Psi_A$), que tem um componente no átomo adsorvido 2, onde uma *MQP* completamente localizada observado de acordo com M. Leijnse and K. Flensberg na Ref. [74].

Neste cenário, explorou-se os regimes do modelo $t = \Delta$ e $t \neq \Delta$ combinado com $\varepsilon_2 > 0$ e $\varepsilon_2 < 0$ onde foi variado simetricamente com respeito ao Majorana *zero-mode*. Vale a pena ressaltar que para um valor fixo de Δ , o ajuste do parâmetro t pode ser realizado experimentalmente através da variação da distância entre os átomos adsorvidos 1 e 2, enquanto que a ponta de *AFM* controla o nível da posição ε_2 do átomo adsorvido 2, pois tal ponta opera como um potencial de *gate*. Particularmente para $t = \Delta$, foi verificado na equação(4.2.4) que o átomo adsorvido 1 desacopla do férmion de Majorana *B* (aqui esboçado como a semi-esfera mais da direita na figura 1.2(d) assim permitindo uma conexão exclusivamente entre os átomos adsorvidos e a *MQP* *A* (a semi-esfera mais à esquerda) como o Hamiltoniano

$$\mathcal{H}_{\text{MFs}} = \varepsilon_2 (i\Psi_A \Psi_B + \frac{1}{2}) + \sqrt{2}\Delta (d_1 - d_1^\dagger) \Psi_A \tag{4.2.5}$$

aponta. Para $\varepsilon_2 \neq 0$, o perfil de Fano da transmitância torna-se invariante sob a troca simétrica de ε_2 com respeito ao modo zero de Majorana, em contraste com o caso $t \neq \Delta$ onde esta universalidade é impedida. Por conseguinte, leva ao surgimento a perfis distintos de transmitância fortemente dependentes do sinal de ε_2 fora do ponto $t = \Delta$.

Desse modo reconhecemos esta invariância como uma propriedade da *MQP* no sistema quando ele é dirigido ao ponto $t = \Delta$ com inversão simétrica do ε_2 .

4.3 Interferômetro II

Nesta proposta foi empregada uma extensão do Hamiltoniano inspirado na proposta de Liu e Baranger, que é um modelo sem spin a fim de garantir a supercondutividade topológica [13]:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H} = & \sum_{\alpha k} \tilde{\varepsilon}_{\alpha k} c_{\alpha k}^{\dagger} c_{\alpha k} + \sum_{j=1}^2 \varepsilon_j d_j^{\dagger} d_j + V \sum_{\alpha k j} (c_{\alpha k}^{\dagger} d_j + \text{H.c.}) \\
 & + V_{SD} (\sum_{kp} c_{Sk}^{\dagger} c_{Dp} + \text{H.c.}) + \frac{(t + \Delta)}{\sqrt{2}} (d_1 - d_1^{\dagger}) \eta_1 \\
 & + i \frac{(\Delta - t)}{\sqrt{2}} (d_1 + d_1^{\dagger}) \eta_2,
 \end{aligned} \tag{4.3.1}$$

onde os elétrons no terminal $\alpha = S, D$ são descritos pelo operador $c_{\alpha k}^{\dagger}$ ($c_{\alpha k}$) para a criação (destruição) de um elétron no estado quântico k com energia $\tilde{\varepsilon}_{\alpha k} = \varepsilon_k - \mu_{\alpha}$, com μ_{α} como o potencial químico. Para os *quantum dots* acoplados aos terminais, $d_j^{\dagger}$ (d_j) cria (destrói) um elétron no estado ε_j no *quantum dot* j . V (ou $\Gamma = 2\pi V^2 \rho_0$, o parâmetro de Anderson [68] com ρ_0 a densidade de estados dos terminais metálicos) simboliza a hibridização entre os *quantum dots* e os terminais, que são considerados iguais para garantir a mesma condutância através dos terminais *fonte* e *dreno*, i.e., $G = G_S = G_D$ [10, 23]. O *quantum dot* 1 se acopla assimetricamente a cadeias de Kitaev com amplitudes de tunelamento definidas por conveniência por $t_L \equiv (1/\sqrt{2})(t + \Delta)$ e $t_R \equiv (i/\sqrt{2})(\Delta - t)$, respectivamente para os *MQPs* da esquerda e da direita $\eta_1 = \eta_1^{\dagger}$ e $\eta_2 = \eta_2^{\dagger}$. É importante deixar claro que tais definições constituem somente uma escolha de *gauge* que nos permite capturar a seguinte fenomenologia: t_L e t_R mudam os dois últimos termos da equação (4.3.1) para $td_1 f^{\dagger} + \Delta f^{\dagger} d_1^{\dagger} + \text{H.c.}$, quando a substituição fermiônica regular $f = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_1 + i\eta_2)$ e $f^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_1 - i\eta_2)$ na equação (4.3.1) é adotada. Como resultado, elétrons representados pelos operadores f e d_1 , além do tunelamento normal t entre eles, tornam-se ligados como um par de Cooper com energia de ligação Δ . Vale a pena mencionar que Δ usado aqui refere-se ao termo de acoplamento como indicado na figura 1.3(a) e não representa o *gap* dos supercondutores tipo- p das cadeias de Kitaev. Contudo, a emergência de tal parâmetro pode ser entendida como consequência do efeito de proximidade que surge do supercondutor do tipo- s hospedando as cadeias de Kitaev. É importante esclarecer que se o *gauge* acima imposto fosse outro, tanto a *QPT* como o seletor de corrente elétrica seriam ativados mantendo t_L fixo e aumentando levemente, por exemplo, t_R (ou vice-versa). Tal ajuste das amplitudes t_L e t_R atualmente é completamente possível, fazendo assim com que esta proposta experimental seja completamente viável.

4.4 Transformação de rotação

Agora definiram-se novas bandas de condução chamadas *par* e *ímpar* através da seguinte transformação

$$\begin{pmatrix} c_{Bk} \\ c_{Tk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \phi_k & \cos \phi_k \\ -\cos \phi_k & \sin \phi_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{ok} \\ c_{ek} \end{pmatrix}, \quad (4.4.1)$$

onde os novos operadores c_{ek} e c_{ok} são os operadores das bandas *par* (do inglês *even*) e *ímpar* (do inglês *odd*), que resulta em

$$c_{Bk} = (\cos \phi_k) c_{ek} + (\sin \phi_k) c_{ok}, \quad (4.4.2)$$

$$c_{Tk} = (\sin \phi_k) c_{ek} - (\cos \phi_k) c_{ok}, \quad (4.4.3)$$

$$\begin{aligned} \sum_k \varepsilon_{Bk} c_{Bk}^\dagger c_{Bk} &= \sum_k \varepsilon_{Bk} \left[(\cos \phi_k) c_{ek}^\dagger + (\sin \phi_k) c_{ok}^\dagger \right] [(\cos \phi_k) c_{ek} + (\sin \phi_k) c_{ok}] \\ &= \sum_k \varepsilon_{Bk} (\cos^2 \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ek} + \sum_k \varepsilon_{Bk} (\sin^2 \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ok} \\ &\quad + \sum_k \varepsilon_{Bk} (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ok} + \sum_k \varepsilon_{Bk} (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ek} \\ &= \sum_k \varepsilon_k (\cos^2 \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ek} + \sum_k \varepsilon_k (\sin^2 \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ok} \\ &\quad - \sum_k \mu (\cos^2 \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ek} - \sum_k \mu (\sin^2 \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ok} \\ &\quad + \sum_k \varepsilon_k (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ok} + \sum_k \varepsilon_k (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ek} \\ &\quad - \sum_k \mu (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ok} - \sum_k \mu (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ek}, \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

$$\begin{aligned}
\sum_k \varepsilon_{Tk} c_{Tk}^\dagger c_{Tk} &= \sum_k \varepsilon_{Tk} \left[(\sin \phi_k) c_{ek}^\dagger - (\cos \phi_k) c_{ok}^\dagger \right] \left[(\sin \phi_k) c_{ek} - (\cos \phi_k) c_{ok} \right] \\
&= \sum_k \varepsilon_{Tk} (\sin^2 \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ek} + \sum_k \varepsilon_{Tk} (\cos^2 \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ok} \\
&\quad - \sum_k \varepsilon_{Tk} (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ok} - \sum_k \varepsilon_{Tk} (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ek} \\
&= \sum_k \varepsilon_k (\sin^2 \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ek} + \sum_k \varepsilon_k (\cos^2 \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ok} \\
&\quad + \sum_k \mu (\sin^2 \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ek} + \sum_k \mu (\cos^2 \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ok} \\
&\quad - \sum_k \varepsilon_k (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ok} - \sum_k \varepsilon_k (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ek} \\
&\quad - \sum_k \mu (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ok} - \sum_k \mu (\cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ek}, \tag{4.4.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A = \sum_k \varepsilon_{Bk} c_{Bk}^\dagger c_{Bk} + \sum_k \varepsilon_{Tk} c_{Tk}^\dagger c_{Tk} &= \sum_k \varepsilon_k c_{ok}^\dagger c_{ok} + \sum_k \varepsilon_k c_{ek}^\dagger c_{ek} \\
&\quad + \mu \sum_k (\sin^2 \phi_k - \cos^2 \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{ek} \\
&\quad - \mu \sum_k (\sin^2 \phi_k - \cos^2 \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{ok} \\
&\quad - \mu \sum_k (2 \cos \phi_k \sin \phi_k) \left(c_{ek}^\dagger c_{ok} + c_{ok}^\dagger c_{ek} \right), \tag{4.4.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B = \sum_{kj} \frac{V_{Bj}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left(c_{Bk}^\dagger d_j + H.c. \right) &= \sum_k \frac{V_{B1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left(c_{Bk}^\dagger d_1 + d_1^\dagger c_{Bk} \right) + \sum_k \frac{V_{B2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left(c_{Bk}^\dagger d_2 + d_2^\dagger c_{Bk} \right) \\
&= \sum_k \frac{V_{B1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[(\cos \phi_k) c_{ek}^\dagger + (\sin \phi_k) c_{ok}^\dagger \right] d_1 \\
&\quad + \sum_k \frac{V_{B1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} d_1^\dagger \left[(\cos \phi_k) c_{ek} + (\sin \phi_k) c_{ok} \right] \\
&\quad + \sum_k \frac{V_{B2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[(\cos \phi_k) c_{ek}^\dagger + (\sin \phi_k) c_{ok}^\dagger \right] d_2 \\
&\quad + \sum_k \frac{V_{B2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} d_2^\dagger \left[(\cos \phi_k) c_{ek} + (\sin \phi_k) c_{ok} \right], \tag{4.4.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C = \sum_{kj} \frac{V_{Tj}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left(c_{Tk}^\dagger d_j + H.c. \right) &= \sum_k \frac{V_{T1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left(c_{Tk}^\dagger d_1 + d_1^\dagger c_{Tk} \right) + \sum_k \frac{V_{T2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left(c_{Tk}^\dagger d_2 + d_2^\dagger c_{Tk} \right) \\
&= \sum_k \frac{V_{T1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[(\sin \phi_k) c_{ek}^\dagger - (\cos \phi_k) c_{ok}^\dagger \right] d_1 \\
&+ \sum_k \frac{V_{T1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} d_1^\dagger \left[(\sin \phi_k) c_{ek} - (\cos \phi_k) c_{ok} \right] \\
&+ \sum_k \frac{V_{T2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[(\sin \phi_k) c_{ek}^\dagger - (\cos \phi_k) c_{ok}^\dagger \right] d_2 \\
&+ \sum_k \frac{V_{T2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} d_2^\dagger \left[(\sin \phi_k) c_{ek} - (\cos \phi_k) c_{ok} \right], \tag{4.4.8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B + C &= \sum_k c_{ek}^\dagger \left[\frac{V_{B1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\cos \phi_k) + \frac{V_{T1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\sin \phi_k) \right] d_1 \\
&+ \sum_k d_1^\dagger \left[\frac{V_{B1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\cos \phi_k) + \frac{V_{T1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\sin \phi_k) \right] c_{ek} \\
&+ \sum_k c_{ek}^\dagger \left[\frac{V_{B2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\cos \phi_k) + \frac{V_{T2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\sin \phi_k) \right] d_2 \\
&+ \sum_k d_2^\dagger \left[\frac{V_{B2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\cos \phi_k) + \frac{V_{T2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\sin \phi_k) \right] c_{ek} \\
&+ \sum_k c_{ok}^\dagger \left[\frac{V_{B1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\sin \phi_k) - \frac{V_{T1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\cos \phi_k) \right] d_1 \\
&+ \sum_k d_1^\dagger \left[\frac{V_{B1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\sin \phi_k) - \frac{V_{T1}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\cos \phi_k) \right] c_{ok} \\
&+ \sum_k c_{ok}^\dagger \left[\frac{V_{B2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\sin \phi_k) - \frac{V_{T2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\cos \phi_k) \right] d_2 \\
&+ \sum_k d_2^\dagger \left[\frac{V_{B2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\sin \phi_k) - \frac{V_{T2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} (\cos \phi_k) \right] c_{ok} \tag{4.4.9}
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
D &= \sum_{kq} \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} (2 \cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ek}^\dagger c_{eq} - \sum_{kq} \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} (2 \cos \phi_k \sin \phi_k) c_{ok}^\dagger c_{oq} \\
&+ \sum_{kq} \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} (\sin^2 \phi_k - \cos^2 \phi_k) \left(c_{ek}^\dagger c_{oq} + c_{ok}^\dagger c_{eq} \right). \tag{4.4.10}
\end{aligned}$$

A fim de desacoplar as bandas *par* e *ímpar*, primeiro impomos

$$\sin^2 \phi_k - \cos^2 \phi_k = 0 \quad (4.4.11)$$

nas equações (4.4.6) e (4.4.10). Esta condição leva a $\sin \phi_k = \cos \phi_k = \frac{1}{\sqrt{2}}$ com $\phi_k = \frac{\pi}{4}$. Adicionalmente, utilizaremos os acoplamentos simétricos $V_{B1} = V_{B2} = V_{T1} = V_{T2} = V$ na equação (4.4.9). Como resultado, obtemos

$$\tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_o + \mathcal{H}_{tun} = \mathcal{H} + \mathcal{H}_{tun}, \quad (4.4.12)$$

com

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_e = & \sum_k \varepsilon_k c_{ek}^\dagger c_{ek} + \sum_{jk} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \left(c_{ek}^\dagger d_j + H.c. \right) + \sum_j \varepsilon_j d_j^\dagger d_j + \sum_{kq} \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} c_{ek}^\dagger c_{eq} \\ & + i\epsilon_M \eta_1 \eta_2 + \lambda \left(d_1 - d_1^\dagger \right) \eta_1, \end{aligned} \quad (4.4.13)$$

$$\mathcal{H}_o = \sum_k \varepsilon_k c_{ok}^\dagger c_{ok} - \sum_{kq} \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} c_{ok}^\dagger c_{oq} \quad (4.4.14)$$

e

$$\mathcal{H}_{tun} = -\mu \sum_k \left(c_{ek}^\dagger c_{ok} + c_{ok}^\dagger c_{ek} \right). \quad (4.4.15)$$

Como o objetivo final é calcular a condutância nestes sistemas, agora que foi obtido o hamiltoniano transformado, pode-se utilizar da teoria de perturbação para obter a fórmula de Landauer-Büttiker, que será apresentada com detalhes no capítulo seguinte.

Fórmula de Landauer-Büttiker

A fim de calcular a transmitância nos sistemas representados nas figuras 1.1, 1.2 e 1.3, foi utilizado do formalismo de Landauer-Büttiker, para sistemas no equilíbrio termodinâmico [73]. Na representação de interação, o estado $|\Phi_n\rangle$ para o Hamiltoniano apresentado na equação (4.4.12) é dado por

$$|\Phi_n\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t \mathcal{H}_{tun}(\tau) d\tau} |\Psi_n\rangle \simeq \left(1 - \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t \mathcal{H}_{tun}(\tau) d\tau \right) |\Psi_n\rangle, \quad (5.0.1)$$

sendo $|\Psi_n\rangle$ um autoestado do Hamiltoniano $\mathcal{H}$ e $\mathcal{H}_{tun}$ um termo perturbativo. Assim, a corrente elétrica $\mathcal{J}_L$ que flui pelo sistema pode ser obtida através da média do operador corrente $\mathcal{I}_L(t)$,

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_L &= \langle \Phi_n | \mathcal{I}_L(t) | \Phi_n \rangle = \langle \Psi_n | \mathcal{I}_L(t) | \Psi_n \rangle \\ &+ \frac{i}{\hbar} \langle \Psi_n | \int_{-\infty}^t \mathcal{H}_{tun}(\tau) \mathcal{I}_L(t) d\tau | \Psi_n \rangle \\ &- \langle \Psi_n | \int_{-\infty}^t \mathcal{I}_L(t) \mathcal{H}_{tun}(\tau) d\tau | \Psi_n \rangle + \mathcal{O}(\mathcal{H}_{tun}^2) \\ &= -\frac{i}{\hbar} \langle \Psi_n | \int_{-\infty}^t [\mathcal{I}_L(t), \mathcal{H}_{tun}] d\tau | \Psi_n \rangle, \end{aligned} \quad (5.0.2)$$

lembrando que $\langle \Psi_n | \mathcal{I}_L(t) | \Psi_n \rangle = 0$ na ausência de voltagem. Agora realiza-se uma média térmica na equação (5.0.2),

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= -\frac{i}{\hbar} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle \Psi_n | \int_{-\infty}^t [\mathcal{I}_L(t), \mathcal{H}_{tun}] d\tau | \Psi_n \rangle \\ &= -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t \sum_n e^{-\beta E_n} \langle \Psi_n | [\mathcal{I}_L(t), \mathcal{H}_{tun}] | \Psi_n \rangle d\tau \\ &= -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t \langle [\mathcal{I}_L(t), \mathcal{H}_{tun}(\tau)] \rangle d\tau. \end{aligned} \quad (5.0.3)$$

Por serem independentes, pode-se concluir que $[\mathcal{H}_e, \mathcal{H}_o] = 0$. Neste caso, a equação $\mathcal{H}|\Psi_n\rangle = E_n|\Psi_n\rangle$ leva a $|\Psi_n\rangle = |r\rangle|s\rangle$, $\mathcal{H}_e|r\rangle = E_r^e|r\rangle$, $\mathcal{H}_s|s\rangle = E_s^o|s\rangle$ e $E_n = E_r^e + E_s^o$. No regime de baixas voltagens, a condutância diferencial elétrica segue a expressão de Landauer-Büttiker

$$G = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \varphi} = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) \mathcal{T}(\varepsilon, \beta), \quad (5.0.4)$$

com $\mathcal{T}(\varepsilon, \beta)$ simbolizando a transmitância através da nanoestrutura. A fim de determinar $\mathcal{T}(\varepsilon, \beta)$, se parte de

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_L &= -\frac{i}{\hbar} \left[e \sum_k c_{Lk}^\dagger c_{Lk}, \mathcal{H} \right] \\ &= -\frac{ie}{\hbar} \sum_{kj} \frac{V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[c_{Lk}^\dagger c_{Lk}, c_{Lq}^\dagger d_j + H.c. \right] - \frac{ie}{\hbar} \sum_{kq\tilde{q}} \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \left[c_{Lk}^\dagger c_{Lk}, c_{Lq}^\dagger c_{R\tilde{q}} + H.c. \right] \\ &= -\frac{ie}{\hbar} \sum_{kj} \frac{V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left(c_{Lk\sigma}^\dagger d_j - d_j^\dagger c_{Lk\sigma} \right) - \frac{ie}{\hbar} \sum_{q\tilde{q}} \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \left(c_{Lq}^\dagger c_{R\tilde{q}} - c_{R\tilde{q}}^\dagger c_{Lq} \right) \\ &= -\frac{ie}{\sqrt{2}\hbar} \sum_{kj} \frac{V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[\left(c_{ek}^\dagger d_j - d_j^\dagger c_{ek} \right) + \left(c_{ok}^\dagger d_j - d_j^\dagger c_{ok} \right) \right] \\ &\quad - \frac{ie}{\hbar} \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \sum_{q\tilde{q}} \left(c_{oq}^\dagger c_{e\tilde{q}} - c_{e\tilde{q}}^\dagger c_{oq} \right). \end{aligned} \quad (5.0.5)$$

Substituindo a equação (5.0.5) na equação (5.0.3), os termos não nulos levam a

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= \frac{ie\mu}{\sqrt{2}\hbar} \sum_{jkq} \frac{V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \int_{-\infty}^t \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \left\langle \left[c_{ok}^\dagger(t) d_j(t), c_{eq}^\dagger(\tau) c_{oq}(\tau) \right] \right\rangle d\tau \\ &\quad - \frac{ie\mu}{\sqrt{2}\hbar} \sum_{jkq} \frac{V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \int_{-\infty}^t \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \left\langle \left[d_j^\dagger(t) c_{ok}(t), c_{oq}^\dagger(\tau) c_{eq}(\tau) \right] \right\rangle d\tau \\ &\quad + \frac{ie\mu}{\hbar} \sum_{kq\tilde{q}} \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \int_{-\infty}^t \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \left\langle \left[c_{o\tilde{q}}^\dagger(t) c_{eq}(t), c_{ek}^\dagger(\tau) c_{ok}(\tau) \right] \right\rangle d\tau \\ &\quad - \frac{ie\mu}{\hbar} \sum_{kq\tilde{q}} \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \int_{-\infty}^t \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \left\langle \left[c_{e\tilde{q}}^\dagger(t) c_{oq}(t), c_{ok}^\dagger(\tau) c_{ek}(\tau) \right] \right\rangle d\tau. \end{aligned} \quad (5.0.6)$$

A equação (5.0.6) pode ser reduzida para a seguinte forma

$$\mathcal{J} = -\frac{e}{\hbar} \mu \Im \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \left\{ \sqrt{2}V \sum_j \mathcal{F}_j(t-\tau) + 2V_{LR} \mathcal{M}(t-\tau) \right\}, \quad (5.0.7)$$

onde são definidas as funções de Green retardadas (GFs)

$$\mathcal{F}_j(t-\tau) = -\frac{i}{\hbar} \theta(t-\tau) \left\langle \left[f_o^\dagger(t) d_j(t), \sum_q c_{eq}^\dagger(\tau) c_{oq}(\tau) \right] \right\rangle, \quad (5.0.8)$$

$$\mathcal{M}(t - \tau) = -\frac{i}{\hbar} \theta(t - \tau) \left\langle \left[f_o^\dagger(t) f_e(t), \sum_k c_{ek}^\dagger(\tau) c_{ok}(\tau) \right] \right\rangle, \quad (5.0.9)$$

com

$$f_o(t) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}} \sum_{\tilde{q}} c_{o\tilde{q}}(t) \quad (5.0.10)$$

e

$$f_e(t) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}} \sum_q c_{oq}(t) \quad (5.0.11)$$

como operadores locais. É possível realizar agora algumas manipulações matemáticas sobre a equação (5.0.9). Começando por $\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \mathcal{F}_j(t - \tau)$, que resulta em

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \mathcal{F}_j(t - \tau) &= \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mn} \exp(-\beta E_n) \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(t - \tau) d\tau \\ &\times \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (E_n - E_m) (\tau - t) \right] \langle \Psi_n | f_o^\dagger d_j | \Psi_m \rangle \\ &\times \langle \Psi_m | \sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq} | \Psi_n \rangle \\ &- \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mn} \exp(-\beta E_n) \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(t - \tau) d\tau \\ &\times \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (E_m - E_n) (\tau - t) \right] \langle \Psi_n | \sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq} | \Psi_m \rangle \\ &\times \langle \Psi_m | f_o^\dagger d_j | \Psi_n \rangle. \end{aligned} \quad (5.0.12)$$

Permutando os índices $n \leftrightarrow m$ no segundo termo da equação (5.0.12), e introduzindo o parâmetro infinitesimal η na função exponencial como $-\frac{i}{\hbar} (E_n - E_m + i\eta)$ somente a fim de garantir a convergência da integração. Desta forma, encontra-se

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \mathcal{F}_j(t - \tau) &= \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mn} \frac{(\exp(-\beta E_n) - \exp(-\beta E_m))}{E_n - E_m + i\eta} \\ &\times \langle \Psi_n | f_o^\dagger d_j | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | \sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq} | \Psi_n \rangle \end{aligned} \quad (5.0.13)$$

e, de forma similar,

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \mathcal{M}(t - \tau) &= \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mn} \frac{(\exp(-\beta E_n) - \exp(-\beta E_m))}{E_n - E_m + i\eta} \\
&\times \langle \Psi_n | f_o^\dagger f_e | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | \sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq} | \Psi_n \rangle.
\end{aligned} \tag{5.0.14}$$

Note que o termo $\langle \Psi_m | c_{eq}^\dagger c_{oq} | \Psi_n \rangle$ mistura as bandas de condução “par” e “ímpar”. Para eliminar tal mistura, calcula-se a média do comutador $\left[\sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq}, \mathcal{H} \right]$. Assim, tem-se que

$$\begin{aligned}
\langle \Psi_m | \left[\sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq}, \mathcal{H} \right] | \Psi_n \rangle &= \langle \Psi_m | \sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq} \mathcal{H} - \mathcal{H} \sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq} | \Psi_n \rangle \\
&= (E_n - E_m) \langle \Psi_m | \sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq} | \Psi_n \rangle
\end{aligned} \tag{5.0.15}$$

e

$$\begin{aligned}
\langle \Psi_m | \sum_q c_{eq}^\dagger c_{oq} | \Psi_n \rangle &= -\frac{1}{(E_n - E_m)} \sqrt{2V} \sum_{\tilde{j}} \langle \Psi_m | d_{\tilde{j}}^\dagger f_o | \Psi_n \rangle \\
&\quad - \frac{2}{(E_n - E_m)} V_{LR} \sum_{\tilde{k}} \langle \Psi_m | f_e^\dagger f_o | \Psi_n \rangle.
\end{aligned} \tag{5.0.16}$$

Empregando a equação (5.0.16) nas Eqs. (5.0.13) e (5.0.14), e agrupando todos os *brackets* em uma função rotulada por χ_{mn} é possível expressar a corrente da equação (5.0.7) como

$$\begin{aligned}
\mathcal{J} &= -\frac{e}{\hbar} \mu \Im \sum_{mn} \chi_{mn} \frac{(\exp(-\beta E_n) - \exp(-\beta E_m))}{E_n - E_m + i\eta} (E_n - E_m)^{-1} \\
&= \frac{e}{\hbar} \pi \mu \sum_{mn} \chi_{mn} \frac{(\exp(-\beta E_n) - \exp(-\beta E_m))}{E_n - E_m} \delta(E_n - E_m) \\
&= -\frac{e}{\hbar} \pi \mu \beta \sum_{mn} \chi_{mn} \exp(-\beta E_n) \delta(E_n - E_m),
\end{aligned} \tag{5.0.17}$$

levando-se em conta o limite

$$\frac{\exp(-\beta E_n) - \exp(-\beta E_m)}{E_n - E_m} = -\beta \exp(-\beta E_n). \tag{5.0.18}$$

Removendo a notação do χ_{mn} , encontra-se

$$\begin{aligned}
\mathcal{J} &= -\frac{e}{\hbar} \left(\sqrt{2}V \right)^2 \pi \mu \beta \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mnj\tilde{j}} \exp(-\beta E_n) \delta(E_n - E_m) \langle \Psi_n | f_o^\dagger d_j | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | d_j^\dagger f_o | \Psi_n \rangle \\
&- 2\sqrt{2}V V_{LR} \frac{e}{\hbar} \pi \mu \beta \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mnj} \exp(-\beta E_n) \delta(E_n - E_m) \langle \Psi_n | f_o^\dagger d_j | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | f_e^\dagger f_o | \Psi_n \rangle \\
&- 2\sqrt{2}V_{LR} V \frac{e}{\hbar} \pi \mu \beta \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mnj} \exp(-\beta E_n) \delta(E_n - E_m) \langle \Psi_n | f_o^\dagger f_e | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | d_j^\dagger f_o | \Psi_n \rangle \\
&- (2V_{LR})^2 \frac{e}{\hbar} \pi \mu \beta \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mn} \exp(-\beta E_n) \delta(E_n - E_m) \langle \Psi_n | f_o^\dagger f_e | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | f_e^\dagger f_o | \Psi_n \rangle. \quad (5.0.19)
\end{aligned}$$

Usando a propriedade $[\mathcal{H}_e, \mathcal{H}_o] = 0$, verifica-se que

$$\begin{aligned}
\mathcal{Z}^{-1} \exp(-\beta E_n) \delta(E_n - E_m) &= \mathcal{Z}_e^{-1} \mathcal{Z}_o^{-1} \exp(-\beta E_r^e) \exp(-\beta E_s^o) \delta(E_r^e + E_s^o - E_r^e - E_s^o) \\
&= \mathcal{Z}_e^{-1} \mathcal{Z}_o^{-1} \int \exp(-\beta E_r^e) \exp(-\beta E_s^o) \delta(\varepsilon + E_r^e - E_r^e) \\
&\times \delta(\varepsilon + E_s^o - E_s^o) d\varepsilon \\
&= \frac{1}{\beta} \mathcal{Z}_e^{-1} \mathcal{Z}_o^{-1} \int [\exp(-\beta E_s^o) + \exp(-\beta E_s^o)] \\
&\times [\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_r^e)] \\
&= \frac{1}{\beta} \mathcal{Z}_e^{-1} \mathcal{Z}_o^{-1} \int [\exp(-\beta E_s^o) + \exp(-\beta E_s^o)] \\
&\times [\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_r^e)] \\
&\times \left(-\frac{\partial f_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) \delta(\varepsilon + E_r^e - E_r^e) \delta(\varepsilon + E_s^o - E_s^o) d\varepsilon. \quad (5.0.20)
\end{aligned}$$

Substituindo a equação (5.0.20) e $\mu = e\varphi/2$ na equação (5.0.19), a fórmula de Landauer-Büttiker da equação (6.2.1) resulta em

$$\begin{aligned}
\pi^{-2} \mathcal{T}(\varepsilon, \beta) &= \left(\sqrt{2} V \right)^2 \mathcal{Z}_o^{-1} \sum_{s\tilde{s}} [\exp(-\beta E_s^o) + \exp(-\beta E_{\tilde{s}}^o)] |\langle s | f_o | \tilde{s} \rangle|^2 \delta(\varepsilon + E_s^o - E_{\tilde{s}}^o) \\
&\times \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}j\tilde{j}} [\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^e)] \langle r | d_j | \tilde{r} \rangle \langle \tilde{r} | d_j^\dagger | r \rangle \delta(\varepsilon + E_r^e - E_{\tilde{r}}^e) \\
&+ (2V_{LR})^2 \mathcal{Z}_o^{-1} \sum_{s\tilde{s}} [\exp(-\beta E_s^o) + \exp(-\beta E_{\tilde{s}}^o)] |\langle s | f_o | \tilde{s} \rangle|^2 \delta(\varepsilon + E_s^o - E_{\tilde{s}}^o) \\
&\times \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}} [\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^e)] |\langle r | f_e | \tilde{r} \rangle|^2 \delta(\varepsilon + E_r^e - E_{\tilde{r}}^e) \\
&+ \left(2V_{LR} \sqrt{2} V \right) \mathcal{Z}_o^{-1} \sum_{s\tilde{s}} [\exp(-\beta E_s^o) + \exp(-\beta E_{\tilde{s}}^o)] |\langle s | f_o | \tilde{s} \rangle|^2 \\
&\times \delta(\varepsilon + E_s^o - E_{\tilde{s}}^o) \\
&\times \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}j} [\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^e)] \langle r | d_j | \tilde{r} \rangle \langle \tilde{r} | f_e^\dagger | r \rangle \delta(\varepsilon + E_r^e - E_{\tilde{r}}^e) \\
&+ \left(2V_{LR} \sqrt{2} V \right) \mathcal{Z}_o^{-1} \sum_{s\tilde{s}} [\exp(-\beta E_s^o) + \exp(-\beta E_{\tilde{s}}^o)] |\langle s | f_o | \tilde{s} \rangle|^2 \\
&\times \delta(\varepsilon + E_s^o - E_{\tilde{s}}^o) \\
&\times \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}j} [\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^e)] \langle r | f_e | \tilde{r} \rangle \langle \tilde{r} | d_j^\dagger | r \rangle \delta(\varepsilon + E_r^e - E_{\tilde{r}}^e). \quad (5.0.21)
\end{aligned}$$

em termos da representação espectral de Lehmann. Note que todos os termos da equação (5.0.21) podem ser escritos em função das funções de Green do sistema (GFs)

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) = \mathcal{Z}_o^{-1} \sum_{s\tilde{s}} \frac{[\exp(-\beta E_s^o) + \exp(-\beta E_{\tilde{s}}^o)] |\langle \tilde{s} | f_o | s \rangle|^2}{\varepsilon + E_s^o - E_{\tilde{s}}^o + i\eta}, \quad (5.0.22)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) = \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}} \frac{[\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^e)] |\langle \tilde{r} | f_e | r \rangle|^2}{\varepsilon + E_r^e - E_{\tilde{r}}^e + i\eta}, \quad (5.0.23)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_o}(\varepsilon) = \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}} \frac{[\exp(-\beta E_r^o) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^o)] \langle r | d_j | \tilde{r} \rangle \langle \tilde{r} | d_j^\dagger | r \rangle}{\varepsilon + E_r^o - E_{\tilde{r}}^o + i\eta}, \quad (5.0.24)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon) = \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}} \frac{[\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^e)] \langle r | d_j | \tilde{r} \rangle \langle \tilde{r} | f_e^\dagger | r \rangle}{\varepsilon + E_r^e - E_{\tilde{r}}^e + i\eta}, \quad (5.0.25)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_e d_j}(\varepsilon) = \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}} \frac{[\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^e)] \langle r | f_e | \tilde{r} \rangle \langle \tilde{r} | d_j^\dagger | r \rangle}{\varepsilon + E_r^e - E_{\tilde{r}}^e + i\eta}, \quad (5.0.26)$$

que resulta na seguinte expressão para a transmitância

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}(\varepsilon, \beta) &= \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) \right\} \left[\left(\sqrt{2}V \right)^2 \sum_{j\tilde{j}} \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} + (2V_{LR})^2 \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) \right\} \right. \\
&\quad \left. + \left(\sqrt{2}V \right) (2V_{LR}) \sum_j \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) \right\} + \left(\sqrt{2}V \right) (2V_{LR}) \sum_j \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e d_j}(\varepsilon) \right\} \right] \\
&= \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) \right\} (2V_{LR})^2 \left[\frac{(\sqrt{2}V)^2}{(2V_{LR})^2} \sum_j \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon) \right\} + \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(\sqrt{2}V)}{(2V_{LR})} \sum_j \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) \right\} + \frac{(\sqrt{2}V)}{(2V_{LR})} \sum_j \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e d_j}(\varepsilon) \right\} \right] \\
&= \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) \right\} (2V_{LR})^2 \left[\Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) \right\} + \rho_0 q^2 \pi \Gamma \sum_{j\tilde{j}} \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \right. \\
&\quad \left. + (\pi \Gamma \rho_0)^{1/2} q \sum_j \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) \right\} + (\pi \Gamma \rho_0)^{1/2} q \sum_j \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e d_j}(\varepsilon) \right\} \right], \tag{5.0.27}
\end{aligned}$$

com

$$q = (\pi \Gamma \rho_0)^{-1/2} \frac{(\sqrt{2}V)}{(2V_{LR})} = (2\pi \Gamma \rho_0)^{-1/2} \frac{V}{V_{LR}} \tag{5.0.28}$$

como o parâmetro de Fano e $\Gamma = \pi (\sqrt{2}V)^2 \rho_0 = 2\pi V^2 \rho_0$ para os acoplamentos entre os *quantum dots* e os terminais metálicos. A banda de condução “ímpar” é exatamente solúvel, assim pode-se encontrar uma expressão analítica para $\Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) \right\}$. Para este fim, aplica-se o procedimento da equação de movimento (EOM) sobre

$$\mathcal{G}_{f_o f_o}(t) = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{kq} \mathcal{G}_{c_{ok} c_{oq}}(t), \tag{5.0.29}$$

que corresponde as funções de Green $\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon)$ na coordenada temporal. As funções de Green da equação (5.0.29) são obtidas via transformada de Fourier

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) = \int dt \mathcal{G}_{f_o f_o}(t) \exp \frac{i}{\hbar} (\varepsilon + i\eta) t \tag{5.0.30}$$

e

$$\tilde{\mathcal{G}}_{c_{ok} c_{oq}}(\varepsilon) = \int dt \mathcal{G}_{c_{ok} c_{oq}}(t) \exp \frac{i}{\hbar} (\varepsilon + i\eta) t, \tag{5.0.31}$$

com

$$\mathcal{G}_{c_{ok}c_{oq}}(t) = -\frac{i}{\hbar}\theta(t)\mathcal{Z}_o^{-1}\sum_s \exp(-\beta E_s^o)\langle s|\left[c_{ok}(t), c_{oq}^\dagger(0)\right]_+|s\rangle. \quad (5.0.32)$$

Primeiro calcula-se $\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{G}_{c_{ok}c_{oq}}(t)$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{G}_{c_{ok}c_{oq}}(t) &= -\frac{i}{\hbar}\delta(t)\mathcal{Z}_o^{-1}\sum_s \exp(-\beta E_s^o)\langle s|\left[c_{ok}(t), c_{oq}^\dagger(0)\right]_+|s\rangle \\ &+ \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\theta(t)\mathcal{Z}_o^{-1}\sum_s \exp(-\beta E_s^o)\langle s|\left[\frac{\partial}{\partial t}c_{ok}(t), c_{oq}^\dagger(0)\right]_+|s\rangle \end{aligned} \quad (5.0.33)$$

e depois

$$\frac{\partial}{\partial t}c_{ok}(t) = -\frac{i}{\hbar}[c_{ok}(t), \mathcal{H}_o(t)] = -\frac{i}{\hbar}\left(\varepsilon_k c_{ok}(t) - \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}}\sum_p c_{op}(t)\right). \quad (5.0.34)$$

Substituindo a equação (5.0.34) na equação (5.0.33), obtem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{G}_{c_{ok}c_{oq}}(t) &= -\frac{i}{\hbar}\delta(t)\mathcal{Z}_o^{-1}\sum_s \exp(-\beta E_s^o)\langle s|\left[c_{ok}(t), c_{oq}^\dagger(0)\right]_+|s\rangle \\ &+ \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\varepsilon_k\left(-\frac{i}{\hbar}\right)\theta(t)\mathcal{Z}_o^{-1}\sum_s \exp(-\beta E_s^o)\langle s|\left[c_{ok}(t), c_{oq}^\dagger(0)\right]_+|s\rangle \\ &+ \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\left(-\frac{V_{LR}}{\mathcal{N}}\right)\sum_p\left(-\frac{i}{\hbar}\right)\theta(t)\mathcal{Z}_o^{-1}\sum_s \exp(-\beta E_s^o)\langle s|\left[c_{op}(t), c_{oq}^\dagger(0)\right]_+|s\rangle. \end{aligned} \quad (5.0.35)$$

Aplicando a transformada de Fourier temporal sobre a equação (5.0.35), uma expressão para $\tilde{\mathcal{G}}_{kq}(\varepsilon)$ é encontrada,

$$\tilde{\mathcal{G}}_{c_{ok}c_{oq}}(\varepsilon) = \frac{\delta_{kq}}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta} + \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}\left(-\frac{V_{LR}}{\mathcal{N}}\right)\sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{c_{op}c_{oq}}(\varepsilon), \quad (5.0.36)$$

onde foi utilizado

$$\int dt \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{G}_{c_{ok}c_{oq}}(t) \exp \frac{i}{\hbar}(\varepsilon + i\eta)t = -\frac{i}{\hbar}(\varepsilon + i\eta)\tilde{\mathcal{G}}_{c_{ok}c_{oq}}(\varepsilon). \quad (5.0.37)$$

Da equação (5.0.29) no espaço das energias,

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) = \frac{1}{\mathcal{N}}\sum_{kq} \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ok}c_{oq}}(\varepsilon), \quad (5.0.38)$$

foi determinado

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta} + \left(-\frac{V_{LR}}{\mathcal{N}}\right) \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta} \tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon). \quad (5.0.39)$$

Agora resolve-se a equação (5.0.39) para $\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon)$ e encontra-se que

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) &= \frac{\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}}{1 + \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}} \\ &= \frac{\frac{1}{\mathcal{N}} \wp \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k} - i\pi \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \delta(\varepsilon - \varepsilon_k)}{1 + \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \wp \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k} - i\pi V_{LR} \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \delta(\varepsilon - \varepsilon_k)} \\ &= \frac{\frac{1}{\mathcal{N}} \wp \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k} - i\pi \rho_0}{1 + \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \wp \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k} - i\pi V_{LR} \rho_0}. \end{aligned} \quad (5.0.40)$$

No limite de banda larga, tem-se que $\frac{1}{\mathcal{N}} \wp \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k} \rightarrow 0$ e

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) = -\frac{i\pi \rho_0}{1 - i\pi V_{LR} \rho_0}, \quad (5.0.41)$$

cuja parte imaginária dá

$$\Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}(\varepsilon) \right\} = -\frac{\pi \rho_0}{1 + [V_{LR} \pi \rho_0]^2}. \quad (5.0.42)$$

E no fim, a transmitância fica da seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(\varepsilon, \beta) &= \frac{2\pi \Gamma_{LR}}{1 + \frac{1}{2} \rho_0 \pi \Gamma_{LR}} \left[\left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) \right\} + \rho_0 q^2 \pi \Gamma \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} \right. \\ &\quad \left. + (\pi \Gamma \rho_0)^{1/2} q \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \sum_j \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) \right\} + (\pi \Gamma \rho_0)^{1/2} q \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \sum_j \tilde{\mathcal{G}}_{f_e d_j}(\varepsilon) \right\} \right], \end{aligned} \quad (5.0.43)$$

com $\Gamma_{LR} = 2\pi V_{LR}^2 \rho_0$ e $q = (2\pi \Gamma \rho_0)^{-1/2} \frac{V}{V_{LR}}$.

Recuperando a representação espectral de Lehmann, pode-se encontrar

$$G = \frac{e^2}{h} \int \pi \tilde{\Gamma} \left\{ \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}} [\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^e)] |\langle r | \mathcal{B} | \tilde{r} \rangle|^2 \delta(\varepsilon + E_r^e - E_{\tilde{r}}^e) \right\} \left(-\frac{\partial f_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) d\varepsilon, \quad (5.0.44)$$

com

$$\mathcal{B} = f_e + (\pi\Gamma\rho_0)^{1/2} q \sum_j d_j \quad (5.0.45)$$

e $\tilde{\Gamma} = \frac{2\Gamma_{LR}}{1 + \frac{1}{2}\rho_0\pi\Gamma_{LR}}$ como o acoplamento efetivo entre os terminais. A fim de testar a equação (5.0.44), supõe-se um sistema com um único ponto quântico no caso $q \rightarrow \infty$. Nesta situação, $\frac{1}{2}\rho_0\pi\Gamma_{LR} \ll 1$, $\tilde{\Gamma} = 2\Gamma_{LR}$ e

$$G = \frac{e^2}{h} \int 2\pi\Gamma_{LR} (\pi\Gamma\rho_0) q^2 \left\{ \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_{r\tilde{r}} [\exp(-\beta E_r^e) + \exp(-\beta E_{\tilde{r}}^e)] |\langle r | d_1 | \tilde{r} \rangle|^2 \delta(\varepsilon + E_r^e - E_{\tilde{r}}^e) \right\} \times \left(-\frac{\partial f_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) d\varepsilon. \quad (5.0.46)$$

Desta forma, verifica-se que

$$\begin{aligned} 2\pi\Gamma_{LR} (\pi\Gamma\rho_0) q^2 &= 2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0) (\pi\Gamma\rho_0) \left((2\pi\Gamma\rho_0)^{-1/2} \frac{V}{V_{LR}} \right)^2 \\ &= \pi\Gamma, \end{aligned} \quad (5.0.47)$$

que leva a

$$G = \frac{e^2}{h} \pi\Gamma \int \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) \right\} \left(-\frac{\partial f_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) d\varepsilon \quad (5.0.48)$$

como esperado.

5.1 Funções de Green

Para determinar as funções de Green usadas na transmitância da equação (5.0.43), primeiro aplica-se o método da equação de movimento sobre a equação (5.0.11). Para este fim, utiliza-se de

$$\mathcal{G}_{c_{ek}c_{eq}}(t) = -\frac{i}{\hbar}\theta(t)\mathcal{Z}_e^{-1}\sum_r e^{-\beta E_r}\langle r|\left[c_{ek}(t), c_{eq}^\dagger(0)\right]_+|r\rangle \quad (5.1.1)$$

tomando sua derivada temporal

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{G}_{c_{ek}c_{eq}}(t) &= -\frac{i}{\hbar}\delta(t)\mathcal{Z}_e^{-1}\sum_r e^{-\beta E_r}\langle r|\left[c_{ek}(t), c_{eq}^\dagger(0)\right]_+|r\rangle \\ &+ \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\theta(t)\mathcal{Z}_e^{-1}\sum_r e^{-\beta E_r}\langle r|\left[\frac{\partial}{\partial t}c_{ek}(t), c_{eq}^\dagger(0)\right]_+|r\rangle. \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

Levando em conta

$$\frac{\partial}{\partial t}c_{ek}(t) = -\frac{i}{\hbar}[c_{ek}, \mathcal{H}_e] = \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\left(\varepsilon_k c_{ek}(t) + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathcal{N}}}\sum_j V d_j(t) + \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}}\sum_p c_{ep}(t)\right), \quad (5.1.3)$$

na equação (5.1.3) obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{G}_{c_{ek}c_{eq}}(t) &= -\frac{i}{\hbar}\delta(t)\mathcal{Z}_e^{-1}\sum_r e^{-\beta E_r}\langle r|\left[c_{ek}(t), c_{eq}^\dagger(0)\right]_+|r\rangle + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\varepsilon_k\mathcal{G}_{c_{ek}c_{eq}}(t) \\ &+ \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}}\sum_j \mathcal{G}_{d_jc_{eq}}(t) + \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}}\sum_p \mathcal{G}_{c_{ep}c_{eq}}(t). \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

Aplicando a transformada de Fourier, encontra-se que

$$(\varepsilon + i\eta)\tilde{\mathcal{G}}_{c_{ek}c_{eq}}(\varepsilon) = \delta_{kq} + \varepsilon_k\tilde{\mathcal{G}}_{c_{ek}c_{eq}}(\varepsilon) + \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}}\sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ep}c_{eq}}(\varepsilon) + \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}}\sum_j \tilde{\mathcal{G}}_{d_jc_{eq}}(\varepsilon) \quad (5.1.5)$$

e

$$\tilde{\mathcal{G}}_{c_{ek}c_{eq}}(\varepsilon) = \frac{\delta_{kq}}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta} + \frac{\delta_{kq}}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}\left(\frac{V_{LR}}{\mathcal{N}}\right)\sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ep}c_{eq}}(\varepsilon) + \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}}\sum_j \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}\tilde{\mathcal{G}}_{d_jc_{eq}}(\varepsilon). \quad (5.1.6)$$

Agora substitui-se a equação (5.1.6) na equação (5.0.38) para mostrar que

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta} + \left(\frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \right) \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta} \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) + \sum_j \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta} \right] \left[\sum_q \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) \right]. \quad (5.1.7)$$

Resolvendo a equação (5.1.7) para $\tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon)$ tem-se

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) = \frac{\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}}{1 - \left(\frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \right) \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}} + \frac{\sum_j \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta} \right]}{1 - \left(\frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \right) \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}} \left[\sum_q \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) \right]. \quad (5.1.8)$$

A partir da equação (5.1.8) percebe-se que é necessário encontrar $\sum_q \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon)$. Para fazer isto, primeiro considera-se a função de Green avançada

$$\mathcal{F}_{d_j c_{eq}}(t) = \frac{i}{\hbar} \theta(-t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_r e^{-\beta E_r} \langle r | \left[d_j^\dagger(0), c_{eq}(t) \right]_+ | r \rangle \quad (5.1.9)$$

e a propriedade $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) = \left[\tilde{\mathcal{F}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) \right]^\dagger$.

Aplicando o método da equação de movimento sobre a equação (5.1.9) e levando em conta a equação (5.1.3), obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{F}_{d_j c_{eq}}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_r e^{-\beta E_r} \langle r | \left[d_j^\dagger(0), c_{eq}(t) \right]_+ | r \rangle \\ &\quad + \frac{i}{\hbar} \theta(-t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_r e^{-\beta E_r} \langle r | \left[d_j^\dagger(0), \frac{\partial}{\partial t} c_{eq}(t) \right]_+ | r \rangle \end{aligned} \quad (5.1.10)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{F}_{d_j c_{eq}}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_r e^{-\beta E_r} \langle r | \left[d_j^\dagger(0), c_{eq}(t) \right]_+ | r \rangle \\ &\quad + \varepsilon_q \left\{ \frac{i}{\hbar} \theta(-t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_r} \langle r | \left[d_j^\dagger(0), c_{eq} \right]_+ | r \rangle \right\} \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \\ &\quad + \frac{V}{\sqrt{\mathcal{N}_\sigma}} \sum_l \left\{ \frac{i}{\hbar} \theta(-t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_r e^{-\beta E_r} \langle r | \left[d_j^\dagger(0), d_l(t) \right]_+ | r \rangle \right\} \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \\ &\quad + \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \left\{ \frac{i}{\hbar} \theta(-t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_r e^{-\beta E_r} \langle r | \left[d_j^\dagger(0), \sum_p c_{ep}(t) \right]_+ | r \rangle \right\} \left(-\frac{i}{\hbar} \right), \end{aligned} \quad (5.1.11)$$

que pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{F}_{d_j c_{eq}}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_r e^{-\beta E_r} \langle r | \left[d_j^\dagger(0), c_{eq}(t) \right]_+ | r \rangle - \frac{i}{\hbar} \varepsilon_q \mathcal{F}_{d_j c_{eq}}(t) \\ &\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}_\sigma}} \sum_l \mathcal{F}_{d_j d_l}(t) + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \sum_p \mathcal{F}_{d_j c_{ep}}(t). \end{aligned} \quad (5.1.12)$$

Assim a transformada de Fourier temporal aplicada sobre a equação (5.1.12) leva a

$$(\varepsilon - i\eta) \tilde{\mathcal{F}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) = \varepsilon_q \tilde{\mathcal{F}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) + \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \sum_l \tilde{\mathcal{F}}_{d_j d_l}(\varepsilon) + \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \sum_p \tilde{\mathcal{F}}_{d_j c_{ep}}(\varepsilon) \quad (5.1.13)$$

e

$$(\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) = \varepsilon_q \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) + \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) + \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{ep}}(\varepsilon), \quad (5.1.14)$$

onde foi usada a propriedade $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) = \left[\tilde{\mathcal{F}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) \right]^\dagger$. Primeiro resolve-se a equação (5.1.14) para $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon)$,

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_q + i\eta} \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_q + i\eta} \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{ep}}(\varepsilon) \quad (5.1.15)$$

e então calcula-se $\sum_q \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon)$,

$$\sum_q \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \sum_q \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_q + i\eta} \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) + \sum_q \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_q + i\eta} \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{ep}}(\varepsilon), \quad (5.1.16)$$

$$\sum_q \tilde{\mathcal{G}}_{d_j c_{eq}}(\varepsilon) = \frac{\frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{\mathcal{N}}} \sum_q \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_q + i\eta}}{1 - \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \sum_q \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_q + i\eta}} \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon). \quad (5.1.17)$$

Levando em conta a equação (5.1.17) na equação (5.1.8), encontra-se

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) = \frac{\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}}{1 - \left(\frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \right) \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}} + \left\{ \frac{\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}}{1 - \left(\frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \right) \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta}} \right\} \left\{ \frac{\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_q \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_q + i\eta}}{1 - \frac{V_{LR}}{\mathcal{N}} \sum_q \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_q + i\eta}} \right\} V^2 \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon). \quad (5.1.18)$$

Introduzindo

$$\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\eta} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k} - i\pi \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) = \pi \rho_0(\tilde{q} - i), \quad (5.1.19)$$

em termos de

$$\tilde{q} = (\pi\rho_0)^{-1} \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k}, \quad (5.1.20)$$

o parâmetro de Fano intrínseco. Assim tem-se que

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) = \frac{\pi\rho_0(\tilde{q} - i)}{1 - V_{LR}\pi\rho_0(\tilde{q} - i)} + (\pi\rho_0)^2 \left[\frac{(\tilde{q} - i)}{1 - V_{LR}\pi\rho_0(\tilde{q} - i)} \right] \left[\frac{(\tilde{q} - i)}{1 - V_{LR}\pi\rho_0(\tilde{q} - i)} \right] (\sqrt{2}V)^2 \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon). \quad (5.1.21)$$

Em particular, no limite de banda larga onde $\tilde{q} \rightarrow 0$, a equação (5.1.21) fica

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) = -\frac{\pi\rho_0 i}{1 + V_{LR}\pi\rho_0 i} - (\pi\rho_0)^2 \left(\frac{1}{1 + V_{LR}\pi\rho_0 i} \right)^2 (\sqrt{2}V)^2 \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon). \quad (5.1.22)$$

Adicionalmente com

$$\frac{1}{1 + V_{LR}\pi\rho_0 i} = \frac{1 - V_{LR}\pi\rho_0 i}{1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2} \quad (5.1.23)$$

e

$$\left(\frac{1}{1 + V_{LR}\pi\rho_0 i} \right)^2 = \left(\frac{1}{1 + V_{LR}\pi\rho_0 i} \right) \left(\frac{1}{1 + V_{LR}\pi\rho_0 i} \right) = \frac{1 - 2V_{LR}\pi\rho_0 i - (V_{LR}\pi\rho_0)^2}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2}, \quad (5.1.24)$$

define-se

$$\mathcal{L} = \frac{1 - 2V_{LR}\pi\rho_0 i - (V_{LR}\pi\rho_0)^2}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2} \left[\Re \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} + i \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} \right] \quad (5.1.25)$$

e foi apresentado que

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i \frac{[1 - (V_{LR}\pi\rho_0)^2]}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2} \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} - i \frac{2V_{LR}\pi\rho_0}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2} \Re \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} \\ & + \frac{[1 - (V_{LR}\pi\rho_0)^2]}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2} \Re \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} + \frac{2V_{LR}\pi\rho_0}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2} \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} \end{aligned} \quad (5.1.26)$$

e

$$\begin{aligned}
& \left(-\frac{1}{\pi}\right) (-1) (\pi\rho_0)^2 (\sqrt{2}V)^2 \Im \left\{ \left(\frac{1}{1 + V_{LR}\pi\rho_0 i} \right)^2 \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} = \\
& - (\pi\rho_0)^2 \frac{[1 - (V_{LR}\pi\rho_0)^2]}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2} (\sqrt{2}V)^2 \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} \\
& + (\pi\rho_0)^2 \frac{2V_{LR}\pi\rho_0}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2} (\sqrt{2}V)^2 \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Re \left\{ \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\}. \tag{5.1.27}
\end{aligned}$$

Como resultado, obtém-se

$$\begin{aligned}
\left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) \right\} &= \frac{\rho_0}{1 + [V_{LR}\pi\rho_0]^2} - (\pi\rho_0)^2 \frac{[1 - (V_{LR}\pi\rho_0)^2]}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2} (\sqrt{2}V)^2 \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} \\
&+ (\pi\rho_0)^2 \frac{2V_{LR}\pi\rho_0}{[1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2]^2} (\sqrt{2}V)^2 \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Re \left\{ \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\}. \tag{5.1.28}
\end{aligned}$$

Dessa forma, foi obtido

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) = \frac{\sqrt{2}V}{1 - \frac{V_{LR}}{N} \sum_q \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_q + i\eta}} \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) = \frac{\sqrt{2}V\pi\rho_0(\tilde{q} - i)}{1 - V_{LR}\pi\rho_0(\tilde{q} - i)} \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon), \tag{5.1.29}$$

onde foram utilizadas as Eqs. (5.1.19) e (5.1.20). No limite de banda larga, tem-se que

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) &= -\frac{\sqrt{2}V\pi\rho_0 i}{1 + V_{LR}\pi\rho_0 i} \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) = -\frac{\sqrt{2}V\pi\rho_0 i}{1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2} [1 - V_{LR}\pi\rho_0 i] \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \\
&= -\frac{[\sqrt{2}VV_{LR}(\pi\rho_0)^2 + \sqrt{2}V\pi\rho_0 i]}{1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2} \left[\Re \left\{ \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} + i \Im \left\{ \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} \right], \tag{5.1.30}
\end{aligned}$$

que leva a

$$\left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) \right\} = -\frac{\sqrt{2}VV_{LR}(\pi\rho_0)^2}{1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2} \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} - \frac{\sqrt{2}V\pi\rho_0}{1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2} \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Re \left\{ \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\}. \tag{5.1.31}$$

A fim de agrupar os termos, a transmitância pode ser escrita da seguinte forma

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}(\varepsilon, \beta) &= \frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \left[\left(-\frac{1}{\pi} \right) \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) \right\} + \rho_0 q^2 \pi \Gamma \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Im \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \right. \\
&\quad \left. + 2(\pi \Gamma \rho_0)^{1/2} q \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Im \left\{ \sum_j \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) \right\} \right]. \tag{5.1.32}
\end{aligned}$$

Começando com

$$\begin{aligned}
\frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) \right\} &= \frac{4(V_{LR} \pi \rho_0)^2}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^2} \\
&\quad + \frac{4(\pi V_{LR} \rho_0)^2 \Gamma}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^3} [1 - (V_{LR} \pi \rho_0)^2] \Im \left\{ \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} \\
&\quad + A_1, \tag{5.1.33}
\end{aligned}$$

onde

$$A_1 = \frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} (\pi \rho_0)^2 \frac{2V_{LR} \pi \rho_0}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^2} (\sqrt{2}V)^2 \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Re \left\{ \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\}. \tag{5.1.34}$$

Em segundo lugar,

$$\begin{aligned}
&\frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \rho_0 q^2 \pi \Gamma \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Im \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \\
&= \frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \left[\frac{(\sqrt{2}V)}{(2V_{LR})} \right]^2 \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Im \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} = -\frac{\Gamma}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \Im \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\}. \tag{5.1.35}
\end{aligned}$$

E finalmente,

$$\begin{aligned}
&\frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} 2(\pi \Gamma \rho_0)^{1/2} q \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Im \left\{ \sum_j \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) \right\} = \\
&\frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} 2 \frac{(\sqrt{2}V)}{(2V_{LR})} \left[-\frac{\sqrt{2}V V_{LR} (\pi \rho_0)^2}{1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2} \right] \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Im \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} + B_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4\Gamma(\pi V_{LR}\rho_0)^2}{\left[1 + (\pi V_{LR}\rho_0)^2\right]^2} \Im \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} + B_1 \\
&= \frac{4\Gamma(\pi V_{LR}\rho_0)^2 \left[1 + (\pi V_{LR}\rho_0)^2\right]}{\left[1 + (\pi V_{LR}\rho_0)^2\right]^3} \Im \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} + B_1,
\end{aligned} \tag{5.1.36}$$

onde

$$B_1 = 2 \left[\frac{2\pi(2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR}\rho_0)^2} \right] \left[-\frac{\sqrt{2}V\pi\rho_0}{1 + (V_{LR}\pi\rho_0)^2} \left(-\frac{1}{\pi} \right) \Re \left\{ \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \right\} \right] \frac{(\sqrt{2}V)}{(2V_{LR})}. \tag{5.1.37}$$

Agora determina-se

$$\begin{aligned}
A_1 + B_1 &= \frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} (\pi \rho_0)^2 \frac{2V_{LR} \pi \rho_0}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^2} (\sqrt{2}V)^2 \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \\
&+ 2 \frac{(\sqrt{2}V)}{(2V_{LR})} \left[\frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \right] \left[-\frac{\sqrt{2}V \pi \rho_0}{1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2} \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \right] \\
&= \frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} (\pi \rho_0)^2 \frac{2V_{LR} \pi \rho_0}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^2} (\sqrt{2}V)^2 \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \\
&+ 2 \frac{(\sqrt{2}V)}{(2V_{LR})} \left[\frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \right] \left[-\frac{\sqrt{2}V \pi \rho_0 [1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^2} \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \right] \\
&= \left[\frac{2 (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \right] \left[\frac{(\pi \rho_0)^2 2V_{LR} \pi \rho_0 (\sqrt{2}V)^2 - 2 \frac{(\sqrt{2}V)}{(2V_{LR})} \sqrt{2}V \pi \rho_0 [1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^2} \right] \\
&\times (-1) \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \\
&= - \left[\frac{4 (\pi V_{LR} \rho_0)^2 \Gamma}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^3} \right] \left[(2\pi V_{LR} \rho_0) - 2 \frac{1}{(2\pi V_{LR} \rho_0)} [1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2] \right] \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \\
&= - \frac{4 (\pi V_{LR} \rho_0)^2 \Gamma}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^3} \left[2 \frac{(\pi V_{LR} \rho_0)^2}{(\pi V_{LR} \rho_0)} - \frac{1}{(\pi V_{LR} \rho_0)} [1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2] \right] \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \\
&= - \frac{4 (\pi V_{LR} \rho_0)^2 \Gamma}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^3} \left[\frac{2 (\pi V_{LR} \rho_0)^2 - [1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2]}{(\pi V_{LR} \rho_0)} \right] \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \\
&= - \frac{4 (\pi V_{LR} \rho_0)^2 \Gamma}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^3} \left[\frac{(\pi V_{LR} \rho_0)^2 - 1}{(\pi V_{LR} \rho_0)} \right] \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\} \\
&= - \frac{4\Gamma}{[1 + (V_{LR} \pi \rho_0)^2]^3} \left[(\pi V_{LR} \rho_0)^3 - (\pi V_{LR} \rho_0) \right] \Re \left\{ \sum_{j\tilde{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\tilde{j}}}(\varepsilon) \right\}. \tag{5.1.38}
\end{aligned}$$

Introduzindo

$$x = (\pi V_{LR} \rho_0)^2, \tag{5.1.39}$$

$$T_b = \frac{4x}{(1+x)^2}, \tag{5.1.40}$$

$$R_b = 1 - T_b = \frac{(1-x)^2}{(1+x)^2} \quad (5.1.41)$$

e

$$\bar{\Gamma} = \frac{2\Gamma}{1+x}, \quad (5.1.42)$$

a transmitância da equação (5.1.32) se reduz a equação (2) encontrado no PRL 87,156803 (2001) com $\alpha = 1$ e $\varphi = 0$. Levando em consideração as Eqs. (5.1.39), (5.1.40) e (5.1.41) nas equações (5.1.33)-(5.1.38), é possível mostrar que

$$\frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e}(\varepsilon) \right\} = T_b + T_b (1-x) \frac{\bar{\Gamma}}{2} \Im \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} + A_1, \quad (5.1.43)$$

$$\frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} \rho_0 q^2 \pi \Gamma \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} = -\frac{\bar{\Gamma}}{2} \Im \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\}, \quad (5.1.44)$$

$$\frac{2\pi (2\pi V_{LR}^2 \rho_0)}{1 + (\pi V_{LR} \rho_0)^2} 2(\pi \Gamma \rho_0)^{1/2} q \left(-\frac{1}{\pi}\right) \Im \left\{ \sum_j \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}(\varepsilon) \right\} = T_b (1+x) \frac{\bar{\Gamma}}{2} \Im \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} + B_1, \quad (5.1.45)$$

$$\begin{aligned} A_1 + B_1 &= -\frac{4\Gamma}{(1+x)^3} \left[x^{3/2} - x^{1/2} \right] \Re \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} = \frac{2\Gamma}{(1+x)} 2x^{1/2} \frac{(1-x)}{(1+x)^2} \Re \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} = \\ &= \bar{\Gamma} \sqrt{\frac{4x}{(1+x)^2} \frac{(1-x)^2}{(1+x)^2}} \Re \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} = \bar{\Gamma} \sqrt{\frac{4x}{(1+x)^2} \frac{(1-x)^2}{(1+x)^2}} \Re \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} \\ &= \bar{\Gamma} \sqrt{T_b R_b} \Re \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\}. \end{aligned} \quad (5.1.46)$$

Agrupando as equações (5.1.43)-(5.1.46), obtem-se finalmente a expressão final

$$\mathcal{T}(\varepsilon, \beta) = T_b + \sqrt{T_b R_b} \bar{\Gamma} \Re \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} - (1 - 2T_b) \frac{\bar{\Gamma}}{2} \Im \left\{ \sum_{j\bar{j}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \right\} \quad (5.1.47)$$

como a transmitância do sistema. A equação (5.1.47) é de fato a equação (2) da Ref. [71] com $\alpha = 1$ e $\varphi = 0$. O papel desempenhado pelos férmions de Majorana no sistema se encontra nas próprias funções de Green $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon)$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon)$. Tais funções de Green serão calculadas em detalhes e apresentadas no capítulo seguinte.

Funções de Green

6.1 Interferômetro I

Neste capítulo serão apresentados em detalhes os cálculos das funções de Green $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon)$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j^*}(\varepsilon)$ para o hamiltoniano 4.4.13 do sistema da figura 1.1. Introduzindo a representação de Majorana

$$\eta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (f^\dagger + f) \quad (6.1.1)$$

e

$$\eta_2 = i \frac{1}{\sqrt{2}} (f^\dagger - f). \quad (6.1.2)$$

Assim, tem-se

$$\begin{aligned} i\epsilon_M \eta_1 \eta_2 &= -\epsilon_M \frac{1}{2} (f^\dagger f^\dagger - f^\dagger f + f f^\dagger - f f) \\ &= -\epsilon_M \frac{1}{2} (-f^\dagger f + f f^\dagger) \\ &= -\epsilon_M \frac{1}{2} (-f^\dagger f + 1 - f^\dagger f) \\ &= \epsilon_M \left(f^\dagger f - \frac{1}{2} \right), \end{aligned} \quad (6.1.3)$$

$$\begin{aligned} \lambda (d_1 - d_1^\dagger) \eta_1 &= \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (d_1 - d_1^\dagger) (f^\dagger + f) \\ &= \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (d_1 f^\dagger + d_1 f - d_1^\dagger f^\dagger - d_1^\dagger f) \end{aligned} \quad (6.1.4)$$

e

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_e &= \sum_k \varepsilon_k c_{ek}^\dagger c_{ek} + \sum_{jk} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \left(c_{ek}^\dagger d_j + H.c. \right) + \sum_j \varepsilon_j d_j^\dagger d_j + \sum_{kq} \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} c_{ek}^\dagger c_{eq} \\
&+ \epsilon_M \left(f^\dagger f - \frac{1}{2} \right) + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left(d_1 f^\dagger + d_1 f - d_1^\dagger f^\dagger - d_1^\dagger f \right)
\end{aligned} \tag{6.1.5}$$

para o hamiltoniano da banda de condução *par*. Agora considerando a função de Green

$$\mathcal{G}_{d_j d_j}(t) = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[d_j(t), d_j^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \tag{6.1.6}$$

e

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{d_j d_j}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[d_j(t), d_j^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \\
&+ \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[\frac{\partial}{\partial t} d_j(t), d_j^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle.
\end{aligned} \tag{6.1.7}$$

Agora substituímos a relação seguinte, obtida através da equação de Heisenberg

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} d_j(t) &= -\frac{i}{\hbar} [d_j, \mathcal{H}_e] = -\frac{i}{\hbar} \left\{ \varepsilon_j d_j(t) + \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \sum_k c_k(t) \right\} \\
&+ \left(-\frac{i}{\hbar} \right) (-\delta_{j1}) \lambda \eta_1(t)
\end{aligned} \tag{6.1.8}$$

na equação (6.1.7),

$$\begin{aligned}
\left[d_j, \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left(d_1 f^\dagger + d_1 f - d_1^\dagger f^\dagger - d_1^\dagger f \right) \right] &= \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left[d_j, \left(d_1 f^\dagger + d_1 f - d_1^\dagger f^\dagger - d_1^\dagger f \right) \right] \\
&= \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left(d_j d_1 f^\dagger + d_j d_1 f - d_j d_1^\dagger f^\dagger - d_j d_1^\dagger f \right) \\
&- \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left(d_1 f^\dagger d_j + d_1 f d_j - d_1^\dagger f^\dagger d_j - d_1^\dagger f d_j \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_j d_1 f^\dagger + d_j d_1 f - d_j d_1^\dagger f^\dagger - d_j d_1^\dagger f - d_1 f^\dagger d_j - d_1 f d_j + d_1^\dagger f^\dagger d_j + d_1^\dagger f d_j \\
= -d_j d_1^\dagger f^\dagger - d_j d_1^\dagger f + d_1^\dagger f^\dagger d_j + d_1^\dagger f d_j \\
= -d_j d_1^\dagger f^\dagger + d_1^\dagger f^\dagger d_j - d_j d_1^\dagger f + d_1^\dagger f d_j \\
= -d_j d_1^\dagger f^\dagger - d_1^\dagger d_j f^\dagger - d_j d_1^\dagger f - d_1^\dagger d_j f \\
= -\left(d_j d_1^\dagger + d_1^\dagger d_j\right) f - \left(d_j d_1^\dagger + d_1^\dagger d_j\right) f^\dagger \\
= -\delta_{j1} \left(f^\dagger + f\right), \tag{6.1.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left[d_j, \sum_{\tilde{j}k} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V c_k^\dagger d_{\tilde{j}} \right] + \left[d_{j\sigma}, \sum_{\tilde{j}k} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V d_{\tilde{j}}^\dagger c_k \right] \\
= \sum_{\tilde{j}k} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \times \left(d_j c_k^\dagger d_{\tilde{j}} - c_k^\dagger d_{\tilde{j}} d_j \right) \\
+ \sum_{\tilde{j}k} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \times \left(d_j d_{\tilde{j}}^\dagger c_k - d_{\tilde{j}}^\dagger c_k d_j \right) \\
= \sum_{\tilde{j}k} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \times \left(c_k^\dagger d_{\tilde{j}} d_j - c_k^\dagger d_{\tilde{j}} d_j \right) \\
+ \sum_{\tilde{j}k} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \times \left(\delta_{j\tilde{j}} c_k - d_{\tilde{j}}^\dagger d_{j\sigma} c_k - d_{\tilde{j}}^\dagger c_k d_j \right) \\
= \sum_{\tilde{j}k} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \times \left(\delta_{j\tilde{j}} c_k - d_{\tilde{j}}^\dagger d_j c_k + d_{\tilde{j}}^\dagger d_j c_k \right) \\
= \sum_k \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V c_k, \tag{6.1.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left[d_j, \sum_{\tilde{j}} \varepsilon_{\tilde{j}} d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_{\tilde{j}} \right] &= \sum_{\tilde{j}} \varepsilon_{\tilde{j}} \left[d_j, d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_{\tilde{j}} \right] \\
&= \sum_{\tilde{j}} \varepsilon_{\tilde{j}} \left(d_j d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_{\tilde{j}} - d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_{\tilde{j}} d_j \right) \\
&= \sum_{\tilde{j}} \varepsilon_{\tilde{j}} \left(\delta_{j\tilde{j}} d_{\tilde{j}} - d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_j d_{\tilde{j}} - d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_{\tilde{j}} d_j \right) \\
&= \sum_{\tilde{j}} \varepsilon_{\tilde{j}} \left(\delta_{j\tilde{j}} d_{\tilde{j}} - d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_j d_{\tilde{j}} - d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_{\tilde{j}} d_j \right) \\
&= \sum_{\tilde{j}} \varepsilon_{\tilde{j}} \left(\delta_{j\tilde{j}} d_{\tilde{j}} + d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_{\tilde{j}} d_j - d_{\tilde{j}}^{\dagger} d_{\tilde{j}} d_j \right) \\
&= \varepsilon_j d_j.
\end{aligned} \tag{6.1.11}$$

Foi obtido que

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{d_j d_j}(t) &= \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[d_j(t), d_j^{\dagger}(0) \right]_+ | n \rangle \\
&+ \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \varepsilon_j \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[d_j(t), d_j^{\dagger}(0) \right]_+ | n \rangle \right\} \\
&+ \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \sqrt{2} V \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k c_k(t), d_j^{\dagger}(0) \right]_+ | n \rangle \right\} \\
&+ \left(-\frac{i}{\hbar} \right) (-\delta_{j1}) \lambda \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[\eta_1(t), d_j^{\dagger}(0) \right]_+ | n \rangle \right\}.
\end{aligned} \tag{6.1.12}$$

Tomando em consideração

$$\mathcal{G}_{\eta_1, d_j}(t) = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[\eta_1(t), d_j^{\dagger}(0) \right]_+ | n \rangle \tag{6.1.13}$$

na equação (6.1.12), encontra-se que

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{d_j d_j}(t) &= \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[d_j(t), d_j^{\dagger}(0) \right]_+ | n \rangle - \frac{i}{\hbar} \varepsilon_j \mathcal{G}_{d_j d_j}(t) \\
&+ \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \sqrt{2} V \mathcal{G}_{f_e d_j}(t) - \frac{i}{\hbar} (-\delta_{j1}) \lambda \mathcal{G}_{\eta_1, d_j}(t).
\end{aligned} \tag{6.1.14}$$

Em coordenadas de energia a equação (6.1.14) se torna

$$(\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon) = 1 + \varepsilon_j \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon) + \sqrt{2}V \tilde{\mathcal{G}}_{f_e d_j}(\varepsilon) - \delta_{j1} \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_j}(\varepsilon). \quad (6.1.15)$$

Substituindo a equação (5.1.29) na equação (6.1.15), determina-se

$$(\varepsilon - \varepsilon_j + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon) = 1 - \frac{\Gamma}{1 + iV_{BT}\pi\rho_0} i \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) - \delta_{j1} \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_j}(\varepsilon). \quad (6.1.16)$$

Usando

$$\begin{aligned} -\frac{\Gamma}{1 + iV_{BT}\pi\rho_0} i &= -i \frac{\Gamma [1 - iV_{BT}\pi\rho_0]}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2} = -\frac{\Gamma}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2} i - \frac{\Gamma (V_{BT}\pi\rho_0)}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2} \\ &= \sum^R + i \sum^I \end{aligned} \quad (6.1.17)$$

na equação (6.1.16) com

$$\sum^I = -\tilde{\Gamma} = -\frac{\Gamma}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2} \quad (6.1.18)$$

e

$$\sum^R = -\frac{\Gamma (V_{BT}\pi\rho_0)}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2} \quad (6.1.19)$$

para mostrar que

$$(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_j + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon) = 1 + \left(\sum^R + i \sum^I \right) \sum_{l \neq j} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) - \delta_{j1} \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_j}(\varepsilon), \quad (6.1.20)$$

onde

$$\tilde{\varepsilon}_j = \varepsilon_j + \sum^R \quad (6.1.21)$$

é o nível de energia renormalizado para o ponto quântico. Repete-se o procedimento da equação de movimento sobre a função de Green

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\eta_1, d_j}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[\eta_1(t), d_j^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \mathcal{G}_{f, d_j}(t) + \frac{1}{\sqrt{2}} \mathcal{G}_{f^+, d_j}(t), \end{aligned} \quad (6.1.22)$$

com

$$\mathcal{G}_{f,d_j}(t) = -\frac{i}{\hbar}\theta(t)\mathcal{Z}_e^{-1}\sum_n e^{-\beta E_n}\langle n|\left[f(t),d_j^\dagger(0)\right]_+|n\rangle \quad (6.1.23)$$

e

$$\mathcal{G}_{f^+,d_j}(t) = -\frac{i}{\hbar}\theta(t)\mathcal{Z}_e^{-1}\sum_n e^{-\beta E_n}\langle n|\left[f^\dagger(t),d_j^\dagger(0)\right]_+|n\rangle \quad (6.1.24)$$

para obter $\tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1,d_j}(\varepsilon)$. Em coordenadas de energia, a equação (6.1.22) se reduz a

$$\tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1,d_j}(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{\mathcal{G}}_{f,d_j}(\varepsilon) + \frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{\mathcal{G}}_{f^+,d_j}(\varepsilon). \quad (6.1.25)$$

Primeiro considerou-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{G}_{f,d_j}(t) &= -\frac{i}{\hbar}\delta(t)\mathcal{Z}_e^{-1}\sum_n e^{-\beta E_n}\langle n|\left[f(t),d_j^\dagger(0)\right]_+|n\rangle \\ &\quad + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\theta(t)\mathcal{Z}_e^{-1}\sum_n e^{-\beta E_n}\langle n|\left[\frac{\partial}{\partial t}f(t),d_j^\dagger(0)\right]_+|n\rangle \end{aligned} \quad (6.1.26)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}f(t) &= -\frac{i}{\hbar}[f,\mathcal{H}_e] = -\frac{i}{\hbar}\left[f,\epsilon_M\left(f^\dagger f - \frac{1}{2}\right)\right] - \frac{i}{\hbar}\left[f,\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\left(d_1 f^\dagger + d_1 f - d_1^\dagger f^\dagger - d_1^\dagger f\right)\right] \\ &= -\frac{i}{\hbar}\epsilon_M\left(ff^\dagger f - f^\dagger ff\right) \\ &\quad - \frac{i}{\hbar}\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\left\{fd_1 f^\dagger + fd_1 f - fd_1^\dagger f^\dagger - fd_1^\dagger f - d_1 f^\dagger f - d_1 ff + d_1^\dagger f^\dagger f + d_1^\dagger ff\right\} \\ &= -\frac{i}{\hbar}\epsilon_M\left(f - f^\dagger ff - f^\dagger ff\right) - \frac{i}{\hbar}\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\left\{fd_1 f^\dagger - fd_1^\dagger f^\dagger - d_1 f^\dagger f + d_1^\dagger f^\dagger f\right\} \\ &= -\frac{i}{\hbar}\epsilon_M\left(f + f^\dagger ff - f^\dagger ff\right) - \frac{i}{\hbar}\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\left\{fd_1 f^\dagger - d_1 f^\dagger f + d_1^\dagger f^\dagger f - fd_1^\dagger f^\dagger\right\} \\ &= -\frac{i}{\hbar}\epsilon_M f - \frac{i}{\hbar}\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\left\{fd_1 f^\dagger - d_1 f^\dagger f + d_1^\dagger f^\dagger f + d_1^\dagger ff\right\} \\ &= -\frac{i}{\hbar}\epsilon_M f - \frac{i}{\hbar}\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\left\{-d_1\left(ff^\dagger + f^\dagger f\right) + d_1^\dagger\left(ff^\dagger + f^\dagger f\right)\right\} \\ &= -\frac{i}{\hbar}\epsilon_M f - \frac{i}{\hbar}\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\left\{d_1^\dagger - d_1\right\}, \end{aligned} \quad (6.1.27)$$

que leva a

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{f,d_j}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [f(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle \\
&\quad - \frac{i}{\hbar} \epsilon_M \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [f(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle \right\} \\
&\quad - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (-1) \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [d_1(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle \right\} \\
&\quad - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [d_1^\dagger(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle \right\} \\
&= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [f(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle - \frac{i}{\hbar} \epsilon_M \mathcal{G}_{f,d_j}(t) \\
&\quad - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (-1) \mathcal{G}_{d_1,d_j}(t) - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \mathcal{G}_{d_1^\dagger,d_j}(t). \tag{6.1.28}
\end{aligned}$$

De forma similar para a equação (6.1.24), escreve-se

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{f^\dagger,d_j}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [f^\dagger(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle \\
&\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[\frac{\partial}{\partial t} f^\dagger(t), d_j^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle, \tag{6.1.29}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} f^\dagger(t) &= -\frac{i}{\hbar} [f^\dagger, \mathcal{H}_e] = -\frac{i}{\hbar} [f^\dagger, \epsilon_M \left(f^\dagger f - \frac{1}{2} \right)] - \frac{i}{\hbar} \left[f^\dagger, \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (d_1 f^\dagger + d_1 f - d_1^\dagger f^\dagger - d_1^\dagger f) \right] \\
&= -\frac{i}{\hbar} \epsilon_M (f^\dagger f^\dagger f - f^\dagger f f^\dagger) \\
&\quad - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left\{ f^\dagger d_1 f^\dagger + f^\dagger d_1 f - f^\dagger d_1^\dagger f^\dagger - f^\dagger d_1^\dagger f - d_1 f^\dagger f^\dagger - d_1 f f^\dagger + d_1^\dagger f^\dagger f^\dagger + d_1^\dagger f f^\dagger \right\} \\
&= -\frac{i}{\hbar} \epsilon_M (f^\dagger f^\dagger f - f^\dagger + f^\dagger f^\dagger f) - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left\{ f^\dagger d_1 f - f^\dagger d_1^\dagger f - d_1 f f^\dagger + d_1^\dagger f f^\dagger \right\} \\
&= -\frac{i}{\hbar} \epsilon_M (-f^\dagger) - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left\{ d_1^\dagger (f f^\dagger + f^\dagger f) - d_1 (f f^\dagger + f^\dagger f) \right\} \\
&= -\frac{i}{\hbar} \epsilon_M (-f^\dagger) - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left\{ d_1^\dagger - d_1 \right\} \tag{6.1.30}
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{f^\dagger, d_j}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [f^\dagger(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle \\
&\quad - \frac{i}{\hbar} \epsilon_M(-1) \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [f^\dagger(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle \right\} \\
&\quad - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (-1) \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [d_1(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle \right\} \\
&\quad - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [d_1^\dagger(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle \right\} \\
&= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [f^\dagger(t), d_j^\dagger(0)]_+ | n \rangle - \frac{i}{\hbar} \epsilon_M(-1) \mathcal{G}_{f^\dagger, d_j}(t) \\
&\quad - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (-1) \mathcal{G}_{d_1, d_j}(t) - \frac{i}{\hbar} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \mathcal{G}_{d_1^\dagger, d_j}(t). \tag{6.1.31}
\end{aligned}$$

Tomando a transformada de Fourier sobre as equações (6.1.25), (6.1.28) e (6.1.31), encontra-se

$$(\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_j}(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_j}(\varepsilon) + \frac{1}{\sqrt{2}} (\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{f^\dagger, d_j}(\varepsilon), \tag{6.1.32}$$

$$(\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_j}(\varepsilon) = \epsilon_M \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_j}(\varepsilon) - \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_j}(\varepsilon) + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_j}(\varepsilon), \tag{6.1.33}$$

e

$$(\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{f^\dagger, d_j}(\varepsilon) = -\epsilon_M \tilde{\mathcal{G}}_{f^\dagger, d_j}(\varepsilon) - \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_j}(\varepsilon) + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_j}(\varepsilon). \tag{6.1.34}$$

6.1.1 Um único *quantum dot*

Utilizou-se aqui $c_{eq} = c_q$. Considerando um único *quantum dot* no dispositivo da figura 1.1. Nesta condição, as equações (6.1.20), (6.1.32), (6.1.34) tornam-se

$$(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) = 1 - \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_1}(\varepsilon), \tag{6.1.35}$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_1}(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_1}(\varepsilon) + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f^\dagger, d_1}(\varepsilon), \tag{6.1.36}$$

$$(\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_1}(\varepsilon) = \epsilon_M \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_1}(\varepsilon) - \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon), \tag{6.1.37}$$

e

$$(\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{f^\dagger, d_1}(\varepsilon) = -\epsilon_M \tilde{\mathcal{G}}_{f^\dagger, d_1}(\varepsilon) - \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon). \quad (6.1.38)$$

Resolvendo as equações (6.1.37) e (6.1.38) para $\tilde{\mathcal{G}}_{f, d_1}(\varepsilon)$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{f^\dagger, d_1}(\varepsilon)$, foram obtidos

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f, d_1}(\varepsilon) = -\frac{\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon)}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} + \frac{\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon)}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} \quad (6.1.39)$$

e

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f^\dagger, d_1}(\varepsilon) = -\frac{\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon)}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} + \frac{\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon)}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)}. \quad (6.1.40)$$

É necessário encontrar $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon)$. Para fazer isto, começou-se com

$$\mathcal{G}_{d_1^\dagger, d_1}(t) = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [d_1^\dagger(t), d_1^\dagger(0)]_+ | n \rangle, \quad (6.1.41)$$

que conduz a

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{d_1^\dagger, d_1}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [d_1^\dagger(t), d_1^\dagger(0)]_+ | n \rangle \\ &+ \left(-\frac{i}{\hbar}\right) \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[\frac{\partial}{\partial t} d_1^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle. \end{aligned} \quad (6.1.42)$$

Substituiu-se

$$\frac{\partial}{\partial t} d_1^\dagger(t) = -\frac{i}{\hbar} [d_1^\dagger, \mathcal{H}_e] = -\frac{i}{\hbar} \left\{ -\varepsilon_1 d_1^\dagger(t) - \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \sum_k c_k^\dagger(t) \right\} - \frac{i}{\hbar} \lambda \eta_1(t) \quad (6.1.43)$$

na equação (6.1.42) e foi obtido

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{d_1^\dagger, d_1}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [d_1^\dagger(t), d_1^\dagger(0)]_+ | n \rangle \\ &+ \left(-\frac{i}{\hbar}\right) (-\varepsilon_1) \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [d_1^\dagger(t), d_1^\dagger(0)]_+ | n \rangle \right\} \\ &+ \left(-\frac{i}{\hbar}\right) \left(-\sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V\right) \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[\sum_k c_k^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \right\} \\ &+ \left(-\frac{i}{\hbar}\right) \lambda \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | [\eta_1(t), d_1^\dagger(0)]_+ | n \rangle \right\}, \end{aligned} \quad (6.1.44)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{d_1^\dagger, d_1}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[d_1^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \\
&\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) (-\varepsilon_1) \mathcal{G}_{d_1^\dagger, d_1}(t) - \left(\frac{i}{\hbar} \right) \left(-\sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \right) \sum_k \mathcal{G}_{c_k^\dagger, d_1}(t) \\
&\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_1}(t),
\end{aligned} \tag{6.1.45}$$

que em coordenadas de energia tornou-se

$$(\varepsilon + \varepsilon_1 + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon) = \left(-\sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} V \right) \sum_k \mathcal{G}_{c_k^\dagger, d_1}(\varepsilon) + \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_1}(\varepsilon). \tag{6.1.46}$$

Como pode-se perceber, é necessário calcular $\sum_k \mathcal{G}_{c_k^\dagger, d_1}(t)$. Para fazer isto, foi utilizado

$$\mathcal{G}_{c_{ek}^\dagger, d_1}(t) = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_r e^{-\beta E_r} \langle r | \left[c_{ek}^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | r \rangle, \tag{6.1.47}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{c_{ek}^\dagger, d_1}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[c_{ek}^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \\
&\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[\frac{\partial}{\partial t} c_{ek}^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle,
\end{aligned} \tag{6.1.48}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} c_{ek}^\dagger(t) = -\frac{i}{\hbar} [c_{ek}^\dagger, \mathcal{H}_e] = \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \left(-\varepsilon_k c_{ek}^\dagger(t) - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} V d_1^\dagger(t) - \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \sum_p c_{ep}^\dagger(t) \right), \tag{6.1.49}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{c_{ek}^\dagger, d_1}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[c_{ek}^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \\
&\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) (-\varepsilon_k) \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[c_{ek}^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \right\} \\
&\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} V \right) \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[d_1^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \right\} \\
&\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \left(-\frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \right) \sum_p \left\{ -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[c_{ep}^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \right\},
\end{aligned} \tag{6.1.50}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}_{c_{ek}, d_1}^\dagger(t) &= -\frac{i}{\hbar} \delta(t) \mathcal{Z}_e^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n | \left[c_{ek}^\dagger(t), d_1^\dagger(0) \right]_+ | n \rangle \\
&\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) (-\varepsilon_k) \mathcal{G}_{c_{ek}, d_1}^\dagger(t) + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} V \right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(t) \\
&\quad + \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \left(-\frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \right) \sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ep}, d_1}^\dagger(t).
\end{aligned} \tag{6.1.51}$$

Tomando a transformada de Fourier sobre a equação (6.1.51), tem-se

$$(\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ek}, d_1}^\dagger(\varepsilon) = -\varepsilon_k \mathcal{G}_{c_{ek}, d_1}^\dagger(t) - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} V \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(\varepsilon) - \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ep}, d_1}^\dagger(\varepsilon), \tag{6.1.52}$$

$$(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ek}, d_1}^\dagger(\varepsilon) = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} V \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(\varepsilon) - \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ep}, d_1}^\dagger(\varepsilon), \tag{6.1.53}$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{c_{ek}, d_1}^\dagger(\varepsilon) = -\frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} V \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(\varepsilon)}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)} - \frac{\frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ep}, d_1}^\dagger(\varepsilon)}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}, \tag{6.1.54}$$

$$\sum_k \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ek}, d_1}^\dagger(\varepsilon) = -\sum_k \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} V \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(\varepsilon)}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)} - \sum_k \frac{\frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \sum_p \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ep}, d_1}^\dagger(\varepsilon)}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}, \tag{6.1.55}$$

e

$$\sum_k \tilde{\mathcal{G}}_{c_{ek}, d_1}^\dagger(\varepsilon) = -\frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathcal{N}}} V \sum_k \frac{1}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}}{1 + \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(\varepsilon). \tag{6.1.56}$$

Substituindo as equação (6.1.56) e (6.1.36) na equação (6.1.50) encontrou-se

$$\begin{aligned}
(\varepsilon + \varepsilon_1 + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(\varepsilon) &= \left(\sqrt{2} V \right)^2 \frac{\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}}{1 + \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(\varepsilon) + \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_1}^\dagger(\varepsilon) \\
&= \left(\sqrt{2} V \right)^2 \frac{\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}}{1 + \frac{V_{BT}}{\mathcal{N}} \sum_k \frac{1}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(\varepsilon) \\
&\quad + \lambda \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_1}^\dagger + \lambda \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f^+, d_1}^\dagger(\varepsilon),
\end{aligned} \tag{6.1.57}$$

$$(\varepsilon + \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}^\dagger(\varepsilon) = \lambda \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_1}^\dagger + \lambda \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f^+, d_1}^\dagger(\varepsilon), \tag{6.1.58}$$

onde foi utilizado

$$\begin{aligned}
\frac{(\sqrt{2}V)^2 \frac{1}{N} \sum_k \frac{1}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}}{1 + \frac{V_{BT}}{N} \sum_k \frac{1}{(\varepsilon + \varepsilon_k + i\eta)}} &= -\frac{i\Gamma}{1 - iV_{BT}\pi\rho_0} = -\frac{(1 + iV_{BT}\pi\rho_0)}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2} i\Gamma \\
&= -i \frac{\Gamma}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2} + \frac{V_{BT}\pi\rho_0\Gamma}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2} \\
&= -i\tilde{\Gamma} - \sum^R
\end{aligned} \tag{6.1.59}$$

com a equação (6.1.21). Substituindo as equações (6.1.39) e (6.1.40) na equação (6.1.58), resulta-se em

$$\begin{aligned}
(\varepsilon + \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon) &= -\frac{\lambda^2}{2} \frac{1}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) \\
&\quad + \frac{\lambda^2}{2} \frac{1}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon) \\
&\quad - \frac{\lambda^2}{2} \frac{1}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) \\
&\quad + \frac{\lambda^2}{2} \frac{1}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon) \\
&= \lambda^2 K(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon) - \lambda^2 K(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) \\
(\varepsilon + \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon)) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon) &= -\lambda^2 K(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon),
\end{aligned} \tag{6.1.60}$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon) = -\frac{\lambda^2 K(\varepsilon)}{(\varepsilon + \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon))} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) \tag{6.1.61}$$

com

$$\begin{aligned}
\frac{\lambda^2}{2} \left\{ \frac{1}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} + \frac{1}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} \right\} &= \frac{\lambda^2}{2} \frac{2\varepsilon}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} \\
&= \frac{\lambda^2}{2} \frac{2\varepsilon}{(\varepsilon + \epsilon_M)(\varepsilon - \epsilon_M)} \\
&= \frac{\lambda^2}{2} \frac{2\varepsilon}{(\varepsilon^2 - \epsilon_M^2)} = \lambda^2 \frac{\varepsilon}{(\varepsilon^2 - \epsilon_M^2)} \\
&= \lambda^2 \frac{1}{\varepsilon - \frac{\epsilon_M^2}{\varepsilon}} = \lambda^2 K(\varepsilon).
\end{aligned} \tag{6.1.62}$$

A partir das equações (6.1.35), (6.1.36), (6.1.39), (6.1.40), (6.1.61) e (6.1.62) pode-se escrever

$$\begin{aligned}
(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) &= 1 - \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_1}(\varepsilon), \\
&= 1 - \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_1}(\varepsilon) - \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f^+, d_1}(\varepsilon) \\
&= 1 + \frac{\lambda^2}{2} \frac{\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon)}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} - \frac{\lambda^2}{2} \frac{\tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon)}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} \\
&\quad + \frac{\lambda^2}{2} \frac{\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon)}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} - \frac{\lambda^2}{2} \frac{\tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon)}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} \\
&= 1 + \lambda^2 K(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) - \lambda^2 K(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}(\varepsilon) \\
&= 1 + \lambda^2 K(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) \\
&\quad - \lambda^2 K(\varepsilon) \left\{ -\frac{\lambda^2 K(\varepsilon)}{(\varepsilon + \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon))} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) \right\} \\
&= 1 + \lambda^2 K(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) + \lambda^2 K(\varepsilon) \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) \\
&= 1 + \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon), \tag{6.1.63}
\end{aligned}$$

com

$$\tilde{K}(\varepsilon) = \frac{K(\varepsilon)}{(\varepsilon + \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon))}. \tag{6.1.64}$$

Por fim, a função de Green do *quantum dot* fica da seguinte forma

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) [1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)]}. \tag{6.1.65}$$

A função de Green da equação (6.1.65) tem a mesma forma da equação (4) da Ref. [13]. A nova característica que emerge desta equação é o nível do *quantum dot* renormalizado pelo acoplamento direto entre os terminais V_{BT} . A partir de agora será tratado do caso geral do sistema com dois *quantum dots*.

6.1.2 Dois *quantum dots*

Partindo da equação (6.1.15) generalizada para

$$(\varepsilon + i\eta) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) = \delta_{jl} + \varepsilon_j \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) + \sqrt{2}V \tilde{\mathcal{G}}_{f_e d_l}(\varepsilon) - \delta_{j1} \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_l}(\varepsilon), \tag{6.1.66}$$

que resulta

$$\left(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_j + i\tilde{\Gamma}\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) = \delta_{jl} + \left(\sum^R + i\sum^I\right) \sum_{\bar{l} \neq j} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{l}}}(\varepsilon) - \delta_{j1} \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_l}(\varepsilon). \quad (6.1.67)$$

Em particular para $l \neq j$, a equação (6.1.67) torna-se

$$\left(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_j + i\tilde{\Gamma}\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) = \left(\sum^R + i\sum^I\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_l d_l}(\varepsilon) - \delta_{j1} \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_l}(\varepsilon). \quad (6.1.68)$$

Assim torna-se necessário resolver as equações (6.1.68) e

$$\left(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_j + i\tilde{\Gamma}\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon) = 1 + \left(\sum^R + i\sum^I\right) \sum_{l \neq j} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) - \delta_{j1} \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_j}(\varepsilon). \quad (6.1.69)$$

Tais equações podem ser reescritas introduzindo uma nova notação,

$$\left(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_j + i\tilde{\Gamma}\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) = 1 + \left(\sum^R + i\sum^I\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) - \delta_{j1} \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_{\bar{j}}}(\varepsilon) \quad (6.1.70)$$

e

$$\left(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_j + i\tilde{\Gamma}\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon) = \left(\sum^R + i\sum^I\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_{\bar{j}} d_{\bar{j}}}(\varepsilon) - \delta_{j1} \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_{\bar{j}}}(\varepsilon), \quad (6.1.71)$$

com $\bar{j}$ oposto a j , por exemplo, $\bar{1} = 2$ e $\bar{2} = 1$. Como pode-se perceber, a função de Green $\tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_2}(\varepsilon)$ deve ser encontrada. Das equações (6.1.32), (6.1.33), (6.1.34) e (6.1.58) temos

$$\tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_2}(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_2}(\varepsilon) + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f^+, d_2}(\varepsilon), \quad (6.1.72)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f, d_2}(\varepsilon) = -\frac{\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_2}(\varepsilon)}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} + \frac{\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_2}(\varepsilon)}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)}, \quad (6.1.73)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f^\dagger, d_2}(\varepsilon) = -\frac{\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_2}(\varepsilon)}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} + \frac{\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_2}(\varepsilon)}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} \quad (6.1.74)$$

e

$$\left(\varepsilon + \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma}\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_2}(\varepsilon) = \lambda \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f, d_2} + \lambda \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathcal{G}}_{f^+, d_2}(\varepsilon). \quad (6.1.75)$$

Substituindo as equações (6.1.73) e (6.1.74) em (6.1.75), encontra-se

$$\begin{aligned}
(\varepsilon + \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_2}(\varepsilon) &= -\frac{\frac{\lambda^2}{2} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_2}(\varepsilon)}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} + \frac{\frac{\lambda^2}{2} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_2}(\varepsilon)}{(\varepsilon - \epsilon_M + i\eta)} \\
&\quad - \frac{\frac{\lambda^2}{2} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_2}(\varepsilon)}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} + \frac{\frac{\lambda^2}{2} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_2}(\varepsilon)}{(\varepsilon + \epsilon_M + i\eta)} \\
&= \lambda^2 K(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_2}(\varepsilon) - \lambda^2 K(\varepsilon) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_2}(\varepsilon),
\end{aligned} \tag{6.1.76}$$

onde foi utilizada a equação (6.1.62). Assim

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_2}(\varepsilon) = -\frac{\lambda^2 K(\varepsilon)}{(\varepsilon + \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon))} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_2}(\varepsilon). \tag{6.1.77}$$

A partir da equação (6.1.72) e levando em consideração as equações (6.1.73), (6.1.74) e (6.1.76), obtem-se

$$-\lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_2}(\varepsilon) = \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_2}(\varepsilon) \tag{6.1.78}$$

e

$$-\lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_1}(\varepsilon) = \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}(\varepsilon), \tag{6.1.79}$$

com $\tilde{K}(\varepsilon)$ dado pela equação (6.1.64).

$$(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) = 1 + \left(\sum^R + i\sum^I\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2}(\varepsilon) - \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_1}(\varepsilon), \tag{6.1.80}$$

e

$$(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2}(\varepsilon) = \left(\sum^R + i\sum^I\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}(\varepsilon) - \lambda \tilde{\mathcal{G}}_{\eta_1, d_2}(\varepsilon), \tag{6.1.81}$$

$$(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}(\varepsilon) = 1 + \left(\sum^R + i\sum^I\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1}(\varepsilon), \tag{6.1.82}$$

e

$$(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1}(\varepsilon) = \left(\sum^R + i\sum^I\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon). \tag{6.1.83}$$

No fim o sistema de funções de Green fica da seguinte forma

$$\left[\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)\right)\right] \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) = 1 + \left(\sum^R + i\sum^I\right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2}(\varepsilon), \tag{6.1.84}$$

$$\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \right] \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2}(\varepsilon) = \left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}(\varepsilon), \quad (6.1.85)$$

$$\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma} \right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}(\varepsilon) = 1 + \left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1}(\varepsilon), \quad (6.1.86)$$

$$\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma} \right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1}(\varepsilon) = \left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon). \quad (6.1.87)$$

Resolvendo o sistema acima, encontra-se

$$\begin{aligned} \left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \right] \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) &= 1 + \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right)^2}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \right]} \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}(\varepsilon) \\ &= 1 \\ &+ \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right)^2}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \right]} \\ &\times \left[\frac{1}{\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma} \right)} + \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right)^2}{\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma} \right)^2} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) \right], \quad (6.1.88) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \right] \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) &= 1 + \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right)^2}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \right] \left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma} \right)} \\ &+ \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right)^2}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \right]} \\ &\times \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right)^2}{\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma} \right)^2} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) \quad (6.1.89) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) - \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right)^4}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \right] \left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma} \right)^2} \right] \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) \\ = 1 + \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I \right)^2}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon) \right) \right] \left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma} \right)}, \quad (6.1.90) \end{aligned}$$

$$\frac{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)\right)\right]^2 \left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right)^2 - \left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I\right)^4}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)\right)\right] \left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right)^2} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) =$$

$$\frac{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)\right)\right] \left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right) + \left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I\right)^2}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)\right)\right] \left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right)}, \quad (6.1.91)$$

Resolvendo o sistema acima, encontra-se finalmente as quatro funções de Green esperadas

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) = \frac{1}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)\right)\right] - \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I\right)^2}{\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right)}}, \quad (6.1.92)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}(\varepsilon) = \frac{1}{\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right)} + \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I\right)^2}{\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right)^2} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon), \quad (6.1.93)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2}(\varepsilon) = \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I\right)}{\left[\varepsilon - \bar{\varepsilon}_1 + i\tilde{\Gamma} - \lambda^2 K(\varepsilon) \left(1 + \lambda^2 \tilde{K}(\varepsilon)\right)\right]} \left[\frac{1}{\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right)} + \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I\right)^2}{\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right)^2} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon) \right], \quad (6.1.94)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1}(\varepsilon) = \frac{\left(\tilde{\Sigma}^R + i\tilde{\Sigma}^I\right)}{\left(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_2 + i\tilde{\Gamma}\right)} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon), \quad (6.1.95)$$

onde

$$K(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon - \frac{\epsilon_M^2}{\varepsilon}}, \quad (6.1.96)$$

$$\tilde{\varepsilon}_j = \varepsilon_j + \sum^R, \quad (6.1.97)$$

$$\tilde{\Gamma} = \frac{\Gamma}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2} \quad (6.1.98)$$

e

$$\sum^R = -\frac{\Gamma(V_{BT}\pi\rho_0)}{1 + (V_{BT}\pi\rho_0)^2}. \quad (6.1.99)$$

As funções de Green encontradas mostram quebra de simetria, $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1}(\varepsilon)$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}(\varepsilon)$ não podem ser obtidas pela troca dos índices $1 \leftrightarrow 2$ nas $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2}(\varepsilon)$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}(\varepsilon)$, respectivamente. A origem deste efeito está

na equação (6.1.9), devido a delta de Kronecker δ_{j1} . Novas características devem aparecer na interferência Fano. Na ausência de Majoranas não há quebra de simetria nas funções de Green e o efeito Fano segue o comportamento padrão.

6.2 Dímero

6.2.1 Condutância

A seguir foi derivada a fórmula de Landauer-Büttiker para a condutância de *zero-bias* G [69]. Tal quantidade é uma função da transmitância $\mathcal{T}(\varepsilon)$ como segue:

$$G = G_0 \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f_F}{\partial \varepsilon} \right) \mathcal{T}(\varepsilon), \quad (6.2.1)$$

onde f_F é a função de distribuição de Fermi-Dirac.

A transformação $c_{2k} = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{ek} + c_{ok})$ e $c_{1k} = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{ek} - c_{ok})$ no hamiltoniano da equação (4.3.1), que começa a depender dos operadores das bandas de condução *par* e *ímpar*, c_{ek} e c_{ok} , respectivamente. Estas definições nos permitem expressar a equação (4.3.1) como $\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_o + \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}} = \mathcal{H}_{\varphi=0} + \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}$, onde

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_e = & \sum_k \varepsilon_k c_{ek}^\dagger c_{ek} + \varepsilon_1 d_1^\dagger d_1 + V_{12} \sum_{kp} c_{ek}^\dagger c_{ep} \\ & + \sqrt{2}V \sum_k (c_{ek}^\dagger d_1 + \text{H.c.}) + \mathcal{H}_{\text{MFs}} \end{aligned} \quad (6.2.2)$$

representa a parte do hamiltoniano do sistema acoplado aos átomos adsorvidos via uma hibridização efetiva $\sqrt{2}V$, enquanto

$$\mathcal{H}_o = \sum_k \varepsilon_k c_{ok}^\dagger c_{ok} - V_{12} \sum_{kp} c_{ok}^\dagger c_{op} \quad (6.2.3)$$

é a parte desacoplada. Portanto, eles estão conectados entre si pelo hamiltoniano de tunelamento $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}} = -\Delta\mu \sum_k (c_{ek}^\dagger c_{ok} + c_{ok}^\dagger c_{ek})$.

Como no regime de baixas voltagens $\Delta\mu \rightarrow 0$, devido ao $\varphi \rightarrow 0$, $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}$ é um termo perturbativo e teoria de resposta linear garante que

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = (2\pi V_{12})^2 \tilde{\rho}_e(\varepsilon) \tilde{\rho}_o(\varepsilon), \quad (6.2.4)$$

onde $\tilde{\rho}_e(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{\Psi_e \Psi_e})$ é a densidade local de estados (LDOS) para o hamiltoniano da equação (6.2.2) e

$$\mathcal{G}_{\Psi_e \Psi_e} = -\frac{i}{\hbar} \theta(\tau) \text{Tr}\{\varrho_e[\Psi_e(\tau), \Psi_e^\dagger(0)]_+\} \quad (6.2.5)$$

fornece a função de Green retardada no domínio do tempo τ , onde $\theta(\tau)$ é a função degrau, ϱ_e é a matriz densidade para a equação (6.2.2), $\Psi_e = f_e + (\pi\Gamma\rho_0)^{1/2}qd_1$ é o operador de campo, com $f_e = \sum_p c_{ep}$, o parâmetro de Anderson $\Gamma = 2\pi V^2\rho_0$, com ρ_0 como a densidade de estados para a ponta de *STM* e $q = (\pi\rho_0\Gamma)^{-1/2} \left(\frac{\sqrt{2}V}{2V_{12}} \right)$.

Para calcular a equação (6.2.5) no domínio das energias ε , deve-se empregar o método da equação de movimento (EOM) [69] resumido como segue

$$(\varepsilon + i0^+) \tilde{\mathcal{G}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}} = [\mathcal{A}, \mathcal{B}^\dagger]_+ + \tilde{\mathcal{G}}_{[\mathcal{A}, \mathcal{H}_i]\mathcal{B}} \quad (6.2.6)$$

para a função de Green retardada $\tilde{\mathcal{G}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}} = \int d\tau \mathcal{G}_{\mathcal{A}\mathcal{B}} e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon + i0^+)\tau}$, que é a transformada de Fourier temporal de $\mathcal{G}_{\mathcal{A}\mathcal{B}}$, com $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ como operadores fermiônicos pertencentes ao hamiltoniano $\mathcal{H}_i$. Considerando $\mathcal{A} = \mathcal{B} = \Psi_e$ e $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_e$, encontra-se

$$\tilde{\mathcal{G}}_{\Psi_e \Psi_e} = \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e} + (\pi\rho_0\Gamma)q^2\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} + 2(\pi\rho_0\Gamma)^{1/2}q\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 f_e}. \quad (6.2.7)$$

Das equações (6.2.2), (6.2.6) com $\mathcal{A} = \mathcal{B} = f_e$ e (6.2.7), obtém-se

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e} &= \frac{\pi\rho_0(\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \\ &+ \pi\rho_0\Gamma \left[\frac{(\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \right]^2 \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} \end{aligned} \quad (6.2.8)$$

e as funções de Green mistas

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 f_e} = \sqrt{\pi\Gamma\rho_0} \frac{(\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}, \quad (6.2.9)$$

determinadas através da equação (6.2.6) considerando $\mathcal{A} = d_1$, $\mathcal{B} = f_e$ e $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_e$, com o parâmetro $x = (\pi\rho_0 V_{12})^2$ e $\bar{q} = \frac{1}{\pi\rho_0} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k}$. Aqui assume-se o limite de banda larga denotado por $\bar{q} \rightarrow 0$.

Adicionalmente, para o hamiltoniano da equação (6.2.3) tem-se a LDOS $\tilde{\rho}_o(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o})$, com

$$\mathcal{G}_{f_o f_o} = -\frac{i}{\hbar} \theta(\tau) \text{Tr}\{\varrho_o[f_o(\tau), f_o^\dagger(0)]_+\} \quad (6.2.10)$$

e $f_o = \sum_{\bar{q}} c_{o\bar{q}}$. Percebe-se que $\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}$ está desacoplado dos átomos adsorvidos. Desse modo, das equações (6.2.3) e (6.2.10), toma-se $\mathcal{A} = \mathcal{B} = f_o$ e $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_o$ na equação (6.2.6) e obtem-se

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o} = \frac{\pi \rho_0(\bar{q} - i)}{1 + \sqrt{x}(\bar{q} - i)}. \quad (6.2.11)$$

Assim as substituições das equações (6.2.7), (6.2.9), e (6.2.11) na equação (6.2.4), resulta em

$$\frac{\mathcal{T}(\varepsilon)}{\mathcal{T}_b} = 1 + (1 - q_b^2) \tilde{\Gamma} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}) + 2q_b \tilde{\Gamma} \text{Re}(\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}), \quad (6.2.12)$$

onde $\tilde{\Gamma} = \frac{\Gamma}{1+x}$ é um acoplamento afetivo entre átomo adsorvido 1 e ponta de *STM*, $\mathcal{T}_b = \frac{4x}{(1+x)^2}$ representa a transmitância através da ponta de *STM* quando o átomo adsorvido está ausente ($\tilde{\Gamma} = 0$), $\mathcal{R}_b = 1 - \mathcal{T}_b$ é a reflectância correspondente e $q_b = \sqrt{\frac{\mathcal{R}_b}{\mathcal{T}_b}} = \frac{(1-x)}{2\sqrt{x}}$ como o parâmetro de Fano [43, 53, 71]. Tal equação para a transmitância descreve três regimes Fano de interferência distintos, como segue: i) $q_b \rightarrow \infty$ ($x = 0$) resulta em

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = -\tilde{\Gamma} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}) = \pi \tilde{\Gamma} \rho_{11}, \quad (6.2.13)$$

onde foi utilizado

$$\rho_{11} = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}) \quad (6.2.14)$$

como a densidade local de estados do átomo adsorvido 1, que contém estados ressonantes caracterizados por picos, pois o transporte eletrônico no interferômetro é somente através do átomo adsorvido 1 [13]; ii) $q_b = 0$ ($x = 1$) que resulta em

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = 1 - \pi \tilde{\Gamma} \rho_{11} \quad (6.2.15)$$

exibindo vales Fano como resultado da supressão causado por ρ_{11} sobre o primeiro termo representando a máxima amplitude $\mathcal{T}_b = 1$. Neste caso, quando ρ_{11} mostra um máximo, $\mathcal{T}(\varepsilon)$ apresenta um mínimo correspondente como esperado e o tunelamento entre as pontas de *STM* torna-se o processo dominante no sistema. Ele revela a diminuição de carga na densidade de estados da ponta de *STM* detectada pela transmitância, uma vez que esta carga acumulada no átomo adsorvido 1, em particular, sobre os estados

ressonantes de ρ_{11} observados na (i) para $q_b \rightarrow \infty$ ($x = 0$); iii) corresponde a $q_b \approx 0.35$ ($x = 0.5$), que é o caso intermediário onde a forma da transmitância apresenta picos e vales que coexistem no mesmo perfil, tornando explícita a competição entre V e V_{12} no mesmo pé de igualdade. Estas características da interferência Fano serão discutidas no capítulo 7.

6.2.2 Funções de Green

Aplicando o procedimento da equação de movimento sobre

$$\mathcal{G}_{d_1 d_1} = -\frac{i}{\hbar} \theta(\tau) \text{Tr}\{\varrho_e[d_1(\tau), d_1^\dagger(0)]_+\}, \quad (6.2.16)$$

e mudando para o domínio das energias ε , obtemos a seguinte relação

$$(\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma)\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} = 1 - t\tilde{\mathcal{G}}_{d_2, d_1} - \Delta\tilde{\mathcal{G}}_{d_2^\dagger, d_1} \quad (6.2.17)$$

expressas em termos da auto energia

$$\Sigma = -(\sqrt{x} + i)\tilde{\Gamma} \quad (6.2.18)$$

e funções de Green $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2, d_1}$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2^\dagger, d_1}$. De acordo com o procedimento da equação de movimento encontra-se

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2, d_1} = -\frac{t\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}}{(\varepsilon - \varepsilon_2 + i0^+)} + \frac{\Delta\tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}}{(\varepsilon - \varepsilon_2 + i0^+)}, \quad (6.2.19)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2^\dagger, d_1} = -\frac{\Delta\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}}{(\varepsilon + \varepsilon_2 + i0^+)} + \frac{t\tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}}{(\varepsilon + \varepsilon_2 + i0^+)} \quad (6.2.20)$$

e

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1} = -2t\Delta\tilde{K}\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}, \quad (6.2.21)$$

onde

$$\tilde{K} = \frac{K}{\varepsilon + \varepsilon_1 + \bar{\Sigma} - K_-}, \quad (6.2.22)$$

com

$$K = \frac{(\varepsilon + i0^+)}{[\varepsilon^2 - \varepsilon_2^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]}, \quad (6.2.23)$$

$\bar{\Sigma}$ como o conjugado complexo de Σ e

$$K_{\pm} = \frac{(\varepsilon + i0^+)(t^2 + \Delta^2) \pm \varepsilon_2(t^2 - \Delta^2)}{[\varepsilon^2 - \varepsilon_2^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]}. \quad (6.2.24)$$

Assim, substituindo as equações (6.2.19), (6.2.20) e (6.2.21) na equação (6.2.17) as funções de Green dos átomos adsorvido 1 torna-se

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MFs}}}, \quad (6.2.25)$$

onde

$$\Sigma_{\text{MFs}} = K_+ + (2t\Delta)^2 K \tilde{K} \quad (6.2.26)$$

é a auto energia devido aos férmions de Majorana acoplados ao átomo adsorvido 1. É importante enfatizar que a auto energia da equação (6.2.26) contém o mecanismo fundamental que permite a invariância no perfil Fano. Tal característica universal é revelada como sendo independente do parâmetro Fano q_b , que será discutido em detalhes na segunda sessão do capítulo 7. Particularmente para $t = \Delta = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$, ressalta-se que as expressões para $\tilde{K}$ e Σ_{MFs} encontradas na Ref.[13] são recuperadas.

6.3 Interferômetro II

6.3.1 Funções de Green

Para calcular a condutância G , que depende das funções de Green retardadas $\tilde{\mathcal{G}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}}$ no domínio das energias ε , com $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ como operadores fermiônicos pertencentes ao hamiltoniano $\mathcal{H}$, foi empregado o método da equação de movimento [69] resumido como segue

$$\omega \tilde{\mathcal{G}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}} = (\varepsilon + i0^+) \tilde{\mathcal{G}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}} = [\mathcal{A}, \mathcal{B}^\dagger]_+ + \tilde{\mathcal{G}}_{[\mathcal{A}, \mathcal{H}_i] \mathcal{B}}. \quad (6.3.1)$$

Aplicando o método da equação de movimento sobre $\mathcal{G}_{d_j d_l} = -\frac{i}{\hbar} \theta(\tau) \text{Tr}\{\varrho[d_j(\tau), d_l^\dagger(0)]_+\}$ aqui expresso em termos da matriz densidade ϱ para equação (4.3.1) e a função degrau $\theta(\tau)$, muda-se para o domínio das energias ε e obtem-se a seguinte relação:

$$(\varepsilon - \varepsilon_j - \Sigma - \delta_{j1} \Sigma_{\text{MQPs}}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l} = \delta_{jl} + \Sigma \sum_{\tilde{l} \neq j} \tilde{\mathcal{G}}_{d_{\tilde{l}} d_l}, \quad (6.3.2)$$

com

$$\Sigma = -\frac{(\sqrt{x} + i)}{(1 + x)} \Gamma, \quad (6.3.3)$$

onde

$$x = (\pi \rho_0 V_{SD})^2, \quad (6.3.4)$$

a auto energia dos *MQPs*

$$\Sigma_{\text{MQPs}} = K(t, \Delta) + (2t\Delta)^2 K \tilde{K}, \quad (6.3.5)$$

onde

$$K(t, \Delta) = \frac{\omega(t^2 + \Delta^2)}{[\varepsilon^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]}, \quad (6.3.6)$$

$$K = \frac{\omega}{[\varepsilon^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]}, \quad (6.3.7)$$

$$\tilde{K} = \frac{K}{[\varepsilon + \varepsilon_1 + \bar{\Sigma} - K(t, \Delta)]} \quad (6.3.8)$$

e $\bar{\Sigma}$ como o conjugado complexo de Σ . Assim a solução da $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}$ fornece

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MQPs}} - \mathcal{C}_2} \quad (6.3.9)$$

como a função do *quantum dot* 1, com

$$\mathcal{C}_j = \frac{\Sigma^2}{(\varepsilon - \varepsilon_j - \Sigma)} \quad (6.3.10)$$

como a auto-energia devido a presença do *j^{esimo} quantum dot*. No caso do *quantum dot* 2, temos

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2} = \frac{1 - \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0 \Sigma_{\text{MQPs}}}{\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma - \frac{\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0}{\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}^0} \Sigma_{\text{MQPs}} - \mathcal{C}_1}, \quad (6.3.11)$$

onde

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0 = \frac{1}{(\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma)} \quad (6.3.12)$$

e

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}^0 = \frac{1}{(\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma)} \quad (6.3.13)$$

representam as correspondentes funções de Green para o sistema com um único *quantum dot* sem *MQPs*.

As funções de Green mistas são

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1} = \frac{\Sigma \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}}{(\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma)} \quad (6.3.14)$$

e

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2} = \frac{\Sigma \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}}{(\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MQPs}})}. \quad (6.3.15)$$

6.3.2 Condutância

A seguir, a fórmula de Landauer-Büttiker para condutância de *zero-bias*

$$G = (e^2/h) \mathcal{T}(\varepsilon = 0, t, \Delta), \quad (6.3.16)$$

a temperatura $T = 0$ [69]. Tal quantidade é uma função da transmitância $\mathcal{T}(\varepsilon, t, \Delta)$ como segue:

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(\varepsilon, t, \Delta) &= \mathcal{T}_b + 2\sqrt{\mathcal{T}_b \mathcal{R}_b} \tilde{\Gamma} \sum_{j\bar{j}} \text{Re}\{\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon)\} \\ &\quad - (1 - 2\mathcal{T}_b) \tilde{\Gamma} \sum_{j\bar{j}} \text{Im}\{\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon)\} \\ &= \mathcal{T}_b + \sum_j \mathcal{T}_{jj}(\varepsilon, t, \Delta) + \sum_j \mathcal{T}_{j\bar{j}}(\varepsilon, t, \Delta), \end{aligned} \quad (6.3.17)$$

onde $j, \bar{j} = 1, 2$ e $\bar{j} = 1, 2$ respectivamente para $j = 2, 1$ como rótulos para correlacionar *quantum dots* distintos, $\tilde{\Gamma} = \frac{\Gamma}{1+x}$ é um acoplamento efetivo *quantum dot*-terminal, $\mathcal{T}_b = \frac{4x}{(1+x)^2}$ representa a transmitância de fundo e $\mathcal{R}_b = 1 - \mathcal{T}_b = \frac{(1-x)^2}{(1+x)^2}$ é a reflectância correspondente, ambos na ausência dos *quantum dots* e *MQPs*, $\mathcal{T}_{jj}(\varepsilon, t, \Delta)$ é a transmitância através do j^{th} *quantum dot*, enquanto que o termo cruzado $\mathcal{T}_{j\bar{j}}(\varepsilon, t, \Delta)$ leva em conta os processos de interferência entre estes os mesmos. Para $t = \Delta$, recupera-se as funções de Green derivadas nas Refs. [15] e no trabalho rotulado como Interferômetro I. Em tais trabalhos, aponta-se

que os perfis de $\mathcal{T}(\varepsilon, t = \Delta)$ como função da energia de uma única partícula ε para um dado *detuning* simétrico $\Delta\varepsilon$ dos *quantum dots* aparecem analisados em grande detalhe, já que este caso corresponde a presença de uma única cadeia de Kitaev. Assim, um *ZBP* robusto de Majorana é encontrado quando $\mathcal{T}_b = 0$ e o vale correspondente para $\mathcal{T}_b = 1$ é observado. Na Ref. [15] e no trabalho Interferômetro I a $\mathcal{T}(\varepsilon, t = \Delta)$ versus ε para valores finitos de $\Delta\varepsilon$ pode ser encontrado. No limite de $t \neq \Delta$, foi verificada que a anomalia *zero-bias* Majorana, tanto *ZBP* ou *ZBV* (pico ou vale) não é verificada. Para este último caso, veja por exemplo a figura 7.12(c), em que $\mathcal{T}_{11}(\varepsilon, t \neq \Delta)$ e $\mathcal{T}_{21}(\varepsilon, t \neq \Delta) + \mathcal{T}_{12}(\varepsilon, t \neq \Delta)$ como funções de ε aparecem explicitamente para vários $\Delta\varepsilon$. Adicionalmente, é importante notar que tanto as características da *QPT* assim como do seletor de corrente elétrica da transmitância, somente emergem quando $\varepsilon = 0$ e como função de $\Delta\varepsilon$.

Resultados e discussão

7.1 Interferômetro I

Foi investigado a propriedade de antissimetria das funções de Green através do emprego da expressão da transmitância (equação (4.1.14)) com $\lambda = 4\Delta$ no caso do fio de Kitaev acoplado ao interferômetro. Variando a energia ε na equação (4.1.14), a transmitância $\mathcal{T}$ torna-se função da energia de Fermi $\varepsilon = \mu_T = \mu_B$ dos terminais [11, 12]. De acordo com a equação (4.1.3), esta transmitância pode ser obtida experimentalmente via medida de condutância G em unidades de $G_0 = e^2/h$ para baixas temperaturas ($T \rightarrow 0$) através do emprego de *gates* de voltagem aos terminais metálicos a fim de ajustar o nível de Fermi dos mesmos. De forma adicional, foi estimado o valor do *detuning* simétrico $\Delta\varepsilon$, a energia de Fermi ε e o acoplamento *MBS-MBS* ε_M em unidades do parâmetro de Anderson Δ .

Na figura 7.1, o *density plot* da transmitância é apresentado como função do *detuning* simétrico $\Delta\varepsilon$ e do nível de Fermi ε para o regime Fano $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$). O painel (a) exibe a situação em que o fio de Kitaev está desacoplado do interferômetro, levando assim a uma interferência Fano simétrica que surge devido a uma simetria de permutação dos índices que caracterizam os *quantum dots* nas próprias funções de Green. Como resultado, o *density plot* é caracterizado por regiões especulares com respeito as linhas pontilhadas na cor preta indicadas como linha de simetria.

Por outro lado, para um fio de Kitaev semi-infinito ($\varepsilon_M = 10^{-7}$) acoplado ao interferômetro, o aspecto especular encontrado anteriormente não é mais observado como resultado das funções de Green $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}$ para os *quantum dots*, que não podem mais ser determinadas pela troca dos índices $j \leftrightarrow l$ nas $\tilde{\mathcal{G}}_{d_l d_l}$ e $\tilde{\mathcal{G}}_{d_l d_j}$, respectivamente, com $l, j = 1...2$. Tal marca é mostrada no painel (b) da figura 7.1, onde é possível visualizar claramente a distorção do padrão encontrado no painel (a): o efeito Fano antissimétrico para o limite $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) assistido pelo *MBS* 1 isolado pode ser reconhecido pelo atual padrão antissimétrico de (b). No último, a região central é a *ZBA* devido ao *MBS* 1, que ocorre para $\varepsilon = 0$ e qualquer valor de $\Delta\varepsilon$.

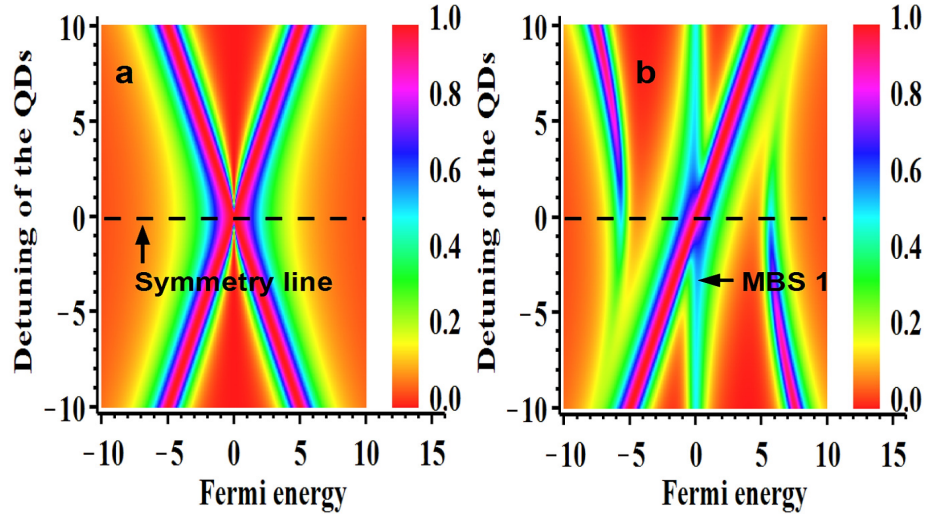


Figura 7.1: *Density plot da transmitância (equação (4.1.14)) como função do detuning simétrico $\Delta\epsilon$ para os quantum dots e a energia de Fermi ϵ em unidades de Δ dentro do regime Fano $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$): (a) O interferômetro tipo Aharonov-Bohm está desacoplado do fio de Kitaev ($\lambda = 0$) levando a um efeito Fano simétrico. (b) O interferômetro está hibridizado com um fio de Kitaev semi-inifinito via quantum dot 1: o efeito Fano é antissimétrico. A estrutura central em $\epsilon = 0$ dá o ZBA devido ao MBS 1. Em ambos os painéis a cor laranja denota um comportamento perfeitamente isolante.*

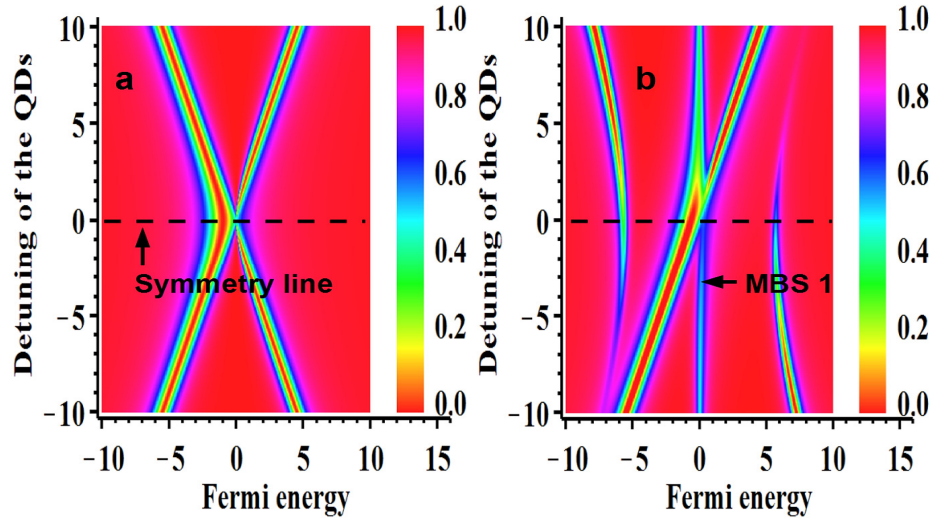


Figura 7.2: *Density plot da transmitância (equação (4.1.14)) como função do detuning simétrico $\Delta\epsilon$ para os quantum dots e a energia de Fermi ϵ em unidades de Δ para o regime Fano oposto $x = 1$ ($q_b = 0$): a estrutura central em $\epsilon = 0$ dá um ZBA reverso devido ao MBS 1. Nos painéis (a) e (b) as regiões vermelhas denotam um comportamento perfeitamente condutor, que é o reverso do encontrado na figura 7.1.*

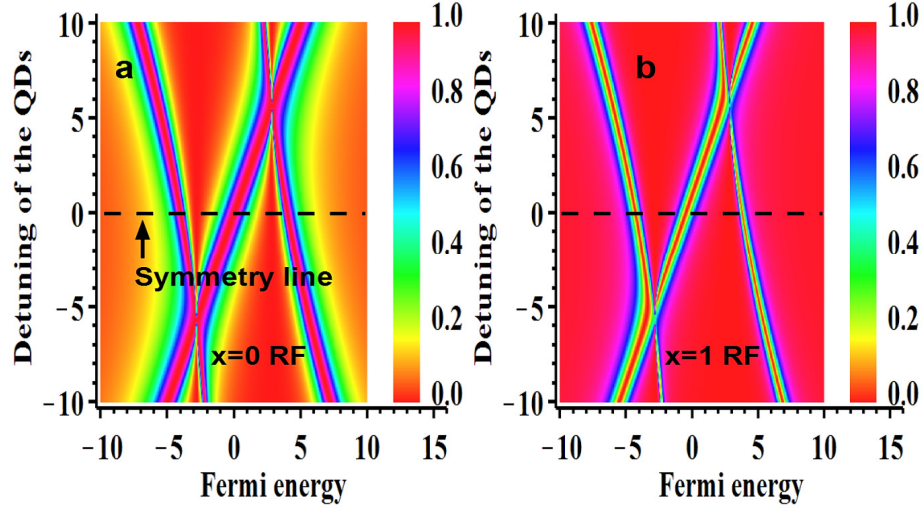


Figura 7.3: *Density plot da transmitância (equação (4.1.14)) como função do detuning simétrico $\Delta\epsilon$ para os quantum dots e a energia de Fermi ϵ em unidades de Δ para um férmion regular zero-mode acoplado ao interferômetro em regimes Fano opostos: (a) $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) e (b) $x = 1$ ($q_b = 0$).*

A figura 7.2 exibe o regime Fano oposto, que é determinado por $x = 1$ ($q_b = 0$). Neste limite, o tunelamento de elétrons através dos terminais é dominante com respeito àquela via *quantum dots*. No painel (a) da figura 7.2 com o fio de Kitaev removido, observa-se a característica especular assim como encontrado na figura 7.1(a), mas com o regime de interferência reverso: percebe-se que as regiões de cor laranja foram trocadas pela cor vermelha. Esta troca indica que o comportamento perfeitamente isolante é substituído pelo condutor como apontado na figura 7.2(a).

Na presença do fio de Kitaev semi-infinito, o padrão reverso da figura 7.1(b) é dado pela figura 7.2(b), onde o efeito Fano antissimétrico se manifesta através das partes antissimétricas de baixo e de cima desta figura. Como resultado, a diferença entre os painéis (a) e (b) das figuras 7.1 e 7.2 revela que a emergência das novas regiões isolantes e condutoras com respeito aquelas encontradas nos painéis (a) de ambas as figuras podem ser consideradas como marcas dos *MBSs* isolados. Adicionalmente, o ZBA devido ao *MBS* 1 também está revertido. É importante mencionar que as diagonais remanescentes nas figuras 7.1(b) e 7.2(b) surgem devido ao *quantum dot* 2, que mesmo desacoplado do *MBS* 1 é ainda sensível a ele como a equação (4.1.24) garante via expressão da auto-energia $\Sigma_{\text{MBS}1} = \lambda^2 K(1 + \lambda^2 \tilde{K})$. Como pode-se perceber, tal dependência produz uma leve mudança na inclinação destas diagonais com respeito àquelas observadas nas figuras 7.1(a) e 7.2(a) obtidas com $\Sigma_{\text{MBS}1} = 0$.

A figura 7.3 apresenta a análise da transmitância para os limites Fano $x = 0$ e $x = 1$ no caso de um fermiôn regular *zero-mode* acoplado ao interferômetro via *quantum dot* 1. Como pode-se averiguar, a

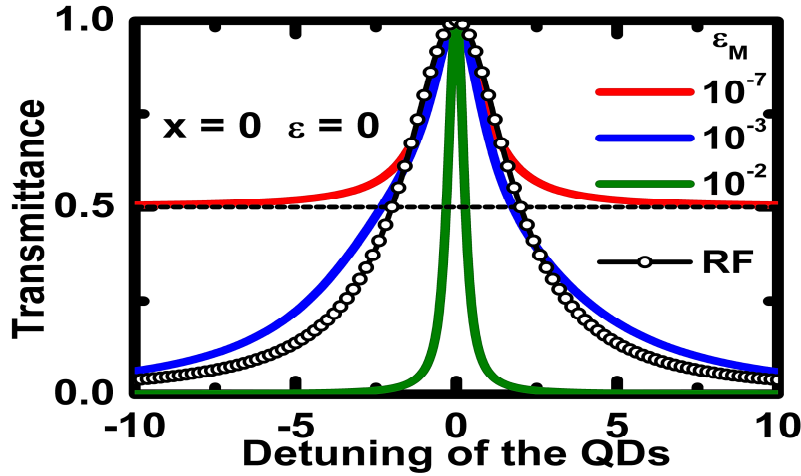


Figura 7.4: Transmitância da equação (4.1.14) como função do detuning simétrico $\Delta\varepsilon$ com energia de Fermi $\varepsilon = 0$ em unidades de Δ dentro do regime Fano simétrico $x = 0$ para diferentes comprimentos L do fio de Kitaev dado pelo parâmetro $\varepsilon_M \sim e^{-L/\xi}$ na equação (4.1.2) da mesma forma como para o caso do fêrmion regular zero-mode.

quebra de simetria é distinta com respeito àquela observada com o fio de Kitaev presente: os padrões das figuras 7.1(b) e 7.2(b) não combinam com aqueles encontrados nas figuras 7.3(a) e (b), respectivamente. Consequentemente, esta diferença garante que os padrões das figuras 7.1(b) e 7.2(b) constituem assinaturas robustas devido ao *MBS* isolado. No que se refere as diagonais remanescentes do *quantum dot* 2 para o estado fermiônico *zero-mode*, a mudança nas inclinações são mais leves do que para o *MBS* 1, pois a no caso do fêrmion regular a alto energia Σ_{RF} é somente proporcional a λ^2 .

A figura 7.4 apresenta a transmitância através do interferômetro para os terminais em ressonância com o *MBS* 1 para o caso de acoplamento fraco entre terminal-terminal caracterizado por $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$). Este regime corresponde a situação pela qual os elétrons viajam exclusivamente via *quantum dots*, que estão também em ressonância com o *MBS* 1. Dois comprimentos distintos do fio de Kitaev são analisados: (i) fio de Kitaev semi-infinito e (ii), o caso para um sistema finito. Para o dispositivo (i) dado por $\varepsilon_M = 10^{-7}$, é possível notar na curva em vermelho que a transmitância se aproxima de meio para $|\Delta\varepsilon| \rightarrow \infty$, enquanto que ela evolui em direção a unidade no limite $|\Delta\varepsilon| \rightarrow 0$.

O valor unitário da transmitância ocorre na situação em que os *quantum dots* estão em ressonância com o *MBS* 1 ($\Delta\varepsilon = 0$), levando assim a transmitância máxima, pois os dois *quantum dots* e o *MBS* 1 permitem um tunelamento ressonante perfeito no nível de Fermi dos terminais. Fora do $\Delta\varepsilon = 0$, a transmitância torna-se metade da unidade como resultado do *MBS* 1 isolado, que é um estado meio-eletrônico (ver a semi-esfera do lado esquerdo do fio de Kitaev na figura 1.1) e a única parte do sistema em ressonância com

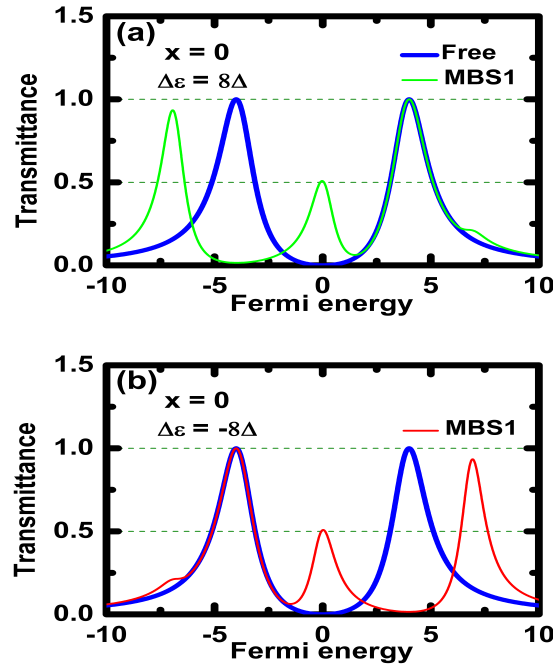


Figura 7.5: Transmitância determinada pela equação (4.1.14) como função da energia de Fermi ε em unidades de Δ no regime Fano $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) para o dispositivo com dois quantum dots apresentado na figura 1.1 com $\varepsilon_M = 10^{-7}$. No painel (a) foi usado $\Delta\varepsilon = 8\Delta$: a curva sólida em verde é para a situação em que o MBS 1 está presente, enquanto a curva em azul corresponde ao caso do interferômetro livre em que o fio de Kitaev está ausente. Painel (b): para o detuning reverso $\Delta\varepsilon = -8\Delta$, somente os picos satélites pronunciados dos quantum dots no caso livre (curva sólida em azul) e o ZBA na curva sólida em vermelho permanecem localizados na mesma posição com respeito aquelas encontradas no painel (a). Em ambos os painéis um pico de Majorana (ZBA) surge caracterizado por uma amplitude próxima a $1/2$. Tal estrutura central é robusta perante as inversões de gates de voltagem em contraste com os picos satélites pronunciados dos quantum dots quando o fio de Kitaev está acoplado lateralmente a um destes quantum dots.

o nível de Fermi dos terminais. Para $0 < |\Delta\varepsilon| < \infty$, o tunelamento ressonante devido aos *quantum dots* não é perfeito e a transmitância permanece dentro do intervalo $1/2 < \mathcal{T} < 1$. Para o dispositivo (ii), uma flutuação unitária na transmitância como função do $\Delta\varepsilon$ emerge em oposição ao valor de meio observado no sistema (i): veja as curvas dadas pelas cores azul e verde, respectivamente para $\varepsilon_M = 10^{-3}$ e $\varepsilon_M = 10^{-2}$. Em ambos os perfis, verifica-se que a transmitância atinge a unidade para $\Delta\varepsilon = 0$, mas ela evanesce com o aumento de $|\Delta\varepsilon|$.

A variação no valor máximo da transmitância tem uma origem física simples: ela surge devido a presença do MBS 2 (ver a semi-esfera do lado direito do fio de Kitaev da figura 1.1), que combina com o MBS 1 a

fim de formar um regular e delocalizado estado fermiônico η como a equação (4.1.15) mostra. Tal férmion regular adiciona um fator extra de meio a flutuação de $\mathcal{T}$ e fornece uma supressão na transmitância para $|\Delta\varepsilon| \rightarrow \infty$. Adicionalmente, quanto maior o valor de ε_M , menor o comprimento do fio de Kitaev de acordo com o termo $\varepsilon_M \sim e^{-L/\xi}$ na equação (4.1.2) e mais estreitas as ressonâncias dos perfis de transmitância como função de $\Delta\varepsilon$ (note que a linha em verde tem ressonância mais estreita que a correspondente em azul).

Nas situações (i) e (ii), o efeito Fano é simétrico pois os lados esquerdo e direito da figura 7.4 são especulares. Também é apresentado na figura 7.4 o interferômetro hibridizado com o férmion regular *zero-mode* ao invés do *MBS 1*. Tal curva é dada pela linha na cor preta com bolinhas brancas, na qual pode-se perceber que a flutuação da transmitância vale ainda um, assim como esperado devido a natureza do estado fermiônico regular do *quantum dot*. Contudo, a largura da ressonância difere daquela encontrada para fios finitos analisados como resultado da forma funcional da auto-energia Σ_{RF} , que é independente do tamanho em oposição ao Σ_{MBS1} .

Na figura 7.5 foram analisados os perfis de transmitância como função da energia de Fermi para valores fixos de *detuning* $\Delta\varepsilon$ dentro do limite Fano $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) nas situações de fio de Kitaev semi-infinito ($\varepsilon_M = 10^{-7}$) presente e ausente. Para este fim foram analisados dois cenários distintos: (a) $\Delta\varepsilon > 0$ e (b) $\Delta\varepsilon < 0$. As características do primeiro estão impressas no painel (a) onde pode-se claramente visualizar um par de picos satélites pronunciados em ambas as curvas nas cores azul e verde, que são devidos ao *detuning* imposto $\Delta\varepsilon = 8\Delta$ para os *quantum dots*. Note que no caso *MBS 1* (curva sólida na cor verde) o *detuning* é maior do que o observado no caso livre (curva sólida na cor azul do painel (a)) como esperado devido a renormalização do nível $\varepsilon_1 = -4\Delta$ do *quantum dot 1* hibridizado com o fio de Kitaev, já que o *quantum dot 2* com $\varepsilon_2 = 4\Delta$ está desacoplado dele como esboçado na figura 1.1. Para o painel (b) na qual $\Delta\varepsilon = -8\Delta$, as posições dos picos satélites pronunciados na transmitância do caso do interferômetro livre (curva em azul) assim como aquele *ZBA* na curva sólida em vermelho (caso *MBS 1*) persiste como aqueles observados no painel (a). Por outro lado, os picos satélites pronunciados na presença do *MBS 1* (curva em vermelho) não persistem como resultado da quebra de simetria previamente discutida para as funções de Green. Vale a pena enfatizar que o *ZBA* é então imune contra a permuta dos *gates* de voltagem revelando assim a robustez do *MBS 1*, sendo caracterizado por uma amplitude de transmitância próxima a $1/2$.

A figura 7.6 contrasta os padrões de transmitância da figura 7.5. O regime Fano $x = 1$ ($q_b = 0$) substitui as ressonâncias da figura 7.5 pelas antiressonâncias da figura 7.6 como podemos observar nos painéis (a) e (b) da mesma figura. Assim o *ZBA* é um vale de Majorana que fica acima ou abaixo do valor $1/2$ dependendo do sinal de $\Delta\varepsilon$. Uma discussão detalhada do mecanismo para tal flutuação está disponível

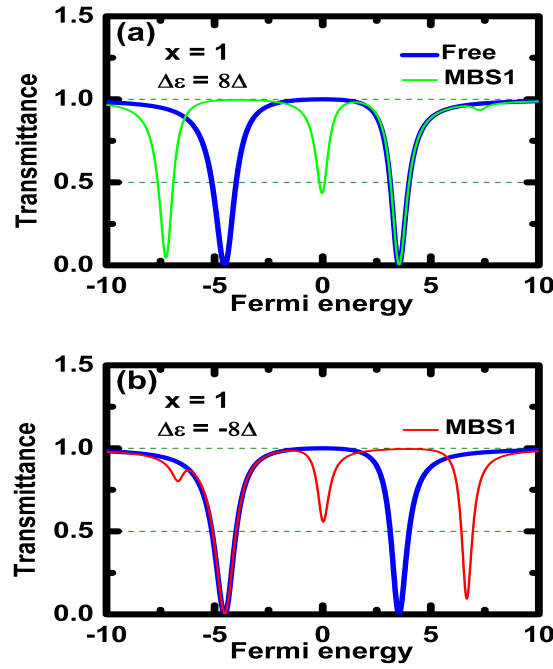


Figura 7.6: Transmitância determinada pela equação (4.1.14) como função da energia de Fermi ε em unidades de Δ no regime Fano $x = 1$ ($q_b = 0$) para o dispositivo com dois quantum dots da figura 1.1 com $\varepsilon_M = 10^{-7}$. Paineis (a) e (b): padrões inversos em relação aos painéis (a) e (b) da figura 7.5.

na Ref. [15] para um sistema análogo com Microscópio de Varredura por Tunelamento (STM da sigla em inglês para Scanning Tunneling Microscope). Para remover esta instabilidade da marca Majorana o *quantum dot* 2 deveria ser descartado mantendo $\varepsilon_M = 10^{-7}$ como mostrado na figura 7.7(a) e (b): no dispositivo com um único *quantum dot* o vale na transmitância se estabiliza em 1/2 para ambos os casos $\varepsilon_1 = -4\Delta$ e $\varepsilon_1 = 4\Delta$. A independência desta marca com os *gates* de voltagem para o único *quantum dot* também ocorre no limite Fano oposto $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) como amplamente tratado na Ref. [14].

Adicionalmente, pode-se concluir a partir da figura 7.7 que o dispositivo com um único *quantum dot* evita a manifestação da característica da quebra de simetria nas funções de Green do sistema, característica esta que está presente na versão do interferômetro com dois *quantum dots* como foi demonstrado neste trabalho. Assim a metodologia proposta aqui a fim de perseguir os *MBSs* não é realizável considerando somente um *quantum dot*: o emprego da dupla de *quantum dots* nos permite explorar como a simetria é quebrada em cenários distintos como aqueles com o interferômetro livre, um férmion regular acoplado lateralmente e um fio de Kitaev na fase topológica. Cada um quebra a simetria de sua própria maneira e as diferenças entre estes casos revelam a forma do Majorana de quebrar a simetria: a assinatura de um Majorana não está restrita as proximidades do ZBA devido a sua natureza *zero-mode* de excitação, ela se

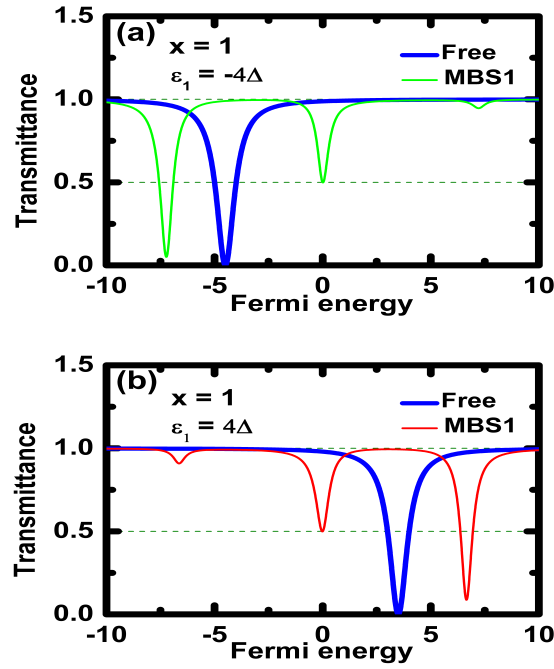


Figura 7.7: Transmitância determinada pela equação (4.1.14) como função da energia de Fermi ε em unidades de Δ no regime Fano $x = 1$ ($q_b = 0$) para a situação sem o quantum dot 2 no dispositivo da figura 1.1 considerando $\varepsilon_M = 10^{-7}$. No painel (a) foi utilizado $\varepsilon_1 = -4\Delta$: a curva sólida em verde é para a situação em que o MBS 1 está presente, enquanto a curva em azul corresponde ao caso do interferômetro livre em que o fio de Kitaev está ausente. No painel (b): para o nível reverso do quantum dot $\varepsilon_1 = 4\Delta$, o vale satélite pronunciado do quantum dot 1 no caso livre (curva sólida em azul) aparece acima do nível de Fermi dos terminais como esperado e o ZBA na curva sólida em vermelho persiste como observado no painel (a). Assim em ambos os painéis o vale de Majorana (ZBA) emerge caracterizado por uma amplitude de $1/2$.

espalha por todo o espaço abrangido por ε e $\Delta\varepsilon$ nos *density plots* dos painéis (b) para as figuras 7.1 e 7.2. Painéis (a) das figuras 7.1 e 7.2 e também na 7.3 exibem marcas não Majorana devido as formas distintas da propriedade de quebra de simetria sob consideração.

7.2 Dímero

Abaixo foram analisadas as características das funções de Green do sistema esboçado na figura 1.2 pelo emprego das expressões na transmitância da (equação (6.2.12)). De acordo com a equação (6.2.1), esta transmitância pode ser obtida experimentalmente via medida de condutância G em unidades de G_0 para temperaturas $T \rightarrow 0$. Adicionalmente, foi empregado valores para a energia de Fermi ε , ε_j , t , e Δ em

unidades do parâmetro de Γ .

Na figura 7.8 foi considerado o regime Fano $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) para a transmitância $\mathcal{T}$ da equação (6.2.12) como função da energia de Fermi ε . Esta situação corresponde ao caso na qual o tunelamento eletrônico ocorre exclusivamente através do átomo adsorvido 1, devido ao forte acoplamento entre ele e as pontas de STM. Assim, como predito pela teoria padrão de Fano [43], a transmitância deveria exibir um pico para cada estado localizado no átomo adsorvido medido pelas pontas: veja a curva de cor verde do painel (a) onde o átomo adsorvido 1 está desacoplado do átomo adsorvido 2 por questões de simplicidade, que leva a uma ressonância centrada em $\varepsilon = \varepsilon_1 = -5$ com amplitude máxima $\mathcal{T} = 1$. Mantendo este nível neste valor e empregando $t = \Delta = 4$ combinado com $\varepsilon_2 = 0$, um ZBP dado por $\mathcal{T} = 1/2$ emerge devido a existência da MQP no átomo adsorvido 1 [74]. Adicionalmente, a ressonância da esquerda na mesma curva corresponde aquela do $\varepsilon = -5$ encontrada na curva em verde, em particular com a posição do pico renormalizada $\varepsilon \approx -10$ como resultado da conexão $\sqrt{2}\Delta$ com o átomo adsorvido 2, e com amplitude maior ($\mathcal{T} > 1/2$) com respeito aquele ZBP ($\mathcal{T} = 1/2$). Note que um terceiro pico na vizinhança de $\varepsilon \approx +10$ é encontrado caracterizado por $\mathcal{T} < 1/2$. Assim, na presença de acoplamentos finitos t , o pico original em $\varepsilon = \varepsilon_1 = -5$ na curva em verde do painel (a) com $\mathcal{T} = 1$ é dividido naqueles em $\varepsilon \approx -10$ e $\varepsilon \approx +10$ ambos com $\mathcal{T} < 1$ como é possível notar na curva em vermelho. No que se refere as curvas para $t < \Delta$ ($t = 2$ e $\Delta = 4$) e $t > \Delta$ ($t = 4$ e $\Delta = 2$), a transmitância é revelada como independente das intensidades dos acoplamentos t e Δ . Tal comportamento atesta a situação em que as MQPs conectados estão ausentes no sistema dentro do átomo adsorvido 2.

Painel (b) da figura 7.8 descreve a situação na qual o sistema está ainda dentro do regime $t = \Delta$, mas com $\varepsilon_2 \neq 0$. Pontua-se que tal painel revela um comportamento universal no perfil da transmitância quando valores simétricos para ε_2 são utilizados. Este regime é caracterizado por MQPs acopladas (ver figura 1.2(d)) que resulta na supressão do ZBP e na divisão das ressonâncias em $\varepsilon \approx -10$ e $\varepsilon \approx +10$ observadas na curva em vermelho no painel (a). Por exemplo, a universalidade acima mencionada é verificada fornecendo duas curvas idênticas para ambos os valores $\varepsilon_2 = 6\Gamma$ (potencial positivo) e $\varepsilon_2 = -6\Gamma$ (potencial negativo) devido a auto energia Σ_{MFs} da equação (6.2.26) para as MQPs, que é dependente na amplitude $K_{\pm}$. Perceba que $K_{\pm} = \frac{2t^2(\varepsilon + i0^+)}{[\varepsilon^2 - \varepsilon_2^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]}$ dentro desta situação, assim implica que $K_{\pm}(\varepsilon_2) = K_{\pm}(-\varepsilon_2)$ assim como $\Sigma_{\text{MFs}}(\varepsilon_2) = \Sigma_{\text{MFs}}(-\varepsilon_2)$, que então garante a invariância do perfil de transmitância no ponto $t = \Delta$. Para $t \neq \Delta$ temos $K_{\pm} \propto \pm \varepsilon_2(t^2 - \Delta^2)$, assim permitindo uma forte dependência do sinal de ε_2 . Nos painéis (c) e (d) da mesma figura, a transmitância respectivamente para $t < \Delta$ ($t = 2$ e $\Delta = 4$) e $t > \Delta$ ($t = 4$ e $\Delta = 2$) exibem comportamentos distintos como esperado quando são adotados valores simétricos $\varepsilon_2 = 6\Gamma$ e $\varepsilon_2 = -6\Gamma$. Portanto em ambos os limites $t > \Delta$ e $t < \Delta$, a influência do potencial negativo $\varepsilon_2 < 0$ sobre

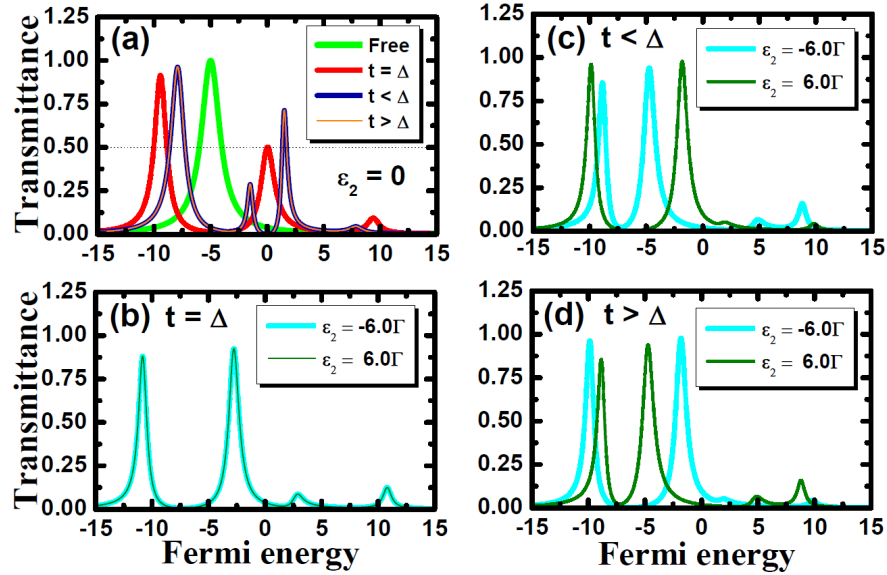


Figura 7.8: *Transmitância como função da energia de Fermi das pontas de STM dentro do regime Fano $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$): (a) para vários casos nos parâmetros t e Δ com $\varepsilon_2 = 0$. Particularmente na condição $t = \Delta$, o pico padrão na energia zero é encontrado. (b) Para $t = \Delta$ a transmitância compartilha do mesmo formato das situações simétricas acima ($\varepsilon_2 = 6\Gamma$) e abaixo ($\varepsilon_2 = -6\Gamma$) da MQP zero-mode $\varepsilon = 0$, respectivamente para potenciais de gate do AFM positivos e negativos. A transmitância então torna-se uma quantidade invariante sob estas condições. Painéis (c) e (d) revelam perfis distintos quando o sistema é colocado na região $t \neq \Delta$ fora do ponto $t = \Delta$.*

a transmitância é feita explícita uma vez que $\Sigma_{\text{MFs}}(\varepsilon_2) \neq \Sigma_{\text{MFs}}(-\varepsilon_2)$.

A figura 7.9 é válida dentro do limite Fano $x = 1$ ($q_b = 0$) onde o tunelamento eletrônico entre as pontas de STM é o processo dominante no sistema, resultando assim em perfis de antirressonância ao invés de picos de ressonância nos perfis de transmitância como função da energia de Fermi. Painel (a) primeiro mostra o caso em que o átomo adsorvido 1 está desacoplado do átomo adsorvido 2 representado pela curva na cor verde caracterizado por um vale em $\varepsilon = \varepsilon_1 = -5$. Utilizando valores finitos para t e Δ combinados com $\varepsilon_2 = 0$, podemos observar o *crossover* do regime $t \neq \Delta$ ($t = 2$ com $\Delta = 4$ para a curva em azul e $t = 4$ com $\Delta = 2$ no caso para a curva na cor laranja) em direção ao ponto $t = \Delta = 4$, onde pode-se claramente perceber na curva na cor vermelha a emergência de um vale com amplitude $\mathcal{T} = 1/2$, analogamente ao regime de interferência Fano oposto ($x = 0$ e $q_b \rightarrow \infty$) encontrado na figura 7.8(a). Na presença de um potencial $\varepsilon_2 \neq 0$, o vale em *zero-bias* desaparece de acordo com as curvas com $\varepsilon_2 = 6\Gamma$ (potencial positivo) e $\varepsilon_2 = -6\Gamma$ (potencial negativo) como encontrados no painel (b) da mesma figura. Como na figura 7.8(b)

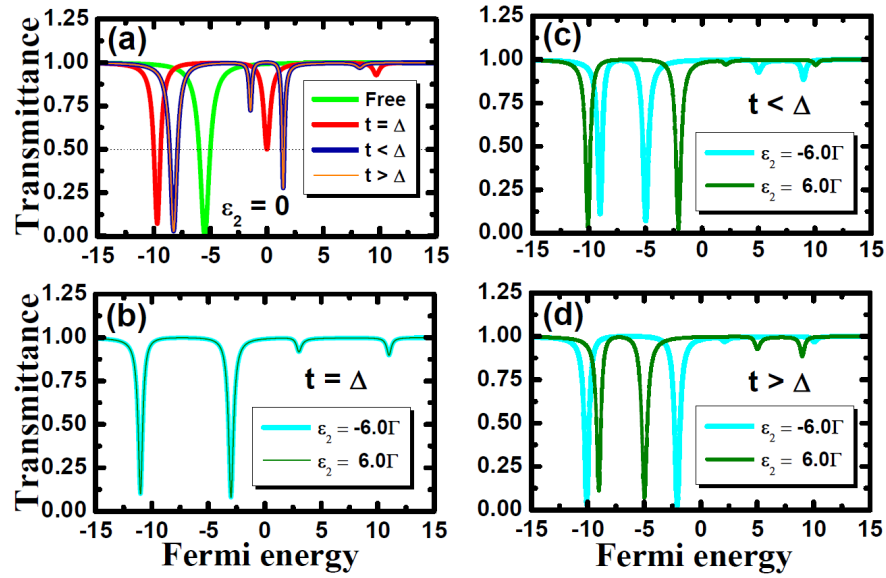


Figura 7.9: Transmitância como função da energia de Fermi das pontas de STM dentro do regime Fano $x = 1$ ($q_b = 0$): painéis (a)-(d) mostram as mesmas características da figura 7.8 no regime de interferência oposto.

também é reportado uma característica de universalidade no perfil de transmitância, que ainda surge da condição $\Sigma_{\text{MFs}}(\varepsilon_2) = \Sigma_{\text{MFs}}(-\varepsilon_2)$ independentemente do parâmetro Fano como podemos notar na equação (6.2.26). Para $t \neq \Delta$ curvas coincidentes não mais existem e o comportamento universal não é verificado como apontadas pelos painéis (c) e (d), que possuem o mesmo grupo de parâmetros como na figura 7.8.

A fim de tornar explícito que a característica de invariância do potencial de gate para o ponto $t = \Delta = 4$ é possível para qualquer razão de Fano q_b , foi apresentado na figura 7.10 o caso $x = 0.5$ ($q_b \approx 0.35$) na qual ambos os caminhos V e V_{12} da equação (4.3.1) competem no mesmo pé de igualdade. Para esta situação, são encontrados perfis Fano intermediários onde a física fundamental das figuras 7.8 e 7.9 ainda é a mesma. Por consequência, baseados nos resultados das figuras 7.8, 7.9 e 7.10, demonstra-se que a invariância do perfil Fano é independente de q_b surgindo somente devido a propriedade $\Sigma_{\text{MFs}}(\varepsilon_2) = \Sigma_{\text{MFs}}(-\varepsilon_2)$, devido às *MQPs* conectadas que aparecem no termo $i\varepsilon_2\Psi_A\Psi_B$ dentro da equação (4.2.4), em particular para $t = \Delta$. Além disso, a invariância com o potencial ε_2 na transmitância torna mais clara se olharmos para seu *density plot* dividido nos eixos ε (nível de Fermi) e ε_2 . A figura 7.11(a) é para $\varepsilon_1 = -5$ e $t = \Delta = 4$: ela exhibe o caso $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) para o regime de interferência Fano, que mostra a simetria espelho sob consideração com respeito ao eixo vertical localizado em $\varepsilon_2 = 0$ (ver a linha pontilhada vertical na mesma figura). Note que tal característica também se manifesta nos painéis (b) e (c), respectivamente nos limites $x = 1$ e

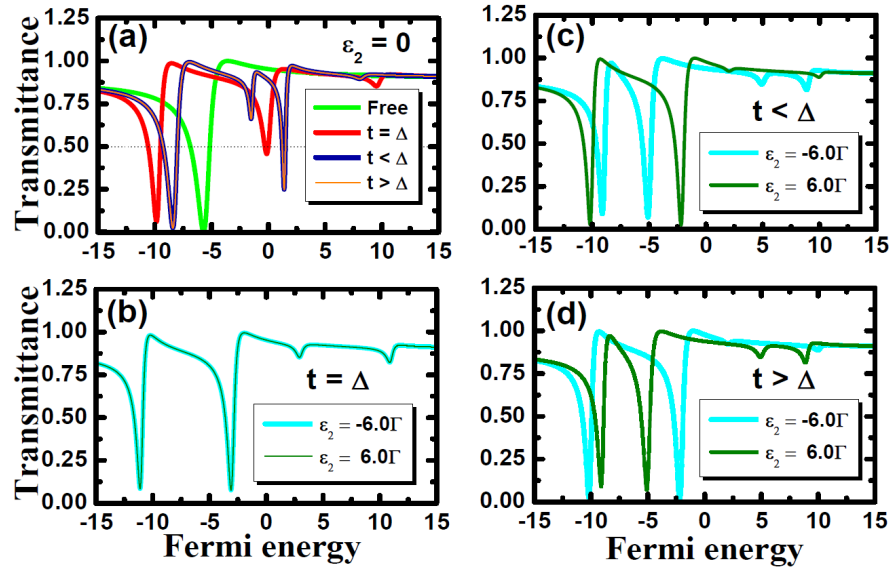


Figura 7.10: Transmitância como função da energia de Fermi das pontas de STM do sistema dentro do regime Fano $x = 0.5$ ($q_b \approx 0.35$): painéis (a)-(d) mostram as mesmas características das Figs. 7.8 e 7.9, atestando assim que o ponto $t = \Delta$ é protegido contra o efeito Fano assim como a permuta simétrica do nível de energia do átomo adsorvido 2.

$x = 0.5$. Aqui a cor laranja designa regiões perfeitamente isolantes e as regiões perfeitamente condutoras são representadas pela cor vermelha. No painel (d) da atual figura, esta assinatura da simetria espelho é quebrada pelo uso $t \neq \Delta$ como esperado ($\Delta = 2$ e $t = 4$).

Os perfis de Fano invariantes para a transmitância encontrada nos painéis (b) das figuras 7.8, 7.9 e 7.10 assim como aquelas (a), (b) e (c) da figura 7.11 são devidos a permuta simétrica do nível energético do átomo adsorvido 2 ao redor da *MQP zero-mode* dentro de tal átomo adsorvido quando $t = \Delta$. Ele acopla a *MQP A* ao átomo adsorvido 1 com amplitude $\sqrt{2}\Delta$ como a equação (4.2.4) garante. Contudo no regime $t \neq \Delta$, o par de *MQPs* ainda existe dentro do átomo adsorvido 2, mas com os mesmos A e B hibridizados distintamente com o átomo adsorvido 1 via intensidades $(t + \Delta)$ e $(\Delta - t)$, respectivamente. Esta propriedade é então medida pelo tuning simétrico do potencial ε_2 ao redor do *zero-mode* de Majorana, que produz os painéis (c)-(d) das figuras. 7.8, 7.9 e 7.10, além do *density plot* no painel (d) da figura 7.11. Portanto, o mecanismo acima mencionado que dita as regras dos perfis de transmitância via acoplamentos das *MQPs* com o átomo adsorvido 1 se encontra na auto energia Σ_{MFs} da equação (6.2.26).

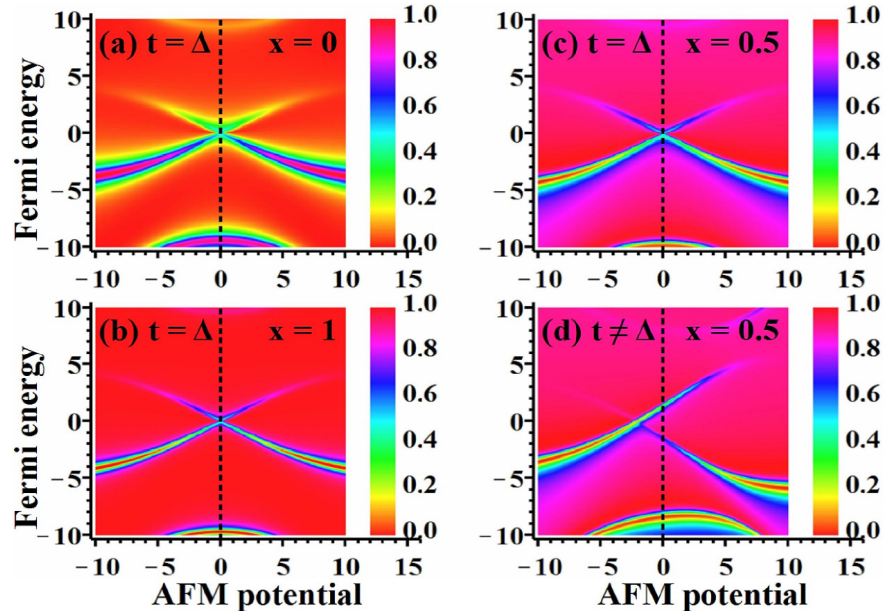


Figura 7.11: *Density plots para a transmitância como função da energia de Fermi das pontas de STM e o potencial ε_2 ajustado pela ponta de AFM nos distintos limites Fano: (a) $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$), (b) $x = 1$ ($q_b = 0$), (c) $x = 0.5$ ($q_b \approx 0.35$) para $t = \Delta$ e (d) $x = 0.5$ ($q_b \approx 0.35$) na situação $t \neq \Delta$. Os painéis simétricos (a), (b) e (c) sugerem que o par de MQPs é formado na qual somente a MQP A se acopla ao átomo adsorvido 1 (ver figura 1.2(d)). No painel (d), a ausência de simetria espelho sob análise surge dos acoplamentos simultâneos das MQPs A e B com o átomo adsorvido 1. Ele ocorre via amplitudes distintas $(t + \Delta)$ e $(\Delta - t)$ como a equação (4.2.4) garante para $t \neq \Delta$.*

7.3 Interferômetro II

Baseado nas funções de Green derivadas previamente junto com a equação (6.3.17) para a transmitância total $\mathcal{T}(\varepsilon, t, \Delta)$, focou-se em dois casos ditadas pelas expressões analíticas aqui determinadas para $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ e $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$, como segue: o regime *Switch* para a corrente, esboçado em detalhes nas figuras 7.12(a) e 7.13(a), que surge quando ajusta-se o dispositivo para $\mathcal{T}_b = 0$, $\varepsilon = 0$ (*zero-bias*) com $\varepsilon_1 = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ e $\varepsilon_2 = -\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ como o *detuning* simétrico para os *quantum dots*; fora do regime *Switch*, onde somente $\mathcal{T}_b = 1$ é alterado.

É importante mencionar que o parâmetro de controle da *QPT* é dado pela razão t/Δ . Assim, de agora em diante, nas figuras 7.12, 7.13 e 7.14 são identificadas pelo rótulo *numerical* aquelas curvas determinadas

pela equação (6.3.17) considerando $t = 6\Gamma$ com $\Delta = 7\Gamma$ e $t = \Delta = 6\Gamma$ respectivamente para os limites $t \neq \Delta$ e $t = \Delta$, de outra forma as expressões analíticas para $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ e $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$ aqui obtidas aparecem com o rótulo *analytical*, que são funções de fato explicitamente independentes de t e Δ . Aqui a escala de energia adotada nas simulações é o parâmetro de Anderson Γ [68].

7.3.1 Ajuste fino do seletor de corrente

É importante mencionar que as expressões analíticas que foram encontradas, que aparecerão logo mais, nos limites $t \neq \Delta$ e $t = \Delta$, revelam incrivelmente um comportamento universal por meio da independência dos parâmetros t e Δ . Consequentemente, significa que, numericamente falando, sem realizar as simplificações analíticas acima mencionadas na equação (6.3.17) para $\mathcal{T}(\varepsilon, t, \Delta)$, a emulação da fraca supressão do acoplamento entre o *quantum dot* 1 e o fio de Kitaev 2, pode ser realizada por uma leve mudança em Δ mantendo t fixo em tal equação, que então faz o sistema passar pela *QPT*, desde que as fases $t \neq \Delta$ e $t = \Delta$ não são suavemente conectadas sendo caracterizada pela ausência de um *crossover*.

Como resultado, há uma mudança abrupta no perfil da transmitância como será apresentada, na qual cada fase é reconhecida pela sua expressão analítica descrevendo $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ e $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$, respectivamente. Significa que, o ajuste fino do seletor de corrente em $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t, \Delta, \Delta\varepsilon)$ é dado por um comportamento do tipo delta de Dirac cravado em $t = \Delta$ quando $t - \Delta$ é variado.

7.3.2 O regime *Switch*

Considerando $\mathcal{T}_b = 0$ e $t \neq \Delta$, foram simuladas ambas as cadeias de Kitaev da figura 7.12 acopladas ao *quantum dot* 1, permitindo assim que a corrente atravessasse somente o *quantum dot* inferior, onde é apresentado diagramaticamente pelas setas na cor laranja, a corrente cruzando somente o *quantum dot* 2 do painel (a) da mesma figura. Dentro deste regime, a transmitância total se reduz a

$$\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = \mathcal{T}_{22} = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \frac{1}{4}\Delta\varepsilon^2} \quad (7.3.1)$$

como esboçado na figura 7.12(b), onde é possível reconhecer $\mathcal{T}_{22} = 1$ para os *quantum dots* em ressonância ($\Delta\varepsilon = 0$) que conectam os terminais metálicos via energia de Fermi ($\varepsilon = 0$) através do *quantum dot* 2 e $\mathcal{T}_{22} = 0$, o caso fora da ressonância ($\Delta\varepsilon \gg \Gamma$ e $\Delta\varepsilon \ll -\Gamma$) na qual tal conexão é encontrada truncada.

A única contribuição que vem da $\mathcal{T}_{22}$ para a transmitância total do sistema, se encontra nas características $\mathcal{T}_{11}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 0$ e $\mathcal{T}_{12}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) + \mathcal{T}_{21}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 0$ que garante uma contribuição nula a $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ como pode ser verificado na figura 7.12(c) como função da energia ε , para diferentes valores de detuning $\Delta\varepsilon$.

A transmitância parcial $\mathcal{T}_{11}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 0$ reflete que o *quantum dot* 1 percebe ambos os *MQPs* nas bordas das cadeias de Kitaev como férmions regulares *zero-mode*, de tal forma que a divisão deste modo ocorre em $\mathcal{T}_{11}$, na qual abre um *gap* supercondutor como apontado na figura 7.12(c), que, como resultado, impede a corrente de fluir. Por outro lado, em $\mathcal{T}_{12}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) + \mathcal{T}_{21}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 0$ encontram-se as informações do espalhamento dos elétrons viajando entre os *quantum dots* de cima e de baixo, que estão deslocados por uma fase π , i.e., $\mathcal{T}_{12}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = -\mathcal{T}_{21}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ cancelando a corrente líquida através deste caminho.

O caso $t = \Delta$ alterna o *quantum dot* superior abruptamente, dessa forma, caracterizando a transição de fase quântica encontrada no painel (a) da figura 7.13, então produzindo somente

$$\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon) = \mathcal{T}_{11} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \Delta\varepsilon^2} \quad (7.3.2)$$

como aparece na figura 7.13(b), que diferentemente da figura 7.12(b), resulta em $\mathcal{T}_{11} = 0.5$ nos limites $\Delta\varepsilon \gg \Gamma$ e $\Delta\varepsilon \ll -\Gamma$: ver as semi-esferas esboçadas no painel (b) da figura 7.13 para tal representação pictórica, que aponta o modo zero do *MQP* na borda da cadeia de Kitaev 1 que vazou para o *quantum dot* 1 [14]. Em tal caso, o caminho via $\mathcal{T}_{11}$ é escolhido devido ao emergente vale de Fano [43, 75] em $\mathcal{T}_{12}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon) + \mathcal{T}_{21}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$ que resulta em uma interferência destrutiva perfeita com curva de ressonância de $\mathcal{T}_{22}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$ como ele aparece na figura 7.13(c), que cancela a possibilidade de outros caminhos para a corrente através do sistema. Este cancelamento perfeito aponta que o elétron está armadilhado dentro do *quantum dot* inferior como um estado ligado no contínuo (BIC), que então bloqueia a corrente de passar de terminal fonte em direção ao terminal dreno. Vale a pena enfatizar que o mecanismo de interferência Fano que resulta na emergência do BIC pode ser encontrado discutido em detalhes nas Refs. [76] e [77] para o sistema de grafeno. Particularmente, o fenômeno de *BIC* aqui verificado ocorre quando a natureza do dispositivo é puramente devido ao *MQP*.

Assim, de forma distinta da situação $t \neq \Delta$ para um férmion regular presente, onde a ausência de estados no *quantum dot* 1 devido ao *gap* que impede a corrente de fluir, no regime $t = \Delta$ um único elétron está ligado ao *quantum dot* 2, que não permite a passagem de outros elétrons como resultado do estado eletrônico deste *quantum dot*, que está indefinidamente preenchido devido ao fenômeno de BIC que coloca em tal *quantum dot* um elétron com um tempo de vida infinito.

7.3.3 Fora do regime *Switch*

Para este regime tem-se que $\mathcal{T}_b = 1$ e a ausência da característica seletor de corrente como esboçado na figura 7.14(a), onde a corrente flui simultaneamente pelos *quantum dots* e também a região central entre os

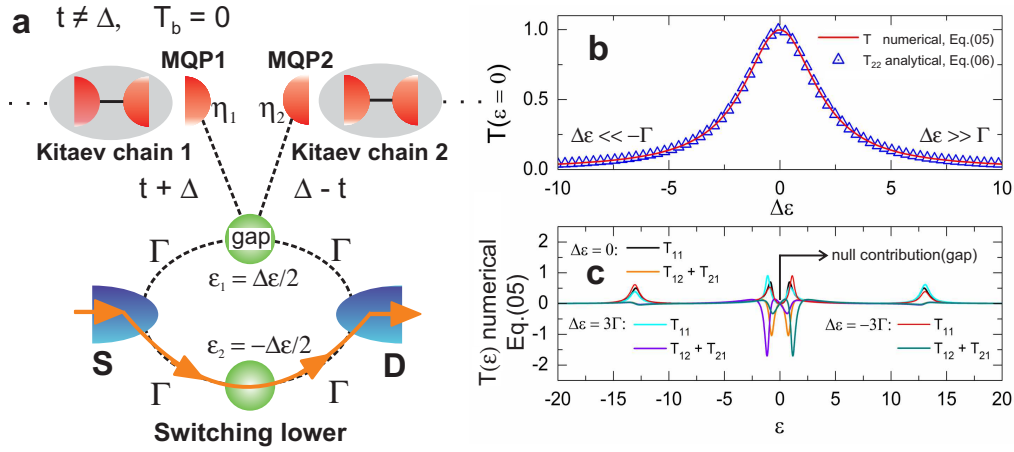


Figura 7.12: O regime Switch, onde $T_b = 0$: (a) O quantum dot 1 percebe as duas MQPs η_1 e η_2 (um férmion regular), em particular para $t \neq \Delta$. (b) Como resultado de (a), somente a transmitância zero-bias ($\varepsilon = 0$) T_{22} contribui para a transmitância total do sistema T como função do detuning simétrico $\Delta\varepsilon$ para os quantum dots. (c) A transmitância T_{11} e $T_{12} + T_{21}$ exibem um gap supercondutor que impede a corrente de fluir.

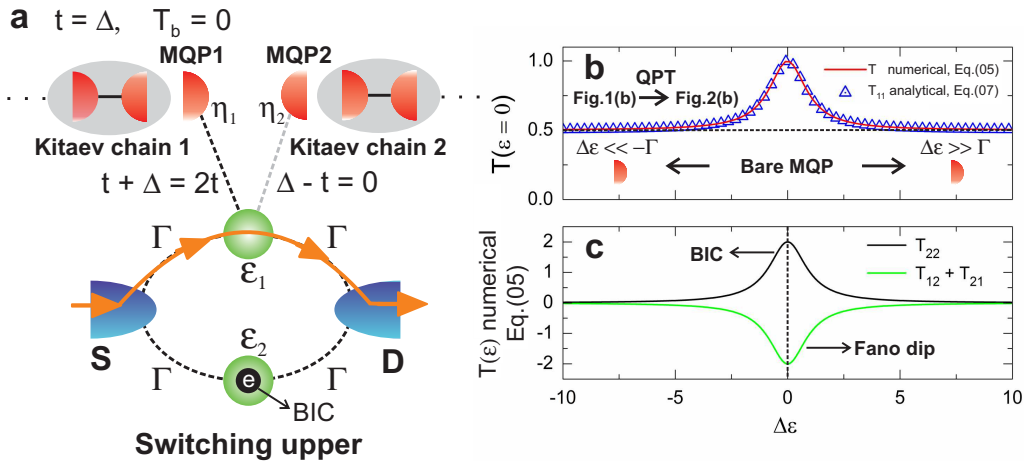


Figura 7.13: O regime Switch, onde $T_b = 0$: (a) A corrente é alternada para cima (setas em cor laranja) através do quantum dot 1, quando tal quantum dot percebe somente a MQP η_1 para $t = \Delta$. (b) Uma transição de fase quântica ocorre devido a uma mudança abrupta no sistema a partir de $t \neq \Delta$ para $t = \Delta$, dando origem a um perfil de transmitância completamente distinto com respeito aqueles encontrados na figura 7.12(b). (c) Neste caso, a transmitância T_{22} é cancelada por um vale Fano em $T_{12} + T_{21}$. Um elétron está armadilhado dentro do quantum dot inferior como um BIC.

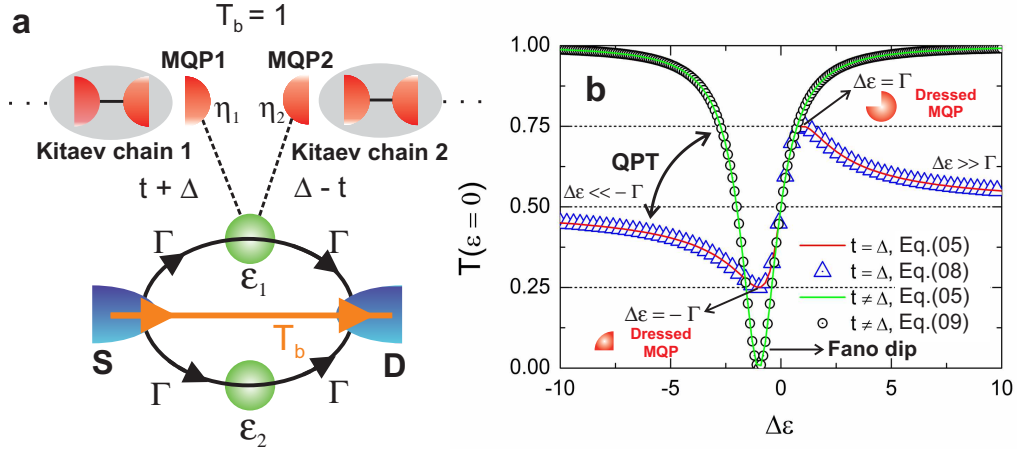


Figura 7.14: Fora do regime Switch, onde $\mathcal{T}_b = 1$: (a) O acoplamento terminal-terminal $\mathcal{T}_b$ agora existe e a corrente passa pelos quantum dots assim como pela região central entre os terminais. (b) Mesmo com a perda da característica de seletor de corrente no dispositivo, a transição de fase quântica permanece explícita pela mudança abrupta no perfil de transmitância, em que novas assinaturas dos MQPs surgem como $\mathcal{T} = 0.25$ e $\mathcal{T} = 0.75$, respectivamente para $\Delta\varepsilon = -\Gamma$ e $\Delta\varepsilon = \Gamma$.

terminais metálicos, uma vez que foram checadas que todos os termos da equação (4.1.14) são relevantes para a transmitância total. A figura 7.14(b) exibe a *QPT* em que uma mudança abrupta no perfil de transmitância ainda permanece,

$$\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\Delta\varepsilon\Gamma}{\Gamma^2 + \Delta\varepsilon^2} \quad (7.3.3)$$

e

$$\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 1 - \frac{\Gamma^2}{(\Gamma + \Delta\varepsilon)^2 + \Delta\varepsilon^2}, \quad (7.3.4)$$

devido a troca do caso $t = \Delta$ para $t \neq \Delta$. A última função descreve a situação na qual o *quantum dot* 1 percebe as cadeias de Kitaev como um férmion regular, sendo caracterizado por $\mathcal{T} = 1$ quando os *quantum dots* são colocados muito distantes da ressonância ($\Delta\varepsilon \gg \Gamma$ e $\Delta\varepsilon \ll -\Gamma$) recuperando a transmitância de fundo $\mathcal{T}_b = 1$ dos terminais, além do ponto $\Delta\varepsilon = -\Gamma$ onde $\mathcal{T} = 0$ dando origem a uma interferência destrutiva Fano perfeita.

Entrando no regime $t = \Delta$, a transmitância altera drasticamente seu perfil tornando explícita a *QPT* como resultado de um *MQP* 1 isolado, como pode ser verificado no painel (b) da mesma figura.

Vale a pena mencionar que, em particular, predizemos valores fracionários bem estabelecidos para a transmitância. Da expressão $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$ acima, pode-se observar que especificamente para o

detuning dos *quantum dots* nos valores de $\Delta\varepsilon = \pm\Gamma$, encontra-se $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon = -\Gamma) = 0.25$ e $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon = \Gamma) = 0.75$, que aponta para um *MQP dressed* viajando através do interferômetro, aparecendo retratados pelas esferas incompletas na figura 7.14(b) a fim de indicar de forma pictórica a emergência de tais quasipartículas. Estes valores fracionários novos para a transmitância exatamente localizados em $\Delta\varepsilon = -\Gamma$ e $\Delta\varepsilon = \Gamma$ são então úteis a fim de identificar que um *MQP* isolado se encontra na cadeia de Kitaev 1.

Conclusões

8.1 Interferômetro I

Foi explorado, de forma teórica, um fio de Kitaev semi-infinito na fase topológica acoplado a um sistema com dois *quantum dots*. A análise revelou que as funções de Green de tais *quantum dots* são antissimétricas sob a permutação dos índices que rotulam os parâmetros dos *quantum dots*. Foi sugerido que tal característica possa ser obtida experimentalmente através da medida de condutância de *zero bias* como função da energia de Fermi dos terminais e do *detuning* simétrico dos níveis dos *quantum dots*. Desse modo, tais resultados revelam uma forte dependência da transmitância em contrastar regimes Fano de interferência, onde regiões condutoras e isolantes emergem como assinaturas de uma única excitação de Majorana. Foi demonstrado que o regime Fano simétrico é recuperado, em particular para o tunelamento eletrônico somente via *quantum dots* e com os terminais metálicos em ressonância com os Majoranas *zero-mode*, resultando assim em uma flutuação da transmitância dado por meio ou um, respectivamente para um fio de Kitaev semi-infinito e finito. A primeira situação corresponde a uma excitação de Majorana isolada, enquanto que a última representa a ligação entre os dois Majoranas isolados, formando assim um férmion de Dirac não local. Ambos os cenários podem ser úteis para guiar experimentos cujo propósito é perseguir a existência de um férmion de Majorana isolado ou um par formado por tais quasipartículas em sistemas de matéria condensada.

8.2 Dímero

Foi investigado teoricamente um interferômetro de Fano composto por pontas de *STM* e *AFM* sobre átomos adsorvidos supercondutores, na qual o par de férmions de Majorana, nesta última, elucida a característica de invariância sobre a permuta dos *gates* de voltagem do interferômetro, devido a natureza dos

Majoranas que surge no átomo adsorvido 2. Particularmente para a situação onde somente um férmion de Majorana hibridiza com o átomo adsorvido acoplado as pontas de *STM*, a invariância acima mencionada consiste em um comportamento universal da transmitância quando a ponta do *AFM* ajusta de forma simétrica o nível energético de seu átomo adsorvido ao redor do nível do Majorana *zero-mode*. Tal universalidade é constituída por um perfil de Fano comum da transmitância como função do nível de Fermi das pontas de *STM* para dois valores simétricos do potencial da ponta do *AFM*. No caso dos dois férmions de Majorana acoplados ao átomo adsorvido abaixo das pontas do *STM*, foi constatado que tal universalidade é quebrada. Portanto, apesar dos desafios experimentais de tal proposta, espera-se que num futuro próximo tal interferômetro possa ser desenvolvido, auxiliando assim na busca experimental pelas *MQPs* em sistemas de matéria condensada.

8.3 Interferômetro II

Em resumo, assumindo $\mathcal{T}_b = 0$ tem-se a fase $t \neq \Delta$ com $\mathcal{T} = \mathcal{T}_{22}$ (troca inferior) quando o *quantum dot* 1 sente ambos *MQPs* nas bordas das cadeias de Kitaev como um férmion regular, seguido pela fase $t = \Delta$ em que $\mathcal{T} = \mathcal{T}_{11}$ (troca superior) para este *quantum dot* somente conectado a cadeia de Kitaev 1, quando o sistema tem um único *MQP* isolado. Portanto, a mudança repentina nos caminhos para passagem de corrente, que não tem nada a ver com a elusiva assinatura *ZBP*, é então ativada por uma transição de fase quântica e serve não somente para revelar uma *MQP* isolada no sistema, mas também para propor uma aplicação como seletor de corrente assistido por *MQPs*. Além disso, para $\mathcal{T}_b = 1$, foram encontrados os novos valores fracionários $G = 0.25e^2/h$ e $G = 0.75e^2/h$ na condutância quando o sistema está fora do regime *Switch*, que pode ajudar a identificar os *MQPs*.

Referências Bibliográficas

- [1] P. A. Dirac, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 117, pág 610–624, The Royal Society, 1928.
- [2] E. Majorana, *English translation from Nuovo Cimento 14, 171 (1937)*, vol. 63, p. 149, 1981.
- [3] J. Alicea, *Rep. Prog. Phys.* **75**, 076501, (2012).
- [4] K. Flensberg, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 090503 (2012).
- [5] M. Leijnse, and K. Flensberg, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 210502 (2012).
- [6] A.Y. Kitaev, *Phys. Usp.* **44**, 131 (2001).
- [7] A.A. Zyuzin, D. Rainis, J. Klinovaja, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 056802 (2013).
- [8] A. Zazunov, P. Sodano, and R. Egger, *New J. Phys* **15**, 035033 (2013).
- [9] D. Rainis, J. Klinovaja, L. Trifunovic, and D. Loss, *Phys. Rev. B* **87**, 024515 (2013).
- [10] Y. Cao, P. Wang, G. Xiong, M. Gong, and X.-Q. Li, *Phys. Rev. B* **86**, 115311 (2012).
- [11] Y.-X. Li, and Z.M. Bai, *J. Appl. Phys.* **114**, 033703 (2013).
- [12] N. Wang, S. Lv, and Y. Li, *J. Appl. Phys.* **115**, 083706 (2014).
- [13] D.E. Liu, and H.U. Baranger, *Phys. Rev. B* **84**, 201308(R) (2011).
- [14] E. Vernek, P.H. Penteado, A.C. Seridonio, and J.C. Egues, *Phys. Rev. B* **89**, 165314 (2014).
- [15] A.C. Seridonio, E. C. Siqueira, F.A. Dessotti, R.S. Machado, and M. Yoshida, *J. Appl. Phys.* **115**, 063706 (2014).
- [16] A. Ueda and T. Yokoyama, *Phys. Rev. B* **90**, 081405(R) (2014).
- [17] C.-H. Lin, J. D. Sau, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **86**, 224511 (2012).

-
- [18] V. Mourik, K. Zuo, S.M. Frolov, S.R. Plissard, E.P.A.M. Bakkers, and L.P. Kouwenhoven, *Science* **336**, 1003 (2012).
- [19] A. Das, Y. Ronen, Y. Most, Y. Oreg, M. Heiblum, and H. Shtrikman, *Nature Phys.* **8**, 887 (2012).
- [20] E.J.H. Lee, X. Jiang, M. Houzet, R. Aguado, C.M. Lieber, and S. De Franceschi, *Nature Nanotechnology* **9**, 79 (2014).
- [21] E.J.H. Lee, X. Jiang, R. Aguado, G. Katsaros, C.M. Lieber, and S. De Franceschi, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 186802 (2012).
- [22] Y. Cao, P. Wang, G. Xiong, M. Gong, and X.-Q. Li, *Phys. Rev. B* **86**, 115311 (2012).
- [23] W.-J. Gong, S.-F. Zhang, Z.-C. Li, G. Yi, and Y.S. Zheng, *Phys. Rev. B* **89** 245413 (2014).
- [24] D.E. Liu, M. Cheng, and R.M. Lutchyn, *Phys. Rev. B* **91**, 081405(R) (2015).
- [25] M. Cheng, M. Becker, B. Bauer, and R.M. Lutchyn, *Phys. Rev. X* **4**, 031051 (2014).
- [26] F.A. Dessotti, L.S. Ricco, M.de Souza, F.M. Souza, and A.C. Seridonio, *J. Appl. Phys.* **116**, 173701 (2014).
- [27] J.-J. Xia, S.-Q. Duan and W. Zhang, *Nano. Res. Lett.* **10**, 223 (2015).
- [28] F. Iemini, L. Mazza, D. Rossini, R. Fazio, and S. Diehl, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 156402 (2015).
- [29] D. Roy, C. J. Bolech, and N. Shah, *Phys. Rev. B* **86**, 094503 (2012).
- [30] R. Pawlak, M. Kisiel, J. Klinovaja, T. Meier, S. Kawai, T. Glatzel, D. Loss, and E. Meyer, *Quantum Information* (2015).
- [31] S.M. Albrecht, A.P. Higginbotham, M. Madsen, F. Kuemmeth, T.S. Jespersen, J. Nygard, P. Krogstrup, C.M. Marcus, *Nature* **531**, 206 (2016).
- [32] A.F. Otte, M. Ternes, K.V. Bergmann, S. Loth, H. Brune, C.P. Lutz, C.F. Hirjibehedin, and A.J. Heinrich, *Nature Physics* **4**, 847 (2008).
- [33] V. Madhavan, W. Chen, T. Jamneala, and F. Crommie, *Phys. Rev. B* **64**, 165412 (2001).
- [34] N. Knorr, M.A. Schneider, L. Diekhöner, P. Wahl, and K. Kern, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 096804 (2002).
- [35] C.Y.Lin, A. H.C. Neto, and B.A. Jones, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 156102 (2007).

-
- [36] M. Ternes, A.J. Heinrich, and W.D. Schneider, *J. Phys.: Condens. Matter* **21**, 053001 (2009).
- [37] S.N.-Perge, I.K. Drozdov, J. Li, H. Chen, S. Jeon, J. Seo, A.H. MacDonald, B.A. Bernevig, and A. Yazdani, *Science* **346**, 602 (2014).
- [38] S. N.-Perge, I. K. Drozdov, B. A. Bernevig, and Ali Yazdani, *Phys. Rev. B* **88**, 020407(R) (2013).
- [39] A. Heimes, P. Kotetes, and G. Schön, *Phys. Rev. B* **90**, 060507(R) (2014).
- [40] J. Li, H. Chen, I.K. Drozdov, A. Yazdani, B.A. Bernevig, and A.H. MacDonald, *Phys. Rev. B* **90**, 235433 (2014).
- [41] Y. Peng, F. Pientka, L.I. Glazman, and F. von Oppen, *Phys. Rev. Lett.* **114** 106801 (2015).
- [42] R. Pawlak, M. Kisiel, J. Klinovaja, T. Meier, S. Kawai, T. Glatzel, D. Loss, and E. Meyer, arXiv:**1505.06078v2** (2015).
- [43] U. Fano, *Phys. Rev.* **124**, 1866 (1961).
- [44] A. W. Holleitner, C. R. Decker, H. Qin, K. Eberl, and R. H. Blick, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 256802 (2001).
- [45] T. Hatano, T. Kubo, Y. Tokura, S. Amaha, S. Teraoka, and S. Tarucha, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 076801 (2011).
- [46] A atual falta de simetria nas funções de Green do sistema foi verificada anteriormente em um sistema com *STM* com átomos adsorvidos [15], mas para a energia de Fermi em ressonância com o Majorana *zero-mode*. No caso do sistema composto por *quantum dots* como proposto neste trabalho, o nível de Fermi é um parâmetro ajustável experimentalmente permitindo assim a situação fora da condição de ressonância.
- [47] V. Cherepanov, E. Zubkov, H. Junker, S. Korte, M. Blab, P. Coenen, and B. Voigtländer, *Rev. Sci. Instrum.* **83**, 033707 (2012).
- [48] S. Qin, T-H. Kim, Z. Wang, and A.-P. Li, *Rev. Sci. Instrum.* **83**, 063704 (2012).
- [49] A. Roychowdhury, M.A. Gubrud, R. Dana, J.R. Anderson, C.J. Lobb, F. C. Wellstood, and M. Dreyer, *Rev. Sci. Instrum.* **85**, 043706 (2014).
- [50] H. Sellier, B. Hackens, M.G. Pala, F. Martins, S. Baltazar, X. Wallart, L. Desplanque, V. Bayot, and S. Huant, *Semicond. Sci. Technol.* **26**, 064008 (2011).

-
- [51] M. Topinka, B. LeRoy, S. Shaw, E. Heller, R. Westervelt, K. Maranowski, and A. Gossard, *Science* **289**, 2323 (2000).
- [52] A. Kleshchonok, G. Fleury, and J.L. Pichard, *Phys. Rev. B* **91**, 125416 (2015).
- [53] A.E. Miroshnichenko, S. Flach, and Y.S. Kivshar, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2257 (2010).
- [54] S.R. Elliott and M. Franz, *Rev. Mod. Phys.* **87**, 137 (2015).
- [55] M. Leijnse and K. Flensberg, *Semicond. Sci. Technol.* **27** 124003 (2012).
- [56] S.N.-Perge, I.K. Drozdov, J. Li, H. Chen, S. Jeon, J. Seo, A.H. MacDonald, B.A. Bernevig, and A. Yazdani, *Science* **346**, 602 (2014).
- [57] J. Liu, A.C. Potter, K.T. Law, and P.A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 267002 (2012).
- [58] E. Dumitrescu, B. Roberts, S. Tewari, J.D. Sau, and S.Das Sarma, *Phys. Rev. B* **91**, 094505 (2015).
- [59] P.A. Lee, *Science* **346**, 545 (2014).
- [60] L.S. Ricco, Y. Marques, F.A. Dessotti, R.S. Machado, M. de Souza, and A.C. Seridonio, *Phys. Rev. B* **93**, 165116 (2016).
- [61] J. von Neumann and E. Wigner, *Phys. Z.* **30**, 465 (1929).
- [62] F.H. Stillinger and D.R. Herrick, *Phys. Rev. A* **11**, 446 (1975).
- [63] F. Capasso, C. Sirtori, J. Faist, D.L. Sivco, S.-N.G. Chu, and A.Y. Cho, *Nature* **358**, 565 (1992).
- [64] A.R. Akhmerov, J.P. Dahlhaus, F. Hassler, M. Wimmer, and C.W.J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 057001 (2011).
- [65] D. Rainis and D. Loss, *Phys. Rev. B* **85**, 174533 (2012).
- [66] R. M. Lutchyn, J. D. Sau, and S. D. Sarma, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 077001 (2010).
- [67] Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 177002 (2010).
- [68] P.W. Anderson, *Phys. Rev.* **124**, 41 (1961).
- [69] H. Haug and A.P. Jauho, *Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors*, Springer Series in Solid-State Sciences 123 (Springer, New York, 1996).

-
- [70] O método da EOM pode ser encontrada em grande detalhe em K. Flensberg *Phys. Rev. B* **82** 180516(R) (2010) e com seu material suplementar.
- [71] W. Hofstetter, J. König, and H. Schoeller, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 156803 (2001).
- [72] Q. F. Sun and H. Guo, *Phys. Rev. B* **66**, 155308 (2002).
- [73] H. Bruus e K. Flensberg, *Many-Body Quantum Theory in Condensed Matter Physics*, Oxford University Press, 2010.
- [74] M. Leijnse and K. Flensberg, *Phys. Rev. B* **86**, 134528 (2012).
- [75] A.E. Miroshnichenko, S. Flach, and Y.S. Kivshar, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2257 (2010).
- [76] L.H. Guessi, R.S. Machado, Y. Marques, L.S. Ricco, K. Kristinsson, M. Yoshida, I.A. Shelykh, M. de Souza, and A.C. Seridonio, *Phys. Rev. B* **92**, 045409 (2015).
- [77] L.H. Guessi, Y. Marques, R.S. Machado, L.S. Ricco, K. Kristinsson, M.S. Figueira, I.A. Shelykh, M. de Souza, and A.C. Seridonio, *Phys. Rev. B* **92**, 245107 (2015).

Probing the Antisymmetric Fano Interference Assisted by a Majorana Fermion

F. A. Dessotti¹, L. S. Ricco¹, M. de Souza², F. M. Souza³, and A. C. Seridonio^{1,2}

¹*Departamento de Física e Química, Unesp - Univ Estadual Paulista, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brazil*

²*IGCE, Unesp - Univ Estadual Paulista, Departamento de Física, 13506-900, Rio Claro, SP, Brazil*

³*Instituto de Física, Universidade Federal de Uberlândia, 38400-902, Uberlândia, MG, Brazil*

As the Fano effect is an interference phenomenon where tunneling paths compete for the electronic transport, it becomes a probe to catch fingerprints of Majorana fermions lying on condensed matter systems. In this work we benefit of this mechanism by proposing as a route for that an Aharonov-Bohm-like interferometer composed by two quantum dots, being one of them coupled to a Majorana bound state, which is attached to one of the edges of a semi-infinite Kitaev wire within the topological phase. By changing the Fermi energy of the leads and the symmetric detuning of the levels for the dots, we show that opposing Fano regimes result in a transmittance characterized by distinct conducting and insulating regions, which are fingerprints of an isolated Majorana quasiparticle. Furthermore, we show that the maximum fluctuation of the transmittance as a function of the detuning is half for a semi-infinite wire, while it corresponds to the unity for a finite system. The setup proposed here constitutes an alternative experimental tool to detect Majorana excitations.

PACS numbers: 85.35.Be, 73.63.Kv, 85.25.Dq

I. INTRODUCTION

In the field of high-energy Physics, Ettore Majorana proposed, almost a century ago, the existence of fermions that form their own antiparticles. In condensed matter Physics, such fermions emerge as quasiparticle excitations [1]. Remarkably, two distant Majorana quasiparticles can define a single nonlocal regular fermion, which provides a protected qubit, free of the environment and immune to the decoherence phenomenon. Such a bit thus can be considered as the fundamental unity for the achievement of a quantum computer. For this reason, in the last decade, the run for devices based on Majoranas started in the field of quantum information [2, 3]. In this scenario, the superconducting state is the most promising environment for the feasibility of Majorana fermions, in particular, the p -wave and spinless type.

The Kitaev wire within the topological phase [4] is an example, since Majorana fermions emerge as zero-energy modes bounded to the edges of such a system. From the experimental point of view, the realization of p -wave superconductivity can be performed by putting an s -wave superconductor close to a semiconducting nanowire with strong spin-orbit interaction placed perpendicular to a huge magnetic field. In such conditions, p -wave superconductivity is induced on the nanowire due to the so-called proximity effect [5, 7].

In the context of quantum transport [8–19], in particular for a single quantum dot (QD) hybridized with a Majorana bound state (MBS), a zero-bias anomaly (ZBA) [11, 12] in the conductance is predicted to appear, given by $G = 0.5G_0$, where $G_0 = e^2/h$ is the quantum of conductance. The ZBA has been observed experimentally in conductance measurements through a nanowire of indium antimonide merged to gold and niobium titanium nitride [16]. In this system, Majoranas are supposed to exist as a result of the ZBA that persists to large magnetic fields and gate voltages. Such a robustness of the

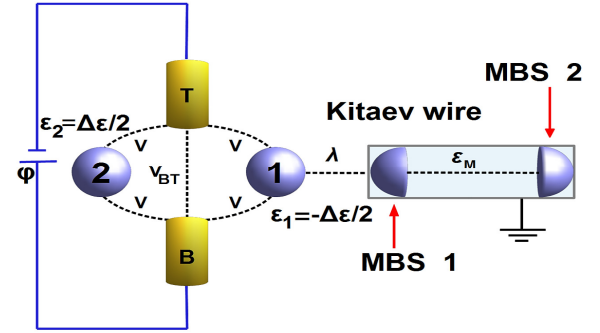


Figure 1. (Color online) Aharonov-Bohm-like interferometer with MBSs hosted by a Kitaev wire within the topological phase: two leads are coupled to two QDs hybridized with a MBS 1; the half-electron state is represented by the semi-sphere in the left side of the wire. The tunneling parameters between the QDs and the leads are V and the lead-lead coupling is V_{BT} . The symmetric detuning in the QDs is $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, where $\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ and $\varepsilon_2 = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ represent the energy levels of the QDs. The coupling strength of the QD 1 with the MBS 1 is λ . ε_M couples the MBS 1 to the MBS 2 (the semi-sphere in the right side of the wire). The bias φ of the setup approaches zero.

ZBA has also been observed in the setup of a superconductor of aluminium close to a nanowire of indium arsenide [17].

In this work we follow the strategy of electronic interferometry to probe signatures arising from Majorana fermions. To that end, the Fano interference [20] is the proper way to accomplish the aforementioned goal. As such a phenomenon is due to the competition between paths of itinerant electrons that travel directly through an energy continuum (an electronic reservoir of a metallic lead for instance) and those that are discrete as found within QDs, patterns of interference then record im-

prints of Majorana excitations on transmittance profiles. Thereby we explore the manifestation of the Fano effect in the quantum transport through an Aharonov-Bohm-like interferometer formed by two QDs [21, 22], in which one of them is coupled to a MBS hosted by a semi-infinite Kitaev wire within the topological phase.

By calculating the transmittance of this device, we have found that the Fano interference exhibits an anti-symmetric feature: the Green's functions $\tilde{G}_{d_j d_j}$ and $\tilde{G}_{d_j d_l}$ for the QDs cannot be determined by the exchange of the indexes $j \leftrightarrow l$ in $\tilde{G}_{d_l d_l}$ and $\tilde{G}_{d_l d_j}$, respectively, with $l, j = 1 \dots 2$. We propose that such a feature can be captured experimentally by performing measurements of the zero-bias conductance as a function of the Fermi energy of the leads and the symmetric detuning $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ in the QDs, where $\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ and $\varepsilon_2 = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ represent the energy levels of the QDs [23]. As a result, contrasting Fano limits reveal distinct conducting and insulating regions, which are signatures of an isolated Majorana quasiparticle.

Moreover, we have determined that the symmetric Fano effect is recovered when electrons travel only through the QDs and the Fermi energy of the leads is in resonance with the Majorana zero mode. As a consequence, the transmittance as a function of the symmetric detuning exhibits a maximum fluctuation of half for the semi-infinite Kitaev wire, contrasting with the unity variation observed in the case of a finite system. In the former situation, the maximum fluctuation of the transmittance is halved due to the half fermion nature of the isolated MBS, while the latter represents the situation where two MBSs displaced far apart are coupled and thus forming a nonlocal Dirac fermion delocalized over the wire edges.

This paper is organized as follows: in Sec. II we develop the theoretical model for the system sketched in Fig. 1 by deriving the expression for the transmittance through such a device and the Green's functions of the QDs. The results are present in Sec. III and in Sec. IV we summarize our concluding remarks.

II. THE MODEL

In order to mimic the system outlined in Fig. 1, we employ the Hamiltonian proposed by Liu *et al.* [11], taking two QDs into account,

$$\mathcal{H} = \sum_{\alpha k} \tilde{\varepsilon}_{\alpha k} c_{\alpha k}^\dagger c_{\alpha k} + \sum_j \varepsilon_j d_j^\dagger d_j + V \sum_{\alpha k j} (c_{\alpha k}^\dagger d_j + \text{H.c.}) + V_{BT} \sum_{kp} (c_{Bk}^\dagger c_{Tp} + \text{H.c.}) + \mathcal{H}_{\text{MBSs}}, \quad (1)$$

where the electrons in the lead $\alpha = B, T$ (bottom/top) are described by the operator $c_{\alpha k}^\dagger$ ($c_{\alpha k}$) for the creation (annihilation) of an electron in a quantum state labeled by the wave number k and energy $\tilde{\varepsilon}_{\alpha k} = \varepsilon_k - \mu_\alpha$, with μ_α as the chemical potential. Here we adopt the gauge $\mu_B =$

$\Delta\mu$ and $\mu_T = -\Delta\mu$, with $\mu_B - \mu_T = 2\Delta\mu = e\varphi$ as the bias between the leads, being $e > 0$ the electron charge and φ the bias-voltage. For the QDs, $d_j^\dagger$ (d_j) creates (annihilates) an electron in the state ε_j , with $j = 1, 2$. V is the hybridization of the QDs with the leads, V_{BT} is the lead-lead coupling and

$$\mathcal{H}_{\text{MBSs}} = i\varepsilon_M \Psi_1 \Psi_2 + \lambda(d_1 - d_1^\dagger) \Psi_1 \quad (2)$$

for the Kitaev wire within the topological phase. In particular for $j = 1$, the QD 1 is coupled to the MBS 1 described by the operator $\Psi_1^\dagger = \Psi_1$. The strength of this coupling is λ . The MBS 2 given by $\Psi_2^\dagger = \Psi_2$ is connected to the MBS 1 via the coefficient $\varepsilon_M \sim e^{-L/\xi}$, with L as the distance between the MBSs and ξ as a coherence length. In what follows we derive the Landauer-Büttiker formula for the zero-bias conductance G [24]. Such a quantity is a function of the transmittance $\mathcal{T}(\varepsilon)$ as follows:

$$G = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f_F}{\partial \varepsilon} \right) \mathcal{T}(\varepsilon). \quad (3)$$

We begin with the transformations $c_{Bk} = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{ek} + c_{ok})$ and $c_{Tk} = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{ek} - c_{ok})$ on the Hamiltonian of Eq. (1), which depends on the *even* and *odd* conduction operators c_{ek} and c_{ok} , respectively. These definitions allow us to express Eq. (1) as $\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_o + \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}} = \mathcal{H}_{\varphi=0} + \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}$, where

$$\mathcal{H}_e = \sum_k \varepsilon_k c_{ek}^\dagger c_{ek} + \sum_j \varepsilon_j d_j^\dagger d_j + \sqrt{2}V \sum_{jk} (c_{ek}^\dagger d_j + \text{H.c.}) + V_{BT} \sum_{kp} c_{ek}^\dagger c_{ep} + \mathcal{H}_{\text{MBSs}} \quad (4)$$

represents the Hamiltonian part of the system coupled to the QDs via an effective hybridization $\sqrt{2}V$, while

$$\mathcal{H}_o = \sum_k \varepsilon_k c_{ok}^\dagger c_{ok} - V_{BT} \sum_{kp} c_{ok}^\dagger c_{op} \quad (5)$$

is the decoupled one. However, they are connected to each other by the tunneling Hamiltonian $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}} = -\Delta\mu \sum_k (c_{ek}^\dagger c_{ok} + c_{ok}^\dagger c_{ek})$.

As in the zero-bias regime $\Delta\mu \rightarrow 0$, due to $\varphi \rightarrow 0$, $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}$ is a perturbative term and the linear response theory ensures that

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = (2\pi V_{BT})^2 \tilde{\rho}_e(\varepsilon) \tilde{\rho}_o(\varepsilon), \quad (6)$$

where $\tilde{\rho}_e(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{\psi_e \psi_e})$ is the local density of states (LDOS) for the Hamiltonian of Eq. (4) and

$$\mathcal{G}_{\psi_e \psi_e} = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \text{Tr}\{\varrho_e[\Psi_e(t), \Psi_e^\dagger(0)]_+\} \quad (7)$$

gives the retarded Green's function in the time domain t , where $\theta(t)$ is the Heaviside step function, ϱ_e is the density-matrix for Eq. (4), $\Psi_e = f_e + (\pi\Delta\rho_0)^{1/2} q \sum_j d_j$

is a field operator, with $f_e = \sum_p c_{ep}$, the Anderson parameter $\Delta = 2\pi V^2 \rho_0$ and $q = (\pi \rho_0 \Delta)^{-1/2} \left(\frac{\sqrt{2}V}{2V_{BT}} \right)$.

To calculate Eq. (7) in the energy domain ε , we should employ the equation-of-motion (EOM) method [24, 25] summarized as follows

$$(\varepsilon + i0^+) \tilde{\mathcal{G}}_{AB} = [\mathcal{A}, \mathcal{B}^\dagger]_+ + \tilde{\mathcal{G}}_{[\mathcal{A}, \mathcal{H}_i] \mathcal{B}} \quad (8)$$

for the retarded Green's function $\tilde{\mathcal{G}}_{AB}$, with $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ as fermionic operators belonging to the Hamiltonian $\mathcal{H}_i$. By considering $\mathcal{A} = \mathcal{B} = \Psi_e$ and $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_e$, we find

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{G}}_{\Psi_e \Psi_e} &= \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e} + (\pi \rho_0 \Delta) q^2 \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l} + 2(\pi \rho_0 \Delta)^{1/2} q \\ &\times \sum_j \tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e}. \end{aligned} \quad (9)$$

From Eqs. (4), (8) with $\mathcal{A} = \mathcal{B} = f_e$ and (9), we obtain

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e} &= \frac{\pi \rho_0 (\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} + \pi \rho_0 \Delta \left[\frac{(\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \right]^2 \\ &\times \sum_{jl} \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}(\varepsilon) \end{aligned} \quad (10)$$

and the mixed Green's function

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_j f_e} = \sqrt{\pi \Delta \rho_0} \frac{(\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \sum_l \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}, \quad (11)$$

determined from Eq. (8) by considering $\mathcal{A} = d_j$, $\mathcal{B} = f_e$ and $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_e$, with the parameter $x = (\pi \rho_0 V_{BT})^2$ and $\bar{q} = \frac{1}{\pi \rho_0} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k}$.

Additionally, for the Hamiltonian of Eq. (5) we have the LDOS $\tilde{\rho}_o(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o})$, with

$$\mathcal{G}_{f_o f_o} = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \text{Tr}\{\rho_o[f_o(t), f_o^\dagger(0)]_+\} \quad (12)$$

and $f_o = \sum_{\bar{q}} c_{o\bar{q}}$. We notice that $\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}$ is decoupled from the QDs. Thereby, from Eqs. (5) and (12), we take $\mathcal{A} = \mathcal{B} = f_o$ and $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_o$ in Eq. (8) and we obtain

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o} = \frac{\pi \rho_0 (\bar{q} - i)}{1 + \sqrt{x}(\bar{q} - i)}. \quad (13)$$

Thus the substitution of Eqs. (9), (11), and (13) in Eq. (6), leads to

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(\varepsilon) &= \mathcal{T}_b + \sqrt{\mathcal{T}_b \mathcal{R}_b} \tilde{\Delta} \sum_{jj} \text{Re}\{\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon)\} \\ &- (1 - 2\mathcal{T}_b) \frac{\tilde{\Delta}}{2} \sum_{jj} \text{Im}\{\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}(\varepsilon)\}, \end{aligned} \quad (14)$$

where $\tilde{\Delta} = \frac{\Delta}{1+x}$ is an effective dot-lead coupling, $\mathcal{T}_b = \frac{4x}{(1+x)^2}$ represents the background transmittance and

$\mathcal{R}_b = 1 - \mathcal{T}_b = \frac{(1-x)^2}{(1+x)^2}$ is the corresponding reflectance, both in the absence of the QDs and MBSs.

We emphasize that Eq. (14) is the generalization of Eq. (2) found in Ref. [26] for an Aharonov-Bohm-like device of a single QD, but without an applied magnetic field. Yet, in Ref. [26] the authors introduce $q_b = \sqrt{\frac{\mathcal{R}_b}{\mathcal{T}_b}} = \frac{(1-x)}{2\sqrt{x}}$ as the Fano parameter. Here we focus on two cases: the case $q_b \rightarrow \infty$, which we call by regime of weak coupling lead-lead due to the background transmittance $\mathcal{T}_b = 0$, and the strong coupling limit $q_b = 0$ characterized by $\mathcal{T}_b = 1$.

We calculate the Green's functions $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}$ within the wide-band limit. To obtain them, we first express the Majorana operators Ψ_1 and Ψ_2 in terms of a nonlocal Dirac fermion state η as follows: $\Psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta^\dagger + \eta)$ and $\Psi_2 = i\frac{1}{\sqrt{2}}(\eta^\dagger - \eta)$, with $\eta \neq \eta^\dagger$ and $\{\eta, \eta^\dagger\} = 1$. We verify that Eq. (2) transforms into

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{MBSs}} &= \varepsilon_M (\eta^\dagger \eta - \frac{1}{2}) + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (d_1 \eta^\dagger + \eta d_1^\dagger) \\ &+ \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (d_1 \eta - d_1^\dagger \eta^\dagger). \end{aligned} \quad (15)$$

By applying the EOM on

$$\mathcal{G}_{d_j d_l} = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \text{Tr}\{\rho_e[d_j(t), d_l^\dagger(0)]_+\}, \quad (16)$$

and changing to the energy domain ε , we obtain the following relation:

$$(\varepsilon - \varepsilon_j - \Sigma - \delta_{j1} \Sigma_{\text{MBS1}}) \tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l} = \delta_{jl} + \Sigma \sum_{i \neq j} \tilde{\mathcal{G}}_{d_i d_l}, \quad (17)$$

with $\Sigma = -\frac{(\sqrt{x}+i)}{1+x} \Delta$ and $\Sigma_{\text{MBS1}} = \lambda^2 K(1 + \lambda^2 \tilde{K})$ as the self-energy due to the MBS 1 coupled to the QD 1, $K = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_M + i0^+} + \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_M + i0^+} \right)$ and $\tilde{K} = \frac{K}{\varepsilon + \varepsilon_1 + \Sigma - \lambda^2 K}$ have the same forms as found in Ref. [11], where $\bar{\Sigma}$ is the complex conjugate of Σ . Thus the solution of Eq. (17) provides

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MBS1}} - \mathcal{C}_2} \quad (18)$$

as the Green's function of the QD 1, with $\mathcal{C}_j = \frac{\Sigma^2}{\varepsilon - \varepsilon_j - \Sigma}$ as the self-energy due to the presence of the j^{th} QD.

For $\mathcal{C}_2 = 0$, we highlight that Eq. (18) is reduced to the Green's function of the single QD system found in Ref. [11]. In the case of the QD 2, we have

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2} = \frac{1 - \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0 \Sigma_{\text{MBS1}}}{\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma - \frac{\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0 \Sigma_{\text{MBS1}}}{\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}^0} - \mathcal{C}_1}, \quad (19)$$

where $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0 = 1/(\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma)$ and $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}^0 = 1/(\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma)$ represent the corresponding Green's functions for the single QD system without Majoranas. The mixed Green's functions are

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1} = \frac{\Sigma}{\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} \quad (20)$$

and

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2} = \frac{\Sigma}{\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MBS1}}} \tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}. \quad (21)$$

By inspecting Eqs. (18), (19), (20) and (21), we verify that the functions $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}$ and $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2}$ can be found by the exchange of the indexes $1 \leftrightarrow 2$ in $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}$ and $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1}$, respectively, just in the case of $\Sigma_{\text{MBS1}} = 0$. Nevertheless, in the opposite situation, namely for $\Sigma_{\text{MBS1}} \neq 0$, this symmetry is not verified, which corresponds to the Kitaev wire coupled to the interferometer as outlined in Fig. 1.

Following Ref. [11], we compare the aforementioned symmetry breaking with the one that arises from a Regular Fermionic (RF) zero mode attached to the interferometer instead of the MBS 1. In such a case, one can show that Σ_{MBS1} is replaced by $\Sigma_{\text{RF}} = \frac{\lambda^2}{\varepsilon + i0^+}$ in the Green's functions above. Thus the comparison proposed will allow us to isolate exclusively Majorana signatures from those due to a standard QD side-coupled to the interferometer.

It is worth mentioning that the Green's functions for the QDs derived in this work are exact as expected since the Hamiltonian of Eq. (1) is quadratic. From the experimental point of view this feature can be feasible by keeping the two QDs far apart in such a way that the interdots Coulomb repulsion U becomes negligible to ensure the applicability of the present approach, otherwise the term $U d_1^\dagger d_1 d_2^\dagger d_2$ should be added to Eq. (1). In this situation, an interacting self-energy Σ_U enters in the Green's functions and leads to a dephasing rate $-\text{Im}(\Sigma_U)/\hbar$ that competes with $-\text{Im}(\Sigma)/\hbar$, $-\text{Im}(\Sigma_{\text{MBS1}})/\hbar$ and $-\text{Im}(C_j)/\hbar$. Particularly if U is relevant in the regime of extremely low temperatures, it will be possible to induce a Kondo effect [27] and a ZBA determined by the interplay between such a phenomenon and the Majorana zero mode should appear. To avoid the emergence of the Kondo resonance in the ZBA of the transmittance we thereby assume two QDs far apart to fulfill the assumption $U = 0$.

III. RESULTS AND DISCUSSION

Below we investigate the antisymmetric feature of the Green's functions by employing the expression for the transmittance (Eq. (14)) with $\lambda = 4\Delta$ in the case of the Kitaev wire coupled to the interferometer. By varying ε in Eq. (14), the transmittance $\mathcal{T}$ becomes a function of the Fermi energy $\varepsilon = \mu_T = \mu_B$ of the leads [9, 10]. According to Eq. (3), this transmittance can be obtained experimentally via the conductance G in units of $G_0 = e^2/h$

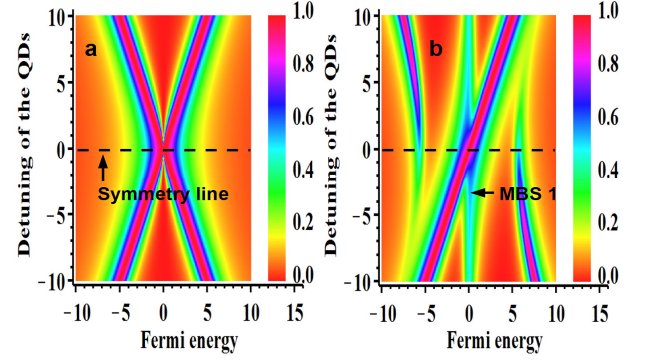


Figure 2. (Color online) Density plot of the transmittance (Eq. (14)) as a function of the symmetric detuning $\Delta\varepsilon$ for the QDs and the Fermi energy ε in units of Δ within the Fano regime $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$): (a) The Aharonov-Bohm-like interferometer is decoupled from the Kitaev wire leading to a symmetric Fano effect. (b) The interferometer is hybridized with a semi-infinite Kitaev wire via the QD 1: the Fano effect is antisymmetric. The central structure at $\varepsilon = 0$ gives the ZBA due to the MBS 1. In both panels the orange color denote a perfect insulating behavior.

for temperatures $T \rightarrow 0$ just by attaching gate voltages to the metallic leads in order to tune the Fermi level. Additionally, we estimate the symmetric detuning $\Delta\varepsilon$, the Fermi energy ε and ε_M in units of the Anderson parameter Δ .

In Fig. 2 the density plot of the transmittance is presented as a function of the symmetric detuning $\Delta\varepsilon$ and the Fermi level ε for the Fano regime $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$). The panel (a) exhibits the situation in which the Kitaev wire is decoupled from the interferometer, thus leading to the symmetric Fano interference arising from symmetric Green's functions by the permutation of the indexes in the parameters of the QDs. As a result, the density plot is characterized by specular regions with respect to the dotted-black line labeled as symmetry line.

On the other hand, for a semi-infinite Kitaev wire ($\varepsilon_M = 10^{-7}$) attached to the interferometer, the specular feature is not observed as the aftermath of the Green's functions $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_j}$ and $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}$ for the QDs, which cannot be determined by the exchange of the indexes $j \leftrightarrow l$ in $\tilde{\mathcal{G}}_{d_l d_l}$ and $\tilde{\mathcal{G}}_{d_l d_j}$, respectively, with $l, j = 1 \dots 2$. Such a hallmark is shown in the panel (b) of Fig. 2, where we clearly visualize the distortion of the pattern found in panel (a): the antisymmetric Fano effect for the limit $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) assisted by the isolated MBS 1 can be recognized by the current antisymmetric pattern of (b). In the latter, the central region is the ZBA due to the MBS 1, which occurs for $\varepsilon = 0$ and any value of $\Delta\varepsilon$.

Fig. 3 exhibits the opposite Fano regime, which is determined by $x = 1$ ($q_b = 0$). In this limit, the tunneling of electrons through the leads is dominant with respect to that via the QDs. In panel (a) of Fig. 3 for the Kitaev wire removed, we observe the specular feature as the corresponding found in Fig. 2(a), but with the regime of

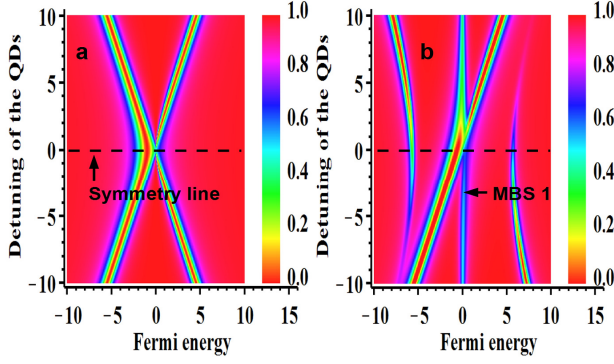


Figure 3. (Color online) Density plot of the transmittance (Eq. (14)) as a function of the symmetric detuning $\Delta\varepsilon$ for the QDs and the Fermi energy ε in units of Δ for the opposite Fano regime $x = 1$ ($q_b = 0$): the central structure at $\varepsilon = 0$ gives the reversed ZBA due to the MBS 1. In panels (a) and (b) the red regions denote a perfect conducting behavior, which is the reversed of that found in Fig. 2.

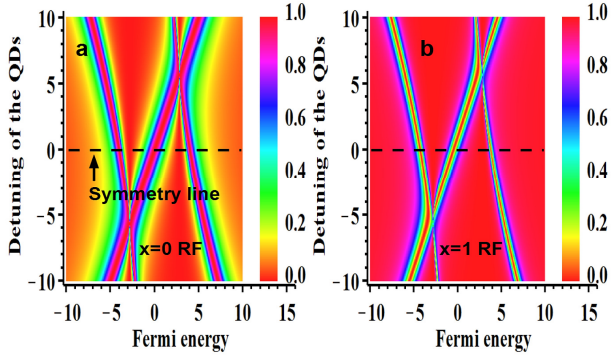


Figure 4. (Color online) Density plot of the transmittance (Eq. (14)) as a function of the symmetric detuning $\Delta\varepsilon$ for the QDs and the Fermi energy ε in units of Δ for a RF zero mode coupled to the interferometer in opposite Fano regimes: (a) $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) and (b) $x = 1$ ($q_b = 0$).

interference reversed: note that the orange color regions become replaced by the red type. This swap indicates that a perfect insulating behavior changes to a conducting one as pointed out in Fig. 3(a).

In the presence of a semi-infinite Kitaev wire, the reversed pattern of Fig. 2(b) is given by Fig. 3(b), where the antisymmetric Fano effect manifests itself via the antisymmetric upper and lower parts of this figure. As a result, the difference between panels (a) and (b) of Figs. 2 and 3 reveals that the emergence of new insulating and conduction regions with respect to those found in panels (a) of both figures can be considered as fingerprints of an isolated MBS. Additionally, the ZBA due to the MBS 1 is also reversed. It is worth mentioning that the remaining diagonals in Figs. 2(b) and 3(b) are due to the QD 2, which even decoupled from the MBS 1 is still sensitive to it as Eq. (19) ensures via the self-energy $\Sigma_{\text{MBS1}} = \lambda^2 K(1 + \lambda^2 \tilde{K})$. As we can notice, such a de-

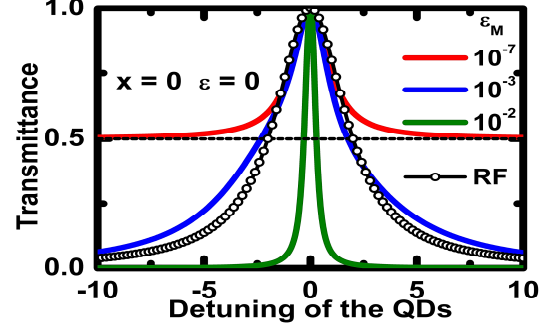


Figure 5. (Color online) Transmittance of Eq. (14) as a function of the symmetric detuning $\Delta\varepsilon$ with Fermi energy $\varepsilon = 0$ in units of Δ within the symmetric Fano regime $x = 0$ for different lengths L of the Kitaev wire given by the parameter $\varepsilon_M \sim e^{-L/\xi}$ in Eq. (2) as well as for the case of a RF zero mode.

pendence yields a slight change in the slopes of these diagonals with respect to those observed in Figs. 2(a) and 3(a) obtained with $\Sigma_{\text{MBS1}} = 0$.

Fig. 4 shows the analysis of the transmittance for the Fano limits $x = 0$ and $x = 1$ in the case of a RF zero mode coupled to the interferometer via QD 1. As we can verify, the symmetry breaking is distinct with respect to that observed in the situation of a Kitaev wire present: the patterns of Figs. 2(b) and 3(b) do not match with those found in Figs. 4(a) and (b), respectively. Consequently, this difference ensures that the patterns of Figs. 2(b) and 3(b) constitute robust signatures due to an isolated MBS. In which concerns on the remaining diagonals of the QD 2 for the RF zero mode, the change in the slopes are weaker than for the MBS 1, since in the RF situation the self-energy Σ_{RF} is just proportional to λ^2 .

In Fig. 5, we present the transmittance through the interferometer for the leads in resonance with the MBS 1 for the case of weak coupling lead-lead characterized by $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$). This regime corresponds to the situation whereby electrons travel exclusively via the QDs, which are also in resonance with the MBS 1. Two distinct wire lengths are analyzed: (i) the semi-infinite Kitaev wire and (ii), the case of a finite system. For the setup (i) given by $\varepsilon_M = 10^{-7}$, it is possible to notice in the red lineshape that the transmittance approaches half for $|\Delta\varepsilon| \rightarrow \infty$, while it evolves towards the unity in the limit $|\Delta\varepsilon| \rightarrow 0$.

The unitary value of the transmittance occurs for the QDs in resonance with the MBS 1 ($\Delta\varepsilon = 0$), thus leading to the maximum transmittance, since the two QDs and the MBS 1 allow a perfect resonant tunneling through the Fermi level of the leads. Away from $\Delta\varepsilon = 0$, the transmittance becomes half the unity as a result of the isolated MBS 1, which is a half-electron state (see the semi-sphere in the left side of the Kitaev wire of Fig. 1) and the only piece of the system in resonance with the Fermi level of the leads. For $0 < |\Delta\varepsilon| < \infty$, the resonant

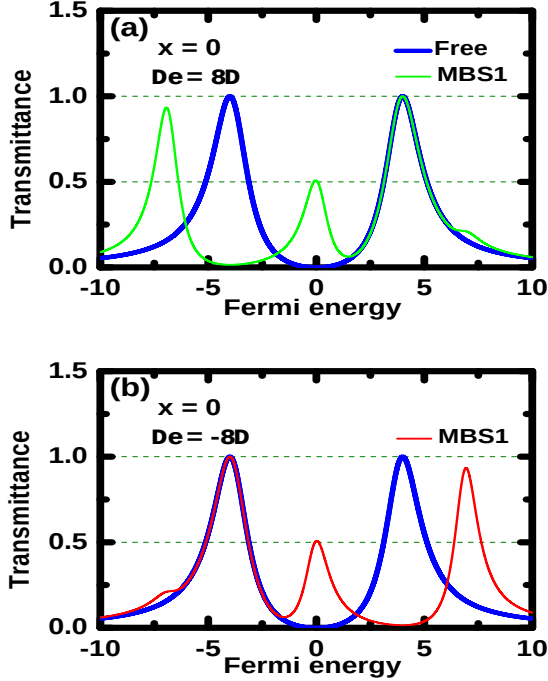


Figure 6. (Color online) Transmittance determined by Eq. (14) as a function of the Fermi energy ε in units of Δ in the Fano regime $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) for the double QD setup of Fig. 1 with $\varepsilon_M = 10^{-7}$. In panel (a) we use $\Delta\varepsilon = 8\Delta$: the solid-green lineshape is for the situation of the MBS 1 present, while the blue curve corresponds to the free interferometer in which the Kitaev wire is absent. Panel (b): for the reversed detuning $\Delta\varepsilon = -8\Delta$, only the pronounced satellite peaks of the QDs in the free case (solid-blue lineshape) and the ZBA in the solid-red lineshape remain placed at the same positions with respect to those found in panel (a). In both panels a Majorana peak (ZBA) rises characterized by an amplitude nearby $1/2$. Such a central structure is robust against the gates swap in contrast to the pronounced satellite peaks of the QDs when the Kitaev wire is side-coupled to one of these dots.

tunneling due to the QDs is not perfect and the transmittance stays within the range $1/2 < \mathcal{T} < 1$. For the setup (ii), an unitary fluctuation in the transmittance as a function of $\Delta\varepsilon$ emerges in opposite to the value of half observed in the system (i): see the curves given by the blue and green colors, respectively for $\varepsilon_M = 10^{-3}$ and $\varepsilon_M = 10^{-2}$. In both profiles, we verify that the transmittance reaches the unity for $\Delta\varepsilon = 0$, but it vanishes as we increase $|\Delta\varepsilon|$.

The variation of the maximum value of the transmittance has a simple physical origin: it arises from the presence of the MBS 2 (see the semi-sphere in the right side of the Kitaev wire of Fig. 1), which combines with the MBS 1 in order to form the regular and delocalized fermionic state η as Eq. (15) shows. Such a regular fermion adds an extra factor of half to the fluctuation of $\mathcal{T}$ and provides the unitary suppression of the trans-

mittance for $|\Delta\varepsilon| \rightarrow \infty$. Additionally, the bigger ε_M the shorter the length of the Kitaev wire according to the term $\varepsilon_M \sim e^{-L/\xi}$ in Eq. (2) and sharper the widths of the profiles of the transmittance as a function of $\Delta\varepsilon$ (notice that the green line is sharper than the corresponding blue one).

In situations (i) and (ii), the Fano effect is symmetric since the left and right sides of Fig. 5 are specular. We also show in Fig. 5 the interferometer hybridized with a RF zero mode instead of a MBS 1. Such a curve is given by the black-circle lineshape, in which we can notice that the fluctuation of the transmittance is still one as expected from the regular nature of the electronic state of the QD. However, the width of the resonance differs from those found in the finite wires analyzed as the aftermath of the functional form of the self-energy Σ_{RF} , which is size independent in opposite to Σ_{MBS1} .

In Fig. 6 we analyze the profiles of the transmittance as a function of the Fermi energy for fixed detunings $\Delta\varepsilon$ within the Fano limit $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) in the situations of the semi-infinite Kitaev wire ($\varepsilon_M = 10^{-7}$) present and absent. To that end we account two distinct scenarios: (a) $\Delta\varepsilon > 0$ and (b) $\Delta\varepsilon < 0$. The features of the former are printed in panel (a) where we can clearly visualize a couple of pronounced satellite peaks both in the solid-blue and green lineshapes, which are due to the imposed detuning $\Delta\varepsilon = 8\Delta$ for the QDs. Note that in the MBS 1 case (solid-green lineshape) the detuning is bigger than that observed in the free case (solid-blue lineshape of panel (a)) as expected due to the renormalization of the level $\varepsilon_1 = -4\Delta$ of the QD 1 hybridized with the Kitaev wire, since the QD 2 with $\varepsilon_2 = 4\Delta$ is decoupled from it as outlined in Fig. 1. For panel (b) in which $\Delta\varepsilon = -8\Delta$, the positions of the pronounced satellite peaks in the transmittance for the free interferometer (blue curve) as well as that of the ZBA in the solid-red lineshape (MBS 1 case) persist as those observed in panel (a). On the other hand, the pronounced satellite peaks in presence of the MBS 1 (red curve) do not as a result of the symmetry-breaking feature previously discussed for the system Green's functions. We stress that the ZBA is then immune against the swapping of gates thus revealing the robustness of the MBS 1, being characterized by a transmittance amplitude close to $1/2$.

Fig. 7 contrasts the transmittance patterns of Fig. 6. The Fano regime $x = 1$ ($q_b = 0$) replaces the resonances in Fig. 6 by the antiresonances of Fig. 7 as can be seen in panels (a) and (b) of the same figure. Thus the ZBA is a Majorana dip that drops to above or below $1/2$ depending on the sign of $\Delta\varepsilon$. A detailed discussion on the mechanism of such a fluctuation is addressed in Ref. [13] for an analogous Scanning Tunneling Microscope system. To remove this instability of the Majorana fingerprint the QD 2 should be discarded by keeping $\varepsilon_M = 10^{-7}$ as shown in Fig. 8(a) and (b): in the single QD setup the dip of the transmittance stabilizes at $1/2$ both for $\varepsilon_1 = -4\Delta$ and $\varepsilon_1 = 4\Delta$. The independence of this hallmark with the gate voltage for a single QD also occurs in the oppo-

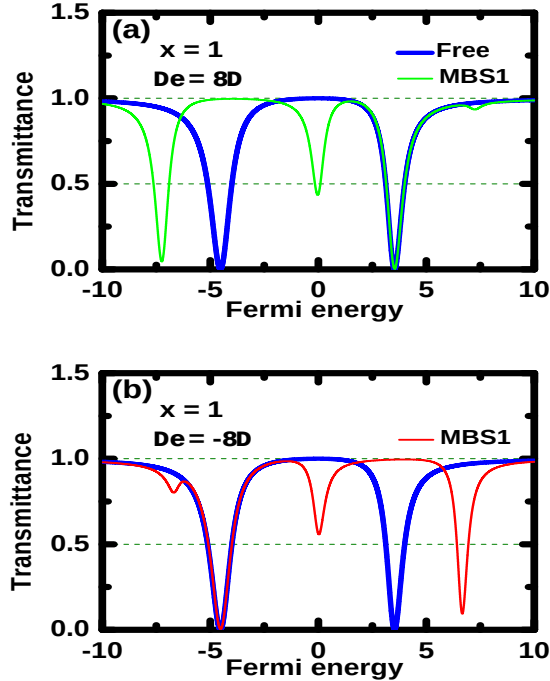


Figure 7. (Color online) Transmittance determined by Eq. (14) as a function of the Fermi energy ε in units of Δ in the Fano regime $x = 1$ ($q_b = 0$) for the double QD setup of Fig. 1 with $\varepsilon_M = 10^{-7}$. Panels (a) and (b): reversed patterns of panels (a) and (b) of Fig. 6

site Fano limit $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) as widely treated in Ref. [12].

Additionally, we can conclude from Fig. 8 that the single QD setup avoids the manifestation of the symmetry-breaking feature in the system Green's functions, which are present in the double QD version of the interferometer as we have demonstrated in this work. Thus the methodology proposed here to pursuit Majorana bound states is not feasible by considering only one dot: the employment of a couple of QDs allows us to explore how the aforementioned symmetry is broken in distinct scenarios as those with a free interferometer, a side-coupled regular fermion and a Kitaev wire within the topological phase. Each one breaks the symmetry by its own way and the differences between these cases reveal the Majorana way of symmetry breaking: the signature of a Majorana is not restricted to the vicinity of the ZBA due to the zero mode nature of such an excitation, it spreads over the entire space spanned by ε and $\Delta\varepsilon$ in the density plots of panels (b) for Figs. 2 and 3. Panels (a) of Figs. 2 and 3 as well as Fig. 4 exhibit non Majorana fingerprints due to distinguished ways of breaking the symmetry property under consideration.

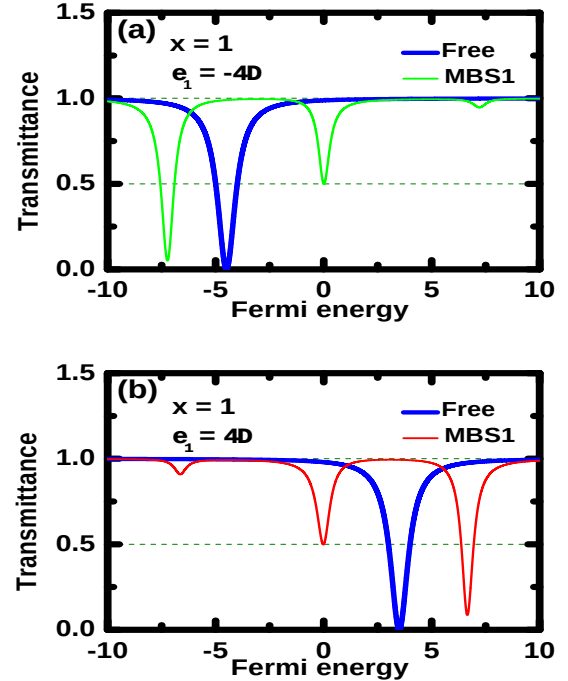


Figure 8. (Color online) Transmittance determined by Eq. (14) as a function of the Fermi energy ε in units of Δ in the Fano regime $x = 1$ ($q_b = 0$) for the situation without the QD 2 in the setup of Fig. 1 by considering $\varepsilon_M = 10^{-7}$. In panel (a) we use $\varepsilon_1 = -4\Delta$: the solid-green lineshape is for the situation of the MBS 1 present, while the blue curve corresponds to the free interferometer in which the Kitaev wire is absent. Panel (b): For the reversed QD level $\varepsilon_1 = 4\Delta$, the pronounced satellite dip of the QD 1 in the free case (solid-blue lineshape) appears above the Fermi level of the leads as expected and the ZBA in the solid-red lineshape persists as observed in panel (a). Thus in both panels a Majorana dip (ZBA) emerges characterized by an amplitude of $1/2$.

IV. CONCLUSIONS

In summary, we have explored theoretically a semi-infinite Kitaev wire within the topological phase coupled to a double QD system. Our analysis reveal that the Green's functions of the QDs are antisymmetric under the permutation of the indexes that label the parameters of these dots. We propose that such a feature can be probed experimentally just by measuring the zero-bias conductance as a function of the Fermi energy of the leads and the symmetric detuning of the QDs levels.

Thereby, our results reveal a strong dependence of the transmittance on contrasting Fano regimes of interference, where conducting and insulating regions emerge as signatures of a single Majorana fermion excitation. We have demonstrated that the symmetric Fano interference is recovered in particular for the electron tunneling only via the QDs and with the metallic leads in resonance with the Majorana zero mode, thus resulting in a fluctuation

of the transmittance given by half or unity, respectively for a semi-infinite or finite Kitaev wire. The former situation corresponds to an isolated Majorana excitation, while the latter represents the bounding of two distant Majoranas and the formation of a nonlocal Dirac fermion. Both scenarios can be helpful to guide experiments whose purpose is to pursue the existence of a single Majorana fermion or a pair formed by such a quasiparticle in condensed matter systems.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Brazilian agencies CNPq, CAPES, FAPEMIG, PROPe/UNESP and 2014/14143-0 São Paulo Research Foundation (FAPESP). A. C. Seridonio and F. A. Dessotti are grateful to P. Sodano for valuable discussions.

-
- [1] J. Alicea, Rep. Prog. Phys. **75**, 076501, (2012).
 - [2] K. Flensberg, Phys. Rev. Lett. **106**, 090503 (2012).
 - [3] M. Leijnse, and K. Flensberg, Phys. Rev. Lett. **107**, 210502 (2012).
 - [4] A.Y. Kitaev, Phys. Usp. **44**, 131 (2001).
 - [5] A.A. Zyuzin, D. Rainis, J. Klinovaja, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **111**, 056802 (2013).
 - [6] D. Rainis, J. Klinovaja, L. Trifunovic, and D. Loss, Phys. Rev. B **87**, 024515 (2013).
 - [7] A. Zazunov, P. Sodano, and R. Egger, New J. Phys **15**, 035033 (2013).
 - [8] Y. Cao, P. Wang, G. Xiong, M. Gong, and X.-Q. Li, Phys. Rev. B **86**, 115311 (2012).
 - [9] Y.-X. Li, and Z.M. Bai, J. Appl. Phys. **114**, 033703 (2013).
 - [10] N. Wang, S. Lv, and Y. Li, J. Appl. Phys. **115**, 083706 (2014).
 - [11] D.E. Liu, and H.U. Baranger, Phys. Rev. B **84**, 201308(R) (2011).
 - [12] E. Vernek, P.H. Penteado, A.C. Seridonio, and J.C. Egues, Phys. Rev. B **89**, 165314 (2014).
 - [13] A.C. Seridonio, E. C. Siqueira, F.A. Dessotti, R.S. Machado, and M. Yoshida, J. Appl. Phys. **115**, 063706 (2014).
 - [14] A. Ueda and T. Yokoyama, Phys. Rev. B **90**, 081405(R) (2014).
 - [15] C.-H. Lin, J. D. Sau, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **86**, 224511 (2012).
 - [16] V. Mourik, K. Zuo, S.M. Frolov, S.R. Plissard, E.P.A.M. Bakkers, and L.P. Kouwenhoven, Science **336**, 1003 (2012).
 - [17] A. Das, Y. Ronen, Y. Most, Y. Oreg, M. Heiblum, and H. Shtrikman, Nature Phys. **8**, 887 (2012).
 - [18] E.J.H. Lee, X. Jiang, M. Houzet, R. Aguado, C.M. Lieber, and S. De Franceschi, Nature Nanotechnology **9**, 79 (2014).
 - [19] E.J.H. Lee, X. Jiang, R. Aguado, G. Katsaros, C.M. Lieber, and S. De Franceschi, Phys. Rev. Lett. **109**, 186802 (2012).
 - [20] U. Fano, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).
 - [21] A. W. Holleitner, C. R. Decker, H. Qin, K. Eberl, and R. H. Blick, Phys. Rev. Lett. **87**, 256802 (2001).
 - [22] T. Hatano, T. Kubo, Y. Tokura, S. Amaha, S. Teraoka, and S. Tarucha, Phys. Rev. Lett. **106**, 076801 (2011).
 - [23] The current lack of symmetry in the system Green's functions was verified previously in an STM system with adatoms [13], but for a Fermi energy in resonance with the Majorana zero mode. In the case of a setup composed by QDs as the proposed in this manuscript, the Fermi level is an experimentally tunable parameter thus allowing the feasibility of a situation away from the resonance condition.
 - [24] H. Haug and A.P. Jauho, Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors, Springer Series in Solid-State Sciences 123 (Springer, New York, 1996).
 - [25] The EOM method can be found in great deal in K. Flensberg Phys. Rev. B **82** 180516(R) (2010) and within its supplementary material.
 - [26] W. Hofstetter, J. König, and H. Schoeller, Phys. Rev. Lett. **87**, 156803 (2001).
 - [27] Q. F. Sun and H. Guo, Phys. Rev. B **66**, 155308 (2002).

Fano fingerprints of Majoranas in Kitaev dimers of superconducting adatoms

F. A. Dessotti¹, L. S. Ricco¹, Y. Marques¹, R. S. Machado¹, L. H. Guessi²,
M. S. Figueira³, M. de Souza² and A. C. Seridonio^{1,2*}

¹*Departamento de Física e Química, Universidade Estadual Paulista, 15385-000, Ilha Solteira, São Paulo, Brazil*

²*Instituto de Geociências e Ciências Exatas - IGCE, Universidade Estadual Paulista, Departamento de Física, 13506-970, Rio Claro, São Paulo, Brazil*

³*Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, 24210-340, Niterói, RJ, Brazil*

Abstract

We investigate theoretically a Fano interferometer composed by STM and AFM tips close to a Kitaev dimer of superconducting adatoms, in which the adatom placed under the AFM tip, encloses a pair of Majorana fermions (MFs). For the binding energy Δ of the Cooper pair delocalized into the adatoms under the tips coincident with the tunneling amplitude t between them, namely $\Delta = t$, we find that only one MF beneath the AFM tip hybridizes with the adatom coupled to the STM tips. As a result, a gate invariance feature emerges: the Fano profile of the transmittance rises as an invariant quantity depending upon the STM tips Fermi energy, due to the symmetric swap in the gate potential of the AFM tip.

Keywords: Fano effect, Kitaev dimer, superconducting adatoms, STM tip, AFM tip.

1. Introduction

The physicist Ettore Majorana proposed in the field of high-energy Physics the existence of peculiar fermions that constitute their own antiparticles. In the context of condensed matter Physics, these fermions are Majorana quasiparticles [1, 2]. From the quantum computing perspective, two Majorana fermions (MFs) can compose a regular fermion acting as a protected qubit, which is indeed decoupled from the host environment and free of the decoherence effect. As a result, the quest for setups supporting MFs has attracted broad interest from the communities of researchers in the fields of quantum information and transport [3–5], since the qubit made by the coupled MFs appear only in the topological phase. Noteworthy, the Kitaev chain within such a phase [6] is considered the most promising candidate to this end as the aftermath of the emerging p -wave and spinless superconductivity. Indeed, in Kitaev's setup, MFs appear as zero-energy modes attached to the edges of the chain.

Experimentally, p -wave superconductivity is feasible due to the proximity effect by the employment of an s -wave superconductor close to a semi-conducting nanowire characterized by a spin-orbit interaction under an external magnetic field [7–10]. Particularly in the case of transport through quantum dots (QDs) coupled to a MF [11–23], a zero-bias peak (ZBP) [15, 16] in the conductance is expected to be observed. It is worth mentioning that the ZBP has been detected in conductance measurements through a nanowire of indium antimonide linked to gold and niobium titanium nitride electrodes [24]. Analogously, a ZBP has also been verified in the superconducting system of aluminium next to a nanowire of indium arsenide [25]. However, the ZBP signature may also have another physical origin, for instance the Kondo effect [26–30], thus turning the experimental ZBP detection inconclusive within a MF perspective. Moreover, recently an alternative way for the achievement of the topological Kitaev chain has been the employment of magnetic chains on top of superconductors [31–36]. Particularly in Ref. [34], the ZBP observed exhibits a subtle amplitude of the order $10^{-4}(2G_0)$,

*Corresponding Author: seridonio@dfq.feis.unesp.br

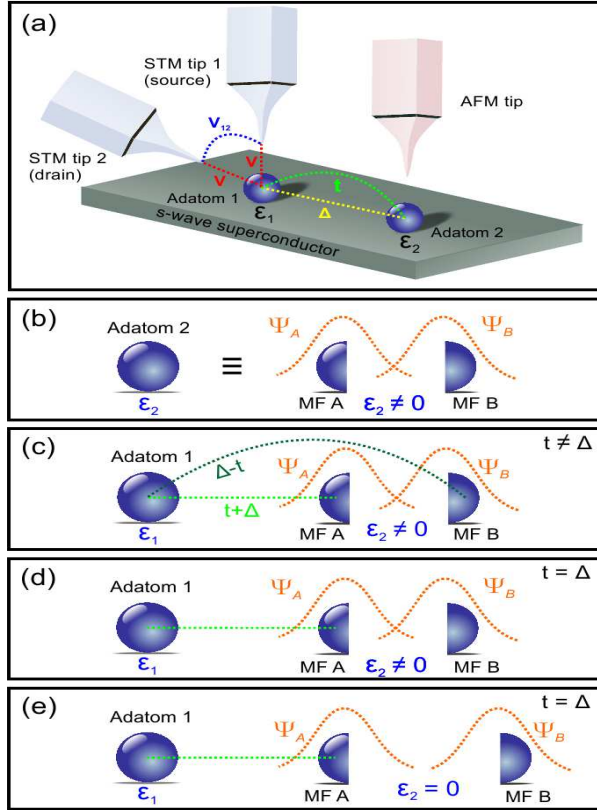


Figure 1: (Color online) (a) Setup composed by STM and AFM tips in the presence of superconducting adatoms hosted by a conventional superconductor with strong spin-orbit coupling. (b) The adatom 2 is made by a pair of coupled Majorana fermions (MFs *A* and *B* represented by half-spheres) where the level ϵ_2 is induced by the AFM tip and plays the role of the connection between the MFs. It can assume negative values when it stays below the MF zero mode, due to the tuning performed by the gate potential of the AFM tip. (c) In the case of $t \neq \Delta$ and $\epsilon_2 \neq 0$, both MFs hybridize with the adatom 1. (d) For the matching of the Cooper pair binding energy with the normal tunneling between the adatoms 1 and 2 ($t = \Delta$) and $\epsilon_2 \neq 0$, the MF *A* becomes the unique Majorana connected to the adatom 1. (e) Here we see the isolated MF *A* coupled to the adatom 1 when $t = \Delta$ and $\epsilon_2 = 0$, which results in the standard ZBP in the transmittance and in the isolated MF *B* at one edge of the Kitaev dimer.

which is a signal extremely weak due to thermal broadening, where $G_0 = e^2/h$ is the quantum of conductance. Thus in the current context, novel approaches in the pursuit of MFs become necessary. In this scenario, we highlight the proposal found in Ref. [37], which is a pioneering example concerning this issue: a hybrid spin-microcantilever system for optical detection of MFs on the edges of a Kitaev chain.

In this work we propose a new route for detection of MFs signatures. To that end, we consider the setup outlined in Fig. 1 where an *s*-wave superconductor with strong spin-orbit coupling hosts a set of magnetic adatoms, in analogy to the experimental apparatus developed in Ref. [34] that describes a superconducting surface of lead (Pb) well known by its strong spin-orbit coupling, thus allowing *p*-wave superconductivity on this chain due to the proximity effect. It is worth mentioning that the proposal of Ref. [34] is distinct from the semiconducting spin-orbit wire reported in Ref. [24]. In the current work, we consider for a sake of simplicity, just a pair of superconducting adatoms (Kitaev dimer), in particular placed nearby STM (Scanning Tunneling Microscope) and AFM (Atomic Force Microscope) tips. Additionally, we assume two highly spin-polarized STM tips in order to freeze the spin degree of freedom, thus avoiding the emergence of the Kondo effect within the adatom 1.

In regard to the possibility of experimental realization of the setup shown in Fig. 1, we stress that multitip STM experiments can be possible, see e.g. Refs. [38–40]. In the case of the AFM tip, which is fixed on top of an adatom, it operates similarly to the Scanning Gate Microscopy (SGM) technique [41], wherein a charged tip allows that its gate potential tunes the energy levels of the adatom probed. This approach is widely employed in systems with quantum point contacts (QPCs) formed in two dimensional electron gases [42, 43], which we invoke here to our proposal. Thereby despite the challenging of applying the SGM technique in the scenario of Fig. 1, we trust that in the near future such a procedure can be implemented.

In the frame of the setup here proposed, a device based on Fano interference [21, 22, 44, 45] becomes an alternative method for detection of MFs. As a matter of fact, the Fano effect is found in systems where distinct tunneling paths compete for the electron transport. Noteworthy, such a phenomenon can be perceived experimentally by the STM just by measuring the conductance [26–30]. In the setup of Fig. 1 here proposed, the Fano effect arises from the adatom 1 coupled simultaneously to the pair of STM tips, once the electrons can tunnel between such tips or (and) directly through this adatom as expected for realistic experimental conditions. Thus depending on the Fano lineshape of the conductance, we can identify which path rules the quantum transport or if they compete on the same footing. Later on, we will see that the Fano

parameter of interference q_b then dictates the Fano profile making explicit the dominant path in the system.

Here we show that the two coupled MFs A and B within the adatom under the AFM tip (see Fig. 1) lead to a gate invariance feature in the transport experiment. Particularly, when the AFM tip swaps symmetrically its gate potential around the MF zero mode, it reveals a universality signature in the Fano profile of the transmittance. More specifically, we find then distinct situations in which the transmittance shares the same profile as a function of the Fermi level of the STM tips, in particular when the binding energy of the Cooper pair split into the adatoms under the STM and AFM tips, is in resonance with the tunneling term between them. In this case, we show that when the MF A couples solely to the adatom 1, the gate invariance characterized by the aforementioned universality is revealed by connecting MFs A and B .

This paper is organized as follows: in Sec. 2 we develop the theoretical model for the system sketched in Fig. 1 by deriving the expression for the transmittance through such a device (see also the Appendix) together with the system Green's functions. The results are present in Sec. 3, and in Sec. 4 we summarize our concluding remarks.

2. The model

2.1. System Hamiltonian

Here we consider the system outlined in Fig. 1(a) for a pair of highly spin-polarized STM tips connected to the hybrid setup composed by an AFM tip and the “host+superconducting adatoms” set. Thus such a spinless model reads:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \sum_{\alpha k} \tilde{\varepsilon}_{\alpha k} c_{\alpha k}^\dagger c_{\alpha k} + \sum_j \varepsilon_j d_j^\dagger d_j \\ & + V \sum_{\alpha k} (c_{\alpha k}^\dagger d_1 + \text{H.c.}) \\ & + (V_{12} \sum_{kq} c_{1k}^\dagger c_{2q} + t d_1 d_2^\dagger + \Delta d_2^\dagger d_1^\dagger + \text{H.c.}), \end{aligned} \quad (1)$$

where the electrons in the STM tip $\alpha = 1, 2$ (STM tip 1 and 2, respectively) are described by the operator $c_{\alpha k}^\dagger$ ($c_{\alpha k}$) for the creation (annihilation) of an electron in a quantum state labeled by the wave number k and energy $\tilde{\varepsilon}_{\alpha k} = \varepsilon_k - \mu_\alpha$, with μ_α as the chemical potential. Here we adopt the gauge $\mu_2 = \Delta\mu$ and $\mu_1 = -\Delta\mu$, with $\mu_2 - \mu_1 = 2\Delta\mu = e\varphi$

as the bias between the tips, being $e > 0$ the electron charge and φ the bias-voltage. Consequently, the transmittance through the setup is a function of the Fermi energy $\varepsilon = \mu_1 = \mu_2$ of the STM tips, where the point $\varepsilon = 0$ corresponds to the MF zero mode. For the adatoms, $d_j^\dagger$ (d_j) creates (annihilates) an electron in the state ε_j , with $j = 1, 2$. V stands for the hybridizations between the adatom 1 and the STM tips. These couplings are considered the same to avoid Andreev currents in the system [11, 12] (see also the Appendix). V_{12} is the STM tip 1-tip 2 coupling, which will ensure the precise renormalization of the energy level in the adatom 1 as we will see.

The s -wave superconductor with strong spin-orbit coupling enters into the model via the parameters t and Δ , which respectively yield the hopping term between the adatoms 1 and 2, and also the binding energy of a delocalized Cooper pair split into such adatoms: as a net effect of the arrangement of Fig. 1(a) considered, p -wave superconductivity is induced on the pair of adatoms (Kitaev dimer) close to the tips, similarly to that reported in Ref. [34] for the case of a long Kitaev chain. As the adatom 1 is placed within the region separating the STM tips and the superconducting surface, we can safely neglect the tunneling from the former into the latter as an outcome of the setup adopted. We stress that the role of the AFM tip is indeed to gate overlap the MFs enclosed by the adatom 2. This *clue* between the MFs found within such an adatom will be clarified later on as the own energy level of this adatom, which consists in a degree of freedom completely tunable by the AFM tip. Thus for a sake of simplicity, we clamped these features as the most relevant from the proximity problem between the s -wave surface and the adatoms. Alternatively to this end, an approach concerning *ab-initio* description on the proximity issue can be helpful, but it does not belong to the current scope of the paper.

Here we express the adatom 2 in the Majorana basis by following the transformation $d_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_A + i\Psi_B)$ and $d_2^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_A - i\Psi_B)$, in which $\Psi_l^\dagger = \Psi_l$ ($l = A, B$) characterizes a MF operator,

thus yielding

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\text{MFs}} &= \varepsilon_2 d_2^\dagger d_2 + (t d_1 d_2^\dagger + \Delta d_2^\dagger d_1^\dagger + \text{H.c.}) \\ &= i\varepsilon_2 \Psi_A \Psi_B + \frac{(t + \Delta)}{\sqrt{2}} (d_1 - d_1^\dagger) \Psi_A \\ &\quad + i \frac{(\Delta - t)}{\sqrt{2}} (d_1 + d_1^\dagger) \Psi_B + \frac{\varepsilon_2}{2},\end{aligned}\quad (2)$$

where the first term in the second line makes explicit the MFs within the adatom 2 and the others stand for the connections between MFs A and B with the adatom 1 (see Figs. 1(c), (d) and (e)). It is worth noticing that the standard Majorana ZBP occurs for $t = \Delta$, $\varepsilon_1 \neq 0$ and $\varepsilon_2 = 0$, with the conductance $G = 0.5G_0$ due to the MF $\gamma_1 = i(d_1 - d_1^\dagger)/\sqrt{2}$ existing in the adatom 1 given by the second term of Eq. (2) ($-2it\gamma_1\Psi_A$), which has a component on the adatom 2, where a completely localized MF is observed according to M. Leijnse and K. Flensberg in Ref. [6].

In this scenario, we explore the model regimes $t = \Delta$ and $t \neq \Delta$ combined with $\varepsilon_2 > 0$ and $\varepsilon_2 < 0$ varied symmetrically with respect to the MF zero mode. We stress that for a fixed Δ , the tuning of the parameter t can be performed experimentally just by changing the distance between the adatoms 1 and 2, while the AFM tip controls the level position ε_2 of the adatom 2, since such a tip operates as a gate potential. Particularly for $t = \Delta$, we can verify in Eq. (2) that the adatom 1 decouples from the MF B (here sketched by the most right half-sphere in Fig. 1(d)) thus allowing an exclusively connection between this adatom and the MF A (the most left half-sphere) as the Hamiltonian $\mathcal{H}_{\text{MFs}} = \varepsilon_2(i\Psi_A\Psi_B + \frac{1}{2}) + \sqrt{2}\Delta(d_1 - d_1^\dagger)\Psi_A$ points out. For $\varepsilon_2 \neq 0$, the Fano profile of the transmittance becomes invariant under the symmetric change of ε_2 with respect to the MF zero mode, in contrast with the case $t \neq \Delta$ where this universality is prevented. Thereafter, it gives rise to distinct transmittance profiles strongly dependent on the sign of ε_2 away from the point $t = \Delta$.

Thereby we recognize this invariance as a Majorana property of the system when it is driven to the point $t = \Delta$ with symmetric swap of ε_2 .

2.2. Conductance

In what follows we derive the Landauer-Büttiker formula for the zero-bias conductance G [46]. Such a quantity is a function of the transmittance $\mathcal{T}(\varepsilon)$

as follows:

$$G = G_0 \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f_F}{\partial \varepsilon} \right) \mathcal{T}(\varepsilon), \quad (3)$$

where f_F stands for the Fermi-Dirac distribution.

We begin with the transformations $c_{2k} = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{ek} + c_{ok})$ and $c_{1k} = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{ek} - c_{ok})$ on the Hamiltonian of Eq. (1), which starts to depend on the *even* and *odd* conduction operators c_{ek} and c_{ok} , respectively. These definitions allow us to express Eq. (1) as $\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_o + \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}} = \mathcal{H}_{\varphi=0} + \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}$, where

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_e &= \sum_k \varepsilon_k c_{ek}^\dagger c_{ek} + \varepsilon_1 d_1^\dagger d_1 + V_{12} \sum_{kp} c_{ek}^\dagger c_{ep} \\ &\quad + \sqrt{2}V \sum_k (c_{ek}^\dagger d_1 + \text{H.c.}) + \mathcal{H}_{\text{MFs}}\end{aligned}\quad (4)$$

represents the Hamiltonian part of the system coupled to the adatoms via an effective hybridization $\sqrt{2}V$, while

$$\mathcal{H}_o = \sum_k \varepsilon_k c_{ok}^\dagger c_{ok} - V_{12} \sum_{kp} c_{ok}^\dagger c_{op} \quad (5)$$

is the decoupled one. However, they are connected to each other by the tunneling Hamiltonian $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}} = -\Delta\mu \sum_k (c_{ek}^\dagger c_{ok} + c_{ok}^\dagger c_{ek})$.

As in the zero-bias regime $\Delta\mu \rightarrow 0$, due to $\varphi \rightarrow 0$, $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}$ is a perturbative term and the linear response theory (see the Appendix) ensures that

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = (2\pi V_{12})^2 \tilde{\rho}_e(\varepsilon) \tilde{\rho}_o(\varepsilon), \quad (6)$$

where $\tilde{\rho}_e(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{\Psi_e \Psi_e})$ is the local density of states (LDOS) for the Hamiltonian of Eq. (4) and

$$\mathcal{G}_{\Psi_e \Psi_e} = -\frac{i}{\hbar} \theta(\tau) \text{Tr}\{\varrho_e[\Psi_e(\tau), \Psi_e^\dagger(0)]_+\} \quad (7)$$

gives the retarded Green's function in the time domain τ , where $\theta(\tau)$ is the Heaviside step function, ϱ_e is the density-matrix for Eq. (4), $\Psi_e = f_e + (\pi\Gamma\rho_0)^{1/2}qd_1$ is a field operator, with $f_e = \sum_p c_{ep}$, the Anderson parameter $\Gamma = 2\pi V^2\rho_0$, with ρ_0 as the density of states for the STM tips and $q = (\pi\rho_0\Gamma)^{-1/2} \left(\frac{\sqrt{2}V}{2V_{12}} \right)$.

To calculate Eq. (7) in the energy domain ε , we should employ the equation-of-motion (EOM) method [46] summarized as follows

$$(\varepsilon + i0^+) \tilde{\mathcal{G}}_{AB} = [\mathcal{A}, \mathcal{B}^\dagger]_+ + \tilde{\mathcal{G}}_{[\mathcal{A}, \mathcal{H}_i]B} \quad (8)$$

for the retarded Green's function $\tilde{\mathcal{G}}_{AB} = \int d\tau \mathcal{G}_{AB} e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon + i0^+)\tau}$, which is the time Fourier transform of $\mathcal{G}_{AB}$, with $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ as fermionic operators belonging to the Hamiltonian $\mathcal{H}_i$. By considering $\mathcal{A} = \mathcal{B} = \Psi_e$ and $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_e$, we find

$$\tilde{\mathcal{G}}_{\Psi_e \Psi_e} = \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e} + (\pi \rho_0 \Gamma) q^2 \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} + 2(\pi \rho_0 \Gamma)^{1/2} q \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 f_e}. \quad (9)$$

From Eqs. (4), (8) with $\mathcal{A} = \mathcal{B} = f_e$ and (9), we obtain

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{G}}_{f_e f_e} &= \frac{\pi \rho_0 (\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \\ &+ \pi \rho_0 \Gamma \left[\frac{(\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \right]^2 \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} \end{aligned} \quad (10)$$

and the mixed Green's function

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 f_e} = \sqrt{\pi \Gamma \rho_0} \frac{(\bar{q} - i)}{1 - \sqrt{x}(\bar{q} - i)} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}, \quad (11)$$

determined from Eq. (8) by considering $\mathcal{A} = d_1$, $\mathcal{B} = f_e$ and $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_e$, with the parameter $x = (\pi \rho_0 V_{12})^2$ and $\bar{q} = \frac{1}{\pi \rho_0} \sum_k \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k}$. Here we assume the wide band limit denoted by $\bar{q} \rightarrow 0$.

Additionally, for the Hamiltonian of Eq. (5) we have the LDOS $\tilde{\rho}_o(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o})$, with

$$\mathcal{G}_{f_o f_o} = -\frac{i}{\hbar} \theta(\tau) \text{Tr}\{\varrho_o[f_o(\tau), f_o^\dagger(0)]_+\} \quad (12)$$

and $f_o = \sum_{\bar{q}} c_{o\bar{q}}$. We notice that $\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o}$ is decoupled from the adatoms. Thereby, from Eqs. (5) and (12), we take $\mathcal{A} = \mathcal{B} = f_o$ and $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_o$ in Eq. (8) and we obtain

$$\tilde{\mathcal{G}}_{f_o f_o} = \frac{\pi \rho_0 (\bar{q} - i)}{1 + \sqrt{x}(\bar{q} - i)}. \quad (13)$$

Thus the substitution of Eqs. (9), (11), and (13) in Eq. (6), leads to

$$\frac{\mathcal{T}(\varepsilon)}{\mathcal{T}_b} = 1 + (1 - q_b^2) \tilde{\Gamma} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}) + 2q_b \tilde{\Gamma} \text{Re}(\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}), \quad (14)$$

where $\tilde{\Gamma} = \frac{\Gamma}{1+x}$ is an effective adatom 1-tip coupling, $\mathcal{T}_b = \frac{4x}{(1+x)^2}$ represents the transmittance through the STM tips when the adatom 1 is absent ($\tilde{\Gamma} = 0$), $\mathcal{R}_b = 1 - \mathcal{T}_b$ stands for the corresponding reflectance and $q_b = \sqrt{\frac{\mathcal{R}_b}{\mathcal{T}_b}} = \frac{(1-x)}{2\sqrt{x}}$ as the Fano parameter [44, 45, 47]. The current equation for the transmittance encodes three distinct Fano regimes

of interference as follows: i) $q_b \rightarrow \infty$ ($x = 0$) provides $\mathcal{T}(\varepsilon) = -\tilde{\Gamma} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}) = \pi \tilde{\Gamma} \rho_{11}$, where we use $\rho_{11} = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1})$ as the LDOS of the adatom 1, which contains resonant states characterized by peaks, since the electronic transport in the interferometer is solely through the adatom 1 [15]; ii) $q_b = 0$ ($x = 1$) leads to $\mathcal{T}(\varepsilon) = 1 - \pi \tilde{\Gamma} \rho_{11}$ exhibiting Fano dips as a result of the suppression caused by ρ_{11} over the first term representing the maximum amplitude $\mathcal{T}_b = 1$. In such a case, when ρ_{11} shows a maximum, $\mathcal{T}(\varepsilon)$ presents a corresponding minimum as expected and the tunneling between the STM tips becomes the dominant process in the system. It reveals the depletion of charge in the LDOS of the STM tips detected by the transmittance, once this charge accumulates within the adatom 1, in particular, around the resonant states of ρ_{11} observed in situation (i) for $q_b \rightarrow \infty$ ($x = 0$); iii) corresponds to $q_b \approx 0.35$ ($x = 0.5$), which is the intermediate case wherein asymmetric Fano line-shapes appear with peaks and Fano dips coexisting in the same profile, thus making explicit a competition between V and V_{12} on an equal footing. These features of Fano interference will be addressed in Sec. 3.

2.3. System Green's functions

By applying the EOM on

$$\mathcal{G}_{d_1 d_1} = -\frac{i}{\hbar} \theta(\tau) \text{Tr}\{\varrho_e[d_1(\tau), d_1^\dagger(0)]_+\}, \quad (15)$$

and changing to the energy domain ε , we obtain the following relation

$$(\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma) \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} = 1 - t \tilde{\mathcal{G}}_{d_2, d_1} - \Delta \tilde{\mathcal{G}}_{d_2^\dagger, d_1} \quad (16)$$

expressed in terms of the self-energy $\Sigma = -(\sqrt{x} + i) \tilde{\Gamma}$ and Green's functions $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2, d_1}$ and $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2^\dagger, d_1}$. According to the EOM approach we find

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2, d_1} = -\frac{t \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}}{(\varepsilon - \varepsilon_2 + i0^+)} + \frac{\Delta \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}}{(\varepsilon - \varepsilon_2 + i0^+)}, \quad (17)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2^\dagger, d_1} = -\frac{\Delta \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}}{(\varepsilon + \varepsilon_2 + i0^+)} + \frac{t \tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1}}{(\varepsilon + \varepsilon_2 + i0^+)} \quad (18)$$

and

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1^\dagger, d_1} = -2t \Delta \tilde{K} \tilde{\mathcal{G}}_{d_1, d_1}, \quad (19)$$

in which $\tilde{K} = \frac{K}{\varepsilon + \varepsilon_1 + \Sigma - K_-}$, with $K = \frac{(\varepsilon + i0^+)}{[\varepsilon^2 - \varepsilon_2^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]}$, $\bar{\Sigma}$ as the complex conjugate of Σ and $K_{\pm} = \frac{(\varepsilon + i0^+)(t^2 + \Delta^2) \pm \varepsilon_2(t^2 - \Delta^2)}{[\varepsilon^2 - \varepsilon_2^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]}$. Thus substituting Eqs. (17), (18) and (19) into Eq. (16) the Green's function of the adatom 1 becomes

$$\tilde{g}_{d_1 d_1} = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MFs}}}, \quad (20)$$

where

$$\Sigma_{\text{MFs}} = K_+ + (2t\Delta)^2 K \tilde{K} \quad (21)$$

accounts for the self-energy due to the MFs connected to the adatom 1. We highlight that the self-energy of Eq. (21) contains the underlying mechanism that allows the invariance of the Fano lineshape. Such a universal feature is revealed as independent on the Fano parameter q_b , which we will discuss in detail below. Particularly for $t = \Delta = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$, we highlight that the expressions for $\tilde{K}$ and Σ_{MFs} found in Ref. [15] are recovered. Such a result will be revisited in Sec. 3.

3. Results and discussion

Below we investigate the features of the system Green's functions by employing the expression for the transmittance (Eq. (14)). According to Eq. (3), this transmittance can be obtained experimentally via the conductance G in units of G_0 for temperatures $T \rightarrow 0$. Additionally, we employ values for the Fermi energy ε , ε_j , t , and Δ in units of the Anderson parameter Γ .

In Fig. 2 we consider the Fano regime $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) for the transmittance $\mathcal{T}$ of Eq. (14) as a function of the Fermi energy ε . This situation corresponds to the case where the electron tunneling occurs exclusively through the adatom 1, due to the strong coupling between it and the STM tips. As predicted by the standard Fano's theory [44], the transmittance should exhibit a peak around each localized state in the adatom probed by the tips: see the green line shape of panel (a) for the adatom 1 here assumed to be decoupled from the adatom 2 for a sake of simplicity, which leads to the resonance centered at $\varepsilon = \varepsilon_1 = -5$ with maximum amplitude $\mathcal{T} = 1$. By keeping this level at such a value and employing $t = \Delta = 4$ combined with $\varepsilon_2 = 0$, a ZBP given by $\mathcal{T} = 1/2$ emerges due to the MF existing in adatom 1 [5]. Additionally, the most left

resonance in the same curve corresponds to that at $\varepsilon = -5$ found in the green lineshape, in particular with renormalized peak position $\varepsilon \approx -10$ as the aftermath of the connection $\sqrt{2}\Delta$ with the adatom 2, and with higher amplitude ($\mathcal{T} > 1/2$) in respect to that for the ZBP ($\mathcal{T} = 1/2$). Notice that a third peak in the vicinity of $\varepsilon \approx +10$ is found characterized by $\mathcal{T} < 1/2$. Thus in the presence of finite couplings t , the original peak at $\varepsilon = \varepsilon_1 = -5$ in the green curve of panel (a) with $\mathcal{T} = 1$ is split into those at $\varepsilon \approx -10$ and $\varepsilon \approx +10$ both with $\mathcal{T} < 1$ as the red lineshape points out. In which concerns the curves for $t < \Delta$ ($t = 2$ and $\Delta = 4$) and $t > \Delta$ ($t = 4$ and $\Delta = 2$), the transmittance is revealed as independent on the strengths t and Δ . Such a behavior attests the situation in which coupled MFs are absent in the system within the adatom 2.

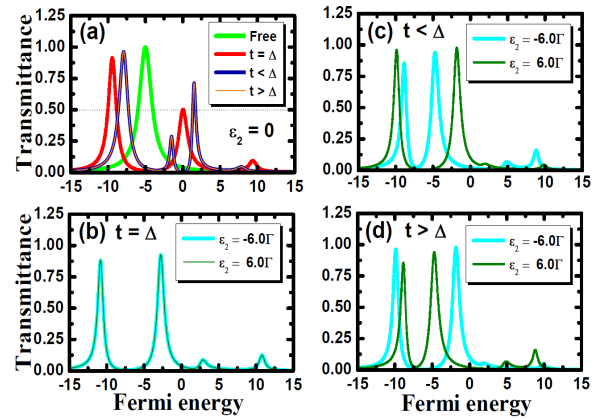


Figure 2: (Color online) Transmittance as a function of the Fermi energy of the STM tips within the Fano regime $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$): (a) for several cases in the parameters t and Δ with $\varepsilon_2 = 0$. Particularly in the condition $t = \Delta$, the standard zero-bias peak is found. (b) For $t = \Delta$ the transmittance shares the same lineshape of the symmetric situations above ($\varepsilon_2 = 6\Gamma$) and below ($\varepsilon_2 = -6\Gamma$) the MF zero mode $\varepsilon = 0$, respectively for positive and negative AFM gate potentials. The transmittance then becomes an invariant quantity under these conditions. Panels (c) and (d) reveal distinct profiles when the system is driven away ($t \neq \Delta$) from the point $t = \Delta$.

Panel (b) of Fig. 2 depicts the situation in which the system is still within the regime $t = \Delta$, but with $\varepsilon_2 \neq 0$. We point out that such a panel reveals a universal behavior in the transmittance profile when symmetric values for ε_2 are accounted. This regime is characterized by coupled MFs (see Fig. 1(d)) which result in the suppression of the ZBP and the

splitting of the resonances at $\varepsilon \approx -10$ and $\varepsilon \approx +10$ observed in the red curve of panel (a). For instance, the aforementioned universality is verified providing two identical curves for both values $\varepsilon_2 = 6\Gamma$ (positive potential) and $\varepsilon_2 = -6\Gamma$ (negative potential) due to the self-energy Σ_{MFs} of Eq. (21) for the MFs, which is dependent on the amplitude $K_{\pm}$. Notice that $K_{\pm} = \frac{2t^2(\varepsilon + i0^+)}{[\varepsilon^2 - \varepsilon_2^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]}$ within this situation, thus implying in $K_{\pm}(\varepsilon_2) = K_{\pm}(-\varepsilon_2)$ as well as $\Sigma_{\text{MFs}}(\varepsilon_2) = \Sigma_{\text{MFs}}(-\varepsilon_2)$, which then ensure the invariance of the transmittance profile at the point $t = \Delta$. For $t \neq \Delta$ we have $K_{\pm} \propto \pm \varepsilon_2(t^2 - \Delta^2)$, thus allowing a strong dependence on the sign of ε_2 . In panels (c) and (d) of the same figure, the transmittance respectively for $t < \Delta$ ($t = 2$ and $\Delta = 4$) and $t > \Delta$ ($t = 4$ and $\Delta = 2$) exhibit distinct behaviors as expected when we adopt symmetric values $\varepsilon_2 = 6\Gamma$ and $\varepsilon_2 = -6\Gamma$. Therefore in both limits $t > \Delta$ and $t < \Delta$, the influence of the negative potential $\varepsilon_2 < 0$ on the transmittance is made explicit once $\Sigma_{\text{MFs}}(\varepsilon_2) \neq \Sigma_{\text{MFs}}(-\varepsilon_2)$.

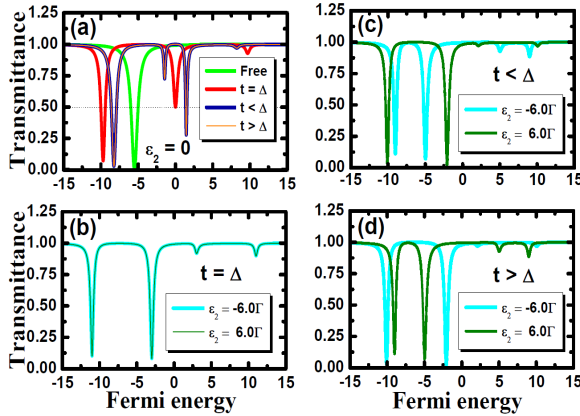


Figure 3: (Color online) Transmittance as a function of the Fermi energy of the STM tips within the Fano regime $x = 1$ ($q_b = 0$): panels (a)-(d) display the same features of Fig. 2 in the opposite regime of interference.

Fig. 3 holds within the Fano limit $x = 1$ ($q_b = 0$) where the electron tunneling between the STM tips is the dominant process in the system, thus resulting in Fano antiresonances instead of peaks in the transmittance profiles as a function of the Fermi energy. Panel (a) first displays the case in which the adatom 1 is decoupled from the adatom 2 represented by the green curve characterized by a dip at $\varepsilon = \varepsilon_1 = -5$. By using finite values for t

and Δ combined with $\varepsilon_2 = 0$, we can observe the crossover from the regime $t \neq \Delta$ ($t = 2$ with $\Delta = 4$ for the blue lineshape and $t = 4$ with $\Delta = 2$ in the case of the curve for the orange color) towards the point $t = \Delta = 4$, where we can clearly realize in the red curve the emergence of a dip with amplitude $\mathcal{T} = 1/2$, analogously to the opposite Fano regime of interference ($x = 0$ and $q_b \rightarrow \infty$) found in Fig. 2(a). In presence of the potential $\varepsilon_2 \neq 0$, the zero-bias dip disappears according to the curves with $\varepsilon_2 = 6\Gamma$ (positive potential) and $\varepsilon_2 = -6\Gamma$ (negative potential) as found in panel (b) of the same figure. As in Fig. 2(b) we also report a universality feature in the transmittance profile, which still arises from the condition $\Sigma_{\text{MFs}}(\varepsilon_2) = \Sigma_{\text{MFs}}(-\varepsilon_2)$ apart from the Fano parameter as we can notice in Eq. (21). For $t \neq \Delta$ coincident curves no longer exist and the universal behavior is not verified as pointed out by panels (c) and (d), which have the same set of parameters as in Fig. 2.

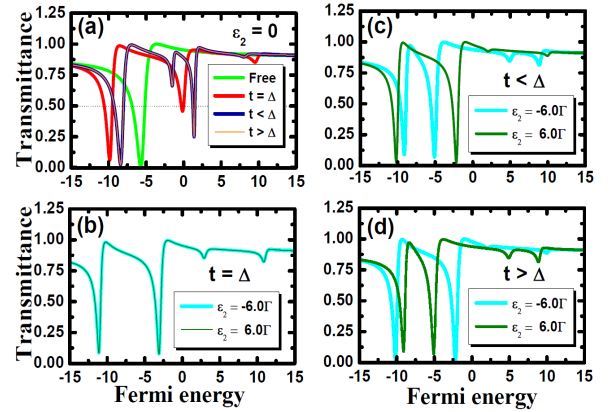


Figure 4: (Color online) Transmittance as a function of the Fermi energy of the STM tips within the Fano regime $x = 0.5$ ($q_b \approx 0.35$): panels (a)-(d) display the same features of Figs. 2 and 3, thus attesting that the point $t = \Delta$ is protected against the Fano effect as well as the symmetric change of the level in the adatom 2.

To make explicit that the invariance feature of the gate potential for the point $t = \Delta = 4$ is achievable for any Fano ratio q_b , we present in Fig. 4 the case $x = 0.5$ ($q_b \approx 0.35$) in which both paths V and V_{12} of Eq. (1) compete on an equal footing. For this situation, we find intermediate Fano profiles where the underlying physics of Figs. 2 and 3 is still the same. Therefore based on the results

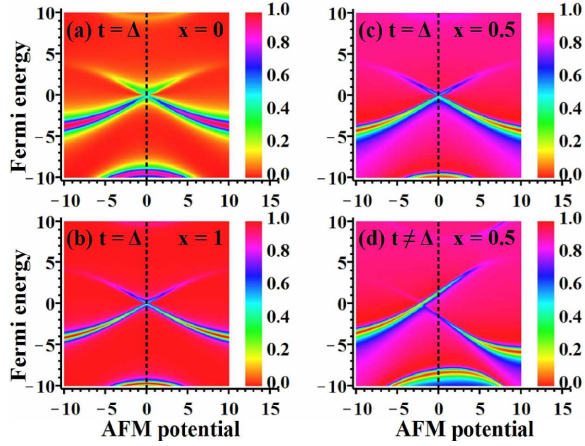


Figure 5: (Color online) Density plots for the transmittance as a function of the Fermi energy of the STM tips and the potential ε_2 tuned by the AFM tip in distinct Fano limits: (a) $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$), (b) $x = 1$ ($q_b = 0$), (c) $x = 0.5$ ($q_b \approx 0.35$) for $t = \Delta$ and (d) $x = 0.5$ ($q_b \approx 0.35$) in the situation $t \neq \Delta$. The symmetrical panels (a), (b) and (c) suggest that a pair of MFs is formed in which only the MF A couples to the adatom 1 (see Fig. 1(d)). In panel (d), the absence of the mirror symmetry under analysis arises from the simultaneous coupling of MFs A and B with the adatom 1. It occurs via the distinct amplitudes $(t + \Delta)$ and $(\Delta - t)$ as Eq. (2) ensures for $t \neq \Delta$.

of Figs. 2, 3 and 4 we demonstrate that the invariance of the Fano profile is independent on q_b arising solely from the feature $\Sigma_{\text{MFs}}(\varepsilon_2) = \Sigma_{\text{MFs}}(-\varepsilon_2)$, due to the connected MFs appearing in the term $i\varepsilon_2\Psi_A\Psi_B$ within Eq. (2), in particular for $t = \Delta$. Moreover, the invariance with the potential ε_2 in the transmittance becomes clearer if we look to its density plot spanned by the axes ε (Fermi level) and ε_2 . Fig. 5(a) is for $\varepsilon_1 = -5$ and $t = \Delta = 4$: it exhibits the case $x = 0$ ($q_b \rightarrow \infty$) for the regime of Fano interference, which shows the mirror symmetry under consideration with respect to the vertical axis placed at $\varepsilon_2 = 0$ (see the vertical dashed lines in the same figure). Notice that such a feature also manifests itself in panels (b) and (c), respectively in the limits $x = 1$ and $x = 0.5$. Here the orange color designates perfect insulating regions and those conducting are represented by red color. In panel (d) of the current figure, this mirror symmetry signature is broken just by using $t \neq \Delta$ as expected ($\Delta = 2$ and $t = 4$).

The invariant Fano profiles for the transmittance found in panels (b) of the Figs. 2, 3 and 4 as well as those (a), (b) and (c) for Fig. 5 are due to the

symmetric swap of the adatom 2 level around the MF zero mode which reveals the formation of a pair of MFs within such an adatom when $t = \Delta$. It couples the MF A to the adatom 1 with amplitude $\sqrt{2}\Delta$ as Eq. (2) ensures. However in the regime $t \neq \Delta$, the pair of MFs still exists within the adatom 2, but with the MFs A and B hybridized distinctly with the adatom 1 via the strengths $(t + \Delta)$ and $(\Delta - t)$, respectively. This feature is then probed by the symmetric tuning of the potential ε_2 around the MF zero mode, which yields the panels (c)-(d) of the Figs. 2, 3 and 4, in addition to the density plot in panel (d) of Fig. 5. Therefore, the aforementioned mechanism ruling the transmittance profiles via the couplings of the MFs with the adatom 1 is encoded by the self-energy Σ_{MFs} of Eq. (21).

4. Conclusions

In summary, we have explored theoretically a Fano interferometer composed by STM and AFM tips over superconducting adatoms, in which the pair of MFs under the latter, elucidates the gate invariance feature of the interferometer, due to the Majorana nature arising from the adatom 2. Particularly for the situation where only one MF hybridizes with the adatom coupled to STM tips, the aforementioned invariance consists of a universal behavior within the transmittance when the AFM tip tunes symmetrically the energy level of its adatom around the MF zero mode. Such a universality is constituted by a common Fano profile in transmittance as a function of the Fermi level of the STM tips for two symmetric values for the AFM tip potential. In the case of two MFs connected to the adatom beneath the STM tips, we verify that such a universality is broken. Hence, despite the experimental challenging of the proposal, we expect that in the near future such an interferometer can be developed.

Acknowledgments

This work was supported by the Brazilian agencies CNPq, CAPES, 2014/14143 – 0 and 2015/23539 – 8 São Paulo Research Foundation (FAPESP).

Appendix A. Transmittance derivation

Here we use the interaction picture to calculate $\mathcal{T}(\varepsilon)$ from Eq. (6). It ensures that a state $|\Phi_n\rangle$ from

the spectrum of the Hamiltonian given by $\mathcal{H}_e + \mathcal{H}_o = \mathcal{H}_{\varphi=0}$ admits the following time-dependency

$$\begin{aligned} |\Phi_n\rangle &= e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^0 \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}(\tau) d\tau} |\Psi_n\rangle \\ &\simeq (1 - \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^0 \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}(\tau) d\tau) |\Psi_n\rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

where $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ and $|\Psi_n\rangle$ is an eigenstate of $\mathcal{H}_{\varphi=0}$. Thus the current $\mathcal{J}_{\text{tip-1}}$ for the STM tip 1 can be obtained by performing the expected mean value of the current operator $\mathcal{I}_{\text{tip-1}} \equiv \mathcal{I}_{\text{tip-1}}(t=0)$, which reads

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{\text{tip-1}} &= \langle \Phi_n | \mathcal{I}_{\text{tip-1}} | \Phi_n \rangle \\ &= -\frac{i}{\hbar} \langle \Psi_n | \int_{-\infty}^0 [\mathcal{I}_{\text{tip-1}}, \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}(\tau)] d\tau | \Psi_n \rangle \\ &\quad + \mathcal{O}(\tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}^2), \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

where we have regarded $\langle \Psi_n | \mathcal{I}_{\text{tip-1}} | \Psi_n \rangle = 0$ and by considering the thermal average on the latter equation, which gives

$$\mathcal{J}_{\text{tip-1}} = -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^0 \text{Tr}\{\varrho_{\varphi=0} [\mathcal{I}_{\text{tip-1}}, \tilde{\mathcal{H}}_{\text{tun}}(\tau)]\} d\tau, \quad (\text{A.3})$$

where $\varrho_{\varphi=0}$ is the density matrix of the system described by the Hamiltonian $\mathcal{H}_{\varphi=0}$. By applying the equation-of-motion on $\mathcal{I}_{\text{tip-1}}$, we show that

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{tip-1}} &= -\frac{i}{\hbar} [e \sum_k c_{1k}^\dagger c_{1k}, \mathcal{H}_{\varphi=0}] \\ &= \left(-\frac{ie}{\sqrt{2}\hbar}\right) V \sum_k \left\{ (c_{ek}^\dagger d_1 - d_1^\dagger c_{ek}) \right. \\ &\quad \left. + (c_{ok}^\dagger d_1 - d_1^\dagger c_{ok}) \right\} \\ &\quad + \left(-\frac{ie}{\hbar}\right) V_{12} \sum_{q\bar{q}} (c_{oq}^\dagger c_{e\bar{q}} - c_{e\bar{q}}^\dagger c_{oq}), \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

which, in combination with Eq. (A.3), leads to

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{\text{tip-1}} &= -\frac{e}{\hbar} \Delta\mu \text{Im} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \{ \sqrt{2}V \mathcal{F}(-\tau) \\ &\quad + 2V_{12} \mathcal{M}(-\tau) \}, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

where

$$\mathcal{F}(-\tau) = -\frac{i}{\hbar} \theta(-\tau) \text{Tr}\{\varrho_{\varphi=0} [f_o^\dagger d_1, \sum_k c_{ek}^\dagger(\tau) c_{ok}(\tau)]\} \quad (\text{A.6})$$

and

$$\mathcal{M}(-\tau) = -\frac{i}{\hbar} \theta(-\tau) \text{Tr}\{\varrho_{\varphi=0} [f_o^\dagger f_e, \sum_k c_{ek}^\dagger(\tau) c_{ok}(\tau)]\} \quad (\text{A.7})$$

are retarded Green's functions.

In order to find a closed expression for the current $\mathcal{J}_{\text{tip-1}}$, we should evaluate the integrals in the time coordinate τ of Eq. (A.5), which result in

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \mathcal{F}(-\tau) &= \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mn} \frac{(e^{-\beta E_n} - e^{-\beta E_m})}{E_n - E_m + i0^+} \\ &\quad \times \langle \Psi_n | f_o^\dagger d_1 | \Psi_m \rangle \\ &\quad \times \langle \Psi_m | \sum_k c_{ek}^\dagger c_{ok} | \Psi_n \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

and

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \mathcal{M}(-\tau) &= \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mn} \frac{(e^{-\beta E_n} - e^{-\beta E_m})}{E_n - E_m + i0^+} \\ &\quad \times \langle \Psi_n | f_o^\dagger f_e | \Psi_m \rangle \\ &\quad \times \langle \Psi_m | \sum_k c_{ek}^\dagger c_{ok} | \Psi_n \rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

where we have used $\mathcal{Z}$ as the partition function of $\mathcal{H}_{\varphi=0} |\Psi_m\rangle = E_m |\Psi_m\rangle$, $\mathcal{A}(\tau) = e^{\frac{i}{\hbar} \mathcal{H}_{\varphi=0} \tau} \mathcal{A} e^{-\frac{i}{\hbar} \mathcal{H}_{\varphi=0} \tau}$ for an arbitrary time-dependent operator $\mathcal{A}(\tau)$. To eliminate the matrix element $\langle \Psi_m | c_{ek}^\dagger c_{ok} | \Psi_n \rangle$ in Eqs. (A.8) and (A.9), we calculate $\langle \Psi_m | [\sum_k c_{ek}^\dagger c_{ok}, \mathcal{H}_{\varphi=0}] | \Psi_n \rangle$, which gives

$$\begin{aligned} \langle \Psi_m | \sum_k c_{ek}^\dagger c_{ok} | \Psi_n \rangle &= \frac{-\sqrt{2}V \langle \Psi_m | d_1^\dagger f_o | \Psi_n \rangle}{(E_n - E_m)} \\ &\quad - \frac{2V_{12} \langle \Psi_m | f_e^\dagger f_o | \Psi_n \rangle}{(E_n - E_m)}. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

By performing the substitutions of Eqs. (A.8), (A.9) with (A.10) in Eq. (A.5), we enclose the re-

sult into the function labeled by χ_{mn} to show that

$$\begin{aligned}\mathcal{J}_{\text{tip-1}} &= \frac{e}{\hbar} \pi \Delta \mu \mathcal{Z}^{-1} \sum_{mn} \chi_{mn} \frac{(e^{-\beta E_n} - e^{-\beta E_m})}{E_n - E_m} \\ &\times \delta(E_n - E_m) \\ &= -\frac{e}{\hbar} \pi \Delta \mu \beta \sum_{mn} [\mathcal{Z}^{-1} e^{-\beta E_n} \delta(E_n - E_m)] \\ &\times \chi_{nm},\end{aligned}\quad (\text{A.11})$$

where we have defined

$$\begin{aligned}\chi_{nm} &= (\sqrt{2}V)^2 \langle \Psi_n | f_o^\dagger d_1 | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | d_1^\dagger f_o | \Psi_n \rangle \\ &+ 2\sqrt{2}V(2V_{12}) \langle \Psi_n | f_o^\dagger d_1 | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | f_e^\dagger f_o | \Psi_n \rangle \\ &+ (2V_{12})^2 \langle \Psi_n | f_o^\dagger f_e | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | f_e^\dagger f_o | \Psi_n \rangle.\end{aligned}\quad (\text{A.12})$$

In this calculation we have used

$$\begin{aligned}\langle \Psi_n | f_o^\dagger d_1 | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | f_e^\dagger f_o | \Psi_n \rangle \\ = \langle \Psi_n | f_o^\dagger f_e | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | d_1^\dagger f_o | \Psi_n \rangle,\end{aligned}$$

with

$$\frac{(e^{-\beta E_n} - e^{-\beta E_m})}{E_n - E_m} = -\beta e^{-\beta E_n} \quad (\text{A.13})$$

in the limit $E_n \rightarrow E_m$. The property $[\mathcal{H}_e, \mathcal{H}_o] = 0$ ensures the partitions $E_n = E_n^e + E_n^o$ and $\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_e \mathcal{Z}_o$ for the Hamiltonians $\mathcal{H}_e$ and $\mathcal{H}_o$, respectively in the brackets of Eq. (A.11), thus leading to

$$\begin{aligned}\mathcal{Z}^{-1} e^{-\beta E_n} \delta(E_n - E_m) &= \frac{1}{\beta} \mathcal{Z}_e^{-1} \mathcal{Z}_o^{-1} \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f_F}{\partial \varepsilon} \right) \\ &\times (e^{-\beta E_n^e} + e^{-\beta E_m^e}) (e^{-\beta E_n^o} + e^{-\beta E_m^o}) \\ &\times \delta(\varepsilon + E_n^e - E_m^e) \delta(\varepsilon + E_n^o - E_m^o).\end{aligned}\quad (\text{A.14})$$

Therefore, we substitute Eqs. (A.12) and (A.14) in Eq. (A.11) to calculate $G = \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathcal{J}_{\text{tip-1}}(\varphi = 0)$. The comparison of such a result with Eq. (3) allows us to find Eq. (6). We also verify that $G = \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathcal{J}_{\text{tip-2}}(\varphi = 0)$ for the STM tip 2, which is agreement with Refs. [11, 12] that show for the case with symmetric couplings V absence of Andreev currents, i.e., $\frac{\partial}{\partial \varphi} \mathcal{J}_{\text{tip-1}}(\varphi = 0) \neq \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathcal{J}_{\text{tip-2}}(\varphi = 0)$.

References

- [1] J. Alicea, Rep. Prog. Phys. **75**, 076501 (2012).
- [2] S. R. Elliott and M. Franz, Rev. Mod. Phys. **87**, 137 (2015).
- [3] K. Flensberg, Phys. Rev. Lett. **106**, 090503 (2012).

- [4] M. Leijnse and K. Flensberg, Phys. Rev. Lett. **107**, 210502 (2012).
- [5] M. Leijnse and K. Flensberg, Phys. Rev. B **86**, 134528 (2012).
- [6] A.Y. Kitaev, Phys. Usp. **44**, 131 (2001).
- [7] A.A. Zyuzin, D. Rainis, J. Klinovaja, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **111**, 056802 (2013).
- [8] D. Rainis, J. Klinovaja, L. Trifunovic, and D. Loss, Phys. Rev. B **87**, 024515 (2013).
- [9] A. Zazunov, P. Sodano, and R. Egger, New J. Phys **15**, 035033 (2013).
- [10] D. Roy, C. J. Bolech, and N. Shah, Phys. Rev. B **86**, 094503 (2012).
- [11] Y. Cao, P. Wang, G. Xiong, M. Gong, and X.-Q. Li, Phys. Rev. B **86**, 115311 (2012).
- [12] W.-J. Gong, S.-F. Zhang, Z.-C. Li, G. Yi, and Y.S. Zheng, Phys. Rev. B **89**, 245413 (2014).
- [13] Y.-X. Li, and Z.M. Bai, J. Appl. Phys. **114**, 033703 (2013).
- [14] N. Wang, S. Lv, and Y. Li, J. Appl. Phys. **115**, 083706 (2014).
- [15] D.E. Liu and H.U. Baranger, Phys. Rev. B **84**, 201308(R) (2011).
- [16] E. Vernek, P.H. Penteado, A.C. Seridonio, and J.C. Egues, Phys. Rev. B **89**, 165314 (2014).
- [17] D.E. Liu, M. Cheng, and R.M. Lutchyn, Phys. Rev. B **91**, 081405(R) (2015).
- [18] M. Cheng, M. Becker, B. Bauer, and R.M. Lutchyn, Phys. Rev. X **4**, 031051 (2014).
- [19] A.C. Seridonio, E.C. Siqueira, F.A. Dessotti, R.S. Machado, and M. Yoshida, J. Appl. Phys. **115**, 063706 (2014).
- [20] F.A. Dessotti, L.S. Ricco, M.de Souza, F.M. Souza, and A.C. Seridonio, J. Appl. Phys. **116**, 173701 (2014).
- [21] A. Ueda and T. Yokoyama, Phys. Rev. B **90**, 081405(R) (2014).
- [22] J.-J. Xia, S.-Q. Duan and W. Zhang, Nano. Res. Lett. **10**, 223 (2015).
- [23] E.J.H. Lee, X. Jiang, R. Aguado, G. Katsaros, C.M. Lieber, and S. De Franceschi, Phys. Rev. Lett. **109**, 186802 (2012).
- [24] V. Mourik, K. Zuo, S.M. Frolov, S.R. Plissard, E.P.A.M. Bakkers, and L.P. Kouwenhoven, Science **336**, 1003 (2012).
- [25] A. Das, Y. Ronen, Y. Most, Y. Oreg, M. Heiblum, and H. Shtrikman, Nature Phys. **8**, 887 (2012).
- [26] A.F. Otte, M. Ternes, K.V. Bergmann, S. Loth, H. Brune, C.P. Lutz, C.F. Hirjibehedin, and A.J. Heinrich, Nature Physics **4**, 847 (2008).
- [27] V. Madhavan, W. Chen, T. Jamneala, and F. Crommie, Phys. Rev. B **64**, 165412 (2001).
- [28] N. Knorr, M.A. Schneider, L. Diekhöner, P. Wahl, and K. Kern, Phys. Rev. Lett. **88**, 096804 (2002).
- [29] C.Y. Lin, A. H.C. Neto, and B.A. Jones, Phys. Rev. Lett. **97**, 156102 (2007).
- [30] M. Ternes, A.J. Heinrich, and W.D. Schneider, J. Phys.: Condens. Matter **21**, 053001 (2009).
- [31] S. N.-Perge, I. K. Drozdov, B. A. Bernevig, and Ali Yazdani, Phys. Rev. B **88**, 020407(R) (2013).
- [32] A. Heimes, P. Kotetes, and G. Schön, Phys. Rev. B **90**, 060507(R) (2014).
- [33] J. Li, H. Chen, I.K. Drozdov, A. Yazdani, B.A. Bernevig, and A.H. MacDonald, Phys. Rev. B **90**, 235433 (2014).
- [34] S.N.-Perge, I.K. Drozdov, J. Li, H. Chen, S. Jeon, J.

- Seo, A.H. MacDonald, B.A. Bernevig, and A. Yazdani, *Science* **346**, 602 (2014).
- [35] Y. Peng, F. Pientka, L.I. Glazman, and F. von Oppen, *Phys. Rev. Lett.* **114** 106801 (2015).
 - [36] R. Pawlak, M. Kisiel, J. Klinovaja, T. Meier, S. Kawai, T. Glatzel, D. Loss, and E. Meyer, *arXiv:1505.06078v2* (2015).
 - [37] W.-H. Wu and K.-D. Zhu, *Nanotechnology* **26**, 195501 (2015).
 - [38] V. Cherepanov, E. Zubkov, H. Junker, S. Korte, M. Blab, P. Coenen, and B. Voigtländer, *Review of Scientific Instruments* **83**, 033707 (2012).
 - [39] S. Qin, T.-H. Kim, Z. Wang, and A.-P. Li, *Review of Scientific Instruments* **83**, 063704 (2012).
 - [40] A. Roychowdhury, M.A. Gubrud, R. Dana, J.R. Anderson, C.J. Lobb, F. C. Wellstood, and M. Dreyer, *Rev. Sci. Instrum.* **85**, 043706 (2014).
 - [41] H. Sellier, B. Hackens, M.G. Pala, F. Martins, S. Baltazar, X. Wallart, L. Desplanque, V. Bayot, and S. Huant, *Semicond. Sci. Technol.* **26**, 064008 (2011).
 - [42] M. Topinka, B. LeRoy, S. Shaw, E. Heller, R. Westervelt, K. Maranowski, and A. Gossard, *Science* **289**, 2323 (2000).
 - [43] A. Kleshchonok, G. Fleury, and J.L. Pichard, *Phys. Rev. B* **91**, 125416 (2015).
 - [44] U. Fano, *Phys. Rev.* **124**, 1866 (1961).
 - [45] A.E. Miroshnichenko, S. Flach, and Y.S. Kivshar, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2257 (2010).
 - [46] H. Haug and A.P. Jauho, *Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors*, Springer Series in Solid-State Sciences 123 (Springer, New York, 1996).
 - [47] W. Hofstetter, J. König, and H. Schoeller, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 156803 (2001).

Unveiling Majorana Quasiparticles by a Quantum Phase Transition: Proposal of a Current Switch

F. A. Dessotti¹, L. S. Ricco¹, Y. Marques¹, L. H. Guessi^{2,3},

M. Yoshida², M. S. Figueira⁴, M. de Souza², Pasquale Sodano^{5,6}, and A. C. Seridonio^{1,2}

¹*Departamento de Física e Química, Unesp - Univ Estadual Paulista, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brazil*

²*IGCE, Unesp - Univ Estadual Paulista, Departamento de Física, 13506-900, Rio Claro, SP, Brazil*

³*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, C.P. 369, São Carlos, SP, 13560-970, Brazil*

⁴*Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, 24210-340, Niterói, RJ, Brazil*

⁵*International Institute of Physics, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 59078-400, Natal, RN, Brazil*

⁶*Departamento de Física Teórica e Experimental, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 59072-970 Natal, RN, Brazil*

We propose a theoretical approach based on an interferometer composed by two quantum dots asymmetrically coupled to isolated Majorana quasiparticles (MQPs), lying on the edges of two topological Kitaev chains, respectively via couplings $(t + \Delta)$ and $(\Delta - t)$. This setup enables us to probe MQPs in a quite distinct way from the zero-bias peak feature. Most importantly, the system behaves as a current switch made by two distinct paths: (i) for the upper dot connected to both chains, the device perceives both MQPs as an ordinary fermion and the current crosses solely the lower dot, since current in the upper dot is prevented due to the presence of the superconducting gap; and (ii) by suppressing slightly the hybridization of the upper dot with one chain, the current is abruptly switched to flow through this dot, once a trapped electron as a bound state in the continuum (BIC) [Phys. Rev. B **93**, 165116 (2016)] appears in the lower dot. Such a current switch between upper and lower dots characterizes the Quantum Phase Transition (QPT) proposed here, being the ratio t/Δ the control parameter of the transition. This QPT is associated with a change from an ordinary fermionic excitation regime to a MQP in the interferometer, which enables not only the fundamental revealing of MQPs, but also yields a current switch assisted by them.

PACS numbers: 72.10.Fk 73.63.Kv 74.20.Mn

I. INTRODUCTION

A scenario of misinterpretations concerning the real existence of a Majorana quasiparticle (MQP) in condensed matter systems¹⁻³ is due to the demand of the zero-bias peak (ZBP)^{4,5} as the clear evidence for its proof, once such a characteristic may stem from or masked by other phenomena⁶⁻⁸ as we will discuss below. Thereby in this work, we propose an alternative strategy to avoid this demand by introducing a novel based MQP current switch by means of an emerging quantum phase transition (QPT). Particularly, a MQP attached to an edge of a topological Kitaev chain⁹⁻¹⁵, as known theoretically, has as fingerprint the fractional ZBP $G = 0.5e^2/h$ appearing in the conductance through a quantum dot (QD)^{16,17}. Such a signature is elusive, once other physical phenomena and experimental difficulties can mask this feature by leading to a ZBP disregarding the MQP picture. Thus some criticisms have been reported in the literature addressing the validity of the ZBPs found in the experiments of Refs. [4] and [5], respectively for semiconducting nanowire and magnetic adatom systems in the presence of strong spin-orbit and magnetic fields with an s -wave superconducting surface. In the experiments above, it is not clear whether the ZBPs are due to a genuine isolated MQP or associated with disorder introduced by ordinary fermionic states lying within the superconducting gap, crossed Andreev effect, among others⁶⁻⁸. Furthermore, thermal broadening together with a coherence

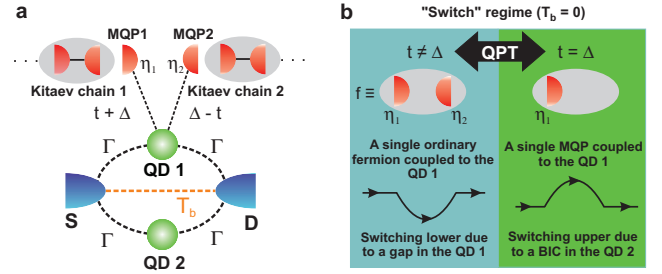


Figure 1. (Color online) (a) Double-QD interferometer connected to two Kitaev chains with MQPs η_1 and η_2 . The QDs are hybridized via Γ with the leads, while the upper QD with the chains by means of $(t + \Delta)$ and $(\Delta - t)$, respectively. T_b represents the background transmittance through the source (S) and drain (D) leads. (b) QPT: the interferometer behaves as an abrupt current switch for $T_b = 0$ when we tune from the $t \neq \Delta$ regime to $t = \Delta$.

length much longer than the Kitaev chain size can also lead to the overlap of the MQPs at the chain edges, thus suppressing the ZBP signature⁸.

Here our detection strategy adds a second QD to the system developed in our previous work¹⁸, where a novel technology for *qubit* storage was proposed based on bound states in the continuum (BICs)¹⁹⁻²¹ formed by MQPs. Thus we show that by using a double-QD interferometer connected to a pair of topological Kitaev chains, as those sketched in Fig. 1(a), that an emerging

QPT then unveils a MQP when the setup operates under the “Switch” regime for the current, namely: if the upper QD is coupled simultaneously to the Kitaev chains, the interferometer “feels” the two MQPs at the edges of the chains just as an ordinary fermion and the current travels exclusively through the lower dot (blue panel of Fig. 1(b)) once the other dot presents a superconducting gap that prevents the current. By reducing slightly the coupling between one chain and the upper dot, then the current suddenly switches, the QPT here addressed, to the path via this dot (green panel of Fig. 1(b)) as aftermath of the BIC rising in the lower dot that blocks the current through it, which is a straight indication of the half-fermion nature imposed by the unique MQP present in the system. Off the “Switch” regime (see Fig. 4), the QPT persists still via the abrupt change in the transmittance lineshape, but revealing novel fractional values $G = 0.25e^2/h$ and $G = 0.75e^2/h$ for the MQPs.

Before starting the system analysis itself, we should call attention for the model validity within an experimental perspective, specially due to the role of disorder in realistic Kitaev chains. It is well known that p -wave superconductors as aftermath of its spinless superconducting nature, which is accompanied by the topological phase, is then fragile against nonmagnetic elastic scattering. There are several reports in the literature covering the disorder issue in the case of Kitaev chains. As a matter of fact, as pointed out by Refs. [6, 7], there is indeed the need of having high purity chains in order to observe topological superconductivity. In quantitative terms, one has Ref. [7] pointing out that, if the ratio $\tau \gg \hbar J / (\Delta_s E_{SO})$ for the elastic scattering rate is fulfilled, the topological superconductivity should remain and as expected, the QPT we have found as well, wherein J represents the exchange spin splitting, Δ_s the s -wave pairing of the chain’s host and E_{SO} is the spin-orbit coupling energy. In general terms, the disorder is an important aspect, both on the theoretical framework²² as well as related to the fabrication of devices based on the Kitaev chains. Thus, in the present work we focus on the expected intrinsic effects of an “ideal” Kitaev chain and for this reason, we do not carried out any analysis concerning the disorder issue. More specifically, as we are dealing with a phase transition at zero temperature, quasiparticle poisoning is thus ruled out²³.

II. THEORETICAL SYSTEM

We employ an extension of the Hamiltonian inspired on the proposal from Liu and Baranger, which is a spinless

model to ensure topological superconductivity¹⁶:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \sum_{\alpha k} \tilde{\varepsilon}_{\alpha k} c_{\alpha k}^\dagger c_{\alpha k} + \sum_{j=1}^2 \varepsilon_j d_j^\dagger d_j + V \sum_{\alpha k j} (c_{\alpha k}^\dagger d_j + \text{H.c.}) \\ & + V_{SD} \left(\sum_{kp} c_{Sk}^\dagger c_{Dp} + \text{H.c.} \right) + \frac{(t + \Delta)}{\sqrt{2}} (d_1 - d_1^\dagger) \eta_1 \\ & + i \frac{(\Delta - t)}{\sqrt{2}} (d_1 + d_1^\dagger) \eta_2, \end{aligned} \quad (1)$$

where the electrons in the lead $\alpha = S, D$ are described by the operator $c_{\alpha k}^\dagger$ ($c_{\alpha k}$) for the creation (annihilation) of an electron in a quantum state k with energy $\tilde{\varepsilon}_{\alpha k} = \varepsilon_k - \mu_\alpha$, with μ_α as the chemical potential. For the QDs coupled to leads, $d_j^\dagger$ (d_j) creates (annihilates) an electron in the state ε_j . V (or $\Gamma = 2\pi V^2 \rho_0$, the Anderson parameter²⁴ with ρ_0 the metallic leads density of states) stands for the hybridizations between the QDs and the leads, which are considered equal to ensure the same conductance through the source and drain leads, i.e., $G = G_S = G_D$ ^{25, 26}. The QD 1 couples asymmetrically to the Kitaev chains with tunneling amplitudes defined for convenience by $t_L \equiv (1/\sqrt{2})(t + \Delta)$ and $t_R \equiv (i/\sqrt{2})(\Delta - t)$, respectively for the left and right MQPs $\eta_1 = \eta_1^\dagger$ and $\eta_2 = \eta_2^\dagger$. We stress that such definitions constitute just a choice of gauge which allows us to catch the following phenomenology: t_L and t_R change the last two terms of Eq. (1) into $td_1 f^\dagger + \Delta f^\dagger d_1^\dagger + \text{H.c.}$, when the ordinary fermion substitution $f = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_1 + i\eta_2)$ and $f^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_1 - i\eta_2)$ into Eq. (1) is adopted. As a result, electrons within f and d_1 beyond the normal tunneling t between them, become bounded as a Cooper pair with binding energy Δ . It is worth mentioning that Δ used here refers to the coupling term as indicated in Fig. 1(a) and it does not represent the superconducting gap of the p -wave Kitaev chains. However, the emergence of such a parameter can be understood as consequence of the proximity effect arising from the s -wave superconductors hosting the Kitaev chains. We would like to clarify that if the actual gauge imposed above were another, the QPT as well as the electric current switch feature would be triggered by fixing t_L and increasing slightly, for instance, t_R (or vice-versa). Such a tuning of the amplitudes t_L and t_R nowadays is completely possible, thus turning the feasibility of the proposal concrete experimentally.

A. Green’s functions

To calculate the conductance G , which depends upon the retarded Green’s functions $\hat{\mathcal{G}}_{AB}$ in the energy domain ε , with A and B as fermionic operators belonging to the Hamiltonian $\mathcal{H}$, we should employ the equation-of-motion (EOM) method²⁷ summarized as follows $\omega \hat{\mathcal{G}}_{AB} = (\varepsilon + i0^+) \hat{\mathcal{G}}_{AB} = [\mathcal{A}, B^\dagger]_+ + \hat{\mathcal{G}}_{[\mathcal{A}, \mathcal{H}]B}$. By applying the EOM on $\mathcal{G}_{d_j d_l} = -\frac{i}{\hbar} \theta(\tau) \text{Tr}\{\rho[d_j(\tau), d_l^\dagger(0)]_+\}$ here expressed

in terms of the density matrix ϱ for Eq. (11) and the Heaviside function $\theta(\tau)$, we change to the energy domain ε and obtain the following relation:

$$(\varepsilon - \varepsilon_j - \Sigma - \delta_{j1}\Sigma_{\text{MQPs}})\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l} = \delta_{jl} + \Sigma \sum_{\tilde{l} \neq j} \tilde{\mathcal{G}}_{d_{\tilde{l}} d_l}, \quad (2)$$

with $\Sigma = -(\sqrt{x} + i)(1 + x)^{-1}\Gamma$, $x = (\pi\rho_0 V_{SD})^2$, the MQPs self-energy $\Sigma_{\text{MQPs}} = K(t, \Delta) + (2t\Delta)^2 K\tilde{K}$, where $K(t, \Delta) = [\varepsilon^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]^{-1}\omega(t^2 + \Delta^2)$, $K = [\varepsilon^2 + 2i\varepsilon 0^+ - (0^+)^2]^{-1}\omega$, $\tilde{K} = [\varepsilon + \varepsilon_1 + \bar{\Sigma} - K(t, \Delta)]^{-1}K$ and $\bar{\Sigma}$ as the complex conjugate of Σ . Thus the solution of $\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_l}$ provides

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1} = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MQPs}} - \mathcal{C}_2} \quad (3)$$

as the Green's function of the QD 1, with $\mathcal{C}_j = \Sigma^2(\varepsilon - \varepsilon_j - \Sigma)^{-1}$ as the self-energy due to the presence of the j^{th} QD. In the case of the QD 2, we have

$$\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2} = \frac{1 - \tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0 \Sigma_{\text{MQPs}}}{\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma - \frac{\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0}{\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}^0} \Sigma_{\text{MQPs}} - \mathcal{C}_1}, \quad (4)$$

where $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}^0 = (\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma)^{-1}$ and $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}^0 = (\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma)^{-1}$ represent the corresponding Green's functions for the single QD system without MQPs. The mixed Green's functions are $\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_1} = \Sigma(\varepsilon - \varepsilon_2 - \Sigma)^{-1}\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_1}$ and $\tilde{\mathcal{G}}_{d_1 d_2} = \Sigma(\varepsilon - \varepsilon_1 - \Sigma - \Sigma_{\text{MQPs}})^{-1}\tilde{\mathcal{G}}_{d_2 d_2}$.

B. Conductance

In what follows we derive the Landauer-Büttiker formula for the zero-bias conductance $G = (e^2/h)\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t, \Delta)$ at temperature $T = 0$ ²⁷. Such a quantity is a function of the transmittance $\mathcal{T}(\varepsilon, t, \Delta)$ as follows:

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(\varepsilon, t, \Delta) &= \mathcal{T}_b + 2\sqrt{\mathcal{T}_b \mathcal{R}_b} \tilde{\Gamma} \sum_{j\bar{j}} \text{Re}\{\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon)\} \\ &\quad - (1 - 2\mathcal{T}_b) \tilde{\Gamma} \sum_{j\bar{j}} \text{Im}\{\tilde{\mathcal{G}}_{d_j d_{\bar{j}}}(\varepsilon)\} \\ &= \mathcal{T}_b + \sum_j \mathcal{T}_{jj}(\varepsilon, t, \Delta) + \sum_j \mathcal{T}_{j\bar{j}}(\varepsilon, t, \Delta), \end{aligned} \quad (5)$$

where $j, \bar{j} = 1, 2$ and $\bar{j} = 1, 2$ respectively for $j = 2, 1$ as labels to correlate distinct QDs, $\tilde{\Gamma} = \frac{\Gamma}{1+x}$ is an effective dot-lead coupling, $\mathcal{T}_b = \frac{4x}{(1+x)^2}$ represents the background transmittance and $\mathcal{R}_b = 1 - \mathcal{T}_b = \frac{(1-x)^2}{(1+x)^2}$ is the corresponding reflectance, both in the absence of the QDs and MQPs, $\mathcal{T}_{jj}(\varepsilon, t, \Delta)$ gives the transmittance through the j^{th} QD, while the crossed term $\mathcal{T}_{j\bar{j}}(\varepsilon, t, \Delta)$ accounts for

interference processes between these dots. For $t = \Delta$, we recover the Green's functions derived in Refs. [28] and [29]. In such works, we point out that the profiles of $\mathcal{T}(\varepsilon, t = \Delta)$ as a function of the single particle energy ε for a given symmetric detuning $\Delta\varepsilon$ of the QDs appear analyzed in great detail, since this case corresponds to the unique presence of a Kitaev chain. Thus, a robust Majorana ZBP is found when $\mathcal{T}_b = 0$ and the corresponding dip for $\mathcal{T}_b = 1$ is observed. We then suggest the reader to see Refs. [28] and [29] where $\mathcal{T}(\varepsilon, t = \Delta)$ versus ε for finite values of $\Delta\varepsilon$ can be found. In the limit of $t \neq \Delta$, we have checked that the Majorana ZB anomaly (peak or dip) is not verified. For this latter case, see for instance Fig. 2(c), wherein $\mathcal{T}_{11}(\varepsilon, t \neq \Delta)$ and $\mathcal{T}_{21}(\varepsilon, t \neq \Delta) + \mathcal{T}_{12}(\varepsilon, t \neq \Delta)$ as functions of ε appear explicitly for several $\Delta\varepsilon$. Additionally, it is worth noticing that the QPT as well as the electric current switch feature of the transmittance, just emerge when $\varepsilon = 0$ and as a function of $\Delta\varepsilon$.

III. RESULTS AND DISCUSSION

Based on the Green's functions derived previously together with Eq. (5) for the total transmittance $\mathcal{T}(\varepsilon, t, \Delta)$, we focus on two cases ruled by analytical expressions here determined for $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ and $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$, as follows: the ‘‘Switch’’ regime for the current, sketched in details in Figs. 2(a) and 3(a), which rises when we set the device to $\mathcal{T}_b = 0$, $\varepsilon = 0$ (zero-bias) with $\varepsilon_1 = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ and $\varepsilon_2 = -\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ as the symmetric detuning for the QDs; Off the ‘‘Switch’’ regime, where just $\mathcal{T}_b = 1$ is changed.

It is worth mentioning that the control parameter of the QPT is given by the ratio t/Δ . Thus from now on, in Figs. 2, 3 and 4 we identify by the label ‘‘numerical’’ those curves determined by Eq. (5) by considering $t = 6\Gamma$ with $\Delta = 7\Gamma$ and $t = \Delta = 6\Gamma$ respectively for the limits $t \neq \Delta$ and $t = \Delta$, otherwise the analytical expressions for $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ and $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$ here obtained appear with the label ‘‘analytical’’, which are functions indeed explicitly independent on t and Δ . Here the energy scale adopted in the simulations is the Anderson parameter Γ ²⁴.

A. Sharpness of the switching action

We highlight that the analytical expressions that we have found, which will appear later on, in the limits $t \neq \Delta$ and $t = \Delta$, wondrously reveals a universal behavior by means of the independence on the parameters t and Δ . Consequently, it means that numerically speaking, i.e., without performing the aforementioned analytical simplifications in Eq. (5) for $\mathcal{T}(\varepsilon, t, \Delta)$, the emulation of a weak suppression of the coupling between the QD 1 and Kitaev chain 2, can be realized by a slight change in Δ by fixing t within such an equation, which then makes the

system to undergo a QPT, since the phases $t \neq \Delta$ and $t = \Delta$ are not smoothly connected being characterized by an absence of a crossover.

As a result, there is a sudden change in the transmittance profile as we will see, in which each phase is recognized by the derived analytical expression describing $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ and $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$, respectively. It means that, the sharpness of the switching action of $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t, \Delta, \Delta\varepsilon)$ is given by a Dirac delta behavior pinned at $t = \Delta$ when $t - \Delta$ is varied.

B. The “Switch” regime

By considering $\mathcal{T}_b = 0$ and $t \neq \Delta$, we mimic both the Kitaev chains of Fig 2 coupled to the QD 1, then allowing the current to switch through the lower QD only, where we see diagrammatically by the orange arrows, the current crossing solely the QD 2 of panel (a) of the same figure. Within this regime, the total transmittance reduces to

$$\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = \mathcal{T}_{22} = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \frac{1}{4}\Delta\varepsilon^2} \quad (6)$$

as outlined in Fig 2(b), where we recognize $\mathcal{T}_{22} = 1$ for the QDs on resonance ($\Delta\varepsilon = 0$) that connect the metallic leads via the Fermi energy ($\varepsilon = 0$) through the QD 2 and $\mathcal{T}_{22} = 0$, the off-resonance case ($\Delta\varepsilon \gg \Gamma$ and $\Delta\varepsilon \ll -\Gamma$) wherein such a connection is found truncated.

The unique contribution from $\mathcal{T}_{22}$ to the total transmittance of the system, then lies on the features $\mathcal{T}_{11}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 0$ and $\mathcal{T}_{12}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) + \mathcal{T}_{21}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 0$ that do ensure a null contribution to $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ as can be verified in Fig 2(c) as a function of ε , for different $\Delta\varepsilon$ values.

The partial transmittance $\mathcal{T}_{11}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 0$ reflects that the QD 1 perceives both the two MQPs at the edges of the Kitaev chains as an ordinary fermionic zero mode, in such a way that the splitting of this mode occurs in $\mathcal{T}_{11}$, which opens a superconducting gap as pointed out in Fig 2(c), which prevents the current as a result. On the other hand, $\mathcal{T}_{12}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) + \mathcal{T}_{21}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 0$ encode the scattering of electrons traveling forth and back between the upper and lower QDs, which are phase shifted by π , i.e., $\mathcal{T}_{12}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = -\mathcal{T}_{21}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon)$ canceling the net current through this path.

The case $t = \Delta$ switches the upper QD suddenly, thus characterizing the QPT found in panel (a) of Fig 3 then yielding solely

$$\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon) = \mathcal{T}_{11} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \Delta\varepsilon^2} \quad (7)$$

as it appears in Fig 3(b), which differently from Fig 2(b), gives $\mathcal{T}_{11} = 0.5$ in the limits $\Delta\varepsilon \gg \Gamma$ and $\Delta\varepsilon \ll -\Gamma$: see the half-spheres outlined in the panel (b) of Fig 3

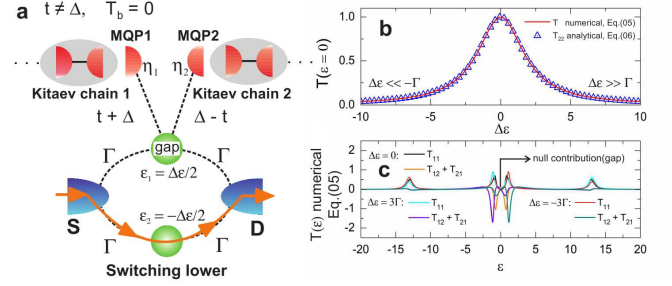


Figure 2. (Color online) The “Switch” regime $\mathcal{T}_b = 0$: (a) The QD 1 perceives the two MQPs η_1 and η_2 (an ordinary fermion), in particular with $t \neq \Delta$. (b) As a result of (a), just the zero-bias transmittance ($\varepsilon = 0$) $\mathcal{T}_{22}$ contributes to the total system transmittance $\mathcal{T}$ as a function of the symmetric detuning $\Delta\varepsilon$ for the QDs. (c) The transmittances $\mathcal{T}_{11}$ and $\mathcal{T}_{12} + \mathcal{T}_{21}$ exhibit a superconducting gap to prevent the current.

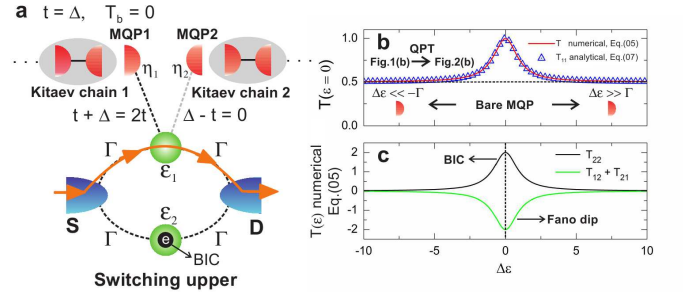


Figure 3. (Color online) The “Switch” regime $\mathcal{T}_b = 0$: (a) The current is switched upper (orange arrows) through the QD 1, when such a dot perceives solely the MQP η_1 for $t = \Delta$. (b) A QPT occurs due to the system abrupt change from $t \neq \Delta$ to $t = \Delta$, giving rise to a transmittance profile fully distinct with respect to that found in Fig 2(b). (c) In this case, the transmittance $\mathcal{T}_{22}$ is canceled by a Fano dip in $\mathcal{T}_{12} + \mathcal{T}_{21}$. An electron e is trapped within the lower QD as a BIC.

for such a pictorial representation, which points out the zero mode of the MQP at the edge in the Kitaev chain 1 that leaked into the QD 1¹⁷. In such a case, the path via $\mathcal{T}_{11}$ is chosen due to the emerging Fano dip^{30,31} in $\mathcal{T}_{12}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon) + \mathcal{T}_{21}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$ that results in a perfect destructive interference with the resonance lineshape of $\mathcal{T}_{22}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$ as it appears in Fig 3(c), which cancels the possibility of other paths for the current through the system. This perfect cancellation points out that an electron is trapped within the lower QD as a BIC, which then blocks the current to cross from the source towards drain. We highlight that the Fano interference mechanism of the BIC emergence can be found discussed in great detail in Refs. [32] and [33] for the graphene system. Particularly, the BIC phenomenon here verified occurs when the nature of the device is purely due to a MQP.

Thus, distinctly from the situation $t \neq \Delta$ for an ordinary fermion present, where the absence of states in QD 1 due to a gap that prevents the current flow, in the

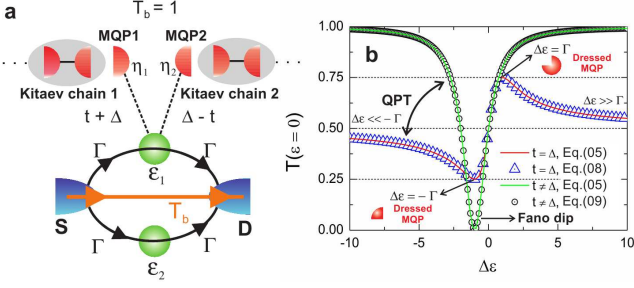


Figure 4. (Color online) Off the “Switch” regime $\mathcal{T}_b = 1$: (a) The lead-lead coupling $\mathcal{T}_b$ now exists and the current crosses the QDs as well as the middle region between the leads. (b) Even without the current switch feature in the device, the QPT remains made explicit by the abrupt change in the transmittance profile, wherein novel MQP signatures rise given by $\mathcal{T} = 0.25$ and $\mathcal{T} = 0.75$, respectively for $\Delta\varepsilon = -\Gamma$ and $\Delta\varepsilon = \Gamma$.

$t = \Delta$ regime a single electron is bounded to the QD 2, which does not allow extra electrons to pass as aftermath of the electronic state of this QD, which is filled indefinitely due to the BIC phenomenon that puts into such a dot an electron with an infinite lifetime.

C. Off the “Switch” regime

For this regime we have $\mathcal{T}_b = 1$ and the absence of the current switch feature as depicted in Fig. 4(a), where the current crosses simultaneously the QDs and the middle region between the metallic leads, once we have checked that all terms of Eq. (5) are relevant to the total transmittance. Here Fig. 4(b) exhibits the QPT wherein an abrupt change in the transmittance profile still remains, i.e.,

$$\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\Delta\varepsilon\Gamma}{\Gamma^2 + \Delta\varepsilon^2} \quad (8)$$

and

$$\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t \neq \Delta, \Delta\varepsilon) = 1 - \frac{\Gamma^2}{(\Gamma + \Delta\varepsilon)^2 + \Delta\varepsilon^2}, \quad (9)$$

due to the change from the case $t = \Delta$ to $t \neq \Delta$. The latter function describes the situation in which the QD 1 perceives the Kitaev chains 1 and 2 as an ordinary

fermion, being characterized by $\mathcal{T} = 1$ when the dots are found very far from the resonance ($\Delta\varepsilon \gg \Gamma$ and $\Delta\varepsilon \ll -\Gamma$) recovering the background transmittance $\mathcal{T}_b = 1$ of the leads, in addition to the point $\Delta\varepsilon = -\Gamma$ where $\mathcal{T} = 0$ giving rise to a perfect Fano destructive interference.

By entering into $t = \Delta$ regime, the transmittance alters drastically its profile thus making explicitly the QPT as a result of the isolated MQP 1, as can be verified in the panel (b) of the same figure.

It is worth mentioning that, in particular, we predict well-established fractional values for the transmittance. From the expression $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon)$ above, one can show that especially for the detuning of the QDs $\Delta\varepsilon = \pm\Gamma$, we find $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon = -\Gamma) = 0.25$ and $\mathcal{T}(\varepsilon = 0, t = \Delta, \Delta\varepsilon = \Gamma) = 0.75$, which point out “dressed” MQPs traveling through the interferometer, appearing depicted by the incomplete spheres in Fig. 4(b) in order to indicate pictorially the emergence of such quasiparticles. These novel fractional values for the transmittance exactly placed at $\Delta\varepsilon = -\Gamma$ and $\Delta\varepsilon = \Gamma$ are then helpful to recognize that one isolated MQP lies on the Kitaev chain 1.

IV. CONCLUSIONS

In summary, by assuming $\mathcal{T}_b = 0$ we have the phase $t \neq \Delta$ with $\mathcal{T} = \mathcal{T}_{22}$ (switching lower) when the QD 1 “feels” both the MQPs at the edges of the Kitaev chains as an ordinary fermion, followed by the phase $t = \Delta$ wherein $\mathcal{T} = \mathcal{T}_{11}$ (switching upper) for this dot solely connected to the Kitaev chain 1, when the system has a single MQP isolated. Hence, the sudden change in the path for the current, which does not have nothing to do with the elusive ZBP signature, is then triggered by the QPT here addressed and serves not only to reveal a MQP isolated in the system, but also to propose as an application a current switch assisted by MQPs. Furthermore for $\mathcal{T}_b = 1$, we have found the novel fractional values $G = 0.25e^2/h$ and $G = 0.75e^2/h$ in the conductance when the system is off the “Switch” regime, which can help to recognize a MQP.

V. ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by CNPq, CAPES, 2014/14143-0, 2015/23539-8, 2015/26655-9 São Paulo Research Foundation (FAPESP).

¹ J. Alicea, Rep. Prog. Phys. **75**, 076501 (2012).

² S.R. Elliott and M. Franz, Rev. Mod. Phys. **87**, 137 (2015).

³ M. Leijnse and K. Flensberg, Semicond. Sci. Technol. **27**, 124003 (2012).

⁴ V. Mourik, K. Zuo, S.M. Frolov, S.R. Plissard, E.P.A.M. Bakkers, and L.P. Kouwenhoven, Science **336**, 1003 (2012).

⁵ S.N.-Perge, I.K. Drozdov, J. Li, H. Chen, S. Jeon, J. Seo, A.H. MacDonald, B.A. Bernevig, and A. Yazdani, Science **346**, 602 (2014).

⁶ J. Liu, A.C. Potter, K.T. Law, and P.A. Lee, Phys. Rev. Lett. **109**, 267002 (2012).

- ⁷ E. Dumitrescu, B. Roberts, S. Tewari, J.D. Sau, and S.Das Sarma, Phys. Rev. B **91**, 094505 (2015).
- ⁸ P.A. Lee, Science **346**, 545 (2014).
- ⁹ A.Y. Kitaev, Phys. Usp. **44**, 131 (2001).
- ¹⁰ F. Iemini, L. Mazza, D. Rossini, R. Fazio, and S. Diehl, Phys. Rev. Lett. **115**, 156402 (2015).
- ¹¹ D. Roy, C. J. Bolech, and N. Shah, Phys. Rev. B **86**, 094503 (2012).
- ¹² A.A. Zyuzin, D. Rainis, J. Klinovaja, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **111**, 056802 (2013).
- ¹³ R. Pawlak, M. Kisiel, J. Klinovaja, T. Meier, S. Kawai, T. Glatzel, D. Loss, and E. Meyer, arXiv:**1505.06078v2** (2015).
- ¹⁴ S.M. Albrecht, A.P. Higginbotham, M. Madsen, F. Kuemmeth, T.S. Jespersen, J. Nygard, P. Krogstrup, C.M. Marcus, Nature **531**, 206 (2016).
- ¹⁵ A. Zazunov, P. Sodano, and R. Egger, New J. Phys **15**, 035033 (2013).
- ¹⁶ D.E. Liu and H.U. Baranger, Phys. Rev. B **84**, 201308(R) (2011).
- ¹⁷ E. Vernek, P.H. Penteado, A.C. Seridonio, and J.C. Egues, Phys. Rev. B **89**, 165314 (2014).
- ¹⁸ L.S. Ricco, Y. Marques, F.A. Dessotti, R.S. Machado, M. de Souza, and A.C. Seridonio, Phys. Rev. B **93**, 165116 (2016).
- ¹⁹ J. von Neumann and E. Wigner, Phys. Z. **30**, 465 (1929).
- ²⁰ F.H. Stillinger and D.R. Herrick, Phys. Rev. A **11**, 446 (1975).
- ²¹ F. Capasso, C. Sirtori, J. Faist, D.L. Sivco, S.-N.G. Chu, and A.Y. Cho, Nature **358**, 565 (1992).
- ²² A.R. Akhmerov, J.P. Dahlhaus, F. Hassler, M. Wimmer, and C.W.J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. **106**, 057001 (2011).
- ²³ D. Rainis and D. Loss Phys. Rev. B **85**, 174533 (2012).
- ²⁴ P.W. Anderson, Phys. Rev. **124**, 41 (1961).
- ²⁵ Y. Cao, P. Wang, G. Xiong, M. Gong, and X.-Q. Li, Phys. Rev. B **86**, 115311 (2012).
- ²⁶ W.-J. Gong, S.-F. Zhang, Z.-C. Li, G. Yi, and Y.S. Zheng, Phys. Rev. B **89**, 245413 (2014).
- ²⁷ H. Haug and A.P. Jauho, Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors, Springer Series in Solid-State Sciences Vol. 123 (Springer, New York, 1996).
- ²⁸ A.C. Seridonio, E.C. Siqueira, F.A. Dessotti, R.S. Machado, and M. Yoshida, J. Appl. Phys. **115**, 063706 (2014).
- ²⁹ F.A. Dessotti, L.S. Ricco, M. de Souza, F.M. Souza, and A.C. Seridonio, J. Appl. Phys. **116**, 173701 (2014).
- ³⁰ U. Fano, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).
- ³¹ A.E. Miroshnichenko, S. Flach, and Y.S. Kivshar, Rev. Mod. Phys. **82**, 2257 (2010).
- ³² L.H. Guessi, R.S. Machado, Y. Marques, L.S. Ricco, K. Kristinsson, M. Yoshida, I.A. Shelykh, M. de Souza, and A.C. Seridonio, Phys. Rev. B **92**, 045409 (2015).
- ³³ L.H. Guessi, Y. Marques, R.S. Machado, L.S. Ricco, K. Kristinsson, M.S. Figueira, I.A. Shelykh, M. de Souza, and A.C. Seridonio, Phys. Rev. B **92**, 245107 (2015).