



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÃO DE ROTORES
COM MANCAIS MAGNÉTICOS: INFLUÊNCIA DA
FLEXIBILIDADE DOS ROTORES**

ROMILDO GONÇALVES JUNIOR

Ilha Solteira – SP
2006

CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÃO DE ROTORES COM MANCAIS MAGNÉTICOS: INFLUÊNCIA DA FLEXIBILIDADE DOS ROTORES

ROMILDO GONÇALVES JUNIOR

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Luiz de Paula do Nascimento

Ilha Solteira – SP
2006

Dedico esta dissertação de mestrado aos meus pais, Romildo e Antônia, que sempre me apoiaram em todas as etapas da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por iluminar meus caminhos, meus pensamentos e por estar sempre presente em minha vida.

Aos professores Dr. Alcides Padilha e Dr. Edson Antônio Capello Sousa, da Faculdade de Engenharia de Bauru, pelo apoio, incentivo e orientação quanto à realização deste curso de mestrado.

Ao meu orientador Prof. Dr. Luiz de Paula do Nascimento pela excelente orientação, discussões enriquecedoras, consideração, paciência e pela amizade construída durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Domingos Alves Rade, da Universidade Federal de Uberlândia, e aos professores Dr. Vicente Lopes Junior, Dr. Amarildo Tabone Paschoalini e Dr. Gilberto Pechoto de Melo, da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, pelas valiosas discussões e sugestões.

Em especial, aos meus pais Romildo Gonçalves e Antônia A. A. Gonçalves, e às minhas irmãs Rosângela e Rosiani, que em todos os momentos estiveram presentes com incentivo, apoio, confiança e carinho.

À minha namorada Daniela Lopes de Oliveira, que sempre esteve ao meu lado com seu amor, carinho, alegria e paciência, me apoiando e contribuindo para a realização deste trabalho, e aos seus pais Daniel e Leila, e à sua irmã Mariana, pelo carinho e pela amizade.

Aos meus amigos e companheiros de república Álvaro, Domisley, Edílson, Fabiano, Filipe, Manoel, Tobias e Vlademir, pela ajuda atribuída sempre que necessário e pelos momentos de descontração.

A todos os colegas, professores e funcionários do programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica do Campus de Ilha Solteira pela amizade.

“Imagine a world without friction ... a world of unlimited speed, undetectable vibration and unsurpassed energy efficiency.”

Revolve Magnetic Bearings Inc.

GONÇALVES JUNIOR, R. **Controle ativo de vibração de rotores com mancais magnéticos**: influência da flexibilidade dos rotores. Ilha Solteira, 2006. 139 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise teórica do desempenho de um sistema de controle ativo de vibração de rotores utilizando mancais magnéticos. O esquema de controle ativo proposto utiliza a estratégia de controle ativo *feedforward* sobreposta ao sistema de controle *feedback* dos mancais magnéticos. O desempenho desse sistema de controle foi analisado em função da flexibilidade dos rotores considerando o impacto do número e da localização dos atuadores e dos sensores de erro sobre a redução dos níveis de vibração desses rotores, tanto em termos de vibração global quanto em termos de vibração local. O sistema de controle foi aplicado em um modelo teórico de rotor desenvolvido através do método da matriz de impedância.

Palavras-chave: Mancais Magnéticos Ativos; Controle Ativo; Dinâmica de Rotores.

GONÇALVES JUNIOR, R. **Active control of vibration of rotors with magnetic bearings:** influence of flexibility of the rotors. Ilha Solteira, 2006. 139 p. Thesis (Master in Mechanical Engineering) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

ABSTRACT

This work presents a theoretical analysis of the performance of a system of active control of rotor vibrations using magnetic bearings. The proposed scheme of active control uses a feedforward active control strategy superimposed on the feedback control system of the magnetic bearings. The performance of this control system was analyzed as a function of the rotor flexibility considering the impact and optimization of the actuators and error sensors placement on the reduction of vibration levels of these rotors, in terms of global vibration as well as in terms of local vibration of the rotor. The control system was applied to a theoretical rotor model developed by the matrix impedance method.

Key-words: Active Magnetic Bearing; Active Control; Rotor Dynamics.

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

1.1	Bateria eletromecânica <i>flywheel</i> equipada com mancais magnéticos	24
1.2	Turbina de resfriamento de uma aeronave modelo C-130	24
1.3	Aplicação industrial dos mancais magnéticos no controle ativo de vibração	25
1.4	Compressor de ar totalmente livre de óleo	26

CAPÍTULO 2

2.1	Mancal magnético radial	28
2.2	Geometria básica da ação dupla de um atuador magnético	31
2.3	Densidade de fluxo magnético (B) <i>versus</i> intensidade de campo magnético (H) para o silício (ALLAIRE, 1993)	33
2.4	Diagrama de controle a malha fechada de um mancal magnético radial	38
2.5	Esquema de um eixo de controle de um mancal magnético ativo radial	42

CAPÍTULO 3

3.1	Componentes de um sistema <i>feedback</i>	47
3.2	Diagrama de blocos equivalente de um sistema de controle <i>feedback</i>	48
3.3	Controlador <i>feedback</i> aplicado em um sistema massa-mola-amortecedor	50
3.4	Diagrama de blocos de um sistema mecânico de múltiplos canais com controle <i>feedback</i> de saída	55

3.5	Diagrama de um sistema de controle tipo <i>feedforward</i>	59
3.6	Diagrama de um sistema de controle <i>feedforward</i> adaptativo	60
3.7	Componentes básicos de um sistema de controle ativo de ruído <i>feedforward</i> adaptativo	61
3.8	Componentes de um sistema de controle <i>feedforward</i>	62
3.9	Diagrama de blocos equivalente de um sistema de controle <i>feedforward</i>	62
3.10	Diagrama de blocos de um sistema de controle <i>feedforward</i> com múltiplos canais ...	66

CAPÍTULO 4

4.1	Esquema de um rotor a ser modelado	71
4.2	Modelo de uma viga livre-livre no plano- <i>xy</i>	72
4.3	Projeção do segmento de eixo <i>N</i> no plano- <i>xy</i>	76
4.4	Segmentos de eixo consecutivos <i>N</i> e <i>N+1</i>	76
4.5	Modelo de rotor utilizado nas simulações	83
4.6	Curvas de rigidez e amortecimento equivalentes	85

CAPÍTULO 5

5.1	Modos de vibração não amortecidos do rotor, casos A a F	89
5.2	Localização dos possíveis pontos de posicionamento dos sensores de erro ao longo do rotor	90
5.3	Nível global de vibração, sem e com controle, usando MMA_1 , MMA_2 e ambos os atuadores MMA_1 e MMA_2 simultaneamente, casos A a F	92
5.4	Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, casos A a F	95
5.5	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso A	98
5.6	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso B	98
5.7	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso C	99

5.8	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso D	99
5.9	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso E	99
5.10	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso F	100
5.11	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso A	100
5.12	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso B	101
5.13	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso C	101
5.14	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso D	101
5.15	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso E	102
5.16	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso F	102
5.17	Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso A	103
5.18	Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso B	103
5.19	Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso C	103
5.20	Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso D	104
5.21	Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso E	104
5.22	Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso F	104
5.23	Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro posicionado próximo à fonte de excitação do rotor, casos A a F	105

5.24	Posições dos sensores de erro que proporcionam bom desempenho no controle ativo de vibração para a arquitetura de controle utilizando um atuador e dois sensores de erro	107
5.25	Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, casos A a F	108
5.26	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A	110
5.27	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B	111
5.28	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C	111
5.29	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D	111
5.30	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E	112
5.31	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F	112
5.32	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A	113
5.33	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B	113
5.34	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C	113
5.35	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D	114
5.36	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E	114
5.37	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F	114
5.38	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A	115
5.39	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B	116

5.40	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C	116
5.41	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D	117
5.42	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E	117
5.43	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F	118
5.44	Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro próximos à fonte de excitação do rotor, casos A a F	119
5.45	Posições dos sensores de erro que proporcionam bom desempenho no controle ativo de vibração para a arquitetura de controle utilizando dois atuadores e dois sensores de erro	120
5.46	Nível global de vibração, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro combinados entre as posições 12 e 20, casos F.....	121
5.47	Nível global de vibração, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, casos A a F	122
5.48	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A	124
5.49	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B	124
5.50	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C	125
5.51	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D	125
5.52	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E	125

5.53	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F	126
5.54	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A	126
5.55	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B	127
5.56	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C	127
5.57	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D	127
5.58	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E	128
5.59	Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F	128
5.60	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A	129
5.61	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B	129
5.62	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C	129
5.63	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D	130
5.64	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E	130
5.65	Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F	130
5.66	Nível global de vibração, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro próximos aos atuadores, casos A a F	131

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 4

4.1	Valores dos diâmetros do eixo utilizados nas simulações	83
4.2	Parâmetros adotados no circuito eletrônico de controle de um mancal magnético	84
4.3	Características adotadas no mancal magnético	84
4.4	Propriedades físicas dos mancais e dos discos rígidos utilizados nas simulações.....	85

CAPÍTULO 5

5.1	Frequências críticas (Hz) do rotor para os casos simulados	87
5.2	Localização (mm) das possíveis posições dos sensores de erro ao longo do rotor.....	90
5.3	Máxima atenuação do nível global de vibração nas três primeiras frequências críticas utilizando sensor de erro “perfeito”	93
5.4	Atenuação do nível global de vibração nas três primeiras frequências críticas utilizando um atuador e um sensor de erro em posição ótima	97
5.5	Atenuação do nível global de vibração nas três primeiras frequências críticas utilizando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas	109
5.6	Atenuação do nível global de vibração nas três primeiras frequências críticas utilizando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas	123

LISTA DE SÍMBOLOS

CAPÍTULO 2

g	Folga entre o rotor e o estator
A_g	Área da face do pólo
N	Número de espiras
i	Corrente elétrica
L	Comprimento do caminho magnético
H	Campo magnético
f	Fluxo magnético
B	Densidade de fluxo
m_0	Permeabilidade do espaço livre
m_r	Permeabilidade relativa
F_g	Força na face do pólo
F	Força no mancal
e	Fator geométrico de correção
B_b	Densidade de fluxo permanente
i_b	Corrente permanente
B_p	Densidade de fluxo de perturbação
i_p	Corrente de perturbação (ou de controle)
F_{MAX}	Força máxima no mancal
F_N	Força líquida em um plano do mancal
g_0	Espessura nominal da folga

x	Posição do eixo
K_i	Rigidez de corrente
K_x	Rigidez de posição
$G(s)$	Função de transferência global do sistema
$SS(s)$	Função de transferência do sensor de posição
$LP(s)$	Função de transferência do filtro passa baixa
$PID(s)$	Função de transferência do filtro PID
$AMP(s)$	Função de transferência do amplificador de potência
F_i	Força externa aplicada sobre o sistema
K_{eq}	Rigidez equivalente
C_{eq}	Amortecimento equivalente

CAPÍTULO 3

$W(s)$	Transformada de Laplace da resposta do sistema de controle <i>feedback</i>
$G(s)$	Função de transferência do sistema mecânico
$F_p(s)$	Transformada de Laplace da excitação primária
$F_s(s)$	Transformada de Laplace da excitação secundária
$H(s)$	Função de transferência do controlador <i>feedback</i>
f_p	Força primária
w	Deslocamento do sistema
M	Massa do sistema
K	Rigidez do sistema
C	Amortecimento do sistema
$F_p(s)$	Transformada de Laplace da força primária
$W(s)$	Transformada de Laplace do deslocamento do sistema
g_a	Constantes de ganho de aceleração
g_v	Constantes de ganho de velocidade
g_d	Constantes de ganho de deslocamento

f_s	Força secundária
$F_s(s)$	Transformada de Laplace da força secundária
\mathbf{x}	Vetor de estado
\mathbf{A}	Matriz de estado ou matriz dinâmica
\mathbf{B}	Vetor de entrada das perturbações
\mathbf{y}	Vetor de saída do sistema
\mathbf{C}_{ms}	Matriz de saída ou matriz de medida
\mathbf{D}	Matriz de transmissão direta
\mathbf{M}	Matriz de massa do sistema
\mathbf{C}	Matriz de amortecimento do sistema
\mathbf{K}	Matriz de rigidez do sistema
\mathbf{G}_0	Matriz de ganho
\mathbf{r}	Vetor de entrada “requerida”
\mathbf{I}	Matriz identidade
J	Função custo

CAPÍTULO 4

l	Comprimento do eixo
R	Número de pontos nodais
N	Número de elementos de eixo
m_i	Elemento de massa no i -ésimo ponto nodal
k_i	Elemento de rigidez no i -ésimo ponto nodal
c_i	Elemento de amortecimento no i -ésimo ponto nodal
u	Velocidade
\mathbf{y}_n	n -ésimo modo de vibração
a_n	Amplitude complexa do n -ésimo modo de vibração
\mathbf{w}	Frequência angular
x	Posição nodal
F	Força
\mathbf{w}_n	Frequência natural do n -ésimo modo

\mathbf{z}_n	Fator de amortecimento do enésimo modo
m_r	Massa total do rotor
j	Número complexo
E	Módulo de elasticidade
d	Diâmetro do eixo
\mathbf{r}	Densidade do material
\mathbf{u}	Vetor velocidade
\mathbf{T}	Matriz de transferência de mobilidade
\mathbf{f}_i	Vetor das forças externas
\mathbf{Z}	Matriz de impedância
\mathbf{f}_N	Vetor das forças de reação de em elemento de eixo N
\mathbf{Z}_N	Matriz de impedância de um elementos de eixo N
\mathbf{u}_N	Vetor velocidade de um elemento de eixo N
f_{ri}	Força de reação na ponto nodal i
Z_{ki}	Impedância de um elemento de rigidez fixado no ponto nodal i
u_p	Velocidade do pedestal do mancal
Z_{ci}	Impedância de um elemento de amortecimento fixado no ponto nodal i
\mathbf{f}_r	Vetor das forças de reação nos pontos nodais
$\hat{\mathbf{T}}$	Matriz de mobilidade “compacta”
\mathbf{e}	Vetor de erro
\mathbf{f}_p	Vetor das forças de perturbação primárias
\mathbf{f}_c	Vetor das forças de controle secundárias
J_e	Função custo
\mathbf{f}_{c-opt}	Vetor das forças de controle ótimas
\mathbf{u}_{i_ac}	Vetor velocidade antes da aplicação do controle
\mathbf{u}_{i_dc}	Vetor velocidade depois da aplicação do controle

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	APLICAÇÕES DOS MANCAIS MAGNÉTICOS	23
1.2	CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO	26
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	26
2	CONTROLE ATIVO DOS MANCAIS MAGNÉTICOS	28
2.1	INTRODUÇÃO	28
2.2	TEORIA BÁSICA DO ATUADOR MAGNÉTICO	30
2.3	CIRCUITO ELETRÔNICO DE CONTROLE DO MANCAL	38
2.3.1	SENSOR DE POSIÇÃO	40
2.3.2	FILTRO PASSA BAIXA	40
2.3.3	FILTRO PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVO (FILTRO PID)	41
2.3.4	AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA	41
2.4	MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ROTOR-MANCAL MAGNÉTICO	42
2.5	RIGIDEZ E AMORTECIMENTO EQUIVALENTES	43
3	CONTROLE ATIVO DE RUÍDO E VIBRAÇÃO	45
3.1	INTRODUÇÃO	45
3.2	CONTROLE ATIVO TIPO <i>FEEDBACK</i>	46
3.2.1	CONTROLE <i>FEEDBACK</i> DE UM UMA ENTRADA E UMA SAÍDA	46
3.2.2	MODIFICAÇÃO DA RESPOSTA DE UM SISTEMA <i>SDOF</i>	49
3.2.3	REPRESENTAÇÃO DE VARIÁVEL DE ESTADO	52
3.2.4	CONTROLE <i>FEEDBACK</i> DE MÚLTIPLOS CANAIS	54
3.2.5	CONTROLE ÓTIMO	56
3.3	CONTROLE ATIVO TIPO <i>FEEDFORWARD</i>	58

3.3.1	CONTROLE <i>FEEDFORWARD</i> DE UMA ENTRADA E UMA SAÍDA	61
3.3.2	CONTROLADORES DIGITAIS ADAPTATIVOS DE MÚLTIPLOS CANAIS	64
4	MODELO TEÓRIO	70
4.1	INTRODUÇÃO	70
4.2	TEORIA BÁSICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA	71
4.2.1	MODELO DE UMA VIGA LIVRE-LIVRE	72
4.2.2	MÉTODO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA	75
4.3	CONTROLE ATIVO ÓTIMO	80
4.4	DESCRIÇÃO DO MODELO TEÓRICO PARA ANÁLISE	82
5	ANÁLISE DO CONTROLE ATIVO EM FUNÇÃO DA FLEXIBILIDADE DO ROTOR	86
5.1	INTRODUÇÃO	86
5.2	FREQÜÊNCIAS CRÍTICAS E MODOS DE VIBRAÇÃO DO ROTOR	87
5.3	ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ATUADORES	90
5.4	ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E UM SENSOR DE ERRO	94
5.5	ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E DOIS SENSORES DE ERRO ...	106
5.6	ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO DOIS ATUADORES E DOIS SENSORES DE ERRO	120
6	CONCLUSÕES GERAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	133
6.1	CONCLUSÕES GERAIS	133
6.2	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	135
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	136

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Os mancais magnéticos ativos são mecanismos retroalimentados que suportam um eixo rotativo por levitação em um campo magnético. A idéia por detrás desses mancais não é nova, entretanto. O uso da atração magnética para levantar o eixo foi testado antes, mas essas tentativas não foram bem sucedidas devido à instabilidade do sistema na ausência das técnicas de controle para ajustar as forças de atração (HUSTAK *et al.*, 1985).

Os mancais magnéticos oferecem muitas vantagens sobre os mancais convencionais em várias aplicações industriais, as quais incluem a eliminação de um sistema de lubrificação, operação livre de atrito, baixa perda de energia e altas velocidades de rotação. Uma outra aplicação importante dos mancais magnéticos, e que tem grande interesse na atualidade, é como atuador de sistemas de controle ativo de vibração em rotores.

Em geral, as técnicas de controle ativo de vibração em rotores utilizando mancais magnéticos ficam restritas ao sistema de controle ativo tipo *feedback*. Entretanto, na última década várias estratégias de controle foram desenvolvidas para reduzir a resposta ao desbalanceamento de rotores utilizando mancais magnéticos ativos.

Pesquisadores têm implementado, com muito sucesso, técnicas de controle ativo tipo *feedforward* com mancais magnéticos para, de forma adaptável, reduzir os níveis de vibração em rotores com aplicações em laboratório, bem como em aplicações industriais. Nestes casos, a redução da vibração é obtida pela aplicação da estratégia de controle ativo tipo *feedforward* sobreposta à estratégia de controle ativo tipo *feedback* necessária para manter a estabilidade do rotor quando os mancais operam como suportes e atuadores simultaneamente.

Vários desses estudos, teóricos e/ou experimentais, têm sido documentados na literatura. Chen e Ku (1991) desenvolveram um modelo de balanceamento alternativo, chamado “Balanceamento Virtual”, para reduzir as vibrações na carcaça de uma bomba

industrial. Os autores utilizaram um esquema de controle ativo tipo *feedforward* para reduzir as forças de desbalanceamento do rotor transmitidas para a carcaça da bomba através dos mancais magnéticos. Esse esquema de controle relaciona as vibrações na carcaça da bomba com o sinal de controle *feedforward* injetado nos mancais.

Higuchi *et al.* (1992) apresentaram experimentalmente uma metodologia para reduzir as vibrações nas fundações de equipamentos rotativos equipados com mancais magnéticos. Os autores utilizaram uma nova técnica de aplicação do controle de aprendizagem periódico para adicionar uma entrada compensadora no sinal de controle *feedback* para eliminar as flutuações nas correntes das bobinas dos mancais magnéticos e, assim, atenuar as vibrações transmitidas para os suportes.

Hope *et al.* (1997) apresentaram uma análise de viabilidade da aplicação, em escala comercial, do controle de vibração adaptativo para a redução da resposta ao desbalanceamento de rotores. Os testes foram realizados em um compressor de hidrogênio equipado com mancais magnéticos, e os resultados mostraram que as reduções nos níveis de vibração são possíveis com o controle de vibração adaptativo.

Johnson *et al.* (2003) apresentaram um estudo teórico e experimental do efeito da localização dos sensores de erro e dos atuadores magnéticos na redução dos níveis de vibração de um rotor desbalanceado utilizando um esquema de controle *feedforward* sobreposto ao controle *feedback* dos mancais magnéticos. O estudo demonstrou que, quando o esquema de controle *feedforward* é usado, uma análise da localização do atuador e dos sensores é necessária para assegurar que um aumento prejudicial nos níveis de vibração não ocorra nas frequências críticas ou em pontos ao longo do rotor não monitorados pelos sensores de erro.

Utilizando a tecnologia dos mancais magnéticos ativos em conjunto com os mancais de apoio convencionais, Kasarda *et al.* (2004) demonstraram experimentalmente a possibilidade de redução nas vibrações subsíncronas de um rotor de laboratório. A solução proposta para este problema foi utilizar os mancais magnéticos ativos como um amortecedor magnético ativo juntamente com os mancais de apoio convencionais. Desta forma, as vibrações subsíncronas são reduzidas com o uso do amortecedor magnético ativo, conseguindo uma elevada redução da amplitude de vibração.

Outro trabalho é o de Shi *et al.* (2004), no qual os autores desenvolveram algoritmos de controle adaptativo para minimizar as vibrações medidas em rotores através do ajuste da amplitude e da fase de um sinal síncrono injetado sobre o sinal de controle *feedback* do mancal magnético. Dois métodos foram analisados, sendo o primeiro a aplicação de técnicas

que utilizam filtros adaptativos para atenuar diretamente o deslocamento do rotor, referido como método direto, e o segundo minimiza a magnitude do sinal de erro do mancal magnético, e é referido como método indireto para atenuar perturbações síncronas.

Jang *et al.* (2005) apresentaram a análise e o controle de um sistema composto por um rotor flexível com mancais magnéticos ativos e com mancais de apoio convencionais. Os autores propuseram um esquema de controle *sliding* (quando ocorre contato entre o rotor e a parte estacionária do mancal auxiliar) para compensar os efeitos não lineares do sistema de mancais magnéticos ativos, cujos resultados numéricos demonstraram que o sistema de controle tem elevada precisão e robustez quando opera sob o modo de controle *sliding*.

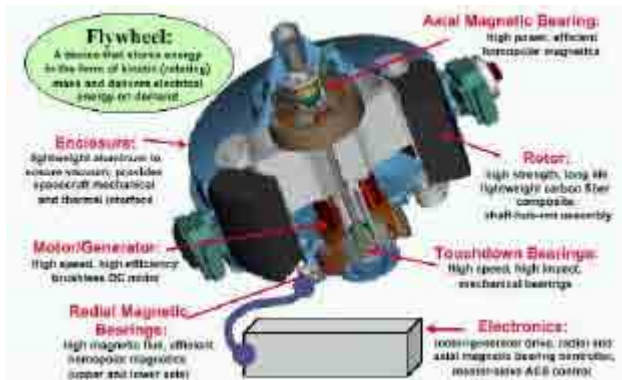
Estudos dos mancais magnéticos ativos em aplicações de controle de ruído também podem ser encontrados. Piper *et al.* (2005) apresentaram uma proposta para controlar o ruído proveniente de um ventilador de fluxo axial. O eixo e o ventilador foram suportados por dois mancais magnéticos radiais e um mancal magnético axial. Um esquema de controle ativo tipo *feedforward* foi utilizado para conduzir o controle do mancal axial de forma a excitar o eixo na direção axial a uma frequência e amplitude desejadas.

1.1 APLICAÇÕES DOS MANCAIS MAGNÉTICOS ATIVOS

O uso dos mancais magnéticos possui um grande impacto no setor aeroespacial. Um dos destaques no emprego desses mancais é na bateria eletromecânica, também chamada de *flywheel*, Figura 1.1. Utilizadas em satélites, estações espaciais e até mesmo em aeronaves, estas baterias armazenam energia cinética em um volante de inércia em rotação e a transforma em energia elétrica para uso posterior. Testado pela NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), o *flywheel* emprega mancais magnéticos com o objetivo de proporcionar operações em altas rotações e em grandes variações de temperatura, além de reduzir as perdas devido ao atrito e aumentar os ciclos de manutenção (Fonte: <http://cto.grc.nasa.gov>).

A tecnologia dos mancais magnéticos também está sendo utilizada em aeronaves. A empresa *Smiths Aerospace*, em conjunto com a *U.S. Air Force*, desenvolvem e testam turbinas com eixos suportados por mancais magnéticos para sistemas de resfriamento de aeronaves comerciais e militares, como a mostrada na Figura 1.2 (Fonte: http://www.smiths-aerospace.com/Documents/Products/C_130.pdf). As principais vantagens proporcionadas pelos mancais magnéticos são: alta rotação, de até 90.000 rpm; ausência de risco de contaminação do sistema de refrigeração por óleo, uma vez que não necessitam de

lubrificação; manutenção reduzida e controle e monitoramento eletrônico da posição do eixo da turbina.



(a) Bateria eletromecânica

(b) Estação Espacial que utiliza bateria *flywheel*

Figura 1.1: Bateria eletromecânica *flywheel* equipada com mancais magnéticos.



(a) Turbina de resfriamento com mancal magnético

(b) Instalação da turbina na aeronave

Figura 1.2: Turbina de resfriamento de uma aeronave modelo C-130.

No setor industrial, o número de aplicações dos mancais magnéticos é muito grande. Em uma micro-hidroelétrica no Japão, as turbinas hidráulicas são suportadas por mancais magnéticos. Estas unidades giram a 600 rpm e suportam um carregamento axial de aproximadamente 35 toneladas. Os objetivos da utilização desses mancais são superar os problemas ambientais, tais como os relacionados com vazamentos de óleo lubrificante e aumentar a vida útil, reduzindo a preocupação com a manutenção dos mancais (Fonte: http://www.kingsbury.com/pdfs/mag_bearings_brochure.pdf).

Com o objetivo de reduzir os níveis de vibração em equipamentos rotativos, a empresa *SKF Magnetic Bearing* emprega mancais magnéticos no controle ativo de vibração (Fonte: <http://evolution.skf.com/zino.aspx?articleID=500>). Suas principais aplicações são: controle de vibração de rotores devido ao desbalanceamento, empregados particularmente em turbomáquinas e bombas de vácuo, Figura 1.3(a); controle das frequências de ressonância estruturais, com aplicações em motores e em turbomáquinas de alta velocidade; controle da vibração transmitida dos rotores para as partes estacionárias, importante em aplicações de equipamentos sensíveis à vibração, tal como equipamentos de fabricação de semicondutores e de instrumentos analíticos, Figura 1.3(b).



(a) Compressor de gás natural



(b) Fabricação de semicondutores

Figura 1.3: Aplicação industrial dos mancais magnéticos no controle ativo de vibração.

Para reduzir a vibração, e conseqüentemente o ruído, e eliminar possíveis contaminações com óleo lubrificante, a empresa *Danfoss Turbocor* emprega mancais magnéticos em compressores especificamente projetados para indústrias de aquecimento, ventilação, ar-condicionado e refrigeração, Figura 1.4 (Fonte: http://www.turbocor.com/products_technology). Com funcionamento mais silencioso, esses compressores são totalmente livres de óleo. Informações adicionais sobre as aplicações dos mancais magnéticos ativos podem ser obtidas nas publicações de Dhar e Barrett (1991), Iamaishi (1997) e Kasarda (2000).

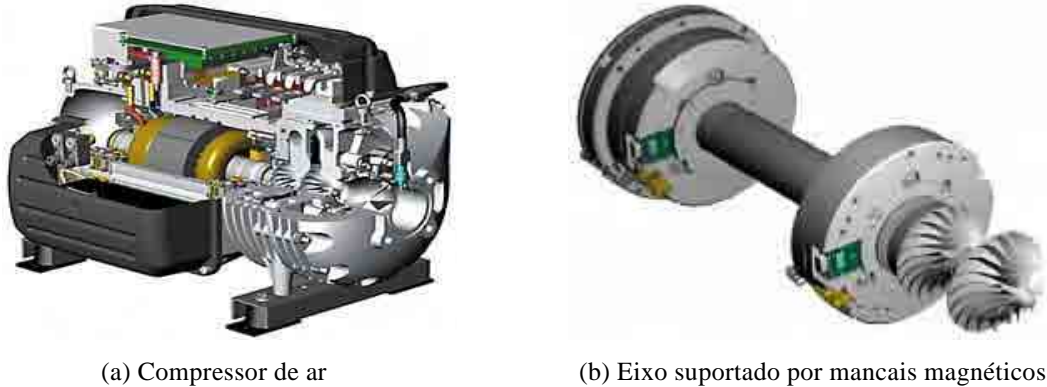


Figura 1.4: Compressor de ar totalmente livre de óleo.

1.2 CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO

A literatura sobre controle ativo com atuadores magnéticos é vasta e observa-se que muita informação sobre diferentes esquemas de controle ativo tipo *feedforward* aplicados sobrepostos às estratégias de controle ativo tipo *feedback* dos mancais magnéticos para reduzir a resposta ao desbalanceamento de rotores tem sido apresentada. Porém, o efeito da rigidez dos rotores no desempenho dos sistemas de controle ativo de vibração, dentro deste contexto, não tem sido analisado. Além disso, embora possam ser encontrados na literatura, estudos sobre a otimização da posição dos sensores de erro e dos atuadores são poucos e investigações adicionais necessitam ser realizadas para contribuir no avanço deste tema.

A contribuição deste trabalho concentra-se na aplicação da técnica de controle ativo tipo *feedforward* sobreposta ao esquema de controle ativo tipo *feedback* dos mancais magnéticos para analisar teoricamente o desempenho do controle ativo de vibração em função da flexibilidade dos rotores. Para o sistema de controle ativo adaptativo utilizou-se um algoritmo LMS para a minimização de uma função custo para se alcançar um controle ótimo. Paralelamente a essa análise, foram analisados também o impacto do número e da localização dos atuadores e dos sensores de erro sobre a redução dos níveis de vibração desses rotores, tanto em termos de vibração global quanto em termos de vibração local.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em 6 capítulos. O Capítulo 2 traz a teoria básica dos mancais magnéticos ativos e o circuito eletrônico com os equipamentos utilizados no controle

ativo tipo *feedback*. Também são apresentadas as funções de transferência usadas nos dispositivos do circuito eletrônico, com as quais determina-se a função de transferência global do sistema de controle. Um modelo matemático é proposto para a determinação da rigidez e do amortecimento equivalentes do mancal magnético em função de suas características e dos ganhos do controlador.

O Capítulo 3 apresenta os fundamentos básicos do controle ativo de ruído e vibração usando as estratégias de controle tipo *feedback* e *feedforward*. A teoria completa de controle ativo é ampla e complexa, envolvendo várias áreas do conhecimento em engenharia. Deste modo, neste capítulo está apresentada apenas uma introdução da teoria básica envolvendo essas duas técnicas, o suficiente para a compreensão da arquitetura de controle empregada neste trabalho para a redução de vibrações de rotores.

O Capítulo 4 apresenta a metodologia para o desenvolvimento de modelos de rotores suportados por mancais magnéticos ativos. O modelo é desenvolvido considerando-se primeiramente o rotor como uma viga livre-livre e, em seguida, são introduzidos os efeitos dinâmicos das massas concentradas e da rigidez e amortecimento equivalentes dos mancais através do método da matriz de impedância. A partir do modelo de um rotor, se estabelece um sistema de controle ativo de vibrações que minimiza uma função custo através do método dos mínimos quadrados das saídas dos sensores de erro. Também é apresentada uma descrição do rotor teórico utilizado na análise do desempenho de arquiteturas de controle ativo de vibração empregando os mancais magnéticos como atuadores.

O Capítulo 5 apresenta a análise do desempenho do controle ativo de vibração em função da flexibilidade dos rotores e, também, em função da posição e do número de atuadores magnéticos e de sensores de erro, de forma a se obter a máxima redução possível dos níveis de vibração, sobretudo nas condições de velocidades críticas do rotor. Neste capítulo foram analisadas estratégias de controle ativo utilizando um único atuador e um único sensor de erro levando em conta a classificação do rotor quanto à influência da rigidez do eixo no seu comportamento dinâmico. Também, são analisadas estratégias de controle ativo empregando um único atuador com dois sensores de erro e, ainda, estratégias de controle empregando dois atuadores e dois sensores de erro. A análise do desempenho do sistema de controle deu-se em termos de níveis globais e níveis locais de vibração.

Por fim, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais do trabalho e as sugestões para futuras pesquisas.

CAPÍTULO 2

CONTROLE ATIVO DOS MANCAIS MAGNÉTICOS

2.1 INTRODUÇÃO

Os mancais magnéticos agregam um novo conceito na tecnologia dos mancais. Eles utilizam forças eletromagnéticas para suportar o rotor sem contato mecânico, diferentemente da força mecânica, como acontece nos mancais de deslizamento, ou fluidodinâmicos, e nos mancais de rolamento. Suportam cargas radiais ou axiais e, devido a isso, são classificados em mancais magnéticos radiais ou mancais magnéticos axiais, respectivamente. Dependendo do carregamento axial a que um mancal radial pode ser submetido, uma outra alternativa é substituí-lo por um mancal cônico para suportar ambos os carregamentos, radial e axial, eliminando a necessidade de um mancal axial operando simultaneamente. A Figura 2.1 apresenta um mancal magnético radial comercializado pela empresa canadense *Revolve Magnetic Bearing Incorporated*. Pode-se ver claramente os enrolamentos dos magnetos e o material ferromagnético que deverá ser fixado ao eixo.



Figura 2.1: Mancal magnético radial.

Para operar os mancais magnéticos é necessário um sistema de controle ativo para regular o campo magnético e manter o rotor na posição desejada. O tipo de controle mais freqüentemente utilizado emprega um sinal de retroalimentação da posição do eixo (controle ativo tipo *feedback*). Essa informação é usada pelo sistema de controle para ajustar o campo magnético, de forma que a posição desejada do rotor é mantida até mesmo sob mudanças nas condições do carregamento.

Em comparação aos mancais convencionais, os mancais magnéticos oferecem muitas vantagens e algumas desvantagens. As principais vantagens são:

1. Alta confiabilidade: como não há contato entre as partes rotativa e estacionária, não há desgaste, o que proporciona maior vida útil e menor custo de manutenção;
2. Ambiente limpo: não há partículas produzidas pelo desgaste e a necessidade de lubrificação é eliminada, evitando a contaminação dos processos de produção com óleo, graxa ou partículas sólidas, nos quais uma rígida limpeza é requerida;
3. Aplicações em alta velocidade: o fato do rotor girar no espaço sem contato com o mancal significa que a resistência ao rolamento é mínima, dando oportunidade para o mancal trabalhar excepcionalmente em altas velocidades;
4. Condições extremas: os mancais magnéticos são capazes de operar em altas temperaturas ou até mesmo em temperaturas muito baixas, nas quais os mancais tradicionais não funcionariam, em ambientes corrosivos e até mesmo no vácuo;
5. Controle de posição e de vibração: os mancais magnéticos usam algoritmos de controle para influenciar o movimento do eixo e controlar sua posição com precisão micrométrica. São também utilizados como atuadores magnéticos nos sistemas de controle ativo de vibração para reduzir os níveis de vibração.

As desvantagens dos mancais magnéticos são:

1. Mancais com grandes dimensões: os mancais magnéticos possuem baixa capacidade de carga comparada com a de outros tipos de mancais, o que pode resultar em mancais fisicamente grandes;

2. Elevado investimento inicial: uma vez que operam controlados por um circuito eletrônico contendo vários equipamentos, o valor inicial de aquisição é maior que a dos outros mancais;
3. Necessidade de energia elétrica: os mancais magnéticos necessitam de um suprimento contínuo de energia elétrica para conduzir os sistemas de controle, os sensores e os atuadores eletromagnéticos.

Um típico sistema mancal magnético consiste de quatro componentes básicos: atuadores magnéticos, sensores de posição do eixo, sistema de controle eletrônico e amplificadores de potência.

2.2 TEORIA BÁSICA DO ATUADOR MAGNÉTICO

Em um modelo teórico de mancal magnético são consideradas várias hipóteses, conforme seguem:

1. Os níveis de fluxo magnético são sempre abaixo do nível de saturação do material magnético;
2. Os movimentos do eixo são pequenos quando comparados com o tamanho da folga do mancal;
3. A distribuição de fluxo magnético na seção transversal do estator é relativamente uniforme;
4. A perda elétrica é pequena.

Na análise de um mancal magnético, algumas ou todas essas hipóteses podem ser violadas por um projeto particular de mancal. Isso não significa que o mancal não irá operar, mas que uma análise mais apurada, por elementos finitos, deve ser considerada em um projeto confiável de mancal.

A parte magnética do circuito, ilustrada na Figura 2.2, é construída de um material magnético ordinário, tal como o aço silício, ou de materiais que têm níveis elevados de saturação magnética, como é o caso do *Vanadium Permendur*. A folga entre o rotor e o estator

tem espessura g e área A_g . O fluxo magnético é produzido em cada seção do atuador (em forma de ferradura) por um enrolamento de N espiras com uma corrente i fluindo através dele. Um amplificador de potência produz a corrente elétrica necessária no enrolamento. O caminho do fluxo de comprimento L passa pela seção do atuador, através das folgas no final de cada face dos pólos do atuador e através do material do rotor.

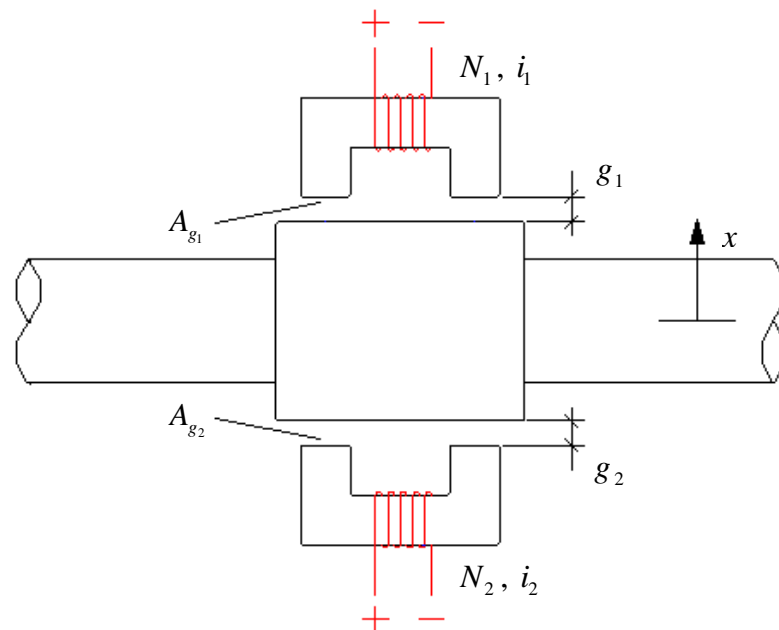


Figura 2.2: Geometria básica da ação dupla de um atuador magnético.

A lei de *Ampère* indica que a intensidade do campo magnético H , induzido por N espiras enroladas ao redor de um caminho magnético fechado de comprimento L e conduzindo uma corrente elétrica i , é dada por,

$$H = \frac{Ni}{L} \quad (2.1)$$

Nesta equação, assume-se que a direção da intensidade do campo magnético é paralelo ao caminho magnético e que a corrente no enrolamento é perpendicular ao caminho

magnético. A quantidade Ni é denominada de força magnetomotiva. O fluxo magnético f no circuito é igual à densidade de fluxo B multiplicada pela área da face do pólo A_g ,

$$f = BA_g \quad (2.2)$$

Nos circuitos magnéticos, muito da resistência magnética (chamada de relutância) reside nas folgas. O ar e outros materiais não-ferrosos têm aproximadamente as mesmas propriedades magnéticas. A densidade de fluxo em tais materiais é relacionada com a intensidade de campo magnético por uma relação linear (válida para muitos materiais não magnéticos),

$$B = \mu_0 H \quad (2.3)$$

na qual a permeabilidade do espaço livre (ar) é,

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} (Hm^{-1}) \quad (2.4)$$

Os mancais magnéticos são normalmente construídos de um material magnético ferroso e com a menor folga possível (praticável) para minimizar a força magnetomotiva requerida. Quase sempre, o fluxo magnético no mancal é determinado pela folga e a relutância do material ferromagnético pode ser desprezada comparada com a relutância da folga. Um típico material ferromagnético empregado em um atuador tem uma curva de magnetização, B versus H , como a ilustrada na Figura 2.3. A curva $B-H$ é aproximadamente linear para uma grande faixa de valores de B . A inclinação dessa curva na faixa linear é chamada de permeabilidade do material, μ . Em geral, essa permeabilidade é expressa como o produto da permeabilidade do espaço livre, μ_0 , vezes uma permeabilidade relativa para o material, μ_r . Assim, a relação $B-H$ fica,

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (2.5)$$

Para elevados valores de B , a curva $B-H$ não é linear. A região de deflexão da curva é denominada de região de saturação. Para um aço silício, a região de saturação tipicamente ocorre na faixa de 1,5 a 1,7 Tesla (1 Tesla = 10,000 Gauss) (ALLAIRE, 1993).

Com o avanço dos materiais magnéticos, tal como o *Vanadium Permendur*, essa faixa pode ocorrer em níveis bem mais elevados, atingindo 2,2 a 2,4 Tesla. Quando a operação do mancal conduz o material magnético a essa região, ele age como se tivesse um núcleo de ar. Portanto, nessa situação a força magnetomotiva requerida é muito elevada e não é viável.

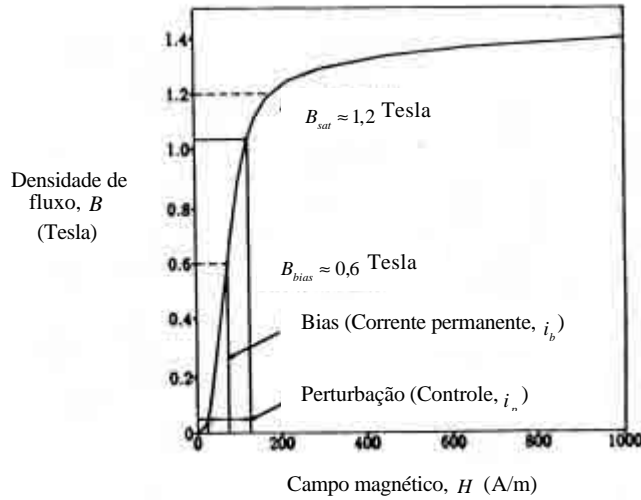


Figura 2.3: Densidade de fluxo magnético (B) vs. intensidade de campo magnético (H) para o aço silício (ALLAIRE, 1993).

A densidade de fluxo B em cada folga do mancal é (CLEMENTS, 2000),

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{2g} \quad (2.6)$$

a qual é induzida por um total de N espiras que circundam o circuito magnético. Essa expressão do fluxo é linearmente proporcional à força magnetomotiva Ni e inversamente proporcional à folga g .

A força F_g por folga, a qual atrai o rotor para o estator e permite o atuador agir como um mancal, é dada por (CLEMENTS, 2000),

$$F_g = \frac{B^2 A_g}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{8g^2} \quad (2.7)$$

Geralmente há duas folgas no circuito do mancal magnético, de modo que a força é duas vezes esse valor, portanto,

$$F = \frac{B^2 A_g}{\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{4g^2} \quad (2.8)$$

A força é proporcional ao quadrado de Ni e inversamente proporcional ao quadrado da folga g . Isso pode induzir a idéia de que os mancais magnéticos são dispositivos não lineares. Entretanto, um exame da ação dupla do mancal revela um resultado diferente, conforme poderá ser visto posteriormente.

Um circuito magnético real possui efeitos tais como difusão das linhas de força e fugas de corrente que, em geral, não são consideradas na equação da força eletromagnética. Um fator de correção geométrico e pode ser convenientemente usado para conduzir a resultados mais precisos, de forma a levar em consideração esses efeitos. Então, a força, Equação (2.8), torna-se,

$$F = e \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{4g^2} \quad (2.9)$$

Geralmente, o valor do fator geométrico de correção é admitido ser 0,9 para mancais axiais e 0,8 para mancais radiais, aproximadamente (ALLAIRE, 1993). Essa diferença primariamente reflete um efeito de fuga de corrente mais acentuado na geometria dos mancais radiais. Uma solução mais criteriosa do campo magnético, por elementos finitos, proporcionará resultados mais precisos, porém o fator geométrico de correção aqui apresentado é suficiente para a análise do circuito magnético básico.

A operação do mancal magnético envolve a superposição de dois fluxos: um fluxo permanente (*bias*) e um fluxo de perturbação, como mostra a Figura 2.3. A densidade de fluxo permanente B_b é um fluxo com nível permanente induzido por uma corrente permanente (*bias*) i_b no enrolamento. A densidade de fluxo de perturbação B_p é uma densidade de fluxo de controle variando com o tempo e desenvolvida por uma corrente de perturbação (ou de controle) i_p no enrolamento. O fluxo total e a corrente total no enrolamento são,

$$B = B_p + B_b \quad \text{e} \quad i = i_b + i_p \quad (2.10)$$

Da Equação (2.6), as duas densidades de fluxos são,

$$B_b = \frac{\mathbf{m}_0 Ni_b}{2g} \quad \text{e} \quad B_p = \frac{\mathbf{m}_0 Ni_p}{2g} \quad (2.11)$$

Em geral, o nível do fluxo permanente B_b é tomado em torno da metade do nível de saturação magnética do material, mostrado na Figura 2.3, permitindo uma variação relativamente maior dos níveis de fluxos de perturbação (ou de controle) para cima e para baixo do nível permanente. A expressão da força associada a essas densidades de fluxos, de acordo com a Equação (2.8), torna-se,

$$F = \mathbf{e} \frac{A_g (B_b + B_p)^2}{\mathbf{m}_0} \quad (2.12)$$

A máxima capacidade de força dos mancais magnéticos ocorre quando o material magnético é saturado e não mais desenvolverá qualquer fluxo adicional. A máxima força de um mancal de dupla ação será obtida quando em um lado a densidade de fluxo é reduzida a zero e no outro lado o valor do fluxo atinge o máximo (saturação). A expressão da força máxima torna-se,

$$F_{\max} = \mathbf{e} \frac{B_{\text{sat}}^2 A_g}{\mathbf{m}_0} \quad (2.13)$$

Essa é a força limite sobre os mancais magnéticos. Os mancais magnéticos não produzirão força além desse nível sem uma maior força magnetomotiva para conduzir o nível do fluxo a um maior valor. As forças eletromagnéticas são apenas de atração, de forma que os atuadores devem ser colocados em ambos lados diametralmente opostos do rotor, em um arranjo de dupla ação, como ilustrado na Figura 2.2. Da Equação (2.9), a força líquida F_N em um plano do mancal é dada por,

$$F_N = F_2 - F_1 = e \frac{\mathbf{m}_0 A_g N^2}{4} \left(\frac{i_2^2}{g_2^2} - \frac{i_1^2}{g_1^2} \right) \quad (2.14)$$

de forma que i_1 e i_2 são as correntes nos magnetos 1 e 2, e g_1 e g_2 são as folgas entre o material ferromagnético do rotor e os magnetos 1 e 2, respectivamente. As folgas em ambos os lados do mancal podem ser escritas como,

$$g_1 = g_0 - x \quad \text{e} \quad g_2 = g_0 + x \quad (2.15)$$

sendo g_0 a folga nominal, assumindo que o rotor esteja centrado no estator, e x representa a perturbação na posição do rotor medido do centro. A diferença no sinal é porque quando o rotor se move em direção a qualquer um dos magnetos, estará se distanciando do outro. De maneira análoga, a corrente i_1 e i_2 pode ser expressa como,

$$i_1 = i_b - i_p \quad \text{e} \quad i_2 = i_b + i_p \quad (2.16)$$

Substituindo as Equações (2.15) e (2.16) na Equação (2.14), a força líquida pode ser escrita como,

$$F_N = \frac{\mathbf{e} \mathbf{m}_0 A_g N^2}{4} \left[\frac{(i_b + i_p)^2}{(g_0 + x)^2} - \frac{(i_b - i_p)^2}{(g_0 - x)^2} \right] \quad (2.17)$$

O modelo linearizado da força líquida F_N assume que a corrente de perturbação i_p e a perturbação x são pequenas comparadas com a corrente permanente i_b e com a folga nominal g_0 , respectivamente. Isso permite a exclusão dos termos de maior ordem da corrente de perturbação i_p e da perturbação x , resultando na seguinte equação,

$$F_N = \left(\frac{\mathbf{e} \mathbf{m}_0 A_g N^2 i_b}{g_0^2} \right) i_p - \left(\frac{\mathbf{e} \mathbf{m}_0 A_g N^2 i_b^2}{g_0^3} \right) x \quad (2.18)$$

As forças do atuador magnético variam com a corrente e com a espessura da folga. A variação devida à mudança na corrente do enrolamento, denominada de ganho de rigidez de corrente K_i , é o fator mais importante para os mancais magnéticos. Por outro lado, a variação da força devida à variação na espessura da folga (correspondendo à variação na posição do rotor) é chamada de rigidez de posição K_x . A rigidez de corrente dentro da faixa linear, para todas as quatro folgas da ação dupla do mancal, é definida como,

$$K_i = \frac{\partial F_N}{\partial i_p} = e \frac{\mu_0 A_g N^2 i_b}{g_0^2} \quad (2.19)$$

A rigidez de corrente de um mancal magnético é positiva porque o aumento da força externa aplicada no mancal, em uma dada direção, é contraposto por um aumento da corrente de controle no outro lado do mancal, aumentando a força de atração que se opõe a essa força externa.

A expressão da rigidez de corrente, Equação (2.19), é independente da corrente de perturbação, porém linearmente relacionada com a corrente permanente (*bias*). Assim, o atuador magnético não deve operar com uma corrente permanente muito baixa para evitar uma fraca resposta quando uma mudança na força é requerida. Se i_b é a metade do valor de saturação, então a faixa de atuação dinâmica do atuador é máxima.

A rigidez de posição, para todas as quatro folgas de um mancal de ação dupla, é definido como,

$$K_x = -\frac{\partial F_N}{\partial x} = -e \frac{\mu_0 A_g N^2 i_b^2}{g_0^3} \quad (2.20)$$

A rigidez de posição é negativa. Quando o rotor se move para um lado, a força aumenta tendendo a puxá-lo na mesma direção de seu movimento, diferentemente de uma mola mecânica, que tenderia a empurrá-lo para o centro.

2.3 CIRCUITO ELETRÔNICO DE CONTROLE DO MANCAL

Em um mancal magnético, um sistema de controle ativo é necessário para manter a estabilidade do sistema rotor-mancal. O sistema de controle utiliza sinais emitidos por sensores, localizados adjacentes aos atuadores, para determinar a corrente de estabilização necessária. Amplificadores, então, proporcionarão a corrente necessária para os atuadores, os quais criam as forças de estabilização na forma de fluxo eletromagnético (forças eletromagnéticas). Esse circuito fechado (*feedback loop*) é retroalimentado milhares de vezes por segundo.

A Figura 2.4 mostra o diagrama de controle de um mancal radial em um único plano. Além da estabilização da malha retroalimentada, um controlador a malha aberta (por exemplo, controle ativo tipo *feedforward*) também pode ser simultaneamente usado para minimizar as vibrações transmitidas para os suportes dos mancais. Em um controle a malha aberta, os mancais magnéticos ativos são usados para, adaptativamente, cancelar as componentes síncronas da posição medida no eixo.

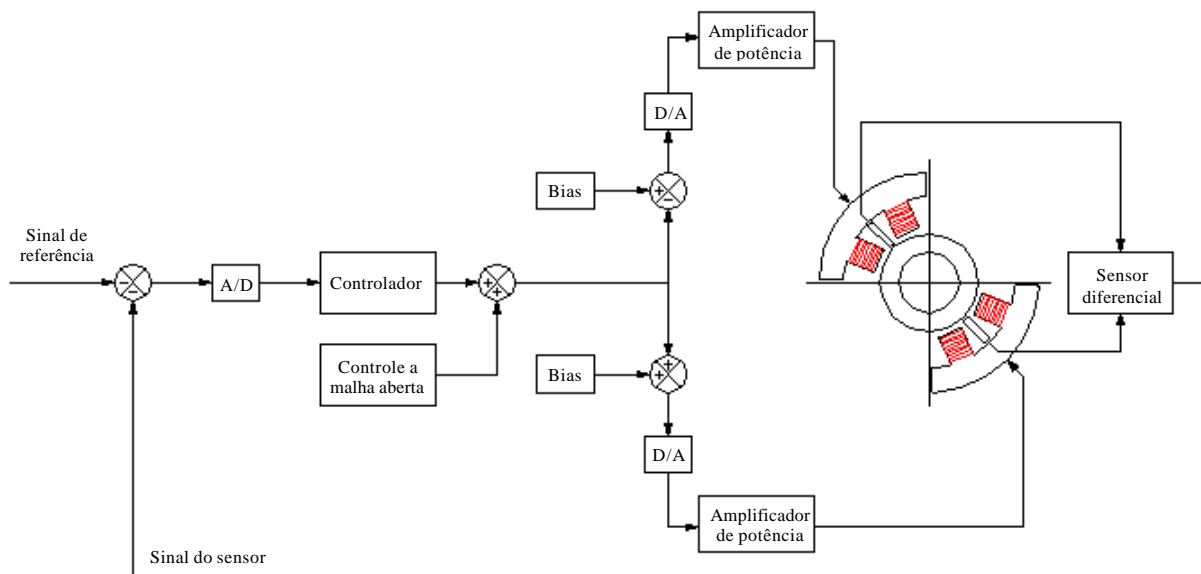


Figura 2.4: Diagrama de controle a malha fechada de um mancal magnético radial.

É importante frisar que um controle a malha aberta por si só não proporciona uma levitação estável do rotor, isto é, ele somente pode ser usado porque o rotor é estabilizado através da ação concomitante do controle retroalimentado (controle ativo tipo *feedback*).

Como pode ser visto na Figura 2.4, o circuito eletrônico, o qual controla a corrente nos enrolamentos do estator, tem três componentes básicos: sensor, controlador e amplificador de potência. Eventualmente, um filtro passa baixa também pode ser convenientemente usado. Neste circuito, a corrente no enrolamento do atuador é determinada com base na posição do rotor. A equação geral (empregando a transformada de Laplace, na qual s é uma variável complexa) para o circuito de controle é,

$$i_p(s) = G(s)x(s) \quad (2.21)$$

sendo $G(s)$ a função de transferência global que expressa a relação entre a corrente de perturbação (saída) e a posição do eixo (entrada). Se não for empregado um controlador retroalimentado, a rigidez de posição negativa K_x do atuador, Equação (2.20), mostra que o atuador é instável. Entretanto, o principal propósito do controle retroalimentado é estabilizar o rotor e mantê-lo centrado. A função de transferência $G(s)$ é composta por uma série de componentes de função de transferência multiplicadas entre si, e pode ser escrita como,

$$G(s) = a_G(s) + ib_G(s) \quad (2.22)$$

de forma que $a_G(s)$ e $b_G(s)$ representam as partes real e imaginária da função de transferência, respectivamente. Essa função de transferência multiplicada pela posição do eixo x produz a corrente de controle i_p . Considerando todos os componentes do circuito, a função de transferência completa é dada por,

$$G(s) = SS(s)LP(s)PID(s)AMP(s) \quad (2.23)$$

na qual $SS(s)$, $LP(s)$, $PID(s)$ e $AMP(s)$ são as funções de transferência do sensor de posição, do filtro passa baixa, do filtro PID e do amplificador de potência, respectivamente.

2.3.1 SENSOR DE POSIÇÃO

Os sensores de posição são utilizados para, continuamente, monitorarem a posição do rotor no mancal magnético. Normalmente são de não-contato (*proximeter*) tipo indutivo, ou capacitivo, ou sensores ópticos. O sensor emite uma pequena voltagem de saída proporcional à posição do eixo, e a função de transferência do sensor, considerando que ele se comporta linearmente na faixa de movimento do rotor, é dada simplesmente por (CLEMENTS, 2000),

$$SS(s) = V_x(s) / x(s) \quad (2.24)$$

Para captar o movimento do eixo que irá comandar o sistema de controle do mancal, o sensor pode ser colocado em qualquer lugar ao longo do eixo. Em um mancal magnético radial, o sensor deve ser colocado o mais próximo possível da localização do mancal, isso porque garante uma melhor precisão na medida próxima ao mancal e evita problemas no controle. Um problema particular surge quando um ponto nodal do eixo, associado a uma frequência crítica particular do rotor, é localizado entre o sensor e o mancal.

2.3.2 FILTRO PASSA BAIXA

O filtro passa baixa é utilizado junto com o controlador para reduzir o ganho das altas frequências do controlador, acima da largura de banda de controle pré-estabelecida, e no mínimo um filtro deve ser usado para que o mancal possa operar adequadamente. O filtro passa baixa também proporciona uma operação silenciosa do mancal, atenuando o ruído de origem elétrico de altas frequências. Um modelo de filtro passa baixa de segunda ordem pode ser expresso da seguinte forma (CLEMENTS, 2000),

$$LP(s) = \frac{V_{LP}}{V_x} = \frac{\mathbf{w}_{LP}^2}{s^2 + 2\mathbf{x}_{LP}\mathbf{w}_{LP}s + \mathbf{w}_{LP}^2} \quad (2.25)$$

sendo V_{LP} a voltagem de saída do filtro, V_x a voltagem de entrada de posição, \mathbf{w}_{LP} a frequência de corte do filtro, \mathbf{x}_{LP} o fator de amortecimento do filtro e s a variável complexa de frequência.

2.3.3 FILTRO PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVO (FILTRO PID)

O controle PID é o método de controle normalmente usado para os mancais magnéticos. A forma padrão da função de transferência do filtro PID é dada por (CLEMENTS, 2000),

$$PID(s) = \frac{V_{PID}}{V_{LP}} = \frac{K_T(K_D s^2 + K_p s + K_I)}{s} \quad (2.26)$$

na qual K_T é o ganho total, K_D é o ganho derivativo, K_p é o ganho proporcional, K_I é o ganho integral, s é a variável complexa, V_{PID} é a voltagem de saída do filtro e V_{LP} é a voltagem de entrada vinda do filtro passa baixa. Em geral, o ganho proporcional afeta diretamente a rigidez do mancal, uma vez que ele está multiplicado diretamente pelo sinal de posição. De forma similar, o ganho derivativo afeta diretamente o amortecimento do eixo porque ele está multiplicado pela derivada do sinal de posição. O ganho integral age sobre os níveis permanentes *DC* (*steady offsets*) e proporciona um sinal de controle para eliminar o erro permanente *DC* (*offset*). O ganho total é simplesmente um multiplicador sobre os três ganhos simultaneamente.

2.3.4 AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA

O sinal de saída vindo do circuito de controle é tipicamente uma pequena voltagem proporcional à corrente a ser enviada para os enrolamentos do mancal. Entretanto, a corrente requerida é normalmente muito maior, tal que um amplificador de potência é necessário para cada enrolamento do mancal. A função de transferência de um amplificador pode ser expressa por (CLEMENTS, 2000),

$$AMP(s) = \frac{I_c}{V_{PID}} = K_a \frac{w_A}{s^2 + \sqrt{2w_A}s + w_A^2} \quad (2.27)$$

sendo que I_c é a corrente de controle para um magneto individualmente, V_{PID} é a voltagem de entrada vinda do filtro PID , ω_A é a frequência de corte, K_a é o ganho do amplificador e s é a variável complexa de frequência.

2.4 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ROTOR-MANCAL MAGNÉTICO

Em um único eixo de controle dentro do mancal magnético atuam dois magnetos opostos conforme está mostrado na Figura 2.5.

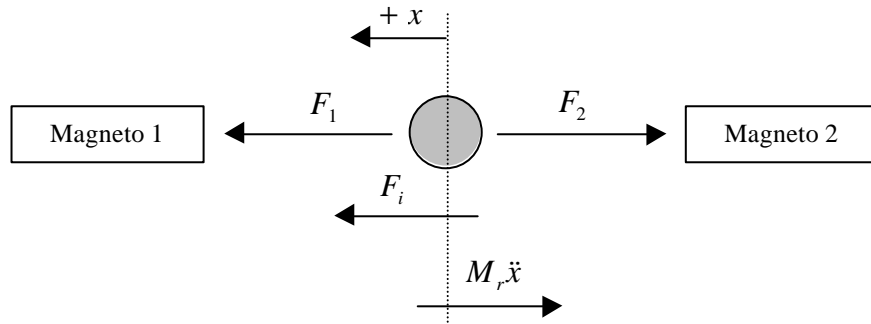


Figura 2.5: Esquema de um eixo de controle de um mancal magnético ativo radial.

Essa figura mostra a força de atração de cada magneto oposto, F_1 e F_2 , agindo sobre a massa dentro de um único eixo de controle. A equação de movimento que descreve esse sistema é dada por,

$$M_r \ddot{x} + F_2 - F_1 = F_i \quad (2.28)$$

na qual F_i é uma força externa aplicada sobre o sistema e M_r é a massa dinamicamente atuante sobre o mancal. A rigidez e o amortecimento do sistema no eixo de controle são derivados da força líquida aplicada sobre a massa pelos dois magnetos opostos. A força líquida ($F_2 - F_1$) é dada pela Equação (2.18). Substituindo a rigidez de corrente e a rigidez de posição, Equações (2.19) e (2.20), na Equação (2.28), tem-se,

$$M_r \ddot{x} + K_x x + K_i i_p = F_i \quad (2.29)$$

que é a equação de movimento do modelo de um sistema rotor-mancal magnético.

2.5 RIGIDEZ E AMORTECIMENTO EQUIVALENTES

Um controlador retroalimentado tira vantagem da rigidez de corrente positiva para proporcionar estabilidade para o atuador. O controlador ajusta a corrente de perturbação i_p para os magnetos contraporem à mudança na posição detectada por um sensor dentro do mancal. A função de transferência do controlador fornece uma relação entre a corrente de perturbação (saída) e a posição (entrada), como discutido anteriormente. A corrente de perturbação, i_p , também é referida como corrente de controle, i_c , porque ela é produzida pelo sistema de controle. A função de transferência do controlador, Equação (2.22), também contém a informação da fase relativa entre o sinal da corrente e o sinal de posição de entrada. Essa equação pode ser convenientemente simplificada substituindo-se a variável de Laplace s pela frequência complexa $i\omega$ para chegar a,

$$G(i\omega) = a_G(\omega) + ib_G(\omega) \quad (2.30)$$

Essa função de transferência, multiplicada pela posição x , leva à corrente de controle i_p , a qual pode ser substituída na Equação (2.29) para resultar na seguinte equação,

$$-M_r X \omega^2 + [K_x + K_i(a_G + ib_G)]X = \bar{F}_i \quad (2.31)$$

A Equação (2.31) assume que uma força harmônica externa, $f(t) = \bar{F}_i e^{i\omega t}$, atua sobre o sistema, tal que a amplitude da aceleração da massa pode ser representada como $-X\omega^2$. Assim, a rigidez e o amortecimento do mancal podem, agora, ser determinados igualando a força líquida, produzida pela rigidez de posição e de corrente juntamente com função de transferência do controlador, com uma força produzida por uma rigidez e um amortecimento equivalentes. Equacionando essas duas forças tem-se,

$$(K_{eq} + C_{eq}i\omega)X = [K_x + K_i(a_G + ib_G)]X \quad (2.32)$$

e, igualando os termos reais de ambos os lados da equação, obtém-se a rigidez equivalente dada como,

$$K_{eq} = K_x + K_i a_G \quad (2.33)$$

e, dos termos imaginários obtém-se o amortecimento equivalente expresso por,

$$C_{eq} = \frac{K_i b_G}{\omega} \quad (2.34)$$

As Equações (2.33) e (2.34) representam a rigidez e o amortecimento linearizados de um único eixo de controle. Esses valores variam com a frequência devido à sua dependência da parte real e imaginária da função de transferência do controlador, também dependentes da frequência. Para modelar com sucesso um sistema de mancal magnético radial, a função de transferência do controlador deve ser conhecida.

CAPÍTULO 3

CONTROLE ATIVO DE RUÍDO E VIBRAÇÃO

3.1 INTRODUÇÃO

Controle ativo de ruído é uma técnica que tem como propósito “cancelar” o ruído indesejável através da introdução de um campo de som adicional gerado eletronicamente, enquanto que o controle ativo de vibração tem como propósito “cancelar” a vibração indesejável introduzindo uma perturbação secundária, essencialmente usando as mesmas técnicas de controle como no controle ativo de ruído.

Embora a idéia básica do controle ativo de ruído e vibração date dos anos 60, só recentemente sua implementação prática tornou-se viável, como resultado dos avanços nos microprocessadores e na tecnologia dos transdutores acústicos. Na última década houve uma expansão muito grande, dentro da literatura acadêmica, no tratamento dos vários aspectos do controle ativo de ruído e vibração. Incluídos na literatura, pode-se encontrar os resultados de um vasto número de implementações experimentais, demonstrando o potencial dessa tecnologia de controle de ruído e vibração.

Em geral sempre são abordados dois tipos de estratégias de controle ativo de ruído e vibração: controle ativo tipo *feedback* (controle por realimentação) e controle ativo tipo *feedforward* (controle por alimentação direta ou antecipativa) (FULLER *et al.*, 1996).

Neste capítulo será feita uma breve introdução dos fundamentos básicos dessas duas estratégias de controle, o suficiente para se entender o sistema de controle ativo de vibração utilizado nos mancais magnéticos ativos.

3.2 CONTROLE ATIVO TIPO *FEEDBACK*

O objetivo do controle ativo de vibração é reduzir a vibração de um sistema mecânico pela modificação automática da resposta estrutural do sistema. Os sistemas de controle ativo de vibração podem apresentar muitas formas, mas os componentes mais importantes de qualquer um desses sistemas são: sensores (detectam a vibração), controladores eletrônicos (manipulam adequadamente os sinais dos sensores) e atuadores (os quais influenciam na resposta mecânica do sistema).

Os atuadores utilizados em controle ativo de vibração podem ser classificados em completamente-ativos e semi-ativos. Atuadores completamente-ativos são aptos a prover força mecânica ao sistema. Alguns exemplos são os agitadores eletromagnéticos e as cerâmicas piezoelétricas. Atuadores como estes podem ser usados para gerar uma perturbação secundária em um sistema mecânico linear, a qual reduzirá a resposta global pela interferência oposta a da resposta original do sistema causada pela fonte primária de vibração. Os atuadores semi-ativos se comportam como elementos essencialmente passivos, podendo apenas armazenar ou dissipar energia. Seu uso no controle ativo provém do fato de que suas propriedades mecânicas passivas podem ser ajustadas pela aplicação do sinal de controle, sendo tais sistemas comumente chamados de sistemas “adaptativos”, como, por exemplo, os amortecedores com fluido magneto.

Nesta seção será tratado exclusivamente sistemas de controle ativo de vibração que empregam atuadores completamente-ativos.

3.2.1 CONTROLE *FEEDBACK* DE UMA ENTRADA E UMA SAÍDA

Considera-se, inicialmente, o comportamento de um sistema com um único sensor de controle e um único atuador secundário, no qual apenas um controlador *feedback* de uma entrada e uma saída (*SISO*) é necessário. Tipicamente, o sensor de controle mede a resposta total do sistema mecânico, a qual alimenta o controlador que processará um sinal para o atuador secundário. O diagrama de blocos de um sistema de controle *feedback* é mostrado na Figura 3.1. Assume-se que a excitação líquida do sistema seja devida à diferença entre as excitações primária e secundária.

A função de transferência do sistema mecânico é definida como a razão da transformada de Laplace da resposta, $W(s)$, e a transformada de Laplace da excitação líquida, $F_p(s) - F_s(s)$, e é representada por $G(s)$. A transformada de Laplace é usada aqui com as variáveis de frequência complexa, s , de forma que o sistema possa ser corretamente representado.

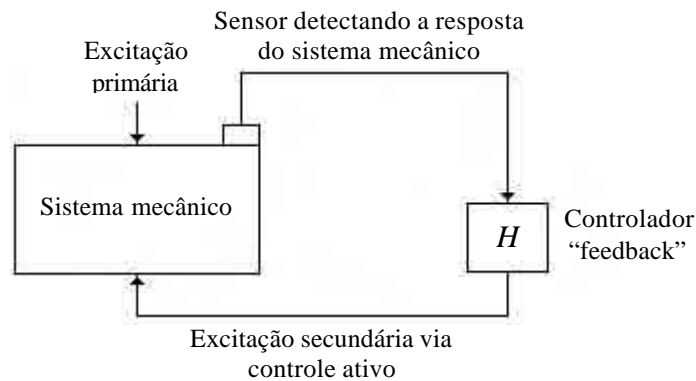


Figura 3.1: Componentes de um sistema *feedback*.

A função de transferência do controlador *feedback* é, analogamente, definida pela razão entre a transformada de Laplace da excitação secundária do sistema, $F_s(s)$, e a transformada de Laplace da resposta, $W(s)$, e representada por $H(s)$. O diagrama de blocos equivalente do sistema de controle *feedback* mostrado na Figura 3.1 está representado na Figura 3.2, no qual a diferença entre as entradas primária e secundária, para obter a excitação líquida do sistema mecânico, é explicitamente mostrada.

A teoria de sistemas lineares pode ser utilizada para obter a resposta global do sistema incluindo o controle *feedback*. Pela definição da função de transferência de um sistema mecânico original, pode-se expressar a transformada de Laplace da resposta do sistema como,

$$W(s) = G(s) [F_p(s) - F_s(s)] \quad (3.1)$$

A transformada de Laplace da excitação secundária pode ser expressa usando a definição da função de transferência do controlador *feedback*, $H(s)$, como,

$$F_s(s) = H(s)W(s) \quad (3.2)$$

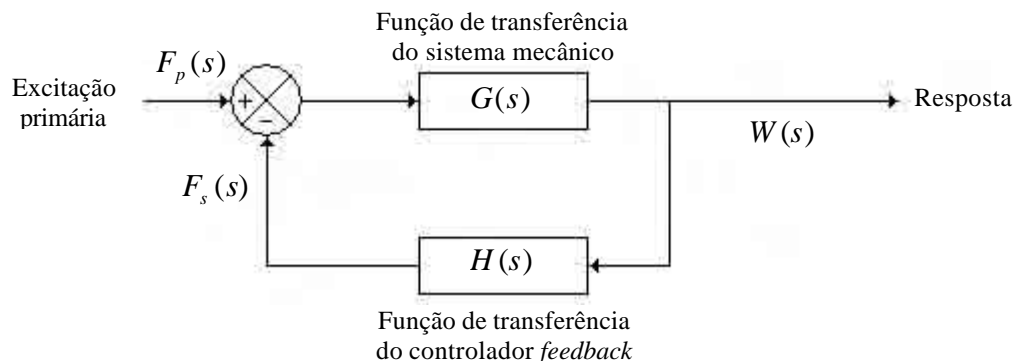


Figura 3.2: Diagrama de blocos equivalente de um sistema de controle *feedback*.

Substituindo a Equação (3.2) na Equação (3.1), tem-se,

$$W(s) = G(s)[F_p(s) - H(s)W(s)] \quad (3.3)$$

Após uma simples manipulação algébrica, a função de transferência de um sistema mecânico com controle *feedback* pode ser escrita como,

$$\frac{W(s)}{F_p(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (3.4)$$

A Equação (3.4) pode ser usada para obter as características a “malha fechada” de qualquer sistema mecânico e controlador *feedback*. O compromisso inerente com qualquer sistema *feedback* pode ser facilmente ilustrado usando a aproximação da resposta em frequência, evidentemente assumindo que o sistema a malha aberta é estável. Transformando a função de transferência da Equação (3.4) em uma resposta em frequência, com a substituição de $s = j\omega$, obtém-se,

$$\frac{W(j\omega)}{F_p(j\omega)} = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} \quad (3.5)$$

a qual é a resposta em frequência do sistema a malha fechada.

Se na resposta em frequência a malha aberta, $G(j\omega)H(j\omega)$, houver um pequeno deslocamento de fase (*phase shift*) na faixa de frequência de interesse e simultaneamente houver um ganho muito maior que a unidade, então pode-se escrever que,

$$|1 + G(j\omega)H(j\omega)| \gg 1 \quad \text{para } \omega \text{ na faixa de trabalho} \quad (3.6)$$

de forma que,

$$\left| \frac{W(j\omega)}{F_p(j\omega)} \right| \ll G(j\omega) \quad \text{para } \omega \text{ na faixa de trabalho} \quad (3.7)$$

A resposta do sistema mecânico é, assim, significativamente reduzida nessa região de frequência (frequência de trabalho) pela atuação do controlador *feedback*. Fora da faixa da frequência de trabalho, entretanto, não é possível assegurar que o deslocamento de fase da resposta em frequência da malha aberta seja pequeno. Em particular, qualquer atraso (*delay*) no sistema mecânico ou caminho *feedback* provocará um aumento no deslocamento de fase nas altas frequências.

O projeto de um sistema de controle *feedback* prático envolve, dessa maneira, um compromisso entre obter maior ganho para a malha aberta alcançar bom desempenho na faixa de frequência de trabalho e analisar o mais baixo ganho para a malha aberta que garanta certa estabilidade fora da faixa da frequência de trabalho.

3.2.2 MODIFICAÇÃO DA RESPOSTA DE UM SISTEMA *SDOF*

Considere o exemplo particular de um sistema de controle *feedback* de uma entrada e uma saída idealizado, o qual é aplicado em um sistema *SDOF* (*single degree of freedom*) massa-mola-amortecedor. O arranjo físico é ilustrado na Figura 3.3, no qual o sinal do sensor, $w(t)$, é proporcional ao deslocamento da massa. Assume-se que o atuador, que introduz a entrada secundária no sistema, gere a força $f_s(t)$, proporcional ao sinal de controle. Antes de ativar o sistema de controle não haverá qualquer sinal de controle e, dessa forma, a força secundária será nula. Nessa condição, a resposta dinâmica do sistema *SDOF* pode ser

representada por uma equação diferencial, que pode ser escrita em termos da força primária, $f_p(t)$, e do deslocamento da massa, $w(t)$, como,

$$f_p(t) = M\ddot{w}(t) + C\dot{w}(t) + Kw(t) \quad (3.8)$$

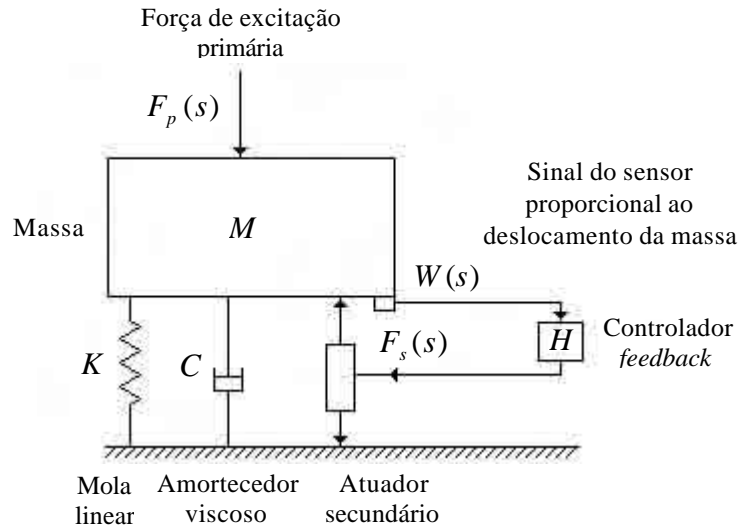


Figura 3.3: Controlador *feedback* aplicado em um sistema massa-mola-amortecedor.

Aplicando a transformada de Laplace em cada termo desta equação diferencial e assumindo as condições iniciais iguais a zero, isto é, $w(0) = 0$ e $\dot{w}(0) = 0$, a Equação (3.8) pode ser escrita como,

$$F_p(s) = Ms^2W(s) + CsW(s) + KW(s) \quad (3.9)$$

na qual $F_p(s)$ e $W(s)$ são as transformadas de Laplace de $f_p(t)$ e $w(t)$. A função de transferência da resposta mecânica do sistema antes do controle é definida como,

$$G(s) = \frac{W(s)}{F_p(s)} \quad (3.10)$$

na qual, introduzindo a Equação (3.9), chega-se a,

$$G(s) = \frac{1}{Ms^2 + Cs + K} \quad (3.11)$$

Para determinar a resposta a malha fechada do sistema mostrado na Figura 3.3, é necessário conhecer o modelo do controlador *feedback*, $H(s)$. Assume-se que na resposta eletrônica do controlador, a força secundária possua três componentes, as quais são proporcionais à aceleração, velocidade e deslocamento da massa, com as respectivas constantes de ganho g_a , g_v e g_d . A força secundária pode ser escrita em função do tempo como,

$$f_s(t) = g_a \ddot{w}(t) + g_v \dot{w}(t) + g_d w(t) \quad (3.12)$$

Idealmente, utilizam-se três transdutores distintos para medir a aceleração, a velocidade e o deslocamento. Na prática, apenas um transdutor é utilizado, por exemplo, para medir a aceleração, e integradores eletrônicos são usados para obter sinais proporcionais à velocidade e ao deslocamento.

Como não se tem interesse na resposta do sistema na frequência-zero, pode-se ignorar as condições iniciais associadas com o modelo do controle *feedback*. Aplicando a transformada de Laplace termo a termo na Equação (3.12) e rearranjando-a para fornecer a função de transferência do controlador *feedback*, $H(s)$, tem-se,

$$H(s) = \frac{F_s(s)}{W(s)} = g_a s^2 + g_v s + g_d \quad (3.13)$$

As duas funções de transferência a malha aberta, Equações (3.11) e (3.13), podem ser usadas para obter a resposta a malha fechada, dada pela Equação (3.4), como,

$$\frac{W(s)}{F_p(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1}{(M + g_a)s^2 + (C + g_v)s + (K + g_d)} \quad (3.14)$$

O efeito da realimentação da aceleração, da velocidade e do deslocamento é modificar a massa, o amortecimento e a rigidez efetiva do sistema mecânico, respectivamente.

A Equação (3.14) pode também ser expressa, por analogia com a Equação (3.11), como,

$$\frac{W(s)}{F_p(s)} = \frac{1}{M's^2 + C's + K'} \quad (3.15)$$

na qual $M' = M + g_a$ é a massa modificada, $C' = C + g_v$ é o coeficiente de amortecimento viscoso modificado e $K' = K + g_d$ é a rigidez modificada.

Neste caso idealizado, a estabilidade do sistema a malha fechada é assegurada desde que M' , C' e K' sejam todos positivos, como pode ser mostrado utilizando o critério de Routh-Hurwitz. Em princípio, a massa, o amortecimento e a rigidez podem ser independentemente modificadas pelos três ganhos no controlador *feedback*, tal que cada um desses parâmetros mecânicos pode ser selecionado em qualquer faixa de frequência analisada.

3.2.3 REPRESENTAÇÃO DE VARIÁVEL DE ESTADO

Na aplicação de um sistema de controle, ao invés de transformar diretamente a equação diferencial que descreve o sistema dinâmico para o domínio de Laplace, uma alternativa é passar a equação no domínio do tempo para a forma padrão em termos de variáveis de estado internas do sistema. É possível, então, estabelecer essa representação de variável de estado utilizando técnicas de manipulação matricial para obter as propriedades importantes do sistema, tais como sua estabilidade, controlabilidade e observabilidade, e o efeito das várias configurações do controle *feedback*.

A representação de variável de estado será introduzida considerando-se a dinâmica do sistema *SDOF* massa-mola-amortecedor discutido na seção 3.2.2. Considere novamente a equação diferencial descrita para um sistema *SDOF*, Equação (3.8), que pode ser reescrita como,

$$\ddot{w}(t) = -\frac{C}{M} \dot{w}(t) - \frac{K}{M} w(t) + \frac{1}{M} f(t) \quad (3.16)$$

Essa equação diferencial de segunda ordem pode ser expressa em termos de duas equações diferenciais de primeira ordem. Para isso, é conveniente definir duas variáveis, as

quais expressam completamente o estado interno do sistema. Estas são chamadas variáveis de estado, e serão representadas aqui por $x_1(t)$ e $x_2(t)$. Uma escolha apropriada para as variáveis de estado, neste exemplo, é o deslocamento e a velocidade da massa, ou seja,

$$x_1(t) = w(t) \quad \text{e} \quad x_2(t) = \dot{w}(t) \quad (3.17a,b)$$

Pode-se notar que essas variáveis de estado estão relacionadas pela seguinte equação diferencial de primeira ordem,

$$x_2(t) = \dot{x}_1(t) \quad (3.18)$$

e reescrevendo a equação diferencial do sistema SDOF, Equação (3.16), introduzindo as variáveis de estado, obtém-se,

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{C}{M}x_2(t) - \frac{K}{M}x_1(t) + \frac{1}{M}f(t) \quad (3.19)$$

A partir das Equações (3.18) e (3.19) pode-se escrever uma equação matricial simples da seguinte forma, normalmente denominada de equação de estado,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -KM^{-1} & -CM^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} f(t) \quad (3.20)$$

ou, na forma mais compacta, a equação de estado é,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (3.21)$$

na qual,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -KM^{-1} & -CM^{-1} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

sendo $\mathbf{x}(t)$ o vetor de estado e \mathbf{A} a matriz de estado ou matriz dinâmica (HU e NG, 2005).

Neste caso, \mathbf{B} é um vetor de entrada das perturbações e $u(t)$ um escalar, que são escritos como,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}(t) = f(t)$$

A Equação (3.21) descreve a evolução dos estados internos do sistema quando ele é excitado pela entrada $\mathbf{u}(t)$. Uma equação similar também pode ser usada para descrever o efeito da entrada e das variáveis de estado sobre a saída $\mathbf{y}(t)$ do sistema, a qual é geralmente escrita como,

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_{ms} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) \quad (3.22)$$

A matriz \mathbf{C}_{ms} é conhecida como matriz de saída ou matriz de medida. Ela é montada de acordo com o número de variáveis da resposta que se deseja obter devido a uma entrada. A matriz \mathbf{D} é geralmente chamada de matriz de transmissão direta. Se um sensor de velocidade é usado no sistema *SDOF* acima, por exemplo, e se o sistema não possui derivadas de excitação, então,

$$\mathbf{C}_{ms} = [0 \quad 1] \quad \text{e} \quad \mathbf{D} = 0$$

3.2.4 CONTROLE *FEEDBACK* DE MÚLTIPLOS CANAIS

A generalização de um sistema de controle *feedback* de múltiplos canais, partindo de um sistema de um canal discutido na seção 3.2.1, é realimentar cada entrada a partir de cada respectiva saída via um elemento da matriz de ganho *feedback*. Tal arranjo é ilustrado na Figura 3.4, e a análise da resposta a malha fechada será feita utilizando a representação de variável de estado desenvolvida na seção 3.2.3, neste caso, considerando um sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas (*MIMO*), onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são agora matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema, respectivamente.

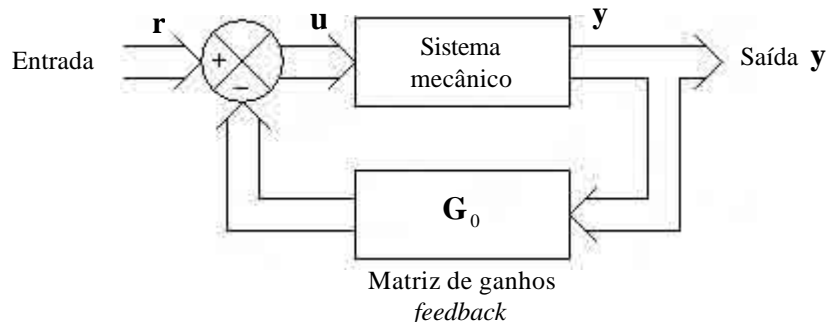


Figura 3.4: Diagrama de blocos de um sistema mecânico de múltiplos canais com controle *feedback* de saída.

Assume-se que o sistema mecânico sob controle seja governado pelas equações de estado,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (3.23)$$

e

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_{ms}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (3.24)$$

A entrada para o sistema mecânico é agora a diferença entre a entrada “requerida” para o sistema, representada por $\mathbf{r}(t)$, e os sinais realimentados da saída, $\mathbf{y}(t)$, ponderados pelos elementos da matriz de ganho \mathbf{G}_0 , tal que,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{G}_0\mathbf{y}(t) \quad (3.25)$$

Utilizando a Equação (3.24) para $\mathbf{y}(t)$ na Equação (3.25) permite que o vetor de entrada para o sistema mecânico seja expresso como,

$$\mathbf{u}(t) = [\mathbf{I} + \mathbf{G}_0\mathbf{D}]^{-1} [\mathbf{r}(t) - \mathbf{G}_0\mathbf{C}_{ms}\mathbf{x}(t)] \quad (3.26)$$

na qual a matriz \mathbf{I} é uma matriz identidade.

Substituindo a Equação (3.26) na Equação (3.23) determina-se o sistema com *feedback* de saída governado pela nova equação das variáveis de estado,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \left[\mathbf{A} - \mathbf{B}[\mathbf{I} + \mathbf{G}_0 \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{G}_0 \mathbf{C}_{ms} \right] \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}[\mathbf{I} + \mathbf{G}_0 \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{r}(t) \quad (3.27)$$

Portanto, a matriz dinâmica das variáveis de estado do sistema mecânico é agora governada pelo novo sistema de matrizes,

$$\mathbf{A}_0 = \left[\mathbf{A} - \mathbf{B}[\mathbf{I} + \mathbf{G}_0 \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{G}_0 \mathbf{C}_{ms} \right] \quad (3.28)$$

Para um dado sistema mecânico e matriz de ganho *feedback*, as propriedades do sistema a malha fechada podem ser calculadas usando a Equação (3.28). Em particular, a estabilidade do sistema a malha fechada pode ser avaliada pelo cálculo dos autovalores da matriz \mathbf{A}_0 . Vários métodos têm sido desenvolvidos para calcular os elementos da matriz de ganho \mathbf{G}_0 para obter a resposta desejada a malha fechada.

3.2.5 CONTROLE ÓTIMO

O objetivo essencial do controle *feedback* é reduzir, o máximo possível, o movimento vibratório do sistema mecânico. A escolha de determinada mudança nas propriedades dinâmicas é geralmente motivada pelo objetivo de reduzir a resposta. Por exemplo, o fator de amortecimento de um sistema poderia ser ajustado pelo controle *feedback* de forma que o sistema a malha fechada fosse criticamente amortecido.

Existem métodos diretos de projetar sistemas de controle *feedback*, os quais conduzem a uma maior probabilidade de redução da resposta vibratória do sistema. Tais sistemas são conhecidos como sistemas de controle ótimo (KWAKERNAAK e SIVAN, 1972). No controle ótimo, o sistema de controle *feedback* é projetado para minimizar uma função custo ou índice de desempenho. Assume-se que o objetivo seja reduzir o máximo a resposta e, nesse caso, o sistema de controle é dito atuar como um regulador. Algebricamente é muito conveniente definir uma função custo, a qual é quadraticamente dependente da resposta. Uma função custo apropriada para um regulador pode ser (FULLER *et al.*, 1996),

$$J = \int_0^{t_f} \left[\mathbf{y}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{y}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t) \right] dt + \mathbf{y}^T(t_f) \mathbf{S} \mathbf{y}(t_f) \quad (3.29)$$

na qual \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes de ponderação simétricas positivas-definidas. A quantidade escalar $\mathbf{y}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{y}(t)$ é quadraticamente dependente das saídas do sistema sob controle, e $\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)$ é quadraticamente dependente das entradas do controle. O propósito do segundo termo da Equação (3.29) é levar em conta o esforço que pode ser empreendido pelo sistema de controle. O termo final $\mathbf{y}^T(t_f)\mathbf{S}\mathbf{y}(t_f)$ também é incluído para, independentemente, ponderar a saída no tempo final do período considerado.

Assumindo que a equação da saída do sistema sob controle possa ser escrita na forma reduzida como,

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_{ms}\mathbf{x}(t) \quad (3.30)$$

então, a função custo, Equação (3.29), pode ser reescrita como,

$$J = \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}_1\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)]dt + \mathbf{x}^T(t_f)\mathbf{S}_1\mathbf{x}(t_f) \quad (3.31)$$

na qual $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{C}_{ms}^T\mathbf{Q}\mathbf{C}_{ms}$ e $\mathbf{S}_1 = \mathbf{C}_{ms}^T\mathbf{S}\mathbf{C}_{ms}$ são matrizes de ponderação das variáveis de estado, as quais são positivas semi-definidas (em geral, existem mais estados que saídas). A Equação (3.31) é a forma da função custo geralmente considerada em controle ótimo.

Wang e Huang (2002) mostraram que o sistema de controle *feedback* que minimiza esta função custo, para um sistema linear e invariante no tempo, definido pela equação de estado,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (3.32)$$

e que utiliza *feedback* de estado com uma matriz de ganho *feedback* variante no tempo $\mathbf{G}^0(t)$, pode ser representado por,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}^0(t)\mathbf{x}(t) \quad (3.33)$$

A matriz de ganho *feedback* ótimo variante no tempo é dada por,

$$\mathbf{G}^0(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) \quad (3.34)$$

na qual $\mathbf{P}(t)$ é a solução da equação da matriz de Riccati, dada por,

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{Q}_1 - \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t)\mathbf{A} + \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) \quad (3.35)$$

Esse conjunto de equações diferenciais não-lineares deve ser resolvido no tempo com a condição inicial $\mathbf{P}(t_f) = \mathbf{S}$. Vários algoritmos podem ser usados para resolver numericamente a equação matricial de Riccati, os quais são revisados, por exemplo, por Meirovitch (1990), que já havia verificado, entretanto, que a convergência e a estabilidade de tais algoritmos não podem ser garantidas, e as chances de se obter uma solução convergente decresce muito com o aumento da ordem do sistema de controle e com o decréscimo do número de atuadores.

3.3 CONTROLE ATIVO TIPO *FEEDFORWARD*

Nesta seção será dada continuidade ao assunto descrito na seção 3.2, na qual o sistema sob controle é linear e o atuador secundário é completamente ativo. Uma perturbação secundária pode, assim, ser gerada, contrapondo à fonte primária como resultado da superposição. Porém, alguma informação sobre a excitação original do sistema mecânico, devido à fonte primária, é conhecida e será usada como base para o controle *feedforward*.

Dois exemplos interessantes podem ser usados para ilustrar que algum conhecimento prévio da excitação devido à fonte primária pode ser obtido. O primeiro é quando a perturbação é determinística e o comportamento futuro dessa perturbação pode ser determinado a partir de seu comportamento prévio. Na prática, um sinal de referência é usualmente obtido da fonte primária da perturbação e usado para estabelecer o sincronismo da excitação de controle. Por exemplo, no caso dos distúrbios causados pelas máquinas rotativas, o sinal de um tacômetro é freqüentemente usado como sinal de referência.

O segundo exemplo, onde o conhecimento prévio da perturbação primária é disponível, é quando a perturbação se propaga através de uma estrutura mecânica, e um sensor pode ser usado para detectar o distúrbio incidente. Sabe-se que esse sensor de “detecção” não é o mesmo que o sensor de “resposta” discutido anteriormente, que foi usado

para gerar o sinal de excitação para o controle *feedback*. Um sensor de resposta pode ser, ainda, usado em controle *feedforward*, mas não é usado para conduzir diretamente um controlador eletrônico, nesse caso. Em sistemas com controle *feedforward*, o sensor de resposta é apenas usado para monitorar o desempenho do controlador. A resposta em frequência ou a resposta impulsiva do controlador pode ser ajustada ou “sintonizada” com a resposta desse sensor para fazer um sistema de controle *feedforward* adaptativo. Os controles *feedforward* dependem de um delicado balanço entre os efeitos da fonte primária e os efeitos da entrada secundária, e então as características da amplitude e da fase do controlador *feedforward* devem ser ajustadas cuidadosamente.

Nestes exemplos é possível enviar uma medida da perturbação para um controlador, produzindo um sistema de controle ativo tipo *feedforward*, como apresentado na Figura 3.5. Os sistemas de controle *feedforward*, quando podem ser implementados, freqüentemente oferecem um maior potencial de atenuação que os sistemas de controle tipo *feedback*. Heuristicamente, o sistema de controle *feedforward* pode ser visto como um sistema que oferece uma prevenção à perturbação, produzindo uma saída para contrapor à perturbação antes de sua propagação, enquanto que no sistema tipo *feedback*, deve-se esperar que a perturbação ocorra e que seja medida na saída do sistema controlado, para que o mesmo possa agir e atenuar o efeito da perturbação.

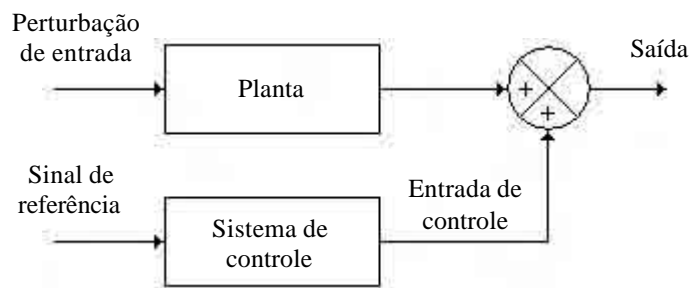


Figura 3.5: Diagrama de um sistema de controle tipo *feedforward*.

O sistema de controle *feedforward* apresentado na Figura 3.5 é um sistema a malha aberta. Essa foi a forma de sistema de controle ativo originalmente arquitetada por Paul Lueg e patenteada em 1933, onde o sistema de controle foi montado para produzir uma saída de controle com defasagem de 180° em relação à perturbação primária no ponto de aplicação. Entretanto, tal estratégia de controle não era adaptada para lidar com as mudanças nas

características do sistema (tais como variações de temperatura e de fluxo de ar), e a atenuação somente podia ocorrer efetivamente após algum período de tempo. A forma de sistema de controle *feedforward* atualmente implementada em sistemas de controle ativo é uma estratégia adaptativa, tal como mostrada na Figura 3.6. Neste caso, uma medida da saída do sistema é usada para ajustar o sistema de controle e propiciar uma máxima atenuação, a qual é efetivamente uma adaptação a malha fechada para uma estratégia de controle *feedforward*. Essa medida não é usada para conduzir diretamente o controlador eletrônico, porém é usada apenas para monitorar o desempenho do controlador.

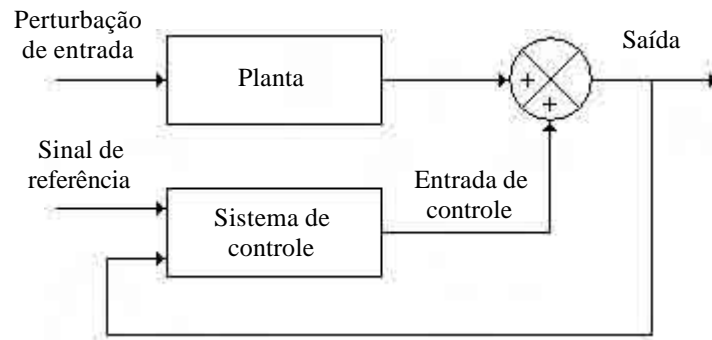


Figura 3.6: Diagrama de um sistema de controle *feedforward* adaptativo.

O sistema de controle ativo apresentado na Figura 3.7 é um arranjo *feedforward* adaptativo. Uma medição da perturbação indesejável no duto, tomada como “sinal de referência”, é obtida por um microfone colocado “a montante” do sistema de controle (um “microfone de referência”). Esse arranjo trabalha porque o ruído em algum ponto “a montante” do duto será estritamente o mesmo que o ruído em algum ponto “a jusante” após um finito período de tempo, sendo esse tempo função da velocidade do som.

De posse do sinal de referência, o trabalho do sistema de controle é determinar um sinal acústico de igual amplitude, porém em oposição de fase em relação à perturbação, e introduzir esse sinal via uma “fonte de controle” (alto falante) dentro do duto quando o ruído indesejável chegar no ponto onde se encontra a fonte de controle. Como os sistemas acústicos são lineares, o sinal de controle irá “cancelar” o ruído indesejável. Como resultado, os níveis acústicos “a jusante” do sistema de controle serão reduzidos.

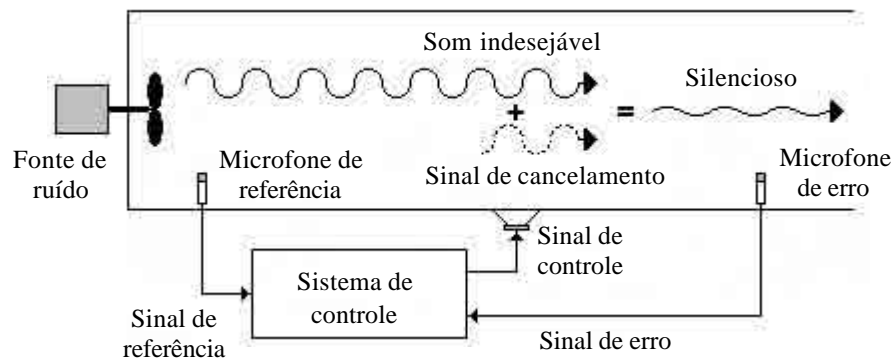


Figura 3.7: Componentes básicos de um sistema de controle ativo de ruído adaptativo *feedforward*.

Enquanto os objetivos do sistema de controle podem ser categoricamente estabelecidos, colocá-los em prática é uma tarefa muito mais difícil. Uma variação na perturbação durante a sua propagação desde o microfone de referência até a fonte de controle deve ser considerada, assim como uma variação no sinal de controle quando ele passa através dos filtros, amplificadores e altos falantes. Por outro lado, as magnitudes destas variações são fortemente relacionadas com as mudanças nas condições ambientais, tal como a temperatura. Com base nisso, torna-se aparente que o sistema de controle deve ser adaptativo, ou seja, deve continuamente ajustar-se para proporcionar um resultado ótimo. Para colocar em prática o controle adaptativo, uma medida do campo de som residual, um “sinal de erro”, é captado por um “microfone de erro”, e enviado para o sistema de controle. Um algoritmo de adaptação é normalmente implementado como parte do sistema de controle, que altera continuamente as características do controlador para, mais eficientemente, minimizar a perturbação medida no sensor de erro.

3.3.1 CONTROLE *FEEDFORWARD* DE UMA ENTRADA E UMA SAÍDA

Os componentes físicos de um sistema de controle *feedforward* de uma entrada e uma saída (*SISO*) são ilustrados na Figura 3.8. A diferença entre esse diagrama e o do controlador *feedback*, mostrado na Figura 3.1, é que o controlador, H , é agora conduzido por uma estimativa da excitação original do sistema mecânico devido à fonte de excitação primária x .

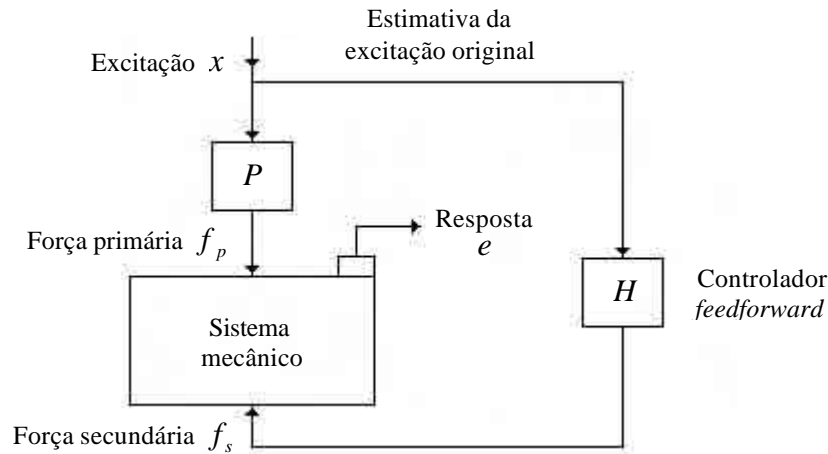


Figura 3.8: Componentes de um sistema de controle *feedforward*.

O sinal proporcional da resposta do sistema mecânico, e , não representa uma parte direta no caminho de controle, mas pode ser usado para adaptar a resposta do controlador. A excitação original influencia o sistema mecânico via força primária, f_p , a qual é relacionada com a excitação original pelo caminho de transmissão primário P . A excitação líquida do sistema mecânico é novamente assumida ser proporcional à diferença entre as forças primárias e secundárias ($f_p - f_s$), e a resposta do sistema é relacionada com essa excitação líquida via função de resposta do sistema mecânico, G . A Figura 3.9 mostra o diagrama de blocos equivalente do sistema de controle *feedforward*, no qual os sinais são todos representados pela transformada de Laplace e as respostas dos vários componentes pelas funções de transferência.

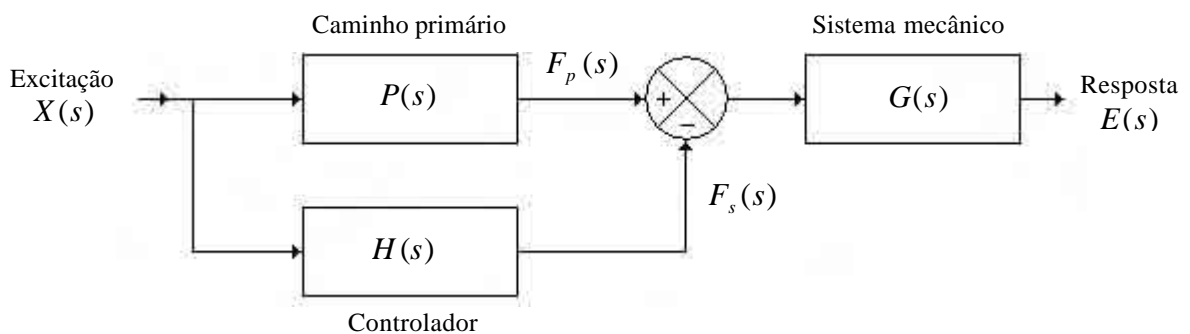


Figura 3.9: Diagrama de blocos equivalente de um sistema de controle *feedforward*.

Um grande complicador característico do sistema de controle *feedforward*, que está freqüentemente presente quando a excitação é aleatória e o sensor de detecção é usado para obter uma estimativa da excitação original, é a realimentação da entrada secundária para o sensor de detecção. Essa realimentação é devida, geralmente, às perturbações mecânicas causadas pela força secundária, que retornam ao sensor de detecção através do caminho primário, que na prática não é apenas a função unidirecional representada na Figura 3.9.

Pode-se notar, da Figura 3.9, que a transformada de Laplace da resposta do sistema mecânico pode ser expressa como,

$$E(s) = G(s)[P(s) - H(s)]X(s) \quad (3.36)$$

Neste caso, assume-se que a resposta do sistema mecânico seja devida apenas à excitação primária e à fonte secundária. Em particular, assume-se também que nenhum outro sinal não correlacionado esteja presente, o que atuaria como ruído no sistema. Na ausência do ruído a resposta do sistema poderia, em princípio, ser conduzida à zero usando o controle *feedforward*, isto é, poderia perfeitamente cancelar a resposta do sistema para todo o tempo equilibrando a força primária, F_p , com a força secundária, F_s . A transformada de Laplace da resposta poderia também ser zero sob essas condições e, da Equação (3.36), isso seria claramente realizado se a resposta do controlador combinasse exatamente com o caminho primário, isto é,

$$\text{se } H(s) = P(s), \text{ então } E(s) = 0 \quad (3.37)$$

Assumindo que a perturbação original seja aleatória, a Equação (3.37) será satisfeita para todos valores de freqüência complexa, s . Isso significa que a magnitude e a fase da resposta em freqüência do controlador *feedforward* deverá combinar exatamente com o caminho primário para todas as freqüências, de modo que as respostas ao impulso desses sistemas também sejam idênticas.

3.3.2 CONTROLADORES DIGITAIS ADAPTATIVOS DE MÚLTIPLOS CANAIS

Embora seja possível obter a resposta em frequência de um controlador *feedforward* ótimo, o problema de projetar um filtro prático que implemente essa resposta em frequência ainda persiste. Esse problema é agravado pelo fato de que o controlador ótimo depende das propriedades estatísticas do sinal de excitação e da resposta em frequência do caminho primário. Na prática, ambos o sinal de excitação e o caminho primário irão variar ligeiramente com o tempo e, para manter o delicado balanço requerido pelo controle *feedforward*, a resposta do controlador também deverá mudar com o tempo.

É relativamente mais fácil mudar as características de um filtro digital pelo ajuste dos seus coeficientes, mas é geralmente difícil mudar a resposta de um filtro analógico complicado. Assim, a maioria das implementações práticas de sistemas ativos de controle de vibração *feedforward* utiliza filtros digitais adaptativos. Esses controladores operam sobre versões amostradas dos sinais e são freqüentemente referidos como controladores no “domínio do tempo”.

As propriedades e implementações dos filtros digitais são descritas em vários livros texto (por exemplo, GOLD e RADAR, 1969; OPPENHEIM e SHAFER, 1975; LYNN, 1982; NELSON e ELLIOTT, 1992). Serão utilizados aqui os filtros digitais adaptativos cujas saídas são formadas pela soma ponderada das entradas prévias (WIDROW e STEARNS, 1985). Tais filtros digitais têm uma resposta impulsiva de duração finita e são conhecidos como filtros de Resposta Impulsiva Finita, ou filtros FIR.

Como visto na seção 3.3.1, um sistema de controle ativo de uma entrada e uma saída é, em princípio, capaz de controlar completamente a vibração em uma direção, em um único ponto na estrutura. Entretanto, muito freqüentemente é necessário controlar a vibração em várias direções ou a vibração em vários pontos na estrutura. Dessa forma, múltiplos atuadores de controle devem, então, ser usados para realizar o controle ativo, e o desempenho desses atuadores é geralmente monitorado por múltiplos sensores de resposta (ou sensores de erro).

Considere, agora, que múltiplas frequências de excitação são amostradas de forma a produzir K seqüências de referência $x_k(n)$, e essas seqüências são usadas como sinais de entrada para o controlador *feedforward*. As seqüências de saída do controlador, que conduzem os M atuadores secundários, podem ser escritas como (ELLIOTT, 1998),

$$u_m(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{I-1} h_{mki} x_k(n-i) \quad (3.38)$$

de forma que existem MK filtros de controle, cada qual com I coeficientes.

Nesta expressão, n representa o número de amostras, que deve assumir apenas valores inteiros, $n = \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, etc, e a variável h_{mki} denota o i -ésimo coeficiente do filtro conduzindo o m -ésimo atuador desde o k -ésimo sinal de excitação.

Por conveniência, utiliza-se a notação q^{-1} para representar um operador de “defasagem” unitário, o qual, quando opera sobre as seqüências de referência $x_k(n)$, as transformam nas mesmas seqüências defasadas de uma amostra (FULLER, 1996). Esse operador é normalmente escrito como,

$$q^{-1} x_k(n) = x_k(n-1) \quad (3.39)$$

A ação dos filtros FIR também pode ser representada utilizando esse operador, podendo ser expresso como,

$$H_{mk}(q) = \sum_{i=0}^{I-1} h_{mki} q^{-i} \quad (3.40)$$

tal que a Equação (3.38) pode, agora, ser escrita na forma do operador,

$$u_m(n) = \sum_{k=1}^K H_{mk}(q) x_k(n) \quad (3.41)$$

Para utilizar a m -ésima seqüência de saída definida pela Equação (3.38) na condução dos atuadores secundários, ela deve ser convertida em uma voltagem analógica usando um conversor digital-analógico, e a onda deve ser filtrada usando um filtro passa baixa analógico. De forma análoga, antes da resposta líquida do sistema mecânico ser utilizada para ajustar os coeficientes do controlador digital, ela deve passar por um filtro analógico passa baixa para prevenir *aliasing* e então ser convertida em uma seqüência discretizada na mesma faixa de amostragem através da passagem do sinal analógico por um conversor analógico-digital. Portanto, no caminho total do sinal desde a seqüência de saída do controlador até a seqüência

representando a resposta líquida, há vários componentes que produzem efeitos sobre a resposta do sistema mecânico. Considerando que os filtros analógicos previnem o *aliasing* do sinal digital, então cada componente deste caminho possui uma resposta linear. Esse caminho total pode, assim, ser completamente modelado pela resposta de um filtro digital fixo equivalente que é representado pelo operador $G_{lm}(q)$, como ilustrado na Figura 3.10.

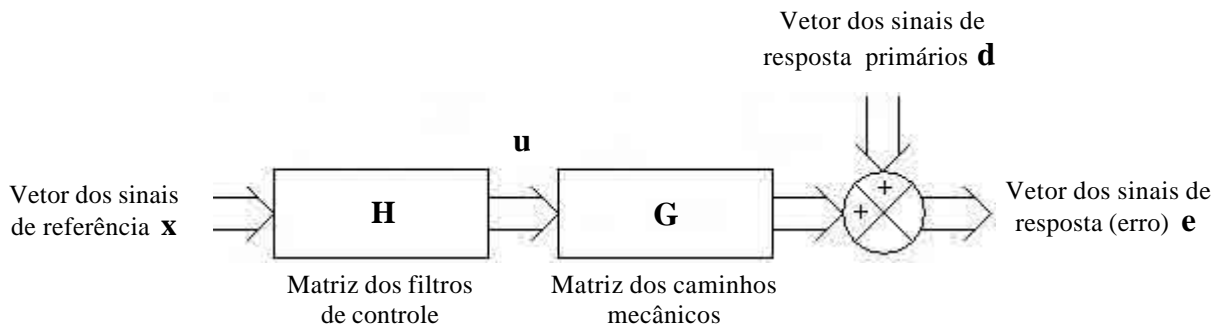


Figura 3.10: Diagrama de blocos de um sistema de controle *feedforward* com múltiplos canais.

A l -ésima seqüência de erro representando a resposta líquida do sistema mecânico, $e_l(n)$, pode ser escrita como a soma da l -ésima seqüência de erro na ausência de controle, $d_l(n)$, mais a soma do sinal devido à ação do m -ésimo atuador secundário, $G_{lm}(q)u_m(n)$, tal que,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M G_{lm}(q)u_m(n) \quad (3.42)$$

Usando a Equação (3.41), essa seqüência de erro também pode ser escrita explicitamente em termos de resposta do controlador como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K G_{lm}(q)H_{mkl}(q)x_k(n) \quad (3.43)$$

Visto que os operadores $G_{lm}(q)$ e $H_{mkl}(q)$ são lineares e não variantes com o tempo, a ordem desses operadores na Equação (3.43) pode ser invertida, tal que a expressão da resposta líquida pode então ser escrita da seguinte forma,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K H_{mkl}(q) r_{lmk}(n) \quad (3.44)$$

na qual,

$$r_{lmk}(n) = G_{lm}(q) x_k(n) \quad (3.45)$$

que são as seqüências geradas pela passagem dos sinais de excitação através dos filtros digitais representando o comportamento do sistema mecânico, e são chamados de “sinais de referência filtrados”.

A expressão para o l -ésimo sinal de erro pode ser explicitamente escrita em termos dos coeficientes dos filtros no controlador digital, usando a Equação (3.44), como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{l-1} h_{mki} r_{lmk}(n-i) \quad (3.46)$$

deixando evidente que a resposta líquida do sistema é linearmente dependente de cada um dos coeficientes do controlador digital.

A Equação (3.46) pode ser escrita em notação vetorial como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \mathbf{r}_l^T(n) \mathbf{h} \quad (3.47)$$

na qual,

$$\mathbf{r}_l(n) = [r_{l11}(n) \quad r_{l11}(n-1) \quad \dots \quad r_{lMK}(n-I+1)]^T$$

e,

$$\mathbf{h} = [h_{110} \quad h_{111} \quad \dots \quad h_{MKI-1}]^T$$

Definindo os vetores de todos os sinais de erro, e os sinais primários como,

$$\mathbf{e}(n) = [e_1(n) \quad e_2(n) \quad \dots \quad e_L(n)]^T \quad (3.48)$$

$$\mathbf{d}(n) = [d_1(n) \quad d_2(n) \quad \dots \quad d_L(n)]^T$$

pode-se, agora, expressar a resposta do controle *feedforward* de múltiplos canais na forma matricial como (ELLIOTT *et al.*, 1992),

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) + \mathbf{?}(n)\mathbf{h} \quad (3.49)$$

sendo que,

$$\mathbf{?}(n) = [\mathbf{r}_1(n) \quad \mathbf{r}_2(n) \quad \dots \quad \mathbf{r}_L(n)]^T$$

Retornando à Equação (3.38), pode-se também expressar essa seqüência alimentando o m -ésimo atuador como,

$$u_m(n) = \mathbf{x}_m^T(n)\mathbf{h} \quad (3.50)$$

na qual,

$$\mathbf{x}_m^T = [0 \quad 0 \dots x_1(n) \quad x_1(n-1) \dots 0 \dots x_2(n) \quad x_2(n-1) \dots 0]$$

de forma que o vetor dos sinais conduzindo os atuadores pode ser escrito como (ELLIOTT e NELSON, 1989),

$$\mathbf{u}(n) = \mathbf{X}(n)\mathbf{h} \quad (3.51)$$

na qual,

$$\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}_1(n) \quad \mathbf{x}_2(n) \quad \dots \quad \mathbf{x}_M(n)]^T$$

Definindo agora a função custo generalizada de forma similar à utilizada na teoria de controle *feedback* ótimo, a qual inclui ambos os termos de erro e “esforço” (FULLER *et al.*, 1996) como,

$$J = E[\mathbf{e}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{e}(n) + \mathbf{u}^H(n)\mathbf{R}\mathbf{u}(n)] \quad (3.52)$$

na qual o sobrescrito H representa o operador Hermitiano e E representa o operador de expectativa. O Hermitiano transposto é mantido aqui para possibilitar que os sinais amostrados sejam complexos e que possam representar variáveis transformadas, por exemplo. \mathbf{Q} é uma matriz de ponderação de erro, \mathbf{R} é uma matriz de ponderação de esforço e ambas são Hermitianas e definidas positivas, mas não necessariamente diagonais. Usando as equações de $\mathbf{e}(n)$ e $\mathbf{u}(n)$, essa função custo pode ser expressa na forma quadrática complexa,

$$J = \mathbf{h}^H \mathbf{A} \mathbf{h} + \mathbf{h}^H \mathbf{b} + \mathbf{b}^H \mathbf{h} + c \quad (3.53)$$

na qual,

$$\mathbf{A} = E[\mathbf{T}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{T}(n) + \mathbf{X}^H(n)\mathbf{R}\mathbf{X}(n)],$$

$$\mathbf{b} = E[\mathbf{T}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{d}(n)],$$

e,

$$c = E[\mathbf{d}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{d}(n)]$$

A função custo, Equação (3.53), tem um único mínimo global, assumindo \mathbf{A} como definida positiva, para um conjunto de coeficientes do filtro de controle dado por (FULLER *et al.*, 1996),

$$\mathbf{h}_{\text{opt}} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \quad (3.54)$$

que resulta no menor valor quadrado da função custo,

$$J_{\text{min}} = c - \mathbf{b}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} \quad (3.55)$$

CAPÍTULO 4

MODELO TEÓRICO

4.1 INTRODUÇÃO

Os modelos matemáticos têm sido uma ferramenta importante para o estudo do comportamento dinâmico de rotores, principalmente em situações onde há grandes dificuldades de se praticar uma análise experimental apurada. O desenvolvimento de modelos matemáticos para rotores pode ser feito utilizando diferentes métodos, como por exemplo, o método por múltiplos corpos, o método das matrizes de transferência e o método dos elementos finitos (PESTEL e LECKIE, 1963; NELSON e McVAUGH, 1979).

Um outro método de modelagem conhecido é o método da matriz de impedância. Apesar de estar bem documentada (RUBIN, 1967; NEUBERT, 1987), essa técnica começou a ser utilizada mais recentemente. Esse método oferece a conveniência do método dos elementos finitos para modelar sistemas acoplados rotor-mancal, juntamente com a vantagem da eficiência computacional do método das matrizes de transferência. Entretanto, sua principal vantagem relativa à aproximação da matriz de transferência é que, ao contrário do método das matrizes de transferência, as matrizes são formuladas diretamente em termos de funções de resposta em frequência (BONELLO e BRENNAN, 2001).

Devido à maior facilidade de implementação do algoritmo computacional, o método da matriz de impedância será empregado neste trabalho para o desenvolvimento de um modelo teórico de rotor. O modelo utilizado nas simulações consiste de um rotor suportado por dois mancais magnéticos ativos (MMA) e dois discos rígidos acoplados ao mesmo contendo um pequeno desbalanceamento. A análise do desempenho do controle ativo de vibração será realizada em função da flexibilidade do rotor. A vibração será considerada

apenas na direção vertical e o efeito giroscópico será desprezado, uma vez que tem afeito apenas sobre o modelo do rotor e não sobre o controle ativo. O modelo será desenvolvido considerando primeiramente o rotor como uma viga livre-livre e, em seguida, serão introduzidos os efeitos dinâmicos das massas concentradas e da rigidez e amortecimento equivalentes dos mancais através do método da matriz de impedância. A força de desbalanceamento provocada pelos discos rígidos e as forças de controle dos mancais serão introduzidas no modelo para se determinar o desempenho do sistema de controle ativo ótimo.

4.2 TEORIA BÁSICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Considere um rotor simples constituído de um eixo e um disco rígido suportado por dois mancais magnéticos conforme mostra a Figura 4.1. O eixo tem comprimento l e é dividido em R pontos nodais ($i=1, 2, \dots, R$), conectados por N elementos de eixo ($N=1, 2, \dots, R-1$). Os mancais magnéticos serão modelados como elementos de massa m_i (representando o material ferromagnético) e de rigidez e amortecimento equivalentes k_i e c_i , respectivamente. O disco rígido, contendo um pequeno desbalanceamento, será modelado como elemento de massa m_i . Nos pontos nodais $i=0, p$ e q estão conectados os elementos relativos aos mancais e ao disco rígido.

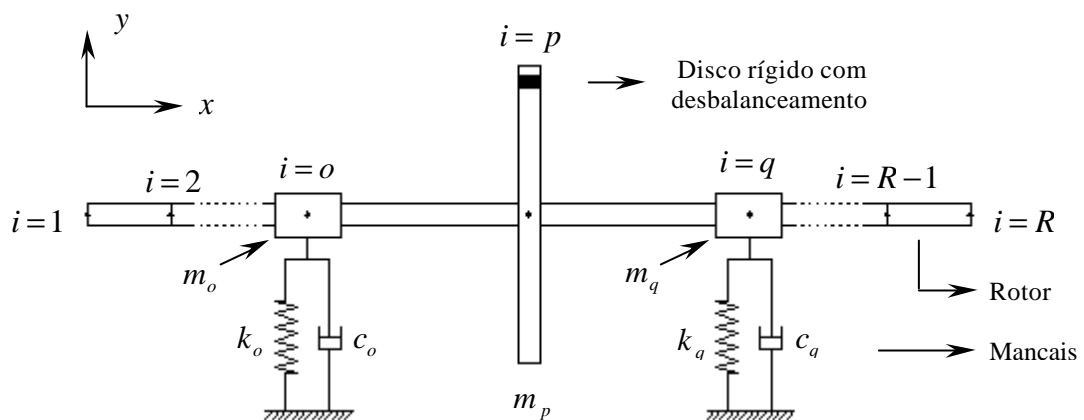


Figura 4.1: Esquema de um rotor a ser modelado.

Para esta modelagem considere o sistema de coordenadas xy , sendo x na direção longitudinal do eixo e y na direção vertical, respectivamente. Considere também que o movimento do rotor será restringido a apenas na direção vertical (em termos de velocidade na direção y) e que o efeito giroscópio será desprezado.

A modelagem matemática do rotor será realizada em duas etapas. Primeiramente, considere o eixo como uma viga livre-livre sem os mancais e o disco rígido conectados a ele. Assim, da teoria de que o movimento de uma viga pode ser descrito com base em um número finito de modos de vibração, então estabelece-se a expressão da velocidade em função das forças externas atuantes no rotor. Posteriormente, as forças de reação provocadas pelos mancais e pelo disco rígido quando o rotor se move serão introduzidas no modelo utilizando o método da matriz de impedância.

4.2.1 MODELO DE UMA VIGA LIVRE-LIVRE

Para descrever o movimento do rotor considera-se, primeiramente, o eixo como uma viga livre-livre, sem a presença dos mancais magnéticos ativos e do disco rígido. A vibração será considerada apenas na direção vertical e o efeito giroscópio será desprezado. Cada ponto nodal será referenciado por sua posição x_i ao longo do eixo x , como mostra a Figura 4.2.

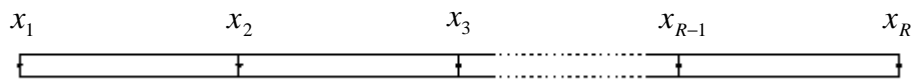


Figura 4.2: Modelo de uma viga livre-livre no plano xy .

A partir desta modelagem a velocidade, u , da viga pode ser descrita como uma série ou somatório dos modos de vibração (JOHNSON *et al.*, 2003),

$$u(x, \mathbf{w}) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\mathbf{w}) \mathbf{y}_n(x) \quad (4.1)$$

na qual o n -ésimo modo de vibração $\mathbf{y}_n(x)$ é função da posição x e a amplitude complexa do n -ésimo modo é dada por $a_n(\mathbf{w})$.

Se a faixa de frequência de interesse é limitada, então é possível descrever, com uma precisão satisfatória, o comportamento vibratório da viga usando um conjunto finito de modos de vibração. Os dois primeiros modos da viga livre-livre são modos de corpo rígido, e os modos de maior ordem são dados pela combinação de funções seno, cosseno e hiperbólicas. Assim, os modos de vibração são dados pelas seguintes equações (JOHNSON *et al.*, 2003),

$$y_0(x) = 1 \quad (4.2)$$

$$y_1(x) = 1 - \frac{2x}{l} \quad (4.3)$$

$$y_n(x) = \cos g \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) + k \cosh g \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) \quad \text{para } n = 2, 4, 6, \dots \quad (4.4)$$

de maneira que,

$$k = -\frac{\sin \frac{g}{2}}{\sinh \frac{g}{2}} \quad \text{e} \quad \tan \frac{g}{2} + \tanh \frac{g}{2} = 0 \quad (4.5)$$

$$y_n(x) = \sin g' \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) + k' \sinh g' \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) \quad \text{para } n = 3, 5, 7, \dots \quad (4.6)$$

na qual,

$$k' = \frac{\sin \frac{g'}{2}}{\sinh \frac{g'}{2}} \quad \text{e} \quad \tan \frac{g'}{2} - \tanh \frac{g'}{2} = 0 \quad (4.7)$$

A amplitude do n -ésimo modo $a_n(\mathbf{w})$ é função da frequência angular \mathbf{w} e pode ser calculada considerando-se todas as forças agindo sobre o rotor. A amplitude do modo devido a uma única força $F(\mathbf{w})$ agindo sobre uma posição x_j do rotor é dada por,

$$a_n(\mathbf{w}) = \frac{2}{m_r} \left[\frac{j\mathbf{w}}{(\mathbf{w}_n^2 - \mathbf{w}^2) + 2j\mathbf{z}_n \mathbf{w}_n \mathbf{w}} \mathbf{y}_n(x_j) \right] F(\mathbf{w}) \quad (4.8)$$

de forma que \mathbf{w}_n e \mathbf{z}_n são a frequência natural e o fator de amortecimento do n -ésimo modo, respectivamente, e m_r é a massa modal do rotor. Os fatores de amortecimento modais são tipicamente baixos para um rotor de aço, na ordem de 0.005 (JOHNSON *et al.*, 2003). A maior parte do amortecimento do sistema é fornecido pelos mancais.

As frequências naturais relativas aos modos de vibração de uma viga livre-livre podem ser calculadas usando as equações (JOHNSON *et al.*, 2003),

$$\mathbf{w}_0 = 0 \quad (4.9)$$

$$\mathbf{w}_1 = 0 \quad (4.10)$$

$$\mathbf{w}_n = \frac{(n-0.5)^2 \mathbf{p}^2 d}{4l^2} \sqrt{\frac{E}{\mathbf{r}}} \quad \text{para } n \geq 2 \quad (4.11)$$

na qual E é o módulo de elasticidade, l é o comprimento total da viga, d é o diâmetro da viga e \mathbf{r} é a densidade do material da viga.

Pela combinação da Equação (4.1) com a Equação (4.8), pode-se calcular o termo de transferência de mobilidade. A transferência de mobilidade T_{ij} estabelece uma relação entre a velocidade da viga na posição x_i e uma força de entrada na posição x_j , e é dada pela seguinte equação,

$$T_{ij}(\mathbf{w}) = \frac{2}{m_r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{j\mathbf{w}}{(\mathbf{w}_n^2 - \mathbf{w}^2) + 2j\mathbf{z}_n \mathbf{w}_n \mathbf{w}} \mathbf{y}_n(x_i) \mathbf{y}_n(x_j) \quad (4.12)$$

Para uma determinada frequência discreta, as velocidades a um número i de posições da viga podem ser descritas da seguinte forma matricial,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{T}_{ij} \mathbf{f}_j \quad (4.13)$$

sendo que o vetor coluna \mathbf{u}_i descreve as velocidades nas posições x_i devido a um número de forças externas \mathbf{f}_j agindo nas posições x_j . Cada elemento da matriz \mathbf{T}_{ij} é calculado usando a Equação (4.12).

4.2.2 MÉTODO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA

A teoria apresentada na seção anterior e a Equação (4.13) foram usadas apenas para modelar o eixo e descrever seu movimento sem incluir qualquer elemento de rigidez, amortecimento ou massa fixados ao mesmo.

Assim, as forças de reação provocadas pela rigidez e pelo amortecimento dos mancais magnéticos e pela massa do disco rígido quando o rotor se move serão inseridas no modelo usando o método da matriz de impedância \mathbf{Z} . Esse método será usado para introduzir o efeito da adição de rigidez, amortecimento e massa em três posições discretas ao longo do rotor, porém ele pode ser expandido para incluir massa, rigidez ou amortecimento em qualquer número de posições.

Considere o elemento de eixo representado na Figura 4.3. A relação entre o vetor de forças de reação e o vetor de velocidades estabelecida a partir da matriz de impedância do N -ésimo elemento de eixo é dada por (BONELLO e BRENNAN, 2001),

$$\mathbf{f}_N = \mathbf{Z}_N \mathbf{u}_N \quad (4.14)$$

na qual $\mathbf{f}_N = \{f_{1N} \quad f_{2N}\}^T$, $\mathbf{u}_N = \{u_{1N} \quad u_{2N}\}^T$ e \mathbf{Z}_N é a matriz de impedância de um elemento de eixo N de ordem 2×2 descrita por Lyon (1990). Os termos f_{1N} e f_{2N} são as amplitudes complexas das forças nas extremidades esquerda e direita do segmento de eixo, respectivamente. Os termos u_{1N} e u_{2N} são as amplitudes complexas das velocidades lineares nas extremidades esquerda e direita do segmento de eixo, respectivamente.

As matrizes de impedância dos elementos de eixo consecutivos são montadas de uma maneira similar às matrizes do método dos Elementos Finitos (KRAMER, 1993), usando a continuidade da velocidade linear em cada ponto nodal do eixo. Um exemplo da montagem da matriz global de dois elementos de eixo consecutivos é mostrada na Figura 4.4. Os termos do vetor força da Figura 4.4 (b) são definidos como: $f_{i-1} = f_{1N}$, $f_i = f_{2N} + f_{1(N+1)}$ e $f_{i+1} = f_{2(N+1)}$.

As matrizes dos elementos são adicionadas em locais apropriados da matriz global para permitir a presença dos efeitos dinâmicos das massas e dos mancais (rigidez e amortecimento) fixados nas posições discretas do rotor.

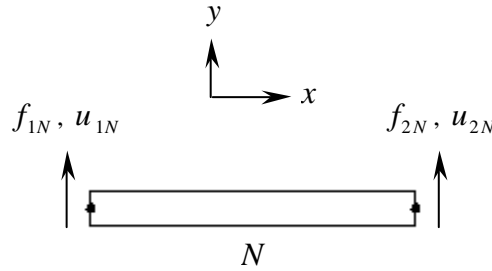
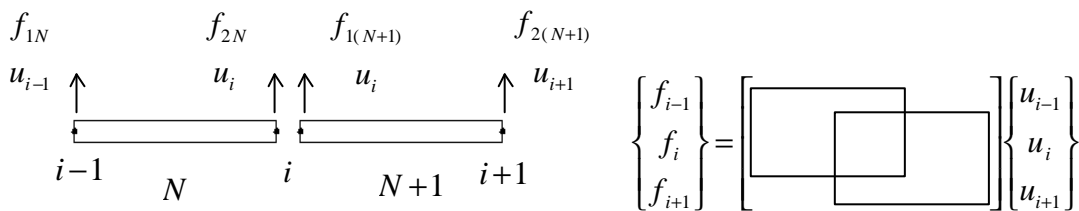


Figura 4.3: Projeção do segmento de eixo N no plano xy .



(a) Relação entre força e velocidade.

(b) Montagem da matriz de impedância global.

Figura 4.4: Dois segmentos de eixo consecutivos N e $N+1$.

Considerando todos os elementos de um rotor que foi dividido em R pontos nodais, a matriz de impedância global do rotor, \mathbf{Z} , será uma matriz quadrada de ordem $R \times R$, e as forças de reação provocadas pelos elementos de massa, rigidez e amortecimento conectados ao rotor podem ser descritas pela seguinte equação,

$$\mathbf{f}_r = \mathbf{Z}\mathbf{u} \quad (4.15)$$

na qual $\mathbf{u} = \{u_1 \ \dots \ u_R\}^T$.

A matriz de impedância global do rotor será descrita em função dos mancais magnéticos, modelados por elementos de massa, de rigidez e de amortecimento, e do disco rígido, modelado por um elemento de massa. A relação entre força e velocidade de cada um desses elementos será dada por:

a) Elemento de massa

Considere um elemento de massa fixado em uma posição nodal i ao longo do rotor. A força de reação provocada por essa massa pode ser escrita como,

$$f_{ri} = -j\omega m_i u_i \quad (4.16)$$

na qual o termo $j\omega m_i$ é a impedância de uma massa m fixada em um ponto nodal i e u_i é a velocidade na localização da massa. Dessa forma, se no i -ésimo ponto nodal do rotor existe uma massa, o termo $j\omega m_i$ é adicionado na i -ésima linha e i -ésima coluna da matriz de impedância global do rotor.

b) Elemento de rigidez

Para um elemento de rigidez, fixado em uma posição nodal i ao longo do rotor, a força de reação pode ser escrita como,

$$f_{ri} = Z_{ki} (u_{fi} - u_i) \quad (4.17)$$

sendo que $Z_{ki} = k_i / (j\omega)$ é a impedância de um elemento de rigidez k fixado em um ponto nodal i e u_{fi} é a velocidade do pedestal do mancal, quando a flexibilidade da fundação é considerada no modelo.

c) Elemento de amortecimento:

A força de reação provocada pelo amortecimento é dada por,

$$f_{ri} = Z_{ci} (u_{fi} - u_i) \quad (4.18)$$

sendo $Z_{ci} = c_i$ a impedância de um elemento com um coeficiente de amortecimento c fixado em um ponto nodal i e u_{fi} é a velocidade do pedestal do mancal, como comentado anteriormente.

Assumindo que a fundação seja rígida, a velocidade do pedestal do mancal pode ser desprezada ($u_{fi} = 0$). Dessa forma, as Equações (4.17) e (4.18) podem ser reescritas, respectivamente, pelas seguintes equações,

$$f_{ri} = -\frac{k_i}{j\omega} u_i \quad (4.19)$$

$$f_{ri} = -c_i u_i \quad (4.20)$$

Portanto, se no i -ésimo ponto nodal do rotor existe um elemento de rigidez e de amortecimento, os termos $k_i/(j\omega)$ e c_i são adicionados na i -ésima linha e i -ésima coluna da matriz de impedância global do rotor.

Utilizando as Equações (4.16), (4.19) e (4.20) e considerando o rotor representado na Figura 4.1, as forças de reação provocadas pelos mancais e pelo disco rígido podem ser descritas usando a matriz de impedância \mathbf{Z} como,

$$\left\{ \begin{array}{c} f_{r1} \\ f_{r2} \\ \vdots \\ f_{ro} \\ \vdots \\ f_{rp} \\ \vdots \\ f_{rq} \\ \vdots \\ f_{r(R-1)} \\ f_{rR} \end{array} \right\} = - \left[\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_o & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & Z_p & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & Z_q & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_o \\ \vdots \\ u_p \\ \vdots \\ u_q \\ \vdots \\ u_{R-1} \\ u_R \end{array} \right\} \quad (4.21)$$

na qual $Z_o = j\omega m_o + \frac{k_o}{j\omega} + c_o$ é a impedância do mancal magnético no nó $i = o$, $Z_p = j\omega m_p$ é

a impedância do disco rígido no nó $i = p$ e $Z_q = j\omega m_q + \frac{k_q}{j\omega} + c_q$ é a impedância do mancal

magnético no nó $i = q$. Assim, a Equação (4.15) pode ser reescrita como,

$$\mathbf{f}_r = -\mathbf{Z}\mathbf{u}_i \quad (4.22)$$

O vetor velocidade \mathbf{u}_i pode ser considerado como a combinação do vetor velocidade \mathbf{u}_{ir} devido às forças de reação \mathbf{f}_r e a velocidade \mathbf{u}_{ij} devido às forças de entrada externas do rotor \mathbf{f}_j . As forças de entrada externas no modelo são criadas pela massa desbalanceada e pelas forças de controle ativo. Dessa forma, utilizando a Equação (4.13), o vetor velocidade pode ser escrito como,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{ij} + \mathbf{u}_{ir} = \mathbf{T}_{ij}\mathbf{f}_j + \mathbf{T}_{ir}\mathbf{f}_r \quad (4.23)$$

Introduzindo a Equação (4.22) na Equação (4.23), o vetor velocidade pode ser reescrito como segue,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{T}_{ij}\mathbf{f}_j - \mathbf{T}_{ir}\mathbf{Z}\mathbf{u}_i$$

$$\mathbf{u}_i + \mathbf{T}_{ir}\mathbf{Z}\mathbf{u}_i = \mathbf{T}_{ij}\mathbf{f}_j$$

$$\mathbf{u}_i = [\mathbf{I} + \mathbf{T}_{ir}\mathbf{Z}]^{-1} \mathbf{T}_{ij}\mathbf{f}_j \quad (4.24)$$

sendo \mathbf{I} uma matriz identidade de ordem $i \times i$. Substituindo a Equação (4.24) na Equação (4.22) chega-se a uma expressão para a força de reação em função das forças externas dada por,

$$\mathbf{f}_r = -\mathbf{Z}[\mathbf{I} + \mathbf{T}_{ir}\mathbf{Z}]^{-1} \mathbf{T}_{ij}\mathbf{f}_j \quad (4.25)$$

As duas matrizes \mathbf{T}_{ir} e \mathbf{T}_{ij} contêm as mobilidades do rotor descrevendo as velocidades nos pontos de observação x_i devidas às forças de reação agindo nos pontos de fixação dos mancais e do disco rígido, e devidas à aplicação das forças externas, respectivamente. Os elementos dessas matrizes podem ser calculados usando a Equação (4.12).

As Equações (4.23), (4.24) e (4.25) podem ser usadas para determinar um novo conjunto de mobilidades “compacto” do rotor $\widehat{\mathbf{T}}_{ij}$ que inclui a forças de reação \mathbf{f}_r provocadas

pelas massas, amortecimentos e rigidezes acopladas ao rotor. Com o rearranjo dessas equações, a velocidade pode ser calculada em qualquer posição devido à força aplicada em qualquer outra posição ao longo do rotor, dada pela seguinte equação,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{T}_{ij}\mathbf{f}_j + \mathbf{T}_{ir}\mathbf{f}_r = \hat{\mathbf{T}}_{ij}\mathbf{f}_j \quad (4.26)$$

e a mobilidade “compacta” do rotor pode ser escrita como,

$$\hat{\mathbf{T}}_{ij} = \left[\mathbf{T}_{ij} - \mathbf{T}_{ir}\mathbf{Z}[\mathbf{I} + \mathbf{T}_{ir}\mathbf{Z}]^{-1}\mathbf{T}_{rj} \right] \quad (4.27)$$

A partir desse modelo matemático desenvolvido para o rotor suportado por mancais magnéticos, o desempenho de um sistema de controle ativo pode ser avaliado utilizando esse conjunto de equações.

4.3 CONTROLE ATIVO ÓTIMO

Um método para verificar o desempenho de um sistema de controle ativo será agora apresentado. Considere um sistema de controle com K atuadores de controle e L sensores de erro. A uma dada frequência discreta, o vetor de erro \mathbf{e} de comprimento L pode ser escrito em termos do vetor das forças de perturbação primárias \mathbf{f}_p (por exemplo, um desbalanceamento do rotor) e do vetor das forças de controle secundárias \mathbf{f}_c (controle ativo dos mancais magnéticos) de comprimento K pela seguinte equação,

$$\mathbf{e} = \hat{\mathbf{T}}_{ep}\mathbf{f}_p + \hat{\mathbf{T}}_{ec}\mathbf{f}_c \quad (4.28)$$

As duas matrizes $\hat{\mathbf{T}}_{ep}$ e $\hat{\mathbf{T}}_{ec}$ contêm as mobilidades do rotor descrevendo as velocidades nos locais monitorados pelos sensores de erro, x_e , devidas à força de desbalanceamento (perturbação primária) agindo no ponto x_p onde o disco rígido está fixado, e devidas às forças de controle (perturbação secundária) aplicadas nas posições x_c do rotor, respectivamente.

Um algoritmo de controle filtrado-x LMS será utilizado para minimizar a soma do quadrado dos sinais dos sensores de erro, a qual pode ser descrita pela seguinte função custo (FULLER *et al.*, 1996; NELSON e ELLIOTT, 1992),

$$J_e = \mathbf{e}^H \mathbf{e} \quad (4.29)$$

na qual o sobrescrito H denota o operador Hermitiano e nenhum termo de “esforço” de controle foi incluído na função objetivo. Substituindo a Equação (4.28) na Equação (4.29), a função custo pode ser escrita como,

$$J_e = [\widehat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p + \widehat{\mathbf{T}}_{ec} \mathbf{f}_c]^H [\widehat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p + \widehat{\mathbf{T}}_{ec} \mathbf{f}_c] \quad (4.30)$$

Expandindo a Equação (4.30), chega-se a,

$$J_e = \mathbf{f}_p^H \widehat{\mathbf{T}}_{ep}^H \widehat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p + \mathbf{f}_p^H \widehat{\mathbf{T}}_{ep}^H \widehat{\mathbf{T}}_{ec} \mathbf{f}_c + \mathbf{f}_c^H \widehat{\mathbf{T}}_{ec}^H \widehat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p + \mathbf{f}_c^H \widehat{\mathbf{T}}_{ec}^H \widehat{\mathbf{T}}_{ec} \mathbf{f}_c \quad (4.31)$$

Como a Equação (4.31) é uma função quadrática do vetor força de controle secundário \mathbf{f}_c , a função custo pode ser escrita da seguinte forma geral,

$$J_e = \mathbf{f}_c^H \mathbf{A} \mathbf{f}_c + \mathbf{f}_c^H \mathbf{b} + \mathbf{b}^H \mathbf{f}_c + c \quad (4.32)$$

na qual a matriz $\mathbf{A} = \widehat{\mathbf{T}}_{ec}^H \widehat{\mathbf{T}}_{ec}$, o vetor $\mathbf{b} = \widehat{\mathbf{T}}_{ec}^H \widehat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p$ e o escalar $c = \mathbf{f}_p^H \widehat{\mathbf{T}}_{ep}^H \widehat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p$. O último termo da Equação (4.32) é a soma do quadrado do vetor das forças de perturbação primárias \mathbf{f}_p apenas. Levando em conta que a matriz \mathbf{A} seja positiva definida e aplicando o algoritmo de controle, a função custo será minimizada quando o vetor das forças de controle secundárias \mathbf{f}_c adquirir o seguinte valor ótimo,

$$\mathbf{f}_{c_opt} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} \quad (4.33)$$

Substituindo a matriz \mathbf{A} e o vetor \mathbf{b} na Equação (4.33), o vetor das forças de controle ótimo pode ser reescrito como,

$$\mathbf{f}_{c_opt} = \left[\widehat{\mathbf{T}}_{ec}^H \widehat{\mathbf{T}}_{ec} \right]^{-1} \widehat{\mathbf{T}}_{ec}^H \widehat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p \quad (4.34)$$

Utilizando essas forças de controle otimizadas, a velocidade em qualquer número de locais de observação x_i ao longo do rotor pode, então, ser calculada antes da aplicação do sistema de controle, \mathbf{u}_{i_ac} , e depois da aplicação do controle ótimo, \mathbf{u}_{i_dc} , pelas seguintes equações, respectivamente,

$$\mathbf{u}_{i_ac} = \widehat{\mathbf{T}}_{ip} \mathbf{f}_p \quad (4.35)$$

$$\mathbf{u}_{i_dc} = \widehat{\mathbf{T}}_{ip} \mathbf{f}_p + \widehat{\mathbf{T}}_{ic} \mathbf{f}_{c_opt} \quad (4.36)$$

As duas matrizes $\widehat{\mathbf{T}}_{ip}$ e $\widehat{\mathbf{T}}_{ic}$ contêm as mobilidades descrevendo as velocidades nos pontos de observação x_i devidas às forças agindo no ponto de aplicação x_p da força de desbalanceamento (perturbação primária) e nos pontos x_c das forças de controle. Esse processo pode ser repetido para uma banda de frequências.

4.4 DESCRIÇÃO DO MODELO TEÓRICO PARA ANÁLISE

O comportamento dinâmico de um rotor é afetado pelas suas características geométricas, tal como rigidez dos suportes, distância entre os mancais, diâmetro do eixo e distribuição das massas. Considerando que o objetivo deste trabalho é analisar teoricamente o controle ativo de vibração em função da flexibilidade dos rotores, então será descrito nessa seção um sistema no qual apenas o diâmetro do eixo irá variar, permanecendo fixas as demais características construtivas.

O modelo utilizado para a análise teórica consiste de um rotor suportado por dois mancais magnéticos ativos (MMA) e sobre o eixo são fixados dois discos rígidos contendo um desbalanceamento unitário, como mostra a Figura 4.5.

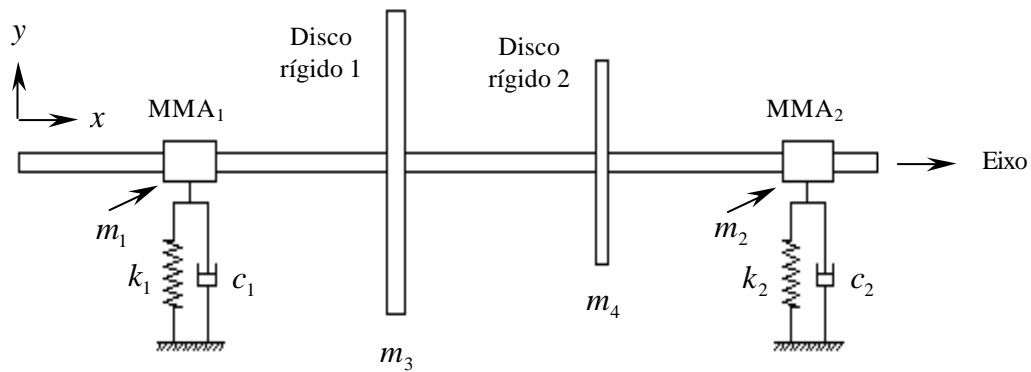


Figura 4.5: Modelo de rotor utilizado nas simulações.

O rotor possui um eixo de 500 mm de comprimento construído de aço com módulo de elasticidade $E=207 \text{ GN.m}^{-2}$, densidade $\rho=7800 \text{ kg.m}^{-3}$, coeficiente de Poisson $\nu=0,3$ e amortecimento estrutural $\zeta_n=0,005$. Para variar a rigidez do rotor, serão simulados seis diferentes casos alterando-se apenas o diâmetro do eixo, conforme apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Valores dos diâmetros do eixo utilizados nas simulações.

Caso	A	B	C	D	E	F
Diâmetro do eixo	3,0 mm	5,0 mm	7,5 mm	10,0 mm	12,5 mm	15,0 mm

O eixo foi discretizado em 24 pontos nodais com um grau de liberdade por nó, correspondente ao deslocamento na vertical (eixo y). Observou-se que, nesse caso, com uma discretização mais refinada não se obtém melhorias significativas na precisão dos resultados que compensem o custo computacional.

Os mancais magnéticos, modelados como elementos de massa (correspondente à massa do material ferromagnético) e de rigidez e amortecimento equivalentes, operam como suportes e atuadores ao mesmo tempo, e estão localizados a $x_1 = 100 \text{ mm}$ e $x_2 = 460 \text{ mm}$, sendo que $x = 0$ refere-se ao início do eixo na extremidade esquerda. Os discos rígidos, modelados como elementos de massa, estão localizados a $x_3 = 220 \text{ mm}$ e $x_4 = 340 \text{ mm}$ e, nas simulações, o desbalanceamento é provocado por uma força unitária aplicada em cada disco.

Para introduzir adequadamente as características dos mancais magnéticos no modelo matemático para a análise das velocidades críticas e da resposta forçada do rotor, os valores

de rigidez e do amortecimento equivalentes do mancal magnético ativo foram devidamente calculados. Os valores da rigidez e do amortecimento equivalentes foram determinados através das Equações (2.33) e (2.34), a partir de um determinado conjunto de ganhos do filtro PID e do modelo de função de transferência descrito na seção 2.3. Os parâmetros adotados no circuito eletrônico de controle do mancal magnético estão apresentados na Tabela 4.2. A rigidez de posição, K_x , e a rigidez de corrente, K_i , foram calculadas usando o modelo linearizado em função das características adotadas no mancal magnético, apresentadas na Tabela 4.3, através das Equações (2.19) e (2.20).

Tabela 4.2: Parâmetros adotados no circuito eletrônico de controle de um mancal magnético.

Filtro passa baixa		Filtro PID		Amplificador de potência	
w_{LP}	800 Hz	K_P	35	K_a	760
x_{LP}	0,707	K_I	60	w_A	20 KHz
		K_D	0,03		
		K_T	0,000065		

Tabela 4.3: Características adotadas no mancal magnético.

Mancal magnético	
N	228
i_b	1,5 A
A_g	6,677e-5 m ²
g_0	381e-6 m

O modelo do circuito de controle do mancal magnético, dado pela Equação (2.23), foi usado para calcular a função de transferência do controlador. Para determinar a rigidez de posição e de corrente e a função de transferência, uma rotina computacional foi implementada empregando o *software* MATLAB. Com o modelo de função de transferência do controlador e com os valores calculados da rigidez de posição e de corrente, determinou-se a rigidez e o amortecimento equivalentes do mancal magnético em função da frequência na faixa de 0 a 200 Hz, apresentadas na Figura 4.6. Essa banda de frequência foi utilizada nos cálculos porque estimou-se, em princípio, que ela conteria as três primeiras frequências críticas do

rotor teórico utilizado nas simulações. Para a simulação dinâmica de rotores, normalmente calcula-se um valor aproximado para a rigidez equivalente considerando a média dos valores na faixa de frequência analisada. Por sua vez, um valor aproximado para o amortecimento equivalente do mancal também pode ser determinado a partir da curva em frequência obtida. Neste caso, toma-se a média dos valores de amortecimento equivalentes contidos na faixa de frequências entre 40 a 200 Hz, uma vez que o modelo para a obtenção desse parâmetro não produz resultados coerentes nas frequências baixas.

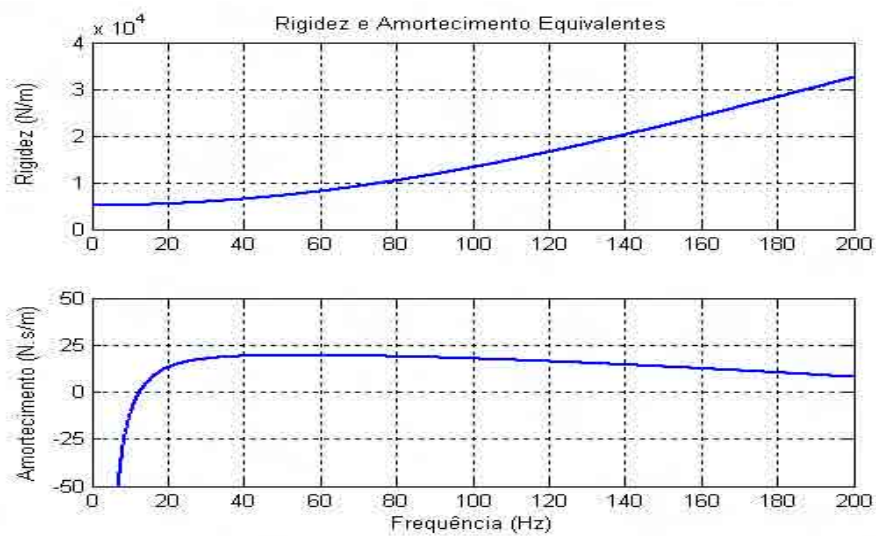


Figura 4.6: Curvas de rigidez e amortecimento equivalentes.

Tendo em vista que a rigidez e o amortecimento do mancal magnético são dados em função da frequência, na análise dinâmica do rotor um valor médio de rigidez pode ser adotado nessa faixa de frequência, e o amortecimento pode ser obtido assintoticamente no gráfico da Figura 4.6. Desta forma, obteve-se $K_{eq} = 20.000 \text{ N/m}$ e $C_{eq} = 10 \text{ N.s/m}$, aproximadamente. Os demais parâmetros físicos utilizados nas simulações estão apresentados na Tabela 4.4..

Tabela 4.4: Propriedades físicas dos mancais e dos discos rígidos utilizados nas simulações.

MMA₁		MMA₂		Disco rígido 1		Disco rígido 2	
Massa m_1	0.25 kg	Massa m_2	0.25 kg	Massa m_3	1.3 kg	Massa m_4	0.5 kg
Rigidez k_1	20000 Nm^{-1}	Rigidez k_2	20000 Nm^{-1}	-	-	-	-
Amortec. c_1	10 Nm^{-1}s	Amortec. c_2	10 Nm^{-1}s	-	-	-	-
Posição x_1	100 mm	Posição x_2	460 mm	Posição x_3	220 mm	Posição x_4	340 mm

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DO CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÃO EM FUNÇÃO DA FLEXIBILIDADE DO ROTOR

5.1 INTRODUÇÃO

Para analisar a influência da flexibilidade do rotor no desempenho das estratégias de controle ativo de vibração determinou-se, primeiramente, as frequências críticas e os modos de vibração não amortecidos do modelo teórico apresentado na seção 4.4, isso para se estabelecer uma classificação do rotor em função de sua flexibilidade.

A análise será restrita à faixa de frequências de excitação de 0 a 200 Hz para abranger os três primeiros modos, os quais são os mais importantes e têm maior probabilidade de serem excitados na prática. Uma vez conhecidas as frequências críticas e os modos de vibração teóricos, o rotor será classificado conforme a influência da rigidez do eixo no seu comportamento dinâmico.

A classificação é definida como: rotor na zona de “eixo dependente”, quando a rigidez do eixo é baixa (relativa à rigidez do mancal) e a geometria do eixo tem influência primordial sobre as frequências críticas e os modos de vibração; rotor na zona de “mancal dependente”, quando a rigidez do eixo é alta e as velocidades críticas são quase que inteiramente dependentes da rigidez dos mancais; e rotor na zona de “transição”, quando a rigidez do eixo é comparável à rigidez do mancal e tanto a geometria do eixo quanto a rigidez dos mancais influenciam sobre as frequências críticas e os modos de vibração.

Após essa classificação, a análise do desempenho do sistema de controle implementado para cada caso será limitada em função da posição dos atuadores e dos sensores de erro ao longo do rotor. Esse sistema de controle emprega a estratégia de controle

feedforward sobreposta ao esquema de controle *feedback* dos mancais magnéticos para reduzir as vibrações em pontos críticos do rotor.

A análise será realizada em termos de controle global dos níveis de vibração, que se refere ao nível de deslocamento médio quadrático ponderado sobre o comprimento total do rotor nos 24 pontos nodais do modelo, e em termos de controle localizado dos níveis de vibração, em pontos particulares ao longo do rotor.

5.2 FREQUÊNCIAS CRÍTICAS E MODOS DE VIBRAÇÃO DO ROTOR

Como apresentada na seção 4.2, a matriz de mobilidade do rotor, fornecida pela Equação (4.27), contém as informações das frequências críticas e dos respectivos modos de vibração teóricos. As três primeiras frequências críticas do rotor referentes aos casos A a F estão apresentadas na Tabela 5.1. De uma maneira geral, observa-se que os casos em que o rotor tem diâmetro de eixo menor apresentam as mais baixas velocidades críticas, como por exemplo, o caso A, cujas frequências críticas são: 4,0 Hz, 16,8 Hz e 44,0 Hz. Com o aumento do diâmetro do eixo as velocidades críticas se elevam, como pode ser visto no caso F, cujas frequências críticas são: 19,2 Hz, 28,0 Hz e 160,8 Hz

Tabela 5.1: Frequências críticas (Hz) do rotor para os casos simulados.

Frequências críticas	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D	Caso E	Caso F
1 ^a	4,0	9,6	16,0	18,4	19,2	19,2
2 ^a	16,8	33,6	34,4	32,8	30,4	28,0
3 ^a	44,0	48,0	60,8	87,2	121,6	160,8

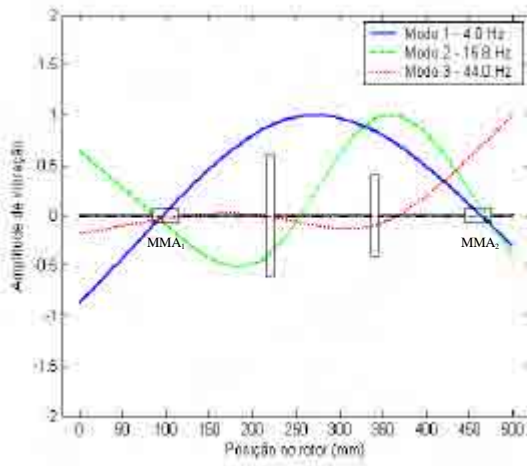
Com base na Tabela 5.1 e adotando-se o caso A como referência, observa-se que, com o aumento do diâmetro do eixo, os valores da 1^a frequência crítica crescem acentuadamente até o caso C. A partir do caso D esses valores se estabilizam e permanecem praticamente constantes nos casos E e F. A 2^a frequência crítica também tem um grande crescimento até o caso C, a partir do qual começa a sofrer um pequeno decréscimo com o aumento do diâmetro do eixo. Por fim, a 3^a frequência crítica cresce acentuadamente em todos os casos.

Para avaliar a influência da variação do diâmetro do eixo no comportamento das velocidades críticas do rotor, foram analisados os modos de vibração não amortecidos do modelo teórico, casos A a F, conforme apresentado na Figura 5.1. A amplitude modal é adimensional e os modos foram normalizados considerando-se a máxima amplitude igual à unidade (1), e as amplitudes dos demais pontos proporcionais à amplitude máxima.

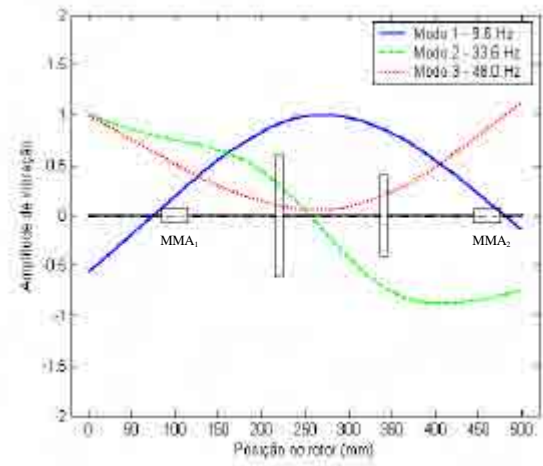
Assim como as frequências críticas, o deslocamento modal do rotor também é afetado pela rigidez do eixo. Para o rotor com menor diâmetro do eixo, caso A, observa-se que os modos, apresentados na Figura 5.1(a), são muito flexíveis e apresentam pontos nodais nos mancais, o que restringe o movimento do eixo nesses pontos. Esse tipo de comportamento é característico de rotores com eixos flexíveis, nos quais a rigidez do eixo é menor que a rigidez dos mancais.

Com o aumento da rigidez do eixo, dado pelo aumento do seu diâmetro, ocorrem variações consideráveis nas características modais do rotor, o qual passa a se comportar como rotor com eixo rígido a partir do caso E para os dois primeiros modos. Nesse caso a rigidez do eixo é maior que a rigidez dos mancais, e os dois primeiros modos sofrem pouca flexão e apresentam grandes amplitudes nos mancais, como pode ser observado nas Figuras 5.1(e) e 5.1(f).

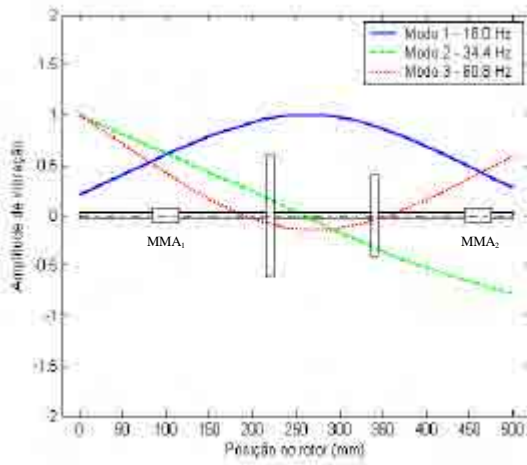
Com base nas análises das frequências críticas e dos modos de vibração teóricos, o rotor foi classificado conforme a influência do eixo no comportamento dinâmico do sistema, seguindo as definições apresentadas na seção 5.1. Devido à grande variação observada nas velocidades críticas e nos modos de vibração decorrentes do aumento do diâmetro do eixo, os casos A, B e C foram classificados como rotor na zona de “eixo dependente”. Como os casos E e F apresentaram comportamentos modais semelhantes e as duas primeiras velocidades críticas praticamente não variaram mesmo com o aumento do diâmetro do eixo, então estes foram classificados como rotor na zona de “mancal dependente”. O caso D foi classificado como rotor na zona de “transição”, por ter apresentado um comportamento dinâmico entre rotor “eixo dependente” e rotor “mancal dependente”.



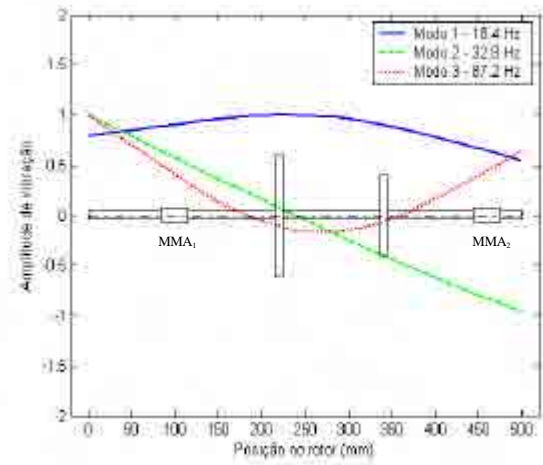
(a) Caso A: eixo de 3,0 mm de diâmetro.



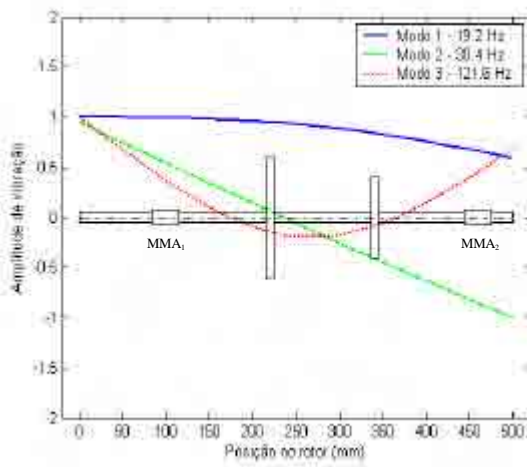
(b) Caso B: eixo de 5,0 mm de diâmetro.



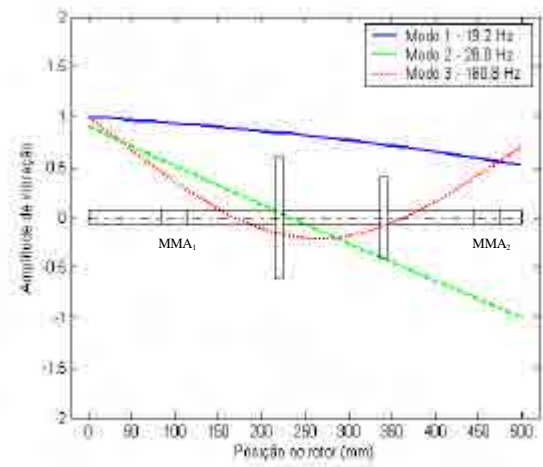
(c) Caso C: eixo de 7,5 mm de diâmetro.



(d) Caso D: eixo de 10,0 mm de diâmetro.



(e) Caso E: eixo de 12,5 mm de diâmetro.



(f) Caso F: eixo de 15,0 mm de diâmetro.

Figura 5.1: Modos de vibração não amortecidos do rotor, casos A a F.

5.3 ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ATUADORES

Para o modelo teórico apresentado na seção 4.4, três possibilidades de controle podem ser realizadas: (i) quando o mancal 1 é usado como atuador (MMA_1), (ii) quando o mancal 2 é usado como atuador (MMA_2) e (iii) quando ambos os mancais são usados como atuadores simultaneamente (MMA_1 e MMA_2). Para reduzir a vibração em determinados pontos do rotor, o controle *feedforward* será conduzido por sensores de erro. Dos 24 pontos nodais utilizados no modelo, considerou-se que os sensores podem ser posicionados nos 20 pontos nodais igualmente espaçados ao longo do rotor, como pode ser observado na Figura 5.2, na qual os números de 1 a 20 indicam as possíveis posições para a instalação dos sensores. A Tabela 5.2 traz a localização, em mm, desses pontos ao longo do rotor.

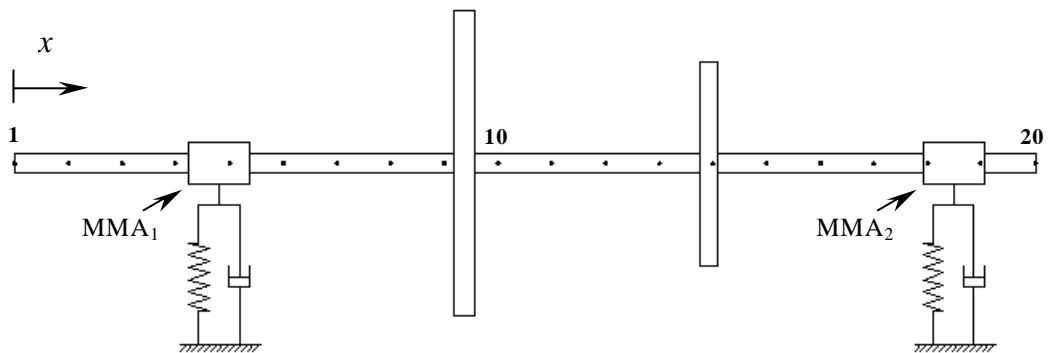


Figura 5.2: Localização dos possíveis pontos de posicionamento dos sensores de erro ao longo do rotor.

Tabela 5.2: Localização (mm) das possíveis posições dos sensores de erro ao longo do rotor.

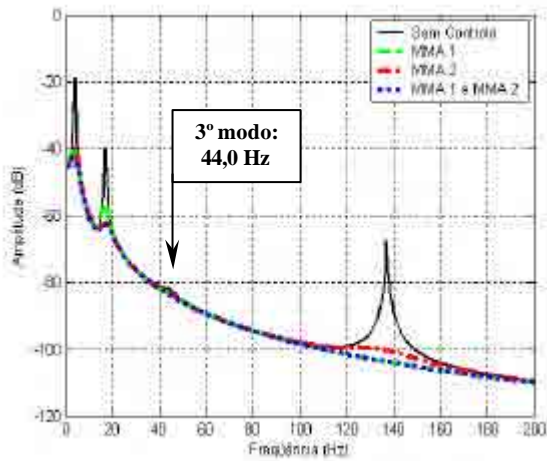
Posição	Localização	Posição	Localização
1	0	11	263,1
2	26,3	12	289,5
3	52,6	13	315,8
4	78,9	14	342,1
5	105,2	15	368,4
6	131,6	16	394,7
7	157,9	17	421,0
8	184,2	18	447,4
9	210,5	19	473,7
10	236,8	20	500,0

Os rotores normalmente não são simétricos e a distribuição de massa ao longo de seu comprimento não é uniforme. Portanto, os mancais são expostos a diferentes esforços dinâmicos e se eles também operam como atuadores de um sistema de controle ativo, então o desempenho de cada um poderá ser diferente, o que justifica uma análise comparativa do desempenho dos mesmos.

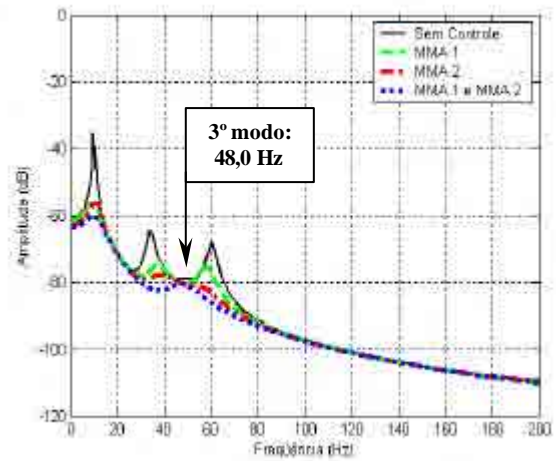
Para analisar a influência da posição do atuador no desempenho do controle ativo, assume-se que o sistema de controle seja projetado para minimizar o nível global de vibração do eixo com um sensor de erro “perfeito”, com capacidade de monitorar as vibrações em vários pontos nodais ao longo do eixo simultaneamente, situação esta não realizável na prática.

O nível global de vibração do rotor, sem e com controle, referentes aos casos A a F estão apresentados na Figura 5.3. O controle foi realizado com o atuador 1 (MMA_1), com o atuador 2 (MMA_2) e com ambos os atuadores 1 e 2 simultaneamente (MMA_1 e MMA_2). Os resultados são mostrados para todas as frequências entre 0 e 200 Hz, e isso representa o melhor controle possível para cada uma dessas frequências. Os picos de vibração correspondem às frequências críticas do rotor. Nos casos A, B e C, quatro modos foram excitados nesta faixa de frequência, como podem ser observados nas Figuras 5.3(a), 5.3(b) e 5.3(c), respectivamente. Porém, nos casos A e B a 3ª frequência crítica está amortecida, apresentando uma baixa amplitude de vibração. Para os demais casos (D, E e F) apenas os três primeiros modos foram excitados, como mostram as Figuras 5.3(d), 5.3(e) e 5.3(f), respectivamente.

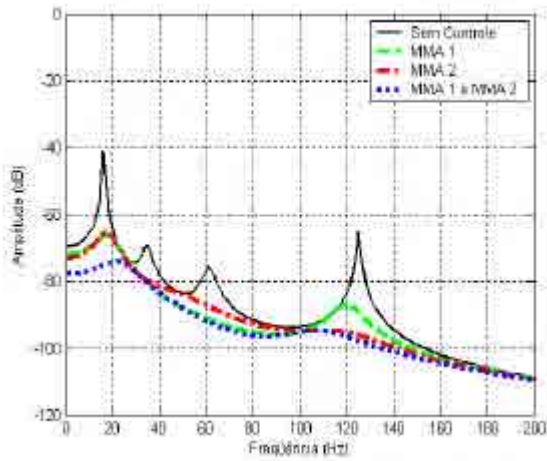
Analisando-se, primeiramente, o controle realizado por apenas um único atuador, pode-se observar que o desempenho do controle ativo utilizando o MMA_1 ou o MMA_2 é semelhante e que os níveis de vibrações em determinadas frequências foram reduzidos após a aplicação do controle, como mostram as Figuras 5.3(a) a 5.3(f). Essas reduções são mais significativas nas frequências próximas às frequências críticas, podendo atingir até mesmo uma redução de 30,54 dB na 3ª velocidade crítica no caso F, utilizando o MMA_1 , como pode ser visto na Figura 5.3(f). Porém, fora das frequências críticas o desempenho desse sistema de controle é pouco expressivo, pois o nível global de vibração não é reduzido em uma ampla banda de frequências, como pode ser observado nas Figuras 5.3(a) a 5.3(f). Uma vez que os rotores são projetados para girar fora das velocidades críticas, a probabilidade de ocorrer problemas para controlar ativamente a vibração usando um sistema de controle com apenas um atuador é muito grande.



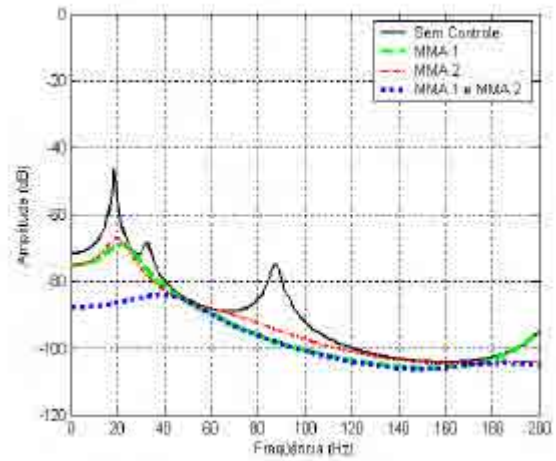
(a) Caso A: eixo de 3,0 mm de diâmetro.



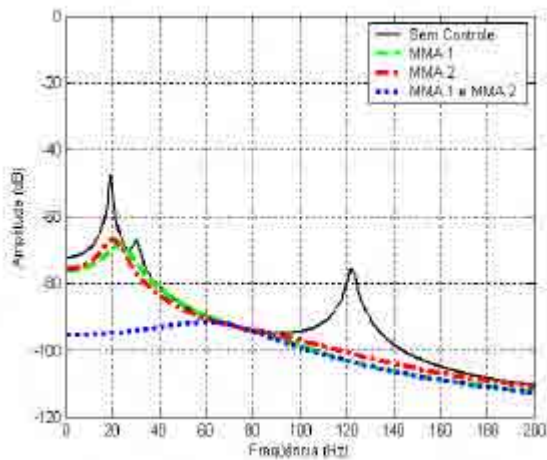
(b) Caso B: eixo de 5,0 mm de diâmetro.



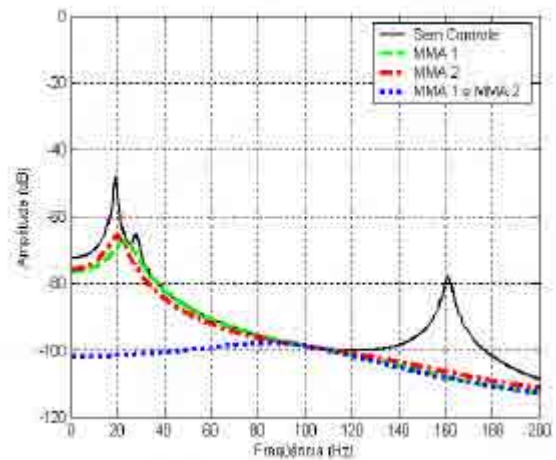
(c) Caso C: eixo de 7,5 mm de diâmetro.



(d) Caso D: eixo de 10,0 mm de diâmetro.



(e) Caso E: eixo de 12,5 mm de diâmetro.



(f) Caso F: eixo de 15,0 mm de diâmetro.

Figura 5.3: Nível global de vibração, sem e com controle, usando MMA_1 , MMA_2 e ambos os atuadores MMA_1 e MMA_2 simultaneamente, casos A a F.

Para a arquitetura de controle mais complexa, utilizando dois atuadores simultaneamente, o desempenho do controle ativo é melhor quanto maior for a rigidez do eixo. Para o rotor na zona de “eixo dependente”, casos A, B e C, o desempenho dessa arquitetura pode ser comparado ao desempenho do sistema de controle com apenas um único atuador, como mostram as Figuras 5.3(a), 5.3(b) e 5.3(c). Para o rotor na zona de “transição”, caso D, e o rotor na zona de “mancal dependente”, casos E e F, os níveis de vibrações foram atenuados em uma maior banda de frequências e, principalmente, nas baixas frequências, consideradas mais críticas, como pode ser observado nas Figuras 5.3(d), 5.3(e) e 5.3(f), respectivamente.

Para facilitar a análise desses resultados, as reduções nas amplitudes das três primeiras frequências críticas para as três possibilidades de controle estão resumidas na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Máxima atenuação do nível global de vibração nas três primeiras frequências críticas utilizando sensor de erro “perfeito”.

Rotor	Caso	Tipo de Controle	Atenuação (dB)		
			1 ^a modo	2 ^a modo	3 ^a modo
Eixo dependente	A	MMA ₁	21,54	16,74	1,10
		MMA ₂	20,87	22,54	0,67
		MMA ₁ e MMA ₂	24,08	22,81	1,82
	B	MMA ₁	21,07	11,97	1,30
		MMA ₂	21,41	13,97	1,36
		MMA ₁ e MMA ₂	24,96	16,78	1,40
	C	MMA ₁	25,51	10,75	15,33
		MMA ₂	24,74	10,73	11,51
		MMA ₁ e MMA ₂	34,18	10,82	16,67
Zona de transição	D	MMA ₁	23,63	8,17	23,28
		MMA ₂	21,23	10,15	19,73
		MMA ₁ e MMA ₂	40,41	16,11	23,31
Mancal dependente	E	MMA ₁	22,75	6,90	27,32
		MMA ₂	19,57	9,95	24,83
		MMA ₁ e MMA ₂	47,53	27,19	27,37
	F	MMA ₁	21,46	6,15	30,54
		MMA ₂	17,63	9,94	28,88
		MMA ₁ e MMA ₂	53,25	36,06	30,71

De forma geral, pode-se concluir que para esse modelo de rotor o desempenho do sistema de controle utilizando um atuador é satisfatório para a redução dos níveis de vibração nas frequências próximas às velocidades críticas e que qualquer um dos atuadores, seja o

MMA_1 ou o MMA_2 , pode ser utilizado sem interferir significativamente no desempenho do controle ativo. Para reduzir os níveis de vibração em uma maior banda de frequência, dois atuadores devem ser utilizados simultaneamente. Porém, o desempenho dessa arquitetura de controle mostrou-se satisfatório apenas no rotor na zona “transição” e no rotor na zona de “mancal dependente”, tornando sua aplicação no rotor na zona de “eixo dependente” não recomendável devido ao baixo desempenho apresentado em relação ao sistema de controle com apenas um atuador.

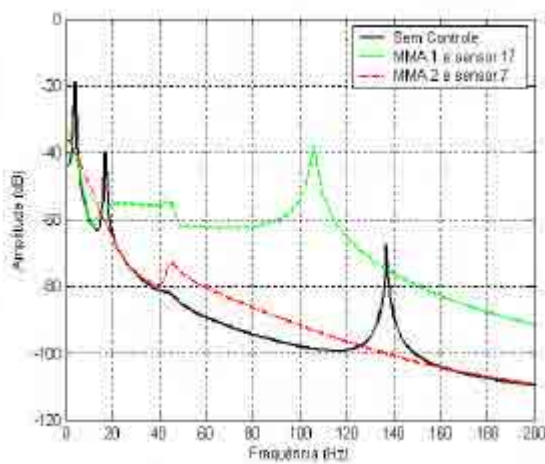
5.4 ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E UM SENSOR DE ERRO

Em qualquer sistema de controle apenas um número limitado de sensores de erro pode ser usado, e é importante analisar o desempenho do sistema de controle em função do número de sensores de erro e de suas posições ao longo do rotor. A estratégia de controle que utiliza um único atuador e apenas um sensor de erro é a preferida, pois opera com o menor número de equipamentos e com menores custos computacionais.

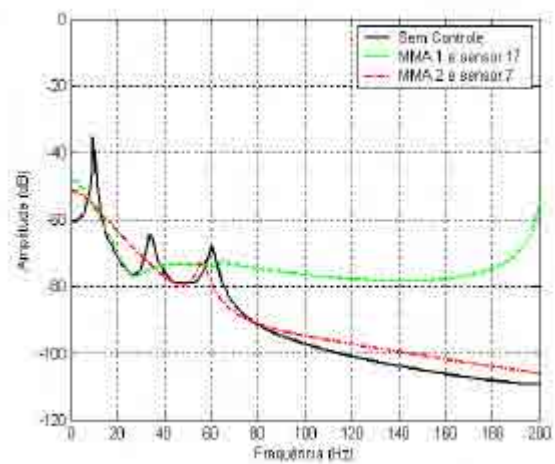
Utilizando essa arquitetura de controle, a análise do seu desempenho foi realizada variando-se a posição do sensor de erro ao longo do rotor, nos pontos nodais mostrados na Figura 5.2, para todos os casos de diâmetro de eixo (Tabela 4.1). Nos gráficos, há a indicação do atuador e da respectiva posição do sensor de erro utilizados quando o rotor está sob controle de vibração (por exemplo, “MMA 1 e sensor 14” indica que o controle foi realizado pelo atuador MMA_1 com o sensor de erro localizado na posição 14).

Com uma análise detalhada do posicionamento do sensor de erro pode-se encontrar as posições ao longo do rotor nas quais se consegue uma redução de vibração em um número máximo de picos de frequências críticas. Sem dúvida, essas posições para o sensor de erro dependem da rigidez do eixo ou da classificação do rotor e da localização do atuador, conforme pode ser visto nos gráficos da Figura 5.4. Em termos de vibração global, utilizando-se o atuador MMA_1 , os melhores desempenhos foram alcançados com o sensor na posição 17, com o rotor na zona de “eixo dependente” e na posição 18, com o rotor na zona de “transição” e “mancal dependente”. Por outro lado, utilizando o atuador MMA_2 , as melhores posições para o sensor de erro são a 7 com o rotor na zona de “eixo dependente” e a 5 com o rotor na zona de “transição” e “mancal dependente”. Com esses resultados verifica-se que para um dado atuador, a melhor posição para o sensor de erro é na extremidade oposta, próxima ao mancal adjacente.

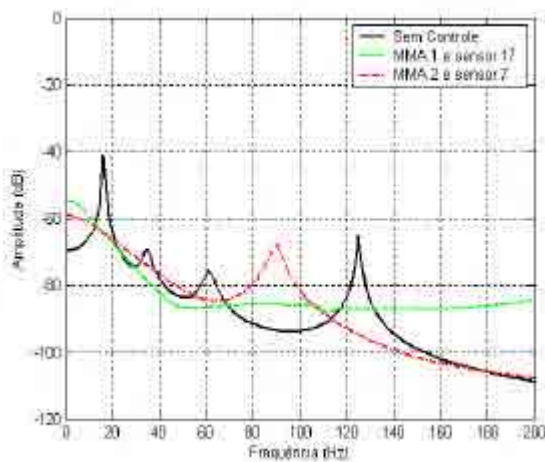
Analisando os níveis globais de vibração com e sem controle mostrados na Figura 5.4 verifica-se também que, em geral, o desempenho dessa arquitetura de controle tende a melhorar à medida que o rotor sai da zona de “eixo dependente” e vai para a zona de “mancal dependente”. Em resumo, os resultados levam a concluir que quando a rigidez do eixo é muito maior com relação à rigidez dos mancais, a arquitetura de controle com um atuador e um sensor de erro é capaz de atenuar as frequências críticas e amplificar muito pouco os níveis de vibração em outras faixas de frequências, com exceção das frequências muito baixas, conforme mostram as Figuras 5.4(d), 5.4(e) e 5.4(f). Mais ainda, nestas condições o desempenho de cada atuador individualmente é praticamente o mesmo.



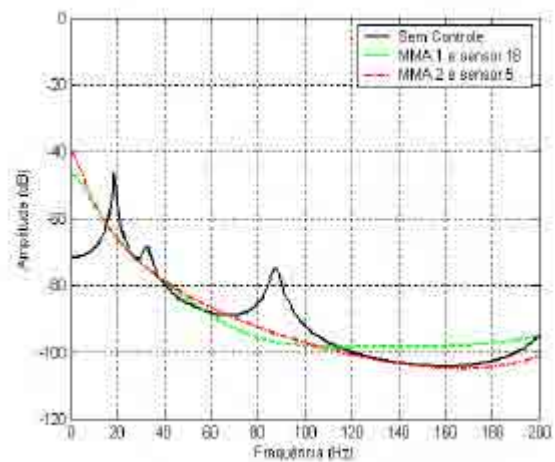
(a) Caso A: eixo de 3,0 mm de diâmetro.



(b) Caso B: eixo de 5,0 mm de diâmetro.

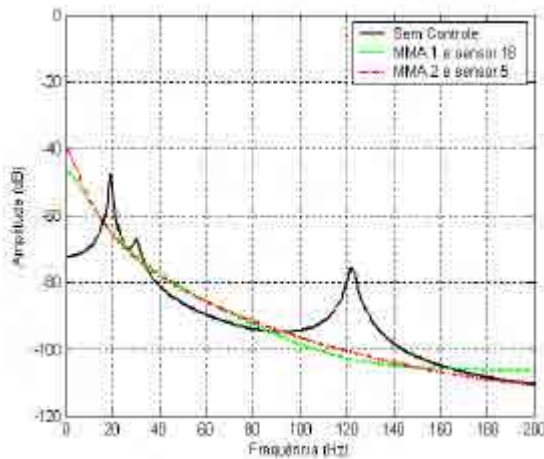


(c) Caso C: eixo de 7,5 mm de diâmetro.

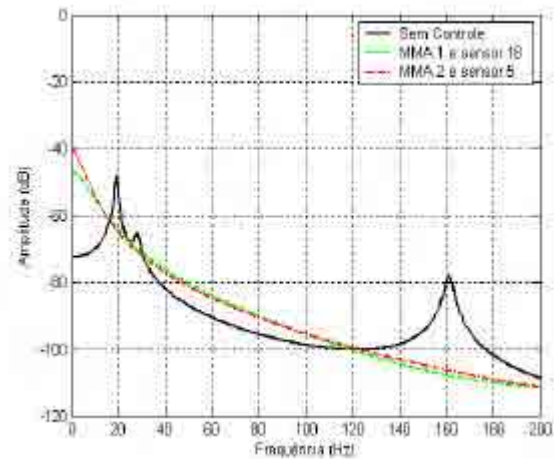


(d) Caso D: eixo de 10,0 mm de diâmetro.

Figura 5.4: Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, casos A a F.



(e) Caso E: eixo de 12,5 mm de diâmetro.



(f) Caso F: eixo de 15,0 mm de diâmetro.

Figura 5.4 (continuação): Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, casos A a F.

Quando o rotor tem características de “eixo dependente”, observou-se que o desempenho do atuador MMA_2 é significativamente melhor que o desempenho do atuador MMA_1 , pois este amplifica em muito os níveis de vibração nas altas frequências, como mostram as Figuras 5.4(a) e 5.4(b). Portanto, há uma forte indicação de que quando o rotor é do tipo “eixo dependente”, é melhor usar o atuador na extremidade mais leve do rotor, como é o caso aqui analisado, Figura 5.2.

Em termos de amplitudes modais, para facilitar a análise desses resultados, as reduções nas amplitudes das três primeiras frequências críticas para as duas possibilidades de controle estão resumidas na Tabela 5.4. Os dados estão apresentados para cada caso e para cada atuador, com o melhor posicionamento do sensor de erro. Desta tabela observa-se que as maiores atenuações das amplitudes do primeiro e do segundo modos ocorrem nos rotores na zona “eixo dependente”, porém, em contrapartida ocorre ampliação da amplitude do terceiro modo quando o eixo é muito flexível. Quando o rotor encontra-se na zona de “transição” e na zona de “mancal dependente”, sempre ocorre atenuação das três amplitudes modais, porém a atenuação dos dois primeiros modos diminui enquanto que a atenuação do terceiro modo aumenta bastante.

Sabe-se que para uma determinada frequência, mesmo havendo uma pequena redução do nível global de vibração, isso não garante que a vibração diminua em todos os pontos ao longo do rotor. Portanto, é sempre importante fazer uma análise em termos de vibração local e conhecer o comportamento vibratório em cada ponto nodal do rotor.

Tabela 5.4: Atenuação do nível global de vibração nas três primeiras frequências críticas utilizando um atuador e um sensor de erro em posição ótima.

Rotor	Caso	Tipo de Controle	Atenuação (dB)		
			1º modo	2º modo	3º modo
Eixo dependente	A	MMA ₁	21,50	16,70	-27,25*
		MMA ₂	20,77	20,88	-7,98*
	B	MMA ₁	20,60	10,26	-5,79*
		MMA ₂	20,31	8,40	0,34
	C	MMA ₁	22,84	9,20	10,80
		MMA ₂	23,10	4,71	8,75
Zona de transição	D	MMA ₁	18,30	6,53	22,33
		MMA ₂	18,68	6,64	19,72
Mancal dependente	E	MMA ₁	17,07	5,21	26,93
		MMA ₂	17,64	6,02	24,85
	F	MMA ₁	15,42	4,59	30,30
		MMA ₂	16,06	5,58	28,82

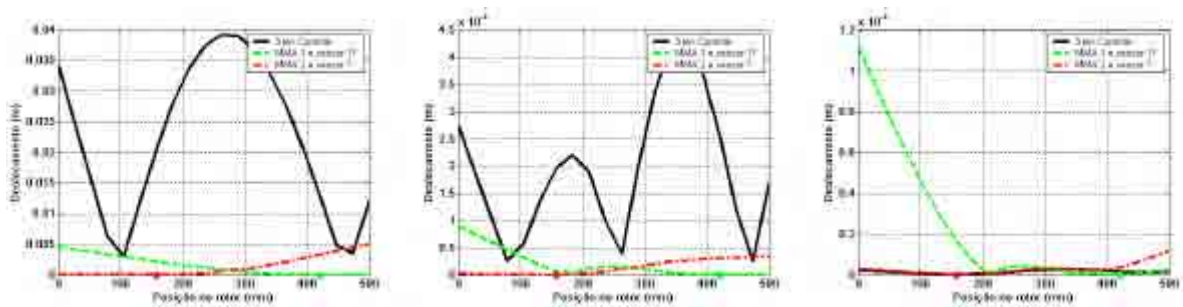
* Os valores negativos indicam ampliação no nível global de vibração.

As Figuras 5.5 a 5.10 apresentam as vibrações locais, sem e com controle, nas três frequências críticas para todos os casos analisados. O controle foi realizado pelos atuadores MMA₁ e MMA₂, considerando para cada um destes, que o sensor de erro é posicionado no ponto nodal que conduz ao melhor desempenho do sistema de controle, conforme já mencionado anteriormente quando da análise da Figura 5.4 (vibração global). Para visualizar a localização do sensor de erro sobre o rotor nas curvas com controle, fez-se uma indicação com um pequeno círculo.

Em termos de vibração local, observa-se que de uma maneira geral as amplitudes modais são significativamente reduzidas quando o rotor é controlado. Entretanto, quando o eixo do rotor é muito flexível, na zona de “eixo dependente”, a amplitude da terceira frequência crítica é bastante amplificada na extremidade esquerda do rotor, entre 0 e 200 mm, quando o atuador MMA₁ é utilizado. Este fato pode ser observado nas Figuras 5.5(c) e 5.6(c), respectivamente aos casos A e B. Isso reforça a conclusão já obtida anteriormente que, nestes casos, é mais interessante utilizar o atuador MMA₂ (extremidade com menor massa), com o qual praticamente não houve ampliação da terceira frequência crítica.

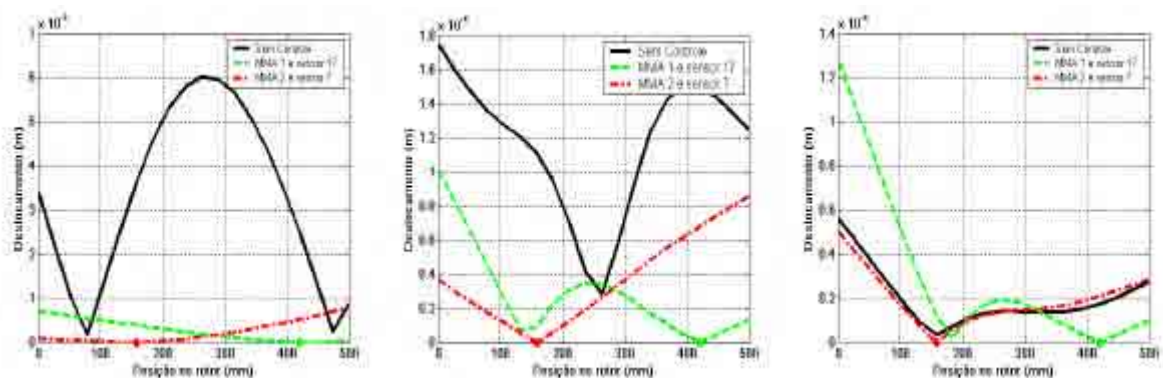
Ainda em termos de vibração local, nota-se que quando o rotor está na zona de “transição” ou na zona de “mancal dependente”, ocorre um pequeno aumento do deslocamento da segunda frequência crítica, entre 110 mm e 260 mm aproximadamente, quando o atuador MMA₁ é utilizado, conforme mostram as Figuras 5.8(b), 5.9(b) e 5.10(b). É

importante lembrar que mesmo os resultados de vibração global indicando uma redução da segunda frequência crítica, figuras 5.4(d), 5.4(e) e 5.4(f), na realidade a redução acontece na maior parte do rotor, mas também acontece uma ampliação em alguns pontos do mesmo. Mais uma vez fica comprovado o melhor desempenho do atuador MMA₂, mesmo para esses casos, onde a rigidez do eixo é elevada.



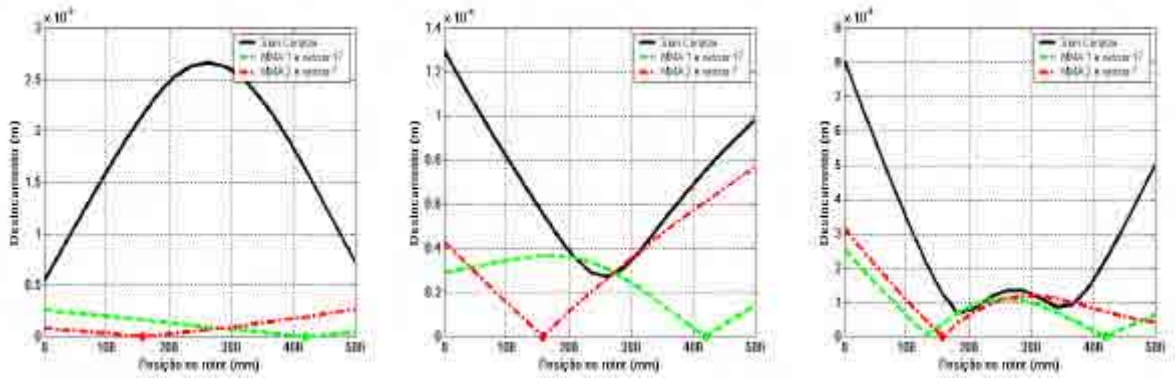
(a) 1^a frequência crítica – 4,0 Hz. (b) 2^a frequência crítica – 16,8 Hz. (c) 3^a frequência crítica – 44,0 Hz.

Figura 5.5: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso A.



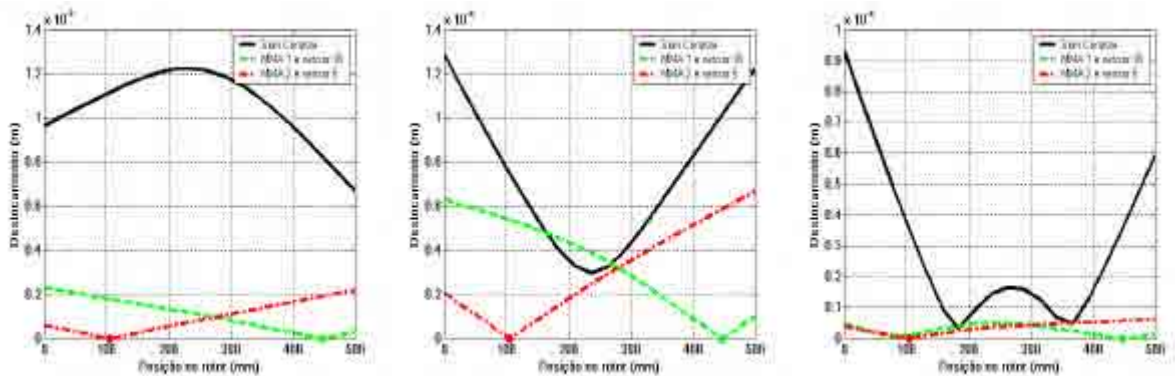
(a) 1^a frequência crítica – 9,6 Hz. (b) 2^a frequência crítica – 33,6 Hz. (c) 3^a frequência crítica – 48,0 Hz.

Figura 5.6: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso B.



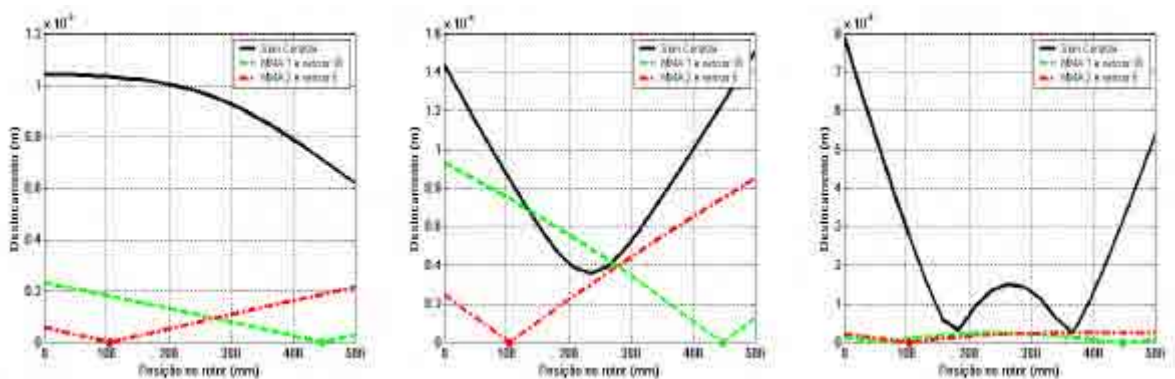
(a) 1ª frequência crítica – 16,0 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 34,4 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 60,8 Hz.

Figura 5.7: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso C.



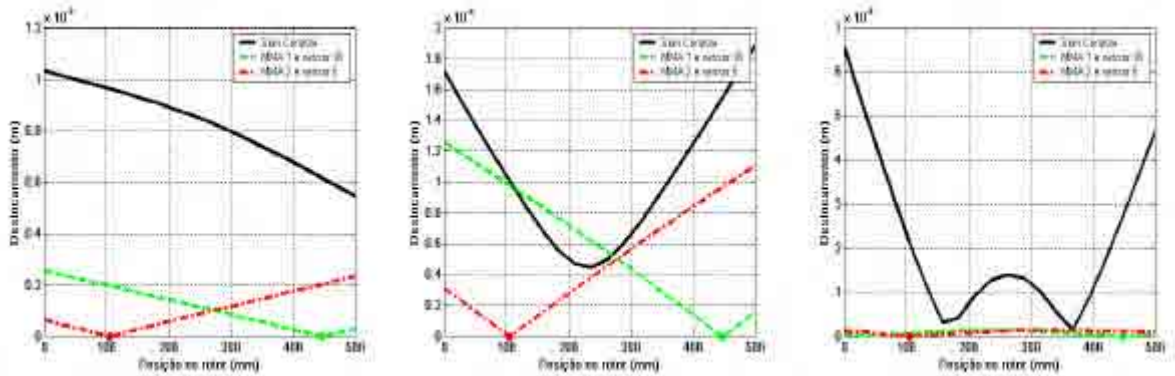
(a) 1ª frequência crítica – 18,4 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 32,8 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 87,2 Hz.

Figura 5.8: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso D.



(a) 1ª frequência crítica – 19,2 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 30,4 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 121,6 Hz.

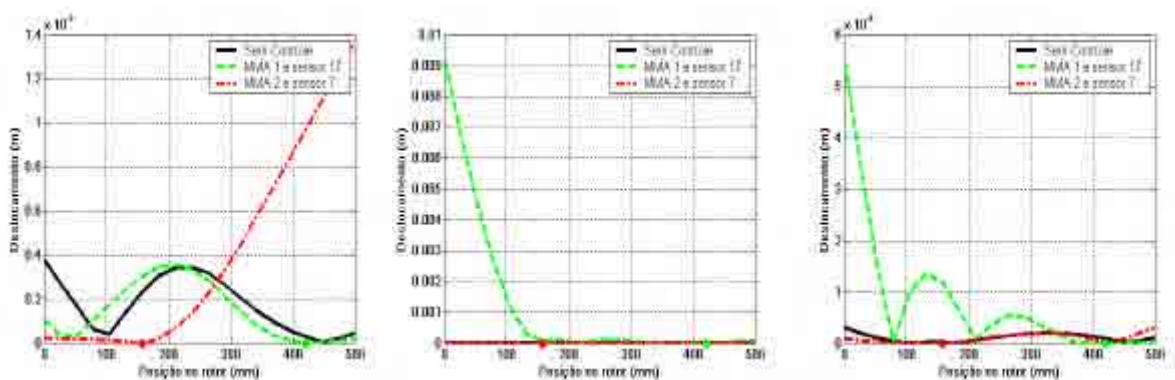
Figura 5.9: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso E.



(a) 1ª frequência crítica – 19,2 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 28,0 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 160,8 Hz.

Figura 5.10: Vibração ao longo do rotor, com e sem controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso F.

As Figuras 5.11 a 5.16 apresentam as vibrações locais, sem e com controle, nas frequências nas quais verificou-se grandes níveis de vibração global para essa mesma arquitetura de controle, conforme mencionado anteriormente quando da análise da Figura 5.4. Observa-se que, de uma maneira geral, as amplitudes nas regiões próximas ao sensor de erro são significativamente reduzidas quando o rotor é controlado. Entretanto, nas regiões opostas ao sensor, próximas às extremidades do rotor, a vibração local é bastante amplificada.

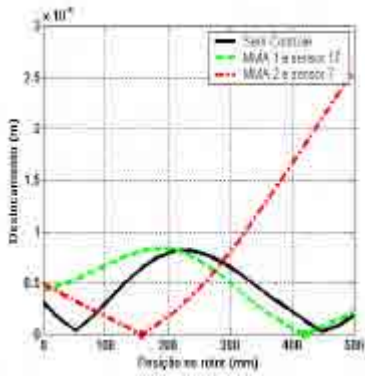


(a) Frequência de 10,4 Hz.

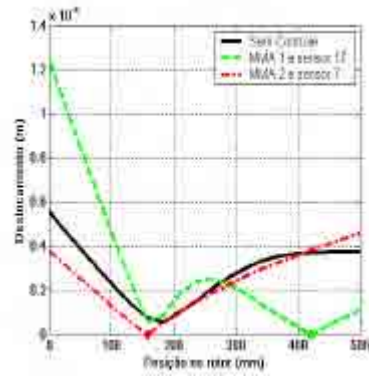
(b) Frequência de 105,6 Hz.

(c) Frequência de 160,0 Hz.

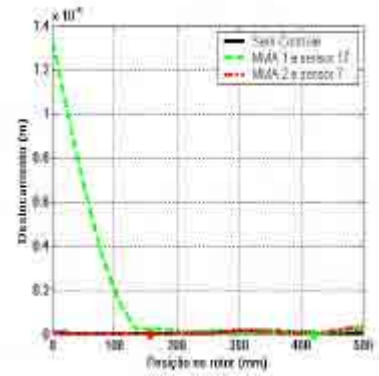
Figura 5.11: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso A.



(a) Frequência de 21,6 Hz.

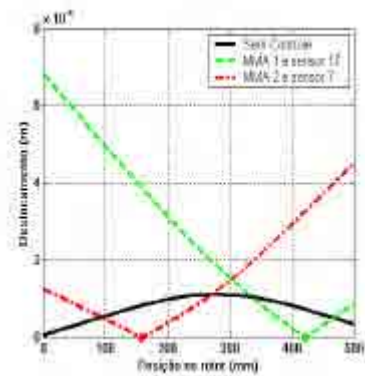


(b) Frequência de 40,8 Hz.

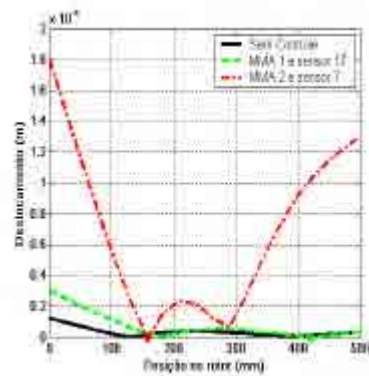


(c) Frequência de 180,0 Hz.

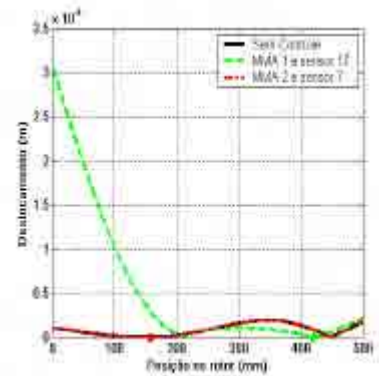
Figura 5.12: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso B.



(a) Frequência de 4,8 Hz.

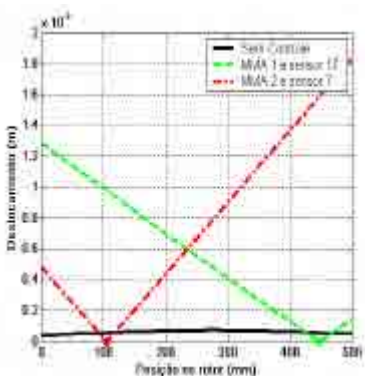


(b) Frequência de 89,6 Hz.

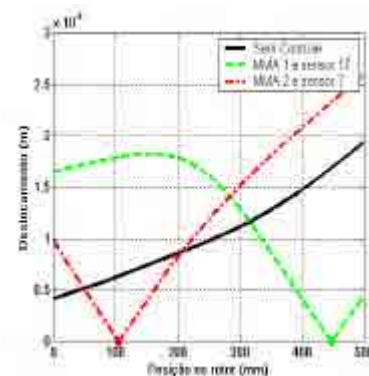


(c) Frequência de 180,0 Hz.

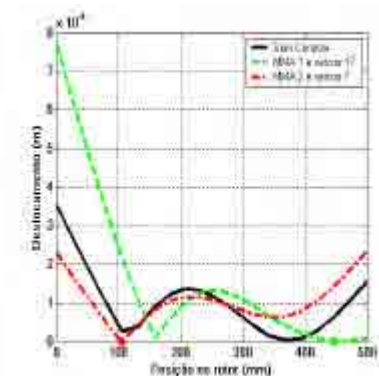
Figura 5.13: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso C.



(a) Frequência de 4,8 Hz.



(b) Frequência de 49,6 Hz.



(c) Frequência de 160,0 Hz.

Figura 5.14: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso D.

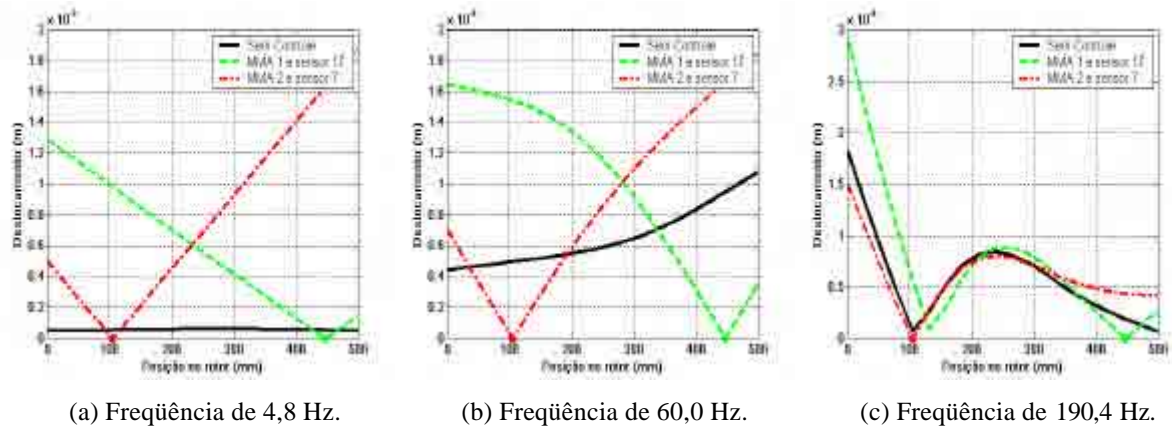


Figura 5.15: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso E.

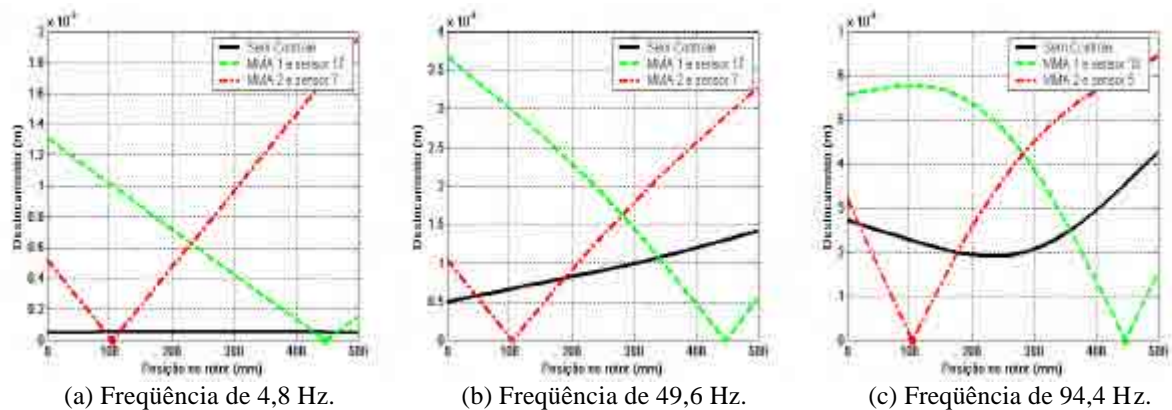


Figura 5.16: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso F.

Como já observado nas Figuras 5.11 a 5.16, mesmo nestas frequências onde os níveis globais de vibração são bastante amplificados quando o rotor é controlado, seja pelo atuador MMA_1 ou MMA_2 , a vibração local na posição do sensor de erro reduz-se praticamente a zero. Essa drástica redução da vibração na posição do sensor de erro acontece em toda a faixa de frequência de 0 a 200 Hz, como mostram as Figuras 5.17 a 5.22, o que representa um desempenho satisfatório para essa arquitetura de controle quando se deseja controlar a vibração em uma posição particular ao longo do rotor.

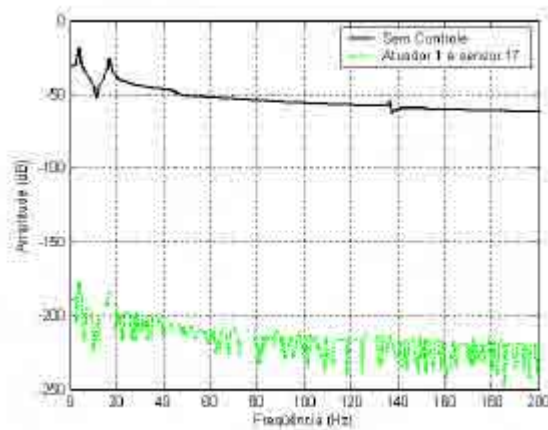
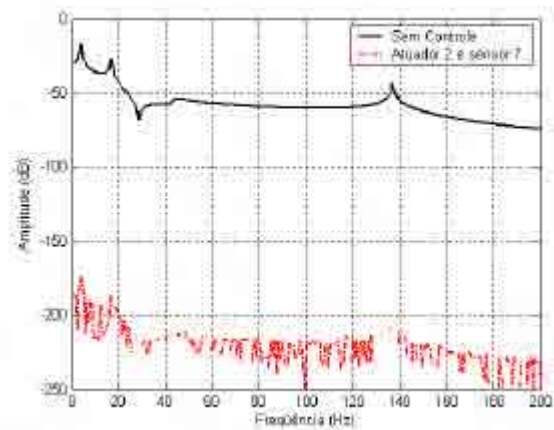
(a) MMA_1 e sensor de erro na posição 17.(b) MMA_2 e sensor de erro na posição 7.

Figura 5.17: Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso A.

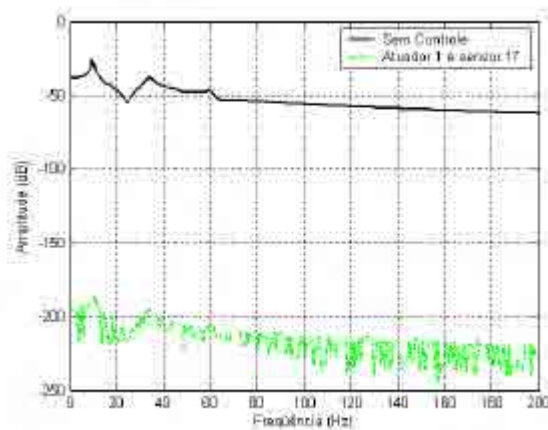
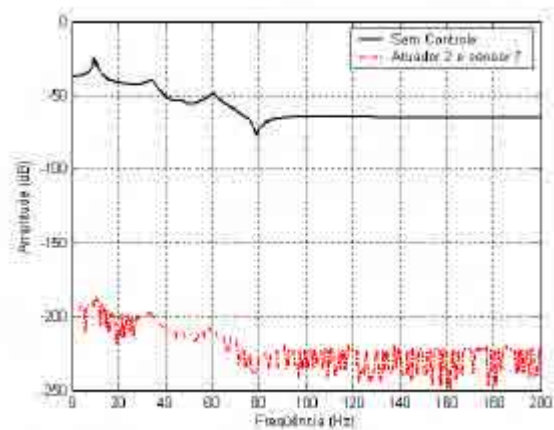
(a) MMA_1 e sensor de erro na posição 17.(b) MMA_2 e sensor de erro na posição 7.

Figura 5.18: Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso B.

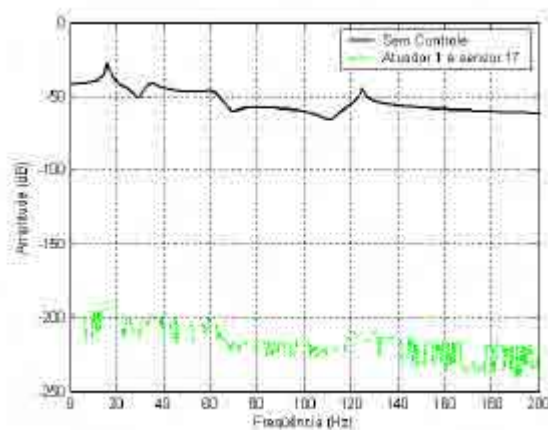
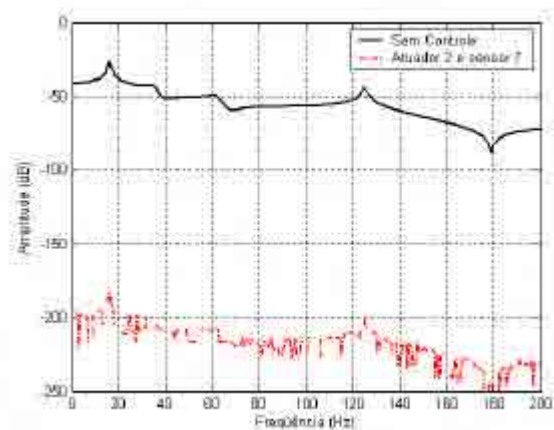
(a) MMA_1 e sensor de erro na posição 17.(b) MMA_2 e sensor de erro na posição 7.

Figura 5.19: Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso C.

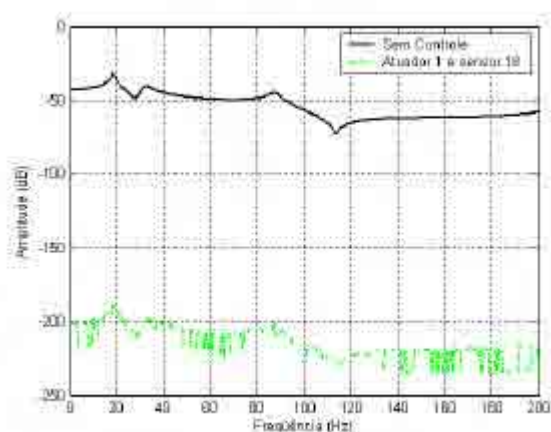
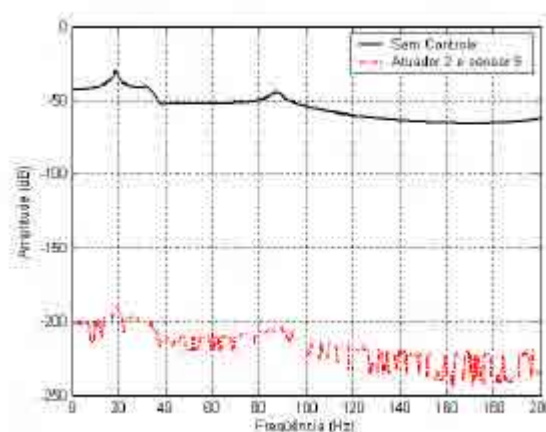
(a) MMA_2 e sensor de erro na posição 18.(b) MMA_2 e sensor de erro na posição 5.

Figura 5.20: Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso D.

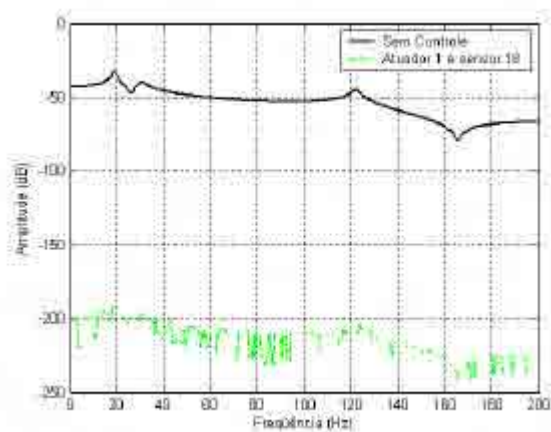
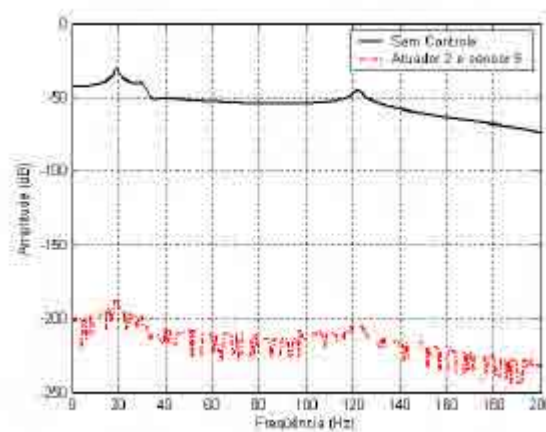
(a) MMA_2 e sensor de erro na posição 18.(b) MMA_2 e sensor de erro na posição 5.

Figura 5.21: Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso E.

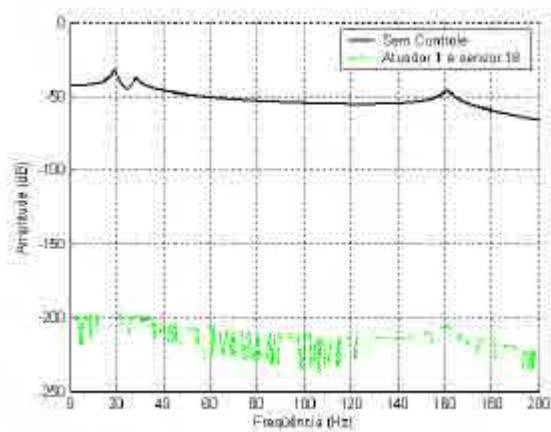
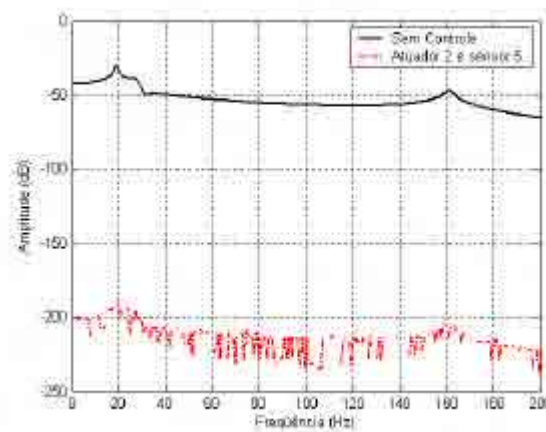
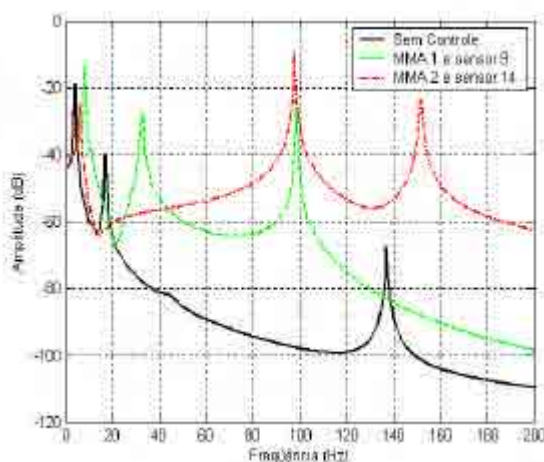
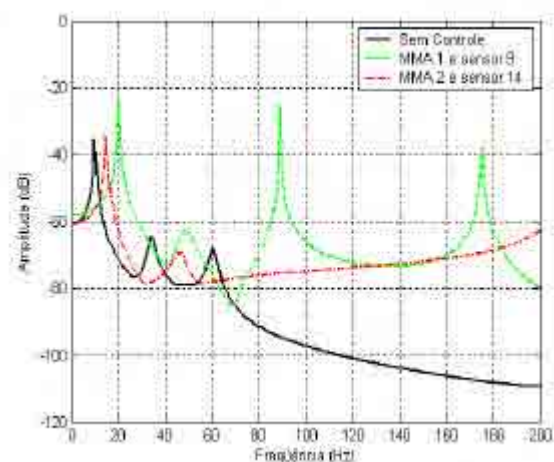
(a) MMA_2 e sensor de erro na posição 18.(b) MMA_2 e sensor de erro na posição 5.

Figura 5.22: Vibração local na posição do sensor de erro, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro em posição ótima, caso F.

Os resultados analisados até o momento foram obtidos considerando o sensor de erro nas posições sob as quais se obtêm os melhores desempenhos do sistema de controle, isso para ambos os atuadores. Porém, para se encontrar essas posições de melhores desempenhos, uma análise apurada foi realizada sobre todos os pontos nodais do rotor. Essa análise inevitavelmente é necessária, pois há muitas posições para o sensor de erro em que o desempenho do sistema de controle é mínimo ou mesmo ocorrem grandes ampliações em quase toda a faixa de frequência analisada. De uma maneira geral, observou-se que as piores posições para o sensor de erro com esta estratégia de controle são as próximas às massas desbalanceadas e entre elas, isso para ambos os atuadores. Portanto, conclui-se que não se deve utilizar o sensor de erro próximo às excitações do rotor. A Figura 5.23 mostra os resultados com o sensor próximo à massa desbalanceada onde se pode ver uma grande ampliação nos níveis de vibração global em determinadas frequências. Pode-se observar que as maiores amplitudes ocorreram no rotor na zona de “eixo dependente”, como mostra a Figura 5.23(a), na qual o nível global de vibração aumentou 88 dB à frequência de 97,6 Hz utilizando o atuador MMA₂ e o sensor de erro na posição 14. Com o aumento da rigidez do eixo as ampliações nos níveis de vibração tornaram-se menores, como mostra a Figura 5.23 (f), na qual o nível global de vibração aumentou 40 dB à frequência de 180,6 Hz utilizando o atuador MMA₂ e o sensor de erro na posição 14.

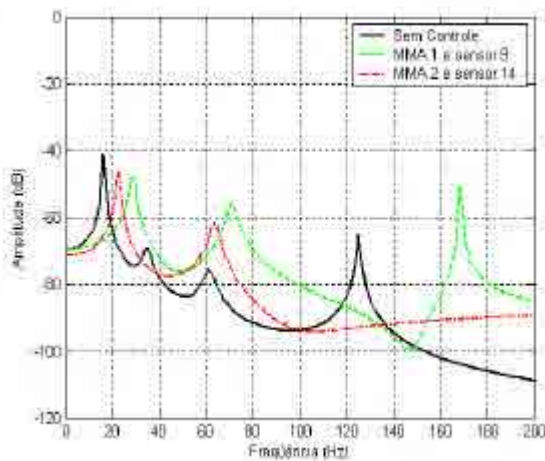


(a) Caso A: eixo de 3,0 mm de diâmetro.

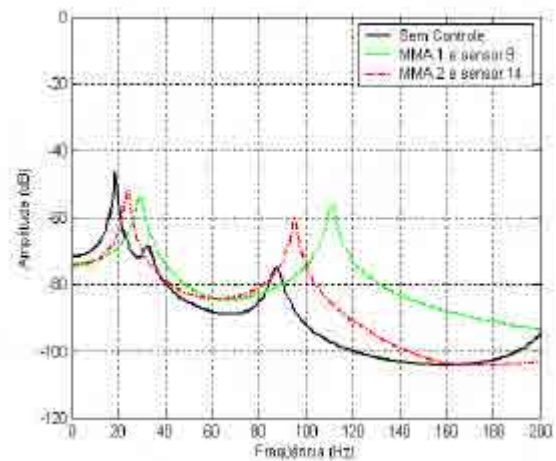


(b) Caso B: eixo de 5,0 mm de diâmetro.

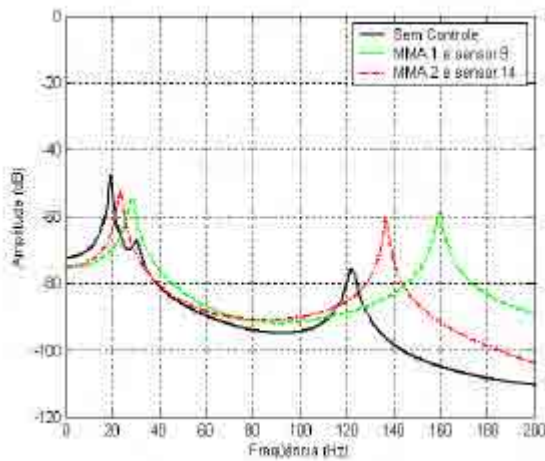
Figura 5.23: Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro posicionado próximo à fonte de excitação do rotor, casos A a F.



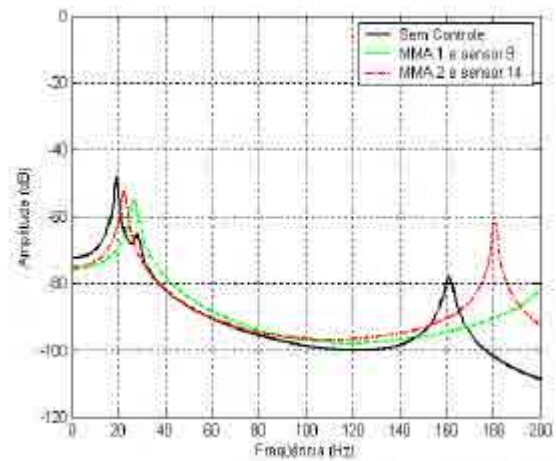
(c) Caso C: eixo de 7,5 mm de diâmetro.



(d) Caso D: eixo de 10,0 mm de diâmetro.



(e) Caso E: eixo de 12,5 mm de diâmetro.



(f) Caso F: eixo de 15,0 mm de diâmetro.

Figura 5.23 (continuação): Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e um sensor de erro posicionado próximo à fonte de excitação do rotor, casos A a F.

5.5 ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E DOIS SENSORES DE ERRO

Quando um atuador e um único sensor de erro são usados para controlar a vibração do rotor, o nível de vibração global nas frequências críticas pode ser satisfatoriamente reduzido, mas existem outras faixas de frequência nas quais as amplitudes de vibração aumentam indesejavelmente. Dessa forma, para tentar minimizar este problema, será analisado o desempenho do sistema de controle empregando um atuador e dois sensores de erro.

Utilizando essa arquitetura de controle, a análise do seu desempenho foi realizada variando-se as posições dos sensores de erro ao longo do rotor, nos pontos nodais mostrados

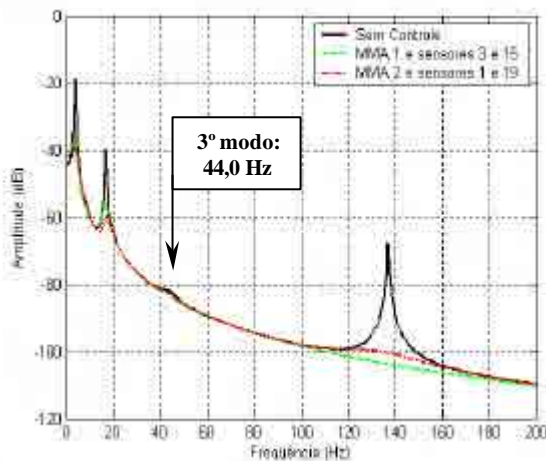
na Figura 5.2, para todos os casos de diâmetro de eixo (Tabela 4.1). Com uma análise detalhada do posicionamento dos sensores de erro pode-se encontrar algumas combinações dentre as posições ao longo do rotor para os dois sensores com as quais se consegue uma redução de vibração em todas as frequências críticas e praticamente nenhuma ampliação nos níveis de vibração nas outras faixas de frequência. Essas posições para os sensores de erro também dependem da rigidez do eixo ou da classificação do rotor e do atuador, conforme pode ser visto na Figura 5.24, e estão localizadas próximas aos mancais. Por exemplo, considerando o rotor com eixo de 3,0 mm de diâmetro (caso A) e utilizando o MMA_2 , as combinações que proporcionaram um desempenho satisfatório para essa arquitetura de controle foram com os sensores de erro localizados nas posições 1 e 19, 2 e 19 e 3 e 19. Pode-se observar também que quando o atuador MMA_2 é utilizado, o número de possibilidades de posições para os sensores de erro para se obter resultados satisfatórios é maior quanto mais rígido for o eixo. Isso é uma vantagem, pois, na prática, nem sempre é possível instalar sensores em determinadas regiões do rotor, e neste caso, com o rotor na zona de “mancal dependente”, um grande número de posições ao longo do rotor para se instalar os sensores de erro estão disponíveis, com as quais o desempenho do sistema de controle é satisfatório.

Rotor	Caso	Tipo de controle	Posições dos sensores de erro																				
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Eixo dependente	A	MMA_1	■	■	■											■	■	■					
		MMA_2	■	■	■																■		
	B	MMA_1	■	■	■	■									■	■	■	■	■				
		MMA_2	■	■	■																	■	
	C	MMA_1				■	■												■	■	■		
		MMA_2	■	■	■	■															■	■	■
Zona de transição	D	MMA_1			■	■	■											■	■	■			
		MMA_2		■	■													■	■	■	■	■	
Mancal dependente	E	MMA_1		■	■	■	■												■	■	■		
		MMA_2	■	■	■	■													■	■	■	■	
	F	MMA_1				■	■	■											■	■	■		
		MMA_2		■	■	■	■									■	■	■	■	■			

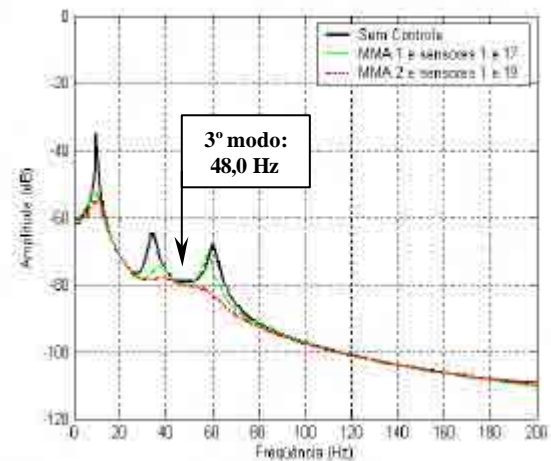
Figura 5.24: Posições dos sensores de erro que proporcionam bom desempenho no controle ativo de vibração para a arquitetura de controle utilizando um atuador e dois sensores de erro.

Alguns destes resultados estão apresentados na Figura 5.25, que mostra o nível de vibração global, sem e com controle, para todos os casos de diâmetro de eixo, utilizando o

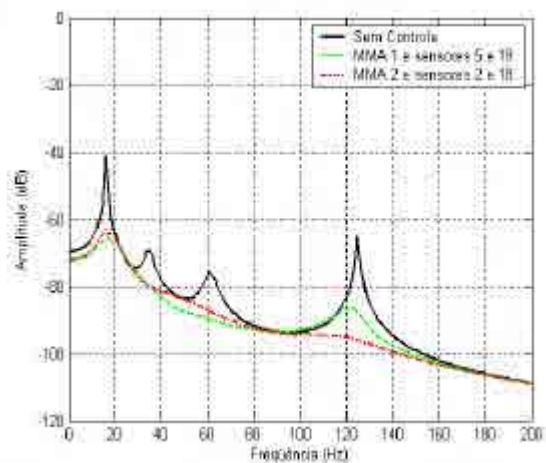
atuador MMA_1 e o atuador MMA_2 . Nos gráficos, há a indicação do atuador e das respectivas posições dos sensores de erro utilizados quando o rotor está sob controle de vibração. Em geral, pode-se observar que o desempenho de cada atuador individualmente é praticamente o mesmo, com exceção para o caso B nas frequências próximas às segunda e quarta frequências críticas, Figura 5.25(b), na qual o atuador MMA_1 apresentou um desempenho inferior ao MMA_2 . Observa-se também que, além de reduzir as amplitudes modais, praticamente não houve ampliação das vibrações nas outras faixas de frequência, sendo, portanto, o desempenho idealmente desejado e muito melhor que o desempenho quando se emprega apenas um sensor de erro para cada atuador, Figura 5.4.



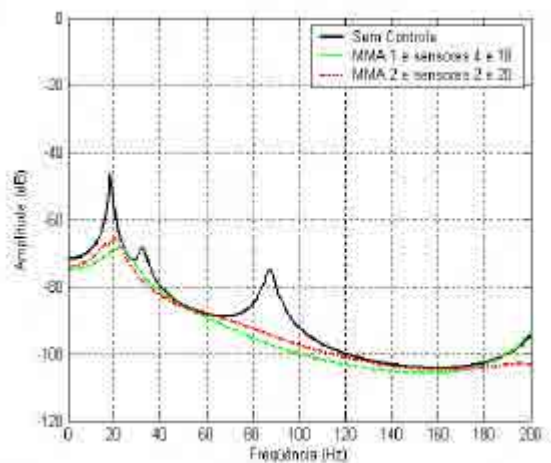
(a) Caso A: eixo de 3,0 mm de diâmetro.



(b) Caso B: eixo de 5,0 mm de diâmetro.

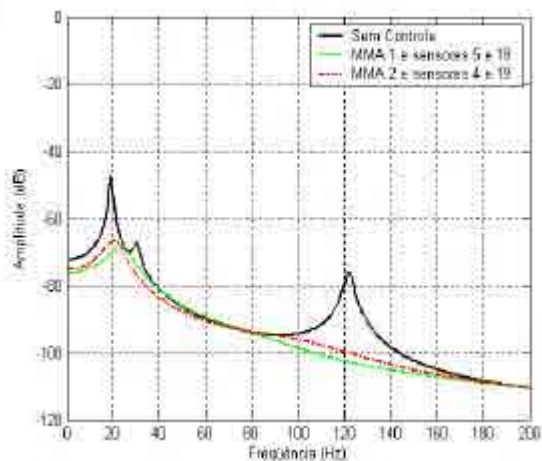


(c) Caso C: eixo de 7,5 mm de diâmetro.

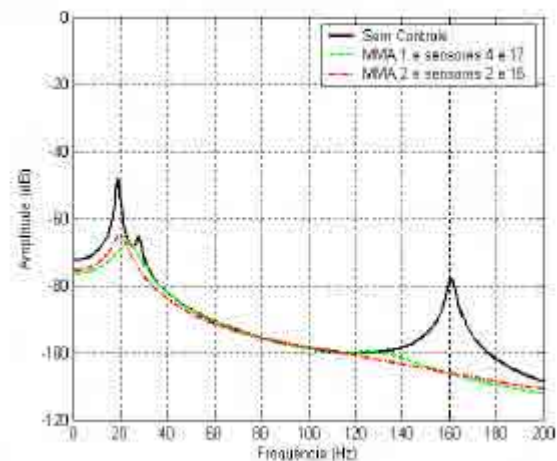


(d) Caso D: eixo de 10,0 mm de diâmetro.

Figura 5.25: Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, casos A a F.



(e) Caso E: eixo de 12,5 mm de diâmetro.



(f) Caso F: eixo de 15,0 mm de diâmetro.

Figura 5.25 (continuação): Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, casos A a F.

Em uma análise desses resultados apenas em termos de amplitudes modais, os valores exatos das reduções das amplitudes das três primeiras frequências críticas, para as duas possibilidades de controle, foram resumidos na Tabela 5.5. Os dados estão apresentados para cada caso e para cada atuador, e as posições dos sensores de erro se referem aos apresentados na Figura 5.25. Com esta tabela pode-se ver mais claramente o desempenho similar dos dois atuadores. Também, à medida em que a rigidez do eixo aumenta, a atenuação das vibrações dos dois primeiros modos vai diminuindo enquanto que a atenuação da vibração do terceiro modo vai melhorando.

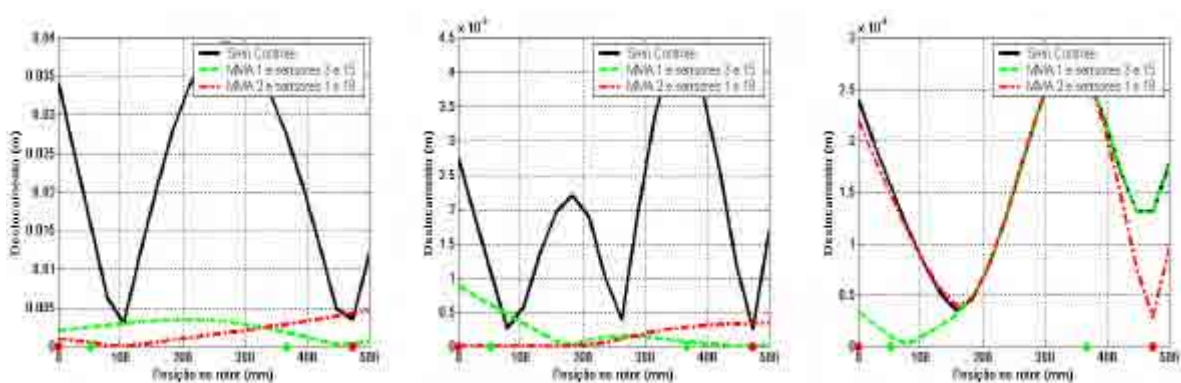
Tabela 5.5: Atenuação do nível global de vibração nas três primeiras frequências críticas utilizando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas.

Rotor	Caso	Tipo de Controle	Atenuação (dB)		
			1º modo	2º modo	3º modo
Eixo dependente	A	MMA ₁	20,00	16,73	1,09
		MMA ₂	20,03	20,70	0,66
	B	MMA ₁	14,05	10,44	0,57
		MMA ₂	20,87	13,86	1,16
Zona de transição	D	MMA ₁	24,34	10,63	13,88
		MMA ₂	21,71	10,42	11,42
Mancal dependente	E	MMA ₁	22,75	6,90	26,72
		MMA ₂	19,54	9,96	24,05
	F	MMA ₁	21,42	6,13	28,85
		MMA ₂	17,20	9,66	28,57

Comparando os dados da Tabela 5.5 com os da Tabela 5.4, correspondentes a um sistema de controle com um sensor de erro, verifica-se que os resultados seguem uma tendência e uma ordem de valores bem aproximados para todos os casos, com exceção dos valores do terceiro modo no caso de rotor “eixo dependente”. Portanto, se o objetivo é controlar unicamente as amplitudes nas frequências críticas, então não há nenhum ganho que justifique a utilização de um sistema de controle com dois sensores quando o rotor está na zona de “transição” e “mancal dependente”.

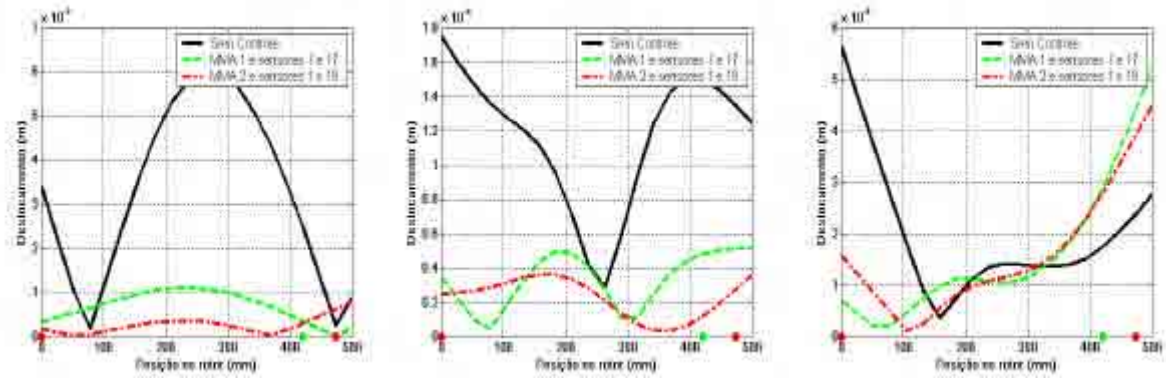
As Figuras 5.26 a 5.31 apresentam as vibrações locais ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas para todos os casos analisados. O controle foi realizado pelos atuadores MMA_1 e MMA_2 , considerando que ambos os sensores de erro são posicionados nos pontos nodais que conduzem ao melhor desempenho do sistema de controle, conforme mencionado anteriormente quando da análise da Figura 5.25.

Em termos de vibração local, observa-se que de uma maneira geral as amplitudes modais são significativamente reduzidas quando o rotor é controlado. Apenas é observada uma ligeira amplificação na extremidade direita quando o rotor é excitado no terceiro modo, Figura 5.27(c), caso B do rotor tipo “eixo dependente”. Também ocorre uma ampliação muito pequena no meio do rotor quando o mesmo é controlado pelo atuador MMA_1 , nos casos de rotor com eixo mais rígido, Figuras 5.28(b) a 5.31(b).



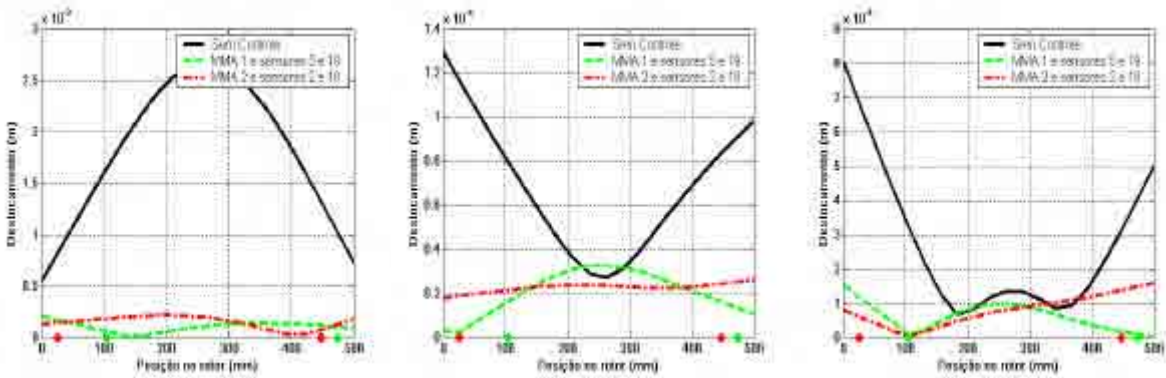
(a) 1ª frequência crítica – 4,0 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 16,8 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 44,0 Hz.

Figura 5.26: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A.



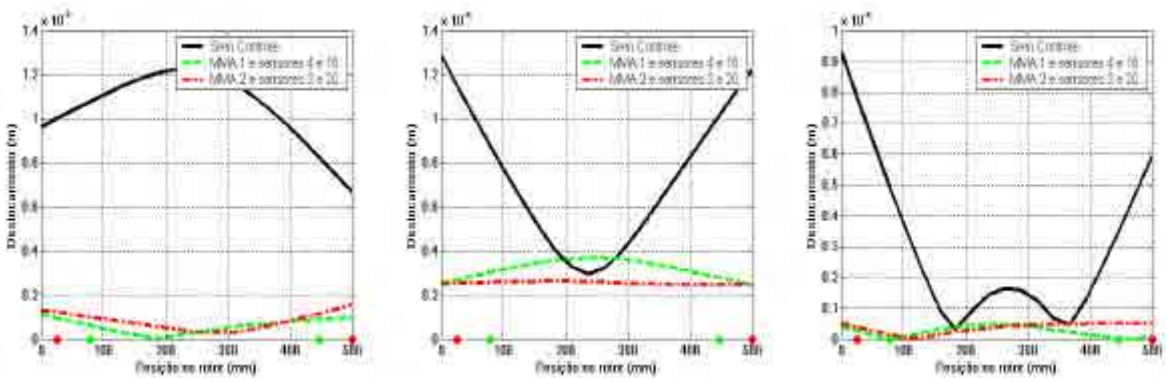
(a) 1^a frequência crítica – 9,6 Hz. (b) 2^a frequência crítica – 33,6 Hz. (c) 3^a frequência crítica – 48,0 Hz.

Figura 5.27: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B.



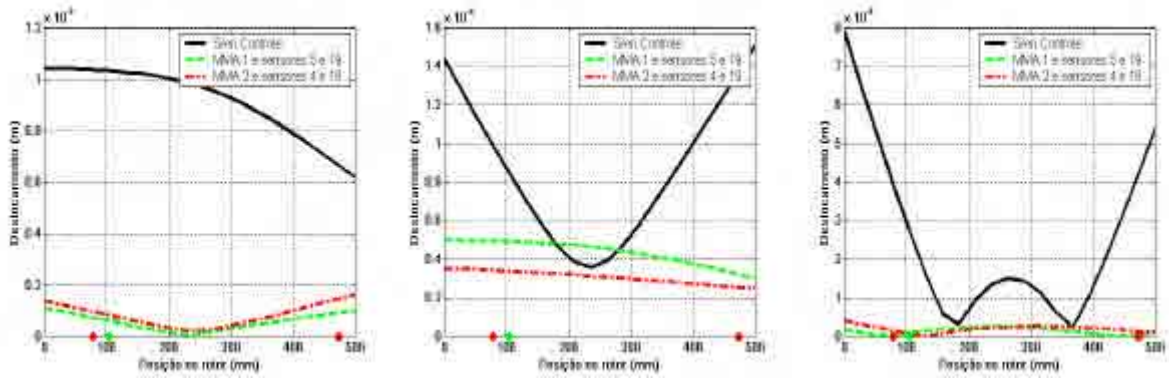
(a) 1^a frequência crítica – 16,0 Hz. (b) 2^a frequência crítica – 34,4 Hz. (c) 3^a frequência crítica – 60,8 Hz.

Figura 5.28: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C.



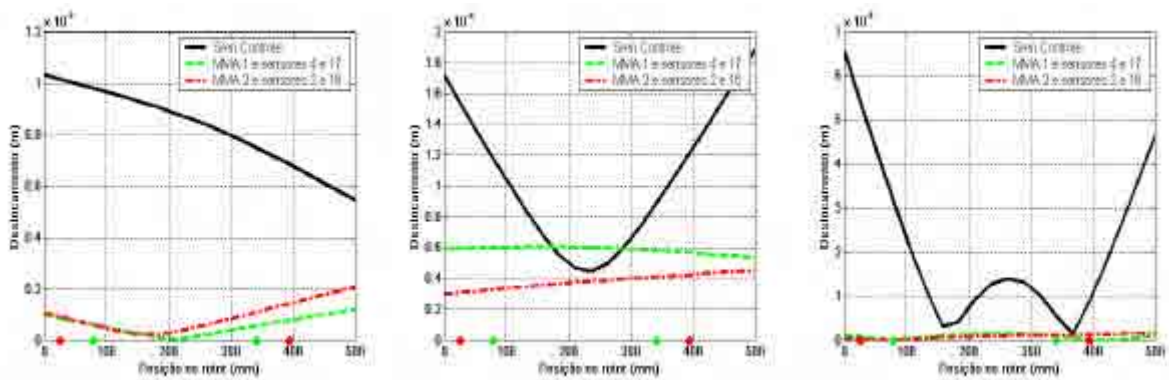
(a) 1^a frequência crítica – 18,4 Hz. (b) 2^a frequência crítica – 32,8 Hz. (c) 3^a frequência crítica – 87,2 Hz.

Figura 5.29: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D.



(a) 1^a frequência crítica – 19,2 Hz. (b) 2^a frequência crítica – 30,4 Hz. (c) 3^a frequência crítica – 121,6 Hz.

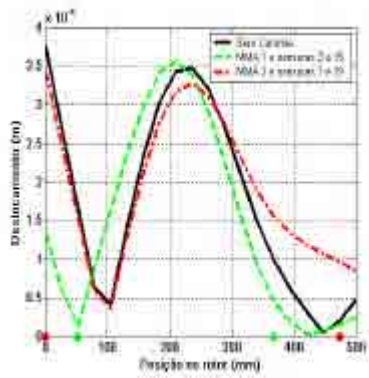
Figura 5.30: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E.



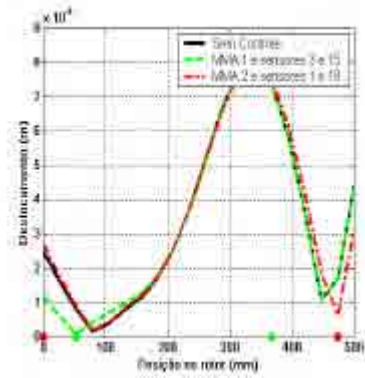
(a) 1^a frequência crítica – 19,2 Hz. (b) 2^a frequência crítica – 28,0 Hz. (c) 3^a frequência crítica – 160,8 Hz.

Figura 5.31: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F.

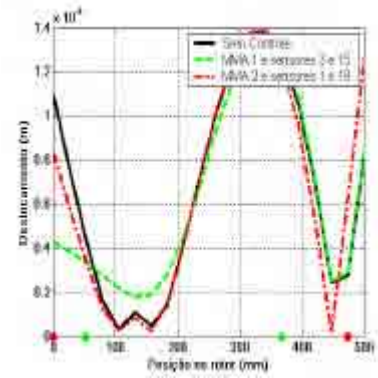
As Figuras 5.32 a 5.37 apresentam as vibrações locais, sem e com controle, em algumas frequências afastadas dos picos de frequências críticas, onde praticamente não houve alteração nos níveis globais de vibração quando o rotor passa a ser controlado. Observa-se que, em geral, as amplitudes sofrem pequenas alterações quando o rotor é controlado, com ligeiras atenuações em uma determinada região e ligeiras amplificações em outra região. No entanto, estas amplificações são muito pequenas quando comparadas com as amplificações que ocorrem quando o sistema de controle emprega apenas um sensor de erro, situação analisada com as Figuras 5.11 a 5.16.



(a) Frequência de 10,4 Hz.

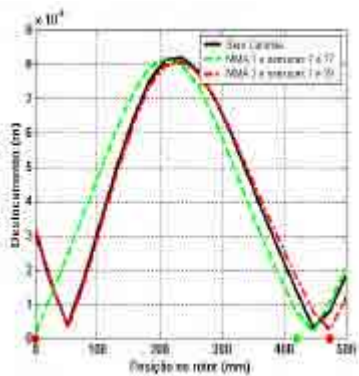


(b) Frequência de 80,0 Hz.

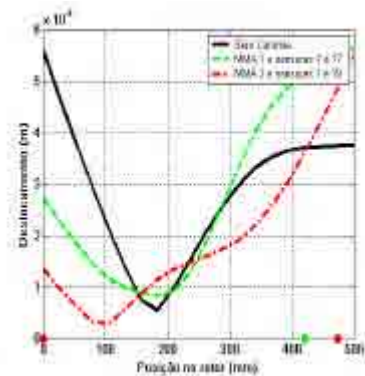


(c) Frequência de 190,4 Hz.

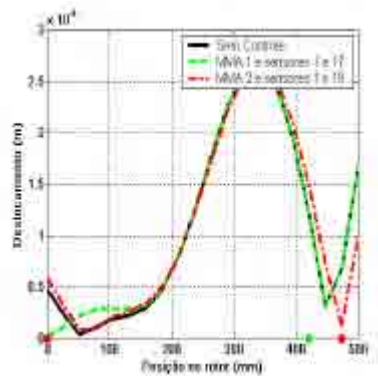
Figura 5.32: Vibração ao longo do rotor, sem controle e com, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A.



(a) Frequência de 21,6 Hz.

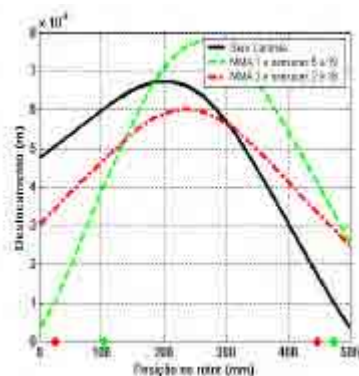


(b) Frequência de 40,8 Hz.

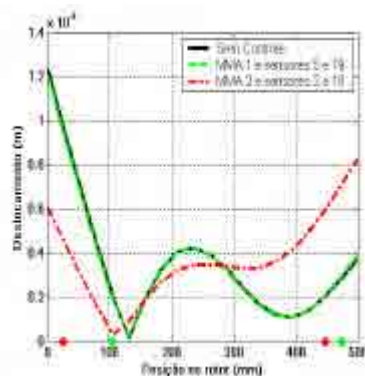


(c) Frequência de 140,0 Hz.

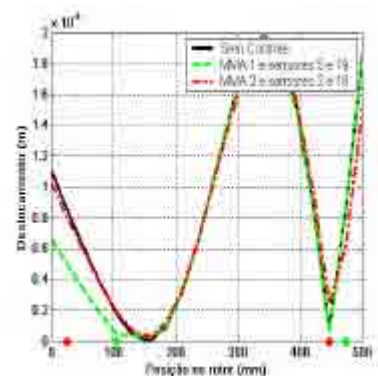
Figura 5.33: Vibração ao longo do rotor, sem controle e com, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B.



(a) Frequência de 25,4 Hz.



(b) Frequência de 89,6 Hz.



(c) Frequência de 180,0 Hz.

Figura 5.34: Vibração ao longo do rotor, sem controle e com, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C.

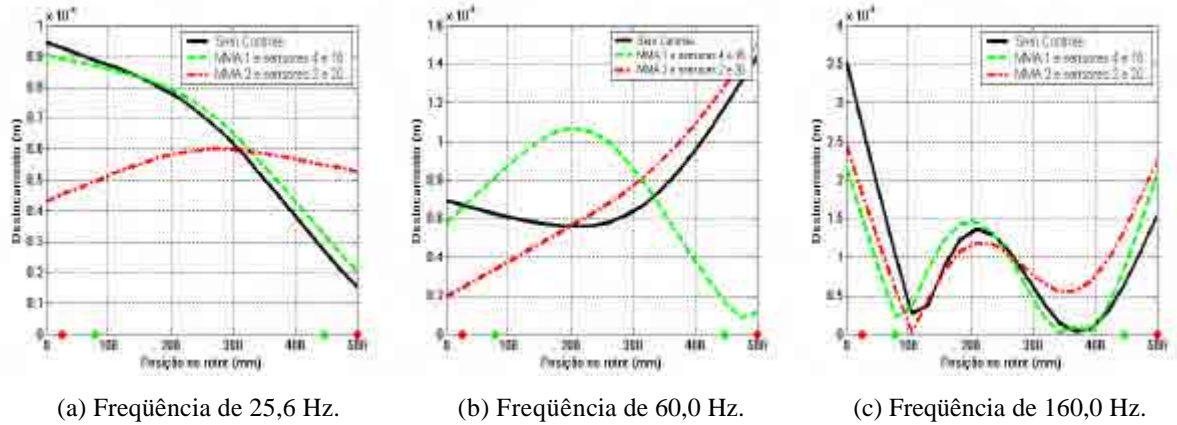


Figura 5.35: Vibração ao longo do rotor, sem controle e com, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D.

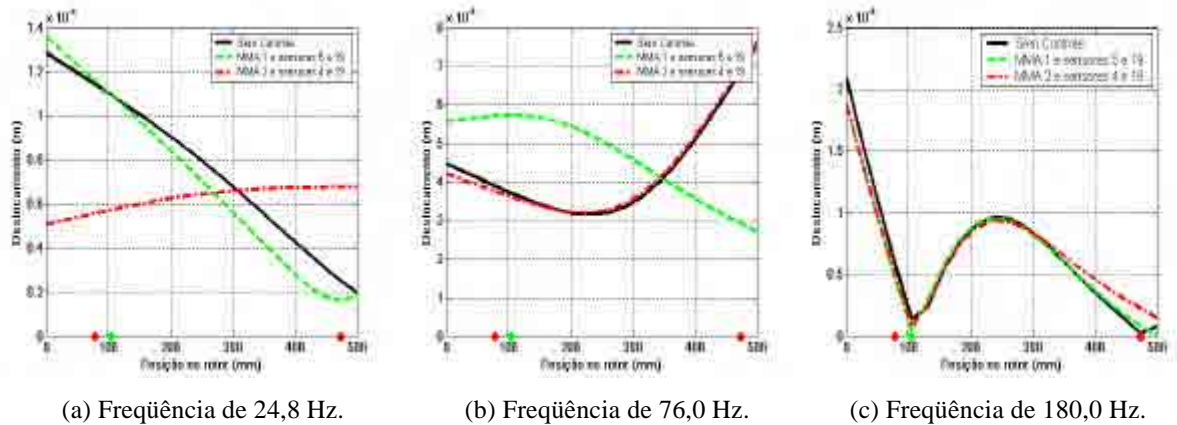


Figura 5.36: Vibração ao longo do rotor, sem controle e com, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E.

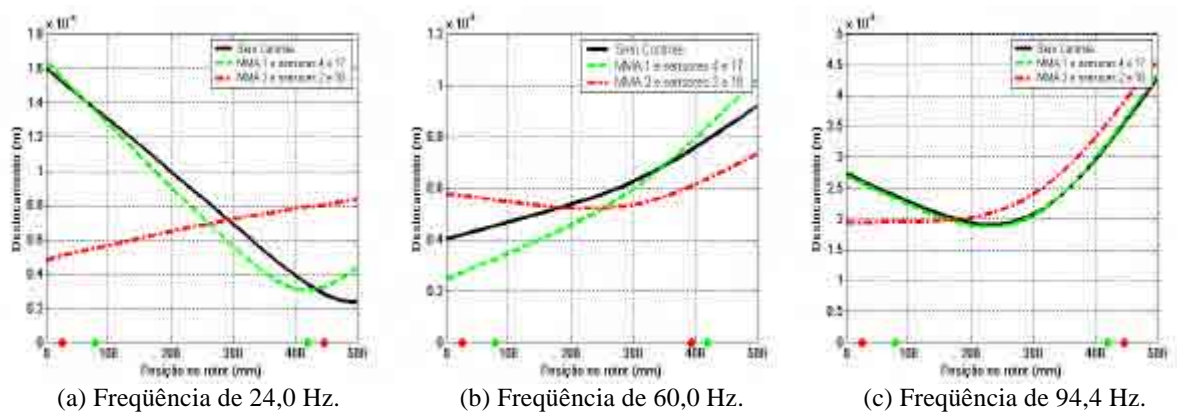


Figura 5.37: Vibração ao longo do rotor, sem controle e com, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F.

As Figuras 5.38 a 5.43 apresentam as vibrações locais, sem e com controle, nas posições nodais onde os sensores de erro estão localizados. Estes resultados estendem-se para todos os casos de diâmetros do eixo analisados e na faixa de frequência entre 0 a 200 Hz. Diferentemente do caso anterior, Figuras 5.17 a 5.22, com o sistema de controle utilizando apenas um sensor de erro, neste caso, as vibrações locais nos pontos onde os sensores de erro estão alocados sofrem apenas pequenas alterações. Em alguns casos, como por exemplo, os das Figuras 5.38(d) e 5.40(d), as amplitudes chegam a se amplificar em algumas faixas de frequência, porém muito sutilmente, sem merecer qualquer atenção especial. O fato de não ocorrerem grandes reduções nestes pontos é porque com dois sensores, o controle passa a ser melhor distribuído ao longo do rotor, deixando de ficar concentrado em um único ponto. Certamente esta distribuição será cada vez mais ponderada à medida em que o número de sensores de erro aumenta.

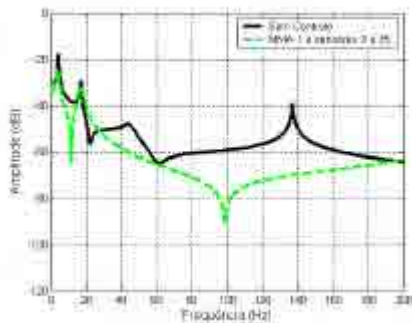
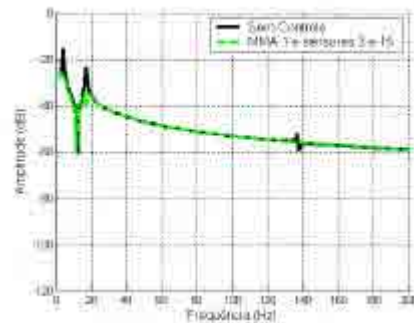
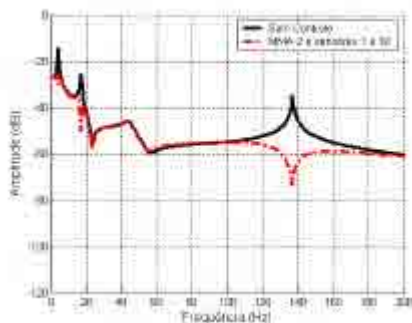
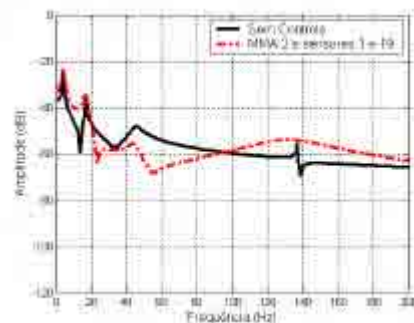
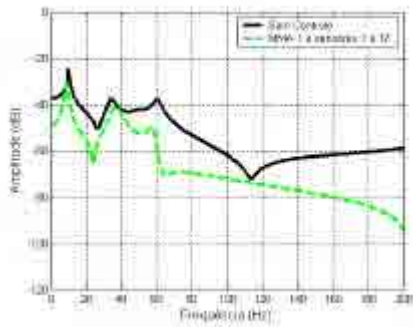
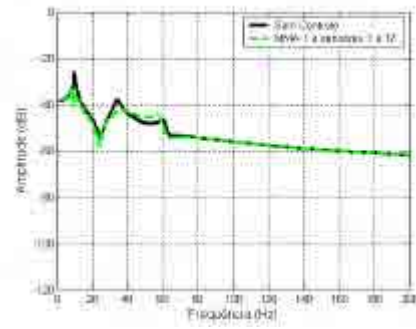
(a) MMA₁ e sensor de erro na posição 3.(b) MMA₁ e sensor de erro na posição 15.(c) MMA₂ e sensor de erro na posição 1.(d) MMA₂ e sensor de erro na posição 19.

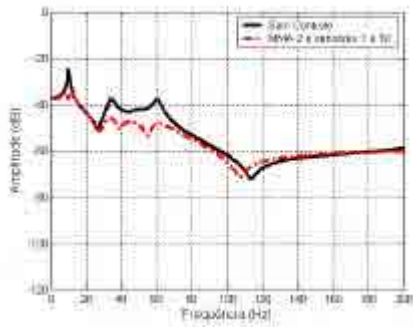
Figura 5.38: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A.



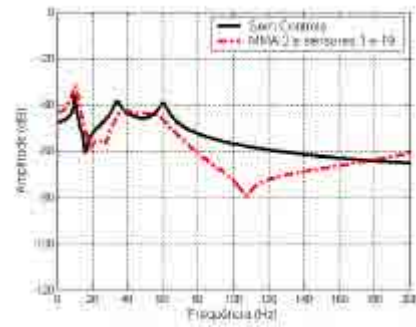
(a) MMA₁ e sensor de erro na posição 1.



(b) MMA₁ e sensor de erro na posição 17.

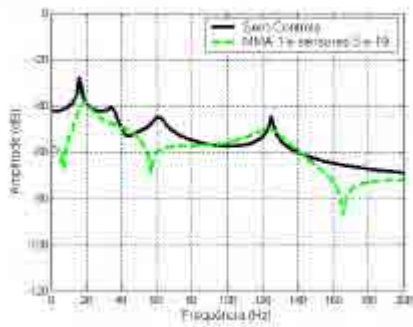


(c) MMA₂ e sensor de erro na posição 1.

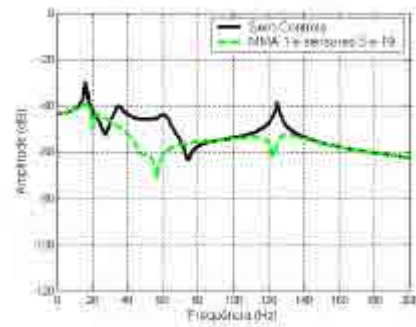


(d) MMA₂ e sensor de erro na posição 19.

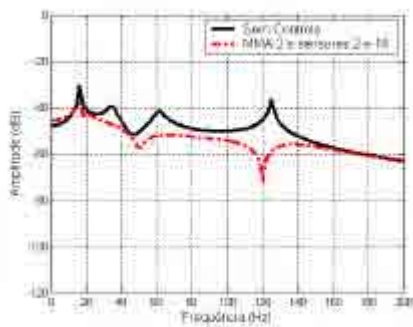
Figura 5.39: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B.



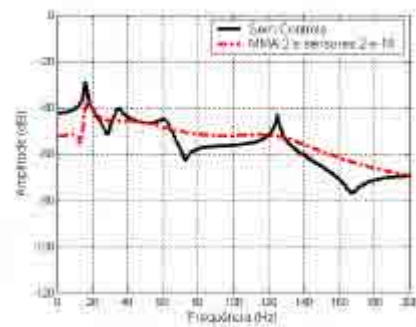
(a) MMA₁ e sensor de erro na posição 5.



(b) MMA₁ e sensor de erro na posição 19.



(c) MMA₂ e sensor de erro na posição 2.



(d) MMA₂ e sensor de erro na posição 18.

Figura 5.40: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C.

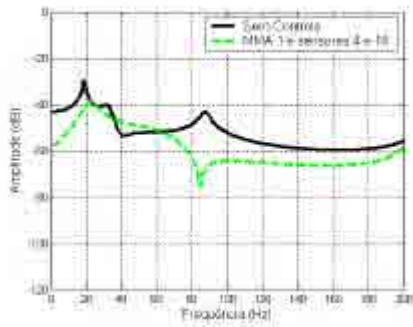
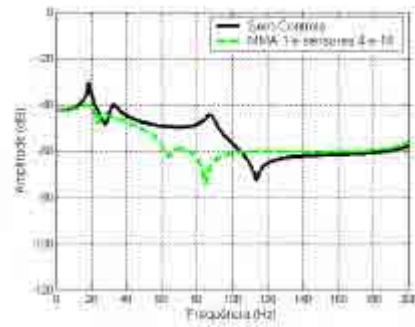
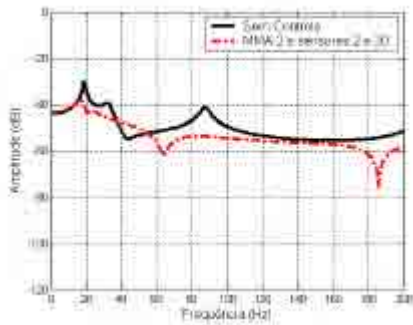
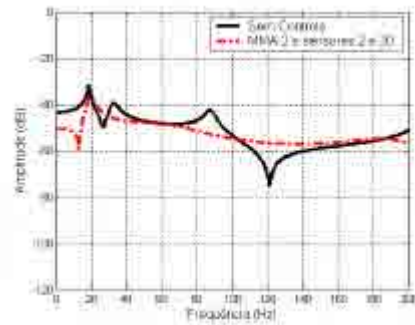
(a) MMA₁ e sensor de erro na posição 4.(b) MMA₁ e sensor de erro na posição 18.(c) MMA₂ e sensor de erro na posição 2.(d) MMA₂ e sensor de erro na posição 20.

Figura 5.41: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D.

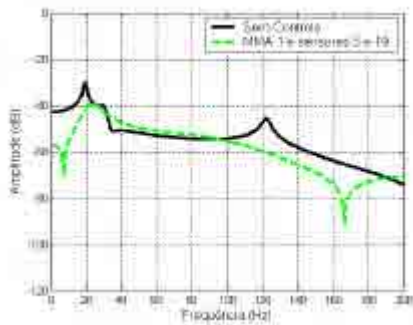
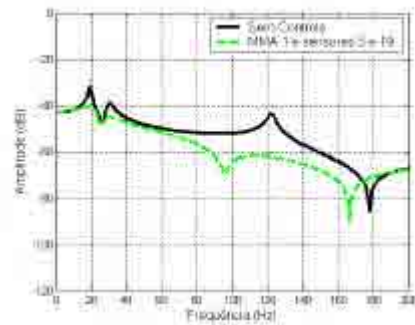
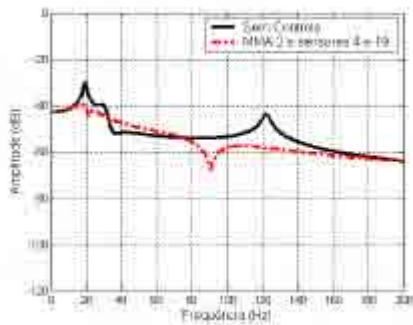
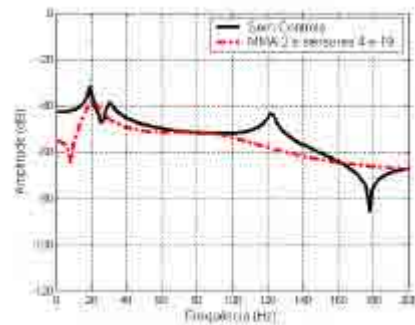
(a) MMA₁ e sensor de erro na posição 5.(b) MMA₁ e sensor de erro na posição 19.(c) MMA₂ e sensor de erro na posição 4.(d) MMA₂ e sensor de erro na posição 19.

Figura 5.42: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E.

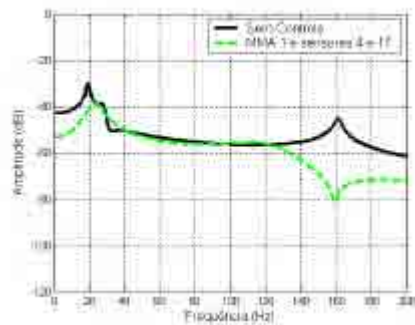
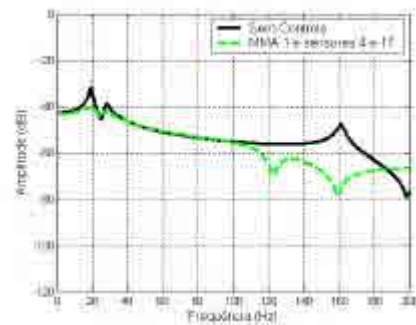
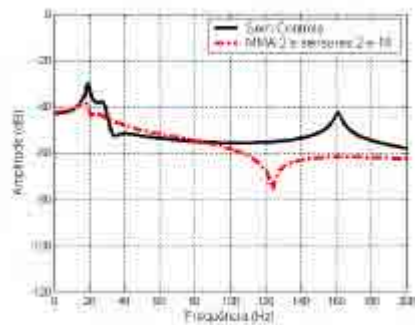
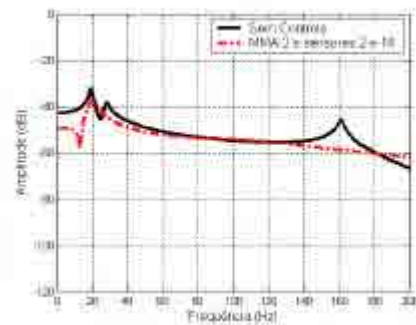
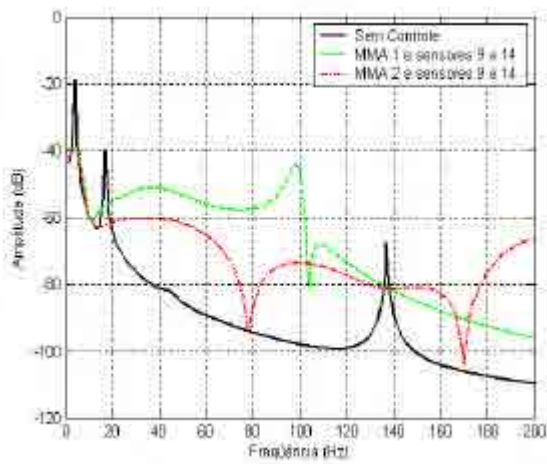
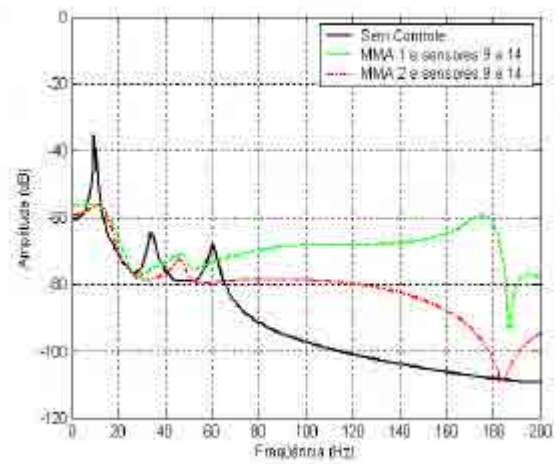
(a) MMA₁ e sensor de erro na posição 4.(b) MMA₁ e sensor de erro na posição 17.(c) MMA₂ e sensor de erro na posição 2.(d) MMA₂ e sensor de erro na posição 18.

Figura 5.43: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F.

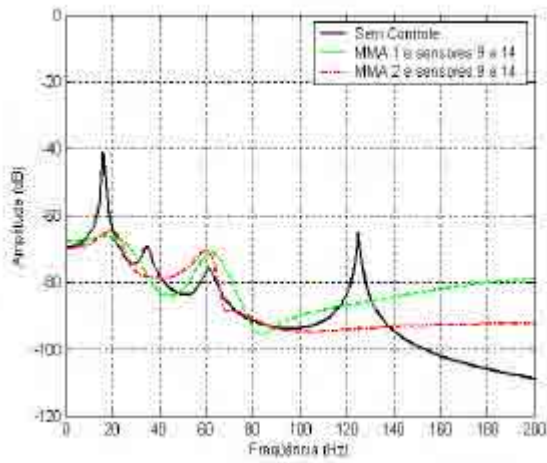
Analogamente à análise do sistema de controle com apenas um sensor de erro, neste caso também existem pares de posições para os dois sensores que conduzem a desempenhos muito ruins, o que também justifica uma análise apurada do impacto das posições dos sensores no desempenho do sistema de controle. Também, neste caso, chegou-se à conclusão que os pares de posições que conduzem aos piores desempenhos são os próximos aos discos desbalanceados, ou seja, novamente deve-se decisivamente evitar a instalação dos sensores de erro próximos à fonte de excitação do rotor. A Figura 5.44 mostra com ficam, em termos de vibração global, os desempenhos dessa arquitetura de controle com os sensores de erro próximos às excitações. Nota-se que o desempenho é notavelmente pior quando o rotor tem eixo bem flexível.



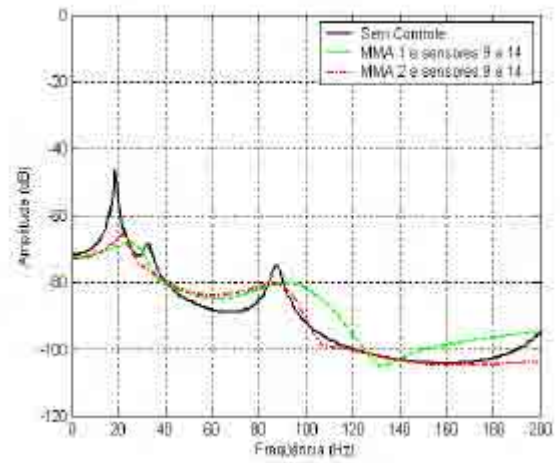
(a) Caso A: eixo de 3,0 mm de diâmetro.



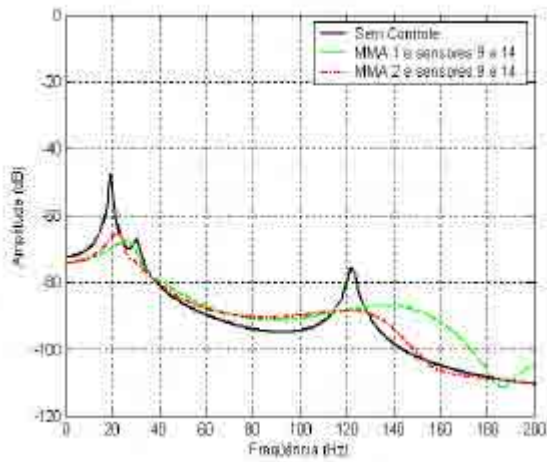
(b) Caso B: eixo de 5,0 mm de diâmetro.



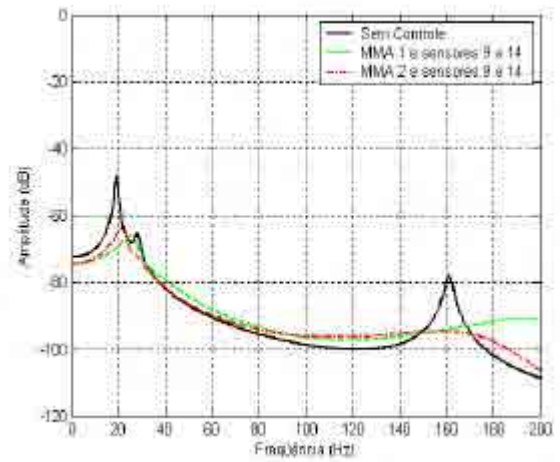
(c) Caso C: eixo de 7,5 mm de diâmetro.



(d) Caso D: eixo de 10,0 mm de diâmetro.



(e) Caso E: eixo de 12,5 mm de diâmetro.



(f) Caso F: eixo de 15,0 mm de diâmetro.

Figura 5.44: Nível global de vibração, sem e com controle, usando um atuador e dois sensores de erro próximos à fonte de excitação do rotor, casos A a F.

5.6 ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO DOIS ATUADORES E DOIS SENSORES DE ERRO

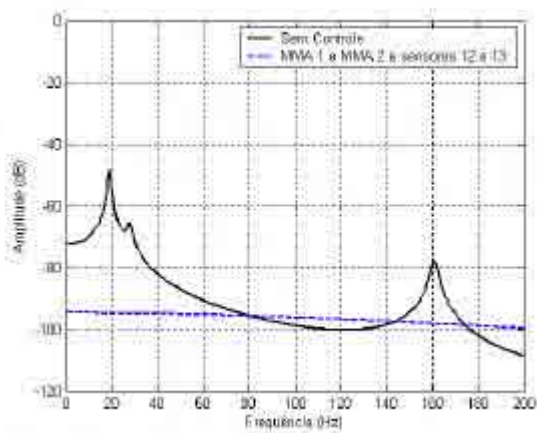
Conforme apresentado na seção 5.3, o controle realizado por dois atuadores simultaneamente com um sensor de erro “perfeito” apresentou um desempenho melhor se comparado ao desempenho do controle realizado por apenas um único atuador. Como, na prática, apenas um número limitado de sensores de erro pode ser usado, analisou-se esta estratégia de controle com dois sensores de erro.

Utilizando-se essa arquitetura de controle, a análise do seu desempenho foi realizada variando-se as posições dos sensores de erro ao longo do rotor para todos os casos de diâmetro de eixo. Com esta análise chegou-se à conclusão que para o rotor tipo “eixo dependente” é melhor posicionar os dois sensores de erro mais a extremidade esquerda do rotor, ou seja, mais ao lado onde há uma maior concentração de massa do rotor. Por sua vez, quando o rotor é do tipo “mancal dependente” ou está classificado na zona de “transição”, recomenda-se que os sensores sejam ambos instalados mais à uma das extremidades e nunca um sensor em cada extremidade. Mais especificamente, os melhores desempenhos foram observados com os sensores entre as posições 1 e 7, com o rotor na zona de “eixo dependente”; entre as posições 1 e 9 e entre as posições 13 e 20, com o rotor na zona de “transição”; e entre as posições 1 e 10 e 12 e 20, com o rotor na zona de “mancal dependente”. Essas combinações estão resumidas na Figura 5.45.

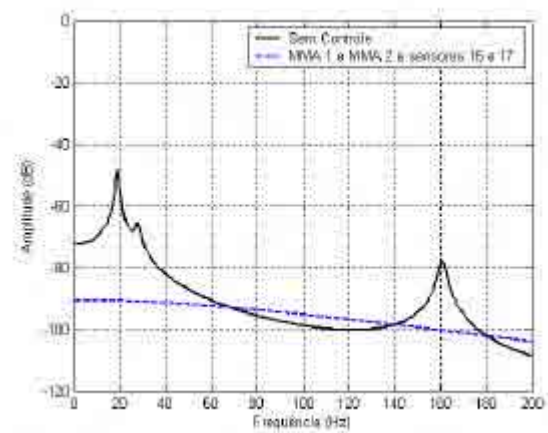
Rotor	Caso	Tipo de controle	Opção	Posições dos sensores de erro																			
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Eixo dependente	A	MMA ₁ e MMA ₂	1	■	■	■	■	■	■	■													
			2																				
	B	MMA ₁ e MMA ₂	1	■	■	■	■	■	■	■													
			2																				
	C	MMA ₁ e MMA ₂	1	■	■	■	■	■	■	■													
			2																				
Zona de transição	D	MMA ₁ e MMA ₂	1	■	■	■	■	■	■	■	■												
			2													■	■	■	■	■	■	■	■
Mancal dependente	E	MMA ₁ e MMA ₂	1	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■										
			2													■	■	■	■	■	■	■	■
	F	MMA ₁ e MMA ₂	1	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■										
			2													■	■	■	■	■	■	■	■

Figura 5.45: Posições dos sensores de erro que proporcionaram os melhores desempenhos no controle ativo de vibração utilizando dois atuadores e dois sensores de erro.

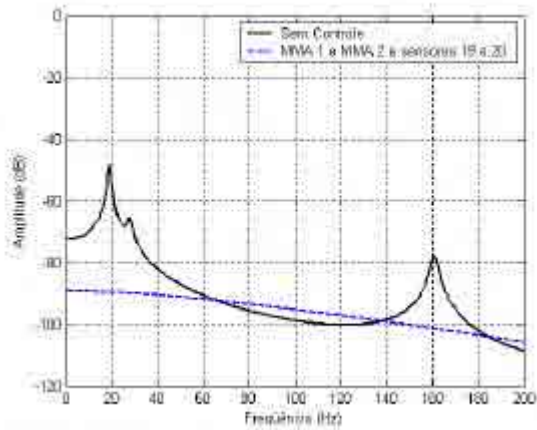
Pode-se observar também que, instalando os sensores em quaisquer posições dentro dessa faixa de posicionamento ótimo, apresentado na Figura 5.45, o desempenho para cada caso de diâmetro de eixo é muito semelhante. Por exemplo, a Figura 5.46 apresenta o nível global de vibração, sem e com controle, de um rotor “mancal dependente”, caso F, com algumas combinações para os dois sensores de erro entre as posições 12 e 20. Nota-se que as variações nos desempenhos são mínimas, sem merecer qualquer atenção especial.



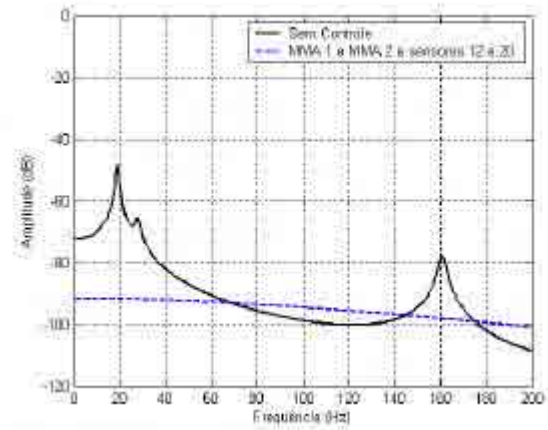
(a) Sensores de erro nas posições 12 e 13.



(b) Sensores de erro nas posições 16 e 17.



(c) Sensores de erro nas posições 19 e 20.

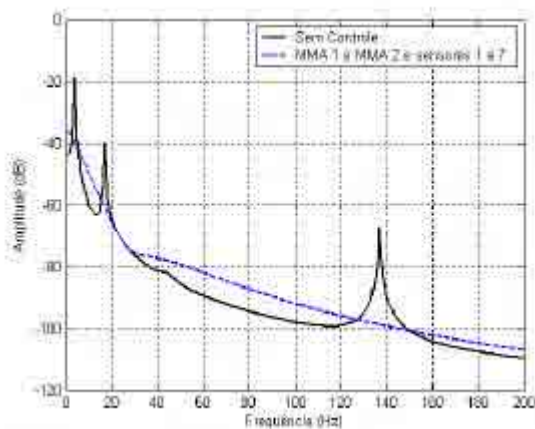


(d) Sensores de erro nas posições 12 e 20.

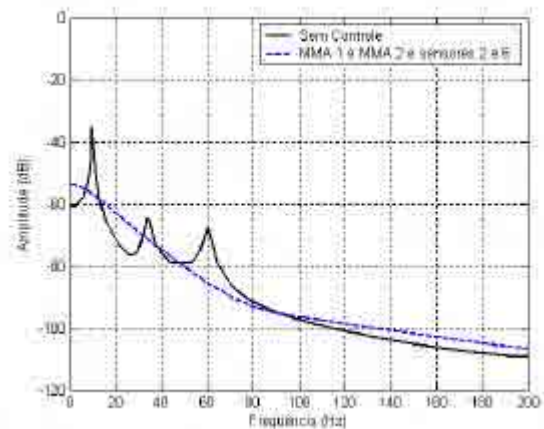
Figura 5.46: Nível global de vibração, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro combinados entre as posições 12 e 20, casos F.

Alguns dos resultados com os sensores em posições ótimas estão apresentados na Figura 5.47, que mostra o nível de vibração global, sem e com controle, para todos os casos de diâmetros de eixo, utilizando os atuadores MMA_1 e MMA_2 simultaneamente. De certo

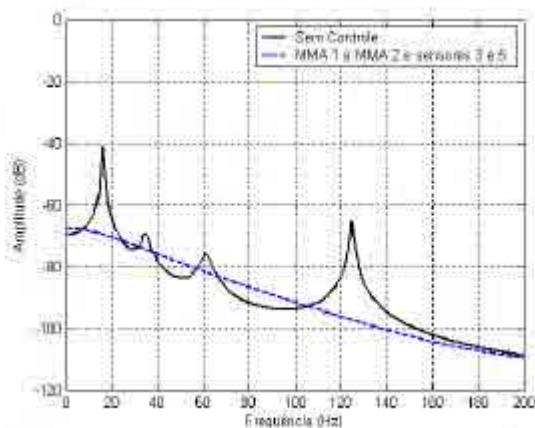
modo, quando se analisa o desempenho dentro de toda a faixa de frequência, verifica-se que esta estratégia de controle conduz a piores desempenhos quando comparados com os de uma estratégia com um único atuador e dois sensores, uma vez que em algumas faixas de frequência a vibração global é amplificada. Entretanto, esta estratégia é mais eficaz para atenuar as vibrações de baixas frequências, até aproximadamente 40 Hz, quando o rotor está na zona de “eixo dependente” e vai para a zona de “mancal dependente”. Isso é particularmente importante para rotores excitados a baixas frequências ou mesmo quando se deseja atenuar bastante as frequências críticas de baixa ordem. Em resumo, quando a rigidez do eixo é muito maior com relação à rigidez dos mancais, a arquitetura de controle com dois atuadores e dois sensores de erro é capaz de atenuar fortemente as frequências críticas, mas amplifica um pouco os níveis de vibração em outras faixas de frequências.



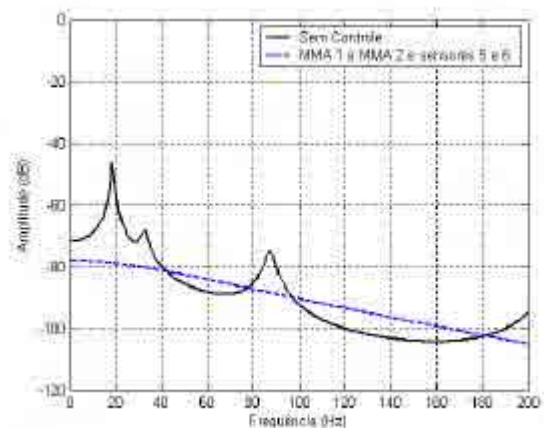
(a) Caso A: eixo de 3,0 mm de diâmetro.



(b) Caso B: eixo de 5,0 mm de diâmetro.

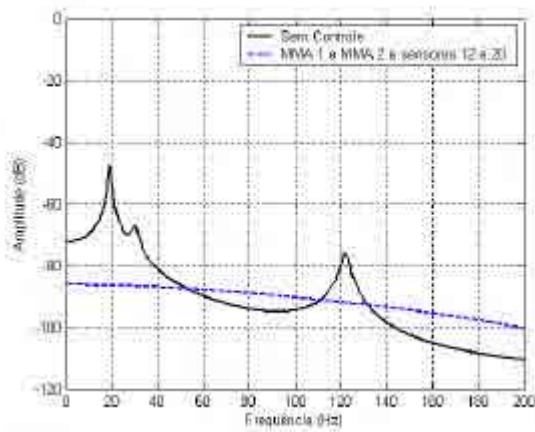


(c) Caso C: eixo de 7.5 mm de diâmetro.

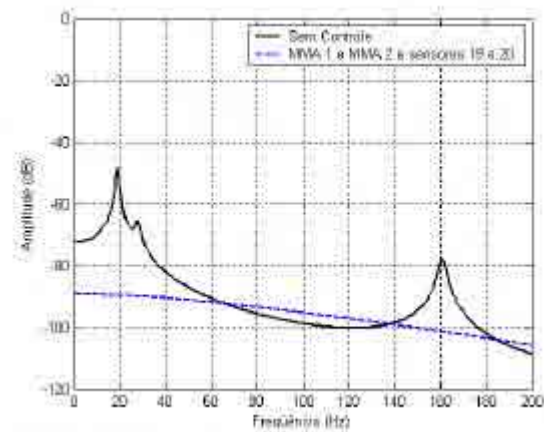


(d) Caso D: eixo de 10.0 mm de diâmetro.

Figura 5.47: Nível global de vibração, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, casos A a F.



(e) Caso E: eixo de 12,5 mm de diâmetro.



(f) Caso F: eixo de 15,0 mm de diâmetro.

Figura 5.47 (continuação): Nível global de vibração, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, casos A a F.

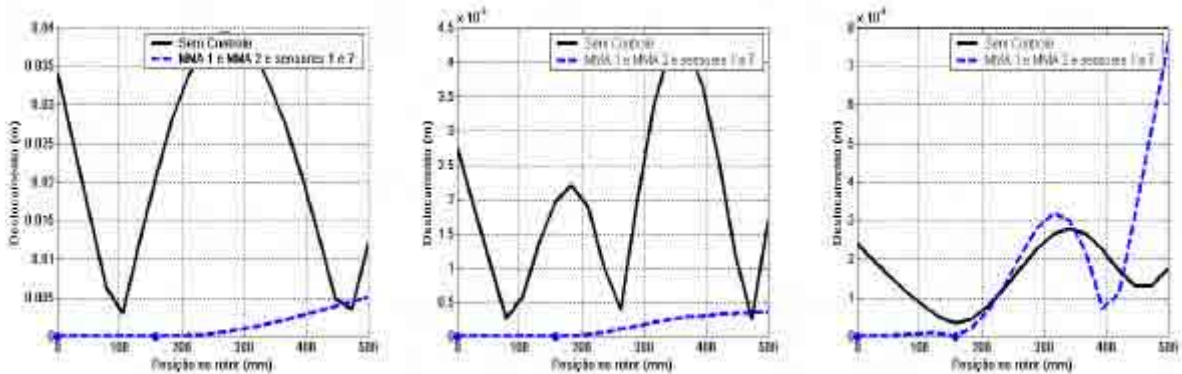
A Tabela 5.6 apresenta, em termos de vibração global, os valores exatos das reduções obtidas nos picos de amplitudes das três frequências críticas considerando as mesmas posições para os sensores de erro apresentados na Figura 5.47. Desta tabela percebe-se mais claramente as grandes atenuações ocorridas à medida que o eixo se torna mais rígido, a partir da zona de “transição”, sobretudo as atenuações das duas primeiras frequências críticas. Comparando esses valores com os da Tabela 5.5, verifica-se que as atenuações dessas duas frequências críticas, neste caso, é praticamente o dobro.

Tabela 5.6: Atenuação do nível global de vibração nas três primeiras frequências críticas utilizando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas.

Rotor	Caso	Tipo de Controle	Atenuação (dB)		
			1° modo	2° modo	3° modo
Eixo dependente	A	MMA ₁ E MMA ₂	20,83	20,71	-3,92
	B	MMA ₁ E MMA ₂	21,37	6,27	-0,02
	C	MMA ₁ E MMA ₂	28,38	5,11	5,83
Zona de transição	D	MMA ₁ E MMA ₂	32,52	11,84	13,76
Mancal dependente	E	MMA ₁ E MMA ₂	38,90	19,60	15,82
	F	MMA ₁ E MMA ₂	41,21	24,64	23,73

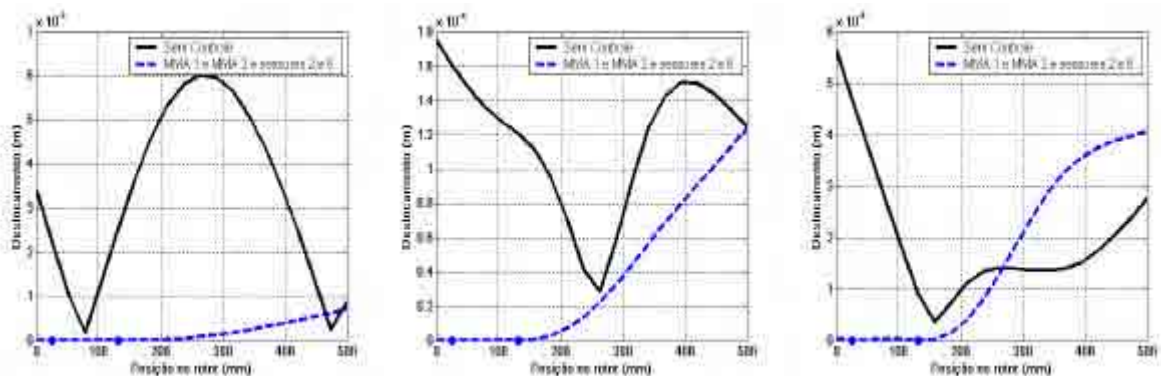
* Os valores negativos indicam aumento no nível global de vibração.

As Figuras 5.48 a 5.53 apresentam as vibrações locais, sem e com controle, nas três frequências críticas para todos os casos analisados. O controle foi realizado considerando que os sensores de erro são posicionados nos pontos nodais indicados na Figura 5.47. Também, neste caso, as amplitudes modais são grandemente reduzidas em toda a extensão do rotor, com exceção das amplitudes do terceiro modo na zona de “eixo dependente”, entre 250 a 500 mm, que ocorrem ampliações apreciáveis à direita do rotor, conforme pode ser observado nas Figuras 5.48(c), 5.49(c) e 5.50(c). Por outro lado, na zona de “mancal dependente” as amplitudes das duas primeiras frequências críticas, Figuras 5.51 e 5.52, são bem mais atenuadas do que quando o sistema de controle emprega dois sensores de erro mas apenas um atuador, Figuras 5.30 a 5.31.



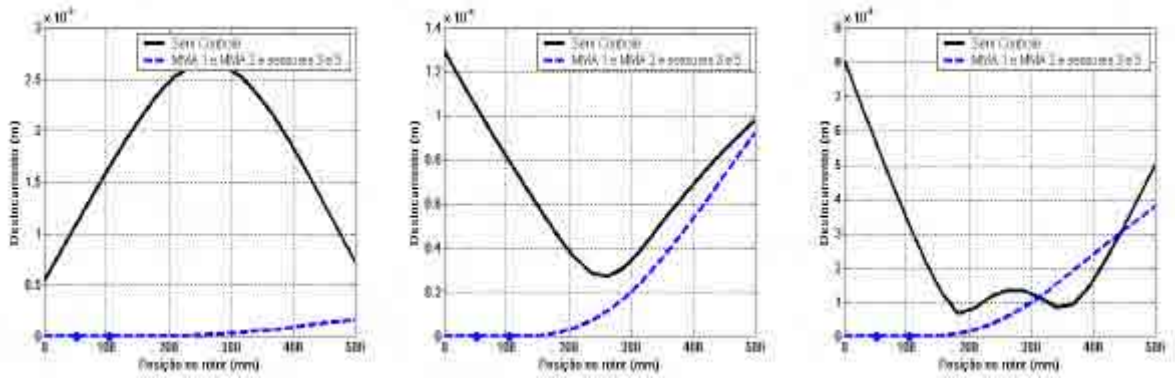
(a) 1ª frequência crítica – 4,0 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 16,8 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 44,0 Hz.

Figura 5.48: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A.



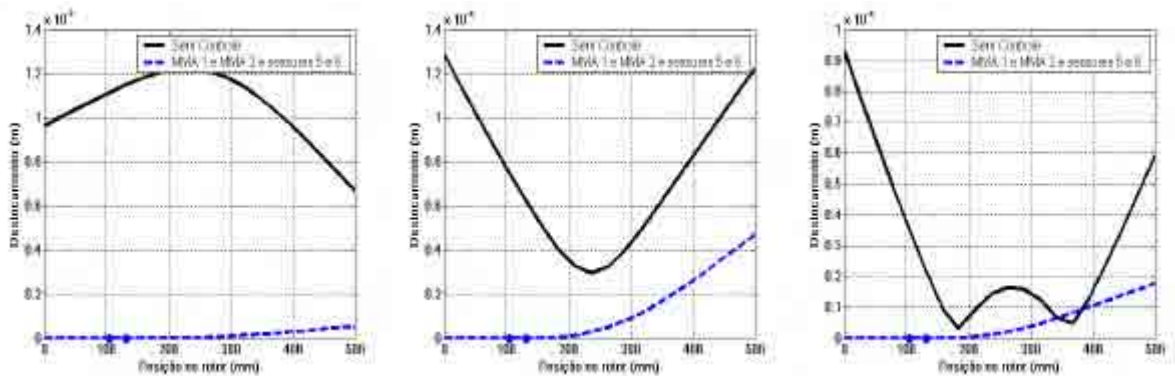
(a) 1ª frequência crítica – 9,6 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 33,6 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 48,0 Hz.

Figura 5.49: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B.



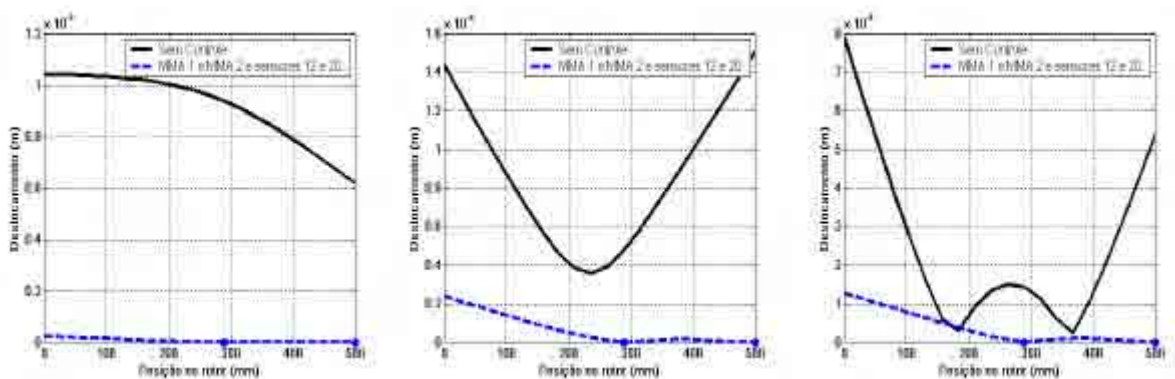
(a) 1ª frequência crítica – 16,0 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 34,4 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 60,8 Hz.

Figura 5.50: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C.



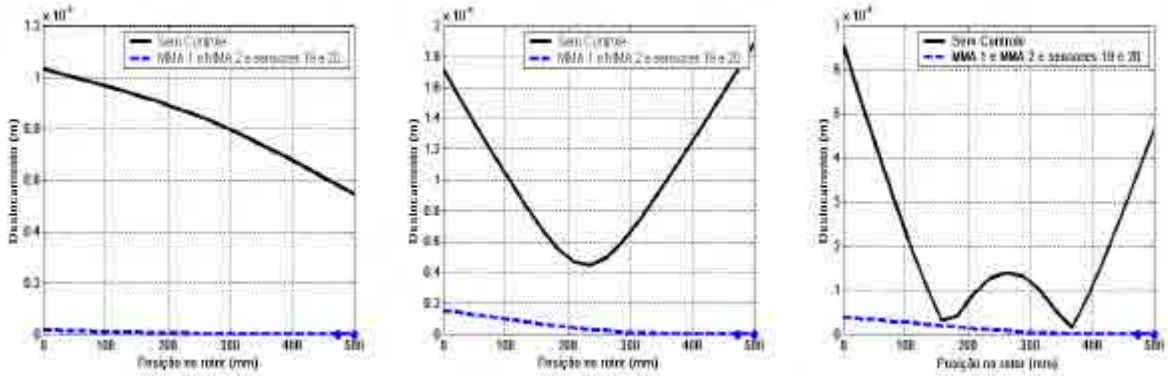
(a) 1ª frequência crítica – 18,4 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 32,8 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 87,2 Hz.

Figura 5.51: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D.



(a) 1ª frequência crítica – 19,2 Hz. (b) 2ª frequência crítica – 30,4 Hz. (c) 3ª frequência crítica – 121,6 Hz.

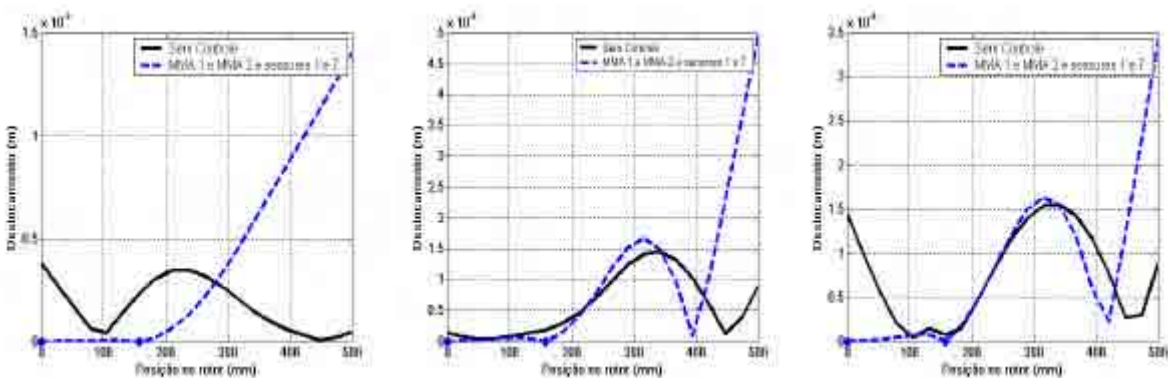
Figura 5.52: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E.



(a) 1^a frequência crítica – 19,2 Hz. (b) 2^a frequência crítica – 28,0 Hz. (c) 3^a frequência crítica – 160,8 Hz.

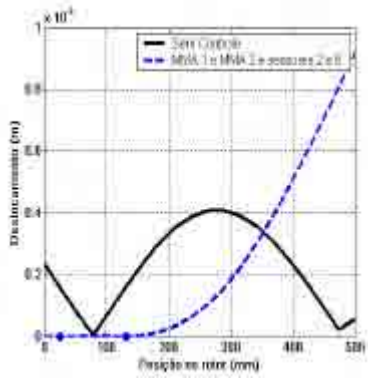
Figura 5.53: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, nas três primeiras frequências críticas usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F.

As Figuras 5.54 a 5.59 apresentam as vibrações locais, sem e com controle, em determinadas frequências nas quais observaram-se grandes níveis de vibração global para essa mesma arquitetura de controle, com base nos gráficos da Figura 5.47. Esses resultados vêm a confirmar o pior desempenho deste sistema de controle com relação ao sistema de controle com dois sensores de erro e um atuador (Figuras 5.32 a 5.37) quando se analisam as vibrações ao longo do rotor nas frequências fora das faixas de frequências críticas. Aqui, observa-se uma amplificação notável das vibrações nas regiões opostas aos sensores, próximas à extremidade do rotor.

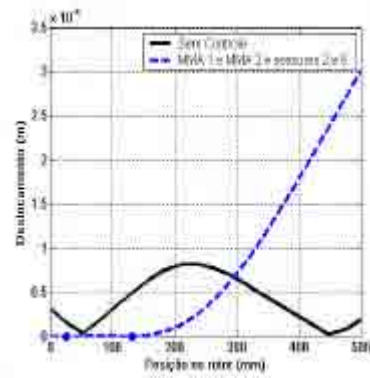


(a) Frequência de 10,4 Hz. (b) Frequência de 60,0 Hz. (c) Frequência de 180,0 Hz.

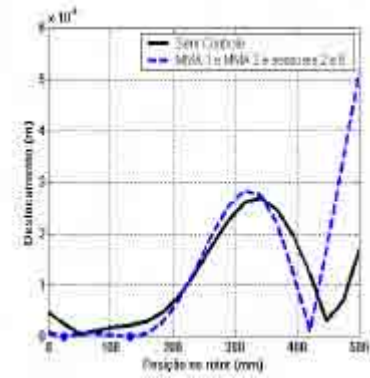
Figura 5.54: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A.



(a) Frequência de 4,8 Hz.

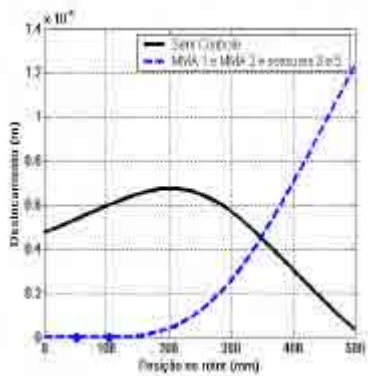


(b) Frequência de 21,6 Hz.

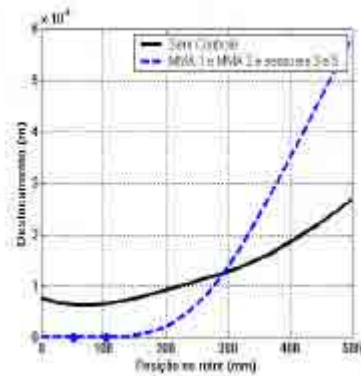


(c) Frequência de 140,0 Hz.

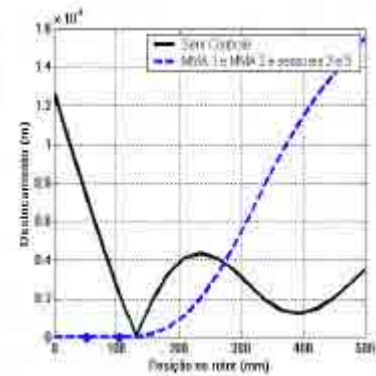
Figura 5.55: Vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B.



(a) Frequência de 25,4 Hz.

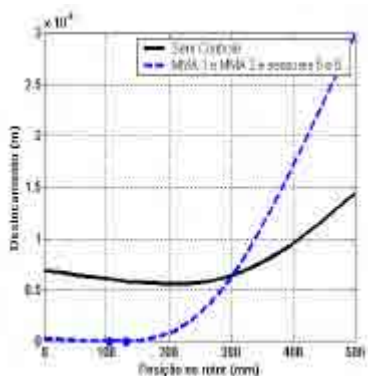


(b) Frequência de 48,0 Hz.

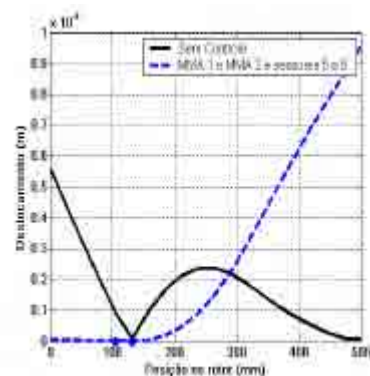


(c) Frequência de 88,0 Hz.

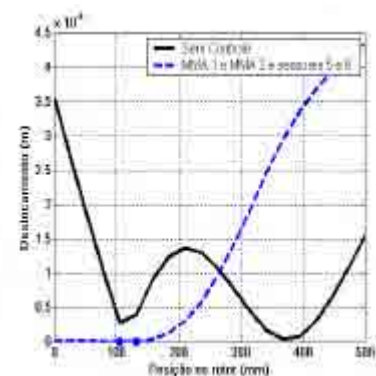
Figura 5.56: Nível de vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C.



(a) Frequência de 60,0 Hz.

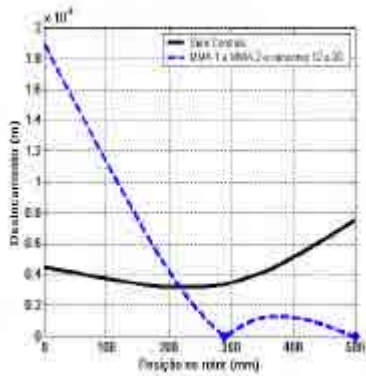


(b) Frequência de 120,0 Hz.

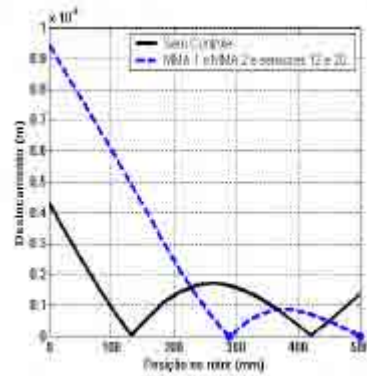


(c) Frequência de 160,0 Hz.

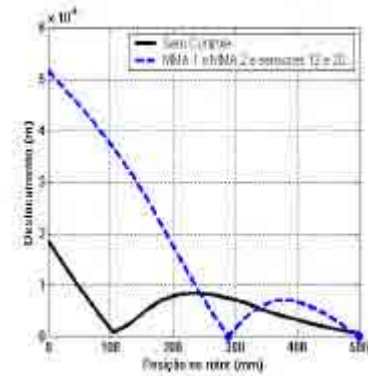
Figura 5.57: Nível de vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D.



(a) Frequência de 76,0 Hz.

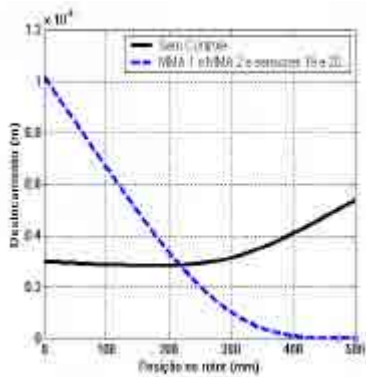


(b) Frequência de 149,6 Hz.

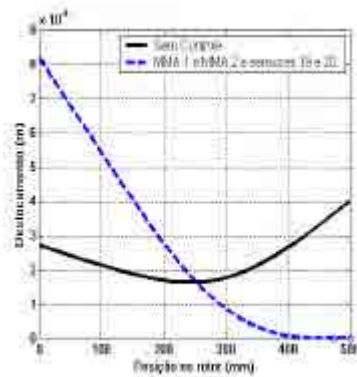


(c) Frequência de 189,6 Hz.

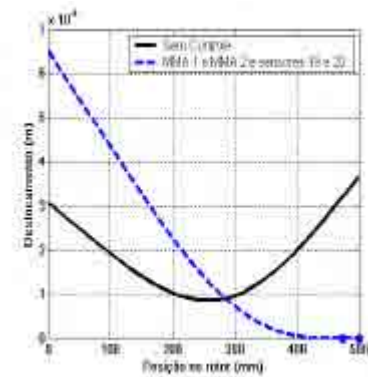
Figura 5.58: Nível de vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E.



(a) Frequência de 80,0 Hz.



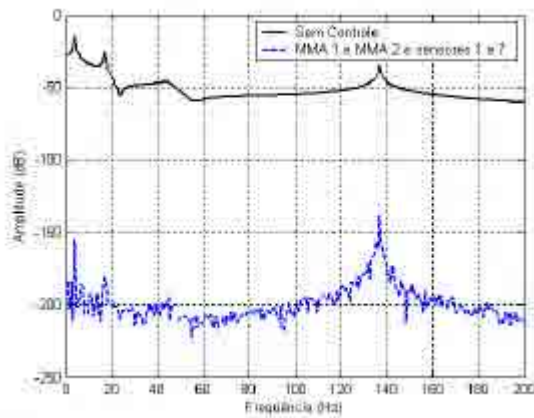
(b) Frequência de 100,0 Hz.



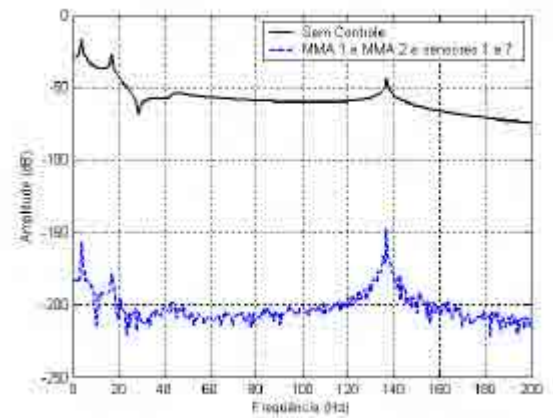
(c) Frequência de 120,0 Hz.

Figura 5.59: Nível de vibração ao longo do rotor, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F.

Para analisar com maior profundidade o que acontece com a vibração nos pontos nodais onde estão os sensores de erro, são apresentados os gráficos das Figuras 5.60 a 5.65. O que se observa aqui é que a vibração nos dois pontos em questão reduziu-se praticamente a zero. Convém lembrar que esse comportamento não aconteceu quando se utilizaram dois sensores de erro com um único atuador (Figuras 5.38 a 5.43). Isso resulta que quando se deseja controlar a vibração em mais de uma posição particular do rotor, um número maior de atuadores é necessário.

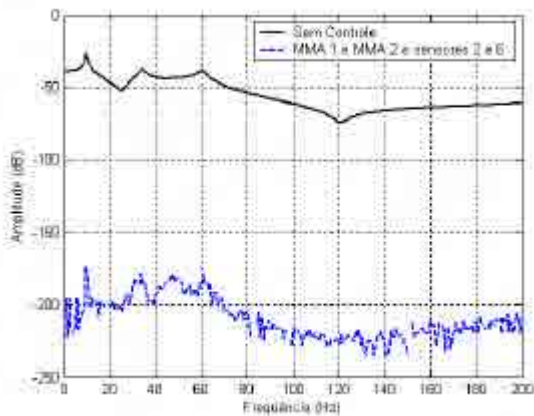


(a) Vibração local na posição do sensor 1.

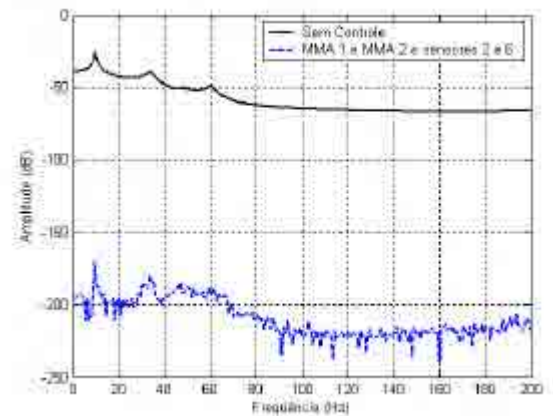


(b) Vibração local na posição do sensor 7.

Figura 5.60: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso A.

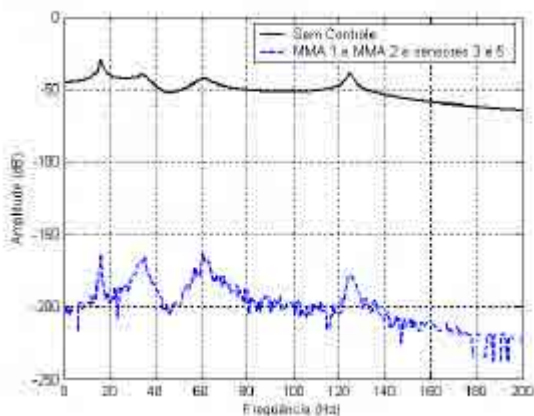


(a) Vibração local na posição do sensor 2.

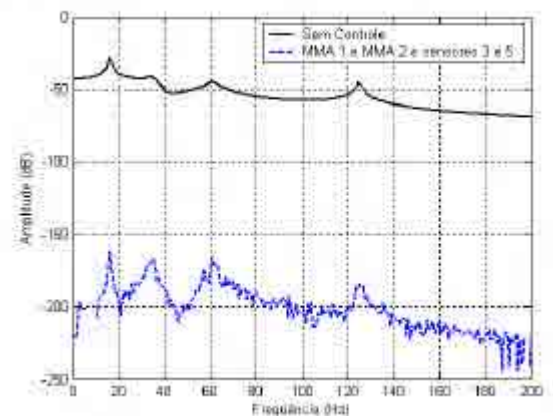


(b) Vibração local na posição do sensor 6.

Figura 5.61: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso B.

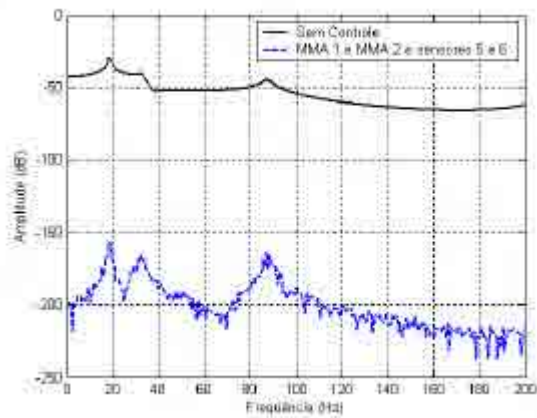


(a) Vibração local na posição do sensor 3.

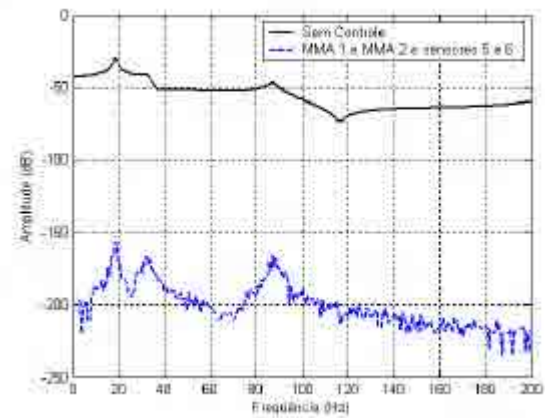


(b) Vibração local na posição do sensor 5.

Figura 5.62: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso C.

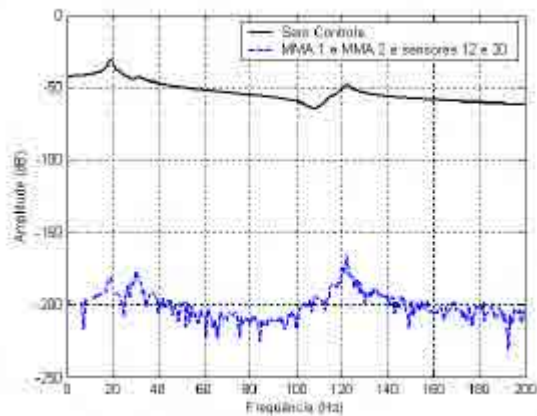


(a) Vibração local na posição do sensor 5.

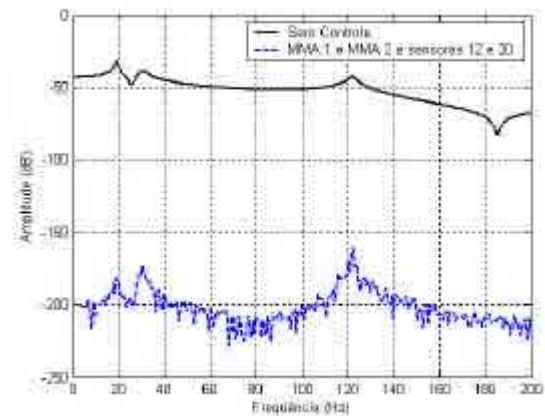


(b) Vibração local na posição do sensor 6.

Figura 5.63: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso D.

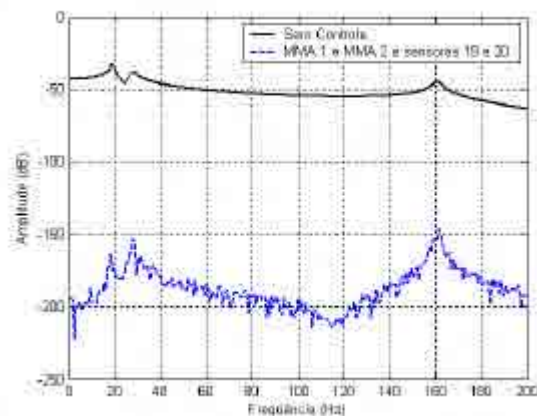


(a) Vibração local na posição do sensor 12.

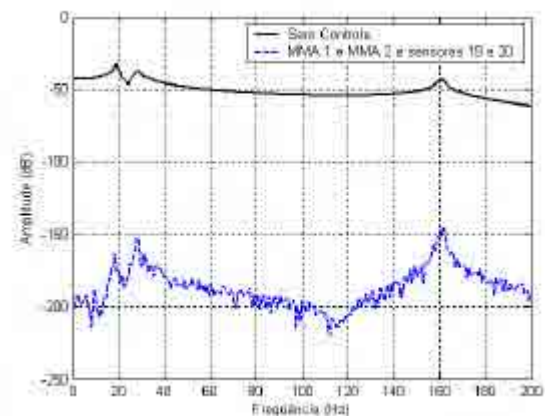


(b) Vibração local na posição do sensor 20.

Figura 5.64: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso E.



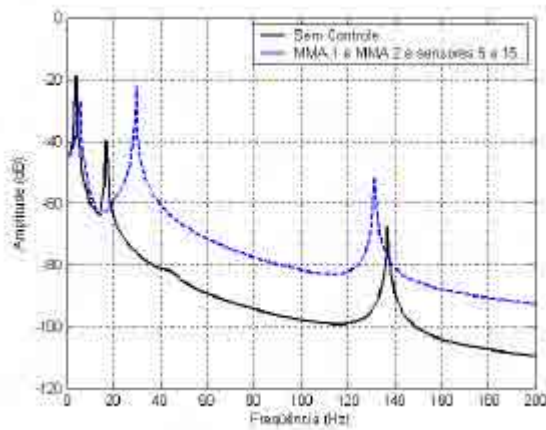
(a) Vibração local na posição do sensor 19.



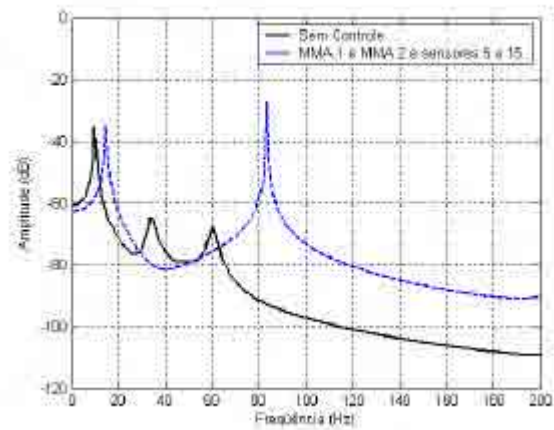
(b) Vibração local na posição do sensor 20.

Figura 5.65: Vibração local nas posições dos sensores de erro, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro em posições ótimas, caso F.

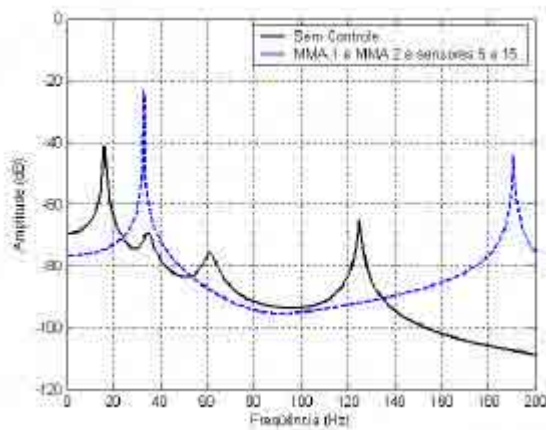
Da mesma forma que nas outras configurações de controle analisadas, neste caso também existem pares de posições dos sensores de erro que produzem desempenhos muito ruins. Esse fato pode ser observado na Figura 5.66 e conclui-se que os piores desempenhos acontecem quando se posiciona um sensor de erro em cada extremidade do rotor, sobretudo próximos aos atuadores.



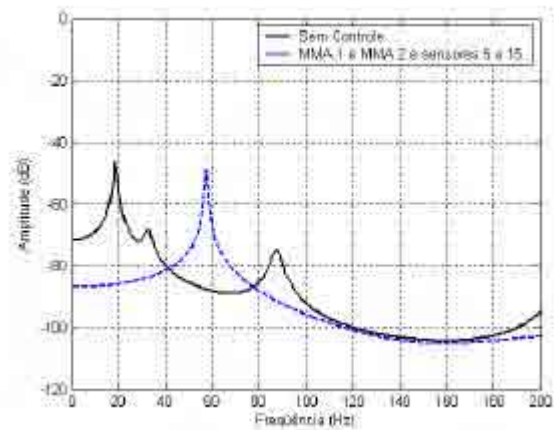
(a) Caso A: eixo de 3,0 mm de diâmetro.



(b) Caso B: eixo de 5,0 mm de diâmetro.

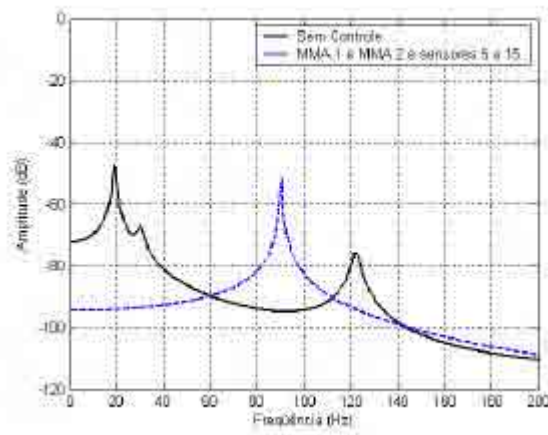


(c) Caso C: eixo de 7,5 mm de diâmetro.

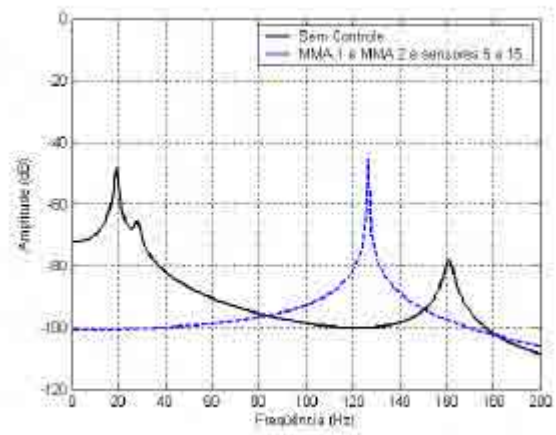


(d) Caso D: eixo de 10,0 mm de diâmetro.

Figura 5.66: Nível global de vibração, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro próximos aos atuadores, casos A a F.



(e) Caso E: eixo de 12,5 mm de diâmetro.



(f) Caso F: eixo de 15,0 mm de diâmetro.

Figura 5.66 (continuação): Nível global de vibração, sem e com controle, usando dois atuadores e dois sensores de erro próximos aos atuadores, casos A a F.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES GERAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 CONCLUSÕES GERAIS

Neste trabalho realizou-se uma análise teórica do desempenho do controle ativo de vibração em função da flexibilidade dos rotores aplicando a técnica de controle ativo tipo *feedforward* sobreposta ao esquema de controle ativo tipo *feedback* dos mancais magnéticos. Também foram analisados o impacto do número e da localização dos atuadores e dos sensores de erro sobre a redução dos níveis de vibração desses rotores.

Em geral, a estratégia de controle empregada neste trabalho demonstrou ser eficiente, conseguindo reduções significativas dos níveis de vibração, tanto em termos de vibração global quanto em termos de vibração local. Com essa análise, verificou-se que o desempenho desse sistema de controle depende da rigidez do eixo e da localização do atuador e do sensor de erro ao longo do rotor. Dependendo dessas localizações, pode-se obter reduções significativas dos níveis de vibração global como também dos níveis de vibração local, tanto nas frequências críticas como também em outras frequências. Porém, mesmo havendo redução do nível de vibração global a uma determinada frequência não significa necessariamente que a amplitude de vibração foi atenuada em todos os pontos ao longo do rotor. Assim, com o propósito de controlar a vibração local, existe uma grande probabilidade de ocorrer um aumento de vibração em outras regiões do rotor não monitoradas pelo sensor de erro. Dessa forma, deve-se realizar uma análise em termos de vibração local para se conhecer o comportamento vibratório em cada ponto nodal do rotor.

O número de atuadores e de sensores de erro utilizados no controle também exerce uma grande influência no desempenho do sistema de controle, podendo atenuar ou até mesmo amplificar os níveis de vibração nas frequências críticas ou mesmo em outras frequências. Para o sistema de controle com apenas um atuador e um sensor de erro pode-se obter um desempenho satisfatório para reduzir os níveis de vibração nas frequências críticas, e esse desempenho tende a melhorar à medida que o rotor sai da zona de “eixo dependente” e vai para a zona de “mancal dependente”, o que leva a concluir que quando a rigidez do eixo é muito maior com relação à rigidez dos mancais, essa arquitetura de controle é capaz de atenuar as frequências críticas, mas, inevitavelmente, irá amplificar um pouco os níveis de vibração em outras faixas de frequências. Porém, sempre é importante proceder a uma análise criteriosa para se determinar as posições do atuador e do sensor de erro para alcançar esse resultado. Para o rotor analisado, verificou-se que para um dado atuador, a melhor posição para o sensor de erro é na extremidade oposta, próxima ao mancal adjacente, e não se deve utilizá-lo próximo às excitações do rotor, cuja posição conduz aos piores desempenhos. Com relação à posição do atuador, há uma forte indicativa de que quando o rotor é do tipo “eixo dependente”, é melhor usar o atuador na extremidade mais leve do rotor (atuador MMA₂), e para o rotor na zona de “transição” e “mancal dependente” o desempenho de cada atuador individualmente é praticamente o mesmo.

Quando se utiliza uma estratégia de controle ativo com um atuador e dois sensores de erro, existem posições para os sensores nas quais se consegue uma redução de vibração em todas as frequências críticas e praticamente nenhuma ampliação nos níveis de vibração nas outras faixas de frequências, sendo, portanto, o desempenho idealmente desejado. Porém, se o objetivo é controlar unicamente as amplitudes nas frequências críticas, então não há nenhum ganho que justifique a utilização de um sistema de controle com dois sensores quando o rotor está na zona de “transição” e “mancal dependente”. As melhores posições para a fixação dos sensores de erro estão localizadas próximas aos mancais e, da mesma forma que no caso anterior, deve-se decisivamente evitar a instalação dos sensores de erro próximos à fonte de excitação do rotor. Para esse sistema de controle, o desempenho de cada atuador é praticamente o mesmo.

Para a estratégia de controle utilizando dois atuadores e dois sensores de erro, verifica-se que, de certo modo, quando se analisa o desempenho dentro de toda a faixa de frequência, esse sistema de controle conduz a piores desempenhos quando comparados com os de uma estratégia com um único atuador e dois sensores, uma vez que em algumas faixas de frequência a vibração global é amplificada. Entretanto, esta estratégia é mais eficaz para

atenuar as vibrações de baixas frequências, neste caso até aproximadamente 40 Hz, quando o rotor está na zona de “eixo dependente” e vai para a zona de “mancal dependente”. Os melhores resultados são conseguidos posicionando os sensores de erro mais à extremidade esquerda do rotor, ou seja, mais ao lado onde há uma maior concentração de massa do rotor, quando o rotor se encontra na zona de “eixo dependente”, ou que ambos os sensores sejam instalados mais à uma das extremidades e nunca um sensor em cada extremidade, quando o rotor é do tipo “mancal dependente” ou está classificado na zona de “transição”. Neste caso também existem pares de posições dos sensores de erro que produzem desempenhos muito ruins, e conclui-se que não se deve posicionar um sensor de erro em cada extremidade do rotor, sobretudo próximos aos atuadores.

6.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Alguns tópicos de pesquisa podem ser aprofundados a partir deste trabalho. Como destaque, pode-se enumerar os seguintes:

1. Otimização do processo para determinação dos pontos ótimos para instalação dos sensores de erro;
2. Análise de rotores com um número maior de mancais magnéticos;
3. Análise do desempenho do mancal magnético quando ele opera apenas como atuador em rotores com mancais convencionais de sustentação;
4. Análise do desempenho do controle com a variação da posição da excitação do rotor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLAIRE, P. E. Magnetic bearings. *Handbook of tribology and lubrication*. v. III, Charlottesville, USA, 1993.

BONELLO, P.; BRENNAN, M. J. Modelling the dynamic behaviour of a supercritical rotor on a flexible foundation using the mechanical impedance technique. *Journal of Sound and Vibration*, v. 239, p. 445-466, 2001.

CHEN, H. M.; KU, C. P. R. Virtual balancing of rotors supported by magnetic bearings. *ASME – Rotating Machinery and Vehicle Dynamics*, Miami, USA, DE-Vol.35, p. 65-68, 1991.

CLEMENTS, J. R. *The experimental testing of an active magnetic bearing/rotor system undergoing base excitation*. Master Thesis, Virginia Tech, 2000.

DHAR, D.; BARRET, L. E. Design of magnetic bearings for rotor systems with harmonic excitations. *ASME – Rotating Machinery and Vehicle Dynamics*, DE-Vol. 35, p. 183-190, 1991.

ELLIOTT, S. J.; NELSON, P. A. Multiple point equalization in a room using adaptive digital filters. *Journal Audio Engineering Society*, v. 37(11), p. 899-908, 1989.

ELLIOTT, S. J.; BOUCHER, C.C.; NELSON, P.A. The behavior of a multiple channel active control system. *Institute of Electrical and Electronics Engineers Transaction on Signal Processing*, v. 40, p. 1041-1052, 1992.

ELLIOTT, S. J. Filtered reference and filtered error LMS algorithms for adaptive feedforward control. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 12, p. 769-781, 1998.

FULLER, C. R.; ELLIOTT, S. J.; NELSON, P. A. *Active control of vibration*. Academic Press, London, 1996.

GOLD, B.; RADAR, C. M. *Digital processing of signals*. McGraw-Hill, New York, 1969.

HIGUCHI, T.; OTSUKA, M.; MIZUNO, T. Identification of rotor unbalance and reduction of housing vibration by periodic learning control in magnetic bearings. *Proceedings of the Third International Symposium on Magnetic Bearings*, p. 571-579, Alexandria, USA, 1992.

HOPE, R. W.; KNOSPE, C. R.; MIYAJI, T. Adaptive vibration control of magnetic bearing equipped industrial turbomachinery. *Proceeding of MAG'97 – Industrial Conference and Exhibition on Magnetic Bearing*, p. 251-260, Alexandria, USA, 1997.

HU, Y.; NG, A. Active robust vibration control of flexible structures. *Journal of Sound and Vibration*, v. 288, p. 43-56, 2005.

HUSTAK, J.; KIRK, R. G.; SCHOENECK, K. A. Active magnetic bearings for optimum turbomachinery design. instability in rotating machinery. *NASA Conference Publication*, p. 327-336, 1985.

IAMAISHI, K. Application and performance of magnetic bearing for water turbine and generator. *Proceedings of MAG'97*, p. 25-34, Alexandria, USA, 1997.

JANG, M.; CHEN, C.; TSAO, Y. Sliding mode control for active magnetic bearing system with flexible rotor. *Journal of the Franklin Institute*, v. 342, p. 401-419, 2005.

JOHNSON, M. E.; NASCIMENTO, L. P.; KASARDA, M.; FULLER, C. R. The effect of actuator and sensor placement on the active control of rotor unbalance. *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 125, p. 365-373, 2003.

KASARDA, M. E. F. An overview of active magnetic bearing technology and application *The Shock and Vibration Digest*, v. 32, N.2, p. 91-99, 2000.

KASARDA, M. E. F.; MENDOZA, H.; KIRK, R. G.; WICKS, A. reduction of subsynchronous vibration in a single-disk rotor using an active magnetic damper. *Mechanics Research Communications*, v. 31, p. 689-695, 2004.

KWAKERNAAK, H.; SIVAN, R. *Linear optimal control systems*. Wiley, New York, 1972.

KRAMER, E. *Dynamics of rotors and foundations*. Berlin, 1993.

LYNN, P. A. *An introduction to the analysis and processing of signals*. 2nd ed., Macmillan Press, London, 1982.

LYON, R. H. *Machinery noise and diagnostics*. London, 1990.

MEIROVITCH, L. *Dynamics and control of structures*. John Wiley and Sons, New York, 1990.

NELSON, P. A.; ELLIOTT, S. J. *Active control of sound*. Academic Press, San Diego, 1992.

NELSON, H. D.; McVAUGH, J. M. A Finite rotating shaft element using timoshenko beam theory. *ASME*, 1979.

NEUBERT, V. H. Mechanical impedance: modelling/analysis of structures. *Naval sea systems command*, Code NSEA-55N, 1987.

OPPENHEIM, A. V.; SHAFER, R. W. *Digital signal processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.

PESTEL, E. C.; LECKIE, F. A. *Matrix methods in elastomechanics*. McGraw-Hill, Book Company, 1963.

PIPER, G. E.; WATKINS, J. M.; THORP O. G. Active control of axial-flow fan noise using magnetic bearings. *Journal of Vibration and Control*, v. 11(9), p. 1221-1232, 2005.

RUBIN, S. Mechanical imittance and transmission matrix concepts. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 41, p. 1171-1179, 1967.

SHI, J.; ZMOOD, R.; QIN, L. Synchronous disturbance attenuation in magnetic bearing systems using adaptive compensating signals. *Control Engineering Practice*, v. 12, p. 283-290, 2004.

WANG, D.; HUANG, Y. Modal space vibration control of a beam by using the feedforward and feedback control loops. *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 44, p. 1-19, 2002.

WIDROW, B.; STEARNS, S. D. *Adaptive signals processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.