

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE BAURU
FACULDADE DE ENGENHARIA**

WILLIAM NUNES

**ANÁLISE NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO
NATURAL ENTRE SUPERFÍCIES ISOTÉRMICAS HORIZONTAIS ONDULADAS**

Bauru
2022

WILLIAM NUNES

**ANÁLISE NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO
NATURAL ENTRE SUPERFÍCIES ISOTÉRMICAS HORIZONTAIS ONDULADAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica pela Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista “Julio Mesquita Filho” objetivando o título de Mestre em Equipamentos e Processos Térmicos.

Orientador: Prof. Dr. Santiago Del Rio Oliveira

Bauru
2022

Nunes, William.

Análise numérica da transferência de calor por convecção natural entre superfícies isotérmicas horizontais onduladas / William Nunes, 2022
105 f. : il.

Orientadora: Santiago Del Rio Oliveira

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista (Unesp). Faculdade de Engenharia, Bauru, 2022

1. Convecção natural. 2. Placas onduladas.
3. Melhoria na transferência de calor. 4. Modelo de turbulência k-épsilon. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE WILLIAM NUNES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 26 dias do mês de agosto do ano de 2022, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de WILLIAM NUNES, intitulada **ANÁLISE NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL ENTRE SUPERFÍCIES ISOTÉRMICAS HORIZONTAIS ONDULADAS**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. SANTIAGO DEL RIO OLIVEIRA (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. PAULO CESAR MIORALLI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Indústria / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP - Campus Catanduva, Prof. Dr. ELSON AVALLONE (Participação Virtual) do(a) Departamento de Indústria / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP) - Câmpus de Catanduva/SP. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. SANTIAGO DEL RIO OLIVEIRA

Dedico esse trabalho a meus pais, minha esposa e a todos que me ajudaram e proporcionaram essa produção, como também o aumento de meus conhecimentos e experiências.

AGRADECIMENTOS

A minha mãe Clelia que tanto me ajudou, auxiliou e incentivou meus estudos, em *memória* a meu pai Antonio que, desde cedo, me mostrou e incentivou a fazer sempre por mim, que a única coisa que não podem nos tirar são os conhecimentos e experiências adquiridas ou, em suas palavras, “SE PRECISAR FAZER ALGO, APRENDA E FAÇA VOCÊ MESMO”. Mesmo após seu falecimento, continuo aplicando e utilizando todos os ensinamentos que me deu. A minha esposa Lariza, por sempre estar a meu lado, ajudando e contribuindo para todas minhas conquistas.

Ao Prof. Dr. Santiago Del Rio Oliveira, por toda confiança depositada em mim, para desenvolver esse relevante estudo.

À UNESP, por ter concedido esta oportunidade de mestrado acadêmico.

À CAPES, pelo auxílio financeiro.

“Se eu vi mais longe, foi por estar de pé sobre ombros de gigantes.”

(Isaac Newton)

RESUMO

Este projeto consiste na análise numérica da transferência de calor por convecção natural a partir de duas placas horizontais separadas verticalmente, contendo ondulações em ambos os lados. A distância vertical que separa as placas, é relativamente pequena, de tal forma que o escoamento proveniente de ambas as placas influencia nas taxas de calor a partir de cada placa. As ondulações consideradas neste projeto possuem formato retangular com altura constante, tendo o efeito de aumentar a taxa de transferência de calor das placas aquecidas para um fluido adjacente, no caso, ar ambiente. O objetivo principal desse projeto consiste na determinação da taxa de transferência de calor por convecção natural, a partir das placas horizontais onduladas e o ar ambiente. Efeitos na taxa de transferência de calor por convecção natural, a partir das superfícies individuais de cada placa, bem como a partir da superfície total de cada placa, serão analisados em função das seguintes variáveis: número de ondulações, largura adimensional das ondulações, distância vertical adimensional entre as placas e do número de Rayleigh. Os resultados serão obtidos numericamente, utilizando o modelo de turbulência *k- ϵ* padrão, incluindo efeitos das forças de empuxo com o auxílio do software ANSYS FLUENT. Em função dos resultados obtidos, foram feitas recomendações geométricas da situação em análise, que forneceram a maior melhoria na taxa de transferência de calor por convecção natural, a partir das superfícies horizontais onduladas.

PALAVRAS-CHAVE: convecção natural, placas onduladas, melhoria na transferência de calor, modelo de turbulência *k- ϵ* .

ABSTRACT

This project consists of the numerical analysis of the heat transfer by natural convection from two vertically separated horizontal plates, containing undulations on both sides. The vertical distance separating the plates is relatively small, such that the flow from both plates influences the heat rates from each plate. The ripples considered in this project have a rectangular shape with constant height, having the effect of increasing the heat transfer rate from the heated plates to an adjacent fluid, in this case, ambient air. The main objective of this project is to determine the rate of heat transfer by natural convection, from the wavy horizontal plates and the ambient air. Effects on the rate of heat transfer by natural convection, from the individual surfaces of each plate, as well as from the total surface of each plate, will be analyzed in terms of the following variables: number of ripples, dimensionless width of ripples, vertical distance dimensionless between the plates and the Rayleigh number. The results will be obtained numerically, using the standard k-epsilon turbulence model, including the effects of buoyancy forces with the aid of the ANSYS FLUENT software. Based on the results obtained, geometric recommendations were made for the situation under analysis, which provided the greatest improvement in the rate of heat transfer by natural convection from the undulating horizontal surfaces.

Keywords: natural convection, wavy plates, improved heat transfer, k-epsilon turbulence model.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Situação geral de superfície aquecida com ondulações.	19
Figura 2 – Formas de ondulações superficiais mais comuns.	20
Figura 3 – Orientações superficiais possíveis: horizontal (figura superior), vertical (figura central inferior), face inclinada para cima (figura esquerda inferior), face inclinada para baixo (figura direita inferior).	20
Figura 4 – Problema a ser analisado.	22
Figura 5 - Modelo físico e coordenadas.	24
Figura 6 - Modelo da geometria analisada (adaptado).	25
Figura 7 - Modelo físico e sistemas de coordenadas.	26
Figura 8 – Modelo físico e sistemas de coordenadas.	27
Figura 9 - Situação física em análise (adaptado).	28
Figura 10 - Modelo experimental (adaptado).	29
Figura 11 - Modelo físico e sistema de coordenadas.	30
Figura 12 - Modelo físico (adaptado).	32
Figura 13 - Modelo físico (adaptado).	33
Figura 14 - Modelo físico.	33
Figura 15 – Modelo físico.	34
Figura 16 – Modelo físico.	35
Figura 17 - Modelo físico (adaptado).	36
Figura 18 - Modelo físico.	37
Figura 19 – Modelo físico.	38
Figura 20 – Modelo físico.	39
Figura 21 – Modelo físico (adaptado).	40
Figura 22 – Modelo físico (adaptado).	40
Figura 23 – Modelo físico.	41
Figura 24 – Modelo físico.	42
Figura 25 – Modelo físico.	43
Figura 26 – Modelo físico.	43
Figura 27 - Medição de velocidade pontual em escoamento turbulento.	45
Figura 28 – Modelo de estudo.	59
Figura 29 – Malha Computacional.	61
Figura 30 – Campo de Temperatura.	62
Figura 31 - Representação aproximação dos mínimos quadrados.	66

Figura 32 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,013167$.	70
Figura 33 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,026316$.	71
Figura 34 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,052632$.	71
Figura 35 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,078947$.	72
Figura 36 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,105263$.	72
Figura 37 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,013167$ à $0,105263$.	73
Figura 38 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,013167$ à $0,105263$.	74
Figura 39 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14} .	75
Figura 40 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,013167$.	76
Figura 41 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,026316$.	76
Figura 42 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,052632$.	77
Figura 43 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,078947$.	77
Figura 44 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,105263$.	78
Figura 45 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,013167$ à $0,105263$.	79
Figura 46 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,013167$ à $0,105263$.	80

Figura 47 – Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14}	81
Figura 48 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,013167$	82
Figura 49 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,026316$	82
Figura 50 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,052632$	83
Figura 51 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,078947$	83
Figura 52 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,105263$	84
Figura 53 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,013167$ à $0,105263$	85
Figura 54 - Variação do $\overline{Nu}_{-D}$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,013167$ à $0,105263$	86
Figura 55 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14}	87
Figura 56 - Variação do $\overline{Nu}_{-D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,013167$	88
Figura 57 - Variação do $\overline{Nu}_{-D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,026316$	88
Figura 58 - Variação do $\overline{Nu}_{-D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,052632$	89
Figura 59 - Variação do $\overline{Nu}_{-D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,078947$	89
Figura 60 - Variação do $\overline{Nu}_{-D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,105263$	90
Figura 61 - Variação do $\overline{Nu}_{-D}$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,013167$ à $0,105263$	91

Figura 62 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,013167$ à $0,105263$	92
Figura 63 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14}	93
Figura 64 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,013167$	94
Figura 65 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,026316$	94
Figura 66 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,052632$	95
Figura 67 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,078947$	95
Figura 68 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,105263$	96
Figura 69 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,013167$ à $0,105263$	97
Figura 70 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,013167$ à $0,105263$	98
Figura 71 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14}	99
Figura 72 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^4$	100
Figura 73 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^6$	100
Figura 74 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^8$	101
Figura 75 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^{10}$	101
Figura 76 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^{12}$	102

Figura 77- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^{14}$.	102
Figura 78 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^4$.	103
Figura 79 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^6$.	104
Figura 80 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^8$.	104
Figura 81 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^{10}$.	105
Figura 82- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^{12}$.	105
Figura 83- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^{14}$.	106
Figura 84 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^4$.	107
Figura 85 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^6$.	107
Figura 86 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^8$.	108
Figura 87 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^{10}$.	108
Figura 88- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^{12}$.	109
Figura 89- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^{14}$.	109
Figura 90 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^4$.	110
Figura 91 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^6$.	111

Figura 92 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^8$	111
Figura 93 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^{10}$	112
Figura 94 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^{12}$	112
Figura 95 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^{14}$	113
Figura 96 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^4$	114
Figura 97 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^6$	114
Figura 98 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^8$	115
Figura 99 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^{10}$	115
Figura 100 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^{12}$	116
Figura 101 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^{14}$	116

Lista de tabelas

Tabela 1 – Teste independência de malha	62
Tabela 2 – Aceleração da gravidade em função de Rayleigh para superfície horizontal	65
Tabela 3 – Constantes placa acima/topo.....	118
Tabela 4 – Constantes placa acima/base.....	118
Tabela 5 – Constantes placa abaixo/topo.....	118
Tabela 6 – Constantes placa abaixo/base.....	119

Lista de símbolos

A	Área, (m^2)
B	Altura adimensional das ondulações, (b/L)
b	Largura das ondulações, (m)
$C_{1\varepsilon}$	Constante do modelo de turbulência
$C_{2\varepsilon}$	Constante do modelo de turbulência
C_μ	Constante do modelo de turbulência
c_p	Calor específico a pressão constante, ($\text{J}/(\text{kg.K})$)
D	Distância adimensional das placas onduladas, (d/L)
d	Distância das placas onduladas, (m)
g	Aceleração gravitacional, (m/s^2)
Gr	Número de Grashof, (adimensional)
H	Altura adimensional das ondulações, (h/L)
h	Altura das ondulações, (m)
h	Coeficiente local de transferência de calor por convecção, ($\text{W}/(\text{m.K})$)
$\bar{h}$	Coeficiente médio de transferência de calor por convecção, ($\text{W}/(\text{m.K})$)
K	Energia cinética média, (J)
k	Condutividade térmica, ($\text{W}/(\text{m.K})$); Energia cinética instantânea, (J)
L	Largura da placa ondulada, (m)
n	Número de ondulações
Nu	Número de Nusselt local, (adimensional)
$\overline{Nu}$	Número de Nusselt médio, (adimensional)
Pr	Número de Prandtl, (adimensional)
P	Pressão, (N/m^2)
q''	Fluxo de calor, (W/m^2)
q	Taxa de transferência de calor, (W)
Ra	Número de Rayleigh, (adimensional)
R^2	Fator de determinação
s	Taxa de deformação instantânea, (m/s^2)
S	Taxa de deformação média, (m/s^2)
T_f	Temperatura do ar ambiente, (K)
T_w	Temperatura superficial, (K)
t	Tempo, (s)
V	Vetor velocidade, (m/s)
u	Componente de velocidade na direção x, (m/s)
v	Componente de velocidade na direção y, (m/s)
w	Componente de velocidade na direção z, (m/s)
w	Profundidade, (m)
x	Coordenada espacial, (m)
y	Coordenada espacial, (m)
z	Coordenada espacial, (m)

Lista de letras gregas

β	Coeficiente de expansão volumétrica, (1/K)
ε	Taxa de dissipação da energia cinética, (m ² /s ²)
μ	Viscosidade dinâmica, (kg/(m.s))
μ_t	Viscosidade turbilhonar, (kg/(m.s))
ρ	Massa específica, (kg/m ³)
σ_ε	Constante do modelo de turbulência
σ_μ	Constante do modelo de turbulência
τ	Tensão de cisalhamento, (N/m ²)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	19
2. OBJETIVOS	21
2.1. Objetivos específicos.....	21
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
4. MODELO DE TURBULÊNCIA.....	45
4.1. Introdução.....	45
4.2. Equações de reynolds para escoamento incompressível	46
4.3. Escoamento turbulento	51
4.4. Modelo $k-\varepsilon$	52
4.5. Condições de contorno k e ε	57
5. MODELO UTILIZADO	59
5.1. Número de Rayleigh.....	64
5.2. Área da superfície ondulada	65
5.3. Equacionamento	66
6. FORMA DE ANÁLISE E RESULTADOS	67
6.1. Solução	67
6.2. Equacionamento	117
7. CONCLUSÃO E SUGESTÕES FUTURAS	120
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	121

1. INTRODUÇÃO

Componentes eletrônicos utilizados em diversos sistemas não computacionais e diversos componentes eletrônicos podem ser resfriados pelo uso da convecção natural, ou seja, o gerenciamento térmico desses componentes é acompanhado, utilizando resfriamento natural convectivo. Sistemas envolvendo componentes desse tipo ocorrem, por exemplo, em diversos sistemas de controle industriais e sistemas de medição. O projeto térmico de tais sistemas requer o conhecimento das taxas de transferência de calor por convecção natural que podem ocorrer em diversas situações.

Entretanto, em diversas situações práticas que surgem na análise desse tipo de sistemas, a determinação da taxa de transferência de calor ainda não está bem definida, sendo o principal objetivo deste trabalho. As situações consideradas foram a análise numérica da transferência de calor por convecção natural a partir de duas placas, contendo ondulações em ambos os lados, dispostas na posição horizontal e separadas verticalmente entre si, utilizando modelos simplificados de sistemas físicos que ocorrem no mundo real quando se lida com gerenciamento térmico. Entretanto, os resultados que foram obtidos neste trabalho serão adequados para a utilização no projeto e análise de sistemas térmicos do mundo real.

Em diversas situações práticas, envolvendo o resfriamento de componentes por convecção natural, é necessário melhorar a taxa de transferência de calor, ou seja, aumentar a referida taxa, a partir da superfície envolvida. A aplicação de superfícies onduladas é um método bastante utilizado na tentativa de se obter tal melhoria, que se deve ao aumento da área exposta ao fluido vizinho e, em algumas situações, devido a alterações no comportamento do escoamento próximo da superfície, induzido pela presença das ondulações superficiais. Uma situação geral envolvendo a utilização de superfícies aquecidas com ondulações pode ser vista na figura 1.



Figura 1 – Situação geral de superfície aquecida com ondulações. **Fonte:** Oliveira e Oosthuizen (2017).

A melhoria total produzida pela utilização de ondulações superficiais em uma dada situação dependerá da forma e tamanho relativo das ondulações superficiais. Diversas formas

de ondulações superficiais têm sido citadas na literatura, mas as mais comumente consideradas são senoidais, retangulares e triangulares, conforme a figura 2.

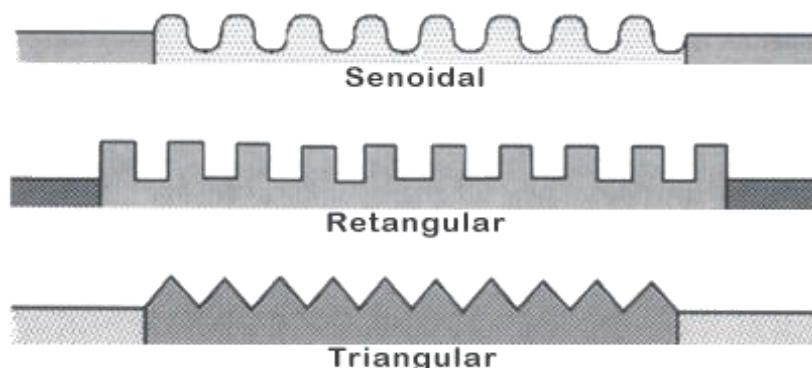


Figura 2 – Formas de ondulações superficiais mais comuns. **Fonte:** Oliveira e Oosthuizen (2017).

A melhoria real na taxa de transferência de calor depende da situação de escoamento, sendo considerada, como por exemplo, se ele é sobre uma superfície plana ou é sobre uma superfície cilíndrica. A orientação também é de grande importância, por exemplo, se a superfície é vertical ou horizontal ou inclinada com relação a horizontal, conforme a figura 3.

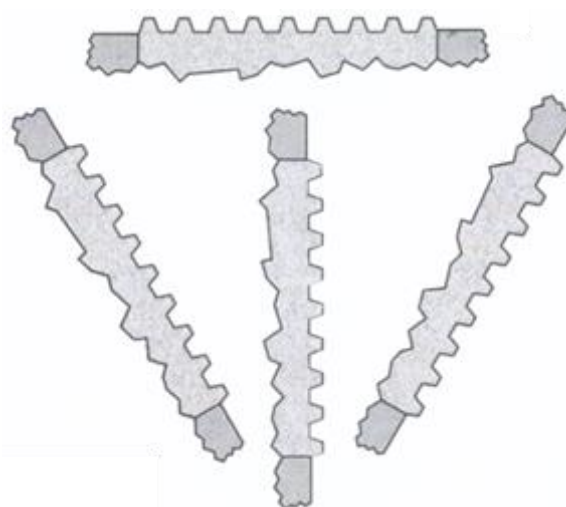


Figura 3 – Orientações superficiais possíveis: horizontal (figura superior), vertical (figura central inferior), face inclinada para cima (figura esquerda inferior), face inclinada para baixo (figura direita inferior). **Fonte:** Oliveira e Oosthuizen (2017).

A melhoria na taxa de transferência de calor, produzida pelo uso de superfícies com ondulações, também dependerá das condições de contorno térmicas na superfície. Por exemplo, se ela está efetivamente a temperatura uniforme ou se existe fluxo de calor uniforme sobre a mesma. As situações físicas representadas pelas (figuras 1 a 3) estão relativamente bem documentadas na literatura, com as ondulações superficiais presentes em um dos lados da superfície aquecida.

Uma situação mais geral, com ondulações presentes em ambos os lados da superfície aquecida, foi estudada recentemente por Oliveira e Oosthuizen (2017), Oliveira e Oosthuizen (2019) e Oliveira, Ito e Scalon (2019). Naqueles trabalhos, as ondulações superficiais retangulares, triangulares e trapezoidais analisadas, possuem altura constante ao longo da superfície. O efeito da variação da altura de ondulações retangulares e triangulares ao longo da superfície na transferência de calor por convecção natural pode ser visto no trabalho de Oliveira e Oosthuizen (2018).

2. OBJETIVOS

O objetivo principal dessa pesquisa é determinar a taxa de transferência de calor por convecção natural, a partir de duas placas horizontais onduladas e o ar ambiente. Verificar os efeitos na taxa de transferência de calor por convecção natural a partir das superfícies individuais de cada placa, bem como a partir da superfície total delas, analisar aqueles efeitos, em função das seguintes variáveis: número de ondulações, largura adimensional das ondulações, distância vertical adimensional entre as placas e do número de Rayleigh.

2.1. Objetivos específicos

- Construir uma malha computacional para analisar um problema de convecção natural, utilizando elementos finitos através do software ANSYS FLUENT;
- Estudar o efeito da malha e de valores de convergência na taxa de transferência de calor por convecção natural;
- Verificar a taxa de transferência de calor por convecção natural a partir das superfícies isotérmicas com ondulações retangulares;
- Analisar os efeitos das variações dimensionais entre as placas (figura 4), com a taxa de transferência de calor por convecção natural, para vários números de Rayleigh.

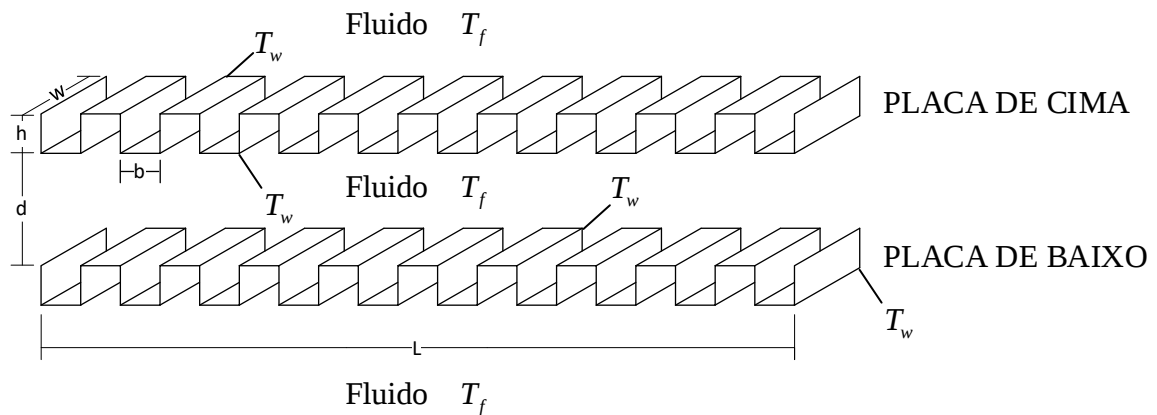


Figura 4 – Problema a ser analisado. **Fonte** – Próprio Autor.

- Analisar os efeitos da taxa de transferência de calor por convecção natural em função das seguintes variáveis: distância vertical adimensional das ondulações D , altura adimensional das ondulações H e do número de Rayleigh;
- Desenvolver correlações envolvendo o número de Rayleigh médio $\overline{Ra}_D$ e o número Nusselt médio $\overline{Nu}_D$, utilizando o método dos mínimos quadrados;
- A partir dos resultados, modelar equações que representem os modelos em estudo.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na literatura, encontram-se diversos estudos relacionados a transferência de calor por convecção natural em corpos com superfície ondulada. Uma breve revisão desses trabalhos é apresentada, sendo que a maioria deles considera condições onde prevalece escoamento laminar, não considerando escoamento de transição ou turbulento e temperatura superficial uniforme.

Inicialmente, foi dada atenção aos estudos em que foi considerado escoamento induzido pela convecção natural sobre a superfície vertical com ondulações. Alguns trabalhos anteriores, tanto numéricos, desenvolvidos por Yao (1983) e Moulic e Yao (2016), quanto experimentais, feitos por Bhavnani e Bergles (1990), são aplicados a situações de escoamento laminar sobre uma superfície vertical, contendo ondulações senoidais que mostram o aumento da taxa de transferência de calor, gerado pela aplicação das ondulações à superfície aquecida. A maioria das pesquisas mencionados aqui envolveram escoamento sobre uma superfície isotérmica.

Novamente, estudos descritos por Moulic e Yao (2016) e Yao (1983), consideram casos onde existe fluxo de calor superficial uniforme sobre a superfície com ondulações. Para trabalhar com a complexidade gerada pelas ondulações na superfície, Yao propôs modelamento matemático de modo a tornar a geometria mais simples, solucionando as equações diferenciais parciais de convecção natural, por métodos usualmente detalhados na literatura. Esse modelo físico foi feito como mostrado pela figura 5.

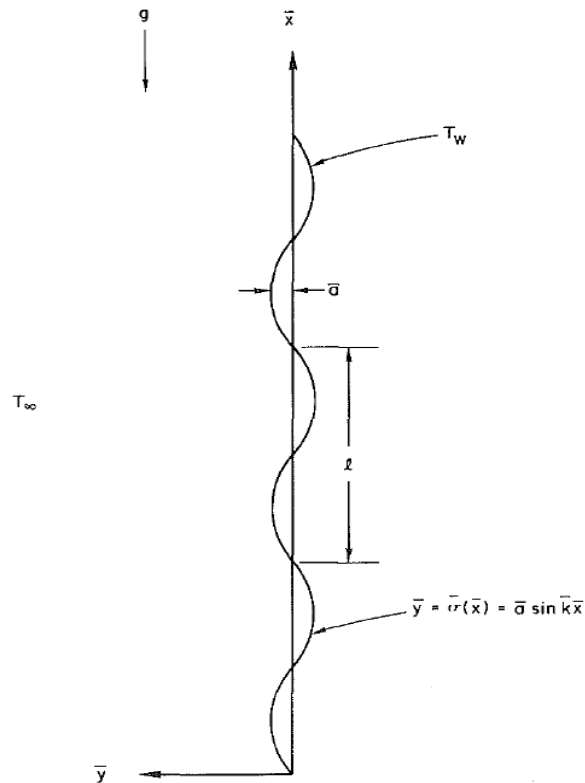


Figura 5 - Modelo físico e coordenadas. **Fonte** – Yao (1983).

Segundo Yao, após transformação matemática, mesmo as equações sendo mais complexas, o trabalho computacional para sua solução é praticamente o mesmo da solução das equações diferenciais parciais de transferência de calor por convecção natural tradicionais. Com essa transformação, em alguns casos particulares a solução analítica para o conjunto de equações diferenciais parciais transformadas podem ser obtidas, o que seria mais difícil para o conjunto de equações diferenciais parciais originais. Nesse estudo, Yao analisou a transferência de calor por convecção natural em regime laminar sobre uma superfície vertical ondulada na forma senoidal, com temperatura superficial uniforme. O estudo aponta a variação do Número de Nusselt ao longo da superfície ondulada. Esse modelo pode ser aplicado em diversas situações práticas da Engenharia, como para aumentar a taxa de transferência de calor por convecção natural, induzido pela mistura turbulenta próxima à superfície, em função do aumento do coeficiente de transferência de calor por convecção.

Moulic e Yao (2016) propuseram estudo em que a temperatura superficial não é uniforme, devido a utilização da temperatura média superficial poder gerar falsos resultados para taxa de transferência de calor por convecção, sendo considerada a utilização de fluxo de calor superficial constante, representando a temperatura superficial não uniforme. O método utilizado para analisar a superfície ondulada foi o mesmo proposto anteriormente por Yao

(1983) e, como visto, foi notada variação do número de Nusselt local ao longo da superfície e que a amplitude do número de Nusselt local decresce a jusante da superfície vertical, onde a camada limite térmica é mais espessa.

Nas pesquisas experimentais desenvolvidas por Bhavnani e Bergles (1990), foram utilizadas técnicas interferométricas para determinar o coeficiente local de transferência de calor por convecção natural, em superfícies verticais com protuberâncias sequenciais iguais e superfícies verticais com protuberâncias sequenciais na forma de degraus, como mostrado pela figura 6.

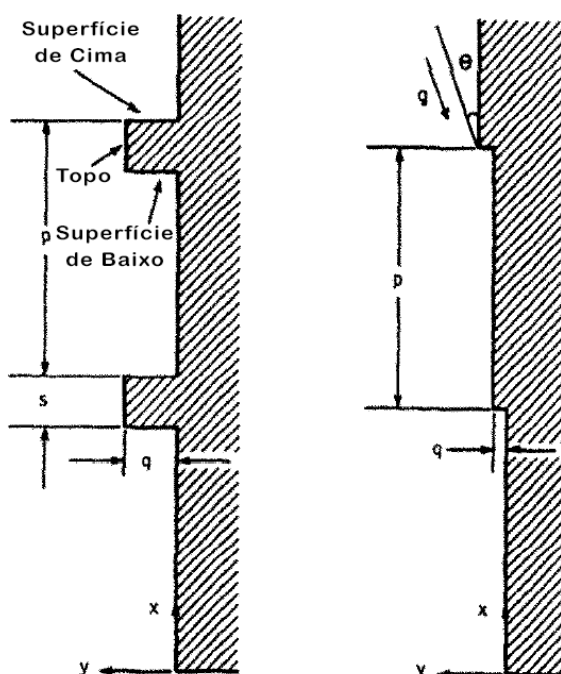


Figura 6 - Modelo da geometria analisada (adaptado). **Fonte** - Bhavnani e Bergles (1990).

Nesse estudo, foram analisados os efeitos de diversos parâmetros como a condutividade térmica do material, relação altura-espacamento e o ângulo das protuberâncias, de modo a definir as melhores dimensões e formas para melhorar a taxa de transferência de calor por convecção natural em regime laminar, comparada a uma superfície vertical sem protuberâncias de mesma área projetada. Ainda no mesmo estudo, foi mostrado que a presença das ondulações das superfícies verticais melhora a taxa de transferência de calor por convecção natural em relação a superfície vertical sem ondulações de mesma área projetada. Esse trabalho sugeriu também a ótima relação entre a altura e o espacamento das protuberâncias.

Kim (1997) considerou escoamento laminar, porém para um fluido não-Newtoniano, estudo numérico de transferência de calor em uma placa vertical com ondulações superficiais senoidais, como mostrado figura 7.

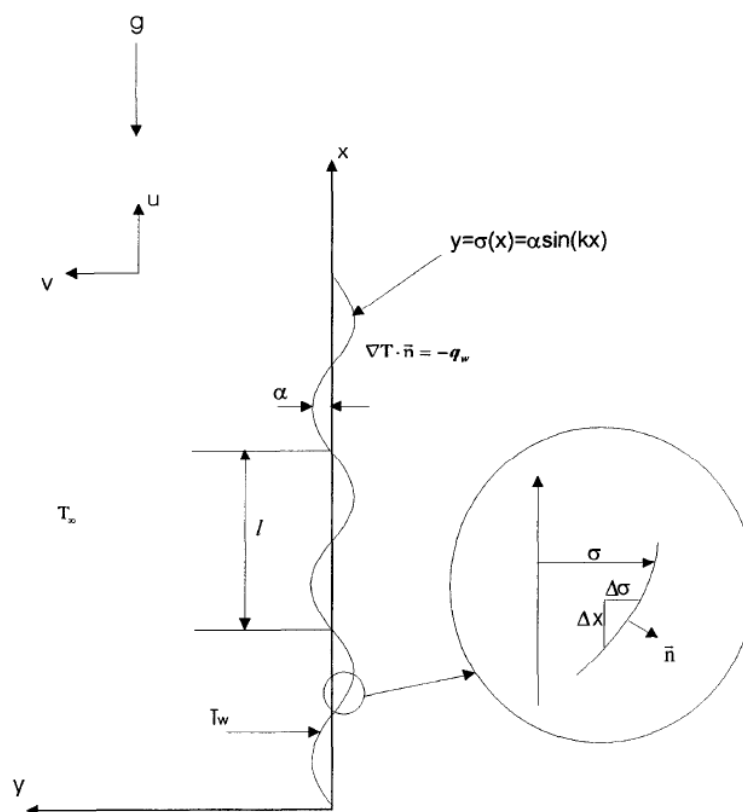


Figura 7 - Modelo físico e sistemas de coordenadas. **Fonte** - Kim (1997).

Nesse trabalho, foi analisada superfície ondulada em contato com fluido não-Newtoniano, considerando a influência do número de Prandtl e da amplitude das ondulações na taxa de transferência de calor por convecção natural. Os resultados mostram aumento na componente velocidade axial e redução da camada limite de velocidades, com redução do número de Nusselt local.

Hossain, Kabir e Rees (2002) desenvolveram um estudo numérico de transferência de calor por convecção natural de um fluido incompressível sobre uma superfície vertical ondulada, considerando o efeito da viscosidade dependente da temperatura para escoamento laminar, a partir de uma superfície vertical contendo ondulações senoidais, como mostrado na figura 8.

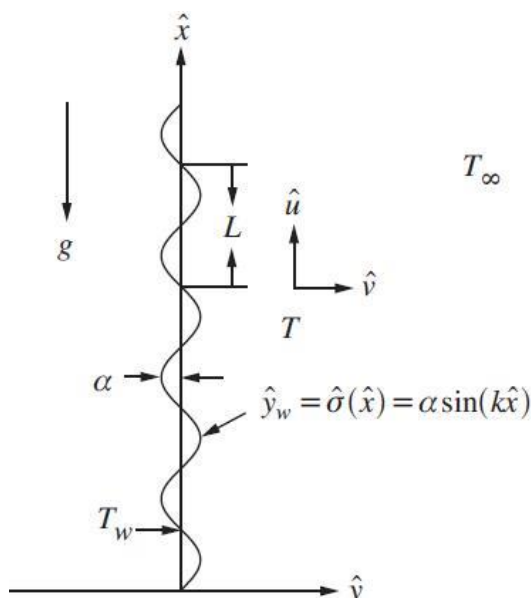


Figura 8 – Modelo físico e sistemas de coordenadas. **Fonte** - Hossain e Kabir e Rees (2002).

Os resultados foram obtidos com a solução do modelo matemático, pelo método das diferenças finitas implícito, apresentando resultados para o coeficiente de atrito e para o número de Nusselt local, onde esses dados mostram aumento do fluxo e redução na espessura da camada limite com a redução da viscosidade.

Molla e Yao (2009) estudaram numericamente a transferência de calor para fluidos não-Newtonianos, a partir de uma superfície vertical contendo ondulações senoidais. Avaliaram o efeito da viscosidade a partir de um modelo modificado da Lei da Potência, considerando a razão entre a escala de comprimento introduzida pela citada lei e o comprimento superficial das ondulações. Os resultados mostraram a ocorrência de convecção natural próximo a borda da camada limite, local onde a taxa de cisalhamento não é grande o suficiente para desencadear efeitos não-Newtonianos. Mostraram que a ocorrência dos efeitos não-Newtonianos começa a ocorrer a partir do aumento da taxa de cisalhamento acima do valor limite para o fluido.

Oosthuizen (2010) considerou uma placa vertical com ondulações triangulares, mantida a temperatura constante, onde escoamento laminar, de transição ou totalmente turbulento, pode existir e analisou a influência das ondulações na taxa de transferência de calor por convecção natural, figura 9.

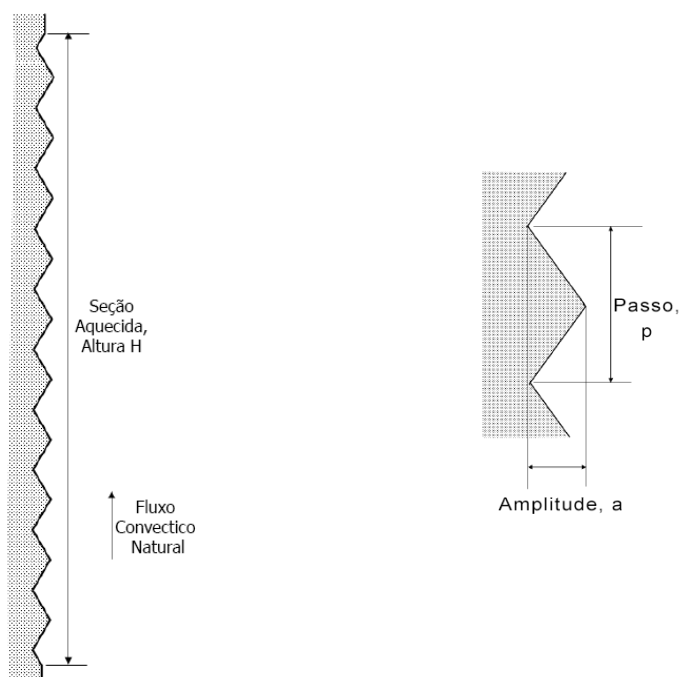


Figura 9 - Situação física em análise (adaptado). **Fonte** - Oosthuizen (2010).

O autor aplicou as variações do escoamento, alterando o número de Rayleigh. Foi assumido regime permanente com as propriedades do fluido constantes, exceto a variação de massa específica do fluido que varia com a temperatura, gerando forças de empuxo. Essa variação foi tratada pela aproximação de Boussinesq. Para os efeitos de turbulência, foi utilizado o modelo $k-\varepsilon$, incluindo as forças de empuxo. Todo sistema foi resolvido com auxílio do software FLUENT[®], solucionando numericamente o modelo matemático. O autor obteve os resultados do número de Rayleigh, baseado na altura das ondulações superficiais para o número Prandtl, utilizando as alturas e espaçamentos das ondulações de forma adimensional e apresentou os resultados obtidos em termos da área de transferência de calor real e da área de transferência de calor projetada.

Polidori e Padet (2003) desenvolveram experimento de transferência de calor por convecção natural em regime transiente sob superfície vertical com ondulações retangulares e fluxo de calor uniforme, conforme figura 10.

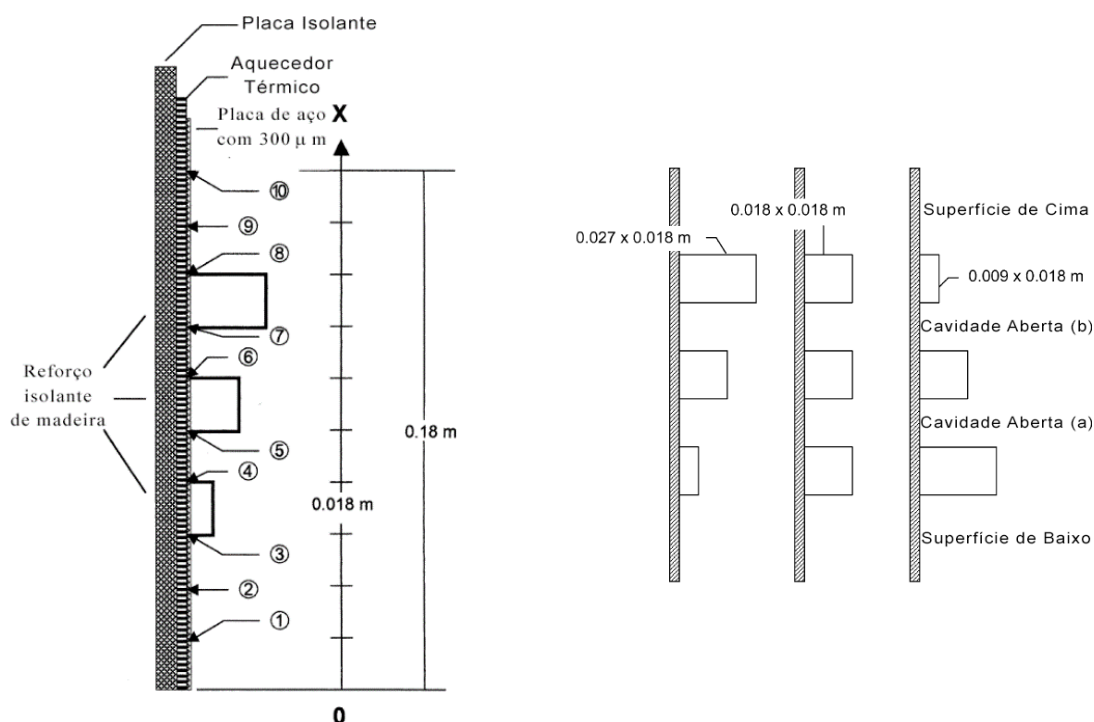


Figura 10 - Modelo experimental (adaptado). **Fonte** - Polidori e Padet (2003).

Nesse estudo, várias geometrias onduladas distintas foram consideradas para análise da superfície e do campo de fluxo. Medições térmicas foram feitas para obter a taxa de transferência de calor por convecção natural. O experimento constituiu-se na visualização dos campos de escoamento próximo às ondulações, medindo a temperatura em posições definidas. Com os resultados e a visualização dos campos de escoamento, foi constatada a presença de redemoinhos e vórtices no fluxo próximo das ondulações, que geraram a degradação do coeficiente de transferência de calor por convecção natural abaixo da primeira ondulação e realce do coeficiente de transferência de calor por convecção natural após a última ondulação, em comparação com superfícies lisas. No espaço entre as ondulações, no início do processo transiente, foi notado aumento da taxa de transferência de calor por convecção natural a montante. Com o avanço do transiente foi notada redução da taxa de transferência de calor por convecção natural em todo espaço entre as ondulações.

Hossain e Rees (1999) avaliaram os efeitos das forças de empuxo, combinadas a massa e difusão térmica pelo fluxo de convecção natural de uma superfície ondulada vertical pelo método das diferenças finitas implícito. Para acompanhar a evolução da tensão de cisalhamento superficial, taxa de transferência de calor e gradiente de concentração superficial, durante a alteração das ondulações superficiais, foram monitorados os parâmetros de flutuabilidade do fluido, a fim de descobrir as alterações ocorridas pela aplicação das ondas, conforme figura 11.

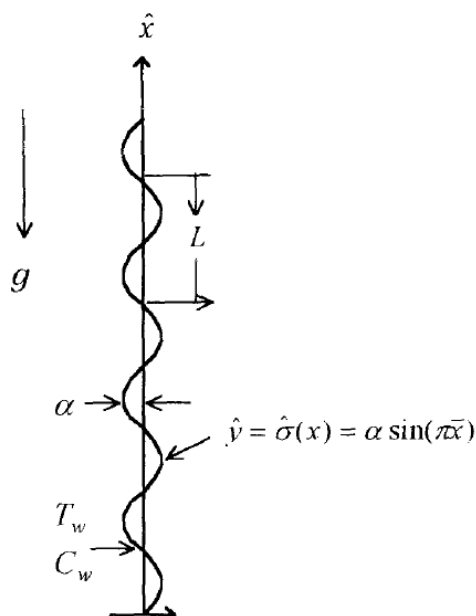


Figura 11 - Modelo físico e sistema de coordenadas. **Fonte** - Hossain e Rees (1999).

Os autores utilizaram número de Prandtl, variações do número de Schmidt, variações da relação amplitude-comprimento de onda e variações do parâmetro de empuxo, para analisar a evolução da tensão de cisalhamento superficial, da taxa de transferência de calor por convecção e o gradiente de concentração superficial. A presença do perfil ondulado resultou em aumento da espessura da camada limite e redução da taxa de transferência de calor por convecção natural na superfície, gradiente de concentração e tensão de cisalhamento.

Molla, Hossain e Yao (2004) estudaram os efeitos de geração e absorção volumétrica de energia térmica na transferência de calor por convecção natural de um fluido incompressível viscoso sobre superfícies regulares. Esse estudo foi feito aplicando modelos matemáticos para transformar a geometria complexa em geometria mais simples e solução numérica das equações parciais diferenciadas da camada limite para uma placa com superfície ondulada vertical, pelo método das diferenças finitas implícito. Os resultados foram obtidos na forma de taxa de transferência de calor por convecção natural em termos do número de Nusselt local. Também foram apresentados os resultados na forma gráfica, pelas linhas de corrente e isotermas em função dos parâmetros de geração de energia térmica, número de Prandtl e amplitude das ondulações. Foi constatado que, com a geração de calor, a temperatura do fluido aumenta, gerando aumento das forças de empuxo e aumento da taxa de fluxo da camada limite térmica, reduzindo o número de Nusselt com o aumento da distância axial.

Ahmed e El-Aziz (2013), estudaram casos de transferência de calor por convecção natural em regime transiente a partir de uma superfície vertical ondulada e um nanofluido. Nesse trabalho, utilizaram-se efeitos de movimento Browniano, como também efeitos de termoforese, para representar o não equilíbrio térmico entre a partícula, o fluido e a matriz sólida. Foram usados três modelos de distribuição de temperatura distintos. A solução das equações diferenciais parciais do problema foi feita pelo método implícito das diferenças finitas. Os resultados foram apresentados graficamente na forma bidimensional, demonstrando a influência de diferentes parâmetros físicos para o coeficiente de atrito, números de Nusselt e Sherwood locais, para a partícula, fluido e matriz sólida. Outros resultados foram apresentados na forma gráfica tridimensional, demonstrando a distribuição de velocidades, fração volumétrica das nanopartículas e a distribuição de temperaturas no fluido, na partícula e na matriz sólida, em função das coordenadas transversal e axial do domínio físico. Nesses resultados, os autores mostraram que ocorre o aumento do coeficiente de atrito local e que a taxa de transferência de calor reduz tanto na fase fluida quanto na fase sólida.

Elgazery (2012) estudou situações envolvendo efeitos magneto-hidrodinâmicos para analisar a influência da massa específica, viscosidade e condutividade térmica do fluido, quando em contato com uma superfície ondulada vertical aquecida através da transferência de calor por convecção natural, incluindo efeitos eletromagnéticos. Nessa pesquisa, foram assumidas como funções a densidade e condutividade térmica do fluido, variando de forma linear e exponencial com a temperatura respectivamente. Também se assumiu que a viscosidade do fluido varia inversamente com a função linear da temperatura. A superfície ondulada foi convertida em plana por modelos matemáticos de transformação de domínio. As equações diferenciais parciais da camada limite e suas condições de contorno foram reescritas por intermédio de uma variável de transformação e resolvidas de forma numérica pelo método implícito de Chebyshev. Os resultados foram obtidos em função das propriedades do fluido dependente da temperatura, magnetismo, relação amplitude comprimento de onda e número de Prandtl. Para alguns desses parâmetros, foram obtidos dados da distribuição de velocidades e temperatura, número de Nusselt e tensão de cisalhamento, sendo apresentados em tabelas e gráficos. Esses resultados mostram que a velocidade do fluido aumenta com a temperatura; já com o aumento do campo magnético, essa diminui. A taxa de transferência de calor aumenta com a variação da viscosidade e número de Prandtl, mas diminui com o aumento da temperatura, condutividade térmica, campo magnético e razão amplitude comprimento de onda. As conclusões desse

trabalho foram comparadas com outras disponíveis na literatura, mostrando boa concordância entre os resultados.

Oosthuizen (2016a) estudou numericamente os efeitos de transferência de calor por convecção natural de uma superfície horizontal isotérmica aquecida com ondulações retangulares voltadas para cima, inserida em um corpo extenso, onde a superfície aquecida possui ondulações igualmente espaçadas, conforme figura 12.

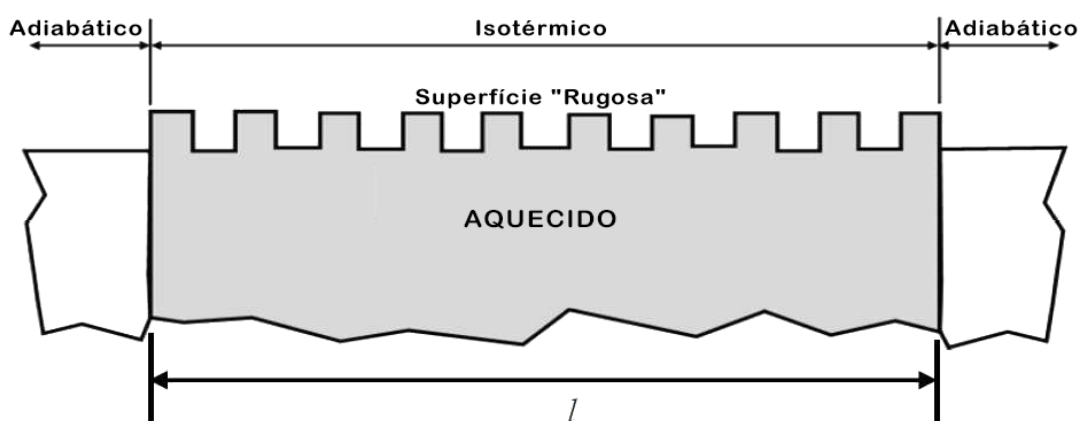


Figura 12 - Modelo físico (adaptado). Fonte - (OOSTHUIZEN, 2016).

A superfície ondulada foi mantida a temperatura uniforme e circundada por fluido a menor temperatura, onde o autor considera escoamento bidimensional em regime permanente e que fluxo laminar, transicional ou turbulento, pode ocorrer. O fluido foi assumido com propriedades constantes, exceto pela variação da massa específica com a temperatura, que dão origem às forças de empuxo. Essa variação foi solucionada pela aproximação de Boussinesq. As equações governantes do problema foram resolvidas de forma numérica pelo software comercial de CFD FLUENT[®], incluindo o modelo de turbulência $k - \varepsilon$ para tratar os efeitos de empuxo. A taxa de transferência de calor foi expressa em termos de número de Nusselt médio, dependente do número de Rayleigh em função da relação entre a largura e altura das ondulações para o número de Prandtl igual a 0,74. Os resultados mostraram que o aumento da taxa de transferência de calor para baixos valores de Rayleigh é relativamente pequeno, mas com o aumento da altura das ondulações, a referida taxa aumenta, mostrando que as ondulações contribuem para o aumento da taxa de transferência de calor.

Oosthuizen (2016b) também fez estudo numérico de transferência de calor por convecção natural a partir de uma superfície horizontal aquecida, com ondulações triangulares igualmente espaçadas, com mesma altura e voltadas para cima, conforme figura 13.

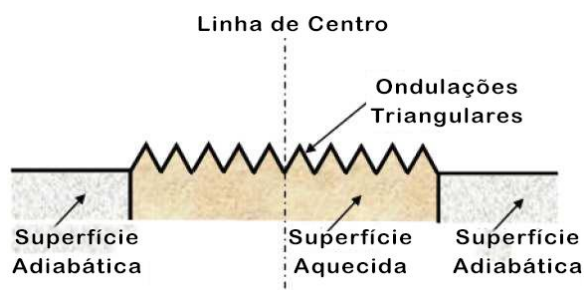


Figura 13 - Modelo físico (adaptado). Fonte - (OOSTHUIZEN, 2016).

As características dessa pesquisa são as mesmas das aplicadas ao estudo anterior, porém agora com superfícies de perfil triangular. Os resultados mostraram que, para altos valores de Rayleigh, houve aumento significativo da taxa de transferência de calor. Porém, este aumento foi em menor proporção que o da área superficial.

Prétot, Zeghmati e Caminat (2000) fizeram estudo de forma experimental, considerando uma placa horizontal com superfície ondulada de perfil senoidal submetida a fluxo de calor uniforme em um meio semi-infinito, onde o modelo da superfície ondulada foi considerado, conforme figura 14.

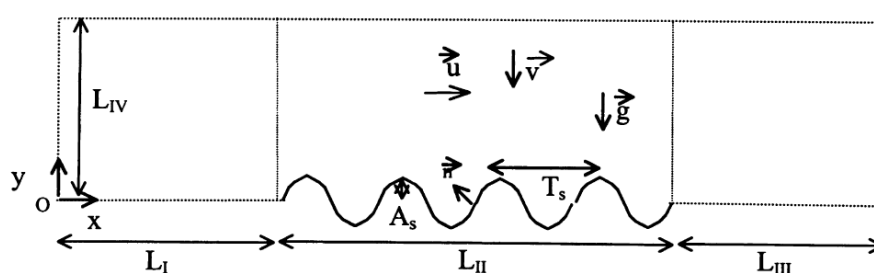


Figura 14 - Modelo físico. Fonte - Prétot e Zeghmati e Caminat (2000).

Os resultados mostram que o escoamento do fluido depende fortemente do fluxo de calor superficial e das características do perfil senoidal da superfície. Verificou-se que o número de Nusselt local é máximo no topo e mínimo na base das ondulações. Também verificou-se que a transferência de calor diminui com a amplitude e aumenta com o período das ondulações. Também constatou-se transferência foi menor do que a de uma placa plana de mesma área projetada, independentemente dos parâmetros de superfície utilizados. Os dados numéricos foram

validados experimentalmente, a partir de um equipamento, medindo a temperatura do ar em posições específicas sobre a superfície ondulada.

Prétot et al. (2003) estudaram uma placa horizontal ondulada com superfície senoidal, sujeita a fluxo de calor superficial uniforme e constante. Para visualizar o escoamento, uma técnica de termografia infravermelho foi aplicada para obtenção das temperaturas superficiais das placas. Essas superfícies tiveram mudanças da amplitude das ondulações e de período. Também foram feitas alterações no escoamento, com variações do número de Rayleigh. Os resultados mostraram variações no escoamento, demonstrando ausência ou presença do ar em movimento recirculante sobre a superfície ondulada. Os autores fizeram correlações dessas ocorrências com os perfis geométricos da superfície, como também com as variações do número de Rayleigh, e concluíram que o calor transferido aumenta com o aumento desses valores e que o aumento das ondas gera perturbações no fluxo das extremidades para o centro.

Siddiqui e Hossain (2013) estudaram numericamente a transferência de calor por convecção natural de uma superfície ondulada horizontal aquecida, conforme figura 15.

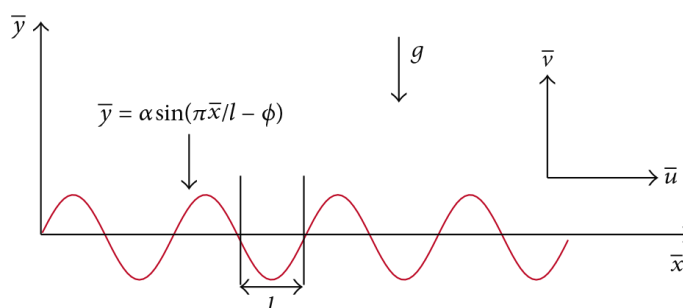


Figura 15 – Modelo físico. **Fonte** - Siddiqui e Hossain (2013).

As equações diferenciais da camada limite foram convertidas em equações diferenciais parabólicas, através da aplicação de uma variável de transformação de coordenadas e solucionadas pelo método das diferenças finitas. Os resultados obtidos foram do coeficiente de atrito local e número de Nusselt local, em função do período e da amplitude das ondulações e apresentadas linhas de corrente isotermas para diversas configurações das ondulações. Também foi mostrado que a distribuição do atrito local e número de Nusselt se torna mais fraca ao se distanciar das bordas de ataque das ondulações e que as superfícies onduladas transferem mais energia quando comparadas com superfícies planas. Porém após certo ponto, essa transferência diminui devido a distribuição com a camada limite.

Siddiqi, Hossain e Gorla (2015) também fizeram estudo numérico da transferência de calor por convecção natural entre um fluido e superfícies horizontais com ondulações triangulares isotérmicas, em função do aumento das ondulações, conforme figura 16.

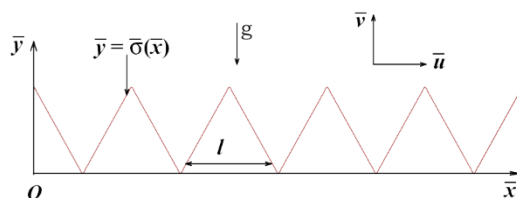


Figura 16 – Modelo físico. **Fonte** - Siddiqi e Hossain e Gorla (2015).

Fez-se transformação de coordenadas pelo uso de uma variável de transformação, convertendo as equações da camada limite em equações mais adequadas para integração numérica, em que essas equações foram integradas pelo método das diferenças finitas implícito. As alterações, geradas pela variação na altura das ondulações, foram detalhadas e apresentadas na forma gráfica pelas mudanças do escoamento em termos de coeficiente de atrito. Os resultados desse estudo foram comparados com outros que continham ondulações senoidais e observou-se que a melhora da transferência de calor por convecção natural é maior para o caso cujo perfil das ondulações é senoidal.

Siddiqi, Hossain e Saha (2014) estudaram numericamente a transferência de calor por convecção natural de um fluido sobre uma superfície ondulada horizontal, que também troca calor com um fluido radiante. A radiação foi aplicada ao modelo numericamente pela aproximação de Rosseland, reescrevendo-se as equações da camada limite na forma adimensional, através de um conjunto de variáveis de adimensionalização e solucionadas pelo método das diferenças finitas implícito. Na análise do problema foram estudados a influência da amplitude das ondulações, o parâmetro de radiação para a tensão de cisalhamento superficial e para a taxa de transferência por convecção natural. Os resultados mostraram um aumento da taxa de transferência de calor na superfície ondulada em relação a superfície plana. Também se observou que, para elevadas amplitudes das ondulações na camada limite, ocorre a separação do fluido da placa.

Oosthuizen e Garrett (2001a) consideraram ondulações com perfil dente de serra, com amplitude e passo das ondulações adimensionais, analisando numericamente a transferência de calor por convecção natural dessa superfície disposta inclinada, conforme figura 17.

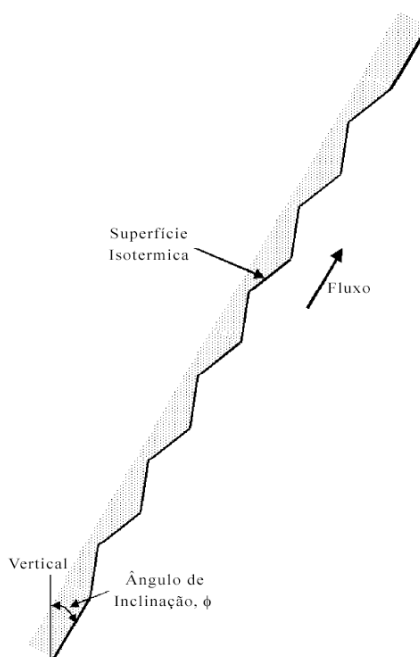


Figura 17 - Modelo físico (adaptado). **Fonte** - Oosthuizen e Garrett (2001a).

Os perfis dente de serra considerados foram com ondulações triangulares e senoidais de baixa amplitude. O fluido foi considerado com escoamento laminar, bidimensional, em regime permanente e suas propriedades assumidas como constantes, exceto pela variação da massa específica com a temperatura, pois esta dá origem às forças de empuxo, sendo tratado pela aproximação de Boussinesq. As equações governantes foram reescritas na forma adimensional e resolvidas pelo método dos elementos finitos. Também foram considerados para solução, parâmetros do número de Grashof com base no comprimento superficial, formato das ondulações, ângulo de inclinação da superfície, comprimento e amplitude das ondulações. Os resultados foram obtidos para número de Prandtl, números de Grashof e ângulo de inclinação, em que a superfície horizontal está com as ondulações na parte inferior e expressos pelo número de Nusselt médio. Os resultados indicaram que, na maioria dos casos, as ondulações superficiais diminuíram a taxa média de transferência de calor, em comparação com a de uma superfície plana.

Novos trabalhos feitos por Oosthuizen e Garrett (2001b) analisaram a transferência de calor por convecção natural do perfil dente de serra e perfil senoidal de forma numérica, em uma superfície isotérmica e ondulada, conforme figura 18.

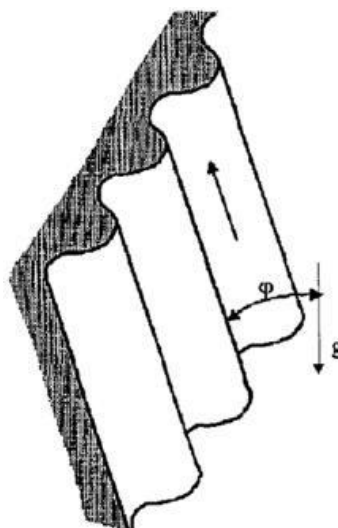


Figura 18 - Modelo físico. **Fonte** - Oosthuizen e Garrett (2001b).

Foram consideradas ondulações com baixa amplitude, dispostas paralelamente ao escoamento, com perfis triangulares e senoidais, escoamento laminar e em regime permanente. Devido as ondulações estarem dispostas paralelamente à direção do escoamento, este foi considerado como sendo tridimensional. As propriedades do fluido foram assumidas como tratado no estudo anterior. Os efeitos do número de Grashof, amplitude e passo adimensional das ondulações foram discutidos em função da taxa média de transferência de calor por convecção natural. Introduziram-se a taxa média de transferência de calor por convecção natural baseada na área superficial total e outra baseada na área frontal da superfície projetada, de modo a compará-las e verificar a efetividade da aplicação das ondulações na melhora da transferência de calor por convecção natural. As conclusões mostraram que as ondulações aumentam a taxa de transferência de calor da superfície para o fluido circundante, porém este aumento é menor que o da área de superfície. Notou-se também que a taxa de transferência de calor foi similar para os dois perfis ondulados, embora o fluxo tenha sido significativamente diferente.

Oosthuizen (2011) considerou o perfil dente de serra em um dos lados de uma placa inclinada com as ondulações voltadas para cima, a fim de verificar a transferência de calor por convecção natural dessa placa mantida a temperatura constante, conforme figura 19.

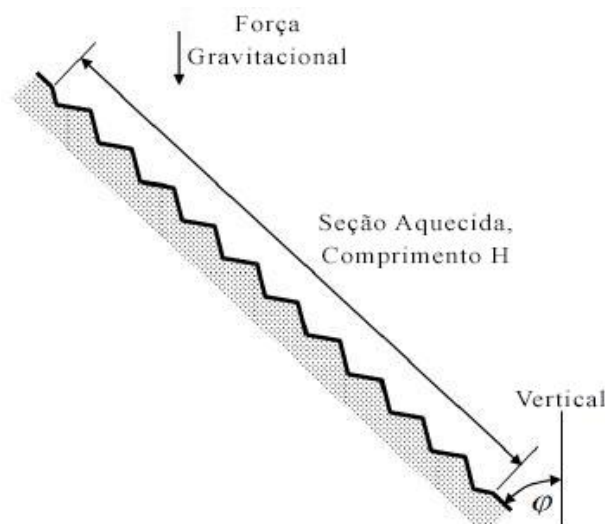


Figura 19 – Modelo físico. **Fonte** - Oosthuizen (2011).

O autor considerou ondulações com perfil triangular de baixa amplitude e assumiu o escoamento bidimensional em regime permanente normal, as ondulações e propriedades do fluido constantes, exceto pela variação da massa específica do fluido com a temperatura. Variação essa que origina as forças de empuxo que foram tratadas pela aproximação de Boussinesq. Também foram analisadas as condições de regime laminar, passando pelo regime de transição até o totalmente turbulento, em que a caracterização do regime de escoamento foi feita por intermédio do número de Rayleigh. As soluções desse estudo foram obtidas de forma numérica com a solução das equações governantes pelo software CFD FLUENT®; os efeitos de turbulência foram considerados pelo modelo de turbulência $k - \varepsilon$ padrão, incluindo as forças de empuxo e número de Prandtl. A taxa de transferência de calor por convecção natural da superfície ondulada foi expressa em função do número de Nusselt médio, dependente do número de Rayleigh. A inclinação da placa foi estudada em relação à superfície vertical para avaliar os efeitos que essa inclinação, a amplitude das ondulações e o número de Rayleigh interferem na taxa média de transferência de calor por convecção natural. Os resultados mostraram que houve mudanças bruscas na taxa média de transferência de calor por convecção natural com os maiores ângulos, mudanças que foram associadas ao padrão do fluxo pois, com maiores ângulos, a placa está mais próxima à posição horizontal. Também foi visto que a variação do número médio de Nusselt, com a inclinação, varia significativamente com o número de Rayleigh. Essa variação está associada ao fluxo, se laminar ou turbulento.

Oosthuizen e Paul (2011) apresentaram estudo de transferência de calor por convecção natural de uma placa com superfície isotérmica, contendo ondulações retangulares em um dos lados, conforme figura 20.

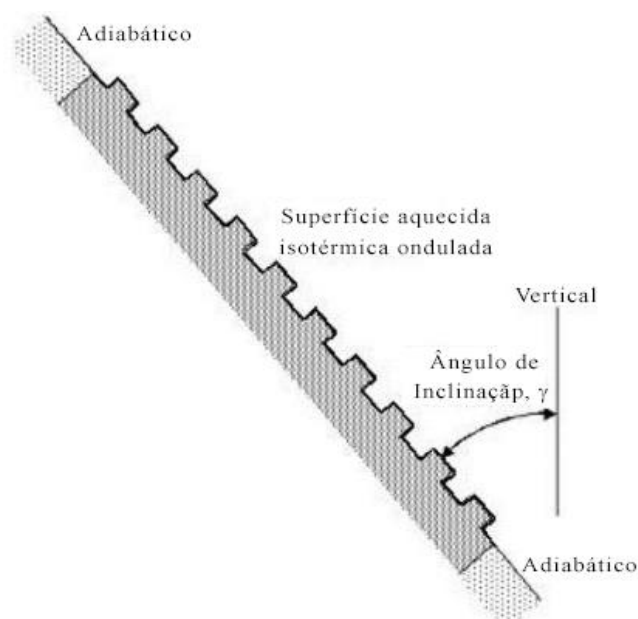


Figura 20 – Modelo físico. **Fonte** - Oosthuizen e Paul (2011).

Os autores consideraram o escoamento bidimensional em regime permanente normal, as ondulações e propriedades do fluido constantes, conforme detalhado no estudo anterior. A taxa de transferência de calor por convecção natural da superfície ondulada foi expressa em função do número de Nusselt médio, dependente do número de Rayleigh. A inclinação da placa foi estudada em relação à superfície vertical para avaliar os efeitos que essa inclinação, a amplitude das ondulações e o número de Rayleigh interferem na taxa média de transferência de calor por convecção natural. Os resultados mostraram que a taxa de transferência de calor aumenta com a placa mais próxima à horizontal.

Oosthuizen e Paul (2012) apresentaram pesquisa de transferência de calor por convecção natural de uma placa com superfície isotérmica, contendo ondulações com perfil senoidal e inclinada, conforme figura 21.

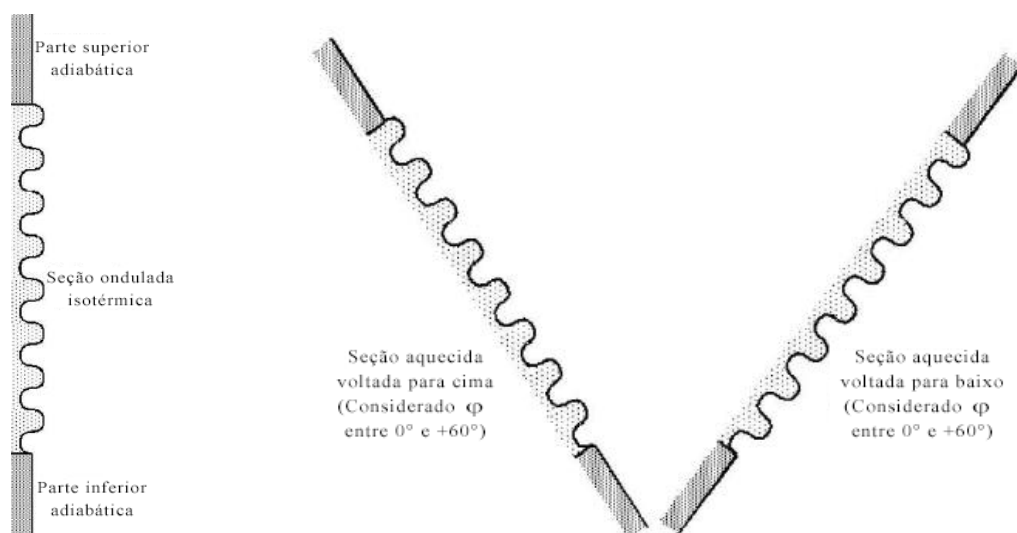


Figura 21 – Modelo físico (adaptado). **Fonte** - Oosthuizen e Paul (2012).

Os autores consideraram o escoamento bidimensional em regime permanente normal, as ondulações e propriedades do fluido constantes, conforme estudo anterior. Os dados mostram que em todos os casos, o número de Nusselt aumenta com o número de Rayleigh.

Tetsu, Motoo e Masanori (1973) fizeram estudo experimental de transferência de calor por convecção natural usando água e óleo de fuso, considerando várias rugosidades superficiais ao longo de um tronco cilíndrico vertical. Nesse trabalho, os autores verificaram que, na região turbulenta, o coeficiente de transferência de calor por convecção natural, calculado em função da área cilíndrica, aumenta suavemente para água e diminuiu suavemente para o óleo de fuso. No entanto, essas variações não ultrapassaram 10% dos valores calculados para a superfície lisa. Também não foi notada variação no limite superior da região laminar com a aplicação das ondulações superficiais.

Oosthuizen e Chow (1986) fizeram trabalho experimental de transferência de calor por convecção natural em corpos cilíndricos curtos, contendo ondulações na superfície de seu tronco, tanto na horizontal quanto na vertical, conforme figura 22.

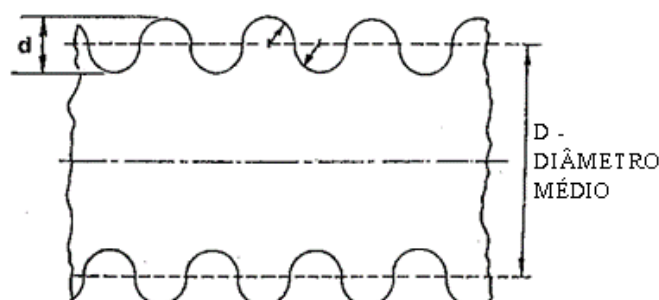


Figura 22 – Modelo físico (adaptado). **Fonte** - Oosthuizen e Chow (1986).

Nesse estudo, as inclinações estavam em relação à horizontal e foram utilizadas várias amplitudes de ondulação, criando diferentes configurações da relação superfície aquecida com o diâmetro médio do cilindro e comparadas com a superfície lisa. A partir de um método transiente, ou seja, pelo aquecimento dos corpos e posterior medição da variação de temperatura, determinou-se a taxa média de transferência de calor por convecção natural dos corpos cilíndricos. Os resultados para os cilindros na posição horizontal e vertical foram observados, comparando os efeitos da relação comprimento e diâmetro do cilindro e das ondulações superficiais. Verificou-se que essas relações podem ser tratadas de forma independente. Os resultados para os cilindros inclinados foram correlacionados em função dos cilindros verticais e horizontais e mostraram maiores efeitos de transferência de calor com a superfície mais próxima à horizontal.

Mais recentemente, Oliveira e Oosthuizen (2017) apresentaram em sua pesquisa placa contendo ondulações em ambos os lados da superfície, com formato retangular e triangular dispostas na horizontal, conforme figura 23.

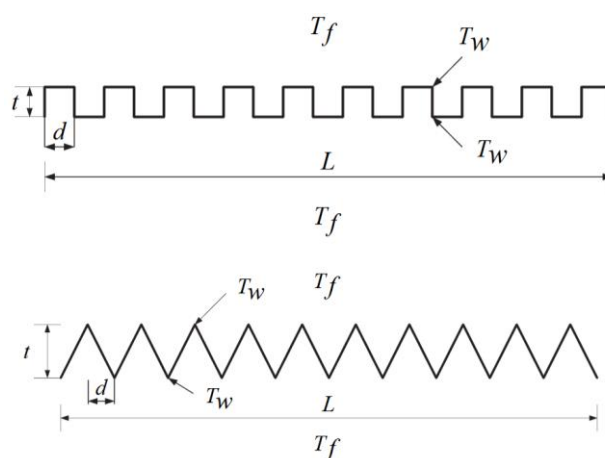


Figura 23 – Modelo físico. **Fonte** - Oliveira e Oosthuizen (2017).

Foi considerado pelos autores o escoamento bidimensional em regime permanente normal as ondulações e propriedades do fluido constantes, exceto pela variação da massa específica do fluido com a temperatura. Variação essa que origina as forças de empuxo, que foram tratadas pela aproximação de Boussinesq. Também, foram analisadas as condições de regime laminar, passando pelo regime de transição até o regime totalmente turbulento, cuja caracterização do regime de escoamento foi feita por intermédio do número de Rayleigh. As resultantes desse estudo foram obtidas de forma numérica com a solução das equações governantes pelo o software CFD FLUENT®. Os efeitos de turbulência foram considerados

pelo modelo de turbulência $k-\varepsilon$ padrão, incluindo as forças de empuxo e número de Prandtl. A amplitude das ondulações foi variada de modo a analisar a interferência dessa na taxa de transferência de calor por convecção natural na base e no topo das ondulações. A referida taxa da superfície ondulada foi expressa em função do número de Nusselt médio, dependente do número de Rayleigh. Os resultados mostram que, em todos os casos, o número de Nusselt aumenta com o número de Rayleigh. Os dados mostram significativo aumento do número de Nusselt para altos valores de Rayleigh e esse aumento foi maior no topo das ondulações para o perfil retangular. Nos perfis triangulares também ocorreram aumento do número de Nusselt, com o aumento dos valores de Rayleigh, porém foi menor que do perfil retangular.

Oliveira e Oosthuizen (2019) desenvolveram pesquisa com placa contendo ondulações em ambos os lados da superfície com formato retangular e triangular, dispondo a placa inclinada ao plano horizontal, conforme figura 24.

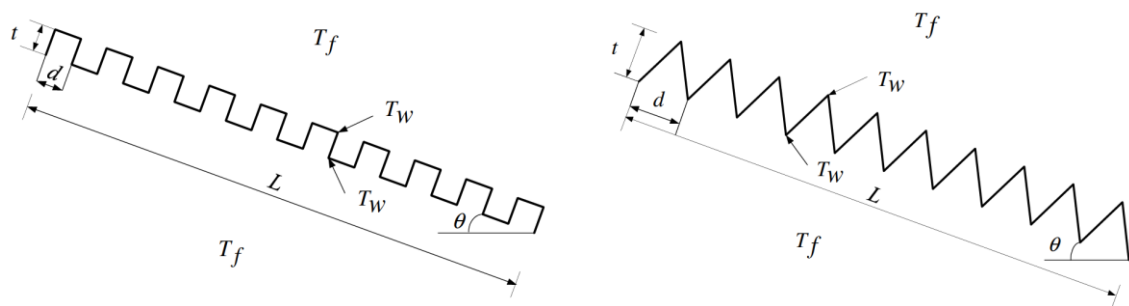


Figura 24 – Modelo físico. Fonte - Oliveira e Oosthuizen (2019).

Para tanto, os autores consideraram o escoamento bidimensional em regime permanente normal as ondulações e propriedades do fluido, conforme citado no estudo anterior. A inclinação da placa foi estudada em relação à superfície horizontal para avaliar os efeitos que essa inclinação e amplitude das ondulações interferem na taxa de transferência de calor por convecção natural na base e no topo das ondulações. Os resultados mostram que aquela taxa depende da forma das ondulações e do ângulo de inclinação, sendo maior na superfície com ondulações retangulares.

Oliveira, Ito e Scalón (2019) desenvolveram trabalho a partir de uma placa contendo ondulações em ambos os lados da superfície com formato trapezoidal dispostas na horizontal, conforme figura 25.

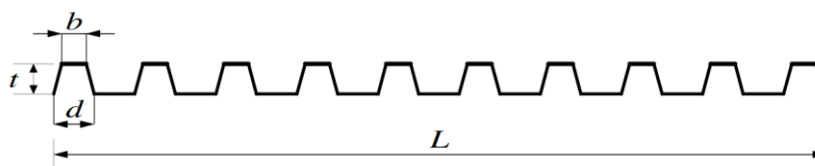


Figura 25 – Modelo físico. Fonte – Oliveira, Ito e Scalon (2019).

O escoamento bidimensional em regime permanente normal às ondulações e propriedades foram analisados pelos autores. As dimensões da base maior e base menor do trapézio que formam o perfil das ondulações, foram variadas de modo a avaliar a interferência desse na taxa de transferência de calor por convecção natural na superfície ondulada superior e inferior. Os resultados mostram que, para baixos valores de Rayleigh, há uma redução na média dos números de Nusselt na superfície inferior. Porém, com o aumento dos valores de Rayleigh, nota-se aumento do número de Nusselt médio, tanto para as superfícies superior quanto inferior, indicando, assim, aumento da transferência de calor da superfície com ondulações.

Oliveira e Oosthuizen (2018) fizeram pesquisa utilizando placa com ondulações em um dos lados, com perfil retangular e triangular e altura variada disposta na horizontal, conforme figura 26.

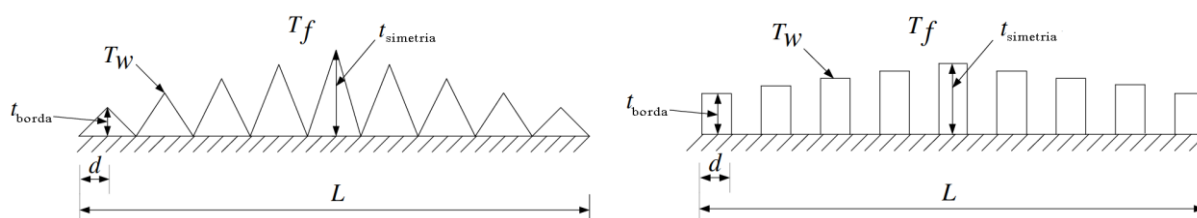


Figura 26 – Modelo físico. Fonte - Oliveira e Oosthuizen (2018).

Os pesquisadores consideraram o escoamento bidimensional em regime permanente normal às ondulações e propriedades, conforme citado no estudo anterior. Os resultados mostram que o aumento do número de Nusselt, foi maior para altos valores de Rayleigh e para os perfis contendo as ondulações mais altas na extremidade da placa. Notou-se que o perfil das ondulações não teve influência significativa para o número de Nusselt, porém a taxa de transferência de calor por convecção natural foi maior para os perfis com ondulações retangulares.

Na avaliação dos escoamentos de transição e turbulento, estudos foram feitos para definir o melhor modelo a se utilizar, onde Savill (1993) avaliou as previsões de transição do modelo de turbulência em escoamento natural. Os dados mostram que os modelos de correlação

integral, $k-\iota$ e $k-\varepsilon$, podem prever sensibilidade correta de transição para altos níveis de turbulência de escoamento natural. Schmidt e Patankar (1991) utilizaram o Sistema $k-\varepsilon$ para prever a transição em escoamentos da camada limite externa sujeitas a turbulência em escoamento natural. Os resultados mostram que esse sistema foi capaz de avaliar corretamente o fluxo nas regiões de transição e turbulenta. Zheng et al. (1998) utilizaram o sistema $k-\omega$ modificado para avaliar escoamento de transição e turbulento. As modificações feitas usam o conceito de limitação de tensão para a previsão de transição para altos valores de Reynolds e a introdução de um sensor para detectar a separação e adicionar a transição turbulenta. No entanto, essas alterações foram válidas apenas para o escoamento de transição. Plumb e Kennedy (1977) estudaram o sistema de turbulência $k-\varepsilon$ na convecção natural de superfície isotérmica vertical. Os resultados mostram que esse modelo superestima ligeiramente a velocidade na porção externa da camada limite e não prevê com precisão os picos na energia cinética e nas flutuações na região da parede próxima. Todavia, os dados se comparam a um grau razoável de precisão com os resultados experimentais disponíveis na literatura.

Com base na revisão bibliográfica, não foram encontrados estudos referentes à taxa de transferência de calor por convecção natural, a partir de duas superfícies horizontais aquecidas isotérmicas e onduladas para um fluido circundante.

4. MODELO DE TURBULÊNCIA

4.1. Introdução

Com a turbulência, uma ampla faixa de variações ocorre nas propriedades do fluxo, tornando esse mais complexo. Na engenharia, sistemas turbulentos são comumente encontrados, porém, ocasionalmente, podem atrapalhar o sistema. Dessa forma, diversos trabalhos buscaram desenvolver métodos de modo a quantificar os efeitos predominantes de um escoamento turbulento. Um desses métodos é o modelo padrão $k-\varepsilon$, criado a partir de métodos numéricos clássicos, apresentando resultados médios do fluxo em escoamento turbulento.

Segundo Versteeg e Malalasekera (1995), na caracterização de um escoamento, a velocidade e todas as outras propriedades do fluxo variam de forma aleatória e caótica. Este regime é denominado fluxo turbulento. Uma medição de velocidade de ponto típica pode exibir a forma mostrada na figura 27.

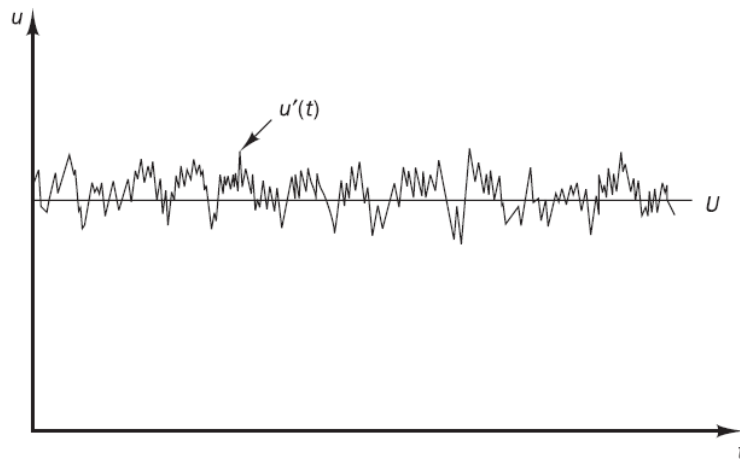


Figura 27 - Medição de velocidade pontual em escoamento turbulento. **Fonte:** Versteeg, H K e Malalasekera (1995).

Componentes de velocidade como pressão, massa específica, temperatura, entre outros, também podem assumir esse perfil dependente do tempo. O entendimento do fluxo turbulento pode ser auxiliado pela decomposição do número de Reynolds, onde a propriedade de fluxo φ é dependente do tempo e pode ser considerada como a soma de um componente médio constante Φ e um componente flutuante variável no tempo φ' com valor médio zero, devido

sua intensa variação de aumento e redução. Assim, representa a dependência do tempo como a seguir:

$$\varphi(t) = \Phi + \varphi'(t) \quad (1)$$

Com a equação (1) é possível representar matematicamente a média temporal Φ da propriedade do escoamento φ , na forma:

$$\Phi = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \varphi(t) dt \quad (2)$$

Por definição, a média temporal das funções φ' é nula.

$$\overline{\varphi'} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \varphi'(t) dt = 0 \quad (3)$$

4.2. Equações de reynolds para escoamento incompressível

As consequências das flutuações turbulentas nas equações médias do escoamento para um escoamento incompressível com viscosidade constante serão analisadas e será verificada a hipótese de simplificação da álgebra envolvida. Para isso, introduz-se a média no tempo das flutuações das propriedades $\varphi = \Phi + \varphi'$ e $\psi = \Psi + \psi'$.

Regras da soma, derivação e integração para as variáveis φ e ψ são escritas como:

$$\overline{\varphi'} = \overline{\psi'} = 0 \quad (4)$$

$$\overline{\Phi} = \Phi \quad (5)$$

$$\overline{\frac{\partial \varphi}{\partial s}} = \frac{\partial \Phi}{\partial s} \quad (6)$$

$$\overline{\int \varphi ds} = \int \Phi ds \quad (7)$$

$$\overline{\varphi + \psi} = \Phi + \psi \quad (8)$$

$$\overline{\varphi \psi} = \varphi \psi + \overline{\varphi' \psi'} \quad (9)$$

$$\overline{\varphi \psi} = \varphi \psi \quad (10)$$

$$\overline{\varphi' \psi} = 0 \quad (11)$$

As equações (4) a (11) podem ser aplicadas e validadas pelas equações (2) e (3). Devido aos operadores vetoriais divergente (div) e gradiente (grad) serem diferenciações, essas operações podem ser entendidas para uma quantidade vetorial flutuante $a = A + a'$ e suas combinações como quantidade escalar flutuante $\varphi = \Phi + \varphi'$, ou seja:

$$\overline{\text{div } a} = \text{div } A \quad (12)$$

$$\overline{\text{div } a} = \text{div } (\overline{\varphi a}) = \text{div } (\Phi A) + \text{div } (\overline{\varphi' a'}) \quad (13)$$

$$\overline{\text{div grad } \varphi} = \text{div grad } \Phi \quad (14)$$

As equações da continuidade e Navier-Stokes para o sistema de coordenadas cartesianas com o vetor velocidade V , possuindo componentes de velocidade cinemática u na direção x , v na direção y e w na direção z podem ser escritas como:

$$\text{div } V = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \text{div}(uV) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \text{div}(\text{grad}(u)) \quad (16)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \text{div}(vV) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \text{div}(\text{grad}(v)) \quad (17)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \text{div}(wV) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \text{div}(\text{grad}(w)) \quad (18)$$

Esse sistema de equações diferenciais parciais representa qualquer escoamento turbulento, mas seu principal objetivo é analisar os efeitos das flutuações no escoamento médio, utilizando a decomposição de Reynolds nas equações (15) a (18) e substituindo a variável de escoamento V (componentes u , v e w) e p pela soma da média e componente flutuante, ou seja:

$$v = V + v' \quad (19)$$

$$u = U + u' \quad (20)$$

$$v = V + v' \quad (21)$$

$$w = W + w' \quad (22)$$

$$p = P + p' \quad (23)$$

Para tomar a média no tempo, aplicam-se as equações (4) a (14) e as definições das equações (19) a (23) nas equações (15) a (18). Nota-se que o divergente da velocidade instantânea ($\text{div } v$) é igual ao divergente do vetor velocidade ($\text{div } V$) pela equação da continuidade (15), fornecendo, assim, a equação da continuidade para o escoamento médio, ou seja:

$$\text{div } V = 0 \quad (24)$$

Procedimentos similares realizados na equação da continuidade na direção x , equação (16) e são escritas as médias temporais dos termos individuais como a seguir:

$$\overline{\frac{\partial u}{\partial t}} = \frac{\partial U}{\partial t} \quad (25)$$

$$\overline{\text{div}(uV)} = \text{div}(uV) + \text{div}(\overline{u'V'}) \quad (26)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (27)$$

$$\overline{v \text{div}(\text{grad}(u))} = v \text{div}(\text{grad}(U)) \quad (28)$$

Aplicando as equações (25) a (28) na equação (16), define-se a quantidade de movimento média no tempo na direção x , ou seja:

$$\underbrace{\frac{\partial U}{\partial t}}_{(I)} + \underbrace{\text{div}(UV)}_{(II)} + \underbrace{\text{div}(\overline{u'V'})}_{(III)} = -\underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}}_{(IV)} + v \underbrace{\text{div}(\text{grad}(U))}_{(V)} \quad (29)$$

Aplicando procedimentos similares nas equações (17) e (18), define-se a quantidade de movimento média no tempo na direção y e z , ou seja:

$$\underbrace{\frac{\partial U}{\partial t}}_{(I)} + \underbrace{\text{div}(VV)}_{(II)} + \underbrace{\text{div}(\overline{v'V'})}_{(III)} = -\underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}}_{(IV)} + v \underbrace{\text{div}(\text{grad}(V))}_{(V)} \quad (30)$$

$$\underbrace{\frac{\partial U}{\partial t}}_{(I)} + \underbrace{\text{div}(WV)}_{(II)} + \underbrace{\text{div}(\overline{w'V'})}_{(III)} = -\underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}}_{(IV)} + v \underbrace{\text{div}(\text{grad}(W))}_{(V)} \quad (31)$$

Os termos (I), (II), (IV) e (V) das equações (29) a (31) são os mesmos das equações (16) e (18), mas com o processo da média temporal, surgiu o termo (III) nas equações da quantidade de movimento médias no tempo. Esses termos estão associados com a transferência da quantidade de movimento convectiva devido ao turbilhonamento, envolvendo produtos de flutuações de velocidades. Usualmente, esses termos são posicionados à direita das equações (29) a (31), indicando as tensões turbulentas adicionais nas componentes de velocidade U , V e W , ou seja:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div}(UV) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \text{div}(\text{grad}(U)) + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{u'w'})}{\partial z} \right] \quad (32)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \text{div}(VV) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \text{div}(\text{grad}(V)) + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{v'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'^2})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'w'})}{\partial z} \right] \quad (33)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div}(WV) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \text{div}(\text{grad}(W)) + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{w'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{w'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{w'^2})}{\partial z} \right] \quad (34)$$

De modo a simplificar o entendimento e estrutura, foram reescritos os termos adicionais de tensão, como sendo o resultado das seis tensões adicionais, três tensões de normais e três tensões de cisalhamento, ou seja:

$$\tau_{xx} = -\rho \overline{u'^2} \quad \tau_{yy} = -\rho \overline{v'^2} \quad \tau_{ww} = -\rho \overline{w'^2} \quad (35)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho \overline{u'v'} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = -\rho \overline{u'w'} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = -\rho \overline{v'w'} \quad (36)$$

Essas tensões de turbulência extras são conhecidas como tensões de Reynolds. As tensões representadas pela equação (35) envolvem a flutuação das componentes de velocidade nas direções x , y e z . As tensões de cisalhamento representadas pela equação (36) contêm os momentos de segunda ordem correlacionados entre as diferentes componentes de velocidades. As equações (24), (32), (33) e (34) são as equações de Reynolds. Com a dedução das equações de transporte para uma unidade arbitrária, surgem termos de transporte similares, como por exemplo, para temperatura.

Para um escalar φ , uma equação de transporte média no tempo é escrita como:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \text{div}(\Phi V) = \frac{1}{\rho} \text{div}(\Gamma_{\Phi} \text{grad}(\Phi)) + \left[-\frac{\partial \overline{u'\varphi'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'\varphi'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{w'\varphi'}}{\partial z} \right] + S_{\Phi} \quad (37)$$

4.3. Escoamento turbulento

No escoamento turbulento, aparecem vórtices que interagem em ampla escala com as propriedades do fluido, de forma dinamicamente complexa. Com a importância de se promover ou evitar a turbulência, verifica-se na literatura métodos numéricos para capturar seus efeitos mais importantes. Dentre os métodos existentes, nessa pesquisa utilizou-se um procedimento numérico clássico, focado no escoamento e nos efeitos da turbulência nas propriedades médias do escoamento. Esse procedimento é considerado o mais conhecido modelo de turbulência, que lida com o aparecimento dos termos adicionais das tensões turbulentas e é conhecido como modelo de turbulência padrão $k - \varepsilon$.

Para muitos propósitos de engenharia, os detalhes das flutuações turbulentas não têm tanta importância. Assim, usuários CFD se satisfazem com as informações das propriedades do escoamento médias (velocidade, pressão, tensão etc.) no tempo. Dessa forma, muitos cálculos computacionais envolvendo turbulência são feitos nesse método e provavelmente utilizarão procedimentos baseados nas equações de Reynolds. Não há necessidade de descrever os efeitos da turbulência em um escoamento médio, pois a integração no tempo das equações da quantidade de movimento, descarta todas as relações das flutuações instantâneas.

Anteriormente, foi visto o surgimento dos termos adicionais nas equações da quantidade de movimento (32) a (34), sendo as tensões de Reynolds $-\rho \overline{u'^2}$, $-\rho \overline{v'^2}$, $-\rho \overline{w'^2}$, $-\rho \overline{u'v'}$, $-\rho \overline{v'w'}$ e $-\rho \overline{u'w'}$ e de maneira similar nas equações de transporte escalar médias no tempo surgirem $\overline{u'\phi'}$, $\overline{v'\phi'}$ e $\overline{w'\phi'}$.

Para o cálculo do escoamento turbulento, a partir das equações de Reynolds, é necessário desenvolver os modelos de turbulência, prevendo as tensões de Reynolds e os termos de transporte escalares, para definir o sistema de equações médias do escoamento, equações (24) e (32) a (34). Para o uso geral CFD, o modelo útil deve ser preciso, ter ampla aplicabilidade, simples e econômico nos cálculos. A maioria dos modelos de turbulência, baseados nas equações de Reynolds, são classificados com base no número de equações adicionais necessárias a resolver em conjunto com as equações de escoamento. Para o modelo de turbulência $k - \varepsilon$, são necessárias duas equações adicionais para formar a base de cálculos de turbulência do sistema.

4.4. Modelo $k-\varepsilon$

O modelo-padrão $k-\varepsilon$ tem com princípio lidar com os distúrbios que afetam a energia cinética turbulenta. Para melhor entendimento, define-se como a energia cinética instantânea $k(t)$, equação (40) de um escoamento, como sendo a soma da energia cinética média equação (38) e a energia cinética turbulenta equação (39), ou seja:

$$K = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \quad (38)$$

$$k = \frac{1}{2}(\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) \quad (39)$$

$$k(t) = K + k \quad (40)$$

Para obtenção das taxas de deformação s_{ij} e tensões turbulentas τ_{ij} , suas componentes são escritas na forma tensorial como:

$$s_{ij} = \begin{bmatrix} s_{xx} & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{yx} & s_{yy} & s_{yz} \\ s_{zx} & s_{zy} & s_{zz} \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (42)$$

A decomposição da taxa de deformação de um elemento fluido em um escoamento turbulento na forma de média e uma componente de flutuação, $s_{ij}(t) = S_{ij} + s'_{ij}$ fornece os seguintes elementos matriciais:

$$s_{xx}(t) = S_{xx} + s'_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x} \quad (43)$$

$$s_{yy}(t) = S_{yy} + s'_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial y} \quad (44)$$

$$s_{zz}(t) = S_{zz} + s'_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial z} \quad (45)$$

$$s_{xy}(t) = S_{xy} + s_{xy} = s_{yx}(t) = S_{yx} + s_{yx} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right] \quad (46)$$

$$s_{xz}(t) = S_{xz} + s_{xz} = s_{zx}(t) = S_{zx} + s_{zx} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right] \quad (47)$$

$$s_{yz}(t) = S_{yz} + s_{yz} = s_{zy}(t) = S_{zy} + s_{zy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right] \quad (48)$$

O produto de um vetor a e um tensor b_{ij} é um vetor c cujas componentes podem ser calculadas pela aplicação de regras simples da álgebra matricial, ou seja:

$$ab_{ij} = a_i b_{ij} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 b_{11} + a_2 b_{21} + a_3 b_{31} \\ a_1 b_{12} + a_2 b_{22} + a_3 b_{32} \\ a_1 b_{13} + a_2 b_{23} + a_3 b_{33} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}^T = c_j = c \quad (49)$$

O produto escalar de dois tensores a_{ij} e b_{ij} pode ser calculado como:

$$a_{ij} * b_{ij} = a_{11} b_{11} + a_{12} b_{12} + a_{13} b_{13} + a_{21} b_{21} + a_{22} b_{22} + a_{23} b_{23} + a_{31} b_{31} + a_{32} b_{32} + a_{33} b_{33} \quad (50)$$

A convenção da notação de sufixos relaciona x pelo subscrito 1, y pelo subscrito 2 e z pelo subscrito 3. Pode-se escrever uma equação para energia cinética média K , multiplicando a componente x da equação de Reynolds, equação (32) por U , a componente y da equação de Reynolds, equação (33) por V , a componente z da equação de Reynolds, equação (34) por W . Com a adição das equações resultantes, pode-se demonstrar a equação média no tempo para a energia cinética média do escoamento como:

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t}_{(I)} + \text{div}(\rho K V)_{(II)} = \text{div} \left(\underbrace{-PV}_{(III)} + \underbrace{2\mu V S_{ij}}_{(IV)} - \underbrace{\rho V \overline{u'_i u'_j}}_{(V)} \right) - \underbrace{2\mu S_{ij} S_{ij}}_{(VI)} + \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j} S_{ij}}_{(VII)} \quad (51)$$

De forma mais clara, a equação (51) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \text{Taxa de variação} &+ \text{Transporte de } K &= & \text{Transporte de } K &+ & \text{Transporte de } K \text{ por} \\ \text{da energia cinética} &\text{por convecção} & & \text{por pressão} & & \text{tensões viscosas} \\ \text{média } K & & & & & \\ &+ \text{Transporte de} & & \text{Taxa de dissipação} & & \text{Taxa de destruição de} \\ &+ K \text{ por tensões} &- & \text{viscosa de } K &- & K \text{ devido a produção} \\ &\text{de Reynolds} & & & & \text{de turbulência} \end{aligned} \quad (52)$$

Os termos de transporte (III), (IV) e (V) têm como característica o operador divergente junto com as variáveis dentro dos parênteses. Os efeitos das tensões viscosas K foram divididos em termos de:

- (IV) – transporte de K devido as tensões viscosas;
- (VI) – dissipação viscosa da energia cinética média K .

Os dois termos que contêm tensões de Reynolds $\rho \overline{u'_i u'_j}$, consideram os efeitos de turbulência, sendo o termo (IV) por meio das tensões de Reynolds e (VI) é o decréscimo de K devido ao trabalho de deformação realizado pelas tensões de Reynolds, originando a turbulência.

O produto das equações instantâneas de Navier-Stokes, equações (16) a (18), pela componente de flutuação de velocidade apropriada, ou seja, multiplicando a equação (16) por u' , equação (17) por v' e equação (18) por w' , adição das equações resultantes, seguido pelo mesmo procedimento nas equações de Reynolds (32) a (34) e posterior subtração das duas equações resultantes, com rearranjo matemático, fornece uma equação para a energia cinética turbulenta, ou seja:

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t}_{(I)} + \text{div}(\rho k V)_{(II)} = \text{div} \left(\underbrace{-\overline{p'v'}}_{(III)} + \underbrace{2\mu \overline{v' s'_{ij}}}_{(IV)} - \underbrace{\rho \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_j}}_{(V)} \right) - \underbrace{2\mu \overline{s'_{ij} s'_{ij}}}_{(VI)} - \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j} S_{ij}}_{(VII)} \quad (53)$$

De forma mais clara, a equação (51) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
&\text{Taxa de variação} \\
&\text{da energia cinética} \\
&\text{turbulenta } k \\
&+ \text{ Transporte de } k \\
&\text{por convecção} = \text{ Transporte de } k \\
&\text{por pressão} + \text{ Transporte de } k \text{ por} \\
&\text{tensões viscosas} \\
&+ \text{ Transporte de } \\
&k \text{ por tensões} \\
&\text{de Reynolds} - \text{ Taxa de dissipação} \\
&\text{viscosa de } k - \text{ Taxa de} \\
&\text{produção de } k
\end{aligned} \quad (54)$$

Pode-se notar a similaridade entre as equações (51) e (53), entretanto o aparecimento dos termos com apóstrofo na equação (53) indica que as variações na energia cinética turbulenta são governadas, principalmente, por interações turbulentas. Em ambas as equações, o termo (VII) é igual em magnitude, porém tem sinais opostos, expressando a conversão da energia cinética média em energia cinética turbulenta. O termo (VI) dissipação viscosa pode ser reescrito como:

$$-2\mu \overline{s'_{ij} s'_{ij}} = -2\mu \left(\overline{s'^2_{11}} + \overline{s'^2_{22}} + \overline{s'^2_{33}} + \overline{s'^2_{12}} + \overline{s'^2_{13}} + \overline{s'^2_{23}} \right) \quad (55)$$

A equação (55) acaba tendo uma contribuição negativa devido a soma das taxas de transformação flutuantes s'_{ij} elevadas ao quadrado. O trabalho realizado pelos turbilhões menores contra as tensões viscosas dissipa a energia cinética turbulenta. Usualmente, a taxa de dissipação por unidade de volume (VI) é escrita como produto da massa específica ρ e a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa ε , assim:

$$\varepsilon = 2\nu \overline{s'_{ij} * s'_{ij}} \quad (56)$$

O termo de distribuição na equação da energia cinética turbulenta ε , tem suas unidades em m^2/s^2 e é de extrema importância no estudo da dinâmica turbulenta. Esse termo tem ordem de magnitude similar ao termo de produto, nunca sendo desprezível. Para todas as outras quantias turbulentas, pode-se desenvolver equações de transporte, inclusive para taxa de dissipação viscosa ε . Entretanto, uma equação exata para ε , contém termos e incógnitas que não podem ser medidos. O modelo $k - \varepsilon$ padrão possui uma equação definida para k e outra para ε , sob a premissa de entendimento dos processos relevantes causadores de alterações nessas variáveis.

A partir desses termos, define-se uma escala de velocidade $\mathcal{U}$ e um comprimento de escala ℓ , representativos para a turbulência de alta escala, conforme a seguir:

$$\mathcal{G} = k^{1/2} \quad (57)$$

$$\ell = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (58)$$

A partir de análise dimensional, pode-se especificar a viscosidade turbilhonar como sendo:

$$\mu_t = C \rho \mathcal{G} \ell = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (59)$$

Onde C_μ é uma constante adimensional.

O modelo $k - \varepsilon$ padrão utiliza para o transporte de k e ε as seguintes equações:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k \mathbf{U}) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad } k \right] + 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \varepsilon \quad (60)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon \mathbf{U}) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (61)$$

De forma mais clara, as equações (60) e (61) podem ser escritas como:

$$\begin{array}{ccccc} \text{Taxa de} & \text{Transporte de} & \text{Transporte} & \text{Taxa de} & \text{Taxa de} \\ \text{variação de} & + \text{ } k \text{ ou } \varepsilon \text{ por} & = \text{ de } k \text{ ou } \varepsilon & + \text{ produção} & + \text{ destruição} \\ k \text{ ou } \varepsilon & \text{ convecção} & \text{ por difusão} & \text{ de } k \text{ ou } \varepsilon & \text{ de } k \end{array} \quad (62)$$

As equações (60) e (61) possuem constantes de ajuste para corrigir o modelo $k - \varepsilon$; constantes essas obtidas através de ajustes de curvas abrangentes para uma ampla faixa de escoamento turbulento, ou seja:

$$C_\mu = 0,09 \quad \sigma_k = 1,00 \quad \sigma_\varepsilon = 1,30 \quad C_{1\varepsilon} = 1,44 \quad C_{2\varepsilon} = 1,92 \quad (63)$$

A partir da equação (52) define-se o termo k e, com a equação definida por Boussinesq em 1877, postula que as tensões de Reynolds devem ser proporcionais as taxas médias de deformação, ou seja:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \rho u'_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (64)$$

Nas equações de $k-\varepsilon$ modeladas, os principais processos de transporte aparecem do lado direito. Os termos de transporte turbulento são apresentados em termos de gradiente de difusão, como tratado no contexto do transporte escalar. O número de Prandtl e as constantes σ_k e σ_ε conectam as difusividades de k e ε à viscosidade turbilhonar μ_t . O termo de pressão (III) da equação (60) juntamente com o termo do gradiente de difusão.

Produção e destruição de energia cinética turbulenta sempre estão intimamente ligadas e a taxa de dissipação de ε é alta quando a produção de k é alta. A equação (61) para ε , assume que os termos de produção e destruição são proporcionais aos termos de produção e destruição de k na equação (60). A utilização dessas equações garante que ε aumente rapidamente se k aumentar rapidamente e que ε decresça suficientemente rápido para evitar valores negativos da energia cinética turbulenta, se k diminuir. A presença do fator ε/k nos termos de produção e destruição faz com que esses termos estejam com as dimensões corretas na equação para ε . As constantes $C_{1\varepsilon}$ e $C_{2\varepsilon}$ garantem a proporcionalidade correta entre as equações para k e ε . Para o cálculo das tensões de Reynolds, pode-se utilizar a relação de Boussinesq:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \rho u'_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = 2u'_t \delta_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (65)$$

4.5. Condições de contorno k e ε

As equações do modelo para k e ε são elípticas, devido ao termo do gradiente de difusão. Seu comportamento é similar ao de outras equações para escoamento elípticas, que necessitam das seguintes condições de contorno:

- Entrada: devem ser fornecidas distribuições de k e ε ;
- Saída, eixo de simetria: $\partial k / \partial n = 0$ e $\partial \varepsilon / \partial n = 0$;
- Corrente livre: devem ser fornecidos k e ε ou $\partial k / \partial n = 0$ e $\partial \varepsilon / \partial n = 0$;
- Paredes sólidas: a aproximação depende do número de Reynolds.

Finalmente, deve ser ressaltado que o modelo $k - \varepsilon$, descrito anteriormente, é adequado a problemas de transferência de calor por convecção forçada. Para problemas de convecção natural, como no caso deste projeto, é usual utilizar a aproximação de Boussinesq na equação diferencial da energia para levar em consideração as forças de empuxo oriundas de diferenças de massa específica do fluido.

5. MODELO UTILIZADO

Para análise da transferência de calor por convecção natural, a partir de duas placas horizontais onduladas e o ar ambiente, foi utilizado o modelo que consiste em superfície isotérmica com ondulações retangulares, com temperatura constante T_w , envolvido por um fluido à temperatura constante T_∞ e coeficiente médio de transferência de calor por convecção $\bar{h}_{topo/base}$. As superfícies aquecidas estão a temperatura maior que o fluido $T_w > T_\infty$ e trocarão calor em toda sua superfície por convecção natural. Os efeitos de radiação térmica foram desprezados. As superfícies onduladas possuem altura da ondulação h , largura da ondulação b , largura da placa ondulada L , profundidade da placa ondulada w e distância entre as placas d , conforme figura 28.

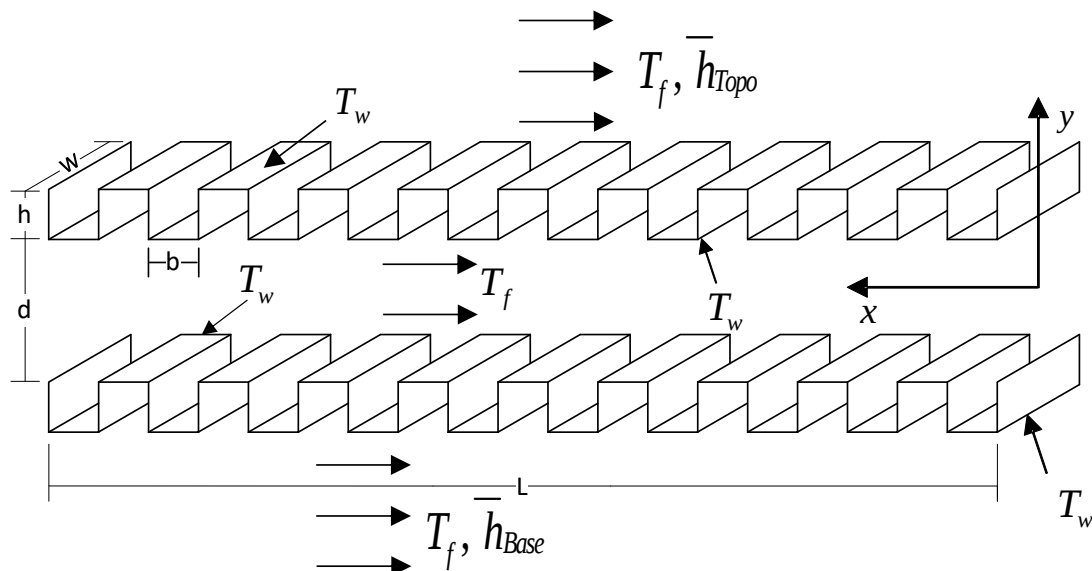


Figura 28 – Modelo de estudo. **Fonte** – Próprio Autor.

A partir desse modelo, foi aplicado o dimensionamento de uma região com fluido, em uma malha computacional para realização dos cálculos numéricos. Essa malha computacional foi desenvolvida a partir de um arquivo de texto estruturado e montada com auxílio do software computacional GAMBIT 2.5. Posteriormente, essa malha foi aplicada no software CFD FLUENT® com o fornecimento dos parâmetros de cálculo para o fluido e as condições dos modelos, para obtenção da solução numérica. A malha, com dimensões de 3 metros na horizontal e de 3,205263 à 4,110526 metros na vertical, teve sua construção feita a partir do número de pontos, número de linhas e áreas formadas dentro de sua extensão. As linhas da malha tiveram divisões para coleta de informações. Essas linhas foram divididas em função de sua dimensão, sendo 360 divisões para 2 metros, 180 para 1 metro, 9 para 0,052623 metros.

Nas linhas dh de 2 a 18 divisões e nas linhas dd de 18 a 154 divisões, em função de sua dimensão, como apresentado na figura 29. Para definição das malhas, foi avaliado o campo de influência da temperatura, figura 30.

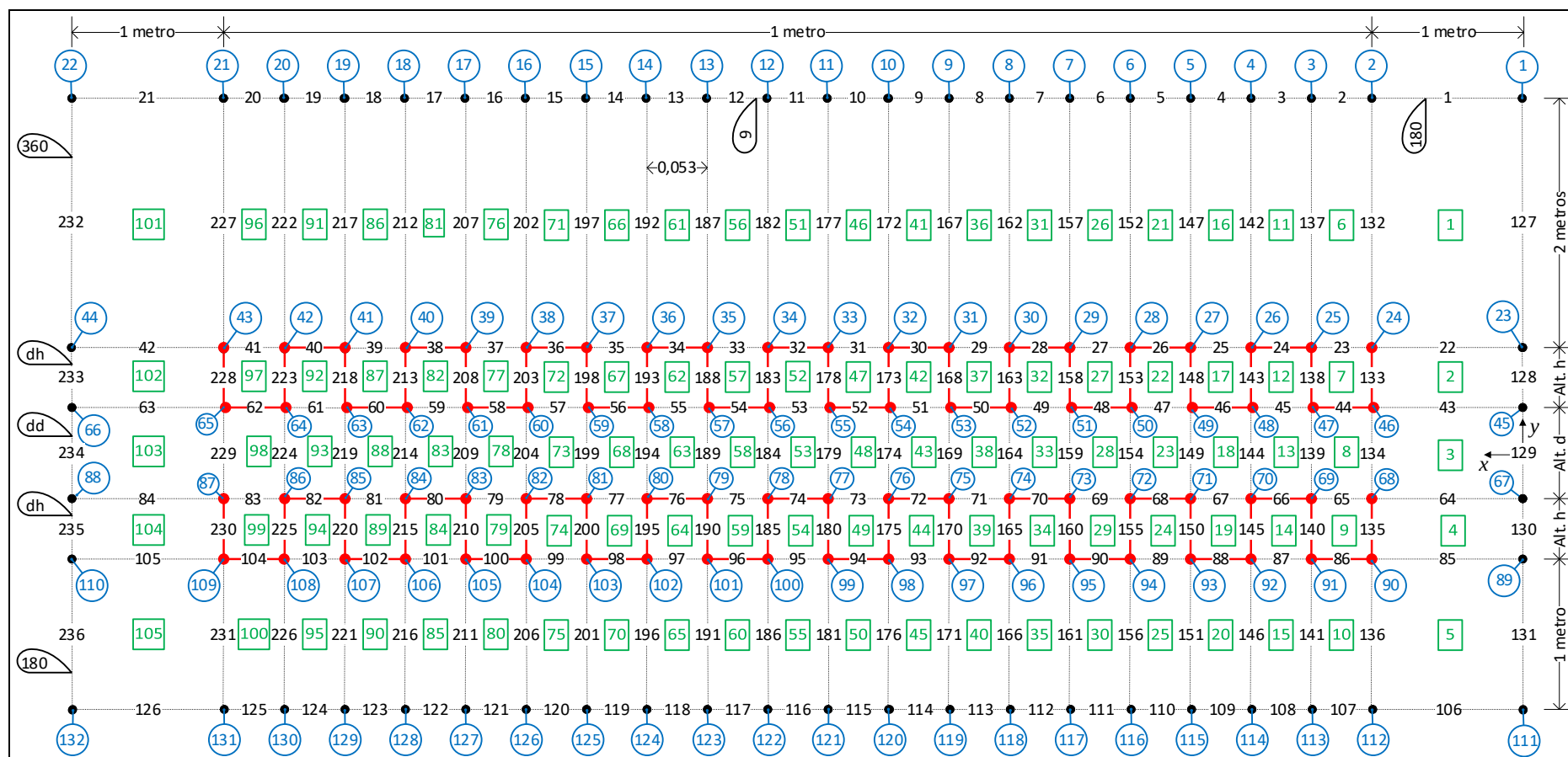


Figura 29 – Malha Computacional Fonte – Próprio Autor.

Legenda:

— Linha;

○ Ponto;

□ Área;

∩ Número de divisões na linha.

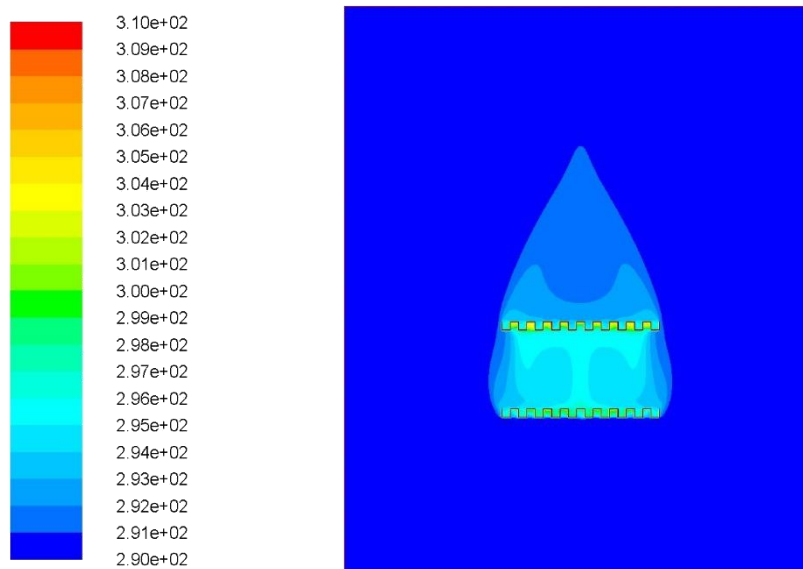


Figura 30 – Campo de Temperatura **Fonte** – Próprio Autor.

As malhas obtidas foram aplicadas no software FLUENT[®], de modo a calcular resultados numéricos da taxa de transferência de calor por convecção natural, a partir de cada face. Para definir a dimensão ideal da malha e determinar a melhor situação de obtenção de dados da malha de pesquisa, testes de independência foram feitos até que pudesse ser notada a estabilidade dos resultados, independente da dimensão da malha, conforme tabela 1.

Tabela 1 – Teste independência de malha **Fonte** – Próprio Autor.

Número de Pontos	Placa de Cima (Watt)	Placa de Baixo (Watt)
106200	1379,930760	1012,496430
152928	1393,157840	1029,989260
208152	1399,927950	1045,241420
271872	1398,204280	1056,824340
344088	1393,745330	1066,897770
424800	1387,155820	1064,047630
514008	1379,840510	1056,510380

A estabilidade dos resultados para a energia emitida ocorreu com 344088 pontos, tanto pela placa de cima quanto pela de baixo, mostrando a independência entre a energia captada com a dimensão da malha, ou seja, dimensão ao qual, mesmo aumentando-se o número de pontos, não se verificou aumento da quantidade de calor emitida pelas placas acima/abaixo.

Com a taxa de transferência de calor por convecção natural, a partir das faces superior e inferior, foi possível calcular o número de Nusselt médio de cada placa, equação (68), com auxílio da Lei de Newton do Resfriamento, equação (66) em conjunto com a definição do número de Nusselt médio, baseado na largura da superfície ondulada, equação (67).

$$q_{topo/base} = \bar{h}_{topo/base} A_{projetada} (T_w - T_\infty) = \bar{h}_{topo/base} (Lw) (T_w - T_\infty) \quad (66)$$

$$\overline{Nu}_{L,topo/base} = \frac{\bar{h}_{topo/base} L}{k} \quad (67)$$

Aplicando a equação (66) na equação (67) e, rearranjando, obtém-se:

$$\overline{Nu}_{L,topo/base} = \frac{q_{topo/base} L}{k (Lw) (T_w - T_\infty)} \quad (68)$$

Onde:

$q_{topo/base}$ - Taxa de transferência de calor por convecção natural da base e topo das ondulações;

L - Comprimento ondulado (1 metro);

k - Coeficiente de condutividade térmica;

w - Largura da placa ondulada (1 metro).

Também se pode-se relacionar o número de Nusselt médio, a partir da taxa de transferência de calor total pela equação (71).

$$q_{total} = \bar{h}_{total} 2A_{projetada} (T_w - T_\infty) = \bar{h}_{total} (2Lw) (T_w - T_\infty) \quad (69)$$

$$\overline{Nu}_{L,total} = \frac{\bar{h}_{total} L}{k} \quad (70)$$

Aplicando a equação (69) na equação (70) e, rearranjando, obtém-se:

$$\overline{Nu}_{L,total} = \frac{q_{total} L}{2k (Lw) (T_w - T_\infty)} \quad (71)$$

Onde q_{total} , é a taxa de transferência de calor por convecção natural total emitida pela base e topo das ondulações, obtida pelas simulações numéricas.

5.1. Número de Rayleigh

Para dimensionar a intensidade do processo de convecção natural, o FLUENT[®] utiliza a aceleração da gravidade, em função do número de Rayleigh, definido como o produto entre o número de Grashof e o número de Prandtl, ou seja:

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)L^3\rho^2}{\mu^2} Pr \quad (72)$$

Onde:

g - Aceleração da gravidade;

β - Coeficiente de dilatação térmica (Coeficiente de Bulk);

ρ - Massa específica do fluido;

μ - Viscosidade dinâmica;

Rearranjando a equação (72) em relação à gravidade, obtemos:

$$g = Ra_L \frac{\mu^2}{Pr \beta (T_w - T_\infty) L^3 \rho^2} \quad (73)$$

Nesse projeto, as superfícies analisadas foram consideradas com largura unitária ($L=1$ metro), temperatura das superfícies onduladas uniforme a $T_w = 310\text{ K}$ e temperatura ambiente $T_\infty = 290\text{ K}$ à pressão atmosférica. Ao inserir essas informações ao FLUENT[®], obtém-se as propriedades termofísicas para o ar de:

$$\beta = \frac{2}{T_{\text{sup}} + T_\infty} \rightarrow \beta = \frac{2}{310 + 290} \rightarrow \beta = 0,003333\text{ K}^{-1}$$

$$\rho = 1,225 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \text{ (variável pela aproximação de Boussinesq)}$$

$$c_p = 1006,43 \left(\frac{\text{J}}{\text{KgK}} \right)$$

$$k = 0,0242 \left(\frac{\text{W}}{\text{mK}} \right)$$

$$\mu = 1,7894 \times 10^{-5} \left(\frac{\text{Kg}}{\text{ms}} \right)$$

Substituindo as propriedades na equação (73), obtém-se:

$$g = Ra_L \frac{\mu^2}{Pr \beta (T_{\text{sup}} - T_{\infty}) L^3 \rho^2} \rightarrow Ra_L \frac{(1,7894 \times 10^{-5})^2}{0,744 \cdot 0,003333 \cdot (310 - 290)^3 \cdot 1,225^2} \rightarrow$$

$$g = 4,302 \times 10^{-9} Ra_L \left(\frac{m}{s^2} \right) \quad (74)$$

A partir da equação (74), é possível definir a aceleração da gravidade em função do número de Rayleigh. Nesse projeto, os valores de Rayleigh variaram entre $Ra \times 10^4$ e $Ra \times 10^{14}$. Os valores de g podem ser vistos na tabela 2.

Tabela 2 – Aceleração da gravidade em função de Rayleigh para superfície horizontal **Fonte** – Próprio Autor.

Ra_L	g (m/s²)
10 ⁴	0,00004302
10 ⁵	0,0004302
10 ⁶	0,004302
10 ⁷	0,04302
10 ⁸	0,4302
10 ⁹	4,302
10 ¹⁰	43,02
10 ¹¹	430,2
10 ¹²	4302
10 ¹³	43020
10 ¹⁴	430200

5.2. Área da superfície ondulada

O aumento da taxa de transferência de calor, por convecção natural, está associado à área a que o fluido está em contato. No caso das superfícies onduladas, essas proporcionam o aumento dessa área pela projeção das ondulações, quando comparadas com uma superfície sem ondulações.

Para quantificação da área da superfície ondulada com forma retangular (figura 28), foram consideradas a quantidade de superfícies em contato com o fluido, sendo, 19 na horizontal e 20 na vertical para o lado de cima e a mesma quantidade para o lado de baixo de cada placa. Devido ao formato geométrico das superfícies ser retangular e, sabendo que a área dessa geometria é a multiplicação entre seus lados, pôde-se calcular a área superficial, como descrito pela equação (75).

$$A_{\text{Ond}} = 40(hw) + 38(bw) \quad (75)$$

5.3. Equacionamento

Para o equacionamento, foi utilizado o método dos mínimos quadrados para obtenção das constantes e formulação das equações que representam esse estudo.

O método dos mínimos quadrados, como publicado por Carl Friedrich Gauss (1777-1855) em artigo no Werke, 4, 1-93, demonstra que a melhor maneira de determinar um parâmetro desconhecido de uma equação de condições é minimizando a soma dos quadrados dos resíduos.

A solução dos mínimos quadrados sempre começa com a minimização da soma, como mostrado pela equação (76).

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i^0 - y_i)^2 \quad (76)$$

Onde:

y_i^0 = valores observados de y ;

y_i = valores calculados de y .

Ou seja, os mínimos quadrados minimizam o quadrado dos resíduos que podem ser normalizados pelo número de pontos ou pela soma dos valores empregados.

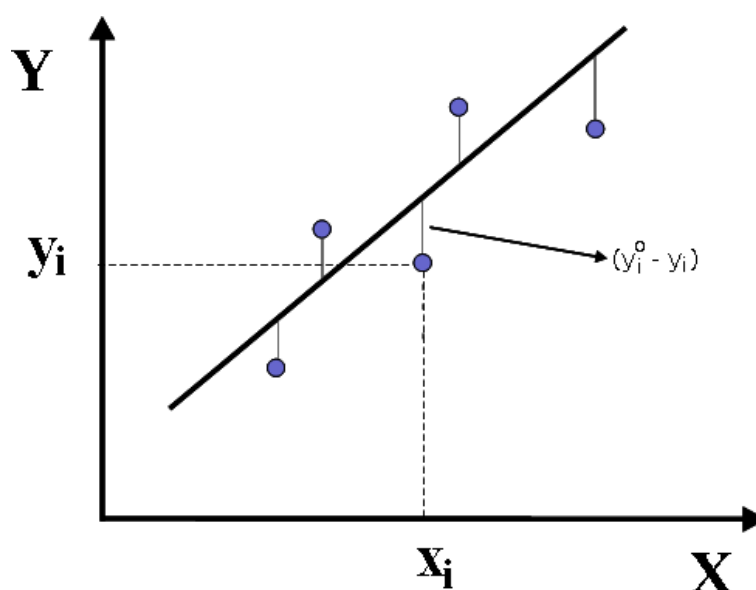


Figura 31- Representação aproximação dos mínimos quadrados. **Fonte** – Carl Friedrich Gauss (1777-1855).

6. FORMA DE ANÁLISE E RESULTADOS

6.1. Solução

Os procedimentos para análise da turbulência das simulações foram tratados pelo modelo $k-\varepsilon$ padrão. Para todos os casos utilizou-se procedimento de análise para verificar a independência e a convergência das malhas. As malhas foram todas resolvidas pelo software CFD FLUENT[®], a partir das configurações, conforme já feito em trabalhos anteriores (Oliveira e Oosthuizen 2017 a 2019) e detalhado:

- Resolução baseada na pressão, com velocidades absolutas, regime permanente e plano bidimensional;
- Equacionamento de conservação de energia, juntamente com modelo de turbulência $k-\varepsilon$ padrão com funções de parede padrão;
- Temperatura superficial $T_w = 310K$, temperatura do fluido ambiente $T_\infty = 290K$, energia cinética turbulenta na saída $1 \times 10^{-5} m^2/s^2$ e taxa de dissipação turbulenta na saída $1 \times 10^{-5} m^2/s^3$;
- Inserção de valores numéricos para: aceleração da gravidade (em função do número de Rayleigh utilizado), massa específica de referência (inserida na aproximação de Boussinesq ($1,225 \frac{kg}{m^3}$)) e coeficiente de expansão térmica ($0,00333333 \frac{1}{K}$).
- Para as soluções numéricas, os fatores de relaxação explícitos foram fixados a 0,25 (para as equações da quantidade de movimento e pressão), fatores de sub-relaxação de 0,5; 0,5; 0,4; 0,4; 0,6 e 0,6, respectivamente para a massa específica, forças de corpo, energia cinética turbulenta, taxa de dissipação de turbulência, viscosidade turbulenta e energia.
- Para caracterizar a convergência dos modelos, os resultados da solução das equações de continuidade, velocidades x e y , energia total, energia cinética turbulenta e taxa de dissipação de turbulência foram acompanhados e, quando esses fossem menores que 10^{-6} , a convergência seria assumida.
- Para a solução dos problemas, foi utilizado um modelo de acoplamento para os campos de pressão e velocidades;

- Para discretização espacial, calcularam-se os gradientes pelo método de “Green-Gauss Cell Based”, a pressão tratada pelo modelo de “Presto” e as equações de quantidade de movimento, energia total, energia cinética turbulenta e taxa de dissipação de turbulência tratadas pelo método de “First Order Upwind”;
- Para inicialização dos procedimentos de solução, foram parametrizadas as seguintes componentes:
 - Pressão manométrica: 0 Pa ;
 - Velocidade na direção x e y : 0 m/s ;
 - Energia cinética turbulenta: $1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2$;
 - Temperatura ambiente do fluido: 290 K .
- O processo de solução foi parametrizado para convergir em até 30000 interações. Porém, para algumas situações, principalmente para baixos valores do número de Rayleigh, as mesmas se mostraram mais instáveis em termos de escoamento, o que necessitou alterações dos fatores de sub-relaxação para, assim, atingir a convergência.

Para determinar o desenvolvimento da turbulência, uma aproximação numérica, envolvendo a solução do conjunto de equações diferenciais conhecidas como Reynolds Averaged Navier Stokes Equations (RANS), em conjunto com o modelo de turbulência, foi aplicada a todas as condições consideradas, com os resultados monitorados de forma a acompanhar o aumento do número de Rayleigh e determinar, assim, a ocorrência dos efeitos significativos de turbulência. Esse modelo de aproximação já foi amplamente utilizado em estudos de escoamento por convecção forçada efetuados por Savill (1993), Schmidt e Patankar (1991) e Zheng et al. (1998). Embora os modelos de turbulência $k-\varepsilon$ não forneçam boas previsões de quando ocorre a transição para todas as situações, os resultados obtidos nesses estudos indicam precisão aceitável para o tipo de escoamento analisado. Em função disso, foi usado neste trabalho de convecção natural. Trabalhos, envolvendo esse modelo em conjunto com estudo de transição em escoamentos com convecção natural, foram realizados por Plumb e Kennedy (1977), Oosthuizen e Naylor (2010) e Xamán et al. (2005). Detectando o surgimento dos efeitos de transição do fluxo de maneira adequada nas situações de transferência de calor por convecção natural.

Os resultados numéricos desse estudo foram obtidos para números de Rayleigh Ra_D com a equação (77) entre 10^{04} e 10^{14} , baseados na largura superficial L , diferença de temperatura entre a superfície aquecida T_w e o fluido distante dessa T_∞ , sendo:

$$Ra_D = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)d^3}{\nu\alpha} \quad (77)$$

A largura adimensional da ondulação, $B = b/L$;

A altura adimensional da ondulação, $H = h/L$;

A distância adimensional entre as placas, $D = d/L$.

- Largura B, altura H e número de Prandtl Pr .
- Os resultados foram obtidos somente para um número de Prandtl igual a 0,74, valor este, efetivo para o ar. Expressou-se as taxas de transferência de em termos de um número de Nusselt médio $\overline{Nu}_D$.

Com a equação (78) baseada em um comprimento de escala de referência da superfície aquecida e na diferença de temperaturas entre a superfície aquecida e a temperatura do fluido estagnado distante da superfície.

Todos os resultados puderam ser obtidos em função de $\overline{Nu}_D$ e de Ra_D . As dimensões de forma das ondulações e o distanciamento entre as placas onduladas foram variadas. O $\overline{Nu}_D$, baseado no comprimento de escala L da superfície aquecida e na diferença de temperaturas entre a superfície aquecida T_w e a do fluido distante da superfície T_∞ , pode ser escrito como:

$$\overline{Nu}_D = \frac{qL}{k(wL)(T_w - T_\infty)} \quad (78)$$

Onde q é a taxa total de transferência de calor a partir da superfície (obtida no ANSYS FLUENT) e k é a condutividade térmica do fluido.

Em termos de resultados foram obtidos, os seguintes gráficos:

$\overline{Nu}_D$ em função de Ra_D para perfis com

- $B = 0,052632$;
- $D = 0,1$;
- $H = 0,013167$; $0,026316$; $0,052632$; $0,078947$; $0,105263$;
- $Ra_D = 10^4$; 10^5 ; 10^6 ; 10^7 ; 10^8 ; 10^9 ; 10^{10} ; 10^{11} ; 10^{12} ; 10^{13} ; 10^{14} ;

As figuras 32 a 36 mostram os dados de $\overline{Nu}_D$ com Ra_D para $B = 0,052632$, $D = 0,1$ e $H = 0,013167$ à $0,105263$, das placas acima e abaixo.

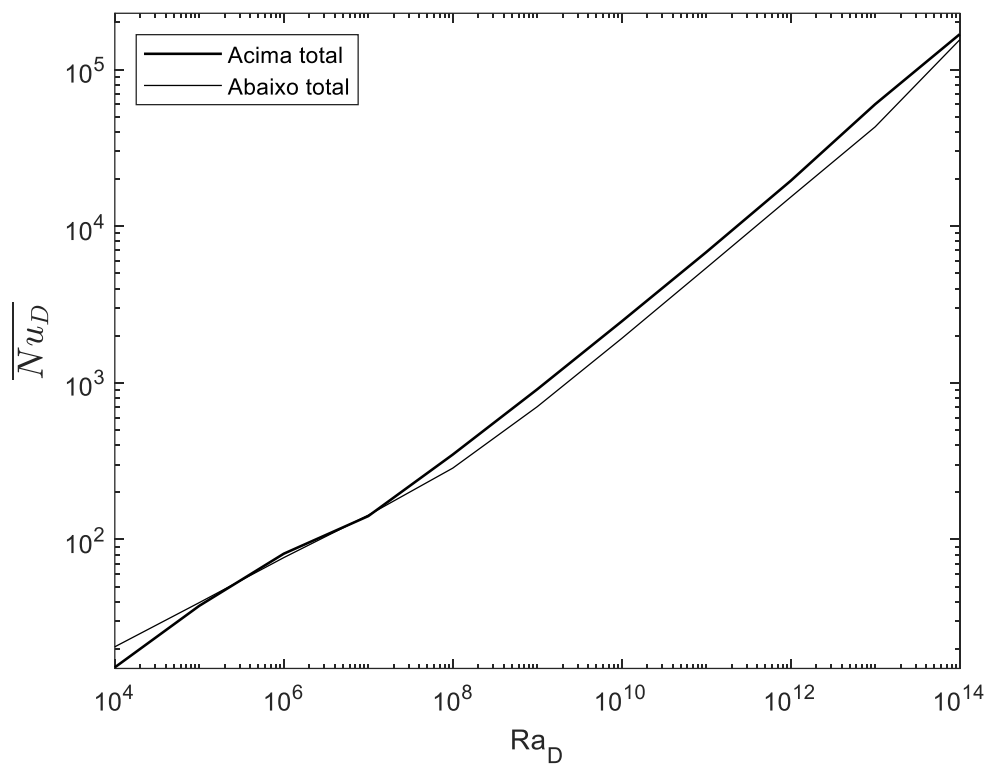


Figura 32 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,013167$. **Fonte** – Próprio Autor.

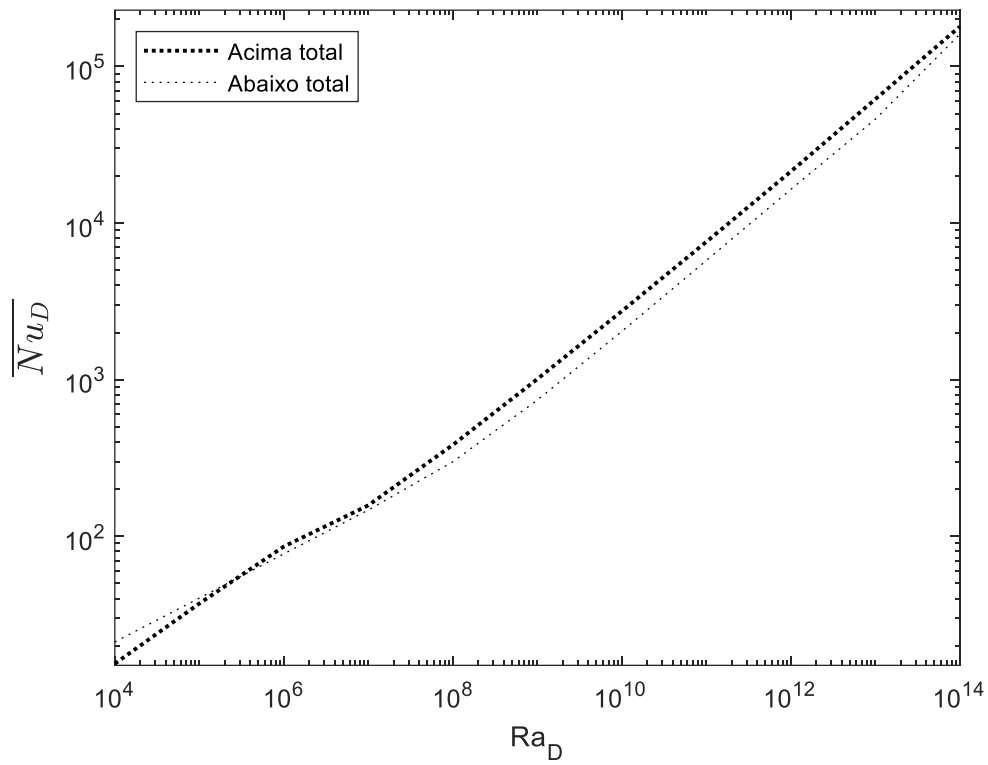


Figura 33 - Variação do $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,026316$. **Fonte** – Próprio Autor.

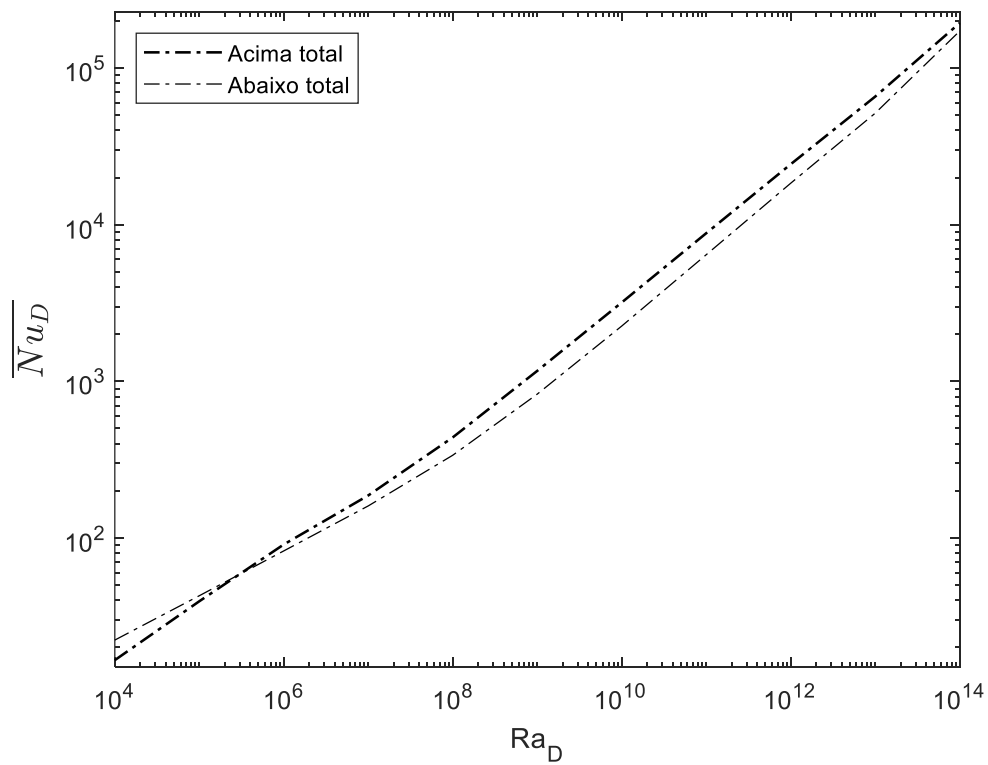


Figura 34 - Variação do $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,052632$. **Fonte** – Próprio Autor.

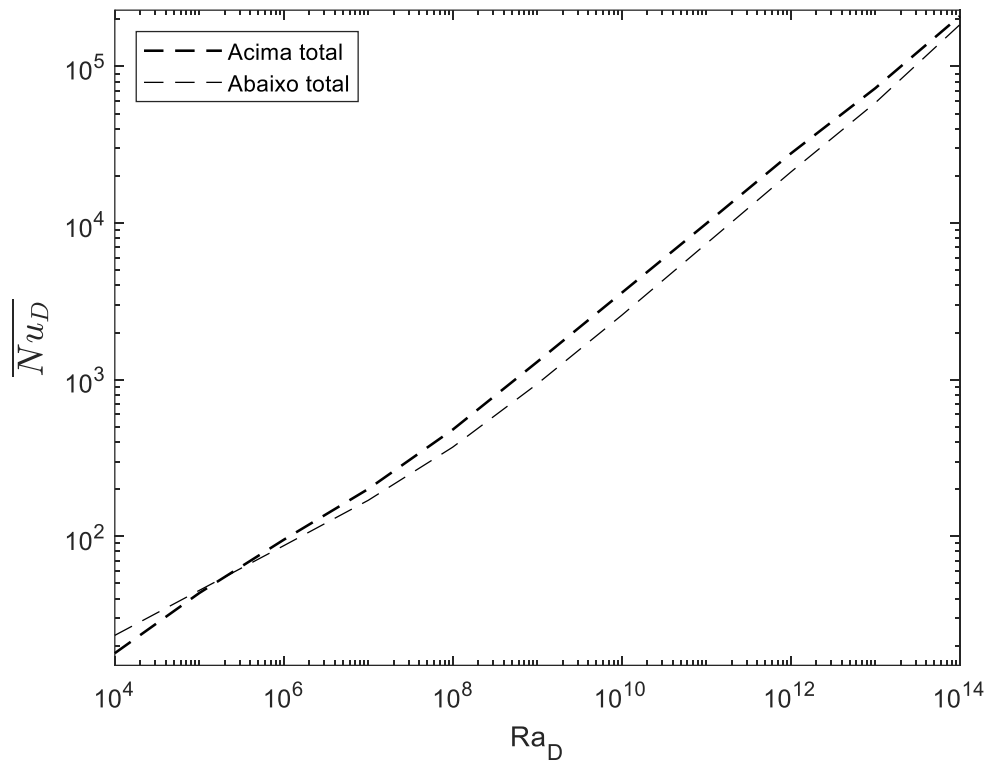


Figura 35 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,078947$. **Fonte** – Próprio Autor.

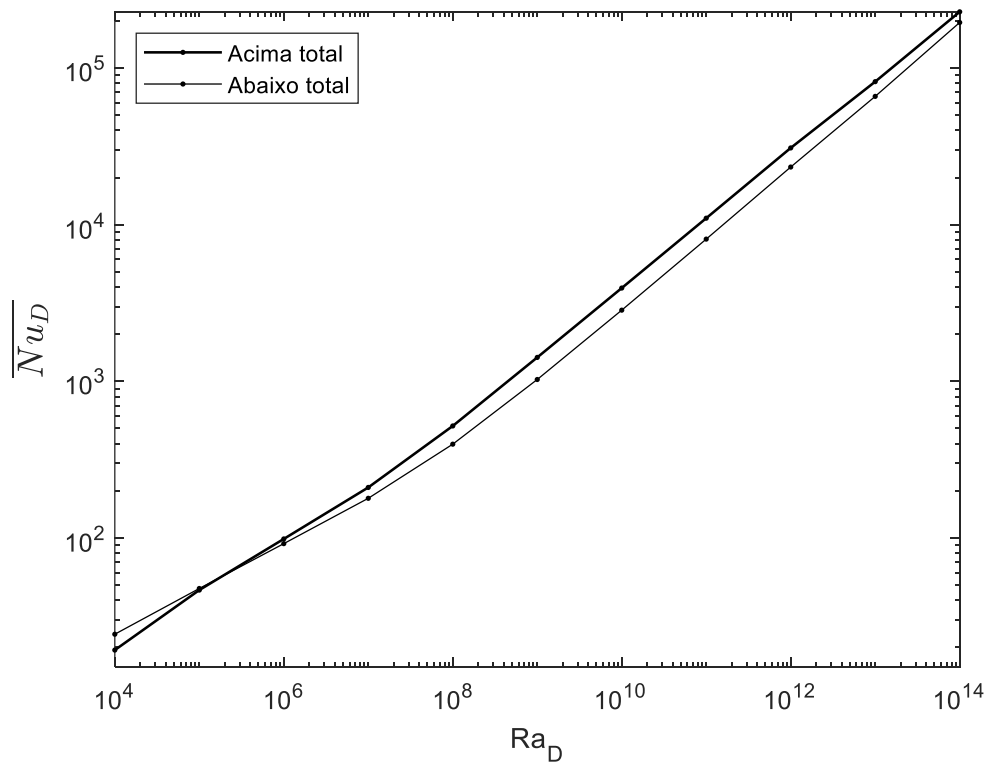


Figura 36 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 32 a 36 pôde-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com o aumento do Ra_D das placas acima/abaixo. Esta variação foi até 39,52% maior na placa acima do que na placa abaixo com maiores valores de Ra_D (figura 32), tendendo a se igualar entre $Ra_D = 10^5$ e $Ra_D = 10^7$ e foi até 37,76% maior na placa abaixo com menores valores de Ra_D (figura 33).

A figura 37 apresenta as variações do número de Nusselt em função do número de Rayleigh para as alturas H estudadas para a placa acima.

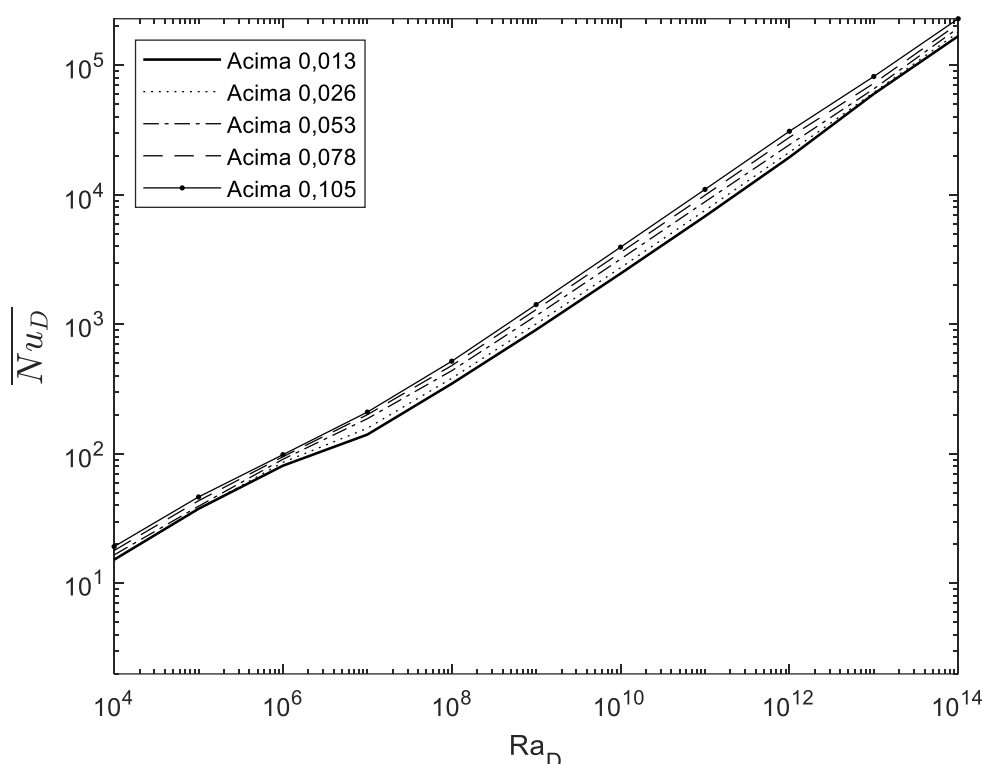


Figura 37 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 37 mostra comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, mostrando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 21,62 % com $Ra_D = 10^6$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$ e a maior variação de 61,34% para $Ra_D = 10^{11}$.

Na figura 38, são apresentadas as variações do número de Nusselt, em função do número de Rayleigh, para as alturas H estudadas para a placa abaixo.

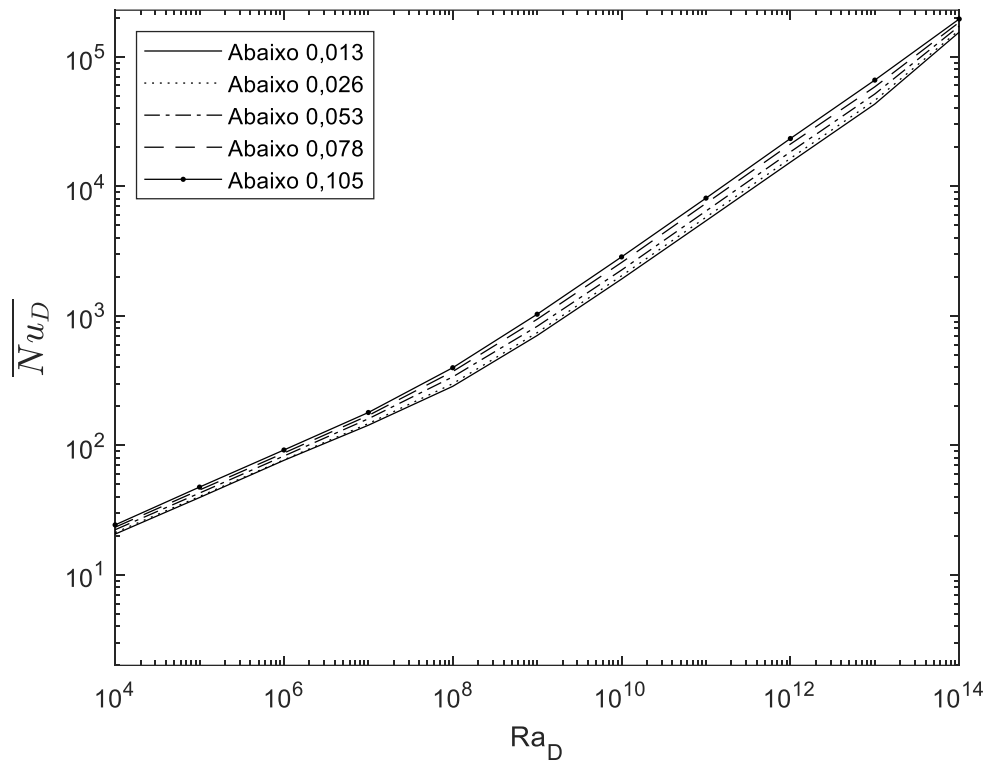


Figura 38 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 38 mostra comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, mostrando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 17,78 % com $Ra_D = 10^4$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$ e a maior variação de 53,14% para $Ra_D = 10^{13}$.

A figura 39 apresenta as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de H para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,1$, $H = 0,013167$; $0,026316$; $0,052632$; $0,078947$; $0,105263$ e $Ra_D = 10^4$; 10^6 ; 10^8 ; 10^{10} ; 10^{12} ; 10^{14} .

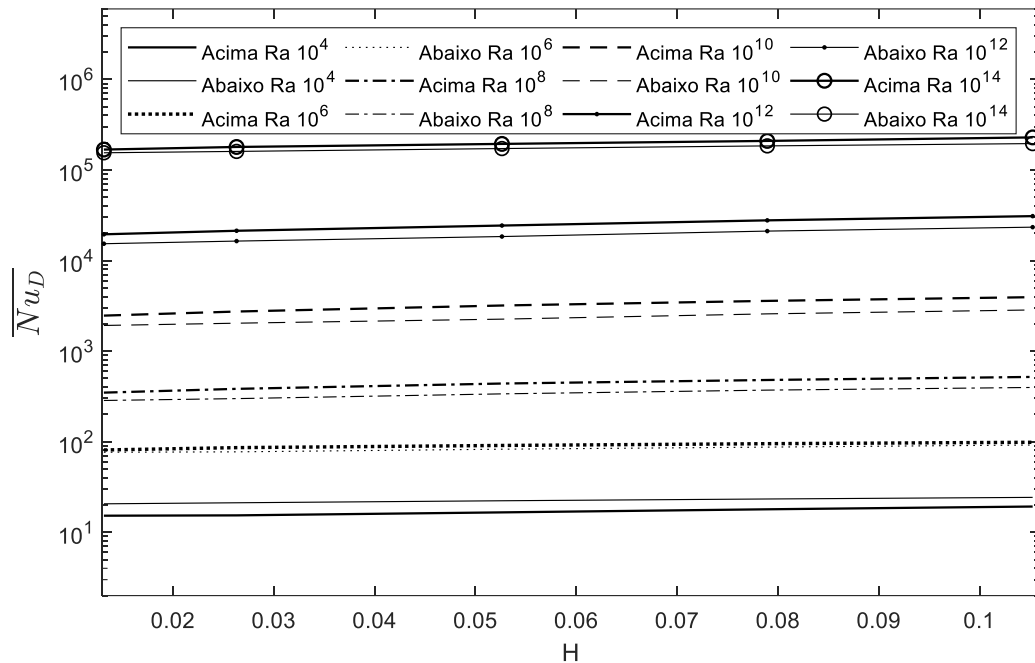


Figura 39 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,1$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14} **Fonte** – Próprio Autor.

Na figura 39, pode-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com aumento de H , onde quanto maior H , maior $\overline{Nu}_D$. Para $Ra_D = 10^5$ os valores de $\overline{Nu}_D$ foram até 37,76% maiores na placa abaixo do que na placa acima. Com o aumento de Ra_D os valores de $\overline{Nu}_D$ entre as placas tendem a se igualar entre $Ra 10^5$ e $Ra 10^6$ e foram até 39,52% maiores na placa acima para $Ra 10^{13}$.

As figuras 40 a 44 mostram os resultados de $\overline{Nu}_D$ em função de Ra_D para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,3$, $H = 0,013167; 0,026316; 0,052632; 0,078947; 0,105263$ e $Ra_D = 10^4; 10^5; 10^6; 10^7; 10^8; 10^9; 10^{10}; 10^{11}; 10^{12}; 10^{13}; 10^{14}$.

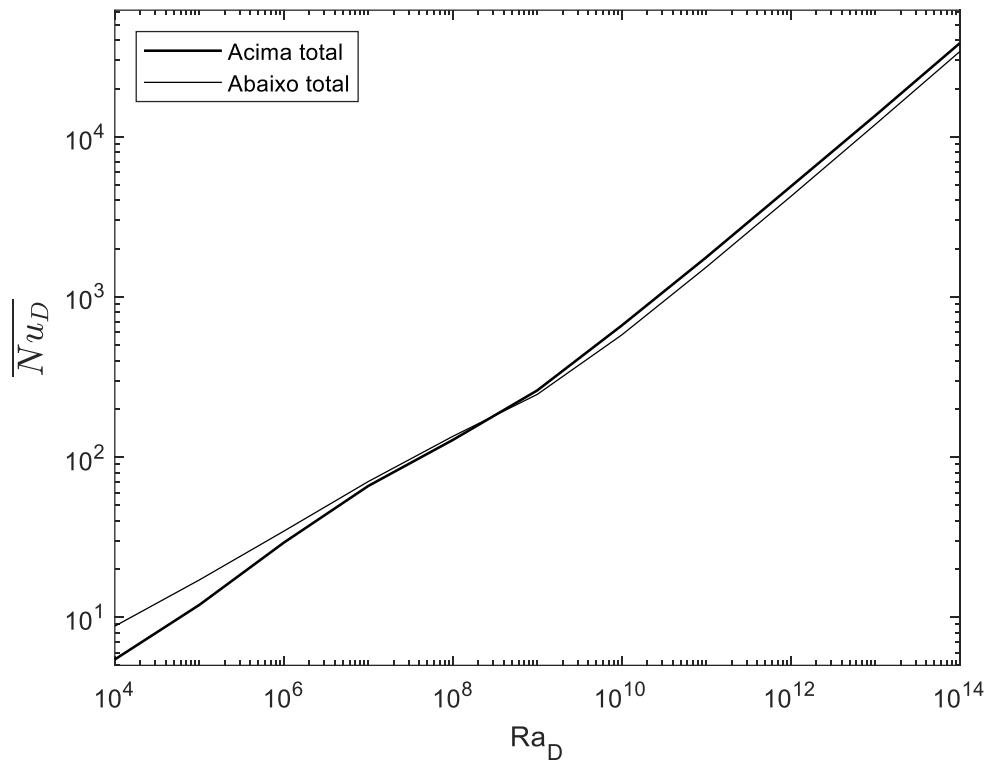


Figura 40 - Variação do $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,013167$. **Fonte** – Próprio Autor.

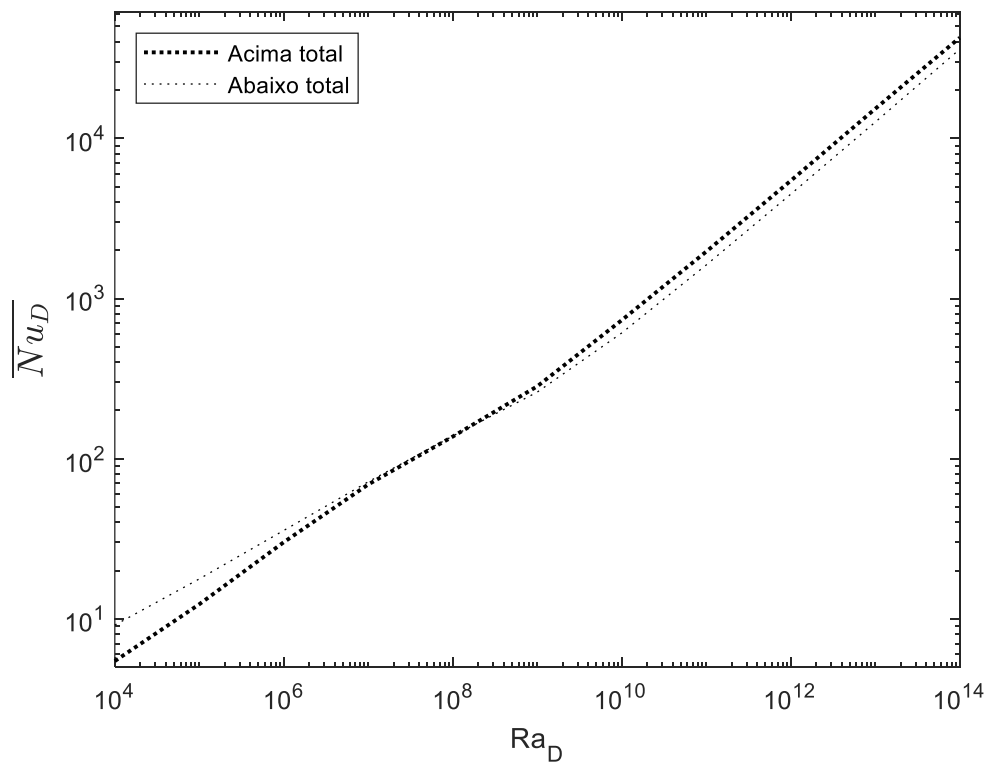


Figura 41 - Variação do $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,026316$. **Fonte** – Próprio Autor.

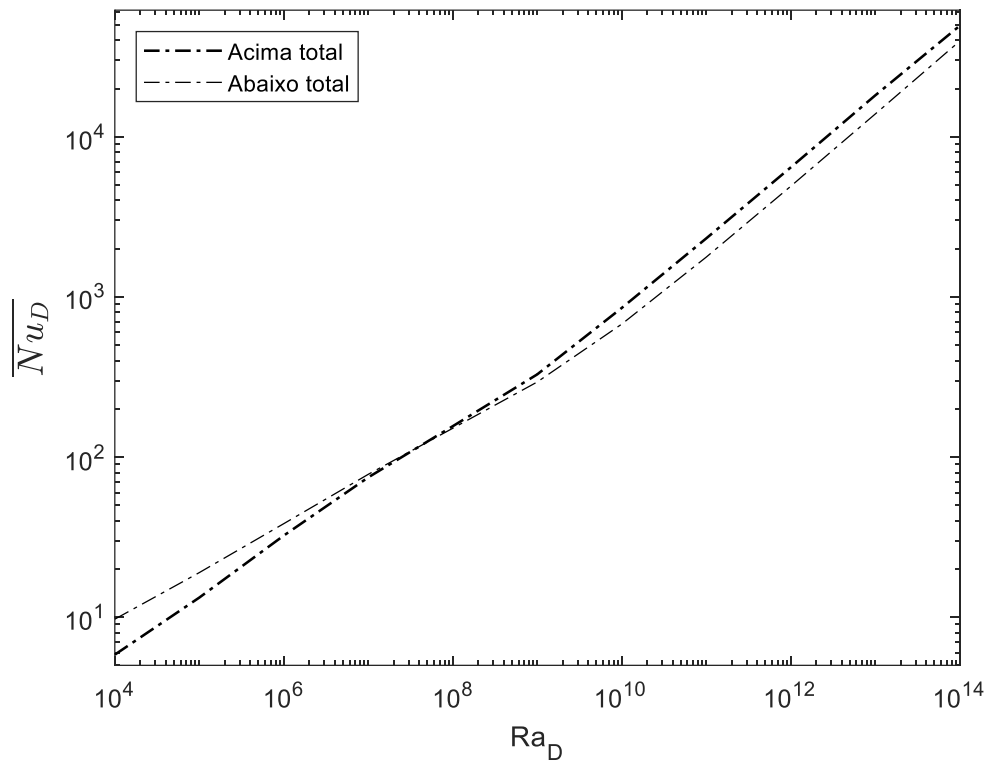


Figura 42 - Variação do $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,052632$. **Fonte** – Próprio Autor.

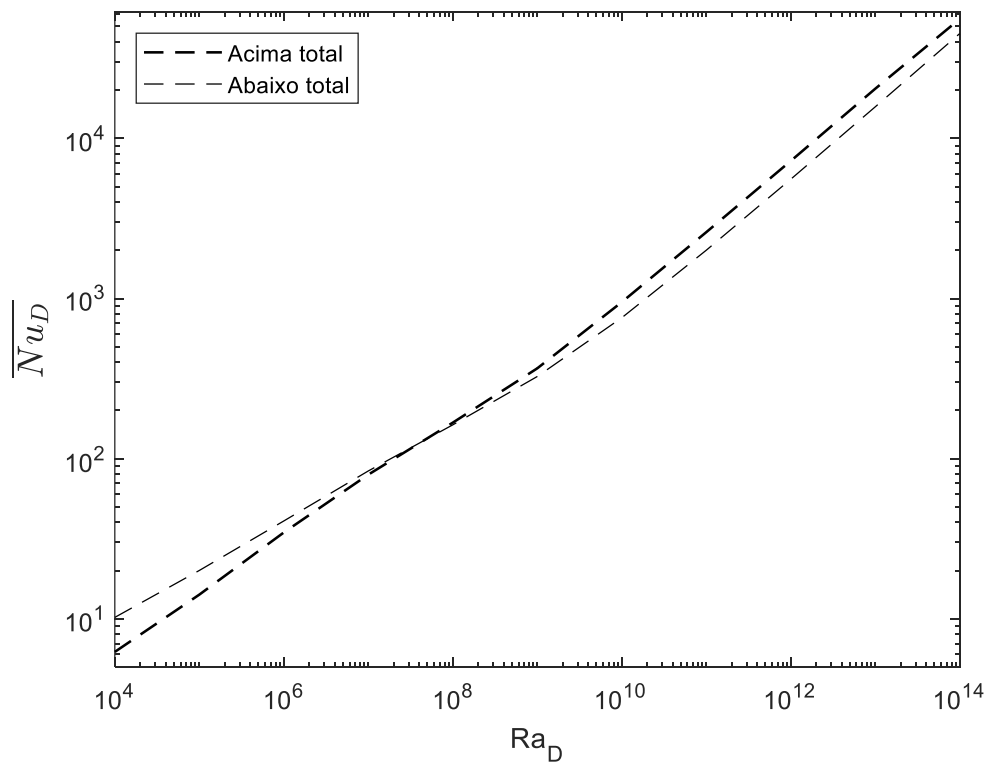


Figura 43 - Variação do $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,078947$. **Fonte** – Próprio Autor.

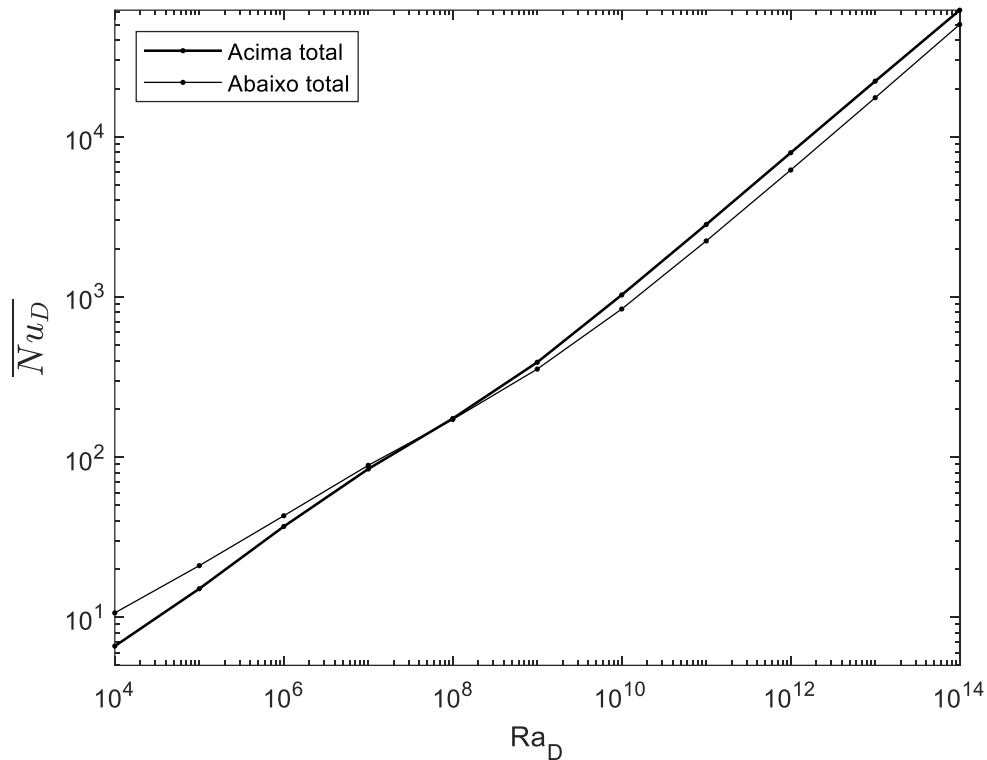


Figura 44 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 40 a 44, pôde-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com o aumento do Ra_D das placas acima/abaixo. Esta variação foi até 31,15% maior na placa acima do que na placa abaixo com maiores valores de Ra_D (figura 42), tendendo a se igualar entre $Ra 10^6$ e $Ra 10^8$ e foi até 67,67% maior na placa abaixo com menores valores de Ra_D (figura 41).

A figura 45 mostra as variações do número de Nusselt, em função do número de Rayleigh para as alturas H estudadas para a placa acima.

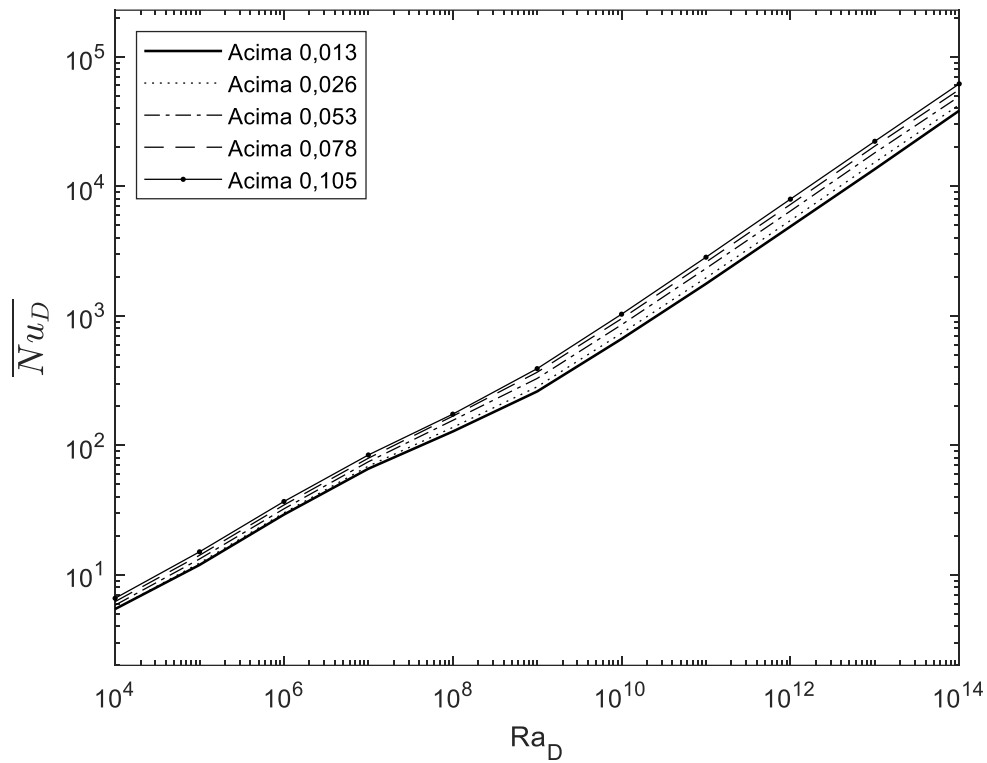


Figura 45 - Variação do $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 45 mostra comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, mostrando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 25,58% com $Ra_D = 10^4$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$. e a maior variação de 64,13% para $Ra_D = 10^{13}$.

A figura 46 mostra as variações do número de Nusselt em função do número de Rayleigh para as alturas H estudadas para a placa abaixo.

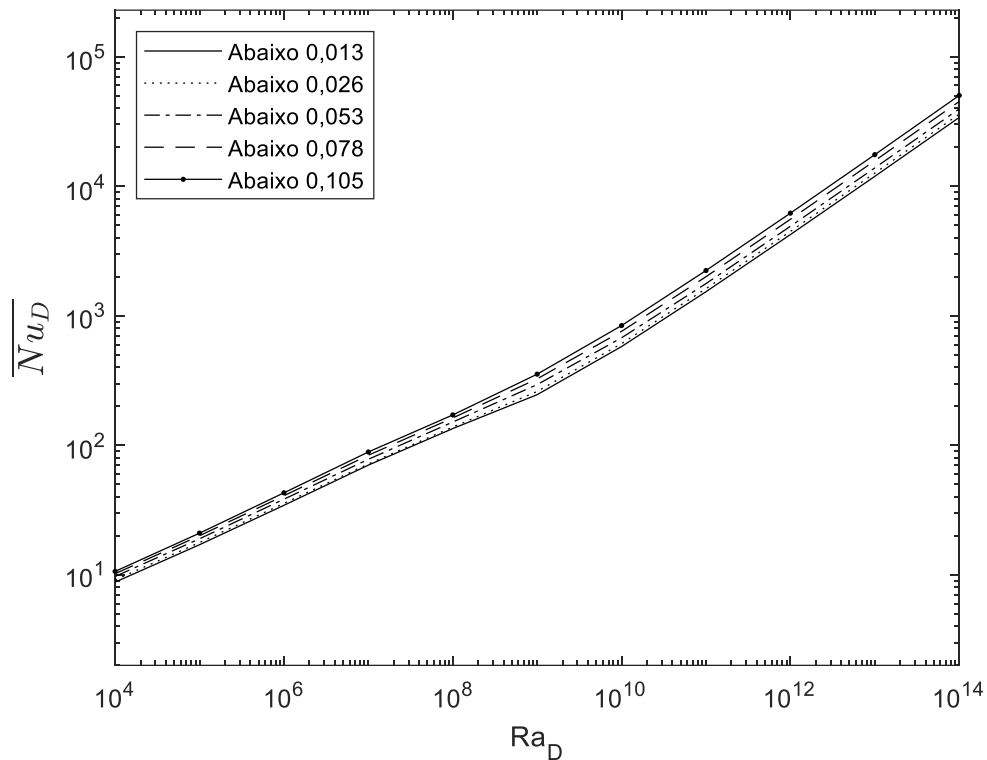


Figura 46 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 46 mostra comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, mostrando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 21,03% com $Ra_D = 10^4$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$. e a maior variação de 47,82% para $Ra_D = 10^4$.

A figura 47 apresenta as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de H para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,3$, $H = 0,013167$; $0,026316$; $0,052632$; $0,078947$; $0,105263$ e $Ra_D = 10^4$; 10^6 ; 10^8 ; 10^{10} ; 10^{12} ; 10^{14} .

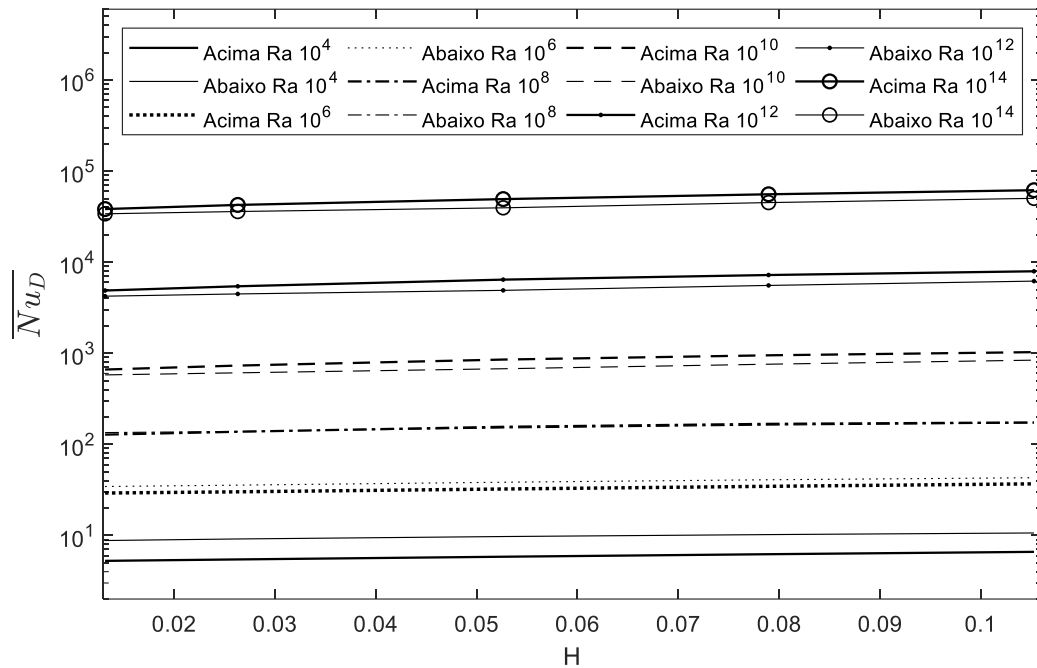


Figura 47 – Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,3$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14} **Fonte** – Próprio Autor.

Na figura 47, pode-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com aumento de H , onde quanto maior H , maior $\overline{Nu}_D$. Para $Ra_D = 10^4$ os valores de $\overline{Nu}_D$ foram até 67,77% maiores na placa abaixo do que na placa acima. Com o aumento de Ra_D os valores de $\overline{Nu}_D$ entre as placas tendem a se igualar entre $Ra 10^8$ e $Ra 10^9$ e foram até 31,15% maiores na placa acima para $Ra 10^{12}$.

As figuras 48 à 52 os resultados de $\overline{Nu}_D$ em função de Ra_D para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,5$, $H = 0,013167; 0,026316; 0,052632; 0,078947; 0,105263$ e $Ra_D = 10^4; 10^5; 10^6; 10^7; 10^8; 10^9; 10^{10}; 10^{11}; 10^{12}; 10^{13}; 10^{14}$.

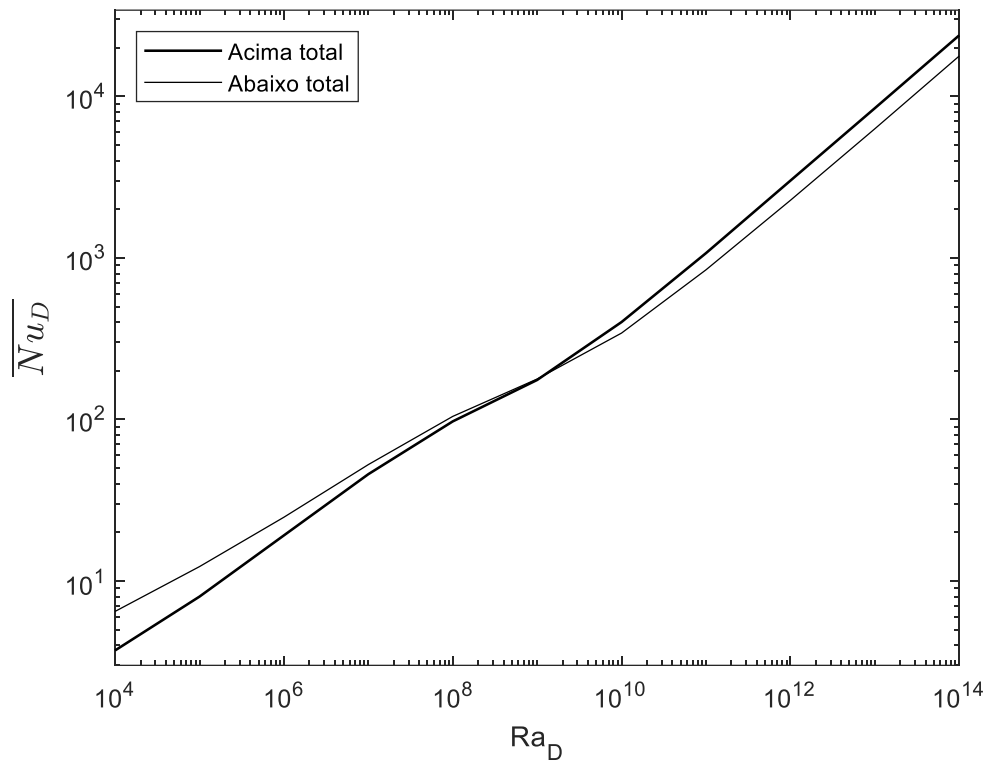


Figura 48 - Variação do $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,013167$. **Fonte** – Próprio Autor.

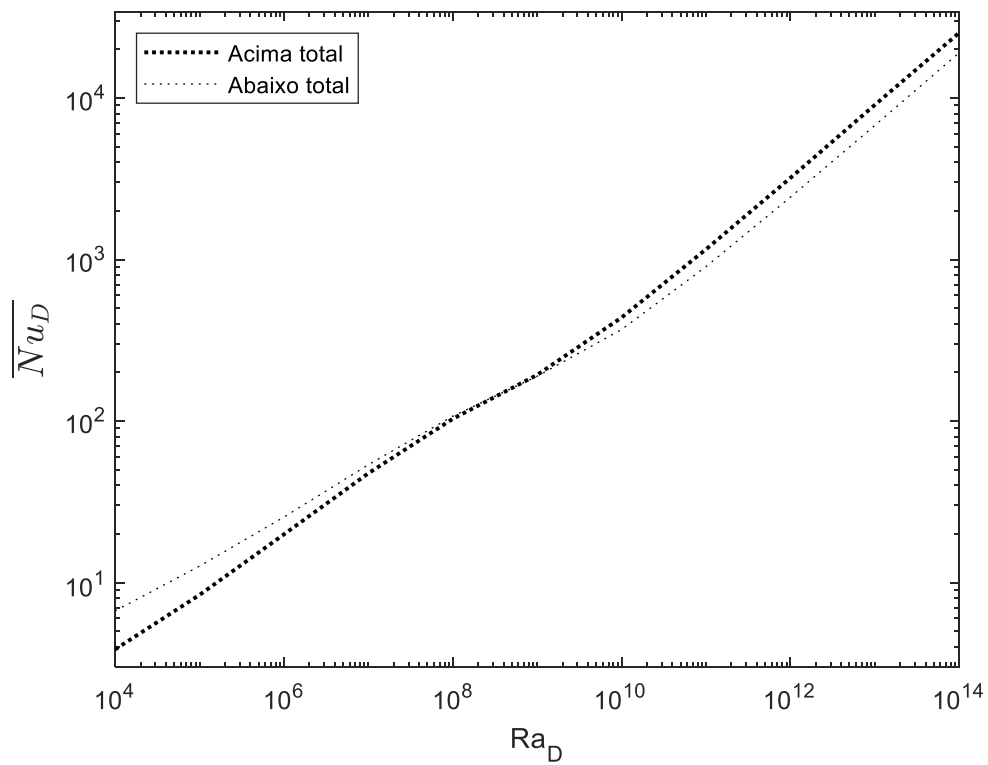


Figura 49 - Variação do $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,026316$. **Fonte** – Próprio Autor.

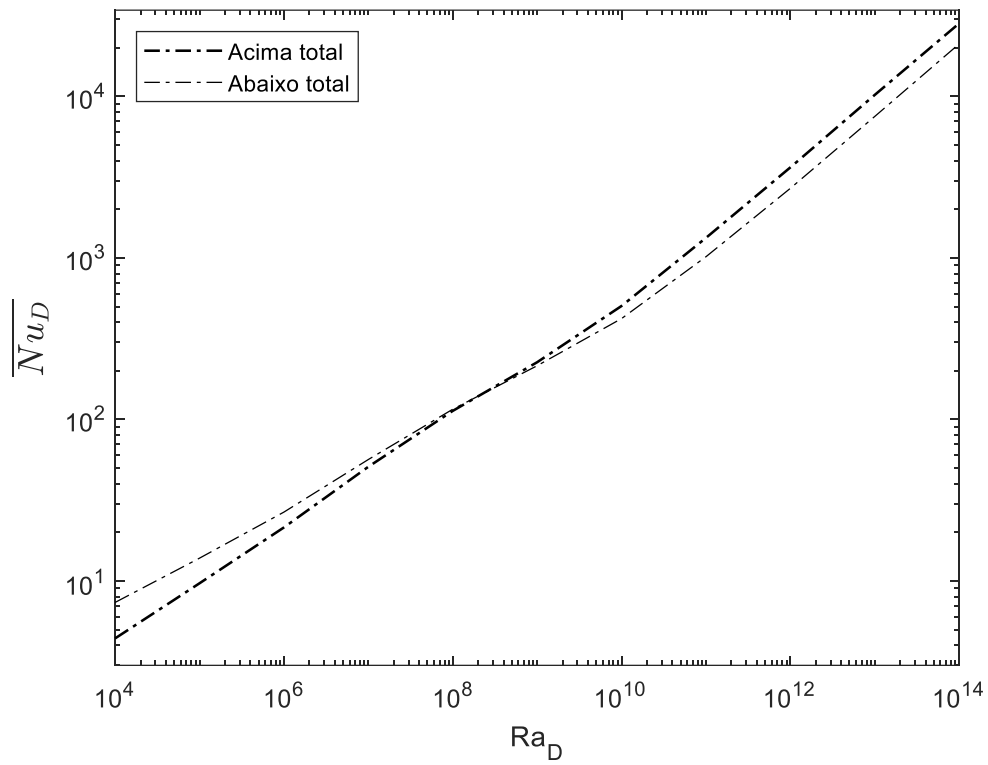


Figura 50 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,052632$. **Fonte** – Próprio Autor.

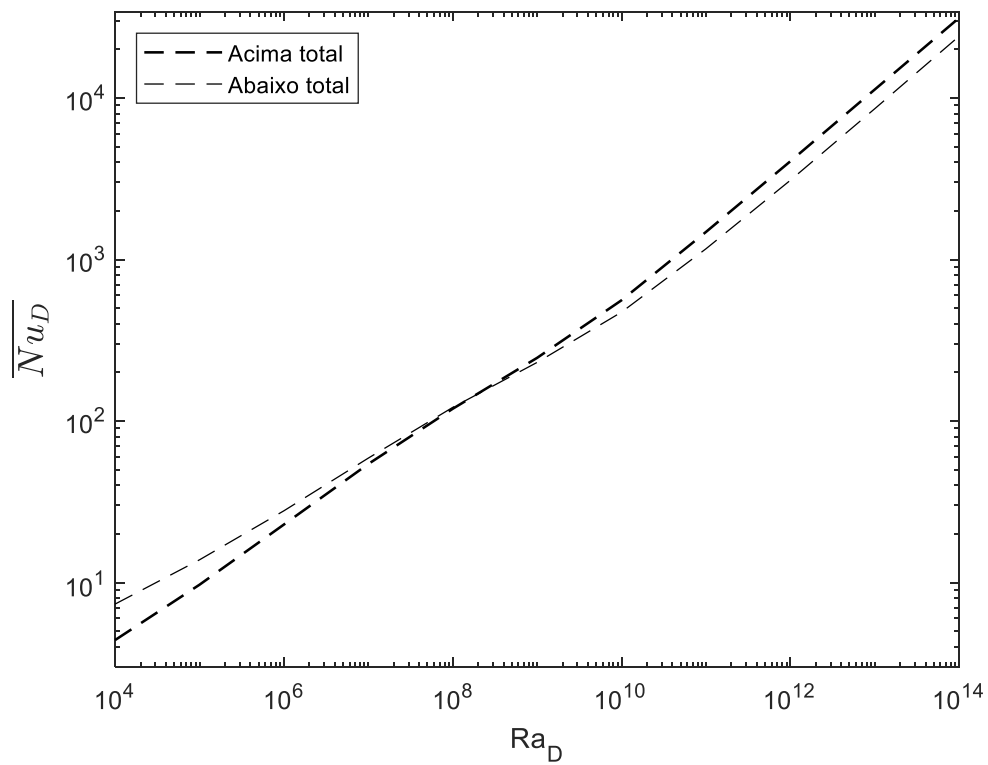


Figura 51 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,078947$. **Fonte** – Próprio Autor.

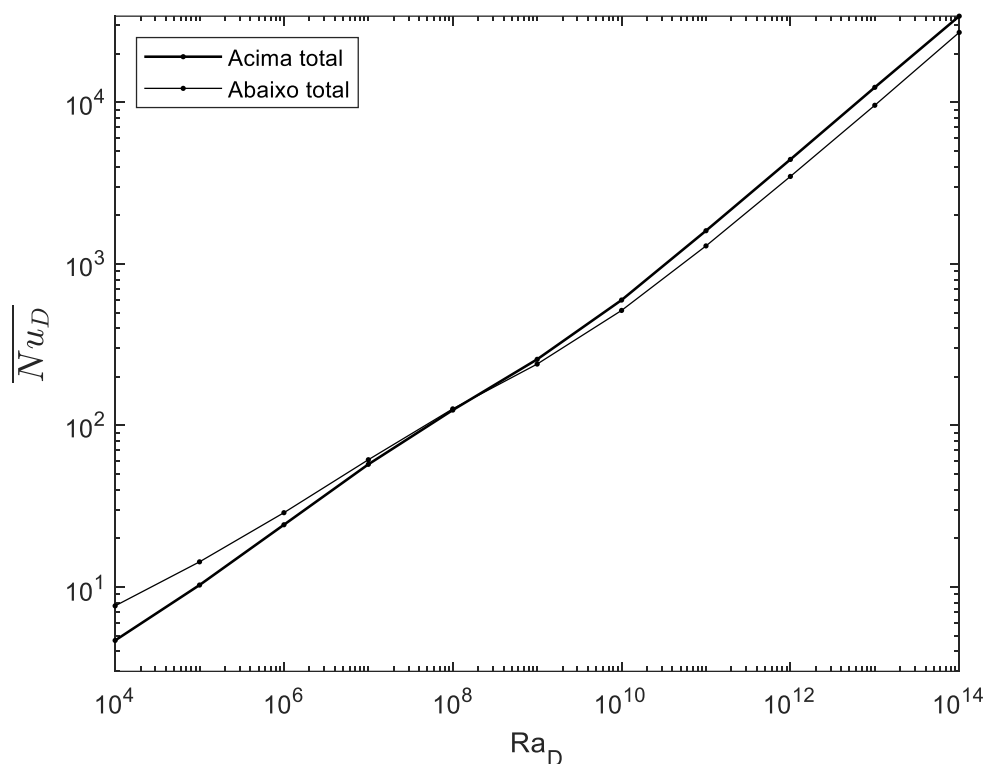


Figura 52 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 48 a 52 pôde-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com o aumento do Ra_D das placas acima/abaixo. Esta variação foi até 34,26% maior na placa acima do que na placa abaixo, com maiores valores de Ra_D (figura 48), tendendo a se igualar entre $Ra_D 10^8$ e $Ra_D 10^9$ e foi até 74,41% maior na placa abaixo com menores valores de Ra_D (figura 48).

A figura 53 mostra as variações do número de Nusselt em função do número de Rayleigh para as alturas H estudadas para a placa acima.

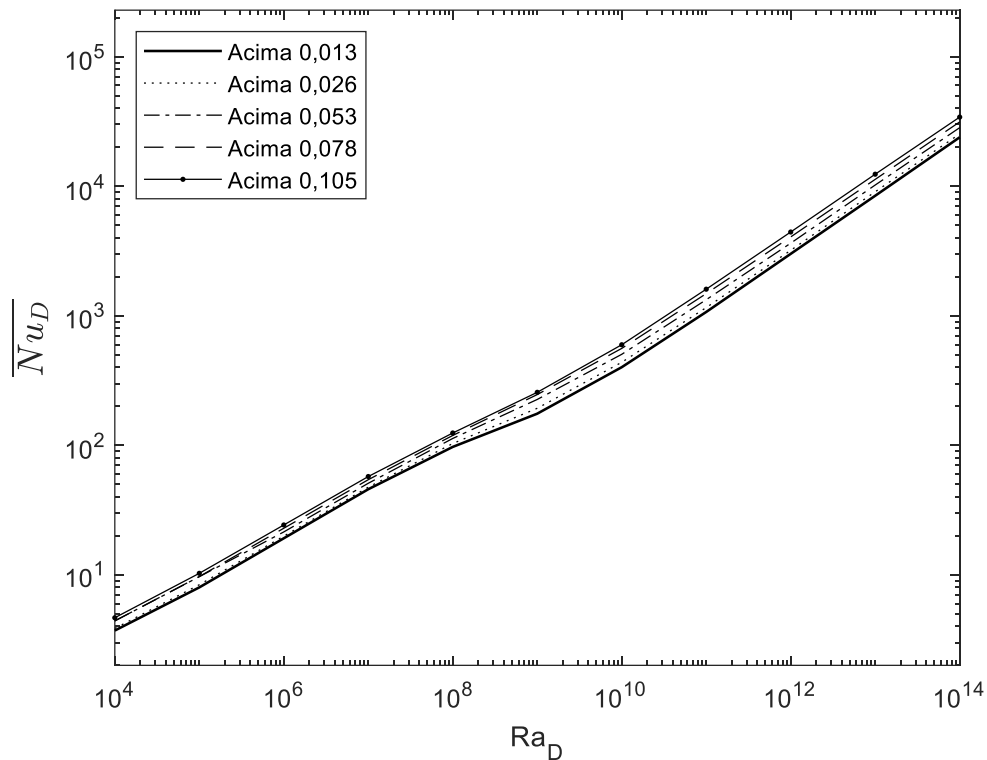


Figura 53 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 53 mostra comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, mostrando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 25,34% com $Ra_D = 10^{07}$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$. e a maior variação de 49,91% para $Ra_D = 10^{11}$.

A figura 54 mostra as variações do número de Nusselt em função do número de Rayleigh para as alturas H estudadas para a placa abaixo.

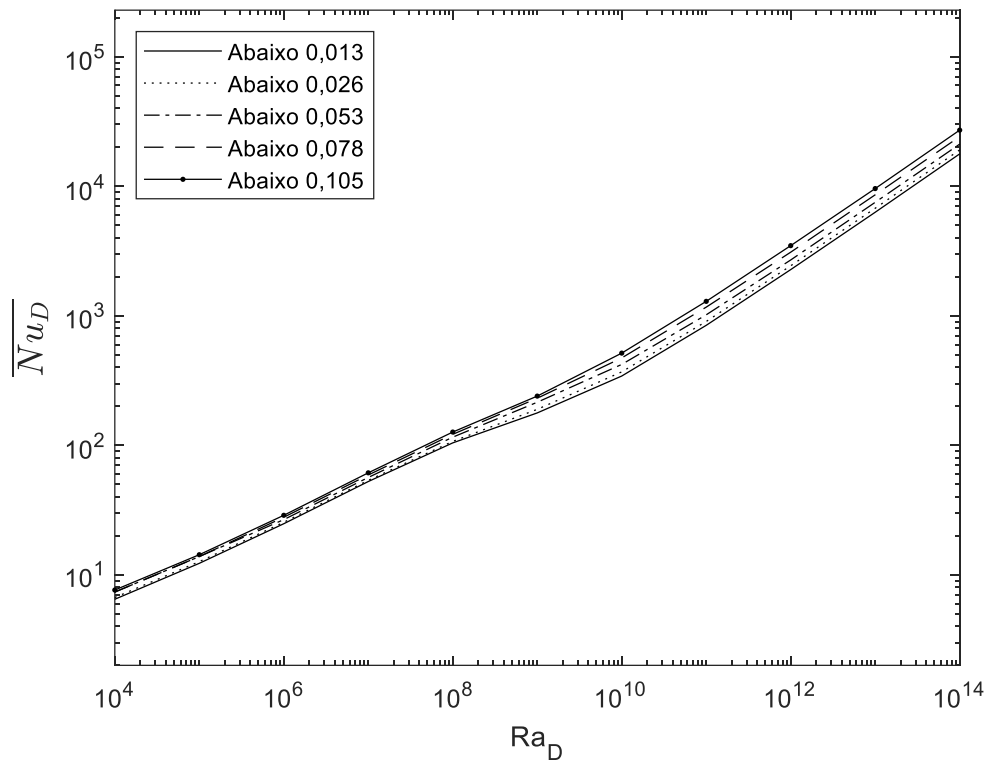


Figura 54 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 54 mostra comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, mostrando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 16,16% com $Ra_D = 10^4$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$. e a maior variação de 47,82% para $Ra_D = 10^{14}$.

A figura 55 apresenta as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de H para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,5$, $H = 0,013167$; $0,026316$; $0,052632$; $0,078947$; $0,105263$ e $Ra_D = 10^4$; 10^6 ; 10^8 ; 10^{10} ; 10^{12} ; 10^{14} .

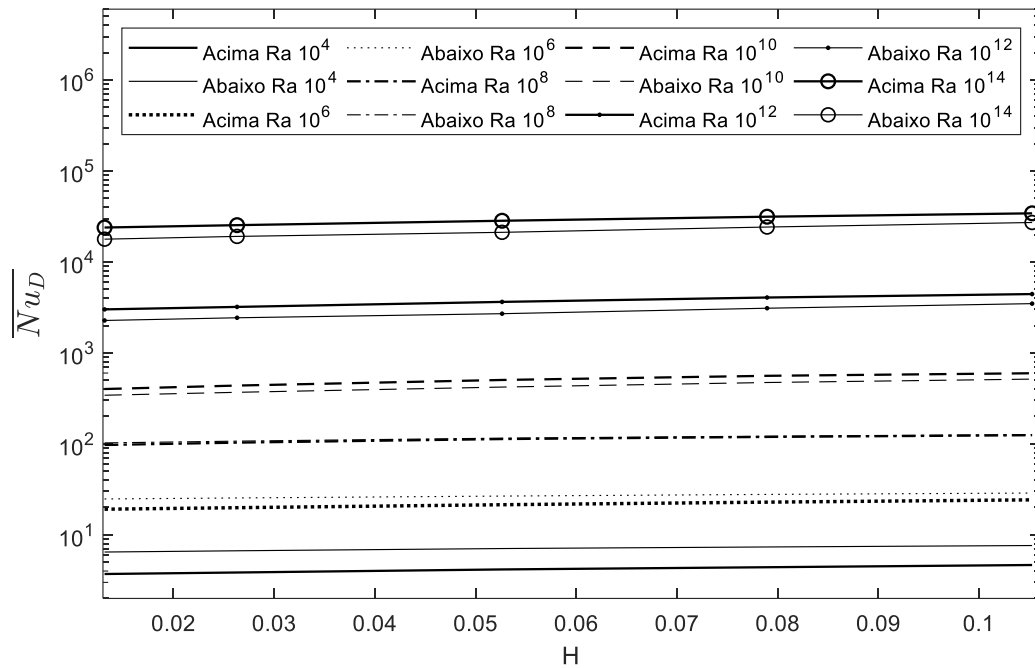


Figura 55 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,5$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14} **Fonte** – Próprio Autor.

Na figura 55, pode-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com aumento de H , onde quanto maior H , maior $\overline{Nu}_D$. Para $Ra_D = 10^4$ os valores de $\overline{Nu}_D$ foram até 74,41% maiores na placa abaixo do que na placa acima. Com o aumento de Ra_D os valores de $\overline{Nu}_D$ entre as placas tendem a se igualar entre $Ra 10^9$ e $Ra 10^{10}$ e foram até 35,96% maiores na placa acima para $Ra 10^{13}$.

As figuras 56 a 60 mostram os resultados de $\overline{Nu}_D$ em função de Ra_D para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,7$, $H = 0,013167; 0,026316; 0,052632; 0,078947; 0,105263$ e $Ra_D = 10^4; 10^5; 10^6; 10^7; 10^8; 10^9; 10^{10}; 10^{11}; 10^{12}; 10^{13}; 10^{14}$.

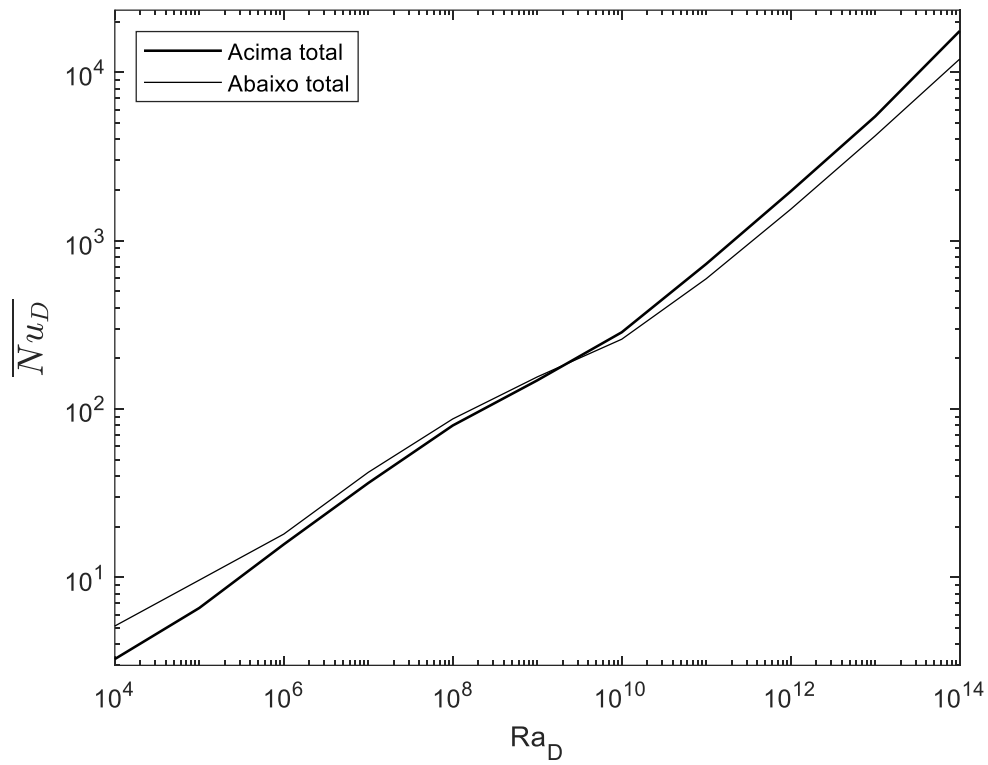


Figura 56 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,013167$. **Fonte** – Próprio Autor.

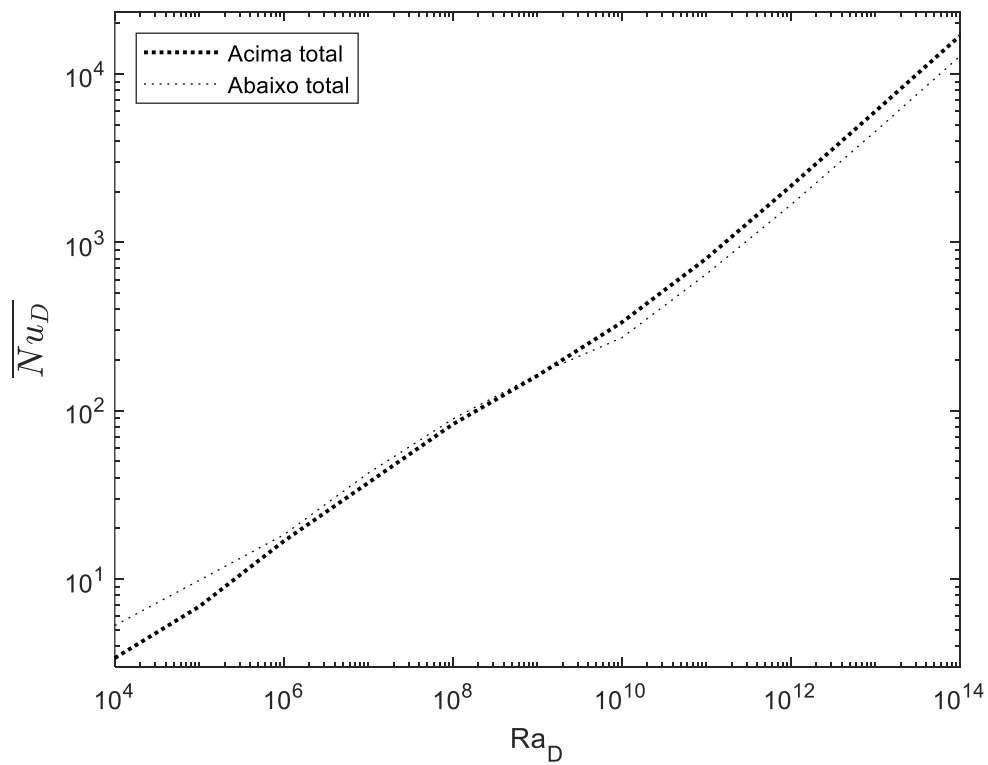


Figura 57 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,026316$. **Fonte** – Próprio Autor.

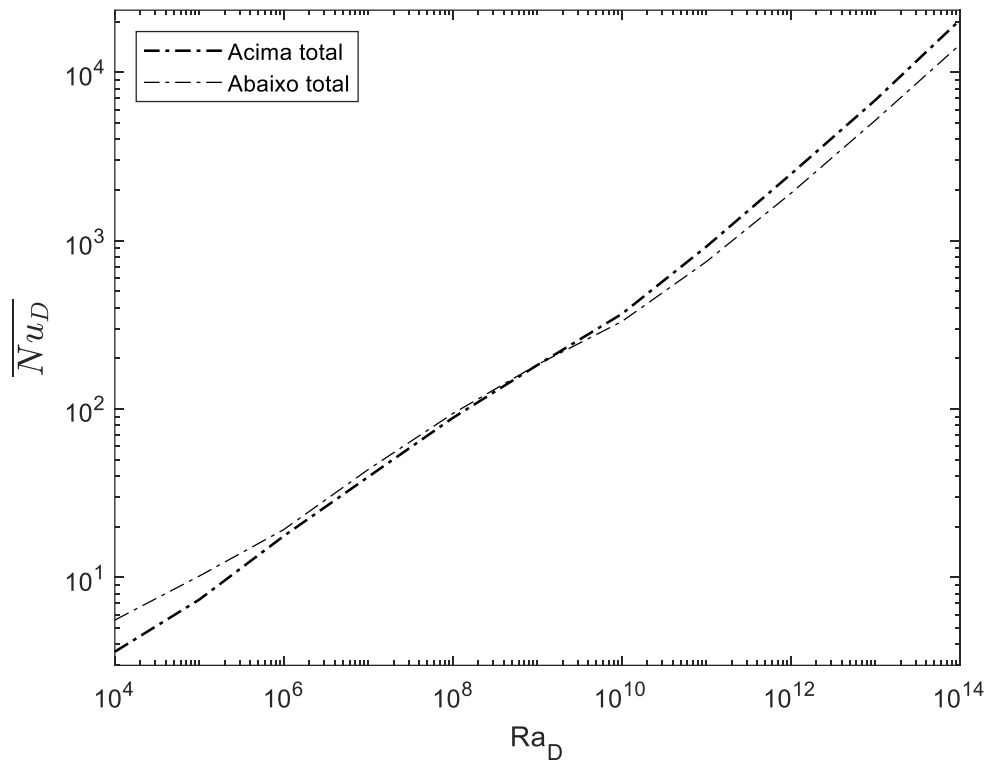


Figura 58 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,052632$. **Fonte** – Próprio Autor.

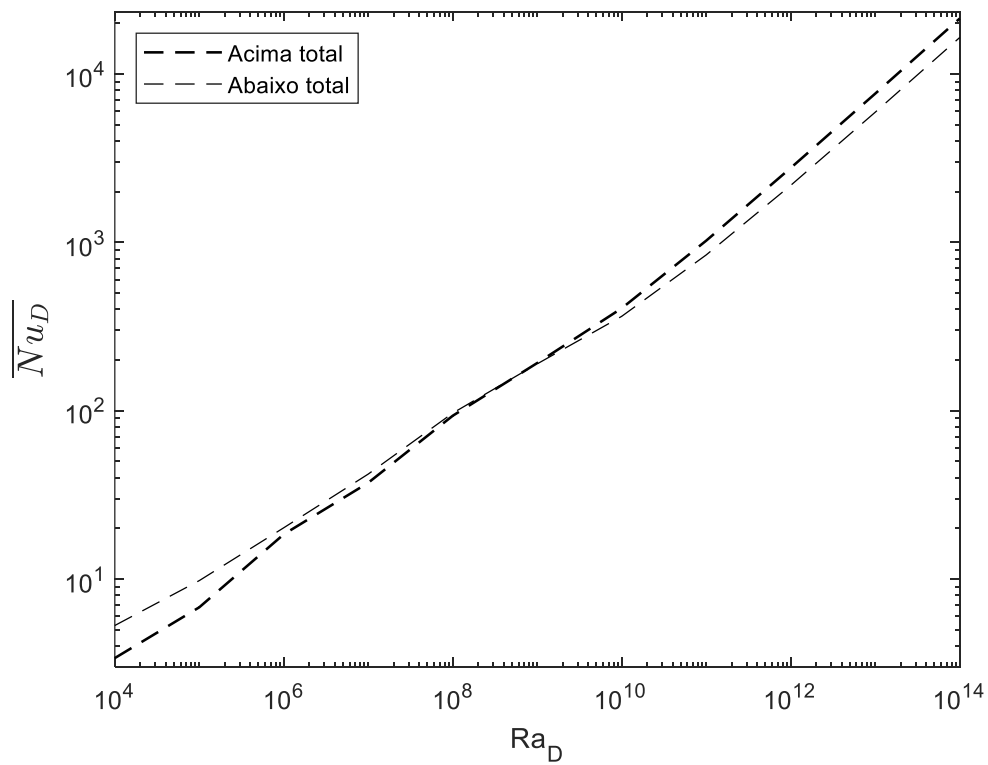


Figura 59 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,078947$. **Fonte** – Próprio Autor.

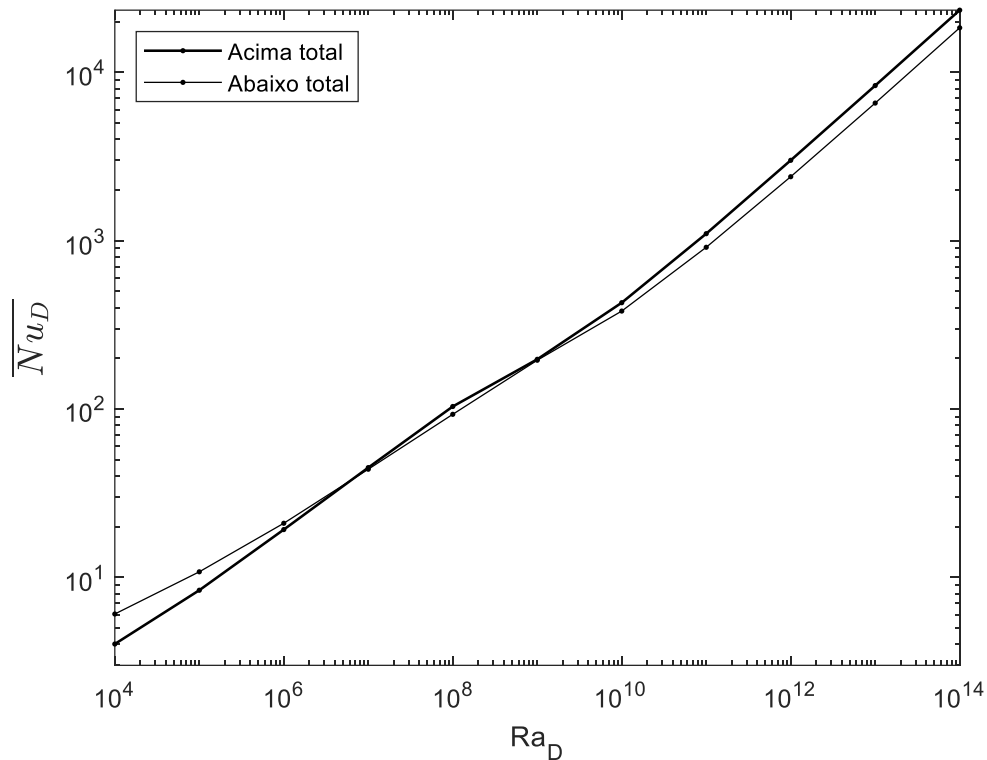


Figura 60 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 56 a 60 pôde-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com o aumento do Ra_D das placas acima/abaixo, em que esta variação foi até 40,03% maior na placa acima do que na placa abaixo com maiores valores de Ra_D (figura 58), tendendo a se igualar entre Ra_{10^8} e $Ra_{10^{10}}$. E foi até 57,11% maior na placa abaixo com menores valores de Ra_D (figura 56).

A figura 61 mostra as variações do número de Nusselt, em função do número de Rayleigh para as alturas H estudadas para a placa acima.

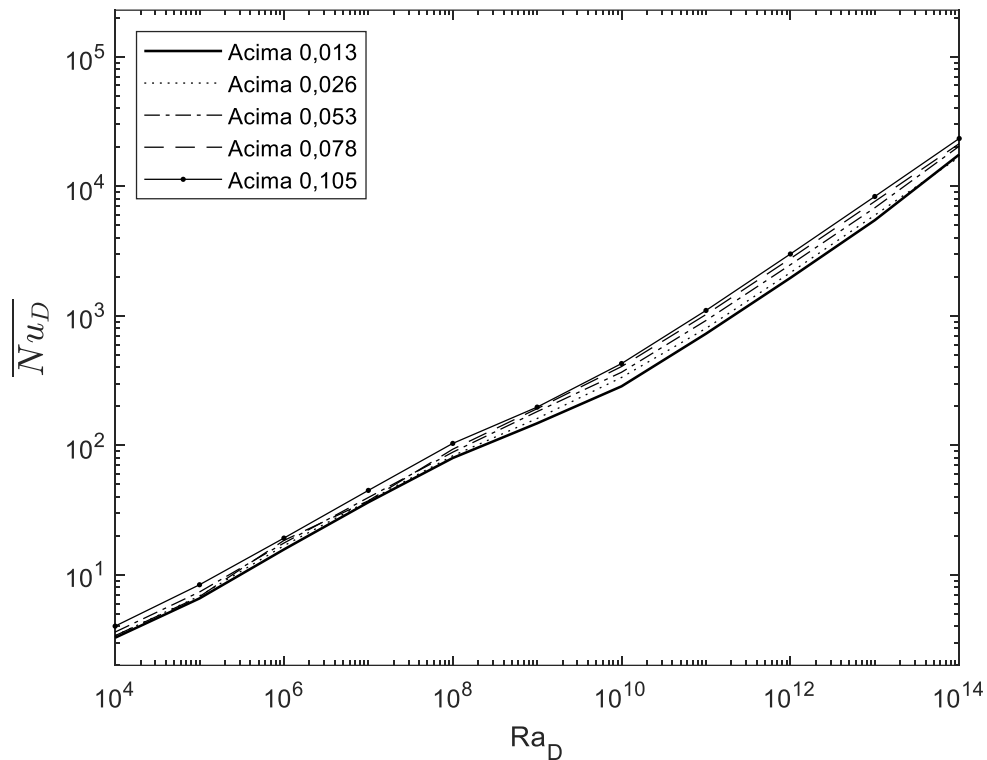


Figura 61 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 61 mostra comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, mostrando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 16,33% com $Ra_D = 10^6$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$. e a maior variação de 52,95% para $Ra_D = 10^{12}$.

A figura 62 mostra as variações do número de Nusselt, em função do número de Rayleigh para as alturas H estudadas para a placa abaixo.

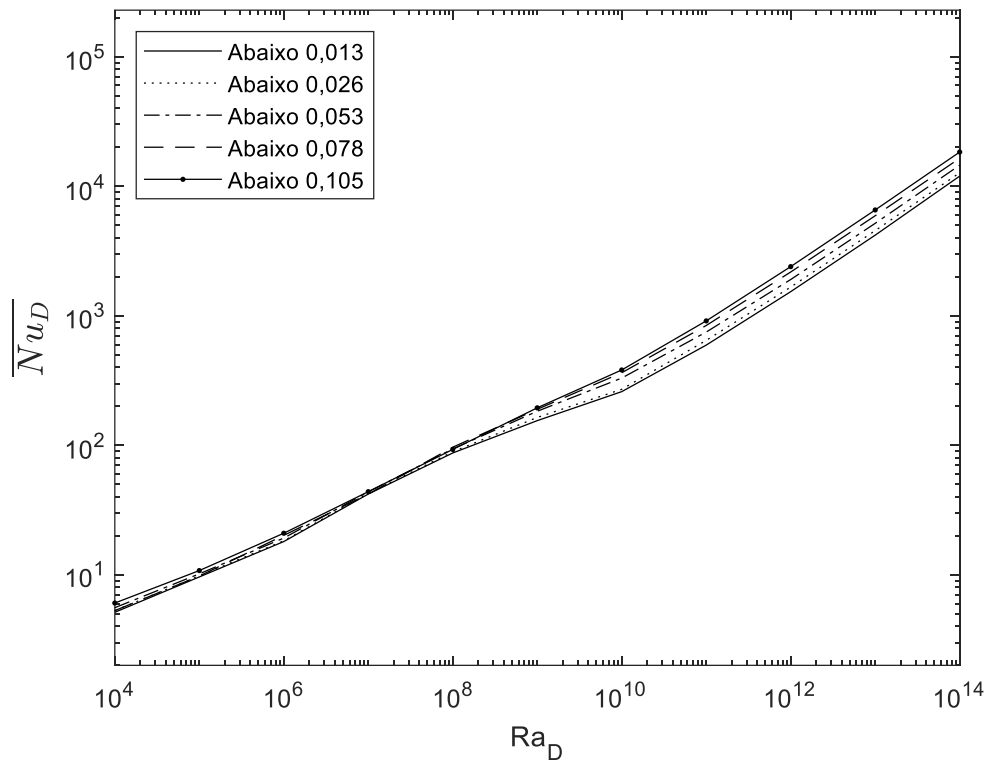


Figura 62 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 62 mostra comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, mostrando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 4,33% com $Ra_D = 10^7$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$ e a maior variação de 56,50% para $Ra_D = 10^{13}$.

A figura 63 apresenta as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de H para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,7$, $H = 0,013167$; $0,026316$; $0,052632$; $0,078947$; $0,105263$ e $Ra_D = 10^4$; 10^6 ; 10^8 ; 10^{10} ; 10^{12} ; 10^{14} .

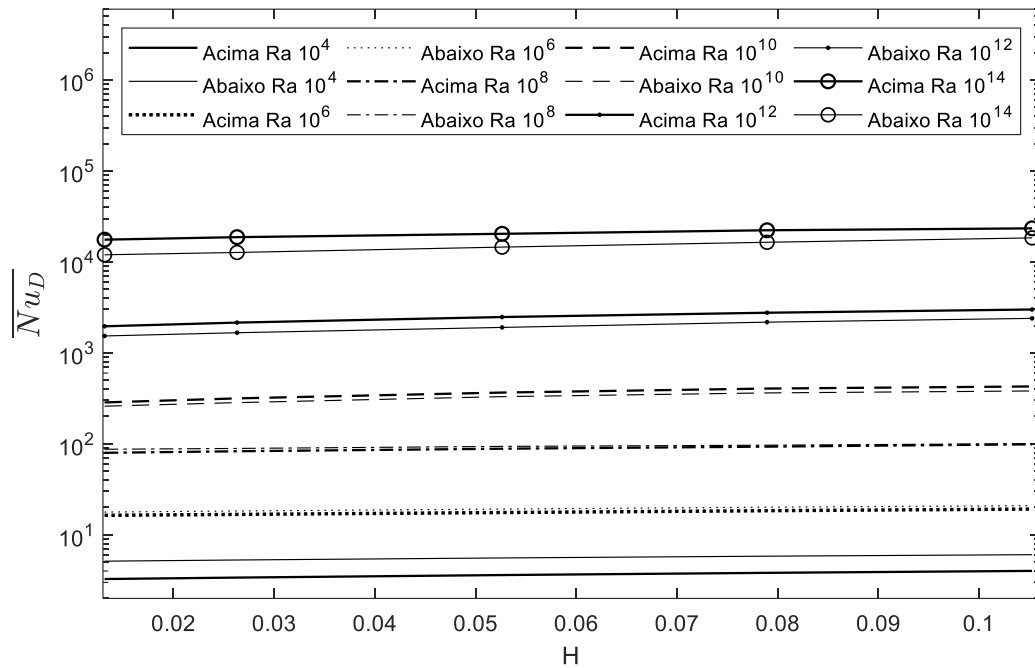


Figura 63 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,7$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14} **Fonte** – Próprio Autor.

Na figura 63, pode-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com aumento de H , onde quanto maior H , maior $\overline{Nu}_D$. Para $Ra_D = 10^4$ os valores de $\overline{Nu}_D$ foram até 57,11% maiores na placa abaixo do que na placa acima. Com o aumento de Ra_D os valores de $\overline{Nu}_D$ entre as placas tendem a se igualar entre $Ra\ 10^9$ e $Ra\ 10^{10}$ e foram até 46,72% maiores na placa acima para $Ra\ 10^{14}$.

As figuras 64 a 68 mostram os resultados de $\overline{Nu}_D$ em função de Ra_D para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,9$, $H = 0,013167; 0,026316; 0,052632; 0,078947; 0,105263$ e $Ra_D = 10^4; 10^5; 10^6; 10^7; 10^8; 10^9; 10^{10}; 10^{11}; 10^{12}; 10^{13}; 10^{14}$.

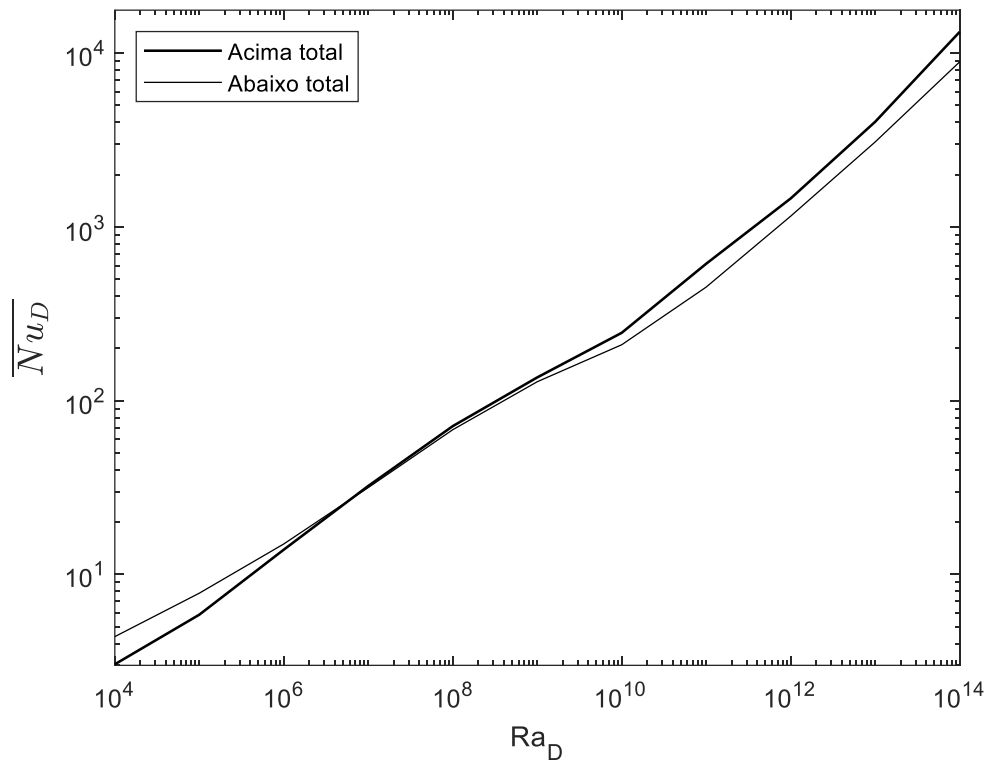


Figura 64 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,013167$. **Fonte** – Próprio Autor.

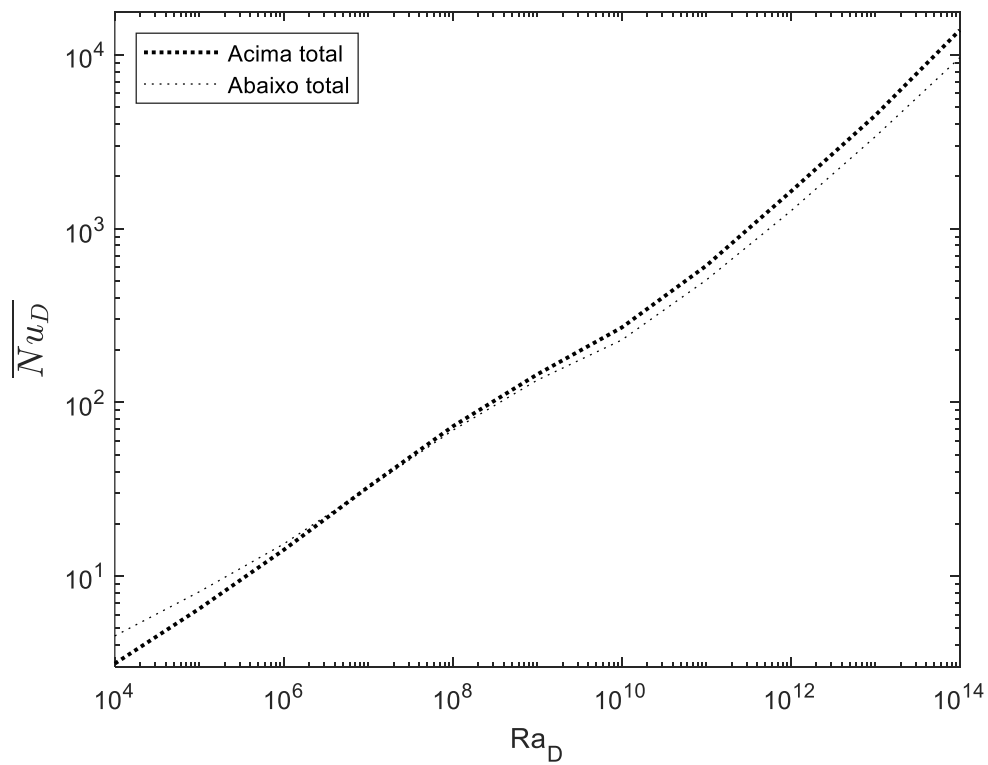


Figura 65 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,026316$. **Fonte** – Próprio Autor.

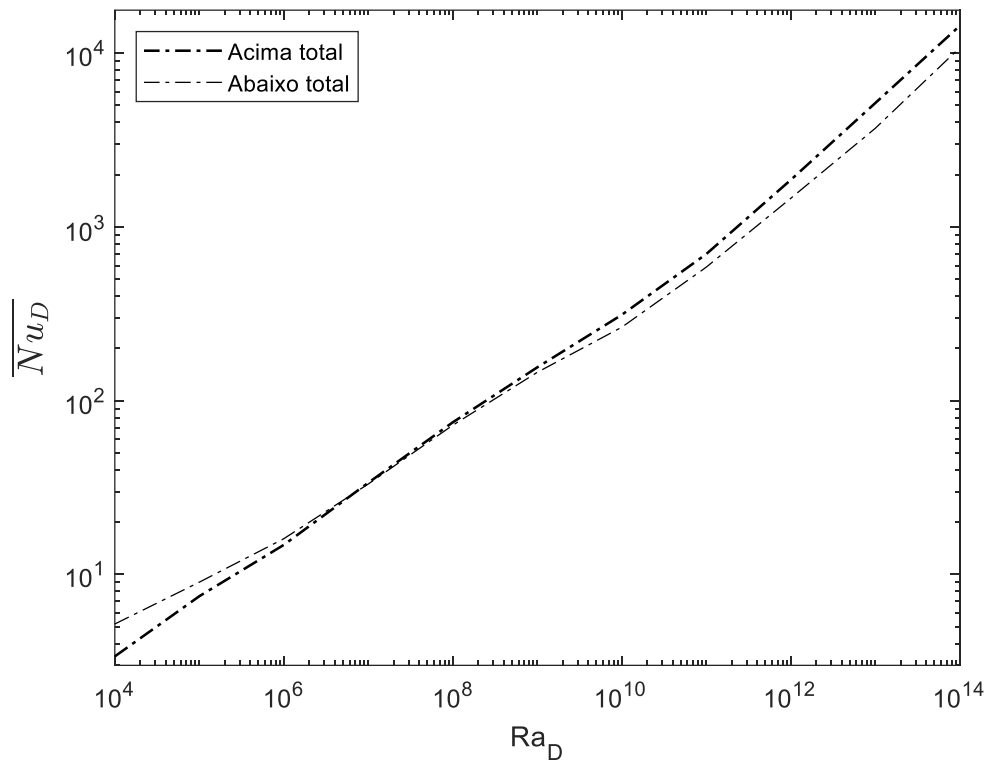


Figura 66 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,052632$. **Fonte** – Próprio Autor.

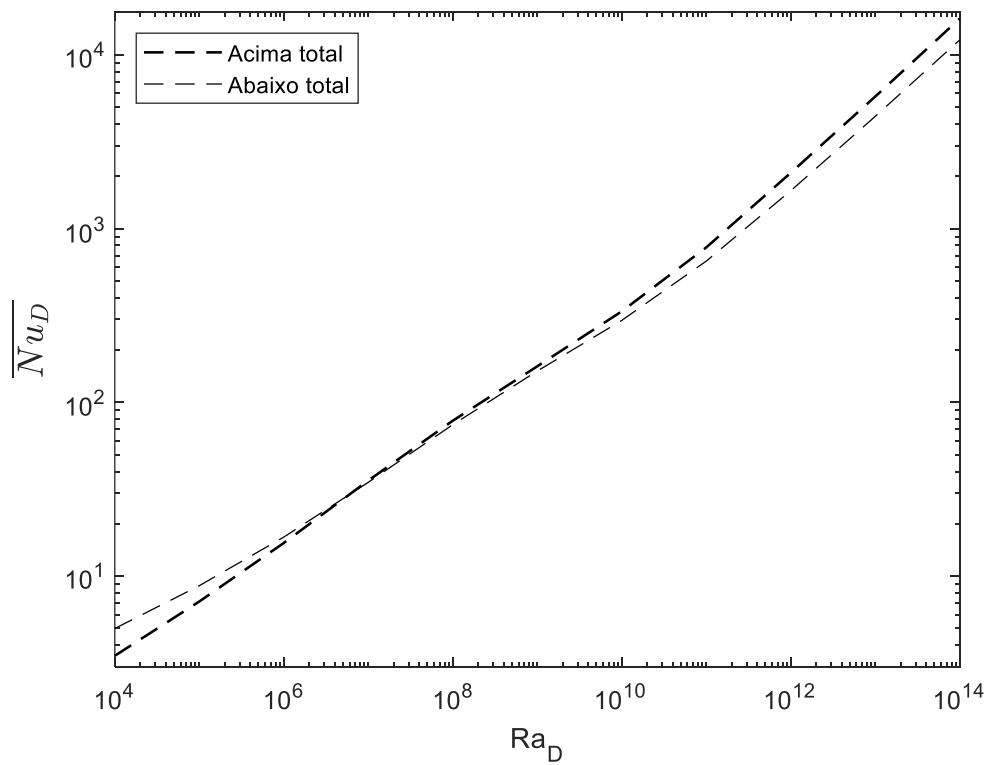


Figura 67 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,078947$. **Fonte** – Próprio Autor.

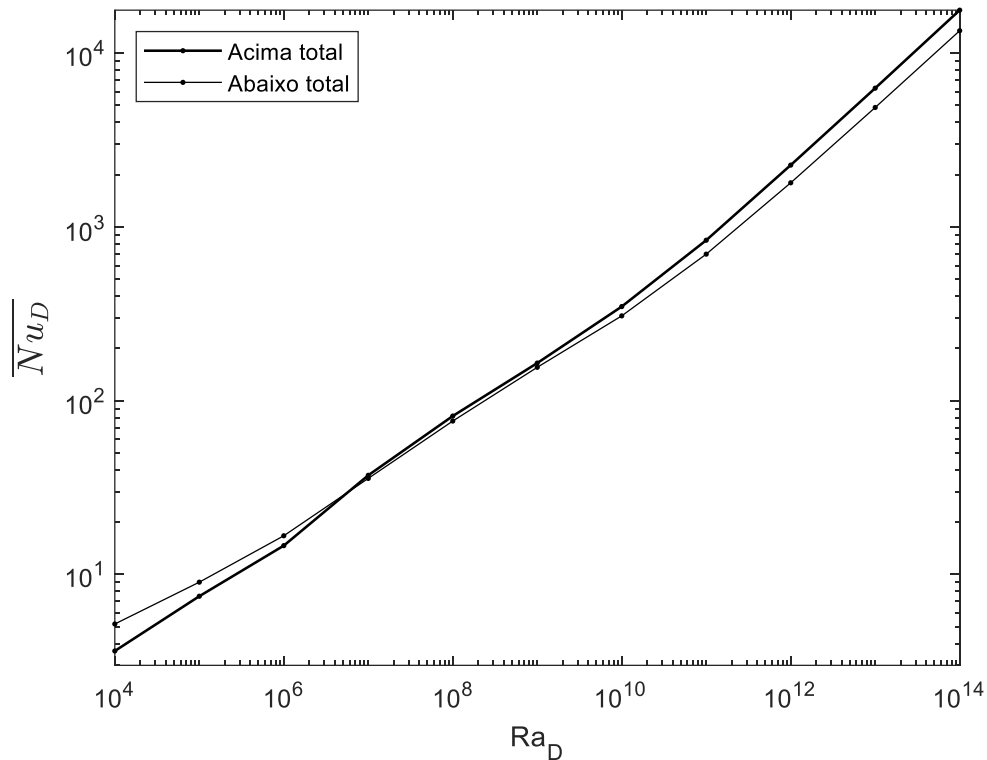


Figura 68 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 64 a 68 pôde-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com o aumento do Ra_D das placas acima/abaixo, onde esta variação foi até 48,75% maior na placa acima do que na placa abaixo, com maiores valores de Ra_D (figura 64), tendendo a se igualar entre $Ra_D 10^6$ e $Ra_D 10^7$ e foi até 44,35% maior na placa abaixo com menores valores de Ra_D (figura 65).

A figura 69 mostra as variações do número de Nusselt em função do número de Rayleigh para as alturas H estudadas para a placa acima.

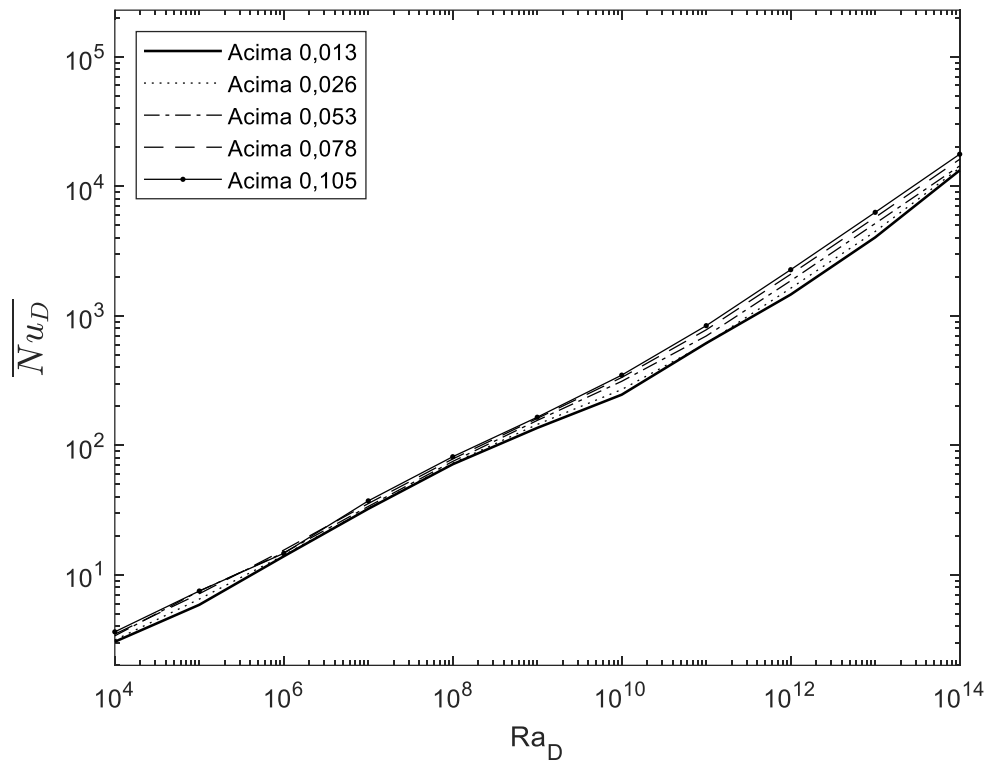


Figura 69 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 69 apresenta comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, mostrando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 31,40% com $Ra_D = 10^6$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$. e a maior variação de 106,80% para $Ra_D = 10^{13}$.

A figura 70 mostra as variações do número de Nusselt em função do número de Rayleigh para as alturas H estudadas para a placa abaixo.

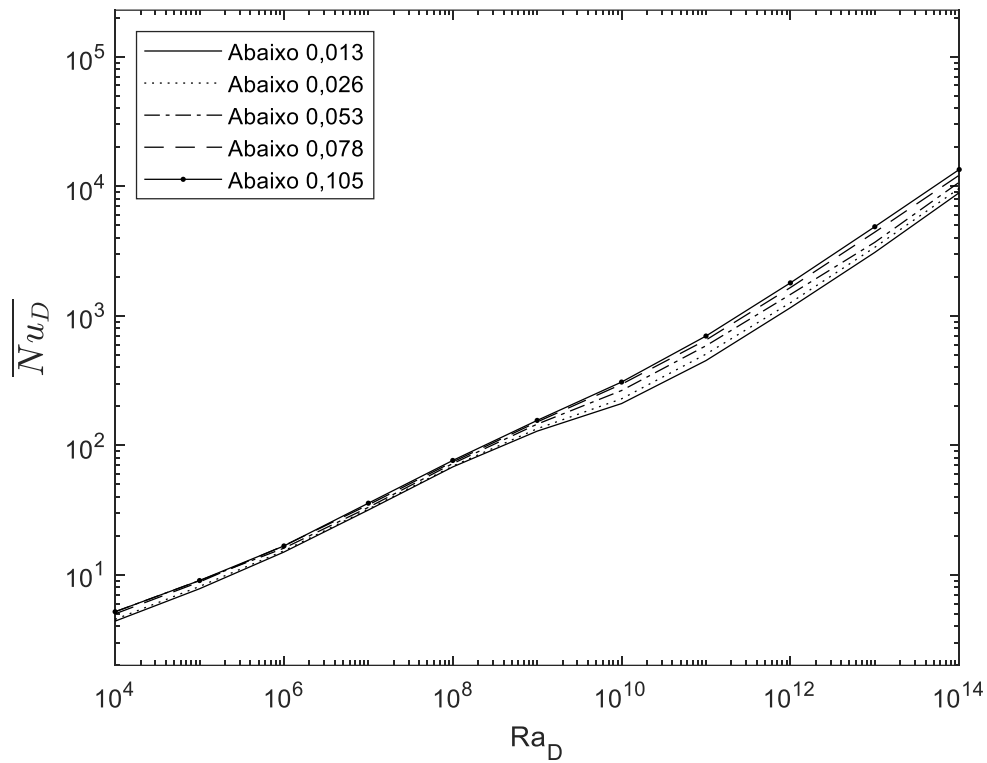


Figura 70 - Variação do $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas abaixo com Ra_D para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,013167$ à $0,105263$. **Fonte** – Próprio Autor.

A figura 70 mostra comportamento similar da variação do número de Nusselt com o aumento do número de Rayleigh, evidenciando também ocorrer a menor variação do número médio de Nusselt de 12,16% com $Ra_D = 10^8$ entre as placas com altura $H = 0,013167$ e $0,105263$. e a maior variação de 57,88% para $Ra_D = 10^{13}$.

A figura 71 apresenta as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de H para perfis com $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $H = 0,013167$; $0,026316$; $0,052632$; $0,078947$; $0,105263$; $Ra_D = 10^4$; 10^6 ; 10^8 ; 10^{10} ; 10^{12} ; 10^{14} .

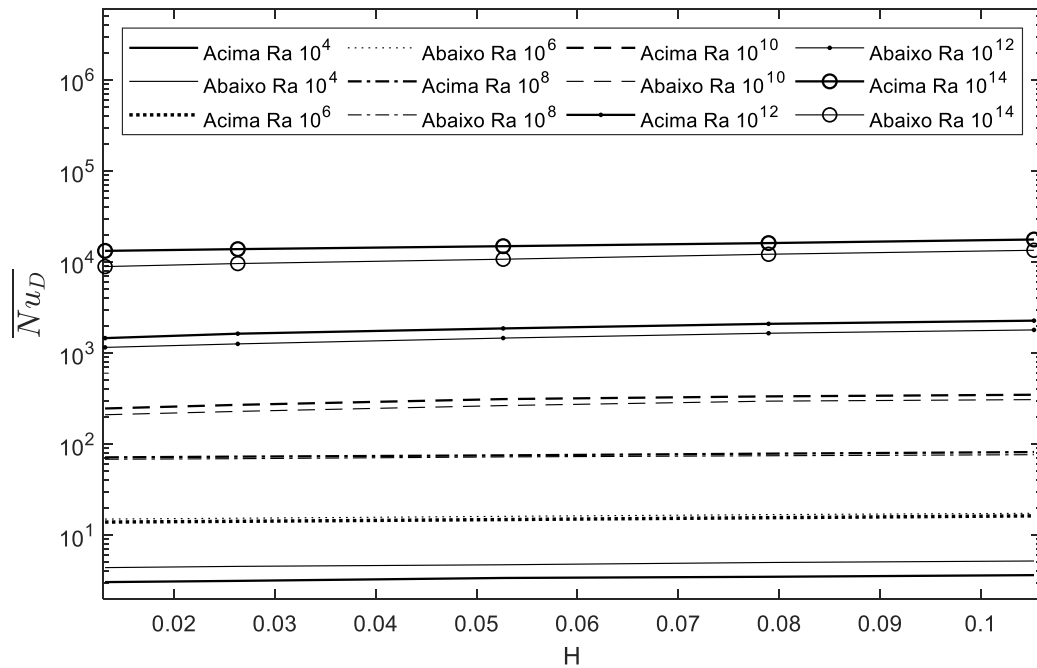


Figura 71 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de H para $B = 0,052632$; $D = 0,9$; $Ra = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$ e 10^{14} **Fonte** – Próprio Autor.

Na figura 71 pode-se notar aumento do $\overline{Nu}_D$ com aumento de H , em que quanto maior H , maior $\overline{Nu}_D$. Para $Ra_D = 10^4$ os valores de $\overline{Nu}_D$ foram até 44,28% maiores na placa abaixo do que na placa acima. Com o aumento de Ra_D os valores de $\overline{Nu}_D$ entre as placas tendem a se igualar entre $Ra 10^6$ e $Ra 10^7$ e foram até 48,75% maiores na placa acima para $Ra 10^{14}$.

Nas figuras 72 a 77 apresentam-se as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de D para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, $H = 0,013167$ e $Ra = 10^4; 10^6; 10^8; 10^{10}; 10^{12}; 10^{14}$.

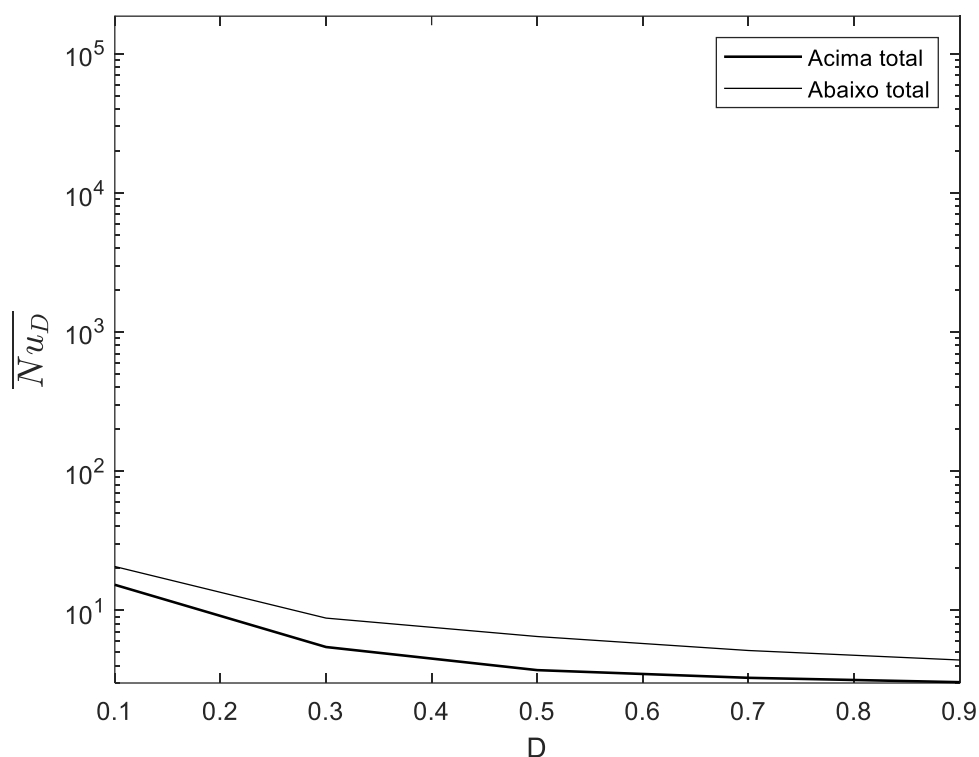


Figura 72 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^4$. **Fonte** – Próprio Autor.

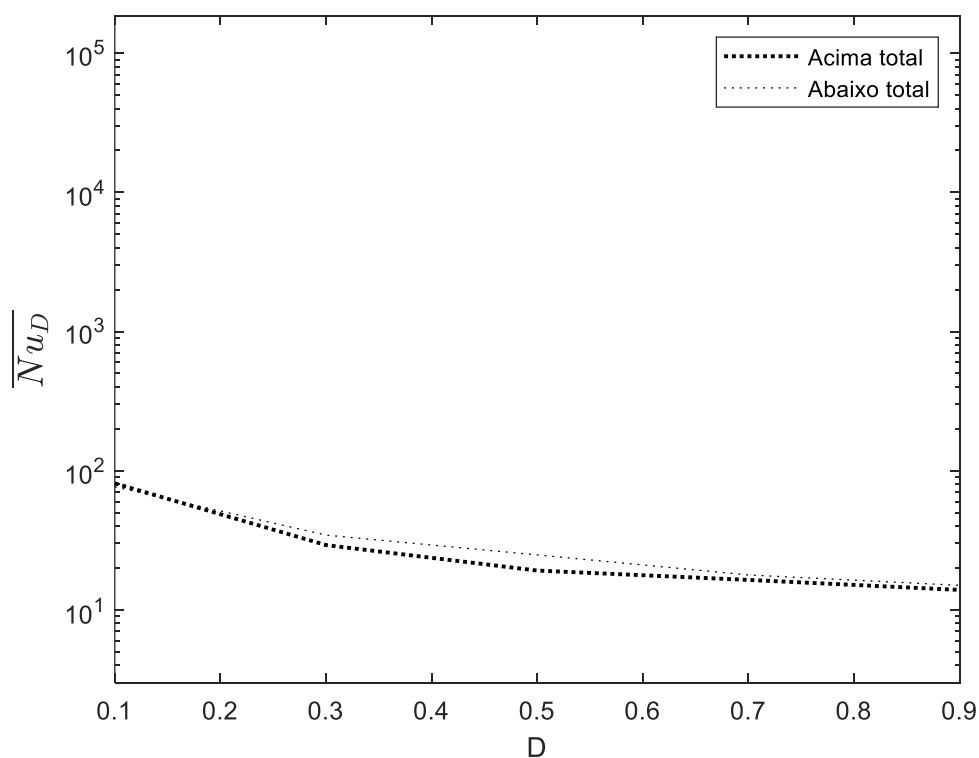


Figura 73 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^6$. **Fonte** – Próprio Autor.

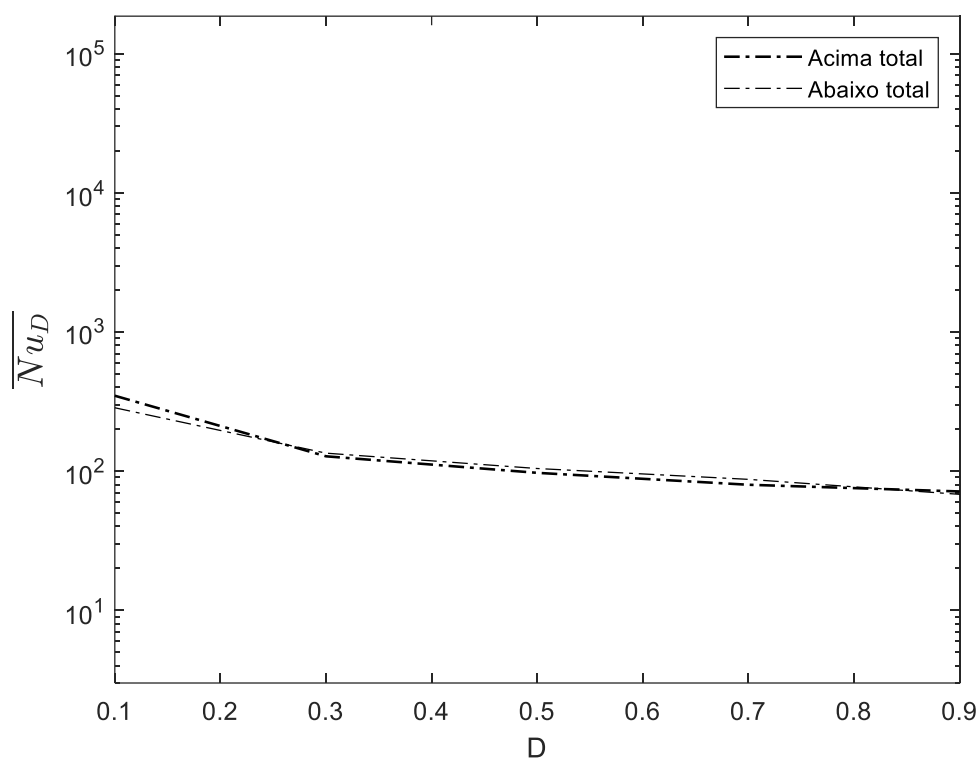


Figura 74 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^8$. **Fonte** – Próprio Autor.

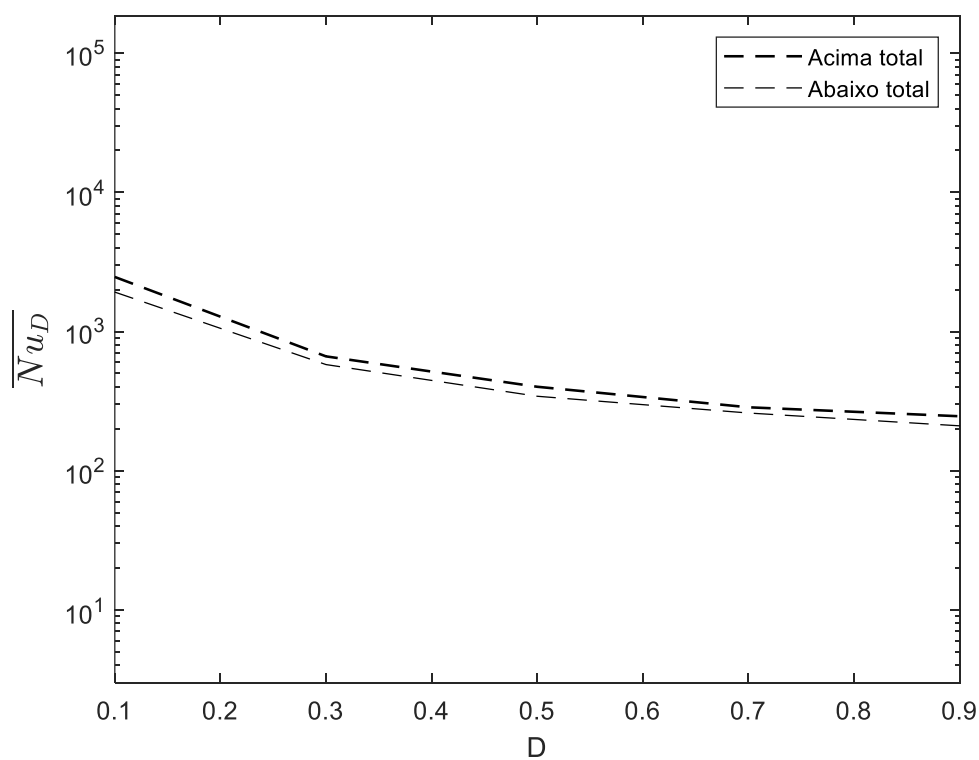


Figura 75 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^{10}$. **Fonte** – Próprio Autor.

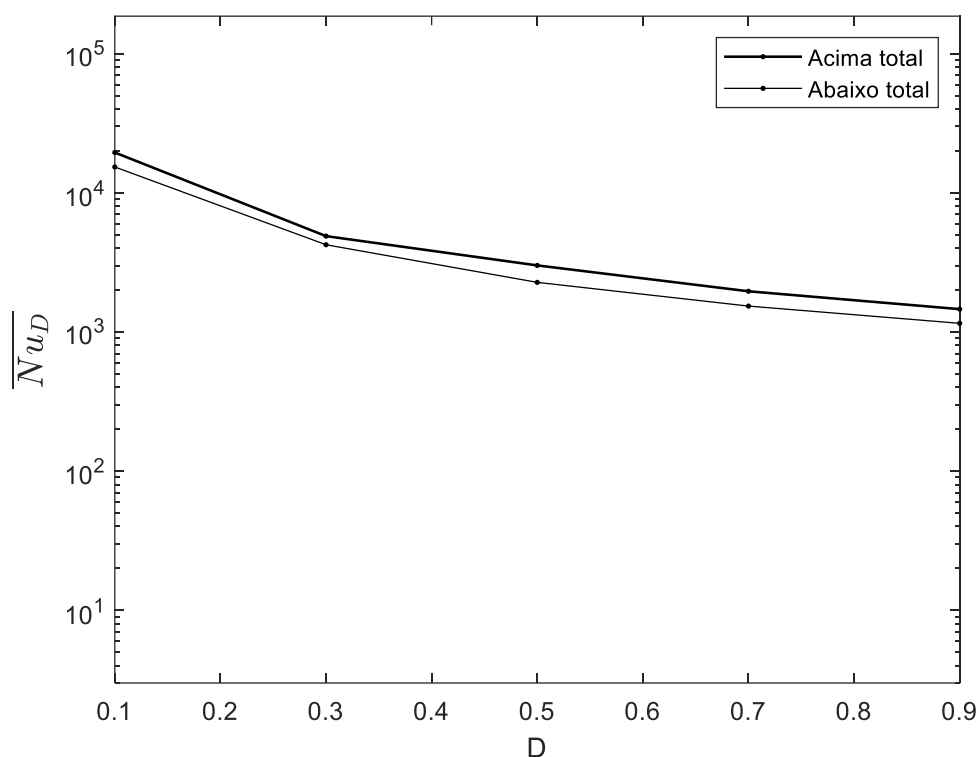


Figura 76- Variação de $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^{12}$. **Fonte** – Próprio Autor.

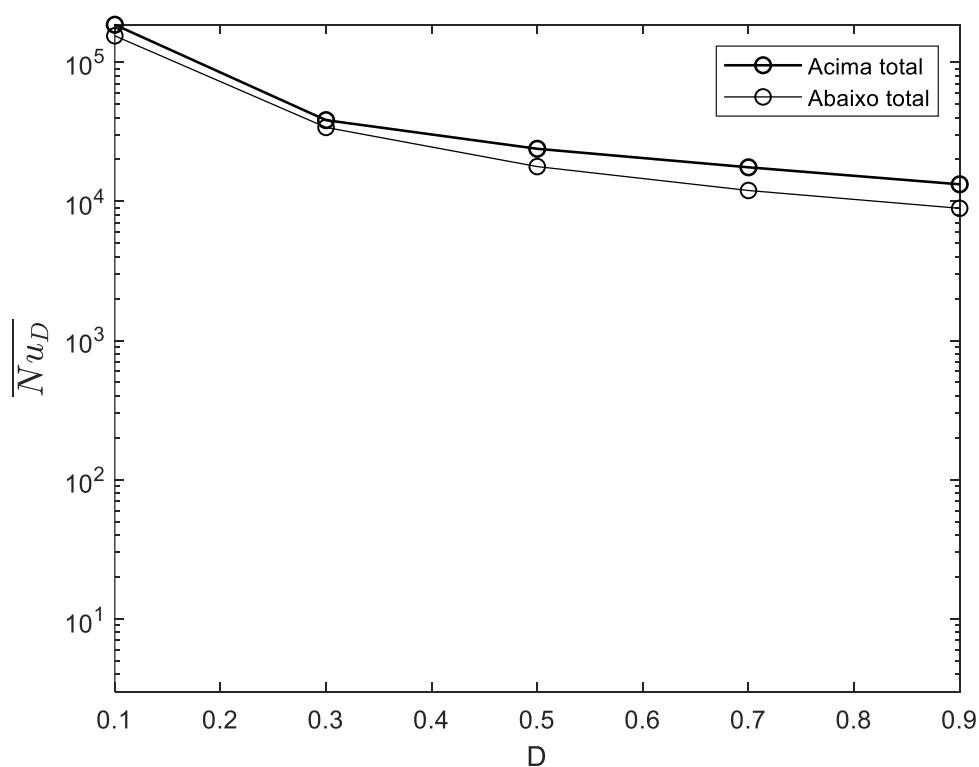


Figura 77- Variação de $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,013167$; $Ra = 10^{14}$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 72 a 77, nota-se a redução do $\overline{Nu}_D$ com o aumento de D . Percebe-se também que para baixos valores de Ra_D , os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa abaixo (figuras 72 e 73). Com $Ra = 10^8$, estes valores alternam entre a placa abaixo e acima com o aumento de D (figura 74). Para valores de Ra_D mais altos, os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa acima (figuras 75 a 77).

Nas figuras 78 a 83 apresentam-se as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de D para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, $H = 0,026316$ e $Ra = 10^4; 10^6; 10^8; 10^{10}; 10^{12}; 10^{14}$.

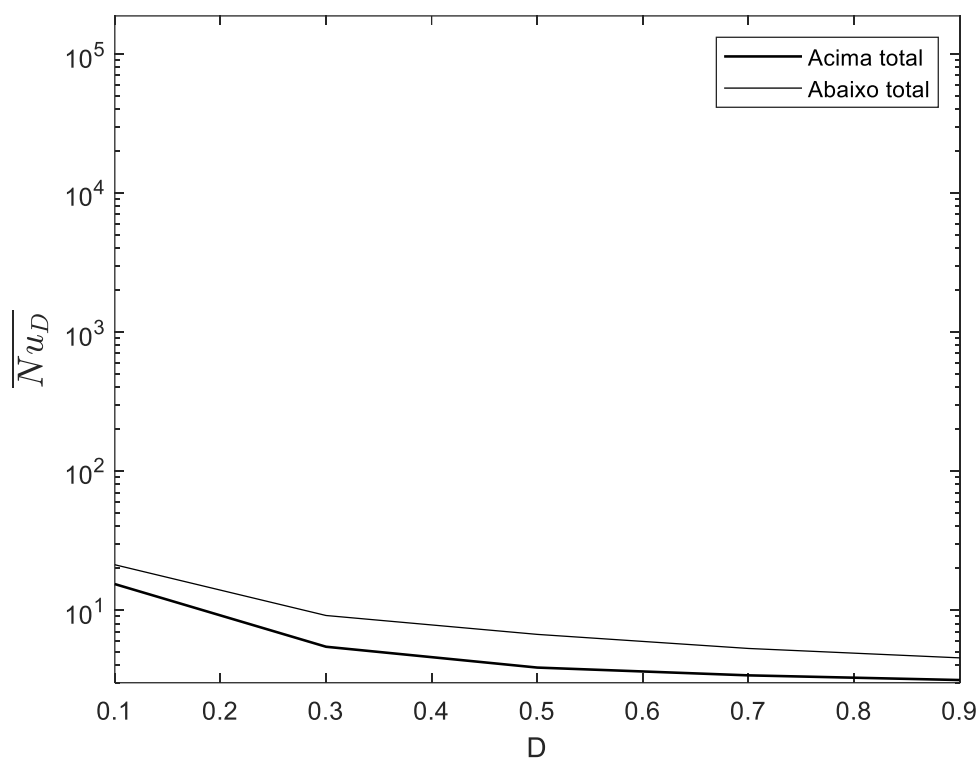


Figura 78 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^4$. **Fonte** – Próprio Autor.

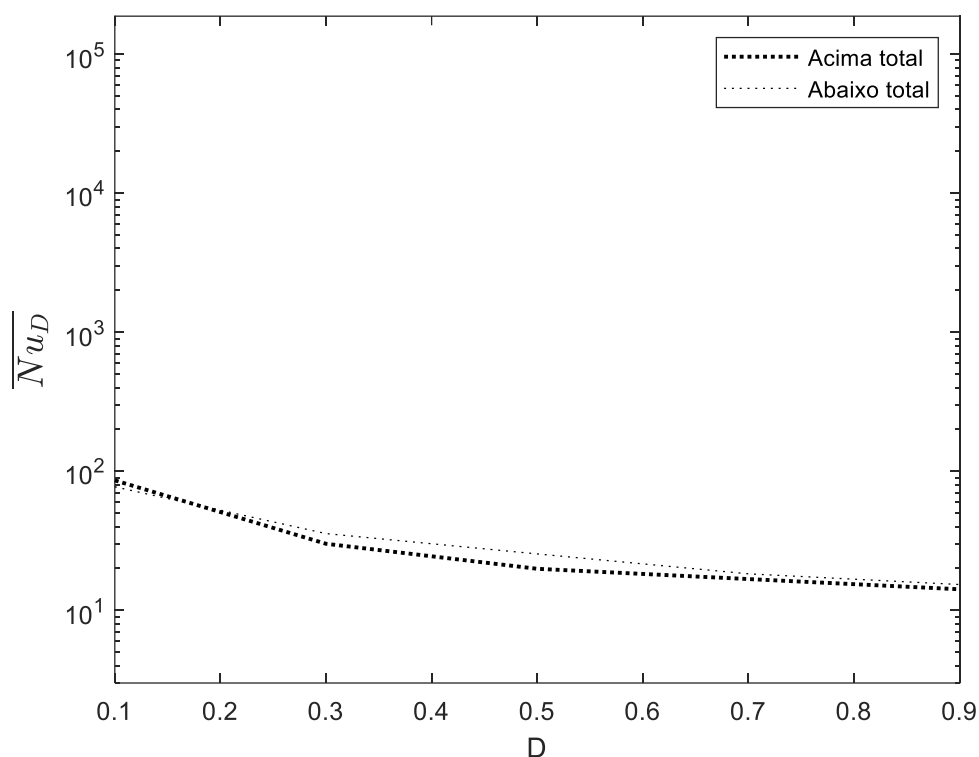


Figura 79 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^6$. **Fonte** – Próprio Autor.

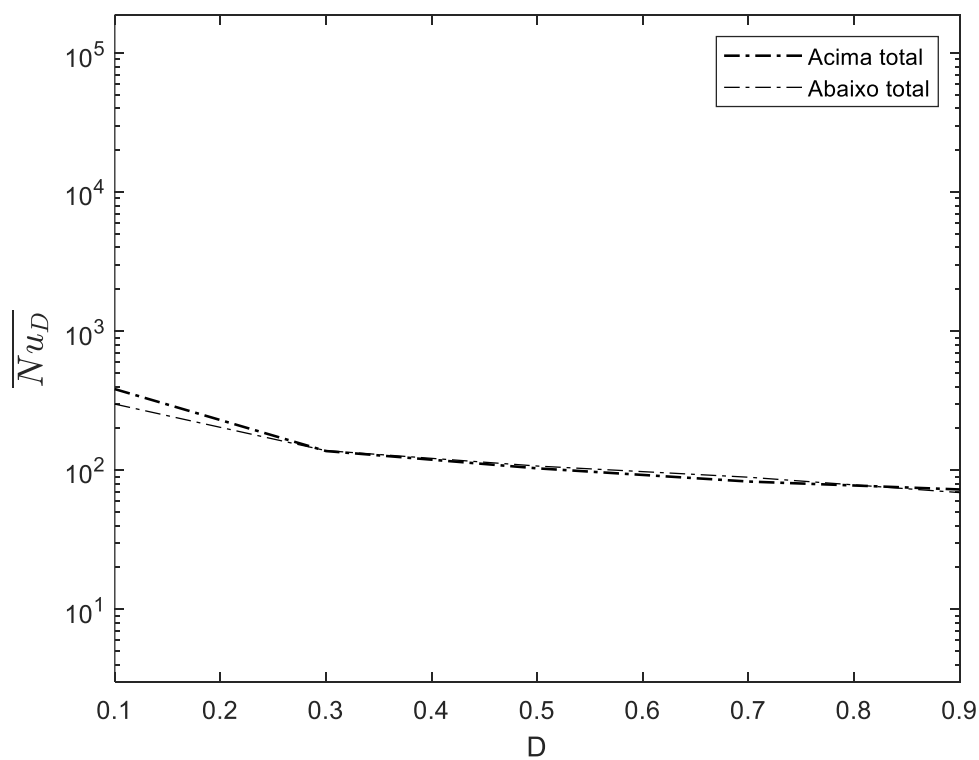


Figura 80 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^8$. **Fonte** – Próprio Autor.

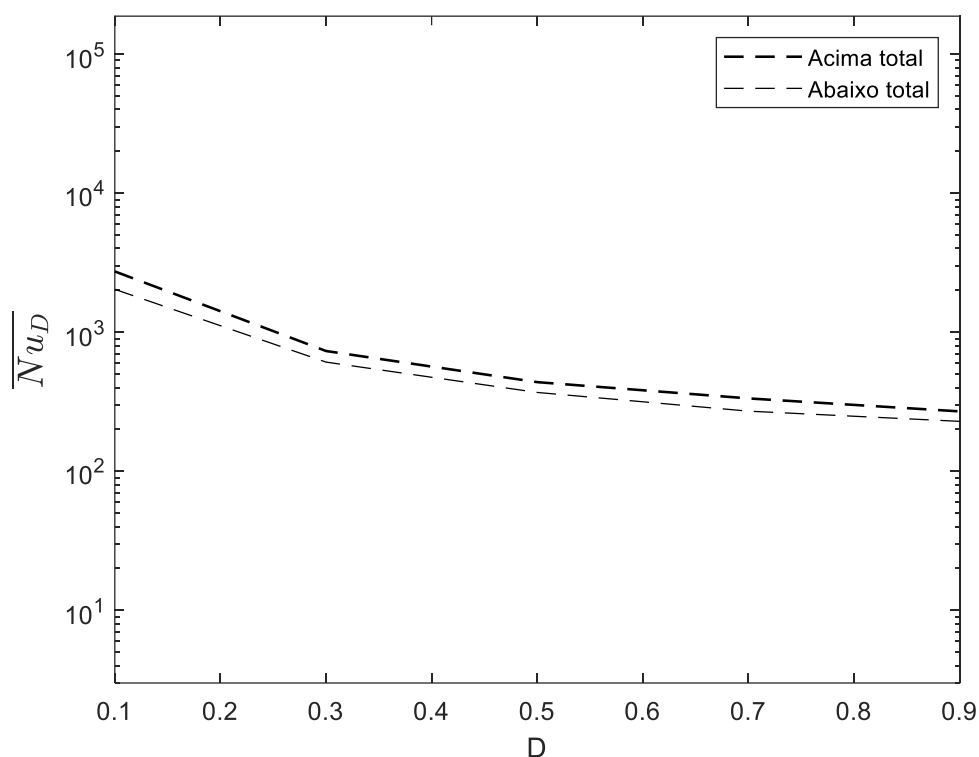


Figura 81 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^{10}$. **Fonte** – Próprio Autor.

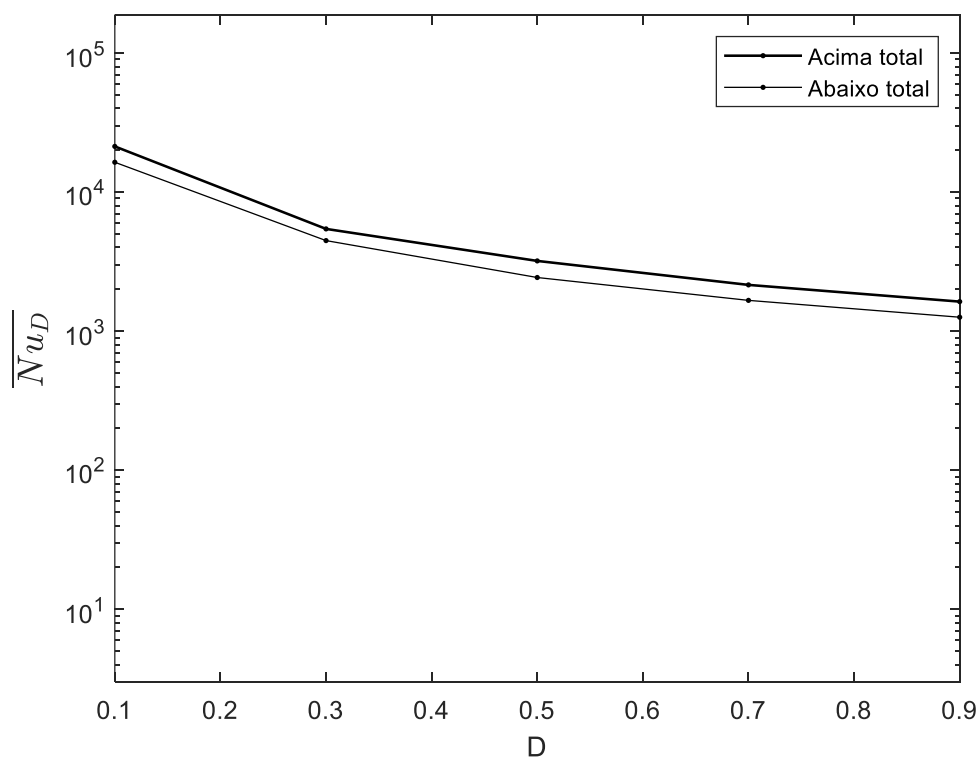


Figura 82- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^{12}$. **Fonte** – Próprio Autor.

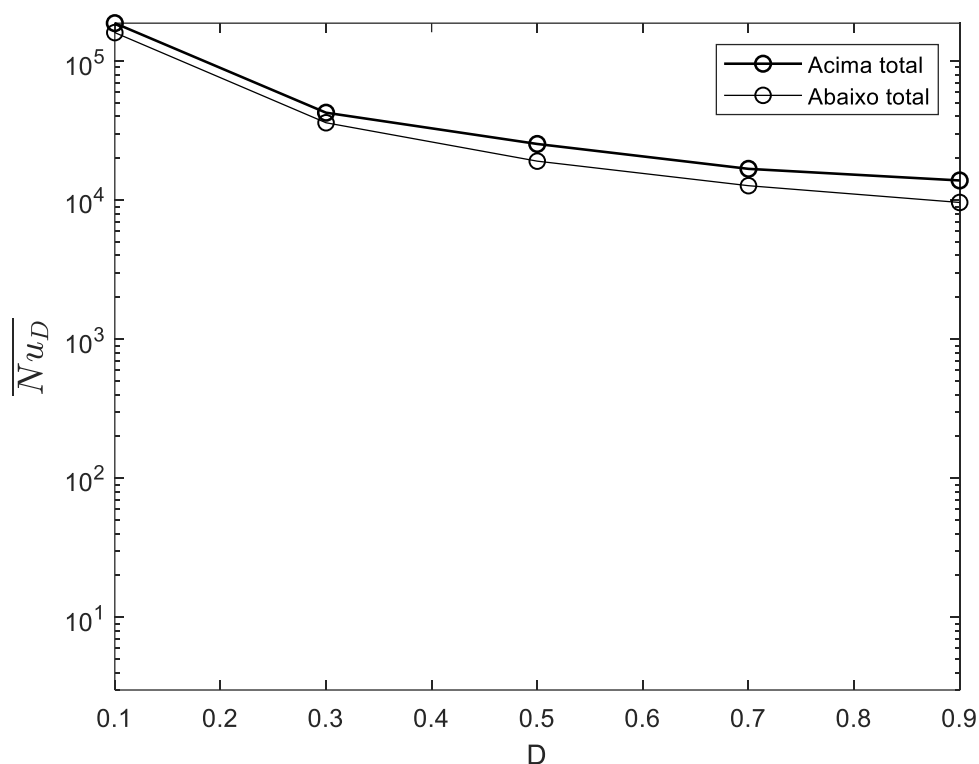


Figura 83- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,026316$; $Ra = 10^{14}$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 78 a 83, nota-se a redução do $\overline{Nu}_D$ com o aumento de D . Observa-se também que, para baixos valores de Ra_D , os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa abaixo (figura 78). Com $Ra = 10^6$ e 10^8 , referidos valores alternam entre a placa abaixo e acima. Com o aumento de D (figuras 79 e 80), com diferença de 0,7% para $D = 0,3$ (figura 80), para valores de Ra_D mais altos, os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa acima (figuras 81 a 83).

Nas figuras 84 a 89, apresenta-se as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de D para perfis com $B = H = 0,052632$, $D = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$ e $Ra = 10^4; 10^6; 10^8; 10^{10}; 10^{12}; 10^{14}$.

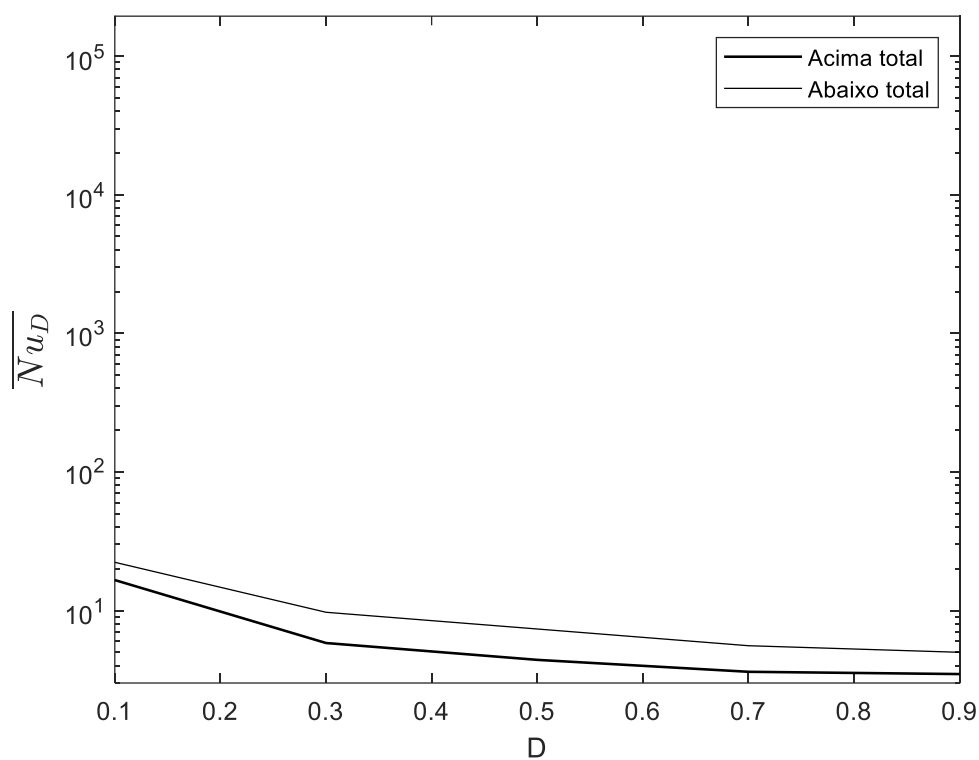


Figura 84 - Variação de $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^4$. **Fonte** – Próprio Autor.

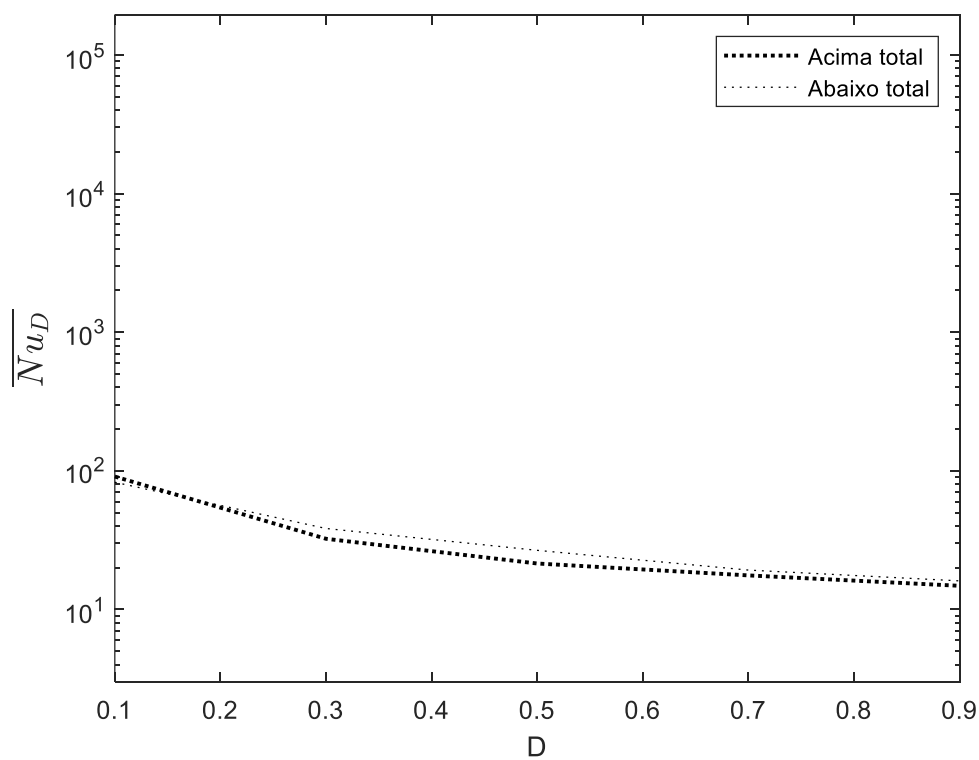


Figura 85 - Variação de $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^6$. **Fonte** – Próprio Autor.

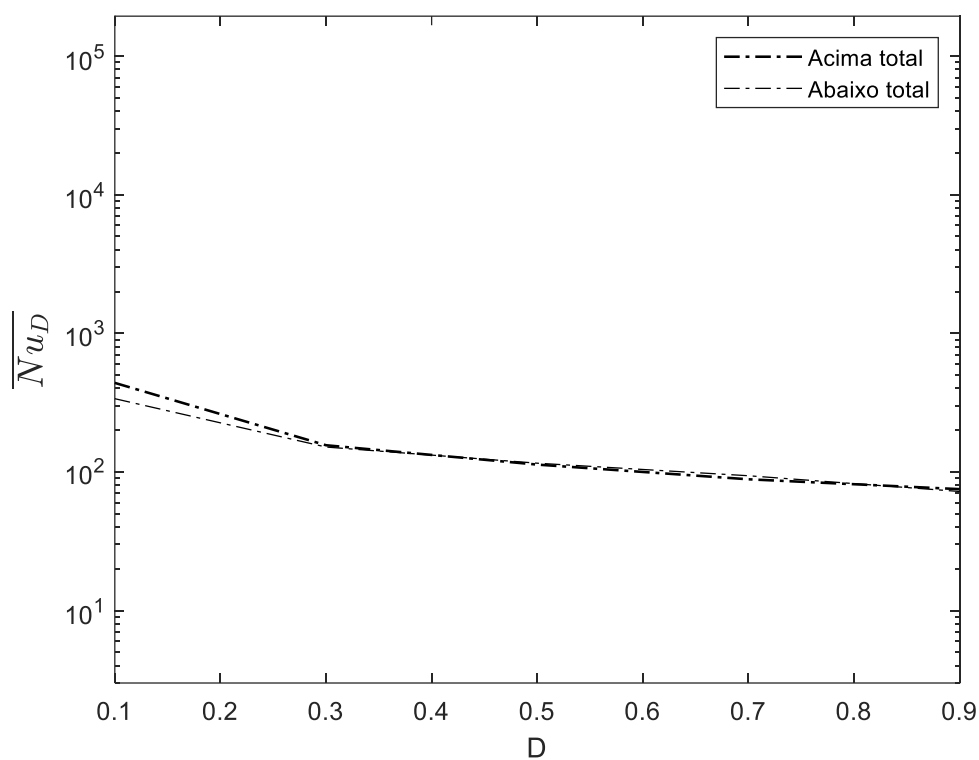


Figura 86 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^8$. **Fonte** – Próprio Autor.

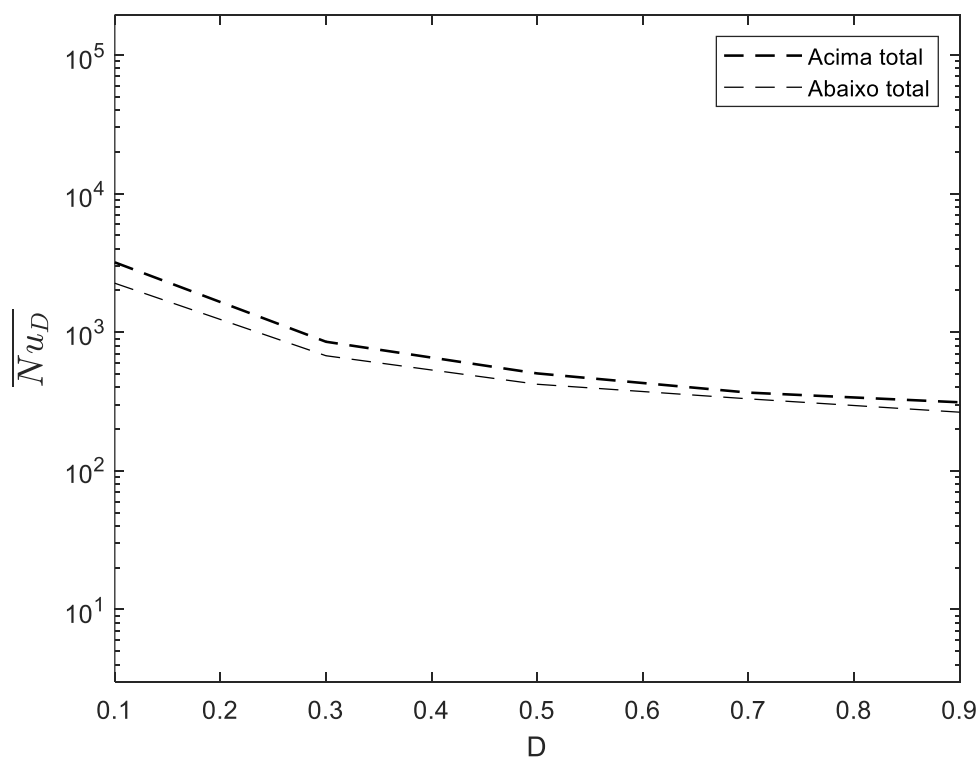


Figura 87 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^{10}$. **Fonte** – Próprio Autor.

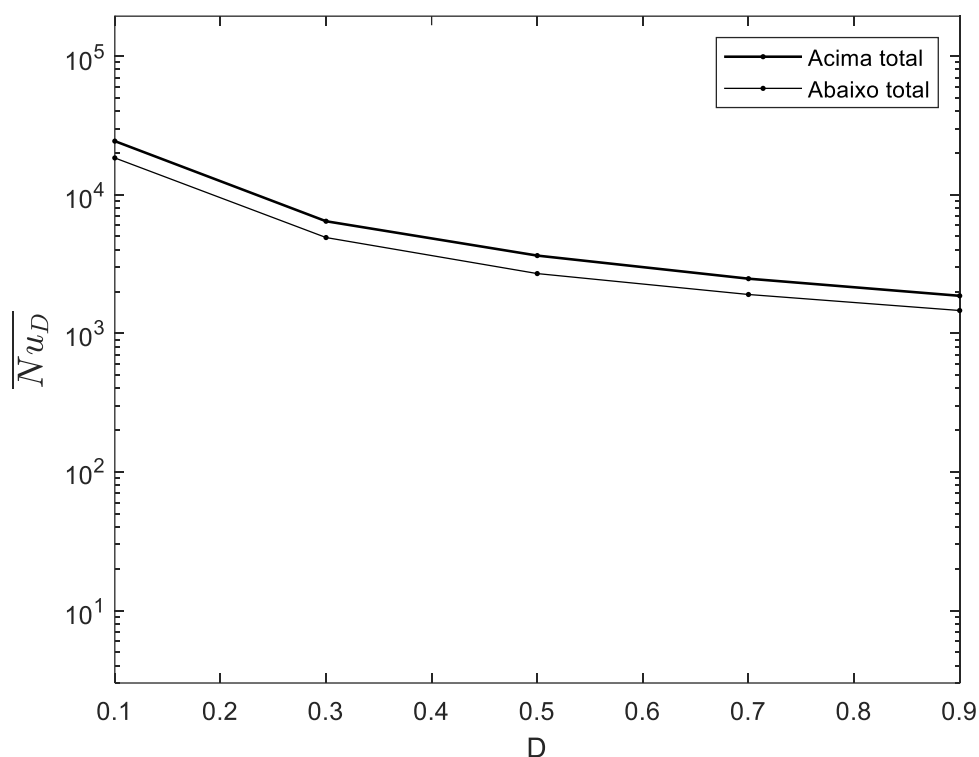


Figura 88- Variação de $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^{12}$. **Fonte** – Próprio Autor.

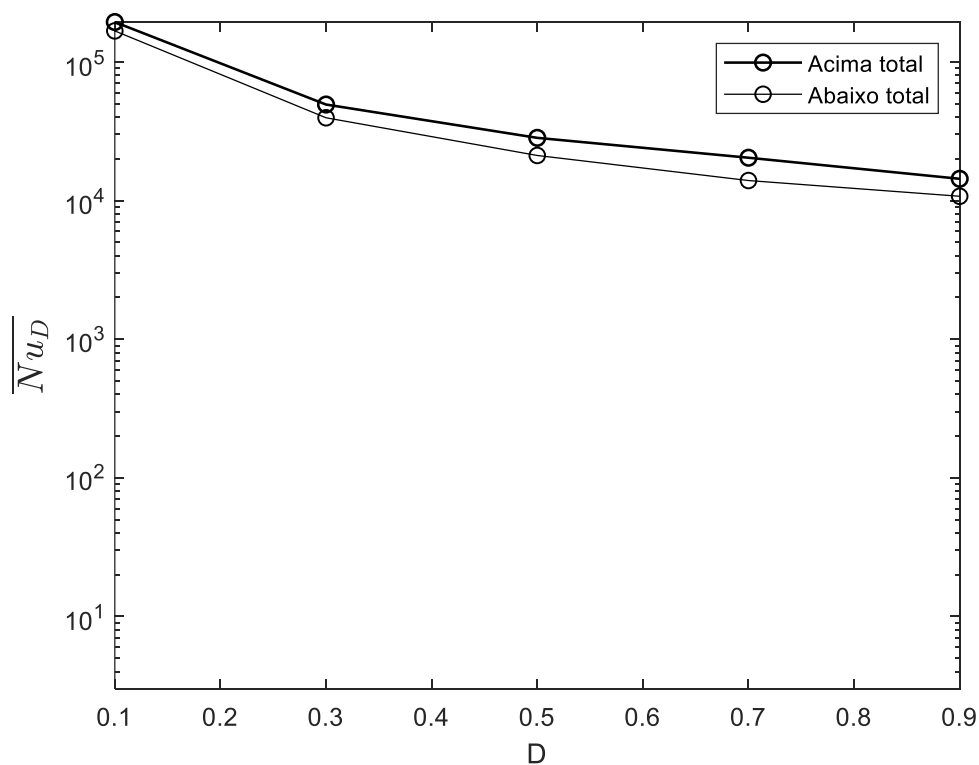


Figura 89- Variação de $\overline{Nu_D}$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = H = 0,052632$; $Ra = 10^{14}$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 84 a 89, percebe-se a redução do $\overline{Nu}_D$ com o aumento de D . Observa-se também que para baixos valores de Ra_D , os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa abaixo (figura 84). Com $Ra = 10^6$ e 10^8 , estes valores alternam entre a placa abaixo e acima. Com o aumento de D (figuras 79 e 80), com diferença de 2,36% para $D = 0,5$ (figura 86), para valores de Ra_D mais altos, os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa acima (figuras 87 à 89).

Nas figuras 90 a 95, apresentam-se as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de D para perfis com $B = 0,052632$, $D = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, $H = 0,078947$ e $Ra = 10^4; 10^6; 10^8; 10^{10}; 10^{12}; 10^{14}$.

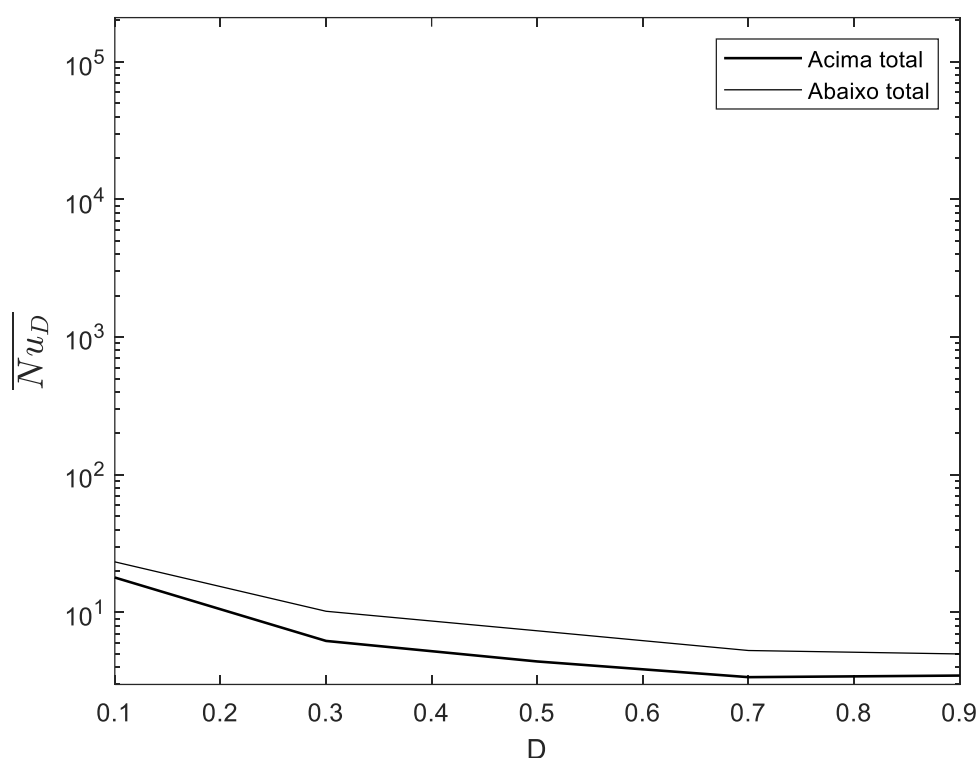


Figura 90 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^4$. **Fonte** – Próprio Autor.

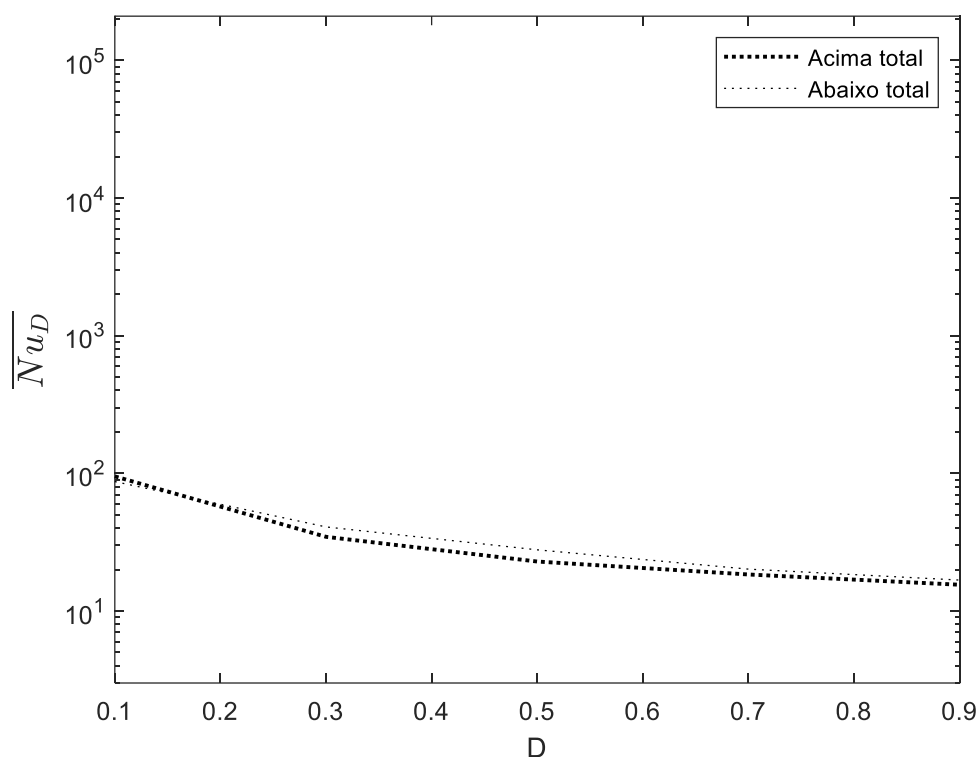


Figura 91 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^6$. **Fonte** – Próprio Autor.

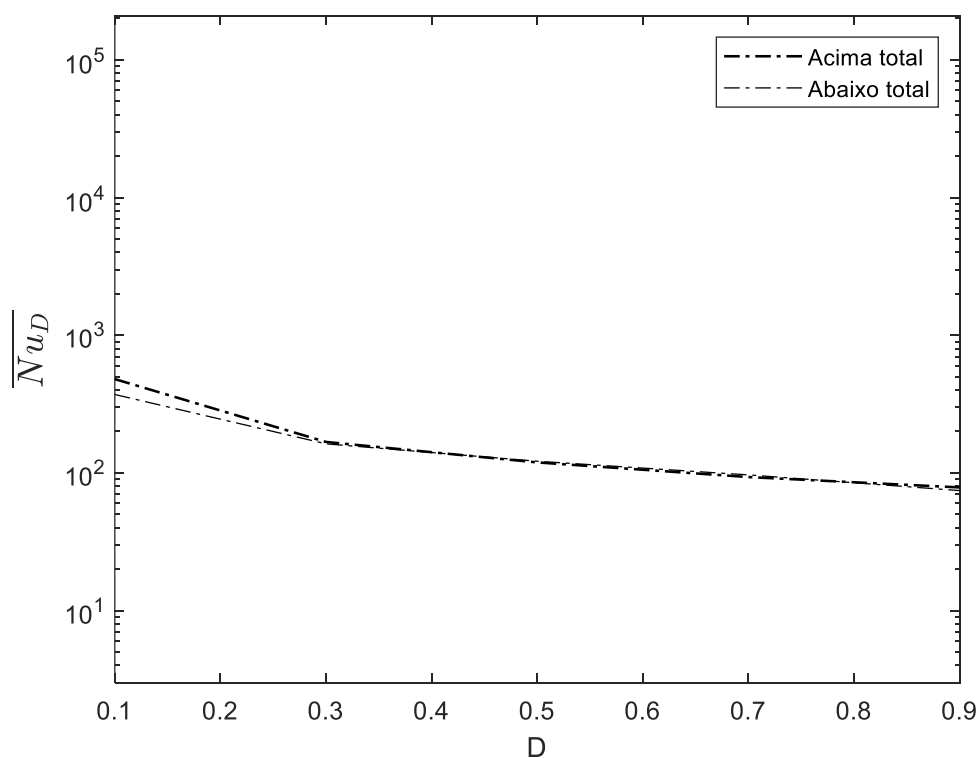


Figura 92 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^8$. **Fonte** – Próprio Autor.

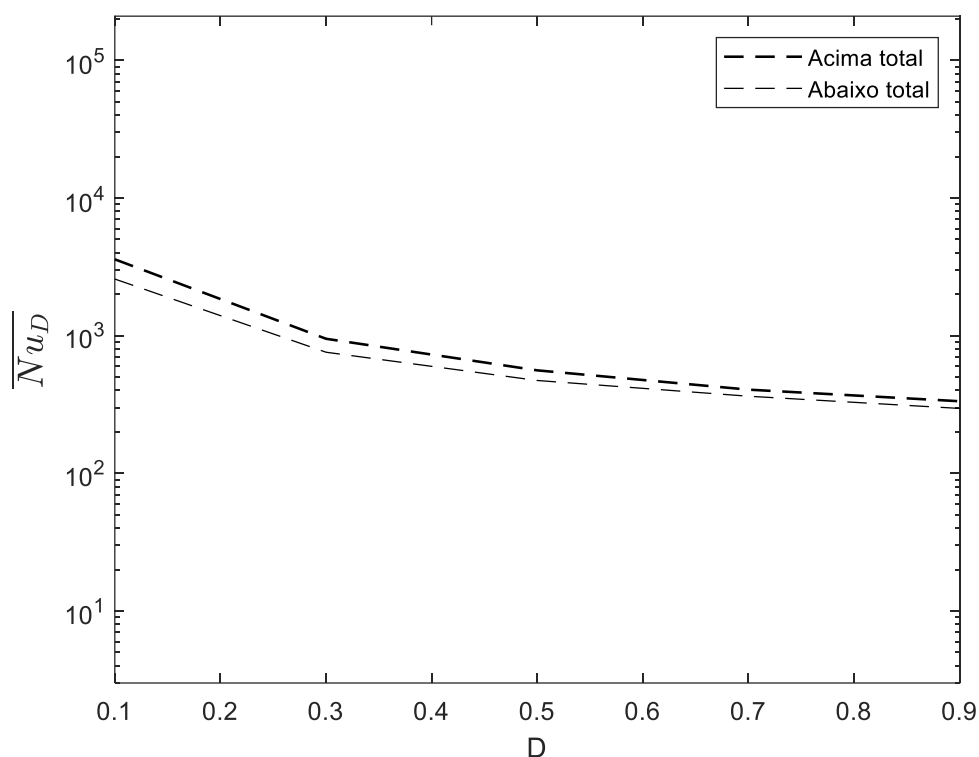


Figura 93 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^{10}$. **Fonte** – Próprio Autor.

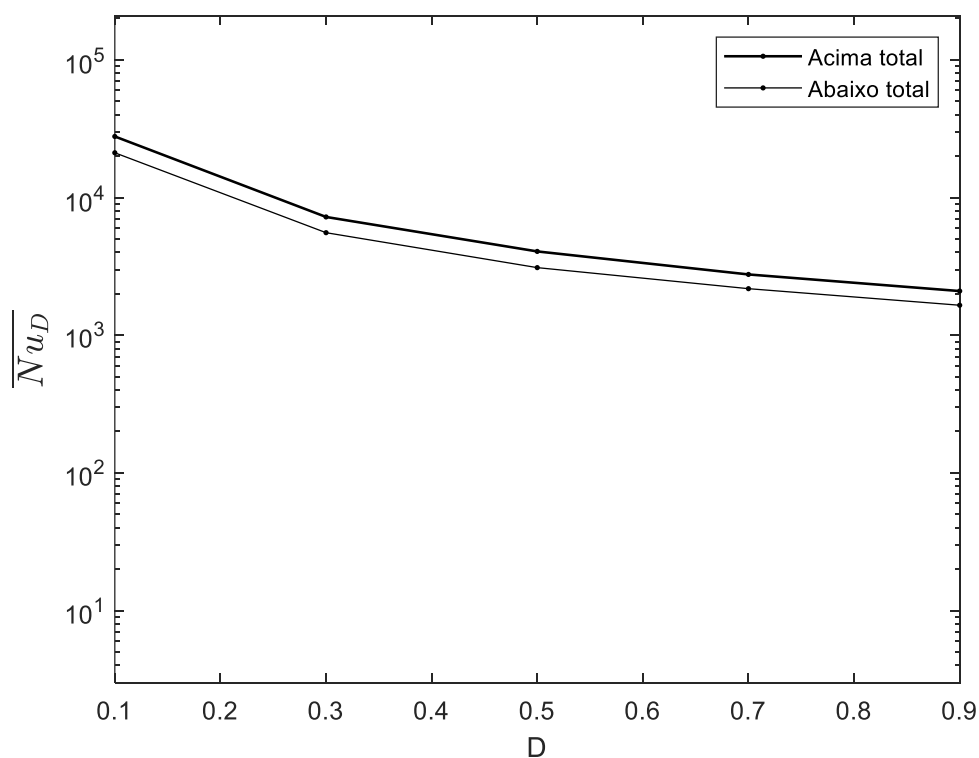


Figura 94- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^{12}$. **Fonte** – Próprio Autor.

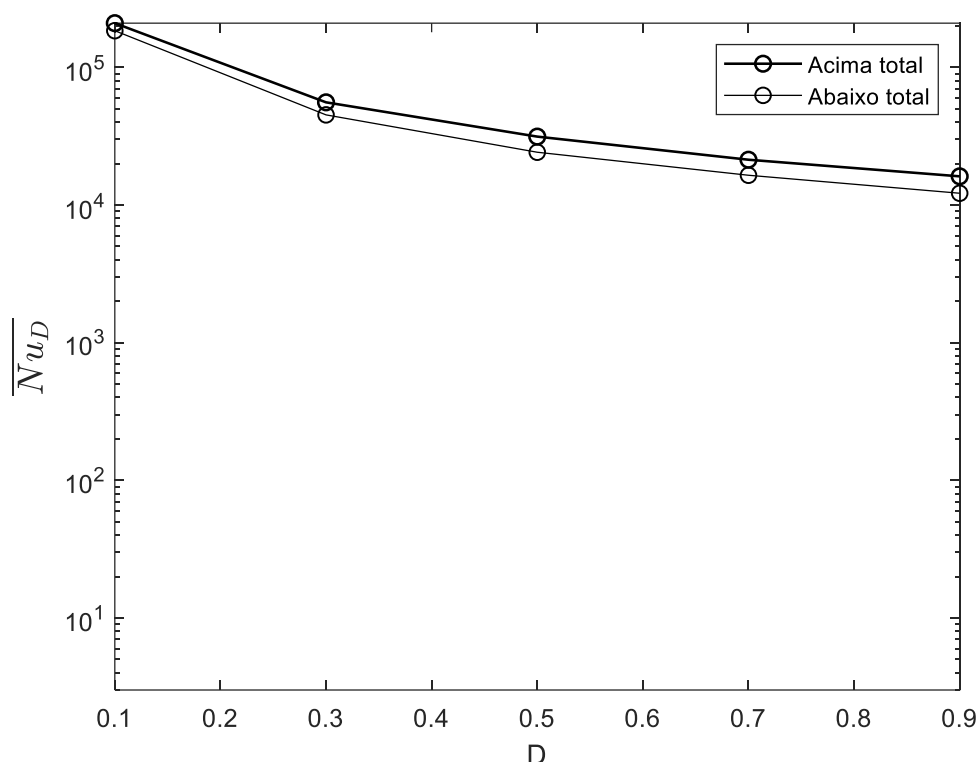


Figura 95- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,078947$; $Ra = 10^{14}$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 90 a 95, nota-se a redução do $\overline{Nu}_D$ com o aumento de D . Percebe-se também que, para baixos valores de Ra_D , os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa abaixo (figura 90). Com $Ra = 10^6$ e 10^8 estes valores alternam entre a placa abaixo e acima, já com o aumento de D (figuras 91 e 92) observa-se variação de 3% entre as placas com $D = 0,3$ à $0,9$, (figura 92), para valores de Ra_D mais altos, os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa acima (figuras 93 à 95).

Nas figuras 96 a 101 apresentam-se as variações de $\overline{Nu}_D$ em função de D para perfis com $B = 0,052632$; $D = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^4; 10^6; 10^8; 10^{10}; 10^{12}; 10^{14}$.

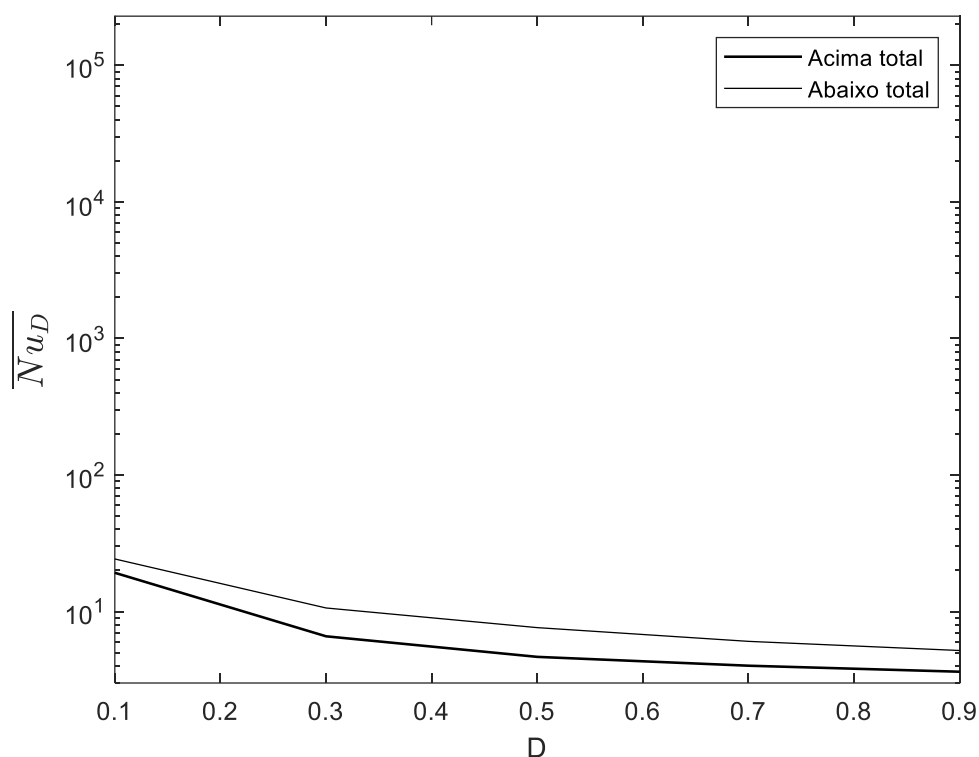


Figura 96 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^4$. **Fonte** – Próprio Autor.

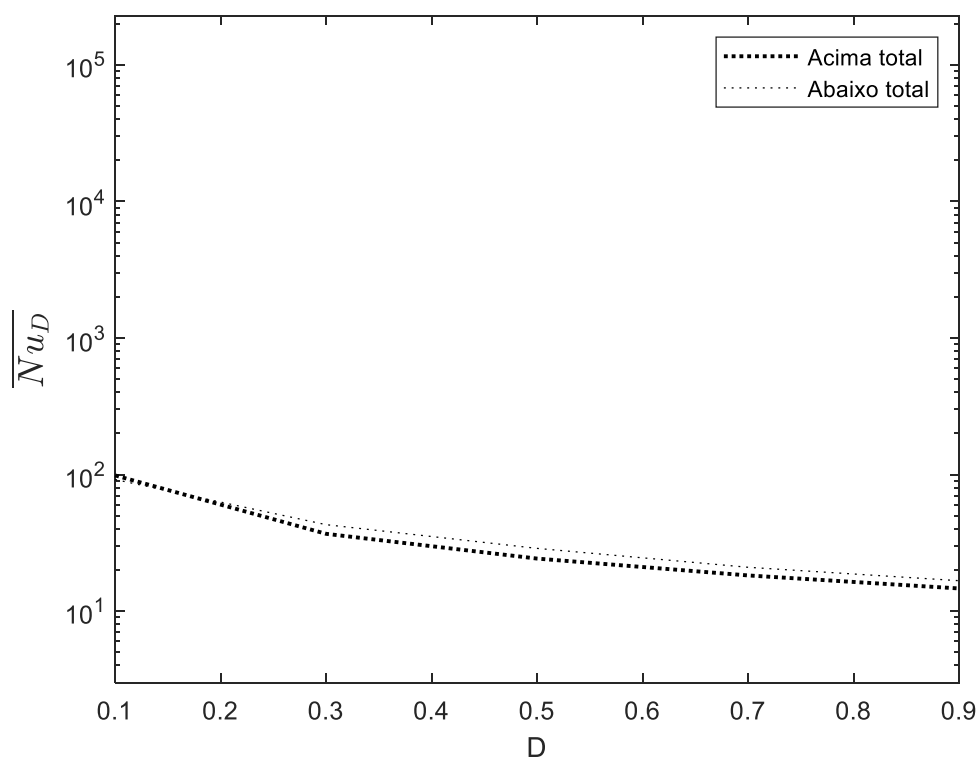


Figura 97 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^6$. **Fonte** – Próprio Autor.

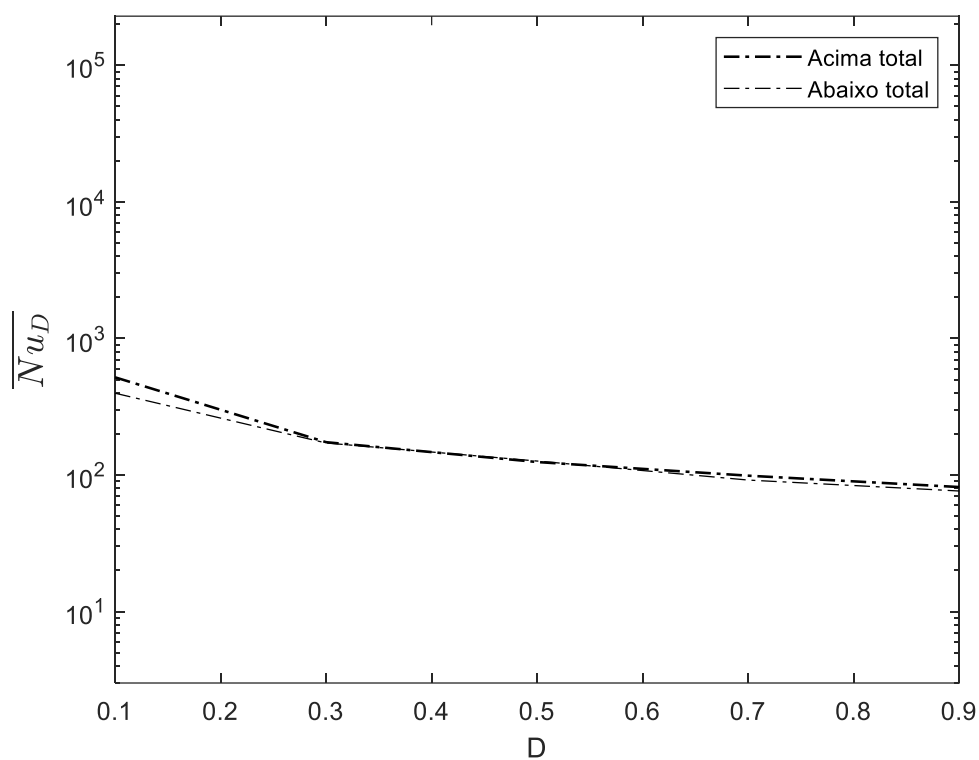


Figura 98 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^8$. **Fonte** – Próprio Autor.

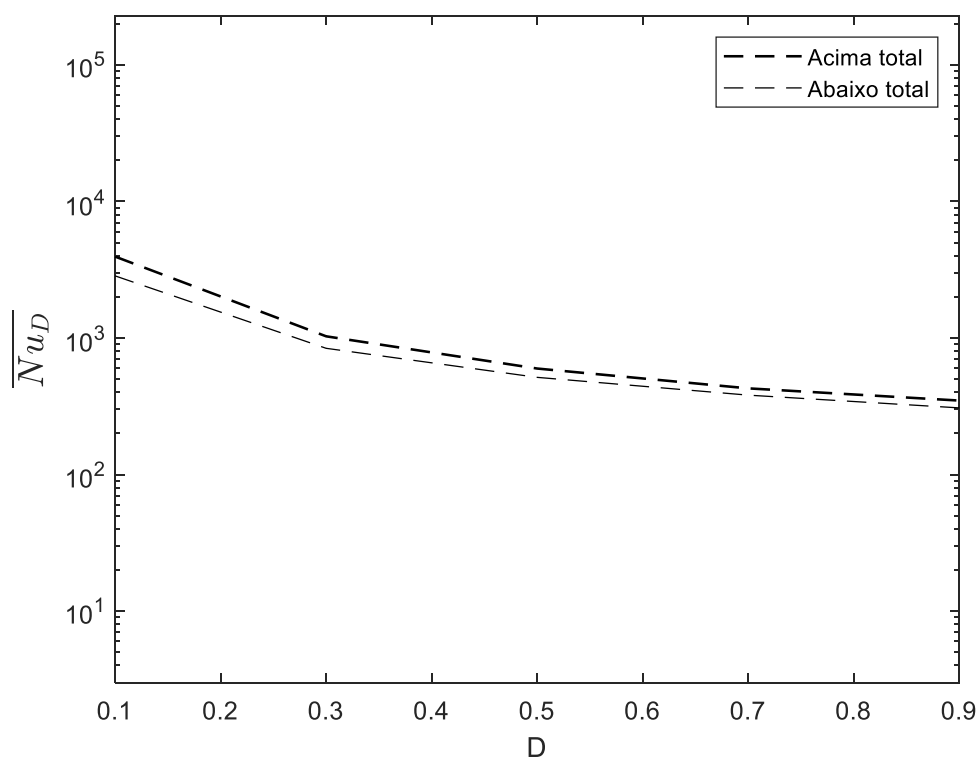


Figura 99 - Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^{10}$. **Fonte** – Próprio Autor.

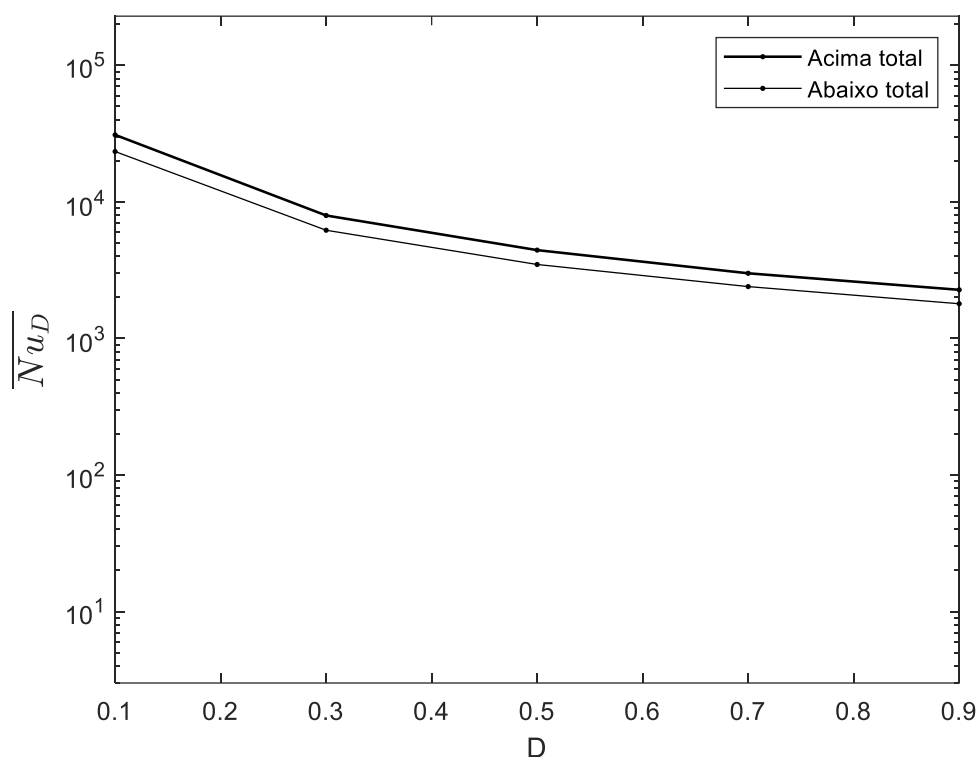


Figura 100- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^{12}$. **Fonte** – Próprio Autor.

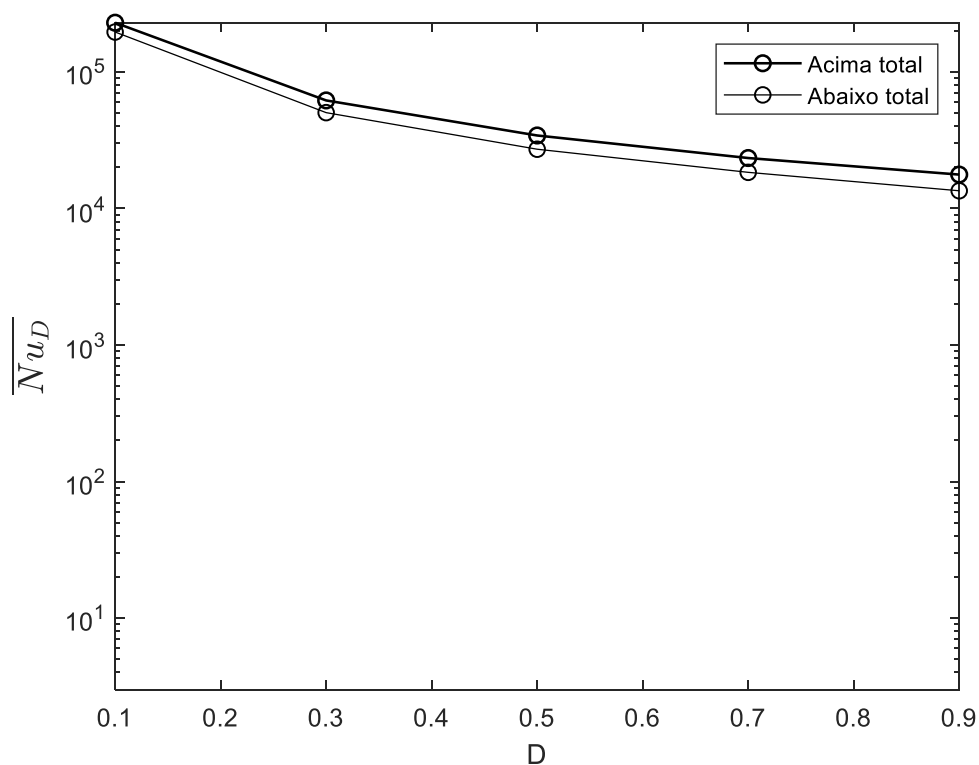


Figura 101- Variação de $\overline{Nu}_D$ para as placas onduladas acima / abaixo em função de D para $B = 0,052632$; $H = 0,105263$; $Ra = 10^{14}$. **Fonte** – Próprio Autor.

Nas figuras 96 a 101, nota-se a redução do $\overline{Nu}_D$ com o aumento de D , nota-se também que para baixos valores de Ra_D , os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa abaixo (figura 96), com $Ra = 10^6$ e 10^8 estes valores alternam entre a placa abaixo e acima com o aumento de D (figuras 97 e 98), com variação de 1,39% entre as placas com $D = 0,3$ à $0,5$ (figura 98), para valores de Ra_D mais altos, os maiores valores de $\overline{Nu}_D$ estão na placa acima (figuras 99 à 101).

Após a obtenção dos resultados, foram aplicadas técnicas de regressão linear multivariável, utilizando o método dos mínimos quadrados para ajustar diferentes correlações entre $\overline{Nu}_D$ de cada superfície para ambas as placas com Ra_D , a distância D e altura H .

6.2. Equacionamento

Para o problema analisado, um equacionamento de $\overline{Nu}_D$ para as variáveis Ra_D , D e H , pode ser escrito para cada superfície de cada placa, na forma das equações (79) à (82).

$$\overline{Nu}_{d(acima/topo)} = C_1 Ra_{d_1}^{m_1} D^{n_1} H^{p_1} \quad (79)$$

$$\overline{Nu}_{d(acima/base)} = C_2 Ra_{d_2}^{m_2} D^{n_2} H^{p_2} \quad (80)$$

$$\overline{Nu}_{d(abaixo/topo)} = C_3 Ra_{d_3}^{m_3} D^{n_3} H^{p_3} \quad (81)$$

$$\overline{Nu}_{d(abaixo/base)} = C_4 Ra_{d_4}^{m_4} D^{n_4} H^{p_4} \quad (82)$$

Onde as constantes $C_1, C_2, C_3, C_4, m_1, m_2, m_3, m_4, n_1, n_2, n_3, n_4, p_1, p_2, p_3$ e p_4 , foram obtidas pelo método dos mínimos quadrados, a partir dos resultados de todas as simulações.

Devido à grande variação dos valores de $\overline{Nu}_D$ em função de Ra_D , os equacionamentos foram feitos por intervalos de modo a torna-los mais precisos, conforme tabela 3 à tabela 6.

Tabela 3 – Constantes placa acima/topo **Fonte** – Próprio Autor.

Ra_D	C	m	n	p	Variação (%)
$10^4 \leq Ra_D \leq 10^6$	0,031365	0,403868	-1,180519	-0,050361	9,56
$10^7 \leq Ra_D \leq 10^9$	0,117539	0,356270	-1,032847	0,074132	9,86
$10^{10} \leq Ra_D \leq 10^{12}$	0,025577	0,429188	-1,291986	0,203800	9,97
$10^{13} \leq Ra_D \leq 10^{14}$	0,018484	0,439908	-1,336017	0,203643	9,53

$$\overline{Nu}_{d(acima/topo)} = 0,031365 Ra_d^{0,403868} D^{-1,180519} H^{-0,050361} \quad (83)$$

$$\overline{Nu}_{d(acima/topo)} = 0,117539 Ra_d^{0,35327} D^{-1,1032847} H^{0,074132} \quad (84)$$

$$\overline{Nu}_{d(acima/topo)} = 0,025577 Ra_d^{0,429188} D^{-1,291986} H^{0,2038} \quad (85)$$

$$\overline{Nu}_{d(acima/topo)} = 0,018484 Ra_d^{0,439908} D^{-1,336017} H^{0,203643} \quad (86)$$

Tabela 4 – Constantes placa acima/base **Fonte** – Próprio Autor.

Ra_D	C	m	n	p	Variação (%)
$10^4 \leq Ra_D \leq 10^6$	0,847421	0,283213	-0,290346	0,305984	9,84
$10^7 \leq Ra_D \leq 10^9$	0,416159	0,317566	-0,353505	0,263755	9,61
$10^{10} \leq Ra_D \leq 10^{12}$	0,027609	0,422408	-0,727780	0,248133	9,92
$10^{13} \leq Ra_D \leq 10^{14}$	0,001830	0,505905	-0,754834	0,171130	9,65

$$\overline{Nu}_{d(acima/base)} = 0,847421 Ra_d^{0,283213} D^{-0,290346} H^{-0,305984} \quad (87)$$

$$\overline{Nu}_{d(acima/base)} = 0,416159 Ra_d^{0,317566} D^{-0,353505} H^{0,263755} \quad (88)$$

$$\overline{Nu}_{d(acima/base)} = 0,027609 Ra_d^{0,422408} D^{-0,727780} H^{0,248133} \quad (89)$$

$$\overline{Nu}_{d(acima/base)} = 0,001830 Ra_d^{0,505905} D^{-0,754834} H^{0,17113} \quad (90)$$

Tabela 5 – Constantes placa abaixo/topo **Fonte** – Próprio Autor.

Ra_D	C	m	n	p	Variação (%)
$10^4 \leq Ra_D \leq 10^6$	0,038252	0,415491	-0,324948	0,025977	9,36
$10^7 \leq Ra_D \leq 10^9$	0,078271	0,381013	-0,609369	0,107426	9,50
$10^{10} \leq Ra_D \leq 10^{12}$	0,024682	0,431175	-0,952990	0,240688	9,74
$10^{13} \leq Ra_D \leq 10^{14}$	0,004463	0,483531	-1,116855	0,234003	9,47

$$\overline{Nu}_{d(\text{abaixo/topo})} = 0,038252 Ra_d^{0,415491} D^{-0,324948} H^{-0,025977} \quad (91)$$

$$\overline{Nu}_{d(\text{abaixo/topo})} = 0,078271 Ra_d^{0,381013} D^{-0,609369} H^{0,107426} \quad (92)$$

$$\overline{Nu}_{d(\text{abaixo/topo})} = 0,024682 Ra_d^{0,431175} D^{-0,952990} H^{0,240688} \quad (93)$$

$$\overline{Nu}_{d(\text{abaixo/topo})} = 0,004463 Ra_d^{0,483531} D^{-1,116855} H^{0,234003} \quad (94)$$

Tabela 6 – Constantes placa abaixo/base **Fonte** – Próprio Autor.

Ra_D	C	m	n	p	Variação (%)
$10^4 \leq Ra_D \leq 10^6$	0,856713	0,255509	-0,795846	0,094473	9,68
$10^7 \leq Ra_D \leq 10^9$	0,820951	0,258318	-0,809148	0,104639	9,29
$10^{10} \leq Ra_D \leq 10^{12}$	0,035566	0,384888	-1,257987	0,142762	9,82
$10^{13} \leq Ra_D \leq 10^{14}$	0,005801	0,445134	-1,374166	0,128563	9,96

$$\overline{Nu}_{d(\text{abaixo/base})} = 0,856713 Ra_d^{0,255509} D^{-0,795846} H^{-0,094473} \quad (95)$$

$$\overline{Nu}_{d(\text{abaixo/base})} = 0,820951 Ra_d^{0,258318} D^{-0,809148} H^{0,104639} \quad (96)$$

$$\overline{Nu}_{d(\text{abaixo/base})} = 0,035566 Ra_d^{0,384888} D^{-1,257987} H^{0,142762} \quad (97)$$

$$\overline{Nu}_{d(\text{abaixo/base})} = 0,005801 Ra_d^{0,445134} D^{-1,374166} H^{0,128563} \quad (98)$$

Os dados, obtidos por meio dessas correlações, apresentam os equacionamentos para o topo e base das placas acima e abaixo, em suas respectivas faixas de Rayleigh. Devido à grande variação escalar entre os resultados e em busca de redução dos erros associados a essas correlações, foram estabelecidas faixas dos números de Rayleigh para torna-los mais precisos. Essas faixas de Rayleigh foram definidas perante a análise do fator R^2 , apresentado pelos testes de regressão linear multivariável, sendo esse fator maior que 90% para todos os testes. Demonstrando assim, boa representação da equação para os resultados dos testes. Para conclusões ainda mais precisas, essas faixas de Rayleigh podem ser ainda mais reduzidas e esses estudos realizados em trabalhos futuros.

7. CONCLUSÃO E SUGESTÕES FUTURAS

Esse estudo buscou avaliar o comportamento da taxa de transferência de calor por convecção natural, baseada no número de Nusselt médio, por meio de modelos matemáticos. Malhas computacionais capazes de representar esses modelos foram criadas e simuladas com o uso de software CFD. Com os dados obtidos, foi possível a plotagem de gráficos e definição de equações matemáticas dos modelos. Dessa forma, essas equações podem representar os casos estudados e oferecer resultados satisfatórios, possibilitando a obtenção de respostas de forma mais rápida, sem a necessidade de testes computacionais. Mesmo essa pesquisa apresentando configurações não encontradas na literatura, foi possível sua realização devido a estudos anteriores, que a guiaram nas situações mais complexas. E também foram possíveis em razão das melhores capacidades de processamento computacional da atualidade.

Com as conclusões encontradas, foram observados fenômenos como já citados na literatura para casos parecidos, em que elevados números de Rayleigh apresentaram maior troca de calor por convecção natural, o que auxilia na validação dos resultados obtidos. Evidencia também que ondulações com alturas maiores proporcionam valores de Nusselt com maiores níveis escalares, caracterizando, como tratado na literatura, maior troca de calor por convecção. Nota-se, ainda, que para todos os casos com baixos valores de Rayleigh, o número de Nusselt é maior na placa abaixo. Com o aumento de Rayleigh, os valores de Nusselt tendem a se igualar e serem maiores na placa acima para maiores valores de Rayleigh. Como visto na literatura, essas variações se devem ao tipo de escoamento, que mostra ser laminar para baixos valores de Rayleigh, transitório entre $Ra = 10^5$ e $Ra = 10^9$ e turbulento para maiores valores de Rayleigh.

Os ensaios mostram que, com as placas mais próximas ($D = 0,1$), maiores alturas ($H = 0,105263$) e maiores valores de Rayleigh ($Ra = 10^{14}$) apresentam maiores valores de Nusselt. Caracterizando, assim, maior troca de calor por convecção, que tende a diminuir, significativamente com as alterações dessas dimensões.

Em trabalhos futuros, experimentos físicos podem ser feitos de modo a comparar e validar as simulações computacionais apresentadas. Também alterações na disposição das placas podem ser feitas, onde nesse trabalho foram utilizadas as placas com as ondulações na mesma disposição e voltadas para cima, mas essas podem ser voltadas para baixo ou uma placa para cima e outra para baixo, para verificar possíveis variações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHMED, S. E.; EL-AZIZ, M. M. A. Effect of Local Thermal Non-Equilibrium on Unsteady Heat Transfer by Natural Convection of a Nanofluid Over a Vertical Wavy Surface. **Meccanica**, v. 48, n. 1, p. 33–43, 2013.

BHAVNANI, S. H.; BERGLES, A. E. Effect of Surface Geometry and Orientation on Laminar Natural Convection Heat Transfer From a Vertical Flat Plate With Transverse Roughness Elements. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 33, n. 5, p. 965–981, 1990.

ELGAZERY, N. S. Effects of Variable Fluid Properties on Natural Convection of MHD Fluid From a Heated Vertical Wavy Surface. **Meccanica**, v. 47, n. 5, p. 1229–1245, 2012.

HOSSAIN, M. A.; KABIR, S.; REES, D. A. S. Natural Convection of Fluid With Variable Viscosity From a Heated Vertical Wavy Surface. **Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Physik**, v. 53, n. 1, p. 48–57, 2002.

HOSSAIN, M. A.; REES, D. A. S. Combined Heat and Mass Transfer in Natural Convection Flow From a Vertical Wavy Surface. **Acta Mechanica**, v. 136, n. 3, p. 133–141, 1999.

KIM, E. Natural Convection Along a Wavy Vertical Plate to Non-Newtonian Fluids. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, n. 13, p. 3069–3078, 1997.

MOLLA, M. M.; HOSSAIN, M. A.; YAO, L. S. Natural Convection Flow Along a Vertical Wavy Surface With Uniform Surface Temperature in Presence of Heat Generation/Absorption. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 43, n. 2, p. 157–163, 2004.

MOLLA, M. M.; YAO, L. S. Non-Newtonian Natural Convection Along a Vertical Heated Wavy Surface Using a Modified Power-Law Viscosity Model. **Journal of Heat Transfer**, v. 131, n. 1, p. 1–6, 2009.

MOULIC, S. G.; YAO, L. S. Natural Convection Along a Vertical Wavy Surface with Uniform Heat Flux. **Journal of Heat Transfer**, v. 111, n. November 1989, p. 1106–1108, 2016.

OLIVEIRA, S. D. R.; ITO, M. C.; SCALON, V. L. A Numerical Study of the Simultaneous Natural Convective Heat Transfer From the Top and Bottom Surfaces of a Thin Horizontal Circular Disk Imbedded in an Adiabatic Concentric Disk. **25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering**, p. 10, 2019.

OLIVEIRA, S. D. R.; OOSTHUIZEN, P. H. A Numerical Study of the Simultaneous Natural Convective Heat Transfer From the Top and Bottom Surfaces of a Thin Inclined Plate Having a Wavy Surface With Constant Height. **26th Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics Society of Canada**, v. February, p. doi.org/10.1115/IMECE2016-65540, 2017.

OLIVEIRA, S. D. R.; OOSTHUIZEN, P. H. A Numerical Study of the Natural Convective Heat Transfer From the Surface of a Thin Horizontal Plate Having a Wavy Surface With Variable Height. **17th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering**, p. 13, 2018.

OLIVEIRA, S. D. R.; OOSTHUIZEN, P. H. A numerical study of the simultaneous natural convective heat transfer from the top and bottom surfaces of a thin inclined plate having a wavy surface with constant height. **Proceedings of the Thermal and Fluids Engineering Summer Conference**, v. 2019- April, p. 1199–1208, 2019.

OOSTHUIZEN, P. H. A Numerical Study of Laminar and Turbulent Natural Convective Heat Transfer From an Isothermal Vertical Plate With a Wavy Surface. **roceedings of the ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress & Exposition – IMECE 2010**, p. 1–7, 2010.

OOSTHUIZEN, P. H. Natural Convective Heat Transfer from an Inclined Isothermal Plate with a Wavy Surface. **42nd AIAA Thermophysics Conference**, n. June, p. 1–7, 2011.

OOSTHUIZEN, P. H. A Numerical Study of Natural Convective Heat Transfer from Horizontal Isothermal Heated Elements of Complex Shape. **Proceedings of the First Pacific Rim Thermal Conference, PRTEC**, p. 8–12, 2016a.

OOSTHUIZEN, P. H. A Numerical Study of the Effect of Triangular Waves on Natural Convective Heat Transfer from an Upward Facing Heated Horizontal Isothermal Surface. **Proceedings of the ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition – IMECE 2016**, p. 1–8, 2016b.

OOSTHUIZEN, P. H.; CHOW, K. An Experimental Study of Free Convective Heat Transfer from Short Cylinders with “Wavy” Surfaces. **Proceedings of the 8th International Heat Transfer Conference – IHTC 8**, n. Hemisphere Publishing Corp., p. 1311–1316, 1986.

OOSTHUIZEN, P. H.; GARRETT, M. A Numerical Study of Natural Convective Heat Transfer from an Inclined Plate With a “Wavy” Surface. **Proceedings of 2001 ASME National Heat Transfer Conference – NHTC01**, n. June 10-12, Anaheim, California, USA, 2001, 2001a.

OOSTHUIZEN, P. H.; GARRETT, M. A Numerical Study of Three-Dimensional Natural Convective Heat Transfer from a Plate with a “Wavy” Surface. **Proceedings of 2001 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition – IMECE2001**, p. 1–9, 2001b.

OOSTHUIZEN, P. H.; NAYLOR, D. A numerical study of the effect of blind opening on laminar-to-turbulent transition in the flow over a simple recessed window-plane blind system. **ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings (IMECE)**, v. 7, n. PARTS A AND B, p. 1487–1493, 2010.

OOSTHUIZEN, P. H.; PAUL, J. T. A Numerical Study of Natural Convective Heat Transfer from an Inclined Isothermal Plate Having a Square Wave Surface. **Proceedings of the ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition – IMECE2011**, p. 1–6, 2011.

OOSTHUIZEN, P. H.; PAUL, J. T. A Numerical Study of Natural Convective Heat Transfer from an Inclined Isothermal Plate With a “Sinusoidally Wavy” Surface. **Proceedings of the International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer – CHT12**, 2012.

PLUMB, O. A.; KENNEDY, L. A. Application of a k - ϵ Turbulence Model to Natural Convection from a Vertical Isothermal Surface. **American Society of Mechanical Engineers (Paper)**, n. 76- HT-17, p. 79–85, 1977.

POLIDORI, G.; PADET, J. Transient free convection flow on a vertical surface with an array of large-scale roughness elements. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 27, n. 3, p. 251–260, mar. 2003.

PRÉTOT, S. et al. Visualization and Simulation of the Natural-Convection Flow Above Horizontal Wavy Plates. **Numerical Heat Transfer; Part A: Applications**, v. 43, n. 3, p. 307–325, 2003.

PRÉTOT, S.; ZEGHMATI, B.; CAMINAT, P. Influence of Surface Roughness on Natural Convection Above a Horizontal Plate. **Advances in engineering software**, v. 31, n. 10, p. 793–801, 2000.

SAVILL, A. M. Evaluating Turbulence Model Predictions of Transition. **Applied Scientific Research**, v. 51, n. 1–2, p. 555–562, 1993.

SCHMIDT, R. C.; PATANKAR, S. V. Simulating Boundary Layer Transition with Low-Reynolds-Number k - ϵ Turbulence Models: Part 1—An Evaluation of Prediction Characteristics. **Journal of Turbomachinery**, v. 113, n. 1, p. 10–17, 1991.

SIDDIQA, S.; HOSSAIN, M. A. Natural Convection Flow Over Wavy Horizontal

Surface. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 2013, 2013.

SIDDIQA, S.; HOSSAIN, M. A.; GORLA, R. S. R. Natural Convection Flow of Viscous Fluid Over Triangular Wavy Horizontal Surface. **Computers and Fluids**, v. 106, p. 130–134, 2015.

SIDDIQA, S.; HOSSAIN, M. A.; SAHA, S. C. The Effect of Thermal Radiation on the Natural Convection Boundary Layer Flow Over a Wavy Horizontal Surface. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 84, p. 143–150, 2014.

TETSU, F.; MOTOO, F.; MASANORI, T. Influence of various surface roughness on the natural convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 16, n. 3, p. 629–636, 1973.

VERSTEEG, H K E MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics - The finite volume method**. H. K. VERSTEEG and W. MALALASEKERA: [s.n.].

XAMÁN, J. et al. Numerical study of heat transfer by laminar and turbulent natural convection in tall cavities of façade elements. **Energy and Buildings**, v. 37, n. 7, p. 787–794, 2005.

YAO, L. S. Natural Convection Along a Vertical Wavy Surface. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 105/465, n. 1–4, p. 281–286, 1983.

ZHENG, X. et al. Turbulent Transition Simulation Using the $k-\omega$ Model. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 42, n. 5, p. 907–926, 1998.