

ROBERTO KENJI MATSUFUJI

Análise experimental de tensões de flexão em uma viga engastada

Roberto Kenji Matsufuji

Análise experimental de tensões de flexão em uma viga engastada

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientadora: Profa. Msc. Sofia Glyniadakis
Coorientador: Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins

M434a	Matsufuji, Roberto Kenji Análise experimental de tensões de flexão em uma viga engastada / Roberto Kenji Matsufuji - Guaratinguetá, 2023. 54 f : il. Bibliografia: f. 53-54 Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2023. Orientadora: Prof^a. Msc. Sofia Glyniadakis Coorientador: Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins 1. Vigas. 2. Medidores de tensão. 3. Extensômetros. I. Título. CDU 624.072
-------	--

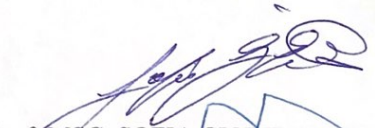
ROBERTO KENJI MATSUFUJI

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM NOME DO CURSO

Prof. Dr. CELSO EDUARDO TUNA
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. MSC. SOFIA GLYNIADAKIS
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. ANGELO CAPORALLI FILHO
UNESP-FEG


Prof. Dr. BRUNO AGOSTINHO HERNANDEZ
UNESP-FEG

Dezembro de 2023

RESUMO

O intuito deste trabalho foi desenvolver um material didático para demonstrar os efeitos que um momento fletor exerce sobre um elemento estrutural e o desenvolvimento de um método de análise experimental, através de um ensaio, para determinar as tensões e deformações reais de flexão em uma viga engastada de alumínio. Utilizando quatro extensômetros de resistência elétrica unidirecionais conectados em ponte completa de Wheatstone e variando a carga e sua distância de aplicação, observou-se que o comportamento da deformação ocorreu de forma linear e diretamente proporcional às variações, conforme a Mecânica dos Materiais aponta. Além disso, ao comparar os resultados experimentais com os cálculos teóricos, foi possível observar a semelhança entre os resultados, validar o método utilizado e levantar possíveis fontes de erros que justifiquem a diferença percentual obtida, na faixa de 18%, como o desalinhamento dos extensômetros, imperfeições da espécime analisado e erros provenientes dos equipamentos de medição de comprimento. Ressalta-se ainda, que este procedimento traz benefícios devido à facilidade de instalação, baixo custo e alta aplicabilidade em situações mais complexas em que não é possível utilizar apenas a teoria para a análise.

PALAVRAS-CHAVE: Viga Engastada; Extensômetros de Resistência Elétrica; Deformação; Flexão Pura; Experimento Didático.

ABSTRACT

The aim of this study is to develop an educational material to demonstrate the effects of a bending moment on a structural element and the development of an experimental analysis method, through a test to determinate the true bending stress and strain in an aluminum cantilever beam. Using four electrical resistance strain gauges in a full Wheatstone bridge arrangement and varying the load and its application distance, it was observed that the strain behavior varied linearly and it is directly proportional to the load variations, as described by Mechanical of Materials. Furthermore, when comparing the experimental results with theoretical calculations, it was possible to observe the similarity between the data to validate the used method, and to identify possible sources of error to justify the obtained percentage difference, within the range of 18%, such as the strain gauges misalignment, imperfections in the analyzed specimen and errors from the length measuring equipment. It is also worth noting that this procedure brings benefits due to its ease installation, low cost and high applicability in more complex situations where relying solely on theory for analysis is not feasible.

KEYWORDS: Cantilever Beam; Electrical Resistance Strain Gauges; Strain; Bending; Educational Experiment.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
1.1	OBJETIVOS	8
1.2	JUSTIFICATIVAS	8
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	9
2.1	VIGAS	9
2.1.1	Classificação das Vigas	9
2.1.2	Flexão	10
2.1.2.1	Deformação.....	11
2.1.2.2	Tensão	13
2.2	EXTENSOMETRIA.....	15
2.2.1	Extensômetros Elétricos de Resistência	16
2.2.1.1	Princípio de Funcionamento	17
2.2.1.2	Fabricação.....	19
2.2.1.2.1	<i>Compensação de Temperatura</i>	<i>22</i>
2.2.1.3	Escolha do Extensômetro	26
2.2.1.4	Método de Preparo da Superfície e Colagem	27
2.2.1.4.1	<i>Materiais dos Adesivos.....</i>	<i>32</i>
2.2.1.5	Ponte de Wheatstone.....	33
2.2.1.5.1	<i>Ligação de Meia Ponte</i>	<i>35</i>
2.2.1.5.2	<i>Ligação de Ponte Completa</i>	<i>38</i>
2.2.1.6	Equipamentos de Leitura	40
3	MATERIAIS E MÉTODOS	41
3.1	MONTAGEM	41
3.2	INSTRUMENTAÇÃO	43
3.3	ENSAIO.....	44
3.3.1	Medição da Dimensão da Viga.....	44
3.3.2	Medição da Deformação.....	46
4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	48
5	CONCLUSÃO.....	54
	REFERÊNCIAS.....	55

1 INTRODUÇÃO

As vigas são elementos mecânicos que suportam esforços aplicados perpendicularmente ao seu eixo longitudinal, e são consideradas um dos elementos mais relevantes para projetos estruturais. Elas possuem uma diversidade de aplicações, podendo citar exemplos como suporte de pisos, tetos e pontes na construção civil, ou sustentação da asa de um avião e de um eixo automobilístico na indústria (HIBBELER, 2009).

A sua utilização aumentou significativamente nas últimas décadas devido a sua aplicabilidade em diferentes estruturas. Da mesma forma que a atenção na execução do projeto e monitoramento dos esforços aplicados também ganhou mais relevância (SOARES, 2011).

Conhecer o estado de tensões em cada ponto da estrutura e as teorias da Mecânica dos Materiais permite prever e explicar o comportamento dos elementos estruturais (SILVA, 2004).

Porém, diante das situações complexas utilizadas para atender os projetos estruturais atuais, nem sempre é possível obter-se o estado de tensão nos pontos críticos da estrutura, tão pouco atender os requisitos necessários para o uso da fundamentação teórica. Assim, se faz necessário o uso da análise experimental das tensões, tanto para a determinação absoluta do estado de tensões, quanto para validar o modelo numérico a ser utilizado na análise (SILVA, 2004; YOUNIS, 2010).

A extensometria elétrica é um dos métodos mais populares atualmente para analisar experimentalmente as tensões nas estruturas, devido ao seu baixo custo, fácil instalação, não danificar a espécime e alta precisão de leitura e aplicabilidade. Existem diversos modelos desenvolvidos para se adequarem a cada situação e requisitos solicitados, garantido a melhor eficácia da medição (DALLY, 1991).

Extensômetros de resistência elétrica são dispositivos capazes de medir deformações ao serem colados na superfície de uma estrutura. As menores variações de dimensão do espécime alteram sua resistência elétrica, e por consequência, a voltagem do circuito em que está inserido. Assim, é possível amplificar e converter este sinal elétrico de saída em uma deformação equivalente na estrutura, com o auxílio de equipamentos de aquisição de dados e *softwares* específicos para a função (ANDOLFATO, 2004).

Deste modo, o presente trabalho consiste em abordar a teoria da Mecânica dos Materiais e da extensometria: coletar e analisar dados reais da deformação de uma viga de alumínio engastada, em função da carga e distância de aplicação, por meio de extensômetros elétricos ligados em ponte completa de Wheatstone, e validar os resultados obtidos experimentalmente com os teóricos.

1.1 OBJETIVOS

Desenvolver um material com enfoque didático, que exemplifique de forma simples os efeitos da flexão em uma viga engastada e o método da análise experimental com extensômetros elétricos, para auxiliar aqueles que buscam estudar sobre o tema, mesmo nos primeiros anos de graduação.

1.2 JUSTIFICATIVAS

O desenvolvimento de dispositivos didáticos em laboratório permite a verificação técnica de teoria analítica exposta em sala de aula. Com isso o dispositivo pretende demonstrar experimentalmente os efeitos de distância e intensidade de aplicação de carga em uma viga engastada, teoria respectiva a disciplina de Resistência dos Materiais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

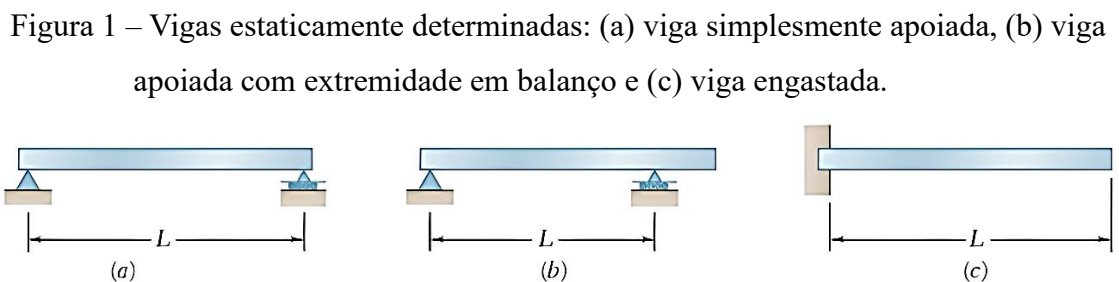
Uma revisão da teoria de Mecânica dos Materiais e de instrumentação mecânica foi necessária para execução do experimento e desenvolvimento deste trabalho.

2.1 VIGAS

Segundo Beer (2012), uma viga é um elemento estrutural, normalmente de barras prismáticas retas e longas, projetada para suportar esforços aplicados em diversos pontos ao longo de sua extensão. No geral, as cargas são perpendiculares ao eixo da viga e produzirão somente esforços de flexão e cisalhamento; quando não formam um ângulo de 90° com a viga, forças axiais também serão produzidas.

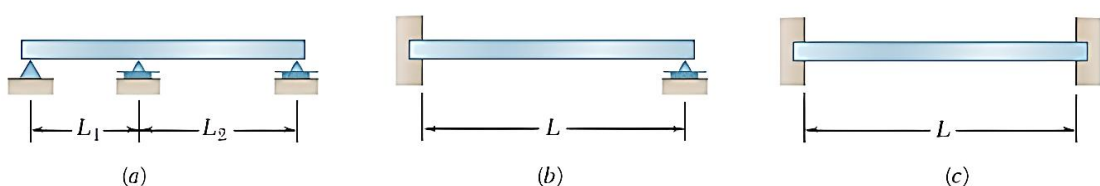
2.1.1 Classificação das Vigas

As vigas normalmente são classificadas de acordo com a forma em que são apoiadas (HIBBELER, 2009). Nas Figuras 1 e 2 são retratados alguns tipos de vigas frequentemente usadas. A distância L entre os pontos de apoio é denominada vão.



Fonte: Beer (2012).

Figura 2 – Vigas estaticamente indeterminadas: (a) viga contínua, (b) viga fixa em uma extremidade e apoiada na outra e (c) viga fixa.



Fonte: Beer (2012).

As forças de reação serão estaticamente determinadas apenas se os apoios envolverem até três incógnitas, que é o número de equações de equilíbrio que podem ser escritas.

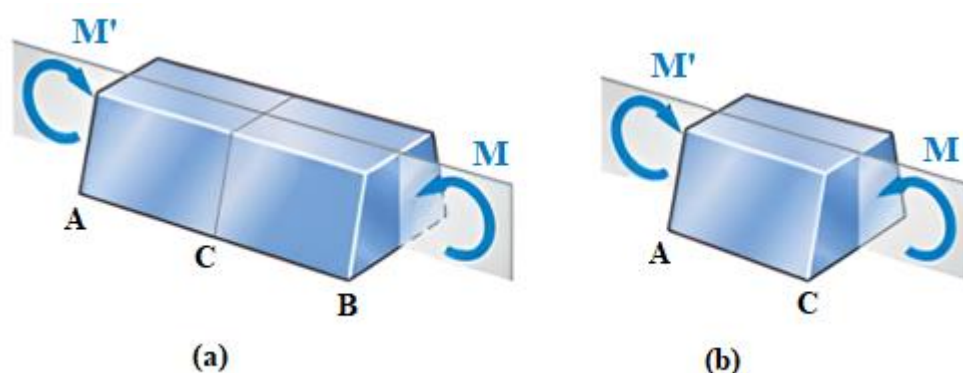
Caso haja mais do que três incógnitas de apoio, as reações são classificadas como estaticamente indeterminadas, ou seja, há mais cargas desconhecidas sobre a viga do que equações de equilíbrio disponíveis para a solução (HIBBELER, 2018). As equações adicionais necessárias para resolver este tipo de problema são obtidas a partir das propriedades mecânicas do corpo, considerando a deformação no ponto de apoio.

2.1.2 Flexão

Forças transversais aplicadas a elementos prismáticos geram esforços de flexão, assim, este conceito é muito importante para o estudo de componentes estruturais como vigas (BEER, 2015).

Supondo que uma barra prismática AB é submetida a momentos M e M' iguais e opostos no plano longitudinal de simetria, como ilustrado na Figura 3a, pode-se dizer que ela está em flexão pura.

Figura 3 – Estado de flexão pura em (a) uma barra AB e em (b) qualquer parte intermediária de AB.



Fonte: Beer (2015).

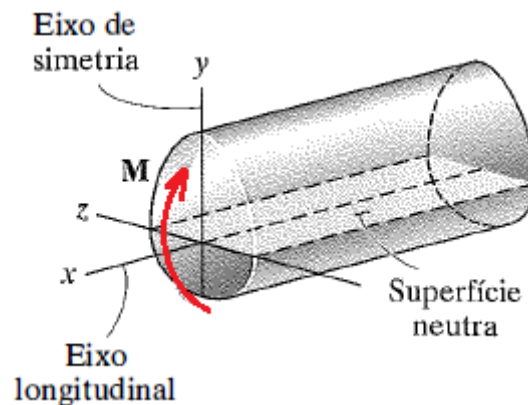
Cortando a barra em algum ponto arbitrário C (Figura 3b), nota-se que os esforços internos da seção são equivalentes ao conjugado M devido às condições de equilíbrio de AC, sendo denominado momento fletor da seção.

Por convenção, o momento fletor M de uma barra flexionada será positivo quando sua concavidade estiver virada para cima (Figura 3a) e negativo quando virada para baixo.

2.1.2.1 Deformação

As premissas que serão feitas a seguir são limitadas apenas para deformações de flexão que ocorrem em uma viga prismática reta, de material homogêneo, área de seção transversal simétrica em relação a um eixo e com um momento fletor aplicado em torno de uma linha central perpendicular a este eixo de simetria, como mostrado na Figura 4. A análise do comportamento de elementos com seções transversais assimétricas ou compostos por diferentes materiais é feita com observações que não serão abordadas neste trabalho.

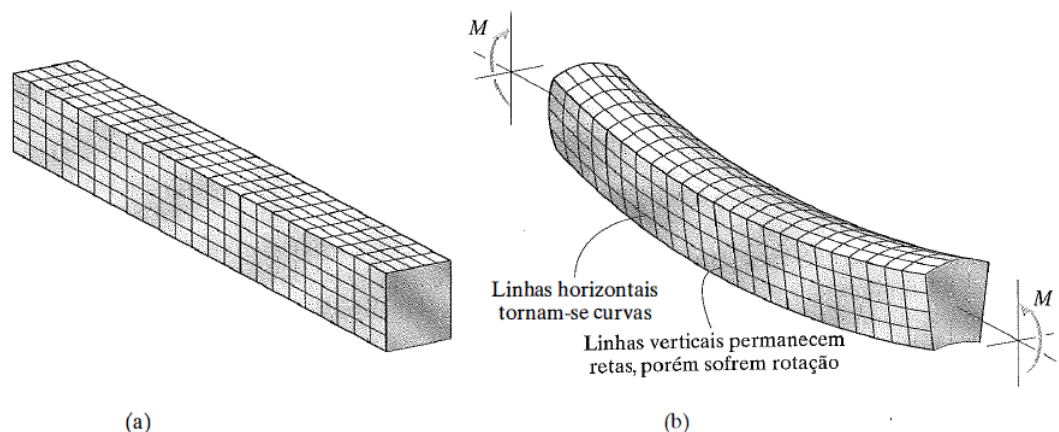
Figura 4 – Viga prismática reta.



Fonte: Hibbeler (2009).

Quando um momento fletor é aplicado em uma barra reta não deformada com seção transversal quadrada e marcada por grades de linhas retas longitudinais e transversais, como ilustrada na Figura 5a, as linhas da grade tendem a se distorcer conforme a Figura 5b.

Figura 5 – Barra (a) antes e (b) depois dos efeitos da flexão.



Fonte: Hibbeler (2009).

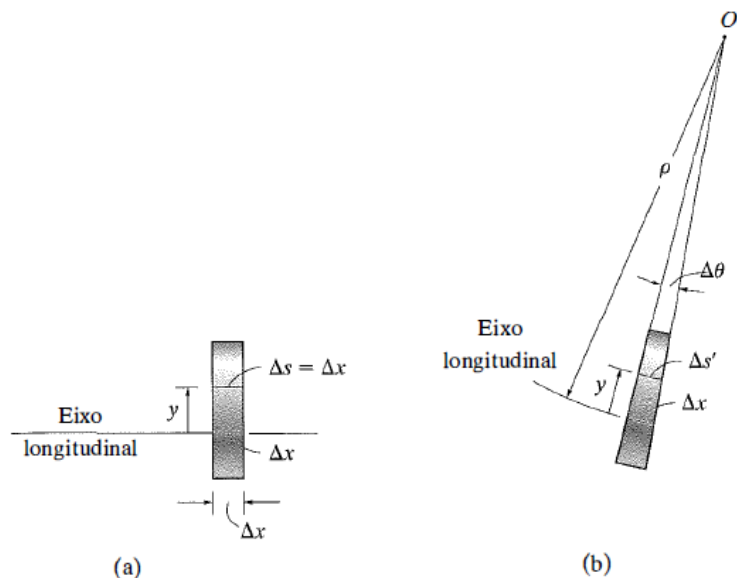
Observa-se que as linhas longitudinais que originalmente eram retas se curvam, enquanto as linhas transversais verticais permanecem retas, porém se rotacionam. Este comportamento devido ao momento fletor provoca uma diminuição do comprimento na parte superior (compressão) e um alongamento na parte inferior (tração). Entre essas duas superfícies existe a superfície neutra (Figura 4), na qual não ocorre alterações de comprimento longitudinal do material.

Conforme Hibbeler (2009), para analisar o modo que a tensão deforma o material serão adotadas três premissas. A primeira é que a superfície neutra e o eixo longitudinal x situado nela não sofrerão nenhuma mudança de comprimento. A segunda é que durante a deformação, todas as seções transversais da barra permanecerão planas e perpendiculares ao eixo longitudinal. E a terceira é que qualquer deformação da seção transversal dentro do seu próprio plano, como observado na Figura 4b, será desprezada. O eixo no qual a seção transversal gira será denominado de eixo neutro z , que se encontra na superfície neutra.

Isolando um segmento da viga com espessura Δx , observa-se que este segmento não altera seu comprimento após a deformação, quando localizado na superfície neutra (Figura 6a). Qualquer segmento de espessura Δs localizado a uma distância arbitrária y acima da linha neutra se comprimirá para $\Delta s'$ durante a flexão (Figura 6b). Deste modo, a deformação normal ε ao longo de Δs pode ser determinada pela Equação 1:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s} \quad (1)$$

Figura 6 - Segmento (a) antes e (b) depois dos efeitos da flexão.



Fonte: Hibbeler (2009).

É possível representar a Equação 1 em termos da localização y do segmento e do raio de curvatura ρ do eixo longitudinal do elemento:

$$\varepsilon = -\frac{y}{\rho} \quad (2)$$

Conclui-se assim que a deformação normal no interior de uma viga varia com a localização y na seção transversal e do raio de curvatura ρ ; sendo negativa para localizações acima do eixo neutro, confirmando a compressão sofrida pela flexão.

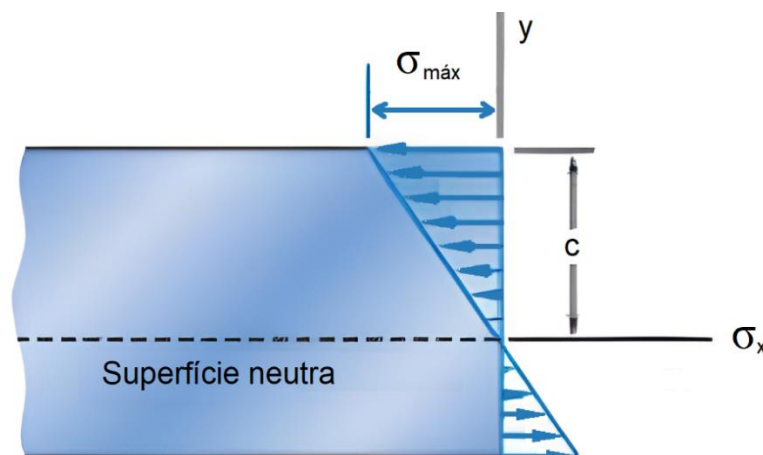
A deformação máxima $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ que ocorre na superfície superior pode ser descrita por ($\varepsilon_{m\acute{a}x} = c/\rho$), sendo c a distância do eixo neutro até a superfície superior. Assim, obtêm-se:

$$\varepsilon = -\frac{y}{c} \varepsilon_{m\acute{a}x} \quad (3)$$

2.1.2.2 Tensão

Para desenvolver uma equação que relacione o momento fletor resultante na seção transversal de uma viga com a distribuição da tensão longitudinal, será necessário considerar que o material se comporte de forma linear elástica, ou seja, as tensões atuantes na viga não excedem a tensão de escoamento σ_E , não ocorrendo deformações plásticas (permanentes). Deste modo, a Lei de Hooke para tensões uniaxiais ($\sigma_x = E\varepsilon_x$) será válida, sendo σ_x a tensão longitudinal no eixo x e E o módulo de elasticidade do material.

Figura 7 – Tensão de flexão variando linearmente com a distância da linha neutra.



Fonte: Beer (2015).

A variação da deformação será consequência da variação da tensão normal. Logo, entende-se que a tensão será nula na superfície neutra e máxima na superfície superior (Figura 7), sendo possível reescrever a Equação 3 em:

$$\sigma_x = -\frac{y}{c} \sigma_{m\acute{a}x} \quad (4)$$

A Equação 4 representa a distribuição da tensão na viga, e de forma análoga à deformação, valores positivos de y resultarão em valores negativos de σ , indicando compressão. Para identificar a posição do eixo neutro, a força resultante proveniente da distribuição da tensão na seção transversal deverá ser nula.

$$\begin{aligned} 0 &= \int_A dF = \int_A \sigma dA = \int_A -\frac{y}{c} \sigma_{m\acute{a}x} dA \\ &= \frac{-\sigma_{m\acute{a}x}}{c} \int_A y dA \end{aligned}$$

Como $\sigma_{m\acute{a}x}/c$ não é nulo, conclui-se que:

$$\int_A y dA = 0 \quad (5)$$

Na Equação 5 é mostrado que o momento estático, ou de primeira ordem, da seção transversal em torno do eixo neutro deve ser nulo. Esta condição será satisfeita se o eixo neutro passar pelo centro geométrico, ou centroide, da seção analisada.

Para determinar a tensão na viga o momento interno resultante M deverá ser igual ao momento produzido pela distribuição de tensão em torno da linha neutra ($dM = y dF$).

$$\begin{aligned} M &= \int_A -y dF = \int_A -y \sigma dA = \int_A -y \frac{-y}{c} \sigma_{m\acute{a}x} dA \\ M &= \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{c} \int_A y^2 dA \end{aligned}$$

Onde a integral representa o momento de inércia I , ou de segunda ordem, da seção transversal em torno do eixo neutro, resultando na forma geral da tensão de flexão:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{Mc}{I} \quad (6)$$

A partir da Equação 4, a tensão de flexão a uma distância intermediária y pode ser determinada por:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I} \quad (7)$$

As equações 6 e 7 são denominadas de fórmulas da flexão em regime elástico, e a tensão normal σ_x de tensão de flexão. Reforçando que valores de $\sigma_x < 0$ são de compressão, acima do eixo neutro ($y > 0$) quando o momento fletor M é positivo; e valores de $\sigma_x > 0$ são de tração, abaixo do eixo neutro ($y < 0$) para M negativo (BEER, 2015).

Nota-se também que a geometria da seção influencia diretamente na tensão de flexão resultante. Assim, para situações em que a viga sofre um momento fletor rigoroso, a escolha do perfil correto é essencial para amenizar os efeitos da flexão.

2.2 EXTENSOMETRIA

A análise e determinação de tensões em estruturas com geometrias ou carregamentos mais complexos utilizando exclusivamente a teoria é limitada. As soluções apresentadas pela Mecânica dos Materiais baseiam-se em uma quantidade significativa de hipóteses restritivas e as equações resultantes podem ser matematicamente complicadas ou impossíveis de serem analisadas, sendo aplicáveis a situações limitadas e mais simples (DALLY, 1991; YOUNIS, 2010).

Assim, uma das soluções para determinar a distribuição real de tensões e deformações em elementos complexos ou quando se desconhece os esforços aplicados é a utilização das análises experimentais utilizando extensômetros.

Extensômetros são dispositivos para medição de deformações de maneira direta ou indireta. O último ocorre a partir da análise de fenômenos físicos relacionados à distribuição de tensões, como por exemplo a variação da frequência de vibração de uma corda metálica

tensionada; a variação da resistência elétrica de um filamento metálico devido às deformações; efeitos ópticos de formação de franjas resultantes do carregamento ou o padrão da difração da luz que passa por um vão (SILVA, 2004).

Historicamente, o desenvolvimento dos extensômetros seguiu diferentes caminhos, baseados em princípios mecânicos, ópticos, elétricos, acústicos ou pneumáticos. De acordo com Dally (1991), nenhum extensômetro, independente do sistema que é baseado, possui todas as propriedades necessárias para ser considerado o mais eficiente. Porém, sua vasta variedade existe para contemplar as amplas e diferentes aplicações de engenharia nas quais envolvem a determinação da tensão e deformação.

Estabilidade na leitura sob os efeitos do tempo, temperatura ou fatores ambientais; escala e precisão das medições; tamanho dos extensômetros; possibilidade de contato do extensômetro com o elemento ou exigência de uma leitura remota; custo do extensômetro e dos equipamentos necessários; e facilidade da instalação e operação são algumas das características comumente utilizadas para determinar qual extensômetro é ideal para cada situação.

Nenhum dos princípios utilizados satisfaz todas as características mencionadas. Sobretudo, para cada aplicação em particular é possível selecionar, após algumas considerações, o sistema mais adequado para a medição a ser feita. É recomendável priorizar as quatro características básicas dos extensômetros: comprimento, sensibilidade, intervalo de tensão e acuracidade da leitura para minimizar possíveis erros (DALLY, 1991).

2.2.1 Extensômetro Elétrico de Resistência

O extensômetro elétrico de resistência é o mais utilizado para as análises experimentais de tensões, pois é o que mais se aproxima de atender os requisitos para ser considerado o extensômetro ideal. Eles também são frequentemente utilizados para medições de deslocamento, torque, pressão e aceleração.

Segundo Silva (2004), o princípio físico do funcionamento deste tipo de extensômetro foi descoberto pelo Lord Kelvin, em 1856, no qual observou que a resistência elétrica de fios de cobre e ferro variava de acordo com a aplicação de tensão sobre eles. Adicionalmente, notou que o fio de ferro teve uma variação maior da resistência em comparação com o fio de cobre, submetidos ao mesmo carregamento. Por fim, utilizou a ponte de Wheatstone para medir a alteração da resistência de forma mais precisa.

Cerca de 80 anos após os experimentos do Lord Kelvin, os extensômetros elétricos de resistência baseados em sua descoberta foram desenvolvidos e disponibilizados

comercialmente, e até hoje este extensômetro é largamente utilizado pela indústria e laboratórios acadêmicos no mundo, sendo uma técnica de medida altamente aperfeiçoada. Resultados precisos da tensão na superfície de um componente podem ser rapidamente obtidos, usando métodos relativamente simples que praticamente não interferem no funcionamento da estrutura, e extensômetros e equipamentos com preços acessíveis (DALLY, 1991, BARRETO, 2000).

2.2.1.1 Princípio de Funcionamento

Ao fixar um filamento linear na superfície de uma estrutura de forma que as deformações se transmitam ao condutor, sua variação de resistência elétrica indica a intensidade da deformação sofrida no ponto de fixação, na mesma direção do condutor (YOUNIS, 2010). A resposta do extensômetro, ou seja, a variação de sua resistência elétrica, pode ser traduzida como um sinal elétrico, que é facilmente tratado com operações de amplificação e processamento digital.

A relação entre deformação e variação da resistência elétrica pode ser obtida através da Segunda Lei de Ohm, onde R é a resistência elétrica de um condutor uniforme, L é o seu comprimento, A é a área de seção transversal e ρ é a resistividade do material:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (8)$$

Derivando a Equação 8 e dividindo o resultado por R , obtêm-se:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A} \quad (9)$$

Considerando o efeito do Coeficiente de Poisson ν sobre a área de seção transversal A têm-se:

$$\frac{dA}{A} = -2\nu \frac{dL}{L} \quad (10)$$

Substituindo a Equação 10 na Equação 9:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L}(1 + 2\nu) \quad (11)$$

Por fim, é possível reescrevê-la a partir a deformação axial do condutor ($\varepsilon = dL/L$):

$$K_G = \frac{dR/R}{\varepsilon} = \frac{d\rho/\rho}{\varepsilon} + 1 + 2\nu \quad (12)$$

Onde K_G é a sensibilidade da liga metálica utilizada no condutor, ou fator do extensômetro; e é definida como a variação de resistência por unidade de resistência inicial, dividida pela deformação. Resultados experimentais mostram que a sensibilidade da maioria das ligas metálicas varia entre 2 e 4, e o intervalo para metais puros é entre -12,1 (níquel) e 6,1 (platina).

Conforme Barreto (2000), se o fator K_G do extensômetro for conhecido, a determinação da deformação axial ε é possível a partir da medição da variação relativa da resistência.

Uma lista com as principais ligas metálicas usadas comercialmente está disposta na Tabela 1, junto com sua composição e sensibilidade K_G . Nota-se que a sensibilidade varia de acordo com a liga e sua composição em particular. Ressalta-se que os valores de K_G listados para cada liga não são necessariamente constantes e podem variar de acordo com o grau de impurezas ou forma de obtenção do material (DALLY, 1991).

Tabela 1 – Sensibilidade de ligas metálicas comumente utilizadas na produção de extensômetros.

Material	Composição (%)	K_G
Constantan (Advance)	45 Ni, 55 Cu	2,1
Nichrome V	80 Ni, 20 Cr	2,2
Isoelastic	36 Ni, 8 Cr, 0,5 Mo, 55,5 Fe	3,6
Karma	74 Ni, 20 Cr, 3 Al, 3 Fe	2,0
Armour D	70 Fe, 20 Cr, 10 Al	2,0
Liga 479	92 Pt, 8 W	4,1

Fonte: Dally (1991).

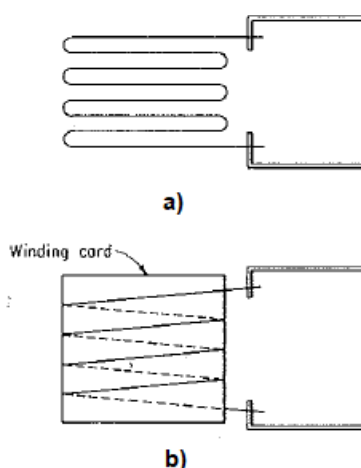
2.2.1.2 Fabricação

Para Dally (1991), é possível medir a deformação utilizando um único filamento como extensômetro, no entanto, os requisitos necessários para identificar variações na resistência, prevenir sobrecarga da fonte de alimentação e minimizar o calor gerado pela corrente estabelecem uma resistência mínima de aproximadamente $100\ \Omega$ para o filamento. Resultando em um extensômetro de cerca de 10 cm de comprimento.

Os primeiros extensômetros de resistência a serem fabricados possuíam um longo condutor retilíneo ligado a suportes de fixação, porém, sua aplicação era limitada devido ao seu tamanho e montagem.

Este problema do comprimento foi solucionado nos meados de 1930, a partir do desenvolvimento de extensômetros com filamentos dobrados em segmentos menores como uma grade, para atingir o comprimento necessário; que poderia ser produzida de forma plana ou em bobina (SILVA, 2004), como ilustrado na Figura 8. A sua fixação na superfície da estrutura era feita com o uso de adesivos, facilitando a montagem. Atualmente, o extensômetro de fio é usado ocasionalmente para situações em que necessitam de um comprimento longo, mas foi majoritariamente substituído pelo de folha metálica.

Figura 8 – Extensômetros de fio com construção de (a) grade plana e (b) tipo bobina.



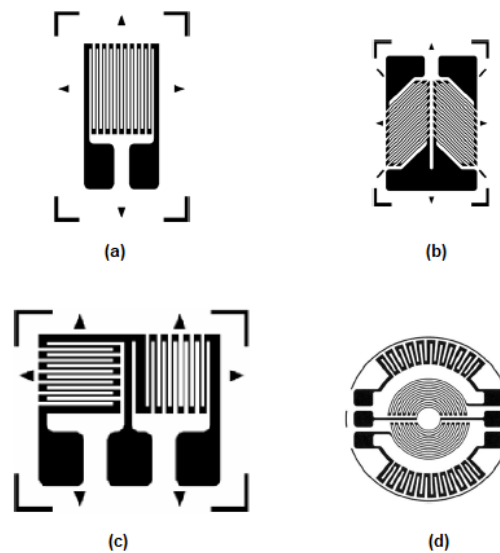
Fonte: Dally (1991).

O extensômetro de lâmina foi concebido na Inglaterra em 1952, no qual a grade é formada por uma fina folha metálica, na ordem de $3\ \mu\text{m}$ a $10\ \mu\text{m}$, através de um processo de máscara fotosensitiva corroída com ácido (BARRETO, 2000). Devido à versatilidade do seu processo de fabricação, foi possível desenvolver uma ampla variedade de tamanhos e formatos

de extensômetros de folha para diversas finalidades, como mostrado nas Figura 9 e 10. Seu comprimento pode variar entre 0,2 mm e 102 mm, e as resistências mais comuns são de 120 Ω e 350 Ω .

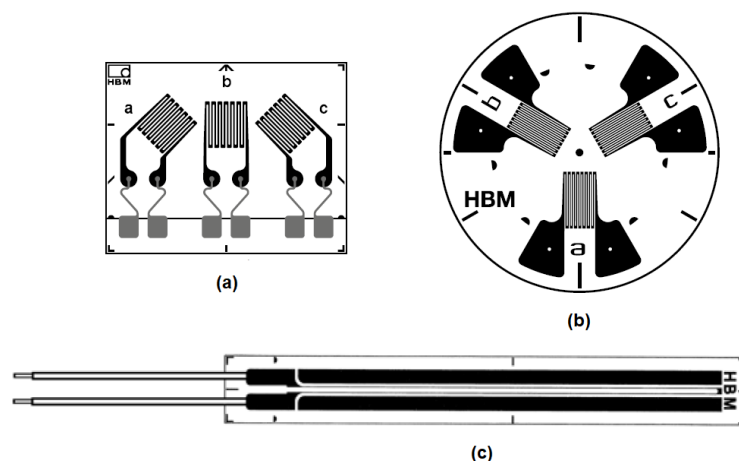
Em comparação com os extensômetro de fio, este apresenta vantagens devido à sua maior área superficial, proporcionando uma colagem melhor, menores tensões no adesivo e maior dissipação de calor e sensibilidade.

Figura 9 - Configurações típicas de extensômetros de lâmina disponíveis no mercado. (a) elemento simples, (b) roseta de dois elementos 45°, (c) roseta de dois elementos 90° e (d) extensômetro diafragma.



Fonte: Zemic (2023).

Figura 10 - Configurações típicas de extensômetros de lâmina disponíveis no mercado. (a) roseta de três elementos 45°, (b) roseta de três elementos 120° e (c) extensômetro de um elemento.

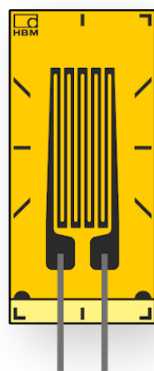


Fonte: HBM (2023).

Extensômetros com mais de um elemento dispostos em direções diferentes, como as rosetas, são utilizados para a determinação do estado biaxial de tensões; de dois elementos quando a direção principal da tensão é conhecida, e de três elementos quando é desconhecida.

A folha de metal é extremamente frágil e fácil de se distorcer ou rasgar. Deste modo, ela é disposta sobre uma base (geralmente uma película de polímero flexível), ilustrada em amarelo na Figura 11, com a finalidade de facilitar o manuseio e colagem, isolar eletricamente e garantir a integridade física da folha metálica. O material deste suporte depende da aplicação específica da medição, no qual pode ser de poliamida, epóxi, fibra de vidro com resina fenólica, poliéster e em casos menos usuais, de papel.

Figura 11 – Extensômetro de lâmina.



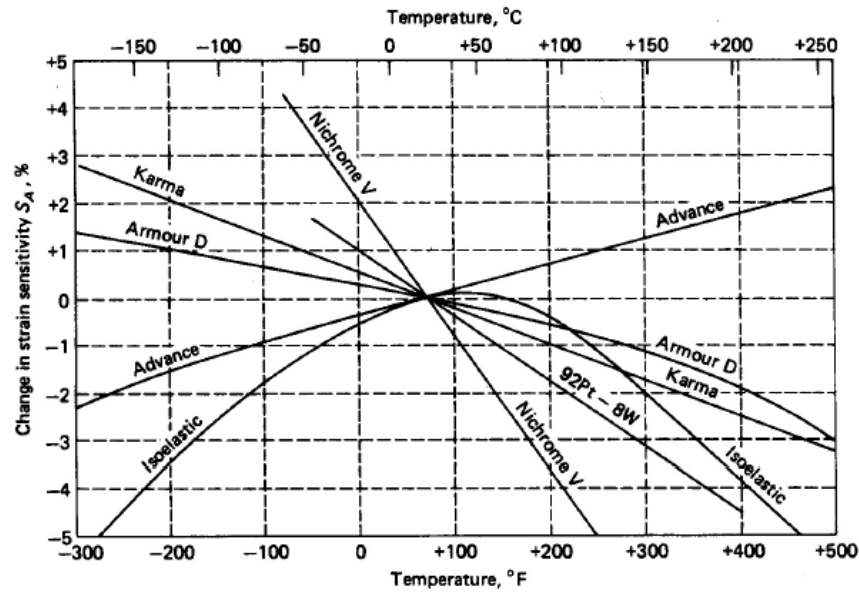
Fonte: HBM (2023).

2.2.1.2.1 *Compensação de Temperatura*

Apesar dos extensômetros de resistência elétrica serem precisos, diversos fatores externos influenciam no seu princípio de funcionamento, a variação da resistência elétrica, podendo assim, resultar em medições incorretas das deformações. O processo de colagem, os fios condutores utilizados na montagem, a umidade, a temperatura, a pressão hidrostática, os limites da deformação e as deformações dinâmicas são alguns parâmetros que afetam a performance do extensômetro.

Para Silva (2004), dentre os fatores citados, um dos mais comuns é a variação de temperatura, que pode causar quatro efeitos impactantes na leitura da deformação. O primeiro é a variação da sensibilidade K_G (S_A na literatura original) da liga metálica utilizada na grade, como é ilustrado na Figura 12.

Figura 12 – Variação percentual da sensibilidade de diversas ligas em função da temperatura.



Fonte: Dally (1991).

O segundo é o alongamento ou contração do material das lâminas do extensômetro devido à dilatação térmica, expresso por:

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta T \quad (13)$$

Onde α é o coeficiente de expansão térmica do material da lâmina do extensômetro, ΔT a variação de temperatura, L o comprimento de referência e ΔL a variação incremental do comprimento de referência.

O terceiro é o alongamento ou contração do material da estrutura na qual o extensômetro está colado, dado por:

$$\frac{\Delta L}{L} = \beta \Delta T \quad (14)$$

Onde β é o coeficiente de expansão térmica do material da estrutura.

O quarto é a variação da resistência elétrica do extensômetro devido à alteração da resistividade do material condutor:

$$\frac{\Delta R}{R} = \gamma \Delta T \quad (15)$$

Onde γ é o coeficiente de temperatura da resistividade do material da lâmina.

A combinação destes efeitos resultam em uma variação da resistência induzida pela temperatura $(\Delta R/R)_{\Delta T}$, que pode ser expressa como:

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\Delta T} = (\beta - \alpha)K_G \Delta T + \gamma \Delta T \quad (16)$$

Assim, é possível escrever a deformação aparente do extensômetro substituindo a Equação 16 na Equação 12:

$$\varepsilon_{aparente} = \frac{1}{K_G} \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\Delta T} \quad (17)$$

Nos casos dos coeficientes de expansão de ambos, extensômetro e estrutura, serem iguais ($\alpha=\beta$), e o coeficiente da resistividade γ ser mantido nulo, a variação da resistência devido à temperatura desaparece, conforme a Equação 16. Sobretudo, se γ não for nulo, o extensômetro irá registrar uma deformação aparente que não existe de fato no espécime.

Outra forma de compensar os efeitos da temperatura, caso os coeficientes de expansão dos materiais sejam diferentes, é o coeficiente γ cancelar os efeitos dos coeficientes α e β , em algumas situações específicas. Esta premissa pode ser justificada considerando $(\Delta R/R)_{\Delta T} = 0$ na Equação 16:

$$\gamma = -K_G(\beta - \alpha) \quad (18)$$

Os valores de α e γ do extensômetro são bastante sensíveis a composição da sua liga metálica, suas impurezas e o seu modo de fabricação. Assim, os fabricantes dos extensômetros conseguem variar e determinar tais características durante o processo de produção, resultando

em uma seleção de extensômetros adequados para praticamente todos os materiais usados nas estruturas.

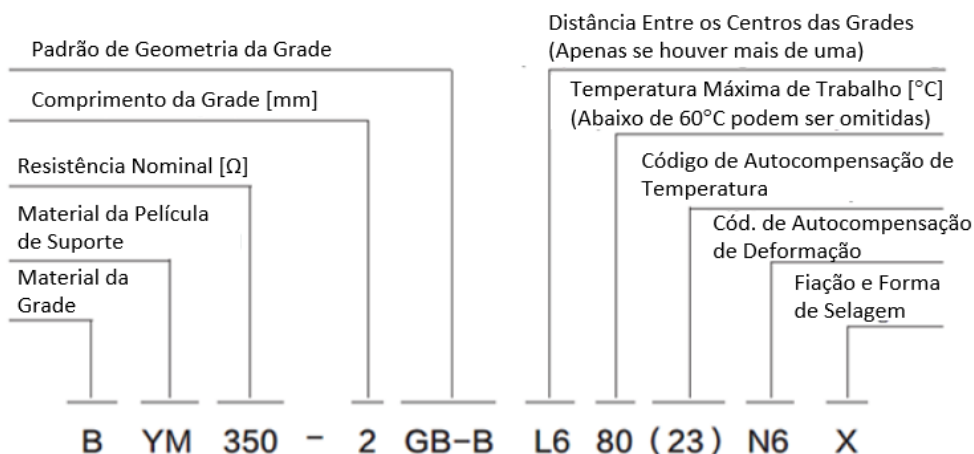
Este processo é chamado de autocompensação de temperatura e está comercialmente disponível, sendo identificado por códigos nos catálogos, como retratado na Tabela 2. Cada fabricante adota um sistema de identificação diferente para seus produtos, porém possuem certas semelhanças entre si, ilustrado na Figura 13 do catálogo da Zemic (2023).

Tabela 2 – Coeficientes de expansão β disponíveis para dois extensômetros autocompensadores de temperatura.

Material do ensaio	Coeficiente de expansão térmica	Nº de auto-compensação de temperatura	
	$10^{-6}/^{\circ}\text{C}$	Constantan	Karma
Quartzo	0,5	00	00
Alumina	5,4	03	03
Zircônio	5,6		
Vidro	9,0	05	05
Titânio	9,4		
Ferro fundido	10,4	06	06
Aço carbono	11,9		
Aço inox	16,7	09	09
Cobre	17,6		
Bronze	18,2		
Latão	20,5	13	13
Alumínio	22,5		
Magnésio	25,9	15	15
Poliestireno	72	40	
Epóxi	90	50	
Resina acrílica	180		

Fonte: Dally (1991).

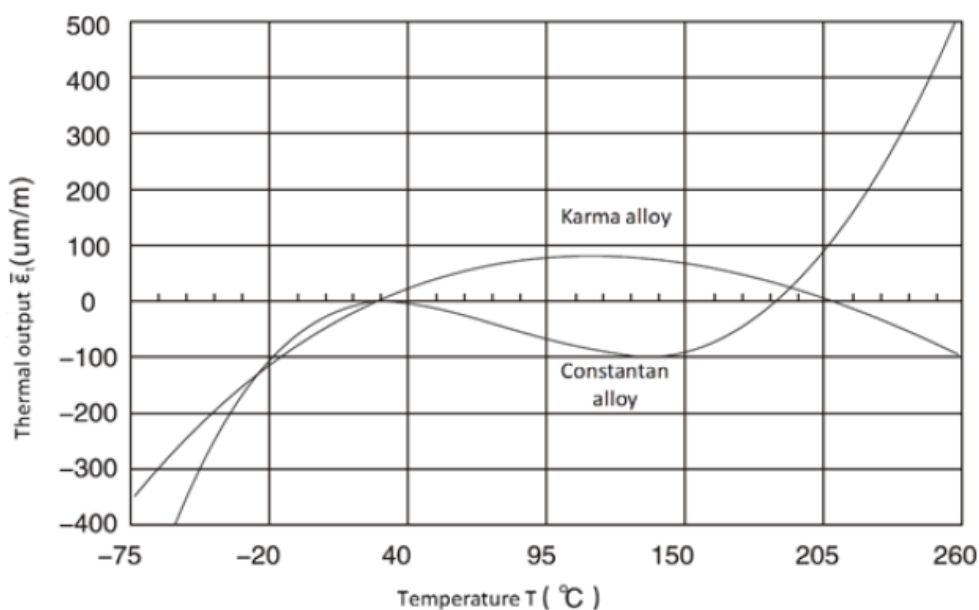
Figura 13 – Sistema de especificação dos extensômetros.



Fonte: Zemic (2023).

No entanto, a autocompensação de temperatura abrange apenas um intervalo de temperatura devido à não linearidade de ambos os coeficientes, o de expansão e o de resistividade. A Figura 14 é uma curva típica da deformação aparente induzida pela temperatura, para duas ligas metálicas comuns na fabricação de extensômetros autocompensadores, empregadas em um espécime com o coeficiente de expansão compatível.

Figura 14 –Curva da deformação aparente induzida pela temperatura.



Fonte: Zemic (2023).

Os resultados mostram que erros induzidos por pequenas variações de temperatura na faixa dos 30 $^{\circ}\text{C}$ são praticamente irrelevantes. O intervalo de uso destas ligas é aproximadamente entre -20 $^{\circ}\text{C}$ até +200 $^{\circ}\text{C}$; fora deste intervalo a deformação aparente é significativa.

2.2.1.3 Escolha do Extensômetro

Atualmente, existem diversos modelos de extensômetros disponíveis comercialmente, variando em sua geometria, dimensão, resistência elétrica, composição da liga metálica da grade e material da base; com cada combinação sendo melhor aplicável para uma determinada situação.

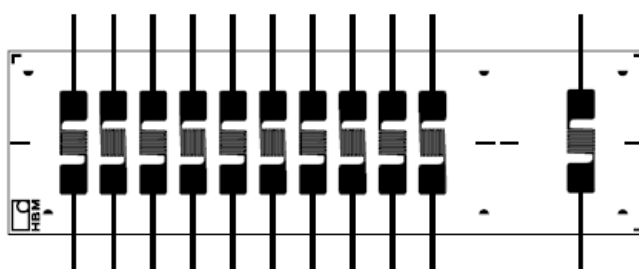
A seleção correta do extensômetro se dará por meio da satisfação de alguns requisitos necessários para sua montagem de acordo com cada situação. Naturalmente, pode haver algumas limitações e nenhum extensômetro disponível comercialmente atender todos os

requisitos, assim, a escolha deverá ser feita com base no extensômetro que os melhores satisfaçam (DALY, 1991).

O catálogo da HBM (2023) traz alguns parâmetros para facilitar a seleção de seus extensômetros. O primeiro é relacionado ao estado de tensão que o espécime está submetido, que determinará a geometria das grades do extensômetro. Se o estado de tensão for uniaxial, o extensômetro escolhido deverá ser linear de um único elemento (Figura 9a); se for um estado de tensão biaxial e a direção principal da tensão for conhecida, será uma roseta com dois elementos (Figura 9c); e caso a direção da tensão principal for desconhecida no estado biaxial, a escolha será uma roseta de três elementos (Figura 10a).

O segundo parâmetro considera o espaço disponível para a montagem e a homogeneidade do campo de tensão no espécime, determinando a dimensão do extensômetro. Se houver restrição espacial, a dimensão do extensômetro será baseada pela disponibilidade no espécime; se não houver restrição espacial e o campo de tensão for homogêneo, a grade do extensômetro deverá ter 3mm ou 6mm; se não houver restrição espacial, o campo de tensão não for homogêneo e deseja-se medir o seu gradiente, será utilizada uma cadeia de extensômetros (Figura 15); se não houver restrição espacial e o campo de tensão não for homogêneo, será utilizado um extensômetro com grades de cinco vezes o comprimento da não homogeneidade; e para as situações idênticas à anterior, porém deseja-se medir deformações locais, deverá utilizar-se grades curtas.

Figura 15 – Extensômetros em cadeia.



Fonte: HBM (2023).

O terceiro parâmetro é a temperatura de operação no qual o espécime estará submetido durante a leitura, que determinará qual série de extensômetros que a HBM possui em seus catálogos será a recomendável.

Por fim, a seleção é feita com a compatibilidade do material do espécime com os extensômetros autocompensadores de temperatura disponíveis.

2.2.1.4 Método de Preparo da Superfície e Colagem

Para que a leitura do extensômetro seja precisa, é necessário que ele seja fixado na estrutura por meio de um adesivo apropriado, que terá a função essencial de transmitir a deformação sofrida no elemento para a lâmina ou filamento do extensômetro, sem distorções. O adesivo também deverá suportar as condições de temperatura e humidade nas quais a peça estará sujeita.

Para se realizar uma boa colagem, é importante preparar a superfície da peça cuidadosamente no local a aplicação. Existe um método diferente para cada tipo de cola, conforme especificado no catálogo da Micro Measurements (2010). Porém, a preparação e colagem pode ser resumida de modo generalizado (BARRETO, 2000; ANDOLFATO, 2004), em:

- Lixar a superfície do local para remover completamente qualquer tinta, ferrugem, saliências ou matérias estranhas, e obter uma superfície lisa, mas não totalmente polida;
- Utilizar solventes inertes ao material da peça para remover quaisquer traços de óleos, graxas, poeiras ou agentes prejudiciais à colagem (Figura 16);

Figura 16 –Aplicação do solvente.

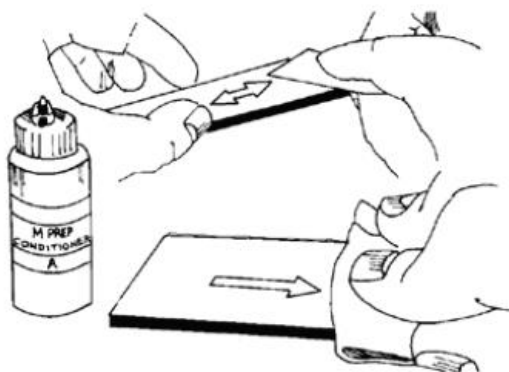


Fonte: Micro Measurements (2020).

- Marcar os traços de orientação da colagem com uma ponta metálica e auxílio de réguas ou transferidores (jamais usar grafite, pois é um material lubrificante);
- Realizar uma segunda limpeza com o solvente para remover os resíduos da etapa anterior, e repetir este processo até que a gaze ou algodão utilizado esteja limpo;

- Preparar a superfície utilizando um composto ácido (denominado “condicionador”) para remover pequenas oxidações superficiais e melhorar as condições de aderência da cola (Figura 17);

Figura 17 –Aplicação do condicionador.



Fonte: Micro Measurements (2020).

- Neutralizar a acidez do condicionador com uma solução básica (denominada “neutralizado”) (Figura 18);

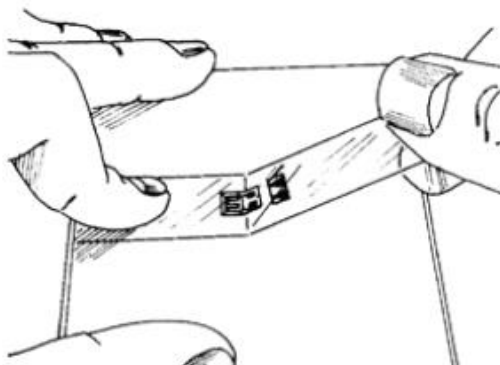
Figura 18 –Aplicação do neutralizador.



Fonte: Micro Measurements (2020).

- Com o auxílio de pinças, sem encostar os dedos no extensômetro, prendê-lo em uma fita adesiva para facilitar o manuseio (Figura 19);

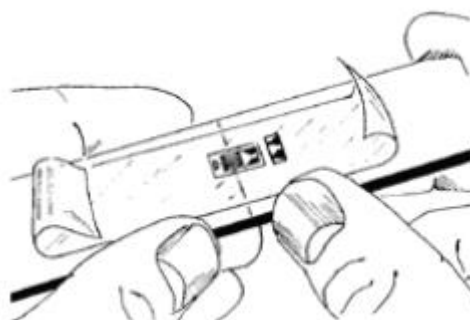
Figura 19 – Fixação na fita adesiva.



Fonte: Micro Measurements (2020).

- Posicionar o extensômetro nas marcações de colagem (Figura 20);

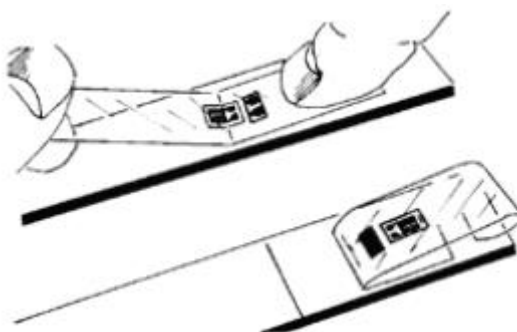
Figura 20 –Posicionamento na marcação.



Fonte: Micro Measurements (2020).

- Levantar parcialmente a fita de forma que exponha a área de colagem (Figura 21);

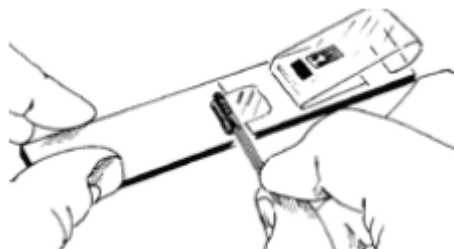
Figura 21 –Exposição da área de colagem.



Fonte: Micro Measurements (2020).

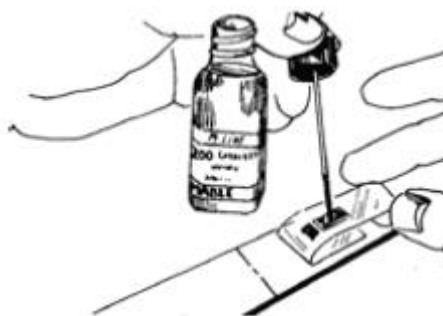
- Aplicar uma camada fina de cola no local (Figura 22) ou na base inferior do extensômetro (Figura 23), de acordo com as especificações do fabricante para o produto;

Figura 22 –Aplicação da cola na peça.



Fonte: Micro Measurements (2020).

Figura 23 –Aplicação da cola no extensômetro.



Fonte: Micro Measurements (2020).

- Reposicionar o extensômetro sobre a cola, verificando se está na orientação correta (Figura 24);

Figura 24 –Aplicação do extensômetro na área de colagem.

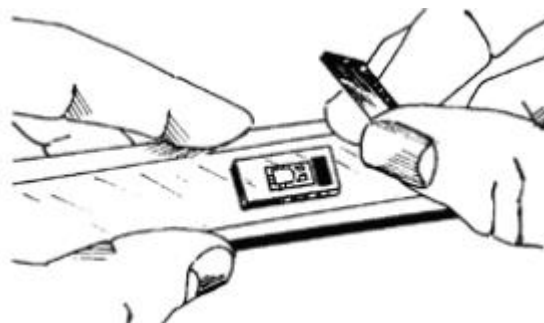


Fonte: Micro Measurements (2020).

- Após a colagem, o adesivo precisa ser exposto a uma combinação de pressão e temperatura por um período, todos especificados pelo fabricante, para ser curado.

Assim, deve-se colocar uma manta antiaderente a cola e resistente às temperaturas necessárias (de teflon, por exemplo) para isolar e espalhar o adesivo; uma almofada de borracha ou silicone para homogeneizar a distribuição de pressão aplicada e não danificar o extensômetro; e uma placa de aço ou alumínio (Figura 25);

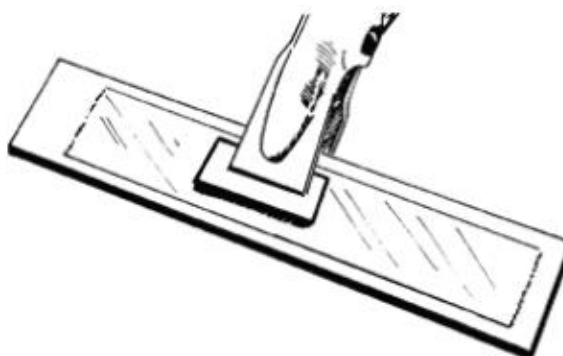
Figura 25 –Aplicação do homogeneizador de tensão.



Fonte: Micro Measurements (2020).

- Prender o conjunto com fita adesiva para evitar que se movimentem durante a colagem;
- Utilizar algum dispositivo, como elásticos ou grampos de mola, para aplicar a pressão (Figura 26);

Figura 26 –Aplicação do grampo.



Fonte: Micro Measurements (2020).

- Manter a peça na temperatura e período especificado pelo fabricante da cola; e
- Retirar todo o material usado na aplicação de pressão e realizar a pós cura instruída pelo fabricante (caso houver).

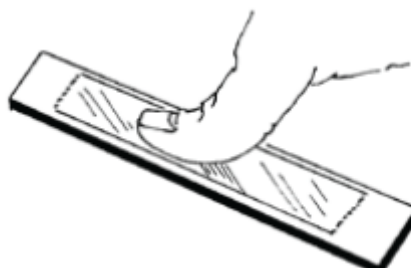
2.2.1.4.1 *Materiais dos Adesivos*

Existe uma ampla variedade de adesivos disponíveis no mercado para a colagem de extensômetros. A seleção deve considerar fatores como o material da base do extensômetro, temperatura de operação e de cura, e deformação máxima a ser medida (DALLY, 1991).

O epóxi apresenta uma força de colagem e deformação admissível alta se comparado com outros materiais; são compatíveis com praticamente todos os tipos de extensômetros e possuem uma larga faixa de temperatura de operação. Normalmente é constituído de dois componentes, a base de resina epóxi e o agente endurecedor, que quando misturados induzem a polimerização. Agentes compostos por amina produzem uma reação exotérmica que libera calor suficiente para realizar a cura à temperatura ambiente ou relativamente baixas. Já agentes compostos por anidrido precisam de temperaturas elevadas para a cura. Em relação ao tempo de cura, pode variar entre 2 até 16 horas, dependendo do agente endurecedor e temperatura. (SILVA, 2004).

O cianocrilato é comumente utilizado como adesivo na extensometria e ideal para usos em geral devido à sua facilidade e rapidez de aplicação. Após a aplicação de uma camada fina da cola, é preciso exercer uma leve pressão por apenas um ou dois minutos, como ilustrado na Figura 27, sem o uso do homogeneizador de tensão e grampos, como descrito acima. A cura dura alguns minutos em temperatura ambiente e não há necessidade de nenhuma aplicação de calor ou agente catalizador para induzir a polimerização. Sobretudo, sua durabilidade é relativamente baixa devido à absorção da umidade do ar ou exposição a temperaturas elevadas, e não deve ser utilizado em situações que exigem longos prazos para o sistema de medição. É possível utilizar ceras, borrachas de silicone ou poliuretano para revestir e proteger o sistema, aumentando sua vida útil (DALLY, 1991).

Figura 27 –Aplicação.



Fonte: Micro Measurements (2020).

O adesivo de poliéster possui uma alta resistência ao cisalhamento, porém sua força de colagem é baixa e é menos resistente a solventes. A polimerização ocorre em temperaturas baixas de resfriamento, por volta de 5°C.

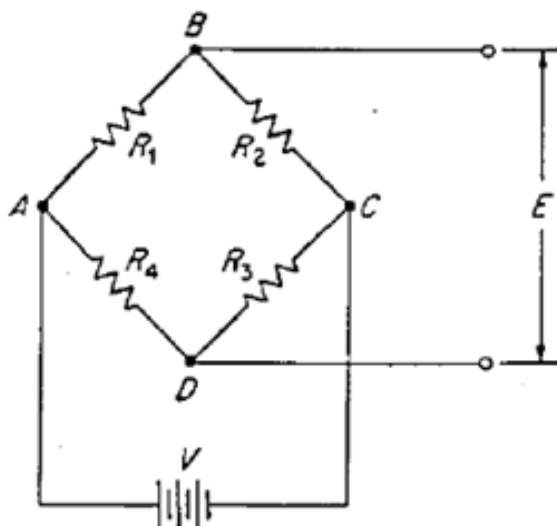
A nitrocelulose é uma cola solúvel na qual a cura ocorre por meio da evaporação do solvente em temperatura ambiente. É usada na montagem de extensômetros com a base fabricada em papel. Similarmente ao adesivo de cianocrilato, humidade e temperaturas elevadas prejudicam o funcionamento deste sistema, que deve ser revestido.

2.2.1.5 Ponte de Wheatstone

Para utilizar extensômetros de resistência elétrica nas análises experimentais, a variação $\Delta R/R$ precisa ser medida e posteriormente convertida na deformação produzida. O circuito potenciômetro e a ponte de Wheatstone são os métodos usualmente utilizados para converter a variação de resistência elétrica em um sinal de saída em termos de tensão (ΔE), que pode ser lido e traduzido com os equipamentos adequados (DALLY, 1991).

A ponte de Wheatstone consegue medir deformações estáticas e dinâmicas, e é basicamente constituída por quatro resistências R_1 , R_2 , R_3 e R_4 , alimentados por uma fonte de tensão constante V , conforme representada na Figura 28.

Figura 28 –Circuito em ponte de Wheatstone.



Fonte: Dally (1991).

A diferença de potencial entre os pontos A e B é denominada V_{AB} e expressa por:

$$V_{AB} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V \quad (19)$$

Similarmente, a diferença de potencial V_{AD} entre os pontos A e D é dada por:

$$V_{AD} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V \quad (20)$$

A tensão de saída E pode ser obtida com:

$$E = V_{BD} = V_{AB} - V_{AD} \quad (21)$$

Reescrita e simplificada com as equações 19 e 20 obtendo:

$$E = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V \quad (22)$$

A tensão de saída E será nula quando:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \quad (23)$$

Esta condição apresentada é denominada a ponte balanceada, e qualquer desequilíbrio provocado pelas menores variações de resistência será identificado com a leitura de ΔE a partir do zero relativo.

Considerando a ponte inicialmente balanceada ($E=0$) sujeita a variações incrementais ΔR_1 , ΔR_2 , ΔR_3 e ΔR_4 das resistências, a variação da tensão de saída ΔE gerada é expressa de forma simplificada por:

$$\Delta E = V \frac{r}{(1 + r)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (24)$$

Onde ($r = R_2/R_1$). Ressalta-se que a Equação 24 é multiplicada por um termo de não linearidade ($1-\eta$), porém pode ser desconsiderado devido ao seu baixo valor, que resulta em uma diferença percentual menor que 5%.

Supondo que as quatro resistências possuam o mesmo valor e considerando a Equação 12, a Equação 24 pode ser reescrita como:

$$\Delta E = \frac{V K_G}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (25)$$

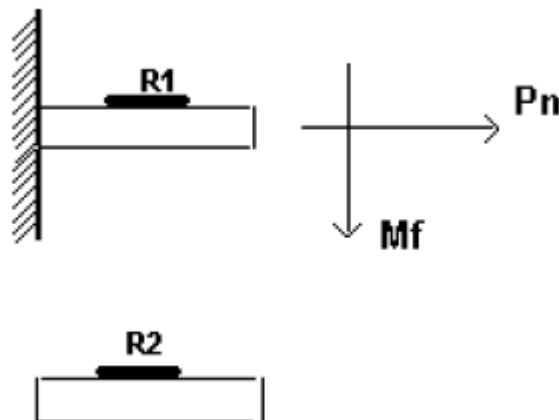
2.2.1.5.1 *Ligação de Meia Ponte*

Existem alguns tipos diferentes de montagem para o circuito dos extensômetros, mas o uso de ligações em 1/2 ponte e ponte completa são os mais usuais devido aos seus efeitos de compensação de temperatura (BARRETO, 2000).

A ligação em 1/2 ponte pode ser realizada de duas maneiras, com um extensômetro ativo e outro compensador, ou com dois ativos. O primeiro consiste em um extensômetro R_1 colado na superfície do espécime a ser analisado, e um extensômetro R_2 colado em uma superfície de mesmo material ao espécime, sujeito às mesmas variações de temperatura, porém sem sofrer esforços mecânicos.

Supõe-se que a montagem será feita em uma viga engastada sujeita a esforços de flexão M_f e axiais P_n , conforme ilustrado na Figura 29.

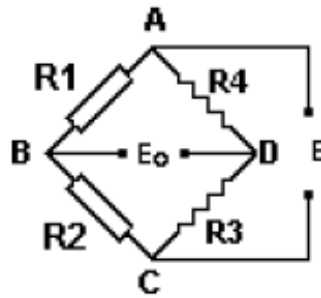
Figura 29 – Disposição dos extensômetros.



Fonte: Barreto (2000).

Considerando que os dois extensômetros são idênticos, com mesma resistência elétrica e material de composição, será formada uma ponte de Wheatstone com outras duas resistências fixas R_3 e R_4 de mesmo valor que os extensômetros.

Figura 30 –Circuito em 1/2 ponte, com R_1 ativo.



Fonte: Barreto (2000).

Como R_1 e R_2 estão sujeitos a mesma temperatura, e R_2 , R_3 e R_4 não são solicitados pelos esforços, as deformações em cada resistor podem ser escritas na Equação 25 como:

$$\Delta E = \frac{V K_G}{4} [(\varepsilon_f + \varepsilon_n + \varepsilon_T) - (\varepsilon_T) + (0) - (0)] \quad (26)$$

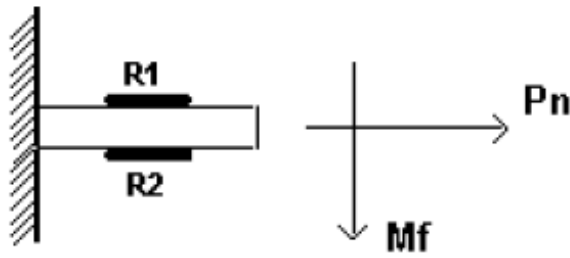
Onde ε_f é a deformação causada pelo momento fletor, ε_n a deformação causada pelo carregamento normal e ε_T a deformação causada pela variação de temperatura. Simplificando obtêm-se:

$$\Delta E = \frac{V K_G}{4} (\varepsilon_f + \varepsilon_n) \quad (27)$$

Verificando assim, a compensação da temperatura neste tipo de ligação.

Para o segundo tipo de montagem, com dois extensômetros ativos, R_1 e R_2 serão colados em superfícies opostas do espécime sujeito aos esforços, como mostrado na Figura 31. A montagem da ponte e os carregamentos serão idênticos ao do exemplo considerado anteriormente.

Figura 31 – Disposição dos extensômetros.



Fonte: Barreto (2000).

Agora, como R_2 também está sujeito aos carregamentos, a Equação 25 pode ser reescrita com os seguintes valores de deformações:

$$\Delta E = \frac{V K_G}{4} [(\varepsilon_f + \varepsilon_n + \varepsilon_T) - (-\varepsilon_f + \varepsilon_n + \varepsilon_T) + (0) - (0)] \quad (28)$$

Simplificando:

$$\Delta E = \frac{V K_G}{4} 2\varepsilon_f \quad (29)$$

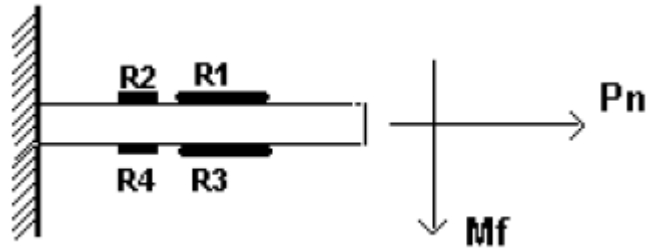
Nota-se que a sensibilidade à flexão é dobrada se comparada com o exemplo anterior, em contrapartida, os efeitos de temperatura e esforços normais são cancelados.

2.2.1.5.2 *Ligação de Ponte Completa*

A ligação em ponte completa utiliza quatro extensômetros ativos, dois em cada superfície do espécime, que podem variar em sua direção. Novamente, é considerado que todos os extensômetros são idênticos.

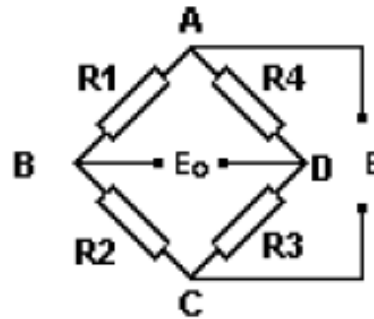
O primeiro exemplo é a montagem dos extensômetros dispostos com um ângulo de 90° entre si em cada lado da viga engastada (Figura 32), ligados na ponte de Wheatstone (Figura 33).

Figura 32 – Disposição dos extensômetros.



Fonte: Barreto (2000).

Figura 33 –Circuito em ponte completa.



Fonte: Barreto (2000).

Os extensômetros R_1 e R_3 estão no sentido axial da viga, enquanto R_2 e R_4 estão no sentido transversal; e todos estão sujeitos aos mesmos carregamentos e variações de temperatura, podendo escrever a tensão de saída em função das suas deformações como:

$$\Delta E = \frac{V K_G}{4} \{ [\varepsilon_f + \varepsilon_n + \varepsilon_T] - [-\nu(\varepsilon_f + \varepsilon_n) + \varepsilon_T] + [-\varepsilon_f + \varepsilon_n + \varepsilon_T] - [-\nu(-\varepsilon_f + \varepsilon_n) + \varepsilon_T] \} \quad (30)$$

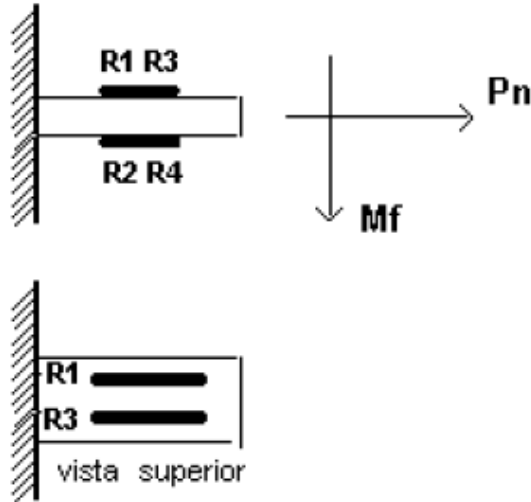
Resultando em:

$$\Delta E = \frac{V K_G}{4} 2\varepsilon_n(1 + \nu) \quad (31)$$

Os efeitos da temperatura e flexão são eliminados, e ocorre uma sensibilidade máxima para carregamentos axiais. Assim, esta montagem é ideal para análises envolvendo medições de deformações provenientes de tração ou compressão em colunas e barras.

No segundo exemplo de ponte completa todos os extensômetros estão na direção axial da viga (Figura 34) e ligados na ponte de Wheatstone (Figura 33).

Figura 34 – Disposição dos extensômetros.



Fonte: Barreto (2000).

Similarmente ao primeiro exemplo, todos extensômetros estão sujeitos aos mesmos carregamentos e temperatura, podendo expressar a tensão de saída como:

$$\Delta E = \frac{V K_G}{4} [(\varepsilon_f + \varepsilon_n + \varepsilon_T) - (-\varepsilon_f + \varepsilon_n + \varepsilon_T) + (\varepsilon_f + \varepsilon_n + \varepsilon_T) - (-\varepsilon_f + \varepsilon_n + \varepsilon_T)] \quad (32)$$

Simplificando, obtêm-se:

$$\Delta E = \frac{V K_G}{4} 4\varepsilon_f \quad (33)$$

Esta ligação elimina os efeitos da temperatura e dos esforços axiais, resultando em uma alta sensibilidade para deformações provenientes da flexão.

2.2.1.6 Equipamentos para Leitura

De acordo com Silva (2004), as tensões de saída ΔE dos circuitos são muito baixas, normalmente em uma faixa inferior a $10 \mu V/\mu \varepsilon$, assim, o sinal necessita ser amplificado. Em

seguida, ele é manipulado de forma analógica ou digital com o uso de *hardwares* ou *softwares*, respectivamente, para poder representar a deformação medida, e então ser lido e registrado.

Existe uma ampla variedade de equipamentos modernos para a leitura, aquisição e tratamento de dados a serem utilizados na análise experimental com extensômetros (ANDOLFATO, 2004).

O sistema de aquisição de dados QuantumX da HBM (2023) possui diversos dispositivos em seu catálogo para a função, com soluções flexíveis enfatizando a universalidade, precisão, quantidade de canais ou tensão.

Por exemplo, o modelo MX1615B é um único dispositivo para amplificação e aquisição de dados com 16 canais compatíveis com 1/2 ponte e ponte completa, com fácil instalação e utilização. Ele precisa ser conectado a um computador, e com o uso do *software* catman ou EVIDAS para processar e tratar os dados, é possível visualizar e analisar as medidas das deformações experimentais, bem como exportar os resultados para Excel, MATLAB ou bancos de dados na nuvem.

Figura 35 – Amplificador modelo MX1615B.



Fonte: HBM (2023).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

O ensaio que será descrito a seguir foi realizado no laboratório de estruturas do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá (FEG – UNESP).

3.1 MONTAGEM

O experimento consistiu em leituras de deformações em uma viga de alumínio engastada, com uma variação de carga em três pontos diferentes, a partir do uso de quatro extensômetros ligados em ponte completa, como ilustrado na Figura 33.

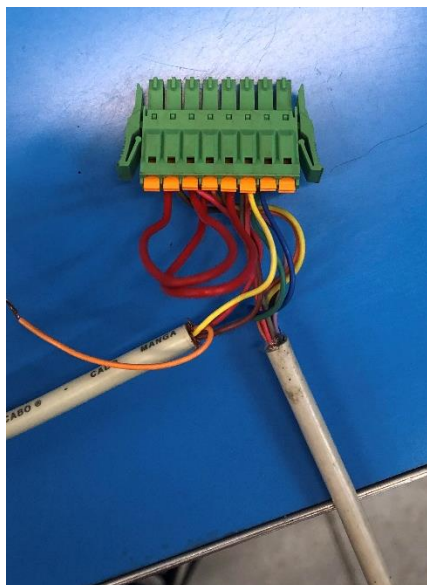
A configuração da estrutura analisada pode ser observada na Figura 36, onde há uma viga prismática de seção transversal retangular simétrica com três furos em distâncias distintas; um suporte para os pesos que aplicarão as cargas; e dois extensômetros em cada superfície do lado engastado da viga, todos dispostos na direção axial conforme a Figura 34, que estão soldados a uma fiação com um conector do equipamento de aquisição de dados (Figura 37) na outra ponta.

Figura 36 – Estrutura utilizada no ensaio.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 37 – Conector do equipamento de aquisição de dados.



Fonte: Produção do próprio autor.

Conforme o objetivo deste dispositivo de desenvolver um material didático, a seção transversal da viga foi escolhida como retangular para que os cálculos sejam possíveis para alunos que ainda não cursaram a disciplina de Resistência dos Materiais.

A escolha do material da viga ocorreu de maneira similar. Apesar do alumínio não ser um metal tão usual em projetos estruturais como ligas de aço, ele possui um comportamento linear elástico semelhante e um Módulo de Elasticidade menor que o do aço, gerando assim, uma maior deformação para um mesmo carregamento. Com valores de deformação visivelmente mais aparentes, a demonstração deste fenômeno se torna mais compreensível e visa minimizar erros.

Esta disposição dos extensômetros foi escolhida para se obter uma maior sensibilidade à deformação de flexão e uma leitura mais precisa, como é indicado na Equação 33. Neste experimento, a aplicação da ponte completa só foi possível devido à simetria do campo de deformação e da geometria do espécime. Porém existem limitações técnicas em algumas situações, onde a leitura precisa ser disposta em um quarto ou meia ponte. Por exemplo, na Figura 6, seria necessário realizar duas medições diferentes, uma para a superfície superior e uma para a inferior, devido a não simetria da geometria em relação ao eixo no qual o momento fletor é aplicado, que resultaria em uma deformação máxima na superfície superior, e uma arbitrária na inferior.

3.2 INSTRUMENTAÇÃO

Para realizar a medição das dimensões da viga foi utilizado um paquímetro digital (Digimess, resolução de 0,01 mm).

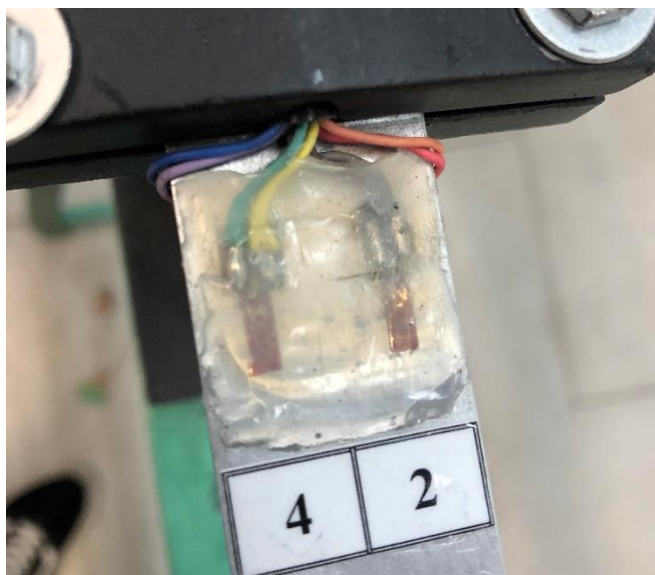
Figura 38 – Paquímetro digital.



Fonte: Produção do próprio autor.

Os extensômetros utilizados para a medição de deformação são de lâmina unidirecionais (Figura 9a), da marca HBM, todos com $120\ \Omega$ de resistência. A Figura 39 representa uma foto real dos mesmos, sob uma camada de revestimento para evitar efeitos de temperatura e umidade e aumentar a durabilidade da montagem.

Figura 39 – Extensômetros unidirecionais.



Fonte: Produção do próprio autor.

O sinal de saída dos extensômetros foi capturado pelo condicionador de sinais HBM QuantumX MX1615B e processado pelo *software* catman Easy instalado em um computador.

Figura 40 – Equipamento de aquisição de dados.



Fonte: Produção do próprio autor.

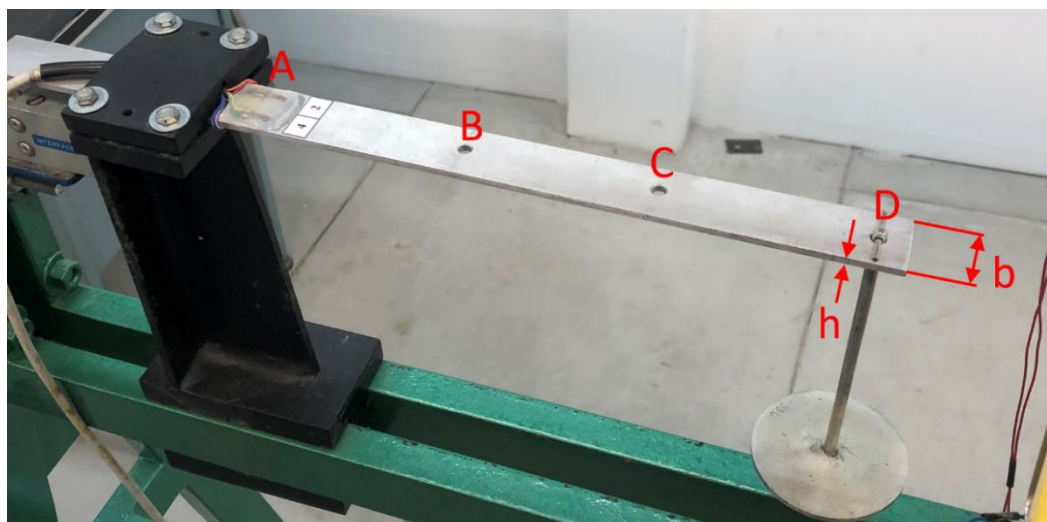
3.3 ENSAIO

Para validar os dados obtidos pela análise experimental das deformações será necessária uma comparação com os resultados teóricos da Resistência dos Materiais. Assim, algumas medições das dimensões da viga também foram realizadas.

3.3.1 Medição da Dimensão da Viga

A fim de garantir leituras mais precisas e reduzir erros provenientes da não homogeneidade da viga, foram realizadas cinco medidas da largura b e da espessura h da viga em pontos diferentes, com o auxílio do paquímetro digital, para utilizar a média dos valores obtidos.

Figura 41 – Viga utilizada no experimento.



Fonte: Produção do próprio autor.

Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Medições da largura b e espessura h da viga.

Dimensão	Leitura 1	Leitura 2	Leitura 3	Leitura 4	Leitura 5	Média
b [mm]	25,46	25,43	25,49	25,51	25,47	25,47
h [mm]	3,18	3,37	3,20	3,22	3,38	3,27

Fonte: Produção do próprio autor.

Em seguida, com o auxílio de uma trena comum, as distâncias L entre o centro dos extensômetros (ponto A) e os furos (pontos B, C e D) onde as cargas serão aplicadas, foram obtidas conforme a tabela abaixo:

Tabela 4 – Medições das distâncias de aplicação de carga L .

L_{AB}	L_{AC}	L_{AD}
82 mm	157 mm	234 mm

Fonte: Produção do próprio autor.

3.3.2 Medição da Deformação

Através do conector de oito pinos (Figura 37), os quatro extensômetros foram ligados a um canal do sistema de aquisição de dados, que por sua vez, foi conectado a um computador com o *software* catman Easy instalado.

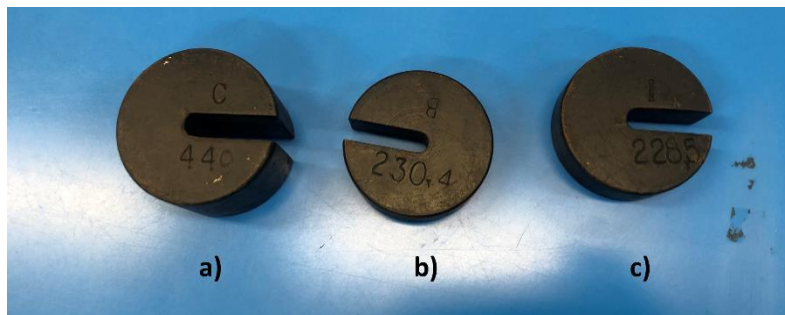
Com o *software* inicializado e o condicionador de sinais identificado, o canal utilizado foi configurado para leituras com extensômetros de $120\ \Omega$ em ponte completa. Como os extensômetros utilizados são da mesma fabricante do sistema de aquisição de dados, a HBM, foi possível escolher os sensores da própria biblioteca, sendo desnecessário definir outras especificações como o fator K , por exemplo.

Por se tratar de um processo estático, onde o intuito é comparar as deformações instantâneas geradas em função da variação de carga e da distância, a frequência de aquisição de dados escolhida foi de 2 Hz, a fim de desconsiderar efeitos dinâmicos e oscilações na leitura.

Após a leitura instantânea estar estabilizada, a balança foi zerada para que a deformação inicial seja zero. Deste modo, é possível desprezar a massa da própria viga e do suporte dos pesos nesta análise. As cargas foram aplicadas na distância L_{AD} , adicionando os pesos (Figura 42) no suporte de forma cumulativa, da esquerda para a direita. Este processo se repetiu para as

distâncias L_{AC} e L_{AB} , onde as deformações em $\mu\text{m}/\text{m}$ foram lidas diretamente da interface do *software*, conforme a Tabela 5.

Figura 42 – Pesos utilizados com massas de a) 449,0 g, b) 230,4 g e c) 228,5 g.



Fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 5 – Deformações ε em $\mu\text{m}/\text{m}$ para variações de massa e distância.

Distância [mm] Massa [g]	$L_{AD} = 234$	$L_{AC} = 157$	$L_{AB} = 82$
$m_1 = 449,0$	-388,7 $\mu\text{m}/\text{m}$	-261,6 $\mu\text{m}/\text{m}$	-134,7 $\mu\text{m}/\text{m}$
$m_2 = 679,4$	-588,2 $\mu\text{m}/\text{m}$	-396,0 $\mu\text{m}/\text{m}$	-204,2 $\mu\text{m}/\text{m}$
$m_3 = 907,9$	-785,8 $\mu\text{m}/\text{m}$	-529,3 $\mu\text{m}/\text{m}$	-273,5 $\mu\text{m}/\text{m}$

Fonte: Produção do próprio autor.

De acordo com a Equação 33, a tensão de saída do circuito é dada pela combinação das deformações obtidas em cada extensômetro. Em seguida, ela será convertida em uma deformação absoluta sofrida na superfície da viga, indicada pelo *software*.

Os sinais negativos das leituras são oriundos da montagem do circuito e indicam o sentido da corrente elétrica. Implicando assim, que o conector foi plugado em polo oposto no condicionador de sinais, retornando uma leitura de corrente negativa.

Como a viga é simétrica, esta deformação absoluta medida pode ser considerada a deformação máxima, em módulo, nas superfícies; e a atribuição do sinal indicador de tração ou compressão fica a cargo da análise do experimentador, baseada na montagem do experimento e nos conhecimentos teóricos.

4 DISCUSSÕES E RESULTADOS

As tensões de flexão reais podem ser calculadas a partir dos resultados experimentais das deformações ε (Tabela 5) em conjunto de algumas hipóteses adotadas:

- A deformação ocorreu de forma linear elástica, sem deformar permanentemente o material, tornando a Lei de Hooke para tensões uniaxiais ($\sigma_x = E\varepsilon_x$) válida;
- O Módulo de Elasticidade de uma liga de alumínio a temperatura ambiente é de $E = 69 \text{ GPa}$ (CALLISTER, 2002).

Já as tensões de flexão teóricas, foram determinadas com as dimensões b e h da viga (Tabela 3), as distâncias de aplicação de carga L (Tabela 4), as massas m utilizadas (Tabela 5) e as seguintes suposições:

- A força P gerada pelas massas pode ser escrita por ($P = mg$), onde g é a aceleração gravitacional;
- $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;
- O momento fletor M resultante da aplicação da força é dado por ($M = PL$);
- O momento de inércia I de uma seção retangular ao redor do seu eixo horizontal de simetria é ($I = bh^3/12$) (BEER, 2015);
- A seção transversal da viga é retangular simétrica, assim, a máxima distância do eixo neutro até a superfície externa c é a metade da espessura h .

Com base nestas adoções e realizando as devidas conversões das grandezas dos parâmetros para as unidades de medida do Sistema Internacional, as tensões de flexão reais e teóricas foram calculadas com a Lei de Hooke e a Equação 6, respectivamente. Seus resultados em função da carga e distância de aplicação estão apresentados na Tabela 6, juntamente com a diferença percentual entre eles.

Devido a simetria da viga, as tensões máximas de tração (superfície superior) e compressão (superfície inferior) são iguais, em módulo. Desta maneira, foi possível desprezar os sinais da deformação experimental e do momento fletor utilizados nos cálculos, resultando em uma tensão de flexão máxima em módulo.

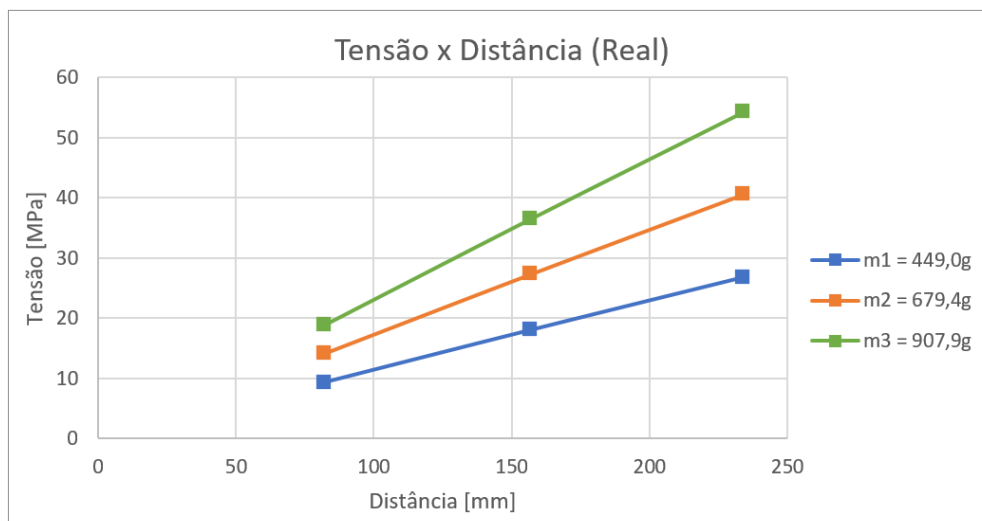
Tabela 6 – Tensões de flexão reais e teóricas em função da massa e distância.

Massa [kg]	Distância [m]	$L_{AD} = 0,234$	$L_{AC} = 0,157$	$L_{AB} = 0,082$
	Tensão [MPa]			
$m_1 = 0,4490$	Real	26,82	18,05	9,29
	Teórica	22,71	15,23	7,96
	Diferença %	18,12%	18,48%	16,80%
$m_2 = 0,6794$	Real	40,59	27,32	14,09
	Teórica	34,36	23,05	12,04
	Diferença %	18,12%	18,53%	17,02%
$m_3 = 0,9079$	Real	54,22	36,52	18,87
	Teórica	45,91	30,81	16,09
	Diferença %	18,09%	18,55%	17,29%

Fonte: Produção do próprio autor.

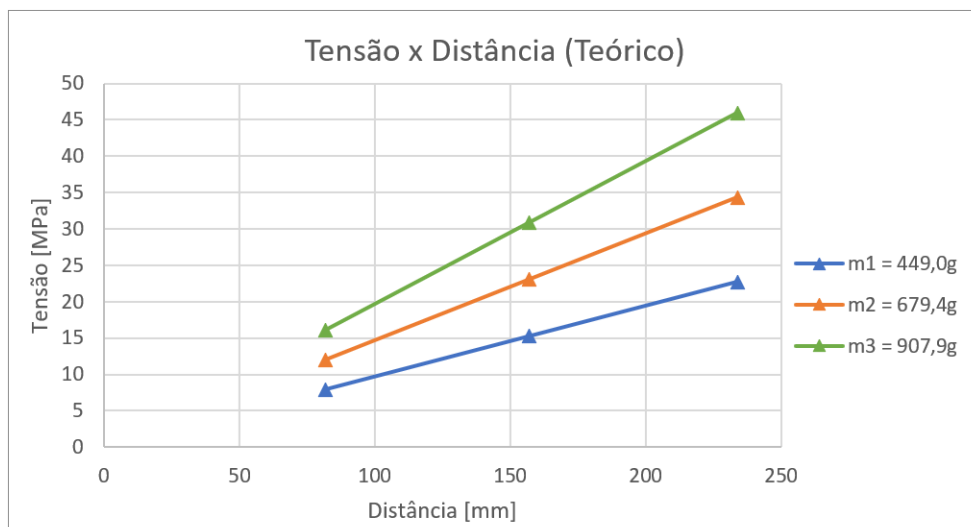
A partir dos resultados da Tabela 6, os gráficos de Tensão x Distância real e teórico em função da Carga foram plotados no *software* Excel.

Figura 43 – Gráfico da Tensão Real pela Distância, em função da Carga.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 44 – Gráfico da Tensão Teórica pela Distância, em função da Carga.

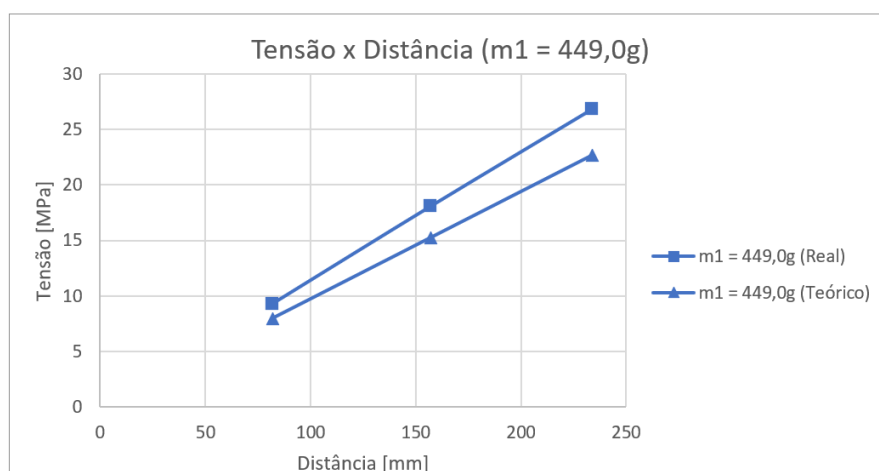


Fonte: Produção do próprio autor.

É possível observar que quanto maior a carga ou a distância, maior será a deformação e a tensão de flexão sofrida na superfície da viga, conforme descrito na Equação 6. Nota-se também que este comportamento ocorre tanto nos resultados experimentais, quanto nos cálculos teóricos; e a dispersão das retas plotadas e suas magnitudes são similares.

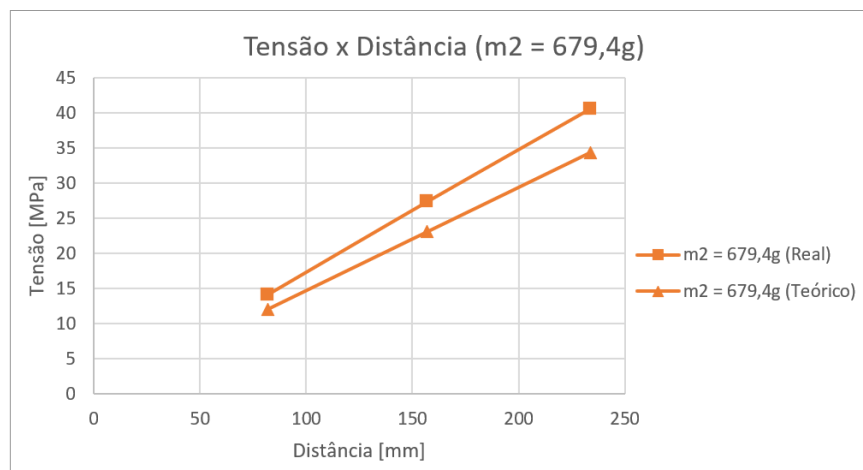
Isolando as retas dos dados reais e teóricos para cada carga em específico, é possível obter uma comparação mais assertiva entre ambas.

Figura 45 – Gráfico da Tensão pela Distância para m1 = 449,0 g.



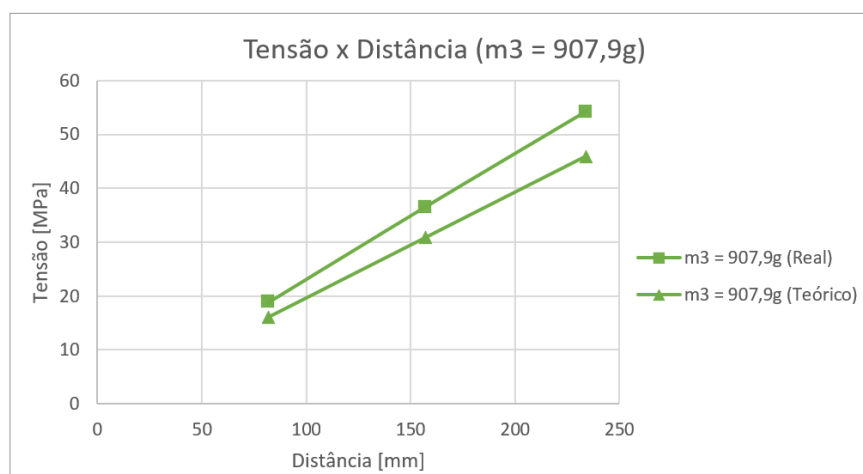
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 46 – Gráfico da Tensão pela Distância para $m_2 = 679,4$ g.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 47 – Gráfico da Tensão pela Distância para $m_3 = 907,9$ g.



Fonte: Produção do próprio autor.

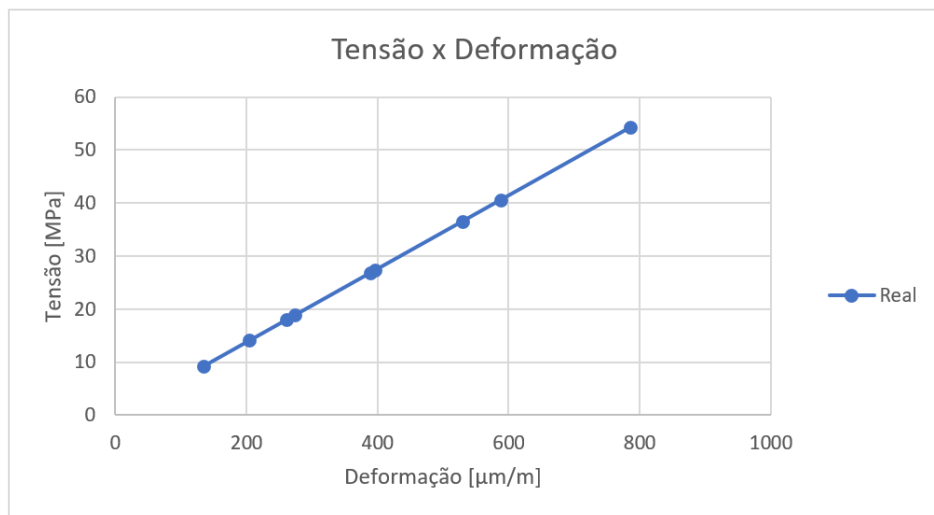
Com estas curvas, evidencia-se que as retas reais e teóricas se assemelham, com uma diferença percentual na faixa de 17% e 18%, conforme a Tabela 6. Esta diferença entre os resultados pode ser justificada com possíveis erros que ocorreram durante a montagem ou execução do experimento.

Sendo possível citar a ausência de uma conferência do alinhamento dos quatro extensômetros colados nas superfícies da viga, podendo resultar em leituras de deformação diferentes para cada, e por consequência, uma deformação absoluta incorreta; as imperfeições e não homogeneidade da estrutura molecular, que podem alterar as propriedades mecânicas do material utilizado na viga; a utilização de uma trena comum para a medição das distâncias de aplicação da carga, que além de possuir uma precisão baixa, é muito suscetível a leituras

errôneas por parte do experimentador, devido ao erro de paralaxe (desvio ótico causado pelo ângulo de visão do observador); a não calibração do paquímetro digital; e à assunção do valor do Módulo de Elasticidade do alumínio.

A fim de realizar uma última validação do experimento, foi traçado um gráfico da Tensão pela Deformação dos nove resultados obtidos experimentalmente.

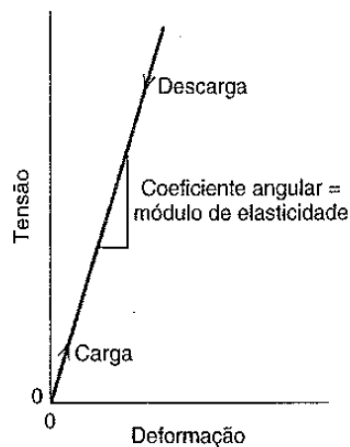
Figura 48 – Gráfico da Tensão x Deformação real e teórico.



Fonte: Produção do próprio autor.

Apesar de existir uma diferença entre as tensões reais e teóricas, nota-se que o comportamento linear elástico da deformação foi respeitado, indicando a proporcionalidade entre a tensão e deformação, conforme aponta a teoria da Mecânica dos Materiais (Figura 49).

Figura 49 – Diagrama da deformação elástica.



Fonte: Callister, (2002).

Neste regime elástico não ocorre deformações permanentes, e assim que a carga aplicada é liberada, a peça retorna ao seu estado original. A inclinação da reta corresponde ao Módulo de Elasticidade E .

Como as diferenças percentuais das tensões de flexão são muito próximas entre si, todas em uma faixa entre 17% e 18%, as justificativas dos possíveis erros apontados são válidas, e os resultados experimentais obtidos satisfatórios.

Ressalta-se que para obter um resultado mais preciso seria recomendado o uso da roseta. Porém, devido à natureza didática deste dispositivo de introdução à extensometria, o experimento escolhido foi com extensômetros unidirecionais configurados em ponte completa de Wheatstone

5 CONCLUSÃO

A realização deste experimento possibilitou demonstrar de maneira prática os efeitos que um momento fletor exerce sobre uma viga engastada, os quais são descritos na teoria da Mecânica dos Materiais. A tensão de flexão é diretamente proporcional à magnitude da carga e da distância de sua aplicação, e a deformação ocorre de forma linear e reversível dentro do regime elástico. A utilização de uma viga de alumínio comercial em perfil retangular proporcionou uma visão mais aparente e simples deste fenômeno.

Outro conceito abordado foi o método da análise experimental com extensômetros elétricos, no qual é um dos mais populares e versáteis para a verificação das tensões nos pontos críticos de elementos estruturais. Entre as diversas ligações e modelos, este trabalho teve foco na configuração de ponte completa de Wheatstone com extensômetros unidirecionais, por se tratar de um dispositivo didático com o intuito de ser mais compreensível para aqueles que possuem pouco ou nenhum conhecimento do tema. Foram elencados tanto benefícios, como a maior sensibilidade à deformação de flexão, quanto desvantagens, como limitações de uso para espécimes assimétricos e possíveis erros de montagem.

REFERÊNCIAS

- ANDOLFATO, R. P.; CAMACHO, J. S.; BRITO, G. A. **Extensometria básica**. Ilha Solteira: NEPAE/UNESP, 2004. 46 p. Disponível em: <https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariacivil/nepae/extensometria-basica.pdf>. Acesso em 01 jul. 2023.
- BARRETO JUNIOR, E. **Extensometria**: manual prático. Ilha Solteira: UNESP, 2000. 79 p. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/559303865/Extensometria-Manual-Pratico>. Acesso em 05 jul. 2023.
- BEER, F. P.; JOHNSTON JR, E. R.; DEWOLF, J. T. **Mecânica dos materiais**. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2015.
- BEER, F. P.; JOHNSTON JR, E. R.; MAZUREK, D. F. **Mecânica vetorial para engenheiros: estática**. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2012.
- CALLISTER JR, W. D. **Ciência e engenharia de materiais**: uma introdução. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- DALLY, J. W.; RILEY, W. F. **Experimental stress analysis**. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1991. Disponível em: <https://pt.scribd.com/doc/306967595/Experimental-Stress-Analysis-James-W-Dally-William-F-Riley-3Ed-compressed>. Acesso em 12 out. 2023.
- HIBBELER, R. C. **Estática**: mecânica para engenharia. 14. ed. São Paulo: Pearson, 2018.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson, 2009.
- HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK. **QuantumX**: um sistema de aquisição de dados. soluções ilimitadas. São Paulo, 2023. 16 p. Disponível em: <https://www.hbm.com/fileadmin/mediapool/hbmdoc/technical/S02356.pdf>. Acesso em: 09 out. 2023.
- HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK. **Strain gauges**: first choices for strain measurements. Darmstadt, 2023. 96 p. Disponível em: <https://www.hbm.com/fileadmin/mediapool/hbmdoc/technical/S01265.pdf>. Acesso em 04 jul. 2023.
- MICRO MEASUREMENTS. **Strain gage technology**: student manual. Raleigh, 2020. 88 p. Disponível em: <https://docs.micro-measurements.com/?id=13752>. Acesso em 14 jul. 2023.
- SILVA GOMES, J. F.; VAZ, M. A. **Análise experimental de tensões**. Porto: U. Porto, 2004. 106 p. Disponível em: <https://hdl.handle.net/10216/64394>. Acesso em 15 jun. 2023.
- SOARES, A. M. S. **Modelagem de sistemas flexíveis**. São Paulo: Blucher, 2011.
- YOUNIS, N. T.; KANG, B. Averaging effects of a strain gage. **Journal of mechanical science and technology**, Fort Wayne, v. 25, n. 1, p. 163-169, sept. 2010. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12206-010-1020-1>. Acesso em 22 nov. 2022.

ZEMIC EUROPE. **Strain gauge catalogue**. Etten-Leur: 2023. 78 p. Disponível em: <https://www.zemiceurope.com/media/Documentation/Straingagescatalogue.pdf>. Acesso em 04 jul. 2023.