

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

Aline Mendes Penteado

**Pedro Nunes e a Distinção de Dois Tipos de Trajetórias na
Navegação: A Linha de Rumo e o Círculo Máximo**

Dissertação de Mestrado apresentada
ao Instituto de Geociências e Ciências
Exatas do Câmpus de Rio Claro, da
Universidade Estadual Paulista Júlio de
Mesquita Filho, como parte dos
requisitos para obtenção do título de
Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Arlete de Jesus Brito

Rio Claro - SP
2011

Aline Mendes Penteado

**Pedro Nunes e a Distinção de Dois Tipos de Trajetórias na
Navegação: A Linha de Rumo e o Círculo Máximo**

Dissertação de Mestrado apresentada
ao Instituto de Geociências e Ciências
Exatas do Câmpus de Rio Claro, da
Universidade Estadual Paulista Júlio de
Mesquita Filho, como parte dos
requisitos para obtenção do título de
Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dra. Arlete de Jesus Brito

Prof. Dr. Fumikazu Saito

Prof. Dra. Rosa Lúcia Sverzut Baroni

Rio Claro - SP, 05 de maio de 2011.

Resultado: Aprovada.

DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação à minha família, meus pais Raquel e Gabriel e meus irmãos, Josué e Gabriel, que sempre estiveram ao meu lado.

AGRADECIMENTOS

Ao finalizar esta dissertação lembro-me com muita alegria de pessoas que compartilharam comigo cada momento e contribuíram para que eu concluísse esta etapa tão importante de minha vida. Sou imensamente grata a cada um de vocês.

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, que com sua maravilhosa graça tem me sustentado todos os dias da minha vida. Mas também por ter criado tudo de uma maneira tão maravilhosamente perfeita, que até a natureza foi matematicamente projetada para dela usufruirmos. Perfeição esta que encontrada até no estudo da loxodromia, ao verificarmos que a trajetória descrita por um navio no mar com ângulo constante, percorre uma determinada curva matemática.

À minha orientadora, com quem aprendi muito durante todo o mestrado e sempre me incentivou.

Aos meus pais, Raquel e Gabriel, que sempre me apoiaram, compreenderam e sonharam junto comigo. E aos meus irmãos, Josué e Gabriel, que sempre estiveram ao meu lado nessa caminhada. Sou eternamente grata a eles.

A todos os meus familiares e principalmente as minhas tias Regina e Lisa, que me acompanharam de uma maneira especial e a minha prima Telma que me ajudou na tradução e correção desta dissertação.

Às minhas amigas Juliana, Mirian, Vanessa, Elisa, Jessica, Mônica e principalmente às minhas “amigas-irmãs” Moara e Keila, com quem aprendi muito.

Ao meu namorado Raphael que passou a fazer parte da minha vida há pouco tempo, mas me ajudou muito e a cada dia tem se tornado mais especial pra mim e também a toda sua família que tem me acolhido de uma maneira muito carinhosa.

Aos professores e funcionários da PGEM.

À Banca pelas sugestões e contribuições.

Ao CNPQ pelo apoio financeiro.

RESUMO

Este estudo tem como principal objetivo apresentar uma interpretação histórica acerca do conceito de linhas de rumo (loxodromia), que consiste em uma curva utilizada na navegação, cuja característica é interceptar todos os meridianos da esfera terrestre segundo um ângulo constante. Para isto, utilizamos as obras do matemático português, Pedro Nunes, que foi o primeiro de que temos conhecimento a tratar sobre este conceito. A metodologia adotada para a realização deste objetivo foi a de interpretação, proposta por John B. Thompson, que reforça a importância de se analisar os contextos, assim como a análise formal do objeto a ser estudado, denominado por ele por forma simbólica. Assim, apresentamos inicialmente um contexto histórico dos séculos XV e XVI em Portugal, que tem como temática o Renascimento e outras características como as grandes navegações e descobrimentos, a imprensa, o desenvolvimento do comércio, da cartografia e da matemática. Além disso, também apresentamos uma análise das obras de Pedro Nunes que contém estudos sobre a linha de rumo e sua distinção de outra curva denominada ortodromia, que consiste em um círculo máximo na esfera.

Palavras-Chave: Linhas de Rumo. Pedro Nunes. História da Matemática.

ABSTRACT

This study primary aim is to present a historic interpretation of the concept of rhumb line (loxodrome), a curved line used to navigate. It intersects the meridians of the Earth's sphere at the same angle. We use the works of a portuguese mathematician Pedro Nunes, the first one we know to discuss about this concept. The methodology adopted to accomplish this aim was the interpretation proposed by John B. Thompson, which reinforces the importance of analyzing the context, such as the formal analyze of the studied object, named in a symbolic way. Initially we present a historical context of the XV and XVI centuries in Portugal, that has Renaissance and others characteristics as the great navigations and discoveries, the press, the development of the commerce, the cartography and math as a theme. Moreover, we present an analyze of the works of Pedro Nunes that contain studies about the rhumb line and its difference comparing to another curve named orthodromic, a great circle in the sphere.

Key- words: Rhumb Line. Pedro Nunes. History of Mathematics.

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 1: Pedro Nunes.....	32
Figura 2: Astrolábio.....	66
Figura 3: Agulha de marear.	67
Figura 4: Quadrante com o nônio sugerido por Pedro Nunes.....	68
Figura 5: Modelo Geocêntrico: No centro está a Terra, depois segue a esfera da Lua, seguindo-se de Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. Sobre eles há a oitava esfera, ou firmamento.	76
Figura 6: Trecho do Sumário da tradução de Snel da obra de Stevin (1608).	91
Figura 7: Capa do Tratado da Esfera (1537).	92
Figura 8: Página da obra Tratado da Esfera.	96
Figura 9: Figura colocada ao lado da definição de esfera na obra de Pedro Nunes.	101
Figura 10: Capa da obra Sobre a Arte e a Ciência de Navegar, 1573.	110
Figura 11: Primeira página do manuscrito Defesa do Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar.	117
Figura 12: Explicação da dúvida de Martim Afonso de Sousa.....	125
Figura 13: Representação da navegação por círculo máximo e por linha de rumo.	131
Figura 14: Representação da loxodromia na obra Tratado em Defesa da Carta de Marear.	138
Figura 15: Representação das linhas de rumo de 45° (vermelhas) e 67°30' (azuis).	139
Figura 16: Representação da linha de rumo de 45°.	140
Figura 17: Linha de Rumo de 45°.	140
Figura 18: Linha de Rumo de 67°30'.	141
Figura 19: Sobre navegação ao longo de um paralelo.	147
Figura 20: Linhas de rumo composta por arcos de círculo máximo.	149
Figura 21.	153
Figura 22.	154
Figura 23: Tabela composta pelos cálculos dos sete rumos canônicos.	156
Figura 24.....	159

Figura 25: Figura explicativa da relação existente entre duas linhas de rumo com mesma.....	160
Figura 26.	162
Figura 27: Como traçar rumos num dado globo.	164
Figura 28: Figura do manuscrito adaptada.	169
Figura 29: Figura do manuscrito adaptada.	171
Figura 30.	172
Figura 31.	173
Figura 32.	176
Figura 33.	176
Figura 34: B é polo do mundo, $AB = 31^\circ$, $BC = 30^\circ$, $\beta = 1^\circ$, AC é rumo de Nordeste-Sudoeste.	177
Figura 35: Figura de “muitos riscos” da obra do bacharel.	181
Figura 36.	182
Figura 37.	184
Figura 38.....	185
Figura 39.	188
Figura 40.	190
Figura 41: Curva loxodrômica com ângulo de 60°	191
Figura 42: Arco de círculo máximo.	192
Figura 43: Ortodromia: ângulos distintos com os meridianos.	192
Figura 44: Representação plana da linha de rumo (loxodromia) e do círculo máximo (ortodromia).	193
Figura 45.	204

Sumário

INTRODUÇÃO	11
1 CAPÍTULO 1: METODOLOGIA	15
1.1 Análise Sócio-Histórica.....	20
1.2 Análise Formal ou Discursiva	24
1.3 Interpretação/Reinterpretação	25
2 CAPÍTULO 2.....	27
PARTE 1: PEDRO NUNES E PORTUGAL NOS SÉCULOS XV E XVI	28
2.1 Breve história política de Portugal.....	28
2.2 Pedro Nunes (1502-1578)	32
2.3 Uma visão geral dos textos de Pedro Nunes	46
PARTE 2: NAVEGAÇÕES E DESCOBRIMENTOS EM PORTUGAL	59
2.4 A Matemática nas obras de Pedro Nunes	77
3 CAPÍTULO 3: ANÁLISE FORMAL OU DISCURSIVA.....	84
3.1 Introdução	84
3.2 O que consiste a linha de rumo ou loxodromia?	85
3.3 Os termos LINHAS DE RUMO (LOXODROMIA) e CÍRCULO MÁXIMO (ORTODROMIA).....	86
3.4 Análise I.....	92
3.4.1 Tratado da Esfera (1537)	92
3.4.2 Sobre a Arte e a Ciência de Navegar (1573).....	108
3.4.3 Defesa do Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar (1537-1544)	117
3.4.4 Comparação das Três Obras	121
3.5 Análise II: A loxodromia nas obras de Pedro Nunes	123
3.5.1 <i>Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação</i> (1537) e Livro I da obra <i>Sobre a Arte e a Ciência de Navegar</i> (1573)	123

	3.5.2 <i>Tratado em Defesa da Carta de Marear</i> (1537) e Livro II da obra <i>Sobre a Arte e a Ciência de Navegar</i> (1573)	133
	3.5.3 Segunda parte da obra <i>Sobre a Arte e a Ciência de Navegar</i> (1573) – a partir do capítulo 21	143
	3.5.4 Principais ideias e demonstrações presentes no manuscrito <i>Defesa do Tratado de Rumar para a Arte de Navegar</i>	167
4	CAPÍTULO 4: CONSIDERAÇÕES FINAIS	186
5	CAPÍTULO 5: BIBLIOGRAFIA	195
6	APÊNDICES.	203
	6.1 Apêndice 1	203
	6.2 Apêndice 2	208

INTRODUÇÃO

Esta dissertação de mestrado tem como principal objetivo realizar uma análise histórica acerca do surgimento do conceito de loxodromia no século XVI, por meio dos textos de Pedro Nunes que tratam sobre esse assunto. A escolha por esse autor se deu por ser o primeiro, que temos conhecimento, a fazer estudos sobre essa curva, conforme afirmam alguns autores: “Foi Pedro Nunes quem imaginou, primeiramente estudou e fez construir as linhas curvas irregulares (linhas de rumos, loxodromias) de 1534-1537; a prioridade pertence-lhe.” (COSTA, 1969, p. 34 e cf. LEITÃO, 2008b). Basicamente, a loxodromia (denominada por linhas de rumo por Pedro Nunes) designa a trajetória que o navio segue no mar, de tal forma que mantém um ângulo constante com todos os meridianos.

Para a execução deste objetivo, analisaremos especificamente as seguintes obras de Pedro Nunes: ***Tratado da Sphera*** (*Tratado da Esfera*) 1537, ***De Arte Atque Ratione Navigandi*** (*Sobre a Arte e a Ciência de*

Navegar) 1573 e ***Defensão do Tratado de Rumação do Globo para a Arte de Navegar*** (*Defesa do Tratado de Rumar para a Arte de Navegar*)¹.

Entre 1940 e 1960, a Academia das Ciências de Lisboa iniciou uma publicação de todas as obras de Pedro Nunes, com uma edição moderna. Entretanto, esta não ficou completa, sendo que foram publicados apenas 4 volumes: **Volume 1:** *Tratado da Sphaera & Astronomici Introductorii de Spaera Epitome* (*Tratado da Esfera & Epítome da Introdução Astronômica à Esfera*), 1940; **Volume 2:** *De Crepusculis* (*Sobre os Crepúsculos*), 1943; **Volume 3:** *De Erratis Orontii Finaei Regii Mathematicarum Lutetiae Professoris* (*Sobre os Erros de Orôncio Fineu*), 1960; **Volume 4:** *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria* (*Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria*), 1950.

Posteriormente, em comemoração ao V Centenário do nascimento de Pedro Nunes, a Academia das Ciências de Lisboa decidiu retomar a publicação dessas obras: **Volume 1:** *Tratado da Esfera: Astonomici Introductorii de Spaera Epitome* (*Tratado da Esfera: Epítome da Introdução Astronômica à Esfera*), 2002; **Volume 2:** *De Crepusculis* (*Sobre os Crepúsculos*), 2004; **Volume 3:** *De Erratis Orontii: Finaei Regii Methematicarvm Lvtetiae Professoris* (*Sobre os Erros de Orôncio Fineu*), 2005; **Volume 4:** *De Arte Atque Ratione Navigandi* (*Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*), 2008; **Volume 6:** *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria* (*Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria*), 2010².

Para a realização desta pesquisa foram utilizados estes volumes, além das obras originais de Pedro Nunes digitalizadas, encontradas em sites de bibliotecas, como pode ser verificado na bibliografia.

Inicialmente, nossa pesquisa tinha como objetivo analisar o conceito da loxodromia por meio das obras de dois autores: Pedro Nunes (século XVI, Portugal) e Bernhard Varenius (século XVII, Holanda), pois assim poderíamos verificar a difusão desse conceito em séculos e países distintos. Entretanto, devido à delimitação de tempo do mestrado, nos restringimos a analisar apenas as obras de Pedro Nunes e em pesquisas posteriores pretendemos continuar esse estudo.

¹ No decorrer de toda a dissertação escolhemos citar os títulos de todas as obras de Pedro Nunes traduzidos para o português. Apenas quando necessário citaremos estas obras com o título original.

² O volume 5 ainda não foi publicado.

É importante ressaltar que apresentamos algumas dificuldades com relação às incertezas da vida de Pedro Nunes e à falta de documentos, principalmente referentes ao início de sua vida. Apesar disto, tentamos selecionar as informações que estavam em consenso com a maioria dos autores.

Para direcionarmos nossa pesquisa utilizamos a metodologia de interpretação proposta por John Thompson, na qual ele enfatiza a importância do contexto histórico das formas simbólicas. Essa metodologia será explicitada em maiores detalhes no capítulo seguinte; apenas ressaltamos que é composta por três fases: análise sócio-histórica, análise formal ou discursiva e interpretação/reinterpretação.

Assim, baseando-nos nessa metodologia, a estrutura desta dissertação consiste em:

Introdução;

Capítulo 1 – Metodologia: Apresentamos a metodologia proposta por John Thompson na sua obra *Ideologia e Cultura Moderna: Teoria Social Crítica na Era dos Meios de Comunicação de Massa* (1995), que serviu de base para a realização de nossa pesquisa;

Capítulo 2: Neste capítulo expomos informações necessárias para a compreensão do contexto do período em que Pedro Nunes viveu. Ele está dividido em duas partes: **Parte 1: Pedro Nunes e Portugal nos Séculos XV e XVI. Parte 2: Navegações e Descobrimentos em Portugal.** Na primeira parte apresentamos alguns tópicos do período histórico em questão, relacionados com a vida de Pedro Nunes. Já na segunda parte tratamos sobre as questões relativas às navegações e descobrimentos e algumas de suas consequências, como desenvolvimento do comércio, da cartografia e da matemática, além de outros.

Capítulo 3 - Análise Formal ou Discursiva: Primeiramente apresentamos a estrutura das obras de Pedro Nunes que são objetos de nossa análise; como sequência, assuntos, figuras, edições, etc. Em seguida analisamos especificamente o conceito da loxodromia presente em cada uma delas e, quando necessário, fizemos comparações entre as obras.

Conclusão: Consiste em um fechamento sobre tudo o que foi apresentado nos capítulos anteriores nos quais mostramos a importância dos estudos de Pedro Nunes referentes à loxodromia, que originaram novos estudos na cartografia e na matemática, posteriormente.

CAPÍTULO 1: METODOLOGIA

Sendo intencional, visando a uma finalidade, a pesquisa – como qualquer outra esfera da vida humana – pede por critérios que, direcionando as ações que buscam alcançar objetivos, organize e ordene – ao menos minimamente – o caótico. (GARNICA, 2001, p.38)

Tendo em mente essa citação de Garnica (2001), neste capítulo apresentamos a metodologia que nos direcionou na busca de nossos objetivos. Como já explicitado na introdução, nosso principal objetivo é construir uma interpretação histórica acerca do conceito da loxodromia no século XVI, por meio das obras de Pedro Nunes, que foi o primeiro a tratar sobre este conceito.

Para isto, escolhemos a metodologia de interpretação proposta por John B. Thompson na sua obra *Ideologia e Cultura Moderna: Teoria Social Crítica na Era dos Meios de Comunicação de Massa*, de 1995.

Baseado em Thompson (1995), Fábio Donizeti de Oliveira (2008) propôs uma discussão metodológica em sua dissertação de mestrado, com o objetivo de construir um referencial metodológico que servisse de suporte à análise de

textos de ensino de Matemática. Assim, este texto de Oliveira (2008) também nos serviu de suporte na realização desta pesquisa.

Thompson (1995) enfatiza a importância do contexto histórico das formas simbólicas, sendo que “Formas simbólicas são construções significativas que exigem uma interpretação” (THOMPSON, 1995, p. 357). Enquanto Oliveira (2008) admite “‘formas simbólicas’ como ‘produções humanas intencionais’”. (OLIVEIRA, 2008, p. 52).

Concebendo formas simbólicas como dito acima, Thompson (1995) distingue 5 aspectos que as constituem:

1. **Aspecto Intencional:** “as formas simbólicas são expressões de um sujeito e para um sujeito (ou sujeitos)” (THOMPSON, 1995, p. 183). Thompson (1995) esclarece que as formas simbólicas são produzidas por um sujeito que, quando as produz, busca alguns objetivos e propósitos, na tentativa de expressar aquilo que “quer dizer” ou sua intenção. No caso de Pedro Nunes, ele tinha a intenção de produzir seus textos com estudos sobre a loxodromia, com o objetivo de facilitar as navegações do período;

2. **Aspecto Convencional:** As formas simbólicas envolvem aplicações de regras, códigos ou convenções para possibilitar sua comunicação, que são aplicadas para a produção/construção/emprego das formas simbólicas e também para a interpretação das mesmas pelos sujeitos que as recebem (cf. THOMPSON, 1995, p. 185);

3. **Aspecto Estrutural:** “as formas simbólicas são construções que exibem uma estrutura articulada (...) no sentido de que consistem, tipicamente, de elementos que se colocam em determinadas relações uns com os outros” (THOMPSON, 1995, p. 187). Quando analisamos uma forma simbólica, precisamos analisar os elementos específicos e suas inter-relações. Como exemplo, Thompson (1995) cita a justaposição de imagens de uma figura, que formam uma estrutura por meio da qual o significado da mensagem é transmitido. Como exemplo, Pedro Nunes utilizou-se de figuras para tentar transmitir suas ideias em suas obras;

4. **Aspecto Referencial:** “as formas simbólicas são construções que tipicamente representam algo, referem-se a algo, dizem algo sobre alguma

coisa” (THOMPSON, 1995, p. 190). Este aspecto consiste nas ligações entre as formas simbólicas e aquilo que elas retratam ou sobre o que elas falam;

5. **Aspecto Contextual:** “as formas simbólicas estão sempre inseridas em processos e contextos sócio-históricos específicos dentro dos quais e por meio dos quais elas são produzidas, transmitidas e recebidas” (THOMPSON, 1995, p. 192). Além disso, “o que essas formas simbólicas são, a maneira como são construídas, circulam e são recebidas no mundo social, bem como o sentido e o valor que elas têm para aqueles que as recebem, tudo depende, em certa medida, dos contextos e instituições que as geram, medeiam e mantêm” (THOMPSON, 1995, p. 192). A intenção do autor não é desligada do mundo, pelo contrário, existe por meio das relações sociais características dos contextos sociais;

Pelo exposto acima, as formas simbólicas são construções com significados e são produzidas em condições espaço-psíquico-temporais específicas e, desta maneira, torna-se impossível serem identicamente reproduzidas: “Elas não trazem em si os significados, apenas seus registros ou resquícios, capazes de inspirar seus mais diversos leitores – neles incluído o próprio autor – para que produzam significados tão diversos quanto o número de leituras realizadas” (OLIVEIRA, 2008, p. 37 e 38).

Assim, acreditamos que o conceito de loxodromia também pode ser entendido como uma forma simbólica, por ser uma construção simbólica significativa, que pode ser interpretada.

Para a interpretação da forma simbólica loxodromia, utilizamos algumas obras de Pedro Nunes que tratam sobre este tema, nas quais ele tenta se expressar para um sujeito ou sujeitos, que ao interpretarem as formas simbólicas percebem-nas como uma mensagem a ser entendida.

Portanto, concebemos o conceito de loxodromia como uma forma simbólica, pois exerceu uma grande influência na época de seu surgimento e se abre a uma pluralidade de interpretações e possibilidades de usos. Assim, o conceito de loxodromia é resultado de uma produção **intencional** humana (Pedro Nunes tinha a intenção de estudar o conceito de loxodromia com a finalidade de facilitar as navegações de seu próprio país), que foi produzida de forma **contextualizada** (na época das grandes navegações) conforme uma

estrutura convencional, e que **se referem** a um objeto educacional e matemático.

Uma consequência em assumir o conceito da loxodromia como forma simbólica é que ele se torna sujeito a uma pluralidade de interpretações. Entretanto, Oliveira (2008) ressalta que é importante atentarmos que isto não significa que qualquer interpretação é válida ou que se possa atribuir qualquer significado a uma forma simbólica. Ainda que não exista uma única interpretação correta, existem interpretações plausíveis, que podem não ter significados idênticos ao que o sujeito-produtor quis dizer ao produzir tal forma simbólica. Assim, nesta pesquisa buscamos uma interpretação plausível para o conceito de loxodromia de Pedro Nunes, que possa ser “a mais próxima possível” da intenção do autor.

No processo de interpretação, um aspecto importante para garantir uma interpretação plausível é considerar os processos de produção, transmissão e recepção das formas simbólicas e também as influências que estas sofreram por diversos fatores.

Devido a isso, em sua metodologia de interpretação, Thompson (1995) propõe que se faça uma análise sócio-histórica (contextualização das formas simbólicas), pois afirma que alguns aspectos só podem ser conhecidos por meio dos processos, instituições e contextos sociais dentro dos quais o discurso é pronunciado, transmitido e recebido e, além disso, pelas relações de poder e outras características desses contextos. E não apenas pelos aspectos do próprio discurso, que poderiam ser conhecidos apenas por meio da análise estrutural e de elementos sistêmicos. Com relação à importância do contexto Thompson (1995) ressalta:

O que essas formas simbólicas são, a maneira como são construídas, circulam e são recebidas no mundo social, bem como o sentido e o valor que elas têm para aqueles que as recebem, tudo depende, em certa medida, dos contextos e instituições que as geram, medeiam e mantêm. Assim, a maneira como um discurso é interpretado por indivíduos particulares, sua percepção como um “discurso” e o peso a ele atribuído estão condicionados ao fato de que essas palavras foram expressas por esse indivíduo, nessa ocasião, nesse ambiente, e de que são transmitidas por esse meio. (THOMPSON, 1995, p. 192)

Oliveira (2008) resume contexto como “as movimentações (situações, pressões, articulações, etc.) em torno de um objeto que se pretende apreender” (OLIVEIRA, 2008, p. 31). Ainda Miguel (2010), refere-se ao contexto da seguinte forma:

ainda que, sem dúvida, tais atividades [de diferentes comunidades de práticas] se desenvolvam em contextos geopolíticos, sócio-econômicos, históricos e situacionais, tais contexturas nada mais são do que formas humanas de mobilização cultural, isto é, instituições humanas às quais comunidades humanas delegaram o poder de demarcar o espaço físico, de organizar as relações humanas e as formas de produção da existência humana dentro desse espaço, etc. Desse modo, as contexturas, quando vistas como objetos culturais, isto é, como formas simbólicas, adquirem o estatuto de textos pré-interpretados e passíveis de novas interpretações e re-significações. Assim, as contexturas, quando vistas como formas simbólicas, destroem a demarcação rígida e polar entre o texto e o contexto, entre a parte e o todo, entre um interno e um externo às atividades humanas. (MIGUEL, 2005, p. 10)

Por isso, consideramos relevante, analisar não apenas as próprias formas simbólicas, mas também os contextos nos quais elas estão inseridas.

Assim, considerando as maneiras como as formas simbólicas foram estruturadas e as condições sócio-históricas nas quais elas estão inseridas, Thompson (1995) propõe a análise de três aspectos: sócio-histórico, formal descritivo e ideológico. Deste modo, ele propõe três fases em sua metodologia de interpretação:

- 1. Análise Sócio-Histórica;**
- 2. Análise Formal ou Discursiva;**
- 3. Interpretação/Reinterpretação;**

O principal da metodologia de Thompson (1995) é que ele propõe a análise sócio-histórica sem deixar de mostrar a importância de também se analisar internamente as formas simbólicas (Análise Formal ou Discursiva), e ainda propor uma reinterpretação a partir dessas duas dimensões de análise.

Por isso, esta metodologia promove uma articulação entre os elementos internos das obras com seus contextos de produção, transmissão e apropriação.

Essas três fases são interligadas e podem ocorrer simultaneamente: “Essas fases devem ser vistas não tanto como estágios separados de um método sequencial, mas antes como dimensões analiticamente distintas de um processo interpretativo complexo” (THOMPSON, 1995, p. 365).

A seguir, consideramos necessário elucidar cada uma dessas três fases conforme Thompson (1995) e Oliveira (2008).

1.1 *Análise Sócio-Histórica*

Formas simbólicas não subsistem num vácuo, elas são produzidas, transmitidas e recebidas em condições sociais e históricas específicas (...) O objetivo da análise sócio-histórica é reconstruir as condições sociais e históricas da produção, circulação e recepção das formas simbólicas. (THOMPSON, 1995, p.366)

De acordo com Thompson (1995), as formas simbólicas são sócio-historicamente estruturadas e, por isso, a análise do contexto sócio-histórico é parte da metodologia, garantindo maior confiabilidade à interpretação.

Os aspectos sociais são essenciais no processo de análise, principalmente porque um ser (indivíduo ou objeto) não existe sozinho, está sempre no mundo com outros seres. Devido a isso, é importante considerar na análise das formas simbólicas as influências sociais que sofrem autor, leitor e obra.

Nessa análise, Thompson (1995) destaca alguns pontos que podem ser analisados, como:

1. As situações **espaços-temporais**, que se interessam pelas particularidades espaciais do local e da época nas quais as formas simbólicas foram produzidas e recebidas;

2. Os **campos de interação**, que se formam pelo espaço onde as instituições se estabelecem. Para Oliveira (2008), os campos de interação são o conjunto de regulações que definem o comportamento das pessoas, seus recursos e suas limitações;

3. As **instituições sociais** que “podem ser vistas como conjuntos relativamente estáveis de regras e recursos, juntamente com relações sociais que são estabelecidas por eles” (THOMPSON, 1995, p.367). Estas estão situadas nos campos de interação e, de acordo com Oliveira (2008), elas podem, por exemplo, ser

escolas, famílias, comunidades de bairro, sistemas de ensino, editoras, as Sociedades de matemática, as sociedades de educação, as sociedades de educação matemática, o Movimento da Matemática Moderna, o Colégio Pedro II, o governo, os sindicatos, etc. (OLIVEIRA, 2008, p. 40)

Cada uma dessas instituições possui dinâmicas internas, regras explícitas e implícitas, impactos de poder, hierarquias, tudo isso atuando dentro de um campo maior onde essas instituições se interagem. No caso desta dissertação, podemos citar as Universidades, que Pedro Nunes atuou primeiramente como aluno e posteriormente como professor.

4. A **estrutura social**, que implica em identificar “(...) assimetrias e diferenças relativamente estáveis que caracterizam as instituições sociais e os campos de interação” (THOMPSON, 1995, p.367). “São diferenças de raça, gênero, e tantas outras categorias que o pesquisador puder identificar que geram diferenças relativamente estáveis.” (OLIVEIRA, 2008, p. 41).

5. Por último, os **meios técnicos de construção e transmissão** que “conferem às formas simbólicas determinadas características, certo grau de fixidez, certo grau de reprodutibilidade e certa possibilidade de participação para os sujeitos que empregam o meio” (THOMPSON, 1995, p. 368), ou seja, toda forma simbólica é produzida e transmitida através de algum meio.

Assim, esta primeira parte da análise consiste em reconstruir os contextos sócio-históricos de produção, circulação e recepção das formas simbólicas considerando esses pontos acima. Resumidamente, essa fase consiste em:

reconstruir as condições e contextos sócio-históricos de produção, circulação e recepção das formas simbólicas, examinar as regras e convenções, as relações sociais e instituições, e a distribuição de poder, recursos e oportunidades em virtude das quais esses contextos constroem campos

diferenciados e socialmente estruturados. (THOMPSON, 1995, p. 369)

Ainda relacionado a esta fase da metodologia, apresentaremos alguns tópicos que Oliveira (2008) expõe que podem ser analisados nos livros didáticos (no caso da pesquisa dele), e que nós também podemos adequar para a análise do conceito de loxodromia presentes nas obras de Pedro Nunes.

Oliveira (2008) considera que o único meio de ter acesso ao contexto de produção, apropriação e transmissão de alguma forma simbólica é por meio de outras formas simbólicas produzidas naquela época, sendo que é comum nomeá-las de documentos. Estes podem colaborar para compreensões necessárias às análises e englobam uma multiplicidade de registros, como: “diários oficiais, diários da justiça, relatórios ministeriais, decretos, regulamentações, cartas, bilhetes, dedicatórias, jornais e revistas comerciais, depoimentos, músicas, pinturas, fotografias, gravações, romances, catálogos, documentos dos arquivos de editoras, etc.” (OLIVEIRA, 2008, p. 65). Entretanto, um dos problemas enfrentados na realização deste tipo de pesquisa é a dificuldade do levantamento de documentos.

Schubring (2003) também trata sobre o uso de materiais da época para realizar a Análise Histórica de livros de Matemática. Além disso, ele relata sobre a importância de recorrer às situações de conflitos, como entre autores, editoras, líderes educacionais, políticos, etc., que interferem no desenvolvimento das obras. Como exemplo, no caso de Pedro Nunes, podemos citar as críticas de outros escritores que induziram Pedro Nunes a escrever outras obras para responder a esses autores.

Outra ferramenta importante para este tipo de análise seria o estudo dos conhecimentos matemáticos do período de produção de determinada forma simbólica, assim como o estudo de quais conhecimentos eram difundidos na época. Além dessas, conhecer as discussões entre matemáticos desse período, saber como eram os matemáticos da época, quais as características do sistema educacional e verificar as variações históricas de conceitos matemáticos também são informações que podem permitir compreensões acerca do processo de produção da forma simbólica, das quais explicitaremos algumas no decorrer do texto.

No caso de obras, Oliveira (2008) ainda ressalta que é importante verificar quais foram os influenciadores e quais as referências que estão presentes na obra, que possam ter servido de base para o autor escrevê-la.

Não é possível chegar a uma conclusão sobre a qualidade de uma obra considerando apenas o poder social exercido por seu autor. Assim, a grande circulação, com várias edições, confirma a importância da obra devido a sua acessibilidade. Além disso, verificar as justificativas que levaram a reedição de determinada obra é relevante para a análise.

Outro requisito importante para a reconstituição do contexto de produção de uma obra seria a análise dos prefácios, pois neles os autores costumam apresentar suas intenções, suas concepções de ensino, os materiais que utilizaram para compor, referências a autores do período e livros utilizados na época, ou seja, muito sobre a história da produção da obra.

Identificar quais os motivos que levaram o autor a escrever a obra e para quem ele pretendia destiná-la é de grande importância para a análise também, entretanto, muitas vezes esses motivos são desconhecidos até dos próprios autores e podem ter origens diversas ou até mesmo distantes do autor. Essas informações são de grande relevância, pois podem determinar por que a obra é como é.

Aspectos biográficos do autor podem também ser muito úteis:

a busca por suas vivências, aspectos de sua formação, de suas experiências familiares e profissionais, seu círculo de amizades e influências, seu posicionamento político, seu *status* econômico, etc., podem colaborar para a compreensão do porquê suas obras serem como são. (OLIVEIRA, 2008, p. 78)

Todos esses recursos, quando disponíveis, podem colaborar para compreensões acerca da forma simbólica estudada, que no nosso caso é o conceito de loxodromia. Entretanto, recompor essas características da organização social não é muito simples, mas é parte essencial da análise.

As obras que utilizamos para analisar este conceito possuem muitas informações sobre todo o contexto de Portugal nesse período, que irão compor nossa análise sócio-histórica. Além das próprias obras de Pedro Nunes, utilizaremos outros textos para complementar esse estudo.

1.2 *Análise Formal ou Discursiva*

A análise Formal ou Discursiva (dos elementos internos) contribui também no processo de análise, na sustentação da plausibilidade da interpretação.

Thompson (1995) não ignora este tipo de análise, antes reforça sua necessidade principalmente para percebermos as relações entre os elementos estruturantes da obra. Sua crítica refere-se quando é realizada separadamente da sócio-histórica. Ele afirma que dessa forma, esse tipo de análise se torna um “exercício abstrato, desligado das condições de produção e recepção das formas simbólicas e insensível ao que está sendo expresso pelas formas simbólicas, cuja estrutura ela procura desvelar” (THOMPSON, 1995, p 370).

Consiste basicamente em uma análise que se preocupa com a organização interna das formas simbólicas, com suas características estruturais, seus padrões e suas relações. Oliveira (2008) afirma que um dos elementos que é parte deste tipo de análise, é a descrição da obra. No caso desta dissertação, estamos analisando o conceito de loxodromia por meio de 3 obras de Pedro Nunes, das quais procuramos fazer a descrição.

Entretanto, ele enfatiza que é importante considerar quais são os objetivos dessa descrição, pois esta não consiste apenas em transcrever partes da obra. É preciso fazer reflexões sobre as necessidades e o objetivo da inserção de recortes e a sua representatividade. Além disso, afirma que é preciso ter cuidado para que as citações não sejam tiradas do contexto que elas estão inseridas na obra:

é um processo criativo que busca fazer conhecer sem mostrar. Exige síntese e compreensão do todo. Dessa forma, a descrição serve para relatar qual, efetivamente, é o conteúdo da obra, não apenas os conteúdos matemáticos, mas a estrutura, a metodologia, os recursos e elementos utilizados, as abordagens, as relações entre os conhecimentos matemáticos etc. (OLIVEIRA, 2008, p. 81)

Oliveira (2008) ainda enfatiza que as obras, além de serem produzidas de acordo com as individualidades de cada autor, também sofrem influência das características próprias do seu objeto, que nesse caso é a matemática.

As figuras também são aspectos importantes de serem analisados, pois não são inseridas ao acaso; antes fazem parte e auxiliam na comunicação da intenção do autor.

E o livro funciona assim, é para ser lido texto e figura. Figura também é para ser lida. Então, primeiro foi feita uma estrutura de texto e imagem que torna a aparência gráfica do livro diferente, porque é obrigatório que a imagem esteja naquele local. A imagem não ilustra, a imagem é texto. Então, ela tem que estar numa sequência absolutamente precisa, de modo que você tem que diagramar página por página. E o autor teve que colaborar na diagramação. Todas as páginas tiveram que ser revistas. (DALCIN, 2002, p. 54 apud OLIVEIRA, 2008, p. 87)

Outro elemento destacado por Oliveira (2008) é o estudo da organização argumentativa dada ao texto, ou seja, a forma como o livro se organiza para transmitir o que pretende, sua sequência metodológica, quais recursos são utilizados e como são apresentados.

1.3 Interpretação/Reinterpretação

oferecer uma interpretação é projetar um significado possível, um dentre muitos significados possíveis que podem divergir, ou conflitar com outro. (THOMPSON, 1995, p. 380)

Esta fase constitui um ponto importante da metodologia de interpretação das formas simbólicas, porém não podemos afirmar que nas outras fases, sócio-histórica e formal, não haja interpretação ou que esta não esteja sendo efetivada durante todo o processo de análise.

Consiste basicamente na reflexão sobre os dados obtidos nas outras análises, relacionando contextos e elementos com a finalidade de construir um significado à forma simbólica. “Não apenas nessa fase, mas muito fortemente nela, as relações ideológicas, as formas como o sentido é empregado para estabelecer e sustentar relações de poder, podem ser identificadas” (OLIVEIRA, 2008, p. 43).

As manifestações ideológicas das formas simbólicas só podem ser percebidas, portanto, a partir das relações entre a forma simbólica e a comunidade em que ela está inserida, já que é pressuposto desse conceito que exista um sentido produzido e uma sociedade que o produza, e sobre o qual esse sentido atue.

Portanto, a reflexão sobre os dados obtidos e suas interações, chamada interpretação/reinterpretação por Thompson (1995), permite a produção de significados e assim constitui uma metodologia de interpretação das formas simbólicas.

Thompson (1995) denomina reinterpretação, considerando que as formas simbólicas já foram interpretadas pelos sujeitos que constituem seu mundo sócio-histórico e, ao utilizar essa metodologia, estamos reinterpretando um campo já reinterpretado (cf. THOMPSON, 1995, p. 376).

Como já dissemos anteriormente, essas três fases acontecem concomitantemente e a inter-relação entre elas produz as interpretações que formarão nossa análise da forma simbólica.

Como Thompson (1995) propõe, decidimos fazer a análise do conceito de loxodromia com todas as fases ocorrendo conjuntamente. Por isso, a separamos em apenas dois capítulos, um voltado para a análise dos contextos e outro para a descrição das obras e o conceito de loxodromia propriamente, sendo que a interpretação/reinterpretação perpassa por esses dois capítulos.

CAPÍTULO 2

Conforme a metodologia apresentada, iniciamos essa dissertação com um panorama geral do contexto sócio-histórico de Portugal do período em que Pedro Nunes viveu.

Este capítulo está dividido em duas partes sendo que a primeira trata sobre o período conhecido como Renascimento, que é caracterizado por um movimento que foi comum aos países da Europa, inclusive Portugal. Nesta parte, consideramos relevante apresentar uma breve história política de Portugal, para facilitar o entendimento de todo o contexto desse país nos séculos XV e XVI e em seguida, apresentamos outros temas como biografia e obras de Pedro Nunes, humanismo e imprensa.

Na segunda parte deste capítulo, apresentamos tópicos relativos às navegações marítimas e descobrimentos e suas consequências (como desenvolvimento do comércio, da cartografia e da Matemática) - tópicos importantes que irão compor nossa análise.

PARTE 1: PEDRO NUNES E PORTUGAL NOS SÉCULOS XV E XVI

2.1 *Breve história política de Portugal*

A primeira dinastia de Portugal, chamada afonsina, começou com o rei **D. Afonso Henriques** (1111-1185). Em geral, nos reinados desta dinastia, Portugal estava interessado com a formação do reino, sua ampliação e manutenção e na defesa contra os países vizinhos. Predominaram os problemas das relações com o reino vizinho (Castela) e da possibilidade da união dessas duas coroas.

A Universidade foi inicialmente instalada em Lisboa (de 1290 a 1308), no reinado de **D. Dinis** (1279-1325), desta dinastia: “rei sábio e poeta, grande administrador e fundador da Universidade” (SÉRGIO, 1998, p. 22). Nesta Universidade, eram ensinadas Humanidades, Leis, Direito canônico e Medicina. Também foi neste período que se iniciou o interesse pela náutica, que serviu, posteriormente, para a formação da ciência náutica em Portugal.

A segunda dinastia, chamada de Avis ou Joanina, começa com o rei **D. João I** (1357-1433) em 1385, e neste reinado iniciou-se a expansão marítima portuguesa. Ele teve 8 filhos: D. Duarte, D. Pedro, D. Henrique, D. Isabel, D. João, D. Fernando e outros 2 filhos que não sobreviveram. Camões, em sua obra *Os Lusíadas*, refere-se a esses infantes como “íncrita geração, altos infantes” (CAMÕES, 2000, p. 179).

A maioria dos historiadores considera o início das navegações e expansões portuguesas com a tomada de Ceuta, em 1415, no reinado deste rei, e “foram os primeiros de uma sucessão de governantes profundamente devotados à continuidade da expansão” (BELLINI, 1999, p. 3).

O infante D. Henrique (1394-1460), filho de D. João I, foi um dos primeiros organizadores dos descobrimentos marítimos. Ele se dedicou às navegações e reuniu em torno de si os estudos geográficos, comerciais, astronômicos, entre outros, sendo que seu objetivo inicial era atingir o Oriente e apossar-se do seu comércio (cf. SÉRGIO, 1998, p. 41).

É verdadeira sua capacidade de organização e a tenacidade com que perseguia uma idéia e lhe dava execução prática, mesmo que tivesse que ultrapassar as mais difíceis barreiras. Era, sobretudo, um homem de acção e um organizador e, com essas capacidades, conseguiu que trabalhassem em conjunto com os homens do mar, que ele controlava directamente, os tais cartógrafos, astrólogos, construtores de instrumentos náuticos. (BETHENCOURT et al., 1998, p. 74 e 75)

Autores afirmam que D. Henrique, com a finalidade de suprir as necessidades de mão-de-obra especializada e recursos para a navegação, fundou a Escola de Sagres, onde se concentravam sábios, capitães, pilotos experientes, matemáticos, geógrafos, astrônomos, transformando-a em uma escola de estudos náuticos. Até o século XIX, muitos historiadores acreditavam que ele havia fundado essa escola náutica, por volta de 1417 em Algarve. Conforme Gama (2003), para os homens dos séculos XVIII e XIX, que acreditavam na existência dessa escola científica,

os acontecimentos do tempo do infante eram, sem dúvida, fruto de uma revolução das técnicas de navegação, logo, as descobertas teriam sido levadas a cabo por instituições científicas, que trabalhavam directamente sobre os problemas apresentados pelos marinheiros. (GAMA, 2003)

Entretanto, essa escola constituiu-se em um dos grandes mitos da história de Portugal. Atualmente, conforme Gama (2003) e João (2005), acredita-se que a existência desta escola é uma lenda que carece de documentação que a comprove. O que alguns autores afirmam é apenas que existiu uma vila, fundada por D. Henrique e que esta “seria um ponto de assistência aos navegadores que aí passassem perto e precisassem de mantimentos ou de aguardar por boas condições de navegação.” (GAMA, 2003).

Portanto, acreditamos que esta Escola constituiu apenas em um símbolo do infante D. Henrique e também de todas as atividades relacionadas com as navegações portuguesas de sua época. Assim,

Apesar de todas as dúvidas dos especialistas, a ideia mais aceite e divulgada continua a apontar Sagres e o seu imponente Promontório como um local privilegiado para o controlo da navegação entre o Mediterrâneo e o Atlântico, cuja importância tinha sido claramente percebida pelo Infante D. Henrique. Por isso, ali quis edificar a sua Vila para apoiar os navios que cruzavam a região. (JOÃO, 2005, p. 418)

D. Henrique também percebeu a necessidade de se criar uma cadeira de Astronomia na Universidade que D. Dinis havia fundado. Segundo Teixeira (1925), esta cadeira costumava ensinar a Astronomia aplicada à Náutica. Ele foi de fundamental importância no planejamento e na execução do projeto de expansão das navegações e descobrimentos.

D. Duarte I (1391-1438), por ser o filho mais velho de D. João I, foi quem herdou o trono em 1433 e ficou conhecido por seu interesse pela cultura e também pelas obras que escreveu. Sucedeu a seu pai, dando continuidade à política de exploração marítima e de conquistas na África, sendo que seu irmão D. Henrique administrou as navegações nesse período. Entretanto, os desastres do reinado de D. Duarte, assim como as lutas que se seguiram após sua morte, afastaram D. Henrique de continuar com as viagens marítimas.

D. Duarte I teve três filhas e dois filhos e seu sucessor foi seu filho mais velho, **D. Afonso V** (1432-1481), que subiu ao trono com 6 anos. Devido a isso, D. Pedro³ foi nomeado defensor do reino e somente em 1448, quando atingiu a maioridade, D. Afonso V assumiu o reinado. De acordo com Sérgio (1998), “Afonso V foi um cavaleiro magnífico, fantasista na sua ambição, amador das artes, bravo soldado sem dotes de comando, péssimo estadista. Perdulário com a nobreza, desfez todo o trabalho paciente dos dois reinados anteriores e da regência” (SÉRGIO, 1998, p. 50).

Seu sucessor foi seu filho **D. João II** (1455-1495): “Foi ele um grande estadista, que organizou no máximo grau a solução do problema do Oriente” (SÉRGIO, 1998, p. 53). Nesse reinado, a situação financeira estava grave, e foi um pouco aliviada devido ao avanço das descobertas e do comércio. Além disso, durante esse reinado Bartolomeu Dias cruzou o Cabo da Boa Esperança⁴, em 1488, chegando ao Oceano Índico por meio do Oceano Atlântico, abrindo caminho para o Oriente. As navegações desse reinado aproximaram-se da Índia tão almejada pelos portugueses.

Posteriormente, **D. Manuel** (1469-1521), sucessor de D. João II, prosseguiu as explorações portuguesas, continuou o desenvolvimento dos monopólios comerciais e não abandonou o projeto de D. João II de chegar à Índia, obtendo esse

³ D. Pedro era Duque de Coimbra e o tio mais velho de Afonso.

⁴ É um cabo situado perto do extremo sul do continente africano.

caminho por meio da viagem de Vasco da Gama, em 1498. Também foi nesse reinado que os portugueses chegaram ao Brasil e às ilhas das especiarias, as Molucas. Este rei ficou conhecido como senhor da conquista, navegação e comércio da Etiópia, Arábia, Pérsia e Índia. Com todas as conquistas e os rendimentos do comércio, nesse reinado houve uma coroa enriquecida, que permitiu uma reestruturação da administração portuguesa (cf. MATTOSO, 1993, p. 446):

A missão de Vasco da Gama, completada pelas de Cabral e de João da Nova, fez de Portugal o intermediário máximo, e de Lisboa o empório do grande comércio, frequentado por enxames de navios e mercadores de todo o mundo. (SÉRGIO, 1998, p. 63)

Todos estes fatores contribuíram para a constituição do Império português, sendo Portugal um dos países mais ricos da Europa nesse período.

O sucessor de D. Manuel foi seu filho **D. João III** (1502-1557), que nasceu no mesmo ano que Pedro Nunes (1502-1578). Como ele herdou um império muito vasto e disperso (nas ilhas atlânticas, costa ocidental e oriental da África, Índia, Malásia, Ilhas do Pacífico, China e Brasil), apresentou dificuldades na administração de todas essas terras. Além disso, por ser extremamente religioso permitiu a introdução da Inquisição em Portugal, em 1536. Nesse reinado já era possível notar os primeiros sinais do declínio de Portugal.

Em seguida, **D. Sebastião** (1554-1578), que era neto do rei D. João III, herdou o trono com apenas 3 anos, mas assumiu apenas quando tinha 14 anos. Em 1578, houve a derrota portuguesa na batalha de Alcácer-Quibir, ano em que D. Sebastião desapareceu. Essa derrota teve como consequência a entrega do trono de Portugal a Filipe II da Espanha, posteriormente, em 1581.

D. Henrique I (1512-1580) sucedeu a seu sobrinho-neto D. Sebastião. Ele foi um rei voltado à carreira eclesiástica e transformou Évora num polo cultural importante, governando Portugal por pouco tempo, entre 1578 e 1580, ano de sua morte.

A dinastia seguinte foi composta por reis da Espanha.

2.2 Pedro Nunes (1502-1578)



Figura 1: *Pedro Nunes.*⁵

A vida de Pedro Nunes (...) decorre num arco que parece reflectir a história do país. O seu nascimento dá-se pouco depois da chegada à Índia e ao Brasil; a meio da vida, no auge da sua carreira, os navios portugueses alcançavam o Oriente mais extremo e as praias de Tanegashima; a sua morte ocorre uma semana depois do desastre de Alcácer-Quibir. Isto são, talvez, apenas coincidências. O que é absolutamente certo é que a carreira de Pedro Nunes esteve sempre intimamente ligada às circunstâncias do tempo e do país em que nasceu. (LEITÃO, 2002a, p. 25 e 26)

O período histórico em que Pedro Nunes viveu é conhecido como Renascimento, e é caracterizado na história da Europa como uma época em que houve um movimento cultural marcante em todos os países, demarcando a transição da Idade Média para a Idade Moderna. Nesse período toda a Europa passou por transformações culturais, sociais, políticas, religiosas e econômicas.

⁵ Retirada de: <http://purl.pt/40/1/a-vida.html>.

De acordo com Abbagnano (1998), a palavra “Renascimento” é utilizada para designar a renovação moral, intelectual e política em consequência da retomada, pelos europeus, dos valores da civilização greco-romana. Além disso, Debus (2002) afirma que “O Renascimento implicou, sem dúvida, uma espécie de “renascer” do conhecimento – tanto da arte como da literatura” (DEBUS, 2002, p. 2).

O início do Renascimento apresenta diferentes concepções de demarcação temporal. Alguns autores afirmam que começou no fim do século XIV, indo até o fim do século XVI (ABBAGNANO, 1998, p. 852). Já outros afirmam que este movimento data dos séculos XV e XVI, mas podemos perceber seus primeiros sinais no século XIV: “De todo modo, o certo é que hoje entende-se por Renascença a denominação historiográfica de todo o pensamento dos séculos XV e XVI” (REALE; ANTISERI, 2005, p. 12).

Este movimento iniciou-se na Península Itálica, e cidades como Milão, Roma, Veneza, Florença e Gênova tiveram um expressivo movimento artístico e intelectual neste período. Posteriormente, nos séculos XV e XVI, propagou-se para outros países como Portugal, Espanha e França.

Na península Ibérica, o Renascimento ocorreu tardiamente, se comparado aos outros países da Europa, considerando que apenas no final do século XV ocorreram as primeiras manifestações. Conforme Falcon (1997), o Renascimento português corresponde ao período entre a segunda metade do século XV e as décadas iniciais do século XVI. As diversas alterações que surgiram na Europa também influenciavam Portugal, entretanto chegavam a esse país com menor força e com consequências um pouco diferentes.

Falcon (1997) argumenta que esta morosidade se deu devido: “a pobreza, a lonjura dos grandes centros, a primazia dedicada aos Descobrimentos, grande sorvedouro de haveres e energias, materiais e espirituais”. Apesar disto, estudiosos deste assunto destacam que as navegações e os Descobrimentos Ibéricos contribuíram para enriquecer o Renascimento e o humanismo europeus. Essa característica específica do Renascimento português teve grande destaque neste período.

Foi nesse contexto que viveu Pedro Nunes. Ele nasceu no auge dos Descobrimentos e das Grandes Navegações em Portugal, sendo este país uma das importantes potências econômicas da época.

Com Pedro Nunes, Portugal que já era a grande potência financeira, por dominar as mais importantes rotas comerciais e ter anexado grandes extensões de terras, passa, a partir de então, a contribuir com o desenvolvimento científico. (SOUZA; CARDOSO, 2002, p. 9)

A maioria dos autores afirma que se desconhece muito sobre sua vida, principalmente sobre sua família e seus anos de infância e juventude. Também percebemos que há divergências entre os autores com relação a algumas datas e a alguns acontecimentos de sua vida. Assim, tentamos selecionar alguns fatos que consideramos mais importantes e encontramos maior consenso entre os autores.

Pedro Nunes, também conhecido pela versão latinizada do seu nome, Petrus Nonius Salaciensis, nasceu em Alcácer do Sal (uma vila localizada no Sul de Portugal, perto de Lisboa), no ano de 1502⁶. Somos informados por ele mesmo sobre o ano de seu nascimento na sua obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*: “Exempligratia, sit anno Domini 1502, quo ego natus sum, datum tempus. Dierum (...)” (NUNES, 1573, p. 135).

Provavelmente sua família era de cristãos-novos⁷. Devido a isso, a maioria de seus biógrafos se admira por ele nunca ter sido perseguido pela Inquisição e, pelo contrário, sempre foi muito protegido pela corte⁸. D. Manuel sempre o protegeu, assim como D. João III: “a carreira científica de Pedro Nunes é dificilmente explicável sem o mecenato de D. João III, e sem uma especial predileção por parte do rei” (LEITÃO, 2002a, p. 17). Isso pode ser verificado através dos diversos rendimentos que ele recebeu ao longo de sua vida. Entretanto, o mesmo não ocorreu com seus netos, que sofreram muito com a Inquisição⁹.

A fama de cristão-novo, que vagamente pairou sobre o Cosmógrafo-mor, nunca o prejudicou directamente, como ficou dito. Reis e

⁶ Alcácer do Sal, no início do século XVI, era uma localidade influente, que ganhou notoriedade e riqueza por ser o entreposto comercial e o porto de chegada para o Alentejo (região de Portugal). Além disso, também era uma cidade escolhida pelo Rei para realizar algumas festas de acontecimentos importantes (cf. LEITÃO, 2003).

⁷ Designação dada em Portugal aos judeus convertidos ao cristianismo.

⁸ D. Manuel I tolerou os judeus no início de seu reinado. Entretanto, quando se casou com a filha do rei da Espanha, os sogros impuseram-lhe que tinha que obrigar os judeus a converterem-se ao cristianismo e expulsar os que se recusassem. D. Manuel I aceitou o acordo e cumpriu. Os judeus que se converteram passaram a ser conhecidos como cristãos-novos, como é o caso de Pedro Nunes (cf. CRUZ, 1995, p. 29).

⁹ Sobre este assunto verificar com maiores detalhes Leitão (2003): “Para uma biografia de Pedro Nunes: O surgimento de um matemático, 1502-1542”.

Príncipes (...) tinham pelo glorioso matemático carinhosa predilecção. (VENTURA, 1985, p. 14)

É interessante notar que no reinado de D. João III foi instalado o tribunal que se destinava a julgar os crimes contra a religião católica (cf. CRUZ, 1995, p 31).

A Inquisição ou Tribunal do Santo Ofício era um tribunal religioso que tinha como missão investigar e castigar as pessoas acusadas de crime de heresia. Por heresia entendiam-se as interpretações erradas da doutrina cristã ou actos que ofendessem a Deus ou à Igreja católica (...). Ao tribunal da Inquisição competia ainda fazer uma lista de livros proibidos. Todas as obras que contivessem mensagens ou ideias que não agradassem à Igreja Católica eram queimadas em público. (CRUZ, 1995, p. 32 e 33)

Conforme Dias (1981), a Inquisição surgiu devido à existência dos judeus em Portugal e não devido à preocupação com o surgimento de outras religiões, pois, nesse país, os efeitos da Reforma não tiveram tanta influência como nos demais países da Europa (cf. DIAS, 1981, p. 34). Sobre isto, Falcon (1997) afirma que Portugal não conheceu diretamente a Reforma, mas apenas alguns aspectos de suspeita de heresia.

Dias (1981) ainda relata que por volta de 1540 aumentou a aplicação de penas e houve uma censura literária muito rígida; indo contra o humanismo e com a Contra-Reforma, a Igreja católica deteve o poder tanto na sociedade política como na sociedade civil. Por isso, as proibições nesta época foram muito intensas, tanto de leitura, como de posse, de circulação ou de publicação de livros que não estavam de acordo com a Igreja. Alguns livros eram riscados ou rasgados nas partes proibidas.

A censura era tríplice: da Inquisição, do Ordinário (bispo diocesano), e do rei (Desembargador do Paço). Dela não escaparam Camões, Gil Vicente, Sá de Miranda e inúmeros outros (...) Tais efeitos negativos tornaram-se evidentes no século XVII posto que na segunda metade do XVI ainda se fizeram presentes algumas das mais importantes produções literárias renascentistas, a começar pelos Lusíadas (1572). (FALCON, 1997)

Devido a esse controle, o desenvolvimento científico em Portugal ficou prejudicado, principalmente nos séculos posteriores.

Em vista de todo este contexto é interessante notar que apesar da família de Pedro Nunes ser de cristãos-novos, ele provavelmente não foi perseguido pela Inquisição e, pelo contrário, sempre foi protegido pela corte.

Sobre os estudos de Pedro Nunes, sugere-se que ele iniciou por volta de 1517, na Universidade de Salamanca, na Espanha, onde estudou Medicina, Artes e Matemática (cf. LEITÃO, 2002a, p. 15; SOUZA; CARDOSO, 2002, p. 90). Presume-se que ele obteve o bacharelato nessa Universidade (cf. LEITÃO, 2003).

No período em que ele esteve em Salamanca, especificamente em 1523, casou-se com Guiomar Aires e desse casamento tiveram 6 filhos: Isabel, Briolanja, Francisca, Pedro Areas, Apolónio Nunes e Guiomar.

Depois, regressou a Portugal por volta de 1525 e 1527, pois havia sido chamado pelo rei D. João III. Leitão (2002a) afirma que este episódio da vida de Pedro Nunes é o que suscita mais interrogações, pois não se sabe o motivo pelo qual o rei o chamou.

Por volta de 1527-28 ele começou a dar aulas aos infantes D. Luís, D. Duarte, D. Henrique (futuro cardeal e rei de Portugal), D. Antonio, D. Sebastião, entre outros (cf. VENTURA, 1985, p.15). Também teve como alunos, importantes nomes como D. João de Castro (que depois se tornou um dos maiores pilotos navegadores portugueses e futuro vice-rei da Índia) e o Padre Cristóvão Clávio (que, posteriormente, foi professor em Roma e um dos responsáveis pela reforma do Calendário), além de ter dado aulas a muitos pilotos, devido ao seu cargo de cosmógrafo.

Em 16 de novembro de 1529, foi nomeado cosmógrafo¹⁰ do Reino de D. João III, ficando encarregado de aspectos relativos à formação de pilotos e homens do mar. Assim, iniciava-se a relação de Pedro Nunes com as atividades náuticas, que foram centrais no decorrer de sua carreira. Esta nomeação ocorreu principalmente devido aos seus elevados conhecimentos de Astronomia e Matemática.

Quando foi nomeado cosmógrafo, Pedro Nunes já era bacharel em Medicina pela Universidade de Salamanca, local em que na época se inseria o humanismo.

¹⁰ Algumas das funções dos cosmógrafos eram: ocupar-se com as questões das cartas de marear e instrumentos náuticos e também deveriam reunir-se com os pilotos e mestres das embarcações para tratar das questões da navegação (MATOS, 1999, p. 2). Em 1592 foi publicado o Regimento do Cosmógrafo-Mor, sendo que uma das responsabilidades, aplicar uma lição de matemática, que seria frequentada pelos homens do mar.

O humanismo tornou possível aos homens do século XVI conhecer obras tão fundamentais como as de Euclides, Ptolomeu, Dioscórides, Pompônio Mela, Galeno, entre outros (cf. ALBUQUERQUE, 1987, p. 137). Este foi um aspecto muito presente no Renascimento em toda a Europa. Debus (2002) afirma que a principal característica do humanismo era a dedicação aos Antigos, sendo que a “procura de novos textos clássicos era intensa no século XV e cada descoberta era saudada como uma grande proeza.” (DEBUS, 2002, p. 4).

Para os homens desse período, o passado era sempre melhor que o presente, e o progresso significava retorno, ou seja, o renascimento da civilização greco-romana (cf. DEBUS, 2002, p. 75). Assim, Debus (2002) afirma que “recuperar o sentido genuíno do Texto Sagrado quer dizer recuperar a verdade, procurar um tesouro sobre o qual se depositaram as inscrustações do tempo (...)” (DEBUS, 2002, p. 75). Além disso, ele afirma que

os humanistas olham para o passado: ler Cícero, Ovídio, Virgílio significa retornar a uma civilização que o humanista considera superior àquela em que lhe tocou por sorte viver e que constitui o inatingível modelo de toda forma de convivência humana. (DEBUS, 2002, p. 75)

O humanismo também está associado ao estudo das humanidades (cf. ABRÃO, 1999, p. 134) – *studia humanitatis* – que, de acordo com Burke (1999), consiste em “um pacote acadêmico que enfatizava cinco matérias em particular, todas referentes à linguagem e à moral: gramática, retórica, poesia, história e ética” (BURKE, 1999, p. 25).

Os humanistas eram um grupo de indivíduos que desde o século XIV se esforçava para modificar e renovar o padrão de estudos ministrado tradicionalmente nas Universidades medievais, sendo que nessas Universidades predominava a cultura da Igreja, que era voltada para três carreiras: Direito, Medicina e Teologia (cf. SEVCENKO, 1992, p. 13). Conforme Abbagnano (1998), eles valorizavam o progresso e buscavam revolucionar o mundo através da educação. Além disso, eles foram os grandes responsáveis pela divulgação dos valores renascentistas pela Europa.

Assim, iniciou-se um movimento de reforma educacional, baseado nos estudos humanísticos que estavam centrados sobre os textos dos autores da Antiguidade clássica e, por isso, ligados à aprendizagem e domínio das línguas

clássicas (latim e grego): “A procura de novos textos – e de novas traduções – resultou no reconhecimento da importância do grego” (DEBUS, 2002, p. 5).

Além disso, Debus (2002) atenta para o fato de que houve uma recuperação não somente dos clássicos da medicina e da física antigas, mas também dos textos místicos da Antiguidade (cf. DEBUS, 2002, p. 133), além dos textos herméticos e dos alquimistas.

Como podemos notar, no século XVI era possível distinguir duas hegemonias culturais em Portugal: a escolástica e a humanística. Estas duas hegemonias estiveram em conflito durante todo o período do Renascimento: “O sistema sociocultural dominante é uma complexa aliança de elementos conservadores, como a escolástica medieval e o anti-humanismo, com elementos abertos e revolucionários como o humanismo cristão” (FALCON, 1997).

Sobre a cultura humanística, Falcon (1997) expõe que teve destaque na primeira metade do século XVI, coincidindo com o reinado de D. Manuel (1469-1521) e D. João III (1502-1557), período este em que houve a prosperidade econômica, a decadência da Universidade de Lisboa (levando os intelectuais ao intercâmbio com outros polos culturais) e a institucionalização do ensino.

Como exemplos de humanistas em Portugal, podemos citar Andre de Resende (1500-1573)¹¹ e Damião de Góis (1502-1574)¹². Cabe mencionar que os humanistas foram especialmente controlados pela Inquisição.

Voltando a tratar sobre os estudos de Pedro Nunes, na Universidade de Lisboa, ele obteve os graus de licenciado e doutor em Medicina, exerceu a docência e também participou da administração. Fonseca (2004) ainda afirma que Pedro Nunes estava inserido institucionalmente em uma tripla dimensão: docente, administrativa e social. Nesse período, essa Universidade estava em processo de transição e transformação e nessa mesma Universidade ele foi encarregado de

¹¹ Em 1531, ele publicou em Basiléia o seu *Erasmi encomium*. Depois publicou diversos textos humanísticos em latim: “poesias de profunda inspiração religiosa e humana e encômios de circunstância, epístolas, dissertações filológicas e arqueológicas, assim como textos litúrgicos e orações universitárias em que faz a apologia ou o elogio dos grandes clássicos antigos e modernos” (MARTINS, 1991, p. 74).

¹² A Inquisição o perseguiu devido a seus contatos internacionais e suas relações com humanistas da Reforma. Ele foi um dos escritores mais editados e mais lidos no estrangeiro, sendo que diversos de seus textos foram publicados em outros países como Alemanha, Bélgica, Itália e Inglaterra (cf. MARTINS, 1991, p. 74).

lecionar nas cadeiras de Filosofia Moral (1529), de Lógica (1530) e de Metafísica (1531-32). Período em que floresceu nessa Universidade, o humanismo.

Resumidamente, os anos entre 1527 e 1532 são centrais na definição da carreira, no perfil intelectual e nos interesses de Pedro Nunes.

Foram os anos em que o jovem bacharel concluiu a sua formação como médico mas em que, ao mesmo tempo, se ocupou a dar aulas nos Estudos Gerais em Lisboa, da tutoria científica dos príncipes irmãos de D. João III, e das suas obrigações como cosmógrafo do reino. São, pois, os anos em que o bacharel se transforma no professor, matemático e cosmógrafo. (LEITÃO, 2003, p. 68)

Em 1532, deixou a docência na Universidade, provavelmente para se dedicar apenas ao cargo de cosmógrafo (cf. VENTURA, 1985, p. 159). Após esse período, Fonseca (2004) relata que Pedro Nunes teve uma participação ocasional na vida universitária e não se encontram registros universitários que o mencionem entre 1537-1544.

Em 1537, iniciou a publicação de suas obras, a maioria delas voltadas à navegação.

Podemos notar que todo o pensamento renascentista predominante na Europa e especificamente em Portugal, também influenciou Pedro Nunes, e em suas obras podemos notar aspectos do humanismo. Teixeira (1925) afirma que

Percorrendo aquelas obras, nota-se em frequentes passagens o seu extenso e profundo conhecimento dos trabalhos matemáticos e astronómicos dos Gregos, Judeus e Árabes, principalmente de Ptolomeu, de cujas obras foi um dos grandes comentadores. Admira-se noutras o seu engenho e habilidade como matemático e a sua sagacidade como crítico (...) Assim as invenções da linha do rumo e do nónio tiveram origem, como vimos, no seu estudo das obras de Ptolomeu (...). (TEIXEIRA, 1925)

Pelos próprios textos de Pedro Nunes, podemos perceber a influência de diversos autores da Antiguidade. Em comemoração aos 500 anos do nascimento de Pedro Nunes foi realizado um estudo sobre alguns dos textos que Pedro Nunes recorreu¹³.

1. ALFRAGANUS (800 - 870);

¹³ Para maiores detalhes sobre esse estudo verificar LEITÃO (2002b): "Pedro Nunes, 1502-1578: novas terras, novos mares e o que mays he: novo ceo e novas estrella". Disponível em: <http://purl.pt/40/1>.

2. APIANUS, Petrus (1495-1552);
3. ARISTÓTELES (? - 322 a.C.);
4. ARQUIMEDES (287-212 a.C.);
5. CARDANO, Girolamo (1501-1576);
6. CARELLI, Giovanni Battista (15—);
7. COPÉRNICO, Nicolau (1473-1543);
8. ESTRABÃO (60 a.C.-?);
9. EUCLIDES (306-238 a.C.);
10. FINÉ, Oronce (1494-1555);
11. GEMMA, Reiner Frisius (1508-1555);
12. JOHANNES DE SACRO BOSCO (1190-1256);
13. PACCIOLI, Luca (1445-1517);
14. PTOLOMEU (90-168);
15. PURBACHIUS, Georgius (1423-1461);
16. REGIOMONTANUS, Johannes Müller (1436-1476);
17. STOEFFLER, Johann (1452-1531);
18. TARTAGLIA, Niccolò (1499/1500-1557);
19. TEODÓSIO, DE TRIPOLI (séc. I a.C.);
20. VITRÚVIO (séc. I a.C.);
21. WERNER, Johann (1468-1528);

Assim, por este estudo e por meio de suas obras podemos notar que muitas das ideias presentes nos textos da Antiguidade serviram de base para as suas teorias.

Apesar de o século XVI ser de “profunda veneração pela autoridade antiga que estimulou alguns dos mais célebres intelectuais da altura”, esse respeito e admiração pelos Antigos não impedia que eles fossem criticados e corrigidos (cf. DEBUS, 2002, p. 99).

A recuperação das verdades do passado clássico, quando comparadas com a realidade (observação), gerava, muitas vezes, um distanciamento crítico em relação a esse passado. Distanciamento este que se refere ao fato dos pensadores dos séculos XV e XVI, inclusive Pedro Nunes, não aceitarem cegamente os escritos da Antiguidade clássica, e esta foi uma característica dos renascentistas portugueses, diretamente ligada à Cultura dos Descobrimentos.

Conforme Albuquerque (1987), quando partiam para suas viagens, Diogo Gomes (14??-1502), Duarte Pacheco Pereira (1460-1533) e D. João de Castro (1500-1548) levavam consigo muitos conhecimentos obtidos nos textos clássicos e também por meio de experiências acumuladas pelos seus antecessores. Entretanto, quando comparados com a realidade (pela observação), percebiam contradições (cf. ALBUQUERQUE, 1987, p. 138).

Albuquerque (1987) afirma que

a experiência para os homens do século XVI revestia-se da forma de observação e registro dos fenômenos que a natureza ocasionalmente colocava ao seu alcance; algumas vezes também (...) essa observação e esse registro eram completados pelo intento de encontrar explicação para o que fora observado. (ALBUQUERQUE, 1987, p. 152)

Assim, esses homens passaram a sentir a necessidade de rever os conhecimentos geográficos das obras da Antiguidade clássica à luz da experiência/observação¹⁴:

É o momento em que a descoberta de novas terras e o alargamento dos limites do mundo permitiam “experimental” e, de certa forma, sentir de modo palpável a limitação das doutrinas dos antigos. E torna-se cada vez mais claro o conceito – no qual a filosofia humanista já insistira havia muito tempo – de que a filosofia e a ciência de tais doutrinas não são compêndios de verdades eternas, mas, pelo contrário, produtos históricos ligados a uma época e a um lugar determinados, na época válidos, satisfatórios e plenamente legítimos, mas não mais válidos, nem satisfatórios e plenamente legítimos hoje, numa situação nova e diferente – diante de coisas e problemas novos -, em que se colocam perguntas diversas, que exigem respostas diferentes e mais articuladas. (ROSSI, 2001, p. 64)

Como Pedro Nunes não era um navegador, com ele ocorria um pouco diferente. Pelos seus textos podemos concluir que muitas de suas invenções e teorias nasceram por meio da leitura de obras clássicas e não da observação de fatos exteriores, como outros homens de seu tempo. Entretanto, também nunca se submeteu cegamente aos escritos clássicos, pelo contrário, criticava, fazia anotações e aperfeiçoava.

¹⁴ De acordo com Falcon (1997), quando se refere a “observação” e “experiência”, “tais noções nada têm a ver com as suas correspondentes modernas; seu sentido era ainda aristotélico e se referia à mera comprovação ou ilustração, de um saber que era, em sua essência, racional e especulativo.” (FALCON, 1997).

Como exemplos de autores da Antiguidade que ele criticou podemos citar Ptolomeu e Sacrobosco. O primeiro foi um dos autores mais utilizados por Pedro Nunes em suas teorias e, mesmo assim, ele não hesitou em criticá-lo. A seguir colocamos uma citação em que Pedro Nunes faz um elogio a Ptolomeu e outra em que ele faz uma crítica:

Com efeito, Cláudio Ptolomeu, o mais excelente dos matemáticos, no livro primeiro da *Geografia*, ao pretender determinar a distância entre o cabo Cori e a China, e entre outros lugares que se encontram no Golfo de Bengala, tomou linhas rectas paralelas em lugar dos meridianos e dos círculos paralelos. (NUNES, 2008, p. 284)

Porque os discursos que Ptolomeu faz nesse primeiro livro, que é o fundamento de toda a sua Geografia, são tão fracos e as razões de que nele usa tem tão pouca força, que qualquer pessoa que ler, facilmente poderá entender quão pouca notícia tinham em seu tempo da orbe. Deixarei o que pertence a história, e notarei somente algumas coisas acerca do que ele fazia por demonstrações matemáticas, porque nessas não cabe mudança. (NUNES, 2002, p. 100)¹⁵

Além disso, ele também não hesitava em criticar seus contemporâneos. Como exemplos, podemos citar Orôncio Fineu (Pedro Nunes publicou uma obra intitulada *Sobre os erros de Orôncio Fineu* (1546), que consiste na correção de alguns erros cometidos por este matemático) e Nicolau Copérnico (trataremos mais detalhadamente sobre este caso a seguir).

Também não podemos deixar de mencionar as críticas proferidas por Pedro Nunes aos pilotos de seu tempo, que não conseguiam entender suas ideias.

Assim, do exposto acima podemos dizer que todo o contexto favoreceu a combinação de antigas ideias, que, associadas com os novos conhecimentos obtidos com os Descobrimentos, geravam sistemas de pensamento inteiramente novos (cf. EISENSTEIN, 1998, p. 60).

Já a obra de Copérnico foi de grande relevância¹⁶. Quando Pedro Nunes imprimiu *Obras de Pedro Nunes Salaciensis* em 1566, as ideias de Copérnico já

¹⁵ “Porque os discursos que Ptolomeo faz neste primeiro liuro que he o fundamêto de toda sua Geographia sam tam fracos: e as razões de que nelle vsa tem tam pouca força: q̃ qualquer pessoa que per elle ler facilmente podera entêder quam pouca noticia em seu tempo tinhão do sitio do orbe: deixarey o q̃ pertence a historia: e notarey somête algũas cousas acerca do que elle fazia per demostrações mathematicas: porque nestas não cabe mudança.” (NUNES, 2002, p. 100).

¹⁶ Para tratarmos das ideias de Copérnico nas obras de Pedro Nunes estamos utilizando como referência trabalhos já realizados sobre este assunto: Leitão (2002c) - *Uma nota sobre Pedro Nunes e Copérnico* e também Leitão (2008b).

havia sido publicadas na obra *De Revolutionibus*, em 1543. Entretanto, Pedro Nunes não aderiu às ideias de Copérnico, continuando a defender o sistema ptolemaico.

Leitão (2002c) afirma que

Até 1610, com o advento do telescópio, e o aparecimento de evidência observacional que questionava seriamente quer alguns princípios da filosofia natural aristotélica, quer a descrição astronômica ptolomaica, foram raríssimos os que defenderam uma posição heliocêntrica. (LEITÃO, 2002c, p. 61)

Apesar de não utilizar as ideias de Copérnico ele não deixou de citá-las, comentá-las e também criticá-las. Leitão (2002c) afirma que mesmo que Pedro Nunes tenha citado esta obra, seria improvável que ele aderisse ao copernicanismo em 1566. Afirma isto, em razão de que, nesse período, outras questões foram mais importantes do que propriamente o heliocentrismo, como as de cunho astronômico-cosmológico, como, por exemplo, as discussões sobre a natureza da matéria celeste. Sem contar, que a adesão ao sistema copernicano no século XVI foi algo raro. Por isso, “seria surpreendente, portanto, que em 1566, Pedro Nunes manifestasse algum tipo de adesão a teses radicalmente distintas do quadro aristotélico-ptolomaico” (LEITÃO, 2002c, p. 62).

Pedro Nunes provavelmente utilizou a primeira edição de *De Revolutionibus*, de Copérnico (Nuremberg, 1543), e é interessante verificar que a segunda edição da obra de Copérnico saiu em Basiléia em 1566, no mesmo ano, na mesma cidade e pelo mesmo impressor que *Obras de Pedro Nunes Salaciensis*, de Pedro Nunes (cf. LEITÃO, 2002c).

Alguns autores, erroneamente afirmam que Pedro Nunes manteve um silêncio sobre as ideias de Copérnico, por receio da Inquisição (cf. DIAS, 1981). Entretanto, Leitão (2002c) afirma que não concorda com isso e enfatiza que Pedro Nunes se referiu a Copérnico em suas obras. Concordamos com Leitão (2002c) e apresentaremos alguns trechos da obra para comprovar isto.

Ainda conforme Leitão (2002c), durante o século XVI não existiam dados que comprovassem que havia algum tipo de resistência direta à leitura e também à citação da obra de Copérnico. Essa situação modificou-se apenas a partir da segunda década do século XVII.

Pedro Nunes fez algumas objeções “num tom que, como se verá, fazem supor um grande respeito pela obra do célebre astrónomo polaco” (LEITÃO, 2002c, p. 67). Comparando com as críticas que Pedro Nunes havia feito a outros escritores, as que se referem a Copérnico e à sua obra “parecem completamente benignos e serenos” (LEITÃO, 2002c, p. 66).

Já na carta ao leitor (que contém os principais tópicos que Pedro Nunes irá desenvolver no decorrer do texto), no início da obra de 1566 encontramos um trecho, no qual ele aponta alguns erros de Copérnico:

Não é verdadeira a segunda parte da oitava proposição do capítulo 14 do livro primeiro de Nicolau Copérnico, em que trata dos triângulos esféricos. E que é erro o que ensina na undécima proposição. E que igualmente se enganou o mesmo Copérnico na proposição sexta acerca dos triângulos rectilíneos. E que não menos se enganou na duodécima. (NUNES, 2008, p. 264 e 265)

Na primeira menção a Copérnico durante o texto, ele faz referência a um problema teórico do movimento da oitava esfera. Leitão (2008b) afirma que “esta primeira menção a Copérnico é, portanto, episódica, e serve apenas para enriquecer uma discussão acerca de assuntos que eram, na altura, importantes problemas de astronomia teórica” (LEITÃO, 2008b, p. 669).

Depois no capítulo 11, ao analisar problemas de trigonometria, ele afirma que o livro de Copérnico contém algumas proposições incorretas referentes à trigonometria esférica e aponta 4 erros (na proposição VI do Capítulo 13 e nas proposições VIII, XI e XII do Capítulo 14). Convém ressaltar, que, em todos os casos, do ponto de vista matemático, Pedro Nunes estava correto. A seguir colocamos um trecho em que aparece uma dessas críticas referentes à trigonometria:

Também Nicolau Copérnico de Torun presta pouca atenção a esta relação entre os lados e os ângulos do triângulo (...). Com efeito, na oitava proposição do capítulo 14 do primeiro livro *Das revoluções*, onde se ocupa dos triângulos esféricos, diz o seguinte: se dois triângulos tiverem dois lados iguais a dois lados, um igual ao outro, e um ângulo igual a um ângulo, quer seja o que é formado pelos lados iguais, quer seja o que se encontra na base, terão também as bases iguais e os restantes ângulos iguais aos restantes. Mostraremos, porém, com uma demonstração simples, que a última parte não é verdadeira. (NUNES, 2008, p. 399)

Em seguida, ele expõe uma demonstração para comprovar que Copérnico realmente estava errado e faz o mesmo para os outros erros. Como podemos perceber, as citações de Pedro Nunes a Copérnico referem-se aos aspectos técnico-matemáticos e não a questões cosmológicas.

Por último, Pedro Nunes faz uma observação de grande importância, na qual podemos perceber a preferência pelo modelo geocêntrico e geoestático.

Por isso, em minha opinião, [Copérnico] deveria ter-se limitado a procurar descobrir de que modo, a partir das suas observações e das de outros, se poderiam tornar mais exactas as tábuas dos movimentos celestes. Algo que certamente poderia conseguir, movendo a oitava esfera e movendo também o Sol, mas mantendo a Terra imóvel no meio do mundo, tal como se faz na astronomia corrente. Mas sobre isto fale-se noutro local, e tratemos de regressar ao nosso tema. (LEITÃO, 2008b, p. 400 e 401)

Podemos concluir que a objeção a Copérnico não é propriamente dirigida ao heliocentrismo, mas sim ao fato de essa nova teoria de Copérnico não conduzir a um melhoramento preciso dos movimentos dos astros e, por isso, continuou a defender o geocentrismo.

Com tudo isso, vemos que Pedro Nunes estava interessado nas ideias que surgiam concomitantes às suas, o que mostra uma atualidade científica: “é um dos mais eloqüentes exemplos de excepcional actualidade da obra” (LEITÃO, 2008b, p. 589). Além disso, Pedro Nunes foi “um dos primeiros europeus a citar, num texto impresso, o nome do célebre astrónomo polaco” (LEITÃO, 2008b, p. 589).

Por último, é importante ressaltar que essa obra em que Pedro Nunes cita Copérnico, obteve 3 edições, e foi muito difundida por toda a Europa.

Voltando a tratar sobre a trajetória de Pedro Nunes, em 16 de outubro de 1544, ele foi nomeado professor da cadeira de Matemática e Astronomia da Universidade de Coimbra, que havia sido transferida de Lisboa no ano de 1537. Ele foi o primeiro a ocupar esta cadeira e permaneceu até o ano de 1562: “teve uma intensa e prolongada participação na vida universitária, como docente, deputado, comissionado para diversas tarefas relevantes, testemunha ou protagonista de querelas de precedências.” (FONSECA, 2004, p.539).

Apesar de estar em Coimbra, Pedro Nunes ainda mantinha o cargo de cosmógrafo e sua ligação com a corte em Lisboa: “Alternava o serviço de professor

com o de cosmógrafo, indo a Lisboa superintender na reformação das cartas de marear e nos exames de mestres e pilotos.” (SILVA, 1972, p. 15).

Em 22 de dezembro de 1547, foi nomeado cosmógrafo-mor do reino, um cargo criado nesta data (cf. QUEIRÓ, 1993; COSTA, 1969), sendo que uma das obrigações de um cosmógrafo-mor era ministrar, por dia, uma aula de Matemática aplicada à náutica.

Até 1562, ano em que Pedro Nunes jubizou¹⁷ da Universidade, ele levou uma vida intensa e procurava atender às obrigações docentes e administrativas na Universidade de Coimbra, e também às solicitações que lhe eram enviadas da capital devido ao seu cargo de cosmógrafo. Por causa desse cargo, sempre recebeu altos rendimentos dos reis.

Sua fama ainda em vida foi muito grande e isto pode ser verificado pelo fato de que na véspera de sua morte foi consultado pelo Papa Gregório XII, sobre o projeto de Reforma do Calendário.

Morreu em Coimbra, em 11 de agosto de 1578.

Quando morreu, Pedro Nunes era desde há algumas décadas uma das figuras mais respeitadas entre os matemáticos europeus, uma fama que perdurou até finais do séc. XVII. A sua obra foi conhecida em toda a Europa, e os seus trabalhos foram citados, estudados, desenvolvidos, criticados, pelos mais importantes nomes da Ciência do século XVII. (LEITÃO, 2002a, p. 22)

2.3 Uma visão geral dos textos de Pedro Nunes

O desenvolvimento da tipografia na Europa, sobretudo depois de 1475 e durante a primeira metade do século XVI, contribuiu, como não podia deixar de ser, para o triunfo do humanismo e o êxito da Reforma. (MARTINS, 1991, p. 224)

Um aspecto intimamente ligado ao humanismo e que ocasionou algumas mudanças em toda a Europa foi a imprensa, que surgiu com Johann Gutenberg, em 1445. A principal novidade foi a introdução dos tipos móveis e não propriamente a imprensa, pois já existiam algumas técnicas de impressão. Eisenstein (1998) considera o termo “imprensa” como um conglomerado de inovações, como o uso de

¹⁷ Jubilar, nesse caso, significa aposentar.

tipos móveis, tinta à base de óleo, prensa de madeira manual, e assim por diante (cf. EISENSTEIN, 1998, p. 28). Com esta novidade tornou-se possível a impressão de um maior número de cópias, difundindo e acelerando a reprodução de livros.

Eisenstein (1998) concebe a imprensa como UM agente de mudanças na Europa ocidental nesse período, e não como O agente e assevera ser difícil saber quais foram realmente os efeitos do seu surgimento. Sabemos apenas que ela ocasionou um “amplo feixe de mudanças relativamente simultâneas e inter-relacionadas” (EISENSTEIN, 1998, p. 28):

O salto do manuscrito para o impresso não somente gerou um grupo de transformações (...), como envolveu uma transformação que cobriu toda a Europa, e que ocorrem num período de tempo relativamente curto. No correr de poucas décadas, estabeleceram-se oficinas impressoras em centros urbanos de todo o continente. Por volta de 1500, já se registravam vários efeitos resultantes do escoamento de materiais impressos. Comparado com os três séculos que vão de 1250 a 1550, ou de 1300 a 1600, o período dos incunábulo é realmente curto. (EISENSTEIN, 1998, p. 132)

Não cabe aqui expor todas essas mudanças, explicitaremos apenas algumas das quais Eisenstein (1998) cita em seu texto¹⁸:

- Foram incentivadas novas formas de trocas interculturais, sendo que “(...) a transmissão de informações escritas tornou-se muito mais eficiente.” (EISENSTEIN, 1998, p. 40 e 50);
- Surgiram novas formas de ilustração (cf. EISENSTEIN, 1998, p. 62);
- Houve melhorias associadas ao formato dos livros, como indicação da página de rosto, local e data, que geraram uma facilidade na catalogação;
- Tornou-se possível uma maior preservação dos livros, além de maior fixidez tipográfica, pois, anteriormente, nenhum manuscrito poderia ser preservado por muito tempo sem ser adulterado pelos copistas (cf. EISENSTEIN, 1998, p. 95);
- Houve ampliação do público leitor, proporcionando o acesso a livros para leitores individuais (cf. EISENSTEIN, 1998, p. 134). Como exemplo, tornou os livros mais acessíveis aos artesãos e os manuais práticos aos estudiosos;

¹⁸ Para maiores informações verificar a obra de Eisenstein (1998) intitulada “A Revolução da Cultura Impressa”.

- “(...) o primeiro século da imprensa deu “grande ímpeto à ampla disseminação de conhecimentos precisos sobre as fontes do pensamento ocidental, tanto clássico como cristão” (EISENSTEIN, 1998, p. 62).

Como exemplo, com a imprensa tornou-se possível uma maior difusão de alguns clássicos greco-romanos, da Bíblia¹⁹ e de outras obras, que até então eram manuseadas apenas pelas autoridades da igreja. Alguns autores greco-romanos como Platão e Aristóteles, entre outros, começaram a ser traduzidos e depois se espalharam rapidamente por toda a Europa.

O humanismo (...) incentivou o interesse pela idade clássica da Antiguidade, e os textos originais gregos e romanos começaram a ser editados e impressos, sendo utilizados no ensino universitário. Isso resultou também nas primeiras edições impressas de matemática: a primeira edição dos Elementos de Euclides em latim ocorreu em 1482, e a primeira edição em grego, em 1533. (SCHUBRING, 2003, p. 44, 46)

Em Portugal, a arte de impressão teve início depois de 1480-1490 e o início do humanismo só ocorreu nos anos de 1520-1530²⁰. Nesse período não foram impressas obras essenciais de temas humanísticos (cf. MARTINS, 1991, p. 71).

Conforme Martins (1991), a perfeição gráfica da tipografia portuguesa do período manuelino (1495-1521) pode ser comparada com as mais importantes casas de impressão, espanhola, francesa, germânica e italiana (cf. MARTINS, 1991, p. 72)²¹.

¹⁹ De acordo com Delumeau (1985) “entre a invenção da imprensa e o ano de 1520 já foram contadas mais de cento e cinquenta e seis edições latinas completas dos Livros santos. (...) Vinte e duas versões alemãs e vinte e três versões francesas da Bíblia foram publicadas entre 1466 e 1520” (DELUMEAU, 1985, p. 146).

²⁰ O primeiro livro impresso em língua portuguesa foi o *Tratado de Confissom*. Não é um livro de Humanismo, mas Martins (1991) afirma que é possível encontrar algumas ideias do humanista Pico della Mirandola. Já o primeiro livro latino impresso em Portugal com tema humanístico foi as *Epistolae* e as *Orationes* de Cataldo Siculo (1455-1517) por volta de 1500 cf. Martins (1991).

²¹ A tipografia portuguesa dos anos 1522-1560 teve como principais impressores Luís Rodrigues e Germão Galharde, que editaram algumas das obras mais importantes do Humanismo em Portugal (cf. MARTINS, 1991, p. 78): “a tipografia portuguesa, designadamente a de Germão Galharde, continuava a imprimir obras de qualidade, tanto no conteúdo como na dignidade tipográfica.” (MARTINS, 1991, p. 225).

Depois de 1537, quando a Universidade estava instalada em Coimbra, essa cidade tornou-se um “centro fecundo de produção bibliográfica, em que o Humanismo desempenha um papel proeminente” (MARTINS, 1991, p. 75).

Entretanto, a tipografia portuguesa teve suas limitações, como por exemplo no século XVI não se imprimiram textos com caracteres gregos ou hebraicos, apenas em português, castelhano e latim. Outro fator negativo era a qualidade iconográfica dessas oficinas (cf. MARTINS, 1991).

Por fim, o Humanismo em Portugal

não teria sido o que foi se (...) não tivessem operado impressores que se aprimoraram na elaboração gráfica de textos humanísticos fundamentais, alguns de clássicos Greco-latinos e de humanistas estrangeiros, mas outros ilustres latinistas nacionais, como André de Resende, Damião de Góis, Diogo de Teive, Fr. Heitor Pinto e sobretudo D. Jerónimo Osório (...). (MARTINS, 1991, p. 79)

A maioria das obras de Pedro Nunes foi impressa em Portugal, como podemos notar na relação que se segue:

- ***Tratado da Sphera (Tratado da Esfera)***, Lisboa, Germão Galhardo, 1537;
- ***Astronomici Introductorii de Spaera Epitome (Epítome da Introdução Astronômica à Esfera)***, sem data (entre 1537 e 1541) e sem local;
- ***De Crepusculis Liber Unus (Sobre os Crepúsculos Livro Um)***, Lisboa, Luís Rodrigues, 1542 e Coimbra, Antonio Mariz, 1571;
- ***De Erratis Orontii Finaei (Sobre os Erros de Orôncio Fineu)***, Coimbra, João Barreiros e João Álvares, 1546 e Coimbra, Antonio Mariz, 1571;
- ***Petri Nonii Salaciensis Opera (Obras de Pedro Nunes Salaciense)***, Basiléia, Officina Henricpetrina, 1566 e Basiléia, Sebastianum Henricpetrum, 1592;
- ***Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria (Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria)***, Antuérpia, Juan Stelsio, 1567;
- ***De Arte Atque Ratione Navigandi (Sobre a Arte e a Ciência de Navegar)***, Coimbra, Antonio Mariz, 1573.

Apenas duas obras foram impressas em Basiléia e uma na Antuérpia. Cabe mencionar que a casa de impressão de Basiléia era muito conhecida por ser de boa qualidade e, provavelmente por isso, Pedro Nunes decidiu imprimir nessa casa impressora sua obra intitulada *Obras de Pedro Nunes*. Entretanto, essa edição saiu com diversos erros, o que levou Pedro Nunes a reimprimir sua obra em uma casa impressora portuguesa, com o título *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*, em 1573.

Pedro Nunes possui uma produção bibliográfica extensa, tratando sobre diversas áreas, sendo que a maioria dos seus textos faz referência às ciências Matemática e Náutica. Em suas obras encontramos também contribuições para a Matemática pura, Geografia, Física, Cosmologia e Cartografia: “Em Nunes vinha a equipagem do matemático, do astrónomo, do físico, do geómetra, em suma, todo o seu conhecimento vivido na realidade da Expansão ultramarina.” (VENTURA, 1985, p. 25).

A seguir faremos um resumo dessas principais obras de Pedro Nunes.

1. ***Tratado da Esfera (1537)***: esta foi a primeira obra de Pedro Nunes e é composta por traduções para o português, com anotações e comentários, de algumas obras greco-romanas importantes e dois tratados originais que tratam sobre problemas náuticos²²:

a. Traduções com anotações e comentários:

- i. Tradução portuguesa da obra *Tractatus de Sphaera*, escrito no século XIII por Johannes de Sacrobosco (1195-1256);
- ii. *Theorica do Sol e da Lva tirada de Latim em lingoagem per ho doctor Pero Nvnez*: consiste na tradução anotada dos capítulos iniciais da obra *Theorica Novae planetarum* de Georg Von Peurbach (1423 – 1461);
- iii. Tradução portuguesa do *Livro primeiro da Geographia* de Claudio Ptolomeu (90-168).

b. Tratados de própria autoria sobre problemas náuticos:

- i. *Tratado que o doutor Pedro Nunes fez sobre certas dúvidas da navegação: dirigido ao Rei nosso senhor*: este Tratado contém respostas às perguntas do navegador Martim Afonso de Sousa ao regressar de uma

²² Não faremos aqui considerações sobre essa obra, pois no próximo capítulo haverá uma análise mais detalhada.

viagem que havia feito ao Brasil em 1530 e aborda a questão da loxodromia;

ii. *Tratado que o doutor Pedro Nunes Cosmógrafo do Rei nosso senhor fez em defesa da carta de marear: com o regimento da altura. Dirigido ao muito esclarecido e muito excelente Príncipe o Infante dom Luiz*: inclui uma diversidade de temas náuticos relacionados com a carta de marear.

Essa obra teve outras edições: 1- Os dois tratados originais foram reproduzidos pelo coronel Esteves Pereira, na Revista de Engenharia Militar, de 1911 a 1913; 2- Tradução francesa, feita anteriormente a 1562, mas não se conhece a autoria.

Posteriormente, Pedro Nunes corrigiu e ampliou esses tratados, escrevendo-os em latim, como veremos a seguir nas obras de número 6 e 8.

2. *Epítome da Introdução Astronômica à Esfera por Pedro Nunes, de Alcácer do Sal (1537-1541)*²³: este trabalho de Pedro Nunes consiste em um resumo em latim de algumas questões de cosmografia, muitas delas presentes na obra de Sacrobosco. Conhece-se apenas um exemplar desse trabalho, que não apresenta data nem local de impressão. De acordo com alguns autores, presume-se que foi escrito por volta de 1537 e 1541 (cf. Leitão, 2002b, p. 36). Conforme Guimarães (1916), “é de presumir que o raríssimo opúsculo de Nunes (...) fôsse destinado aos pilotos que frequentavam uma aula elementar de navegação em Lisboa, da qual o próprio cosmógrafo-mor foi durante algum tempo professor” (GUIMARÃES, 1916, p. 22).

3. *Defesa do Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar (1537-1544)*: este manuscrito não está datado, mas presume-se que tenha sido escrito entre 1537-1544. Ficou inédito até ao século XX e foi encontrado por Joaquim de Carvalho na Biblioteca Nazionale di Firenze. Nele Pedro Nunes coloca sua defesa às críticas direcionadas a ele por determinado bacharel com relação a temas relacionados à navegação.

²³ Este trabalho de Pedro Nunes pode ser acessado por meio do texto do Boletim Bibliográfico da Universidade, escrito por Rodolfo Guimarães, disponível em <http://scientia.artenumérica.org/noniana/opusculo/01.html>.

4. ***Sobre os Crepúsculo Livro Um (1542, 1571, 1573, 1592)***²⁴: publicada em latim, tornou-se conhecida por toda a Europa. Nesta obra, em resposta a uma pergunta do príncipe D. Henrique, ele analisou a duração do crepúsculo em diferentes climas e obteve a data e a duração do crepúsculo mínimo em um determinado lugar da Terra e para uma dada posição do Sol. A segunda parte deste livro contém uma tradução corrigida de um texto de Alhazen (965-1038), que havia sido traduzido para o latim por Gérard Crémone (1114-1187). É também nesse livro, que Pedro Nunes apresentou a construção de um instrumento denominado nônio²⁵. É considerada pela maioria dos historiadores sua obra mais notável: “É, por consenso unânime, de tôdas as obras que Pedro Nunes compôs, a que mais honra faz à sagacidade do seu espírito, a mais bela e mais original” (MARTINS, 1940, p. XII). De acordo com Leitão (2002a), Pedro Nunes “mostra uma tal maturidade intelectual, um tão seguro domínio de matérias científicas muito complexas e de um conjunto tão vasto de autores que exigiu seguramente vários anos de reflexão” (LEITÃO, 2002a, p. 20). Esta obra teve quatro edições no século XVI. A primeira, em 1542, foi impressa em Lisboa na oficina de Luis Rodrigues. A segunda, em 1571, foi publicada em Coimbra, na oficina de António de Mariz, juntamente com a obra *Sobre os erros de Orôncio Fineu*. Depois foi acrescentada nas publicações *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*, em 1573 (Coimbra) e *Obras de Pedro Nunes Salaciensis*, em 1592 (Basiléia). Principalmente esta última edição mostra a importância de suas obras, pois nessa época ele já havia falecido.

5. ***Sobre os erros de Orôncio Fineu (1546, 1571, 1573, 1592)***: Nessa obra Pedro Nunes critica os erros do matemático Orôncio Fineu²⁶ (1494-1555), que acreditava ter encontrado soluções para alguns problemas clássicos. Abaixo segue um trecho da introdução, no qual ele aponta a sua intenção com essa obra:

Acaba de me chegar às mãos o novo livro do matemático Orôncio Fineu intitulado Da quadratura do círculo, no qual se gaba de ter resolvido aqueles cinco difficilimos problemas que através das idades e desde muito remoto tempo jamais tiveram solução da parte de homens doutíssimos, de grande engenho, assíduo labor e porfiada

²⁴ A edição de 1542 dessa obra encontra-se disponível em: <http://www.fc.up.pt/fa/index.php?p=nav&f=books.0272.0> ou <http://purl.pt/14446>.

²⁵ Instrumento destinado a medir ângulos com grande precisão. Com esse instrumento Pedro Nunes adquire uma solução para um problema da necessidade de medida rigorosa dos ângulos de altura de astros.

²⁶ Professor de Matemática no Colégio Real em Paris.

meditação. (...) ao dar publicidade ao presente livrinho me não moveram propósitos hostis, mas a satisfação que a explicação da verdade proporciona, pois nada importa tanto ao matemático como a defesa da doutrina que professa e da maneira que a alcançou. (...) Destarte, intervindo, tenho em mente obviar aos referidos inconvenientes, desfazendo os erros com o mínimo de palavras, no desejo de que Orôncio me acolha com o mesmo ânimo com que acolherei quem me mostre haver errado. É próprio da debilidade humana cair amiúde no erro, e penso que disto não estou isento; julgo, no entanto, que cumpre ao homem de bem não encobrir desacertos e, mediante a luz da verdade, libertar o seu semelhante, se lhe for possível, das trevas da ignorância. (NUNES, 1546, p. 1 e 2)

Os problemas sobre os quais “suaram outrora os filósofos da Grécia para o resolver”, consistem em: 1- “duplicar o cubo sem lhe modificar a forma”; 2-Achar “duas meias proporcionais em proporção contínua entre duas rectas, das quais a maior fosse dupla da menor”; 3- “o terceiro difficilimo problema (...) consiste em reduzir um círculo a quadrado”; 4- “O quarto problema não é menos difícil; consiste em investigar a maneira de inscrever qualquer figura rectilínea regular no círculo”; 5- “O último problema é árduo e trabalhoso” e consiste “na determinação das diferenças de longitude dos lugares, isto é, nas distâncias dos meridianos, por processo diferente do dos eclipses lunares e em qualquer tempo” (cf. NUNES, 1546).

A maioria dessas questões só foi esclarecida em séculos posteriores. Por meio dessa obra podemos perceber que Pedro Nunes já estava seguro sobre seus conhecimentos e não hesitou em criticar diretamente um dos matemáticos mais influentes na Europa desse período (cf. LEITÃO, 2002a, p. 20). Esta obra foi publicada em 1546, em Coimbra, na oficina de João de Barreiro e João Álvares, e depois foi publicada novamente, em 1571, juntamente com a obra *Sobre os Crepúsculos*, em Coimbra. Também foi acrescentada nas publicações *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*, em 1573 (Coimbra), e *Obras de Pedro Nunes Salaciensis*, em 1592 (Basiléia).

6. ***Obras de Pedro Nunes Salaciense (1566, 1592)***: obra publicada em Basiléia, por Sebastião Henricpetrus, que pode ser considerada uma coletânea em latim constituída por:

- Uma versão modificada e ampliada dos trabalhos relacionados com a arte de navegar que ele publicou em 1537, no *Tratado da Esfera*, sendo um deles muito expandido;

■ Uma obra inédita sobre o problema mecânico proposto por Aristóteles do movimento das embarcações a remos: *In Problema mechanicum Aristotelis de Motu nauigij ex remis (Problema Mecânico de Aristóteles sobre a Navegação a Remos)*;

■ *In theoricis planetarum GEORGII PURBACHII annotationes aliquot*, no qual traduz a teoria dos planetas de Purbáquio.

Essa obra foi impressa com muitos erros e, devido a isso, Pedro Nunes fez uma nova impressão em Coimbra intitulada *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*, em 1573. Depois de seu falecimento, houve outra impressão em 1592, também em Basiléia, que saiu com os mesmo erros da edição de 1566.

7. ***Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria (1567)***: publicou este livro em castelhano, na Antuérpia. O assunto principal desta obra é a resolução de equações e operações com polinômios. De acordo com Queiró (1993), “pela primeira vez aparecem demonstrações algébricas gerais rigorosas” (QUEIRÓ, 1993, p. 6). Na parte final desta obra, ele apresenta a aplicação da Álgebra a problemas de Geometria. Esta obra obteve traduções em latim e francês e foi muito conhecida e citada em toda a Europa. De acordo com a maioria dos autores, ele trabalhou nesta obra por mais de 30 anos.

8. ***Sobre a Arte e a Ciência de Navegar (1573)***²⁷: também é uma coletânea, que possui algumas obras já publicadas por Pedro Nunes. Inclui os tratados publicados em 1566, na obra *Obras de Pedro Nunes*, com os erros cometidos pelo impressor de Basiléia, agora corrigidos, além de *Uma Anotação a um Problema Mecânico de Aristóteles Acerca do Movimento do Barco a Remos*, *Anotação às Theoricae nouae planetarum de George Purbáquio*, *Sobre os Crepúsculos* e *Sobre os Erros de Oróncio Fineu*.

Leitão (2002a) afirma que, a partir de 1566, o que se publicou da obra de Pedro Nunes foram coletâneas de obras já existentes, novas edições de obras já publicadas e um aperfeiçoamento e ampliação das suas ideias originais, com exceção do *Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria* que só foi publicado em 1567 (cf. LEITÃO, 2002a, p. 42).

²⁷ Para maiores informações sobre a tradução desse título, verificar Leitão (2008b, p. 581 e 582).

Por meio de suas próprias obras, sabemos da existência de outras de que só há notícia que ele as escreveu, entretanto não existe nenhum exemplar conhecido. Algumas delas são (cf. LEITÃO, 2002b):

- *De Ortu et Occasu Signorum (Sobre o Nascimento e Ocaso dos Signos);*
- *Geometria dos Triangulos Sphaeres (Geometria dos Triângulos Esféricos);*
- *De Astrolábio Opus Demonstratiuum (Do Astrolábio, Tratado Demonstrativo);*
- *De Planispaerio Geometrico (Do Planisfério Geométrico);*
- *De Proportione in Quintum Euclidis (Da Proporção ao V de Euclides);*
- *De Globo Delineando ad Nauigandi Artem (Do Traçado das Pomas para a Arte de Navegar);*
- *Tradução, possivelmente comentada, do De Architectura de Vitruvius;*

Uma consequência que o humanismo desencadeou em toda a Europa foi um crescente estudo do latim e do grego, provocado pela tentativa de entender o que os antigos escreveram: “A recuperação das línguas antigas seguiu o mesmo caminho que a recuperação dos textos antigos” (EISENSTEIN, 1998, p. 145).

Entretanto, quando os livros estavam escritos em latim, o público leitor acabava sendo restringido, por isso, nesse mesmo período houve um aumento das impressões em línguas vernáculas.

O latim e o grego eram, as principais chaves para entrar no reino erudito, mas o mundo do Renascimento caracterizou-se também por um uso mais alargado das línguas vernáculas nos meios eruditos. Contudo, a utilização do vernáculo tornou-se cada vez mais importante no decurso do século XVI, o que pode ser, em parte, devido ao orgulho nacionalista convicto deste período. Nesta época, os autores escreviam abertamente acerca do seu amor pela terra natal e pela própria língua. (DEBUS, 2002, p. 6)

De acordo com Eisenstein (1998), nesse período as novas oficinas estavam produzindo livros em quase todas as línguas da Europa Ocidental nos principais centros urbanos (cf. EISENSTEIN, 1998, p. 133). Com relação a Portugal, Martins (1991) relata que no século XVI existiram aproximadamente 2000 obras impressas, sendo que dessas, em torno de 350 foram escritas em latim. Além disso, ele acredita

que por volta de 120-150 unidades possuem uma temática humanista e lembra que alguns desses humanistas escreveram seus livros na língua portuguesa (cf. MARTINS, 1991, cf. p. 75).

Nesse período também surgiram inúmeras traduções de obras importantes para as línguas vernáculas:

No início do século XVI, por exemplo, equipes de tradutores eram utilizadas para produzir versões vernáculas das obras mais populares dos autores romanos antigos e dos humanistas contemporâneos que se exprimiam em latim. (EISENSTEIN, 1998, p. 102)

Debus (2002) argumenta que essas traduções permitiram que pessoas comuns pudessem ser capazes “de descobrir, e imaginar, novos trabalhos, estranhas máquinas e instrumentos; para diversos propósitos da riqueza pública ou para a satisfação pessoal e para manter melhor os próprios bens.” (DEBUS, 2002, p. 7).

Com relação às obras de Pedro Nunes, apenas o *Tratado da Esfera* (1537) foi escrito em português e o *Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria* (1567) em castelhano. Todas as outras foram escritas em latim.

Martins (1940) relata que o motivo que levou Pedro Nunes a escrever a obra *Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria* em castelhano gera dúvidas aos seus comentadores. Entretanto, em sua dedicatória ao Cardeal Infante D. Henrique diz que a escreveu em castelhano “para que pudesse aproveitar o maior número de leitores” (MARTINS, 1940, p. XXIX). Martins (1940) ainda afirma que a língua espanhola era falada além das fronteiras da Península Ibérica e, assim, as lições de Pedro Nunes impressas em castelhano poderiam ser lidas não apenas por portugueses e espanhóis.

Pedro Nunes teve a preocupação de traduzir algumas obras para os que não tinham conhecimento do latim. Em sua primeira obra publicada, *Tratado da Esfera* (1537), ele incluiu três traduções de obras importantes, antes de seus tratados sobre navegação. Costa (1969) afirma que a inclusão dessas traduções se deve ao fato de Pedro Nunes acreditar que os seus tratados só poderiam ser compreendidos por quem conhecesse os princípios enunciados no *Tratado da Esfera* (Sacrobosco), na *Teoria do Sol e da Lua* (Purbáquio) e no *Primeiro Livro de Geografia* (Ptolomeu). Por este motivo, essas traduções parecem mostrar, sobretudo um Pedro Nunes com

preocupações didáticas. Em sua dedicatória ao infante D. Luis, ele afirma “por não carecerem disso os que não sabem latim, o tirei em nossa linguagem” (NUNES, 2002, p. 5)²⁸. Por isso, podemos pressupor que Pedro Nunes queria destinar essa obra aos navegadores do seu próprio país, com a finalidade de aprimorar as navegações portuguesas por meio da matemática.

Já os tratados incluídos nessa obra foram depois aprimorados e publicados novamente em 1566, 1573 e 1592, sendo que nessas três edições posteriores, os tratados estavam em latim. Cabe ressaltar, que esses tratados em latim possuem um caráter mais técnico, do que a versão portuguesa. Assim, nesse caso pressupõe-se que Pedro Nunes os tenha escrito em latim, para ter uma divulgação maior de suas ideias. Almeida (2004) afirma que “ao escrever em latim, Nunes destina este seu trabalho a ultrapassar as fronteiras da ciência portuguesa” (ALMEIDA, 2004, p. 497). Eisenstein (1998) confirma que os trabalhos em latim eram “disseminadas para um público internacional cruzando fronteiras lingüísticas” (EISENSTEIN, 1998, p. 107).

Pelo exposto acima, obras escritas em latim, tinham uma divulgação maior em toda a Europa, entretanto ao mesmo tempo limitavam o público leitor, pois só os conhecedores de latim poderiam entender o que estava escrito.

Relacionado a isto, lembramos que nessa época era comum as pessoas escreverem suas mensagens por meio de segredos:

A tese de um saber secreto das coisas essenciais, cuja divulgação poderia trazer consequências nefastas, configurou-se durante muitos séculos na cultura européia como uma espécie de paradigma dominante. (ROSSI, 2001, p. 45)

Havia um costume de escrever com uma linguagem oculta, que só poderia ser entendida por determinado grupo de pessoas. Entretanto, os que conheciam sobre determinado assunto, e liam textos com essas mensagens ocultas, “entendem-se entre si como se falassem uma única língua que é incompreensível a todos os outros, sendo conhecida somente por eles mesmos” (ROSSI, 2001, p. 51).

Uma forma de ocultar a uns e mostrar a outros, era a utilização de palavras secretas, termos secretos, símbolos ou até mesmo escrevendo em línguas que poucos tinham conhecimento.

²⁸ “Por nam carecerem disso os que nam sabem latim ho tirey em nossa lingoagem.” (NUNES, 2002, p. 5).

Há uma passagem no Evangelho de Mateus (7,6) em que Jesus afirma: “Não deis as coisas santas aos cães, nem atireis as vossas pérolas aos porcos, porque eles poderiam pisá-las e, voltando-se vos despedaçar”. O que é precioso não é para todos, a verdade deve ser mantida secreta, pois a sua difusão é perigosa: é desta forma que numerosíssimos autores leram aquela passagem do Evangelho. (ROSSI, 2001, p. 45)

Sobre isto, Eisenstein (1998) expõe que:

(...) técnicas avançadas não podiam ser passadas adiante sem serem abrigadas da contaminação e protegidas pelo segredo. Para serem mantidas intactas, essas técnicas tinham de ser confiadas a um grupo de iniciados, que não somente aprendiam habilidades especiais, como também eram instruídos nos “mistérios” a elas associados. Símbolos especiais, rituais e encantamentos cumpriam a necessária função de organizar dados, estabelecer cronogramas e preservar técnicas, em formatos de fácil memorização. (EISENSTEIN, 1998, p. 159)

Essa questão do segredo também esteve ligada à tradição mágico-hermética que exerceu grande influência sobre o pensamento de muitos da Revolução Científica (cf. ROSSI, 2001, p. 59). “Assim, no limiar da modernidade, a magia e ciência constituem um enredo que não pode ser dissolvido facilmente” (ROSSI, 2001, p. 59).

Pedro Nunes não se mostrava a favor de manter os procedimentos matemáticos em segredo, por isso ele alude:

Oh! que bom fora se os autores que escreveram nas ciências matemáticas nos deixassem escritas as suas invenções pelos mesmos discursos que fizeram até que as encontraram. É não como Aristóteles diz dos artífices que mostram na máquina que fizeram o que está de fora e escondem o artifício, para parecerem admiráveis. É a invenção muito diferente da tradição em qualquer arte, nem penseis que aquelas tantas proposições de Euclides e Arquimedes foram todas achadas pela mesma via pela qual as trouxeram até nós. (NUNES apud MEDEIROS; MEDEIROS, 2002, p.118)

Ainda em outra obra refere-se à importância de mostrar a maneira como se alcançou determinado resultado matemático: “nada importa tanto ao matemático como a defesa da doutrina que professa e da maneira que a alcançou” (NUNES, 1546, p. 1). Por este motivo, sempre apresentava demonstrações em suas obras, para deixar claro o caminho pelo qual passou para se chegar a determinado resultado.

Assim, verificamos que, aos poucos, essa questão do segredo começou a se modificar e apareceram livros do tipo “como fazer”, que explicava com “passos fáceis” “exatamente como assenhorar-se de diversas habilidades que variavam entre tocar um instrumento musical e escriturar livros de contabilidade” (EISENSTEIN, 1998, p. 76).

PARTE 2: NAVEGAÇÕES E DESCOBRIMENTOS EM PORTUGAL

Ó mar salgado, quanto do teu sal
São lágrimas de Portugal!
Por te cruzarmos, quantas mães choraram,
Quantos filhos em vão rezaram!
Quantas noivas ficaram por casar
Para que fosses nosso, ó mar!
Valeu a pena? Tudo vale a pena
Se a alma não é pequena.
Quem quer passar além do Bojador
Tem que passar além da dor.
Deus ao mar o perigo e o abismo deu,
Mas nele é que espelhou o céu.
(FERNANDO PESSOA)²⁹

Como vimos, as características do Humanismo português eram semelhantes aos ideais e práticas do restante de toda a Europa, principalmente a valorização das obras greco-romanas. Entretanto, o Humanismo em Portugal teve um fator diferente dos outros países: **as grandes navegações e os Descobrimentos**.

Estes fatores tiveram grande destaque nos séculos XV e XVI nesse país, e a maioria dos autores afirma que estudar o Renascimento em Portugal é estudar os Descobrimentos (cf. BARRETO, 1987b).

De acordo com Barreto (1987b), os Descobrimentos “são o fenômeno de expansão planetária dos povos cristãos-europeus dos séculos XV e XVI em que Portugal, seguido da Espanha, desempenha um papel vanguardista e fundamental” (BARRETO, 1987b, p. 1).

²⁹ Retirado de: http://www.lamma.ufrj.br/spo/poemas/Mar_portugues.html.

A assombrosa ampliação das fronteiras do mundo celeste e do mundo terrestre que se verificou no século XVI não deixou de repercutir nas obras dos filósofos e dos lógicos, nem nas dos artesãos superiores e dos técnicos. (ROSSI, 1989, p. 48)

Nesse período das navegações e dos Descobrimentos, os portugueses foram obtendo novas aquisições e transmissões de conhecimentos, tanto geográficos, botânicos, zoológicos, etc, além da possibilidade do conhecimento de outras realidades, novas terras, pessoas desconhecidas, com costumes muito diferentes dos deles, animais estranhos, plantas desconhecidas, a geografia de mares e terras desconhecidas, conhecimentos sobre fauna e flora, etc. O encontro com outros homens colocou em evidência as diferenças de civilização, de costumes e de crenças. Eles entraram em contato com um novo campo de dados, que abriram novos horizontes ao conhecimento e despertaram grande interesse e curiosidade em toda a Europa: “Os Descobrimentos renascentistas permitem e provocam uma profunda desestabilização das normas convencionais do viver e saber humanos” (BARRETO, 1987a, p. 12).

Assim, uma consequência direta das navegações e dos Descobrimentos, que está diretamente relacionada com o Renascimento e o Humanismo, foi o surgimento de inúmeras obras que tinham como temática a náutica, a cartografia, a construção naval, a descoberta de novos povos, além das questões científicas e filosóficas também relacionadas a essas questões. Conjuntamente a isto, os portugueses procuravam colocar esses conhecimentos provenientes dos Descobrimentos conforme os escritos dos autores da Antiguidade clássica e, quando consideravam necessário, não deixavam de corrigi-los.

É sob o estímulo dos Descobrimentos e ao revés da escolástica, que cientistas ou filósofos, como Duarte Pacheco Pereira, Pedro Nunes, Garcia da Orta, Gomes Pereira, Tomé Pires, Francisco Sanches, escreveram as suas obras. (DIAS, 1981, p. 18)

A atividade literária também encontrou na Cultura dos Descobrimentos uma nova temática, extremamente rica. É nesse período que temos importantes escritores portugueses, como Gil Vicente (1465-1536), Francisco de Sá de Miranda (1481-1558) e Luís de Camões (1524-1580), uma das maiores figuras da literatura portuguesa.

Outros exemplos de importantes escritores desse período são: Diogo Gomes (14?? -1502), Duarte Pacheco Pereira (1460-1533) e D. João de Castro (1500-1548). João de Barros (1496-1570), André de Resende (1500-1573) e Damião de Góis (1502-1574) são exemplos de humanistas portugueses.

Também foram publicados muitos textos específicos de navegação, que continham conhecimentos primordiais para a instrução dos pilotos, como cartas de marear, roteiros, tábuas solares, regimento de declinação do Sol, entre outros.

Reis (1992) afirma que a Náutica teve apoio dos Guias Náuticos, Roteiros e Livros de Marinharia que constituíam uma fonte de literatura técnica, direcionada para a divulgação desse saber aos portugueses e também no estrangeiro³⁰.

Assim, as diversas obras deste período constituem importantes fontes de informação sobre o contexto. Com a publicação destas obras surgiram alterações quanto aos contornos da terra e dos seus continentes e informações acerca dos povos que até então eram desconhecidos, e, como veremos em detalhes mais adiante, também houve um desenvolvimento da cartografia.

O principal motivo que levou Portugal a iniciar as navegações marítimas, foi a independência deste reino e a falta de condições de fazer intercâmbio com a Europa por meio de rotas terrestres. Assim, por estar situado no extremo sul da Europa, de frente para o oceano, não tinha para onde se expandir no continente, por isso, a busca de rotas marítimas foi a alternativa encontrada pelos portugueses e foi de fundamental importância para a consolidação do reino:

Com uma linha de costa muito extensa, relativamente ao perímetro do país que emergiu no século XVI, entre o Atlântico e o Mediterrâneo, entre a Europa e a África, como também entre a Europa e as Américas por descobrir, na zona temperada do Norte, mas na vizinhança da zona tórrida, o povo português possuía no seu habitat factores propícios ao que, por vezes exageradamente, se tem chamado uma vocação marítima, a par de um condicionalismo que talvez tenha dotado os portugueses de várias épocas com

³⁰ “Os Guias Náuticos tratavam dos problemas da arte de navegar, relacionados com a astronomia, agulha de marear e cartografia; os Roteiros eram manuais indispensáveis para quem se aproximava de terra, pois neles são descritos todos os acidentes geográficos, correntes marítimas. Canais de aproximação, fundeadoiros, e tudo o mais que o piloto necessita para efectuar a acostagem com segurança; os Livros de Marinharia continham compilações de todos os conhecimentos que pudessem interessar aos pilotos.” (REIS, 1992, p. 110 e 111). Alguns exemplos de obras relacionadas a navegação desse período são: Algumas dessas obras são: 1- Tratado del Esphera y del arte de marear (Sevilha, 1535), de Francisco Faleiro; 2- Arte de Navegar (Valladolid, 1545) de Pedro de Medina; 3- Breve Compendio de la Sphera y de la Arte de Navegar (Sevilha, 1551) de Martin Cortés; 4- Compendio de la Arte de Navegar (Sevilha, 1582), de Rodrigo de Zamorano; (cf. LEITÃO, 2006, p. 188).

apreciáveis qualidades de adaptação a outras latitudes e outros climas, qualidades que influenciaram e provavelmente continuam a influenciar a sua presença e o seu destino no Mundo. (MOSER, 1985, p. 1 e 2)

Além disso, outros fatores corroboraram para a consolidação deste reino, como, por exemplo, a Revolução de Avis³¹ (1383-1385). Após esta Revolução o poder se centralizou nas mãos do Rei, e este passou a ser apoiado pela burguesia mercantilista.

O marco inicial das Grandes Navegações e Descobrimentos portugueses é geralmente mencionado como sendo a primeira conquista ultramarina, a tomada de Ceuta no Norte da África, em 1415, que era um centro de comércio – fato este, ocorrido no reinado de D. João I.

Nesse período, Portugal foi um reino unido em torno do projeto das grandes expedições marítimas de D. Henrique, filho de D. João I. Ele incentivou as navegações e foi

o verdadeiro responsável pelo extraordinário impulso que os Portugueses imprimiram à Ciência Náutica, sem a qual não teria sido possível empreender essa admirável aventura, aventura sim, mas calculada, que foi a Descoberta do Mundo. (REIS, 1992, p. 114)

Como já dito, alguns autores afirmam que este infante criou a Escola de Sagres, que era voltada para estudos de náutica. Entretanto, esses autores acreditam que ela seria um grupo de intelectuais que simbolicamente chamou-se Escola de Sagres (cf. NABAIS, 2003). Essa escola tinha a finalidade de preparar os marinheiros e pilotos e “constitui-se um centro de cartografia, navegação e construção naval, concentrando-se ali marinheiros, viajantes e sábios de toda parte” (MARTINS, 1991).

Quando os portugueses iniciaram a conquista de novas terras, os métodos de navegação utilizados eram ainda elementares. De acordo com Bethencourt (1998), este início ocorreu no Mediterrâneo, sendo que eles realizavam suas rotas marítimas próximas da costa e praticavam a navegação denominada “rumo e estima”. Esse tipo de navegação era baseado na orientação magnética obtida pelos rumos da

³¹ Este período também é conhecido como Interregno, pois não havia rei no poder. Foi um período de guerra civil em Portugal, após a morte do rei D. Fernando (1345-1385) em 1383. Como não havia herdeiros masculinos, Portugal entrou em crise política, que envolveu vários grupos sociais, levando uma nova família real ao poder, iniciando a dinastia de Avis.

agulha de marear e pelas distâncias estimadas pelos pilotos (cf. ALBUQUERQUE, 1989, p. 77). A posição do navio era calculada estimando a velocidade e observando elementos naturais como ventos e correntes, e os efeitos que estes tinham na rota do navio. Para isto, foi preciso estudar o regime dos ventos e das correntes marítimas.

Albuquerque (1989) relata que nesse período a arte de navegar foi aperfeiçoada devido à introdução da agulha de marear (acredita-se que passou a ser utilizada na navegação no século XII) e ao uso da carta náutica ou carta-portulano (que depende da agulha de marear), além de outras regras avulsas (cf. ALBUQUERQUE, 1989, p. 76).

Essas técnicas foram se aperfeiçoando através da prática repetida das viagens e os pilotos procuravam transportar as informações obtidas para as cartas-portulano,³² a fim de serem utilizadas em viagens futuras.

Por meados do século XIV, os portugueses começaram a navegar pelo Atlântico. Nesses locais, ainda procuravam navegar junto à costa, enfrentando problemas com relação aos ventos e correntes marítimas. A maneira da determinação da posição do navio utilizada no Atlântico ainda era a mesma empregada no Mediterrâneo, ou seja, baseavam-se praticamente em distâncias estimadas pelos pilotos e direções magnéticas fornecidas pela agulha de marear (cf. GASPAR, 2009, p. 2).

Nesse período passou-se a buscar novas soluções para a navegação, sendo que, conforme Bethencourt (1998), a grande questão que se colocava para esses marinheiros era com relação à direção que o navio deveria seguir para chegar a determinado destino, e esse fato se complicava ainda mais quando não estavam próximos da costa.

Outro problema enfrentado pelos navegadores era com relação à navegação costeira no sentido Sul-Norte, ou seja, no regresso para Portugal, pois as viagens eram dificultadas pelos ventos e correntes. Assim, a solução encontrada para resolver esse problema foi dar a “volta pelo largo”, que consiste na rota de retorno da Guiné, de tal forma que contornassem os ventos e correntes do Atlântico e que o regresso fosse facilitado. Entretanto, outras dificuldades apareciam, como a

³² Na seção seguinte explicaremos com maiores detalhes sobre os avanços que foram ocorrendo na cartografia. Aqui, mencionamos apenas que os portulanos consistem em textos escritos com informações técnicas úteis dos portos onde ancorassem (cf. VENTURA, 1985, p. 48).

necessidade de marcar nas cartas náuticas as posições sucessivas do barco com certa assiduidade, ou seja, necessitavam do cálculo da latitude e da longitude: “Esta navegação sem ter vista de terra durante várias semanas impunha aos navegadores a solução do problema de localizar o navio dia a dia em termos bastante diferentes da prática mediterrânica” (ALBUQUERQUE, 1989, p. 79).

Mais um obstáculo a se transpor nessa primeira fase, era o Bojador³³, local que tornava a navegação muito arriscada devido à falta de recursos: “Ali a terra desvia-se em curva muito longa, bojando para o ocidente quarenta léguas.” (SÉRGIO, 1998, p. 44). Com o tempo, eles foram arriscando e o navegador português Gil Eanes decidiu afastar-se da costa africana, passando deste cabo, em 1434.

De acordo com Bethencourt (1998), o modo de navegar com rumos e distâncias estimadas originavam grandes erros, que geravam certa insegurança nos pilotos e exigiam novas formas de orientação no mar. Assim, os métodos tradicionais de navegação não eram adequados para longos trajetos oceânicos e por isso os navegadores passaram a buscar novas alternativas.

Uma delas foi a navegação astronômica, que consiste em determinar a posição ou outras informações úteis para a segurança da navegação por meio da observação dos astros (cf. MIGUENS, 1996b, p. 539).

A transformação da «arte» de navegar numa «técnica» de navegar, ou seja, o salto de uma navegação guiada por processos elementares para uma navegação baseada na medida de uma coordenada astronômica de um astro – ponto de partida da *rigorosa* navegação moderna – é, sem dúvida, uma das consequências das navegações portuguesas por todo o Atlântico, entre 1430 e 1490. (ALBUQUERQUE, 1991, p. 30)

O primeiro astro utilizado pelos pilotos portugueses foi a estrela polar, por se localizar no prolongamento norte do eixo de rotação da Terra (cf. REIS, 1992, p. 107). A posição dessa estrela permitia calcular com maior facilidade a latitude de determinado local³⁴ e, para isto, era necessária a utilização de diversos tipos de instrumentos.

³³ Cabo da costa ocidental da África.

³⁴ Para verificar como era realizado esse processo, consultar Reis (1992).

Eram poucos os tipos de instrumentos, muito limitadas as suas capacidades e, especialmente, o seu rigor, mas sem eles não teria sido possível navegar no mar aberto. (REIS, 1992, p. 111)

Como exemplo, podemos citar:

1. **Quadrante:** era composto por um quarto de círculo, de madeira ou latão, com o arco dividido em graus e frações de 0° a 90°. Pedro Nunes trata sobre a utilidade desse instrumento: “O instrumento usual chamado quadrante de que se servem os mareantes é muito adequado para tomar as alturas do Sol e dos outros astros. (...)” (NUNES, 2008, p. 360). Entretanto, também faz referência a inexatidão das medidas obtidas por meio deste instrumento:

De facto, quando o observador roda o quadrante o fio dá pequenos saltos e detém-se de quando em quando no mesmo lugar. E por este motivo são incertas as alturas que se tomam com os quadrantes. Acontece por vezes que o instrumento foi correctamente fabricado e os astros foram cuidadosamente observados, e no entanto as alturas obtidas não são exactas. Isto tem como única causa a pequenez do instrumento, pois não se podem dividir os seus graus em partes cada vez mais pequenas, não sendo possível medir as alturas para além dos valores inteiros de grau. (NUNES, 2008, p. 360)

Convém lembrar, que muitos erros ocorriam na utilização desses instrumentos, devido à instabilidade dos barcos e, quando as medidas eram tomadas em terra firme, alguns desses erros eram minimizados.

2. **Astrolábio e Anel Náutico:** o astrolábio é constituído por uma roda, com dois diâmetros ortogonais no centro da qual gira uma alidade³⁵. Esta alidade dispõe de duas pínulas³⁶ com orifícios que se alinham com o astro. Um dos extremos da medeclina intercepta uma escala de 0° a 90° inscrita nos quadrantes superiores da roda (cf. REIS, 1992, p. 111).

Já o anel náutico, conforme alguns autores, foi proposto primeiramente por Pedro Nunes (cf. LEITÃO, 2008b, 686). Ele o denomina por astrolábio, em sua obra, entretanto podemos perceber que ele possui algumas vantagens com relação a este instrumento, que, conforme Pedro Nunes, consiste na duplicação da extensão

35 Alidade: “Régua móvel, de madeira ou metal, munida de uma pínula em cada extremidade, para visar objectos! cuja direcção! se deseja fixar em desenho topográfico.” (cf. Priberam).

36 Pínulas: “cada uma das pequenas lâminas, dotadas de orifícios, que, colocadas nos extremos da alidade, se destinam a fazer alinhamentos” (cf. Houaiss).

angular: “Neste instrumento os graus da altura são o dobro daqueles usados nos astrolábios usuais (...)” (NUNES, 2008, p. 358). Ele também dá indicações de como este instrumento deve ser construído e utilizado.

Quando o instrumento estiver pronto, se se quiser saber a altura do Sol acima do horizonte, pendure-se o astrolábio [i.e. anel náutico] pelo anel de suspensão, dirigindo para o Sol a parte na qual se encontra o orifício, e imediatamente se mostrará, pelos raios solares, (...) a pretendida altura sobre o horizonte. (NUNES, 2008, p. 358)



Figura 2: Astrolábio.³⁷

Outros instrumentos também muito utilizados na navegação eram a agulha de marear e a balestilha.

3. Agulha de Marear: esse foi o instrumento mais utilizado durante o início das navegações para guiar os navegadores em alto mar. Dispunha de uma rosa que indicava os pontos cardeais. Pedro Nunes coloca a seguinte Figura 3 da agulha de marear no início da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*.

³⁷ Retirado de: <http://www.ancruzeiros.pt/anci-astrolabio.html>.

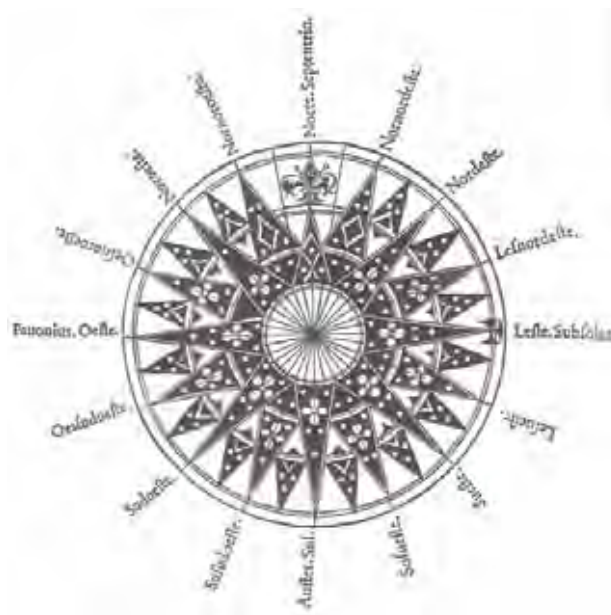


Figura 3: Agulha de marear.³⁸

4. **Balestilha:** Este instrumento era geralmente composto de madeira e constituído por um virote (uma vara de seção retangular) do qual se desloca uma vara menor de dimensões adequadas, denominada soalha (cf. PEREIRA, 1994, p. 168). Pedro Nunes não aconselha o uso deste instrumento para tomar a altura de astros, mas sugere que é útil para encontrar a distância entre dois astros:

Os mareantes servem-se da balestilha para medir a altura da estrela polar acima do horizonte. Mas é sobremaneira difícil encontrar, por este processo, a altura exacta. Todavia, a balestilha é um instrumento muitíssimo apropriado para determinar a distância entre dois astros, quando a distância entre eles for menor que um quadrante de círculo máximo. (NUNES, 2008, p. 361)

5. **Nônio:** esse é outro instrumento cuja invenção é atribuída a Pedro Nunes. Entretanto, há divergências sobre isso e podemos encontrar em alguns locais esse instrumento sendo referido como Vernier. Cabe ressaltar, que o nônio proposto pelo português é diferente do instrumento proposto pelo francês Pierre Vernier. Pedro Nunes o apresentou na obra *Sobre os Crepúsculos*, com a finalidade de medir frações de grau com maior rigor em dois instrumentos: o astrolábio e o quadrante (cf. <http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/d4.html>). Sua pretensão com este instrumento era “Construir um instrumento que seja muito apropriado às

³⁸ Retirado de: Nunes (2008, p. 16).

observações dos astros, e com o qual se possam determinar rigorosamente as respectivas alturas” (NUNES, 2003, p. 183).



Figura 4: *Quadrante com o nônio sugerido por Pedro Nunes.*³⁹

Tais instrumentos permitiram aperfeiçoar a técnica de navegar e a utilizar o método conhecido como Regimento do Norte (cf. VENTURA, 1985, p. 61). Conforme os navegadores portugueses navegavam para o Sul, perceberam que a estrela polar ficava cada vez mais próxima do horizonte. Assim, passaram a associar a variação da altura da estrela com a distância percorrida no sentido Norte-Sul. Eles mediam a altura da polar em Lisboa, utilizando o quadrante, e esse valor era definido por meio da posição relativa da polar com outra estrela da Ursa Menor, a Kochab. Depois, quando chegavam ao seu destino, observavam novamente a altura da polar (também com relação a Kochab). Assim, a diferença em graus entre as duas leituras era multiplicada por $16 \frac{2}{3}$ léguas⁴⁰, que era o valor que correspondia a um grau (cf. REIS, 1992, p. 107). Esse método consistia no Regimento do Norte.

Assim, durante a metade do século XV, com o aperfeiçoamento de algumas técnicas e instrumentos, foi possível determinar a latitude no mar com uma exatidão considerável (cf. GASPAR, 2009, p. 2).

³⁹ Retirado de: <http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/e20c.html>.

⁴⁰ O valor do grau terrestre (comprimento do arco de um grau de círculo máximo da esfera terrestre) foi muito utilizado na cartografia e na navegação deste período. Conforme os cosmógrafos portugueses do século XV, o valor do grau terrestre era de 17, 5 léguas. Assim, teríamos 6300 léguas para o perímetro de um círculo máximo e aproximadamente 1000 léguas para o raio da esfera terrestre (cf. CASACA, 2005).

Entretanto, a estrela polar nem sempre estava visível e quando os pilotos navegavam abaixo do Equador não era possível se guiar por ela. Assim, surgiram novas exigências para determinar-se a latitude.

Devido a isto, os navegadores portugueses passaram a utilizar a altura meridiana do sol para o cálculo desta coordenada. Em 1485, José Vizinho foi enviado a uma viagem para aperfeiçoar e aplicar a técnica de determiná-la por meio da altura do Sol ao meio-dia.

Assim, a observação da estrela polar com o quadrante foi substituída pela observação do Sol com o astrolábio⁴¹: “Ora a leitura da altura do Sol não só é muito mais precisa, como é mais fácil, e não tem limitações nas latitudes baixas, sendo de crer que se tornou mais useira” (BETHENCOURT et al., 1998, p. 77).

Para a utilização das alturas meridianas do sol era preciso saber a declinação do astro para todos os dias do ano; por isso foram construídas algumas tábuas que continham esses dados. De acordo com Miguens (1996), Abraham Zacuto escreveu sua obra *Almanach Perpetuum*, que continha tabelas da Declinação do Sol apresentada de uma forma útil para os navegantes. O astrônomo alemão Martin Behaim, a serviço de Portugal, também calculou uma tabela anual de declinações.

Pedro Nunes, em sua obra, expõe um método para deduzir a latitude por meio de observações de alturas não meridianas e dos respectivos azimutes magnéticos de astros de declinações desconhecidas, reconstituindo triângulos de posição sobre um globo ou uma poma devidamente preparada. Esse método proposto por Pedro Nunes foi colocado em prática por D. João de Castro, com algum sucesso (cf. ALBUQUERQUE, 1989, p. 88). Entretanto, não foi muito utilizado pelos pilotos por não ser muito prático.

Como visto anteriormente, a determinação da latitude era um problema resolvido para os portugueses. Entretanto, a latitude é apenas uma das coordenadas para a localização no mar. Faltava ainda a **longitude**, um problema que durou até o século XVIII.

Com relação a longitude, Reis (1992) afirma que

⁴¹ Durante o reinado de D. João II, a utilização do astrolábio para a medição da altura meridiana do Sol foi uma grande descoberta. Este conhecimento não apareceu de repente, pois os astrolábios já eram instrumentos antigos. O mérito português foi de simplificar este aparelho que tinha múltiplas funções e adaptá-lo para a tomada de altura dos astros. Mesmo com este instrumento, ainda apresentavam dificuldades na medição da altura, principalmente devido ao balanço dos navios.

O cálculo de longitude era teoricamente simples. Bastava saber a hora do meridiano de referência, isto é, o meridiano de longitude zero (actualmente é o de Greenwich), no momento em que se determinava o ponto do navio, e fazer a diferença em tempo. Depois, ao transformar essa diferença, em arco, obtinha-se a longitude do lugar. (REIS, 1992, p. 110)

Com relação à escala de longitudes, Oliveira (1999) afirma que apareceu pela primeira vez em uma carta de 1516. Entretanto, a determinação correta da longitude só se tornou possível no século XVIII, pois foi necessário ter um relógio a bordo que conservasse o tempo do meridiano zero, instrumento que naquele tempo não existia. Somente em 1725, um inglês chamado Harrison concebeu o primeiro cronômetro a bordo (cf. REIS, 1992, p. 110).

Sobre a longitude, Pedro Nunes confirma que era uma coordenada difícil de ser determinada: “(...) o conhecimento da longitude dos lugares, que é deveras difícil de determinar no que diz respeito à navegação (...)” (NUNES, 2008, p. 271).

Mesmo sem a determinação da longitude os portugueses conseguiam utilizar os conhecimentos que tinham, de tal forma que as posições no mar se aproximavam da realidade.

É interessante observar que nesse período os avanços na navegação estavam surgindo muito rapidamente: “Foi necessário quase um século de sacrifícios e estudos para vencer o Atlântico, e em pouco mais de que uma década, exploraram-se os numerosos meandros do novo Oceano” (BETHENCOURT et al., 1998, p. 82).

Assim, “os cartógrafos portugueses vão adoptar nas suas obras certas formas afins, por vezes muito completas, destinadas a fornecer aos navegadores uma série de indicações úteis para a sua orientação e actividade no mar” (OLIVEIRA, 1999, p. 259).

No final do século XVI, “existia uma imagem global da Terra bastante satisfatória, na sua maior parte devido a informações recolhidas por navegadores portugueses.” (ALBUQUERQUE, 1991, p. 24).

A cartografia portuguesa de origem náutica terá atingido, sem dúvida, no século XVI o seu pleno desenvolvimento, sendo certo que acompanhava de perto o progresso da navegação, que conheceu no mesmo período uma intensidade nunca alcançada. A ciência náutica dos portugueses, iniciada em pleno século XV no Atlântico, veio revolucionar, como vimos, os velhos métodos de delinear as cartas, e os descobrimentos tornaram Lisboa o maior centro de difusão

geográfica europeu, onde chegavam e rapidamente se dispersavam as informações que permitiram aos cartógrafos emendar radicalmente o obsoleto mapa-mundo. A cartografia portuguesa quinhentista reflecte como nenhuma outra o avanço do conhecimento geográfico nessa época e como tem sido reconhecido por todos os especialistas nacionais e estrangeiros, influenciou profundamente a cartografia europeia desse século. (OLIVEIRA, 1999, p. 249)

Com relação à cartografia, os avanços foram ocorrendo paralelamente às inovações das navegações. Desde a Antiguidade os navegadores costumavam registrar por escrito informações consideradas importantes para assegurar o êxito de viagens futuras. Entretanto, conforme Oliveira (1999), a cartografia medieval, anterior ao século XIII, não obedecia a princípios científicos e o mundo era geralmente representado de maneira simbólica.

Aos poucos esses esquemas cartográficos foram evoluindo, mas ainda continham dados reais e alguns místicos e, conforme Oliveira (1999), seu valor geográfico era diminuto (cf. OLIVEIRA et. al., 1999, p. 239).

Ainda na Idade Média, surgiu um novo tipo de carta, que teve como cenário o Mediterrâneo: a carta-portulano. Este tipo de carta foi resultado do emprego da agulha magnética utilizada na navegação de “rumo e estima” e está intimamente relacionada com os portulanos.

Conforme Oliveira (1999) “os portulanos eram textos descritivos, de teor muito claro e directo, destinados a marinheiros de pouca cultura” (OLIVEIRA et. al., 1999, p. 240), e as cartas-portulano registravam alguns elementos descritivos, os rumos magnéticos e as distâncias em milhas entre os pontos costeiros.

Sobre a carta-portulano, Albuquerque (1989) afirma que

ela não é mais do que a transcrição gráfica do que se encontra escrito nos portulanos, contém a representação das costas e dos lugares ao longo delas, visitados e localizados pelos navegadores de acordo com uma prática de navegação designada náutica de «rumo e estima». (ALBUQUERQUE, 1989, p. 52)

Com esses dados foi possível desenhar as linhas da costa e os principais acidentes da orla marinha. Entretanto, os erros cometidos ainda eram muito grandes. Reis (1992) afirma que alguns desses erros tinham origem no problema de que não se conhecia a existência da declinação magnética, ou seja, não sabiam que havia uma variação do ângulo que o norte verdadeiro faz com o norte da agulha.

Com o novo processo de navegação astronômica houve grandes alterações no processo de desenhar as cartas. Como já dissemos, os navegadores passaram a recorrer às alturas de alguns astros para obter a latitude. Assim, passaram a ser incluídas nas cartas informações como escalas de latitude, sendo que esta última correspondia a valores iguais para cada grau em toda a sua extensão representada. Além disso, introduziu-se a carta quadrada, em que os meridianos e os paralelos são representados por dois sistemas de retas paralelas.

A introdução da escala de latitudes na carta náutica foi uma grande inovação portuguesa do início do século XVI, e isso teve grande repercussão em toda a Europa.

Gerardus Mercator⁴² (1512-1594) foi um dos principais homens que contribuiu nesta área.

As novas informações obtidas nas viagens chegavam aos cartógrafos muito rapidamente e assim, as cartas foram aos poucos submetidas a aperfeiçoamentos e acréscimos.

Todos esses problemas da navegação levaram a estudos da matemática. Devido a isto a história da Matemática em Portugal está intimamente ligada à História da Náutica.

Podemos notar também, que houve outras consequências como o desenvolvimento do comércio e da cartografia e o grande número de publicações de obras relacionadas com as navegações.

Não há dúvida que as navegações deste reino de cem anos até esta parte são as maiores, mais maravilhosas, de mais altas e mais discretas conjecturas que as de nenhuma outra gente no mundo. Os portugueses ousaram aventurar-se no grande mar Oceano. Entraram por ele sem nenhum receio. Descobriram novas ilhas, novas terras, novos mares, novos povos e o que mais é, novo céu e novas estrelas. E perderam o medo, que nem a grande quentura da zona tórrida, nem o descompassado frio da extrema parte do sul, com que os antigos escritores nos ameaçavam, lhe pode estorvar, que perdendo a estrela do norte e tornando-a a cobrar, descobrindo e passando o temeroso cabo da Boa esperança, o mar da Etiópia, da Arábia, da Pérsia, puderam chegar a Índia. Passaram o rio Ganges tão nomeado a grande Trapobana e as ilhas mais orientais. Tiraram-nos muitas ignorâncias e mostraram-nos ser a terra maior do que o

⁴² Nasceu na região de Flandres (atualmente conhecida como Bélgica) e faleceu em Duisburg na Alemanha. Conhecido por aperfeiçoar a projeção cilíndrica, hoje conhecida como projeção de Mercator, que é um sistema de projeção gráfica que facilitou aos navegadores marcar sua localização e traçar a rota do navio. Também publicou o primeiro atlas mundial em 1585, facilitando as viagens em alto mar.

mar e haver Antipodas, que até os Santos duvidaram e que não há região, que nem por quente nem por fria se deixe de habitar. E que em um mesmo clima e igual distância da equinocial há homens brancos e pretos e de mui diferentes qualidades. E fizeram o mar tão chão que não há hoje quem ouse dizer que achasse novamente alguma pequena ilha, alguns baixos, ou se quer algum penedo, que por nossas navegações não seja já descoberto. Ora, manifesto é que estes descobrimentos de costas, ilhas e terras firmes não se fizeram ao acaso, mas **partiam nossos navegantes ensinados e providos de instrumentos e regras de astrologia e geometria, que são as coisas de que os Cosmógrafos devem estar providos.** (NUNES, 2002, p. 120 e 121, grifo nosso)⁴³

Com todos os avanços obtidos na navegação, tornou-se possível realizar muitas viagens, como a de Cristóvão Colombo no hemisfério Norte, em 1492, de Vasco da Gama à Índia pelo hemisfério sul, em 1498, e de Fernão de Magalhães, para o Pacífico, em 1520.

Todo este contexto dos Descobrimentos exigiu novos métodos de cálculo de posições e de rotas, e para isto a Matemática foi muito útil, envolvendo principalmente geometria esférica e astronomia.

Como vemos no trecho muito citado de Pedro Nunes, as navegações e os Descobrimentos de Portugal estavam ocorrendo devido ao “ensino e instrumentos e regras de astrologia e geometria”.

Apesar dos erros, todos os conhecimentos obtidos durante os séculos XV e XVI, permitiam uma localização em praticamente qualquer parte dos mares e todos esses avanços deram origem a uma ciência náutica, que tinha como base a matemática e a astronomia (cf. BETHENCOURT et al., 1998, p. 74).

⁴³ “Nam ha duuida que as nauegações deste reyno de cem años a esta parte: sam as mayores: mais marauilhosas: de mais altas e mais discretas conjeyturas: que as de nenhũa outra gente do mundo. Os portugueses ousaram cometer o grande mar Oceano. Entrarã per elle sem nenhũ receo. Descobriram nouas ylhas / nouas terras / nouos mares / novos pouos: e o q̃ mays he: nouo ceo: e nouas estrellas. E perderanlhe tanto o medo: que nem ha grande quentura da torrada zona: nem o descompassado frio da extrema parte do sul: com que os antigos scriptores nos ameaçauam lhe pode estoruar: que perdendo a estrella do norte: e tornandoa a cobrar: descobrindo e passando ho temeroso cabo de Boa esperança: ho mar de Ethiopia: de Arabia: de Persia: poderam chegar a India. Passaram o rio Ganges tam nomeado a grãde Trapobana: e as ilhas mais orientaes. Tiraã nos muitas ignorancias: e amostrarãnos ser a terra mor que o mar: e auer hi Antipodas: que ate os Sanctos duuidaram: e que nam ha regiam: que nem per quente nem per fria se deyxte de abitar. E que em hum mesmo clima e igual distancia da equinocial: ha homens brancos e pretos e de muy diferentes calidades. E fizeram o mar tam chão que nam ha quem oje ouse dizer q̃ achasse nouamente algũa pequena ylha: algũs baxos: ou se quer algũ penedo: que per nossas nauegações nam seja ja descuberto. Ora manifesto he que estes descubrimientos de costas: ylhas: e terras firmes: nam se fizeram indo a acertar: mas partiam os nossos mareantes muy ensinados e prouidos de estormentos e regras de astrologia e geometria: que sam as cousas de que os Cosmographos ham dādar apercebidos.” (NUNES, 2002, p. 120 e 121).

Dois teóricos portugueses que se esforçaram para fundar uma ciência náutica foram Pedro Nunes e D. João de Castro⁴⁴.

No período em que Portugal abria ao Mundo novos horizontes geográficos, o cosmógrafo e matemático português Pedro Nunes oferecia à humanidade novos horizontes mentais. (LEITÃO, 2002a, p. 26)

Assim, aos poucos, os princípios práticos da navegação começaram a ser dominados por princípios teóricos e dessa forma guiavam os pilotos na condução dos navios pelos mares.

As obras de Pedro Nunes apresentavam caráter mais teórico, que mostra o saber do fazer. Por isto, Pedro Nunes não foi muito aceito pelos navegadores, principalmente pelo fato de não ter experiência de navegação, mas procurou uma renovação do ensino da náutica e introduziu conceitos para facilitar a navegação.

Assim, todo o contexto deste período - as Grandes Navegações, as descobertas e explorações de novas terras e a intensificação do comércio – promoveu uma demanda de conhecimentos mais amplos da Matemática e assim proporcionou condições favoráveis para o desenvolvimento desta e consequentemente da geografia e da astronomia nela inseridas.

Com relação à ligação que existia entre a matemática e a geografia neste período, Cormack (2006) afirma que “profissionais – (...) – estavam interessados no conhecimento geográfico para a sua aplicação, o seu poder retórico e seu valor para patrões e empregados”⁴⁵ (CORMACK, 2006, p. 305). Por este trecho, podemos perceber que havia um interesse na geografia principalmente pela sua aplicação.

Por meio dos textos de Capel (1989) também podemos notar a forte ligação da matemática com a geografia, principalmente pelos estatutos das universidades espanholas dos séculos XVI e XVII, que traziam o ensino da geografia como parte da Matemática.

En cuanto ciencia matemática mixta la geografía se estudiaba en las cátedras de Matemáticas de las universidades y estaba presente en prácticamente todas las grandes instituciones científicas de la Edad moderna. Durante el siglo XVII era una disciplina en la vanguardia

⁴⁴ Foi um membro da alta nobreza portuguesa e foi aluno de Pedro Nunes.

⁴⁵ “practitioners – instrument-makers, entrepreneurial teachers, mathematical practitioners – were interested in geographical knowledge for its application, its rhetorical power and its value to potential patrons and employers” (CORMACK, 2006, p. 305).

del conocimiento científico y estaba asociada a la resolución de algunos de los grandes problemas de la Revolución científica. (CAPEL, 1989)

Além disso, segundo Cormack (2006), no século XVI houve um grande interesse pelo estudo da geografia, tanto por meios formais quanto por meios informais, na Inglaterra. Sobre os meios informais, Cormack (2006) afirma que:

Muitos praticantes de matemática (...) escrevendo livros de geografia e matemática para audiências cujo público era mercantil e de pessoas bem-nascidas, trabalhando fora da estrutura universitária para fornecer oportunidades educacionais e utilizando publicações e o ensino como uma maneira de ganhar a vida. (CORMACK, 2006, p. 314)⁴⁶

Assim, podemos perceber que todo o contexto histórico dos séculos XVI e XVII proporcionou condições favoráveis para o aperfeiçoamento da geografia, que era estudada principalmente com aplicação na navegação.

As Grandes Navegações estavam criando uma percepção de mundo diferente e a geografia estava sendo um conhecimento útil às demandas daquela época. O conhecimento dos lugares tornou-se essencial, pois disto dependia o comércio que estava emergindo na época. Assim, fica evidente que a geografia era de grande utilidade tanto no comércio como na marinha dos países europeus.

No que se refere à Astronomia, Queiró (1993) a considera como parte da Matemática mista. Durante a época dos Descobrimentos este ramo foi de grande importância para permitir a navegação em alto mar, pois fornecia algumas aplicações de interesse prático, como a possibilidade da navegação orientada pelas estrelas, amplamente utilizada nos Descobrimentos dos portugueses. Além disso, permitia a determinação da latitude, sendo que, nessa época, foram inventados novos instrumentos e novas técnicas astronômicas para determiná-la.

Na astronomia, o modelo geocêntrico é o mais antigo e foi a ideia dominante durante a Antiguidade e a Idade Média, permanecendo até o século XV. Claudio Ptolomeu (78-161 d.C.) foi o principal defensor desta teoria, em sua obra *Almagesto*, mas afirma-se que esta teoria já tinha sido mencionada pelo filósofo grego Aristóteles no século IV a.C.. Essa obra foi muito estudada nos séculos XV e XVI,

⁴⁶ "many mathematical practitioners (...) writing geography and mathematics books for mercantile and gentry audiences, working outside the university structure to provide educational opportunities and using publishing and teaching as a way of earning a living." (CORMACK, 2006, p. 314).

tendo um grande número de traduções. Pedro Nunes estudou-a, aproveitou algumas de suas ideias, comentou alguns trechos e também traduziu uma outra obra dele para o português.

A teoria geocêntrica defende a ideia de que a Terra fica imóvel no centro do Universo e ao seu redor estariam todos os astros girando em esferas: o Sol, a Lua, os planetas (Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter, Saturno) e as estrelas, como podemos verificar na Figura 5 ⁴⁷.



Figura 5: Modelo Geocêntrico: No centro está a Terra, depois segue a esfera da Lua, seguindo-se de Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. Sobre eles há a oitava esfera, ou firmamento. ⁴⁸

Porém, com o tempo, com o aumento do conhecimento sobre o movimento dos planetas e com o surgimento de novos instrumentos de observação, Nicolau Copérnico (1473-1543) sugeriu um sistema heliocêntrico na sua obra *Revolutionibus orbium coelestium*, no qual a Terra gira em torno do Sol. De acordo com esta teoria, o Sol fica no centro do Universo e a Terra e os outros 5 planetas conhecidos completam órbitas circulares ao seu redor. Este modelo constitui a base da visão

⁴⁷ No centro está a Terra, depois segue a esfera da Lua, seguindo-se de Mercúrio, Venus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. Sobre eles há a oitava esfera, ou firmamento.

⁴⁸ Retirado de: <http://www.fisicaequimica.net/astrologia/geocentrico.htm>.

moderna do Sistema Solar. Alguns pensadores já haviam tratado acerca desta hipótese e sugere-se que o primeiro modelo heliocêntrico conhecido é do filósofo grego Aristarco de Samos (BOYER, 1974, p. 108).

E no centro de tudo permanece o Sol. Pois, quem, nesse templo esplêndido, colocaria essa luminária em outro lugar melhor que esse, de onde ela poderia iluminar tudo ao mesmo tempo? Em verdade, não é impróprio que alguns o chamassem a pupila do mundo; outros, o espírito do mundo, ou ainda outros, seu reitor. (COPÉRNICO apud ABRÃO, 1999, p. 151)

Apesar de Copérnico ter alguns adeptos contemporâneos, sua teoria só foi realmente aceita alguns anos mais tarde e o surgimento dessa teoria alterou as concepções dominantes sobre o Universo, substituindo gradativamente as de Ptolomeu.

Com a publicação da obra de Copérnico, em 1543, iniciou-se uma verdadeira revolução científica. O modelo heliocêntrico exposto nesta obra colocou em questão não só a Física de Aristóteles, pois era necessário explicar como se moviam os planetas em torno do Sol, mas também a noção básica de referencial privilegiado atribuído à Terra. Além disso, a concepção copernicana colocava em dúvida algumas interpretações religiosas do mundo. Posteriormente outros prosseguiram nos estudos acerca da disposição dos planetas, como: Giordano Bruno (1548-1600), Galileu Galilei (1564-1642), Johannes Kepler (1571-1630) e Isaac Newton (1643-1727).

Portanto, a Astronomia que podia ser considerada uma parte da Matemática, obteve grandes avanços durante os séculos XVI e XVII, principalmente pela invenção de instrumentos ópticos cada vez mais precisos, o início da teoria do heliocentrismo e outras descobertas, que forneceram subsídios para a formulação da teoria da gravitação universal alguns anos mais tarde.

2.4 A Matemática nas obras de Pedro Nunes

Como já dissemos, na época das Grandes Navegações e dos Descobrimentos foi muito comum o surgimento de diversas obras voltadas para a navegação, sendo muitas delas compostas de regras, instrumentos, procedimentos

para serem utilizados pelos pilotos com a finalidade de aperfeiçoá-la. Leitão (2006) afirma que muitas dessas obras tinham cunho prático, como se fossem manuais de profissão.

Pedro Nunes também escreveu tratados que continham assuntos de náutica. Entretanto, esses textos de Pedro Nunes diferem desses outros que surgiram nesse período, principalmente pela fundamentação matemática que ele procurava apresentar para as questões da náutica. Conforme Leitão (2006)

Estes textos são estudos e reflexões em torno dos fundamentos da arte náutica. São textos totalmente desprovidos do esquematismo e ordenamento típicos da literatura náutica; na verdade, como já muitos apontaram, são até por vezes algo prolixos. Além disso, alguns estão escritos em latim e recorrem a conceitos matemáticos avançados, manifestamente muito para além do que pilotos e marinheiros podiam entender. (...) São cuidadosas reflexões sobre os fundamentos da navegação que então se praticava, sobre os seus pressupostos, os seus problemas e a sua fundamentação (LEITÃO, 2006, p. 90)

Para Pedro Nunes o estudo da natureza tinha que estar fundamentado na Matemática e isto é perceptível em todas as suas obras, principalmente com relação a navegação: “para a navegação e descobrimentos de terras, a nossa arte de navegar é a mais fundada em ciências matemáticas que nenhuma outra poderá usá-la” (NUNES, 2002, p. 1371)⁴⁹ e também afirma “que as navegações de Portugal são as mais certas e melhor fundadas que nenhuma outra” (NUNES, 2002, p. 138)⁵⁰.

Além disso, ele consagrava à Matemática os progressos que estavam havendo na navegação, afirmando que essas viagens e descobertas não ocorreram ao acaso e pela sorte, mas sim devido ao conhecimento de regras e instrumentos da Matemática:

Ora, manifesto é que estes descobrimentos de costas, ilhas e terras firmes não se fizeram ao acaso, mas partiam nossos navegantes ensinados e providos de instrumentos e regras de astrologia e geometria, que são as coisas de que os Cosmógrafos devem estar providos. (NUNES, 2002, p. 121)⁵¹

⁴⁹ “pera a nauegaçam: e descubrimẽto de terras e a nossa arte de nauegar a mais fundada em sciencias mathematicas: que nenhũa outra de que se podera vsar” (NUNES, 2002, p. 137).

⁵⁰ “que as nauegações de Portugal: sam as mais certas: e melhor fundadas: que nehũas outras” (NUNES, 2002, p. 138).

⁵¹ “Ora manifesto he que estes descobrimentos de costas: ylhas: e terras firmes: nam se fizeram indo a acertar: mas partiam os nossos mareantes muy ensinados e prouidos de estromentos e regras de

Em outro trecho ainda afirma “(...) depois da maior parte da orbe ser percorrida pelas navegações dos portugueses, o que não foi de modo algum possível fazer-se sem o auxílio das ciências matemáticas (...)” (NUNES, 2008, p. 291).

Além disso, considerava que os pilotos tinham que saber a Matemática, pois senão poderiam se enganar e atribui o desconhecimento da matemática como a causa de erros na navegação: “e porque isso também é coisa em que facilmente se poderia enganar qualquer pessoa que não fosse exercitada nas ciências matemáticas” (NUNES, 2002, p. 155)⁵², sendo que “pertence a cosmografia e a arte de navegar ter das ciências matemáticas conhecimento” (NUNES, 2002, p. 155)⁵³.

Afirma ainda que “ciência não é outra coisa senão um conhecimento habituado no entendimento, o qual se adquire por demonstração, e demonstração é aquele discurso que nos faz saber” (NUNES, 2002, p. 5)⁵⁴. Por isso, em todas as suas obras procurava examinar diversas ideias, regras, procedimentos, instrumentos da navegação por meio de princípios e demonstrações matemáticas.

Assim, percebemos que ele procurava fundamentar os princípios da navegação na Matemática e por isso, procurava demonstrar todas as suas afirmações: “Nem deve haver dúvida no que escrevi nessa parte, porque nenhuma coisa é mais evidente que a demonstração matemática, que de nenhuma maneira se pode contrariar” (NUNES, 2002, p. 119)⁵⁵. Sobre isso, Leitão (2006) afirma que “Para Nunes, portanto, a matematização não é simplesmente o tratar numericamente um assunto. O que sempre procurou foi erigir um edifício lógico-demonstrativo, estruturado ao modo euclidiano” (LEITÃO, 2006, p. 194).

Com isso, vemos que Pedro Nunes acreditava que o sucesso das navegações não estava no saber nascido da experiência dos navegadores e ainda

astrologia e geometria: que sam as cousas de que os Cosmographos ham dâdar apercebidos.” (NUNES, 2002, p. 121).

⁵² “E porq̃ isto também he cousa em q̃ facilmete se poderia enganar qualquer pessoa q̃ não fosse exercitada nas sciências mathematicas” (NUNES, 2002, p. 155).

⁵³ “pertêce a cosmografia e arte de nauegar ter della (ciências Matemáticas) conhecimento” (NUNES, 2002, p. 155).

⁵⁴ “sciencia nam he outra cousa senão hum conhecimêto habituado no entendimento: o qual se adquirio per demostraçãõ: e demostraçãõ he aquelle discurso que nos faz saber.” (NUNES, 2002, p. 5).

⁵⁵ “Nem deue auer duuida no que nesta parte escreui: porque nenhũa cousa he mais euidente: que ha demostraçãõ mathematica: a que em nenhũa maneyra se pode contrariar” (NUNES, 2002, p. 119).

defendia a ideia de que o saber teórico poderia ser melhorado por meio dos fundamentos matemáticos. Aqui percebemos a seguinte dicotomia: ratio navigandi X ars navigandi, que consiste basicamente na separação de do saber prático apoiado na ciência e na experiência, respectivamente. Podemos perceber esta distinção pelo próprio texto de Pedro Nunes quando ele distingue dois modos de navegar, que ele denomina “por razão” e “por arte”. Ele ainda afirma que a prática está subordinada à ciência: “porque nenhuma regra que tem o fundamento na parte especulativa ou teórica⁵⁶ pode ser bem praticada e entendida, sem notícia daqueles princípios nos quais se funda.” (NUNES, 2002, p. 161)⁵⁷. Essa era uma característica particular de Pedro Nunes neste período, mas que começou a se tornar mais comum posteriormente.

Além de ele considerar a Matemática imprescindível nos meios náuticos, em sua obra *Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria* também trata sobre a importância da Matemática em outros meios:

De todos os livros que tenho composto nas Ciências Matemáticas (...) nenhum é de tanto proveito como este de Álgebra, que é conta fácil e breve para conhecer a quantidade incógnita, em qualquer propósito de Aritmética e Geometria, em toda a outra arte que usa de conta e de medida, como são Cosmografia, Astrologia, Arquitetura e Prática Mercantil. (NUNES apud OLIVEIRA, 1999, p. 121 e 122)⁵⁸

Em todos os seus trabalhos encontramos diversos problemas de geometria, geometria da esfera, trigonometria esférica e álgebra.

Outra questão importante refere-se a preocupação que Pedro Nunes tinha com a compreensão de seus textos pelo leitor. Como já expusemos, Pedro Nunes reporta ao problema de as apresentações matemáticas dos textos clássicos não serem exatamente da maneira como aqueles conhecimentos foram produzidos. Podemos notar isso em um trecho já citado da obra *Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria* na qual ele faz uma consideração a respeito da matemática presente nos

⁵⁶ Nessa frase, a palavra “teórica” tem o sentido de regras.

⁵⁷ “porque nenhuma regra que tem ho fundamento na parte especulativa ou theorica: pode ser bem praticada e entendida: sem noticia daquelles princípios em que se funda” (NUNES, 2002, p. 161).

⁵⁸ “De todollos Livros que nas Sciencias Mathematicas tenho composto (...) nenhum he de tanto proveito como este de Algebra, que he conta facil e breve para conhecer a quantidade ignota, em qualquer propósito de Arithmetica e Geometria, em toda a outra arte que usa de conta e de medida, como Sam Cosmographia, Astrologia, Architectura, e (Prática) Mercantil” (NUNES apud OLIVEIRA, 1999, p. 121 e 122).

textos antigos, retratando que há um contraste entre a maneira em que foram produzidos e a maneira que estes autores comunicavam essas ideias. Essa dissociação entre os contextos de produção e de justificativa é criticada por Pedro Nunes no seguinte trecho:

Oh! que bom fora se os autores que escreveram nas ciências matemáticas nos deixassem escritas as suas invenções pelos mesmos discursos que fizeram até que as encontraram. E não como Aristóteles diz dos artífices que mostram na máquina que fizeram o que está de fora e escondem o artifício, para parecerem admiráveis. É a invenção muito diferente da tradição em qualquer arte, nem penseis que aquelas tantas proposições de Euclides e Arquimedes foram todas achadas pela mesma via pela qual as trouxeram até nós. (NUNES apud MEDEIROS; MEDEIROS, 2002, p.118)

Ou seja, ele quis dizer que não adianta apenas apresentar resultados novos, mas também é preciso explicar o caminho pelo qual foi possível chegar a determinado resultado.

Devido a esse pensamento, procurou não proceder da mesma maneira e se preocupava em deixar claro o que estava querendo dizer e ensinar aos seus leitores e alunos, apresentando exemplos, ilustrações e demonstrações. Na maioria de seus textos ele apresentava instruções técnicas para o aperfeiçoamento da confecção de mapas e da navegação, mas que nem sempre eram de fácil compreensão, principalmente para os pilotos.

Apesar disto, alguns autores afirmam que ele tinha a preocupação de ensinar a seus alunos pilotos de uma forma clara:

Para seus alunos pilotos, procurava fazer exposições cuidadosas com recomendações prudentes, utilizando-se de ilustrações com exemplos numéricos de forma simples e clara; mas não deixava de apresentar a náutica de forma científica alicerçada em conhecimentos matemáticos. E neste sentido, Pedro Nunes iniciou uma espécie de revolução pedagógica, reduzindo a distância entre ensino universitário e o ensino das técnicas. (SOUZA; CARDOSO, 2002, p. 113)

Ventura (1985) também afirma que ele procurava fazer uma exposição cuidadosa, com muitas recomendações aos pilotos, ilustrada com exemplos numéricos simples e claros, como podemos verificar nos tratados referentes à náutica (cf. VENTURA, 1985, p. 24), como veremos alguns exemplos no capítulo seguinte.

Apesar de sempre ter essa preocupação em deixar claro o que estava ensinando, ele teve alguns problemas com os pilotos, ou seja, sempre houve problemas entre o cosmógrafo (teoria) e os pilotos (técnica praticada). Por meio de seus textos podemos tirar conclusões desses conflitos. Já em seu primeiro tratado (*Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação* de 1537), Pedro Nunes incide algumas críticas aos pilotos pela maneira que conduziam suas navegações. Escolhemos apenas um exemplo para verificar o tom das críticas dirigidas por ele aos pilotos. No exemplo a seguir, a crítica refere-se ao fato de que os pilotos costumavam medir a altura do Sol para se obter a latitude apenas ao meio dia, e ele apresenta um modo diferente para se fazer isto:

Mas os pilotos sabem tão pouco, que podendo se aproveitar de muitas coisas, para por muitas vias buscarem o que desejam saber, não sabem fazer mais do que esperar o meio dia (para obter a altura meridiana do Sol) e se então se lhes encobrir o sol, como muitas vezes acontece, não podem saber onde estão senão por sua estimação, que é bem fraca; pois houve entre eles quem foi doze vezes à Índia e ao fim deste tempo fez a conta do meio-dia às avessas. (NUNES, 2002, p. 116 e 117) ⁵⁹

Esse processo proposto por Pedro Nunes de determinar a latitude por meio da altura do Sol é teoricamente correto, mas não foi aceito pelos pilotos. Um dos motivos dessa recusa é que em alto mar essa teoria não produzia resultados interessantes, principalmente pela movimentação do barco.

No outro tratado de 1537, sabendo dessa rejeição desse método pelos pilotos, ele afirma: “E sou tão escrupuloso em misturar com regras vulgares desta arte (de navegar) termos e pontos da ciência, de que os pilotos tanto se riem.” (NUNES, 2002, p. 120) ⁶⁰.

A rejeição dos pilotos às teorias de Nunes também ocorria devido ao fato de ele nunca ter sido um navegador. Ele mesmo afirma isso em seu tratado: “Bem sei

⁵⁹ “mas os pilotos sabẽ tam pouco que podendose aproueitar de muitas cousas: pera per muitas vias buscarem o que desejam saber: não sabem fazer mais que esperar o meo dia: e se entã se lhes encobrir o sol: como muitas vezes acontece: não podem saber onde estão: se não per sua estimação que he bem fraca: pois ouue antre elles quem foy .xij. vezes a Índia e a cabo deste tempo fez a cõta do meo dia as vessas.” (NUNES, 2002, p. 116 e 117).

⁶⁰ “E sou tam escrupuloso em misturar com regras vulgares desta arte / termos e pontos de sciencia: de que os pilotos tanto se rim” (NUNES, 2002, p. 120).

quão sofrem os pilotos, que fale da Índia, quem nela nunca foi e pratique no mar quem nele não entrou” (NUNES, 2002, p. 129) ⁶¹.

Podemos dizer que ele foi um criador de teorias náuticas, que eram aplicadas por alguns navegadores no mar. Cabe ressaltar que existiram alguns navegadores que procuravam testar suas teorias, como D. João de Castro e outros que lhe procuravam para expor dúvidas oriundas das navegações, como por exemplo, Martim Afonso de Sousa.

Pedro Nunes desenvolve, no entanto, duas notáveis exceções no campo da cooperação com homens ligados à prática das navegações: Martim Afonso de Sousa e D. João de Castro. (MATOS, 1999)

D. João de Castro experimentou em alto-mar algumas das teorias de Pedro Nunes, como em uma viagem em 1538, que ele fez de Lisboa para Goa, na qual testou os processos de determinação de latitudes por alturas extrameridianas do Sol e declinação magnética. Albuquerque (1988) afirma que D. João de Castro obteve êxito nas determinações da declinação magnética por observações solares, entretanto, o mesmo não ocorreu na determinação da latitude segundo as regras de Pedro Nunes.

Resumindo, consideramos que Pedro Nunes foi um teórico interessado pela prática. Simões (2007) afirma que ele promoveu mundialmente o movimento da navegação de uma arte prática para um tema científico. Além disso, estudos recentes destacam o papel fundamental dos textos em que Pedro Nunes opõe a navegação prática (com base na formação de marinheiros e pilotos) à navegação científica (teórica) e assim propõe um novo programa de navegação teórica, como uma sub-disciplina da matemática, baseado no poder demonstrativo e na certeza da matemática e assim estabelece as bases para o estudo matemático da natureza (cf. SIMÕES, 2007, p.6).

Assim, por meio de uma parte da obra de Pedro Nunes podemos verificar que ele procurou estruturar uma náutica científica, apoiando essas teorias na Matemática e, além disso, tentava explicar aos pilotos a importância da preparação teórica matemática para o sucesso das navegações.

⁶¹ “Bem sey quam mal sofrem os pilotos que fale na India quem nunca foy nella: e pratique no mar quem nelle nam entrou.” (NUNES, 2002, p. 129).

CAPÍTULO 3: ANÁLISE FORMAL OU DISCURSIVA

3.1 Introdução

Neste capítulo, faremos uma análise detalhada do conceito de linhas de rumo por meio das obras de Pedro Nunes que tratam deste conceito. Analisaremos as seguintes obras deste matemático português:

1. *Tratado da Esfera: Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação e Tratado em Defesa da Carta de Marear, 1537*⁶²;

2. *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar, 1573*⁶³;

3. *Defesa do Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar, 1537-1544*⁶⁴;

Esta análise foi separada em duas etapas:

⁶² Para a análise desta obra de Pedro Nunes, utilizamos a versão de 2002, como apresentado na introdução.

⁶³ Para a análise desta obra de Pedro Nunes, estamos utilizando a versão de 2008, como apresentado na introdução.

⁶⁴ Para a análise desta obra de Pedro Nunes, estamos utilizando a versão de Carvalho (1952).

- Na **primeira**, apresentaremos uma análise referente à estrutura e composição destas obras, apresentando uma visão geral da sequência, conteúdo, organização, edições, dentre outras características de cada obra separadamente;

- Na **segunda**, analisaremos o conceito de loxodromia em cada uma das obras: sua definição, suas propriedades, sua representação nas cartas, sua representação nos globos, entre outros. Escolhemos fazer esta análise, em alguns momentos, conjuntamente. A justificativa para isto é que algumas ideias se repetem em mais de uma obra e, quando julgarmos relevante, faremos algumas comparações entre elas.

Antes de iniciarmos estas duas etapas, apresentaremos resumidamente o significado da loxodromia, apenas para facilitar a leitura do texto que se segue e também faremos uma análise sobre o termo; em seguida, as duas etapas mencionadas acima.

3.2 O que consiste a linha de rumo ou loxodromia?

A grande questão dos navegadores sempre foi qual rota deveriam seguir no mar. Pedro Nunes fez estudos sobre rotas e sobre várias questões da náutica em suas obras. Além disso, ele foi o primeiro a fazer estudos sobre a loxodromia e sobre a representação dessa curva nas cartas de marear.

Basicamente, a loxodromia consiste em uma curva que corta todos os meridianos do globo terrestre conforme um mesmo ângulo. Esta curva foi uma ferramenta muito útil no século XVI nas navegações marítimas, pois a maneira mais natural de se navegar em alto mar é mantendo um ângulo constante com o norte da bússola. Como nessa época os navegadores possuíam poucos instrumentos de navegação, seguir uma trajetória sempre na mesma direção era mais seguro e, apenas com a bússola, eles podiam se orientar, desta maneira cruzando todos os meridianos do globo terrestre com a mesma inclinação, chegando aos seus destinos. Navegando desta forma, a rota que o navio seguirá no mar será uma **linha de rumo** ou **loxodromia**.

Um dos pontos principais da teoria de Pedro Nunes é que ele distinguiu dois tipos de trajetórias: **ortodromia** (navegação por um círculo máximo, que não

consiste em navegar por rumo constante) e **loxodromia** (navegação por rumo constante). No decorrer do texto será explicitada em maiores detalhes a diferença entre esses dois tipos de rotas.

3.3 Os termos **LINHAS DE RUMO (LOXODROMIA)** e **CÍRCULO MÁXIMO (ORTODROMIA)**

As terminologias loxodromia e ortodromia não foram utilizadas por Pedro Nunes em suas obras, apesar de se referirem aos dois tipos de trajetórias distinguidos por ele. Essa terminologia passou por grandes transformações desde as expressões utilizadas por Pedro Nunes até os termos atuais. Leitão (2008b) afirma que “foi um processo demorado e complexo que, do português e latim, passou ao holandês, depois ao grego, seguidamente ao latim, para regressar de novo aos vernáculos, nomeadamente ao português.” (LEITÃO, 2008b, p. 571). Trataremos brevemente desse processo demorado.

Para referir-se à loxodromia e a ortodromia Pedro Nunes empregou diversas expressões. Seleccionamos algumas delas nas três obras em que realizamos as análises:

LINHAS DE RUMO ou LOXODROMIA.

1. *Tratado da Esfera* (1537): Nesta obra os termos utilizados são: rodeios, certa maneira de linhas curvas, linha curva e irregular, linha curva que não é círculo, entre outros:

■ **FAZENDO GRANDES RODEIOS:** “E quanto ao comprimento do caminho andam muito mais do que eles acham (...), porque vão **fazendo grandes rodeios** e quando, sem tomar a altura por estimação do caminho que tem andado, querem fazer seu ponto, lançam em linha direita o que eles tem andado por rodeios e os lugares ficam mais longe.” (NUNES, 2002, p. 113)⁶⁵;

⁶⁵ “E quanto ao comprimento do caminho andam muyto mays do que elles cuydam: (...) porque vam **fazendo grãdes rodeos**. e quando sem tomar a altura per estimação do caminho que tem

■ **CERTA MANEIRA DE LINHAS CURVAS:** “(...) O primeiro é ir por uma mesma rota sem fazer mudança, e isto sempre guardam os navegadores, mas a conta há de se fazer por uma **certa maneira de linhas curvas.**” (NUNES, 2002, p. 114)⁶⁶;

■ **UMA LINHA CURVA E IRREGULAR:** “E é que vendo Ptolomeu que o caminho que se faz por uma rota, não é por círculo maior, que é o reto e contínuo, pois sempre fazemos com os novos meridianos, ângulo igual ao que partimos. O que era impossível fazer círculo maior se fossemos por ele, antes, é **uma linha curva e irregular.**” (NUNES, 2002, p. 128)⁶⁷;

■ **LINHA CURVA, QUE NÃO É CÍRCULO, NEM LINHA DIREITA:** “(...) mas o caminho pelo qual verdadeiramente andam, é a linha curva (...) a qual não é círculo: nem linha direita (...)” (NUNES, 2002, p. 114)⁶⁸;

2. Sobre a Arte e a Ciência de Navegar (1573): Nessa obra latina, o termo mais utilizado para se referir a essa curva é “rumos”. É importante enfatizar que este termo possui duas acepções distintas no decorrer desta obra: 1- direções indicadas pela agulha magnética e são assinaladas na carta de marear; 2- linhas curvas que os navios descrevem na superfície do mar – loxodromia. Seleccionamos alguns trechos nos quais esse termo aparece com o segundo sentido e a seguir colocamos as citações em latim e sua respectiva tradução:

■ **RUMBOS:** “Eiusmodi uero lineas uulgari nomine **rumbos** dicimus” (NUNES, 2008, p. 213), cuja tradução é: “Designamos estas linhas pelo nome vulgar de **<rumos>**” (NUNES, 2008, p. 477); “Eas porro curuas líneas, quas naues ad eum modum currendo in superficie maris describunt, **rumbos** etiam appellant” (NUNES, 2008, p. 8), que tem por tradução: “Também se designam por **rumos** as linhas

andado querem fazer seu ponto: lançam em linha direita: o que tem andado per rodeos: e ficam os lugares em mays longura da que tem.” (NUNES, 2002, p. 113).

⁶⁶ “(...) ho primeiro he jr per hũa mesma rota sem fazer mudãça: e isto guardão sempre os nauegantes: mas a cõta ha se de fazer per hũa **certa maneira de linhas curuas.**” (NUNES, 2002, p. 114).

⁶⁷ “e he que vendo Ptolomeu que ho caminho que se faz per hũa rota: nam he per circulo mayor que he ho dereito e continuo: pois sempre fazemos com os nouos meridianos angulo ygual ao com que partimos: ho que era imposiuel fazer circulo mayor se por elle fossemos: antes he **hũa linha curua: e yrregular.**” (NUNES, 2002, p. 128).

⁶⁸ “(...) mas ho caminho per que verdadeyramente andam: he a linha curua (...) a qual não he circulo: nem linha direita.” (NUNES, 2002, p. 114).

curvas que os navios descrevem na superfície do mar ao avançarem deste modo” (NUNES, 2008, p. 258);

■ **RUMBIS:** “Quod possibile sit datum globum **rumbis** deliniare” (NUNES, 2008, p. 213), cuja tradução é “Que é possível traçar **rumos** num dado globo” (NUNES, 2008, p. 477);

■ **RUMBORUM:** “Initium uero describendorum **rumborum** erit in aequinoctiali circulo” (NUNES, 2008, p. 214), cuja tradução é: “(...) esteja no círculo equinocial o início dos **rumos** a traçar (...)” (NUNES, 2008, p. 478);

Esses são alguns trechos nos quais Pedro Nunes refere-se a loxodromia apenas pela palavra **RUMO** e no próprio texto de Pedro Nunes podemos verificar algumas variações para esse termo. A palavra latina “rumbus” foi muito utilizada para designar esse conceito por outros autores também, durante esse período.

Além desse termo, ele também utiliza expressões similares da versão portuguesa, que foram traduzidas da seguinte maneira:

■ **OBLIQUIDADES E RODEIOS:** “No que diz respeito à extensão do espaço percorrido, devido às **obliquidades e rodeios** das rotas, avançam mais do que calculam (...)” (NUNES, 2008, p. 276);

■ **SINUOSO E OBLÍQUO:** “(...) projetam em linha recta aquilo que por natureza é **sinuoso e oblíquo**” (NUNES, 2008, p. 277);

■ **LINHAS ORBICULARES:** “Quanto aos restantes, são **linhas orbiculares** compostas por arcos de círculos máximos” (NUNES, 2008, p. 77);

3. **Defesa do Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar:** os termos utilizados neste manuscrito para designar essa curva são rumo e linha curva:

■ **LINHA CURVA:** “E é uma linha composta de arcos de círculos maiores, os quais vão fazendo ângulos uns com os outros sobre os pontos assinados (...)” (CARVALHO, 1952, p. 2)⁶⁹.

⁶⁹ “E pois he huã linha composta de arcos de circulos mayores, os quaes vão fazendo amgulos hūs com os outros sobre os pontos asinados (...)” (CARVALHO, 1952, p. 2).

CÍRCULO MÁXIMO ou ORTODROMIA

Já os termos que ele utilizou para designar a ortodromia, referem-se ao caminho reto e direto, como podemos ver nas expressões abaixo:

■ **CÍRCULO GRANDE:** “(...) e já o meridiano novo não corta ao **círculo grande** pelo que fazíamos nosso caminho com ângulos retos: mas faz outro desigual” (NUNES, 2002, p. 107)⁷⁰;

■ **CÍRCULOS MAIORES:** “O segundo modo seria ir por **círculos maiores** fazendo sempre aquela diferença (...)” (NUNES, 2002, p. 114)⁷¹; “Ora quem assim andou, andou de **círculo maior**, que é o caminho brevíssimo e sem nenhum modo de rodeio” (CARVALHO, 1952, p. 4)⁷²;

■ **CÍRCULO MÁXIMO:** “E, portanto, o caminho ao longo do **círculo máximo** tem a vantagem de ser o mais breve e curto para os viajantes” (NUNES, 2008, p. 276);

■ **CAMINHOS DIREITOS:** “Porém, como se dirigem sempre para a mesma parte do mundo, mantendo uma direcção constante, de forma alguma podem seguir por **caminhos direitos**” (NUNES, 2008, p. 276);

■ **DIREITO E CONTÍNUO:** “não é por círculo maior que é o **direito e contínuo**” (NUNES, 2002, p. 128)⁷³;

Todas essas expressões referem-se ao mesmo tipo de trajetória, por círculo máximo. É importante ressaltar, que não observamos diferenças entre essas expressões.

Por todas essas expressões utilizadas para designar a loxodromia e a ortodromia, verificamos que a primeira indica a ideia de que a navegação por este modo é caracterizada por uma **curva** na esfera, em contrapartida com a ortodromia que determina uma ideia de “reta” na esfera, que seria um **círculo máximo**.

⁷⁰ “(...) e já o meridiano nouo não corta ao circulo grande per que faziamos nosso caminho cõ angulos reitos: mas faz outro desigual (...)” (NUNES, 2002, p. 107).

⁷¹ “O segúdo modo seria jr per circulos mayores fazendo sempre aquella deferença (...)” (NUNES, 2002, p. 114).

⁷² “Ora quem asi andou bem fora andou de circulo mayor, que he o caminho breuissimo & sem nenhũ modo derrodeo” (CARVALHO, 1952, p. 4).

⁷³ “nam he per circulo mayor que he ho direito e continuo.” (NUNES, 2002, p. 128).

Veremos, posteriormente, que um dos motivos que levou Pedro Nunes a escrever dessa maneira é que a loxodromia implica em um caminho mais longo do que a ortodromia; por isso, ele designa loxodromia por curva, irregular, sinuoso, oblíquo, rodeio, curvilíneo em oposição à ortodromia por reto, direito, circular e contínuo, que é o caminho mais curto.

Conforme Leitão (2008b), Simon Stevin (1548-1620) conheceu os trabalhos de Pedro Nunes nas versões latinas e utilizou uma palavra que designava “linha curva”, traduzida para seu idioma holandês, “cromstreken”, no seu trabalho *Wisconstige Ghedachtenisse* (1608). Nesta obra há um livro intitulado *Vierde Bovck Des Eertclootschrifts, Van de Zeylstreken*, no qual encontramos essa palavra no sumário:

Dese beschrijving der Zeylstreken, sal navier noodighe bepalinghen der eyghen woorden, begripen 11 voorstellen, welcker twee eerste sijn van rechte Zeylstreken, d'ander van cromme. Waer achter nochvolgen sal een Anhang der **Cromstreken**. (CRONE, 1961, p. 504, grifo nosso)

A tradução para este trecho é:

Esta descrição das navegações contém, após quatro definições necessárias de termos especiais, 11 proposições, das quais as duas primeiras se referem a trajetórias de grande-círculo, as outras a linhas de rumo. A isto segue um Apêndice sobre loxodromias⁷⁴.

Abaixo seguem 3 das 4 definições do livro de Stevin:

■ Definição: Trajetórias de navegação são as linhas que os navios descrevem quando eles estão navegando⁷⁵;

■ Definição: Trajetória de grande-círculo, nós chamamos de menor arco na terra entre dois pontos⁷⁶;

⁷⁴ Esta tradução foi realizada com base no texto *The principal Works of Simon Stevin*, vol. 3, que contém uma tradução inglesa do texto de Stevin: “this description of the sailings is to contain, after four necessary definitions, of the special terms, 11 propositions, the first two of which refer to great-circle tracks), the others to rhumb lines). This is to be followed y an Appendice about loxodromes.” (CRONE, 1961, p. 505).

⁷⁵ “1st Definition: sailing tracks are the lines which ships describe when they are sailing.” (CRONE, 1961, p. 507) (Bepaling. Zeylstreken sijn de linien die seylende schepen beschrijven. (CRONE, 1961, p. 506)).

⁷⁶ “2nd Definition: great-circle track we call the shortest arc on the earth between two points.” (CRONE, 1961, p. 507) (Bepaling. Rechte streec noemen wy des Eertcloots cortste booch tusschen twee puntenp. (CRONE, 1961, 506)).

■ Definição: quando um barco navega fora do equador e do meridiano de tal forma que o arco desenhado a partir do navio para o polo sempre faz o mesmo ângulo com a linha. A linha na qual o navio tem navegado chamamos loxodromia⁷⁷;

Willebrord Snel van Royen (1580-1626) introduziu uma terminologia grega na tradução dessa obra de Stevin para o latim, intitulada *Hypomnemata Mathematica* (1608) e utilizou os seguintes termos: **λοξοδρομίαν** e **ὀρθοδρομίαν**. Assim, o sumário do “Qvartvs Liber Geographiæ, de Histiodromia” ficou da seguinte maneira:

Breviarivm Histiodromiæ⁷⁸:

Histiodromiæ subjectum quatuor definitionibus, & undecim propositionibus expeditivimus, earum duæ priores ὀρθοδρομίαν seu rectas velificationis lineas, cæteræ λοξοδρομίαν seu curvas explicabunt. Cui tandem Appendicem de curvis lineis, seu obliquo cursu adjecimus.

Figura 6: Trecho do Sumário da tradução de Snel da obra de Stevin (1608).⁷⁹

Posteriormente, em sua obra latina *Tiphys Batavus* (1624), Snel utilizou as palavras latinas *loxodromiarum* e *loxodromian*, que hoje conhecemos de várias formas: loxodromia, loxodromy, loxodromie, etc.⁸⁰ (cf. LEITÃO, 2008b, p. 573).

Entretanto, mesmo depois da introdução dessa terminologia por Snel, muitos ainda continuaram a utilizar a palavra “rumo” para designar essa curva.

Neste texto, utilizamos as palavras **loxodromia** e **linhas de rumo** para designar essa curva, mas está esclarecido que este não era o termo utilizado por Pedro Nunes.

⁷⁷ “3rd Definition: when a ship sails outside the equator and the meridian in such a way that the arc drawn from the ship to the pole always makes the same angle with the keelline, the line on which the ship has then sailed we call loxodrome.” (CRONE, 1961, p. 509) (Bepaling. Een schip buyten t'middelront en middachtont so seylende, dat de booch ghetrocken van de kiellini totten aspunt, altijt op de kiellini een selven houck maeckt: De lini die t'schip dan gheseylt heeft noemen wy **Cromstreeck**. (CRONE, 1961, p. 508)).

⁷⁸ (...) Histiodromiæ subjectum quatuor definitionibus, et undecim propositionibus expeditivimus, earum duæ priores **λοξοδρομίαν** seu rectas velificationis lineas, caeterae **ὀρθοδρομίαν** seu curvas explicabunt. Cui tandem Appendicem de curvis lineis, seu obliquo cursu adjecimus (STEVIN, 1608, p. 86).

⁷⁹ Retirado de: <http://gallica.bnf>.

⁸⁰ Para maiores informações consultar Leitão (2008b, p. 571-574); Randles (2002); Correia (2009).

3.4 Análise I

3.4.1 Tratado da Esfera (1537)



Figura 7: Capa do Tratado da Esfera (1537).⁸¹

⁸¹ Retirada de: http://farm4.static.flickr.com/3262/2560559100_b5914c0d4e.jpg.

Nessa capa temos o seguinte trecho escrito no centro⁸²:

Tratado da Esfera com a Teoria do Sol e da Lua. E o primeiro livro de Geografia de Claudio Ptolomeu de Alexandria. Tirados novamente do latim para a nossa língua pelo Doutor Pedro Nunes, Cosmógrafo do Rei D. João o terceiro deste nome nosso senhor. E acrescentados de muitas anotações e figuras para que se possa entender mais facilmente.

Item dois: Tratados que o mesmo doutor fez sobre a carta de marear, nos quais se declaram todas as principais dúvidas da navegação. Com as tábuas do movimento do sol e sua declinação. E o Regimento da altura ao meio dia, como nos outros tempos. (NUNES, 2002, p. 3)⁸³

Esta foi sua primeira obra publicada e a única que Pedro Nunes escreveu em português, por isso não foi muito conhecida no estrangeiro. Muitos afirmam que ela não teve muita repercussão, pois havia poucos que pudessem entender do que se tratava.

A sequência desta obra é a seguinte:

1. Na página do verso da folha de rosto está impresso o alvará, no qual o rei D. João III concedeu a Pedro Nunes o direito de imprimir suas obras, com data de 27 de setembro de 1537;
2. A folha seguinte contém a dedicatória da obra ao infante D. Luís;
3. Atribui-se a essa obra o título genérico *Tratado da Esfera*, sendo composta por algumas traduções e comentários de obras clássicas importantes e também por tratados de navegação escritos pelo próprio Pedro Nunes.
 - i. *Tratado da Sphera* (Tratado da Esfera);
 - ii. *THEORICA DO SOL E DA LVA TIRADA DE LATIM EM LINGOAGEM PER HO DOCTOR PERO NVNEZ* (Teoria do sol e da lua tirada do latim pelo doutor Pedro Nunes);
 - iii. *Liuro primeiro da Geographia de Ptolomeu* (Primeiro Livro da Geografia de Ptolomeu);

⁸² O trecho seguinte é o título desta obra de Pedro Nunes, entretanto, para simplificações, utilizamos no decorrer de toda a dissertação apenas o título *Tratado da Esfera*.

⁸³ “Tratado da sphaera com a Theorica do Sol e da Lua. E ho primeiro liuro da Geographia de Claudio Ptolomeo Alexãdrino. Tirados nouamente de Latim em lingoagem pello Doutor Pero Nunez Cosmographo Del Rey dõ João ho terceyro deste nome nosso Senhor. E acrecetados de muitas annotações e figuras per que mays facilmente se podem entender. Item dous tratados q̃ o mesmo Doutor fez sobre a Carta de marear. Em os quaes se decrarão todas as principaes duuidas da nauegação. Cõ as tauoas do mouimento do sol: e sua declinação. E o Regimêto da altura assi ao meyo dia: como nos outros tempos.” (NUNES, 2002, p. 3).

- iv. *Tratado que ho doutor Pero Nunez fez sobre certas duuidas da nauegação: dirigido a el Rey nosso senhor* (Tratado que o doutor Pedro Nunes fez sobre certas dúvidas de navegação dirigido ao Rei nosso senhor);
- v. *Tratado que ho doutor Pero Nunez Cosmographo del Rey nosso senhor fez em defensam da carta de marear: cõ o regimẽto da altura. Dirigido ao muyto escrarecido: e muyto excelente Principe ho Iffante dom Luys* (Tratado que o doutor Pedro Nunes, cosmógrafo do rei nosso senhor, fez em defesa da carta de marear, com o regimento da altura. Dirigido ao muito esclarecido e excelente Príncipe o infante D. Luis);

4. *Georgij coeli Epigramma* (Epigrama⁸⁴ – em latim – composto por Jorge Coelho para o Dr. Pedro Nunes);

5. Na última folha, abaixo do epigrama, há o seguinte trecho: “Acabou-se de imprimir a presente obra na nobre e leal cidade de Lisboa por Germão Galhard. Ao primeiro dia do mês de Dezembro de 1537.” (NUNES, 2002, p. 183)⁸⁵;

6. Atrás dessa folha, estão algumas erratas: “Na impressão desta obra cometeram-se alguns erros que aqui se devem emendar” (NUNES, 2002, p. 184)⁸⁶.

⁸⁴ “Qui cupis e terris arcana incógnita caeli
Noscere: et ignoto pandere vela mari.
Em tibi summum reserat sublimis olympum.
Per médios fluctus hoc duce tutus eris.
Haud mirum ingenij to topes florere libello.
Nobilis egregium condidit author opus.
Si clarum Alcide durat per saecula nomen.
Quod caelum potuit sustinuisse humeris.
Non minor et Petri dicenda est gloria Nonni
Cuius mens terras aequora et Astra capit.” (NUNES, 2002, p. 183)

Tradução:

“Ó tu, que desejas desde a terra conhecer os mistérios incógnitos do céu
E abrir as velas ao mar desconhecido,
Eis aqui quem sublime descobre o sumo Olimpo
E com o qual, por guia, serás seguro através das ondas.
Nem admira que tantas riquezas de engenho desabrochem num livrinho,
O nobre autor deixou uma obra egrégia.
Se dura através dos séculos o nome ilustre de Alcides,
Que pôde sustentar o céu com os ombros,
Não admira que se celebre a glória de Pedro Nunes
Cuja mente abrange as terras, os mares e os astros.” (NUNES, 2002, p. 280).

⁸⁵ “Acabouse de emprimir a presente obra na muyto nobre e leal cidade de Lixboa per Germão Galharde empremidor. Ao primeiro dia do mes de Dezembro. De .1537. annos.” (NUNES, 2002, p. 183).

⁸⁶ “Na impressam desta obra se cometerão algũs erros ã por aqui se deuem de emendar.” (NUNES, 2002, p. 184).

Todas as páginas da obra não são numeradas, possuindo um total de 180 páginas⁸⁷.

Francisco Maria Esteves Pereira publicou, em 1911, uma edição do *Tratado em defesa da carta de marear* na Revista de Engenharia Militar. Nessa edição ele faz uma introdução na qual inclui uma descrição da obra *Tratado da Esfera*:

O Tratado da Sphera é um volume em quarto de 90 folhas não numeradas, e compõe-se de treze cadernos assim designados: 1º caderno (sem numeração), de uma folha dupla; 2º a 11º cadernos (a, b, c, d, e, f, A, B, C, D), de quatro folhas duplas cada um; 12º caderno (E), de seis folhas simples; 13º caderno, (F), de uma folha dupla. O papel tem a marca de água de linhas rectas segundo a maior dimensão da folha, e de um gomil sobre o qual está uma coroa terminada em cruz.

As folhas teem 0^m, 285 de altura e 0^m, 185 de largura, mas já estão aparadas. A chapa de impressão de cada pagina é limitada por filetes na parte superior e inferior, na direita e esquerda; a distancia entre os filetes superior e inferior é de 0^m, 245, e entre os filetes direito e esquerdo 0^m, 140. Cada pagina completa, em uma só columna, tem 40 linhas; e cada linha completa 50 a 55 letras. Os caracteres são do typo denominado meio gothico; os signaes de pontuação são: dois pontos, ponto final, e raríssimas vezes a virgula representada por /. As anotações são impressas na margem exterior da pagina por fora do filete; e as figuras são insertas dentro do texto reduzindo-se por isso o comprimento das linhas. (PEREIRA, 1911, p. 189)

A Figura 8 é uma folha do texto para melhor visualização da descrição acima, das anotações, das figuras, dos caracteres, etc.

⁸⁷ Verificamos o número de páginas por meio da cópia digital disponível em <http://purl.pt/14445>.



Figura 8: Página da obra *Tratado da Esfera*.⁸⁸

Como já foi explicitado no capítulo anterior, a inclusão das três traduções aponta para uma característica deste período: o humanismo. Além disso, indicam uma preocupação didática, qual seja que todos os leitores tenham o conhecimento necessário para compreender os tratados de navegação contidos nesta obra. Já os dois tratados de náutica revelam um matemático de grande valor e criatividade.

⁸⁸ Retirado de: <http://purl.pt/14445>.

A seguir, faremos um breve resumo de cada tradução incluída por Pedro Nunes:

1. *Tratado da Esfera*: Tradução portuguesa com anotações e comentários da obra *De Sphaera* (ou *Tractatus de Sphaera*), escrito no século XIII por Johannes de Sacrobosco (1195-1256)⁸⁹.

Uma das obras de astronomia mais espalhadas na Europa nesse período foi essa obra de Sacrobosco. Ela foi publicada em 1220 e discutia a Terra e seu lugar no Universo, sendo dividida em quatro capítulos:

1. trata sobre o que é a esfera, seu centro, o eixo da esfera, o polo do mundo, o número de esferas e qual é a forma do mundo;
2. aborda sobre os “círculos dos quais se compõe a esfera material” (NUNES, 2002, p. 7)⁹⁰;
3. descreve o nascer e o pôr de corpos celestes e a diversidade dos dias e das noites de diferentes localizações e também sobre a divisão dos climas;
4. trata sobre “os círculos e movimentos dos planetas, e sobre as causas dos eclipses” (NUNES, 2002, p. 7)⁹¹.

De acordo com Silva (1972), Sacrobosco compôs um resumo da obra *Almagesto*, de Ptolomeu e dos *Elementos de Astronomia*, de Alfragano. No século XVI, esta era uma obra de introdução nos estudos astronômicos: “Este livro adquiriu uma tal celebridade que, durante trezentos anos, não se conheceu outro nas escolas” (SILVA, 1972, p. 19).

Pedro Nunes traduziu essa obra do latim para o português e nessa época já havia outras traduções portuguesas. Entretanto, a diferença dessa tradução de Pedro Nunes é que ele acrescentou anotações nas margens das páginas, às vezes explicando, completando ou até mesmo corrigindo o texto original, a partir das suas ideias.

⁸⁹ João de Sacrobosco era um frade inglês, nascido em Halifax em 1195. Estudou na Universidade de Oxford e lecionou na Universidade de Paris.

⁹⁰ “(...) círculos dos quaes a sphaera material he composta (...)” (NUNES, 2002, p. 7).

⁹¹ “(...) dos círculos e mouimêtos dos praneas: e como se causam os Crises.” (NUNES, 2002, p. 7).

2. Teoria do Sol e da Lua tirada do latim em linguagem pelo doutor Pedro Nunes⁹²: tradução portuguesa anotada dos capítulos iniciais da obra *Theorica Novae planetarum* de Georg Peurbach⁹³ (1423-1461).

Essa é a obra mais famosa de Purbáquio e consiste em um texto elementar sobre astronomia teórica, compreendendo em teoria do Sol, teoria da Lua, dos três planetas superiores, de Vênus e de Mercúrio e termina com o estudo do triplo movimento da oitava esfera, em que estariam situadas as estrelas fixas e o firmamento (cf. SILVA, 1972, p. 20). Esta obra foi importante para a época, pois teve

o efeito de fixar uma nomenclatura precisa para todo um conjunto de fenómenos elementos teóricos de astronomia. Mais importante do que isso, as suas cuidadosas descrições da natureza física dos modelos planetários da astronomia tornaram-se canônicas até que, mais de um século depois, os estudos e as observações de vários astrónomos, em particular Tycho Brahe, colocaram em questão toda essa representação. (<http://purl.pt/40/1/index.html>)

Também foi muito comentada por diversos astrônomos, inclusive Pedro Nunes e possuiu um grande número de edições. Pedro Nunes publicou apenas a tradução para o português de dois capítulos dessa obra, referentes às teorias do Sol e da Lua.

Essa obra de Purbáquio era estudada depois da obra *De Sphaera* de Sacrobosco, pois ambas continham conhecimentos necessários para facilitar a compreensão da teoria planetária de Ptolomeu (cf. SILVA, 1972, p. 22).

3. Livro primeiro da Geografia de Ptolomeu: Tradução portuguesa com anotações do *Livro primeiro da Geografia* de Ptolomeu (90?-168?)⁹⁴.

Essa obra de Ptolomeu foi uma das mais importantes do Renascimento, teve muitas edições e ficou muito conhecida na maioria dos países da Europa, o que é comprovado pela frequência que se encontra de exemplares nas bibliotecas e pelas inúmeras referências que os autores do século XVI lhe fazem, inclusive Pedro Nunes.

⁹² *Theorica do Sol e da Lva tirada de Latim em lingoagem per ho doctor Pero Nunez.*

⁹³ Georg Peurbach foi astrônomo, matemático, professor da Universidade de Viena e teve como discípulo Regiomontanus.

⁹⁴ Claudio Ptolomeu era grego e ficou muito conhecido pelos seus trabalhos em matemática, astronomia e geografia. Sua obra mais conhecida é o *Almagesto*, em que adota o sistema geocêntrico.

É composta por 8 livros, sendo que o primeiro apresenta uma discussão teórica. Pedro Nunes traduziu para o português os 24 capítulos do primeiro livro. Após a tradução Pedro Nunes acrescentou *Anotações neste primeiro livro de Ptolomeu*, em que ele faz uma crítica “às demonstrações matemáticas”, segundo ele mesmo diz.

Ele inicia essas anotações da seguinte maneira:

Porque os discursos que Ptolomeu faz nesse primeiro livro, que é o fundamento de toda a sua Geografia, são tão fracos e as razões de que nele usa tem tão pouca força, que qualquer pessoa que ler, facilmente poderá entender quão pouca notícia tinham em seu tempo da orbe. Deixarei o que pertence a história, e notarei somente algumas coisas acerca do que ele fazia por demonstrações matemáticas, porque nessas não cabe mudança. (NUNES, 2002, p. 100)⁹⁵

Em todas as obras de Pedro Nunes podemos verificar a presença de muitas ideias de Ptolomeu, algumas vezes implicitamente, outras explicitamente. Como dissemos, apesar de utilizar diversas ideias de Ptolomeu, quando considera necessário, não hesita em criticá-lo: “E o descuido de Ptolomeu foi em querer tomar cinco por raiz quadrada de vinte e sete” (NUNES, 2002, p. 126)⁹⁶.

Pedro Nunes tinha a preocupação de fazer uma exposição cuidadosa para que todos pudessem entender claramente suas obras.

A maior parte de suas obras tinha a finalidade de aperfeiçoar as técnicas da navegação oceânica e é importante considerar que ele sempre procurava baseá-las na matemática, como veremos nesta seção.

Pedro Nunes inseriu no início da obra *Tratado da Esfera* essas três traduções, que provavelmente tinham a finalidade de introduzir conceitos que ele considerava fundamentais e, além disso, traduziu para o português para que os leitores de Portugal tivessem acesso a esses conhecimentos básicos.

Leitão (2002b) afirma que essas traduções tinham finalidade “pedagógica, relacionado com a necessidade de ter versões portuguesas desses textos

⁹⁵ “Porque os discursos que Ptolomeo faz neste primeiro liuro que he o fundamêto de toda sua Geographia sam tam fracos: e as razões de que nelle vsa tem tam pouca força: q̃ qualquer pessoa que per elle ler facilmente podera entêder quam pouca noticia em seu tempo tinhão do sitio do orbe: deixarey o q̃ pertence a historia: e notarey somête algũas cousas acerca do que elle fazia per demostrações mathematicas: porque nestas não cabe mudança.” (NUNES, 2002, p. 100).

⁹⁶ “E ho descuido de Ptolomeo foy: em querer tomar cinco por rayz quadrada de vinte e sete.” (NUNES, 2002, p. 126).

fundamentais, para uso em aulas com alunos pouco proficientes em latim” (LEITÃO, 2002b, p. 49), e ainda afirma que era muito reduzido o conhecimento de latim. Assim essa seria uma justificativa para Pedro Nunes inserir estas traduções destes textos considerados elementares.

Também verificamos isso na dedicatória da obra *Tratado da Esfera*, em que ele afirma:

Vendo eu que o Tratado da Esfera e a Teoria do Sol e da Lua, com o primeiro livro de Geografia de Ptolomeu **são aqueles princípios que deve ter qualquer pessoa que deseja saber alguma coisa de Cosmografia. Por carecerem disso os que não sabem latim os tirei em nossa linguagem.** Acrescentei-lhes algumas anotações para que se pudesse entender mais facilmente. No final coloquei uns tratados que compus sobre a carta de marear e o regimento da altura, porque não sou tão confiado de minhas coisas que acreditasse que por si queriam vê-las, e indo nesta companhia alguma hora por acerto se abrirá o livro neles. (NUNES, 2002, p. 5 e 6, grifo nosso)⁹⁷

A maioria das questões de matemática que aparecem em toda a sua obra está relacionada com a Astronomia e podemos perceber que algumas das questões presentes nas traduções serão necessárias para que o leitor compreenda seus tratados de navegação. Como exemplo, na tradução de Sacrobosco vemos conceitos de solstícios, de equinócios, das divisões da esfera, do movimento do sol, da duração dos dias e das noites, dos eclipses, dos climas, dos movimentos dos planetas, do movimento do sol, da diversidade dos dias e das noites dos que moram em diversas partes da terra, entre outros. Já na tradução de Ptolomeu notamos conceitos voltados para determinar as distâncias entre dois lugares da terra e fazer a descrição da terra. Uma das questões com que Pedro Nunes se preocupava era em determinar a “longura” (longitude) e a “largura” ou “altura” (latitude):

E faremos a descrição da longura e largura pelos livros, nos quais estão notados os graus de cada lugar e pelas divisões dos

⁹⁷ “Vendo eu que ho tratado da sphaera: e Theorica do sol e da Lua: com ho primeiro liuro da Geographia de Ptolomeu: **sam aquelles principios que deue ter qualquer pessoa que em Cosmographia deseja saber algũa cousa. Por nam carecerem disso os que nam sabem latim ho tirey em nossa lingoagem.** Acrecêteilhe alguãs anotações pera que mays facilmente se podessem entender. Pus lhe ao cabo hūs tratados que compus sobre a Carta de marear: e ho regimêto da altura: porque não sou tam confiado de minhas cousas que cresse que per si as quereriam ver: e jndo nesta cõpanhia algũa hora per acerto se abrira ho liuro nelles.” (NUNES, 2002, p. 5 e 6, grifo nosso).

semicírculos da equinocial e do meridiano que se move. (NUNES, 2002, p. 90)⁹⁸

Assim, todos esses conceitos apresentados no início da obra *Tratado da Esfera* servem de base para os conceitos que ele apresentará em seus tratados sobre navegação no final desta obra. Por isso, selecionamos algumas definições para exemplificar e outras que consideramos relevantes para o entendimento dos tratados sobre navegação que ele expôs em seu texto para explicitar aqui.

Já no início encontramos alguns conceitos matemáticos referentes à esfera, como **esfera** “é um corpo que se causa pelo movimento da circunferência do meio círculo levado ao derredor até tornar ao seu lugar, estando o diâmetro imóvel.” (NUNES, 2002, p. 7)⁹⁹. Ao lado dessa definição tem a seguinte Figura 9:

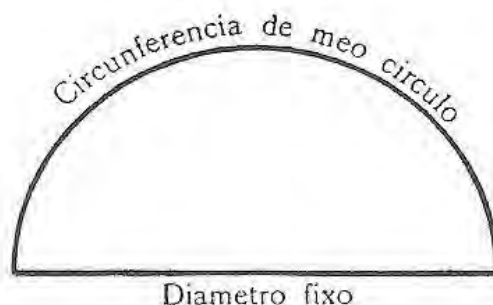


Figura 9: Figura colocada ao lado da definição de esfera na obra de Pedro Nunes.¹⁰⁰

Diz ainda que segundo Theodosio, “esfera é um corpo maciço recolhido debaixo de uma só face e tem no meio um ponto, do qual todas as linhas que são levadas até a circunferência são iguais” (NUNES, 2002, p. 7)¹⁰¹ e afirma que esse ponto se chama **centro** da esfera.

Ainda define que: “a linha direita que passa pelo centro da esfera e toca as extremidades da circunferência, chama-se **eixo da esfera**” (NUNES, 2002, p. 7, grifo

⁹⁸ “E faremos a descripção da longura e largura pellos liuros: em os quaes estão notados os graos de cada hum lugar: e pellas diuisões dos semicirculos do equinocial e do meridiano que se moue (...)” (NUNES, 2002, p. 90).

⁹⁹ “(...) he hũ corpo que se causa pello mouimêto da circunferência do meo circulo leuado per derredor ate tornar ao seu lugar: estando ho diametro quedo.” (NUNES, 2002, p. 7).

¹⁰⁰ Retirado de: Nunes (2002, p. 7).

¹⁰¹ “(...) sphaera he hũ corpo maciso recolhido debaixo de hũa soo face: e tẽ no meo hum pôto: do qual todallas linhas leuadas ate a circunferencia sam iguaes.” (NUNES, 2002, p. 7).

nosso)¹⁰² e “os dois pontos que são extremidades do eixo são **pólos** do mundo” (NUNES, 2002, p. 7, grifo nosso)¹⁰³.

Selecionamos outras definições relevantes que aparecem nessas traduções e incluímos no Apêndice 1 no final desta dissertação. Definições estas que são relevantes para a compreensão dos tratados e das teorias apresentadas por Pedro Nunes, inclusive a loxodromia.

Em alguns trechos dessas traduções ele acrescentou anotações, que podemos classificar em três tipos: 1- esclarecer o texto; 2- complementar ou atualizar algumas informações; 3- criticar outros autores. Como ele mesmo diz: “Acrescentei-lhes algumas anotações para que se pudesse entender mais facilmente” (NUNES, 2002, p. 5), estas anotações serviam para facilitar o entendimento do texto e isso também mostra o cuidado que ele tinha para que os leitores o entendessem.

Consideramos relevante tratar em específico sobre a anotação mais extensa que ele fez do capítulo dos climas da obra de Sacrobosco intitulada *Anotação sobre as derradeiras palavras do Capítulo dos Climas* (Capítulo 3: *De como nascem e se põem os signos. Da diferença dos dias e das noites e da diferença dos climas*). Esta anotação adquiriu certa difusão juntamente com a obra de Sacrobosco, possuindo diversas traduções e edições. Isso ocorreu principalmente devido à versão latina, provavelmente de 1552, dessa obra de Sacrobosco feita por Elias Vineto, na qual ele incluiu essa anotação de Pedro Nunes (cf. NUNES, 2002, p. 294). Posteriormente essa obra foi reimpressa diversas vezes juntamente com essa anotação, com o título *Annotatio in extrema verba capitis de Climatibus Joannis de Sacrobosco*:

E sahio em Veneza por Jeronimo Scoto em 1562, e por Francisco Juntas em 1563, e depois em Colonia por Materno Cholino em 1566, em Pariz por Jeronimo de Marnef, e Guilherme Cavellat em 1572, a p. 50 da mesma Obra da Sphera de João de Sacrobosco, e em Antuerpia por João Billero em 1582, a p. 147 da mesma obra. (SANTOS, 1806, p. 274)

¹⁰² “A linha direita $\tilde{q}$ passa pello cêtro da sphaera e toca cõ os seus cabos a circunferência: chamase Eyxo da sphaera.” (NUNES, 2002, p. 7).

¹⁰³ “Os dous pôtos $\tilde{q}$ sã cabos do eyxo são polos do mūdo.” (NUNES, 2002, p. 7).

Pedro Nunes argumenta que incluiu essa anotação porque muitos apenas afirmavam sobre um problema referente aos climas, mas ninguém havia feito uma demonstração:

E, portanto quero fazer disto demonstração e será mais fácil e sem muita Geometria de linhas curvas e deixarei de alegar aquelas proposições de Euclides e Teodósio que são prontas aos que por eles leram, porque este é o meu costume. (NUNES, 2002, p. 38)¹⁰⁴

Basicamente, o que ele demonstra é um método do cálculo dos arcos semidiurnos descritos pelo Sol. Para isto, utilizou regras básicas de geometria e, como ele mesmo diz, não utilizou geometria esférica (geometria de linhas curvas). É importante ressaltar que essa demonstração poderia ter sido feita utilizando-se geometria esférica e presume-se que Pedro Nunes possuía esse conhecimento, pois ele mesmo afirma sobre a existência de uma obra de sua autoria sobre Geometria dos Triângulos Esféricos e, além disso, nos Tratados presentes nessa obra ele faz uso dessa geometria. Martins (1940) considera que Pedro Nunes

pretendeu, por isso, dar uma demonstração que não exigisse do leitor conhecimentos muito profundos das matemáticas, uma demonstração que (como ele frisa mais de uma vez) não recorresse à «geometria de linhas curvas» e que, de facto, se apoia no que havia de mais elementar nas matemáticas do século XVI. (MARTINS, 1940, p. 295)

Também afirmam que “qualquer pessoa medianamente ilustrada pode acompanhar e compreender a demonstração de PEDRO NUNES” (MARTINS, 1940, p. 296) e que, apesar das dificuldades de expressão do século XVI, ele conseguiu apresentar um discurso muito conciso, numa clara exposição de raciocínios. Não cabe aqui trazer essa demonstração.

Após a explicação de regras teóricas sobre este assunto, ele apresenta um exemplo prático. Isso mostra que, apesar de ser um matemático preocupado com a teoria matemática, também se preocupava com a prática, ou seja, com a aplicação da matemática teórica.

¹⁰⁴ “O que este autor nesta parte diz da largura dos climas jr deminuindo/crecêdo a quâtidade dos dias ygualmente de mea em mea hora: dizem todollos outros autores que nesta materia falão: mas nenhũ ho demostra. E portãto quero fazer disto demostraçãõ: e sera a mais facil que eu poder e sem muita Geometria de linhas curuas: e deixarey de alegar aquellas proposições de Euclides e Theodosio que sam prontas aos que per elles lerão: porque este he meu custume.” (NUNES, 2002, p. 38).

Apesar de ele utilizar apenas raciocínios elementares de matemática, algo que dificulta o entendimento de suas demonstrações é a notação utilizada por ele, pois ainda não existia uma simbologia matemática como nos dias de hoje.

Com relação à Geometria Esférica, Pedro Nunes utiliza-se de muitos resultados dessa área da matemática. Nos tratados sobre navegação ele traz muitos conceitos de trigonometria esférica, demonstrando alguns problemas da navegação, utilizando-se desse conhecimento. Um exemplo que ele apresenta e utiliza durante as demonstrações é: “todo triângulo na esfera tem três ângulos que valem mais que dois retos.” (NUNES, 2002, p. 144)¹⁰⁵.

Com relação à obra *Geometria dos Triângulos Esféricos* citada acima, temos notícia de sua existência por meio dos próprios textos de Pedro Nunes, mas não é conhecido nenhum exemplar dessa obra:

Posto eu que, todavia escrevi a Geometria dos triângulos esféricos largamente antes que da Alemanha nos mandassem a Espanha os livros de Gebre e Montereio que na mesma matéria falam, e depois de lidos não rompi o que tinha escrito. (NUNES, 2002, p. 45)¹⁰⁶

Em outro trecho afirma: “nos triângulos de linhas curvas é da maneira que digo, como no tratado que sobre eles escrevi demonstrei” (NUNES, 2002, p. 107)¹⁰⁷ e mais adiante precisa: “como demonstrei na XXIV proposição do primeiro livro dos triângulos esféricos” (NUNES, 2002, p. 111)¹⁰⁸.

Além da Geometria Esférica, a Geometria Plana também é muito utilizada no decorrer do texto e para isto muitas vezes ele cita os textos de Euclides.

É importante ressaltar que ele sabia da diferença desses dois tipos de geometrias. Isto pode ser verificado no trecho em que ele apresenta uma demonstração de geometria esférica e utiliza uma proposição **semelhante** à quarta

¹⁰⁵ “(...) todo triangulo na esphera: tem tres angulos que valem mais que dous reytos.” (NUNES, 2002, p. 144).

¹⁰⁶ “Posto que eu toda via escreui a Geometria dos triangulos Sphaeraes largamente antes que de Alemanha nos mandassem a Espanha os liuros de Gebre e Montereio que na mesma materia falam: e despoys de lidos nam rompi o que tinha escripto.” (NUNES, 2002, p. 45).

¹⁰⁷ “(...) nos triangulos de linhas curuas he da maneira que digo: como no tratado que sobre elles escreui demostrey (...)” (NUNES, 2002, p. 107).

¹⁰⁸ “(...) como demostrey na .xxiiij. proposição do primeiro liuro dos triângulos sphaeraes.” (NUNES, 2002, p. 111).

proposição do primeiro livro de Euclides, de geometria plana¹⁰⁹: “como se prova em uma proposição semelhante à quarta do primeiro livro de Euclides, e o ângulo $H\hat{M}L$ será igual ao ângulo $C\hat{A}E$ ” (NUNES, 2002, p. 150)¹¹⁰.

Portanto, depois de analisar o conteúdo presente na obra *Tratado da Esfera*, podemos concluir que as traduções parecem mostrar que Pedro Nunes tinha preocupações didáticas, enquanto os dois tratados de náutica revelam um matemático de grande valor e criatividade.

Tratados de própria autoria sobre as navegações:

1. ***Tratado que o doutor Pedro Nunes fez sobre certas dúvidas de navegação: dirigido ao Rei nosso senhor***¹¹¹: consiste basicamente nas respostas de Pedro Nunes às perguntas que o navegador Martim Afonso de Sousa fez ao regressar de uma longa viagem que havia feito ao Brasil em 1530:

Eu satisfiz essas dúvidas por palavra o melhor que pude e, todavia determinei descrever o que nisso me pareceu, para que não se perdesse o meu trabalho em coisa que segundo eu estimo, é a principal parte para quem deseja saber como se há de navegar por arte e por razão. (NUNES, 2002, p. 105)¹¹²

Sobre Martim Afonso de Sousa, Pereira (1913) afirma que:

foi um dos homens mais insignes de Portugal no segundo quartel do século XVI; distingui-se pelo seu saber da arte de navegação como capitão-mor da armada, que em 1530 a 1533 percorreu a costa oriental do Brazil, e das armadas que foram para a India nos annos de 1534 e 1541; pelo seu valor militar e coragem em diversas guerras na India; e pelas suas eminentes qualidades politicas e

¹⁰⁹ A quarta proposição do Livro I de Euclides é: “Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais [aos] dois lados, cada um a cada um, e tenham o ângulo contido pelas retas iguais igual ao ângulo, também terão a base igual à base, e o triângulo será igual ao triângulo, e os ângulos restantes serão iguais aos ângulos restantes, cada um a cada um, sob os quais se estendem os lados iguais.” (EUCLIDES, 2009, p. 101).

¹¹⁰ “(...) como se proua em hũa proposição semelhante a quarta do primeiro liuro de Euclides: e o angulo .h.m.l. sera igual ao angulo .c.a.e.” (NUNES, 2002, p. 150).

¹¹¹ *Tratado que ho doutor Pero Nunez fez sobre certas duuidas da navegação: dirigido a el Rey nosso Senhor*. Denominaremos apenas *Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação* no decorrer desse texto.

¹¹² “Satisfiz eu a estas duuidas per palaura ho milhor q̃ pude: e todauia determiney descreuer ho q̃ nisso me pareceo: porq̃ se não perdesse meu trabalho: em cousa que segũdo eu estimo: he a principal parte pera quem deseja saber como se ha de nauegar per arte e per rezão.” (NUNES, 2002, p. 105).

administrativas fundando colônias no Brasil, construindo a Fortaleza de Diu, e governando o Estado da Índia de 1542 a 1545. (PEREIRA, 1913, p. 267)¹¹³

O motivo que levou Martim Afonso de Sousa ao Brasil, foi que no século XVI o Brasil era frequentado pelos exploradores de pau-brasil e quando D. João II soube dessas explorações realizadas no Rio da Prata, decidiu colonizar aquela terra. Para isso, enviou uma armada¹¹⁴, da qual Martim Afonso de Sousa era capitão-mor. D. João também o nomeou governador da Terra do Brasil (nome que era dado ao Brasil naquela época). Sobre essa viagem, o irmão de Martim Afonso de Sousa, Pero Lopes de Sousa escreveu um documento relatando os acontecimentos (cf. PEREIRA, 1913).

A armada saiu de Lisboa no dia 3 de dezembro de 1530, chegando em Pernambuco em 18 de fevereiro de 1531. Depois ele prosseguiu a viagem para o Sul, chegando ao Rio da Prata no final de outubro de 1531. Nessa viagem, Pereira (1913) ainda afirma que Martim Afonso de Sousa fundou duas vilas, uma em São Vicente e outra em Piratininga. Depois, voltou para Lisboa, sendo muito bem recebido e foi nomeado capitão-mor do mar da Índia.

Para responder às perguntas desse navegador, Pedro Nunes apresenta a diferença entre os dois tipos de trajetórias: por círculo maior (ortodromia) e por linhas de rumo (loxodromia). Sobre a importância desse tratado, Pereira (1913) afirma que

Apesar de sua pequena extensão, o mesmo tratado tem importância; ele dá ideia dos conhecimentos científicos, que possuíam os capitães e pilotos dos navios portugueses, que no segundo quartel do século XVI navegavam para a Índia e para o Brasil; das observações astronômicas que faziam nas mesmas viagens; de que maneira explicavam alguns fenômenos observados; e das questões que eram discutidas pelos mais eminentes navegadores; além disso o mesmo tratado é um documento muito precioso para a história da arte da navegação. (PEREIRA, 1913, p. 267)

2. *Tratado que o doutor Pedro Nunes, cosmógrafo do Rei nosso senhor fez em defensam da carta de marear: com o regimento da altura.*

¹¹³ Sobre mais detalhes de Martim Afonso de Sousa verificar a Revista de Engenharia Militar (1913).

¹¹⁴ Conjunto dos navios e tropas de mar de uma nação (cf. dicionário de Portugal disponível em: <http://www.priberam.pt>).

Dirigido ao muito esclarecido e muito excelente príncipe, o Infante D. Luiz¹¹⁵: é dedicado por Pedro Nunes ao Infante D. Luis e inclui uma diversidade de temas náuticos, como navegação por linhas de rumo e por círculo maior, representação nas cartas, regimento da altura pela Polar, determinação da latitude pela altura meridiana do Sol, entre outros. Assim, esse tratado é constituído por:

1. Um texto inicial;
2. *Como se navega por círculo maior*;
3. *Regimento da altura do polo ao meio dia*;
4. *Como tomar a altura do polo em todo tempo que houver sol*;
5. *Teoria da altura a toda a hora com os documentos que dela se tiram*;
6. *Declinação para o norte*;
7. *Declinação para o sul*;
8. *Segundo modo para se tomar a altura do polo em todo tempo que houver sol*;
9. *Regimento das léguas que correspondem ao grau de norte sul por qualquer das quartas verificado pelo autor, conforme a carta de marear*;
10. *Tábua das declinações*;
11. *Tábua primeira, 1537*;
12. *Tábua segunda, 1538*;
13. *Tábua terceira, 1539*;
14. *Tábua quarta, 1540*;

Podemos dizer que um dos principais temas abordados refere-se à carta de marear e a loxodromia, que será objeto de nosso estudo no próximo capítulo.

¹¹⁵ *Tratado que ho doutor Pero Nunez Cosmographo del Rey nosso senhor fez em defensam da carta de marear: cõ o regimêto da altura. Dirigido ao muyto escrarecido: e muyto excelente Principe ho Iffante dom Luys, o qual denominaremos Tratado em defensam da carta de marear no decorrer desse texto.*

3.4.2 Sobre a Arte e a Ciência de Navegar (1573).

Esta obra possui 3 edições, as quais tem algumas diferenças. Apresentamos nesta seção algumas dessas principais diferenças e a justificativa para utilizarmos a edição de 1573 nessa pesquisa.

Antes apenas ressaltamos algo comum às três edições: todas foram publicadas em latim.

A **primeira** edição foi impressa pela tipografia da Officina Henricpetrina em Basiléia no ano de 1566 e tem como título genérico *Opera* ou *Petri Nonii Salaciensis Opera* (*Obras de Pedro Nunes Salaciensis*). Basiléia era uma cidade famosa pela qualidade das casas de impressão nesse período (cf. LEITÃO, 2008, p. 519) e Queiró (2002) afirma que a escolha por esta tipografia esteve relacionada com o prestígio dessa casa de impressão¹¹⁶:

Durante o século XVI, a editora de Basileia publicou muitas obras de importantes autores, tanto na área das humanidades como de matemática, ciências e medicina. A título de exemplo, referimos que, na segunda metade do século, foram lá impressas várias obras de Cardano, incluindo uma edição da *Ars Magna*, em 1570. (QUEIRÓ, 2002)

Apesar disto, essa edição da obra de Pedro Nunes ficou prejudicada pelos inúmeros erros cometidos pelo impressor. Alguns como: erros ortográficos, palavras erradas, símbolos matemáticos trocados, símbolos ausentes, algarismos incorretos, diagramas matemáticos trocados, etc.: “A reacção de PEDRO NUNES ao receber um exemplar dos seus trabalhos impressos em Basiléia não pode ter sido senão de profundo desagrado.” (LEITÃO, 2008b, p. 523).

Em um único exemplar encontrado dessa edição¹¹⁷, encontra-se uma errata, na qual Pedro Nunes assinala alguns dos erros, mas essa errata provavelmente não deve ter circulado com muitos exemplares (cf. LEITÃO, 2008b, p. 523).

¹¹⁶ Essa edição da obra foi impressa na mesma oficina tipográfica e também ao mesmo tempo que a segunda edição da obra *De revolutionibus* de Nicolau Copérnico. Além disso, alguns exemplares dessa edição encontram-se encadernados juntamente com essa obra de Copérnico (cf. LEITÃO, 2008b, p. 522 e 524).

¹¹⁷ Mais especificamente no exemplar que pertence hoje à Biblioteca Matemática da Universidade de Coimbra.

A despeito dos inúmeros erros contidos nessa edição, provavelmente esta foi a versão mais conhecida e lida na Europa (cf. QUEIRÓ, 2002). De acordo com LEITÃO (2008b), essa edição foi “de entre os seus livros, o que mais divulgação teve. Foi seguramente publicado com uma tiragem considerável, pois encontram-se exemplares da obra em dezenas de bibliotecas de todo o mundo, e sempre nas mais importantes.” (LEITÃO, 2008b, p. 524).

Essa edição é composta por 4 trabalhos, sendo dois sobre assuntos náuticos, um sobre um problema mecânico de Aristóteles e outro com anotações às *Theoricas* de Purbáquio.

A **terceira** edição também foi impressa em Basiléia, no ano de 1592, com o mesmo título da primeira: *Obras de Pedro Nunes Salaciensis* e foram incluídas as obras *Sobre os crepúsculo* e *Sobre os erros de Orôncio Fineu*. Essa edição foi publicada depois da morte de Pedro Nunes, e, de acordo com Leitão (2008b), isso confirma que suas obras eram muito procuradas.

É importante ressaltar, que não foram introduzidas correções nessa edição e os erros presentes na primeira de 1566 permaneceram: “Nos exemplares que pudemos examinar, na parte que é comum às duas edições de 1566 e 1592 elas são absolutamente idênticas” (LEITÃO, 2008b, p. 530).

Sobre a **segunda** edição faremos uma apresentação mais detalhada, pois a utilizamos na realização dessa pesquisa. Ela foi impressa em Coimbra, no ano de 1573 e tem como título: *De Arte Atque Ratione Navigandi Libri Dvo* (*Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*).



Figura 10: Capa da obra Sobre a Arte e a Ciência de Navegar, 1573.¹¹⁸

¹¹⁸ Retirado de: http://purl.pt/40/1/obras/obras-p-nunes/pn_obras_imp_sec_xvi_10_zoom.html.

Na capa dessa edição encontramos o escudo das armas reais, “numa clara exibição que manifesta ou solicita o patrocínio real” (LEITÃO, 2008b, p. 525).

Uma primeira alteração com relação a edição anterior refere-se ao título. Em lugar do título genérico *Obras de Pedro Nunes Salaciensis*, ele modificou para um mais específico: *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*.

A obra inicia com um texto escrito pelo impressor António Mariz, que faz referência aos erros encontrados na edição anterior, em alguns trechos com certa ironia:

Tendo eu encontrado por acaso os livros sobre a ciência de navegar, do ilustríssimo varão Pedro Nunes, espantei-me sobremaneira com a liberdade com que nosso atrevimento trata as obras dos autores mais eminentes. Com efeito, a obra tinha sido de tal modo adulterada que sem dúvida haveria de naufragar quem navegasse seguindo método indicado. Faltavam muitas coisas, outras tinham sido atrevidamente substituídas, tudo de tal forma desfigurado que o próprio autor não reconheceria o seu parto mas, antes, indignado por justa dor, difamaria e enjeitaria o livro que fervilhava de erros por todas as partes. Por isso, para que não suceda que os varões, que raramente a natureza gera capazes de realizarem obras úteis à comunidade, sejam desviados do desejo de publicar aquilo que logram com muitas vigílias e com uma reflexão quase divina, resolvi imprimir à minha custa a mesma obra, purgada de todos os erros, faltas e desdouro e restituída à sua forma original, e, para arredondar o volume, achei que deveria juntar os livros do mesmo autor *Sobre os erros de Orôncio* e *Sobre os crepúsculos*, que nós já em tempos publicamos e são hoje muitíssimo procurados devido à sua utilidade e ensinamentos. Para este fim, não poupei esforços nem despesas no desenho das figuras geométricas, esperançado e que este meu trabalho não haveria de desagradar a todos os homens bons. (NUNES, 2008, p. 255)

Por esse trecho, confirmamos que a primeira edição apresentou muitos erros e isso provavelmente causou certo descontentamento em Pedro Nunes, levando-o a publicar esta segunda edição com os erros corrigidos.

Conforme Leitão (2008b), essa edição não tem a beleza tipográfica da de Basiléia e as figuras e diagramas são um aspecto negativo por serem “executados por desenhadores e gravadores de pouco apuro, acabando por ficar de muito pior qualidade gráfica do que os da edição de Basiléia” (LEITÃO, 2008b, p. 525 e 527). Entretanto, tem a vantagem de ter os erros cometidos na edição de 1566 corrigidos.

Como disse António Mariz no trecho precedente, foram acrescentadas outras duas obras de Pedro Nunes: *Sobre os Crepúsculos* e *Sobre os Erros de Orôncio*.

A sequência dessa edição é a seguinte:

1. *Sebastiano primo inuictissimo regi ac domino nostro, Antonius Maris typographus conimbricensis perpetuam optat foelicitatem* (Antonio Mariz, tipógrafo conimbricense, deseja perpétua felicidade ao rei D. Sebastião primeiro, rei invictíssimo e nosso senhor): Consiste no texto escrito por Antonio Mariz, no qual ele trata sobre os erros presentes na edição de 1566. Outro trecho importante dessa parte introdutória é um elogio feito a Pedro Nunes pelo impressor:

Acresce o prestígio do autor e a sua superioridade entre todos os matemáticos desta época. Se isto não fosse afiançado pela admirável facilidade de demonstração e pelas obras cheias de erudição, teria prova concludente no facto de que os vossos tios paternos, infantes deste reinos (aos quais não agradou senão o que era grandioso), o tiveram como mestre, e que vós, enfim, ínclito rei, experimentais a ciência do mesmo e ouvis de bom grado os seus ensinamentos matemáticos. Por isso, nem deveis recusar o patrocínio, nem julgar que este meu trabalho foi empreendido em vão. (NUNES, 2008, p. 256)

Por este trecho verificamos a importância de Pedro Nunes – ele deu aula aos infantes e tinha grande prestígio em seu país.

2. *Petrus Nonius Salaciensis ad lectorem* (Pedro Nunes, de Alcácer do Sal, ao leitor): “Caro leitor, assentaremos alguns poucos princípios respeitantes à ciência de navegar, a fim de que possas entender mais facilmente aquilo que se contém neste comentário.” (NUNES, 2008, p. 257). Pedro Nunes apresenta alguns dos temas que irá tratar no decorrer da obra e introduz o leitor na terminologia que utilizará;

3. *Praecipuae sententiae prioris libri* (Principais considerações do primeiro livro): basicamente, Pedro Nunes faz um resumo dos itens que irá abordar no primeiro livro. Segue um trecho importante:

- Navegação com rumo constante: “Por consequência, quando os mareantes se dirigem para a mesma parte do mundo de forma constante, mantendo um mesmo ângulo de posição, não podem percorrer retas directas.” (NUNES, 2008, p. 260);

4. *Praecipuae sententiae posterioris libri* (Principais considerações do segundo livro): Pedro Nunes faz o mesmo que o anterior, mas agora para o segundo livro;

5. *Figura nautici instrumenti, quod Hispani acum appellant* (Figura do Instrumento Náutico a que os Ibéricos chamam agulha) (Verificar Figura 3);

6. *Argumentum prioris Libri* (Argumento do primeiro livro): ele coloca o principal objetivo do primeiro livro, que consiste nas perguntas do navegador Martim Afonso de Sousa, que serão apresentadas posteriormente em detalhes;

7. *De duobus problematis circa nauigandi artem Petri Nonii Salaciensis, liber unus* (Sobre dois problemas acerca da arte de navegar, de Pedro Nunes, de Alcácer do Sal. Livro I.): Consiste na tradução latina do tratado de náutica presente na obra Tratado da Esfera de 1537 (*Tratado sobre certas dúvidas de navegação*) com algumas modificações. Apesar das variações com relação à versão portuguesa, Leitão (2008b) considera uma tradução do texto português (cf. LEITÃO, 2008b, p. 539);

8. *Petri Nonii Salaciensis de regulis et instrumentis, ad uarias rerum tam maritimarum quam et coelestium apparentias deprehendendas, ex Mathematicis disciplinis. Liber II.* (Sobre as regras e os instrumentos para descobrir as aparências das coisas tanto marítimas como celestes, partindo das ciências matemáticas, de Pedro Nunes, de Alcácer do Sal. Livro II). Sobre este item faremos uma apresentação mais detalhada dos principais temas abordados por Pedro Nunes. Diferentemente do livro I, que pode ser considerado uma tradução do português para o latim do *Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação* (1537), nesse livro II, ele apenas utilizou o *Tratado em Defesa da Carta de Marear* como ponto de partida para as discussões, sendo muito mais extenso e algumas partes mais desenvolvidas. Nesse Livro II podemos dizer que o início consiste em um texto baseado no tratado de 1537, sendo utilizado apenas como ponto de partida para desenvolver um longo estudo sobre assuntos de navegação. Alguns desses assuntos foram apenas apresentados no tratado e neste livro ele traz demonstrações e detalhes que havia omitido. Também existem alguns assuntos que estavam presentes nos tratados e ele deixou de mencionar nesse Livro II. Dentre estes que foram omitidos estão algumas críticas aos pilotos e as referências a Portugal.

Leitão (2008a) dá alguns exemplos de algumas dessas diferenças:

- i. O texto português inicia-se com um importante parágrafo que agora não existe;

- ii. Em geral a versão portuguesa é mais trabalhada e de maior efeito literário do que a latina;
- iii. Passos importantes do texto português foram omitidos na versão latina;
- iv. Assuntos que tinham a sua justificação apenas em contexto nacional, como por exemplo as críticas frequentes – e bem conhecidas – de Pedro Nunes aos pilotos, estão quase ausentes ou muito mitigadas na versão latina. (cf. LEITÃO, 2008b, p. 609).

Por esses motivos, Leitão (2008b) afirma que o texto latino é “muito mais “internacional”” (Obras, 2008b, p. 540). Isso também se deve ao fato de essa obra ter sido escrita em latim, como já mencionamos anteriormente. Assim, ele realiza um longo estudo abordando diversos assuntos relacionados com a navegação, com importantes adaptações. Ainda conforme Leitão (2008b), este livro além de conter uma variedade de temas, também tem uma intenção crítica e corretiva (cf. LEITÃO, 2008b, p. 589, v.4), pois já nas principais considerações ele afirma que irá corrigir erros de muitos: pilotos, cartógrafos, mareantes e também de alguns intelectuais da época, como Alberto Piguet, Marco Benvenuto, João Schöner, Jeronimo Cardano, Pedro Apiano, Jacob Ziegler, Nicolau Copérnico (já tratamos sobre as críticas desse caso no capítulo anterior), entre outros. Basicamente, consiste “numa investigação, bastante sistemática, dos mais habituais procedimentos, regras e instrumentos usados na náutica do tempo, à luz da demonstração matemática” (LEITÃO, 2008b, p. 540). Pedro Nunes tinha a preocupação de sempre justificar matematicamente todos esses procedimentos, técnicas e instrumentos utilizados na navegação, de forma que a arte de navegar seja “a mais fundada em ciencias mathematicas”, como ele mesmo diz. Ainda conforme Leitão (2008b), “isto é uma intenção completamente nova, que faz desta obra de Pedro Nunes um livro ímpar na náutica quinhentista, e fundador de uma nova disciplina científica” (LEITÃO, 2008b, p. 541), por isso a importância dessa obra. Alguns dos temas abordados são: a carta de marear, seus problemas, vantagens e particularidades do seu uso, tabelas e tábuas numéricas utilizadas na navegação e parâmetros utilizados na sua elaboração, instrumentos náuticos, procedimentos e regimentos em uso – tudo isso analisado com fundamentação matemática. É composto por 27 capítulos e segue a relação desses capítulos obra, para se obter um panorama dos principais temas abordados por Pedro Nunes:

- **Capítulo 1:** *Sobre a carta de marear ou planisfério dos mareantes;*
- **Capítulo 2:** *Sobre a tábua de números usada pelos mareantes para determinar a extensão do caminho directo, bem como a diferença de longitude, entre quaisquer dois lugares colocados na carta de marear;*
- **Capítulo 3:** *De como encontrar a diferença de longitude de dois lugares a partir da carta de marear;*
- **Capítulo 4:** *Da declinação do Sol;*
- **Capítulo 5:** *Sobre a declinação das partes da eclíptica usando um instrumento;*
- **Capítulo 6:** *Sobre os instrumentos com que se tomam as alturas e as distâncias dos astros;*
- **Capítulo 7:** *Sobre a distância da Estrela Polar ao polo ártico do mundo e sobre o seu lugar verdadeiro. Também se examina o modo que os mareantes usam para achar a altura do polo acima do horizonte por meio das estrelas da Ursa Menor;*
- **Capítulo 8:** *Acerca do modo de achar a altura do polo por meio das alturas meridianas do Sol e das estrelas fixas;*
- **Capítulo 9:** *Antiga regra nossa para achar ao meio dia a latitude de um lugar por meio dos raios solares;*
- **Capítulo 10:** *Examina-se o método de Pedro Apiano, na «Cosmografia», para encontrar a altura do polo a qualquer hora do dia, por meio do conhecimento da hora;*
- **Capítulo 11:** *Examina-se o método de Jacob Ziegler para achar a altura do polo por meio da distância horizontal do Sol ao meridiano;*
- **Capítulo 12:** *Sobre a diversa relação do Sol com o ponto vertical a eu se chama zênite, em diferentes lugares da Terra, antes e depois do meio dia;*
- **Capítulo 13:** *Processo para achar a altura do polo pelos raios de Sol, quando se conhece a posição do meridiano;*
- **Capítulo 14:** *Processo para achar a altura do polo por meio dos raios do Sol, ainda que se desconheça a posição do meridiano;*
- **Capítulo 15:** *Processo para achar a altura do polo por meio dos raios do Sol desconhecendo-se a posição do meridiano e a declinação do Sol;*
- **Capítulo 16:** *Achar a altura do polo no plano de um círculo, desconhecendo-se, uma vez mais, a declinação do Sol e a posição do meridiano;*
- **Capítulo 17:** *Achar a altura do polo acima do horizonte durante a noite;*
- **Capítulo 18:** *Acerca do instrumento com que se acham as distâncias do Sol ao meridiano, quer pela equinocial, quer pelo horizonte, e ainda acerca da relação das sombras com o gnómon;*

■ **Capítulo 19:** *Construir um instrumento com o qual seja possível, sem tabelas de números, achar as cordas e os senos de arcos dados, e também a razão da equinocial para qualquer paralelo, e outras coisas;*

■ **Capítulo 20:** *Determinar a distância entre dois lugares, dadas as suas latitudes e longitudes;*

■ **Capítulo 21:** *Dos pressupostos necessários para traçar no globo aquelas linhas a que os mareantes chamam rumos;*

■ **Capítulo 22:** *Que é possível traçar rumos num dado globo*

■ **Capítulo 23:** *Construção de uma tábua numérica para o traçado de quaisquer rumos num globo;*

■ **Capítulo 24:** *Acerca do comportamento dos rumos, quer em relação aos polos do mundo, quer uns em relação aos outros;*

■ **Capítulo 25:** *Que relação têm entre si os arcos de um mesmo rumo;*

■ **Capítulo 26:** *Traçar rumos num dado globo;*

■ **Capítulo 27:** *Do uso do globo em que estão traçados os rumos;*

9. *In Problema mechanicum Aristotelis de Motu nauigii ex remis Annotatio una* (Uma anotação a um problema mecânico de Aristóteles acerca do movimento do barco a remos);

10. *In Theoricis Planetarum Georgii Purbachii Annotationes Aliquot, per Petrum Nonium Salaciensem* (Anotação às *Theoricae nouae planetarum* de George Purbáquio, por Pedro Nunes, de Alcácer do Sal);

11. *De Crepusculis* (Sobre os Crepúsculos);

12. *De erratis Orontii Finaei* (Sobre os erros de Orôncio).

Os capítulos desta obra nos quais ele trata sobre as linhas de rumo são: Livro I, como na versão portuguesa e Livro II, nos capítulos 1 e de 21 a 27, que analisaremos com detalhes a seguir.

3.4.3 Defesa do Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar (1537-1544)



Figura 11: Primeira página do manuscrito *Defesa do Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar*.¹¹⁹

¹¹⁹ Retirado de: http://purl.pt/40/1/obras/obras-p-nunes/pn_obras_manuscritos_1_zoom.html.

Esta Figura 11 é a primeira página do manuscrito de autoria atribuída a Pedro Nunes, encontrado na Biblioteca Nacional de Florença em 1944. Como vemos, ele foi dedicado ao infante D. Luis: “Pero nuñez ao serenissimo príncipe o ifante Don Luys” e não está datado, porém acredita-se que Pedro Nunes o escreveu antes da publicação da obra *Sobre os crepúsculos* em 1544, pois no final desta ele cita apenas sua obra *Tratado da Esfera* de 1537.

Joaquim de Carvalho (1892-1958) fez um estudo sobre o trajeto percorrido por esse manuscrito depois da morte de Pedro Nunes e também o publicou no ano de 1952. Nesta publicação ele expõe as características do manuscrito:

O manuscrito está escrito em papel, com letra do século XVI; tem 26 folhas, sendo a última branca, medindo mm. 299 X 208. Entre a penúltima e a última folha encontra-se uma carta original de Mathias Pereira de Sampaio, neto de Pedro Nunes, de 1 de Setembro de 1645, sem indicação do destinatário, possivelmente Luís Serrão Pimentel. É anepígrafo. (CARVALHO, 1952, p. VIII)

Incorporado a este manuscrito foi encontrada uma carta escrita por Matias Pereira de Sampaio, neto de Pedro Nunes, com data de 1 de setembro de 1645, que foi quem herdou esse manuscrito (cf. CARVALHO, 1952). Este neto de Pedro Nunes dedicou o manuscrito a Luís Serrão Pimentel (1613-1679), que era cosmógrafo-mor. Isso pode ser verificado por meio da carta já referida acima. Depois ele foi oferecido por Luís Serrão Pimentel a Cosme III (1642-1723) em 1669, que era grande duque de Toscana, aluno de Galileu e colecionador de obras científicas e de matemática. Como dedicatória, o cosmógrafo-mor escreveu:

Serenissimo Senhor Cosmo Terceiro, Grande Duque da Toscana este manvscripto do insigne Petro Nonio Salaciense offerece, dedica, consagra a Vossa Alteza Sereniss.^a o Engenheiro Mor e Cosmographo Mor dos Reynos, Senhorios de Portugal. Seu humillissimo servo Luiz Serrão Pimentel. (CARVALHO, 1952, p. VI e VII)

Depois Cosme III incluiu esse manuscrito na livraria do Grão-Ducado, a qual foi herdada por Ana Maria de Médicis, sua filha. Esta, por sua vez, doou ao estado italiano em 1737. Por isso, este manuscrito encontra-se na Biblioteca Nacional de Florença¹²⁰.

¹²⁰ Para maiores detalhes sobre o trajeto do manuscrito, a carta do neto de Pedro Nunes e outras informações, verificar CARVALHO (1952).

Como vemos pela *Figura 11*, este manuscrito é anepígrafo, ou seja, não possui título. Carvalho (1942) o intitulou como *Defensão do Tratado de Rumação do Globo para a Arte de Navegar*¹²¹ e expõe sua justificativa para esse título:

1. Esse manuscrito foi escrito por Pedro Nunes com a finalidade de contestar algumas críticas proferidas por certo bacharel referentes a algum texto de Pedro Nunes: “Li o tratado que um bacharel compôs sobre o rumar do globo afim, segundo ele, vejo de repreender o que sobre isso escrevi na obra que dirigi a Vossa Alteza” (CARVALHO, 1952, p. 1)¹²². Sabemos apenas que um bacharel escreveu um tratado em latim sobre o rumar do globo, o qual remetia críticas a uma obra de Pedro Nunes;

2. As críticas proferidas por esse bacharel, provavelmente referem-se a uma obra perdida de Pedro Nunes: *De Globo Delineando ad Nauigandi Artem*, que pode ser traduzida como *Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar*. É por meio da obra *Sobre os crepúsculos* (1542) que sabemos que Pedro Nunes daria ao prelo esse texto sobre problemas cartográficos e teoria da navegação, mas provavelmente nunca foi impresso e seu manuscrito se perdeu (cf. CARVALHO, 1952, p. XXI). Carvalho (1952) ainda afirma que é possível saber o que continha nesse manuscrito, pois a teoria nele exposta possivelmente foi incorporada ao *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* (1573). Além disso, Carvalho (1952) considera ser essa a obra criticada pelo bacharel, com base no “teor e ordenação da argumentação, que se reporta a um texto que não é nenhuma das obras de Pedro Nunes que até nós chegaram” (CARVALHO, 1952, p. XXXI). Apesar de ser um texto perdido de Pedro Nunes, provavelmente ele foi terminado e também circulou pela região, por ter sido alvo de críticas de um bacharel. A despeito de sua grande importância e admiração, alguns contemporâneos dele não hesitaram em contestar suas ideias, assim como ele não hesitou em fazer o mesmo.

Assim, pelo exposto acima, Joaquim de Carvalho intitulou esse manuscrito como *Defesa do Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar*, por consistir na defesa de Pedro Nunes às críticas dirigidas por certo bacharel a um de seus textos que trata sobre as linhas de rumo.

¹²¹ Neste texto estamos utilizando o título *Defesa do Tratado de Rumar do Globo para a Arte de Navegar*.

¹²² “Ly o tratado que hum Bacharel compos sobre o aRumar do globo a fim segundo por elle vejo de reprehender o que sobreiso escreui na obra que deregí A.V.A” (CARVALHO, 1952, p. 1).

Com relação a quem era o bacharel que criticou uma de suas obras, não sabemos a respeito. No próprio manuscrito não se encontra menção sobre o nome, nem indícios de quem poderia ser. Entretanto, alguns autores acreditam que poderia se tratar de Diogo de Sá, como vemos na citação de Carvalho (1952):

do autor, não há qualquer notícia que o individualize. Devia ser letrado, visto ter escrito o Tratado em latim, associando na formação, por consequência, os conhecimentos literários do trívio aos científicos do quadrívio. Pode-se pensar em Diogo de Sá, que, no prosseguimento da crítica à obra de Pedro Nunes, depois de criticar, no De nauigatione, a discriminação da navegação por círculo máximo da navegação por linha curvas e irregulares, teria criticado no Tratado a aplicação da concepção à rumagem das pomas. (CARVALHO, 1952, p. XXX)

Entretanto, Carvalho (1952) ainda afirma que o ano da publicação da obra de Diogo de Sá se opõe a essa opinião, pois data de 1549, mas também aponta a possibilidade de Pedro Nunes ter tido acesso a essa obra antes da sua publicação. Portanto, não sabemos qual é a obra que continham críticas a Pedro Nunes, na qual ele se baseou para escrever sua defesa, nem o autor das críticas. Pelo manuscrito, apenas sabemos que essa obra é composta por 7 capítulos.

Ao longo da obra ele explicita os erros cometidos por seu crítico e ao mesmo tempo defende as suas ideias acerca da loxodromia:

E, porém perdoe-se ao dito bacharel tudo isto, por que sua intenção foi boa, querer tirar dos homens os enganões e falsidades do que na minha obra escrevi, acerca do rumar do globo. (CARVALHO, 1952, p. 3)¹²³

O manuscrito está dividido em duas partes:

- Na **primeira** parte o objetivo de Pedro Nunes era analisar as críticas de seu opositor sobre o modo de traçar rumos no globo, apresentando comentários e correções referentes ao sétimo capítulo da obra de seu crítico;

- Na **segunda** parte, ele se preocupa com as críticas feitas a ele presente nos capítulos de 1 a 6: “nesta segunda parte responderei aos primeiros

¹²³ “E porem perdoese ao dito bacharel tudo isto, por que sua tējaõ foi boa –s- querer tirar dos homens os emganões & falsidades em que hos pos o que na minha obra escreui, a cerca do aRumar do globo” (CARVALHO, 1952, p. 3).

capítulos e proposições de seu tratado, para que conste se por eles se poderá rumar algum globo.” (CARVALHO, 1952, p. 20 e 21)¹²⁴.

Conforme Almeida (2004), nesse manuscrito Pedro Nunes expõe pela primeira vez importantes conclusões e propriedades da sua “linha irregular” (CARVALHO, 1952, p. 491). Veremos no próximo capítulo essas importantes conclusões e propriedades sobre a loxodromia apresentadas por Pedro Nunes nesse manuscrito.

3.4.4 Comparação das Três Obras

Como vimos, a obra *Tratado da Esfera* provavelmente não deve ter tido muita repercussão, pois havia poucos que pudessem entender do que ela tratava e também não foi muito conhecida no estrangeiro por ter sido escrita em português. Mais tarde, Pedro Nunes corrigiu e ampliou os tratados presentes nessa obra e escreveu-os em latim, na obra intitulada *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*.

Nesta, por sua vez, Pedro Nunes traz o conceito de loxodromia como ele havia apresentado nos tratados, traduzindo-os para o latim, fazendo algumas correções e acrescentando alguns conceitos também. Isso em parte ocorreu devido a algumas críticas que havia recebido.

O principal que queremos ressaltar são as modificações que foram incluídas tanto no manuscrito como na obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* com relação aos tratados de 1537. Na obra de 1537, Pedro Nunes apresentou uma caracterização mais geral das linhas de rumo; como exemplo disso, notamos que ele não discutiu o comportamento desta curva nas proximidades do polo, apenas apresentou uma figura. As questões sobre este assunto e outras foram se aprofundando e na obra de 1573, escrita em latim, e no manuscrito, que possuem muitas das ideias já presentes no texto de 1537, muitas destas ideias aparecem bem mais desenvolvidas.

¹²⁴ “nesta segunda parte Responderei aos primeiros capitulos e proposições de seu tratado, pera que conste se per elles se poderá Rumar algũ globo.” (CARVALHO, 1952, p. 20 e 21).

Além disso, notamos diferenças entre o modo de escrever desses textos também. A seguir colocamos um mesmo trecho, nas duas versões (portuguesa e latina) apenas para comparação da maneira da escrita.

As dúvidas de Martin Afonso de Sousa são apresentadas por Pedro Nunes da seguinte maneira na versão latina:

No Ano da Salvação de 1530, por ordem do nosso invictíssimo rei, o ilustre varão Martim Afonso de Sousa navegou com uma esquadra na direcção do ocaso invernal do Sol, em demanda do Rio da Prata. Regressando a Portugal no terceiro ano da sua navegação, referiu-me o grande cuidado e diligência com que tratara de saber a posição dos lugares, tendo-se deparado com algumas coisas que lhe tinham causado admiração. A primeira era que, nos dias do equinócio, tinha observado o Sol no nascente e no ocaso, vendo que nascia a Leste e se punha a Oeste. Perguntou-me, e quis que eu lhe explicasse, por que razão, sempre que navegamos mantendo a rota Leste, seguimos ao longo de um mesmo paralelo, sem nunca conseguirmos chegar ao círculo equinocial, para o qual sempre apontáramos a proa. (NUNES, 2008, p. 268)

E na versão portuguesa:

Não há muitos dias [...] que falando com Martim Afonso de Sousa sobre a navegação que fez pelas partes do sul, entre outras coisas me disse com quanta diligência e por quantas maneiras tomara a altura dos lugares em que se achara, e verificara as rotas por que fazia os seus caminhos, mas que de duas coisas se espantou muito, que em sua viagem experimentou: e era. A primeira que estando o sol na linha em todos os lugares em que se achou lhe nascia em leste, e se lhe punha no mesmo dia em oeste, isto igualmente sem nenhuma diferença ora se achasse da banda do norte ora da banda do sul. E perguntou-me porque razão, se navegamos a leste ou oeste, vamos por um paralelo, em uma mesma altura sempre, sem nunca podermos chegar ao equador onde levamos a proa juntamente com o leste da agulha. (NUNES, 2002, p. 105)¹²⁵

Por estes trechos, podemos perceber que na versão latina Pedro Nunes utiliza uma linguagem mais científica, ou seja, enquanto na versão portuguesa ele utiliza “pelas partes do sul” na versão latina ele utiliza Rio da Prata e também precisa

¹²⁵ “Nam ha muytos dias senhor que falando com Martim afonso de Sousa sobre a nauegaça que fez per as partes do sul: antre outras cousas me disse com quanta diligencia e per quantas maneyras tomara a altura dos lugares em que se achara: e verificara as rotas per que fazia seus caminhos: mas que de duas cousas se espantara muyto que em sua viagem esperimentou: e era. A primeira que estando ho sol na linha em todos os lugares em que se achou lhe nacia e leste: e se lhe punha no mesmo dia em oeste: isto igualmente sem nenhũa deferença ora se achase da banda do norte ora da banda do sul. E preguntoume porque razã: se gouernamos a leste ou oeste: ymos per hũ parallelo: em hũa mesma altura sempre: sem nunca podermos chegar a equinocial onde leuamos a proa juntamente com o leste dagulha.” (Obras, 2002, p. 105, v.1).

uma data de 1530. Além disso, como já dissemos, a versão portuguesa parece ter um maior efeito literário.

3.5 **Análise II: A loxodromia nas obras de Pedro Nunes**

Depois de apresentarmos a estrutura das três obras, nas quais Pedro Nunes fez estudos sobre a loxodromia, apresentamos agora uma análise especificamente deste conceito presente nessas obras.

Algumas das definições relativas à navegação e à trigonometria esférica que se encontram no Apêndice I serão essenciais para o entendimento das ideias de Pedro Nunes neste capítulo.

Além disso, é importante frisar que para o entendimento de toda a teoria de Pedro Nunes é preciso saber da existência de dois tipos de rotas, como já dito anteriormente:

■ **LOXODROMIA OU LINHA DE RUMO:** “é a linha que intercepta os vários meridianos segundo um ângulo constante.” (MIGUENS, 1996, p. 9);

■ **ORTODROMIA:** “é qualquer segmento de um círculo máximo da esfera terrestre. É, assim, a menor distância entre dois pontos na superfície da Terra.” (MIGUENS, 1996, p. 9);

De início, pode ser difícil imaginar a diferença entre essas duas trajetórias, mas tentaremos no decorrer desse texto esclarecer o máximo possível a diferença entre elas, utilizando-se para isso os textos de Pedro Nunes.

3.5.1 ***Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação (1537) e Livro I da obra Sobre a Arte e a Ciência de Navegar (1573)***

Iniciaremos com o *Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação*, presente na obra *Tratado da Esfera* de 1537 juntamente com o livro I da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* de 1573, tendo em vista que este último pode ser considerado uma tradução latina do tratado português, com pequenas modificações.

Apenas para simplificação da escrita, denominaremos por versão latina o Livro I da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*, intitulado *Sobre dois problemas acerca da arte de navegar, de Pedro Nunes, de Alcácer do Sal* e por versão portuguesa o *Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação* da obra *Tratado da Esfera*.

Observando os dois títulos, percebemos que Pedro Nunes irá tratar sobre algumas dúvidas/problemas referentes à navegação. No início de ambos os textos encontramos o motivo que o levou a estudar a loxodromia: as perguntas do navegador Martim Afonso de Sousa, quando ele regressou de uma viagem ao Brasil em 1530-32. Nesses textos Pedro Nunes tenta solucionar dois problemas de navegação que este navegador havia lhe proposto na volta de sua viagem. Às questões de Martim Afonso de Sousa, Pedro Nunes deu uma resposta elaborada, que consistiu na produção do tratado na versão portuguesa e posteriormente sua tradução para o latim.

Na versão portuguesa as dúvidas do navegador encontram-se no meio do texto, enquanto na versão latina ele inicia com um tópico chamado *Argumento do primeiro livro*, no qual informa o motivo pelo qual escreveu esse livro e expõe as dúvidas (verificar trecho na página 122).

Nesse *Argumento*, Pedro Nunes diz que irá esclarecer duas dúvidas de Martim Afonso de Sousa; entretanto, observando o texto podemos perceber que na verdade eram 3. Seguem apenas duas dúvidas apresentadas por ele, pois estão relacionadas com nosso estudo (cf. ALBUQUERQUE, 1987):

1. Por que motivo, estando o sol na equinocial, ele verificara que lhe nascia em leste e se lhe punha no mesmo dia em oeste?
2. Qual a razão por que, governando a leste ou oeste, navegavam em uma altura sempre sem nunca poder chegar à equinocial onde levamos a proa juntamente com o leste da agulha?

A segunda dúvida é a que está intimamente ligada ao conceito de loxodromia, a qual trataremos com maiores detalhes. Para explicar a dúvida do navegador e também a resposta dada por Pedro Nunes utilizaremos a Figura 12 para facilitar nossas discussões.

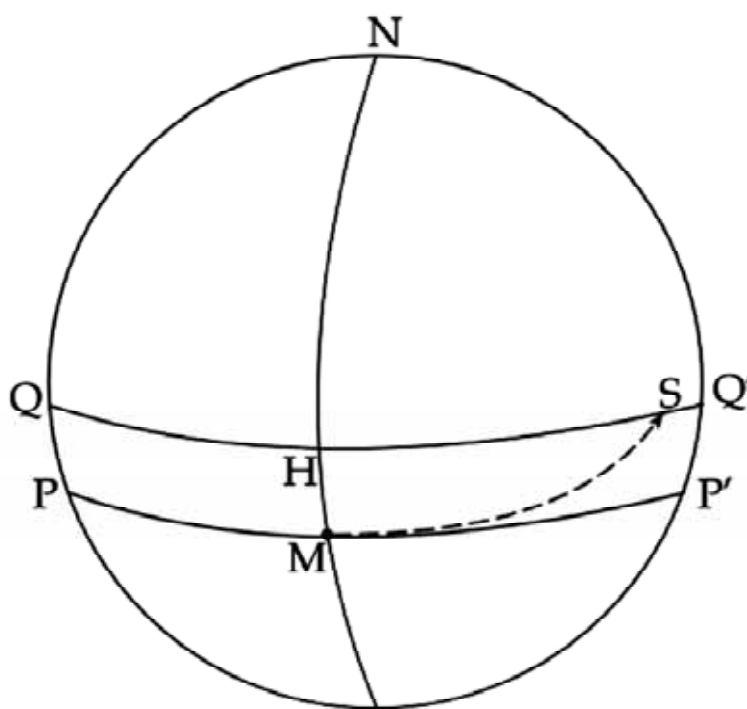


Figura 12: Explicação da dúvida de Martim Afonso de Sousa.¹²⁶

Na Figura 12, os pontos representados correspondem a:

- **M:** a posição que o navegador Martim Afonso de Sousa se encontrava (tomamos o ponto *M* entre a linha do Equador e o trópico de Capricórnio para coincidir com o ponto que o navegador iniciou sua viagem, que era o Brasil, mais precisamente o Rio da Prata);
- **N:** o polo Norte terrestre;
- **QHQ':** a linha do Equador;
- **PMP':** o paralelo que passa pelo ponto *M*;
- **S:** o ponto onde nasce o Sol num dia de equinócio (nos dias de equinócio, que é o caso da dúvida de Martim Afonso de Sousa, o sol nasce exatamente a leste e se põe exatamente a oeste em todos os pontos da Terra. Assim, nesses dias, o azimute do Sol ao nascer é exatamente igual a 90°. Observando a Figura 12, o ponto *S* é a posição do Sol ao nascer no Equador, vista do ponto *M*);
- **NHM:** meridiano do lugar do observador;

¹²⁶ Retirado de: Almeida (2004, p. 490).

■ **MS**: é um arco de um círculo máximo (para quem está no ponto M , esta observação está associada ao plano que contém a vertical de M (eixo que passa pelo ponto M e pelo centro da esfera terrestre) e o Sol, S . Este plano corta a esfera terrestre por um círculo máximo, sendo $\widehat{MS}$ um arco e esse plano é perpendicular à $\widehat{MN}$, que é o meridiano de M);

O círculo máximo formado pelo arco $\widehat{MS}$, que é perpendicular ao meridiano de lugar é chamado vertical primário, e irá interceptar a equinocial em dois pontos, que são denominados orto e ocaso equinociais ou ocidente e oriente equinociais. Na Figura 12, o ponto S representa o orto ou oriente equinocial.

Martim Afonso de Sousa ao regressar do Brasil, a partir do ponto M resolveu tomar e conservar um rumo leste ($V = 90^\circ$), ou seja, apontando para o ponto S , para sair do Brasil e chegar a Lisboa. Assim, ele acreditava que navegaria pelo círculo máximo que passa por M e S e que em algum momento da viagem iria interceptar o Equador. Entretanto, isto não ocorreu e ele verificou que, em vez de se aproximar do Equador, seguia no paralelo do ponto de saída. Aqui cabe mencionar que intuitivamente a ideia de Martim Afonso de Sousa estaria correta.

Quando ele chegou a Lisboa expôs suas dúvidas a Pedro Nunes, que fez algumas explicações sobre este problema, que possuíam os primeiros estudos do conceito de loxodromia.

Pedro Nunes explicou que se um navio partisse de M apontando a leste, com rumo constante, iria percorrer o paralelo PP' e não o círculo máximo, de arco MS , e dessa forma, nunca interceptaria a equinocial:

Desta forma a proa do navio está sempre dirigida para o orto equinocial – o qual está afastado do zênite noventa graus – sem nunca o poder alcançar, mantendo-se contudo ao longo do mesmo paralelo, coisa que parece digna de espanto. (NUNES, 2008, p. 271)

Ele também explicou que para sempre manter $V = 90^\circ$ (ou um outro rumo qualquer) era preciso fazer alguns acertos, porque a agulha magnética faz pequenos desvios sucessivos para ambos os lados e o piloto precisa corrigir o leme durante todo o percurso. Além disso, existem perturbações exteriores como ventos e correntes que desviam o navio do rumo tomado no momento da partida.

Se tivéssemos uma situação ideal com a ausência de perturbações exteriores, mantendo o leme do navio imóvel e alinhado com o eixo longitudinal do

navio¹²⁷, teríamos que o navio se deslocaria ao longo de um círculo máximo (ou seja, uma geodésica¹²⁸ da esfera). Nessa situação idealizada o navio se deslocaria ao longo da menor distância entre dois pontos quaisquer da esfera, que é um círculo máximo (cf. LEITÃO, 2008b, p. 594).

Os pilotos nessa época procuravam sempre manter um ângulo constante durante os trajetos. Sabemos disto pelos próprios textos de Pedro Nunes, que afirma que: “ir por uma mesma rota, sem fazer mudança e isso os navegantes sempre fazem”¹²⁹ (NUNES, 2002, p. 114) ou na versão latina aparece “se mantenha a rota estabelecida, tal como hoje praticam os mareantes” (NUNES, 2008, p. 277). Em outro trecho, afirma: “o nosso comum navegar com agulha não é pela circunferência de um círculo maior” (CARVALHO, 1952, p. 4)¹³⁰ e também “conservando sempre o mesmo rumo até chegar a Palura, como fazem hoje em dia os navegantes usando a agulha de marear” (NUNES, 2008, p. 286). Além disso, sabemos que nessa época ainda não existiam muitos instrumentos de navegação, por isso, era mais seguro navegar mantendo sempre ângulo constante com o norte da bússola, que era um dos instrumentos de que eles dispunham. Entretanto, eles acreditavam que navegando desta maneira eles percorriam um círculo máximo na esfera.

Explicando de outra maneira, podemos dizer que os pilotos, assim como Martin Afonso de Sousa, acreditavam que navegando com rumo constante eles sairiam de um ponto qualquer da esfera, navegariam ao longo de um círculo máximo e assim, em algum momento regressariam para o mesmo lugar de partida, ou seja, dariam a volta ao mundo.

Essa ideia dos pilotos vai ao encontro de nossa intuição, mas Pedro Nunes, em seus textos, mostrou que eles não estavam pensando corretamente: “como se dirigem sempre para a mesma parte do mundo, mantendo uma direcção constante, de forma alguma podem seguir por caminhos direitos”, sendo que “seguir por caminhos direitos” significa navegar por círculos máximos.

¹²⁷ Que significa a linha proa-popa do navio.

¹²⁸ “A menor curva ligando dois pontos em uma superfície regular é uma geodésica neste espaço.” (CAMARGO, 2009, p. 18). Camargo (2009), em sua dissertação de mestrado ainda demonstra que O menor caminho entre dois pontos em uma esfera S é um arco de um círculo máximo.

¹²⁹ “jr per hũa mesma rota sem fazer mudãça: e isto guardão sempre os navegantes” (NUNES, 2002, p. 114).

¹³⁰ “o noso comum nauegar com agulha naõ he pela circũferencia de hũ circulo mayor (...)” (CARVALHO, 1952, p. 4).

O principal da teoria de Pedro Nunes é a distinção entre dois tipos de trajetórias: por círculo máximo (ortodromia) e por linhas de rumo (loxodromia), sendo que esta distinção causou grande impacto na navegação e também na cartografia.

Pedro Nunes afirma que a navegação por um círculo máximo (ortodromia) consiste em fazer diferentes ângulos com os meridianos ao longo do trajeto, com exceção da equinocial:

o novo meridiano não faz ângulos iguais com o vertical do ponto de partida, mas sim ângulos diferentes (...) Ora, sempre que o círculo máximo ao longo do qual seguimos não é a equinocial, o ângulo externo é diferente do ângulo interno: umas vezes maior, outras vezes menor, conforme é boreal ou austral a designação das partes do orbe em que nos encontramos e para onde nos dirigimos, seguindo pelos mesmo círculos máximos. (NUNES, 2008, p. 270)

Essa ideia de Pedro Nunes foi muito rejeitada pelos pilotos daquele tempo, pois, como dissemos, eles sempre procuravam seguir uma rota que mantivesse ângulo constante com todos os meridianos e acreditavam que dessa maneira estavam navegando ao longo de um círculo máximo.

Pedro Nunes foi o primeiro (de que temos conhecimento) a afirmar que navegar com rumo constante não consiste no mesmo que navegar ao longo de um círculo máximo e distinguiu esses dois tipos de trajetórias:

Mas o melhor seria, para claro conhecimento do registro dos lugares, navegar por arte, na qual há dois modos, o primeiro é ir por uma mesma rota sem fazer mudança. (...) O segundo modo seria ir por círculos maiores fazendo sempre aquela diferença. (NUNES, 2002, p. 114)¹³¹

Ou seja, existe um modo no qual não se faz mudança do ângulo de rumo (loxodromia ou linhas de rumo) e outro modo, no qual é necessário mudar constantemente o ângulo de rumo, que é a trajetória por círculo máximo (ortodromia). A distinção entre esses dois tipos de trajetórias é muito clara em todo o texto de Pedro Nunes.

Sobre a navegação ao longo de um círculo máximo, Pedro Nunes expõe sua desvantagem e sua vantagem.

¹³¹ “Mas ho melhor seria pera craro conhecimêto do assento dos lugares: nauegar per arte: em a qual ha dous modos: ho primeiro he jr per hũa mesma rota sem fazer mudãça: (...). O segũdo modo seria jr per circulos mayores fazendo sempre aquella deferença.” (NUNES, 2002, p. 114).

Sua desvantagem implica que os navegadores devem fazer mudanças no rumo durante toda a viagem

Mas quem por ele for saiba que tem de mudar de rumo, não apenas uma vez, mas muito amiúde, devido à mudança dos ângulos de posição, resultante dos sucessivos meridianos que se atravessam. A investigação deste assunto é assaz subtil, e consiste em determinar quanto crescem ou decrescem estes ângulos ao longo do trajecto. Quem assim avançar seguirá a direito. (NUNES, 2008, p. 276)

Já a vantagem implica que é o menor caminho entre dois pontos quaisquer da esfera terrestre: “o caminho ao longo do círculo máximo tem a vantagem de ser o mais breve e curto para os viajantes.” (NUNES, 2008, p. 276).

Com relação à navegação por linhas de rumo, a desvantagem é que implica em um caminho mais longo:

(...) quanto ao comprimento do caminho, andam muito mais do que eles acham (...) porque vão fazendo grandes rodeios e quando, sem altura por estimação do caminho que tem andado, querem fazer seu ponto, lançam em linha direita o que tem andando por rodeios, e os lugares ficam mais longe do que são, que é grande desserviço de vossa alteza, e se pela altura os navegantes poucas vezes acertam fazem sua conta, umas vezes erram, por darem mais lonjura, e outra vezes por darem menos. (NUNES, 2002, p. 113 e 114)¹³²

Por esse motivo, ele critica os pilotos por navegarem dessa maneira (com rumo constante), pois sabe que implica em um caminho mais longo e que o menor caminho entre dois pontos quaisquer do globo é um círculo máximo.

Além disso, ele também expõe os casos de exceções:

Com relação à rota por círculo máximo, ele expõe duas exceções, que são os meridianos e a equinocial, nos quais não é preciso mudar sempre o ângulo de rota para percorrer um círculo máximo: “com excepção do meridiano e da equinocial, não será possível que se progrida a direito seguindo sempre um só e mesmo rumo, devendo mudá-lo todas as vezes que o caminho direito o pedir” (NUNES, 2008, p. 276). Também podemos concluir, que navegando na equinocial ou nos meridianos a loxodromia e a ortodromia coincidem.

¹³² “E quanto ao comprimento do caminho andam muyto mais do que elles cuydam: como na figura que se segue parece. porque vam fazendo grãdes rodeos. e quando sem tomar a altura per estimação do caminho que tem andado querem fazer seu ponto: lançam em linha derecha: o que tem andado per rodeos: e ficam os lugares em mays longura da que tem: que he grãde desserviço de vossa alteza. e se per altura que os nauegantes poucas vezes acertam: fazem sua conta: hũas vezes erram: per darem mays longura: outras vezes per darem menos.” (NUNES, 2002, p. 113 e 114).

Com relação aos paralelos, ele afirma que se quisermos nos deslocar de um ponto a outro, devemos também ir por um círculo máximo e não por um círculo menor, pois “o arco desse círculo máximo, compreendido entre esses dois lugares, é menor do que o arco do paralelo compreendido entre os mesmos, como se pode concluir, de modo necessário e evidente, a partir dos princípios geométricos” (NUNES, 2008, p. 276). Assim, podemos verificar que, a menor distância entre dois pontos que se situam sobre um mesmo paralelo é dada pelo círculo máximo que passe por esses dois pontos e não pelo arco de círculo menor que passa por eles: “a distância ao longo do círculo máximo será mais curta do que a obtida ao longo do menor” (NUNES, 2008, p. 474).

Voltando para o caso de Martim Afonso de Sousa, como os navegadores procuravam manter um ângulo constante durante o trajeto, Pedro Nunes afirma que ele havia percorrido um paralelo e assim, neste caso:

Navegamos, pois, por [arcos de] círculos máximos, ao mesmo tempo que avançamos ao longo do paralelo, fazendo pequenos desvios que escapam completamente aos sentidos. (NUNES, 2008, p. 273)

Ou seja, ao mesmo tempo em que navegavam por círculos máximos, percorria-se o paralelo, pois não é possível manter um ângulo sempre constante.

A justificativa que ele dá por parecer que sempre navegamos ao longo do paralelo é que o desvio em relação ao círculo máximo é praticamente imperceptível, pelo fato de a variação dos ângulos ser pequena:

Quanto ao facto de parecer que nos encontramos sempre no mesmo paralelo, creio que a causa disto está em que estes círculos verticais, através dos quais seguimos, cortam os meridianos em ângulos rectos, nos pontos em que tocam o paralelo. Por conseguinte, nos pontos vizinhos, o desvio em relação a este [paralelo] é muito pequeno, pois o vertical corta quase perpendicularmente os meridianos próximos de um mesmo ponto de contacto. (NUNES, 2008, p. 273)

Além disso, nas proximidades do ponto M , onde há a tangência do círculo máximo que passa por M e S e o paralelo que passa por M , ele afirma que essas duas trajetórias são praticamente coincidentes:

é que um círculo toca um outro círculo somente num ponto apenas quando ambos se imaginam sem espessura. Mas os círculos pelos quais seguimos não são desprovidos de espessura, pelo que o contacto dos mesmos dar-se-á numa certa região, e não apenas num

ponto. E, por isso, quando seguimos pelos círculos máximos, de certo modo avançamos também por círculos menores. (NUNES, 2008, p. 273)

Como veremos posteriormente, nas outras obras Pedro Nunes irá trabalhar com a ideia de que pequenos trechos de círculo máximo percorridos nessas circunstâncias acima serão componentes elementares para a construção das linhas de rumo (cf. LEITÃO, 2008b, p. 598).

Depois de apresentar a diferença entre essas duas trajetórias, nas duas versões ele apresenta a Figura 13 ¹³³:

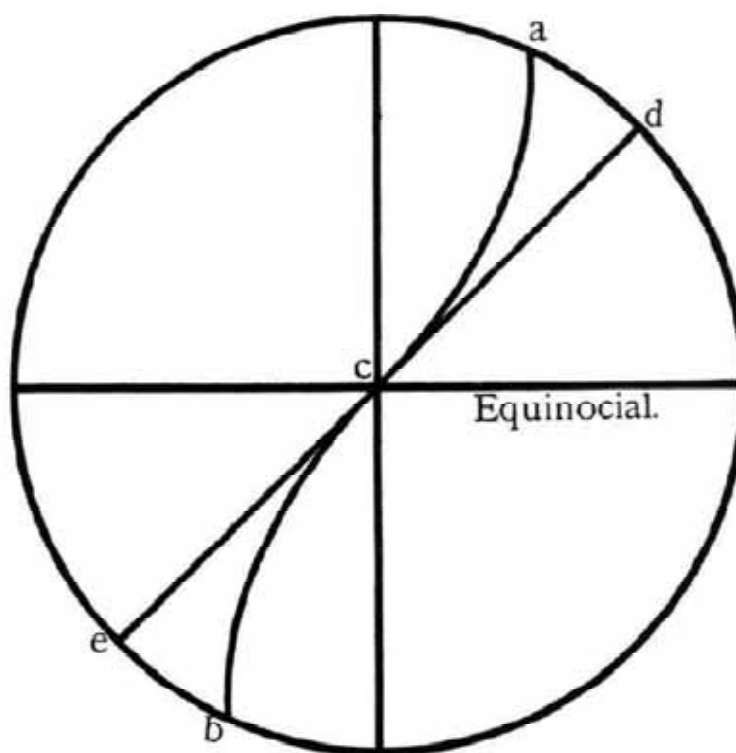


Figura 13: Representação da navegação por círculo máximo e por linha de rumo.¹³⁴

Com relação a esta figura, ele afirma que

no que diz respeito à extensão do espaço percorrido, devido às obliquidades e rodeios das rotas, avançam mais do que calculam, sobretudo quando é grande a distância entre os lugares, e a rota curvilínea é mais angulosa, como se pode ver na figura (...). (NUNES, 2008, p. 276 e 277)

¹³³ A figura inserida na edição de 1573 está incorreta, pois apresenta os rumos nos quadrantes Noroeste-Sudeste, sendo que o correto é Nordeste-Sudoeste.

¹³⁴ Retirado de: Nunes (2002, p. 113).

Nesta Figura 13 estão representadas a linha de rumo de 45° e o círculo máximo correspondente passando por um ponto da equinocial. Pedro Nunes afirma que o caminho que os navegadores acreditavam que navegavam mantendo um rumo constante era a linha dce (círculo máximo), entretanto, na realidade, o caminho percorrido por eles era a linha acb (linha de rumo) e os critica por isso:

O rumo de Nordeste- Sudoeste, que imaginam ter seguido, é, nesta figura, a linha dce, mas percorrem acb, que não é recta nem circular. Qualquer pessoa que ponderar e considerar estas coisas facilmente compreenderá como, dos erros e das falsas relações dos mareantes, se pode deduzir a verdade mesmo sem visitar os ditos lugares. (NUNES, 2008, p. 277)

Leitão (2008b) afirma que esta figura tem grande importância por ser uma das primeiras tentativas de representação de uma curva loxodrômica.

Portanto, resumidamente, nesse tratado com relação às linhas de rumo, Pedro Nunes verificou que não coincidiam com os arcos de círculo máximos como até então se pensava. Também verificamos que, apesar de a navegação ao longo do círculo máximo ser o menor caminho, o problema que se levanta é que os pilotos precisam mudar o rumo constantemente e isso nem sempre é viável¹³⁵.

Outro assunto abordado por Pedro Nunes nesses tratados é sobre as cartas de marear e os globos, que foi mais discutido por ele no *Tratado em Defesa da Carta de Marear*. Faremos apenas algumas considerações relevantes.

Devido à confusão dos pilotos de acharem que navegar com rumo constante implica em navegar por círculo máximo, Pedro Nunes adverte que isso os leva a cometer muito erros nas cartas:

como se dirigem sempre para a mesma parte do mundo, mantendo uma direcção constante, de forma alguma podem seguir por caminhos direitos. Não obstante, fazendo o cálculo pelas mesmas linhas rectas, procuram depois determinar as posições dos lugares como se tivessem seguido um caminho direito. Daqui resulta que os lugares do orbe ficam incorrectamente representados na carta. E até me atrevo a afirmar que nenhum deles está marcado com a distância certa, e que o erro não é pequeno, mas bem grande. (NUNES, 2008, p. 276)

¹³⁵ Após a explicação da primeira dúvida de Martim Afonso de Sousa, Pedro Nunes inicia a explicação da segunda dúvida, que consiste na determinação do ponto do horizonte, em que o sol nasce e se põe nas regiões situadas ao sul do equador, quando o sol passa no ponto equinocial e no solstício de inverno. Esse problema da astronomia tem o nome de “determinação da amplitude do nascimento do sol e amplitude do ocaso” (cf. Pereira, 1913). Sobre essa dúvida não iremos tratar nesse trabalho.

Ainda afirma que “(...) alongam a distância para além do destino, porque projectam em linha recta aquilo que por natureza é sinuoso e oblíquo” (NUNES, 2008, p. 277).

Também faz a seguinte pergunta:

Sendo as coisas assim, por que razão é que a carta de marear apresenta aquelas linhas de rumos, que são tortuosas e quebradas, como linhas rectas que partem de um mesmo sítio? Como ficou claro do dito anteriormente, estas coisas não podem manter-se em simultâneo. (NUNES, 2008, p. 276)

Por último, cabe uma ressalva, de que, essa distinção entre as duas trajetórias não era e não é tão simples de se perceber. Intuitivamente, acreditamos que navegar ao longo de um círculo máximo corresponde a navegar por rumo constante. Entretanto, isso não é verdade e não é tão simples de se imaginar como Pedro Nunes propõe: “e quem esta minha imaginação bem olhar, entenderá que do erro dos navegantes se pode tirar a verdade” (NUNES, 2002, p. 114). Percebemos que as críticas dirigidas aos pilotos eram muito constantes em seu texto, mas temos ciência de que suas ideias não eram tão fáceis de entender.

Além disso, os navegadores daquele tempo estavam acostumados a navegar mantendo sempre o ângulo constante e, devido a isso, não aceitaram as ideias de Pedro Nunes.

3.5.2 *Tratado em Defesa da Carta de Marear (1537) e Livro II da obra Sobre a Arte e a Ciência de Navegar (1573)*

Como já dissemos, enquanto o Livro I da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* (1573) é bem parecido com o *Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação* (1537) e pode até ser considerado uma tradução latina do tratado português, o mesmo não ocorre com o Livro II da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* e o *Tratado em Defesa da Carta de Marear* (1537).

Este Livro II é muito mais extenso e mais desenvolvido do que a versão portuguesa e por isso, dividimos esta parte da análise em duas. Na primeira apresentaremos o conteúdo do tratado contido na versão portuguesa e que também

está no início do Livro II, principalmente sobre as questões relacionadas às cartas. Na segunda, trataremos sobre outras questões que foram mais discutidas especificamente na segunda parte do Livro II da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*.

Lembramos que nossa pesquisa não consiste em fazer uma comparação destes dois textos, sendo que já realizamos algumas pequenas comparações; por isso, nos limitaremos à análise da loxodromia.

O principal assunto tratado nesses textos refere-se à representação das trajetórias nas cartas e como traçar rumos nos globos, além de outros assuntos como procedimentos, regras e instrumentos usados na navegação, todos eles apresentados com uma justificação matemática, de forma que a arte de navegar seja “a mais fundada em ciências matemáticas” (NUNES, 2002, p. 137). Além disso, Pedro Nunes enuncia uma importante propriedade na confecção de cartas: a representação de linhas de rumo por linhas retas.

Na versão portuguesa, a questão das cartas encontra-se mais desenvolvida do que na versão latina e ele inicia dizendo que os navegadores “Levavam cartas mui particularmente rumadas e não as que os antigos usavam, que não tinham mais figurados que doze ventos, e navegavam sem agulha.” (NUNES, 2002, p. 121) e acrescenta que:

a própria carta plana do orbe de que hoje se servem, embora não possa ser uma representação verdadeira da terra, devido à igualdade dos paralelos que apresenta, é muito apropriada à arte de navegar que praticam. (NUNES, 2008, p. 283 e 284)

Sobre a maneira que eram feitas as cartas ele afirma que os meridianos e os paralelos eram representados por linhas retas paralelas (linhas que não convergem para os polos):

■ Sobre os meridianos afirma que são “linhas direitas e equidistantes” (NUNES, 2002, p. 121).

■ Sobre os paralelos, diz que são feitos iguais a equinocial: “a qual posto faça todos os paralelos iguais a equinocial” (NUNES, 2002, p. 121)

Além disso, outra característica das cartas seria:

Mas o melhor seria (...) que fizéssemos a carta de muitos quarteirões, de bom compasso grande, nos quais **guardemos a proporção do meridiano ao paralelo do meio**, como faz Ptolomeu nas tábuas das províncias, porque assim ficariam todas as longitudes, latitudes e rotas no certo, ao menos não haverá erro notável. E trazer-se a carta em livro, mas não como os que agora fazem, que valem bem pouco. E nos quarteirões em que não houver terra, que passe de dezoito graus da latitude poderemos fazer todos os graus iguais ao meridiano pela diferença ser pouca, e como daqui passar, faremos graus da longitude, iguais aos do paralelo do meio, porque o que por uma parte se acrescenta, pela outra se diminui. E quem olhar como vão as costas, em todo o que é descoberto daqui para oriente, achará que fazendo assim não ficará mudança nas longitudes, somente alguma coisa muito pouca. Mas em levante e ponente e outras partes que estão em maior latitude haverá muita, e porém ficará tudo situado no certo.” (NUNES, 2002, p. 141, grifo nosso)

Por este trecho, alguns autores levantam a questão se pode ser atribuída a Pedro Nunes a autoria da projeção de latitudes crescentes, que posteriormente passou a ser conhecida como projeção de Mercator. Outra questão que se levanta é se Mercator teria conhecido as ideias de Pedro Nunes e se estas poderiam ter influenciado na origem da projeção que hoje leva seu nome.

Para a primeira questão, analisaremos o trecho acima de Pedro Nunes. Primeiramente ele afirma que se deve preparar “muitos quarteirões”, que poderíamos entender que seriam quadriculados. Estes deveriam ser “de bom compasso grande”, que poderíamos pensar que seria com uma escala grande. Além disso, teríamos que nessas cartas deve-se guardar a proporção do meridiano ao paralelo médio. Também podemos verificar que a projeção proposta por Pedro Nunes deveria ser feita com os graus das latitudes iguais aos dos meridianos, quando a latitude for de 18°, Sul e Norte, ou seja, teríamos uma carta quadrada. E seria retangular acima dessa latitude, onde o comprimento do grau do meridiano passaria a crescer, mantendo a mesma proporção com o comprimento do arco do paralelo médio: “porque o que por uma parte se acrescenta, pela outra se diminui”.

Além disso, Pedro Nunes também trata sobre a questão da representação das linhas de rumo nas cartas, sendo que consiste em uma linha reta. Já na carta ao leitor ele menciona:

Mas, porque era muito difícil e até inviável para os mareantes traçar nos globos linhas semelhantes a estas, os matemáticos imaginaram uma descrição plana do orbe, não só adaptada à arte de navegar que praticam, como também muitíssimo fácil. Nesta representação

são desenhadas **linhas rectas** em lugar dos rumos do mesmo nome; como são paralelas, fazem ângulos iguais com toda a linha meridiana ou rumo Norte-Sul. (NUNES, 2008, p. 258 e 259, grifo nosso)

Seguem outros trechos nos quais ele também menciona sobre a facilidade da representação das linhas de rumo como retas:

(...) mais proveito temos da carta, por serem os rumos linhas direitas equidistantes (...) e medindo o que há entre Corura e Palura e outros lugares na enseada de Bengala, usa de linhas direitas e equidistantes, por paralelos e meridianos, e fazendo das linhas curvas e circulares direitas (...). (NUNES, 2002, p. 122)

Isso ocorre pelo fato de a linha de rumo ter por características cortar todos os meridianos com ângulo constante e assim, na carta quadrada ocorrerá o mesmo. Essa característica é vista por Pedro Nunes como uma grande vantagem na construção das cartas, para guiar os navegadores.

Assim, podemos afirmar que

Pedro Nunes, apesar de não ter concretizado as suas teorias na elaboração de um mapa, preparou o caminho para a elaboração de novos mapas para uso dos navegadores, o que veio a ser concretizado por Gerardus Mercator (1512-1594), que revolucionou a cartografia. (REIS, 2003, p. 110)

Leitão (2008b) trata sobre a diferença da proposta de Pedro Nunes para a de Mercator:

Pedro Nunes não se refere à construção de cartas abrangendo mais do que uma «região de latitudes», isto é, em que fosse necessário conciliar mais do que uma proporção entre graus de latitude e graus de longitude. É a falta deste último passo que não permite atribuir-lhe a ideia completa da carta de latitudes crescidas. (LEITÃO, 2008b, p. 628)

Portanto, podemos dizer que Pedro Nunes apenas introduziu algumas ideias, as quais acabaram por ser desenvolvidas por Mercator, consistindo na projeção que hoje conhecemos como projeção de Mercator. Cabe discutirmos, se Mercator teve conhecimento das ideias de Pedro ou não e se estas o influenciaram.

Leitão (2008b) afirma que “tudo concorre para se afirmar que Mercator esteve sempre muito bem informado acerca da produção e das propostas nonianas e que

os importantes desenvolvimentos do cartógrafo flamengo foram feitos.” (LEITÃO, 2008, p. 629). Um dos fatores que corrobora para esta afirmação é que na biblioteca de Mercator havia algumas obras do matemático Pedro Nunes (cf. LEITÃO, 2008, p. 631). Além disso, presume-se que Mercator tinha uma fonte de informação das ideias de Pedro Nunes: John Dee. Sabemos disto por meio de uma carta que John Dee destinou a Mercator, na qual ele menciona Pedro Nunes (cf. RUA, 2004).

Voltando a tratar sobre as cartas, Pedro Nunes também afirma que um dos problemas pelo fato das cartas serem feitas desta maneira é que as figuras ficam um pouco deformadas na direção leste-oeste principalmente nas regiões mais próximas dos polos:

De facto, que qualquer ilha ou costa apareçam nela mais compridas do que são na realidade parece ter pouco relevo para a navegação, contanto que se conheçam as distâncias entre os lugares em partes de círculo máximo, seja em estádios, milhas, ou quaisquer outras medidas. (NUNES, 2008, p. 284)

Assim, para ele, a importância da carta era marcar as distâncias entre os lugares e que cada lugar estivesse rigorosamente marcado nos paralelos e meridianos, mesmo que dessa forma não conservasse as áreas.

Sobre os erros cometidos nas cartas ele afirma que devido a eles:

(...) os mareantes se enganem quando vão de um lugar a outro, seguindo a direcção que a carta mostra. Como por esta navegação não o encontram, atribuem a causa do erro ou à rápida corrente das águas noutra direcção, ou à declinação da agulha em relação aos verdadeiros pólos do mundo, embora a razão do erro esteja, possivelmente, apenas em não conhecerem a direcção de um lugar para o outro. (NUNES, 2008, p. 290)

Desta maneira, os erros cometidos não originam apenas pelo fato da carta ser plana, mas também outros “que se poderiam evitar se, primeiro, convertessem em graus as distâncias verdadeiramente conhecidas, e, depois, usassem as longitudes e latitudes dos lugares.” (NUNES, 2008, p. 291).

Outra maneira de representação das linhas de rumo apresentada por Pedro Nunes é por meio dos globos, que também possuíam muito erros, até mais do que nas cartas, apesar de serem “formosos”:

Mas isto é mais para espantar, que fazendo-se cada dia nesta cidade: globos muito formosos e custosos, nos quais por serem

conformes ao mundo pelo qual andamos não cabe nenhum engano, por carecerem de ciência os que os fazem e os que os mandam fazer, cometem neles dobrados erros, convém a saber, os que a carta necessariamente faz por ser plana e de linhas direitas equidistantes e, além destes, os erros que a carta não faz. De sorte que não posso entender para que querem globos, pois são mais falsos que as cartas (...). (NUNES, 2002, p. 133)

E porque estes que fazem globos não sabem lançar rumos neles e assim, fica tudo bem borrado, posto que nos tais globos haja muito ouro e muitas bandeiras (...). (NUNES, 2002, p. 134)

Assim, a vantagem dos globos era perdida devido ao fato de suas construções serem deficientes. No capítulo 26 do Livro II da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* ele dá indicações de como construir rumos em um globo, como veremos mais adiante.

Ainda no tratado na versão portuguesa ele acrescenta a seguinte figura:

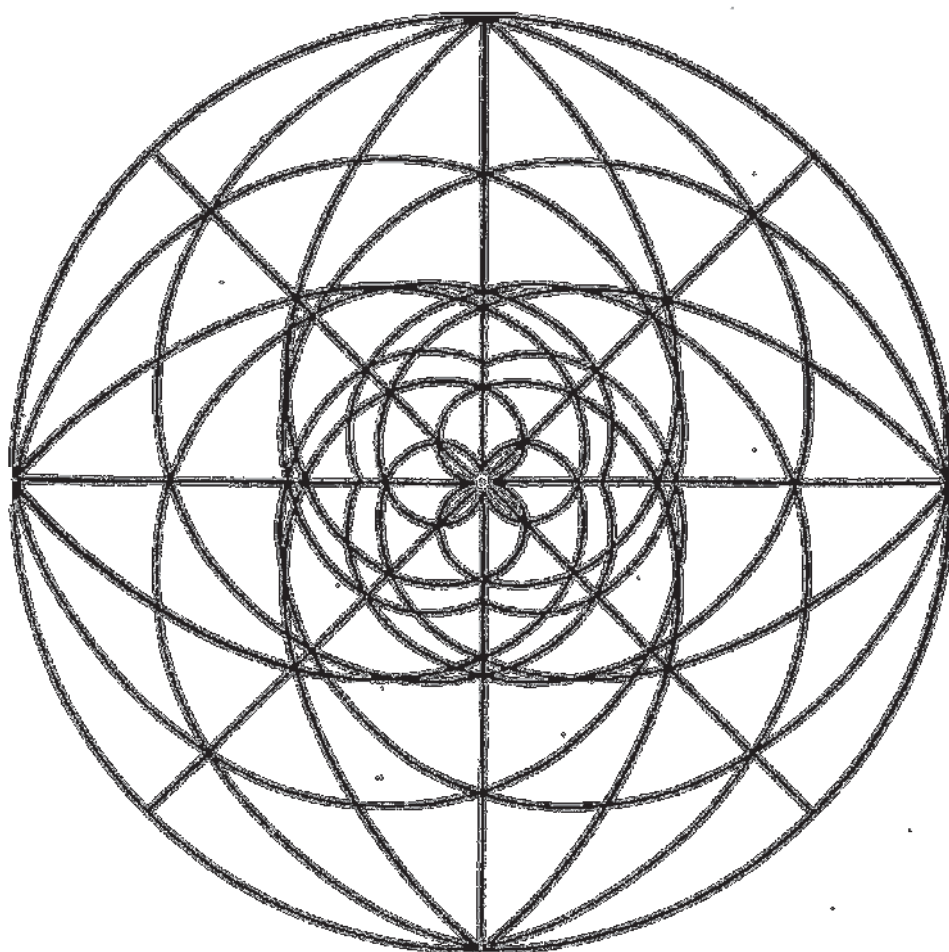


Figura 14: Representação da loxodromia na obra *Tratado em Defesa da Carta de Marear*.¹³⁶

¹³⁶ Retirado de: Almeida (2004, p. 491).

Conforme Pedro Nunes, nesta figura temos:

O círculo grande representa a equinocial e o seu centro o pólo do norte. As linhas direitas são os rumos de norte sul e as outras duas linhas curvas de uma parte e da outra são nordeste sudoeste e noroeste sudeste. (NUNES, 2002, p. 128)

Em outras palavras, temos que ele se baseou em uma carta de projeção polar equidistante do hemisfério Norte, sem os paralelos e com 4 meridianos (representados pelas linhas retas que se cruzam no polo, DB e AC). Assim, temos a visão do polo (no centro da circunferência) e sobre esta circunferência, que é a linha do equador, existem 4 pontos A , B , C e D espaçados 90° . Também temos 4 rumos que partem de cada um desses 4 pontos, sendo que os azimutes das linhas de rumos desses pontos são dois de 45° e dois de $67^\circ 30'$.

Como exemplo, do ponto C saem 4 linhas de rumo: duas com azimutes de 45° (**vermelhas**) e duas com azimutes de $67^\circ 30'$ (**azuis**).

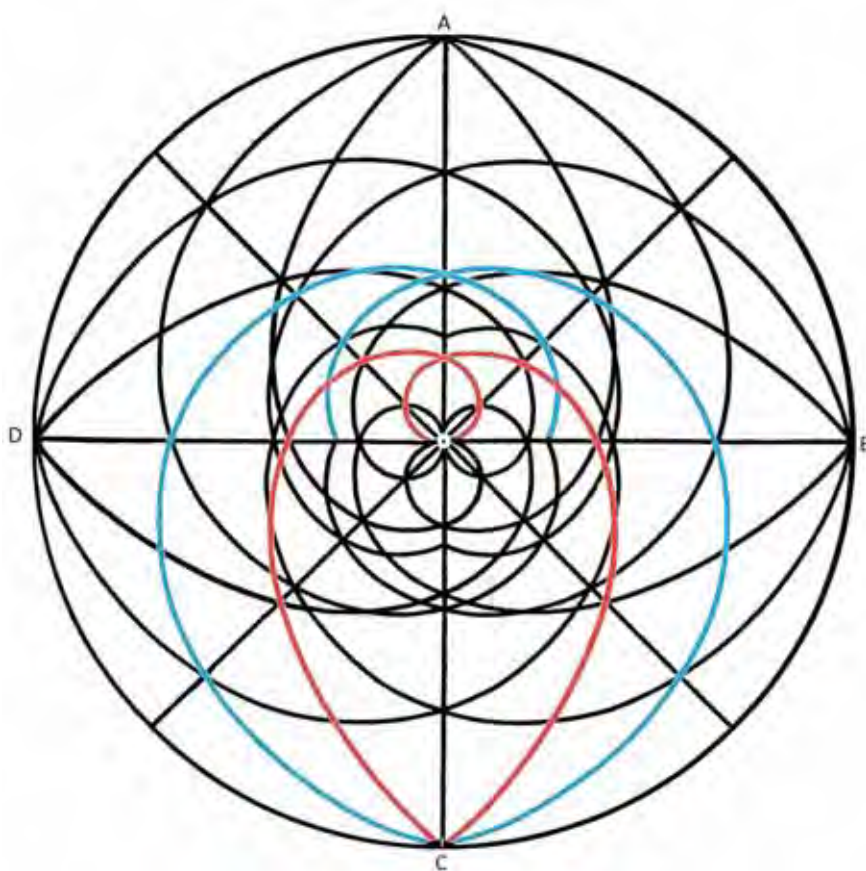


Figura 15: Representação das linhas de rumo de 45° (vermelhas) e $67^\circ 30'$ (azuis).¹³⁷

¹³⁷ Retirado de: Almeida (2004, p. 491), com modificações.

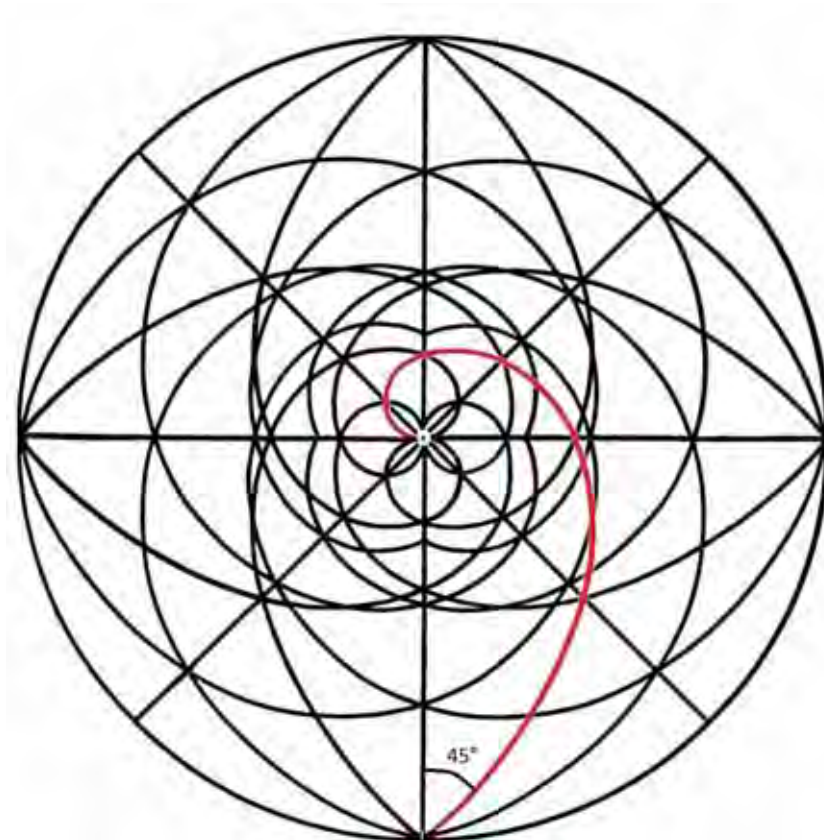


Figura 16: Representação da linha de rumo de 45° .¹³⁸

D'Holander (2005) extraiu desta complexa figura de Pedro Nunes apenas as linhas de rumo a partir do ponto C, referentes aos rumos 45° e $67^\circ 30'$ e representou-as por linhas contínuas e construiu a curva loxodrômica (linha tracejada na figura) exata correspondente a esse rumo. A seguir colocamos essas figuras:



Figura 17: Linha de Rumo de 45° .¹³⁹

¹³⁸ Retirado de: Almeida (2004, p. 491), com modificações.

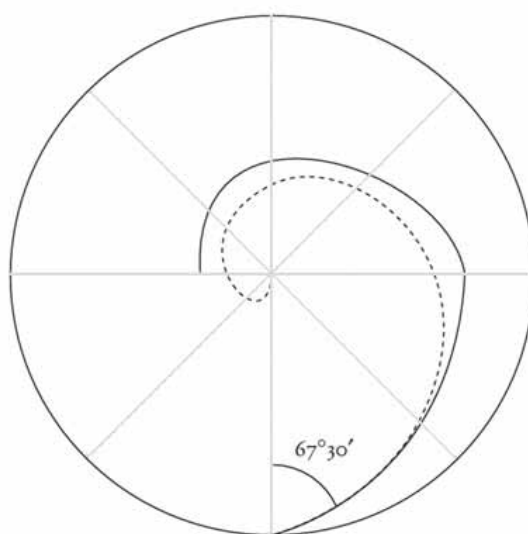


Figura 18: Linha de Rumo de $67^{\circ}30'$.¹⁴⁰

Conforme a explicação de Pedro Nunes e também observando a figura 14, sabemos que ele acreditava que as linhas de rumo atingiam os polos: “Como parece nessa figura que vai cercando o globo do mar e da terra, até chegar ao ponto que está debaixo do pólo, onde todos os rumos vão finalmente entrar” (NUNES, 2002, p. 184).

Apesar da simetria geométrica desta figura, ela refere-se a uma fase inicial do estudo da loxodromia por Pedro Nunes. Isso pode ser verificado pelo fato de ele ter omitido esta figura na versão latina, confirmando que suas ideias sobre este assunto já estavam mais desenvolvidas.

Essa questão foi objeto de muitas controvérsias no século XVI. Hoje sabemos que as linhas de rumo formam uma curva em forma de hélice esférica na esfera terrestre e que não atingem o polo.

Em seguida ele remete ao tratado anterior e volta a distinguir os dois tipos de trajetórias: o caminho percorrido com rumo constante, não é feito por meio de um círculo máximo, mas sim por uma linha de rumo, que ele diz ser uma linha curva e irregular e assim, contrapõe o caminho direito e contínuo com a linha curva e irregular.

¹³⁹ Retirado de: D`Hollander (2005, p. 25), com modificações.

¹⁴⁰ Retirado de: D`Hollander (2005, p. 25), com modificações.

Também volta a tratar da confusão que os mareantes fazem entre navegar por círculo máximo e por linhas de rumo: “consideram como rectilíneo o caminho que, ao navegarem, perfazem com muitos rodeios.” (NUNES, 2008, p. 286 e 287).

Ainda na versão portuguesa, Pedro Nunes inclui uma seção intitulada *Como se navegar por círculo maior*, no qual propõe um método matemático para introduzir as correções necessárias para manter a rota de um barco sobre um círculo máximo. Assim, descreve a forma que o piloto poderá mudar o rumo no decorrer da viagem, de forma a seguir uma rota composta por arcos de linha de rumo, que se aproximem de um círculo máximo. Dessa maneira, os pilotos aproveitariam as vantagens das duas trajetórias. Essa ideia é utilizada até os dias de hoje (cf. QUEIRÓ, 2002, p. 43).

Ele supõe um barco partindo do Equador na direção NE e considera o triângulo esférico composto pelos seguintes lados: 1- o arco meridiano que une o ponto de partida do barco com o polo; 2 – a rota ao longo de um círculo máximo que o barco pretende seguir; 3 – o arco meridiano que une o polo com o ponto alcançado pelo barco depois de ter subido um grau de latitude na rota sobre o círculo máximo. Prolongando o lado dois do triângulo, para formar um ângulo externo com o segundo meridiano, Nunes utiliza o teorema de Geber. Este teorema afirma que os senos dos ângulos de um triângulo esférico são inversamente proporcionais aos senos dos arcos opostos. Supondo que o seno de um ângulo obtuso interno do triângulo é o mesmo que o do ângulo externo suplementar, ele compara o ângulo externo com o ângulo do rumo no ponto de partida no interior do triângulo. A diferença entre esses dois origina a correção necessária para manter o barco na trajetória ao longo de um círculo máximo. É importante ressaltar que nesse texto, Pedro Nunes não faz referência direta ao teorema de Geber, o que aparece apenas na versão latina desse tratado. Além disso, nesse texto em latim a explicação está mais detalhada (cf. RANGLES, 2002, p.94).

Esse método de Pedro Nunes não foi adotado pelos navegadores da época devido à dificuldade de correção constante dos rumos e à falta de instrumentos precisos.

3.5.3 Segunda parte da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* (1573) – a partir do capítulo 21

Nesta parte da dissertação faremos a análise especificamente dos capítulos finais da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*. Isso se deve ao motivo de que na versão latina, a partir do capítulo 21, Pedro Nunes incluiu algumas ideias mais desenvolvidas em relação à versão portuguesa. Faremos esta análise capítulo por capítulo, pois as ideias presentes nessa obra são de extrema importância para o estudo da loxodromia. Para desenvolvê-la, utilizamos as obras Almeida (2004), D'Hollander (2005) e Leitão (2008b) e fizemos o desenvolvimento matemático.

■ Capítulo 21: Dos pressupostos necessários para traçar no globo aquelas linhas a que os mareantes chamam rumos

A intenção de Pedro Nunes neste capítulo é recordar algumas das ideias já apresentadas por ele no Livro I desta mesma obra, além de expor alguns resultados necessários para os capítulos seguintes. Além disso, ele trabalha novamente com a distinção dos dois tipos de trajetórias, afirmando que o modo que os pilotos costumam navegar não coincide com um círculo máximo da esfera.

Nesta parte, podemos perceber que Pedro Nunes possuía um maior domínio técnico e rigor matemático no estudo das linhas de rumo, principalmente se comparado aos tratados de 1537: “o desejo de precisão conceptual e rigor matemático presidem a todo o desenvolvimento deste importante capítulo” (LEITÃO, 2008b, p. 763).

A justificativa dada por Pedro Nunes para este capítulo, é que ele irá apresentar resultados necessários para o entendimento das propriedades da linha de rumo (que ele denomina por “rotas ao longo das quais nos aproximamos de um dos pólos do mundo”): “para que se compreendam correctamente as propriedades das rotas ao longo das quais nos aproximamos de um dos pólos do mundo, pensamos que estas considerações deviam ser feitas antecipadamente.” (NUNES, 2008, p. 473).

Podemos notar que ele já sabia que as linhas de rumo não atingiam os polos, por ele ter usado a palavra “aproximar” e não a palavra “chegar”, como ele havia utilizado nos tratados em português de 1537 (veremos mais detalhes sobre este assunto no decorrer desta seção).

As ideias centrais discutidas por ele neste capítulo referem-se à caracterização das linhas de rumo compostas por pequenos arcos de círculo máximo e à necessidade de se fazer algumas correções no rumo, a pequenos intervalos de tempo durante o trajeto, além da ideia de grandeza imperceptível:

No princípio do livro primeiro mostramos que a linha que o navio descreve com o seu curso – exceptuando o meridiano ou a equinocial – não é circular, mas sim formada por pequenos segmentos de círculos máximos. (NUNES, 2008, p. 466)

É desta maneira que Pedro Nunes inicia este capítulo. Lembramos que esta caracterização é fundamental na teoria de Pedro Nunes, sendo de extrema importância para o entendimento dos próximos capítulos. Além disso, ela já havia sido feita por Pedro Nunes no final do *Tratado em defesa da carta de marear*. Entretanto, aqui ele faz um estudo mais desenvolvido e mais rigoroso. Sobre isto ele afirma:

Com efeito, damo-nos conta de que o navio avança direito durante algum tempo antes de ser desviado para o lado, e por isso pensamos que uma linha deste tipo é constituída por pequenos segmentos de círculo máximo. Por que motivo se é obrigado constantemente a desviar o navio para o lado, se estando ele apenas por breve período no círculo máximo em que o vento sopra, o piloto não se apercebe de que a proa já está apontada de forma diferente? O entendido em geometria sabe, com raciocínio certo e indiscutível, que, depois de se dar um pequeno movimento, o navio faz um ângulo diferente com o novo meridiano que atravessa, e que por isso a proa aponta de forma diferente, embora esse erro passe despercebido aos sentidos. (NUNES, 2008, p. 467)

Neste trecho, vemos presente a noção de grandeza imperceptível, que hoje poderíamos denominar por medida desprezível, ideia esta que ele irá utilizar em todo este capítulo e será essencial na construção da linha de rumo, entretanto ainda era uma noção em desenvolvimento.

Em seguida ele faz algumas demonstrações, que serão importantes para os capítulos que se seguem. Escolhemos não apresentar aqui todas essas demonstrações, mas apenas dois dos resultados apresentados por ele.

■ Ele afirma que em um triângulo esférico formado por segmentos de círculos máximos ABC , se tivermos o lado $\widehat{AB}$ maior do que um quadrante, $\widehat{AC}$ igual a um quadrante e o ângulo $\widehat{ABC}$ agudo, prolongando o lado BC , teremos que o ângulo externo $\widehat{ACD}$ será menor do que o agudo e interno $\widehat{ABC}$; pelo que os dois lados $\widehat{AB}$ e $\widehat{AC}$ somados são maiores do que um semicírculo, pela hipótese (cf. NUNES, 2008, p. 470). Prossegue fazendo a demonstração desse resultado e desta ainda conclui que:

Daqui se conclui que do ponto A pode tirar-se sobre o lado oposto $\widehat{BC}$ um arco de círculo máximo [fazendo com ele um ângulo] que é excedido pelo ângulo agudo $\widehat{ABC}$ por uma diferença tão pequena que escapa a qualquer dos sentidos, a tal ponto que este excesso não pode ser detectado por nenhum instrumento. (NUNES, 2008, p. 471)

Aqui vemos presente novamente a noção de grandeza imperceptível. Por fim, ele conclui que:

(...) aqueles que estabelecem a rota de acordo com os preceitos da arte de navegar, estando fora de um meridiano e da equinocial, ainda que permaneçam durante algum tempo num mesmo círculo máximo, e por este motivo se afastem um pouco da rota traçada, ou se dirijam para outra direcção, não poderão aperceber-se deste desvio mediante os sentidos. (NUNES, 2008, p. 471)

Quando ele se cita os preceitos da arte de navegar ele está se referindo à navegação feita mantendo o rumo constante. Assim, a principal ideia apresentada por ele até aqui é que para se navegar com rumo constante, estando fora do meridiano e da equinocial que são exceções, é preciso percorrer um círculo máximo durante um tempo (por ele assumir a loxodromia composta por arcos de círculo máximo) e em certos intervalos de tempos é preciso fazer alguns acertos para voltar ao rumo dado no início. Consequentemente, navegando assim, ocorre um pequeno afastamento da rota traçada inicialmente, que seria uma loxodromia. Entretanto, esse desvio é tão pequeno que não é perceptível aos sentidos: “por isso, durante o tempo em que o navio se encontrar sobre (...) o arco de círculo máximo, desvia-se constantemente para outra parte, embora os sentidos não sejam capazes de se aperceber destes desvios” (NUNES, 2008, p. 472 e 473).

A importância dessa ideia da loxodromia composta por arcos de círculo máximo se deve também ao fato de prenciar o estudo de análises infinitesimais alguns anos mais tarde (cf. LEITÃO, 2008b, p. 766).

■ Pedro Nunes prossegue fazendo demonstrações de alguns resultados e propriedades com relação à navegação que é feita mantendo-se “a mesma distância relativamente a um determinado pólo” (NUNES, 2008, p. 473 e 474), ou seja, referem-se ao comportamento dessas rotas ao longo de paralelos, problema este já mencionado no *Tratado Sobre Certas Dúvidas de Navegação* de 1537, pois consistia na dúvida de Martim Afonso de Sousa. Assim, ele relembra que o percurso feito sobre um círculo máximo é o menor caminho (cf. NUNES, 2008, p. 474) e afirma que isto também é verdadeiro para um trajeto ao longo de um paralelo: “a distância ao longo do círculo máximo será mais curta do que a obtida ao longo do menor” (NUNES, 2008, p. 474). Ou seja, a distância entre dois pontos percorrida ao longo de um círculo máximo será menor do que a distância entre esses mesmos dois pontos percorrida ao longo do círculo menor (paralelo):

(...) visto que uma mesma linha recta subtende dois arcos, um de círculo máximo, e outro de círculo menor, se imaginardes esses círculos colocados num mesmo plano, demonstrar-se-á que o arco do círculo máximo está contido no arco do menor. (NUNES, 2008, p. 474)

Além disso, ele afirma que a rota percorrida ao longo do paralelo também é constituída por arcos de círculo máximo:

aqueles que navegam de Leste para Oeste fora da equinocial, de acordo com os preceitos da arte de navegar, não descrevem um paralelo na superfície do mar, mas sim uma certa linha formada por pequenos segmentos de círculos máximos e, ainda que julguem que se dirigem sempre exactamente para Oeste, muitíssimo amiúde desviam-se. Mas este desvio relativamente à direcção recta, e afastamento em relação ao paralelo, não pode ser percebido pelos sentidos devido à sua pequenez. (NUNES, 2008, p. 475)

Aqui, novamente, ele trata sobre o desvio ser imperceptível e na sequência esclarece isto utilizando dois modos; diz ser imperceptível: 1- uma grandeza que devido ao pequeno valor possa ser desprezada nos cálculos; 2- uma grandeza que por meio de uma observação possa ser desprezada pelos sentidos.

Depois de afirmar isto, mostra por meio de uma figura que o percurso percorrido pelo navio na superfície do mar, quando se navega de Leste para Oeste,

fora da equinocial, não é exatamente um paralelo, “todavia, difere deste de modo insensível e a diferença é tanto menor quanto mais ângulos tiver a referida linha” (NUNES, 2008, p. 477).

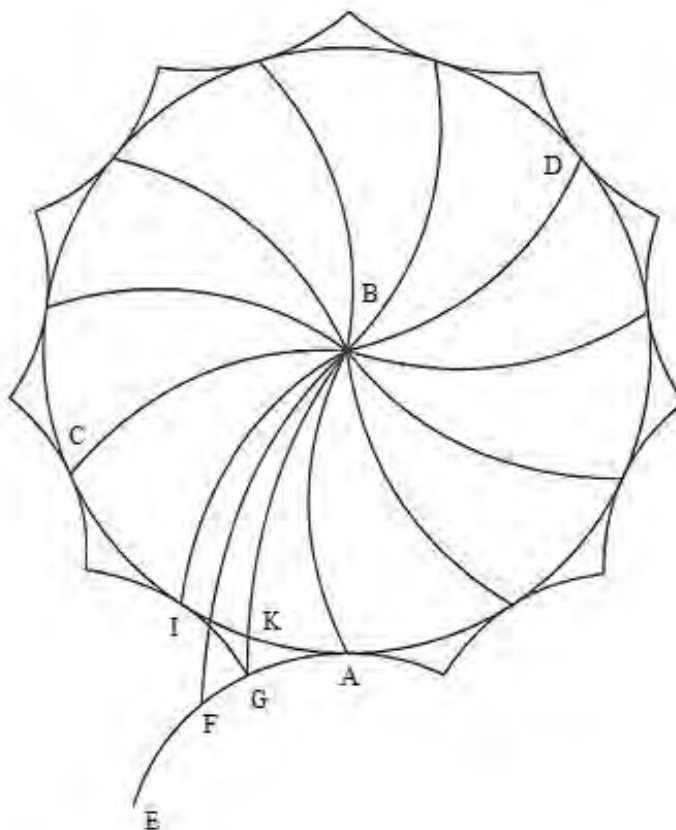


Figura 19: Sobre navegação ao longo de um paralelo. ¹⁴¹

Segue sua explicação para esta figura:

Seja A o lugar donde partimos, situado no paralelo ACD , e seja B o pólo elevado. Numa dada navegação estabeleça-se a rota de Leste para Oeste, isto é, para o ocaso equinocial. Para mostrarmos que tipo de linha descrevem na superfície do mar os que navegam deste modo, tiremos do ponto A , extremo do meridiano $\widehat{AB}$, o arco de círculo máximo $\widehat{AE}$ perpendicularmente sobre $\widehat{AB}$, e, com centro em B e raio que exceda $\widehat{AB}$ por uma diferença imperceptível, imagine-se descrito um paralelo, cuja intersecção com $\widehat{AE}$ se dê no ponto F . (...) os que partem do lugar A , e procuram continuamente dirigir-se para o ocaso equinocial, indicando a agulha de marear as regiões do céu, durante o tempo em que estão em $\widehat{AG}$ não parecerão desviar-se minimamente da rota traçada. E porque o segmento $\widehat{BG}$ excede $\widehat{AB}$ com diferença insensível, embora se encontrem de facto em $\widehat{AG}$, pensarão que seguiram ao longo do paralelo. (NUNES, 2008, p. 475 e 476)

¹⁴¹ Retirado de: Nunes (2008, p. 476).

Resumidamente, o que Pedro Nunes quis dizer é que a navegação em um paralelo é feita por “pedaços” de círculos máximos e por isso é necessário fazer correções a pequenos intervalos de tempo. Entretanto, esse desvio é tão pequeno, que as latitudes dos lugares parecerão sempre iguais à latitude do lugar de partida *A* e, por isso, parece que se percorreu o paralelo. Por estas diferenças serem muito pequenas, para traçar este rumo no globo, Pedro Nunes sugere simplesmente que se tracem paralelos ao Equador.

■ Capítulo 22: Que é possível traçar rumos num dado globo

Este capítulo é bem pequeno e pode ser considerado uma conclusão ou um resumo do capítulo anterior: “Do que atrás se disse conclui-se que em qualquer globo pode-se traçar as tais linhas que descrevemos ao navegar na superfície do mar. Designamos estas linhas pelo nome vulgar de «rumos»” (NUNES, 2008, p. 477).

Ainda afirma que os tipos de rumos que existem são:

1. Rumo de Norte-Sul, que são os meridianos e são círculos máximos;
2. Rumo de Leste-Oeste: são a equinocial e os paralelos;
3. Rumos de Nordeste-Sudoeste;
4. Rumos de Noroeste-Sudeste;
5. E os que se encontram no meio destes;

Sobre os três últimos ele afirma que são “linhas orbiculares¹⁴² compostas por arcos de círculos máximos” (NUNES, 2008, p. 477), que seriam as linhas de rumo.

Novamente ele relembra que estes arcos fazem ângulos iguais em quaisquer pontos com os novos meridianos, isso com relação aos sentidos, ou seja, há uma diferença que é imperceptível aos sentidos.

Por fim afirma: “é possível traçar em qualquer globo estas linhas que os navegantes chamam rumos” (NUNES, 2008, p. 478), referindo-se sobre a possibilidade de traçar esses rumos no globo, mas somente no capítulo 26, ele irá mostrar como devem ser traçadas essas linhas no globo e no capítulo 27 apresentará as regras para o uso de um globo com linhas de rumo.

¹⁴² Orbicular = em forma de orbe; esférico; globular (cf. Dicionário Houaiss).

■ Capítulo 23: Construção de uma tábua numérica para o traçado de quaisquer rumos num globo¹⁴³

Este capítulo é muito importante para o estudo das linhas de rumo, pois Pedro Nunes apresenta um processo para determiná-la e também uma tabela que contém alguns cálculos para os sete rumos canônicos, os quais explicaremos mais adiante.

Por esse capítulo ser de extrema importância para o estudo da loxodromia, faremos o estudo pormenorizadamente, expondo o modo como ele apresentou os cálculos.

Ele inicia o capítulo da seguinte maneira:

Os arcos de círculo máximo com os quais se deve formar o rumo devem ter tal grandeza que os dois ângulos, o externo e o interno, que fazem seus extremos com os meridianos, ainda que sejam desiguais, possam ser tomados como iguais. Admitamos que a diferença desses ângulos é de um grau da circunferência do horizonte, pois é de crer que menos que isso escape aos sentidos do piloto. (NUNES, 2008, p. 478)

Já no início do capítulo, ele faz referência ao que hoje conhecemos como quantidade infinitamente pequena, como já explicitamos anteriormente. Tentaremos clarificar o que Pedro Nunes disse neste trecho, por meio da figura que ele mesmo colocou neste capítulo.

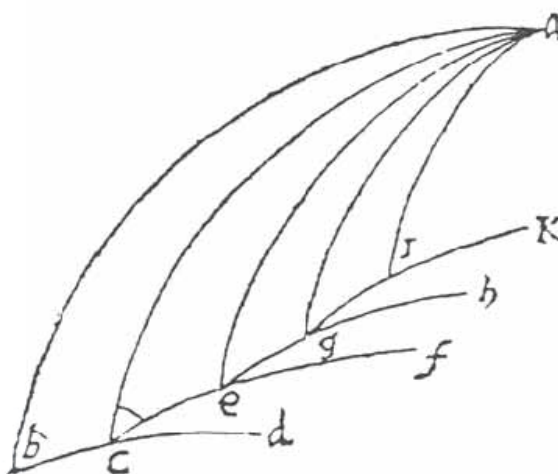


Figura 20: Linhas de rumo composta por arcos de círculo máximo.¹⁴⁴

¹⁴³ D'Holander (2005) realizou todos estes cálculos e apresenta a tabela completa. No Apêndice 2 desta dissertação reproduzimos a tabela completa.

Na Figura 20, temos:

- A : polo terrestre;
- $\widehat{ABC} = V$: ângulo de partida;
- $\widehat{BC}$, $\widehat{CE}$, $\widehat{EG}$, $\widehat{GI}$: são os rumos, que formam ângulos iguais com os meridianos;
- O ponto B está no Equador, assim $\widehat{AB}$ é um quadrante de meridiano ($= 90^\circ$);
- $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$, $\widehat{AE}$, $\widehat{AG}$, $\widehat{AI}$: são os arcos dos meridianos dos pontos B , C , E , G e I , respectivamente;
- $\widehat{ECD} = \widehat{GEF} = \widehat{KGH} = 1^\circ = dV$;

No trecho anterior ele afirma que o ângulo externo e o interno do meridiano com o rumo, apesar de serem diferentes, são muito próximos. Exatamente por isso, ele admite a diferença entre esses ângulos como sendo de 1° . Como exemplo, temos que o ângulo $\widehat{ABC}$ difere do ângulo $\widehat{ACD}$ apenas por 1° .

Assim, ele prossegue com alguns cálculos com a finalidade de determinar:

1. Os comprimentos dos arcos $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$, $\widehat{AE}$, $\widehat{AG}$, $\widehat{AI}$, ...;
2. Os comprimentos dos arcos de círculo máximo: $\widehat{BC}$, $\widehat{CE}$, $\widehat{EG}$, $\widehat{GI}$, ...;
3. Os ângulos $\widehat{BAC}$, $\widehat{CAE}$, $\widehat{EAG}$, $\widehat{GAI}$, ...;

Com esses cálculos, ele pretende construir uma tabela, que contenha todas essas informações para os rumos canônicos, que são os azimutes dos 7 rumos do primeiro quadrante:

- 1° rumo: $V = 11^\circ 15'$;
- 2° rumo: $V = 22^\circ 30'$;
- 3° rumo: $V = 33^\circ 45'$;
- 4° rumo: $V = 45^\circ$;
- 5° rumo: $V = 56^\circ 15'$;
- 6° rumo: $V = 67^\circ 30'$;
- 7° rumo: $V = 78^\circ 45'$;

¹⁴⁴ Retirado de: D'Hollander (2005, p. 43).

Para esses cálculos, consideremos os triângulos esféricos sucessivos, ABC , ACE , AEG , AGJ , ... da figura 20. Assim, a partir do ponto B , no Equador, o método de Pedro Nunes permite calcular a coordenada dos outros pontos, C , E , G , J , Para isto, devemos ter em mente que os ângulos $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACE}$, $\widehat{AEG}$, $\widehat{AGJ}$, são todos iguais ao rumo de partida V .

1. Cálculo do comprimento dos arcos $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$, $\widehat{AE}$, $\widehat{AG}$, $\widehat{AI}$, ...:

podemos generalizar que consiste no cálculo das latitudes de cada ponto, sucessivamente.

A sua primeira preocupação é calcular numericamente os arcos dos meridianos, que estão compreendidos entre o polo mais próximo e os extremos dos arcos que estabelecem um dado rumo. Ele afirma que os arcos de meridianos $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$, $\widehat{AE}$, $\widehat{AG}$, $\widehat{AI}$ “têm senos rectos proporcionais em proporção contínua” (NUNES, 2008, p. 479) e que esta proporção também tem o seno do ângulo externo $\widehat{ACD}$ relativamente ao seno do ângulo interno e oposto $\widehat{ABC}$, no triângulo esférico ABC . Isto significa que os senos de todos os arcos, que vão do polo até a linha de rumo, estão em proporção contínua. Logo, teremos que o seno de $\widehat{AB}$ está para o seno de $\widehat{AC}$, assim como o seno de $\widehat{ACD}$ está para o seno de $\widehat{ABC}$. E prossegue com o mesmo raciocínio para os outros arcos. Isso em notação atual significa que:

$$\frac{\sin \widehat{AC}}{\sin \widehat{AB}} = \frac{\sin \widehat{AE}}{\sin \widehat{AC}} = \frac{\sin \widehat{AG}}{\sin \widehat{AE}} = \dots = \frac{\sin \widehat{ABC}}{\sin \widehat{ACD}} = \frac{\sin V}{\sin(V + dV)}$$

Onde V é o rumo inicial e $dV = 1^\circ$.

Portanto, “é manifesto que os arcos de meridianos que passam pelos pontos B , C , E , G e I têm senos retos proporcionais na mesma razão, que é precisamente a que tem o seno do ângulo $\widehat{ACD}$ com o seno do ângulo $\widehat{ABC}$.” (NUNES, 2008, p. 479). E conclui, que “assim sendo, não será difícil determinar os próprios arcos meridianos”, que era seu objetivo inicial.

Assim, prossegue mostrando como calcular os comprimentos dos arcos $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$, $\widehat{AE}$, $\widehat{AG}$, $\widehat{AI}$, que são colatitudes¹⁴⁵ dos pontos B , C , E , G e I . O arco $\widehat{AC}$ pode ser obtido “multiplicando o seno total, que é o do quadrante $\widehat{AB}$, pelo seno do ângulo $\widehat{ABC}$ do rumo dado, juntando-lhe cinco zeros, e dividindo o produto pelo seno do

¹⁴⁵ **Colatitude** é o ângulo complementar da latitude, i.e. a diferença entre a latitude e 90° .

ângulo $\widehat{ACD}$ ” (NUNES, 2008, p. 480). Ou seja, em notação atual, bastaria resolver a seguinte relação:

$$\frac{\sin \widehat{AC}}{\sin \widehat{AB}} = \frac{\sin \widehat{ABC}}{\sin \widehat{ACD}}$$

Prossegue determinando os senos dos outros arcos e ainda afirma que “quando o seno recto de $\widehat{AC}$ for conhecido, ele será o multiplicador comum para encontrar os senos dos restantes arcos, e o divisor comum será o seno total” (NUNES, 2008, p. 480).

Isso significa que, como $\sin 90^\circ = 1$ e $\widehat{AB} = 90^\circ$, segue que $\sin \widehat{AB} = 1$.

Logo,

$$\sin \widehat{AC} = \frac{\sin V}{\sin(V + dV)} = \frac{\sin \widehat{ABC}}{\sin \widehat{ACD}}$$

$$\sin \widehat{AE} = \sin \widehat{AC} \cdot \frac{\sin V}{\sin(V + dV)} = \left[\frac{\sin V}{\sin(V + dV)} \right]^2$$

e assim por diante.

Podemos perceber que apenas com o arco $\widehat{AC}$ obteremos todos os outros arcos e, conseqüentemente, as latitudes de todos os pontos que formam o rumo.

Ele faz uma explicação muito cuidadosa de todos os casos, o que mostra sua preocupação em esclarecer o que pretende mostrar.

Uma observação importante que podemos fazer sobre a equação acima, refere-se à noção de limite conhecida hoje. Se generalizarmos esta equação anterior, obteremos:

$$\sin \widehat{AB}_i = \left[\frac{\sin V}{\sin(V + dV)} \right]^i$$

Como $\left[\frac{\sin V}{\sin(V + dV)} \right]^i < 1$, hoje sabemos que $\sin \widehat{AB}_i = \left[\frac{\sin V}{\sin(V + dV)} \right]^i \rightarrow 0$, da

qual podemos concluir que a curva nunca atinge o polo. Apesar de a noção de limite ainda não existir na época de Pedro Nunes, como já afirmamos em outros momentos, ele sabia que esta curva não atingia o polo.

Para determinarmos numericamente $\widehat{BC}$, devemos prolongar o arco $\widehat{AC}$ até o ponto E , pertencente à equinocial, como vemos na Figura 22. Assim, o ângulo $B\widehat{E}C$ formado é um ângulo reto.

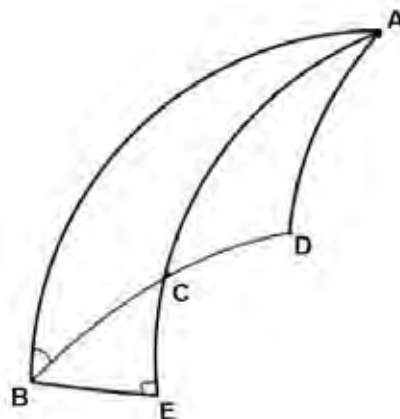


Figura 22. ¹⁴⁷

Desta forma, no triângulo CEB , já temos conhecido:

- $E\widehat{B}C = 90^\circ - A\widehat{B}C$: pode ser determinado subtraindo $A\widehat{B}C$ do ângulo reto $A\widehat{B}E$;
- $\widehat{CE} = 90^\circ - \widehat{AC}$: como $\widehat{AC}$ já é conhecido, então $\widehat{CE}$ é o complemento do quadrante;

Assim, poderemos encontrar o lado $\widehat{BC}$ por meio da seguinte relação:

$$\frac{\sin \widehat{EC}}{\sin C\widehat{B}E} = \frac{\sin \widehat{BC}}{\sin B\widehat{E}C}$$

Conforme Pedro Nunes, “a primeira, a segunda e a quarta das quantidades proporcionais são conhecidas, saber-se-á a terceira; e uma vez conhecido o seno, imediatamente se saberá o arco” (NUNES, 2008, p. 480 e 481).

Portanto, “por este processo se determina a grandeza do primeiro arco do rumo dado, que se inicia na equinocial, bem como a diferença dos meridianos que passam pelos extremos desse arco e o arco da equinocial que lhe corresponde” (NUNES, 2008, p. 481). Desta maneira, poderemos obter todos os arcos dos outros rumos.

¹⁴⁷ Retirado de: D`Hollander (2005, p. 45), com modificações.

3. Cálculo dos ângulos $\widehat{BAC}$, $\widehat{CAE}$, $\widehat{EAG}$, $\widehat{GAI}$, ...: se generalizarmos, teremos o cálculo dos ângulos entre os arcos de meridianos de círculo máximo sucessivos.

Depois de saber o arco $\widehat{BC}$, “imediatamente se saberá o ângulo $\widehat{BAC}$, compreendido entre os dois meridianos $\widehat{AB}$ e $\widehat{AC}$, e que define a diferença de longitude entre B e C .” (NUNES, 2008, p. 481), da seguinte maneira:

Na Figura 22, considerando que no triângulo BCA , temos que o “seno do lado $\widehat{AC}$ está para o seno do lado $\widehat{BC}$ assim como o seno do ângulo $\widehat{ABC}$ está para o seno do ângulo $\widehat{BAC}$ ” (NUNES, 2008, p. 481), ou seja,

$$\frac{\sin \widehat{AC}}{\sin \widehat{BC}} = \frac{\sin \widehat{ABC}}{\sin \widehat{BAC}}$$

Por esta relação, podemos obter o seno do ângulo $\widehat{BAC}$ e assim, por meio de uma tábua dos senos, obteremos o ângulo $\widehat{BAC}$ e, conseqüentemente, fazendo da mesma maneira, poderemos obter todos os outros ângulos.

4. Construção da Tabela de Números: Depois de apresentado isso, ele propõe que se construa uma “tábua de números”, que deverá ser composta pelos cálculos apresentados. Essa tabela deve conter 7 colunas e cada coluna está dividida em três partes e, de acordo com Pedro Nunes, estaria distribuída da seguinte maneira:

A primeira coluna será a do primeiro rumo ou, antes, da primeira quarta de rumo, que vulgarmente designamos por Norte quarta do Nordeste, e a oposta a esta, Sul quarta do Sudoeste. No outro lado, Norte quarta do Noroeste e Sul quarta do Sueste. O primeiro espaço desta coluna contém os arcos do meridiano que passam pelos extremos dos arcos do rumo dado; o segundo espaço compreende as extensões dos arcos do mesmo rumo, isto é, a grandeza de cada arco. No terceiro espaço devem escrever-se as diferenças de longitude que se considerem entre os extremos do arco de um mesmo rumo. A segunda coluna, dividida do mesmo modo em três espaços, conterá os números que correspondem à meia partida, que se designa por Nor-nordeste Su-sudoeste; e do outro lado Nor-noroeste Su-sueste. Na terceira coluna devem colocar-se os números da terceira quarta, a que chamam Nordeste quarta do Norte e Noroeste quarta do Norte, com os opostos. E do mesmo modo deverão ser preenchidas as restantes colunas. (NUNES, 2008, p. 482)

Os azimutes dos 7 rumos do primeiro quadrante que Pedro Nunes utilizou estão descritos na página 150. Conforme Pedro Nunes, para cada um desses

rumos, três valores são obtidos, como vemos no trecho acima: arco de meridiano, comprimento do percurso e diferença de longitude. Assim essa tabela é composta por 21 colunas, como podemos verificar na Figura 23.

Numerus & ordo segmen- torum in quolibet rumbo.	Prima quarta norte quarta de nordeste norte quarta de no- roeste cum oppositis.			Secunda quarta nor- deste normoroeste cum oppositis.			Tertia quarta nordeste quarta do norte, norroeste quarta do norte cum oppositis.			Quarta quarta, nordeste, norroeste, cum oppositis.			Quinta quarta, nordeste quarta de leste, norroeste quarta doeste cum oppositis.			Sexta quarta leonor- deste, oesnordeste, cum oppositis.			Septima quarta, leste quarta de nordeste, oeste quarta de no- roeste cum oppositis.		
	arcus meri- diani.			arcus meri- diani.			arcus meri- diani.			arcus meri- diani.			arcus meri- diani.			arcus meri- diani.			arcus meri- diani.		
	longi- tudo itineris.			longi- tudo itineris.			longi- tudo itineris.			longi- tudo itineris.			longi- tudo itineris.			longi- tudo itineris.			longi- tudo itineris.		
	Gr.	m.		Gr.	m.		Gr.	m.		Gr.	m.		Gr.	m.		Gr.	m.		Gr.	m.	
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					

Figura 23: Tabela composta pelos cálculos dos sete rumos canônicos.¹⁴⁸

¹⁴⁸ Retirado de: Nunes (2008, p. 483).

Pedro Nunes apresenta esta tabela em sua obra como na Figura 23 e como podemos notar ela encontra-se em branco, sem os valores preenchidos. Abaixo da tabela, lemos o seguinte trecho: “Segue-se a disposição da tábua, repartida em sete partes, e, seguindo as precedentes demonstrações, os moços aplicados acharão os números que se devem escrever nela, estendendo-os quanto lhes aprouver.” (NUNES, 2008, p. 482).

Ele deixou para seus alunos a tarefa de preencher a tabela com os valores necessários. Sobre isto, Leitão (2008b) afirma:

O facto, porém, de Nunes ter considerado o preenchimento desta importante tabela como uma simples tarefa a ser deixada aos estudantes aplicados significa não apenas que considerava que os cálculos a efectuar não eram de grande complexidade – o que é um facto, embora sejam algo pesados e monótonos – mas, sobretudo, exprime de maneira absolutamente transparente que o seu interesse era acima de tudo um interesse teórico no esclarecimento matemático do problema. Trata-se, na verdade, de uma das manifestações mais reveladoras do perfil intelectual e científico do cosmógrafo-mor (LEITÃO, 2008b, p. 775 e 776)

Apesar de esta tabela encontrar-se em branco na obra, podemos perceber que ele estava preocupado com a prática dos pilotos, pois estes cálculos tinham a finalidade de facilitar a orientação na navegação.

■ Capítulo 24: Acerca do comportamento dos rumos, quer em relação aos polos do mundo, quer uns em relação aos outros

Neste capítulo, Pedro Nunes analisa algumas propriedades matemáticas das linhas de rumo. Conforme os comentários do volume 4 de Leitão (2008b), trata-se de um capítulo “exclusivamente matemático, sem interesse para a marinharia prática” (LEITÃO, 2008b, p. 779).

É neste capítulo que Pedro Nunes coloca a questão da linha de rumo nas proximidades dos polos. Na versão portuguesa de 1537, como já dissemos, ele acreditava que as linhas de rumo atingiam os polos. Isso pode ser verificado, tanto pelo texto escrito, quanto pela figura que ele inseriu na versão portuguesa. Já na versão latina, especificamente nesse capítulo que estamos analisando ele trata

sobre esta questão diferentemente dos tratados em português e não coloca aquela figura.

Conforme Leitão (2008b), podemos dizer que ele pode ter sido o primeiro a analisar matematicamente a noção de uma curva com um ponto assintótico e isso tem uma importância muito grande para a história da matemática.

Pedro Nunes não dá uma explicação para isto, mas sabe e afirma que não atingem os polos. Reproduzimos o trecho no qual ele inicia este assunto:

Os rumos Norte-Sul, porque são meridianos, passam pelos pólos da equinocial a que chamamos pólos do mundo. Os de Leste-Oeste, porque são paralelos – sendo a equinocial o maior deles – não podem passar por esses pólos. E os restantes, visto que se considera serem formados por segmentos de círculos máximos fazendo ângulos agudos com os meridianos, não passam pelos pólos do mundo nem distam desses pólos por uma distância constante, e podem **prolongar-se indefinidamente. Quanto mais se prolongam, tanto mais se aproximam dos pólos, mas não podem entrar neles.** (NUNES, 2008, p 484, grifo nosso)

Depois disto ele apresenta uma sequência de argumentos bem simples para dizer que as linhas de rumo não podem “entrar nos pólos do mundo”. Basicamente ele afirma que devemos supor que uma linha de rumo atinge o polo *A* por meio do círculo máximo *LMA*, pois, como já dissemos, ele concebe durante toda esta obra que a linha de rumo é composta por arcos de círculo máximo. Assim, esse rumo *LMA*, faz um ângulo constante com o meridiano. Por sua vez, esse meridiano, *ANL* também passa pelo polo, pela definição de meridiano. Dessa forma, teríamos dois círculos máximos passando pelos mesmos pontos, *A* e *L*, o que não é possível (cf. NUNES, 2008, p. 484).

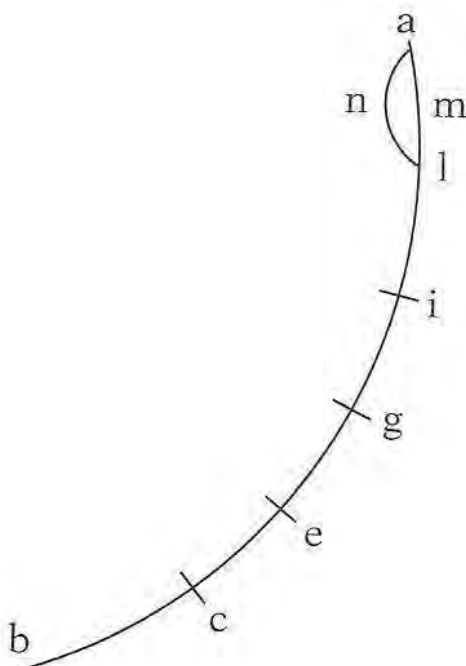


Figura 24.¹⁴⁹

Outro tópico tratado por Pedro Nunes nesse capítulo é que

os rumos da mesma designação têm entre si uma relação tal que abarcam segmentos proporcionais de equinocial e dos paralelos tal como sucede com os meridianos. Quanto mais forem prolongados, tanto mais se aproximarão uns dos outros, mas nunca serão concorrentes. Diz-se que, ao afastarem-se da equinocial, os rumos prolongados se aproximam mais uns dos outros quando distarem menos espaço entre pontos num mesmo paralelo. (NUNES, 2008, p. 485)

Isso consiste basicamente em dizer que duas linhas de rumos com mesma designação, ou seja, com mesma inclinação com relação aos meridianos, sempre se aproximam uma da outra, mas nunca irão se interceptar.

Sua demonstração para isto implica em considerar dois rumos com uma mesma designação, *BCDEF* e *GHIKL* que começam nos pontos *B* e *G* na equinocial. Tracemos por cada ponto desses rumos, quadrantes de meridianos, como podemos ver na Figura 25.

¹⁴⁹ Retirado de: Nunes (2008, p. 484).

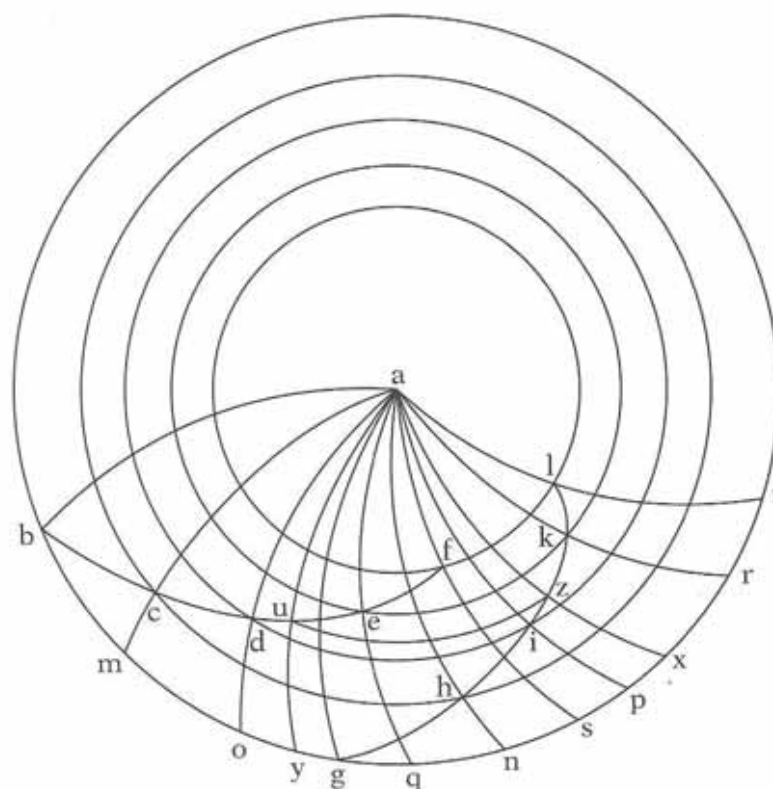


Figura 25: Figura explicativa da relação existente entre duas linhas de rumo com mesma designação.¹⁵⁰

Consideremos primeiramente os arcos $\widehat{BC}$ e $\widehat{GH}$. Nos triângulos ABC e AGH , temos que:

$$\angle CBA = \angle HGA$$

$$\angle ACB = \angle AHG$$

$$\widehat{AB} = \widehat{AG} = 90^\circ$$

Logo, os lados e os ângulos restantes serão iguais entre si. Assim, teremos que $\widehat{AC} = \widehat{AH}$ e $\widehat{BAC} = \widehat{GAH}$.

Descreva-se por C e H , um paralelo da equinocial, cujo arco seja $\widehat{CH}$. Temos que $\widehat{BG}$ (arco da equinocial) e $\widehat{CH}$ (arco do paralelo) são proporcionais, ou seja, a equinocial está para o paralelo, assim como $\widehat{BG}$ está para $\widehat{CH}$.

Como $\widehat{BAC} = \widehat{GAH}$ (visto acima), então os arcos da equinocial $\widehat{BM}$ e $\widehat{GN}$ também serão iguais entre si. Se a estes juntarmos $\widehat{GM}$, teremos que $\widehat{BG} = \widehat{MN}$.

$$\text{Assim, } \frac{\widehat{BG}}{\widehat{CH}} = \frac{\widehat{MN}}{\widehat{CH}}.$$

¹⁵⁰ Retirado de: Nunes (2008, p. 486).

Logo, esses dois arcos, $\widehat{MN}$ e $\widehat{CH}$ são proporcionais (Conforme Pedro Nunes isto é verdadeiro pela 14ª proposição do segundo livro de Teodósio). Por conseguinte, $\widehat{BG}$ e $\widehat{CH}$ também serão proporcionais.

De maneira análoga, podemos demonstrar o mesmo com os arcos dos outros paralelos compreendidos entre os mesmos rumos. Por último, ele conclui que $\widehat{CH}$ e $\widehat{DI}$ são proporcionais aos seus círculos, mas nunca se interceptam.

Assim,

Pelo que concluireis que, em geral, é verdade que os arcos dos paralelos entre rumos de uma mesma designação ou da mesma inclinação são proporcionais: que era o que nos dispusemos a demonstrar. (NUNES, 2008, p. 487)

Referente a isto, ele ainda demonstra que quanto mais essas linhas de rumo se prolongam, mais elas se aproximam entre si.

Nessa parte transcreveremos a explicação feita por ele na íntegra:

“Com efeito, visto que os arcos dos círculos paralelos compreendidos entre os rumos $\widehat{BF}$ e $\widehat{GL}$ são proporcionais aos mesmos círculos, as rectas que subtendem os arcos dos referidos círculos serão proporcionais aos semidiâmetros. Podereis facilmente demonstrar isto pelo sexto livro de Euclides.

Pelo que a recta que subtende o arco $\widehat{BG}$ será maior do que a recta que subtende o arco $\widehat{CH}$ e esta maior que a que subtende $\widehat{DI}$, e assim sucessivamente. Por isso, se imaginardes o círculo máximo descrito pelos pontos C e H , e igualmente o círculo máximo que passa por D e I , concluireis que $\widehat{BG}$ é maior do que o arco do círculo máximo entre C e H , mas que este é maior do que aquele entre D e I , e do mesmo modo nos demais. E por esse motivo, de acordo com a definição que explicámos, quanto mais os rumos forem prolongados, tanto mais se aproximarão entre si: que era o que se pretendia demonstrar.” (NUNES, 2008, p. 487)

Por último, ele demonstra que “nunca coincidem, ainda que se prolonguem indefinidamente” (NUNES, 2008, p. 487) e prossegue afirmando que não serão concorrentes nos polos, pois já havia afirmado que não atingem os polos. Assim,

demonstra que não são concorrentes em algum outro ponto. (cf. NUNES, 2008, p. 488).

■ Capítulo 25: Que relação têm entre si os arcos de um mesmo rumo

Este capítulo também é bastante teórico e tem o objetivo de analisar algumas propriedades matemáticas dos segmentos das linhas de rumo, sendo que o essencial é que:

os arcos mais próximos da equinocial são maiores do que os mais afastados e são também maiores as diferenças de latitude e de longitude entre os pontos extremos desses arcos. De maneira que, quanto mais longe da equinocial se prolongar qualquer rumo, tanto menores se tornam os arcos, e igualmente se tornam menores as diferenças das longitudes e das latitudes entre os seus pontos extremos. (NUNES, 2008, p. 488)

Escolhemos apenas enunciar o que ele demonstrou. Consideremos dois arcos de um rumo, que se inicia na equinocial e que é prolongado na direção do polo A , sendo que o arco $\widehat{BC}$ é mais próximo da equinocial e o $\widehat{CD}$ mais afastado. Pelas extremidades desses arcos passam os arcos de meridianos, $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$ e $\widehat{AD}$, como na Figura 26.

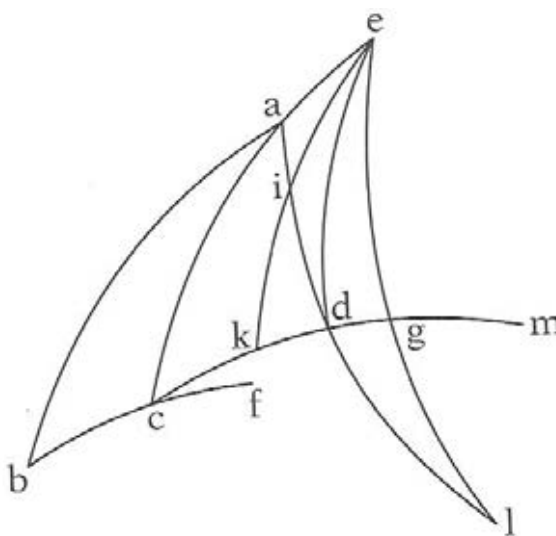


Figura 26. ¹⁵¹

Assim, temos que:

¹⁵¹ Retirado de: Nunes (2008, p. 489).

1. $\widehat{BC}$ é maior do que $\widehat{CD}$;
2. A diferença de longitude entre os dois pontos B e C é maior do que a diferença de longitude entre C e D ;
3. O arco $\widehat{AB}$ excede o arco $\widehat{AC}$ por uma diferença maior do que aquela com que $\widehat{AC}$ excede $\widehat{AD}$.

■ Capítulo 26: Traçar rumos num dado globo.

Este capítulo é muito importante porque Pedro Nunes explica como marcar linhas de rumo em um globo, com a finalidade de facilitar a condução dos navios para os pilotos. Para isto, ele se utiliza da tabela proposta no capítulo 23.

Lembramos que Pedro Nunes já havia se referido aos globos no *Tratado em Defesa da Carta de Marear*. Entretanto, os trechos da versão portuguesa sobre a importância dos globos não foram acrescentados aqui na versão latina.

Nessa versão ele apenas apresenta dois métodos de se traçar linhas de rumo em um globo terrestre. Explicitaremos o primeiro deles.

Primeiro método:

Primeiramente, Pedro Nunes propõe que se coloque um globo dentro de um meridiano móvel (ou também chamado por ele de armila circular). Em seguida, sugere que um semicírculo deste meridiano móvel seja dividido em dois quadrantes de 90° cada, com os números inscritos e com a numeração iniciando nos polos e terminando na equinocial. Sugere também que a equinocial seja dividida da mesma maneira em graus, apenas com pontos e linhas, sem numeração e acrescenta uma figura sobre qual segue uma explicação:

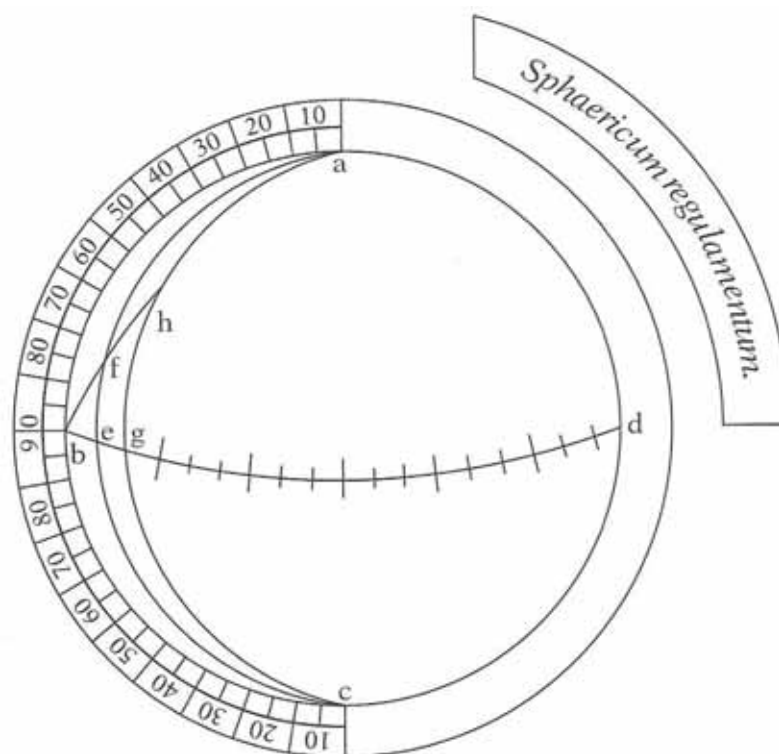


Figura 27: Como traçar rumos num dado globo.¹⁵²

Coloque-se um globo dentro de um meridiano móvel, e seja um semicírculo deste cortado entre os pólos em dois quadrantes, dividindo-se estes quadrantes em 90 graus, com os respectivos números inscritos e com o início da numeração nos pólos e o fim na equinocial. Depois divida-se da mesma maneira o círculo equinocial em graus, de maneira que se distingam apenas por pontos e linhas, sem indicação de números, como se vê na figura em baixo. Nesta figura **abcd** representa o círculo interior da superfície do meridiano móvel ou armila circular, que passa pelos pólos do mundo, **a** boreal e **c** austral. Seja o ponto **b** uma intersecção desse círculo com a equinocial, e **d** a outra intersecção. Portanto, no globo considerado, o semicírculo **bd** é uma metade da equinocial, e **ab** e **bc** são dois quadrantes do meridiano. Dividam-se então esses quadrantes em graus, com o início em **a** e **c**, e o fim em **b**, onde se encontra escrito o número 90. Divida-se também a equinocial em 360 graus, ou seja divida-se o semicírculo **bd** em 180 graus e o outro, que fica na parte oposta, também em 180 graus. Devem assinalar-se com pontos e linhas os graus da equinocial, mas não se devem marcar números sobre os mesmos. E visto que, segundo a presente regra, todos os rumos devem ser traçados a partir da equinocial, seja o ponto **b** o início do traçado de um e, primeiramente, trace-se para a parte da direita, que supomos a oriental e boreal, aquele rumo que vulgarmente se designa por Norte quarta do Nordeste. (NUNES, 2008, p. 493 e 494)

¹⁵² Retirado de: Nunes (2008, p. 494).

Em seguida, ele diz que todos os rumos devem ser traçados a partir da equinocial. Assim, seja o ponto *B* o início de um rumo. Devemos traçar para a direita um rumo designado por Norte quarta do Nordeste, que consiste em um rumo de azimute igual a $11^{\circ}15'$, na parte oriental e boreal, conforme os cálculos da tabela.

Depois, devemos contar de *B* para *D* na equinocial, o número de graus e minutos da diferença de longitude encontrada na tabela (na tabela que D'HOLLANDER calculou encontramos o valor $4^{\circ}53'$). Depois, marcamos o ponto *E*, como o extremo do valor encontrado. Dessa forma, deslocamos o meridiano móvel da posição *ABC*, para a posição *AEC*, sendo que de *A* para *E*, contamos a quantidade de graus dada pela tabela. Depois, também verificamos na tabela a quantidade de graus para obtermos o “arco de meridiano” e assinalamos no globo a letra *F*. Em seguida, tomamos na tabela a quantidade de graus da diferença de longitude e do arco de meridianos referentes a este segundo segmento, e na equinocial deslocamos o meridiano móvel para a posição *G* e marcamos neste meridiano a quantidade de graus do ponto *H*, por meio da tabela. E, desta maneira, deverá ser feito sucessivamente, “marcando no globo tal número de pontos quanto for o de segmentos que estiver escrito na tábuá” (NUNES, 2008, p. 495).

Com os pontos já assinalados no globo, deverá ser preparada outra armila circular, a qual deverá cortar um segmento que compreenderá um certo número de graus, que não pode ser menor do que o máximo de graus dados na tabela, na coluna “comprimento do trajeto”. Esta armila servirá para traçar-se o arco de círculo máximo entre os pontos já marcados no globo: “da mesma maneira que costumamos usar réguas planas para traçar, de um ponto para outro ponto, uma linha recta num plano” (NUNES, 2008, p. 495). Assim, devemos traçar os círculos máximos que compreendem entre os pontos, *B* e *F*, *F* e *H* e assim por diante. Desta maneira obteremos o rumo chamado Norte quarta de Nordeste.

Deve-se proceder dessa mesma maneira para traçar os outros rumos existentes nas partes boreais e orientais. Depois de concluído todos esses rumos, deve-se traçar os rumos a partir do ponto *D* da figura. Ele afirma que se for um globo médio, deverá traçar ainda rumos a partir dos pontos intermediários entre *B* e *D*. E que nos globos maiores, os rumos deverão ser traçados a partir de 8 pontos: “Com efeito, quantos mais forem, tanto mais facilmente se encontrará o caminho para qualquer percurso” (CARVALHO, 1952, p. 496).

Depois de traçar todos os rumos no hemisfério boreal, deverá se traçar os rumos no hemisfério austral, a partir dos mesmos pontos. Ele também trata sobre as cores que deverão ser traçadas as linhas no globo.

Em seguida, ele apresenta outra maneira para desenhar rumos no globo, para a qual ele se utiliza de um quadrante esférico e não é preciso utilizar a tabela de rumos.

■ Capítulo 27: Do uso do globo em que estão traçados os rumos

Neste capítulo ele trata sobre a utilidade para os navegadores dos globos com os rumos traçados. Com eles, poderemos obter:

1. o rumo que deve ser tomado no início do trajeto para se chegar a determinado destino, ou seja, o trajeto pelo qual deve seguir para deslocar-se de um ponto a outro;
2. a distância da viagem entre dois lugares quaisquer do globo;
3. a posição do local de chegada, se for conhecido o rumo inicial da navegação, a posição do lugar de partida e também a latitude do local de chegada;
4. a posição do lugar de chegada, dada a posição do ponto de partida, o rumo inicial e a distância percorrida;
5. a posição do lugar de chegada e também o rumo que foi seguido, sabendo-se a posição do local de partida, a distância percorrida na viagem e a latitude do ponto de chegada.

Por fim, depois de apresentarmos os principais tópicos referentes à loxodromia nesta obra, podemos concluir que:

■ Pedro Nunes foi um dos primeiros a tratar sobre a questão da curva loxodrômica nas proximidades dos polos, algo que se tornou objeto de discussão no estudo de análises infinitesimais alguns anos mais tarde, como podemos citar Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Leibniz (1646-1716);

■ Ele procurou utilizar a matemática para facilitar a navegação dos pilotos, ou seja, procurava aliar a teoria matemática com a prática da navegação. Como exemplo, podemos citar o caso da tabela proposta por ele.

3.5.4 Principais ideias e demonstrações presentes no manuscrito *Defesa do Tratado de Rumar para a Arte de Navegar*¹⁵³

Este manuscrito está dividido em duas partes, por isso faremos sua análise separadamente.

1. Primeira parte:

Primeiramente, pois o intento deste tratado é ensinar como se deve rumar qualquer globo, para que mais distintamente procedamos, lancemos pela arte que traz no 7.º capítulo na superfície do globo, o rumo de nordeste sudoeste começando desde o círculo equinocial e vejamos que sorte de linha curva é, e comparemos com a sua mesma definição de rumo que põem logo no princípio. (CARVALHO, 1952, p. 1)¹⁵⁴

É assim que Pedro Nunes inicia sua argumentação contra as críticas que lhe foram impostas por certo bacharel¹⁵⁵, sendo que nesta primeira parte sua defesa se concentra no capítulo 7 da obra referida. O principal tema trabalhado nesse manuscrito refere-se às linhas de rumo, por isso a importância de o analisarmos.

Como já dito, a inovação de Pedro Nunes foi a distinção de dois tipos de trajetória:

o nosso comum navegar com agulha não é pela circunferência de um círculo maior que faz sempre com os novos meridianos dos lugares que vamos ângulos desiguais, como em outra parte escrevi e quem navega com agulha, leva sempre um mesmo ângulo (...). (CARVALHO, 1952, p. 4)¹⁵⁶

¹⁵³ As figuras utilizadas nessa seção foram todas retiradas de Almeida (2004) e em algumas delas foram feitas algumas modificações.

¹⁵⁴ “Primeiramente pois o intento deste tratado he ensinar como se deua Rumar qual quer globo, pera que mais distintam^{te} procedamos, lançemos pela arte que traz no 7.º cap.º na superficie do globo, ho Rumo de nordeste sudueste começando desde o circulo equinocial, e vejamos que sorte de linha curua he, e cotejemola com a sua mesma definição de Rumo q̃ poem logo no princípio.” (CARVALHO, 1952, p. 1).

¹⁵⁵ Como já dissemos, não é possível identificar quem seria esse bacharel apenas pelos livros de Pedro Nunes. Presume-se que tenha sido Diogo de Sá, mas nada pode ser afirmado.

¹⁵⁶ “o noso comum nauegar com agulha não he pela circũferencia de hũ circulo mayor por quanto faz sempre cõ os nouos meridianos dos lugares per que imos angulos desiguaes, como em outra parte escreuj & quẽ nauega cõ agulha, leua sempre hum mesmo ângulo (...).” (CARVALHO, 1952, p. 4).

Assim, verificamos que a maneira que os pilotos navegavam era mantendo um rumo sempre constante, ou seja, pela loxodromia, o que não consiste em um círculo máximo, pois este tipo equivale ao “caminho brevíssimo e sem nenhum modo de rodeio” (CARVALHO, 1952, p. 4). Com relação à ortodromia, ele enfatiza:

quem anda por círculo maior que não é a equinocial, vai sempre fazendo ângulos desiguais, com os meridianos dos lugares em que se acha (...). (CARVALHO, 1952, p. 5)¹⁵⁷

Lembramos que as ideias referentes à distinção dos dois tipos de trajetórias também se encontram na obra de 1537, como ele mesmo lembra: “como em outra parte escrevi”.

Além disso, como nas outras obras ele concebe a loxodromia composta por arcos de círculo máximo e já no início do texto ele aponta erros presentes no texto do bacharel referentes a essa ideia. Assim, ele apresenta a definição de linhas de rumo dada pelo bacharel:

Diz a sua definição. Rumo é uma certa linha curva, que nascendo do pólo do horizonte, ou do ponto que lhe responde na redondeza da terra, fazem os meridianos dos lugares por que passa, com todos os círculos maiores contingentes a dita linha, ângulos iguais, sem fazer variação alguma. (CARVALHO, 1952, p. 2)

Reforçamos que a caracterização fundamental de sua teoria é que rumos são “linhas curvas compostas de muitos arcos de círculos maiores” (CARVALHO, 1952, p. 5) e por isso Pedro Nunes afirma que a definição do bacharel não é adequada à linha de rumo, pois o bacharel afirma que a linha faz ângulos iguais, sem variação alguma. Ainda afirma que a definição do bacharel não condiz com as proposições que ele apresenta: “E, pois os rumos que lança não condizem com a sua definição, nem são os de que faz os capítulos e proposições atrás” (CARVALHO, 1952, p. 3).

Em seguida, ele apresenta algumas definições e demonstrações de alguns resultados referentes às linhas de rumo, corrigindo as ideias do bacharel. Assim, com base no método proposto pelo bacharel, Pedro Nunes se empenha em demonstrar que os arcos de círculo máximo utilizados para a construção das linhas

¹⁵⁷ “quẽ anda per circulo mayor que nõ he o equinocial, vay sempre fazendo angulos desiguaes, com os meridianos dos lugares em que se acha, & quẽ per agulha nauega, gouernando a hũa parte, guarda sempre hum mesmo ângulo, he manifesto que os taes arcos não são Rumos.” (CARVALHO, 1952, p. 5).

de rumo não são arcos de linhas de rumo, que têm como propriedade principal manter o rumo constante com os meridianos. Baseado nisto, ele desconstrói o método do bacharel. A seguir, inserimos algumas das demonstrações apresentadas por Pedro Nunes.

1. A primeira demonstração é feita para comprovar que dado um rumo β de partida, esse rumo não será o mesmo no retorno. Nas palavras de Pedro Nunes temos: “porque se me dissessem que são rumos, seguir-se-ia que o rumo que fomos ao nordeste não nos serviria para tornar por ele ao sudoeste, nem o que fomos ao sudoeste, serviria para tornar por ele ao nordeste” (CARVALHO, 1952, p. 6)¹⁵⁸. A seguir, apresentamos uma figura que Pedro Nunes acrescentou junto a essa demonstração, com algumas modificações para facilitar o entendimento.

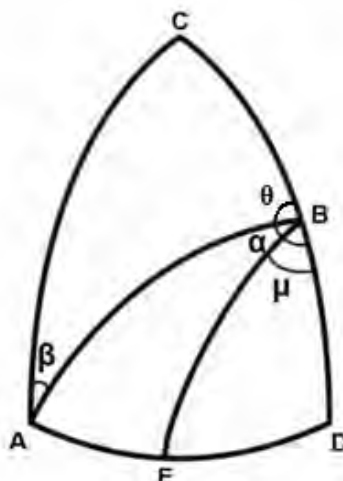


Figura 28: Figura do manuscrito adaptada.¹⁵⁹

Resumidamente, o problema proposto por Pedro Nunes consiste em que o ângulo β de partida, não será o mesmo no regresso, de B até A.

Sejam dois pontos no rumo de nordeste sudoeste entre a equinocial e o pólo, A e B , e o risco pelo qual se juntam, o arco $\widehat{AB}$. As partes do meridiano entre estes pontos e o pólo, sejam $\widehat{AC}$ e $\widehat{BC}$, de sorte que o pólo norte seja C e estendamos um pouco mais o arco $\widehat{CB}$, que é menor, até D , para que $\widehat{AC}$ e $\widehat{DC}$ sejam iguais. (CARVALHO, 1952, p. 6)

¹⁵⁸ “por que se me disessem que são Rumos, seguir se ya que o Rumo per que himos ao nordeste não nos seruiria pera tornar por elle ao sudueste, nã ho per que ymos ao sudueste, seruiria pera tornar por elle ao nordeste.” (CARVALHO, 1952, p. 6).

¹⁵⁹ Retirado de: Almeida (2004, p. 493), com modificações.

A seguir colocamos a demonstração de Pedro Nunes na íntegra e em seguida alguns esclarecimentos com notações atuais:

“Manifesto é, os dois arcos $\widehat{AC}$ & $\widehat{BC}$ são ambos juntamente menores que meio círculo, pelo qual é necessário como Mileo demonstra que o ângulo $\widehat{ABD}$ seja maior que o ângulo $\widehat{CAB}$ e para quem vai de A para B ao nordeste, parte governando com ângulo igual ao ângulo $\widehat{CAB}$ e quem parte de B para A, pelo mesmo caminho, parte com ângulo maior que é $\widehat{ABD}$, segue-se que quem vai de B para A não irá ao sudoeste, pois o nordeste e o sudoeste hão de tomar ângulos iguais a meio Reto. Ou se de B para A, vão a sudoeste não se poderá ir de A para B pelo mesmo caminho ao nordeste e o mesmo é em todo os outros porque esta demonstração é geral. Assim, se lançarmos o arco do paralelo de A para D e tirarmos do ângulo $\widehat{ABD}$ maior, o ângulo $\widehat{DBE}$ igual ao ângulo $\widehat{CAB}$ que é posto pelo ângulo do nordeste, segue-se que a cada um grau de altura, corresponderá mais por diferença de meridianos indo ao nordeste, que ao sudoeste, isto desde a equinocial até o norte, mas desde a equinocial ate o pólo do sul, é o contrário, porque mais responderá por diferença dos meridianos indo ao sudoeste que ao nordeste, como parece formando a figura da demonstração para a outra parte. E geralmente se segue isto a todo o modo de rumar por pontos e arcos que juntam os tais pontos. Quer se ponha a diferença dos meridianos que nestas suas tábuas respondem a cada um grau do meridiano que são as mesmas que a carta mostra, quer se ponha outras maiores ou menores. E ora a diferença dos meridianos vai crescendo igualmente, assim como cresce a altura, ora vai desigualmente.” (CARVALHO, 1952, p. 6 e 7)

Em linguagem atual, temos o seguinte, baseado na Figura 28: A e B são pontos do rumo Nordeste-Sudoeste (NE-SO), $\widehat{AD}$ é um arco da equinocial, C o polo norte e β o ângulo de partida e seja D , tal que $\widehat{AC} = \widehat{CD} = 90^\circ$. Temos que $\widehat{AC} + \widehat{BC} < 180^\circ$ (ou $\theta + \beta < 180^\circ$). Assim, por propriedades de igualdade entre triângulos

esféricos concluímos que $\alpha \neq \beta$ e, mais especificamente, $\alpha > \beta$ ¹⁶⁰. Logo, o ângulo de partida β , será diferente do ângulo de retorno a partir do ponto B , pelo mesmo arco em direção ao ponto A e esse ângulo de retorno será maior que β .

Se tomarmos em B o ângulo $\mu = \beta$, seguindo na direção sudoeste, obteremos o ponto E na equinocial. Por último, ele afirma que para cada um grau de latitude, no hemisfério norte, indo da equinocial até o polo norte, a diferença de longitude é maior para um rumo Nordeste (NE) do que para um rumo Sudoeste (SO), ou seja, $\widehat{AD} > \widehat{ED}$. Já no hemisfério Sul, indo da equinocial até o polo Sul, ocorre o contrário.

2. O segundo problema a ser estudado por Pedro Nunes consiste em que tomando dois arcos com o mesmo rumo de partida, mas em latitudes diferentes, teremos diferentes ângulos de retorno.

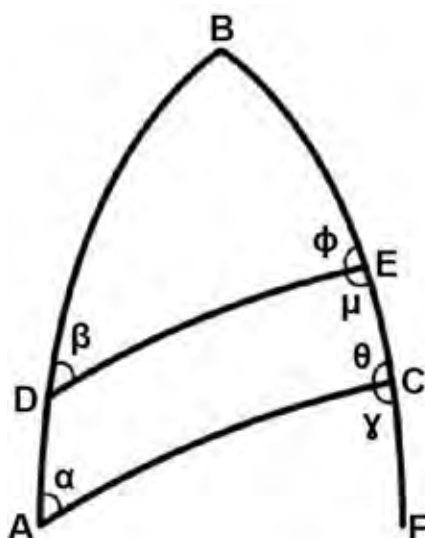


Figura 29: Figura do manuscrito adaptada.¹⁶¹

O problema nas palavras de Pedro Nunes resume-se da seguinte maneira:

“Sejam dois arcos de dois meridianos que não passem de quadrantes, $\widehat{AB}$ e $\widehat{BF}$, o pólo seja o ponto B , o arco $\widehat{AC}$ entre os pontos A e C faça no ponto A o ângulo $B\hat{A}C$ de 45° como convém para ser nordeste e do ponto D , que tem outra altura saia o arco $\widehat{DE}$ que faça, igualmente, no ponto D ângulo de 45° para que $\widehat{AC}$ e $\widehat{DE}$ sejam ambos nordestes. Digo que quem tornar de E para D não levará a mesma rota, que levar quem for de C para A (...)” (CARVALHO, 1952, p. 7 e 8)

¹⁶⁰ No triângulo ABC temos que $\theta + \beta < 180^\circ$. Já no triângulo BAD temos que $\theta + \alpha = 180^\circ$. Disto, segue que $\alpha \neq \beta$, mais especificamente temos que $\alpha > \beta$.

¹⁶¹ Retirado de: Almeida (2004, p. 493), com modificações.

Por ser uma demonstração bem simples, decidimos não apresentá-la aqui. Por fim, ele ainda afirma que “no lugar que estiver mais perto do equinocial, será o ângulo do rumo que havia de ser igual, menor que no lugar mais longe dele” (CARVALHO, 1952, p. 8)¹⁶². Isso significa que na Figura 29 temos que o ângulo $\mu > \tau$ e ainda apresenta uma demonstração desta afirmação.

3. Em seguida, ele vai argumentar contra o método do bacharel de traçar rumos em um globo, que diz que para cada rumo as variações em latitude e longitude se mantêm constantes. Pedro Nunes apresenta uma demonstração, na qual afirma que isso não é verdadeiro. Faremos essa demonstração seguindo os passos de Pedro Nunes, em alguns trechos com as próprias palavras dele; entretanto, procuramos colocar notações atuais para facilitar o entendimento.

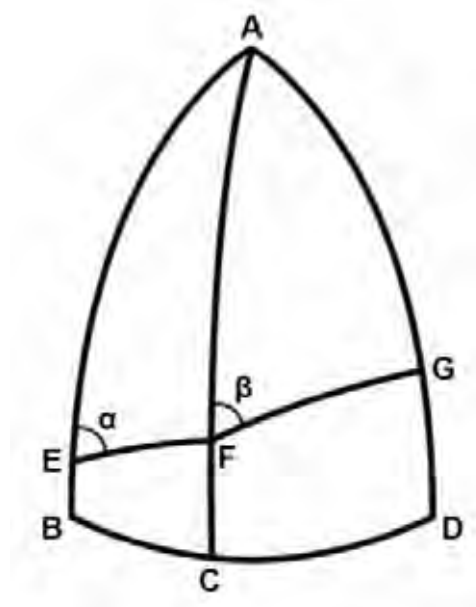


Figura 30. ¹⁶³

O problema é apresentado da seguinte maneira por Pedro Nunes:

¹⁶² “no lugar que esteuer mais perto do equinoçial, será o amgulo do Rumo que auia de ser igoal menor que no lugar mais longe dele.” (CARVALHO, 1952, p. 8).

¹⁶³ Retirado de: Almeida (2004, p. 493), com modificações.

“Imaginemos no globo três quartas de meridianos (três arcos de 90°) que vem do pólo A , as quais sejam $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$ e $\widehat{AD}$ que formam na equinocial os arcos $\widehat{BC}$ e $\widehat{CD}$ iguais. No quadrante $\widehat{AB}$, tomemos o ponto E , do qual para o ponto F no quadrante $\widehat{AC}$ seja o rumo que mostra o arco $\widehat{EF}$, segundo os graus que tem o arco $\widehat{BC}$, pelo que o ponto F se aparta mais da equinocial do que o ponto E , ou seja, $\widehat{FC} > \widehat{EB}$. Assim, do mesmo ponto F parte um arco para o ponto G , que está no quadrante $\widehat{AD}$, de forma que tenhamos $EF\widehat{G}$, três pontos que são formados pelos arcos $\widehat{EF}$ e $\widehat{FG}$.” (cf. CARVALHO, 1952, p. 9)

O problema a ser analisado por Pedro Nunes refere-se ao fato de o bacharel acreditar que juntando esses dois arcos $\widehat{EF}$ e $\widehat{FG}$ obteremos um único rumo $EF\widehat{G}$. Pedro Nunes afirma que o ângulo $A\widehat{E}F$, que é o rumo de partida do ponto E , não pode ser igual ao ângulo $A\widehat{F}G$, que é o rumo de partida do ponto F indo para G , ou seja, na Figura 30, temos $\alpha \neq \beta$. Essa importante demonstração matemática que ele apresenta aqui permite entender melhor a aproximação de círculos máximos a uma loxodromia, defendida por Pedro Nunes.

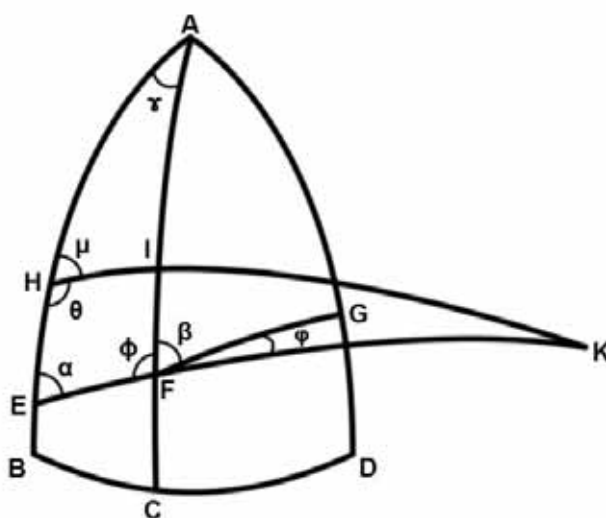


Figura 31.¹⁶⁴

De acordo com a Figura 31, para a demonstração ele propõe que: Tomemos no quadrante $\widehat{AB}$ o ponto H , no paralelo de F e no quadrante $\widehat{AC}$, o ponto I no paralelo de G . Juntemos H e I por um arco. Assim, é claro que o rumo de $\widehat{FG}$ é o mesmo que $\widehat{HI}$, pois nos dois triângulos, $A\widehat{I}H$ e $A\widehat{G}F$, temos os ângulos $H\widehat{A}I$ e $F\widehat{A}G$ iguais e dois lados iguais, $\widehat{AH}$ e $\widehat{AF}$ e também $\widehat{AI}$ e $\widehat{AG}$. Logo, as bases, $\widehat{HI}$ e $\widehat{FG}$

¹⁶⁴ Retirado de: Almeida (2004, p. 493), com modificações.

serão iguais e também os outros ângulos serão iguais, ou seja, $\widehat{AHI}$ será igual a $\widehat{AFG}$ (Pela Figura 31, teremos que $\mu = \beta$). Portanto, se provarmos que α é desigual ao ângulo μ ($\alpha \neq \mu$), provaremos também que será desigual ao ângulo β ($\alpha \neq \beta$), pois $\mu = \beta$.

Para tal, devemos estender os arcos $\widehat{EF}$ e $\widehat{HI}$ até um ponto exterior K . Assim, os arcos $\widehat{EH}$ e $\widehat{FI}$ serão iguais. E disso, tiramos que é impossível $\widehat{AHI}$ e $\widehat{AEF}$ sejam iguais ($\mu \neq \alpha$). Como α e μ são ângulos agudos, então o ângulo θ será obtuso. Consequentemente, no triângulo HEK , o lado $\widehat{EK}$ será maior que $\widehat{HK}$ ($\widehat{EK} > \widehat{HK}$), e, por conseguinte, $\widehat{HK}$ será menor que um quadrante ($\widehat{HK} < 90^\circ$) e seu seno será maior que o seno de $\widehat{IK}$ ($\sin \widehat{HK} > \sin \widehat{IK}$). Também temos no triângulo EAF que α é agudo e γ também é agudo e ambos juntos são menores que um reto ($\alpha + \gamma < 90^\circ$). Disso, conclui-se que ϕ é obtuso ($\phi > 90^\circ$), pois os três ângulos valem mais que dois retos na trigonometria esférica, como muitos demonstram ($\alpha + \gamma + \phi > 180^\circ$). Como ϕ é obtuso, segue que $\beta + \phi$ será agudo ($\beta + \phi < 90^\circ$), mas maior que o ângulo α ($\alpha < \beta + \phi < 90^\circ$), porque os dois lados, $\widehat{AE}$ e $\widehat{AF}$ são menores que meio círculo. Assim, $\sin \phi > \sin \alpha$.

Para encerrar a demonstração, no triângulo EHK , a proporção que tem o $\sin \widehat{HK}$ ao $\sin \widehat{HE}$ tem o $\sin \widehat{HE}$ para o $\sin K$, ou seja,

$$\frac{\sin \widehat{HK}}{\sin \widehat{HE}} = \frac{\sin \widehat{HE}}{\sin K}.$$

No triângulo IFK , a proporção que tem o seno do lado $\widehat{IF}$ para o seno do lado $\widehat{IK}$ tem o seno do ângulo K ao seno do ângulo $\widehat{KFI}$, ou seja,

$$\frac{\sin \widehat{IF}}{\sin \widehat{IK}} = \frac{\sin K}{\sin \widehat{KFI}} \quad \text{ou} \quad \frac{\sin \widehat{IF}}{\sin \widehat{IK}} = \frac{\sin K}{\sin \beta + \phi}$$

Como os lados $\widehat{HE}$ e $\widehat{IF}$ são iguais ($\widehat{HE} = \widehat{IF}$), teremos a proporção do seno do lado $\widehat{HE}$ para o seno do lado $\widehat{IK}$, como do seno do ângulo K ao seno do ângulo $\widehat{KFI}$, ou seja,

$$\frac{\sin \widehat{HE}}{\sin \widehat{IK}} = \frac{\sin K}{\sin \widehat{KFI}} \quad \text{ou} \quad \frac{\sin \widehat{HE}}{\sin \widehat{IK}} = \frac{\sin K}{\sin(\beta + \phi)}$$

Pelo qual, conforme a 22^a proposição do quinto livro de Euclides¹⁶⁵, a proporção que tem o seno do arco $\widehat{HK}$ ao seno do arco $\widehat{IK}$ terá o seno do ângulo $\widehat{HEK}$ com o seno do ângulo $\widehat{KFI}$, ou seja,

$$\frac{\sin \widehat{HK}}{\sin \widehat{IK}} = \frac{\sin \widehat{HEK}}{\sin \widehat{KFI}} \quad \text{ou} \quad \frac{\sin \widehat{HK}}{\sin \widehat{IK}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta + \varphi}$$

E como temos que o seno do arco $\widehat{HK}$ é maior que o seno do arco $\widehat{IK}$ ($\sin \widehat{HK} > \sin \widehat{IK}$), será também o seno do ângulo $\widehat{HEK} = \alpha$, que é agudo, maior que o seno do ângulo $\widehat{KFI} = \beta + \varphi$, (ou seja, $\sin \alpha > \sin(\beta + \varphi)$), o que é impossível, porque tínhamos que $\widehat{KFI} (= \widehat{AFK})$ é maior do que $\widehat{HEK}$ (ou seja, tínhamos que $(\beta + \varphi) > \alpha$). Logo, é impossível que os ângulos $\widehat{AHI}$ e $\widehat{AEF}$ sejam iguais (é impossível que $\alpha = \beta$). Portanto,

pondo que a altura vai crescendo igualmente, e a diferença dos meridianos igualmente, é impossível o rumo ser igual nessas saídas dos pontos que por riscos ou arcos se juntam. E porque dentro nos arcos, é claro em todos os seus pontos serem desiguais fica evidentemente demonstrado, que as ditas linhas em nenhuma parte sua fazem com os meridianos ângulos iguais pelo qual é impossível serem Rumos. (CARVALHO, 1952, p. 10)¹⁶⁶

Por definição de linha de rumo teríamos que os ângulos seriam constantes; entretanto, utilizando os arcos de círculo máximo na composição dessas linhas de rumo, teremos uma variação do ângulo nos arcos sucessivos.

Agora quero demonstrar que o processo que estas linhas curvas levam nos pontos pelos quais continuam fazendo em maior distância do círculo equinocial, menores ângulos. (CARVALHO, 1952, p. 10)¹⁶⁷

Ou seja, em seguida ele se preocupa em demonstrar que conforme nos aproximamos do polo, obteremos ângulos cada vez menores dos arcos com os

¹⁶⁵ “Caso existam magnitudes, em quantidade qualquer, e outras iguais a elas em quantidade, tomadas duas a duas e na mesma razão, também, por igual posto, estarão na mesma razão.” (EUCLIDES, 2009, p. 227).

¹⁶⁶ “pondo que a altura vay crescendo igualmente, e a deferença dos meridianos ygualmente, he imposiuel o rumo ser ygual nestas saidas dos pontos que por Riscos ou arcos se ajuntaõ. E porque dentro nos arcos, he craro em todollos seus pontos serem desiguais fica euidentemente demostrado, que as ditas linhas em nenhũa parte sua fazem com os meridianos angulos yguais pelo qual he imposiuel serem Rumos.” (CARVALHO, 1952, p. 10).

¹⁶⁷ “Agora quero demostrar que o processo que estas linhas curvas leuã nos pontos per que se vão continuando he fazerẽ em mayor distancia do circulo equinocial menores angulos.” (CARVALHO, 1952, p. 10).

meridianos. Assim, ele prova que $\mu < \alpha$: “e por esta demonstração parece que estes ângulos que estes seus Rumos vão fazendo, com os meridianos desde a equinocial ate os pólos, irão cada vez sendo menores (...)” (CARVALHO, 1952, p. 11) ¹⁶⁸.

4. Outra demonstração apresentada por Pedro Nunes refere-se ao problema da diferença entre trigonometria no plano e trigonometria na esfera, sendo que ele afirma que o bacharel cometeu esse erro.

Para isto, ele considera um triângulo retilíneo (Figura 33) e um triângulo esférico (Figura 32).

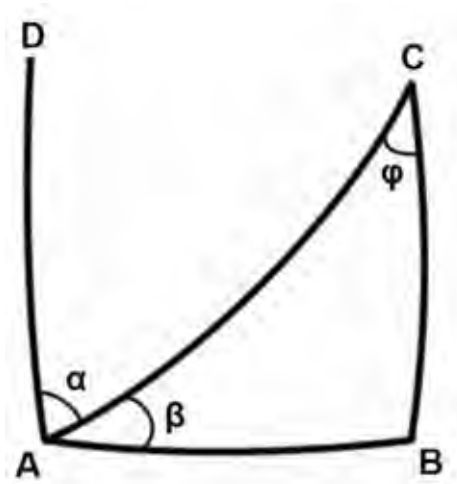


Figura 32. ¹⁶⁹

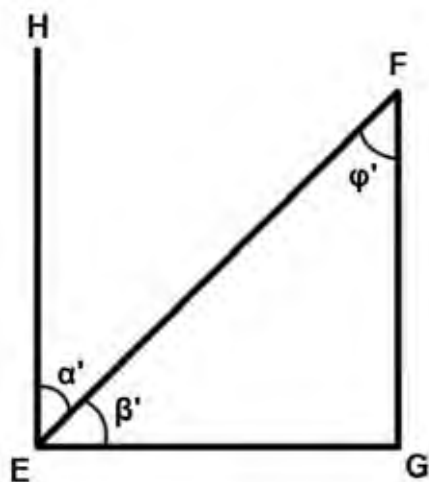


Figura 33. ¹⁷⁰

¹⁶⁸ “& per esta demostraçõ parece que estes angulos que estes seus Rumos vão fazendo, com os meridianos desde o equinocial ate os pólos, hirã cada uez sendo menores” (CARVALHO, 1952, p. 11).

¹⁶⁹ Retirado de: Almeida (2004, p. 494), com modificações.

¹⁷⁰ Retirado de: Almeida (2004, p. 494), com modificações.

Com esta demonstração ele conclui que existe uma diferença entre o rumo na carta e um rumo no globo. Na sequência ele ainda mostra que um rumo de $\alpha' = 45^\circ$ na carta equivale a um rumo de $\alpha = 43^\circ 42'$ no globo.

5. Sobre a questão da curva loxodrômica nas proximidades dos polos, ele afirma que os rumos vão sempre diminuindo à medida que se aproximam dos polos e propõe fazer “experiência de alguns deles em grande altura do pólo, para que claramente se veja a diminuição que os ditos Rumos fazem” (CARVALHO, 1952, p. 17)¹⁷¹. Supostamente, estes ângulos deveriam manter-se constantes, mas não é isto que ocorre. Ele afirma que o método de rumar o globo não preserva as “verdadeiras quantidades” e considerando a Figura 34, ele apresenta um exemplo:

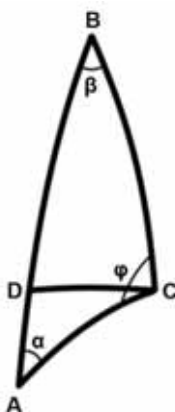


Figura 34: B é polo do mundo, $\widehat{AB} = 31^\circ$, $\widehat{BC} = 30^\circ$, $\beta = 1^\circ$, $\widehat{AC}$ é rumo de Nordeste-Sudoeste.¹⁷²

“Lancemos do ponto C o arco $\widehat{CD}$ perpendicular sobre $\widehat{AB}$. Logo, será a proporção do seno todo a 1745 que é seno de um grau, que tem o ângulo $\widehat{ABC}$ como do seno de $\widehat{BC}$ que é 50000 ao seno de $\widehat{DC}$ pelo qual o seno de $\widehat{DC}$ terá per esta razão 572 partes e meia que é seno de $30'$ menos um segundo como parece pela tábua dos senos. E, portanto posto que não seja assim, bem podemos sem erro sensível tomar $\widehat{DC}$ por $30'$. E por que a proporção do seno todo para o seno do que falta ao arco $\widehat{DC}$ para 90° é como o seno do que falta ao arco $\widehat{DB}$ para 90° ao seno do que falta ao arco $\widehat{BC}$ para 90° . Multiplicaremos o primeiro destes quatro números proporcionais que é o seno todo com o quarto que é 86602 seno de 60° graus que falta ao arco $\widehat{BC}$ para 90° e farão 8660200000, estes partiremos pelo segundo número que é 99996, seno de 89° e

¹⁷¹ “experiencia de alguns delles em grãde altura do pólo, pera que craramente se ueja a diminuição que os ditos Rumos fazem” (CARVALHO, 1952, p. 17).

¹⁷² Retirado de: Almeida (2004, p. 495), com modificações.

(continuação) meio que faltam ao arco $\widehat{DC}$ para 90° e viram, na partição, 86605 que será seno do que falta ao arco $\widehat{BD}$ para 90° , que é 60° e um quinto de um minuto de um grau. E assim $\widehat{DB}$ terá 30° menos um quinto de um minuto. E porque este quinto de minuto é coisa muito pequena de que nas tábuas dos senos não fazemos menção, bem poderemos tomar $\widehat{BD}$ por 30° .” (CARVALHO, 1952, p. 18)

“A proporção que tem o seno todo ao seno do que falta ao arco $\widehat{AD}$ (**o correto é $\widehat{DC}$**) para 90° , esta tem o seno do que falta ao arco $\widehat{AD}$ para 90° ao seno do qual falta ao arco $\widehat{AC}$ para 90° . Multiplicaremos portanto os dois senos que são o segundo e o terceiro número um pelo outro 99989 (**o número correto é 99984**) e 99996 e farão 9998100048 estes partiremos per 100000. E virão na partição 99981 (**no nosso cálculo obtivemos 0,9998**) que é seno de 88° e 53 minutos (**88,85°**) que terá o que falta ao arco $\widehat{AC}$ para 90° e assim terá $\widehat{AC}$ um grau e sete minutos (**obtivemos $1^\circ 9'$**). E por que do seno do ângulo $D\hat{A}C$ ao seno todo é como do seno de $\widehat{DC}$ ao seno de $\widehat{AC}$ multiplicaremos o seno todo que é o segundo numero proporcional pelo seno de $\widehat{DC}$ que é o terceiro e farão 57250000 (**o correto é 87250000**) estes partiremos per 1948. Seno de 1° e 7 minutos que tem $\widehat{AC}$ e viram na partição 94790 (**o correto é 44790**) o qual número será o seno do ângulo $D\hat{A}C$. E porque este seno responde a 26° e 36 minutos será por tanto o ângulo $D\hat{A}C$ que faz o meridiano no ponto A com o arco $\widehat{AC}$ que põem por rumo de nordeste sudoeste ângulo de $26^\circ 36'$ que é mais nor nordeste que nordeste, pois está mais perto dele principalmente que o arco que sai da equinocial que ele lança por nor nordeste tem quase outro tanto por que eram $26^\circ 23'$ como acima demonstramos por sua conta conforme a demonstração. Pelo qual não é de espantar se a linha que lança por nordeste não toma mais de leste a oeste que uma quarta do equinocial e se ela de grau em grau por que se muda a altura fora fazendo ângulos de 45° como requer o nordeste manifesto é que cercará o globo do mar e da terra como no meu tratado escrevi que ele repreende. E por este mesmo modo de demonstrar se poderá fazer experiência de qual rumo dos outros pelo qual constara quão fora são de Rumos nem somente de o parecerem.” (CARVALHO, 1952, p. 18 e 19)

Sua intenção com este exemplo é comprovar, que à medida que nos aproximamos do polo, ocorre uma variação dos ângulos de partida dos rumos. Para isto, ele calculou o valor de α no triângulo, considerando que a pretensão do bacharel era que $\widehat{AC}$ fosse um rumo de NO, ou seja, de 45° , mas como veremos pelos cálculos, Pedro Nunes obteve um valor diferente de 45° . Segue o exemplo com notações atuais:

Tomemos o ponto D , considerando que $\widehat{CD}$ é perpendicular a $\widehat{AB}$. Assim, teremos que $\frac{\sin 90^\circ}{\sin \beta} = \frac{\sin \widehat{BC}}{\sin \widehat{DC}}$, ou seja, $\frac{\sin 90^\circ}{\sin 1^\circ} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin \widehat{DC}}$.

Logo, $\sin \widehat{DC} = 0,008725$, que é o seno de $29'59$. Pedro Nunes diz que podemos tomar como sendo $\widehat{DC} = 30'$, sem erro sensível e na sequência ele considera a seguinte relação: $\frac{\sin 90^\circ}{\sin(90^\circ - \widehat{DC})} = \frac{\sin(90^\circ - \widehat{DB})}{\sin(90^\circ - \widehat{BC})}$

Da qual temos que:

- $\sin 90^\circ = 1$
- $\sin(90^\circ - \widehat{DC}) = \sin(90^\circ - 30') = \sin 89^\circ 30' = 0,99996$
- $\sin(90^\circ - \widehat{BC}) = \sin(90^\circ - 30^\circ) = \sin 60^\circ = 0,86602$.

Assim, segue que: $\frac{1}{0,99996} = \frac{\sin(90^\circ - \widehat{DB})}{0,86602}$

Logo, $\sin(90^\circ - \widehat{DB}) = 0,86605$ e $90^\circ - \widehat{DB} \approx 60^\circ$.

Portanto, $\widehat{DB} = 29^\circ 59' 48'' \approx 30^\circ$.

Como $\widehat{BC} = 30^\circ$, que é o lado oposto ao ângulo reto, temos que é necessariamente maior do que $\widehat{DB}$. Como tomamos $\widehat{DB} = 30^\circ$, teremos que $\widehat{AD} = 1^\circ$ no triângulo ADC .

Prossegue com o seguinte: $\frac{\sin 90^\circ}{\sin(90^\circ - \widehat{DC})} = \frac{\sin(90^\circ - \widehat{AD})}{\sin(90^\circ - \widehat{AC})}$

Do qual temos que:

- $\sin(90^\circ - \widehat{DC}) = \sin(90^\circ - 30') = \sin 89^\circ 30' = 0,99996$
- $\sin(90^\circ - \widehat{AD}) = \sin(90^\circ - 1^\circ) = \sin 89^\circ = 0,99984$

Logo, fazendo os cálculos necessários, teremos que $\sin(90^\circ - \widehat{AC}) = 0,9998$, ou seja, $90^\circ - \widehat{AC} = 88,85^\circ$, que implica que $\widehat{AC} = 1^\circ 9'$. Nossos cálculos diferem um pouco dos de Pedro Nunes que obteve $\widehat{AC} = 1^\circ 7'$.

De $\frac{\sin \alpha}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin \widehat{DC}}{\sin \widehat{AC}}$ obtemos que $\sin \alpha = 0,44790$.

Logo, $\alpha = 26^\circ 36'$.

Portanto, após todos esses cálculos obtivemos o valor de $\alpha = 26^\circ 36'$, que é bem diferente de 45° , que é o valor que deveríamos obter (rumo de NE-SO). Dessa forma, podemos concluir que os ângulos diminuem conforme nos aproximamos dos polos, como Pedro Nunes queria demonstrar¹⁷³.

Essas foram algumas das demonstrações que Pedro Nunes apresentou na primeira parte desse tratado em defesa de suas ideias acerca da linha de rumo.

5. Segunda parte:

Nessa segunda parte Pedro Nunes inicia dizendo que o sétimo capítulo da obra do bacharel continha tábuas de rumos que não eram verdadeiras e nesta parte ele responderá: “(...) aos primeiros capítulos e proposições de seu tratado, para que conste se por eles se poderá Rumar algum globo” (CARVALHO, 1952, p. 21)¹⁷⁴. Faremos uma breve apresentação dessas ideias relativas a alguns capítulos da obra do bacharel:

Capítulo 1: Uma das críticas proferidas por Pedro Nunes ao bacharel está relacionada com a falta de demonstração: “mas ele quer que tudo isto se receba por definição sem prova alguma.” (CARVALHO, 1952, p. 21)¹⁷⁵. Percebemos essa preocupação de Pedro Nunes com demonstrações matemáticas presente em todas as suas obras e com isso reafirmamos que Pedro Nunes era um matemático voltado para a teoria.

Capítulo 3 e 4: Sobre os capítulos 3 e 4 da obra do bacharel, Pedro Nunes diz que se referem ao problema da linha de rumo nas proximidades do polo e afirma

¹⁷³ Como é possível observar no trecho anterior, encontramos alguns erros que foram cometidos tanto por Pedro Nunes como por Carvalho. Como Carvalho (1952) colocou a cópia do texto manuscrito de Pedro Nunes em seu trabalho, resolvemos conferir e corrigir alguns desses erros cometidos por Carvalho. Entretanto, verificamos que um erro foi cometido por Pedro Nunes também. Por isso, colocamos em nota de rodapé a correção desses pontos, sendo que os erros cometidos por Carvalho podem ser verificados nas páginas 62 e 63 do manuscrito.

¹⁷⁴ “Responderei aos primeiros capitulos e proposições de seu tratado, pera que conste se per elles se poderá Rumar algũ globo.” (CARVALHO, 1952, p. 21).

¹⁷⁵ “mas ele quer que tudo isto se Reçeba per definição sem prova allgũa.” (CARVALHO, 1952, p. 21).

que nesta obra do bacharel encontramos que “os outros Rumos que não são leste oeste **entram** nos pólos, e para isto faz uma figura de muitos riscos, pelo que cuida que o demonstra” (CARVALHO, 1952, p. 23, grifo nosso)¹⁷⁶. Ou seja, por este trecho podemos dizer que o bacharel acreditava que as linhas de rumo atingiam os polos. A figura citada por Pedro Nunes foi acrescentada no final de suas considerações. A seguir colocamos a “figura de muitos riscos” citada:

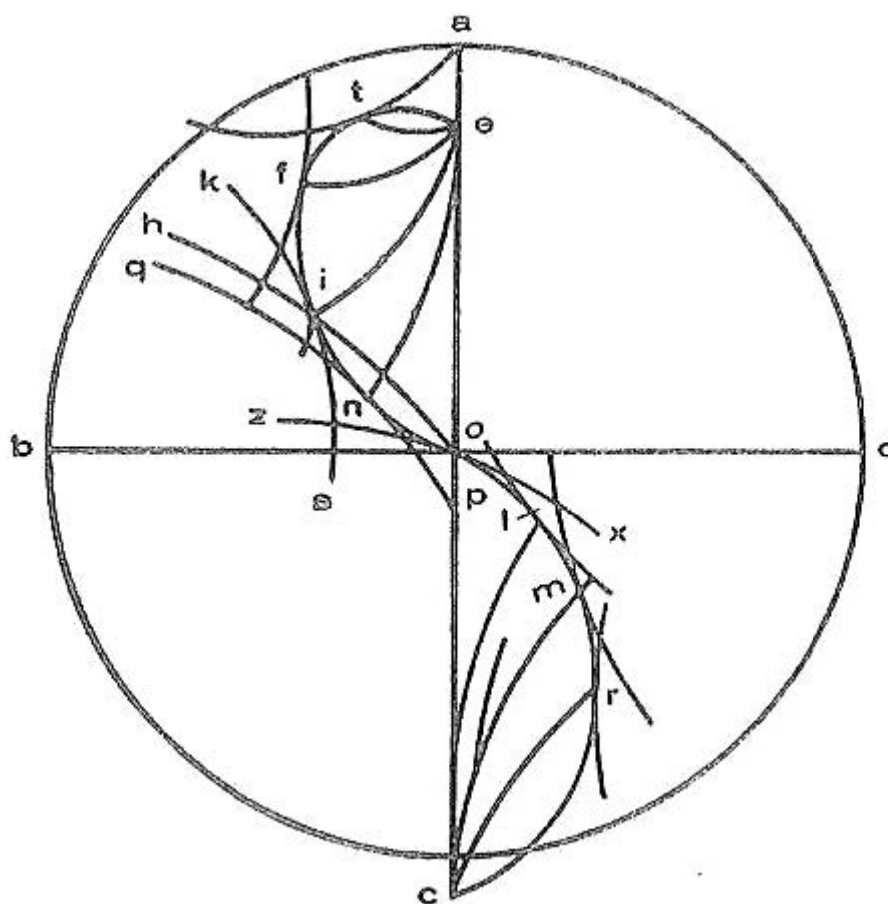


Figura 35: Figura de “muitos riscos” da obra do bacharel.¹⁷⁷

Na explicação para esta figura encontramos o seguinte trecho:

Figuração do terceiro capítulo na qual o círculo *ABD* diz que represente o horizonte *AOE* ao meridiano. *A* e *C* pólos do mundo e *O*

¹⁷⁶ “os outros Rumos que não são leste oeste entram nos polos, e pera isto faz huã figura de muitos Riscos per que cuida que o demostra” (CARVALHO, 1952, p. 23).

¹⁷⁷ Retirado de: Carvalho (1952, p. 32).

pólo do horizonte. A linha curva *FIOMT* é o rumo que quer provar que chega aos pólos. (CARVALHO, 1952, p. 32)¹⁷⁸

Pedro Nunes afirma que o bacharel defende a ideia de que as distâncias dos pontos da curva ao polo são cada vez menores (em direção ao polos) e disto segue que esta curva chegue ao polo. Entretanto, Pedro Nunes argumenta que por essas distâncias serem cada vez menores não implica que esta curva atinja o polo:

E posto que demonstra que as tais distâncias dos pontos do rumo ao pólo são cada vez menores, disto não se segue que o rumo chegue ao pólo, porque ainda que a dita distância do pólo do horizonte ao pólo do mundo seja finita, podemos imaginá-la dividida toda ela ou alguma parte sua em partes infinitas, e cada vez menores, para a parte do pólo. E assim não se seguiria que pelos pontos do tal rumo serem cada vez mais próximos ao pólo chegue ao pólo. (CARVALHO, 1952, p. 23)¹⁷⁹

Também acrescenta a seguinte figura no final do manuscrito:

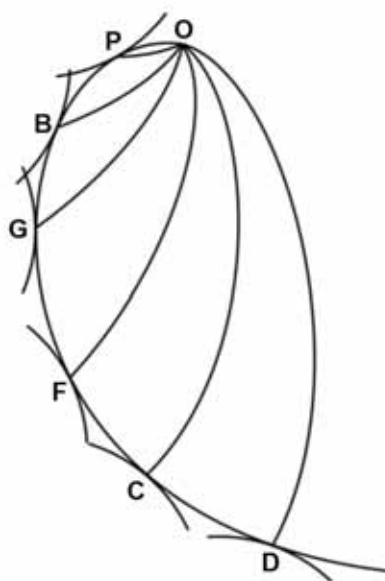


Figura 36.¹⁸⁰

¹⁷⁸ figuração do 3º capº. Na qual o círculo .abd. diz que represente ao horizonte .aoe ao meridiano. .a. .c. polos do mundo e .o. polo do horizonte. A linha curua .f.i.o.m.t. he ho Rumo que quer prouar que chega aos polos (CARVALHO, 1952, p. 32).

¹⁷⁹ “disto não se segue que ho Rumo chegue ao polo, porque ainda que a dita distancia do pollo do horizonte ao polo do mundo seja finita, podemola imaginar diuidida toda Ella ou algũa parte sua em partes infinitas, e cada vez menores, pera a parte do pollo. E asy não se seguiria que por os pontos do tal Rumo serem cada uez mais propinquos ao pollo chegue ao pollo.” (CARVALHO, 1952, p. 23).

¹⁸⁰ Retirado de: Almeida (2004, p. 496).

Por esta Figura 36, temos que O é o polo e os arcos de círculo máximo $\widehat{DO}$, $\widehat{CO}$, $\widehat{FO}$, $\widehat{GO}$, $\widehat{BO}$, que são as distâncias entre o polo e os pontos da linha de rumo, vão diminuindo na direção do polo até o atingir. Conforme o bacharel, as “distâncias do pólo são cada vez menores, e irão assim subindo até **chegarem** ao pólo” (CARVALHO, 1952, p. 23, grifo nosso)¹⁸¹. Já Pedro Nunes afirma que esta é uma característica da linha de rumo (se aproximar do polo), mas isto não é suficiente para provar que chegue ao polo.

Este trecho do texto de Pedro Nunes é muito importante, pois faz referência a um assunto, que posteriormente se tornou um dos maiores temas de discussões da matemática: grandezas infinitamente pequenas. Pedro Nunes sabe que estas distâncias vão diminuindo, quanto mais se aproximam dos polos e afirma que o “(...) rumo não chega ao pólo (...) mas chega a qualquer ponto antes do pólo, pois de qualquer ponto se pode ir adiante pelo mesmo rumo.” (CARVALHO, 1952, p. 25)¹⁸².

Sobre isto, Almeida (2004) afirma

Ainda que não se pretenda atribuir a Nunes antecipadamente noções concretas de limites, é interessante verificar como usa a sucessão (infinita) das distâncias entre um ponto da curva e um ponto de convergência, para provar o comportamento, no limite, da sua linha de rumo. (ALMEIDA, 2004, p. 496)

Relembramos que na primeira obra que Pedro Nunes escreveu, ele acreditava que as linhas de rumo atingiam o polo, como já afirmamos anteriormente. Assim, podemos perceber que suas ideias já estavam mais desenvolvidas sobre este tema, pois além de defender a ideia de que elas não atingiam o polo, ele apresentou argumentos para criticar um bacharel que havia afirmado isto.

Capítulo 5: O problema apresentado por Pedro Nunes refere-se aos erros cometidos pelo bacharel em considerar os segmentos retos da esfera como segmentos retos do plano: “O quinto capítulo com as suas proposições é uma grande confusão, porque em matemática não está o direito fazer-se curvo nem o

¹⁸¹ “distancias do polo são cada vez menores, e irão asi sobindo ate chegarẽ ao polo” (CARVALHO, 1952, p. 23).

¹⁸² “(...) ho Rumo não chega ao polo, (...) mais chega a qual quer ponto antes do pollo, pois que de qual quer ponto se pode ir adiante pelo mesmo Rumo. (CARVALHO, 1952, p. 25).

curvo direito.” (CARVALHO, 1952, p. 25)¹⁸³. Ainda em outro trecho, critica: “E vai tecendo sua demonstração comparando linhas direitas a curvas, que diz serem iguais, e faz isto tão sem escrúpulos, como se o tivera demonstrado por meios evidentíssimos” (CARVALHO, 1952, p. 28 e 29)¹⁸⁴.

Capítulo 6: Nesse capítulo a intenção do bacharel era saber “quantos graus por diferença de meridianos se passaram partindo da equinocial por qualquer rumo até chegar ao pólo” (CARVALHO, 1952, p. 29)¹⁸⁵, ou seja, ele pretende saber quantos graus de longitude uma curva de rumo percorre desde a equinocial até o polo. Para isto, o bacharel escolheu o rumo $V = 11^{\circ}15'$, com a finalidade de calcular o arco $\widehat{CA}$, como na figura a seguir:

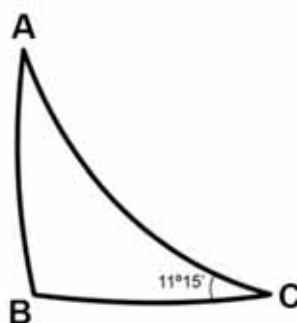


Figura 37. ¹⁸⁶

Como Pedro Nunes trabalha com a ideia de que a curva não atinge o polo, ele considera necessário determinar um ponto final, que ele escolhe o meridiano $\widehat{AB}$. O bacharel apresentou o valor $\widehat{CA} = 452^{\circ}27'$ e Pedro Nunes aponta seu erro: “e pela sua geometria, BC lado do triângulo contém o ângulo reto B na equinocial e teria 452° e tanto minutos da equinocial que é mais que todo o círculo.” (CARVALHO, 1952, p. 30)¹⁸⁷

Em seguida apresenta uma figura correta de uma linha de rumo.

¹⁸³ “O quinto capº com as suas proposições he hua grande emborilhada por que em mathematicas não esta o derecho fazerse curuo nẽ o curuo derecho” (CARVALHO, 1952, p. 25).

¹⁸⁴ “E vay tecendo sua demostraçaõ comparando linhas dereitas a curuas que diz serem iguais, e faz isto tam sem escrúpulo, como se o teuera demostrado por meos eidentissimos” (CARVALHO, 1952, p. 28 e 29).

¹⁸⁵ “quãtos graos per deferença de meridianos se pasaram partindo do equinocial per qualquer Rumo ate chegar ao polo.” (CARVALHO, 1952, p. 29).

¹⁸⁶ Retirado de: Almeida (2004, p. 496).

¹⁸⁷ “e per esta sua geometria .bc. lado do triangulo que contem ao angulo reito .b. no equinoçial teria 452 graos e tantos m.^{os} do equinoçial que he mais que todo o circulo” (CARVALHO, 1952, p. 30).

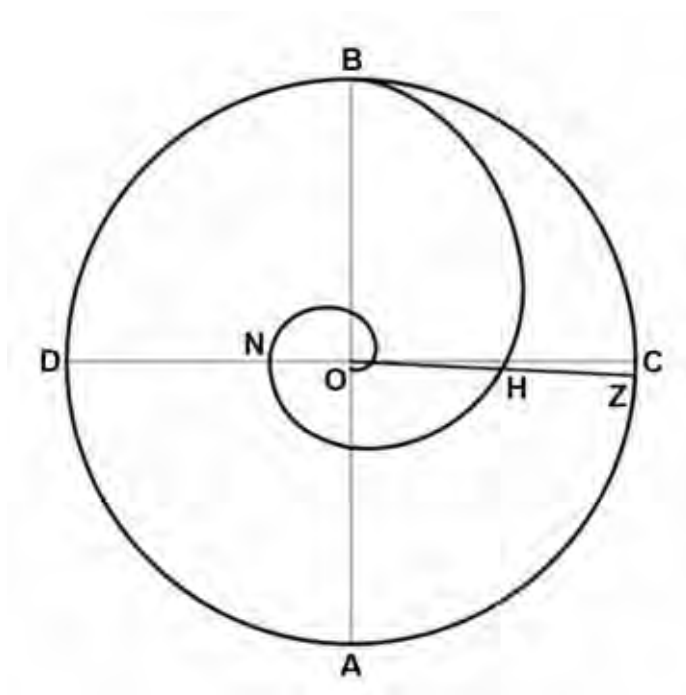


Figura 38.¹⁸⁸

¹⁸⁸ Retirado de: Almeida (2004, p. 496).

CAPÍTULO 4: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nunes iniciou este programa décadas antes de este assunto se ter tornado num dos eixos mais importantes da “Revolução Científica”, e não há dúvida de que o fez com consciência do seu pioneirismo. Nas suas mãos as regras empíricas e conhecimentos lentamente acumulados que constituíam a náutica quinhentista são transformados num conjunto de problemas matemáticos. (LEITÃO, 2006, p. 203)

Todo o contexto histórico de Portugal dos séculos XV e XVI criou condições favoráveis para o surgimento de diversos estudos, como vimos no decorrer desta dissertação. Nesse país as grandes navegações e descobrimentos tiveram grande destaque neste período, propiciando estudos voltados para esta temática, sendo que um deles foi sobre o conceito da **loxodromia**, realizado primeiramente por Pedro Nunes, que teve origem nas necessidades práticas da navegação.

Este matemático teve toda sua vida dedicada ao aprimoramento da náutica e da cartografia náutica. “Foi um pensador, um filósofo que aliou a cultura da época com a técnica e o humanismo” (MARTINS, 1940). Ele queria progredir as ciências nas áreas da náutica e da cartografia náutica embasando-se na Astronomia e na Matemática. Assim, ele promoveu o surgimento de uma nova disciplina: a

navegação teórica, que tinha como alicerce a matemática. Independentemente de cada descoberta específica de Pedro Nunes, Leitão (2008b) afirma que esse foi seu contributo principal. Sua influência na náutica foi muito marcante, sendo reconhecido em Portugal até os dias de hoje.

Tratando especificamente da loxodromia, muitas das ideias de Pedro Nunes serviram de ponto de partida para a realização de outros estudos posteriormente, como é o caso já citado de Mercator, na publicação de sua obra em 1541 e 1569. Assim, podemos afirmar que o estudo da loxodromia foi fundamental no desenvolvimento da cartografia.

As ideias de Pedro Nunes acerca da loxodromia se propagaram muito rapidamente e tornaram-se conhecidas em diversos países, dos quais podemos citar Espanha, França, Inglaterra (Gemma Frísio e John Dee) e Países Baixos (Simon Stevin e Willebrord Snell).

Como exemplo disto, temos uma anotação de Gemma Frísio (1508-1555), em 1545, em que ele cita a diferença entre os dois tipos de trajetórias, trecho este provavelmente inspirado nos textos de Pedro Nunes (cf. Leitão, 2008b, p. 555). Além destes, podemos citar outros que posteriormente utilizaram as ideias de Pedro Nunes, como:

- Simon Stevin (1548-1620);
- Thomas Harriot (1560-1621);
- Edward Wright (1561-1615);
- Willebrord Snell (1580-1626);
- James Gregory (1638-1675);
- Edmond Halley (1656-1742);

O estudo da loxodromia levou alguns estudiosos ao estudo de outros problemas matemáticos posteriormente, como por exemplo a resolução da seguinte integral:

$$\int_0^a \sec \theta \cdot d\theta$$

No quadro abaixo, apresentamos com notações atuais, como o estudo da loxodromia envolve o cálculo da integral anterior. Para isto, consideremos a seguinte figura:

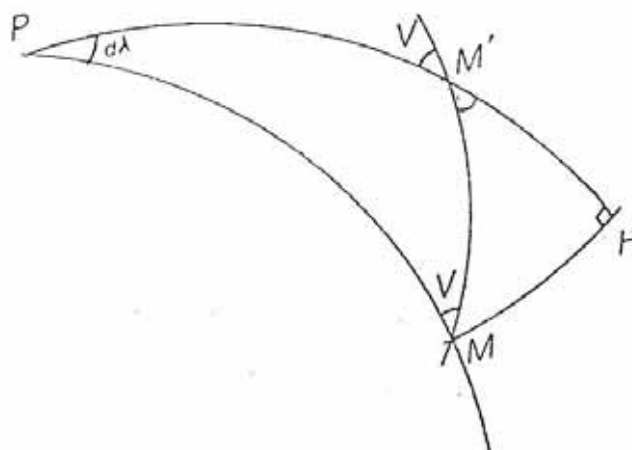


Figura 39. ¹⁸⁹

Dados dois pontos M e M' , que formam o arco $\widehat{MM'}$, tal que corte o meridiano de M e M' conforme um mesmo ângulo V , que é o ângulo de rota ou azimute da loxodromia. Consideremos que o paralelo de M corte o meridiano de M' no ponto H . Designando por $d\lambda$ como a diferença de longitude entre M e M' e por φ a latitude de M . O arco do paralelo $\widehat{MH}$ tem por comprimento: $\widehat{MH} = r d\lambda$, sendo que r é o raio desse paralelo. Tomando como unidade de comprimento o raio da esfera terrestre, nós temos que $r = \cos \varphi$, de onde temos que $\widehat{MH} = d\lambda \cos \varphi$. Designamos por $d\varphi$ a diferença de latitude entre M e M' , ou entre H e M' . Assim, no triângulo MHM' na figura teremos:

$$\tan V = \frac{\widehat{MH}}{\widehat{HM'}} = \frac{d\lambda \cos \varphi}{d\varphi}$$

Prossegue que:

$$d\lambda = \tan V \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$$

$$\lambda = \tan V \int \frac{d\varphi}{\cos \varphi} = \tan V \int \sec \varphi d\varphi$$

A primitiva da secante não é muito simples de se calcular e sua resolução foi um problema que persistiu até o século XVII (cf. RANGLES, 2002).

Considerando a integral anterior, temos que a sua expressão é dada por:

$$\int \frac{d\varphi}{\cos \varphi} = \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

(Continua na próxima página)

¹⁸⁹ Retirado de: D'Hollander (1990).

(continuação)

Ainda sabemos que $\ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = \lambda \cot V$ ou $\ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = e^{\lambda \cot V}$.

Assim, temos que

$$\lambda = \tan V \cdot \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = \tan V \cdot \lambda \cot V = \tan V \cdot e^{\lambda \cot V}.$$

Logo pela relação $\lambda = \tan V \cdot \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$, podemos calcular a longitude λ de um ponto da loxodromia em função da sua latitude φ .

Já a relação $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = e^{\lambda \cot V}$, nos permite calcular a latitude φ em função da longitude λ .

Sobre os estudos de Pedro Nunes acerca desta curva, percebemos que ele esteve preocupado com o comportamento da loxodromia nas proximidades dos polos, ou seja, seu comportamento assintótico. Esse tema também foi alvo de muitos estudos em anos posteriores, envolvendo o estudo de análises infinitesimais.

Entretanto, no período em que ele publicou suas ideias, pelo fato de suas teorias de navegação estarem alicerçadas na matemática, seu público alvo ficou restrito a matemáticos e astrônomos, inclusive fora de Portugal, e suas ideias não foram muito utilizadas diretamente pelos pilotos portugueses, pois estes não as compreendiam. É claro que aos poucos estas ideias foram sendo introduzidas no conjunto de conhecimentos sobre navegação dos pilotos e estes foram aprimorando suas técnicas de navegação.

Além disso, pelo fato de suas teorias serem de certa forma inovadoras, pois iam contra o costume/tradição dos navegadores, elas se tornaram alvo de críticas e rejeição por parte dos pilotos. Para os pilotos os conhecimentos que eles possuíam bastavam para a realização suas viagens, é claro que as vezes com alguns erros. Como exemplo, citamos novamente a confusão que era feita pelos pilotos com relação a navegação ao longo de um círculo máximo, a qual eles achavam que era o mesmo que navegar com ângulo constante. Como a ideia de Pedro Nunes ia contra a tradição, ela foi rejeitada.

Outro fator que colaborou para esta rejeição foi o fato de ele não ser um navegador e por isso não conhecia a prática da navegação. Apesar disto, ele se preocupava em aliar suas teorias baseadas na matemática com a prática dos

pilotos, com a finalidade de facilitá-la. Assim, alguns dos estudos de Pedro Nunes, pretendiam mostrar aos pilotos que a teoria (matemática) a respeito da prática (navegação) poderia facilitar as navegações em alto mar.

Além das críticas dos pilotos, ele também foi criticado por alguns escritores portugueses, dos quais podemos citar Diogo de Sá, Fernando Oliveira e Manuel Lindo.

Outra questão que ressaltamos refere-se ao fato de que Pedro Nunes pretendia divulgar o conhecimento que estava obtendo. Argumentamos isso, apontando para o fato de sua primeira obra ter sido escrita em português e todas as outras foram escritas em latim, o que aponta para a preocupação de divulgar suas ideias além das fronteiras portuguesas.

Por último, faremos um resumo das principais ideias de Pedro Nunes com relação a loxodromia, utilizando para isto algumas figuras atuais.

Vimos que na navegação, geralmente o navio segue uma trajetória de tal forma que corta todos os meridianos da esfera terrestre conforme um ângulo constante. Trajetória esta que hoje é denominada **curva loxodrômica** e é caracterizada por uma espiral que tende para um dos polos, como podemos ver na Figura 40 a seguir.

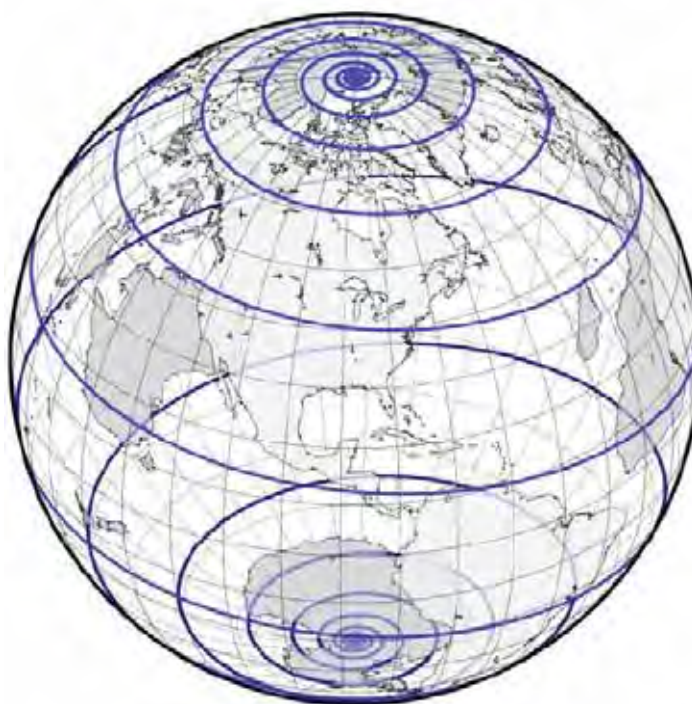


Figura 40. ¹⁹⁰

¹⁹⁰ Retirado de <http://mathworld.wolfram.com/SphericalSpiral.html>.

É importante ressaltar que a trajetória da loxodromia no globo terrestre não será esta espiral nos casos em que os dois pontos estiverem situados no mesmo meridiano ou no mesmo paralelo, pois nestes casos a curva será o menor arco da circunferência do meridiano ou do paralelo que liga os dois pontos.

Se o rumo for de 0° ou 180° , a rota a ser seguida será o meridiano do lugar de partida, que é um círculo máximo. Se o rumo for 90° ou 270° e o ponto de partida estiver sobre a linha do equador, a curva percorrida será exatamente a linha do equador, que é um círculo máximo. Se o rumo for 90° ou 270° , a partir de qualquer ponto fora do equador a curva descrita será um paralelo do lugar de partida, que é um círculo menor, mas não um círculo máximo.

Na Figura 41 podemos verificar uma curva partindo da proximidade do equador com rumo de 60° e assim, o navegador percorrerá esta curva descrita mantendo este ângulo durante todo o trajeto.

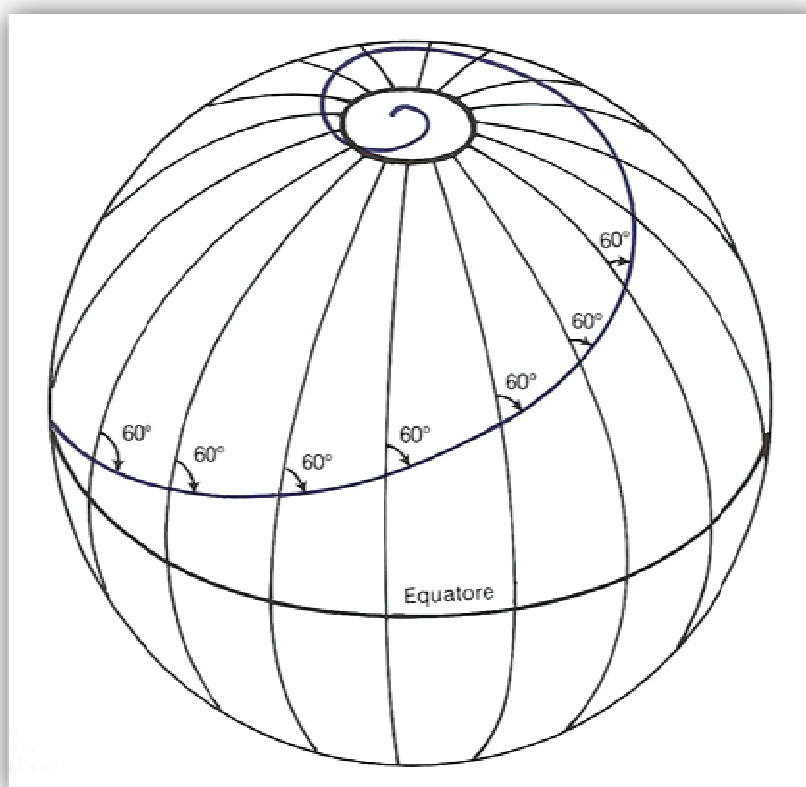


Figura 41: Curva loxodrômica com ângulo de 60° .¹⁹¹

Entretanto, vimos que percorrer esta curva não implica em percorrer a menor distância entre dois pontos na esfera terrestre, sendo que o menor caminho consiste

¹⁹¹ Retirada de: <http://www.betasom.it/forum/index.php?showtopic=28367>.

numa geodésica da esfera, que consiste no arco de círculo máximo que passa por tais pontos.

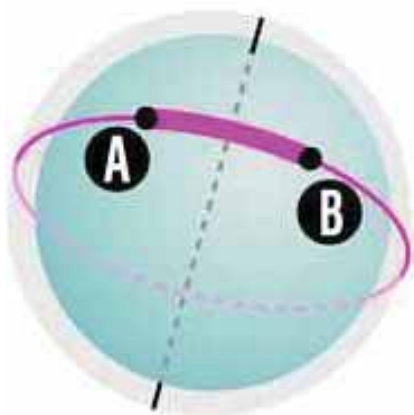


Figura 42: Arco de círculo máximo.

Além disso, também verificamos que percorrer este círculo máximo na esfera não implica em cortar todos os meridianos conforme um mesmo ângulo, como os navegadores do século XVI acreditavam.

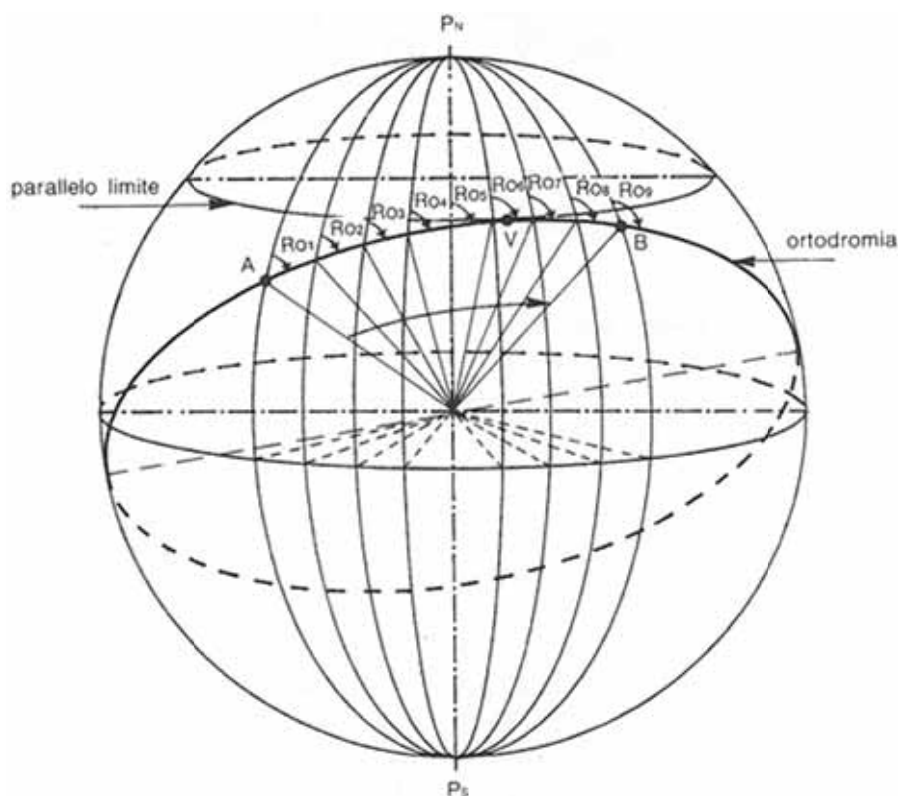


Figura 43: Ortodromia: ângulos distintos com os meridianos.¹⁹²

¹⁹² Retirada de: <http://www.betasom.it/forum/index.php?showtopic=28367>.

Com relação a representação da loxodromia nas cartas náuticas, verificamos que Pedro Nunes acreditava que a loxodromia era representada por uma reta, o que veio a se confirmar com as ideias de Mercator posteriormente. Já a ortodromia é representada no plano por uma curva, como verificamos na Figura 44 a seguir.

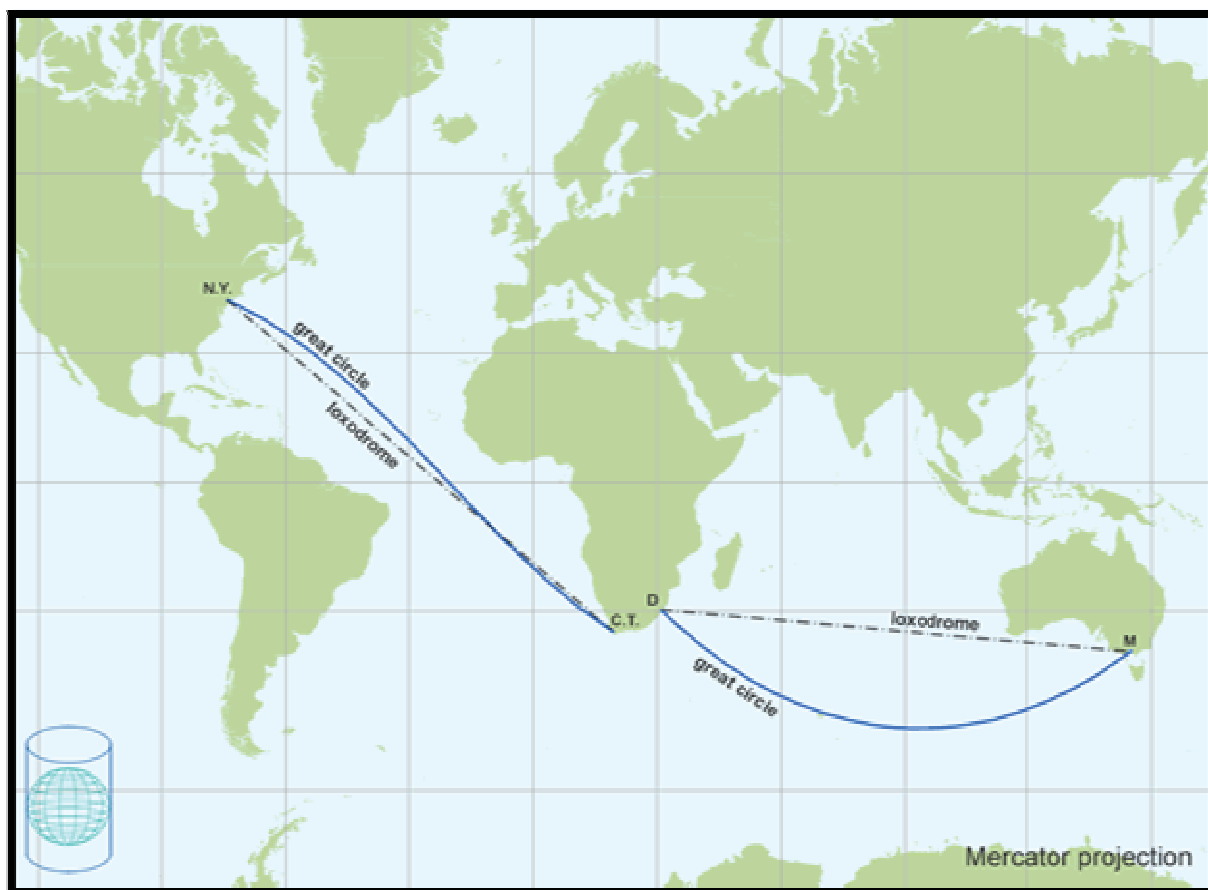


Figura 44: Representação plana da linha de rumo (loxodromia) e do círculo máximo (ortodromia).¹⁹³

As diferenças entre essas duas trajetórias consistem na principal inovação de Pedro Nunes, pois no século XVI, os pilotos consideravam esses dois tipos de trajetórias como sendo a mesma.

Portanto, podemos resumir as vantagens e desvantagens apresentadas por Pedro Nunes da seguinte maneira:

- A **ortodromia** é a distância mais curta, sendo que implica no caminho que pode ser percorrido no menor intervalo de tempo, para certa velocidade. Um dos seus inconvenientes refere-se a complexidade da sua representação nas cartas náuticas e o fato de ser necessário variar constantemente o rumo do navio para manter a derrota ortodrômica, ou seja, navegar sobre o arco de círculo máximo;

¹⁹³ Retirada de: <http://kartoweb.itc.nl/geometrics/Map%20projections/mappro.html>.

■ Com relação a **loxodromia**, ao utilizá-la temos um aumento da distância a percorrer entre os pontos de partida e chegada, que se torna mais significativo em viagens mais longas. Sua principal vantagem é que sua representação nas cartas náuticas é mais simples, por ser representada por uma reta.

Para pequenas distâncias, a loxodromia e a ortodromia são muito próximas. Entretanto, para grandes viagens, principalmente em latitudes elevadas, a diferença entre as duas pode ser muito significativa. Ambas coincidem quando se mantêm ao longo do meridiano ou ao longo do Equador.

Além de distinguir esses dois tipos de trajetórias ele propôs um modo de navegar por arcos de círculo máximo, representável matematicamente, no qual a navegação pela linha de rumo é um caso limite.

Assim, como vimos, ele supõe que o navio siga uma trajetória que é formada por uma série de arcos de círculos máximos, tais que os ângulos que faz com os meridianos sejam sempre iguais. Dizemos que a curva loxodrômica é um caso limite porque a trajetória descrita desta maneira tende para esta curva.

Por último, ressaltamos que algumas teorias que Pedro Nunes apresentou sobre a loxodromia no século XVI são utilizadas até os nossos dias. Isso mostra o quão importante foram essas ideias de Pedro Nunes há muitos séculos atrás.

Como já dissemos, esses estudos contribuíram para posteriores estudos sobre mapas, como por exemplo, na elaboração dos mapas de Mercator. Além disso, outros matemáticos estudaram esta curva, principalmente depois da criação do Cálculo. Como exemplo, Jacques Bernoulli relacionou essas curvas com a espiral logarítmica.

Na prática, nos dias atuais, uma derrota ortodrômica pode ser conduzida percorrendo pequenos segmentos de loxodromia que se aproximam do arco de círculo máximo, idéia já apresentada por Pedro Nunes em seus tratados.

CAPÍTULO 5: BIBLIOGRAFIA

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. Tradução Alfredo Bosi, 2ª edição, São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ABRÃO, B. S. (org.) **História da Filosofia**. Coleção Os Pensadores. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

ALBUQUERQUE, L. **As Navegações e a Sua Projeção na Ciência e na Cultura**. Lisboa: Gradiva, 1987.

ALBUQUERQUE, L. **Pedro Nunes e os Homens do Mar do seu Tempo**. Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, Lisboa, n.11, p. 5-11, dez. 1988.

ALBUQUERQUE, L. **Os Descobrimentos Portugueses**. Lisboa: Alfa, 1989.

ALBUQUERQUE, L. **Dúvidas e Certezas na História dos Descobrimentos Portugueses**. Lisboa: Veja, 1991.

ALMEIDA, B. J. M. G. P. **A Curva Loxodrómica de Pedro Nunes**. Jornadas do Mar, Lisboa, p. 489-500, 2004.

BARRETO, L. F. **Os Descobrimentos e a Ordem do Saber – Uma Análise Sociocultural**, Lisboa: Gradiva, 1987a.

BARRETO, L. F. **A Herança dos Descobrimentos**. Revista ICAPL, v. 7-8, p. 9-21, 1987b.

BELLINI, L. **Notas sobre Cultura, Política e Sociedade no Mundo Português do Século XVI**. Tempo, Rio de Janeiro, v.4, n.7, p.143-167, 1999.

BETHENCOURT, F. et al. **História da Expansão Portuguesa. A Formação do Império (1415-1579)**. Lisboa: Círculo de Leitores, v. 1, 1998.

BOYER, C. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BURKE, P. **O Renascimento Italiano: Cultura e Sociedade na Itália**. São Paulo: Nova Alexandria, 1999.

CAMARGO, V. L. V. **Trajetórias Sobre O Globo Terrestre: Um Estudo da Geometria da Esfera nos Mapas Cartográficos**. Dissertação de Mestrado Unicamp, Campinas, 2009.

CAMÕES, L. **Os Lusíadas**. Lisboa: Ministério dos Negócios Estrangeiros. Instituto Camões, 2000.

CAPEL, H. **Historia de la Ciencia e Historia de las Disciplinas Científicas**. Geocrítica: Cuadernos Críticos de Geografía Humana, Barcelona, n. 84, dez. 1989.

CARVALHO, J. M. **Pedro Nunes: Defesa do Tratado da Ruminação do Globo para a Arte de Navegar**. Separata da Revista da Universidade de Coimbra, Coimbra, v. 17, 1952.

CASACA, J. M. **A Contribuição de Pedro Nunes para a Projectação Cartográfica de Mercator**. II Simpósio Luso-Brasileiro de Cartografia Histórica, Lisboa, Out. 2007.

CASACA, J. M. **Pedro Nunes e a Carta de Mercator**. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2005.

CORMACK, L. B., **The Commerce of Utility: Teaching Mathematical Geography in Early Modern England**. Science & Education, v. 15, n. 2-4, mar. 2006.

COSTA, A. A. **A Evolução da Astronomia em Portugal e no Mundo e os Descobrimentos Portugueses**. Revista ICALP, v. 18, p. 39-51, dez. 1989.

COSTA, A. F. **Pedro Nunes (1502-1578)**. Lisboa: Agencia Geral do Ultramar, 1969.

CRONE, E. **The principal Works of Simon Stevin**, Vol. III, Astronomy. Amsterdam: C.V. Swets & Zeitlinger, 1961. Disponível em: <http://www.historyofscience.nl>. Acesso em: 09/10/2010.

CRUZ, M. A. L. et al. **Os Descobrimentos portugueses: Nos quatro cantos do mundo**. Lisboa: Caminho, 1995.

DEBUS, A. **O homem e a natureza no Renascimento**. Tradução: Fernando Magalhães, Porto: Porto, 2002.

DELUMEAU, J. **A Civilização do Renascimento**. Lisboa: Estampa, 1985.

D'HOLLANDER, R. **Historique de la Loxodromie**. Mare Liberum, Lisboa, n. 1, p. 29-69, dez. 1990.

D'HOLLANDER, R. **Loxodromie et Projection de Mercator**. Monaco: Institut Océanographique, 2005.

DIAS, J. S. da S. **Camões no Portugal de Quinhentos**. Lisboa: Instituto de Cultura e Língua Portuguesa/Biblioteca Breve, vol. 60, 1981. Disponível em: 10/04/2010.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EISENSTEIN, E. L. **A Revolução da Cultura Impressa: os Primoórdios da Europa Moderna**. Tradução: Osvaldo Biato. São Paulo: Ática, 1998.

FALCON, F. J. C. **A Cultura Renascentista Portuguesa**. Semear, Revista Cátedra Padre Antonio Vieira, Rio de Janeiro, v. 1, n. 1, p. 21-52, 1997. Disponível em: http://www.letras.puc-rio.br/catedra/revista/1Sem_03.html. Acesso em: 05/05/2010.

FONSECA, F. T. **Pedro Nunes na Universidade I – Lisboa**. Estudos de Homenagem a Luis António de Oliveira Ramos, p. 535-544, Porto: Faculdade de Letras da Universidade do Porto, 2004. Disponível em: <http://ler.letras.up.pt/uploads/ficheiros/4992.pdf>. Acesso em: 08/05/2010.

GARNICA, A. V. M. **Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos**. Mimesis, Bauru, vol. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.

GASPAR, J. A. **Revisitando a Cartografia Náutica Portuguesa Antiga do Atlântico: uma análise quantitativa**. In. III Simpósio Luso-Brasileiro de Cartografia Histórica, Ouro Preto, 2009. Disponível em: http://www.ufmg.br/rededemuseus/crhc/gaspar_revisitando-a-cartografia-nautica-portuguesa-antiga-do-atlantico.pdf. Acesso em: 07/06/2010.

GUIMARÃES, R. **Um Opúsculo Raríssimo de Pedro Nunes**. Boletim Bibliográfico da Universidade, Lisboa, 1916.

JOÃO, M. I. **Sagres, lugar mítico da memória**. Lisboa: Universidade Aberta, 2005. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.2/375>. Acesso em: 10/10/2010.

LEITÃO, H. S. **O Comentário de Pedro Nunes à Navegação a Remos**. Lisboa: Comissão Cultural da Marinha, 2002a.

LEITÃO, H. de S. e MARTINS, L de A. **Pedro Nunes, 1502-1578: novas terras, novos mares e o que mays he: novo ceo e novas estrelas**. Lisboa: Biblioteca Nacional de Portugal, 2002b.

LEITÃO, H. de S. **Uma nota sobre Pedro Nunes e Copérnico**. *Gazeta de Matemática*, Lisboa, n. 143, jul. 2002c.

LEITÃO, H. de S. **Para uma biografia de Pedro Nunes: O Surgimento de um Matemático, 1502-1542**. *Cadernos de Estudos Sefarditas*, n. 3, p. 45-82, 2003.

LEITÃO, H. **Ars e Ratio: A Náutica e a Constituição da Ciência Moderna**, in: *La ciencia y el mar*. Valladolid: Los autores, p. 183-207, 2006.

LEITÃO, H. **Sphaera Mundi: A Ciência na Aula da Esfera. Manuscritos Científicos do Colégio de Santo Antão nas Coleções da BNP**. Lisboa: Biblioteca Nacional de Portugal, 2008a.

LEITÃO, H. **Anotações a Obras: De Arte Atque Ratione Navigandi**, vol. 4, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008b.

MARTINS, A. V. **Náutica e Cartografia Náutica na Origem da Ciência Moderna**. *Navigator*, Rio de Janeiro, v. 1, n. 2, p. 53-48, dez. 1991.

MARTINS, J. V. P. **Anotações a Obras: Tratado da Esfera: Astonomici Introductorii de Spaera Epitome**, vol. I, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1940.

MATOS, R. C. **O Cosmógrafo-Mor: O Ensino Náutico em Portugal nos séculos XVI e XVII**. *Oceanos*, Lisboa, CNCDP, n. 38, p. 55-65, abr-jun. 1999.
Disponível em: <http://www.pedronunes.cienciaviva.pt/docs/ritacortes.pdf>.
Acesso em: 05/03/2010.

MATTOSO, J. **História de Portugal**. Lisboa: Estampa, 1993.

MEDEIROS, A. & MEDEIROS, C. **Considerações sobre os contextos da descoberta e da justificativa na Álgebra de Pedro Nunes**. *Episteme*, n. 15, ago-dez. 2002.

MIGUENS, A. P. **Navegação: a Ciência e a Arte**. Volume 1 – Navegação Costeira, Estimada e em Águas Restritas. Rio de Janeiro: Ed. DHN Marinha do Brasil, 1996a.

MIGUENS, A. P. **Navegação: a Ciência e a Arte**. Volume 2 – Navegação Astronômica e Derrotas. Rio de Janeiro: Ed. DHN Marinha do Brasil, 1996b.

MOSER, F. M. **Para uma Perspectiva da Cultura Portuguesa**. *Revista ICALP*, vol. 1, p. 23-32, mar. 1985.

NABAIS, J. **A vida de Pedro Nunes no simbolismo da sua escrita**. Cadernos de Cultura, n. 17, nov. 2003.

NUNES, P. Obras: **Tratado da Sphera & Astronomici Introductorii de Spaera Epitome**, vol. I, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1940.

NUNES, P. Obras: **Tratado da Esfera: Astonomici Introductorii de Spaera Epitome**, vol. I, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.

NUNES, P. Obras: **De Crepusculis**, vol. II, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2004.

NUNES, P. Obras: **De Arte Atque Ratione Navigandi**, vol. IV, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.

OLIVEIRA, F. D. **Análise de Textos Didáticos: Três Estudos**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

OLIVEIRA, A. et al. **História dos Descobrimentos e Expansão Portuguesa**. Lisboa: Universidade Aberta, 1999.

PEREIRA, F. M. E. **Tratado em defensam da carta de marear pelo Doutor Pedro Nunes**. Revista de Engenharia Militar, Lisboa, vol. 16, p. 182-192, 240-248, 280-287, 351-366, 424-433, 482-493, 1911.

PEREIRA, F. M. E. **Tratado sobre certas duvidas da navegação pelo Dr. Pedro Nunes**. Revista de Engenharia Militar, Lisboa, vol. 18, p. 266-275, 364-371, 424-433, 1913.

QUEIRÓ, J. F. **A Matemática**. O Saber: dos Aspectos aos Resultados, História da Universidade de Coimbra, seção 5, cap. 5, vol. 1, parte 2, p. 767-779, 1993.

QUEIRÓ, J. F. **Pedro Nunes e as Linhas de Rumos** *Gazeta Matemática*. *Gazeta de Matemática*, Lisboa, n.º143, jul. 2002.

QUEIRÓ, J. F. **Nota de apresentação** a “Petri Nonii Salaciensis Opera” de Pedro Nunes. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~jfqueiro/apresentacaoPNSO.html>. Acesso: 20/09/2010.

RANDLES, W. G. L. **Pedro Nunes e as Descobertas da Curva Loxodrómica**. *Gazeta de Matemática*, Lisboa, n.º143, Jul. 2002.

REALE, G; ANTISERI, D. **História da Filosofia: Do Humanismo a Descartes**. Vol. 3. São Paulo: Paulus, 2005.

REIS, A. E. **A Ciência Náutica dos Séculos XV e XVI**. *Mare Liberum*, Lisboa, n.º4, p. 105-114, dez. 1992.

ROSSI, P. **Os filósofos e as máquinas: 1400-1700**. Tradução: Frederico Carotti. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

ROSSI, P. **O Nascimento da Ciência Moderna na Europa**. Tradução: Antonio Angonese. Bauru: EDUSC, 2001.

RUA, F. B. S. **Relações entre John Dee e Pedro Nunes: a carta de Dee a Mercator de 20 de julho de 1558**. Clio Revista do Centro de História da Universidad de Lisboa, vol. 10, 2004.

SANTOS, A. R. **Da Vida e Escritos de Pedro Nunes**. Memórias da Literatura Portuguesa da Academia das Ciências de Lisboa, vol. 7, Lisboa, 1806. Disponível em: <http://scientia.artenumérica.org/noniana/memoria.html>. Acesso em: 20/10/2009.

SCHUBRING, G. **Análise histórica de livros de Matemática: Notas de Aula**. Tradução: Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas: Autores Associados, 2003.

SEVCENKO, N. **O Renascimento**. São Paulo: Atual, 1992.

SÉRGIO, A. **Breve Interpretação da História de Portugal**. Lisboa: Sá da Costa, 1998.

SILVA, L. P. **A Astronomia de Os Lusíadas**. Lisboa: Junta de Investigações do Ultramar, 1972.

SIMÕES, A; CARNEIRO, A. DIOGO, M. P. **Perspectives on Contemporary History of Science in Portugal**. Preprint CHCUL, Lisboa, n. 1, dez. 2007.

SOUZA, C. M.; CARDOSO, S. L. P. **Pedro Nunes e a matemática do século XVI**. Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2002.

STEVIN, S. **Hypomnemata mathematica, hoc est eruditus ille pulvis, in quo se exercuit... Mauritius, princeps Auraïcus [Texte imprimé] a Simone Stevino conscripta, et a belgico in latinum a Wil. Sn. conversa. - Tomus secundus mathematicorum hypomnematum, de geometriae praxi, quo comprehenduntur ea in quibus sese exercuit... Mauritius, princeps Auraïcus... conscriptus a Simone Stevino,...**, 1605-1608. Disponível em: <http://gallica.bnf.fr>. Acesso em: 06/10/2010.

TEIXEIRA, F. G. **Elogio Histórico de Pedro Nunes**. : Panegíricos e Conferências. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1925.

THOMPSON, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna: Teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

VENTURA, M. S. **Vida e Obra de Pedro Nunes**. Instituto de Cultura e Língua Portuguesa. Lisboa: Biblioteca Breve, vol. 99, 1985.

Sites:

Biblioteca Nacional de Portugal. Lisboa. Disponível em: <http://www.bnportugal.pt/>. Acesso em: 20/04/2010.

Pedro Nunes (1502-1578). Disponível em: <http://www.pedronunes.cienciaviva.pt/>. Acesso em: 25/04/2010.

Casa Real Portuguesa. Disponível em: <http://www.casarealportuguesa.org/dynamicdata/Cronologia.asp>. Acesso em: 02/05/2010.

Centro Virtual Camões: <http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/d28.html>. Acesso em: 10/04/2010.

Biblioteca Nacional: Pedro Nunes (1502-1578). Disponível em: <http://purl.pt/>. Acesso em: 08/05/2010.

CALAFATE, P. Instituto Camões – Filosofia Portuguesa. <http://cvc.instituto-camoes.pt/filosofia/ren2.html>. Acesso em: 20/04/2010.

COBRA, R. Q. Disponível em: <http://www.cobra.pages.nom.br>. Acesso em: 18/11/2009.

GAMA, L. **Escola de Sagres**, 2003. Disponível em: <http://cvc.instituto-camoes.pt/navegaort/g19.html>, sem paginação. Acesso em: 30/10/2010.

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Disponível em: <http://www.fc.up.pt/fcup/index.php>. Acesso em: 20/01/2011.

Scientia: História da Ciência. Disponível em: <http://scientia.artenumérica.org/noniana/opusculo/01.html>. Acesso em: 20/11/2010.

Biblioteca Nacional de Portugal. Disponível em: <http://purl.pt/index/geral/PT/index.html>. Acesso em: 12/04/2010.

Centro Virtual Camões. Disponível em: <http://cvc.instituto-camoes.pt/>. Acesso em: 16/05/2010.

Comemorações dos 500 anos de Pedro Nunes. Disponível em: <http://pedronunes.cienciaviva.pt/>. Acesso em: 12/12/2010.

Gallica. Disponível em: <http://gallica.bnf.fr/>. Acesso em: 20/10/2010.

CORREIA, A. Disponível em: <http://www.arlindo-correia.com/100609.html>, 2009. Acesso em: 18/04/2010.

Priberam: Dicionário da Língua Portuguesa Online:
Disponível em: <http://www.priberam.pt/dlpo/>

APÊNDICES.

6.1 *Apêndice 1*

Como dissemos anteriormente, primeiramente, Pedro Nunes se preocupou em apresentar alguns conceitos que eram necessários para o entendimento de seus tratados sobre navegação. Devido a essa preocupação apresentou diversas explicações, definições, conceitos, exemplos, etc.

Neste Apêndice, apresentamos algumas das definições apresentadas por Pedro Nunes que são de extrema importância para o entendimento do conceito de loxodromia apresentado por ele.

Definições:

- “Que a terra seja centro do mundo.” (NUNES, 2002, p. 13);
- **Que a terra é imóvel:** a explicação que Pedro Nunes dá para isto é que “toda coisa pesada vai naturalmente ao centro, o qual centro é um ponto

no meio do firmamento. E, pois a terra é pesada, naturalmente irá a este ponto.” (NUNES, 2002, p. 15)¹⁹⁴;

- **Da quantidade da terra:** “O cerco de toda a terra segundo dizem os filósofos (...) é de duzentos e cinquenta e dois mil estádios: dando a cada uma das trezentas e sessenta partes do zodíaco, setecentos estádios.” (NUNES, 2002, p. 14)¹⁹⁵;
- **Círculo maior:** “Maior círculo se chama na esfera o círculo que passa pelo centro e parte a esfera em duas metades.” (NUNES, 2002, p. 14)¹⁹⁶;
- **Círculo menor:** “Menor é o que a não parte em duas metades, mas antes em partes desiguais.” (NUNES, 2002, p. 14)¹⁹⁷;

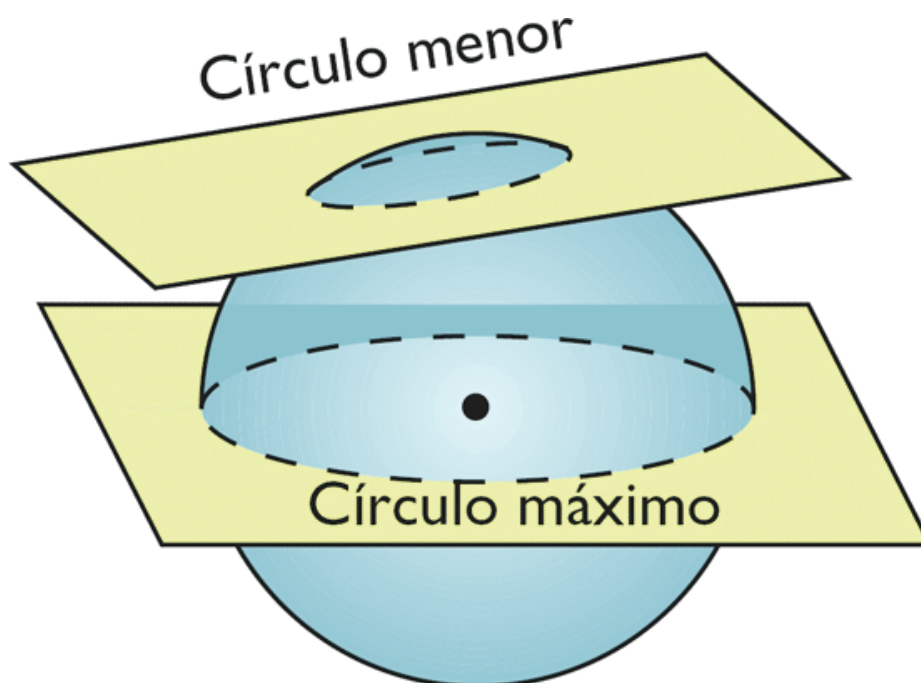


Figura 45. ¹⁹⁸

¹⁹⁴ “toda cousa pesada vay naturalmente ao centro: o qual centro he hum ponto no meyo do firmamento. E pois a terra he em summo pesada: naturalmente jra a este ponto.” (NUNES, 2002, p. 15).

¹⁹⁵ “O cerco de toda a terra segundo dizem os filosofos (...) he de dozentos e cinquenta e dous mil estádios: dando a cada hũa das tezêtas e sesenta partes do zodiaco setecentos estadios.” (NUNES, 2002, p. 14).

¹⁹⁶ “Mayor circulo se chama na esphera: ho circulo $\tilde{q}$ passa pello centro e parte a esphera em duas metades.” (NUNES, 2002, p. 14).

¹⁹⁷ “Menor he o que a não parte em duas metades: mas antes em partes desiguaes.” (NUNES, 2002, p. 14).

¹⁹⁸ Retirado de: http://www.kalipedia.com/matematicas-geometria/tema/circulos-maximos-menores-esfera.html?x=20070926klpmatgeo_363.Kes&ap=1.

- **Equinocial:** “É a equinocial um círculo que parte a esfera em duas partes iguais e por todas suas partes igualmente se aparta de ambos os pólos. Chama-se equinocial, porque quando o sol passa por ele, que é duas vezes no ano, no princípio de Áries e de libra, são os dias e as noites iguais em toda a terra. E por isto se chama também igualador do dia e noite, porque faz que o dia artificial seja igual a noite.” (NUNES, 2002, p. 14)¹⁹⁹;
- **Polo Norte:** “E havemos mais de notar que o pólo do mundo que sempre vemos, se chama Pólo setentrional, Pólo ártico ou Pólo boreal.” (NUNES, 2002, p. 15)²⁰⁰;
- **Polo Sul:** “No pólo contrário se chama Antártico, que quer dizer contra o ártico e chama-se meridional, porque é da parte do meio dia, também se chama Austral, porque está naquela parte de onde vem o vento Austro que é o sul.” (NUNES, 2002, p. 15)²⁰¹;
- **Polos:** “Assim que estes dois pontos fixos no céu se chamam Pólos do mundo, porque são cabos do eixo da esfera e sobre eles se volue o mundo, um deles nos é sempre manifesto e o outro sempre nos esconde (...)” (NUNES, 2002, p. 15)²⁰²;
- **Zodíaco:** “Há outro círculo na esfera que corta a equinocial e ela também o corta em duas partes iguais, uma metade dele declina para o norte e a outra para o sul, chama-se este círculo zodíaco, porque zoe quer dizer vida e pelo movimento dos planetas debaixo dele, é a vida nas coisas que debaixo do céu estão. (...) porquanto este círculo se parte em doze partes iguais, das quais cada uma se chama signo e tem

¹⁹⁹ “He a equinocial hum circulo que parte a esfera em duas partes yguaes: e per todas suas partes ygualmente se aparta de ambos os polos. Chamasse equinocial porque quando ho sol passa per elle que he duas vezes no anno: no principio de Aries e de libra: sam os dias e as noytes iguaes em toda a terra. E por isto se chama tambem igualador do dia e noyte: porque faz que ho dia arteficial seja igual a noyte.” (NUNES, 2002, p. 14).

²⁰⁰ “E auemos mais de notar que ho polo do mundo que sempre vemos: se chama Polo setentrional. Polo artico: ou Polo boreal.” (NUNES, 2002, p. 15).

²⁰¹ “No polo cõtrairo se chama Antartico que quer dizer cõtra o artico: e chamase meridional: porque he da parte do meyo dia: tambem se chama Austral: porque estaa naquella parte dôde vem ho vento Austro que he o sul.” (NUNES, 2002, p. 15).

²⁰² “Assi q̃ estes dous pōtos fixos no ceo se chamão Polos do mundo: porque sam cabos do eyxo da Sphera: e sobre elles se volue o mūdo: hum delles nos he sempre manifesto: e ho outro sempre nos esconde (...)” (NUNES, 2002, p. 15).

nome de algum animal e isto por alguma propriedade em que convém o signo e o animal ou porque as estrelas fixas daquelas partes fazem figura do tal animal.” (NUNES, 2002, p. 16 e 17)²⁰³;

- **Os nomes dos signos:** “Áries. Touro. Gêmeos. Câncer. Leão. Virgem. Libra. Escorpião. Sagitário. Capricórnio. Aquário. Peixes” (NUNES, 2002, p. 20)²⁰⁴. Ainda afirma que “há em cada um signo trinta graus e portanto em todo o zodíaco há trezentos e sessenta graus.” (NUNES, 2002, p. 16)²⁰⁵;

- **Linhas eclíptica:** “A linha que parte o zodíaco em duas partes de seis graus de uma banda e seis da outra, se chama linha eclíptica e tem este nome porque quando o sol e a lua estão debaixo desta mesma linha é eclipse do sol ou da lua.” (NUNES, 2002, p. 16)²⁰⁶;

- **Eclipses:** “Será eclipse de sol se a lua for nova e estiver diretamente entre a nossa vista e o sol. E será eclipse de lua se for cheia e o sol estiver em contrário dela por diâmetro. E portanto não é outra coisa eclipse da lua, senão estar a terra posta entre o sol e a lua.” (NUNES, 2002, p. 16 e 17)²⁰⁷;

- “A parte do zodíaco que se desvia da equinocial para o norte chama-se septentrional ou Ártica ou Boreal. E os seis signos que vão de Áries até o fim de virgem chama-se septentrionais ou boreais. A outra parte do zodíaco que se desvia para o sul se chama Meridional ou Austral ou

²⁰³ “Ha outro circulo na esphera que corta a equinocial: e ella tanbem ho corta em duas partes iguaes: hũa metade delle declina pera ho norte: e ha outra pera ho sul: chamasse este circulo zodiaco: porque zoe quer dizer vida: e pello mouimento dos Pranetas debaixo delle: he a vida nas cousas que debaixo do ceo está. (...) por quanto este circulo se parte em doze partes yguaes: das quaes cada hũa se chama signo: e tem nome de algũ animal e isto por algũa propriedade em que conuem ho signo e ho animal: ou porque as estrellas fixas daquellas partes fazem figura do tal animal.” (NUNES, 2002, p. 16 e 17).

²⁰⁴ “Áries. Touro. Gêmeos. Câncer. Leão. Virgem. Libra. Escorpião. Sagitário. Capricórnio. Aquário. Peixes” (NUNES, 2002, p. 20).

²⁰⁵ “ha em cada hũ signo trinta graos: e portanto em todo ho zodiaco ha trezentos e sesenta graos.” (NUNES, 2002, p. 16).

²⁰⁶ “A linha que parte o zodiaco em duas partes .s. seys graos de hũa banda e seys da outra: se chama linha ecliptica. e tem este nome: porque quando ho sol e a lua estão debaixo desta mesma linha he eclipse do sol ou da lua.” (NUNES, 2002, p. 16).

²⁰⁷ “Sera eclipse de sol se a lua for noua: e esteuer dereitamente antre a nossa vista e ho sol. E sera eclipse de lua se for chea: e ho sol esteuer em cõtraio della per diametro. E portãto não he outra cousa crys da lũa: se nam estar a terra posta antre o sol e a lua.” (NUNES, 2002, p. 16 e 17).

Antártica. E os seis signos que vão desde o princípio de Libra até o fim de Peixes se chamam meridionais ou austrais.” (NUNES, 2002, p. 17)²⁰⁸;

- **Zênite:** “Zênite é um ponto no céu, que está diretamente sobre nossas cabeças.” (NUNES, 2002, p. 18)²⁰⁹;
- **Meridiano:** “o meridiano é um círculo que passa pelos pólos do mundo e pelo zênite de nossa cabeça e chama-se meridiano, porque onde quer que o homem estiver e em qualquer tempo do ano quando pelo movimento do primeiro móbile o sol vier ao seu meridiano, ali é o meio dia e por esta mesma razão se chama círculo do meio dia.” (NUNES, 2002, p. 19)²¹⁰;
- **Longitude:** “o arco da equinocial que fica recolhido entre os dois meridianos, chama-se longitude das cidades.” (NUNES, 2002, p. 19)²¹¹;
- **Latitude:** “mas a largura que é a distância do equinocial” (NUNES, 2002, p. 138)²¹²;
- **Horizonte:** “é um círculo que aparta a meia esfera debaixo da de cima e por isso se chama limitador da vista e também se chama círculo da meia esfera” (NUNES, 2002, p. 19)²¹³. Ainda diz que há dois tipos de horizontes:
- **Direito:** “Horizonte direito e esfera direita tem aqueles cujo zênite está na equinocial. Porque o seu horizonte é um círculo que passa pelos pólos do mundo e parte a equinocial com ângulos direitos esféricos e por

²⁰⁸ “A parte do zodiaco que se desuia da equinocial pera o norte: chamasse septentrional ou Artica: ou Boreal. E os seys signos que vam de Aries ate o fim de virgo: chamãse septentrionaes ou boreaes. A outra parte do zodiaco $\tilde{q}$ se desuia pera o sul: se chama Meridional ou Austral ou Antartica. E os seis signos que vão des do principio de Libra ate o fim de Pisces se chamão meridionaes: ou austraes.” (NUNES, 2002, p. 17).

²⁰⁹ “Zenith he hũ ponto no ceo: que esta dereitamẽte sobre nossas cabeças.” (NUNES, 2002, p. 18).

²¹⁰ “ho meridiano he um circulo que passa pellos polos do mũdo: e pello zenith de nossa cabeça: e chamase meridiano: porque onde quer que homẽ estee e em qualquer tempo do anno quando pello mouimento do primeiro mobile: ho sol vier ao seu meridiano: ali he o meo dia: e per esta mesma razãm se chama circulo do meo dia.” (NUNES, 2002, p. 19).

²¹¹ “ho arco da equinocial que fica recolhido antre os dous meridianos: chamase longura das cidades.” (NUNES, 2002, p. 19).

²¹² “mas a largura que he a distancia do equinocial” (NUNES, 2002, p. 138).

²¹³ “he um circulo que aparta a mea esfera debaixo da de cima: e por isso se chama limitador da vista: tambem se chama circulo da mea esfera” (NUNES, 2002, p. 19).

isso se chama horizonte direito e esfera direita.” (NUNES, 2002, p. 19)²¹⁴;

- **Obliquo:** “Horizonte oblíquo tem aqueles aos quais o pólo do mundo se alça sobre o horizonte, porque o seu horizonte parte a equinocial com ângulos desiguais e oblíquos e por isso se chama horizonte oblíquo e esfera oblíqua.” (NUNES, 2002, p. 19)²¹⁵;

6.2 Apêndice 2

Tableau V – Précision sur les latitudes du deuxième rumb $V = 22^\circ 30'$ et $dV = i^\circ$ (Alors que P. Nunes a adopté $dV = i^\circ$, on peut obtenir une plus grande précision en faisant par exemple $dV = 10'$)

Rumb de Nunes $dV = i^\circ$			Loxodrome d'azimut $V = 22,5^\circ$			Loxodrome d'azimut $V + dV/2$ soit $22,5^\circ + 0,5 = 23^\circ$		
1 N° des points	2 Longitudes de Nunes $\lambda = \sum A_i$	3 Latitudes de Nunes $\varphi_N = 90^\circ - AB_i$	4 Latitude φ_L	5 Difference $\varphi_N - \varphi_L$	6 Latitude φ'_L	7 Difference $\varphi_N - \varphi'_L$		
B ₂	6,965 82°	16,319 46°	16,580 60°	-0,261 14°	16,190 57°	+0,118 89°		
B ₃	9,938 40°	22,920 94°	23,321 41°	-0,400 47°	22,787 72°	+0,133 22°		
B ₄	12,267 30°	27,879 35°	28,378 86°	-0,499 51°	27,747 10°	+0,132 25°		
B ₅	14,270 42°	31,970 55°	32,545 72°	-0,575 18°	31,840 94°	+0,129 61°		
B ₆	16,070 17°	35,497 44°	36,132 30°	-0,634 87°	35,371 18°	+0,126 26°		
B ₇	17,728 93°	38,616 60°	39,299 28°	-0,682 68°	38,494 02°	+0,122 58°		
B ₈	19,283 51°	41,421 80°	42,143 00°	-0,721 20°	41,303 04°	+0,118 76°		
B ₉	20,777 73°	43,974 61°	44,726 83°	-0,752 22°	43,859 73°	+0,114 88°		
B ₁₀	22,168 01°	46,318 19°	47,095 23°	-0,777 04°	46,207 17°	+0,111 02°		
B ₁₁	23,526 23°	48,484 21°	49,280 83°	-0,796 64°	48,377 08°	+0,107 20°		
B ₁₂	24,841 27°	50,496 82°	51,308 62°	-0,811 80°	50,393 37°	+0,103 45°		
B ₁₃	26,120 00°	52,374 94°	53,198 10°	-0,823 16°	52,273 15°	+0,099 79°		
B ₁₄	27,367 81°	54,133 76°	54,964 98°	-0,831 22°	54,037 55°	+0,096 21°		
B ₁₅	28,589 04°	55,785 74°	56,622 14°	-0,836 46°	55,693 00°	+0,092 74°		
B ₁₆	29,787 25°	57,341 24°	57,180 32°	-0,839 08°	57,251 87°	+0,089 37°		
B ₁₇	30,965 35°	58,809 01°	59,648 17°	-0,839 16°	58,722 90°	+0,086 11°		
B ₁₈	32,125 81°	60,196 32°	61,034 64°	-0,838 12°	60,113 98°	+0,082 94°		
B ₁₉	33,270 71°	61,510 26°	62,345 23°	-0,834 97°	61,430 37°	+0,079 86°		
B ₂₀	34,401 81°	62,755 86°	63,586 20°	-0,830 34°	62,678 93°	+0,076 93°		
B ₂₁	35,520 64°	63,938 30°	64,762 68°	-0,824 38°	63,864 22°	+0,074 08°		
B ₂₂	36,628 51°	65,061 97°	65,879 25°	-0,817 28°	64,990 65°	+0,071 32°		
B ₂₃	37,726 32°	66,130 80°	66,939 97°	-0,809 17°	66,062 15°	+0,068 65°		
B ₂₄	38,815 80°	67,148 34°	67,948 50°	-0,800 16°	67,082 26°	+0,066 08°		
B ₂₅	39,897 12°	68,117 76°	68,908 14°	-0,790 38°	68,054 16°	+0,063 60°		
B ₂₆	40,971 27°	69,041 97°	69,821 89°	-0,779 92°	69,980 75°	+0,061 22°		
B ₂₇	42,039 87°	69,923 60°	70,692 47°	-0,768 87°	70,864 68°	+0,055 92°		
B ₂₈	43,100 81°	70,765 07°	71,522 39°	-0,757 32°	71,708 37°	+0,051 70°		
B ₂₉	44,157 35°	71,568 60°	72,333 94°	-0,745 34°	72,514 03°	+0,044 57°		
B ₃₀	45,209 07°	72,336 23°	73,069 24°	-0,733 01°	73,283 73°	+0,032 50°		
B ₃₁	46,256 41°	73,069 87°	73,720 23°	-0,720 36°	73,919 35°	+0,020 52°		

²¹⁴ “Horizonte dereito e esfera dereita tem aquelles cujo zenith estaa na equinocial. Porque ho seu horizonte he hum circulo que passa pelloos polos do mundo: e parte a equinocial com angulos dereitos espheraes: e por isso se chama horizonte dereito e esfera dereita.” (NUNES, 2002, p. 19).

²¹⁵ “Horizõte obliquo tẽ aquelles aos quaes ho polo do mundo se alça sobre o horizõte: por que ho seu horizonte parte a equinocial com angulos desiguaes e obliquos e por isso se chama Horizonte obliquo e esfera obliqua.” (NUNES, 2002, p. 19).