

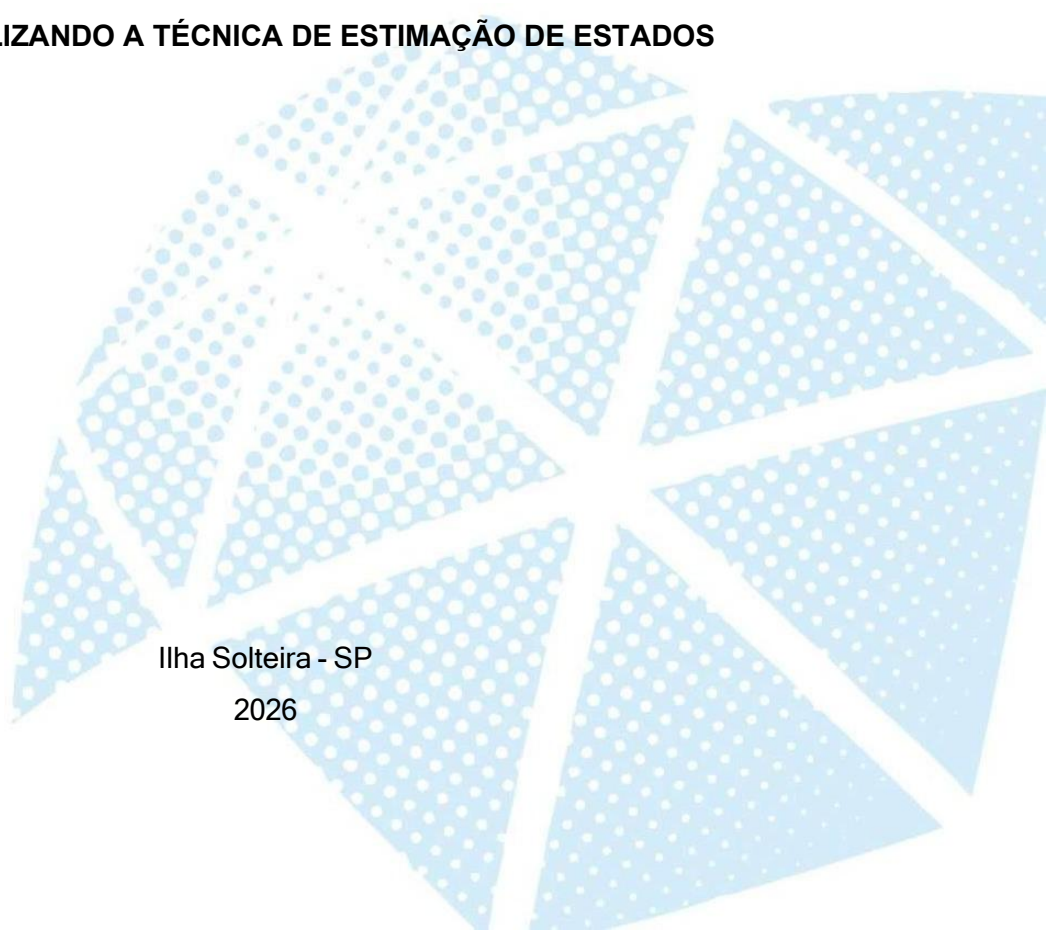
**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

PEDRO HENRIQUE ROVINA CARDOZO

**ALGORITMO DETECTOR DE PERDAS NÃO TÉCNICAS EM REDES DE DISTRI-
BUIÇÃO UTILIZANDO A TÉCNICA DE ESTIMAÇÃO DE ESTADOS**

Ilha Solteira - SP

2026



CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PEDRO HENRIQUE ROVINA CARDOZO

**ALGORITMO DETECTOR DE PERDAS NÃO TÉCNICAS EM REDES DE DISTRI-
BUIÇÃO UTILIZANDO A TÉCNICA DE ESTIMAÇÃO DE ESTADOS**

Trabalho de graduação apresentado(a) à
Universidade Estadual Paulista (UNESP),
Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira,
para obtenção do título de Grau acadêmico
de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação

Orientador(a): Prof. Dr. Jonatas Boás Leite

Ilha Solteira - SP

2026

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

C268a Cardozo, Pedro Henrique Rovina.
 Algoritmo detector de perdas não-técnicas em redes de distribuição
 utilizando a técnica de estimação de estados / Pedro Henrique Rovina Cardozo.
 -- Ilha Solteira: [s.n.], 2026
 63 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Elétrica) -
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2026

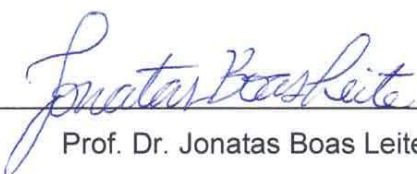
Orientador: Jonatas Boas Leite

Inclui bibliografia

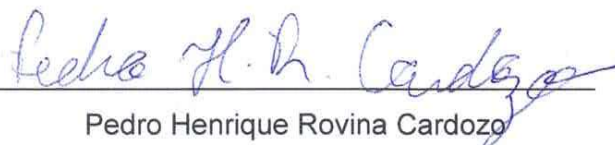
1. Distribuição. 2. Estimação de estados. 3. Perdas não técnicas.

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Aos dezoito dias do mês de março de dois mil e vinte e seis, o discente **Pedro Henrique Rovina Cardozo**, matriculado sob o nº 171052277, tendo como banca examinadora o seu orientador, o Prof. Dr. Jonatas Boas Leite, o Prof. Dr. José Francisco Resende da Silva e o Doutorando Gabriel Victor de Oliveira Blanco, apresentou o Trabalho de Graduação intitulado "**Algoritmo Detector de Perdas Não-Técnicas em Redes de Distribuição utilizando a Técnica de Estimação de Estados**", obtendo a nota 10,0 (DEZ) e conceito APROVADO.


Prof. Dr. Jonatas Boas Leite

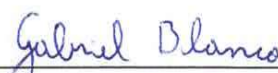
- Orientador -


Pedro Henrique Rovina Cardozo

- Discente -


Prof. Dr. José Francisco Resende da Silva

- Membro da Banca -


Doutorando Gabriel Victor de Oliveira Blanco

- Membro da Banca -

Dedico este trabalho a Deus, ao meu pai Paulo Roberto
e à minha mãe Rita de Cássia.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me proporcionado a oportunidade de estudar em uma universidade pública de excelência.

Aos meus pais, Rita de Cássia e Paulo Roberto, bases da minha vida, por me ensinarem o valor da honestidade e do caráter. Por me proporcionarem, desde a infância, as melhores condições para que eu pudesse realizar meu sonho de estudar Engenharia Elétrica na Unesp; pelas palavras de sabedoria, tranquilidade e calma; pelo apoio, amor incondicional e paciência durante os meus anos de estudo.

À minha namorada Dayara, pelo apoio, paciência e valiosos conselhos na reta final da faculdade. Mesmo a distância, sempre encontra as melhores maneiras de deixar o meu coração mais leve e meus dias mais felizes.

Aos meus amigos, pelas noites de estudo, risadas, experiências, histórias e preocupações compartilhadas, que tornaram esses anos de faculdade, longe da minha família, mais tranquilos, alegres e felizes. Em especial aos amigos Felipe Antonio, Bruno Henrique, Rafael Eller, Daniel Oliveira, Letícia Bispo e Maria Tereza. Cada um teve um papel essencial na minha jornada e estará sempre no meu coração.

Ao professor Dr. Jonatas Boas Leite, pelas aulas, pela indispensável orientação, dedicação e apoio a este Trabalho de Graduação

A todos os professores, técnicos e servidores da Unesp de Ilha Solteira, que compartilharam o seu conhecimento e proporcionaram a melhor estrutura para o meu desenvolvimento como pessoa e como profissional.

“O sucesso não acontece por acaso. É trabalho duro, perseverança, aprendizado, estudo, sacrifício e, acima de tudo, amor pelo que você está fazendo ou aprendendo a fazer.”

Pelé.

RESUMO

A demanda energética mundial vem crescendo anualmente. A corrida industrial contemporânea, em países desenvolvidos e emergentes, exige o desenvolvimento de novas fontes de energia que visem garantir a segurança energética e maior eficiência do sistema, atendendo aos interesses globais no presente e no futuro. Diante desse cenário, cabe à indústria energética desenvolver estratégias, tecnologias e técnicas de gestão que garantam a confiabilidade e evitem os desvios de energia, os quais geram impactos operacionais e econômicos. Dentre esses desvios, estão as perdas não técnicas, provocadas por consumidores que adulteram propositalmente seus medidores com o intuito de burlar as tarifas de energia. As adulterações trazem diversos impactos para a sociedade, estando diretamente ligadas a acidentes fatais, em tentativas frustradas de ligações irregulares, a uma menor arrecadação de impostos que poderiam ser utilizados em benefício da população, a injustiças sociais, entre outros problemas. Além disso, são a principal ameaça para a saúde financeira das concessionárias de energia no Brasil. Neste trabalho de graduação, é desenvolvido um algoritmo detector de perdas não técnicas que utiliza como base a técnica de estimação de estados pelo método dos mínimos quadrados ponderados não iterativo, visando identificar barras suspeitas em um sistema de distribuição. O algoritmo desenvolvido mostra-se capaz de identificar barras com valores de tensão adulterados.

Palavras-chave: Distribuição; Estimação de Estado; Perdas Não Técnicas.

ABSTRACT

Global energy demand is increasing annually. The contemporary industrial race in both developed and emerging countries necessitates the development of new energy sources aimed at ensuring energy security and greater system efficiency, meeting global interests now and in the future. In light of this scenario, the energy industry must develop strategies, technologies, and management techniques that guarantee reliability and prevent energy deviations, which generate operational and economic impacts. Among these deviations are non-technical losses, caused by consumers who purposefully tamper with their meters in order to evade energy tariffs. These tampering activities bring diverse negative consequences for society, being directly linked to fatal accidents resulting from unsuccessful attempts at illegal connections, to lower tax collection (which could otherwise be used for the benefit of the population), and to social injustices, among other problems. Furthermore, they represent the main threat to the financial health of energy utilities in Brazil. In this graduation project, an algorithm for detecting non-technical losses is developed. It utilizes the state estimation technique through the non-iterative Weighted Least Squares method, aiming to identify suspicious buses within a distribution system. The developed algorithm proves capable of identifying buses with tampered voltage values.

Keywords: Distribution; Non-Technical Losses; State Estimation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Acesso à energia elétrica mundial.....	16
Figura 2 - Evolução do consumo de energia elétrica de 1993 a 2017	16
Figura 3 - Definição das perdas de energia	17
Figura 4 - Definição de perdas não técnicas.....	18
Figura 5 - Composição tarifária de energia elétrica no Brasil	20
Figura 6 - Modelo de Equivalência Pi.....	27
Figura 7 - Varredura direta na rede de distribuição para cálculo da estimativa de estado	31
Figura 8 - Topologia de uma rede de distribuição composta por 6 barras.....	32
Figura 9 - Exemplo do diagrama de classes do modelo uml utilizado	33
Figura 10 - Fluxograma do detector de perdas não técnicas.....	34
Figura 11 - Curva de distribuição normal para localização do medidor adulterado ...	38
Figura 12 - Circuito alimentador de distribuição objeto de estudo	40
Figura 13 - Histograma de erros de magnitude de tensão para variância de 10^{-4} até 10^{-10}	41
Figura 14 - Correlação entre valores medidos e estimados de tensão para variância de 10^{-4} até 10^{-10}	42
Figura 15 - Histograma de erros de magnitude de tensão para variância de 10^{-4}	42
Figura 16 - Correlação entre valores medidos e estimados de tensão para variância de 10^{-4}	42
Figura 17 - Histograma de erros de magnitude de tensão para variância de 10^{-10}	43
Figura 18 - Correlação entre valores medidos e estimados de tensão para variância de 10^{-10}	43
Figura 19 - Detecção da barra 60 com irregularidade	45
Figura 20 -Detecção das barras 60 e 120 com irregularidade.....	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Equações de zona de rede	29
Tabela 2 - Valores de tensão estimados e adulterados para barra 60.....	45
Tabela 3 - Valores de tensão estimados e adulterados para as barras 60 e 120	46
Tabela 4 - Valores de tensão estimados e sem adulteração para as barras 3, 60 e 120	47
Tabela 5 -Valores de tensão medidos, estimados e desvios para var 10^{-4} a 10^{-10}	54
Tabela 6 - Valores de tensão medidos, estimados e desvios para var 10^{-4}	57
Tabela 7 - Valores de tensão medidos, estimados e desvios para var 10^{-10}	60

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMR	Leitura Automática dos Medidores
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
DMS	Sistema de Gerenciamento da Distribuição
SEM	Sistema de Gerenciamento de Energia
EPI	Equipamento de Proteção Individual
GAM	Regressão Aditivo Generalizado
GIS	Sistema de Informações Geográficas
GWR	Regressão Geograficamente Ponderado
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICMS	Imposto sobre a Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços
LAV	Valor Mínimo Absoluto
LimSup	Limite Superior
MQPNI	Mínimos Quadrados Ponderados Não Iterativo
PNT	Perda Não Técnica
PT	Perda Técnica
SHGM	Scheweppe Hupper Generalized M
TWh	Terawatt-Hora
UC	Unidade Consumidora
UCL	Limite de Controle Superior
UML	Linguagem de Modelagem Unificada
WLAV	Valor Mínimo Absoluto Ponderado
WLS	Mínimos Quadrados Ponderados

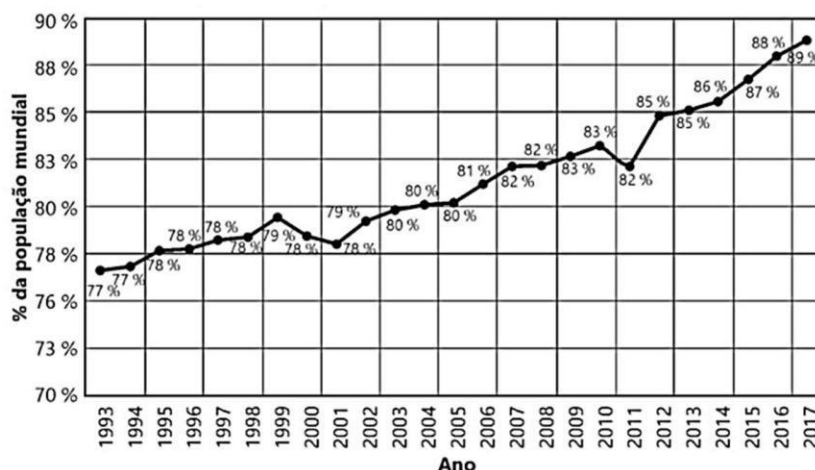
SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	PERDAS NÃO TÉCNICAS DE ENERGIA E SEUS IMPACTOS	18
1.2	MEDIDAS DE COMBATE E PREVENÇÃO ÀS PERDAS NÃO TÉCNICAS	20
1.2.1	Objetivos	21
1.2.1.1	Organização do texto	21
2	A ESTIMAÇÃO DE ESTADOS E AS TÉCNICAS DE DETECÇÃO DE PERDAS NÃO TÉCNICAS	22
2.1	A ESTIMAÇÃO DE ESTADOS NAS REDES DE DISTRIBUIÇÃO	22
2.2	TÉCNICAS PARA DETECÇÃO DE PERDAS NÃO TÉCNICAS	24
3	ESTIMADOR DE ESTADOS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS NÃO ITERATIVO E O DETECTOR DE PERDAS NÃO TÉCNICAS.....	27
3.1	ESTIMAÇÃO DE ESTADOS PELOS MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS NÃO ITERATIVO	27
3.1.1	As equações de zona de rede e variáveis de estado	28
3.2	APLICAÇÃO DO ALGORITMO ESTIMADOR DE ESTADOS.....	31
3.3	DETECTOR DE PERDAS NÃO TÉCNICAS	33
3.4	APLICAÇÃO DO ALGORITMO DETECTOR DE PERDAS NÃO TÉCNICAS	38
4	ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	40
4.1	CIRCUITO ALIMENTADOR DE DISTRIBUIÇÃO	40
4.2	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	40
5	CONCLUSÃO	48
	REFERÊNCIAS.....	50
	APÊNDICE A – TABELAS COM OS DADOS COMPLETOS DAS SIMULAÇÕES .	54

1 INTRODUÇÃO

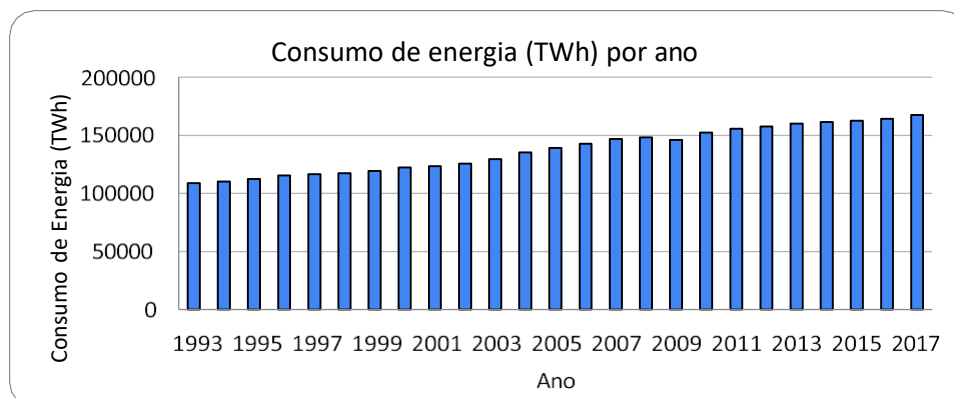
A eletricidade, indispensável e onipresente nos dias de hoje, é uma das bases para o desenvolvimento socioeconômico da sociedade moderna da qual conhecemos hoje. Com o avanço tecnológico, desenvolvimento de novas fontes de geração de energia e interesses governamentais pelo avanço das redes de distribuição em seus territórios, a parcela da população mundial com acesso à energia elétrica vem aumentando cada vez mais, bem como o seu consumo. De acordo com Barros (2023), podemos observar na Figura 1 que em 2017 89% da população global possuía acesso à eletricidade, 12% a mais que em 1993. Além disso, de acordo com a *Our World in Data*, considerando o mesmo período, o consumo de energia aumentou aproximadamente 59.000 terawatts-hora, como pode ser observado na Figura 2, considerando todas as matrizes energéticas.

Figura 1 - Acesso à energia elétrica mundial.



Fonte: Barros (2023).

Figura 2 - Evolução do consumo de energia elétrica de 1993 a 2017.

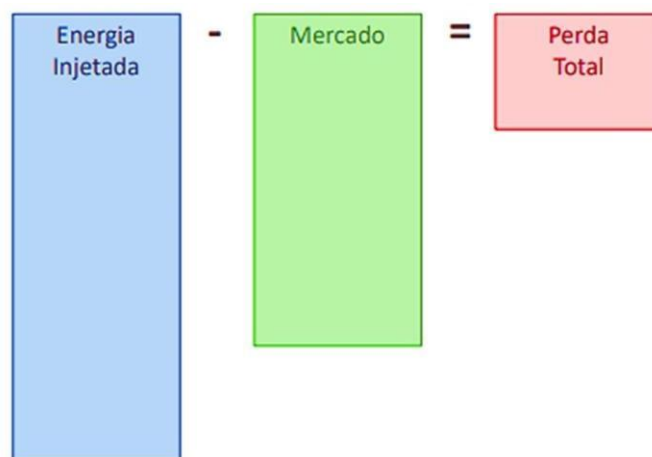


Fonte: Adaptado de *Our World in Data* (2024).

Essa crescente demanda por energia elétrica faz com que a indústria energética desenvolva tecnologias, ferramentas e técnicas de gestão para mitigar os desvios energéticos, seja na geração, transmissão e distribuição, que podem causar impactos econômicos severos nas empresas que possuem a concessão da distribuição, principalmente.

Tais desvios podem ser chamados de perdas de energia, e são definidos como a subtração do total de energia injetada no sistema elétrico pela quantidade de energia consumida pelo consumidor final e medida pelas concessionárias, como pode ser observada no diagrama da Figura 3. As perdas acabam se destacando como sendo um dos fatores que mais impactam no desequilíbrio econômico das empresas que possuem a concessão da distribuição (Barros, 2023).

Figura 3 - Definição das perdas de energia.



Fonte: ANEEL (2024).

Dentro do que é definido como “perdas”, existe a ramificação em Perdas Técnicas (PT) e Perdas Não Técnicas (PNT). As PTs são definidas como dissipações e fenômenos físicos que ocorrem nos condutores e equipamentos elétricos, como efeito Joule, correntes parasitas e histerese no núcleo dos transformadores de potência e correntes de fuga nos isoladores e para-raios. Por se tratar de uma característica intrínseca dos materiais elétricos, as perdas técnicas não são passíveis de eliminação, foca-se apenas na otimização do sistema para obter os menores percentuais possíveis (Barros, 2023). Já as PNTs, na maioria dos casos, originam-se da má intenção de indivíduos que desejam burlar o sistema de consumo de energia elétrica, ou seja, são todas e quaisquer formas de adulteração nos medidores de energia, popularmente chamados de “gatos”. As perdas não técnicas também podem ser provocadas, ainda

que em uma pequena parcela, por falhas técnicas, erros de leitura e medição e erros de faturamento. Podem ser calculadas através da diferença entre as perdas totais e as perdas técnicas (ANEEL, 2024), como apresenta o diagrama da Figura 4.

Figura 4 - Definição de perdas não técnicas.



Fonte: Adaptado de ANEEL (2024).

1.1 PERDAS NÃO TÉCNICAS DE ENERGIA E SEUS IMPACTOS

De acordo com a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), as perdas não técnicas se caracterizam por serem causadas na distribuição da energia na qual não são faturadas pela distribuidora. Tais perdas se originam devido às ações humanas ou causadas por problemas no processo de leitura. Os motivos mais identificados são as fraudes, furtos e ligações clandestinas, além de erros na leitura de medidores (ANEEL, 2024).

As fraudes de energia se caracterizam pelas alterações feitas pelo consumidor na sua rede elétrica que causam influência no processo de medição, não contabilizando o consumo de energia, além de artifícios, como utilização de ímãs no medidor que impedem a rotação adequada do relógio, gerando um registro de consumo menor que o real (Correa, Sousa, Ribeiro, 2022).

O furto de energia, ou “gato”, se dá pelo desvio direto da rede pelo consumidor, puxando um condutor de alimentação diretamente para a sua residência ou comércio, provocando um consumo não faturado. No Brasil, os furtos geralmente acontecem em áreas de risco e de difícil acesso, o que, além de tornar a fiscalização inviável, também pode colocar em risco a integridade física dos técnicos. Dessa forma, as concessionárias de energia destacam o furto como o grande causador de impactos financeiros e nas causas de falta de energia em algumas localidades (Correa, Sousa, Ribeiro, 2022).

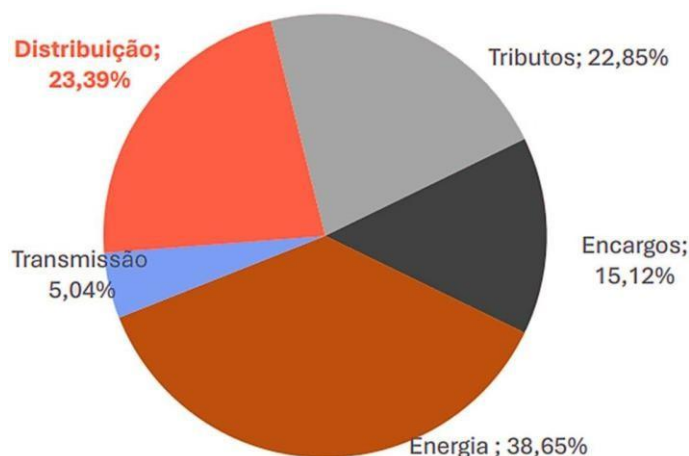
Os erros de leitura em medidores, apesar de ocorrerem em menor escala, também são considerados perdas não técnicas de energia. As principais ações são a leitura incorreta dos medidores, favoritismo por parte do técnico para algum indivíduo conhecido ou até mesmo o funcionário modificar o valor real medido na sua unidade consumidora (UC) (Correa, Sousa, Ribeiro, 2022).

As redes inteligentes ou *smart grids* e medidores inteligentes, os *smart meters*, podem contribuir para a redução desses tipos de perdas, entretanto além da disseminação dessa tecnologia ser mais lenta em países subdesenvolvidos, novas formas de alteração podem causar as PNTs, como ciberataques aos medidores e às bases de dados das concessionárias.

As perdas não técnicas causam diversos danos à sociedade, sejam eles econômicos ou sociais. Segundo um estudo da *Northeast Group* (2017), o impacto econômico global causado pela perda não técnica foi de US\$ 96 bilhões por ano. O Brasil, por sua vez foi responsável por 11% desse valor, ficando atrás apenas da Índia que representou 24% do total (Barros, 2023).

Ao observarmos a composição da tarifa de energia no Brasil, apresentada na Figura 5, nota-se que apenas 23,39% do faturamento total arrecadado pelas distribuidoras fica retido, o restante acaba sendo repassado aos setores de geração, transmissão e ao Estado, mediante de pagamento de tributos e encargos. Tais percentuais devem ser repassados aos demais setores mesmo que o faturamento da distribuição tenha sido menor, por fatores como inadimplência e perdas, por exemplo. Desse modo, parte do prejuízo econômico causado pela perda não técnica é assumido pelas concessionárias de distribuição e parte é assumida pelo consumidor final via tarifas (Barros, 2023). Sendo assim, a perda não técnica acaba culminando na elevação do preço das tarifas de energia elétrica, fazendo com que as unidades consumidoras regulares acabem pagando pelo consumo fraudulento dos consumidores irregulares, configurando uma injustiça social.

Figura 5 - Composição tarifária de energia elétrica no Brasil.



Fonte: Adaptado de ABRADÉE (2022).

Diversos outros danos sociais estão relacionados às PNTs, como a falta de segurança, uma vez que as ligações clandestinas são realizadas sem conhecimento técnico, estudos prévios e utilização de Equipamentos de Proteção Individual (EPI) adequados, culminando em acidentes graves e fatais. Podemos ressaltar também a redução da tensão na localidade e aumento das quedas de energia. Outro impacto social relevante é a concorrência desleal entre UCs comerciais e industriais, que conseguem reduzir ilicitamente as suas tarifas de energia e se sobrepõem às suas concorrentes honestas, estimulando-as a também adotar práticas ilegais para o consumo de energia.

Além disso, com a fraude nos medidores, o desperdício de energia aumenta, consumidores irregulares pagam tarifas extremamente mais baixas, ou até mesmo são isentos dos custos, desse modo não desenvolvem hábitos de racionalização e economia, ocasionando em desperdício, já que não existe a preocupação em apagar as lâmpadas, desligar condicionadores de ar e diminuir o tempo nos banhos, por exemplo (Dantas, 2006). Podemos citar ainda a redução na arrecadação de impostos, uma vez que o consumo de energia ilegal não é faturado pelas concessionárias, o Imposto sobre a Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços (ICMS) não é recolhido, impossibilitando a sua aplicação pelo Estado em benefício da sociedade.

1.2 MEDIDAS DE COMBATE E PREVENÇÃO ÀS PERDAS NÃO TÉCNICAS

Mesmo para cidades de pequeno porte, a detecção de perdas não técnicas acaba sendo um desafio para as concessionárias de distribuição de energia elétrica, sendo

um processo custoso e trabalhoso, devido à grande e crescente quantidade de consumidores. Desse modo, percorrer todas as UCs em busca de detectar eventuais fraudes é inviável.

Em Faria (2016) é apresentada uma série de medidas que visam detectar e, conseqüentemente, reduzir as PNTs, são elas:

- identificação de regiões propensas e com maior risco de fraudes e desenvolvimento de campanhas de conscientização;
- promoção de ações em áreas com altos índices de perdas não técnicas, alertando sobre os prejuízos causados à sociedade, bem como os perigos de ligações clandestinas;
- implementação de políticas de negociação de débitos;
- executar a instalação de medidores pré-pagos;
- maior difusão de programas sociais, como a tarifa social, que oferece descontos de até 65% na energia elétrica para famílias carentes.

1.2.1 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo principal a implementação de um algoritmo que seja capaz de detectar perdas não técnicas em um sistema de distribuição de energia elétrica. Em termos específicos, utilizando a metodologia de estimação de estados lineares, pretende-se localizar espacialmente a barra que apresenta a perda não técnica, além de propor soluções para a sua eliminação.

1.2.1.1 Organização do texto

Referente à estrutura organizacional deste trabalho, o capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica de técnicas de estimação de estados, bem como metodologias de detecção de perdas não técnicas em sistemas de distribuição de energia elétrica. O capítulo 3 apresenta a descrição matemática do algoritmo estimador e do algoritmo detector, utilizados como base para a metodologia proposta. Já o capítulo 4 apresenta os resultados das simulações realizadas, bem como uma discussão acerca dos gráficos e dados obtidos. Por fim, no capítulo 5, está a conclusão deste trabalho, abordando os tópicos desenvolvidos ao longo do relatório e argumentações finais.

2 A ESTIMAÇÃO DE ESTADOS E AS TÉCNICAS DE DETECÇÃO DE PERDAS NÃO TÉCNICAS

Até os anos 2000, poucos trabalhos tinham como objetivo desenvolver técnicas e estudos voltados para a solução dos problemas sociais e econômicos causados pelas PNTs. Acreditava-se que tais perdas eram ocasionadas devido a processos internos nas concessionárias, como erros de leitura ou no cadastro de clientes, por exemplo (Faria, 2016). Apenas no início do século XXI começaram a surgir alguns estudos com técnicas para a detecção e, posteriormente, mitigação dos problemas causados pelas perdas não técnicas. Uma dessas técnicas é a estimação de estados, que será discutida nessa seção, bem como alternativas de detecção.

2.1 A ESTIMAÇÃO DE ESTADOS NAS REDES DE DISTRIBUIÇÃO

Tradicionalmente, o sistema de controle e aquisição de dados, conhecido como SCADA, conecta a subestação e o centro de controle de operações mediante um sistema eletromecânico complexo baseado na tecnologia telefônica discada. Com o surgimento de novas tecnologias, como o computador e maior capacidade de processamento computacional, o sistema foi otimizado e se tornou mais eficiente, sendo renomeado como sistema de gerenciamento de energia (EMS) que utiliza a estimação de estados como ferramenta para fornecer dados para controle e monitoramento em tempo real do sistema elétrico (Blanco, 2024).

Existem na literatura diversas técnicas de estimação de estados, como os mínimos quadrados ponderados (WLS) (Bose; Clements, 1987), valor mínimo absoluto (LAV) (Kotiuga, 1985) e o valor mínimo absoluto ponderado (WLAV) (Celik; Abur, 1992), utilizados desde os anos 1970, época em que técnicas de gestão das redes de transmissão eram limitadas.

Apenas no passado recente, com o avanço da tecnologia e com maiores preocupações econômicas e de otimização das redes elétricas, surgiram técnicas para o aprimoramento e gerenciamento das redes de distribuição para melhorar a qualidade do serviço, o que resultou no sistema de gerenciamento da distribuição (DMS), no qual um dos principais aplicativos é a técnica de estimação de estados (Baran, 2001). Apesar de técnicas de estimação já serem utilizadas nas redes de transmissão, as mesmas não podem ser empregadas na distribuição, pois tais redes são desbalanceadas, radiais e com uma quantidade muito grande de barras. Dessa forma, diversos

estudos surgiram propondo técnicas para o emprego da estimação de estados na distribuição.

Durante a década de 1990, diversos estudos relevantes surgiram sobre o tema, em (Roytelman; Shahidehpour, 1993), o problema da estimação através da técnica dos mínimos quadrados é sanado utilizando as Leis de Kirchhoff juntamente com modelos estatísticos das cargas que representam o carregamento dos transformadores da distribuição. Em (Baran; Kelly, 1994), através de uma abordagem básica do WLS, propõe-se que a simplificação dos elementos da matriz Jacobiana resulta em uma estimação de estados que depende da previsão de cargas.

Um estimador de estados baseado nas correntes de linhas é desenvolvido em (Baran; Kelly, 1995), no qual objetiva-se incorporar a natureza desbalanceada das redes de distribuição, entretanto, a título de simplificação, a topologia da rede é removida das ramificações laterais. Lu *et al.* (1995) desenvolvem uma formulação também baseada na corrente, na qual inicialmente o algoritmo realiza a estimação das pseudomedidas nos transformadores presentes na distribuição e, em seguida, as equações não lineares são resolvidas via métodos iterativos utilizando o método de Newton. É proposto em Li (1996) um modelo de carga estocástico influenciado tanto pela variação cronológica quanto pelas condições relacionadas ao clima. Em Gosh *et al.* (1997), é desenvolvido um modelo probabilístico que atende à diversidade da carga e ao comportamento estatístico não normal das cargas. As propostas desenvolvidas para estimação de estados na distribuição baseiam-se no fluxo de potência probabilísticos ou adaptações do método dos WLS.

Ao longo da década de 2000, outros estudos e metodologias foram propostos. Lubkeman *et al.* (2000) realizam uma implementação em campo da estimação de estados e levantam questões ainda não solucionadas, como as estratégias de modelagem de carga. Já Wang e Schulz (2004) realizam a revisão do método baseado nas correntes de linhas, além disso, empregam a leitura automática dos medidores (AMR) para estimar as cargas nos transformadores de distribuição. Singh (2009) avalia de forma comparativa as técnicas dos WLS, WLAV e Scheweppe Hupper Generalized M (SHGM). Desse modo, os resultados mostram, no geral, que os algoritmos que se baseiam nos WLS funcionam melhor quando conhecem as características de ruído; por outro lado, caso as características de ruído não sejam conhecidas, uma nova classe de algoritmos deve ser desenvolvida.

Com o advento dos conceitos das *smart grids*, o desenvolvimento de novos estudos voltados para a criação (ou aprimoramento) de novos algoritmos de estimação de estados foi impulsionado durante a década de 2010. Desse modo, Taylor *et al.* (2011), através da assunção da existência de redundância na informação fornecida pelos dados, propõem que novos métodos de estimação de estados para rede de distribuição, que integrem os *smart meters* e DGs com baixo tempo computacional, sejam desenvolvidos. Farantathos *et al.* (2011) desenvolve uma metodologia de estimação de estados dinâmica através da utilização de medições feitas de forma sincronizadas providas da PMUs, porém tal método é empregado apenas dentro da subestação de interesse, além disso, toda a complexidade topológica do sistema de distribuição é ignorada. Leite e Mantovani (2016) propõem o emprego de um modelo de transformador de distribuição para acoplar a solução de estimação de estados para redes secundárias com a rede primária, permitindo, dessa forma, a criação de uma sequência de cálculo para cada estado desconhecido utilizando a solução do problema do ciclo Hamiltoniano. Desse modo, a estimação de estados para a rede de distribuição é fundamental para o DMS, pois fornece informações completas e de forma confiável. Sendo assim, é um pré-requisito para outras aplicações de gerenciamento e controle da rede de distribuição de energia (Zhu, 2020).

2.2 TÉCNICAS PARA DETECÇÃO DE PERDAS NÃO TÉCNICAS

A partir do início do século XXI, diversos estudos começaram a abordar as PNTs constatando que, diferentemente do que se pensava inicialmente, as perdas não técnicas não são oriundas de erros ou desorganização de processos internos das concessionárias de distribuição, mas sim de ações criminosas de indivíduos mal intencionados. Desse modo, percebeu-se que as ligações irregulares causam um grande impacto socioeconômico. Tais trabalhos surgiram, então, propondo diversas técnicas computacionais que visam a detecção e, posteriormente, a mitigação das PNTs em benefício da sociedade.

No trabalho de Faria (2016), é proposta a construção de mapas de probabilidade de perdas para localização das subáreas de um município do interior paulista vulnerável às PNTs através de três métodos diferentes. Tais técnicas utilizam dados socioeconômicos obtidos do censo demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) de 2010, e dados da concessionária de distribuição.

A primeira técnica emprega uma análise espacial de pontos nos dados obtidos, onde as PNTs são representadas por pontos no espaço geográfico, levando em consideração variáveis socioeconômicas e da rede de distribuição. Tais variáveis são associadas a um estudo de “casos-controle” comparando os processos pontuais em questão e os utilizando como dados de entrada para o modelo de regressão aditivo generalizado (GAM). O modelo é utilizado para a análise de variação espacial das probabilidades de localização de UCs com PNTs e utilizadas para a construção de mapas de densidade de perdas.

Em seguida, um modelo GAM é implementado também levando em consideração variáveis socioeconômicas e da rede de distribuição local. Analogamente à técnica anterior, um estudo de “casos-controle” é utilizado como entrada do modelo, possibilitando a construção do mapa de probabilidade de perdas para o presente. Combinando o modelo de regressão com as cadeias de Markov, o mapa de probabilidade de perdas contendo a previsão para o futuro é gerado.

Por fim, é realizada a estimação de variação espaço-temporal das perdas não técnicas utilizando técnicas de regressão espacial, GAM e regressão geograficamente ponderada (GWR) combinadas com as cadeias de Markov para produção de mapas de probabilidade de perdas no tempo presente e no futuro, respectivamente.

Sendo assim, através dos mapas construídos, foi possível não só localizar, no presente e no futuro, as regiões do município que mais apresentam perdas, mas também estimar quais características socioeconômicas e da rede influenciam na disposição das PNTs.

O trabalho de Rolim, Cunha e Trindade (2022) foca no desenvolvimento de uma metodologia para detectar e localizar as perdas não técnicas, aplicando dados de medidores inteligentes na rede de distribuição. A técnica proposta é baseada no coeficiente de determinação obtido mediante uma múltipla regressão linear entre dois pontos de consumo. O modelo proposto compara em pares os medidores de energia que apresentam uma barra de referência comum e, através da regressão linear, calcula o coeficiente de determinação. Caso o maior valor do coeficiente seja maior que o patamar definido, nenhuma irregularidade é observada, entretanto, se o maior valor calculado for menor que o patamar definido, conclui-se que um dos medidores apresenta PNT. Desse modo, as inspeções para localização de consumidores irregulares podem ser planejadas de formas mais precisas pelas concessionárias.

No trabalho de Leite e Mantovani (2018), é proposta a metodologia de detecção e localização de PNTs através da comparação de dados obtidos de medições em campo juntamente com dados estimados dos medidores inteligentes.

Como entrada do detector de perdas não técnicas, são utilizados os dados provenientes da rede de distribuição e das UCs. Os dados da rede são considerados confiáveis, já que foram obtidos por medições de dispositivos de campo como as PMUs. Essas medições são comparadas com os estados calculados via um estimador de estados que utiliza dados dos medidores inteligentes. A comparação é realizada mediante um algoritmo baseado no procedimento de monitoramento e controle. Caso uma possível PNT seja localizada, o algoritmo derivativo A* realiza a varredura pelos ramais da rede em busca da UC com perda de energia. Localizada a unidade consumidora com possível irregularidade, o sistema de informações geográficas (GIS) apresenta as coordenadas da UC irregular no mapa geográfico.

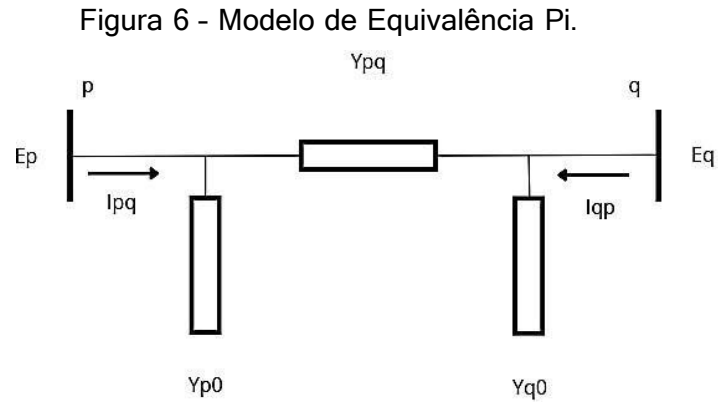
Desse modo, as concessionárias de energia podem planejar com maior precisão as inspeções para localizar os possíveis clientes irregulares, gerando uma maior economia nos investimentos destinados às visitas realizadas por técnicos com tal intuito.

3 ESTIMADOR DE ESTADOS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS NÃO ITERATIVO E O DETECTOR DE PERDAS NÃO TÉCNICAS

Com o passar dos anos, muitos autores utilizaram os métodos de estimação de estados para as mais diversas aplicações na análise de sistemas de energia elétrica. Alguns desses métodos já foram previamente citados neste trabalho, como o WLS, o LAV e o WLAV. Esta seção apresenta o modelo do estimador de estados linear e a metodologia de um detector de perdas não técnicas, utilizados para localizar UCs irregulares no sistema de distribuição de energia.

3.1 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS PELOS MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS NÃO ITERATIVO

No método da estimação de estado pelo método dos mínimos quadrados ponderados não iterativo (MQPNI), é imprescindível a utilização de dados oriundos de μ PMU, pois o algoritmo se baseia nas medições indiretas da solução do problema do ciclo hamiltoniano. A partir do modelo equivalente pi (π), apresentado na Figura 6, desenvolve-se a formulação linear do problema.



Fonte: Próprio Autor.

Desse modo, as correntes de linhas conhecidas podem ser utilizadas para calcular a tensão na barra da outra extremidade da linha, assim pode-se obter as tensões nas barras do sistema através da medição das correntes de linha, como pode ser observado em (01).

$$\begin{bmatrix} E_p \\ E_q \\ I_{pq} \\ I_{qp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ Y_{pq} + Y_{p0} & -Y_{pq} \\ -Y_{pq} & Y_{pq} + Y_{q0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_p \\ E_q \end{bmatrix} \quad (01)$$

Uma matriz de incidência de barramento de medição de corrente é definida, de modo semelhante à matriz nodal de elementos. Tem-se que o número de linhas é equivalente ao número de medições de corrente. Já o número de colunas é equivalente ao número de barras, excluindo o condutor terra. Considerando m como sendo o número de medições de corrente, n o número de linhas medidas, p o número de barras com tensões medidas e q o número de barras do sistema, então A é descrita como a matriz de incidência $m \times q$ e y é descrita como a matriz diagonal $m \times m$ de admitâncias. Já y_s pode ser descrita como a matriz de admitância *shunt*. Assim, (02) descreve o vetor de medição, calculado por p tensões e m correntes.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{II} \\ \mathbf{yA} + \mathbf{y}_s \end{bmatrix} [\mathbf{E}_b] = \mathbf{BE}_B \quad (02)$$

Sendo $\mathbf{II}$ uma matriz identidade na qual são removidas as linhas correspondentes às tensões de barramentos ausentes. Pode-se observar que a equação está na forma linear, uma vez que $\mathbf{z} = \mathbf{BEB}$, desse modo (03) apresenta a equação de estimação de estado linear.

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{Z} = \mathbf{MZ} \quad (03)$$

Em (03), $\hat{\mathbf{x}}$ representa o vetor de estado estimado, $\mathbf{B}$ representa a matriz definida pelo modelo de rede, $\mathbf{W}$ representa uma matriz diagonal composta pelos erros de medição, ou seja, variâncias a serem ponderadas e $\mathbf{Z}$ é definido como sendo o conjunto de medições, como apresentado em (02). A matriz $\mathbf{M}$ é definida como a responsável pela conversão das medidas para a estimativa de estado e é constante para a mesma configuração topológica das barras do sistema que está sendo considerado. Desse modo, pode ser calculada de modo *offline* e armazenada para uso posterior em tempo real.

Como fundamento do método dos mínimos quadrados ponderados, por definição, a equação (03) é linear, portanto, não é necessário um processo iterativo para resolvê-la. Uma vez que se obtêm as medidas, a estimação de estado é determinada multiplicando-as pela matriz $\mathbf{M}$.

3.1.1 As equações de zona de rede e variáveis de estado

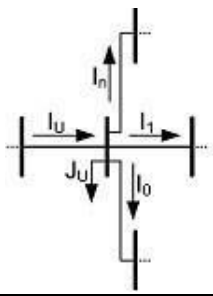
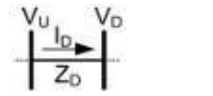
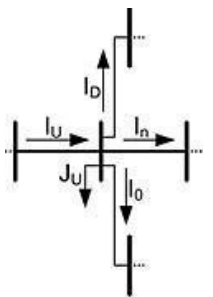
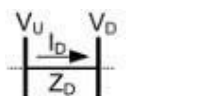
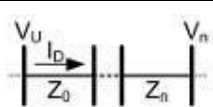
Como foi citado, $\mathbf{Z}$ representa um conjunto de medidas da rede que corresponde às tensões nodais (ou tensões de barra) medidas, expressas por $\mathbf{E}_p$, e fluxos de corrente, $\mathbf{I}_{pq}$, por exemplo. Em um sistema de distribuição, a medição de forma

direta de todos os estados é inviável, devido às limitações econômicas e técnicas. Sendo assim, alguns medidores posicionados em pontos estratégicos devem fornecer um conjunto de medidas diretas Z_T com maior precisão e que contribuam para a determinação de medidas indiretas Z_X com precisão menor. Tal relação é dada por (04).

$$Z = Z_T \cup Z_X \quad (04)$$

As redes de distribuição nada mais são que circuitos elétricos complexos com solução não linear. Entretanto, tais redes são compostas por pequenas zonas, chamadas de zonas de rede, nas quais suas soluções podem ser consideradas lineares (Leite & Mantovani, 2016). Dessa forma, é possível aplicar as Leis de Kirchhoff para correntes e para tensões para se obter as soluções dessas regiões, resultando em um conjunto de cinco equações de zona de rede, apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Equações de zona de rede

Zona de Rede	Medição Indireta
	$I_U = J_U + \sum_{i=0}^n I_i \quad (05)$
	$V_U = V_D + Z_D I_D \quad (06)$
	$I_D = I_U - J_U - \sum_{i=0}^n I_i \quad (07)$
	$V_D = V_U - Z_D I_D \quad (08)$
	$I_D = \frac{(V_U - V_n)}{\sum_{i=0}^n Z_i} \quad (09)$

Fonte: Leite & Mantovani (2016)

Para o conjunto de medidas indiretas, a variância é determinada através da utilização das regras aplicadas às operações matemáticas com variáveis aleatórias, como de (10) a (14) que estão relacionadas, respectivamente, à determinação das medidas indiretas de (05) a (09).

$$Var(I_U) = Var(J_U) + \sum_{i=0}^n I_i \quad (10)$$

$$Var(V_U) = Var(V_U) + Z_U^2 Var(I_D) \quad (11)$$

$$Var(I_D) = Var(I_U) + Var(J_U) + \sum_{i=0}^n Var(I_i) \quad (12)$$

$$Var(V_D) = Var(V_U) + Z_D^2 Var(I_D) \quad (13)$$

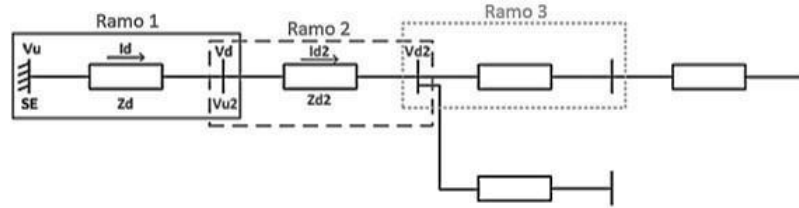
$$Var(I_D) = \frac{Var(V_U) + Var(V_D)}{\sum_{i=0}^n Z_i^2} \quad (14)$$

Em redes de distribuição, diferentemente das redes de transmissão, as linhas possuem comprimento menor e podem ser representadas pela impedância série de seus condutores. Assim, em (02), y_s pode ser desconsiderada. Além disso, os sistemas de distribuição operam em topologia radial, tornando a matriz $\mathbf{yA}$ predominante na diagonal, permitindo a aplicação de algoritmos de varredura direta e reversa para o cálculo do fluxo de potência, por exemplo. O procedimento para a estimação de estados linear em redes de distribuição pode ser sintetizado em três etapas:

- Passo 1: as medidas indiretas são determinadas a partir das medidas diretas. Esta etapa utiliza o ciclo hamiltoniano em conjunto com a série de equações de (05) a (09) para completar o conjunto $\mathbf{Z}$ de $\mathbf{Z}_T$;
- Passo 2: as variâncias das medidas indiretas são determinadas. Este passo consiste na determinação das variâncias baseadas nas equações da zona de rede para cada caso, através da utilização das equações de (10) a (14);

- Passo 3: o passo final do algoritmo consiste na resolução da equação (03) para determinar o vetor $\hat{x}$ que representa os estados estimados para cada barra do sistema de distribuição. Por conta da topologia radial do sistema em questão, o cálculo da estimativa de estados é realizado ramal a ramal através da varredura direta, como apresentado na Figura 7.

Figura 7 - Varredura direta na rede de distribuição para cálculo da estimativa de estado.



Fonte: Blanco (2024).

Cada ramal da rede de distribuição é composto por um ramo e duas barras, sendo uma a montante (U), isto é, a barra de origem, e outra a jusante (D), ou seja, a barra de destino. Dessa forma, a matriz B e W são definidas conforme as equações (15) e (16), respectivamente.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{Z_D} & \frac{1}{Z_D} \end{bmatrix} \quad (15)$$

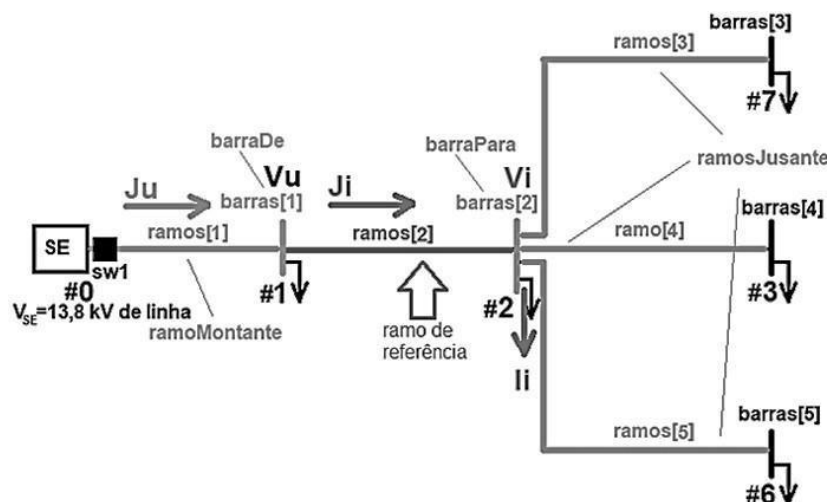
$$W = \begin{bmatrix} Var(V_U) & 0 & 0 \\ 0 & Var(V_D) & 0 \\ 0 & 0 & Var(I_D) \end{bmatrix} \quad (16)$$

Dessa forma, observa-se que os estados estimados são as tensões nodais do sistema. Como o estado na barra de origem é assumido como conhecido, então em cada ramal a tensão da barra de destino, também chamada de jusante, é estimada, através da equação (03).

3.2 APLICAÇÃO DO ALGORITMO ESTIMADOR DE ESTADOS

Para que o algoritmo estimador de estados seja funcional, é necessário propor um código que seja capaz de determinar as tensões nodais em cada barra a cada varredura direta na topologia da rede de distribuição. Tomando como exemplo a topologia apresentada na Figura 8, o algoritmo estimador precisa determinar o valor estimado das tensões das barras 0 a 5 a cada varredura realizada.

Figura 8 - Topologia de uma rede de distribuição composta por 6 barras



Fonte: Adaptado de Ferreira (2021).

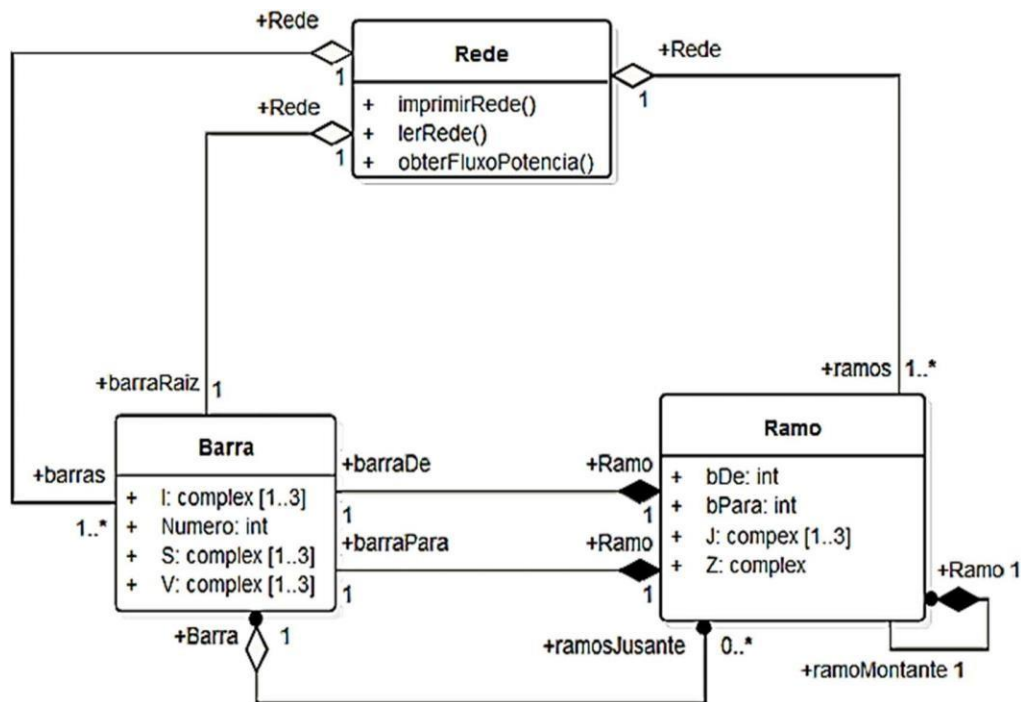
O modelo proposto para a implementação do algoritmo estimador de estados é composto por três classes principais, definidas através dos conceitos de Linguagem de Modelagem Unificada (UML). Tais classes são: “Rede”, “Barra” e “Ramo”, conforme apresentado na Figura 9. Cada uma das classes citadas possui características próprias e está conectada às outras classes, e se relacionam levando em consideração os conceitos de agregação e composição. É possível observar na figura de exemplo que a classe “Barra” possui como atributo três vetores complexos, sendo eles, corrente de injeção, potência e tensão, além de um número inteiro, definido como *Número*. Pela relação de agregação, observa-se que “Barra” e “Ramo” fazem parte de “Rede”. Por composição, *barraDe* e *barraPara* compõem “Ramo” a partir de “Barra”.

O algoritmo estimador é desenvolvido através do ambiente *Microsoft Visual Studio 2022*, no qual foi utilizada a linguagem de programação *C# (C-Sharp)* utilizando a orientação a objetos.

A implementação do algoritmo se inicia na definição das classes supracitadas e nas variáveis de estado, tais como os vetores de tensão medida, tensão estimada e corrente nas barras e vetor do fluxo de corrente nos ramos. Em seguida, é implementado o código de leitura de arquivos no formato XML. Tais arquivos contêm os dados da rede de distribuição, como potências, tensões e fases por fase para cada barra do sistema de rede utilizado como objeto de estudo. Utilizando os Passos 1 e 2, esses dados são alocados em vetores nas respectivas classes do modelo.

A parte principal do algoritmo define todas as matrizes expressas nas equações (03), (15) e (16) e inicia a varredura pelo circuito, passando por todos os ramos da topologia e realizando todas as operações para calcular os estados estimados, conforme definido no Passo 3. Tais estimações são armazenadas em vetores para posteriormente serem impressas em um arquivo no formato *.TXT de saída.

Figura 9 - Exemplo do diagrama de classes do modelo uml utilizado



Fonte: Adaptado de Ferreira (2021).

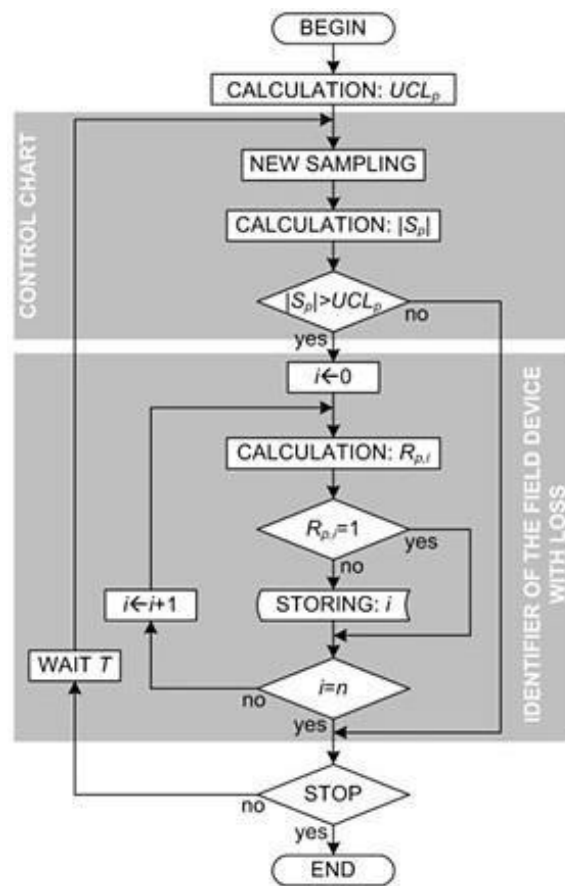
3.3 DETECTOR DE PERDAS NÃO TÉCNICAS

Nesta seção é apresentado o método proposto para a detecção de perdas não técnicas nos sistemas de distribuição. Para fins de simplificação da metodologia, toma-se como base para o método as redes de distribuição monofásicas, considerando apenas a fase A, entretanto entende-se que a técnica pode ser aplicada em sistemas trifásicos.

Além disso, diferentemente de como ocorre em Leite e Mantovani (2018), no qual são utilizados métodos multivariados que se baseiam na diferença de tensão medida e estimada e na diferença de corrente medida e estimada para confeccionar o detector, este trabalho propõe construir um algoritmo de detecção de perdas não técnicas univariado, ou seja, considerando apenas as tensões medidas e tensões estimadas.

A Figura 10 apresenta o fluxograma do algoritmo detector de perdas não técnicas, no qual o algoritmo de controle (*control chart*) monitora a variância amostral generalizada da diferença da tensão, ou seja, caso a variância for maior que o limite de controle superior (UCL), muito provavelmente existe a incidência de uma PNT no espaço amostral estudado. Em seguida, um programa para identificar os dispositivos de campo que apresentam perdas (*identifier of field device with loss*) é executado para localizar a barra que apresenta irregularidades.

Figura 10 - Fluxograma do detector de perdas não técnicas



Fonte: Leite & Mantovani (2018).

O processo de amostragem se dá pelo cálculo do valor do erro originado da diferença de tensão medida por cada dispositivo de campo pela tensão estimada, durante um intervalo de tempo T para cada barra, como apresentado em (17).

$$d_i = |V_i^{FD} - V_i^{SE}| \quad (17)$$

Onde d_i é a diferença de tensão do i -ésimo dispositivo de campo, V_i^{FD} é a magnitude da tensão medida pelo i -ésimo dispositivo de campo e V^{SE}_i é a tensão estimada na barra do i -ésimo dispositivo de campo. O número de comparações define o tamanho do espaço amostral N . Além disso, N deve ser menor ou igual ao número total de medidores de campo distribuídos na rede.

Conforme apresentado na Figura 10, o algoritmo de detecção pode percorrer dois caminhos distintos, a depender do cálculo preliminar do UCL, isto é, como fora acima citado, caso a variância da diferença de tensão for maior que o limite de controle superior, muito provavelmente uma PNT existe na barra analisada, caso não, as barras analisadas não apresentam nenhuma irregularidade e o algoritmo segue para a próxima análise amostral. A equação (18) apresenta a definição matemática do UCL.

$$UCL = |\Sigma| (b_1 + a_{p,0} \sqrt{b_2}) \quad (18)$$

Sendo UCL o limite de controle superior, Σ é a covariância da matriz de diferenças, b_1 é o produto de uma aproximação normal assintótica utilizada para construir o algoritmo de controle com N amostras e q variáveis de saída e b_2 , idem a b_1 . Já a_i é o coeficiente de ajuste de regiões confiáveis. Se $i = 0$, representa o intervalo médio de confiança; caso $i = 1$, representa o intervalo de confiança de diferença de tensão, se $i = 2$ representa o intervalo de confiança da diferença de corrente. Tais definições são representadas de forma matemática nas equações (19) a (22).

$$\Sigma = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{vmatrix} \quad (19)$$

Onde σ_1^2 é a variância da diferença de tensão, σ_2^2 é a variância da diferença de corrente, σ_{12} é a covariância entre as diferenças de tensão e corrente e σ_{21} idem σ_{12} .

$$b_1 = \frac{1}{(N-1)^q} \prod_{i=1}^q G(N-i) \quad (20)$$

$$b_2 = \frac{1}{(N-1)^{2q}} \prod_{i=1}^q G(N-i) \prod_{j=1}^q (G(N-j+2) - G(N-j)) \quad (21)$$

$$a_i = \left[\frac{1}{q - \text{sgn}(i)(q-1)} \sum_{j=i(\text{sgn}(i)-1)}^{i-(\text{sgn}(i)-1)q} \left(\frac{\mu_{p,j-\max_{1 \leq k \leq N} \{d_{p,j,k}^{PRE}\}}}{\sigma_{p,j}} \right) \right] + 1 \quad (22)$$

Sendo $\mu_{p,j}$ a média das diferenças. Se $j = 1$, representa a média de diferença da tensão e se $j = 2$, representa a média de diferença da corrente e $\sigma_{p,j}$ é o desvio padrão. O desvio padrão para a diferença de tensão é representado por $j = 1$ e para correntes como $j = 2$.

Como fora citado anteriormente, o método proposto neste trabalho considera como variáveis apenas a tensão, sendo medida pelos dispositivos de campo e estimada pelo estimador. Desse modo, em (19) é desconsiderada toda e qualquer variável relacionada à corrente, resultando na igualdade expressa abaixo:

$$\Sigma = |\sigma^2| \quad (23)$$

Tem-se ainda que a adição contida em (18) resulta em 1, assim o UCL pode ser reescrito da seguinte forma:

$$UCL = |\Sigma| = \sigma^2 \quad (24)$$

Por fim a é reescrito como:

$$a = \left\lceil \frac{\max\{d_i\} - \mu_d}{\sigma^2} \right\rceil + 1 \quad (25)$$

Onde $\max\{d_i\}$ é a máxima diferença de tensão, μ_d é a média populacional dos desvios de tensão e σ^2 é a variância populacional dos desvios de tensão.

Definido o UCL, o programa se inicia com uma nova amostragem, através dos cálculos estatísticos de parâmetros para a determinação do espaço amostral juntamente com a variância amostral generalizada, necessários para a análise do alimentador. Tais parâmetros são apresentados nas equações (26) a (29).

$$|S| = \begin{vmatrix} s_1^2 & s_{12} \\ s_{21} & s_2^2 \end{vmatrix} \quad (26)$$

$$s_i^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (d_{ij} - \bar{d}_i)^2 \quad (28)$$

$$s_{21} = s_{12} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (d_{1,i} - \bar{d}_1)(d_{2,i} - \bar{d}_2) \quad (28)$$

$$\bar{d}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N d_{ij} \quad (29)$$

No qual $|S|$ é a variância generalizada, s_1^2 e s_2^2 são definidas como variância amostral para as diferenças de tensões e variância amostral para diferenças de correntes, respectivamente. Ainda, s_{12} e s_{21} são as covariâncias amostrais entre as diferenças de tensão e diferenças de corrente e $\bar{d}_i$ é a média amostral das diferenças. Sendo $j = 1$ a média amostral para a diferença das tensões, e $j = 2$ a média amostral para a diferença das correntes.

Analogamente às equações (18) a (22), as equações (26), (27) e (29) são reescritas levando em consideração apenas as variáveis de tensão, desse modo tem-se:

$$|S| = |s^2| \quad (30)$$

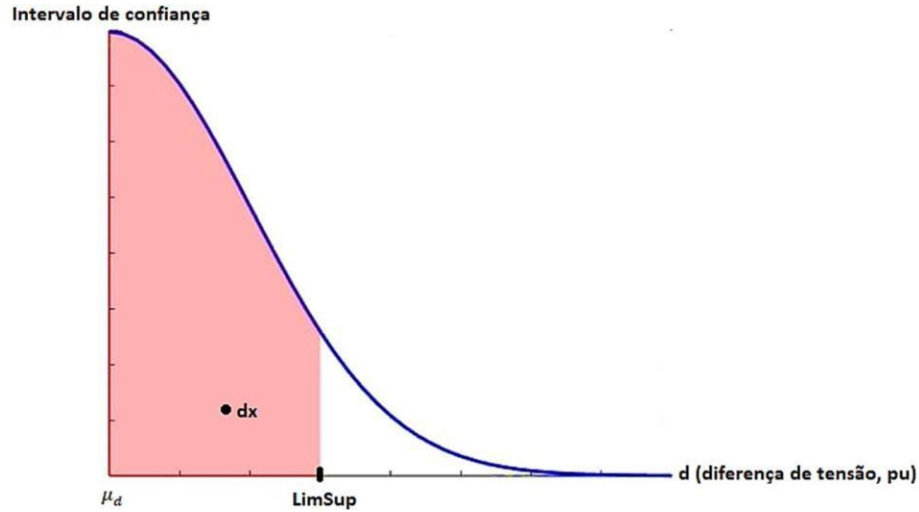
$$s_i^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d}_i)^2 \quad (31)$$

$$\bar{d}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \quad (32)$$

Vale a pena destacar que o algoritmo de controle é um procedimento estatístico que visa a redução da variabilidade medida através do monitoramento de como se comporta a variância amostral generalizada, ou seja, se o valor de $|S|$ estiver inserido na região de confiabilidade, sendo menor ou igual ao UCL, então a variabilidade medida está sob controle, isto é, sem a presença de PNTs. Por outro lado, caso a variância generalizada não esteja inserida na região confiável, na qual $|S|$ apresenta um valor maior que o UCL, então a variabilidade medida está fora de controle, significando que há a presença de perdas não técnicas no alimentador analisado.

Após a verificação da incidência de perda não técnica pelo algoritmo de controle, é necessário identificar o medidor que apresenta irregularidades. O programa de identificação é baseado em uma curva Gaussiana, ou curva de distribuição normal, apresentada na Figura 11. O intervalo de confiança é apresentado na região hachurada, limitada somente pelo limite superior (LimSup). Como o desvio de tensão d é calculado em módulo, sem a presença de valores negativos, a curva não é limitada por um limite inferior.

Figura 11 - Curva de distribuição normal para localização do medidor adulterado



Fonte: Próprio autor.

A posição do ponto dx na curva Gaussiana, dentro ou fora dos limites de confiança, é obtida a partir do cálculo do limite superior, expresso na equação (33).

$$LimSup = \mu_d + a * \sigma^2 \quad (33)$$

No algoritmo de identificação, todos os medidores do alimentador analisado são verificados através da comparação do valor de $LimSup$ com o valor de d . Caso o valor de d for menor que o valor de $LimSup$, o ponto está localizado dentro da região confiável e o medidor não apresenta adulterações. Entretanto, caso o valor de d seja maior que o valor de $LimSup$ o ponto estará localizado fora dos limites da região confiável, resultando em um consumo anormal de energia pela UC analisada.

3.4 APLICAÇÃO DO ALGORITMO DETECTOR DE PERDAS NÃO TÉCNICAS

Para se provar eficaz, o algoritmo de detecção de PNTs precisa identificar todas as barras que sofreram adulteração em seus medidores de tensão. O algoritmo precisa detectar se o erro resultante da comparação entre os valores de tensão medidos em campo e valores de tensão estimados for maior que o esperado, para cada uma das barras apresentadas na topologia.

Sendo assim, inicialmente define-se na classe “Barra” do UML uma variável responsável pela diferença de magnitude de tensão entre os valores de tensão medidos e valores de tensão estimados. Em seguida, cria-se a classe “Métricas Estatísticas”, onde são definidas e calculadas as variáveis da média das diferenças de magnitude de tensão, variância amostral e variância populacional. Estas duas últimas são essenciais

para a determinação do limite de controle superior e da variância amostral generalizada, expressas por (24) e (30), respectivamente. Além disso, na classe “Rede” define-se a variável responsável por apresentar a lista de barras suspeitas de conter PNTs. Posteriormente, implementa-se no código a leitura de arquivos no formato XML contendo os novos valores de tensões medidas para fase A para cada uma das barras da topologia, que são provenientes do algoritmo estimador de estados.

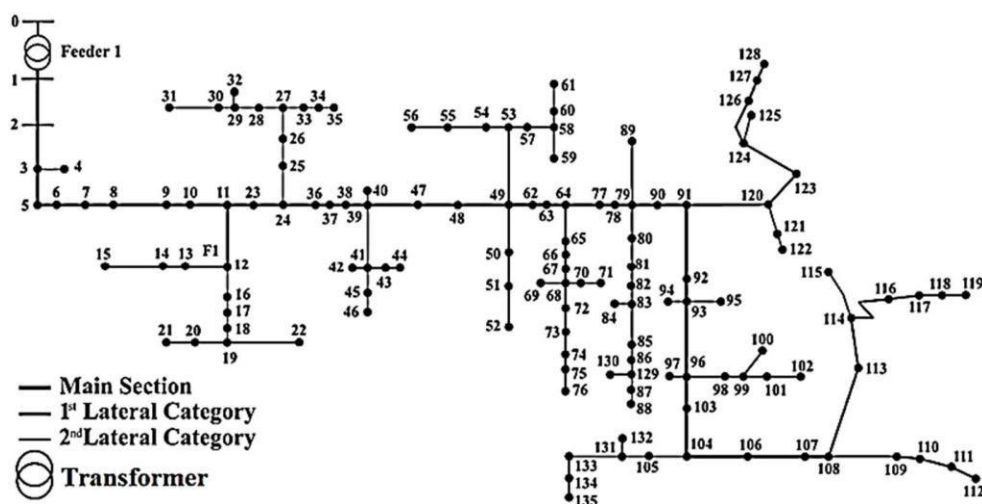
A parte essencial do algoritmo detector é executada após o algoritmo de estimação. Tal algoritmo é constituído, inicialmente, pela função de leitura do arquivo no formato XML que apresenta a adulteração dos medidores. Esses arquivos tiveram alguns valores de tensão da fase A em algumas das barras propositalmente alterados para a validação da metodologia. Além disso, são definidas as expressões representadas pelas equações (17), (24), (25), (30), (31) e (32), essenciais para a detecção das possíveis perdas não técnicas. As barras suspeitas são armazenadas em uma lista e podem ser observadas após a execução do programa.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 CIRCUITO ALIMENTADOR DE DISTRIBUIÇÃO

Para simulação da metodologia proposta de estimação de estados linear e detecção de perdas não técnicas voltadas para sistemas de distribuição modernos, adotou-se como objeto de estudo o circuito ilustrado na Figura 12. É possível observar a representação de um diagrama unifilar de um alimentador de distribuição presente em uma instalação elétrica real de operação no Brasil. A rede apresentada possui topologia radial e 135 barras operando em 13,8 kV. Tal circuito alimentador tem sido utilizado por pesquisadores do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica na Unesp – Ilha Solteira, Brasil, para diversos trabalhos relacionados a problemas que envolvem sistemas de distribuição e técnicas de otimização.

Figura 12 - Circuito alimentador de distribuição objeto de estudo



Fonte: Lapsee (2022).

4.2 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

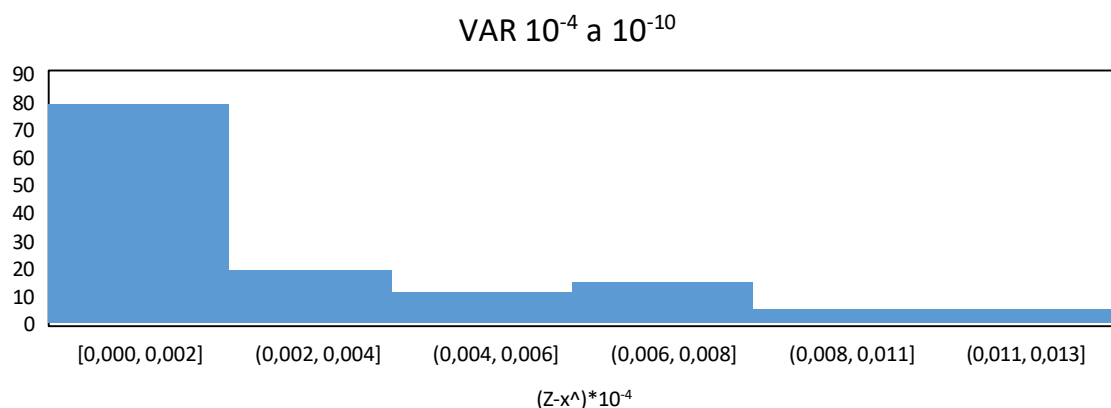
Inicialmente, por meio dos arquivos em formato XML contendo os parâmetros do sistema de distribuição objeto de estudo, foram feitas simulações a fim de se obter os valores de tensão medidos e os valores de tensão estimados para três situações considerando diferentes precisões dos medidores. Para o primeiro caso, considerou-se a variância dos medidores, isto é, a precisão, alternando entre os valores de 10^{-4} até 10^{-10} . Para o segundo caso, considerou-se medidores com a variância fixa em 10^{-4} . Já para o terceiro caso, considerou-se medidores com a variância fixa em 10^{-10} . As

Tabelas 5, 6 e 7 (APÊNDICE A – tabelas com os dados completos das simulações) apresentam os resultados para cada um dos três casos simulados. Em cada uma das tabelas, a primeira coluna representa o identificador da barra, Z representa o valor de tensão medido para a fase A, $\hat{x}$ corresponde ao valor estimado da tensão para a fase A e $Z - \hat{x}$ representa a diferença entre os valores medidos e os valores estimados referentes à tensão da fase A.

Além dos valores obtidos citados acima, foram plotados dois tipos de gráficos para cada variância dos medidores adotada para as simulações. Todo primeiro gráfico do par representa um histograma relacionando os erros de magnitude de tensão para os valores medidos e estimados. Já o segundo gráfico do par apresenta a correlação dos valores de tensão medidos e estimados.

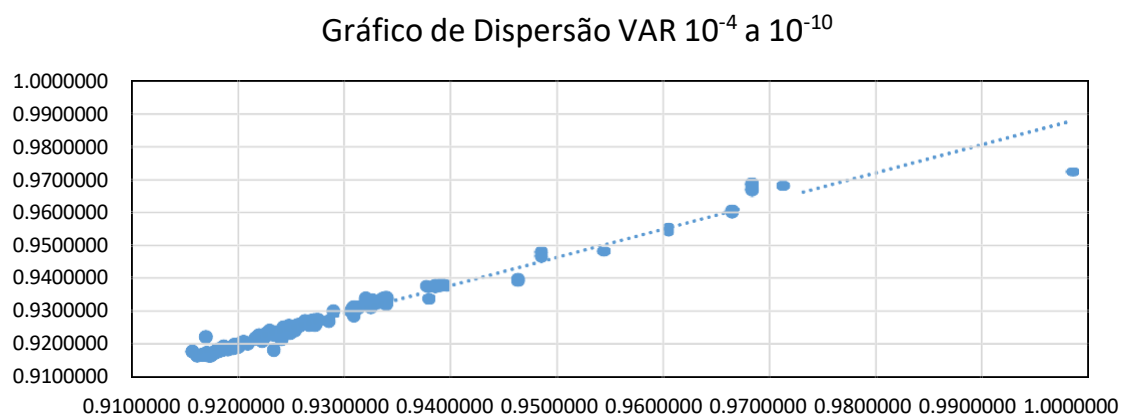
A partir da Figura 13 até a Figura 18, pode-se tecer alguns comentários quanto aos resultados. A Figura 13, Figura 15 e Figura 17 são histogramas que apresentam uma visão ampla relacionando a magnitude de erro de tensão entre os valores medidos e valores estimados, através das frequências de ocorrência por faixa de erro, considerando as três variâncias distintas. Analisando tais figuras, é possível observar que em todos os casos existe uma maior concentração de erros em torno de zero, porém algumas observações podem ser detalhadas para cada um dos casos.

Figura 13 - Histograma de erros de magnitude de tensão para variância de 10^{-4} até 10^{-10} .



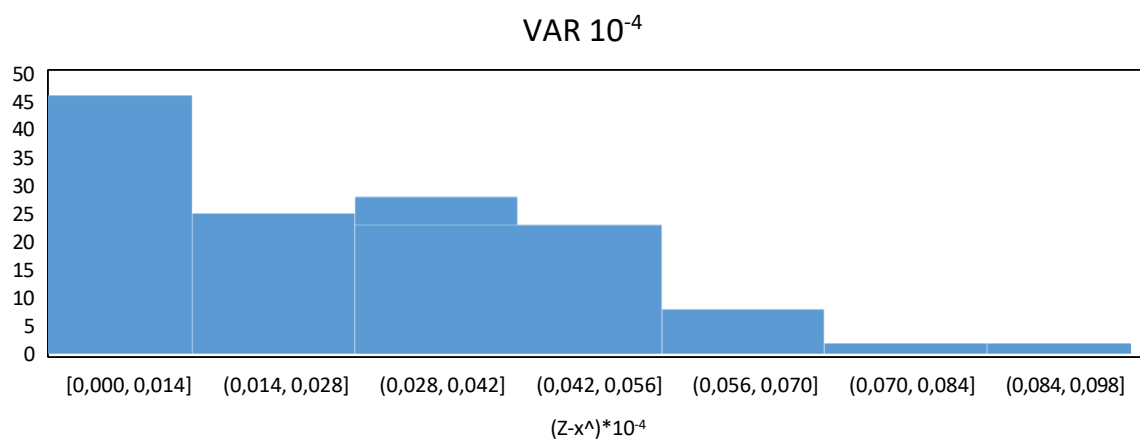
Fonte: Próprio autor.

Figura 14 - Correlação entre valores medidos e estimados de tensão para variância de 10^{-4} até 10^{-10} .



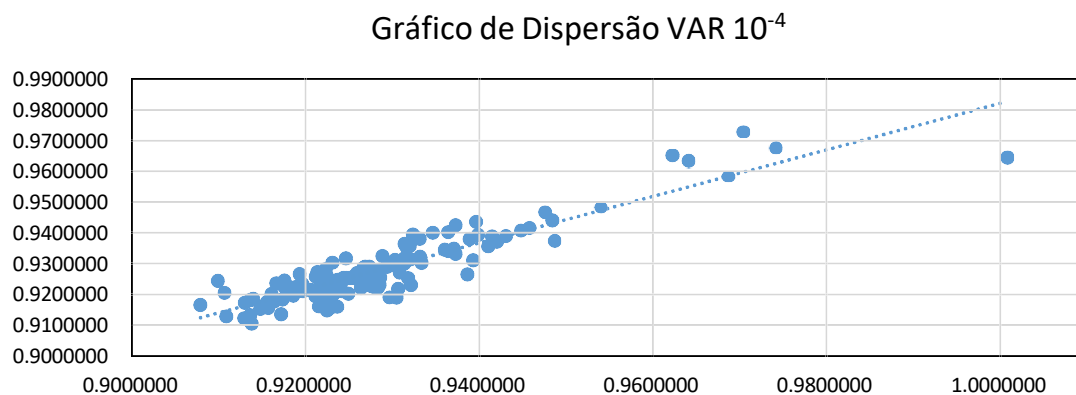
Fonte: Próprio autor.

Figura 15 - Histograma de erros de magnitude de tensão para variância de 10^{-4} .



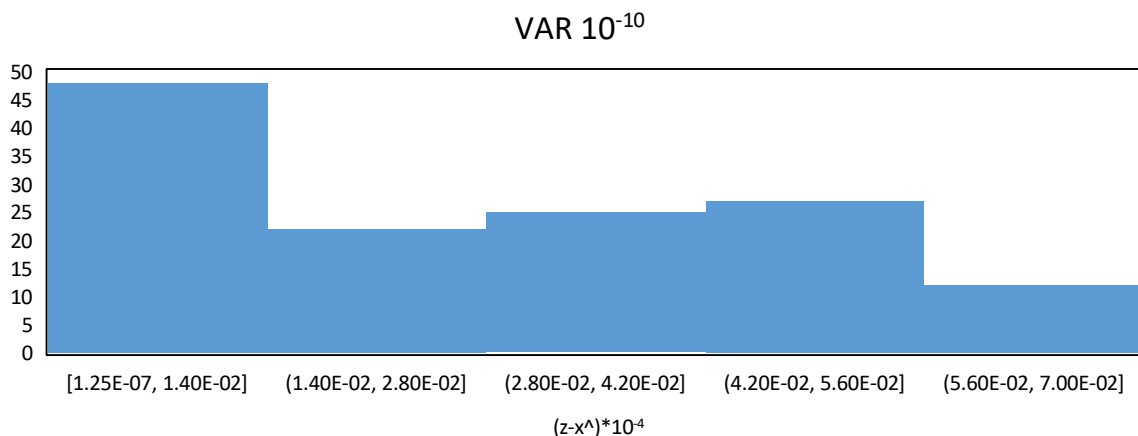
Fonte: Próprio autor.

Figura 16 - Correlação entre valores medidos e estimados de tensão para variância de 10^{-4} .



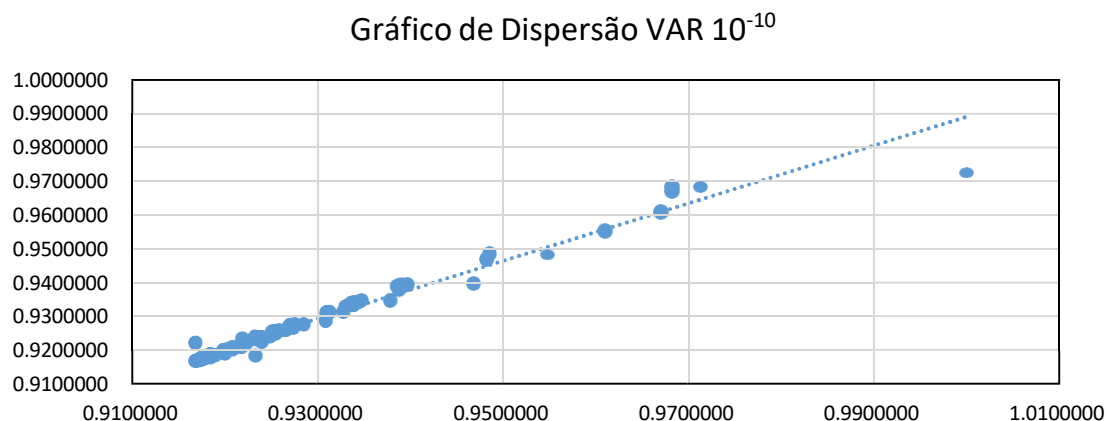
Fonte: Próprio autor.

Figura 17 - Histograma de erros de magnitude de tensão para variância de 10^{-10} .



Fonte: Próprio autor.

Figura 18 - Correlação entre valores medidos e estimados de tensão para variância de 10^{-10} .



Fonte: Próprio autor.

No caso em que há uma variância variável na precisão dos medidores (de 10^{-4} a 10^{-10}) a Figura 13 apresenta uma maior concentração de erros em torno de zero quando comparado aos outros casos. Este caso demonstra a efetividade do estimador por mínimos quadrados ponderados não iterativo, pois os estados estimados estão mais próximos dos valores medidos com baixa precisão, ou seja, apresenta uma redução do erro de comparação entre valores medidos e estimados. Além disso, esse caso se configura como sendo o mais apto a representar a situação real de um sistema de distribuição, no qual não é possível inferir que todos os medidores apresentem a mesma precisão.

Nos casos em que os medidores apresentam precisão fixa, seja em 10^{-4} e 10^{-10} , é possível observar na Figura 15 e na Figura 17, respectivamente, que apesar da concentração em torno de zero existir em números consideráveis, também há grandes frequências de ocorrência ao redor de zero e nas extremidades do gráfico. Desse modo, quando os medidores possuem a precisão fixa, o estimador linear acaba sendo menos preciso em reduzir erros de medição.

Quanto aos gráficos de dispersão, apresentados na Figura 14, na Figura 16 e na Figura 18, é possível notar uma correlação direta entre os valores de tensão medidos e os valores de tensão estimados para os três casos testados. Para o caso de variância variável, os pontos estão concentrados em linha, principalmente na faixa de valores de 0.90 a 0.95, indicando que o erro apresentado entre valores de tensão medidos e estimados é baixo. Além disso, alguns *outliers* são presentes em torno de 1.00, sugerindo que pode haver alguns medidores suspeitos. Para medidores de precisão 10^{-4} , é possível observar na faixa de 0.90 a 0.94 que os pontos estão mais dispersos, muitos posicionados abaixo da diagonal, sugerindo uma correlação menos precisa que no caso anterior. Além disso, também são observados *outliers* em torno de 0.96 e 1.00. Para o último caso analisado, no qual a precisão considerada foi de 10^{-10} , observa-se, assim como no primeiro caso, que os pontos estão alinhados, sugerindo uma correlação direta, principalmente na faixa de valores de 0.92 a 0.94. Também é observado um possível medidor suspeito, já que existe um *outlier* próximo a 1.00.

Para validação do algoritmo detector de perdas não técnicas, utilizou-se como referência o arquivo XML de maior precisão, isto é, de variância 10^{-10} , no qual foi realizado uma série de alterações no valor medido da tensão na fase A em algumas barras da topologia da rede apresentada na Figura 12, considerando diferentes ordens de grandeza. Tais alterações representam, no mundo real, as adulterações de medidores realizadas por indivíduos mal-intencionados que visam adulterar os medidores para diminuir, de forma ilegal, as suas despesas com energia elétrica.

Para a primeira sessão de simulação realizada, foram feitas alterações no valor da tensão da barra 60 da rede de distribuição, considerando três diferentes ordens de grandezas para as alterações, 10^{-2} , 10^{-3} e 10^{-4} , respectivamente. A Tabela 2 apresenta os valores de tensão estimados, os valores de tensão com PNT e os desvios de tensão para a barra 60, além da ordem de grandeza da adulteração.

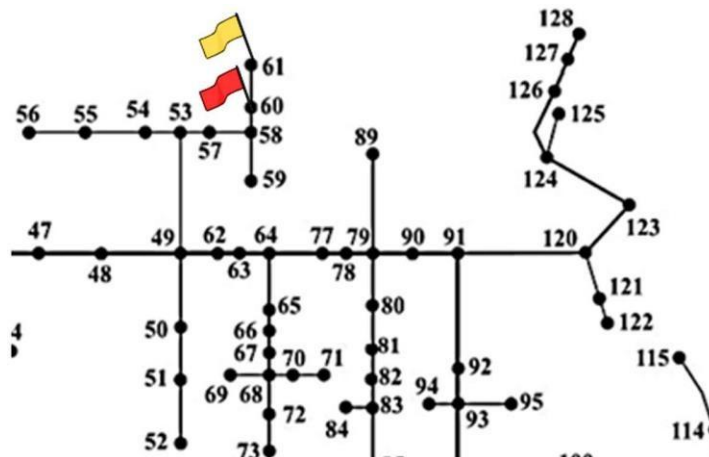
Tabela 2 - Valores de tensão estimados e adulterados para a barra 60.

Barra	Tensão estimada (<i>pu</i>)	Tensão com PNT (<i>pu</i>)	Desvios de Tensão (<i>pu</i>)	Ordem de grandeza
60	0,927174858016651	0,917173548900311	0,0100013091163	10^{-2}
60	0,927174858016651	0,926173548900311	0,0010013091163	10^{-3}
60	0,927174858016651	0,927073548900311	0,0001013091163	10^{-4}

Fonte: Próprio autor.

Após a execução do algoritmo detector, o programa identificou que o erro, proveniente da diferença da tensão medida pela tensão estimada, era maior que o limite superior ($8,7021988930710572 * 10^{-6}$), identificando a barra 60 como adulterada. Como pode-se verificar na Figura 19, as barras 60 e 61 foram detectadas como possíveis de conter adulteração em seus medidores. A barra 60 foi corretamente detectada, sendo representada com a bandeira vermelha. Já a barra 61 foi apontada como possível irregularidade por ser uma barra vizinha da que apresentou PNT, sendo representada pela bandeira amarela.

Figura 19 - Detecção da barra 60 com irregularidade



Fonte: Próprio autor.

Para a segunda sessão de testes da metodologia, além de manter as alterações feitas no valor de tensão da barra 60, também foram feitas alterações no valor da tensão da barra 120, considerando as mesmas três ordens de grandeza do caso anterior. A Tabela 3 apresenta os valores de tensão alterados para a barra 60 e para a barra 120, além da tensão estimada, desvios de tensão e ordens de grandeza de adulteração.

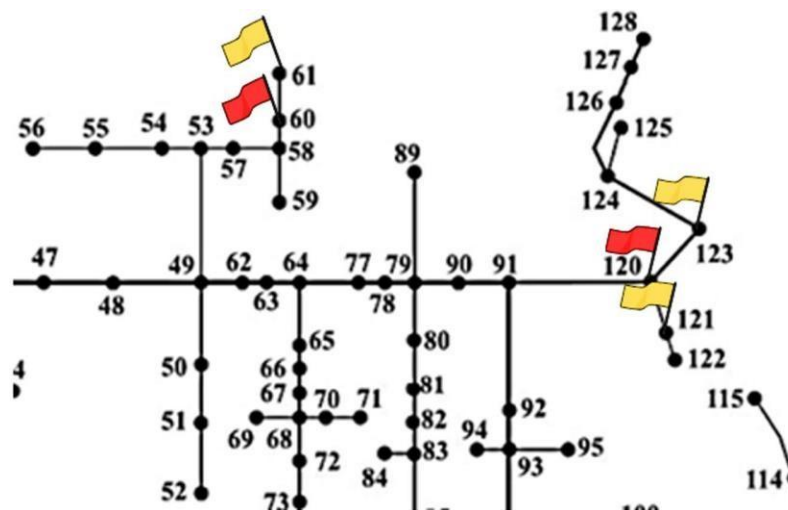
Tabela 3 - Valores de tensão estimados e adulterados para as barras 60 e 120.

Barra	Tensão estimada (pu)	Tensão com PNT (pu)	Desvios de Tensão (pu)	Ordem de grandeza
60	0,927174858016651	0,917173548900311	0,0100013091163	10^{-2}
60	0,927174858016651	0,926173548900311	0,0010013091163	10^{-3}
60	0,927174858016651	0,927073548900311	0,0001013091163	10^{-4}
120	0,922236367762702	0,912237948875499	0,0099984188872	10^{-2}
120	0,922236367762702	0,921237948875499	0,0009984188872	10^{-3}
120	0,922236367762702	0,922137948875499	0,0000984188872	10^{-4}

Fonte: Próprio autor.

A Figura 20 apresenta as barras 60, 61, 120, 121 e 123, como possíveis pontos de ocorrer PNTs. As barras 60 e 120 foram detectadas corretamente como unidades irregulares, já que os valores de desvios de tensão para as respectivas ordens de grandeza são maiores que o valor do limite superior ($8,7021988930710572 * 10^{-6}$), estando fora da região confiável da Gaussiana. Desse modo, as barras 60 e 120 estão representadas com a bandeira vermelha. Já as barras, 61, 121 e 123, por serem vizinhas de barras que possuem PNTs aparecem como possíveis unidades irregulares. Estas estão representadas pelas bandeiras em amarelo.

Figura 20 -Detecção das barras 60 e 120 com irregularidade



Fonte: Próprio autor.

Para o terceiro e último caso de simulação, considerou-se que todos os medidores eram regulares, isto é, sem a presença de PNTs. Para verificação, observou-se o

comportamento das barras 3, 60 e 120. Os valores da tensão estimada, tensão sem PNT e desvios de tensão para tais barras são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Valores de tensão estimados e sem adulteração para as barras 3, 60 e 120.

Barra	Tensão estimada (<i>pu</i>)	Tensão sem PNT (<i>pu</i>)	Desvios de Tensão (<i>pu</i>)
3	0,968430576899234	0,968431371579007	7,9467977309733E-7
60	0,927174858016651	0,927173548900311	1,3091163399981E-6
120	0,922236367762702	0,922237948875499	1,5811127970222E-6

Fonte: Próprio autor.

Pode-se observar que os valores de desvios de tensão para as três barras são inferiores ao valor do limite superior da Gaussiana ($8,7021988930710572 * 10^{-6}$). Desse modo, como era de se esperar, nenhuma PNT foi identificada pelo detector.

5 CONCLUSÃO

As perdas não técnicas (PNTs) em energia elétrica geram diversos impactos na sociedade, sejam sociais, como acidentes fatais e menor arrecadação de impostos, sejam econômicos, gerando um prejuízo de bilhões de dólares nos cofres das concessionárias de distribuição ao redor do mundo. Diante desse cenário, este trabalho teve o objetivo de construir um algoritmo detector de PNTs voltadas para as redes de distribuição, utilizando como base a estimação de estados.

Utilizando a técnica de estimação de estados como premissa para o desenvolvimento do detector, o trabalho permitiu a análise do modelo matemático do estimador de estados pelo método dos mínimos quadrados ponderados não iterativos, bem como técnicas que proporcionam o seu percurso por toda a topologia da rede. Além disso, o trabalho adotou para o desenvolvimento do detector o modelo matemático de detecção univariado, adaptando técnicas e metodologias matemáticas do modelo de detecção multivariado para redes de distribuição.

Para validação da metodologia proposta, realizou-se uma série de simulações para comprovar a eficiência do algoritmo estimador e do detector. Para a estimação de estados, considerou-se para testes medidores de três variâncias distintas, sendo uma variável, de 10^{-4} a 10^{-10} , e duas fixas, 10^{-4} e 10^{-10} . Com os resultados obtidos construíram-se histogramas e gráficos de dispersão para cada um dos casos para verificar a correlação entre valores de tensão medidos e estimados.

Para a realização de testes no detector, consideraram-se os medidores de maior precisão, isto é, 10^{-10} , e realizaram-se três sessões de simulação adulterando propositalmente, nos arquivos XML, os valores de tensão de algumas barras, simulando medidores irregulares com presença de PNT. Inicialmente, adulterou-se a barra 60, considerando três diferentes ordens de grandeza de adulteração, sendo 10^{-2} , 10^{-3} e 10^{-4} . Em seguida, mantiveram-se os valores adulterados da barra 60 e foram incluídos valores irregulares para a barra 120, para as mesmas três ordens de grandeza de adulteração. Por fim, considerou-se toda a rede de distribuição com medidores regulares e observou-se o comportamento das barras 3, 60 e 120 para validação.

Através das simulações realizadas, pode-se verificar a eficiência do algoritmo estimador, resultando no histograma em uma maior concentração de erros dos desvios de tensão em torno de zero para os três casos de variância estudados, com destaque

para a variância variável. Entretanto, ao observar os gráficos de dispersão, pode-se verificar uma menor correlação entre os valores medidos e valores estimados para os medidores de variância 10^{-4} . Para as variâncias de 10^{-4} a 10^{-10} , e 10^{-10} entretanto, pode-se observar que os pontos estão concentrados em linha, indicando uma correlação direta entre os valores de tensão medidos e estimados.

O detector de perdas não técnicas se mostrou eficaz para medidores de maior precisão, detectando e indicando na topologia de rede todos os medidores que possuíam valores de tensão adulterados. Na primeira sessão de testes, as barras 60 e 61 foram indicadas como passíveis de adulteração, sendo a barra 60 detectada corretamente e a 61 detectada por ser vizinha de uma barra com PNT. Para a segunda sessão de testes, houve a detecção das barras 60, 61, 120, 121 e 123. As barras 60 e 120 foram corretamente detectadas, já as barras 61, 121 e 123, assim como ocorreu no teste anterior, foram incluídas na detecção por serem vizinhas de barras que continham PNTs. Na última sessão de testes, nenhuma barra foi detectada como suspeita de adulteração, o que já era esperado, já que todos os medidores da topologia eram regulares. Sendo assim, pode-se concluir que o método proposto é eficiente.

Em trabalhos futuros, poderá ser abordada a metodologia da estimação de estados pelos métodos dos mínimos quadrados ponderados iterativo, realizando uma comparação de qual método de estimação é mais preciso. Além disso, para o detector, pode-se otimizar o código para que o mesmo seja eficiente para medidores das mais diversas precisões em redes de distribuição trifásicas.

REFERÊNCIAS

ABRADEE. Dados e Análises: energia em números. Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica, 2022. Disponível em: <https://abradee.org.br/dados-e-analises/>, Acesso em: 15 ago. 2025.

BARAN, M. E. Challenges in state estimation on distribution systems. *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, New York, v. 1, p. 429-433, 2001.

BARAN, M. E.; KELLEY, A. W. A branch-current-based state estimation method for distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 10, n. 1, p. 483-491, 1995.

BARAN, M. E.; KELLEY, A. W. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 9, n. 3, p. 1601-1609, 1994.

BARROS, Rafael M. R.. Gestão da perda não técnica de energia elétrica. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2023.

BLANCO, Gabriel Victor de Oliveira; LEITE, Jonatas Boas. Desempenho da Estimção de Estados em Redes de Distribuição de Energia: Modelo Linear e Mínimos Quadrados Ponderados. Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira/SP, 2024.

BOSE, A.; CLEMENTS, K. A. Real-time modeling of power networks. *Proceedings of the IEEE*, New York, v. 75, n. 12, p. 1607-1622, 1987.

CELIK, M. K.; ABUR, A. A robust WLAV state estimator using transformations. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 7, n. 1, p. 106-113, 1992.

CORREA, Jordana Andrade.; SOUSA, Roam Ferreira de; RIBEIRO, Edgar Augusto Nascimento. Electricity losses in the distribution network in Brazil. *Research, Society and Development*. v. 11, n. 16. 12 dez 2022.

DANTAS, P. R. P. Avaliação de perdas de energia elétrica não-técnicas: metodologia aplicada no município de Salvador/BA. 2006. 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Salvador, Salvador, 2006.

FARANTATOS, E.; HUANG, R.; COKKINIDES, G. J.; MELIOPOULOS, A. P. A predictive out of step protection scheme based on PMU enabled dynamic state estimation. *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, New York, v. 1, p. 1-8, 2011.

FARIA, Lucas Teles de. Estimacão Espac o-Temporal das Perdas não Técnicas no Sistema de Distribuic o de Energia Elétrica. 158f. Disserta o (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira/SP, 2016.

FERREIRA, DIEGO SANTANA Análise do algoritmo de fluxo de potência e da extensão do modelo de informa o comum para redes de distribuic o de energia elétrica. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2021. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/214695>.

J. B. Leite and J. R. S. Mantovani. "Distribution System State Estimation Using the Hamiltonian Cycle Theory," in *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 7, no. 1, pp. 366-375, Jan. 2016, doi: 10.1109/TSG.2015.2448940.

KOTIUGA, W. W. Development of a least absolute value power system tracking state estimator. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS104, n. 5, p. 1160-1166, 1985.

LEITE, Jonatas Boas; MANTOVANI, José Roberto Sanches. "Detecting and Locating Non-Technical Losses in Modern Distribution Networks", in *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 2, Mar 2018.

LI, K. State estimation for power distribution system and measurement impacts. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 11, n. 2, p. 911-916, 1996.

LU, C. N.; TENG, J. H.; LIU, W. H. E. Distribution system state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 10, n. 1, p. 229-240, 1995.

LUBKEMAN, D. L.; ZHANG, J.; GHOSH, A. K.; JONES, R. H. Field results for a distribution circuit state estimator implementation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 15, n. 1, p. 399-406, 2000.

Perdas não-técnicas de energia elétrica: Bibliografia temática. ANEEL, 2024. Disponível em: <https://biblioteca.aneel.gov.br/VisualizadorPdf?codigoArquivo=180032&tipoMidia=0>. Acesso em : 12 de agosto de 2025.

RITCHIE, Hannah; ROSADO, Pablo; ROSER, Max. Energy Production and Consumption. *Our World in Data*, 2024. Disponível em: <https://ourworldindata.org/energy-production-consumption>. Acesso em: 25 de julho de 2025.

ROLIM, F. B. B., V. C. Cunha and F. C. L. Trindade, "Non-Technical Losses Detection and Location for LV Systems Applying Smart Meters Measurements," *2022 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, Denver, CO, USA, 2022, pp. 1-5.

ROYTELMAN, I.; SHAHIDEHPOR, S. M. State estimation for electric power distribution system in quasi real-time conditions. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 8, n. 4, p. 2009-2015, 1993.

SINGH, R.; PAL, B. C.; JABR, R. A. Choice of estimator for distribution system state estimation. *IET Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 3, n. 7, p. 666-678, 2009.

TAYLOR, G. A.; IRVING, M. R.; NUSRAT, N.; LIAO, R.; PANCHADCHARAM, S. Smart distribution network operation: emerging techniques and standards. *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, Piscataway, v. 1, p. 1-6, 2011.

WANG, H.; SCHULZ, N. N. A revised branch current-based distribution system state estimation algorithm and meter placement impact. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 19, n. 1, p. 207-213, 2004.

ZHU, J.; RAMACHANDRAN, B. Review of Trends in State Estimation of Power Distribution Networks. *Journal of Power and Energy Engineering*, v. 08, n. 08, p. 85-99, 2020.

APÊNDICE A - TABELAS COM OS DADOS COMPLETOS DAS SIMULAÇÕES

Tabela 5 -Valores de tensão medidos, estimados e desvios para var 10^{-4} a 10^{-10} .

VAR 10E-4 A 10E-10			
Barras	z (pu)	$\hat{x}$	$z - \hat{x}$
1	0,998499232273781	0,000000000000000	0,998499232273781
2	0,971286241713616	0,971006311878322	0,000279929835294
3	0,968442974198597	0,968463379800657	0,000020405602060
4	0,968483975136222	0,968453813111965	0,000030162024257
5	0,966571083286541	0,966879772915812	0,000308689629271
6	0,960316935308213	0,960322096690947	0,000005161382734
7	0,954355188165794	0,954250493520951	0,000104694644843
8	0,948444806732218	0,948364343615380	0,000080463116838
9	0,948450339897641	0,948298665828593	0,000151674069048
10	0,946490848967787	0,946735207074187	0,000244358106400
11	0,939779260006631	0,939565642959729	0,000213617046902
12	0,937700649202061	0,938500732039621	0,000800082837560
13	0,939186813281648	0,938419863605377	0,000766949676271
14	0,938655110740457	0,938784683697924	0,000129572957467
15	0,939042886795792	0,938837393483961	0,000205493311831
16	0,939253321694046	0,938446761348207	0,000806560345839
17	0,939154204285186	0,939155008399372	0,000000804114186
18	0,937889339447987	0,938431941933896	0,000542602485909
19	0,938432894680435	0,938114651486506	0,000318243193929
20	0,938513725269452	0,938436947998075	0,000076777271377
21	0,938736874819989	0,938561312200212	0,000175562619777
22	0,938600479734104	0,938509348077773	0,000091131656331
23	0,937965872507009	0,937967295823800	0,000001423316791
24	0,932746754406045	0,933788745373103	0,001041990967058
25	0,934105323935108	0,933341160077512	0,000764163857596
26	0,934015468018784	0,933932976530376	0,000082491488408
27	0,934062343629039	0,933863415359013	0,000198928270026
28	0,933983560907427	0,933958548343072	0,000025012564355
29	0,933888492019082	0,933912600274097	0,000024108255015
30	0,933394507981441	0,933553024494075	0,000158516512634
31	0,932121770267484	0,932749302481921	0,000627532214437
32	0,933904441777249	0,933884425928564	0,000020015848685
33	0,933698187637584	0,933871211014850	0,000173023377266
34	0,934044083694897	0,933841250952966	0,000202832741931
35	0,934039215502336	0,934039215656747	0,000000000154411
36	0,933306865523346	0,932256453405009	0,001050412118337
37	0,933087764479578	0,933087842740854	0,000000078261276
38	0,932603661871838	0,932736512796909	0,000132850925071
39	0,931425410205950	0,931266637546744	0,000158772659206

40	0,930926622807832	0,931177646766512	0,000251023958680
41	0,931127263631742	0,931152742442765	0,000025478811023
42	0,931141214621737	0,931114220561618	0,000026994060119
43	0,930873397875380	0,930992255241226	0,000118857365846
44	0,930736562038645	0,930800149328759	0,000063587290114
45	0,929044835961510	0,930073893289231	0,001029057327721
46	0,931134356902431	0,930080262442722	0,001054094459709
47	0,930981921586954	0,931007286319529	0,000025364732575
48	0,928625021039439	0,928625790881222	0,000000769841783
49	0,926431538913497	0,927052115044509	0,000620576131012
50	0,927645230852428	0,927025100558256	0,000620130294172
51	0,927193243240409	0,927353946460189	0,000160703219780
52	0,927512002921632	0,927326425479712	0,000185577441920
53	0,927458191481691	0,926823435894420	0,000634755587271
54	0,927356722557191	0,927376860404950	0,000020137847759
55	0,924854152556014	0,925930700595608	0,001076548039594
56	0,926354864655984	0,925597065224711	0,000757799431273
57	0,926831649784736	0,927054817161925	0,000223167377189
58	0,926933721228094	0,926857913271108	0,000075807956986
59	0,927239916414244	0,927084598664990	0,000155317749254
60	0,927177013480838	0,927046247263115	0,000130766217723
61	0,927174833885853	0,927175593517886	0,000000759632033
62	0,925785389056244	0,926028053340030	0,000242664283786
63	0,926748269947711	0,925862975090190	0,000885294857521
64	0,925664750086758	0,925866067251421	0,000201317164663
65	0,925999115402060	0,925788816778015	0,000210298624045
66	0,925868671312595	0,925876252880960	0,000007581568365
67	0,925756472568246	0,925778818329097	0,000022345760851
68	0,925300575292271	0,925440307952761	0,000139732660490
69	0,924349948825821	0,924812707978122	0,000462759152301
70	0,925094075065802	0,925184320696407	0,000090245630605
71	0,925518943225100	0,925288795096833	0,000230148128267
72	0,925558158784265	0,925390793967357	0,000167364816908
73	0,925046316708344	0,925273347205104	0,000227030496760
74	0,925416662771833	0,925217404852439	0,000199257919394
75	0,923059136893487	0,924168077379345	0,001108940485858
76	0,925300657760372	0,924174571625900	0,001126086134472
77	0,925226632756268	0,925250787030081	0,000024154273813
78	0,925009484764415	0,924805150220192	0,000204334544223
79	0,922742166127449	0,923442773905497	0,000700607778048
80	0,923925065754552	0,923223584491155	0,000701481263397
81	0,923515121392274	0,923679390313804	0,000164268921530
82	0,922088469066894	0,922768862307389	0,000680393240495
83	0,923601292796864	0,922741634627345	0,000859658169519
84	0,923543268548906	0,923564123064872	0,000020854515966

85	0,923576907372605	0,923567899606002	0,000009007766603
86	0,922603585393719	0,923074354663558	0,000470769269839
129	0,921947054708505	0,922269522884564	0,000322468176059
87	0,922953066822658	0,922406781975986	0,000546284846672
88	0,923102508301854	0,923026965525970	0,000075542775884
89	0,924173323487885	0,923447882660489	0,000725440827396
90	0,922050370092672	0,921566242119234	0,000484127973438
91	0,922330832415724	0,922103205025779	0,000227627389945
92	0,920048989713641	0,920986171584498	0,000937181870857
93	0,920632562385911	0,919880002375982	0,000752560009929
94	0,920574977314361	0,920579121942464	0,000004144628103
95	0,920990110241874	0,920807684007828	0,000182426234046
96	0,920438171430778	0,920231978298575	0,000206193132203
97	0,920356716921404	0,920379619085575	0,000022902164171
98	0,920131077423889	0,920154094221812	0,000023016797923
99	0,918705809959697	0,919384757673216	0,000678947713519
100	0,920082980618709	0,919386757134311	0,000696223484398
101	0,919692845006121	0,919172916362322	0,000519928643799
102	0,920052231585496	0,919862375746354	0,000189855839142
103	0,919603148497884	0,919905252408665	0,000302103910781
104	0,919107490157336	0,918826261839528	0,000281228317808
105	0,918324916940013	0,918448287441302	0,000123370501289
106	0,918127726220799	0,918551319816953	0,000423593596154
107	0,918154952346036	0,917941427712340	0,000213524633696
108	0,917999029862559	0,917793283609798	0,000205746252761
109	0,917941664569112	0,917915814766758	0,000025849802354
110	0,917772890094627	0,917820906976085	0,000048016881458
111	0,917308262115337	0,917460236263484	0,000151974148147
112	0,915758931763730	0,916514644001338	0,000755712237608
113	0,917808691918639	0,917787382849193	0,000021309069446
114	0,917133608995313	0,917319866577191	0,000186257581878
115	0,917502358140987	0,917336071923815	0,000166286217172
116	0,916206236711760	0,916506302556295	0,000300065844535
117	0,917045576794587	0,916578544054661	0,000467032739926
118	0,916702734086353	0,916847389364788	0,000144655278435
119	0,917036218737168	0,916864077774873	0,000172140962295
120	0,922285464886111	0,922266101535325	0,000019363350786
121	0,922200035675867	0,922219208873117	0,000019173197250
122	0,922178780981068	0,922151677620470	0,000027103360598
123	0,921678576422446	0,921961356480842	0,000282780058396
124	0,921774424629313	0,921706087754052	0,000068336875261
125	0,921918578067909	0,921843392357697	0,000075185710212
126	0,922138392508284	0,921919579846135	0,000218812662149
127	0,922077243942862	0,922100932049215	0,000023688106353
128	0,922022361030152	0,922023114661417	0,000000753631265

130	0,923438493440671	0,922681043742598	0,000757449698073
131	0,918199071322646	0,918247182875465	0,000048111552819
132	0,918525112951710	0,918325995905559	0,000199117046151
133	0,918524111822502	0,918333362428357	0,000190749394145
134	0,918425428095639	0,918446723299448	0,000021295203809
135	0,918138893216269	0,918268250515816	0,000129357299547

Fonte: Próprio autor.

Tabela 6 - Valores de tensão medidos, estimados e desvios para var 10^{-4} .

VAR 10E-4			
Barras	z (pu)	$\hat{x}$	$z - \hat{x}$
1	1,000724082109860	0,000000000000000	1,000724082109860
2	0,962376265826385	0,963880072165708	0,001503806339323
3	0,970318518964254	0,964939912097713	0,005378606866541
4	0,974076531039362	0,972170770222134	0,001905760817228
5	0,964212283477080	0,966646817120554	0,002434533643474
6	0,968630368124150	0,963116798341363	0,005513569782787
7	0,953928856754245	0,958383266488110	0,004454409733865
8	0,948484489153105	0,948166922203321	0,000317566949784
9	0,939733861941365	0,943959157033912	0,004225295092547
10	0,948757423247791	0,943493419304289	0,005264003943502
11	0,933231863120193	0,937360006227574	0,004128143107381
12	0,943166593814405	0,938008376352771	0,005158217461634
13	0,934744445857677	0,938922255120475	0,004177809262798
14	0,944884288667837	0,939999370339895	0,004884918327942
15	0,936491484766972	0,940667923901586	0,004176439134614
16	0,937353487078294	0,940228764575359	0,002875277497065
17	0,947652522503529	0,942458763214092	0,005193759289437
18	0,945838419342157	0,946655320218917	0,000816900876760
19	0,937376631422033	0,941559351442065	0,004182720020032
20	0,928936708658586	0,933117862532881	0,004181153874295
21	0,936129070519871	0,932498418850811	0,003630651669060
22	0,931612470123787	0,934489727390283	0,002877257266496
23	0,941098633137630	0,936230625657891	0,004868007479739
24	0,933277796914002	0,935612103484172	0,002334306570170
25	0,931477950719539	0,932291707499329	0,000813756779790
26	0,941566819571631	0,936403551417121	0,005163268154510
27	0,936530621746729	0,938869197001737	0,002338575255008
28	0,931720236418080	0,934060519906659	0,002340283488579
29	0,938958284424131	0,935316132343188	0,003642152080943
30	0,937154281700246	0,937964186244070	0,000809904543824
31	0,932456817886927	0,934796473924655	0,002339656037728

32	0,939910681012089	0,939422788970879	0,000487892041210
33	0,942109266995985	0,939310978786605	0,002798288209380
34	0,932096724886831	0,937066558706916	0,004969833820085
35	0,939377445069662	0,935734319785609	0,003643125284053
36	0,930382951790593	0,931070768394073	0,000687816603480
37	0,932177531117300	0,931170351811446	0,001007179305854
38	0,930921680986579	0,931439720450534	0,000518039463955
39	0,924761809687562	0,927105605678331	0,002343795990769
40	0,938703563243591	0,931668101607258	0,007035461636333
41	0,928534577050096	0,926539261472491	0,001995315577605
42	0,927459070943265	0,927973915947758	0,000514845004493
43	0,929492278498801	0,929005436922279	0,000486841576522
44	0,928447272962230	0,928965284802742	0,000518011840512
45	0,923779028477493	0,926146627483236	0,002367599005743
46	0,925776396771425	0,924768573762497	0,001007823008928
47	0,927678433407849	0,926021135596656	0,001657297811193
48	0,924300098171871	0,924820198809363	0,000520100637492
49	0,918698726698137	0,921025290125314	0,002326563427177
50	0,920674374602214	0,919673167878314	0,001001206723900
51	0,922537578434041	0,921509939614122	0,001027638819919
52	0,929723430775152	0,926072652995821	0,00365077779331
53	0,919803010179863	0,919130041412982	0,000672968766881
54	0,922328151897872	0,921037415776228	0,001290736121644
55	0,917419196747758	0,919651806303279	0,002232609555521
56	0,919403496655860	0,918404115089111	0,000999381566749
57	0,933450291102613	0,926636626056933	0,006813665045680
58	0,927137287918525	0,930266890638229	0,003129602719704
59	0,926101672819230	0,926616647395955	0,000514974576725
60	0,924472413782467	0,925795613578372	0,001323199795905
61	0,926472322585416	0,925470565928475	0,001001756656941
62	0,925775668518196	0,922156022652047	0,003619645866149
63	0,926972369040820	0,925971867663866	0,001000501376954
64	0,931900108992975	0,929094548843350	0,002805560149625
65	0,918920018552778	0,925368241224207	0,006448222671429
66	0,926027356837723	0,922414577364579	0,003612779473144
67	0,927957155655467	0,926958182903604	0,000998972751863
68	0,923141273993174	0,925457398446748	0,002316124453574
69	0,925114027814654	0,924116201198134	0,000997826616520
70	0,927693359573313	0,925406209858518	0,002287149714795
71	0,917797026739844	0,922734377101408	0,004937350361564
72	0,923387622660130	0,923226107717888	0,000161514942242
73	0,917661982520470	0,920498076587054	0,002836094066584
74	0,931487910171589	0,924559360986196	0,006928549185393
75	0,928692357220049	0,930021932786260	0,001329575566211
76	0,922432672049101	0,925558748720944	0,003126076671843

77	0,924811014212017	0,928165195278164	0,003354181066147
78	0,926765350538634	0,925474494505311	0,001290856033323
79	0,931488946454502	0,928677706596293	0,002811239858209
80	0,932239365028008	0,931755798419786	0,000483566608222
81	0,914079566455404	0,923125631660446	0,009046065205042
82	0,923212312242694	0,918608881657166	0,004603430585528
83	0,916757980732463	0,919860732811965	0,003102752079502
84	0,930567417721560	0,923638615790342	0,006928801931218
85	0,921283643962869	0,918997905891049	0,002285738071820
86	0,930447378618530	0,925845453788056	0,004601924830474
129	0,928546512374960	0,929491306030650	0,000944793655690
87	0,921085501559106	0,924748711138725	0,003663209579619
88	0,921467175817895	0,921275506735406	0,000191669082489
89	0,923176731995798	0,927334079863448	0,004157347867650
90	0,930748807742998	0,930297478770724	0,000451328972274
91	0,913106533270949	0,921842760495533	0,008736227224584
92	0,921883489702399	0,917294099656483	0,004589390045916
93	0,926536556241613	0,923751752376810	0,002784803864803
94	0,918661279285301	0,922609874308869	0,003948595023568
95	0,917679181452089	0,922102488907604	0,004423307455515
96	0,921633333780764	0,923780338836405	0,002147005055641
97	0,910767970056200	0,916178161505153	0,005410191448953
98	0,919708677296827	0,920517658445850	0,000808981149023
99	0,927200626851617	0,923422296284654	0,003778330566963
100	0,928142180262637	0,927662866108631	0,000479314154006
101	0,917287346353466	0,922235317158312	0,004947970804846
102	0,910030461540425	0,913654338905542	0,003623877365117
103	0,927557142334354	0,924477022442905	0,003080119891449
104	0,925854453381120	0,926177839832840	0,000323386451720
105	0,925248840100844	0,925279692569004	0,000030852468160
106	0,925019036405724	0,925370374396546	0,000351337990822
107	0,915791573512450	0,920229459746734	0,004437886234284
108	0,916175849259459	0,915703206671446	0,000472642588013
109	0,924186690704706	0,920134430728003	0,004052259976703
110	0,923473835881312	0,923793345835175	0,000319509953863
111	0,923243503983649	0,923274447166252	0,000030943182603
112	0,922549275151638	0,922872458770767	0,000323183619129
113	0,913902440773698	0,914894805517693	0,000992364743995
114	0,908022370707709	0,910554847681286	0,002532476973577
115	0,923737297021678	0,916651316222484	0,007085980799194
116	0,922833991305289	0,916036350003203	0,006797641302086
117	0,922575414594331	0,922602632903013	0,000027218308682
118	0,913711134600502	0,918100433928739	0,004389299328237
119	0,922833358293355	0,918247091602297	0,004586266691058
120	0,917868078515732	0,915434114891000	0,002433963624732

121	0,928412827917337	0,923123447175948	0,005289380741389
122	0,916458865827822	0,922167965561729	0,005709099733907
123	0,917506727373745	0,917666639025090	0,000159911651345
124	0,928638816730755	0,923057060117917	0,005581756612838
125	0,917781180985851	0,923188259962688	0,005407078976837
126	0,915662546693934	0,922090924943178	0,006428378249244
127	0,919627931684225	0,917637616727938	0,001990314956287
128	0,927149633467504	0,923365315502355	0,003784317965149
130	0,921262473832944	0,924904219098141	0,003641745265197
131	0,913732101490324	0,919477741855564	0,005745640365240
132	0,913022287846775	0,913343508830141	0,000321220983366
133	0,910993858919691	0,912336180876490	0,001342321956799
134	0,914901437187314	0,912917656880617	0,001983780306697
135	0,915833939865779	0,915353331533096	0,000480608332683

Fonte: Próprio autor.

Tabela 7 - Valores de tensão medidos, estimados e desvios para var 10^{-10} .

VAR 10E-10			
Barras	z (pu)	$\hat{x}$	$z - \hat{x}$
1	0,999998647917029	0,000000000000000	0,999998647917029
2	0,971232019200386	0,971232417125892	0,000000397925506
3	0,968431371579007	0,968430576899234	0,000000794679773
4	0,968422466523549	0,968417484214190	0,000004982309359
5	0,967184247256904	0,967180102752475	0,000004144504429
6	0,960929579666107	0,960927782485791	0,000001797180316
7	0,954755465322416	0,954761044960895	0,000005579638479
8	0,948688867222980	0,948688032864349	0,000000834358631
9	0,948387679782628	0,948389381316115	0,000001701533487
10	0,946927580628180	0,946921717049812	0,000005863578368
11	0,939777582619879	0,939778370649484	0,000000788029605
12	0,939314784234436	0,939313112183097	0,000001672051339
13	0,939262513035034	0,939263279992698	0,000000766957664
14	0,938997056896875	0,939001540654786	0,000004483757911
15	0,938979956171795	0,938976517142306	0,000003439029489
16	0,939241085614238	0,939247542011044	0,000006456396806
17	0,939154064648329	0,939148789800248	0,000005274848081
18	0,938970189164789	0,938974128309338	0,000003939144549
19	0,938886731929252	0,938881865071780	0,000004866857472
20	0,938802351348973	0,938808132097718	0,000005780748745
21	0,938672820570848	0,938672059182721	0,000000761388127
22	0,938858802645040	0,938865509084996	0,000006706439956
23	0,937965733046988	0,937964725589198	0,000001007457790

24	0,934839619511187	0,934840397894581	0,000000778383394
25	0,934661680543721	0,934665092014879	0,000003411471158
26	0,934402629554577	0,934404302668479	0,000001673113902
27	0,934052843676973	0,934052078017678	0,000000765659295
28	0,933931850318996	0,933927935911679	0,000003914407317
29	0,933875348273528	0,933880174891548	0,000004826618020
30	0,933711134542651	0,933705423924038	0,000005710618613
31	0,933684727711139	0,933689146249461	0,000004418538322
32	0,933864524308730	0,933857880117181	0,000006644191549
33	0,934033745297242	0,934034249447683	0,000000504150441
34	0,933973444662138	0,933973444649653	0,000000000012485
35	0,933978425905106	0,933973500913847	0,000004924991259
36	0,933303378034863	0,933304049048523	0,000000671013660
37	0,933087625744925	0,933085951275706	0,000001674469219
38	0,932867578432155	0,932868341900954	0,000000763468799
39	0,931365426705066	0,931369339920980	0,000003913215914
40	0,931360783227863	0,931362469436813	0,000001686208950
41	0,931116818862865	0,931117720748108	0,000000901885243
42	0,931076493387099	0,931076493205943	0,000000000181156
43	0,931109471673058	0,931105081270709	0,000004390402349
44	0,931093552511157	0,931096631681425	0,000003079170268
45	0,931100074144551	0,931094766376205	0,000005307768346
46	0,931078567037216	0,931083477185645	0,000004910148429
47	0,930972808317296	0,930972549736478	0,000000258580818
48	0,928614118306017	0,928615808101248	0,000001689795231
49	0,927669427472709	0,927664033751982	0,000005393720727
50	0,927641764521593	0,927642523681019	0,000000759159426
51	0,927506189543477	0,927504481629746	0,000001707913731
52	0,927445414695420	0,927451345129832	0,000005930434412
53	0,927408297763582	0,927412479070829	0,000004181307247
54	0,927353257301404	0,927350214187704	0,000003043113700
55	0,927082102358578	0,927085902614705	0,000003800256127
56	0,927075617461241	0,927070764033119	0,000004853428122
57	0,927235206201305	0,927234806659983	0,000000399541322
58	0,927194457296922	0,927190006145654	0,000004451151268
59	0,927179022149310	0,927184376087869	0,000005353938559
60	0,927173548900311	0,927174858016651	0,000001309116340
61	0,927162977648399	0,927167939278433	0,000004961630034
62	0,927508991278905	0,927508748657959	0,000000242620946
63	0,926703876139505	0,926704635392623	0,000000759253118
64	0,926016766952048	0,926019797191356	0,000003030239308
65	0,925927305308330	0,925928966880083	0,000001661571753
66	0,925813533199908	0,925812774907501	0,000000758292407
67	0,925753013293927	0,925749484365912	0,000003528928015
68	0,925580277796645	0,925578620314040	0,000001657482605

69	0,925554423261992	0,925555179937490	0,000000756675498
70	0,925544853533462	0,925549633841460	0,000004780307998
71	0,925519904842089	0,925514968011040	0,000004936831049
72	0,925492046962604	0,925497739566443	0,000005692603839
73	0,925442811003187	0,925438280818763	0,000004530184424
74	0,925413204765357	0,925413961987024	0,000000757221667
75	0,925263316669584	0,925261646443814	0,000001670225770
76	0,925243439240128	0,925248466039930	0,000005026799802
77	0,925626463162097	0,925626706314952	0,000000243152855
78	0,924998301242599	0,924999965013438	0,000001663770839
79	0,924127445930471	0,924126682144215	0,000000763786256
80	0,923921613325457	0,923917590678152	0,000004022647305
81	0,923843134677277	0,923841475861668	0,000001658815609
82	0,923774598631195	0,923775355359749	0,000000756728554
83	0,923549831624134	0,923554309343137	0,000004477719003
84	0,923539817543463	0,923536612438966	0,000003205104497
85	0,923505620528666	0,923506522368653	0,000000901839987
86	0,923483059473343	0,923478055139658	0,000005004333685
129	0,923471843252437	0,923471520784260	0,000000322468177
87	0,923376794256165	0,923377865792845	0,000001071536680
88	0,923378466014354	0,923376809433905	0,000001656580449
89	0,924110854612077	0,924110950836084	0,000000096224007
90	0,922496648342230	0,922495970120542	0,000000678221688
91	0,922318715819833	0,922320370456640	0,000001654636807
92	0,921923453439353	0,921917464625743	0,000005988813610
93	0,920996710546951	0,920997463106641	0,000000752559690
94	0,920940994833609	0,920944197736582	0,000003202902973
95	0,920991067154258	0,920990168706231	0,000000898448027
96	0,920381587876003	0,920385658479408	0,000004070603405
97	0,920353277824953	0,920349612492115	0,000003665332838
98	0,920120013646959	0,920120886336857	0,000000872689898
99	0,920064055639906	0,920058594145589	0,000005461494317
100	0,920035243922504	0,920039392309451	0,000004148386947
101	0,920016431401007	0,920015530838446	0,000000900562561
102	0,919984744983527	0,919990713264419	0,000005968280892
103	0,920150494733305	0,920150238921664	0,000000255811641
104	0,919104055726959	0,919100871129258	0,000003184597701
105	0,918567089699194	0,918565414887046	0,000001674812148
106	0,918972530400417	0,918971633492611	0,000000896907806
107	0,918567622764968	0,918571287361692	0,000003664596724
108	0,917987610310773	0,917989221205756	0,000001610894983
109	0,917879950288155	0,917879200234235	0,000000750053920
110	0,917815453127901	0,917811317975552	0,000004135152349
111	0,917636910736696	0,917642076716217	0,000005165979521
112	0,917594264639175	0,917588269811507	0,000005994827668

113	0,917755789694847	0,917754669717891	0,000001119976956
114	0,917495257783803	0,917494580805321	0,000000676978482
115	0,917491965764014	0,917493450292649	0,000001484528635
116	0,917240187811949	0,917237047233947	0,000003140578002
117	0,917042150070758	0,917042826707797	0,000000676637039
118	0,916992965497807	0,916991326710423	0,000001638787384
119	0,916982209940317	0,916982963494694	0,000000753554377
120	0,922237948875499	0,922236367762702	0,000001581112797
121	0,922187598543013	0,922189250712689	0,000001652169676
122	0,922111473300260	0,922110747997064	0,000000725303196
123	0,922204492928499	0,922200754726969	0,000003738201530
124	0,922156876587101	0,922160212858438	0,000003336271337
125	0,922158622348260	0,922154397884472	0,000004224463788
126	0,922079932328130	0,922080829291957	0,000000896963827
127	0,922067634307586	0,922066879684161	0,000000754623425
128	0,922010952318678	0,922012604784381	0,000001652465703
130	0,923450795413759	0,923451552835287	0,000000757421528
131	0,918538347150449	0,918537866241573	0,000000480908876
132	0,918455973242059	0,918462114979689	0,000006141737630
133	0,918471501949730	0,918476865651381	0,000005363701651
134	0,918421996214524	0,918418683193741	0,000003313020783
135	0,918385520064409	0,918389730060000	0,000004209995591

Fonte: Próprio autor.