

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Ilha Solteira

PAULO VINÍCIUS MAIA LUCAS

ANÁLISE COMPUTACIONAL DOS EFEITOS DA
IMPLEMENTAÇÃO DE DISPOSITIVOS AERODINÂMICOS
EM UM VEÍCULO DE FÓRMULA SAE

Ilha Solteira - SP
2024



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Ilha Solteira

PAULO VINÍCIUS MAIA LUCAS

ANÁLISE COMPUTACIONAL DOS EFEITOS DA
IMPLEMENTAÇÃO DE DISPOSITIVOS AERODINÂMICOS
EM UM VEÍCULO DE FÓRMULA SAE

*Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho" Câmpus
de Ilha Solteira, como parte dos
requisitos para obtenção do grau
de Engenheiro Mecânico.*

Prof. Dr. Márcio Antonio Bazani - Orientador

Ilha Solteira - SP
2024

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- L933a Lucas, Paulo Vinícius Maia.
Análise computacional dos efeitos da implementação de dispositivos aerodinâmicos em um veículo de Fórmula SAE / Paulo Vinícius Maia Lucas. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024
71 f. : il.
- Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2024
- Orientador: Márcio Antonio Bazani
- Inclui bibliografia
1. Dinâmica veicular. 2. Fórmula SAE. 3. Aerodinâmica. 4. OptimumLap.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: ANÁLISE COMPUTACIONAL DOS EFEITOS DA IMPLEMENTAÇÃO DE DISPOSITIVOS AERODINÂMICOS EM UM VEÍCULO DE FÓRMULA SAE

ALUNO: Paulo Vinícius Maia Lucas

RA:181050471

Orientador: Márcio Antonio Bazani

Aprovado (x) – Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 10

Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **MARCIO ANTONIO BAZANI**
Data: 24/07/2024 09:23:03-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. _____
Presidente (Orientador)

Documento assinado digitalmente
 **MATEUS MORANDINI DE OLIVEIRA**
Data: 24/07/2024 08:26:33-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. _____

**DE SOUZA
FELIPE
GESTEIRO**

Assinado digitalmente por DE SOUZA
FELIPE GESTEIRO
DN: cn=DE SOUZA FELIPE
GESTEIRO, c=DE, o=Siemens,
email=felipe.de-souza@siemens-
energy.com
Data: 2024.07.23 19:43:57 -03'00'

Prof. _____

Documento assinado digitalmente
 **PAULO VINICIUS MAIA LUCAS**
Data: 23/07/2024 19:38:53-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Assinatura do Aluno

Ilha Solteira (SP) 23 de julho de 2024.

Faculdade de Engenharia – FE/Unesp – Câmpus de Ilha Solteira

Cursos: Ciências Biológicas, Eng. Agrônômica, Eng. Civil, Eng. Elétrica, Eng. Mecânica, Física, Matemática e Zootecnia. Pág. 7 Avenida Brasil Centro, 56 – CEP 15385-000 – Ilha Solteira – São Paulo – Brasil

pabx +55 (18) 3743-1000 – fax +55 (18) 3742-2735 – scom.feis@Unesp.br – www.feis.Unesp.br

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, minha irmã e minha avó pelo apoio, suporte, confiança e por cada ensinamento que me deram ao longo da minha vida, eles foram essenciais para que eu chegasse até aqui sendo quem sou.

Agradeço aos amigos que estiveram comigo durante a graduação, vocês foram fundamentais para a superação de cada desafio que enfrentei, obrigado por tornar esse período memorável.

Agradeço à Equipe Fênix Racing de Fórmula SAE por ter sido minha maior fonte de motivação, por ter me apresentado a pessoas incríveis, por ter me mostrado o que é engenharia e, acima de tudo, por ter me ensinado que mais importante que qualquer projeto ou objetivo, são as pessoas que o constroem. Entrei na equipe para construir um carro, fiquei pelas pessoas que conheci e pelas amizades que fiz. Obrigado a cada um que esteve comigo nessa jornada.

Agradeço a Universidade Estadual Paulista de Ilha Solteira por ter me proporcionado todas as experiências vividas, foram anos incríveis nos quais cresci muito como pessoa e aprendi muito, principalmente aprendi a aprender. Obrigado a todos os professores, em especial ao Prof. Dr. Márcio Antonio Bazani pelo suporte dado neste trabalho e em muitos outros momentos ao longo da graduação.

RESUMO

A aerodinâmica tem se mostrado cada vez mais relevante nas mais diversas competições do automobilismo, os dispositivos aerodinâmicos têm sido um grande diferencial no desempenho das equipes. No Brasil e no mundo diversas equipes de Fórmula SAE têm feito uso desses dispositivos buscando melhorar a performance do carro. O intuito deste trabalho é analisar a influência das forças geradas por esses dispositivos no desempenho do veículo. Para isso, fez-se o uso do *OptimumLap*, um programa que simula o tempo gasto por um carro de corrida para percorrer um circuito. Visando o melhor entendimento de como essas forças atuam e de quais as considerações do *software*, foi feita uma revisão bibliográfica não apenas sobre as forças aerodinâmicas, mas também sobre outras cargas envolvidas na dinâmica veicular. Foram feitas simulações variando os coeficientes de arrasto e *downforce* de forma isolada e também em conjunto para que se pudesse analisar a influência nos tempos de volta e também no comportamento do carro. Notou-se que a implementação dos dispositivos é favorável e melhora o desempenho, porém não se pode estabelecer de forma precisa que ela melhoraria a colocação da equipe na competição.

Palavras-chave: Dinâmica veicular. Fórmula SAE. Aerodinâmica. *OptimumLap*.

ABSTRACT

Aerodynamics has become increasingly important in a wide range of motorsport competitions, and aerodynamic devices have been a major differentiator in team performance. In Brazil and around the world, several Formula SAE teams have made use of these devices in an attempt to improve the car's performance. The aim of this work is to analyze the influence of the forces generated by these devices on vehicle performance. To do this, OptimumLap was used, a program that simulates the time taken by a racing car to cover a circuit. In order to better understand how these forces act and the software's considerations, a literature review was carried out not only on aerodynamic forces, but also on other loads involved in vehicle dynamics. Simulations were carried out varying the drag and downforce coefficients in isolation and also together in order to analyze the influence on lap times and also on the car's behavior. It was noted that the implementation of the devices is favorable and improves performance, but it cannot be established precisely that it would improve the team's position in the competition.

Keywords: Vehicle dynamics. Formula SAE. Aerodynamics. OptimumLap.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Carros de Fórmula 1	11
Figura 2 - Carros de Fórmula SAE	12
Figura 3 - Ilustração de um veículo <i>open wheel</i>	14
Figura 4 - FXX - Carro da Equipe Fênix Racing na Competição de 2022.	14
Figura 5 - Layout do Skidpad.	16
Figura 6 - Escoamento laminar e turbulento.	20
Figura 7 - Representação da Camada Limite.	22
Figura 8 - Coeficientes de fricção para camada limite laminar e turbulenta em função de Re ..	23
Figura 9 - Distribuição do coeficiente de pressão em um modelo de veículo bidimensional. .	25
Figura 10 - Distribuição de pressão ao longo de um aerofólio.	26
Figura 11 - Distribuição de pressão ao longo de um automóvel.	26
Figura 12 - Asa dianteira de um carro de Fórmula 1	28
Figura 13 - Asa dianteira de um carro de Fórmula SAE.	28
Figura 14 – Parâmetros de um aerofólio	29
Figura 15 - Ilustração de um <i>undertray</i>	29
Figura 16 - <i>Undertray</i> de um carro de Fórmula 1.	30
Figura 17 - <i>Undertray</i> do carro de Fórmula SAE.	30
Figura 18 - Forças laterais que agem sobre o veículo numa curva.	34
Figura 19 - Relação entre força vertical e aderência do pneu.	36
Figura 20 - Elipse de fricção de um pneu.	37
Figura 21 - Representação da pista de Aceleração no <i>OptimumLap</i>	44
Figura 22 - Representação da pista de <i>Skidpad</i> no <i>OptimumLap</i>	44
Figura 23 - Representação da pista de Enduro no <i>OptimumLap</i>	45
Figura 24 - Tempos de volta para a prova de aceleração em função de C_L e C_D	46
Figura 25 - Aceleração longitudinal x Tempo – Aceleração – Carros variando C_L	47
Figura 26 - Velocidade x Tempo – Aceleração – Carros variando C_L	48
Figura 27 - Aceleração Longitudinal x Tempo – Aceleração – Carros variando C_D	49
Figura 28 - Velocidade x Tempo – Aceleração – Carros variando C_D	49
Figura 29 - Tempos de volta para a prova de aceleração em função de C_L e C_D	50
Figura 30- Aceleração lateral x Tempo – <i>Skidpad</i> – Carros variando C_L	51
Figura 31 - Velocidade x Tempo – <i>Skidpad</i> – Carros variando C_L	52
Figura 32 - Velocidade x Tempo – <i>Skidpad</i> – Carros variando C_L	53

Figura 33- Tempos de volta para a prova de aceleração em função de C_L e C_D	53
Figura 34 - Aceleração longitudinal do modelo Fx_base no percurso do Enduro	54
Figura 35 - Velocidade x Distância – Enduro – Carros variando C_L	55
Figura 36 – Aceleração lateral x Distância – Enduro – Carros variando C_L	55
Figura 37 - Velocidade dos modelos Fx_base_highDF e Fx_base_lowDF no percurso do Enduro	56
Figura 38 – Aceleração longitudinal dos modelos Fx_base_highDF e Fx_base_lowDF no percurso do Enduro	57
Figura 39- Velocidade dos modelos Fx_base_highDR e Fx_base_lowDR no percurso do Enduro	57
Figura 40 - Aceleração longitudinal dos modelos Fx_base_highDR e Fx_base_lowDR no percurso do Enduro	58
Figura 41 - Aceleração longitudinal dos modelos Fx_base_highDR e Fx_base_lowDR no percurso do Enduro	58
Figura 42 - Aceleração longitudinal x Tempo – Aceleração – Carros variando C_L e C_D	60
Figura 43 - Velocidade x Distância – Aceleração – Carros variando C_L e C_D	60
Figura 44 - Aceleração lateral x Tempo – Skidpad – Carros variando C_L e C_D	62
Figura 45 - Velocidade x Tempo – Skidpad – Carros variando C_L e C_D	62
Figura 46 - Aceleração longitudinal dos modelos Fx_low_aero e Fx_high_aero no percurso do Enduro	63
Figura 47 - Aceleração lateral x Tempo – Enduro – Carros variando C_L e C_D	64
Figura 48 - Velocidade x Tempo – Enduro – Carros variando C_L e C_D	64
Figura 49 – Classificação dos 20 primeiros colocados na 18ª Competição Fórmula SAE BRASIL	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores de C_L , C_D e A para um veículo de fórmula SAE	31
Tabela 2 - Parâmetros modificados em cada modelo.....	41
Tabela 3 - Parâmetros constantes entre os modelos.....	42
Tabela 4 - Relações de marcha dos modelos analisados	42
Tabela 5 - Torque do motor em função da rotação	43
Tabela 6 - Tempos de volta para veículos com diferente C_L no <i>Skidpad</i>	50
Tabela 7 - Tempos de volta para veículos com diferente C_D no <i>Skidpad</i>	52
Tabela 8 - Tempos de Aceleração dos veículos sem e com dispositivos aerodinâmicos	61
Tabela 9 - Tempos de <i>Skidpad</i> dos veículos sem e com dispositivos aerodinâmicos	61
Tabela 10 - Tempos de Enduro dos veículos sem e com dispositivos aerodinâmicos	63
Tabela 11 - Tempos de prova obtidos em simulação no OptimumLap.....	65
Tabela 12 - Variação de desempenho dos modelos simulados	65
Tabela 13 - Tempos de prova estimados a partir das variações de desempenho	66
Tabela 14 - Pontuação estimada para cada modelo	66

SUMÁRIO

1	MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	11
2	CONCEITOS FUNDAMENTAIS	13
2.1	FÓRMULA SAE	13
2.2	DINÂMICA VEICULAR - AERODINÂMICA	19
2.3	DINÂMICA VEICULAR – OUTROS CONCEITOS	31
2.4	OPTIMUMLAP	38
3	METODOLOGIA.....	41
3.1	DEFINIÇÃO DE VEÍCULOS	41
3.2	DEFINIÇÃO DE PISTAS.....	43
3.3	COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO	45
4	RESULTADOS	46
4.1	VARIAÇÃO ISOLADA DE C_L E C_D	46
4.2	VARIAÇÃO COMBINADA DE C_L E C_D	59
4.3	INFLUÊNCIA DO DESEMPENHO NA PONTUAÇÃO.....	65
5	CONCLUSÃO	68
	REFERÊNCIAS.....	69

1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

A aerodinâmica tem se mostrado cada vez mais relevante para o automobilismo. Nas categorias de ponta ela pode ser a chave para o sucesso de uma equipe, mas também pode ser a causa de uma temporada perdida. Em muitas modalidades, como na Fórmula 1 e na WEC (*World Endurance Championship*) nota-se uma semelhança entre os carros. Na Figura 1, é possível observar que todos fazem o uso dos mesmos dispositivos aerodinâmicos e o diferencial se dá no design desses componentes.

Figura 1 - Carros de Fórmula 1



Fonte: (JUILHARD, 2023)

Na Fórmula SAE, e até mesmo na Fórmula Student, versão europeia da modalidade, não há esse padrão, alguns carros fazem uso de asas e *undertray*, outros optam por apenas um desses recursos, e há ainda aqueles que não fazem uso de nenhum. A Figura 2 é uma foto da 18ª Competição Fórmula SAE BRASIL, nela possível observar que o carro da frente não faz uso de dispositivos aerodinâmicos, enquanto o de trás usa uma asa dianteira.

Figura 2 - Carros de Fórmula SAE



Fonte: (19ª Competição Fórmula SAE BRASIL 2023, 2023)

O objetivo deste trabalho é entender como as forças geradas pelos dispositivos aerodinâmicos influenciam no desempenho do veículo e analisar a viabilidade de implementação desses dispositivos para a Equipe Fênix Racing de Fórmula SAE da UNESP de Ilha Solteira levando em conta o ganho de desempenho. A ideia é usar uma metodologia acessível que possa ser replicada e até mesmo usada para auxiliar na capacitação de novos membros.

2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

2.1 FÓRMULA SAE

Fórmula SAE é uma competição de engenharia que exige a demonstração de desempenho de veículos em uma série de eventos, tanto dentro quanto fora da pista. Equipes de estudantes universitários de graduação e pós-graduação são desafiadas a conceber, projetar, fabricar, desenvolver e competir com veículos no estilo fórmula. O projeto de cada equipe de estudantes é julgado em uma série de eventos estáticos e dinâmicos para determinar qual melhor atende aos objetivos de projeto e poderia ser lucrativamente fabricado e comercializado (SAE INTERNATIONAL, 2023).

2.1.1 Veículos

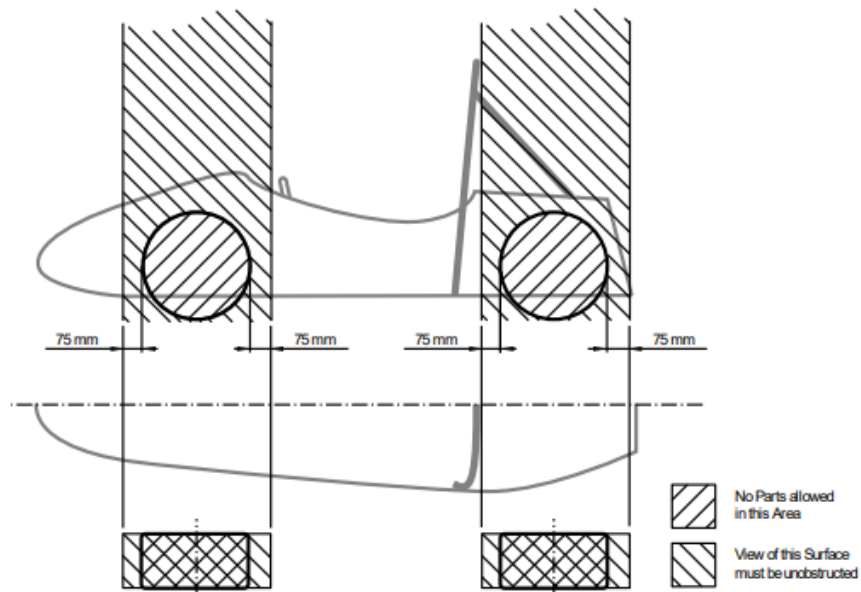
Os veículos inscritos na competição devem ser concebidos, projetados, fabricados e mantidos por estudantes que integram a equipe, sem envolvimento direto de engenheiros profissionais, pilotos, mecânicos ou profissionais relacionados. É permitido o uso de qualquer literatura, conhecimento ou informações de profissionais ou acadêmicos, desde que as informações sejam apresentadas e discutidas. Profissionais não devem tomar decisões de projeto ou fazer modelagens (SAE INTERNATIONAL, 2023).

A configuração do protótipo segue o padrão de um carro de fórmula: *open wheel* e *cockpit* aberto. Em tradução livre, “*open wheel*” significa “rodas descobertas”, sob uma perspectiva técnica, um veículo *open wheel* deve atender aos seguintes critérios (SAE INTERNATIONAL, 2023):

- Quando vistos diretamente de cima, a metade superior dos pneus deve estar completamente desobstruída.
- Quando vistos lateralmente, os pneus e rodas devem estar desobstruídos.
- Nenhuma parte do veículo pode entrar em uma zona de exclusão definida por duas linhas que se estendem verticalmente a partir de posições 75 mm à frente e 75 mm atrás do diâmetro externo dos pneus dianteiros e traseiros na vista lateral do veículo, com os pneus alinhados retos. Esta zona de exclusão se estenderá lateralmente desde o plano externo do pneu/roda até o plano interno do pneu/roda.

A Figura 3 ilustra os tópicos citados acima.

Figura 3 - Ilustração de um veículo *open wheel*.



Fonte: (SAE INTERNATIONAL, 2023)

Essa é a configuração principal de um veículo de fórmula SAE, as demais são definidas de acordo com as regras do regulamento disponibilizado pela SAE, *Society of Automotive Engineers*. Nele, são definidos os critérios e requisitos de projeto e construção do protótipo. Essas regras têm não só o intuito de manter um padrão entre os carros competidores, mas também garantir a segurança dos competidores, juízes ou qualquer outra pessoa envolvida na competição. A Figura 4 mostra o carro construído pela equipe Fênix Racing para a 18ª Competição Fórmula SAE BRASIL.

Figura 4 - FXX - Carro da Equipe Fênix Racing na Competição de 2022.



Fonte: Acervo Equipe Fênix Racing

2.1.2 Provas

A competição pode ser dividida em provas estáticas e dinâmicas. Dentro das estáticas tem-se (SAE INTERNATIONAL, 2023):

- *Presentation*: avalia a capacidade da equipe de desenvolver e apresentar um caso abrangente de negócios, logística e produção que convença investidores externos a investir no conceito da equipe.
- *Cost and Manufacturing*: avalia a capacidade da equipe de considerar o orçamento aspectos de produção para eficiência na fabricação.
- *Design*: avalia o esforço de engenharia empregado no veículo e como esse esforço atende à intenção do mercado, tanto em termos de desempenho do veículo quanto de valor geral.

As provas estáticas, de acordo com o regulamento internacional somam 325 dos 1000 pontos possíveis. No Brasil, o Comitê Técnico, por meio do Informativo 01, publicado em 03 de março de 2022, implementou uma nova divisão de pontuação com objetivo de melhorar a competitividade através do equilíbrio entre as provas estáticas e dinâmicas.

Na competição nacional, as provas estáticas somam 385 pontos. Os outros 615 pontos podem ser obtidos nas provas dinâmicas: Aceleração, *Skidpad*, *Autocross*, Enduro e Eficiência. Cada prova é executada por dois pilotos, nas três primeiras, cada um tem direito a duas tentativas, sendo que o melhor resultado é considerado. O Enduro e Eficiência ocorrem simultaneamente, também são feitos por dois pilotos, cada piloto percorre metade da quantidade total de voltas, sendo que o resultado é obtido a partir do tempo total de prova.

As provas dinâmicas podem ter algumas penalidades, por exemplo por derrubar cones, essas penalidades não serão consideradas no presente trabalho.

2.1.2.1 Aceleração

A prova Aceleração avalia a aceleração do veículo em linha reta em um pavimento plano. O comprimento da pista é de 75 metros, da linha de partida à linha de chegada, a largura de no mínimo 4,9 metros, considerando a aresta interna da base dos cones de marcação, esses cones são colocados, aproximadamente, a cada 6 metros (SAE INTERNATIONAL, 2023).

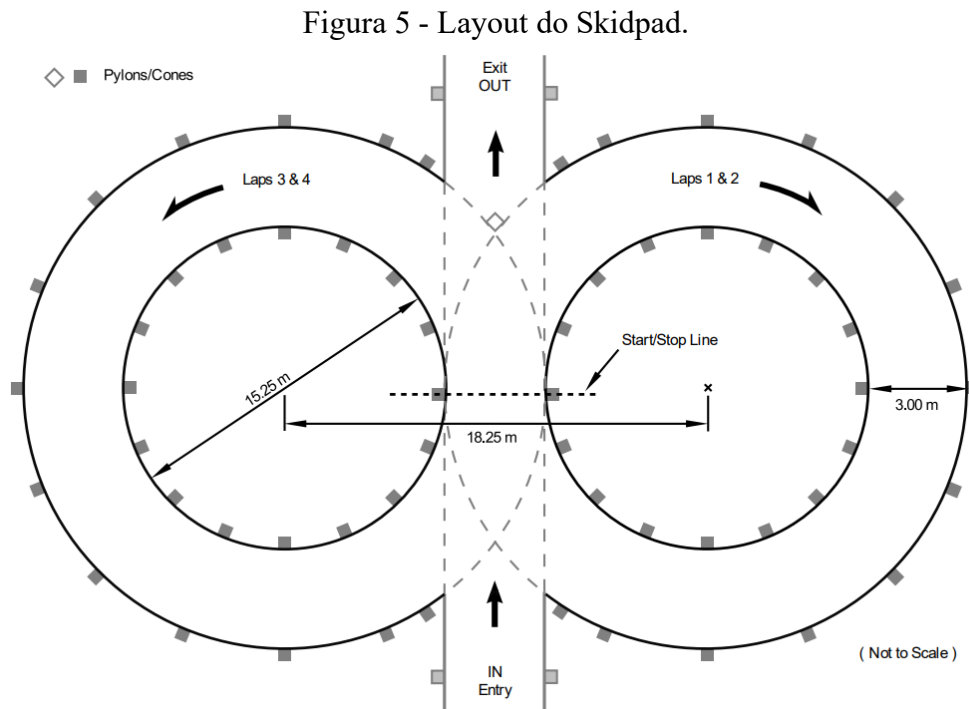
O carro inicia a prova 30 cm atrás da linha de largada, a contagem de tempo começa quando a parte mais a frente do veículo passa essa linha, e termina quando essa parte cruza a linha de chegada (SAE INTERNATIONAL, 2023).

O cálculo da pontuação, P_{acel} , é feito por meio da Equação 01. Na qual T_{your} é o melhor tempo obtido pela equipe, T_{min} é o menor tempo geral e T_{max} é equivalente a 150% de T_{min} . Pelo regulamento internacional, a Aceleração vale 100 pontos, entretanto, considerar-se-á a pontuação da competição nacional, que é de 90 pontos, conforme o informativo citado anteriormente.

$$P_{acel} = 85,5 \times \frac{(T_{max}/T_{your}) - 1}{(T_{max}/T_{min}) - 1} + 4,5 \quad (01)$$

2.1.2.2 Skidpad

A prova *Skidpad* avalia a capacidade do veículo de fazer uma curva de raio constante em uma superfície plana. O *layout* da prova é mostrado na Figura 5 (SAE INTERNATIONAL, 2023).



Conforme indicado na Figura 5, o veículo entra no circuito, faz duas curvas de 360° à direita (voltas 1 e 2) e, logo em seguida, duas curvas de 360° à esquerda (voltas 3 e 4). O tempo considerado, T_{your} , é a média dos tempos das voltas 2 e 4. O cálculo da pontuação, P_{skid} , é

feito pela Equação 02, na qual T_{min} é o menor tempo geral e T_{max} é equivalente a 125% de T_{min} .

$$P_{skid} = 71,5 \times \frac{(T_{max}/T_{your})^2 - 1}{(T_{max}/T_{min})^2 - 1} + 3,5 \quad (02)$$

2.1.2.3 Autocross

A prova *Autocross* avalia a manobrabilidade e dirigibilidade do veículo num circuito estreito. A pista de *Autocross* é projetada com as seguintes especificações (SAE INTERNATIONAL, 2023):

- Velocidades médias devem ser de 40 km/h a 48 km/h.
- Retas: Não mais do que 60 m com *hairpins* em ambas as extremidades.
- Retas: Não mais do que 45 m com curvas de raio longo nas extremidades.
- Curvas constantes: 23 m a 45 m de diâmetro.
- *Hairpins*: diâmetro externo mínimo de 9 m.
- *Slaloms*: Cones em uma linha reta com espaçamento de 7,62 m a 12,19 m.
- Diversos: *Chicanes*, curvas múltiplas, curvas de raio decrescente etc.
- Largura mínima da pista: 3,5 m.
- O comprimento de cada corrida deve ser de aproximadamente 0,80 k.

Para realização da prova, o carro parte de um ponto específico, a uma distância razoável da linha de partida, a contagem de tempo se inicia quando ele passa por ela e se encerra ao cruzar a linha de chegada. A pontuação, P_{autox} , é calculada pela Equação 03, na qual T_{your} é o melhor tempo obtido pela equipe, T_{min} é o menor tempo geral e T_{max} é equivalente a 145% de T_{min} . Pelo regulamento internacional, o *Autocross* vale 125 pontos, de acordo com a SAE Brasil, a pontuação máxima é de 120 pontos.

$$P_{autox} = 113,5 \times \frac{(T_{max}/T_{your}) - 1}{(T_{max}/T_{min}) - 1} + 6,5 \quad (03)$$

2.1.2.4 Enduro

A prova Enduro avalia o desempenho geral do veículo além de testar sua durabilidade e a confiabilidade. A pista de Enduro é projetada com as seguintes especificações (SAE INTERNATIONAL, 2023):

- A velocidade média deve ser de 48 km/h a 57 km/h, com velocidades máximas de aproximadamente 105 km/h.
- O evento de Endurance consistirá em várias voltas em um percurso fechado com uma distância total de aproximadamente 22 km.
- Retas: Não mais do que 77 m com *hairpins* em ambas as extremidades
- Retas: Não mais do que 61 m com curvas de raio longo nas extremidades
- Curvas constantes: 30 m a 54 m de diâmetro
- *Hairpins*: diâmetro externo mínimo de 9 m (da curva)
- *Slaloms*: Cones em uma linha reta com espaçamento de 9 m a 15 m
- Diversos: *Chicanes*, curvas múltiplas, curvas de raio decrescente etc.
- Largura mínima da pista: 4,5 m

O Enduro se inicia quando o carro atravessa a linha de partida, o primeiro piloto percorre uma quantidade de voltas equivalente a metade do percurso total e então realiza-se a troca de pilotos, que tem limite de três minutos, o segundo piloto volta para a pista e percorre o restante da prova, finalizando-a ao cruzar a linha de chegada.

O cálculo de pontuação, P_{end} , é feito conforme a Equação 04, na qual T_{your} é o tempo total de realização da prova, T_{min} é o menor tempo geral e T_{max} é equivalente a 145% de T_{min} . Pelo regulamento internacional, o Enduro vale 250 pontos. de acordo com a SAE Brasil, a pontuação máxima é de 230 pontos.

$$P_{end} = 210 \times \frac{(T_{max}/T_{your}) - 1}{(T_{max}/T_{min}) - 1} + 20 \quad (04)$$

A prova Eficiência avalia o combustível, ou energia (no caso de veículos elétricos), consumidos para concluir o Enduro (SAE INTERNATIONAL, 2023). Ela não foi considerada no presente trabalho pois o foco do trabalho é analisar o comportamento do veículo com relação aos tempos de prova.

2.2 DINÂMICA VEICULAR - AERODINÂMICA

Sempre que existir movimento relativo entre um corpo sólido e o fluido viscoso que o circunda, o corpo experimentará uma força resultante. O módulo desta força depende de muitos fatores, como a velocidade relativa, a forma e tamanho do corpo, e as propriedades do fluido. Tradicionalmente, a força resultante é decomposta na força de arrasto, definida como a componente da força paralela à direção do movimento, e na força de sustentação definida como a componente da força perpendicular à direção do movimento (FOX; MCDONALD, 2014).

Os dispositivos aerodinâmicos, objetos de estudo do presente trabalho, são utilizados com o intuito de otimizar a relação do carro com o arrasto e a sustentação, denominada *downforce* no contexto automobilístico. Esta seção se dedica a entender os conceitos relacionados a essas forças e como são geradas. As outras forças e conceitos necessários para a análise serão discutidos em uma seção à parte.

2.2.1 Conceitos de mecânica dos fluidos

2.2.1.1 Massa específica do ar

A massa específica do ar é importante porque ela determina a magnitude das forças aerodinâmicas (SEWARD, 2014). A massa específica do ar, ρ pode ser calculada pela equação de estado do gás ideal mostrada abaixo (FOX; MCDONALD, 2014):

$$P = \rho RT \quad (05)$$

Na Equação 05, P é a pressão, T a temperatura, e R a constante universal dos gases, igual a 286,9 J/kgK (FOX; MCDONALD, 2014)

2.2.1.2 Escoamento Laminar e Turbulento

O escoamento de ar pode estar em um de dois estados - laminar ou turbulento, conforme mostrado na Figura 6. O escoamento de ar pode ser representado graficamente na forma de linhas de corrente que traçam o movimento das partículas de ar. Quando as linhas de corrente são ordenadas e paralelas à direção média do fluxo, o fluxo é dito laminar. Normalmente, após a interação com um objeto, o fluxo pode tornar-se desordenado ou caótico, o que é conhecido

como fluxo turbulento. A transição do fluxo laminar para turbulento é iniciada pelo acúmulo de forças viscosas que convertem a energia cinética do fluido em calor. Em geral, a maioria dos dispositivos aerodinâmicos dos carros de corrida, como as asas, têm um desempenho muito melhor no fluxo laminar e, portanto, um objetivo principal é preservar o fluxo laminar à medida que o ar se move em direção à asa traseira e ao difusor (SEWARD, 2014).

Figura 6 - Escoamento laminar e turbulento.



Fonte: (SEWARD, 2014)

2.2.1.3 Equação de Bernoulli

A equação de Bernoulli possibilita uma visão geral acerca de muitos dos fenômenos aerodinâmicos relevantes para carros de corrida. A equação se aplica ao fluxo de fluido laminar não viscoso e não compressível e assume que a energia total de uma partícula ao longo de uma linha de corrente permanece constante. Esta energia pode assumir uma de três formas (SEWARD, 2014):

- energia cinética da massa e velocidade do fluido
- energia de pressão
- energia potencial da massa e elevação do fluido

Essa relação é retratada pela Equação 05, na qual m é a massa, v é a velocidade, P é a pressão, h a diferença de alturas, e V é o volume (SEWARD, 2014).

$$\frac{1}{2}mv^2 + PV + mh = \text{constante} \quad (06)$$

Para um fluido como o ar, a energia potencial pode ser desprezada e é possível dividir toda a equação por V , dessa forma a equação pode assumir a forma da Equação 06 (SEWARD, 2014).

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + P = \text{constante} \quad (07)$$

O primeiro termo recebe a denominação de pressão dinâmica e o segundo, pressão estática. A análise da equação de Bernoulli permite constatar que ao aumentar a velocidade, a pressão estática é reduzida.

2.2.1.4 Coeficiente de Pressão

Para simplificar, o termo da pressão dinâmica da Equação 07 será definido como q . Como a soma dos termos é constante em uma mesma linha de corrente, obtém-se a Equação 08. q_∞ e P_∞ se referem as pressões e dinâmicas e estáticas do escoamento livre, ou seja, sem influência do corpo (MCBEATH, 2006).

$$q_\infty + P_\infty = q + P \quad (08)$$

A Equação 8 pode ser manipulada de forma que a Equação 9 é obtida (MCBEATH, 2006).

$$\frac{P - P_\infty}{q_\infty} = \frac{1 - q}{q_\infty} \quad (09)$$

O termo da esquerda recebe o nome de coeficiente de pressão, C_p . Substituindo q por $\frac{1}{2}\rho v^2$ novamente, tem-se a Equação 10. Na qual v_∞ é a velocidade do escoamento livre (MCBEATH, 2006).

$$C_p = 1 - \frac{v^2}{v_\infty^2} \quad (09)$$

O coeficiente de pressão, apesar de parecer complexo, nada mais é que uma forma de mensurar a pressão local em relação ao todo (MCBEATH, 2006).

2.2.1.5 Número de Reynolds

Fenômenos aerodinâmicos como *downforce* e arrasto são frequentemente investigados pelo uso de modelos em escala em túneis de vento. Para garantir que os resultados medidos de

tais testes sejam apropriados para o carro em escala real, é usual garantir que os testes do modelo tenham o mesmo número de Reynolds que o carro em escala real (SEWARD, 2014).

O número de Reynolds, Re é calculado pela Equação 11 (SEWARD, 2014).

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta} \quad (11)$$

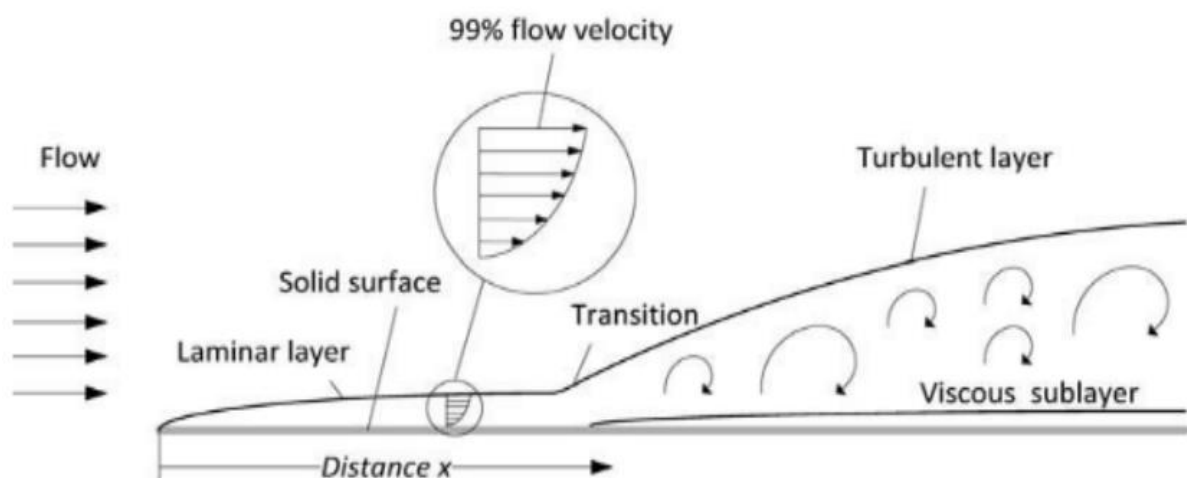
Na equação ρ é a massa específica do ar, v , a velocidade, L , o comprimento característico e η é a viscosidade.

O número de Reynolds, além de servir para garantir similaridade dinâmica entre modelos de teste e objetos reais, também é usado para o cálculo da espessura de camada limite.

2.2.1.6 Camada Limite

Quando um fluido escoar em uma superfície, a velocidade na interface é zero, por conta da viscosidade, essa camada que adere à superfície desacelera gradualmente as camadas adjacentes. A espessura da camada limite é definida como a distância da superfície até o ponto em que a velocidade equivale a 99% da velocidade do escoamento livre. Inicialmente a camada limite se desenvolve de forma laminar, mas conforme a camada perde energia, há uma transição para uma camada turbulenta mais espessa que fica acima de uma fina subcamada viscosa (SEWARD, 2014). A camada limite é ilustrada na Figura 7.

Figura 7 - Representação da Camada Limite.



Fonte: (SEWARD, 2014)

A presença da camada limite causa arrasto na superfície, ela faz com que um objeto sólido pareça um pouco maior do que realmente é. A espessura da camada limite pode ser estimada usando o número de Reynolds local, Re_x , que é obtido substituindo o termo L por x na Equação 11, sendo que x é a distância do ponto que se deseja analisar ao início da camada limite, como indicado na Figura 7 (SEWARD, 2014).

A transição da camada limite de laminar para turbulenta depende da rugosidade da superfície e das características do escoamento, mas geralmente ocorre antes que Re_x atinja 2×10^6 . A espessura da camada limite laminar é dada pela Equação 12, e a da camada limite turbulenta é dada pela Equação 13 (SEWARD, 2014).

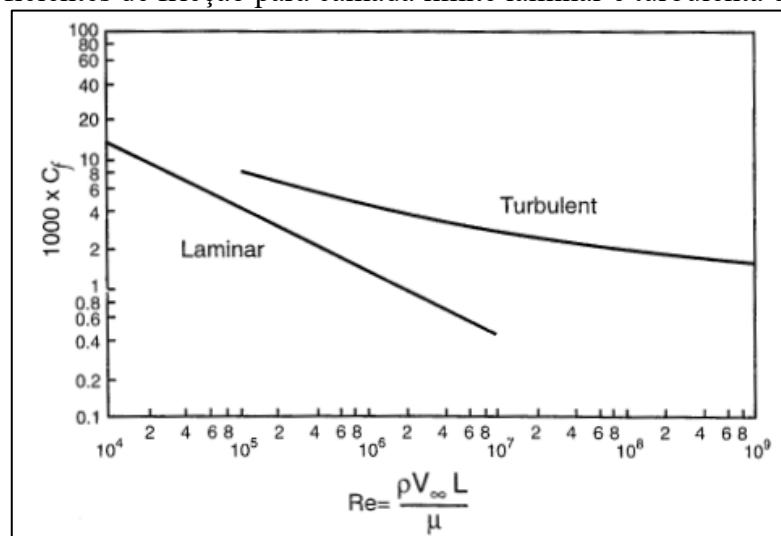
$$\text{Espessura da camada limite laminar} = \frac{4,91x}{\sqrt{Re_x}} \quad (12)$$

$$\text{Espessura da camada limite turbulenta} = \frac{0,382x}{Re_x^{0.2}} \quad (13)$$

2.2.1.7 Coeficiente de Fricção

O coeficiente de fricção, C_f , é um número adimensional que indica o nível de fricção devido a tensão cisalhante proveniente dos efeitos viscosos entre a superfície de um corpo e o fluido. O comportamento desse coeficiente é mostrado na Figura 8 (KATZ, 1995).

Figura 8 - Coeficientes de fricção para camada limite laminar e turbulenta em função de Re



Fonte: (KATZ, 1995)

2.2.2 Arrasto

Como citado anteriormente, sempre que existir movimento relativo entre um corpo sólido e um fluido viscoso que o circunda, o corpo experimentará uma força resultante. O arrasto, ou *drag*, é a componente atua paralelamente à direção do movimento relativo (FOX; MCDONALD, 2014). O arrasto pode ser inicialmente dividido em dois tipos: arrasto de forma, ou de pressão, e arrasto viscoso, ou de fricção. O módulo do arrasto, D , é calculado a partir da Equação 14, na qual C_D é o coeficiente de arrasto e A é a área frontal do veículo (MCBEATH, 2006).

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 C_D A \quad (14)$$

O arrasto de fricção está ligado à tensão cisalhante, τ , que age na superfície do veículo. Essa tensão pode ser calculada a partir da Equação 15.

$$\tau = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 C_f \quad (15)$$

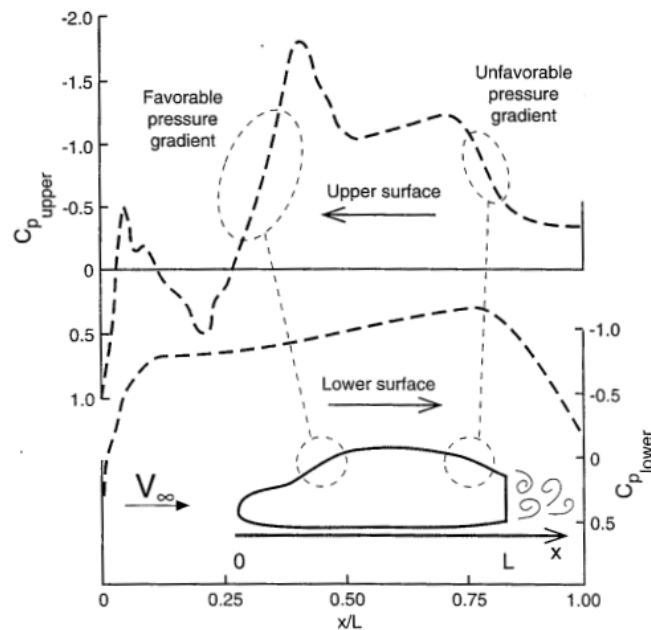
Conforme mostra a Figura 8 o coeficiente de pressão C_p reduz à medida que o número de Reynolds aumenta, por outro lado ele muito maior para a camada limite turbulenta. Isso significa que para uma camada limite turbulenta, a tensão cisalhante será maior, e consequentemente o arrasto de fricção também.

O arrasto de forma, por sua vez, pode ser explicado pelo coeficiente de pressão, discutido na seção 2.2.1.4 com auxílio da Figura 9. No ponto mais à frente do veículo tem-se o ponto de estagnação, nesse ponto $v = 0$, então C_p é 1 e a pressão é máxima. Ao longo do veículo a velocidade do ar sofre variações, variando também o coeficiente de pressão. Devido ao afunilamento causado pelo capô e para-brisa, a velocidade aumenta, nessa região tem-se um gradiente favorável de pressão. Na parte traseira do veículo ocorre o contrário, há uma redução de velocidade e aumento do coeficiente de pressão, o que cria um gradiente de pressão adverso.

Ainda que o coeficiente de pressão aumente novamente, ele não volta ao valor do ponto de estagnação. Isso se deve ao descolamento do escoamento na traseira do veículo. Como resultado, a pressão na frente do veículo é maior que atrás, gerando assim o arrasto de forma, ou arrasto de pressão. (KATZ, 1995).

Apesar de causar um aumento no arrasto de fricção, a transição da camada limite para turbulenta pode retardar o descolamento do escoamento em alguns casos, pois os componentes de velocidade que não são paralelos à direção geral do fluxo podem reenergizar a camada limite. Esse efeito pode reduzir o arrasto de forma (MCBEATH, 2006).

Figura 9 - Distribuição do coeficiente de pressão em um modelo de veículo bidimensional.



Fonte: (KATZ, 1995)

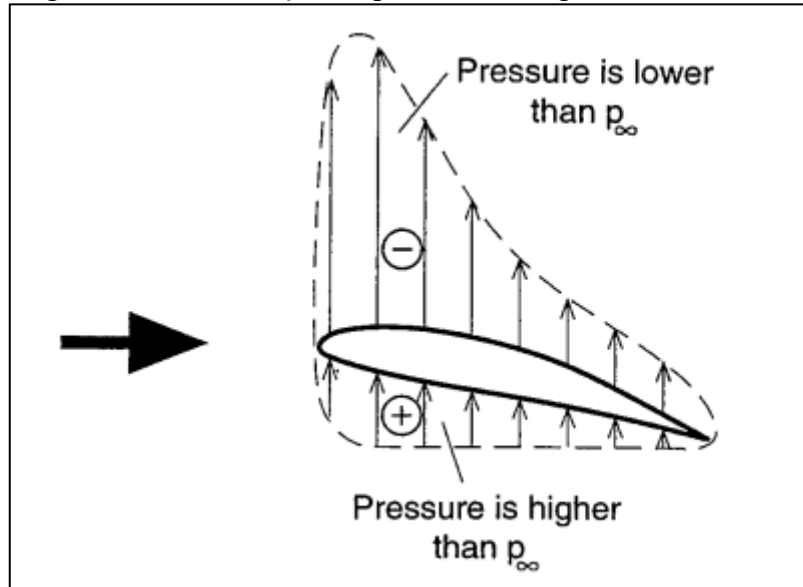
2.2.3 Sustentação e *downforce*

Para a maioria dos objetos em movimento em um fluido, a força mais significativa do fluido é o arrasto. Entretanto, existem alguns objetos, tais como aerofólios, para os quais a sustentação é significativa. A sustentação é definida como a componente da força do fluido perpendicular a seu movimento (FOX; MCDONALD, 2014). O oposto da sustentação aerodinâmica, ocasionalmente chamado de "sustentação negativa" ou, muito mais comumente, de "*downforce*", claramente aumenta a aderência dos pneus e, consequentemente, a capacidade do carro tracionar (MCBEATH, 2006).

O fenômeno da sustentação aerodinâmica é comumente explicado pelo aumento da velocidade sobre a superfície superior do aerofólio causando nesta região um decréscimo na pressão (o efeito Bernoulli), e pelo decréscimo da velocidade (causando um aumento de pressão) ao longo da superfície inferior do aerofólio (FOX; MCDONALD, 2014). A Figura 10 ilustra esse comportamento. A Figura 11 mostra como a pressão está distribuída ao longo de um

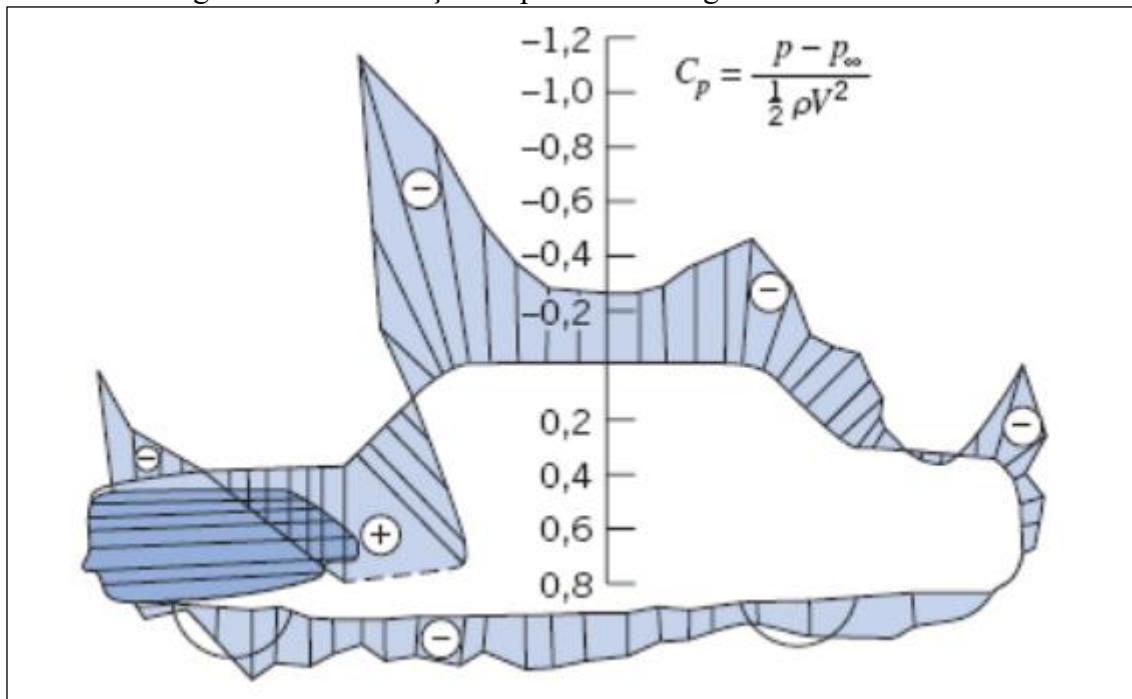
automóvel, evidenciando que a sustentação não está restrita a formatos específicos como aerofólios.

Figura 10 - Distribuição de pressão ao longo de um aerofólio.



Fonte: (KATZ, 1995)

Figura 11 - Distribuição de pressão ao longo de um automóvel.



Fonte: (FOX; MCDONALD, 2014)

Para um veículo, a quantificação total da força vertical, L (*lift*) pode ser feita pela Equação 16. Na qual A é a área frontal e C_L é o coeficiente de *lift* (MCBEATH, 2006).

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 C_L A \quad (16)$$

O sinal de C_L indica o sentido da força, por isso é importante se atentar a ele e à convenção de eixos adotada. Um critério será estabelecido posteriormente quando outras forças, além das aerodinâmicas, forem discutidas.

2.2.4 Dispositivos aerodinâmicos

O desenvolvimento de pacotes aerodinâmicos eficientes tem sido um fator crucial no aumento de performance dos carros de corrida. O objetivo desses pacotes é aumentar a aderência dos pneus ao aumentar a força normal na área de contato por meio do aumento de *downforce*. É importante salientar que ao passo que se aumenta a *downforce*, o arrasto também é aumentado, por isso é importante que seja analisada a quantidade de potência que pode ser sacrificada para vencer esse arrasto. Os principais dispositivos geradores de *downforce* são a asa dianteira, asa traseira e assoalho difusor (FOX; MCDONALD, 2014).

2.2.4.1 Asa dianteira e traseira

As asas são dispositivos aerodinâmicos cuja finalidade principal é geração de *downforce*, e o princípio de funcionamento é baseado no escoamento em um aerofólio. Conforme visto na seção 2.2.3 um aerofólio em um escoamento cria uma distribuição de pressão diferente nas superfícies superior e inferior. Na Figura 10, a pressão é maior na superfície inferior, e menor na superior, criando uma força para cima, esse posicionamento do aerofólio é o utilizado na aviação para gerar sustentação e permitir que os aviões voem. Inverter horizontalmente esse aerofólio, inverteria o sentido da força, gerando assim *downforce*.

A complexidade das asas dos carros de competição é muito variável, as asas podem ser dispositivos de elemento único, duplo ou múltiplo dependendo da categoria de corrida, das configurações permitidas pelas regras, das exigências impostas por uma pista específica e da tolerância do carro ao arrasto (MCBEATH, 2006). Na Figura 12 é mostrada a asa de um carro de Fórmula 1, é possível observar que são utilizados vários perfis, além de outros elementos como *endplates* e geradores de vórtice. Na Figura 13 é mostrada a asa dianteira do carro FXX, percebe-se que ela é muito mais simples, devido principalmente às limitações de manufatura.

Figura 12 - Asa dianteira de um carro de Fórmula 1



Fonte: (NOBLE, 2023)

Figura 13 - Asa dianteira de um carro de Fórmula SAE.



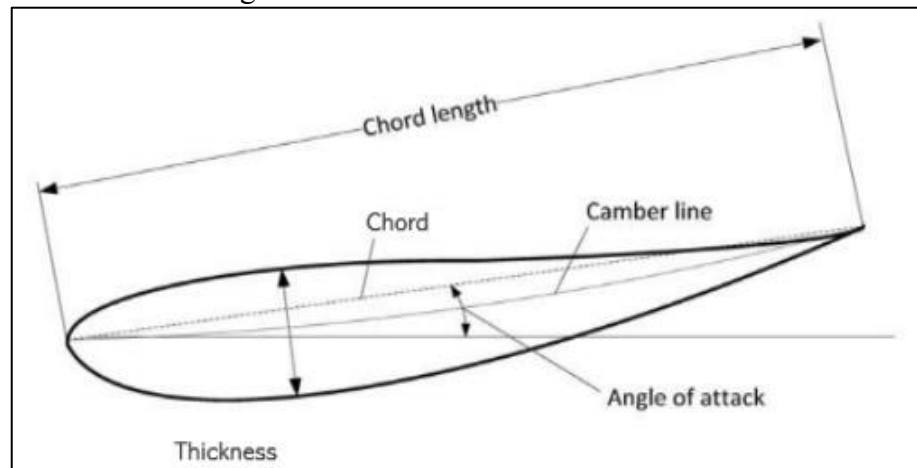
Fonte: Acervo da Equipe Fênix Racing

O desempenho de uma asa pode ser alterado de diversas formas, entre elas:

- variações nos parâmetros básicos do perfil, mostrado na Figura 14;
- adição de perfis e variação de posicionamento;
- adição outros elementos como *footplates*, geradores de vórtice, *gurney flap*, *endplates* e *beamwing*.

Para o objetivo do trabalho, basta compreender que modificações são recursos possibilitam variações nos coeficientes de arrasto e *downforce*. A compreensão de como elas afetam o escoamento e o quanto elas influenciam nos valores, é uma análise complexa que deve ser feita à parte.

Figura 14 – Parâmetros de um aerofólio



Fonte: (SEWARD, 2014)

2.2.4.2 Assoalho difusor

O assoalho difusor, comumente chamado de *undertray*, tem seu funcionamento pautado na criação de uma grande área de baixa pressão sob o carro. A zona de baixa pressão ocorre devido ao aumento de velocidade do escoamento entre o assoalho e a pista, assim como relacionado pela equação de Bernoulli (Equação 07). A Figura 15 apresenta uma ilustração de *undertray* (SEWARD, 2014).

Figura 15 - Ilustração de um *undertray*.

Fonte: (SEWARD, 2014)

O *infuser* indicado na figura serve para afunilar o fluxo embaixo do carro, ele não é extremamente necessário, pois com assoalho e o difusor bem dimensionados, o ar fluirá para baixo do carro (SEWARD, 2014).

A parte indicada por *throat*, é onde maior parte da *downforce* é gerada, nota-se que há uma pequena inclinação, apesar de parecer incoerente, uma vez que a ideia nessa região é acelerar o ar, essa inclinação serve para evitar que o fluxo de ar seja bloqueado pela camada limite que se desenvolve ao longo do assoalho (SEWARD, 2014).

O Difusor tem três funções principais. A primeira é que ele por si só é capaz de produzir *downforce* se seu ângulo de inclinação for suficiente pequeno para evitar o descolamento de fluxo. A segunda é desacelerar suavemente o fluxo antes que ele saia pela parte de traz do carro. A terceira é atuar como uma bomba de vácuo que aspira o ar da parte da frente, pois ele termina numa região de pressão negativa, que acelera ainda mais o escoamento sob o carro (SEWARD, 2014).

Assim como para as asas, é possível realizar modificações que podem alterar os valores de arrasto e *downforce* gerados, essas modificações podem ser pequenas variações nas inclinações citadas acima ou então modificações complexas na geometria. A Figura 16 mostra um *undertray* usado na Fórmula 1, muito mais complexo que o utilizado pelo carro FXX, um Fórmula SAE, mostrado na Figura 17.

Figura 16 - *Undertray* de um carro de Fórmula 1.



Fonte: (MAITLAND, 2023)

Figura 17 - *Undertray* do carro de Fórmula SAE



Fonte: Acervo da Equipe Fênix Racing

2.2.4.3 Variação de C_L e C_D

Conforme discutido, a implementação e a modificação de dispositivos aerodinâmicos afetam as forças aerodinâmicas e consequentemente os valores de C_L e C_D , além disso a área frontal também pode ser afetada. A análise da viabilidade desses dispositivos pode ser feita por meio da variação desses parâmetros em um *software* de simulação de tempo de volta. Para isso é necessário estabelecer valores que serão analisados, ou seja, qual o C_L , C_d e A .

Para veículos de Fórmula SAE, a literatura fornece os valores mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 - Valores de C_L , C_D e A para um veículo de fórmula SAE		
	Com pacote aerodinâmico	Sem pacote aerodinâmico
C_L	-2,420	0,285
C_d	1,450	0,876
A (m ²)	1,250	0,736

Fonte: (DAZA, 2015)

Esses valores foram usados como referência para os valores inseridos no *OptimumLap*, o *software* usado para calcular os tempos de volta. Importante ressaltar que na Tabela 1, C_L negativo indica a geração de *downforce*.

2.3 DINÂMICA VEICULAR – OUTROS CONCEITOS

Uma vez que os conceitos relacionados a aerodinâmica foram introduzidos na seção anterior, nesta serão abordados os outros conceitos e forças necessários para a análise proposta.

2.3.1 Convenção de eixos e sinais

Para calcular as acelerações e velocidades às quais o veículo está sujeito é necessário que se estabeleça um sistema de eixos. Três eixos perpendiculares entre si são suficientes para a análise. Serão considerados os eixos, x, y e z, tomando o ponto de vista do piloto como referência, os eixos têm os seguintes sentidos (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995):

- x é positivo para frente;
- y é positivo para a direita;
- z é positivo para baixo.

2.3.2 Leis de Newton

As Leis de Newton fundamentam a análise da dinâmica veicular, por isso é fundamental ter elas em mente. A Primeira Lei de Newton afirma que se nenhuma força resultante atua sobre um corpo, a velocidade do mesmo não muda, ou seja, ele não pode sofrer uma aceleração. A Segunda Lei de Newton define que a força resultante $\vec{F}_{res}$ que age sobre um corpo é igual ao produto da massa $\vec{m}$ pela aceleração $\vec{a}$, conforme a Equação 17 (HALLIDAY; RESNICK, 2012).

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} \quad (17)$$

A Terceira Lei de Newton afirma que quando dois corpos interagem, as força que cada corpo exerce sobre o outro tem módulos iguais e sentidos opostos (HALLIDAY; RESNICK, 2012). A força de ação, $\vec{F}_{ação}$, é igual à força de reação, $\vec{F}_{reação}$, mas com sentido oposto, conforme mostra a Equação 18.

$$\vec{F}_{ação} = -\vec{F}_{reação} \quad (18)$$

2.3.3 Forças verticais

O carro, quando em movimento, está sujeito ao peso (P) e à *downforce* (L), por conta disso surge uma força de reação denominada normal (N), as forças se relacionam conforme Equação 19. A soma de peso e *downforce* também pode ser referida como peso efetivo (SEWARD, 2014).

Na seção 2.2., foi apresentada a Equação 16, pela qual se calcula a sustentação ou *downforce* gerada, considerar-se-á que um C_L positivo gera *downforce*, uma vez que no sistema de eixos estabelecidos, o eixo vertical é positivo para baixo.

$$N = P + L \quad (19)$$

A normal é igual, em módulo, à carga vertical que atua sobre um corpo.

2.3.4 Forças Longitudinais

Longitudinalmente o carro está sujeito à força de tração, F_t , proveniente da interação entre pista e pneus, à força de arrasto, D , abordada na seção 2.2.2 e à resistência ao rolamento, R_r . Considerando as forças atuantes sobre o corpo e as Leis de Newton, é possível afirmar que haverá uma força resultante, $\vec{F}_{Rx}$, cujo módulo é produto da massa m do carro pela aceleração longitudinal a_{Rx} . A relação das forças longitudinais é dada pela Equação 20.

$$\vec{F}_x + \vec{D} + \vec{R}_r = \vec{F}_{Rx} = -m\vec{a}_{Rx} \quad (20)$$

A resistência ao rolamento ocorre devido a energia gasta na compressão e distorção dos pneus à medida que a borracha entra em contato com a pista. Ela é equivalente a 2% da carga vertical, que é igual a normal N , atuante sobre o veículo, podendo ser calculada pela Equação 21 (SEWARD, 2014).

$$R_r = 0.02N \quad (21)$$

Vale destacar que a resistência ao rolamento aumenta com o aumento da velocidade pois a normal, N , é dependente da *downforce*.

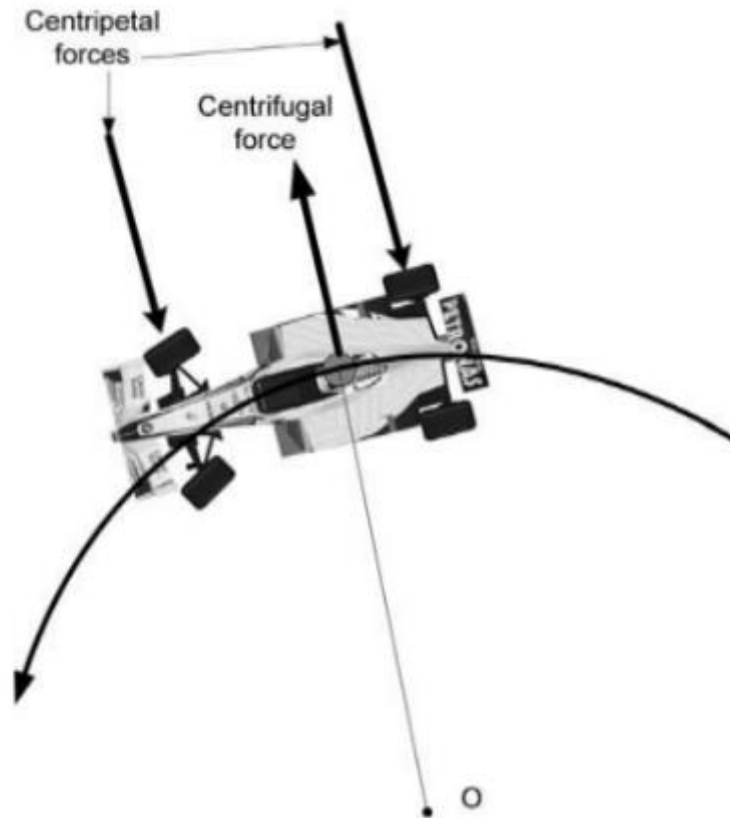
2.3.5 Forças Laterais

Ao fazer uma curva, o carro muda sua direção, dessa forma o vetor velocidade (não necessariamente em módulo, mas em direção) deve mudar também, a mudança na velocidade representa uma aceleração, e consequentemente uma força, já que o carro tem massa (SEWARD, 2014).

A força responsável por variar a direção da velocidade, mantendo o carro na trajetória, é chamada de força centrípeta, F_y e é proveniente da aderência dos pneus à pista. A força de reação que surge em oposição a ela é chamada de força centrífuga e atua no centro de massa. Conforme ilustrado na Figura 18. O módulo da força centrípeta pode ser calculado pela Equação 22, na qual m é a massa, v é a velocidade e R é o raio da curva.

$$F_y = \frac{mv^2}{R} \quad (22)$$

Figura 18 - Forças laterais que agem sobre o veículo numa curva.



Fonte: (SEWARD, 2014)

2.3.6 Fatores limitantes

É intuitivo que existem fatores que limitam o desempenho de um veículo, caso contrário, sequer existiria automobilismo, afinal, todos os carros seriam ótimos e não haveria competitividade. Entender esses fatores é importante para que se possa extrair máxima performance do carro, mantendo-o constantemente no seu limite de velocidade e aceleração. O desempenho é limitado por dois fatores: potência do veículo e aderência dos pneus.

2.3.6.1 Potência do veículo

Pela Primeira Lei de Newton, sabe-se que para que o carro se mova, é necessária a ação de uma força sobre ele, essa força pode ser representada por F_{Rx} , na Equação 20. Para que F_x seja favorável ao movimento, gerando uma aceleração para frente e um aumento de velocidade, é necessário que a força de tração seja maior que o arrasto e a resistência ao rolamento, já que essas forças são opostas ao deslocamento.

A força de tração nesse caso é proveniente do motor, e transmitida aos pneus por meio de um sistema de transmissão. Os pneus rodam, empurrando o asfalto para trás, e por consequência o asfalto empurra os pneus para frente. Dessa forma, uma força F_x age sobre o carro. Numa condição inicial em que a velocidade é baixa, as forças de resistência, D e R_r , são facilmente vencidas, e tem-se uma aceleração resultante para frente, aumentando a velocidade.

Conforme a velocidade aumenta as forças de resistência aumentam também, até que em algum momento a força fornecida pelo motor é incapaz de superá-las, nessas condições, F_{Rx} se torna nulo, assim como a aceleração, e então a velocidade permanece constante. Nesse ponto, o veículo está na sua máxima velocidade, não é possível ir além sem alterar alguma característica dele.

2.3.6.2 Aderência dos pneus

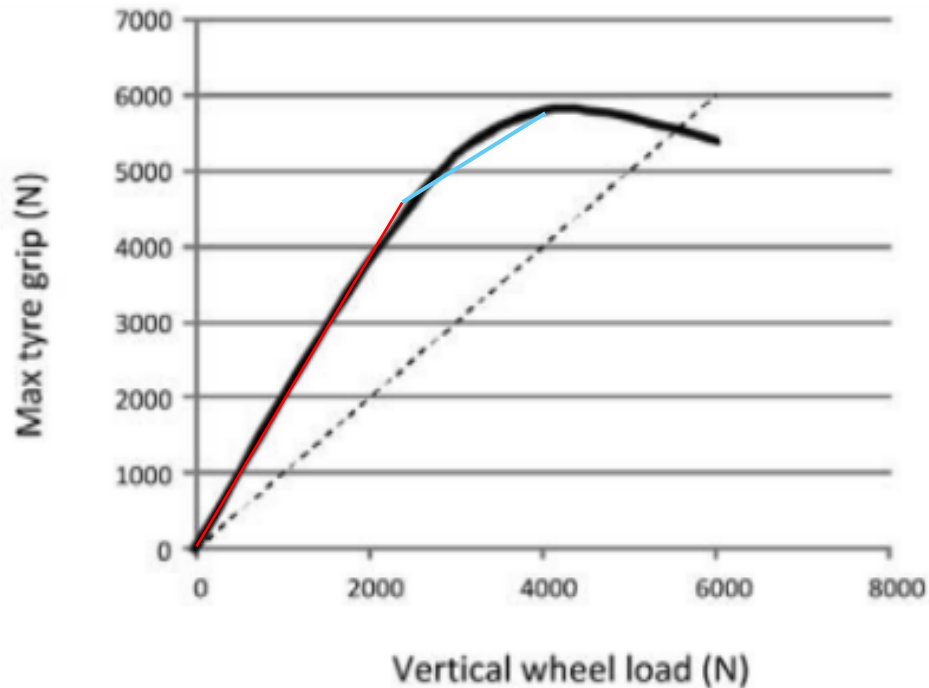
O pneu suporta todas as forças verticais do veículo, e suas interações com a pista fornecem as forças de tração, frenagem e esterçamento, permitindo o controle e estabilidade do veículo (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995). A origem dessas forças é o contato entre o pneu e o asfalto, o atrito proveniente desse contato é o que possibilita que o carro freie, acelere e faça curvas. Essa força é chamada de tração, ou aderência (SEWARD, 2014). Também é comum que se use o termo em inglês: *grip*.

O atrito clássico segue a relação linear da Equação 23, na qual μ é um coeficiente de atrito genérico, F_{at} uma força de atrito genérica e N_{gen} uma força normal genérica (SEWARD, 2014).

$$F_{at} = N_{gen}\mu \quad (23)$$

A dinâmica de um pneu é mais complexa que isso, ele é sensível à pressão, temperatura e velocidade (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995) por conta disso seu comportamento não é tão simples. A Figura 19 mostra a relação entre a força vertical aplicada nele (igual a força normal) e o *grip* gerado. A linha tracejada foi colocada para comparação, ela indica a relação normal x *grip* quando μ é igual a 1 (SEWARD, 2014).

Figura 19 - Relação entre força vertical e aderência do pneu.



Fonte: (SEWARD, 2014) (Modificada pelo autor)

Devido à sensibilidade do pneu, à medida que a carga vertical na roda aumenta, a aderência aumenta, mas a um ritmo progressivamente mais lento. Para deixar isso mais claro foram desenhadas as retas coloridas, nota-se que a reta vermelha é mais inclinada que a azul. Em um dado momento o pneu atinge seu pico de *grip* e depois começa a perder eficiência, isso ocorre quando ele fica sobrecarregado. (SEWARD, 2014)

O valor da força de aderência dividido pela força vertical é definido como o coeficiente de fricção instantâneo (SEWARD, 2014). Nota-se que para cargas verticais baixas e médias, a relação entre as forças é quase linear, permitindo que um único valor de coeficiente de atrito seja válido para essa faixa. Considerar-se-á essa faixa para estudo.

Conforme citado anteriormente a dinâmica do pneu é complexa. A aderência lateral do pneu é diferente da longitudinal, dessa forma, dois coeficientes podem ser estabelecidos μ_x e μ_y , sendo respectivamente o coeficiente de aderência longitudinal e o coeficiente de aderência lateral.

Muitas vezes o carro está sujeito a forças laterais e longitudinais simultaneamente, dessa forma o pneu precisa gerar *grip* nas duas direções, a força máxima gerada pelo pneu pode ser representada pelo contorno do círculo de fricção. Em alguns casos, o contorno pode ser, na verdade, uma elipse devido a diferença entre o coeficiente de aderência lateral e longitudinal

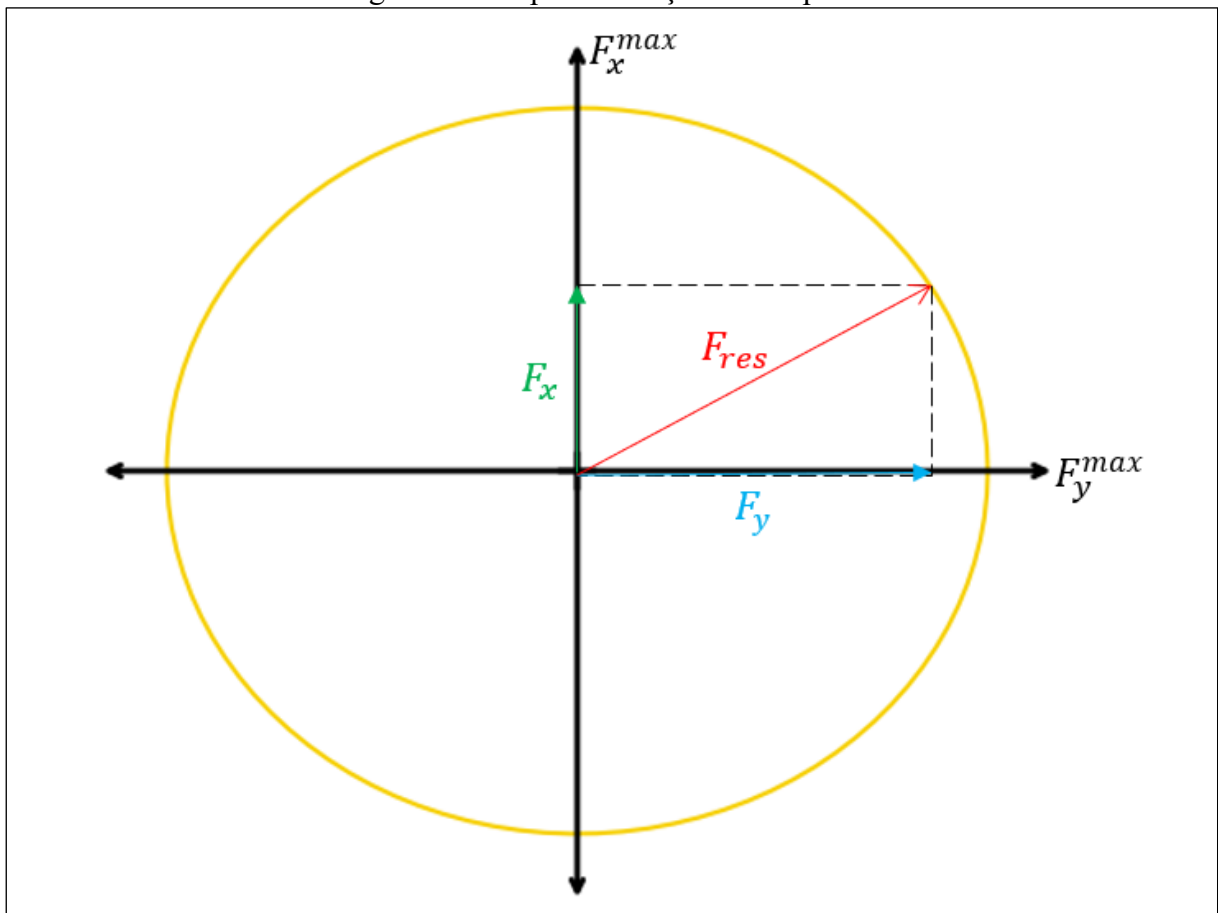
(MILLIKEN; MILLIKEN, 1995). A força máxima longitudinal é dada por F_x^{max} e a lateral é dada por F_y^{max} . Elas podem ser calculadas pelas Equações 24 e 25, respectivamente.

$$F_x^{max} = N\mu_x \quad (24)$$

$$F_y^{max} = N\mu_y \quad (25)$$

A Figura 20 mostra a elipse de fricção de um pneu, conforme citado anteriormente, a máxima força que o pneu pode gerar ocorre no contorno da elipse de fricção, portanto para que o pneu atue corretamente, é preciso estar dentro do contorno. Considerando a equação da elipse e as Equações 24 e 25 tem-se a relação mostrada na Equação 26, na qual F_x representa a resultante das forças longitudinais atuantes sobre o pneu e F_y a força lateral atuante.

Figura 20 - Elipse de fricção de um pneu.



Fonte: Elaboração do próprio autor

$$\left(\frac{F_x}{F_x^{max}}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{F_y^{max}}\right)^2 \leq 1 \quad (26)$$

Analisando a Equação 26 é possível notar que caso haja necessidade de aumentar F_y , F_x será reduzido, em termos práticos isso significa que ao fazer uma curva a força longitudinal tolerada será menor. Fica evidente que há um limite de força tolerado pelos pneus, e como são essas forças que controlam o carro, o carro consequentemente terá seu desempenho limitado.

Vale a pena destacar que a *downforce* causa um aumento em F_x^{max} e F_y^{max} devido ao aumento que ela causa na força normal. É por isso que ela melhora o desempenho do veículo nas curvas, ela aumenta o *grip* dos pneus.

Outro ponto que deve ser citado é que a aderência pode ser um fator limitante nas retas, por exemplo: em uma situação na qual o carro está em repouso e não há *downforce*, a normal é menor e consequentemente a aderência do pneu será menor. É possível que a força feita pelo motor seja maior que a tolerada pelos pneus, nessa situação, os pneus derrapam, e o carro deixa de desenvolver todo seu potencial.

2.4 OPTIMUMLAP

O simulador de tempo de volta usado para analisar a influência de dispositivos aerodinâmicos foi o *OptimumLap*. O *software* é disponibilizado gratuitamente pela *OptimumG*, uma empresa especializada em consultoria e desenvolvimento de *software* para equipes de automobilismo. Os requisitos computacionais são baixos e facilmente atingidos por qualquer computador.

O fato de o *software* ser acessível foi um fator crucial na escolha, pois a ideia é estimular que novas análises sejam feitas. A simplicidade de uso também foi um fator importante, o *OptimumLap* conta com uma interface amigável e intuitiva, possibilitando que uma pessoa sem muita experiência o use.

O *OptimumLap* considera que o veículo e o piloto estão atuando na sua capacidade máxima, por conta disso os tempos obtidos em simulação serão sempre menores que os reais, por conta disso, é mais viável analisar variação que propriamente os valores absolutos obtidos (Vehicle Dynamics Simulation, Simplified).

É importante destacar algumas considerações feitas pelo modelo (Vehicle Dynamics Simulation, Simplified):

- o carro é tratado como um ponto de massa;
- transferência de carga e inércia não são levadas em conta;
- utiliza um modelo de pneu simplificado;
- não considera guinada do veículo;
- não considera inclinação de pista;

Apesar da simplicidade do *software* e das considerações feitas, os resultados obtidos em simulação se aproximam muito dos obtidos ao analisar dados obtidos em testes, uma correlação em torno de 10%. Vale ressaltar que a precisão dos resultados depende da acurácia dos parâmetros fornecidos para cálculo (Vehicle Dynamics Simulation, Simplified).

O funcionamento básico do *OptimumLap* consiste em segmentar a pista, e para cada segmento determinar se o carro está acelerando ou freando, e também se ele está fazendo uma curva ou não, a partir da análise das forças e das limitações sobre elas impostas, é possível obter as acelerações e consequentemente as velocidades em cada segmento. A partir da velocidade, calcula-se o tempo gasto para percorrer um segmento, e então, o trajeto como um todo.

2.4.1 Frenagem

Na frenagem, considera-se que as quatro rodas estão em contato com o chão, dessa forma a força F_t que elas geram é igual a carga vertical do carro, N , multiplicada pelo coeficiente de atrito longitudinal, μ_x . F_t , nesse caso, tem sentido contrário ao movimento. Levando esses fatores em conta, juntamente da Equação 20, tem-se:

$$F_x + D + R = ma \rightarrow N\mu_x + D + R = ma_{Rx} \quad (27)$$

Percebe-se que quanto maior a força normal, maior será a (des)aceleração resultante.

2.4.2 Aceleração

Na aceleração, a força do motor é transmitida para duas rodas apenas, por conta disso, não se pode considerar o atrito exercido pelos quatro pneus, então apenas metade da força normal é levada em conta (supõe-se que a distribuição de carga vertical é uniforme nos 4 pneus) para calcular a tração máxima que pode ser desenvolvida pela força do motor (Vehicle Dynamics Simulation, Simplified). A Equação 28 mostra a relação entre a aceleração resultante

sobre o veículo e a força F_t proveniente do motor somada às forças de resistência ao movimento. A Equação 29 elucida a condição limitante para uma aceleração em linha reta.

$$F_t - D - R = ma_{Rx} \quad (28)$$

$$F_t \leq \frac{N}{2} \mu_x \quad (29)$$

2.4.3 Curva

A análise básica para determinar se o carro deve frear ou acelerar ao longo do trajeto é analisar qual a velocidade máxima que pode ser desenvolvida por ele nas curvas (Vehicle Dynamics Simulation, Simplified). Na seção 2.3.5 foi constatado que existe uma força centrípeta F_y responsável por manter o carro na trajetória, de acordo com a Equação 22, quanto maior essa força for, maior será a velocidade, entretanto, foi abordado na seção 2.3.6.2 que essa força é limitada, conforme elucidado na Equação 26.

A Equação 26 traça a condição limitante para a relação entre aceleração longitudinal e velocidade, se F_y máxima é desejada, então F_x deve ser mínimo, se esse valor for negativo, causará a desaceleração do carro, e não é essa a intenção, se ele for zero, as forças de resistência (Equação 20) causarão a desaceleração, então F_x deve ter, no mínimo, modulo igual ao da soma das forças de resistência.

É preciso lembrar que na situação descrita acima, a aceleração longitudinal resultante será zero, então ela só é eficiente caso o carro entre na curva com velocidade máxima. Caso contrário, é necessário avaliar qual a aceleração longitudinal mais eficiente a ser mantida, o que é uma tarefa um pouco mais complexa, pois a aceleração altera a velocidade, que por sua vez altera a força normal, afetando também os denominadores da Equação 26.

3 METODOLOGIA

Para realização do trabalho, a principal ferramenta utilizada foi o *OptimumLap*, apesar das limitações citadas na seção 2.4, o software conta com uma variedade de recursos que permite analisar o comportamento do veículo em situações diversas. Para comparar resultados, efetuar operações simples e organizar os dados, foi utilizado Excel.

3.1 DEFINIÇÃO DE VEÍCULOS

De modo geral, foram feitas três análises, uma considerando a variação apenas dos parâmetros aerodinâmicos isoladamente, outra considerando a variação conjunta deles, e da massa, e a última considerando o carro Fx_base e seus resultados na competição. Na primeira, foram usados quatro modelos: Fx_base_lowDF, Fx_base_highDF, Fx_base_lowDR, Fx_base_highDR. Na segunda, foram utilizados dois modelos: Fx_low_aero, Fx_high_aero. Na terceira, os resultados da segunda análise foram comparados aos resultados do modelo Fx_base. O indicativo “base” se refere a um modelo de referência criado com base no veículo FXX, carro utilizado em 2022 pela equipe Fênix Racing, na competição nacional de Fomula SAE. Os indicativos “low” (baixa) e “high” (alta) se referem a geração de carga aerodinâmica, e “DF” e “DR” se referem a *downforce* e *drag* (arrasto) respectivamente.

Como o objetivo do trabalho é analisar a influência de dispositivos aerodinâmicos, foram variados apenas os parâmetros diretamente influenciados por eles: coeficiente de arrasto, coeficiente de *downforce*, e massa. Os valores utilizados para cada modelo são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 - Parâmetros modificados em cada modelo

Modelo	Massa (kg)	Coeficiente de arrasto	Coeficiente de <i>downforce</i>
Fx_base_lowDF	345	1,154	-0,25
Fx_base_highDF	345	1,154	4,5
Fx_base_lowDR	345	0,2	2,705
Fx_base_highDR	345	2,5	2,705
Fx_low_aero	330	0,2	-0,25
Fx_high_aero	360	2,5	4,5
Fx_base	345	1,154	2,705

Fonte: Elaboração do próprio autor

Os outros parâmetros foram iguais para todos os modelos. Esses parâmetros são listados na Tabela 3.

Tabela 3 - Parâmetros constantes entre os modelos

Parâmetro	Valor
Tipo de veículo	FSAE
Tipo de tração	2WD
Área frontal (m ²)	1,000
Densidade do ar (kg/m ³)	1,125
Raio do pneu (m)	0,254
Coefficiente de resistência a rolagem	0,020
Coefficiente de fricção longitudinal	1,510
Coefficiente de fricção lateral	1,710
Relação final de transmissão	6,980
Eficiência de transmissão (%)	92,000

Fonte: Elaboração do próprio autor

A área frontal foi mantida a mesma em todos os modelos para que a variação nos coeficientes de arrasto (CD) e *downforce* (CL) representem a variação dos produtos CDA e CLA. Dessa forma, não é necessário analisar uma variável adicional, conforme abordado nas seções 2.2 e 2.3, a área só influencia diretamente nas forças aerodinâmicas, dessa forma, manter essa variável constante não prejudica a análise.

No carro usa-se um câmbio sequencial com as relações mostradas na Tabela 4. Os dados de torque do motor são mostrados na Tabela 5.

Tabela 4 - Relações de marcha dos modelos analisados

Marcha	Relação
1 ^a	2,7500
2 ^a	1,9380
3 ^a	1,5564
4 ^a	1,3480
5 ^a	1,2080
6 ^a	1,0950

Fonte: Elaboração do próprio autor

Tabela 5 - Torque do motor em função da rotação

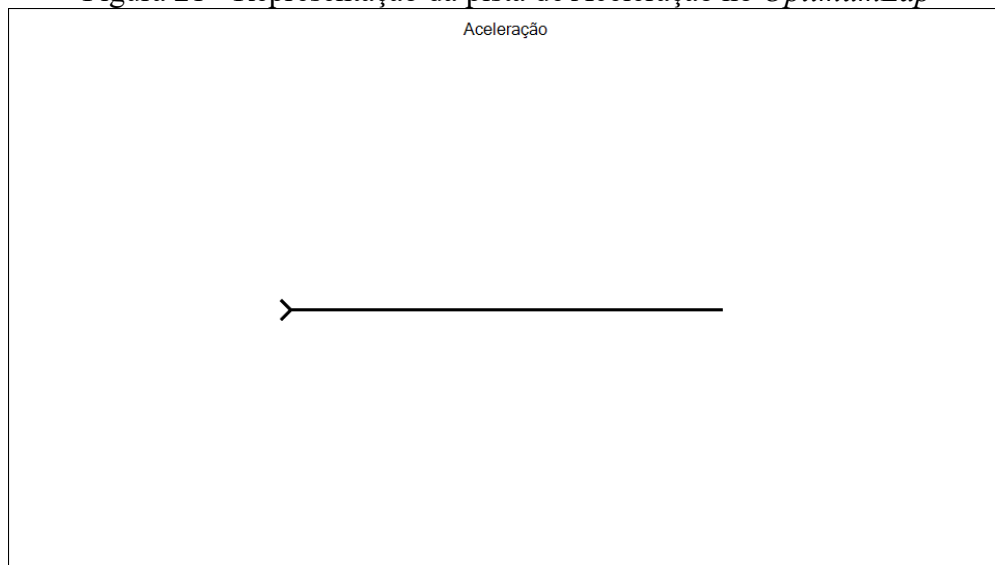
Rotação do motor (rpm)	Torque do motor (Nm)
4900	52,25
5100	53,07
5300	53,99
5500	54,38
5700	54,25
5900	52,52
6100	50,59
7100	52,39
8100	53,04
9100	52,39
10100	49,48
11100	46,40
11500	44,54
11700	43,03

Fonte: Elaboração do próprio autor

3.2 DEFINIÇÃO DE PISTAS

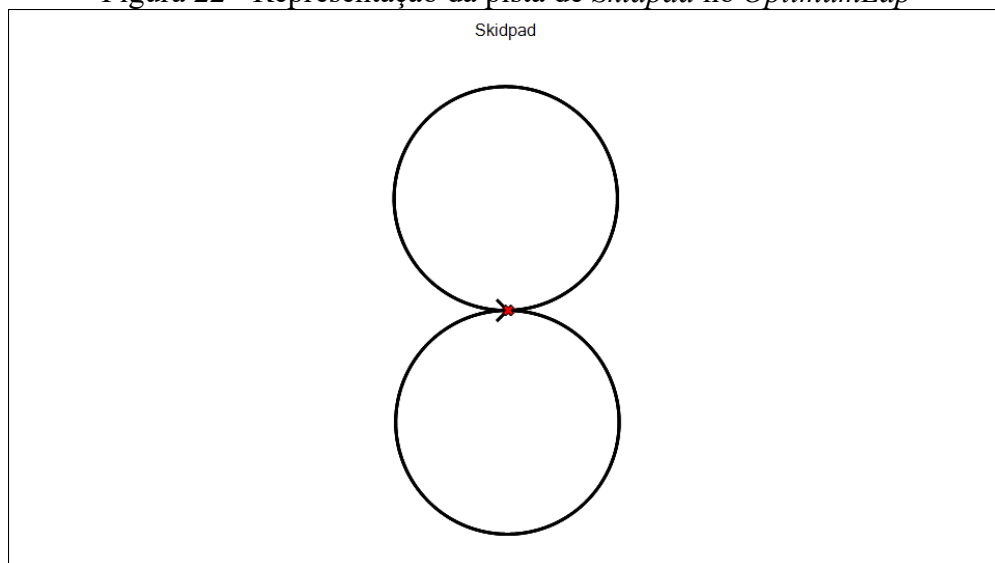
A Aceleração e o *Skidpad* têm circuitos mais simples e padronizados, portanto é mais fácil configurar essas pistas no software, para a primeira basta inserir um trecho reto de 75 metros. No *Skidpad*, é preciso levar em conta que somente duas voltas são consideradas na pontuação, para possibilitar essa separação, o percurso foi dividido em 4 setores, sendo os dois primeiros setores duas curvas completas para a direita e os dois últimos, duas curvas completas para a esquerda. O raio da curva é aquele previsto nas normas da SAE, 9,125 metros. As representações das pistas no *software* são mostradas na Figura 21 e Figura 22.

Figura 21 - Representação da pista de Aceleração no *OptimumLap*



Fonte: Elaboração do próprio autor

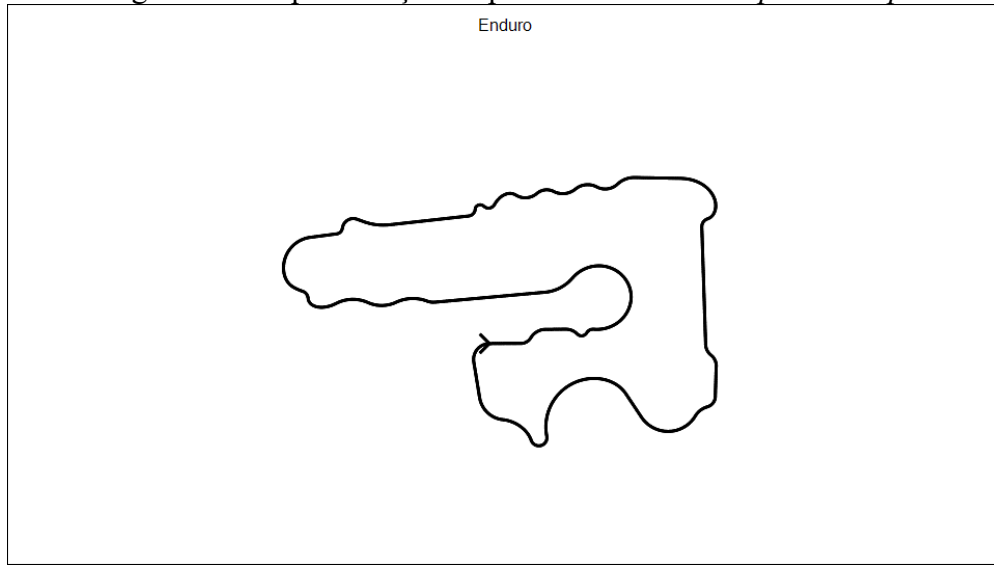
Figura 22 - Representação da pista de Skidpad no *OptimumLap*



Fonte: Elaboração do próprio autor

O Enduro e o *Autocross* por sua vez são provas mais complexas e modificadas a cada competição. Apesar de diferentes, ambas têm características semelhantes: curvas de raios diversos, e algumas retas. Dessa forma, é esperado que a variação de desempenho do carro seja semelhante para as duas provas. Por conta disso, somente foram feitas simulações para o Enduro. O circuito utilizado é mostrado na Figura 23

Figura 23 - Representação da pista de Enduro no *OptimumLap*



Fonte: Elaboração do próprio autor

3.3 COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO

Para comparar o desempenho de diferentes modelos, foi calculada a “Variação de desempenho” a partir da Equação 30.

$$Var_{des} = \frac{(t_{ref} - t_{comp})}{t_{ref}} \times 100 \quad (30)$$

Na equação, Var_{des} indica a variação percentual no tempo de prova, caso seja um valor positivo significa que o tempo de prova foi reduzido nessa porcentagem, se negativo, então houve uma queda de desempenho e o tempo foi aumentado. t_{ref} se refere ao tempo utilizado como referência nas análises da seção 4.1 e 4.2, esse tempo é o dos carros de baixa carga aerodinâmica. t_{comp} é o tempo que está sendo comparado, nas seções 4.1 e 4.2, é o tempo dos modelos de alta carga aerodinâmica. Na seção 4.3, os tempos do modelo Fx_base foram usados como referência, e os tempos dos carros Fx_low_aero e Fx_high_aero foram usados como tempos comparados.

4 RESULTADOS

4.1 VARIAÇÃO ISOLADA DE C_L E C_D

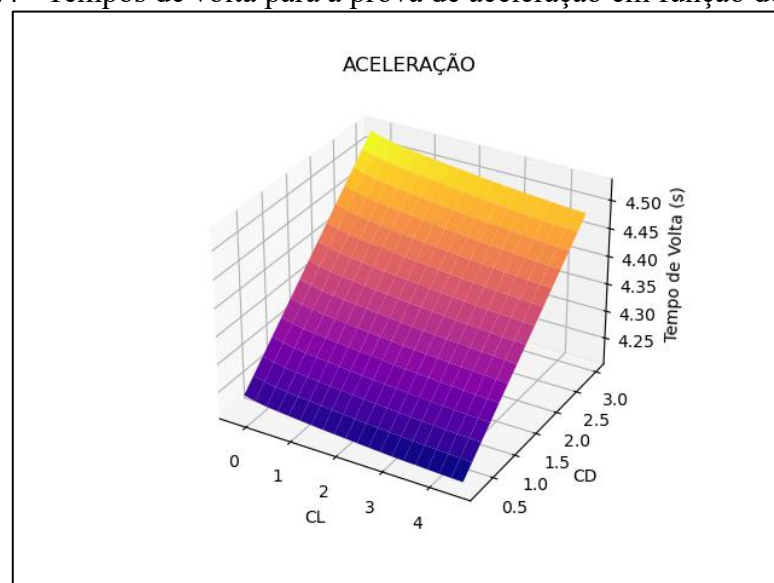
Para visualizar a influência das forças aerodinâmicas no tempo de cada prova, foram feitas simulações variando C_L e C_D para o carro Fx_base. Com os pontos plotados é possível observar de forma panorâmica o quão influente é a variação de cada parâmetro. É importante ter em mente que nem todas as combinações fazem sentido na realidade: é inviável que um carro tenha o coeficiente de arrasto alto sem que o coeficiente de *downforce* também seja alto, e é impraticável um C_L extremamente alto sem que haja incremento considerável no C_D .

A fim de entender como o arrasto e a *downforce* influenciam no desempenho do veículo, foram conduzidas simulações comparando individualmente os valores máximos e mínimos de C_L e C_D . Considerando que na prática a variação extrema de apenas um desses parâmetros é intangível, a análise dessa seção se concentra principalmente em aspectos comparativos e descritivos.

4.1.1 Variação isolada de C_L e C_D – Aceleração

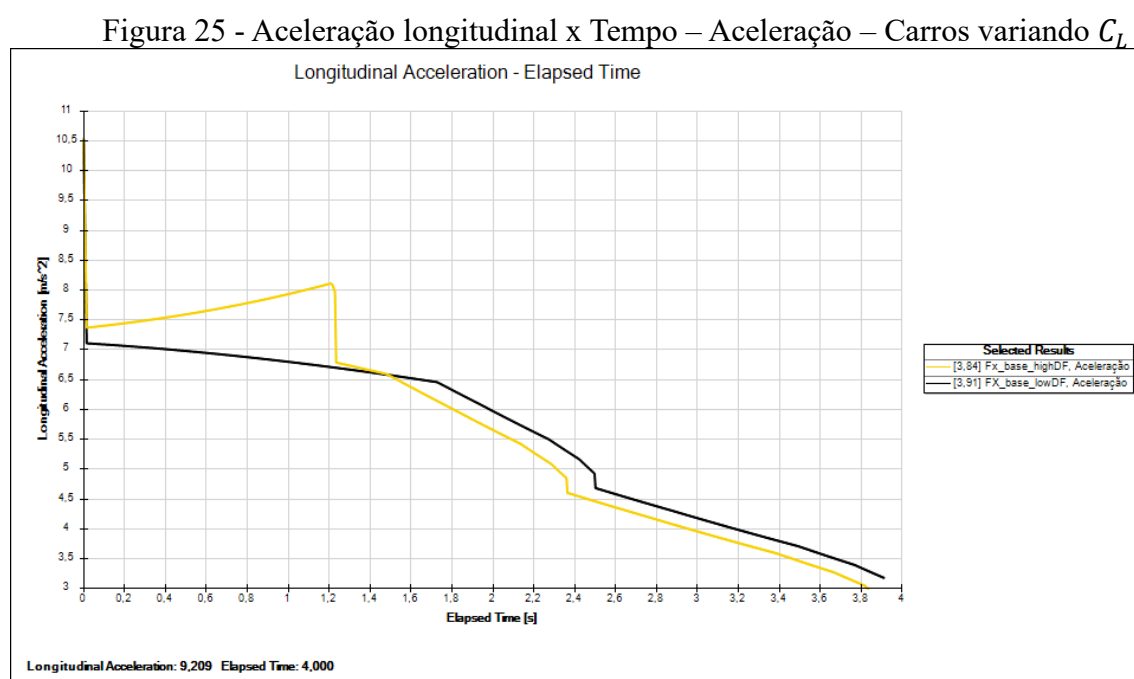
A Figura 24 mostra os tempos de volta na prova de aceleração, nota-se que a variação no coeficiente de *downforce* tem pouco impacto no tempo de execução da prova, isso ocorre pois o trajeto é uma reta e o carro é influenciado principalmente pelas forças longitudinais.

Figura 24 - Tempos de volta para a prova de aceleração em função de C_L e C_D .



Fonte: Elaboração do próprio autor

Para melhor compreender a influência da *downforce* numa prova de aceleração, o modelo Fx_base foi simulado com dois valores de coeficiente de *downforce*: -0.25 (Fx_base_lowDF) e 4.50 (Fx_base_highDF). A fim de observar apenas como a sustentação interfere no desempenho, o valor de coeficiente de arrasto foi o mesmo para os dois modelos. Para o primeiro carro o tempo de prova foi 3,91 segundos, para o segundo, 3,84 segundos, uma redução de 1,8%. Diferença consideravelmente pequena, conforme esperado pela observação da Figura res_01_. Essa pequena diferença pode ser compreendida pela análise da Figura 25 que mostra a aceleração longitudinal dos dois carros ao longo do tempo.

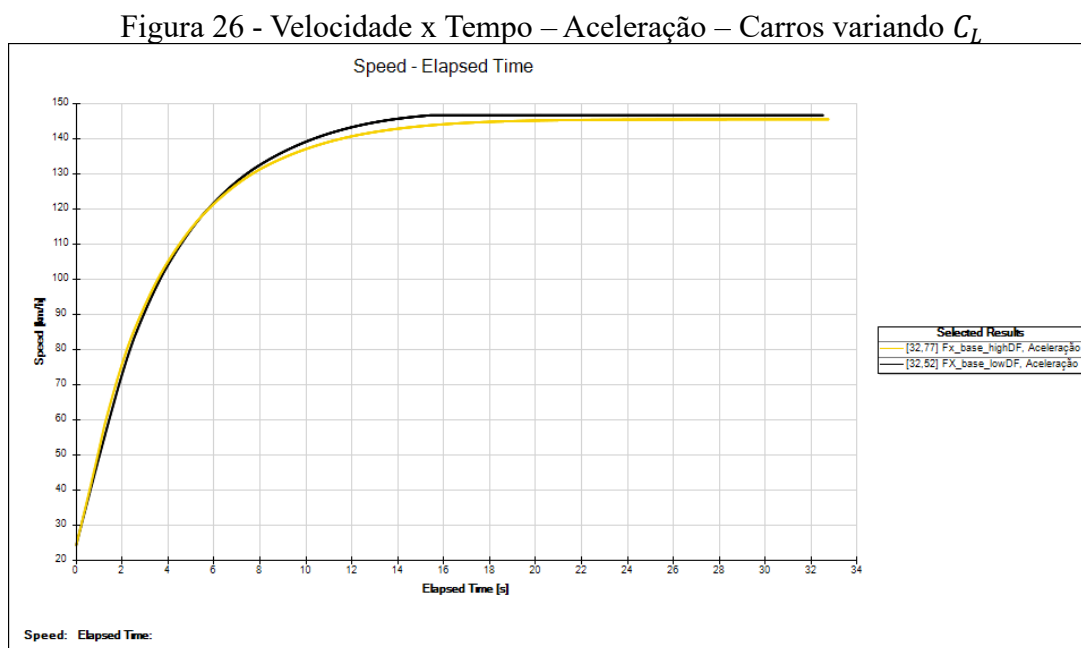


Fonte: Elaboração do próprio autor

Nota-se na Figura 25 que o carro com *downforce* tem um melhor desempenho no início, isso ocorre pois o aumento de carga vertical melhora a aderência do pneu ao solo, fazendo com que o veículo aproveite melhor a força disponível na primeira marcha. Porém após a primeira troca de marcha, a força disponível é menor e consequentemente a aceleração também. Quando a aderência dos pneus deixa de ser um fator limitante para o carro sem *downforce*, ele passa a desenvolver uma aceleração longitudinal maior que a do outro veículo, pois ele é menos influenciado pela resistência a rolagem, devido a menor carga vertical.

A influência da aceleração longitudinal na velocidade fica evidenciada na Figura 26, na qual a prova de aceleração foi estendida para 1200 metros, na figura possível observar que inicialmente as curvas se afastam, pois o carro Fx_base_highDF desempenha uma aceleração consideravelmente maior. Porém depois, quando a resistência a rolagem se torna mais influente,

as curvas tendem a se reaproximar e se interceptar, de forma que após certo tempo o carro Fx_base_lowDF desempenhe uma velocidade maior. Mesmo com o aumento do trajeto e a variação das velocidades, a diferença de tempo continua sendo muito baixa. O tempo de prova do carro Fx_base_highDF foi de 32,77 segundos, e do carro Fx_base_lowDF foi de 32,52 segundos.



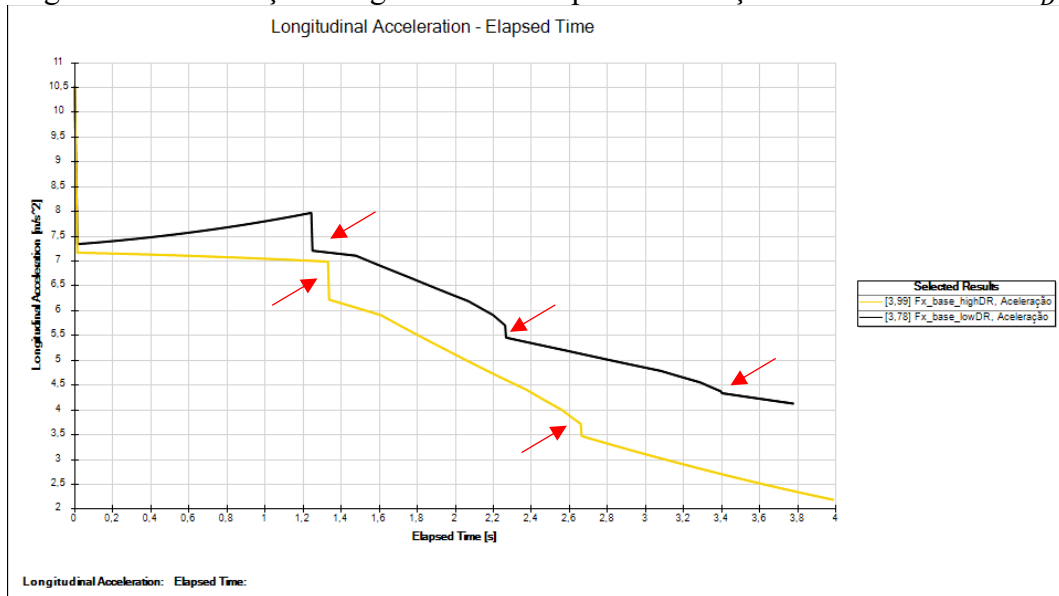
Fonte: Elaboração do próprio autor

Pela análise é possível concluir que o incremento de *downforce* afeta negativamente a velocidade máxima do veículo por aumentar a resistência a rolagem, porém a velocidade máxima só pode ser alcançada em trajetos de retas longas, o que não é comum em circuitos de Fórmula SAE, e ainda assim, o impacto é consideravelmente pequeno. Além da influência negativa ser pequena, o ganho de carga vertical, por menor que seja para baixas velocidades, influencia positivamente nas situações em que o carro estaria limitado pelo *grip* longitudinal.

Pela Figura 24 percebe-se que o coeficiente de arrasto é mais impactante no tempo da prova de aceleração, isso ocorre pois o arrasto é uma força longitudinal oposta ao movimento, afetando diretamente a aceleração longitudinal resultante. Para analisar a influência dessa força na prova, foram simuladas duas variações do carro Fx_base, a primeira com coeficiente de arrasto igual a 0,2 (Fx_base_lowDR) e a segunda com coeficiente de arrasto igual a 2,5 (Fx_base_highDR). Os tempos de volta foram 3,78 segundos para o primeiro carro e 3,99 segundos para o segundo, o que representa um aumento de 5,6%.

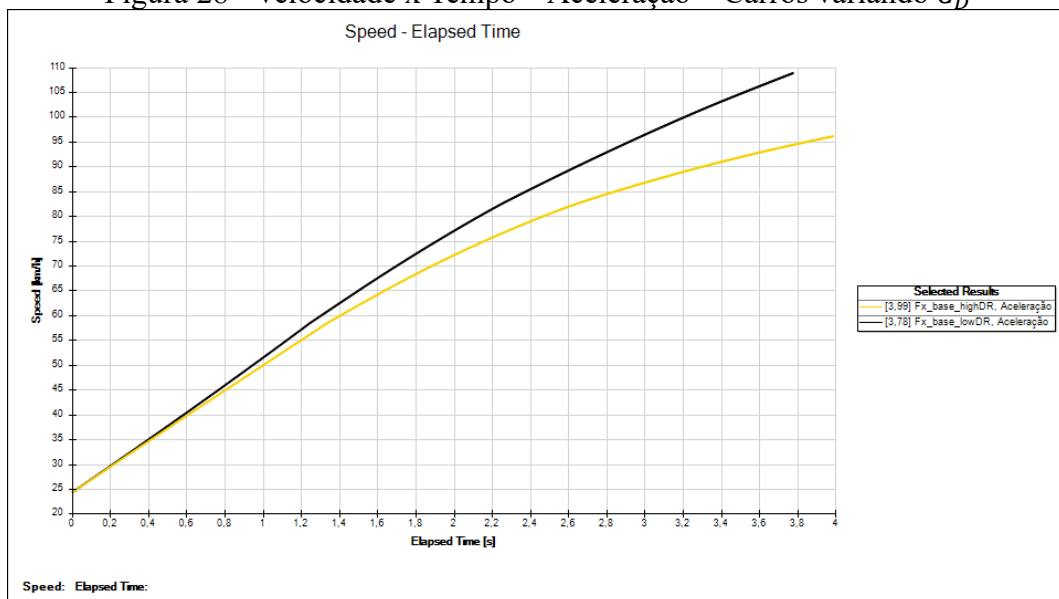
A Figura 27 mostra o comportamento da aceleração longitudinal ao longo do tempo. É possível observar que o formato das curvas é semelhante, entretanto o carro Fx_base_lowDR realiza as trocas de marcha em um intervalo de tempo menor atingindo a velocidades maiores, mais rápido. As trocas de marcha podem ser percebidas pela rápida variação na aceleração longitudinal, os momentos nos quais elas ocorrem estão indicados pelas setas vermelhas na figura. O comportamento da velocidade é evidenciado na Figura 28.

Figura 27 - Aceleração Longitudinal x Tempo – Aceleração – Carros variando C_D



Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 28 - Velocidade x Tempo – Aceleração – Carros variando C_D

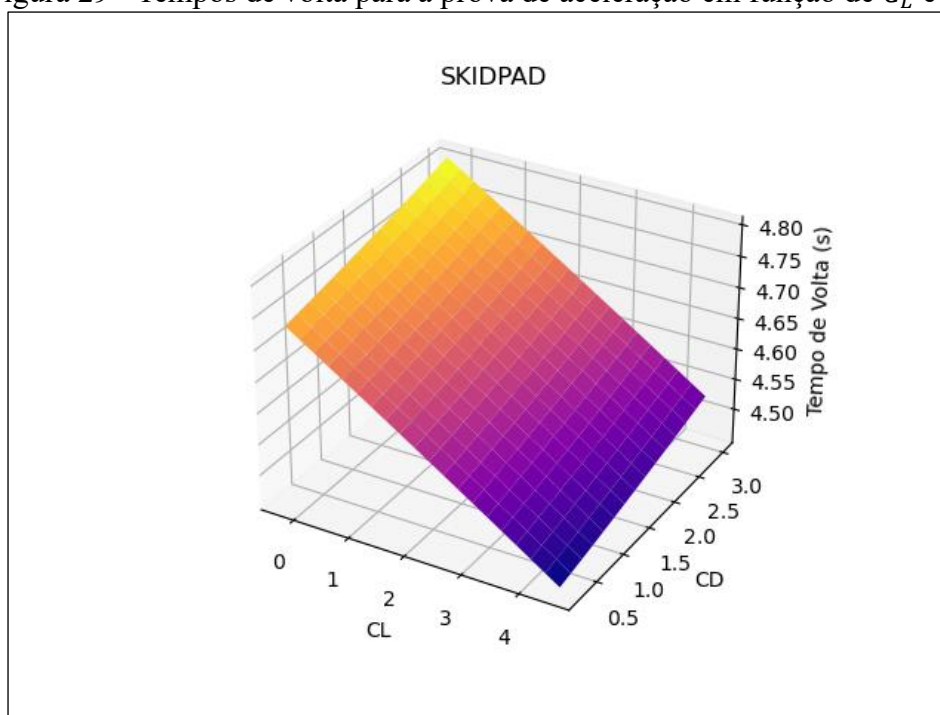


Fonte: Elaboração do próprio autor

4.1.2 Variação isolada de C_L e C_D – *Skidpad*

Nos resultados de tempo para o *Skidpad* é possível observar que a variação nos valores do coeficiente de *downforce* é mais relevante, conforme mostrado na Figura 29. Ao contrário do que ocorre na Aceleração, no *Skidpad* o carro está quase sempre sujeito a forças laterais, e nessas condições o aumento de carga vertical pode ser um diferencial relevante no tempo de prova.

Figura 29 - Tempos de volta para a prova de aceleração em função de C_L e C_D



Fonte: Elaboração do próprio autor

Para analisar a influência da *downforce* no *Skidpad*, foram utilizados os modelos da análise da prova de aceleração. O veículo *Fx_base_lowDF* com C_L igual a -0,25 e o veículo *Fx_base_highDF* com C_D igual a 4,5. Os tempos de cada volta são mostrados na Tabela 6.

Tabela 6 - Tempos de volta para veículos com diferente C_L no *Skidpad*.

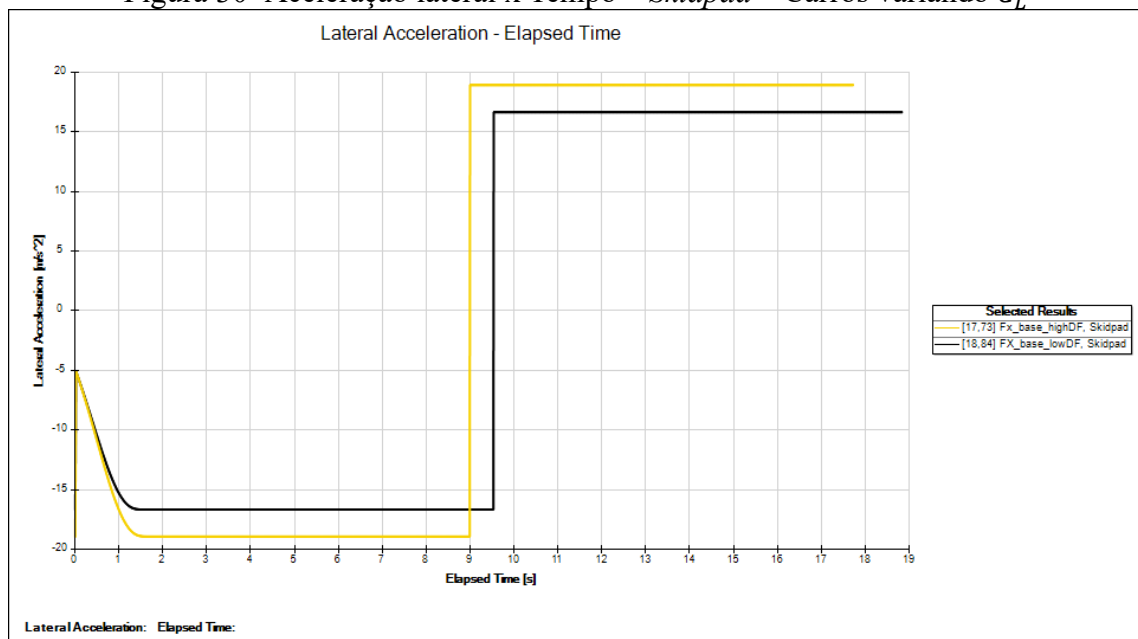
	Tempo <i>Fx_base_lowDF</i> (s)	Tempo <i>Fx_base_highDF</i> (s)	Variação de desempenho (%)
Volta 01	4,89	4,63	5,3
Volta 02	4,65	4,36	6,2
Volta 03	4,65	4,36	6,2
Volta 04	4,65	4,36	6,2

Fonte: Elaboração do próprio autor

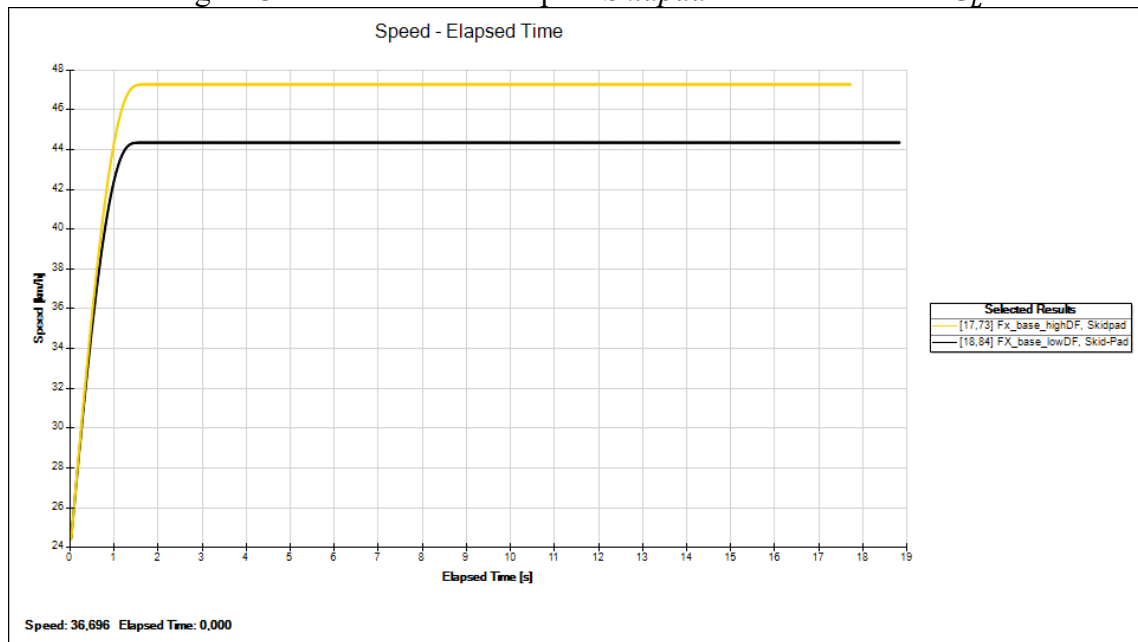
Percebe-se uma redução de 6,2% no tempo das voltas consideradas (setor 02 e 04), isso ocorre pois o aumento de carga vertical aumenta a aderência dos pneus ao solo, fazendo com que eles suportem uma aceleração lateral maior, conforme abordado na seção 2.3.6.2. Para o carro sem *downforce* a aceleração lateral máxima foi de $16,67 \text{ m/s}^2$, enquanto para o carro com *downforce* foi de $18,94 \text{ m/s}^2$, como consequência a velocidade máxima do primeiro carro foi de $44,4 \text{ km/h}$ ($12,3 \text{ m/s}$) e do segundo foi de $47,27 \text{ km/h}$ ($13,13 \text{ m/s}$).

A Figura 30 e a Figura 31 mostram respectivamente a aceleração lateral e a velocidade no decorrer do tempo. Com elas é possível entender o comportamento do carro durante a prova: o módulo da aceleração e da velocidade aumentam até que o carro atinja sua velocidade máxima, a aceleração se mantém constante até que haja uma inversão de sentido, nesse ponto há uma inversão de sinal e um salto na curva, a velocidade, por sua vez, se mantém constante.

Figura 30- Aceleração lateral x Tempo – *Skidpad* – Carros variando C_L



Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 31 -Velocidade x Tempo – *Skidpad* – Carros variando C_L 

Fonte: Elaboração do próprio autor

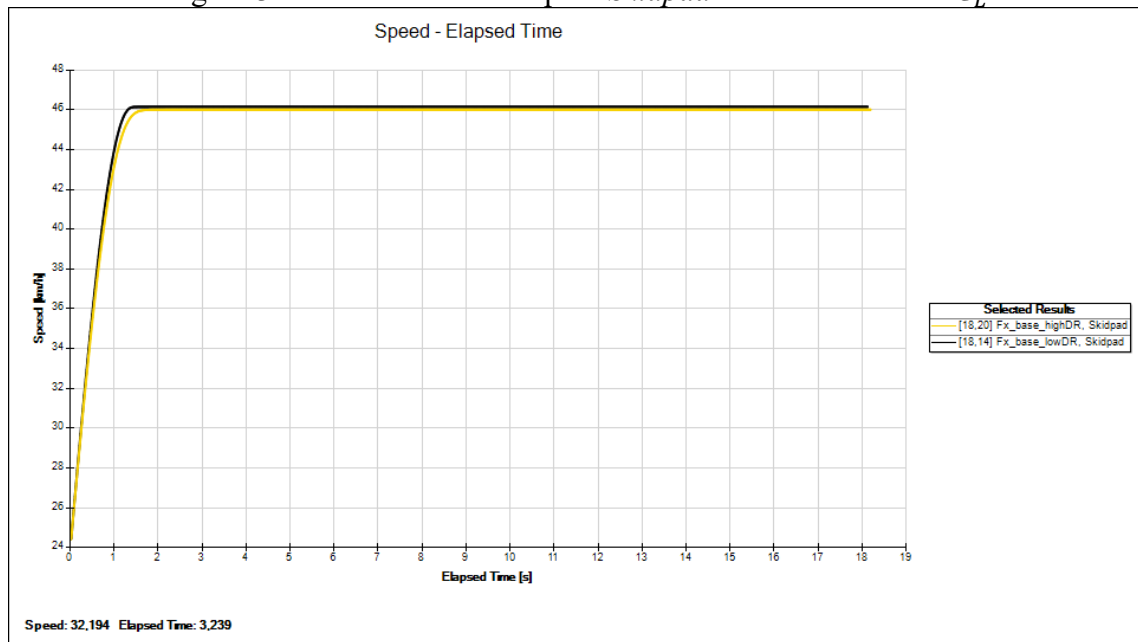
Assim como para a análise de downforce, na análise de arrasto foram usados os mesmos modelos da Aceleração, o carro *Fx_base_lowDR* com C_D igual a 0,2 e o carro *Fx_base_highDR* com C_D igual a 2,5. Os tempos de cada volta são mostrados na Tabela 7.

Tabela 7 - Tempos de volta para veículos com diferente C_D no *Skidpad*.

	Tempo <i>Fx_base_lowDF</i> (s)	Tempo <i>Fx_base_highDF</i> (s)	Variação de desempenho (%)
Volta 01	4,72	4,75	-0.6
Volta 02	4,47	4,48	-0.2
Volta 03	4,47	4,48	-0.2
Volta 04	4,47	4,48	-0.2

Fonte: Elaboração do próprio autor

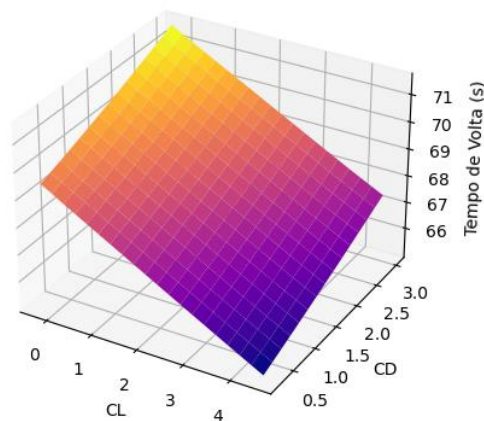
Conforme esperado, o aumento de arrasto piora o desempenho do veículo pois ele atua como fator limitante devido ao círculo de fricção do pneu, conforme mostrado na seção 2.3.6.2, a aderência longitudinal requerida aumenta, e consequentemente a força lateral suportada reduz, fazendo com que o carro tenha sua velocidade limitada. O comportamento da velocidade ao longo do tempo é mostrado na Figura 32, em que é possível ver que o veículo de menor arrasto aumenta velocidade mais rapidamente e tem velocidade máxima mais alta, justificando o melhor tempo em todas as voltas do *Skidpad*.

Figura 32 - Velocidade x Tempo – *Skidpad* – Carros variando C_L 

Fonte: Elaboração do próprio autor

4.1.3 Variação isolada de C_L e C_D – Enduro

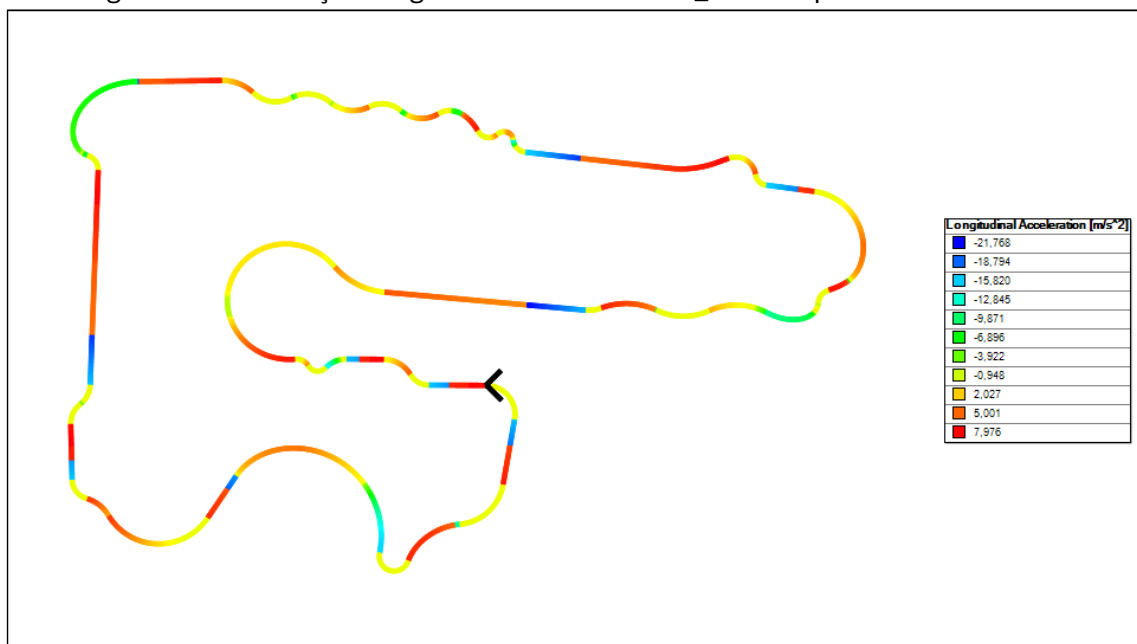
Para os pontos plotados com os resultados do Enduro é possível observar um comportamento que se assemelha a um híbrido entre as superfícies das provas anteriores, as variações em ambos os coeficientes têm um efeito significativo no tempo de execução da prova, conforme mostrado na Figura 33. Isso ocorre pois se trata de um circuito misto. No modelo utilizado, por exemplo, aproximadamente um terço do trajeto é composto por retas e o restante por curvas.

Figura 33- Tempos de volta para a prova de aceleração em função de C_L e C_D
ENDURO

Fonte: Elaboração do próprio autor

Tanto na Aceleração quanto no *Skidpad* o carro acelera uma única vez, até que atinja a velocidade máxima da prova ou então até que a finalize. No Enduro, por sua vez, há alternância entre retas e curvas, dessa forma, é necessário que o veículo realize frenagens antes das curvas para que sua velocidade seja reduzida e sua aceleração lateral não exceda a aceleração lateral tolerada, e depois acelere novamente ao sair da curva para aumentar a velocidade e reduzir o tempo de prova. Esse comportamento pode ser observado na Figura 34, que mostra a aceleração longitudinal do veículo Fx_base ao longo do circuito do Enduro.

Figura 34 - Aceleração longitudinal do modelo Fx_base no percurso do Enduro

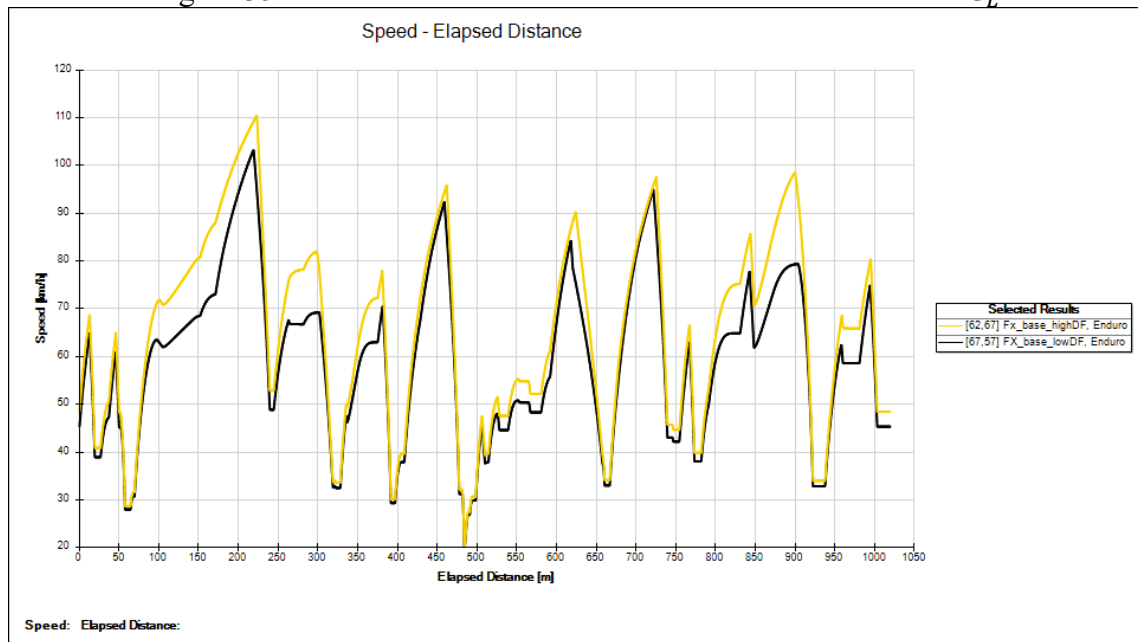


Fonte: Elaboração do próprio autor

Para analisar a influência das forças aerodinâmicas no Enduro, foi utilizada a mesma metodologia das provas anteriores, os modelos Fx_base_highDF e Fx_base_lowDF para *downforce* e os veículos Fx_base_highDR e Fx_base_lowDR para arrasto. Como nessa prova o trajeto é mais complexo, os gráficos foram plotados em função da distância para que se possa observar as diferenças em um mesmo ponto do trajeto.

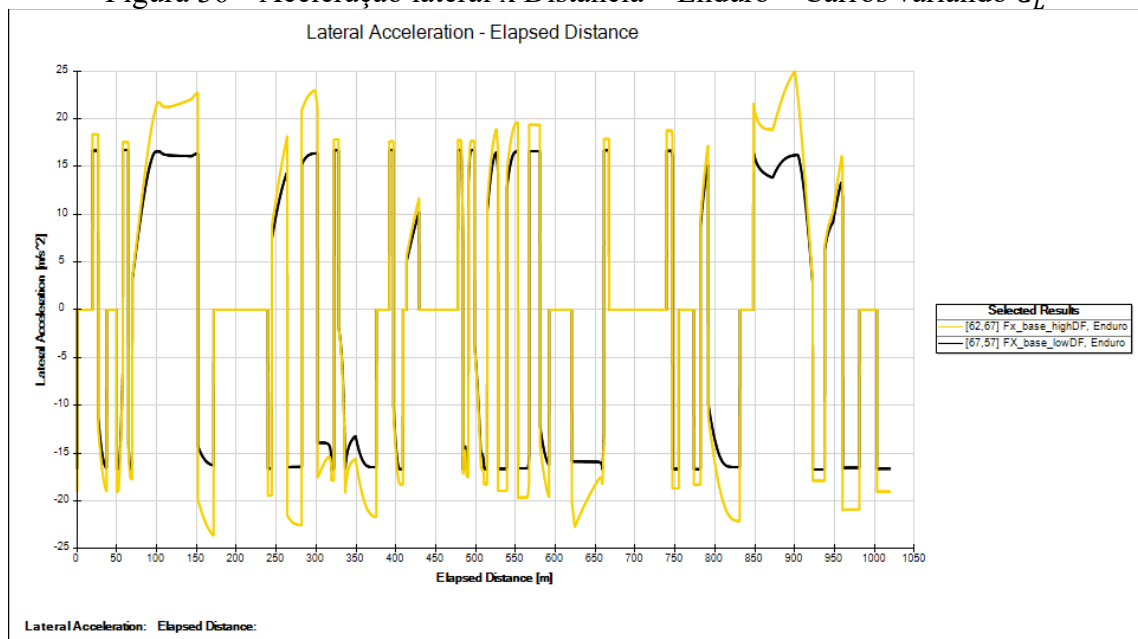
A Figura 35 mostra a velocidade ao longo do trajeto para os modelos Fx_base_highDF e Fx_base_lowDF. É possível observar que as curvas têm comportamento semelhante, porém o veículo com *downforce* durante quase todo o percurso desenvolve uma velocidade maior que o sem *downforce*, isso se deve em partes pela maior aceleração lateral tolerada, mostrada na Figura 36.

Figura 35 - Velocidade x Distância – Enduro – Carros variando C_L



Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 36 – Aceleração lateral x Distância – Enduro – Carros variando C_L

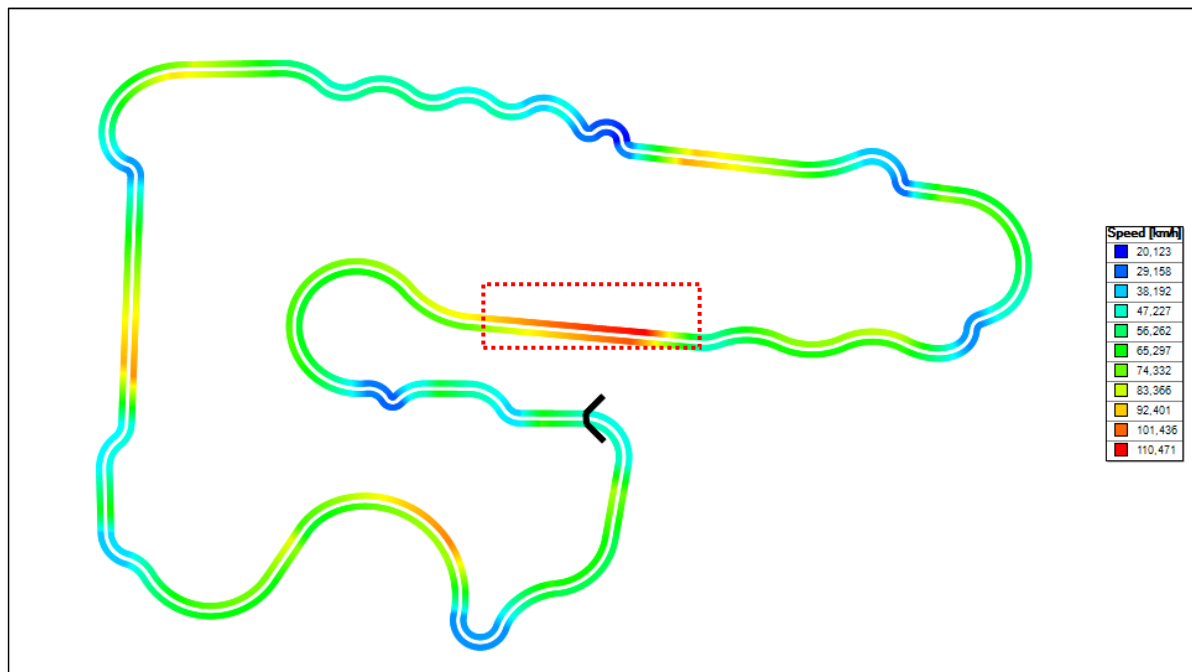


Fonte: Elaboração do próprio autor

Outro fator para a maior velocidade é o aumento do *grip* longitudinal, já discutido na seção 4.1.1, para uma situação de aceleração do carro. Além de possibilitar uma maior tração para o veículo nas saídas das curvas, o aumento da aderência entre pneu e asfalto também melhora a frenagem, conforme mostrado na seção 2.4.1, dessa forma é possível frear mais tardiamente, mantendo uma velocidade maior por mais tempo.

A Figura 37 e a Figura 38 mostram respectivamente a velocidade e a aceleração longitudinal no circuito. Com elas é possível ter uma melhor visualização de como os dois modelos se comportam. A linha interna é do modelo Fx_base_highDF e a externa do modelo Fx_base_lowDF, o percurso se dá no sentido anti-horário, conforme indicado pela marcação em preto.

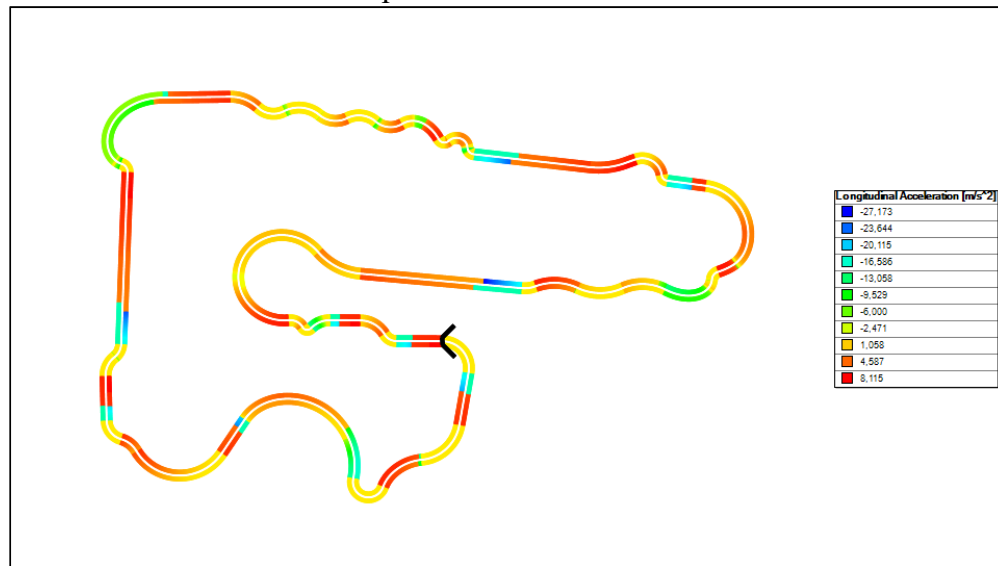
Figura 37 - Velocidade dos modelos Fx_base_highDF e Fx_base_lowDF no percurso do Enduro



Fonte: Elaboração do próprio autor

O trecho destacado na Figura 37 ilustra bem a questão do grip longitudinal discutida anteriormente, nele é possível visualizar o maior ganho de velocidade do modelo Fx_base_highDF nas saídas das curvas e a frenagem mais tardia. O mesmo pode ser percebido na Figura 38, na qual se observa uma maior aceleração durante maior parte do percurso, e uma desaceleração maior em um espaço menor, indicando uma frenagem mais eficiente. O aumento no coeficiente de *downforce* faz com que o tempo de prova seja reduzido de 67,57 para 62,67 segundos, uma redução de 7,3%.

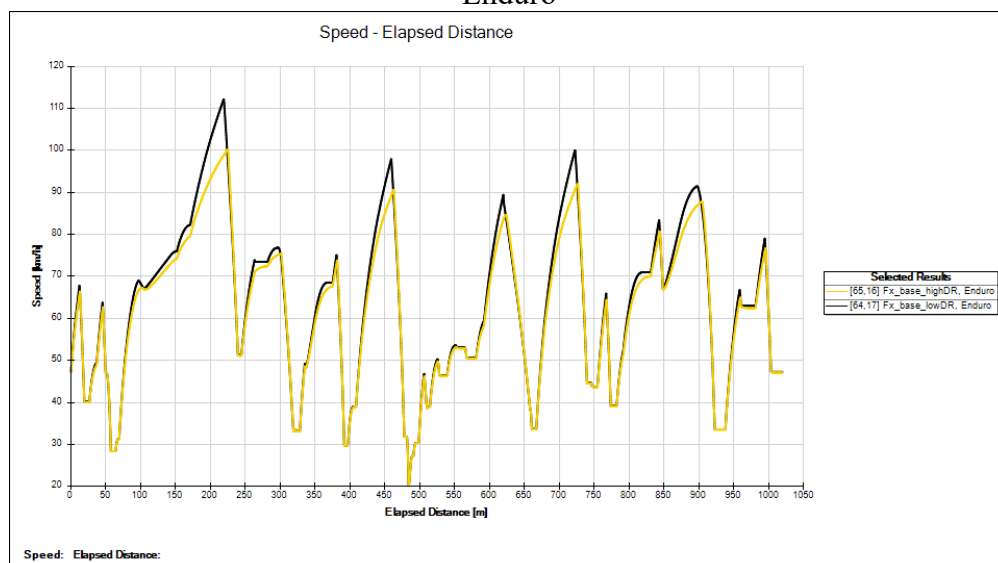
Figura 38 – Aceleração longitudinal dos modelos Fx_base_highDF e Fx_base_lowDF no percurso do Enduro



Fonte: Elaboração do próprio autor

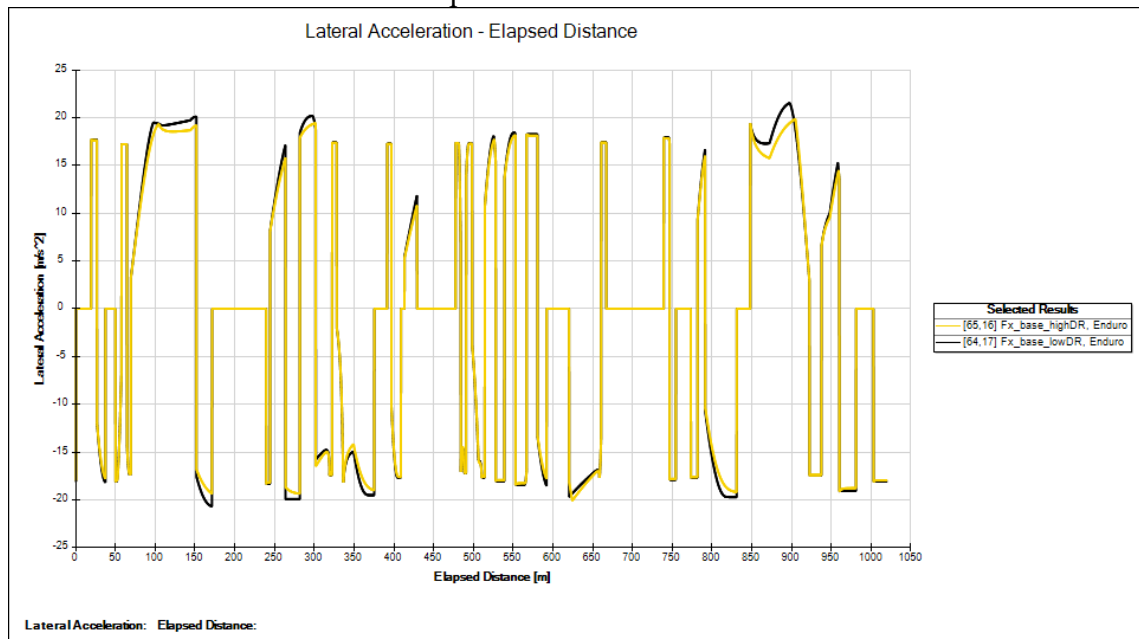
A aumento no coeficiente de arrasto por sua vez é menos significante, o tempo de prova do modelo Fx_base_highDR foi de 65,16 segundos, apenas 1,5% maior que o tempo de prova do modelo Fx_base_lowDR, que foi de 64,17 segundos. A velocidade de cada modelo durante o percurso é mostrada na Figura 39, é possível notar que as linhas de dados estão mais próximas que as da Figura 35. Observando a Figura 40 percebe-se que a aceleração lateral é muito semelhante para os dois carros, indicando desempenho semelhante nas curvas, dessa forma é possível constatar que a diferenciação de desempenho se dá nas retas.

Figura 39- Velocidade dos modelos Fx_base_highDR e Fx_base_lowDR no percurso do Enduro



Fonte: Elaboração do próprio autor

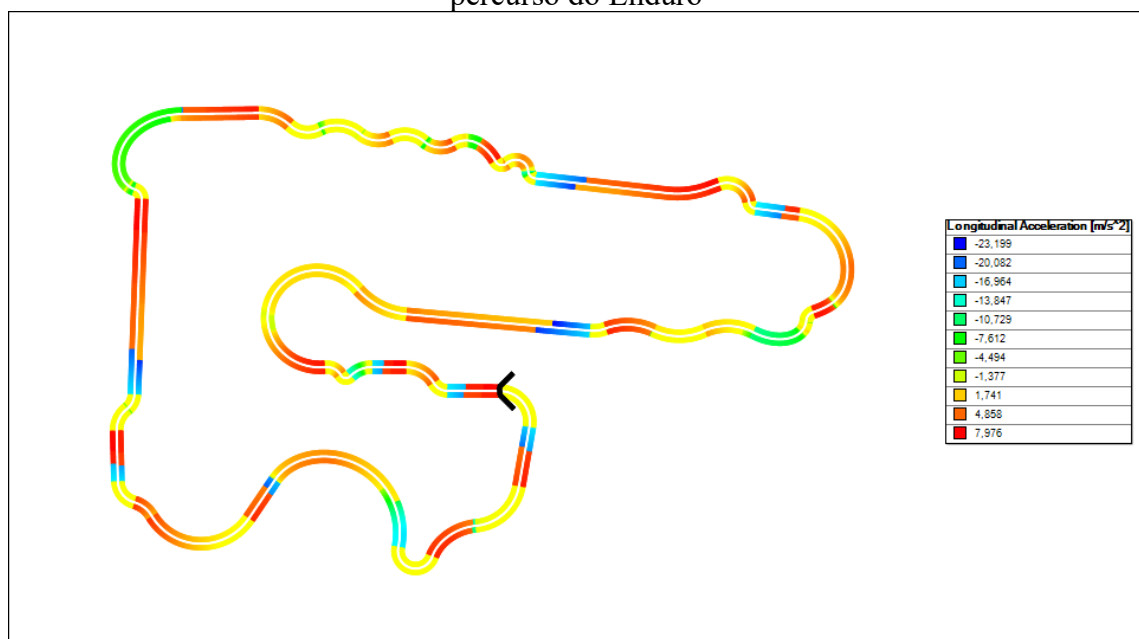
Figura 40 - Aceleração longitudinal dos modelos Fx_base_highDR e Fx_base_lowDR no percurso do Enduro



Fonte: Elaboração do próprio autor

Conforme visto na seção 4.1.1, o incremento de arrasto afeta negativamente a aceleração longitudinal do veículo por ser uma força contrária ao movimento, na Figura res_17, é possível perceber que no final das retas a aceleração desenvolvida é menor, por outro lado, a frenagem é iniciada mais tardiamente, uma vez que o arrasto auxilia na redução de velocidade.

Figura 41 - Aceleração longitudinal dos modelos Fx_base_highDR e Fx_base_lowDR no percurso do Enduro



Fonte: Elaboração do próprio autor

4.2 VARIAÇÃO COMBINADA DE C_L E C_D

O método aplicado para variar os parâmetros na seção anterior, apesar de não ser aplicável na prática, possibilitou um entendimento de quando e como as forças aerodinâmicas influenciam no desempenho do veículo. Para analisar a influência da implementação de dispositivos aerodinâmicos foram usados dois modelos com valores de tanto com C_L quanto com C_D diferentes, que é o que ocorre na prática, quando uma modificação é feita, ambos os parâmetros são afetados.

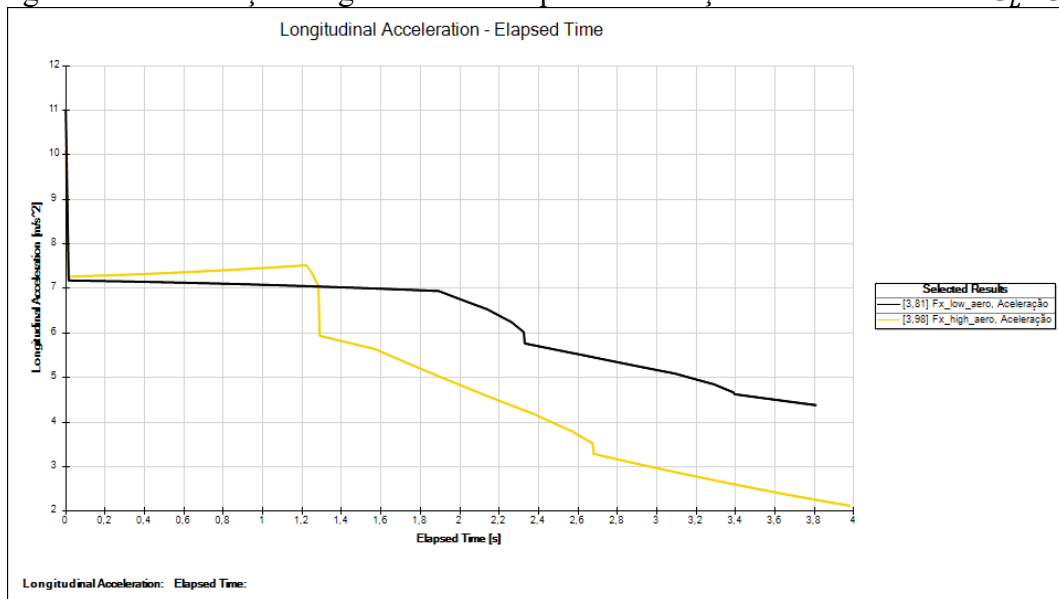
Para representar o carro sem dispositivos aerodinâmicos foi utilizado um modelo mais leve, 330 kg, e otimizado em redução de arrasto, produto $C_D A$ de 0.2 m², mas com uma pequena geração de sustentação, $C_L A$ de -0,25 m², denominado Fx_low_aero. A versão com dispositivos aerodinâmicos priorizou geração de *downforce*, ao custo de gerar um arrasto considerável e ter sua massa aumentada. O $C_L A$ foi de 4,5 m², $C_D A$ de 0.2 m² e massa de 360 kg, o modelo foi chamado de Fx_high_aero.

4.2.1 Variação combinada de C_L e C_D – Aceleração

Na seção 4.1.1, foi mostrado que o aumento de *downforce* é pouco aproveitado na Aceleração, sendo relevante apenas nos momentos iniciais onde ele permite um melhor aproveitamento dos pneus ao aumentar o *grip* longitudinal, e que o aumento de arrasto por sua vez traz um prejuízo maior por ser uma força diretamente oposta ao movimento. Na Figura 42, que mostra a comparação dos modelos com e sem dispositivos aerodinâmicos, é possível observar os dois efeitos acontecendo simultaneamente.

Nota-se na Figura 43 que o modelo Fx_high_aero desenvolve uma maior aceleração longitudinal no início, mas a diferença em relação ao outro modelo é visivelmente menor que na Figura 25, isso ocorre pois na comparação atual o arrasto também está sendo considerado. Entre 1,2 e 1,4 segundos é possível notar que as curvas se distanciam consideravelmente, nesse momento ambos os veículos trocam de marcha, reduzindo consideravelmente a força de tração nas rodas, e como o veículo com dispositivos aerodinâmicos tem uma força contrária maior, a sua aceleração resultante será menor.

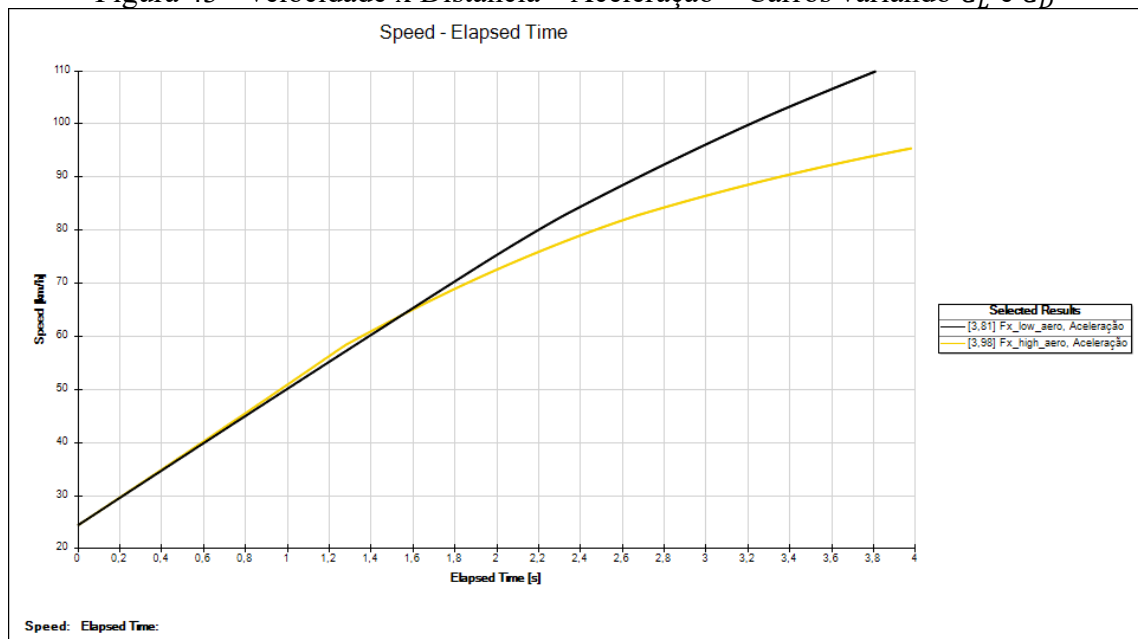
Figura 42 - Aceleração longitudinal x Tempo – Aceleração – Carros variando C_L e C_D



Fonte: Elaboração do próprio autor

A consequência do comportamento da aceleração longitudinal pode ser vista na curva de velocidade, mostrada na Figura 43. Na qual é possível ver que o carro com dispositivos aerodinâmicos tem velocidade ligeiramente maior no início, mas por volta de 1,5 segundos de prova, a situação se inverte e o veículo sem dispositivos aumenta a velocidade de forma considerável. Os tempos finais de prova são mostrados na Tabela 8.

Figura 43 - Velocidade x Distância – Aceleração – Carros variando C_L e C_D



Fonte: Elaboração do próprio autor

Tabela 8 - Tempos de Aceleração dos veículos sem e com dispositivos aerodinâmicos

Tempo do veículo sem dispositivos aerodinâmicos (s)	Tempo do veículo com dispositivos aerodinâmicos (s)	Variação de desempenho (%)
3,81	3,98	-4,5

Fonte: Elaboração do próprio autor

Pelos resultados obtidos na seção 4.1.1 já era esperado que a implementação de dispositivos aerodinâmicos prejudicasse o desempenho na aceleração, uma vez que o aumento de arrasto prejudica diretamente a aceleração do veículo e o incremento de *downforce* afeta indiretamente por aumentar a resistência a rolagem. Os efeitos positivos do incremento de *downforce*, por sua vez, só existem nos momentos iniciais do trajeto, antes do veículo realizar a primeira troca de marchar, fazendo com que sejam praticamente insignificantes.

4.2.2 Variação combinada de C_L e C_D – *Skidpad*

Ao contrário da Aceleração, no *Skidpad*, os resultados da implementação de dispositivos aerodinâmicos se mostraram favoráveis, conforme pode ser observado na Tabela 9.

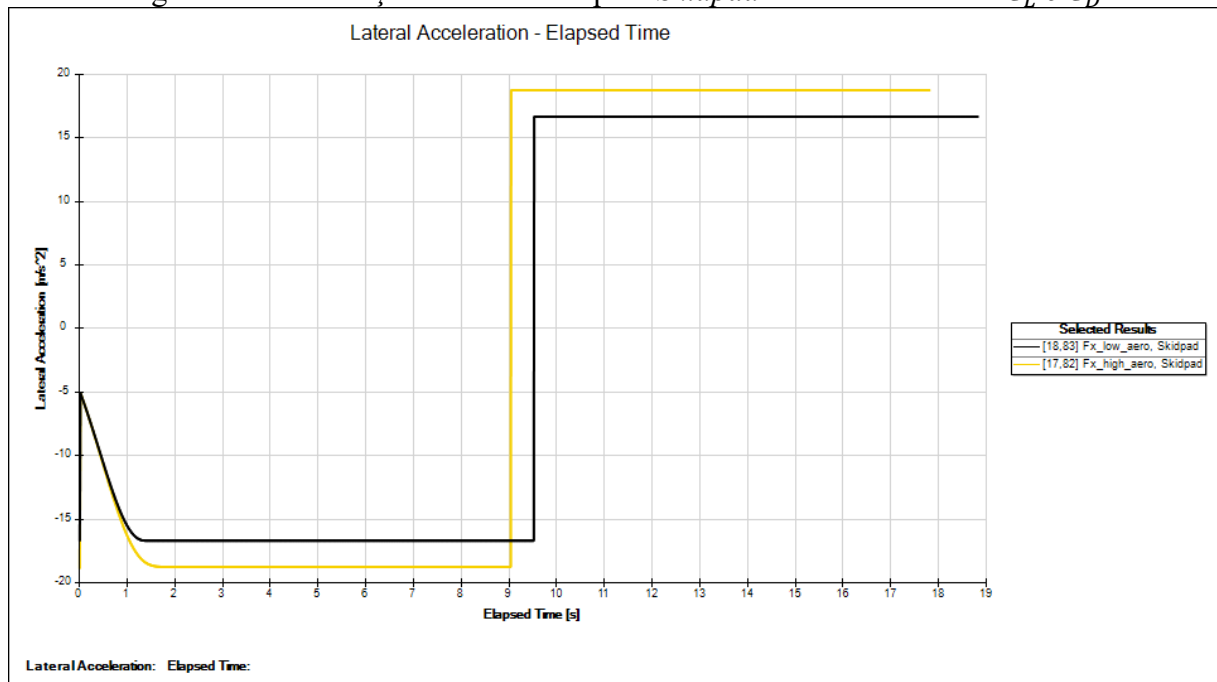
Tabela 9 - Tempos de *Skidpad* dos veículos sem e com dispositivos aerodinâmicos

	Tempo do veículo sem dispositivos aerodinâmicos (s)	Tempo do veículo com dispositivos aerodinâmicos (s)	Variação de desempenho (%)
Volta 01	4,88	4,66	4.5%
Volta 02	4,65	4,38	5.8%
Volta 03	4,65	4,38	5.8%
Volta 04	4,65	4,38	5.6%

Fonte: Elaboração do próprio autor

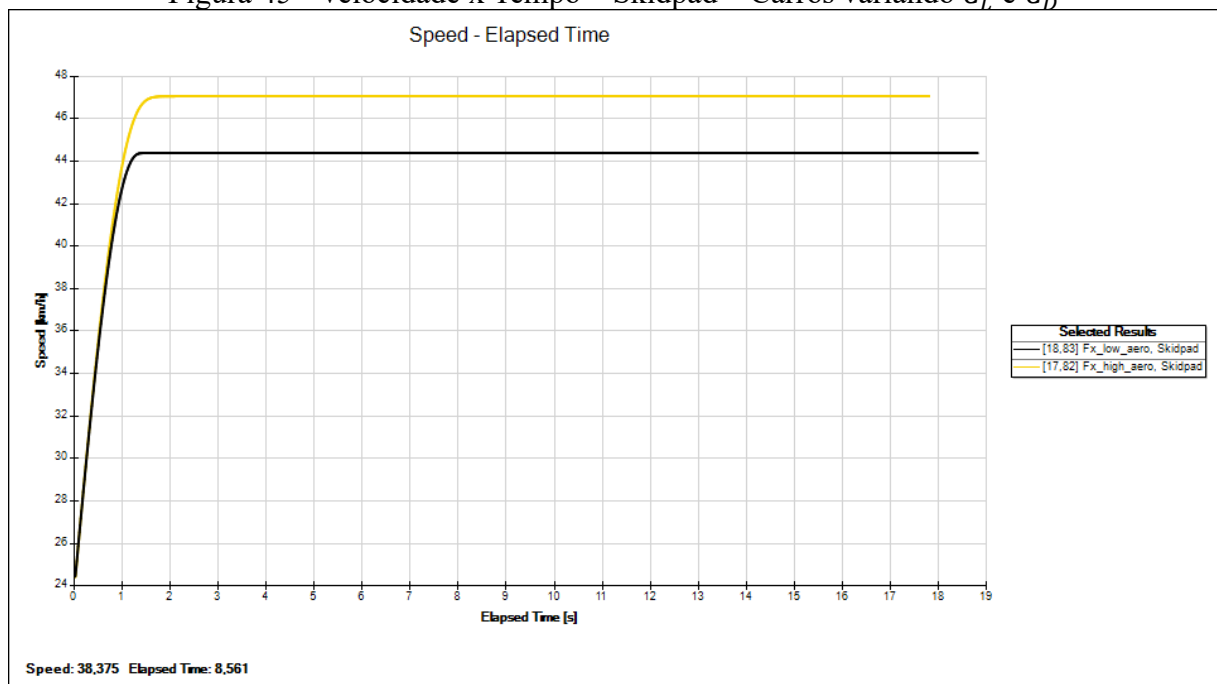
Analisando as curvas de aceleração lateral e velocidade, mostradas respectivamente na Figura 44 e Figura 45, nota-se que os comportamentos são muito semelhantes aos das curvas da seção 4.1.2 quando foi variado o coeficiente de *downforce*, evidenciando a baixa influência do arrasto nesse caso.

Figura 44 - Aceleração lateral x Tempo – Skidpad – Carros variando C_L e C_D



Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 45 - Velocidade x Tempo – Skidpad – Carros variando C_L e C_D



Fonte: Elaboração do próprio autor

4.2.3 Variação combinada de C_L e C_D – Enduro

Assim como para o *Skidpad*, os resultados obtidos no Enduro foram favoráveis à implementação de dispositivos aerodinâmicos. A Tabela res_05_ mostra o tempo de prova de cada modelo.

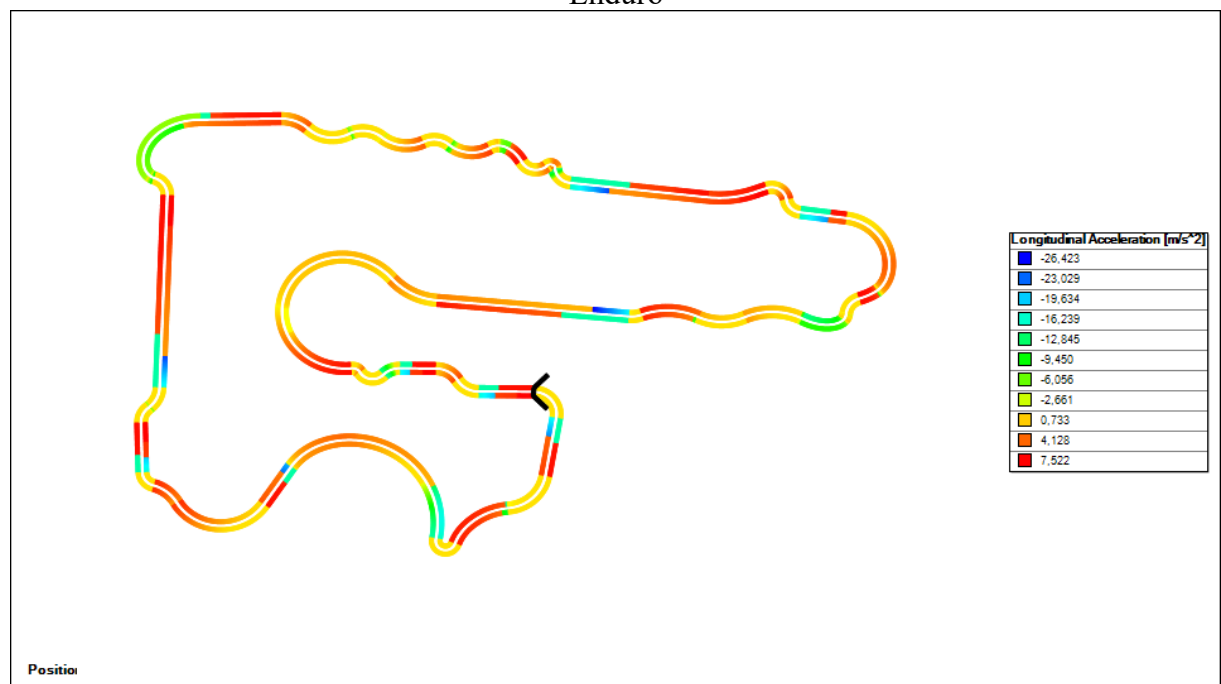
Tabela 10 - Tempos de Enduro dos veículos sem e com dispositivos aerodinâmicos

Tempo do veículo sem dispositivos aerodinâmicos (s)	Tempo do veículo com dispositivos aerodinâmicos (s)	Variação de desempenho (%)
67,24	63,56	5,5

Fonte: Elaboração do próprio autor

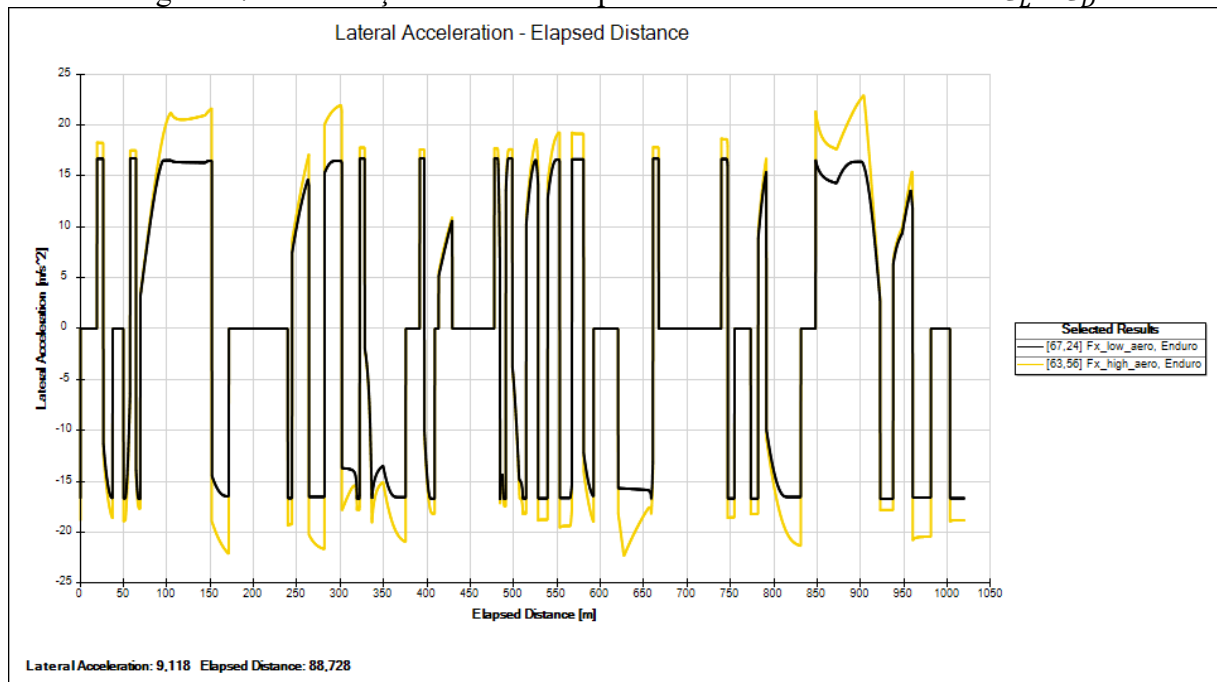
A Figura 46 mostra a aceleração longitudinal dos modelos no circuito, a linha externa é do veículo Fx_low_aero e a interna, do veículo Fx_high_aero. Percebe-se que o veículo com dispositivos aerodinâmicos freia mais tardiamente, comportamento percebido na seção 4.1.3 para o aumento de ambos os coeficientes, além disso, por conta da elevada *downforce* gerada, esse veículo suporta uma maior aceleração lateral nas curvas, como se pode ver na Figura 47, fazendo com que a curva seja feita com maior velocidade.

Figura 46 - Aceleração longitudinal dos modelos Fx_low_aero e Fx_high_aero no percurso do Enduro



Fonte: Elaboração do próprio autor

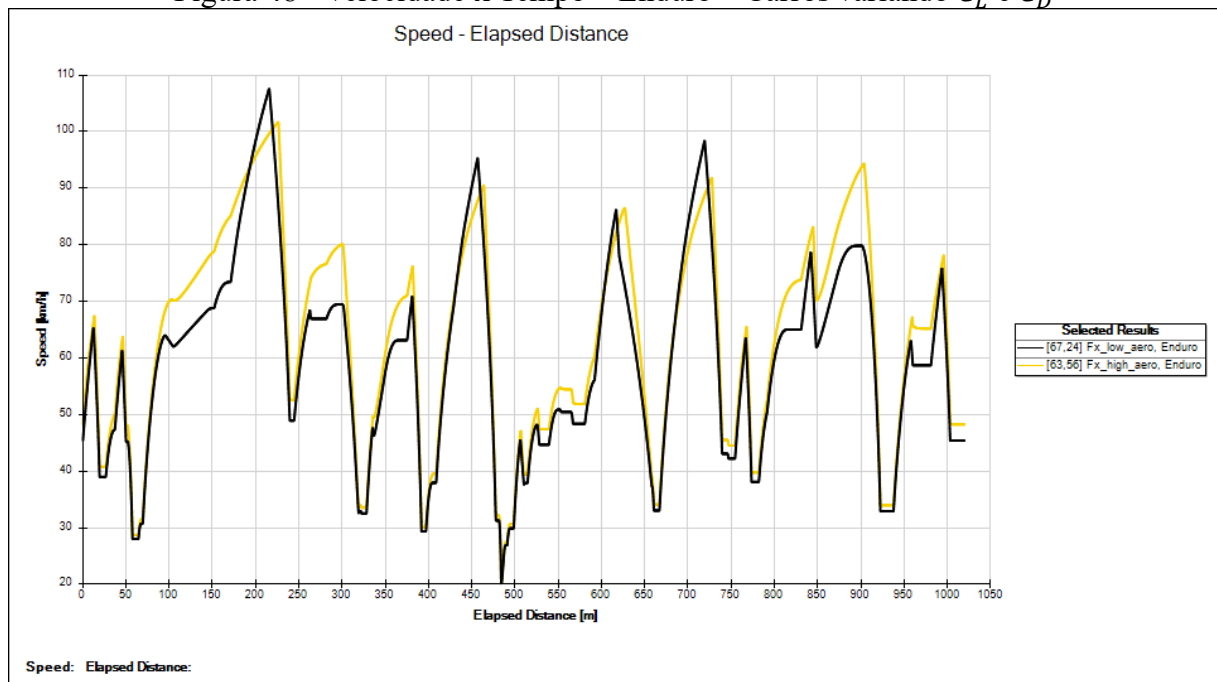
Figura 47 - Aceleração lateral x Tempo – Enduro – Carros variando C_L e C_D



Fonte: Elaboração do próprio autor

Os fatores citados acima tornam a implementação de dispositivos aerodinâmicos viável ainda que ela cause a redução de velocidade máxima que pode ser observada na Figura res_24_.

Figura 48 - Velocidade x Tempo – Enduro – Carros variando C_L e C_D



Fonte: Elaboração do próprio autor

4.3 INFLUÊNCIA DO DESEMPENHO NA PONTUAÇÃO

No automobilismo, poucos segundos podem valer muito, por isso é importante avaliar o impacto que a melhora, ou piora, no desempenho causa na pontuação de cada prova. Para essa análise serão utilizados os resultados da equipe Fênix Racing na 18ª Competição Fórmula SAE BRASIL, que ocorreu em 2022, nessa competição foi utilizado o veículo FXX, representado pelo modelo Fx_base.

A Tabela 11 apresenta os tempos de cada prova para os modelos Fx_low_aero, Fx_base e Fx_high_aero. A partir desses foram calculadas as variações de desempenho mostradas na Tabela 12. Conforme descrito na seção 3.3, as variações de desempenho, Var_{des} , foram calculadas usando o modelo Fx_base como referência.

Tabela 11 - Tempos de prova obtidos em simulação no OptimumLap			
Modelo	Tempo Aceleração (s)	Tempo <i>Skidpad</i> (s)	Tempo Enduro (s)
Fx_low_aero	3,81	4,65	67,24
Fx_base	3,86	4,47	64,53
Fx_high_aero	3,98	4,38	63,56

Fonte: Elaboração do próprio autor

Tabela 12 - Variação de desempenho dos modelos simulados			
Modificação	Var_{des} na Aceleração	Var_{des} no <i>Skidpad</i>	Var_{des} no Enduro
Remoção de dispositivos aerodinâmicos	1.3%	-4.0%	-4.2%
Adição de dispositivos aerodinâmicos	-3.1%	2.0%	1.5%

Fonte: Elaboração do próprio autor

A Tabela 13 mostra os tempos hipotéticos calculados a partir das variações de desempenho obtidas em simulação e os tempos reais da competição de 2022. O tempo de *Autocross* considerou a variação de desempenho do Enduro, conforme discutido na seção 3.2.

Em 2022, por conta de um problema com a luz de freio, apenas 8 das 24 voltas foram concluídas pelo veículo FXX, o tempo registrado foi de 763,57 segundos, supondo que o tempo médio de volta fosse mantido, a prova seria concluída em 2290,71 segundos. Esse tempo será considerado para estimar a variação de pontos que poderiam ser obtidos nessa prova.

Tabela 13 - Tempos de prova estimados a partir das variações de desempenho

Modelo	Tempo Aceleração (s)	Tempo <i>Skidpad</i> (s)	Tempo <i>Autocross</i> (s)	Tempo Enduro (s)
Fx_low_aero	4,834	6,26	99,68	2386,91
Fx_base	4,897	6,02	95,66	2290,71
Fx_high_aero	5,049	5,90	94,22	2256,28

Fonte: Elaboração do próprio autor

Utilizando as Equações 01, 02, 03 e 04 da seção 2.1.2 é possível calcular a pontuação em cada prova considerando os tempos estimados na Tabela 13, a pontuação obtida é mostrada na Tabela 14.

Tabela 14 - Pontuação estimada para cada modelo

Modelo	Aceleração	<i>Skidpad</i>	<i>Autocross</i>	Enduro	Total (sem Enduro)	Total (com Enduro)
Fx_low_aero	46,4	23,0	7,8	24,8	77,1	102,0
Fx_base	43,6	35,3	18,4	44,6	97,1	141,7
Fx_high_aero	37,3	41,6	22,5	52,1	101,4	153,5

Fonte: Elaboração do próprio autor

Comparando a pontuação estimada para o modelo Fx_low_aero e Fx_high_aero, nota-se um ganho de 51,5 pontos, equivalente a 8,3% dos 615 pontos atribuídos às provas dinâmicas. Seria equivocado associar essa quantidade de pontos a uma melhora de n posições na classificação geral, pois a diferença de pontos entre as posições é muito variável, conforme se pode observar na Figura 49, que mostra a classificação dos 20 primeiro colocados da competição de 2022.

Figura 49 – Classificação dos 20 primeiros colocados na 18ª Competição Fórmula SAE BRASIL

Posição	Carro #	Equipe	Instituição de Ensino	Total
1	1	Fórmula Cefast	Centro Federal de Educação Tecnológica de MG	898,3
2	2	EESC-USP Formula SAE	Escola de Engenharia de São Carlos - USP	830,5
3	19	Fórmula FEI	Centro Universitário FEI	738,8
4	3	Formula UFSM	Universidade Federal de Santa Maria	687,3
5	8	FSAE Unicamp	Universidade Estadual de Campinas	641,3
6	23	Formula SAE UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais	562,2
7	11	Zeus Formula SAE	Universidade Federal de Lavras	497,6
8	9	Fórmula Del-Racing UFSJ	Universidade Federal de São João del Rei	347,2
9	45	Icarus UFRJ de Formula SAE	Universidade Federal do Rio de Janeiro	342,2
10	5	Mauá Racing	Instituto Mauá de Tecnologia	334,7
11	20	Cheetah Racing	Universidade Federal de Itajubá	327,3
12	7	UFPR Fórmula	Universidade Federal do Paraná	285,9
13	13	Fênix Racing	Univ. Estadual Paulista - Campus de Ilha Solteira	285,2
14	4	Poli Racing	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo	283,3
15	40	Fórmula UFPB	Universidade Federal da Paraíba	243,7
16	16	Fórmula CEM IC	Universidade Federal de Santa Catarina	225,1
17	12	Fórmula UTFPR	Univ. Tecnológica Federal do Paraná - Campus Curitiba	218,2
18	10	FEB Racing	Univ. Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho - Bauru	197,8
19	6	V8 Racing Team	Faculdade de Engenharia de Sorocaba	190,5
20	22	Fórmula UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina	190,2

Fonte: (Resultados, 2022)

Observando a imagem é possível notar que um ganho de 51,5 pontos pode ter uma relevância muito diferente dependendo do caso, para o 20º colocado significaria melhorar 4 posições, ficando em 16º, para o terceiro colocado, não significaria melhora alguma. Ainda que não seja possível estabelecer um ganho preciso em termos de posições, é fato que a implementação de dispositivos aerodinâmicos tem resultados relevantes na pontuação.

5 CONCLUSÃO

De acordo com a análise feita, a implementação de dispositivos aerodinâmicos mostrou-se favorável ao ganho de desempenho, houve uma redução no tempo de execução da maioria das provas e consequentemente um aumento na pontuação, não se pode afirmar o quão impactante esse aumento seria na colocação da equipe, mas é fato que ele existe. Percebe-se uma grande melhora nas curvas, e em algumas situações, um pequeno prejuízo nas retas. É preciso lembrar também que a competição não se limita às provas dinâmicas, e que um pacote aerodinâmico devidamente dimensionado e bem apresentado na competição pode acrescentar pontos valiosos nas provas estáticas.

É necessário ponderar que o *software* faz uso de diversas simplificações que podem distanciar os resultados da realidade. Entretanto, entende-se que a estratégia de analisar as variações e não propriamente os valores obtidos, reduz as possíveis discrepâncias, ainda que parcialmente.

Apesar de não ser possível estabelecer uma relação direta entre a melhora na colocação da equipe e a implementação de dispositivos aerodinâmicos, o objetivo principal do trabalho foi atendido, a forma como os dispositivos aerodinâmicos impactam na dinâmica veicular foi entendida, ficando evidente em quais situações eles podem favorecer ou prejudicar o desempenho do veículo.

Trabalhos futuros podem ser pautados em validar os resultados obtidos nas simulações, analisar como as considerações feitas pelo *OptimumLap* os afetam e em que circunstâncias elas tem maior ou menor influência. Outra linha que pode ser desenvolvida sobre como os dispositivos aerodinâmicos influenciam em outros componentes do carro, afetando seu desempenho de outras formas, que não diretamente pelas forças geradas.

A análise para afirmar se é viável ou não investir recursos na implementação de um pacote aerodinâmico vai muito além do ganho de desempenho, ela deve levar em conta a realidade da equipe, considerando fatores como disponibilidade de recursos, mão de obra e até mesmo necessidade de inovação.

REFERÊNCIAS

19ª Competição Fórmula SAE BRASIL 2023. **SAE BRASIL**, 2023. Disponível em: <https://photos.google.com/share/AF1QipOmWPLABDNBcoIJgufp9bfabaiMLNfpUyELV3mHUdqBKmuNBDOOrLnSlSEjXHWt6pQ?key=RWZmWmlhSnN1SDBlQUNBbGpnanM5LWlPbENKbHZR>. Acesso em: 20 Junho 2024.

ABOUT Formula SAE Series. **SAE International**. Disponível em: <https://www.sae.org/attend/student-events/about-formula>. Acesso em: 25 Junho 2024.

DAZA, D. A. B. **Implementação de um pacote aerodinâmico em um veículo de Fórmula SAE**. São Carlos: [s.n.], 2015.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T. **INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS FLUIDOS**. [S.l.]: LTC, v. 8ª edição, 2014.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **FUNDAMENTO DE FÍSICA**. 9ª edição. ed. Rio de Janeiro: LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., v. 1, 2012.

JUILHARD, C. LE GRILLE DE DÉPART DE LA COURSE SPRINT DU GP DU BRÉSIL DE F1, NORRIS COIFFE VERSTAPPEN. **AUTONEWS**, 2023. Disponível em: F1: Rivals ‘dismayed’ at Red Bull floor complexity. Acesso em: 20 Junho 2024.

KATZ, J. **Race Car Aerodynamics: Design for Speed**. [S.l.]: Bentley Publishers, v. 2ª edição, 1995.

MAITLAND, A. F1: Rivals ‘dismayed’ at Red Bull floor complexity. **AutoRacing1**, 2023. Disponível em: <https://www.autoracing1.com/pl/400659/f1-rivals-dismayed-at-red-bull-floor-complexity/>. Acesso em: 28 Junho 2024.

MCBEATH, S. **COMPETITION CAR AERODYNAMICS**. [S.l.]: Haynes Publishing, 2006.

MENSAGENS e Informativos. **SAE BRASIL**, 2024. Disponível em: <https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/formula-sae-brasil/mensagens-e-informativos/>. Acesso em: 10 Junho 2024.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **RACE CAR VEHICLE DYNAMICS**. Warrendale: Society of Automotive Engineers International, 1995.

NOBLE, J. F1 - FERRARI: FIA DEIXOU CLARO QUE ASA DIANTEIRA É LEGAL. **Motorsport**, 2023. Disponível em: <https://motorsport.uol.com.br/f1/news/f1-ferrari-fia-deixou-claro-que-asa-dianteira-e-legal/10437540/>. Acesso em: 25 Junho 2024.

RESULTADOS. **SAE BRASIL**, 2022. Disponível em: <https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/formula-sae-brasil/resultados/>. Acesso em: 28 Junho 2024.

SAE INTERNATIONAL. **FORMULA SAE RULES 2024**. [S.l.]: [s.n.], 2023.

SEWARD, D. **RACE CAR DESIGN**. [S.l.]: Palgrave, 2014.

VEHICLE Dynamics Simulation, Simplified. **OPTIMUMG**. Disponível em: <https://optimumg.com/product/optimumlap/>. Acesso em: 12 Junho 2024.