



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**Câmpus de Ilha Solteira – Faculdade de Engenharia
Departamento de Engenharia Elétrica**

**METODOLOGIAS PARA DETERMINAÇÃO E ANÁLISE
PROBABILÍSTICA DE CORRENTES DE CURTO-CIRCUITO
AO LONGO DO COMPRIMENTO DE LINHAS DE
TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

**Texto que Sistematiza as Atividades de
Pesquisa Desenvolvidas pelo Candidato e
apresentado à Faculdade de Engenharia de
Ilha Solteira - FEIS/UNESP para obtenção
do título de Livre Docente junto ao
Departamento de Engenharia Elétrica.**

Luiz Fernando Bovolato

ILHA SOLTEIRA – SP

JULHO DE 2001

1210001355



**METODOLOGIAS PARA DETERMINAÇÃO E ANÁLISE
PROBABILÍSTICA DE CORRENTES DE CURTO-CIRCUITO
AO LONGO DO COMPRIMENTO DE LINHAS DE
TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

Texto que Sistematiza as Atividades de Pesquisa Desenvolvidas pelo Candidato e apresentado à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - FEIS/UNESP para obtenção do título de Livre Docente junto ao Departamento de Engenharia Elétrica.

Luiz Fernando Bovolato

1210001355



ILHA SOLTEIRA – SP

JULHO DE 2001

Proc. 053/2003 - NRD 020/03

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCN. DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMPO
26/02/03	31.03.03
RECEBIDA POR	TOR. S
Ailza	Te. 1355
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Classificação Autor R\$ 10,00	B783m

30404029

Co. Mys - 185654
Mys - 54736

Ao GRANDE ARQUITETO DO UNIVERSO

... que em SUA infinita bondade e poder nos proporciona preciosas oportunidades de ajudar ao próximo, deu-me coragem e determinação para assim sempre agir, ofereço o meu porvir e peço: dai-me a caridade pura, a fé e a razão, a simplicidade e a humildade, a força e a sabedoria para que possa proceder sempre com acerto.



AOS MEUS ENTES

AOS MEUS ENTES QUERIDOS

Mariângela, Luiz Fernando, Luiz Otávio, Ana Livia, Eugênio, Ruth, Maria, Clorinda, Érica, Catharina, Germano, Zelma, Ewalt e a memória de Maximino e Maria, Henrique e Joana, que através do amor, da confiança, da compreensão e do incentivo ajudaram-me a chegar onde estou, ofereço com alegria mais esta conquista.



RESUMO

AGRADECIMENTOS

Este trabalho trata sobre a distribuição de uma função, cuja distribuição sobre um intervalo de comprimento a e simétrica de modo que o comprimento desta seja $2a$, para valores diferentes de a .

Aos amigos e colegas com os quais congrego ideais, companheiros constantes de jornada, com quem posso compartilhar alegrias, dificuldades, decepções e sair fortalecido nos momentos difíceis. São muitos, a todos minha gratidão.

Aos funcionários lotados no Departamento de Engenharia Elétrica, Diretoria Técnica Acadêmica, Diretoria de Serviço Técnico de Biblioteca, Núcleo de Apoio à Pesquisa, Diretoria de Serviço Técnico de Informática, Diretoria Técnica Administrativa, Diretoria de Serviço de Atividades Auxiliares, Administração, ADUNESP e ASUIS; com quem tenho o privilégio de trabalhar. Também são muitos, a vocês minha gratidão pela preciosa colaboração.

Este trabalho trata sobre a distribuição de uma função, cuja distribuição sobre um intervalo de comprimento a e simétrica de modo que o comprimento desta seja $2a$, para valores diferentes de a .

Este trabalho trata sobre a distribuição de uma função, cuja distribuição sobre um intervalo de comprimento a e simétrica de modo que o comprimento desta seja $2a$, para valores diferentes de a .

Distribuições de frequência das respostas de falta são obtidas e transformadas em uma função contínua, dependendo de a e b . Na análise de variância de auto-circuito, esta função contínua é utilizada função densidade de probabilidade.

A distribuição geral de uma função, cuja distribuição sobre um intervalo de comprimento a e simétrica de modo que o comprimento desta seja $2a$, para valores diferentes de a .

RESUMO

Este trabalho manipula os resultados de uma investigação estatística sobre correntes de curto-circuito e constantes de tempo da componente direta da corrente para faltas afetando as linhas.

Distribuições e parâmetros típicos são obtidos para faltas fase-terra, dupla fase isolada e trifásica isolada.

São desenvolvidos e implementados métodos que permitem obter as distribuições de correntes de curto-circuito ao longo de linhas de transmissão, através da simulação direta de faltas, em sucessivos pontos, considerando primeiramente a linha aberta em uma das extremidades e posteriormente empregando inserção de barra auxiliar nos pontos mencionados.

É desenvolvido e implementado ainda um método que permite a avaliação da distribuição de corrente de curto-circuito para faltas ao longo das linhas partindo da distribuição de correntes de curto-circuito nas barras e da distribuição de comprimentos das linhas a elas ligadas.

Este trabalho trata ainda do estudo das correntes de curto-circuito através de um método analítico visando melhorar o planejamento de sistemas elétricos potência.

Este método propõe um tratamento probabilístico das variáveis envolvidas, considerando ser a corrente de curto-circuito uma variável aleatória contínua dependente do estado de operação do sistema, linha sob falta, tipo e localização da falta.

Distribuições de freqüências das correntes de falta são obtidas e transformadas em uma função contínua, impondo-se a igualdade das médias e desvios-padrões. Na análise das correntes de curto-circuito, essa função contínua é chamada função densidade de probabilidade.

A distribuição gama foi assumida como sendo a função contínua que melhor explica as distribuições de freqüências observadas. A verificação da aderência da distribuição gama, com relação às distribuições observadas, é realizada através do método de Kolmogorov-Smirnov.

Estas informações são necessárias quando se pretende avaliar a solicitação sobre os equipamentos de uma subestação em relação à efetiva distribuição probabilística do parâmetro de curto-circuito, correspondente aos possíveis diferentes pontos de falta ao longo do comprimento da linha.

A aplicação do método a um sistema de potência real conduz a resultados indicativos de que os atuais critérios de especificação de disjuntores, barramentos, transformadores de corrente, chaves seccionadoras, reatores para transmissão Carrier e transformador de força podem ser considerados conservadores, assim como os critérios de parada programada, definição de vida útil esperada e estoque de peças de reposição.

II.2.2. Limites com Apagamentos Simultâneos 16

II.2.3. Limites com Apagamentos Simultâneos 16

II.2.4. Precauções na Abertura de Linhas 20

II.3. Intertravamento de Manobra Automática 21

II.3.1. Generalização 21

II.3.2. Descontingimentos nos Equipamentos 21

II.3.3. Procedimentos de Intertravamento 26

III. MÉTODOS PARA DETERMINAR O PARÂMETRO 28

III.1. Limitações das Técnicas 28

III.2. Introdução e Descrição dos Tipos de Falhas 34

III.3. Características das Curvas de Falhas 39

III.3.1. Das Características de Curva de Falhas 39

III.3.2. Das Características de Turbulência 40

III.4. Método Geral para Abertura de Linhas 46

III.4.1. Distribuições de Correntes de Falhas ao Longo das Linhas 49

III.4.2. Distribuições de Constantes de Falhas 57

III.5. Método Direto com Injeção de Falhas 58

III.5.1. Distribuições de Correntes de Falhas ao Longo das Linhas 58

III.6. Ajuste da Distribuição Clara às Distribuições Experimentais de Correntes de Curto-Circuito 64

III.7. Método Indireto 64

III.7.1. Considerações 64

III.7.2. Distribuições de Correntes de Curto-Circuito nas Barras 64

III.7.3. Distribuição das Correntes de Falhas 66

ÍNDICE

	Página
I. INTRODUÇÃO.....	1
I.1. Objetivos.....	1
I.2. O Estado da Arte.....	1
I.3. Enfoque do problema.....	10
II – TÉCNICAS DE ABERTURA DE LINHAS E INSERÇÃO DE BARRAS.....	14
II.1. Introdução.....	14
II.2. Abertura de Linhas.....	14
II.2.1. Generalidades.....	14
II.2.2. Linhas sem Acoplamentos Mútuos.....	15
II.2.3. Linhas com Acoplamentos Mútuos.....	16
II.2.4. Procedimento de Abertura de Linhas.....	20
II.3. Inserção de Barra Auxiliar.....	21
II.3.1. Generalidades.....	21
II.3.2. Desenvolvimento das Equações.....	21
II.3.3. Procedimento de Inserção de Barras.....	26
III – MÉTODOS DIRETO E INDIRETO.....	28
III.1. Considerações Gerais.....	28
III.2. Hipóteses de Cálculo e Tipos de Faltas.....	29
III.3. Critérios de Classificação.....	29
III.3.1. Das Correntes de Curto-Circuito.....	29
III.3.2. Das Constantes de Tempo.....	30
III.4. Método Direto com Abertura de Ligações.....	30
III.4.1. Distribuições de Correntes de Defeito ao Longo das Linhas.....	30
III.4.2. Distribuições de Constantes de Tempo.....	37
III.5. Método Direto com Inserção de Barras.....	38
III.5.1. Distribuições de Correntes de Defeito ao Longo das Linhas.....	38
III.6. Ajuste da Distribuição Gama às Distribuições Experimentais de Correntes de Curto-Circuito.....	41
III.7. Método Indireto.....	44
III.7.1. Considerações.....	44
III.7.2. Distribuições de Correntes de Curto-Circuito nas Barras.....	44
III.7.3. Distribuição de Comprimentos de Linhas.....	46



III.7.4. Distribuições de Correntes de Falta nas Linhas	48
IV – MÉTODO ANALÍTICO	54
IV.1. Modelagem Estatística da Falta e Condições do Sistema	54
IV.1.1. Estado do Sistema	54
IV.1.2. Linha de Transmissão	54
IV.1.3. Tipo de Falta	55
IV.1.4. Localização da Falta.....	55
IV.2. Distribuição de Probabilidades da Corrente de Falta.....	55
IV.3. Formulação Analítica.....	57
IV.4. Desenvolvimento das Equações.....	58
IV.4.1. Curto-Circuito Trifásico.....	58
IV.4.1.1. Análise das Correntes das Linhas da Rede Devido à Aplicação de Curtos-Circuitos ao Longo de uma Linha em Particular.....	58
IV.4.1.2. Análise das Correntes à Esquerda e à Direita do Local da Falta quando o Curto-Circuito ocorre na Linha sob Observação	65
IV.4.1.2.1. Corrente que Flui à Esquerda do Local da Falta	65
IV.4.1.2.2. Corrente que Flui à Direita do Local da Falta.....	69
IV.4.2. Curto-Circuito Fase-Terra.....	73
IV.4.2.1. Análise das Correntes das Linhas da Rede devido à Aplicação de Curtos-Circuitos ao Longo de uma Linha em Particular	79
IV.4.2.2. Análise das Correntes à Esquerda e à Direita do Local da Falta quando o Curto-Circuito ocorre na Linha sob Observação	85
IV.4.2.2.1. Corrente que Flui à Esquerda do Local da Falta.....	85
IV.4.2.2.2. Corrente que Flui à Direita do Local da Falta.....	91
V – EXEMPLO DE APLICAÇÃO EM REDE DE 440 kV	96
VI – RESULTADOS OBTIDOS.....	98
VI.1. Considerações Gerais.....	98
VI.2. Apresentação dos Resultados.....	98
VI.2.1. Métodos Diretos e Indireto	98
VI.3. Análise dos Resultados	126



I. INTRODUÇÃO

I.1. Objetivos

Os estudos de curto-circuitos permitem definir características dos componentes das instalações, seja em planejamento, em projeto, em substituição daqueles existentes ou em consequência de ampliações da rede.

Geralmente calculam o parâmetro de curto-circuito para a condição de falta nas barras das subestações, não dando informação sobre o comportamento deste parâmetro para pontos de defeitos ao longo do comprimento das linhas.

Este trabalho relata os resultados alcançados por meio de uma pesquisa em que procedimentos estatísticos são utilizados para analisar os valores de curto-circuito calculados com a premissa de que o defeito pode acontecer ao longo das linhas de transmissão, como de fato na maioria das vezes ocorre. A finalidade é obter elementos que possam criar condições para o aperfeiçoamento dos métodos que a engenharia utiliza para especificar componentes do sistema de proteção contra curtos-circuitos. São propostas, desenvolvidas e comparadas metodologias que permitem o levantamento de distribuições estatísticas de correntes de curto-circuito ao longo do comprimento de todas as linhas do sistema considerado.

A aproximação probabilística, quando cotejada com aquela baseada sobre o valor determinístico do parâmetro para faltas na subestação é, em seu limite máximo, menos conservadora, podendo permitir redução no dimensionamento de certos equipamentos, ou ainda, retardar sua substituição.

I.2. O Estado da Arte

O comportamento de parâmetros de natureza aleatória, em sistemas elétricos de potência, tratados de forma determinística e associados com fatores de segurança em geral conservativos, vem justificando a adoção de procedimentos probabilísticos.

O desenvolvimento de ferramentas, para planejamento e projetos em sistemas de energia elétrica, que levem em conta que alguns parâmetros são melhor descritos por distribuições estatísticas, vem sendo alvo de investigações. Em particular, a corrente de curto-circuito é um parâmetro importante porque afeta o projeto de barramentos,



equipamentos em subestações, máquinas rotativas e, em consequência, quase que todos os aspectos do planejamento destes sistemas. Assim os parâmetros chave de estudos desta natureza são as distribuições de probabilidade de correntes de curto-circuito, que podem ser transformadas em distribuições de probabilidades de uma outra grandeza de interesse com propósitos de dimensionamento e/ou especificação.

Nesta linha, existem diversas publicações cujo conteúdo é voltado para a adoção de técnicas probabilísticas no projeto de componentes de subestações, estudos de coordenação de isolamento, projetos estruturais, etc.

Os métodos probabilísticos proporcionam maiores informações a respeito, por exemplo, da corrente de curto-circuito. Assim, a partir de resultados obtidos para as correntes de faltas é possível quantificar a probabilidade de ocorrer determinadas magnitudes de correntes de defeito nas barras ou linhas, permitindo deste modo elaborar, por exemplo, projetos mais justos de barramentos de subestações. Em decorrência, custos mais reduzidos podem ser obtidos sem comprometer a confiabilidade do sistema [12, 15 e 21]. A riqueza de informações destes métodos permite também que a proteção do sistema seja tratada de forma mais ampla, assim como a determinação quantitativa da confiabilidade do sistema e segurança de pessoal [12, 15, 21 e 28]. Aspectos analíticos e computacionais da aplicação da distribuição das correntes de faltas na determinação de potenciais de passo e toque nas proximidades de estruturas de linhas de transmissão de energia, são descritos em [10].

Em 1981, os autores Ford e Srivastava, publicaram um artigo [12] onde apresentam um projeto de barramentos de subestações empregando enfoque probabilístico. Neste trabalho já é utilizada a técnica analítica [13] que viria a ser publicada no ano seguinte.

No artigo [13], publicado em 1982, os autores Ford e Sengupta desenvolvem um método analítico, empregando a teoria das probabilidades, para a obtenção da distribuição densidade de probabilidade de correntes de curto-circuito trifásico, sendo conhecida a densidade de probabilidade da localização da falta sobre a linha. A formulação inicial é desenvolvida para configurações radiais simples e vai sendo estendida para configurações radiais mais complexas, com a geração equivalente sendo simulada pela variação da impedância da fonte equivalente de acordo com esquemas de geração. A formulação para sistemas multi-fontes que não sejam radiais a partir da barra de interesse é complexa, mesmo considerando o sistema dividido em sub-sistemas e empregando o teorema da superposição. O método é aplicado a uma região bem



restrita do sistema Ontário Hydro, sendo o restante do sistema representado por equivalentes, e a região de interesse sofrendo grande número de aproximações e simplificações, permitindo assim formular as expressões. Os resultados de aplicação do método analítico, ao sistema mencionado são comparados com os resultados de 5000 simulações do método de Monte Carlo, mostrando que as funções densidade tem a mesma forma geral e com os resultados analíticos apresentando boa aproximação. O decréscimo na precisão é compensado por uma significativa diminuição no esforço computacional. A grande desvantagem, entretanto, para o método analítico é que a análise e os programas são específicos para o sistema estudado, não podendo ser escritos de forma generalizada.

Observa-se que a curva da distribuição densidade de probabilidade, apresentada com resultado e obtida pela interligação dos pontos por segmentos de reta, chama a atenção para a possibilidade de representar tais resultados através da função gama, fato não comentado no artigo.

Em 1983, é publicado o artigo [09] onde o autor El-Kady apresenta as bases analíticas para representar a aleatoriedade das condições do sistema e faltas, sendo as variações de disponibilidade de geração, transmissão e condições de faltas estimadas com base em registro histórico. Investiga também técnicas computacionais que possibilitem a minimização do tempo e requisitos de memória, pelo emprego de esquemas de armazenamento eficiente e formulação adequada. Neste sentido sugere a formação da matriz de admitâncias nodais com a finalidade de explorar sua esparsidade e propõe que a análise das faltas seja executada com o emprego de impedâncias nodais devido a sua maior elegância e simplicidade diante das admitâncias, especialmente quando o processo é repetitivo. Todo este esforço tem por objetivo viabilizar de forma eficiente a simulação do método de Monte Carlo para determinação da distribuição de probabilidade de correntes de curto-circuito em uma limitada região do sistema.

Ainda em 1983, é publicado o artigo [08] no qual os autores El-Kady e Ford descrevem um programa computacional para análise probabilística de faltas usando simulação de Monte Carlo. O programa foi desenvolvido empregando o conteúdo do trabalho [09] e que explora o esquema de memória dinâmica. Pode simular faltas simétricas e assimétricas nas barras e/ou ao longo das linhas em posições definidas em consonância com as tendências observadas nos registros históricos, nas quais são introduzidas barras auxiliares com propósitos de modelagem. A função do programa é



fornecer distribuições de probabilidade de correntes de faltas devendo ser provido com as variações aleatórias dos dados do sistema e faltas.

No artigo [01], publicado em 1986, os autores Balouktsis, Tsanakas e Vachtsevanos apresentam o método de Monte Carlo e um outro analítico nos quais é empregada a matriz de impedância de barra para obtenção das correntes de curto-circuito. Na simulação do método de Monte Carlo, que incorpora a aproximação analítica proposta, as faltas são aplicadas repetitivamente no sistema e a ocasião em que ocorrem, sua localização e tipo são modeladas usando um gerador de números aleatórios e levando em consideração informações estatísticas disponíveis a respeito destas variáveis. Em cada ponto de falta é introduzida uma barra auxiliar e os novos elementos da matriz de impedâncias de barras aumentada calculados a partir dos elementos da matriz original, localização da falta e impedância da linha sob falta. A formulação desenvolvida com base na teoria das probabilidades considera a corrente de falta como uma variável aleatória dependente do estado do sistema, da linha sob falta e da localização da falta. Sendo a influência do estado do sistema e da linha sob falta caracterizada através de valores constantes e específicos de probabilidade da rede em análise, fornecidos como dados de entrada, obtém-se uma inequação polinomial em função da localização da falta. Determinada(s) a(s) raiz(es) real(is) positiva(s) e menor(es) que a unidade, tem-se a região de localização da falta para a estimação da distribuição de probabilidade acumulada. Assim, é possível calcular a probabilidade de que correntes de falta de magnitudes menores ou iguais a um valor arbitrado circulem em uma linha quando ocorrerem faltas em outras linhas da rede. Esta formulação dispensa as simplificações e considerações de linearidade da rede estabelecidas no método proposto em [13]. O procedimento analítico, como apresentado, é aplicável somente para faltas simétricas. Estas duas técnicas, aplicadas a um sistema teste simples composto por cinco barras, apresentaram resultados próximos, sendo o esforço computacional muito menor no caso do método analítico.

No desenvolvimento do trabalho [19], publicado em 1988, os autores Papadias, Hatziaergyion e Tsanakas, utilizando-se em grande parte do conteúdo do artigo [01] desenvolveram uma formulação analítica mais abrangente que incorpora diferentes tipos de faltas. O procedimento apresentado também utiliza a matriz de impedância de barra, com seus elementos sendo recalculados para os pontos de falta. O equacionamento apresentado também inclui a técnica de inserção de uma barra auxiliar em cada possível ponto de defeito ao longo da linha. O método é testado com o sistema



de transmissão da Grécia considerando-se três estados de operação(carregamento leve, médio e pesado) com suas respectivas probabilidades e com os dados estatísticos de um histórico de faltas. O artigo apresenta como resultados, as curvas de distribuição de probabilidade acumulada das correntes de falta induzias em algumas linhas do sistema de transmissão considerando as tensões pré-falta iguais a 1,0 pu.

É pertinente mencionar que os pesquisadores El-Kady e Ford questionam o método analítico proposto, em [01] e em consequência o trabalho [19] com base nas seguintes observações: *“O método proposto em [01] envolve a construção da matriz de impedância para cada geração possível e estado da configuração do sistema. Pelo fato de cada possível local de falta corresponder a um estado da configuração do sistema e porque o número de geradores e seus possíveis estados de operação variam muito rapidamente, nós questionamos a eficiência e praticabilidade do método proposto. Os autores respondem ao questionamento afirmando: “se nós considerarmos que a configuração do sistema(isto é geradores, linhas, etc.) é fixa, então um possível local de falta não corresponde a uma nova configuração do sistema”.*

Os pesquisadores citados no início do parágrafo anterior observam ainda que não são empregados sistemas de porte real para a obtenção resultados e possíveis comparações. Neste sentido vale dizer que no artigo [19] são apresentados os resultados correspondente a apenas três linhas.

A simulação do método de Monte Carlo permite uma representação detalhada do sistema e essa razão produz resultados bem precisos. Esta riqueza de detalhes fica, entretanto, sujeita a restrições de ordem computacional [01, 08, 09, 12, 18 e 26].

O procedimento de Monte Carlo simula o sistema de potência sob condições de falta aplicando curto-circuito em ocasiões aleatoriamente localizadas na rede. A ocasião da falta e sua localização são extraídas aleatoriamente de distribuições de densidade de probabilidade para as distribuições de faltas das linhas na rede, localização das faltas nas linhas e ocasião de ocorrência das faltas. O comprimento, o nível de isolamento, a proteção contra descargas atmosféricas, o terreno e fatores ambientais são alguns dos parâmetros que determinam a composição de faltas das linhas. Caso registros atualizados de faltas não sejam disponíveis, emprega-se a distribuição de falta na linha em proporção ao seu comprimento como uma aproximação razoável para linhas em uma limitada região. Os dados do sistema com relação a localização da falta sobre as linhas são bastante limitados. Neste caso emprega-se uma distribuição típica com alguns diferentes valores de densidade de probabilidade, sendo o maior deles para representar



os trechos da linha que atravessam regiões com condições ambientais adversas ou regiões onde a incidência de descargas atmosféricas é mais freqüente. No caso de linhas expostas a condições ambientais e atmosféricas uniforme assume-se apenas um valor.

O dados de falta do sistema são usados para estabelecer uma distribuição de faltas ao longo do tempo, discretizadas para outros intervalos.

Uma das facilidades do método de Monte Carlo é que ele pode acomodar convenientemente, sem simplificações, distribuições bem complicadas. Sua maior desvantagem é o tempo de computador consumido e os rigorosos requisitos de programação para alcançar níveis práticos de eficiência para o programa.

Por estas razões começaram a ser formulados os métodos analíticos e desenvolvidas suas expressões uma vez que envolvem muito menos esforço computacional que o método anterior, embora em certos casos esta vantagem possa ser maculada por uma relativa redução na precisão dos resultados [01, 12, 13 e 19].

Em geral, o método envolve a determinação da distribuição da variável aleatória contínua corrente de curto-circuito circulando em uma linha considerando-a como uma variável dependente das variáveis aleatórias discretas estado do sistema, tipo da falta, linha sob falta e da variável aleatória contínua local da falta. O ponto de ocorrência da falta é representado por uma barra auxiliar e fica caracterizado pela sua distância em relação aos extremos originais da linha e pelas impedâncias próprias e mútuas relativas a estes terminais. Os estados do sistema comumente empregados são aqueles relativos às cargas leve, média e pesada expressos por suas respectivas probabilidades. As linhas sob falta e os tipos de faltas são caracterizadas por suas respectivas probabilidades. O valor de corrente arbitrado e empregado na função de distribuição é considerado para cada estado do sistema, linha sob falta e tipo de falta.

Em 1994, o artigo [16], publicado por Hatziargyriou, Heliopoulos e Papadias apresentou um equacionamento idêntico ao do artigo [19], mas acrescido de mais uma variável aleatória, a impedância de falta, complementando a formulação do método analítico. A aplicação é feita a algumas linhas da parcela sudeste do sistema de transmissão da Grécia(Peloponnese Network) para os mesmos estados de operação do sistema e os mesmos tipos de faltas utilizados em [19]. Essas linhas foram escolhidas devido a uma característica típica, por exemplo, uma linha que liga a maior instalação geradora ao resto do sistema, uma linha situada no centro sistema ou uma linha da periferia etc. Entretanto, as curvas de distribuição de probabilidade acumulada das



correntes de falta obtidas para essas linhas, foram traçadas de duas formas: com tensões pré-falta obtidas a partir de estudos de fluxo de carga e com tensões pré-falta iguais a 1,0 pu.

No desenvolvimento do trabalho [24], publicado em 1994, os autores Sato, Garcia e Monticelli descrevem as implementações paralelas e distribuídas para análise de curto-circuito probabilístico pelo método de Monte Carlo. É descrito um programa que gera uma exata estimativa das curvas de distribuição de probabilidade da corrente de curto-circuito, que podem ser usadas em uma variedade de estudos de planejamento e projetos. Ambos aspectos da modelagem da rede, assim como o equivalente da rede reduzida e a representação do acoplamento mútuo, bem como o impacto do tamanho da amostra usada nas simulações são completamente analisados e ilustrados por resultados numéricos obtidos testando sistemas reais. Os exemplos ilustram como a eficiência computacional em máquinas paralelas varia com a proporção de comunicação para o processamento e o balanço de carga entre processadores do computador paralelo. Pode-se observar ainda que os resultados obtidos, isto é, a distribuição de probabilidade das correntes de falta podem ser explicadas pela função gama.

Os artigos [02] e [03], publicados em 1995, contribuem com o desenvolvimento de métodos capazes de gerar resultados dentro de uma boa precisão, com a vantagem de exigir menor esforço computacional em relação a dificuldade de implementação, requisitos de memória e tempo de processamento. Nestes trabalhos foram propostos dois métodos, denominados direto e indireto. No desenvolvimento destes métodos considera-se uma distribuição equiprovável de ocorrência de defeito ao longo das linhas de transmissão.

No método direto calculam-se as correntes de falta para todos os possíveis pontos ao longo do comprimento das linhas, definidos por posições sucessivas separadas entre si por uma distância constante. Estabelece-se que as faltas ocorram nestes pontos, a partir de um dos extremos da ligação, estando a outra extremidade aberta através de seu correspondente disjuntor. Isto é equivalente a eliminar a ligação entre as duas barras e, em seguida, ir incrementando o valor da impedância vista por uma delas com o valor de impedância correspondente ao comprimento de linha definido pelo ponto sob falta. Com a impedância assim obtida determina-se o valor da corrente de falta para a posição considerada. A abertura de um dos extremos da linha representa uma das condições mais severas.



Os valores de correntes observados foram agrupados em classes, estabelecidas em conformidade com valores de capacidade de interrupção nominal de curto-circuito tabelados na norma NBR 7118. Foram consideradas as faltas trifásicas isolada, bifásicas isolada e monofásicas.

Os métodos foram aplicados ao sistema Sul / Sudeste brasileiro reduzido às barras da rede de 440 kV do sistema CESP, conduzindo a resultados bastante expressivos.

Verificou-se que as distribuições de freqüências de correntes observadas revelavam-se assimétricas, baseando-se nessa constatação, procurou-se por uma função contínua que interpretasse as distribuições observadas, impondo-se, a igualdade das médias e desvios-padrões, assumiu-se a distribuição gama como sendo a que melhor explica os resultados. A verificação de aderência da distribuição gama, com relação às distribuições observadas, foi realizada através do método de Kolmogorov-Smirnov.

No método indireto, obtém-se a distribuição de correntes de falta ao longo das linhas considerando-se conhecidas as distribuições de correntes de defeito nas barras das subestações e as distribuições de comprimentos das linhas conectadas. Assume-se, também, uma distribuição uniforme de probabilidade de defeito ao longo das linhas e admite-se a independência entre as correntes de falta nas barras e os comprimentos das linhas a elas ligadas. A distribuição de correntes de faltas nas barras é obtida de duas maneiras. Na primeira, calcula-se o valor da corrente de falta na barra. Em seguida, após eliminar uma das linhas conectadas diretamente à mesma, obtém-se novo valor de corrente de falta. O processo é repetido até que todas as linhas, tenham sido desconectadas e os valores de corrente de defeito no nó calculados. A cada valor de corrente encontrado atribui-se cumulativamente peso unitário. Assim, após aplicar a sistemática a todas as barras da rede tem-se a distribuição relativa ao número de curtos-circuitos simulados.

Na outra determina-se a corrente de falta na barra apenas para a condição de maior conexão e acumula-se ao valor encontrado um peso igual ao número de ligações que concorrem para a mesma. Desta forma, uma vez processados todos nós, dispõe-se da distribuição de correntes de faltas nas barras em relação ao número total de ligações das barras da rede.



Obtém-se a distribuição dos comprimentos das linhas agrupando-as segundo a classe definida pelo valor da corrente de curto na barra de alimentação de cada uma das linhas.

Nos dois métodos examinou-se apenas o valor eficaz da componente simétrica das correntes. A componente unidirecional não é obtida, fornecendo-se para ela a distribuição de constantes de tempo a todos os pontos de defeito examinados.

O trabalho [04], publicado em 1996 e fundamentado em [01], [02], [03] e [19], tem como objetivo desenvolver e implementar programas computacionais que permitam levantar a função densidade de probabilidade da corrente de curto-circuito, estabelecendo comparações entre estas e as desenvolvidas em [02] e [03], no tocante a qualidade dos resultados e requisitos de computação, tendo em vista a utilização desta ferramenta no dimensionamento e especificação de componentes de sistemas elétricos de potência. O parâmetro chave em estudo desta natureza é a distribuição de probabilidade de corrente de falta. Assim, procedeu-se a este levantamento através da simulação sistemática de faltas trifásicas isoladas, bifásicas isoladas e monofásicas, ao longo da linha, através da inserção de uma barra auxiliar em todos os possíveis pontos de defeito. Os valores observados foram agrupados em classes, segundo a norma NBR7118. É importante observar que a consideração da falta ser alimentada apenas por um dos extremos da ligação é, na maioria dos casos, a mais grave em relação aos níveis de corrente de curto-circuito. O artigo [04] representou uma contribuição para o estudo das correntes de curto-circuito, pois apresentou as curvas das funções de densidade de probabilidade das correntes de falta do sistema CESP, obtidas a partir de duas técnicas aplicadas a um mesmo método, o direto. A primeira, é a técnica de abertura de linhas, apresentada nos artigos [02] e [03], a segunda, é a técnica de inserção de barra, apresentada em [01], [16] e [19]. Os resultados obtidos pelas duas técnicas são comparados, "plotando-se" as curvas das funções de densidade encontradas sobre o mesmo par de eixos, o que permite uma análise bastante expressiva a respeito das técnicas.

No método indireto o levantamento da função de distribuição acumulada da variável casual corrente de falta nas linhas foi realizada admitindo a independência entre as grandezas corrente de falta nas barras e comprimento das linhas. Esta formulação foi desenvolvida para falta monofásica, uma vez que as faltas trifásicas e bifásicas isoladas foram abordadas em [02] e [03], com o objetivo de complementar os trabalhos citados, permitindo comparações entre as metodologias.



A implementação do método analítico, fundamentado em [01], [06] e [09], e desenvolvido neste trabalho, visa melhorar os estudos para avaliar e quantificar as magnitudes das correntes de curto-circuito e conseqüentemente a otimização do dimensionamento e especificação de componentes de sistemas elétricos de potência com menor esforço computacional, menor tempo de processamento e sem perda de precisão. Este trabalho contribui com o desenvolvimento e análise da situação em que as distribuições de correntes de curtos-circuitos são determinadas para faltas ocorrendo na própria linha sendo processada. Os resultados obtidos por este método são comparados com os resultados dos trabalhos [02], [03] e [04].

I.3. Enfoque do problema

Para o levantamento das distribuições de correntes de curto-circuito foram propostos dois métodos, denominados direto e indireto. No desenvolvimento destes métodos considera-se uma distribuição equiprovável de ocorrência de defeito ao longo das linhas.

No método direto calculam-se as correntes de falta para todos os possíveis pontos ao longo do comprimento das linhas, definidos por posições sucessivas separadas entre si por uma distância constante. Para a realização desta simulação estabelece-se que as faltas ocorram nestes pontos, a partir de um dos extremos da ligação, estando a outra extremidade aberta através do seu correspondente disjuntor. Isto é equivalente a eliminar a ligação entre duas barras e, em seguida, ir incrementando o valor da impedância vista por uma delas com o valor de impedância correspondente ao comprimento de linha definido pelo ponto sob falta. Com a impedância assim obtida determina-se o valor da corrente de curto-circuito para a posição considerada. Após a abertura de um dos extremos da linha através de seu correspondente disjuntor o curto-circuito passa a ser alimentado através do disjuntor da outra extremidade, representando para este último uma condição mais severa.

A repetição deste procedimento possibilita a obtenção dos valores de corrente de curto-circuito para todas as linhas da rede em estudo.

Agrupando-se os valores de correntes observados em classes, estabelecidas em conformidade com valores de capacidade de interrupção nominal de curto-circuito



tabelados na norma NBR 7118, determinam-se as distribuições de correntes ao longo das linhas para faltas monofásicas, bifásicas e trifásicas isoladas.

As frequências de corrente de curto-circuito são expressas em valores relativos ao número total de pontos dessas classes e são apresentadas na forma de histogramas.

Realizado o levantamento das distribuições de frequências de correntes de defeito individuais a cada classe e tipo de defeito, para um dado nível de tensão, obtém-se as distribuições de correntes de cada tipo de falta pela soma de valores correspondentes de distribuições individuais.

A partir de procedimentos para abertura de ligações e determinação de correntes de curto-circuito ao longo dos comprimentos é feito o levantamento de distribuições de frequências de correntes para faltas nas linhas.

A aplicação do método ao sistema Sul/Sudeste brasileiro reduzido às barras da rede de 440 kV do sistema CESP, conduz a resultados bastante expressivos.

Verifica-se que as distribuições de frequências de correntes observadas revelam-se assimétricas. Baseando-se nessa constatação, procura-se por uma função teórica contínua que interprete aquelas distribuições observadas, impondo-se, para isto, a igualdade das médias e dos desvios-padrões; assume-se a distribuição gama como sendo aquela que melhor explica os resultados observados.

Na definição da distribuição gama, têm-se os seus parâmetros em função da média e do desvio-padrão. Assim, com a imposição feita, determinam-se tais parâmetros, definindo-se a função de densidade gama.

A verificação de aderência da distribuição gama, com relação às distribuições observadas, é realizada através do método de Kolmogorov-Smirnov. Com a aplicação deste método confirma-se a aderência da interpolação com os níveis de significância adotados, mostrando que a distribuição gama representa bem os resultados observados.

No método indireto obtém-se a distribuição de correntes de curto-circuito ao longo das linhas considerando-se conhecidas as distribuições de corrente de defeito nas barras das subestações e as distribuições de comprimentos das linhas conectadas. Assume-se, também, uma distribuição uniforme de probabilidade de defeito ao longo das linhas e admite-se ainda a independência entre as correntes de falta nas barras e os comprimentos das linhas a elas ligadas. A partir destas considerações desenvolve-se o procedimento para a obtenção da probabilidade da corrente de falta ao longo da linha superar valores de correntes pré-estabelecidos.



A distribuição de correntes de faltas nas barras é obtida de duas maneiras. Na primeira delas calcula-se o valor da corrente de curto-circuito da barra. Em seguida, após eliminar uma das linhas conectadas diretamente a mesma, obtém-se novo valor de corrente de falta. O processo é repetido até que todas as linhas, uma de cada vez, tenham sido desconectadas e os correspondentes valores de corrente de defeito no nó calculados. A cada valor de corrente encontrado atribui-se cumulativamente peso unitário. Assim, após aplicar a sistemática a todas as barras de rede tem-se a distribuição relativa ao número de curtos-circuitos simulados.

Na outra determina-se a corrente de curto-circuito na barra apenas para a condição de maior conexão e acumula-se ao valor encontrado um peso igual ao número de ligações que concorrem para a mesma. Desta forma, uma vez processadas todos os nós, dispõe-se da distribuição de correntes de curto-circuito nas barras em relação ao número total de ligações das barras de rede.

Obtém-se a distribuição dos comprimentos das linhas agrupando-as segundo a classe definida pelo valor da corrente de curto-circuito trifásico na barra de alimentação de cada uma das linhas.

A aplicação deste método à rede anteriormente citada, produz resultados satisfatórios dentro dos objetivos propostos pelo trabalho.

Nos dois métodos desenvolvidos examina-se apenas o valor eficaz da componente simétrica das correntes. A componente unidirecional não é obtida, fornecendo-se para ela a distribuição de constantes de tempo correspondentes a todos os pontos de defeitos examinados.

As distribuições levantadas com o método indireto, apresentam aproximações por excesso em relação à distribuição obtida através do método direto e os resultados podem ser considerados válidos para uma avaliação. Assim o método indireto, devido a sua simplicidade em termos de informações necessárias de início e ainda o pouco tempo requerido na elaboração, pode ser corretamente empregado.

O método direto foi ainda desenvolvido para a simulação de faltas monofásicas, bifásicas e trifásicas isoladas, ao longo das linhas, considerando a inserção de barra auxiliar em todos os possíveis pontos de defeito, gerando novos elementos na matriz de impedâncias nodais, calculáveis a partir a partir dos elementos da matriz original correspondente. Neste caso foram incorporadas todas as demais considerações feitas para o mesmo método com abertura de linhas.



O método indireto foi desenvolvido também para falta fase-terra, adotando-se a mesma sistemática desenvolvida para os demais tipos de faltas abordados e obtendo-se a distribuição dos comprimentos das linhas agrupando-as segundo a classe definida pela corrente de curto-circuito monofásico nas respectivas barras.

Genericamente, as correntes de curto-circuito são afetadas pelas características estruturais da rede (impedância e comprimento das linhas), pelas características operacionais (ligadas à topologia da rede durante a falta – geradores, transformadores, linhas energizadas entre outros) e pelas condições da falta (local e tipo). As grandezas estruturais são, em geral, fixas; as operacionais podem ter comportamento estatístico e as condições de falta são de natureza casual.

Sendo a corrente de curto-circuito função de diversas variáveis e o seu comportamento afetado tanto por fatores determinísticos quanto probabilísticos, verifica-se que ela poderá ser melhor representada por variáveis aleatórias.

Fundamentado-se no tratamento probabilístico da corrente de falta, o método analítico, a considera uma variável aleatória contínua dependente das variáveis aleatórias discretas: estado de operação do sistema, tipo de falta, linha sob falta e da variável aleatória contínua: localização da falta.

Considerando-se uma distribuição equiprovável de ocorrência de defeito ao longo das linhas de transmissão e utilizando-se a técnica apresentada em [01], [16] e [19], nos quais, uma barra fictícia é inserida nos pontos de defeito e os novos elementos da matriz de impedância calculados a partir dos elementos da matriz original; devem ser determinadas as probabilidades de ocorrência das correntes de falta contidas no intervalo de 1 a 50 kA para curtos-circuitos trifásicos isolados e monofásicos, a fim de se obter as funções densidade de probabilidade das correntes de falta ao longo das linhas de transmissão.

As correntes de curto-circuito devem ser analisadas sob três situações: a primeira, correntes nas linhas da rede sob observação devido a aplicação de curtos-circuitos ao longo de uma linha em particular; a segunda e a terceira, respectivamente, correntes à esquerda e direita do local da falta quando o curto-circuito ocorre na linha sob observação.



II – TÉCNICAS DE ABERTURA DE LINHAS E INSERÇÃO DE BARRAS

II.1. Introdução

As duas técnicas apresentadas a seguir, são necessárias quando do desenvolvimento de métodos para obtenção de distribuições de correntes de curto-circuito ao longo do comprimento das linhas de uma rede.

O método denominado direto encontra-se desenvolvido empregando estas duas técnicas.

O método indireto utiliza-se da técnica de abertura de linhas e o analítico da inserção de barras.

Considerando que o estudo envolve faltas simétricas e assimétricas, devem ser conhecidos todos os elementos das matrizes de impedâncias nodais de seqüência positiva e zero, as impedâncias próprias de seqüência positiva e zero por unidade de comprimento, as impedâncias mútuas de seqüência zero e o comprimento de todas as linhas.

II.2. Abertura de Linhas

II.2.1. Generalidades

Apresenta-se, neste item, os conceitos de abertura de ligações empregados na elaboração de procedimento para obtenção de correntes de curto-circuito ao longo do comprimento das linhas e nas próprias barras.

A inversão e redução de ordem de uma matriz são utilizadas quando se promove a remoção de linhas acopladas magneticamente, enquanto que a abertura de linhas que não apresentem ligações mútuas emprega apenas a redução de ordem. Assim se faz uso do método de Shipley-Coleman para inversão e do método de Kron para a redução de ordem.



A técnica de abertura ou remoção de uma ligação entre duas barras de um sistema de energia elétrica envolve a criação de uma barra fictícia que posteriormente deverá ser eliminada. Para a exclusão desta barra fictícia emprega-se a redução de Kron.

O cálculo do curto-circuito para faltas ao longo da ligação e a determinação das correntes de curto-circuito na barra, considerando que as contribuições das linhas que a ela chegam são retiradas uma a uma, envolvem a remoção de ligações.

O estudo exige que se promova a abertura de todas as linhas, uma de cada vez, objetivando obter as impedâncias vistas pelas barras extremas de todas as ligações da rede.

II.2.2. Linhas sem Acoplamentos Mútuos

A simulação de abertura ou remoção de uma linha de uma rede pode ser feita representando-se, na matriz, a adição de uma linha em paralelo à existente. A impedância da linha sendo adicionada deve ser igual, em módulo, à impedância da linha sendo removida, porém com sinal trocado.

Considere a ligação pq da figura II.01a que deve ser removida pela introdução da nova ligação pq mostrada na figura II.01b.

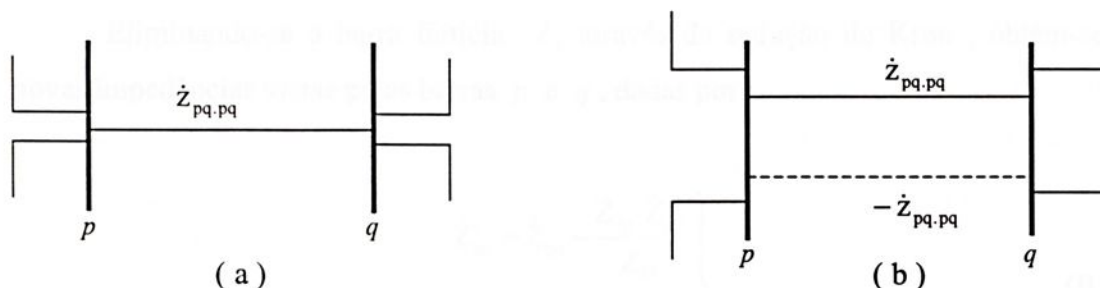


Figura II.01. (a) - Ligação pq a ser removida;
(b) - Ligação pq introduzida para remoção da anterior.

Para a situação ilustrada pela figura II.01 pode-se representar a matriz das impedâncias nodais conforme a figura II.02, onde os elementos da linha e coluna da barra fictícia ℓ , introduzidos pela dição da nova ligação pq , são dados por:



$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{p\ell} &= \dot{Z}_{\ell p} = \dot{Z}_{pp} - \dot{Z}_{qp} \\ \dot{Z}_{q\ell} &= \dot{Z}_{\ell q} = \dot{Z}_{pq} - \dot{Z}_{qq} \\ \dot{Z}_{\ell\ell} &= \dot{Z}_{p\ell} - \dot{Z}_{q\ell} - \dot{Z}_{pq, pq} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.01})$$

onde

\dot{Z}_{pp} , \dot{Z}_{qp} , \dot{Z}_{pq} e \dot{Z}_{qq} - elementos da matriz de impedâncias nodais

$\dot{Z}_{pq, pq}$ - impedância da ligação que está sendo removida

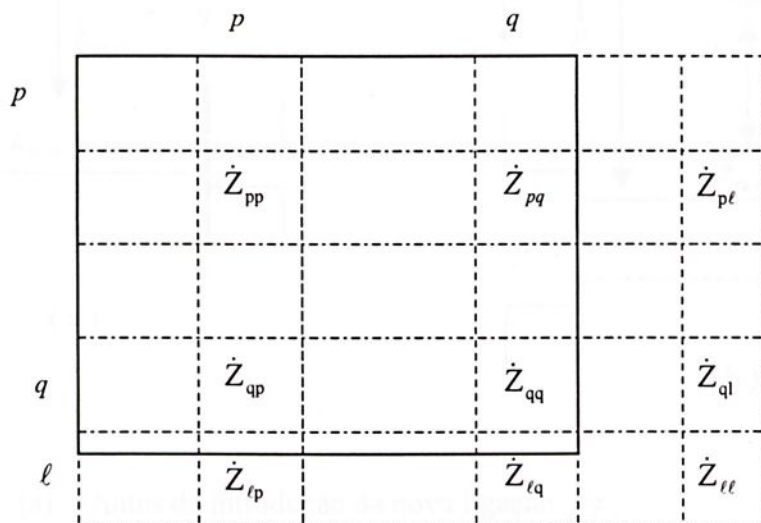


Figura. II.02. - Matriz de impedâncias nodais relativa à situação da figura II.01.

Eliminando-se a barra fictícia ℓ , através da redução de Kron, obtém-se as novas impedâncias vistas pelas barras p e q , dadas por :

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}'_{pp} &= \dot{Z}_{pp} - \frac{\dot{Z}_{\ell p} \dot{Z}_{p\ell}}{\dot{Z}_{\ell\ell}} \\ \dot{Z}'_{qq} &= \dot{Z}_{qq} - \frac{\dot{Z}_{\ell q} \dot{Z}_{q\ell}}{\dot{Z}_{\ell\ell}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.02})$$

II.2.3. Linhas com Acoplamentos Mútuos

A remoção de uma ligação acoplada magneticamente com outra pode ser realizada adicionando-se entre os mesmos extremos uma impedância própria igual ao



negativo daquela sendo removida e com os mesmos acoplamentos mútuos. Para ilustrar a situação descrita, considere as ligações pq e rs acopladas e mostradas na figura II.03a e a adição da nova ligação pq mostrada na figura II.03b.

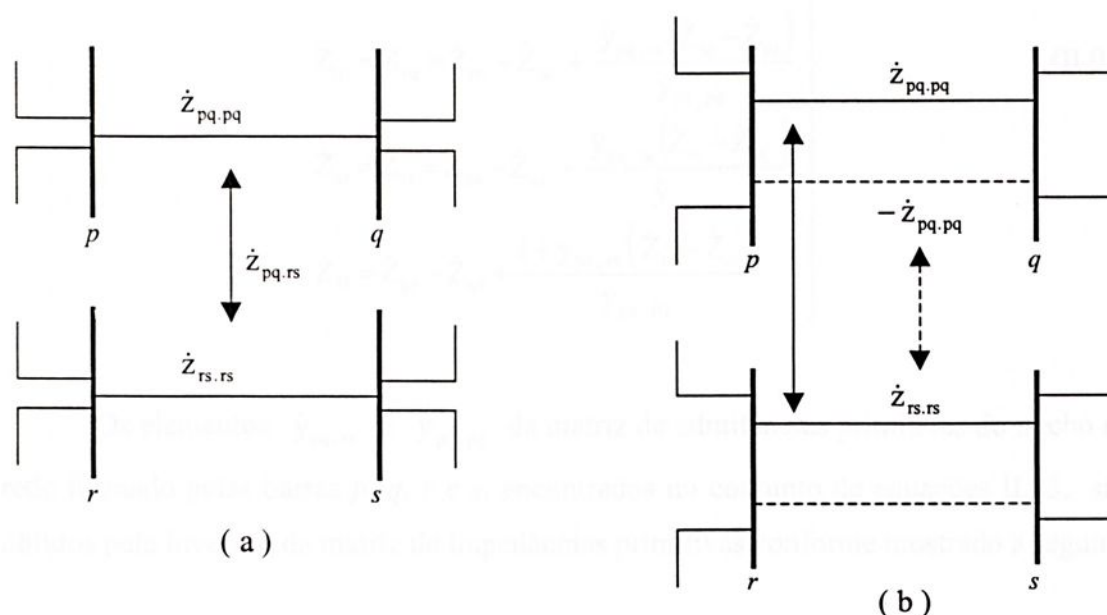


Figura II.03. (a) - Antes da introdução da nova ligação pq ;
 (b) - Com a adição da nova ligação pq .

Convém destacar que r e s assumem todos os valores de numeração relativos aos extremos de ligações que tenham acoplamentos mútuos com a ligação pq , isto é, havendo, por exemplo, três linhas em uma mesma faixa de servidão, que apresentem entre si impedâncias mútuas, denominado-se por p e q as barras nas extremidades de uma delas, as variáveis r e s irão assumir a numeração das extremidades das outras duas linhas no processo de abertura.

Assim a representação matricial relativa a situação enfocada é mostrada na figura II.04 sendo os elementos relativos a barra fictícia ℓ dados por:



$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{p\ell} = \dot{Z}_{\ell p} = \dot{Z}_{pp} - \dot{Z}_{qp} + \frac{\dot{y}_{pq,rs}(\dot{Z}_{rp} - \dot{Z}_{sp})}{\dot{y}_{pq,pq}} \\ \dot{Z}_{r\ell} = \dot{Z}_{\ell r} = \dot{Z}_{pr} - \dot{Z}_{qr} + \frac{\dot{y}_{pq,rs}(\dot{Z}_{rr} - \dot{Z}_{sr})}{\dot{y}_{pq,pq}} \\ \dot{Z}_{q\ell} = \dot{Z}_{\ell q} = \dot{Z}_{pq} - \dot{Z}_{qq} + \frac{\dot{y}_{pq,rs}(\dot{Z}_{rq} - \dot{Z}_{sq})}{\dot{y}_{pq,pq}} \\ \dot{Z}_{s\ell} = \dot{Z}_{\ell s} = \dot{Z}_{ps} - \dot{Z}_{qs} + \frac{\dot{y}_{pq,rs}(\dot{Z}_{rs} - \dot{Z}_{ss})}{\dot{y}_{pq,pq}} \\ \dot{Z}_{\ell\ell} = \dot{Z}_{p\ell} - \dot{Z}_{q\ell} + \frac{\ell + \dot{y}_{pq,rs}(\dot{Z}_{r\ell} - \dot{Z}_{s\ell})}{\dot{y}_{pq,pq}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.03})$$

Os elementos $\dot{y}_{pq,rs}$ e $\dot{y}_{pq,pq}$ da matriz de admitâncias primitivas do trecho de rede formado pelas barras p, q, r e s , encontrados no conjunto de equações II.03, são obtidos pela inversão da matriz de impedâncias primitivas conforme mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} [y \text{ primitiva}] &= [z \text{ primitiva}]^{-1} = \begin{matrix} pq \\ rs \end{matrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_{pq,pq} & \dot{z}_{pq,rs} \\ \dot{z}_{rs,pq} & \dot{z}_{rs,rs} \end{bmatrix}^{-1} = \\ &= \begin{bmatrix} \dot{y}_{pq,pq} & \dot{y}_{pq,rs} \\ \dot{y}_{rs,pq} & \dot{y}_{rs,rs} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

As impedâncias $\dot{Z}_{pp}, \dot{Z}_{pr}, \dot{Z}_{pq}, \dot{Z}_{ps}, \dot{Z}_{rp}, \dot{Z}_{rr}, \dot{Z}_{rq}, \dot{Z}_{rs}, \dot{Z}_{qp}, \dot{Z}_{qr}, \dot{Z}_{qq}, \dot{Z}_{qs}, \dot{Z}_{sp}, \dot{Z}_{sr}, \dot{Z}_{sq}$ e \dot{Z}_{ss} , que aparecem na matriz de impedâncias nodais mostrada na figura II.04, serão afetadas pela remoção da ligação pq .



	p	r	q	s	ℓ
p	\dot{Z}_{pp}	\dot{Z}_{pr}	\dot{Z}_{pq}	\dot{Z}_{pq}	$\dot{Z}_{p\ell}$
r	\dot{Z}_{rp}	\dot{Z}_{rr}	\dot{Z}_{rq}	\dot{Z}_{rs}	$\dot{Z}_{r\ell}$
q	\dot{Z}_{qp}	\dot{Z}_{qr}	\dot{Z}_{qq}	\dot{Z}_{qq}	$\dot{Z}_{q\ell}$
s	\dot{Z}_{sp}	\dot{Z}_{sr}	\dot{Z}_{sq}	\dot{Z}_{ss}	$\dot{Z}_{s\ell}$
ℓ	$\dot{Z}_{\ell p}$	$\dot{Z}_{\ell r}$	$\dot{Z}_{\ell q}$	$\dot{Z}_{\ell s}$	$\dot{Z}_{\ell\ell}$

Figura II.04. – Matriz das impedâncias nodais relativas à situação da figura II.03.

Promovendo-se a eliminação da barra fictícia ℓ , conforme a regra de Kron, obtém-se as novas impedâncias vistas pelas barras sob enfoque. São elas:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}'_{pp} &= \dot{Z}_{pp} - \frac{\dot{Z}_{\ell p} \dot{Z}_{p\ell}}{\dot{Z}_{\ell\ell}} \\ \dot{Z}'_{qq} &= \dot{Z}_{qq} - \frac{\dot{Z}_{\ell q} \dot{Z}_{q\ell}}{\dot{Z}_{\ell\ell}} \\ \dot{Z}'_{rr} &= \dot{Z}_{rr} - \frac{\dot{Z}_{\ell r} \dot{Z}_{r\ell}}{\dot{Z}_{\ell\ell}} \\ \dot{Z}'_{ss} &= \dot{Z}_{ss} - \frac{\dot{Z}_{\ell s} \dot{Z}_{s\ell}}{\dot{Z}_{\ell\ell}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.04})$$



II.2.4. Procedimento de Abertura de Linhas

Para a obtenção das correntes de curto-circuito ao longo do comprimento das linhas, promove-se a abertura da ligação e em seguida procede-se ao cálculo das correntes. Concluída a determinação das correntes para linha sendo processada, antes de passar para a próxima linha, deve-se estabelecer a reinclusão daquela ligação para recompor os valores das impedâncias nodais afetadas por aquela remoção. Esta sistemática, estendida para todas as ligações da rede, introduz erros desnecessários nos elementos das matrizes de impedâncias nodais, que se propagam na medida que o processo evolui. Somando-se a estes erros, existem todas as operações de reposição da linha.

Diante desse quadro, apresenta-se como mais adequada a extração de uma parte da matriz completa, ou mais precisamente, da parte afetada pela remoção da ligação sob processamento. Com esta sistemática preservam-se as matrizes originais.

O procedimento de abertura de linhas, estabelecido pelas etapas de 01 a 09, definidas a seguir, deverá juntamente com os procedimentos de cálculo de correntes de curto-circuito, compor procedimentos gerais de obtenção das distribuições de correntes.

Assim para o desenvolvimento do procedimento suponha que a linha pq , da rede considerada, esteja sendo processada. Nestas condições tem-se:

01. Extrair da matriz de impedâncias nodais de seqüência positiva os elementos afetados pela remoção da linha pq .
02. Calcular os elementos da linha e coluna fictícia ℓ , para a seqüência positiva, através do conjunto de equações II.01.
03. Calcular as novas impedâncias de seqüência positiva vistas pelas barras p e q através do conjunto de equações II.02.
04. Verificar se a ligação pq está acoplada magneticamente. Em caso afirmativo seguir para a 5ª etapa. Caso contrário repetir as etapas de 01 a 03 para a seqüência zero.
05. Montar, a partir do arquivo de ligações mútuas, a matriz de impedâncias primitivas envolvendo todo o grupo de linhas que mantém acoplamentos mútuos com a linha pq .
06. Inverter a matriz de impedâncias primitivas formada na etapa anterior.



07. Extrair da matriz de impedâncias nodais de seqüência zero os elementos afetados pela remoção da ligação pq .
08. Calcular os elementos da linha e coluna fictícia ℓ através do conjunto de equações (II.03).
09. Calcular as novas impedâncias vistas pelas barras p e q através do conjunto de equações (II.04).

II.3. Inserção de Barra Auxiliar

II.3.1. Generalidades

Apresenta-se, a seguir, os conceitos da técnica de inserção de barras empregada no desenvolvimento dos procedimentos para a obtenção das correntes de curto-circuito ao longo de linhas de transmissão.

Esta técnica consiste em inserir uma barra fictícia ao longo do comprimento das linhas, sobre as quais são simuladas as faltas. Com isso, para determinar a corrente de curto-circuito, nos diversos pontos definidos pela barra auxiliar, basta recalcular os elementos da matriz de impedâncias nodais, envolvidos com a mudança de posição do ponto de aplicação da falta, sem a necessidade de inverter, para cada novo ponto, a matriz de admitâncias nodais. Cabe destacar que os elementos a serem recalculados são apenas aqueles referentes a linha e a coluna definida pela barra auxiliar. Desta forma a matriz de impedância nodal original não sofre alterações em seus elementos, apenas a inclusão de uma linha e uma coluna referentes a inserção da barra auxiliar.

II.3.2. Desenvolvimento das Equações

Considerando-se uma rede com $(m-1)$ barras representada por uma matriz de impedância nodal \bar{z}_N e supondo-se que uma falta ocorra em uma linha pq , em um local m , a uma distância λL_{pq} da barra p , conforme a figura II.5, tem-se que:



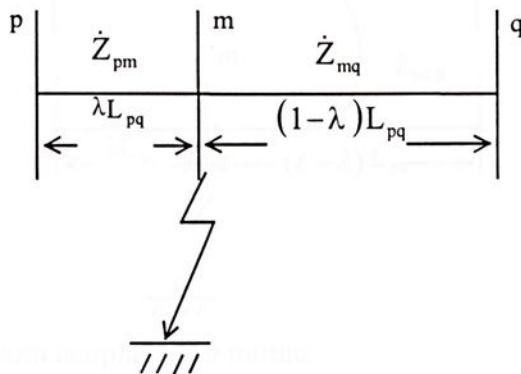


Figura II.5 – Inserção de barra auxiliar

A localização do ponto de inserção da barra auxiliar na linha é dada por:

$$\lambda = \frac{L_{pm}}{L_{pq}} \in [0,1] \quad (\text{II.05})$$

sendo: L_{pm} - distância da barra p à barra m ;

L_{pq} - comprimento da linha pq ;

As impedâncias dos trechos correspondentes em função de λ , resultantes da adição da nova barra são calculadas a partir dos elementos de \bar{Z}_N por:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{pm} &= \lambda \dot{Z}_{pq} \\ \dot{Z}_{mq} &= (1 - \lambda) \dot{Z}_{pq} \end{aligned} \quad (\text{II.06})$$

sendo, \dot{Z}_{pq} - impedância física da linha pq .

Havendo acoplamento mútuo entre as linhas pq e ij , na seqüência zero, para a condição ilustrada pela figura, tem-se que:



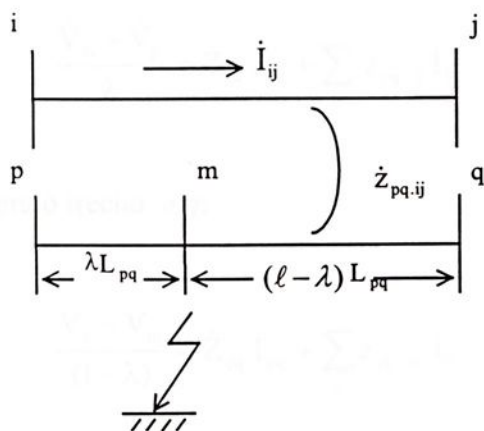


Figura II.6 – Ligações com acoplamento mútuo

As impedâncias mútuas são dadas por

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_{pm,ij} = \lambda \dot{z}_{pq,ij} \end{array} \right. \quad (\text{II.07})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_{mq,ij} = (1 - \lambda) \dot{z}_{pq,ij} \end{array} \right. \quad (\text{II.08})$$

As relações seguintes são esperadas para os elementos da nova matriz:

$$\dot{Z}_{mk}^b = \left. \frac{\dot{V}_m}{\dot{I}_k} \right|_{I_n=0} \quad \forall n \neq k \text{ e } (k=1,2,\dots,m-1) \quad (\text{II.09})$$

$$\dot{Z}_{mm}^b = \left. \frac{\dot{V}_m}{\dot{I}_m} \right|_{I_n=0} \quad \forall n \neq m \quad (\text{II.10})$$

Sendo \dot{Z}_{mk}^b e \dot{Z}_{mm}^b , respectivamente a impedância de transferência e a de entrada (ou vista) da própria barra.

Considerando-se o acoplamento da linha pq a todas as outras linhas ij da rede, como mostrado na figura (II.6), tem-se para o trecho pm :

$$\dot{V}_m - \dot{V}_p = \lambda \dot{Z}_{pq} \dot{I}_{pq} + \sum_{ij} \lambda \dot{z}_{pq,ij} \dot{I}_{ij} \quad (\text{II.11})$$



$$\frac{\dot{V}_m - \dot{V}_p}{\lambda} = \dot{Z}_{pq} I_{pq} + \sum_{ij} \dot{Z}_{pq, ij} \dot{I}_{ij} \quad (\text{II.12})$$

Analogamente para o trecho mq :

$$\frac{\dot{V}_q - \dot{V}_m}{(1-\lambda)} = \dot{Z}_{pq} I_{pq} + \sum_{ij} \dot{Z}_{pq, ij} \dot{I}_{ij} \quad (\text{II.13})$$

Observa-se que as expressões (II.12) e (II.13) são iguais. Logo:

$$\frac{\dot{V}_m - \dot{V}_p}{\lambda} = \frac{\dot{V}_q - \dot{V}_m}{(1-\lambda)} \quad (\text{II.14})$$

Desmembrando-se e reagrupando-se convenientemente a igualdade anterior, resulta:

$$\dot{V}_m = (1-\lambda)\dot{V}_p + \lambda\dot{V}_q \quad (\text{II.15})$$

Dividindo-se a expressão anterior por \dot{I}_k com $(k = 1, 2, \dots, m-1)$, tem-se:

$$\frac{\dot{V}_m}{\dot{I}_k} = (1-\lambda)\frac{\dot{V}_p}{\dot{I}_k} + \lambda\frac{\dot{V}_q}{\dot{I}_k} \quad (\text{II.16})$$

Obtém-se a expressão de cálculo dos elementos fora da diagonal principal:

$$\dot{Z}_{mk}^b = (1-\lambda)\dot{Z}_{pk} + \lambda\dot{Z}_{qk} \quad (\text{II.17})$$

A expressão (II.17) foi obtida fazendo-se as seguintes considerações:

1. A falta ocorre na linha pq ;
2. m é uma barra inserida no ponto sob falta entre p e q ;
3. k é uma outra barra qualquer da rede;



4. \dot{Z}_{mk}^b são os elementos da coluna m fora da diagonal, ou seja, as impedâncias de transferência.

Considerando-se a situação da figura.

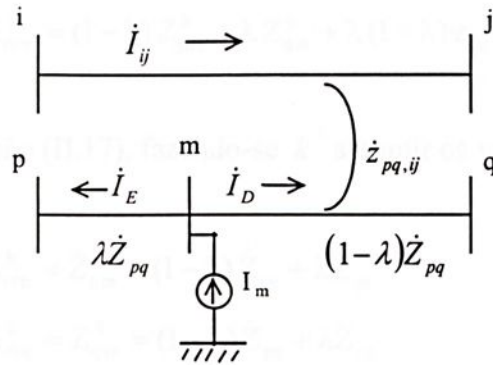


Figura II.7. – Correntes à esquerda e à direita do local da falta

Com base na figura pode-se escrever:

$$\dot{V}_m - \dot{V}_p = \lambda z_{pq} I_E + \sum_{ij} \lambda z_{pq,ij} \dot{I}_{ij} \quad (\text{II.18})$$

$$\dot{V}_m - \dot{V}_q = (1-\lambda) z_{pq} \dot{I}_D + \sum_{ij} (1-\lambda) z_{pq,ij} \dot{I}_{ij} \quad (\text{II.19})$$

Efetuando-se $(1-\lambda)(\dot{V}_m - \dot{V}_p)$ e $\lambda(\dot{V}_m - \dot{V}_q)$ e adicionando-se membro a membro os resultados obtém-se:

$$(1-\lambda)(\dot{V}_m - \dot{V}_p) + \lambda(\dot{V}_m - \dot{V}_q) = \lambda(1-\lambda) z_{pq} (\dot{I}_E + \dot{I}_D) \quad (\text{II.20})$$

Como $\dot{I}_E + \dot{I}_D = \dot{I}_m$

$$(1-\lambda)V_m - (1-\lambda)V_p + \lambda V_m - \lambda V_q = \lambda(1-\lambda) z_{pq} I_m$$

$$V_m = (1-\lambda)V_p + \lambda V_q + \lambda(1-\lambda) z_{pq} I_m \quad (\text{II.21})$$

Dividindo-se ambos os membros por \dot{I}_m resulta:



$$\frac{\dot{V}_m}{\dot{I}_m} = (1-\lambda)\frac{\dot{V}_p}{\dot{I}_m} + \lambda\frac{\dot{V}_q}{\dot{I}_m} + \lambda(1-\lambda)\dot{Z}_{pq} \quad (\text{II.22})$$

Obtém-se o elemento da diagonal principal:

$$Z_{mm}^b = (1-\lambda)Z_{pm}^b + \lambda Z_{qm}^b + \lambda(1-\lambda)z_{pq} \quad (\text{II.23})$$

A partir da equação (II.17), fazendo-se k assumir os valores p e q , tem-se:

$$\dot{Z}_{mp}^b = \dot{Z}_{pm}^b = (1-\lambda)\dot{Z}_{pp} + \lambda\dot{Z}_{qp} \quad (\text{II.24})$$

$$\dot{Z}_{mq}^b = \dot{Z}_{qm}^b = (1-\lambda)\dot{Z}_{pq} + \lambda\dot{Z}_{qq} \quad (\text{II.25})$$

Substituindo-se (II.24) e (II.25) na expressão de \dot{Z}_{mm}^b e considerando-se $\dot{Z}_{pq} = \dot{Z}_{qp}$, obtém-se:

$$\dot{Z}_{mm}^b = (\dot{Z}_{pp} + \dot{Z}_{qq} - 2\dot{Z}_{pq} - \dot{Z}_{pq})\lambda^2 - (2\dot{Z}_{pp} - 2\dot{Z}_{pq} - \dot{Z}_{pq})\lambda + \dot{Z}_{pp} \quad (\text{II.26})$$

Para a expressão (II.26) pode-se fazer as seguintes considerações:

1. É válida para a falta ocorrendo na linha pq ;
2. É função dos elementos da matriz original (\bar{Z}_N), posição da falta (λ) e impedância da linha onde ocorre a falta (\dot{Z}_{pq});
3. \dot{Z}_{mm}^b é o elemento da diagonal principal, obtido com base na equação (II.10).

II.3.3. Procedimento de Inserção de Barras

Considere que uma linha genérica pq da rede em estudo esteja sendo processada, assim tem-se as etapas do procedimento de inserção de barras, como segue:

- 01 Extraí-se das matrizes de impedâncias de barras de seqüência positiva e zero as impedâncias de entrada e de transferência envolvendo a ligação pq ;



- 02 Extraí-se do arquivo de dados de linhas a impedância da ligação pq ;
- 03 Calcula-se as impedâncias de seqüência positiva e zero de entrada da barra m e de transferência entre as barras m , p e q utilizando-se as equações (II-24), (II-25) e (II-26);
- 04 Incrementa-se o valor da variável que define a distância entre a barra p e a barra m em uma unidade(1 km), definindo o novo ponto de falta;
- 05 Repete-se as etapas 3 e 4 até que a variável, representativa da distância entre a barra p e a barra m , assuma o valor do comprimento da linha pq .



III – MÉTODOS DIRETO E INDIRETO

III.1. Considerações Gerais

Os estudos de curtos-circuitos apresentam, em geral, seus parâmetros para a condição de falta nas barras das subestações. Aqui se assume uma distribuição equiprovável de ocorrência de defeito ao longo do comprimento da linha através de duas maneiras distintas, denominadas de método direto e método indireto.

No primeiro caso empregando os procedimentos de abertura de ligações e cálculo de correntes de curto-circuito ao longo das linhas, desenvolveu-se um método que permite a obtenção de distribuições de frequências de correntes de curto-circuito.

A aplicação desse procedimento à rede de energia que se quer estudar, produz as distribuições de frequências de correntes de curto-circuito. Os parâmetros característicos são tabelados. Com base em informações levantadas a partir destes histogramas de correntes, são interpretados os valores determinados experimentalmente através de uma função teórica contínua. Assumiu-se a função gama como sendo aquela que melhor interpreta o fenômeno. Para a verificação da aderência da distribuição gama com relação a interpretação dos dados experimentais é utilizado o teste de Kolmogorov-Smirnov.

No segundo caso, ou seja, no método indireto, são empregadas as rotinas de abertura de linhas, cálculo de correntes de curto-circuito nas barras de subestações e utilizando o procedimento para a obtenção de distribuição de comprimentos de linhas ligadas às barras para criar uma metodologia para a determinação de distribuições de correntes de curto-circuito para faltas ao longo das linhas.

Nos dois casos, isto é, nas duas formas estabelecidas para levantamento de parâmetros de curto-circuito, examinou-se apenas o valor eficaz da componente simétrica das correntes. A componente unidirecional não é determinada, fornecendo-se para esta componente, a distribuição de constante de tempo relativa a todas as posições observadas.

Nos métodos diretos as distribuições de correntes de curto-circuito são determinadas considerando-se um número finito de pontos de defeito em cada uma delas. Este número é fixado com base no comprimento das linhas, ou seja, supõe-se que



a falta ocorra equiprovavelmente a partir de um extremo, em posições sucessivas distantes entre si de 1 (um) quilômetro.

III.2. Hipóteses de Cálculo e Tipos de Faltas

Para realização dos cálculos adota-se as hipóteses simplificativas habituais, isto é:

- as cargas da rede são desprezadas;
- a falta é franca;
- a tensão antes da falta como sendo 110% da tensão nominal;
- considera-se apenas a componente subtransitória simétrica da corrente de curto-circuito.

As correntes de curto-circuito são determinadas para os três tipos de defeitos, enumerados a seguir:

- trifásico isolado;
- dupla fase isolado;
- fase - terra.

III.3. Critérios de Classificação

III.3.1. Das Correntes de Curto-Circuito

Os valores de correntes de curto-circuito correspondentes a cada linha são agrupados em uma determinada classe, sendo esta definida pelo valor da corrente de curto-circuito trifásico isolado apresentado pela barra que alimenta a linha sendo processada. Estas classes compreendem os valores incluídos nos extremos, conforme os limites discriminados a seguir.



$$\begin{cases} 01. & I_{cc} \leq 20,0 \text{ kA} \\ 02. & 20,0 < I_{cc} \leq 31,5 \text{ kA} \\ 03. & 31,5 < I_{cc} \leq 40,0 \text{ kA} \end{cases}$$

Estas classes de correntes foram extraídas da norma NBR 7118, onde se encontram tabelados os valores de capacidade de interrupção nominal em curto-circuito de disjuntores nos diversos níveis de tensão.

III.3.2. Das Constantes de Tempo

No levantamento de distribuições de constantes de tempo, estabeleceu-se agrupar os valores obtidos para todos os pontos examinados, segundo o nível de tensão analisado.

III.4. Método Direto com Abertura de Ligações

Para a obtenção das correntes de curto-circuito ao longo do comprimento das linhas considera-se que a linha sobre a qual ocorre o defeito esteja sendo alimentada por uma única extremidade, estando a outra aberta através do disjuntor correspondente. Esta hipótese é, na maioria das situações, a mais grave relativamente aos níveis de corrente de curto-circuito.

Eliminada a ligação entre duas barras vai-se incrementando o valor da impedância vista pela barra de alimentação com o valor de impedância correspondente à distância entre a subestação e o ponto sob falta.

III.4.1. Distribuições de Correntes de Defeito ao Longo das Linhas

Sendo conhecidas as matrizes de impedâncias nodais de seqüência positiva e zero, as impedâncias próprias de seqüência positiva e zero de todas as linhas, as impedâncias mútuas de seqüência zero de todas as ligações paralelas da rede e, adotando-se o teorema de Thévenin com as hipóteses simplificativas habituais e ainda com as classes de correntes definidas é possível estabelecer as etapas de um



procedimento de obtenção de distribuição de correntes de defeito ao longo do comprimento das linhas para os tipos de faltas considerados.

Para tal considera-se que uma linha genérica pq , do arquivo de dados de ligações, da rede sendo analisada, esteja sendo processada.

Nestas condições:

01. Extrair da matriz de impedâncias nodais de seqüência positiva os elementos afetados pela alteração na rede, provocada pela remoção da linha pq ;
02. A técnica de remoção de uma ligação entre duas barras existentes p e q cria uma barra fictícia ℓ , que será eliminada posteriormente. Calcular os elementos da linha e coluna ℓ , da matriz de impedâncias nodais de seqüência positiva, gerado pela criação do nó ℓ , através das equações:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{p\ell}^1 &= \dot{Z}_{\ell p}^1 = \dot{Z}_{pp}^1 - \dot{Z}_{qp}^1 \\ \dot{Z}_{q\ell}^1 &= \dot{Z}_{\ell q}^1 = \dot{Z}_{pq}^1 - \dot{Z}_{qq}^1 \\ \dot{Z}_{\ell\ell}^1 &= \dot{Z}_{p\ell}^1 = \dot{Z}_{q\ell}^1 - \dot{Z}_{pq,pq}^1 \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.01)}$$

onde

\dot{Z}_{pp}^1 , \dot{Z}_{qp}^1 , \dot{Z}_{pq}^1 e \dot{Z}_{qq}^1 - são elementos da matriz de impedâncias nodais de seqüência positiva anteriores à remoção da ligação pq ;

$\dot{Z}_{pq,pq}^1$ - impedância própria de seqüência positiva da ligação pq que está sendo removida.

03. Calcular as novas impedâncias nodais de seqüência positiva vistas pelas barras p e q , usando as expressões dadas a seguir:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{pp}'^1 &= \dot{Z}_{pp}^1 - \frac{\dot{Z}_{\ell p}^1 \dot{Z}_{p\ell}^1}{\dot{Z}_{\ell\ell}^1} \\ \dot{Z}_{qq}'^1 &= \dot{Z}_{qq}^1 - \frac{\dot{Z}_{\ell q}^1 \dot{Z}_{q\ell}^1}{\dot{Z}_{\ell\ell}^1} \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.02)}$$



04. Calcular a corrente de curto-circuito trifásico junto à barra através da seguinte expressão:

$$\dot{I} = \frac{1,1 \dot{V}_p}{\dot{Z}_{pp}^1} \quad (\text{III.03})$$

onde

- \dot{V}_p - tensão nominal de fase da barra p ;
 \dot{Z}_{pp}^1 - impedância nodal de seqüência positiva vista da barra p , antes da abertura da ligação pq .

05. Comparar o valor de corrente obtido na etapa anterior com os limites definidos para as classes, determinando desta forma a classe do disjuntor;
06. Calcular as correntes de defeitos trifásicos ao longo do comprimento da linha pq , sendo processada, através da expressão:

$$i = \frac{1,1 \dot{V}_p}{\dot{Z}_{pp}^1 + \dot{z}_{pq,pq}^1 \left(d / L_{pq} \right)} \quad (\text{III.04})$$

onde

- d - distância da barra p ao ponto de defeito na linha;
 $\dot{z}_{pq,pq}^1$ - impedância de seqüência positiva da ligação pq ;
 L_{pq} - comprimento da linha pq ;
 \dot{Z}_{pp}^1 - impedância nodal de seqüência positiva vista da barra p , após a abertura da ligação pq .

07. Acumular cada valor obtido na respectiva classe, isto é:
- acumular um ponto em um contador de pontos da classe definido pelo tipo de falta e classe de corrente do disjuntor;



- acumular um ponto em um contador de valores de corrente correspondente ao valor obtido, definido pelo tipo de falta e classe de corrente do disjuntor, cujo indexador é o valor de corrente arredondado.
08. Reter para a classe e tipo de defeito o máximo valor de corrente observado;
 09. Obter o correspondente valor da corrente de curto-circuito bifásico isolado ao longo da linha multiplicando-se o correspondente valor trifásico por $\sqrt{3} / 2$;
 10. Repetir o procedimento da 7ª etapa para os defeitos bifásicos isolados;
 11. Repetir o procedimento da 8ª etapa para o curto-circuito dupla-fase isolado;
 12. Incrementar o valor da distância d em uma unidade, definindo um novo ponto de falta. Retornar para a 6ª etapa e repetir o procedimento até que a variável d assumo o valor do comprimento da linha pq , definindo, para esta condição o desvio para a próxima etapa;
 13. Verificar no arquivo de ligações mútuas se a linha pq está acoplada magneticamente. Em caso afirmativo desviar para a 18ª etapa, caso contrário seguir para a próxima etapa;
 14. Extrair da matriz de impedâncias nodais de seqüência zero os elementos afetados pela remoção da linha pq ;
 18. Calcular os elementos da linha e coluna ℓ , da matriz de impedâncias nodais de seqüência zero, gerados pela criação da barra fictícia ℓ , pelas expressões:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{p\ell}^0 &= \dot{Z}_{\ell p}^0 = \dot{Z}_{pp}^0 - \dot{Z}_{qp}^0 \\ \dot{Z}_{q\ell}^0 &= \dot{Z}_{\ell q}^0 = \dot{Z}_{pq}^0 - \dot{Z}_{qq}^0 \\ \dot{Z}_{\ell\ell}^0 &= \dot{Z}_{p\ell}^0 = \dot{Z}_{q\ell}^0 - \dot{Z}_{pq,pq}^0 \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.05)}$$

onde



\dot{Z}_{pp}^0 , \dot{Z}_{qp}^0 , \dot{Z}_{pq}^0 e \dot{Z}_{qq}^0 - são elementos da matriz de impedâncias nodais de seqüência zero antes da remoção da ligação pq ;

$\dot{Z}_{pq,pq}^0$ - impedância própria de seqüência zero da ligação pq , sendo removida.

16. Calcular as impedâncias nodais de seqüência zero vistas pelas barras p e q , após a remoção da linha pq , com as expressões:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{pp}'^0 &= \dot{Z}_{pp}^0 - \frac{\dot{Z}_{lp}^0 \dot{Z}_{p\ell}^0}{\dot{Z}_{\ell\ell}^0} \\ \dot{Z}_{qq}'^0 &= \dot{Z}_{qq}^0 - \frac{\dot{Z}_{lq}^0 \dot{Z}_{q\ell}^0}{\dot{Z}_{\ell\ell}^0} \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.06)}$$

17. Desviar para a 23ª etapa;

18. Montar, a partir do arquivo de ligações mútuas, a matriz de impedâncias primitivas envolvendo todo o grupo de linhas que mantém acoplamentos mútuos com a linha pq . Para fins de desenvolvimento do procedimento considere que uma da linha rs mantenha ligações mútuas com a linha pq . Nestas condições tem-se:

$$[Z^0 \text{ primitiva}] = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pq,pq}^0 & \dot{Z}_{pq,rs}^0 \\ \dot{Z}_{rs,pq}^0 & \dot{Z}_{rs,rs}^0 \end{bmatrix}$$

onde

$\dot{Z}_{pq,pq}^0$ - impedância própria de seqüência zero da linha pq ;

$\dot{Z}_{pq,rs}^0$ - impedância mútua de seqüência zero entre as linhas pq e rs ;

$\dot{Z}_{rs,rs}^0$ - impedância própria de seqüência zero da linha rs .

19. Inverter a matriz de impedâncias primitivas de seqüência zero, formada na etapa anterior, obtendo-se a matriz de admitâncias primitivas correspondente, isto é:



$$[y^0 \text{ primitiva}] = \begin{bmatrix} \dot{y}_{pq, pq}^0 & \dot{y}_{pq, rs}^0 \\ \dot{y}_{rs, pq}^0 & \dot{y}_{rs, rs}^0 \end{bmatrix}$$

onde

$\dot{y}_{pq, pq}^0$ - admitância própria de seqüência zero da linha pq ;

$\dot{y}_{pq, rs}^0$ - admitância mútua de seqüência zero entre as linhas pq e rs ;

$\dot{y}_{rs, rs}^0$ - admitância própria de seqüência zero da linha rs .

20. Extrair da matriz de impedâncias nodais de seqüência zero os elementos afetados pela remoção da ligação pq ;
21. Calcular os elementos da linha e coluna ℓ , da matriz de impedâncias nodais de seqüência zero introduzidos pela criação do nó fictício ℓ , através das equações:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{p\ell}^0 = \dot{Z}_{\ell p}^0 &= \dot{Z}_{pp}^0 - \dot{Z}_{qp}^0 + \frac{\dot{y}_{pq, rs}^0 (\dot{Z}_{rp}^0 - \dot{Z}_{sp}^0)}{\dot{y}_{pq, pq}^0} \\ \dot{Z}_{r\ell}^0 = \dot{Z}_{\ell r}^0 &= \dot{Z}_{pr}^0 - \dot{Z}_{qr}^0 + \frac{\dot{y}_{pq, rs}^0 (\dot{Z}_{rr}^0 - \dot{Z}_{sr}^0)}{\dot{y}_{pq, pq}^0} \\ \dot{Z}_{q\ell}^0 = \dot{Z}_{\ell q}^0 &= \dot{Z}_{pq}^0 - \dot{Z}_{qq}^0 + \frac{\dot{y}_{pq, rs}^0 (\dot{Z}_{rq}^0 - \dot{Z}_{sq}^0)}{\dot{y}_{pq, pq}^0} \\ \dot{Z}_{s\ell}^0 = \dot{Z}_{\ell s}^0 &= \dot{Z}_{ps}^0 - \dot{Z}_{qs}^0 + \frac{\dot{y}_{pq, rs}^0 (\dot{Z}_{rs}^0 - \dot{Z}_{ss}^0)}{\dot{y}_{pq, pq}^0} \\ \dot{Z}_{\ell\ell}^0 &= \dot{Z}_{p\ell}^0 - \dot{Z}_{q\ell}^0 - \frac{\ell + y_{pq, rs}^0 (\dot{Z}_{r\ell}^0 - \dot{Z}_{s\ell}^0)}{\dot{y}_{pq, pq}^0} \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.07)}$$

22. Calcular as novas impedâncias nodais de seqüência zero vistas pelas barras p e q , após a remoção da linha pq , através da expressão (III.06);
23. Calcular a corrente de curto-circuito monofásico junto à barra através da equação:



$$\dot{I} = \frac{1,1 \dot{V}_p}{(\dot{Z}_{pp}^0 + 2\dot{Z}_{pp}^1) / 3} \quad (\text{III.08})$$

onde

\dot{Z}_{pp}^0 - impedância nodal de seqüência zero vista pela barra p , antes da remoção da ligação pq ;

\dot{Z}_{pp}^1 - impedância nodal de seqüência positiva vista pela barra p , antes da remoção da ligação pq .

24. Comparar o valor de corrente obtido na etapa anterior com os limites estabelecidos para as classes, determinando desta forma a classe do disjuntor;

25. Calcular as correntes de defeitos monofásicos ao longo da linha pq , através da expressão:

$$i = \frac{1,1 \dot{V}_p}{(\dot{Z}'_{pp}{}^0 + 2 \dot{Z}'_{pp}{}^1) / 3 + (d / L_{pq}) (\dot{z}'_{pq,pq}{}^0 + 2 \dot{z}'_{pq,pq}{}^1) / 3} \quad (\text{III.09})$$

onde

$\dot{Z}'_{pp}{}^0$ - impedância nodal de seqüência zero vista pela barra p , após a remoção da ligação pq ;

$\dot{Z}'_{pp}{}^1$ - impedância nodal de seqüência positiva vista pela barra p , após a remoção da ligação pq .

26. Repetir o procedimento da 7ª etapa para o curto-circuito monofásico;

27. Repetir o procedimento da 8ª etapa para o curto-circuito fase - terra;

28. Incrementar o valor da distância d em uma unidade, definindo um novo ponto de falta. Retornar para a 25ª etapa e repetir a sistemática até que a variável d assumo o valor do comprimento da linha pq ;



29. Totalizar os valores obtidos nas classes para o tipo de falta:
- totalizar o número de pontos examinados nas classes de corrente em um contador de pontos global definido pelo tipo de falta;
 - totalizar em um contador de valores de correntes global, definido pelo tipo de falta e, indexado por um valor de corrente observado, os correspondentes contadores de valores de correntes definidos para as classes.
30. Incrementar o indexador do arquivo de ligações, definindo uma nova linha pq e retornar à 1ª etapa;

III.4.2. Distribuições das Constantes de Tempo

O procedimento de obtenção de distribuições de constantes de tempo, embora apresentado separadamente dos de correntes de curto-circuito, pode ser incorporado ao anterior.

Assim, em cada um dos pontos examinados ao longo do comprimento das linhas são conhecidas a resistência e a reatância indutiva. Desta forma, um procedimento para tal fim, seria como segue:

01. Calcular a constante de tempo τ através da expressão:

$$\tau = \frac{x_1}{377 r} \quad (\text{III.10})$$

onde

- x_1 - reatância indutiva de seqüência positiva no ponto considerado;
 r - resistência de seqüência positiva no ponto considerado.

02. Acumular um ponto em um contador de pontos definido para o nível de tensão;
03. Acumular um ponto em um contador de valores de constantes de tempo correspondente ao valor determinado aproximado por um valor inteiro.



III.5. Método Direto com Inserção de Barras

O objetivo deste método também é o cálculo das correntes de defeito ao longo do comprimento das linhas, porém sem a abertura das mesmas.

Neste método, calcula-se as correntes de curto-circuito ao longo do comprimento das linhas empregando a técnica de inserção de barra, posicionada em todos os possíveis pontos de falta, através de incremento unitário na variável que define a distância da barra auxiliar a uma das barras que define um dos extremos da linha.

III.5.1. Distribuições de Correntes de Defeito ao Longo das Linhas

Sendo conhecidos todos os dados listados para a situação anterior e fazendo-se a adoção do teorema de Thévenin com as hipóteses usuais é possível estabelecer as etapas de um procedimento para a obtenção de distribuições de correntes de defeito ao longo do comprimento das linhas para os tipos de faltas considerados.

Admitindo-se que uma linha genérica pq , do arquivo de dados de ligações, da rede analisada, esteja sendo processada, tem-se:

01. Extrair das matrizes de impedâncias nodais de seqüência positiva e zero os elementos afetados pela alteração da rede provocada pela inserção da barra auxiliar m ;
02. Calcular as correntes de curto-circuito monofásico junto à barra p antes da inserção da barra auxiliar, com as seguintes equações:

$$\dot{I} = \frac{1,1 \dot{V}_p}{(2 \dot{Z}_{pp}^1 + \dot{Z}_{pp}^0) / 3} \quad (\text{III.11})$$

03. Calcular as correntes de curto-circuito trifásico junto à barra p antes da inserção da barra auxiliar, com as seguintes equações:

$$\dot{I} = \frac{1,1 \dot{V}_p}{\dot{Z}_{pp}^1} \quad (\text{III.12})$$

sendo:

V_p - tensão nominal de fase da barra p , antes da falta;

\dot{Z}_{pp}^1 - impedância de seqüência positiva vista da barra p ;

\dot{Z}_{pp}^0 - impedância de seqüência zero vista da barra p .

04. Comparar os valores de corrente obtidos nas etapas 02 e 03 com os limites definidos para as classes, determinando a classe do disjuntor;
05. Extrair dos arquivos de dados de ligação de seqüência positiva e zero as correspondentes impedâncias seqüenciais e o comprimento da linha pq ;
06. Calcular a impedância de entrada da barra auxiliar m através da expressão (III.14), para as seqüências positiva e zero, com λ definido pela equação (III.13);

$$\lambda = \frac{d}{L_{pq}}, \text{ com } 0 < \lambda < 1 \quad (\text{III.13})$$

$$\dot{Z}_{mm}^b = (\dot{Z}_{pp} + \dot{Z}_{qq} - 2\dot{Z}_{pq} - \dot{Z}_{pq})\lambda^2 - (2\dot{Z}_{pp} - 2\dot{Z}_{pq} - \dot{Z}_{pq})\lambda + \dot{Z}_{pp} \quad (\text{III.14})$$

sendo:

L_{pq} - comprimento da linha pq ;

d - variável que define a distância da barra auxiliar m a barra p ;

\dot{Z}_{pq} - impedância de seqüência positiva ou zero da linha pq ;

\dot{Z}_{pq} - impedância de transferência entre as barras p e q , extraída da matriz de impedância nodal original de seqüência positiva ou zero;

\dot{Z}_{pp} - impedância de entrada da barra p , extraída da matriz de impedância nodal original de seqüência positiva ou zero;



\dot{Z}_{qq} - impedância de entrada da barra q , extraída da matriz de impedância nodal original de seqüência positiva ou zero.

07. Calcular as correntes de curto-circuito monofásico, através da expressão (III.15) e trifásico, através da equação (III.16), na barra auxiliar m , inserida entre as barras p e q ;

$$i = \frac{1,1\dot{V}_p}{(2\dot{Z}_{mm}^{b1} + \dot{Z}_{mm}^{b0})/3} \quad (\text{III.15})$$

$$i = \frac{1,1\dot{V}_p}{\dot{Z}_{mm}^{b1}} \quad (\text{III.16})$$

sendo:

\dot{Z}_{mm}^{b1} - impedância nodal de seqüência positiva, vista da barra m ;

\dot{Z}_{mm}^{b0} - impedância nodal de seqüência zero, vista da barra m .

08. Para cada valor obtido na respectiva classe, procede-se como segue:
- Acumula-se um ponto em um contador de pontos da classe definido pelo tipo de falta e classe de corrente do disjuntor;
 - Acumula-se um ponto em um contador de valores de corrente correspondente ao valor obtido, definido pelo tipo de falta e classe de corrente do disjuntor, cujo indexador é o valor de corrente de curto-circuito aproximado por um valor inteiro.
09. Reter para a classe e tipo de falta o máximo valor de corrente observado;
10. Incrementar o valor da distância d em uma unidade, definindo uma nova posição para a barra m e em consequência um novo ponto de falta. Retornar ao passo 06 e repetir os passos de 06 a 10 até que a variável d assumo o valor do comprimento da linha pq ;



11. Incrementar o indexador do arquivo de dados das ligações, definindo uma nova linha pq e retornar a etapa inicial.

III.6. Ajuste da Distribuição Gama às Distribuições Experimentais de Correntes de Curto-Circuito

A partir das distribuições de correntes de curto-circuito, empregando-se os conceitos de medidas de posição e dispersão determinam-se, para as classes e para o ajuntamento delas, em cada um dos tipo de defeitos, as médias, as medianas, os terceiros quartis e os desvios - padrões.

A aplicação desse procedimento a redes reais costuma resultar que as distribuições de correntes mostrem assimetria positiva, isto é, as freqüências crescem rapidamente com o aumento do valor da corrente para depois decrescerem mais lentamente.

A partir desta verificação é possível interpretar aqueles valores observados através de uma função teórica contínua. Com base no campo de variação e na forma de distribuição experimental pode-se assumir a distribuição gama como aquela que melhor pode interpretar o fenômeno.

Os parâmetros α e β da função densidade de probabilidade da distribuição gama relaciona-se com a média e variância da função através das seguintes igualdades:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\mu^2}{\tau^2} - 1 \\ \beta &= \frac{\tau^2}{\mu} \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.17)}$$

onde

μ - média da distribuição teórica

τ^2 - variância da distribuição teórica

Assim, fundamentada no método dos momentos, impõem-se a igualdade entre as médias e as variâncias das distribuições teórica e experimental, isto é:



$$\left. \begin{aligned} \mu &= \mu_e \\ \tau^2 &= \tau_e^2 \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.18)}$$

onde

μ_e - média da distribuição observada.

τ_e^2 - variância da distribuição observada.

Com os valores definidos em III.18 e o conjunto de expressões estabelecido em III.17 determinam-se os parâmetros α e β . Com estes parâmetros determinados em correspondência a cada uma das distribuições observadas de corrente, obtém-se as respectivas distribuições gama.

Para verificar se a distribuição gama interpreta de forma satisfatória os dados experimentais, ou seja, verificar a aderência da distribuição teórica com relação aos valores observados, aplica-se o teste de Kolmogorov-Smirnov. Neste teste a confrontação é realizada determinando-se a máxima diferença δ , em valor absoluto, entre as freqüências acumuladas de distribuições observadas e teóricas, isto é:

$$\delta = \text{máx. } |F_{\text{teor}}(i) - F_{\text{obs}}(i)| \quad \text{(III.19)}$$

onde

$F_{\text{obs}}(i)$ - freqüência acumulada pelo extremo inferior do intervalo genérico i da distribuição observada.

$F_{\text{teor}}(i)$ - idem, da distribuição teórica.

A função de repartição ou de distribuição acumulada observada pode ser obtida mediante o somatório de todas as freqüências relativas observadas estendida até o intervalo desejado. Nestas condições pode-se escrever:

$$F_{\text{obs}}(i) = \sum_i f'_i \quad \text{(III.20)}$$

onde

f'_i - freqüência relativa observada para o valor de corrente de um intervalo genérico i .



A função de distribuição acumulada teórica pode ser obtida através de uma das expressões do conjunto III.21 apresentado a seguir.

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{teor}}(i) &= \int_b^i \frac{t^\alpha \delta^{-t/\beta}}{\alpha! \beta^{\alpha+1}} dt \\ F_{\text{teor}}(i) &= 1 - \int_i^\infty \frac{t^\alpha \delta^{-t/\beta}}{\alpha! \beta^{\alpha+1}} dt \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.21)}$$

Com as frequências relativas obtidas, segundo os procedimentos desenvolvidos anteriormente, para cada tipo de falta e classe de corrente, determina-se para cada intervalo o valor de F_{obs} . Da mesma forma, com os parâmetros α e β calculados a partir da média e da variância da distribuição observada, determina-se o correspondente valor de F_{teor} . Com os valores de distribuições acumuladas, assim obtidas, determina-se o valor absoluto da diferença entre elas. Por comparações sucessivas entre o valor da diferença obtida mais recente com o maior valor da diferença já verificado, retém-se ao final do processo o máximo valor observado.

Este valor máximo, $\delta_{\text{máx.}}$, é então comparado com o valor crítico, $\delta_{\text{crítico}}$, ao nível de significância de 95% ou 99%, obtidos pelas relações III.22.

$$\delta_{\text{crítico}} = \left\{ \begin{array}{l} 1,36 / \sqrt{n} \text{ para o nível } 0,95 \\ 1,63 / \sqrt{n} \text{ para o nível } 0,99 \end{array} \right\} \quad \text{(III.22)}$$

onde

n - número de valores observados que constituem a distribuição experimental considerada.

Considera-se que a distribuição teórica explica corretamente os valores obtidos experimentalmente caso a relação $\delta_{\text{máx.}} < \delta_{\text{crítico}}$ se verifique. Caso contrário, sempre ao nível de significância escolhido, recusa-se tal hipótese.

III.7. Método Indireto

III.7.1. Considerações

Com os procedimentos desenvolvidos nas duas sub-seções seguintes, obtém-se, respectivamente, as distribuições de correntes de defeito nas barras e a distribuição de comprimentos das linhas ligadas a estas últimas.

Considerando-se, por hipótese, uma distribuição uniforme de probabilidade de defeito ao longo das linhas, e admitindo-se ainda, a independência ente as correntes de falta nas barras e os comprimentos das linhas e elas ligadas, propõe-se uma metodologia que permite obter as distribuições de frequências de correntes de defeito ao longo das linhas.

III.7.2. Distribuições de Correntes de Curto-Circuito nas Barras

Na montagem do procedimento para obtenção de distribuições de corrente de falta junto às barras empregam-se trechos de procedimentos já desenvolvidos anteriormente. Assim, com o objetivo de não ser repetitivo, algumas etapas deste procedimento serão formadas por um conjunto de etapas daqueles, enquanto que, quando se fizer necessário, para maior clareza, trechos inteiros poderão ser repetidos.

Para o levantamento de distribuições de corrente de curto-circuito nas barras sugerem-se duas diferentes sistemáticas de cálculo. Na primeira delas determina-se o valor da corrente de defeito nas barras, eliminando-se em cada cálculo uma das linhas diretamente ligadas ao nó. Esta sistemática irá denominar-se de procedimento A. No segundo caso obtém-se simplesmente a corrente de defeito junto à barra e atribui-se peso à barra igual ao número de linhas a ela ligadas. Este procedimento denomina-se B.

O procedimento elaborado empregando a sistemática do primeiro caso, estando sendo processada uma barra genérica p , pode ser escrito como segue:

01. Procurar no arquivo de dados de ligações por uma linha diretamente ligada à barra p , ou seja, uma linha genérica pq ;



02. Executar as etapas de 01 a 04 do procedimento desenvolvido na sub-seção III.4.1., tendo como resultado final a corrente de curto-circuito trifásico junto a barra p ;
03. Promover o armazenamento de informações relativas ao tipo de falta, da seguinte forma:
 - acumular um ponto em um contador de pontos definido pelo tipo de falta;
 - acumular um ponto em um contador de valores de correntes observados correspondente ao valor obtido e definido para o tipo de defeito.
04. Obter o correspondente valor de corrente para a condição de curto-circuito dupla fase isolado na barra p , lembrando que este valor é dado pelo produto do valor trifásico por $\sqrt{3} / 2$;
05. Repetir a 3ª etapa deste procedimento para o curto-circuito dupla fase;
06. Incrementar o indexador do arquivo de dados de ligações e retornar à 1ª etapa deste procedimento.
07. Incrementar o indexador de arquivo de dados de barra, para a rede sendo estudada e, retornar à 1ª etapa deste procedimento.

O procedimento utilizando a segunda sistemática de cálculo para a corrente de curto-circuito encontra-se desenvolvido nas etapas que se seguem:

01. Extrair da matriz de impedância nodal de seqüência positiva, o valor da impedância de seqüência positiva (\dot{Z}_{pp}^1) vista pela barra p ;
02. Calcular as correntes de curto-circuito para os tipos de faltas examinados:
 - curto-circuito trifásico

$$\dot{I} = \frac{1,1 \dot{V}_p}{\dot{Z}_{pp}^1} \quad (\text{III.23})$$

- curto-circuito dupla - fase isolado



$$\dot{I} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times (\text{valor de corrente obtido para curto-circuito trifásico}) \quad (\text{III.24})$$

03. Proceder a contagem do número de linhas diretamente ligadas à barra p , no arquivo de dados de linhas;
04. Armazenar as informações levantadas na etapa precedente da seguinte forma:
 - acumular o número de linhas diretamente ligadas à barra p em um contador de pesos;
 - acumular o número de linhas ligadas à barra p nos contadores de valores de correntes obtidos correspondentes aos valores calculados e definidos para os tipos de defeitos examinados.
05. Incrementar o indexador arquivo de dados de barra, definindo uma nova barra p da rede examinada e, retornar à 1ª etapa deste procedimento.

A simples comparação entre os procedimentos para determinação de distribuições de correntes de curto-circuito nas barras, empregando as sistemáticas sugeridas, revela que os resultados obtidos no primeiro caso deverão ser mais precisos, uma vez que as freqüências dos valores de correntes observados são determinadas, enquanto que no segundo caso são estimadas. Por outro lado, verifica-se também, que o esforço computacional no primeiro caso deverá ser maior que o do segundo caso.

III.7.3. Distribuição de Comprimentos de Linhas

A obtenção de distribuições de freqüências relativas de comprimento de linhas pode ser realizada considerando as mesmas classes estabelecidas para as correntes, isto é, agrupando-se os comprimentos em uma das três classes conforme o valor de corrente de curto-circuito trifásico apresentado junto à subestação de alimentação de cada uma das linhas.



Da mesma forma que para as correntes de curto-circuito, estabelecido o nível de tensão sob análise, é possível obter-se a distribuição de freqüências de todas as linhas agrupadas para o nível adotado.

Similarmente aos procedimentos desenvolvidos na sub-seção anterior, este encontra-se elaborado separadamente com o único propósito de tornar o processo mais claro.

Assim nas etapas que se seguem elabora-se um procedimento para levantamento de distribuições de freqüências relativas de comprimento de linhas.

01. Extrair da matriz de impedâncias nodais de seqüência positiva vista pela barra p ;
02. Calcular a corrente de curto-circuito trifásico junto à barra p através da expressão:

$$\dot{I} = \frac{1,1 \dot{V}_p}{Z_{pp}^1} \quad (\text{III.25})$$

03. Comparar o valor de corrente obtido com os limites estabelecidos para as classes de correntes, definindo desta forma a classe para o(s) comprimento(s) da(s) linha(s) ligada(s) à barra p ;
04. Procurar no arquivo de dados de ligações por uma linha pq ;
05. Executar o armazenamento de informações relativas à distribuição de freqüências conforme segue:
 - acumular um ponto em um contador do número de linhas definido para a classe;
 - acumular um ponto em um contador de comprimentos, indexado pelo valor de comprimento definido pela classe.
06. Incrementar o indexador do arquivo de dados de ligações e retornar à 4ª etapa.
07. Incrementar o indexador do arquivo de dados de barras, fixando uma nova barra p e retornar à 1ª etapa.



08. Totalizar os valores nas classes para o nível de tensão examinado, conforme segue:
- totalizar o número de linhas em um contador do número de linhas definido para a classe de tensão da rede;
 - totalizar em um contador de comprimentos, definido pelo nível de tensão e indexado por um valor de comprimento observado, os correspondentes contadores de comprimentos definidos para as classes.

III.7.4. Distribuições de Correntes de Falta nas Linhas

De posse dos parâmetros elétricos específicos de uma determinada linha e do valor da corrente de curto-circuito I do único nó que alimenta, pode-se determinar o módulo da corrente de falta i , em cada ponto examinado da linha através da expressão III.26 fornecida a seguir.

$$i = \frac{hV}{Z_e + az^1 D} \quad (\text{III.26})$$

onde

- V - tensão de fase na barra de alimentação da linha;
- Z_e - impedância equivalente de curto-circuito, vista pelo barra⁽¹⁾;
- z^1 - impedância de seqüência positiva da linha, por unidade de comprimento⁽¹⁾;
- D - distância do ponto de defeito a barra de alimentação;
- a, h - coeficientes que dependem do tipo de defeito examinado e que encontram-se definidos na tabela III.1.

NOTA:

- (1) – Como a componente resistiva da impedância é muito menor que a componente reativa, aquela é em geral desprezada e assim as tensões e correntes podem ser tratadas como grandezas reais.

Conhecida a corrente de falta I na barra, pode-se obter a impedância equivalente Z_e da rede vista pela barra através da relação.



$$Z_c = \frac{V}{I} \quad \text{(III.27)}$$

Substituindo-se a relação III.27 na expressão III.26 e fazendo-se $c = z^1 / V$, obtém-se:

$$i = \frac{hI}{1 + aIcD} \quad \text{(III.28)}$$

Uma vez fixada a corrente I de falta na barra de alimentação é possível calcular, para cada valor de corrente de defeito i em pontos ao longo da linha, a distância d_0 entre a posição da falta e a barra de alimentação, além da qual a corrente de defeito na linha ($i_{D > d_0}$) é menor do que a corrente i pré - fixada.

Reagrupando-se a expressão III.28, obtém-se a expressão III.29 através da qual pode-se determinar a distância d_0 .

$$d_0 = \frac{1}{ac} \left[\frac{h}{i_{\text{pré-fixa}}} - \frac{1}{I} \right] \quad \text{(III.29)}$$

Conforme mencionado anteriormente, os coeficientes a e h assumem, para os tipos de defeitos examinados, os valores apresentados na tabela III.1.

Tabela. III.1 – Coeficientes a e h para as faltas examinadas

Tipos de faltas	Coeficientes	
	h	a
Trifásica isolada	1	1
Bifásica isolada	$\sqrt{3} / 2$	1
Monofásica	1	$\left[2 + \frac{z^0}{z^1} \right] / 3$



onde

z^0 - impedância de seqüência zero das linhas, por unidade de comprimento

No caso de faltas trifásicas e bifásicas a corrente I é considerada como sendo igual a corrente de defeito trifásico na barra, enquanto que no caso de faltas fase-terra se assume aquela de defeito monofásica no nó.

A impedância equivalente Z_e , para o caso de faltas trifásicas e bifásicas resulta igual a impedância nodal de seqüência positiva (Z^1) vista pelo nó, enquanto que no caso de defeitos fase-terra, esta assume valor a $(2Z^1 + Z^0) / 3$, sendo Z^0 a impedância nodal de seqüência zero vista pelo nó.

A curva que define o andamento da corrente de falta na linha i na medida em que se varia o comprimento D é dada pela relação III.28 e encontra-se representada na figura III.1. Observa-se na figura III.1 a indicação, em correspondência a um valor de corrente de falta na linha i , o ponto P_0 que define a distância d_0 .

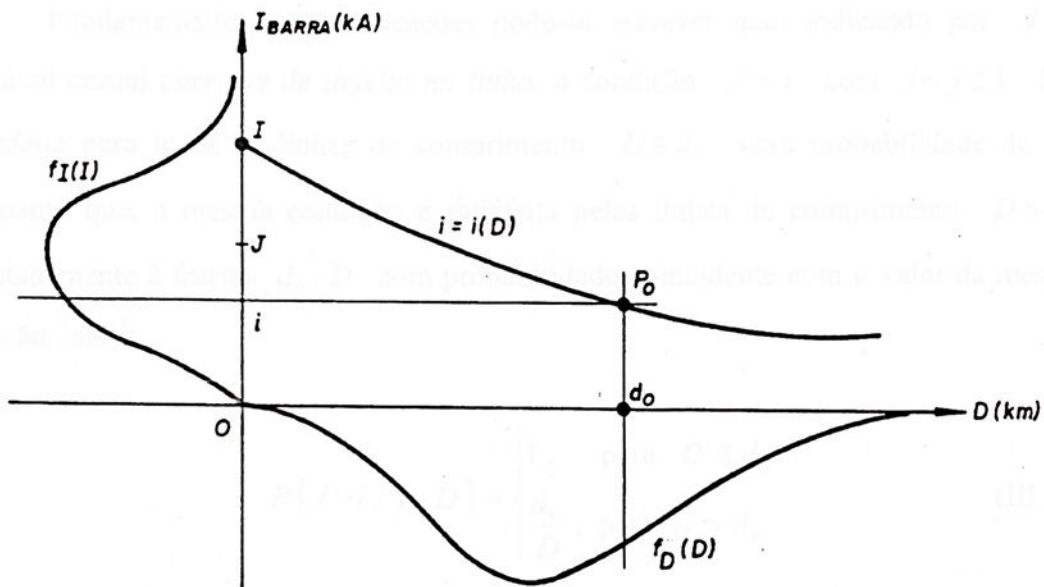


Figura. III.1. – Comportamento da corrente de defeito na linha, resultante da variação da distância do ponto de falta à barra de alimentação.

A partir da figura III.1, considere a necessidade de obter-se a probabilidade de ocorrer um valor de corrente de defeito J na linha maior do que um dado valor i pré-



fixado, tendo ocorrido um valor de corrente de falta I na barra a ela ligada. Considere ainda que o comprimento D da linha seja constituído por um número γ de segmentos de comprimento ΔD , isto é, $D = \gamma \Delta D$ e que o valor de i pré-fixado tenha definido um ponto P_0 tal que $d_0 = \delta \Delta D$, sendo γ e δ inteiros e positivos.

A verificação de ocorrência da condição $J > i$ com $i < J \leq I$ pode ser realizada para cada ponto ao longo do comprimento da linha definidos por múltiplos inteiros de ΔD . Assim procedendo, até o ponto P_0 , observa-se que são realizadas δ verificações nas quais ocorreram δ vezes a condição $J > i$. Continuando com o processo, para além do ponto P_0 , até o final do comprimento D da linha, observa-se que são feitas γ verificações nas quais ocorrem $\gamma - \delta$ vezes a condição $J < i$ e nenhuma vez a condição $J > i$. Desta forma, até P_0 , a probabilidade da condição $J > i$ acontecer é δ / δ , enquanto que, considerando o comprimento total, a probabilidade da condição $J > i$ acontecer será δ / γ . Assim, multiplicando-se o numerador e o denominador desta última relação por ΔD , resulta d_0 / D .

Fundamentado nesta colocações pode-se escrever que: indicando por J a variável casual *corrente de defeito na linha*, a condição $J > i$ com $i < j \leq I$ fica satisfeita para todas as linhas de comprimento $D \leq d_0$ com probabilidade de 1, enquanto que, a mesma condição é satisfeita pelas linhas de comprimento $D > d_0$ limitadamente à fração d_0 / D com probabilidade coincidente com o valor da mesma relação, isto é:

$$P\{J > i / I, D\} = \begin{cases} 1, & \text{para } D \leq d_0 \\ \frac{d_0}{D}, & \text{para } D > d_0 \end{cases} \quad \text{(III.30)}$$

Considerando a hipótese de que as duas grandezas (corrente de falta I na barra e comprimento D da linha) sejam independentes entre si, a densidade de probabilidade conjunta relativa a um determinado valor de corrente de defeito na linha (pré-fixado um valor de corrente de falta I na barra) tem-se:

$$f(I, D) = f_1(I) f_D(D) \quad \text{(III.31)}$$



onde

$f_I(I)$ - função densidade de probabilidade de correntes de defeitos nas barras;

$f_D(D)$ - função densidade de probabilidade de comprimentos das linhas.

Nestas condições a probabilidade de ter-se uma corrente de defeito na linha, tal que a condição $J > i$ se verifique, para um valor de corrente fixado I na barra e para qualquer valor de comprimento D da linha ligada à barra, resulta:

$$P\{J > i / I\} = \int_{D=0}^{d_0} f_D(D) dD + \int_{d_0}^{\infty} \frac{d_0}{D} f_D(D) dD \quad (\text{III.32})$$

A corrente de falta I na barra pode assumir, teoricamente, valores compreendidos entre i e ∞ . Portanto a probabilidade resultante é a integral da probabilidade relativa a cada valor de corrente de defeito na barra, isto é:

$$P\{J > i\} = \int_{I=i}^{\infty} \left[\int_{D=0}^{d_0} f_D(D) dD + \int_{d_0}^{\infty} \frac{d_0}{D} f_D(D) dD \right] f_I(I) dI \quad (\text{III.33})$$

Assim a probabilidade de que a corrente de falta ao longo da linha possa assumir um valor J maior que um valor dado i , pode ser obtida através da equação.

$$P\{J > i\} = 1 - F_J(i) = \int_{I=i}^{\infty} \left[F_D(d_0) + d_0 \int_{d_0}^{\infty} \frac{f_D(D)}{D} dD \right] f_I(I) dI \quad (\text{III.34})$$

onde

$F_J(i)$ - função de repartição da variável casual J .

Empregando os procedimentos desenvolvidos nas seções III.7.2. e III.7.3., obtém-se as distribuições de freqüências $F_J(i)$ fazendo-se i assumir valores compreendidos entre aqueles mais extremos das classes de corrente. Uma vez fixado i , decorrem deste valor, todos os demais empregados na obtenção da função de repartição.



Com este propósito, apresenta-se para a relação III.34 a sua correspondente na forma discreta, dada pela expressão III.35.

$$P\{J > i\} = 1 - F_J(i) = \sum_{I_k > i} \left[\sum_{D_k \leq d_0} f_D(D_k) \Delta D_k + d_0 \sum_{D_k > d_0} \frac{f_D(D_k)}{D_k} \Delta D_k \right] f_1(I_k) \Delta I_k \quad \text{(III.35)}$$

onde

k - intervalo para o qual as desigualdades se verificam, ficando definido a partir do valor assumido por i .



IV – MÉTODO ANALÍTICO

IV.1. Modelagem Estatística da Falta e Condições do Sistema

IV.1.1. Estado do Sistema

Qualquer sistema de potência opera para diferentes estados e configurações de acordo com a requisição de carga e programação (planejamento/capacidade) de geração, e estas condições de operação do sistema afetam significativamente as correntes de curto-circuito. Em uma primeira aproximação os estados de operação do sistema são discretizados em um número de configurações similares correspondentes a vários perfis de carga. Estas configurações são usadas na equação (IV.06) consideradas por suas respectivas probabilidades como:

$$P(\omega_i) = \frac{A_i}{\sum_i A_i} \quad (\text{IV.01})$$

Sendo A_i é o período de tempo para a operação do sistema com a correspondente carga típica para o estado ω_i .

IV.1.2. Linha de Transmissão

Esta é uma grandeza complexa que dependente do comprimento da linha de transmissão, do tipo e número de disjuntores, isoladores, transformadores incluídos entre outros. No trabalho proposto esta probabilidade é obtida da seguinte forma:

$$P(l_i) = \frac{L_i}{\sum_i L_i} \quad (\text{IV.02})$$



sendo: L_i o comprimento da linha;

$$\sum_i L_i \text{ o comprimento total da rede de transmissão.}$$

Esta formulação é baseada na suposição de que o número de faltas que ocorre ao longo de uma linha é proporcional ao seu comprimento.

IV.1.3. Tipo de Falta

O tipo de falta é uma variável aleatória discreta que assume um determinado valor, dependendo se a falta é trifásica ou monofásica. Estes valores podem ser especificados coletivamente para todo o sistema de estatísticas de falta.

IV.1.4. Localização da Falta

A localização da falta na linha é considerada uma variável aleatória contínua λ . A variável λ é definida sobre um intervalo fechado $[0,1]$ por $\lambda = d / L$, sendo, d , a distância da localização da falta da extremidade da linha e L o comprimento total da linha. Sob a hipótese de que todas as localizações de falta ao longo de uma linha de transmissão são igualmente prováveis, λ segue a distribuição uniforme, isto é $F(\lambda) = L \cdot \lambda$.

IV.2. Distribuição de Probabilidades da Corrente de Falta

Tomando-se como exemplo, a análise das correntes de curto-circuito nas linhas da rede para um curto-circuito trifásico em uma linha pq , conforme a figura, tem-se que:

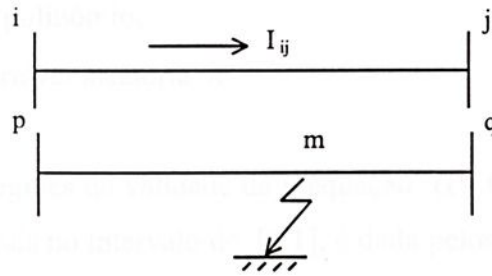


Figura IV.1. – Corrente induzida em outras linhas

A expressão da corrente na linha ij , é dada por:

$$I_{ij} = y_{ij} \left[(V_i^0 - V_j^0) + \frac{V_p^0 (a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3) - V_q^0 (a_1 \lambda^2 - a_3 \lambda)}{a_4 \lambda^2 + a_5 \lambda + a_6} \right] \quad (\text{IV.03})$$

sendo: y_{ij} = admitância física da linha ij ;

$V_i^0, V_j^0, V_p^0, V_q^0$ = tensões pré-falta;

a_i = coeficientes a serem definidos oportunamente.

O desenvolvimento da equação de cálculo da corrente de curto-circuito (IV.03), sob a condição $I_{\text{calc}} \leq I_0$, conduz a seguinte inequação para uma falha na linha pq , representada por um polinômio em função da localização da falha λ .

$$\text{Sa}(0)\lambda^4 + \text{Sa}(1)\lambda^3 + \text{Sa}(2)\lambda^2 + \text{Sa}(3)\lambda + \text{Sa}(4) \geq 0 \quad (\text{IV.04})$$

A distribuição de probabilidade acumulada $F_I(I_0/\omega_i, ft_i, l_i)$ é obtida observando-se os trechos positivos contidos entre as raízes e situados no intervalo $[0, 1]$, chamados de regiões de validade. Para uma ou duas raízes tem-se:

$$\begin{aligned} \lambda \leq \lambda_k & : F_I = (I_0/\omega_i, ft_i, l_i) = F_\lambda(\lambda_k) \\ \lambda > \lambda_j & : F_I = (I_0/\omega_i, ft_i, l_i) = 1 - F_\lambda(\lambda_j) \\ \lambda_k < \lambda < \lambda_j & : F_I = (I_0/\omega_i, ft_i, l_i) = F_\lambda(\lambda_j) - F_\lambda(\lambda_k) \end{aligned} \quad (\text{IV.05})$$

sendo: λ a região de validade;

λ_k e λ_j as raízes do polinômio;

F_λ a distribuição da variável aleatória λ .

A determinação das regiões de validade da inequação (IV.04), considerando-se a obtenção de quatro raízes reais no intervalo de $[0,1]$, é dada pelos intervalos positivos contidos entre as mesmas.

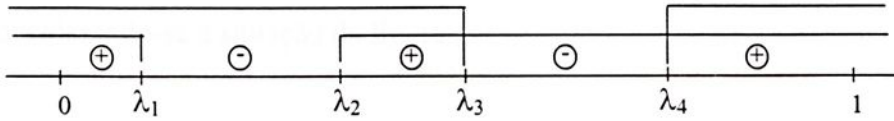


Figura IV.2 – Regiões de validade

A distribuição da variável aleatória de λ , fica então, dada por:

$$F_\lambda(\lambda) = 1.0 - \lambda_4 + \lambda_3 - \lambda_2 + \lambda_1 \tag{IV.05}$$

IV.3. Formulação Analítica

A distribuição de probabilidade acumulada $F_I(I)$, em uma linha conectando as barras i e j , é determinada considerando-se a corrente de curto-circuito I como uma variável aleatória contínua dependente do estado do sistema, tipo de falta, linha sob falta e da localização da falta. A distribuição de probabilidade acumulada $F_I(I_0)$, de valores de corrente menores do que I_0 , é encontrada usando-se distribuições de probabilidade condicional como se segue:

$$F_I(I_0) = \sum_{\omega_i} \sum_{ft_i} \sum_{l_i} F_I(I_0/\omega_i, ft_i, l_i) P(\omega_i) P(ft_i) P(l_i) \tag{IV.06}$$

Sendo: $F_I(I_0/\omega_i, ft_i, l_i) = P\{|I| \leq I_0/\omega_i, ft_i, l_i\}$ (IV.07)



IV.4. Desenvolvimento das Equações

IV.4.1. Curto-Circuito Trifásico

IV.4.1.1. Análise das Correntes das Linhas da Rede Devido à Aplicação de Curtos-Circuitos ao Longo de uma Linha em Particular

Considerando-se a situação da figura:

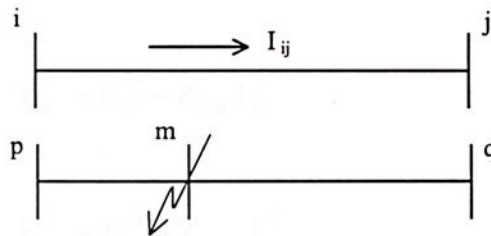


Figura IV.3 – Corrente induzida em outras linhas

A falta ocorre na linha pq e são analisadas as correntes nas demais linhas ij da rede.

De posse de:

\bar{Z}_N : matriz de impedâncias nodais;

\bar{E}_N^0 : vetor de tensões de barra, anteriores à falta (conhecido);

\bar{E}_N^f : vetor de tensões de barra, posteriores à falta (desconhecido);

$\Delta\bar{E}_N$: vetor de variações nas tensões de barra, devidas à falta;

\bar{I}_N^0 : vetor de correntes injetadas nas barras, anteriores à falta (conhecido);

\bar{I}_N^f : vetor de correntes de falta injetadas nas barras (desconhecido).

Considerando-se que:

1. O vetor \bar{I}_N^f tem todos os elementos nulos, exceto o(s) correspondente(s) à(s) barra(s) em falta onde a(s) corrente(s) injetada(s) é (são) dada(s) pelo negativo da(s) corrente(s) de falta;
2. As variações nas tensões de barra $\Delta\bar{E}_N$ são causadas pelas correntes de falta injetadas nas barras, ou seja, $\Delta\bar{E}_N$ é causado por \bar{I}_N^f ;
3. Desprezando-se as cargas ou representado-as por impedâncias fixas incorporadas à matriz \bar{Z}_N . A relação entre os vetores $\Delta\bar{E}_N$ e \bar{I}_N^f é dada por $\Delta\bar{E}_N = \bar{Z}_N \bar{I}_N^f$;
4. As tensões pós-falta são calculáveis por: $\bar{E}_N^f = \bar{E}_N^0 + \Delta\bar{E}_N$ ou $\bar{E}_N^f = \bar{E}_N^0 + \bar{Z}_N \bar{I}_N^f$;
5. Para uma falta na barra m , a equação apresentada no item 4, expandida, resulta:

$$\begin{aligned}
 E_1^f &= E_1^0 - Z_{1m} I_m^f \\
 &\vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 E_m^f &= E_m^0 - Z_{mm} I_m^f \\
 &\vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 E_n^f &= E_n^0 - Z_{nm} I_m^f
 \end{aligned}
 \tag{IV.08}$$

Assim, todas as tensões de barra posteriores a falta podem ser obtidas, desde que se conheça a corrente de falta \bar{I}_m^f .

6. A tensão pós-falta \bar{E}_m^f , na barra sob falta, está relacionada com a corrente de falta pela expressão:

$$E_m^f = z_f I_m^f \tag{IV.09}$$

sendo, z_f a impedância de falta.

Igualando-se (IV.08) a (IV.09), tem-se:

$$z_f I_m^f = E_m^0 - Z_{mm} I_m^f$$



$$I_m^f = \frac{E_m^0}{z_f + Z_{mm}} \quad (\text{IV.10})$$

Portanto, a tensão pós-falta em uma barra k qualquer é calculada através da equação descrita abaixo, obtida a partir das equações (IV.08) e (IV.10).

$$E_k^f = E_k^0 - \frac{Z_{km}}{z_f + Z_{mm}} E_m^0, \quad \forall k \neq m \quad (\text{IV.11})$$

7. Para um curto-circuito franco ($z_f = 0$):

$$I_m^f = \frac{E_m^0}{Z_{mm}}$$

$$E_k^f = E_k^0 - \frac{Z_{km}}{Z_{mm}} E_m^0, \quad \forall k \neq m \quad (\text{IV.12})$$

$$E_m^f = 0$$

8. As correntes de falta que fluem nos ramos da rede (contribuições) podem ser obtidas por:

$$I_{ij}^f = \frac{E_i^f - E_j^f}{z_{ij}} = y_{ij} (E_i^f - E_j^f) \quad (\text{IV.13})$$

sendo:

z_{ij} = impedância física do ramo ij

E_i^f, E_j^f - calculáveis pela expressão (IV.12).

Logo:

$$I_{ij}^f = y_{ij} \left[(E_i^0 - E_j^0) + E_m^0 \left(\frac{Z_{jm} - Z_{im}}{z_f + Z_{mm}} \right) \right] \quad (\text{IV.14})$$

Caso $z_f = 0$, tem-se:

$$I_{ij}^f = y_{ij} \left[(E_i^0 - E_j^0) + E_m^0 \left(\frac{Z_{jm} - Z_{im}}{Z_{mm}} \right) \right] \quad (\text{IV.15})$$

As expressões (IV.14) e (IV.15) são exatas considerando-se as suposições feitas (linearidade do sistema). A aplicação das expressões anteriores é possível sendo conhecidas as tensões nas barras e correntes nos ramos pré-falta (fluxo de carga). Não se dispondo destes valores, são feitas as seguintes simplificações:

- correntes pré-falta nulas;
- tensões pré-falta iguais a (1, 1 + j 0,0)

Com base nas expressões (II.15) e (II.17), pode-se escrever:

$$E_m^0 = (1 - \lambda) E_p^0 + \lambda E_q^0 \quad (\text{IV.16})$$

$$Z_{mi}^b = (1 - \lambda) Z_{pi} + Z_{qi} \quad (\text{IV.17})$$

$$Z_{mj}^b = (1 - \lambda) Z_{pj} + Z_{qj} \quad (\text{IV.18})$$

Substituindo-se a expressão (IV.16) na equação (IV.15), obtém-se:

$$I_{ij}^f = y_{ij} \left[(E_i^0 - E_j^0) + (1 - \lambda) E_p^0 \left(\frac{Z_{jm} - Z_{im}}{Z_{mm}} \right) + \lambda E_q^0 \left(\frac{Z_{jm} - Z_{im}}{Z_{mm}} \right) \right] \quad (\text{IV.19})$$

Efetuando-se as operações necessárias, agrupando-se os termos convenientemente e chamando-se:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= Z_{pj} - Z_{pi} - Z_{qj} + Z_{qi} & \alpha_4 &= Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} - z_{pq} \\ \alpha_2 &= 2Z_{pi} - 2Z_{pj} + Z_{qj} - Z_{qi} & \alpha_5 &= 2Z_{pp} - 2Z_{pq} - z_{pq} \\ \alpha_3 &= Z_{pj} - Z_{pi} & \alpha_6 &= Z_{pp} \end{aligned} \quad (\text{IV.20})$$



A equação (IV.19), resulta:

$$I_{ij}^r = y_{ij} \left[(E_i^0 - E_j^0) + \frac{E_p^0 (\alpha_1 \lambda^2 + \alpha_2 \lambda + \alpha_3) - E_q^0 (\alpha_1 \lambda^2 - \alpha_3 \lambda)}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right] \quad (\text{IV.21})$$

Introduzindo-se a equação (IV.21) na condição: $|I_{ij}| \leq I_0$

Reagrupando-se a equação tem-se:

$$\begin{aligned} & \left| y_{ij} (E_i^0 - E_j^0) (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6) + y_{ij} E_p^0 (\alpha_1 \lambda^2 + \alpha_2 \lambda + \alpha_3) \right. \\ & \left. - y_{ij} E_q^0 (\alpha_1 \lambda^2 - \alpha_3 \lambda) \right| \leq I_0 \left| \alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6 \right| \end{aligned} \quad (\text{IV.22})$$

As grandezas $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, y_{ij}, E_{ij}^0, E_p^0,$ e E_q^0 são complexas. Desmembrando-as em componentes reais e imaginárias, e efetuando-se os produtos $y_{ij} E_{ij}^0, y_{ij} E_p^0$ e $y_{ij} E_q^0$, tem-se:

$$\begin{aligned} y_{ij} E_{ij}^0 &= (y_{ij_r} E_{ij_r}^0 - y_{ij_x} E_{ij_x}^0) + j(y_{ij_r} E_{ij_x}^0 + y_{ij_x} E_{ij_r}^0) \\ y_{ij} E_p^0 &= (y_{ij_r} E_{p_r}^0 - y_{ij_x} E_{p_x}^0) + j(y_{ij_r} E_{p_x}^0 + y_{ij_x} E_{p_r}^0) \\ y_{ij} E_q^0 &= (y_{ij_r} E_{q_r}^0 - y_{ij_x} E_{q_x}^0) + j(y_{ij_r} E_{q_x}^0 + y_{ij_x} E_{q_r}^0) \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

Chamando-se:

$$\begin{aligned} K_1 &= y_{ij_r} E_{ij_r}^0 - y_{ij_x} E_{ij_x}^0 \\ K_2 &= y_{ij_r} E_{ij_x}^0 + y_{ij_x} E_{ij_r}^0 \\ P_1 &= y_{ij_r} E_{p_r}^0 - y_{ij_x} E_{p_x}^0 \\ P_2 &= y_{ij_r} E_{p_x}^0 + y_{ij_x} E_{p_r}^0 \end{aligned} \quad (\text{IV.24})$$



$$Q_1 = -y_{ij_r} E_{q_r}^0 + y_{ij_x} E_{q_x}^0$$

$$Q_2 = -y_{ij_r} E_{q_x}^0 - y_{ij_x} E_{q_r}^0$$

Substituindo-se as equações anteriores na equação (IV.22):

$$\begin{aligned} & |(K_1 + jK_2) [\lambda^2 (\alpha_{4_r} + j\alpha_{4_x}) - \lambda (\alpha_{5_r} + j\alpha_{5_x}) + (\alpha_{6_r} + j\alpha_{6_x})] + \\ & (P_1 + jP_2) [\lambda^2 (\alpha_{1_r} + j\alpha_{1_x}) - \lambda (\alpha_{2_r} + j\alpha_{2_x}) + (\alpha_{3_r} + j\alpha_{3_x})] + \\ & (K_1 + jK_2) [\lambda^2 (\alpha_{1_r} + j\alpha_{1_x}) - \lambda (\alpha_{3_r} + j\alpha_{3_x})] \leq \\ & I_0 [\lambda^2 (\alpha_{4_r} + j\alpha_{4_x}) - \lambda (\alpha_{5_r} + j\alpha_{5_x}) + (\alpha_{6_r} + j\alpha_{6_x})] \end{aligned} \quad (IV.25)$$

Efetuada-se as operações necessárias, agrupando-se os termos convenientemente e chamando-se:

$$\begin{aligned} W_1 &= K_1\alpha_{4_r} - K_2\alpha_{4_x} + P_1\alpha_{1_r} - P_2\alpha_{1_x} + Q_1\alpha_{1_r} - Q_2\alpha_{1_x} \\ F_1 &= -K_1\alpha_{5_r} + K_2\alpha_{5_x} + P_1\alpha_{2_r} - P_2\alpha_{2_x} - Q_1\alpha_{3_r} + Q_2\alpha_{3_x} \end{aligned} \quad (IV.26)$$

$$T_1 = K_1\alpha_{6_r} - K_2\alpha_{6_x} + P_1\alpha_{3_r} - P_2\alpha_{3_x}$$

$$\begin{aligned} W_2 &= K_1\alpha_{4_x} + K_2\alpha_{4_r} + P_1\alpha_{1_x} + P_2\alpha_{1_r} + Q_1\alpha_{1_x} + Q_2\alpha_{1_r} \\ F_2 &= -K_1\alpha_{5_x} - K_2\alpha_{5_r} + P_1\alpha_{2_x} + P_2\alpha_{2_r} - Q_1\alpha_{3_x} - Q_2\alpha_{3_r} \end{aligned} \quad (IV.27)$$

$$T_2 = K_1\alpha_{6_x} + K_2\alpha_{6_r} + P_1\alpha_{3_x} + P_2\alpha_{3_r}$$

$$\begin{aligned} W_3 &= I_0\alpha_{4_r} \\ F_3 &= -I_0\alpha_{5_r} \end{aligned} \quad (IV.28)$$

$$T_3 = I_0\alpha_{6_r}$$

$$\begin{aligned} W_4 &= I_0\alpha_{4_x} \\ F_4 &= -I_0\alpha_{5_x} \end{aligned} \quad (IV.29)$$

$$T_4 = I_0\alpha_{6_x}$$

Resulta:

$$\begin{aligned} & \left| (\lambda^2 W_1 + \lambda F_1 + T_1) + j(\lambda^2 W_2 + \lambda F_2 + T_2) \right| \leq \\ & \left| (\lambda^2 W_3 + \lambda F_3 + T_3) + j(\lambda^2 W_4 + \lambda F_4 + T_4) \right| \end{aligned} \quad (\text{IV.30})$$

Elevando-se todos os termos em ambos membros da desigualdade ao quadrado, desenvolvendo-se os quadrados perfeitos, fazendo-se as operações necessárias, agrupando-se convenientemente e chamando-se:

$$\begin{aligned} S\alpha(4) &= W_3^2 + W_4^2 - W_1^2 - W_2^2 \\ S\alpha(3) &= 2W_3F_3 + 2W_4F_4 - 2W_1F_1 - 2W_2F_2 \\ S\alpha(2) &= F_3^2 + 2W_3T_3 + F_4^2 + 2W_4T_4 - F_1^2 - 2W_1T_1 - F_2^2 - 2W_2T_2 \\ S\alpha(1) &= 2F_3T_3 + 2F_4T_4 - 2F_1T_1 - 2F_2T_2 \\ S\alpha(0) &= T_3^2 + T_4^2 - T_1^2 - T_2^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.31})$$

Resulta a inequação de 4^{o} grau, de coeficientes reais. Então, $|g(\lambda)| \leq I_0$, para cada I_0 arbitrado, corresponde a:

$$S\alpha(4)\lambda^4 + S\alpha(3)\lambda^3 + S\alpha(2)\lambda^2 + S\alpha(1)\lambda + S\alpha(0) \geq 0 \quad (\text{IV.32})$$

O conjunto solução S_λ da inequação acima, com $\lambda \in [0, 1]$, fornece o valor de $F_I(I_0/\omega_i, ft_i, l_i)$ para a corrente de falta.



IV.4.1.2. Análise das Correntes à Esquerda e à Direita do Local da Falta quando o Curto-Circuito ocorre na Linha sob Observação

Considerando-se a situação da figura:

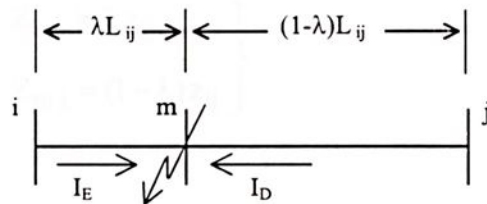


Figura IV.3. – Corrente à esquerda e à direita do local da falta

A corrente analisada é a corrente da própria linha onde ocorreu a falta, genericamente denominada de linha ij . Dadas as equações (IV.12) e (IV.13), obtidas anteriormente:

$$E_i^f = E_i^0 - \frac{Z_{im}}{Z_{mm}} E_m^0$$

$$E_j^f = E_j^0 - \frac{Z_{jm}}{Z_{mm}} E_m^0, \quad \forall i, j \neq m$$

$$I_{ij}^f = \frac{E_i^f - E_j^f}{z_{ij}} = y_{ij} (E_i^f - E_j^f)$$

IV.4.1.2.1. Corrente que Flui à Esquerda do Local da Falta ($I_E = I_{im}$)

Para a situação da figura (IV.3), tem-se

$$I_E = I_{im} = \frac{E_i^f - E_m^f}{Z_{im}} = Y_{im} (E_i^f - E_m^f) \quad (IV.33)$$

Como $E_m^f = 0$, resulta:

$$I_{im} = Y_{im} E_i^f = Y_{im} \left(E_i^0 - \frac{Z_{im}}{Z_{mm}} E_m^0 \right) \quad (\text{IV.34})$$

Analogamente as expressões contidas em (II.06):

$$\left. \begin{aligned} Z_{im} &= \lambda z_{ij} \\ Z_{mj} &= (1 - \lambda) z_{ij} \end{aligned} \right\}$$

Obtém-se:

$$\frac{1}{Z_{mj}} = \frac{1}{\lambda z_{ij}} = \frac{y_{ij}}{\lambda} \quad (\text{IV.35})$$

Substituindo-se (IV.35) na expressão (IV.34):

$$I_{im} = \frac{y_{ij}}{\lambda} \left(E_i^0 - \frac{Z_{im}}{Z_{mm}} E_m^0 \right) \quad (\text{IV.36})$$

A partir das expressões (II.15), (II.17) e (Iv.03):

$$\left. \begin{aligned} V_m &= (1 - \lambda)V_p + \lambda V_q \\ Z_{mk}^b &= (1 - \lambda)Z_{pk} + Z_{qk} \end{aligned} \right\}$$

$$Z_{mm}^b = (Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} - Z_{pq})\lambda^2 - (2Z_{pp} - 2Z_{pq} - z_{pq})\lambda + Z_{pp}$$

Substituindo-se as equações anteriores na expressão (IV.36), desenvolvendo-se as operações necessárias e reagrupando-se convenientemente os termos, obtém-se:

$$I_{im} = \frac{y_{ij}}{\lambda} \left[E_i^0 - \frac{E_p^0 [\lambda^2 (Z_{pi} - Z_{qi}) + \lambda (Z_{qi} - 2Z_{pi}) + Z_{pi}]}{(Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} - Z_{pq})\lambda^2 - (2Z_{pp} - 2Z_{pq} - z_{pq})\lambda + Z_{pp}} \right. \\ \left. + \frac{E_q^0 [\lambda^2 (Z_{qi} - Z_{pi}) + \lambda Z_{pi}]}{(Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} - Z_{pq})\lambda^2 - (2Z_{pp} - 2Z_{pq} - z_{pq})\lambda + Z_{pp}} \right] \quad (IV.37)$$

Chamando-se:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= Z_{qi} - Z_{pi} & \alpha_4 &= Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} - z_{pq} \\ \alpha_2 &= 2Z_{pi} - Z_{qi} & \alpha_5 &= 2Z_{pp} - 2Z_{pq} - z_{pq} \\ \alpha_3 &= -Z_{pi} & \alpha_6 &= Z_{pp} \end{aligned} \quad (IV.38)$$

Obtém-se:

$$I_{im}^f = \frac{y_{ij}}{\lambda} \left[E_i^0 + \frac{E_p^0 (\alpha_1 \lambda^2 + \alpha_2 \lambda + \alpha_3) - E_q^0 (\alpha_1 \lambda^2 - \alpha_3 \lambda)}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right] \quad (IV.39)$$

Introduzindo-se a equação I_{im} na condição: $|I_{im}| \leq I_0$.

Tem-se:

$$\left| y_{ij} E_i^0 (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6) + y_{ij} E_p^0 (\alpha_1 \lambda^2 + \alpha_2 \lambda + \alpha_3) - y_{ij} E_q^0 (\alpha_1 \lambda^2 - \alpha_3 \lambda) \right| \\ \leq I_0 \left| \lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6) \right| \quad (IV.40)$$

Sendo:

$$y_{ij} E_i^0 = (y_{ij_r} E_{ir} - y_{ij_x} E_{ix}) + j(y_{ij_r} E_{ix} - y_{ij_x} E_{ir}) \quad (IV.41)$$

Os produtos $y_{ij} E_p^0$ e $y_{ij} E_q^0$ encontram-se definidos pelas expressões (IV.23) e são dados por:

$$\begin{aligned} y_{ij} E_p^0 &= (y_{ij_r} E_{p_r}^0 - y_{ij_x} E_{p_x}^0) + j(y_{ij_r} E_{p_x}^0 + y_{ij_x} E_{p_r}^0) \\ y_{ij} E_q^0 &= (y_{ij_r} E_{q_r}^0 - y_{ij_x} E_{q_x}^0) + j(y_{ij_r} E_{q_x}^0 + y_{ij_x} E_{q_r}^0) \end{aligned} \quad (IV.42)$$

Chamando-se:

$$\begin{aligned} K_1 &= y_{ij_r} E_{i_r}^0 - y_{ij_x} E_{i_x}^0 \\ K_2 &= y_{ij_r} E_{i_x}^0 + y_{ij_x} E_{i_r}^0 \end{aligned} \quad (IV.43)$$

P_1, P_2, Q_1 e Q_2 como definido pelas expressões (IV.24)

Substituindo-se as expressões (IV.43) na inequação da corrente (IV.40), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left| (K_1 + jK_2)[\lambda^2(\alpha_{4_r} + j\alpha_{4_x}) - \lambda(\alpha_{5_r} + j\alpha_{5_x}) + (\alpha_{6_r} + j\alpha_{6_x})] + \right. \\ & + (P_1 + jP_2)[\lambda^2(\alpha_{1_r} + j\alpha_{1_x}) + \lambda(\alpha_{2_r} + j\alpha_{2_x}) + (\alpha_{3_r} + j\alpha_{3_x})] \\ & \left. + (Q_1 + jQ_2)[\lambda^2(\alpha_{1_r} + j\alpha_{1_x}) + \lambda(\alpha_{3_r} + j\alpha_{3_x})] \right| \leq \\ & \left| I_0 \lambda^2 (\alpha_{4_r} + j\alpha_{4_x}) - \lambda(\alpha_{5_r} - j\alpha_{5_x}) + (\alpha_{6_r} + j\alpha_{6_x}) \right| \end{aligned} \quad (IV.44)$$

Efetando-se os produtos indicados na expressão acima e reagrupando-se em λ^2 , λ e termo independente chega-se as expressões (IV.26), (IV.27), (IV.28) e (IV.29) para $W_1, W_2, W_3, W_4, F_1, F_2, F_3, F_4, T_1, T_2, T_3$ e T_4 obtidas para a situação de curto-circuito trifásico anteriormente estudado, mas com K_1 e K_2 , calculáveis, neste caso, por (IV.43). Logo, tem-se:

$$\begin{aligned} & \left| (\lambda^2 W_1 + \lambda F_1 + T_1) + j(\lambda^2 W_2 + \lambda F_2 + T_2) \right| \\ & \leq \left| \lambda[\lambda^2 W_3 + \lambda F_3 + T_3] + j(\lambda^2 W_4 + \lambda F_4 + T_4) \right| \end{aligned} \quad (IV.45)$$

Elevando-se ambos os membros da desigualdade ao quadrado, desenvolvendo-se os quadrados perfeitos, fazendo-se as operações necessárias, agrupando-se convenientemente os termos e fazendo-se:

$$\begin{aligned}
 S\alpha(6) &= W_3^2 + W_4^2 \\
 S\alpha(5) &= 2W_3F_3 + 2W_4F_4 \\
 S\alpha(4) &= F_3^2 + 2W_3T_3 + F_4^2 + 2W_4T_4 - W_1^2 - W_2^2 \\
 S\alpha(3) &= 2F_3T_3 + 2F_4T_4 - 2W_1F_1 - 2W_2F_2 \\
 S\alpha(2) &= T_3^2 + T_4^2 - F_1^2 - 2W_1T_1 - F_2^2 - 2W_2T_2 \\
 S\alpha(1) &= -2F_1T_1 - 2F_2T_2 \\
 S\alpha(0) &= -T_1^2 - T_2^2
 \end{aligned} \tag{IV.46}$$

Resulta a inequação de 6^o grau, de coeficientes reais. Então, $|g(\lambda)| \leq I_0$, para cada I_0 arbitrado, corresponde a:

$$S\alpha(6)\lambda^6 + S\alpha(5)\lambda^5 + S\alpha(4)\lambda^4 + S\alpha(3)\lambda^3 + S\alpha(2)\lambda^2 + S\alpha(1)\lambda + S\alpha(0) \geq 0 \tag{IV.47}$$

O conjunto solução S_λ da inequação acima, com $\lambda \in [0, 1]$, fornece o valor de $F_I(I_0/\omega_i, ft_i, l_i)$ para a corrente de falta que flui à esquerda do local da falta.

IV.4.1.2.2. Corrente que Flui à Direita do Local da Falta ($I_D = I_{jm}$)

Com base na figura (IV.3) tem-se:

$$I_D = I_{jm} = \frac{E_j^f - E_m^f}{Z_{jm}} = y_{jm}(E_j^f - E_m^f) \tag{IV.48}$$

Analogamente ao que foi desenvolvido para a corrente de curto-circuito à esquerda do local da falta, obtém-se:



$$I_{jm} = \frac{y_{ij}}{(1-\lambda)} \left[E_j^0 - \frac{E_p^0 [\lambda^2 (Z_{pj} - Z_{qj}) + \lambda (Z_{qj} - 2Z_{pj}) + Z_{pj}]}{(Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} - Z_{pq})\lambda^2 - (2Z_{pp} - 2Z_{pq} - Z_{pq})\lambda + Z_{pp}} \right. \\ \left. + \frac{E_q^0 [\lambda^2 (Z_{qj} - Z_{pj}) + \lambda Z_{pj}]}{(Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} - Z_{pq})\lambda^2 - (2Z_{pp} - 2Z_{pq} - Z_{pq})\lambda + Z_{pp}} \right] \quad (IV.49)$$

Fazendo-se:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= Z_{pj} - Z_{qj} & \alpha_4 &= Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} - Z_{pq} \\ \alpha_2 &= Z_{qj} - 2Z_{pj} & \alpha_5 &= 2Z_{pp} - 2Z_{pq} - Z_{pq} \\ \alpha_3 &= Z_{pj} & \alpha_6 &= Z_{pp} \end{aligned} \quad (IV.50)$$

Obtém-se:

$$I_{jm}^f = \frac{y_{ij}}{(1-\lambda)} \left[E_j^0 - \frac{E_p^0 (\alpha_1 \lambda^2 + \alpha_2 \lambda + \alpha_3) + E_q^0 (\alpha_1 \lambda^2 - \alpha_3 \lambda)}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right] \quad (IV.51)$$

Introduzindo-se a equação I_{jm} na condição: $|I_{jm}| \leq I_0$

Tem-se:

$$\left| \frac{y_{ij}}{(1-\lambda)} E_j^0 - \frac{y_{ij} E_p^0 (\alpha_1 \lambda^2 + \alpha_2 \lambda + \alpha_3) + y_{ij} E_q^0 (\alpha_1 \lambda^2 - \alpha_3 \lambda)}{(1-\lambda)(\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)} \right| \leq I_0 \quad (IV.52)$$

Sendo:

$$y_{ij} E_j^0 = (y_{ij_r} E_{j_r} - y_{ij_x} E_{j_x}) + j(y_{ij_r} E_{j_x} - y_{ij_x} E_{j_r}) \quad (IV.53)$$

Efetuada-se os produtos $y_{ij} E_p^0$, $y_{ij} E_q^0$, as operações necessárias e chamando-se:

$$\begin{aligned}
K_1 &= y_{ij_r} E_{j_r}^0 - y_{ij_x} E_{j_x}^0 \\
K_2 &= y_{ij_r} E_{j_r}^0 + y_{ij_x} E_{j_r}^0 \\
P_1 &= -y_{ij_r} E_{p_r}^0 + y_{ij_x} E_{p_x}^0 \\
P_2 &= -y_{ij_r} E_{p_x}^0 - y_{ij_x} E_{p_r}^0 \\
Q_1 &= y_{ij_r} E_{q_r}^0 - y_{ij_x} E_{q_x}^0 \\
Q_2 &= y_{ij_r} E_{q_x}^0 + y_{ij_x} E_{q_r}^0 X
\end{aligned}
\tag{IV.54}$$

Tem-se:

$$\begin{aligned}
& \left| (K_1 + jK_2)[\lambda^2(\alpha_{4_r} + j\alpha_{4_x}) - \lambda(\alpha_{5_r} + j\alpha_{5_x}) + (\alpha_{6_r} + j\alpha_{6_x})] \right. \\
& + (P_1 + jP_2)[\lambda^2(\alpha_{1_r} + j\alpha_{1_x}) + \lambda(\alpha_{2_r} + j\alpha_{2_x}) + (\alpha_{3_r} + j\alpha_{3_x})] \\
& \left. + (Q_1 + jQ_2)[\lambda^2(\alpha_{1_r} + j\alpha_{1_x}) - \lambda(\alpha_{3_r} + j\alpha_{3_x})] \right| \leq \\
& I_0 \left| (1 - \lambda) \left[\lambda^2(\alpha_{4_r} + j\alpha_{4_x}) - \lambda(\alpha_{5_r} - j\alpha_{5_x}) + (\alpha_{6_r} + j\alpha_{6_x}) \right] \right|
\end{aligned}
\tag{IV.55}$$

Efetuada-se os produtos indicados na expressão acima e reagrupando-se em λ^2 , λ e termo independente chega-se as expressões (IV.26), (IV.27), (IV.28) e (IV.29) para W_1 , W_2 , W_3 , W_4 , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , T_1 , T_2 , T_3 e T_4 obtidas para a situação de curto-circuito trifásico anteriormente estudado, mas com K_1 e K_2 , calculáveis, neste caso, por (IV.54). Logo, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \left| (\lambda^2 W_1 + \lambda F_1 + T_1) + j(\lambda^2 W_2 + \lambda F_2 + T_2) \right| \leq \left| \left\{ \left[\lambda^3(-W_3) + \lambda^2(W_3 - F_3) + \lambda(F_3 - T_3) \right] + T_3 \right. \right. \\
& \left. \left. + j \left[\lambda^3(-W_4) + \lambda^2(W_4 - F_4) + \lambda(F_4 - T_4) + T_4 \right] \right\} \right|
\end{aligned}
\tag{IV.56}$$

Elevando-se ambos os membros da desigualdade ao quadrado, desenvolvendo-se os quadrados perfeitos e agrupando-se convenientemente os termos tem-se:

$$\begin{aligned}
& \lambda^4(W_1^2 + W_2^2) + \lambda^3(2W_1F_1 + 2W_2F_2) + \lambda^2(F_1^2 + 2W_1T_1 + F_2^2 + 2W_2T_2) \\
& + \lambda(2F_1T_1 + 2F_2T_2) + T_1^2 + T_2^2 \leq \lambda^6W_3^2 + \lambda^5(2W_3F_3 - 2W_3^2) \\
& + \lambda^4(W_3^2 + 2W_3T_3 - 4W_3F_3 + F_3^2) + \lambda^3(2T_3F_3 + 2W_3F_3 - 4W_3T_3 - 2F_3^2) \\
& + \lambda^2(F_3^2 + 2W_3T_3 - 4F_3T_3 + T_3^2) + \lambda(2F_3T_3 - 2T_3^2) + T_3^2 + \lambda^6W_4^2 \quad (IV.57) \\
& + \lambda^5(2W_4F_4 - 2W_4^2) + \lambda^4(W_4^2 + 2W_4T_4 - 4W_4F_4 + F_4^2) \\
& + \lambda^3(2T_4F_4 + 2W_4F_4 - 4T_4W_4 - 2F_4^2) + \lambda^2(F_4^2 + 2W_4T_4 - 4F_4T_4 + T_4^2) \\
& + \lambda(2F_4T_4 - 2T_4^2) + T_4^2
\end{aligned}$$

Chamando-se:

$$\begin{aligned}
S\alpha(6) &= W_3^2 + W_4^2 \\
S\alpha(5) &= 2W_3F_3 - 2W_3^2 + 2W_4F_4 - 2W_4^2 \\
S\alpha(4) &= W_3^2 + 2W_3T_3 - 4W_3F_3 + F_3^2 + W_4^2 + 2W_4T_4 - 4W_4F_4 + F_4^2 - W_1^2 - W_2^2 \\
S\alpha(3) &= 2F_3T_3 + 2W_3F_3 - 4W_3T_3 - 2F_3^2 + 2F_4T_4 + 2W_4F_4 - 4W_4T_4 - 2F_4^2 - 2W_1F_1 - 2W_2F_2 \\
S\alpha(2) &= F_3^2 + 2W_3T_3 - 4F_3T_3 + T_3^2 + F_4^2 + 2W_4T_4 - 4F_4T_4 + T_4^2 - F_1^2 - 2W_1T_1 - F_2^2 - 2W_2T_2 \\
S\alpha(1) &= 2F_3T_3 - 2T_3^2 + 2F_4T_4 - 2T_4^2 - 2F_1T_1 - 2F_2T_2 \\
S\alpha(0) &= T_3^2 + T_4^2 - T_1^2 - T_2^2
\end{aligned} \quad (IV.58)$$

Resulta a inequação de 6^o grau, de coeficientes reais. Então, $|g(\lambda)| \leq I_0$, para cada I_0 arbitrado, corresponde a:

$$S\alpha(6)\lambda^6 + S\alpha(5)\lambda^5 + S\alpha(4)\lambda^4 + S\alpha(3)\lambda^3 + S\alpha(2)\lambda^2 + S\alpha(1)\lambda + S\alpha(0) \geq 0 \quad (IV.59)$$

O conjunto solução da inequação, com $\lambda \in [0, 1]$, fornece o valor de $F_I(I_0/\omega_i, ft_i, l_i)$ para a corrente de falta que flui à direita do local da falta.



IV.4.2. Curto-Circuito Fase-Terra

Sejam I_a, I_b, I_c as correntes em determinado ponto da rede, nas três fases de um sistema elétrico trifásico desequilibrado. Colocando-se essas correntes em termos de componentes simétricas, referidos a fase **a** e na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_+} \\ I_{a_-} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.60})$$

ou,

$$[I_S] = [A]^{-1} [I_P] \quad (\text{IV.61})$$

sendo:

$$[A]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (\text{IV.62})$$

Analogamente, para as tensões:

$$[E_S] = [A]^{-1} [E_P] \quad (\text{IV.63})$$

As impedâncias e admitâncias em termos de componentes simétricas podem ser obtidas por:

$$[E_P] = [Z_P] [I_P]$$

Logo:

$$[A][E_S] = [Z_P][A][I_S]$$

$$[Z_S] = [A]^{-1}[Z_P][A] \quad \text{ou}$$

$$[Y_S] = [A]^{-1}[Y_P][A] \quad (\text{IV.64})$$

Em geral as matrizes $[Z_S]$ e $[Y_S]$ resultam em matrizes diagonais, o que evidencia o desacoplamento entre os componentes seqüenciais, sendo possível tratar com cada um deles separadamente, facilitando consideravelmente a análise. Assim, para o sistema elétrico desequilibrado a equação das tensões nodais deve ser escrita para cada sistema de componentes, ou seja:

$$[E_{N_0}] = [Z_{N_0}][I_{N_0}]$$

$$[E_{N_+}] = [Z_{N_+}][I_{N_+}] \quad (\text{IV.65})$$

$$[E_{N_-}] = [Z_{N_-}][I_{N_-}]$$

Agrupando-se as equações acima, tem-se:

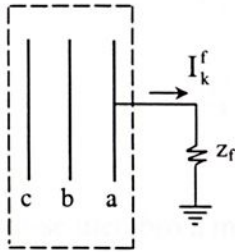
$$[E_{N_S}] = [Z_{N_S}][I_{N_S}] \quad (\text{IV.66})$$

Sendo:

$$[I_{N_S}] = \begin{bmatrix} [I_{N_0}] \\ [I_{N_+}] \\ [I_{N_-}] \end{bmatrix}$$

$$[Z_{N_S}] = \begin{bmatrix} [Z_{N_0}] & [0] & [0] \\ [0] & [Z_{N_+}] & [0] \\ [0] & [0] & [Z_{N_-}] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.67})$$

Considerando-se um curto-circuito monofásico ocorrendo na fase a de uma barra k , conforme mostrado na figura abaixo:



$$\left. \begin{aligned} I_{k_a}^f &= I_k^f \\ I_{k_b}^f &= 0 \\ I_{k_c}^f &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.68})$$

E com base na relação $[I_S] = [A]^{-1} [I_P]$ e igualdades (IV.68), é possível escrever:

$$I_{k_0}^f = I_{k_+}^f = I_{k_-}^f = \frac{1}{3} I_{k_a}^f \quad (\text{IV.69})$$

Aplicando-se o Teorema de Thèvenin resulta em:

$$[E_{NS}]^f = [E_{NS}]^0 + [Z_{NS}] [I_{NS}]^f \quad (\text{IV.70})$$

Com base na expressão $[E_{NS}]^f = [E_{NS}]^0 + [Z_{NS}] [I_{NS}]^f$, para uma barra i genérica, tem-se:

$$\begin{aligned} E_{i_0}^f &= E_{i_0}^0 - \frac{1}{3} Z_{i_{k_0}} I_{k_a}^f \\ E_{i_-}^f &= E_{i_-}^0 - \frac{1}{3} Z_{i_{k_-}} I_{k_a}^f \\ E_{i_+}^f &= E_{i_+}^0 - \frac{1}{3} Z_{i_{k_+}} I_{k_a}^f \end{aligned} \quad (\text{IV.71})$$

Para a barra k tem-se:

$$\begin{aligned}
 E_{k_0}^f &= E_{k_0}^0 - \frac{1}{3} Z_{kk_0} I_{k_a}^f \\
 E_{k_+}^f &= E_{k_+}^0 - \frac{1}{3} Z_{kk_+} I_{k_a}^f \\
 E_{k_-}^f &= E_{k_-}^0 - \frac{1}{3} Z_{kk_-} I_{k_a}^f
 \end{aligned}
 \tag{IV.72}$$

Somando-se membro a membro a expressão acima, resulta:

$$E_{k_0}^f + E_{k_+}^f + E_{k_-}^f = E_{k_0}^0 + E_{k_+}^0 + E_{k_-}^0 - \frac{1}{3} (Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-}) I_{k_a}^f \tag{IV.73}$$

Ou seja:

$$E_{k_a}^f = E_{k_a}^0 - \frac{1}{3} (Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-}) I_{k_a}^f \tag{IV.74}$$

Como $E_{k_a}^f = z_f I_{k_a}^f$, considerando-se $E_{k_a}^0 = 1.0$ pu e o curto-circuito franco ($z_f = 0$), pode-se obter:

$$I_{k_a}^f = \frac{3.0}{Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-}} \tag{IV.75}$$

Com o objetivo de diminuir o uso de memória pelo computador, admite-se que todos os componentes do sistema tem impedâncias de seqüência positiva e negativa iguais. Isto é aceitável, porém irá introduzir alguma imprecisão significativa para faltas próximas de geradores e outros componentes não estáticos da rede. Logo:

$$I_{k_a}^f = \frac{3.0}{Z_{kk_0} + 2Z_{kk_+}} \tag{IV.76}$$

Uma vez obtida a corrente $I_{k_a}^f$ e observando-se que o sistema antes da falta é considerado equilibrado ($E_{i_+}^0 = E_{i_a}^0$, $E_{i_-}^0 = E_{i_0}^0 = 0$), as equações (IV.66) podem ser rescritas e colocadas na forma matricial como se segue:

$$\begin{bmatrix} E_{i_0}^f \\ E_{i_+}^f \\ E_{i_-}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{i_a}^0 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{E_{k_a}^0}{Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-} + 3Z_f} \begin{bmatrix} Z_{ik_0} \\ Z_{ik_+} \\ Z_{ik_-} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.77})$$

Empregando-se a transformação $[E_{i_p}^f] = [A][E_{i_s}^f]$, obtém-se $E_{i_a}^f$, $E_{i_b}^f$, $E_{i_c}^f$. As contribuições nos diferentes ramos podem ser obtidas a partir das expressões que se seguem:

$$\begin{aligned} I_{ij_0}^f &= \frac{E_{i_0}^f - E_{j_0}^f}{Z_{ij_0}} \\ I_{ij_+}^f &= \frac{E_{i_+}^f - E_{j_+}^f}{Z_{ij_+}} \\ I_{ij_-}^f &= \frac{E_{i_-}^f - E_{j_-}^f}{Z_{ij_-}} \end{aligned} \quad (\text{IV.78})$$

Sendo: z_{ij_0} , z_{ij_+} , z_{ij_-} as impedâncias seqüenciais da ligação ij .

Fundamentado nas expressões definidas em (IV.77) e em (IV.78), pode-se escrever as equações para as correntes seqüenciais fluindo na fase a da ligação ij para um curto-circuito monofásico aplicado na fase a da barra k .

$$\begin{aligned}
 I_{ij_a 0}^f &= y_{ij_0} \left(E_{i_a 0}^f - E_{j_a 0}^f \right) = y_{ij_0} \left[\frac{E_{k_a}^0 (Z_{jk_0} - Z_{ik_0})}{Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-} + 3Z_f} \right] \\
 I_{ij_a +}^f &= y_{ij_+} \left(E_{i_a +}^f - E_{j_a +}^f \right) = y_{ij_+} \left[\left(E_{i_a}^0 - E_{j_a}^0 \right) + \frac{E_{k_a}^0 (Z_{jk_+} - Z_{ik_+})}{Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-} + 3Z_f} \right] \\
 I_{ij_a -}^f &= y_{ij_-} \left(E_{i_a -}^f - E_{j_a -}^f \right) = y_{ij_-} \left[\frac{E_{k_a}^0 (Z_{jk_-} - Z_{ik_-})}{Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-} + 3Z_f} \right]
 \end{aligned} \tag{IV.79}$$

A corrente de falta percorrendo a fase a da ligação ij , para uma falta fase-terra ocorrendo na fase a da barra k é dada por:

$$\begin{bmatrix} I_{ij_a}^f \\ I_{ij_b}^f \\ I_{ij_c}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij_a 0}^f \\ I_{ij_a +}^f \\ I_{ij_a -}^f \end{bmatrix} \tag{IV.80}$$

Logo:

$$I_{ij_a}^f = I_{ij_a 0}^f + I_{ij_a +}^f + I_{ij_a -}^f \tag{IV.81}$$

Substituindo-se o conjunto de equações definidos em (IV.79) na expressão (IV.81) obtém-se a expressão da corrente de falta na fase a da ligação ij em uma barra fictícia k :

$$\begin{aligned}
 I_{ij_a}^f &= y_{ij_+} \left(E_{i_a}^0 - E_{j_a}^0 \right) + E_{k_a}^0 \left[\frac{y_{ij_0} (Z_{jk_0} - Z_{ik_0})}{Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-} + 3Z_f} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{y_{ij_+} (Z_{jk_+} - Z_{ik_+})}{Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-} + 3Z_f} + \frac{y_{ij_-} (Z_{jk_-} - Z_{ik_-})}{Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-} + 3Z_f} \right]
 \end{aligned} \tag{IV.82}$$

IV.4.2.1. Análise das Correntes das Linhas da Rede devido à Aplicação de Curtos-Circuitos ao Longo de uma Linha em Particular

Considerando-se a situação ilustrada pela figura:

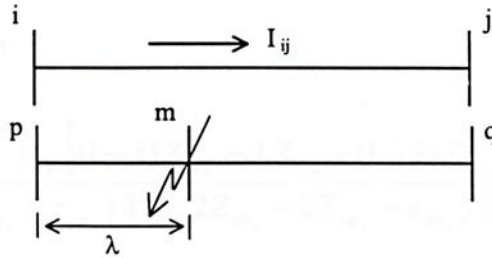


Figura IV.4. – Corrente induzida em outras linhas

A corrente analisada é a da fase a da linha ij nas proximidades da linha pq , que sofreu um curto-circuito fase-terra na fase a na posição definida pela barra fictícia m .

A corrente de falta para situação descrita na figura anterior, considerando-se que $z_f = 0$, é obtida a partir da equação (IV.82) e é dada por:

$$I_{ij_a}^f = y_{ij_+} \left(E_{i_a}^0 - E_{j_a}^0 \right) + \frac{E_{m_a}^0}{Z_{kk_0} + Z_{kk_+} + Z_{kk_-} + 3z_f} \left[y_{ij_0} \left(Z_{jm_0} - Z_{im_0} \right) + y_{ij_+} \left(Z_{jm_+} - Z_{im_+} \right) + y_{ij_-} \left(Z_{jm_-} - Z_{im_-} \right) \right] \quad (\text{IV.83})$$

Considerando-se as expressões (II.26), (IV.16), (IV.17) e (IV.18), definidas anteriormente, pode-se escrever para esta situação:

$$\begin{aligned} E_{m_a}^0 &= (1-\lambda)E_{p_a}^0 + \lambda E_{q_a}^0 \\ Z_{jm_0} &= (1-\lambda)Z_{pj_0} + \lambda Z_{qj_0} \\ Z_{im_0} &= (1-\lambda)Z_{pi_0} + \lambda Z_{qi_0} \\ Z_{mm_0} &= (Z_{pp_0} + Z_{qq_0} - 2Z_{pq_0} - z_{pq_0})\lambda^2 - (2Z_{pp_0} - 2Z_{pq_0} - z_{pq_0})\lambda + Z_{pp_0} \end{aligned} \quad (\text{IV.84})$$

Por analogia à seqüência zero, obtém-se as expressões anteriores para as seqüências positiva e negativa, substituindo-se tais expressões na equação da corrente (IV.83) e lembrando que a barra k sob falta desta equação é agora para nós, a barra m , tem-se a expressão para o cálculo da corrente de falta na fase a do ramo ij :

$$\begin{aligned}
 I_{ij_a}^f &= y_{ij_a} (E_{i_a}^0 - E_{j_a}^0) + \\
 &\frac{[(1-\lambda)E_{p_a}^0 + \lambda E_{q_a}^0] y_{ij_0} [(1-\lambda)Z_{pj_0} + \lambda Z_{qj_0} - (1-\lambda)Z_{pi_0} + \lambda Z_{qi_0}]}{(Z_{pp_0} + Z_{qq_0} - 2Z_{pq_0} - z_{pq_0})\lambda^2 - (2Z_{pp_0} - 2Z_{pq_0} - z_{pq_0})\lambda + Z_{pp_0}} \\
 &+ \frac{y_{ij_+} [(1-\lambda)Z_{pj_+} + \lambda Z_{qj_+} - (1-\lambda)Z_{pi_+} + \lambda Z_{qi_+}]}{(Z_{pp_+} + Z_{qq_+} - 2Z_{pq_+} - z_{pq_+})\lambda^2 - (2Z_{pp_+} - 2Z_{pq_+} - z_{pq_+})\lambda + Z_{pp_+}} \\
 &+ \frac{y_{ij_-} [(1-\lambda)Z_{pj_-} + \lambda Z_{qj_-} - (1-\lambda)Z_{pi_-} + \lambda Z_{qi_-}]}{(Z_{pp_-} + Z_{qq_-} - 2Z_{pq_-} - z_{pq_-})\lambda^2 - (2Z_{pp_-} - 2Z_{pq_-} - z_{pq_-})\lambda + Z_{pp_-}}
 \end{aligned} \tag{IV.85}$$

Tomando-se o numerador da 2ª parcela da expressão (IV.85), fazendo-se as operações necessárias, agrupando-se convenientemente os termos e chamando-se:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1_0} &= Z_{pj_0} - Z_{qj_0} - Z_{pi_0} + Z_{qi_0} & \alpha_{2_0} &= -2Z_{pj_0} + Z_{qj_0} + Z_{pi_0} - Z_{qi_0} \\
 \alpha_{1_+} &= Z_{pj_+} - Z_{qj_+} - Z_{pi_+} + Z_{qi_+} & \alpha_{2_+} &= -2Z_{pj_+} + Z_{qj_+} + Z_{pi_+} - Z_{qi_+} \\
 \alpha_{1_-} &= Z_{pj_-} - Z_{qj_-} - Z_{pi_-} + Z_{qi_-} & \alpha_{2_-} &= -2Z_{pj_-} + Z_{qj_-} + Z_{pi_-} - Z_{qi_-} \\
 \\
 \alpha_{3_0} &= Z_{pj_0} - Z_{pi_0} & & \\
 \alpha_{3_+} &= Z_{pj_+} - Z_{pi_+} & & \\
 \alpha_{3_-} &= Z_{pj_-} - Z_{pi_-} & &
 \end{aligned} \tag{IV.86}$$

Em seguida, tomando-se o denominador da 2ª parcela da expressão de $I_{ij_a}^f$, agrupando-se os termos convenientemente e chamando-se:



$$\begin{aligned}\alpha_4 &= (Z_{pp_0} + Z_{pp_+} + Z_{pp_-}) + (Z_{qq_0} + Z_{qq_+} + Z_{qq_-}) - 2(Z_{pq_0} + Z_{pq_+} + Z_{pq_-}) \\ &\quad - (Z_{pq_0} + Z_{pq_+} + Z_{pq_-}) \\ \alpha_5 &= -2(Z_{pp_0} + Z_{pp_+} + Z_{pp_-}) + 2(Z_{pq_0} + Z_{pq_+} + Z_{pq_-}) + (z_{pq_0} + z_{pq_+} + z_{pq_-}) \\ \alpha_6 &= (Z_{pp_0} + Z_{pp_+} + Z_{pp_-})\end{aligned}\quad (IV.87)$$

Obtém-se a expressão da corrente (IV.88) na seguinte forma:

$$\begin{aligned}I_{ij_a}^f &= y_{ij_+} (E_{i_a}^0 - E_{j_a}^0) + \frac{E_{p_a}^0 y_{ij_0} (\lambda^2 \alpha_{1_0} + \lambda \alpha_{2_0} + \alpha_{3_0}) - E_{q_a}^0 y_{ij_0} (\lambda^2 \alpha_{1_0} - \lambda \alpha_{3_0})}{\lambda^2 \alpha_4 - \lambda \alpha_5 + \alpha_6} + \\ &\quad \frac{E_{p_a}^0 y_{ij_+} (\lambda^2 \alpha_{1_+} + \lambda \alpha_{2_+} + \alpha_{3_+}) - E_{q_a}^0 y_{ij_+} (\lambda^2 \alpha_{1_+} - \lambda \alpha_{3_+})}{\lambda^2 \alpha_4 - \lambda \alpha_5 + \alpha_6} + \\ &\quad \frac{E_{p_a}^0 y_{ij_-} (\lambda^2 \alpha_{1_-} + \lambda \alpha_{2_-} + \alpha_{3_-}) - E_{q_a}^0 y_{ij_-} (\lambda^2 \alpha_{1_-} - \lambda \alpha_{3_-})}{\lambda^2 \alpha_4 - \lambda \alpha_5 + \alpha_6}\end{aligned}\quad (IV.88)$$

Sendo:

$$\begin{aligned}K_1 &= y_{ij_r} E_{ij_a r}^0 - y_{ij_x} E_{ij_a x}^0 \\ K_2 &= y_{ij_r} E_{ij_a x}^0 - y_{ij_x} E_{ij_a r}^0\end{aligned}\quad (IV.89)$$

Produtos análogos já foram desenvolvidos anteriormente através das expressões (IV.23), tornando possível desenvolver-se os produtos $E_{p_a}^0 y_{ij_0}$, $E_{p_a}^0 y_{ij_+}$, $E_{p_a}^0 y_{ij_-}$, $E_{q_a}^0 y_{ij_0}$, $E_{q_a}^0 y_{ij_+}$ e $E_{q_a}^0 y_{ij_-}$, e coloca-los respectivamente sob as formas $P_{1_0} + jP_{2_0}$, $P_{1_+} + jP_{2_+}$, $P_{1_-} + jP_{2_-}$, $Q_{1_0} + jQ_{2_0}$, $Q_{1_+} + jQ_{2_+}$, $Q_{1_-} + jQ_{2_-}$, sendo:

$$\begin{aligned}
 P_{1_0} &= y_{ij_{0r}} E_{p_{ar}}^0 - y_{ij_{0x}} E_{p_{ax}}^0 \\
 P_{1_+} &= y_{ij_{+r}} E_{p_{ar}}^0 - y_{ij_{+x}} E_{p_{ax}}^0 \\
 P_{1_-} &= y_{ij_{-r}} E_{p_{ar}}^0 - y_{ij_{-x}} E_{p_{ax}}^0 \\
 P_{2_0} &= y_{ij_{0r}} E_{p_{ax}}^0 - y_{ij_{0x}} E_{p_{ar}}^0 \\
 P_{2_+} &= y_{ij_{+r}} E_{p_{ax}}^0 - y_{ij_{+x}} E_{p_{ar}}^0 \\
 P_{2_-} &= y_{ij_{-r}} E_{p_{ax}}^0 - y_{ij_{-x}} E_{p_{ar}}^0 \\
 Q_{2_0} &= -y_{ij_{0r}} E_{q_{ar}}^0 + y_{ij_{0x}} E_{q_{ax}}^0 \\
 Q_{2_+} &= -y_{ij_{+r}} E_{q_{ar}}^0 + y_{ij_{+x}} E_{q_{ax}}^0 \\
 Q_{2_-} &= -y_{ij_{-r}} E_{q_{ar}}^0 + y_{ij_{-x}} E_{q_{ax}}^0 \\
 Q_{2_0} &= -y_{ij_{0r}} E_{q_{ax}}^0 - y_{ij_{0x}} E_{q_{ar}}^0 \\
 Q_{2_+} &= -y_{ij_{+r}} E_{q_{ax}}^0 - y_{ij_{+x}} E_{q_{ar}}^0 \\
 Q_{2_-} &= -y_{ij_{-r}} E_{q_{ax}}^0 - y_{ij_{-x}} E_{q_{ar}}^0
 \end{aligned} \tag{IV.90}$$

Substituindo as expressões anteriores na equação (IV.88) e levando-a à condição

$$\left| I_{ij_a}^f \right| \leq I_0, \text{ resulta:}$$

$$\begin{aligned}
& \left| (K_1 + jK_2) \left[\lambda^2 (\alpha_{4_r} + j\alpha_{4_x}) - \lambda (\alpha_{5_r} + j\alpha_{5_x}) + (\alpha_{6_r} + j\alpha_{6_x}) \right] + \right. \\
& (P_{1_0} + jP_{2_0}) \left[\lambda^2 (\alpha_{1_{0_r}} + j\alpha_{1_{0_x}}) + \lambda (\alpha_{2_{0_r}} + j\alpha_{2_{0_x}}) + (\alpha_{3_{0_r}} + j\alpha_{3_{0_x}}) \right] + \\
& (P_{1_+} + jP_{2_+}) \left[\lambda^2 (\alpha_{1_{+_r}} + j\alpha_{1_{+_x}}) + \lambda (\alpha_{2_{+_r}} + j\alpha_{2_{+_x}}) + (\alpha_{3_{+_r}} + j\alpha_{3_{+_x}}) \right] + \\
& (P_{1_-} + jP_{2_-}) \left[\lambda^2 (\alpha_{1_{-_r}} + j\alpha_{1_{-_x}}) + \lambda (\alpha_{2_{-_r}} + j\alpha_{2_{-_x}}) + (\alpha_{3_{-_r}} + j\alpha_{3_{-_x}}) \right] + \\
& (Q_{1_0} + jQ_{2_0}) \left[\lambda^2 (\alpha_{1_{0_r}} + j\alpha_{1_{0_x}}) + \lambda (\alpha_{3_{0_r}} + j\alpha_{3_{0_x}}) \right] + \\
& (Q_{1_+} + jQ_{2_+}) \left[\lambda^2 (\alpha_{1_{+_r}} + j\alpha_{1_{+_x}}) + \lambda (\alpha_{3_{+_r}} + j\alpha_{3_{+_x}}) \right] + \\
& (Q_{1_-} + jQ_{2_-}) \left[\lambda^2 (\alpha_{1_{-_r}} + j\alpha_{1_{-_x}}) + \lambda (\alpha_{3_{-_r}} + j\alpha_{3_{-_x}}) \right] \Big| \leq \\
& I_0 \left[\lambda^2 (\alpha_{4_r} + j\alpha_{4_x}) - \lambda (\alpha_{5_r} + j\alpha_{5_x}) + (\alpha_{6_r} + j\alpha_{6_x}) \right]
\end{aligned}
\tag{IV.91}$$

Efetuada-se as operações necessárias, reagrupando-se todos os produtos individuais em λ^2 , λ e termo independente e fazendo-se:

$$\begin{aligned}
W_1 = & K_1 \alpha_{4_r} - K_2 \alpha_{4_x} + P_{1_0} \alpha_{1_{0_r}} - P_{2_0} \alpha_{1_{0_x}} + P_{1_+} \alpha_{1_{+_r}} - P_{2_+} \alpha_{1_{+_x}} + P_{1_-} \alpha_{1_{-_r}} \\
& - P_{2_-} \alpha_{1_{-_x}} + Q_{1_0} \alpha_{1_{0_r}} - Q_{2_0} \alpha_{1_{0_x}} + Q_{1_+} \alpha_{1_{+_r}} - Q_{2_+} \alpha_{1_{+_x}} + Q_{1_-} \alpha_{1_{-_r}} - Q_{2_-} \alpha_{1_{-_x}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_1 = & -K_1 \alpha_{5_r} + K_2 \alpha_{5_x} + P_{1_0} \alpha_{2_{0_r}} - P_{2_0} \alpha_{2_{0_x}} + P_{1_+} \alpha_{2_{+_r}} - P_{2_+} \alpha_{2_{+_x}} + P_{1_-} \alpha_{2_{-_r}} \\
& - P_{2_-} \alpha_{2_{-_x}} - Q_{1_0} \alpha_{3_{0_r}} + Q_{2_0} \alpha_{3_{0_x}} - Q_{1_+} \alpha_{3_{+_r}} + Q_{2_+} \alpha_{3_{+_x}} - Q_{1_-} \alpha_{3_{-_r}} + Q_{2_-} \alpha_{3_{-_x}}
\end{aligned}$$

$$T_1 = K_1 \alpha_{6_r} - K_2 \alpha_{6_x} + P_{1_0} \alpha_{3_{0_r}} - P_{2_0} \alpha_{3_{0_x}} + P_{1_+} \alpha_{3_{+_r}} - P_{2_+} \alpha_{3_{+_x}} + P_{1_-} \alpha_{3_{-_r}} - P_{2_-} \alpha_{3_{-_x}}$$

$$W_2 = K_1 \alpha_{4_x} + K_2 \alpha_{4_r} + P_{1_0} \alpha_{1_{0_x}} + P_{2_0} \alpha_{1_{0_r}} + P_{1_+} \alpha_{1_{+x}} + P_{2_+} \alpha_{1_{+r}} + P_{1_-} \alpha_{1_{-x}} \\ + P_{2_-} \alpha_{1_{-r}} + Q_{1_0} \alpha_{1_{0_x}} + Q_{2_0} \alpha_{1_{0_r}} + Q_{1_+} \alpha_{1_{+x}} + Q_{2_+} \alpha_{1_{+r}} + Q_{1_-} \alpha_{1_{-x}} + Q_{2_-} \alpha_{1_{-r}}$$

$$F_2 = -K_1 \alpha_{5_x} - K_2 \alpha_{5_r} + P_{1_0} \alpha_{2_{0_x}} + P_{2_0} \alpha_{2_{0_r}} + P_{1_+} \alpha_{2_{+x}} + P_{2_+} \alpha_{2_{+r}} + P_{1_-} \alpha_{2_{-x}} \\ + P_{2_-} \alpha_{2_{-r}} - Q_{1_0} \alpha_{3_{0_x}} - Q_{2_0} \alpha_{3_{0_r}} - Q_{1_+} \alpha_{3_{+x}} - Q_{2_+} \alpha_{3_{+r}} - Q_{1_-} \alpha_{3_{-x}} - Q_{2_-} \alpha_{3_{-r}}$$

$$T_2 = K_1 \alpha_{6_x} + K_2 \alpha_{6_r} + P_{1_0} \alpha_{3_{0_x}} + P_{2_0} \alpha_{3_{0_r}} + P_{1_+} \alpha_{3_{+x}} + P_{2_+} \alpha_{3_{+r}} + P_{1_-} \alpha_{3_{-x}} + P_{2_-} \alpha_{3_{-r}}$$

$$W_3 = I_0 \alpha_{4_r}$$

$$W_4 = I_0 \alpha_{4_x}$$

$$F_3 = -I_0 \alpha_{5_r}$$

$$F_4 = -I_0 \alpha_{5_x}$$

(IV.92)

$$T_3 = I_0 \alpha_{6_r}$$

$$T_4 = I_0 \alpha_{6_x}$$

Resulta:

$$\left| (\lambda^2 W_1 + \lambda F_1 + T_1) + j(\lambda^2 W_2 + \lambda F_2 + T_2) \right| \leq \left| (\lambda^2 W_3 + \lambda F_3 + T_3) + j(\lambda^2 W_4 + \lambda F_4 + T_4) \right| \quad (IV.93)$$

Elevando-se ambos os membros da desigualdade ao quadrado, desenvolvendo-se os quadrados perfeitos, agrupando-se convenientemente os termos e chamando-se:

$$S\alpha(4) = W_3^2 + W_4^2 - W_1^2 - W_2^2$$

$$S\alpha(3) = 2W_3F_3 + 2W_4F_4 - 2W_1F_1 - 2W_2F_2$$

$$S\alpha(2) = F_3^2 + 2W_3T_3 + F_4^2 + 2W_4T_4 - F_1^2 - 2W_1T_1 - F_2^2 - 2W_2T_2 \quad (IV.94)$$

$$S\alpha(1) = 2F_3T_3 + 2F_4T_4 - 2F_1T_1 - 2F_2T_2$$

$$S\alpha(0) = T_3^2 + T_4^2 - T_1^2 - T_2^2$$

Resulta a inequação de 4^o grau, de coeficientes reais. Então, $|g(\lambda)| \leq I_0$, para cada I_0 arbitrado, corresponde a:

$$S\alpha(4)\lambda^4 + S\alpha(3)\lambda^3 + S\alpha(2)\lambda^2 + S\alpha(1)\lambda + S\alpha(0) \geq 0 \quad (\text{IV.95})$$

O conjunto solução da inequação, com $\lambda \in [0, 1]$, fornece o valor de $F_I(I_0/\omega_i, ft_i, l_i)$ para a corrente de falta que flui à direita do local da falta.

IV.4.2.2. Análise das Correntes à Esquerda e à Direita do Local da Falta quando o Curto-Circuito ocorre na Linha sob Observação

Considerando-se a situação ilustrada pela figura:

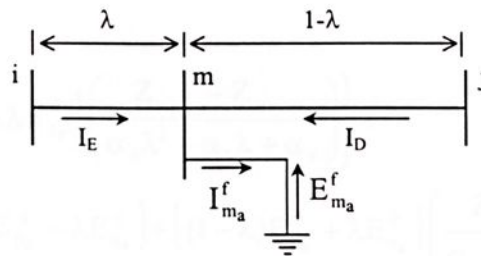


Figura IV.5 – Corrente à Esquerda e à Direita do Local da Falta

São analisadas as contribuições (corrente à esquerda e à direita) de um curto-circuito fase-terra na fase a na posição definida pela barra fictícia m .

IV.4.2.2.1. Corrente que Flui à Esquerda do Local da Falta ($I_E = I_{i m_a}^f$)

Com base em desenvolvimentos anteriores, na figura IV.5 e considerando a expressão (IV.81), da qual é possível extrair a corrente de falta na fase a do elemento fictício im , para uma falta monofásica aplicada na fase a da barra auxiliar m , como segue:

$$I_{i m_a}^f = I_{i m_a 0}^f + I_{i m_a +}^f + I_{i m_a -}^f$$

Sendo as componentes dadas por:

(IV.98)

$$\begin{aligned}
 I_{i m a_0}^f &= \frac{y_{ij_0}}{\lambda} \left[\frac{-Z_{im_0} E_{m_a}^0 + Z_{mm_0} E_{m_a}^0}{Z_{mm_0} + Z_{mm_+} + Z_{mm_-}} \right] \\
 I_{i m a_+}^f &= \frac{y_{ij_+}}{\lambda} \left[E_{i_a}^0 - \frac{Z_{im_+} E_{m_a}^0}{Z_{mm_0} + Z_{mm_+} + Z_{mm_-}} - E_{m_a}^0 + \frac{Z_{mm_+} E_{m_a}^0}{Z_{mm_0} + Z_{mm_+} + Z_{mm_-}} \right] \\
 I_{i m a_-}^f &= \frac{y_{ij_-}}{\lambda} \left[\frac{-Z_{im_-} E_{m_a}^0 + Z_{mm_-} E_{m_a}^0}{Z_{mm_0} + Z_{mm_+} + Z_{mm_-}} \right]
 \end{aligned} \tag{IV.96}$$

E considerando-se as expressões (IV.84), pode-se determinar:

$$\begin{aligned}
 I_{i m a}^f &= \frac{y_{ij_0}}{\lambda} \left\{ \left[(1-\lambda) E_{p_a}^0 + \lambda E_{q_a}^0 \right] \left(\frac{Z_{mm_0} - Z_{im_0}}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right) \right\} + \\
 &\frac{y_{ij_+}}{\lambda} \left\{ \left[E_{i_a}^0 - (1-\lambda) E_{p_a}^0 - \lambda E_{q_a}^0 \right] + \left[(1-\lambda) E_{p_a}^0 + \lambda E_{q_a}^0 \right] \left(\frac{Z_{mm_+} - Z_{im_+}}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right) \right\} + \\
 &\frac{y_{ij_-}}{\lambda} \left\{ \left[(1-\lambda) E_{p_a}^0 + \lambda E_{q_a}^0 \right] \left(\frac{Z_{mm_-} - Z_{im_-}}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{IV.97}$$

Desenvolvendo-se os produtos, tem-se:

$$\begin{aligned}
 I_{i m a}^f &= \frac{y_{ij_0}}{\lambda} \left\{ \frac{E_{p_a}^0 [(Z_{mm_0} - Z_{im_0}) - \lambda (Z_{mm_0} - Z_{im_0})] + E_{q_a}^0 [\lambda (Z_{mm_0} - Z_{im_0})]}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right\} + \\
 &\frac{y_{ij_+}}{\lambda} \left\{ \frac{[E_{i_a}^0 - (1-\lambda) E_{p_a}^0 - \lambda E_{q_a}^0] (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} + \right. \\
 &\left. \frac{E_{p_a}^0 [(Z_{mm_+} - Z_{im_+}) - \lambda (Z_{mm_+} - Z_{im_+})] + E_{q_a}^0 [\lambda (Z_{mm_+} - Z_{im_+})]}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right\} + \\
 &\frac{y_{ij_-}}{\lambda} \left\{ \frac{E_{p_a}^0 [(Z_{mm_-} - Z_{im_-}) - \lambda (Z_{mm_-} - Z_{im_-})] + E_{q_a}^0 [\lambda (Z_{mm_-} - Z_{im_-})]}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right\}
 \end{aligned} \tag{IV.98}$$



Agrupando-se os termos convenientemente e chamando-se:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{A_0} &= -Z_{pp_0} - Z_{qq_0} + 2Z_{pq_0} + Z_{pq_0} \\
 \alpha_{B_0} &= 3Z_{pp_0} + Z_{qq_0} - 4Z_{pq_0} - 2Z_{pq_0} + Z_{qi_0} - Z_{pi_0} \\
 \alpha_{C_0} &= -3Z_{pp_0} + 2Z_{pq_0} + Z_{pq_0} - Z_{qi_0} + 2Z_{pi_0} \\
 \alpha_{D_0} &= Z_{pp_0} - Z_{pi_0} \\
 \alpha_{E_0} &= -(\alpha_{A_0} + \alpha_{B_0})
 \end{aligned} \tag{IV.99}$$

As expressões para esses termos são idênticas para a seqüência positiva e negativa e os termos α_4 , α_5 , α_6 são dados conforme as expressões (IV.87). Fazendo-se a substituição destes termos na expressão (IV.98) da corrente passa a ter a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 I_{im_a}^f &= \frac{y_{ij_0}}{\lambda} \left\{ \frac{E_{p_a}^0 (\alpha_{A_0} \lambda^3 + \alpha_{B_0} \lambda^2 + \alpha_{C_0} \lambda + \alpha_{D_0}) - E_{q_a}^0 (\alpha_{A_0} \lambda^3 + \alpha_{E_0} \lambda^2 - \alpha_{D_0} \lambda)}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right\} + \\
 &\frac{y_{ij_+}}{\lambda} \left\{ \frac{[E_{i_a}^0 - (1-\lambda)E_{p_a}^0 - \lambda E_{q_a}^0] (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{E_{p_a}^0 (\alpha_{A_+} \lambda^3 + \alpha_{B_+} \lambda^2 + \alpha_{C_+} \lambda + \alpha_{D_+}) - E_{q_a}^0 (\alpha_{A_+} \lambda^3 + \alpha_{E_+} \lambda^2 - \alpha_{D_+} \lambda)}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right\} \\
 &\frac{y_{ij_-}}{\lambda} \left\{ \frac{E_{p_a}^0 (\alpha_{A_-} \lambda^3 + \alpha_{B_-} \lambda^2 + \alpha_{C_-} \lambda + \alpha_{D_-}) - E_{q_a}^0 (\alpha_{A_-} \lambda^3 + \alpha_{E_-} \lambda^2 - \alpha_{D_-} \lambda)}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right\}
 \end{aligned} \tag{IV.100}$$

Desenvolvendo-se os produtos $E_{p_a}^0 y_{ij_0}$, $E_{p_a}^0 y_{ij_+}$, $E_{p_a}^0 y_{ij_-}$, $E_{q_a}^0 y_{ij_0}$, $E_{q_a}^0 y_{ij_+}$ e $E_{q_a}^0 y_{ij_-}$, conforme as expressões (IV.24) e colocando-as respectivamente sob as formas $P_{1_0} + jP_{2_0}$, $P_{1_+} + jP_{2_+}$, $P_{1_-} + jP_{2_-}$, $Q_{1_0} + jQ_{2_0}$, $Q_{1_+} + jQ_{2_+}$, $Q_{1_-} + jQ_{2_-}$, sendo:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= y_{ij+r} E_{ia_r}^0 - y_{ij+x} E_{ia_x}^0 \\
 K_2 &= y_{ij+r} E_{ia_x}^0 - y_{ij+x} E_{ia_r}^0
 \end{aligned}
 \tag{IV.101}$$

Logo, levando-se à condição $|I_{ima}^f| \leq I_0$, tem-se:

$$\begin{aligned}
 &| (K_1 + jK_2)(\alpha_4\lambda^2 - \alpha_5\lambda + \alpha_6) + (P_{1+} + jP_{2+}) [(\alpha_{A+} + \alpha_4)\lambda^3 + (\alpha_{B+} - \alpha_5 - \alpha_4)\lambda^2 \\
 &+ (\alpha_{C+} + \alpha_6 + \alpha_5)\lambda + (\alpha_{D+} - \alpha_6)] + (P_{1_0} + jP_{2_0})(\alpha_{A_0}\lambda^3 + \alpha_{B_0}\lambda^2 + \alpha_{C_0}\lambda + \alpha_{D_0}) \\
 &+ (P_{1-} + jP_{2-})(\alpha_{A-}\lambda^3 + \alpha_{B-}\lambda^2 + \alpha_{C-}\lambda + \alpha_{D-}) + (Q_{1+} + jQ_{2+}) [(\alpha_{A+} + \alpha_4)\lambda^3 \\
 &+ (\alpha_{C+} - \alpha_5)\lambda^2 + (\alpha_6 - \alpha_{D+})\lambda] + (Q_{1_0} + jQ_{2_0})(\alpha_{A_0}\lambda^3 + \alpha_{C_0}\lambda^2 - \alpha_{D_0}\lambda) \\
 &+ (Q_{1-} + jQ_{2-})(\alpha_{A-}\lambda^3 + \alpha_{C-}\lambda^2 - \alpha_{D-}\lambda) \leq |I_0(\alpha_4\lambda^2 - \alpha_5\lambda + \alpha_6)\lambda|
 \end{aligned}
 \tag{IV.102}$$

Desenvolvendo-se reagrupando em λ^3 , λ^2 , λ e termo independente e chamando-se:

$$\begin{aligned}
 W_1 &= P_{1+}(\alpha_{A+r} + \alpha_{4r}) - P_{2+}(\alpha_{A+x} + \alpha_{4x}) + P_{1_0}\alpha_{A_0r} - P_{2_0}\alpha_{A_0x} + P_{1-}\alpha_{A-r} - \\
 &P_{2-}\alpha_{A-x} + Q_{1+}(\alpha_{A+r} + \alpha_{4r}) - Q_{2+}(\alpha_{A+x} + \alpha_{4x}) + Q_{1_0}\alpha_{A_0r} - Q_{2_0}\alpha_{A_0x} \\
 &+ Q_{1-}\alpha_{A-r} - Q_{2-}\alpha_{A-x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_2 &= P_{1+}(\alpha_{A+x} + \alpha_{4x}) - P_{2+}(\alpha_{A+r} + \alpha_{4r}) + P_{1_0}\alpha_{A_0x} + P_{2_0}\alpha_{A_0r} + P_{1-}\alpha_{A-x} + \\
 &P_{2-}\alpha_{A-r} + Q_{1+}(\alpha_{A+x} + \alpha_{4x}) + Q_{2+}(\alpha_{A+r} + \alpha_{4r}) + Q_{1_0}\alpha_{A_0x} + Q_{2_0}\alpha_{A_0r} \\
 &+ Q_{1-}\alpha_{A-x} - Q_{2-}\alpha_{A-r}
 \end{aligned}$$

$$F_1 = K_1\alpha_{4_r} - K_2\alpha_{4_x} + P_{1+}(\alpha_{B_{+r}} - \alpha_{5_r} - \alpha_{4_r}) - P_{2+}(\alpha_{B_{+x}} - \alpha_{5_x} - \alpha_{4_x}) + P_{1_0}\alpha_{B_{0_r}} \\ - P_{2_0}\alpha_{B_{0_x}} + P_{1-}\alpha_{B_{-r}} - P_{2-}\alpha_{B_{-x}} + Q_{1+}(\alpha_{E_{+r}} - \alpha_{5_r}) - Q_{2+}(\alpha_{E_{+x}} - \alpha_{5_x}) \\ + Q_{1_0}\alpha_{E_{0_r}} - Q_{2_0}\alpha_{E_{0_x}} + Q_{1-}\alpha_{E_{-r}} - Q_{2-}\alpha_{E_{-x}}$$

$$F_2 = K_1\alpha_{4_x} - K_2\alpha_{4_r} + P_{1+}(\alpha_{B_{+x}} - \alpha_{5_x} - \alpha_{4_x}) - P_{2+}(\alpha_{B_{+r}} - \alpha_{5_r} - \alpha_{4_r}) + P_{1_0}\alpha_{B_{0_x}} \\ + P_{2_0}\alpha_{B_{0_r}} + P_{1-}\alpha_{B_{-x}} - P_{2-}\alpha_{B_{-r}} + Q_{1+}(\alpha_{E_{+x}} - \alpha_{5_x}) + Q_{2+}(\alpha_{E_{+r}} - \alpha_{5_r}) \\ + Q_{1_0}\alpha_{E_{0_x}} + Q_{2_0}\alpha_{E_{0_r}} + Q_{1-}\alpha_{E_{-x}} + Q_{2-}\alpha_{E_{-r}}$$

$$T_1 = K_1\alpha_{5_r} + K_2\alpha_{5_x} + P_{1+}(\alpha_{C_{+r}} + \alpha_{6_r} + \alpha_{5_r}) - P_{2+}(\alpha_{C_{+x}} + \alpha_{6_x} + \alpha_{5_x}) + P_{1_0}\alpha_{C_{0_r}} \\ - P_{2_0}\alpha_{C_{0_x}} + P_{1-}\alpha_{C_{-r}} - P_{2-}\alpha_{C_{-x}} + Q_{1+}(\alpha_{6_r} - \alpha_{D_{+r}}) - Q_{2+}(\alpha_{6_x} - \alpha_{D_{+x}}) \\ + Q_{1_0}\alpha_{D_{0_r}} + Q_{2_0}\alpha_{D_{0_x}} - Q_{1-}\alpha_{D_{-r}} + Q_{2-}\alpha_{D_{-x}}$$

$$T_2 = -K_1\alpha_{5_x} - K_2\alpha_{5_r} + P_{1+}(\alpha_{C_{+x}} + \alpha_{6_x} + \alpha_{5_x}) + P_{2+}(\alpha_{C_{+r}} + \alpha_{6_r} + \alpha_{5_r}) + P_{1_0}\alpha_{C_{0_x}} \\ + P_{2_0}\alpha_{C_{0_r}} + P_{1-}\alpha_{C_{-x}} + P_{2-}\alpha_{C_{-r}} + Q_{1+}(\alpha_{6_x} - \alpha_{D_{+x}}) + Q_{2+}(\alpha_{6_r} - \alpha_{D_{+r}}) \\ - Q_{1_0}\alpha_{D_{0_x}} - Q_{2_0}\alpha_{D_{0_r}} - Q_{1-}\alpha_{D_{-x}} + Q_{2-}\alpha_{D_{-r}}$$

$$V_1 = K_1\alpha_{6_r} + K_2\alpha_{6_x} + P_{1+}(\alpha_{D_{+r}} - \alpha_{6_r}) - P_{2+}(\alpha_{D_{+x}} - \alpha_{6_x}) + P_{1_0}\alpha_{D_{0_r}} \\ - P_{2_0}\alpha_{D_{0_x}} + P_{1-}\alpha_{D_{-r}} - P_{2-}\alpha_{D_{-x}}$$

$$V_2 = K_1\alpha_{6_x} + K_2\alpha_{6_r} + P_{1+}(\alpha_{D_{+x}} - \alpha_{6_x}) + P_{2+}(\alpha_{D_{+r}} - \alpha_{6_r}) + P_{1_0}\alpha_{D_{0_x}} \\ + P_{2_0}\alpha_{D_{0_r}} + P_{1-}\alpha_{D_{-x}} + P_{2-}\alpha_{D_{-r}}$$

$$W_3 = I_0\alpha_{4_r}$$

$$F_3 = -I_0\alpha_{5_r}$$

$$T_3 = I_0\alpha_{6_r}$$



$$\begin{aligned}
 W_4 &= I_0 \alpha_{4_x} \\
 F_4 &= -I_0 \alpha_{5_x} \\
 T_4 &= I_0 \alpha_{6_x}
 \end{aligned}
 \tag{IV.103}$$

Resulta:

$$\begin{aligned}
 & \left| \left(\lambda^3 W_1 + \lambda^2 F_1 + \lambda T_1 + V_1 \right) + j \left(\lambda^3 W_2 + \lambda^2 F_2 + \lambda T_2 + V_2 \right) \right| \leq \\
 & \left| \left(\lambda^3 W_3 + \lambda^2 F_3 + \lambda T_3 \right) + j \left(\lambda^3 W_4 + \lambda^2 F_4 + \lambda T_4 \right) \right|
 \end{aligned}
 \tag{IV.104}$$

Elevando-se ambos os membros da desigualdade ao quadrado, desenvolvendo-se os quadrados perfeitos e agrupando-se convenientemente os termos, tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \left[\lambda^6 W_1^2 + \lambda^4 F_1^2 + \lambda^2 T_1^2 + V_1^2 + 2\lambda^3 W_1 (\lambda^2 F_1 + \lambda T_1 + V_1) + 2\lambda^2 F_1 (\lambda T_1 + V_1) + 2\lambda T_1 V_1 \right] + \\
 & \left[\lambda^6 W_2^2 + \lambda^4 F_2^2 + \lambda^2 T_2^2 + V_2^2 + 2\lambda^3 W_2 (\lambda^2 F_2 + \lambda T_2 + V_2) + 2\lambda^2 F_2 (\lambda T_2 + V_2) + 2\lambda T_2 V_2 \right] \\
 & \leq \lambda^6 (W_3^2 + W_4^2) + \lambda^5 (2W_3 F_3 + 2W_4 F_4) + \lambda^4 (F_3^2 + 2W_3 T_3 + F_4^2 + 2W_4 T_4) + \lambda^3 (2F_3 T_3 + \\
 & 2F_4 T_4) + \lambda^2 (T_3^2 + T_4^2)
 \end{aligned}
 \tag{IV.105}$$

Chamando-se:

$$\begin{aligned}
 S\alpha(6) &= W_3^2 + W_4^2 - W_1^2 - W_2^2 \\
 S\alpha(5) &= 2(W_3 F_3 + W_4 F_4 - W_1 F_1 - W_2 F_2) \\
 S\alpha(4) &= F_3^2 + F_4^2 - F_1^2 - F_2^2 + 2(W_3 T_3 + W_4 T_4 - W_1 T_1 - W_2 T_2) \\
 S\alpha(3) &= 2(F_3 T_3 + F_4 T_4 - F_1 T_1 - F_2 T_2) - 2(W_1 V_1 + F_2 V_2) \\
 S\alpha(2) &= T_3^2 + T_4^2 - T_1^2 - T_2^2 - 2(F_1 V_1 + F_2 V_2) \\
 S\alpha(1) &= -2(T_1 V_1 + T_2 V_2) \\
 S\alpha(0) &= -V_1^2 - V_2^2
 \end{aligned}
 \tag{IV.106}$$

Resulta:

$$S\alpha(6)\lambda^6 + S\alpha(5)\lambda^5 + S\alpha(4)\lambda^4 + S\alpha(3)\lambda^3 + S\alpha(2)\lambda^2 + S\alpha(1)\lambda + S\alpha(0) \geq 0 \quad (\text{IV.107})$$

O conjunto solução S_λ da expressão acima, com $\lambda \in [0, 1]$, fornece o valor de $F_I(I_0/\omega_i, ft_i, l_i)$ para a corrente de falta na fase a do elemento fictício im .

IV.4.1.2.2. Corrente que Flui à Direita do Local da Falta ($I_D = I_{jm_a}^f$)

Com base nos desenvolvimentos anteriores e por analogia com o desenvolvimento das expressões (IV.96), (IV.97) e (IV.98), para a contribuição à esquerda da falta, tem-se:

$$\begin{aligned} I_{jm_a}^f = & \frac{y_{ij_0}}{\lambda} \left\{ \left[(1-\lambda)E_{pa}^0 + \lambda E_{qa}^0 \right] \left(\frac{Z_{mm_0} - Z_{im_0}}{\alpha_4\lambda^2 - \alpha_5\lambda + \alpha_6} \right) \right\} + \\ & \frac{y_{ij_+}}{\lambda} \left\{ \left[E_{ja}^0 - (1-\lambda)E_{pa}^0 - \lambda E_{qa}^0 \right] + \left[(1-\lambda)E_{pa}^0 + \lambda E_{qa}^0 \right] \left(\frac{Z_{mm_+} - Z_{im_+}}{\alpha_4\lambda^2 - \alpha_5\lambda + \alpha_6} \right) \right\} + \\ & \frac{y_{ij_-}}{\lambda} \left\{ \left[(1-\lambda)E_{pa}^0 + \lambda E_{qa}^0 \right] \left(\frac{Z_{mm_-} - Z_{im_-}}{\alpha_4\lambda^2 - \alpha_5\lambda + \alpha_6} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.108})$$

Desenvolvendo-se os produtos:



$$\begin{aligned}
I_{jm_a}^r = & \frac{y_{ij_0}}{\lambda} \left\{ \frac{E_{pa}^0 [(Z_{mm_0} - Z_{jm_0}) - \lambda(Z_{mm_0} - Z_{jm_0})] + E_{qa}^0 [\lambda(Z_{mm_0} - Z_{jm_0})]}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right\} + \\
& \frac{y_{ij_+}}{\lambda} \left\{ \frac{[E_{ja}^0 - (1-\lambda)E_{pa}^0 - \lambda E_{qa}^0] (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} + \right. \\
& \left. \frac{E_{pa}^0 [(Z_{mm_+} - Z_{jm_+}) - \lambda(Z_{mm_+} - Z_{jm_+})] + E_{qa}^0 [\lambda(Z_{mm_+} - Z_{jm_+})]}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right\} + \\
& \frac{y_{ij_-}}{\lambda} \left\{ \frac{E_{pa}^0 [(Z_{mm_-} - Z_{jm_-}) - \lambda(Z_{mm_-} - Z_{jm_-})] + E_{qa}^0 [\lambda(Z_{mm_-} - Z_{jm_-})]}{\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6} \right\}
\end{aligned}
\tag{IV.109}$$

Por analogia ao desenvolvimento feito para a situação anterior, faz-se:

$$\begin{aligned}
\alpha_{A_0} &= -Z_{pp_0} - Z_{qq_0} + 2Z_{pq_0} + Z_{pq_0} \\
\alpha_{B_0} &= 3Z_{pp_0} - Z_{qq_0} - 2Z_{pq_0} - 2Z_{pq_0} - Z_{qj_0} + Z_{pj_0} \\
\alpha_{C_0} &= -Z_{pp_0} + 2Z_{qq_0} + Z_{pq_0} + Z_{qj_0} - 2Z_{pj_0} \\
\alpha_{D_0} &= Z_{pp_0} - Z_{pj_0} \\
\alpha_{E_0} &= -(\alpha_{A_0} + \alpha_{B_0})
\end{aligned}
\tag{IV.110}$$

Expressões análogas são obtidas para as outras componentes simétricas.

Resulta:

$$\begin{aligned}
I_{jma}^f = & \frac{y_{ij_0} E_{pa}^0 (\alpha_{A_0} \lambda^3 + \alpha_{B_0} \lambda^2 + \alpha_{C_0} \lambda + \alpha_{D_0}) - y_{ij_0} E_{qa}^0 (\alpha_{A_0} \lambda^3 + \alpha_{E_0} \lambda^2 - \alpha_{D_0} \lambda)}{\lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)} + \\
& \frac{y_{ij_+} E_{ja}^0 (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6) + y_{ij_+} E_{pa}^0 [(\alpha_{A_+} + \alpha_4) \lambda^3 + (\alpha_{B_+} - \alpha_5 - \alpha_4) \lambda^2]}{\lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)} \\
& + \frac{(\alpha_{C_+} + \alpha_6 + \alpha_5) \lambda + (\alpha_{D_+} - \alpha_6)}{\lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)} - \frac{y_{ij_+} E_{qa}^0 [(\alpha_{A_+} + \alpha_4) \lambda^3 + (\alpha_{E_+} - \alpha_5) \lambda^2]}{\lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)} \\
& \frac{(\alpha_6 - \alpha_{D_+}) \lambda}{\lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)} + \frac{E_{pa}^0 (\alpha_{A_+} \lambda^3 + \alpha_{B_+} \lambda^2 + \alpha_{C_+} \lambda + \alpha_{D_+})}{\lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)} \\
& - \frac{E_{qa}^0 (\alpha_{A_+} \lambda^3 + \alpha_{E_+} \lambda^2 - \alpha_{D_+} \lambda)}{\lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)} + \frac{y_{ij_-} E_{pa}^0 (\alpha_{A_-} \lambda^3 + \alpha_{B_-} \lambda^2 + \alpha_{C_-} \lambda + \alpha_{D_-})}{\lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)} \\
& - \frac{y_{ij_-} E_{qa}^0 (\alpha_{A_-} \lambda^3 + \alpha_{E_-} \lambda^2 - \alpha_{D_-} \lambda)}{\lambda (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6)}
\end{aligned} \tag{IV.111}$$

Produtos análogos já foram desenvolvidos através das expressões (IV.24), tornando possível desenvolver-se os produtos $E_{pa}^0 y_{ij_0}$, $E_{pa}^0 y_{ij_+}$, $E_{pa}^0 y_{ij_-}$, $E_{qa}^0 y_{ij_0}$, $E_{qa}^0 y_{ij_+}$ e $E_{qa}^0 y_{ij_-}$, e colocá-los respectivamente sob as formas $P_{1_0} + jP_{2_0}$, $P_{1_+} + jP_{2_+}$, $P_{1_-} + jP_{2_-}$, $Q_{1_0} + jQ_{2_0}$, $Q_{1_+} + jQ_{2_+}$, $Q_{1_-} + jQ_{2_-}$, sendo:

$$\begin{aligned}
K_1 &= y_{ij_{+r}} E_{ja_r}^0 - y_{ij_{+x}} E_{ja_x}^0 \\
K_2 &= y_{ij_{+r}} E_{ja_x}^0 - y_{ij_{+x}} E_{ja_r}^0
\end{aligned} \tag{IV.112}$$

Desenvolvendo-se, reagrupando-se e levando à condição $|I_{jma}^f| \leq I_0$, a expressão da corrente I_{jma}^f , tem-se:

$$\begin{aligned}
& \left| (K_1 + jK_2)(\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6) + (P_{1+} + jP_{2+}) \left[(\alpha_{A+} + \alpha_4) \lambda^3 + (\alpha_{B+} - \alpha_5 - \alpha_4) \lambda^2 \right. \right. \\
& \left. \left. + (\alpha_{C+} + \alpha_5 + \alpha_6) \lambda + (\alpha_{D+} - \alpha_6) \right] + (P_{10} + jP_{20}) (\alpha_{A0} \lambda^3 + \alpha_{B0} \lambda^2 + \alpha_{C0} \lambda + \alpha_{D0}) \right. \\
& \left. + (P_{1-} + jP_{2-}) (\alpha_{A-} \lambda^3 + \alpha_{B-} \lambda^2 + \alpha_{C-} \lambda + \alpha_{D-}) + (Q_{1+} + jQ_{2+}) \left[(\alpha_{A+} + \alpha_4) \lambda^3 \right. \right. \\
& \left. \left. + (\alpha_{C+} - \alpha_5) \lambda^2 + (\alpha_6 - \alpha_{D+}) \lambda \right] + (Q_{10} + jQ_{20}) (\alpha_{A0} \lambda^3 + \alpha_{C0} \lambda^2 - \alpha_{D0} \lambda) \right. \\
& \left. + (Q_{1-} + jQ_{2-}) (\alpha_{A-} \lambda^3 + \alpha_{C-} \lambda^2 - \alpha_{D-} \lambda) \right| \leq |I_0 (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6) (1 - \lambda)|
\end{aligned}
\tag{IV.113}$$

Efetuada-se os produtos indicados na expressão acima e reagrupando-se em λ^2 , λ e termo independente chega-se as expressões (IV.103) para W_1 , W_2 , W_3 , W_4 , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , T_1 , T_2 , T_3 e T_4 obtidas para a situação de curto-circuito monofásico estudado anteriormente mas com K_1 e K_2 , calculáveis, neste caso, por (IV.112).

A equação (IV.113) passa a ter a forma:

$$\begin{aligned}
& \left| (\lambda^3 W_1 + \lambda^2 F_1 + \lambda T_1 + V_1) + j(\lambda^3 W_2 + \lambda^2 F_2 + \lambda T_2 + V_2) \right| \leq \\
& |I_0 (\alpha_4 \lambda^2 - \alpha_5 \lambda + \alpha_6) (1 - \lambda)|
\end{aligned}
\tag{IV.114}$$

Elevando-se ambos os membros da desigualdade ao quadrado, desenvolvendo-se os quadrados perfeitos e agrupando-se convenientemente os termos, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \lambda^6 (W_1^2 + W_2^2) + \lambda^5 (2W_1F_1 + 2W_2F_2) + \lambda^4 (F_1^2 + 2W_1T_1 + F_2^2 + 2W_2T_2) \\
& + \lambda^3 (2W_1V_1 + 2F_1T_1 + 2W_2V_2 + 2F_2T_2) + \lambda^2 (T_1^2 + 2F_1V_1 + T_2^2 + 2F_2V_2) \\
& + \lambda (2T_1V_1 + 2T_2V_2) + (V_1^2 + V_2^2) \leq \\
& \lambda^6 (W_3^2 + W_4^2) + \lambda^5 (2W_3F_3 - 2W_3^2 + 2W_4F_4 - 2W_4^2) \\
& + \lambda^4 (W_3^2 + 2W_3T_3 - 4W_3F_3 + F_3^2 + W_4^2 + 2W_4T_4 - 4W_4F_4 + F_4^2) \\
& + \lambda^3 (2F_3T_3 + 2W_3F_3 - 4W_3T_3 - 2F_3^2 + 2T_4F_4 + 2W_4F_4 - 4W_4T_4 - 2F_4^2) \\
& + \lambda^2 (F_3^2 + 2W_3T_3 - 4F_3T_3 + T_3^2 + F_4^2 + 2W_4T_4 - 4F_4T_4 + T_4^2) \\
& + \lambda (2F_3T_3 - 2T_3^2 + 2F_4T_4 - 2T_4^2) + T_3^2 + T_4^2
\end{aligned} \tag{IV.115}$$

Chamando-se:

$$\begin{aligned}
S\alpha(6) &= W_3^2 + W_4^2 - W_1^2 - W_2^2 \\
S\alpha(5) &= 2(W_3F_3 - W_3^2 + W_4F_4 - W_4^2 - W_1F_1 - W_2F_2) \\
S\alpha(4) &= W_3^2 + 2W_3T_3 - 4W_3F_3 + F_3^2 + W_4^2 + 2W_4T_4 - 4W_4F_4 + F_4^2 \\
& \quad - F_1^2 - 2W_1T_1 - F_2^2 - 2W_2T_2 \\
S\alpha(3) &= 2(F_3T_3 + W_3F_3 - 2W_3T_3 - F_3^2 + T_4F_4 + W_4F_4 - 2W_4T_4 - F_4^2 \\
& \quad - W_1V_1 - F_1T_1 - W_2V_2 - F_2T_2) \\
S\alpha(2) &= F_3^2 + 2W_3T_3 - 4F_3T_3 + T_3^2 + F_4^2 + 2W_4T_4 - 4F_4T_4 + T_4^2 \\
& \quad - T_1^2 - 2F_1V_1 - T_2^2 - 2F_2V_2 \\
S\alpha(1) &= 2(F_3T_3 - T_3^2 + F_4T_4 - T_4^2 - T_1V_1 - T_2V_2) \\
S\alpha(0) &= T_3^2 + T_4^2 - V_1^2 - V_2^2
\end{aligned} \tag{IV.116}$$

Resulta:

$$S\alpha(6)\lambda^6 + S\alpha(5)\lambda^5 + S\alpha(4)\lambda^4 + S\alpha(3)\lambda^3 + S\alpha(2)\lambda^2 + S\alpha(1)\lambda^1 + S\alpha(0) \geq 0 \tag{IV.117}$$

O conjunto solução S_λ da expressão acima, com $\lambda \in [0, 1]$, fornece o valor de $F_1(I_0/\omega_i, ft_i, l_i)$ para a corrente de falta na fase a do elemento fictício jm .

V – EXEMPLO DE APLICAÇÃO EM REDE DE 440 kV

As ferramentas desenvolvidas e descritas neste trabalho foram aplicadas a um caso real.

Com o objetivo de ilustrar o trabalho e apresentar resultados para análise fez-se uso de uma configuração do sistema de energia elétrica Sul/Sudeste brasileiro reduzido às barras fronteiriças a rede de 400 kV do sistema CESP.

As regiões Sul/Sudeste tem seu funcionamento de energia elétrica garantido por vinte e cinco Concessionárias, responsáveis por uma extensão em torno de 84.000 Km em linhas de transporte de energia, em níveis de tensão que vão desde 69 kV até 750 kV. A potência instalada deste parque está próxima de 150 GVA.

O banco de dados de linhas e transformadores representativo deste sistema é constituído por aproximadamente 2350 linhas e 690 transformadores. Estes valores dão origem a um banco de dados de barras formado por 1450 barras.

Destes totais a CESP é responsável por uma extensão próxima de 18.300 Km e aproximadamente 28 GVA de potência instalada. No sistema CESP as redes de 138 kV e 440 kV representam juntas em torno de 82% da extensão total, sendo que a rede de 440 kV apresenta isoladamente uma extensão aproximada de 5.800 Km, representando portanto 32% do total.

O sistema Sul/Sudeste reduzido às barras fronteiriças da rede de 440 kV do sistema CESP resultou em uma rede com 101 barras e produziu um arquivo de dados de linha constituído por 633 ligações. Este arquivo não foi incorporado a este trabalho em virtude do seu tamanho. Na figura V.1. encontra-se o diagrama unifilar da rede de 440 kV do sistema CESP.

Figura V.1. – Diagrama unifilar

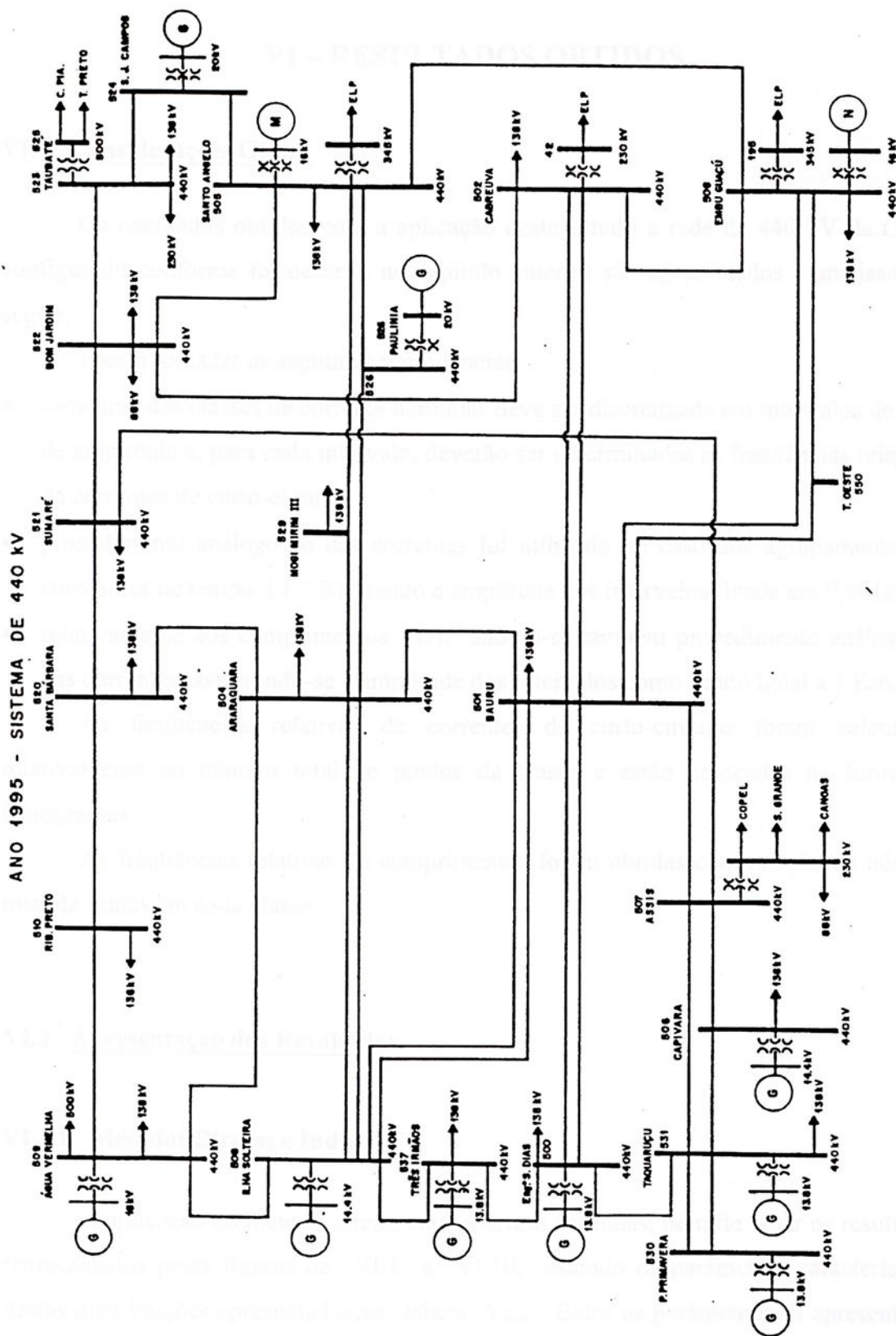


Figura V.1. – Diagrama unifilar



VI – RESULTADOS OBTIDOS

VI.1. Considerações Gerais

Os resultados obtidos com a aplicação deste estudo a rede de 440 kV da CESP configurado conforme foi descrito no capítulo anterior são apresentados e analisados a seguir.

Foram tomadas as seguintes providências:

- cada uma das classes de corrente definidas deve ser discretizada em intervalos de 1kA de amplitude e, para cada intervalo, deverão ser determinadas as freqüências relativas de correntes de curto-circuito;
- procedimento análogo ao das correntes foi utilizado no caso dos agrupamentos de constantes de tempo (L/R), sendo a amplitude dos intervalos fixada em 0,001s;
- relativamente aos comprimentos (D), adotou-se também procedimento análogo ao das correntes, assumindo-se a amplitude dos intervalos como sendo igual a 3 Km.

As freqüências relativas de correntes de curto-circuito foram calculadas relativamente ao número total de pontos da classe e estão colocadas na forma de histogramas.

As freqüências relativas de comprimentos foram obtidas com relação ao número total de linhas em cada classe.

VI.2. Apresentação dos Resultados

VI.2.1. Métodos Diretos e Indireto

A aplicação do método direto, com abertura de linhas, permite obter os resultados representados pelas figuras de VI.1 a VI.10, estando os parâmetros característicos destas distribuições apresentados na tabela VI.1. Entre os parâmetros ali apresentados encontram-se a média, o desvio-padrão, a mediana, o terceiro quartil e o número de observações.



Nas figuras VI.1, VI.2 e VI.3 estão representados os resultados de curtos-circuitos trifásicos, nas figuras VI.4, VI.5 e VI.6 de curtos-circuitos bifásicos e nas figuras VI.7, VI.8, VI.9 e VI.10 de curtos-circuitos monofásicos para a rede de 440 kV do sistema CESP.

Considerando a inserção de barra obteve-se como resultado as figuras VI.11, VI.12 e VI.13 para os curtos-circuitos trifásicos, as figuras VI.14, VI.15 e VI.16 para os curtos-circuitos bifásicos e as figuras VI.17, VI.18, VI.19 e VI.20 para os curtos-circuitos monofásicos.

Os parâmetros característicos destas distribuições são apresentados na tabela VI.2.

Os valores de constantes de tempo são mostrados na tabela VI.3.

O método indireto pressupõe a disponibilidade de distribuições de frequências de comprimentos das linhas e de correntes de curto-circuito nas barras. As distribuições de frequências de correntes de curto-circuito nas barras, obtidas pelo emprego dos procedimentos definidos anteriormente, encontram-se representadas nas figuras enumeradas de VI.21 a VI.26, enquanto que as distribuições de comprimentos das linhas, determinadas segundo o procedimento desenvolvido, são mostradas nas figuras VI.27., VI.28. e VI.29. Os parâmetros característicos desta última distribuição podem ser observados na tabela VI.4 para os tipos de falta analisados.

A partir das distribuições mencionadas no parágrafo anterior, através da utilização do método indireto, chega-se às distribuições de frequências de correntes de curto-circuito trifásicos nas linhas da rede de 440 kV do sistema CESP. Estas encontram-se representadas, nas formas contínua e discreta, nas figuras VI.30 a VI.35, para as duas sistemáticas de obtenção das correntes de falta nas barras.

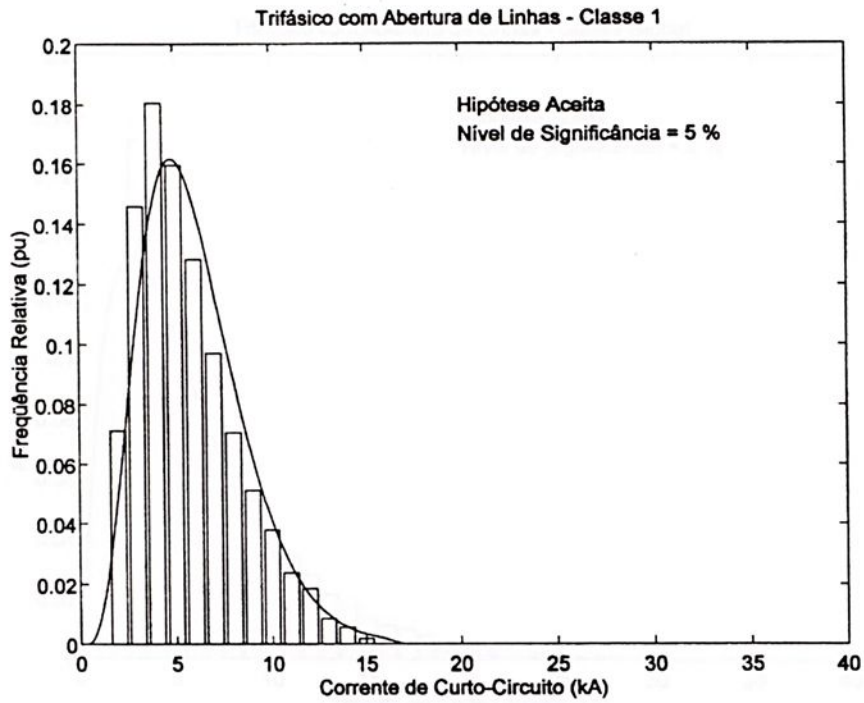


Figura VI.1. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos nas linhas – classe um.

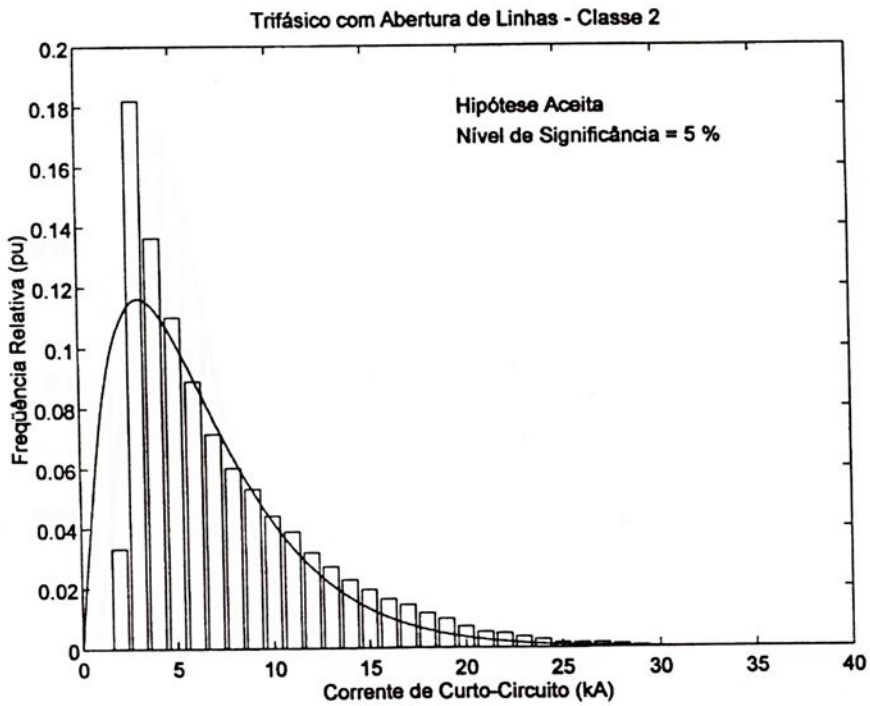


Figura VI.2. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos nas linhas – classe dois.

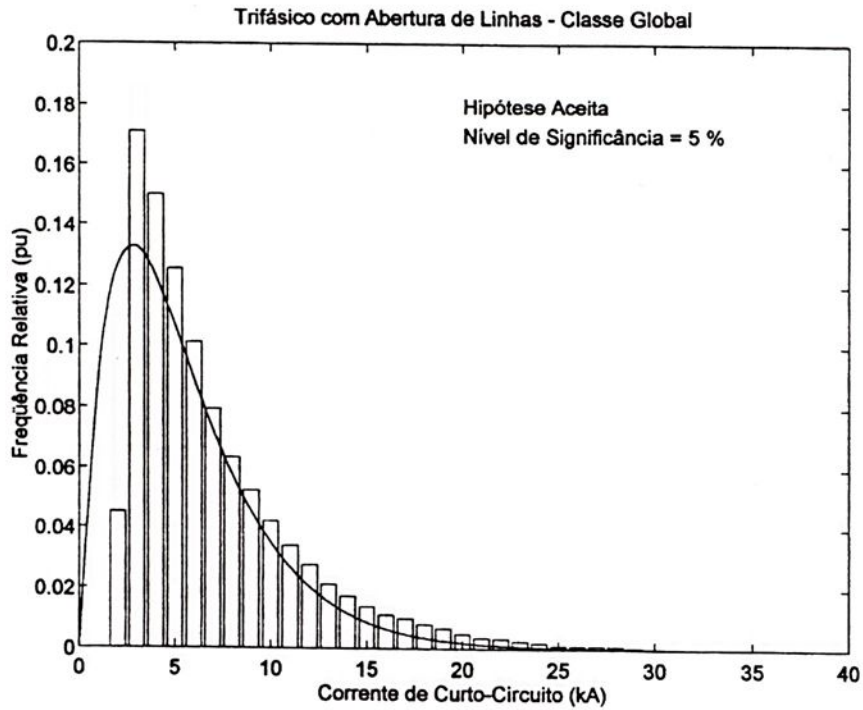


Figura VI.3. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos nas linhas – todas as classes.

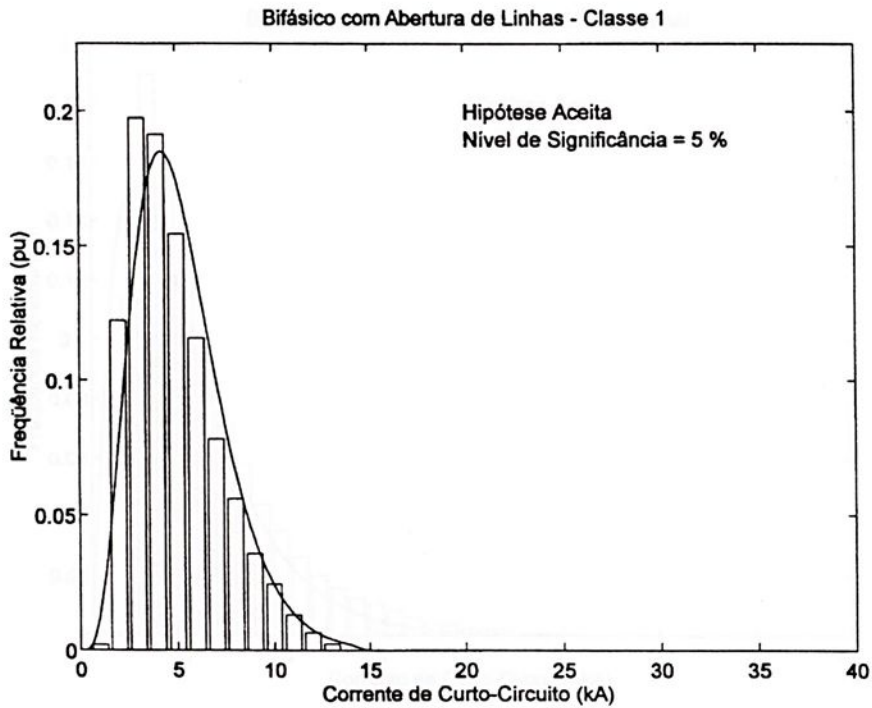


Figura. VI.4. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos isolados nas linhas – classe um.

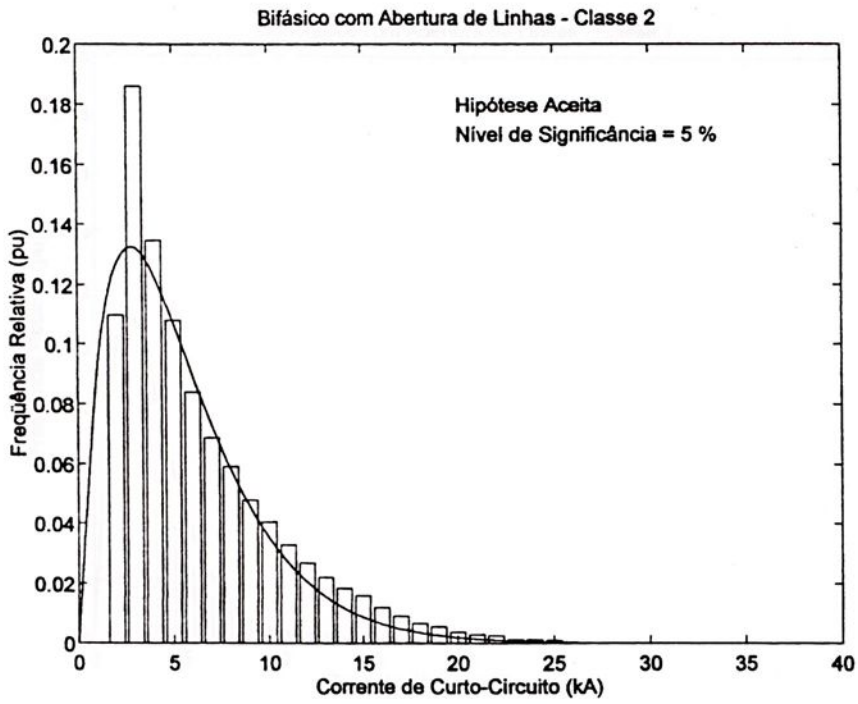


Figura VI.5. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos isolados nas linhas – classe dois.

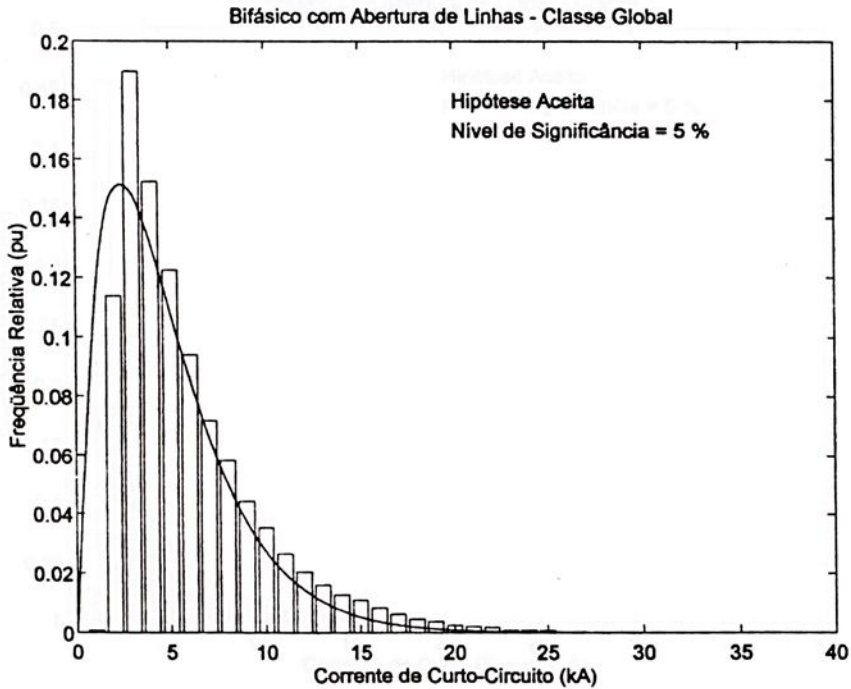


Figura VI.6. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos isolados nas linhas – todas as classes.

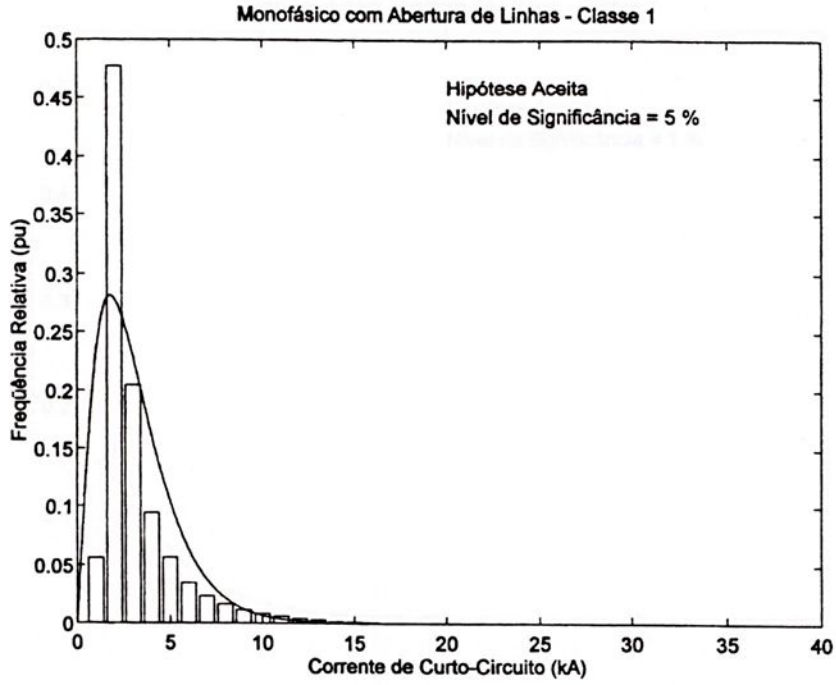


Figura VI.7. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas linhas – classe um.

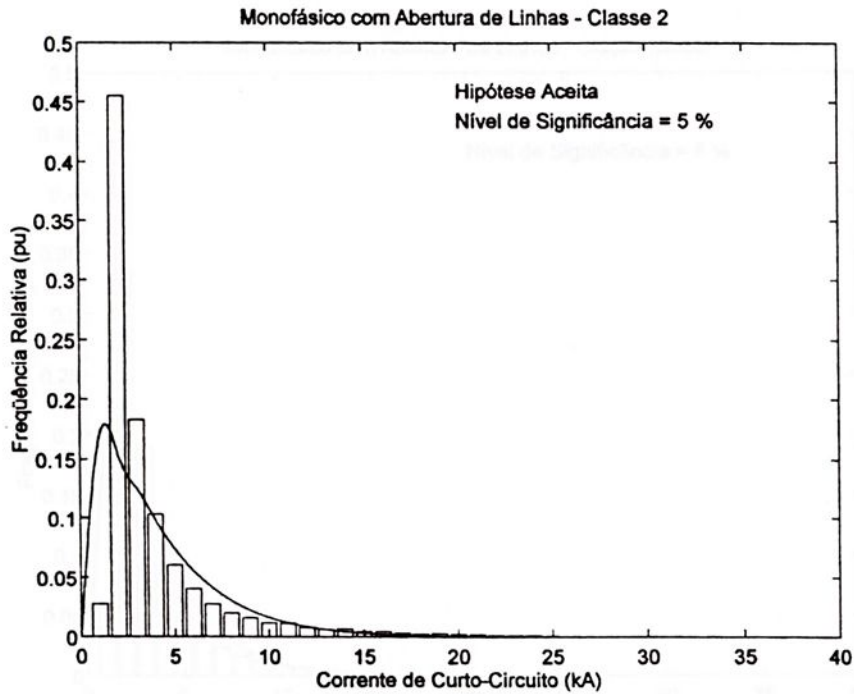


Figura VI.8. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas linhas – classe dois.

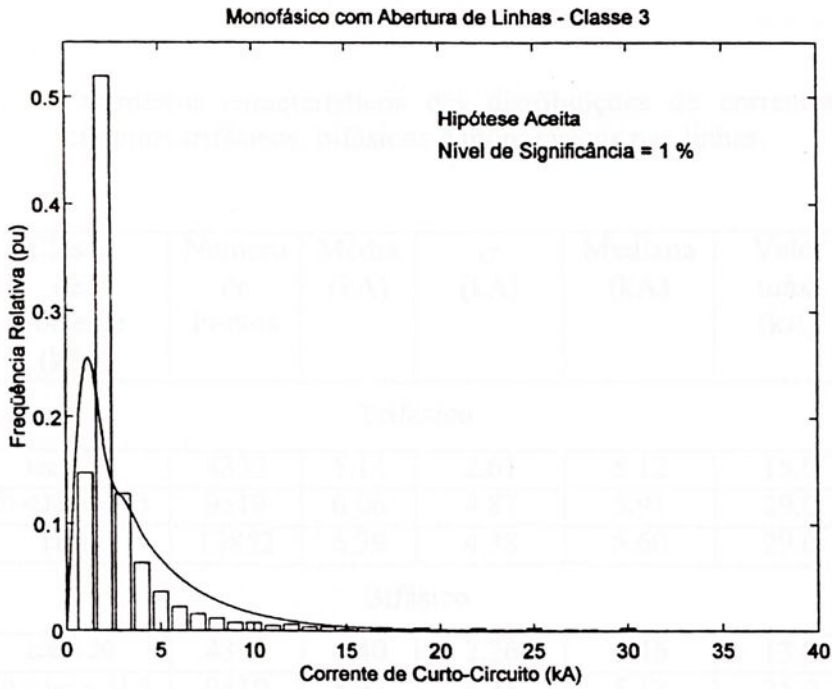


Figura VI.9. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas linhas – classe três.

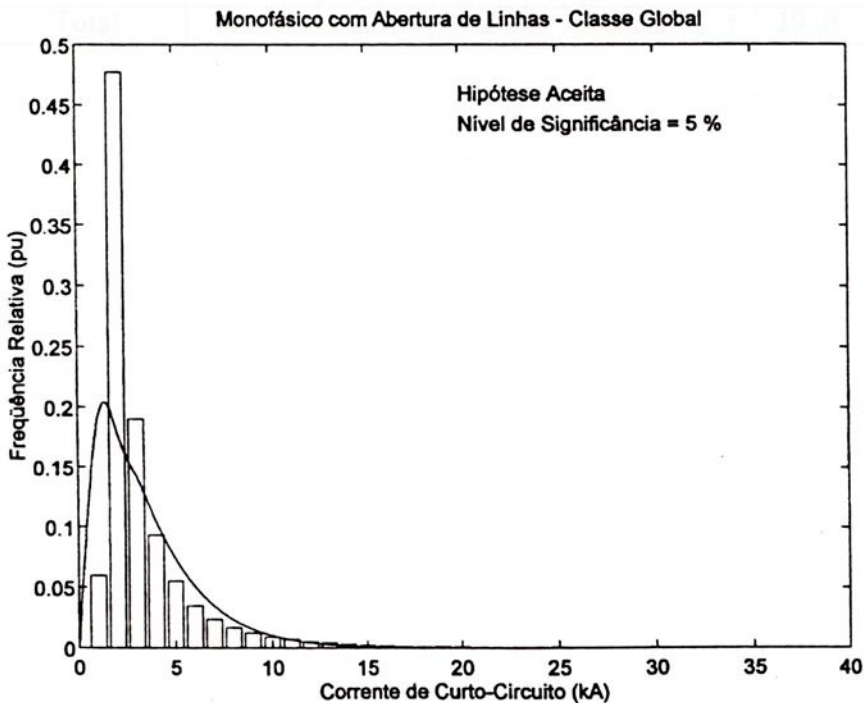


Figura VI.10. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas linhas – todas as classes.

Tabela VI.1. – Parâmetros característicos das distribuições de correntes de curtos-circuitos trifásicos, bifásicos e monofásicos nas linhas.

Nível de tensão (kV)	Classe de Corrente (kA)	Número de Pontos	Média (kA)	σ (kA)	Mediana (kA)	Valor máx. (kA)	3. Quart. (kA)
Trifásico							
440	$I_{cc} \leq 20$	4333	5.14	2.61	5.12	15.0	7.15
	$20 < I_{cc} \leq 31.5$	9519	6.96	4.87	5.91	29.0	9.83
	Total	13852	6.39	4.38	5.60	29.0	8.77
Bifásico							
440	$I_{cc} \leq 20$	4333	4.40	2.26	4.46	13.0	6.20
	$20 < I_{cc} \leq 31.5$	9519	5.97	4.21	5.13	25.0	8.53
	Total	13852	5.48	3.78	4.85	25.0	7.61
Monofásico							
440	$I_{cc} \leq 20$	8755	2.18	2.09	1.83	15.0	3.12
	$20 < I_{cc} \leq 31.5$	3484	2.87	3.29	2.09	24.0	3.82
	$I_{cc} \leq 31.5$	1613	2.18	3.48	1.68	29.0	2.65
	Total	13852	2.35	2.64	1.81	29.0	3.25

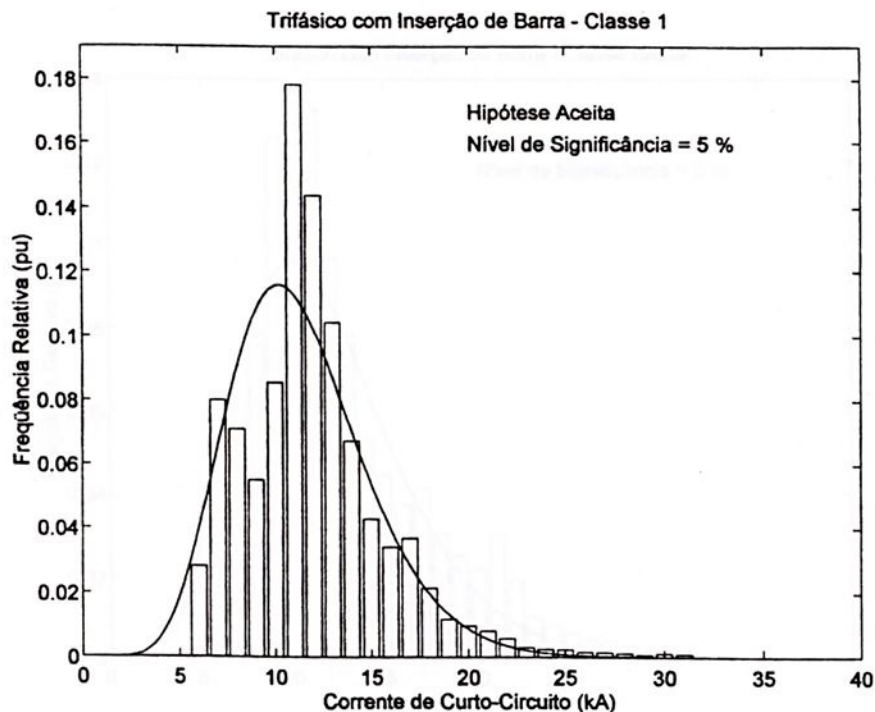


Figura VI.11. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos nas linhas – classe um.

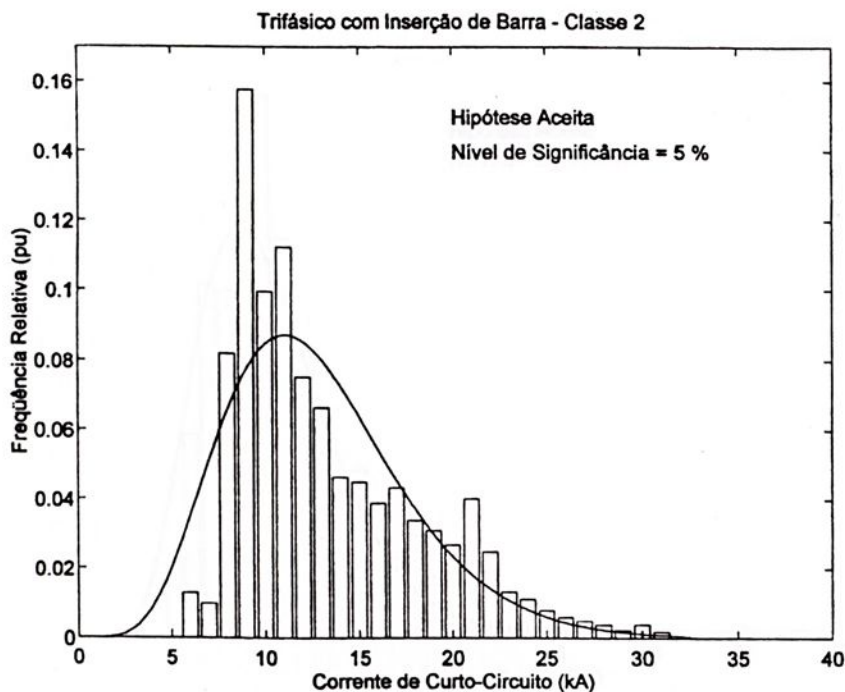


Figura VI.12. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos nas linhas – classe dois.

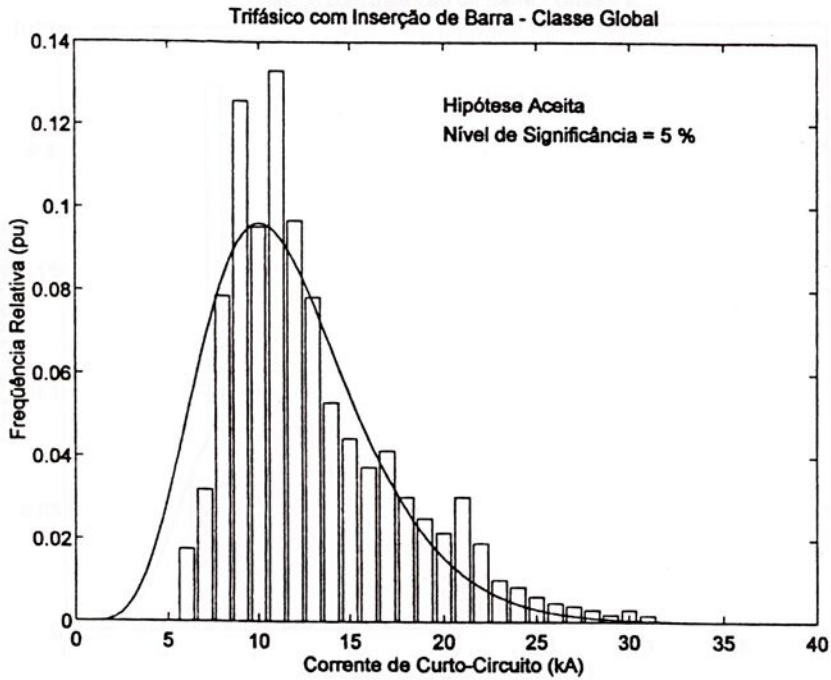


Figura VI.13. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos nas linhas – classe global.

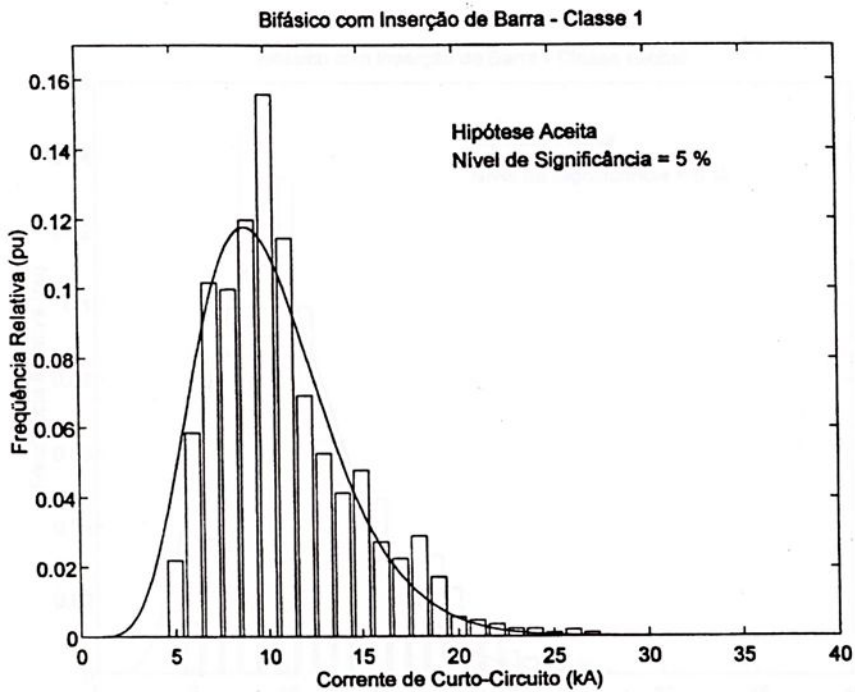


Figura VI.14. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos nas linhas – classe um.

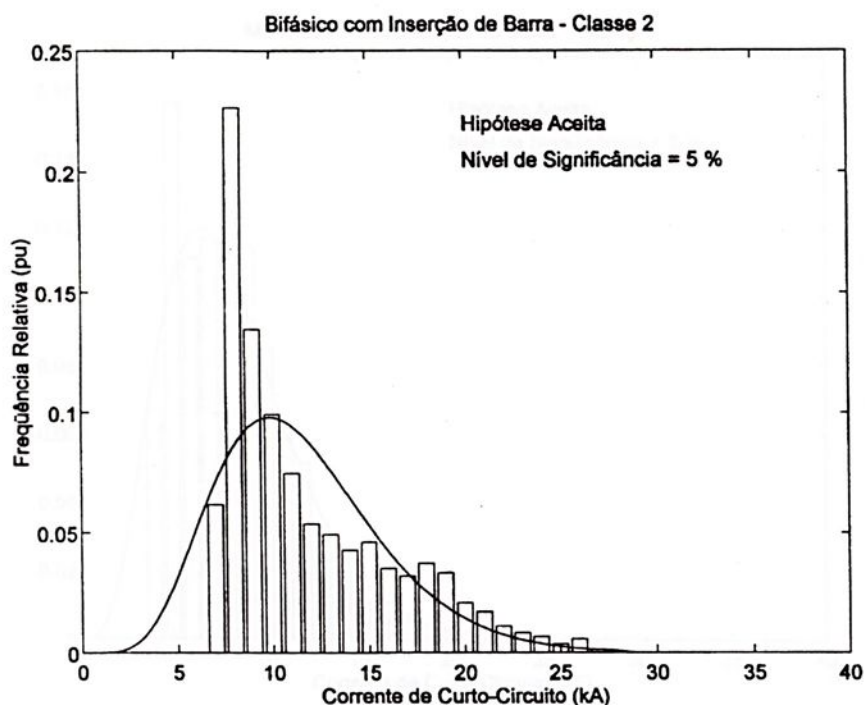


Figura VI.15. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos nas linhas – classe dois.

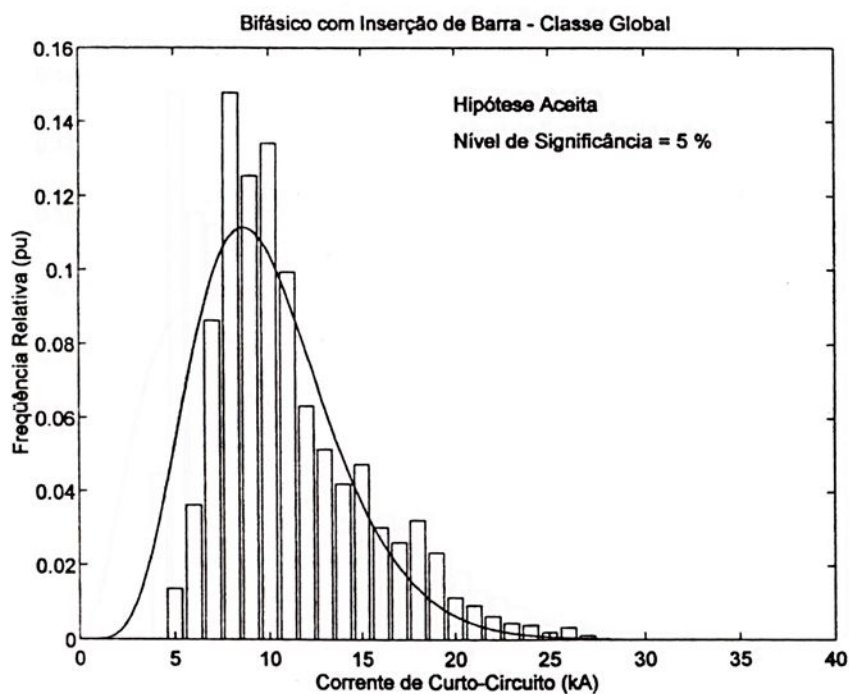


Figura VI.16. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos nas linhas – classe global.



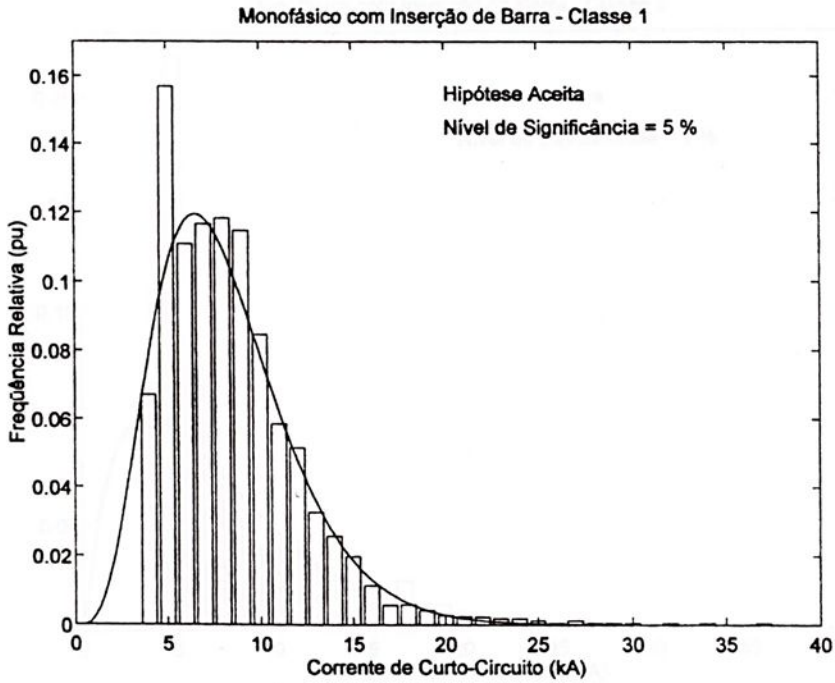


Figura VI.17. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas linhas – classe um.

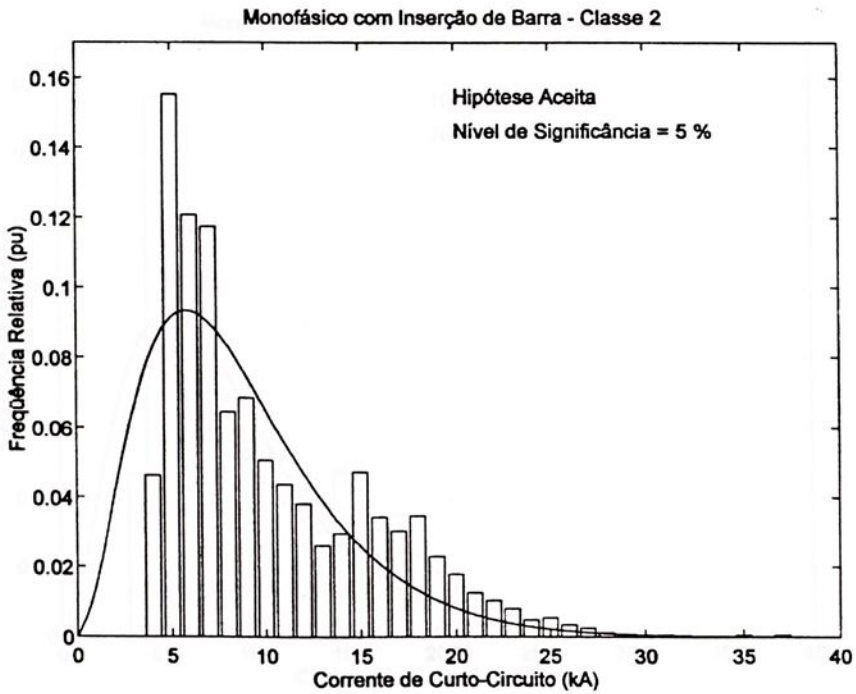


Figura VI.18. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas linhas – classe dois.



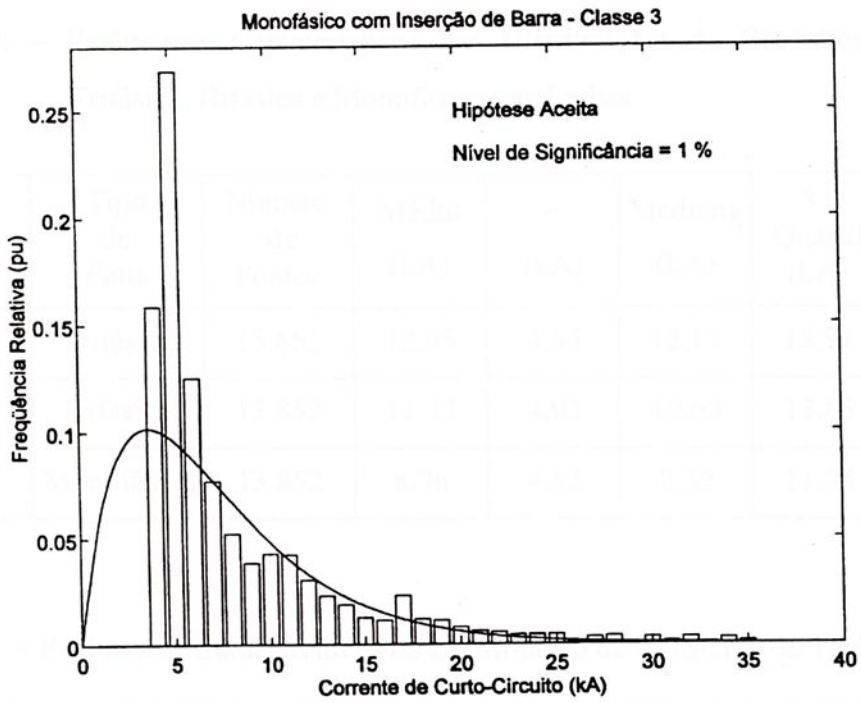


Figura VI.19. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas linhas – classe três

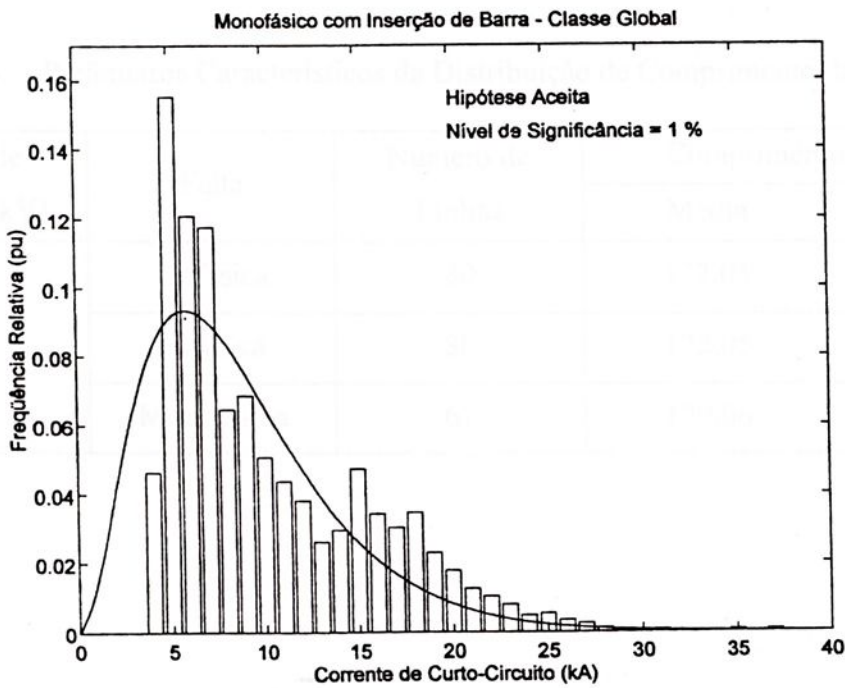


Figura VI.20. – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas linhas – classe global.

Tabela VI.2. – Parâmetros Característicos das Distribuições de Correntes de Falta Trifásica, Bifásica e Monofásica nas Linhas.

Nível de Tensão(kV)	Tipo de Falta	Número de Pontos	Média (kA)	σ (kA)	Mediana (kA)	3 ^o Quartil (kA)	Valor Máx. (kA)
440	Trifásica	13.852	12,95	4,65	12,19	15,91	31,0
	Bifásica	13.852	11,23	4,02	10,68	13,85	27,0
	Monofásica	13.852	8,96	4,52	8,32	11,35	37,0

Tabela VI.3. – Parâmetros Característicos da Distribuição de Constante de Tempo (L / R)

Nível de Tensão (kV)	Número de Pontos	Constante de Tempo (ms)	
		Média	σ
440	13.852	41,65	4,65

Tabela VI.4. – Parâmetros Característicos da Distribuição de Comprimento das Linhas.

Nível de Tensão (kV)	Falta	Número de Linhas	Comprimento (Km)	
			Média	σ
440	Trifásica	80	172,05	105,13
	Bifásica	80	172,05	105,13
	Monofásica	67	170,06	108,04

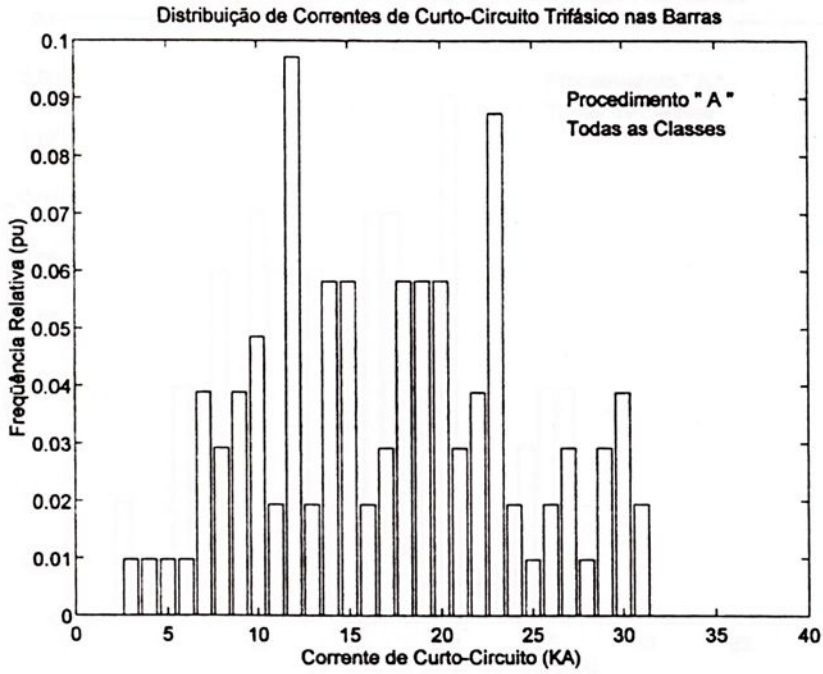


Figura VI.21 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos nas barras da rede – Procedimento A.

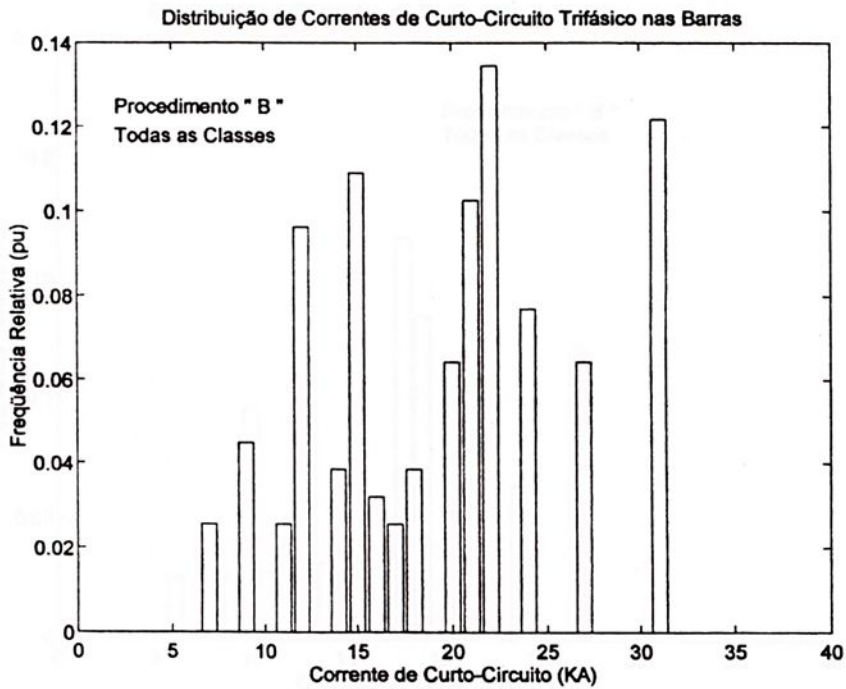


Figura VI.22 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos nas barras da rede – Procedimento B.

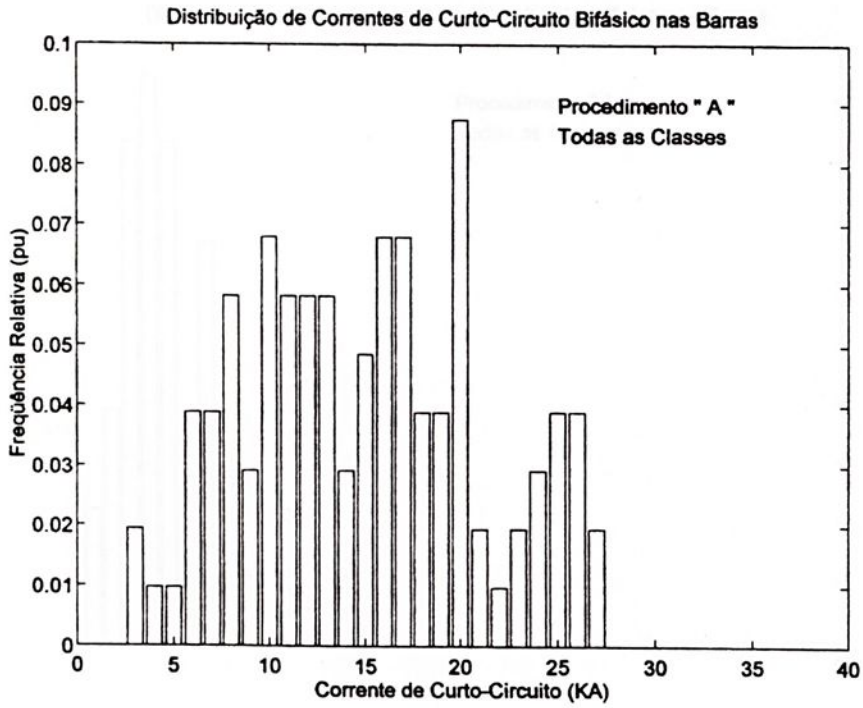


Figura VI.23 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos nas barras da rede – Procedimento A.

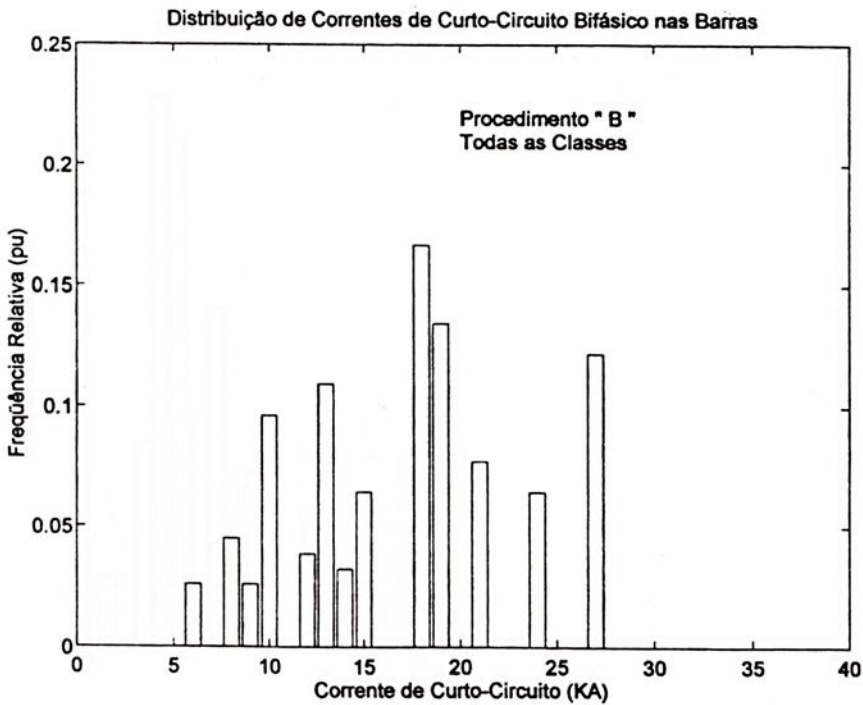


Figura VI.24 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos nas barras da rede – Procedimento B.

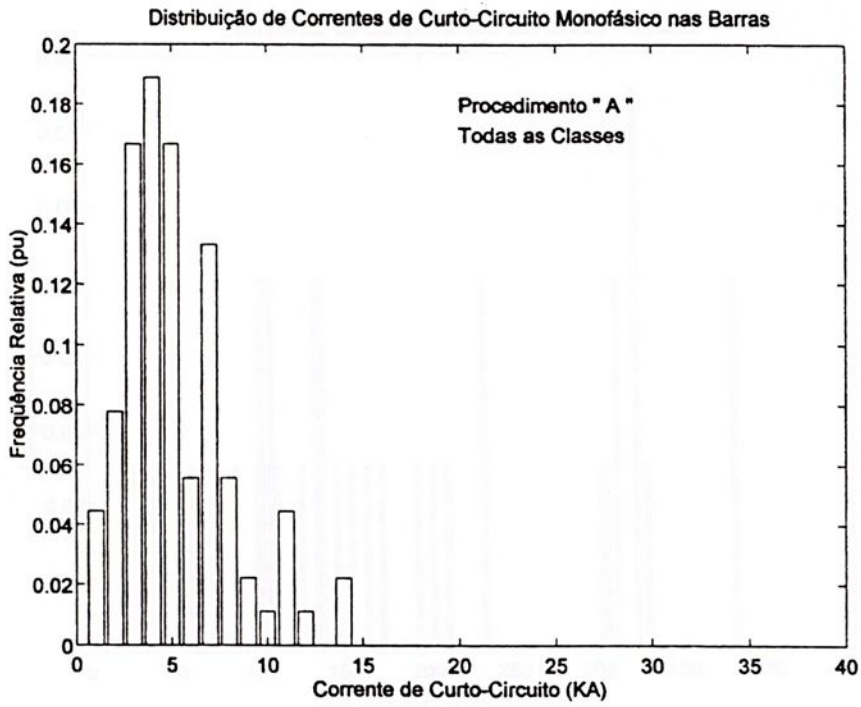


Figura VI.25 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas barras da rede – Procedimento A.

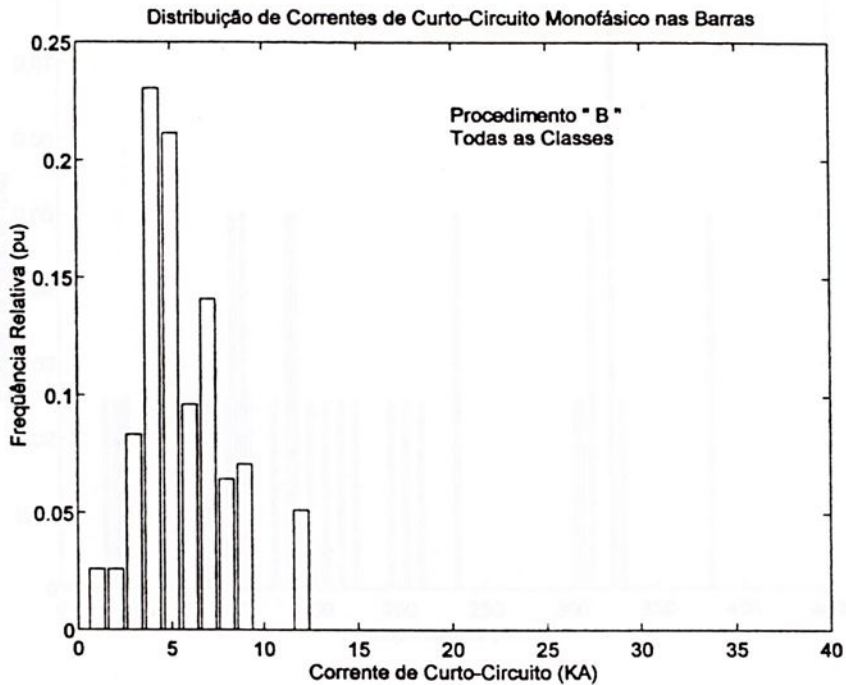


Figura VI.26 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos nas barras da rede – Procedimento B.

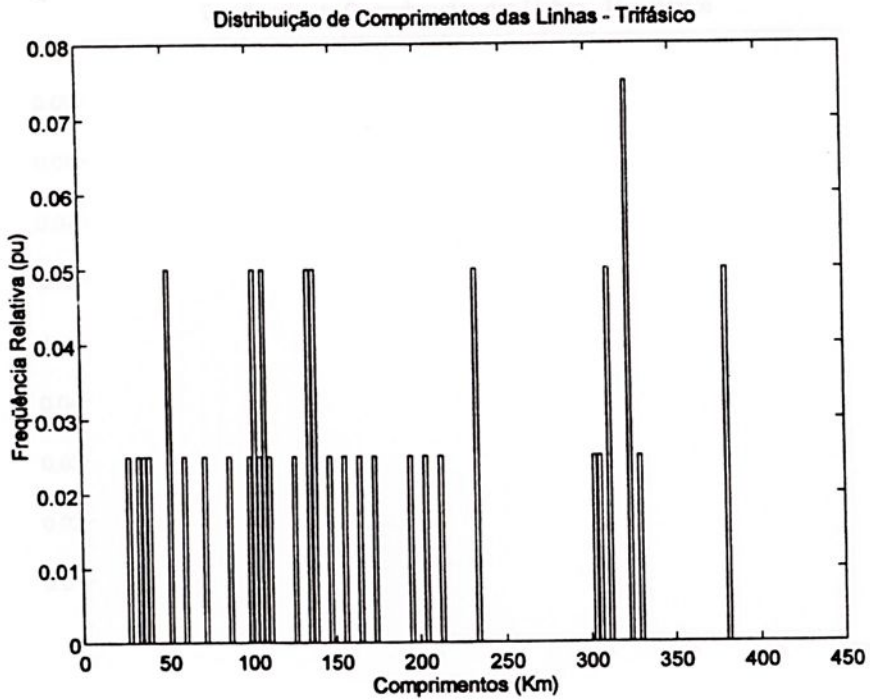


Figura VI.27 – Distribuição de comprimentos das linhas da rede – trifásico

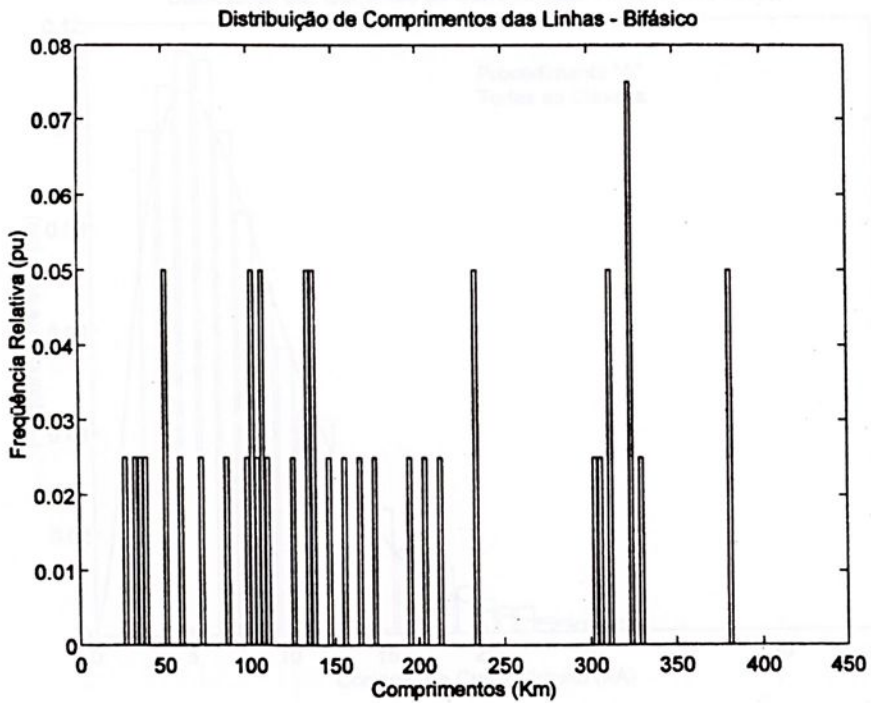


Figura VI.28 – Distribuição de comprimentos das linhas da rede – bifásico

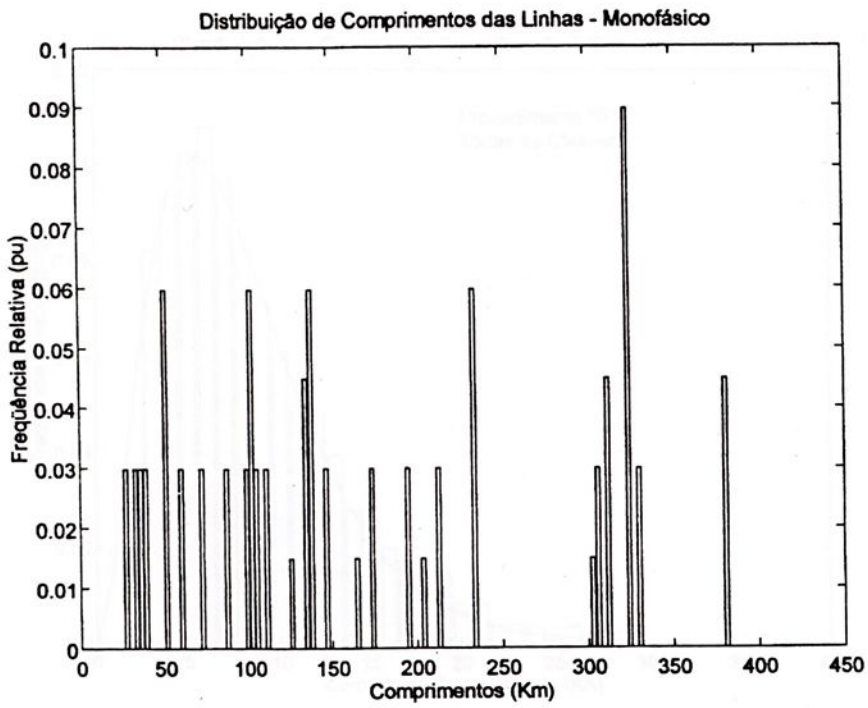


Figura VI.29 – Distribuição de comprimentos das linhas da rede - monofásico

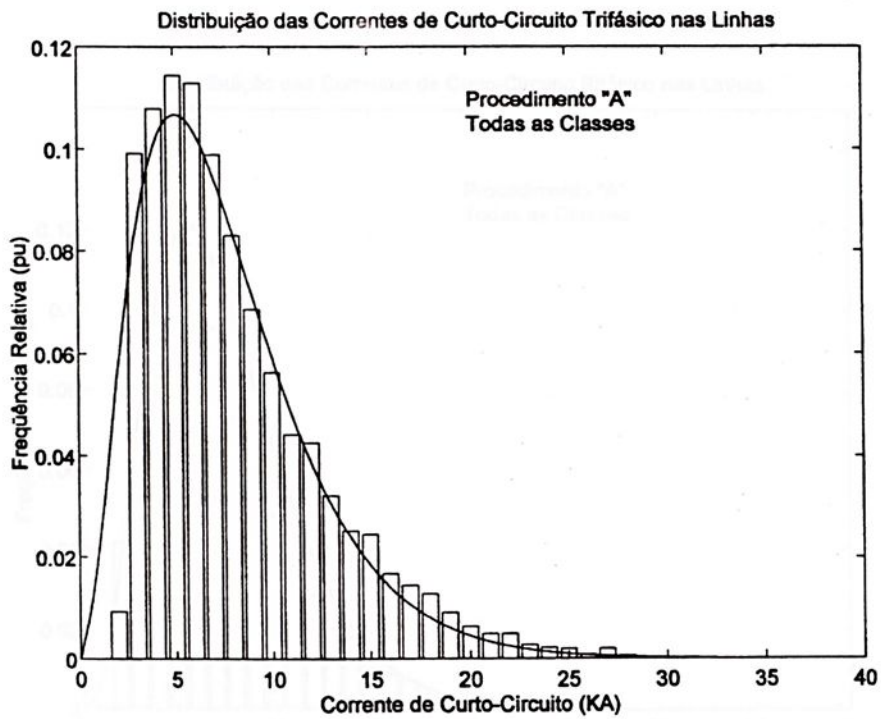


Figura VI.30 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos para faltas nas linhas da rede – Procedimento A.

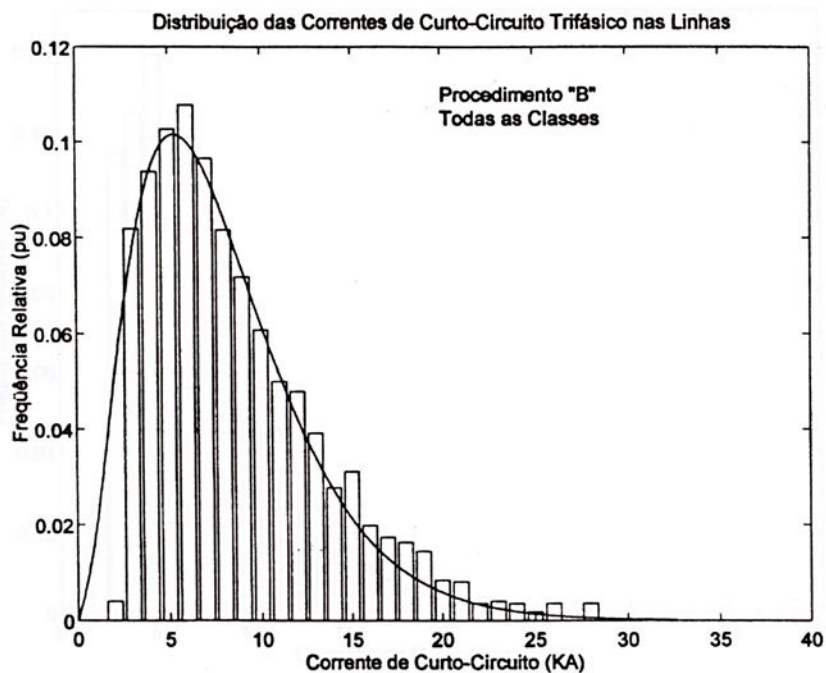


Figura VI.31 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos trifásicos para faltas nas linhas da rede – Procedimento B.

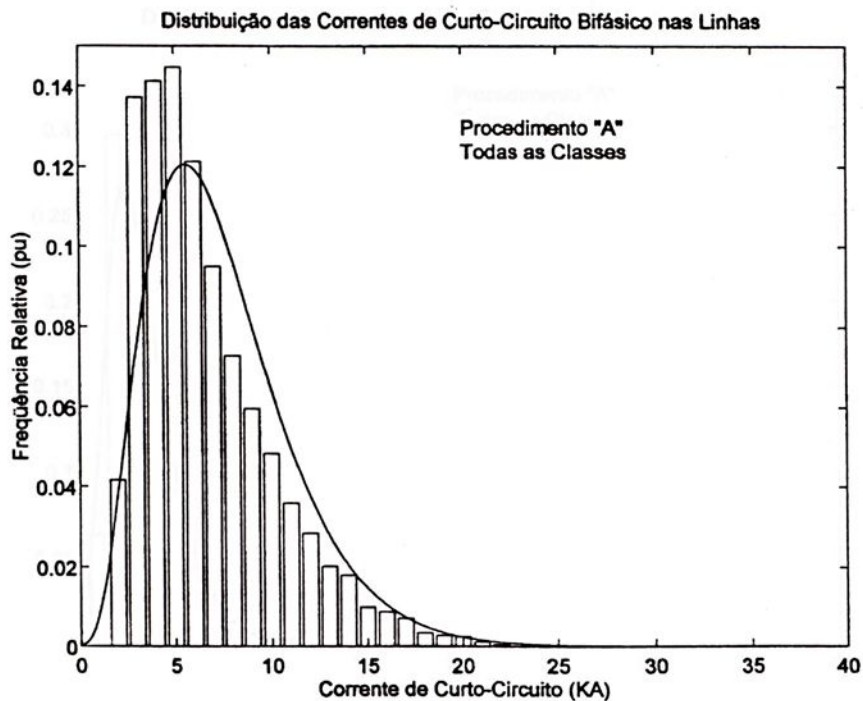


Figura VI.32 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos para faltas nas linhas da rede – Procedimento A.

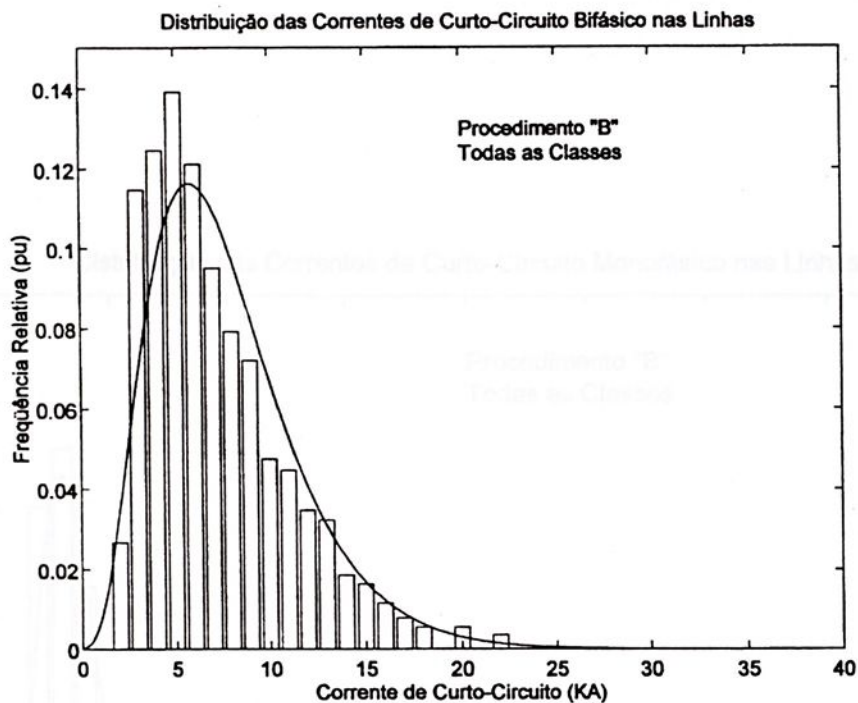


Figura VI.33 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos bifásicos para faltas nas linhas da rede – Procedimento B.

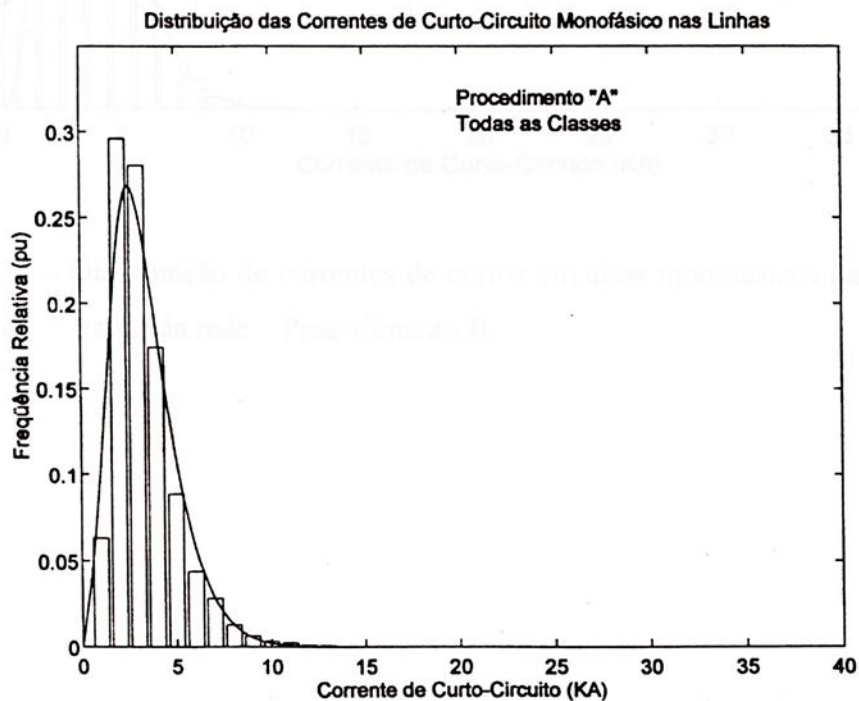


Figura VI.34 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos para faltas nas linhas da rede – Procedimento A.

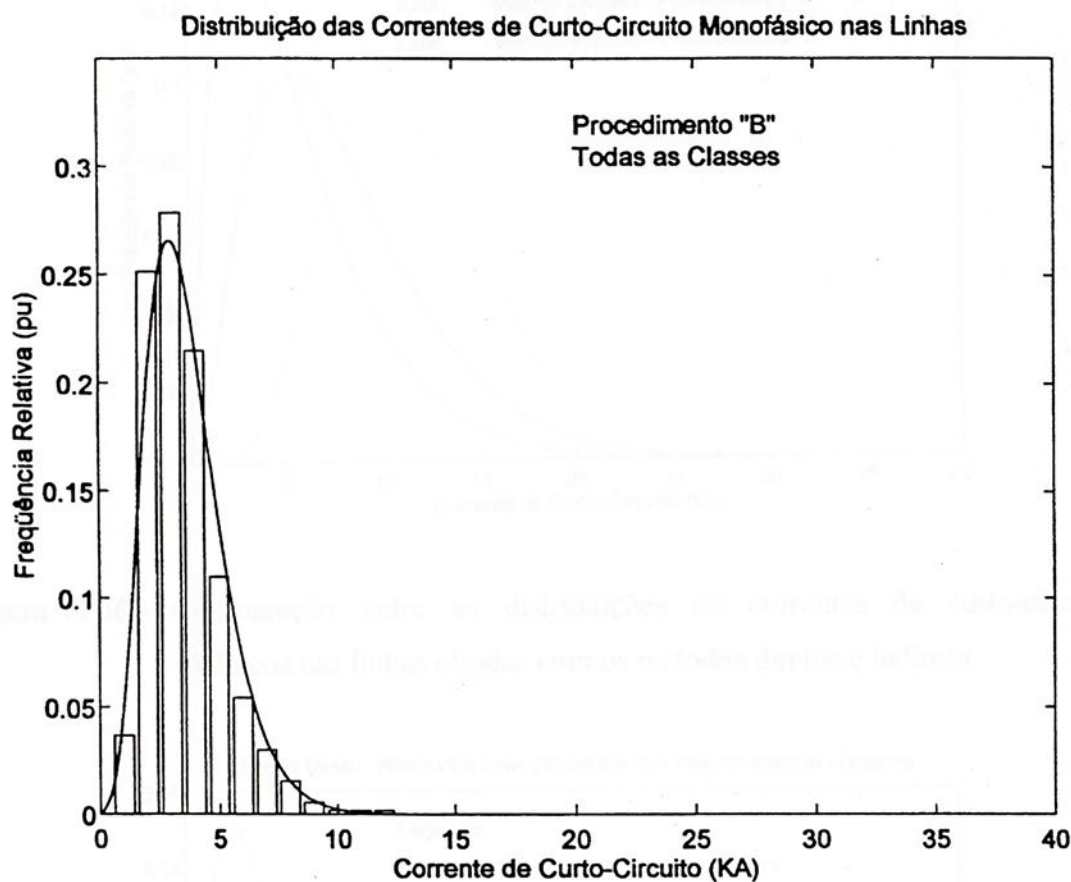


Figura VI.35 – Distribuição de correntes de curtos-circuitos monofásicos para faltas nas linhas da rede – Procedimento B.

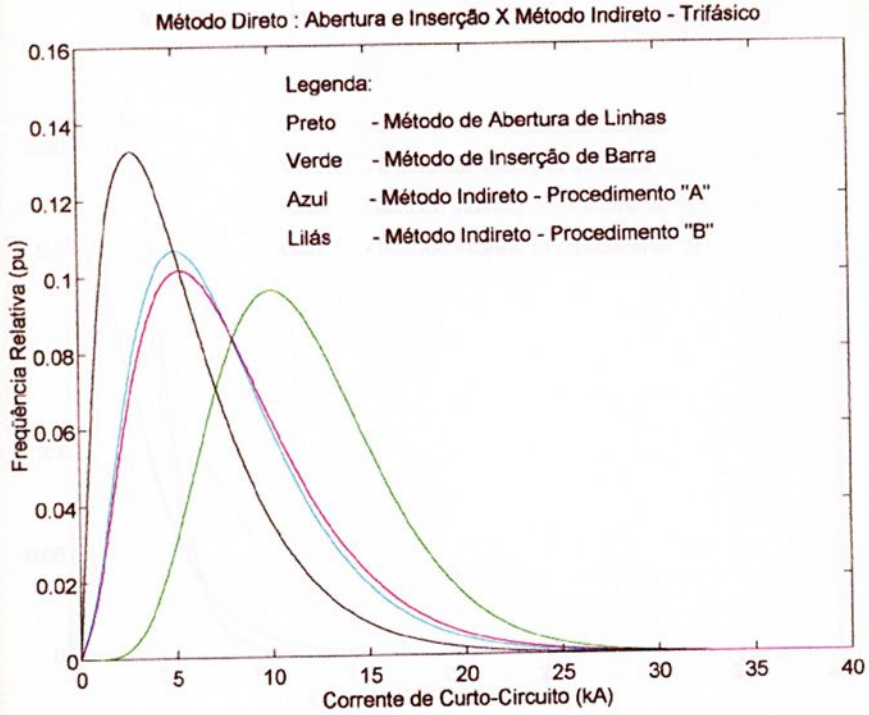


Figura VI.36. – Comparação entre as distribuições de correntes de curto-circuito trifásicos nas linhas obtidas com os métodos diretos e indireto.

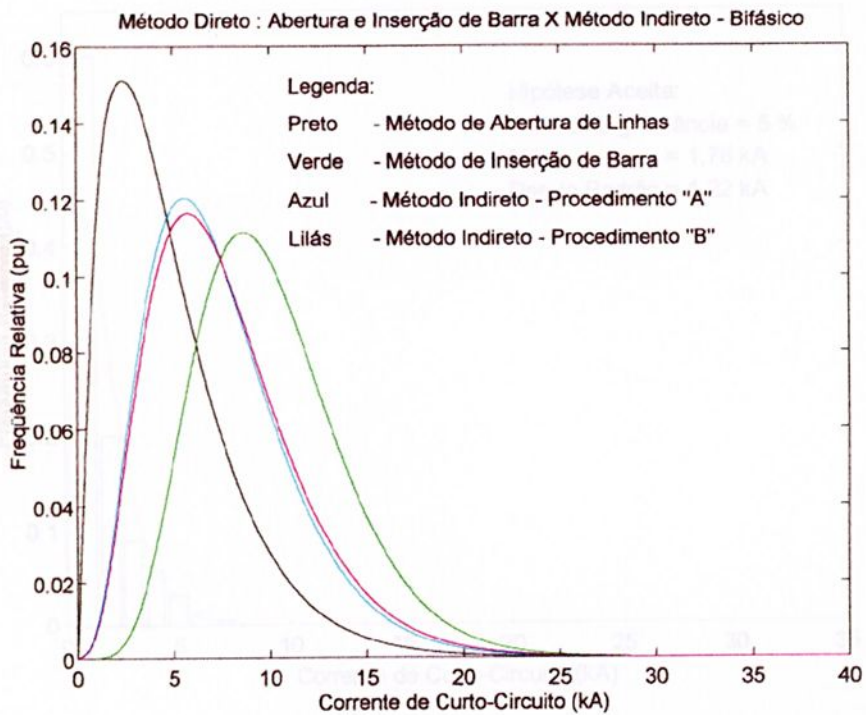


Figura VI.37. – Comparação entre as distribuições de correntes de curto-circuito bifásicos nas linhas obtidas com os métodos diretos e indireto.



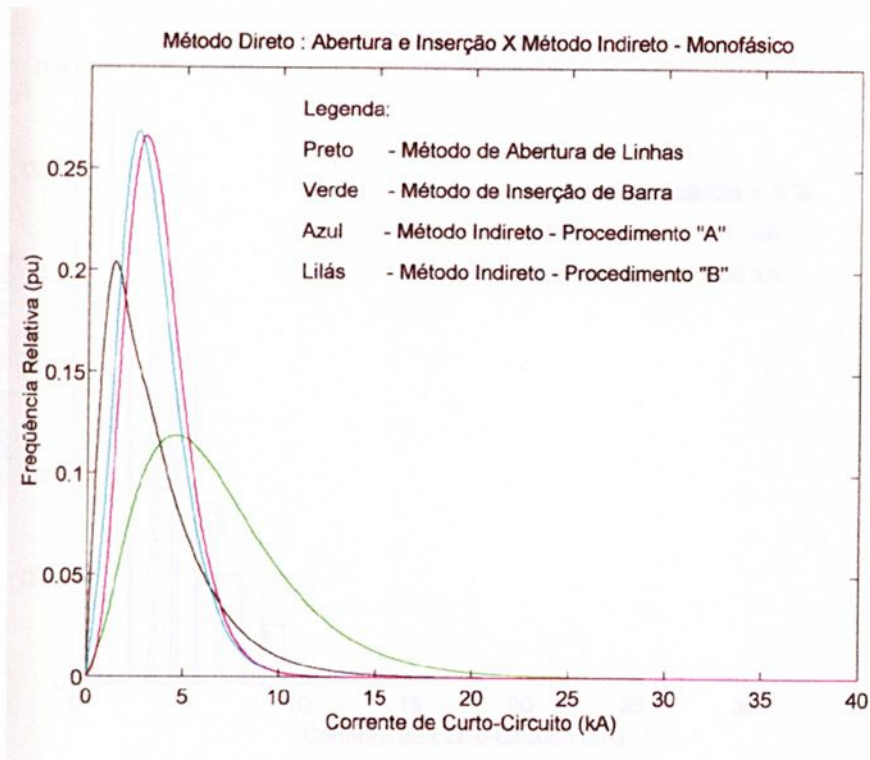


Figura VI.38. – Comparação entre as distribuições de correntes de curto-circuito monofásicos nas linhas obtidas com os métodos diretos e indireto.

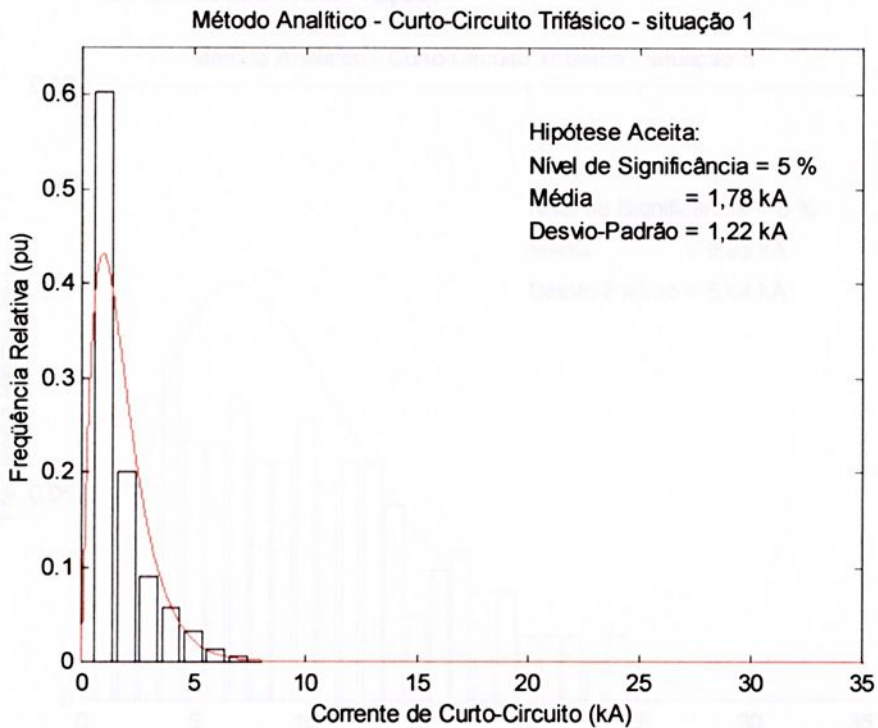


Figura VI.39. – Distribuição de Correntes de Curto-Circuito Trifásicas - Situação 1: Correntes nas Linhas da Rede sob Observação Devido à Aplicação de Curto-Circuito ao Longo de uma Linha em Particular.

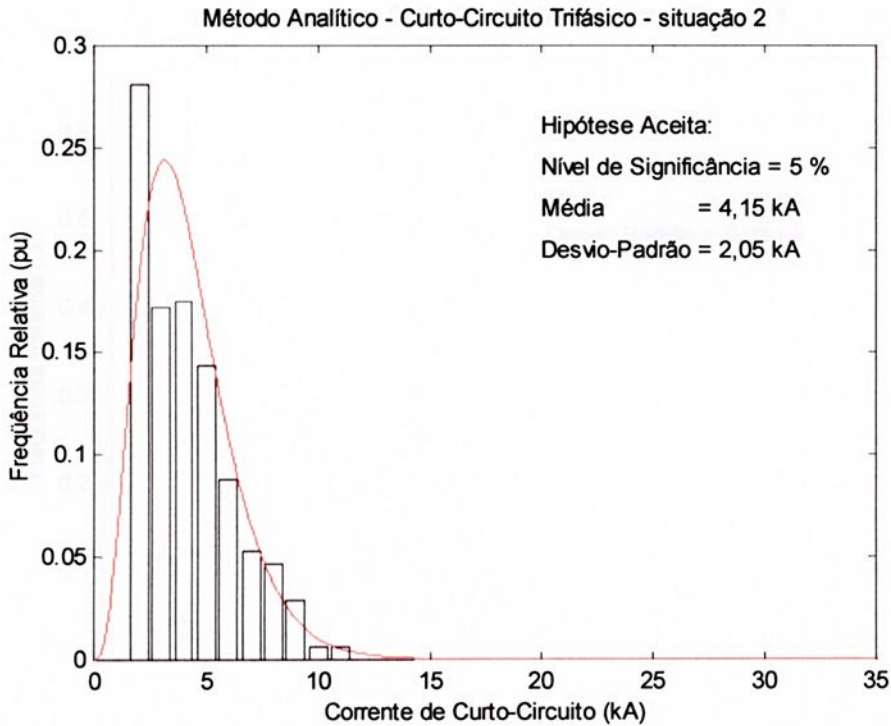


Figura VI.40. – Distribuição de Correntes de Curto-Circuito Trifásicas - Situação 2: Corrente à Esquerda do Local da Falta Quando o Curto-Circuito Ocorre na Linha sob Observação.

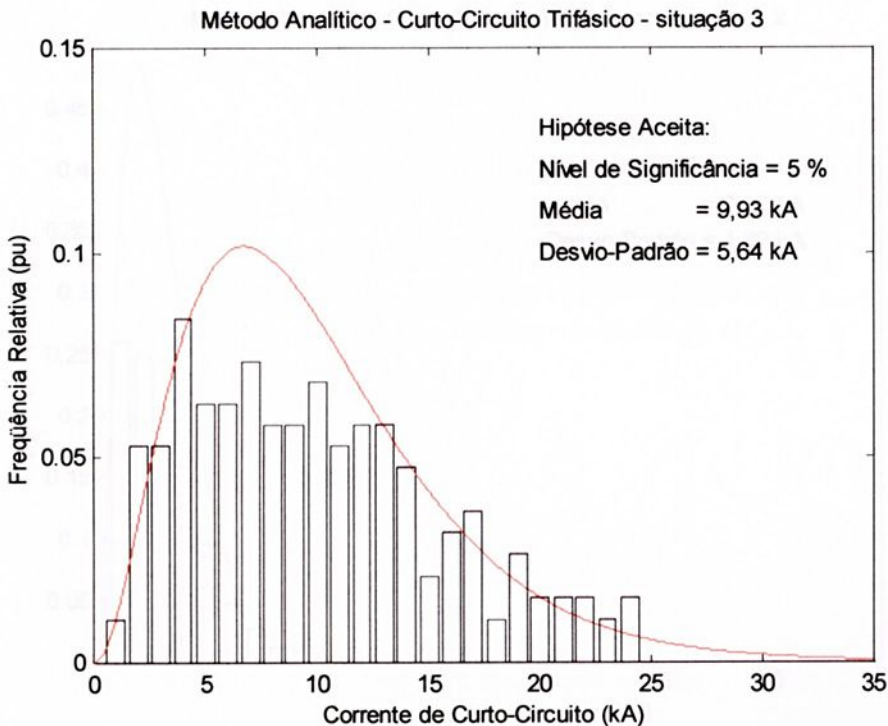


Figura VI.41. – Distribuição de Correntes de Curto-Circuito Trifásicas - Situação 3: Corrente à Direita do Local da Falta Quando o Curto-Circuito Ocorre na Linha sob Observação.

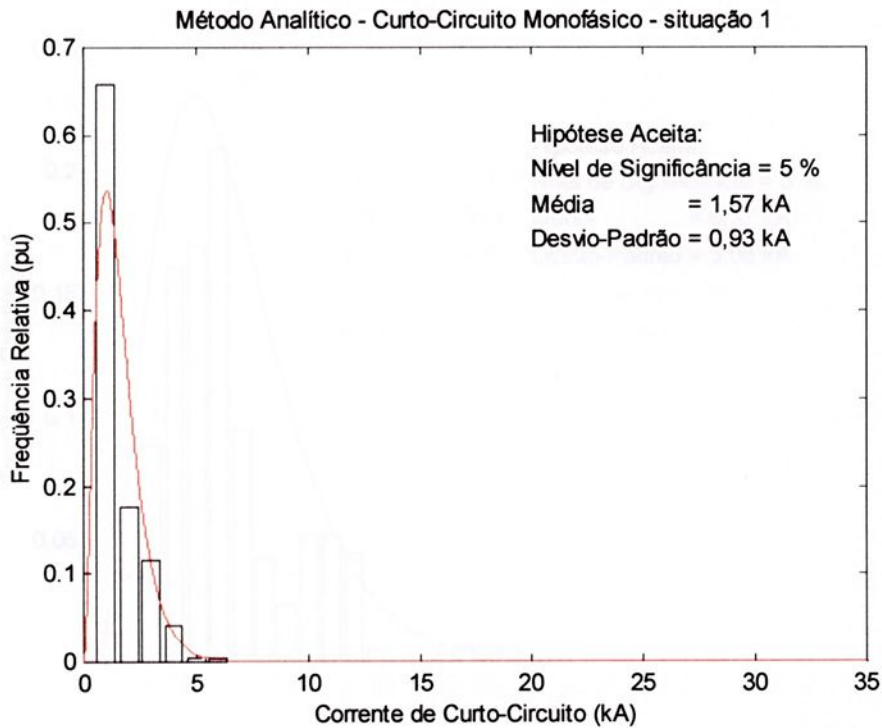


Figura V.42. – Distribuição de Correntes de Curto-Circuito Monofásicas - Situação 1: Correntes nas Linhas da Rede sob Observação Devido à Aplicação de Curtos-Circuitos ao Longo de uma Linha em Particular.

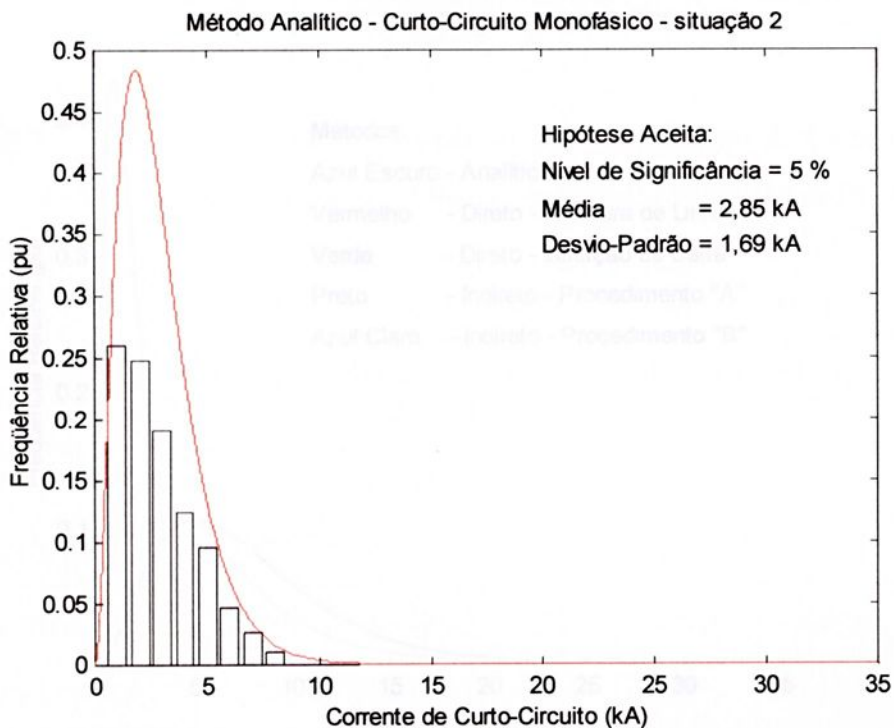


Figura V.43. – Distribuição de Correntes de Curto-Circuito Monofásicas - Situação 2: Corrente à Esquerda do Local da Falta Quando o Curto-Circuito Ocorre na Linha sob Observação.

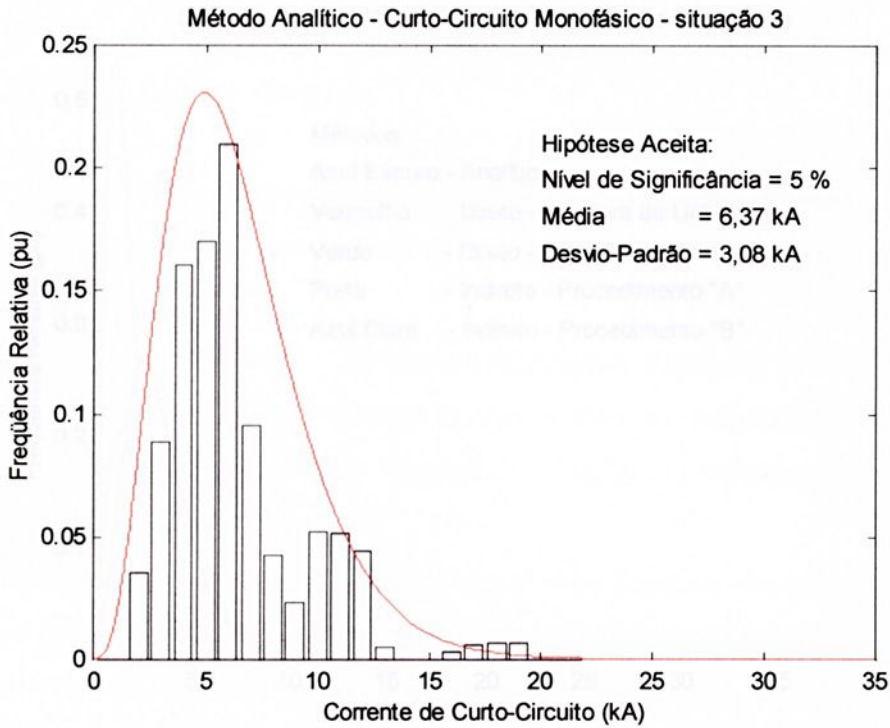


Figura VI.44. – Distribuição de Correntes de Curto-Circuito Monofásicas - Situação 3: Corrente à Direita do Local da Falta Quando o Curto-Circuito Ocorre na Linha sob Observação.

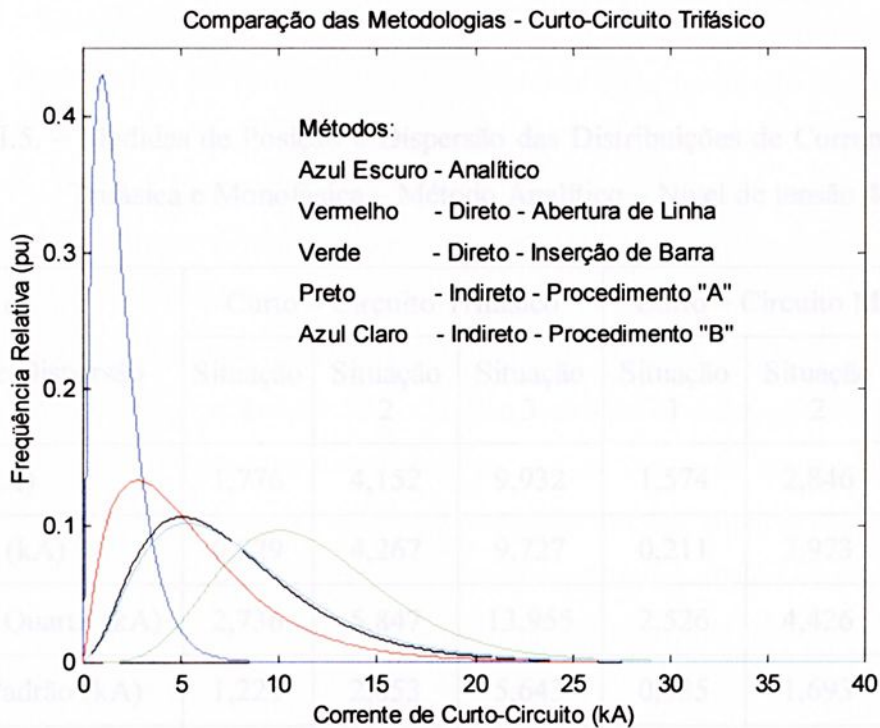


Figura VI.45. – Comparação do Método Analítico x Método Direto: com Abertura de Linha e Inserção de Barra x Método Indireto: com os Procedimentos "A" e "B" - Curto-Circuito Trifásico

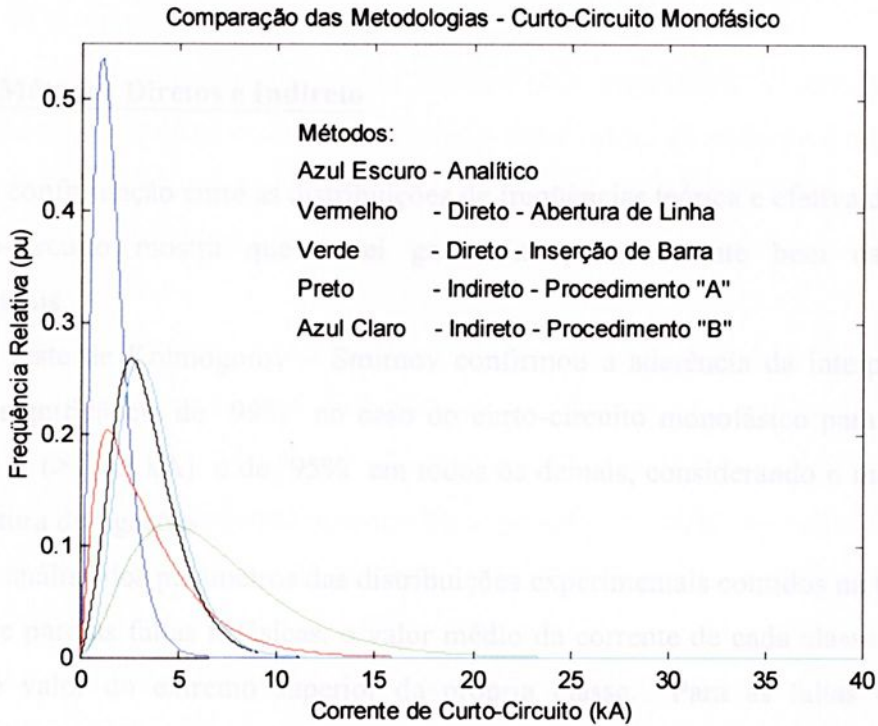


Figura VI.46. – Comparação do Método Analítico x Método Direto: com Abertura de Linha e Inserção de Barra x Método Indireto: com os Procedimentos “A” e “B” - Curto-Circuito Monofásico

Tabela VI.5. – Medidas de Posição e Dispersão das Distribuições de Correntes de Falta Trifásica e Monofásica – Método Analítico – Nível de tensão 440kV

Medidas de Posição e Dispersão	Curto – Circuito Trifásico			Curto – Circuito Monofásico		
	Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 1	Situação 2	Situação 3
Média (kA)	1,776	4,152	9,932	1,574	2,846	6,375
Mediana (kA)	0,829	4,267	9,727	0,211	2,973	6,218
Terceiro Quartil (kA)	2,736	5,847	13,955	2,526	4,426	7,901
Desvio Padrão (kA)	1,225	2,053	5,643	0,935	1,693	3,082
Máx. Corrente de Curto (kA)	7,000	11,000	24,000	6,000	8,000	19,000

VI.3. Análise dos Resultados

VI. 3.1. Métodos Diretos e Indireto

A confrontação entre as distribuições de frequências teórica e efetiva das correntes de curto-circuito mostra que a lei gama interpola bastante bem os resultados experimentais.

O teste de Kolmogorov – Smirnov confirmou a aderência da interpolação com nível de significância de 99% no caso do curto-circuito monofásico para a classe de corrente 3 (> 31,5 kA) e de 95% em todos os demais, considerando o método direto com abertura de ligações.

A análise dos parâmetros das distribuições experimentais contidos na tabela VI.1, revela que para as faltas trifásicas, o valor médio da corrente de cada classe é inferior a 23% do valor do extremo superior da própria classe. Para as faltas bifásicas os percentuais são 22% para o nível de tensão estudado. No caso de defeito fase-terra o percentual passa a ser de 13%.

Ainda com relação a tabela VI.1., observa-se que os valores médios das correntes de curto-circuito deslocam-se muito pouco de seus respectivos valores medianos. Assim sendo, os percentuais apontados no parágrafo anterior são superados em 50% dos defeitos nas linhas. Verifica-se também que, para cada classe, o valor de corrente no 3º quartil (valor superado somente em 25% dos casos), resulta, para falta trifásica, em torno de 36% do valor do extremo superior da respectiva classe. Ainda para a rede em estudo e para os curtos-circuitos bifásico e monofásico, o valor de corrente no 3º quartil estabelece-se, respectivamente em torno de 32% e 16% do valor do extremo superior da correspondente classe.

Examinando-se a classe de 20 a 31,5kA, no caso de curto-circuito monofásico, verifica-se que 75% destes curtos-circuitos nas linhas têm valor de corrente inferior a 4kA. No caso de curto-circuito trifásico e, considerando-se ainda a classe de 20 a 31,5kA, observa-se que em 75% das ocorrências o valor da corrente é inferior a 10kA. Para a mesma classe e curto-circuito bifásico tem-se em 75% dos casos valores de corrente menores que 9kA.

No caso do método direto com inserção de barra auxiliar o teste de Kolmogorov – Smirnov confirma a aderência da interpolação com nível de significância de 99%, no



caso do curto-circuito monofásico, para as classes de corrente 3 (> 31,5 kA) e global e ainda de 95% em todas as demais situações.

Na análise dos parâmetros das distribuições experimentais contidos na tabela VI.2, observa-se que para as faltas trifásicas, o valor médio da corrente é inferior a 42% do valor do extremo superior correspondente. No caso de faltas bifásicas os percentuais são 42% para o nível de tensão estudado. Para os defeitos fase-terra o percentual passa a ser de 25%.

Ainda com base na tabela VI.2., é possível observar que os valores médios das correntes de curto-circuito deslocam-se muito pouco de seus respectivo valores medianos, da mesma forma que no caso do método direto com abertura de linhas. Desta forma, os percentuais citados no parágrafo anterior são superados em 50% dos defeitos nas linhas. Observa-se ainda que, o valor de corrente no 3º quartil, resulta, para falta trifásica, em torno de 52% do valor do próprio extremo superior. Para os curtos-circuitos bifásico e monofásico, o valor de corrente no 3º quartil define-se, respectivamente em torno de 52% e 31% do valor do extremo superior correspondente.

Para o método direto com inserção de barra, no caso de curto-circuito monofásico, observa-se que 75% destes curtos-circuitos nas linhas têm valor de corrente inferior a 12kA. No caso de curto-circuito trifásico e, observa-se que em 75% das ocorrências o valor da corrente é inferior a 16 kA. Para o curto-circuito bifásico tem-se em 75% dos casos valores de corrente menores que 14kA.

Nas figuras V.36, V.37 e V.38 estabelece-se o confronto entre as distribuições obtidas com os métodos diretos e indireto. Verifica-se que as distribuições obtidas com o método indireto apresentam aproximações por excesso em relação à distribuição levantada através do método direto com abertura de linhas. Observa-se ainda que, mesmo entre as distribuições determinadas com o método indireto, existem aproximações por excesso, da forma de cálculo da corrente no caso B para com a forma do caso A. É possível verificar ainda que o método direto com inserção de barra, para os tipos de faltas estudadas, apresenta aproximação por excesso quando comparado com os demais.

Assim, conclui-se através dos resultados obtidos que o método indireto pode ser considerado como ferramenta válida para uma eventual avaliação técnica, pois é de fácil implementação quando comparado aos outros analisados.



VI.3.2. Método Analítico

Na tabela VI.5., observa-se que os valores percentuais obtidos para a média relativos ao máximo valor de corrente de curto-circuito para as situações um, dois e três, foram aproximadamente de 25%, 38% e 41% para falta trifásica e 26%, 36% e 34% para falta monofásica, respectivamente.

Para as situações dois e três, tanto para falta trifásica quanto monofásica, analisando-se os valores da média, verifica-se que estes se deslocam muito pouco dos valores medianos isso implica que os percentuais definidos no parágrafo anterior foram superados por 50% das faltas na linha. Quanto aos valores de corrente do terceiro quartil, valor superado somente em 25% dos casos, verifica-se que os percentuais obtidos relativos ao máximo valor de corrente de curto-circuito, para as situações dois e três foram aproximadamente de 53% e 58% para falta trifásica e 55% e 42% para falta monofásica, respectivamente.

Para a situação um, tanto para falta trifásica quanto monofásica, observa-se que o valor da média não se aproxima do valor mediano, o que explica a grande concentração de ocorrências em um pequeno intervalo de correntes nas distribuições de frequências observadas nas figuras VI.39. e VI.42.. Quanto ao valor de corrente do terceiro quartil observa-se uma porcentagem de 39% e 42%, respectivamente, para falta trifásica e monofásica em relação ao máximo valor de corrente.

A aderência da função gama às distribuições de frequências de correntes de curto-circuito observadas foi de 95% em todas as situações para as faltas trifásica isolada e monofásica.

As curvas obtidas como resultados da aplicação do método analítico, quando comparadas com as de outras metodologias, apresentam-se muito mais deslocadas para a esquerda no eixo das correntes e para cima no eixo das probabilidades, ou seja, são observadas mais ocorrências para menores valores de corrente. Isto se deve justamente à abordagem menos conservadora dada pelo método analítico aos estudos de curtos-circuitos, realizada através de uma análise probabilística das variáveis envolvidas no processo de avaliação das correntes da falta, que em outras metodologias são tratadas de forma determinística.

Esta característica diferenciada da curva de densidade de probabilidade obtida pela metodologia analítica, em relação às obtidas pelos outros métodos, revela uma boa redução dos níveis de curto-circuito ao longo das linhas de transmissão o que permite a



elaboração de projetos mais justos de barramentos e uma melhoria significativa do dimensionamento de equipamentos de sistemas elétricos de potência.

A formulação do método analítico trata de forma mais adequada as variáveis envolvidas no processo de avaliação das correntes de curto-circuito inserindo-as dentro de um ambiente probabilístico de condições do sistema. Requer um tempo considerável para a dedução de suas expressões, que são bastante longas, exigindo por diversas vezes aglutinações de termos em uma única variável, mas, uma vez deduzida uma das três situações de análise das correntes de falta citadas anteriormente as outras seguem basicamente o mesmo procedimento de formulação.

As aglutinações de termos em uma única variável conduziram à implicações de ordem numérica, tornando necessária uma análise das probabilidades obtidas pelo método analítico sob o ponto de vista físico o que implicou na observação das raízes encontradas para o polinômio. Matematicamente, qualquer raiz contida no intervalo de zero a um é uma raiz válida para o cálculo da probabilidade de ocorrência de falta, porém observando-se as equações de corrente das situações dois e três, tanto para faltas trifásicas quanto monofásicas, nota-se que o valor da raiz não pode ser nem zero e nem um respectivamente, o que causaria um erro terminal na execução do programa. Raízes muito próximas desses valores conduzem a correntes de curto-circuito calculadas muito altas devido à característica da expressão de cálculo dessa variável. Além disso, é importante saber que raízes poderiam ser aproximadas para um ou para zero, pois em função disso podemos obter uma curva de densidade de probabilidade bem comportada.

A implementação computacional do equacionamento não exige um conhecimento profundo da linguagem de programação sendo mais expressivo o esforço na digitação do mesmo, contudo há uma certa comodidade neste aspecto, devido a grande semelhança entre as equações, principalmente as do curto-circuito trifásico. Essa semelhança possibilita que a estruturação dos programas desenvolvidos para cada situação de análise das correntes seja também bastante parecida umas com as outras. Assim montada uma estrutura para o programa desenvolvido para o cálculo das probabilidades de ocorrência de falta e conseqüentemente das distribuições de freqüência das correntes observadas, essa estrutura pode ser aplicada a todas as situações de análise das correntes de curto-circuito, citadas anteriormente, ao longo das linhas de transmissão.

Uma característica particular deste programa é a obtenção das raízes do polinômio através de sua transformação a uma forma canônica matricial, denominada matriz real superior de Hessenberg, com o objetivo de determinar os autovalores da mesma, que são



exatamente as raízes do polinômio. Este procedimento possibilitou uma grande diminuição do tempo de processamento total do programa, pois não se trata de um processo iterativo de cálculo das raízes do polinômio, técnica normalmente utilizada para este fim, além disso, permitiu um excelente aumento da precisão dos valores encontrados.

VI.4. Considerações Finais

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de ferramentas que podem ser empregadas para otimizar os critérios de especificação dos equipamentos de uma subestação tais como disjuntores, barramentos, transformadores de correntes, chaves seccionadoras, reatores para transmissão Carrier e do próprio transformador de força. Além dos componentes em série com a corrente de curto-circuito, o dimensionamento dos postes dos isoladores do barramento também é feito pelos esforços mecânicos associados a corrente máxima possível, determinantes de sua resistência à flexão, definida pelo diâmetro do disco de fixação.

Existem nesta linha de pesquisa alguns trabalhos anteriores que desenvolveram ferramentas [01, 08, 09, 13 e 19] com objetivos que podem ser considerados semelhantes a aqueles propostos ao longo deste texto. Assim é pertinente chamar a atenção para alguns aspectos dos métodos desenvolvidos neste trabalho e naqueles citados anteriormente, com o objetivo de destacar as potencialidades e deficiências.

A magnitude da corrente de falta decresce rapidamente com o distanciamento do local da falta da subestação visada. Assim o sistema pode ser modelado em detalhes somente em uma limitada região de interesse e o resto do sistema representado por equivalentes elétricos. Esta aproximação permite uma significativa redução em termos computacionais, sendo utilizada neste trabalho com este propósito.

No método direto a simulação sistemática de curtos-circuitos ao longo de linhas tem por objetivo determinar os níveis de corrente de falta e suas correspondentes frequências, seja para uma linha individualmente ou para um conjunto delas. As distribuições assim obtidas são aquelas que deverão ser utilizadas nos dimensionamentos de componentes em subestações. As distribuições formadas pelas correntes que fluem por uma linha em consequência de curto-circuito em outras linhas do sistema podem levar a dimensionamentos equivocados.



O fato do método direto, com abertura de linhas, propor que a linha seja aberta em um de seus extremos e a falta alimentada através do outro, pode introduzir alguma imprecisão nos valores de corrente de curto-circuito que flui pelos componentes da subestação de alimentação, entretanto, evita a necessidade de criar em cada local de falta uma barra auxiliar e em consequência a determinação das impedâncias correspondentes, tornando o procedimento bem mais simples. Em contrapartida, o método direto com inserção de barra auxiliar conduz a resultados mais conservadores, permitindo uma avaliação mais segura.

O método indireto assim como aqueles propostos nos trabalhos [01 e 19] buscam o levantamento da função de distribuição acumulada da variável casual corrente de curto-circuito nas linhas, embora utilizem-se de procedimentos diferentes. No caso do método indireto a variável corrente pré-fixada assume automaticamente valores entre os valores extremos de correntes de faltas que podem ocorrer no sistema, definindo desta forma a distância entre a barra de alimentação e um ponto além do qual a variável casual corrente de curto-circuito é menor que o valor pré-fixado. Nos trabalhos [01 e 19], assim como no método analítico desenvolvido neste texto, este valor de corrente arbitrado é função do estado do sistema, linha sob falta e tipo de falta. Caso o valor da corrente seja alterado os coeficientes da inequação polinomial, cuja incógnita é a variável que representa a localização da falta, também sofrerão alterações. Isto pode representar o cálculo dos coeficientes em cada ponto de falta ao longo de uma mesma linha e em consequência a resolução de uma outra inequação. Caso o valor de corrente arbitrado seja fixado em seu valor máximo esperado, cada linha terá uma inequação para cada tipo de falta. Os coeficientes destas inequações, definidos por expressões “quilométricas”, são determináveis conhecendo-se as componentes real e imaginária de tensões pré-falta, as componentes real e imaginária das impedâncias das barras e linhas envolvidas e da corrente arbitrada. Assim supõem-se que um estudo de fluxo de carga deva fornecer os valores de tensão pré-falta para todas as barras do sistema. Caso isto não ocorra, tem-se um equacionamento ricamente detalhado com as tensões nas barras arbitradas conforme simplificações usuais nestes estudos. Neste último caso resultados bem menos conservativos, quando comparados com as outras metodologias analisadas, serão obtidos, conforme mostrado nas figuras comparativas. Isto pode comprometer estudos baseados nos resultados assim obtidos.

Ao considerarmos que as grandezas corrente de curto-circuito na barra e o comprimento da linha são independentes entre si, estamos criando condições para com



base na teoria das probabilidades estabelecer a expressão da função de distribuição acumulada. É óbvio que esta hipótese introduz imprecisão nos resultados. Em contrapartida esta formulação exige um número bem menor de operações (aritméticas e de controle), menor requisito de memória, menor número de instruções e maior rapidez na apresentação dos resultados. É importante registrar ainda, que as funções densidade de probabilidade empregadas no desenvolvimento das expressões do método indireto podem ser construídas a partir dos resultados de um estudo de curto-circuito convencional e do correspondente diagrama unifilar da rede estudada.

No trabalho [13], observando-se os resultados gerados pela aplicação do método de Monte Carlo, verifica-se que a forma da função densidade de probabilidade se aproxima de uma função gama. Este fato, que não foi explorado pelos autores, reforça que a contribuição dada por este trabalho neste sentido é, em primeiro lugar, acertada. Aliás, a correção do procedimento foi demonstrada por testes de aderência, observando que a imprecisão introduzida por esta aproximação não compromete sua aplicação. Em segundo lugar este trabalho é oportuno, pois o manuseio das propriedades da função gama possibilita o atendimento de uma demanda identificada pelos autores das referências [09, 13 e 19], qual seja, a necessidade de métodos computacionais que diminuam os enormes requisitos de tempo e memória exigidos pelos seus programas. É importante observar que dispor da distribuição densidade de probabilidade da corrente de curto-circuito representada por uma função gama em lugar de uma tabela, como é feito nos trabalhos citados, além de ser uma solução mais elegante permite calcular analiticamente a probabilidade de falha, quando do dimensionamento de barramentos em subestações.

O detalhamento minucioso de formulações, pela introdução de um grande número de variáveis representativas de quase todas as condições que possam interferir em um dado processo, nem sempre representam a modelagem mais adequada. Em geral, a representação minuciosa exige maiores esforços computacionais (tempo de processamento, requisitos de memória, dificuldade de implementação, etc.) e proporcionam melhores resultados, entretanto, algumas simplificações podem reduzir significativamente aqueles esforços e propiciar resultados tão bons quanto aqueles, sob o ponto de vista prático. Por outro lado a inexistência, os registros incompletos ou mesmo pouco confiáveis ou ainda a fixação de valores podem interferir no compromisso entre os esforços computacionais e a qualidade dos resultados, tornando modelagens mais elaboradas menos apropriadas.



Assim uma comparação criteriosa entre os métodos propostos nos artigos citados no início deste trabalho e aqueles aqui desenvolvidos, à luz do compromisso mencionado, somente poderá ser estabelecida a partir dos respectivos resultados provenientes da aplicação de todos os métodos a um mesmo sistema real e processados na mesma máquina. Desta forma as simplificações introduzidas poderão ser descartadas caso fique demonstrado que os resultados gerados pelas formulações mais simples apresentem erros grosseiros. Caso isto se confirme, resta ainda a possibilidade de combinar métodos, procedimentos e simplificações em busca de melhores formulações, sempre sob o ponto de vista prático. Todos estes métodos tem a mesma finalidade que é possibilitar um projeto mais econômico para o sistema de potência. Dentre estes, os métodos diretos e indireto, se distinguem por exigir um esforço computacional sensivelmente reduzido.

Na engenharia de potência o impacto das considerações probabilísticas para o curto-circuito aparece principalmente na especificação dos diferentes componentes citados no início deste item.

A definição dos disjuntores é feita com base em um conjunto de valores de tensão que aparecem devido a manobras e descargas atmosféricas e em um conjunto de valores de corrente dentre os quais a corrente nominal e a capacidade de interrupção nominal em curto-circuito aparecem como grandezas determinantes. A capacidade de interrupção nominal em curto-circuito é expressa pelo valor eficaz de sua componente alternada e pela porcentagem de sua componente contínua, determinável se conhecida a constante de tempo do circuito.

Recomenda-se que o disjuntor deve suportar as solicitações impostas pelas condições em caso de falta, considerando-se as correntes de curto-circuito no local previsto para a instalação do disjuntor.

O disjuntor é testado para a sua corrente de interrupção de placa. Não há qualquer garantia de que possa suportar uma corrente maior. O grande problema é mecânico, advindo da pressão em virtude da expansão dos gases gerados pelo arco elétrico. Como o disjuntor pode explodir e na falta de qualquer outro critério o projetista dá sempre uma folga de 20 a 30% no dimensionamento da corrente de interrupção de todos os disjuntores do sistema.

O transformador de corrente também é muito sensível e esforços gerados pelas altas correntes, por causa de suas características construtivas. Também é especificado com folga assim como todos os outros equipamentos acima citados.



Folga há também na definição dos esforços mecânicos sobre os distanciadores das linhas de transmissão.

O projeto do sistema poderá sofrer um grande impacto econômico com a redução dessas folgas. Essa redução, e talvez a eliminação em certos casos, pode ser feita com apoio do estudo estatístico apresentado. Se o projetista souber a frequência com que poderão ocorrer as grandes correntes, estará muito mais seguro para otimizar projetos com dimensionamentos justos e econômicos.

Além da redução da capacidade de interrupção da maioria das partes do sistema, um outro impacto muito relevante se dará na definição dos esquemas de manutenção preventiva. Poderá haver sensível redução das paradas programadas no caso de se saber a frequência das grandes solicitações.

Poderá haver reflexo também no estoque de equipamentos para substituição, com aumento da vida útil esperada.

A ferramenta que possibilita sugerir critérios menos conservadores para a especificação dos equipamentos, paradas programadas, expectativa de vida útil e estoque para reposição encontra-se desenvolvida neste texto, e foi aplicada a um importante sistema de potência real. A análise da relação custo/benefício daí resultante, embora muito interessante, é complexa e poderá ser assunto de outros trabalhos.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. BALOUKTSIS, AA. & TSANAKAS, D. & VACHTSEVANOS, G. Probabilistic Short Circuit Analysis by Monte Carlo Simulations and Analytical Methods. In: *IEEE Winter Power Meeting. Paper 86 WM 042-6*, New York, Fev. 1986.
02. BOVOLATO, L. F. & RIBEIRO, F. S. & GALVÃO, L. C. R. "Determination and Statistical Treatment of Short-Circuit Currents for Faults on Lines of Network of 440 kV CESP System". In: 38th Midwest Symposium on Circuits and System, Rio de Janeiro, Brazil, August 1995, 95CH35853, pp. 929-932.
03. BOVOLATO, L. F. & RIBEIRO, F. S. & GALVÃO, L. C. R. "Correntes de Curto-Circuito para Faltas nas Linhas da Rede de 440 kV do Sistema CESP – Método Analítico". In: XI Congreso Chileno de Ingenieria Eléctrica, Punta Arenas, Chile, November 1995, vol. I, pp. A065-A070.
04. BOVOLATO, L. F. & DURAN, J. R. B. "Uma Contribuição para a Determinação da Distribuição de Probabilidade da Corrente de Curto-Circuito ao Longo de Linhas de Transmissão". In: Congreso Latinoamericano de Distribución de Energia Eléctrica, Valparaiso, Chile, October 1996.
05. BROWN, H.E. *Solution of large networks by matrix methods* second edition, Cary/North Carolina, A Wiley – Interscience Publication, 1985.
06. CLARKE, A. BRUCE & DISNEY, RALPH L. "Probabilidade e Processos Estocásticos", LTC Editora S.A., 1979.
07. COSTA NETO, P.L.O. *Estatística* primeira edição, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda, 1977.
08. EL-KADY, M.A. & FORD, G.L. An Advanced Probabilistic Short Circuit Program. In: *IEEE Trans on PAS*, (102):1240-1248, 1983.
09. EL-KADY, M.A. Probabilistic Short Circuit Analysis by Montee Carlo Simulations. In: *IEEE Trans on PAS*, (102):1308-1316, 1983.



10. EL-KADY, M.A. & HOTTE, P.W. & VAINBERG, M.Y. Probabilistic Assessment of Step and Touch Potentials Near Transmission Line Structures. In: *IEEE Trans. on Power Apparans and Systems. Vol.. PAS-102*, nº 3, pp.640-645, march 1983.
11. EL-KADY, M.A.. A partioned Polynomial Integration Algorithm for Failure Probability Evaluation. In: *Proceedings of the IEEE*, vol. 72, nº 5, may 1984.
12. FORD, G.L. & SRIVASTAVA, K.D. The Probabilistic Approach to Substation Bus Short Circuit Design. In: *Eletric Power Systems Research*, 3(4):191-200, Jul 1981.
13. FORD, G.L. & SENGUPTA, S.S. Analytical Methods for Probabilistic Short Circuit Studies. In: *Eletric Power Systems Research*, 1(5):13-20, Mar 1982.
14. GALVÃO, L.C.R. & MAGAGNOLI, U. & NICOLA, G. Parametri di corto circuito per guasto in linea: Anlisi statistica in una rete A.T. In: *Relazioni n° 366* Edite a Cura Dellia Direzione Degli Studi e Ricerche, Milano, 1979.
15. GERMANI, M.D. & FORD, G.L. & NEUDORF, E.G. & VAINBERG, M. & EL-KADY, M.A. & GANTON, R.W.D. Probabilistic Short Circuit Uprating of Station Strain Bus System-Overview and Aapplication. In: *IEEE Trans on PWRD, (PWRD-1)*:111-117, 1986.
16. HATZIARYRIOU, N. D. & HELIOPOULOS, J. & PAPADIAS, B. C. "Probabilistic Assessment of Short-Circuit Currents in Large Power Systems", IEE Conference Publications, vol. i 338, 1994, pp. 147-152.
17. HAVARD, D.G. & PON, C.J. & EWING, H.A. & DUMOL, G.D. & WONG, A.C. Probabilistic Short Circuit Uprating of Station Strain Bus System-Mechanical Aspects. In: *IEEE PES Winter Meeting, Paper 86 WM*:123-4, New York, 1986.
18. MEYER, P.L. *Probabilidade – aplicações à estatística* primeira edição, Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1977.



19. PAPADIAS, B.C. & HATZIAARGYRIOU, N.D. & TSANAKAS, D.K. Global Probabilistic Index of System Fault Contingencies. In: *CIGRE, Paper 38 11*, Paris, 1988.
20. PAPOULIS, A. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. New York, McGraw-Hill Company, 1965.
21. RAMANI, N. & WANG, L. & TANAKA, W.H. & MACEDO, F.X. Probabilistic Short Circuit Uprating of Station StrainBus System – Reliability and Operating Considerations. In: *IEEE PES Winter Meeting, Paper 86 WM: 127-5*, New York, 1986.
22. RAMOS, D.S. & DIAS, E.M. *Sistemas elétricos de potência – regime permanente*. (vols. 1 e 2) primeira edição, Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois S.A., 1982.
23. ROBBA, E.J. & KAGAN, N. & SCHMIDT, H.P. & OLIVEIRA, C.C.B. *Introdução a Sistemas Elétricos de Potência – Componentes Simétricas*. segunda edição, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda., 1996.
24. SATO, F. & GARCIA, A. V. & MONTICELLI, A. “Parallel Implementation Short-Circuit Analysis by the Monte Carlo Approach”. In: *IEEE Trans on Power System*, vol. 9, n.2, May 1994.
25. SCHILLING, M.TH. & SILVA, A.M.L. & BILLINTON, R. & EL-KADY, M.A. Bibliography on Power System Probabilistic Analysis (1962-1988). In: *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, nº 1, Feb. 1990.
26. SCHRAGE, L. A More Portable Fortran Random Number Generator. *A.C.M. Transactions on Mathematical Software*, vol.5, nº. 2, June 1979.
27. STAGG, G.W. & EL-ABIAD, A.H. *Computação aplicada a sistemas de geração e transmissão de potência*, primeira edição, Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois S.A., 1979.



-
28. VAINBERG, M. & EL-KADY, M.A. & FORD, G.L. & GANTON, R.W.D. & GERMANI, M.D. & NEUDORF, E.G. Probabilistic Short Circuit Uprating of Station Strain Bus System-Probabilistic Formulation. In: *IEEE Trans on PWRD*, Vol. *PWRD-1*:129-136, 1986.



