

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

1210001131



Nº 43

ALGORITMO DE BRANCH AND BOUND PARA O
PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DO SISTEMAS
DE TRANSMISSÃO USANDO O MODELO DE
TRANSPORTE

ALUNA: RAQUEL ARAÚJO KUOKAWA

ORIENTADOR: RUBÉN AUGUSTO ROMERO LÁZARO

Te.1131

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA – CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

“ALGORITMO DE BRANCH AND BOUND PARA O PROBLEMA DE
PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO USANDO O
MODELO DE TRANSPORTES.”

Proc. 17/2000 NR 007/2000

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"
SERVIÇO TÉCN. DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO

DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
24/01/2000	31/3/2000
REGISTRADO POR	TOMBO
Lelia	1.131
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Warcab R\$10,00	K96a

3040400

1210001131



Dissertação submetida à Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira – UNESP – como
parte dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

ALUNA : RAQUEL ARAUJO KUOKAWA
ORIENTADOR : RUBEN AUGUSTO ROMERO LÁZARO

LHA SOLTEIRA, DEZEMBRO DE 1999.

“Algoritmo de Branch and Bound para o Problema de Planejamento do Sistema de Transmissão Usando o Modelo de Transportes”

Raquel Araújo Kurokawa

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).

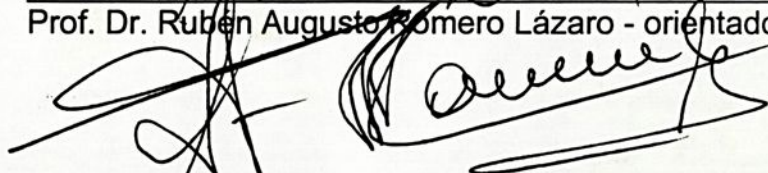


Prof. Dr. Carlos Roberto Minussi - Coordenador

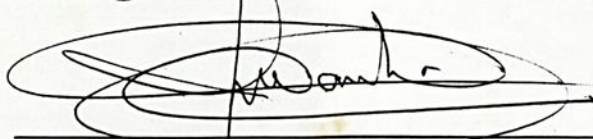
COMISSÃO EXAMINADORA:



Prof. Dr. Ruben Augusto Romero Lázaro - orientador



Prof. Dr. Adriano Alber de França Mendes Carneiro



Prof. Dr. José Roberto Sanches Mantovani

Ilha Solteira – SP, dezembro de 1999

À Deus

... que, incomparável e inconfundível na sua infinita sabedoria e bondade, compreendeu os meus anseios e me deu a necessária coragem para atingir os meus objetivos. Ofereço o meu porvir e peço forças para sempre agir com eficiência em meu trabalho e acerto em minhas decisões.



Ao meu marido

Sergio Kurokawa, que através do amor, confiança e liberdade, possibilitou que eu chegasse onde estou e além de compreender muitas vezes a minha ausência, deu-me estímulos para prosseguir e hoje compartilha comigo a alegria desta conquista. A você muito obrigada e que Deus retribua a tudo, que eu mesma não serei capaz.

AGRADECIMENTOS

- Ao meu orientador professor Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro, um agradecimento em especial. Pela competência e disposição estando sempre presente em todos os momentos, não medindo esforços para que este trabalho fosse concluído;

- Ao professor José Roberto Sanches Mantovani e ao professor Adriano Alber de França Mendes Carneiro – USP - São Carlos, pela grande colaboração na correção do texto e pelas valiosas sugestões;

- Aos docentes e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica – FEIS/UNESP, em especial ao Deoclécio Mitsuiti Kosaka e todos que de uma ou outra forma tiveram participação neste processo;

- A secretaria de Pós-Graduação (Arlindo, Fátima e Paulo) pela competência;

- A todos os colegas do curso de Pós-Graduação pela agradável convivência, tanto nas horas de trabalho quanto nas horas de lazer;

- À FAPESP, que apoiou esta pesquisa através do processo 97/10495-2.

LISTA DE SÍMBLOS:-

v	-	Investimento;
c_{ij}	-	Custo de um circuito no caminho $i - j$;
n_{ij}	-	Número de circuitos adicionados no caminho ij ,
n_{ij}^0	-	Número de circuitos na configuração base no caminho $i - j$,
$\bar{n}_{ij}$	-	Vetor de número máximo de adições permitidas no caminho $i - j$;
S	-	Matriz de incidência nó-ramo do sistema elétrico;
f	-	Vetor de fluxos;
$\bar{f}_{ij}$	-	Fluxo máximo permitido para um circuito no caminho $i - j$;
f_{ij}	-	Fluxo total no caminho $i - j$;
g	-	Vetor de geração
g_i	-	Nível de geração na barra de geração i ;
$\bar{g}$	-	Vetor de máxima capacidade de geração nas barras de geração;
d	-	Vetor de demanda;
d_i	-	Demanda na barra de carga i ;
θ_j	-	Ângulo de fase da barra j ;
Z^*	-	Valor de incumbente;
Z_{inc}	-	Incumbente inicial;
Z_{inf}	-	Limitante inferior;
W_n	-	Nós vivos; não sondados;
x_i	-	Variável inteira com valor atual fracionário;
y_j	-	Variável inteira com valor atual inteiro;
C_k	-	Subproblemas;
F_k	-	Valor da função objetivo no nó k ;
y_b	-	Variável escolhida para branching;
f_b^k	-	Parte fracionária da variável escolhida para branching;
y_b^k	-	Parte inteira da variável escolhida para branching;
k	-	Nó escolhido para branching;

- F_k - Valor da função objetivo no nó k ,
 F_{k+1} - Valor da função objetivo do nó sucessor do nó k ;
 F_{k+2} - Valor da função objetivo do nó sucessor do nó k ;
 E_k - Estimativa do nó k ;
 H_n - Determina a melhor estimativa;
 E_i - Menor estimativa;
 F_1 - Valor da função objetivo do nó zero;
 ρ - Constante fixada em 0,5;
 $[n_{ij}^*]$ - Parte inteira da variável escolhida para branching;
 γ_{ij}^0 - Susceptância dos circuitos existentes na configuração base;
 x_{ij} - Susceptância dos circuitos a serem adicionados;
 $Sf + g = d$ - Equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff;
 $|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0)$ - Capacidade de transmissão dos circuitos;
 $0 \leq g \leq \bar{g}$ - Limites de geração em cada caminho candidato $i - j$;
 $0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$ - Limites de circuitos adicionados em cada caminho $i - j$;
 $f_{ij} - (\gamma_{ij}^0 + x_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0$ - Restrições correspondentes à Segunda lei de Kirchhoff;
 $|f_{ij}| \leq (x_{ij} + \gamma_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij}$ - Restrições sobre a capacidade de transmissão;

LISTA DE ABREVIATURAS:-

PNLIM	-	Programação não Linear Inteiro Misto;
PLIM	-	Programação Linear Inteiro Minto;
PL	-	Programação Linear;
B&B	-	Branch and Bound;
PCL	-	Pseudo-Custos Inferior;
PCU	-	Pseudo-Custos Superior;

RESUMO

Esta pesquisa considera a formulação e implementação computacional de um algoritmo de Branch and Bound para o problema de planejamento de sistemas de transmissão usando o modelo de transportes. A parte mais importante da pesquisa corresponde a implementação eficiente de um algoritmo de B&B, especialmente na parte correspondente aos testes de sondagem e aos critérios usados para expandir a árvore de B&B. Para resolver cada nó da árvore de B&B, deve-se usar um software comercial de programação linear (PL) conhecido como MINOS que é um software eficiente e robusto. O algoritmo proposto tem capacidade de encontrar configurações sub-ótimas de sistemas de grande porte usando o modelo de transportes. O algoritmo usa uma heurística para encontrar uma boa solução inicial, pseudocustos e outros critérios para a escolha dos nós e das variáveis para separação no processo B & B e, características específicas do problema de planejamento para encontrar um conjunto de restrições especiais que reduzem consideravelmente o gap entre a solução ótima inteira e a solução do PL correspondente, aumentando a eficiência dos testes de sondagem do algoritmo B&B. Testes experimentais mostram um excelente desempenho do algoritmo.

ABSTRACT

This research presents the computational formulation and implementation of the Branch and Bound algorithm for the problem of planning of transmission systems using the transports model. The most important part of the research is the implementation of B&B algorithms, mainly in the part corresponding to the survey tests and to the approaches used to expand the B&B tree. To solve each knot of the tree of the B&B, a commercial software of lineal programming is used. This software is known as MINOS and it is efficient and robust. The proposed algorithm is able to find a sub-optimum configuration for large-sized systems using the transports model. The algorithm uses a heuristic to find a good initial solution. The knots and the variables used in the B&B process are chosen with base in the use of pseudo costs and other approaches. The obtained results show the excellent performance at the algorithm.

Sumário

Capítulo 1. Introdução	01
Capítulo 2. Modelagem Matemática.....	04
2.1. Modelo de Transportes.....	05
2.1.1. Modelagem matemática do modelo de transportes.	06
2.2. Modelo DC	07
2.2.1. Modelagem matemática do modelo DC.....	08
2.3. Técnicas de resolução utilizadas.....	08
2.3.1. Algoritmos heurísticos construtivos.....	09
2.3.1.1. Heurísticas construtivas usando modelo de Transportes.....	09
2.3.1.2 – O algoritmo de Garver.....	10
2.4.Algoritmos de otimização clássica.....	12
2.5.Algoritmos combinatoriais.....	13
Capítulo 3.Algoritmo de Branch and Bound Usado no Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão	14
3.1. Introdução.....	14
3.2. Fundamentos teóricos.....	15
3.2.1. Características do algoritmo de Branch and Bound	15
3.2.2. Testes de sondagem.....	16
3.2.3. Algoritmo básico.....	17

3.3. Testes e resultados obtidos com o Algoritmo Básico de.	
Branch and Bound	19
3.3.1. Sistema de 03 barras.....	19
3.3.2. Sistema de 04 barras.....	23
3.3.3. Sistema de 06 barras com redespacho.....	27
3.3.4. Sistema de 06 barras sem redespacho.....	32
3.3.5. Sistema Sul-Brasileiro com redespacho.....	35
3.3.6. Sistema Sul - Brasileiro sem redespacho.....	36
3.3.7 . Comentários sobre os resultados obtidos.....	37
Capítulo 4. Melhorias de Tipo Geral no Método B&B.....	39
4.1.- Revisão do Algoritmo B&B.....	39
4.1.1. Formulação básica de um PLIM.....	39
4.1.2. Pontos Fundamentais no Método B&B.....	41
4.2 - Critérios propostos para escolha do subproblema e da	
variável para separação : uso de Pseudo-Custos.....	42
4.2.1. Definição de Pseudo-Custos.....	42
4.2.2. Cálculo dos Pseudo-Custos.....	43
4.2.3. Regras para escolher o próximo sub-problema.....	44
4.2.4. Regras para escolher a variável para branching.....	46
4.2.5. Resultados obtidos usando o Algoritmo	
Branch and Bound melhorado	47
4.3. Conclusões.....	50
Capítulo 5. Melhorias do Tipo Específico no Algoritmo B&B.....	51
5.1. Critério para Determinar uma Boa Incumbente Inicial	51
5.2. Conceitos dos Cortes de Cerca.....	52
5.3. Restrições de novos caminhos: Tipo	
Linha-Transformador.....	54
5.4. Análise sobre os custos dos circuitos.....	55

5.5. Algoritmo Especializado de B&B.....	56
5.6. Testes usando o Algoritmo Especializado de Branch and Bound.....	56
5.7. Testes Usando o Algoritmo de Branch and Bound para um Sistema de Grande Porte.....	58
Capítulo 6. Conclusões	60
Referências Bibliográficas	61
Dados dos Sistemas Testados	64

Capítulo 1

Introdução

O problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo [1] é um problema clássico de sistemas de energia elétrica e cuja modelagem matemática ideal corresponde a um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM) e que, além disso, apresenta o fenômeno da explosão combinatorial, merecendo muita atenção de muitos pesquisadores que usaram diversas técnicas de resolução para resolver um problema complexo deste tipo. As principais dificuldades na resolução deste problema estão relacionadas com a natureza combinatorial do processo de planejamento que normalmente leva a um número explosivo de alternativas, inclusive no caso de sistemas de médio porte. Além disso, o problema de planejamento apresenta uma estrutura multimodal com um número muito elevado de ótimos locais, o que leva a maioria dos métodos aproximados a parar numa solução ótima local e às vezes de pobre qualidade.

Neste tipo de planejamento, dada uma configuração inicial e os dados de geração e demanda do horizonte de planejamento (além de outros dados como limites de operação, custos e restrições de investimento), desejamos determinar o plano de expansão com um custo mínimo, isto é, deve-se determinar onde e que tipos de novos equipamentos devem ser instalados. Naturalmente este é um subproblema de um caso mais geral, chamado de planejamento dinâmico da expansão onde, adicionalmente, deseja-se saber quando instalar estes novos equipamentos.

Como todo problema de otimização matemática, o problema de planejamento de sistemas de transmissão pode ser separado em duas partes claramente definidas: *modelagem matemática* e a *técnica de solução escolhida* para resolver esse modelo matemático. Existem três modelos ou formulações matemáticas para realizar a modelagem do problema de planejamento de sistemas de transmissão: modelo de transportes [2], modelo DC [7,14] e modelo híbrido [15].



Tradicionalmente, o modelo DC é considerado como sendo o ideal para representar o problema de planejamento, sendo os outros modelos versões relaxadas do modelo DC.

Quando é usado o modelo DC, o problema assume a forma de um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM). No momento, ainda não existem algoritmos com capacidade de encontrar soluções ótimas de sistemas de grande porte quando é usado o modelo DC devido à complexidade do problema. Entretanto, existem algoritmos eficientes com capacidade de encontrar soluções sub-ótimas de sistemas de grande porte [16], mas com esforço computacional elevado.

Para resolver esses modelos foram usadas várias técnicas que podem ser agrupadas da seguinte forma: *Métodos heurísticos* ou *aproximados*, *métodos de otimização clássica* e *métodos de otimização combinatorial*.

Os *métodos heurísticos* apresentam a vantagem de fornecer soluções de boa qualidade com esforços computacionais pequenos; mas os mesmos raramente encontram a solução ótima para sistemas reais e não fornecem indicativos da qualidade da solução obtida, isto é, quão perto da solução ótima se encontra a solução obtida. Entretanto, estes métodos são os mais usados pelas concessionárias de energia elétrica nos trabalhos de planejamento.

Os *métodos de otimização clássica*, geralmente usando técnicas de decomposição matemática, apresentam a característica de que encontram a solução ótima do problema de planejamento e são muito eficientes em sistemas de pequeno e médio porte, mas para sistemas de grande porte ainda apresentam problema de elevado esforço computacional e de convergência.

Os *métodos de otimização combinatorial* como "Simulated Annealing", Algoritmos Genéticos, Busca Tabu [13], etc., foram aplicados com muito sucesso para resolver muitos problemas no campo da pesquisa operacional e também em alguns problemas de engenharia elétrica tais como o problema de planejamento de sistemas de transmissão [16]. Estes métodos apresentam a característica geral de que convergem para soluções ótimas ou quase ótimas, mas com esforço computacional elevado.

Nesta pesquisa é desenvolvido um algoritmo de B&B para resolver o problema de planejamento de sistemas de transmissão quando é usado o modelo de transportes. Assim, a técnica de solução proposta corresponde a um método de otimização clássica.

Nesta modelagem matemática o problema de planejamento assume a forma de um problema de programação linear inteira mista (PLIM).



As motivações de desenvolver esta pesquisa são várias, tais como: (1) é possível encontrar a solução ótima do problema de planejamento quando é usado o modelo de transportes; (2) as topologias encontradas, assim como muitas características da solução, podem ser usadas como elementos auxiliares na resolução do modelo DC; (3) a técnica sistematizada, assim como as técnicas de programação, podem ser aproveitadas depois para desenvolver um algoritmo de otimização clássica para o modelo DC sem o uso de técnicas de decomposição matemática.

No capítulo 2 são apresentados em detalhes os modelos matemáticos usados no problema de planejamento de sistemas de transmissão, assim como um resumo dos métodos heurísticos usados para resolver esses modelos matemáticos. É analisado detalhadamente o modelo matemático conhecido como modelo de transportes e o algoritmo heurístico construtivo de Garver.

No capítulo 3 é apresentado o algoritmo de B&B [4,6] proposto para o modelo de transportes, onde também são apresentados exemplos ilustrativos e testes do algoritmo B&B para sistemas de pequeno e de médio porte.

No capítulo 4 são analisadas as melhorias de tipo geral que podem ser incorporadas no algoritmo B&B básico. Estas melhorias estão relacionadas com formas adequadas de encontrar uma boa incumbente inicial e técnicas eficientes de escolha da variável usada para a separação de um subproblema em dois subproblemas sucessores e do ordenamento que determina qual o próximo subproblema que deve ser resolvido. São realizados testes ilustrativos usando o algoritmo B&B melhorado.

No capítulo 5 são analisadas as melhorias de tipo específico que podem ser incorporadas no algoritmo B&B. Essas melhorias de tipo específico são dependentes do tipo de problema que está sendo resolvido. São apresentados os conceitos de cortes de cerca e das restrições tipo linha-transformador que permitem encontrar um conjunto de restrições que reduzem a região factível do PL correspondente diminuindo o "gap" existente entre o ótimo do problema PLIM e do PL correspondente, acelerando o processo de resolução do algoritmo B&B. Assim foi obtido um algoritmo de B&B especializado para o problema de planejamento de sistemas de transmissão quando é usado o modelo de transportes. São realizados testes usando o algoritmo de B&B especializado para sistemas de médio e de grande porte.

Finalmente no capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões e no apêndice são apresentados os dados dos sistemas elétricos testados.



Capítulo 2

Modelagem Matemática

A modelagem matemática consiste na representação de um problema da vida real através de um *modelo* matemático que relaciona um conjunto de variáveis de decisão através de um conjunto de relações matemáticas que podem assumir formas e tipos variados. A modelagem matemática pode ser uma representação exata ou simplificada do problema da vida real. Em geral, quanto mais exata é a modelagem matemática que representa um problema da vida real, mais complexa é a resolução desse modelo matemático. Assim, deve existir um compromisso entre a modelagem matemática adotada e a técnica de solução escolhida: A modelagem matemática deve representar de maneira adequada o problema da vida real e que, além disso, permita sua resolução por técnicas de solução disponíveis e com esforços computacionais aceitáveis.

Em planejamento de sistemas de transmissão, o problema da vida real é um sistema elétrico com uma topologia corrente e se deseja encontrar o plano de expansão ótima (construção de novos circuitos) para um horizonte de planejamento definido, isto é, onde e que tipos de circuitos devem ser construídos para que o sistema opere adequadamente num horizonte de planejamento, para um crescimento especificado da demanda. Nesse contexto, a modelagem matemática ideal para indicar a operação adequada seria a representação do problema através das relações matemáticas de fluxo de carga AC. Entretanto, em planejamento de sistemas de transmissão não é usada a modelagem matemática de fluxo de carga AC por vários motivos e os mais importantes são os seguintes:

- 1) A topologia inicial do sistema elétrico usado em planejamento é um sistema não conexo, isto é, o sistema apresenta um conjunto de barras isoladas ou ilhadas da parte principal do sistema e, pelo menos no contexto atual, não é possível resolver sistemas deste tipo



usando a modelagem matemática de fluxo de carga AC e as técnicas de solução conhecidas para resolver esses tipos de problemas;

- 2) O problema de planejamento de sistemas de transmissão resolve somente o fornecimento de potência ativa no sistema elétrico e o problema de fornecimento de reativos (planejamento de reativos) é resolvido numa seguinte fase de planejamento. Neste último caso, mesmo que o sistema elétrico seja conexo, a convergência do modelo AC seria difícil ou às vezes impossível, pois o problema freqüentemente não teria solução. Ainda não existem técnicas de solução que resolvam simultaneamente o problema da expansão dos sistemas de transmissão (construção de linhas e/ou transformadores ou planejamento de sistemas de transmissão) e de alocação de reativos no sistema elétrico.

Levando em conta as observações anteriores, atualmente se considera a modelagem matemática conhecida como fluxo de carga DC como sendo a modelagem ideal para ser usada no problema de planejamento de sistemas de transmissão, e esta modelagem matemática, será chamada simplesmente de *modelo DC*.

2.1 - Modelo de Transportes [2]

O modelo de transportes foi proposto por Garver [2] e representou o início de uma sistemática de pesquisas nos problemas de planejamento de sistemas de transmissão, sugerindo o uso de modelos diferentes para os problemas de operação e de planejamento.

Garver sugere que devido aos grandes problemas de usar o modelo de fluxo de carga AC usado para operação, deve-se usar modelos mais relaxados que permitam encontrar configurações atrativas do crescimento do sistema elétrico, mesmo que estas propostas sejam aproximadas. Assim, sugere a utilização de um modelo matemático que deve satisfazer somente a primeira lei de Kirchhoff, isto é, a modelagem matemática proposta não leva em conta a segunda lei de Kirchhoff.

No modelo de transportes se deseja encontrar uma configuração que produz o menor investimento no plano de expansão do sistema elétrico e condições de operação adequadas desse sistema elétrico. Condições de operação adequadas, significa que o sistema deve satisfazer a primeira lei de Kirchhoff e que os circuitos e as usinas de geração operem dentro de seus limites

especificados. A primeira lei de Kirchhoff especifica que a somatória dos fluxos de potência que entram numa barra do sistema deve ser igual ao somatório do fluxo de potência que saem dessa barra do sistema.

2.1.1. Modelagem Matemática do Modelo de Transportes

A modelagem matemática do modelo de transporte assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} & (2.1) \\ \text{s.a} \quad & \\ & Sf + g = d \\ & |f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ & n_{ij} \text{ inteiro} \\ & f_{ij} \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

Em que v é o investimento devido às adições de circuitos no sistema, c_{ij} é o custo de um circuito no caminho $i - j$, n_{ij} é o número de circuitos adicionados no caminho $i - j$, S é a matriz de incidência nó-ramo do sistema elétrico, f é o vetor de fluxos cujos elementos f_{ij} representam o fluxo total no caminho $i - j$, g é o vetor de geração cujos elementos g_i representam o nível de geração na barra de geração i , d é o vetor de demanda cujos elementos d_i representam a demanda na barra de carga i , n_{ij}^0 representa o número de circuitos na configuração base no caminho $i - j$, $\bar{f}_{ij}$ é o fluxo máximo permitido para um circuito no caminho $i - j$, $\bar{g}$ é o vetor de máxima capacidade de geração nas barras de geração e $\bar{n}_{ij}$ é o vetor de número máximo de adições permitidas no caminho $i - j$.

No modelo de transportes, o conjunto de restrições $Sf + g = d$ representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff, uma equação para cada barra do sistema; as restrições $|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$ representam as restrições de capacidade de transmissão dos circuitos

(linhas e/ou transformadores) e o valor absoluto é necessário, pois os fluxos de potência podem fluir em ambos sentidos. As outras restrições representam limites de geração e de circuitos adicionados em cada caminho candidato $i - j$. Finalmente, as variáveis f_{ij} são irrestritas em valor e as variáveis n_{ij} devem ser inteiras representando a maior fonte de complexidade no problema.

Do ponto de vista de pesquisa operacional, o sistema (2.1), é um problema de programação linear inteiro misto (PLIM). A resolução do sistema (2.1), isto é, encontrar a solução ótima desse problema não é simples, especialmente para sistemas elétricos de grande porte. Entretanto, se fossem permitidas adições fracionárias de circuitos (linhas de transmissão e/ou transformadores), isto é, se é permitido que os n_{ij} assumam valores contínuos, então o sistema (2.1) se transforma num simples problema de programação linear (PL) de fácil solução, mesmo para o caso de sistemas de grande porte. Assim, é evidente que a restrição n_{ij} *inteiro*, produz a maior complexidade no sistema (2.1). Estas características serão aproveitadas para desenvolver vários tipos de algoritmos para resolver o problema de planejamento de sistemas de transmissão quando é usado o modelo de transportes.

A grande vantagem do modelo de transportes é que praticamente não existe diferença entre resolver problemas de sistemas conexos e altamente ilhados e esta característica decorre diretamente do fato de que a solução do modelo de transportes não depende das reatâncias dos circuitos. Deve-se observar que na formulação matemática do sistema (2.1), não aparecem as reatâncias (ou susceptâncias) dos circuitos. A desvantagem principal é que a solução apresentada pelo modelo de transportes pode estar distante da solução correspondente ao modelo DC, considerado como sendo o modelo ideal. Em outras palavras, a solução ótima do modelo de transportes, às vezes pode ficar muito afastada da solução ótima do modelo DC, pois a solução do modelo de transportes não satisfaz necessariamente a segunda lei de Kirchhoff.

2.2 - Modelo DC [14]

O modelo DC, apresentado em [14], é uma generalização do modelo de fluxo de carga AC. Este modelo é considerado como sendo o ideal para realizar os trabalhos de planejamento de sistemas de transmissão. No modelo DC, o sistema elétrico completo deve satisfazer às duas leis de Kirchhoff, isto é, todas as barras do sistema devem satisfazer a primeira lei de Kirchhoff e todos os laços existentes devem satisfazer a segunda lei de Kirchhoff.



2.2.1. Modelagem Matemática do Modelo DC

A modelagem matemática para o modelo DC assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \quad (2.2)$$

s.a

$$\begin{aligned} Sf + g &= d \\ f_{ij} - (\gamma_{ij}^0 + x_{ij})(\theta_i - \theta_j) &= 0 \\ |f_{ij}| &\leq (x_{ij} + \gamma_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij} \\ 0 &\leq g \leq \bar{g} \\ 0 &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij} &\text{ inteiro} \\ x_{ij} &\text{ discreto} \\ f_{ij} &\text{ irrestrito} \\ \theta_j &\text{ irrestrito} \end{aligned}$$

Onde θ_j é o ângulo de fase da barra j , γ_{ij}^0 é a susceptância dos circuitos existentes na configuração base, x_{ij} é a susceptância dos circuitos a serem adicionados, e as restrições $f_{ij} - (\gamma_{ij}^0 + x_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0$ representam as restrições correspondente à segunda lei de Kirchoff, $|f_{ij}| \leq (x_{ij} + \gamma_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij}$ representam as restrições sobre a capacidade de transmissão das linhas e $\bar{\phi}_{ij} = \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}^0}$.

2.3 - Técnicas de Resolução Utilizadas:

Em planejamento de sistemas de transmissão, deve-se realizar uma clara diferenciação entre dois aspectos significativamente diferentes: a modelagem escolhida e o método de resolução. Portanto, existem muitos métodos ou técnicas para resolver o problema uma vez escolhido o modelo mais adequado. Estas técnicas podem ser divididas em três grandes grupos: Algoritmos heurísticos construtivos, algoritmos de otimização clássica e algoritmos combinatoriais.



2.3.1.- Algoritmos Heurísticos Construtivos [2,8,15,17]

Um algoritmo heurístico construtivo é um procedimento passo a passo, em que de maneira sistemática se encontra uma boa proposta de expansão do sistema elétrico, isto é, a partir da configuração base, em cada passo é adicionado um ou vários circuitos até que o conjunto de adições realizadas permita uma operação adequada do sistema elétrico. Portanto, em cada passo a configuração do sistema é modificada pela adição de um ou vários circuitos e esta configuração obtida é denominada configuração corrente. O circuito escolhido em cada passo para ser adicionado à chamada configuração corrente, é um circuito que corresponde ao caminho mais atrativo identificado pelo chamado critério de sensibilidade. Assim, a diferença fundamental entre os diferentes algoritmos heurísticos construtivos, reside no indicador de sensibilidade escolhido e, obviamente, no modelo escolhido.

Um indicador de sensibilidade é um parâmetro que de alguma maneira está relacionado com a variação da função objetivo devido a alguma variação dos parâmetros do sistema, considerando como sistema, a configuração corrente.

Do ponto de vista teórico, um algoritmo heurístico construtivo nem sempre encontra a configuração ótima da expansão de um sistema elétrico. Na prática, estes algoritmos heurísticos encontram as configurações ótimas de sistemas pequenos e apenas configurações boas para sistemas elétricos de médio e grande porte.

2.3.1.1 - Heurísticas Construtivas Usando o Modelo de Transportes

Garver desenvolveu o primeiro algoritmo de grande difusão usado no planejamento de sistemas de transmissão. O trabalho de Garver foi pioneiro em vários aspectos e entre os mais importantes podem ser citados os seguintes:

- Sugeriu uma forma sistemática de realizar o planejamento de sistemas de transmissão, introduzindo técnicas diferentes aos usados na análise de sistemas elétricos. Assim, sugeriu usar o modelo de transportes como a forma mais adequada de modelagem matemática para realizar trabalhos de planejamento em contraposição ao uso de modelos mais exatos como o fluxo de carga AC, mas que não podiam ser aplicáveis em trabalhos de planejamento. Modelos como fluxo de carga AC não podem ser usados porque a topologia de sistemas elétricos em planejamento são sistemas não conexos com barras e/ou regiões ilhadas e porque ainda não foi resolvido o problema de reativos, o que levaria a sérios problemas de convergência mesmo em sistemas não ilhados;



- Inaugurou a fase dos algoritmos heurísticos construtivos que foram muito usados, e ainda são usados, nas décadas seguintes. Estes algoritmos consistem basicamente em ir adicionando um circuito em cada passo, usando um indicador de sensibilidade até que sejam satisfeitas todas as condições de operação.

O algoritmo desenvolvido por Garver foi uma tentativa em encontrar uma boa solução de um problema complexo e não necessariamente a solução ótima. Encontrar a solução ótima da modelagem proposta por Garver, o modelo de transportes, implicaria em resolver um problema de programação linear inteiro misto (PLIM). A solução ótima de um sistema desse tipo pode ser encontrada usando um algoritmo de Branch and Bound, mas esta técnica exige o uso de conhecimentos profundos de programação linear, programação inteira, desenvolvimento de programas computacionais relativamente complicados utilizando linguagens de alto nível (Fortran, linguagem C, etc...) e computadores de alta velocidade para resolver problemas de sistemas reais. Mas nem todas essas ferramentas estavam disponíveis quando foi desenvolvido o trabalho de Garver.

2.3.1.2 - O Algoritmo de Garver [2]

Garver sugere usar o modelo de transportes (2.1), como modelo matemático mais adequado para resolver problemas de planejamento.

O problema (2.1) é um PLIM, mas se aceitarmos valores de n_{ij} contínuos, então (2.1) se transforma num simples problema de programação linear (PL). Em outras palavras, se relaxamos a integralidade das variáveis inteiras n_{ij} aceitando que assumam valores fracionários, então o problema muito complexo, transforma-se num problema simples. O problema resultante de (2.1) após relaxar a integralidade das variáveis inteiras leva a um PL conhecido como problema de programação linear correspondente. Logicamente, uma solução com linhas de transmissão fracionária é inaceitável como proposta global de solução, mas pode ser uma idéia excepcional como estratégia na tentativa de encontrar uma boa solução com variáveis de investimento inteiras. Assim, a idéia excepcional de Garver consiste em usar a solução do PL correspondente como uma estratégia para encontrar uma boa solução do problema original.

A proposta de Garver consiste em resolver o sistema (2.1) relaxado e encontrar a solução ótima contínua para a configuração corrente n_{ij}^0 . Assim, conhecidas as incógnitas n_{ij} , encontradas



usando um algoritmo de PL, pode-se encontrar os fluxos de potência em todos os circuitos antigos (n_{ij}^0) e novos (n_{ij}). Portanto, aquele caminho novo ij identificado pelo n_{ij} que leva o maior fluxo de potência representa o caminho mais atrativo de acordo com a proposta de Garver. A proposta de Garver então consiste em adicionar uma linha na configuração corrente naquele caminho mais atrativo e atualizar a configuração corrente de acordo com a adição escolhida. Um processo repetido dessa estratégia, adicionando em cada passo um circuito no caminho mais atrativo, constitui o algoritmo de Garver. O processo termina quando a solução do PL correspondente à configuração corrente apresenta uma solução com todos os $n_{ij} = 0$, o que significa que não é necessário realizar mais adições e o conjunto de adições realizadas representa a proposta de solução do algoritmo de Garver.

O algoritmo de Garver pode ser resumido nos seguintes passos:

1. Assumir a configuração base n_{ij}^0 como configuração corrente;
2. Resolver o PL correspondente do sistema (2.1) para a configuração corrente. Se todos os $n_{ij} = 0$ então pare, pois foi encontrada uma boa configuração factível. Em caso contrário ir ao passo 3;
3. Calcular os fluxos através de todos os novos circuitos adicionados pelo PL ($n_{ij} \neq 0$), usando a relação $f_{ij}^v = n_{ij} \bar{f}_{ij}$. Identificar o novo caminho ij com o maior valor de f_{ij}^v e atualizar a configuração corrente adicionando um circuito naquele caminho ij . Voltar ao passo 2.

O maior esforço computacional do algoritmo corresponde ao passo 2 que consiste em resolver um problema de PL. Entretanto o algoritmo apresentado pode ainda ser modificado para obter versões alternativas ligeiramente diferentes do algoritmo de Garver. Assim, podem ser realizadas as seguintes modificações:

- Após a resolução do primeiro PL, pode-se incorporar na configuração base, simultaneamente, a parte inteira de todos os circuitos que apresentam valores de $n_{ij} \geq 1$;

- Em cada passo pode se escolher para adição de um circuito, aquele caminho com maior valor de n_{ij} em lugar de escolher o caminho com maior valor de f_{ij}^v ;
- Em cada passo, pode se manter o critério de adição daquele caminho com maior valor de f_{ij}^v , mas em lugar de adicionar um circuito simples naquele caminho, pode se adicionar um número de circuitos igual a parte inteira de n_{ij} .

Todas as modificações propostas podem ser incorporadas separadamente ou em conjunto e levam a algoritmos ligeiramente diferentes do algoritmo de Garver. Todos esses algoritmos alternativos são mais rápidos, pois necessitam de menos chamadas ao algoritmo de PL, e geralmente, mas nem sempre, as soluções obtidas são de menor qualidade. Do ponto de vista de otimização matemática o algoritmo de Garver é um algoritmo heurístico construtivo que na prática encontra configurações de boa qualidade, mas do ponto de vista teórico não existe garantia de encontrar a configuração ótima global. Configurações de boa qualidade na prática, significa que o algoritmo encontra com facilidade as configurações ótimas de sistemas pequenos, mas em sistemas de grande porte essas configurações podem ficar bastante afastadas da configuração ótima.

2.4 - Algoritmos de Otimização Clássica [18,19]

Na década de 80, iniciou-se uma nova fase na tentativa de resolver a formulação (2.2) de maneira ótima e a principal ferramenta matemática encontrada foram as técnicas de decomposição matemática. O objetivo principal era o de encontrar a solução ótima do problema de planejamento de sistemas de transmissão usando o modelo DC, isto é, resolver a formulação (2.2), o que significa, resolver um problema PNLIM.

Nesta perspectiva, a metodologia mais usada foi a técnica de decomposição de Benders, a qual explora a decomposição natural do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão em duas partes:

- Um subproblema de investimento em que se escolhe um plano de expansão candidato e, calculam-se os custos de investimentos associados ao mesmo;
- Um subproblema de operação onde é testado o plano de expansão candidato em termos do adequado fornecimento de carga.



A otimização global é atingida através de um procedimento iterativo em que são resolvidos os subproblemas de operação e investimento.

O algoritmo apresentado em [18] encontra soluções ótimas para sistemas de pequeno e médio porte quando é usado o modelo DC, mas apresenta problemas de esforço computacional e de convergência com sistemas de grande porte.

2.5 - Algoritmos Combinatoriais [16]

Problemas complexos do tipo PNLIM e que apresentam o fenômeno da explosão combinatorial podem ser resolvidos usando os chamados algoritmos combinatoriais tais como Simulated Annealing, Algoritmo Genético, Busca Tabu, Algoritmo Híbrido, etc.

Esses algoritmos combinatoriais apresentam a vantagem de que encontram soluções quase-ótimas de problemas complexos de grande porte. Entretanto, o esforço computacional necessário para encontrar soluções ótimas ou quase-ótimas é muito elevado, o que os torna ainda pouco atrativo no trabalho de planejamento intensivo nas empresas elétricas.

Entretanto, deve-se mencionar que as melhores configurações do problema de planejamento de sistemas de grande porte foram encontradas usando algoritmos combinatoriais. Em Gallego et al, são discutidos detalhadamente os algoritmos combinatoriais utilizados na solução do problema de planejamento de sistemas de transmissão. Para maiores detalhes da aplicação de algoritmos combinatoriais no problema de planejamento de sistemas de transmissão ver [16].



Capítulo 3

Algoritmo de Branch And Bound Usado no Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão

3.1. Introdução

No estágio atual do desenvolvimento das técnicas de otimização matemática é possível resolver um problema de programação linear inteiro misto (PLIM) usando várias técnicas. O maior limitante está representado pelo esforço computacional e pela sofisticação necessária na implementação computacional para a solução de sistemas de grande porte.

Uma metodologia adequada para encontrar a configuração ótima do problema de planejamento de sistemas de transmissão quando é usado o modelo de transportes, consiste em usar um algoritmo de Branch and Bound. A princípio, qualquer problema de programação linear inteiro misto (PLIM) pode ser resolvido usando um algoritmo de Branch and Bound (B&B). Como o problema resultante da utilização do modelo de transportes é um problema PLIM, então é possível usar um algoritmo de B&B e uma implementação computacional para que o esforço computacional não seja proibitivo na resolução de problemas de grande porte.



3.2. Fundamentos Teóricos

3.2.1. Características do algoritmo de B&B

O conjunto de equações (2.1), é o modelo matemático de um problema de programação linear inteiro misto (PLIM) e, portanto, um algoritmo de Branch and Bound convencional tem capacidade para encontrar a solução ótima global desse tipo de problema.

Um algoritmo de Branch and Bound é conceitualmente simples. A idéia básica consiste em resolver um problema PLIM resolvendo um conjunto de problemas de programação linear (PL) que são versões relaxadas do problema de PLIM. Assim, inicialmente é resolvido o problema original após relaxar a integralidade das variáveis de investimento. Este problema de PL, conhecido como problema linear correspondente, e que chamaremos de P_0 é resolvido usando um algoritmo de PL. Se P_0 apresenta uma solução inteira para as variáveis inteiras, então essa solução é ótima global para o problema original (2.1). Entretanto, normalmente a solução de P_0 apresenta uma solução com algumas variáveis inteiras com valor atual fracionário. Neste caso, a estratégia é separar ou dividir o problema P_0 em dois subproblemas P_1 e P_2 escolhendo uma variável inteira com valor atual fracionário para realizar a separação. Assim, se a variável n_{ij} possui um valor atual fracionário de n_{ij}^* então os problemas sucessores são obtidos da seguinte forma:

- **Subproblema P_1 :**

É o problema original P_0 acrescido da restrição: $n_{ij} \leq [n_{ij}^*]$ em que $[n_{ij}^*]$ é o maior inteiro contido em $[n_{ij}^*]$.

- **Subproblema P_2 :**

É o problema original P_0 acrescido da restrição: $n_{ij} \geq [n_{ij}^*] + 1$.

O problema de programação linear P_0 original foi dividido em dois subproblemas de programação linear mais restritos, P_1 e P_2 . Em outras palavras, já que não foi possível encontrar a solução ótima do problema original com variáveis inteiras resolvendo P_0 , então o problema é separado em dois problemas menores para tentar encontrar a solução ótima nos problemas mais restritos usando técnicas de PL. Os subproblemas gerados são novamente resolvidos e podem gerar dois novos subproblemas usando uma variável inteira com valor atual fracionário para

realizar a separação. Entretanto, às vezes, a solução de um subproblema permite descobrir que já não é necessária a separação em dois novos subproblemas e assim, o subproblema é considerado sondado e, conseqüentemente, eliminado para futuras avaliações.

3.2.2. Testes de Sondagem

Um subproblema está sondado quando sua solução apresenta alguma das seguintes características:

1. A solução é inteira, isto é, os valores atuais de todas as variáveis inteiras possuem valores inteiros. Nesse caso o subproblema pode ter outras soluções inteiras, mas todas elas devem ser de menor qualidade que a solução inteira encontrada e, portanto não é necessário procurar melhores soluções na região factível deste subproblema, o qual é sondado, e conseqüentemente descartado, para futuras avaliações.
2. A solução corrente não é inteira mas a função objetivo do subproblema é de menor qualidade que a função objetivo de uma solução inteira já encontrada resolvendo outros subproblemas. Nesse caso, o subproblema corrente pode ter soluções inteiras na sua região factível, mas elas devem ser de pior qualidade que a solução inteira já encontrada e, portanto, o subproblema deve ser sondado e, conseqüentemente, eliminado de futuras avaliações.
3. A solução do subproblema é infactível. Neste caso, os problemas sucessores desse subproblema serão mais infactíveis que o subproblema corrente. Portanto, o subproblema deve ser sondado e, conseqüentemente, eliminado de futuras avaliações, porque não existem pontos factíveis no subproblema.

As características apresentadas anteriormente são conhecidas como testes de sondagem. É importante observar que um problema sucessor como P_1 é um problema mais restrito que seu subproblema predecessor porque P_1 possui uma restrição adicional. Assim, a região factível de P_1 é menor ou igual que a região factível de P_0 . Portanto, como o problema é de minimização, a função objetivo de P_1 deve ser maior ou igual a função objetivo de P_0 (mais restrito). As observações anteriores justificam os testes de sondagem. Assim, o algoritmo de Branch and Bound consiste fundamentalmente de uma estratégia de separação do problema em subproblemas menores até que esses subproblemas sejam sondados. Os subproblemas gerados podem ser



apresentados num gráfico chamado de árvore de branch and bound em que os nós representam os subproblemas e as arestas representam a variável inteira usada para separação. O algoritmo termina quando todos os subproblemas gerados foram sondados. A solução ótima global é a melhor solução inteira encontrada que é chamada de incumbente durante o processo de resolução.

No algoritmo de B&B na verdade está sendo implementada uma estratégia de enumeração implícita e/ou explícita de todas as soluções inteiras da região factível do problema original. Este fato garante que a melhor solução encontrada seja ótima global. Assim o algoritmo de B&B é conceitualmente simples mas a implementação computacional apresenta maior complexidade e podem aparecer problemas de esforço computacional e de memória na resolução de um problema de grande porte.

3.2.3 - Algoritmo Básico [3.5]

A eficiência de um algoritmo de B&B depende de vários tipos de decisões que devem ser tomadas durante o processo de resolução. Obviamente, o melhor algoritmo de B&B é aquele que gera um menor número de nós na árvore de B&B, isto é, aquele algoritmo que realiza o menor número de chamadas ao algoritmo de PL, necessário para resolver cada subproblema gerado. Os principais parâmetros que determinam a qualidade de um algoritmo de B&B estão relacionados com os seguintes aspectos:

1. Determinação de uma solução inteira inicial: incumbente inicial:
2. A variável escolhida para separação:
3. Escolha do próximo subproblema que deve ser analisado:
4. Usando as características específicas do problema:

Os algoritmos de B&B mais eficientes são os algoritmos especializados, isto é, os algoritmos que incorporam as características específicas do problema. Para cada tipo de problema podem ser geradas estratégias eficientes de sondagem ou ainda, podem ser geradas informações adicionais com novas restrições que ao serem incorporadas ao problema melhoram significativamente os testes de sondagem, reduzindo significativamente o tamanho da árvore de

B&B. Também é possível aproveitar a estrutura do problema para elaborar algoritmos de PL eficientes que são chamados pelo algoritmo de B&B.

Um algoritmo de Branch and Bound Básico assume a seguinte forma:

1. Inicialização:

Escolher a incumbente inicial $Z_{inc} = z^* = \infty$. Resolver o PL correspondente (PLI original com variáveis contínuas). Se a solução do PL é inteiro, pare, pois ela é ótima global. Em outro caso, armazenar o valor da função objetivo como limitante inferior z_{inf} dos subproblemas sucessores e ir ao passo 2;

2. Branching:

Escolher a primeira variável inteira x_j com valor atual fracionário x_j^* para realizar separação. Gerar dois novos subproblemas a partir do subproblema corrente adicionando a restrição $x_j \leq [x_j^*]$ para gerar um subproblema e a restrição $x_j \geq [x_j^*] + 1$ para gerar o outro subproblema onde $[x_j^*]$ é o maior inteiro contido em x_j^* ;

3. Bounding:

Resolver o ultimo PL gerado usando um algoritmo de PL e armazenar a solução ótima $z_{pl} = z_{inf}$ como limitante inferior para os prováveis PLs sucessores;

4. Testes de Sondagem:

Após resolver o PL (Subproblema), deve-se verificar os testes de sondagem. O subproblema é considerado sondado e consequentemente eliminado de futuros desdobramentos se satisfaz algum dos seguintes testes de sondagem:

- a) Teste 1: Se $z_{inf} \geq z^*$, em que z^* é o valor da incumbente
- b) Teste 2: Se a solução do PL é infactível.



c) Teste 3: Se o ótimo do PL é inteiro, isto é, todas as variáveis inteiras assumem valores inteiros. Neste caso, se o ótimo é menor que a incumbente então, deve-se atualizar a incumbente e aplicar novamente o teste 1 para todos os subproblemas ainda não sondados.

5. Se o problema não foi sondado ir ao passo 2 para fazer branching. Em outro caso, se todos os subproblemas foram sondados, pare, pois foi terminado o processo; em caso contrário voltar ao passo 3 para resolver o último subproblema gerado.

O algoritmo básico, embora seja conceitualmente simples, apresenta complexidade na implementação computacional. Este algoritmo apresenta excelente desempenho para sistemas elétricos pequenos, mas em sistemas elétricos reais (grande número de variáveis) apresenta várias limitações relacionadas com o esforço computacional. Assim, em aplicações reais, deve-se introduzir melhorias significativas no algoritmo.

3.3 - Testes e Resultados Obtidos com o Algoritmo Básico de B&B

3.3.1 – Testes e resultados obtidos para um sistema de 03 barras com um circuito na base

A figura 3.1 mostra um sistema de 3 barras com um circuito na base.

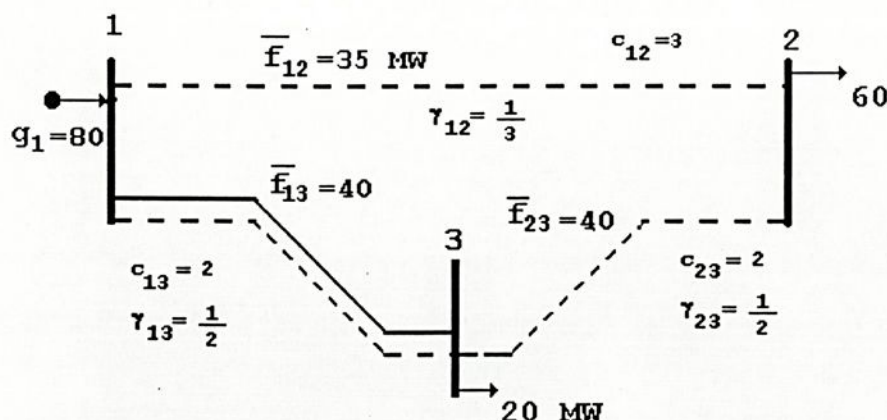


Figura 3.1 – Sistema de 03 barras com um circuito na base

É usado o algoritmo de B&B para realizar o planejamento do sistema de 03 barras com um circuito na configuração base e apresentado na figura 3.1.

Usando os dados do problema e após relaxar a integralidade das variáveis de investimento n_{ij} , o sistema assume a forma de um problema de programação linear que chamaremos de P_0 :

Assim, a modelagem matemática assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23}$$

s.a.

$$\begin{aligned} -f_{12} - f_{13} + g_1 &= 0 \\ f_{12} - f_{23} &= 60 \\ f_{13} + f_{23} &= 20 \\ |f_{12}| &\leq 35n_{12} \\ |f_{13}| &\leq 40(1 + n_{13}) \\ |f_{23}| &\leq 40n_{23} \\ 0 \leq g_1 &\leq 80 \\ n_{12}, n_{13}, n_{23} &\geq 0 \\ f_{12}, f_{13}, f_{23} &\text{ irrestritos} \end{aligned}$$

O algoritmo de B&B resolve o problema e encontra duas soluções ótimas alternativas mostradas na figura 3.2 e 3.3.

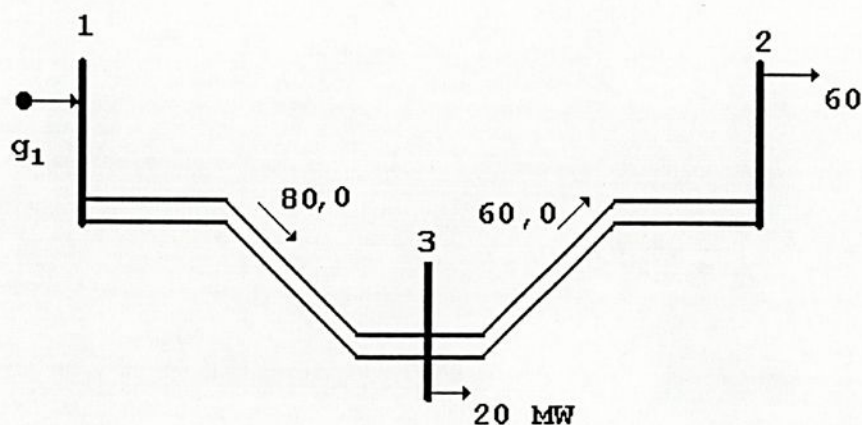


Figura 3.2 : configuração ótima do sistema de 03 barras

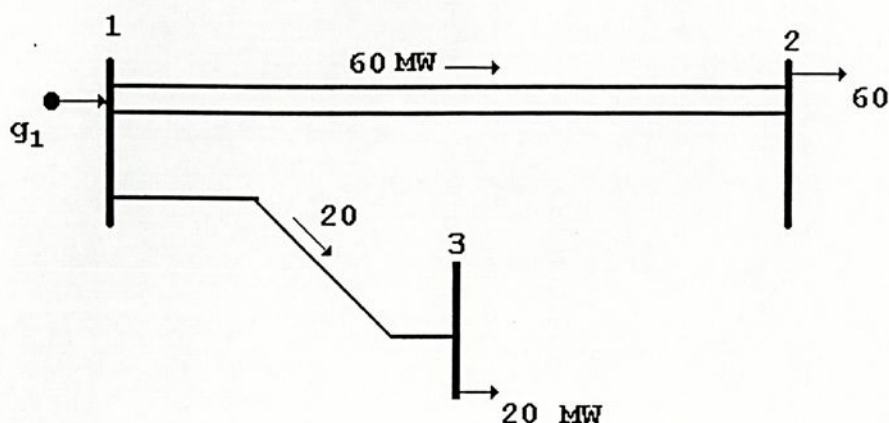


Figura 3.3 : Configuração ótima alternativa do sistema de 03 barras

Portanto, o algoritmo de B&B encontrou duas soluções ótimas alternativas mostradas a seguir:

- a) $n_{12} = 2$ com investimento $v = 6$
- b) $n_{13} = 1$ e $n_{23} = 2$ com investimento $v = 6$

As duas soluções ótimas, “a” e “b”, devem ser interpretadas da seguinte maneira: a solução “a” corresponde a inserir duas linhas entre as barras 1 e 2; a solução “b” corresponde a inserir 1 linha entre as barras 1 e 3 e 2 linhas entre as barras 2 e 3.

As duas soluções ótimas alternativas foram encontradas usando o algoritmo de B&B especializado com capacidade de encontrar soluções ótimas alternativas.

Em relação ao esforço computacional, o algoritmo de B&B precisou resolver 9 PLs, conforme mostra a figura 3.4.

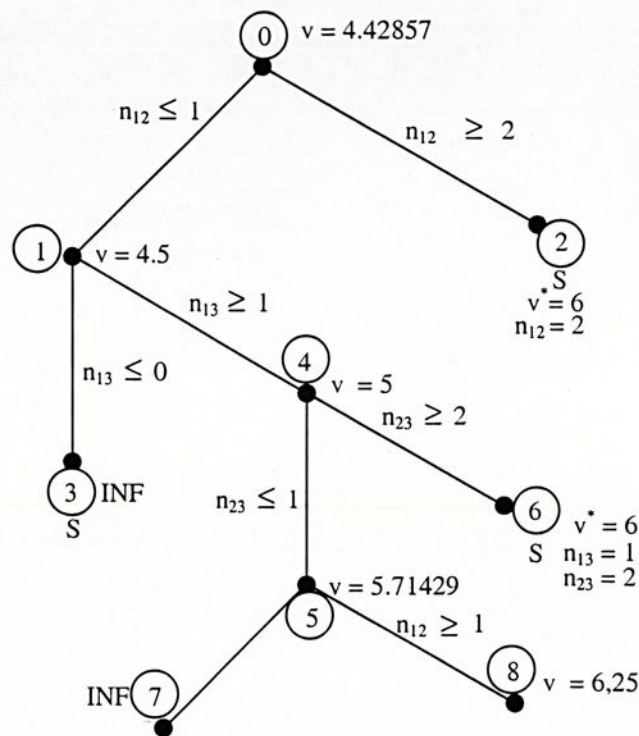


Figura 3.4 – Árvore de Branch and Bound para o sistema de 03 barras

3.3.2 - Testes e resultados obtidos para um sistema de 04 barras com 2 circuitos na Base

A figura 3.5 mostra um sistema de 4 barras com 2 circuitos na base e cujos dados adicionais estão apresentados no apêndice A1.

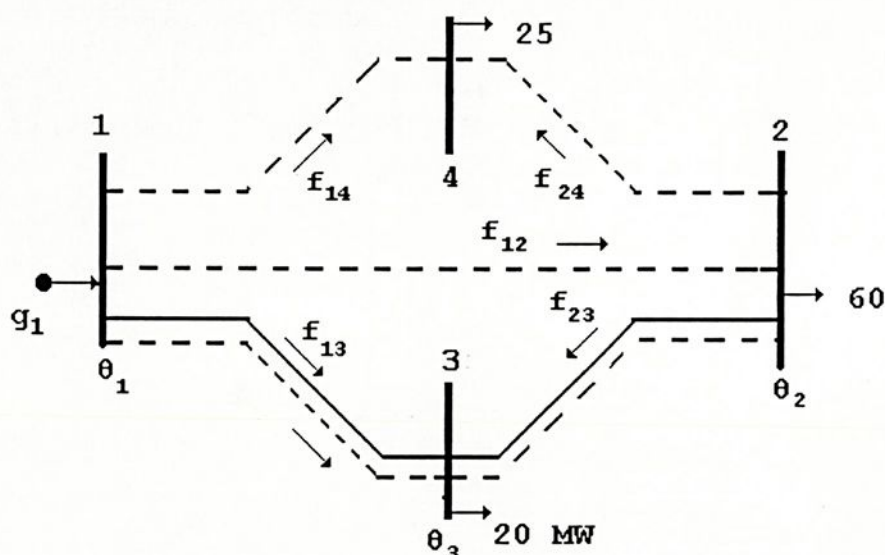


Figura 3.5 – Configuração inicial do sistema de 04 barras

É usado o algoritmo de B&B para realizar o planejamento de sistemas de 04 barras apresentado na figura 3.5. O sistema apresenta dois circuitos na configuração base e assumindo que não existe limite para adições de circuitos em cada caminho e relaxando a integralidade das variáveis de investimento, a modelagem matemática do sistema para este problema assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} + 2n_{14} + 2n_{24}$$

s.a

$$-f_{12} - f_{13} - f_{14} + g_1 = 0$$

$$f_{12} - f_{23} - f_{24} = 60$$

$$f_{13} + f_{23} = 20$$

$$f_{14} + f_{24} = 25$$

$$|f_{12}| \leq 35n_{12}$$

$$|f_{13}| \leq 40(1 + n_{13})$$

$$|f_{23}| \leq 40(1 + n_{23})$$

$$|f_{14}| \leq 40n_{14}$$

$$|f_{24}| \leq 40n_{24}$$

$$0 \leq g_1 \leq 105$$

$$n_{12}, n_{13}, n_{23}, n_{14}, n_{24} \geq 0$$

$$f_{12}, f_{13}, f_{23}, f_{14}, f_{24} \text{ irrestritos}$$

O algoritmo de B&B resolve este problema e encontra duas soluções ótimas alternativas:

- a) $n_{14} = 2$ e $n_{24} = 1$ com investimento $v = 6$
- b) $n_{13} = n_{14} = n_{23} = 1$ com investimento $v = 6$.

As duas soluções ótimas alternativas são mostradas na figura 3.6 e 3.7. Na figura 3.8 é apresentada a árvore de B&B da resolução do problema.

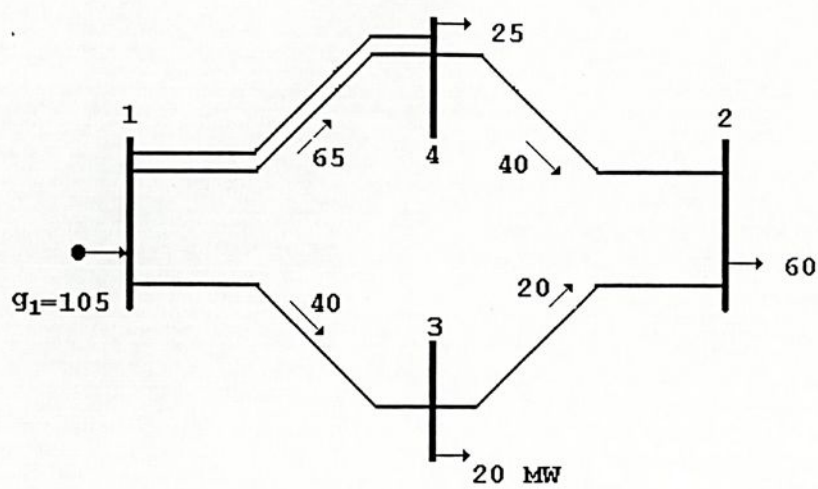


Figura 3.6 – Configuração ótima do sistema de 04 barras

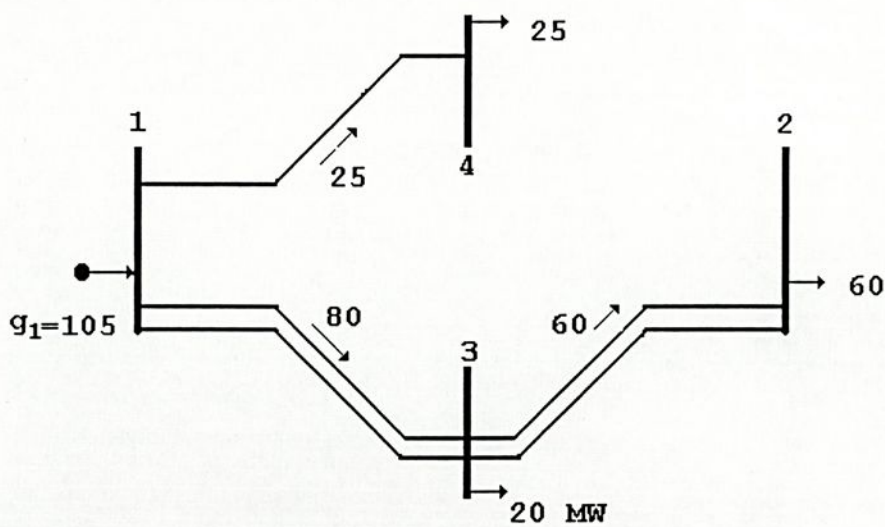


Figura 3.7 – Configuração ótima alternativa do sistema de 04 barras

Verifica-se que o algoritmo de B&B precisou da resolução de 29 PLs, conforme mostra a figura 3.8.

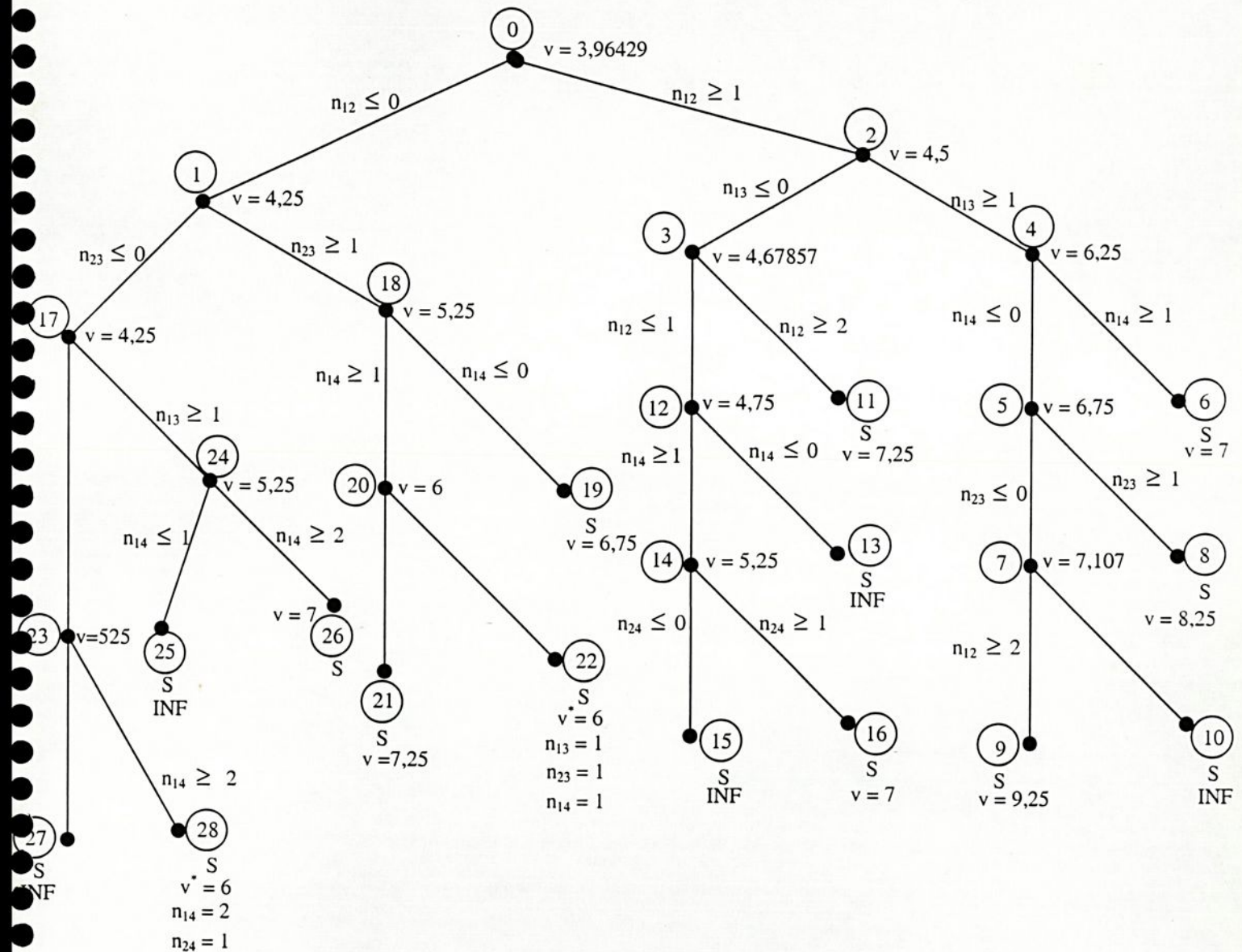


Figura 3.8 – Árvore de Branch and Bound para o sistema de 4 barras

O algoritmo de Branch and Bound resolve o problema de sistema de 06 barras gerando 130 nós e encontra 04 soluções ótimas alternativas mostradas nas figuras 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13.

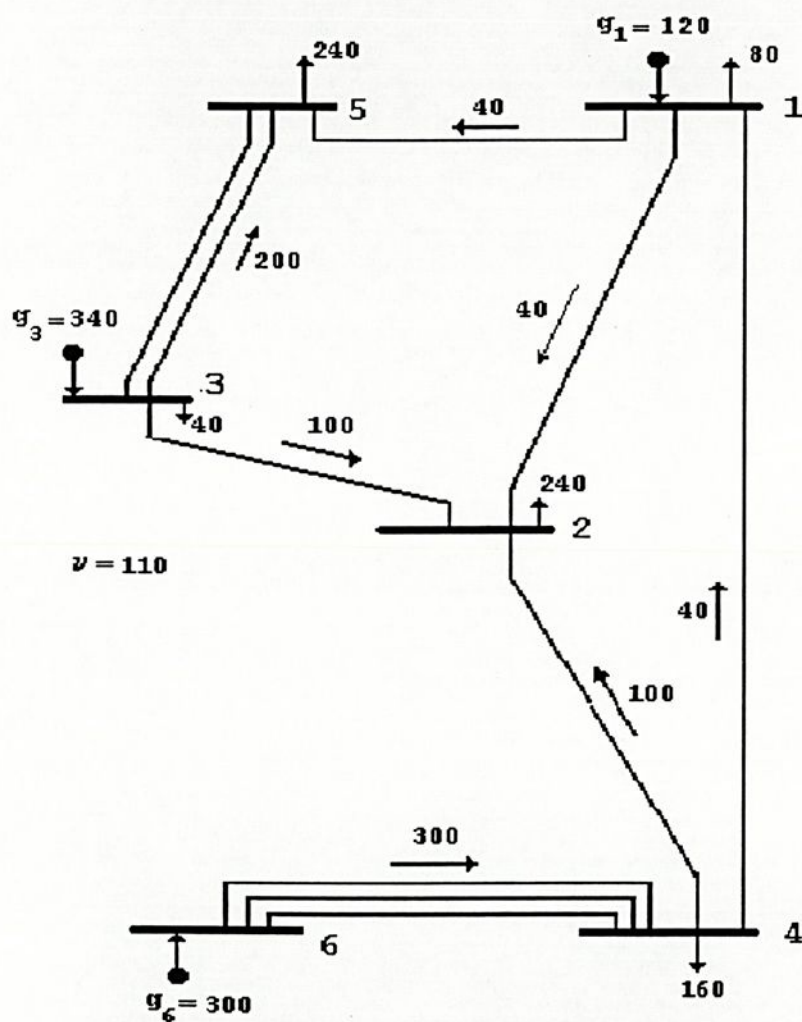


Figura 3.10 – Configuração ótima para o sistema de 6 barras com redespacho

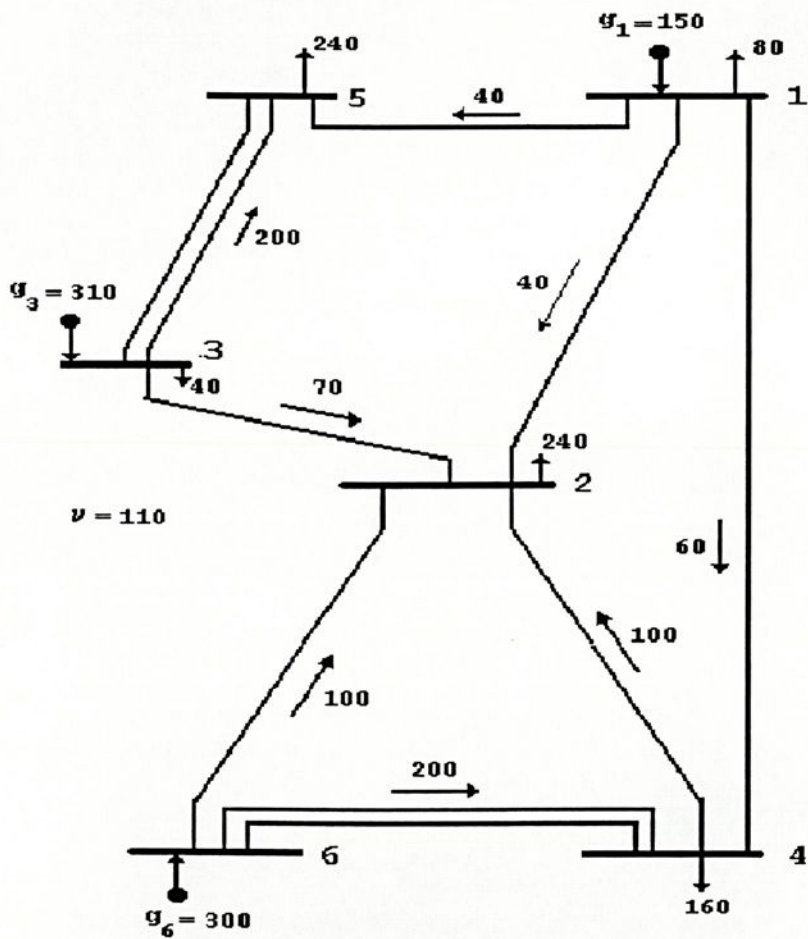


Figura 3.11 – Configuração ótima para o sistema de 6 barras com redespacho

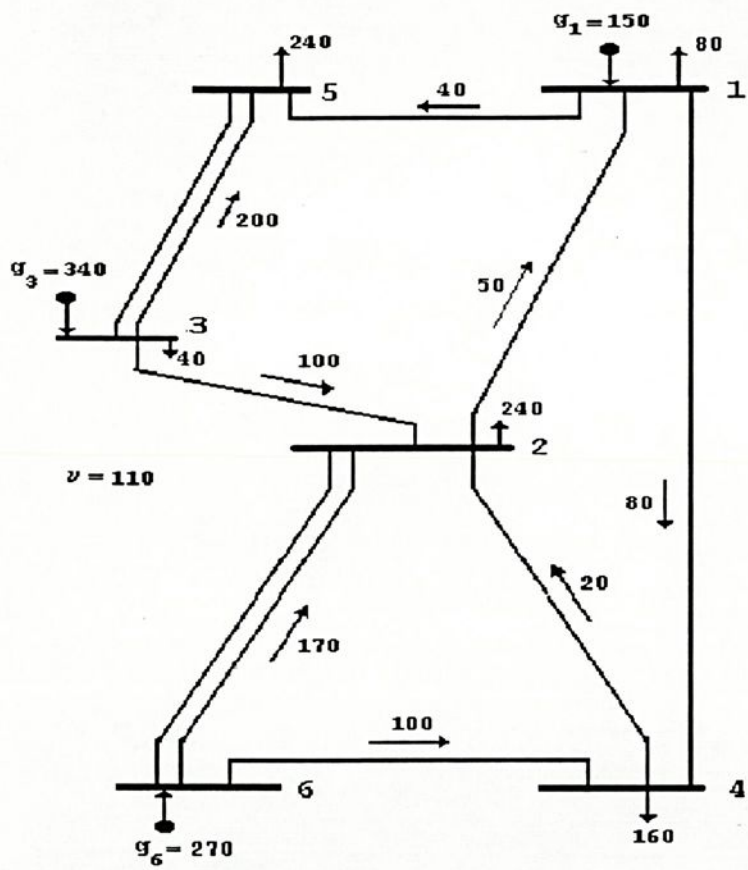


Figura 3.12 – Configuração ótima do sistema de 6 barras com redespacho

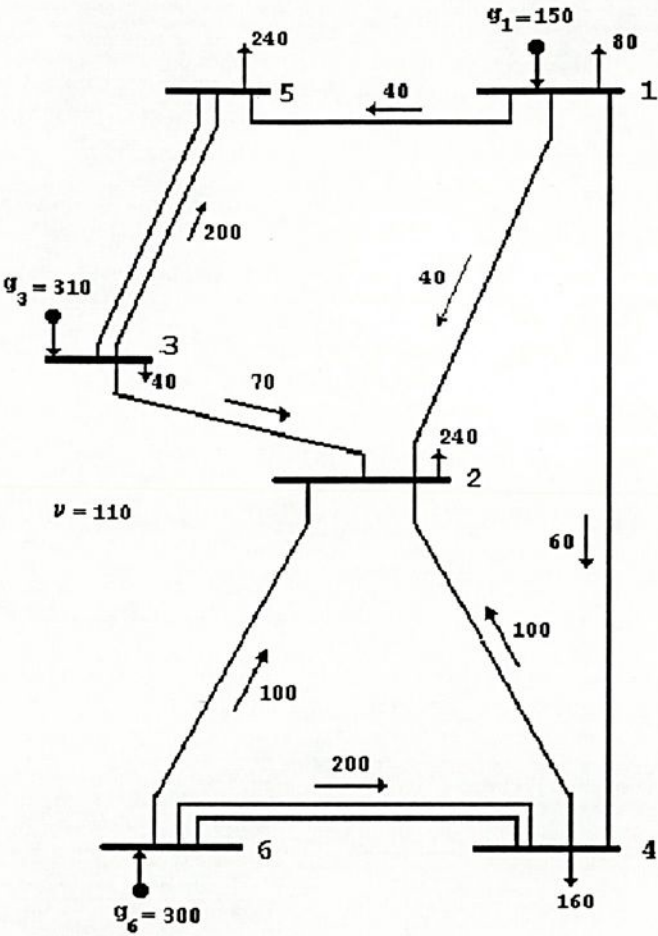


Figura 3.13 – Configuração ótima para o sistema de 6 barras com redespacho

O algoritmo de Branch and Bound resolve o sistema de 6 barras, realizando 130 chamadas ao algoritmo de PL, e encontra 04 soluções ótimas alternativas globais, que são:

Objetivo do PL inicial (ótimo contínuo): 99,00

Solução ótima: 110,00

As soluções ótimas alternativas encontradas são as seguintes:-

a) $n_{26} = 1$ $n_{35} = 1$ $n_{46} = 2$

b) $n_{26} = 2$ $n_{35} = 1$ $n_{46} = 1$

c) $n_{26} = 3$ $n_{35} = 1$

d) $n_{35} = 1$ $n_{46} = 3$

3.3.4 - Testes e resultados obtidos para um sistema de 06 barras sem redespacho

Neste caso não é permitido o redespacho da geração, isto é, a soma das gerações nas barras é igual à demanda total do sistema; portanto, nas configurações factíveis, a soma da geração é igual à soma de demandas.

A configuração inicial deste sistema de 06 barras é mostrada na figura 3.14.

Os dados deste sistema são mostrados no apêndice A3.



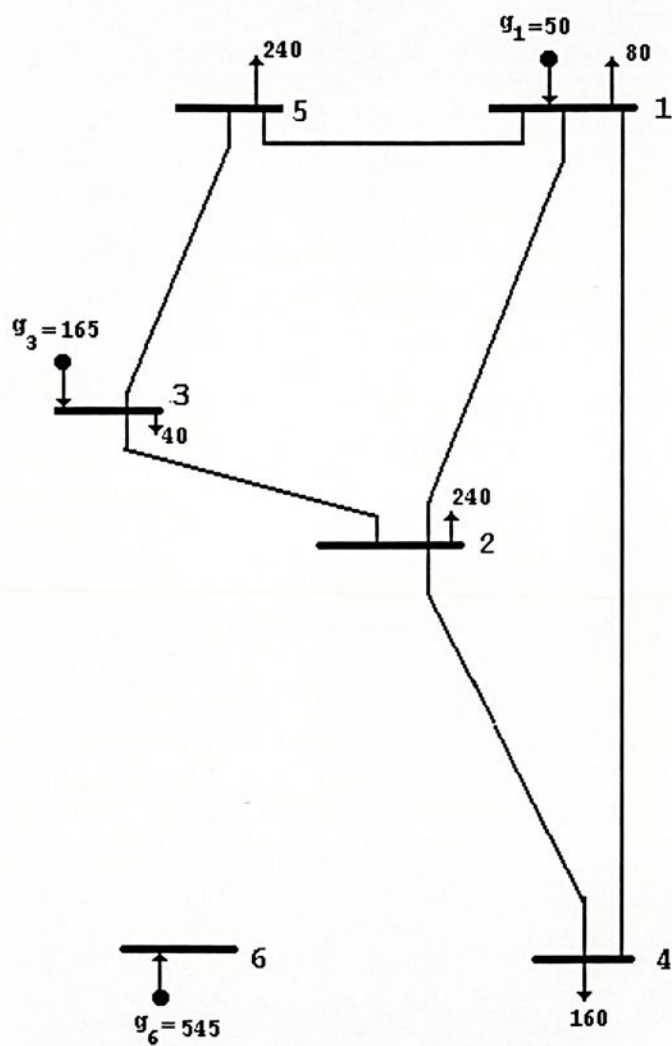


Figura 3.14 - Configuração inicial de um sistema de 06 barras sem redespacho

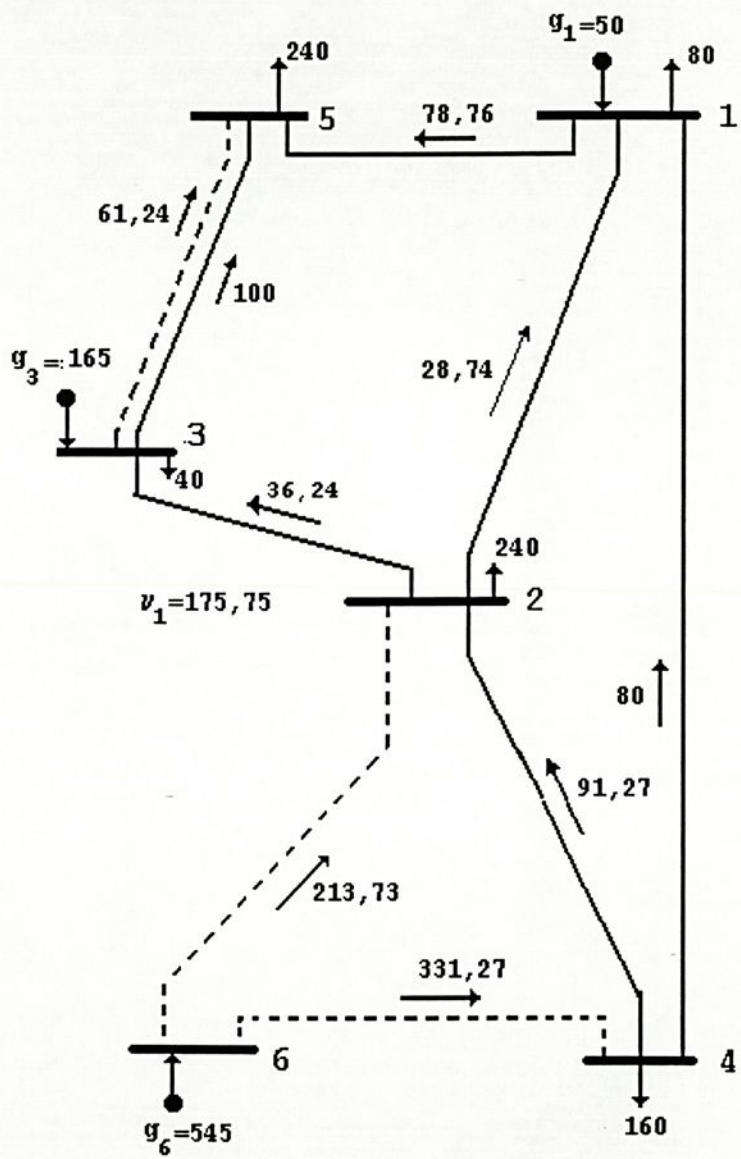


Figura 3.15 - Solução do problema P_0 de um sistema de 06 barras sem redespacho

Na figura 3.15 é encontrada a solução do problema P_0 , isto é, é apresentada a solução ótima contínua do sistema de 06 barras sem redespacho.

O algoritmo de Branch and Bound resolve o problema de sistema de 06 barras sem redespacho, realizando 94 chamadas ao algoritmo de PL e encontra 05 soluções ótimas alternativas mostradas abaixo:

Solução ótima: 200,00

As soluções ótimas alternativas são as seguintes:-

- | | | | |
|----|--------------|--------------|--------------|
| a) | $n_{26} = 4$ | $n_{35} = 1$ | $n_{46} = 2$ |
| b) | $n_{26} = 3$ | $n_{35} = 1$ | $n_{46} = 3$ |
| c) | $n_{15} = 1$ | $n_{26} = 4$ | $n_{46} = 2$ |
| d) | $n_{15} = 1$ | $n_{26} = 3$ | $n_{46} = 3$ |
| e) | $n_{26} = 5$ | $n_{35} = 1$ | $n_{46} = 1$ |

3.3.5 - Sistema Sul Brasileiro com redespacho

Aqui é permitido o redespacho da geração. Os dados deste sistema, que possui 46 barras e 79 ramos e 6880 MW de demanda estão mostrados no apêndice A3.

Este sistema com 79 variáveis inteiras pode ser considerado como sendo um sistema de médio porte. Um sistema deste tipo já apresenta alguns problemas de esforço computacional quando é resolvido usando o algoritmo de Branch and Bound básico. O algoritmo básico encontrou a seguinte solução:



Objetivo do PL inicial (ótimo contínuo): U\$\$ 32.993.560

Solução ótima global: U\$\$ 53.334.000

Número de PLs : 246

A solução ótima global apresenta as seguintes adições:-

$n_{33-34} = 1$ $n_{20-21} = 2$ $n_{42-43} = 1$ $n_{5-11} = 2$ $n_{46-11} = 1$

3.3.6 - Sistema Sul-Brasileiro sem redespacho

Neste caso a geração é fixada e não é permitida a reprogramação da geração. Esta simples mudança incrementa significativamente a complexidade do problema quando é resolvido usando o algoritmo B&B básico.

Aplicou-se o algoritmo de B&B no sistema Sul Brasileiro, realizando 62354 chamadas ao algoritmo de PL.

Objetivo do PL inicial (ótimo contínuo): U\$\$ 71.779.270

Solução ótima: U\$\$ 127.272.000

Foram encontradas as seguintes soluções ótimas alternativas:-

- a) $n_{14-22} = 1$ $n_{18-19} = 1$ $n_{20-21} = 1$ $n_{42-43} = 2$ $n_{05-11} = 2$ $n_{25-32} = 1$
 $n_{31-32} = 1$ $n_{28-31} = 1$ $n_{46-11} = 1$ $n_{24-25} = 2$
- b) $n_{14-22} = 1$ $n_{20-21} = 2$ $n_{42-43} = 2$ $n_{05-11} = 2$ $n_{25-32} = 1$ $n_{31-32} = 1$ $n_{28-31} = 1$
 $n_{46-11} = 1$ $n_{24-25} = 2$



3.3.7 - Comentários sobre os resultados obtidos

O algoritmo básico de Branch and Bound resolve facilmente sistemas de pequeno porte (3, 4 e 6 barras) inclusive encontrando soluções ótimas alternativas. Para um sistema de médio porte, como o sistema de 46 barras, que corresponde ao sistema sul - brasileiro, existe um comportamento atípico do algoritmo de Branch and Bound.

No sistema de 46 barras para o caso em que existe redespacho, o algoritmo de Branch and Bound realiza em torno de 246 chamadas ao algoritmo de PL, enquanto que para o mesmo sistema e para o caso em que não existe redespacho, o algoritmo de Branch and Bound gera 62.354 chamadas ao algoritmo de PL.

O comportamento atípico para duas condições de operação de um mesmo sistema está diretamente relacionado com a diferença entre a solução ótima global e a solução ótima contínua, isto é, a solução do problema relaxado correspondente ao nó P_0 . Esses dados são mostrados na tabela 3.1:

	Solução ótima Global U\$\$	Solução ótima Contínua U\$\$	Diferença U\$\$
Com redespacho	53.334.000	32.993.560	20.340.440
Sem redespacho	127.272.000	71.779.270	55.492.730

Tabela 3.1: Resultados do sistema de 46 barras

Na tabela 3.1, pode-se verificar que a diferença de investimento entre a solução ótima global e a solução ótima contínua está em torno de 20 milhões de dólares para o caso em que existe redespacho, enquanto que para o caso em que não existe redespacho a diferença passa para valores em torno de 55 milhões de dólares. Como existem muitos circuitos com custos na faixa de 2 a 12 milhões de dólares, a diferença de 55 milhões leva a um incremento explosivo do número de alternativas para o caso em que não existe redespacho.

Na próxima etapa do desenvolvimento do algoritmo de Branch and Bound, deve-se introduzir melhorias significativas nos testes de sondagens para reduzir o tamanho da árvore de Branch and Bound .



Entretanto, as alternativas mais promissoras no desenvolvimento de algoritmo de Branch and Bound especializados está na geração de restrições adicionais (tipo restrições substitutas) com a finalidade de incrementar a solução ótima do problema relaxado. Assim, por exemplo, se fosse possível gerar restrições válidas que, uma vez introduzidas no problema relaxado (PL), elevem a solução ótima contínua de 71 milhões a valores em torno de 90 milhões de dólares no caso do sistema de 46 barras sem redespacho, então o número de nós da árvore de Branch and Bound deve ser reduzido significativamente.



Capítulo 4

Melhorias de Tipo Geral no Algoritmo Branch and Bound

Neste capítulo, após uma breve discussão básica, serão propostas algumas modificações para melhorar o desempenho de um algoritmo Branch and Bound. Assim, existem algumas propostas para escolher a variável para branching e para escolher o próximo subproblema que deve ser resolvido. Serão introduzidos novos conceitos chamados pseudo-custos e estimativas, onde é apresentada uma nova heurística para geração da árvore. Existem duas estratégias diferentes para melhorar o desempenho do algoritmo de B&B básico: (1) introduzindo estratégias eficientes do tipo geral próprio do algoritmo de B&B, e (2) introduzindo informações específicas do tipo de problema que está sendo resolvido. A primeira estratégia é analisada neste capítulo e a segunda estratégia é analisada no próximo capítulo.

4.1 – Revisão do Algoritmo de B&B

4.1.1. Formulação básica de um PLIM [10,11,12]

Qualquer programa linear inteiro misto pode ser escrito do seguinte modo:

$$\begin{array}{ll} \text{M:} & \min F = A_0^T X + B_0^T Y \\ & AX + BY = D \\ & a_j \leq y_j \leq b_j \quad j = 1, \dots, q \\ & y_j \text{ inteiro} \quad j = 1, \dots, q \\ & 0 \leq x_i \quad i = 1, \dots, p \end{array} \quad (4.1)$$



Sendo X e Y dois vetores colunas cujos componentes são x_i para p e y_j para q respectivamente. As duas matrizes retangulares A e B são de ordem (m,p) e (m,q) , respectivamente. Os x_i são as variáveis contínuas, e y_j são as variáveis inteiras; sendo que os limites sobre y_j devem ser finitos.

O método procede da seguinte maneira: Uma sucessão ordenada de problemas de programação lineares contínuos C_k chamado sub-problemas são construídos e as soluções são calculadas para cada um deles. É conveniente representar esta sucessão de C_k por uma árvore composta de nós conectados por branches. Para cada nó da árvore temos:

- i) Um sub-problema contínuo, designado por seu número de ordem k .
- ii) Uma solução ótima deste sub-problema e o valor da função objetivo F_k desta solução chamada valor funcional do nó k .

Um nó k é inteiro se a solução ótima correspondente do sub-problema k é uma solução inteira (também é uma solução inteira de M). Qualquer nó não-inteiro pode gerar 0, 1 ou 2 novos nós, chamados nós sucessores. Os n nós que já foram criados e ainda não foram resolvidos para gerar os nós sucessores serão chamados de W_n , também chamados nós de espera ou nós vivos.

Após escolher um nó k entre os W_n , o processo de ramificação é aplicado ao nó k . Este processo consiste:

- i) Na escolha de uma variável inteira y_b , chamada de variável branching que tem um y_b^k de valor fracionário na solução ótima do sub-problema C_k . Podendo ser escrito da seguinte maneira:

$$y_b^k = [y_b^k] + f_b^k \quad (4.2)$$

onde

$$0 < f_b^k < 1, \quad [y_b^k] \text{ é inteiro}$$

- ii) Definindo dois sub-problemas C_{n+1} e C_{n+2} , que só diferem do sub-problema C_k pelos limitantes na variável ramificada y_b . Os limitantes que compreende:

$$\alpha_b^k \leq y_b \leq \beta_b^k \text{ para } C_k \quad (4.3)$$

é substituído por

$$\alpha_b^k \leq y_b \leq [y_b^k] \quad \text{para o sub-problema } C_{k+1} \quad (4.4)$$

$$[y_b^k] + 1 \leq y_b \leq \beta_b^k \quad \text{para o subproblema } C_{k+2} \quad (4.5)$$

iii) Otimizando C_{n+1} e C_{n+2} para cada sub-problema pode acontecer um dos seguintes eventos:

- a) Sub-problema infactível, de forma que um nó não é criado; o branch correspondente é chamado de um branch infactível.
- (b) Sub-problema factível, e sua solução ótima é inteira; ou seja, o nó $n+1$ ou $n+2$ é um nó inteiro e nunca terá um sucessor.
- (c) sub-problema factível com uma solução ótima não inteira; o nó $n + 1$ ou $n + 2$ é criado e fará parte do conjunto de nós vivos.

O processo continuará escolhendo outro nó vivo que irá se ramificar, onde será aplicado o processo branching, e assim por diante. A procura terminará quando não existir mais nenhum nó vivo. A melhor solução inteira obtida, será a solução ótima. Se nenhuma solução inteira foi obtida, então o problema M é infactível.

Embora finito, este processo pode, na maioria dos casos, consumir muito tempo.

4.1.2. - Pontos fundamentais no método B&B

A eficiência de qualquer método Branch and Bound depende de como são executados os seguintes itens:

- (i) Escolha do nó para branching: tente escolher um nó para branching que conduza a uma boa solução inteira.
- (ii) Escolha da variável para branching: tente maximizar as degradações funcionais obtidas na ramificação para minimizar o número de nós gerados.

A eficácia do método Branch and Bound depende também de como os limites superiores e inferiores convergem. É interessante que seja escolhida para branching, uma variável que faça com que os limites sejam os melhores possíveis. Um aspecto crucial no algoritmo de Branch and Bound é dispor de excelentes limitantes inferior e superior da solução ótima do problema. Se a

diferença entre os limitantes inferior e superior é pequena, então existe um indicativo de que o número de nós que ainda devem ser gerados é relativamente pequeno.

Escolher uma variável que afete o limitante inferior é uma tarefa difícil. No início do processo, uma limitante inferior trivial é a solução do PL relaxado que constitui o nó inicial da árvore de Branch and Bound, sendo este limitante inferior, geralmente, de pobre qualidade. Durante o processo, o limitante inferior é fornecido pelo nó já analisado e que apresenta o menor valor da função objetivo. É possível melhorar o limitante inferior e o desempenho do algoritmo de Branch and Bound, incorporando um conjunto de restrições, que são relaxadas, mas que reduz a região factível do PL relaxado.

No que diz respeito ao limitante superior, o mesmo pode ser encontrado usando-se o algoritmo heurístico construtivo de Garver ou suas versões melhoradas e com pequeno esforço computacional. Durante o processo, cada vez que é encontrado uma nova solução incumbente, o limite superior é atualizado e, portanto, é relativamente fácil encontrar bons limitantes superiores para o problema.

Um modo para tentar prever quais variáveis fracionárias melhorará o limite superior é tentar calcular a degradação do valor da função objetivo. Assim, é apresentado o conceito de pseudo-custos proposto em [10].

4.2 - Critérios Propostos para Escolha do Subproblema e da Variável para Separação:

Uso de Pseudo-custos

4.2.1 - Definição de pseudo-custos [9,10]

Considerando o processo branching aplicado à variável y_b , e sendo k o nó escolhido para branching. Sejam $n+1$ e $n+2$ os dois nós sucessores do nó k , F_k o valor da função objetivo, F_{n+1} e F_{n+2} os valores da função objetivo nos nós sucessores, e f_b^k a parte fracionária de y_b do nó k , conforme mostra a figura 4.1.



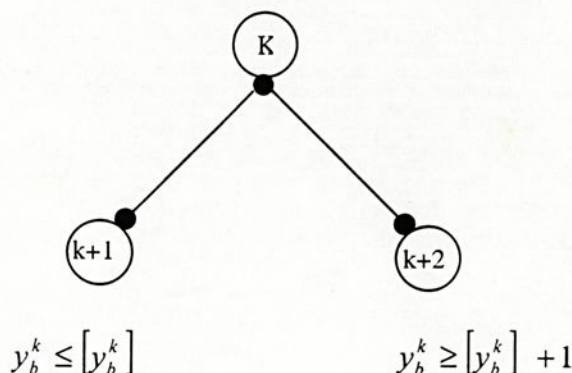


Figura 4.1 – Esquema do Pseudo custo

Sendo:

$[y_b^k]$ - Valor da parte inteira da variável escolhida para branching no nó k

Os pseudo-custos da variável inteira y_b são definidos da seguinte maneira:

$$PCL_b = \left| \frac{F_{n+1} - F_k}{f_b^k} \right| \qquad PCU_b = \left| \frac{F_{n+2} - F_k}{1 - f_b^k} \right| \qquad (4.6)$$

Estes pseudo-custos representam a deterioração do valor da função objetivo por unidade de mudança de y_b , onde PCL_b corresponde a uma diminuição e PCU_b a um aumento de y_b . Os valores dos pseudo-custos da variável y_b dependem do nó que está sendo analisado.

Os pseudo-custos de uma variável inteira são computados para cada nó da árvore que possui variáveis contínuas. Estes pseudo-custos têm a mesma ordem de grandeza, exceto para alguns nós. Então, nesse método os pseudo-custos de uma variável inteira podem ser considerados constantes.

4.2.2 - Cálculo dos pseudo-custos [9,10]

A cada iteração umas das variáveis inteiras é escolhida para branching. Seus pseudo-custos são computados ao término da otimização dos dois sub-problemas sucessores. Portanto, durante a busca, os pseudo-custos de uma variável serão desconsiderados até que essa variável seja escolhida para branching.

No processo de solução, a variável y_b pode se ramificar muitas vezes. Benichou [9] declara que os pseudo-custos variam pouco ao longo da árvore de Branch and Bound, e sugere fixar PCL_b e PCU_b para os primeiros valores em que a variável y_b foi ramificada. Alternativamente, os pseudo-custos podem ser fixados para os valores obtidos da última vez em que y_b foi escolhida para branching.

No início da resolução, os pseudo-custos não são conhecidos. Então, resolveu-se o primeiro PL (nó zero). Depois de resolvido este PL resolveram-se dois PLs para cada variável não inteira resultante do nó zero. Portanto, para cada variável fracionária montou-se dois PL's, sendo um considerando que a variável fracionária foi arredondada para cima e outro considerando que esta variável foi arredondada para baixo. Resolvendo-se os problemas de otimização, obtém-se as funções objetivos quando a variável é arredondada para cima e para baixo. De posse da função objetivo do nó zero e das funções dos dois nós sucessores, para uma dada variável fracionária, calculam-se os pseudo-custos desta variável.

4.2.3 – Regras para escolher o próximo sub-problema

Dentre estas regras há as chamadas regras à priori, que determinam a ordem na qual a árvore será desenvolvida. A principal regra à priori usada é a busca em profundidade. Esta regra determina que o subproblema candidato selecionado é sempre o último adicionado à lista de problemas candidatos, ou seja, se o nó atual não é sondado, o próximo a ser considerado é um dos seus dois nós sucessores na árvore. Esta estratégia é conhecida como regra LIFO.

Esta estratégia permite um melhor desempenho do algoritmo de PL, pois o critério permite que freqüentemente seja resolvido um subproblema depois de resolver o subproblema predecessor. Assim, na resolução do subproblema pode ser usado um algoritmo de PL do tipo dual simplex com variáveis canalizadas usando a base ótima do subproblema predecessor encontrando mais rapidamente a solução ótima do subproblema. Esta estratégia permite resolver mais rapidamente muitos subproblemas.

A principal vantagem da regra LIFO é que a solução do último subproblema da lista por programação linear é muito simples, bastando adicionar uma restrição de limite inferior ou superior a uma variável não inteira e reotimizar usando o dual simplex. Experiências mostram que as soluções factíveis são mais prováveis de serem encontradas em níveis mais profundos da



árvore. A desvantagem da regra LIFO, é que há ocasiões em que um subproblema mais antigo na lista de candidatos é muito mais promissor.

Outra maneira de escolher o próximo nó a ser analisado é através da regra adaptativa. Dentre os nós ativos, escolher o de menor limitante inferior, sendo que o limitante inferior de um nó é o valor ótimo do problema relaxado.

Uma outra maneira, é através da estimativa do nó. Esta estimativa é feita da seguinte maneira: associamos com cada nó vivo k uma quantidade E_k chamada estimativa. E_k é calculada usando os pseudo-custos e o valor das variáveis inteiras do nó k .

Quando um nó vivo vai ser analisado, sua estimativa é calculada da seguinte maneira:

$$E_k = F_k + \sum_{j=1}^q \min(PCL_j \cdot f_j^k, PCU_j(1 - f_j^k)). \quad (4.7)$$

Então, definimos a melhor estimativa dos nós vivos atuais H_n como:

$$H_n = \min E_i, i \in W_n \quad (4.8)$$

H_n calcula o valor funcional da melhor solução inteira dos nós vivos atuais.

A quantidade H_n determina o próximo nó que será escolhido para branching.

Um processo branching é executado ao nó k de forma que novos nós, $n+1$ e $n+2$, são criados. Um desses dois nós criados será escolhido como o próximo nó para branching. A condição para que um nó não seja escolhido para branching, será se sua estimativa for pior que:-

$$H_n + \rho(H_n - F_1) \quad (4.9)$$

onde H_n é a melhor estimativa dos nós vivos, F_1 é o valor da função objetivo no nó inicial, e ρ é uma constante fixada em 0,5.

Se ambos os nós, $n+1$ e $n+2$, satisfazem esta condição, qualquer um desses nós podem ser escolhidos como o próximo nó para branching. Se somente um dos dois nós satisfaz esta condição, então esse nó será o próximo nó a ser ramificado. Porém, se nenhum dos dois nós satisfazem esta condição, o próximo nó a ser ramificado, será o nó vivo com a melhor estimativa definida por (4.8) e (4.9).

Portanto, a escolha do nó para branching proposta em [10] assume a seguinte forma:

1) Se

$$E_{n+1} \leq H_n + \rho (H_n - F_1) \quad (4.10)$$

ou

$$E_{n+2} \leq H_n + \rho (H_n - F_1) \quad (4.11)$$

escolha o nó que tem menor estimativa. Assim se $E_{n+1} < E_{n+2}$ então o nó (n+1) é escolhido; em caso contrário o nó (n+2) é escolhido. Esta estratégia equivale a implementar o LIFO.

2) Em caso contrário escolher um nó de W_n com o menor E_k .

Na verdade a estratégia anterior é uma regra LIFO modificada, isto é, se prioriza a escolha do nó usando a regra LIFO desde que a estimativa dos nós gerados sejam atrativas.

4.2.4 -Regras para escolher a variável para branching

Uma vez escolhido o problema candidato a ser pesquisado, relaxa-se a integralidade nas variáveis e resolve um problema de programação linear. Dentre as variáveis ótimas que assumem valores contínuos é necessário escolher uma delas para ser dicotomizada. Esta escolha é muito importante para o tempo computacional de execução do algoritmo, pois geralmente há variáveis que precisam ser fixadas em seus valores inteiros para que as outras se tornem inteiras na resolução do problema de programação linear.

Uma maneira é escolher a primeira variável inteira x_j com valor atual fracionário x_j^* para realizar a separação. São gerados dois novos subproblemas a partir do subproblema corrente adicionando a restrição $x_j \leq [x_j^*]$ para gerar um subproblema e a restrição $x_j \geq [x_j^*] + 1$ para gerar o outro subproblema onde $[x_j^*]$ é o maior inteiro contido em x_j^* . A escolha desta variável será feita para obter a maior degradação da função objetivo quando houver branching, para que seja minimizado o número de nós gerados.

Em [9] é apresentada uma proposta para escolher a variável para branching, também baseada em pseudo-custos, que consiste em determinar, para cada subproblema, uma variável para branching usando os seguintes critérios:

a) Escolhe-se a variável não inteira x_j que apresenta $\max_j(\min(PCL_j, f_j^k, PCU_j(1 - f_j^k)))$, (4.12)

b) Escolhe-se a variável não inteira x_j que apresenta $\max_j(\max(PCL_j, PCU_j))$, (4.13)

Como regra geral, independentemente do tipo de branching utilizado, adota-se o seguinte procedimento: variáveis quase-inteiras não são selecionadas para branching.

Uma das razões que justificam esta regra, em particular, é que uma vez que uma variável quase-inteira tem uma grande chance de ser transformada no inteiro mais próximo na solução seguinte, não vale a pena utilizá-la como variável para branching.

Define-se uma variável como sendo quase-inteira quando sua parte fracionária for menor que uma determinada tolerância, sendo esta tolerância um valor bem pequeno.

4.2.5 - Resultados obtidos usando o Algoritmo B&B melhorado

No algoritmo B&B básico foram incorporadas diferentes alternativas para cada uma das três partes básicas do algoritmo: (1) geração de uma boa incumbente inicial, (2) critério usado para escolher a variável para separação e (3) critérios usados para escolher o próximo subproblema que deve ser analisado. Assim, o algoritmo B&B modificado permite implementar as seguintes alternativas:

(1) Geração da incumbente inicial:

Pode-se iniciar o processo sem incumbente inicial ou usando uma boa incumbente inicial usando o algoritmo heurístico construtivo de Garver.

(2) Escolha da variável para separação (branching):

Pode-se escolher a primeira variável com valor corrente fracionário ou as duas propostas baseadas em pseudo-custos.

(3) Escolha do próximo subproblema que deve ser analisado:

Pode-se escolher usando a regra LIFO ou a menor estimativa determinado por (4.9).

Portanto, é possível executar até 12 variantes do algoritmo B&B dependendo de qual critério é

usado. Na tabela 4.1 são mostrados o número de PL's que são necessários para encontrar a solução ótima do sistema de 6 barras com redespacho. Assim, por exemplo, o algoritmo B&B que usa a incumbente inicial usando o algoritmo heurístico de Garver, escolhe a primeira variável com valor fracionário para separação e regra LIFO para escolher a próximo subproblema para ser analisado e converge após 120 PL's.

- Sistema de 6 barras com redespacho

Variável	Primeira variável fracionária				$\max(\min(PCL_j, f_j^k, PCU_j(1 - f_j^k)))$				$\max(\max(PCL_j, PCU_j))$			
Escolha do nó	Regra LIFO		Menor estimativa		Regra LIFO		Menor estimativa		Regra LIFO		Menor estimativa	
Inc.*	sim	Não	Sim	Não	Sim	não	Sim	não	sim	não	sim	não
nº PLs	120	132	39	39	96	96	32	32	90	90	34	34
Inc**	130	∞	130	∞	130	∞	130	∞	130	∞	130	∞

Tabela 4.1 Algoritmo B&B para o sistema de 6 barras com redespacho

Inc*: Indica se será calculado ou não o valor da incumbente inicial

Inc**: Valor da incumbente inicial

Solução ótima global: U\$\$ 110.00

Os testes indicam que a melhor estratégia consiste em implementar a menor estimativa para a escolha do nó e o critério ($\max(\min(PCL_j, f_j^k, PCU_j(1 - f_j^k)))$) para a escolha da variável com ou sem incumbente inicial.

Na Tabela 4.2 se apresenta o esforço computacional das diferentes variantes do algoritmo B&B para o sistema de 6 barras sem redespacho.



- Sistema de 6 barras sem redespacho

Variável	Primeira variável fracionária				$\max(\min(PCL_j \cdot f_j^k, PCU_j(1 - f_j^k)))$				$\max(\max(PCL_j, PCU_j))$			
Escolha do nó	Regra LIFO		Menor estimativa		Regra LIFO		Menor estimativa		Regra LIFO		Menor estimativa	
Inc.*	sim	Não	Sim	Não	Sim	não	Sim	não	sim	não	Sim	Não
nº PLs	96	96	96	96	94	94	82	82	92	92	78	78
Inc**	230	∞	230	∞	230	∞	230	∞	230	∞	230	∞

Tabela 4.2 Algoritmo B&B para o sistema de 6 barras sem redespacho

Inc*: Indica se será calculado ou não o valor da incumbente inicial

Inc**: Valor da incumbente inicial

Solução ótima global: U\$\$ 200.00

Os testes indicam que a melhor estratégia consiste em implementar a menor estimativa para a escolha do nó e o critério $\max(\max(PCL_j, PCU_j))$ para a escolha da variável com ou sem incumbente inicial.

Na Tabela 4.3 se apresenta o esforço computacional das diferentes variantes do algoritmo B&B para o Sul Brasileiro com redespacho.

- Sistema Sul Brasileiro com redespacho

Variável	Primeira variável fracionária				$\max(\min(PCL_j \cdot f_j^k, PCU_j(1 - f_j^k)))$				$\max(\max(PCL_j, PCU_j))$			
Escolha do nó	Regra LIFO		Menor estimativa		Regra LIFO		Menor estimativa		Regra LIFO		Menor estimativa	
Inc.*	sim	Não	Sim	Não	Sim	não	Sim	não	sim	não	Sim	não
Nº PLs	238	246	198	198	304	304	108	108	378	360	134	134
Inc**	63.163	∞	63.163	∞	63.163	∞	63.163	∞	63.163	∞	63.163	∞

Tabela 4.3 Algoritmo B&B para o sistema Sul Brasileiro sem redespacho



Inc*: Indica se será calculado ou não o valor da incumbente inicial

Inc**: Valor da incumbente inicial

Solução ótima global: U\$\$ 53.334.000

Os testes indicam que a melhor estratégia consiste em implementar a menor estimativa para a escolha do nó e o critério ($\max_j(\min(PCL_j \cdot f_j^k, PCU_j(1 - f_j^k)))$) para a escolha da variável.

- Sistema Sul Brasileiro sem redespacho

Foram feitos neste sistema os mesmos testes aplicados no sistema anterior mas, no entanto, não se obteve êxito provavelmente devido a grande quantidade de nós vivos apresentados.

4.3 - Conclusões

A maneira como o nó é escolhido para ser resolvido teve uma influência considerável na quantidade de nós e PLs gerados. Dentre as duas maneiras testadas para escolher o nó, a que apresentou melhores resultados foi a que utilizou o nó com menor estimativa.

Quanto a escolha da variável para branching, verificou-se que a escolha utilizando pseudo-custos apresentou melhores resultados em relação à escolha que utiliza a primeira variável fracionária.

Pode-se dizer que, dentre os sistemas elétricos testados, os fatores que mais influenciaram na quantidade de PL's e de nós foram a escolha do nó e a escolha da variável para branching. Mais especificamente, pode-se dizer que dentre os sistemas testados, a melhor maneira de escolher o nó é através da menor estimativa. Quanto a variável para branching, a melhor escolha é aquela que utiliza pseudo custos na forma ($\max_j(\min(PCL_j \cdot f_j^k, PCU_j(1 - f_j^k)))$).

A próxima etapa do trabalho consiste em introduzir restrições adicionais (tipo restrições substitutas) com a finalidade de incrementar a função objetivo da solução ótima do problema relaxado, diminuindo significativamente o número de chamadas ao algoritmo de PL na árvore de branch and bound.

Capítulo 5

Melhorias do Tipo Específico no Algoritmo B&B

Existem 3 estratégias diferentes para melhorar o desempenho do algoritmo B&B em aplicações especializadas, particularmente para o problema de planejamento de sistemas de transmissão. Estas estratégias são as seguintes: (1) geração de uma boa incumbente inicial, (2) geração de restrições especiais usando as chamadas cercas e (3) geração de restrições do tipo linha-transformador.

5.1 – Critério para Determinar uma Boa Incumbente Inicial

No algoritmo B&B apresentado, pode-se gerar uma boa incumbente inicial usando um algoritmo heurístico construtivo. Esse algoritmo construtivo é justamente o algoritmo apresentado por Garver. O algoritmo de Garver encontra soluções de boa qualidade mesmo em sistemas elétricos reais. Assim, com pequeno esforço computacional é possível encontrar uma boa incumbente inicial para o problema. Dispor de uma boa incumbente é muito importante para que funcione o segundo teste de sondagem. Assim, uma boa incumbente encontrada o mais rápido possível melhora o desempenho do segundo teste de sondagem e, portanto, do esforço computacional do algoritmo de Branch and Bound.

Neste estudo, a incumbente inicial foi gerada através de um *algoritmo heurístico construtivo* de Garver.

O Algoritmo de Garver pode ser resumido nos seguintes passos:

- 1 - Assumir a configuração base n_{ij}^0 como configuração corrente;



2 - Resolver o PL correspondente do sistema (3.1) para a configuração corrente. Se todos os $n_{ij} = 0$ então pare, pois foi encontrada uma boa configuração factível. Em caso contrário ir ao passo 3;

3 - Calcular os fluxos através de todos os novos circuitos adicionados pelo PL ($n_{ij} \neq 0$), usando a relação $f_{ij}^v = n_{ij} \bar{f}_{ij}$. Identificar o caminho novo ij com o maior valor de f_{ij}^v e atualizar a configuração corrente adicionando um circuito naquele caminho ij . Voltar ao passo 2.

O maior esforço computacional do algoritmo corresponde ao passo 2 que consiste em resolver um problema de PL.

5.2 – Conceito de Cortes de Cerca [18]

Os cortes de cerca são uma generalização de Primeira Lei de Kirchhoff. Este método é uma simplificação da metodologia usada para resolver o problema de planejamento usando o Modelo de Transportes. O sistema elétrico é separado em áreas denominadas centros de carga ou centro de geração. Assim, um centro de carga é uma área onde existe um excesso de carga líquida e um centro de geração é uma área onde existe um excesso de geração líquida.

No circuito elétrico inicial, pode-se analisar a deficiência de carga ou excesso de geração “cercando” imaginariamente os principais centros de carga ou geração.

A eficiência da restrição gerada pela cerca pode ser fraca ou forte, dependendo muito do tipo de cerca escolhido. Essas restrições dependem somente das variáveis de investimento e são restrições relaxadas para o problema inteiro misto, mas são restrições importantes para o PL correspondente. Em outras palavras, essas restrições aumentam o valor da função objetivo do PL correspondente diminuindo o gap existente entre a solução ótima do problema original e do PL correspondente convencional. Como consequência direta, os testes de sondagem se tornam mais eficientes.

As restrições de cerca, apesar de simples na parte conceitual, são muito importantes na aceleração do processo de convergência do problema de planejamento.

A grande dificuldade é determinar quais são as melhores restrições de cerca dentre as muitas que podem ser geradas.

A figura 5.1 apresenta a idéia do corte de cerca para um sistema de 3 barras.

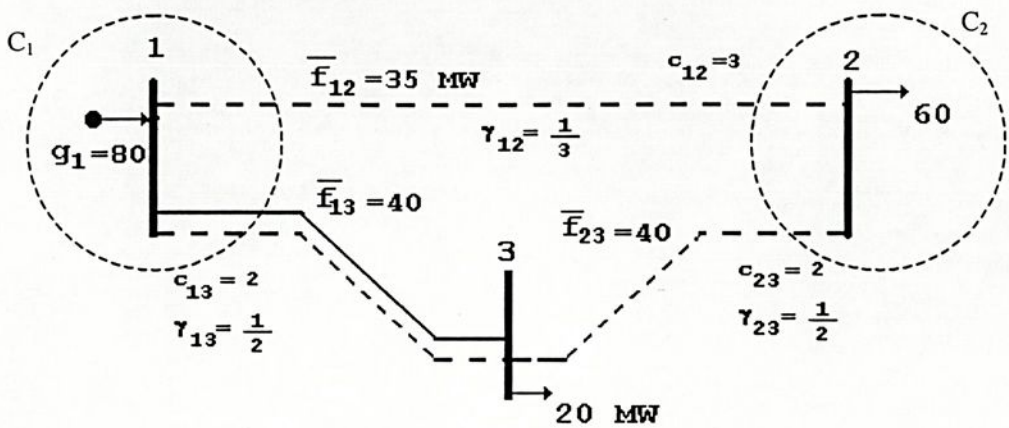


Figura 5.1 – Cortes de cerca

Por exemplo, na cerca identificada por C₁ (barra 1) existe uma geração de 80 MW mas existe uma única linha de 40 MW então, deve ser adicionada pelo menos uma linha saindo da barra 1, produzindo a seguinte relação:

$$n_{12} + n_{13} \geq 1 \tag{5.1}$$

Uma análise similar realizada na barra 2 produz a seguinte restrição de cerca:

$$n_{12} + n_{23} \geq 2 \tag{5.2}$$

Por outro lado, uma análise na cerca da barra 3 não produz restrição de cerca válida. Cortes de cerca válidas podem ser encontradas cercando várias barras de geração ou de carga.

Na presente pesquisa foram empregadas restrições de cerca analisando 3 tipos de cerca para cada barra: (1) cerca simples cercando unicamente a própria barra, (2) cercando em cada caso a barra analisada e outra barra vizinha, e (3) cercando a barra e todas as barras

vizinhas. Entretanto, pode-se gerar restrições de cerca cercando um número maior de barras. A única limitação é o esforço computacional e os problemas de programação.

5.3 – Restrições de Novos Caminhos : Tipo Linha-Transformador

Outra forma de encontrar restrições especiais válidas consiste em analisar os novos caminhos de adição de novos circuitos constituídos de dois ou mais circuitos que devem ser adicionados em série e simultaneamente para representar um investimento coerente. No problema de planejamento, quando são incorporados circuitos candidatos em caminhos onde ainda não existem circuitos construídos é muito frequente a necessidade de adição simultânea de vários circuitos para transportar potência de uma barra de geração ou com capacidade de transmitir potência para uma barra com carga não satisfeita.

A figura 5.2 mostra um caso particular dos novos caminhos de um sistema elétrico. Nesse caso existe uma barra de geração (barra 46) que pode ser incorporado ao sistema elétrico através das barras 6 e 5, isto é, através dos circuitos 46-6 e 6-5. Neste tipo de problema não faz sentido adicionar somente um desses circuitos e, portanto, deve-se adicionar os dois circuitos simultaneamente (geralmente em proporções adequadas) ou simplesmente não realizar adição de circuitos deixando a barra 46 isolada do sistema elétrico. Assim, é possível gerar as seguintes restrições do tipo linha-transformador. Podem também existir outros tipos de caminhos como, por exemplo, o definido pelo conjunto transformador-linha-transformador

$$3n_{46-6} - n_{6-5} \geq 0$$

$$n_{6-5} - n_{46-6} \geq 0$$



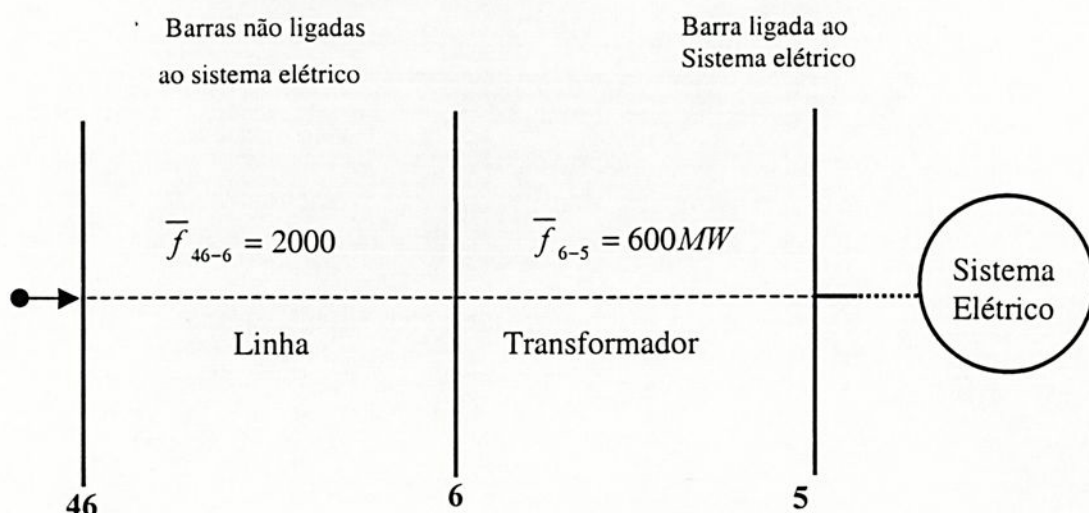


Figura 5.2 – Adição de um novo caminho

É possível ainda gerar outros tipos de restrições especiais aproveitando as características específicas do problema. Todas essas estratégias visam diminuir o gap existente entre o problema (2.1) e o problema relaxado do PL.

5.4 – Uma Análise Sobre os Custos dos Circuitos – (Ordenamento Especial das Variáveis)

O problema de planejamento de sistemas de transmissão apresenta ainda uma particularidade interessante: os custos dos circuitos (linhas e transformadores) são muito diferentes. Esta particularidade pode ser usada no algoritmo de B&B para escolher a variável que deve ser escolhida para branching. Assim, uma estratégia de escolha de variáveis que apresenta resultados surpreendentes é a seguinte: escolher a variável com valor corrente fracionário que tem o maior custo para realizar branching. Assim, escolhendo os circuitos mais custosos, os testes de sondagem se tornam mais eficientes e pelo menos um dos subproblemas gerado é sondado rapidamente e esta estratégia é ainda mais eficiente se existe disponível uma boa incumbente inicial

O custo de cada linha que pode ser inserida no sistema é função de diversos fatores e, estes custos são bem distintos um dos outros.

Se durante a resolução do PLIM, após a otimização de um nó k , for utilizada para branching um circuito com um custo relativamente baixo, não são obtidas variações significativas

na função objetivo do nó $k + 1$. Por outro lado, se for utilizado um circuito com alto custo, a variação será grande.

Desta forma, pode-se adotar como critério para escolha da variável, o custo dos circuitos: faz-se branching na variável com maior custo. Desta forma, obtém-se grandes variações no valor da função objetivo, reduzindo significativamente a quantidade de iterações, melhorando o desempenho do algoritmo de B&B.

5.5 – Algoritmo Especializado de B&B

O programa inicial escolhia o nó a ser otimizado, através da regra LIFO. Quanto à variável, escolhia - se a primeira variável fracionária encontrada na solução do nó anterior.

As primeiras alterações (escolha do nó e da variável para branching) neste programa foram feitas com base nos pseudo custos das variáveis e na utilização de uma incumbente inicial. Estas alterações mostraram melhorias significativas em sistemas de pequeno porte e para o sistema Sul Brasileiro com redespacho. No entanto, estas alterações não foram suficientes para o sistema Sul Brasileiro sem redespacho

Novas alterações foram feitas: a variável para branching passou a ser escolhida em função dos custos das linhas e foram inseridas as restrições de cerca e do tipo linha-transformador

5.6 – Testes Usando o Algoritmo Especializado de B&B

Nas tabelas 5.1 e 5.2 são mostrados os resultados para o sistema Sul Brasileiro sem Redespacho, que é o sistema que apresenta um esforço computacional elevado para o algoritmo B&B sem especialização.



Utilizando Restrições Especiais						
Escolha do nó: Regra LIFO				Escolha do nó: Menor estimativa		
Escolha da Variável				Escolha da Variável		
Primeira Fracionária		Custo das Linhas		Custo das Linhas		
Com Inc.	Sem Inc.	Com Inc.	Sem Inc.	Com Inc.	Sem Inc.	
PL's	36168	36168	1606	1606	1220	1220
Inc.	162278	∞	162278	∞	162278	∞

Tabela 5.1

Sem Restrições Especiais						
Escolha do nó: Regra LIFO				Escolha do nó: Menor estimativa		
Escolha da Variável				Escolha da Variável		
Primeira Fracionária		Custo das Linhas		Custo das Linhas		
Com Inc.	Sem Inc.	Com Inc.	Sem Inc.	Com Inc.	Sem Inc.	
Nº PL's	62356	62356	8208	8208	6904	6904
Inc.	162278	∞	162278	∞	162278	∞

Tabela 5.2



Os testes indicam que a melhor estratégia é escolher a variável através dos custos das linhas, e escolher o nó através da menor estimativa e usar as restrições especiais que resolve o Sistema Sul Brasileiro sem redespacho com apenas 1220 PL's. Deve ser lembrado que o algoritmo B&B elementar resolve este sistema com 62354 PL'S.

Deve-se observar que o critério de custo para escolha da variável para separação é muito eficiente assim como o uso das restrições especiais (restrições de cerca e restrições tipo linha-transformador). O uso combinado dessas estratégias permite resolver o sistema sul brasileiro sem redespacho com apenas 1220 PL's.

5.7. Testes Usando o Algoritmo B&B para um Sistema de Grande Porte.

Existe disponível na literatura os dados do sistema norte-nordeste brasileiro para o plano-2002, tomando 1980 como ano base. O equivalente reduzido deste sistema, cujos dados são mostrados no Apêndice A4.; possui 87 barras, 183 circuitos e uma demanda de 20325 MW. Portanto, trata-se de um problema com 183 variáveis inteiras e centenas de variáveis reais. Um problema com este número de variáveis inteiras é muito difícil de resolver. Ainda não se conhece a solução ótima desse problema. Mesmo para o problema relaxado, que é o modelo de transporte usado na presente pesquisa, ainda não se conhece a solução ótima.

O algoritmo de B&B especializado, com todas as modificações propostas, ainda não teve êxito em encontrar a solução ótima desse sistema de grande porte. Foi colocado uma limitante superior de 1.000.000 PL's e o algoritmo de B&B não converge. Outro problema que dificulta o trabalho é que o Software MINOS às vezes apresenta problemas de convergência na resolução dos PL's comprometendo o desenvolvimento do algoritmo de B&B especializado.

Levando em conta as observações anteriores foram encontradas somente soluções sub-ótimas. A melhor solução sub-ótima encontrada apresenta um investimento de $v=1.208.033.000$ US\$ e a seguinte topologia:



$$\begin{aligned} n_{2-60}=2, n_{5-58}=1, n_{5-60}=2, n_{13-14}=1, n_{13-15}=2, n_{15-16}=2, n_{16-44}=3, \\ n_{8-50}=6, n_{18-74}=3, n_{20-21}=1, n_{20-38}=1, n_{24-43}=1, n_{25-55}=1, n_{26-29}=1, \\ n_{34-39}=1, n_{34-41}=2, n_{39-86}=3, n_{40-45}=1, n_{42-44}=2, n_{42-85}=1, n_{43-55}=1, \\ n_{43-58}=1, n_{48-49}=2, n_{49-50}=1, n_{53-86}=1, n_{67-68}=1, n_{67-69}=1, n_{67-71}=3, \\ n_{71-72}=1, n_{72-73}=1, n_{73-74}=1. \end{aligned}$$

Deve-se observar que o algoritmo heurístico construtivo de Garver encontra uma solução com investimento igual a $v = 1.364.279.000$ US\$ e a solução ótima do PL correspondente (problema P_0) apresenta uma solução com investimento igual a $v=947.199.200$ US\$. Portanto, a solução sub-ótima encontrada pelo algoritmo B&B é menor que o obtido pelo algoritmo heurístico de Garver em 156.246.000 US\$. Entretanto, a solução ótima deve ser ainda menor.

Pretende-se ainda contornar os problemas antes mencionados e encontrar a solução ótima global deste sistema de grande porte.



Capítulo 6

Conclusões

Em relação a pesquisa desenvolvida, pode-se mencionar as seguintes conclusões:-

- As melhorias do tipo geral tais como os pseudo-custos, produziram uma melhoria no desempenho do algoritmo B&B desenvolvido. Entretanto, as melhorias mais significativas foram encontradas usando as características específicas do problema, isto é, usando custos para escolher a variável para separação dos subproblemas e uso das restrições especiais (restrições de cerca e restrições tipo linha transformador).
- É interessante observar o desempenho do algoritmo B&B quando são usadas as características específicas do problema. Particularmente, no caso do sistema de 46 barras e 79 circuitos candidatos, o esforço computacional passa de 62000 PL's para valores em torno de 1200 PL's.
- É interessante verificar o aparecimento de soluções ótimas alternativas globais, mesmo para sistemas reais como o Sistema Sul Brasileiro.
- Estão sendo implementadas melhorias adicionais para tentar encontrar a solução ótima do sistema de grande porte. Por enquanto foram encontradas soluções sub ótimas.
- Foi verificado que os algoritmos heurísticos construtivos não encontram boas soluções em sistemas de grande porte. Particularmente, o algoritmo heurístico construtivo de Garver encontra uma solução com investimento em torno de 1.364.279.000 US\$. O algoritmo B&B encontrou uma solução sub-ótima com investimento em torno de 1.208.033.000 US\$. Entretanto a solução ótima deve ser menor que 1.200.000.000 US\$.



Referências Bibliográficas

- [1] R. Fischl: "Optimal System Expansion Planning: A Critical Overview".
ERDA & EPRI Conf., Henniker. 1975.
- [2] L.L. Garver. "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", IEEE Trans.
Power App. Syst., Vol. PAS-89, pp. 1688-1697, September-October, 1970.
- [3] GARFINKEL R. S., NEMHAUSER G.L.: "Integer Programming", John Wiley & Sons,
1972.
- [4] HILLER, F. S., LIBERMAN, G. J. : "Introduction to Operations Research", Holden – Day
Inc. , San Francisco, 1986.
- [5] SALKIN, H. M. , KAMLESH , M. : "Foundations of Integer Programming", North Holland,
New York, 1989.
- [6] TAHA, H. : "Integer Programming", Academic Press, new York, 1971.
- [7] MONTICELLI, A: "Métodos de Análise e Síntese Aplicados ao Planejamento a Longo
Prazo de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica", Relatório No 1
CEPEC/UNICAMP, 1979.
- [8] MONTICELLI, A: "Expansão de Sistemas Elétricos de Potência: Um Algoritmo para o
Planejamento de Sistema de Transmissão", Tese de Doutorado, UNICAMP, 1975.



- [9] BENICHO, M.; GAUTHIER, J. M.; GIRODET, P.; HENTIGES, G.; RIBIERE, G.; VINCENT, O.: "Experiments in Mixed – Integer Linear Programming", Mathematical Programming, nº 1, pp. 76-94, 1971.
- [10] GAUTHIER, J. M.; RIBIÈRE, G.: "Experiments in Mixed – Integer Linear Programming Using Pseudo-Costs", Mathematical Programming, nº 12, pp. 26-47, 1977.
- [11] GUIMARÃES, L. F. A. : "Um Algoritmo Branch and Bound para um Modelo de Otimização de um Sistema "Kanban", Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1991.
- [12] LINDEROTH J.T., SAVEZ SBERGH M.W.P.
"A computational study of Search Strategies for Mixed Integer Programming" INFORMS J.M Computing, to appear.
- [13] F. Glover, M. Laguna: "Tabu Search", Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [14] A. Monticelli: "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica". Editora Edgar Bucher Ltda, 1983.
- [15] R. Villasana, L.L. Garver, S.J. Salon: "Transmission Network Planning Using Linear Programming", IEEE Transactions Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, nº 2, February 1985.
- [16] R.A. Gallego, A. Monticelli, R. Romero: "Comparative Studies on Non Convex Optimization Methods for Transmission Network Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, Nº3, PP 822-828, August. 1998.
- [17] M.W.F. Pereira, L.M.V.G. Pinto: "Application of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, Nº2, February 1985.



- [18] R. Romero, A. Monticelli: "A Hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, Nº 1, PP. 373 – 380, February 1994.
- [19] S. Granville – M.W.F Pereira: "Analysis of the Linearized Power Flow Model in Benders Decomposition", EPRI Report RP 2473-6, Stanford University, February 1985.
- [20] R. Romero, R. Kurokawa, J. Mantovani: "Algoritmo de Branch and Bound Especializado para o Problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica.



APÊNDICE A

Dados dos Sistemas Testados



Dados dos Sistemas Testados

A. Sistema de 03 Barras

Níveis de Geração e Carga

Barra	Cap. de Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
1	120	80	0
2	0	0	60
3	0	0	20

Características das Linhas

N ^o	Linhas	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
1	1-2	0	3	35	3
2	1-3	1	2	40	2
3	2-3	0	2	40	2



A.1. Sistema de 04 Barras

	Barra	Cap. de Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
1		120	105	0
2		0	0	60
3		0	0	20
4		0	0	25

Características das Linhas

N ^o	Linhas	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
----------------	--------	----------------------	-------------------	--------------------	-------------------------------

Níveis de Geração e Carga

1	1-2	0	3	35	3
2	1-3	1	2	40	2
3	1-4	0	2	40	2
4	2-3	1	2	40	2
5	2-4	0	2	40	2



A.2. Sistema de 06 Barras

Barra	Cap. de Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
1	150	50	80
2	0	0	240
3	360	165	40
4	0	0	160
5	0	0	240
6	600	545	0

Características das Linhas

N ^o	Linhas	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
1	1-2	1	0,40	100	40
2	1-3	0	0,38	100	38
3	1-4	1	0,60	80	60
4	1-5	1	0,20	100	20
5	1-6	0	0,68	70	68
6	2-3	1	0,20	100	20
7	2-4	1	0,40	100	40
8	2-5	0	0,31	100	31
9	2-6	0	0,30	100	30
10	3-4	0	0,59	82	59
11	3-5	1	0,20	100	20
12	3-6	0	0,48	100	48
13	4-5	0	0,63	75	63
14	4-6	0	0,30	100	30
15	5-6	0	0,61	78	61

A.3. Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

Níveis de Geração e Carga

Barra	Cap. de Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
1	0,0	0,0	0,0
2	0,0	0,0	443,1
3	0,0	0,0	0,0
4	0,0	0,0	300,7
5	0,0	0,0	238,0
6	0,0	0,0	0,0
7	0,0	0,0	0,0
8	0,0	0,0	72,2
9	0,0	0,0	0,0
10	0,0	0,0	0,0
11	0,0	0,0	0,0
12	0,0	0,0	511,9
13	0,0	0,0	185,8
14	1257,0	944,0	0,0
15	0,0	0,0	0,0
16	20000,0	1366,0	0,0
17	1050,0	10000,0	0,0
18	0,0	0,0	0,0
19	1670,0	773,0	0,0
20	0,0	0,0	1091,2
21	0,0	0,0	0,0
22	0,0	0,0	81,9
23	0,0	0,0	458,1
24	0,0	0,0	478,2



Níveis de Geração e Carga (Continuação)

Barra	Cap. de Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
25	0,0	0,0	0,0
26	0,0	0,0	231,9
27	220,0	54,0	0,0
28	800,0	730,0	0,0
29	0,0	0,0	0,0
30	0,0	0,0	0,0
31	770,0	310,0	0,0
32	500,0	450,0	0,0
33	0,0	0,0	229,1
34	748,0	221,0	0,0
35	0,0	0,0	216,0
36	0,0	0,0	90,1
37	300,0	212,0	0,0
38	0,0	0,0	216,0
39	600,0	221,0	0,0
40	0,0	0,0	262,1
41	0,0	0,0	0,0
42	0,0	0,0	1607,9
43	0,0	0,0	0,0
44	0,0	0,0	79,1
45	0,0	0,0	86,7
46	700,0	599,0	0,0



Características das Linhas

Nº	Linhas	Linhas Existentes	Reatância (PU)	Capacidade (MW)	Custo 10³ dol.
1	01-07	1	0,0616	270	4349
2	01-02	2	0,1065	270	7076
3	04-09	1	0,0924	270	6217
4	05-09	1	0,1173	270	7732
5	05-08	1	0,1132	270	7480
6	07-08	1	0,1023	270	6823
7	04-05	2	0,0566	270	4046
8	02-05	2	0,0324	270	2581
9	08-13	1	0,1348	240	8793
10	09-14	2	0,1756	220	11267
11	12-14	2	0,0740	270	5106
12	14-18	2	0,1514	240	9803
13	13-18	1	0,1805	220	11570
14	13-20	1	0,1073	270	7126
15	18-20	1	0,1997	200	12732
16	19-21	1	0,0278	1500	32632
17	16-17	1	0,0078	2000	10505
18	17-19	1	0,0061	2000	8715
19	14-26	1	0,1614	220	10409
20	14-22	1	0,0840	270	5712
21	22-26	1	0,0790	270	5409
22	20-23	2	0,0932	270	6268
23	23-24	2	0,0774	270	5308
24	26-27	2	0,0832	270	5662
25	24-34	1	0,1647	220	10611
26	24-33	1	0,1448	240	9399



Características das Linhas (Continuação)

Nº	Linhas	Linhas Existentes	Reatância (PU)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
27	33-34	1	0,1265	270	8288
28	27-36	1	0,0915	270	6167
29	27-38	2	0,2080	200	13237
30	36-37	1	0,1057	270	7025
31	34-35	2	0,0491	270	3591
32	35-38	1	0,1980	200	12631
33	37-39	1	0,0283	270	2329
34	37-40	1	0,1281	270	8389
35	37-42	1	0,2105	200	13388
36	39-423	1	0,2030	200	12934
37	40-42	1	0,0932	270	6268
38	38-42	3	0,0907	270	6116
39	32-43	1	0,0309	1400	35957
40	42-44	1	0,1206	270	7934
41	44-45	1	0,1864	200	11924
42	19-32	1	0,0195	1800	23423
43	46-19	1	0,0222	1800	23365
44	46-16	1	0,0203	1800	24319
45	18-19	1	0,0125	600	8178
46	20-21	1	0,0125	600	8178
47	42-43	1	0,0125	600	8178
48	02-04	0	0,0882	270	5965
49	14-15	0	0,0374	270	2884
50	46-10	0	0,0081	2000	10889
51	04-11	0	0,2246	240	14247
52	05-11	0	0,0915	270	6167



Características das Linhas (Continuação)

Nº	Linhas	Linhas Existentes	Reatância (PU)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
53	46-06	0	0,0128	2000	16005
54	46-03	0	0,0203	1800	24319
55	16-28	0	0,0222	1800	26365
56	16-32	0	0,0311	1400	36213
57	17-32	0	0,0232	1700	27516
58	19-25	0	0,0325	1400	37748
59	21-25	0	0,0174	2000	21121
60	25-32	0	0,0319	1400	37109
61	31-32	0	0,0046	2000	7052
62	28-31	0	0,0053	2000	7819
63	28-30	0	0,0058	2000	8331
64	27-29	0	0,0998	270	6672
65	26-29	0	0,0541	270	3894
66	28-41	0	0,0339	1300	39283
67	28-43	0	0,0406	1200	46701
68	31-41	0	0,0278	1500	32632
69	32-41	0	0,0309	1400	35957
70	41-43	0	0,0139	2000	17284
71	40-45	0	0,2205	180	13994
72	15-16	0	0,0125	600	8178
73	46-11	0	0,0125	600	8178
74	24-25	0	0,0125	600	8178
75	29-30	0	0,0125	600	8178
76	40-41	0	0,0125	600	8178
77	02-03	0	0,0125	600	8178
78	05-06	0	0,0125	600	8178
79	09-10	0	0,0125	600	8178



A.4. Sistema Nordeste Brasileiro de 87 Barras

Níveis de Geração e Carga

Barra	Geração em 2002 (MW)	Carga em 2002 (MW)
1	0	1857
2	4048	0
3	0	0
4	517	0
5	0	0
6	0	1
7	403	0
8	465	0
9	538	0
10	2200	0
11	2257	0
12	4510	0
13	542	0
14	0	0
15	0	0
16	0	0
17	0	0
18	0	86
19	0	125
20	0	722
21	0	291
22	0	58
23	0	159
24	0	1502
25	0	47



Níveis de Geração e Carga - Continuação

Barra	Geração em 2002 (MW)	Carga em 2002 (MW)
26	0	378
27	0	189
28	0	47
29	0	189
30	0	110
31	0	0
32	0	0
33	0	0
34	0	28
35	1635	0
36	0	225
37	169	0
38	0	0
39	0	186
40	0	1201
41	0	520
42	0	341
43	0	0
44	0	4022
45	0	0
46	0	205
47	0	0
48	0	347
49	0	777
50	0	5189
51	0	290



Níveis de Geração e Carga - Continuação

Barra	Geração em 2002 (MW)	Carga em 2002 (MW)
52	0	707
53	0	0
54	0	0
55	0	0
56	0	0
57	0	0
58	0	0
59	0	0
60	0	0
61	0	0
62	0	0
63	0	0
64	0	0
65	0	0
66	0	0
67	1242	0
68	888	0
69	902	0
70	0	0
71	0	0
72	0	0
73	0	0
74	0	0
75	0	0
76	0	0
77	0	0
78	0	0



Níveis de Geração e Carga - Continuação

Barra	Geração em 2002 (MW)	Carga em 200(MW)
79	0	0
80	0	0
81	0	0
82	0	0
83	0	0
84	0	0
85	0	487
86	0	0
87	0	0



Características das Linhas – Nordeste Brasileiro

Nº	Linha	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
1	01-02	2	0,0374	1000	44056
2	02-04	0	0,0406	1000	48880
3	02-06	0	0,0435	1000	52230
4	02-87	1	0,0259	1000	31192
5	03-71	0	0,0078	3200	92253
6	03-81	0	0,0049	3200	60153
7	03-83	0	0,0043	3200	53253
8	03-87	0	0,0058	1200	21232
9	04-05	1	0,0435	1000	52230
10	04-06	0	0,0487	1000	58260
11	04-32	0	0,0233	300	7510
12	04-06	0	0,0215	1000	26770
13	04-68	0	0,0070	1000	10020
14	04-69	0	0,0161	1000	20740
15	04-81	0	0,0058	1200	21232
16	04-87	1	0,0218	1000	26502
17	06-06	1	0,0241	1000	29852
18	05-38	2	0,0117	600	8926
19	05-56	0	0,0235	1000	29182
20	05-58	0	0,0220	1000	27440
21	05-60	0	0,0261	1000	32130
22	05-68	0	0,0406	1000	48880
23	05-70	0	0,0464	1000	55580
24	05-80	0	0,0058	1200	21232
25	06-07	1	0,0288	1000	35212
26	06-37	1	0,0233	300	7510



Características das Linhas – Continuação

Nº	Linha	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
27	06-67	0	0,0464	1000	55580
28	06-68	0	0,0476	1000	56920
29	06-70	0	0,0371	1000	44860
30	06-75	0	0,0058	1200	21232
31	07-08	1	0,0234	1000	29048
32	07-53	0	0,0452	1000	54240
33	07-62	0	0,0255	1000	31460
34	08-09	1	0,0186	1000	23420
35	08-12	0	0,0394	1000	47540
36	08-17	0	0,0447	1000	53570
37	08-53	1	0,0365	1200	44190
38	08-62	0	0,0429	1000	51560
39	08-73	0	0,0058	1200	21232
40	09-10	1	0,0046	1000	7340
41	10-11	1	0,0133	1000	17390
42	11-12	1	0,0041	1200	6670
43	11-15	1	0,0297	1200	36284
44	11-17	1	0,0286	1200	35078
45	11-53	1	0,0254	1000	31326
46	12-13	1	0,0046	1200	7340
47	12-15	1	0,0256	1200	31594
48	12-17	1	0,0246	1200	30388
49	12-35	2	0,0117	600	8926
50	12-84	0	0,0058	1200	21232
51	13-14	0	0,0075	1200	10690
52	13-15	0	0,0215	1200	26770



Características das Linhas – Continuação

Nº	Linha	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
53	13-17	0	0,0232	1200	28780
54	13-45	1	0,0290	1200	35480
55	13-59	1	0,0232	1200	28780
56	14-17	0	0,0232	1200	28780
57	14-45	0	0,0232	1200	28780
58	14-59	0	0,0157	1200	20070
59	15-16	2	0,0197	1200	24760
60	15-45	0	0,0103	1200	13906
61	15-46	1	0,0117	600	8926
62	15-53	0	0,0423	1000	50890
63	16-44	4	0,0117	600	8926
64	16-45	0	0,0220	1200	27440
65	16-61	0	0,0218	1000	16720
66	16-77	0	0,0058	1200	21232
67	17-18	2	0,0170	1200	21678
68	17-59	0	0,0170	1200	21678
69	18-50	4	0,0117	600	8926
70	18-59	1	0,0331	1200	40170
71	18-74	0	0,0058	1200	21232
72	19-20	1	0,0934	170	5885
73	19-22	1	0,1877	170	11165
74	20-21	1	0,0715	300	6960
75	20-21	1	0,1032	170	6435
76	20-38	2	0,1382	300	12840
77	20-56	0	0,0117	600	8926
78	20-66	0	0,2064	170	12210



Características das Linhas – Continuação

Nº	Linha	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10³ dol.
79	21-57	0	0,0117	600	8926
80	22-23	1	0,1514	170	9130
81	22-37	2	0,2015	170	11935
82	22-58	0	0,0233	300	7510
83	23-24	1	0,1651	170	9900
84	24-25	1	0,2153	170	12705
85	24-43	0	0,0233	300	7510
86	25-26	2	0,1073	300	29636
87	25-26	3	0,1691	170	10120
88	25-55	0	0,0117	600	8926
89	26-27	2	0,1404	300	25500
90	26-27	3	0,2212	170	12760
91	26-29	1	0,1081	170	6710
92	26-54	0	0,0117	600	8926
93	27-28	3	0,0826	170	5335
94	27-35	2	0,1367	300	25000
95	27-53	1	0,0117	600	8926
96	28-35	3	0,1671	170	9900
97	29-30	1	0,0688	170	4510
98	30-31	1	0,0639	170	4235
99	30-63	0	0,0233	300	7510
100	31-34	1	0,1406	170	8525
101	32-33	0	0,1966	170	11660
102	33-67	0	0,0233	300	7510
103	34-39	2	0,1160	170	7150



Características das Linhas – Continuação

Nº	Linha	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
104	34-39	2	0,2968	80	6335
105	34-41	2	0,0993	170	6215
106	35-46	4	0,2172	170	12705
107	36-39	2	0,1327	170	8085
108	35-51	3	0,1602	170	9625
109	36-39	2	0,1189	170	7315
110	36-46	2	0,0639	170	4235
111	39-42	1	0,0973	170	6105
112	39-86	0	0,0233	300	7510
113	40-45	1	0,0117	600	8926
114	40-46	3	0,0875	170	5500
115	41-64	0	0,0233	300	7510
116	42-44	2	0,0698	170	4565
117	42-85	2	0,0501	170	3465
118	43-55	0	0,0254	1000	31326
119	43-58	0	0,0313	1000	38160
120	44-46	3	0,1671	170	10010
121	47-48	2	0,1966	170	11660
122	48-49	1	0,0757	170	4895
123	48-50	2	0,0256	170	2090
124	48-51	2	0,2163	170	12760
125	49-50	1	0,0835	170	5335
126	51-52	2	0,0560	170	3795
127	52-59	1	0,0117	600	8926
128	53-54	0	0,0270	1000	32120



Características das Linhas – Continuação

Nº	Linha	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
129	53-70	0	0,371	1000	44860
130	53-76	0	0,0058	1200	21232
131	53-86	0	0,0389	1000	46870
132	54-55	0	0,0206	1000	25028
133	54-58	0	0,0510	1000	60940
134	54-63	0	0,0203	1000	25430
135	54-70	0	0,0360	1000	43520
136	54-79	0	0,0058	1200	21232
137	56-57	0	0,0122	1000	16050
138	58-78	0	0,0058	1200	21232
139	60-66	0	0,0233	300	7510
140	60-87	0	0,0377	1000	45530
141	61-64	0	0,0186	1000	23420
142	61-85	0	0,0233	300	7510
143	61-86	0	0,0139	1000	18060
144	62-67	0	0,0464	1000	55580
145	62-68	0	0,0557	1000	66300
146	62-72	0	0,0058	1200	21232
147	63-64	0	0,0290	1000	35480
148	65-66	0	0,3146	170	18260
149	65-87	0	0,0233	300	7510
150	67-68	0	0,0290	1000	35480
151	67-69	0	0,0209	1000	26100
152	67-71	0	0,0058	1200	21232
153	68-69	0	0,0139	1000	18060



Características das Linhas – Continuação

Nº	Linha	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
154	68-83	0	0,0058	120	21232
155	68-87	0	0,0186	1000	23240
156	69-87	0	0,0139	1000	18060
157	70-82	0	0,0058	1200	21232
158	71-72	0	0,0108	3200	125253
159	71-75	0	0,0108	3200	125253
160	71-83	0	0,0067	3200	80253
161	72-73	0	0,0100	3200	116253
162	72-83	0	0,0130	3200	149253
163	73-74	0	0,0130	3200	149253
164	73-75	0	0,0130	3200	149253
165	73-84	0	0,0092	3200	107253
166	74-84	0	0,0108	3200	125253
167	75-76	0	0,0162	3200	185253
168	75-81	0	0,0113	3200	131253
169	75-82	0	0,0086	3200	101253
170	75-83	0	0,0111	3200	128253
171	76-77	0	0,0130	3200	149253
172	76-82	0	0,0086	3200	101253
173	76-84	0	0,0059	3200	70953
174	77-79	0	0,0151	3200	173253
175	77-84	0	0,0115	3200	132753
176	78-79	0	0,0119	3200	137253
177	78-80	0	0,0051	3200	62253
178	79-82	0	0,0084	3200	98253



Características das Linhas – Continuação

Nº	Linha	Linhas Existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
179	80-81	0	0,0101	3200	117753
180	80-82	0	0,0108	3200	125253
181	80-83	0	0,0094	3200	110253
182	81-83	0	0,0016	3200	23253
183	82-84	0	0,0135	3200	155253



APÊNDICE B

Artigo Publicado

Este apêndice apresenta o artigo publicado nos anais do XXXI SBPO, Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Juiz de Fora, Outubro de 1999.



ALGORITMO DE BRANCH AND BOUND ESPECIALIZADO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

R. Romero

R. Kurokawa

J. Mantovani

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – FEIS-UNESP
Av. Brasil 56 – Centro – CEP 15385000 Ilha Solteira – SP

Resumo: O modelo de transportes usado no problema de planejamento de sistemas de transmissão é um problema de programação linear inteiro misto (PLIM). Este trabalho apresenta um algoritmo de Branch and Bound (B&B) que encontra a solução ótima do problema de planejamento de sistemas de transmissão. O algoritmo usa uma heurística para encontrar uma boa solução inicial, pseudo-custos e outros critérios para a escolha dos nós e das variáveis para separação no processo B&B e, características específicas do problema de planejamento para encontrar um conjunto de restrições especiais que reduzem consideravelmente o gap entre a solução ótima inteira e a solução do PL correspondente, aumentando a eficiência dos testes de sondagem do algoritmo B&B. Testes experimentais mostram um excelente desempenho do algoritmo.

Abstract:- Branch and Bound Specialized Algorithm to the Planning of the Expansion of Transmission Systems of Electrical Energy

The transportation model used in planning of transmission systems is handled as a mixed linear integer programming problem. This paper presents a Branch and Bound (B & B) algorithm that provides the optimum solution for the problem of transmission system planning. An heuristic solution is used to achieve a good feasible initial solution, pseudocosts and other criteria for choosing nodes and separation variables in the B & B algorithm. Special constraints, which significantly reduce the gap between the integer optimum solution and the solution of the corresponding LP, are obtained from particular characteristics of the planning problem, improving the efficiency of the fathoming test of the B & B algorithm. Experimental tests demonstrate excellent performance of the algorithm.

Keywords: transmission system planning, branch and bound, transportation model.

1 – Introdução

O problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo é um problema clássico de sistemas de energia elétrica e cuja modelagem matemática ideal corresponde a um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM) e que, além disso, apresenta o fenômeno da explosão combinatorial, onde é usada diversas técnicas de resolução para resolver um problema complexo desse tipo.

Neste tipo de planejamento, dada uma configuração inicial e os dados de geração e demanda do horizonte de planejamento (além de outros dados como limites de operação, custos e restrições de investimento), tenta-se determinar o plano de expansão com um custo mínimo, isto é, deve-se determinar onde e que tipos de novos equipamentos devem ser instalados, e, adicionalmente, deseja-se saber quando instalar estes novos equipamentos. O problema de planejamento de sistemas de transmissão pode ser separado em duas partes: a modelagem matemática e a técnica de solução escolhida. A modelagem matemática deve representar de maneira adequada o problema da vida real.

Neste trabalho é desenvolvido um algoritmo de B&B eficiente e especializado para resolver o problema de planejamento de sistemas de transmissão usando o Modelo de Transportes. Quando é usado o Modelo de Transportes, o problema de planejamento de sistemas de transmissão assume uma forma matemática que corresponde a um problema de programação linear inteiro misto



(PLIM). Assim, é possível encontrar a solução ótima de um problema desse tipo usando um algoritmo de Branch and Bound.

Neste trabalho é apresentado um algoritmo Branch and Bound especializado com capacidade de encontrar a solução ótima do problema de planejamento de sistemas de transmissão quando é usado o modelo de transportes. A parte mais importante do algoritmo está relacionada com a formulação e determinação de restrições especiais deduzidas das características específicas do problema de planejamento. Estas restrições especiais diminuem o gap entre a solução ótima do problema e a solução ótima do PL correspondente aumentando a eficiência dos testes de sondagem e o desempenho do algoritmo de Branch and Bound. O algoritmo também tem capacidade de encontrar soluções ótimas alternativas globais. É usado o software MINOS para resolver os PL's correspondentes a cada nó da árvore de Branch and Bound.

2 – Modelagem Matemática do Modelo de Transportes

$$\min v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.a

$$Sf + g = d$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro}$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito}$$

Em que v é o investimento devido as adições de circuitos no sistema, c_{ij} é o custo de um circuito no caminho $i - j$, n_{ij} é o número de circuitos adicionados no caminho $i - j$, S é a matriz de incidência nó-ramo do sistema elétrico, f é o vetor de fluxos cujos elementos f_{ij} representam o fluxo total no caminho $i - j$, g é o vetor de geração cujos elementos g_i representam o nível de geração na barra de geração i , d é o vetor de demanda cujos elementos d_i representam a demanda na barra de carga i , n_{ij}^0 representa o número de circuitos na configuração base no caminho $i - j$, $\bar{f}_{ij}$ é o fluxo máximo permitido para um circuito no caminho $i - j$, $\bar{g}$ é o vetor de máxima capacidade de geração nas barras de geração e $\bar{n}_{ij}$ é o vetor de número máximo de adições permitidas no caminho $i - j$. No modelo de transportes, o conjunto de restrições $Sf + g = d$ representam as equações correspondentes a primeira lei de Kirchhoff, uma equação para cada barra do sistema; as restrições $|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$ representam as restrições de capacidade de transmissão dos circuitos (linhas e/ou transformadores) e o valor absoluto é necessário, pois os fluxos de potência podem fluir em ambos sentidos. As outras restrições representam limites de geração e de circuitos adicionados em cada caminho candidato $i - j$. Finalmente, as variáveis f_{ij} são irrestritas em valor e as variáveis n_{ij} devem ser inteiras representando a maior fonte de complexidade no problema. Um modelo mais exato para o problema de planejamento de sistemas de transmissão é o chamado modelo DC que é um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM) que não é usado neste trabalho.

O problema (1) foi resolvido por Garver (1970) usando um algoritmo heurístico construtivo. O algoritmo de Garver resolve em cada passo o PL correspondente de (1) para a chamada configuração corrente. A solução do PL identifica o novo circuito que leva o maior fluxo de potência dentre todos os circuitos adicionados (geralmente circuitos fracionários ou não inteiros). Assim o algoritmo adiciona um circuito naquele circuito novo que leva o maior fluxo de potência modificando a configuração corrente com essa nova adição. O algoritmo termina quando o PL correspondente da configuração corrente indica que não é necessária a adição de novos circuitos o que significa que foi encontrada uma topologia que permite operação adequada do sistema elétrico do ponto de vista do modelo de transportes. Obviamente, o algoritmo heurístico de Garver encontra apenas uma boa solução e não tem capacidade de encontrar as soluções ótimas de um sistema elétrico real. Entretanto, o algoritmo de Garver apresenta a vantagem de que é muito rápida e confiável.

3 - Algoritmo B & B básico:

Teoria sobre B&B pode ser encontrada em Hiller e Liberman(1986) e em Taha (1975). O algoritmo básico de Branch and Bound para resolver um problema PLIM do tipo (1) é conceitualmente simples. Entretanto, a eficiência desse algoritmo B&B depende de vários tipos de decisão que devem ser realizadas durante o processo de resolução. As principais decisões que determinam a qualidade de um algoritmo de B&B estão relacionadas com a determinação de uma boa incumbente inicial, da forma em que é escolhida a variável que permite separar um problema de PL correspondente a um nó da árvore em dois novos subproblemas de PL e do critério usado para escolher o próximo problema que deve ser escolhida para ser resolvido. Todas essas decisões determinam o tamanho da árvore de B&B, isto é, o esforço computacional necessário para resolver o problema.

Um algoritmo de Branch and Bound básico para o problema (1) assume a seguinte forma:

1. Inicialização:

Escolher a incumbente inicial $Z_{inc} = z^* = \infty$. Resolver o PL correspondente (PLI original com variáveis contínuas). Se a solução do PL é inteiro, pare, pois ela é ótima global. Em outro caso, armazenar o valor da função objetivo como limitante inferior z_{inf} dos subproblemas sucessores e ir ao passo 2;

2. Branching:

Escolher a primeira variável inteira x_j com valor corrente contínuo x_j^* para realizar separação. Gerar dois novos subproblemas a partir do subproblema corrente adicionando a restrição $x_j \leq [x_j^*]$ para gerar um subproblema e a restrição $x_j \geq [x_j^*] + 1$ para gerar o outro subproblema onde $[x_j^*]$ é o maior inteiro contido em x_j^* ;

3. Bounding:

Resolver o ultimo PL gerado usando um algoritmo de PL e armazenar a solução ótima $z_{pl} = z_{inf}$ como limitante inferior para os prováveis PLs sucessores;

4. Testes de Sondagem:



Após resolver o PL (Subproblema), deve-se verificar os testes de sondagem. O problema é sondado (eliminado para futuros desdobramentos) se satisfaz algum dos seguintes testes de sondagem:

- a) Teste 1: Se $z_{\text{inf}} \geq z^*$, em que z^* é o valor de incumbente
- b) Teste 2: Se a solução do PL é infactível.
- c) Teste 3: Se o ótimo do PL é inteiro, isto é, todas as variáveis inteiras assumem valores inteiros. Neste caso, se o ótimo é menor que a incumbente então, deve-se atualizar a incumbente e aplicar novamente o teste 1 para todos os subproblemas ainda não sondados.

5. Se o problema não foi sondado ir ao passo 2 para fazer branching. Em outro caso, se todos os subproblemas foram sondados, pare, pois foi terminado o processo; em caso contrário voltar ao passo 3 para resolver o último subproblema gerado. (Regra Lifo).

O algoritmo básico, embora seja conceitualmente simples, a implementação computacional não é muito simples. Outros problemas do algoritmo B&B básico estão relacionados com problemas de memória para armazenamento e com o crescimento exponencial do esforço computacional com o aumento do tamanho do problema.

4 - Melhorias no Algoritmo Branch and Bound Básico

Existem duas estratégias diferentes para melhorar o desempenho do algoritmo de B&B básico: (1) introduzindo estratégias eficientes do tipo geral próprios do algoritmo de B&B, e (2) introduzindo informações específicas do tipo de problema que está sendo resolvido. Estas duas estratégias são analisadas separadamente.

4.1 Melhorias de Tipo Geral:

Na teoria geral dos algoritmos de B&B foram propostas muitas modificações para melhorar o desempenho de um algoritmo de B&B. Assim existem muitas propostas para escolher a variável para branching e para escolher o próximo subproblema que deve ser resolvido. Uma análise detalhada pode ser encontrada em Hillier (1986), Benichou (1971), Gauthier (1977) e Linderoth. As propostas que foram usadas no algoritmo B&B proposto neste trabalho, foram aquelas baseadas em pseudocustos e elas são apresentadas em forma resumida.

Em [10] existe uma proposta interessante para escolher o próximo subproblema que deve ser resolvido (escolha para branching) e depois separado em dois subproblemas. A estratégia é seguinte: sejam E_{n+1} e E_{n+2} os estimados dos dois novos subproblemas que podem ser obtidos separando o subproblema corrente, então:

- (1) Se $E_{n+1} \leq H_n + \rho (H_n - F_1)$ ou $E_{n+2} \leq H_n + \rho (H_n - F_1)$ então é escolhido o subproblema (nó) que tem o menor estimado (se $E_{n+1} < E_{n+2}$ então o subproblema (n+1) é escolhido; em caso contrário é escolhido o subproblema (n+2)).
- (2) Em caso contrário escolher o subproblema k ainda não sondado com menor estimado E_k . Esta possibilidade também é implementada se os subproblemas (n+1) e/ou (n+2) são sondados.

Nas relações anteriores $H_n = \min E_i$ é o melhor estimado de um nó vivo e

$$E_k = F_k + \sum_{j=1}^q \min(PCL_j, f_j^k, PCU(1 - f_j^k)) \quad (2)$$

E_k é o estimado do nó vivo k , f_j^k é o valor fracional da variável inteira x_j^k e ainda, define-se as relações:

$$PCL_b = \left| \frac{F_{n+1} - F_k}{f_b^k} \right| \quad PCU_b = \left| \frac{F_{n+2} - F_k}{1 - f_b^k} \right| \quad (3)$$

As relações anteriores são os pseudocustos relacionados a cada variável x_b em que $x_b = [x_b] + f_b$ e $0 < f_b < 1$. Finalmente F_1 é o valor funcional do PL correspondente ao problema do PL inicial e $\rho = 0.5$. Assim, a proposta apresentada em [10] consiste basicamente em escolher a regra LIFO modificada, isto é, escolhe-se um dos subproblemas sucessores recentemente gerados desde que eles sejam atrativos e, em caso contrário, escolhe-se outro nó atrativo.

Em [10] também são realizadas propostas para escolher a variável para branching e a idéia consiste em escolher a variável que produz a máxima variação da função objetivo na tentativa de diminuir o número de nós gerados. Assim, são realizadas duas propostas baseadas em pseudocustos, a primeira que faz uma ordenação automática das variáveis para branching e a segunda baseada num branching dinâmico sem usar a lista ordenada.

Em [9] é apresentada uma proposta para escolher a variável para branching, também baseada em pseudocustos, que consiste em determinar, para cada subproblema, uma variável para branching usando um dos seguintes critérios:

$$\max_j (\min(PCL_j \cdot f_j^k, PCU_j (1 - f_j^k))), \quad (4)$$

$$\max_j (\max(PCL_j, PCU_j)), \quad (5)$$

Também existe uma regra geral onde, independentemente do tipo de branching utilizado, adota-se os seguinte procedimento: variáveis quase-inteiras não são selecionadas para branching. Outra estratégia interessante consiste determinação de uma boa incumbente inicial para melhorar o desempenho do segundo teste de sondagem.

4.2 Melhorias Obtidas Usando as Características Específicas do Problema:

Existem 3 estratégias diferentes para melhorar o desempenho do algoritmo B&B em aplicações especializadas, particularmente para o problema (1). Essas estratégias são as seguintes: (1) geração de uma boa incumbente inicial, (2) geração de restrições especiais usando as chamadas cercas e, (3) geração de restrições especiais do tipo linha-transformador.

No algoritmo B&B apresentado, pode-se gerar uma boa incumbente inicial usando um algoritmo heurístico construtivo. Para o problema (1) esse algoritmo construtivo é justamente o algoritmo apresentado por Garver. O Algoritmo de Garver encontra soluções de boa qualidade mesmo em sistemas elétricos reais. Assim, com pequeno esforço computacional é possível encontrar uma boa incumbente inicial para o problema (1).

As chamadas **restrições de cerca** consiste em encontrar restrições especiais usando o conceito de cerca. Essas restrições dependem somente das variáveis de investimento e são restrições relaxadas para o problema inteiro misto (1) mas são restrições importantes para o PL correspondente. Em outras palavras, essas restrições aumentam o valor da função objetivo do PL correspondente diminuindo o gap existente entre a solução ótima do problema (1) e do PL correspondente convencional. Como uma consequência direta os testes de sondagem se tornam mais eficientes. A figura 1 apresenta a idéia do corte de cerca para um sistema de 3 barras.

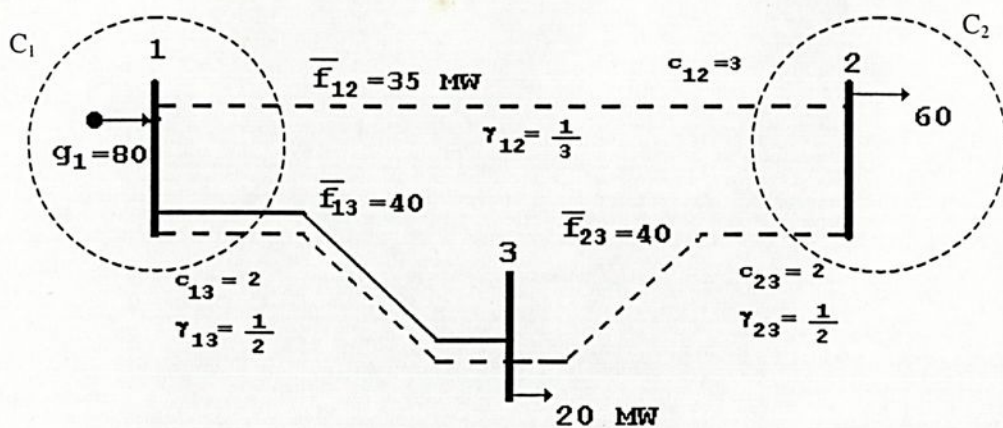


Figura 1 – Cortes de cerca

Por exemplo, na cerca identificada por C_1 (barra 1) existe uma geração de 80 MW mas existe uma única linha de 40 MW então, deve ser adicionada pelo menos uma linha saindo da barra 1, produzindo a seguinte relação:

$$n_{12} + n_{13} \geq 1 \quad (6)$$

Uma análise similar realizada na barra 2 produz a seguinte restrição de cerca:

$$n_{12} + n_{23} \geq 2 \quad (7)$$

Por outro lado, uma análise na cerca da barra 3 não produz restrição de cerca válida. Cortes de cerca válidas podem ser encontradas cercado várias barras de geração ou de carga. Na presente pesquisa foi desenvolvida uma subrotina que encontra restrições de cerca de até 3 barras cercadas.

Outra forma de encontrar restrições especiais válidas consiste em analisar os **novos caminhos** de adição de novos circuitos constituídos de dois ou mais circuitos que devem ser adicionados em série e simultaneamente para representar um investimento coerente. A figura 2 mostra um caso particular dos novos caminhos de um sistema elétrico. Nesse caso existe uma barra de geração (barra 46) que pode ser incorporado ao sistema elétrico através das barras 6 e 5, isto é, através dos circuitos 46-6 e 6-5. Neste tipo de casos não faz sentido adicionar somente um desses circuitos e, portanto, deve-se adicionar os dois circuitos simultaneamente (geralmente em proporções adequadas) ou simplesmente não realizar adição de circuitos deixando a barra 46 isolada do sistema elétrico. Assim, é possível gerar as seguintes restrições do tipo linha-transformador:

$$3n_{46-6} - n_{6-5} \geq 0 \quad (8)$$

$$n_{6-5} - n_{46-6} \geq 0 \quad (9)$$

É possível gerar restrições do tipo linha – transformador para caminhos em que existem mais de dois circuitos em série.

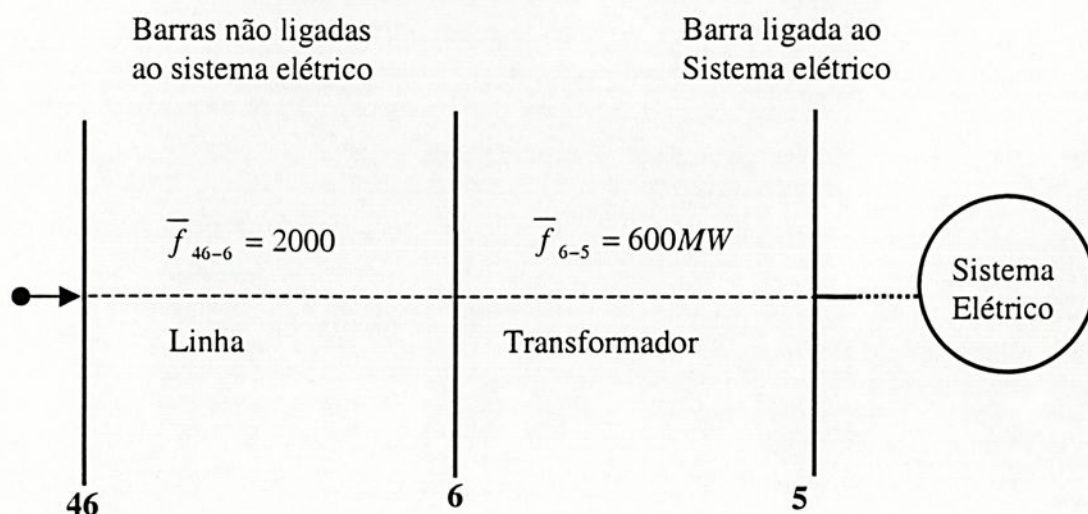


Figura 2 – Adição de um caminho novo

É possível ainda gerar outros tipos de restrições especiais aproveitando as características específicas do problema. Todas essas estratégias visam diminuir o gap existente entre o problema (1) e o problema relaxado de PL.

O problema de planejamento de sistemas de transmissão apresenta ainda uma particularidade interessante: os custos dos circuitos (linhas e transformadores) são muito diferentes. Esta particularidade pode ser usada no algoritmo de B&B para escolher a variável que deve ser escolhida para branching. Assim, uma estratégia de escolha de variáveis que apresenta resultados surpreendentes é a seguinte: escolher a variável com valor corrente não inteiro que tem o maior custo para realizar branching. Assim, escolhendo os circuitos mais custosos, os testes de sondagem se tornam mais eficientes e pelo menos um dos subproblemas gerados é sondado e esta estratégia é ainda mais eficiente se existe disponível uma boa incumbente (inicial).

A incorporação de cada uma das propostas anteriormente apresentadas no algoritmo de B&B básico produz um algoritmo B&B especializado. Apresenta-se os resultados apresentados com alguns destes algoritmos ao resolver um sistema elétrico real.

5 – Exemplo Ilustrativo Usando o Algoritmo Básico

O algoritmo B&B básico é usado para resolver o planejamento do sistema elétrico mostrado na figura 1, que apresenta uma única linha na configuração base. Os dados do sistema estão na figura 1 e também no apêndice.

O algoritmo de B&B resolve o problema e encontra duas soluções ótimas alternativas globais mostradas nas figuras 3 e 4.

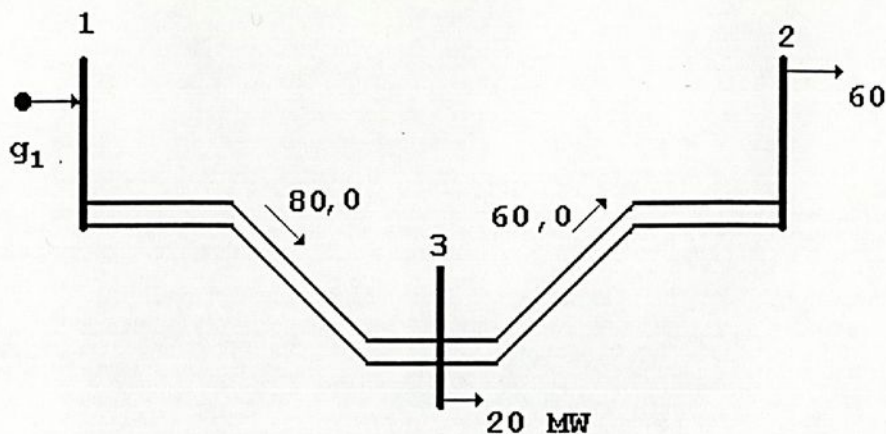


Figura 3 - Configuração ótima do sistema de 03 barras

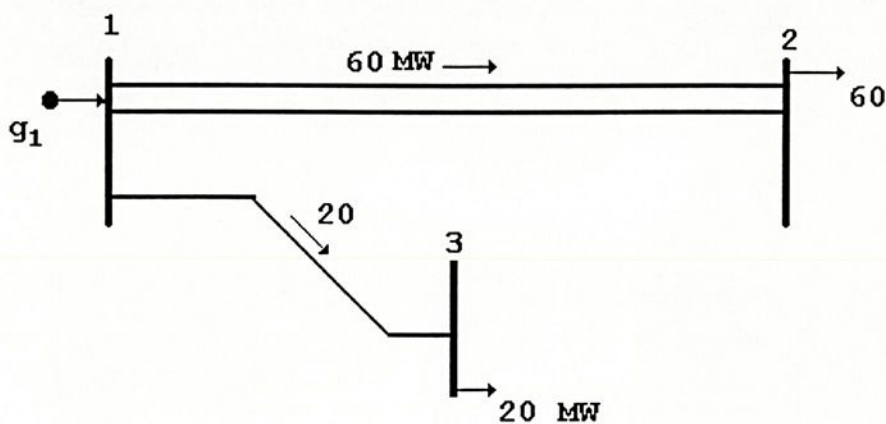


Figura 4 – Configuração ótima alternativa do sistema de 03 barras

Portanto, o algoritmo de B&B encontrou duas soluções ótimas alternativas mostradas a seguir:

- a) $n_{12} = 2$ com investimento $v = 6$
- b) $n_{13} = 1$ e $n_{23} = 2$ com investimento $v = 6$

Em relação ao esforço computacional, o algoritmo de B&B precisou resolver 9 PLs, conforme a árvore de Branch and Bound mostrado na figura 5.

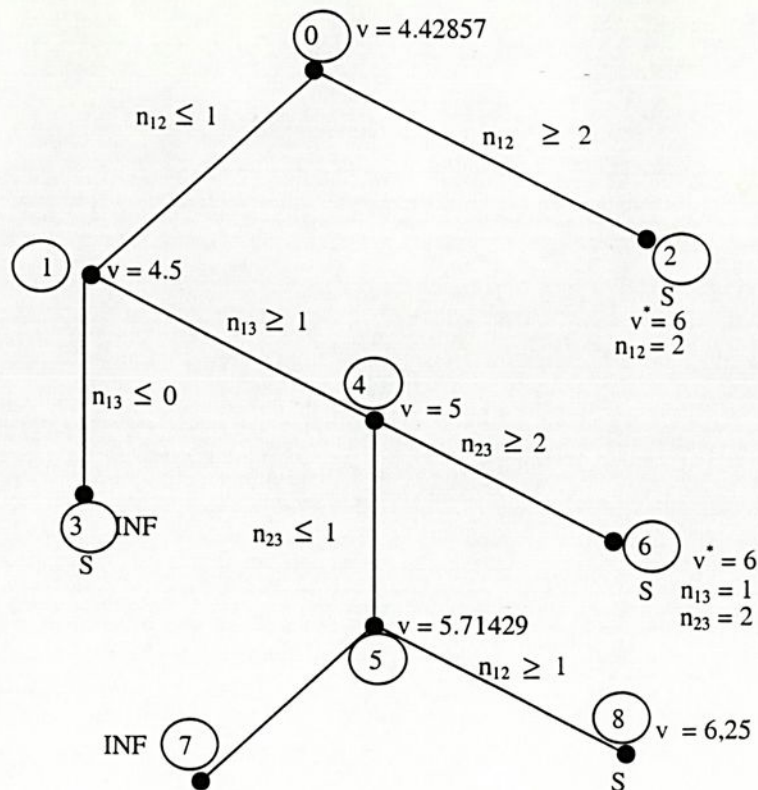


Figura 5 – Árvore de Branch and Bound para o sistema de 03 barras

É interessante observar que se fosse colocadas as restrições de cerca (6) e (7) na formulação (1) para o problema de 3 barras então a solução do PL correspondente é igual a $V_{pl} = 6$, isto é, o gap existente entre o problema (1) e o PL correspondente seria totalmente eliminado. Neste caso a árvore de B&B teria apenas dois nós correspondentes às duas soluções ótimas alternativas.

6 – Algoritmo B&B Usado no Sistema Sul Brasileiro

Para mostrar o desempenho do algoritmo B&B básico apresentado e as versões especializadas, foi usado os dados de um sistema elétrico real, o sistema sul brasileiro de 46 barras e 79 circuitos candidatos. Os dados desse sistema estão disponíveis com os autores.

O algoritmo B&B apresentado encontrou duas soluções ótimas globais alternativas com investimento de US\$ 127.272.000. As duas soluções ótimas alternativas são as seguintes:

- | | | | | | |
|--------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) $n_{14-22} = 1$ | $n_{18-19} = 1$ | $n_{20-21} = 1$ | $n_{42-43} = 2$ | $n_{05-11} = 2$ | $n_{25-32} = 1$ |
| $n_{31-32} = 1$ | $n_{28-31} = 1$ | $n_{46-11} = 1$ | $n_{24-25} = 2$ | | |
| b) $n_{14-22} = 1$ | $n_{20-21} = 2$ | $n_{42-43} = 2$ | $n_{05-11} = 2$ | $n_{25-32} = 1$ | $n_{31-32} = 1$ |
| $n_{28-31} = 1$ | $n_{46-11} = 1$ | $n_{24-25} = 2$ | | | |

É interessante ainda mencionar que a solução do PL correspondente ao nó inicial é igual a US\$ 71.779.270 dólares e, portanto, existe um gap de US\$ 55.492.730 entre a solução ótima global e a solução do PL correspondente.

O algoritmo B&B básico resolve 62.354 problemas de PL para terminar o processo de resolução do sistema sul brasileiro. Pode-se observar o elevado esforço computacional para resolver um sistema elétrico de médio porte.

Algumas versões especializadas do algoritmo B&B apresentado encontra as soluções ótimas anteriormente mencionadas mas com um esforço computacional muito menor. Nas tabelas 1 e 2 são apresentadas o número de PL's necessários para resolver o sistema sul brasileiro para várias versões especializadas do algoritmo B&B.

Utilizando Restrições Especiais						
Escolha do nó: Regra LIFO				Escolha do nó: Menor estimativa		
Escolha da Variável				Escolha da Variável		
Primeira Fracionária		Custo das Linhas		Custo das Linhas		
Com Inc.	Sem Inc.	Com Inc.	Sem Inc.	Com Inc.	Sem Inc.	
Nº PL's	36168	36168	1606	1606	1220	1220
Inc.	162278	∞	162278	∞	162278	∞

Tabela 1 – Desempenho do Algoritmo B&B

Sem Restrições Especiais						
Escolha do nó: Regra LIFO				Escolha do nó: Menor estimativa		
Escolha da Variável				Escolha da Variável		
Primeira Fracionária		Custo das Linhas		Custo das Linhas		
Com Inc.	Sem Inc.	Com Inc.	Sem Inc.	Com Inc.	Sem Inc.	
Nº PL's	62356	62356	8208	8208	6904	6904
Inc.	162278	∞	162278	∞	162278	∞

Tabela 2 – Desempenho do Algoritmo B&B

Os testes realizados indicam que a melhor estratégia é escolher a variável através dos custos das linhas e escolher o nó através da menor estimativa, que resolve o Sistema Sul Brasileiro sem redespacho com apenas 1220 PL's. Deve ser lembrado que o algoritmo B&B elementar resolve este sistema com 62354 PL's. Outro aspecto que deve ser observado é o excelente desempenho apresentado pelo algoritmo de B&B quando são adicionadas as restrições especiais. É também surpreendente o desempenho apresentado pelo critério de escolha da variável pelo maior custo da variável (custo dos circuitos). Em resumo, um algoritmo B&B especializado reduz consideravelmente o esforço computacional do problema (1) em relação ao algoritmo B&B básico.

Em relação aos cortes especiais, o algoritmo gerou 11 restrições de cerca e 19 restrições do tipo linha-transformador. Quando são incorporadas as restrições especiais no problema (1) a solução do PL correspondente ao nó inicial é igual a US\$ 89.564.240, portanto, o gap existente entre o ótimo do problema (1) e a solução do PL correspondente foi reduzido para US\$ 37.707.760, (muito menos que os US\$ 55.492.730 para o caso em que não são usadas restrições especiais).



7 – Conclusões

Foi desenvolvido um algoritmo B&B especializado para o problema de planejamento de sistemas de transmissão quando é usado o modelo de transportes.

O algoritmo especializado apresenta um desempenho muito superior quando comparado com o algoritmo B&B básico.

O algoritmo de B&B se torna eficiente quando são aproveitadas as características específicas do problema. Deve-se ainda incorporar melhorias adicionais no algoritmo proposto para resolver problemas de grande porte.

Agradecimentos:

O presente projeto de pesquisa conta com o apoio financeiro da FAPESP através do projeto de pesquisa nº 97/10495-2

Bibliografia:

- [1] R. Fischl: "Optimal System Expansion Planning: A Critical Overview".ERDA & EPRI Conf., Henniker. 1975.
- [2] L.L. Garver. "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-89, pp. 1688-1697, September-October, 1970.
- [3] GARFINKEL R. S., NEMHAUSER G.L.: "Integer Programming", John Wiley & Sons, 1972.
- [4] HILLER, F. S.,LIBERMAN, G. J. : "Introduction to Operations Research", Holden – Day Inc. , San Francisco, 1986.
- [5] SALKIN, H. M. , KAMLESH , M. : "Foundations of Integer Programming", North Holland, New York, 1989.
- [6] TAHA, H. : "Integer Programming", Academic Press, new York, 1971.
- [7] MONTICELLI, A: "Métodos de Análise e Síntese Aplicados ao Planejamento a Longo Prazo de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica", Relatório No 1 CEPEC/UNICAMP, 1979.
- [8] MONTICELLI, A: "Expansão de Sistemas Elétricos de Potência: Um Algoritmo para o Planejamento de Sistema de Transmissão", Tese de Doutorado, UNICAMP, 1975.
- [9] BENICHOU, M.; GAUTHIER, J. M.; GIRODET, P.; HENTIGES,G.; RIBIERE, G.;VINCENT, O.: "Experiments in Mixed – Integer Linear Programming", Mathematical Programming, nº 1, pp. 76-94, 1971.
- [10] GAUTHIER, J. M.; RIBIÈRE, G.: "Experiments in Mixed – Integer Linear Programming Using Pseudo-Costs", Mathematical Programming, nº 12, pp. 26-47, 1977.
- [11] GUIMARÃES, L. F. A. : "Um Algoritmo Branch and Bound para um Modelo de Otimização de um Sistema "Kanban", Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1991.
- [12] LINDEROTH J.T., SAVEZ SBERGH M.W.P.
"A computational study of Search Strategies for Mixed Integer Programming", INFORMS J.M Computing, to appear.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
AV. BRASIL, 56 - CAIXA POSTAL 31
15385-000 - ILHA SOLTEIRA - SP**

