

Unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA
ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO
INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

Elizabeth Quirino de Azevedo

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Lourdes de la Rosa Onuchic

**RIO CLARO
2014**

**O Processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da
Resolução de Problemas no contexto da formação inicial do Professor de
Matemática**

Elizabeth Quirino de Azevedo

Orientadora: Profª. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic

Tese de Doutorado elaborada junto ao Programa de
Pós-Graduação em Educação Matemática – Área de
Concentração em Ensino e Aprendizagem de
Matemática e seus Fundamentos Filosófico-
Científicos - para obtenção do título de Doutor em
Educação Matemática.

Rio Claro, Abril de 2014

510.07 Azevedo, Elizabeth Quirino de
A994p O processo de ensino-aprendizagem-avaliação de
matemática através da resolução de problemas na formação
inicial do professor de matemática / Elizabeth Quirino de
Azevedo. - Rio Claro, 2014
268 f. : il., figs., fots.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Formação de
professores. 3. Educação matemática. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Elizabeth Quirino de Azevedo

**O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA
ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CONTEXTO DA
FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

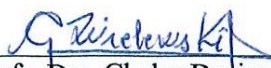
Trabalho de Conclusão de Tese apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista, "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic

Comissão Examinadora



Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic (Orientadora)
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)



Profa. Dra. Gladys Denise Wielewski
ICET/UFMT/Cuiabá (MT)



Profa. Dra. Rosana Giarretta Sguerra Miskulin
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)



Profa. Dra. Edda Curi
Universidade Cruzeiro do Sul/São Paulo (SP)



Profa. Dra. Norma Suely Gomes Allevato
Universidade Cruzeiro do Sul/São Paulo (SP)

Rio Claro, 2 de abril de 2014

Dedico este trabalho aos meus amados pais, **Ana** e **Clodoveu**, por me trazerem a existência.

AGRADECIMENTOS

Ao Deus criador, mantenedor e que tudo sustém pelo seu poder, minha gratidão pela proteção, pelo cuidado e por segurar em minhas mãos durante toda essa jornada, sempre me iluminando e guiando os meus passos. A Ele toda honra, toda glória e todo o louvor.

À minha família que sempre esteve presente e me apoiou, especialmente minha mãe, minha irmã, meus sobrinhos e meu cunhado que sempre confiaram em mim e me incentivaram em tudo.

À Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, pelo carinho e pelas horas incansáveis de orientação que proporcionaram, a meu crescimento profissional, momentos de aprendizagem na Resolução de Problemas, bem como na Formação de Professores. Que o Deus eterno continue dando-lhe forças para continuar esse trabalho em prol da pesquisa em Resolução de Problemas.

À Banca Examinadora: professora Norma Suely Gomes Allevato, professora Gladys Denise Wielewski, professora Edda Curi, professora Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, pelas valiosas contribuições prestadas a este trabalho.

Aos professores do Programa que tive oportunidade de conhecer.

À UFMT e à Capes pelo apoio financeiro, tornando possível minha qualificação profissional.

Às professoras Simone Simionato dos Santos Laier e Roseli Adriana B. Feistel pela parceria na aplicação do projeto metodológico desta pesquisa.

À Coordenação e aos alunos da UFMT-Campus de Sinop, pela participação ativa neste trabalho de pesquisa.

À UNESP pela oportunidade que me deu de poder adquirir conhecimento na área de Educação Matemática e me tornar uma pesquisadora.

Aos colegas do GTERP, com os quais convivi durante estes anos, pelo carinho, pela amizade, pelo companheirismo que me possibilitaram momentos compartilhados de estudo e reflexão. Obrigada, Andresa Maria Justulin, Fabiane Cristina Noguti, Fernanda dos Santos Menino, Rosilda dos Santos Moraes, Maria Lúcia, Nilton Cezar Ferreira, Raquel, Roger Ruben Huanca e Tatiane da Cunha Puti de Souza.

Aos colegas da Pós, pela Dedico este trabalho a meus pais Ana e Clodoveu por me trazerem à existência. e envolvida com esta pesquisa.

À Odete Calábria Ribeiro pela acolhida em sua casa durante esses quatro anos em que estive em Rio Claro.

Aos funcionários do Departamento de Matemática e da Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, pela cordialidade e disponibilidade em sempre me atender. À Inajara, secretária do programa, pela dedicação, prontidão e atenção dada às minhas solicitações.

Com quem tomou conhecimento, para que lhe desse entendimento, e lhe mostrasse as veredas do juízo, e lhe ensinasse sabedoria, e lhe fizesse notório o caminho da Ciência? (ISAIAS 40:14)

RESUMO

Este trabalho de pesquisa está apoiado no Modelo Metodológico de Romberg, em que ele apresenta dez atividades essenciais para o desenvolvimento de uma Pesquisa Científica, que irão orientar o pesquisador a investigar, planejar e desenvolver seu trabalho. Ao inserir esta pesquisa nesse modelo, a Formação Inicial de Professores de Matemática se constituiu como nosso Fenômeno de Interesse. Criamos um Modelo Preliminar que refletia nossa intenção de investigação. De sua análise surgiram dois temas que poderiam relacionar nossas ideias com ideias de outros pesquisadores para fundamentar teoricamente nossa pesquisa. O primeiro foi definido como a busca por pesquisadores que trabalharam ou trabalham com Formação de Professores, e assim, investigar suas contribuições no extenso campo de saberes necessários ao professor de Matemática. Identificamos a Resolução de Problemas como o segundo, e a investigamos no contexto da História, do Currículo e da Educação Matemática. Criamos dois projetos, **p₁** e **p₂**, que foram aplicados, simultaneamente, em duas disciplinas, Tendências em Educação Matemática II e Seminário de Práticas Educativas VI, a alunos do 6º semestre do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática - Habilitação em Matemática da UFMT - Campus de Sinop. Utilizamos, na aplicação desses dois projetos, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. No projeto **p₁**, ao fazerem uso dessa metodologia, os alunos tiveram oportunidade de conhecer uma tendência atual e verificar de que modo poderiam melhorar sua formação como professores que trabalham com problemas voltados à Educação Básica, campo de sua futura atuação. No projeto **p₂**, os alunos pesquisaram sobre a forma de aplicar essa metodologia em sala de aula, investigaram situações-problema, geradoras de conceitos novos, apresentando-as por meio de seminários. Da análise desses dois projetos, **p₁** e **p₂**, constatamos que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é um potente caminho no preparo do futuro professor de Matemática da UFMT-Campus de Sinop - para a construção de conhecimentos matemáticos necessários para sua atuação como professor do Ensino Básico, buscando relacionar teoria e prática na aquisição do conhecimento matemático e dar sentido à Matemática que se trabalha em sala de aula.

Palavras-Chave: 1. Formação Inicial de Professores. 2. Resolução de Problemas. 3. Educação Matemática.

ABSTRACT

The present research is grounded on Romberg's Methodological Model, in which he presents ten essential activities for developing a Scientific Research, which will guide the researchers to investigate, plan and develop their work. By using that model for this research, Mathematics Teacher Initial Education became our Phenomenon of Interest. We created a Preliminary Model that reflected our intention to investigate. From its analysis two topics arose, which might relate our ideas to other researchers' ideas to ground our research theoretically. The first one was defined as the search for researchers who worked or work on Teacher Education, and then, investigate their contributions in the large field of necessary knowledge to Mathematics teachers. The second one is Problem Solving, which we investigated throughout Mathematics History, Curriculum and Education contexts. We created two projects: **p₁** and **p₂**, which were simultaneously applied in two disciplines: Tendencies in Mathematics Education II and Seminar of Educational Practices VI, to 6th semester Students of Licentiate in Natural Sciences and Mathematics – Habilitation in Mathematics in UFMT - Sinop Campus. We applied those two projects by using the Methodology of Mathematics Teaching-Learning-Evaluation through Problem Solving. In project **p₁**, as the students used that Methodology, they had the opportunity to learn a new tendency, to see how they could improve their education as teachers who work on problems regarding elementary education, their future working field. In project **p₂**, the students researched the application of that methodology in classroom, investigated situation problems, which generate new concepts, and presented them in Seminars. From the analysis of those two projects, **p₁** and **p₂**, we realized that the Methodology of Mathematics Teaching-Learning-Evaluation through Problem Solving is a powerful way to prepare future Mathematics teachers at UFMT – Sinop Campus to build necessary mathematical knowledge for their work in the Basic Teaching, trying to relate theory and practice in their mathematical knowledge building, and give sense to the Mathematics that is worked in their classrooms.

Keywords: 1. Teacher Initial Education. 2. Problem Solving. 3. Mathematics Education.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 1	16
METODOLOGIA DE PESQUISA CIENTÍFICA	16
1.1.O Modelo Metodológico de Pesquisa de Thomas A. Romberg	17
CAPÍTULO 2	22
O DESENVOLVIMENTO INICIAL DESTA PESQUISA APOIADO NO MODELO METODOLÓGICO DE ROMBERG	22
2.1. As Trajetórias Pessoal e Profissional Levando à Definição do Fenômeno de Interesse ...	23
2.2. A Criação de um Modelo Preliminar	27
CAPÍTULO 3	31
FORMAÇÃO DE PROFESSORES	31
3.1. Construção do Conhecimento do Professor	32
3.2. Conhecimentos Necessários à Formação Inicial do Professor de Matemática	43
3.3. O Conhecimento Matemático do Futuro Professor de Matemática	47
CAPÍTULO 4	55
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	55
4.1. A Resolução de Problemas na História e no Currículo da Matemática	55
4.2. Reformas no Currículo de Matemática no século XX	61
4.2.1. Standards no NCTM	64
4.2.2. Padrões nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN	66
4.3. A Resolução de Problemas no Brasil	71
4.4. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	75
4.5. Mais que uma metodologia	80
4.6. A Resolução de Problemas na formação inicial do professor de Matemática	81
CAPÍTULO 5	84
O MODELO MODIFICADO E A PERGUNTA DA PESQUISA	84
5.1.A modificação do Modelo Preliminar e da Pergunta da Pesquisa	87
CAPÍTULO 6	101
ESTRATÉGIAS E PROCEDIMENTOS	101
6.1. Seleção de uma Estratégia Geral	102
6.1.1. Estratégias Auxiliares	103
6.2. Procedimento Geral	104
6.2.1. Procedimentos Auxiliares	105
6.5. Procedimentos em Ação	106
CAPÍTULO 7	113
O PROJETO p_1 : Tendências em Educação Matemática II: Resolução de Problemas na Formação do Professor de Matemática	113
7.1. A criação do projeto p_1	113

CAPÍTULO 8	118
A IMPLEMENTAÇÃO DO PROJETO p_1	118
8.1. Implementação do Projeto p_1	118
8.1.1. 1º ENCONTRO: A apresentação da Componente Curricular - Tendências em Educação Matemática II, com ênfase em Resolução de Problemas.....	120
8.1.2. 2º ENCONTRO: Análise de conceitos relacionados na Ementa da Componente Curricular: Tendências em Educação Matemática II	121
8.1.3. 3º ENCONTRO: A Matemática é uma Ciência de Padrão e Ordem.....	122
8.1.4. 4º ENCONTRO: Problema e Resolução de Problemas.....	131
8.1.5. 5º ENCONTRO: O Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas	136
8.1.6. 6º ENCONTRO: Números e Operações no conjunto dos Números Naturais	141
8.1.7. 7º ENCONTRO: Multiplicação e Divisão no conjunto dos Números Naturais	149
8.1.8. 8º ENCONTRO: Números Racionais.....	157
8.1.9. 9º ENCONTRO: Razão e Proporção	161
8.1.10. 10º ENCONTRO: Proporcionalidade.....	166
8.1.11. 11º ENCONTRO: Álgebra: A Matemática e a Pedagogia	170
8.1.12. 12º ENCONTRO: Raciocinando Geometricamente: Geometria Plana.....	173
8.1.13. 13º ENCONTRO: Raciocinando Geometricamente: Geometria Espacial	179
8.1.14. 14º ENCONTRO: A Avaliação no processo de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.....	180
8.1.15. 15º ENCONTRO: Processo de avaliação do projeto p_1	180
8.2. Considerações Preliminares do Projeto p_1	181
 CAPÍTULO 9	 183
O PROJETO p_2 : Seminário de Prática Educativa VI	183
9.1. A Componente Curricular: Seminário de Práticas Educativas - VI	183
9.2. A Criação do Projeto p_2	185
 CAPÍTULO 10	 188
A IMPLEMENTAÇÃO DO PROJETO p_2	188
10.1. Encontros com Atividades Programadas	189
10.2. A Componente Curricular: Seminário de Práticas Educativas VI.....	195
10.2.1. Apresentação dos Seminários em Sala	198
10.3. Apresentação dos Seminários em sala e no Evento.....	208
10.4. Considerações preliminares do Projeto p_2	209
 CONSIDERAÇÕES FINAIS	 211
 REFERÊNCIA	 217
 ANEXOS	 224
ANEXO A - Matriz Curricular – Periodização.....	224
 APÊNDICES	 227
APÊNDICE A - Carta ao Coordenador do Curso de LCNM	227
APÊNDICE B - Autorização para filmagens: Seminário de Práticas Educativas VI	228
APÊNDICE C - Autorização para filmagens: Tendência em Educação Matemática II	229
APÊNDICE D - Termo de Compromisso: Tendência em Educação Matemática II.....	230

APÊNDICE E - Termo de Compromisso: Seminário de Práticas Educativas VI.....	232
APÊNDICE F - Ficha de Acompanhamento: Tendência em Educação Matemática II	234
APÊNDICE G - Ficha de Acompanhamento: Seminário de Práticas Educativas VI	236
APÊNDICE H - Avaliação Individual: Tendência em Educação Matemática II.....	238
APÊNDICE I - Notas: Tendência em Educação Matemática II.....	239
APÊNDICE J - Notas seminários de Práticas Educativas VI	240
APÊNDICE k - Roteiro de Atividades para o projeto p ₁	241
APÊNDICE L - Roteiro de Atividades para o projeto p ₂	265

INTRODUÇÃO

Vivemos hoje um grande descompasso no campo educacional nacional. Se por um lado temos uma vastidão de pesquisas visando à construção de um referencial que promova a melhora no sistema educacional, por outro, temos um ensino-aprendizagem deficitário em suas bases, intensificando a inquietação social e promovendo uma geração de cidadãos insatisfeitos com a situação em que se encontra a educação nacional. Até mesmo aqueles, que conseguem ultrapassar o senso comum e definir qual a sua contribuição para uma sociedade melhor, sentem-se ameaçados pela presença da incompetência que os cerca.

Torna-se imprescindível, então, uma reforma na Educação. A grande questão é por onde começar. Diante desse impasse, como professora formadora da UFMT- Campus de Sinop, insiro-me nesse contexto de indignação e busco encontrar um caminho que possa levar a uma mudança nessa situação vigente.

A instituição à qual pertencço localiza-se em uma região de fortes interesses no crescimento econômico, porém com grande deficiência na área educacional. Ante esta situação, faz-se necessário, professores capazes de trabalhar essas deficiências, buscando melhorar o meio em que vivem e, assim, contribuir para o avanço de uma sociedade livre da incivilidade.

Assim, esta pesquisa tem por objetivo investigar a formação inicial do professor de Matemática para a Educação Básica, verificando o potencial da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

No campo das tendências educacionais, a Resolução de Problemas ocupa um lugar de destaque no âmbito nacional e internacional, por sua eficácia em promover a construção do conhecimento matemático pelo educando. Essa construção em sala de aula tem por objetivo promover a criatividade, a tomada de decisões, a conquista de confiança e, assim, a geração de seres pensantes.

Neste sentido, na Unesp de Rio Claro/SP, o GTERP- Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, vem desenvolvendo pesquisas nesta área desde 1992, reunindo-se semanalmente. O propósito deste grupo é buscar intensamente desenvolver estudos que atinjam a sala de aula em todos os níveis de ensino e, ainda, a partir das atividades de pesquisa provocar mudanças no ensino-aprendizagem da Matemática.

Entendendo Metodologia Científica como a metodologia da construção do conhecimento científico, destinamos o **Capítulo 1** desta tese à Metodologia de Pesquisa Científica, questionando sobre o que significa fazer pesquisa, sobre os diferentes modos de conduzir uma pesquisa e como se dá o desenvolvimento da metodologia de pesquisa em Educação Matemática. Foi adotada por nós, para desenvolver esta investigação, o Modelo Metodológico de Romberg. Esse modelo apresenta dez atividades essenciais, que irão orientar o pesquisador a investigar, planejar e desenvolver seu trabalho, distribuídas em três blocos: identificação do problema de pesquisa; planejamento de sua resolução e criação de um projeto; o projeto criado aplicado levará à coleta e interpretação de dados atendendo ao problema e suas conclusões.

No **Capítulo 2**, dentro da Metodologia de Pesquisa Científica escolhida, apresentamos nossa trajetória pessoal e profissional, levando à definição de nosso Fenômeno de Interesse: *a formação do professor de Matemática*. Criamos um Modelo Preliminar. Esse modelo nos permitiu identificar duas linhas de pesquisa que poderiam ser tratadas como passos fundamentais ao desenvolvimento da nossa pesquisa. Buscamos “ouvir” o que pesquisadores nos dizem e relacionamos nosso fenômeno de interesse com ideias desses outros que trabalharam ou trabalham sobre Formação de Professores e Resolução de Problemas. Os capítulos três e quatro foram destinados a essas duas linhas.

Para o **Capítulo 3** - Formação de Professores, nossas leituras nos levaram a sentir que é preciso investir na formação inicial do professor, levando os alunos, futuros professores, a enfrentar os desafios da carreira docente e, ainda, a perceber a necessidade de constante busca por saberes inerentes ao desenvolvimento da profissão docente.

Constatamos, entretanto, que a investigação sobre a formação de professores constitui-se como um grande desafio, num mundo que apresenta uma diversidade de domínios, como teorias, competências, conhecimentos, concepções, atitudes, valores e conflitos. Assim, diante dessa vastidão de domínios, optamos por investigar sobre conhecimentos essenciais à formação do professor. Nesse campo de conhecimento necessário ao professor, limitamos nossa pesquisa a quatro tipos de conhecimento: o conhecimento educacional, o conhecimento pedagógico, o conhecimento curricular e o conhecimento profissional. Apresentamos uma síntese desses quatro tipos de conhecimento, considerando a formação de professores em geral e, além disso, analisamos o papel desses conhecimentos na construção do conhecimento matemático necessário à formação inicial do professor de Matemática.

Ainda, neste capítulo, ao abordar sobre as perspectivas quanto à formação inicial do professor de Matemática, apresentamos sugestões dadas por Serrazina (2003), Pires (2003) e

Nacarato (2006), para vencer os desafios que a formação de professores de Matemática apresenta.

No **Capítulo 4**, referente à Resolução de Problemas¹, apresentamos uma síntese do que encontramos na literatura e em várias pesquisas realizadas sobre Resolução de Problemas. Descrevemos como eram apresentados os problemas na história, diferentes abordagens sobre a resolução de problemas², a Resolução de Problemas nas reformas curriculares e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Polya foi citado como referência na Resolução de Problemas e foram destacadas suas importantes ideias. Apresentamos as reformas curriculares de Matemática ocorridas no século XX, destacando as fases pelas quais passou o ensino de Matemática, desde o início do século XX até as décadas de 60 e 70, ressaltando a influência de teorias psicológicas de aprendizagem na evolução do currículo matemático. A década de 80 foi marcante para a Educação Matemática e, finalizando essa década, pesquisadores passaram a questionar o ensino e a discutir as perspectivas didático-pedagógicas da resolução de problemas. A Resolução de problemas começou a ser pensada como uma metodologia de ensino, ou seja, como um meio de se ensinar Matemática.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi a metodologia adotada para nosso trabalho de campo, considerando a Resolução de Problemas como um caminho para se aprender e ensinar Matemática. Avançando, para além das fronteiras metodológicas de ensino-aprendizagem-avaliação, percebe-se que a Resolução de Problemas é bem mais que uma metodologia. Por sua abrangência metodológica, em se permitir usar recursos da Pedagogia, da História, da Psicologia e da Tecnologia, ela se apresenta como uma Filosofia, como argumentam Vale (1997), Fonseca (1997), Onuchic e Allevato (2011).

As contribuições de vários estudos, apresentadas no **Capítulo 5**, levaram à modificação do nosso Modelo Preliminar e da Pergunta da Pesquisa que ficou assim definida: *Como preparar, o futuro professor de Matemática da UFMT-Campus de Sinop, para a construção do conhecimento matemático necessário a um professor de Matemática do Ensino Básico?* Ainda, nesse capítulo, apresentamos um breve relato sobre a realidade da Universidade Federal de Mato Grosso - Campus de Sinop e como funciona o Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática dessa instituição.

¹. Utilizamos **R. P.** quando nos referimos à teoria Resolução de Problemas.

². Utilizamos **r. p.** quando nos referimos ao processo de resolução de problemas.

No **Capítulo 6**, no uso do Modelo de Romberg, as atividades cinco e seis referem-se à seleção de estratégias e correspondentes procedimentos de trabalho. Para a execução dessas atividades exigiu-se, do pesquisador, esforço e cuidadosa decisão sobre que métodos e técnicas usar para se obter esclarecimento sobre as questões levantadas e dar resposta à pergunta da pesquisa. Portanto, a escolha e a apresentação de uma estratégia geral, suas estratégias auxiliares e correspondentes procedimentos são ações apresentadas neste capítulo de forma idealizada. A Estratégia Geral da pesquisa foi estabelecida *Criar um Projeto P. (O quê fazer?)* e o correspondente Procedimento Geral *A criação do Projeto P. (Como fazer?)*. Optamos por criar um Projeto de Trabalho, desdobrado em dois projetos, **p₁** e **p₂**, a serem aplicados, simultaneamente, a alunos do sexto semestre do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT- Campus de Sinop, instituição à qual pertence a pesquisadora, visando a responder a pergunta da pesquisa.

No **Capítulo 7**, apresentamos a criação do projeto **p₁** e um roteiro de atividades, destinadas a serem aplicadas na componente curricular Tendências em Educação Matemática II, em 45 horas/aula distribuídas em 15 encontros. Cada encontro foi composto por atividades para a sala de aula e por tarefas extraclasse. Nos encontros estão detalhados: as habilidades previstas para consolidar o modo de o professor se preparar para aplicar as atividades em sala de aula; o modo de direcionar os questionamentos visando a conduzir os alunos na busca da solução do problema; a organização da classe para a execução das atividades; e o modo de avaliar as atividades e o trabalho em grupo.

Para a aplicação desse projeto, nossos objetivos foram: rever os conhecimentos matemáticos necessários a um bom professor, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas; levar o aluno, futuro professor, a construir conhecimentos: educacional, pedagógico, curricular e profissional; levar o aluno, futuro professor, a construir novas ideias sobre conteúdo e métodos que ele já sabe, a fim de que possa desenvolver um ensino que leve seus futuros alunos à aprendizagem com compreensão e significado

No **Capítulo 8** apresentamos a implementação do projeto **p₁**. Criar um projeto para ser aplicado em sala de aula é bem diferente de aplicá-lo. A criação do projeto se apresenta de forma idealizada. Entretanto, durante a aplicação, algumas situações, fora do controle do pesquisador, podem ocorrer. Em nosso projeto, uma situação que gerou mudanças na disposição dos encontros programados para sua aplicação foi ocasionada pela greve nas Universidades Federais. Assim, nosso projeto foi aplicado no período de 29 de Novembro de

2012 a 18 de Abril de 2013. Participaram desse projeto 13 alunos, sendo que, destes apenas um aluno não participou do projeto p_2 .

Visto que a pesquisadora deste trabalho estava afastada de sua Instituição, devido ao seu doutorado, e que seu trabalho de campo seria realizado nessa Instituição, foi necessário que a professora titular, responsável pela Componente Curricular “Tendências em Educação Matemática II”, lhe concedesse espaço para a aplicação desse projeto p_1 . Com a aplicação deste projeto pudemos levar nossos alunos, futuros professores de Matemática, a conhecerem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e a rever pontos de dificuldade encontrados na Matemática do Ensino Básico.

O **Capítulo 9** cuidou da criação do projeto p_2 para ser aplicado, na Componente Curricular Seminário de Práticas Educativas VI, em 15 encontros. Para este projeto, nossa proposta foi a de criar estratégias e procedimentos de ensino que levassem os alunos a momentos de reflexão e de discussão visando à prática docente através da resolução de problemas.

No **Capítulo 10**, implementação do p_2 , apresentamos o trabalho realizado nessa Componente Curricular em 15 encontros. Neste projeto também aconteceram mudanças, porém, não o suficiente para prejudicar nosso trabalho de pesquisa. Sua aplicação aconteceu no período de 27 de Novembro de 2012 a 24 de Abril de 2013. Nela, os alunos desenvolveram atividades visando à regência de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental e apresentando-as, em duplas, na forma de seminários, num total de sete, para serem avaliados pela **PP**³ e por colegas da sala e, ainda, em evento obrigatório organizado pela Coordenação do Curso, sendo que os alunos foram avaliados por uma banca formada por três professores do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática. Participaram desse projeto 14 alunos sendo que dois deles não participaram do projeto p_1 .

Nas **Considerações Finais** foram apresentadas observações desta pesquisa para o projeto **P**, resultantes da análise das reflexões extraídas dos projetos p_1 e p_2 levando à resposta da pergunta do problema da pesquisa. Finalizando, apresentamos uma possível proposta de mudança para a Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT- Campus de Sinop.

³ PP: refere-se à pesquisadora que, durante a aplicação dos dois projetos, assumiu a função de professora.

CAPÍTULO 1

METODOLOGIA DE PESQUISA CIENTÍFICA

Um método de solução é perfeito se podemos prever desde o início, e até mesmo provar, que seguindo esse método vamos atingir o nosso objetivo. (LEIBNITZ; OPUSCULES, p.161)

O termo pesquisa é normalmente usado para indicar a procura de respostas para os mais variados problemas. A característica maior da pesquisa científica é o acréscimo ao conhecimento já existente sobre o assunto pesquisado. Segundo Santos (2007), a metodologia científica, ou metodologia de pesquisa científica ou metodologia do trabalho científico se constituem como metodologia da construção do conhecimento. Ao fazer essas considerações o autor questiona: É tudo a mesma coisa? Parte sim, parte não, e acrescenta:

Continuamos, sim, interessados na forma correta de apresentar um texto técnico – científico nas medidas das margens, na encadernação bem feita, na paginação adequada. Mas não é mais o foco. Estamos interessados hoje na geração de autonomia intelectual, na capacidade de pensar por conta própria, a ser possibilitada aos estudantes e profissionais, especialmente àqueles em formação, ou formados, em nível superior. (SANTOS, 2007, p.11)

Ao iniciar uma investigação sobre algo que lhe chamou a atenção, todo pesquisador busca um caminho para chegar a uma resposta que lhe seja convincente. Entender o significado, relacionar suas ideias com as ideias de outros pesquisadores e pôr em prática o que foi pesquisado é um grande desafio. Goldenberg (1998) apresenta o termo pesquisa como a construção de conhecimento com certas exigências científicas e acrescenta:

É um trabalho de produção de conhecimento sistemático, não meramente repetitivo, mas produto que faz avançar a área de conhecimento à qual se dedica. Uma pesquisa necessita o cumprimento de três requisitos:

- a) a exposição de uma pergunta que se deseja responder;
- b) a elaboração de um conjunto de passos que permitam chegar à resposta; e
- c) a indicação do grau de confiabilidade na resposta obtida. (GOLDENBERG, 1998, p.105-106)

A pesquisa científica pode ser caracterizada como atividade intelectual intencional que visa a responder às necessidades humanas.

Em uma investigação científica, há a necessidade de que o pesquisador especifique a metodologia utilizada em suas pesquisas. Uma pesquisa pode ser considerada teórica ou empírica, dependendo do objeto a ser pesquisado e dos objetivos a serem alcançados. Na organização e na conduta de uma pesquisa o pesquisador se depara com uma variedade de caminhos. A escolha por um determinado caminho vai depender de sua natureza. Como afirma Severino:

Todavia, apesar do caráter universal de estruturas lógicas e de organização metodológica, os trabalhos científicos diferenciam-se em função principalmente de seus objetivos e da natureza do próprio objeto abordado, assim como em função de exigências específicas de cada área do saber humano. (SEVERINO, 1996, p.104)

Procuramos por uma metodologia que nos orientasse no desenvolvimento de nossa investigação. Dentre as metodologias pesquisadas definimos por seguir o Modelo Metodológico de Thomas A. Romberg, que nos servirá como um guia metodológico prático e esclarecedor.

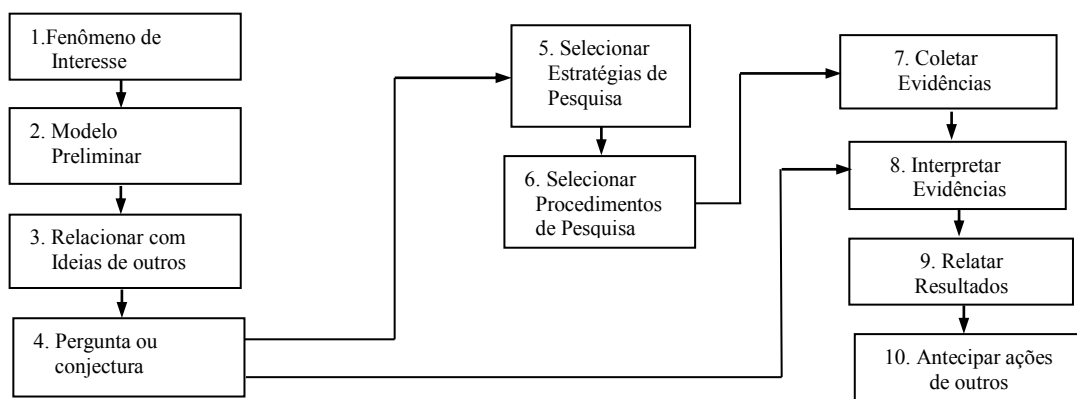
Para Romberg (1992), o que diferencia um método de outro não é só o modo pelo qual a informação é coletada, analisada e relatada mas, também, os próprios tipos de perguntas tipicamente feitas e os princípios ou paradigmas sobre os quais os métodos para investigar tais perguntas estão baseados. Acrescenta ainda que o termo pesquisa refere-se a processos, ou seja, a coisas que fazemos e não a objetos que se podem tocar ou ver.

1.1.0 Modelo Metodológico de Pesquisa de Thomas A. Romberg

Qualquer pesquisa que se faça pretende esclarecer alguns dos problemas comuns com que se deparam os indivíduos não familiarizados com a pesquisa, quando querem entender processos de pesquisa e dar base às discussões de tendências investigativas. Em seu artigo Romberg resume as atividades dos pesquisadores e as apresenta na forma de um modelo.

Atividades de Pesquisa

Figura 1- Modelo de Thomas A. Romberg



Fonte: Traduzido de “Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning”. (1992, p. 51)

Nesse modelo são apresentadas dez atividades essenciais para o desenvolvimento de um trabalho de pesquisa, distribuídas em três blocos, que irão orientar o pesquisador a investigar, planejar e desenvolver seu trabalho.

BLOCO 1 - Identificando o Problema da Pesquisa

Neste bloco estão as atividades 1 a 4 cuja finalidade é a de situar as ideias iniciais do pesquisador, relacionando-as a ideias de outros pesquisadores e decidir o que pretende investigar, identificando o problema da pesquisa.

O Fenômeno de Interesse é a curiosidade sobre um fenômeno particular do mundo real que pode levar pesquisadores a iniciarem uma investigação. Na Educação Matemática, o fenômeno de interesse de pesquisadores envolve professores e alunos no processo de ensino-aprendizagem-avaliação, num planejamento de currículo, ensino, aprendizagem e avaliação, além de outras possíveis questões.

Ao identificar o fenômeno de interesse, o pesquisador faz suposições sobre aspectos que julga importantes para sua investigação e procura saber como esses aspectos estão relacionados. Em seguida, cria um modelo onde esses aspectos são ilustrados. O modelo nada mais é do que um conjunto de descrições que se relacionam e cujo objetivo é o de ajudar a esclarecer aspectos complexos do fenômeno de interesse. Além disso, o *Modelo Preliminar* é o ponto de partida ou de orientação da investigação.

Na atividade 3 o pesquisador busca, como fundamentação teórica, se *Relacionar com Outros Pesquisadores*. Esses outros pesquisadores são aqueles que estão envolvidos em aspectos do fenômeno de interesse descritos no modelo preliminar. O objetivo desta atividade é o de examinar o que esses pesquisadores pensam sobre o fenômeno de interesse da pesquisa, se há relação entre suas ideias e o que esta pesquisa pretende, e se elas podem ser usadas para esclarecer, ampliar ou modificar o modelo criado.

Ao examinar-se um fenômeno particular, inevitavelmente surge uma quantidade de questionamentos. Decidir quais perguntas examinar exige um grande esforço por parte do pesquisador, pois a escolha da questão que será identificada como a *Pergunta da Pesquisa* é uma tarefa crucial. A pergunta ou a conjectura estará fundamentada no fenômeno de interesse, nas ideias de outros pesquisadores e nas variáveis descritas no modelo preliminar.

BLOCO 2- O Planejamento da Resolução do Problema Criado

A decisão sobre que método utilizar segue do modelo preliminar que foi construído a fim de explicar o fenômeno de interesse e da pergunta ou conjectura que se faz sobre a evidência necessária para o andamento da investigação. Entendendo-se por estratégia a ideia de “o quê vou fazer?” e, por procedimento, “como vou fazer?” iremos em busca da seleção de convenientes estratégias e correspondentes procedimentos que nos levem ao planejamento da resolução do problema criado.

Planeja-se uma *Estratégia Geral*, em que são concentrados esforços visando a dar resposta aos questionamentos e à pergunta ou conjectura da pesquisa. Estratégias auxiliares serão selecionadas para o cumprimento da estratégia geral.

Para atender a estratégia geral, um dos procedimentos comumente usado é o da criação de um projeto a ser aplicado. Procedimentos auxiliares, correspondentes às estratégias auxiliares, serão selecionados para a criação do *Procedimento Geral*.

BLOCO 3 - Coletar e dar Sentido às Informações Coletadas

Ao aplicar os procedimentos idealizados, o passo seguinte envolve *Coletar Evidências* que possam validar a pergunta ou a conjectura proposta, a fim de construir-se uma argumentação convincente.

Uma vez que se tenham selecionado as informações coletadas, após a aplicação dos procedimentos de pesquisa, passa-se a *Interpretar e Analisar os Aspectos que Ficaram Evidentes*. Esta análise permitirá perceber se a pergunta ou a conjectura da pesquisa foram bem colocadas. Os métodos utilizados para realizar essa análise, dependendo da natureza da investigação, podem ser qualitativos ou quantitativos.

Romberg (1992/2007) afirma que:

Para responder as questões específicas que foram levantadas, evidência deve ser coletada. É nesse passo que as técnicas, usualmente ensinadas nos cursos de métodos de pesquisa, são importantes: como selecionar uma amostra, como obter informações (entrevistas, questionários, observações, testes), como organizar informações uma vez que tenham sido coletadas, e assim por diante. (ROMBERG, 1992, p.102)

As atividades do terceiro bloco envolvem colocar em prática aquilo que foi planejado e, a partir dessa ação, ficar evidente se as estratégias selecionadas e os correspondentes procedimentos idealizados são úteis para atender à pergunta ou a conjectura levantada. Em

seguida, deve-se dar sentido às informações coletadas e, então, relatar os resultados a outros membros da comunidade de estudos.

Relatar Resultados é uma atividade em que o pesquisador apresenta os resultados de sua investigação à comunidade de pesquisa à qual pertence. "Ser um membro de uma comunidade de pesquisa implica uma responsabilidade em informar a outros membros dessa comunidade sobre a investigação concluída e esperar por seus comentários e críticas". (ROMBERG, 1992, p.53).

É na ação de *Antecipar Ações de Outros* que o pesquisador introduz sua pesquisa dentro de uma comunidade de estudo. Como afirma Romberg (1992), membros dessas comunidades discutem suas ideias entre si, sugerem novos passos, modificações de estudos anteriores e assim por diante. Essas discussões contribuem para o avanço da pesquisa, não só dentro dessas comunidades como, também, para outras áreas do conhecimento.

Com relação ao seu roteiro metodológico, ele esclarece que uma das maiores dificuldades de quem se inicia na pesquisa é a de imaginar que basta um roteiro minucioso e detalhado para seguir e que, logo, a pesquisa estará realizada. Na verdade, o roteiro descreve as diversas fases do método. Entretanto uma pesquisa, devidamente planejada, realizada e concluída, não é um simples resultado automático de normas cumpridas ou de roteiro seguido. Mas, segundo Romberg, a pesquisa deve ser considerada como obra de criatividade, que nasce da intuição do pesquisador e recebe a marca de sua originalidade, tanto no modo de empreendê-la como no de comunicá-la. As fases do método podem ser vistas como indicadores de um caminho a ser percorrido, porém dão a cada pesquisador a oportunidade de manifestar sua iniciativa e seu modo próprio de expressar-se.

Ao observar essas colocações de Romberg, nos sentimos à vontade para complementar algumas de suas atividades.

Romberg, ao apresentar seu modelo, deixa claro que nele não há nada de exclusivo, pois quase todo texto de métodos de pesquisa resume um conjunto semelhante de atividades.

Entretanto, ele diz que, nessa lista, embora as atividades estejam apresentadas em uma ordem sequencial, elas não precisam ser necessariamente assim seguidas. A interação entre fatores como a intenção do pesquisador, as suposições, as conjecturas, as disponibilidade de informação, os métodos, ... Não podem ser separados, na prática, tão nitidamente.

No GTERP, temos aceitado essas condições e, com frequência, ao longo de nossas pesquisas, temos acrescentado alguns passos no transcorrer do processo da pesquisa.

Assim, definido o Fenômeno de Interesse, criamos um Modelo Preliminar em que, variáveis-chave, que nele surgem, nos indicam possíveis autores que possam nortear, como fundamentação teórica, nossa pesquisa.

Quanto a “Relacionar com Ideias de outros”, também, no grupo, decidimos por trabalhá-la em dois momentos distintos: “ouvir nossos outros” e , para trabalho de campo, deixar nossa voz fazer uso daquilo que, nossos teóricos nos deixaram como fundamento.

É claro que, ao ouvirmos nossos outros, nosso Modelo Preliminar sofrerá alterações levando-nos à construção de um Modelo Modificado que se constituirá como o caminho gerador de Pergunta de nossa Pesquisa.

Para responder a essa Pergunta foram selecionado estratégias e procedimentos, haverá uma aplicação de um possível projeto criado e que, a partir da coleta de dados os leve a dar sentido às informações coletadas e relatar resultados.

CAPÍTULO 2

O DESENVOLVIMENTO INICIAL DESTA PESQUISA APOIADO NO MODELO METODOLÓGICO DE ROMBERG

Nem tudo que se enfrenta pode ser modificado, mas nada pode ser modificado até que seja enfrentado. Albert Einstein

A razão mais importante pela qual a metodologia de pesquisa em educação constitui-se numa área tão excitante é que a educação não é propriamente uma disciplina. De fato, a educação é um campo de estudo, um local que contém fenômenos, eventos, instituições, problemas, pessoas e processos que em si mesmos constituem a matéria-prima para investigações de muitos tipos. (SHULMAN, 1988, p.5, apud ROMBERG, 2007, p.94, trad. ONUCHIC; BOEIRO).

Apoiando-se nessa afirmação, o matemático e educador matemático Romberg (2007) considera a Educação Matemática como um campo de estudo. As questões que envolvem o ensino e a aprendizagem de Matemática, nas escolas, têm levado pesquisadores a buscar procedimentos de investigação que possam dar resposta a essas inquietações, pois, como afirma Shulman (1988), citado por Romberg (2007), “a escola é complexa”. Assim, as perspectivas e os procedimentos de investigação escolar de muitas disciplinas têm sido utilizados para investigar as questões que surgem e que são inerentes aos processos envolvidos no ensino e na aprendizagem de Matemática nas escolas.

O interesse de pesquisadores por Educação Matemática e por problemas relacionados com o ensino e a aprendizagem de Matemática os tem levado a investigar sobre metodologias de pesquisa que se ajustam a essa área. Nessa busca, Romberg (2007) procura identificar, nas ciências sociais as amplas tendências de pesquisa relacionadas ao estudo do ensino e da aprendizagem em ambientes escolares e determinar como essas tendências têm influenciado o estudo de Matemática nas escolas.

Para nós, a metodologia de pesquisa em Educação Matemática deve consistir em orientar o pesquisador em questões relacionadas à Educação (escola, aluno, professor, programas curricular) e à Matemática como uma área de conhecimento.

Romberg (2007, p. 96-97) afirma que as “perspectivas de Matemática, a sociologia do conhecimento, a história, a psicologia da aprendizagem, a psicologia relativa ao desenvolvimento, a agricultura e a antropologia têm sido usadas no estudo de questões educacionais”, e acrescenta que, “como cada uma destas perspectivas disciplinares é trazida para atuar no campo da Educação Matemática, ela produz seu próprio conjunto de conceitos,

métodos e procedimentos”, tornando o conhecimento dos fundamentos e princípios dessas diferentes áreas de conhecimento indispensável para o pesquisador.

Thomas A. Romberg, nesse seu artigo, depois de defender a Educação Matemática, não só apresenta as atividades dos pesquisadores como as esboça em um modelo metodológico, chamando a atenção para o fato de que seu modelo sugere que três aspectos do processo de pesquisa, devam ser particularmente considerados: o pesquisador como membro de uma comunidade escolar; a ideologia e os paradigmas de diferentes comunidades de pesquisa; o fracasso de muitos pesquisadores principiantes em se identificar com uma comunidade de pesquisa.

Considerando que a finalidade de uma metodologia de pesquisa científica é a de orientar o pesquisador em sua investigação, essa sequência de atividades se constitui como um Modelo Metodológico para a nossa pesquisa, pois ele se apresenta como um caminho bem traçado, que pesquisadores, de Educação Matemática ou de outra área, podem seguir ao realizar suas investigações. Uma opção, por seguir esse modelo, é devida à flexibilidade de ação, clareza e objetividade que ele proporciona ao pesquisador.

Ao inserir esta pesquisa no Modelo Metodológico de Romberg, faço algumas considerações sobre minha trajetória pessoal e profissional, considerando que o planejamento, a realização e a conclusão de uma pesquisa recebe a marca do pesquisador.

Por sua vez, no âmbito da pesquisa, Alan H. Schoenfeld (2000) fornece informações a respeito da natureza da investigação em Educação Matemática e faz as seguintes colocações:

A pesquisa em Educação Matemática tem dois grandes propósitos principais, um puro e um aplicado:

- no puro (ciência básica) deve-se entender a natureza do pensar, do ensinar e da aprendizagem matemática;
- no aplicado (engenharia) deve-se usar tais entendimentos para melhorar o ensino da Matemática.

Esses dois propósitos estão profundamente interligados, com o primeiro pelo menos tão importante quanto o segundo. A razão é simples: sem um profundo entendimento do pensar, do ensino e da aprendizagem, nenhum progresso sustentado na linha de frente é possível. (SCHOENFELD, 2000, p.641- 642)

2.1. As Trajetórias Pessoal e Profissional Levando à Definição do Fenômeno de Interesse

TRAJETÓRIA PESSOAL DA PESQUISADORA

Concluir o curso de graduação foi uma grande conquista. Venho de uma família humilde, porém esse fato nunca fez de meus pais pessoas alienadas e nem tão pouco desvalorizadores da formação acadêmica de suas duas filhas.

Ao concluir a educação básica já era uma aluna trabalhadora e, nessa condição, concluí o curso de Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática, pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Mandaguari, estado do Paraná. Em seguida, fiz um curso de especialização em Matemática Computacional, na UNIOESTE-Guarapuava, também no estado do Paraná, organizado por uma equipe de professores da UNICAMP. Apresentei como trabalho final uma aplicação em Equações Diferenciais, sob a orientação do professor Silvio Pregnotatto.

As condições educacionais das instituições públicas nas quais trabalhei não eram favoráveis à aplicação daquilo que aprendi no curso de especialização. Entretanto, foi nesse curso que descobri o caminho para a pesquisa envolvendo a sala de aula. Anos mais tarde, ingressei no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro. Concluí o mestrado em 2001 apresentando a dissertação sobre o “Ensino-Aprendizagem das Equações Algébricas através da Resolução de Problemas”, sob a orientação da Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. A opção por essa linha de pesquisa está registrada na minha trajetória profissional.

TRAJETÓRIA PROFISSIONAL

Iniciei minha atividade docente como alfabetizadora antes mesmo de concluir o curso de graduação em Matemática. A experiência vivida, nas séries iniciais da Educação Básica, foi grande incentivadora na minha trajetória profissional. Ensinar crianças a ler, escrever e contar, não só me trouxeram satisfação, mas importante acréscimo à minha experiência profissional.

Já no início de minhas atividades, embora sem um forte embasamento teórico, acreditava que autonomia e criatividade deveriam alicerçar a educação, isto é, um ensino-aprendizagem capaz de formar pessoas com capacidade de pensar e agir por si mesmas. Os escritos de Ellen White, uma autora americana do século passado, contribuíram para as minhas considerações sobre educação e continuam presentes na minha percepção de mundo. Compartilho de suas ideias quando ela afirma, em seu livro “Educação”, que:

Em vez de pusilânimes educados, as instituições de ensino poderão produzir homens fortes para pensar e agir, homens que possuam amplidão de espírito, clareza de pensamento, e coragem nas suas convicções. [...] À frente do estudante existe aberta a senda de um contínuo progresso. (WHITE, 1997, p.18)

Ela chama a atenção dos professores para um trabalho consciente e acrescenta que:

O verdadeiro educador é aquele que não se satisfaz com um trabalho de segunda ordem, não se contenta com encaminhar seus estudantes a um padrão mais baixo do que o mais elevado que lhe é possível atingir. Não podem contentar-se com lhes

comunicar apenas conhecimentos técnicos, fazendo deles meramente hábeis guarda-livros, destros artistas, prósperos homens de negócios. É sua ambição incutir-lhes os princípios da verdade, obediência, honra, integridade, pureza - princípios que deles farão uma força positiva para a estabilidade e o erguimento da sociedade. (WHITE, 1997, p.29)

Depois da graduação passei a lecionar Ciências e Matemática para alunos de 5ª a 8ª séries (anos finais do Ensino Fundamental), em escolas públicas e particulares no estado do Paraná. Porém, minha preferência sempre foi pela Matemática e, ao prestar concurso público para o Estado de Mato Grosso, optei pela Matemática. E, a partir de então, só trabalhei com essa área do conhecimento. Porém, o processo ensino-aprendizagem sempre me trouxe questionamentos, levando-me a buscar novos conhecimentos.

A busca por respostas às questões de sala de aula me direcionou para a investigação em Educação Matemática. Na UNESP de Rio Claro, no curso de pós-graduação, pude perceber várias linhas de pesquisa que contribuíram para minha formação acadêmica. Entretanto, diante do que acredito ser educação e dos questionamentos sobre o processo ensino-aprendizagem, decidi-me pela linha de pesquisa “Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas”.

Como professora concursada para o Ensino Médio, pelo Estado de Mato Grosso, ao concluir o mestrado voltei com o objetivo de colocar em prática o conhecimento que havia adquirido. A instituição, em que atuava como professora me apoiou na criação de um projeto para a sala de aula, o qual foi aceito e discutido pelo grupo de professores de Matemática. Formamos um grupo de estudos em que alguns professores de outras áreas participaram conosco. No segundo ano de aplicação, o projeto foi incorporado ao PPP- Plano Político Pedagógico da instituição de ensino em que trabalhava na área de ensino-aprendizagem da Matemática.

Como atividade paralela, lecionei em uma universidade particular (UNIC- Universidade de Cuiabá), com extensão na Cidade de Várzea Grande, MT. Nessa instituição trabalhei Cálculo e Estatística para o curso de Administração de Empresas. Em seguida, prestei concurso para professor substituto na UFMT- Universidade Federal de Mato Grosso, onde lecionei Cálculo e Prática de Ensino nos cursos de Licenciatura em Matemática e Física.

Com o programa de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais - REUNI, em 2006 o Instituto Universitário Norte de Mato Grosso, uma extensão da UFMT, chegou à cidade de Sinop, situada a 500 km da capital Cuiabá. Prestei concurso, fui aprovada e iniciei uma nova etapa na minha trajetória profissional, agora como professora formadora.

A UFMT- Campus de Cuiabá possuía um curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática. Em Sinop, o grande desafio foi o de reestruturar e implantar, no recém-criado instituto, o projeto idealizado, por professores do Campus de Cuiabá para professores em serviço, para alunos em formação inicial. No segundo semestre de 2006 iniciou-se a primeira turma do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, com habilitação em Física, Química e Matemática, da UFMT- Campus de Sinop.

Os desafios educacionais de hoje, em todas as áreas, exigem uma urgente, profunda e ampla reestruturação da educação superior, principalmente nos cursos de formação inicial, se o foco é elevar não só o nível de acesso e permanência nas universidades, mas o de elevar também seu padrão de qualidade.

É nesse contexto que me incluo, indagando-me sobre que profissionais queremos formar. Como trabalho com a formação desse profissional, meu interesse em desenvolver um trabalho de pesquisa em nível de doutorado, na área de ensino-aprendizagem-avaliação da Matemática e seus fundamentos, é o de poder encontrar respostas a meus questionamentos sobre a formação inicial de professores de Matemática.

Na dissertação de mestrado, como já mencionei, pude desenvolver um trabalho sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Por acreditar que essa metodologia pode possibilitar o desenvolvimento de potencialidades criativas e inventivas, pretendo dar continuidade à minha pesquisa enfocando a formação inicial do Professor de Matemática.

No Modelo Metodológico de Romberg, a identificação do fenômeno de interesse (atividade 1) corresponde ao ponto de partida para um trabalho de investigação. Ele tem origem nos questionamentos relativos à Educação Matemática que, para Romberg (1992), se constitui num campo fértil de estudos. A partir de meu envolvimento na implantação, reestruturação e atuação no curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática na UFMT- Campus de Sinop, o fenômeno de interesse se identificou como:

A formação inicial do professor de Matemática.

Definido o fenômeno de interesse, as atividades seguintes de investigação irão nos orientar para chegar ao problema ou à pergunta principal de nossa pesquisa.

2.2. A Criação de um Modelo Preliminar

Tendo, como ponto de partida para minha pesquisa, o tema *a formação inicial do professor de Matemática*, considerando que esse tema reflete minha curiosidade como pesquisadora e a necessidade de encontrar respostas às minhas indagações, busquei criar um modelo preliminar que pudesse orientar minhas investigações. Pois, como afirma Santos (2007),

O desafio do planejamento é, a partir de um tema (uma necessidade humana), identificar um problema e prepará-lo para ser raciocinado. A necessidade de pesquisar, de investigar, só toma forma, concretiza-se, diante do desafio representado por um problema, pois temas apenas anunciam a presença de uma necessidade humana qualquer. A atividade intelectual propriamente dita inicia-se pela percepção e problematização da necessidade. Pode-se dizer que sem problemas não há pesquisa. (SANTOS, 2007, p.73)

Ainda em Sinop, atuando como professora, senti a necessidade de buscar mais conhecimento sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática. A partir da observação das necessidades educacionais dos alunos do Curso de Licenciatura, confrontadas com minha experiência de pesquisa no mestrado em Educação Matemática, muitas perguntas surgiram.

Já conhecendo o Modelo Metodológico de Romberg por havê-lo seguido no trabalho de pesquisa realizado em meu mestrado, decidi criar um projeto e submetê-lo para a seleção ao doutorado do programa de pós-graduação da UNESP de Rio Claro. Entretanto, formular uma pergunta que envolvesse não só meu fenômeno de interesse, mas que me levasse a uma investigação produtiva foi meu maior desafio, uma vez que, no documento redigido pelos gestores, referindo-se à implantação do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática no Campus de Sinop, lê-se:

[...] Também estabelece como missão “produzir e socializar conhecimentos, contribuindo com a formação de cidadãos e profissionais altamente qualificados, atuando como vetor para o desenvolvimento regional socialmente referenciado”, almejando “tornar-se referência nacional e internacional como instituição multicampi de qualidade acadêmica, consolidando-se como marco de referência para o desenvolvimento sustentável da região central da América do Sul, na confluência da Amazônia, do cerrado e do pantanal” (PPC, 2010, p.46).

Busquei no histórico desse Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, no qual atuo, entender a dinâmica de trabalho a ele imposto. Parte desta matriz curricular está apresentada como anexo.

Ao analisar esse material, tendo já definido meu fenômeno de interesse, estando ainda em Sinop, em 2008, comecei meus primeiros ensaios para a criação de um plano de pesquisa. Sobre a função de um plano de pesquisa Asti Vera (1974) afirma que:

O plano deve ser preparado com o critério de que não é imutável, mas, pelo contrário provisório e perfectível. Sua finalidade é proporcionar apoio e ajuda, não coerção. Por isso, não é indispensável que a redação primitiva do plano deva manter-se inalterada até o fim. Pode modificar-se - e se deve fazê-lo - quando o desenvolvimento da pesquisa mostre a necessidade de alterá-lo. (ASTI VERA, 1974, p.106)

Para Romberg (1992) uma das formas de desenvolver ideias acerca de como algo funciona é a de tentar construir um modelo desse algo. O modelo mental de uma situação concreta faz com que prestemos atenção a pormenores essenciais.

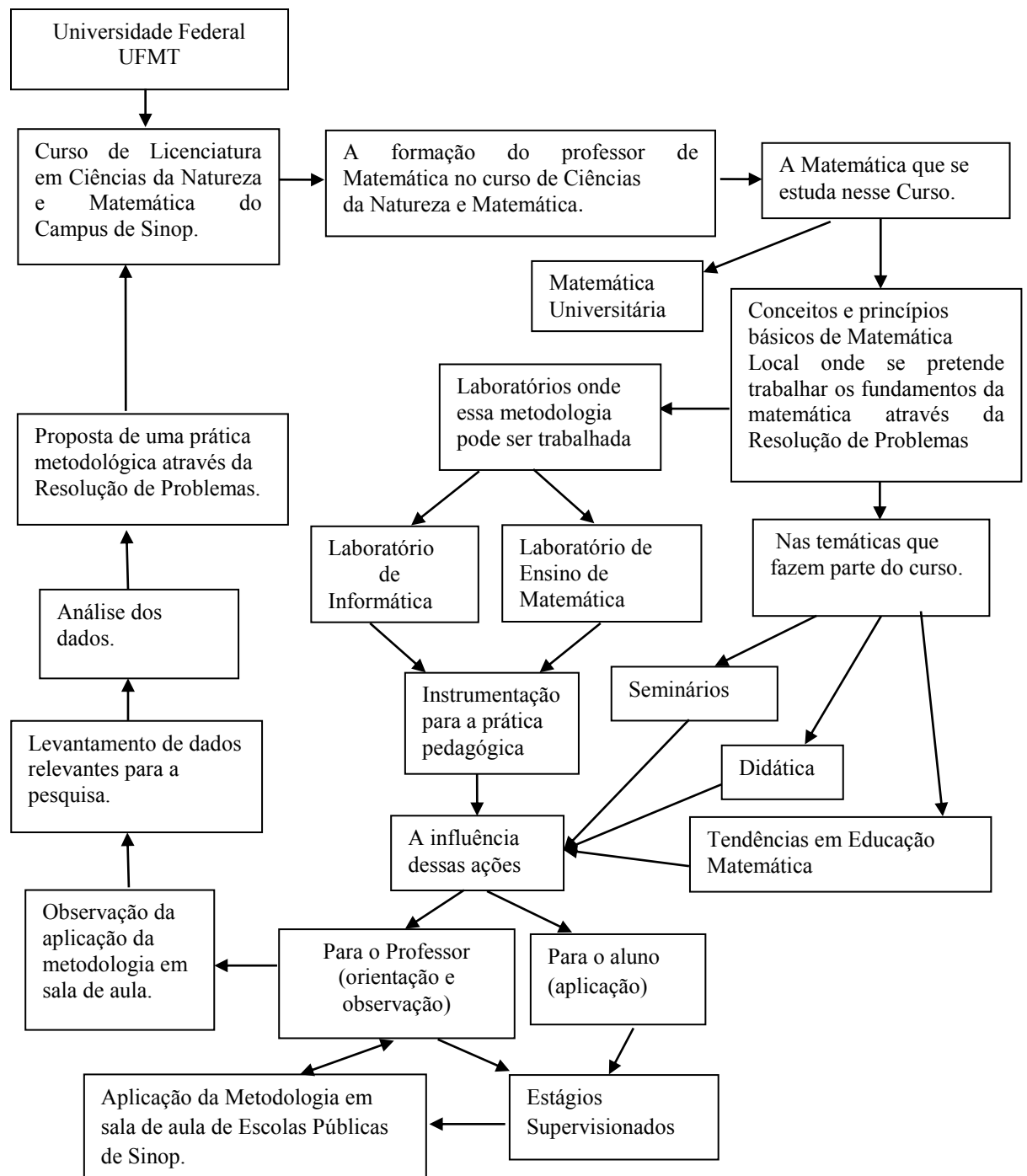
Assim, criei um modelo preliminar que procurasse descrever a trajetória da pesquisa a ser desenvolvida, no contexto da formação inicial do professor de Matemática do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática da UFMT – Campus de Sinop, iniciando com um olhar na Universidade Federal do Estado de Mato Grosso e percorrendo pelo curso de formação em Matemática que ela oferece no Campus de Sinop, desde os primeiros tópicos matemáticos que se estudam nesse curso até o momento em que o aluno começa a ter contato com a educação básica pelo estágio supervisionado. Pretendia buscar respostas para alguns questionamentos e possíveis adequações ao trabalho com os fundamentos da Matemática nesse curso.

A partir daí as atividades de pesquisa foram direcionadas para uma proposta de trabalho para o curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática para o Campus de Sinop, nas temáticas que envolviam fundamentos da Matemática, visando ao Ensino e a Aprendizagem através da Resolução de Problemas.

Estando ainda em Sinop e trabalhando como professora no Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, criei o modelo preliminar para as atividades de investigação inicialmente pensadas. Esse modelo foi enviado como projeto de pesquisa para a seleção ao doutorado no programa de Pós Graduação em Educação Matemática.

Segundo Romberg, normalmente o modelo preliminar possui poucas variáveis. O que não ocorreu com meu modelo preliminar, pois nele tentei representar a trajetória do Curso de Licenciatura, a análise de um projeto a ser aplicado em sala de aula e ao final da aplicação representei uma sugestão de trabalho para esse curso.

Figura 2- Modelo Preliminar de Pesquisa



Fonte: Criação da pesquisadora para o projeto de pesquisa.

Analisando o Modelo Preliminar criado, num primeiro momento pudemos identificar nele os “outros”, onde “esses outros” seriam os pesquisadores que trabalham ou já trabalharam sobre:

- Formação de Professores de Matemática;

- Resolução de Problemas e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Nesta pesquisa optamos por levantar uma única questão que pudesse contemplar a inquietação relacionada ao fenômeno, ao modelo preliminar criado e à identificação de “nossos outros”. Assim, inicialmente, a pergunta da pesquisa seria: *Como trabalhar as ideias contidas em conceitos e princípios básicos da Matemática, no Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática-Campus de Sinop-MT ?*

Nos capítulos 3 e 4 apresentaremos o que “nossos outros” têm a nos dizer. No Capítulo 3 discutiremos sobre a Formação de Professores de Matemática e, no Capítulo 4, apresentaremos Resolução de Problemas.

Ao nos relacionarmos com ideias de “outros”, como já foi dito, ouviremos esses “outros” sem nenhuma tomada de posição da pesquisadora e que, na aplicação, a voz da pesquisadora far-se-á presente concordando ou não com o que esses outros nos disseram.

Segundo Santos (2007), nas páginas 104 e 105, pode-se ler que a pesquisa bibliográfica está presente em qualquer processo de pesquisa; a pesquisa bibliográfica é mais simples e confortável, pois os dados já estão prontos, organizados e publicados; e a pesquisa bibliográfica tem como instrumento essencial a habilidade da leitura, isto é, a capacidade de extrair informações a partir de textos escritos.

CAPÍTULO 3

FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Ensinar não é uma ciência, mas uma arte. Esta opinião foi expressa por tantas pessoas tantas vezes que eu me sinto um pouco embaraçado em repeti-la.
George Polya

Neste capítulo, nosso objetivo é o de “ouvir” o que pesquisadores na área de Formação de Professores têm a nos dizer. Assim, neste capítulo, a pesquisa será de natureza bibliográfica.

No cenário da formação do professor encontra-se o protagonista que maior atenção e cuidado requer, o professor. Em programas educacionais, reformas curriculares e projetos políticos, sem o devido cuidado à formação do professor pouco se avança. Numa sociedade que caminha a passos largos e rápidos na busca de sucesso e competitividade, conhecer o papel do professor faz-se necessário em todos os níveis, modalidades e áreas da educação. Além disso, o professor, na sua prática diária, contribui para a formação do cidadão que atua na sociedade em que vive.

Falar de formação de professores é um grande desafio, pois este tema se constitui num mundo de variados domínios. Mundo este constituído por teorias, competências, habilidades, conhecimentos, saberes, concepções, crenças, atitudes, valores e conflitos. Pois, como afirma Ponte (1998, p.1), “a formação é um campo de luta ideológica e política. Não há grupo com interesses na educação que não tenha as suas posições a defender, e fá-lo com todo o à-vontade e, às vezes, com grande agressividade.” Posicionar-se e agir com determinação, nesse campo complexo, exige discernimento quanto ao real papel do professor.

Conseguir esse discernimento reside na busca por outros conhecimentos além dos específicos da formação. Pois, como argumenta Tardif (2002, p.18), “o saber dos professores é plural, composto, heterogêneo, porque envolve, no próprio exercício do trabalho, conhecimentos e um saber-fazer bastante diversos, provenientes de fontes variadas e, provavelmente, de natureza diferente”.

Autonomia, reflexão e saberes docentes são temas que permeiam as discussões sobre formação de professores. Entretanto, na prática do professor, esses temas continuam longe de ser uma realidade, pois, tanto no contexto da formação inicial quanto na formação continuada do professor, esses espaços se apresentam propícios à realização de mudanças e reformas educacionais.

Diante do exposto, e considerando a formação do professor, optamos por investigar sobre conhecimentos essenciais a essa formação.

Cury (2012), ao falar sobre conhecimentos, diz que:

Shulman (1986), em seu artigo que se tornou clássico nas pesquisas na área de formação do professor, discute concepções sobre o conhecimento do professor e investiga testes usados nos Estados Unidos, no século XIX, para avaliar a competência para o ensino. Ao compará-los com avaliações de docentes realizadas no século XX, o autor critica a omissão atual do conteúdo da disciplina na qual o futuro mestre está sendo formado. Segundo ele, essa omissão caracteriza a maior parte dos paradigmas de pesquisa sobre o ensino, e ele se refere a essa “ausência de foco” no conteúdo de ensino como o problema do “paradigma perdido”. (SHULMAN, 1986, p.6. apud CURY, 2012, p.19)

Ao falar sobre conhecimento do professor, Cury (2012) informa que “Quando Shulman (1986) lançou seu artigo, *Those who understand: Knowledge Growth in Teaching*, houve um interesse muito grande pelas ideias apresentadas e, nos 20 anos seguintes, o texto foi citado em mais de 1.200 artigos publicados em periódicos arbitrados”. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, apud CURY, 2012, p.23).

Segundo Cury (2012), em 1987 Shulman voltou a mencionar as categorias de conhecimento do professor, ampliando as classes apresentadas anteriormente, considerando que no mínimo, os professores deveriam ter:

- conhecimento do conteúdo;
- conhecimento pedagógico geral [...];
- conhecimento curricular [...];
- conhecimento pedagógico do conteúdo, aquela amálgama especial de conteúdo e pedagogia que é exclusivamente o campo dos professores, sua própria forma especial de compreensão profissional;
- conhecimentos dos alunos e de suas características;
- conhecimento dos contextos educacionais [...];
- conhecimentos dos objetivos, propósitos e valores educacionais, e seus fundamentos filosóficos e históricos. (SHULMAN, 1987, p.8, apud CURY, 2012, p.25)

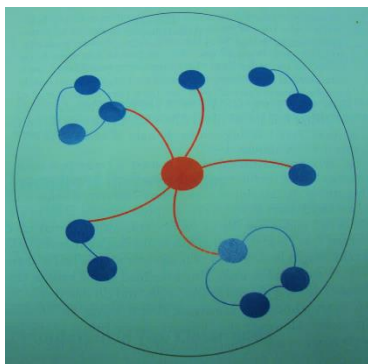
Diante do exposto, e considerando a formação do professor, optamos por investigar sobre conhecimentos essenciais a essa formação.

3.1. Construção do Conhecimento do Professor

O professor é aquele que, no exercício de sua profissão, deve pensar de forma crítica. Pois, como afirmam Krulik e Rudnick (2001, p.v), “o pensamento crítico é a habilidade em gerar, sintetizar e aplicar ideias originais para produzir um produto novo”. Nessa perspectiva, Van de Walle (2001, p.26) apresenta “um diagrama que deve ser entendido como uma metáfora para a construção de ideias” e pede:

Considere a figura como sendo uma pequena secção de nossa composição cognitiva. Os pontos azuis representam as ideias existentes. As linhas que juntam as ideias representam nossas conexões ou relações lógicas que se desenvolvem entre as ideias. O ponto vermelho é uma ideia emergente, aquela que está sendo construída. (VAN DE WALLE, 2001, p.26)

Figura 3 - Metáfora para a construção do conhecimento



Fonte: Extraído de Van de Walle, 2001, p.27

Usamos as ideias que já temos (pontos azuis) para construir uma nova ideia (ponto vermelho), desenvolvendo no processo uma rede de conexões entre ideias. Quanto mais ideias forem usadas e quanto mais conexões forem feitas melhor será a compreensão. (VAN DE WALLE, 2001, p.27)

Esse autor acrescenta, ainda na página 26, que construir e compreender uma nova ideia requer ativamente pensar sobre ela. “Como esta se ajusta com o que eu já sei?”. “Como posso entender isso face à minha atual compreensão dessa ideia?”. No espaço da construção de conhecimento do professor, a observação feita por Van de Walle (2001) de que as ideias sobre um determinado assunto não podem ser “despejadas” sobre alunos, merece ser refletida e o futuro professor deve ser levado a perceber que não se constrói conhecimento no vazio partindo-se do nada. Sendo assim, é importante que, em sua formação, o futuro professor possa perceber que os conhecimentos prévios, trazidos pelo aprendiz, podem colaborar com a construção de um conhecimento novo.

Em Cury (2012), encontra-se a seguinte fala de Shulman:

Shulman(1986) considera que, nos estudos atuais sobre a competência para o ensino, faltam perguntas sobre o conteúdo das aulas ministradas, as perguntas e as explicações dadas pelos professores, a forma como lidam com o problema dos erros dos alunos. À medida que desenvolveram suas investigações, Shulman e seu grupo de pesquisadores propuseram uma distinção entre três categorias de conhecimento do conteúdo: a) o conhecimento do conteúdo da disciplina; b) o conhecimento curricular; e c) o conhecimento pedagógico do conteúdo. Dessa classificação, o que mais chamou a atenção foi o constructo denominado “conhecimento pedagógico do conteúdo”, que foi definido como o conhecimento “que vai além do conhecimento da disciplina em si para a dimensão do conhecimento da disciplina”. (SHULMAN, 1986, p.9, apud CURY, 2012, p. 24)

Ao pesquisar sobre as categorias de conhecimento necessárias à formação do professor nos deparamos com o termo “saber”. Sobre esses dois conceitos, conhecimento e saber,

Fiorentini et al (1998, p.312) comentam que “os textos em educação normalmente usam os termos *conhecimento* e *saber* sem distinção de significado”. Entretanto, ele acrescenta que:

[...] *conhecimento* aproximar-se-ia mais com a produção científica sistematizada e acumulada historicamente com regras mais rigorosas de validação tradicionalmente aceitas pela academia; o *saber*, por outro lado, representaria um modo de conhecer/saber mais dinâmico, menos sistematizado ou rigoroso e mais articulado a outras formas de saber e fazer relativos à prática não possuindo normas rígidas formais de validação. (FIORENTINI, 1998, p.312)

Em (CANTORAL, cit. in FARFÁN 1998, apud D'AMORE, 2007, p.315) lemos:

Conhecimento é a informação sem uso; o saber é a ação deliberada para fazer do conhecimento um objeto útil diante de uma situação problemática. Disso se deduz que a aprendizagem é uma manifestação da evolução do conhecimento em saber. A aprendizagem consiste, portanto, em dar a resposta correta antes da situação concreta.

Com relação a esses conhecimentos/saberes, Pires (2003) afirma que:

Um aspecto bastante consensual nos vários estudos disponíveis diz respeito à multiplicidade de saberes que deve ter um professor, ligados não apenas a conteúdos específicos mas, também, aos conhecimentos científico-pedagógicos, conhecimentos sobre currículos, conhecimentos sobre os alunos, sobre as finalidades da educação, além do autoconhecimento e de sua inserção profissional. (PIRES, 2003, p.16)

Por sua vez, Serrazina (2003, p.70) argumenta que “as reflexões sobre o aprender a ensinar, considerado como um processo complexo e contextualizado, apoiam-se na análise sobre a caracterização do conhecimento do professor e das suas condições de desenvolvimento”. Essa argumentação remete-nos às ideias de Schön (1995), em seu artigo *Formar professores como profissionais reflexivos*, como sendo um fator indispensável na formação de professores.

Tardif (2002, p.9), levanta a seguinte questão: “quais são os conhecimentos, o saber-fazer, as competências e as habilidades que os professores mobilizam diariamente, nas salas de aulas e nas escolas, a fim de realizar concretamente as suas diversas tarefas?” Assim, ao falar sobre os professores enquanto sujeitos do conhecimento, Tardif (2002, p.227) aborda “a questão do conhecimento dos professores, isto é, dos saberes, do saber fazer, das competências e das habilidades que servem de base ao trabalho dos professores no ambiente escolar.” O objetivo de Tardif, com essa abordagem é a de “mostrar de que modo ele pode ajudar a repensar certos temas”, especialmente o da subjetividade dos professores.

Ao constatar a extensão do campo de conhecimentos/saberes necessários ao professor, abordaremos quatro categorias de conhecimento que consideramos serem essenciais à formação do professor: o conhecimento educacional, o conhecimento pedagógico, o conhecimento curricular e o conhecimento profissional.

Conhecimento Educacional

Paulo Freire (2007, p.22) aborda tópicos que reforçam a ideia de que “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”. Para ele ensinar exige: consciência do inacabamento; reconhecimento de ser condicionado; o respeito à autonomia do ser do educando; bom-senso; humildade, tolerância e luta em defesa dos direitos dos educadores; apreensão da realidade; alegria e esperança; a convicção de que a mudança é possível; curiosidade (FREIRE, 2007). E continua, na página 23, dizendo que “ensinar não é transferir conhecimento, conteúdo, nem formar é ação pela qual um sujeito criador dá forma, estilo ou alma a um corpo indeciso e acomodado”.

Moreira (1995), em seu artigo “a formação de professores na universidade e a qualidade da escola fundamental”, ao falar sobre “o intelectual que forma professores”, diz :

Parto do princípio de que a universidade não pode apenas pretender formar profissionais de ensino, ou seja, sua função não é fundamentalmente profissionalizante. Sua função é mais ampla. (MOREIRA, 1995, p.129)

Diz esse autor, que vê, como Belloni (1992), a função da universidade

[...] como gerar saber. Um saber comprometido com a verdade porque ela é a base de construção do conhecimento. Um saber comprometido com a justiça porque ela é a base das relações entre humanos. Um saber comprometido com a beleza porque ela possibilita a expressão da emoção e do prazer, sem o que a racionalidade reduz o humano a apenas uma de suas possibilidades. Um saber comprometido com a igualdade porque ela é a base da estrutura social e inerente à condição humana. (BELLONI, 1992, p.73). Um saber, em síntese, comprometido com o avanço da ciência e com a solução dos problemas que os grupos majoritários da sociedade enfrentam. (MOREIRA, 1995, p129, 130)

Uma descrição do que se entende por conhecimento educacional é apresentada pelos autores Mansano e Azevedo (2002) ao assegurarem que:

A expressão „Conhecimento Educacional“ é entendida como todo e qualquer conhecimento inerente a uma instituição de ensino, ou seja, não somente o ensino específico repassado ao aluno, mas todo conhecimento implícito ou explícito envolvido nesse processo. (MANSANO; AZEVEDO, 2002, p.3)

Com relação à produção do conhecimento educacional, Morais (2009, p.7) teve sempre clareza de que “o lugar da pós-graduação em Educação era o *locus* privilegiado da produção de conhecimento na área e para pensar sobre o próprio conhecimento da Educação”.

Conhecimento Pedagógico

O conhecimento pedagógico refere-se ao conhecimento de maneiras de se ensinar. Curi (2011), ao falar sobre conhecimento pedagógico, cita Shulman (1986) e diz:

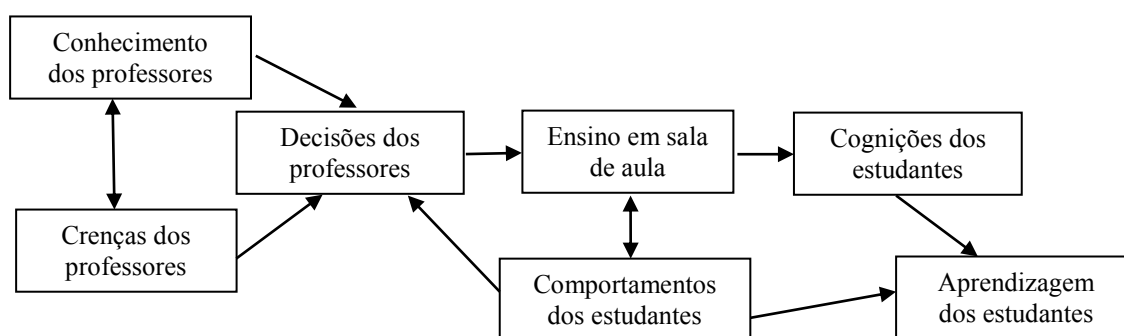
A expressão denominada por Shulman (1986) de *pedagogical content knowledge* é traduzida por alguns autores como “conhecimento pedagógico disciplinar” e por outros como “conhecimento didático do conteúdo”. Ele entende por *pedagogical content knowledge* uma combinação entre o conhecimento da disciplina e o conhecimento do “modo de ensinar” e de tornar a disciplina compreensível para o aluno. O autor defende que esse tipo de conhecimento incorpora a visão da disciplina como conhecimento a ser ensinado, incluindo os modos de apresentá-lo e de abordá-lo, de forma que seja compreensível para os alunos, e ainda as concepções, crenças e conhecimentos dos estudantes sobre a disciplina. [...] Com relação ao conhecimento do currículo, Shulman (1986) afirma que este envolve compreensão do programa, mas também o conhecimento de materiais que o professor disponibiliza para ensinar sua disciplina, a capacidade de fazer articulações horizontais e verticais do conteúdo ensinado, a história da evolução curricular do conteúdo a ser ensinado, entre outros conhecimentos. (CURI, 2011, p.80, 84)

Tardif (2002), referindo-se ao trabalho docente, à pedagogia e ao ensino, afirma que:

Existem, atualmente, instrumentos conceituais e metodológicos bem elaborados que possibilitam analisar o trabalho de um modo geral e o trabalho docente em particular. Nos Estados Unidos, desde o início da década de 1980, milhares de pesquisas foram realizadas diretamente nos estabelecimentos escolares e nas salas de aula, no intuito de estudar *in loco* o processo concreto da atividade profissional dos professores. No Brasil, sobretudo a partir do início dos anos 1990, a pesquisa educacional passou a vislumbrar, na sala de aula, um espaço rico em possibilidades de investigação. Um número cada vez maior de pesquisadores da área da educação tem ido regularmente às instituições escolares observar e analisar as atividades cotidianas dos trabalhadores do ensino. (TARDIF, 2002 p.112)

Em pesquisa relacionada ao processo de aquisição do conhecimento, Carpenter e Fennema (1988, apud ONUCHIC; BOERO, 2007, p. 99) propuseram o modelo abaixo para integrar a Ciência da Cognição e a Ciência Instrucional.

Figura 4 - Integrando Ciência Cognitiva e Ciência Instrucional



Fonte: Revista Bolema: Boletim de Educação Matemática ano 20 - N.27 - 2007, p. 99

Observando a disposição de cada item e o sentido das flechas no modelo proposto por Carpenter e Fennema (1988), percebemos que elas descortinam o processo de ensino e aprendizagem na sala de aula. Com relação à sala de aula, a pedagogia está atrelada ao trabalho que o professor exerce com o propósito de alcançar o pretendido, pois, como afirma

Shulman (1986, p.8) “um simples conhecimento de conteúdo é, provavelmente, tão inútil pedagogicamente quanto uma habilidade livre de conteúdo”. Existe uma incontestável relação entre eficácia educacional e a maneira de se aplicar esses dois conhecimentos.

Nesse sentido, ao se referir à pedagogia, do ponto de vista do trabalho dos professores, o objetivo, de Tardif (2002, p.115), é o de esclarecer a questão da pedagogia, uma vez que “aquilo que chamamos de pedagogia, de técnicas e de teorias pedagógicas, pouco importa a sua natureza, deve estar arrimado no processo concreto de trabalho dos professores, para que possa ter alguma utilidade”. Acrescentamos que conhecimento de teorias pedagógicas, que não se reflete no processo de ensino, nada acrescenta ao processo de aprendizagem. Por outro lado, favorece a proliferação do cinismo no meio educacional.

Tardif (2002) diz que, para definir pedagogia é importante situá-la em relação às situações de trabalho vividas pelos professores e propõe uma definição que provém de uma reflexão sobre material de sua pesquisa referente ao trabalho de professores:

A pedagogia é o conjunto de meios empregados pelo professor para atingir seus objetivos no âmbito das interações educativas com os alunos. Noutras palavras, do ponto de vista da análise do trabalho, a pedagogia é a “tecnologia” utilizada pelos professores em relação ao seu objeto de trabalho (os alunos), no processo de trabalho cotidiano, para obter um resultado (a socialização e a instrução). (TARDIF, 2002, p. 117)

Ainda, Tardif (2002) acrescenta que, como indica essa definição, o campo próprio da pedagogia são as interações concretas entre os professores e os alunos.

Ao entrar em sala de aula, o professor penetra em um ambiente de trabalho constituído de interações humanas. As interações com os alunos não representam, portanto, um aspecto secundário ou periférico do trabalho dos professores: elas constituem o núcleo e, por essa razão, determinam, ao nosso ver, a própria natureza dos procedimentos e, portanto, da pedagogia. (TARDIF, 2002, p.118)

Portanto, como conclui Tardif (2002, p.149) “a pedagogia não pode ser outra coisa senão a prática de um profissional, isto é, de uma pessoa autônoma, guiada por uma ética do trabalho e confrontada diariamente com problemas para os quais não existem receitas prontas”. Assim sendo, no contexto da formação do professor, o conhecimento pedagógico e suas implicações, para a sala de aula, tornam-se imprescindíveis.

Conhecimento Curricular

O conhecimento curricular refere-se ao currículo, conforme explicitado por Shulman (1986, p.10), como “o conjunto de programas elaborados para o ensino de assuntos e tópicos

específicos em um determinado nível, bem como a variedade de materiais didáticos disponíveis relacionados a esses programas”.

Falando de currículo, Pires (2000) enfatiza que:

Necessário é, portanto, que os currículos de formação se organizem em torno da perspectiva metodológica de ação-reflexão-ação e/ou reflexão-ação-reflexão, em que os futuros professores são convidados a buscar informações e conhecimentos pertinentes para colocá-los em uso e buscar encaminhamentos adequados (PIRES, 2000. P.13)

Canavarro e Ponte (2005, p.68), tratando do protagonismo curricular do professor, dizem que “o tema das práticas curriculares dos professores tem sido alvo de aturada atenção por parte de dois investigadores canadianos, D. Jean Clandinin e Michael Connelly, que veem o professor e o currículo em estreita dependência”. Ainda, Canavarro e Ponte (2005, p.69), ao falarem sobre o “papel central do professor na construção do currículo”, apresentam uma citação de Clandinin e Connelly em que dizem que:

Os professores e os alunos vivem o currículo; os professores não transmitem, implementam ou ensinam um currículo e objetivos, nem sequer são empurrados, eles e os seus alunos, à frente de um currículo de manuais escolares, conteúdos, metodologias de ensino e intenções. O currículo é um relato das vidas dos professores e dos alunos ao longo do tempo, apesar da intencionalidade, objetivos, e materiais curriculares aí desempenharem um papel. (CLANDININ; CONNELLY, 1992, p.365, apud CANAVARRO; PONTE, 2005, p. 69)

Em continuidade, Canavarro e Ponte (2005, p. 69) dizem que “esses investigadores encontram eco em outros autores. Por exemplo, Gimeno (1989) fala igualmente em diferentes formas de perspectivar a relação do professor com o currículo e, consequentemente, o seu papel no desenvolvimento curricular”, e ainda coloca o que Gimeno diz:

Os papéis possíveis e previsíveis do professor frente ao desenvolvimento de um currículo estabelecido, ou frente à implantação de uma inovação, podem localizar-se teoricamente numa linha contínua que vai desde o papel passivo de mero executor até ao de um profissional crítico que utiliza o conhecimento e a sua autonomia para propor soluções originais frente a cada situação educativa. (GIMENO, 1989, p.213, apud CANAVARRO; PONTE, 2005, p. 69)

Gimeno (1989, apud CANAVARRO; PONTE, 2005, p.70) fala de “três níveis principais relativamente ao papel que o professor pode assumir no currículo, de acordo com o grau de dependência profissional”. Esses níveis são:

O primeiro, é o nível de *imitação-manutenção*, em que se espera que o professor seja capaz de reproduzir as inovações que se querem burocraticamente impor, seguindo os guias curriculares, em geral, manuais escolares, que devem aceitar em crítica. O segundo, é o nível de *mediação*, no qual o professor surge como o mediador curricular que terá de adaptar as inovações propostas às condições concretas da escola onde atua. Espera-se que conheça bem a situação onde opera, nomeadamente os recursos e os alunos, e consiga realizar uma prática adequada, interpretando, ajustando e alterando os materiais disponíveis. O terceiro, é o nível *criativo-gerador*, segundo o qual o professor, em conjunto com os colegas, assume a autoria e responsabilidade total da sua ação. Em face da situação concreta,

diagnostica os problemas, formula hipótese de trabalho, encontra as soluções adequadas, experimenta-as e avalia-as, investigando e regulando continuamente as suas práticas.

E ainda, Gimeno (1989, apud CANAVARRO; PONTE, 2005, p.70) continua dizendo que “essas três perspectivas correspondem a posicionamentos políticos muito distintos sobre o professor, com consequências para a configuração da profissionalidade docente”.

Na opinião de Serrazina (2003, p.69), “o professor deve ser um profissional que, perante uma proposta de currículo oficial, tem a capacidade de o interpretar, adaptar e planificar para os alunos concretos que têm num determinado contexto e meio social”. Ela, ainda, argumenta que:

Quando nos referimos a um currículo para professores devemos considerá-lo, tal como para os alunos, não como uma proposta fechada e terminada para oferecer e transmitir aos alunos, futuros professores, mas como um espaço onde se procuram e experimentam soluções, como uma experiência de trabalho onde a prática aparece como uma resolução de problemas. (SERRAZINA, 2003, p.70)

Ainda, Pacheco (1996, p.101, apud CANAVARRO; PONTE, 2005) diz que:

O professor é o árbitro de toda a decisão curricular, sendo associado ao que de positivo ou negativo se faz na escola, uma vez que é o protagonista de uma cadeia de decisões que, natural e logicamente, lhe pertence terminar, moldando à sua medida o currículo sucessivamente prescrito, apresentado, programado e planificado. (PACHECO, 1996, p.101, apud CANAVARRO; PONTE, 2005, p.70)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais são um eixo norteador curricular para o professor, mas que, em sala de aula, quase nunca é encarado assim. É possível trabalhar dessa forma, na realidade o que falta é vivenciar o processo. As orientações, contidas nesses documentos, não cumprirão seu objetivo se eles não forem pesquisados, analisados e refletidos pelos professores.

Conhecimento Profissional

No campo educacional, tal como acontece em outras áreas, é imprescindível identificar-se o conhecimento profissional de quem atua nessa área. Assim, entre pesquisadores que abordam o tema conhecimento profissional, buscaremos pontos de vista que podem ser considerados como conhecimento profissional do professor.

Shulman (1986) afirma que:

Quando compreensão estratégica é trazida para levar ao exame de regras e casos, o julgamento profissional, o marcador de qualquer profissão aprendida, é chamado para a atividade. O que distingue uma simples arte de uma profissão é a interdeterminação de regras quando aplicadas a casos particulares. O profissional assegura conhecimento, não somente de como - capacidade para o hábil desempenho - mas do quê e do por quê. O professor não é somente um mestre do procedimento mas, também, do conteúdo e da análise racional, e ser capaz de explicar porque alguma coisa é feita. O professor é capaz de refletir, levando-o a um

autoconhecimento, a uma consciência metacognitiva que distingue o desenhista do arquiteto e o guarda-livros do auditor. Um profissional é capaz não somente de praticar e entender sua arte, mas de comunicar as razões para a tomada de decisões e ações profissionais a outros. (SHULMAN 1983, apud SHULMAN, 1986, p. 13) [...] A visão de que me aposso para o ensino e a educação do professor é uma visão de profissionais que são capazes não somente de agir, mas promulgar, de agir de uma maneira que é autoconsciente com respeito àquele seu ato.[...] Firmemente acredito que devemos desenvolver exames profissionais para professores, embora sua existência não se constitua como uma panaceia. Eles precisam ser definidos e controlados por membros da profissão e não por legislação ou leigos. Ainda, eles precisam refletir uma compreensão de que tanto conteúdo quanto procedimento são necessários para ensinar profissionais e, dentro do conteúdo, é preciso que se inclua conhecimento das estruturas da matéria do profissional, conhecimentos pedagógicos de tópicos gerais, específicos desse domínio e conhecimento curricular especializado. (SHULMAN, 1986, p.13)

Para Ponte (2000, p.11), “uma atividade profissional envolve uma forte acumulação de experiência num domínio bem definido” e Ponte (2006), na VII Reunião Didática de Matemática do Cone Sul, disse que o desenvolvimento profissional de um professor constitui-se num processo de crescimento na competência do professor, nas práticas letivas e não letivas, no autocontrole de sua atividade como educador e como elemento ativo da organização escolar. Disse, ainda, que esse desenvolvimento profissional diz respeito aos aspectos ligados à didática mas, também, à ação educativa mais geral, aos aspectos pessoais e relacionais e de interação com os outros professores e com a comunidade.

Ponte (2006) salientou que a formação vem de fora para dentro; põe ênfase nas carências; é compartimentada por assuntos; parte da teoria e muitas vezes não sai da teoria; dá-se por meio de cursos. Disse ele que, por sua vez, o desenvolvimento profissional sai de dentro para fora; põe ênfase nas potencialidades; implica o professor como um todo; que a teoria e a prática devem estar interligadas; e que há múltiplas formas de se apresentar: projetos, troca de experiência, leitura, reflexão, etc.

Tardif (2002, p.245), aborda “três questões que, nos últimos vinte anos, têm estado no centro da problemática da profissionalização do ensino e da formação de professores, num grande número de países ocidentais”:

- Quais são os saberes profissionais dos professores, isto é, quais são os saberes (conhecimento, competência, habilidades, etc.) que eles utilizam efetivamente em seu trabalho diário para desempenhar suas tarefas e atingir seus objetivos?
- Em que e como esses saberes profissionais se distinguem dos conhecimentos universitários elaborados pelos pesquisadores da área de ciências da educação, bem como dos conhecimentos incorporados nos cursos de formação universitária dos futuros professores?
- Que relações deveriam existir entre os saberes profissionais e os conhecimentos universitários, e entre os professores do ensino básico e os professores universitários (pesquisadores ou formadores), no que diz respeito à profissionalização do ensino e à formação de professores? [...] A fim de proporcionar elementos que permitam responder a estas três perguntas, vamos, num primeiro momento, fazer uma breve descrição da conjuntura social na qual vem se desenvolvendo, hoje, o movimento da profissionalização do ensino. Num segundo momento, proporemos uma definição

daquilo que entendemos por “epistemologia da prática profissional”, especificando de forma sucinta, algumas consequências dessa definição para a pesquisa sobre o ensino. Num terceiro momento, procuraremos ver de que modo essa definição permite destacar algumas das mais importantes características da prática dos professores. Finalmente, como conclusão, identificaremos algumas consequências dessa análise da prática profissional em relação aos programas de formação para o magistério, aos dispositivos de formação e às práticas profissionais dos formadores de professores.
(TARDIF, 2002, p.245- 246)

Continuando, Tardif se refere à profissionalização do ensino como uma conjuntura paradoxal, considerando que os professores para se tornarem profissionais no momento em que o profissionalismo, a formação profissional e as profissões mais bem assentadas atravessam um período de crise profunda; fala sobre a epistemologia da prática profissional como o estudo do conjunto dos saberes utilizados realmente pelos profissionais, em seu espaço de trabalho cotidiano, para desempenhar todas as suas tarefas; destaca algumas características dos saberes profissionais, dizendo que a finalidade de uma epistemologia da prática profissional é revelar esses saberes, compreender como são integrados concretamente nas tarefas dos profissionais e como estes os incorporam, produzem, utilizam, aplicam e transformam em função dos limites e dos recursos inerentes às suas atividades de trabalho; visando a mostrar como ela, a epistemologia, se aplica à análise do saber dos professores e que tipos de resultados de pesquisas é suscetível de produzir: os saberes profissionais dos professores são temporais; são plurais e heterogêneos; são personalizados e situados; e, como o objeto do trabalho do docente são seres humanos, por conseguinte os saberes dos professores carregam as marcas do ser humano.(TARDIF, 2002)

Na visão de Tardif (2002, p.249) “tanto em suas bases teóricas quanto em suas consequências práticas, os conhecimentos profissionais são evolutivos e progressivos e necessitam, por conseguinte, de formação contínua e continuada”. Ainda, com relação ao conhecimento profissional, Tardif (2002, p.251) diz que, “o conhecimento profissional possui também dimensões éticas (valores, senso comum, saberes cotidianos, julgamento prático, interesses sociais, etc.) inerentes à prática profissional, especialmente quando ela se aplica a seres humanos”.

A década de 1990 foi considerada a era das reformas relativas à formação dos professores no meio universitário. Tardif (2002, p.278) ao falar dos movimentos de reforma, cita o The Holmes Group⁴ que, juntamente com outras entidades, foi um dos principais atores

⁴ Grupo Holmes - composto, inicialmente, pelos decanos das faculdades de educação de uma centena de universidades ditas de pesquisa, entre as 250 universidades americanas que oferecem o doutorado em Educação.

do movimento reformista. O autor argumenta que “as reformas na formação dos professores deviam visar a cinco objetivos principais bastante ambiciosos”, sendo eles:

1. Tornar a formação dos professores mais sólida intelectualmente, sobretudo através de uma formação universitária de alto nível.
2. Reconhecer entre os professores, tanto em sua formação quanto em sua qualificação e em seu trabalho, diferenças de qualidade e de desempenho no que se refere ao conhecimento e à habilidade.
3. Instaurar normas de acesso à profissão – exames e exigências educacionais – que sejam profissionalmente apropriadas e intelectualmente defensáveis.
4. Estabelecer uma ligação entre as instituições universitárias de formação de professores e as escolas.
5. Fazer com que as escolas se tornem lugares mais favoráveis para o trabalho e a aprendizagem dos professores.

Entretanto, ao finalizar a apresentação desses objetivos, Tardif lembra que “estes cinco objetivos se inserem num projeto mais amplo que é o da profissionalização do ensino e da formação dos professores”.

Falando sobre os resultados dessas reformas, Tardif apresenta alguns problemas identificados por pesquisadores, acerca das dificuldades encontradas em sua implantação. Entre essas dificuldades ele destaca o insuficiente recurso financeiro; as parcerias entre as universidades e as escolas; a formação intelectual dos futuros professores; o pouco tempo dedicado ao próprio desenvolvimento profissional ou a discussões coletivas sobre os problemas do ensino; e a edificação de um repertório de conhecimentos profissionais para o ensino. (TARDIF, 2002).

Na página 285, ele afirma que as reformas atuais “exigem uma transformação substancial não somente nos cursos e conteúdos, mas também dos próprios fundamentos da formação para o magistério nas instituições universitárias”.

O referido autor continua dizendo que:

Enquanto profissionais, os professores são considerados práticos refletidos ou reflexivos que produzem saberes específicos ao seu próprio trabalho e são capazes de deliberar sobre suas próprias práticas, de objetivá-las e partilhá-las, de aperfeiçoá-las e de introduzir inovações susceptíveis de aumentar sua eficácia. [...] Nessa perspectiva, os saberes transmitidos pelas instituições de formação devem ser concebidos e adquiridos em estreita relação com a prática profissional dos professores nas escolas. (TARDIF, 2002/2010, p.286)

Embora a aplicação desses objetivos exija uma mobilização de vários setores educacionais, eles devem ser conhecidos e considerados pelos futuros professores em seus cursos de formação.

3.2. Conhecimentos Necessários à Formação Inicial do Professor de Matemática

Ao longo da história humana, diante de situações a serem vencidas ou superadas para assegurar a sobrevivência, o homem se viu frente a desafios que o levaram a criar mecanismos para se comunicar. Essa comunicação foi evoluindo e se aprimorando em atendimento a necessidades de resolver problemas cada vez mais complexos. Gradualmente, o conhecimento, no mundo das quantidades, evoluiu para o que atualmente chamamos de Matemática.

Referindo-se à Matemática, Boyer (1996, p.1) diz que “os matemáticos desempenham uma atividade intelectual altamente sofisticada, que não é fácil de definir, mas boa parte do que hoje se chama Matemática deriva de ideias que originalmente estavam centradas nos conceitos de número, grandeza e forma”. Ter essa visão de como a humanidade foi construindo o conhecimento matemático e, como no presente século, a Matemática está estruturada, é parte integrante na formação do professor de Matemática. A percepção da construção do conhecimento deve impulsionar o professor de Matemática a fazer de seus alunos construtores de conhecimento e não meros repetidores.

Assim, o conhecimento matemático do professor de Matemática deve ser um conhecimento que o capacite a justificar suas ideias e a contextualizar conceitos matemáticos tanto no âmbito da própria Matemática como no de outras ciências.

A Licenciatura em Matemática

Embora, como apontam os documentos oficiais, o curso de Licenciatura em Matemática tenha sido separado do curso de Bacharelado, atingir o objetivo principal, que é o de formar professores para atuarem na educação básica, torna-se um grande desafio. Pires (2000) apresenta alguns desses desafios colocados ao conjunto dos educadores nos cursos de Licenciatura, pois,

[...] nos cursos específicos de Licenciatura, mesmo com estudos mostrando que os ingressantes geralmente têm formação básica de qualidade insuficiente, por vezes feita em cursos supletivos, essas condições reais não são levadas em conta, ou seja, não são considerados os pontos de partida nem as necessidades desses alunos. (PIRES, 2000, p.10)

Pires (2000, p.10), ainda se referindo aos problemas dos cursos de Licenciatura, aponta que “não há coerência entre o modelo de formação de professores e o modelo de ensino e aprendizagem que, nas disciplinas de formação pedagógica, lhes sugerem como necessário e bom para seus alunos”, e argumenta que:

Em termos curriculares, a Licenciatura em Matemática é composta por dois grupos de disciplinas, geralmente desenvolvidos sem qualquer tipo de articulação. Num grupo estão as disciplinas de formação específica em Matemática e noutro estão as disciplinas de formação geral e pedagógica. Geralmente, esses dois grupos de disciplinas são desenvolvidos de forma desarticulada e, até mesmo, contraditória. Apregoa-se, por exemplo, uma concepção de ensino e de aprendizagem em Matemática à luz da ideia de resolução de problemas e nas aulas das disciplinas do primeiro grupo prevalece uma prática baseada unicamente na transmissão de conhecimentos matemáticos, descontextualizados, sem a participação do aluno. (PIRES, 2000, p.11)

As consequências desse descompasso, que geralmente ocorre nos cursos de Licenciatura em Matemática, refletem-se nas atividades do professor dessa área. Como resultado, percebe-se não só o mau desempenho dos alunos em sala de aula mas, também, uma ineficiência Matemática nas atividades cotidianas que dela necessita.

No contexto da formação inicial do professor de Matemática, é preciso lançar-se, como amplo fundamento, o investir nessa formação de modo a encorajá-lo a enfrentar os desafios da carreira docente e, ainda, que perceba a necessidade de constante busca por saberes inerentes ao desenvolvimento de sua profissão docente. Saberes esses que envolvem conceber uma forma de ensino que o futuro professor deve assumir para bem exercer sua profissão.

Falando sobre formação inicial de professores de Matemática, Groenwald e Silva (2002, apud. GROENWALD 2011) dizem que:

Refletir sobre a formação de professores de matemática implica discutir as características que definem o docente como profissional interessado e capacitado à criação e adaptação de métodos pedagógicos ao seu ambiente de trabalho, utilizando os conhecimentos matemáticos para a compreensão do mundo que o cerca e despertando no aluno o hábito do estudo independente e a criatividade. (GROENWALD, 2011, p.64)

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (2002), o professor egresso do curso de Licenciatura deve ter, além de uma sólida formação de conteúdos matemáticos, as seguintes características:

- visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos;
- visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania;
- visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela

angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina. (BRASIL, 2001, p.3)

De acordo com Curi (2011);

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores, publicadas em 2002 pelo Ministério da Educação apresentam inovações em relação às concepções existentes na época sobre a formação de professores. Um dos avanços mais importantes foi a separação dos cursos de Bacharelado e de Licenciatura e o destaque dado a este último curso para que tivesse identidade própria e não fosse mais um apêndice dos cursos de Bacharelado, considerados até então mais importantes. O documento destaca que o curso de Licenciatura deve ter especificações curriculares voltadas às finalidades do curso que é de formar um professor para atuar no ensino básico, além do caráter de terminalidade do curso. O documento estabelece princípios orientadores para a formação de professores de natureza pedagógica, estrutural e institucional. (CURI, 2011, p.84)

Essa autora continua argumentando que:

Após essas Diretrizes Gerais, em 2003 foram publicadas as Diretrizes do Curso de Matemática, e em 2006 as Diretrizes do Curso de Pedagogia. O documento de Matemática apresenta Diretrizes para os cursos de Bacharelado e de Licenciatura. No que se refere à Licenciatura destaca o perfil do profissional que o curso quer formar, as competências e habilidades previstas para serem desenvolvidas na formação, descreve a estrutura dos cursos, aponta alguns conteúdos considerados fundamentais para o licenciando, discute o formato dos estágios e orienta as atividades complementares. (CURI, 2011, p.85)

Acrescenta ainda que:

A legislação atual apresenta princípios orientadores dos cursos voltados às especificidades da formação do professor. No entanto, mesmo considerando a importância desse marco legal, deve-se levar em conta que existe autonomia das instituições na elaboração de seu Projeto Pedagógico. A diversidade de adaptação das instituições de ensino à legislação depende muitas vezes da estrutura das instituições; da inserção das disciplinas na grade curricular, se como optativas ou obrigatórias, da carga horária com maior ou menor duração; do perfil dos formadores, etc. Assim, há uma diversidade de conhecimentos para ensinar Matemática específica do professor egresso do curso de Matemática. (CURI, 2011, p.86)

Ponte (2002, p.1) argumenta que “Um curso de formação inicial de professores de Matemática deve ser necessariamente diferente de um curso de Matemática que visa a formar matemáticos para se dedicarem prioritariamente à investigação”.

Pires (2000, p.11) diz que “novos desafios destacam-se na formação de professores, em função das mudanças sociais, culturais e econômicas, e que configuram um novo perfil profissional de professor.” Esse novo perfil é requerido em função da disseminação dos computadores e de outras mídias. Nessa perspectiva a autora argumenta que “o uso das tecnologias da comunicação é parte integrante da formação de professores e, em particular, de professores de Matemática”. A presença desses recursos didáticos, na escola, exige do professor senso crítico e criativo.

Nos cursos de graduação em Matemática um grande número de horas é dirigida à formação Matemática do aluno: conceitos, definições, procedimentos, modelos de investigação e convenções são desenvolvidos nas disciplinas matemáticas. É importante notar que esse trabalho deve ser desenvolvido visando à formação inicial do estudante, um futuro professor que irá trabalhar na formação básica de alunos no Ensino Fundamental e Médio.

A organização dos conteúdos a serem trabalhados na formação inicial do professor deve dar condições ao estabelecimento de variadas conexões entre conhecimentos matemáticos entre si, esses com os de outras áreas do conhecimento, dos conhecimentos matemáticos com conhecimentos pedagógicos e dos conhecimentos teóricos com os da prática. Além destes, o futuro professor deve também perceber que os recursos tecnológicos são aliados potentes no ensino-aprendizagem da Matemática.

Como parte integrante do sistema educacional, o professor de Matemática necessita saber como funciona o sistema educacional e quais são as especificidades de sua profissão. Os itens elencados por Ponte (1998) refletem bem essa necessidade:

Na verdade, um professor, para exercer adequadamente a sua atividade profissional, tem (a) de ter bons conhecimentos e uma boa relação com a Matemática, (b) de conhecer em profundidade o currículo e ser capaz de o recriar de acordo com a sua situação de trabalho, (c) de conhecer o aluno e a aprendizagem, (d) dominar os processos de instrução, os diversos métodos e técnicas, relacionando-os com os objetivos e conteúdos curriculares, (e) conhecer bem o seu contexto de trabalho, nomeadamente a escola e o sistema educacional, e (f) conhecer-se a si mesmo como profissional. (PONTE, 1998, p.4)

O conhecimento educacional refere-se aos conhecimentos ligados à área educacional em geral. O processo de aquisição desse conhecimento não termina na graduação, ele continua por toda a carreira profissional do professor de Matemática.

Um sólido conhecimento matemático e pedagógico aliado à reflexão e à coerência entre teoria e prática, levará o professor de Matemática a exercer sua função profissional com equilíbrio.

Segundo Ponte (2002), na prática profissional o professor atua em diversos níveis: conduzindo o processo de ensino e aprendizagem, avaliando os alunos, contribuindo com o projeto pedagógico da escola e com o relacionamento da escola com a comunidade. Logo, para ser professor de Matemática é necessário ter um profundo conhecimento da disciplina e ter, também, um conhecimento profissional que envolve o conhecimento didático, o conhecimento do currículo escolar e dos processos de ensino e aprendizagem (GIL et al, 2001, apud PONTE, 2002).

Groenwald, (2011) afirma que:

Para atender essas exigências deve-se levar em conta que os futuros profissionais necessitam apresentar competências e habilidades que permitam desenvolver um trabalho pedagógico com a intervenção eficaz e refletida. As habilidades que os professores dos cursos de Licenciatura devem levar seus alunos a desenvolver são, entre outras: de integrar vários campos da Matemática para a elaborar modelos,

resolver problemas e interpretar dados; de compreender e elaborar argumentação matemática; de trabalhar com conceitos abstratos na resolução de problemas; analisar criticamente textos matemáticos e redigir formas alternativas. (GROENWALD, 2011, p.65)

González (2002 apud GROENWALD, 2011) afirma que:

Os professores devem levar os estudantes a serem competentes para: dotar de significado as ideias matemáticas; interpretar se sua ideia matemática está correta ou não; raciocinar matematicamente; realizar conjecturas e resolver problemas; estabelecer, com perícia, conexões entre a matemática e os problemas do cotidiano. [...] Para tal, torna-se fundamental que os cursos de Matemática formem professores reflexivos e investigativos. Segundo Sacristán e Pérez (2000) a atuação de professores deve servir como objeto de reflexão em toda a complexidade do processo escolar e a formação dos professores deve centrar-se em potencializar suas capacidades para a reflexão na ação e sobre a ação, prevendo uma evolução profissional permanente e a habilidade para resolver problemas. (GONZÁLEZ, apud GROENWALD, 2011, p.65)

O professor de Matemática necessita saber como esse sistema funciona e quais são as especificidades de sua profissão. Assim,

A investigação sobre a prática, segundo Ponte (2002) visa resolver problemas, tendo por referência principal, não a comunidade acadêmica, mas a comunidade profissional. Buscar alternativas para os problemas escolares é o objetivo do professor investigativo. Para o autor, o professor que investiga pode pesquisar os problemas relacionados com o aluno e a aprendizagem, planejamento de suas aulas, escola e currículo. [...] Nesse sentido é muito importante promover, durante a formação, experimentos em sala de aula que permitam ao futuro professor a reflexão, investigação e análise do ambiente escolar. (GROENWALD, 2011, p.66)

3.3. O Conhecimento Matemático do Futuro Professor de Matemática

Percebe-se que, na construção do conhecimento matemático, é importante que o professor tenha percepção sobre os fatores que influenciam essa construção na sala de aula de Matemática, pois é o professor que dará forma à Matemática que se ensina aos alunos.

Um desses fatores fala sobre a falta de percepção do aspecto cumulativo do conhecimento matemático e Lima (2007) afirma que:

O conhecimento matemático é, por natureza, encadeado e cumulativo. Um aluno pode, por exemplo, saber praticamente tudo sobre a proclamação da república brasileira e ignorar completamente as capitânicas hereditárias. Mas não será capaz de estudar trigonometria se não conhecer os fundamentos da álgebra, nem entenderá essa última se não souber as operações aritméticas, etc. Esse aspecto de dependência acumulada dos assuntos matemáticos leva a uma sequência necessária, que torna difícil pegar o bonde andando e muitas vezes provoca uma síndrome conhecida como “ansiedade matemática”. (LIMA, 2007, p.4)

Lima (2007), falando sobre a Matemática, afirma que:

Ao contrário das demais matérias que se estudam na escola, que se referem a objetos e situações concretas, a Matemática trata de noções e verdades de

natureza abstrata. Aliás, essa é uma das razões da sua força e sua importância. A afirmação $2 \times 5 = 10$ tanto se aplica aos dedos de duas mãos quanto aos jogadores que disputam um jogo de basquete. A generalidade com que valem as proposições matemáticas exige precisão, proíbe ambiguidade e, por isso, requer mais concentração e cuidado por parte do estudante. Por outro lado, o exercício dessas virtudes durante os anos de escola ajuda a formar hábitos que serão úteis no futuro. A perseverança, a dedicação e a ordem no trabalho são qualidades indispensáveis para o estudo da Matemática. Note-se que não se trata de talentos e que não se nasce dotado delas. (LIMA, 2007, p.5)

Acrescentam-se, também, as considerações de Serrazina (2003, p.67) com relação à competência Matemática, quando afirma que “ser-se matematicamente competente na realização de uma dada tarefa implica não só ter os conhecimentos necessários como a capacidade de os identificar e mobilizar na situação concreta, mas ainda a disposição para fazê-lo efetivamente”.

Por outro lado, as convicções, sobre o que significa teoria e prática na aquisição do conhecimento matemático e sobre como se dá sentido à Matemática, terão um impacto significativo na maneira de o professor abordar os conteúdos matemáticos em sala de aula. O conhecimento de teorias e tendências relacionadas ao ensino e à aprendizagem, acompanhado de profunda reflexão sobre a prática, sem dúvida afetará a prática docente.

Nesse sentido, Curi (2011) afirma que:

Os avanços teóricos na Educação Matemática têm comprovado que a aprendizagem dos saberes matemáticos não se dão pelo treino mecânico descontextualizado, ou pela repetição exaustiva do professor de fórmulas e procedimentos. Pelo contrário, a aprendizagem dos conteúdos ocorre pela interação dos alunos com o conhecimento. (CURI, 2011, p.90)

Para que essa interação possa ser verdadeiramente eficaz, o professor deveria ser verdadeiramente eficiente.

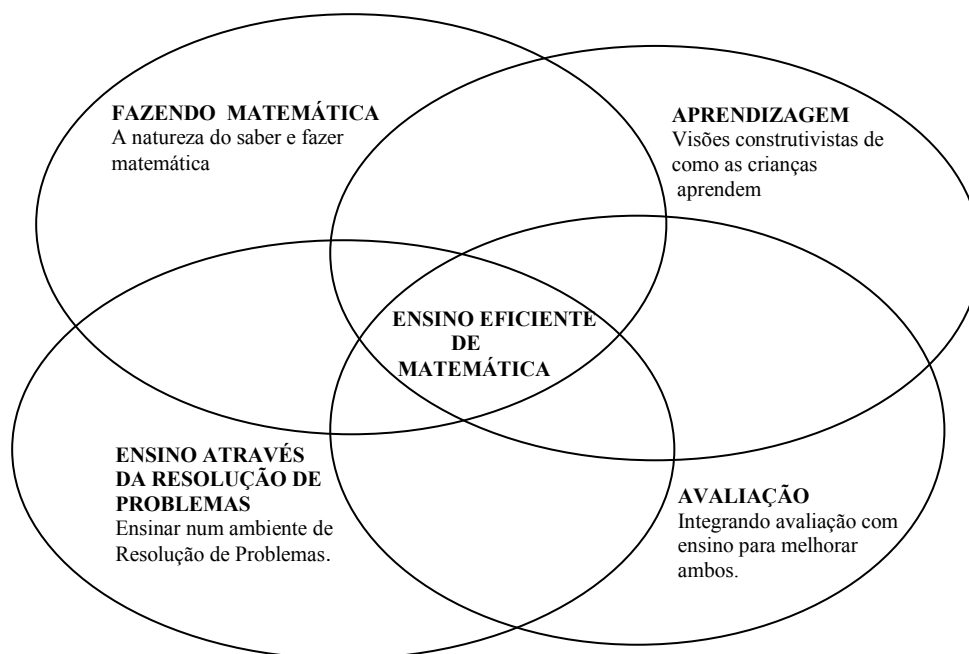
A Licenciatura em Matemática, nos processos educacionais trabalha, com futuros professores, uma diversidade de metodologias de ensino, aprendizagem e avaliação. Van de Walle (2001, p.1), dentro de uma metodologia construtivista envolvendo Resolução de Problemas, diz que, para que o professor fosse verdadeiramente eficiente, ele deveria atender a quatro componentes básicos:

- a) uma apreciação da disciplina de Matemática em si mesmo – o que significa fazer Matemática;
- b) um entendimento de como os estudantes aprendem e constroem ideias;
- c) uma capacidade de projetar e selecionar tarefas, de modo que os alunos aprendam Matemática num ambiente de resolução de problemas; e

- d) a habilidade em integrar a avaliação com o processo de ensino para melhorar a aprendizagem e a instrução diária.

Para uma melhor visualização da importância desses componentes na construção do conhecimento matemático, Van de Walle ilustra-os no diagrama a seguir.

Figura 5 - Fundamentos do ensino da matemática



Fonte: Van de Walle. Elementary and Middle School Mathematics; Teaching Developmentally. 4ª ed. Longman, 2001, p.1

O conhecimento curricular refere-se ao currículo. E o professor, em sua formação, deve adquirir essa categoria de conhecimento. Na introdução de seu artigo “Considerações em torno do significado do conhecimento”, Leite (1995) apresenta currículo como sendo:

Uma questão que deve estar presente em uma análise sobre o currículo escolar extrapola o pedagógico e diz respeito ao conhecimento e ao seu significado no contexto social mais amplo. Essa discussão busca respaldo teórico na reflexão filosófica e ressalta a complexidade do significado do conhecimento. (LEITE, 1995, p.11)

O que vale para professores de qualquer disciplina, vale, em particular para o professor de Matemática que, na opinião de Serrazina (2003, p.69), “o professor deve ser um profissional que, perante uma proposta de currículo oficial, tem a capacidade de a interpretar, adaptar e planificar para os alunos concretos que tem num determinado contexto e meio social”.

No documento Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas Tecnologias - Ensino Fundamental - Ciclo II e Ensino Médio de 2010. Pode-se ler que:

Neste documento, são apresentados conteúdos que versam sobre currículo, planejamento e avaliação de forma a subsidiar o professor e o gestor em suas práticas para implementar o Currículo do Estado de São Paulo, organizar sua crítica e construir a Proposta Pedagógica que representa a identidade de sua escola em particular. (SESP, p.4)

Na página 11 desse documento é trabalhado o tema “O currículo como espaço de cultura”, e nele define-se currículo como:

[...] a expressão do que existe na cultura científica, artística e humanista transposto para uma situação de aprendizagem e ensino. [...] todas as atividades da escola são curriculares; caso contrário, não são justificáveis no contexto escolar. [...] O conhecimento tomado como instrumento, mobilizado em competências, reforça o sentido cultural da aprendizagem. (SESP, p.11)

Ainda, nesse documento, se lê:

[...] O objetivo principal de um currículo é mapear um vasto território do conhecimento, recobrando-o por meio de disciplinas e articulando-as de tal modo que o mapa assim elaborado constitua um permanente convite a viagens, não representando apenas uma delimitação rígida de fronteiras entre os diversos territórios disciplinares. [...] Em cada disciplina, os conteúdos devem ser organizados de modo a possibilitar o tratamento dos dados para que possam se transformar em informações para que sirvam de base para a construção do conhecimento. (SESP, p.29)

Com relação a Matemática nos currículos escolares, nesse documento, pode-se ler que:

A Matemática nos currículos deve constituir, em parceria com a língua materna, um recurso imprescindível para uma expressão rica, uma compreensão abrangente, uma argumentação correta, um enfrentamento assertivo de situações-problema, uma contextualização significativa dos temas estudados. Quando os contextos são deixados de lado os conteúdos estudados deslocam-se sutilmente da condição de meios para a de fins das ações docentes. E, sempre que aquilo que deveria ser apenas meio transmuta-se em fim, ocorre o fenômeno da mediocrização. [...] É fundamental, no entanto, que a valorização da contextualização seja equilibrada com o desenvolvimento de outra competência, igualmente valiosa: a capacidade de abstrair o contexto, de apreender relações que são válidas em múltiplos contextos e, sobretudo, a capacidade de imaginar situações fictícias, que não existem concretamente, ainda que possam vir a ser realizadas. (SESP, p.30)

Com relação às abstrações, esse documento diz:

As abstrações não são um obstáculo para o conhecimento, mas constitui uma condição sem a qual não é possível conhecer. No que se refere às abstrações, a grande meta da escola não pode ser eliminá-las - o que seria um verdadeiro absurdo - mas, sim, tratá-las como instrumentos, como meios para a construção do conhecimento em todas as áreas, e não como um fim em si mesmo. (SESP, p.33)

No âmbito da formação inicial, o futuro professor de Matemática deve ser levado a perceber que a aquisição do conhecimento profissional é um processo que perdurará por toda a sua carreira educacional. Essa formação deve fornecer as bases estruturais, de modo que ao professor iniciar sua atividade como docente possa dar continuidade à construção do conhecimento profissional.

Falando sobre a era das reformas e seus objetivos mais importantes durante os anos 1990, Tardif comenta que as reformas na formação de professores deviam visar a cinco objetivos principais bastante ambiciosos: tornar a formação dos professores mais sólida intelectualmente, sobretudo através de uma formação universitária de auto nível e, também, através da pesquisa em Ciências da Educação; reconhecer entre os professores, tanto em sua formação quanto em sua qualificação e em seu trabalho, diferenças de qualidade e de desempenho no que se refere ao conhecimento e à habilidade; instaurar normas de acesso à profissão - exames e exigências educacionais que sejam profissionalmente apropriadas e intelectualmente defensáveis; estabelecer uma ligação ente as instituições universitárias de formação de professores e as escolas; fazer com que as escolas se tornem lugares mais favoráveis para o trabalho e a aprendizagem dos professores. (TARDIF, 2002)

Tardif (2002, p.280) acrescenta que “é preciso lembrar que esses cinco objetivos se inserem num projeto mais amplo que é o da profissionalização do ensino e da formação de professores” e, ainda, se inspira no modelo das profissões liberais para fundamentar sua argumentação.

Falando sobre as reformas, Tardif (2002, p.285) diz que “as reformas norte-americanas exigem uma transformação substancial não somente dos cursos e conteúdos mas, também, dos próprios fundamentos da formação para o magistério nas universidades”. Ele ainda, diz que:

Enquanto profissionais os professores são considerados práticos refletidos ou reflexivos que produzem saberes específicos ao seu próprio trabalho e são capazes de deliberar sobre suas próprias práticas de objetivá-las e partilhá-las, de aperfeiçoá-las, e de introduzir inovações suscetíveis de aumentar sua eficácia. [...] Concretamente esse modelo comporta a implantação de novos dispositivos de formação profissional que proporcionam um vai e vem constante entre a prática profissional e a formação teórica entre a experiência concreta nas salas de aula e a pesquisa entre os professores e os formadores universitários. (TARDIF, 2002, p.286)

Tardif, se inspira no modelo das profissões liberais, ao falar sobre a profissionalização do ensino e da formação do professor e diz:

Finalmente esse modelo de formação profissional apoia-se na ideia de que a formação de professores supõe um continuum no qual, durante toda a carreira docente, fases de trabalho devem alternar com fases de formação contínua. De acordo com esse ponto de vista, na formação profissional podem ser percebidas pelo menos quatro fases de formação para a profissão, que são cronologicamente distintas e apontam para a aquisição de saberes e de competências diferenciadas. Esses fazeres expressam-se na longa duração e na variedade da formação dos professores, a qual começa antes da universidade, durante a formação escolar anterior, transforma-se na formação universitária inicial, valida-se no momento de ingresso na profissão, nos primeiros anos de carreira e prossegue durante uma parcela substancial da vida profissional. [...] Colocar esse modelo em aplicação

supõe um certo número de transformações importantes nas práticas vigentes em matéria de formação dos professores, tanto inicial quanto contínua, assim como em termos de pesquisa.[...] A Formação inicial visa a habilitar os alunos futuros professores, à prática profissional dos professores de profissão e a fazer deles práticos “reflexivos”. (TARDIF, 2002, p.287-288)

Ainda, esse autor acrescenta:

Os formadores universitários são levados, portanto, a especificar as contribuições de sua própria disciplina em função da prática profissional dos professores.

Isso significa, em seguida, no seccionamento temporal dos programas, conceder um espaço substancial à formação prática no meio escolar: estágios de longa duração, contatos repetidos e frequentes com os ambientes da prática, cursos dedicados à análise das práticas, análise de casos, etc.

Finalmente, significa integrar os professores de profissão no próprio currículo da formação inicial para o ensino, os quais se tornam, a partir de então, verdadeiramente atores da formação dos futuros docentes. Ao passo que, tradicionalmente, os professores de profissão se situavam na periferia da formação inicial, tenta-se, hoje, dar-lhes um espaço mais importante. Em última instância, tais como os universitários, os professores se tornam formadores e são integrados nas atividades de formação dos futuros professores. (TARDIF, 2002, p.289)

Como disse Freire,

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazer-se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino, continuo buscando, reproduzindo. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade. (FREIRE, 2007, p.29)

Já, no início da década de 90, D.,Ambrosio (1993) considerava a formação de professores de Matemática um grande desafio. Segundo ela, a visão de Matemática predominante no currículo escolar estava refletida na percepção da sociedade do que vem a ser Matemática e diz que:

O grande desafio da Educação Matemática é determinar como traduzir essa visão da matemática para o ensino. Nossa sociedade, em geral, e nossos alunos em particular não veem a matemática como uma disciplina dinâmica, com espaço para a criatividade, o desafio, a investigação e a resolução de problemas. (D'AMBROSIO, 1993, p.35)

Afirma ainda que:

Para trabalhar a Matemática de uma maneira alternativa é necessário acreditar que de fato o processo de aprendizagem da Matemática se baseia na ação do aluno em resolução de problemas, em investigações e explorações dinâmicas de situações que o intrigam. [...] como acreditar que a matemática possa ser trabalhada dessa forma se o professor nunca teve semelhante experiência em sala de aula enquanto aluno?. (D'AMBROSIO, 1993, p.38)

De fato, a formação inicial de professores de Matemática se constitui um grande desafio. Como afirma Serrazina (2003, p.68) “o professor é o elemento-chave na mudança, porque tem um papel essencial no ambiente que se vive na sala de aula, pelo que a sua formação joga um papel crucial.” Além disso, a autora acrescenta que:

Podemos afirmar que aprender matemática num curso de formação de professores é importante, mas desenvolver uma atitude de investigação e de constante questionamento em matemática é ainda mais importante. Pois o futuro professor deve desenvolver uma atitude de abertura em relação à experimentação e à inovação. (SERRAZINA, 2003, p.68)

Nessa perspectiva, Serrazina (2003), enfatiza que:

A formação inicial tem não só de procurar explicitar o conhecimento dos futuros professores, mas tentar que esse conhecimento evolua mediante processos reflexivos que se apoiam no tratamento e resolução de problemas, isto é, na investigação. É preciso criar ambientes de constante questionamento, nos quais possam ocorrer as discussões que promovam desafios, havendo, deste modo, um envolvimento ativo de todos. (SERRAZINA, 2003, p.71)

Além disso, a investigação contribui para o crescimento intelectual do professor mantendo-o atualizado. Deste modo, o professor pode avaliar, reestruturar, inovar e criar possibilidades no processo de ensino-aprendizagem.

Esta percepção de ensino e pesquisa, aliada a uma prática reflexiva, produzirá mudanças no processo de ensino-aprendizagem. A sala de aula será um espaço de construção de conhecimentos tanto para o aluno como para o professor.

Nesse sentido, Fosnot (1998) ao descrever sobre Construtivismo defende que:

Uma visão construtivista da aprendizagem sugere uma abordagem de ensino que dê oportunidade aos alunos de experiências concretas, contextualmente significativas, nas quais eles possam buscar padrões, levantar suas próprias perguntas e construir seus próprios modelos, conceitos e estratégias. A sala de aula, nesse modelo, é vista como uma minissociedade, uma comunidade de aprendizes engajados em atividades, discurso e reflexão. (FOSNOT, 1998, prefácio)

Um dos princípios gerais de aprendizagem derivado do Construtivismo, apresentado por Fosnot (1998), estabelece que:

Aprender não é o resultado do desenvolvimento; aprender é desenvolvimento. A aprendizagem requer invenção e auto-organização por parte do aprendiz. Sendo assim, os professores precisam permitir que os alunos coloquem suas próprias perguntas, gerem suas próprias hipóteses e modelos como possibilidades e testem sua validade. (FOSNOT, 1998, p.46)

Diante do exposto, pode-se perceber que ocupar-se das questões relacionadas à formação do professor de Matemática, tanto as que dizem respeito à sala de aula, quanto as que se referem ao sistema educacional e social como um todo, torna-se um grande desafio. Por isso, Pires (2003) ao se referir à formação de professores de Matemática afirma que:

Na formação inicial de futuros professores de matemática e na formação continuada daqueles que já estão atuando, é fundamental e sempre será, que os conhecimentos matemáticos sejam tratados de forma mais cuidadosa possível: ao mesmo tempo abrangente e profunda, contemplando sua natureza científica, mas também histórica e social, privilegiando os processos e não apenas os resultados matemáticos. (PIRES, 2003, p.4)

Além disso, Kenski (2001, p.95, 96) argumenta que o papel do professor é o de “identificar uma multiplicidade de ações diferentes para a mesma função”. Essa autora analisa o papel do professor, no atual momento da sociedade digital, e identifica o professor como “uma pessoa que em todas as épocas lida com outras (jovens, adultos, crianças), mediando interações comunicativas no ato de ensinar e aprender”. Entre as múltiplas ações existentes na função docente, ela destaca algumas funções estruturais da ação do professor, tais como agente de memória, de valores da sociedade e agente das inovações. (KENSKI, 2001)

Assim sendo, esses papéis devem ser percebidos e discutidos amplamente nas instituições formadoras, pois o professor é aquele que gera e pratica ações no âmbito educacional, possibilitando mudanças significativas na sociedade em que vive.

É importante considerar que, na formação inicial, ao conhecer as atuais tendências educacionais, o futuro professor de Matemática perceba a Resolução de Problemas como uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de Problemas, como um caminho através do qual seus futuros alunos possam apoderar-se do conhecimento matemático e, além disso, superar obstáculos epistemológicos e abrir espaço para a construção do conhecimento.

CAPÍTULO 4

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Cada problema que eu resolvi transformou-se numa regra, que serviu depois para resolver outros problemas. Descartes; (Oeuvres, vol.VI, PP.20-21; Discours de La Méthode.)

Desde a Antiguidade o homem tem enfrentado problemas no seu cotidiano. Com o crescimento populacional os problemas da humanidade também cresceram, levando o ser humano a buscar soluções que atendessem às suas necessidades. A Matemática tem desempenhado uma função importante ao longo do desenvolvimento da sociedade humana e, desde então, problemas têm ocupado um papel central no currículo da Matemática escolar. Indubitavelmente, cada vez mais, esse papel se apresenta de forma significativa.

Para que mais gente tenha um bom conhecimento de Matemática, muitos esforços estão sendo feitos, mas é preciso que muito mais pessoas se dediquem ao ensino da Matemática, uma vez que, para se viver no mundo de hoje, é fundamental saber Matemática. O professor de Matemática se encontra no centro das discussões sobre a importância de um ensino de Matemática eficiente. Preparar professores de Matemática que consigam desempenhar bem sua função, levando o aluno a perceber a importância do conhecimento matemático e despertar nele a vontade de aprender, é uma questão que exige grande esforço e determinação para ser solucionada.

Neste capítulo apresentamos uma síntese do que encontramos na literatura e em pesquisas realizadas sobre Resolução de Problemas. Descrevemos sobre Resolução de Problemas na História, diferentes abordagens sobre Resolução de Problemas, a Resolução de Problemas nas reformas curriculares, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e a Resolução de Problemas na formação inicial do professor de Matemática.

4.1- A Resolução de Problemas na História e no Currículo da Matemática

A história da ciência mostra que grandes descobertas aconteceram sempre a partir da resolução de algum problema. Portanto, os problemas sempre antecederam as descobertas e, desde a Antiguidade, ocuparam um lugar de destaque nos currículos matemáticos.

Como afirmam Stanic e Kilpatrick (1989, p.1), “o termo *resolução de problemas* tem sido um slogan que abrange diferentes visões do que é educação, do que é escolaridade, do que é Matemática, e sobre a causa de se ensinar Matemática em geral e resolução de problemas em particular”. Esses mesmos autores, ao escreverem sobre problemas no currículo, apresentam documentos egípcios, chineses e gregos contendo problemas. Apresentam duas formas de resolução de um problema contido no Papiro de Ahmes, um escriba que o encontrou, por volta de 1650 a.C., como um velho documento, um manuscrito matemático egípcio que consiste de uma coleção de problemas. Stanic e Kilpatrick apresentam um desses problemas no qual se pede a soma de uma Progressão Geométrica de cinco termos, onde o primeiro termo e o multiplicador são ambos sete.

Eles também apresentam problemas vindos do *Nine Sections*, um documento chinês datado de aproximadamente 1000 a.C., citado por Sanford em 1927. Dos gregos antigos, eles apresentam uma versão inicial do problema da cisterna, também citado por Sanford em 1927.

Eu sou um leão de bronze, minhas bicas são meus dois olhos, minha boca e a base do meu pé direito. Meu olho direito enche um pote em dois dias, meu olho esquerdo em três, e meu pé em quatro. Minha boca é capaz de enchê-lo em seis horas; diga-me quanto tempo todas as quatro bicas juntas levaram para enchê-lo? (STANIC; KILPATRICK, 1989, p.3)

Segundo os autores, métodos particulares de resolução de problemas também têm uma longa história. Por exemplo, uma técnica muito parecida à Regra da Falsa Posição está no Papiro de Ahmes. Vera Sanford (1927), citada por Stanic e Kilpatrick (1989), apresenta um exemplo da Regra da Falsa Posição usando o seguinte problema, um trabalho de Phillip Calandri, datado do século XV.

A cabeça de um peixe pesa $\frac{1}{3}$ do peixe inteiro, sua cauda pesa $\frac{1}{4}$ e seu corpo pesa 30 “onças”. Qual é o peso do peixe inteiro?
Sanford explica que a Regra da Falsa Posição foi usada para resolver o problema da seguinte forma: Se o peixe todo pesasse 12 “onças”, então a cabeça pesaria 4, a cauda pesaria 3 e o corpo 5. Evidentemente, o peso do peixe é o mesmo múltiplo de 12 do que 30 é de 5. Então o peso do peixe é 72 onças. (STANIC; KILPATRICK, 1989, p.3)

Os autores comentam que se encontram formas similares de resolução de problemas até em livros texto dos séculos XIX e XX. O ponto importante a ser considerado nesses exemplos é que uma visão muito limitada da aprendizagem da resolução de problemas é assumida. Eles apresentam problemas extraídos de páginas de livros como: *Normal Elementary Algebra* de Edward Brooks, (Brooks, 1871); *A Mental Arithmetic*, de William J. Milne, (Milne, 1897); *New School Algebra* de G.A.Wentworth, (Wentworth, 1900); *Principles of Arithmetic* de H. O. R. Siefert, (Siefert, 1902); *Strayer-Upton Arithmetics – Higher Grades* (Strayer-Upton, 1928); *Social Utility Arithmetics* de Clifford B. Upton

(Upton, 1939). Com esses exemplos, Stanic e Kilpatrick (1989) mostram como problemas têm se apresentado, ao longo da história do currículo matemático, sempre da mesma maneira.

Como mostram os autores, problemas têm uma longa história no currículo de Matemática. Porém, ao longo do século XX, aconteceram mudanças relativas ao papel da Resolução de Problemas. As discussões, sobre o ensino da Resolução de Problemas, em que se defendia que aos estudantes fossem apresentados problemas específicos, mudaram para o desenvolvimento de abordagens mais gerais para resolução de problemas.

Stanic e Kilpatrick (1989, p.10) apresentam um panorama das reformas educacionais ocorridas no século XIX e início do século XX. Segundo eles, desde Platão, tinha-se a idéia de que estudar Matemática melhoraria a capacidade de pensar, de raciocinar e de resolver problemas do mundo real. “Problemas eram um determinado elemento, do currículo de matemática, que contribuiu, como todos os outros elementos, para o desenvolvimento do poder de raciocínio”. Eles apresentam a Teoria da Disciplina Mental e mostram como ela forneceu a estrutura para expressar essas ideias durante o século XIX. Essa teoria era o resultado da fusão entre a psicologia das faculdades e a tradição das artes liberais. A psicologia das faculdades olhava a mente das pessoas como composta por várias capacidades, ou faculdades, tais como a percepção, a memória, a imaginação, a compreensão e a intuição ou razão. Como uma teoria curricular, a disciplina mental tinha como base a ideia de que era trabalho da escola ajudar os estudantes a desenvolverem essas faculdades (e que as tradicionais artes liberais - ou seja, Matemática e línguas clássicas - eram os melhores veículos para desenvolver essas faculdades). De acordo com a Teoria da Disciplina Mental, a Matemática, especialmente os mais altos níveis matemáticos, propiciariam o principal veículo para o desenvolvimento da faculdade do raciocínio.

Os autores mencionam que embora essa teoria continuasse a atuar, eventos que tiveram lugar na virada do século XX levaram a mudanças na forma como o estudo da Matemática era visto. Os trabalhos de Edward Thorndike, segundo os autores, desempenharam um papel maior no declínio dessa teoria. Porém, psicólogos, sociólogos e educadores matemáticos assumiram posições contra os trabalhos de Thorndike. Esses críticos, observando as intensas mudanças sociais, em que a população estudantil cresceria 20 vezes mais entre 1890 e 1940, concluíram que o currículo escolar deveria mudar. Segundo Stanic e Kilpatrick (1989, p.11), esses críticos argumentavam que “uma pessoa precisava estudar apenas o que estava diretamente ligado a seu futuro papel na sociedade. Foram usadas análises de atividades de vários papéis sociais para estabelecer objetivos específicos para o currículo escolar”. Nessa época cresceu o movimento a favor dos testes de inteligência para

decidir quem deveria ter acesso a determinado conhecimento do currículo escolar. Seguiu-se um período de busca por entendimento do que era relevante para o currículo escolar.

Segundo Stanic e Kilpatrick (1989), os eventos que levaram ao declínio da Teoria da Disciplina Mental podem ter definido o cenário para que educadores matemáticos começassem a dar maior ênfase ao desenvolvimento de habilidades em resolver problemas, mas o confronto das ideias básicas sobre a inteligência humana, da educação e do currículo escolar ainda permeiam as discussões sobre resolução de problemas.

Os autores alegam que, se olharmos para a Resolução de Problemas no currículo, desde o antigo Egito até o presente, diferentes temas são revelados. Segundo esses autores, três temas gerais têm caracterizado o papel da resolução de problemas no currículo da Matemática escolar: a resolução de problemas como contexto; a resolução de problemas como habilidade e a resolução de problemas como arte.

A resolução de problemas como Contexto

A resolução de problemas como contexto tem pelo menos cinco subtemas, todos baseados na ideia de que problema e resolução de problemas são meios para atingir outros valiosos fins:

- **Justificação:** problemas dão justificação para o ensino da Matemática e, alguns deles são usados para convencer estudantes e professores do valor da Matemática que está sendo ensinada;
- **motivação:** está relacionado à justificação naquilo em que o problema justifica a Matemática que está sendo ensinada;
- **recreação:** está relacionada à motivação por despertar o interesse do aluno ao permitir que o estudante tenha algum prazer com a Matemática que ele aprendeu.
- **veículo:** o problema é considerado um veículo através do qual novos conceitos ou habilidades podem ser ensinados.
- **prática:** tem exercido maior influência no currículo da Matemática, cujo objetivo é reforçar as habilidades e os conceitos ensinados.

A resolução de problemas como Habilidade

Essa visão está relacionada com as mudanças ocorridas perto da virada do século XX, com o avanço das pesquisas em psicologia e sua influência na área educacional. Com relação à resolução de problemas como habilidade, Stanic e Kilpatrick (1989) enfatizam que

A resolução de problemas é muitas vezes vista como uma em uma série de habilidades a serem ensinadas no currículo escolar. De acordo com esta visão, a resolução de problemas não é necessariamente uma habilidade unitária, mas há uma orientação clara de habilidades. Embora a resolução de problemas como contexto continue a ser um tema forte e persistente, a visão da resolução de problemas, como habilidade, tornou-se dominante para aqueles que veem a resolução de problemas como um fim curricular valioso, que merece atenção especial, ao invés de simplesmente como meio para atingir outros fins ou como um resultado do estudo da matemática. (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 14-15)

Esses mesmos autores afirmam que:

Colocar resolução de problemas numa hierarquia de habilidades a serem adquiridas pelos estudantes leva a certas consequências para o papel de resolução de problemas no currículo. Uma consequência é que, dentro de habilidade geral de resolução de problemas, distinções hierárquicas são feitas entre resolver problemas rotineiros e não rotineiros. Isto é, a resolução de problema não rotineiro é caracterizada como uma habilidade de nível superior a ser adquirida depois da habilidade em resolver problemas rotineiros. Esta visão posterga a atenção para a resolução de problemas não rotineiros e, como resultado somente alguns alunos, que já realizaram os pré-requisitos são sempre expostos a tais problemas. Essa visão, segundo os autores beneficia apenas alguns alunos. (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 15)

Além do exposto acima, a visão de resolução de problemas como habilidade deixa de lado outras características da resolução de problemas, como por exemplo, a resolução de problemas como um caminho para se ensinar Matemática levando o aluno a pensar e refletir sobre a Matemática que se está estudando.

A resolução de problemas como Arte

Segundo os autores essa é uma visão mais profunda e mais abrangente de resolução de problemas no currículo escolar. Ela emergiu dos trabalhos de George Polya, que reviveu em nosso tempo a ideia de heurística e a definiu como *a arte da descoberta*. Falando de Polya, Stanic e Kilpatrick afirmam que

Matemáticos tão antigos como Euclides, Pappus, Descartes, Leibnitz e Bolzano discutiram métodos e regras para descobrir e inventar a matemática, mas suas ideias nunca caminharam para dentro do currículo escolar. Ficou para Polya formular, estender e ilustrar várias ideias sobre a descoberta da matemática de uma forma que os professores poderiam entender e usar. (STANIC; KILPATRICK, 1989, p.15)

Quando se aborda o tema Resolução de Problemas, pesquisadores apresentam visões diversas. As ideias de Polya são referência neste assunto.

Polya como referência na Resolução de Problemas

Na década de 40, do século XX, Polya surge como uma referência enfatizando a importância da descoberta e de levar o aluno a pensar por meio da resolução de problemas.

Disse que: “Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema” (POLYA, 1945/1994, p. v)

Ainda, Polya diz que:

Um professor de Matemática tem uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com seus conhecimentos e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo. (POLYA, 1945/1994, p.v)

Assim, para Polya, resolver problemas era o tema mais importante para se fazer Matemática. Ao resolver um problema o aluno é levado a pensar, pois um tema que fundamenta a investigação e a resolução de problemas em Matemática é "como pensar". Polya insistia que se tomasse muito cuidado nos esforços feitos para se ensinar a "como pensar" e que, na resolução de problemas, isso não se transformasse em ensinar "o que pensar" ou "o que fazer". O que se fazia, era criar um conjunto de regras a serem seguidas para se resolver um problema.

Na parte III desse seu livro, Polya apresenta um Pequeno Dicionário de Heurística, onde são apresentados comentários sobre alguns termos que são relevantes para a resolução de problemas. Nesse dicionário encontramos o termo *Heurística* que, em termos educacionais, consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se lhe quer ensinar.

Segundo Polya o objetivo da heurística é estudar os métodos e as regras da descoberta e da invenção. Raciocínio heurístico não é o raciocínio final e rigoroso, mas um raciocínio provisório e plausível cujo objetivo é o de descobrir a solução do problema que se apresenta pois, às vezes, antes de se ter a certeza de uma solução, faz-se suposições.

Polya compara a necessidade do raciocínio heurístico, quando se constrói uma prova rigorosa, com a necessidade de andaimes quando se ergue um edifício em construção.

Falando sobre Heurística Moderna ele disse que:

A Heurística Moderna busca compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as *operações mentais*, típicas desse processo que tenham utilidade. Dispõe de várias fontes de informações, nenhuma das quais deve ser desprezada. Um estudo consciencioso da Heurística deve levar em conta tanto as bases lógicas quanto as psicológicas. Não deve esquecer aquilo que autores antigos como Pappus, Descartes, Leibnitz e Bolzano escreveram sobre o assunto, mas muito menos pode desprezar a experiência imparcial. A experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atividade por parte de outros devem constituir a base em que se assenta a Heurística. [...] O estudo da Heurística tem objetivos “práticos”: melhor conhecimento das típicas operações mentais que se aplicam à resolução de problemas pode exercer uma certa influência benéfica sobre o ensino, particularmente sobre o ensino da matemática. (POLYA, 1945/1994, p.87)

4.2. Reformas no Currículo de Matemática no século XX

A Matemática tem desempenhado um papel importante no desenvolvimento da sociedade, fazendo com que problemas matemáticos ocupem um lugar central no currículo escolar desde a Antiguidade até nossos dias. Como a Matemática se faz necessária nas diversas atividades humanas, tornar o ensino da Matemática mais eficiente é questão prioritária.

As reformas sociais ocorridas no século XX serviram de estímulo para muitos movimentos de mudanças na Educação Matemática ao redor do mundo. No início desse século, o ensino da Matemática seguiu uma orientação apoiada na repetição e memorização, seguida, anos depois, por outra orientação cujo foco era o de levar os alunos à compreensão Matemática. Essas duas formas de ensino não alcançaram o esperado sucesso quanto à aprendizagem dos alunos, pois a dificuldade em aprender Matemática persistia para a maioria dos alunos. Nessa época, a resolução de problemas surge como um meio de se aprender Matemática mas, nas décadas de 60 e 70, o ensino de Matemática foi influenciado por um movimento de renovação conhecido como Matemática Moderna. Nos anos 70, foi crescente a preocupação com um currículo de Matemática cujo foco era aumentar os testes de habilidades computacionais. Simultaneamente a essas reformas, no início da década de 70, surgem as investigações sobre Resolução de Problemas e suas implicações curriculares, chamando a atenção de educadores matemáticos. (ONUICHIC; ALLEVATO, 2004)

Para esta pesquisa, consultamos Botta (2010) que apresenta uma descrição das Reformas do Currículo de Matemática no século XX, estabelecendo relações entre as fases da Educação Matemática e as Teorias de Aprendizagem Psicológica.

Ela usa como referência o trabalho de Beatriz D'Ambrosio (1983), apresentado em uma *Série de Palestras e Debates*, na Faculdade de Educação da Unicamp, sobre as fases pelas quais passou o ensino de Matemática, desde o início do século XX até as décadas de 60 e 70, ressaltando a influência de teorias psicológica de aprendizagem na evolução do currículo matemático.

Botta (2010) também apresenta um levantamento feito pelas pesquisadoras Lambdin e Walcott (2007) sobre as mudanças ocorridas no século XX, referindo-se a conexões entre teorias de aprendizagem psicológica e o currículo da Matemática escolar, onde elas acrescentaram à pesquisa de D'Ambrosio outras três fases que se seguiram ao período da Matemática Moderna.

Tabela 1. Relações entre as fases da Educação Matemática e as Teorias de Aprendizagem Psicológica, a partir do século XX. (LAMB DIN E WALCOTT, 2007, p.5)

FASES	PRINCIPAIS TEORIAS E TEÓRICOS	FOCO	COMO ATINGIR
Exercício e prática (aprox. 1920-1930)	Coneccionismo ou Associacionismo Thorndike	Facilidade com cálculo	Memorização rotineira de fatos e de algoritmos Quebrar todo o trabalho em séries de pequenos passos
Aritmética Significativa (aprox. 1930-1950's)	Teoria Gestalt Brownell, Wertheimer van Engen, Fehr	Compreensão de ideias e habilidades matemáticas Aplicações matemática a problemas do mundo real	Ênfase nas relações matemáticas Aprendizagem incidental Abordagem de atividade orientada
Matemática Moderna (aprox. 1960-1970's)	Psicologia do desenvolvimento, teoria sociocultural Bruner, Piaget, Dienes	Compreender a estrutura da disciplina	Estudo das estruturas matemáticas Currículo em espiral Aprendizagem pela descoberta
De volta às bases (aprox. 1970's)	(Volta ao coneccionismo)	(Volta à) preocupação com o conhecimento e o desenvolvimento de habilidade	Fatos aprendidos por exercício e prática
Resolução de problemas (aprox. 1980's)	Construtivismo, psicologia cognitiva, teoria sociocultural Vygotsky	Resolução de problemas e processos de pensamento matemático	Volta à aprendizagem pela descoberta Aprendizagem através de resolução de problemas
Padrões, avaliação e responsabilidade (aprox. 1990 até hoje)	Psicologia cognitiva, teoria sociocultural versus ênfase renovada sobre psicologia experimental NCLB	“Guerras Matemáticas”: preocupação pela alfabetização matemática dos indivíduos versus preocupação com a administração de sistemas educacionais	NSF – desenvolve currículos baseados em padrões orientados para os estudantes versus foco sobre preparação de testes para expectativas especificadas pelo Estado

NCLB - No Child Left Behind Act - Nenhuma Criança Ficarà Para Trás

NSF – National Science Foundation - Fundação Nacional de Pesquisa

Nas primeiras décadas do século XX, a partir das discussões levantadas por Felix Klein, iniciou-se um movimento que culminou com o que denominamos hoje de Educação Matemática, promovendo muitos debates que levaram a reformas significativas no ensino e na aprendizagem da Matemática. Onuchic (1999) comenta sobre as primeiras preocupações de Felix Klein, quando diz que:

Felix Klein, em 1892, interessou-se pelo professor que deveria trabalhar matemática com seus alunos, nas escolas. Começou a escrever monografias em que trabalhava a Matemática elementar de um ponto de vista avançado e, nelas, deixava aos professores a responsabilidade de desenvolver caminhos por ele sugeridos. Em

Klein já se sentia a preocupação com um ensino de matemática envolvendo a necessidade de professores mais bem preparados.
(ONUChic, 1999, p. 200)

Sobre as reformas educacionais ocorridas nesse século, Onuchic e Allevato (2004, p.214) acrescentam que “o século XX, ao longo de reformas sociais, mostrou-se um provocador de muitos movimentos de mudança na Educação Matemática mundial”. Elas ainda comentam que “A Educação Matemática foi se tornando um assunto de grande interesse, sendo, muitas vezes, responsável por imensos debates” que, de alguma forma, foram responsáveis por mudanças educacionais.

Segundo Onuchic, o ensino de Matemática, nas décadas de 1960-1970, foi influenciado pelo movimento conhecido como Matemática Moderna, que:

Apresentava uma matemática estruturada, apoiada em estruturas lógicas, algébrica, topológica e de ordem e enfatizava a teoria dos conjuntos. Realçava muitas propriedades, tinha preocupações excessivas com abstrações matemáticas e apresentava uma linguagem matemática universal, concisa e precisa. Entretanto, acentuava o ensino de símbolos e uma terminologia complexa que comprometia o aprendizado. (ONUChic 1999, p.202)

Nessa época começou-se a falar em resolver problemas como um meio de se aprender Matemática. Segundo Andrade (1998, p.7-8 apud Onuchic, 1999, p 201), “a primeira vez em que a resolução de problemas é tratada como um tema de interesse para professores e alunos, nos níveis superiores, foi a partir do livro *How to Solve it*, de Polya, cuja primeira edição data de 1945.”

Com o fracasso do movimento da Matemática Moderna, educadores que defendiam um ensino-aprendizagem de Matemática com compreensão, nos Estados Unidos, editaram, em 1980, o documento do NCTM - National Council of Teachers of Mathematics (Conselho Nacional de Professores de Matemática), *An Agenda for Action – Recommendations for School Mathematics of the 1980s*, (Uma agenda para a ação – Recomendações para a Matemática Escolar dos anos 1980), que chamava todos os interessados, pessoas e grupos, para juntos, num esforço cooperativo massivo, buscar uma melhor Educação Matemática para todos. A primeira dessas recomendações dizia que:

Resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 1980” e destacava que “o desenvolvimento da habilidade em resolução de problemas deveria dirigir os esforços dos educadores matemáticos por toda uma década e que o desempenho em saber resolver problemas mediria a eficiência de um domínio da competência matemática. (ONUChic 1999, p.202)

A pesquisa em Resolução de Problemas na década de 80 foi intensa mas, por volta de 1989, em testes aplicados aos alunos, pôde-se observar que apesar de haver bons resolvedores

de problemas havia ainda muitos estudantes que não sabiam Matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004). Elas ainda dizem que:

Desde então está ocorrendo uma revolução na Educação Matemática, revolução essa que, no entender de Van de Walle (2001), é mais positiva, mais penetrante e mais amplamente aceita do que qualquer outra mudança feita antes. Essa revolução chamou por uma reforma e, para que ela fosse bem sucedida, tornou-se necessária uma base sólida de pesquisa para apoiá-la. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p.216)

4.2.1. Standards no NCTM

Nos Estados Unidos, educadores matemáticos reuniram-se, em grandes conferências, com educadores matemáticos de outros países, trabalhando, em 1987, quatro “Oficinas de Trabalho” envolvendo as seguintes áreas:

- Working Group on Teaching Assessing Problem Solving;
- Working Group on Effective Mathematics Teaching;
- Working Group on The learning and Teaching of Algebra;
- Working Group on Middle School Number Concepts.

Judith T. Sowder, Diretora e Editora do documento *Research Agenda of Mathematics Education*, (Uma Agenda de Pesquisa da Educação Matemática), do NCTM, coordenou esse trabalho e produziu essa agenda. Seu propósito era o de desenvolver uma agenda para dirigir a pesquisa sobre aprendizagem e ensino de Matemática nas quatro áreas selecionadas e julgadas importantes para a Matemática escolar.

Em seu artigo *Revolution, Reform, and Research In the Mathematics Education*, para atingir esse propósito foram examinados os três “R”: Revolution, Reform and Research (Revolução, Reforma e Pesquisa). No sumário desse artigo está escrito o seguinte:

Mudanças revolucionárias em nossa sociedade, particularmente o movimento para uma economia baseada na informação, estão produzindo reformas na educação matemática essencial. Tais reformas precisam de uma base de pesquisa sólida para ser bem sucedida. Embora muitos estudos de pesquisa necessitem ser levados avante, eles devem ser coordenados sobre assuntos importantes, de modo que problemas complexos relacionados ao ensino e à aprendizagem de matemática, para uma sociedade em mudança, sejam dirigidas. O Projeto Agenda de Pesquisa foi concebido como um veículo para iniciar tal esforço coordenado. (SOWDER, 1989, p.11)

No final da década de 1980, o NCTM, visando a uma nova reforma para a Educação Matemática, publicou em 1989 o documento *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (Padrões de Currículo e Avaliação para a Matemática Escolar), onde:

“*Curriculum*” - é entendido como um plano operacional para o ensino que detalha a Matemática que os alunos precisam aprender; a forma como os alunos devem atingir os objetivos curriculares identificados; e o que os professores devem fazer para ajudar os estudantes a desenvolver seu conhecimento matemático e o contexto no qual a aprendizagem e o ensino ocorrem; e

“*Evaluation*” – os padrões devem estar articulados para avaliar tanto o desempenho do estudante quanto os programas curriculares, com ênfase no papel das medidas avaliativas para a obtenção da informação na qual os professores podem basear o ensino.

Dois anos depois, em 1991, foram publicados os *Professional Standards for Teaching Mathematics* (Padrões profissionais para o ensino da Matemática).

Esse documento - *Professional Standards for Teaching Mathematics* – foi projetado, junto com o primeiro da série *Standards - Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* - para estabelecer uma ampla estrutura para guiar a reforma da Matemática escolar na década de 90. Em particular, esses padrões apresentam uma visão de que ensinar deveria estar vinculado a apoiar as mudanças curriculares do primeiro documento da série. Esse segundo documento deveria explicar, nos mínimos detalhes, o que os professores deveriam saber para ensinar, visando aos novos objetivos da Educação Matemática e como o ensino deveria ser avaliado para o propósito de melhora.

Em 1995 foram lançados os *Assessment Standards for School Mathematics* (Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar). Esse documento está baseado sobre pesquisa extensiva recente e desenvolvimentos relacionados aos esforços nacionais para a reforma do ensino e aprendizagem da Matemática.

Presentemente uma nova abordagem de avaliação está evoluindo em muitas escolas e salas de aulas. Ao invés de assumir que o propósito da avaliação é o de classificar os alunos numa característica particular, a nova abordagem assume que, frente às expectativas de um público de nível mais elevado, cada estudante deve se esforçar para atingi-las e que diferentes desempenhos podem atender a essas expectativas indo ao encontro das expectativas esperadas e que os professores possam ser juízes justos e consistentes aos diferentes desempenhos dos alunos.

Esses padrões foram amplamente divulgados pelos órgãos educacionais, porém receberam fortes críticas por parte da comunidade de matemáticos. A partir de 1995 começou, nos Estados Unidos, uma verdadeira „guerra matemática“. Houve uma série de críticas à reforma proposta pelos Standards, mas a luta continuou. Como resultado desses esforços na aplicação das ideias defendidas nos Standards, em 2000 o NCTM lançou o documento

Principles and Standards for School Mathematics (Princípios e Padrões para a Matemática Escolar). As publicações do NCTM continuam dando suporte ao ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática, nos Estados Unidos, para professores que atuam do Pre-K à High School. Esse documento constitui-se numa visão para guiar os educadores em busca de melhora da Educação Matemática nas salas de aulas, nas escolas e nos sistemas educacionais. Eles apresentam seis princípios: Equidade; Currículo; Ensino; Aprendizagem; Avaliação; e Tecnologia.

Os dez padrões nele apresentados descrevem um corpo conectado de compreensões e competências matemáticas. Esses padrões são descrições de qual ensino de Matemática capacitaria os estudantes a conhecer e a saber fazer Matemática. Eles especificam a compreensão, o conhecimento e as habilidades que os estudantes devem adquirir desde o Pre-K até o ano 12.

Os Padrões de Conteúdo são: Número e Operações; Álgebra; Geometria; Medida; e Análise de Dados e Probabilidade. Eles, explicitamente, descrevem os conteúdos que os estudantes devem aprender.

Os Padrões de Procedimento são: Resolução de Problemas; Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; e Representação, que mostram os caminhos de adquirir e saber usar o conhecimento de conteúdo.

4.2.2. Padrões nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN

Na década de 90, no Brasil, foram elaborados os PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais - um conjunto de documentos contendo orientações curriculares para a Educação Básica brasileira. Esses documentos foram o resultado de um longo trabalho que reuniu esforços do Ministério da Educação, das Secretarias de Educação Fundamental e Média e de muitos educadores brasileiros.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs têm como finalidade fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino, socializar informações e resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros.

Em 1997 foram publicados os PCN- Parâmetros Curriculares Nacionais - para a área de Matemática, contendo orientações para as quatro primeiras séries do Ensino Fundamental. Em 1998 foram publicados os PCN – Matemática- 5ª a 8ª séries. Nos PCN (1998), na p.5, lemos que eles foram produzidos “com a intenção de ampliar e aprofundar um debate

educacional que envolve escolas, pais, governo e sociedade e deem origem a uma transformação positiva no sistema educativo brasileiro”. A resolução de problemas, nesse documento, é vista como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática que pode ser resumida nos seguintes princípios:

- A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição;
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório;
- Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas;
- Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação de aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1998, p.40-41)

Os conteúdos propostos, pelos PCNs, para o ensino de matemática no Ensino Fundamental são: Números e Operações; Espaço e forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação.

Assim, aparecem, como subáreas da Matemática “os Números e Álgebra como sistema de códigos, a Geometria na leitura e interpretação do espaço, a Estatística e a Probabilidade na compreensão dos fenômenos em universos finitos”.

Há duas concepções de aprendizagem da matemática, a primeira concepção dá origem ao padrão de ensino: “definição-exemplo-exercício”, sendo apresentados em primeiro lugar os conceitos. Entretanto numa segunda concepção, nesse documento pode-se ler que:

[...]tem-se um caminho inverso, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação problema ao aluno. A formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conceito.” (BRASIL, p.81)

Nessa segunda concepção, além da oportunidade que o aluno tem de perceber como se constrói um novo conceito matemático, também lhe possibilita adquirir independência intelectual enquanto busca por conhecimento matemático.

Em 1999 foram publicados os PCN-EM, contendo orientações quanto ao currículo, ensino, aprendizagem e avaliação para o Ensino Médio, onde “o aluno deve desenvolver a capacidade de raciocínio e compreender e usar a ciência como elemento de interpretação e

intervenção no mundo”. Esse documento estabelece objetivos para cada área do conhecimento. No que diz respeito à Matemática ela “deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas”.

No Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático num processo de construção de conhecimento matemático.

Assim, no Ensino Médio, os alunos estão em condições de:

[...] utilizá-los e ampliá-los e desenvolver, de modo mais amplo, capacidades tão importantes quanto as de abstração e raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão dos fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. (BRASIL, 1999, p.83)

Quanto às finalidades do ensino de Matemática, no nível Médio, indicadas como objetivos, no que se refere à resolução de problemas, destacamos alguns deles:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo. (BRASIL, 1999, p.84-85)

Consta, ainda, nesse documento que:

[...] a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema, novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégias de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 1999, p.105)

Na Revista Espaço Pedagógico – vol.20 –n.1 – UPF Editora – Passo Fundo/ RS, 2013. Onuchic (2013) apresenta um texto, por ela traduzido, do artigo “Future Directions and Perspectives for Problem Solving Research and Curriculum Development”, dos autores Lyn English, Richard Lesh e Thomas Fennewald, apresentado no ICME 11, de 2008, no México, onde os autores buscam por novas diretrizes e perspectivas para a pesquisa em Resolução de Problemas.

Nesse trabalho os autores dizem que, desde a década de 60, numerosos estudos sobre resolução de problemas têm revelado a complexidade do domínio e a dificuldade em transferir descobertas da pesquisa para a prática. Dizem que a literatura mostra que o impacto da pesquisa em resolução de problemas no currículo de Matemática tem sido limitado e, além disso, o acúmulo de conhecimento sobre o ensino de resolução de problemas tem sido lento.

Esses autores, na introdução desse artigo, realçam que:

A pesquisa sobre resolução de problemas matemáticos recebeu muita atenção nas últimas décadas. Entre os desenvolvimentos notáveis estão o trabalho pioneiro de Polya (1945) sobre como resolver problemas; os estudos de hábeis resolvidores de problemas (por exemplo, Anderson, Boyle, & Reiser, 1985); a pesquisa sobre o ensino de estratégias em resolução de problemas; e heurísticas e posteriores processos metacognitivos (por exemplo, Charles & Silver, 1988; Lester, Garofalo e Kroll, 1989); e, mais recentemente, estudos sobre modelação matemática (por exemplo, Lesh, English, 2007). Presentemente, perspectivas já existentes, há muito tempo sobre resolução de problemas têm tratado essa pesquisa como um tópico isolado, onde as habilidades em resolução de problemas são assumidas para desenvolver, através da aprendizagem inicial de conceitos e procedimentos seguidos pela prática de "problemas com enunciados", através da exposição a uma série de estratégias (por exemplo, "desenhe um diagrama", "adivinha e verifique") e, finalmente, através de experiências em aplicar essas competências para resolver problemas "recentes" ou "não-rotineiros".

Eles relatam, também, que o desenvolvimento de uma teoria importante é também muito esperado e, escrevem assim:

Nós mostramos como novas perspectivas sobre o desenvolvimento de habilidades em resolução de problemas podem contribuir para o desenvolvimento da teoria, em guiar o projeto de convenientes atividades de aprendizagem. Em particular, exploramos uma perspectiva de modelos e modelação como uma alternativa para as visões existentes sobre resolução de problemas. (ENGLISH, LESH, FENNEWALD, 2008,p.1)

E enfatizam a necessidade urgente de levar em consideração a natureza da resolução de problemas em várias áreas do mundo de hoje e para, de acordo com isso, modernizar nossas perspectivas sobre o ensino e a aprendizagem de resolução de problemas e de conteúdo matemático através da resolução de problemas.

Quando ensinada dessa maneira, a resolução de problemas é vista como independente e isolada do desenvolvimento de ideias, compreensões e processos matemáticos essenciais. Apesar dessas décadas de pesquisa e do desenvolvimento curricular associado, parece que as habilidades em resolução de problemas dos estudantes ainda necessitam de uma melhora substancial, especialmente devido à rápida natureza mutável do mundo atual (Kuehner & Mauch, 2006; Lesh & Zawojewski, 2007; Lester & Koehle, 2003).

O estado atual dessas ocorrências não tem sido ajudado devido ao notável declínio da quantidade de pesquisas em resolução de problemas que foram conduzidas na década passada. Muitos fatores foram identificados como contribuintes para esse declínio. Tais fatores incluem as tendências cíclicas de desencorajamento na política e nas práticas educacionais; a limitada pesquisa sobre o desenvolvimento de conceitos e de resolução de problemas; o

conhecimento insuficiente, em resolução de problemas, dos estudantes fora da sala de aula; a natureza mutável dos tipos de resolução de problemas; o pensamento matemático necessário para fora da escola; e a falta de acúmulo de pesquisa em resolução de problemas (LESH & ZAWOJEWSKI, 2007).

Esses autores salientam que

Em Educação Matemática, a pesquisa em resolução de problemas tem focado primeiramente sobre os problemas com enunciado do tipo enfatizado nos livros- texto ou nos testes escolares – onde "problemas" são caracterizados como atividades que envolvem ir dos dados para os objetivos quando o caminho não é óbvio. Com tais situações em mente, o livro *How to Solve It* (1945), de Polya, introduziu a noção de heurísticas - como fazer um desenho, trabalhar de trás para frente, olhar para um problema semelhante, ou identificar os dados e os objetivos (mais tarde referidos, por educadores matemáticos, como estratégias) – cujos pesquisadores, em Educação Matemática, imediatamente reconheceram serem úteis para gerar descrições, feitas depois do ato, dos comportamentos passados por muitos hábeis resolvidores de problemas. Mas, mesmo para resolvidores de problemas menos experientes, essas mesmas heurísticas também eram esperadas para dar respostas úteis para a pergunta: "O que devo fazer quando eu estou impedido de prosseguir?" (ENGLISH, LESH, FENNEWALD, 2008, p.2)

Infelizmente, dizem eles, os últimos 50 anos de investigação não deram validação para essas últimas expectativas. No entanto, alguma esperança continua! E a maioria das pesquisas passadas tem ido em frente para investigar as seguintes questões:

- (a) Podem as heurísticas estilo-Polya serem ensinadas?
 - (b) O fato de aprender as estratégias (heurísticas) tem provocado impactos positivos sobre as competências dos estudantes?
- Quase não existe pesquisa que tenha dado definições operacionais úteis para responder a questões mais fundamentais como:
- (a) O que significa "entender" heurísticas tipo-Polya?
 - (b) Como (e de que maneira) é que essas compreensões se desenvolvem?
 - (c) Qual é a natureza dos níveis iniciais de desenvolvimento?
 - (d) Como o desenvolvimento pode ser observado, documentado e medido (ou avaliado), de forma confiável?
- Até que os pesquisadores desenvolvam respostas úteis para essas duas últimas perguntas, não é razoável esperar que um progresso significativo seja feito sobre as duas questões anteriores. (ENGLISH; LESH; FENNEWALD, 2008, p.2)

Esses autores falam sobre o item *Avançando no Campo da Pesquisa em Resolução de Problemas e no Desenvolvimento Curricular*, abordando sobre cada um dos subitens desse tópico: *A Natureza da Resolução de Problemas do Mundo de hoje*; *Perspectivas Orientadas para o Futuro sobre o Ensino e a Aprendizagem de Resolução de Problemas*; *Estudos de Habilidades em Resolução de Problemas e suas Contribuições para o Desenvolvimento de uma Teoria*; *Desenvolvimento da Teoria: uma Perspectiva de Modelos e Modelação sobre o Desenvolvimento de Resolução de Problemas na escola e além dela*. E concluem dizendo que:

A pesquisa sobre resolução de problemas matemáticos estagnou durante grande parte da década de 90 e início deste século. Além disso, a pesquisa que foi conduzida não parece ter se acumulado num corpo substancial de conhecimento, orientado para o futuro, de como se pode efetivamente promover a resolução de problemas dentro e além da sala de aula. Esta falta de progresso é devida principalmente aos muitos anos de elaborações repetidas de concepções

governadas por regras de competência em resolução de problemas.

Chegou a hora de considerar outras opções para avançar na pesquisa em resolução de problemas e desenvolvimento curricular – “nós temos destacado a necessidade de reexaminar as hipóteses de nível fundamental sobre o que significa compreender conceitos e processos de resolução de problemas matemáticos. Uma poderosa alternativa em que temos avançado é a de utilizar as perspectivas teóricas e as metodologias de pesquisa associadas a uma perspectiva de modelos e modelação (MMP) em ensino, aprendizagem e resolução problemas matemáticos”.

Adotar uma MMP significa ter pesquisadores que estudam desenvolvimentos de modelos e modelação dos estudantes e que naturalmente utilizam abordagens integradas para explorar o (co)desenvolvimento de conceitos matemáticos, processos de resolução de problemas, funções metacognitivas, disposições, crenças e emoções. Esses pesquisadores também veem processos desenvolvimentais de resolução de problemas, num modo semelhante àquele que fariam ao estudar o desenvolvimento de conceitos matemáticos em áreas temáticas como os números iniciais, a geometria e a álgebra. Além disso, os problemas utilizados são simulações atraentes, situações autênticas de resolução de problemas (por exemplo, a seleção de equipes esportivas para os Jogos Olímpicos) e engajam os alunos no pensar matemático que envolve criar e interpretar situações (descrevendo, explicando, comunicando) pelo menos, tanto quanto ele envolve computar, executar procedimentos e raciocinar dedutivamente. (ENGLISH; LESH; FENNEWALD, 2008, p.10-11)

Apesar da validade da face aparente das heurísticas de Polya, numa revisão da literatura de pesquisa em Educação Matemática, Begel (1979) concluiu que havia pouca evidência para apoiar o apelo de que os processos gerais, que os especialistas usam para descrever seus comportamentos passados em resolução de problemas, também forneceriam prescrições para orientar os passos dos novatos. De forma semelhante, na sua avaliação da literatura sobre resolução de problemas, Silver (1985) concluiu que, mesmo em estudos onde alguma aprendizagem bem sucedida tenha sido relatada, a transferência de aprendizagem tem sido inexpressiva.

4.3. A Resolução de Problemas no Brasil

Luis Alberto Souza Brasil, em seu livro *Estudo Dirigido de Matemática no Ginásio*, publicado em 1964, na Introdução escreveu “que seu trabalho tinha por fim mostrar que o ensino da Matemática também pode abandonar os métodos tradicionais e orientar-se pelos princípios modernos da psicologia da aprendizagem”.

Ele ainda diz que:

Tradicionalmente o problema é empregado, pelos professores, na verificação e na fixação da aprendizagem. Atentando, porém, para a história das ciências, notamos que o problema antecede invariavelmente as descobertas, é o provocador dos estudos e o orientador das construções teóricas. Por quê, no ensino da Matemática especialmente, invertemos a ordem natural das coisas? Na verdade, costumamos iniciar expondo a teoria, que historicamente se estruturou na resolução de uma sequência de problemas, e a desligamos dos mesmos para ressaltar-lhe apenas os aspectos lógicos; depois mostramos sua aplicação na resolução de alguns daqueles problemas que, então, passam a ser empregados como meio de verificar se o aluno aprendeu a aplicar a teoria, ou como exercício para a fixação da aprendizagem. (BRASIL, 1964, p.22)

Esse mesmo autor ainda apresenta cinco tópicos para discussão de uma Didática Geral da Matemática, chamando a atenção para a resolução de problemas. Nos dois últimos desses tópicos ele diz:

4 - O aluno ao “resolver um problema” deve estar praticando uma ação real (concreta ou imaginária): juntando, separando, transpondo, seriando, etc.. Se o professor convencê-lo disso, ter-lhe-á dado a técnica fundamental de estudar matemática.

5 – Não entender um problema é não saber “que ação deve ser executada”. Explicar, pois, é fazer o aluno escolher o esquema de ação adequado. É como ensinar a sair de um labirinto. Preparar o aluno para a aprendizagem consiste, assim, em ativar seus esquemas de ação. (BRASIL, 1964, p.10)

Ele apresenta resolução de problemas como um meio para se chegar à teoria pretendida e deixa algumas recomendações:

Desejamos mostrar a possibilidade de fazer o aluno chegar à teoria através do problema; de o professor substituir a constante exibição de seu conhecimento pela ordenação das conclusões oferecidas pelos alunos, sendo ainda, nosso propósito, focalizar a importância de:

- atentar para as condições de assimilação, antes de abordar um assunto
- assegurar a contínua atividade do aluno, tendo em vista que a aprendizagem só se realiza dentro desta atividade;
- preparar cadeias de perguntas, atividades e problemas que façam do aluno um pesquisador e não um ouvinte;
- não suspender a atividade do aluno sob pretexto de lhe fornecer informações: oferecê-las intercaladas nos enunciados dos problemas, em sugestões que se seguirão aos mesmos nas respostas às suas indagações, ou na crítica de suas afirmações;
- substituir as exposições “ex-catedra” pela ordenação das conclusões acertadas a que os alunos chegam quando provocados por situações adequadas. (BRASIL, 1964, p.17-19)

Durante a década de 1980 foram desenvolvidos recursos didáticos e inovações em resolução de problemas. Com as publicações do NCTM, nos Estados Unidos, a atenção de pesquisadores, professores e organizadores de currículos educacionais de outros países, se volta para seus respectivos sistemas educacionais, fazendo a resolução de problemas ressurgir como tema de discussão e pesquisa.

No Brasil também aparecem pesquisas relacionadas ao tema Resolução de Problemas. Citaremos, como exemplo, algumas dessas pesquisas realizadas nessa década.

- 1983 - Maria Beatriz Martins Linhares. *Estratégias matemáticas utilizadas para ensinar crianças com história de fracasso ou de sucesso escolar, em situações estruturadas de resolução de problemas*. São Carlos, SP.
- 1983 - Telma Costa Avelar. *A abstração reflexiva e a resolução de problemas lógicos envolvendo uma estrutura própria das operações formais*. Recife.

O trabalho do Professor Dr. Luiz Roberto Dante presta importante contribuição à Resolução de Problemas. Seus estudos, desenvolvidos na UNESP/Rio Claro/SP, incluem sua tese de Livre Docência “*Criatividade e Resolução de Problemas na Prática Educativa Matemática*”, e as dissertações por ele orientadas.

- 1988 - Eliane Scheid Gazire. *Resolução de Problemas: Perspectivas em Educação Matemática*. Rio Claro, SP. Orientador: Luiz Roberto Dante
- 1989 - Miriam Godoy Penteado da Silva. *Resolução de Problemas: Uma perspectiva de trabalho e sala de aula*. Rio Claro, SP. Orientador: Luiz Roberto Dante
- 1991- Odisnei A.P. Gustineli. *Modelagem Matemática e Resolução de Problemas: uma visão global em Educação Matemática*. Orientador: Luiz Roberto Dante

Em 1989, Luiz Roberto Dante publicou o livro “*Didática da resolução de Problemas de Matemática*”, dirigido a estudantes e professores de Matemática elementar. Nesse livro o autor apresenta como objetivos da resolução de problemas:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática;
- Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
- Dar uma boa base Matemática às pessoas.

Anda, nesse livro, o autor apresenta: vários tipos de problemas; como se resolve um problema; como encaminhar a solução de um problema em classe; como propor problemas adequadamente; sugestões aos professores; sugestões de problemas; comentários, soluções e respostas dos problemas propostos.

Em 1997, 1998 e 1999 foram publicados os PCNs onde se enfatiza a Resolução de Problemas como recurso para a sala de aula. Em 2002, os PCN+ continuaram enfocando a Resolução de Problemas na sala de aula. Em 2006 foram publicadas as Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e Resolução de Problemas continuam sendo enfatizadas nesse documento.

Na UNESP, Rio Claro/SP, o GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, teve início em 1992 e se reúne semanalmente. O grupo tem por filosofia buscar incessantemente desenvolver estudos

que atinjam a sala de aula, ou seja, que estejam relacionados com questões de ensino-aprendizagem-avaliação tanto sob a perspectiva do aluno quanto do professor, e em todos os níveis de ensino.

Esse Grupo tem sido o núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas e, a partir de 1992, dissertações e teses vêm sendo defendidas. Esse grupo defende trabalhar Matemática para a sala de aula, usando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

A opção por utilizar a palavra composta Ensino-Aprendizagem-Avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que ensino e aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como coconstrutores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário.

O GTERP organizou dois eventos, I SERP e II SERP, tendo como foco, a Resolução de Problemas:

I SERP – I Seminário em Resolução de Problemas: *Múltiplos Olhares sobre Resolução de Problemas Convergindo à Aprendizagem*, realizado em 30 e 31 de outubro de 2008, na UNESP-Rio Claro, SP.

O objetivo desse I SERP foi o de propiciar, aos participantes, momentos de reflexão e troca de experiências, compartilhando diferentes olhares sobre a Resolução de Problemas, visando a atingir efetivamente a sala de aula. Nesse Seminário foi criado um espaço para que convidados e inscritos pudessem apresentar diferentes linhas metodológicas e diferentes trabalhos para a sala de aula envolvendo Resolução de Problemas, assim como uma articulação de debates a esse respeito.

II SERP – II Seminário em Resolução de Problemas: *O Estado da Arte da Pesquisa em Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo*, realizado nos dias 10 e 11 de novembro de 2011, na UNESP-Rio Claro, SP.

O II SERP, organizado pelo GTERP, constou de um ciclo de palestras, Painéis de Discussão, Debate/Diálogo e Salas Temáticas e teve como objetivo a integração entre pós-graduandos; professores de Matemática dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior; alunos de Licenciatura em Matemática; pesquisadores da área de Educação Matemática; além de proporcionar discussões de alto nível sobre Resolução de Problemas e Modelagem. As

palestras foram proferidas por pesquisadores que atuam em diferentes centros de pesquisa em Resolução de Problemas no Brasil e no mundo.

O grupo GTERP produziu, a partir de 1992, 17 (dezessete) dissertações de mestrado, 8 (oito) teses de doutorado. Atualmente 5 (cinco) teses de doutorado estão sendo conduzidas, todas essas teses estão na linha de Resolução de Problemas. Nessa linha de pesquisa tem-se trabalhado com Ensino, Aprendizagem e Avaliação de Matemática; Formação de Professores; Metodologia de Pesquisa; Tecnologia; e História da Matemática.

Dos trabalhos concluídos nesse Grupo, através de seus autores, grupos de trabalho nessa linha de pesquisa estão sendo desenvolvidos em diferentes estados do Brasil: Paraíba, Bahia, Rio Grande do Sul, Mato Grosso, Goiás, São Paulo, Capital e outras cidades do interior. Na Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL - a Professora Dra. Norma Suely Gomes Allevato mantém um grupo trabalhando Resolução de Problemas e produzindo mestrados e doutorados na área.

4.4. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Resumindo o que já foi dito, a década de 80, após o movimento da Matemática Moderna, foi marcante para a Educação Matemática. Aconteceram muitas mudanças curriculares. Nos USA, o documento "Uma Agenda para a Ação" apresentou uma série de recomendações para a matemática escolar, onde "Resolução de Problemas deveria ser o foco da Matemática escolar."

Nessa década, trabalhou-se muito com estratégias de resolução de problemas e muitos livros didáticos foram escritos usando-se as ideias de Polya que, desde 1945, falava em resolução de problemas para se ensinar e aprender Matemática. Entretanto, os trabalhos realizados se apoiavam em estratégias que apresentavam caminhos de resolução e não, como realmente queria Polya, no pensar dos alunos.

Finalizando a década de 80, pesquisadores passaram a questionar o ensino e a discutir as perspectivas didático-pedagógicas da Resolução de Problemas. Devido à pouca concordância na forma pela qual trabalhar Resolução de Problemas era encarada, concepções, que pessoas e grupos tinham sobre o significado de resolução de problemas ser o foco da Matemática escolar, levava a diferentes formas de trabalho.

Para ajudar a refletir sobre essas diferenças, Schroeder & Lester (1989) apresentaram três modos diferentes de abordar resolução de problemas:

- Ensinar **sobre** resolução de problemas;
- Ensinar **para** resolver problemas;
- Ensinar matemática **através** da Resolução de Problemas

O professor que ensina **sobre** resolução de problemas procura ressaltar o modelo de resolução de problemas de Polya ou alguma variação dele.

Ao ensinar Matemática **para** resolver problemas, o professor se concentra na maneira como a Matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicada na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros.

Ao se ensinar Matemática **através** da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender Matemática, mas também, como um primeiro passo para se fazer isso. O problema passa a ser olhado como um agente que pode desencadear um processo de construção do conhecimento. A resolução de problemas começa a ser considerada como uma metodologia para o ensino de Matemática.

Na visão de Onuchic (1999) essa compreensão da Matemática, por parte dos alunos, deve envolver a ideia de que entender é essencialmente relacionar e afirma que:

Esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando: o aluno é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a uma grande variedade de contextos; o aluno consegue relacionar um dado problema a um grande número de ideias matemáticas implícitas nele; o aluno consegue construir relações entre as várias ideias matemáticas contidas num problema. (ONUCHIC, 1999, p.208)

A resolução de problemas tem sido um tópico presente nos currículos de Matemática. A forma de se trabalhar com problemas matemáticos tem passado, nos últimos anos, por um processo de mudanças levando a novas formas de trabalho em sala de aula.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, Onuchic (2012) argumenta que:

O ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como coconstrutores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual de avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução de problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário. (ONUCHIC, 2012, p.13)

Segundo Onuchic e Allevato (2011, p. 81), “o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos”. Com relação a

conceitos Severino (2000, p.190), declara que “o conceito é, pois, o resultado das apreensões dos dados e das relações de nossa experiência global, é o conteúdo pensado pela mente, o objeto pensado”.

Os conceitos gerados quando se faz conexões com outros ramos da Matemática, durante a resolução de um problema, é o que vai garantir um aprendizado com compreensão e significado. Referindo-se ao ensino-aprendizagem, Onuchic e Allevato (2005) afirmam que:

O ensino-aprendizagem de um tópico matemático deve sempre ser iniciado com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis à situação-problema dada. O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos). (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p.222)

Essa nova visão se constitui num caminho para se ensinar matemática e não apenas para se ensinar a resolver problemas. Onuchic (1999, p.215) defende que “o ponto de partida das atividades matemáticas não é a definição, mas o problema”. A metodologia por nós adotada visa a rever e a construir novos conhecimentos de Matemática com compreensão e significado, sendo que, para Onuchic e Allevato (2005, p.221) problema “é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em saber”, e acrescentam:

Assim é importante reconhecer que a matemática deve ser trabalhada através da resolução de problemas, ou seja, que tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam um veículo pelo qual um currículo deva ser desenvolvido. A aprendizagem será uma consequência do processo de resolução de problemas. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p.221).

Não há uma fórmula mágica para se colocar em prática essa metodologia. Entretanto, Allevato e Onuchic (2011, p. 83, 84) apresentam uma proposta de roteiro cuja finalidade é a de organizar, em sala de aula, as atividades seguindo as seguintes etapas:

- 1) *Preparação do problema* - Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, de modo que sua resolução dependa de um conteúdo matemático que ainda não foi trabalhado em sala de aula.
- 2) *Leitura individual* – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- 3) *Leitura em conjunto* – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
 - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
 - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
- 4) *Resolução do problema* – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo, considerando os alunos como coconstrutores

da *matemática nova* que se pretende abordar. O problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

- 5) *Observar e Incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
 - O professor incentiva os alunos a usarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como incentivador e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
- 6) *Registro das resoluções na lousa* – Representantes de grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
- 7) *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das dificuldades, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
- 8) *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- 9) *Formalização do conteúdo* – Nesse momento, denominado *formalização*, o professor registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem matemática - padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011, p.83-84)

Ainda, segundo Onuchic e Allevato (2011), é importante ter-se profundo conhecimento da metodologia de ensino adotada e um sólido domínio do conteúdo matemático a ser trabalhado em sala de aula, visando a uma boa aprendizagem.

De acordo com Krulik e Rudnick (2005), após a etapa de formalização, novos problemas relacionados ao problema gerador podem ser propostos aos alunos, a fim de analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula.

Como trabalhar o conteúdo é o grande desafio do professor de Matemática. Esse “*como fazer*” exige do professor constante reflexão e avaliação de sua prática em sala de aula. Os PCN-EM, falando sobre o domínio do conhecimento matemático, declaram:

Esse domínio passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1999, p.84)

No artigo *Unfinished Business - Challenges for Mathematics Educators in the Next Decades*. (Trabalho Inacabado – Desafios para os Educadores Matemáticos nas Próximas Décadas), contido no livro *Learning Mathematics for a New Century*, (Aprender Matemática para um Novo Século) - Yearbook 2000 – NCTM, Kilpatrick e Silver (2000) abordam alguns dos maiores desafios com que os educadores matemáticos poderiam se deparar ao adentrar o século XXI. Esses autores comentam que, se mais estudantes devem aprender e usar mais Matemática com mais sucesso do que agora, esses desafios podem ser identificados como:

- 1) Assegurar Matemática para todos;
- 2) Promover a compreensão dos estudantes;
- 3) Manter equilíbrio no currículo;
- 4) Fazer da avaliação uma oportunidade para aprender;
- 5) Desenvolver a prática profissional;
- 6) A importância da reflexão.

Referindo-se à Resolução de Problemas e aos avanços educacionais desde a publicação dos Padrões do NCTM, Van de Walle (2009) comenta que:

Os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática. Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa. Enquanto os estudantes estão ativamente procurando relações, analisando padrões, descobrindo que métodos funcionam e quais não funcionam e justificando resultados ou avaliando e desafiando os raciocínios dos outros, eles estão necessariamente e favoravelmente se engajando em um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas. (VAN DE WALLE, 2009, p.57)

E, ainda, Van de Walle (2009, p.57) afirma que “a maioria, senão todos, dos conceitos e procedimentos matemáticos podem ser melhor ensinados através da Resolução de Problemas”.

Com relação à avaliação, nos PCN-EM (1999), encontramos:

É imprópria a avaliação que só se realiza numa prova isolada, pois deve ser um processo contínuo que sirva à permanente orientação da prática docente. Como parte do processo de aprendizado, precisa incluir registros e comentários da produção coletiva e individual do conhecimento e, por isso mesmo, não deve ser um procedimento aplicado nos alunos, mas um processo que conte com a participação deles. [...] deve ser também tratada como uma estratégia de ensino, de promoção do aprendizado das Ciências e Matemática. A avaliação pode assumir um caráter eminentemente formativo, favorecedor do processo pessoal e da autonomia do

aluno, integrada ao processo ensino-aprendizagem, para permitir ao aluno consciência de seu próprio caminhar em relação ao conhecimento e permitir ao professor controlar e melhorar a sua prática pedagógica. [...] De comum acordo com o ensino desenvolvido, a avaliação deve dar informação sobre o conhecimento e compreensão de conceitos e procedimentos; a capacidade para aplicar conhecimento na resolução de problemas do cotidiano; a capacidade para utilizar as linguagens das Ciências, da Matemática e suas Tecnologias para comunicar ideias; e as habilidades de pensamento como analisar, generalizar, inferir”. (BRASIL, 1999, p.103,107,108)

Nos *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*, página 22, uma edição portuguesa dos “Principles and Standards for School Mathematics – NCTM 2000”, a avaliação é apresentada como um princípio que deve apoiar a aprendizagem de uma Matemática relevante e fornecer informações úteis quer para os professores quer para os alunos. E afirmam que:

Ao construir uma parte integrante do ensino de matemática, a avaliação contribui, de forma significativa, para a aprendizagem de todos os alunos. Quando a avaliação é discutida em conexão com as normas, muitas vezes é centrada no uso de testes para certificar as aquisições dos alunos, embora existam outros propósitos, igualmente importantes, na avaliação. A avaliação deverá ser mais do que um teste no final do período de ensino, com o intuito de verificar o desempenho dos alunos perante determinadas condições; ela deverá constituir uma parte integrante do ensino, que informa e orienta os professores nas suas decisões. A avaliação não deverá ser meramente feita aos alunos; pelo contrário, ela deverá ser feita para os alunos, para os orientar e melhorar a sua aprendizagem. (APM, 2006, p. 23)

Nesse sentido, Van de Walle (2009, p.24) diz que a mensagem inevitável dos padrões de avaliação é que a avaliação e o ensino não são atividades isoladas, mas estão entrelaçadas intimamente na melhoria da aprendizagem Matemática.

Para Van de Walle (2009, p.61-65), no ensino-aprendizagem através da resolução de problemas, para cada problema que se pretende trabalhar, deve-se não só estabelecer quais objetivos atingir, mas, também, quais serão as ações do professor, antes, durante e depois da resolução do problema proposto.

4.5- Mais que uma metodologia

Avançando, para além das fronteiras metodológicas de ensino-aprendizagem-avaliação, percebe-se que a forma como se está trabalhando a Resolução de Problemas começa a ser considerada mais que uma metodologia. Vale (1997, p.3), ao falar sobre a resolução de problemas nos últimos anos, argumenta que “hoje também se defende que a resolução de problemas é mais do que um conteúdo matemático; é um contexto, uma filosofia, uma metodologia de ensino-aprendizagem da Matemática”. Nesta perspectiva, Fonseca (1997, p.44) comenta que a resolução de problemas era vista como mais um tópico a

ser tratado durante as aulas de Matemática, “não se entendia que a resolução de problemas pudesse ser uma metodologia, uma filosofia para o ensino da Matemática”.

Em 2011, Onuchic e Allevato, em artigo publicado pela revista *Bolema* n.41, comentam que:

Recentemente, ao analisar, nos estudos e investigações que têm sido desenvolvidos pelo GTERP, o que temos chamado Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas; destacou-se à nossa atenção o fato de que esta forma de trabalho por nós desenvolvida e pesquisada, em sala de aula de Matemática, poderia ser considerada, mais que uma metodologia, uma forma de Filosofia de Educação Matemática, dado seu alcance ao trabalho com alunos, professores, ensino, aprendizagem, avaliação, trabalho cooperativo e colaborativo, trabalho do professor em sala de aula; numa reflexão na ação e sobre a ação... A resolução de Problemas, como praticada por esse grupo, tem matiz filosófico aliado às filosofias contemporâneas. (ONUCHIC; ALEVATO 2011, P.85)

Diante do exposto acima, pode-se perceber que a Resolução de Problemas é bem mais que uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática. Por sua abrangência metodológica, em que se permite usar recursos da Pedagogia, da História, da Psicologia e da Tecnologia, colocar a resolução de problemas como mais uma metodologia é limitar sua potencialidade.

4.6. A Resolução de Problemas na formação inicial do professor de Matemática

A Resolução de Problemas é uma forma potente de construção de conhecimento, de procedimentos matemáticos e atitudes, motivo pelo qual ela tem grande destaque nos currículos referentes à Educação Básica. No entanto, ela ainda não foi incorporada nas práticas docentes. Uma das possíveis causas da não incorporação é que, provavelmente, em sua formação inicial e continuada o professor não teve oportunidade de vivenciá-la para construir os seus próprios conhecimentos. Pois, como afirma Vale (1997),

A formação inicial pode contribuir favoravelmente, entre outros aspectos, para aprofundar os conhecimentos e as competências dos futuros professores sobre a resolução de problemas, pois estes estão em melhores condições que os professores em serviço, uma vez que poderão estar mais receptivos para a aprendizagem e para a alteração da sua concepção. Quanto mais soubermos sobre como reagem os futuros professores e o que sabem sobre resolução de problemas mais facilmente poderemos ir de encontro a uma metodologia de ensino que os ajude a ultrapassar determinadas dificuldades influenciando positivamente o seu ensino. [...] A resolução de problemas, sendo uma componente importante da atividade matemática, deve ser uma componente relevante da formação inicial de professores de Matemática. (VALE, 1997, p.8 e 32)

Falando sobre as rápidas mudanças no quadro social e as questões que se nos apresentam diante dessas mudanças, Moura (1995) questiona:

As questões que nós colocamos diante da mudança do perfil do trabalhador são as seguintes: em que medida isto afetará o ensino de Matemática; quais as exigências em relação à formação do professor; qual o perfil do profissional, cujo objeto é a

Educação Matemática. Certamente não temos respostas para questões tão complexas, mas é seguro que deveremos procurar algumas respostas urgentemente, até porque temos que responder a uma questão que nos parece fundamental: por que a sociedade moderna necessita do Licenciando em Matemática? (MOURA, 1995, p.18)

Em outro momento, Moura (2003, p.133), falando sobre a atuação do professor, afirma que “como professor, numa atividade profissional, sua formação inicial é o seu referencial para interagir com a cultura pedagógica da escola”. Assim, percebe-se a importância de não negligenciar, na formação inicial do professor de Matemática, a questão da vivência metodológica.

Para vivenciar essa questão existem vários caminhos. Porém, acreditamos que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas se apresenta como um caminho para se trabalhar com compreensão e significado de forma dialógica. Por que esse caminho? O que esse caminho pode oferecer ao licenciando em Matemática? Defendemos esse caminho por acreditar que, através da resolução de um problema, podem-se trabalhar ideias matemáticas que, muitas vezes, passam despercebidas se o interesse for apenas o resultado final e não o processo de ensino-aprendizagem como propomos.

Uma disciplina voltada para essa metodologia abre espaço para discutir questões como as apresentadas pelos autores Moreira e David (2007), sobre a formação Matemática do professor de Matemática. Esses autores, nessa obra, discutem a questão da formação pedagógica e a prática escolar, bem como o desenvolvimento de concepções e valores relacionados à Matemática acadêmica que estimulam o distanciamento da prática escolar e acrescentam o que eles consideram a principal tese da obra:

A formação matemática na licenciatura, ao adotar a perspectiva e os valores da Matemática Acadêmica, desconsidera importantes questões da prática docente escolar que não se ajustam a essa perspectiva e a esses valores. As formas do conhecimento matemático associadas ao tratamento escolar dessas questões não se identificam – algumas vezes chegam a se opor – à forma com que se estrutura o conhecimento matemático no processo de formação. Diante disso, coloca-se claramente a necessidade de um redimensionamento da formação matemática na licenciatura, de modo a equacionar melhor os papéis da Matemática Científica e da Matemática Escolar nesse processo. (MOREIRA ; DAVID, 2007, p. 103)

É na formação inicial que os licenciandos têm oportunidade de desenvolver ações pedagógicas em sala de aula, que lhes possibilite discutir questões fundamentais à sua prática fazendo conexões entre os conhecimentos matemáticos trabalhados na licenciatura e a Matemática escolar.

Nesse processo de formação, na Licenciatura em Matemática, o futuro professor desenvolve sua ação pedagógica a partir de sua própria formação e, muitas vezes, tem dificuldade em identificar e legitimar processos de construção escolar do saber matemático. Mas, se ao resolver um problema, o aluno da graduação tiver oportunidade de se questionar: Isto é um problema? Para que série poderia ser o problema trabalhado? Que ferramentas matemáticas podem ser usadas na busca por resposta? Que Matemática posso trabalhar a partir desse problema? Certamente ele poderia conceber uma visão de ensino-aprendizagem-avaliação da Matemática de modo a levar seu futuro aluno a uma aprendizagem Matemática com compreensão.

Portanto, uma percepção dessa metodologia em um trabalho interativo e dialógico pode ser o caminho para se chegar ao conhecimento matemático, com compreensão e significado, almejado pelas instituições de formação de professores de Matemática.

CAPÍTULO 5

O MODELO MODIFICADO E A PERGUNTA DA PESQUISA

O que você foi obrigado a descobrir por si próprio deixa um caminho na sua mente que você pode usar novamente quando a necessidade surgir. G. Polya

Ao inserir nossa pesquisa na Metodologia de Romberg procuramos inicialmente seguir o roteiro de atividades apresentadas no primeiro bloco. Como já dissemos, identificamos como nossos outros, pesquisadores que trabalham ou trabalharam com Formação de Professores e, também, os que trabalham ou trabalharam com Resolução de Problemas.

Buscamos identificar uma fundamentação teórica que pudesse nos ajudar a esclarecer, ampliar ou modificar não só nosso Modelo Preliminar como, também, a partir de uma pergunta inicial, o nosso Fenômeno de Interesse. Como consequência, nossa visão sobre alguns pontos da pesquisa foi ampliada, surgindo novos questionamentos e provocando algumas mudanças.

Nosso intuito era o de buscar uma base teórica que sustentasse tanto nossas ações subsequentes para o desenvolvimento da pesquisa quanto para esclarecer pontos que se nos apresentavam obscuros.

As contribuições vindas, dos Capítulos 3 e 4, foram de vital importância para o entendimento da aquisição de competências necessárias a uma boa formação de professores de Matemática. Diante disso, pudemos perceber a necessidade de se repensar a ação docente nos Cursos de Licenciatura em Matemática.

Ao pesquisar, no Capítulo 3 sobre Formação de Professores em geral, identificamos quatro pontos ligados à sua formação:

1. O conhecimento educacional;
2. O conhecimento pedagógico;
3. O conhecimento curricular;
4. O conhecimento profissional;

Além disso, sentimos que seria necessário haver:

- Uma conscientização de que o trabalho em sala de aula deve propiciar uma harmonia entre a teoria e a prática;
- A integração do processo de ensino-aprendizagem com a avaliação.

Especificamente, para a formação do professor de Matemática, torna-se necessário, além desses pontos levantados, trabalhar o conhecimento matemático. Assim, foi importante recorrer-se aos seguintes tópicos:

1. A formação do professor de Matemática;
2. O papel do professor de Matemática;
3. O formador do professor de Matemática;
4. A integração do processo de ensino-aprendizagem de Matemática com o processo de avaliação.

Esses pontos todos, em maior ou menor grau, permeiam tanto a formação inicial quanto a continuada do professor de Matemática, refletindo-se no desenvolvimento profissional desse professor.

Para a formação inicial do professor de Matemática, destacamos, como contribuição à nossa pesquisa, alguns pontos que são discutidos por pesquisadores preocupados com essa questão. São eles:

1. A necessidade de permanente atualização;
2. O desenvolvimento de pesquisas educacionais influenciadas pelas mudanças sociais que, de certa forma, refletem-se na sala de aula de Matemática;
3. Reconhecer a importância da Matemática, da educação, do ensino, da escola e do sistema educacional para se ter uma sociedade mais desenvolvida;
4. Buscar por uma aprendizagem Matemática visando à investigação, à resolução de problemas e suas aplicações, colaborando com a formação do professor quer inicial ou continuada.

Com relação ao professor formador de professores de Matemática, destacamos quatro pontos que, a nosso ver, lhe são essenciais.

1. Propiciar ao licenciando um bom conhecimento do conteúdo matemático, através de um trabalho, em sala de aula, que o leve a resolver e dar justificativas para a resolução e a busca da solução de problemas matemáticos;
2. Refletir sobre a docência universitária, no que se refere aos processos de ensino, de aprendizagem e de avaliação, visando à boa formação de futuros professores;
3. Incentivar a pesquisa nos alunos, nos professores e nos formadores de professores;
4. Estimular a aproximação entre educadores e pesquisadores, ou seja, entre o corpo docente e a comunidade científica.

Analisando esses pontos, relacionados à formação do professor de Matemática, percebemos o quanto poderíamos ir em busca de uma educação de qualidade e quanto poderíamos avançar na busca de uma formação do professor que pudesse contemplar os pontos aqui levantados.

Na análise dos trabalhos de diferentes autores, no Capítulo 4, Resolução de Problemas, levantamos alguns pontos sobre o que nele foi pesquisado e que consideramos poder contribuir para um bom trabalho do professor em sala de aula.

Quanto à natureza do ensino-aprendizagem da Matemática destacamos:

1. A parte histórica da Resolução de Problemas dizendo que Problemas sempre existiram na história da humanidade, entretanto o estudo e a pesquisa em Resolução de Problemas são recentes;
2. Reformas sociais ocorridas no século XX serviram de estímulo para movimentos de mudança na Educação Matemática;
3. Polya, como referência na Resolução de Problemas, enfatiza a importância da descoberta e de levar o aluno a pensar durante a resolução de problemas;
4. A Resolução de Problemas nos anos 1980, levando o ensino, a aprendizagem e a avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas;
5. Os Standards e os PCNs;
6. A Resolução de Problemas na Educação Matemática.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas permitiu o levantamento de algumas questões que, a nosso ver, podem contribuir não só para um bom desempenho matemático mas, também, para dar significado à Matemática trabalhada em sala de aula.

1. O século XX buscou intensamente por reformas que levassem à melhora do processo ensino-aprendizagem. No fim desse século pediu-se mais do que reformas. Pediu-se que se fizesse uma revolução, que inspirasse uma reforma nesse processo e que, para isso, pesquisas fossem levadas avante nessa busca;
2. Essa metodologia propicia, ao processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática, um trabalho contínuo, onde o problema não acaba na resposta. Outros problemas podem ser gerados a partir dele;
3. Nessa metodologia, o problema passa a ser gerador de novos conceitos, novos conteúdos e novos procedimentos matemáticos;

4. O aluno passa a ser coconstrutor de seu próprio conhecimento quando descobre ou é levado a criar um novo conceito matemático ao resolver um problema;
5. Partindo da resolução de problemas, propiciar um trabalho sistemático e organizado em sala de aula, levando a uma melhor compreensão da Matemática;
6. O fato de o professor de Matemática aproximar-se de seus alunos, no processo da resolução de um problema, atuando como guia e questionador, possibilita-lhe identificar suas dificuldades e seus progressos, levando-os a construir seu próprio conhecimento;
7. Por meio de um trabalho colaborativo, dentro do processo de resolução de problemas, os alunos são levados a socializar suas descobertas, dúvidas e conhecimentos adquiridos, propiciando-lhes uma aprendizagem de Matemática com compreensão e significado, possibilitando-lhes agir com confiança na busca de novos conhecimentos.

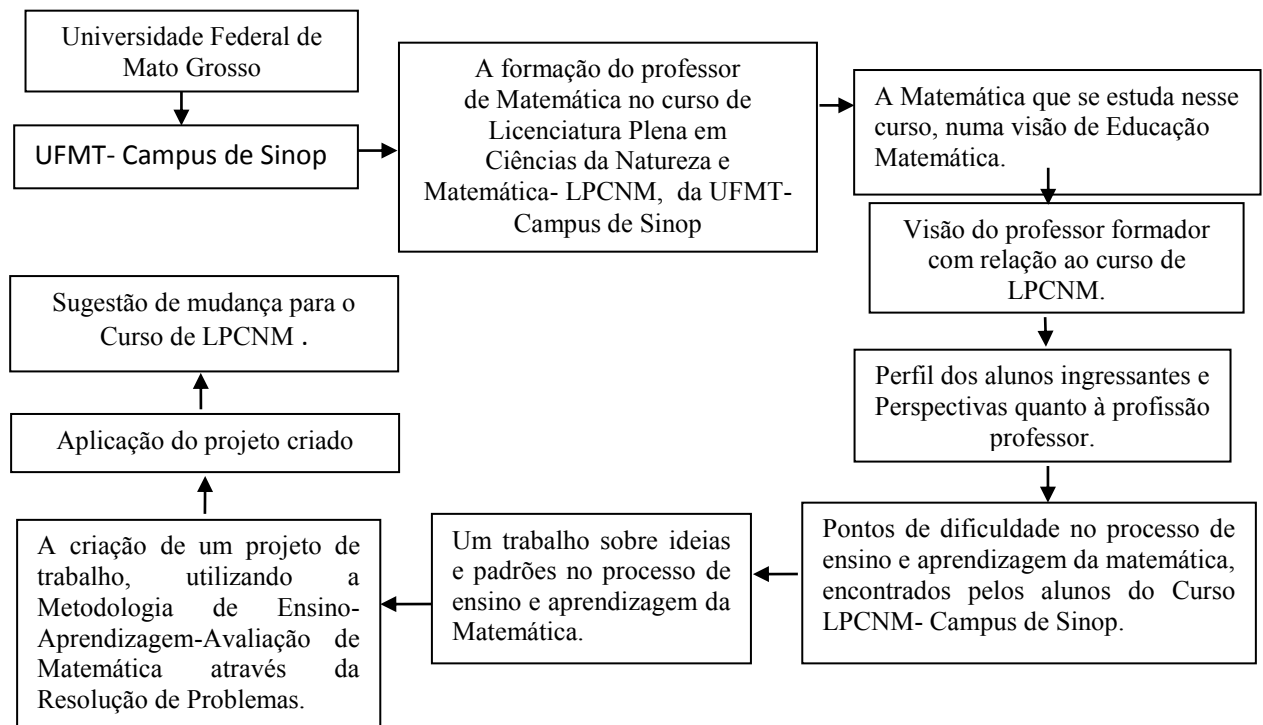
Da pesquisa feita sobre Resolução de Problemas concluímos que, no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática, um caminho, que se apresenta bastante eficiente para trabalhar Matemática em sala de aula, seria a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas.

5.1.A modificação do Modelo Preliminar e da Pergunta da Pesquisa

Com esses pontos evidenciados acima, analisamos nosso Modelo Preliminar e percebemos que muitos itens, que nele apareciam, não correspondiam ao que buscávamos, pois se apresentavam vagos diante do Fenômeno de Interesse de nossa pesquisa – *A Formação Inicial do Professor de Matemática* – e, então, resolvemos retirá-los.

Entretanto, havia outros itens que atendiam à nossa busca e que não constavam do modelo e que, então, foram acrescentados. Como, por exemplo, a criação e a aplicação de um Projeto de Trabalho, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas.

Figura 6 - Modelo Modificado 1



Fonte: Criação da pesquisadora para o projeto de pesquisa.

Considerando a estrutura do Curso de Licenciatura Plena em Ciências da Natureza e Matemática UFMT - Campus Sinop, o projeto a ser desenvolvido em uma turma desse curso e as dificuldades no processo ensino-aprendizagem enfrentadas por esses alunos, nosso interesse se voltou para a capacitação do futuro professor de Matemática, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Porém, ao analisar o Modelo Modificado 1, percebemos que a pergunta inicialmente formulada - Como trabalhar as ideias contidas em conceitos e princípios básicos da Matemática, no Curso de Licenciatura Plena em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT/Campus de Sinop-MT? - não se ajustava ao novo modelo. Então, mais uma vez, a pergunta da pesquisa sofreu modificação, ficando assim: *Como preparar o futuro professor de Matemática, da UFMT- Campus de Sinop, para a construção de conceitos, conteúdos e procedimentos matemáticos?*

Essa pergunta se apresenta como um grande desafio, pois preparar futuros professores de Matemática, diante dos inúmeros problemas de ordem social e política que acabam se refletindo na Educação Matemática, não é uma tarefa fácil. A Matemática, embora necessária em quase toda atividade humana, de modo geral não é tão apreciada pelos alunos, não os atrai como campo de ação e, muito menos, como uma área que escolheriam para atuar como

professor. São inúmeras as razões para essa falta de interesse. Porém, não vamos enumerá-las aqui, pois não é esse o propósito de nossa pesquisa.

Como a formação inicial do professor de Matemática é o foco desta investigação, nosso interesse se voltou para o preparo desse futuro professor que irá atuar na Educação Básica, ou seja, para aqueles que escolheram fazer o Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática na UFMT- Campus de Sinop.

Devido à admissão da pesquisadora como professora da UFMT-Campus de Sinop, Mato Grosso desde 2006, foi-lhe concedida permissão para a aplicação de um Projeto de Trabalho nessa Instituição.

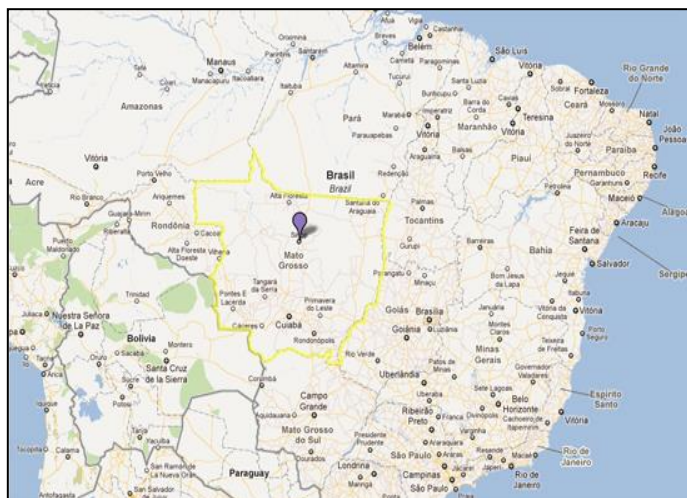
Em contato com a Coordenação do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, em agosto de 2011, solicitamos, de maneira informal, permissão para realizar a pesquisa em uma turma do curso de Ciências da Natureza e Matemática: Habilitação em Matemática. Nessa ocasião recebemos da Coordenação do Curso uma cópia digitalizada do PPC- Plano Político do Curso.

A seguir, de forma sucinta, vamos relatar o que vem a ser e como funciona a UFMT- Universidade Federal de Mato Grosso, no campus de Sinop e em seu curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática. O texto, em sua íntegra, pode ser visto no site da própria Universidade, sendo que os dados apresentados aqui correspondem ao período de 1970 até 2009.

A Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), campus central, foi criada através da Lei 5.647, de 10 de dezembro de 1970, na Capital do estado, Cuiabá. Ela está presente em diferentes regiões de Mato Grosso, um território com mais de 900 mil quilômetros quadrados, e que tem, por objetivo, promover o ensino, a pesquisa e a extensão nos diferentes ramos do conhecimento, bem como a divulgação científica, técnica e cultural.

Além da Capital, mais quatro cidades têm campi da UFMT - Rondonópolis, no sul, Pontal do Araguaia e Barra do Garças, no leste, e Sinop, no norte, como destaca o ponto no mapa.

Mapa1 - Localização do município de Sinop no Estado de Mato Grosso no Brasil



Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=mapa+do+brasil>

Atualmente a instituição está, também, em 13 polos de formação a distância abrangendo todas as regiões de Mato Grosso. Essa dimensão multicampi determina a definição de estratégias que contemplem o permanente intercâmbio acadêmico e administrativo entre a sede e as diferentes unidades em todo o Estado.

A UFMT tem 27 institutos e faculdades: O HUJM - Hospital Universitário Júlio Müller, o Hospital Veterinário; uma fazenda experimental (em Santo Antônio do Leverger); uma base avançada de pesquisa no Pantanal (município de Poconé); estações meteorológicas (Cuiabá e Rondonópolis); herbário; biotério, zoológico, ginásio de esportes, parque aquático, museus e o único teatro com especificações técnicas exigidas para receber as diversas modalidades de artes cênicas no Estado, todos em Cuiabá.

Essa Universidade conta com um sistema de bibliotecas, somando mais de 300 mil volumes. Atende a mais de 18 mil estudantes de graduação e pós-graduação. Conta com quase três mil servidores, sendo mais de 1300 docentes e mais de 1600 técnicos administrativos. Já formou quase 40 mil profissionais e oferece 98 cursos de graduação regulares (distribuídos nos períodos matutino, vespertino e noturno, e alguns em regime integral). Na pós-graduação há 25 mestrados, quatro doutorados próprios, sete doutorados interinstitucionais (Dinter) e 70 cursos de especialização (atendendo áreas de acordo com a demanda).

Em 2009 foram concedidas 304 bolsas de mestrado e 19 de doutorado (Capes/CNPq/Fapemat/outras). É responsável pela maior produção científica no Estado, integrando redes nacionais e internacionais de investigação. Em 2009 foram registrados, na Pró-Reitoria de Pesquisa (Propeq), 1.226 projetos de pesquisa envolvendo 948 participantes.

A UFMT oferece bolsas de Monitoria, do Programa de Educação Tutorial (PET) e do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid). Como forma de promover a inclusão, há o programa de Inclusão Indígena (Proind), que abre sobrevagas para estudantes indígenas de Mato Grosso, e o Programa Estudantes Convênios de Graduação (PEC-G), que é uma atividade de cooperação para a formação de recursos humanos, a fim de possibilitar aos cidadãos de países em desenvolvimento, com os quais o Brasil mantém acordos educacionais ou culturais, realizarem estudos universitários no país. Oferece ainda, o Programa de Assistência Estudantil, desenvolvido no âmbito da Pró-Reitoria de Cultura, Extensão e Vivência (Procev) com bolsa permanência.

Na área da cultura, vinculados à Procev, temos a Escola de Artes, o Museu de Arte e Cultura Popular, o Cineclube Coxiponés, o Coral, a Orquestra e o Teatro da UFMT. O esporte por meio da Coordenação de Vivência, Esporte e Lazer (CVEL), onde diversas atividades são realizadas, em todos os campi. Há também o Museu Rondon, de pesquisa e divulgação da cultura indígena e o Museu de Minerais, Rochas e Fósseis, conhecido como Museu da Geologia, em Cuiabá.

No campo da pesquisa, o aluno da graduação pode participar do Programa de Bolsas de Iniciação Científica, que congrega o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic), em convênio com o CNPq e com a Fundação de Amparo à Pesquisa de Mato Grosso (Fapemat), cuja seleção de bolsistas é feita de forma integrada; e também do programa Voluntariado de Iniciação Científica (VIC), que é um espaço institucional para o desenvolvimento da atividade de iniciação científica por alunos voluntários não contemplados com bolsa.

Nos últimos quatro anos houve intensa revitalização do campus de Cuiabá e do HUJM, ampliação da área edificada dos campi do Araguaia e de Rondonópolis e a construção do campus de Sinop (que funcionava em prédio cedido pela Prefeitura Municipal). O Campus Universitário do Araguaia passou a contar com duas unidades (uma em Pontal do Araguaia e outra em Barra do Garças) e Cuiabá, cujo campus central tem 789.415,93 m², também recebeu a doação de uma nova área, com 147.000,00 m², onde funcionará o Campus II.

UFMT- Campus de Sinop

Localizado a 551 km de Cuiabá, Sinop possui uma área de 3.194 Km² e é o principal polo econômico do norte do Mato Grosso. Devido à sua proximidade com os biomas de Cerrado e Floresta Amazônica, o campus da UFMT, instalado em Sinop em 1993, desenvolve

atividades de pesquisa em diversas áreas ligadas ao meio ambiente (como a climatologia, a geomorfologia e as ciências biológicas).

O município de Sinop é, também, o principal polo universitário do norte do estado, com população de 105.762 habitantes, segundo dados do IBGE de 2007, localizando-se às margens da rodovia BR-163. A cidade foi fundada em 13/09/1974 e seu nome é a sigla da Colonizadora - Sociedade Imobiliária Noroeste do Paraná – que: Atendendo ao chamamento do Governo Federal, que pretendia à época, povoar a região amazônica, objetivando a sua integração ao território nacional, a Colonizadora Sinop aceitou o desafio de implantar um projeto de colonização particular em uma área aproximada de seiscentos mil hectares, em plena selva amazônica, sem qualquer ligação com outras regiões, a não ser por precárias estradas e picadas abertas no meio da mata.

Há também um grande potencial estudantil, como se constata pelo portal do IBGE, baseado em dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais INEP/MEC, que registra 6.221 matrículas no Ensino Médio, em escolas estaduais e privadas, somente na cidade de Sinop.

A região Norte do Estado de Mato Grosso tem as atividades econômicas assentadas na agropecuária, com as culturas de soja, algodão, arroz, milho, exploração de madeira e pecuária de corte, possuindo alto potencial para consolidação de um parque industrial, assim como expressiva demanda de futuros acadêmicos.

A primeira proposta de implantação de um campus da UFMT em Sinop aconteceu no ano de 1981, com a doação do terreno de 60 hectares feita pelo Colonizador Ênio Pipino mas, somente no ano de 1991, o Conselho Diretor da Universidade criou o Núcleo Pedagógico Norte Mato-Grossense e, no ano de 1992, deu-se a instalação provisória da UFMT em Sinop. Nesse campus, em regime de turmas especiais, foram oferecidos seis (6) cursos: Ciências Contábeis, Ciências Biológicas, Direito, Educação Física, Engenharia Florestal e Geografia.

A presença da UFMT na região norte do estado tem como perspectiva atender as necessidades dos diversos segmentos da sociedade com base na educação superior, extensão e pesquisa, em busca de constante viabilização de soluções para o desenvolvimento sustentável do espaço rural, por meio da geração, adaptação e transferência de conhecimentos e tecnologias. Em razão da vocação econômica e sociocultural, o campus investirá na consolidação de graduações relacionadas à agropecuária, à saúde e à formação de professores, em áreas bastante ausentes na região. Atualmente, oferece oito cursos (Agronomia, Enfermagem, Engenharia Agrícola e Ambiental, Engenharia Florestal, Farmácia, Medicina Veterinária, Zootecnia, Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, com ênfase em

Física, Matemática e Química) estes com 100 vagas anuais cada. Quando plenamente implantados, os novos cursos atenderão a mais de 3.500 alunos.

Sua consolidação, ampliando a produção de conhecimentos e a formação de recursos humanos adequados à realidade da região, é essencial na busca de desenvolvimento sustentável, com a preservação da biodiversidade e das culturas locais.

O Campus de Sinop é formado por uma Pró-Reitoria, três institutos, oito coordenações de curso, uma Supervisão de Administração, uma Supervisão de Graduação e uma Supervisão de Pós-Graduação.

A partir de 2012 a UFMT - Campus de Sinop oferece três cursos de Pós-Graduação: -

- Mestrado em Ciências Ambientais, com áreas de concentração em “Biodiversidade e Bioprospecção”. Esse curso conta com duas linhas de pesquisa: 1) Conhecimento, Uso e Conservação da Biodiversidade; 2) Produtos Naturais;
- Mestrado em Agronomia, com áreas de concentração em “Agronomia”. Esse curso conta com duas linhas de pesquisa: 1) Fitotecnia e 2) Solos;
- Mestrado em Zootecnia.

Em outubro de 2011 estivemos novamente em Sinop e, em conversa com o Coordenador do Curso, foi-nos concedido todo o apoio para a realização de nossa pesquisa nesse Curso, tanto da parte da Coordenação quanto da Direção do ICNHS- Instituto de Ciências da Natureza Humanas e Sociais.

Ainda, nessa ocasião, ficou decidido entre a pesquisadora e a Coordenação do Curso de LPCNM- Licenciatura Plena em Ciências da Natureza e Matemática e a Direção do ICNHS que trabalharíamos no módulo VI, em duas componentes curriculares: Tendências em Educação Matemática II e Seminário de Práticas Educativas VI. Assim nosso projeto seria desenvolvido em dois projetos: **p₁** e **p₂** destinados respectivamente a cada uma dessas componentes. O módulo VI corresponde ao sexto semestre do curso. Nesse módulo os alunos estudam as disciplinas específicas de sua formação (Física ou Química ou Matemática).

Aproveitando nossa estada em Sinop, nessa ocasião entrevistamos quatro professores de Matemática da Instituição que lecionam no curso de LPCNM .

Essas entrevistas, não estruturadas, tinham, como primeiro objetivo, conhecer um pouco do perfil e do conhecimento matemático desses alunos, uma vez que esses quatro professores já lhes haviam ministrado algumas disciplinas. Ainda, as perguntas surgiram de acordo com os diálogos e não foram iguais para todos esses professores.

Um outro objetivo era o de lhes solicitar apoio à aplicação de nosso projeto pedagógico, identificar dificuldades matemáticas dos sujeitos desta pesquisa, reconhecer a visão que tinham com relação ao Curso e, ainda, como eles poderiam se colocar diante de nosso trabalho de sala de aula adotando uma metodologia de ensino diferente, apoiada na resolução de problemas..

Identificamos a pesquisadora como **E** e os professores entrevistados como **P1**, **P2**, **P3** e **P4**. Dessas entrevistas, selecionamos, dentre as questões formuladas, algumas respostas, visando a nos levar à identificação dos conhecimentos desses alunos.

✓ **Com relação à formação de professores de Matemática, no Curso de LPCNM da UFMT- Campus de Sinop, os entrevistados se manifestaram assim:**

Professor P1:

E:- Como você vê a formação de professores hoje?

P1: - *Eu vou dizer o seguinte, formar professor é diferente de formar matemático ou de formar biólogo. É diferente disso. Então, formar professor ... tem que pensar em formar professor pra escola. Essa é a primeira coisa. Você tem que estar atenta às demandas da escola. Não adianta eu ter o sonho da escola que eu gostaria, da escola que eu queria, da escola que deveria ser. Não!*

E sem nenhum... numa questão assim ... de ficar, haaaa ... tal tempo era bom, tal curso era bom. Não! O curso era bom lá. Pra realidade dele, pra resolver problemas deles, resolver outros problemas, mas que não resolveria o problema daqui.

Então, em rápidas palavras, formação de professor tem que estar ligada ao contexto. Ligada nas políticas atuais, ligadas às necessidades de inclusão que tem hoje. Posta pra hoje. É o que eu vejo. E nós não temos esse tipo de formação de professores ainda. Ainda é uma busca. Ainda não chegamos ...

Eu desconheço um bom curso de professores ... Vou falar assim, sem nenhum tipo de coisa. Eu escuto falar ... haaa... tal curso é bom. Ele é bom pra formar gente pra fazer mestrado e doutorado, mas não forma ninguém que vai pra escola. Então um bom curso de professor, o que a gente procura até hoje... é um curso que forma professor para a escola básica.

Professor P4:

E:- Como é que você se sente trabalhando com licenciatura, com formação de professores, como professor de futuros professores? Como você se vê?

P4:- *Tem dois pontos que eu acho que tem que ser colocado. Uma de realização pessoal e outra é a perspectiva que eu tenho com relação a esses alunos. A realização pessoal, realmente é bem gratificante ver que eu estou colaborando numa formação de novos profissionais, tentando mudar a realidade da qual o Brasil se enquadra e melhorar um pouco a educação com relação à Matemática, que é um dos grandes desafios que tem no Brasil.*

A parte que me incomoda um pouco, que é o segundo ponto, são os alunos que migram ou ingressam não exatamente no curso de licenciatura. Eles não têm uma

perspectiva muito grande em querer seguir a área. E a motivação deles é extremamente baixa. Então a formação deles é hum ... É um grande desafio.

Muitos deles ingressam, não com o objetivo de se tornar docentes. Então, a motivação deles é extremamente baixa. Lutar contra isso todo dia é um pouco frustrante. Verificar que os bons alunos acabam migrando para áreas não acadêmicas e, dos que temos aqui, vamos dizer assim, é um pouco frustrante a motivação que eles nos apresentam. Então, é uma situação que não me deixa muito confortável.

E:- O que faz com que o aluno não tenha essa motivação?

P4:- *A falta de motivação deles eu acho que é em termos de perspectiva futura, salarial, provavelmente seja esse um dos fatores que mais cria esse impacto. A outra questão seria a dificuldade, a qual apresenta a própria disciplina, o próprio curso de Matemática. Devido à falta de base, eles ingressam no Curso de Licenciatura muito fracos. Então, os desafios são muitos. Eu acredito que, devido à baixa concorrência que tem no Curso de Licenciatura, eles vêm despreparados pra encarar o curso de graduação. Então, isso cria uma grande desmotivação pra eles. Pensar que vai ter que enfrentar quatro ou cinco anos de curso ... Tendo um esforço gigantesco para ter um resultado final salarial ... e ainda ter que enfrentar o novo quadro educacional nacional, vamos dizer assim, nada animador. Os alunos, de ensino médio e fundamental, são razoavelmente indisciplinados, vamos dizer assim, de acordo com os relatos que eu tive dos alunos de estágios. É tudo. Creio que, os que saem (para os estágios) criam, assim, a própria desmotivação para os ingressantes. Porque é uma dificuldade gigantesca tentar lecionar com a atual situação que estamos encarando no Brasil.*

✓ **Quanto ao contexto do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT-Campus de Sinop.**

Professor P1:

E:- Bom, como você vê a formação de professores de Matemática aqui no curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática?

P1:- *Então, é ... Ai é preciso colocar o seguinte, esse curso aqui esta num contexto que é aquilo que eu falei. Está num contexto que é o seguinte. ... É ai ... Esses dias eu peguei... Foi bom porque eu peguei os dados do INEB, eu não sei se eu tenho aqui, mas eu posso te precisar. Pasmem!!! Mais de 60%, eu não sei o n^a, mas é mais de 60% dos professores da Educação Básica lecionam mais de 3 disciplinas. É uma quantidade grande de professores que lecionam 5 ou 6 disciplinas diferentes. Eu não estou falando turma, estou falando disciplinas. Então não adianta, achar que vai resolver ...*

Aqui em Mato Grosso, tem o quê? Escolas pequenas. Por que esse curso? Por que esse curso aqui, forma professor de Matemática um pouco diferente? Você nunca vai ter o professor de Física ou de Química, às vezes, na escola ... de Matemática geralmente preenche a carga horária mas, de Física ou de Química você nunca preenche a carga horária. Porque as aulas são poucas. E, ai, o professor de Matemática termina dando aula de física, o de Biologia dá aula de Química ... Esses professores têm que completar a carga horária quando a escola é pequena. Aqui, a densidade populacional é pequena. Nós não

temos ... O estado é enorme! Estamos falando desse contexto com distâncias enormes entre as cidades. Então, tem que se levar tudo isso em conta.

Então, a gente tem o quê? Pra fixar o professor numa escola, pra melhorar as condições dele, é preciso dar uma formação que esse professor fique em uma única escola. Pra isso, esse professor precisa lecionar mais de uma disciplina. Então, vamos falar daqui, do contexto de um professor Polivalente, que é o que esse curso propõe, formar professores que tem competência pra atuar em uma grande área de conhecimento. É... Então ele vai lecionar. Ele é habilitado em Matemática, mas ele vai ter que ter conhecimento de Ciências, que é o que a gente propõe. Ele vai ter que dar conta de dialogar.

Então, além disso, outra ousadia da proposta do curso é que seja significativo e interdisciplinar. E aí, sendo interdisciplinar, significa colocar uma concepção de Matemática um pouco diferente, não só aquela de formação. Então, nesse contexto, é o que eu vejo esse curso. Eu vejo uma busca.

Professor P2:

E:- Fale um pouco sobre o curso de Licenciatura de Ciências da Natureza e Matemática. Como você vê esse curso?

P2:- Bom, esse curso, ele tem as suas vantagens e desvantagens. Olhando como um todo ele tem mais vantagens que desvantagens. Vou citar as duas.

Primeiro as desvantagens. Por ser um curso híbrido, envolvendo Ciências Naturais e Matemática, a carga horária de Matemática deveria ser maior. Eles deveriam aprender mais Matemática. Essa é uma parte desfavorável. Pois, por eles também ter habilitação em ciências e precisam ter formação de ciências, o aluno perde um pouco de carga horária de Matemática para aprender o conteúdo de Ciências, que é necessário também para a formação do professor de Ciências.

Agora, qual é a vantagem do curso? No estado de Mato Grosso tem uma carência muito grande de professores. No entanto, existem professores dando aulas de áreas que não são da formação deles. Por exemplo: Professor de Geografia dando aula de Matemática, professor de História dando aula de Ciências e por aí vai.

Numa cidade pequena aqui do interior que, numa escola, só tem, por exemplo, um 1º colegial, um 2º colegial e um 3º colegial, o professor de Física não consegue completar a carga horária dele com Física. E aí, como ele tem uma formação de Matemática, ele é ... Pode Lecionar, com essa formação, Matemática no Ensino Fundamental.

A mesma coisa, por exemplo, para o professor de Ciências. Ele não consegue fechar a carga horária de Ciências. Então, ele pode completar no Ensino Médio com Física ou Química, dependendo da sua habilitação. Outra vantagem, é que facilita muito a interdisciplinaridade entre as áreas.

Se o curso tivesse uma carga horária maior ou se fosse integral, com alunos dedicando o tempo todo, como nas Engenharia, seria bem melhor. Isso são erros de governo, de não colocar uma carga maior para as licenciaturas. Por que o Engenheiro pode e o professor não?

Então, se ele tivesse uma carga horária maior, tanto de Matemática quanto de Ciências, ele seria um excelente profissional. Daria conta das duas áreas e ainda faria ligação entre as áreas.

✓ Com relação à Resolução de Problemas

Professor P1:

E:- Como você vê a Resolução de Problemas na sala de aula?

P1:- Falar disso pra vocês é difícil. Mas, eu vou falar o seguinte. Eu vejo como o único caminho. Qual é a atividade de um matemático? Resolver problemas matemáticos. Resolver problemas. Então você só aprende matemática, resolvendo problemas.

Agora, o problema pode ser problema interno da matemática, pode ser problema lúdico, pode ser problema aplicado ou um problema de construir um modelo. Poder ser o que for.

Agora, pra mim, só aprende fazendo matemática, fazendo a atividade do matemático, brincando de ser, brincando sério de ser matemático.

Agora, não vejo como uma boa saída, achar que você coloca o enunciado de um problema lá no quadro e todo mundo vai enfrentar da mesma forma ou que todo mundo vai resolver. O mesmo elemento nunca vai tocar todas as pessoas da mesma forma. E aí eu acho que nesse ponto a Metodologia de Resolução de Problemas é riquíssima.

Pra mim o rico dela é trabalhar em grupo, de formar o grupo, de avaliar, de que forma o grupo trabalha, se ele tem esse acompanhamento. Aí há uma questão de educação mais geral. Eu vejo a metodologia de R.P. nesse sentido com bons olhos.

Professor P2:

E: Alguma vez, na sua graduação, você trabalhou com Resolução de Problemas?

P2:- Na graduação? Não. Mas, da experiência que eu tenho como professor é que, quando a gente faz uma pergunta interessante para o aluno, ou melhor, que ele acha interessante, aquilo chama a atenção dele. E, aí, ocorre o despertar de aprender.

Professor P3:

E: Como você vê a resolução de problemas para se ensinar Matemática?

P3:- Bom, primeira coisa, primeiro fato é que nós todos temos alguma bagagem de informação, inclusive o aluno. Ele pode não ter a bagagem técnica em si, mas ele tem algum conhecimento. E eu... Assim, no meu ponto de vista, com relação à questão do conhecimento é que para nós todos... O que você conhece e o que eu conheço é, praticamente, uma combinação linear do que a gente aprendeu dos outros e do que a gente estudou. A diferença do mais, entre aspas, ou mais inteligente, ou menos inteligente, seria justamente aquele que muito absorveu. É meu ponto de vista.

Vejo a Resolução de Problemas como uma chance desse aluno, supostamente mau, usando essa nomenclatura, de se desenvolver.

E: E para o bom aluno?

P3:- Então, o bom aluno, aquele que conhece muito, às vezes ele tem uma bagagem grande, teórica, de conhecimento. Só que talvez não saiba organizar. Existem aqueles que sabem organizar e que tem uma bagagem teórica boa, esse é o tipo do aluno que não precisa nem de um professor. Ele é autodidata. .

Agora, supondo que no universo daqueles que não tenham essa capacidade, esse dom... Vamos colocar como um dom. Ele teria grande chance de se desenvolver nesse

aproche de resolução de problemas, de se desenvolver mais e, nesse contexto, ele é estimulado a criar. Porque num ambiente de tanto conhecimento matemático que nós temos à disposição, o criar às vezes é deixado pra traz. Porque você estuda pra fazer a prova tal. Você vai lá devora aquela quantidade de conteúdos. Vai e faz a prova tal, mas não se cobra o criar. E a proposta da resolução de problemas é incentivar o criar, a criatividade.

E:- Você já fez algum trabalho assim?

P3:- Não. Eu não trabalhei.

Professor P4:

Depois de ter apresentado a esses professores a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, perguntamos:

E:- Como é que você vê a questão da metodologia que pretendo utilizar em sala de aula? Você já leu alguma coisa sobre Resolução de Problemas ou, de outro modo, ensinar-se Matemática através da Resolução de Problemas?

P4:- Eu tive contato com isso, quando eu estava fazendo graduação na Licenciatura, li os textos sobre Resolução de Problemas. É uma metodologia diferente.

Praticamente não se falou sobre o perfil e o conhecimento dos alunos que participariam da aplicação do projeto. Os professores entrevistados, apesar de falarem sobre Resolução de Problemas, não o fizeram com detalhes. Falaram apenas como o ato de resolver problemas dados.

Em contato telefônico e por e-mail, em junho de 2012, solicitamos apoio de alguns professores de nosso Instituto para trabalharem conosco durante a aplicação de nossa pesquisa. Pedíamos, a esses professores que, se pudessem, participassem de discussões sobre o andamento das atividades aplicadas e, que, se possível, durante o processo de sua aplicação, acompanhassem o sucesso ou o insucesso dos alunos.

Recebi a confirmação de dois professores que se dispuseram a trabalhar de forma conjunta conosco participando do processo de aplicação das atividades programadas para a sala de aula no Módulo VI, em Tendências em Educação Matemática II, e em Seminário de Práticas Educativas VI, com a tendência Resolução de Problemas. Ao se referirem aos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, os professores consultados declararam que os alunos, de um modo geral, chegam com muita deficiência na

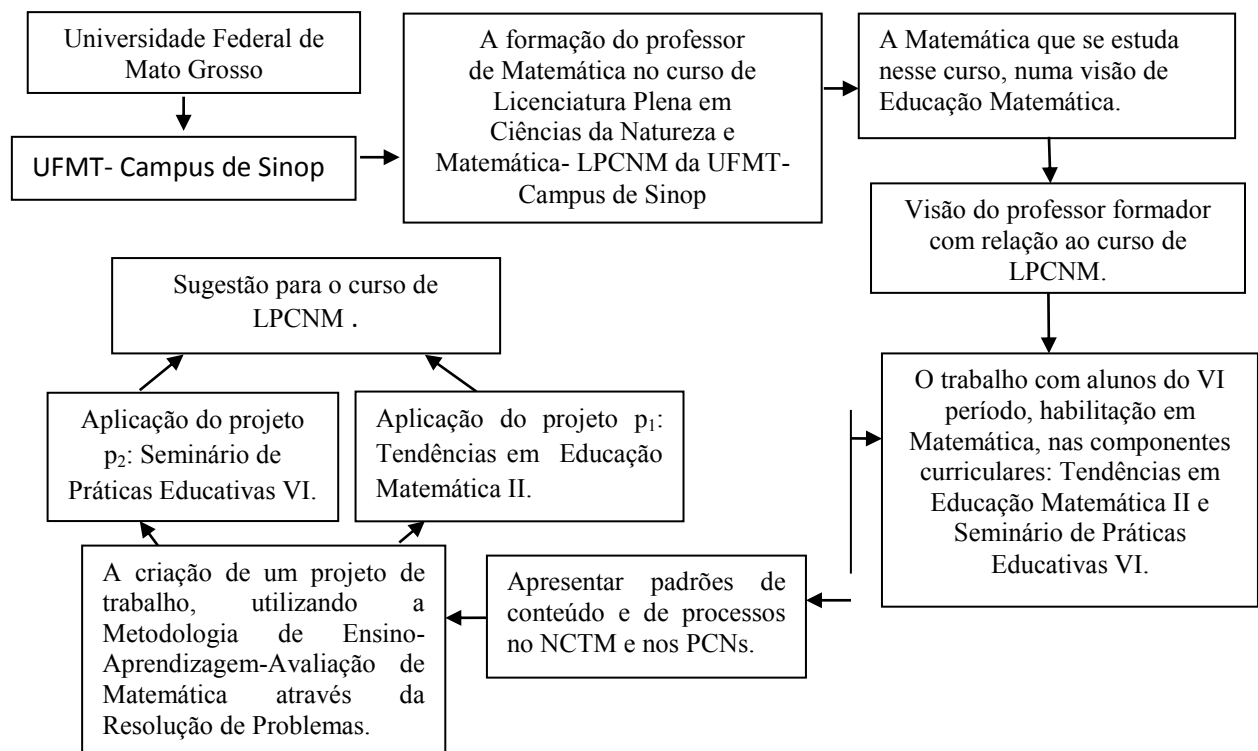
matemática do Ensino Básico e essas dificuldades detectadas estão relacionadas com operações numéricas, algébricas, funções e geometria.

Lembrando que, na entrevista com professores que atuam nesse curso, muitos questionamentos foram levantados quanto à formação Matemática desse futuro professor, sabendo que o curso é noturno e a maioria dos alunos trabalha durante o dia.

Ainda, quando indagados sobre a Metodologia de Ensino-aprendizagem da Matemática através da Resolução de Problemas, todos os professores entrevistados declararam não terem informação suficiente sobre essa metodologia mas, entretanto, manifestaram interesse por um trabalho diferenciado em sala de aula, que pudesse contribuir para o ensino-aprendizagem de Matemática de forma eficiente.

Diante de tais condições, nosso Modelo Modificado¹ precisou ser revisto em grande parte. O Modelo Modificado 2 se apresentou assim:

Figura 7- Modelo Modificado 2



Fonte: Criação da pesquisadora para o projeto de pesquisa.

A pergunta da pesquisa

Ao analisar o Modelo Modificado 2, percebemos que a pergunta colocada em nossa pesquisa se limitava a responder apenas parte da nossa inquietação, uma vez que, ao pesquisar

sobre nossos outros, o campo de questionamentos havia se ampliado e definido um novo rumo para a pesquisa.

Optamos por levantar uma questão que pudesse unir, em uma única pergunta, a inquietação relacionada de início, o fenômeno de interesse criado, as ideias de outros pesquisadores e, até algo mais sugerido pelo Modelo Modificado 2. A pergunta se modifica, e, então, se apresenta da seguinte forma:

Como preparar, o futuro professor de Matemática da UFMT – Campus de Sinop, para a construção do conhecimento matemático necessário a um professor de Matemática do Ensino Básico?

Na formação do professor de Matemática encontram-se, na graduação, a Educação e a Matemática. As disciplinas de Educação, em particular a Psicologia, devem levar os futuros professores a conhecer as diferentes formas de conhecimentos: Educacional, Curricular, Pedagógico e Profissional.

O conhecimento matemático, específico de sua formação profissional, exige desse professor um conhecimento prévio, trazido dos doze anos de escolaridade na Educação Básica, de uma Matemática construída no Ensino Fundamental e com aplicação no Ensino Médio.

Na Licenciatura espera-se que esse futuro professor trabalhe situações matemáticas onde, a partir de cada problema, se possa perceber a Matemática que há por trás desse problema, capacitando-o, ao adentrar numa sala de aula, a preparar seus alunos para enfrentar com confiança e determinação situações desafiadoras tanto no âmbito do campo matemático quanto na vivência diária.

CAPÍTULO 6

ESTRATÉGIAS E PROCEDIMENTOS

É importante uma Estratégia Geral de Pesquisa. Para responder as questões específicas levantadas, evidências devem ser coletadas. Para coletar informações e organizá-la é necessário que um grande número de procedimentos específicos sejam selecionados para esclarecer essas questões. Tomas A. Romberg.

Tomando sempre o modelo de Romberg como guia, seria dada continuidade à nossa pesquisa, selecionando estratégias e procedimentos com o fim de responder à pergunta da pesquisa. No Modelo Metodológico de Romberg, as atividades cinco e seis referem-se à criação de estratégias e correspondentes procedimentos de trabalho. Para Romberg essa é uma fase difícil, pois da cuidadosa seleção das estratégias e dos procedimentos depende o bom andamento da pesquisa.

No Modelo de Romberg, as atividades cinco e seis referem-se à seleção de estratégias e correspondentes procedimentos de trabalho. Para a execução dessas atividades, exige-se do pesquisador esforço e cuidadosa decisão sobre que métodos e técnicas usar para se obter clareza sobre as questões levantadas e, ainda, dar resposta à pergunta da pesquisa. Portanto, a escolha e a apresentação de uma estratégia geral, suas estratégias auxiliares e correspondentes procedimentos são ações que iremos apresentar neste capítulo.

Como nossa intenção era a de aplicar o Projeto em uma das componentes curriculares do Curso, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas, percebemos a necessidade de um tempo maior para seu desenvolvimento. Foi-nos oferecida a possibilidade de aplicação do Projeto, no segundo semestre de 2012, trabalhando as componentes curriculares: Tendências em Educação Matemática II e Seminário de Práticas Educativas VI, somando uma carga horária de 95 horas/aula.

Embora essas duas componentes façam parte do módulo VI, trabalhar em duas diferentes componentes, visando a responder à pergunta da pesquisa, se nos apresentou como um grande desafio.

Das informações obtidas e das possibilidades que se nos apresentaram, percebemos que, para responder a pergunta de nossa pesquisa - *Como preparar, o futuro professor de Matemática da UFMT – Campus de Sinop, para a construção do conhecimento matemático*

necessário a um professor de Matemática do Ensino Básico? - seriam necessárias algumas mudanças.

6.1. Seleção de uma Estratégia Geral

Ao iniciar uma pesquisa, o pesquisador tem que tomar decisões sobre que métodos utilizar para dar continuidade à sua pesquisa. Essas decisões, segundo Romberg, seguem diretamente das questões que se seleciona a partir da visão de mundo na qual as questões estão situadas, do modelo preliminar que foi construído a fim de explicar o fenômeno de interesse e da conjectura que se faz sobre a evidência necessária.

Entender estratégia, como a arte de aplicar com eficácia os recursos de que se dispõe ou de explorar as condições favoráveis de que porventura se desfrute, visando ao alcance de determinados objetivos, é importante.

Percebe-se que esse é o ponto da pesquisa em que se exige muito do pesquisador, pois de sua astúcia e perspicácia na escolha das estratégias depende não só o bom andamento da pesquisa como também o de encontrar uma resposta coerente à sua questão.

Ao analisar nosso Modelo Modificado 2 e a nova definição da Pergunta da Pesquisa, sem perder de vista o nosso Fenômeno de Interesse, “*a formação inicial do professor de Matemática*”, decidimos ir em busca de possíveis estratégias que pudessem nos levar a resolver o Problema da Pesquisa.

A análise do Modelo Modificado 2 e do Problema da Pesquisa nos levou a criar uma estratégia geral (O quê fazer?) que abrangesse as situações apresentadas, e que pudesse dar, ao futuro professor de Matemática que irá atuar na Educação Básica, significado ao ensino-aprendizagem da Matemática. Dessa análise consideramos como **Estratégia Geral**:

Criar o projeto P, considerando as duas disciplinas que serão ministradas pela pesquisadora: Tendências em Educação Matemática II (p₁) e Seminário de Práticas Educativas VI (p₂).

Optamos por criar um Projeto de Trabalho, desdobrado nos projetos p₁ e p₂, que pudesse levar nossos alunos, futuros professores de Matemática, a rever pontos de dificuldade encontrados na Matemática do Ensino Básico, futuro campo de atuação deles. Para isso, recorrendo às orientações dos PCN com relação ao Ensino Fundamental 2, utilizaríamos a

Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas, sempre procurando atender ao objetivo, conforme consta no PPC-Plano Pedagógico do Curso de Ciências da Natureza e Matemática (2009, p.16, 17) que é o de “contribuir para a melhoria do Ensino Fundamental e do Ensino Médio no Brasil”, bem como “desenvolver habilidades básicas do exercício da prática educativa, da cidadania e da capacidade de participação e de tomadas de decisão”.

Nosso Curso de Licenciatura possui uma configuração diferenciada⁵. A Matemática é trabalhada em 8 (oito) módulos, e tem, como pretensão, formar um professor de Matemática que irá atuar na Educação Básica e que será capaz de buscar novos avanços para a sua carreira profissional, considerando que, para atingir os objetivos propostos pelo PPC, é preciso que esses alunos possam, como professores, conhecer bem o que irão ensinar e saber justificar aquilo que fazem.

Com relação ao ensino-aprendizagem há, na literatura nacional e internacional, vários caminhos que poderiam ser assumidos para a realização desse trabalho. Entretanto, escolhemos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Por que essa e não outra? Escolhemos essa por acreditarmos que, através da resolução de problemas, pode-se ensinar Matemática, levando os alunos a construir novos conceitos, justificando o que se aprende e o que se ensina.

6.1.1. Estratégias Auxiliares

Para que a Estratégia Geral idealizada possa ser colocada em prática, faz-se necessário estabelecer estratégias auxiliares que possam dar continuidade ao plano determinado, visto que o Modelo Modificado 2 apresenta variáveis chave que podem se manifestar como estratégias auxiliares necessárias para o cumprimento do objetivo da Estratégia Geral.

E₁:- Identificar o local onde será aplicado o Projeto, seus sujeitos e o Programa Pedagógico do curso.

⁵ O curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática tem duração de quatro anos e possui dois estágios, o Núcleo Comum e o Específico. Os dois primeiros anos do curso são destinados ao Núcleo Comum, em que o aluno estuda Ciências da Natureza (Biologia, Física e Química) e Matemática. Os dois últimos anos do curso são destinados à habilitação específica do aluno (Matemática ou Física ou Química). Ao concluir o curso, o aluno pode lecionar Ciências para o Ensino Fundamental e a disciplina de sua área específica. Ainda o licenciado em Matemática poderá lecionar Matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

E₂:- **Solicitar** auxílio de professores, formadores de professores do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, buscando seu apoio, visando à identificação das dificuldades matemáticas dos sujeitos desta Pesquisa.

E₃:- **Identificar** o conhecimento matemático dos sujeitos dessa pesquisa, apoiadas nas informações obtidas no E₂.

E₄:- **Buscar**, em documentos oficiais: NCTM⁶, PCNs⁷, PPC⁸ identificadores de programas curriculares de Matemática para o Ensino Básico.

E₅:- **Criar** um projeto **P** composto pelos projetos **p₁** e **p₂**.

E₆:- **Construir** um projeto de trabalho: **p₁**, apoiado na Educação Matemática, atendendo à Componente Curricular „Tendências na Educação Matemática II”, levando-se em consideração o conhecimento matemático prévio dos sujeitos da pesquisa, suas dificuldades na Matemática do Ensino Básico e as práticas pedagógicas inerentes à sala de aula.

E₇:- **Construir** um projeto de trabalho: **p₂**, atendendo à Componente Curricular „Seminário de Práticas Educativas VI”, apoiado na Educação Matemática, levando-se em consideração o conhecimento matemático prévio dos sujeitos da pesquisa, suas dificuldades na Matemática do Ensino Básico e as práticas pedagógicas inerentes à sala de aula.

E₈:- **Aplicar** o projeto **p₁**;

E₉:- **Aplicar** o projeto **p₂**;

E₁₀:- **Aplicar** o projeto **P**, visando a responder a Pergunta da Pesquisa.

6.2. Procedimento Geral

Para a realização da Estratégia Geral assumida, foi estabelecido um correspondente Procedimento Geral que definirá o modo como ela será realizada.

Para nós, o procedimento define a *maneira de agir, o modo de proceder, de portar-se, a conduta e o comportamento, ou, ainda, o modo de fazer algo; técnica, processo, método*.

Segundo Romberg, o pesquisador deve tomar cuidado ao selecionar os procedimentos que irão esclarecer as questões.

Procedimento Geral: A criação do projeto P

⁶ NCTM- National Council of Teachers of Mathematics.

⁷ PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais abrangendo todo a o Ensino Fundamental e Ensino Médio.

⁸ PPC – Plano Pedagógico do Curso de Ciências da Natureza e Matemática da UFMT – Campus de Sinop.

Frente às recomendações de Romberg, analisamos o Procedimento Geral, a matriz curricular do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, visando à criação de um projeto **P**, que será desdobrado nos projetos **p₁** e **p₂**.

Como Procedimento Geral (Como fazer?), optamos pela criação de um projeto de trabalho sobre os pontos de dificuldade dos futuros professores, encontrados na Matemática construída no Ensino Básico, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem da Matemática através da Resolução de Problemas.

Entretanto, para atender à criação desse Procedimento Geral, estabelecemos procedimentos auxiliares correspondentes a cada estratégia auxiliar estabelecida.

6.2.1. Procedimentos Auxiliares

P₁:- A **identificação** do local apropriado à aplicação do Projeto de Trabalho em sala de aula;

P₂:- A **confirmação** da presença de professores, da UFMT- Campus de Sinop, solicitando apoio visando à identificação das dificuldades matemáticas dos sujeitos desta pesquisa.

P₃:- A **identificação** do conhecimento matemático programado para o Ensino Básico apoiado em materiais selecionados nas avaliações e informações fornecidas pelos professores colaboradores.

P₄:- A **investigação**, nos documentos oficiais considerados no E₄, no que se refere aos programas curriculares de Matemática na Educação Básica.

P₅:- A **criação** do projeto **P**, composto pelos projetos **p₁** e **p₂** a serem trabalhados em sala de aula, considerando o conhecimento matemático prévio dos sujeitos da pesquisa, de suas dificuldades fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

P₆:- A **criação** do projeto **p₁**, atendendo à Componente Curricular „Tendências em Educação Matemática II”.

P₇:- A **criação** do projeto **p₂**, atendendo à Componente Curricular „Seminário de Práticas Educativas VI”.

P₈:- A **aplicação** do projeto **p₁**.

P₉:- A **aplicação** do projeto **p₂**.

P₁₀:- A **aplicação** do projeto **P**, visando a relacionar os projetos **p₁** e **p₂** para, então, responder a Pergunta da Pesquisa.

6.5. Procedimentos em Ação

Como nosso objetivo de ação era o de chegar ao Procedimento Geral, isto é, à criação do Projeto **P**, colocamos em ação os procedimentos auxiliares .

P₁ em Ação

Este procedimento já foi tratado nas páginas 91 a 94 quando falamos sobre a UFMT- Campus de Sinop.

P₂ em Ação

Este procedimento já foi tratado nas páginas 94 a 98 quando, aproveitando nossa estada em Sinop, entrevistamos quatro professores de Matemática e obtivemos apoio do Coordenador do Curso de LCNM e do Diretor do ICNHS.

P₃ em Ação

A partir de informações vagas, sobre o conhecimento matemático desses alunos, que os professores de nossa instituição, que trabalharam com eles, nos deram, restou-nos a ideia de que a Matemática do Ensino Básico construída por eles não lhes deixara muito conhecimento. Assim, como é que esses nossos alunos, futuros professores de Matemática do Ensino Básico, poderão trabalhar bem essa Matemática com seus alunos em sala de aula?

A pergunta de nossa pesquisa - *Como preparar, o futuro professor de Matemática, da UFMT- Campus de Sinop, para a construção do conhecimento matemático necessário a um professor de Matemática do Ensino Básico?*- nos coloca frente a um novo modo de agir, como pesquisadores que pretendem dar aos nossos alunos, futuros professores, uma qualidade de melhor professor, na formação inicial a eles oferecida. Ao fazer uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas gostaríamos de levar esses futuros professores à conscientização de que eles não só devem saber resolver problemas, mas que, também, possam ensinar Matemática enquanto resolvem o problema, embora, sabendo de antemão, que chegar a isso seria muito difícil, é o que se recomendo para a boa formação de um professor.

Polya, aquele que desde 1945 defende um ensino de Matemática a partir da resolução de problemas, tem levado muitos pesquisadores a irem avante com suas ideias. Em nossa área de pesquisa: Resolução de Problemas, o ensino deve ser centrado no aluno, com o professor como um guia que o leve a pensar, e o aluno a ser coconstrutor do conhecimento novo que se quer construir.

Então, ao colocar em ação o procedimento auxiliar P_3 , esperamos que nosso aluno, o sujeito desta pesquisa e futuro professor de Matemática, seja capaz de comunicar-se, de argumentar, compreender, agir, enfrentar problemas de diferentes naturezas com um bom conhecimento matemático.

P₄ em Ação

Analizamos três documentos oficiais. Dois deles visando a melhor entender os programas curriculares de Matemática da Educação Básica e o PPC do Curso de LPCNM, a fim de verificar que orientações estão sendo dispensadas ao futuro professor no que se refere aos programas curriculares de Matemática da Educação Básica, uma vez que ele atuará nesse nível.

Iniciamos nossa análise pelos Standards (2000), publicados pelo NCTM, onde são descritas as características de uma educação Matemática de boa qualidade. Nesses *Standards* são apresentados seis princípios e dez padrões, sendo cinco de conteúdo e cinco de procedimentos. Os Princípios são: Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia. Os Padrões de Conteúdos são: Números e operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidade. Os Padrões de procedimentos são: Resolução de Problemas, Raciocínio e Prova, Comunicação, Conexões e Representação.

Um conjunto de documentos publicados pelo NCTM serviram de base para outros países na reformulação de seus programas curriculares. Um exemplo foi Portugal em que, 2007, a APM-Associação de Professores de Matemática, traduziu para a língua portuguesa os “Principles and Standards for School Mathematics” (NCTM - 2000), com o título “Princípios e Normas para a Matemática Escolar.”

No Brasil essas ideias vêm sendo discutidas e incorporadas pelas propostas curriculares de Secretarias de Estado e Secretarias Municipais de Educação. Essas ideias influenciaram as reformas educacionais brasileiras. Nos PCN -5ª a 8ª séries, lê-se:

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática no documento “Uma Agenda para Ação”. Nele a resolução de problemas era destacada como o foco

do ensino da Matemática nos anos 80. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, além dos cognitivos, na aprendizagem da Matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares. (BRASIL 1998, p.20)

Nos PCN(1998) para o Ensino Fundamental, podem-se encontrar várias tendências de ensino e aprendizagem da Matemática. Mas a resolução de problemas é vista “como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.” (BRASIL, 1998, p.40-42).

Com relação aos conteúdos, encontramos nos PCN(1998), uma semelhança com os padrões de conteúdos dos *Principles and Standards for School Mathematics*. Nos PCN não há um espaço próprio reservado para a álgebra, a álgebra neles se apresenta vinculada ao conteúdo Números e Operações. Nesses PCN - 5ª a 8ª séries, os conteúdos apresentados são: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

Para a identificação do conhecimento matemático, programado para o Ensino Básico, um terceiro documento que analisamos foi o PPC (2006) do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT- Campus de Sinop. Consideramos o curso, seus objetivos, o que se espera do egresso desse curso e, ainda, entrevistamos 4 professores de Matemática que trabalham nesse curso, conforme consta nas p.94-98 desta tese. No PPC (2006), buscamos identificar a proposta de formação matemática que esse curso oferece.

Assim, conforme esse documento, espera-se que o aluno-professor, ao concluir todo o curso, possa atuar como professor tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, conforme sua habilitação específica: ou Física, ou Química ou Matemática.

Seu objetivo é o de formar um profissional capaz de promover com seus alunos a construção do conhecimento, apresentando-lhes os avanços da Ciência em seus múltiplos aspectos e implicações; um profissional que consiga decodificar o conhecimento e a linguagem da área específica de sua escolha enquanto educador e que realize pesquisas no sentido de melhor ensiná-los, bem como saiba fazer relações de sentido com outras áreas do conhecimento; que saiba se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir, enfrentar problemas de diferentes naturezas, participar socialmente de forma prática e solidária, ser capaz de elaborar críticas ou propostas e especialmente adquirir atitudes de permanente aprendizado. Além disso, deve oferecer, ao aluno em formação inicial, os passos para conhecimento do espaço escolar e o acesso a conceitos e princípios das Ciências Naturais e Matemática de forma a contemplar mais explicitamente os PCNs de Ciência e Matemática para o Ensino Fundamental.

Em todos os módulos do Curso tem-se como objetivos em relação à Matemática:

1. Introduzir os discentes no debate/discussão dos elementos primordiais/fundamentais da Matemática;
2. Realizar estudos sobre a história da Matemática;
3. Introduzir os discentes nas discussões sobre a construção dos Conhecimentos Matemáticos nas diversas realidades/estruturas sociais;
4. Refletir sobre a construção de Conhecimento Matemático e sua relação com o Ensino da Matemática;
5. Conhecer diferentes tendências teóricas e proposições para a constituição da educação Matemática como campo profissional e área de pesquisa; (PPC, 2010, p. 18)

Pretende-se que, ao longo do curso, o aluno vá construindo e reconstruindo sua prática pedagógica, de forma a adquirir o seguinte perfil:

- Dominar adequada fundamentação teórica das Ciências Matemáticas e da Natureza, necessária para o pleno desempenho da regência no Ensino Fundamental e Médio.
- Fundamentar-se adequadamente em teorias sociais e pedagógicas para sua práxis.
- Ter espírito investigatório e senso de observação necessários à construção de conhecimento fundamentado no fazer pedagógico.
- Exercer a profissão com espírito dinâmico, criativo, na busca incessante de novas alternativas educacionais, enfrentando com desafio as dificuldades naturais do magistério e compreendendo, sobretudo, que sua formação profissional se completa na prática de sala de aula em contínuo processo de formação.
- Compreender, na qualidade de um trabalhador em educação, as relações sócio-político-econômico-culturais que regem o desenvolvimento da educação.
- Ser consciente da necessidade de se tornar um agente transformador da realidade presente, na busca da melhoria de qualidade de vida da população humana. (PPC, 2010, p.19)

Ao analisar o PPC observamos alguns pontos que são considerados eixos norteadores para o curso. Entre esses pontos destacamos: a construção do conhecimento; princípios epistemológicos; princípios metodológicos e princípios dinamizadores do currículo.

Esses pontos, constantes nesse documento, visam dar ao futuro profissional da educação uma formação capaz de levá-lo a relacionar-se de modo eficiente, tanto com a construção do conhecimento matemático, quanto com a sociedade em que atuarão. O currículo do Curso de Licenciatura Plena em Ciências Naturais e Matemática pode ser visualizado, em síntese, no Anexo.

A formação comum, que antecede as habilitações específicas do curso de Ciências Naturais e Matemática se dá preferencialmente nos quatro primeiros módulos e continua

através das ações de formação dos saberes da profissão professor nas componentes curriculares de fundamentos da educação, nas práticas de ensino como componentes curriculares e das práticas de estágio supervisionado ao longo de todo o curso.

O desenvolvimento de cada módulo tem, como fundamento, quatro núcleos organizadores, de habilidades e competências, associados às componentes curriculares articuladas ao conteúdo do eixo temático:

1. Conceitos e Princípios das Ciências Naturais e Matemática
2. Fundamento social e humano – fundamentos de educação
3. Instrumentalização para a prática pedagógica
4. Estágio supervisionado

No decorrer dos quatro primeiros módulos (4 primeiros semestres) são abordados conhecimentos abrangendo a diversidade do saber das várias áreas das Ciências da Natureza e Matemática.

Os módulos da formação específica em Matemática são constituídos por três componentes intrínsecas e privilegiam os conceitos e princípios específicos da área e da instrumentalização para o exercício da docência na área de Matemática.

- A evolução histórica da Matemática;
- Fundamentos, conceitos e princípios da Matemática;
- Instrumentalização e prática pedagógica da Matemática.

O Curso de Licenciatura Plena em Ciências Naturais e Matemática - Habilitação em Matemática tem uma carga horária de 3.140 (três mil cento e quarenta) horas a ser integralizada em oito semestres no período noturno, com possibilidade das práticas, como componente curricular e as atividades de estágio supervisionado, ocorrerem também em outros períodos devido à dinâmica das instituições de educação básica.

Quadro 01: Carga horária por Componente Curricular e total do curso

Carga horária por Componente Curricular	Licenciatura em Ciências Naturais com habilitação em Matemática
Conteúdos Curriculares de Natureza Científico-Cultural	2060 horas
Prática como Componente Curricular (Seminário de Práticas Educativas)	480 horas
Estágio Supervisionado	400 horas
Atividades Complementares	200 horas
Carga Horária Total do Curso	3.140 horas

Fonte: PPC do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática p 32

A Secretaria de Educação, do Estado de Mato Grosso, em 2012 encaminhou às escolas uma coleção⁹ composta por cinco volumes contendo *orientações para a Educação Básica*, levando ao conhecimento de profissionais de educação e demais membros da sociedade, a concepção de educação que norteia as políticas educacionais pretendidas para o Estado de Mato Grosso.

P₅ em Ação

A estruturação do projeto **P** será composta pelas estruturações dos projetos **p₁**: „Tendências em Educação Matemática II“ e **p₂**: „Seminário de Práticas Educativas VI“, sempre considerando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como dinâmica de Trabalho.

Esses dois projetos serão desenvolvidos no curso de LPCNM-habilitação em Matemática na UFMT- Campus de Sinop, de modo simultâneo, nas duas componentes referente a Instrumentação para a Prática Pedagógica do Módulo VI, conforme consta no quadro 02.

Quadro 02: Carga horária por Componente Curricular e total do Módulo

MÓDULO VI				Carga	360
NÚCLEOS ARTICULADORES	COMPONENTES	PPC	EST	TOTA	
EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA MATEMÁTICA II	História da Matemática II				30
FUNDAMENTOS, CONCEITOS E PRINCÍPIOS DA MATEMÁTICA.	Cálculo de Várias Variáveis				75
	Geometria Analítica				30
	Álgebra Linear				60
INSTRUMENTALIZAÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	Tendências em Educação Matemática II	45			45
	Seminário de Práticas Educativas VI	50			50
ESTÁGIO SUPERVISIONADO	Estágio Supervisionado IV		70		70
Carga Horária Total					360

Fonte: PPC do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática p.32

Lembrando que, sendo a pergunta de nossa pesquisa, „*Como preparar o futuro professor de Matemática da UFMT- Campus de Sinop, para a construção do conhecimento matemático necessário a um professor de Matemática do Ensino Básico?*“, indagamos:

- Como podem se apresentar os protagonistas dessa ação ao responder a essa pergunta?

⁹ Vol.1-Orientações Curriculares para a Educação Básica; vol.2- Orientações Curriculares das Diversidades Educacionais; vol.3- Ciências da Natureza e Matemática; vol.4- Linguagens; vol.5- Ciências Humanas.

- a) a professora-pesquisadora, como formadora de professores, deverá conduzir seus alunos e analisar os resultados dessa condução, uma vez que os levará a construir um conhecimento que, posteriormente, tenham que trabalhar com seus próprios alunos nessa construção;
 - b) os alunos, como coconstrutores desse conhecimento deverão perceber uma necessária mudança de postura em suas ações, pois eles mudarão de posição na sala de aula. Eles serão os professores e estarão à frente na condução da construção do conhecimento por seus alunos.
- Que responsabilidade cabe a esses atores?
 - a) A pesquisadora, que deverá agir como formadora de professores, dominando uma forma de trabalhar diferente, querendo motivar, estimular e levar os futuros professores a acreditarem na importância de se saber Matemática e que, por meio dela, deveriam saber pensar e saber tomar decisões em sua vida, deverá conduzir seus alunos a atender os requisitos da pergunta proposta nesta pesquisa.
 - b) Os alunos, futuros professores, conscientes da fragilidade do ensino e da aprendizagem de Matemática na escola de hoje, deverão estar seguros e confiantes sobre a promoção de reformas.

A mídia poderia promover uma ampla divulgação dos bons resultados de pesquisas que envolvem o ensino e a aprendizagem da Matemática que estão sendo realizadas, de forma significativa em várias localidades.

Frente a essa realidade buscamos, para o projeto **P**, uma forma diferente de trabalhar na sala de aula, acreditando poder chegar a outro modo de trabalhar o ensino, a aprendizagem e a avaliação de Matemática.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas será adotada nas aplicações dos projetos **p₁** e **p₂** e os capítulos 7 e 8 serão destinados à elaboração desses dois projetos.

Projeto **p₁** e projeto **p₂** concluídos levarão à conclusão final do projeto **P**.

CAPÍTULO 7

O PROJETO p_1 :

Tendências em Educação Matemática II: Resolução de Problemas na Formação do Professor de Matemática

Sem dúvida, a Matemática possui problemas próprios, que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham, tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre. (CARAÇA)

Como Procedimento Geral, optamos por criar um projeto de trabalho sobre os pontos de dificuldade encontrados, pelos alunos, na Matemática construída no Ensino Básico, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Entretanto, para atender a criação desse Procedimento Geral, estabelecemos procedimentos auxiliares correspondentes a cada estratégia auxiliar estabelecida, que têm por objetivo idealizar maneiras de se fazer esse trabalho. Pois, do estabelecimento dessas maneiras, vão depender o sucesso das informações que se pretende coletar, a fim de se obter um maior número de evidências a serem analisadas nas ações seguintes definidas no Modelo Metodológico de Romberg.

O projeto a ser criado estará apoiado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na perspectiva da formação inicial do professor de Matemática. Como a componente curricular “Tendências em Educação Matemática II” relaciona uma série de conceitos necessários à formação de professores, eles serão discutidos durante a aplicação do projeto a partir da resolução de problemas.

7.1. A criação do projeto p_1

Objetivos:

O projeto de trabalho p_1 , a ser aplicado a futuros professores, tem por objetivos:

- reconstruir conhecimentos matemáticos, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, visando a dar força ao processo de ensino-aprendizagem;
- levar o aluno, futuro professor, o aluno, futuro professor, a construir conhecimentos relacionados aos campos educacional, pedagógico, curricular e profissional;

- levar o aluno, futuro professor, a construir novas ideias sobre conteúdos e métodos que ele já conhece, a fim de que possa desenvolver uma forma de ensino que leve seus futuros alunos à aprendizagem com compreensão e significado e, para Van de Walle (2006, p.3), compreensão pode ser definida como “uma medida da qualidade e da quantidade de ligações que uma ideia tem com ideias já existentes”;
- levar o aluno a refletir sobre o aprender a ensinar, refletindo na prática e sobre a prática.

Justificativa:

Para a aplicação deste projeto **p₁**, na Componente Curricular: Tendências em Educação Matemática II, usaremos 45 horas/aula. Este projeto se justifica uma vez que trabalhar com alunos, futuros professores que, embora já tenham trabalhado Matemática por 12 anos no Ensino Básico e terem cursado cinco semestres na Licenciatura, ainda possam apresentar dificuldades no processo de ensino-aprendizagem. Ao fazerem uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, os futuros professores poderão, ao justificar suas ações, verificar no que poderiam melhorar sua formação como professor do Ensino Básico.

Buscaremos, com este projeto, abordar os tópicos matemáticos apresentados nos PCN-1998. Esses tópicos, como já foi dito, referem-se a quatro blocos de conteúdo: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Em cada encontro e em cada problema, procuraremos trabalhar, se possível, diferentes tópicos matemáticos através da resolução da problemas. Além disso, discutiremos textos relacionados à Educação Matemática, com o objetivo de ampliar o conhecimento do tópico trabalhado no problema dado. Nesta perspectiva, o problema será o ponto de partida para a construção ou reconstrução de conceitos e procedimentos matemáticos.

Ementa:

Para elaborar o projeto **p₁**, analisamos a Ementa do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT- Campus Sinop e, a partir dela, criamos o Programa de Atividade Pedagógica.

 UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO ICNHS- INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS HUMANAS E SOCIAIS LICENCIATURA PLENA EM CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA		
MÓDULO VI: Habilitação em Matemática 2012/2		
PROGRAMA DE ATIVIDADE PEDAGÓGICA		
TEMA: Tendências em Educação Matemática II: Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas		
PROFESSORA		
Elizabeth Quirino de Azevedo		
Carga Horária Total	Carga Horária Teórica	Carga horária Prática
45 horas	20 horas	25 horas
EMENTA		
Na perspectiva da formação inicial de professores o trabalho será desenvolvido seguindo a seguinte ordem: 1. Tendências em Educação Matemática - Concepções e Perspectivas. 2. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. O problema como agente que pode desencadear um processo de construção do conhecimento e fazer uso de situações problema com o propósito de construir novos conceitos e novos conteúdos. 3. A compreensão da Matemática, envolvendo a ideia de que entender é essencialmente relacionar. A capacidade de relacionar uma determinada ideia matemática a uma grande variedade de contextos. Relacionar um dado problema a um grande número de ideias matemáticas implícitas nele. Construir relações entre as várias ideias matemáticas contidas num problema. 4. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como uma forma diferente de trabalhar Matemática, sem descartar recursos como os de História da Matemática, a Tecnologia, as Atividades em Grupo e até mesmo, se necessário, aula expositiva com giz e lousa. 5. Trabalhar conteúdos de Matemática para o Ensino Fundamental - 5ª a 8ª séries - na perspectiva da metodologia adotada.		
DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO PROGRAMÁTICO		HORAS/A
1. Uma tendência em Educação Matemática: Resolução de Problemas. 2. Padrões de conteúdo para o Ensino Fundamental II, conforme os PCN -1998: - Números e Operações e Álgebra - Espaço e Forma - Grandezas e Medidas - Tratamento da Informação		45
AValiação		
Será firmado um Termo de Compromisso em diálogo com os alunos. Nesse documento estarão expostos os direitos e deveres do professor/pesquisador e dos alunos e os Critérios de Avaliação, com o objetivo de estabelecer parâmetros para o desenvolvimento e a organização das Atividades na Componente Curricular: Tendências em Educação Matemática II: Resolução de Problemas, no curso de Licenciatura Plena em Ciências Naturais e Matemática, no segundo semestre de 2012.		
BIBLIOGRAFIA		
HOLDAN, G. Tornando as tarefas de casa de álgebra mais eficazes. In: A. F. Coxford, A.F.; Shulte, A. P. As Ideias da Álgebra. Tradução. H. H. Domingues. São Paulo: Atual Editora, 1995. p.278-284. ONUChIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. Org. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. 1999. Editora Unesp. ONUChIC, L.R & ALLEVATO, N.S.G. Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas In: Bicudo. M. A. V e Borba M.C (Org). Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. 2004, p. 213- 231. ONUChIC, L.R & ALLEVATO, N.S.G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In: Bolema, Rio Claro (SP), v.25, n.41, p.73-89, dez. 2011. POLYA, G. (1944/1994). A arte de resolver problemas. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1994.		

PONTE, J.P. **Investigações Matemáticas na sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006

VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de professores e aplicações em sala de aula**. Trad. Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.

BIBLIOGRAFIA SUGERIDA

AZEVEDO, E. Q. **Ensino-aprendizagem das equações algébricas ou polinomiais através da resolução de problemas**. Dissertação de mestrado. UNESP- Rio Claro. 2001

ARTZT, A.F.; NEWMAN, C.M. **How to use cooperative learning in the mathematics class**. 1991

STANIC, G.M.A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem solving in the Mathematics Curriculum. In: **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. NCTM. 1989.

Nosso objetivo, nesta Componente Curricular, é o de trabalhar a Resolução de Problemas buscando conscientizar os alunos da Licenciatura sobre seu papel como futuros professores de Matemática.

Ao elaborar o projeto **p₁**, criamos um roteiro de atividades, para 15 encontros, compostos por atividades para a sala de aula e por tarefas extraclasse. Cada encontro terá duração de 3 horas/aula trabalhadas com um grupo de 14 alunos. Para todos os encontros propusemos deixar tarefas extraclasse por acreditar que elas também constituem momentos de reflexão e ou consolidação dos conteúdos trabalhados, bem como o de explorar tópicos futuros.

Em nosso projeto, a avaliação será, conforme consta no artigo 24, inciso V, letra (a), da LDB, “contínua e cumulativa do desempenho do aluno, com prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos e dos resultados ao longo do período sobre os de eventuais provas finais”. Quanto às tarefas de casa, concordamos com Holdan (1995, p.285), quanto a dar oportunidade ao aluno de se envolver independentemente com a habilidade ou o conceito em estudo. O autor, ao comentar sobre resultados positivos de pesquisas, já na década de 60 do século XX, sobre esse assunto, afirma que “a tarefa de casa que combina exercícios bem distribuídos com exercícios exploratórios parece ser o caminho a seguir”. Concluímos que a tarefa de casa quando bem elaborada, com objetivos estabelecidos de forma clara, tendo sua execução discutida e analisada se constitui numa forte aliada no processo de ensino-aprendizagem-avaliação da Matemática.

Para cada encontro serão detalhados:

- as habilidades previstas para consolidar o modo de o professor se preparar para aplicar as atividades em sala de aula;
- o uso de recursos necessários (mídias), para o desenvolvimento das aulas;

- o modo de direcionar os questionamentos visando a conduzir os alunos na busca da solução do problema;
- a organização da classe para a execução das atividades; e
- o modo de avaliar as atividades e o trabalho em grupo.

A descrição do roteiro de atividade, criado para o projeto p_1 , encontra-se no APÊNDICE K.

CAPÍTULO 8

A IMPLEMENTAÇÃO DO PROJETO p_1

Construir e compreender uma nova ideia requer pensar ativamente sobre ela. Van de Walle (2001)

Criar um projeto para ser aplicado em sala de aula não é tarefa fácil. Há uma variedade de fatores que devem ser considerados com muito cuidado e atenção. Entre esses fatores estão a instituição, os professores, os alunos e o programa de ensino. Outro ponto, a ser considerado, é que o trabalho de pesquisa na área educacional exige do pesquisador muita sutileza, pois esse trabalho envolve pessoas, e pessoas pensam, têm opiniões e tomam suas próprias decisões.

Além disso, aplicar um projeto criado é muito mais complexo. Aplicar é bastante diferente de criar. Ao criá-lo, o pesquisador elabora uma série de questionamentos que possam ajudá-lo a responder sua pergunta de pesquisa. Entretanto, a realidade pode apresentar situações fora do controle do pesquisador. Nosso projeto p_1 não ficou isento desses fatos. Ele foi criado para ser aplicado no segundo semestre de 2012. No entanto, sofreu alterações até o momento em que deveria ser aplicado:

- greve nas universidades federais, gerando mudança na disposição dos encontros;
- alunos afastados da escola por um período de quatro meses;
- o segundo semestre começando apenas em 25 de Novembro de 2012;
- interrupções de Natal, Ano Novo e Carnaval.

No entanto, nosso projeto foi aplicado no período de 29 de Novembro de 2012 a 18 de Abril de 2013 e, apesar desses transtornos, os alunos participaram, no decorrer da aplicação do projeto de pesquisa criado. Visto que a pesquisadora estava afastada da Universidade para desenvolver sua pesquisa, foi necessário que a professora titular da turma concedesse, à pesquisadora, espaço para a aplicação de seu projeto de pesquisa. Ela, a professora, decidiu que, mais que ceder o espaço, iria participar ativamente dessa aplicação. O que, de fato, aconteceu.

8.1. Implementação do Projeto p_1

O projeto p_1 foi aplicado na Componente Curricular: Tendências em Educação Matemática II em 15 encontros de 3 horas/aula cada, com 14 alunos do 6º semestre do Curso

de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT-Campus de Sinop. Este projeto se apresenta dentro de um caráter mais teórico do que aplicativo.

Conduzimos nosso projeto, seguindo uma estrutura de organização na coleta e na análise dos dados, fundamentada na Pesquisa Pedagógica defendida por Lankshear e Knobel (2008). Segundo esses autores (2008, p.18) “a pesquisa pedagógica pode ser realizada em sala de aula, nas bibliotecas, nos lares, em comunidades e em qualquer outro lugar onde se possa obter, analisar e interpretar informações pertinentes às orientações por um pesquisador enquanto professor”.

Reconhecemos que quando, na construção do projeto p1, buscamos questões para serem trabalhadas nos encontros, as procuramos baseando nas dificuldades que possivelmente esses alunos, futuros professores, teriam trazidos de sua formação básica. Muitas questões seriam necessárias para uma revisão consciente daquela Matemática que eles iriam trabalhar com seus futuros alunos. Como consequência um projeto muito grande foi criado. Ante essa situação não foi possível conceder o mesmo tratamento a todas as atividades programadas para cada encontro. Assim, tivemos que fazer uma seleção das atividades, visando a uma melhor discussão dos temas pretendidos para os encontros.

Na aplicação em sala de aula, utilizamos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Ao fazerem uso dessa metodologia, os futuros professores tiveram oportunidade de, ao justificar suas ações, verificar em que poderiam melhorar sua formação como professores do Ensino Básico.

Em todos os encontros, além das atividades trabalhadas, os alunos discutiram textos relacionados à Educação Matemática, à Formação Inicial de Professores e a Resolução de Problemas, visando a levar esses futuros professores a poderem conduzir seus futuros alunos construindo Matemática na busca da solução de problemas propostos. Procuramos contemplar as orientações dos PCNs com relação à distribuição dos conteúdos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, tendo em vista que essa aplicação se deu em curso de Formação de professores que atuarão na educação básica.

As informações coletadas para análise foram obtidas através de gravações em vídeos, dos trabalhos em grupo, das discussões em plenária, das folhas de atividades, das avaliações escritas e da autoavaliação dos alunos.

Considerando o volume de informações obtidas, para apresentar o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, selecionamos algumas das atividades trabalhadas em sala de aula.

8.1.1. 1º ENCONTRO: A apresentação da Componente Curricular - Tendências em Educação Matemática II, com ênfase em Resolução de Problemas.

Neste primeiro encontro, primeiramente procuramos por uma integração entre a professora-pesquisadora e os alunos, tornando-o um momento de descontração. Em seguida, fizemos uma apresentação de nosso Projeto Pedagógico. Ainda, nesse encontro, apresentamos e comentamos a ementa dessa Componente Curricular (CC) e o Termo de Compromisso (TC), tornando claros, para os alunos, a proposta do projeto p_1 e os critérios de avaliação, uma vez que a aplicação do projeto dar-se-ia nessa componente e constaria no histórico do aluno.

Na ocasião, cada aluno recebeu uma cópia do TC e uma cópia de um documento em que solicitávamos sua permissão para gravar, em vídeo, todos os encontros do projeto. Após leitura e esclarecimento das dúvidas, os alunos presentes assinaram o TC e o pedido de permissão para as gravações.

A seguir, pedimos que formassem grupos de três alunos, respeitando as afinidades e preferência deles. Com os grupos formados, entregamos a Ficha de Acompanhamento (FA) dos trabalhos para cada grupo. As FA foram recolhidas no final do primeiro encontro e, a partir desse, os alunos recebiam as fichas no início da aula e as entregavam no final com as anotações referentes ao trabalho e à avaliação do encontro.

Onde:

A_i com $1 \leq i \leq 14$ representam cada um dos alunos;

PP representa a Professora-Pesquisadora;

G_i $1 \leq i \leq 5$ representam os cinco grupos;

PS representa a professora titular da sala.

Esses grupos permaneceram fixos até o final da aplicação, pois esperávamos um comprometimento do futuro professor de Matemática com sua própria formação, vivenciando uma experiência em trabalhos colaborativos e com avaliação contínua.

Trabalhando dessa forma, esperávamos atingir nosso objetivo proposto para os encontros, como consta no primeiro encontro do projeto que era o de levar o aluno, futuro professor, a perceber que:

- o trabalho em grupo permite ao aluno comunicar suas ideias, questionar, justificar e argumentar;
- no grupo o aluno é desafiado a participar, pois a atividade coletiva propicia a discussão e a elaboração conjunta de ideias;

- o trabalho em grupo promove o aprendizado do aluno num trabalho colaborativo, como competência humana a ser adquirida;
- a avaliação como um instrumento de apoio tanto para o professor como para o aluno.

Ainda, nesse primeiro encontro, cada grupo leu e discutiu parte do texto: “*Tornando as tarefas de casa de álgebra mais eficazes*”, de Gregory Holdan e outros. In: **As ideias da Álgebra**. Arthur F. Coxford; Albert P. Shulte. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo, Atual Editora, 1995. Em seguida, em conjunto com a PP e demais colegas, teceram comentários.

Os alunos receberam como tarefa extraclasse 1, um texto sobre a ementa do curso, tendo como objetivo prepará-los para o encontro seguinte e, ainda, conscientizá-los da importância de se desempenhar um trabalho autônomo e individual.

8.1.2. 2º ENCONTRO: Análise de conceitos relacionados na Ementa da Componente Curricular: Tendências em Educação Matemática II

Nesse segundo encontro iniciamos a aula discutindo o texto deixado como Tarefa Extraclasse 1. Em seguida foram apresentados, em slides e discutimos juntos, os conceitos constantes da ementa da Tendências em Educação Matemática II: Tendência em Educação Matemática; Didática da Matemática; Transposição Didática; Contrato Didático; Situação Didática; Ensino, Aprendizagem e Avaliação de Matemática; e Resolução de Problemas. Sendo que este último tópico é o que fundamenta o desenvolvimento de nosso projeto.

Nesse encontro, os alunos participaram muito pouco. A presença de uma filmadora, gravando as conversas e comentários, deixava os alunos em uma situação de desconforto, havendo até momentos em que tivemos dificuldade em gravar as contribuições de alguns deles. Tamanha era sua insegurança! Percebendo esse desconforto, conversamos, mais uma vez, com os alunos e aproveitamos para reiterar e esclarecer algumas dúvidas sobre o destino das filmagens, explicando que o objetivo da aplicação do projeto era o de gerar dados para a nossa pesquisa e de que forma seriam usados esses dados.

Como tarefa extraclasse 2, deixamos, como leitura para discussão, o texto: “Formação de professores – Mudanças urgentes na Licenciatura em Matemática”, em que é abordado o tema “a Matemática é uma Ciência de padrão e ordem”.

8.1.3. 3º ENCONTRO: A Matemática é uma Ciência de Padrão e Ordem

Nesse encontro trabalhamos, como Atividade 1, o texto deixado como tarefa extraclasse 2. Nesse texto destacamos a Matemática como uma ciência de padrão e ordem, com o objetivo de levar os alunos, futuros professores, a perceberem a importância da compreensão dos conceitos de Matemática, Ciência, Padrão e Ordem, bem como a construção do conceito de Generalização. E, ainda, reconhecer que padrões não se encontram apenas em números, formas e equações mas, também, em tudo que nos rodeia. Ainda, nesse encontro discutimos os significados desses conceitos consultando o dicionário Houaiss e encontramos: Matemática: ciência que estuda, por método dedutivo, objetos abstratos (números, figuras, funções) e as relações existentes entre eles.

Ciência: corpo de conhecimentos sistematizados adquiridos via observação, identificação, pesquisa e explicação de determinadas categorias de fenômenos e fatos, e formulados metódica e racionalmente.

Padrão: qualquer objeto que serve de modelo para a elaboração de outro.

Ordem: disposição, distribuição ou organização metódica (espacial, cronológica, numérica, lógica, etc.)

Generalização: ação de estender os resultados da observação de alguns casos ao conjunto dos casos possíveis.

Na Atividade 2 trabalhamos três sequências envolvendo padrões. Para análise escolhemos as duas primeiras

Atividade 2:

Análise as sequências e responda as questões propostas.

I) ... II) ...

Responda:

- Que padrões você consegue ver nestas sequências?
- Em cada uma, como seria a forma da figura seguinte?
- Quantas bolinhas há na décima sexta (16ª) figura da sequência I? Em que forma estão distribuídas essas figuras?
- Quantos quadradinhos há na quinquagésima (50ª) figura da sequência II? Qual é sua representação?

A PP entregou para cada aluno uma cópia da atividade e pediu que a lessem individualmente em silêncio e depois em grupo. Deu um tempo para essa leitura e então iniciou um diálogo com a classe.

PP: *Que padrão vocês conseguem ver na Figura I ?*

A3: *A formação de uma figura na forma de triângulo.*

A7: *Um triângulo retângulo.*

PP: *Que mais podemos perceber?*

A9: *Sempre que é acrescentada uma coluna no desenho, essa coluna, tem uma bolinha a mais.*

A6: *Na coluna acrescentada, adiciona-se uma bolinha acima dela, onde observa-se um crescimento na figura.*

PP: *Como seria a composição da quinta figura?*

A4: *A figura está organizada em colunas, onde a primeira inicia com uma bolinha, a segunda coluna com duas bolinhas, a terceira coluna com três bolinhas, a quarta coluna com quatro bolinhas. Seguindo essa ordem a quinta coluna teria cinco colunas.*

PP: *Quantas bolinhas teríamos na quinta figura?*

A14: *Um triângulo com 15 bolinhas.*

PP: *Para encontrar a 16ª figura da sequência seguiríamos esse mesmo raciocínio? Teria outra forma de se chegar mais rápido à resposta?*

A13: *Dá pra usar uma PA.*

PP: *Vocês podem verificar, se isso é verdade ou se existe outro recurso matemático, discutindo nos grupos. Antes vamos discutir sobre a sequência II. Que padrão vocês identificaram na sequência II?*

A12: *Uma sequência de quadrados.*

PP: *Como esses quadrados estão organizados?*

A3: *Sequência de quadrados de lado vezes lado.*

PP: *É isso mesmo? O que mais vocês observaram?*

A11: *O padrão utilizado foi o quadradinho. Quando aumenta a posição, aumenta também o número de quadradinhos. A união desses quadradinhos deve formar sempre um quadrado.*

PP: *Vocês conhecem alguma sequência que podemos relacionar com a quantidade de quadrados para cada figura da sequência?*

A7: *Uma sequência de números quadrados.*

A13: *Uma sequência de números naturais ao quadrado, começando em 1.*

A PP pediu que os alunos discutissem, em seus grupos, como poderiam encontrar as respostas para os questionamentos apresentados na atividade. Os alunos passaram a trabalhar em grupo e usaram o tempo discutindo entre si. Enquanto isso, a PP circulou pela sala observando o trabalho deles. Nesse momento, ela preferiu não dialogar com os alunos para não atrapalhar o trabalho deles, apenas incentivou a troca de ideias entre eles.

A PP julgou importante conhecer a posição, frente ao problema, de cada um dos alunos participantes individualmente. Decidiu recolher todos os trabalhos e assim, após uma análise, poder conhecer seu conhecimento matemático.

Em seguida representantes de grupos foram para o quadro e apresentaram soluções para o problema. Os grupos apresentaram uma resolução usando a ideia de progressão

aritmética, entretanto, não houve preocupação com as notações usadas e nem com o que elas representavam no problema.

Figura 8 - Resolução e comentário apresentado pelo grupo G4

1-2) Elas aumentam uma coluna com a quantidade respectiva de bolinhas, por exemplo, na segunda sequência aumentaram uma coluna com duas bolinhas; na terceira aumentaram uma coluna com três bolinhas, e assim sucessivamente. Seguindo a sequência dos números naturais, aumentando 1 coluna em cada com a quantidade de bolinhas de cada posição.

b) Ela terá cinco colunas, sendo na primeira uma bolinha, na segunda duas; na terceira três; na quarta quatro; e na quinta cinco bolinhas.

c)
$$\frac{n \cdot (n+1)}{2} = \frac{16 \cdot (16+1)}{2} = 136$$

Pelas resoluções dos alunos em seus grupos, observamos que houve percepção quanto ao crescimento da sequência na forma aritmética e todos chegaram à resposta correta. Entretanto, usaram expressões e fórmulas sem entendê-las completamente. A maioria dos grupos não se preocupou com o significado das palavras como, por exemplo, a sequência numérica representando a quantidade de bolinhas na sequência de figuras e a notação correta das fórmulas. A PP salientou a importância de se ter cuidado, com o significado das palavras usadas, durante a explanação da resolução de um problema usando padrões geométricos.

Na sequência II, os alunos também não apresentaram dificuldade em sua resolução. Assim como na primeira sequência, eles tiveram dificuldades em usar as palavras corretas para definir e explicar o que haviam entendido. O uso de generalização e representação geométrica da sequência das figuras foram as formas apresentadas, pelos alunos, nas resoluções das questões referentes à segunda sequência.

Figura 9 - Resolução apresentada pelo grupo G2

II. a) O padrão é n^2 , sendo n a posição da figura na sequência.

b) Seria um quadrado com cinco peças cada lado (5×5)

c) $n=50$ $50^2 = 2500$. Sua representação é a de um quadrado com 50 peças de cada lado.

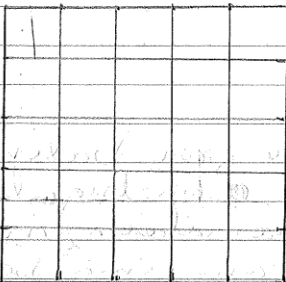
Figura 10 - Resolução apresentada pelo grupo G5.

II

a) A figura é quadrada formada por números naturais mas elevada ao quadrado, exemplo

$1^2 = 1$ $2^2 = 4$ $3^2 = 9$ $4^2 = 16$... n^2

b) $5^2 = 25$



c) $50^2 = 50^2 = 2500$

Observa-se, pela apresentação do representante do G2, falta na compreensão do padrão representado pela figura. O problema pedia “que padrões você consegue ver nestas figuras?”. Não percebe que a resposta, “O padrão é n^2 , sendo n a posição da figura na sequência”, é uma generalização.

A resposta da A12 representando G5, “A figura é quadrada formada por números naturais, mas elevado ao quadrado”, demonstra que não houve, pela representação escrita, distinção entre o padrão e a representação das quantidades de quadrados contidos em cada figura da sequência.

Quando a PP discute essas ideias com os alunos o A7 argumenta:

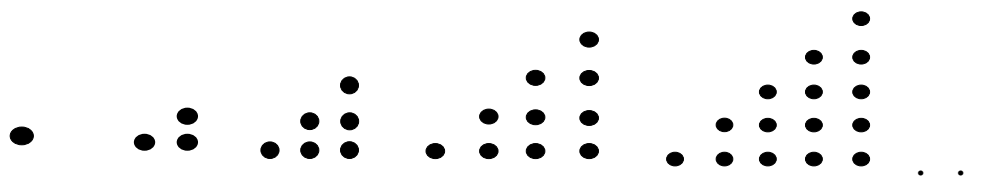
A7: Na verdade a gente tem que aprender a estudar.

PP: *Essa é a questão. O curso é noturno, vocês trabalham durante o dia e vêm com um acúmulo muito grande de dificuldades. Então o problema não é tanto aqui, é lá atrás. Aqui é onde despejou todas as dificuldades. Então o que eu vejo é isso. Agora, isso não significa que não sejam capazes de superar. Sim! São capazes de superar.. Certo? Não é fácil. Vai exigir vontade e muito esforço.*

A PP aproveitou a oportunidade para incentivar os alunos a não desistirem de buscar por conhecimentos matemáticos e por conhecimentos relacionados à maneira de se trabalhar a matemática em sala de aula. Lembra-os de que o projeto de pesquisa, do qual eles estão fazendo parte, tem por objetivo apresentar uma possibilidade diferente de trabalho em sala de aula. Discutiu com os alunos conceitos relacionados a sequência, sequência numérica, sequência geométrica, construção de casos particulares, descoberta de regularidades, padrões e progressão aritmética, abordados durante a resolução do problema.

Uma forma elaborada das discussões com os alunos é apresentada a seguir.

I) Sequência I



Nesta sequência pode-se perceber um padrão de bolinhas distribuídos na forma triangular.

Pode-se perceber uma ordem na distribuição dos elementos dessa sequência; a forma é de um triângulo retângulo e o número de bolinhas em cada figura corresponde à sequência dos números naturais. Chama-se a cada posição dos triângulos termo da sequência. Montando uma tabela com os números que representam a quantidade de bolinhas na sequência de figuras acima temos:

Tabela 1 - Número de bolinhas para cada figura da sequência

Figura	Número de colunas	Número de bolinhas para cada coluna da figura	Número de bolinhas para cada figura
1ª	1	1	1
2ª	2	1,2	3
3ª	3	1,2,3	6
4ª	4	1,2,3,4	10
5ª	5	1,2,3,4,5	15
6ª	6	1,2,3,4,5,6	21
7ª	7	1,2,3,4,5,6,7	28
8ª	8	1,2,3,4,5,6,7,8	36
9ª	9	1,2,3,4,5,6,7,8,9	45
10ª	10	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10	55
11ª	11	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11	66
12ª	12	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12	78
13ª	13	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13	91
14ª	14	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14	105
15ª	15	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15	120
16ª	16	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16	136

Para responder a pergunta: quantas bolinhas há na décima sexta (16ª) figura da sequência I? denominamos o primeiro termo da sequência por a_1 (lê-se “a índice um” ou “a um”) e indicaremos por a_i o i º termo, onde i , $1 \leq i \leq n$, representa a posição dessa figura na sequência, temos:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_i, \dots, a_n$$

No problema temos:

$$a_1=1, a_2=3, a_3=6, a_4=10, a_5=15$$

Portanto, a 16ª figura terá 136 bolinhas.

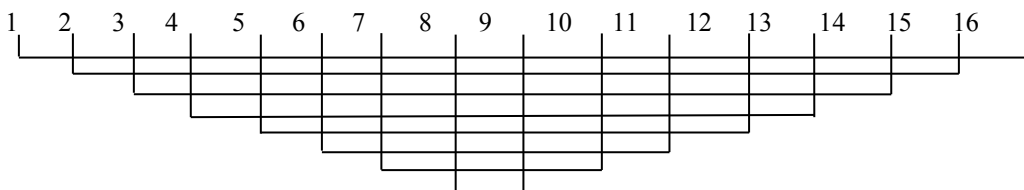
Observando a Tabela 1, temos que a quantidade de bolinhas, para cada coluna da 16ª figura, pode ser representada por uma sequência de números naturais. Denominando esta sequência por K temos:

$$K = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 \}, \quad (I)$$

um subconjunto de N. Representado a soma da sequência (I) por (S) temos:

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 136 \quad (II)$$

Sendo a soma de dois termos equidistantes da sequência (I) igual à soma dos termos extremos (soma de Gauss). Podemos representá-la como:



$$a_1 + a_{16} = 1 + 16 = 17, \quad a_2 + a_{15} = 2 + 15 = 17, \quad a_3 + a_{14} = 3 + 14 = 17, \dots$$

Assim, encontramos um total de 8 somas de termos equidistantes todas iguais a $(a_1 + a_{16})$, que representamos por:

$$S_{16} = (a_1 + a_{16}) \cdot 8 \quad (\text{III})$$

Substituindo os valores de a_1 e a_{16} , em (III), temos:

$$S_{16} = (1 + 16) \cdot 8 \rightarrow S_{16} = 136$$

Portanto temos um total de 136 bolinhas.

Como as bolinhas estão distribuídas na 16ª figura? Nessa posição a figura continua seguindo o padrão triangular, tendo 16 bolinhas na base e vai diminuindo, para cada linha acrescentada acima da anterior, uma bolinha, até completar a figura com uma única bolinha no topo.

Ainda, a soma de termos equidistantes de uma sequência pode ser gerada da seguinte forma:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 a_1 & + & a_2 & + & a_3 & + & \dots & + & a_{14} & + & a_{15} & + & a_{16} \\
 a_{16} & + & a_{15} & + & a_{14} & + & \dots & + & a_3 & + & a_2 & + & a_1
 \end{array}$$

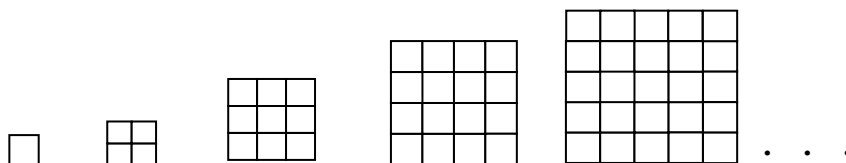
$$(a_1 + a_{16}) + (a_2 + a_{15}) + (a_3 + a_{14}) + \dots + (a_{14} + a_3) + (a_{15} + a_2) + (a_{16} + a_1)$$

e, como cada soma aparece duas vezes, conjecturamos que essa soma pode ser escrita assim :

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \quad (\text{IV})$$

Assim, em uma sequência numérica, conhecendo-se o número de termos, o primeiro e o último termo, podemos encontrar a soma de todos os termos usando a fórmula (IV).

II) Sequência II:



Nesta sequência pode-se perceber uma regularidade nas figuras, todas formadas por quadradinhos. A primeira figura é um quadrado formado por um quadradinho, a segunda figura é um quadrado formado por quatro quadradinhos e a terceira um quadrado formado por 9 quadradinhos e assim sucessivamente. A sequência dos números de quadradinhos contidos em cada figura, pode ser escrita como:

$$1, \quad 4, \quad 9, \quad 16, \quad 25 \quad \dots \quad (I)$$

Chamamos $a_1=1, \quad a_2=4, \quad a_3=9, \quad a_4=16, \quad a_5=25 \quad \dots$

Para responder a questão: quantos quadradinhos há na quinquagésima (50^{a}) figura da sequência II? Qual é sua representação?

Montamos a seguinte tabela:

Tabela 2: Quantidade de quadradinhos para cada figura da sequência

Posição da figura	Quantidade de quadradinhos
a_1	1
a_2	4
a_3	9
a_4	16
a_5	25
a_6	36
-----	-----
a_{50}	?
----	-----
a_n	n^2

Observando a tabela, percebemos que a quantidade de quadradinhos na sequência aumenta segundo as segundas potências dos números naturais.

$$a_1 = 1^2, \quad a_2 = 2^2, \quad a_3 = 3^2 \quad \dots$$

Assim, podemos conjecturar que :

$$a_{50} = 50^2 \quad \rightarrow \quad a_{50} = 2\,500$$

Portanto, podemos ver que, na quinquagésima figura da sequência, ou seja, na posição a_{50} , há 2 500 quadradinhos.

Para provar que essa conjectura é verdadeira, devemos usar o Princípio da Indução Finita (PIF), que diz:

Verificar se vale para $n=1$:

Como, $n=1 \rightarrow 1^2=1$.

Assumir que essa relação vale para $n= n-1$

Assim, se vale para $n = n - 1$ então vale $(n-1)^2$

Pois, como vale para a sequência

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots, 50^2, \dots, n^2$$

$$1, \underbrace{4}_{3}, \underbrace{9}_{5}, \underbrace{16}_{7}, \underbrace{25}_{9}, \dots, 2500, \dots, (n-2)^2, \underbrace{(n-1)^2}_{(2n-3)}, n^2$$

$$\text{Então } n^2 = (n-1)^2 + (2n-1)$$

Percebe-se que, na sequência, de um número quadrado para o seguinte, temos a soma de um número ímpar.

Pode-se escrever

$$(n-1)^2 + (2n-1) = (n^2 - 2n + 1) + (2n-1) = n^2 - 2n + 1 + 2n - 1 = n^2$$

Assim, para encontrar qualquer quantidade de quadrados de uma figura dessa sequência, conhecido o valor de n , podemos usar a fórmula:

$$a_n = n^2$$

Nessa atividade, o objetivo era o de levar os alunos, futuros professores, a perceberem as regularidades entre os dados fornecidos em um enunciado como uma estratégia a ser explorada. Os alunos buscaram responder as questões propostas sem muito questionamento. A PP ressaltou a importância de identificar regularidades nas atividades propostas e a construção do conceito de generalização.

Vale ressaltar que a exploração de conceitos relativa a padrões são aspectos considerados essenciais para a compreensão de conceitos neles envolvidos, tais como ordem, padrão, sequência e regularidade onde, segundo o dicionário Houaiss:

- Sequência: significa o ato ou efeito de dar continuidade ao que foi iniciado; seguimento, prosseguimento.
- Regularidade: que demonstra constância, continuidade; que se repete a intervalos iguais.

Ainda, com essa atividade, no momento de trabalhar os conceitos usando o processo de resolução do problema, dependendo do nível de escolaridade no qual estamos trabalhando, pode-se introduzir o conceito de infinito, e o conceito de Série Infinita.

O conceito de infinito pode ser introduzido desde as séries iniciais, quando os alunos começam a trabalhar a ideia de números e sabem que a qualquer número tomado pode-se, sempre, adicionar mais 1. Assim, na construção do conjunto dos números naturais, há ideia da quantidade infinita de números existentes nesse conjunto, ou essa ideia pode ser percebida na quantidade infinita de números reais existentes entre dois números como, por exemplo, 3 e 4. Se, ao resolver um problema em que o conceito de infinito pode ser explorado, os alunos

poderão consolidar essa ideia e, aos poucos, firmar-se como um conceito fundamental da Matemática.

Outro aspecto discutido em conjunto, PP e alunos, diz respeito às resoluções dos alunos na lousa. A PP observou que os alunos não estavam à vontade quando iam para o quadro e tinham que explicar para os demais suas ideias. A PP aproveitou essa oportunidade para encorajá-los a expor suas próprias ideias e formas de resolução, fossem elas certas ou erradas, enfatizando que, dessa forma todos poderiam ser beneficiados.

Como a aplicação do projeto se deu em um curso de licenciatura, a PP aproveitou para chamar a atenção dos alunos, futuros professores, quanto à forma de lidar com o erro do aluno e o aluno que erra, pois como argumenta Cury (2007, p.91) “muitas vezes o estudante esconde seu erro para não ser punido” ou ridicularizado pelos colegas ou até mesmo pelo próprio professor. Ainda, sobre como o erro do aluno pode ser encarado por professores de Matemática, Cury (2007) argumenta que:

[...] discutir erros não é tarefa fácil, mas nem por isso se deve evitar o assunto, pois é responsabilidade dos formadores de professores quebrar essa cadeia de mal-entendidos e proporcionar aos futuros docentes de Matemática a oportunidade de olharem seus próprios erros, para, com base em uma discussão sobre eles, retomarem os conteúdos nos quais apresentam dificuldades que, se não superadas, somente servirão para alimentar novas ocorrências de erros por parte de seus futuros alunos. (CURY, 2007, p.92)

Assim, a PP encorajou os alunos a participarem, mostrando que o momento não era o de rotulá-los como bons ou ruins, mas usar os possíveis erros de conceito, de formalização e de explanação para criar uma oportunidade de aprendizado.

Deixamos para os alunos a Tarefa Extraclasse 3.

8.1.4. 4º ENCONTRO: Problema e Resolução de Problemas

Neste encontro, foram trabalhadas a Tarefa Extraclasse 3: “Achar a soma dos 20 primeiros números ímpares” e outras atividades. Inicialmente, falando sobre números pares e ímpares, a discussão foi encaminhada para:

Qualquer que seja n natural, $2n$ é par. Então o número ímpar pode ser escrito nas formas,

$$2n + 1 \quad \text{ou} \quad 2n - 1$$

Logo o número par é sempre múltiplo de 2 e o número ímpar é sempre um número par mais 1 ou um número par menos 1.

O A10 escrevendo, sugeriu a soma, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 35 + 37 + 39$.

O A4 sugeriu que poderíamos usar a fórmula de uma progressão aritmética para encontrar a soma dos vinte primeiros termos.

Assim, escreveu que:

$$a_n = a_1 + (n-1)r \text{ e fazendo } a_1=1, n=20 \text{ e } r=2 \text{ chegou a}$$

$$a_{20} = 1 + (20-1)2 \rightarrow a_{20} = 1 + 19 \times 2 = 1 + 38 = 39$$

O A7, transferindo um conhecimento prévio, usou a fórmula da Soma:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

chegando a

$$S_{20} = \frac{(1 + 39)20}{2} = \frac{40 \times 20}{2} = 400$$

Entretanto, uma forma de resolução que resgatasse a ideia de padrões nesse problema, poderia ser trabalhada assim:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

$$11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 50 + (1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 50 + 25 = 75$$

$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 100 + (1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 100 + 25 = 125$$

$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 = 150 + (1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 150 + 25 = 175$$

Percebe-se que os números 1, 3, 5, 7 e 9 se apresentam com uma certa regularidade na sequência desses números. Assim, a soma procurada é dada por:

$$\sum_{n=0}^3 (5n \cdot 10 + 25) = 25 + 75 + 125 + 175 = 400$$

Após a correção da atividade extraclasse passamos a uma discussão conjunta sobre o tema proposto para este encontro, ou seja, Problemas e Resolução de Problemas. Queríamos que os alunos opinassem sobre esse tema e, para sua análise, escolhemos a segunda atividade.

Atividade 2:

Trabalhar e discutir com os alunos o conceito de problema e o conceito de problema matemático, visando a ouvir a posição dos alunos a respeito de:

- O que é um problema?
- O que é um problema matemático?
- Por que é preciso resolver problemas?

A PP inicia a discussão, perguntando aos alunos:

PP: *O que é um problema?*

A5: *Algo que você não sabe qual o resultado que vai dar e que tem que buscar a solução.*

A7: *Que você tem que parar pra resolver.*

PP: *O que mais?*

A11: *Problema é quando você não tem uma solução de imediato. Você tem que pensar pra resolver. É alguma coisa que você não consegue resolver de imediato. Primeiro, você tem que pensar, ver o que você vai fazer, quais os passos que você vai seguir pra ver se chega num resultado.*

A10: *Problema é quando não existe uma solução. Você tem que desenvolver um método ao longo do caminho pra se chegar ao objetivo.*

A PP observou que quando A10 disse que “não existe solução” ele quis dizer que não conhecia a solução e precisava ir à sua procura. Então, após discussão sobre isso o grupo concluiu que era válida uma definição assumida e que “problema é tudo aquilo que não sabemos fazer mas que se tem interesse em fazer” e que problema matemático é um problema que exige conhecimento matemático para resolvê-lo.

PP comentou também que todos nós enfrentamos problemas no nosso dia a dia. São problemas da vida e, às vezes, problemas matemáticos. Entretanto, o que é problema para um pode não ser problema para outro.

PP: *Por que é preciso resolver problemas?*

A PP argumentou sobre a necessidade de resolver problemas, fazendo uso das ideias de Van de Walle (2001) contidas no texto:

Resolver problemas não é somente um objetivo para se aprender Matemática mas também tem um significado forte que é o de saber fazer matemática [...] resolução de problemas é uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática e, assim, ela não deveria ser uma parte isolada do programa de matemática. Resolver problemas em Matemática deveria envolver todos os conteúdos matemáticos [...] bons problemas integrarão múltiplos tópicos e envolverão matemática significativa. (VAN DE WALLE, 2001, p.40)

E assim mais uma vez perguntou:

PP: *Por que é preciso resolver problemas?*

A3: *Para se chegar a uma solução.*

A2: *Eu concordo com ela professora.*

A4: *A A3 disse que é pra achar a solução, só que, achar a solução pode melhorar a minha vida.*

A5: *Pra chegar num objetivo, você tem um objetivo, você tem um problema ... Pra se chegar lá você tem que resolver esse problema, pra se chegar onde se quer.*

Para A3, saber resolver problemas pode melhorar a vida das pessoas. Percebe-se que aqui a discussão era feita em torno de problemas da vida e que, muitas vezes, demandam um certo conhecimento matemático para resolvê-los.

PP: *Então, por que é preciso resolver problemas?*

A7: *É porque o problema é chegar em um objetivo, mas, a meu ver, o maior problema é fazer a pessoa pensar. Desenvolver um método pra chegar ao objetivo.*

PP: *O que mais?*

A6: *Desenvolver um raciocínio lógico. É como o problema que eu apresentei lá (na lousa). A gente não sabia. ... (referindo-se à tarefa extraclasse), ... pesquisamos na internet pra apresentar a solução.*

PP: *Valeu vocês (dirigindo-se ao G2) terem pesquisado na internet?*

G2: *Valeu*

A6: *A gente até descobriu outra forma de resolver.*

Percebe-se que, para alguns desses alunos, terem um objetivo em mente é muito importante. Ressaltamos ainda que, além de se ter um objetivo, quando o problema surge deve-se ir à busca da solução sem perder o foco, a aquisição do conhecimento matemático.

PP: *Vale também para um problema Matemático?*

A5: *Você tem um problema matemático. Por mais simples que seja, além de você resolver aquele, conforme você vai ... como é que eu vou falar?.*

A4: *Avançando.*

A5: *É, avançando, Você vai precisar daquilo. Daquele básico, pra você aprender uma coisa maior. Se você não aprendeu aquilo, você vai ter uma deficiência cada vez maior. Por exemplo, Cálculo I. Se você não aprendeu bem Cálculo I, no Cálculo II você vai ... não vai mesmo.*

PP: *Muito bem! O que mais?*

A6: *É, também tem várias maneiras de você resolver um problema. Não é uma coisa só. É só assim! Tem várias formas, como o pessoal já falou.*

A9: *Quanto mais coisa você conhece mais fácil fica pra você resolver.*

A7: *Acontece também por que, um mesmo problema, os alunos resolvem de maneiras diferente.*

PP: *O que vocês acham G2?*

A4: *Eu acho, que é por causa do conhecimento prévio envolvido. Às vezes você resolve um problema da forma geométrica, às vezes você nem precisa fazer o desenho que você já visualiza. Então, é o conhecimento que você acumula. Às vezes você estudou igual, mas você acumulou coisas diferentes, que fazem sentido pra você.*

A5: *Igual escalonamento, que você (referindo a A4) faz sempre diferente do nosso e chega no mesmo resultado.*

A4: *É. Aprendemos de formas diferentes.*

PP: *É isso mesmo? O que vocês acham?*

A10: *Uns buscam uma maneira mais fácil de resolver e outros propõem uma maneira um tanto mais difícil.*

A13: *Pra mim eu vejo muito difícil, mas A12 acha sempre fácil. Pra mim é complicadíssimo.*

O G2 entra na discussão:

A4: *É como eu disse, é o conhecimento prévio envolvido. Por isso a dificuldade e a facilidade.*

A5: *Vamos supor, é como fazer o passo a passo. Se não, se perde. Tem alunos que já vai direto, pula fase. Ele não precisa mais fazer o passo a passo.*

PP: (Dirigindo-se a todos) *Por que acontece isso?*

A4: *Tem que gostar da matemática também. Por que tem gente que não gosta da Matemática e daí, sofre um pouco mais. Não consegue se envolver tanto, como quem gosta.*

A13: *Eu gosto de matemática, mas tem conteúdo que eu detesto. Por que? Porque eu não entendo. Se entendesse provavelmente eu gostaria.*

Aqui os alunos argumentaram sobre suas dificuldades e que, para eles, muitas delas são reflexos do trabalhado em sala de aula, na Educação Básica.

A1: *É. Faltou explicação do professor. Daí, ele tem dificuldade naquilo. Só se ele conseguir exercitar até eliminar aquele problema. Por isso que o professor tem que ter cuidado.*

A6: *É o modo como ele (o professor) explica pras pessoas.*

Para esses alunos, a maneira como o professor “explica para os alunos” é que faz diferença no aprendizado do aluno.

Ressaltamos que, não só a maneira como o professor explica, mas também, como ele trabalha em sala de aula, criando condições para que os alunos construam conhecimento matemático é que faz toda a diferença.

Nesse sentido, os NCTM (2000, p. 18, apud. VAN DE WALLE, 2009, p.21)¹⁰ ressaltam que “as ações dos professores são as que encorajam os alunos a pensar, questionar, resolver problemas e discutir as suas ideias, estratégias e resoluções”. Para Van de Walle (2009), é papel do professor criar, em sala de aula, um ambiente que propicie a pesquisa.

Neste ambiente, os estudantes são convidados a fazer matemática. Os problemas são apresentados e os estudantes buscam soluções por eles mesmos. O foco está nos estudantes ativamente compreenderem as coisas, testarem ideias e fazerem conjecturas, desenvolverem raciocínios e apresentarem explicações.(VAN DE WALLE, 2009, p. 33)

¹⁰ Van de Walle (2009), tradução de Colonese para a língua portuguesa.

A seguir a PP fez algumas colocações com relação ao trabalho do professor em sala de aula, aproveitou a oportunidade para falar sobre o Trabalho Colaborativo, a relação professor-aluno, aluno-aluno sem perder de vista a aquisição do conhecimento matemático.

Com esta discussão pode-se perceber que os alunos de todos os grupos, sentiram-se à vontade para falar e dar suas opiniões sobre o tema. Entretanto, em nenhum momento pode-se encontrar respostas às questões propostas na Atividade 2.

Diante da afirmação do A1 “o professor tem que ter mais cuidado”. Que cuidado é esse? Esse cuidado pode ser considerado a maneira de se trabalhar a matemática em sala de aula com os alunos? O que mais envolve esse cuidado?

O aluno precisa ser incentivado a pensar em como resolver um problema seja ele de natureza matemática ou não, a organizar suas ideias, a se comunicar de forma oral e escrita e a tomar decisões. Pois o professor é o profissional que lida com pessoas e pessoas pensam.

Diante do questionamento do que vem a ser um problema, para Dante (1995, p.9), problema “é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la” e problema matemático “é qualquer situação que exija a maneira Matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la”. Entretanto, para nós, problema “é tudo aquilo que não sabemos resolver mais estamos interessados em resolver”.

8.1.5. 5º ENCONTRO: O Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas

Neste encontro, o objetivo era o de apresentar aos alunos uma nova Tendência em Educação Matemática que pudesse levar o aluno, em formação inicial, a perceber uma possibilidade de mudança no ensino-aprendizagem da matemática na Educação Básica.

Como já foi dito, Romberg (1992, p.92) “procura identificar, nas ciências sociais, as amplas tendências de pesquisa relacionadas ao estudo do ensino e da aprendizagem em ambientes escolares e determinar como estas tendências têm influenciado o estudo da matemática nas escolas.” Embora tenhamos falado de várias tendências, que motivaram mudanças na Educação Matemática, agora, neste momento, vamos introduzir uma nova tendência: a Resolução de Problemas, internacionalmente trabalhada e que aparece como o Primeiro Padrão de Procedimentos nos Standards 2000 e os PCNs (1998), nas p. 39 e 40 apresentam a Resolução de Problema como um eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos

devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-lo.

Para este encontro discutimos, como primeira atividade, o texto de Polya, deixado como tarefa extraclasse e, como segunda atividade, a discussão sobre resolução de problemas, na visão de Polya, baseada em seu livro: *A arte de Resolver Problemas*.

Neste encontro, discutimos os quatro passos apresentados por Polya ao se resolver um problema.

- compreender o problema;
- estabelecer um plano para a resolução do problema;
- executar o plano;
- examinar a solução obtida.

Exploramos a comparação que Polya faz entre as habilidades de resolução de problema e a de natação. Ambas as habilidades são adquiridas exercitando-as. Pois, como afirma o autor, “Só se aprende a resolver problemas, resolvendo-os”. A PP enfatiza que, na realidade, o que Polya queria era fazer o aluno “pensar”.

A PP explicou que um problema pode ser gerador de novos conceitos e conteúdos matemáticos.

Em seguida, com os alunos em grupo, a PP entregou as atividades planejadas para este encontro. Para análise escolhemos a terceira atividade.

Atividade 3:

Situação Problema:

Em uma caixa estão fichas numeradas de 1 a 35. Marta tira duas fichas cuja soma dos dois números é 31. A raiz quadrada da diferença desses dois números é 5. Quais são os dois números que Marta tirou?

A PP entregou para cada aluno uma folha contendo a atividade e pediu que os alunos a lessem com cuidado, discutissem com seus colegas de grupo como poderiam resolvê-lo e apresentassem uma possível solução. A PP preferiu não iniciar um diálogo geral naquele momento. Circulando pela sala, observou o trabalho deles fazendo algumas intervenções. No grupo G3, observa que eles fazem estimativa para chegar à resposta do problema e pergunta:

PP: *Que matemática vocês estão pensando ser necessária para resolver o problema?*

A8: *Adição, subtração, radiciação, estimativa e também montando uma tabela, usando tentativa e erro.*

A7: *Álgebra com resolução de sistemas, lembrando de ajeitar a conta para a raiz não ficar negativa.*

A8: É podemos resolver através de sistemas de equações ou através de tabela atribuindo valores.

PP: Muito bem continuem.

A PP percebeu que a maioria dos grupos preferiu trabalhar esse problema usando sistema de equações. Como esse problema parecia não apresentar um conhecimento novo para os alunos, futuros professores, a PP observou os grupos e questionou-os não sobre a resolução ou a resposta dada ao problema mas sobre a maneira de eles trabalharem o problema como gerador do conceito de sistema de equações, como um conceito novo em sala de aula.

PP: O problema pode ser um gerador de qual conceito matemático? Como vocês explicariam esse conceito pra seus futuros alunos?

A12: Conceitos de equação. Primeiro colocaria o problema. Os alunos resolveriam de formas diferentes e, depois, introduziria o conceito de sistemas. Passaria para eles resolverem com a forma de sistema.

A13: O problema leva o aluno a usar conhecimentos de álgebra usando incógnita pra substituir o que ainda não se sabe.

PP: Para que nível você acha que ele pode ser usado como um problema gerador?

A13: Para diferentes níveis. Usando a tabela para alunos que dominam o uso de tabela. A outra forma seria utilizar para conteúdos de sistema de equações, de acordo com o que o aluno já sabe.

PP: (Para o grupo G2) O problema pode ser um gerador de qual conceito matemático?

A6: O problema poderia ser passado antes do ensino de sistemas. Passar depois de explicar o conteúdo para ver como os alunos conseguem resolver.

PP: (Para o G1) Que mais podemos discutir com esse problema?

A3: Discutir as formas de resolução de problemas de maneira que podemos entender a maneira correta.

A PP recolheu a resolução dos grupos e, em seguida, pediu que representantes de grupos fossem ao quadro e apresentassem a resolução pensada por eles, fazendo considerações sobre o problema. Nesse encontro os alunos se mostraram mais confiantes em apresentar suas resoluções.

Analisando os registros das resoluções, verificamos que as formas de resolução se apresentaram de duas maneiras, por meio de sistemas e de tabelas. Como forma de resolução do problema a PP escolheu exibir as resoluções dos grupos G2 e G1.

Figura 11- Solução apresentada pelo grupo G2

$$\begin{cases} x + y = 31 \\ x - y = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} 28 + y = 31 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\frac{x + y = 31}{x - y = 25} \quad \frac{28 + y = 31}{y = 3}$$

$$2x = 56$$

$$x = 28 //$$

Os dois números que quando soma dá 31 e quando subtrai dá 5 são 3 e 28, pois:

$$3 + 28 = 31 \text{ e } 28 - 3 = 25 \rightarrow \sqrt{25} = 5 //$$

Os dois números que quando soma dá 31 e quando subtrai dá 5 são 3 e 28, pois:

$$3 + 28 = 31 \text{ e } 28 - 3 = 25 \rightarrow \sqrt{25} = 5 //$$

Figura 12 - Solução apresentada pelo grupo G1

$$\begin{cases} x + y = 31 \\ \sqrt{x - y} = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 31 \\ x - y = 5^2 \end{cases}$$

$$2x = 56$$

$$28 + y = 31$$

$$y = 31 - 28$$

$$y = 3 //$$

$$x = 28 //$$

TABELA ORGANIZADA				$a + b = 31$
5	a	31	$a - b = 25$	$\sqrt{a - b} = 5$
1	30	31	29	
2	29	31	27	
3	28	31	25	
4	27	31	23	

Pode-se perceber que esses alunos, em seus grupos, demonstraram conhecer técnicas de resolução de sistemas de equações mas, se trabalhássemos dessa forma em sala de aula, seus futuros alunos sairiam também dominando apenas as técnicas operatórias.

Em seguida a PP passou a dialogar com os alunos sobre pontos relacionados à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Quando a PP falou sobre a importância das discussões em plenária, o A8 interrompeu e disse:

A8: No início a gente tinha medo de ir pro quadro.

PP: Exatamente. Eu estava ficando preocupada. Vocês não estavam participando, não iam pro quadro, não respondiam.

A8: É reflexo das outras disciplinas.

A PP colocou que os alunos estão participando e discutindo suas ideias com mais segurança. Enfatizou que todos, na sala de aula, estão num processo de aprendizagem, inclusive a PP, e que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é diferente daquela que pede simplesmente para resolver o problema. Nessa metodologia o problema é ponto de partida e, enquanto resolvemos o problema, buscamos a construção de novos conceitos e novos conteúdos com o aluno como coconstrutor. A PP então chamou a atenção dos alunos para a forma como eles estão trabalhando em sala, as discussões em grupo, as discussões das resoluções colocadas na lousa, discussão em plenária e novos conceitos e conteúdos que podem ser gerados a partir do problema proposto. Então, continua dialogando.

PP: Percebem? Isto é ensinar através da Resolução de Problemas.

A8: Eu acho interessante que, dessa forma, o aluno é levado a se questionar. Por exemplo, área, pra introduzir esse conteúdo. Pra nós é fácil simplesmente dizer pro aluno, área é isso. Mas trabalhando dessa forma podemos questionar o aluno o que é área? O que é m^2 ? O aluno não tem clareza do que significa isso.

A7: Como é que você vai trabalhar dessa forma com o aluno? O livro só te dá a definição. Então a gente fica se questionando e daí? Será que tem outro jeito?

A PP lembra-os de que eles estão tendo a oportunidade de vivenciar uma forma diferente de se trabalhar em sala de aula.

A7: É interessante que, vendo as resoluções dos colegas e as explicações, sai alguma coisa que é fácil você explicar depois, lá pro seu aluno.

A10: É como o problema que resolvemos no quadro. Foram apresentadas formas diferentes. Até a PS apresentou outra forma, chegando ao mesmo resultado.

PP: Exatamente, a PS já tem experiência, por isso ela pensou lá na frente. Essa percepção a gente adquire praticando.

A PP chama a atenção dos alunos para o fato de que, ao trabalhar um problema com a finalidade de se introduzir um conceito novo, deve-se ter sempre em mente o objetivo proposto para aquela aula, com aquele problema. Ao final do encontro, foram deixadas com

os alunos cópias de um Roteiro apresentado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

8.1.6. 6º ENCONTRO: Números e Operações no conjunto dos Números Naturais

Neste encontro, procuramos preparar os futuros professores para trabalharem um problema gerador de conhecimento novo, utilizando o Roteiro. A proposta de um roteiro não é a de apresentar uma fórmula mágica para ser colocada em prática ao fazer uso da metodologia adotada. Entretanto, Allevato e Onuchic (2011, p. 83, 84) apresentam uma proposta de roteiro cuja finalidade é a de organizar, para a sala de aula, as atividades propostas, de modo que sejam produtivas para o ensino e para a aprendizagem.

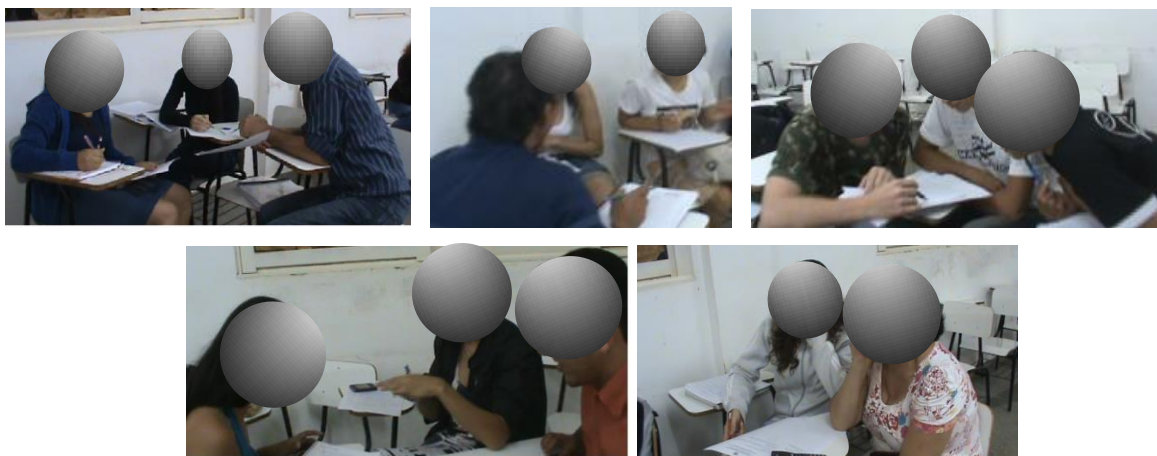
Assim, entregamos para cada aluno a folha de Atividade 2 e solicitamos que a lessem com atenção.

Situação Problema:

Priscila tinha 500 reais. Gastou 250 reais com roupas, 135 reais com uma bolsa e 88 reais em um par de sapatos. Depois, ela recebeu 270 reais como pagamento de uma dívida. Quantos reais Priscila tem agora? Resolva o problema registrando as operações em uma mesma expressão.

Após a primeira leitura individual os alunos fizeram uma segunda leitura em seus grupos. Em seguida, entendido o problema passaram a trabalho de forma colaborativa discutindo sua resolução.

Foto 1- Alunos trabalhando em seus grupos



Fonte: Arquivo do registro fotográfico da pesquisadora para o projeto p₁.

Enquanto os alunos trabalhavam em seus grupos, a PP circulou pela sala observando e estimulando a troca de ideias entre eles. Além disso, estimulou-os a pensar em uma sala de aula em que eles poderiam trabalhar essa situação problema, levantando possíveis dúvidas que seus alunos poderiam ter e de que forma eles as poderiam trabalhar.

PP: *Como vocês (G1) estão trabalhando o problema?*

A3: *Somando com o que ela recebeu dá 770. Depois soma o que ela gastou, 473. O que ela gastou é negativo. Pega os ganhos menos os gastos (negativos) dá 297.*

PP: *Qual a forma de resolução que o problema está pedindo? Como trabalhar dessa forma?*

A1: *Pode trabalhar usando a ordem de resolução. Usando parênteses.*

A PP circulando pela sala e observando o trabalho dos alunos continua questionando:

PP: *Pra que série poderia ser trabalhado esse problema?*

A6: *No sexto ano.*

PP: *Que conteúdo matemático poderia ser introduzido com esse problema?*

A6: *A ideia de ordem na resolução.*

A5: *Respeitar a ordem das operações.* (Referindo-se à expressão numérica escrita em seu caderno)

PP: *Por que?*

A4: *Porque na matemática temos que seguir uma certa ordem.*

PP: *Muito bem! Continue.*

A PP segue caminhando e observando o trabalho dos grupos. A seguir recolhe as resoluções dos grupos e pede que seus representantes indo à lousa coloquem suas resoluções. Reproduzimos aqui duas resoluções apresentadas nas folhas de resolução da atividade trabalhada em sala.

Figura 13- Resolução apresentada pelo grupo G2

$$\begin{aligned} [500 - (250 + 135 + 88) + 270] &= [500 + 270 - (473)] = \\ &= [770 - (473)] = [770 - 473] = 297 \end{aligned}$$

Então ainda sobrou para piricila 297 reais.

Este conteúdo pode ser começado a trabalhar com alunos do 6º ano do ensino fundamental, para os estudantes ter uma noção de ordem, porque na matemática temos que seguir uma ordem e um padrão, para resolver as operações matemáticas.

Neste caso usamos a noção de adição e subtração.

Figura 14 - Resolução apresentada pelo grupo G4

1- 18

500 -	250	135	270	
- 250	- 135	- 88	+ 27	ou
250	115	27	297	

Poderíamos somar as dívidas

(250 + 135 + 88)
250
135
88
473

Depois somar o dinheiro que Priscila tinha e subtrair do valor das centos

500	616
+ 270	- 473
770	297

ou

$$\{ 500 - (250 + 135 + 88) + 270 \}$$

$$500 - 473 + 270$$

$$27 + 270$$

$$297$$

Seguindo o roteiro, proposto pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, os alunos registram suas resoluções na lousa. A PP observa que não é necessário que os grupos que apresentaram soluções semelhantes vão à lousa. Logo após os registros, a PP chama a atenção dos alunos para uma discussão que, a partir daquele momento, se chamaria Plenária. Nesse momento, a PP argumentou que a plenária é muito importante, pois é o momento em que deverão ser sanadas as dúvidas e corrigidos os erros.

Lembrou os alunos que, para este momento, todos deveriam participar, fazendo perguntas, respeitando os que falam, argumentando e mesmo contribuindo. Toda essa participação deve ser recebida como parte do processo de construção do conhecimento.

A11: *É interessante trabalhar passo a passo os conteúdos e explorar várias maneiras de resolução. Isso ajuda o aluno a compreender melhor o conteúdo.*

A14: *O significado dos objetos (valores) do problema ajuda a compreensão do aluno.*

A1: *Fica mais fácil explicar pro aluno, quando ele tem um problema pra interpretar. No estágio que eu fiz em Matemática, senti que os alunos têm uma enorme dificuldade com problemas. Fazer um exercício, com a conta montadinha é fácil mas, quando ele tem um problema pra interpretar É diferente.*

Pelos comentários dos alunos percebemos a receptividade da metodologia. Eles reconheceram que é necessário trabalhar a matemática de maneira diferente da que eles, até então, trabalharam em sala de aula.

O nono item do nosso roteiro trata da Formalização do Conteúdo. Como esse não era um conteúdo novo para os alunos, a PP simulou, com os alunos, como poderia ser cumprido esse quesito, aproveitando as discussões levantadas e comentários sobre a resolução do problema na plenária. Apresentamos, a seguir, uma forma elaborada do que seria uma formalização do conteúdo para alunos do Ensino Fundamental 5ª a 8ª séries. Supondo que o conteúdo seria o de expressões numéricas.

Nas operações de adição e subtração de números naturais, para o trabalho que envolve as quatro operações (+, -, $\times$, $\div$) e, ainda potenciação e radiciação, valem as seguintes condições:

- Sinais de reunião: (), [] e { }. Em primeiro lugar trabalha-se o que está dentro dos parênteses, depois o que está entre colchetes e, por fim, o que está entre chaves.
- Ordem das operações: 1- Potências e raízes, na ordem em que aparecerem;
2- Multiplicações e divisões, na ordem em que aparecerem;
- Adições e subtrações, na ordem em que aparecerem.

Também selecionamos, para análise desse encontro, a Atividade 3. Pois, embora os alunos tivessem realizado a atividade, observamos que eles apresentaram dificuldade em justificar que uma adição deve sempre ser iniciada pela direita.

Atividade 3:

Dizer se é indiferente começar as seguintes adições pela direita ou pela esquerda.

3251	5432	2031	3261
4637	3263	1423	7534
2110	1107	5345	8372
_____	_____	_____	_____
a) Justifique sua resposta.			

A PP entregou a atividade aos alunos e pediu que eles trabalhassem e discutissem em seus grupos. Em seguida, ela circulou entre os grupos, observou o trabalho dos alunos e incentivou-os a apresentarem uma justificativa para suas resoluções.

PP. *O que vocês descobriram?*

A10: *Somando da direita pra esquerda o resultado nem sempre dá certo.*

PP: *Por quê?*

A9: *Dá diferente. A ordem altera o resultado.*

A10: *O aluno tem que respeitar a ordem.*

PP: *Que ordem?*

A10: *A ordem das unidades, dezenas e centenas.*

A11: *Na matemática temos as ordens das unidades, dezenas e centenas.*

PP: *Como vocês justificariam essa ideia?*

G: *Silêncio.*

PP: *Pensem um pouco e conversem entre vocês.*

PP: (Dirige-se a outro grupo e indaga) *“o que vocês descobriram?”*

A13: *Qualquer soma que não ultrapasse a dezena não precisa emprestar, tanto faz começar pela direita ou esquerda. Agora, se ultrapassar já não dá pra resolver da direita pra esquerda.*

A14: *A primeira e a terceira conta é indiferente somar pela direita ou esquerda. A segunda e a última dá diferente.*

PP: *Por quê?*

A12: *Temos que pensar na sequência das unidades, dezenas e centenas.*

A14: *Porque na matemática tem que ter ordem.*

PP: *É importante trabalhar essa ordem com seus alunos?*

A14: *Quando o aluno entende os conceitos, ele tem mais facilidade de compreender o que está fazendo.*

Neste grupo, embora não soubessem justificar, perceberam que na matemática existe ordem e que ela deve ser respeitada. Como se havia lido e comentado que “a matemática é uma ciência de padrão e ordem”, parece que eles conseguiram resgatá-la.

Entretanto, para o futuro professor que atuará no ensino básico, saber justificar para seus alunos a razão de considerar a matemática como uma ciência de ordem e, em que situações a ordem se faz necessária, poderá fazer diferença na compreensão de ideias matemáticas. Essa compreensão certamente contribuirá para um aprendizado em que essas ideias e suas aplicações nos diferentes campos do conhecimento serão significativas para os alunos.

PP: *O que vocês descobriram? (Dirigindo a outro grupo)*

A5: *Na primeira e na terceira não faz diferença. Não tem nenhuma soma que passe de 10. Cada soma fica na sua casa, o das unidades, o das dezenas, o das centenas... A segunda e a quarta se forem resolvidos pela esquerda, não dá certo. Dá um valor diferente.*

PP: *Como vocês justificariam?*

A4: *Não podemos resolver da esquerda pra direita porque as operações desse tipo têm que seguir a ordem das unidades, dezenas, centenas e milhares... Se começarmos a operação*

da direita pra esquerda estaremos seguindo a ordem correta, mas se começarmos da esquerda para a direita invertamos a ordem. O resultado será um absurdo.

A PP continuou caminhando pela sala observando o trabalho dos alunos. Em seguida, recolheu as resoluções dos grupos. Apresentamos aqui a resolução e o comentário da atividade apresentada pelo grupo G5.

Figura 15 - Resolução apresentada pelo grupo G5.

Dizer se é indiferente começar as seguintes operações pela direita ou pela esquerda.

$\begin{array}{r} 3251 \\ 4637 \\ 2110 \\ \hline 9998 \end{array}$ <i>→ indiferente</i>	$\begin{array}{r} 5432 \\ 3263 \\ 1107 \\ \hline 9802 \end{array}$ <i>→ diferente</i> <i>→ 97912</i>	$\begin{array}{r} 2031 \\ 1423 \\ 5345 \\ \hline 8799 \end{array}$ <i>→ indiferente</i>	$\begin{array}{r} 3261 \\ 7534 \\ 8372 \\ \hline 19167 \end{array}$ <i>→ diferente</i>
--	---	--	---

a) Justifique sua resposta.

2) *é a primeira e a terceira conta é indiferente quando a direção que toma ao resolver, porém não é o que acontece com a segunda e última, pois na matemática os números tem uma posição (unidade, dezena, centena, unidade de milhar, dezena de milhar...) se você alterar a direção pode alterar o resultado se o valor da soma da coluna for maior que "10".*

Pela apresentação escrita desse grupo, e que não foi diferente dos demais, percebe-se que os alunos não conseguiram apresentar uma justificativa sobre o porquê obedecer a ordem das classes numéricas. Outro ponto observado nas apresentações escritas é a não distinção entre números e algarismos.

Para os futuros professores, a resolução da atividade proposta, embora considerada simples do ponto de vista da matemática, causou surpresa quando foram discutidas, em plenária, as justificativas para as respostas apresentadas. Além disso, foi destacada sua implicação para o ensino-aprendizagem da matemática. O professor deve saber e incentivar seus alunos a justificarem o que fazem.

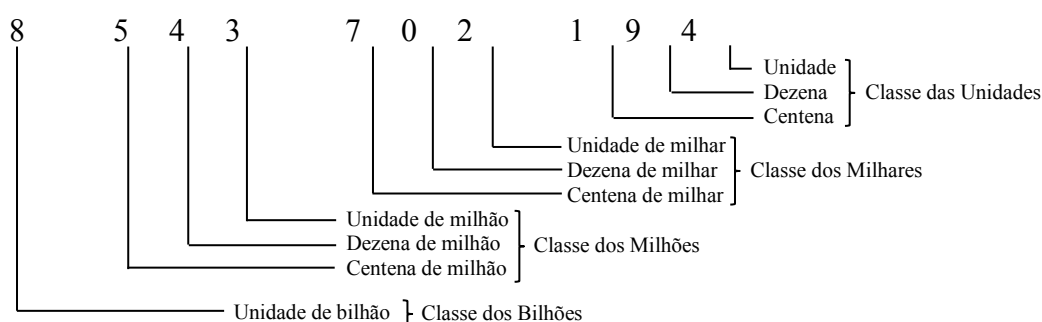
Ressaltamos que uma formação inicial em que é oferecida, aos futuros professores, a oportunidade de aprender a dar significado àquilo que ensinam, a responder de forma confiante e segura quando interrogados sobre a razão da aquisição de conhecimentos

matemáticos específicos, poderá ser um caminho para mudanças no ensino-aprendizagem da matemática.

A discussão em plenária reforçou as ideias sobre as características do sistema de numeração decimal. Começar uma adição pela direita ou pela esquerda faz muita diferença. Os números são escritos a partir de uma ordem de valor decrescente - da esquerda para a direita. O valor de cada algarismo depende da posição que ele ocupa. Ao escrever-se um número formado por vários algarismos, cada um deles tem um valor absoluto e um valor relativo, dependendo da ordem em que se encontre. Os números são escritos em classes de três algarismos e, quando não houver registro para uma determinada ordem, essa posição é registrada com o algarismo zero.

Exemplo 1:

O número 8 543 702 194 é lido, oito bilhões, quinhentos e quarenta e três milhões, setecentos e dois mil e cento e noventa e quatro. Pois,



Por que os números estão divididos em classes? Por que as classes são sempre compostas por três algarismos?



Utilizando o Material Dourado Montessori, podemos verificar que, ao considerar o cubo como unidade, a barra como dezena, a placa como centena e o cubo, como milhar,

novamente uma unidade, essas três componentes irão se repetir para cada classe numérica. Podemos observar a formação das classes quando escrevemos o número 8 543 702 194, explorado no exemplo 1.

Lembramos aos alunos, futuros professores que, o que estávamos apresentando, não era um novo conteúdo, mas uma “nova forma” de trabalhar um conteúdo “já conhecido.

Assim, nosso sistema de numeração, definido na base 10, expressa o número

8 5 4 3 702 194

que, quando decomposto em múltiplos de dez se apresenta

$$8\,000\,000\,000 + 500\,000\,000 + 40\,000\,000 + 3\,000\,000 + 700\,000 + 00\,000 + 2\,000 + 100 + 90 + 4$$

ou seja, $8 \cdot 10^9 + 5 \cdot 10^8 + 4 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

A operação adição pode ser apresentada em duas formas: a) horizontal, b) vertical.

Exemplo 2:

a) $8696 + 457 = 9153$

b)
$$\begin{array}{r} 8696 \\ + 457 \\ \hline 9153 \end{array}$$

Decompondo os números que compõem as parcelas da adição representada pela forma b), temos:

1 000	↖	100	↖	10	↖	
8 000	+	600	+	90	+	6
		400	+	50	+	7
9 000	+	1 000	+	100	+	50
		100	+	50	+	10
					+	3

Portanto, podemos representar a soma das parcelas da adição na forma decomposta por:

1 000		100		10		
8 000	+	600	+	90	+	6
		400	+	50	+	7
9 000	+	100	+	50	+	3

Adicionando o resultado da soma na forma decomposta, temos:

$$9\,000 + 100 + 50 + 3 = 9\,153$$

Consideramos, ainda que, para se escrever um número no sistema decimal, utilizamos os dez símbolos numéricos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8, 9. Esses podem ser denominados algarismos termo originado do nome de **Al-Khwarizmi**, um matemático da Antiguidade.

8.1.7. 7º ENCONTRO: Multiplicação e Divisão no conjunto dos Números Naturais

O objetivo geral deste encontro era o de levar os alunos a identificar e construir significados para a multiplicação e a Divisão de Números Naturais, visando levá-los a uma nova visão dessas operações. Escolhemos a situação problema 1 da atividade 2 e a atividade 4 para análise deste encontro.

Atividade 2:

Situação problema1:

Um prédio tem 22 andares. Cada andar tem 18 janelas, formadas por 8 vidros cada uma. Quantos vidros de janela existem em todo o prédio?

Esta atividade foi realizada após a discussão do texto contido nos PCN-1997, deixado como leitura extraclasse. O objetivo desta discussão foi o de levar os futuros professores a identificar o conhecimento prévio dos alunos do 3º ciclo de escolaridade, uma vez que esse será o ciclo em que eles atuarão como professores de matemática.

Em seguida a PP distribuiu para cada aluno, reunidos em seus grupos, a ficha de atividades planejadas para o encontro. Lembrou aos alunos que deveriam primeiramente fazer uma leitura individual e depois em grupo. Ainda observou que embora o problema, em sua resolução, não dependesse de um conteúdo matemático que fosse novo para eles, nas discussões deveriam pensar em como seus futuros alunos resolveriam o problema, que dificuldades teriam e como eles, futuros professores, agiriam. Em seguida passou a observar o trabalho dos alunos e, circulando entre os grupos, dialoga com os alunos.

PP: *Como vocês estão pensando resolver o problema?*

A4: *Estamos analisando de que maneira podemos resolver.*

PP: *Que ferramenta matemática vocês pensam usar?*

A4: *A multiplicação, para descobrir quantos vidros tem em cada andar e depois pela quantidade de andares.*

PP: *Como vocês explicariam para seus alunos?*

A5: *Eu explicaria a importância da multiplicação e como ela facilita a nossa vida quando sabemos utilizar e como as unidades dezenas e centenas se comportam na multiplicação.*

A PP percebeu, pela fala do aluno, a influência das discussões do encontro anterior.

PP: *Como vocês estão resolvendo o problema?*

A9: *Resolvemos multiplicar o número de andares pelo número de janelas e depois multiplicar o resultado pelo número de vidros que cada janela possui. Também é possível encontrar o mesmo resultado invertendo a ordem das multiplicações.*

PP: *Como vocês explicariam para seus futuros alunos?*

A9: *Primeiro eu faria uma leitura do problema com a turma. Depois questionaria os alunos como resolver o mesmo. Após analisar o que eles fizeram, mostraria como deveria ser feita essa resolução, explicando passo a passo o processo utilizado, mostrando como se resolve a multiplicação. Também justificaria o porquê se resolver dessa forma.*

PP: *Para que série vocês trabalhariam esse problema?*

A11: *Pra alunos de 5ª série, pra trabalhar conceitos de multiplicação.*

PP: *E vocês? (dirigindo-se a outro grupo) como estão pensando o problema?*

A12: *Utilizamos a sequência do que está no problema*

A13: *Eu também penso que o melhor caminho é seguir a sequência do problema. Começar trabalhando com os primeiros números que aparecem. Lógico que depois de ter lido o problema e pensado numa maneira mais prática de resolver. Poderia usar a adição, mas como cada apartamento tem a mesma quantidade de janelas e cada janela tem a mesma quantidade de vidros, a multiplicação facilita a nossa resolução.*

PP: *Como vocês trabalhariam esse problema com seus alunos?*

A3: *Fazendo perguntas. “Se temos 22 andares e 18 janelas em cada andar como achar a quantidade de janelas do prédio?”, “Somando, multiplicando ou dividindo?”. Depois, que eles encontrassem a quantidade de janelas eu perguntaria “Para achar a quantidade de vidros de todas as janelas do prédio, usaria a mesma operação?”*

A1: *Eu leria o problema com os alunos e depois pediria pra eles lerem e me explicarem como poderiam resolver. Observaria o trabalho deles. Se o aluno demonstrasse não saber nem como começar, ou viajasse muito na maionese, então eu daria a dica de que se ele descobrisse a quantidade de janelas e, assim, iria questionando o aluno até ele pensar nos caminhos e chegar na solução. Acho que meu aluno aprenderia quando usar a multiplicação, a montar problemas e transformar o que está escrito em números e operações.*

Pela fala dos alunos desse grupo, pode-se perceber que a proposta de ensino-aprendizagem da matemática através da Resolução de Problemas começa a ser incorporada nas discussões das atividades, passando a fazer parte dos questionamentos de futuras aplicações em sala.

A PP continuou circulando pela sala de aula observando, o trabalho dos alunos. Ao registrarem suas resoluções, na folha de atividade, cada grupo as entrega à PP. A seguir reproduzimos o registro do grupo 4.

Figura 16 - Resolução apresentada pelo grupo G4

Situação Problema 1:

$\begin{array}{r} 22 \text{ ordens} \\ \times 18 \text{ janelas} \\ \hline 176 \\ 440 \\ \hline 396 \end{array}$	$\begin{array}{r} 396 \text{ janelas} \\ \times 8 \text{ vidros} \\ \hline 3168 \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{vidros por janelas} = 8 \\ \text{janelas por ordens} = 18 \\ \text{Total de vidros} \\ \text{Total ordens} = 22 \end{array}$
$\text{R: } 3168 \text{ vidros no prédio}$		

Em seguida, representantes de grupos foram à lousa, colocaram suas resoluções explicando para os demais colegas seu processo de resolução. Colocadas as resoluções, a PP chama a atenção dos alunos para a discussão em plenária. Durante a discussão os seguintes questionamentos se apresentaram.

PP: O que vocês acharam de trabalhar dessa forma?

A12: Eu achei importante porque por um simples problema a gente pode introduzir o conceito de multiplicação e também o conceito de dezena, unidade e centena, milhar de uma forma que acredito, vão aprender melhor. Dessa forma eles vão visualizar o que aconteceu e fica bem mais fácil.

A14: Quando você faz o cálculo e apresenta o resultado do problema, fica só o resultado. Quando você abre essa conta (referindo-se a explicação do vai um), o aluno vê o que acontece e porquê de cada valor.

PP: O que mais?

A8: É interessante que a gente aprendeu de uma forma tão mecânica que nunca parou pra pensar. Agora, trabalhando dessa forma você vai fazer com que ele possa entender todo o processo. Você também pode trabalhar outros conceitos como, por exemplo, os de dezena, centena e assim por diante.

A7: Agora. Tem que deixar claro pro aluno que ele não precisa fazer isso toda vez que for resolver uma conta. Senão, coitado do aluno. Ele se assusta! Então, tem que falar: "Olha vamos explicar o porque estamos fazendo dessa forma". Ele não precisa fazer dessa forma sempre.

PP: Exatamente. Essa é uma justificativa do porque fazemos dessa forma.

A5: Interessante. Eu também não conhecia essa forma. A professora só disse que tinha que pular uma casa na hora de multiplicar, mas nunca disse o por que. Agora eu entendi.

PP: Vocês do G4?

A10: Professora, eu acho que até mesmo os nossos professores não sabiam resolver dessa forma. Por que todo mundo aqui aprendeu sem saber o por que. Eu também aprendi assim.

A11: Uma coisa que eu achei interessante no problema é que ele fale de 22 andares, 18 janelas e 8 vidros. Você pode trabalhar com o aluno também a questão da ordem. Respeitar a ordem do problema.

PP: Agora esse grupo. (G1)

A3: Dessa forma fica bem mais fácil de entender o porquê se faz assim. Fica fácil entender o que é unidade, dezena, centena. E assim vai, na multiplicação.

A1: Eu gostei professora. Não conhecia essa justificativa. Sempre me ensinaram assim e eu nunca me perguntei por quê.

A13: Eu achei interessante explicar a decomposição de unidade, dezena, centena, milhar... Na adição, após multiplicar a casa das unidades, dezenas, centenas... Esse processo de pular uma casinha é tão mecânico que nem paramos pra pensar, mas isso faz muita diferença pra quem está aprendendo, o porquê de pular a casa.

A1: No estágio que eu fiz em matemática, senti que os alunos têm dificuldade com problemas. Se eu simplesmente chegasse e colocasse como exercício 22×18 e 396×8 e pedisse para resolverem seria mais fácil. Quando um aluno tem um problema pra interpretar, é diferente.

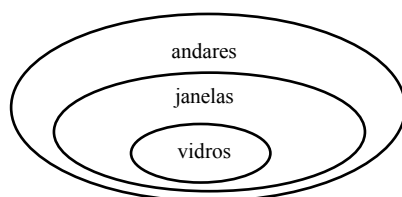
Percebemos, pela fala dos alunos, que um ensino-aprendizagem sem significado durante os primeiros anos de escolaridade pode levar os alunos a alienação. A falta de questionamento das próprias ações leva a um conformismo que pode se tornar um círculo vicioso se, em algum momento, não for interrompido, como se percebe na fala do aluno A1.

A1: Professora, explicar o conceito da multiplicação e da soma é muito difícil. Pra mim é tão natural e automático essas operações que fica difícil explicar o que é óbvio. Foi legal essa aula. A explicação do processo de armar e efetuar uma conta. Com um problema tão simples, pode ser explorada muita coisa, como entender nosso sistema de numeração, o processo da adição e o que significa uma multiplicação.

Apresentamos, a seguir, uma formalização da atividade realizada, considerando que essa é uma atividade a ser desenvolvidas por alunos do ensino fundamental.

A operação multiplicação na resolução do problema que apresenta vidro nas janelas que estão contidos nos andares e cuja resposta pedida é a de número de vidros.

$$22 \text{ andar} \times 18 \frac{\text{janela}}{\text{andar}} \times 8 \frac{\text{vidro}}{\text{janela}} = 3168 \text{ vidros}$$



Assim, em todo o prédio, existem 3168 vidros de janela.

Ao terminar esta atividade, foi dada continuidade aos trabalhos planejados para este encontro. Como já mencionado, a atividade 4 foi outra atividade escolhida para análise deste encontro. Pois tínhamos como objetivo mostrar aos alunos que, com este problema, eles poderiam construir novos conceitos matemáticos e utilizar, para sua resolução, diferentes estratégias como, por exemplo, organização de dados, construção de tabelas, representação geométricas e progressão aritmética.

Atividade 4:

Situação Problema:

Ivete decidiu dar a maior parte de sua coleção de livros. Sua coleção consiste de pouco menos de 100 livros. Ela está planejando dar a metade de sua coleção para o hospital e então manter seus 10 livros favoritos. Ela dividirá igualmente o restante dos livros entre seus quatro amigos. Quantos livros poderia ter a coleção de Ivete? Encontre todas as respostas possíveis.

Procurando atingir o objetivo proposto, a PP entregou a atividade 4 e pediu que os alunos trabalhassem utilizando a proposta do Roteiro na sua resolução. Inicialmente, circulando pela sala, a PP observou o trabalho dos alunos em seus grupos, sem interferir nas suas decisões e, em seguida, passou a dialogar com os alunos, dirigindo-se a cada grupo.

PP: *Como vocês estão resolvendo?*

A5: *Estamos tentando encontrar a melhor maneira de resolver o problema.*

PP: *E como seria essa maneira?*

A5: *Nosso objetivo é chegar em um número mais próximo possível de 100.*

PP: *Que ferramenta matemática vocês estão usando para chegar a esse número?*

A6: *A álgebra.*

PP: *Usando a álgebra como fica?*

A5: *Dado um número, divide por 2, subtrai 10 e divide novamente por 4.*

PP: *Verifiquem se isso é possível.*

Observando o trabalho dos alunos, em seus grupos, percebemos que a maioria deles tem dificuldade em interpretar o que o problema fornece e o que é nele pedido. A falta de experiência no pensar matemático, foi um dos grandes inibidores para o avanço das discussões matemáticas entre os membros do grupo. Os alunos apresentaram boa vontade em trabalhar as atividades, entretanto, tiveram dificuldade em comunicar de forma escrita o processo de resolução da situação problema que discutiam.

Continuando a circular pela sala, a PP se aproxima do grupo G4 e inicia um diálogo.

PP: Como vocês estão resolvendo o problema?

A10: Estamos pensando de duas maneiras, dando valores próximos a 100. No primeiro caso tiramos a quantidade de livros favoritos e depois dividimos uma metade com o hospital e a outra metade com os amigos. Da segunda maneira, dividimos a metade com o hospital e em seguida tiramos os livros favoritos e depois dividimos com os quatro amigos.

PP: Faz diferença?

A9: Ela pode primeiro dividir seus livros e depois tirar os favoritos? Ou ela tira os favoritos e depois divide?

A10: A quantidade de livros altera se mudarmos a ordem da resolução.

PP: Leiam novamente o problema! Qual seria a maneira correta de interpretá-lo?

A11: Eu acho que, se não for obedecida a ordem do problema, as respostas não são as mesmas.

PP: De que ordem você está falando?

A11: Divide a coleção pela metade, depois tira os favoritos e os dos amigos. (Querendo se referir à ordem das operações citadas no problema)

PP: Pensem! Que matemática vocês poderão usar pra resolver esse problema?

A9: Como não se sabe exatamente a quantidade de livros que ele possui, podemos dar valor em forma de letra. Por exemplo x . Como ela dá a metade para o hospital o x é dividido por 2. Ela tira seus 10 e o restante divide com seus amigos. (Sem se referir a dividir igualmente)

A11: Também podemos montar uma tabela.

PP: Escrevam o que vocês estão pensando.

PP continua circulou pela sala de aula. Observando o trabalho dos alunos de G3 incentiva-os a usarem diferentes ferramentas matemáticas na sua resolução.

PP: Dirigindo-se ao grupo G3. Como vocês resolveram o problema?

A8: Tentativa e erro. Usamos uma tabela.

PP: Como vocês trabalhariam esse problema, com seus futuros alunos?

A7: Achei muito cansativo.

A8: Deveria ser limitado o número de livros. Tipo: livros entre 100 e 80.

PP: A coleção de livros de Ivete consiste em pouco menos de 100 livros. O que isso sugere a vocês?

A8: É. Pensando bem, não é preciso considerar todos os resultados.

PP: Vocês trabalhariam esse problema com seus futuros alunos?

A7: Eu não trabalharia.

PP: Por quê?

A7: Ele permite mais de uma resposta. Acho que seria muito cansativo para os alunos do fundamental.

Para este grupo, não seria conveniente trabalhar, com alunos do ensino fundamental, essa situação problema uma vez que ela apresentava mais de uma resposta. Eles não viam em seu processo de resolução a possibilidade de levar o aluno a pensar, a criar estratégias de resolução, a analisar de forma coerente as respostas encontradas com o que o problema estava pedindo. Para os alunos desse grupo, futuros professores, um ensino-aprendizagem de matemática que leve o aluno a pensar, ainda não estava muito claro.

Polya, referência na Resolução de Problemas, já em 1945, defendia a ideia de que ao resolver um problema o aluno é levado a pensar. Essa ideia pode ser constatada em seu livro „A Arte de Resolver Problemas“, em seu Pequeno Dicionário de Heurística que, em termos educacionais, diz que pensar consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se lhe quer ensinar.

Na sequência, a PP recolhe as resoluções da atividade de cada grupo. Embora alguns alunos, em seus grupos, tivessem pensado de forma algébrica, eles não conseguiram chegar a representar o que haviam pensado. O que predominou foi o uso de uma tabela, como a resolução apresentada pelo grupo G4.

Figura 17 - Resolução apresentada pelo grupo G4

Qt	$\frac{1}{2} h$	10	$\frac{1}{4}$ amigos	Como o problema
99	49	39	—	pede que os livros
98	49	39	—	vão pouco menos de
96	48	38	—	100 então vão valores
94	47	37	—	próximos
92	46	36	9	
84	42	32	8	
76	38	28	7	Pode-se perceber que a quanti-
68	34	24	6	dade de livros tem que ser um
				número par, que possa dividir
				por 2 e por 4.

Alunos, representantes de grupos, colocaram suas resoluções no quadro. Após a Plenária, onde os alunos puderam perceber erros e acertos nas diferentes resoluções, manifestando suas dúvidas e tirando conclusões, a PP faz as considerações finais enfatizando

a importância de um ensino-aprendizagem de Matemática em que o processo da resolução de um problema é mais importante do que o encontro de sua resposta. Pois, durante o processo de resolução, deve-se construir importantes conceitos matemáticos, como os explorados na atividade trabalhada.

Ao serem questionados sobre o que acharam do problema e se trabalhariam com seus alunos em sala de aula, o A10 respondeu.

A10: É um problema desafiador. Os alunos teriam que pensar um pouco mais pra chegar a uma conclusão. Mas, pode ser trabalhado sim.

Percebe-se que esses alunos, futuros professores, têm receio de trabalhar com problemas que apresentam mais de uma resposta, pois faz-se necessário tomar decisões sobre as respostas consideradas como possível solução. A análise das respostas constituem-se como um momento de crescimento.

Apresentamos aqui as ideias discutidas no problema apresentado.

Como não sabemos a quantidade de livros que Ivete tem em sua coleção, vamos chama-la de L .

Assim:

L = Quantidade de livros que Ivete tem em sua coleção

$\frac{L}{2}$ = Quantidade de livros que Ivete deu para o hospital

4 = Quantidade de seus amigos

10 = Quantidade de livros favoritos

a = Quantidade de livros que cada amigo recebeu

Usando a linguagem matemática, na forma algébrica, para representar a realidade da situação problema, construímos uma equação polinomial com duas variáveis. Como, no problema, a metade dos livros irão para o hospital e considerando L como variável que depende de a temos:

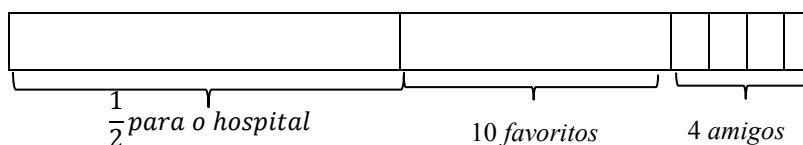
$$\frac{L}{2} = 10 + 4a \quad \rightarrow \quad L = (10 + 4a) \cdot 2$$

Percebe-se que a quantidade de livros da coleção de Ivete está em função da quantidade de livros que ele deu para cada amigo. Como cada amigo recebeu a mesma quantidade de livros, podemos construir uma tabela usando a fórmula.

Livros por amigos	$L=(10+4.a).2$	Total de livros
1	$L=(10+4.1).2$	$L=28$
2	$L=(10+4.2).2$	$L=36$
3	$L=(10+4.3).2$	$L=44$
4	$L=(10+4.4).2$	$L=52$
5	$L=(10+4.5).2$	$L=60$
6	$L=(10+4.6).2$	$L=68$
7	$L=(10+4.7).2$	$L=76$
8	$L=(10+4.8).2$	$L=84$
9	$L=(10+4.9).2$	$L=92$

Encontramos nove possibilidades para a quantidade de livros na coleção de Ivete. Como o problema diz que a coleção possuía pouco menos de 100 livros as possíveis respostas a serem consideradas são 92 ou 84 ou, até, 76.

Uma forma geométrica de representar essa situação problema pode ser:



Essa é uma forma de visualizar o que a Ivete planejou para a sua coleção. A partir daí pode-se criar uma tabela como a que criamos, para a representação algébrica para as possíveis soluções.

Este é um problema que, dependendo da série pode ser um gerador de conceito de variável, variável dependente, variável independente, função etc. Este é um problema da Matemática Discreta. Os valores obtidos representam quantidades inteiras e, sua representação, em um gráfico, são apenas pontos.

Ressaltamos aqui que o objetivo de usar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas, em nossas atividades, é o de levar nossos futuros professores de matemática à possibilidade de um trabalho que possa levar seus futuros alunos a pensarem matematicamente.

8.1.8. 8º ENCONTRO: Números Racionais

Neste encontro apresentamos aos alunos, uma abordagem dos números racionais, enfocando as concepções de fração e medida como uma relação da parte com o todo. Escolhemos para análise a atividade 2 pelos questionamentos e forma de trabalho dos alunos.

Atividade 2:

Situação Problema 1:

Quando Laura chegou em casa, da escola, ela viu uma tigela de salgadinhos sobre a mesa. Ela comeu $\frac{1}{5}$ dos salgadinhos. Quando seu irmão mais novo chegou em casa mais tarde, ele comeu $\frac{1}{4}$ dos salgadinhos que havia. Em seguida, seu irmão mais velho, Ken, veio para casa e comeu $\frac{1}{3}$ dos salgadinhos que restavam. Quando seu pai chegou em casa do trabalho, naquela noite, ele comeu $\frac{1}{2}$ dos salgadinhos da tigela, deixando quatro salgadinhos para sua mãe. Quantos salgadinhos havia na tigela quando Laura chegou em casa? Quantos salgadinhos cada uma das pessoas comeu?

Com esta atividade pretendíamos reavaliar o conhecimento dos alunos sobre números racionais. Nesta situação problema, procuramos trabalhar o conceito de fração como uma relação da parte com o todo.

A PP entregou a atividade e pediu que os alunos procedessem com a leitura como nas atividades anteriores, pensando que novo conteúdo matemático a resolução dessa atividade poderia gerar para alunos do ensino fundamental. Percorrendo por entre os grupos, a PP observou que, inicialmente, três dos cinco grupos de alunos decidiram iniciar a resolução do problema usando a representação geométrica, enquanto os outros usaram tabelas e outras formas de resolução, mas que, por fim, também os outros dois grupos decidiram por uma representação geométrica.

Aproximando-se do grupo G5, a PP observou, por um momento, o trabalho dos alunos e, em seguida, iniciou um diálogo.

PP: Para resolver esse problema, em primeiro lugar, o que vocês fariam?

AI3: Iniciando pela quantidade de salgadinhos que sobraram.

PP: Como assim?

AI3: Se o pai comeu a metade e sobrou 4, então tinha o dobro de 4 na tigela. 8 salgadinhos foi a sobra de ken, quando ele comeu $\frac{1}{3}$ da quantidade dos salgadinhos. Agora... A questão é descobrir quantos salgadinhos tinha quando ele chegou.

AI2: Se a gente seguir multiplicando dá um valor muito alto.

AI4: Penso que se o pai e a mãe comeram a mesma quantidade, porque os demais não poderiam comer a mesma quantidade também?

PP: Verifiquem essa possibilidade matematicamente. Continuem trabalhando.

A PP se afastou desse grupo esperando que eles descobrissem, por si mesmos, se o que estavam pensando fazia sentido. Na construção do conhecimento matemático o verbo verificar, usado pela PP no diálogo com os alunos, expressa um fazer matemático que, segundo Van de Walle (2009) exige esforço e iniciativa. Esse autor ainda acrescenta algo referente ao respeito que se deve ter pelo trabalho apresentado pelos alunos, dizendo:

Embora pensar, argumentar e dar sentido possa ser divertido, “correr o risco de aprender” também pode ser um pouco assustador quando ninguém lhe diz exatamente o que fazer. A sala de aula deve ser um ambiente onde fazer matemática não seja ameaçador e onde todos os estudantes sejam respeitados por suas ideias. Os estudantes devem sentir confortáveis em correr riscos e saber que eles não serão ridicularizados ao cometerem erros. (VAN DE WALLE, 2009. p.33)

O papel do professor, segundo Van de Walle (2009, p.33), é criar um ambiente que favoreça o “espírito de pesquisa, de confiança e de expectativa.” Neste ambiente “o foco está nos estudantes ativamente compreenderem as coisas, testarem ideias e fazerem conjecturas, desenvolverem raciocínios e apresentarem explicações”.

Dando continuidade à observação dos trabalhos que os alunos estavam realizando em sala de aula, a PP dirige-se ao grupo G4. Os alunos estavam construindo uma tabela, atribuindo valores a partir de 10 e aumentando de dois em dois num processo de tentativa e erro. Verificando as possibilidades, concluíram que, inicialmente, poderia ter 20 salgadinhos na tigela. A PP então sugeriu ao grupo que eles tentassem resolver o problema de outra maneira e comparassem os resultados. Eles decidiram construir um círculo dividido em cinco partes para representar a situação problema.

A PP continua observando esse grupo. Num dado momento, dirigindo-se a PP, o A11 argumentou:

A11: Como cinco pessoas comeram salgadinhos, podemos desenhar um círculo dividido em cinco partes.

PP: E daí?

A11: Agora é descobrir quanto cada um comeu.

A10: (Apontando para o desenho). Cada um comeu 1/5 do total de salgados.

PP: Total de quantos?

A10: De 20

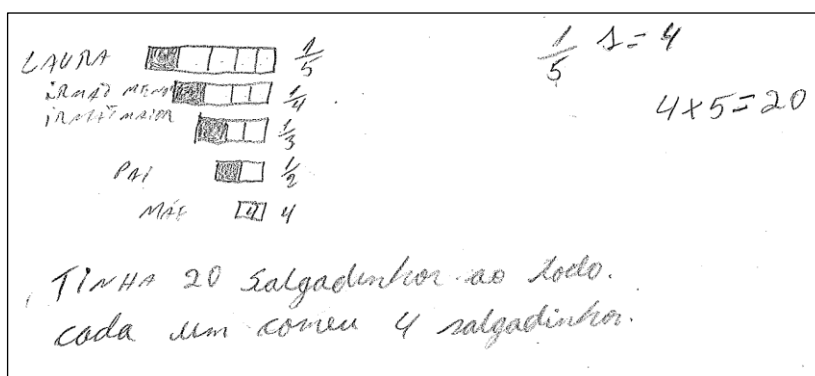
PP: Verifiquem se é verdade e respondam as questões do problema.

A PP se afastou desse grupo e continuou circulando pela sala, observando o trabalho dos alunos. Os alunos que, inicialmente, optaram por usar uma tabela, reconheceram que essa estratégia de resolução não fora muito eficiente, pois nas tentativas, eles tiveram que verificar vários números.

Ao ser considerada concluída a atividade, os alunos representantes de cada grupo, entregaram à PP suas resoluções.

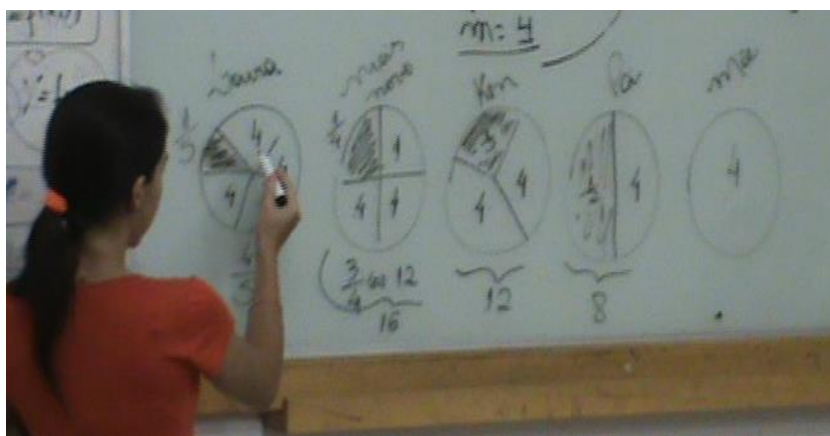
A seguir, exibimos a forma escrita da resolução apresentada pelo grupo G1, onde houve uma representação da situação problema sem considerar o caminho desenvolvido para chegar à solução. Também não se referiram às unidades.

Figura 18 - Resolução apresentada pelo grupo G1



Dando prosseguimento à atividade, os alunos foram convidados a representarem seus grupos, colocando suas resoluções na lousa. A aluna representante do G5 apresentou a resolução de seu grupo como mostra a foto abaixo, onde ela trabalhou.

Foto 2 - Representante do grupo G5



Fonte: Arquivo do registro fotográfico da pesquisadora para o projeto p₁

Na Plenária, após a explicação das diferentes formas de resolução dos alunos na lousa, a PP fez uma discussão sobre como utilizar o problema para se introduzir um conceito novo e, em seguida, uma explanação sobre o trabalho com números racionais, onde se entende por número racional, todo elemento do conjunto $\mathbf{Q}$ onde,

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Percebemos, com esta atividade, quão importante é trabalhar com problemas geradores que ampliem o universo das operações com frações levando a compreensão do significado do conceito de fração como uma relação da parte com o todo.

Finalizando esta atividade a PP deu prosseguimento às demais atividades do encontro.

8.1.9. 9º ENCONTRO: Razão e Proporção

O objetivo geral, para este encontro, foi o de trabalhar conceitos de razão e proporção, através da Resolução de Problemas, visando à compreensão da relação multiplicativa que existe entre as quantidades que representam a situação problema.

Para análise deste encontro escolhemos o segundo item da Atividade Extraclasse 8.

Tarefa Extraclasse 8:

ii)

Situação Problema 1:

Na receita de Carol, ela mistura 5 xícaras de cereal para cada 3 xícaras de nozes. Para uma receita maior, ela usou 48 xícaras de mistura. Quantas xícaras de cereal e quantas xícaras de nozes Carol usou?

Motivando os grupos com essa situação-problema, pretendíamos levá-los às ideias de razão e proporção. Assim, essa situação problema deveria levar os alunos a identificar a existência de proporcionalidade entre as duas grandezas.

Como essa tarefa foi desenvolvida extraclasse, os alunos, no início da aula, entregaram suas resoluções para a PP.

Ao analisar as respostas observamos que, dos 14 alunos que entregaram a atividade, quatro não conseguiram chegar à resposta correta. Os demais alunos usaram diferentes ferramentas matemáticas na resolução do problema, tais como, a construção de uma tabela, a regra de três, ou, como o aluno A14, explicaram os cálculos que utilizaram.

Figura 19 - Resolução apresentada pelo aluno A14

$5x = \text{Cereal}$ | $\frac{1}{8} = 1$: medida em receita $\rightarrow 5 + 3 = 8$
 $3x = \text{Nozes}$

Se para preparar uma medida de bolo Carol usou 8 xícaras de produtos, então se ela usar 48 xícaras, devemos partir para a proporcionalidade, primeiro multiplicando cada xícara pelo mesmo valor e depois somar as xícaras para ver a quantidade de xícaras.

ex: $\begin{matrix} x_c & x_n \\ 5 \cdot 3 & 3 \cdot 3 \end{matrix} = \begin{matrix} x_c & x_n \\ 15 & 9 \end{matrix} = 24$

Partindo do primeiro multiplicação já do para ver que a quantidade total de xícaras deu o método que o problema pede então é só dobrar o valor e conferir.

ex: $\begin{matrix} x_c & x_n \\ 5 \cdot 6 & 3 \cdot 6 \end{matrix} = \begin{matrix} x_c & x_n \\ 30 & 18 \end{matrix} = 48$

Para confirmar se está certo é só pegar o valor do primeiro medida e multiplicar pelo mesmo valor multiplicado nas xícaras e confirmar se está certo.

ex: medido

$1 = 3$

$6 = 8 \cdot 6 = 48$

Então ao confirmar que está certo podemos dizer que a maneira de resolver usando a multiplicação e adição por proporcionalidade é uma maneira simples e rápido de resolver o problema.

Mesmo os que conseguiram chegar à resposta correta, durante as discussões em plenária tiveram dificuldade em justificar suas respostas. Neste sentido, Hiebert e Lefevre (1986, p.9) argumentam que “quando conceitos e procedimentos não estão conectados, os estudantes podem ter um bom sentimento intuitivo para a Matemática mas não resolvem os problemas ou, ainda, podem gerar respostas mas não entendem o que estão fazendo.”

A PP então levantou a seguinte questão:

Se um aluno construísse a tabela abaixo como resolução para o problema e afirmasse que na receita Carol usou 25 xícaras de cereal e 23 xícaras de nozes, como vocês justificariam essa resposta?

Xícaras acrescentadas	Xícaras de Cereal	Xícaras de Nozes	Total de xícaras na mistura
1	5+1	3+1	6+4=10
2	5+2	3+2	7+5=12
3	5+3	3+3	8+6=14
4	5+4	3+4	9+7=16
-----	-----	-----	-----
20	5+20	3+20	25+23=48

Alguns alunos aceitaram essa resolução como verdadeira, como argumentou o aluno o A14:

A14: *O aluno usou uma forma diferente de resolver o problema.*

PP: *Posso considerar como correta?*

A10: *Não*

PP: *Por que não? O aluno pode argumentar que se ele adicionar 23 xícaras de nozes com 25 xícaras de cereal o resultado é 48 xícaras de mistura, e daí?*

Após um período de silêncio, o A10 argumentou;

A10: *A receita não é mais a mesma.*

A3: *Tem que ser proporcional.*

PP: *O que significa ser proporcional?*

Os alunos permaneceram em silêncio. A professora da sala, parceira e sempre presente nos encontros do projeto, entrou nas discussões e fez a seguinte colocação:

PS. *Uma observação importante a fazer é que, geralmente, quando você fala de fração, pro aluno, ele entende os conceitos. Mas quando você pede pra ele fazer a razão entre dois números ele não tem esse entendimento do conceito que tá ali. Em contextos diferentes, dá a impressão de que eles estão trabalhando coisas diferentes.*

A PP, então, faz uma explicação sobre razão e proporção envolvendo a atividade proposta. Apresentamos aqui essa explicação formal.

Como na receita de Carol temos que as quantidades de cereal e nozes estão em uma razão de 5 para 3, ou seja, $\frac{5}{3}$, para ela manter a mesma receita nas 48 xícaras de mistura ela deve manter a mesma razão de $\frac{5}{3}$ (5 para 3).

Para se ter uma razão é preciso haver duas grandezas a serem comparadas. Uma razão expressa uma comparação multiplicativa entre duas grandezas. Como a notação que expressa uma razão é $\frac{a}{b}$ e, essa mesma notação expressa uma fração, que é uma relação da parte com o todo daí nasce a grande confusão ao reconhecer esses dois tipos de número racional. Apesar de se escrever da mesma forma, a leitura é feita diferente. No problema da Carol $\frac{5}{3}$ é lido 3 está para 5.

Concordamos com Van de Walle (2009, p.382) quando ele afirma que “o desenvolvimento do raciocínio proporcional é uma das metas mais importantes do currículo para o Ensino Fundamental”. Esse raciocínio está presente em vários tópicos matemáticos que

fazem parte do currículo da Educação Básica. Como futuros professores, para este nível de escolaridade, é de importância crucial ter resposta para a questão “o que significa ser proporcional?”.

Como nosso objetivo, com esta atividade, era o de explorar com os alunos o conceito de razão, representado por $\frac{a}{b}$ ou $a:b$, chegar ao conceito de proporção que é o de igualdade entre duas razões.

Se, para uma receita, Carol usou 8 xícaras de mistura, com 5 xícaras de cereal adicionada a 3 xícaras de nozes, para 48 xícaras de mistura quantas receitas ela deverá usar? Consequentemente, quantas xícaras de cereal e quantas de nozes deverá usar? Podemos representar da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ receita} & \rightarrow 8 \text{ xícaras} \\ ? \text{ receitas} & \rightarrow 48 \text{ xícaras} \end{array}$$

Com as grandezas receitas e xícaras, designando a quantidade de receitas por r e usando os dados com 3 quantidades conhecidas e uma desconhecida, reconhecendo a proporcionalidade no problema, escrevemos

$$\frac{1}{r} = \frac{8}{48} \rightarrow r \times 8 = 1 \times 48 \rightarrow 8r = 48 \rightarrow r = 6$$

que foi identificado como o fator de proporcionalidade que afeta as duas grandezas.

Logo para 48 xícaras de mistura serão necessárias 6 receitas. Sabendo que em uma receita há 5 xícaras de cereal e 3 xícaras de nozes, temos que são necessária seis vezes a quantidade de cereal e seis vezes a quantidade de nozes.

$$\frac{5 \times 6}{3 \times 6} = \frac{30}{18} \quad \text{ou seja,} \quad \frac{5}{3} = \frac{30}{18} \quad \text{que é uma proporção}$$

E que se lê, 5 está para 3 assim como 30 está para 18. Logo, para 48 xícaras de mistura, Carol usou 30 xícaras de cereal e 18 xícaras de nozes.

Destacamos aqui o que Van de Walle (2009) considera como ideias importantes com relação à razão e à proporção:

1. Uma razão é uma comparação multiplicativa entre dois números ou medidas ou quantidades. Um marco chave no seu desenvolvimento é a habilidade de um estudante começar a pensar sobre uma razão como uma entidade própria, diferente das duas medidas que a compuseram.
2. As razões e proporções envolvem comparações multiplicativas em vez de aditivas. Razões iguais resultam da multiplicação ou divisão e não da adição ou subtração.
3. Pensamento proporcional é desenvolvido por atividades que envolvem comparar e determinar a equivalência de razões e resolver proporções em uma ampla variedade de contextos e situações em resolução de problemas sem recorrer às regras ou fórmulas. (VAN DE WALLE, 2009, p.382)

Exemplos de Razões:

- a) As razões entre as partes correspondentes das figuras geométricas semelhantes são sempre as mesmas.
- b) A diagonal de um quadrado é sempre $\sqrt{2}$ vezes um lado.
- c) Π (pi) é a razão entre a circunferência de um círculo e seu diâmetro.
- d) As razões trigonométricas podem ser desenvolvidas a partir das razões entre os lados de triângulos retângulos.

A proporção é uma igualdade entre duas razões. Segundo Van de Walle (2009),

Para os alunos começarem a compreender a razão como um valor único que pode ser aplicado a situações diferentes ainda proporcionais, eles devem aprender a reconhecer essas relações nas diferentes situações ou aprender que em cada situação as duas quantidades estão na mesma razão. (VAN DE WALLE, 2009, p.383)

Para representar uma situação proporcional podemos usar as seguintes notações:

$$a \div b = c \div d \quad \text{ou} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

ou a e d são os extremos e b e c são os meios. Vale o produto cruzado, $b \times c = a \times d$. Pode-se, então, afirmar que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Com relação ao raciocínio proporcional, Van de Walle (2009, p.384), “o raciocínio proporcional não é difícil de se definir em uma ou duas frases simples. Não é algo que você possa fazer ou não. É um processo tanto qualitativo como quantitativo”. Lamon (1999, apud. VAN DE WALLE, 2009.p.384) afirma que os pensadores proporcionais possuem algumas das seguintes características:

- Possuem um senso de covariação. Isto é, eles compreendem relações em que duas quantidades variam juntas e são capazes de perceber como a variação de uma coincide com a variação da outra.
- Reconhecem relações proporcionais como distintas de relações não-proporcionais em contextos do mundo real.
- Desenvolvem uma ampla variedade de estratégias para resolver proporções ou comparar razões, a maioria baseada em estratégias informais em vez de algoritmos prescritos.
- Compreendem razões como entidades distintas representando uma relação diferente das quantidades que elas comparam.

Finalizando esta atividade a PP deu prosseguimento ao encontro. Com o objetivo de fixar as ideias trabalhadas nesse encontro e prepará-los para o 10º encontro foram deixados dois textos para leitura como Tarefa Extraclasse 9, como consta no projeto p₁.

- a) *Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais.*
- b) *As diferentes „personalidades” do número racional, trabalhadas através da Resolução de Problemas.*

8.1.10. 10º ENCONTRO: Proporcionalidade

Para este encontro, preparamos atividades, envolvendo a ideia de proporcionalidade. Nosso objetivo era o de que os alunos, ao trabalharem essas atividades, pudessem perceber o poder desse tópico matemático, como uma ideia unificadora, entendida como um conceito que liga diversos ramos da matemática escolar. Entretanto, para a análise deste encontro, escolhemos as duas situações problema que fazem parte da Atividade 2.

Nossa pretensão, com essas duas situações problema, era a de mostrar, aos futuros professores, os significados básicos de uma relação ser ou não proporcional.

Após as atividades iniciais do encontro, a PP entregou a folha de atividade 2 contendo as duas situações problema. Pede aos alunos que façam uma leitura cuidadosa, discutam em seus grupos, encontrem a solução para os problemas e justifiquem suas respostas.

Atividade 2:

Resolver as duas situações problema abaixo:

Situação Problema 1:

Júlia e Teresa correm à mesma velocidade. Numa mesma pista Júlia começou antes. Quando ela tinha dado 9 voltas, Teresa tinha dado 3 voltas. Quando Teresa acabar 15 voltas quantas voltas terá dado Júlia?

Situação Problema 2:

Se 3 dólares americanos (US\$ 3.00) podem ser trocados por 2 libras Inglesas (L\$ 2). Então, nessa taxa, com 21 dólares (US\$ 21.00) quantas libras posso comprar?

Após as leituras preliminares, os alunos iniciaram as discussões sobre como cada um pensava resolver os problemas. A PP, circulando pela sala, passa a observar o trabalho de cada grupo de alunos. Então, dirigindo-se ao G3 dialoga com eles.

PP: *Como vocês estão pensando resolver o problema?*

A7: *Estamos amadurecendo a ideia.*

PP: *Como assim?*

A8: *No primeiro problema, achamos 21 voltas, mas não está agradando.*

PP: *E como vocês fizeram?*

A7: *Somamos 6 com 15 ...*

A8: *Tá esquisito.*

PP: Adicionando 6 a 15? Verifiquem se existe coerência entre a resposta encontrada e o que o problema pede.

A8: Tá

PP: E vocês? (Dirigindo-se ao G1)

A3: O problema 1 é fácil professora. Porque a diferença é de 6 voltas. Júlia dá 9 voltas e Tereza dá 3. Fazendo a conta 9 menos 3 dá 6. Quando Tereza deu 15 voltas, 15 mais 6 é igual a 21. Isso quer dizer que a Julia correu 21 voltas.

PP: Escrevam isso de forma organizada e justifiquem por que fizeram assim. E o problema 2?

A1: Estamos pensando.

A PP dirigindo-se ao G4 encontrou-os, fazendo uso de tabelas o seguinte resultado:

1) Júlia - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21
 Tereza - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15

Júlia $9 + 12 = 21$
 Tereza $3 + 12 = 15$

Enquanto Júlia já tinha dado 9 voltas Tereza deu 3 voltas, podemos observar que antes de Tereza começar Júlia tinha dado 6 voltas.
 Para que Tereza chegue na 15 voltas ela deverá dar mais 12 voltas. Se Júlia der mais 12 voltas junto com Tereza ela chegará ao total de 21 voltas.

PP: E vocês?

A11: A gente raciocinou juntos aqui. O problema 1 ...

A10: Quando Júlia dá 9 voltas, Tereza dá 3. Então Júlia dá 6 voltas a mais que a Tereza. Construindo uma tabela, vamos aumentando de 6 em 6 até chegar que, quando Tereza acabar as 15 voltas Júlia fez 21.

PP: Que matemática vocês estão usando?

A10: Adição.

A PP continuou observando o trabalho dos alunos e percebeu que, embora eles tivessem uma ideia de resolução eles não conseguiam colocar no papel o que eles estavam pensando. Ela continuou circulando pela sala observando e estimulando-os a pensar e incentivando-os a trocarem suas ideias com os colegas do grupo. Ao se aproximar do grupo G2 ouviu a argumentação do aluno A4 e, então passa a dialogar com eles.

A4: Como elas correm na mesma velocidade quando Júlia estiver na 5ª volta a Tereza vai tá na 1ª. E assim vai. Quando Tereza estiver na 15ª, Júlia vai ter 6 voltas a mais. Vai dá 21 volta. Eu acho que é isso.

A partir dessas informações, sentimos que o conceito de proporcionalidade não lhes vinha à mente. De fato o que justificavam era uma comparação aditiva.

Entretanto o aluno A5 disse:

A5: Usamos a regra de três, mas não chegamos no mesmo resultado. Dá 45 voltas.

PP: Por quê?

A5: Eu acho que é porque elas correm na mesma velocidade.

PP: Pensem. Se elas correm à mesma velocidade o que se mantém?

A4: 6 voltas.

PP: E aí?

A4: Vai somando 6 até chegar em 21.

PP: E o segundo problema, resolve-se da mesma forma?

A5: Nesse usamos a regra de 3.

PP: Por que?

A5: Se três dólares equivalem a duas libras ... Temos uma proporção.

Ao falar em proporção, parece que esse aluno quis se referir a essa situação problema envolvendo o conceito de proporcionalidade.

A6: Três pra dois. A cada três compro dois. É só multiplicar.

A4: Também porque a taxa de cambio é a mesma para a troca entre as moedas.

PP: Escrevam o que vocês me disseram. Verifiquem se é verdade e justifiquem o que vocês concluíram

A PP se afasta deixando os alunos trabalharem. Ainda, circulando pela sala, observou que mesmo os alunos que perceberam que a primeira situação problema só se resolvia por meio da Adição e o segundo por meio da Multiplicação, não souberam justificar o porquê.

Concordamos com Cramer, et al (1993, p. 160) quando afirma que “ a componente crítica de situações proporcionais é a relação multiplicativa que existe entre as quantidades que representam a situação considerada.” Assim, com essas duas situações problema, procuramos levar os alunos a perceberem que o conceito de proporcionalidade se apresenta somente dentro de uma comparação multiplicativa.

Ao terminarem as atividades propostas, os alunos entregaram à PP a resolução de seus grupos. Ela recolhe essas atividades e pede que representantes de grupos coloquem suas conclusões na lousa.

Ressaltamos aqui que os alunos, ao representarem seus grupos na lousa, também explicavam como o grupo havia pensado o problema. Essa forma de trabalho possibilita ao aluno a oportunidade de expressar conclusões de trabalho em grupo e cria condições de discussão por parte dos demais colegas na discussão em plenária.

Consideramos importante ressaltar que, aos alunos concluírem seus registros na lousa, um aluno do grupo G2 comentou as idéias iniciais de seu grupo. A PP aproveitou essa oportunidade e pediu-lhe que fosse à lousa e colocasse essas ideias para os demais colegas. Ele argumentou que, ao perceberem o erro cometido por eles, haviam abandonaram essa ideia. Mesmo assim, a PP incentivou o aluno a apresentá-la. O aluno, então, apresentou a resolução e afirmou “quero que fique registrado que nós percebemos o erro”.

Conforme os encontros foram acontecendo, os alunos, futuros professores, foram tomando conhecimento da metodologia abordada que pedia não só a resolução do problema mas a maneira como eles poderiam trabalha-lo com os alunos. Eles foram adquirindo confiança em se expor e discutir conceitos matemáticos mesmo considerados incorretos. Vale lembrar que esse não era o primeiro caso, em que um aluno fez uma exposição considerada errada, para contribuir com o aprendizado do tema trabalhado, uma vez que o erro se apresenta como uma oportunidade de aprender.

Lembramos aqui, que esta é uma maneira de criar oportunidades para que todos possam crescer e aprender com as questões levantadas. Pois, se os erros não forem trabalhados, muitos alunos não conseguiriam, nem mesmo, detectá-los. Dentro de uma proposta de trabalho colaborativo, usando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, questões como a que registramos aqui, embora pareça irrelevante, pode se constituir em uma experiência significativa para o futuro professor de matemática.

Quatro aspectos a serem considerados é que, na resolução de um problema, os alunos, futuros professores, se envolvem em um trabalho colaborativo, discutem suas ideias, justificam o que fazem e, ainda, são levados a construir novos conceitos matemáticos. Esses aspectos fazem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas comportar-se como uma filosofia, pois nela estão implícitos aspectos cognitivos, psicológicos e sociais, focando o ensino e a aprendizagem em toda e qualquer situação que possa ocorrer em sala de aula.

8.1.11. 11º ENCONTRO: Álgebra: A Matemática e a Pedagogia

Neste encontro, o objetivo era o de discutir os valores da álgebra na educação básica, apresentando a Matemática como conhecimento algébrico e a Pedagogia como forma de ensino-aprendizagem de álgebra. Para análise deste encontro escolhemos o segundo item da Atividade Extraclasse 10 e a Atividade 2.

Atividade Extraclasse 10:

- ii) Destacar e analisar as observações feitas pelos alunos na leitura do texto: “Concepções sobre a álgebra do Ensino Fundamental e utilizações das variáveis”.

Como essa atividade se referia ao texto de 1988, deixado para leitura extraclasse e estando os alunos de posse de uma cópia, a PP iniciou as discussões perguntando aos alunos:

PP: O que é álgebra?

A6: Olha professora, com base no que eu estudei na escola, era a inclusão de letras nas operações matemáticas. Acho que não se pode definir álgebra dessa forma. Álgebra é bem mais que isso. Estudando o artigo, o próprio autor diz que não é fácil definir álgebra. Por que, mesmo você tendo letras que representam números e as mesmas operações que valem pra números valem pra letras, ainda não é fácil ter uma definição exata do que é álgebra.

A PP explicou aos alunos que escola média à qual o autor se refere no artigo, no Brasil, corresponde às séries finais do Ensino Fundamental, ou seja, ao Fundamental - 5ª a 8ª séries e continuou a fala sobre álgebra.

PP: Quando é que eu estou estudando coisas numéricas e quando é que eu estou estudando coisas algébricas?

A4: Quando eu coloco variável na operação.

PP: O que é uma variável?

A14: Letras

Para esse aluno o conceito de variável se limitava a letras. De modo geral, os alunos têm essa mesma concepção de variável. Uma variável pode ser representada por qualquer símbolo pelo qual podemos substituir os nomes de objetos que estamos considerando em uma determinada situação problema e que, muitas vezes, nem representam números.

Usiskin(1988), autor do texto analisado, lembra que

Na geometria, as variáveis muitas vezes representam pontos, como se vê no uso de, A, B e C, num triângulo, quando escrevemos „se $AB = BC$, então $\triangle ABC$, é isósceles”. Na lógica, as variáveis p e q muitas vezes representam proposições; na

análise, a variável f muitas vezes representa uma função; na álgebra linear, a variável A pode representar uma matriz, ou a variável v , um vetor; e em álgebra superior a variável $*$ pode representar uma operação. (USISKIN, 1988, p.11)

A PP chama a atenção dos alunos para os objetivos do artigo de Usiskin e repete o que diz esse texto na página 9, “que a álgebra do Ensino Fundamental -5ª a 8ª séries, tem a ver com a compreensão do significado das “letras” (variáveis) e das operações com elas, e consideram que os alunos estão começando a estudar álgebra quando encontram variáveis pela primeira vez”.

Em seguida a PP colocou na lousa as equações apresentadas pelo autor para explicar os diferentes usos dados à ideia de variável e abriu espaço para as discussões em plenária.

Reproduzimos aqui um trecho do artigo, em que o autor, já em 1988, apresenta diferentes concepções de variável para a álgebra do Ensino Fundamental 2 e que fundamentou nossas discussões em sala.

Consideremos as seguintes equações, todas com a mesma forma – o produto de dois números é igual a um terceiro:

1. $A = b.h$
2. $40 = 50x$
3. $\text{sen}x = \text{cos}x. \text{tg}x$
4. $1 = n.(1/n), n \neq 0$
5. $y = kx$

Cada uma delas tem um caráter diferente. Comumente chamamos (1) de fórmula, (2) de equação (ou sentença aberta), (3) de identidade, (4) de propriedade e (5) de equação de uma função que traduz uma proporcionalidade direta (não é para resolver). Em (1), A , b e h representam a área, a base e a altura e têm caráter de coisa conhecida. Em (2) tendemos a pensar em x como uma incógnita. Em (3), x é o argumento de uma função. A equação (4), ao contrário das outras generaliza um modelo aritmético e n identifica um exemplo do modelo. Em (5), x é mais uma vez o argumento de uma função, y o valor e k uma constante (ou parâmetro, dependendo de como é usada). Somente em (5) há o caráter de “variabilidade”, do qual resulta o termo variável. Mesmo assim, tal caráter não está presente se imaginarmos aquela equação como representação analítica de uma reta de inclinação k , passando pela origem.

O autor ainda apresenta quatro “concepções diferentes da álgebra que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis”.

1. A álgebra como aritmética generalizada;
2. A álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas;
3. A álgebra como estudo de relações entre grandezas;
4. A álgebra como estudo das estruturas.

Após discussões do texto em plenária, a PP entregou a folha de atividade para cada aluno e pediu que os alunos se dirigissem a seus respectivos grupos para trabalhar a Atividade 2 proposta para o encontro.

Atividade 2:**Situação Problema**

A área de um quadrado acrescida de oito vezes o seu lado é igual a 65. Qual o valor do lado do quadrado original?

Para esta atividade chamamos a atenção dos alunos para a importância da compreensão e interpretação do enunciado, no que se expressa com o devido cuidado aos conceitos aos conceitos de medida, ou seja, $x^2\text{cm}^2$, $8x\text{cm}^2$ e 65cm^2 .

A PP percorreu a sala de aula observando o trabalho dos alunos. Detém-se diante do grupo G5 e observa por alguns instantes o trabalho deles. Como ninguém pediu orientação, ela inicia uma conversa.

PP: Como vocês estão resolvendo o problema?

A13: Montando uma equação do segundo grau com os dados do problema.

PP: Como seria essa equação?

A13: $y^2 + 8y = 65$

PP: Lembrem-se de que estamos trabalhando com área. Como poderíamos representar essa situação?

G14: Desenhando um quadrado.

PP: Quais as dimensões desse quadrado?

A13: Como eu não sei, eu chamo de a.

Uma observação feita pela PP é que, na expressão $x^2 + 8x = 65$, tem-se impressão de que é que uma área adicionada a uma expressão linear, tendo como resultado uma área. Essa falsa impressão surge pela falta do uso das unidades de medida. Ou seja, x^2 deveria ser expresso como $x^2\text{cm}^2$ por ser $x\text{cm} \cdot x\text{cm} = x^2\text{cm}^2$ e $8x$ como $8\text{cm} \cdot x\text{cm} = 8x\text{cm}^2$, resultando na área 65cm^2 . Assim:

$$x^2\text{cm}^2 + 8x\text{cm}^2 = 65\text{cm}^2$$

$$(x^2 + 8x)\text{cm}^2 = 65\text{cm}^2$$

$$x^2 + 8x = 65$$

A PP recolheu as atividades concluídas e em seguida representantes dos grupos colocaram suas resoluções na lousa. Como fechamento da atividade, todos foram convidados a participar das discussões em Plenária. Exibimos a resolução da Atividade 2 apresentada, por escrito, pelo grupo G2.

Figura 20 - Resolução apresentada pelo grupo G2

Montando uma equação do segundo grau, com os dados obtidos do problema temos:

$$y^2 + 8y = 65 \Rightarrow y^2 + 8y - 65 = 0$$

Neste caso vamos resolver por fórmula de Bhaskara.

onde que $a=1$, $b=8$ e $c=-65$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-65)}}{2} \Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 260}}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{324}}{2} \Rightarrow y = \frac{-8 \pm 18}{2} \Rightarrow \begin{cases} y' = \frac{-8+18}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ y'' = \frac{-8-18}{2} = \frac{-26}{2} = -13 \end{cases}$$

Observe que encontramos dois valores para y , um é $y=5$ e o outro $y=-13$, mas como a área não pode ser negativa, então usaremos $y=5$, logo o valor do lado do quadrado original é $y=5$.

Destacamos aqui a importância de se utilizar as unidades de medidas em problemas como o apresentado nessa atividade 2 deste encontro. Percebe-se que o uso das unidades produziu significado para a equação que se construiu a partir dos dados do problema.

8.1.12. 12º ENCONTRO: Raciocinando Geometricamente: Geometria Plana

O objetivo geral deste encontro foi o de apresentar aos alunos problemas geométricos. Entretanto, para a análise deste encontro, escolhemos o segundo item da atividade extraclasse 11, e a resolução da atividade 2.

Atividade Extraclasse 11:

ii) Leitura e interpretação do texto dos PCN-Matemática 5ª - 8ª, 1998, p.122-128.

Como a Educação Básica será o campo de atuação dos alunos, futuros professores, a análise e a discussão desse texto teve, como objetivo, levar os alunos a perceberem a importância do conteúdo Espaço e Forma no currículo escolar da Educação Básica.

Durante as discussões surgiram alguns questionamentos sobre o uso de material manipulativo, uma vez que a maioria das escolas não possui um laboratório de matemática. Um deles foi levantado pelo aluno A10.

A10: Professora, na maioria das escolas do ensino fundamental, os alunos têm mesinhas. As mesinhas são do mesmo tamanho. Se os alunos juntarem as mesinhas... Assim, um grupo junta quatro mesinhas e fecha um quadrado, outro coloca as mesinhas assim ... seguidas, formando um retângulo. Outro, forma... uma figura qualquer com as quatro mesinhas. Depois, eles poderiam descobrir o perímetro da figura que eles formaram ... a área. Isso seria um trabalho com resolução de problemas?

PP: Lembra o que significa problema na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

A10: Hum, ... seria.

PP: Você teria um objetivo para essa atividade? Que conceitos matemáticos você proporia a esses alunos? Como você poderia avaliá-los? Que outros recursos geométricos, você poderia aproveitar nessa atividade com as mesinhas nesses diferentes formatos?

A10: (Balançando a cabeça positivamente) Certo.

PP: Você já disse que trabalharia com perímetro, área ...

A PP deu continuidade às discussões apresentando a importância da manipulação de figuras geométricas em atividades em sala de aula. Nos PCN (1998), pode-se ler que:

Atividades que exploram a composição de figuras e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrams, poliminós, fazem com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por determinadas figuras, como triângulos equiláteros, quadrados, retângulos e hexágonos regulares. Assim como a descoberta de que toda figura poligonal pode ser composta/decomposta por outra e em particular por triângulos, o que facilita o cálculo de áreas e a determinação da soma das medidas dos seus ângulos internos. (PCN, 1998, p.123)

Os alunos participaram das discussões sobre o texto, apresentando propostas de introdução aos conceitos de perímetro e de área. Entretanto, uma outra questão se levantou: Como construir um conceito novo para alunos que possuem o livro didático?

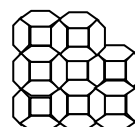
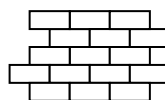
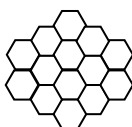
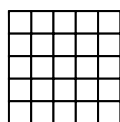
A esse respeito a PP argumentou que o livro didático pode não prejudicar o uso da metodologia em sala. O professor poderá usar o livro a partir dos problemas e das atividades nele contidas, levando os alunos a justificarem suas resoluções e discutir com eles conceitos que o livro apresenta para a resolução da atividade ajudando a formalizar esses conceitos.

Ao finalizar as discussões, a PP deu prosseguimento às atividades entregando aos alunos a Atividade 2, proposta para o encontro, pedindo-lhes que a lessem individualmente e, em seguida, com seus pares, lembrando ainda que pensassem essa atividade como um gerador de novos conceitos e conteúdos.

Atividade 2:

i)

Para revestir uma parede ou um piso, podem-se usar azulejos ou ladrilhos de formas variadas e combinadas de diferentes maneiras.



O objetivo desta atividade foi o de apresentar uma situação problema em que, a partir de sua resolução, pudesse levar os alunos, futuros professores, a elaborarem estratégias que possibilitassem a seus futuros alunos construir o conceito de área de uma superfície plana.

A PP circulou pela sala observando o trabalho dos alunos em seus grupos. O A6 solicitou a presença da PP em seu grupo e perguntou:

A6: A gente pode partir da ideia de que os alunos conhecem perímetro?

PP: Pode e, até mesmo deve, pois se a figura couber num número exato de vezes nas duas dimensões do perímetro ela cobrirá o piso. Caso contrário precisará ser acertada no perímetro.

A PP comenta que o problema não está dizendo que não se pode quebrar nenhum ladrilho e nem fala nas dimensões do piso e, então pergunta:

PP: Então, com qual das figuras vocês forrariam o plano?

A5: Se puder cortar, posso usar qualquer uma. Se não puder cortar somente o número 1 pode ser usado.

PP: E isso também dependendo do perímetro do piso. Que conceitos geométricos estão envolvidos nesse problema?

A8: Área.

PP: Pensem um pouco. Que relação se pode estabelecer entre os polígonos regulares e o plano a ser forrado?

A PP circulou pela sala dando tempo para os alunos discutirem em seus grupos. Observando o trabalho deles, percebeu que não conseguiam avançar diante da possibilidade de cortes nas figuras poligonais usadas para recobrir o plano, como argumentou o A9, representante do grupo G4 para a PP,

A9: Com todos os quatro tipos de azulejos é possível forrar o plano. O quadrado forra o plano completamente. As demais dependem de corte.

PP: Verifiquem em que situação o quadrado não depende de corte?

A verificação dessa possibilidade traria, às discussões, questões como quantidades, medidas e números reais. Nos trabalhos em grupo, os alunos não conseguiram pensar nas possibilidades de gerar novos conceitos e, ao resolver o problema proposto, ficaram presos nas representações e nas ideias de recobrimento, como mostra a solução apresentada pelo grupo G5.

Figura 21 - Solução apresentada pelo grupo G5

Para usar em um plano podemos utilizar a figura 1, 2, e 3, a figura 4 é composta por quadrado e losângulo então não conseguiremos forrar o plano.
Dependendo o plano não podemos utilizar nem a figura 2, 3 somente a 1.

PP: Passamos para o segundo item do problema.

ii)

Usando somente polígonos regulares de um só tipo, isto é, com lados e ângulos iguais, com quais deles conseguiremos forrar o plano?

Lembrando que, polígono é uma figura plana fechada formada por vértices, lados e ângulos. Polígono regular é aquele que tem lados e ângulos iguais. Quais são os polígonos regulares que permite cobrir completamente o plano?

Ressaltamos aqui, baseadas nas ideias de Lopes (1994)¹¹, que pisos pavimentados e paredes ladrilhadas são exemplos de mosaicos poligonais, que são aqueles que exibem regularidades geométricas. Dentre esses mosaicos são encontrados os chamados mosaicos regulares que são composições formadas por um único tipo de polígono. Pode-se perceber que, nesse caso, os polígonos têm todos os lados e todos os ângulos iguais.

Há também mosaicos chamados semirregulares, aqueles formados por dois ou mais tipos de polígonos regulares.

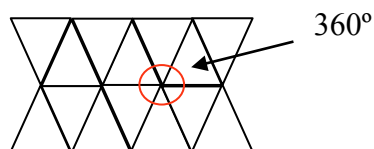
Para se obter um ladrilhamento perfeito, como nos mosaicos, a soma dos ângulos em torno de um vértice qualquer do mosaico deve medir 360° .

Quais são os polígonos regulares que servem para essa pavimentação?

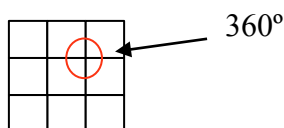
Muitos polígonos regulares servem para ladrilhar um piso. Entretanto se queremos polígonos do mesmo tipo, alguns servem.

1. Triângulo equilátero: é possível cobrir o plano só com triângulos equiláteros sem deixar buracos. Pode-se observar que polígonos cuja medida dos ângulos internos é um divisor de 360° , permitem cobrir o plano. É o caso do triângulo equilátero, onde a soma dos ângulos internos medem 180° e cada ângulo interno mede 60° . Além disso, $6 \cdot 60 = 360^\circ$.

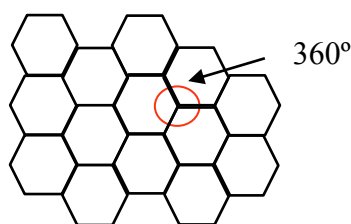
¹¹ LOPES, A.J. Matemática Atual. 6ª série. Atual editora, 1994



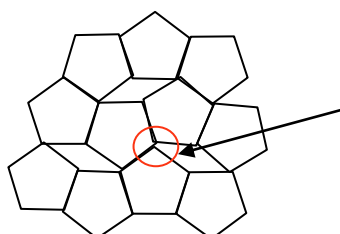
2. Quadrado: o quadrado também permite um ladrilhamento perfeito cujo ângulo interno mede 90° levando a $4.90^\circ = 360^\circ$.



3. Hexágono: no caso do hexágono, também é possível, pois o ângulo interno vale 120° e, portanto $3.120^\circ = 360^\circ$.



4. No pentágono regular, o ângulo interno vale 108° e para completar o ladrilhamento, são necessários polígonos quadriláteros para preencher os buracos.



Embora a soma dos ângulos internos, em torno de um vértice qualquer do mosaico, seja 360° , não são vértices de polígonos iguais.

E o eneágono regular? Esse não serve para cobrir o piso sem deixar buracos.

Salientamos que, essa é uma situação problema em que se podem trabalhar ideias relacionadas a polígonos regulares, ângulos de um polígono, soma dos ângulos internos de um polígono e ângulo interno de um polígono regular.

Esse é um tipo de problema que, dependendo da série trabalhada, pode-se fazer conexão com outros tópicos matemáticos. Estendendo o problema, tem-se a possibilidade de envolver os alunos em situação financeira, acrescentando questões relacionadas a preço e a quantidade de ladrilhos, constituindo-se em outros problemas.

Registramos então, uma situação problema que não havíamos planejado para nossa pesquisa. Como já mencionamos, criar um projeto para ser aplicado em sala de aula não é tarefa fácil e aplicá-lo é muito mais complexo. Há uma variedade de fatores que devem ser

considerados com muito cuidado e atenção. Entre esses fatores estão a instituição, os professores, os alunos e o programa de ensino.

Um problema surgiu, envolvendo além da PP e da PS, um terceiro professor, no 12º encontro, que durante a gravação de uma discussão em grupo, questionou sobre o destino das filmagens e quem teria acesso a elas.

A PP estranhou o questionamento, e repetiu o que estava escrito na autorização assinada por cada um deles no documento que haviam assinado. O aluno A14 comentou que outro professor da instituição, de outra disciplina, ao entregar os resultados das provas realizadas por sua turma, ao chamar a atenção para o mau desempenho de boa parte dos alunos, havia mencionado “aulas filmadas”. Pelas colocações desse professor, nossos alunos entenderam que ele possivelmente houvesse assistido às filmagens. Os alunos se sentiram traídos e o ressentimento veio à tona. A PP garantiu que nenhum professor, além dela, havia assistido as filmagens. Entretanto, o mal estar era geral.

A PP percebeu que esse imprevisto exigia esclarecimento urgente. As aplicações de nossos dois projetos estavam se encerrando e, com exceção de dois alunos, todos haviam participado de ambos. No dia seguinte a PP e a PS conversaram com o professor envolvido na questão. Esse Professor garantiu que ocorrera um mal entendido e prontificou-se a conversar com a turma no encontro seguinte, o que realmente aconteceu. Porém, foram momentos de muita tensão, pois a análise dos projetos dependia do conteúdo das filmagens.

Esse professor confirmou aos alunos que ele não havia assistido a nenhuma gravação e esclareceu o que ele quis dizer com “aulas filmadas”. Os alunos aceitaram a explicação do professor e as filmagens continuaram. Embora, esse incidente tenha tido um desfecho positivo as atividades programadas para os encontros 12 e 13 sofreram alterações.

Esse incidente reforçou o que já havia sido mencionado antes, que o trabalho de pesquisa na área educacional constitui-se num grande desafio, pois esse trabalho envolve pessoas, e pessoas pensam, têm opiniões, tomam suas próprias decisões e podem até tirar conclusões precipitadas.

Foram deixadas como Tarefa Extraclasse 12 as atividades de leitura dos textos: 7.1.Do Plano para o Espaço; 7.2. Noções Primitivas e Axiomas. Extraído do livro: Matemática do Ensino Médio. Vol.2, de Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner e Augusto César Morgado, SBM, nas páginas, 161-166.

8.1.13. 13º ENCONTRO: Raciocinando Geometricamente: Geometria Espacial

O objetivo geral deste encontro era o de levar os alunos a perceberem características e identificar propriedades de figuras geométricas espaciais. Para análise deste encontro escolhemos a Atividade 1 referente aos dois itens da Tarefa Extraclasse 12.

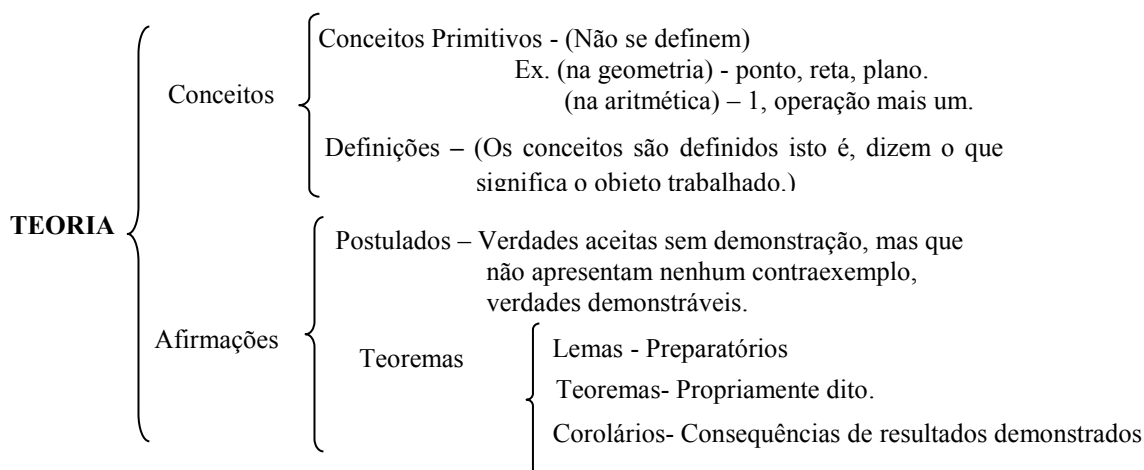
Atividade 1:

Discutir os textos deixados para leitura observando que o grande desafio de ensinar geometria para alunos do ensino Médio é fazer a transição do plano para o espaço.

Pode-se dizer, de maneira vaga, que a geometria espacial estuda as figuras geométricas no espaço. No estudo da geometria plana foram trabalhados definições e resultados geométricos no plano. A geometria espacial, da mesma forma, vai apresentar noções geométricas espaciais, e resultados geométricos espaciais.

O objetivo dessa atividade foi o de fazer com que os alunos reconhecessem a diferença de se trabalhar geometricamente no plano e no espaço e, ainda, levar o aluno, futuro professor, a perceber a importância de se trabalhar as entidades fundamentais (ponto, reta, plano, espaço) como noções primitivas trabalhando algumas das propriedades essenciais relacionadas a essas entidades.

Ao dar início a essa atividade, os alunos argumentaram que o texto deixado para leitura era bastante complicado. Sua leitura e sua escrita, com muitos postulados e teoremas enunciados não lhes permitia sentirem-se confortáveis nesse texto. As noções de conceito primitivo, definição, postulado e teorema foram discutidos em plenária.



Esse diagrama expressa o desenvolvimento de qualquer teoria. Cada teoria parte do estabelecimento dos conceitos primitivos que dizem respeito a ela. A partir deles novos

conceitos são definidos e, sobre eles, propriedades relativas ao assunto trabalhado são propostas. Algumas dessas proposições não podem ser demonstradas, mas para efeito de seu desenvolvimento, essas verdades são aceitas desde que não haja nenhum contraexemplo. Para garantir o valor da teoria criada, teoremas são formulados e demonstrados.

8.1.14. 14º ENCONTRO: A Avaliação no processo de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas

Durante os encontros avaliamos o processo de resolução de atividades e a produção dos alunos estabelecendo critérios que permitissem a avaliação contínua usando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Além dessa avaliação, nesse encontro foi realizada uma avaliação escrita, individual, conforme consta no APÊNDICE H, valendo 50% do total da nota dos alunos, conforme anunciado no Termo de Compromisso assinado por todos os alunos e confirmado pela PP, cumprindo um requisito legal.

8.1.15. 15º ENCONTRO: Processo de avaliação do projeto p₁

Para este encontro o objetivo foi o de finalizar a disciplina com a entrega dos resultados da avaliação do 14ª encontro e o desempenho de cada aluno nos encontros anteriores. Além disso, cada aluno pôde se expressar de forma escrita sobre a metodologia e seu desempenho durante os encontros.

O início desta disciplina, nenhum dos alunos havia trabalhado Matemática usando a Metodologia adotada e nem assinado um Termo de Compromisso para saber como seria desenvolvida a disciplina em sala de aula. Assim, registramos aqui trechos de relatos produzidos por alguns alunos.

- A5: Trabalhamos durante as aulas, na hora de resolver os problemas e na hora das discussões. Isso me fez perceber uma nova maneira de ver a educação Matemática. A Metodologia me trouxe uma nova concepção de ensino e de como explorar a capacidade produtiva do aluno na hora de ensinar um conteúdo.*
- A4: A metodologia usada nas aulas foi bem diferente das que estávamos acostumados em sala de aula. No início eu achei um pouco estranho. Hoje já tenho uma visão diferente dessa metodologia. Penso que essa metodologia pode ser um bom método de ensino.*
- A6: Realizamos a resolução de diversos problemas matemáticos, que a princípio nos pareciam básicos e simples de se resolver, mas que no fundo escondiam uma grande variedade de conhecimentos e técnicas de resolução que nos fez pensar cada vez mais como professores e a questionar as resoluções que foram sendo apresentadas pelos colegas. O fato de irmos para o quadro para expor nossas resoluções foi uma novidade.*

- A7: *Quanto à metodologia não posso dizer que a vivenciamos. Pois os problemas era coisa que já tínhamos visto antes. Então se me perguntarem se aprendi algo. ... Não aprendi nada de novo.*
- A10: *Aprendi muito e isso me mostrou uma nova maneira de como ensinar, respeitando e avaliando cada etapa de construção do conhecimento do aluno. É um trabalho longo. Porém, há uma grande interação entre professor-aluno e aluno-aluno. Fui prova de que realmente o aluno aprende. A princípio não tinha gostado muito, pois tomava muito tempo e exigia dedicação nas atividades, além da professora fazer com que desenvolvêssemos em grupo. Porém, com o passar das aulas fui vendo que aquilo tinha significado. Alguns processos que eu realizava automaticamente e nunca tinha parado para analisar o que estava fazendo, foi somente nessas aulas que eu percebi o que realmente acontecia.*
- A12: *Com essa metodologia pudemos expor nossas ideias, falar tanto com a professora como com nossos colegas em sala, discutindo e defendendo nossas ideias.*
- A13: *Aprendi conceitos importantes, onde eu achava que nem existia. Exemplo disso são nas equações. Estava tão acostumada a fazer de uma forma tão direta, que nem via os conceitos ali. Que, com certeza já fizeram a diferença para mim, pois apliquei esses conhecimentos explicando para meu esposo que também estuda. [...] Sobre os problemas, que resolvemos, aprendi também a pensar na generalização e na forma mais simples e organizada para poder explicar.*

Pela afirmação do aluno A7, notamos que ele não percebeu que o objetivo do projeto era apresentar uma nova forma de trabalhar um conteúdo já conhecido. Entretanto, percebemos mudanças nas concepções, desses futuros professores, com relação ao ensino-aprendizagem da Matemática para o ensino Fundamental.

8.2. Considerações Preliminares do Projeto p₁

Ao concluir o projeto p₁, apresentamos um panorama de sua realização, focando no seu significado para os alunos do curso de Tendências II, identificando quais foram os pontos que corroboraram para promover avanços e quais as limitações na concretização do nosso projeto.

Entre os pontos que caracterizamos como limitações, destacamos: a realidade de um curso noturno, constituído por alunos trabalhadores com dificuldade na aprendizagem; nosso projeto, com muitas atividades de leitura e uma extensa coleção de situações-problema. Embora esses problemas tivessem sido elaborados para contemplar conteúdos do Ensino Fundamental II, seguindo as orientações de conteúdos propostos pelos PCN -1998, o que a PP pretendia era que esses futuros professores pudessem descobrir uma forma diferente de levar seus futuros alunos a resolverem aqueles mesmos problemas, sendo coconstrutores de seu próprio conhecimento. Assegurar que esses alunos conseguiram atingir essa pretensão da PP é arriscado, entretanto, podemos avaliar a intenção dos alunos, futuros professores, em mudar a situação atual do ensino-aprendizagem-avaliação vigente.

Entre os avanços percebemos que, durante sua aplicação, os alunos aprenderam a trabalhar em grupos, participaram nas atividades propostas e discutiram como poderiam

trabalhar com seus futuros alunos. Como afirma o aluno A5 “essa metodologia me trouxe uma nova concepção de ensino e de como explorar a capacidade produtiva do aluno na hora de se ensinar um conteúdo”. Percebemos que os alunos se engajaram nos trabalhos em grupo durante as resoluções dos problemas propostos. Trabalharam, procurando descobrir e reconhecer importantes tópicos matemáticos como, por exemplo, proporcionalidade; diferentes campos numéricos; medidas e sistemas de medida; diferentes concepções de álgebra; perímetro, área e volume de formas geométricas; e, ainda, usando representações múltiplas na resolução de problemas.

As discussões, em plenária, esclarecendo dúvidas, levantando questões e buscando entender diferentes processos de resolução, consideramos que, para aqueles alunos, constituiu-se em um dos grandes avanços.

Quando alunos, como o A13 afirma “aprendi conceitos importantes, onde eu achava que nem existiam”, percebe-se que a metodologia adotada possibilitou ir além do resultado de um problema matemático e que, até mesmo alunos de graduação podem, resolvendo problemas bastante simples, aprender matemática.

Outro ponto a salientar é o fato de que essa metodologia procura dar significado à Matemática a ser ensinada, como se verifica na argumentação do aluno A10, ao escrever que “alguns processos, que eu realizava automaticamente e nunca tinha parado para analisar o que estava fazendo, foi somente nessas aulas que percebi o que realmente acontecia”.

Se, para esses alunos, os 15 encontros, trouxeram descobertas tão significativas, que benefícios poderiam acrescentar caso tivessem oportunidade de vivenciar por mais tempo essa metodologia?

Apresentamos, como sugestão, à nossa instituição, que os alunos façam uso dessa metodologia logo nos primeiros semestres do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática pois, assim, eles terão mais oportunidade de se preparar para um trabalho em sala de aula.

CAPÍTULO 9

O PROJETO p_2 : Seminários de Práticas Educativas VI

A constante indagação leva, além do aprender a aprender, à aprendizagem do cooperar com o outro, propiciando a criação de atitudes de pesquisa, pois, numa sociedade em mudança tão acelerada como a atual, somente aquele que indaga permanece atualizado. (TORRIONI; PEREZ, p.65)

A criação do projeto p_2 visa a trabalhar a Matemática do Ensino Básico, com alunos do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT-Campus Sinop, seguindo o currículo proposto pelos PCN (1998), utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas.

Entretanto, para atender à criação deste projeto, nossa proposta é a de criar estratégias e procedimentos de ensino para a componente curricular Seminário de Práticas Educativas VI, criando momentos de reflexão e de discussões através de situações-problema que levem os alunos, futuros professores, a estabelecer relações entre material concreto e conceitos, conteúdos e procedimentos de resolução para os problemas matemáticos com as quais se pretende trabalhar.

9.1. A Componente Curricular: Seminário de Práticas Educativas - VI

Para a elaboração do projeto p_2 nessa componente curricular, analisamos a proposta, os objetivos e as diretrizes relacionadas a ela. A seguir apresentaremos, conforme consta no PPC do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática de 2009, a maneira como Seminário de Práticas Educativas VI foi estruturado por seus idealizadores.

SEMINÁRIO DE PRÁTICAS EDUCATIVAS VI

Laboratório de Ensino de Matemática

Laboratório de Ensino de Matemática: Preparação de atividades, experimentos e sequências didáticas visando ao desenvolvimento de atividades de regência de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental.

Até 2009, o Laboratório para essa componente curricular era um só, destinado a Ciências da Natureza e Matemática. A partir de 2009, esse Laboratório passou a ser propriedade exclusiva do Curso Ciências da Natureza. Então, outro laboratório, específico

para a Matemática, foi construído. Aos poucos, o material, solicitado através de licitação pública, foi chegando e os professores da Matemática o foram montando.

Considerando que o Laboratório de Ensino de Matemática é um espaço importante na formação de professores de Matemática, e reconhecendo que:

Muitos foram os educadores famosos que, nos últimos séculos, ressaltaram a importância do apoio visual ou visual-tático como facilitador para a aprendizagem. [...] Não faltam argumentos favoráveis para que as escolas possuam objetos e imagens a serem utilizados, nas aulas, como facilitadores da aprendizagem. Justamente por isso, decorre uma inescapável necessidade de as escolas possuírem laboratórios de ensino dotados de materiais didáticos de diferentes tipos.
(LORENZATO, 2006, p.5)

Segundo Lorenzato (2006, p.11), um laboratório de matemática deve constituir-se de coleções de:

- livros didáticos;
- livros paradidáticos;
- livros sobre temas matemáticos;
- artigos de jornais e revistas;
- problemas interessantes;
- questões de vestibulares;
- registros de episódios da história da matemática;
- ilusões de ótica, falácias, sofismas e paradoxos;
- jogos;
- quebra-cabeças;
- figuras;
- sólidos;
- modelos estáticos ou dinâmicos;
- quadros murais ou pôsteres;
- materiais didáticos industrializados;
- materiais didáticos produzidos pelos alunos e professores;
- instrumentos de medida;
- transparências, fitas, filmes, softwares;
- calculadoras;
- computadores;
- materiais e instrumentos necessários à produção de materiais didáticos.

No primeiro semestre de 2012 os alunos das três habilitações (Física, Química e Matemática) trabalharam Seminários de Práticas Educativas V, no Laboratório de Matemática, desenvolvendo atividades com jogos e softwares matemáticos. O objetivo desse trabalho era o de preparar os alunos, futuros professores, para a regência de matemática, em que os egressos dessas três habilitações podem atuar em sala de aula do Ensino Fundamental.

No segundo semestre de 2012 os alunos das Habilitações de Física e Química cursarão a Componente Curricular, Seminário VI, desenvolvendo atividades em ciências no Laboratório de Ciências, ministrada por professores de Ciências da Natureza, enquanto que os

alunos da habilitação em Matemática, trabalharão no Laboratório de Matemática. Nessas condições, desenvolverão um projeto de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, com o objetivo de desenvolver estratégias e procedimentos no processo de ensino-aprendizagem-avaliação que possibilite aos alunos, futuros professores, perceberem as implicações (boas ou ruins) para os alunos de uma nova forma, bastante diferente da atual vigente, a de se ensinar e avaliar o conhecimento matemático no Ensino Fundamental.

9.2. A Criação do Projeto p_2

Objetivo:

A criação deste projeto de trabalho p_2 , a ser aplicado a futuros professores de Matemática tem, por objetivo, proporcionar-lhes oportunidade de realização de atividades matemáticas de natureza investigativa, utilizando o laboratório de ensino, em nível da Educação Básica, onde é possível explorar situações-problema, fazer conjecturas, argumentar, e comunicar, oralmente e por escrito, suas conclusões. Ainda, a de preparar atividades e sequências didáticas visando a relacionar teoria e prática, favorecendo ao aluno, futuro professor, a experiência da investigação da prática docente, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, contribuindo para os Seminários exigidos na componente curricular.

Justificativa:

Para a aplicação deste projeto p_2 no desenvolvimento da Componente Curricular: Seminário de Práticas Educativas VI, usaremos 30 horas/aula presenciais, utilizando o Laboratório de Ensino de Matemática e 20 horas não presenciais destinadas à formação docente dos alunos, ligando teoria e prática. Pretende-se, com este projeto, reconstruir algumas das grandes ideias matemáticas, contidas no currículo de Matemática proposto no Ensino Fundamental II, utilizando a dinâmica da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

O desenvolvimento deste projeto no Laboratório de Ensino de Matemática se justifica, uma vez que os alunos, ao se envolverem em um trabalho com materiais didáticos, têm a possibilidade da criação de situações-problema a partir deles.

Ementa:

Para elaborar este projeto **p₂** analisamos a Ementa da Componente Curricular: Seminário de Práticas Educativas VI e, a partir dela, criamos uma Ementa e um Roteiro de Trabalho abrangendo atividades matemáticas referentes ao ensino Fundamental II e, experimentos com material didático, visando a deixar o futuro professor comprometido com sua futura sala de aula.

 UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO- CAMPUS DE SINOP ICNHS- INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS HUMANAS E SOCIAIS LICENCIATURA PLENA EM CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA		
MÓDULO VI: Habilitação em Matemática 2012/2		
PLANO DE ENSINO		
TEMA: Seminário de Práticas Educativas VI		
PROFESSORA		
Carga horária total	Carga horária presencial	Carga horária não presencial
50 horas	30 horas	20 horas
EMENTA		
Laboratório de Ensino de Ciências e Matemática: Preparação de atividades, experimentos e sequências didáticas visando o desenvolvimento de atividades de regência de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental.		
DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO PROGRAMÁTICO		HORAS/AULA
Trabalhar a Matemática do Ensino Fundamental contemplando tópicos relacionados com: 1. Números e Operações 2. Álgebra do Ensino Fundamental 3. Geometria do Ensino Fundamental 4. Grandezas e Medidas 5. Tratamento da Informação		30 horas
AValiação		
Será firmado um termo de compromisso em diálogo com os alunos. Nesse documento estarão expostos os critérios de avaliação, os direitos e deveres do professor-pesquisador e dos alunos, com o objetivo de estabelecer parâmetros para o desenvolvimento e a organização das Atividades na Componente Curricular: Seminário de Práticas Educativas VI, no curso de Licenciatura Plena em Ciências Naturais e Matemática, no segundo semestre de 2012.		
BIBLIOGRAFIA		
LORENZATO, S.(Org.) O Laboratório de ensino de matemática na formação do professor de matemática . Campinas. SP: Autores Associados, 2006. SEVERINO, A.J. Metodologia do trabalho científico . 22ª ed. São Paulo: Cortez, 2002 ONUICHIC, L.R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas . In: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. 1999, p.199-218. -----, Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In: Bolema. UNESP-IGCE. Vol.3, n. 4, 1988, p.73-98. -----, A Resolução de Problemas na Educação Matemática: onde estamos? E para onde		

iremos? Artigo apresentado em Maio de 2012 na IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática, Passo Fundo, Rio Grande do Sul. Publicado em 2013 pela na Revista SANTOS, A.R. **Metodologia científica: a construção do conhecimento**. 7ª Ed. Rio de Janeiro: Lamparina Editora, 2007.

A elaboração de um projeto de trabalho em Matemática para a sala de aula não é uma tarefa fácil. Segundo Azevedo (2002), esse é um trabalho que requer acordo e harmonia de um conjunto de fatores que vão desde a construção do projeto até à obtenção de um espaço físico, passando por um conjunto de ações como preparação de materiais instrucionais, localização de um ambiente adequado e a administração do tempo destinado à sua aplicação. Para a elaboração de uma proposta de ensino-aprendizagem, no contexto de um projeto de trabalho para a sala de aula, é necessário levar-se em conta alguns aspectos como: a escolha do tema; os objetivos do projeto; a escolha da metodologia de ensino-aprendizagem adotada e a elaboração de um roteiro de atividades.

Nosso objetivo, nessa Componente Curricular, é o de trabalhar Seminário em Práticas Educativas VI, utilizando o Laboratório de Ensino de Matemática seguindo um roteiro de atividades para 15 encontros de duas horas/aula cada. Em todos os encontros propusemos atividades para a sala de aula, tarefas extraclasse e uma sequência de temas que serão trabalhados e apresentados pelos alunos, na forma de seminários, durante os encontros e em um evento organizado pela Coordenação do Curso. Nesse evento os alunos serão avaliados por uma banca composta por professores do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática e cujo resultado faz parte do histórico escolar dos alunos.

O roteiro de atividades do projeto p₂ encontra-se no APÊNDICE L.

CAPÍTULO 10

A IMPLEMENTAÇÃO DO PROJETO p_2

Lidar com um problema ou uma questão como exercício de pesquisa significa coletar informações relevantes, de maneira metódica. (LANKSHEAR; KNOBEL, 2008)

A implementação do projeto p_2 teve por objetivo trabalhar a Matemática do Ensino Básico, com alunos do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT-Campus Sinop, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas. Para atender à criação desse projeto, criamos estratégias e procedimentos de ensino para a componente curricular Seminário de Práticas Educativas VI. Através de situações-problema, seguindo o proposto pelos PCN (1998), procuramos levar os alunos, futuros professores, a estabelecer relações entre a teoria e a prática.

A criação deste projeto de trabalho p_2 proporcionou, a esses alunos, ocasiões para a realização de atividades matemáticas de natureza investigativa, utilizando o Laboratório de Ensino, em que foi possível explorar situações-problema, levantar conjecturas e argumentar e comunicar, oralmente e por escrito, suas conclusões. Os alunos prepararam atividades e sequências didáticas visando a relacionar teoria com prática, favorecendo aos futuros professores a experiência da investigação da prática docente, utilizando a metodologia citada. Para a sua aplicação usamos 30 horas/aula presenciais e 20 horas não presenciais destinadas à formação docente dos alunos desse curso, ligando teoria e prática de Matemática do Ensino Fundamental II.

Outro objetivo, para essa componente curricular, foi o de preparar seminários a serem trabalhados no Laboratório de Ensino de Matemática, seguindo um roteiro de atividades para 15 encontros presenciais de duas horas/aula cada. Para os quatro primeiros encontros, propusemos atividades para a sala de aula, tarefas extraclasse e uma sequência de temas curriculares a serem trabalhados e apresentados, pelos alunos na sala de aula, na forma de seminários. Como exigência do programa do curso, no último encontro seriam apresentados, a uma banca examinadora, sete seminários. Na verdade esse tempo seria insuficiente e, então, decidiu-se por solicitar mais um encontro para atender a todos os seminários. Para esses dois encontros o tempo disponível foi de quatro horas para cada um.

O projeto **p₂** foi inicialmente criado para ser apresentado em cinco seminários, sendo um seminário para cada tema proposto pelos PCN (1998). Entretanto, para atender às diretrizes estabelecidas pelo PPC do curso, tivemos que adaptar nosso projeto para sete seminários. Assim sendo, o tema Números e Operações e o tema Tratamento da Informação tiveram duas apresentações.

O propósito desses seminários foi o de preparar atividades, experimentos e sequências didáticas, visando ao desenvolvimento de atividades de regência de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental. Considerando o grande volume de informações obtidas, faremos uma explanação geral sobre os encontros com atividades programadas e as apresentações dos seminários em sala de aula.

10.1. Encontros com Atividades Programadas

Os quatro primeiros encontros deste projeto foram realizados no Laboratório de Ensino de Matemática, com atividades programadas para cada encontro. O objetivo desses encontros foi o de levar os alunos a realizarem atividades matemáticas de natureza investigativa e, ainda, a resolverem situações-problema propostas utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

1º Encontro:

Foi feita uma apresentação de como essa componente curricular: Seminário de Práticas Educativas VI seria desenvolvida tendo como objetivo geral a exposição de seus objetivos específicos, das diretrizes e da Proposta do PPC do curso.

A PP procurou analisar o significado de Seminário, práticas educativas e Atividades Teórico-Práticas.

A fim de poder conhecer o status do conhecimento Matemático desses alunos, a PP apresentou uma coleção de 46 situações-problema, buscando varrer conceitos e conteúdos matemáticos pertinentes ao Ensino Fundamental II. Os problemas eram bem simples para o nível desses alunos e, muitos deles, podendo ser resolvidos até mentalmente.

Os alunos deram início a essa atividade e, como não houve tempo para completá-la, ela foi deixada como Tarefa Extraclasse 1 a ser trabalhada no segundo encontro.

2º Encontro:

Escolhemos para análise, nesse segundo encontro a Atividade Extraclasse 1, em que a proposição de uma coleção de 46 situações-problema requeria um diagnóstico sobre o conhecimento matemático desses alunos e sobre a pedagogia adotada por eles para um futuro trabalho em sala de aula.

Atividade 1:

Analisar e discutir em conjunto, PP e alunos, as resoluções de uma coleção de 46 situações-problema deixadas como tarefa extraclasse 1.

Ao recolher as resoluções dos problemas, a PP observou que a maioria delas continha apenas a resposta, sem o processo de resolução. Das 46 questões apresentadas, apenas cinco alunos conseguiram ir em busca de solução, justificando o que fizeram. Pudemos notar que ainda há falta de um conhecimento matemático mais profundo, necessário a quem se propõe a ser um bom professor de matemática.

Ela devolveu aos alunos suas resoluções e lhes perguntou, qual a resposta que eles haviam encontrado para o problema 1. Eles responderam e a PP continuou pedindo a resposta dos demais problemas, apenas mencionando seu número. Como os alunos não se manifestavam a PP entendeu que, para eles, essa seria uma forma correta de se corrigir aquela atividade. Então, ela lê o problema 2.

Problema 2: Quando diminuimos 36 unidades do subtraendo, que alteração devemos fazer no minuendo, para não alterar o resto?

PP: Qual foi sua resposta, A6?

A6: Aumentar 36.

PP: Será que isso é verdade?

$$\text{Veja, } M - S = R$$

Aumentando 36 ao minuendo tem-se

$$(M + 36) - (S - 36) = M + 36 - S + 36 = M - S + 72 = R + 72$$

Diante de sua resposta, o resto ganharia 72 unidades.
Então, para não haver alteração no resto, temos que equilibrar a operação.

$$(M - 36) - (S - 36) = R$$

$$M - 36 - S + 36 = R$$

$$M - S = R$$

A PP comentou que se, em uma sala de aula, ela corrigisse a atividade apenas pedindo que os alunos dissessem a resposta do problema proposto, alguns alunos poderiam ficar com dúvidas, sem oportunidade de esclarecimento e, ainda, seria perdida uma boa oportunidade de se fixar o significado de alguns conceitos, como nesse caso, os conceitos de Minuendo, Subtraendo, Resto, Subtração e Operação.

A PP argumentou que seria muito mais proveitoso, se os alunos fossem à lousa e colocassem suas resoluções e, em seguida, juntamente com o professor da sala de aula, discutissem as resoluções apresentadas. Assim, a correção das atividades se tornaria um rico momento de aprendizagem, pois os alunos teriam oportunidade de fazer perguntas, apresentar sugestões e esclarecer suas dúvidas.

3º Encontro:

Este terceiro encontro foi programado para a fundamentação teórica de uma nova visão pedagógica para o processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Para isso foram lidos e refletidos os seguintes textos

- *A Resolução de Problemas na Educação Matemática: onde estamos? e para onde iremos?*

Para este texto, a PP chamou a atenção dos alunos ao dizer que o movimento, Resolução de Problemas, está ativo, mas ainda há muita coisa a se fazer. Destacou a importância desse termo, visto internacionalmente como um poderoso meio de se ensinar e aprender Matemática.

Na página 102 desse texto foi apresentado um roteiro de atividades destinado à orientação de professores para a condução de suas aulas. Cópia desse roteiro foi entregue aos alunos. Esse roteiro não tem a intenção de prender os professores a um conjunto de regras, mas o de lhes propor uma forma organizada para a elaboração de um plano para se passar da linguagem vernácula à linguagem Matemática e, ainda, definir a matemática necessária para desenvolver o processo de solucionar o problema, chegando à solução.

- *PCN- Matemática, 1998.*

4º Encontro:

A apresentação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, tendo o problema como ponto de partida das atividades

matemáticas, onde o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção de novo conhecimento, foi nossa intenção primeira para este encontro.

Foi escolhida a Atividade 1, que pretendia analisar um trabalho de geometria, partindo do concreto, atravessando uma resolução matemática e chegando à formalização dos conceitos pertinentes a essa área.

Atividade 1:

Dar, para cada grupo, duas folhas de papel A4 e fita adesiva. Pedir aos alunos que construam cilindros, observar os cilindros construídos e responder:

- De quantas maneiras pode-se construir um cilindro com uma folha de papel A4?
- Em sua opinião, qual dos cilindros terá maior volume? Justifique
- De que ferramenta matemática você se apropriou para resolver esse problema?
- Que “novos” conceitos matemáticos pode-se construir com a resolução desse problema?

Essa atividade foi realizada no Laboratório de Ensino de Matemática. Os alunos receberam duas folhas de papel A4 e construíram dois diferentes cilindros, como mostram as fotos abaixo e analisaram suas diferentes formas.

Fotos 6 e 7 - Alunos trabalhando na resolução da atividade proposta



Fonte: Fonte: Arquivo do registro fotográfico da pesquisadora para o projeto p₂

A PP circulou pelo Laboratório e observou o trabalho dos alunos. Em cada grupo de dois alunos foram construíram dois cilindros diferentes.

A PP iniciou uma conversa perguntando:

PP: Os volumes desses dois cilindros são iguais?

A4: Nós achamos que o volume do mais baixo é maior do que o do mais alto

PP: Por que?

A4: Bom . Eu não lembro muito bem, mas tem um conceito que diz que, da forma que você monta um sólido, tipo um cilindro, influencia no volume. Você pode otimizar ... Usar derivada, coisa assim. Nós achamos que os volumes são diferentes por causa do raio desse aqui (referindo-se ao mais baixo) é maior que esse (o mais alto).

Os demais alunos, dos seis outros grupos, afirmaram que os volumes dos dois cilindros eram iguais, pois os dois cilindros foram construídos com papel de mesmas dimensões.

A PP pediu que os alunos do grupo G7 colocassem o cilindro mais alto dentro do cilindro mais baixo e, então, o enchessem com feijão levado pela PP. Em seguida, ela pediu que puxassem o cilindro mais alto e deixassem o feijão cair no cilindro mais baixo. Ao assim procederem, sobrou espaço, ficando claro para todos os alunos, que os volumes não eram iguais.

A PP então perguntou aos alunos:

PP: O que vocês sentiram quando constataram que os volumes não eram iguais?

A6: É. A gente se engana. Tirar conclusão precipitada não é correto. O certo é fazer as contas, verificar matematicamente mesmo.

A8: Como a gente construiu os dois cilindros usando a mesma quantidade de papel, deduzimos que os volumes eram iguais. Nossos olhos nos enganaram. Não foi. Esse aqui (referindo-se ao mais baixo) tem maior volume.

A1: A gente achou também que por eles serem construídos com a mesma quantidade de papel, os volumes eram iguais. Daqui dá pra gente tirar uma conclusão... que a Matemática é exata. Não dá só pra olhar e tirar uma conclusão, é preciso provar, fazer cálculos. Só olhando, a gente teve uma ideia errada. Dá até pra usar em sala de aula, com os alunos, pra mostrar que, em Matemática, é preciso provar pra se chegar a uma conclusão.

A PP pede, assim, que eles justifiquem matematicamente a diferença dos volumes dos dois cilindros. Ao se colocarem diante da questão levantada, sobre a Matemática na qual o problema se coloca, os grupos se puseram a trabalhar e até houve cruzamento entre os grupos. Alguns alunos se lembravam das fórmulas da geometria relacionadas ao comprimento da circunferência e do volume do cilindro.

Usando uma régua os alunos mediram as dimensões do papel. Lembrando-se da fórmula do volume do cilindro, viram que precisavam encontrar o valor do raio de cada um. Depois, passaram à fórmula do volume para calcular os volumes dos cilindros. Para isso, precisaram lembrar que $C=2\pi r$ e como tinham C , o comprimento da circunferência, puderam calcular o raio.

A seguir exibimos a resolução apresentada, por escrito, pelo grupo G1.

Figura 22 - Resolução apresentado pelos alunos do grupo G1

5) Os dois pararam o mesmo volume, pois foram construídos com a mesma quantidade de papel.

9) Volume do cilindro baixo

$$C = 2\pi r$$

$$29,7 = 2 \cdot 3,14 \cdot r$$

$$r \approx 4,73$$

$$V = \pi R^2 \cdot h$$

$$V = 3,14 \cdot (4,73)^2 \cdot 21$$

$$V = 3,14 \cdot (22,37) \cdot 21$$

$$V = 1,475,07 \text{ cm}^3$$

Volume do cilindro alto

$$21 = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$r \approx 3,34$$

$$V = \pi \cdot (3,34)^2 \cdot 29,7$$

$$V = \pi \cdot 11,16 \cdot 29,7$$

$$V = 1,040,76 \text{ cm}^3$$

Os alunos nos cilindros tiveram a impressão que os dois cilindros tiveram o mesmo volume devido a mesma quantidade de papel utilizada. Porém ao verificar "matematicamente" através da fórmula de volume os cilindros comprovaram que estavam errados. Os cilindros possuem volumes diferentes.

d) Cálculo de área, volume e forma geométrica (Corpo Redondo).

Com essa atividade os alunos foram levados a matematizar uma situação problema e, usando ferramentas matemáticas, chegarem à sua resolução, justificando o que eles haviam constatado concretamente pois, como afirma Wheeler (1980,p.290)¹²

A matematização refere-se ao processo pelo qual a matemática é trazida à existência. Ela é tanto inteiramente individual, por que cada ato da matematização é um ato mental desempenhado por uma pessoa, e inteiramente universal, por que a habilidade em matematizar é uma força humana pertencente a todos. (WHEELER, 1980, p 290)

Teria sido oportuno fazer com que, ao perceberem que a razão de o cilindro mais largo e mais baixo ter volume maior, está no fato de que o raio, da circunferência da base, está elevado ao quadrado e que a altura do cilindro aparece na multiplicação e, além disso, ao fato de a potenciação fazer crescer mais rapidamente do que a multiplicação.

Destacamos que, ao concluir essa atividade, quando alunos como o A1 argumenta que “dá até pra usar em sala de aula com os alunos, pra mostrar que em matemática é preciso provar pra se chegar a uma conclusão”, percebemos o quanto pode ser benéfico, para um futuro professor, perceber, em um trabalho vivenciado por ele em sala de aula, a ligação com a construção do conhecimento matemático de seu futuro aluno. Isso nos mostra que a

¹² WHEELER, D. Mathematization: Its Nature and use in Education. Em apresentação no ICME IV em Berkeley, USA, 1980.

metodologia por nós trabalhada pode ser um caminho eficiente no preparo de futuros professores de matemática.

10.2. A Componente Curricular: Seminário de Práticas Educativas VI

A Componente Curricular *Seminário de Prática Educativas VI* é a última, de uma série de seis componentes curriculares nomeadas *Seminário de Práticas Educativas*. Cada uma delas foi desenvolvida, em um semestre letivo, a partir do 1º ano do curso de graduação. Como consta no PPC do curso de graduação.

SEMINÁRIO DE PRÁTICAS EDUCATIVAS I

Práticas de investigação e contato com diferentes formas de produção e socialização de conhecimento no e sobre o contexto local.

Seu objetivo é o de possibilitar ao ingressante no curso a experiência da prática investigativa e o contato/diálogo com diferentes formas de produzir e socializar conhecimentos no contexto local.

SEMINÁRIO DE PRÁTICAS EDUCATIVAS II

Diretrizes Curriculares de Ciências Naturais e Matemática no Ensino Fundamental e análise de textos e materiais didáticos utilizados na região de Sinop na Educação Básica.

Seu objetivo é o de conhecer e analisar propostas curriculares para o ensino de Ciências e Matemática, textos didáticos e paradidáticos e materiais utilizados na prática educativa na região de Sinop no ensino fundamental.

SEMINÁRIO DE PRÁTICAS EDUCATIVAS III

O processo de ensino-aprendizagem; Contextualização e Resolução de Problemas no Ensino de Ciências e Matemática.

Seu objetivo é o de desenvolver e analisar experiências de contextualização e resolução de problemas no ensino de Ciências e Matemática frente as diferentes concepções sobre o processo de ensino-aprendizagem;

SEMINÁRIO DE PRÁTICAS EDUCATIVAS IV

Investigação e Contextualização no ensino de ciências e matemática: construção de Modelos a partir de situações de laboratório e de situações reais.

Seu objetivo é o de desenvolver e analisar experiências sobre a investigação como proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática. Formulação e verificação de hipótese a partir de situações criadas em laboratório e situações reais.

SEMINÁRIO DE PRÁTICAS EDUCATIVAS V

Laboratório de Ensino de Ciências

Seu objetivo é o de preparação de atividades, experimentos e sequências didáticas visando o desenvolvimento de atividades de regência de ciências nas séries finais do Ensino Fundamental.

SEMINÁRIO DE PRÁTICAS EDUCATIVAS VI

Laboratório de Ensino de Matemática

Laboratório de Ensino de Matemática: Preparação de atividades, experimentos e sequências didáticas visando ao desenvolvimento de atividades de regência de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental

A novidade introduzida nesta pesquisa, na componente curricular Seminário de Práticas Educativa VI, foi a da apresentação de uma nova proposta pedagógica - a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas - vista como um caminho eficiente para o preparo de futuros professores, onde o ensino e a aprendizagem ocorrem simultaneamente e a avaliação contínua deve estar integrada ao ensino produzindo uma melhora sensível na aprendizagem.

Cada seminário foi organizado, para ser trabalhado em forma escrita e oral, seguindo a seguinte estrutura:

- introdução;
- objetivo;
- justificativa;
- fundamentação teórica sobre o tema;
- a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas;
- uma situação- problema;
- a resolução do problema e uma indicação de possível construção de conteúdo novo;
- considerações finais;
- Bibliografia.

Os temas para as apresentações dos seminários foram selecionados pela PP com base nos Conteúdos de Matemática para o Ensino Fundamental, propostos pelos PCN-Matemática - 1998. No primeiro encontro do projeto foi feito um sorteio dos cinco temas: Números e Operações, Álgebra, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, e Tratamento da Informação. Como havia sete grupos, os dois últimos grupos sorteados, receberam temas que já haviam sido sorteados. A PP explicou que eles poderiam trocar temas entre os grupos, o que aconteceu com alguns grupos. A PP estipulou prazos e tarefas para cada grupo, tanto para as apresentações orais como para os trabalhos escritos.

As apresentações desses seminários foram realizadas em dois momentos, em sala de aula e em um evento organizado pela Coordenação do Curso. Nesses dois momentos, as apresentações seguiram a seguinte ordem:

- 1º Seminário: Apresentado pelos alunos A4 e A7 no quinto encontro, sobre Números e Operações. Como proposta de trabalho para a sala de aula apresentaram uma situação-problema visando a introduzir a ordem das operações em uma expressão numérica.

- 2º Seminário: Apresentado pelos alunos A2 e A15 no quinto encontro, sobre Números e Operações. Como proposta de trabalho para a sala de aula apresentaram uma situação-problema visando a introduzir o conceito de números racionais na forma fracionária.”
- 3º Seminário: Apresentado pelos alunos A1 e A5 no sétimo encontro, sobre Álgebra no ensino fundamental II. Como proposta de trabalho para a sala de aula apresentaram uma situação-problema visando a introduzir o conceito de variável.
- 4º Seminário: Apresentado pelos alunos A3 e A11 no nono encontro, sobre Espaço e Forma. Como proposta de trabalho para a sala de aula apresentaram uma situação-problema visando a introduzir o conceito de área de uma superfície plana.
- 5º Seminário: Apresentado pelos alunos A6 e A12 no décimo primeiro encontro, sobre Grandezas e Medidas. Como proposta de trabalho para a sala de aula apresentaram uma situação-problema visando a introduzir a unidade padrão para medidas de comprimento.
- 6º Seminário: Apresentado pelos alunos A8 e A17 no décimo terceiro encontro, sobre Tratamento da Informação. Como proposta de trabalho para a sala de aula apresentaram uma situação-problema extraída da reportagem exibida no dia 10/02/2013, pelo Jornal Hoje, da TV Globo, sobre “consumismo” visando a introduzir os conceitos de porcentagem, média aritmética e representação gráfica.
- 7º Seminário: Apresentado pelo aluno A16 no décimo terceiro encontro, sobre Tratamento da Informação. Como proposta de trabalho para a sala de aula, ele apresentou uma situação-problema usando material manipulativo, visando a introduzir o conceito de porcentagem.

Os encontros 6º, 8º, 10º, 12º e 14º foram destinados à discussão sobre as apresentações. Nesses encontros, foram discutidos pontos de dificuldades, relacionados ao tema apresentado, no que se referia aos conceitos matemáticos. Além disso, a Metodologia de ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi utilizada para preparar futuros professores para trabalhar futuros alunos do Ensino fundamental.

10.2.1. Apresentação dos Seminários em sala de aula e no evento

As apresentações dos seminários programados foram realizadas em uma sala de aula, durante os encontros, pois o Laboratório de Ensino de Matemática não possuía multimídia e, ainda, em evento programado pela Coordenação do Curso.

Para cada seminário foi apresentada uma situação-problema, escolhida pelos alunos, como uma proposta de introdução de construção de conceitos matemáticos novos para uma determinada série, também indicados pelos alunos, agora vistos como professores.

Nas apresentações em sala, os alunos tiveram oportunidade de avaliar cada apresentação e, ainda, discutirem, em conjunto com a PP, pontos em que o grupo demonstrou fragilidade ou criatividade na apresentação.

Considerando que a alteração da quantidade de apresentações dos seminários, de cinco para sete, fez com que o primeiro e o segundo seminários, por tratarem do mesmo conteúdo, levassem suas apresentações para o mesmo dia. O que também ocorreu com as apresentações do sexto e do sétimo seminários.

Além disso, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi utilizada para preparar futuros professores para trabalharem com seus futuros alunos do Ensino Fundamental.

Destacamos ainda que, durante cada apresentação em sala, fez parte do processo de avaliação a própria avaliação dos seminários pelos alunos da sala. A PP preparou uma ficha contendo nove itens que deveriam ser observados durante a apresentação do seminário. Os alunos avaliavam o seminário com base nesses itens, preenchiam a ficha e a entregavam à PP, que analisava o que eles haviam avaliado e discutia, na aula seguinte, pontos dessa avaliação feita. Assim, cada aluno avaliou o seminário de seus colegas.

Figura 23 - Ficha de Avaliação dos Alunos

Avaliação de Seminário de Práticas Educativas	
Seminário nº: _____	Título: _____ Apresentado por: _____
Aluno (Avaliador): _____	
1. Apresentação:	
- O grupo se apresentou? () sim () Não	
- O grupo se identificou? () sim () Não	
2. Houve uma introdução ao tema do seminário? () sim () Não	
3. Com relação ao objetivo:	
- O grupo apresentou pelo menos um objetivo? () sim () Não	
- O objetivo foi coerente com o tema? () sim () Não	
- O grupo atingiu o objetivo proposto? () sim () Não	
4. Com relação à fundamentação teórica:	
- O grupo apresentou uma fundamentação teórica? () sim () Não	
- A fundamentação teórica foi condizente com o tema? () sim () Não	
Justifique: _____	
- O grupo usou a fundamentação teórica para justificar a aplicação? () sim () Não Justifique	
5. A ^{justificativa} apresentada foi coerente com o tema, o objetivo e a aplicação? () sim () Não	
Justifique: _____	
6. O grupo apresentou uma metodologia de trabalho para a sala de aula? () Não ()	
Qual metodologia: _____	
7. Com relação à situação-problema apresentada:	
- O grupo apresentou um problema: () sim () Não	
- O grupo apresentou uma ou mais formas de resolução para o problema? () sim () Não	
- O grupo apresentou conceitos ou conteúdos "novos" que, durante o processo de resolução do problema seria possível introduzir em sala de aula no Ensino Básico? () sim () Não	
- Que conceitos e conteúdos foram apresentados? _____	
8. Postura do grupo durante a apresentação do seminário:	
Durante a apresentação o grupo (ou elemento) se portou de modo	
() debochado	() seguro () sintonizado () confiante
() inseguro	() organizado () desorganizado () não sintonizado
9. O grupo atingiu o objetivo proposto? () sim () Não	
Justifique: _____	

Fonte: Produzida pela PP para o projeto p₂

Como em todos os seminários os alunos apresentaram a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e, ainda, uma situação-problema relacionada ao tema, escolhemos os grupos G1 e G4 para análise das apresentações desses seminários tanto em sala como no evento organizado pela Coordenação do Curso.

Escolhemos o grupos G1 por ser o primeiro grupo a se apresentar e, por esse motivo, teve dificuldade, embora, depois de muitas discussões, esse fato se constituiu como um modelo para as demais apresentações. O Grupo G4 foi o que, na opinião da PP e dos colegas de classe, foi o que mais teve melhor desempenho ao defender a Metodologia adotada.

Seminário realizado pelo grupo G1 em sala e no evento

Como esse grupo G1, formado pela alunas A4 e A7, foi o primeiro a apresentar seu seminário em sala de aula, as alunas tiveram grande dificuldade em apresentar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, pois essa era uma situação nova para o grupo, numa apresentação de seminário. Apresentar uma situação-problema geradora de novos conceitos matemáticos, para ser aplicado em uma sala de aula, de forma imaginada, foi o grande desafio desse grupo.

Entretanto, esse grupo, ao apresentar o tema Números e Operações no evento, apresentou uma situação problema a ser aplicada em sala de aula, nas séries iniciais do Ensino Fundamental II. Defenderam o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na construção de conceitos das quatro operações fundamentais, no conjunto dos números naturais, ressaltando a importância de seguir-se a ordem das operações na resolução de uma expressão numérica.

Outro ponto a ser destacado, nesse seminário, foi o fato de que, na explanação do processo de resolução da situação-problema escolhida por elas, elas apresentaram a forma com que trabalhariam sua resolução seguindo os nove passos de um roteiro, apresentado por Allevato e Onuchic (2011), com a finalidade de organizar as atividades em sala de aula, ao fazer-se uso dessa metodologia.

A seguir exibimos duas fotos da apresentação do seminário dessas alunas, no evento final programado pela Coordenação do Curso.

Foto 5 e 6 - 1º Seminário apresentado pelas alunas A4 e A7



Fonte: Fonte: Arquivo do registro fotográfico da pesquisadora para o projeto p₂

Ao finalizar sua apresentação, um membro da Banca Examinadora perguntou:

Examinador 1: Vocês pensaram em alguma situação em que pudessem prejudicar a aplicação da atividade?

A7: Dentro dessa metodologia o professor tem que estar preparado para enfrentar as situações que surgem em sala de aula, tanto em termos de conteúdo como no domínio da sala de aula.

Examinador1: Teria alguma restrição, quanto ao número de alunos em sala de aula, para se trabalhar com essa metodologia?

A4: Não

Examinador1: Seria possível usar essa metodologia em uma sala de aula com 40 alunos por exemplo?

A7: Eu não saberia te dizer porque eu não tenho experiência em sala de aula.

A4: Seria, pois os alunos estariam trabalhando em grupos. No meu estágio eu tive essa experiência de trabalhar em grupo. Usando a metodologia seria ainda bem melhor.

Examinador2: Volta lá no slide do objetivo do trabalho de vocês. (As alunas voltam e o professor lê). ..apresentar a importância na ordem das operações. Vocês apresentaram um problema, sua resolução ... tudo bem. Então eu pergunto o que é uma operação?

A4: No contexto do nosso trabalho são as quatro operações básicas, adição, subtração, multiplicação e divisão.

Examinador3: Vocês teriam alguma restrição para as operações de subtração e divisão?

A4: Na situação-problema que apresentamos, não. Nosso objetivo é apresentar a ordem das operações. Mas podemos estender o problema para as não possibilidades dessas operações nos Naturais.

As alunas desse grupo foram as que mais se dedicaram na fundamentação teórica da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Apesar da insegurança, diante dos questionamentos da Banca, como se percebe acima, foi considerado uma boa apresentação na avaliação final dessa Banca.

Seminário realizado pelo grupo G4 em sala e no evento

O grupo G4 foi formado pelas alunas A3 e A11. Na apresentação em sala, as alunas apresentaram o tema Espaço e Forma no Ensino Fundamental. Elas se dedicaram ao preparo de seu seminário, tanto com relação à fundamentação teórica quanto, na escolha de uma situação-problema geradora de um novo conteúdo relacionado ao tema. O grupo se identificou e iniciou o seminário apresentando o tema, o objetivo, a justificativa, a metodologia adotada na construção do seminário, a metodologia que usariam em sala de aula, a situação-problema, sua resolução e indicação de novos conteúdos construídos durante o processo de resolução. Com relação ao objetivo desse seminário, a A11 afirmou;

Nosso objetivo foi o de apresentar um problema gerador do conceito de área utilizando a Metodologia de Ensino-aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Utilizaremos essa Metodologia buscando, dessa forma, despertar o aluno para que ele seja parte ativa na construção do conhecimento.

Como justificativa para o seminário a A3 disse:

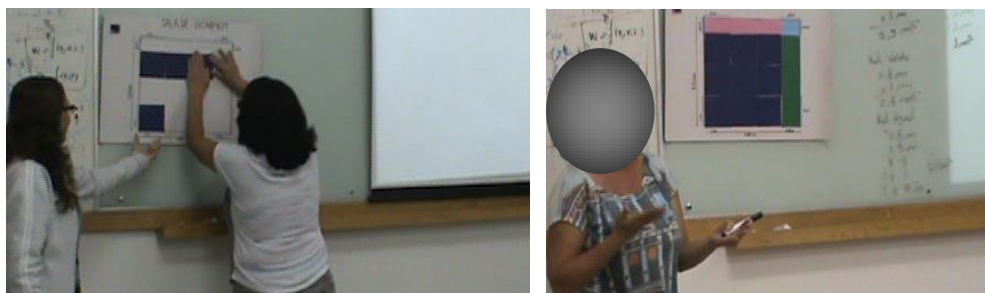
No decorrer do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, na habilitação em Matemática, temos percebido que trabalhar os conceitos matemáticos de geometria e aplicá-los em sala de aula é um grande desafio para professores estagiários. É importante o aluno desenvolver um raciocínio lógico, que lhe permita construir seu próprio conhecimento. Nesse semestre, na disciplina de Seminário, fomos desafiadas a propor um problema gerador de conceitos geométricos, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Na busca de um problema gerador nossa

intenção era a de fazer o aluno ser um agente participativo na construção de seu próprio conhecimento.

Como referencial teórico, fundamentaram-se nos PCN-Matemática (1998), Onuchic (1999), Minuzzi e Camargo (2009), Nunes (2010) e, ainda, em Alevatto e Onuchic (2011).

Nas fotos 8 e 9, aparecem as alunas apresentadoras explicando como seria trabalhada uma situação-problema com seus futuros alunos. O que elas fizeram no quadro, usando cartolinas, poderia ser feito por seus alunos em seus grupos.

Foto 7 e 8 - Apresentação do 4º seminário em sala pelas alunas A3 e A11

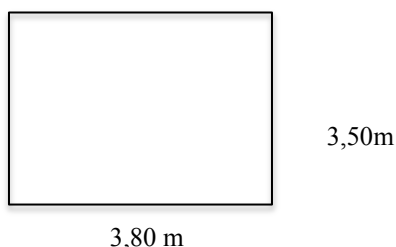


Fonte: Fonte: Arquivo do registro fotográfico da pesquisadora para o projeto p₂

Como problema gerador, apresentaram uma situação-problema geradora do conceito de área para alunos do Ensino Fundamental.

“Dona Carmem quer colocar cerâmica em sua sala. Quantas caixas de cerâmica D. Carmem precisará comprar, considerando que cada caixa contém 2m^2 de cerâmica e que sua sala possui $3,80\text{m}$ de comprimento por $3,50\text{m}$ de largura?”

As alunas explicaram aos seus colegas de sala de aula que haviam recortado uma folha de cartolina branca para representar o piso da sala de D. Carmem. Marcando as dimensões de um retângulo $3,80\text{m} \times 3,50\text{m}$, numa escala de $1\text{m}^2/100\text{cm}^2$, isso significando que cada 10cm , para a base e para a altura, correspondiam na realidade a um 1m .



Também recortados em cartolina azul, as alunas levaram quadrados medindo

$$10\text{cm} \times 10\text{cm} = 100\text{cm}^2 \text{ representando } 1\text{m}^2$$

Com eles foram cobrindo a cartolina representando o piso da sala de D. Carmem. Usando nove desses quadrados azuis nessa cobertura, restaram espaços que não mais poderiam ser cobertos, a menos que fossem recortados.

Após terem feito isso, as alunas, referindo-se ao piso, disseram que ele era medido por suas dimensões: comprimento e largura. Disseram, também, que o piso era uma superfície plana. Multiplicando o valor do comprimento pelo valor da largura encontra-se a área dessa superfície.

Fizeram, então, $3,80\text{m} \times 3,50\text{m} = 13,30\text{m}^2$,

$$\begin{array}{r} 3,80\text{ m} \\ \times 3,50\text{ m} \\ \hline 19000 \\ 1140 \\ \hline 13,30000\text{ m}^2 \end{array}$$

Como o problema diz que cada caixa de cerâmica contém 2m^2 , fazendo a divisão

$$\begin{array}{r} 13,30\text{ m}^2 \overline{) 2\text{m}^2} \\ 13 \quad 6,65 \\ 10 \end{array}$$

Procuraram saber quantas caixas D. Carmem deveria comprar. Acharam o número 6,65. Disseram também que, como não se vende caixas de cerâmica fracionadas, D. Carmem teria que comprar sete caixas, mesmo sabendo que haveria sobra.

Observaram que, dependendo da série escolar trabalhada, poder-se-ia ampliar essa situação problema, considerando as dimensões do ladrilho de cerâmica e quantos ladrilhos seriam utilizados.

Nas considerações finais disseram que esse problema poderia ser utilizado para introduzir o conceito de área. Ao se referirem a metodologia, a A11 afirmou:

Procuramos fazer uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para possibilitar, aos alunos, a construção do novo conceito e não simplesmente, aplicar uma fórmula.

Embora as alunas tivessem tido dificuldade em se posicionar como professora, apresentando um seminário em que expuseram uma situação não vivenciada em uma sala real, nas avaliações dos colegas, o seminário foi considerado bom.

A apresentação desse seminário foi significativa, pois as alunas exploraram a Metodologia e, ainda, no processo de resolução, apelaram para o uso de material manipulativo.

Num trabalho pós-apresentação desse seminário em sala de aula, as alunas desse grupo, G4 prepararam-se, sobre esse mesmo tema, para a apresentação de um novo seminário, então no Evento de final de Curso. Elas buscaram orientação para essa nova exposição junto à PP, em horário de aulas, fora delas e até mesmo por e-mail.

Assim, no Evento de final de curso, elas mantiveram o problema do piso de Dona Carmem, envolvendo pavimentação. Além disso, observaram a importância de se trabalhar nele fazendo uso de medidas no contexto da resolução do problema, usando agora a multimídia, para explicar o conceito de área. A vantagem de se utilizar a tecnologia foi a de, com mais facilidade e rapidez, apresentar os passos relativos à visualização e o processo da resolução do problema. Faremos, a seguir, um breve relato da apresentação dessas alunas nesse evento.

A aluna A3 disse que

Este trabalho foi programado para ser trabalhado, nas séries finais do Ensino Fundamental, para desenvolver nos alunos o conceito de área.

Procuraram na introdução do tema, desenvolver esse tópico da geometria para alunos que já dominavam as quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão. Disseram que:

Este trabalho pretende envolver o conceito de área, aproximando a geometria formal estudada na escola com a geometria empírica encontrada em atividades do dia-a-dia, observando dois objetivos:

- *pesquisar sobre a Metodologia de ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas;*
- *apresentar um problema gerador do conceito de área, utilizando essa metodologia.*

E querendo justificar, suas pretensões para o seminário, levantaram a seguinte questão, dita pela A11:

Qual seria a nossa justificativa? Em nosso curso, durante os estágios, a gente tem percebido que trabalhar geometria é um grande desafio para os professores. É papel do professor e da escola que o aluno precisa desenvolver o raciocínio lógico, que permita a ele construir seu próprio conhecimento. E, neste 6º semestre, no seminário VI, a gente foi desafiadas pela PP. Vamos dizer, assim, que foi um desafio, para nós, propormos um

problema gerador que buscasse ... que a gente trabalhasse a questão de conceitos geométricos através da resolução de problemas.

Ainda a A3 disse:

Bom, para isso, a gente tentou se embasar nos PCN-1998, que trazem dois objetivos que se encontram bem dentro do que a gente está falando. 1) Procurar desenvolver o pensamento geométrico através de situações que envolvam a ampliação e a redução de figuras. 2) Desenvolver a competência métrica, utilizando a unidade de medida mais adequada para determinada situação observando as diferentes unidades de medidas.

Ainda, para complementar, falamos um pouco da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, vista numa revisão da literatura.

No Brasil, o GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, da UNESP de Rio Claro, desde 1992 trabalha essa metodologia.

Disse a A11:

Para Nunes (2010), na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o aluno deve seguir alguns passos para atingir o conhecimento. Esses passos seriam: compreender o problema; saber tomar decisões, observar o que eu posso utilizar e o que eu não posso; tendo como base que se pode estabelecer relações com o que você já viu em conteúdos anteriores; saber comunicar seus resultados; como na metodologia se utiliza grupo, socializar seus pensamentos com os colegas de grupo; ser capaz de usar técnicas já conhecidas.

Falando sobre o problema gerador proposto por elas a A3 disse:

Bom, agora, o nosso problema gerador. “Para pavimentar a sala de sua casa, quantas caixas de cerâmicas Dona Carmem precisa comprar, considerando que cada caixa contém 2m^2 de cerâmicas, sabendo que a sala dela tem o formato retangular e que mede 3,80 m de comprimento por 3,50 m de largura?”

Dando continuidade a A11 disse:

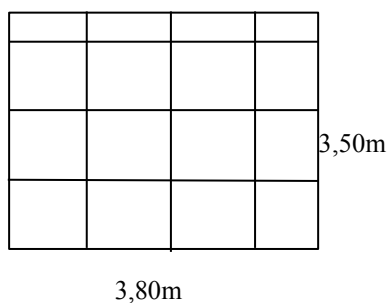
E agora? Quais os meios que podemos empregar para solucionar o problema de D. Carmem? Vocês perceberam que em momento algum nós mencionamos a palavra área? Porque esse é um conceito que o aluno vai construindo durante o processo de resolução. Então a gente vai trabalhando aos poucos com o aluno. Primeiro passo, é fazer com que o aluno entenda o que o problema pede.. Bom, ele tá falando de pavimentação, mas o que é pavimentação? Então a gente pode ver que, dessa forma, a gente pode trabalhar com o aluno esses conceitos, questionando ele. Então o professor vai interagindo com os alunos, vai questionando...

Outra coisa que poderíamos estar tentando fazer ele entender é a questão do metro quadrado. Dizer que essa é a superfície do quadrado. Dizer que, em geometria, o quadrado é uma unidade de medida de área de uma superfície e, no nosso caso, um quadrado mede 100cm^2

O que é um retângulo? Um retângulo é um quadrilátero em que todos os seus ângulos são retos. Ainda, no problema, apareceu a palavra largura e comprimento é importante trabalhar essa questão também.

Então a partir disso o que a gente poderia propor para os alunos? Em conversa com eles, seria a de quadricular essa figura (mostrou o retângulo, no slide), que é a sala de D. Carmem. Então como a gente faria? Com quais medidas a gente iria quadricular?

A3: Nesse caso a gente poderia tá falando que a sala de D. Carmem mede 3,80m por 3,50m, então seria interessante a gente trabalhar com m^2 . E assim a gente teria essa forma. (Mostrou na tela a seguinte figura)



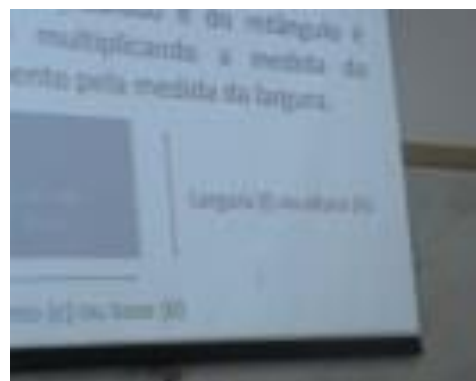
Mas a gente também vai perceber que não dá pra dividir toda a sala, de D. Carmem, em quadrados iguais de $1m^2$. Na escala $1m^2/100cm^2$ vamos ter figuras diferentes também.

A11: A gente dividiu em quadradinhos de $1m^2$, na escala de 1/100, a gente vê:

- 9 quadradinhos de 1m por 1m;
- 3 retângulos de 1m por 0,80m;
- 3 retângulos de 0,50m por 1m; e
- 1 retângulo de 0,50m por 0,80 m.

Como se pode ver nas fotos

Foto 9 e 10 - 4º Seminário apresentado pelas alunas A3 e A11



Fonte: Fonte: Arquivo do registro fotográfico da pesquisadora para o projeto p2

A3: Vendo nesse problema, que o aluno pra entender, ele tem que cobrir a superfície. Ele vai contar 9 quadradinhos de 1m por 1m. Multiplicando lado com lado ele tem

$$1m \times 1m = 1m^2$$

$$9 \times 1m^2 = 9m^2$$

Como pra ele encontrar esse valor a gente tá multiplicando lado por lado, então nos verdes a gente tem 3 retângulos verdes medindo, então

$$\begin{aligned} 0,80m \times 1m &= 0,80 m^2 \\ 3 \times 0,80m^2 &= 2,40m^2 \end{aligned}$$

Agora nos amarelos temos, 3 retângulos de lados 1m por 0,5m assim,

$$\begin{aligned} 1m \times 0,5m &= 0,5m^2 \\ 3 \times 0,5m^2 &= 1,50 m^2 \end{aligned}$$

E ainda, um retângulo vermelho de 0,8m por 0,50m, fazendo a multiplicação teríamos:

$$0,80m \times 0,50m = 0,40m^2$$

Somando todas essas áreas, teríamos:

$$9m^2 + 2,40m^2 + 1,50 m^2 + 0,40m^2 = 13,30 m^2$$

então, $13,30m^2$ seria a área da sala de D. Carmem.

Continuando ... a gente tá procurando quantas caixas de cerâmicas ela deve comprar. Como cada caixa tem $2m^2$, então ela teria que dividir $13,30m^2$ por $2m^2$, assim

$$13,30m^2 \div 2m^2 = 6,65$$

$$\begin{array}{r} 13,30m^2 \quad | \quad 2m^2 \\ 13 \quad 6,65 \\ \hline 10 \end{array}$$

Resultaram 6,65 caixas. Mas como a caixa de cerâmica só é vendida por completo, na maioria das vezes, então D. Carmem terá que comprar 7 caixas.

Al1: A gente pode perceber que existe um meio mais fácil de descobrir a área da sala de D. Carmem. Então se eu pegar o comprimento da sala de D. Carmem que é de 3,80 m e multiplicar pela largura que é de 3,50m eu também vou obter o mesmo resultado ou seja $13,30m^2$.

Agora nesse momento a gente faz a generalização. Fazendo lá com os quadradinhos a gente percebeu que a área é a medida quadrada de uma superfície plana. E que agora ... nesse momento também a gente pode tá falando pro aluno que, além do metro quadrado existem outras formas de medidas de se calcular a área, por exemplo cm, se fosse numa outra situação.

E aí a gente poderia nesse momento explicar que existe uma fórmula pra calcular a área de um retângulo.

$$\text{Área} = \text{comprimento (ou base)} \times \text{largura (ou altura)}$$

Finalizando a apresentação do seminário a A3 disse:

Pra terminar percebemos que trabalhar com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problema permite que o aluno busque novas formas pra resolver o problema. E ao professor agir como mediador das discussões.

Banca examinadora:

E1: Olha ... eu gostei. Eu vou dizer que o trabalho de vocês ... a apresentação foi boa. Vocês foram cuidadosos na metodologia, em dizer que conteúdo vocês iam abordar, a ilustração ficou ótima. Só tem uma coisinha que eu gosto e que vocês falaram no início e deixaram escorregar. Volta lá ... quando vocês falam de quantas caixas de cerâmica. (as alunas procuram e mostram ao professor). Isso!

Olha! Isso é o que a gente chama de tomada de decisão. Quantas caixas vou comprar 6 ou 7? Essa é o que se chama de tomada de decisão. Vocês poderiam ter explorado mais isso.

E2: Foi muito boa a apresentação de vocês. Mas tem um porém, vocês nunca colocaram piso né?

A3 e A11: Não

E2: Pois é, às vezes é necessário bem mais que uma caixa a mais. Pois se perde muito na hora de cortar. Mas foi bom.

Essas alunas apresentaram um grande avanço entre a apresentação em sala e a apresentação no evento. Elas tiveram muita dificuldade em propor uma situação-problema em que elas deveriam sugerir como trabalhar em sala de aula. Entretanto, elas se empenharam em cumprir as exigências da PP. Esse seminário foi considerado pela Banca Examinadora convincente na defesa da aplicação da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

10.3. Apresentação dos Seminários no Evento

Nos dias 23 e 24 de Abril de 2013, os alunos apresentaram os seminários em evento aberto para todos os alunos da universidade e avaliados por três professores do Instituto. Cada avaliador recebeu uma ficha contendo o título do seminário a ser apresentado e o nome dos autores. Cada seminário foi avaliado com base nos seguintes itens:

Figura 24 - Ficha de Avaliação

Avaliação de Seminário de Práticas Educativas VI						Data ____/____/____					
Título: _____						Autores: _____					
Professor(a) Avaliador(a): _____											
Marque com um (●) no quadro referente à pontuação obtida no item indicado											
1. Apresentação e identificação do grupo.....	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2. Introdução ao tema do seminário.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3. Coerência entre o objetivo e o tema	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4. Coerência entre a justificativa apresentada e o objetivo.....	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5. Coerência entre a metodologia de pesquisa e o objetivo.....	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6. Com relação à aplicação (problema)											
- apresentação da resolução do problema.....	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
- a sugestão de conceitos ou conteúdos “novos” que, durante o processo de resolução do problema, seria possível introduzir em uma sala de aula do Ensino Básico.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7. Postura do grupo durante a apresentação do seminário:											
- segurança	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
- organização	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
- sintonia.....	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8. Fundamentação teórica;	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9. O uso da fundamentação teórica para justificar a aplicação.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Fonte: Produzida pela PP para o projeto p₂

Cada avaliador expôs suas considerações de forma oral e por escrito, observando quais os itens em que o grupo apresentou fragilidade e em quais pontos o grupo se destacou.

Os sete seminários foram apresentados nos dois dias do evento.

10.4. Considerações preliminares do Projeto p₂

Sendo o grande foco de nosso projeto p₂, a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em sala de aula, nosso maior desafio foi o de preparar os alunos para a apresentação de seminários em que eles deveriam apresentar uma situação problema geradora de novos conceitos para a sala de aula do Ensino Fundamental.

A proposta de nosso projeto p₂, para as apresentações de seminários, foi diferente da forma usual de suas apresentações e, ainda, eles não tinham nenhum conhecimento da metodologia de aplicação em sala de aula, proposta pelo projeto. Além desses, vários outros fatores se apresentaram desafiadores como, por exemplo, período de tempo muito curto para o preparo dos seminários e os alunos sem tempo durante o dia. Isso demandou um grande esforço por parte dos alunos.

Entretanto, em meio a tantos desafios, vale ressaltar que os alunos se empenharam nesse preparo. Eles aproveitaram os finais de semana, os feriados, o tempo após as aulas e o tempo entre o término do serviço e início das aulas para preparem seus seminários e obterem orientação da PP. Além disso, eles, também enviavam à PP suas versões por e-mail, para que ela fizesse as devidas correções e sugestões e, assim, pudessem obter uma orientação no encontro seguinte.

O resultado desse empenho pôde ser percebido nas apresentações realizadas no evento final, perante uma banca composta por três professores, em que eles tiveram que dar explicações sobre o uso da metodologia na resolução de problemas em que eles haviam proposto para a sala de aula. É importante lembrar que, como eles não tiveram a oportunidade de aplicar em sala de aula os problemas que haviam proposto, eles se reportaram à sua própria experiência com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas durante a aplicação do projeto p_1 . Isso ficou evidente quando, na apresentação do seminário final, esse fato foi manifestado nas falas dos alunos. Registramos aqui a fala de representantes de dois grupos, G4 e G1 durante a apresentação final. O representante do grupo G4 afirmou, diante da banca examinadora, que “Foi difícil, pra nós, preparar esse seminário. Nos anteriores Seminários de Práticas Educativas I, II, III, IV e V, apresentávamos resultados de alguma aplicação. Nesse, não tínhamos nenhum resultado de sua aplicação em sala de aula, tivemos que nos apoiar em nossa própria experiência nas aulas de Tendências”. O grupo G1 também se manifestou dizendo que “ficou mais fácil entender o que tínhamos que fazer no seminário, quando percebemos que poderíamos usar a maneira como a PP havia trabalhado conosco nas aulas de Tendências.”

Isso mostra que, essa metodologia se apresenta como um caminho que vale a pena ser trilhado na busca da construção do conhecimento matemático. Quando o aluno, futuro professor, a vivencia em sala de aula, ele consegue, mesmo que de forma idealizada, pensar em sua aplicação a seus futuros alunos. Não podemos prever o efeito dessa experiência na vida profissional desses futuros professores. Entretanto, foi-lhes proporcionada a oportunidade de poder escolher como querem trabalhar com seus alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Lidar com mentes humanas é a mais bela obra em que já se ocuparam os homens.” E.G.White

Vivemos na era da incerteza, amedrontados pelo fantasma da insegurança social e da incapacidade diante da impunidade. O que hoje é considerado bom e útil, amanhã pode ser considerado ultrapassado e de pouca utilidade. Poderíamos aqui exemplificar essa temeridade nas diferentes esferas sociais, entretanto, nos limitaremos à esfera educacional, nosso fenômeno de interesse e de investigação.

Nunca se falou tanto na importância da educação para o crescimento de uma sociedade justa e, nunca antes presenciamos tanta injustiça. Interesses e motivos protagonizam papéis antagônicos. Se por um lado temos uma ala dessa sociedade, cujos esforços estão concentrados na melhoria da educação por acreditarem que esse é o caminho para uma sociedade melhor e mais justa, por outro temos o descrédito e o conformismo que gera a violência passiva. Essa passividade mata, silenciosamente, grande parte do futuro da nação, ao não dar o devido crédito ao objeto central da educação: o aprendiz.

Muito tempo e recurso são despendidos com poucos resultados. Por que isso acontece? Por que os holofotes educacionais não estão direcionados para o centro da questão, mas apenas o tangencia, girando da esquerda para a direita, sem atingir o centro. Precisamos chegar ao centro. Uma maneira de se chegar ao centro da questão educacional é atingir a formação inicial do professor, pois nessa fase ele também é um aprendiz. De sua capacidade, habilidade e influência depende a formação de cidadãos brasileiros e, para tanto, ele não pode se sentir satisfeito apenas em transmitir conhecimento.

O professor é alguém que leva o aluno a pensar. Todo professor, de qualquer área, tem essa responsabilidade. Entretanto, nos ocuparemos em traçar um caminho para o professor de Matemática por ser nossa área de atuação.

Constantemente ouvimos sobre a necessidade de se ter bons professores de Matemática em nossas instituições de ensino em todos os níveis. Assim, fomos investigar sobre o que significa ser um bom professor de Matemática. Entrevistamos quatro professores de Matemática da UFMT- Campus de Sinop, queríamos saber, na visão deles, o que significa um bom curso de formação de professores. O P1, primeiro professor a ser entrevistado,

argumentou que “um bom curso de formação de professor é aquele que prepara o professor para a Escola Básica”. Concordamos com o P1 e, ainda, acrescentamos que a educação precisa ser forte em suas bases, pois só assim teremos melhor qualidade de ensino em todos os níveis subsequentes. Nesse sentido, na busca de resposta para a nossa pergunta de pesquisa - *“como preparar o futuro professor de Matemática da UFMT-Campus de Sinop, para a construção do conhecimento matemático necessário a um professor de Matemática do Ensino Básico?”* - percebemos que, além do conhecimento matemático, outros conhecimentos são necessários à formação desse professor. Ao investigar quais seriam esses conhecimentos nos deparamos com diversos autores que abordam essa necessidade e, então, decidimos nos limitar a quatro tipos de conhecimento que julgamos serem importantes para o preparo do professor de matemática que atuará no Ensino Básico: o educacional, o pedagógico, o curricular e o profissional. Defendemos que esses quatro tipos de conhecimento devem ocupar o mesmo patamar, porém, ocupando lugares bem definidos.

O professor precisa conhecer muito bem seu local de trabalho, a metodologia que adota, seu verdadeiro papel no ensino e o conteúdo específico de sua formação. Entretanto, se esses conhecimentos estiverem desfocados do objeto de ensino, o aluno pouco avança. Com relação ao aluno, é preciso trabalhar em sala de aula de modo a levá-lo a pensar, agir por si mesmo e a tomar suas próprias decisões.

Para o professor de Matemática, um caminho poderá ser uma formação que lhe propicie a oportunidade de aprender a dar significado àquilo que ensina e a responder, de forma confiante e segura, quando interrogado sobre a razão da aquisição de conhecimentos matemáticos específicos.

A Matemática tem desempenhado um papel importante na resolução de problemas nos diferentes segmentos da sociedade e tornar seu ensino mais eficiente é questão prioritária. Percebe-se que a resolução de problemas tem ocupado papel de destaque nos currículos. As recomendações curriculares se multiplicam no sentido de levar, aos interessados pela educação, a importância da resolução de problemas para a sala de aula.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o problema é o ponto de partida na construção de novos conceitos e conteúdos matemáticos. Além disso, durante a resolução de um problema, o professor pode se apropriar dos recursos da História da Matemática, de Jogos, da Tecnologia, de Material Manipulativo, da Heurística e outros, se necessário for. Diante dessa abrangência, como já mencionamos em nossa pesquisa, a Resolução de Problemas passa a ser vista como uma Filosofia da Educação Matemática.

Pesquisas vêm mostrando sua eficácia para o processo de ensino-aprendizagem e, apesar disso, caminhamos a passos lentos para a sua aplicabilidade efetiva em sala de aula. Embora professores, educadores e pesquisadores defendam a resolução de problemas, assumir uma ação efetiva em sala ainda é um entrave.

Neste trabalho de pesquisa apresentamos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como um caminho eficiente para o ensino-aprendizagem e defendemos sua utilização nos cursos de formação inicial de professores.

Durante a realização de nossa pesquisa, aplicamos dois projetos, p_1 e p_2 , em uma turma de sexto semestre do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, da UFMT- Campus de Sinop. Para isso, duas professoras da Instituição nos cederam espaço para a aplicação desses dois projetos em suas respectivas salas de aula. Nosso objetivo com esses dois projetos foi o de verificar a potencialidade dessa metodologia no preparo do futuro professor de matemática.

No projeto p_1 , os alunos, futuros professores, tiveram oportunidade de vivenciar essa metodologia em sala de aula e, além disso, leram e discutiram textos relacionados a ela, durante 15 encontros com duração de três horas cada. Nesse primeiro projeto nossa pretensão era a de fazer com que os alunos adquirissem conhecimento sobre a metodologia que tínhamos adotado em nosso projeto, para uso em sala de aula. Essa metodologia era desconhecida dos alunos, eles não tinham hábito de trabalhar em grupos, de irem à lousa partilhar seu conhecimento com seus colegas de sala de aula. Esse fato, foi novidade para eles. Também lhes causaram impacto os momentos de discussão em plenária. Ao analisar o que os alunos escreveram, no último encontro, sobre a metodologia de trabalho em sala de aula, pela fala do A10, percebemos o quanto era novidade para eles esse trabalho.

Até o momento eu nunca tinha ouvido falar nessa metodologia. É uma maneira em que ocorre o ensino e a aprendizagem em um mesmo momento e ocorre também a avaliação. É um processo onde o aluno constrói seu conhecimento e o professor o guia para que ocorra a aprendizagem. Nesta metodologia é avaliada cada etapa dessa construção. É um método muito significativo, pois aprendi que o ensino ocorre de diversas maneiras.

Esse aluno participou, durante as aulas, indo para a lousa, fazendo perguntas e demonstrando interesse pela metodologia em sala de aula. Em seu relatório final ele argumentou assim “eu usaria essa metodologia em sala de aula, pois ela torna o ensino-aprendizagem significativo.”

Mesmo assumindo que poderiam ter dificuldade em aplicá-la no Ensino Fundamental, os alunos concordaram que essa metodologia pode ser um caminho na busca de um ensino-aprendizagem produtivo em Matemática.

Durante a aplicação de nosso projeto, tivemos a participação da PS em sala de aula que, além de nos ceder espaço para a aplicação desse projeto, empenhou-se em acompanhar o trabalho desses alunos durante a aplicação do nosso projeto. Decidimos, então, entrevistá-la para saber o que ela havia percebido, com relação aos alunos, durante o processo de aplicação do projeto, uma vez que os alunos haviam afirmado não terem tido antes conhecimento da metodologia adotada. Assim, transcrevemos abaixo, trechos dessa entrevista a nós concedida, após a finalização da aplicação do projeto p₁. Pedimos que ela nos falasse um pouco sobre a reação da turma com relação ao projeto e, e então, ela afirmou que:

Essa é uma turma que sempre teve dificuldade, tanto em relação ao conteúdo matemático, como nas práticas que eles tinham que desenvolver pra formação profissional deles. Eles têm consciência disso. Então eles ficaram muito apreensivos. Mas, no decorrer do curso eles foram mudando de postura e eu percebi, tanto na fala como na postura deles, que eles mudaram de concepção.

Eles acabaram se incorporando no processo e eu acredito que, diante dos desafios e da identificação das próprias dificuldades, eles avançaram diante de conteúdos matemáticos que eles não dominavam o suficiente para trabalhar em sala de aula no fundamental. A produtividade deles nesse sentido foi muito grande. Eles acabaram interagindo durante o processo e viram os benefícios que poderiam ter para a formação deles.

Com relação ao processo de trabalho em sala de aula ela comentou:

Eu percebi que eles tiveram muita dificuldade, nas primeiras atividades, em seguir todos os passos que a metodologia propõe. Porém, no decorrer das aulas eles acabaram incorporando essa forma de trabalho que passou a ser considerada como um processo natural. Então, eu creio que eles evoluíram pra melhor. Diante de tudo o que eles tinham que produzir, das discussões em plenária, quando eles vinham para o quadro e colocavam a forma que cada grupo tinha resolvido.

Ressaltamos que a PS observou todo o processo de trabalho com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em sala de aula. Com a participação do projeto p₁, ela confessou que:

Eu me identifiquei muito com o projeto, porque é uma coisa que eu idealizava como pesquisa também. Eu fiquei muito feliz por ter participado do projeto porque ele me oportunizou abrir as ideias pra muitas coisas que eu ainda estava amadurecendo.

Vendo o progresso dos alunos e tudo o que eles aprenderam durante o processo na resolução de problemas, eu firmei mais ainda minha ideia nessa linha. Por que eu vi que dá certo. A participação nesse projeto contribuiu pra eu ter essa visão mais profunda sobre essa metodologia.

Sobre o projeto p₂, na componente curricular Seminário de Práticas Educativas VI, com exceção de dois alunos, os demais também participaram do projeto p₁. Os quatro primeiros encontros foram dedicados à preparação dos alunos, de modo a levá-los a entender

a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, através de leituras e resolução de situações-problema.

Os alunos já tinham uma certa experiência em preparar e apresentar Seminários, visto que este era o 6º de uma série na linha de Práticas Educativas. Entretanto, neste a dificuldade foi a de preparar um seminário em que eles deveriam apresentar uma situação-problema geradora de um conceito novo e usar uma metodologia que eles ainda estavam em processo de aprendizagem.

Na primeira apresentação em sala de aula, pelo grupo G1, os alunos estavam muito inseguros e os colegas tiveram dificuldade em avaliá-los pois, também, esse instrumento era novo para eles. Nos encontros seguintes, com base na apresentação e avaliação dos colegas e com as orientações recebidas da PP, os grupos foram se aprimorando e buscando melhorar seu conhecimento matemático e sua forma de ensinar.

A cada seminário apresentado em sala de aula, pudemos perceber que os alunos estavam mais desenvolvidos e conscientes quanto às orientações dadas. Pois, ao longo do curso, os alunos foram se empenhando de forma significativa na aplicação da metodologia em sala de aula e nos conceitos gerados pelas situações-problema propostas por eles.

Até mesmo o A7 do projeto p_1 , que havia escrito na folha de auto avaliação, no último encontro de tendências “não aprendi nada de novo”, em conversa informal argumentou que “gostaria de ter vivenciado essa metodologia em uma disciplina como Álgebra Linear, Geometria Analítica e Cálculo”, conteúdos que, para ele, num curso de graduação seria “novo”. Ressaltamos que o que estávamos apresentando não era um novo conteúdo, mas uma “nova forma” de trabalhar um conteúdo “já conhecido”. Percebemos que, para esse aluno, o novo nas aulas de Tendências era o conteúdo.

Entretanto, essa argumentação nos alertou para o fato de que, sendo possível, ao aluno, vivenciar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em cursos de graduação logo nos primeiros semestres, ele poderia obter grande benefício em todos os demais períodos do curso. Pois, embora com todas as falhas e intempéries na aplicação desses dois projetos, pudemos perceber um avanço significativo no conhecimento matemático desses alunos. Se essa metodologia fosse parte integrante do curso de graduação, o benefício seria bem maior.

A realização simultânea desses dois projetos, se nos apresentou como um grande desafio: alunos com dificuldade em conteúdos matemáticos; estudantes noturnos; trabalhadores; o uso de uma metodologia que os alunos estavam vivenciando pela primeira vez ... Dois projetos simultâneos com caráter diferente. Oferecer uma tendência nova e

preparar os alunos para apresentar seminários defendendo uma metodologia com pouca vivência, onde eles deveriam escolher problemas, procurar vários métodos de resolução, definir quais conteúdos construiriam com aquele problema, são objetivos que deveriam ser atingidos.

Diante das conclusões parciais de nossos dois projetos p_1 e p_2 e portanto, do projeto P , defendemos a tese de que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é um recurso potente, no preparo do futuro professor de Matemática, do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT-Campus de Sinop. Assim, chegamos à resposta de nossa pergunta da Pesquisa, “Como preparar o futuro professor de Matemática da UFMT- Campus de Sinop, para a construção do conhecimento Matemático necessário a um professor de Matemática do Ensino Básico?”.

Concluimos que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas se apresenta como um caminho eficaz nessa preparação. Entretanto, ressaltamos que, quanto mais cedo, na sua formação inicial, o aluno tiver contato com essa metodologia ele poderá se beneficiar de sua eficácia, tanto como aluno quanto como futuro professor de matemática para a Educação Básica.

Deixamos como proposta para nosso curso de formação de professores, que os alunos tenham oportunidade de vivenciar essa metodologia desde o primeiro semestre do curso de Licenciatura. Em termos de Educação, precisamos nos arriscar, enfrentar os desafios e ir em busca daquilo que acreditamos ser o melhor para o ensino-aprendizagem-avaliação da Matemática.

REFERÊNCIA

- ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 1998.
- ASTI VERA, A. **Metodologia da Pesquisa Científica**. 6ªed. Porto Alegre, Editora Globo, 1980
- AZEVEDO, E.Q. **Ensino-Aprendizagem das Equações Algébricas através da Resolução de Problemas**. Dissertação de Mestrado. UNESP- Rio Claro, 2002.
- BOTA, E.S. **O Ensino do Conceito de Função e Conceito Relacionados a partir da Resolução de Problemas**. Rio claro 2010. Dissertação de Mestrado, Unesp de Rio Claro
- BOYER, C.B. **História da Matemática**. Trad. Elza Gomide. São Paulo. Edgard Blucher, 1996.
- BRASIL, L.A.S. **Estudos dirigidos de matemática no ginásio**. Fundo de Cultura, 1964.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, 1997.
- _____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 1998
- _____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 1999.
- CANAVARRO, A.P.; PONTE, J.P. **O papel do professor no currículo de Matemática**. In: O professor e o desenvolvimento curricular. APM, 2005, 1ª edição.
- CENTURIÓN, M. **Conteúdo e metodologia da Matemática: Números e Operações**. Editora Scipione, 1994.
- CRAMER, K; POST, T; CURRIER, S. Learning and Teaching Ratio and Proportion: Research Implications. In: **Research Ideas for the Classroom Middle Grades Mathematics**. Editor, Douglas T. Owens. NCTM, (1993, p.159-178)
- CURI, E. A formação inicial de professores para ensinar Matemática: algumas reflexões, desafios e perspectivas. In: **Rematec: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**. Ano 1, n.1. (julh./Nov.2006) – Natal, RN: EDUFRN- Editora da UFRN, 2011. p.75-94
- _____. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

CURY, H.N.; VIANNA, C.R.(Orgs.) **Formação de Professor de Matemática: reflexões e propostas**. Santa Cruz do Sul: Editora IPR, 2012.

D'AMBRÓSIO, B.S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: O Grande Desafio. In: **Pro-Posições** Vol.4, n.1[10], Março de 1993, p. 35-41

FIORENTINI, D. **Investigação em educação Matemática: percurso teóricos e metodológicos** /Dario Fiorentini, Sérgio Lorenzato. – 2 ed. Ver. – Campinas, SP; Autores Associados, 2007. – (Coleção formação de professores).

FOSNOT, **Construtivismo: teorias perspectivas e prática pedagógica**. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artmed 1998.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996/ 2007.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. São Paulo: Record 2007.

GONÇALVES, T.O. **A Constituição do Formador de Professores de Matemática: a prática formadora**. Belém: CEJUP Ed., 2006.

GROENWALD, C.L.O. Formação de professores de matemática: uma experiência com formação inicial e continuada. In: **Rematec: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**. Ano 1, n.1. (julh./Nov.2006) – Natal, RN: EDUFRN - Editora da UFRN, 2006, p.63-74.

HIEBERT, J; e LEFEVRE, P. (1986, p.1-27). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In: Hierbert (ed.), conceptual and procedural Knowledge: The case for mathematics (pp.1-27). Hillsdale, NJ: Elbaum. Apud. Douglas T. Owens (1993) **Research Ideas for the Classroom Middle Grades Mathematics**, p.171

HOFFER, A. Ratios and proportional Thinking. In T. Post (Ed.), **Teaching mathematics in grades K-8: Research based methods** (1988, p. 285-313). Boston: Allyn & Bacon

HOLDAN, G. Tornando as tarefas de casa de álgebra mais eficazes. In: A. F. Coxford, A.F.; Shult, A. P. **As Ideias da Álgebra. Tradução**. H. H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p.278-284.

KENSKI, V.M. O papel do professor na sociedade digital. In: CASTRO, A.D.; CARVALHO, M.P.(Orgs.) **Ensinar a Ensinar**. São Paulo: ed. Pioneira, 2001.

KILPATRICK, J.; SILVER. E.A. Learning Mathematics for New Century. Yearbook 2000, NCTM, 2000.

KRULIK, S.; RUDNICK, J. **Problem – Driven Math**. McGrawHill, 2005

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa Pedagógica: do projeto à implementação**. Trad. Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LEITE, S. B. Considerações em torno do significado do conhecimento. In: MOREIRA, A. F. B. **Conhecimento Educacional e formação do professor**. Campinas SP: Papirus, 1995.

LIMA, E.L. **Matemática e Ensino**. SBM, 3ª Edição, 2007.

LINDQUIST, M. M. SHULTE, A. P.(org.) **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Trad: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

LORENZATO, S. (Org.) **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, S.P: Autores Associados, 2006.

MACLANE, S.; BIRKHOFF, G. **Algebra**. Nova Iorque: Macmillan Co., 1967.

MANSANO, J.; AZEVEDO, H. **Gestão do conhecimento educacional** In: Simpósio Internacional de Gestão do Conhecimento; ISKM, Curitiba: PUC-PR, 2002. Disponível em <www.pessoa.utfpr.edu.br/macloviaasilva/terra/?id=5>. Acesso em 16/07/2013

MOREIRA, A.F.B.; CANDAU, V.M. Currículo, conhecimento e cultura. In: **Indagações sobre Currículo**, Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007. Disponível em: <<http://www.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/indag3.pdf>>. Acesso em 20/07/2013.

MOREIRA, P.C.; DAVID, M.M.M.S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

MOREIRA, P.C. **A formação matemática do professor: Licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

MOREIRA, A.F.B. (Org.) **O conhecimento educacional e a formação de professores**. Campinas, SP: Papirus, 1995.

MOURA, M.O. Formação do Profissional de Educação Matemática. In: **Temas & Debates: Formação de Professores de Matemática**. Ano VII – Edição n.7, 1995. SBM.

_____. O educador matemático na coletividade de formação. In: TIBALLI, E.F.A.et. al. (Orgs) **Concepções e práticas em formação de professores**. Rio de Janeiro: DP&A, 2003

NACARATO, A.M. ; PAIVA, M.A.V. A formação de professores que ensina matemática: estudos e perspectivas a partir das investigações realizadas pelos pesquisadores do GT 7 da SBEM. In: NACARATO, A.M. ; PAIVA, M.A.V (Orgs.) **A formação do professor que ensina Matemática: Perspectivas e pesquisa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

NCTM - The National Council of Teachers of Mathematics. **Teacging and Learning: A Problem-Solving Focus**. Edited by Frances R. Curcio. 1987.

_____. **An Agenda for Action; Recommendations for School Mathematics of the 1980s**.1980

_____. **Research Agenda for Mathematics Education, Setting a Research Agenda**. Vol. 5, Project Director and Editor Judith T.Sowder. 1989.

_____ **Curriculum and Evaluations: Standards for School Mathematics.** 1989

_____ **Professional Standards for Teaching Mathematics.**1991

_____ **Assessment Standards for School Mathematics.** 1995.

_____ **Principles and Standards for School mathematics.** 2000

NRC- National Research Council. **Everybody Counts: A Report to the nation on the Future of Mathematics Education.** National Academy Press. Washington, D.C. 1989.

NUNES, C.B. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática.** Tese de Doutorado, UNESP- Rio Claro, 2010.

NUNES, T. [et al.] **Educação Matemática: Números e Operações Numéricas.** 2.ed. São Paulo: Cortez, 2009.

ONUCHIC. L.R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas In: Bicudo. M. A (Org). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199 - 218

_____ A Resolução de Problemas na Educação Matemática: Onde estamos? E para onde iremos? .In: **Revista Espaço Pedagógico.** UPF.vol.20, n.1, jun./julh. 2013, p.88-104 .

ONUCHIC, L.R & ALLEVATO. N.S.G. Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas In: Bicudo, M. A. V& Borba M.C.(Orgs). **Educação Matemática: Pesquisa em Movimento.** p. 213- 230, 2004.

_____ Pesquisa em Resolução de Problemas: Caminhos, avanços e novas perspectivas. In: **Bolema,** Rio Claro (SP), v.25, n.41, p.73-89, dez. 2011

_____ Formação de professores - Mudanças urgentes na Licenciatura em Matemática. In: **Revista Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Dabates.** 2009. vol. 5, p. 169-187.

ONUCHIC, L.R.; BOTTA.L.S. Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. In: **Revista de Educação Matemática.** SBEM-SP, Ano 5, n.3, Jan.97

ONUCHIC, L.R.; HUANCA, R. Licenciatura em Matemática: o desenvolvimento profissional dos formadores de professores. In: Frota, M.C.R.; Bianchini, B.L.; Carvalho, A.M.F.T.(orgs.). **Marcos da educação Matemática no ensino superior.** Campinas, SP: Papirus, 2013.

PARRA,C.; SAIZ, I. Org. **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas.** Trad. Juan Acuña Llorens. Porto Alegre; Artes Médicas, 1996.

PEREZ, G. **Formação de professores de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional.** In. BICUDO,M.A.V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepção e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PIRES, C. M. C. Formulações basilares e reflexões sobre a inserção da matemática no currículo visando a superação do binômio máquina e produtividade. **Educação Matemática Pesquisa**. V.6, p. 29-61, 2004.

_____. O que o exame nacional de cursos de matemática está avaliando? Analisando alguns aspectos das cinco primeiras edições do “Provão”. In: **Educação Matemática em Revista**. Ano 10, n.14, agosto 2003.

_____. Novos desafios para os cursos de licenciatura em matemática. In: **Educação Matemática em Revista**. 2000, n.8, ano 7, p.10-15.

POLYA, G. (1945). **A arte de resolver problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro: Interciência. 1994.

_____. L'enseignement par les problèmes. L'Enseignement Mathématique, t. XIII, fasc.3, 233-241 (1967). Trad. Elza F. Gomide e Seiji Hariki (IME-USP). In: Revista do Professor de Matemática, nº 7, 1985, p.11-16.

PONTE, J.P. Da formação ao desenvolvimento profissional. Conferencia plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat 98, realizado em Guimarães. Publicado In Actas do ProfMat 98 (pp.27- 44) Lisboa; APM. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte>> Acesso em 19/05/2013

_____. A investigação sobre o professor de Matemática: Problemas e perspectivas. Conferencia realizada no I SEPTEM, promovido pela SBEM, realizado em Serra Negra, São Paulo, Brasil, em Novembro de 2000. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte>> Acesso em 19/05/2013

POST, T.; BEHR, M., & LESH, R. (1988). Proportionality and the development of pre-algebra understanding. In A. Coxford (Ed.) **Algebraic concepts in the curriculum K-12**. (1988 Yearbook, p.78 -90). Reston, VA: NCTM

ROMBERG, T. A. Perspectives on Scholarship and Research Methods. In: **Handbook of Research on Mathematics teacher and Learning**. New York, NCTM, 1992, p.49-64.

ROMBERG, T. A. (1992) Perspectivas sobre o conhecimento e Métodos de pesquisa. Tradução: Lourdes de la Rosa Onuchic e Maria Lúcia Boero. **Bolema**, Rio Claro/SP, ano 20, n. 27, p. 93 - 139. 2007.

SANTOS, A.R. **Metodologia científica: a construção do conhecimento**. 7ª Ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2007

SERRAZINA, L; A formação para o ensino da matemática: Perspectivas futuras. In: **Educação Matemática em Revista**. SBEM, Ano 10 – n.14, agosto de 2003.

SCHOENFELD, A.H. Purposes and Methods of Research in Mathematics Education. in: **Notices of de AMS**. vol.47. n.6, p.641-645, June/july 2000.

SCHÖN, D.A. **Educando o Profissional Reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Trad. Roberto Cataldo Csta. Porto Alegre: Artmed, 2000.

_____. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NOVOA, A.. (org). **Os professores e a sua formação**. 2ª Ed. Lisboa, Dom Quixote, 1995.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p.31-42.

SOWDER, J. T. Revolution, Reform, and Research In the Mathematics Education. In: **Research Agenda for Mathematics Education: Setting a Research Agenda**. v..5. NCTM, 1989, p. 5-11.

SEVERINO, A.J. **Metodologia do trabalho científico**. 21ª ed. São Paulo, Cortez, 2000.

SHULMAN, L.S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**. Vol. 15, n. 2 (Feb., 1986), p. 4-14. Published by: American Educational Research Association. Disponível em:
<<http://www.jstor.org/stable/1175860>>, 16/07/2013

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics, Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Virginia: Laurence Erlbaum Associates, 1989. p.1-23.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação de profissionais**. 10ª Ed., Petrópolis, R.J: Vozes, 2002.

TINOCO, L.A.A. (Coord.) **Álgebra: pensar, calcular e comunicar**. UFRJ/IM, Rio de Janeiro, 2011.

TROTTA, F.; IMENES, L.M.P.; JAKUBOVIC, J. **Matemática Aplicada**. Vol.3, 2º grau, 1980.

VALE, I. Desempenhos e concepções de Futuros professores de matemática na resolução de problemas. In: FERNANDES, D. et al (orgs) **Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática: Múltiplos Contextos e Perspectivas**. Aveiro: GIRP, 1997

VAN DE WALLE, J. A.; LOVIN, L. H. **Teaching Student – Centered Mathematics: Grads K-3**. Vol.1, Pearson, 2006.

_____. Elementary and Middle School Mathematics; Teaching Developmentally. 4ª ed. Longman, 2001

VAN DE WALLE, J. A. ; LOVIN, L. H. **Matemática no ensino Fundamental: Formação de professores e aplicação em sala de aula**. Trad. Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WHEELER, D. **Mathematization: Its Nature and use in Education**. Em apresentação no ICME IV em Berkelei, USA, 1890.

WHITE, E.G. **Educação**. Casa Publicadora Brasileira. Tatuí, São Paulo, 1997.

UFMT: Universidade Federal de Mato Grosso - Campus de Sinop. Plano Pedagógico do Curso de Ciências da Natureza e Matemática. 2006.

USISKIN, Z. Concepções sobre a Álgebra da Escola Média e utilização das Variáveis. In: Coxford. A. F.; A. P. Shulte. **As ideias da Álgebra**. Trad.: Hygino H. Domingues. Atual Editora, São Paulo, 1995.

USISKIN, Z. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In: Lindquist, M.M; Shulte, A.P. **Aprendendo e ensinando geometria**. Trad.: Hygino H. Domingues. Atual Editora, São Paulo, 1994, p.21-39.

ANEXO A - Matriz Curricular – Periodização

Módulo 1				
NÚCLEOS ARTICULADORES	COMPONENTES	PPC	EST	TOTAL
CONCEITOS E PRINCÍPIOS DAS CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA.	Números e funções	-	-	60
	História da ciência	-	-	45
	Dinâmica de Processos físico-químicos	-	-	60
	Biologia celular	-	-	30
FUNDAMENTOS DA EDUCAÇÃO	Antropologia	-	-	40
	História da educação - Profissão professor	-	-	45
	Produção de texto e leitura	-	-	30
INSTRUMENTALIZAÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	Seminário de Práticas Educativas I	50		50
Carga horária total (horas)				360
MÓDULO 2				
NÚCLEOS ARTICULADORES	COMPONENTES	PPC	EST	TOTAL
CONCEITOS PRINCÍPIOS DAS CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA	Geometria	-	-	40
	Trigonometria e matemática – terra	-	-	50
	Modelos teóricos das ciências naturais e ensino de ciências e matemática.	-	-	45
	Cosmologia	-	-	45
	Estrutura físico-química da terra	-	-	30
	Biomassas	-	-	20
FUNDAMENTOS DA EDUCAÇÃO	Filosofia	-	-	40
	Currículo	-	-	40
INSTRUMENTALIZAÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	Seminário de Prática Educativa II	50		50
Carga horária total (horas)				360
MÓDULO 3				
NÚCLEOS ARTICULADORES	COMPONENTES	PPC	EST	TOTAL
CONCEITOS PRINCÍPIOS DAS CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA	Cálculo I	-	-	50
	Noções de Estatística Geral	-	-	20
	Números complexos, Polinômios e	-	-	30
	Vida e o mundo biológico.	-	-	70
	Aspectos cinéticos e energéticos das transformações químicas	-	-	30
FUNDAMENTOS DA EDUCAÇÃO	Fundamentos de Psicologia	-	-	40
	Libras I	-	-	30
INSTRUMENTALIZAÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	Seminário de Práticas Educativas III	50		50
ESTÁGIO SUPERVISIONADO	Estágio Supervisionado I	-	70	70
Carga Horária Total				390

MÓDULO 4				
NUCLEOS ARTICULADORES	COMPONENTES	PPC	EST	TOTAL
CONCEITOS PRINCÍPIOS DAS CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA	Sistemas Lineares, Matrizes e	-	-	40
	Cálculo II	-	-	45
	Matemática Financeira	-	-	15
	Ciência, Tecnologia, Sociedade e Meio Ambiente.	-	-	60
	Corpo Humano e processos evolutivos	-	-	50
FUNDAMENTOS DA EDUCAÇÃO	Sociologia	-	-	40
	Libras II	-	-	30
INSTRUMENTALIZAÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	Seminário de Práticas Educativas IV	50		50
ESTÁGIO SUPERVISIONADO	Estágio Supervisionado II	-	60	60
Carga Horária Total				390
MÓDULO 5				
NÚCLEOS ARTICULADORES	COMPONENTES	PPC	EST	TOTAL
EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA MATEMÁTICA	História da Matemática I			45
FUNDAMENTOS, CONCEITOS E PRINCÍPIOS DA MATEMÁTICA	Introdução à Teoria dos Números			45
	Geometria			75
	Cálculo (Seqüências e Séries)			30
INSTRUMENTALIZAÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	Tendências em Educação Matemática I	45		45
	Seminário de Práticas Educativas V	50		50
ESTÁGIO SUPERVISIONADO	Estágio Supervisionado III		70	70
Carga Horária Total				360
MÓDULO 6				
NÚCLEOS ARTICULADORES	COMPONENTES	PPC	EST	TOTAL
EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA MATEMÁTICA II	História da Matemática II			30
FUNDAMENTOS, CONCEITOS E PRINCÍPIOS DA MATEMÁTICA	Cálculo de Várias Variáveis			75
	Geometria Analítica			30
	Álgebra Linear			60
INSTRUMENTALIZAÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	Tendências em Educação Matemática II	45		45
	Seminário de Práticas Educativas VI	50		50
ESTÁGIO SUPERVISIONADO	Estágio Supervisionado IV		70	70
Carga Horária Total				360

MÓDULO 7				
NÚCLEOS ARTICULADORES	COMPONENTES	PPC	EST	TOTAL
EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA MATEMÁTICA III	História da Matemática III			30
FUNDAMENTOS, CONCEITOS E PRINCÍPIOS DA MATEMÁTICA	Teoria de Conjuntos			30
	Álgebra para o Ensino Médio			30
	Álgebra			75
	Análise Combinatória			30
INSTRUMENTALIZAÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	Tendências em Educação Matemática III	45		45
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (TCC)	Monografia I	50		50
ESTÁGIO SUPERVISIONADO	Estágio Supervisionado V		70	70
Carga Horária Total				360
MÓDULO 8				
NÚCLEOS ARTICULADORES	COMPONENTES	PPC	EST	TOTAL
EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA MATEMÁTICA IV	História da Matemática IV			30
FUNDAMENTOS, CONCEITOS E PRINCÍPIOS DA MATEMÁTICA	Análise Matemática			45
	Estatística e Probabilidade			45
	Tópicos Especiais de Matemática			75
INSTRUMENTALIZAÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	Tendências em Educação Matemática IV	55		55
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO	Monografia II	50		50
ESTÁGIO SUPERVISIONADO	Estágio Supervisionado VI		60	60
Carga Horária Total				360

APÊNDICE A- Carta ao Coordenador do Curso de LCNM



Rio Claro, Maio de 2012

Ilmo Sr.
Prof. Dr. Leandro Dênis Battirola
Coordenador do Curso de CNM
UFMT – Campus de Sinop

Prezado Coordenador

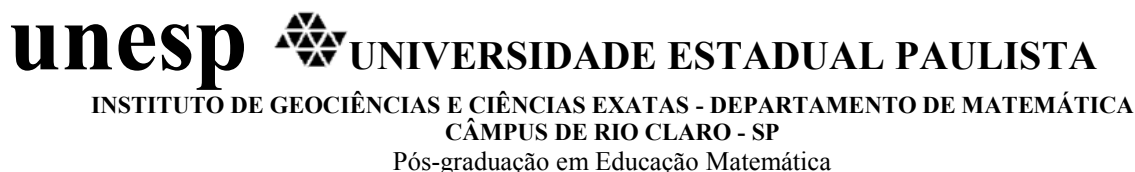
Como professora orientadora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro – SP venho, por meio desta, apresentar minha orientanda de doutorado **Elizabeth Quirino de Azevedo** a esta instituição, a fim de desenvolver sua pesquisa de doutorado intitulada: **O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da formação Inicial do Professor de Matemática**, que tem por objetivo contribuir significativamente com a formação inicial de futuros professores de Matemática que deverão ensinar na Educação Básica.

Na certeza de contar com seu apoio gostaríamos de sua permissão para que a mesma venha a realizar a coleta de dados, a partir de agosto, com os alunos do 6º período do curso de Ciências da Natureza e Matemática: Habilitação em Matemática, ministrando as disciplinas: “Tendências em Educação Matemática II” e “Seminários VI”. Coloco-me à disposição para esclarecimentos que se fizerem necessários.

Atenciosamente,

Profª. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic
Orientadora da pesquisa

APÊNDICE B- Autorização para filmagens: Seminário de Práticas Educativas VI



PREZADOS ALUNOS

Somos pesquisadores do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro/SP. Temos desenvolvido pesquisas sobre temas que envolvem o ensino e a aprendizagem de Matemática nos diferentes níveis de escolaridade. Atualmente, estamos envolvidos num projeto cujo objetivo é contribuir com a formação inicial do professor de Matemática que deverá ensinar na Educação Básica propondo uma metodologia de trabalho em sala de aula.

Para isso, estabelecemos contato, na **Universidade Federal de Mato Grosso- Campus Sinop**, com o Coordenador do Colegiado do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, professor Leandro Denis Battirola, pedindo-lhe permissão para realizar a coleta de dados que se dará em forma de aulas, tendo a pesquisadora como professora na Componente Curricular: **Seminários VI**. Nessa Componente desenvolveremos atividades dentro da proposta da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Para essa pesquisa, uma sequência de aulas dessas duas disciplinas será filmada. **Todas as prerrogativas éticas serão rigorosamente cumpridas** e o Coordenador do curso estará informado de todos os momentos desse processo. Além disso, reiteramos que **seguiremos à risca todas as obrigações éticas** indicadas pela UNESP sendo que nenhum material relativo a essa filmagem será divulgado sem o conhecimento e a autorização explícita dos participantes.

Esta carta, portanto, tem a intenção de **informar a todos sobre esse processo de investigação e solicitar-lhes autorização** para sua participação. Para tanto, pedimos a gentileza de que esta carta, assinada abaixo, nos seja devolvida. Os resultados desta pesquisa estarão disponibilizados nesse Campus, em cópia impressa e digital, tão logo todo o trâmite tenha se completado.

Além disso, ficamos à disposição de todos para o que for julgado necessário, no Departamento de Matemática/UNESP/RC – SP, Campus da Bela Vista (telefones 3526-9381/3526-9386). Contamos com sua colaboração num trabalho que visa à melhoria do processo de ensinar e aprender Matemática.

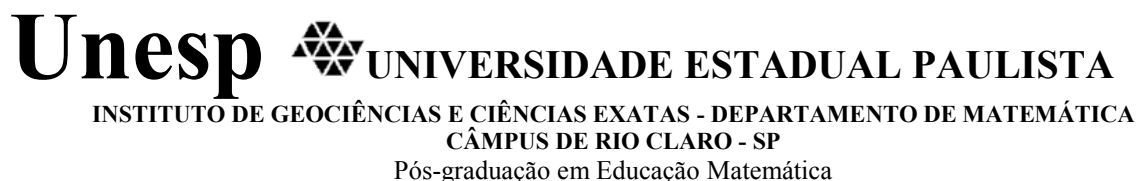
Atenciosamente

Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic
Orientadora

Profa. Elizabeth Quirino de Azevedo
Doutoranda

Nome do Aluno: _____

APÊNDICE C- Autorização para filmagens: Tendência em Educação Matemática II

**PREZADOS ALUNOS**

Somos pesquisadores do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro/SP. Temos desenvolvido pesquisas sobre temas que envolvem o ensino e a aprendizagem de Matemática nos diferentes níveis de escolaridade. Atualmente, estamos envolvidos num projeto cujo objetivo é contribuir com a formação inicial do professor de Matemática que deverá ensinar na Educação Básica propondo uma metodologia de trabalho em sala de aula.

Para isso, estabelecemos contato, na **Universidade Federal de Mato Grosso- Campus Sinop**, com o Coordenador do Colegiado do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática, professor Leandro Denis Battirola, pedindo-lhe permissão para realizar a coleta de dados que se dará em forma de aulas, tendo a pesquisadora como professora na Componente Curricular: **Tendência em Educação Matemática II**. Nessa Componente desenvolveremos atividades dentro da proposta da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Para essa pesquisa, uma sequência de aulas dessa disciplina será filmada. **Todas as prerrogativas éticas serão rigorosamente cumpridas** e o Coordenador do curso estará informado de todos os momentos desse processo. Além disso, reiteramos que **seguiremos à risca todas as obrigações éticas** indicadas pela UNESP sendo que nenhum material relativo a essa filmagem será divulgado sem o conhecimento e a autorização explícita dos participantes.

Esta carta, portanto, tem a intenção de **informar a todos sobre esse processo de investigação e solicitar-lhes autorização** para sua participação. Para tanto, pedimos a gentileza de que esta carta, assinada abaixo, nos seja devolvida. Os resultados desta pesquisa estarão disponibilizados nesse Campus, em cópia impressa e digital, tão logo todo o trâmite tenha se completado.

Além disso, ficamos à disposição de todos para o que for julgado necessário, no Departamento de Matemática/UNESP/RC – SP, Campus da Bela Vista (telefones 3526-9381/3526-9386). Contamos com sua colaboração num trabalho que visa à melhoria do processo de ensinar e aprender Matemática.

Atenciosamente

Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic
Orientadora

Profa. Elizabeth Quirino de Azevedo
Doutoranda

Nome do Aluno: _____

APÊNDICE D - Termo de Compromisso: Tendência em Educação Matemática II



UFMT-UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
ICNHS - INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA HUMANAS E SOCIAIS
CAMPUS DE SINOP

Tendências em Educação Matemática II

TERMO DE COMPROMISSO - 2012/2

1. Introdução:

Este Termo de Compromisso tem por objetivo estabelecer parâmetros para o desenvolvimento e a organização do Trabalho Produtivo e dos critérios de avaliação apontando as responsabilidades e os direitos dos alunos e da professora-Pesquisadora Elizabeth Quirino de Azevedo. O trabalho será realizado na Componente Curricular: Tendência em educação Matemática II, durante o segundo semestre de 2012, no curso de Licenciatura Plena em Ciências Naturais e Matemática, com 45 horas/aulas presenciais.

2. Conteúdo e metodologia:

Serão trabalhados temas matemáticos, com a metodologia de *Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas*, onde se entende por problema tudo aquilo que não sabemos e estamos interessados em saber.

3. Normas:

- O trabalho será desenvolvido de forma colaborativa.
- Os estudantes trabalharão em pequenos grupos, com uma meta comum que é a de resolver problemas;
- No início da aula cada grupo receberá a Ficha de Acompanhamento - **FA** e entregará no final da mesma;
- Todos os alunos deverão engajar-se na discussão dos problemas apresentados;
- Os grupos serão formados por 3 alunos (rapazes e moças), excedendo o número de 3 será desmembrado em grupo de 2;
- O trabalho individual de cada membro no grupo terá um efeito direto sobre o sucesso do mesmo;
- Ao final de cada aula o grupo entrará em consenso fazendo as devidas anotações referentes a aula na Ficha de Acompanhamento, um dos membros do grupo assinará a mesma e entregará à professora.

4. Avaliação:

Cada aluno será avaliado individualmente, de forma sistemática e contínua, conforme os instrumentos de avaliação contidos na Ficha-Acompanhamento, os quais foram denominados como Trabalho Produtivo (TP) e uma Prova Individual de conteúdo (PIC). Considerando:

4.1. Trabalho Produtivo (50% da nota total) – TP

Considera-se trabalho, atividade referente à tópicos contidos no Plano de Ensino da Componente Curricular: Tendências em Educação Matemática II. Essas atividades serão realizadas tanto em sala como fora de sala. Entretanto, um Trabalho Produtivo em matemática se refere a toda ação que, em nosso entender, contribui para a construção do conhecimento matemático. Conforme os critérios estabelecidos para a produção do aluno, discutidos e votados no primeiro dia de aula. Dentro de um trabalho produtivo consideramos que algumas ações contribuem para a própria construção do conhecimento do aluno bem como sistematiza o trabalho em sala de aula. Essas ações foram reunidas em 5 itens como:

RH – Respeito ao horário de Trabalho.

TG – Os trabalhos do Grupo e de cada membro serão observados e avaliados durante a atividade.

EA – Entrega por escrito de atividades realizadas conforme solicitado.

PA – Participação ativa de cada membro em seu grupo, socializando seu conhecimento.

PP - Participação de todos no decorrer da plenária.

Na primeira aula cada aluno presente recebe 50% do total da nota da componente Curricular a qual deverá administrá-la durante todo o curso através de registros na Ficha de Acompanhamento (FA) do grupo.

4.2. Prova Escrita e Individual de Conteúdo - PIC

Será realizada uma prova, individual e escrita, contendo todo o conteúdo trabalhado durante o período. Valendo 50% do total da nota.

5. A Ficha de Acompanhamento - FA:

A FA será considerada um instrumento de Avaliação, onde serão registrados aspectos considerados relevantes na avaliação de cada grupo e seus membros. A cada aula será atribuído bônus para as atividades do dia que deverá ser registrada na Ficha de Acompanhamento. Será considerada defasagem anotações contidas na primeira e terceira coluna da ficha. Para cada anotação o aluno envolvido perderá 2 bônus.

6. Outras Resoluções:

Questões e problemas surgidos durante o desenvolvimento do trabalho serão discutidos por todos, alunos da sala e professora/pesquisadora a fim de se chegar a um comum acordo, ficando estabelecido que as normas deverão ser cumpridas pelos alunos e pela professora/pesquisadora. Ciente, dessas normas e de pleno acordo com todas as condições estabelecidas, assinam, professora e alunos.

Alunos:

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____
8. _____
9. _____
10. _____
11. _____
12. _____
13. _____
14. _____
15. _____
16. _____
17. _____
18. _____

Sinop, _____ de _____ de 2012.

Professora–Pesquisadora: Elizabeth Q. Azevedo

Professora: Simone Simionato

APÊNDICE E- Termo de Compromisso: Seminário de Práticas Educativas VI



UFMT-UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
ICNHS - INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA HUMANAS E SOCIAIS - CAMPUS DE SINOP

Seminário de Práticas Educativas VI

TERMO DE COMPROMISSO - 2012/2

1. Introdução:

Este Termo de Compromisso tem por objetivo estabelecer parâmetros para o desenvolvimento e a organização do Trabalho Produtivo e dos critérios de avaliação em Seminários VI, apontando as responsabilidades e os direitos dos alunos e da professora Elizabeth Quirino de Azevedo. O trabalho será realizado na Componente Curricular: Seminário de Prática Educativa VI, durante o segundo semestre de 2012, no curso de Licenciatura Plena em Ciências Naturais e Matemática, com 30 horas/aulas presenciais e 20 horas não presenciais.

2. Conteúdo e metodologia:

Será trabalhado temas matemáticos da Educação Básica, com a metodologia de *Ensino-aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas no Laboratório de Ensino de Matemática*. Entende-se por problema tudo aquilo que não sabemos e estamos interessados em saber.

3. Normas:

- O trabalho será desenvolvido de forma colaborativa.
- Os estudantes trabalharão em pequenos grupos, com uma meta comum que é a de resolver problemas;
- Todos os alunos deverão engajar-se na discussão dos problemas apresentados;
- Os grupos serão formados por 2 ou 3 alunos (rapazes e moças);
- O trabalho individual de cada membro terá um efeito direto sobre o sucesso do grupo;
- Todos os alunos deverão participar do processo de avaliação dos seminários;
- Ao final de cada aula o grupo entra em consenso e o líder fará as devidas anotações referentes a aula, assinará a mesma e entregará à professora. Na ausência do líder, um membro do grupo o substituirá.

4. Avaliação:

Cada aluno será avaliado individualmente, de forma sistemática e contínua, conforme os instrumentos de avaliação contidos na Ficha-Acompanhamento a qual denominamos Trabalho Produtivo (TP). Cada grupo fará uma Apresentação oral de um tema matemático e entregará no dia determinado um trabalho escrito sobre o tema.

4.1. Trabalho Produtivo (30% da nota total) – TP

Considera-se trabalho, atividade referente à tópicos contidos na ementa da Componente Curricular: Tendências em Educação Matemática II – Resolução de problemas. Essas atividades serão realizadas tanto em sala como fora de sala. Entretanto, um Trabalho Produtivo em matemática se refere a toda ação que, em nosso entender, contribui para a construção do conhecimento matemático. Conforme os critérios estabelecidos para a produção do aluno, discutidos e votados no primeiro dia de aula. Dentro de um trabalho produtivo consideramos que algumas ações contribuem para a própria construção do conhecimento do aluno bem como sistematiza o trabalho em sala de aula. Essas ações foram reunidas em 5 itens como:

RH – Respeito ao horário de Trabalho.

TG – Os trabalhos do Grupo e de cada membro serão observados e avaliados durante a atividade.

EA – Entrega por escrito de atividades realizadas conforme solicitado.

PA – Participação ativa de cada membro em seu grupo, socializando seu conhecimento.

PP - Participação de todos no decorrer da plenária (seminários).

Na primeira aula cada aluno presente recebe 30% do total da nota da componente Curricular a qual deverá administrá-la durante todo o curso através de registros na Ficha de Acompanhamento (FA) do grupo.

4.2. Apresentação de Seminário (20% da nota total) - AS

Cada grupo apresentará um seminário em sala, sobre um tema matemático. Cada aluno será avaliador dos seminários apresentados em sala.

4.3. Trabalho Escrito (20% da nota total) - (TE)

Cada grupo deverá entregar por escrito um trabalho referente ao tema apresentado no seminário.

4.4. Comunicação Oral (30% da nota total) - CO

Cada grupo deverá apresentar seu seminário, oralmente, no Evento programado pela Coordenação do Curso.

5. A Ficha de Acompanhamento - FA

A FA será considerada um instrumento de Avaliação, onde serão registrados aspectos considerados relevantes na avaliação de cada grupo e seus membros. Será considerada defasagem anotações contidas na primeira e terceira coluna da ficha. Para cada anotação o aluno envolvido perderá 0,2 da nota final referente a observação.

6. Outras Resoluções

Questões e problemas surgidos durante o desenvolvimento do trabalho serão discutidos por todos, alunos da sala e professora-pesquisadora a fim de se chegar a um comum acordo, ficando estabelecido que as normas deverão ser cumpridas pelos alunos e pela professora-pesquisadora. Ciente, dessas normas e de pleno acordo com todas as condições estabelecidas, assinam, professora e alunos.

Alunos:

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____
8. _____
9. _____
10. _____
11. _____
12. _____
13. _____
14. _____
15. _____

Sinop, _____ de _____ de 2012.

Professora-Pesquisadora: Elizabeth Q. Azevedo

APÊNDICE F- Ficha de Acompanhamento: Tendência em Educação Matemática II

[illegible]

APÊNDICE G- Ficha de Acompanhamento: Seminário de Práticas Educativas VI

 Universidade Federal de Mato Grosso. ICNHS-Licenciatura Plena em Ciências Naturais e Matemática - MODULO VI- 2012/2 Seminários de Práticas Educativas VI - Professora: Elizabeth Quirino de Azevedo							
(Ficha-Acompanhamento)						Grupo: _____	
Nº	Nome Completo	NF	TP	AS	TE	CO	Σ 10,0
01							
02							
03							
NF: Numero de Falta; TP: Trabalho Produtivo (Classe e Extraclasse); AS: Apresentação em Sala; TE: Trabalho Escrito; CO: Comunicação Oral,							
____/____/____ Ausente (nº)	Discussão e decisão do grupo sobre o termo de compromisso e critério de Avaliação do grupo. _____ _____ _____ Ass. do Líder: _____						OBS.
____/____/____ Ausente (nº)	Fechamento: _____ _____ _____ Ass.do Líder: _____						
____/____/____ Ausente (nº)	Fechamento: _____ _____ _____ Ass.do Líder: _____						OBS.
____/____/____ Ausente (nº)	Fechamento: _____ _____ _____ Ass.do Líder: _____						OBS.
____/____/____ Ausente (nº)	Fechamento: _____ _____ _____ Ass.do Líder: _____						OBS.
____/____/____ Ausente (nº)	Fechamento: _____ _____ _____ Ass.do Líder: _____						OBS.
____/____/____ Ausente (nº)	Fechamento: _____ _____ _____ Ass.do Líder: _____						OBS.

Ausente (nº)	Fechamento: Ass.do Líder:
---	---

APÊNDICE H- Avaliação Individual: Tendência em Educação Matemática II



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO – SINOP
ICNHS- INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS HUMANAS E SOCIAIS
MÓDULO VI- HABILITAÇÃO EM MATEMÁTICA

Tendência em Educação Matemática II – 2012/2

Avaliação

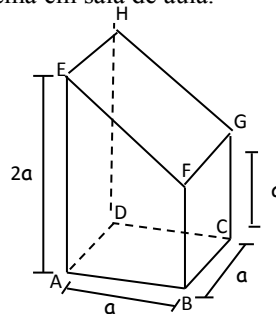
Aluno: _____

1. Represente geometricamente, aritmeticamente e algebricamente.
Quantos $\frac{1}{3}$ de um todo cabem em $\frac{3}{8}$ desse mesmo todo?
2. A professora Marta deu para seus alunos o seguinte problema: “Ana quer fazer uma bebida refrescante para a festa de aniversário de seu filho. A receita que ela tem pede para misturar 5 copos de água para 4 copos de concentrado. Quantos copos de concentrado serão necessário para que Marta obtenha 27 copos da bebida refrescante?”

Pedro disse que seriam necessários 13 copos de concentrados e 14 copos de água. Júlia disse que seriam necessários 12 copos de concentrado e 15 copos de água. Ana disse que a resposta de Pedro estava correta.

Sendo você o(a) professor(a) dessa turma, como você resolveria esse impasse? Quem respondeu errado? Como você explicaria para seus alunos a forma correta?

3. Situação-problema: “Um tronco de prisma reto, conforme a figura tem por base um quadrado de lado a . Duas arestas medem a e as outras duas medem $2a$. Pergunta-se: a) Qual será o volume do tronco desse prisma? b) Qual será a área total do tronco desse prisma?”
- Como você, futuro professor, trabalharia esse problema em sala de aula.



4. Crie e resolva uma situação-problema que tenha como solução a resolução da equação $2x + 3y = 53$.

APÊNDICE I – Notas: Tendência em Educação Matemática II



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO – SINOP
ICNHS- INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS HUMANAS E SOCIAIS - MÓDULO VII-
HABILITAÇÃO EM MATEMÁTICA

TENDÊNCIA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA II – 2012/2

Nº	Aluno	NF	TP 5,0	P 5,0	Nota Final	Assinatura
01	A1	2	3,0	2,8	6,0	
02	A2	28	Des	Des	Des	
03	A3	7	3,2	2,1	5,0	
04	A4	4	3,8	3,0	7,0	
05	A5	2	4,0	3,6	7,5	
06	A6	0	3,8	4,0	8,0	
07	A7	1	4,5	3,9	8,5	
08	A8	3	3,6	2,6	6,0	
09	A9	0	4,6	2,8	7,5	
10	A10	1	3,7	2,3	6,0	
11	A11	4	3,5	2,9	6,5	
12	A12	5	3,3	3,0	6,5	
13	A13	6	3,0	2,2	5,0	
14	A14	1	4,2	3,0	7,0	

NF: Número de falta; **TP:** Trabalho Produtivo; **P:** Prova

Sinop, _____ de _____ de 2013

Professora: _____

APÊNDICE J- Notas: Seminário de Práticas Educativas VI



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO – SINOP
ICMHS - INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS HUMANAS E SOCIAIS - MÓDULO VI -
HABILITAÇÃO EM MATEMÁTICA -

SEMINÁRIO DE PRÁTICAS EDUCATIVAS VI - 2012/02

Nº	ALUNO	NF	TP 3.0	AS 2.0	TE 2.0	CO 3.0	Σ 10.0	Nota Final	Assinatura
01	A1	2	2,63	0,8	1,7	2,0	7,13	7,0	
02	A2	2	2,63	1,0	1,7	1,9	7,23	7,5	
03	A3	2	2,25	1,5	1,9	2,9	8,55	8,5	
04	A4	4	2,25	1,0	1,9	2,7	7,85	8,0	
05	A5	2	2,10	0,8	1,7	2,0	6,60	6,5	
06	A6	2	2,63	1,2	1,5	2,2	7,53	7,5	
07	A7	0	2,63	1,0	1,9	2,7	8,23	8,5	
08	A8	2	6,63	1,1	1,8	2,3	7,83	8,0	
09	A9	12	0,5	N	N	N	0,5	0,5	
10	A10	27	0,0	N	N	N	N	N	
11	A11	0	2,63	1,5	1,9	2,9	8,93	9,0	
12	A12	2	2,25	1,2	1,5	2,2	7,15	7,0	
13	A13	18	0,0	N	N	N	N	N	
14	A14	22	0,0	N	N	N	N	N	
15	A15	0	2,63	1,0	1,7	1,9	7,23	7,5	
16	A16	4	1,88	0,5	1,0	1,0	4,38	5,0	
17	A17	6	2,25	1,1	1,8	2,3	7,45	7,5	

NF: Número de Faltas; **N:** Não fez ou não entregou; **TP:** Trabalho Produtivo (atividade em sala e fora dela); **AS:** Apresentação em sala ; **TE:** Trabalho Escrito; **CO:** Comunicação Oral (apresentação no evento organizado pela Coordenação do curso)

Sinop, _____ de _____ de 2013

Professora: _____

APÊNDICE K- Roteiro de Atividades para o projeto p₁

1º ENCONTRO: A apresentação da Componente Curricular - Tendências em Educação Matemática II com ênfase em Resolução de Problemas.

Objetivo Geral:

Neste primeiro encontro, o objetivo será o de proporcionar uma integração entre professor-pesquisador e alunos e uma discussão sobre temas relacionados à Componente Curricular.

Tornar esse primeiro encontro um momento de descontração, realizando a apresentação do professor-pesquisador e dos alunos.

Apresentar e analisar a ementa da Componente Curricular: Tendências em Educação Matemática II; apresentar e comentar o Termo de Compromisso e a Ficha de Acompanhamento¹³, discorrer sobre grupos de trabalho e tarefas extraclasse.

Atividade 1:

Leitura e discussão em conjunto, professora-pesquisadora e alunos, da redação do Termo de Compromisso e da Ficha de Acompanhamento.

Objetivo da atividade:

Levar os alunos a se comprometerem com a sua própria formação, como professores de Matemática, vivenciar uma experiência com avaliação contínua e tarefas de casa.

Sobre avaliação, consta nos PCN-EM(1999) que:

É imprópria a avaliação que só se realiza numa prova isolada, pois deve ser um processo contínuo que sirva à permanente orientação da prática docente. Como parte do processo de aprendizado, precisa incluir registros e comentários da produção coletiva e individual do conhecimento e, por isso mesmo, não deve ser um procedimento aplicado nos alunos, mas um processo que conte com a participação deles. (p.265)

Atividade 2:

Formar Grupos de Trabalho e entregar as Fichas de Acompanhamento.

Objetivos da atividade:

Levar o aluno, futuro professor, a perceber que:

¹³ A ficha de acompanhamento será considerada como um meio de registro do trabalho realizado pelos grupos em sala, bem como um mecanismo de avaliação contínua.

- o trabalho em grupo permite ao aluno comunicar suas ideias, questionar, justificar e argumentar;
- no grupo o aluno é desafiado a participar, pois a atividade coletiva propicia a discussão e a elaboração conjunta de ideias;
- o trabalho em grupo promove o aprendizado do aluno num trabalho colaborativo como competência humana a ser adquirida;
- a avaliação como um instrumento de apoio tanto para o professor como para o aluno;

Atividade 3:

Ler e discutir em conjunto, professora-pesquisadora e alunos, parte do texto: “*Tornando as tarefas de casa de álgebra mais eficazes*”, de Gregory Holdan. In: **As ideias da Álgebra**. (Orgs.) Arthur F. Coxford; Albert P. Shulte. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo, Atual Editora, 1995.

Objetivo específico:

Fazer com que os alunos, futuros professores, percebam a importância das tarefas de casa para a sua formação e conseqüentemente, para a formação de seus futuros alunos.

Tarefa Extraclasse 1:

Entregar aos alunos, para conhecimento e discussão, a ementa do Programa de Atividade Pedagógica, da Componente: Tendência em Educação Matemática II – Ensino – aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

2º ENCONTRO: Análise de conceitos relacionados na Ementa da Componente Curricular: Tendências em Educação Matemática II

Objetivo Geral:

O objetivo geral deste encontro é o de apresentar aos alunos alguns conceitos relacionados na ementa da Componente Curricular „Tendências em Educação Matemática II“, lembrando que tendência segundo Houaiss é „a evolução de algo num determinado sentido; é uma direção; é uma orientação“.

Levar o aluno, futuro professor, a perceber a importância da construção do conceito de generalização.

Atividade 1:

Trabalhar a Tarefa extraclasse 1, apresentando em slides e discutindo, pesquisadora e alunos, os conceitos constantes da Componente Curricular Tendências em Educação Matemática II: tendência em Educação Matemática; didática da matemática; transposição didática; contrato didático; situação didática; ensino, aprendizagem e avaliação de matemática; e Resolução de Problemas.

Objetivo da atividade:

Tornar claro para o aluno, a proposta do projeto p_1 e os critérios de avaliação, uma vez que, a aplicação do projeto se dará nessa componente curricular do Curso de LPCNM e constará no histórico escolar do aluno.

Tarefa Extraclasse 2:

Entregar aos alunos, para leitura, o texto “ A Matemática é uma ciência de padrão e ordem” de Onuchic e Allevato (2009).

3º ENCONTRO: A Matemática é uma Ciência de Padrão e Ordem**Objetivo Geral:**

O objetivo geral deste encontro é o de levar o aluno a perceber a Matemática como uma ciência de padrão e ordem, analisar representações e as utilizar para expressar propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em sequências dadas.

Explorar diferentes usos da álgebra, em especial na generalização de padrões aritméticos e geométricos.

Atividade 1:

Discussão em plenária sobre a Tarefa Extraclasse 2.

Objetivos da atividade:

Levar o aluno à compreensão dos conceitos de ciência, padrão e ordem, além de reconhecer que padrões não se encontram apenas em números e equações mas, também, em tudo que nos rodeia.

Compreender conceitos de ciência, padrão e ordem, além de reconhecer que padrões não se encontram apenas em números e equações mas, também, em tudo que nos rodeia.

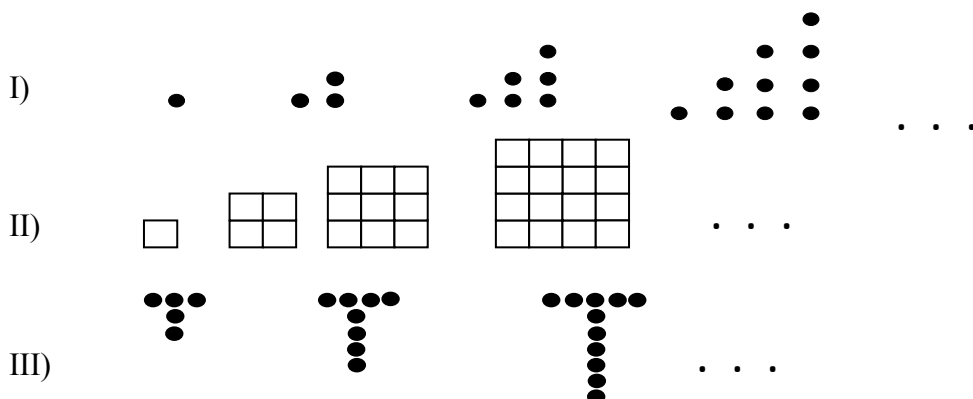
Perceber que o estudo de padrões e regularidades contribui para o desenvolvimento do raciocínio e estabelece conexões entre as diversas áreas da Matemática.

Buscar por regularidades entre os dados fornecidos em um enunciado é uma estratégia a ser explorada.

Perceber a importância da construção do conceito de generalização.

Atividade 2:

Analise as sequências abaixo e responda as questões propostas.



Responda:

Que padrões você consegue ver nessas sequências?

- Em cada uma, qual seria a forma da figura seguinte?
- Quantas bolinhas há na 16ª figura da sequência I? Em que forma estão distribuídas essas figuras?
- Quantos quadradinhos há na 50ª figura da sequência II? Qual é sua representação?
- Qual seria a forma da 55ª figura da sequência III?
- Qual o número de bolinhas para a 55ª figura da sequência III? Como ela se apresenta na figura padrão?

Objetivos da atividade:

Buscar por regularidades entre os dados fornecidos em um enunciado, isto é, uma estratégia a ser explorada.

Perceber a importância da construção do conceito de generalização.

Tarefa Extraclasse 3:

Qual a soma dos vinte primeiros números ímpares? Responder:

- Como você resolveria esse problema?
- Você poderia encontrar sua soma sem fazer a adição de todos esses números?

- c) Na sala de aula, generalizando para n números ímpares, como você o resolveria?
- d) Na introdução de qual conteúdo matemático você poderia usar esse problema?
- e) E se os números fossem pares, como seria a resolução?

4º ENCONTRO: Problema e Resolução de Problemas

Objetivo Geral:

O objetivo deste encontro é o de trabalhar os conceitos de Problema e de Resolução de Problemas, sabendo que problemas sempre existiram, antecedendo as descobertas e, que desde a Antiguidade ocuparam um lugar de destaque nos currículos matemáticos. Entretanto, a importância dada à Resolução de Problemas é recente.

Atividade 1:

Analisar o trabalho feito pelos alunos na Tarefa Extraclasse 3.

Objetivos da atividade:

Perceber a importância de se construir estratégias para chegar à solução de um problema, verificando os procedimentos envolvidos na resolução de cada uma das situações.

Organizar ideias investigativas, desde a leitura e da análise cuidadosa da situação, até a elaboração de procedimentos de resolução que envolve hipóteses, simulações e tentativas.

Atividade 2:

Trabalhar e discutir com os alunos o conceito de problema e o conceito de problema matemático, visando a ouvir a posição dos alunos a respeito de:

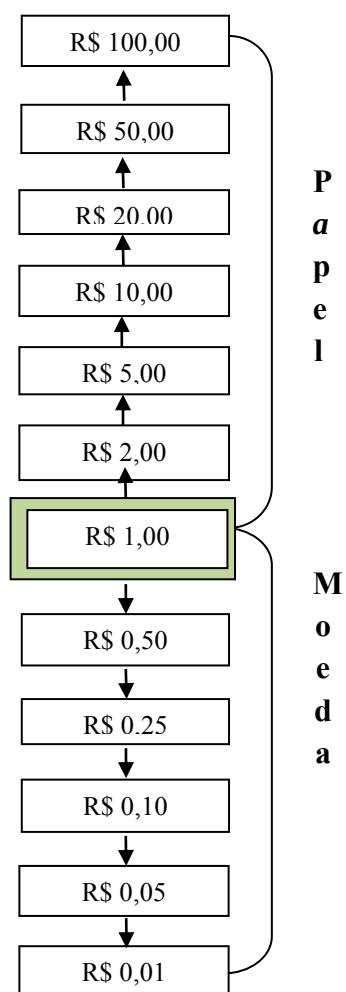
- O que é um problema?
- O que é um problema matemático?
- Por que é preciso saber resolver problemas?

Objetivo da atividade:

Discutir, ouvindo os alunos, futuros professores, o conceito de problema e de resolução de problemas.

Atividade 3:

Proposição, resolução e análise de um problema envolvendo o padrão monetário brasileiro, relacionando-o a outros problemas similares. O padrão monetário brasileiro expressa a relação existente entre a unidade monetária brasileira - R\$ 1,00 (real), e seus múltiplos e submúltiplos.



Objetivo da atividade

O objetivo desta atividade é o de saber relacionar o sistema monetário brasileiro com o sistema numérico decimal, observando que suas técnicas operatórias são realizadas na base 10.

Atividade 4:**Situação Problema:**

Marta pediu a seu filho João que fosse até a padaria da esquina e comprasse 5 pães e um bolo. Ela deu a João uma nota de R\$ 20,00. João foi à padaria e efetuou a compra. De quantas maneiras diferentes João poderá receber o troco?

- a) Isso é um problema?
- b) Isto é um problema matemático?
- c) Você trabalharia esse problema com seus alunos? Justifique
- d) Que conceitos matemáticos você exploraria com esse problema?

Objetivo da atividade:

O objetivo desta atividade é o de que, a partir do enunciado de um problema, pode-se perceber dados ocultos e levantar valores aleatórios, em que se pudesse usar multiplicidade de soluções.

Tarefa Extraclasse 4;

Entregar e pedir, para os alunos, a leitura do artigo: O Ensino por meio de problema. Tradução do artigo: L'enseignement par les problèmes. L'Enseignement Mathématique, t. XIII, fasc.3, 233-241 (1967). George Polya, Trad. Elza F. Gomide e Seiji Hariki (IME-USP). In: Revista do Professor de Matemática, nº 7, 1985, p.11-16.

5º ENCONTRO: O Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas

“Resolver Problemas”, como escreveu Polya (1945) é uma arte prática, como nadar, esquiar, ou tocar piano: você só pode aprendê-la por imitação e prática. Assim, se você deseja aprender a nadar, você deve entrar na água e se você deseja tornar-se um resolvidor de problemas, que você tem que resolver problemas.

Objetivo Geral:

O objetivo geral deste encontro é o de fazer uma discussão sobre o texto de Polya, com os alunos. Assumir que a tarefa principal do ensino de Matemática, o trabalho do professor, é o de ensinar os alunos a pensar, numa aprendizagem ativa. Além disso, dialogar com os alunos sobre o processo de „imitação e prática“, é o tema abordado no livro *A Arte de Resolver Problemas*.

Atividade 1:

Discussão sobre o texto de Polya, deixado para leitura extraclasse, refletindo a visão de Polya sobre Problema e Resolução de Problemas.

Objetivos da atividade:

- a) A interpretação do texto lido, chamando a atenção para “A aprendizagem Ativa”, como apresentada no artigo de Polya.
- b) Pedir a um representante de cada grupo que, em suas palavras, diga o que seu grupo entendeu sobre o texto lido.

Atividade 2:

Fazer uma explanação sobre resolução de problemas como um processo de “Imitação e Prática”, na visão de Polya (1945), baseada no livro: A arte de Resolver Problemas, p. 2 e 3.

Objetivo da atividade:

Fazer com que os alunos, em sua formação inicial, leiam e expliquem o que leram e, como futuros profissionais, reflitam sobre o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática.

Atividade 3:

Situação Problema:

Em uma caixa estão fichas numeradas de 1 a 35. Marta tira duas fichas cuja soma dos dois números é 31. A raiz quadrada da diferença desses dois números é 5. Quais são os dois números que Marta tirou?

Objetivo da atividade:

Apresentar uma situação problema cuja resolução leve ao ensino e à aprendizagem do conceito de “raiz quadrada” e de outros conceitos derivados, além do trabalho de montar e resolver um sistema de equações polinomiais do 1º grau.

Atividade 4¹⁴:

Situação Problema:

O número 24 é um número interessante, de dois dígitos, porque ele é 3 vezes o produto de seus dígitos, 2 e 4. Encontre outros números de dois dígitos, entre 0 e 100, que têm esta mesma propriedade.

Objetivo da atividade:

Explorar o conceito de equação com parâmetros livres, construir tabelas e analisar resultados.

¹⁴ Esta atividade foi extraída da revista **Mathematics Teaching in the Middle School**. NCTM, Agosto 2012

Tarefa Extraclasse 5:

Deixar para leitura as páginas 104 a 108 dos PCN -1997, Fundamental 1, sobre operações de adição e subtração de números naturais.

6º ENCONTRO: Números e Operações no conjunto dos números naturais**Objetivo Geral:**

Os números são entes abstratos, desenvolvidos pelo homem como modelos que permitem contar e medir e, conseqüentemente, avaliar as diferentes quantidades de uma grandeza.

Número é o resultado da comparação entre uma grandeza e a unidade. Se a grandeza é discreta, essa comparação chama-se contagem e o resultado é um número inteiro; se a grandeza é contínua, a comparação se chama medição e o resultado é um número real. Uma grandeza é discreta quando seus elementos são considerados em número finito e separados. Grandeza é tudo aquilo que pode ser medido e a medida é obtida pela comparação da grandeza com sua unidade.

O objetivo deste encontro é o de levar o aluno a ampliar sua compreensão sobre números, e ao aprofundamento das ideias relacionadas às quatro operações básicas, sempre resolvendo problemas.

Atividade 1:

Discutir e analisar em conjunto, professora-pesquisadora e alunos, a resolução da tarefa extraclasse 5.

Objetivo da atividade:

Usar os PCN-1997 para constatar a importância da transição do Ensino Fundamental- 1ª a 4ª séries para o Ensino Fundamental- 5ª a 8ª séries.

Atividade 2¹⁵:***Situação Problema:***

Priscila tinha 500 reais. Gastou 250 reais com roupas, 135 reais com uma bolsa e 88 reais em um par de sapatos. Depois, ela recebeu 270 reais como pagamento de uma dívida. Quantos reais Priscila tem agora? Resolva o problema registrando as operações em uma mesma expressão.

¹⁵ Projeto Araribá, vol.6, p.41, problema 5.

Objetivo da atividade:

Considerando que os futuros professores poderão encontrar, em suas futuras salas de aula, alunos que poderão ter dúvidas, a esse respeito, quer no Ensino Fundamental ou no Ensino Médio, o objetivo é trabalhar com as operações fundamentais de adição e subtração de números naturais, observando que, para o trabalho que envolve as quatro operações fundamentais (+, -, $\times$, $\div$), e ainda potenciação e radiciação, valem as seguintes condições:

- Sinais de reunião: (), [] e { }; onde está convencionado fazer-se primeiro o que está dentro de parênteses, depois o que está dentro do colchetes e por fim o que está dentro de chaves;
- Ordem das operações: 1ª- Potencia e raiz, na ordem em que aparecer;
2ª- Multiplicação e divisão, na ordem em que aparecer;
3ª- Adição e subtração, na ordem em que aparecer.

Atividade 3:

Resolver os seguintes problemas:

- i) Tenho 3 balas quantas devo ganhar para ficar com 8 balas?
- ii) João tem 50 figurinhas e Pedro tem 25 figurinhas. Quantas figurinhas João têm a mais que Pedro?
- iii) Li 20 páginas de um livro que tem 50 páginas. Quantas páginas tenho para ler?
- iv) Tenho 5 balas dei 3 balas para meu irmão. Com quantas balas fiquei?

Objetivo da Atividade:

Observar que, conforme a situação, a adição pode ser empregada com a ideia de **juntar** quantidades ou de **acrescentar** uma quantidade a outra, enquanto que a subtração pode ser empregada com a ideia de **tirar** uma quantidade de outra, de **completar** uma quantidade ou, ainda, de **comparar** duas quantidades.

Atividade 3:¹⁶

Dizer se é indiferente começar as seguintes adições pela direita ou pela esquerda.

3251	5432	2031	3261
4637	3263	1423	7534
<u>2110</u>	<u>1107</u>	<u>5345</u>	<u>8372</u>

a) Justifique sua resposta.

Objetivo da atividade:

Explorar o sistema de numeração de base 10 e justificar a ordem das classes numéricas. Retomar e ampliar as ideias sobre as características do nosso sistema de numeração decimal, enfatizando sua escrita, formas de representação e sua decomposição.

Tarefa Extraclasse 6:

Deixar como leitura o texto contido nos PCN-1997, 1ª a 4ª Séries, 2º Ciclo - p. 108 - 112.

7º ENCONTRO: Multiplicação e Divisão no conjunto dos Números Naturais**Objetivo Geral:**

O objetivo geral deste encontro é o de levar o aluno a identificar e construir significados para a multiplicação e a Divisão de Números Naturais, visando leva-lo a uma nova visão dessas operações.

Atividade 1:

Analisar o trabalho deixado na atividade extraclasse 6, visando à compreensão de sua leitura pelos alunos.

Objetivo da atividade:

Aprofundar as ideias relacionadas às operações de multiplicação e divisão, enfatizando a ideia de operação inversa. Levar o aluno, futuro professor, a identificar o conhecimento prévio

¹⁶ Essa atividade, Estela Kaufman Fainguelernt extraiu de: Cecil Thiré, Aritmética-Admissão, 1954 e apresentou no Congresso de Educação em Santa Maria.

trazido pelos alunos do 2º ciclo de escolaridade, quando o professor irá trabalhar o 3º ciclo de escolaridade

Atividade 2:¹⁷

Situação problema:

Um prédio tem 22 andares. Cada andar tem 18 janelas, formadas por 8 vidros cada uma. Quantos vidros de janela existem em todo o prédio?

Objetivo da atividade:

A interpretação do enunciado, envolvendo várias relações multiplicativas relacionadas a três variáveis: andar, janelas e vidros.

Um conceito matemático importante relacionado à multiplicação que envolve diferentes grandezas e a análise dimensional.

Atividade3:¹⁸

Situação Problema:

Um terreno retangular tem 36m de comprimento por 21m de largura. O dono desse terreno deseja cercá-lo com árvores plantadas a iguais distâncias uma da outra, e quer manter, entre as árvores, a maior distância possível, medida em um número inteiro de metros. Se em cada canto do terreno for plantada uma árvore, qual será a distância entre as árvores e quantas árvores ele deverá plantar?

Objetivos da atividade:

Verificar como as ideias matemáticas estão relacionadas na situação problema apresentada. Explorar o conceito de divisor, divisão, operação inversa e investigar conexões com outros conceitos matemáticos relacionados com o máximo divisor comum (MDC) e o mínimo múltiplo comum (MMC).

¹⁷ Projeto Araribá vol.6, p.54, problema 6

¹⁸ Problema extraído do livro: Conteúdo e Metodologia da Matemática: Números e Operações. Marília Centurión. Editora Sipione, 1994, p.143.

Atividade 4:**Situação Problema:**¹⁹

Ivete decidiu dar a maior parte de sua coleção de livros. Sua coleção consiste de pouco menos de 100 livros. Ela está planejando dar a metade de sua coleção para o hospital e então manter seus 10 livros favoritos. Ela dividirá igualmente o restante dos livros entre seus quatro amigos. Quantos livros poderia ter a coleção de Ivete? Encontre todas as respostas possíveis.

Objetivo da atividade:

Mostrar que, com este problema, pode-se construir novos conceitos matemáticos e utilizar, para sua resolução, diferentes estratégias como, por exemplo, organização de dados, construção de tabelas, representação geométrica e progressão aritmética.

Atividade Extraclasse 7:

Resolver as situações problema abaixo:

Situação problema 1:

Dado um número com dois algarismos diferentes de zero, a diferença entre o número e a soma de seus algarismos nunca será um número primo. Essa afirmação é verdadeira?

Responder:

- Como você resolveria esse problema?
- Para que série você acredita ser esse problema adequado?
- Que matemática “nova” pode ser construída através da resolução dessa atividade?

Situação problema 2:

Seja dada a expressão numérica $2^2 \times 3^2 \times 5$. Quantos e quais de seus divisores são múltiplos de 12?

Responda:

- Você é capaz de criar um método de resolução para este problema?

Situação Problema 3:

Brad decidiu distribuir toda a sua coleção de cartões de basebol. Sua coleção consistia de pouco menos de 250 cartões. Ele deu metade a seu irmão, $\frac{1}{3}$ a sua irmã e 20 cartões a seu primo. Depois ele distribuiu o resto da coleção igualmente entre 6 amigos. Quantos cartões poderia haver na coleção de Brad?

¹⁹ Problema extraído do livro **Problem – Driven Mathematics Grade 6-8**. Stephen Krulik e Jesse A. Rudinick, p.34 .

8º ENCONTRO: Números Racionais

Objetivo Geral:

O objetivo geral deste encontro é o de apresentar aos alunos, futuros professores, uma abordagem dos números racionais, enfocando as concepções de fração e medida como uma relação da parte com o todo.

Atividade 1:

Discussão da tarefa deixada para os alunos como tarefa extraclasse, considerando os objetivos estabelecidos:

Os objetivos pretendidos para essas situações problema são: valor posicional de números; explorar os significados de divisão, divisor, divisibilidade; e múltiplo comum de números; e focar operações com números racionais.

Atividade 2:

Situação Problema 1:

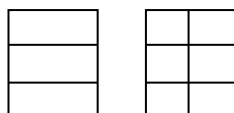
Quando Laura chegou em casa, da escola, ela viu uma tigela de salgadinhos sobre a mesa. Ela comeu $\frac{1}{5}$ dos salgadinhos. Quando seu irmão mais novo chegou em casa mais tarde, ele comeu $\frac{1}{4}$ dos salgadinhos que havia. Em seguida, seu irmão mais velho, Ken, veio para casa e comeu $\frac{1}{3}$ dos salgadinhos que restavam. Quando seu pai chegou em casa do trabalho, naquela noite, ele comeu $\frac{1}{2}$ dos salgadinhos da tigela, deixando quatro salgadinhos para sua mãe. Quantos salgadinhos havia na tigela quando Laura chegou em casa? Quantos salgadinhos cada uma das pessoas comeu?

Objetivo da atividade:

Reavaliar o conhecimento dos alunos sobre números racionais. Nesta situação problema, será trabalhado o conceito de fração como uma relação da parte com o todo.

Atividade 3:

Dividir duas folhas de papel A4: uma em três partes iguais e outra em 6 partes iguais.
Responda: Em $\frac{5}{6}$ dessa folha quantos $\frac{2}{3}$ dessa folha há?



Responda:

- Considerando você, como um futuro professor, que matemática “nova” poderia ser construída a partir da resolução desse problema?
- Para que séries pode-se trabalhar esse problema?
- Resolva esse problema aritmeticamente e geometricamente.

Objetivo da atividade:

Trabalhar um problema gerador da técnica operatória responsável pela divisão de frações que, em geral, nos livros didáticos, se apresenta como a multiplicação da primeira fração pela inversa da segunda. Essa é uma dificuldade frequentemente encontrada por alunos e professores que a aprendem e a ensinam.

Tarefa Extraclasse 8:

i) Pedir aos alunos que representem geometricamente, aritmeticamente e algebricamente:

- a) quantos $\frac{2}{3}$ de um todo cabem em $\frac{3}{5}$ desse mesmo todo;
- b) quantos $\frac{5}{4}$ de um todo cabem em $\frac{2}{3}$ desse mesmo todo;

ii)

Situação Problema 1:

Na receita de Carol, ela mistura 5 xícaras de cereal para cada 3 xícaras de nozes. Para uma receita maior, ela usou 48 xícaras dessa mistura. Quantas xícaras de cereal e quantas xícaras de nozes Carol usou?

9º ENCONTRO: Razão e Proporção

“O fato de que muitos aspectos de nosso mundo funcionam de acordo com regras proporcionais tornam as habilidades de raciocínio proporcional extremamente úteis na interpretação dos fenômenos do mundo real”. (POST, BEHR, LESH, 1988, p.76)

Ser capaz de realizar operações mecânicas com proporções não significa necessariamente que os estudantes entendam as ideias subjacentes do pensamento proporcional. A habilidade para firmemente compreender proporcionalidade é um ponto crítico no desenvolvimento mental. (HOFFER, 1988).

Objetivo Geral:

O objetivo geral, para este encontro, é o de trabalhar os conceitos de razão e proporção através da Resolução de Problemas visando à compreensão da relação multiplicativa que existe entre as quantidades que se apresentam na situação problema dada.

Atividade 1:

Em plenária, discutir a tarefa extraclasse e, com a participação efetiva dos alunos, rever as resoluções das atividades deixadas e retomar, para fixação, os conceitos envolvendo números racionais.

Objetivo da atividade:

Explorar com os alunos as formas de representação de uma razão: $\frac{a}{b}$ ou $a:b$. Decorrente desse conceito chegar aos conceitos de proporção, porcentagem, regra de três, escala e razão trigonométrica.

Atividade 2:

Entendendo-se o conjunto dos números racionais por:

$$Q = \left\{ x = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

buscar compreender a interpretação da notação barra fracionária sob diferentes pontos de vista:

- como pontos na reta $\mathbb{R}$;
- como quociente;
- como representação decimal;
- como operador (função composta);
- como vetor binário (razão).

Objetivo da atividade:

Compreender o conceito de conjunto de números racionais; reconhecer cada número racional como um representante de uma classe de equivalência; identificar as diferentes personalidades do número racional.

Tarefa Extraclasse 9:

Deixar para leitura os artigos:

- a) “Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais” de Onuchic e Bota (1997)
- b) “As diferentes „personalidades” do número racional, trabalhadas através da Resolução de Problemas” de Onuchic e Allevato (2008).

10º ENCONTRO: Proporcionalidade

Objetivo Geral:

“A aquisição de habilidades de pensamento proporcional na população em massa tem sido insatisfatória. Não somente essas habilidades emergem mais lentamente, mas há também evidências de que um grande segmento da sociedade nunca as adquire completamente”. (HOFFER, 1988, p.285)

O objetivo geral para este encontro, sobre proporcionalidade, é o de levar os alunos a perceberem o poder desse tópico matemático, como uma ideia unificadora, entendida como um conceito que liga diversos ramos da Matemática escolar.

Atividade 1:

Discutir com os alunos os textos deixados como tarefa extraclasse 9:

Objetivo da atividade:

Trabalhar os significados básicos, nos quais os números racionais podem ser interpretados: ponto na reta, relação parte-todo (medida), quociente, razão e operador.

Atividade 2:²⁰

Resolver as duas situações problema abaixo:

Situação Problema 1:

Júlia e Teresa correm à mesma velocidade. Numa mesma pista Júlia começou antes. Quando ela tinha dado 9 voltas, Teresa tinha dado 3 voltas. Quando Teresa acabar 15 voltas quantas voltas terá dado Júlia?

Situação Problema 2:

Se 3 dólares americanos (US\$ 3.00) podem ser trocados por 2 libras Inglesas (L\$ 2). Então, nessa taxa, com 21 dólares (US\$ 21.00), quantas libras posso comprar?

Objetivo da atividade:

Com estes dois problemas, pretende-se mostrar que, no primeiro, há uma comparação aditiva e no segundo uma comparação multiplicativa e que o conceito de proporcionalidade se apresenta somente dentro de uma comparação multiplicativa, pois a componente crítica de situações proporcionais é a relação multiplicativa que existe entre as duas grandezas consideradas.

²⁰ Problemas extraídos do artigo de: CRAMER, K.; Post T., CURRIER S. Learning and Teaching Ratio and Proportion: Research Implications. In: **Research Ideas for the Classroom Middle Grades Mathematics**. NCTM, 1993, p.159.

Tarefa Extraclasse 10:

i) Resolver as três situações problemas:

Situação Problema 1:

Na sala de Márcia 2 de cada 3 estudantes mora num prédio de apartamento. Há 27 estudantes. Quantas moram em apartamentos?

Objetivo:

Trabalhar com os alunos, futuros professores, um problema que introduz o conceito de proporcionalidade como a igualdade entre duas razões e razão como uma comparação multiplicativa entre duas grandezas. Ainda, que, numa proporção vale o “produto cruzado” (o produto dos meios é igual ao produto dos extremos).

Situação Problema 2:²¹

Pedro e João têm um novo alimentador de pássaros em seu quintal. Um dia, Pedro perguntou a João quantos pássaros ele tinha visto naquela manhã. João disse, “Se eu tivesse visto o dobro do que eu vi, acrescido da metade, daqueles que eu vi, então eu teria visto 20. Quantos pássaros João viu?

Responda:

- a) De quantas maneiras pode-se resolver esse problema?
- b) Que matemática você usou para resolvê-lo?

Situação Problema 3:²²

João tem três irmãos. Ele chega em casa e se dirige ao primeiro irmão e fala:

- Se você dobrar o que eu tenho no bolso, lhe dou 20 reais.

Seu irmão dobra o que ele tem no bolso e João lhe dá os 20 reais e parte para o segundo irmão, e fala:

- Se você dobrar o que eu tenho no bolso, lhe dou 20 reais.

Seu irmão dobra o que ele tem no bolso e João lhe dá os 20 reais e parte para o terceiro irmão, e fala:

- Se você dobrar o que eu tenho no bolso, lhe dou 20 reais.

Seu irmão dobra o que ele tem no bolso e João lhe dá os 20 reais e fica sem nada no bolso.

Pergunta:

Como pode ele dobrar 3 vezes o que tinha no bolso e acabar duro?

Com quanto dinheiro João chegou em casa?

Objetivo:

O objetivo pretendido com esses dois últimos problemas é o de apresentar a álgebra como uma ferramenta muito poderosa para a resolução de problemas matemáticos.

ii) Deixar, como Leitura extraclasse, o texto: “Concepções sobre a álgebra do Ensino Fundamental e utilizações das variáveis” de Usiskin (1995).

²¹ Problema extraído do livro **Problem – Driven Math** KRULIK, S.; RUDNICK, J. McGrawHill, 2005, p. 16.

²² Problema adaptado do problema original: “O Problema dos Três Santos” extraído do endereço: <http://www.manthanos.blogspot.com.br/search/label/Algebra>,

11º ENCONTRO: Álgebra: A Matemática e a Pedagogia

A álgebra começa como a arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representam números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [...] que de maneira nenhuma são números. Um sistema algébrico, como veremos, consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como a adição e a multiplicação, contanto que essas operações satisfaçam certas regras básicas. (MAC LANE; BIRKHOFF, 1967)

Objetivo Geral:

Não é fácil definir álgebra. A álgebra ensinada no Ensino Fundamental tem uma conotação muito diferente daquela ensinada nos cursos superiores de matemática.

A álgebra do Ensino fundamental tem a ver com a compreensão do significado das “letras” (variáveis) e das operações com elas. Assim, como disse Usiskin (1995, p.9), “os alunos começam a estudar álgebra quando encontram variáveis pela primeira vez”. Neste encontro pretende-se discutir os valores da álgebra na educação básica.

Atividade 1:

- Analisar a tarefa extraclasse trabalhada pelos alunos, visando a construir conceitos algébricos contidos na resolução dos problemas.
- Destacar e analisar as observações feitas pelos alunos na leitura do texto.

Objetivo da atividade:

Apresentar a Matemática como conhecimento algébrico e a Pedagogia como forma de ensino-aprendizagem de Álgebra.

Atividade 2:

Situação Problema

A área de um quadrado acrescida de oito vezes o seu lado é igual a 65. Qual o valor do lado do quadrado original?

Objetivo da atividade:

Chamar a atenção dos alunos para a importância da qualidade do enunciado, no que se refere ao Ensino e à Aprendizagem de Matemática, como os conceitos de medida e de completção de quadrados na resolução de um problema algébrico. Ainda observar que essa forma de trabalho é devido ao matemático al-Khowarizmi.

Atividade 3

Situação Problema ²³

Dez amigos foram ao parque e gastaram R\$ 160,00 com os ingressos. Sabendo que nesse grupo há 4 estudantes e que estudantes pagam a metade do preço de um ingresso, qual era o preço de cada ingresso nesse parque?

Objetivo da atividade:

Fazer com que os alunos, futuros professores, percebam os dados do problema, montem uma equação, a resolvam e saibam interpretar a resposta.

Atividade Extraclasse 11:

i)

Situação Problema:

Marta deseja fazer um canteiro retangular aproveitando um muro existente em seu terreno. Ela ainda não sabe quais serão as dimensões do canteiro, mas quer aproveitar todos os 24m de tela que tem para cercá-lo.

Responder:

- De quantas maneiras ela poderá fazer seu canteiro?
- Qual será a maior área possível usando os 24m de tela?
- Esboce o gráfico das possibilidades de áreas usando os 24m de telas.
- Para que conteúdo matemático você introduziria esse problema?

ii) Leitura e interpretação do texto dos PCN – Matemática 5^a – 8^a, 1998.

12º ENCONTRO: Raciocinando Geometricamente: Geometria Plana

Quase todos os trabalhos sobre a geometria escolar decorrem de dois problemas principais: o fraco desempenho dos alunos e um currículo ultrapassado. [...] Por que nossos esforços para resolver esses problemas resultaram em “singular insucesso ou inadequação”? A tese deste artigo é que dois dilemas fundamentais atrapalham as tentativas de alcançar soluções variáveis. (USISKIN 1994, p.21)

Objetivo Geral:

Uma vez que esses alunos reviram geometria plana em seu curso de graduação, o objetivo geral deste encontro é o de lhes apresentar um problema geométrico, de geometria plana, resolvendo-o e identificando a matemática necessária para sua resolução nas formas: aritmética, algébrica e geométrica.

²³ Problema adaptado de livro: Álgebra: pensar, calcular e comunicar. Lúcia A.A. Tinoco (Coord.), 2 ed., Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2011.

Atividade 1:

Discutir e analisar em conjunto, professora-pesquisadora e alunos, a resolução das atividades da atividade extraclasse 11, resolução de um problema e análise e discussão do texto lido.

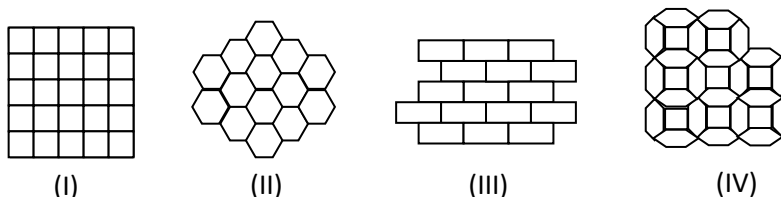
Objetivo da atividade:

Trabalhar conceitos de medida, de geometria e a construção de gráficos, num único problema. Trabalhar as propriedades essenciais das figuras geométricas simples, utilizando desenhos ou modelos de figuras geométricas.

Atividade 2: O problema dos ladrilhos

Para revestir uma parede ou um piso, pode-se usar ladrilhos ou azulejos de formas variadas e combinadas de diferentes maneiras.

Algumas combinações possíveis poderiam ser:



Essas são, geometricamente, diferentes maneiras de forrar completamente o plano utilizando polígonos.

- Será que é possível forrar o piso utilizando ladrilhos cuja forma é a do pentágono regular?
- É possível forrar o piso usando pentágonos quaisquer, não necessariamente regulares?
- É possível forrar o piso usando pentágono regular com outros polígonos?
- É possível forrar o piso usando somente hexágonos regulares?

Então, o problema dos ladrilhos pode ser formulado assim:

Situação Problema:

Usando somente polígonos regulares de um só tipo, isto é, com o mesmo número de lados, com quais deles conseguiremos forrar o plano?

Objetivo da atividade:

O objetivo desta atividade é o de levar os alunos à sua resolução a partir da construção de importantes conceitos geométricos:

- Polígonos regulares;

- ii) Medidas de ângulos internos de um polígono regular;
- iii) Soma dos ângulos internos de um polígono, fazendo uso sempre que necessário de material didático como régua, compasso, transferidor e esquadro.

Tarefa Extraclasse 12:

- i) Leitura do texto Pontos, retas e planos, do livro Matemática do Ensino Médio. Vol.2, de Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner e Augusto César Morgado, nas páginas, 161-164 – Do plano para o espaço.
- ii) Entregar texto referente ao tópico “Noções Primitivas e Axiomas”, extraído do livros: A Matemática do Ensino Médio, vol. 2, de autoria de Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner e Augusto César Morgado.

13º ENCONTRO: Raciocinando Geometricamente: Geometria Espacial

Objetivo Geral:

O objetivo geral deste encontro é o de levar o aluno a perceber características e identificar propriedades de figuras geométricas espaciais.

Atividade I:

Discutir os textos deixados para leitura observando que o grande desafio de ensinar geometria para alunos do Ensino Médio é fazer a transição do plano para o espaço. As noções de conceito primitivo, definição, postulado e teorema serão analisados no decorrer dessa atividade.

Objetivos da atividade:

Fazer com que os alunos reconheçam a diferença de se trabalhar geometricamente no plano e no espaço.

Levar o aluno, futuro professor, a perceber a importância de se trabalhar as entidades fundamentais (ponto, reta, plano) como noções primitivas trabalhando algumas das propriedades essenciais relacionadas a essas entidades como são apresentadas no texto.

Atividade 2:**Situação Problema²⁴**

Aumentando-se de 1m a aresta de um cubo, sua área lateral aumenta 164 m^2 . O volume do cubo original é?

- a) 6000 m^3
- b) 7000 m^3
- c) 8000 m^3
- d) 12000 m^3
- e) 16400 m^3

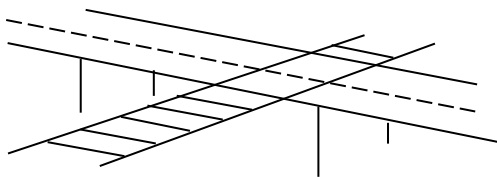
Identificar e justificar a resposta correta e, ainda, dizer o porquê de as outras respostas estarem erradas.

Objetivo da atividade:

Explorar os conceitos de área lateral e volume de um sólido, fazendo uso de conceitos geométricos e algébricos da Educação Básica.

Atividade 3:**Situação Problema**

A figura abaixo representa uma ponte sobre uma estrada de ferro. Sejam α e β , respectivamente, os planos da pista da ponte e do leito da estrada de ferro e sejam r e s as retas que representam o eixo da pista e um dos trilhos. Quais são as posições relativas de α , β , r e s ?

Objetivo da atividade:

O objetivo desta atividade é o de discutir com os alunos os conceitos de

- posições relativas de duas retas distintas do espaço;
- posições relativas de reta e plano;
- posições relativas de dois planos.

14º ENCONTRO: A Avaliação no processo de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas

Objetivo Geral:

Fazer uma avaliação escrita, com os alunos, sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

²⁴ Problema extraído de: TROTTA, F.; IMENES, L.M.P.; JAKUBOVIC, J. **Matemática Aplicada**. Vol.3, 2º grau, 1980, p. 131.

15º ENCONTRO: Processo de avaliação do projeto p₁**Objetivo Geral:**

Para este encontro o objetivo será o de finalizar a disciplina com a entrega dos resultados da avaliação do 14º encontro, registros que constarem na ficha de acompanhamento e, ainda, uma avaliação do curso.

APÊNDICE L - Roteiro de Atividades para o projeto p₂

1º Encontro: A Componente Curricular: Seminário de Práticas Educativas VI – Laboratório de Ensino de Matemática

Objetivo Geral:

Neste primeiro encontro, o objetivo geral é o de apresentar os objetivos específicos, as diretrizes e a proposta constante no PPC do curso relativa a essa componente curricular.

O propósito desta componente é o de preparar atividades, experimentos e sequências didáticas, visando ao desenvolvimento de atividades de regência de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental.

Atividade 1:

A PP questionará os alunos a respeito dos conceitos constantes na componente curricular *Seminário em Práticas Educativas VI*: Seminários, práticas educativas e, também, atividades Teórico-Práticas. Entende-se por seminários, um grupo de estudos em que os estudantes pesquisam e discutem temas específicos, em aulas ministradas por esses grupos de alunos, possivelmente dois, em que há debates acerca de um determinado tópico matemático. Esse tópico será considerado prática educativa, em que se visa o preparo de futuros professores, que farão uso, para isso, da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Então, prática educativa pode ser entendida como uma fase de experiência de alunos da Licenciatura em Matemática pondo, em ação, ideias e teorias vivenciadas, relacionando atividades Teórico-Práticas, num período preparatório para regência, visando a seu desenvolvimento profissional, relacionando atividades teórico-práticas.

O objetivo, para esta Atividade 1, é a de fazer com que os alunos entendam e reflitam sobre o objetivo geral desta componente curricular.

Atividade 2:

Entregar aos alunos o Termo de Compromisso, discutindo sua composição, definindo como serão trabalhadas as 20 horas não presenciais e pedindo que se organizassem em duplas para o trabalho. Ainda, nessa atividade, será definido um tema para cada dupla a ser

apresentado na forma de seminário. Após a concordância dos seus dizeres, esse documento deverá se assinado por todos, PP e alunos.

Atividade 3:

Apresentar para os alunos uma coleção de situações-problema envolvendo os padrões de conteúdo dos PCN: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Tratamento de Informação.

Ao oferecer essa coleção, pretende-se diagnosticar possíveis dificuldades conceituais que os alunos trazem da formação matemática escolar, construída ao longo de sua escolaridade, uma vez que, se essas dificuldades forem mantidas, elas se constituirão em obstáculos para o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática do Ensino Fundamental.

Atividade Extraclasse 1:

Pedir aos alunos que terminem a resolução das situações-problema da Atividade 3, fazendo comentários sobre suas formas de resoluções levantando e procurando sanar as dúvidas relativas a cada atividade. Essas atividades serão discutidas no início do segundo encontro.

2º Encontro: Situações-problema: Diagnóstico

Objetivo:

Para este segundo encontro, o objetivo será o de diagnosticar possíveis dificuldades encontradas, pelos alunos, na resolução e nos processos utilizados na busca da solução. Após consenso nas respostas obtidas, uma questão a ser levantada seria: numa sala de aula, como professor, de que forma esse problema poderia ser trabalhado visando ao processo de ensino e aprendizagem?

Atividade 1:

Fazer análise e discussão em conjunto, professora-pesquisadora e alunos, sobre as resoluções das situações-problema deixadas como Tarefa Extraclasse 1.

O objetivo desta atividade é o de trabalhar sobre as possíveis dificuldades na formulação de conceitos para tópicos da Matemática do Ensino Fundamental - 5ª a 8ª séries.

Atividade Extraclasse 2:

Deixar, para os alunos, cópia do artigo “A Resolução de Problemas na Educação Matemática: onde estamos? e para onde iremos?” de Lourdes de la Rosa Onuchic, e que os alunos providenciassem cópias dos PCN do Ensino Fundamental.

3º Encontro: A complexidade da Sala de aula

Objetivo:

Levar os alunos, futuros professores, a perceberem a complexidade da sala de aula e o processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Atividade 1: Leitura e análise do texto deixado como Tarefa Extraclasse 2, discutindo e argumentando sobre o que a autora está dizendo e fazendo comparação do material apresentado com a realidade da sala de aula hoje.

Atividade 2: Analisar o que os PCN –Matemática 1998 dizem sobre Resolução de Problemas.

4º Encontro: Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Objetivo:

Apresentar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como um caminho que permita, a partir do “pensar” do aluno, saber conduzir uma aula de Matemática. Nesse processo o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente visando à construção de novo conhecimento. A avaliação, que deve ser trabalhada continuamente, deve estar integrada ao ensino para produzir melhora na aprendizagem.

No contexto dessa metodologia trabalham-se diferentes tópicos matemáticos, visando ao processo de ensino-aprendizagem-avaliação numa forma prescrita, ou seja, professor e alunos juntos desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo coparticipativo e colaborativo em sala de aula.

Atividade 1:

Dar, para cada grupo, duas folhas de papel A4 e fita adesiva. Pedir aos alunos que construam cilindros, observar os cilindros construídos e responder:

- De quantas maneiras pode-se construir um cilindro com uma folha de papel A4?
- Em sua opinião, qual dos cilindros terá maior volume? Justifique
- De que ferramenta matemática você se apropriou para resolver esse problema?
- Que “novos” conceitos matemáticos pode-se construir com a resolução desse problema?

Nos próximos encontros, cada grupo apresentará para os demais alunos da sala e para a PP, seminário referente ao tema trabalhado pelo grupo, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

O objetivo desses seminários é o de levar os alunos futuros professores a prepararem atividades envolvendo situações-problema sobre números e operações, e apresentarem no processo de resolução que matemática nova poderia ser construída.

5º Encontro: Apresentação, em sala de aula, do primeiro seminário - Números e Operações

6º Encontro: Discussão e análise do primeiro seminário no que se referente à teoria e à prática.

7º Encontro: Apresentação, em sala de aula do segundo seminário - A Álgebra do Ensino Fundamental II

8º Encontro: Discussão e análise do segundo seminário no que se referente à teoria e à prática.

9º Encontro: Apresentação, em sala de aula do terceiro seminário - Espaço e Forma

10º Encontro: Discussão e análise do terceiro seminário no que se referente à teoria e à prática.

11º Encontro: Apresentação, em sala de aula do quarto seminário - Grandezas e Medidas

12º Encontro: Discussão e análise do quarto seminário no que se referente à teoria e à prática.

13º Encontro: Apresentação, em sala de aula do quinto seminário - Tratamento da Informação

14º Encontro: Discussão e análise do quinto seminário no que se referente à teoria e à prática.

15º Encontro: Apresentação dos seminários em evento organizado pela coordenação do curso

Este encontro será destinado à apresentação de todos os seminários, preparados pelos alunos, em evento organizado pela Coordenação do Curso.

O objetivo da apresentação destes seminários é o de levar os alunos futuros professores, a defenderem seus pontos de vista com relação à metodologia adotada, através da comunicação oral, diante de uma banca composta por professores e demais colegas do Curso.