

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JOSÉ NICOLÁS MELCHOR GUTIÉRREZ

**META-HEURÍSTICAS APLICADAS AO MODELO AC NO
PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO**

JOSÉ NICOLÁS MELCHOR GUTIÉRREZ

**META-HEURÍSTICAS APLICADAS AO MODELO AC NO
PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE
TRANSMISSÃO**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia – UNESP – Câmpus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de Conhecimento: Automação.

Rubén Augusto Romero Lázaro
Orientador

Ilha Solteira
2019

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Melchor Gutiérrez, José Nicolás.

M518m Meta-heurísticas aplicadas ao modelo ac no planejamento da expansão de sistemas de transmissão / José Nicolás Melchor Gutiérrez. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2019

184 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. Área de conhecimento: Automação, 2019

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro

Inclui bibliografia

1. Algoritmo genético especializado. 2. Planejamento da expansão de redes de transmissão. 3. Alocação de fontes de reativos. 4. Fluxo de potência ótimo.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Meta-heurísticas aplicadas ao modelo AC no planejamento da expansão de sistemas de transmissão

AUTOR: JOSE NICOLAS MELCHOR GUTIERREZ

ORIENTADOR: RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

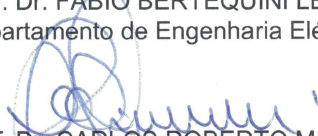
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:



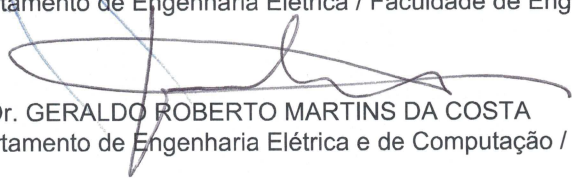
Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. FABIO BERTEQUINI LEÃO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MINUSSI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação / Universidade de São Paulo/São Carlos



Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MENDONÇA DA ROCHA
Centro de Engenharias e Ciências Exatas / Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE

Ilha Solteira, 31 de maio de 2019

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus por sempre me servir de conforto nos momentos mais difíceis e pela sua guia ao longo da minha vida.

A meus pais Jose Nicolas Melchor Campeón e Patricia Gutierrez Giraldo, ao meu irmão Joan Steven Melchor Gutierrez e aos meus avós Aura Campeón e Jose B. Bueno pelo amor incondicional, carinho, paciência e grande apoio que me há brindado durante toda a minha vida.

A minha namorada Aurora por todo o amor, pelo apoio e por todas as grandes aventuras que temos vivido.

Ao professor Rubén Augusto Romero Lázaro, pela dedicação durante a orientação deste trabalho.

Ao professor Pierluigi Mancarella pelas sugestões durante a realização deste trabalho no último ano.

Aos meus amigos Natalia, Alejandra, Nataly, Guapacha, Juan Manuel, Kate, Fabian, Jorge, Mario e Leonardo pela amizade e apoio durante o doutorado.

Aos meus companheiros do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica – LaPSEE, pelas sugestões e pelo apoio e pelo convívio.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo 142038/2015-6, e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processos 2015/04190-4, 2015/21972-6 e 2017/22626-0.

RESUMO

Os sistemas elétricos do futuro próximo terão um comportamento dinâmico porque grandes fontes renováveis de geração, principalmente geração eólica e solar, serão construídas nos sistemas de potência de vários países do mundo incluindo o Brasil. A incerteza introduzida pelas fontes renováveis de energia é um problema que deve ser solucionado. Para resolver o problema da incerteza é necessário criar uma rede mais flexível. A alocação de armazenadores de energia no sistema de potência será necessária para lidar com as novas incertezas e para manter o funcionamento adequado do sistema. Adicionalmente, o sistema de transmissão deve-se tornar muito mais ativo através do uso de novas tecnologias flexíveis que permitirão ter um controle ótimo do sistema. As novas tecnologias incluem Sistemas Flexíveis de Transmissão em Corrente Alternada (FACTS), sistemas de transmissão de corrente contínua (HVDC) e outras tecnologias que permitirão controlar as direções dos fluxos de potência sem alterar a geração ou demanda do sistema. Portanto, nesta tese são estudadas diferentes representações matemáticas para os problemas de fluxo de potência ótimo (FPO), planejamento da transmissão de longo prazo (PERT) e alocação de fontes de reativos (AFR) usando as equações de fluxo de potência de corrente alternada (CA). Adicionalmente, são propostas novas formulações para representar os problemas de fluxo de potência ótimo multiperíodo para sistemas de transmissão ativos que incluem FACTS, sistemas HVDC e baterias. Também foram desenvolvidas técnicas heurísticas e meta-heurísticas para resolver o problema de planejamento da expansão de redes de transmissão estático e multiestágio de forma eficiente. Os sistemas testes usados no problema de FPO de CA são os sistemas IEEE-30, IEEE-118 e IEEE-300. Os sistemas testes usados no problema PERT de CA foram os sistemas Garver, IEEE-24, IEEE-118, Sul Brasileiro e Norte-nordeste Brasileiro. As modelagens exatas foram implementadas em *AMPL* e as técnicas heurísticas e meta-heurísticas foram implementadas na linguagem C++. As diferentes formulações matemáticas têm sido resolvidas com os pacotes de otimização *CPLEX*, *Knitro* e *Baron*. Os resultados mostram a boa qualidade das diferentes representações não lineares para o problema de FPO de CA. Adicionalmente, a efetividade das técnicas de solução propostas para o problema de PERT de CA é demonstrada.

Palavras-chave – Algoritmo genético especializado. Planejamento da expansão de redes de transmissão. Alocação de fontes de reativos. Fluxo de potência ótimo.

ABSTRACT

The future power systems will have a dynamic behaviour due to a significant amount of renewable generation, especially wind and solar generation, will be installed in the power systems of many countries in the world including Brazil. The uncertainty introduced by the renewable energy resources is a problem that has to be solved. The development of a flexible network is necessary to solve the aforementioned problem. The installation of energy storage in the power system will be necessary to manage the new uncertainties and to maintain the adequate system's operation. Additionally, the transmission system will become more active through new flexible technologies, which allows having an optimal control of the power system. The new technologies include Flexible AC Transmission System (FACTS), High Voltage Direct current (HVDC) transmission systems and other technologies, which allow controlling the power flow direction without changing the power injections of generation or demand. Therefore, in this thesis are studied different mathematical formulations using the AC power flow equations for the optimal power flow (OPF) problem, the transmission expansion planning (TEP) problem and the reactive power planning (RPP) problem. Furthermore, two additional contributions have been made. The first contribution is the development of new mathematical formulations for the multiperiod optimal power flow for active transmission systems that includes FACTS, HVDC and batteries. The second contribution is the development of effective and efficient heuristics and metaheuristics to solve the static and multistage AC TEP. The test systems that has been used to assess the AC OPF formulations are the IEEE 30, IEEE 118 and IEEE 300. Moreover, the Garver, IEEE 24, IEEE 118, South Brazilian and North-Northeast Brazilian power systems have been used to test the formulations and solution techniques for the AC TEP problem. The mathematical formulations have been implemented in the mathematical programming language AMPL and the heuristics and metaheuristics have been implemented in C++. The different mathematical formulations have been solved with the solver *CPLEX*, *Knitro* and *Baron*. The results show the good quality of the nonlinear formulations to represent the AC OPF problem. Additionally, the effectiveness of the solution techniques for the AC TEP problem is proven.

Keywords – Optimal power flow. Reactive power planning. Specialized genetic algorithm. Transmission expansion planning

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Representação das correntes no modelo Π de uma linha.	33
Figura 2	– Representação geral de uma linha, transformador e transformador defasador.	33
Figura 3	– Diagrama de fluxo para o método de programação sucessiva para as versões linearizadas e cônicas do modelo de FBF-FPO-AC-v3.	43
Figura 4	– Representação do transformador defasador (a), modelo de injeção de potências AC (b) e modelo de injeção de potência DC (c)	69
Figura 5	– Representação do VSC e a sua representação equivalente	71
Figura 6	– Diagrama de caixa para representar o comportamento da magnitude tensão do sistema teste de 10 barras representado pelas diferentes formulações matemáticas	82
Figura 7	– Diagrama de caixa para representar o comportamento do ângulo da tensão do sistema teste de 10 barras representado pelas diferentes formulações matemáticas	82
Figura 8	– Geração de energia reativa para o sistema teste de 10 barras	83
Figura 9	– Absorção de energia reativa para o sistema teste de 10 barras	84
Figura 10	– Diagrama de caixa para representar o comportamento da magnitude de tensão do sistema teste IEEE 300 representado pelas diferentes formulações matemáticas	88
Figura 11	– Diagrama de caixa para representar o comportamento do ângulo da tensão do sistema teste de IEEE 300 representado pelas diferentes formulações matemáticas	88
Figura 12	– Geração de energia reativa para o sistema teste IEEE 300	89
Figura 13	– Absorção de energia reativa para o sistema teste IEEE 300	89
Figura 14	– Diagrama de fluxo para o AGCB melhorado.	116
Figura 15	– Codificação de um indivíduo no AGCB melhorado para o problema PERT estático.	116

Figura 16	– Exemplo de recombinação de um ponto para o problema de PERT estático.	118
Figura 17	– Exemplo de mutação para uma proposta de solução do problema PERT estático.	119
Figura 18	– Exemplo de <i>Path Relinking</i> para o problema PERT estático.	126
Figura 19	– Custo de expansão para o sistema Norte-Nordeste Brasileiro com os diferentes critérios heurísticos aplicados à heurística construtiva da subseção 5.2.	129
Figura 20	– Tempos de solução para resolver o sistema Norte-Nordeste Brasileiro com os diferentes critérios heurísticos aplicados à heurística construtiva da subseção 5.2.	129
Figura 21	– Tempos de solução para resolver o sistema Norte-Nordeste Brasileiro com os diferentes critérios heurísticos aplicados à heurística construtiva da subseção 5.1.	130
Figura 22	– Codificação de um indivíduo no AGCB melhorado para o problema PERT multiestágio.	156
Figura 23	– Exemplo de recombinação de um ponto para o problema de PERT multiestágio.	157
Figura 24	– Exemplo de mutação para uma proposta de solução do problema PERT multiestágio.	158

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Resultados dos modelos de FPO não lineares sem limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-30	44
Tabela 2	– Resultados dos modelos de FPO não lineares sem limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-118	45
Tabela 3	– Resultados dos modelos de FPO não lineares sem limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-300	45
Tabela 4	– Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-30	47
Tabela 5	– Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-118	47
Tabela 6	– Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-300	48
Tabela 7	– Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos para o sistema teste IEEE-30	49
Tabela 8	– Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos para o sistema teste IEEE-118	50
Tabela 9	– Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos para o sistema teste IEEE-300	50

Tabela 10	– Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	51
Tabela 11	– Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118	52
Tabela 12	– Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300	53
Tabela 13	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L1 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	54
Tabela 14	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L1 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	54
Tabela 15	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L2 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	55
Tabela 16	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L2 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	55
Tabela 17	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	56
Tabela 18	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	56
Tabela 19	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	56
Tabela 20	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	56
Tabela 21	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	57
Tabela 22	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30	57

Tabela 23	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118	58
Tabela 24	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118	58
Tabela 25	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118	58
Tabela 26	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118	59
Tabela 27	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118	59
Tabela 28	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118	59
Tabela 29	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300	60
Tabela 30	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300	60
Tabela 31	– Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300	60
Tabela 32	– Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300	61
Tabela 33	– Características do PST	80
Tabela 34	– Despacho de geração para o sistema teste de 10 barras	81
Tabela 35	– Informação das linhas de transmissão HVDC instaladas no sistema IEEE 300	85
Tabela 36	– Informação do VSC para o sistema IEEE 300	85
Tabela 37	– PST instalados no sistema teste IEEE 300	85
Tabela 38	– TCSC instalados no sistema teste IEEE 300	85
Tabela 39	– Despacho de geração para o sistema teste IEEE 300	86
Tabela 40	– Parâmetros do <i>Knitro solver</i> para o sistema IEEE 300	86

Tabela 41	– Numero de restrições lineares (LC), restrições não lineares (NLC) e variáveis (VAR) para o sistema teste IEEE 300	86
Tabela 42	– Resultados para o sistema teste Garver para o problema PERT estático	100
Tabela 43	– Linhas e capacitores instalados no sistema Garver com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático	101
Tabela 44	– Resultados para o sistema teste IEEE-24 para o problema PERT estático	101
Tabela 45	– Linhas e capacitores instalados no sistema IEEE-24 com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático	102
Tabela 46	– Resultados para o sistema teste IEEE-118 para o problema PERT estático	102
Tabela 47	– Linhas e capacitores instalados no sistema IEEE-118 com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático	102
Tabela 48	– Resultados para o sistema teste Sul Brasileiro para o problema PERT estático	103
Tabela 49	– Linhas e capacitores instalados no sistema Sul Brasileiro com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático	104
Tabela 50	– Resultados para o sistema teste Norte Nordeste Brasileiro para o problema PERT estático	104
Tabela 51	– Linhas e capacitores instalados no sistema Norte Nordeste Brasileiro com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático	105
Tabela 52	– Melhores parâmetros achados para o <i>solver Knitro</i> para os AHC	128
Tabela 53	– Linhas instaladas pelos diferentes algoritmos heurísticos no sistema Norte-Nordeste Brasileiro	130
Tabela 54	– Resultados para o sistema teste Garver usando o AHC de 5.2	131
Tabela 55	– Resultados para o sistema teste IEEE-24 usando o AHC de 5.2	131
Tabela 56	– Resultados para o sistema teste IEEE-118 usando o AHC de 5.2	132
Tabela 57	– Resultados para o sistema teste Sul Brasileiro usando o AHC de 5.2	132
Tabela 58	– Resultados para o sistema teste Norte-Nordeste Brasileiro usando o AHC de 5.2	133
Tabela 59	– Resultados para o sistema teste IEEE-24 usando as meta-heurísticas	134
Tabela 60	– Resultados para o sistema teste Sul Brasileiro usando as meta-heurísticas	134
Tabela 61	– Resultados para o sistema teste Norte-Nordeste Brasileiro usando as meta-heurísticas	135
Tabela 62	– Resultados para o sistema teste IEEE 118	144
Tabela 63	– Numero de restrições lineares (LC), restrições não lineares (NLC), variáveis contínuas (CVAR) e variáveis inteiras (IVAR) para o sistema teste IEEE 118	145
Tabela 64	– Parâmetros do <i>Knitro solver</i> para as diferentes formulações matemáticas	145
Tabela 65	– Linhas e capacitores instalados no sistema IEEE-118 com as formulações matemáticas exatas	146
Tabela 66	– Resultados para o sistema teste Garver	147

Tabela 67	– Numero de restrições lineares (LC), restrições não lineares (NLC), variáveis contínuas (CVAR) e variáveis inteiras (IVAR) para o sistema Garver	147
Tabela 68	– Linhas e capacitores instalados no sistema Garver com as formulações matemáticas exatas	147
Tabela 69	– Custo de operação e expansão para o sistema IEEE-118 multiestágio	161
Tabela 70	– Tempo de execução requerido para resolver o problema de PERT multiestágio no sistema teste IEEE-118	161
Tabela 71	– Linhas e capacitores instalados no sistema IEEE-118 com os diferentes métodos heurísticos de solução.	162
Tabela 72	– dados das barras do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo.	175
Tabela 73	– dados das linhas do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo.	178
Tabela 74	– dados dos geradores do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo.	183

NOMENCLATURA

CONJUNTOS

Ω_g, Ω_d	Conjunto de barras de geração e demanda do sistema
Ω_l	Conjunto de linhas do sistema
L	Conjunto de pedaços da linearização por partes

SUBSCRITOS

n, m	Subscritos que representam as barras do sistema
l	Subscrito que representa o número do circuito do sistema
pw	Subscrito que representa cada um dos pedaços da linearização por partes
npa	Subscrito que representa cada um dos pedaços da linearização poliedral
h	Subscrito que representa o número de iterações do método de programação sucessiva
y	Subscrito que representa cada linha candidata que pode ser potencialmente instalada no sistema
s	Subscrito que indica cada uma das soluções na população
t	Subscrito que indica período de tempo

VARIÁVEIS INTEIRAS

$TL_{(*)}$	Variável que indica o número de circuitos que serão instalados no sistema
CB_*	Variável que indica o número de capacitores que serão instalados no sistema

VARIÁVEIS CONTÍNUAS

p_*^g, q_*^g	Geração de potência ativa e reativa
Q_*^C, Q_*^L	Geração e absorção de potência reativa do compensador de reativos
$P_{(*)}^{from}, P_{(*)}^{to}$	Fluxos de potência ativa pelos circuitos do sistema
$Q_{(*)}^{from}, Q_{(*)}^{to}$	Fluxos de potência reativa pelos circuitos do sistema
v_*, θ_*	Magnitude e ângulo da tensão
v_*^r, v_*^j	Componente real e imaginária da tensão
i_*^r, i_*^j	Componente real e imaginária da corrente líquida numa barra do sistema
$i_{(*)}^{r,from}, i_{(*)}^{r,to}$	Componente real do fluxo de corrente pelos circuitos do sistema
$i_{(*)}^{j,from}, i_{(*)}^{j,to}$	Componente imaginária do fluxo de corrente pelos circuitos do sistema
$P_{(*)}, Q_{(*)}$	Fluxo de potência ativa e reativa pelos circuitos do sistema para a formulação <i>Branch Flow</i>
$i_{(*)}^{sq}$	Magnitude do fluxo de corrente ao quadrado para o modelo de <i>Branch Flow</i>
v_*^{sq}	Magnitude da tensão ao quadrado
$P_{(*)}^{to,+}, P_{(*)}^{to,-}$	Componente positiva e negativa do fluxo de potência ativa
$P_{(*)}^{to,pwl}$	Tramo da linearização por partes que corresponde ao fluxo de potência ativa
$i_{(*)}^{sq,to}$	Magnitude do fluxo de corrente ao quadrado
$P_{(*)}^{pa,to}, P_{(*)}^{pa,from}$	Valor da potência ativa na linearização poliedral
$Q_{(*)}^{pa,to}, Q_{(*)}^{pa,from}$	Valor da potência reativa na linearização poliedral
$S_{(*)}^{to}, S_{(*)}^{from}$	Fluxo de potência aparente pelos circuitos do sistema
$P_{(*)}^{from,0}, P_{(*)}^{to,0}$	Fluxos de potência ativa pelos circuitos existentes na topologia inicial
$Q_{(*)}^{from,0}, Q_{(*)}^{to,0}$	Fluxos de potência reativa pelos circuitos existentes na topologia inicial
$P_{(*)}^{from,P}, P_{(*)}^{to,P}$	Equações de fluxo de potência ativa por circuito
$Q_{(*)}^{from,P}, Q_{(*)}^{to,P}$	Equações de fluxo de potência reativa por circuito
FD_*	Diversidade de um indivíduo em relação com os outros indivíduos da população
$SL_{(*)}$	Solução candidata

CE_i, CO_i	Custo de expansão e operação do sistema em cada um dos estágios
$i_{(*)}^{r,from,C}, i_{(*)}^{r,to,C}$	Equações da componente real do fluxo de corrente pelos circuitos do sistema
$i_{(*)}^{j,from,C}, i_{(*)}^{j,to,C}$	Equações da componente imaginária do fluxo de corrente pelos circuitos do sistema
$P_{(*)}^{LSP}, Q_{(*)}^{LSP}$	Corte de carga ativa e reativa
$a_{(*)}$	Relação de transformação
$a_{(*)}^r, a_{(*)}^j$	Componente real e imaginária da relação de transformação complexa
$P_{(*)}^{PST}, P_{(*)}^{TCSC}$	Capacidade de transferência de potência ativa do PST e TCSC
$P_{(*)}^{ls/gc}, Q_{(*)}^{ls/gc}$	Corte de carga e redução de geração
$P_{(*)}^{HVDC}$	Fluxo de potência ativa pelos circuitos HVDC
$V_{(*)}^{DC}, P_{(*)}^{VSC,DC}$	Tensão DC e geração de potência ativa no gerador fictício
$p_{(*)}^{VSC,AC,+/-}, p_{(*)}^{VSC,b,+/-}$	Geração/Absorção de potência ativa do gerador fictício do VSC e da bateria
$q_{(*)}^{VSC,AC}$	Geração/Absorção de potência reativa do gerador fictício do VSC
$P_{(*)}^{loss,HVDC}$	Perdas na linha HVDC
$x_{(*)}^{eq}$	Reatância equivalente de um circuito com um dispositivo TCSC instalado
$p_{(*)}^b, p_{(*)}^{be}, P_{(*)}^{loss,b}$	Potência ativa, energia e perdas das baterias
$q_{(n,t)}^{SVC}$	Potência reativa gerada/absorbida pelo dispositivo SVC

PARÂMETROS

$C_*^{g2}, C_*^{g1}, C_*^{g0}$	Coefficientes da função quadrática de custo de geração de potência ativa
C_*^{cap}	Custo de operação do compensador de reativos
P_*^d, Q_*^d	Demanda de potência ativa e reativa
g_*^{sh}, b_*^{sh}	Condutância e susceptância shunt de um capacitor ou reator instalado numa barra do sistema
$a_{(*)}, \varphi_{(*)}$	Relação de transformação e defasagem angular
$g_{(*)}, b_{(*)}, b_{(*)}^{sh}$	Condutância, susceptância e susceptância <i>shunt</i> da linha
v_*^{min}, v_*^{max}	Tensão mínima e máxima permitida em cada barra do sistema
$S_{(*)}^{max}$	Fluxo de potência aparente máximo permitido pelos circuitos do sistema
P_*^{min}, P_*^{max}	Limite mínimo e máximo de potência ativa que pode ser gerada em cada gerador do sistema
Q_*^{min}, Q_*^{max}	Limite mínimo e máximo de potência reativa que pode ser gerada em cada gerador do sistema
$i_{(*)}^{max}$	Limite de corrente para os circuitos do sistema
$r_{(*)}, x_{(*)}, z_{(*)}$	Resistência, reatância e impedância das linhas do sistema

\hat{v}_*	Tensão fixada em cada iteração do método de programação sucessiva
$\hat{i}_{(*)}^{sq, from}$	Fluxo de corrente ao quadrado fixado em cada iteração do método de programação sucessiva
$m_{(*)}^{to}$	Inclinação do tramo da linearização por partes que corresponde ao fluxo de potência ativa
$\Delta S_{(*)}$	Tamanho horizontal de cada um dos pedaços da linearização por partes
fo_*	Valor da função objetivo na iteração h
Δfo	Diferença máxima da função objetivo no método de programação sucessiva
Δv_*^{\max}	Limite máximo para a variação da magnitude da tensão
$\gamma, \beta, c, d, \delta, \alpha$	Parâmetros de atualização para o limite de variação de tensão para o método de programação sucessiva
$C_{(*)}^L$	Custo de instalação de um circuito
C_*^{CB}	Custo de instalação de um capacitor
$TL_{(*)}^{\max}$	Circuitos máximos que podem ser instalados em cada corredor
$n_{(*)}^0$	Circuitos que instalados na topologia inicial do sistema
CB_*^{\max}	Capacitores máximos que podem ser instalados em cada barra
M	Parâmetro <i>Big M</i> para as restrições disjuntivas
R	Parâmetro aleatório para modificar os custos de instalação dos circuitos
$C'_{(*)}$	Custo modificado de instalação de um circuito no sistema
$\Upsilon_*^f, \Upsilon_*^i$	Ano inicial e final de cada estágio de planejamento
σ	Taxa de desconto anual
μ	Penalização do corte de carga
$x_{(*)}^{TCSC, \min}, x_{(*)}^{TCSC, \max}$	Reatância mínima e máxima do dispositivo TCSC
$r_{(*)}^{HVDC}$	Resistencia da linha HVDC
$a_{(*)}^{\min}, a_{(*)}^{\max}$	Limite mínimo e máximo da relação de transformação
$\phi_{(*)}^{\min}, \phi_{(*)}^{\max}$	Limite mínimo e máximo do defase angular
$V_*^{DC, \min}, V_*^{DC, \max}$	Tensão mínima e máxima no sistema HVDC
$S_*^{VSC, \max/\min}, P_*^{VSC, \max/\min}$	Limite de potência aparente, ativa e reativa mínimo e máximo no dispositivo retificador/inversor VSC
$Q_*^{VSC, \max/\min}$	
\bar{P}_*^b, τ_*^b	Capacidade de armazenamento de potência ativa e energia de uma bateria
η_*^b, η_*^{VSC}	Eficiência do dispositivo VSC e das baterias
$q_*^{SVC, \min}, q_*^{SVC, \max}$	Limite mínimo e máximo de geração de reativos do dispositivo SVC

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	OBJETIVOS	23
1.1.1	Objetivo geral	23
1.1.2	Objetivos específicos	23
1.2	ARTIGOS PUBLICADOS E/OU SUBMETIDOS EM CONGRESSOS E PERIODICOS	24
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	25
2	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO AC	27
2.1	FORMULAÇÕES NÃO LINEARES PARA O PROBLEMA DE FPOAC	28
2.1.1	Formulação polar do problema de FPOAC de potência-tensão (P-FPOAC-PQV)	28
2.1.2	Formulação retangular do problema de FPOAC de potência-tensão (R-FPOAC-PQV)	29
2.1.3	Formulação retangular do problema de FPOAC de corrente-tensão (R-FPOAC-IV)	30
2.1.4	Formulação polar do problema de FPOAC de <i>Branch Flow</i> (P-FPOAC-BF)	31
2.1.5	Formulação polar do problema de FPOAC de <i>Branch Flow</i> incluindo o efeito dos elementos shunt da linha (P-FPOAC-BF-v2)	32
2.1.6	Formulação alternativa polar do problema de FPOAC de <i>Branch Flow</i> (P-FPOAC-BF-v3)	35
2.2	MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO SUCESSIVA PARA RESOLVER O PROBLEMA DE FPO REPRESENTADO PELOS MODELOS DE <i>FULL BRANCH FLOW</i>	36
2.2.1	Modelo de P-FPOAC-BF-v3 linearizado no ponto de operação e com linearização por partes (P-FPOAC-BF-v3-L1)	37
2.2.2	Modelo de P-FPOAC-BF-v3 linearizado usando series de Taylor e linearização por partes (P-FPOAC-BF-v3-L2 e P-FPOAC-BF-v3-L3)	38

2.2.3	Modelo de P-FPOAC-BF-v3 cônico (P-FPOAC-BF-v3-C)	39
2.2.4	Aproximação poliedral do modelo de P-FPOAC-BF-v3 cônico (P-FPOAC-BF-v3-L4)	40
2.2.5	Limites e critério de parada	42
2.3	TESTES E RESULTADOS	43
2.3.1	Resultados dos modelos de FPO não lineares sem limite de corrente e sem compensação de reativos	44
2.3.2	Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e sem compensação de reativos	46
2.3.3	Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos	47
2.3.4	Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos considerando o custo de compensação	49
2.3.5	Resultados para o método de programação sucessiva	52
2.4	CONCLUSÕES	61
3	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO MULTIPERÍODO PARA A OPERAÇÃO DO SISTEMA DE POTÊNCIA COM MÚLTIPLAS TECNOLOGIAS	63
3.1	FLUXO DE POTÊNCIA MULTIPERÍODO	65
3.1.1	Representação polar de potências e tensões (P-PQV)	65
3.1.2	Representação retangular de potências e tensões (R-PQV)	66
3.1.3	Representação retangular de correntes e tensões (R-IV)	66
3.1.4	Polar branch flow (P-BF)	67
3.1.5	Formulação de fluxo de potência DC	68
3.2	REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS DOS FACTS, HVDC E BATERIAS	68
3.2.1	Transformadores defasadores (PST)	68
3.2.2	VSC-HVDC ponto-a-ponto e multi-terminal	70
3.2.3	Compensador controlado por tiristor (TCSC)	72
3.2.4	Baterias	73
3.2.5	Compensador estático de reativos (SVC)	74
3.3	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO MULTIPERÍODO	74
3.3.1	Representação polar de potências e tensões (P-PQV)	75
3.3.2	Representação retangular de potências e tensões (R-PQV)	76
3.3.3	Representação retangular de correntes e tensões (R-IV)	77
3.3.4	Polar branch flow (P-BF)	77
3.3.5	Formulação de fluxo de potência ótimo DC	78
3.4	TESTES E RESULTADOS	78
3.4.1	Sistema teste de 10 barras	80
3.4.2	Sistema teste IEEE 300	84
3.5	CONCLUSÕES	90
4	MODELOS EXATOS PARA REPRESENTAR O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO AC ESTÁTICOS	92
4.1	MODELO POLAR DE INJEÇÃO DE POTÊNCIA NAS BARRAS PARA O PROBLEMA PERT-AC ESTÁTICO (P-PQV-E)	95
4.2	MODELO RETANGULAR DE INJEÇÃO DE POTÊNCIA NAS BARRAS PARA O PROBLEMA PERT-AC ESTÁTICO (R-PQV-E)	96
4.3	MODELO DISJUNTIVO DE <i>BRANCH FLOW</i> INCLUINDO O EFEITO	97

	DOS ELEMENTOS SHUNT DA LINHA PARA O PROBLEMA PERT-PAFR-AC ESTÁTICO (P-PERTAC-BF-v3-E)	
4.4	TESTES E RESULTADOS	99
4.5	CONCLUSÕES	104
5	ALGORITMOS HEURÍSTICOS E META-HEURÍSTICOS PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO AC ESTÁTICO	107
5.1	ALGORITMO HEURÍSTICO CONSTRUTIVO CLÁSSICO	108
5.2	ALGORITMO HEURÍSTICO CONSTRUTIVO USANDO O MODELO DE PERT AC HÍBRIDO	110
5.3	ALGORITMO GENÉTICO ESPECIALIZADO	112
5.3.1	Algoritmo genético de Chu-Beasley	113
5.4	ALGORITMO GENÉTICO ESPECIALIZADO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO ESTÁTICO	115
5.4.1	Codificação	115
5.4.2	Seleção	117
5.4.3	Recombinação	117
5.4.4	Mutação	118
5.4.5	Melhoria local	119
5.4.6	Critério de convergência	119
5.5	BUSCA DISPERSA	119
5.6	ESTRATEGIAS AVANÇADAS PARA O ALGORITMO DE BUSCA DISPERSA	121
5.6.1	Atualização dinâmica do conjunto de referência	121
5.6.2	Reconstrução e atualização do conjunto de referência em multicamadas	121
5.6.3	Controle de diversidade na montagem do conjunto de referência	122
5.6.4	Número variável de soluções na etapa de <i>combinação de soluções</i>	122
5.6.5	Outras estruturas avançadas que podem ser aplicadas ao algoritmo de BD	123
5.7	BUSCA DISPERSA COMO MÉTODO DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO ESTÁTICO	123
5.7.1	Etapa 1 - geração de soluções com diversificação	124
5.7.2	Etapa 2 - atualização das soluções do conjunto de referência	124
5.7.3	Etapa 3 - geração de subconjuntos de soluções	125
5.7.4	Etapa 4 - combinação de soluções	125
5.8	TESTES E RESULTADOS	127
5.8.1	Resultados para os algoritmos heurísticos construtivos	127
5.8.2	Resultados para as meta-heurísticas	133
5.9	CONCLUSÕES	135
6	MODELO EXATO PARA REPRESENTAR O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO AC MULTIESTÁGIO	137
6.1	MODELO POLAR DE POTÊNCIAS E TENSÕES PARA O PROBLEMA PERT-AC MULTIESTÁGIO (P-PQV-M)	138
6.2	MODELO RETANGULAR DE POTÊNCIAS E TENSÕES PARA O PROBLEMA PERT-AC MULTIESTÁGIO (R-PQV-M)	140

6.3	MODELO RETANGULAR DE CORRENTES E TENSÕES PARA O PROBLEMA PERT-AC MULTIESTÁGIO (R-IV-M)	142
6.4	ANÁLISES DOS RESULTADOS	144
6.5	CONCLUSÕES	147
7	ALGORÍTMOS META-HEURÍSTICOS PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO AC MULTIESTÁGIO	149
7.1	ALGORITMO HEURÍSTICO CONSTRUTIVO USANDO O MODELO DE PERT AC HÍBRIDO MULTIESTÁGIO	149
7.2	ALGORITMO HEURÍSTICO DESTRUTIVO PARA O PROBLEMA PERT AC MULTIESTÁGIO	152
7.3	ALGORITMO GENÉTICO ESPECIALIZADO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO MULTIESTÁGIO	154
7.3.1	Codificação	155
7.3.2	Recombinação	156
7.3.3	Mutação	157
7.4	BUSCA DISPERSA COMO MÉTODO DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO MULTIESTÁGIO	158
7.4.1	Etapa 1 - geração de soluções com diversificação	158
7.4.2	Etapa 2 - atualização das soluções do conjunto de referência	159
7.4.3	Etapa 3 - geração de subconjuntos de soluções	159
7.4.4	Etapa 4 - combinação de soluções	159
7.5	TESTES E RESULTADOS	160
7.6	CONCLUSÕES	162
8	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	163
	REREFÊNCIAS	166
	ANEXO A	175
A.1	DADOS DO SISTEMA DE 118 BARRAS	175

1 INTRODUÇÃO

OS sistemas elétricos de potência atuais podem ser considerados sistemas passivos de energia porque estão compostos de componentes passivos que tem como objetivo transportar a energia das usinas elétricas (geração síncrona) até os pontos de demanda. Porém, os sistemas elétricos no futuro próximo terão um comportamento mais dinâmico porque grandes fontes renováveis de geração, principalmente geração eólica e solar, serão construídas nos sistemas de potência de vários países do mundo incluindo o Brasil (AUSTRALIAN ENERGY MARKET OPERATOR-AEMO, 2018; COMPANY, 2010; EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA-EPE, 2018; MAI *et al.*, 2012). A construção destes novos geradores no sistema de potência produz novos problemas tais como o aumento do tamanho dos picos da tensão e o aumento do tempo de recuperação do nível de tensão para seus valores normais em situações tais como uma falta no sistema, a abertura ou fechamento de uma chave ou disjuntor, ou uma mudança nos valores da geração e/ou a demanda de energia elétrica. Adicionalmente, em alguns países é considerado o incremento na instalação de painéis solares fotovoltaicos para autoconsumo e a melhoria na eficiência energética dos eletrodomésticos e outros dispositivos de consumo. O anterior teria como consequência a diminuição do valor mínimo da curva de demanda, aumentando a necessidade da instalação de reatores e outros dispositivos para o controle de reativos com o objetivo de manter a tensão em níveis aceitáveis (AEMO, 2018). Outro problema que tem que ser

considerado no planejamento da transmissão é a oposição pública contra a construção de novas linhas de transmissão que tem crescido nos últimos anos em alguns países, sendo este um dos fatores mais críticos para o planejamento da transmissão (PERRAS, 2014).

Adicionalmente, a incerteza introduzida pelas fontes renováveis de energia é um outro problema que deve ser solucionado. Para resolver o problema da incerteza é necessário criar uma rede mais flexível. A alocação de armazenadores de energia no sistema de potência será necessária para lidar com as novas incertezas e para manter o funcionamento adequado do sistema. Adicionalmente, o sistema de transmissão deve-se tornar muito mais ativo através do uso de novas tecnologias flexíveis que permitirão ter um controle ótimo do sistema. As novas tecnologias incluem Sistemas Flexíveis de Transmissão em Corrente Alternada (FACTS), sistemas de transmissão de corrente contínua (HVDC) e outras tecnologias que permitirão controlar as direções dos fluxos de potência sem alterar a geração ou demanda do sistema (EPE, 2018; MORENO *et al.*, 2017).

A representação matemática dos problemas de operação e planejamento dos sistemas elétricos de potência tem sido feita usando principalmente a modelagem de corrente contínua (CC ou DC em inglês) que considera somente a potência ativa. Porém, os novos problemas introduzidos pelas fontes de geração não síncrona, pela eficiência das cargas e a crescente oposição para construir novas linhas de transmissão podem não ser representados corretamente na formulação de CC. Adicionalmente, algumas soluções obtidas com o modelo de CC com arranque frio (problemas em que não se tem um ponto de operação prévio) podem corresponder a soluções imprecisas ou até infactíveis para a formulação de corrente alternada (CA ou AC em inglês) completa (HERTEM *et al.*, 2006; PURCHALA *et al.*, 2005; STOTT; JARDIM; ALSAC, 2009). Adicionalmente, outro problema de usar a formulação de CC no problema de planejamento de longo prazo é a necessidade de realizar reforços no plano de expansão obtido quando este é avaliado na formulação de CA (MONTES *et al.*, 2016). O problema de alocação de fontes de reativos poderia ser integrado no problema de planejamento para tentar diminuir um pouco o custo da instalação de novas linhas de transmissão com o aproveitamento ótimo das linhas existentes.

1.1 OBJETIVOS

Com os problemas apresentados anteriormente é possível definir os objetivos desta pesquisa que está focada na análise de formulações não lineares para os problemas de operação e planejamento dos sistemas de transmissão de energia elétrica.

1.1.1 Objetivo geral

Desenvolver formulações matemáticas que considerem as equações de fluxo de potência de CA para representar os problemas de planejamento e operação de redes de transmissão do futuro. Adicionalmente, devem-se analisar as técnicas de solução existentes e, novas técnicas de solução devem ser propostas para resolver os problemas nas formulações matemáticas desenvolvidas.

1.1.2 Objetivos específicos

- Analisar as formulações clássicas do fluxo de potência de CA e as aproximações e relaxações que tem sido feitas na literatura, e determinar qual ou quais são as melhores formulações para serem estendidas a problemas mais complexos.
- Desenvolver formulações de fluxo de potência de CA multiperíodo para redes de transmissão ativas que considerem FACTS, HVDC e baterias.
- Estender as formulações de fluxo de potência de CA para representar o problema de planejamento da transmissão estático de longo prazo considerando alocação de reativos, e resolvê-las usando algoritmos de otimização exatos.
- Desenvolver novas heurísticas para resolver o problema de planejamento da transmissão de longo prazo representado com formulações de CA.
- Modificar e utilizar técnicas meta-heurísticas robustas que permitam resolver o problema de planejamento da transmissão estático de longo prazo representado com formulações de CA.
- Estender as formulações do problema de planejamento da transmissão estático de longo prazo considerando alocação de reativos para o problema multiestágio, e resolve-las usando algoritmos de otimização exatos.

- Adaptar as heurísticas e as meta-heurísticas usadas para resolver o problema de planejamento da transmissão estático, para resolver o problema de planejamento multiestágio.

1.2 ARTIGOS PUBLICADOS E/OU SUBMETIDOS EM CONGRESSOS E PERIODICOS

De acordo com a instrução normativa nº 05, artigo 3º, inciso 3, do Regulamento do PPGEE (Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica) da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, o aluno de Doutorado deverá ter submetido para publicação, no mínimo, um artigo completo relacionado com sua tese a uma revista com qualis A1, A2 ou B1 definida pela Comissão das Engenharias IV da CAPES, para realizar a defesa da tese de doutorado. Portanto, apresentam-se as seguintes publicações realizadas durante o período de doutorado:

PERIÓDICOS INTERNACIONAIS

Melchor, J.N.; Romero, R.; Mancarella, P. “Multiperiod Optimal Power Flow Formulations for Transmission Network Flexibility Studies”, Manuscript submitted for publication in *IEEE transactions on power systems*, 2019.

CONFERÊNCIAS NACIONAIS

N. Patiño, **J. N. Melchor**, R. Romero. “Reconfiguração de sistemas de distribuição radiais utilizando uma metodologia multipartida”. Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, Natal, 2016.

J. N. Melchor, L. H. Macedo, J. F. Franco, M. J. Rider, R. Romero. “Um novo método para a solução do fluxo de potência ótimo AC em sistemas de transmissão baseado em programação linear sucessiva”. XXI Congresso Brasileiro de Automática, Vitória, 2016

CONFERÊNCIAS INTERNACIONAIS

M. Montsutsumi, **J. N. Melchor**, L. H. Macedo, R. Romero. “Joint Reconfiguration of Feeders and Allocation of Capacitor Banks in Distribution Systems Using a Multi-Start Strategy”. 2017 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Latin America (ISGT Latin America), Quito, 2017

J. N. Melchor, P. Mancarella, R. Romero. “Specialized Heuristic Algorithms for AC Transmission Expansion Planning Problem.” Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC 2018), Auckland, New Zealand, 2018.

J. N. Melchor, P. Mancarella, R. Romero. “Analysis of Optimal Power Flow Formulations for HVAC and VSC-HVDC Transmission Networks.” International Conference on Power System Technology, (Powercon 2018), Guangzhou, China, 2018.

SIMPÓSIOS INTERNACIONAIS

J. N. Melchor, P. Mancarella, R. Romero. “A comparison of nonlinear, second order cone and linear programming formulations for the optimal power flow problem” AMSI Optimise 2018, Melbourne, Australia, 2018.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Considerando este capítulo introdutório, o restante do trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 são apresentadas diferentes formulações matemáticas não lineares, relaxações e linearizações para representar o problema de FPO de CA; no Capítulo 3 são apresentadas diferentes formulações matemáticas para o problema de FPO de CA multiperíodo que considera redes de transmissão ativas; no Capítulo 4 diferentes formulações para o problema de PERT de CA estático e o problema de AFR são estudadas, no Capítulo 5 são propostas diferentes técnicas heurísticas e meta-heurísticas para resolver o problema de PERT de CA estático e o problema de AFR, no Capítulo 6 são estudadas diferentes formulações para o problema de PERT de CA e o

problema de AFR multiestágio, no Capítulo 7 são estudadas técnicas heurísticas e meta-heurísticas para resolver o problema de PERT de CA e o problema de AFR multiestágio no Capítulo 8 têm-se as conclusões gerais da tese e algumas propostas de trabalhos futuros. Finalmente, apresentam-se o referencial bibliográfico que suporta este trabalho.

2 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO AC

O objetivo deste capítulo é analisar as formulações clássicas do fluxo de potência de CA e as aproximações e relaxações que têm sido feitas na literatura, e determinar quais são as melhores formulações para serem estendidas a problemas mais complexos. Portanto, diferentes formulações matemáticas de CA para representar o problema de fluxo de potência ótimo (FPO) são analisadas. O problema de FPO descreve a maioria dos problemas de operação e planejamento de qualquer sistema de energia elétrica. O modelo geral de FPO visa obter a solução ótima relacionada com a função objetivo (minimizar perdas, minimizar custos de investimento, etc.) e que está sujeita às restrições que descrevem a operação da rede elétrica (fluxos de potência, limites na tensão, limites térmicos, etc.).

O problema de FPO tem sido formulado usando injeções de correntes ou injeções de potências, as formulações complexas que resultam dessas formulações são expandidas em coordenadas retangulares ou polares. Devido à complexidade que apresentam estas formulações, uma das aproximações mais usadas são as formulações DC, em que as perdas ativas e reativas e os fluxos de potência reativa são desprezados, a magnitude da tensão é fixada em 1 p.u., portanto, o problema resultante considera só as restrições de balanço de potência ativa e os limites de fluxo de potência ativa pelas linhas devido à abertura angular das barras que estão ligadas ao ramo. Este modelo de FPO é então definido como FPODC. O modelo de FPO que

considera todas as relações não lineares que descrevem o comportamento real da rede elétrica sem desprezar ou fixar algumas variáveis da formulação é conhecido como FPOAC. Uma descrição mais detalhada do problema de FPO e as suas formulações clássicas pode ser encontrada em (CAIN; O'NEILL; CASTILLO, 2012).

As características de radialidade e baixa susceptância shunt das linhas dos sistemas de distribuição têm sido aproveitadas para obter representações matemáticas mais simples de resolver sem perder precisão na solução final. Uma das representações matemáticas mais recentes é o a representação de *Branch Flow* apresentado em (FARIVAR; LOW, 2013). O modelo matemático considera o sistema de potência como um grafo direcionado, o que permite obter uma representação reduzida das leis de Kirchhoff e os balanços de potência. A representação matemática de *Branch Flow* foi analisada neste trabalho para sistemas de transmissão.

Neste trabalho, o as formulações matemáticas de FPO são usadas para representar o problema de despacho econômico que tem como objetivo minimizar o custo da operação da rede. Adicionalmente, é minimizado o custo de despacho de reativos dos compensadores síncronos instalados no sistema.

2.1 FORMULAÇÕES NÃO LINEARES PARA O PROBLEMA DE FPOAC

2.1.1 Formulação polar do problema de FPOAC de potência-tensão (P-FPOAC-PQV)

O modelo P-FPOAC-PQV é o modelo mais usado para representar o problema de fluxo de potência na literatura especializada. Este modelo é descrito pelas equações (1)-(14).

$$\min \sum_{n \in \Omega_g} \left(C_n^{g2} (p_n^g)^2 + C_n^{g1} p_n^g + C_n^{g0} \right) + C_n^{cap} \sum_{n \in \Omega_d} \left(Q_n^C + Q_n^L \right) \quad (1)$$

sujeito a:

$$P_n^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} P_{(l,n,m)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} P_{(l,m,n)}^{to} - g_n^{sh} v_n^2 - P_n^d = 0 \quad (2)$$

$$q_n^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} Q_{(l,n,m)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} Q_{(l,m,n)}^{to} + b_n^{sh} v_n^2 - Q_n^d + \left\{ Q_n^C - Q_n^L \mid n \in \Omega_d \right\} = 0 \quad (3)$$

$$P_{(l,n,m)}^{from} = a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 g_{(l,n,m)} - a_{(l,n,m)} v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) + b_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) \right) \quad (4)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from} = -a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) - a_{(l,n,m)} v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \text{sen} \left(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)} \right) - b_{(l,n,m)} \cos \left(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)} \right) \right) \quad (5)$$

$$P_{(l,n,m)}^{to} = v_m^2 g_{(l,n,m)} - a_{(l,n,m)} v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \cos \left(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)} \right) - b_{(l,n,m)} \text{sen} \left(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)} \right) \right) \quad (6)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{to} = -v_m^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) + a_{(l,n,m)} v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \text{sen} \left(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)} \right) + b_{(l,n,m)} \cos \left(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)} \right) \right) \quad (7)$$

$$P_n^{min} \leq p_n^g \leq P_n^{max} \quad (8)$$

$$Q_n^{min} \leq q_n^g \leq Q_n^{max} \quad (9)$$

$$v_n^{min} \leq v_n \leq v_n^{max} \quad (10)$$

$$\left(P_{(l,n,m)}^{from} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{from} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} \right)^2 \quad (11)$$

$$\left(P_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} \right)^2 \quad (12)$$

$$Q_n^C \geq 0 \ \& \ Q_n^L \geq 0 \quad (13)$$

$$\theta_{(slack)} = 0 \quad (14)$$

A função objetivo (1) visa minimizar o custo de geração de potência ativa e o custo de geração de reativos dos compensadores síncronos no sistema de potência. Os balaços de potência ativa e reativa são dados pelas restrições (2) e (3). O cálculo dos fluxos de potência ativa e reativa pelos corredores de transmissão do sistema são dados pelas restrições (4)-(7). O limite de potência aparente pelos corredores do sistema, o limite de geração de potência ativa e reativa, e o limite de tensão são definidos em (8)-(12). A restrição (13) corresponde a condição de positividade das variáveis de geração/absorção de potência reativa dos compensadores de reativos. A restrição (14) fixa o ângulo da tensão na barra de folga.

2.1.2 Formulação retangular do problema de FPOAC de potência-tensão (R-FPOAC-PQV)

Outra forma de formular o modelo de potência e tensão é usando as coordenadas retangulares para separar em suas componentes reais e imaginárias cada uma das variáveis e parâmetros complexos. O modelo resultante da expansão do modelo complexo em coordenadas retangulares é descrito pelo conjunto de equações (1), (8), (9), (11), (12), (15)-(22).

(1)

sujeito a:

$$P_n^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} P_{(l,n,m)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} P_{(l,m,n)}^{to} - g_n^{sh} \left(\left(v_n^r \right)^2 + \left(v_n^j \right)^2 \right) - P_n^d = 0 \quad (15)$$

$$Q_n^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_t} Q_{(l,n,m)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_t} Q_{(l,m,n)}^{to} + b_n^{sh} \left((v_n^r)^2 + (v_n^j)^2 \right) - Q_n^d + \{Q_n^C - Q_n^L \mid n \in \Omega_d\} = 0 \quad (16)$$

$$P_{(l,n,m)}^{from} = g_{(l,n,m)} a_{(l,n,m)}^2 \left((v_n^r)^2 + (v_n^j)^2 \right) - a_{(l,n,m)} \left((v_n^r v_m^r + v_n^j v_m^j) C_{(l,n,m)}^1 + (v_n^r v_m^j - v_n^j v_m^r) C_{(l,n,m)}^2 \right) \quad (17)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from} = - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) a_{(l,n,m)}^2 \left((v_n^r)^2 + (v_n^j)^2 \right) - a_{(l,n,m)} \left((v_n^r v_m^r + v_n^j v_m^j) C_{(l,n,m)}^2 - (v_n^r v_m^j - v_n^j v_m^r) C_{(l,n,m)}^1 \right) \quad (18)$$

$$P_{(l,n,m)}^{to} = g_{(l,n,m)} \left((v_m^r)^2 + (v_m^j)^2 \right) - a_{(l,n,m)} \left((v_n^r v_m^r + v_n^j v_m^j) C_{(l,n,m)}^4 + (v_n^r v_m^j - v_n^j v_m^r) C_{(l,n,m)}^3 \right) \quad (19)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from} = - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) \left((v_m^r)^2 + (v_m^j)^2 \right) + a_{(l,n,m)} \left((v_n^r v_m^r + v_n^j v_m^j) C_{(l,n,m)}^3 - (v_n^r v_m^j - v_n^j v_m^r) C_{(l,n,m)}^4 \right) \quad (20)$$

$$(v_n^{min})^2 \leq (v_{(n,t)}^r)^2 + (v_{(n,t)}^j)^2 \leq (v_n^{max})^2 \quad (21)$$

$$v_{(slack,t)}^j = 0 \quad (22)$$

(8), (9), (11), (12)

Alguns parâmetros que dependem da condutância e susceptância da linha, além do ângulo do transformador defasador são definidos em (23)-(26).

$$C_{(l,n,m)}^1 = g_{(l,n,m)} \cos(\varphi_{(l,n,m)}) + b_{(l,n,m)} \text{sen}(\varphi_{(l,n,m)}) \quad (23)$$

$$C_{(l,n,m)}^2 = g_{(l,n,m)} \text{sen}(\varphi_{(l,n,m)}) - b_{(l,n,m)} \cos(\varphi_{(l,n,m)}) \quad (24)$$

$$C_{(l,n,m)}^3 = g_{(l,n,m)} \text{sen}(\varphi_{(l,n,m)}) + b_{(l,n,m)} \cos(\varphi_{(l,n,m)}) \quad (25)$$

$$C_{(l,n,m)}^4 = g_{(l,n,m)} \cos(\varphi_{(l,n,m)}) - b_{(l,n,m)} \text{sen}(\varphi_{(l,n,m)}) \quad (26)$$

Os balanços de potência ativa e reativa para todas as barras do sistema são definidos em (15) e (16). Os fluxos de potência ativa e reativa em termos das componentes real e imaginária da tensão e dos parâmetros das linhas são definidos em (17)-(20). A restrição (21) limita o valor da magnitude da tensão e a restrição (22) fixa a parte imaginária da tensão.

2.1.3 Formulação retangular do problema de FPOAC de corrente-tensão (R-FPOAC-IV)

Outra forma de representar o problema de fluxo de potência é usando uma formulação baseada em correntes e tensões, a formulação complexa resultante é

expandida em coordenadas retangulares para finalmente obter o modelo descrito pelas equações (1), (8), (9), (21), (22), (27)-(36).

sujeito a: (1)

$$p_n^g - \left(v_n^r i_n^r + v_n^j i_n^j \right) - P_n^d = 0 \quad (27)$$

$$q_n^g - \left(v_n^j i_n^r - v_n^r i_n^j \right) - Q_n^d + \left\{ Q_n^C - Q_n^L \mid n \in \Omega_d \right\} = 0 \quad (28)$$

$$\sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} i_{(l,n,m)}^{r,from} + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} i_{(l,m,n)}^{r,to} + g_n^{sh} v_n^r - b_n^{sh} v_n^j - i_n^r = 0 \quad (29)$$

$$\sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} i_{(l,n,m)}^{j,from} + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} i_{(l,m,n)}^{j,to} + g_n^{sh} v_n^j + b_n^{sh} v_n^r - i_n^j = 0 \quad (30)$$

$$i_{(l,n,m)}^{r,from} = a_{(l,n,m)}^2 \left(g_{(l,n,m)} v_n^r - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) v_n^j \right) - a_{(l,n,m)} \left(C_{(l,n,m)}^1 v_m^r + C_{(l,n,m)}^2 v_m^j \right) \quad (31)$$

$$i_{(l,n,m)}^{j,from} = a_{(l,n,m)}^2 \left(g_{(l,n,m)} v_n^j + \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) v_n^r \right) + a_{(l,n,m)} \left(C_{(l,n,m)}^2 v_m^r - C_{(l,n,m)}^1 v_m^j \right) \quad (32)$$

$$i_{(l,n,m)}^{r,to} = \left(g_{(l,n,m)} v_m^r - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) v_m^j \right) - a_{(l,n,m)} \left(C_{(l,n,m)}^4 v_n^r - C_{(l,n,m)}^3 v_n^j \right) \quad (33)$$

$$i_{(l,n,m)}^{j,to} = \left(g_{(l,n,m)} v_m^j + \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) v_m^r \right) - a_{(l,n,m)} \left(C_{(l,n,m)}^3 v_n^r + C_{(l,n,m)}^4 v_n^j \right) \quad (34)$$

$$\left(i_{(l,n,m)}^{r,from} \right)^2 + \left(i_{(l,n,m)}^{j,from} \right)^2 \leq \left(i_{(l,n,m)}^{max} \right)^2 \quad (35)$$

$$\left(i_{(l,n,m)}^{r,to} \right)^2 + \left(i_{(l,n,m)}^{j,to} \right)^2 \leq \left(i_{(l,n,m)}^{max} \right)^2 \quad (36)$$

(8), (9), (21), (22)

As restrições (29) e (30) são restrições resultantes da aplicação da lei de corrente de Kirchhoff expandidas em suas componentes reais e imaginárias. As restrições (27) e (28) representam os balanços de potência ativa e reativa nas barras. O cálculo das componentes reais e imaginárias das correntes pelos corredores com circuitos existentes é realizado usando as equações (31)-(34). O limite de corrente dos circuitos é dado pelas equações (35) e (36). Uma descrição mais completa do modelo pode ser achada em (CASTILLO *et al.*, 2016).

2.1.4 Formulação polar do problema de FPOAC de *Branch Flow* (P-FPOAC-BF)

O modelo de *Branch Flow* é apresentado em sua forma complexa em (FARIVAR; LOW, 2013), mas o modelo matemático expandido em coordenadas polares foi apresentado em (MONTES *et al.*, 2016), onde o modelo de FPO representava o problema de planejamento da expansão de redes de transmissão AC. O modelo de P-FPOAC-BF é definido nas equações (1), (8)-(10), (14), (37)-(43).

(1)

sujeito a:

$$p_n^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} (P_{(l,n,m)} + r_{(l,n,m)} i_{(l,n,m)}^{sq}) + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} P_{(l,m,n)} - g_n^{sh} v_n^2 - P_n^d = 0 \quad (37)$$

$$q_n^g + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} (Q_{(l,m,n)} + b_{(l,m,n)}^{sh} v_n^2) - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} (Q_{(l,n,m)} + x_{(l,n,m)} i_{(l,n,m)}^{sq}) - b_{(l,m,n)}^{sh} v_n^2 + b_n^{sh} v_n^2 - Q_n^d + \{Q_n^C - Q_n^L \mid n \in \Omega_d\} = 0 \quad (38)$$

$$a_{(l,n,m)}^2 (v_n^2 - v_m^2) = z_{(l,n,m)}^2 i_{(l,n,m)}^{sq} + 2(r_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)} + x_{(l,n,m)} Q_{(l,n,m)}) \quad (39)$$

$$a_{(l,n,m)} v_n v_m \text{sen}(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) = x_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)} - r_{(l,n,m)} Q_{(l,n,m)} \quad (40)$$

$$v_m^2 i_{(l,n,m)}^{sq} = P_{(l,n,m)}^2 + Q_{(l,n,m)}^2 \quad (41)$$

$$i_{(l,n,m)}^{sq} \geq 0 \quad (42)$$

$$(P_{(l,n,m,t)})^2 + (Q_{(l,n,m,t)})^2 \leq (S_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (43)$$

(8)-(10), (14)

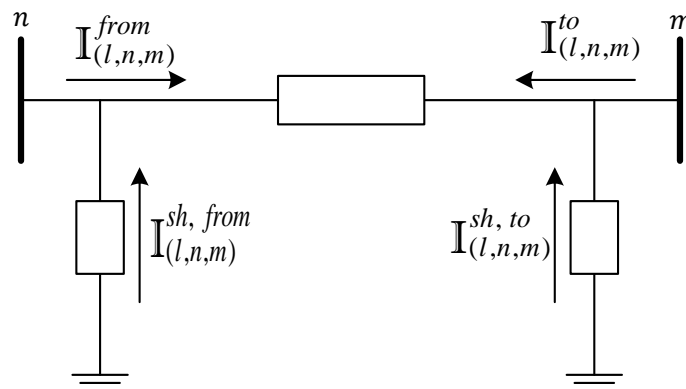
Uma das características mais importantes deste modelo é que as perdas pelos corredores de transmissão são separadas dos fluxos de potência ativas e reativas. O fluxo de potência reativa fornecido pela susceptância *shunt* das linhas é separado e é adicionada como uma potência injetada no nó inicial e final da linha. Os balanços de potência ativa e reativa são definidos nas restrições (37) e (38). A restrição (41) é a definição de fluxo de potência pelos ramos. Em cada corredor é aplicada a lei de Ohm, depois esta é separada em suas componentes real e imaginária, finalmente com a manipulação matemática destas e usando (41) são obtidas as restrições (39) e (40). O limite de potência máxima dos corredores é definido em (43). A condição de não negatividade da corrente ao quadrado é definida em (42). Uma descrição mais completa deste modelo pode ser obtida em (MONTES *et al.*, 2016).

2.1.5 Formulação polar do problema de FPOAC de *Branch Flow* incluindo o efeito dos elementos shunt da linha (P-FPOAC-BF-v2)

No modelo tradicional de *Branch Flow* descrito na Subseção 2.1.4 são feitas algumas aproximações que permitem obter o modelo matemático dessa subseção. Uma delas é que devido ao comprimento das linhas nas redes de distribuição e a baixa tensão, a corrente injetada pela susceptância shunt das linhas pode ser separada da corrente líquida da linha e ser adicionada às barras como uma injeção de potência, com isto é possível dizer que $i_{(l,n,m)}^{from} = -i_{(l,n,m)}^{to} = i_{(l,n,m)}$ da Figura 1 e, portanto, pode ser considerada uma única variável para representar a corrente. De igual forma pode-se considerar uma única variável para a potência ativa e outra para a potência reativa que passa através de cada linha no sistema. Porém, em (CHRISTAKOU *et al.*, 2017) se demonstra que a

presença de elementos shunt que tenham um valor elevado o FPO encontra soluções que não são precisas e não representam o comportamento real da rede elétrica. A consideração previamente mencionada é encontrada facilmente nas linhas de transmissão e subtransmissão porque o comprimento é maior e a tensão também é maior, portanto, pode-se ter que $i_{(l,n,m)}^{from} \neq -i_{(l,n,m)}^{to}$ e, portanto, deve-se formular o modelo com as duas correntes.

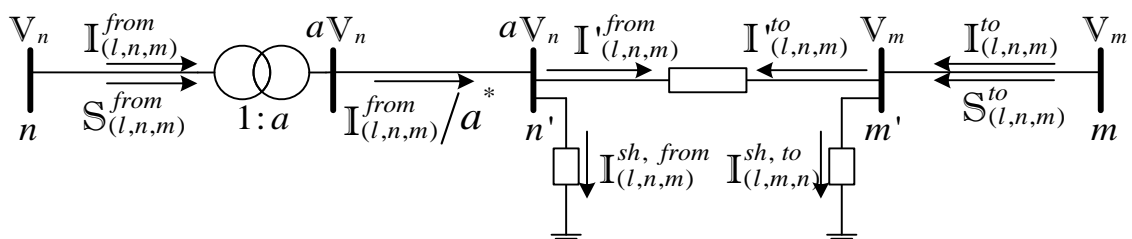
Figura 1 – Representação das correntes no modelo Π de uma linha.



Fonte: Elaboração do autor

Uma das formas de completar o modelo é apresentada em (CHRISTAKOU *et al.*, 2017) e que é usada nesta subseção. A modelagem apresentada na referência anterior permite ter uma modelagem completa do FPO considerando as correntes, os fluxos de potência ativos e reativos devem ser considerados em ambos os sentidos dos elementos do sistema requerendo um número maior de variáveis e restrições. Além disso, porque não se conhecem os sentidos das correntes as perdas não podem ser separadas dos fluxos de potência e, portanto, são consideradas implicitamente em outras equações.

Figura 2 – Representação geral de uma linha, transformador e transformador defasador.



Fonte: Elaboração do autor

Para descrever o conjunto de restrições que fazem parte do modelo completo de *Branch Flow* é usada a Figura 2. As definições de fluxo de potência aparente em ambos

os sentidos do circuito são definidas em (44) e (45). A aplicação da lei de correntes de Kirchhoff nas barras n' e m' resulta nas equações (46) e (47). A aplicação da lei de tensões de Kirchhoff e da lei de ohm no laço $n'm'$ produz as equações (48) e (49). A expansão da parte real e imaginária da impedância complexa do circuito é definida em (50). A lei de ohm aplicada aos elementos *shunt* do circuito resulta nas equações (51) e (52). As equações (53) e (54) representam a expansão da parte real e imaginária da potência aparente.

$$\mathbb{S}_{(l,n,m)}^{from} = \mathbb{V}_n \left(\mathbb{I}_{(l,n,m)}^{from} \right)^* \quad (44)$$

$$\mathbb{S}_{(l,n,m)}^{to} = \mathbb{V}_m \left(\mathbb{I}_{(l,n,m)}^{to} \right)^* \quad (45)$$

$$\mathbb{I}_{(l,n,m)}^{from} = \frac{\mathbb{I}_{(l,n,m)}^{from}}{\mathfrak{a}_{(l,n,m)}^*} - \mathbb{I}_{(l,n,m)}^{sh,from} \quad (46)$$

$$\mathbb{I}_{(l,n,m)}^{to} = \mathbb{I}_{(l,n,m)}^{to} - \mathbb{I}_{(l,n,m)}^{sh,to} \quad (47)$$

$$\mathfrak{a}_{(l,n,m)} \mathbb{V}_n - \mathbb{V}_m = \mathbb{Z}_{(l,n,m)} \mathbb{I}_{(l,n,m)}^{from} \quad (48)$$

$$\mathbb{V}_m - \mathfrak{a}_{(l,n,m)} \mathbb{V}_n = \mathbb{Z}_{(l,n,m)} \mathbb{I}_{(l,n,m)}^{to} \quad (49)$$

$$\mathbb{Z}_{(l,n,m)} = r_{(l,n,m)} + jx_{(l,n,m)} \quad (50)$$

$$\mathbb{I}_{(l,n,m)}^{sh,from} = \mathfrak{a}_{(l,n,m)} \mathbb{V}_n \left(jb_{(l,n,m)}^{sh} \right) \quad (51)$$

$$\mathbb{I}_{(l,n,m)}^{sh,to} = \mathbb{V}_m \left(jb_{(l,n,m)}^{sh} \right) \quad (52)$$

$$\mathbb{S}_{(l,n,m)}^{from} = P_{(l,n,m)}^{from} + jQ_{(l,n,m)}^{from} \quad (53)$$

$$\mathbb{S}_{(l,n,m)}^{to} = P_{(l,n,m)}^{to} + jQ_{(l,n,m)}^{to} \quad (54)$$

As equações (55) e (56) resultam do produto com o conjugado da potência aparente do fluxo pelos circuitos nas equações (44) e (45). Substituindo (46), (50) e (51) em (48) é multiplicando pelo valor da relação de transformação $\mathfrak{a}_{(l,n,m)}$ resulta na equação (57). De forma parecida, substituindo (47), (50) e (52) em (49) é obtida a equação (58).

$$v_n^2 \left(i_{(l,n,m)}^{from} \right)^2 = \left(P_{(l,n,m)}^{from} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{from} \right)^2 \quad (55)$$

$$v_m^2 \left(i_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 = \left(P_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 \quad (56)$$

$$\mathfrak{a}_{(l,n,m)}^2 \mathbb{V}_n - \mathfrak{a}_{(l,n,m)}^* \mathbb{V}_m = \left(r_{(l,n,m)} + jx_{(l,n,m)} \right) \left(\mathbb{I}_{(l,n,m)}^{from} - \mathfrak{a}_{(l,n,m)}^2 \mathbb{V}_n \left(jb_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \quad (57)$$

$$\mathbb{V}_m - \mathfrak{a}_{(l,n,m)} \mathbb{V}_n = \left(r_{(l,n,m)} + jx_{(l,n,m)} \right) \left(\mathbb{I}_{(l,n,m)}^{to} - \mathbb{V}_m \left(jb_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \quad (58)$$

Multiplicando a equação (57) por \mathbb{V}_n^* e substituindo o conjugado de (44) é definida a equação (59). Para obter (60), a equação (58) é multiplicada por \mathbb{V}_m^* , e na equação resultante é usado o conjugado de (45).

$$a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 - a_{(l,n,m)}^* \mathbb{V}_n^* \mathbb{V}_m = (r_{(l,n,m)} + jx_{(l,n,m)}) \left(\left(\mathbb{S}_{(l,n,m)}^{from} \right)^* - a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 \left(j b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \quad (59)$$

$$v_m^2 - a_{(l,n,m)} \mathbb{V}_n \mathbb{V}_m^* = (r_{(l,n,m)} + jx_{(l,n,m)}) \left(\left(\mathbb{S}_{(l,n,m)}^{to} \right)^* - v_m^2 \left(j b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \quad (60)$$

Substituindo (53) em (59) e expandindo os fasores das tensões na parte real e imaginária resulta a equação (61). Da mesma forma é obtida a restrição (62), usando (54), (60) e a expansão dos fasores da tensão.

$$a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 - a_{(l,n,m)} v_n v_m \left(\cos(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) - j \operatorname{sen}(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) \right) = \left(r_{(l,n,m)} + jx_{(l,n,m)} \right) \left(P_{(l,n,m)}^{from} - j \left(Q_{(l,n,m)}^{from} + a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \quad (61)$$

$$v_m^2 - a_{(l,n,m)} v_n v_m \left(\cos(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) + j \operatorname{sen}(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) \right) = \left(r_{(l,n,m)} + jx_{(l,n,m)} \right) \left(P_{(l,n,m)}^{to} - j \left(Q_{(l,n,m)}^{to} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \quad (62)$$

Separando as equações (61) e (62) na parte real e imaginária são definidas as restrições (63)-(66). O modelo de P-FPOAC-BF-v2 é descrito nas equações (1), (2), (3), (8)-(14), (63)-(66).

(1)

sujeito a:

$$a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 - a_{(l,n,m)} v_n v_m \cos(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) = r_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)}^{from} + x_{(l,n,m)} \left(Q_{(l,n,m)}^{from} + a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \quad (63)$$

$$a_{(l,n,m)} v_n v_m \operatorname{sen}(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) = x_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)}^{from} - r_{(l,n,m)} \left(Q_{(l,n,m)}^{from} + a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \quad (64)$$

$$v_m^2 - a_{(l,n,m)} v_n v_m \cos(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) = r_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)}^{to} + x_{(l,n,m)} \left(Q_{(l,n,m)}^{to} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \quad (65)$$

$$-a_{(l,n,m)} v_n v_m \operatorname{sen}(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) = x_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)}^{to} - r_{(l,n,m)} \left(Q_{(l,n,m)}^{to} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \quad (66)$$

(2), (3), (8)-(14)

2.1.6 Formulação alternativa polar do problema de FPOAC de *Branch Flow* (P-FPOAC-BF-v3)

O modelo da Subseção 2.1.5 tem em algumas equações a presença de funções trigonométricas. A presença destas nos modelos matemáticos pode causar maior dificuldade para encontrar uma solução de boa qualidade porque estas funções não são côncavas nem convexas, portanto considera-se recomendável diminuir a presença destas nos modelos matemáticos. A restrição (67) é produzida com a diferença entre a restrição (63) e (65). A restrição (68) resulta da soma das restrições (64) e (66). A restrição (69) resulta da soma dos quadrados das restrições (65) e (66), e do uso da restrição (56) na

restrição resultante dessa soma. Com estas modificações é necessária unicamente a restrição (64) que contém a função trigonométrica seno. Esta segunda versão do modelo é definida pelo conjunto de equações (1)-(3), (8)-(14), (64), (67)-(71).

(1)

sujeito a:

$$a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 - v_m^2 = r_{(l,n,m)} \left(P_{(l,n,m)}^{from} + P_{(l,n,m)}^{to} \right) + x_{(l,n,m)} \left(\left(Q_{(l,n,m)}^{from} + a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) - \left(Q_{(l,n,m)}^{to} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \quad (67)$$

$$x_{(l,n,m)} \left(P_{(l,n,m)}^{from} + P_{(l,n,m)}^{to} \right) - r_{(l,n,m)} \left(\left(Q_{(l,n,m)}^{from} + a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) + \left(Q_{(l,n,m)}^{to} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) = 0 \quad (68)$$

$$a_{(l,n,m)}^2 v_n^2 - v_m^2 = z_{(l,n,m)}^2 \left(i_{(l,n,m)}^{sq,to} + 2Q_{(l,n,m)}^{to} b_{(l,n,m)}^{sh} + \left(v_m b_{(l,n,m)}^{sh} \right)^2 \right) - 2 \left(r_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)}^{to} + x_{(l,n,m)} \left(Q_{(l,n,m)}^{to} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \quad (69)$$

$$v_m^2 i_{(l,n,m)}^{sq,to} = \left(P_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 \quad (70)$$

$$i_{(l,n,m)}^{sq,to} \geq 0 \quad (71)$$

(2), (3), (8)-(14), (64)

2.2 MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO SUCESSIVA PARA RESOLVER O PROBLEMA DE FPO REPRESENTADO PELOS MODELOS DE *FULL BRANCH FLOW*

Para resolver as modelagens não lineares de FPO existem diferentes técnicas de solução que podem ser usadas incluindo os métodos de pontos interiores, os métodos de Newton e quase-Newton entre outros. Nesta seção é usada a técnica de programação sucessiva como método de solução para o FPO não linear. Por tanto, são analisadas linearizações e relaxações convexas para os modelos matemáticos não lineares. Além disso, são analisados os mecanismos para atualizar o ponto de operação em cada iteração, os critérios de parada e a forma de limitar as variações das variáveis ao redor do ponto de operação de uma iteração para outra.

A técnica de programação sucessiva é uma técnica globalmente convergente, isto quer dizer que independentemente do ponto inicial ela sempre vai entregar uma solução. Neste caso os modelos matemáticos podem assumir formas lineares ou cônicas dependendo da forma de relaxação ou linearização usada, portanto, podem-se resolver os modelos usando programação linear sucessiva ou programação cônica sucessiva. Para linearizar os modelos são comparadas 3 técnicas de linearização: a linearização por partes (considerando conjuntos especiais SOS e linearizações que consideram unicamente variáveis contínuas), as series de Taylor e as aproximações poliedrais.

2.2.1 Modelo de P-FPOAC-BF-v3 linearizado no ponto de operação e com linearização por partes (P-FPOAC-BF-v3-L1)

A linearização usada nesta subseção foi proposta em (MONTES *et al.*, 2016). Para linearizar a função objetivo (1) é usada a linearização por partes para aproximar a função objetivo quadrática. Inicialmente se lineariza a variável de tensão ao quadrado fazendo a seguinte mudança de variável $v_n^2 = v_n^{sq}$ e adicionando a condição de não negatividade à nova variável $v_n^{sq} \geq 0$. Para linearizar a função trigonométrica seno, considera-se que a diferença angular entre duas barras ligadas por um circuito é pequena e, portanto, pode-se fazer a seguinte aproximação $\sin(\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) \approx \theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}$. Para as variáveis de tensão que não podem ser mudadas pela nova variável, elas são aproximadas ao ponto de operação que é mudado de forma iterativa, portanto, a variável v_n torna-se o parâmetro \hat{v}_n . Para o produto $v_n^2 i_{(l,n,m)}^{sq}$ a variável de tensão também é aproximada ao ponto de operação tornando-se linear $\hat{v}_n^2 i_{(l,n,m)}^{sq}$. Os fluxos de potência ativos e reativos ao quadrado também são linearizados usando uma linearização por partes, onde $P_{(l,n,m)}^{to} \in [-S_{(l,n,m)}^{max}, S_{(l,n,m)}^{max}]$ e $Q_{(l,n,m)}^{to} \in [-S_{(l,n,m)}^{max}, S_{(l,n,m)}^{max}]$. A função $f_{sq}(*)$ representa o conjunto de equações necessárias para linearizar o quadrado de uma variável. O modelo linearizado é definido pelas equações (8), (9), (11)-(14), (72)-(82).

$$\min f_{sq}(p_n^g) + C_n^{cap} \sum_{n \in \Omega_d} (Q_n^C + Q_n^L) \quad (72)$$

sujeito a:

$$p_n^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} P_{(l,n,m)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} P_{(l,m,n)}^{to} - g_n^{sh} v_n^{sq} - P_n^d = 0 \quad (73)$$

$$q_n^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} Q_{(l,n,m)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} Q_{(l,m,n)}^{to} + b_n^{sh} v_n^{sq} - Q_n^d + \{Q_n^C - Q_n^L \mid n \in \Omega_d\} = 0 \quad (74)$$

$$a_{(l,n,m)}^2 v_n^{sq} - v_m^{sq} = r_{(l,n,m)} (P_{(l,n,m)}^{from} + P_{(l,n,m)}^{to}) + x_{(l,n,m)} \left((Q_{(l,n,m)}^{from} + a_{(l,n,m)}^2 v_n^{sq} b_{(l,n,m)}^{sh}) - (Q_{(l,n,m)}^{to} + v_m^{sq} b_{(l,n,m)}^{sh}) \right) \quad (75)$$

$$x_{(l,n,m)} (P_{(l,n,m)}^{from} + P_{(l,n,m)}^{to}) - r_{(l,n,m)} \left((Q_{(l,n,m)}^{from} + a_{(l,n,m)}^2 v_n^{sq} b_{(l,n,m)}^{sh}) + (Q_{(l,n,m)}^{to} + v_m^{sq} b_{(l,n,m)}^{sh}) \right) = 0 \quad (76)$$

$$a_{(l,n,m)}^2 v_n^{sq} - v_m^{sq} = z_{(l,n,m)}^2 \left(i_{(l,n,m)}^{sq,to} + 2Q_{(l,n,m)}^{to} b_{(l,n,m)}^{sh} + v_m^{sq} (b_{(l,n,m)}^{sh})^2 \right) - 2 \left(r_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)}^{to} + x_{(l,n,m)} (Q_{(l,n,m)}^{to} + v_m^{sq} b_{(l,n,m)}^{sh}) \right) \quad (77)$$

$$a_{(l,n,m)} \hat{v}_n \hat{v}_m (\theta_n - \theta_m + \varphi_{(l,n,m)}) = x_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)}^{from} - r_{(l,n,m)} (Q_{(l,n,m)}^{from} + a_{(l,n,m)}^2 v_n^{sq} b_{(l,n,m)}^{sh}) \quad (78)$$

$$\hat{v}_n^2 i_{(l,n,m)}^{sq,from} = f_{sq} \left(P_{(l,n,m)}^{from} \right) + f_{sq} \left(Q_{(l,n,m)}^{from} \right) \quad (79)$$

$$\hat{v}_m^2 i_{(l,n,m)}^{sq,to} = f_{sq} \left(P_{(l,n,m)}^{to} \right) + f_{sq} \left(Q_{(l,n,m)}^{to} \right) \quad (80)$$

$$0 \leq i_{(l,n,m)}^{sq,from} \leq (i_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (81)$$

$$0 \leq i_{(l,n,m)}^{sq,to} \leq (i_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (82)$$

(8), (9), (13), (14)

As funções quadráticas que usam linearização por partes, são linearizadas usando a função automática de linearização por partes do *AMPL* e *Cplex*. As linearizações por partes realizadas pelo *Cplex* involucram conjuntos especiais ordenados (SOS2), estes conjuntos especiais involucram variáveis binárias para definir a linearização por partes, um exemplo deste tipo de linearizações pode ser encontrado em (LIN *et al.*, 2013).

2.2.2 Modelo de P-FPOAC-BF-v3 linearizado usando series de Taylor e linearização por partes (P-FPOAC-BF-v3-L2 e P-FPOAC-BF-v3-L3)

A forma de linearização deste modelo usa algumas das estratégias de linearização da Subseção 2.2.1. As estratégias de mudança de variável para a tensão ao quadrado, a aproximação ao ponto de operação de algumas tensões, a aproximação do seno do ângulo e a linearização por partes para a função objetivo e os fluxos de potência, também são usadas para linearizar o modelo de P-FPOAC-BF-v3. A única diferença está na linearização do produto $v_n^2 i_{(l,n,m)}^{sq}$, onde o $v_n^2 = v_n^{sq}$. Propõe-se usar séries de Taylor para linearizar o produto $v_n^{sq} i_{(l,n,m)}^{sq}$, aplicando a primeira derivada nesse produto se produz a seguinte relação linear $\hat{v}_n^{sq} i_{(l,n,m)}^{sq} + v_n^{sq} \hat{i}_{(l,n,m)}^{sq} - \hat{v}_n^{sq} \hat{i}_{(l,n,m)}^{sq}$.

(72)

sujeito a:

$$\hat{v}_n^{sq} i_{(l,n,m)}^{sq,from} + v_n^{sq} \hat{i}_{(l,n,m)}^{sq,from} - \hat{v}_n^{sq} \hat{i}_{(l,n,m)}^{sq,from} = f_{sq} \left(P_{(l,n,m)}^{from} \right) + f_{sq} \left(Q_{(l,n,m)}^{from} \right) \quad (83)$$

$$\hat{v}_m^{sq} i_{(l,n,m)}^{sq,to} + v_m^{sq} \hat{i}_{(l,n,m)}^{sq,to} - \hat{v}_m^{sq} \hat{i}_{(l,n,m)}^{sq,to} = f_{sq} \left(P_{(l,n,m)}^{to} \right) + f_{sq} \left(Q_{(l,n,m)}^{to} \right) \quad (84)$$

(8), (9), (13), (14), (73)-(82)

Neste modelo foram usadas duas linearizações por partes para os termos quadráticos dos fluxos de potência ativa e reativa. O modelo P-FPOAC-FBF-v2-L2 considera uma linearização por partes usando conjuntos ordenados especiais definidos pelo *Cplex*. O modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 usa a linearização por partes usada em (MONTES *et al.*, 2016) que é especializada para termos quadráticos. Nesta última linearização é necessário involucrar as perdas para que os fluxos de potência e as os

quadrados dos fluxos de potência se correspondam. Uma explicação desta situação pode ser achada na Seção 7.3 de (WILLIAMS, 2013). Para dar um exemplo da linearização que é aplicada no quadrado dos fluxos de potência, é realizada a linearização do termo

$f_{sq} \left(P_{(l,n,m)}^{to} \right) = \left(P_{(l,n,m)}^{to} \right)^2$, este termo é substituído pelas equações (85)-(90).

$$P_{(l,n,m)}^{to,+} - P_{(l,n,m)}^{to,-} = P_{(l,n,m)}^{to} \quad (85)$$

$$P_{(l,n,m)}^{to,+} + P_{(l,n,m)}^{to,-} = \sum_{pw \in L} P_{(l,n,m,pw)}^{to,pwl} \quad (86)$$

$$f_{sq} \left(P_{(l,n,m)}^{to} \right) = \sum_{pw \in L} m_{(l,n,m,pw)}^{to} P_{(l,n,m,pw)}^{to,pwl} \quad (87)$$

$$\Delta S_{(l,n,m)} = \frac{S_{(l,n,m)}^{max}}{|L|} \quad (88)$$

$$0 \leq P_{(l,n,m,pw)}^{to,pwl} \leq \Delta S_{(l,n,m)} \quad (89)$$

$$m_{(l,n,m,pw)}^{to} = (2pw - 1) \Delta S_{(l,n,m)} \quad (90)$$

O conjunto de equações descrito anteriormente deve ser aplicado em todos os outros valores quadráticos dos fluxos de potência. Uma explicação mais detalhada desta linearização pode ser encontrada em (ALGUACIL; MOTTO; CONEJO, 2003).

2.2.3 Modelo de P-FPOAC-BF-v3 cônico (P-FPOAC-BF-v3-C)

Com o objetivo de gerar a menor quantidade de novas variáveis possíveis, então outra possibilidade é não realizar uma linearização por partes nem por series de Taylor nas restrições e na função objetivo que são quadráticas. As estratégias de linearização como a mudança de variável e a aproximação do seno do ângulo são usadas. O resultado seria um modelo quadrático que não é convexo devido à restrição (70). Porém, esta restrição pode ser relaxada tornando-a um cone convexo mudando a igualdade por uma

$$\text{desigualdade da seguinte forma } \left(P_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 \leq v_m^{sq} i_{(l,n,m)}^{sq,to}. \quad (1)$$

sujeito a:

$$\left(P_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 \leq v_m^{sq} i_{(l,n,m)}^{sq,to} \quad (91)$$

(8), (9), (11)-(14), (73)-(78)

2.2.4 Aproximação poliedral do modelo de P-FPOAC-BF-v3 cônico (P-FPOAC-BF-v3-L4)

Uma forma de linearizar o conjunto de restrições cônicas é usando aproximações poliedrais (GLINEUR, 2000). Esta forma de linearização tem sido aplicada no problema de planejamento da rede de distribuição de energia elétrica (JABR, 2013a). Para aplicar esta metodologia é necessário fazer algumas modificações iniciais nas restrições cônicas. Inicialmente a soma tem-se que $S^2 = P^2 + Q^2$ e $S^2 = v^{sq} i^{sq}$. O produto de $v^{sq} i^{sq}$ pode ser separado como se apresenta no Capítulo 13 de (BRADLEY; HAX; MAGNANTI, 1977). O produto é separado produzindo as seguintes restrições:

$$S^2 = a^2 - b^2 \quad (92)$$

$$a = \frac{v^{sq} + i^{sq}}{2} \quad (93)$$

$$b = \frac{v^{sq} - i^{sq}}{2} \quad (94)$$

A equação (92) pode ser transformada em uma restrição cônica $b^2 \geq S^2 + a^2$. A equação da potência aparente também pode ser definida como uma equação cônica da seguinte forma $S^2 \geq P^2 + Q^2$. Inicialmente é necessário definir o número de lados que deve ter o poliedro que vai aproximar a restrição cônica que é definida como $2^k \forall k \geq 2 \wedge k \in \mathbb{Z}$. O conjunto de restrições é descrito em (95)-(98). O número total de restrições de igualdade que são adicionadas por cada restrição cônica são $k+1$ e $2k$ restrições de desigualdade. O número de variáveis é incrementado em $2k+3$.

$$P_{npa+1}^{pa} - P_{npa}^{pa} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - Q_{npa}^{pa} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} = 0 \quad (95)$$

$$Q_{npa+1}^{pa} - Q_{npa}^{pa} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} + P_{npa}^{pa} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (96)$$

$$Q_{npa+1}^{pa} + Q_{npa}^{pa} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - P_{npa}^{pa} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (97)$$

$$P_k^{pa} \cos \frac{\pi}{2^k} + Q_k^{pa} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^k} = S \quad (98)$$

O índice inteiro npa nas restrições (95)-(98) pode tomar os valores definidos no intervalo $[0, k]$. Usando o conjunto de restrições descrito é possível tornar o modelo cônico em um modelo lineal.

(72)

sujeito a:

$$P_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,to} - P_{(l,n,m,npa)}^{pa,to} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - Q_{(l,n,m,npa)}^{pa,to} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} = 0 \quad (99)$$

$$Q_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,to} - Q_{(l,n,m,npa)}^{pa,to} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} + P_{(l,n,m,npa)}^{pa,to} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (100)$$

$$Q_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,to} + Q_{(l,n,m,npa)}^{pa,to} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - P_{(l,n,m,npa)}^{pa,to} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (101)$$

$$P_{(l,n,m,k)}^{pa,to} \cos \frac{\pi}{2^k} + Q_{(l,n,m,k)}^{pa,to} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^k} = S_{(l,n,m)}^{to} \quad (102)$$

$$P_{(l,n,m,0)}^{pa,to} = P_{(l,n,m)}^{to} \quad (103)$$

$$Q_{(l,n,m,0)}^{pa,to} = Q_{(l,n,m)}^{to} \quad (104)$$

$$b_{(l,n,m,npa+1)}^{to} - b_{(l,n,m,npa)}^{to} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - S_{(l,n,m,npa)}^{pa,to} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} = 0 \quad (105)$$

$$S_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,to} - S_{(l,n,m,npa)}^{pa,to} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} + b_{(l,n,m,npa)}^{to} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (106)$$

$$S_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,to} + S_{(l,n,m,npa)}^{pa,to} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - b_{(l,n,m,npa)}^{to} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (107)$$

$$b_{(l,n,m,k)}^{to} \cos \frac{\pi}{2^k} + S_{(l,n,m,k)}^{pa,to} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^k} = a_{(l,n,m)}^{to} \quad (108)$$

$$a_{(l,n,m,0)}^{to} = \frac{v_m^{sq} + i_{(l,n,m)}^{sq,to}}{2} \quad (109)$$

$$b_{(l,n,m,0)}^{to} = \frac{v_m^{sq} - i_{(l,n,m)}^{sq,to}}{2} \quad (110)$$

$$S_{(l,n,m,0)}^{pa,to} = S_{(l,n,m)}^{to} \quad (111)$$

$$P_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,from} - P_{(l,n,m,npa)}^{pa,from} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - Q_{(l,n,m,npa)}^{pa,from} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} = 0 \quad (112)$$

$$Q_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,from} - Q_{(l,n,m,npa)}^{pa,from} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} + P_{(l,n,m,npa)}^{pa,from} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (113)$$

$$Q_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,from} + Q_{(l,n,m,npa)}^{pa,from} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - P_{(l,n,m,npa)}^{pa,from} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (114)$$

$$P_{(l,n,m,k)}^{pa,from} \cos \frac{\pi}{2^k} + Q_{(l,n,m,k)}^{pa,from} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^k} = S_{(l,n,m)}^{from} \quad (115)$$

$$P_{(l,n,m,0)}^{pa,from} = P_{(l,n,m)}^{from} \quad (116)$$

$$Q_{(l,n,m,0)}^{pa,from} = Q_{(l,n,m)}^{from} \quad (117)$$

$$b_{(l,n,m,npa+1)}^{from} - b_{(l,n,m,npa)}^{from} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - S_{(l,n,m,npa)}^{pa,from} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} = 0 \quad (118)$$

$$S_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,from} - S_{(l,n,m,npa)}^{pa,from} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} + b_{(l,n,m,npa)}^{from} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (119)$$

$$S_{(l,n,m,npa+1)}^{pa,from} + S_{(l,n,m,npa)}^{pa,from} \cos \frac{\pi}{2^{npa}} - b_{(l,n,m,npa)}^{from} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^{npa}} \geq 0 \quad (120)$$

$$b_{(l,n,m,k)}^{from} \cos \frac{\pi}{2^k} + S_{(l,n,m,k)}^{pa,from} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2^k} = a_{(l,n,m)}^{from} \quad (121)$$

$$a_{(l,n,m,0)}^{from} = \frac{v_n^{sq} + i_{(l,n,m)}^{sq,from}}{2} \quad (122)$$

$$b_{(l,n,m,0)}^{from} = \frac{v_n^{sq} - i_{(l,n,m)}^{sq,from}}{2} \quad (123)$$

$$S_{(l,n,m,0)}^{pa,from} = S_{(l,n,m)}^{from} \quad (124)$$

$$-S_{(l,n,m)}^{max} \leq S_{(l,n,m)}^{from} \leq S_{(l,n,m)}^{max} \quad (125)$$

$$-S_{(l,n,m)}^{max} \leq S_{(l,n,m)}^{to} \leq S_{(l,n,m)}^{max} \quad (126)$$

(8), (9), (13), (14), (73)-(78)

2.2.5 Limites e critério de parada

Para resolver o modelo P-FPOAC-BF-v3 é usada uma técnica de PS que segue o diagrama de fluxo descrito na Figura 3. A metodologia de solução inicializa os parâmetros das séries de Taylor e/ou das tensões como $\hat{v}_n = 1$ e $i_{(l,n,m)}^{sq,from} = i_{(l,n,m)}^{sq,to} = \frac{(i_{(l,n,m)}^{max})^2}{2}$. Após o modelo (linear ou quadrático) for inicializado com os dados iniciais é resolvido usando o *Cplex*, obtendo-se o valor inicial da função objetivo (f_{o_n} para a iteração $h=1$). Na iteração seguinte ($h=2$) é avaliado o critério de convergência: que a diferença da função objetivo atual e a função objetivo na iteração anterior seja menor que a tolerância permitida $|f_{o_h} - f_{o_{h-1}}| \leq \Delta f_o$. Se o critério de convergência não é satisfeito, então o ponto de operação é atualizado: $\hat{v}_n^{sq} = v_n^{sq}$, $\hat{i}_{(l,n,m)}^{sq,from} = i_{(l,n,m)}^{sq,from}$ e $\hat{i}_{(l,n,m)}^{sq,to} = i_{(l,n,m)}^{sq,to}$. Após atualizar o ponto de operação é inserido um limite para a variação da tensão de uma iteração para outra, usando as expressões matemáticas apresentadas em (CASTILLO *et al.*, 2016). Este limite é definido em (127).

$$\left| \hat{v}_n^{sq} - v_n^{sq} \right| \leq \Delta v_n^{max} \quad (127)$$

Para fazer o cálculo do parâmetro Δv_n^{max} são usadas as equações (128)-(132).

$$\gamma = \frac{|f_{o_h} - f_{o_{h-1}}|}{|f_{o_h} - f_{o_{h-1}}| + f_{o_h}} \quad (128)$$

$$\beta = -c \log \gamma + d \quad (129)$$

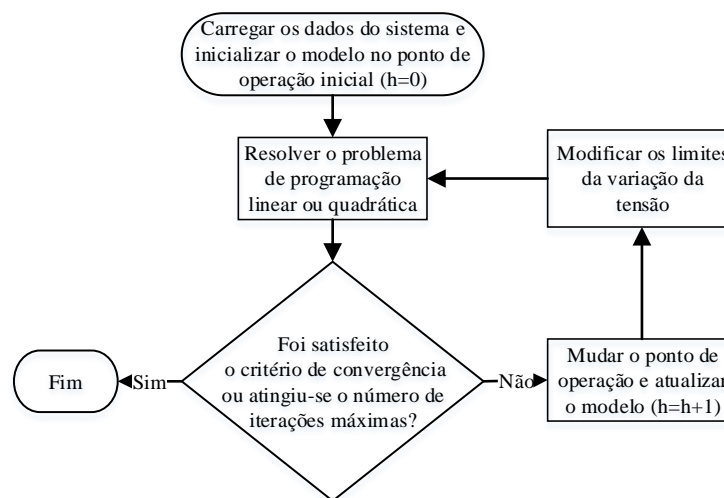
$$\delta = 1 - \frac{\lfloor 10\gamma \rfloor}{10} \quad (130)$$

$$\alpha = \frac{\delta}{\beta} \quad (131)$$

$$\Delta v_n^{max} = \frac{\alpha |v_n^{max}|^2}{h^\beta} \quad (132)$$

Deste modo, o problema é resolvido iterativamente até atingir o critério de convergência ou o número máximo de iterações h^{max} seja ultrapassado.

Figura 3 – Diagrama de fluxo para o método de programação sucessiva para as versões linearizadas e cônicas do modelo de FBF-FPO-AC-v3.



Fonte: Elaboração do autor

2.3 TESTES E RESULTADOS

Para avaliar as diferentes formulações para o problema de fluxo de potência ótimo foram usados os sistemas testes IEEE-30, IEEE-118 e IEEE-300, os dados destes sistemas podem ser encontrados em (ZIMMERMAN; MURILLO-SANCHEZ; THOMAS, 2011a). Para avaliar o comportamento das diferentes formulações foram feitos 4 testes, inicialmente foi resolvido o problema de despacho econômico sem considerar limites no fluxo de potência aparente ou de corrente nos circuitos da rede. Um segundo teste considera o despacho econômico que leva em conta o limite de corrente dos circuitos. Como terceiro teste foi alocado em cada barra de demanda um compensador síncrono que não tem custo de geração de potência reativa. O quarto teste é similar ao terceiro, mas com a diferença de que a produção de potência reativa tem um custo associado de 10\$/MVar. Os modelos foram resolvidos usando a linguagem de programação *AMPL* e o *solver IPOPT*. Finalmente foi feito um teste usando uma técnica de programação sucessiva para resolver o modelo não linear de P-FPOAC-FBF-v2 com diferentes linearizações e uma relaxação convexa. Para resolver cada um dos problemas de programação linear ou cônica são usados o *solver Cplex* e o *AMPL*.

2.3.1 Resultados dos modelos de FPO não lineares sem limite de corrente e sem compensação de reativos

Com o objetivo de determinar se as formulações apresentadas para o problema de despacho econômico conferem com as formulações clássicas, os resultados dos modelos foram comparados com os resultados do MATPOWER, sendo este último uma ferramenta conhecida para resolver o problema de FPO. Neste caso os resultados obtidos correspondem à solução de um FPO sem limites de potência ou corrente. Os resultados obtidos para os sistemas IEEE-30 e IEEE-118 apresentados na Tabela 1 e na Tabela 2 para todos os modelos conferem com os resultados obtidos pelo MATPOWER. Para o sistema teste IEEE-300 todos os modelos chegaram na mesma solução ótima no custo de operação deste sistema como é mostrado na Tabela 3. O modelo que não coincide com o MATPOWER e os outros modelos é o modelo P-FPOAC-BF. A solução fornecida por este último modelo é em termos de custo um pouco menor que as outras. Com o objetivo de avaliar a solução fornecida por este modelo, foi resolvido um fluxo de potência, fornecendo o ponto operativo da solução do modelo de P-FPOAC-BF. A avaliação desta solução foi feita usando o modelo clássico de fluxo de potência que é obtido fixando os valores de potência ativa gerada e as magnitudes das tensões nas barras de geração (PV) e fixando a magnitude e o ângulo da

Tabela 1 – Resultados dos modelos de FPO não lineares sem limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-30

Modelo	MATPOWER	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	8.906,1	8.906,1	8.906,1	8.906,1
<i>Perdas ativas (MW)</i>	11,7	11,7	11,7	11,7
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	47,3	47,3	47,3	47,3
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	295,1	295,1	295,1	295,1
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	113,9	113,9	113,9	113,9
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	0,0	0,00	0,00	0,00
<i>Total CPU time (s)</i>	0,86	0,05	0,09	0,13

a. Parte 1 da Tabela 1

Modelo	MATPOWER	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	8.906,1	8.906,1	8.906,1
<i>Perdas ativas (MW)</i>	11,7	11,7	11,7
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	47,3	47,3	47,3
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	295,1	295,1	295,1
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	113,9	113,9	113,9
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	0,0	0,00	0,0
<i>Total CPU time (s)</i>	0,86	0,15	0,32

b. Parte 2 da Tabela 1

Fonte: Elaboração do autor

tensão na barra *slack* ($V\theta$) no modelo P-FPOAC-PQV. O resultado obtido com o fluxo de potência não confere com o resultado do modelo P-FPOAC-BF, porque a geração na barra *slack* é superior ao valor obtido com o modelo de FPO.

Tabela 2 – Resultados dos modelos de FPO não lineares sem limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-118

Modelo	MATPOWER	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	129.660,7	129.660,7	129.660,7	129.660,7
<i>Perdas ativas (MW)</i>	77,4	77,4	77,4	77,4
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	483,5	483,5	483,5	483,5
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	4.319,4	4.319,4	4.319,4	4.319,4
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	960,1	960,2	960,2	960,2
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	571,9	572,0	572,0	572,0
<i>Total CPU time (s)</i>	0,97	0,24	0,30	1,08

a. Parte 1 da Tabela 2

Modelo	MATPOWER	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	129.660,7	129.660,7	129.660,7
<i>Perdas ativas (MW)</i>	77,4	77,4	77,4
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	483,5	483,5	483,5
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	4.319,4	4.319,4	4.319,4
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	960,1	960,2	960,2
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	571,9	572,0	572,0
<i>Total CPU time (s)</i>	0,97	0,89	1,14

b. Parte 2 da Tabela 2

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 3 – Resultados dos modelos de FPO não lineares sem limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-300

Modelo	MATPOWER	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	719.725,1	719.725,1	719.725,1	719.670,2
<i>Perdas ativas (MW)</i>	302,8	302,8	302,8	302,7
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	4.600,0	4.599,9	4.599,9	4.599,1
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	23.829,9	23.829,9	23.829,9	23.828,5
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	7.517,6	7.518,2	7.518,2	7.517,1
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	547,6	548,2	548,2	548,4
<i>Total CPU time (s)</i>	0,66	0,57	0,97	3,65

a. Parte 1 da Tabela 3

Modelo	MATPOWER	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	719.725,1	719.725,1	719.725,1
<i>Perdas ativas (MW)</i>	302,8	302,8	302,8
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	4.600,0	4.599,9	4.599,9
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	23.829,9	23.829,9	23.829,9
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	7.517,6	7.518,2	7.518,2
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	547,6	548,2	548,2
<i>Total CPU time (s)</i>	0,66	11,99	4,37

b. Parte 2 da Tabela 3

Fonte: Elaboração do autor

2.3.2 Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e sem compensação de reativos

Outro teste realizado nessas formulações foi avaliar o comportamento destes modelos quando é incluído o limite de corrente. Os limites de corrente usados para cada um dos sistemas testes podem ser encontrados em (CASTILLO *et al.*, 2016). Para fazer isto é necessário realizar algumas modificações nos modelos. No modelo de P-FPOAC-PQV da subseção 2.1.1 as restrições (11) e (12) são substituídas pelas restrições (133)-(136).

$$v_n^2 i_{(l,n,m)}^{sq,from} = \left(P_{(l,n,m)}^{from} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{from} \right)^2 \quad (133)$$

$$v_m^2 i_{(l,n,m)}^{sq,to} = \left(P_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 \quad (134)$$

$$0 \leq i_{(l,n,m)}^{sq,from} \leq (i_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (135)$$

$$0 \leq i_{(l,n,m)}^{sq,to} \leq (i_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (136)$$

No modelo de P-FPOAC-BF da Subseção 2.1.4 a restrição (43) é retirada do modelo e a restrição (42) é substituída pela restrição (137).

$$0 \leq i_{(l,n,m)}^{sq} \leq (i_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (137)$$

No modelo P-FPOAC-FBF da Subseção 2.1.5 as restrições (11) e (12) são substituídas pelas restrições (133)-(136).

De forma geral os modelos tiveram um comportamento adequado com a adição do limite de corrente no sistema, pois desta forma com o sistema mais restrito para distribuir os fluxos de potência o valor do custo de operação tem que aumentar. Os resultados obtidos para o sistema IEEE-30 da Tabela 4 são iguais para todos os modelos excetuando para o modelo de P-FPOAC-BF onde foi obtido um custo de operação um pouco menor aos outros. Além disso, o ponto de operação também é diferente. Devido a que o ponto de operação das variáveis de estado é diferente, obtém-se um valor de geração e perdas um pouco diferente, sendo a diferença mais significativa na geração e absorção de potência reativa por parte dos geradores do sistema com uma diferença de 1,5 MVar para ambos casos. Os resultados obtidos para os sistemas testes IEEE-118 e IEEE-300 mostram o mesmo comportamento que para o sistema teste anterior, onde as soluções achadas são iguais excetuando para o modelo de P-FPOAC-BF. Nos sistemas testes de maior tamanho foram obtidas diferenças maiores nos reativos do sistema para o modelo de *Branch Flow*. O modelo que conseguiu resolver mais rápido em todos os casos foi o modelo de R-FPOAC-IV.

Tabela 4 – Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-30

Modelo	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	10.224,4	10.224,4	10.215,6
<i>Perdas ativas (MW)</i>	2,5	2,5	2,5
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	12,8	12,8	13,0
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	285,9	285,9	285,9
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	78,3	78,3	79,8
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	0,0	0,0	2,0
<i>Total CPU time (s)</i>	0,21	0,09	0,17

a. Parte 1 da Tabela 4

Modelo	P-FPOAC-PQV	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	10.224,4	10.224,4	10.224,4
<i>Perdas ativas (MW)</i>	2,5	2,5	2,5
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	12,8	12,8	12,8
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	285,9	285,9	285,9
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	78,3	78,3	78,3
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Total CPU time (s)</i>	0,21	0,20	0,21

b. Parte 2 da Tabela 4

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 5 – Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-118

Modelo	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	134.992,3	134.992,3	133.135,9
<i>Perdas ativas (MW)</i>	57,9	57,9	57,7
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	276,9	276,9	281,5
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	4.299,9	4.299,9	4.299,7
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	1.069,7	1.069,7	887,0
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	816,1	816,1	683,4
<i>Total CPU time (s)</i>	1,97	0,42	1,56

a. Parte 1 da Tabela 5

Modelo	P-FPOAC-PQV	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	134992,3	134992,3	134992,3
<i>Perdas ativas (MW)</i>	57,9	57,9	57,9
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	276,9	276,9	276,9
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	4299,9	4299,9	4299,9
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	1069,7	1069,7	1069,7
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	816,1	816,1	816,1
<i>Total CPU time (s)</i>	1,97	1,58	1,59

b. Parte 2 da Tabela 5

Fonte: Elaboração do autor

2.3.3 Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos

Nos sistemas elétricos de potência, além dos geradores clássicos que geram potência ativa e reativa, existem também elementos compensadores de potência reativa

como podem ser geradores síncronos ou outros dispositivos *FACTS*. Neste teste foi considerado que em todas as barras de demanda existem compensadores de reativos com potência ilimitada e que não tem custo de geração, sendo este o caso ideal para o sistema. Isto foi feito para avaliar o comportamento dos modelos e dos sistemas testes nestas condições ideais que favorecem o sistema. Os resultados obtidos para todos os sistemas testes mostram que os modelos são equivalentes chegando na mesma solução ótima excetuando o modelo de *Branch Flow*. Em todos os sistemas foi obtida uma diferença pequena no custo de operação associado a geração de potência ativa, mas na parte dos reativos as diferenças são significativamente maiores. A adição dos compensadores com potência ilimitada e sem custo fornece uma diminuição no custo de operação pequena neste caso onde a topologia do sistema é definida e os elementos instalados fazem com que o sistema funcione corretamente com o sem a presença destes. Porém, em outros estudos diferentes ao despacho econômico podem ser de vital importância e, portanto, é necessário analisar o comportamento dos modelos com a presença deste tipo de elementos na rede.

Tabela 6 – Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e sem compensação de reativos para o sistema teste IEEE-300

Modelo	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	726.169,7	726.169,7	726.094,5
<i>Perdas ativas (MW)</i>	290,4	290,4	290,2
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	4.061,9	4.061,9	4.047,1
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	23.817,6	23.817,6	23.816,1
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	6.911,0	6.911,0	7.029,6
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	501,2	501,2	637,3
<i>Total CPU time (s)</i>	6,86	1,42	4,44

a. Parte 1 da Tabela 6

Modelo	P-FPOAC-PQV	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	726.169,7	726.169,7	726.169,7
<i>Perdas ativas (MW)</i>	290,4	290,4	290,4
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	4.061,9	4.061,9	4.061,9
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	23.817,6	23.817,6	23.817,6
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	6.911,0	6.911,1	6.911,0
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	501,2	501,2	501,2
<i>Total CPU time (s)</i>	6,86	10,88	6,20

b. Parte 2 da Tabela 6

Fonte: Elaboração do autor

Os resultados obtidos no modelo de R-FPOAC-IV para o sistema IEEE-300 na Tabela 9 não conferem com os resultados do FPO clássico e o FPO de *Full Branch Flow* ou com os resultados do *Branch Flow*, fazendo este um caso particular dessa modelagem. Na presença de potência reativa ilimitada, o problema tem uma solução com o mesmo custo operativo que para o FPO clássico, mas o ponto operativo alcançado e o comportamento dos compensadores reativos são diferentes. Mas esta

solução no fluxo de potência clássico não representa uma solução factível para o problema. Este foi o único sistema teste em que o modelo de R-FPOAC-IV não conferiu com as outras modelagens de todos os testes realizados. A diferença acontece devido à os limites de corrente do problema que limitam fortemente os fluxos de potência pelas linhas, produzindo um despacho de reativos diferente das outras formulações matemáticas.

Tabela 7 – Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos para o sistema teste IEEE-30

Modelo	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	10.211,9	10.211,9	10.204,3
<i>Perdas ativas (MW)</i>	2,3	2,3	2,3
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	12,2	12,3	12,5
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	285,7	285,7	285,7
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	56,1	56,1	52,4
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	1,8	1,2	2,6
<i>Compensação capacitiva (MVar)</i>	69,1	68,3	72,0
<i>Compensação indutiva (MVar)</i>	46,1	46,1	44,6
<i>Total CPU time (s)</i>	0,27	0,10	0,16

a. Parte 1 da Tabela 7

Modelo	P-FPOAC-PQV	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	10.211,9	10.211,9	10.211,9
<i>Perdas ativas (MW)</i>	2,3	2,3	2,3
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	12,2	12,3	12,3
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	285,7	285,7	285,7
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	56,1	56,1	56,1
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	1,8	1,8	1,8
<i>Compensação capacitiva (MVar)</i>	69,1	69,0	69,0
<i>Compensação indutiva (MVar)</i>	46,1	46,1	46,1
<i>Total CPU time (s)</i>	0,27	0,23	0,24

b. Parte 2 da Tabela 7

Fonte: Elaboração do autor

2.3.4 Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos considerando o custo de compensação

O último teste realizado nas formulações não lineares do FPO foi considerar um custo de geração de reativos de 10\$/MVar para os compensadores de reativos nas barras de demanda.

Neste caso foi obtido o mesmo comportamento que nos casos anteriores em relação ao modelo de *Branch Flow*, porque este foi o único que apresentou diferença em relação aos outros, fornecendo uma solução de menor valor, mas quando o resultado é comparado com fluxo de potência clássico, essa solução é infactível ou de pior qualidade.

Tabela 8 – Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos para o sistema teste IEEE-118

Modelo	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	133.213,6	133.213,6	132.732,5
<i>Perdas ativas (MW)</i>	56,0	56,0	57,2
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	271,9	271,9	286,1
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	4.298,0	4.298,0	4.299,2
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	682,9	682,9	662,8
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	529,5	529,5	578,7
<i>Compensação capacitiva (MVar)</i>	424,7	424,7	488,7
<i>Compensação indutiva (MVar)</i>	400,5	400,5	384,8
<i>Total CPU time (s)</i>	1,91	0,33	1,18

a. Parte 1 da Tabela 8

Modelo	P-FPOAC-PQV	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	133.213,6	133.213,6	133.213,6
<i>Perdas ativas (MW)</i>	56,0	56,0	56,0
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	271,9	271,9	271,9
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	4.298,0	4.298,0	4.298,0
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	682,9	682,9	682,9
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	529,5	529,5	529,5
<i>Compensação capacitiva (MVar)</i>	424,7	424,7	424,7
<i>Compensação indutiva (MVar)</i>	400,5	400,5	400,5
<i>Total CPU time (s)</i>	1,91	1,44	1,66

b. Parte 2 da Tabela 8

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 9 – Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos para o sistema teste IEEE-300

Modelo	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	723.107,0	723.107,0	723.041,2
<i>Perdas ativas (MW)</i>	259,5	259,5	259,4
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	3.942,2	3.919,5	3.948,9
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	23.786,6	23.786,6	23.785,3
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	2.863,4	2.828,4	2.840,9
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	1.256,6	1.110,9	1.228,8
<i>Compensação capacitiva (MVar)</i>	9.997,2	9.813,9	10.093,9
<i>Compensação indutiva (MVar)</i>	5.503,9	5.454,1	5.600,2
<i>Total CPU time (s)</i>	116,23	1,58	6,57

a. Parte 1 da Tabela 9

Modelo	P-FPOAC-PQV	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	723.107,0	723.107,0	723.107,0
<i>Perdas ativas (MW)</i>	259,5	259,5	259,5
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	3.942,2	3.942,2	3.942,2
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	23.786,6	23.786,6	23.786,6
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	2.863,4	2.863,4	2.863,4
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	1.256,6	1.256,6	1.256,6
<i>Compensação capacitiva (MVar)</i>	9.997,2	9.997,2	9.997,2
<i>Compensação indutiva (MVar)</i>	5.503,9	5.503,9	5.503,9
<i>Total CPU time (s)</i>	116,23	24,61	12,41

b. Parte 2 da Tabela 9

Fonte: Elaboração do autor

Os resultados obtidos para o sistema IEEE-30 na Tabela 10 mostram que levando em conta o custo de geração de potência reativa o sistema não precisa usar os compensadores de reativos porque esse uso representa um custo maior na solução final

do problema, portanto, a solução obtida é equivalente à solução da Tabela 4 que corresponde ao caso onde não são alocados compensadores de reativos no sistema. Os resultados obtidos para o sistema IEEE-300 da Tabela 12 mostram que colocando um valor de custo nos compensadores de reativos o sistema requer uma pequena quantidade de reativos para funcionar de forma ótima. No sistema IEEE-118 foi onde a compensação de reativos foi mais usada como se mostra na Tabela 11, ainda com o custo na compensação a solução do problema indica que tem mais benefício esse uso, o que permite diminuir um pouco o custo operacional total do sistema em relação ao modelo que não leva em conta os compensadores de reativos. Os resultados indicam que os modelos propostos e os clássicos conferem na solução e, portanto, são equivalentes.

Tabela 10 – Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Modelo	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	10.224,4	10.224,4	10.215,6
<i>Custo de operação</i>	10.224,4	10.224,4	10.215,6
<i>Perdas ativas (MW)</i>	2,5	2,5	2,5
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	12,8	12,8	13,0
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	285,9	285,9	285,9
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	78,3	78,3	79,86
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	0,0	0,0	2,0
<i>Compensação capacitiva (MVar)</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Compensação indutiva (MVar)</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Custo da compensação reativa</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Total CPU time (s)</i>	0,18	0,10	0,12

a. Parte 1 da Tabela 10

Modelo	P-FPOAC-PQV	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	10.224,4	10.224,4	10.224,4
<i>Custo de operação</i>	10.224,4	10.224,4	10.224,4
<i>Perdas ativas (MW)</i>	2,5	2,5	2,5
<i>Perdas reativas (MVar)</i>	12,8	12,8	12,8
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	285,9	285,9	285,9
<i>Potência reativa gerada (MVar)</i>	78,3	78,3	78,3
<i>Potência reativa absorvida (MVar)</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Compensação capacitiva (MVar)</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Compensação indutiva (MVar)</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Custo da compensação reativa</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Total CPU time (s)</i>	0,18	0,19	0,17

b. Parte 2 da Tabela 10

Fonte: Elaboração do autor

O modelo de P-FPOAC-BF apresentou novamente uma diferença em custo e de forma geral no ponto de operação do sistema em relação aos outros modelos, sendo as maiores diferenças encontradas na potência reativa do sistema. A maior variação deste modelo em relação aos outros foi encontrada na solução do sistema IEEE-118 onde existe uma diferença de potência reativa gerada e absorvida ao redor de 130 MVar e 26

MVAr respectivamente. Além disso, a solução da formulação P-FPOAC-BF indica que não é necessário absorver do sistema 55 MVAr com o compensador de reativo, sendo diferente das soluções dos outros modelos matemáticos.

Tabela 11 – Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118

Modelo	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
<i>Custo total</i>	134.285,2	134.285,2	133.135,9
<i>Custo de operação</i>	133.727,9	133.727,9	133.135,9
<i>Perdas ativas (MW)</i>	58,2	58,2	57,7
<i>Perdas reativas (MVAr)</i>	280,2	280,2	281,5
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	4.300,2	4.300,2	4.299,7
<i>Potência reativa gerada (MVAr)</i>	1.017,9	1.017,9	887,0
<i>Potência reativa absorvida (MVAr)</i>	709,7	709,7	683,4
<i>Compensação capacitiva (MVAr)</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Compensação indutiva (MVAr)</i>	55,7	55,7	0,0
<i>Custo da compensação reativa</i>	557,3	557,3	0,0
<i>Total CPU time (s)</i>	1,35	0,37	0,48

a. Parte 1 da Tabela 11

Modelo	P-FPOAC-PQV	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
<i>Custo total</i>	134.285,2	134.285,2	134.285,2
<i>Custo de operação</i>	133.727,9	133.727,9	133.727,9
<i>Perdas ativas (MW)</i>	58,2	58,2	58,2
<i>Perdas reativas (MVAr)</i>	280,2	280,2	280,2
<i>Potência ativa gerada (MW)</i>	4.300,2	4.300,2	4.300,2
<i>Potência reativa gerada (MVAr)</i>	1.017,9	1.017,9	1.017,9
<i>Potência reativa absorvida (MVAr)</i>	709,7	709,7	709,7
<i>Compensação capacitiva (MVAr)</i>	0,0	0,0	0,0
<i>Compensação indutiva (MVAr)</i>	55,7	55,7	55,7
<i>Custo da compensação reativa</i>	557,3	557,3	557,3
<i>Total CPU time (s)</i>	1,35	1,35	1,51

b. Parte 2 da Tabela 11

Fonte: Elaboração do autor

2.3.5 Resultados para o método de programação sucessiva

Além dos testes realizados com os *solvers* para problemas de programação não linear, foi implementada uma técnica de solução para estes mesmos problemas conhecida como programação sucessiva. A ideia principal desta técnica é linearizar o modelo não linear usando qualquer tipo de técnica de linearização. Geralmente são usadas as series de Taylor para linearizar o conjunto de restrições ao redor de um ponto estimado que é atualizado iterativamente. Neste caso os modelos apresentados na seção anterior são diferentes linearizações ou a convexificação do modelo de P-FPOAC-BF-v3. Os parâmetros usados na técnica de programação sucessiva foram: $c = 0,25$ e $d = 1,5$. O número de iterações máximas permitidas foi de 50 e o tempo máximo de execução é de 600 segundos. Com o objetivo de fazer uma comparação precisa, a função objetivo

dos modelos linearizados é recalculada colocando os valores obtidos de potência ativa gerada na função quadrática de custo de cada gerador. Deste modo é obtido o valor real deste custo de operação e que pode ser comparado com o resultado do modelo não linear.

Tabela 12 – Resultados dos modelos de FPO não lineares com limite de corrente e com compensação de reativos considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300

Modelo	P-FPOAC-PQV	R-FPOAC-IV	P-FPOAC-BF
Custo total	726.127,2	726.127,2	726.053,2
Custo de operação	726.057,6	726.057,6	725.983,6
Perdas ativas (MW)	289,5	289,5	289,3
Perdas reativas (MVar)	4.057,0	4.057,0	4.042,6
Potência ativa gerada (MW)	23.816,7	23.816,7	23.815,2
Potência reativa gerada (MVar)	6.900,8	6.900,8	7.018,6
Potência reativa absorvida (MVar)	502,0	502,0	636,9
Compensação capacitiva (MVar)	7,0	7,0	7,0
Compensação indutiva (MVar)	0,0	0,0	0,0
Custo da compensação reativa	69,6	69,6	69,6
Total CPU time (s)	10,38	1,47	4,55

a. Parte 1 da Tabela 12

Modelo	P-FPOAC-PQV	P-FPOAC-BF-v2	P-FPOAC-FBF-v3
Custo total	726.127,2	726.127,2	726.127,2
Custo de operação	726.057,6	726.057,6	726.057,6
Perdas ativas (MW)	289,5	289,5	289,5
Perdas reativas (MVar)	4.057,0	4.057,0	4.057,0
Potência ativa gerada (MW)	23.816,7	23.816,7	23.816,7
Potência reativa gerada (MVar)	6.900,8	6.900,8	6900,8
Potência reativa absorvida (MVar)	502,0	502,0	502,0
Compensação capacitiva (MVar)	7,0	7,0	7,0
Compensação indutiva (MVar)	0,0	0,0	0,0
Custo da compensação reativa	69,6	69,6	69,6
Total CPU time (s)	10,4	8,3	42,9

b. Parte 2 da Tabela 12

Fonte: Elaboração do autor

Os resultados obtidos para o sistema IEEE-30 são descritos em Tabela 13-Tabela 22. Nas Tabela 13 e Tabela 14 são apresentados os resultados para a primeira linearização realizada mudando o número de partições na função objetivo e nas restrições. Nesta formulação onde a tensão é aproximada na definição de potência o modelo não consegue encontrar uma solução melhor ou com pouca diferença em relação ao modelo não linear. Porém, apresenta erros aceitáveis na avaliação das restrições não lineares originais. O comportamento obtido usando as séries de Taylor na definição de fluxo de potência é apresentado na Tabela 15 e Tabela 16. Neste caso aplicando as séries de Taylor, isto quer dizer, fazendo que a tensão faça parte desta equação como variável, a solução final teve uma melhoria significativa. Pode-se observar na Tabela 15 que em relação ao tempo, quando é aumentado o número de partições na função objetivo e o número de partições para as restrições diminui, o *solver*

precisa de um tempo menor para alcançar uma solução ótima local. Em termos de qualidade da resposta a melhor configuração no número de partições na função objetivo e nas restrições foi de 20 e 50 respectivamente. Os resultados obtidos destes dois modelos não conseguem em nenhuma configuração melhorar o tempo ou a qualidade da resposta obtida pelo *solver IPOPT* no modelo não linear. Além disso, desta observação, estes modelos foram testados com os sistemas IEEE-118 e IEEE-300, onde em ambos os casos não foi possível obter uma solução no tempo limite estabelecido. Portanto, os resultados indicam que estas representações lineares usadas pela técnica de programação sucessiva não são adequadas para resolver o FPO.

Tabela 13 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L1 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Número de partições		Função objetivo	Diferença com o modelo não lineal		Tempo (s)	Iterações
Função objetivo	Restrições		Absoluta	Relativa (%)		
10	10	10.269,9	45,5	0,44	9,00	11
10	20	10.262,0	37,5	0,37	11,37	8
10	50	10.257,4	32,9	0,32	50,45	9
20	10	10.262,9	38,5	0,37	4,77	6
20	20	10.255,9	31,5	0,31	6,75	4
20	50	10.256,4	31,9	0,31	40,65	8
50	10	10.268,0	43,5	0,42	4,44	5
50	20	10.252,0	27,5	0,27	13,95	9
50	50	10.255,4	30,9	0,30	31,47	5

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 14 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L1 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Número de partições		Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
Função objetivo	Restrições	Min	Max	Min	Max	Min	Max
10	10	-0,0000	0,0000	0,0002	0,0016	0,0002	0,0016
10	20	-0,0001	0,0000	0,0001	0,0004	0,0001	0,0004
10	50	-0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0000	0,0003
20	10	-0,0001	0,0003	-0,0001	0,0019	0,0004	0,0018
20	20	-0,0007	0,0001	-0,0006	0,0004	-0,0005	0,0004
20	50	-0,0003	0,0001	-0,0003	0,0001	-0,0003	0,0001
50	10	-0,0000	0,0004	0,0003	0,0020	0,0003	0,0020
50	20	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0004	0,0000	0,0004
50	50	-0,0001	0,0007	0,0000	0,0011	-0,0001	0,0012

Fonte: Elaboração do autor

Nos modelos P-FPOAC-BF-v3-L3, P-FPOAC-BF-v3-L4 e P-FPOAC-BF-v3-C foram realizados testes adicionais ao número de partições, estes testes consideram a definição explícita das perdas que são penalizadas num valor η . Este teste foi necessário devido a que se apresentam erros elevados nas definições de potência (55) e (56), este

fato pode ser observado nos testes destes modelos para todos os sistemas para o valor de $\eta = 0$. Nas funções objetivo (1) e (72) é adicionado o somatório (138).

Tabela 15 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L2 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Número de partições		Função objetivo	Diferença com o modelo não lineal		Tempo (s)	Iterações
Função objetivo	Restrições		Absoluta	Relativa (%)		
10	10	10.247,4	23,0	0,22	7,41	7
10	20	10.229,9	5,5	0,05	10,92	7
10	50	10.226,2	1,7	0,02	31,27	6
20	10	10.247,1	22,6	0,22	8,05	8
20	20	10.230,6	6,2	0,06	9,91	7
20	50	10.225,4	1,0	0,01	42,98	7
50	10	10.248,1	23,6	0,23	7,19	7
50	20	10.231,3	6,8	0,07	9,4	6
50	50	10.225,5	1,1	0,01	43,08	7

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 16 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L2 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Número de partições		Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
Função objetivo	Restrições	Min	Max	Min	Max	Min	Max
10	10	-0,0000	0,0001	0,0000	0,0016	0,0003	0,0015
10	20	-0,0001	0,0000	-0,0000	0,0004	0,0001	0,0005
10	50	-0,0002	0,0002	-0,0000	0,0005	0,0000	0,0004
20	10	-0,0000	0,0000	0,0001	0,0016	0,0002	0,0016
20	20	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0004	0,0001	0,0004
20	50	-0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001
50	10	-0,0001	0,0001	0,0001	0,0016	0,0003	0,0016
50	20	-0,0001	0,0002	-0,0001	0,0005	0,0001	0,0005
50	50	-0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001

Fonte: Elaboração do autor

$$\eta \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} \left(i_{(l,m,n)}^{from} + i_{(l,m,n)}^{to} \right) r_{(l,n,m)} \quad (138)$$

Pode-se observar no somatório anterior que as perdas estão sendo minimizadas em ambos os sentidos das correntes pela linha, isto porque considerando as perdas em um sentido não permite minimizar os erros nas duas definições de potência, portanto devem ser consideradas ambas. Para este teste nestes últimos modelos foram usadas 100 partições na função objetivo, 100 partições nas restrições e um valor de $NPA = 16$. Os resultados apresentados na Tabela 17-Tabela 22 mostram que no sistema IEEE-30 para alcançar uma solução factível em todos os modelos são necessários deixar as perdas sem nenhuma penalização ($\eta = 1$). Em termos de esforço computacional estes últimos modelos apresentaram um melhor desempenho pelo tempo requerido para ser

resolvidos, isto é, devido que estes modelos não têm variáveis binárias. Desses modelos para o sistema IEEE-30 o modelo que apresentou o melhor desempenho em termos de esforço computacional e qualidade da resposta foi o modelo P-FPOAC-BF-v3-C.

Tabela 17 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Penalização das perdas	Função objetivo	Diferença com o modelo não linear		Tempo (s)	Iterações
		Absoluta	Relativa (%)		
0	10.224,5	0,07	0,0007	1,84	4
1	10.224,5	0,07	0,0007	1,94	4

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 18 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Penalização das perdas	Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
0	0,00	0,00	0,0	0,0776	0,00	0,00
1	0,00	0,00	0,0	0,0	0,00	0,00

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 19 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Penalização das perdas	Função objetivo	Diferença com o modelo não linear		Tempo (s)	Iterações
		Absoluta	Relativa (%)		
0	10.224,4	0,01	0,0001	0,26	3
1	10.224,4	0,01	0,0001	0,28	3
10	10.224,4	0,01	0,0001	0,27	3

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 20 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Penalização das perdas	Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
0	0,0	0,0	0,0	0,0444	0,0	0,0
1	0,0	0,0	0,0	0,0001	0,0	0,0
10	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 21 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Penalização das perdas	Função objetivo	Diferença com o modelo não linear		Tempo (s)	Iterações
		Absoluta	Relativa (%)		
0	10.224,4	0,02	0,0002	2,13	4
1	10.224,4	0,02	0,0002	2,64	4

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 22 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-30

Penalização das perdas	Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
0	0,0	0,0	0,0	0,0776	0,0	0,0
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Fonte: Elaboração do autor

Os testes realizados no sistema IEEE-118 mostram que a técnica de programação sucessiva com as linearizações usadas requer de um valor grande na penalização para alcançar soluções factíveis. Na Tabela 23 e na Tabela 24 pode-se observar nos resultados obtidos que quando se aumenta a penalização os erros diminuem, porém, nesse modelo não foi possível deixá-los num valor ou mais perto possível de 0. Outra observação importante é que quando o valor da penalização é aumentado o custo total da solução final aumenta, por tanto a qualidade da solução diminui. Além disso, para esse modelo quando o valor da penalização é muito grande a técnica requer de muitas iterações para alcançar uma solução, como foi no último caso onde foi superado o número máximo de iterações permitidas. Os resultados, para o modelo cônico, apresentados na Tabela 25 e na Tabela 26 apresentam um comportamento similar aos resultados anteriores apresentados para este sistema, onde se observa que quando o valor da penalização aumenta a qualidade diminui, mas os erros também diminuem. Neste caso foi necessária uma penalização de 10000 nas perdas para conseguir chegar num erro de 0 nas definições de potência. Porém, devido ao grande custo das perdas na função objetivo são encontradas soluções de baixa qualidade. O mesmo comportamento foi observado no modelo poliedral na Tabela 27 e na Tabela 28, onde com uma penalização de 10.000 o erro ficou o mais próximo de 0, mas o custo de operação piora em relação à solução do modelo não linear. Em todos os modelos testados para o sistema IEEE-118 o esforço computacional foi sempre maior do que o

esforço para resolver o modelo não linear. No entanto, pode ser que diminuindo o número de partições e o tamanho do poliedro, o esforço computacional diminua também, porém o problema no erro das restrições e a baixa qualidade da solução final são fatos que devem ser resolvidos antes de fazer testes para diminuir o esforço computacional.

Tabela 23 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118

Penalização das perdas	Função objetivo	Diferença com o modelo não linear		Tempo (s)	Iterações
		Absoluta	Relativa (%)		
0	134.277,4	-7,9	-0,006	26,22	6
1	134.277,4	-7,9	-0,006	32,37	7
10	134.277,8	-7,5	-0,006	29,97	7
100	134.279,8	-5,4	-0,004	29,78	7
1.000	134.397,3	112,1	0,083	50,56	12
10.000	Número máximo de iterações atingidas				

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 24 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118

Penalização das perdas	Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
0	-0,0007	0,0002	0,0	0,9486	0,0	1,3634
1	-0,0007	0,0002	0,0	0,0001	0,0	1,3633
10	-0,0007	0,0002	0,0	0,0001	0,0	0,6073
100	-0,0007	0,0002	0,0	0,0001	0,0	0,6111
1.000	-0,0007	0,0002	0,0	0,0001	0,0	0,6450
10.000	Número máximo de iterações atingidas					

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 25 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118

Penalização das perdas	Função objetivo	Diferença com o modelo não linear		Tempo (s)	Iterações
		Absoluta	Relativa (%)		
0	134.275,7	-9,6	-0,007	1,46	4
1	134.275,7	-9,6	-0,007	1,50	4
10	134.275,9	-9,3	-0,007	1,86	4
100	134.278,3	-7,0	-0,005	2,44	4
1.000	134.401,2	115,9	0,086	1,98	3
10.000	137.363,9	3078,7	2,241	2,06	3

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 26 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118

Penalização das perdas	Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
0	-0,0007	0,0002	0,0	0,8503	0,0	1,3626
1	-0,0007	0,0002	0,0	0,0020	0,0	1,3610
10	-0,0007	0,0010	-0,0048	0,0189	-0,0080	0,6087
100	-0,0007	0,0002	0,0	0,0	0,0	0,6117
1.000	-0,0007	0,0002	0,0	0,0	0,0	0,6496
10.000	-0,0002	0,0001	0,0	0,0	0,0	0,0

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 27 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118

Penalização das perdas	Função objetivo	Diferença com o modelo não linear		Tempo (s)	Iterações
		Absoluta	Relativa (%)		
0	133.739,5	-545,8	-0,41	30,65	5
1	133.739,4	-545,8	-0,41	46,85	5
10	133.738,8	-546,5	-0,41	45,87	5
100	133.734,3	-550,9	-0,41	47,18	5
1.000	133.848,5	-436,7	-0,33	29,53	4
10.000	137.018,9	2733,6	1,99	22,10	4

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 28 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-118

Penalização das perdas	Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
0	-0,0007	0,0002	0,0	0,5544	0,0	1,3629
1	-0,0007	0,0002	0,0	0,0	0,0	1,3629
10	-0,0007	0,0002	0,0	0,0	0,0	0,6087
100	-0,0007	0,0002	0,0	0,0	0,0	0,6117
1.000	-0,0007	0,0002	0,0	0,0	0,0	0,6509
10.000	-0,0002	0,0001	0,0	0,0	0,0	0,0

Fonte: Elaboração do autor

Para o modelo IEEE-300 os testes realizados no modelo P-FPOAC-BF-v3-L3 não encontraram soluções factíveis com as condições iniciais utilizadas nos outros testes. Os testes realizados no modelo cônico mostram que aumentar excessivamente o valor da penalização pode causar erros de arredondamento no *Cplex* o que causa que o problema não se consiga resolver. Neste caso não foi possível diminuir o erro de uma

forma satisfatória e o custo da operação estava piorando de forma significativa. Os resultados obtidos no modelo poliedral da Tabela 31 e da Tabela 32 mostram que com valores de penalização entre 0 e 100, o tempo de solução vai ser maior ao tempo limite estabelecido. Para os outros valores de penalização foi obtido um comportamento parecido com o modelo cônico.

Tabela 29 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300

Penalização das perdas	Função objetivo	Diferença com o modelo não linear		Tempo (s)	Iterações
		Absoluta	Relativa (%)		
0	725.917,3	-209,9	-0,03	19,91	14
1	725.918,1	-209,1	-0,03	7,90	5
10	725.924,4	-202,8	-0,03	12,66	7
100	726.037,7	-89,5	-0,01	11,50	4
1.000	734.562,3	8.435,1	1,15	16,25	4
10.000	757.783,8	31.656,6	4,18	78,57	50
100.000		Infactível			

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 30 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-C variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300

Penalização das perdas	Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
0	-0,0051	0,0047	0,0	25,0586	-0,0004	38,6940
1	-0,0051	0,0047	0,0	40,4135	0,0	38,7041
10	-0,0051	0,0047	0,0	40,4135	0,0	40,0766
100	-0,0051	0,0046	0,0	40,9827	0,0	9,4300
1.000	-0,0051	0,0046	0,0	16,9265	0,0	35,6931
10.000	-0,0051	0,0048	-0,0066	15,5986	-0,0089	5,5852
100.000		Infactível				

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 31 – Resultados para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300

Penalização das perdas	Função objetivo	Diferença com o modelo não linear		Tempo (s)	Iterações
		Absoluta	Relativa (%)		
0-100		Superou o tempo limite			
1000	727.647,4	1.520,2	0,2	580,1	5
10000	739.971,4	13.844,2	1,9	213,0	5
100000		Infactível			

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 32 – Erros das restrições para o modelo P-FPOAC-BF-v3-L4 variando o número de partições na função objetivo e nas restrições, com limite de corrente, com compensação de reativos e considerando o custo de compensação para o sistema teste IEEE-300

Penalização das perdas	Erro absoluto em (64)		Erro absoluto em (55)		Erro absoluto em (56)	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
0-100	Superou o tempo limite					
1.000	-0,005	0,005	0,0	16,9	0,0	35,7
10.000	-0,005	0,005	0,0	15,6	0,0	5,6
100.000	Infactível					

Fonte: Elaboração do autor

Os resultados obtidos mostram que em sistemas de pequeno tamanho a técnica de programação sucessiva com as linearizações ou envolventes cônicas propostas não apresenta um bom desempenho em relação ao *solver* para problemas de programação não linear. Também, em sistemas de tamanho médio não apresentam resultados satisfatórios em termos de erros e esforço computacional.

2.4 CONCLUSÕES

Foram analisadas diferentes formulações para representar o problema de FPO de CA e as conclusões dessas análises são as seguintes:

- As formulações matemáticas P-FPOAC-PQV, R-FPOAC-PQV e R-FPOAC-IV são as melhores alternativas para representar o problema de FPO de CA, pois permitem encontrar soluções de boa qualidade e factíveis em tempos de execução baixos com o método de ponto interior do *knitro solver*.
- A formulação P-FPOAC-BF não é adequada para representar redes malhadas como as redes de transmissão porque tem um grande problema com a correta representação dos reativos quando os limites de corrente/potência são considerados.
- As formulações matemáticas P-FPOAC-BF-v2 e P-FPOAC-BF-v3 são equivalentes à formulação P-FPOAC-PQV e, portanto, permitem encontrar a mesma solução.
- As formulações matemáticas lineares e cônicas estudadas neste capítulo não são adequadas para representar matematicamente a rede de transmissão porque a

solução final não pode satisfazer algumas restrições e, portanto, a solução é infactível.

3 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO MULTIPERÍODO PARA A OPERAÇÃO DO SISTEMA DE POTÊNCIA COM MÚLTIPLAS TECNOLOGIAS

N OS sistemas elétricos de potência do futuro devem ser instaladas uma grande quantidade de fontes de energia renováveis, tais como, geradores eólicos ou geradores solares, aumentando a incerteza do sistema (AEMO, 2018; COMPANY, 2010; EPE, 2018; MAI *et al.*, 2012). Lidar efetivamente com mais incertezas requer mais flexibilidade. A instalação de fontes de armazenamento de energia será necessária para lidar com a nova fonte de incerteza e para manter a operação adequada dos sistemas de energia. Além disso, como é descrito em (EPE, 2018; MORENO *et al.*, 2017), o próprio sistema de transmissão se tornará muito mais ativo por meio de novas tecnologias flexíveis e controláveis, como Sistemas Flexíveis de Transmissão em Corrente Alternada (FACTS), sistemas de transmissão de corrente contínua (HVDC), que podem controlar fluxos de energia através da rede sem mudar as injeções de potência nas barras. Portanto, o objetivo deste capítulo é desenvolver formulações de fluxo de potência de CA multiperíodo para redes de transmissão ativas que considerem FACTS, HVDC e baterias.

A maioria dos estudos de FPO é estática (período único) e para redes passivas. No entanto, a alocação de armazenamento de energia e a natureza da energia renovável introduzem o acoplamento temporal nas restrições do FPO, resultando em uma

formulação de FPO multiperíodo. Em (LORCA; SUN, 2018) o FPO CA multiperíodo é formulado usando diferentes formulações de cone de segunda ordem (SOC) e otimização robusta para considerar a variação de fontes renováveis. No entanto, na pesquisa acima mencionada não se considera baterias, sistemas de transmissão ativos, um grande número de períodos, ou HVDC na formulação matemática proposta. Em (MARLEY; MOLZAHN; HISKENS, 2017) o FPO CA multiperíodo é formulado através de formulações SOC e AC-QP (programação quadrática sucessiva), e baterias com eficiências não ideais são consideradas. No entanto, eles não consideram a formulação de sistemas de transmissão ativos e HVDC, e a solução não parece ter sido comprovada na formulação de CA não linear. Em (ATTARHA; AMJADY; CONEJO, 2018) o AC OPF estático foi resolvido usando uma otimização robusta para capturar o comportamento estocástico das fontes renováveis, mas a formulação é para um período e redes passivas.

Neste capítulo é desenvolvida uma formulação FPO CA multiperíodo que considera os sistemas de transmissão ativos. Deve ser enfatizado que na literatura todas as características acima mencionadas ainda não foram abordadas no mesmo modelo. As principais contribuições deste capítulo são as seguintes.

- Uma formulação matemática de FPO CA multiperíodo para sistemas de transmissão ativos, HVDC e baterias com eficiências não ideais, que é capaz de capturar as variações no custo de geração e demanda em cada período e que permite obter um despacho de geração que minimiza o custo total de todos os períodos. O modelo considera aspectos técnicos detalhados, como restrições para sistemas de transmissão AC e VSC-HVDC, FACTS (TCSC, SVC, PST) e baterias.
- Foi feita uma comparação de quatro formulações não lineares e a formulação DC com arranque frio para o FPO CA multiperíodo considerando redes de transmissão ativas. Os melhores parâmetros para a técnica do ponto interior do solver *Knitro* foram determinados e permitem encontrar a melhor solução em termos de tempo de execução e qualidade (menor custo) para cada uma das formulações matemáticas.
- Novas restrições para representar o transformador defasador em coordenadas retangulares. Além disso, as restrições das formulações não-lineares foram reformuladas para uma melhor integração do Compensador Controlado por Tiristor (TCSC) no FPO. Finalmente, as perdas de energia nas estações

conversoras VSC (conversor fonte de tensão) para as linhas HVDC e baterias foram definidas usando restrições lineares.

- Diferentes representações matemáticas de dispositivos FACTS foram analisadas para formulações lineares e não-lineares e o impacto de cada uma delas na solução final do FPO foi determinado.

3.1 FLUXO DE POTÊNCIA MULTIPERÍODO

3.1.1 Representação polar de potências e tensões (P-PQV)

As equações de fluxo de potência em coordenadas polares da subseção 2.1.1 são estendidas para considerar múltiplos períodos de tempo. O tempo é introduzido com o subscrito t .

$$P_{(n,t)}^{PQV} = p_{(n,t)}^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_{TE}} P_{(l,n,m,t)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_{TE}} P_{(l,m,n,t)}^{to} - g_n^{sh} v_{(n,t)}^2 - P_{(n,t)}^d = 0 \quad (139)$$

$$Q_{(n,t)}^{PQV} = q_{(n,t)}^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_{TE}} Q_{(l,n,m,t)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_{TE}} Q_{(l,m,n,t)}^{to} + b_n^{sh} v_{(n,t)}^2 - Q_{(n,t)}^d = 0 \quad (140)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{from} = v_{(n,t)}^2 g_{(l,n,m)} - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) + b_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (141)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from} = -v_{(n,t)}^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) - b_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (142)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{to} = v_{(m,t)}^2 g_{(l,n,m)} - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) - b_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (143)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{to} = -v_{(m,t)}^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) + v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) + b_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (144)$$

As equações (139) e (140) representam o equilíbrio de potência ativa e reativa para todas as barras (Ω_b) e períodos (T). As equações (141)-(144) correspondem aos fluxos de potência ativa e reativa em cada um dos circuitos do sistema de potência (Ω_l) para todos os períodos (T). O fluxo de potência é calculado usando a magnitude da tensão e o ângulo de fase, bem como os parâmetros do circuito (condutância, susceptibilidade e susceptibilidade de carga da linha).

3.1.2 Representação retangular de potências e tensões (R-PQV)

A formulação retangular, de potência e tensão, é menos comum, e representa a tensão complexa nas suas componentes reais e imaginárias. A formulação R-PQV é definida pelas restrições (139), (140) e (145)-(149).

$$P_{(l,n,m,t)}^{from} = g_{(l,n,m)} \left((v_{(n,t)}^r)^2 + (v_{(n,t)}^j)^2 \right) - \left((v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j) g_{(l,n,m)} - (v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r) b_{(l,n,m)} \right) \quad (145)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from} = - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) \left((v_{(n,t)}^r)^2 + (v_{(n,t)}^j)^2 \right) + \left((v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j) b_{(l,n,m)} + (v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r) g_{(l,n,m)} \right) \quad (146)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{to} = g_{(l,n,m)} \left((v_{(m,t)}^r)^2 + (v_{(m,t)}^j)^2 \right) - \left((v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j) g_{(l,n,m)} + (v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r) b_{(l,n,m)} \right) \quad (147)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from} = - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) \left((v_{(m,t)}^r)^2 + (v_{(m,t)}^j)^2 \right) + \left((v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j) b_{(l,n,m)} - (v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r) g_{(l,n,m)} \right) \quad (148)$$

$$(v_{(n,t)}^r)^2 + (v_{(n,t)}^j)^2 = v_{(n,t)}^2 \quad (149)$$

As restrições (145)-(148) são os fluxos de potência ativa e reativa em termos das componentes real e imaginária da tensão e dos parâmetros das linhas de transmissão. Essas restrições pertencem a todos os circuitos (Ω_l) e períodos (T).

3.1.3 Representação retangular de correntes e tensões (R-IV)

A formulação retangular de correntes e tensões usam as equações de fluxo de corrente complexas. As equações complexas de fluxo de corrente são representadas em coordenadas retangulares, resultando no modelo descrito por restrições (150)-(157).

$$P_{(n,t)}^{RIV} = p_{(n,t)}^g - (v_{(n,t)}^r i_{(n,t)}^r + v_{(n,t)}^j i_{(n,t)}^j) - P_{(n,t)}^d - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_T} P_{(l,n,m,t)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_T} P_{(l,m,n,t)}^{to} = 0 \quad (150)$$

$$Q_{(n,t)}^{RIV} = q_{(n,t)}^g - (v_{(n,t)}^j i_{(n,t)}^r - v_{(n,t)}^r i_{(n,t)}^j) - Q_{(n,t)}^d - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_T} Q_{(l,n,m,t)}^{from} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_T} Q_{(l,m,n,t)}^{to} = 0 \quad (151)$$

$$\sum_{(l,n,m) \in \Omega_{TX}} i_{(l,n,m,t)}^{r,from} + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_{TX}} i_{(l,m,n,t)}^{r,to} + g_n^{sh} v_{(n,t)}^r - b_n^{sh} v_{(n,t)}^j - i_{(n,t)}^r = 0 \quad (152)$$

$$\sum_{(l,n,m) \in \Omega_{TX}} i_{(l,n,m,t)}^{j,from} + \sum_{\substack{(l,m,n) \in \Omega_{TX} \\ n > m}} i_{(l,m,n,t)}^{j,to} + g_n^{sh} v_{(n,t)}^j + b_n^{sh} v_{(n,t)}^r - i_{(n,t)}^j = 0 \quad (153)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{r,from} = g_{(l,n,m)} (v_{(n,t)}^r - v_{(m,t)}^r) - (b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)}) v_{(n,t)}^j + b_{(l,n,m)} v_{(m,t)}^j \quad (154)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{j,from} = g_{(l,n,m)} \left(v_{(n,t)}^j - v_{(m,t)}^j \right) + \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) v_{(n,t)}^r - b_{(l,n,m)} v_{(m,t)}^r \quad (155)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{r,to} = g_{(l,n,m)} \left(v_{(m,t)}^r - v_{(n,t)}^r \right) - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) v_{(m,t)}^j + b_{(l,n,m)} v_{(n,t)}^j \quad (156)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{j,to} = g_{(l,n,m)} \left(v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j \right) + \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) v_{(m,t)}^r - b_{(l,n,m)} v_{(n,t)}^r \quad (157)$$

As restrições (150) e (151) representam os balanços de potência ativa e reativa para todas as barras (Ω_b) e todos os períodos (T). As restrições (152) e (153) são a parte real e imaginária da lei de correntes de Kirchhoff e são aplicadas em todas as barras (Ω_b) e períodos (T). As restrições (154)-(157) representam as correntes reais e imaginárias para cada uma das linhas de transmissão (Ω_l) e para todos os períodos (T) em termos das partes reais e imaginárias da tensão e dos parâmetros complexos das linhas de transmissão.

3.1.4 Polar branch flow (P-BF)

A formulação polar *Branch Flow* de (FARIVAR; LOW, 2013) utiliza apenas uma variável por circuito para representar o fluxo de potência bidirecional. Além disso, a potência reativa injetada pela susceptância *shunt* da linha, e as perdas ativas e reativas são representadas explicitamente no balanço de potência do sistema. Restrições (158)-(163) definem o modelo de *Branch Flow*.

$$P_{(n,t)}^{BF} = P_{(n,t)}^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_{TE}} (P_{(l,n,m,t)} + r_{(l,n,m)} i_{(l,n,m,t)}^{sq}) + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_{TE}} P_{(l,m,n,t)} - g_n^{sh} v_{(n,t)}^2 - P_{(n,t)}^d = 0 \quad (158)$$

$$Q_{(n,t)}^{BF} = q_{(n,t)}^g + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_{TE}} (Q_{(l,m,n,t)} + b_{(l,m,n)}^{sh} v_{(n,t)}^2) - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_T \cup \Omega_l} (Q_{(l,n,m,t)} + x_{(l,n,m)} i_{(l,n,m,t)}^{sq}) \quad (159)$$

$$-b_{(l,m,n)}^{sh} v_{(n,t)}^2 + b_n^{sh} v_{(n,t)}^2 - Q_{(n,t)}^d = 0$$

$$v_{(n,t)}^2 - v_{(m,t)}^2 = z_{(l,n,m)}^2 i_{(l,n,m,t)}^{sq} + 2(r_{(l,n,m)} P_{(l,n,m,t)} + x_{(l,n,m)} Q_{(l,n,m,t)}) \quad (160)$$

$$v_{(n,t)} v_{(m,t)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) = x_{(l,n,m)} P_{(l,n,m,t)} - r_{(l,n,m)} Q_{(l,n,m,t)} \quad (161)$$

$$v_{(m,t)}^2 i_{(l,n,m,t)}^{sq} = P_{(l,n,m,t)}^2 + Q_{(l,n,m,t)}^2 \quad (162)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{sq} \geq 0 \quad (163)$$

As restrições (158) e (159) correspondem aos balanços de potência ativa e reativa para todas as barras (Ω_b) e todos os períodos (T). A aplicação sistemática da lei da tensão de Kirchhoff em todos os circuitos independentes do sistema, a utilização da lei de Ohm complexa e a definição da potência aparente conduzem as restrições (160)-(162). A condição de não negatividade da magnitude ao quadrado da corrente é

definida em (163). As restrições (160)-(163) pertencem a todas as linhas de transmissão (Ω_l) e todos os períodos (T).

3.1.5 Formulação de fluxo de potência DC

A formulação DC tem sido usada por muitas décadas para representar matematicamente o sistema de transmissão. Devido que a formulação DC é linear, então é possível encontrar o ótimo global do problema. No entanto, as fortes aproximações e relaxações desta formulação podem causar problemas no sistema de transmissão, como será apresentado nos resultados deste capítulo. A formulação do fluxo de potência DC é definida pelas restrições (164) e (165).

$$P_{(n,t)}^{DC} = P_{(n,t)}^g - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l \cup \Omega_{TR}} P_{(l,n,m,t)} + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l \cup \Omega_{TR}} P_{(l,m,n,t)} - P_{(n,t)}^d = 0 \quad (164)$$

$$P_{(l,n,m,t)} = (\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) / x_{(l,n,m)} \quad (165)$$

A restrição (164) representa o balanço de potência ativa para todas as barras (Ω_b) e todos os períodos (T). A restrição (165) define o fluxo de potência ativa em termos do ângulo de tensão e da reatância para todos os circuitos ($\Omega_l \cup \Omega_{TR}$) e períodos (T).

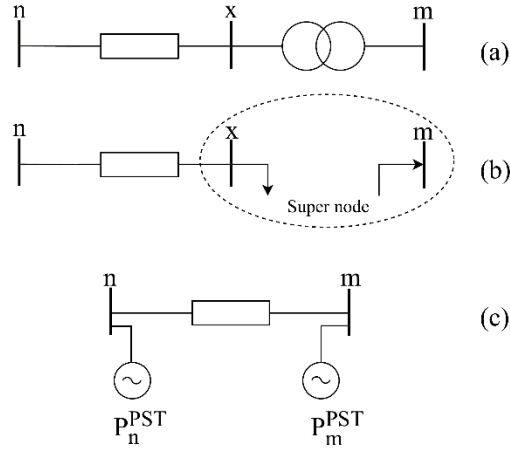
3.2 REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS DOS FACTS, HVDC E BATERIAS

3.2.1 Transformadores defasadores (PST)

O Transformador defasador (PST) é uma forma especializada de transformador usada para controlar o fluxo de potência ativa (RAMAMOORTY; TOMA, 2016). Diferentes representações matemáticas do PST foram propostas. A representação matemática clássica do PST consiste em agregar a relação de transformação e o ângulo de defasagem nas equações de fluxo de potência. Com essa aproximação a não linearidade das formulações matemáticas aumenta, fazendo que seja mais difícil resolvê-las. Outra representação que tem sido usada é o modelo de injeção de potências que não modifica a matriz de admitâncias nodais Y (JABR; COONICK; CORY, 2002; OKON; WILKOSZ, 2017) e, portanto, não modifica as equações dos fluxos de

potência. A representação com o modelo de injeção de potência proposta por Jabr em (JABR; COONICK; CORY, 2002) do PST é mostrada na Figura 4b.

Figura 4 – Representação do transformador defasador (a), modelo de injeção de potências AC (b) e modelo de injeção de potência DC (c)



Fonte: Elaboração do autor

A magnitude e o ângulo da tensão no conjunto de restrições (141)-(144) são substituídos por $v_{(x,t)}$ e $\theta_{(x,t)}$. O conjunto modificado de restrições é designado por $S^{PQV}(v, \theta, v^x, \theta^x)$.

As mesmas variáveis são substituídas na restrição (161) do P-BF. Adicionalmente, a restrição (166) é incluída na formulação do P-BF. O conjunto $S^{BF}(v, \theta, v^x, \theta^x)$ contém a restrição modificada (161) e a nova restrição (166) para PST.

$$v_{(n,t)}v_{(x,t)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(x,t)}) - v_{(x,t)}^2 = r_{(l,n,m)}P_{(l,n,m,t)} + x_{(l,n,m)}Q_{(l,n,m,t)} \quad (166)$$

A relação de transformação e os limites da defasagem angular são definidos em (167) e (168).

$$a_{(l,n,m)}^{\min} v_{(x,t)} \leq v_{(m,t)} \leq a_{(l,n,m)}^{\max} v_{(x,t)} \quad (167)$$

$$\phi_{(l,n,m)}^{\min} \leq \theta_{(m,t)} - \theta_{(x,t)} \leq \phi_{(l,n,m)}^{\max} \quad (168)$$

Utilizando o modelo equivalente para o PST, propomos um novo conjunto de restrições para o PST em coordenadas retangulares. As tensões reais e imaginárias das restrições (145)-(148) (i.e. $v_{(m,t)}^r$ e $v_{(m,t)}^j$) são substituídas pelas variáveis $v_{(x,t)}^r$ e $v_{(x,t)}^j$, respectivamente. O conjunto de restrições modificadas (145)-(148) é denotado como $S_{PST}^{PQV}(v^r, v^j, v^{r,x}, v^{j,x})$. Os limites para o PST são definidos nas restrições (170)-(173). A restrição (169) define a relação entre a tensão complexa do nó fictício x , o nó real m e a relação de transformação complexa. A partir da restrição complexa (169) é possível

extrair a magnitude e o ângulo de cada variável. A aplicação sistemática dos limites superior e inferior da relação de transformação e das magnitudes das tensões complexas produz os limites máximos e mínimos das magnitudes reais e fictícias das tensões no PST (i.e. (170) e (171)). As restrições (172) e (173) definem os limites superior e inferior do ângulo de defasagem.

$$\mathbb{V}_{(m,t)} = \mathfrak{a}_{(l,n,m,t)} \mathbb{V}_{(x,t)} \quad (169)$$

$$\left(v_{(m,t)}^r\right)^2 + \left(v_{(m,t)}^j\right)^2 \geq \left(a_{(l,n,m)}^{\min}\right)^2 \left(\left(v_{(x,t)}^r\right)^2 + \left(v_{(x,t)}^j\right)^2\right) \quad (170)$$

$$\left(v_{(m,t)}^r\right)^2 + \left(v_{(m,t)}^j\right)^2 \leq \left(a_{(l,n,m)}^{\max}\right)^2 \left(\left(v_{(x,t)}^r\right)^2 + \left(v_{(x,t)}^j\right)^2\right) \quad (171)$$

$$v_{(m,t)}^j v_{(x,t)}^r - v_{(m,t)}^r v_{(x,t)}^j \leq v_{(x,t)}^r v_{(x,t)}^j \tan\left(\phi_{(l,n,m,t)}^{\max}\right) \quad (172)$$

$$v_{(m,t)}^j v_{(x,t)}^r - v_{(m,t)}^r v_{(x,t)}^j \geq v_{(x,t)}^r v_{(x,t)}^j \tan\left(\phi_{(l,n,m)}^{\min}\right) \quad (173)$$

O transformador PST ideal da Figura 4.a é substituído por dois geradores fictícios (Figura 4.c) na formulação DC (WANG *et al.*, 2002). Como o PST não gera potência ativa, então, a potência ativa total de ambos os geradores fictícios deve ser igual a zero (restrição (174)). Os limites operacionais para cada gerador fictício são definidos na restrição (175).

$$P_{(n,t)}^{PST} + P_{(m,t)}^{PST} = 0 \quad (174)$$

$$-\phi_{(l,n,m)}^{\min} b_{(l,n,m)} \leq P_{(n,t)}^{PST} \leq -\phi_{(l,n,m)}^{\max} b_{(l,n,m)} \quad (175)$$

O conjunto de restrições (166)-(175), $S^{PQV}(v, \theta, v^x, \theta^x)$, $S^{BF}(v, \theta, v^x, \theta^x)$ e $S^{PQV}(v^r, v^j, v^{r,x}, v^{j,x})$ pertencem aos conjuntos Ω_{PST} e T .

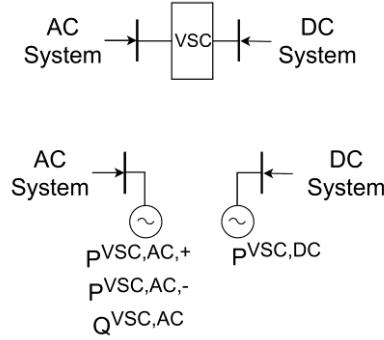
3.2.2 VSC-HVDC ponto-a-ponto e multi-terminal

O controle independente da potência ativa e reativa, a capacidade de alterar facilmente a direção do fluxo de potência e a flexibilidade para interligar redes de CA fracas ou centrais eólicas *offshore* são algumas das vantagens que o conversor de fonte de tensão HVDC (VSC-HVDC) tem sobre outras tecnologias HVDC (EREMIA; TEODORESCU, 2016). Tem sido propostas diferentes representações matemáticas da tecnologia VSC-HVDC para formulações de fluxos de potência de CA e CC, que representam as perdas na estação inversora/retificadora utilizando equações não ou simplesmente as desprezam (BEERTEN; COLE; BELMANS, 2010; CHATZIVASILEIADIS; KRAUSE; ANDERSSON, 2012; WIGET; IGGLAND;

ANDERSSON, 2014). Porém, neste capítulo, as perdas na estação VSC foram definidas utilizando restrições lineares.

O VSC pode ser representado por dois geradores artificiais conectados em cada uma das barras em que o VSC esteja conectado, conforme é mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Representação do VSC e a sua representação equivalente



Fonte: Elaboração do autor

A representação matemática do sistema HVDC e os dispositivos VSC é definida nas restrições (176)-(184).

A restrição (176) define o balanço de potência ativa no sistema HVDC e a restrição (177) define o fluxo de potência ativa nas linhas HVDC em função da tensão contínua e da resistência da linha.

$$P_{(n,t)}^{VSC,DC} = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_{HVDC}} P_{(l,n,m,t)}^{HVDC} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_{HVDC}} P_{(l,m,n,t)}^{HVDC} \quad (176)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{HVDC} = 2V_{(n,t)}^{DC} (V_{(n,t)}^{DC} - V_{(m,t)}^{DC}) / r_{(l,n,m)}^{HVDC} \quad (177)$$

A restrição (177) é uma restrição não linear que não pode ser incluída diretamente na formulação DC. A aproximação proposta em (VRAKOPOULOU *et al.*, 2013) é utilizada para linearizar a restrição. A restrição (178) é linear e pode ser incluída na formulação DC sem perder a linearidade.

$$P_{(l,n,m,t)}^{HVDC} = 2(V_{(n,t)}^{DC} - V_{(m,t)}^{DC}) / r_{(l,n,m)}^{HVDC} \quad (178)$$

A restrição (179) define as perdas de potência ativa na estação inversora/retificadora para o VSC-HVDC. Esta equação considera a eficiência de conversão do VSC. Para a tecnologia de HVDC da ABB, as perdas na estação de conversão são aproximadamente de 1%, dando uma eficiência de 99% para uma estação de transformação com dispositivos VSC (“HVDC Light It’s time to connect”, 2017). A restrição (180) garante o balanço de potência ativa em ambos os lados em que o VSC está conectado.

$$P_{(n,t)}^{loss,HVDC} = (1 - \eta_n^{VSC}) (P_{(n,t)}^{VSC,AC,+} + P_{(n,t)}^{VSC,AC,-}) \quad (179)$$

$$P_{(n,t)}^{VSC,DC} + P_{(n,t)}^{VSC,AC,+} - P_{(n,t)}^{VSC,AC,-} + P_{(n,t)}^{loss,HVDC} = 0 \quad (180)$$

Os limites para o dispositivo VSC estão definidos em (181)-(183).

$$\left(p_{(n,t)}^{VSC,AC} \right)^2 + \left(q_{(n,t)}^{VSC,AC} \right)^2 \leq \left(S_n^{VSC,max} \right)^2 \quad (181)$$

$$P_n^{VSC,min} \leq p_{(n,t)}^{VSC,AC} \leq P_n^{VSC,max} \quad (182)$$

$$Q_n^{VSC,min} \leq q_{(n,t)}^{VSC,AC} \leq Q_n^{VSC,max} \quad (183)$$

Finalmente, os limites da tensão DC são definidos na restrição (184).

$$V_n^{DC,min} \leq V_{(n,t)}^{DC} \leq V_n^{DC,max} \quad (184)$$

O conjunto de restrições (176)-(184) pertencem aos conjuntos Ω_{HVDC} e T .

3.2.3 Compensador controlado por tiristor (TCSC)

A presença de um TCSC num corredor de transmissão faz com que a reatância da linha se torne uma variável (CHATZIVASILEIADIS; KRAUSE; ANDERSSON, 2011; KARTHIKAIKANNAN; RAVI, 2016). Neste trabalho foi proposta a reformulação das equações de fluxo de potência das formulações P-PQV, R-PQV e R-IV para evitar adicionar novas restrições nessas formulações. A reformulação das restrições (141)-(144) na formulação P-PQV resulta no novo conjunto de restrições (185)-(188). A reformulação matemática utilizada para obter as novas restrições segue o procedimento descrito em (FARIVAR; LOW, 2013). Os limites operacionais para o TCSC são definidos na restrição (189).

$$v_{(n,t)}^2 - v_{(n,t)}v_{(m,t)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) = P_{(l,n,m,t)}^{from} r_{(l,n,m)} + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{from} + v_{(n,t)}^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) x_{(l,n,m,t)}^{eq} \quad (185)$$

$$v_{(n,t)}v_{(m,t)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) = P_{(l,n,m,t)}^{from} x_{(l,n,m,t)}^{eq} - \left(Q_{(l,n,m,t)}^{from} + v_{(n,t)}^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) r_{(l,n,m)} \quad (186)$$

$$v_{(m,t)}^2 - v_{(n,t)}v_{(m,t)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) = P_{(l,n,m,t)}^{to} r_{(l,n,m)} + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{to} + v_{(m,t)}^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) x_{(l,n,m,t)}^{eq} \quad (187)$$

$$-v_{(n,t)}v_{(m,t)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) = P_{(l,n,m,t)}^{to} x_{(l,n,m,t)}^{eq} - \left(Q_{(l,n,m,t)}^{to} + v_{(m,t)}^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) r_{(l,n,m)} \quad (188)$$

$$x_{(l,n,m)} + x_{(l,n,m)}^{TCSC,min} \leq x_{(l,n,m,t)}^{eq} \leq x_{(l,n,m)} + x_{(l,n,m)}^{TCSC,max} \quad (189)$$

A reformulação das restrições (145)-(148) da formulação R-PQV resulta no novo conjunto de restrições (190)-(193).

$$\left(\left(v_{(n,t)}^r \right)^2 + \left(v_{(n,t)}^j \right)^2 \right) - \left(v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j \right) = P_{(l,n,m,t)}^{from} r_{(l,n,m)} + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{from} + \left(\left(v_{(n,t)}^r \right)^2 + \left(v_{(n,t)}^j \right)^2 \right) b_{(l,n,m)}^{sh} \right) x_{(l,n,m,t)}^{eq} \quad (190)$$

$$-\left(v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r \right) = P_{(l,n,m,t)}^{from} x_{(l,n,m,t)}^{eq} - \left(Q_{(l,n,m,t)}^{from} + \left(\left(v_{(n,t)}^r \right)^2 + \left(v_{(n,t)}^j \right)^2 \right) b_{(l,n,m)}^{sh} \right) r_{(l,n,m)} \quad (191)$$

$$\left((v_{(m,t)}^r)^2 + (v_{(m,t)}^j)^2 \right) - (v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j) = P_{(l,n,m,t)}^{to} r_{(l,n,m)} + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{to} + \left((v_{(m,t)}^r)^2 + (v_{(m,t)}^j)^2 \right) b_{(l,n,m)}^{sh} \right) x_{(l,n,m,t)}^{eq} \quad (192)$$

$$(v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r) = P_{(l,n,m,t)}^{to} x_{(l,n,m,t)}^{eq} - \left(Q_{(l,n,m,t)}^{to} + \left((v_{(m,t)}^r)^2 + (v_{(m,t)}^j)^2 \right) b_{(l,n,m)}^{sh} \right) r_{(l,n,m)} \quad (193)$$

A reformulação das restrições (154)-(157) das formulações R-IV resulta no novo conjunto de restrições (194)-(197).

$$v_{(n,t)}^r - v_{(m,t)}^r = \left(i_{(l,n,m,t)}^{r,from} + v_{(n,t)}^j b_{(l,n,m)}^{sh} \right) r_{(l,n,m)} - \left(i_{(l,n,m,t)}^{j,from} - v_{(n,t)}^r b_{(l,n,m)}^{sh} \right) x_{(l,n,m,t)}^{eq} \quad (194)$$

$$v_{(n,t)}^j - v_{(m,t)}^j = \left(i_{(l,n,m,t)}^{j,from} - v_{(n,t)}^r b_{(l,n,m)}^{sh} \right) r_{(l,n,m)} + \left(i_{(l,n,m,t)}^{r,from} + v_{(n,t)}^j b_{(l,n,m)}^{sh} \right) x_{(l,n,m,t)}^{eq} \quad (195)$$

$$v_{(m,t)}^r - v_{(n,t)}^r = \left(i_{(l,n,m,t)}^{r,to} + v_{(m,t)}^j b_{(l,n,m)}^{sh} \right) r_{(l,n,m)} - \left(i_{(l,n,m,t)}^{j,to} - v_{(m,t)}^r b_{(l,n,m)}^{sh} \right) x_{(l,n,m,t)}^{eq} \quad (196)$$

$$v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j = \left(i_{(l,n,m,t)}^{j,to} - v_{(m,t)}^r b_{(l,n,m)}^{sh} \right) r_{(l,n,m)} + \left(i_{(l,n,m,t)}^{r,to} + v_{(m,t)}^j b_{(l,n,m)}^{sh} \right) x_{(l,n,m,t)}^{eq} \quad (197)$$

Em (BLANCO *et al.*, 2011), o dispositivo TCSC é separado da linha de transmissão na formulação DC, e é substituído por dois geradores fictícios. A representação equivalente é a mesma da Figura 4.c. Como o TCSC não gera potência ativa, então, a potência ativa total de ambos os geradores fictícios deve ser igual a zero, conforme é definido na restrição (198). Os limites operacionais para cada gerador fictício são definidos nas restrições (199) e (200).

$$P_{(n,t)}^{TCSC} + P_{(m,t)}^{TCSC} = 0 \quad (198)$$

$$P_{(n,t)}^{TCSC} + \frac{x_{(l,n,m)}^{TCSC,max}}{x_{(l,n,m)} \left(x_{(l,n,m)} - x_{(l,n,m)}^{TCSC,max} \right)} \geq 0 \quad (199)$$

$$P_{(n,t)}^{TCSC} + \frac{x_{(l,n,m)}^{TCSC,min}}{x_{(l,n,m)} \left(x_{(l,n,m)} - x_{(l,n,m)}^{TCSC,min} \right)} \leq 0 \quad (200)$$

O TCSC é incluído na formulação P-BF substituindo o parâmetro $x_{(l,n,m)}$ pela variável $x_{(l,n,m,t)}^{eq}$ nas restrições (159)-(161). O conjunto $S^{BF}(v, \theta, x^{TCSC})$ contém as restrições modificadas (159)-(161). Todas as restrições para o dispositivo TCSC pertencem aos conjuntos Ω_{TCSC} e T .

3.2.4 Baterias

As formulações matemáticas da literatura (HEMMATI, 2018; MÉGEL; ANDERSSON; MATHIEU, 2016; MORENO *et al.*, 2017) não consideram as perdas no

dispositivo VSC, ou para representa-las incluem variáveis binárias que representam o carregamento e descarregamento da bateria. Neste trabalho, é proposta uma representação matemática das baterias que inclui as perdas do VSC e, ao mesmo tempo, aborda a questão do carregamento e descarregamento da bateria no mesmo período e sem variáveis binárias. A restrição (201) representa o balanço de potência ativa no dispositivo VSC. As perdas de potência ativa no dispositivo do VSC são definidas na restrição (202). O balanço de energia ativa em cada período é representado pela restrição (203). Finalmente, as restrições (204) e (205) representam os limites de potência e energia da bateria.

$$P_{(n,t)}^b + P_{(n,t)}^{VSC,b,+} - (1 - \eta_n^b) P_{(n,t)}^{VSC,b,-} + P_{(n,t)}^{loss,b} = 0 \quad (201)$$

$$P_{(n,t)}^{loss,b} = (1 - \eta_n^{VSC}) (P_{(n,t)}^{VSC,b,+} + P_{(n,t)}^{VSC,b,-}) \quad (202)$$

$$P_{(n,t)}^{be} = P_{(n,t-1)}^{be} + P_{(n,t)}^b \quad (203)$$

$$-\bar{P}_n^b \leq P_{(n,t)}^b \leq \bar{P}_n^b \quad (204)$$

$$P_{(n,t)}^{be} \leq \bar{P}_n^b \tau_n^b \quad (205)$$

O conjunto de restrições (201) a (205) pertencem aos conjuntos Ω_b e T .

3.2.5 Compensador estático de reativos (SVC)

A literatura tem proposto diferentes formulações para representar a operação em estado estacionário do SVC. O SVC pode ser representado matematicamente como uma injeção de potência reativa ou uma susceptância variável nas barras de interconexão ou em barras de carga (BHATTACHARYYA; KUMAR, 2016; CHATZIVASILEIADIS; KRAUSE; ANDERSSON, 2011; KARTHIKAIKANNAN; RAVI, 2016). A representação de injeção de potência reativa foi escolhida neste trabalho para representar o SVC. Os limites de geração reativa são definidos na restrição (206).

$$q_n^{SVC,\min} \leq q_{(n,t)}^{SVC} \leq q_n^{SVC,\max} \quad (206)$$

3.3 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO MULTIPERÍODO

O problema de FPO busca um ponto de operação factível através do ajuste de um conjunto de variáveis de controle, que permita minimizar ou maximizar uma função objetivo, e que permita satisfazer as restrições físicas, operacionais e políticas que

determinam a operação dos sistemas elétricos de potência. Neste trabalho, quatro formulações matemáticas não-lineares e uma formulação linear são estudadas para representar o FPO multiperíodo. Como as equações (201)-(205) para as baterias são independentes da representação matemática do FP, elas podem ser incluídas em todas as formulações de FPO sem nenhuma modificação. A potência ativa injetada/absorvida pela bateria precisa ser incluída no balanço de potência ativa para todas as formulações de FP. As variáveis que representam a potência ativa injetada/absorvida são $p_{(n,t)}^{VSC,b,+}$ e $p_{(n,t)}^{VSC,b,-}$, respectivamente. A restrição do SVC (206) é incluída em todas as formulações não lineares sem nenhuma modificação. A variável $q_{(n,t)}^{SVC}$ é adicionada ao balanço de potência reativa para todas as formulações de FP não lineares. As restrições do VSC-HVDC (176), (177), (179)-(184) são as mesmas para todas as formulações não lineares. A potência ativa injetada/absorvida pelo VSC é adicionada ao balanço de potência ativa para todas as formulações lineares e não lineares através das variáveis $p_{(n,t)}^{VSC,AC,+}$ e $p_{(n,t)}^{VSC,AC,-}$. A potência reativa injetada/absorvida pelo VSC é adicionada ao balanço de potência reativa para todas as formulações não lineares através da variável $q_{(n,t)}^{VSC,HVDC}$. A função quadrática objetiva (207) minimiza o custo operacional dos geradores, e está incluída em todas as formulações não lineares para o problema OPF.

3.3.1 Representação polar de potências e tensões (P-PQV)

A formulação polar de potências e tensões para o problema de FPO multiperíodo considerando diferentes tecnologias é mostrada nas equações (141)-(144), $S^{PQV}(v, \theta, v^x, \theta^x)$, (167), (168), (176), (177), (179)-(184), (185)-(189), (201)-(215).

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{n \in \Omega_g} (C_{(n,t)}^{g2} (p_{(n,t)}^g)^2 + C_{(n,t)}^{g1} p_{(n,t)}^g + C_{(n,t)}^{g0}) \quad (207)$$

Sujeito a:

$$P_{(n,t)}^{PQV} + p_{(n,t)}^{VSC,b,+} - p_{(n,t)}^{VSC,b,-} + p_{(n,t)}^{VSC,AC,+} - p_{(n,t)}^{VSC,AC,-} = 0 \quad (208)$$

$$Q_{(n,t)}^{PQV} + q_{(n,t)}^{VSC,HVDC} + q_{(n,t)}^{SVC} = 0 \quad (209)$$

$$(141)-(144), S^{PQV}(v, \theta, v^x, \theta^x), (167), (168), (176), (177), (179)-(184), (185)-(189), \\ (201)-(206)$$

$$P_n^{min} \leq p_{(n,t)}^g \leq P_n^{max} \quad (210)$$

$$Q_n^{min} \leq q_{(n,t)}^g \leq Q_n^{max} \quad (211)$$

$$v_n^{min} \leq v_{(n,t)} \leq v_n^{max} \quad (212)$$

$$(P_{(l,n,m,t)}^{from})^2 + (Q_{(l,n,m,t)}^{from})^2 \leq (S_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (213)$$

$$(P_{(l,n,m,t)}^{to})^2 + (Q_{(l,n,m,t)}^{to})^2 \leq (S_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (214)$$

$$\theta_{(slack,t)} = 0 \quad (215)$$

A função objetivo para o problema de OPF minimiza o custo de operação dos geradores (207). Os balanços de potência ativa e reativa considerando os FACTS, VSC-HVDC e baterias são definidos nas restrições (208) e (209). As restrições de geração de potência ativa e reativa são indicadas em (210)-(211). A restrição (212) define os limites superior e inferior da magnitude da tensão. O fluxo de potência aparente é limitado pelas restrições (213) e (214). O ângulo de tensão é fixado a zero na barra de folga na restrição (215). Os PST e os transformadores são denotados pelo conjunto $S^{PQV}(v, \theta, v^x, \theta^x)$. Como a defasagem angular é zero nos transformadores, o conjunto $S^{PQV}(v, \theta, v^x, \theta^x)$ é alterado substituindo $\theta_{(x,t)} = \theta_{(m,t)}$.

3.3.2 Representação retangular de potências e tensões (R-PQV)

A formulação retangular de potências e tensões para o problema de FPO multiperíodo considerando diferentes tecnologias é mostrada nas equações (145)-(149), $S^{PQV}(v^r, v^j, v^{r,x}, v^{j,x})$, (170)-(173), (176), (177),(179)-(184), (189)-(193), (201)-(211), (213), (214), (216), (217).

Função objetivo (207)

Sujeito a:

(145)-(149), $S^{PQV}(v^r, v^j, v^{r,x}, v^{j,x})$, (170)-(173), (176), (177),(179)-(184), (189)-(193), (201)-(206), (208)-(211), (213), (214)

$$\left(v_n^{min}\right)^2 \leq \left(v_{(n,t)}^r\right)^2 + \left(v_{(n,t)}^j\right)^2 \leq \left(v_n^{max}\right)^2 \quad (216)$$

$$v_{(slack,t)}^j = 0 \quad (217)$$

A função objetivo, o balanço de potência, os limites de fluxo de potência e os limites operacionais do gerador foram explicados na subseção anterior. A restrição (216) define os limites superior e inferior da magnitude da tensão para o sistema de potência. Como o ângulo de defasagem na barra de folga deve ser zero, a tensão imaginária nessa barra deve ser zero, conforme é definido na restrição (217).

3.3.3 Representação retangular de correntes e tensões (R-IV)

A formulação retangular de correntes e tensões para o problema de FPO multiperiodo considerando diferentes tecnologias é mostrada nas equações (152)-(157),

$$S_{PST}^{POV} \left(v^r, v^j, v^{r,x}, v^{j,x} \right), \quad (170)-(173), (176), (177), (179)-(184), (189), (194)-(197), (201)-(207), (210), (211), (216)-(221).$$

Função objetivo (207)

Sujeito a:

$$P_{(n,t)}^{RIV} + P_{(n,t)}^{VSC,b,+} - P_{(n,t)}^{VSC,b,-} + P_{(n,t)}^{VSC,AC,+} - P_{(n,t)}^{VSC,AC,-} = 0 \quad (218)$$

$$Q_{(n,t)}^{RIV} + q_{(n,t)}^{VSC,HVDC} + q_{(n,t)}^{SVC} = 0 \quad (219)$$

$$(152)-(157), S_{PST}^{POV} \left(v^r, v^j, v^{r,x}, v^{j,x} \right), \quad (170)-(173), (176), (177), (179)-(184), (189), (194)-(197), (201)-(206), (210), (211), (216)-(217)$$

$$(i_{(l,n,m,t)}^{r,from})^2 + (i_{(l,n,m,t)}^{j,from})^2 \leq (i_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (220)$$

$$(i_{(l,n,m,t)}^{r,to})^2 + (i_{(l,n,m,t)}^{j,to})^2 \leq (i_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (221)$$

Os balanços de potência ativa e reativa para a formulação de R-IV são definidos nas restrições (218) e (219), respectivamente. A potência em ambos os lados dos transformadores/PST ideais é igual, mas a corrente não. Devido ao anterior, o transformador e o PST são representados na formulação do R-IV através das restrições $S_{PST}^{POV} \left(v^r, v^j, v^{r,x}, v^{j,x} \right)$. Os limites de fluxo de corrente para linhas de transmissão HVAC são definidos em (220) e (221). As restrições (213) e (214) definem os limites de fluxo de potência para transformadores e PSTs.

3.3.4 Polar branch flow (P-BF)

A formulação polar *Branch Flow* para o problema de FPO multiperiodo considerando diferentes tecnologias é mostrada nas equações (160)-(163),

$$S^{BF} \left(v, \theta, v^x, \theta^x \right), \quad (167), (168), (176), (177), (179)-(184), S^{BF} \left(v, \theta, x^{TCSC} \right), \quad (201)-(207), (210)-(212), (215), (222)-(224).$$

Função objetivo (207)

Sujeito a:

$$P_{(n,t)}^{BF} + P_{(n,t)}^{VSC,b,+} - P_{(n,t)}^{VSC,b,-} + P_{(n,t)}^{VSC,AC,+} - P_{(n,t)}^{VSC,AC,-} = 0 \quad (222)$$

$$Q_{(n,t)}^{BF} + q_{(n,t)}^{VSC,HVDC} + q_{(n,t)}^{SVC} - \sum_{(l,n,m) \in \Omega_{TCSC}} (Q_{(l,n,m,t)} + x_{(l,n,m,t)}^{eq} i_{(l,n,m,t)}^{sq} - b_{(l,m,n)}^{sh} v_{(n,t)}^2) = 0 \quad (223)$$

$$(160)-(163), S^{BF}(v, \theta, v^x, \theta^x), (167), (168), (176), (177), (179)-(184), S^{BF}(v, \theta, x^{TCSC}), \\ (201)-(206), (210)-(212), (215) \\ (P_{(l,n,m,t)})^2 + (Q_{(l,n,m,t)})^2 \leq (S_{(l,n,m)}^{max})^2 \quad (224)$$

Os balanços de potência ativa e reativa para a formulação P-BF são definidos nas restrições (222) e (223), respectivamente. As perdas de potência reativa nas linhas de transmissão que têm instalado um dispositivo TCSC estão incluídas na restrição (223). A reatância variável do TCSC incrementa a dificuldade da formulação o que aumenta a dificuldade para resolver a formulação P-BF para sistemas de grande porte, conforme é mostrado nos resultados. A restrição (224) define o limite de fluxo de potência para as linhas de transmissão HVAC, transformadores e PST.

3.3.5 Formulação de fluxo de potência ótimo DC

A formulação DC para o problema de FPO multiperíodo considerando diferentes tecnologias é mostrada nas equações (165), (174), (175), (176), (178), (179), (180), (182), (184), (198)-(205), (225)-(227).

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{n \in \Omega_g} \text{PWL}(C_{(n,t)}^{g2} (p_{(n,t)}^g)^2 + C_{(n,t)}^{g1} p_{(n,t)}^g + C_{(n,t)}^{g0}) \quad (225)$$

Sujeito a:

$$P_{(n,t)}^{DC} + P_{(n,t)}^{VSC,b,+} - P_{(n,t)}^{VSC,b,-} + P_{(n,t)}^{VSC,AC,+} - P_{(n,t)}^{VSC,AC,-} \\ + P_{(n,t)}^{PST} + P_{(n,t)}^{TCSC} = 0 \quad (226)$$

$$(165), (174), (175), (176), (178), (179), (180), (182), (184), (198)-(205)$$

$$-P_{(l,n,m)}^{max} \leq P_{(l,n,m,t)} \leq P_{(l,n,m)}^{max} \quad (227)$$

A função objetivo (225) é obtida utilizando uma função de linearização por partes em (207). O balanço de potência ativa é definido na restrição (226). Os geradores fictícios para os PST e TCSC são incluídos no balanço de potência através das variáveis $P_{(n,t)}^{PST}$ e $P_{(n,t)}^{TCSC}$. O limite de fluxo de potência para as linhas HVAC é definido em (227).

3.4 TESTES E RESULTADOS

As formulações matemáticas são testadas utilizando o sistema de teste 10-barras proposto por Chatzivasileiadis *et al.* em (CHATZIVASILEIADIS; KRAUSE; ANDERSSON, 2011) e o sistema de potência IEEE 300 (ZIMMERMAN; MURILLO-SANCHEZ; THOMAS, 2011b). Quarenta e oito períodos (30 min cada um) são

utilizados nesta análise para testar as diferentes formulações. Os dados originais dos sistemas testados possuem somente informações de demanda máxima e custo de geração. Os dados de demanda e custo de geração do estado de Victoria, na Austrália, no dia 29 de setembro de 2018, foram usados para converter os parâmetros de período único dos sistemas testados originais em parâmetros de múltiplos períodos. A informação foi obtida do Australian Energy Market Operator (AEMO) em (AEMO, [200-]). O procedimento para ajustar os dados do sistema de teste é o seguinte:

- Os dados obtidos da AEMO são normalizados. O máximo custo de geração de todos os períodos é selecionado e todos os dados de geração são divididos por esses valores. O mesmo procedimento é repetido para normalizar as demandas.
- Os dados normalizados da AEMO são multiplicados pelo valor máximo de demanda e custo de geração dos sistemas de teste.

Este procedimento permite gerar dados de demanda e custos de geração para múltiplos períodos usando dados reais. Para avaliar a factibilidade do despacho de geração obtido com as formulações de FPO, utiliza-se o seguinte procedimento:

- A função objetivo (207) é substituída pela função objetivo (228) na formulação P-PQV. A nova função objetivo minimiza a geração de energia ativa na barra folga, o corte de carga ativo/reactivo e o corte de geração ativo/reactivo.

$$\min P_{(slack,t)}^g + \Upsilon \sum_{n \in \Omega_b} \left(P_{(n,t)}^{ls} + P_{(n,t)}^{gc} + Q_{(n,t)}^{ls} + Q_{(n,t)}^{gc} \right) \quad (228)$$

- A geração de potência ativa é fixada nos valores de geração obtidos com cada uma das formulações para o problema FPO.
- O problema resultante é resolvido e a factibilidade da solução do FPO é determinada. Se não houver corte de carga ou corte de geração, a solução é considerada factível. O corte de carga (LS) na solução pode significar que a geração despachada pelo FPO não é suficiente para atender à demanda ou que a formulação do FPO não considera os limites de potência/corrente adequadamente. O corte de geração (GC) significa que o despacho de geração de determinados geradores ultrapassa a capacidade de transmissão e a potência gerada não pode ser distribuída no sistema.

Já que a formulação do R-IV requer limites de corrente e não limites de fluxo de potência, é necessário converter os limites de potência em limites de corrente. Para isso, a equação é utilizada para obter os limites de corrente necessários.

$$I_{(l,n,m)}^{max} = S_{(l,n,m)}^{max} / \max(v_n^{max}, v_m^{max}) \quad (229)$$

As formulações lineares e não lineares são implementadas na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 1989). O *Knitro solver* versão 10.3.0 (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006) e o *CPLEX solver* versão 12.8 (“CPLEX”, [s.d.]) são utilizados para resolver as formulações lineares e não lineares.

3.4.1 Sistema teste de 10 barras

O sistema de potência de 10 barras simula, em certa medida, a interconexão dos sistemas de potência da Suíça, a França e a Itália. O sistema teste foi adaptado para levar em conta FACTS, baterias e tecnologias HVDC, assim como a variação temporal da demanda e do custo de geração. Foi substituída a linha HVAC entre as barras 6 e 7 por uma linha de transmissão VSC-HVDC com as características descritas em (CHATZIVASILEIADIS; KRAUSE; ANDERSSON, 2012). Foi instalado um dispositivo TCSC entre as barras 2 e 10 (TCSC1) e outro entre as barras 4 e 5 (TCSC2). O dispositivo TCSC é capaz de alterar a reatância da linha de transmissão HVAC até $\pm 60\%$ do seu valor. Foi substituída a linha entre as barras 3 e 4 por um PST com as características descritas na Tabela 33.

Tabela 33 – Características do PST

$r_{(6,3,4)} = 0,002 \text{ p.u.}$	$a_{(6,3,4)}^{\min} = 0,9 \text{ p.u.}$	$\phi_{(6,3,4)}^{\min} = -30^\circ$
$x_{(6,3,4)} = 0,1 \text{ p.u.}$	$a_{(6,3,4)}^{\max} = 1,1 \text{ p.u.}$	$\phi_{(6,3,4)}^{\max} = 30^\circ$
$b_{(6,3,4)}^{sh} = 0$		

Fonte: Elaboração do autor

Foi instalado um SVC nas barras 2, 4 e 10 com uma capacidade de produção/absorção de energia reativa de $\pm 170 \text{ MVAR}$. Duas baterias com uma capacidade de potência de 200 MW e 400 MW foram instaladas nas barras 3 e 8, respectivamente. Ambas as baterias têm uma capacidade energética de 2 horas.

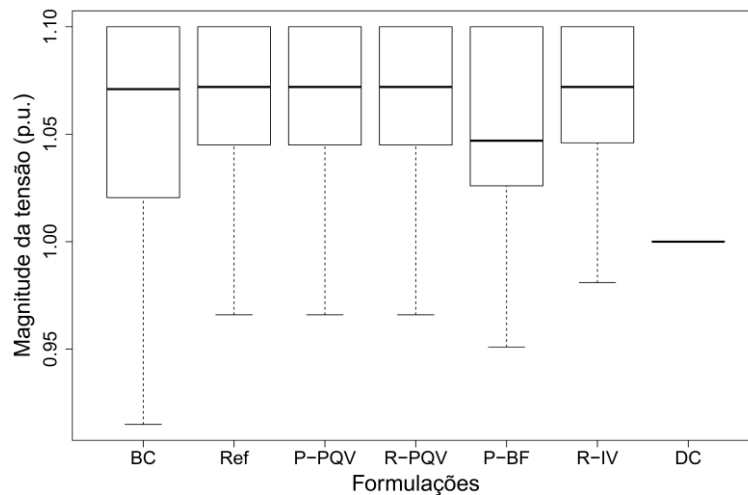
Tabela 34 – Despacho de geração para o sistema teste de 10 barras

	Custo (M€)	Diff(%)	Tempo (s)	LS(MW)
BC	6,530	---	0,38	0
Ref	6,406	1,90	1,55	0
P-PQV	6,406	1,90	2,45	0
R-PQV	6,406	1,90	2,78	0
P-BF	6,254	4,23	0,34	0
C-IV	6,414	1,78	0,39	0
DC	5,757	11,84	1,45	5.584,77

Fonte: Elaboração do autor

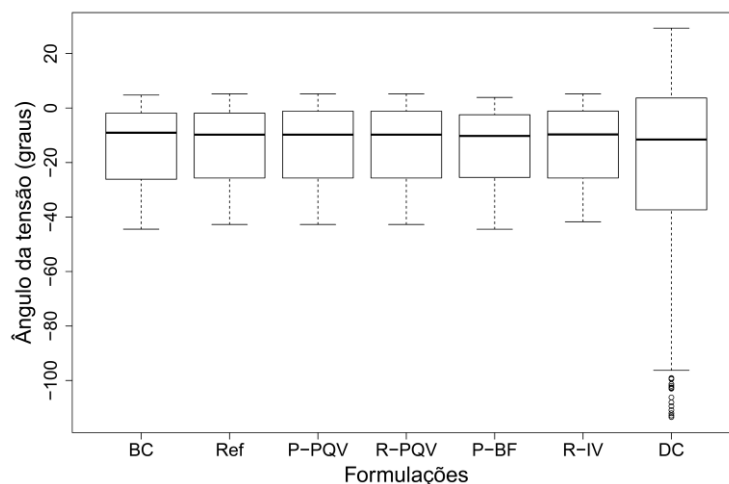
A Tabela 34 apresenta o custo total de despacho de geração para o sistema teste de 10 barras. O caso base (*BC*) considera somente a substituição da linha AC pela linha VSC-HVDC no sistema de potência. Adicionalmente, o caso de referência (*ref*) mostra a representação do sistema teste de 10 barras modificado usando a inserção direta dos FACTS nas equações de fluxo de potência. O caso *ref* é usado para comparar a formulação de injeção de potência dos FACTS com a representação tradicional. A diferença de custo de operação entre o caso base e as formulações P-PQV, R-PQV e R-IV é menor que 2% e o despacho de geração não produz corte de carga no sistema. Esta diferença pode ser relativamente pequena, porém, o resultado é para operação diária e significa que em períodos de meses e anos a redução de custos pode representar uma redução significativa. Além disso, as formulações P-PQV, R-PQV e R-IV permitem encontrar pontos operacionais de boa qualidade e factíveis para pequenos sistemas de potência que tenham instalado as tecnologias mencionadas anteriormente. O custo de despacho para a formulação de P-BF e DC é 4,23% e 11,84% mais barato que o custo de despacho para o BC. Porém, o despacho de geração ativa para a formulação DC provoca um corte de carga de 1,1% do valor da demanda total para todos os períodos. O tempo de execução das formulações não lineares é similar e não é maior que 2 segundos, porém, o modelo DC requereu de quase 12 segundos para ser resolvido. É importante notar que para sistemas de potência pequenos a diferença no tempo de execução entre as formulações lineares e não lineares é insignificante, mas apenas os P-PQV, R-PQV e R-IV fornecem soluções factíveis.

Figura 6 – Diagrama de caixa para representar o comportamento da magnitude tensão do sistema teste de 10 barras representado pelas diferentes formulações matemáticas



Fonte: Elaboração do autor

Figura 7 – Diagrama de caixa para representar o comportamento do ângulo da tensão do sistema teste de 10 barras representado pelas diferentes formulações matemáticas

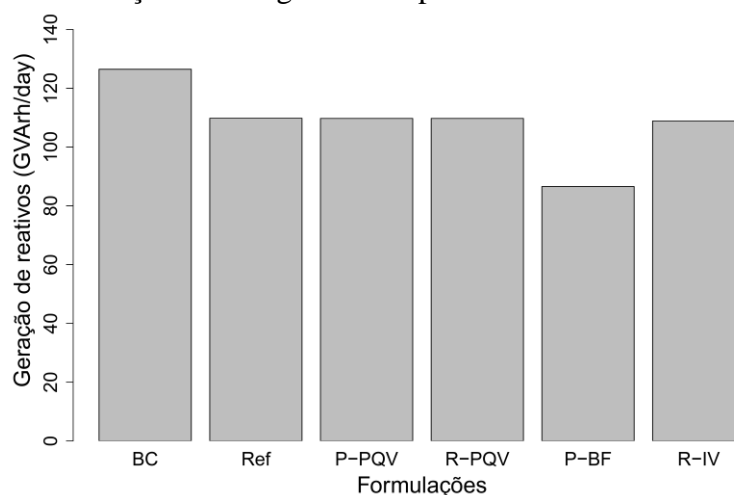


Fonte: Elaboração do autor

A Figura 6 e a Figura 7 permitem explicar os resultados da Tabela 34. O diagrama de caixa foi selecionado para exibir a distribuição de todas as magnitudes e ângulos da tensão para todos os períodos. A tensão mínima para o BC é de aproximadamente 0,92 e a alocação de FACTS no sistema de potência permite aumentar a menor magnitude de tensão para 0,96 como é mostrado nos resultados para as formulações P-PQV, R-PQV e R-IV. Adicionalmente, para o BC, 75% das magnitudes de tensão para todos os períodos são superiores a 1,02 p.u. e 75% das magnitudes de tensão para todos os períodos para as formulações P-PQV, R-PQV e R-IV são aproximadamente 1,05 p.u. A magnitude de tensão da formulação P-BF para

todos os períodos é pior se comparada com as formulações P-PQV, R-PQV e R-IV. Além disso, a distribuição das magnitudes de tensão da formulação P-BF é maior e estão abaixo das magnitudes de tensão obtidas com as outras formulações não lineares. Finalmente, a magnitude da tensão plana a 1,0 p.u. da formulação DC com arranque a frio não segue a variação real das magnitudes de tensão do sistema de potência. As diferenças nas magnitudes de tensão produzem diferentes distribuições de fluxos de potência ativa e reativa no sistema, o que pode explicar a diferença no custo e factibilidade das formulações DC e P-BF. Os ângulos de tensão para as formulações não lineares têm quase o mesmo comportamento mostrado na Figura 7. A variação do ângulo de tensão de todos os nós e todos os períodos da formulação DC é muito diferente em comparação com as formulações não lineares. A relação entre potência ativa e ângulo de fase para sistemas de potência é bem conhecida e as diferenças do ângulo da tensão para a formulação DC causa diferentes distribuições de potência ativa que são inactíveis no FPO de CA.

Figura 8 – Geração de energia reativa para o sistema teste de 10 barras

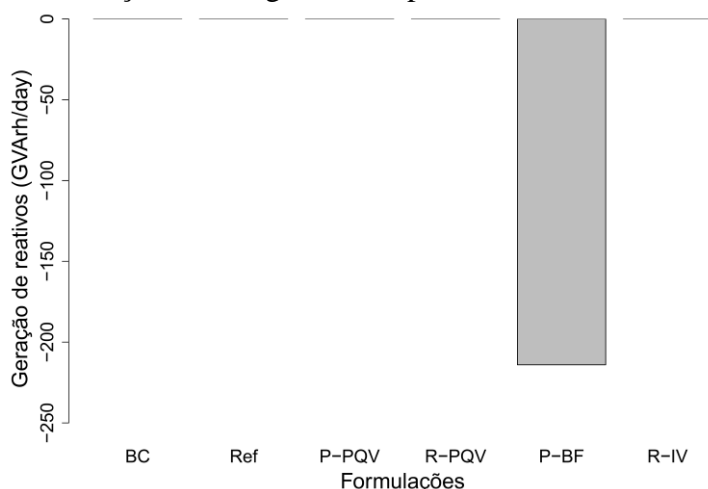


Fonte: Elaboração do autor

Na Figura 8 e na Figura 9 são mostradas a geração e absorção de energia reativa total para um dia de operação e para todas as formulações. A diferença de geração de energia reativa entre o caso base e as formulações não lineares (exceto o P-BF) é de cerca de 8 GVARh/dia. A geração de energia reativa das formulações P-PQV, R-PQV e R-IV é igual, o que é esperado porque as formulações são equivalentes. A solução P-BF indica que é necessário gerar 82 GVARh/dia e 220 GVAR precisam ser absorvidos pelos geradores. O comportamento dos reativos na formulação P-BF acompanha os resultados obtidos na magnitude da tensão e que está errado se comparado com a solução *ref*. A

formulação do P-BF é a única que indica que é necessário absorver energia reativa no sistema teste de 10 barras.

Figura 9 – Absorção de energia reativa para o sistema teste de 10 barras



Fonte: Elaboração do autor

Os problemas de factibilidade das formulações P-BF e DC foram explicados em (CHRISTAKOU *et al.*, 2017; HERTEM *et al.*, 2006; PURCHALA *et al.*, 2005; STOTT; JARDIM; ALSAC, 2009) para sistemas de transmissão e distribuição tradicionais. Os resultados desta subsecção mostram que a adição de novas tecnologias nas formulações P-BF e DC pode agravar os problemas de factibilidade implícitos nessas formulações.

3.4.2 Sistema teste IEEE 300

O sistema teste IEEE-300 original foi modificado para considerar as tecnologias anteriormente mencionadas. As barras 9.000+ são retiradas da rede original devido que elas operarem a uma tensão igual ou inferior a 6,6 KV que corresponde a uma rede de distribuição. A demanda ativa e reativa total da rede removida são adicionadas na barra 37. A barra de geração 7.153 é adicionada ao sistema original com os seguintes limites: $P_n^{max} = 316MW$, $P_n^{min} = 0$, $Q_n^{min} = Q_n^{max} = 0$. O gerador na barra 153 é removido. A referência (CASTILLO *et al.*, 2016) fornece os limites de potência para linhas de transmissão e transformadores do sistema teste IEEE-300. O limite de potência do circuito (133-171) é alterado para o valor de 750 MVA. As seguintes linhas de transmissão HVAC são removidas da rede original: (184-185), (15-37), (37-89) e (15-89). Duas redes HVDC multiterminais são instaladas na rede original com as informações da Tabela 35.

Tabela 35 – Informação das linhas de transmissão HVDC instaladas no sistema IEEE 300

de	para	Resistência (p.u.)	P^{\max} (MW)	Rede HVDC
185	7153	0,0025	600	1
153	7153	0,0025	600	1
184	185	0,0025	600	1
15	89	0,099	600	2
15	37	0,065	600	2
37	89	0,102	600	2

Fonte: Elaboração do autor

A tensão máxima/mínima das redes HVDC é de 1,1/0,9 p.u. Os limites operacionais do VSC estão resumidos na Tabela 36.

Tabela 36 – Informação do VSC para o sistema IEEE 300

$$\frac{P_n^{VSC,\max} = -P_n^{VSC,\min} = 536,66 \text{ MW}}{Q_n^{VSC,\max} = -Q_n^{VSC,\min} = 268,32 \text{ MVAr}}$$

$$S_n^{VSC,\max} = 600 \text{ MVA}$$

Fonte: Elaboração do autor

No sistema teste IEEE-300 original (sem as barras 9.000+) estão instalados 81 transformadores. 10 desses transformadores foram convertidos em PST. A lista de PST é mostrada na Tabela 37. A resistência e a reatância continuam sendo as mesmas que nos dados originais. Os limites operacionais para todos os PST são definidos na Tabela 33.

Tabela 37 – PST instalados no sistema teste IEEE 300

de	para	de	para	de	para	de	para	de	para
3	4	15	17	16	15	21	20	45	44
81	88	122	157	145	180	159	117	163	137

Fonte: Elaboração do autor

Nove TCSC foram instalados no sistema teste IEEE-300. A posição de cada um dos TCSC é apresentada na Tabela 38. Os dispositivos TCSC são capazes de alterar a reatância da linha de transmissão HVAC até $\pm 60\%$ do seu valor.

Tabela 38 – TCSC instalados no sistema teste IEEE 300

de	para	de	para	de	para	de	para	de	para
119	121	137	186	162	165	187	188	188	138
219	237	221	223	225	191	231	237		

Fonte: Elaboração do autor

Um SVC foi instalado em cada uma das barras 17, 118, 120, 223 e 234. Cada SVC pode gerar/absorver até 100 MVAr. Seis baterias com capacidade de potência de 400 MW e capacidade de energia de 2 horas foram instaladas no sistema de potência. Uma bateria foi instalada em cada uma das barras nas barras 20, 120, 138, 139, 171 e 192.

Tabela 39 – Despacho de geração para o sistema teste IEEE 300

	Custo (MUSD)	Diff(%)	Tempo (s)
BC	14,004	---	8,78
Ref	13,817	1,34	782,69
P-PQV	13,817	1,34	54,52
R-PQV	13,817	1,34	54,88
R-IV	13,817	1,34	182,11
P-BF	10,303	26,42	106,30
DC	13,612	2,80	66,06

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 40 – Parâmetros do *Knitro solver* para o sistema IEEE 300

	bar_murule	linsolver	bar_directinterval
P-PQV	5	4	1
R-PQV	5	2	10
P-BF	4	2	10
R-IV	5	2	10

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 41 – Numero de restrições lineares (LC), restrições não lineares (NLC) e variáveis (VAR) para o sistema teste IEEE 300

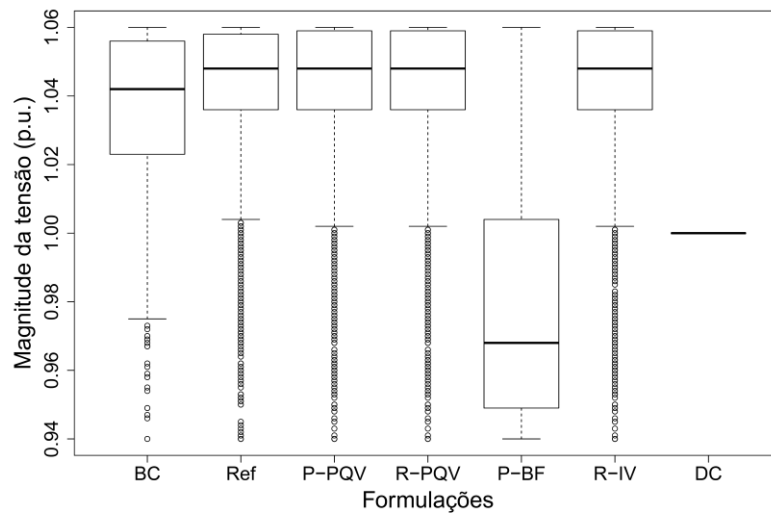
	LC	NLC	VAR
BC	23.808	107.232	105.696
Ref	25.536	107.520	110.592
P-PQV	33.792	106.704	109.776
R-PQV	25.536	131.616	113.376
R-IV	81.024	104.304	144.768
P-BF	25.008	77.328	92.640
DC	35.184	0	1.548.661

Fonte: Elaboração do autor

O custo de despacho da geração para o sistema de teste IEEE-300 é mostrado na Tabela 39. Os resultados da Tabela 39 foram obtidos utilizando o método do ponto interior do *Knitro* com os parâmetros da Tabela 40. O sistema teste IEEE-300 original sem os nós 9.000+ e sem quaisquer FACTS, BESS ou HVDC é chamado BC. O sistema BC é usado para comparar o custo de despacho e operação com a solução do sistema de teste IEEE-300 modificado. A comparação permite compreender o impacto positivo dos sistemas de transmissão FACTS, BESS e HVDC quando são instalados no sistema de energia. Além disso, o caso *Ref* foi definido para comparar a formulação da injeção de energia de FACTS com a abordagem clássica que modifica as restrições de fluxo de potência. Portanto, o caso *Ref* é definido pela representação do sistema de teste IEEE-300 modificado com a formulação P-PQV e com a representação clássica de FACTS, BESS e HVDC.

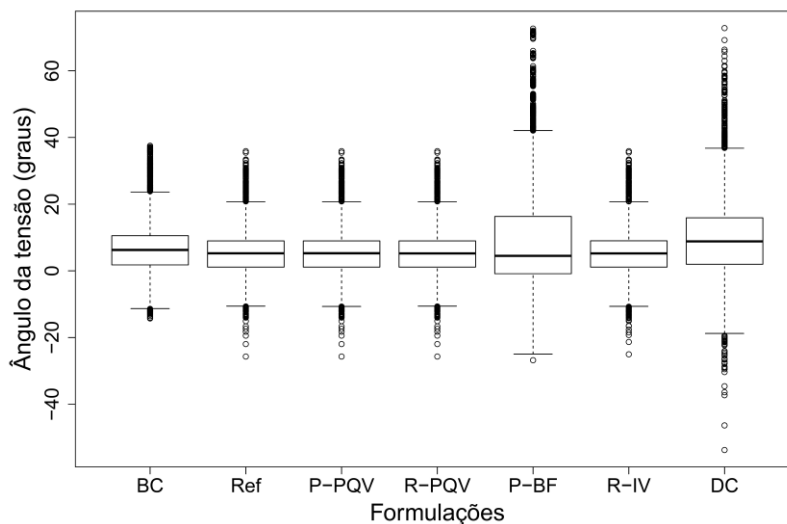
Como as formulações P-PQV, R-PQV e R-IV são equivalentes, o custo da solução deve ser igual para todos. A afirmação acima é verificada através dos resultados da Tabela 39. A adição das tecnologias FACTS, BSS e HVDC em sistemas de potência pode reduzir o custo de operação como consequência da flexibilidade temporal e espacial agregada. A flexibilidade temporal é introduzida pelos sistemas de armazenamento de energia, e permite armazenar a energia produzida num período de tempo para ser utilizada depois em outro período de tempo. A flexibilidade espacial é introduzida pelos dispositivos FACTS e permite modificar as magnitudes e sentidos dos fluxos de potência sem alterar o valor da geração e da demanda. O custo do caso BC é aproximadamente 1,3% mais caro que o custo do sistema teste IEEE-300 modificado, representado pelas formulações P-PQV, R-PQV e R-IV, que seguem o comportamento esperado. Adicionalmente, nenhuma das soluções causa corte carga. Os resultados da Tabela 39 para o caso Ref e as formulações P-PQV, R-PQV e R-IV provam que a representação proposta dos FACTS é equivalente à representação clássica. Além disso, o tempo de execução do caso Ref é 14 vezes mais lento que o da formulação de P-PQV e R-PQV; o caso Ref é 4,3 vezes mais lento que o da formulação de R-IV. Os resultados anteriores podem ser explicados como consequência da remoção de restrições e variáveis adicionais de FACTS nas formulações P-PQV, R-PQV e R-IV. A solução do sistema teste IEEE-300 modificado, representada pela formulação DC é 2,8% mais barata que o BC. No entanto, o despacho de potência ativa encontrado pela formulação DC causa um corte de geração de 1.348,48 MWh/dia. Os resultados da formulação DC podem ser causados pelas severas aproximações das equações de fluxo de potência, conforme descrito em (PURCHALA *et al.*, 2005). Além disso, o desacoplamento do fluxo de potência ativa do PST e do TCSC com a diferença de ângulo de tensão e a reatância pode aumentar o erro no fluxo de potência ativa, o que resulta numa solução irrealista. A solução da formulação do P-BF é 26,42% mais barata que a do BC, mas o despacho da potência ativa causa um corte de carga de 82.934,15 MWh/dia, o que representa 17,89% da demanda total de energia ativa. Além disso, um corte de geração de 95,51 MWh/dia é produzido com o despacho de geração de energia ativa que é obtido com a formulação de P-BF. Os problemas da formulação do P-BF estão relacionados a uma representação errada dos fluxos de energia reativa (CHRISTAKOU *et al.*, 2017). Os problemas da potência reativa são agravados quando transformadores e PSTs são considerados na formulação de P-BF.

Figura 10 – Diagrama de caixa para representar o comportamento da magnitude de tensão do sistema teste IEEE 300 representado pelas diferentes formulações matemáticas



Fonte: Elaboração do autor

Figura 11 – Diagrama de caixa para representar o comportamento do ângulo da tensão do sistema teste de IEEE 300 representado pelas diferentes formulações matemáticas

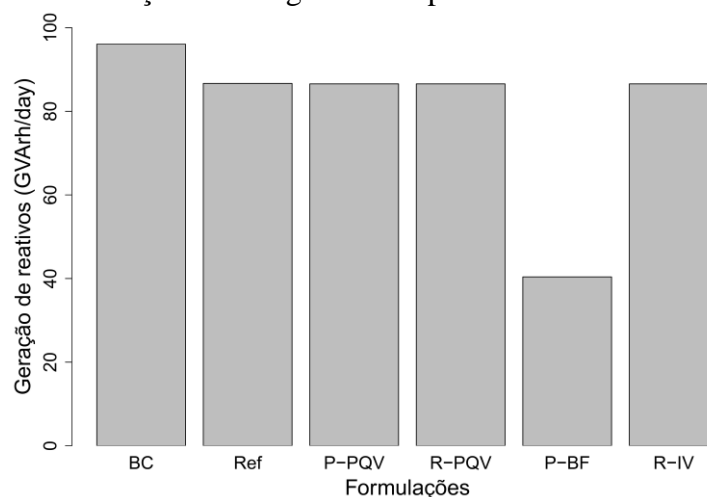


Fonte: Elaboração do autor

O número de variáveis e restrições para o *BC*, *Ref* e *P-PQV* é semelhante conforme mostrado na Tabela 41, porém, o tempo de computo para cada um dos casos de estudo é completamente diferente. A diferença de tempo pode ser explicada como consequência da complexidade do espaço de solução. A representação da injeção de potência alivia a complexidade de incluir FACTS diretamente nas equações de fluxo de potência, o que resulta em um menor tempo de execução. A afirmação acima é suportada pela diferença de tempo de execução entre as formulações *P-PQV*, *R-PQV* e *R-IV* com o caso *Ref*. O maior número de variáveis e restrições da formulação de *R-IV* torna-a mais lenta se comparada às formulações *P-PQV* e *R-PQV*. O número de variáveis e restrições da formulação de *P-BF* é menor do que as demais formulações

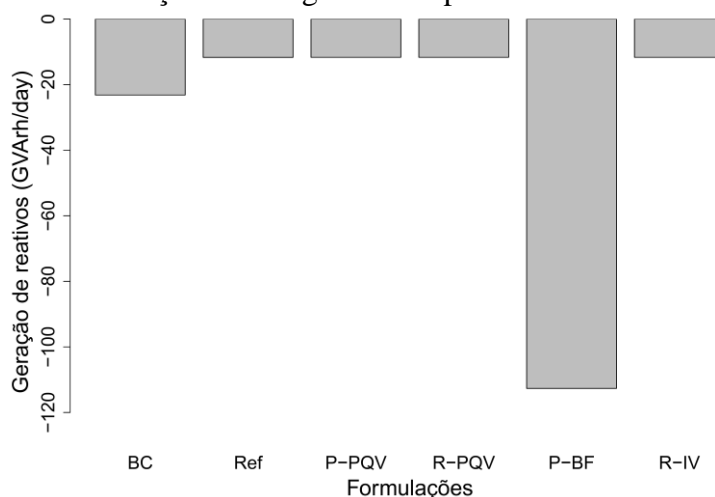
não-lineares, porém, os problemas anteriores que foram discutidos fazem que esta formulação seja mais lenta do que as formulações de PQV e R-PQV. Finalmente, o número de restrições da formulação DC é menor que o das demais formulações, porém, o número de variáveis é maior e está relacionado ao número de variáveis introduzidas na função de linearização por partes. A maior quantidade de variáveis da formulação DC faz com que o tempo de execução se torne similar ao das formulações PQV e R-PQV.

Figura 12 – Geração de energia reativa para o sistema teste IEEE 300



Fonte: Elaboração do autor

Figura 13 – Absorção de energia reativa para o sistema teste IEEE 300



Fonte: Elaboração do autor

As magnitudes e ângulos da tensão do sistema IEEE-300 para todos os períodos e barras são mostrados na Figura 10 e na Figura 11. A magnitude da tensão para as formulações de P-PQV, R-PQV e R-IV é melhor que a do caso BC, que é um resultado natural produzido pelas novas tecnologias instaladas no sistema. Além disso, o comportamento da magnitude de tensão das formulações P-PQV, R-PQV e R-IV é

praticamente o mesmo, o que resulta no mesmo despacho de potência reativa como mostrado na Figura 12 e Figura 13. A formulação do P-BF tem uma distribuição muito diferente das magnitudes das tensões, o que provoca uma distribuição diferente da potência reativa. A formulação plana DC está novamente longe da mediana da magnitude da tensão e não segue as variações de tensão no sistema de potência, o que produz uma distribuição de potência ativa não real. O ângulo de tensão para as formulações P-PQV, R-PQV e R-IV é o mesmo, e explica o mesmo custo operacional obtido com essas formulações. A distribuição dos ângulos da tensão para todos os períodos obtidos a partir da solução DC é ligeiramente diferente do caso *Ref*. No entanto, a pequena diferença no ângulo de tensão causa uma distribuição diferente dos fluxos de energia ativa no sistema de energia, o que torna inviável o despacho de geração para a formulação de AC. O ângulo de tensão para todos os nós e períodos para a formulação do P-BF é diferente do caso *Ref*, resultando em um despacho de geração não real.

3.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo, foi proposta uma modelagem matemática robusta e de fácil compreensão e foi efetuada uma comparação sistemática para cinco formulações de FPO multi-período, considerando FACTS, HVDC e BESS. O impacto das tecnologias flexíveis foi avaliado e os resultados verificam o efeito positivo das novas tecnologias na redução do custo de operação do sistema de energia, enquanto a operação segura é preservada. Além disso, as novas tecnologias permitem melhorar o perfil de tensão do sistema, como esperado. Todos os aspectos anteriores precisam ser aproveitados e as formulações P-PQV, R-PQV e C-IV demonstram ser alternativas válidas para representar os futuros sistemas de potência. Além disso, a estrutura matemática das formulações mencionadas permite que as ferramentas de otimização encontrem soluções de alta qualidade em um tempo reduzido. As formulações DC e P-BF precisam ser cuidadosamente utilizadas para representar os sistemas de potência com novas tecnologias, pois podem fornecer soluções inadequadas que podem comprometer a operação segura dos sistemas de potência, conforme foi apresentado nos resultados. Um dos aspectos mais importantes que tem sido analisado é o impacto da representação direta do PST nas equações de fluxo de potência contra a representação da injeção de

potência. Os resultados destacam a melhoria na complexidade das formulações FPO se o PST for representado pelo modelo de injeção de potência. Além disso, reformular as equações de fluxo de potência para considerar o TCSC, sem recalculá-las a susceptância e a condutância, permite diminuir a complexidade do FPO. Finalmente, a abordagem proposta para as perdas do conversor permite ter uma representação mais precisa de HVDC e BESS.

4 MODELOS EXATOS PARA REPRESENTAR O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO AC ESTÁTICOS

ATUALMENTE, os sistemas elétricos de energia têm a capacidade suficiente de geração e transmissão para atender a demanda atual do sistema e alguns incrementos desta no futuro. Porém, os valores das demandas no longo prazo aumentam e/ou novas demandas podem aparecer no sistema, portanto, é necessário reforçar o sistema de geração e transmissão, para atender este novo nível de demanda. Devido aos grandes custos de investimento associados às linhas e aos transformadores que devem ser instalados na rede, e aos reforços nas usinas elétricas, o planejamento do sistema elétrico deve visar obter um plano ótimo de expansão que permita satisfazer os requerimentos do sistema com o menor custo de investimento possível.

No planejamento da expansão de redes de transmissão (PERT) clássico (estático ou multiestágio) é considerado somente a adição de novas linhas e transformadores no sistema elétrico para solucionar o problema de potência ativa no sistema, portanto, a solução do problema de potência reativa é feita numa etapa posterior, porém, nos estudos mais recentes o problema de alocação de reativos tem sido considerado no problema de PERT. Resolver o problema de alocação de fontes de reativos é importante porque ajuda a aumentar a capacidade das linhas de transmissão, melhora o fator de

potência do sistema, diminui o valor das perdas do sistema, melhora o perfil de tensão em cada uma das barras, entre outras vantagens.

Em relação ao modelo de rede elétrica no futuro, na literatura especializada são usados vários tipos de modelos tais como o modelo de transportes, os modelos híbridos, o modelo linear disjuntivo, o modelo DC e o modelo AC. O modelo de transportes considera apenas o balanço de potência ativa e os limites de fluxo de potência ativa pelos corredores do sistema. Este modelo é o mais simples para representar o problema de PERT. O modelo híbrido considera o balanço de potência ativa do sistema e o limite de fluxo de potência ativa pelas linhas devido à abertura angular. O modelo híbrido de PERT pode ser definido como um modelo de programação não linear inteira mista (PNLIM) aplicando o limite de abertura angular aos corredores que tenham circuitos instalados, mas que podem ter possibilidade de instalar novos circuitos nele. Porém, se o limite de abertura angular é aplicado somente nos circuitos existentes na rede, o modelo resultante é de programação linear inteira mista (PLIM). O modelo DC considera o balanço de potência ativa em cada barra do sistema elétrico e aplica o limite de abertura angular em todos os corredores do sistema que tenham ou não possibilidade de fazer novos reforços. Devido à formulação do modelo DC este se encontra na categoria de problemas de PNLEM. O modelo linear disjuntivo é uma linearização realizada ao modelo DC usando restrições disjuntivas. A maior vantagem do modelo DC disjuntivo é que devido a sua natureza linear é possível encontrar o ótimo global do modelo matemático.

O modelo AC para representar o problema de PERT deve considerar as equações exatas de fluxo de potência, as magnitudes das tensões e a potência reativa. Estas equações são não lineares e não convexas. Além disso devido a presença de funções trigonométricas tem a característica de ser multimodal. A maior vantagem de usar o modelo AC para resolver o problema PERT é que ele representa de forma completa a rede elétrica e, portanto, qualquer solução encontrada com esta modelagem não precisa de uma etapa posterior para determinar se a solução é factível ou não, como acontece com o modelo DC que é uma simplificação das equações não lineares. Uma das grandes motivações para representar o problema de PERT usando a modelagem DC era a incapacidade das técnicas de solução e a baixa capacidade de processamento da época para obter soluções usando o modelo AC. Porém, como vai ser apresentado neste trabalho, atualmente existem técnicas de solução clássicas eficazes e eficientes para

problemas de PNLIM, e uma capacidade computacional suficiente para resolver o problema PERT usando o modelo AC.

O problema de PERT foi definido como um problema de otimização matemática por Garver em (GARVER, 1970). A primeira representação matemática do problema de PERT foi o modelo de transportes que foi resolvido usando uma heurística construtiva. Porém, os estudos mais recentes do problema de PERT tem usado a modelagem DC para descrevê-lo. Algumas das pesquisas que têm sido desenvolvidas com o modelo DC são planejamentos multiestágio no qual o horizonte de planejamento é dividido em T períodos de tempo (DEHGHAN; KAZEMI; NEYESTANI, 2011; ZHANG et al., 2012; LONG, 2013; VINASCO; TEJADA; DA SILVA, 2014), a inclusão das energias renováveis (FUCHS; GJENGEDAL, 2011; MORI; KAKUTA, 2011; SABOORI; MOHAMMADI; TAGHE, 2011; MUNOZ et al., 2012; CHATTHAWORN; CHAITUSANEY, 2014), a inclusão de corredores HVDC (LOTFJOU; FU; SHAHIDEHPOUR, 2012), a consideração das perdas e a potência reativa (ZHANG et al., 2013). Uma revisão exaustiva do estado da arte até 2013 para a modelagem clássica do problema de planejamento é apresentada em (HEMMATI; HOOSHMAND; KHODABAKHSHIAN, 2013).

A modelagem do problema PERT usando as equações de fluxo de potência AC tem sido pouco estudada na literatura especializada. Alguns modelos matemáticos usam aproximações lineares da modelagem AC (UGRANLI; KARATEPE; NIELSEN, 2017), (TAVAKOLI BINA; AKBARI, 2016; MONTES et al., 2016; KIM et al., 2015; AKBARI; TAVAKOLI BINA, 2014; KIM; KIM, 2014; ZHANG et al., 2013; GILBERTSON; HOVER, 2012) e aproximações cônicas ou programação semidefinida positiva (SHAOYUN HONG et al., 2016; JABR, 2013b; TAYLOR; HOVER, 2013; TAYLOR; HOVER, 2011).

Este capítulo tem como objetivo estender as formulações de fluxo de potência de CA para representar o problema de planejamento da transmissão estático de longo prazo considerando alocação de reativos e reprogramação da geração, e resolve-las usando algoritmos de otimização exata.

4.1 MODELO POLAR DE INJEÇÃO DE POTÊNCIA NAS BARRAS PARA O PROBLEMA PERT-AC ESTÁTICO (P-PQV-E)

O modelo clássico de fluxo de potência AC em termos da injeção de potência nas barras pode ser estendido para representar o problema de planejamento da expansão de redes de transmissão AC estático (PERT-AC estático). Neste caso o modelo não linear de PERT-AC estático é definido nas equações (230)-(249).

$$\min \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^L TL_{(l,n,m)} + \sum_{n \in \Omega_b} C_n^{CB} CB_n + \sum_{n \in \Omega_g} \left(C_n^2 \left(P_{(n,t)}^g \right)^2 + C_n^1 P_{(n,t)}^g + C_n^0 \right) \quad (230)$$

Sujeito a:

$$P_{(l,n,m)}^{from,P} = v_n^2 g_{(l,n,m)} - v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_n - \theta_m) + b_{(l,n,m)} \sin(\theta_n - \theta_m) \right) \quad (231)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from,P} = -v_n^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) - v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \sin(\theta_n - \theta_m) - b_{(l,n,m)} \cos(\theta_n - \theta_m) \right) \quad (232)$$

$$P_{(l,n,m)}^{to,P} = v_m^2 g_{(l,n,m)} - v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_n - \theta_m) - b_{(l,n,m)} \sin(\theta_n - \theta_m) \right) \quad (233)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{to,P} = -v_m^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) + v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \sin(\theta_n - \theta_m) + b_{(l,n,m)} \cos(\theta_n - \theta_m) \right) \quad (234)$$

$$P_n^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} P_{(l,n,m)}^{from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} P_{(l,n,m)}^{to} + g_n^{sh} v_n^2 + P_n^d \quad (235)$$

$$q_n^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} Q_{(l,n,m)}^{from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} Q_{(l,n,m)}^{to} - \left(b_n^{sh} + b_n^{CB} CB_n \right) v_n^2 + Q_n^d \quad (236)$$

$$P_{(l,n,m)}^{from} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) P_{(l,n,m)}^{from,P} \quad (237)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) Q_{(l,n,m)}^{from,P} \quad (238)$$

$$P_{(l,n,m)}^{to} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) P_{(l,n,m)}^{to,P} \quad (239)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{to} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) Q_{(l,n,m)}^{to,P} \quad (240)$$

$$\left(P_{(l,n,m)}^{from} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{from} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) \right)^2 \quad (241)$$

$$\left(P_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) \right)^2 \quad (242)$$

$$v_n^{\min} \leq v_n \leq v_n^{\max} \quad (243)$$

$$P_n^{\min} \leq P_n^g \leq P_n^{\max} \quad (244)$$

$$Q_n^{\min} \leq q_n^g \leq Q_n^{\max} \quad (245)$$

$$TL_{(l,n,m)} \leq TL_{(l,n,m)}^{\max} - n_{(l,n,m)}^0 \quad (246)$$

$$CB_n \leq CB_n^{\max} \quad (247)$$

$$\theta_{slack} = 0 \quad (248)$$

$$TL_{(l,n,m)}, CB_n \text{ integer} \quad (249)$$

A função objetivo é definida em (230) e é definida pelo investimento na instalação de novos elementos na rede de transmissão (linhas e/ou transformadores, e bancos de capacitores) e o custo operativo em termos do despacho econômico dos geradores. As restrições (235) e (236) representam o balanço de potência ativa e reativa

em cada barra do sistema. As restrições (231)-(234) e (237)-(240) relacionam os fluxos de potência ativa e reativa com as variáveis de estado do sistema (tensões e ângulos). Os limites de tensão, limites de potência ativa e reativa geradas pelos geradores do sistema, limites dos fluxos de potência ativa e reativa e os limites de instalação de novos elementos no sistema são definidos em (241)-(247).

4.2 MODELO RETANGULAR DE INJEÇÃO DE POTÊNCIA NAS BARRAS PARA O PROBLEMA PERT-AC ESTÁTICO (R-PQV-E)

Uma segunda representação do modelo de potências e tensões tem sido analisada usando a representação retangular das equações complexas. O objetivo desta análise é determinar se a representação retangular permite diminuir o tempo requerido para resolver o problema. Neste caso, as tensões complexas são descompostas em suas componentes reais e imaginárias, o que permite construir uma formulação quadrática que não contenha funções trigonométricas. A formulação retangular de potências e tensões é definida nas equações (230), (241), (242), (244)-(247), (249), (250)-(261).

$$\text{Sujeito a:} \quad (230)$$

$$P_{(l,n,m)}^{from,R} = g_{(l,n,m)} \left((v_n^r)^2 + (v_n^j)^2 \right) - \left((v_n^r v_m^r + v_n^j v_m^j) g_{(l,n,m)} - (v_n^r v_m^j - v_n^j v_m^r) b_{(l,n,m)} \right) \quad (250)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from,R} = - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) \left((v_n^r)^2 + (v_n^j)^2 \right) + \left((v_n^r v_m^r + v_n^j v_m^j) b_{(l,n,m)} + (v_n^r v_m^j - v_n^j v_m^r) g_{(l,n,m)} \right) \quad (251)$$

$$P_{(l,n,m)}^{to,R} = g_{(l,n,m)} \left((v_m^r)^2 + (v_m^j)^2 \right) - \left((v_n^r v_m^r + v_n^j v_m^j) g_{(l,n,m)} + (v_n^r v_m^j - v_n^j v_m^r) b_{(l,n,m)} \right) \quad (252)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from,R} = - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) \left((v_m^r)^2 + (v_m^j)^2 \right) + \left((v_n^r v_m^r + v_n^j v_m^j) b_{(l,n,m)} - (v_n^r v_m^j - v_n^j v_m^r) g_{(l,n,m)} \right) \quad (253)$$

$$P_n^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} P_{(l,n,m)}^{from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} P_{(l,n,m)}^{to} + g_n^{sh} \left((v_n^r)^2 + (v_n^j)^2 \right) + P_n^d \quad (254)$$

$$q_n^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} Q_{(l,n,m)}^{from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} Q_{(l,n,m)}^{to} - \left(b_n^{sh} + b_n^{CB} CB_n \right) \left((v_n^r)^2 + (v_n^j)^2 \right) + Q_n^d \quad (255)$$

$$P_{(l,n,m)}^{from} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) P_{(l,n,m)}^{from,R} \quad (256)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) Q_{(l,n,m)}^{from,R} \quad (257)$$

$$P_{(l,n,m)}^{to} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) P_{(l,n,m)}^{to,R} \quad (258)$$

$$\mathcal{Q}_{(l,n,m)}^{to} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m)} \right) \mathcal{Q}_{(l,n,m)}^{to,R} \quad (259)$$

$$\left(v_n^{min} \right)^2 \leq \left(v_n^r \right)^2 + \left(v_n^j \right)^2 \leq \left(v_n^{max} \right)^2 \quad (260)$$

$$v_{slack}^j = 0 \quad (261)$$

$$(241), (242), (244)-(247), (249)$$

As restrições (254) e (255) representam o balanço de potência ativa e reativa em cada barra do sistema. As restrições (250)-(253) e (256)-(259) relacionam os fluxos de potência ativa e reativa com tensões reais e imaginárias das barras. Os limites das tensões, assim como a tensão imaginária na barra *slack* são definidos nas restrições (260)-(261).

4.3 MODELO DISJUNTIVO DE *BRANCH FLOW* INCLUINDO O EFEITO DOS ELEMENTOS SHUNT DA LINHA PARA O PROBLEMA PERT-PAFR-AC ESTÁTICO (P-PERTAC-BF-v3-E)

O modelo apresentado na subseção 2.1.6 para descrever o problema de despacho econômico, pode ser estendido para descrever o problema de PERT-PAFR-AC estático. O modelo é definido nas equações (243)-(245), (247), (248), (262)-(287).

$$\min \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} C_{(l,n,m)}^L TL_{(l,n,m,y)} + \sum_{n \in \Omega_b} C_n^{CB} CB_n + \sum_{n \in \Omega_g} \left(C_n^2 \left(p_{(n,t)}^g \right)^2 + C_n^1 p_{(n,t)}^g + C_n^0 \right) \quad (262)$$

Sujeito a:

$$P_n^g = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} \left(P_{(l,n,m)}^{from,0} + \sum_{y \in Y} P_{(l,n,m,y)}^{from} \right) + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} \left(P_{(l,m,n)}^{to,0} + \sum_{y \in Y} P_{(l,m,n,y)}^{to} \right) + g_n^{sh} v_n^2 + P_n^d \quad (263)$$

$$q_n^g = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} \left(\mathcal{Q}_{(l,n,m)}^{from,0} + \sum_{y \in Y} \mathcal{Q}_{(l,n,m,y)}^{from} \right) + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} \left(\mathcal{Q}_{(l,m,n)}^{to,0} + \sum_{y \in Y} \mathcal{Q}_{(l,m,n,y)}^{to} \right) \quad (264)$$

$$- \left(b_n^{sh} + b_n^{CB} CB_n \right) v_n^2 + Q_n^d$$

$$v_n^2 - v_m^2 = \frac{1}{n_{(l,n,m)}^0} \left(r_{(l,n,m)} \left(P_{(l,n,m)}^{from,0} + P_{(l,n,m)}^{to,0} \right) \right) \quad (265)$$

$$+ x_{(l,n,m)} \left(\left(\mathcal{Q}_{(l,n,m)}^{from,0} + v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} n_{(l,n,m)}^0 \right) - \left(\mathcal{Q}_{(l,n,m)}^{to,0} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} n_{(l,n,m)}^0 \right) \right)$$

$$\frac{1}{n_{(l,n,m)}^0} \left(x_{(l,n,m)} \left(P_{(l,n,m)}^{from,0} + P_{(l,n,m)}^{to,0} \right) - r_{(l,n,m)} \left(\left(\mathcal{Q}_{(l,n,m)}^{from,0} + v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} n_{(l,n,m)}^0 \right) + \right. \right) \quad (266)$$

$$\left. \left(\mathcal{Q}_{(l,n,m)}^{to,0} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} n_{(l,n,m)}^0 \right) \right) = 0$$

$$v_n^2 - v_m^2 = \frac{1}{n_{(l,n,m)}^0} \left(z_{(l,n,m)}^2 \left(i_{(l,n,m)}^{sq,to,0} + 2 \mathcal{Q}_{(l,n,m)}^{to,0} b_{(l,n,m)}^{sh} n_{(l,n,m)}^0 + \left(v_m b_{(l,n,m)}^{sh} n_{(l,n,m)}^0 \right)^2 \right) \right) \quad (267)$$

$$- 2 \left(r_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)}^{to,0} + x_{(l,n,m)} \left(\mathcal{Q}_{(l,n,m)}^{to,0} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} n_{(l,n,m)}^0 \right) \right)$$

$$v_n v_m \text{sen}(\theta_n - \theta_m) = \frac{1}{n_{(l,n,m)}^0} \left(x_{(l,n,m)} P_{(l,n,m)}^{from,0} - r_{(l,n,m)} \left(Q_{(l,n,m)}^{from,0} + v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} n_{(l,n,m)}^0 \right) \right) \quad (268)$$

$$v_m^2 i_{(l,n,m)}^{sq,to,0} = \left(P_{(l,n,m)}^{to,0} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to,0} \right)^2 \quad (269)$$

$$\left| v_n^2 - v_m^2 - r_{(l,n,m)} \left(P_{(l,n,m,y)}^{from} + P_{(l,n,m,y)}^{to} \right) - x_{(l,n,m)} \left(\left(Q_{(l,n,m,y)}^{from} + v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) - \left(Q_{(l,n,m,y)}^{to} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \right| \leq M \left(1 - TL_{(l,n,m,y)} \right) \quad (270)$$

$$\left| x_{(l,n,m)} \left(P_{(l,n,m,y)}^{from} + P_{(l,n,m,y)}^{to} \right) - r_{(l,n,m)} \left(\left(Q_{(l,n,m,y)}^{from} + v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) + \left(Q_{(l,n,m,y)}^{to} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \right| \leq M \left(1 - TL_{(l,n,m,y)} \right) \quad (271)$$

$$\left| v_n^2 - v_m^2 - z_{(l,n,m)}^2 \left(i_{(l,n,m,y)}^{sq,to} + 2Q_{(l,n,m,y)}^{to} b_{(l,n,m)}^{sh} + \left(v_m b_{(l,n,m)}^{sh} \right)^2 \right) + 2 \left(r_{(l,n,m)} P_{(l,n,m,y)}^{to} + x_{(l,n,m)} \left(Q_{(l,n,m,y)}^{to} + v_m^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right) \right| \leq M \left(1 - TL_{(l,n,m,y)} \right) \quad (272)$$

$$\left| v_n v_m \text{sen}(\theta_n - \theta_m) - x_{(l,n,m)} P_{(l,n,m,y)}^{from} + r_{(l,n,m)} \left(Q_{(l,n,m,y)}^{from} + v_n^2 b_{(l,n,m)}^{sh} \right) \right| \leq M \left(1 - TL_{(l,n,m,y)} \right) \quad (273)$$

$$v_m^2 i_{(l,n,m,y)}^{sq,to} = \left(P_{(l,n,m,y)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,y)}^{to} \right)^2 \quad (274)$$

$$\left(P_{(l,n,m)}^{from,0} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{from,0} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)}^0 \right)^2 \quad (275)$$

$$\left(P_{(l,n,m)}^{to,0} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to,0} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)}^0 \right)^2 \quad (276)$$

$$\left(P_{(l,n,m,y)}^{from} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,y)}^{from} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} TL_{(l,n,m,y)} \right)^2 \quad (277)$$

$$\left(P_{(l,n,m,y)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,y)}^{to} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} TL_{(l,n,m,y)} \right)^2 \quad (278)$$

$$i_{(l,n,m)}^{sq,to,0} \geq 0 \quad (279)$$

$$0 \leq i_{(l,n,m,y)}^{sq,to} \leq \frac{S_{(l,n,m)}^{max}}{v_n} TL_{(l,n,m,y)} \quad (280)$$

$$\left| P_{(l,n,m,y)}^{from} \right| \leq S_{(l,n,m)}^{max} TL_{(l,n,m,y)} \quad (281)$$

$$\left| Q_{(l,n,m,y)}^{from} \right| \leq S_{(l,n,m)}^{max} TL_{(l,n,m,y)} \quad (282)$$

$$\left| P_{(l,n,m,y)}^{to} \right| \leq S_{(l,n,m)}^{max} TL_{(l,n,m,y)} \quad (283)$$

$$\left| Q_{(l,n,m,y)}^{to} \right| \leq S_{(l,n,m)}^{max} TL_{(l,n,m,y)} \quad (284)$$

$$TL_{(l,n,m,y)} \leq TL_{(l,n,m,y-1)} \quad (285)$$

$$\sum_{y \in Y} TL_{(l,n,m,y)} \leq TL_{(l,n,m)}^{max} - n_{(l,n,m)}^0 \quad (286)$$

$$TL_{(l,n,m,y)} \text{ binario}, CB_n \text{ inteiro} \quad (287)$$

(243)-(245), (247), (248)

Devido à natureza do modelo de FPO de *Branch Flow* este deve ser planteado como um modelo disjuntivo. No problema de PERT pode acontecer que o número de circuitos que existam na configuração base para um corredor seja zero $n_{(l,n,m)}^0 = 0$. Além disso, também pode ser que no processo de solução o método determine que não precisa de esse corredor na solução $TL_{(l,n,m)} = 0$, se essas duas condições aparecem a resistência

equivalente do circuito seria indeterminada $\left(\frac{r_{(l,n,m)}}{TL_{(l,n,m)} + n_{(l,n,m)}^0} = \frac{r_{(l,n,m)}}{0} \right)$. A mesma situação

acontece com a reatância e a impedância. Portanto, a forma mais adequada de formular o modelo é usando restrições disjuntivas e separando os circuitos com variáveis binárias. Com o objetivo de fixar em zero ou liberar as variáveis de fluxo de potência ativa e reativa, a corrente e as diferentes formas de potência da susceptância *shunt* são formuladas as restrições disjuntivas (280)-(284). As restrições (270)-(273) também são definidas disjuntivas para não relacionar as tensões no caso que o circuito não seja instalado. As outras restrições para o conjunto de circuitos candidatos não precisam ser definidas como disjuntivas porque são controladas implicitamente pelas restrições anteriores. Devido a que o modelo é formulado considerando a instalação de cada circuito de forma individual, os fluxos de potência ativa e reativa e as restrições de cada circuito são definidos de forma individual e, portanto, deve ser gerada uma variável associada com cada fluxo de potência em cada circuito e um conjunto de restrições por cada circuito.

4.4 TESTES E RESULTADOS

Os sistemas testes usados para avaliar os modelos de PERTAC foram o sistema Garver, o sistema IEEE-24, o sistema IEEE-118, o sistema Sul Brasileiro e o sistema Nordeste Brasileiro. Os dados destes sistemas podem ser encontrados em (RIDER; FLORES, 2006; MONTES et al., 2016).. Além da análise dos modelos matemáticos para representar o problema de PERT AC, também foi analisado o efeito de considerar a alocação de bancos de capacitores (BC), com o objetivo de determinar se incluir este tipo de elementos na modelagem matemática tem um impacto significativo no investimento de linhas e transformadores da rede. O custo de cada banco de capacitor é MUS\$ 0,05 e a susceptância de cada banco de capacitor é $b_n^{CB} = 0,2 p.u$. Este valor de alocação de reativos foi proposto em (MONTES et al., 2016). Os modelos desenvolvidos foram implementados em *AMPL* e resolvidos usando o solver *Knitro*. Foi definido um tempo limite máximo de dois dias para tentar resolver cada um dos sistemas testes representados com cada uma das diferentes formulações matemáticas.

Os resultados para o sistema teste Garver são apresentados em Tabela 42 e Tabela 43 com e sem considerar a alocação de bancos de capacitores. Pode-se observar

que o custo de investimento em linhas e transformadores é menor quando é considerada a alocação de bancos de capacitores. Se a alocação de bancos de capacitores é considerada no planejamento da transmissão para o sistema teste Garver, então é obtida uma melhoria de 31,16% no custo de planejamento. Neste caso, todas as formulações matemáticas permitiram encontrar a mesma solução ótima em termos de custo. Pode-se observar na Tabela 43 que a solução dos modelos P-PQV-E e P-BF-v3-E é igual, porém, um ótimo alternativo com o mesmo custo foi encontrado com a formulação R-PQV-E. Tentou-se resolver sistemas testes de maior tamanho representados com a formulação P-BF-v3-E, mas não foi possível obter uma resposta para eles. Pela análise feita deste modelo este apresenta dois grandes problemas em relação ao modelo P-PQV-E. O primeiro deles é o número de restrições e variáveis do problema, sendo o tamanho deste problema significativamente maior que a outra representação matemática e, portanto, requer de um esforço computacional maior para chegar numa resposta similar ou de igual qualidade que a alcançada com o modelo P-PQV-E. O segundo problema é na definição do parâmetro M. Em (MONTES *et al.*, 2016) são propostos valores para o parâmetro M das restrições disjuntivas. Estes valores propostos são adequados quando as variáveis binárias tem tomado o valor de 0 ou 1 na solução final, porém, no processo de otimização da árvore *Branch and Cut* onde as variáveis binárias são relaxadas e podem assumir valores contínuos, os valores de M propostos podem ser muito pequenos e causam que no processo de otimização sejam eliminadas soluções que podem ser factíveis no final do processo de otimização.

Tabela 42 – Resultados para o sistema teste Garver para o problema PERT estático

		IC (MUSD)	GAP(%)	Tempo (segundos)
Com BC	P-PQV-E	110,150	0	1,53
	R-PQV-E	110,150	0	25,45
	P-BF-v3-E	110,150	0	10,08
Sem BC	P-PQV-E	160,000	0	1,87
	R-PQV-E	160,000	0	2,03
	P-BF-v3-E	160,000	0	18,05

Fonte: Elaboração do autor

Os resultados para o sistema IEEE-24 (Tabela 44 e Tabela 45) apresentam um comportamento similar ao sistema Garver em termos de custo de planejamento. Porém, tem duas diferenças significativas com a solução do sistema Garver. A primeira é que não foi possível encontrar uma solução para o sistema teste IEEE-24 representado com a formulação P-BF-v3-E. A segunda diferença é que o sistema tem um maior déficit de

potência reativa e, portanto, é necessário instalar uma quantidade significativa de bancos de capacitores.

Tabela 43 – Linhas e capacitores instalados no sistema Garver com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático

Solução para a formulações P-PQV-E e P-BF-v3-E com BC	$TL_{(9,2,6)} = 1, TL_{(11,3,5)} = 1, TL_{(14,4,6)} = 2$ $CB_5 = 3$
Solução para a formulação R-PQV-E com BC	$TL_{(9,2,6)} = 1, TL_{(11,3,5)} = 1, TL_{(14,4,6)} = 2$ $CB_2 = 1, CB_5 = 2$
Solução para todas as formulações sem BC	$TL_{(9,2,6)} = 2, TL_{(11,3,5)} = 2, TL_{(14,4,6)} = 2$

Fonte: Elaboração do autor

No caso, em que não é permitido instalar bancos de capacitores, é possível observar que o número de linhas instaladas é maior para conseguir atingir a potência reativa demandada. O tempo de computo para as formulações polar e retangular PQV-E é aceitável, sendo menor que 165 segundos (~3 minutos). Outra característica importante destes resultados é o valor do GAP, que para a formulação R-PQV-E é negativo. O valor negativo indica a não convexidade da formulação matemática, porque a solução inteira até uma determinada iteração é maior em custo que a solução relaxada, porém, nas iterações seguintes a solução relaxada torna-se mais custosa que a solução inteira o que indica que a técnica de solução encontrou uma não convexidade. Portanto, os resultados indicam que a solução é um ótimo local e o *solver* não pode garantir que a solução seja o ótimo global do problema.

Tabela 44 – Resultados para o sistema teste IEEE-24 para o problema PERT estático

		IC (MUSD)	GAP(%)	Tempo (segundos)
Com BC	P-PQV-E	220,250	0	160,43
	R-PQV-E	220,250	-0,06	118,75
	P-BF-v3-E	Superou o tempo limite		
Sem BC	P-PQV-E	424,000	0	81,30
	R-PQV-E	424,000	0	105,56
	P-BF-v3-E	Superou o tempo limite		

Fonte: Elaboração do autor

Os resultados do sistema IEEE-118 (Tabela 46 e Tabela 47) mostram que as formulações R-PQV-E e P-PQV-E conseguem encontrar soluções de boa qualidade para o problema de PERT estático com e sem considerar a alocação de bancos de capacitores. A formulação R-PQV-E indica que não é necessário instalar bancos de capacitores no sistema, porém, o resultado da formulação P-PQV-E indica que é

Tabela 45 – Linhas e capacitores instalados no sistema IEEE-24 com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático

Solução para todas as formulações com BC	$TL_{(2,1,3)} = 1, TL_{(9,3,24)} = 1, TL_{(13,6,10)} = 2, TL_{(14,7,8)} = 2,$ $TL_{(20,10,12)} = 2$ $CB_3 = 3, CB_4 = 3, CB_8 = 1, CB_9 = 3, CB_{10} = 3, CB_{11} = 3,$ $CB_{12} = 3, CB_{19} = 3, CB_{24} = 3$
Solução para todas as formulações sem BC	$TL_{(2,1,3)} = 1, TL_{(5,2,4)} = 1, TL_{(9,3,24)} = 2, TL_{(13,6,10)} = 2,$ $TL_{(14,7,8)} = 2, TL_{(17,9,11)} = 1, TL_{(20,10,12)} = 1, TL_{(31,15,24)} = 1$

Fonte: Elaboração do autor

necessário instalar um capacitor na barra 44. A solução da formulação P-PQV-E corresponde a um ótimo local de pior qualidade que o ótimo local encontrado com a formulação R-PQV-E. Neste caso, o *solver Knitro* terminou o processo iterativo devido à não convexidade da formulação P-PQV-E. Uma prova disso é o valor negativo do GAP para essa formulação. Finalmente, a solução desta formulação indica que este sistema teste tem reativos suficientes para manter a operação ótima do sistema e, portanto, não é necessário instalar bancos de capacitores.

Tabela 46 – Resultados para o sistema teste IEEE-118 para o problema PERT estático

		IC (MUSD)	GAP(%)	Tempo (segundos)
Com BC	P-PQV-E	63,680	-0,01	132.098,45
	R-PQV-E	63,630	0	25.573,12
	P-BF-v3-E	Superou o tempo limite		
Sem BC	P-PQV-E	63,630	-2,35	6.135,10
	R-PQV-E	63,630	0	3.739,59
	P-BF-v3-E	Superou o tempo limite		

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 47 – Linhas e capacitores instalados no sistema IEEE-118 com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático

Solução a formulação P-PQV-E com BC	$TL_{(7,8,9)} = 1, TL_{(9,9,10)} = 1, TL_{(37,8,30)} = 1, TL_{(38,26,30)} = 1,$ $TL_{(139,93,94)} = 2, TL_{(152,99,100)} = 1$ $CB_{44} = 1$
Solução para todas as formulações sem BC, e para a formulação R-PQV-E com BC	$TL_{(7,8,9)} = 1, TL_{(9,9,10)} = 1, TL_{(37,8,30)} = 1, TL_{(38,26,30)} = 1,$ $TL_{(139,93,94)} = 2, TL_{(152,99,100)} = 1$

Fonte: Elaboração do autor

Na Tabela 48 e na Tabela 49 são apresentados os resultados para o sistema teste Sul Brasileiro. Pode-se observar que a alocação de bancos de capacitores afeta de forma significativa a solução em termos de custo de investimento, apresentando uma diferença de mais de MUSD\$100,00 no custo total de investimento. Portanto, este sistema teste tem uma grande demanda de potência reativa. Se os bancos de capacitores não são

instalados, então seria necessário instalar linhas adicionais que permitam levar a potência reativa desde os geradores até as barras de demanda; portanto, o custo de investimento é mais caro quando comparado com a possibilidade adicional de alocação de bancos de capacitores para atingir a necessidade de potência reativa.

Tabela 48 – Resultados para o sistema teste Sul Brasileiro para o problema PERT estático

		IC (MUSD)	GAP(%)	Tempo (segundos)
Com BC	P-PQV-E	169,944	0	9.016,22
	R-PQV-E	168,550	-0,01	7.323,83
	P-BF-v3-E	Superou o tempo limite		
Sem BC	P-PQV-E	320,947	0	15.767,72
	R-PQV-E	320,947	0	1.245,79
	P-BF-v3-E	Superou o tempo limite		

Fonte: Elaboração do autor

Finalmente pode-se observar que foi possível obter uma solução para o sistema Norte Nordeste Brasileiro usando o *solver Knitro*. Este sistema tem sido considerado por muitos pesquisadores como um sistema de grande porte, que é difícil de resolver devido ao grande número de opções de instalação. Uma observação importante é que atualmente é possível solucionar sistemas de potência de grande porte, o que era impossível faz uns poucos anos atrás. É possível observar o grande avanço nas técnicas de solução para problemas de programação não linear inteira mista e no desempenho dos computadores. Adicionalmente, a alocação de bancos de capacitores permite diminuir significativamente o custo de expansão desde sistema teste em até MUSD\$1.100,00.

Não foi possível resolver corretamente o problema de PERT considerando a alocação de bancos de capacitores representada com a formulação P-PQV-E. A heurística do *solver Knitro* conseguiu encontrar uma solução de péssima qualidade com um valor de MUSD\$ 7.807,67. A não convexidade da formulação P-PQV-E foi a responsável do fracasso do método B&B do *solver Knitro* para encontrar uma solução de alta qualidade para o problema. Para este sistema teste, a solução encontrada tem um GAP negativo grande (-2,30³⁰¹), o que significa que a não convexidade do modelo matemático forçou a técnica de solução a atingir o critério de parada numa solução de pouca qualidade.

Tabela 49 – Linhas e capacitores instalados no sistema Sul Brasileiro com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático

Solução para a formulação P-PQV-E com BC	$TL_{(18,17,19)} = 1, TL_{(23,23,24)} = 2, TL_{(25,24,34)} = 1, TL_{(39,32,43)} = 1,$ $TL_{(46,20,21)} = 1, TL_{(47,42,43)} = 1, TL_{(53,46,6)} = 1, TL_{(58,19,25)} = 1,$ $TL_{(61,31,32)} = 1, TL_{(74,24,25)} = 1, TL_{(78,5,6)} = 2$ $CB_1 = 2, CB_2 = 2, CB_4 = 1, CB_5 = 2, CB_6 = 2, CB_7 = 3,$ $CB_8 = 2, CB_{13} = 2, CB_{18} = 2, CB_{20} = 2, CB_{21} = 2, CB_{22} = 1,$ $CB_{23} = 2, CB_{24} = 2, CB_{25} = 2, CB_{26} = 2, CB_{33} = 2,$ $CB_{35} = 2, CB_{36} = 2, CB_{38} = 2, CB_{40} = 2, CB_{42} = 2,$ $CB_{44} = 2, CB_{45} = 2$
Solução para a formulação R-PQV-E com BC	$TL_{(16,19,21)} = 1, TL_{(39,32,43)} = 1, TL_{(46,20,21)} = 1, TL_{(47,42,43)} = 1,$ $TL_{(53,46,6)} = 1, TL_{(58,19,25)} = 1, TL_{(61,31,32)} = 1, TL_{(65,26,29)} = 1,$ $TL_{(74,24,25)} = 1, TL_{(78,5,6)} = 1$ $CB_1 = 2, CB_2 = 2, CB_4 = 1, CB_5 = 2, CB_6 = 2, CB_7 = 2,$ $CB_8 = 1, CB_9 = 2, CB_{12} = 1, CB_{13} = 2, CB_{18} = 2, CB_{20} = 2,$ $CB_{21} = 2, CB_{22} = 2, CB_{23} = 2, CB_{24} = 2, CB_{25} = 2,$ $CB_{26} = 2, CB_{29} = 1, CB_{33} = 1, CB_{35} = 2, CB_{36} = 2, CB_{38} = 2,$ $CB_{40} = 2, CB_{42} = 2, CB_{43} = 2, CB_{44} = 2, CB_{45} = 2$
Solução para a formulação P-PQV-E sem BC	$TL_{(16,19,21)} = 2, TL_{(18,17,19)} = 1, TL_{(22,20,23)} = 1, TL_{(37,40,42)} = 1,$ $TL_{(40,42,44)} = 1, TL_{(46,20,21)} = 2, TL_{(47,42,43)} = 1, TL_{(53,46,6)} = 1,$ $TL_{(58,19,25)} = 1, TL_{(67,28,43)} = 1, TL_{(68,31,41)} = 1, TL_{(71,40,45)} = 2,$ $TL_{(74,24,25)} = 2, TL_{(76,40,41)} = 2, TL_{(78,5,6)} = 2$

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 50 – Resultados para o sistema teste Norte Nordeste Brasileiro para o problema PERT estático

		IC (MUSD)	GAP(%)	Tempo (segundos)
Com BC	P-PQV-E	A não convexidade não permitiu resolver o problema		
	R-PQV-E	2.421,041	0	137.752,95
	P-BF-v3-E	---	---	---
Sem BC	P-PQV-E	3.501,546	0	153.996,83
	R-PQV-E	Superou o tempo limite		
	P-BF-v3-E	Superou o tempo limite		

Fonte: Elaboração do autor

4.5 CONCLUSÕES

Das análises feitas das diferentes formulações matemáticas para representar o problema de planejamento é possível realizar as seguintes conclusões:

- Com as técnicas de solução exatas atuais, é possível resolver o problema de planejamento estático representado pelas formulações P-PQV-E e R-PQV-E para sistemas de pequeno e grande porte.
- A integração do problema de alocação de bancos de capacitores no problema de planejamento da transmissão de longo prazo permite encontrar soluções de custos menores se são comparadas com a solução dos problemas separados.

Tabela 51 – Linhas e capacitores instalados no sistema Norte Nordeste Brasileiro com as formulações matemáticas exatas para o problema PERT estático

<p>Solução para a formulação R-PQV-E com BC</p>	$ \begin{aligned} & TL_{(1,1,2)} = 1, TL_{(19,5,56)} = 2, TL_{(20,5,58)} = 1, TL_{(22,5,68)} = 1, TL_{(37,8,53)} = 1, \\ & TL_{(44,11,17)} = 2, TL_{(45,11,53)} = 1, TL_{(48,12,17)} = 11, TL_{(49,12,35)} = 4, \\ & TL_{(52,13,15)} = 10, TL_{(57,14,45)} = 1, TL_{(58,14,59)} = 1, TL_{(59,15,16)} = 9, \\ & TL_{(63,16,44)} = 8, TL_{(65,16,61)} = 2, TL_{(67,17,18)} = 13, TL_{(69,18,50)} = 16, \\ & TL_{(79,21,57)} = 1, TL_{(82,22,58)} = 1, TL_{(85,24,43)} = 1, TL_{(88,25,55)} = 4, \\ & TL_{(99,30,63)} = 1, TL_{(105,34,41)} = 1, TL_{(108,35,51)} = 1, TL_{(109,36,39)} = 1, \\ & TL_{(110,36,46)} = 2, TL_{(112,39,86)} = 1, TL_{(113,40,45)} = 2, TL_{(115,41,64)} = 3, \\ & TL_{(116,42,44)} = 2, TL_{(119,43,58)} = 1, TL_{(122,48,49)} = 7, TL_{(123,48,50)} = 7, \\ & TL_{(125,49,50)} = 19, TL_{(128,53,54)} = 4, TL_{(132,54,55)} = 4, TL_{(134,54,63)} = 1, \\ & TL_{(137,56,57)} = 1, TL_{(141,61,64)} = 1, TL_{(142,61,85)} = 2 \\ & CB_1 = 2, CB_2 = 2, CB_4 = 1, CB_5 = 2, CB_6 = 2, CB_7 = 2, \\ & CB_8 = 1, CB_9 = 2, CB_{12} = 1, CB_{13} = 2, CB_{18} = 2, CB_{20} = 2, \\ & CB_{21} = 2, CB_{22} = 2, CB_{23} = 2, CB_{24} = 2, CB_{25} = 2, \\ & CB_{26} = 2, CB_{29} = 1, CB_{33} = 1, CB_{35} = 2, CB_{36} = 2, CB_{38} = 2, \\ & CB_{40} = 2, CB_{42} = 2, CB_{43} = 2, CB_{44} = 2, CB_{45} = 2 \end{aligned} $
<p>Solução para a formulação P-PQV-E sem BC</p>	$ \begin{aligned} & TL_{(1,1,2)} = 1, TL_{(19,5,56)} = 2, TL_{(20,5,58)} = 1, TL_{(22,5,68)} = 3, TL_{(37,8,53)} = 1, \\ & TL_{(40,9,10)} = 2, TL_{(41,10,11)} = 5, TL_{(44,11,17)} = 7, TL_{(45,11,53)} = 4, \\ & TL_{(48,12,17)} = 9, TL_{(49,12,35)} = 2, TL_{(52,13,15)} = 15, TL_{(54,13,45)} = 1, \\ & TL_{(57,14,45)} = 1, TL_{(58,14,59)} = 1, TL_{(59,15,16)} = 13, TL_{(61,15,46)} = 1, \\ & TL_{(63,16,44)} = 11, TL_{(65,16,61)} = 3, TL_{(67,17,18)} = 15, TL_{(69,18,50)} = 16, \\ & TL_{(72,19,20)} = 1, TL_{(76,20,38)} = 2, TL_{(79,21,57)} = 3, TL_{(80,22,23)} = 1, \\ & TL_{(81,22,37)} = 1, TL_{(82,22,58)} = 1, TL_{(85,24,43)} = 2, TL_{(88,25,55)} = 5, \\ & TL_{(92,26,54)} = 1, TL_{(98,30,31)} = 3, TL_{(99,30,63)} = 3, TL_{(107,35,47)} = 1, \\ & TL_{(108,35,51)} = 3, TL_{(109,36,39)} = 2, TL_{(110,36,46)} = 4, TL_{(113,40,45)} = 2, \\ & TL_{(115,41,64)} = 4, TL_{(116,42,44)} = 3, TL_{(119,43,58)} = 1, TL_{(122,48,49)} = 9, \\ & TL_{(123,48,50)} = 9, TL_{(125,49,50)} = 19, TL_{(127,52,59)} = 1, TL_{(128,53,54)} = 7, \\ & TL_{(132,54,55)} = 4, TL_{(134,54,63)} = 1, TL_{(137,56,57)} = 2, TL_{(141,61,64)} = 2, \\ & TL_{(142,61,85)} = 3 TL_{(78,5,6)} = 2 \end{aligned} $

Fonte: Elaboração do autor

- A formulação P-BF-v3-E não é uma boa representação para o problema de planejamento porque o grande tamanho do modelo matemático impede encontrar uma solução para o problema num tempo razoável.

5 ALGORITMOS HEURÍSTICOS E META-HEURÍSTICOS PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO AC ESTÁTICO

O problema PERT usando as equações de fluxo de potência AC tem sido pouco estudado na literatura especializada. A maioria dos trabalhos usam técnicas meta-heurísticas para resolvê-lo. A maioria desse tipo de meta-heurísticas é do tipo algoritmos genéticos clássicos, PSO e outro tipo de meta-heurísticas (ALHAMROUNI et al., 2014; BENT et al., 2014; BENT; TOOLE; BERSCHIED, 2012; CASTRO; TORRES, 2014; DOAGOU-MOJARRAD; RASTEGAR; GHAREHPETIAN, 2016; FERDAVANI et al., 2014; GALLEGO et al., 2009; GOMES; SARAIVA, 2016; HEMMATI; HOOSHMAND; KHODABAKHSHIAN, 2014; HOOSHMAND; HEMMATI; PARASTEGARI, 2012; J. SKEA, D. ANDERSON, T. GREEN, R. GROSS, 2007; MAHMOUDABADI et al., 2011, 2013; MAHMOUDABADI; RASHIDINEJAD; ZEINADDINI-MAYMAND, 2012; MOGHADDAM; ABDI; JAVIDI, 2006; MOGHADDAM; MONSEF; JAFARI, 2011; RAHMANI et al., 2010b, 2010a; RAHMANI; RASHIDINEJAD, 2011; RIDER et al., 2007; UGRANLI; KARATEPE, 2013; YIMCHUEN; UDOMWONGSEREE, 2011). Nestes trabalhos realizados foram considerados a instalação de compensadores de reativos, a instalação de linhas HVDC, entre outros. Porém, os algoritmos meta-heurísticos que foram usados são especializados para o problema de planejamento e

somente uma heurística construtiva tem sido desenvolvida para este problema. Portanto os objetivos desde capítulo são:

- Desenvolver novos algoritmos heurísticos para resolver o problema de planejamento da transmissão de longo prazo considerando reprogramação da geração e alocação de bancos de capacitores representados com formulações de CA.
- Modificar e utilizar técnicas meta-heurísticas robustas que permitam resolver o problema de planejamento da transmissão estático de longo prazo considerando reprogramação da geração e alocação de bancos de capacitores representados com formulações de CA.

5.1 ALGORITMO HEURÍSTICO CONSTRUTIVO CLÁSSICO

A modelagem exata do problema PERT é de natureza não linear com variáveis inteiras que é de difícil solução para sistemas de grande porte. Porém, se as variáveis inteiras são relaxadas o problema pode ser resolvido eficientemente usando qualquer técnica de solução para problemas de programação não linear. A solução obtida com o problema relaxado não é significativa na solução final do problema, devido a que não é possível instalar um valor não inteiro de elementos na rede de transmissão, mas a solução relaxada pode ser utilizada como um indicativo de onde podem ser necessários novos investimentos. O modelo matemático de programação não linear inteira foi descrito na subseção 4.1.

A metodologia desenvolvida faz a adição de um novo elemento na rede iterativamente, usando um dos seguintes índices de sensibilidade:

- CHA1. Maior relação benefício-custo. Para todas as novas adições contínuas é calculado o fator $S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)} / C_{(l,n,m)}$. É instalado um novo circuito no corredor com o maior valor do fator calculado.
- CHA2. Maior fluxo de potência. Um novo circuito é adicionado no corredor com o maior $S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)}$.
- CHA3. Maior número de adições. É instalado um novo circuito no corredor com o maior valor $n_{(l,n,m)}$.

- CHA4. Menor custo. Em corredores que precisem de novos circuitos, o corredor com o menor custo de instalação ($C_{(l,n,m)}$) é selecionado para adicionar um novo circuito nele.

O procedimento é realizado até que a solução do problema relaxado não faça mais adições. O algoritmo heurístico construtivo tem os seguintes passos:

1. Selecionar o novo capacitor candidato que vai ser instalado no sistema usando o critério da máxima relação benefício-custo e adicionar um novo capacitor na barra selecionada. Se não tem mais capacitores a serem instalados ir para o passo 3.
2. Resolver o modelo de PERT AC estático com a nova configuração de capacitores. Voltar para o passo 1.
3. Selecionar a nova linha candidata que vai ser instalada no sistema usando um dos critérios heurísticos apresentados e adicionar uma nova linha no corredor selecionado. Se não tem mais linhas a serem instaladas ir para a etapa de melhoria.
4. Resolver o modelo de PERT AC estático com a nova configuração de linhas. Voltar para o passo 3.

Para finalizar a heurística é realizada uma etapa de melhoria que usa um algoritmo heurístico destrutivo (AHD). Quando não são feitas mais adições no sistema, a solução do problema é factível, mas, nesta solução podem-se ter circuitos instalados que sejam redundantes e que aumentem o custo total de solução, portanto, é aplicada uma etapa de melhoria que visa diminuir este custo retirando os circuitos redundantes. Isto é feito retirando os circuitos usando algum dos seguintes critérios.

- DHA1. Maior custo. É removido um circuito no corredor com o maior valor de $C_{(l,n,m)}$.
- DHA2. Menor custo. É removido um circuito no corredor com o menor valor de $C_{(l,n,m)}$.
- DHA3. Maior número de circuitos instalados. É removido um circuito no corredor com o maior número de circuitos novos instalados nele.
- DHA4. Menor número de circuitos instalados. É removido um circuito no corredor com o menor número de circuitos novos instalados nele.
- DHA5. Maior fluxo de potência. É removido um circuito do corredor com o maior $S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)}$.

- DHA6. Menor fluxo de potência. É removido um circuito do corredor com o menor $S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)}$.
- DHA7. Maior relação benefício-custo. É removido um circuito no corredor com a maior relação $S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)} / C_{(l,n,m)}$.
- DHA8. Menor relação benefício-custo. É removido um circuito no corredor com a menor relação $S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)} / C_{(l,n,m)}$.

As linhas e capacitores são removidos iterativamente e o FPO é resolvido para determinar o corte de carga e o custo de operação das novas configurações. O AHD segue o seguinte procedimento:

1. Selecionar a linha que vai ser removida. Um dos critérios heurísticos apresentados é usado para selecionar a linha que vai ser instalada. Uma linha é removida no corredor selecionado. Depois ir para o passo 2. Se não tem mais linhas a serem removidas ir para o passo 3.
2. Resolver o problema de FPO. Se a solução tem corte de carga então adicionar de novo a linha que foi retirada e voltar para o passo 1.
3. Selecionar o capacitor que vai ser removido. O critério heurístico para selecionar a capacitor consiste em selecionar a barra com a menor quantidade de novas adições. Um capacitor é removido na barra selecionada. Depois ir para o passo 4. Se não tem mais capacitores a serem removidos retornar à solução.
4. Resolver o problema de FPO. Se a solução tem corte de carga então adicionar de novo o capacitor que foi retirado e voltar para o passo 3.

5.2 ALGORITMO HEURÍSTICO CONSTRUTIVO USANDO O MODELO DE PERT AC HÍBRIDO

No planejamento clássico usando o modelo DC, o algoritmo heurístico construtivo de Villasana – Garver (VILLASANA; GARVER; SALON, 1985) apresenta um bom desempenho para encontrar soluções de boa qualidade. O algoritmo de Villasana – Garver usa o modelo híbrido linear (VILLASANA; GARVER; SALON, 1985) de forma iterativa para realizar adições na rede de transmissão. Nesta modelagem

é aplicado o balanço de potência ativa no sistema e o limite de potência pelas linhas devido ao deslocamento angular somente aos circuitos existentes.

Usando os princípios do modelo híbrido linear, o modelo de PERT AC é modificado aplicando o balanço de potência ativa e reativa (235) e (236) em todo o sistema. As restrições (237)-(240) são aplicadas somente aos circuitos existentes. O modelo de PERT AC híbrido é descrito nas equações (288)-(307).

$$\min \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_n^L TL_{(l,n,m)} + \sum_{n \in \Omega_b} C_n^{CB} CB_n + \sum_{n \in \Omega_g} \left(C_n^2 \left(P_{(n,t)}^g \right)^2 + C_n^1 P_{(n,t)}^g + C_n^0 \right) \quad (288)$$

Sujeito a:

$$P_{(l,n,m)}^{from,P} = v_n^2 g_{(l,n,m)} - v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_n - \theta_m) + b_{(l,n,m)} \sin(\theta_n - \theta_m) \right) \quad (289)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from,P} = -v_n^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) - v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \sin(\theta_n - \theta_m) - b_{(l,n,m)} \cos(\theta_n - \theta_m) \right) \quad (290)$$

$$P_{(l,n,m)}^{to,P} = v_m^2 g_{(l,n,m)} - v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_n - \theta_m) - b_{(l,n,m)} \sin(\theta_n - \theta_m) \right) \quad (291)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{to,P} = -v_m^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) + v_n v_m \left(g_{(l,n,m)} \sin(\theta_n - \theta_m) + b_{(l,n,m)} \cos(\theta_n - \theta_m) \right) \quad (292)$$

$$p_n^g = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} \left(P_{(l,n,m)}^{from,0} + P_{(l,n,m)} \right) + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} \left(P_{(l,m,n)}^{to,0} + P_{(l,m,n)} \right) + g_n^{sh} v_n^2 + P_n^d \quad (293)$$

$$q_n^g = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} \left(Q_{(l,n,m)}^{from} + Q_{(l,n,m)} \right) + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} \left(Q_{(l,m,n)}^{to} + Q_{(l,m,n)} \right) - \left(b_n^{sh} + b_n^{CB} CB_n \right) v_n^2 + Q_n^d \quad (294)$$

$$P_{(l,n,m)}^{from,0} = \left(n_{(l,n,m)}^0 \right) P_{(l,n,m)}^{from,P} \quad (295)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{from,0} = \left(n_{(l,n,m)}^0 \right) Q_{(l,n,m)}^{from,P} \quad (296)$$

$$P_{(l,n,m)}^{to,0} = \left(n_{(l,n,m)}^0 \right) P_{(l,n,m)}^{to,P} \quad (297)$$

$$Q_{(l,n,m)}^{to,0} = \left(n_{(l,n,m)}^0 \right) Q_{(l,n,m)}^{to,P} \quad (298)$$

$$\left(P_{(l,n,m)}^{from,0} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{from,0} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)}^0 \right)^2 \quad (299)$$

$$\left(P_{(l,n,m)}^{to,0} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)}^{to,0} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)}^0 \right)^2 \quad (300)$$

$$\left(P_{(l,n,m)} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m)} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} TL_{(l,n,m)} \right)^2 \quad (301)$$

$$v_n^{min} \leq v_n \leq v_n^{max} \quad (302)$$

$$P_n^{min} \leq p_n^g \leq P_n^{max} \quad (303)$$

$$Q_n^{min} \leq q_n^g \leq Q_n^{max} \quad (304)$$

$$TL_{(l,n,m)} \leq TL_{(l,n,m)}^{max} - n_{(l,n,m)}^0 \quad (305)$$

$$CB_n \leq CB_n^{max} \quad (306)$$

$$\theta_{slack} = 0 \quad (307)$$

O modelo apresentado é usado na heurística para determinar em que lugares é necessário realizar novas inversões. Na solução da heurística o modelo é resolvido relaxando as variáveis inteiras, portanto a solução obtida contém um número de novos investimentos contínuas na rede de transmissão. Com a solução obtida é determinado em que corredor é adicionado um novo circuito e em que barra é adicionado um novo capacitor usando algum dos critérios apresentados na Subseção anterior. O

procedimento é repetido até que a solução do problema relaxado não contenha mais adições. O procedimento do algoritmo heurístico construtivo segue os passos apresentados na Subseção anterior.

5.3 ALGORITMO GENÉTICO ESPECIALIZADO

O algoritmo genético (AG) tradicional foi inspirado na teoria da evolução das espécies descrita por Darwin. No AG tradicional os mecanismos de seleção, recombinação e mutação, compõem os operadores genéticos sob os quais o algoritmo genético foi desenvolvido. De forma geral o AG tradicional pode ser resumido nos seguintes passos:

1. Especificar os parâmetros de controle (taxa de seleção, taxa de mutação, tamanho da população) e as características do AG (codificação, forma de inicializar a população, tipo de seleção, entre outros).
2. Construir a população inicial e fazer o cálculo da função *fitness* de cada indivíduo da população, além disso, atualizar a incumbente com o melhor indivíduo da população.
3. Implementar os mecanismos de seleção, recombinação e mutação nos indivíduos da população e gerar uma nova população.
4. Atualizar a incumbente se existe um indivíduo de melhor qualidade e verificar o critério de parada. Se o critério de parada não foi atingido voltar para o passo 3.

No processo de construção da população inicial a proposta inicial foi gerar a população aleatoriamente, porém, esta proposta faz que o AG precise de um tempo computacional grande para alcançar soluções de boa qualidade. Outra forma é usando heurísticas para gerar a população inicial. Esta forma de construção da população inicial faz que o AG consiga encontrar soluções de boa qualidade desde o começo e desta forma ficar em regiões do espaço solução que são de boa qualidade. O AG tradicional considera a função objetivo e a infactibilidade na função *fitness*, isto é feito adicionando a infactibilidade de uma solução multiplicada por um valor de penalização. Desta forma a qualidade de cada indivíduo da população e a incumbente é dada pelo valor da função *fitness*. O mecanismo de seleção no AG pode ser aplicado de várias formas, as mais utilizadas são a seleção proporcional e a seleção por torneio. Os mecanismos de

recombinação e mutação dependem do tipo de codificação escolhido para representar o problema. Uma descrição mais ampla do AG tradicional pode ser encontrada em (MELANIE, 1996).

5.3.1 Algoritmo genético de Chu-Beasley

O AG tradicional ao longo dos anos tem sido modificado e múltiplas variações tem sido desenvolvidas, entre as mais representativas está a modificação realizada por Chu e Beasley em (CHU; BEASLEY, 1997). No planejamento da expansão o algoritmo genético de Chu-Beasley (AGCB) tem sido usado com sucesso na solução do problema e as suas variações. O AGCB apresentou uma nova forma de manipular as infatibilidades das soluções, armazenando a função objetivo (vetor *fitness*) e a infatibilidade (vetor *unfitness*) de forma separada. Esta proposta evita usar penalizações para considerar as infatibilidades no processo evolutivo. O AGCB usa seleção por torneio que é considerada uma das formas mais eficientes e simples dos métodos de seleção. Esta forma de seleção é aplicada para escolher os dois indivíduos da população que serão usados na recombinação. Outra diferença com o AG tradicional é a implementação de uma etapa de melhoria local depois da aplicação do mecanismo de mutação ao descendente. Em esta etapa de melhoria o descendente pode ser melhorado em termos de factibilidade da solução ou em termos de qualidade (valor da função objetivo) da solução.

Com diferença do AG tradicional que muda toda a população em cada geração o AGCB propõe fazer a mudança de um indivíduo por geração, onde o descendente que quer entrar na população deve ser de melhor qualidade que o pior indivíduo da população e não deve ser igual que nenhum indivíduo existente na população com o objetivo de manter a diversidade na população. O processo de substituição é realizado se: (1) O descendente é infatível e na população atual existem indivíduos infactíveis, então a substituição é feita se a infactibilidade do descendente é menor que a infactibilidade do elemento da população com a maior infactibilidade. (2) Se o descendente é factível e na população atual existem indivíduos infactíveis, o descendente entra na população pelo indivíduo com a maior infactibilidade. Se toda a população é factível então a comparação é realizada em termos da função objetivo, onde

a substituição acontece se o descendente tem uma melhor qualidade no valor da função objetivo que o pior indivíduo da população.

Uma melhoria feita no AGCB (AGCB v2) foi desenvolvida em (GALLEGO *et al.*, 2012) e faz mudanças em três áreas: (1) A geração da população inicial, (2) A etapa de melhoria aplicada ao descendente e (3) O controle da diversidade pode ser estendido. Neste caso a proposta que foi apresentada para a construção da população inicial consiste em que os indivíduos sejam gerados usando heurísticas e sejam sempre factíveis, portanto, o vector *unfitness* usado no AGCB tradicional não é relevante e pode ser retirado do algoritmo. A etapa de melhoria aplicada ao descendente usa heurísticas que são eficientes para eliminar as infactibilidades e também para melhorar o valor da função objetivo. No AGCB melhorado, o controle da diversidade da população é estendido do critério tradicional, onde é necessário só que todos os indivíduos sejam diferentes. Porém, está proposta de controle de diversidade pode ser insuficiente em problemas complexos e multimodais. O diagrama de fluxo do AGCB melhorado é apresentado na Figura 14.

Neste trabalho é usada uma versão intermediária (AGCB v3) entre o AGCB tradicional e o melhorado. A versão proposta neste trabalho permite que uma parte da população inicial seja infactível (aproximadamente 75% da população), isto é, porque a construção de uma população totalmente factível e diversa pode requerer um tempo muito grande. Uma segunda modificação nesta proposta é que na etapa de melhoria em cada iteração o descendente é melhorado usando a heurística construtiva apresentada na subsecção anterior. Portanto, se o descendente é infactível, a heurística tenta tornar ele factível. Portanto, em cada geração um descendente factível é produzido o que faz com que a população inicial seja rapidamente substituída por indivíduos factíveis. Além disso, foi adicionado um mecanismo para escapar de ótimos locais. Quando depois de uma determinada quantidade de gerações a incumbente não tem melhorado, o algoritmo acrescenta o valor da taxa de mutação até alcançar um valor máximo de 15%. Esta mudança permite que uma maior quantidade de genes seja trocada de valor o que permite escapar dos ótimos locais. Se depois da mudança da taxa de mutação é encontrada uma nova incumbente, então, a taxa de mutação é retornada ao valor original.

5.4 ALGORITMO GENÉTICO ESPECIALIZADO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO ESTÁTICO

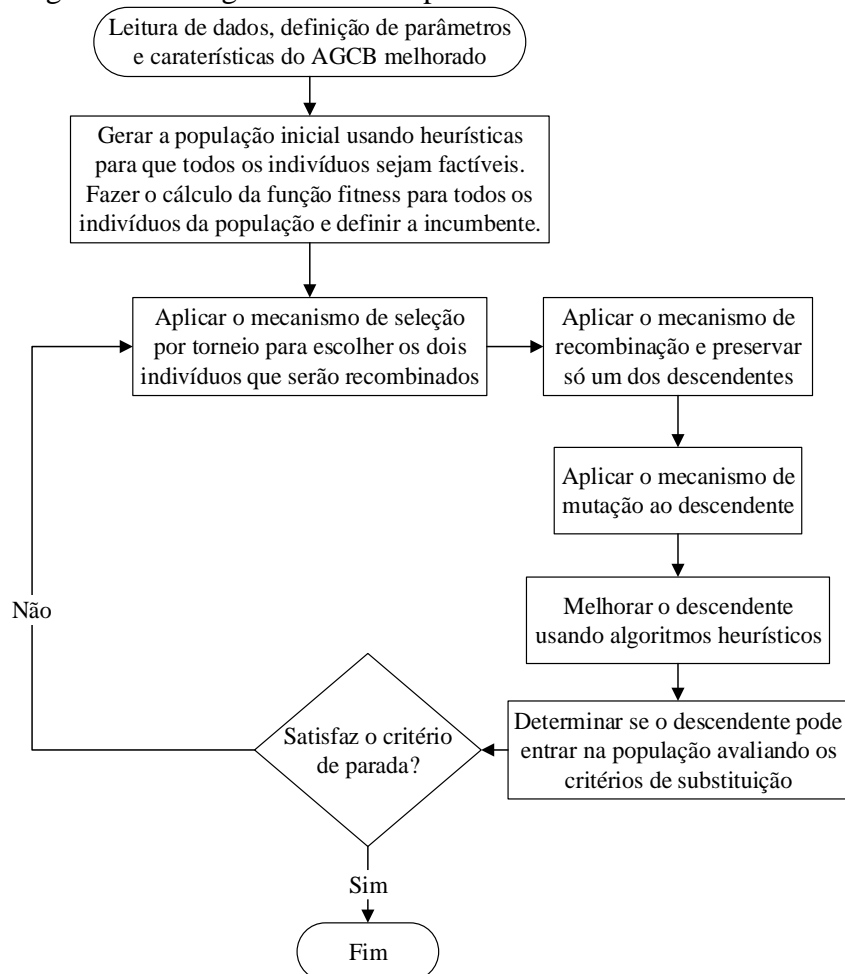
O algoritmo genético especializado apresentado na seção anterior pode ser aplicado em problemas *NP-hard*. A maioria dos problemas elétricos estão contidos nesta categoria para sistemas de grande porte onde a solução usando técnicas exatas não é factível devido ao tempo computacional. Neste caso o problema de planejamento da expansão de redes de transmissão está dentro desta categoria para sistemas de grande porte e, portanto, o AGCB v3 pode ser usado como técnica de solução para este problema. Neste capítulo o AGCB v3 é adaptado para o problema de planejamento AC estático de redes de transmissão, onde é assumido que a instalação dos novos elementos da rede é feita em um único período de tempo, portanto, é necessário determinar os corredores onde é necessário realizar novas instalações de linhas ou transformadores, e o valor dos reativos que serão instalados nas barras de demanda.

5.4.1 Codificação

Com a condição previamente discutida, se propõe uma codificação composta de um vetor que é definido do tamanho do número de corredores, onde são armazenados os novos circuitos instalados e cada um dos elementos são números inteiros que representam o número de circuitos que serão instalados no corredor. Na Figura 15 se apresenta a codificação que é usada para cada indivíduo da população e do descendente de cada uma das gerações. Cada um dos elementos do vetor da Figura 15 representa um corredor da rede de transmissão onde é possível realizar novas adições, pode-se observar que o valor que cada corredor pode ter números inteiros entre 0 e o número máximo de circuitos permitidos nesse corredor.

A codificação da proposta de solução apresentada Figura 15 não requer das características físicas dos elementos candidatos, portanto, podem-se considerar elementos em paralelo com diferentes características, onde a configuração resultante é avaliada usando um FPO. No problema PERT construir a população inicial de forma aleatória causaria que o AG tradicional ou o AGCB tradicional precisem de um grande esforço computacional para alcançar soluções de boa qualidade. Por outro lado, construir uma população totalmente factível requereria de um esforço computacional enorme.

Figura 14 – Diagrama de fluxo para o AGCB melhorado.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 15 – Codificação de um indivíduo no AGCB melhorado para o problema PERT estático.

0	3	0	Nmax	...	0
1	2	3	4	...	NL

Fonte: Elaboração do autor

Neste trabalho, 25% dos indivíduos da população inicial são construídos usando a heurística construtiva da subsecção 5.2. É selecionada a heurística anterior porque, como será apresentado nos resultados, é a mais rápida e permite obter soluções de boa qualidade. O 75% restante dos indivíduos são criados de forma aleatória. Dependendo do tamanho da população as heurísticas poderiam gerar soluções iguais para vários indivíduos, portanto, são usadas algumas estratégias para gerar indivíduos diferentes, estas estratégias são apresentadas nos seguintes passos:

- Gerar o primeiro indivíduo usando a heurística sem nenhuma modificação obtendo o primeiro indivíduo factível.

- Para obter os indivíduos heurísticos restantes, os valores de custo de investimento dos circuitos são modificados. Os novos valores são obtidos usando a fórmula $c'_{(l,n,m)} = c_{(l,n,m)}R \forall R \sim U(0,05 - 2)$. Com os novos valores de custo é possível obter novas configurações que são factíveis usando a heurística. Quando é obtida uma nova configuração factível o cálculo da função objetivo é feito com os valores originais de custo. O processo é repetido até que o 25% dos indivíduos da população sejam factíveis ou que o número máximo de tentativas seja atingido.

Para determinar o número máximo de instalações que são permitidas na fase de construção da população aleatória, o número máximo de adições feitas no primeiro indivíduo é determinado e esse valor é fixado como o número máximo de adições aleatórias que é permitida na criação de cada um dos indivíduos.

5.4.2 Seleção

O processo de seleção usado no AGCB melhorado é a seleção por torneio, onde são escolhidos k indivíduos da população para competir e ser um dos pais que vai passar o material genético para o descendente. O ganhador de cada torneio será aquele indivíduo que apresente melhor função objetivo ou o menor valor de corte de carga (infactibilidade). Este processo é realizado duas vezes para obter os dois pais que devem passar ao processo de recombinação.

5.4.3 Recombinação

Uma vez selecionados os pais estes passam pelo processo de recombinação de um ponto, onde o ponto de recombinação é escolhido aleatoriamente e dois descendentes são gerados. Neste caso dos dois descendentes gerados só um é selecionado para passar ao processo de mutação. O descendente escolhido é aquele que apresenta a melhor função *fitness* ou o menor corte de carga. Se ambos descendentes apresentam corte de carga é escolhido aquele com o menor corte de carga. O processo de recombinação é apresentado na Figura 16.

Figura 16 – Exemplo de recombinação de um ponto para o problema de PERT estático.

	Corredores	Barras																		
Indivíduo 1	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	1	0	2	0	0	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	0	0	1	0
1	2	3	4	5																
1	0	2	0	0																
1	2	3	4																	
0	0	1	0																	
Indivíduo 2	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	0	1	0	2	0	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	2	0	0	0
1	2	3	4	5																
0	1	0	2	0																
1	2	3	4																	
2	0	0	0																	
Filho 1	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	1	0	0	2	0	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	0	0	0	0
1	2	3	4	5																
1	0	0	2	0																
1	2	3	4																	
0	0	0	0																	
Filho 2	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	0	1	2	0	0	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	2	0	1	0
1	2	3	4	5																
0	1	2	0	0																
1	2	3	4																	
2	0	1	0																	

Fonte: Elaboração do autor

5.4.4 Mutação

A aplicação do mecanismo de mutação é realizada avaliando elemento por elemento do vetor solução, e de forma aleatória é determinado se o elemento tem que mudar o valor. Para que uma posição do vetor solução mude o valor, é gerado um número aleatório, se o número gerado for menor ou igual à taxa de mutação então o elemento do vetor é modificado, em caso contrário é analisada a seguinte posição. Também é necessário determinar de forma aleatória se é adicionado ou retirado um circuito na posição escolhida, sem superar o número máximo de circuitos para instalar ou sem ser inferior que zero. Portanto, é gerado um número aleatório que se é maior que um valor definido (*TMD*) adiciona mais um circuito e no caso contrário um circuito é retirado. O valor definido para adicionar ou retirar um circuito pode ser modificado, para aumentar as possibilidades de adicionar quando o descendente é infactível ou de retirar quando é factível. Um exemplo de mutação para o problema PERT estático é apresentado na Figura 17.

Figura 17 – Exemplo de mutação para uma proposta de solução do problema PERT estático.

Corredores					Barras			
1	2	3	4	5	1	2	3	4
1	0	0	2	0	0	0	0	0
Corredores					Barras			
1	2	3	4	5	1	2	3	4
1	0	1	2	0	0	0	0	1

Fonte: Elaboração do autor

5.4.5 Melhoria local

A última etapa do processo evolutivo do AGCB v3 é a melhoria local do descendente. Para melhorar o descendente, a topologia candidata é carregada no algoritmo heurístico da Subseção 5.2 e a heurística tenta melhorar a solução.

5.4.6 Critério de convergência

Finalmente é avaliado o critério de convergência para o AGCB melhorado. O primeiro critério de parada é não ter uma melhoria depois de uma quantidade de iterações. O segundo critério de parada está definido pelo número máximo de gerações que podem ser realizadas no algoritmo.

5.5 BUSCA DISPERSA

A busca dispersa (BD) é uma meta-heurística de busca evolucionária que utiliza estratégias para a diversificação e intensificação semelhantes às da busca tabu. A BD com diferença do AG que também é um algoritmo que é baseado em população, usa uma população pequena chamada de conjunto de referência para explorar o espaço de busca do problema. A BD está composta por cinco etapas fundamentais, e o que difere entre uma implementação simples ou uma mais avançada é a incorporação de estratégias em cada uma dessas etapas. As cinco etapas fundamentais do BD são:

- Etapa 1 - geração de soluções com diversificação: usada para construir um conjunto *Pool* composto por $PSize$ soluções diversas, factíveis e infactíveis, que são a base do algoritmo.
- Etapa 2 - melhoria local de soluções: transforma uma solução visando torná-la factível ou melhorando o valor da função objetivo.
- Etapa 3 - atualização das soluções do conjunto de referência (*RefSet*): empregada para a construção e manutenção do conjunto *RefSet*.
Construção - seleciona b soluções distintas do conjunto P , conforme uma regra preestabelecida, visando incluir alta qualidade (em relação à função objetivo) e diversidade no conjunto *RefSet*. Manutenção - realiza a atualização das soluções do conjunto *RefSet* sempre quando uma nova solução encontrada cumpre os requisitos para ingressar no *RefSet*. Assim a dimensão do *RefSet* será sempre constante, mas a qualidade das soluções vai melhorando durante o processo de busca. Geralmente, a atualização de *Refset* se realiza unicamente por qualidade. Após ter-se realizado todas as combinações possíveis das soluções (atualização estática), as novas soluções encontradas durante as etapas de *combinação* e *melhoria local* são armazenadas no conjunto *Pool* para só depois serem avaliadas durante a atualização do *RefSet*.
- Etapa 4 - geração de subconjuntos de soluções: gera s diferentes subconjuntos de soluções com as soluções de referência que são usados na etapa de *combinação de soluções*. Para isso, esses s subconjuntos são armazenados no conjunto *NovoSubconjuntos*, e só depois que todos os subconjuntos são criados é que a etapa de *combinação de soluções* se inicia.
- Etapa 5 - combinação de soluções: usa os s subconjuntos gerados e armazenados no conjunto *NovoSubconjuntos* através da etapa de *geração de subconjuntos*. Com o objetivo de encontrar novas soluções, denominadas *soluções testes*, realiza-se combinações entre as soluções do primeiro subconjunto S e após todas as combinações serem realizadas esse subconjunto é retirado do conjunto *NovoSubconjuntos* e o processo é repetido com o próximo subconjunto até que todos os s subconjuntos sejam utilizados e retirados do conjunto *NovoSubconjuntos*, ou seja,

$\text{NovoSubconjuntos} = \emptyset$. O método de combinação das soluções deve levar em conta o contexto do problema e a maneira como essas soluções são codificadas. Ao serem criadas, as *soluções teste* passam pela etapa de *melhoria local* e são armazenadas no conjunto *Pool* usado durante a etapa de atualização do *RefSet*.

5.6 ESTRATEGIAS AVANÇADAS PARA O ALGORITMO DE BUSCA DISPERSA

As 5 etapas descritas podem ser melhoradas incorporando estratégias avançadas visando aumentar a eficiência do algoritmo de BD. Entre essas estratégias se encontram o uso de memória, diferentes métodos e critérios de atualização do conjunto de referência, diferentes estratégias de combinação de soluções e geração de subconjuntos. As estratégias mais usadas são as seguintes:

5.6.1 Atualização dinâmica do conjunto de referência

Na atualização dinâmica, logo após gerar uma solução teste de excelente qualidade com as etapas de combinação de soluções e melhoria local de soluções, a solução teste é avaliada de acordo com o valor da função objetivo, se pode ou não fazer parte do conjunto *RefSet*. Se ela for de melhor qualidade, comparada com a pior solução do conjunto *RefSet*, esta é substituída imediatamente por esta solução teste. Por outro lado, se a solução teste é de pior qualidade que a pior solução do conjunto *RefSet* então ela será descartada de imediato.

5.6.2 Reconstrução e atualização do conjunto de referência em multicamadas

A estrutura em multicamada pode ser feita com duas ou três camadas. Na estrutura com duas camadas o conjunto *RefSet* que possui b soluções é subdividido em dois subconjuntos. As primeiras b_1 soluções são aquelas que apresentam a melhor qualidade em termos da função objetivo e são armazenadas no subconjunto *RefSet1*. O segundo subconjunto *RefSet2* é formado por b_2 soluções que são as mais diversas de

acordo com o medidor de diversidade que seja estabelecido. Ao gerar uma solução teste pelas etapas de combinação de soluções e melhoria local de soluções, ela é avaliada para tentar entrar no conjunto *RefSet*. Essa avaliação é feita em duas etapas, na primeira etapa ela é avaliada para entrar no subconjunto *RefSet1* pelo valor da função objetivo. Se a solução teste não consegue entrar no primeiro subconjunto, tenta-se na etapa 2 e a solução é avaliada com relação a diversidade, se a solução teste for mais diversa que a pior solução do subconjunto *RefSet2*, então esta última é substituída pela solução teste e o subconjunto *RefSet2* é reordenado. Na estrutura com três camadas o conjunto *RefSet* é dividido em três subconjuntos, além do subconjunto *RefSet1* que armazena as *b1* melhores soluções e o subconjunto *RefSet2* que armazena as *b2* mais dispersas, tem-se o subconjunto *RefSet3* que armazena os melhores geradores. Melhores geradores são soluções que podem não ser tão boas com relação ao valor da função objetivo, mas podem gerar soluções de excelentes qualidades.

5.6.3 Controle de diversidade na montagem do conjunto de referência

Uma estrutura mais avançada para construir o conjunto de referência que é constituído pelas melhores soluções do *Pool*, é definida considerando um valor mínimo de diversidade entre as soluções que fazem parte do conjunto *RefSet*.

5.6.4 Número variável de soluções na etapa de combinação de soluções

Fazer todas as possíveis combinações do *RefSet* pode não ser eficiente, pois não todas as combinações vão produzir soluções de boa qualidade. Quando se combinam soluções de boa qualidade a chance de obter uma solução de excelente qualidade é maior quando comparado com a combinação de duas soluções de qualidade inferior. Assim, na etapa de combinação de soluções, pode-se variar o número de soluções testes geradas de acordo com a qualidade das soluções de referência combinadas.

5.6.5 Outras estruturas avançadas que podem ser aplicadas ao algoritmo de BD

O método de geração de subconjunto de soluções, o uso de memória e a heurística de *path relinking* são mecanismos que podem ser melhorados ou implementados com o objetivo de melhorar a eficiência do algoritmo de BD. No método de geração de subconjunto de soluções em que são gerados subconjuntos que contém mais de duas soluções. Assim, a etapa de geração de subconjuntos de soluções, em sua forma mais geral, consiste na criação de subconjuntos de dimensões variadas. No uso de memória podem ser usados os mecanismos do algoritmo de Busca Tabu. A Busca Tabu usa uma memória adaptativa que pode ser tanto explícita, que armazena as soluções de elite visitadas durante a busca, ou simplesmente atributiva, fazendo registros dos atributos que mudam na passagem de uma solução para outra. A heurística *Path Relinking* pode ser aplicada na etapa de combinação de soluções. A estratégia do *Path Relinking* consiste em combinar duas soluções partindo de uma delas e gerando um caminho de soluções até a outra (chamada solução-guia). Obviamente, também pode-se inverter os papéis entre as duas soluções, ou mesmo construir o caminho fazendo com que cada uma das soluções se movimente em direção à outra.

5.7 BUSCA DISPERSA COMO MÉTODO DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO ESTÁTICO

O algoritmo de busca dispersa tem sido pouco usado para resolver o problema de PERT ou de forma geral, tem sido pouco usado para resolver problemas de sistemas elétricos de potência. O algoritmo de BD nos últimos anos foi usado para resolver o problema de reconfiguração de redes de distribuição de média tensão (RUPOLO; ROBERTO SANCHES MANTOVANI, 2015), o problema de planejamento de redes de distribuição (BENETTI DE PADUA; SANCHES MANTOVANI; COSSI, 2015) e o problema de PERT estático usando o modelo DC (PERT-DC) (HABIBI *et al.*, 2014). Neste caso o algoritmo de BD é usado para resolver o problema PERT que é representado com o modelo AC e que considera a alocação de elementos de compensação de reativos na rede (PERT-AC). Nesta seção são apresentadas cada uma das etapas usadas do algoritmo de BD que foram usadas para resolver o problema de

PERT-AC. A codificação usada no algoritmo de BD é a mesma que foi usada no AGCB v3. As etapas implementadas neste trabalho e algumas modificações são as seguintes:

5.7.1 Etapa 1 - geração de soluções com diversificação

A proposta original para gerar o primeiro conjunto P foi gerar de forma aleatória soluções e pegar aquelas que são de melhor qualidade ou mais diversas, porém, esta estratégia pode fazer que a técnica precise de muito esforço computacional nas etapas posteriores para alcançar soluções de boa qualidade. Portanto, a forma em que são geradas as soluções iniciais é usando a heurística da Subseção 5.2 para construir o 25% dos indivíduos da população inicial. Para obter soluções heurísticas diversas com o mesmo algoritmo heurístico, os valores de custo de instalação de cada um dos elementos são variados, fazendo uma variação $c'_{(l,n,m)} = c_{(l,n,m)}R \forall R \sim U(0,05-2)$. As soluções obtidas são armazenadas na matriz $Pool$, e cada uma das soluções é avaliada em termos da qualidade da função objetivo e a diversidade. O 75% restante da população é construído de forma aleatória da mesma forma que foi descrito para o AGCB v3. Para avaliar a diversidade de um indivíduo em relação aos outros, é calculada a soma dos valores absolutos da diferença de cada posição nas soluções candidatas. Portanto, para cada uma das soluções é calculado o valor de diversidade e armazenado numa variável FD , tal que:

$$FD_k = \sum_{j \in \Omega_l} |SL_{(i,j)} - SL_{(k,j)}| \quad (308)$$

Onde, FD_k contém o valor de diversidade da solução k . O vetor que contém os circuitos instalados na proposta de solução é SL . Cada uma das soluções i é comparada com a solução k . Nas iterações seguintes o conjunto P é gerado com a aplicação da etapa de combinação de soluções.

5.7.2 Etapa 2 - atualização das soluções do conjunto de referência

Na construção do conjunto de referência foi usado o mecanismo avançado para definir o vetor $RefSet$ em multicamadas. O vetor é separado em duas camadas, a primeira contém soluções de boa qualidade que sejam diferentes em um valor de diversidade estabelecido e a segunda contém as soluções mais diversas. A atualização

do conjunto de referência é feita de forma estática. O primeiro subconjunto *RefSet1* é atualizado enquanto no conjunto *Pool* existem soluções que sejam de melhor qualidade, são retiradas as soluções de menor qualidade no subconjunto *RefSet1* e o vetor é reordenado de melhor para pior em termos da função objetivo. No caso de que exista uma solução que seja melhor que a incumbente, mas não cumpra o critério de diversidade estabelecido para o subconjunto *RefSet1*, então são retiradas todas as soluções que fazem que o critério de diversidade não seja atingido e a nova incumbente é adicionada ao subconjunto *RefSet1*. Os elementos que foram retirados são substituídos por soluções candidatas do conjunto *Pool* que cumpram com os critérios de diversidade e sejam as melhores em termos da função objetivo. O subconjunto *RefSet2* é atualizado depois de atualizar o subconjunto *RefSet1*, para fazer o cálculo do valor de diversidade das soluções candidatas do conjunto *Pool* e as que estão atualmente no subconjunto *RefSet2* em relação das soluções do subconjunto *RefSet1*, o subconjunto *RefSet2* é atualizado quando existem soluções no conjunto *Pool* que são mais diversas. São retirados do subconjunto *RefSet2* as soluções que têm o menor valor de diversidade, depois o subconjunto é ordenado em termos do valor de diversidade de cada proposta de solução.

5.7.3 Etapa 3 - geração de subconjuntos de soluções

Para o problema de planejamento foi usado o mecanismo clássico de geração de subconjuntos de soluções onde são feitas todas as possíveis combinações de dois propostas de solução do conjunto *RefSet1* e *RefSet2*. Desta forma são definidos os elementos que serão combinados na etapa de combinação de soluções e que definiram o conjunto *Pool*.

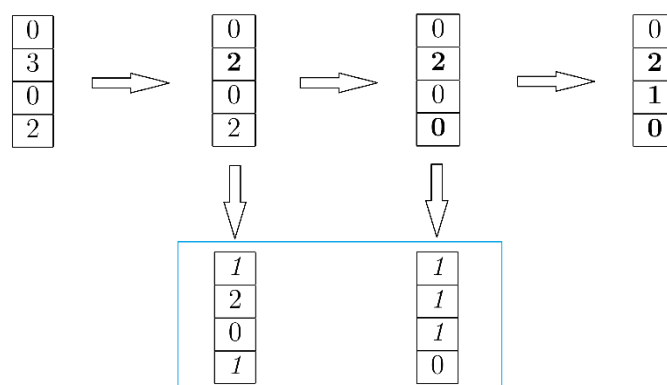
5.7.4 Etapa 4 - combinação de soluções

Para realizar a combinação entre duas propostas de solução é usada a heurística de *Path Relinking* que faz parte dos mecanismos avançados da BD. Para o problema de PERT a heurística de *Path Relinking* é melhorada incorporando nela a etapa de melhoria através da heurística construtiva da Subseção 5.2. A heurística de *Path Relinking* é aplicada da seguinte forma:

1. Das duas soluções que vão ser combinadas escolher uma como solução-guia, a outra solução definida como a solução-inicial vai ser modificada até alcançar a solução guia.
2. Escolher aleatoriamente uma posição do vetor de solução que contém as linhas na solução-guia, pegar o valor e fixá-lo na solução-inicial. Adicionar a posição modificada na lista de posições modificadas. Definir a primeira modificação como a melhor solução encontrada.
3. Tentar melhorar a solução-inicial modificada usando a heurística construtiva
4. Avaliar se a proposta de solução é melhor que a melhor solução encontrada, se for então atualizar a melhor solução encontrada.
5. Se todas as linhas da solução-guia foram fixadas na solução inicial então a heurística terminou o processo de busca, caso contrário, escolher aleatoriamente uma posição da solução-guia que ainda não foi escolhida e fixa-la na solução inicial, depois ir para o passo 3.

Devido que uma proposta de solução está composta de um vetor de linhas e um de capacitores, a solução inicial é modificada inicialmente fixando os valores das linhas. Se todas as linhas foram fixadas e a solução inicial for igual que a solução guia para o vetor de linhas, então o processo é repetido para o vetor de capacitores. A configuração de linhas que é usada na análise dos capacitores é a melhor configuração obtida na análise das linhas.

Figura 18 – Exemplo de *Path Relinking* para o problema PERT estático.



Fonte: Elaboração do autor

Um exemplo desta heurística para o problema de PERT estático é definida na Figura 18. Inicialmente é escolhida a solução-inicial (vetor a esquerda). No seguinte passo é fixado uma posição do vetor, neste caso o valor de 3 e fixado para 2 (valor nessa mesma posição da solução guia). É usado um AHC para tentar melhorar a solução

obtida que se encontra no quadro azul embaixo. Em cada iteração é selecionada a melhor solução que é comparada com a melhor solução parcial do *path relinking*, se a solução de uma determinada iteração é melhor que a melhor solução parcial, então a nova solução substitui a melhor solução parcial e o processo continua até que a solução inicial é igual a solução guia.

5.8 TESTES E RESULTADOS

Os sistemas testes usados para avaliar as técnicas heurísticas e meta-heurísticas foram o sistema Garver, o sistema IEEE-24, o sistema IEEE-118, o sistema Sul Brasileiro e o sistema Nordeste Brasileiro. Os dados destes sistemas podem ser encontrados em (RIDER FLORES, 2006) e (MONTES *et al.*, 2016). Além da análise dos modelos matemáticos para representar o problema de PERT CA, também foi analisado o efeito dos compensadores de reativos na solução do problema, com o objetivo de determinar se incluir este tipo de elementos na modelagem matemática tem um impacto significativo no investimento de linhas e transformadores da rede. O custo de cada banco de capacitor é MUS\$ 0,05 e a susceptância de cada banco de capacitor é $b_n^{CB} = 0,2 p.u$. Este valor de alocação de reativos foi proposto em (MONTES *et al.*, 2016). Estes sistemas foram resolvidos num computador com processador Intel Core i7 de 3.6 GHz e 16 GB de memória RAM.

5.8.1 Resultados para os algoritmos heurísticos construtivos

Inicialmente é feita uma análise para determinar o efeito dos diferentes critérios heurísticos que foram propostos neste capítulo para as heurísticas propostas. Nesta análise inicial não foi considerada a alocação de fontes de reativos. O teste foi realizado unicamente no sistema Norte-Nordeste Brasileiro. Inicialmente foram determinados os parâmetros ótimos para as diferentes formulações matemáticas de cada um dos algoritmos heurísticos que são apresentados na Tabela 52.

Tabela 52 – Melhores parâmetros achados para o *solver Knitro* para os AHC

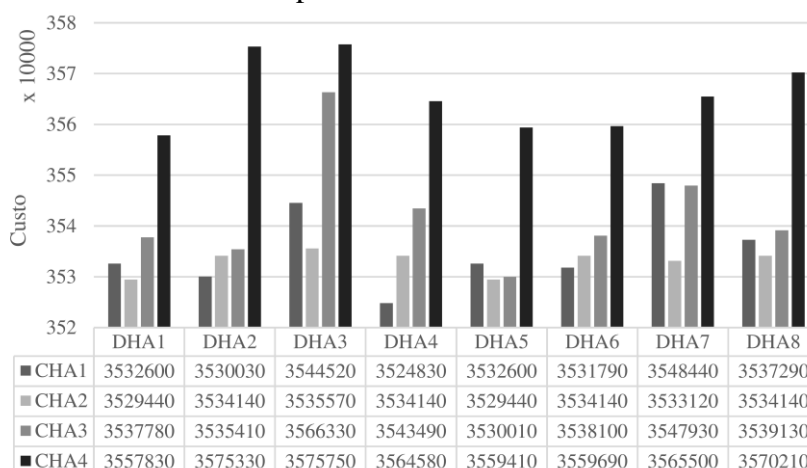
	P-PQV AHC	H-PQV AHC	Etapa de Melhoria
bar_directinterval	0	0	0
alg	1	1	2
bar_murule	2	1	1
linsolver	4	4	2

Fonte: Elaboração do autor

Os resultados dos algoritmos heurísticos construtivos são comparados com o algoritmo de ponto interior e B&B do *solver Knitro*. Adicionalmente, o *solver Knitro* tem incorporado um algoritmo heurístico para encontrar soluções inteiras factíveis no começo do processo iterativo do método B&B. Neste trabalho também foram comparadas as soluções dos algoritmos heurísticos propostos com a solução do algoritmo heurístico construtivo do *solver Knitro*. O custo e o tempo de execução do método B&B do *solver Knitro* são de US \$3.501.546 e 153.997 segundos (\approx 43 horas), respectivamente. Esses dados foram reportados na Tabela 50. A solução heurística do *solver Knitro* encontrou uma solução com um custo e tempo de solução de \$4.750.260 e 1,6 segundos. A diferença de custo entre o algoritmo heurístico e o método B&B do *solver Knitro* é de 35,7%. Como a diferença é enorme, o B&B não pode cortar efetivamente os ramos de baixa qualidade.

O custo da solução para a heurística construtiva da subseção 5.2 é apresentado na Figura 19. A melhor solução é encontrada usando os critérios de maior relação benefício-custo para o algoritmo heurístico construtivo e o menor número de circuitos instalados para a etapa de melhoria. O melhor custo da solução para a heurística construtiva da subseção 5.2 é de US \$ 3.524.830. A diferença de custo entre a heurística e a solução do B&B é aproximadamente 0,66%. Além disso, a solução de menor qualidade encontrada pela heurística é 32,85% melhor em termos de custo do que a solução encontrada para a heurística genérica do *Knitro*. É apresentado apenas o custo para a heurística construtiva da subseção 5.2 porque a heurística construtiva da subseção 5.1 tem o mesmo custo para todas as combinações, exceto em 3 casos específicos. Para a combinação dos critérios heurísticos DHA2, CHA1 e CHA2, a solução para a heurística construtiva da subseção 5.1 é pior em \$ 2.090. Finalmente, para a combinação de CHA4 com DHA1, o custo da solução encontrada pela heurística construtiva da subseção 5.1 é mais caro que a solução da heurística construtiva da subseção 5.2 em \$ 8.920.

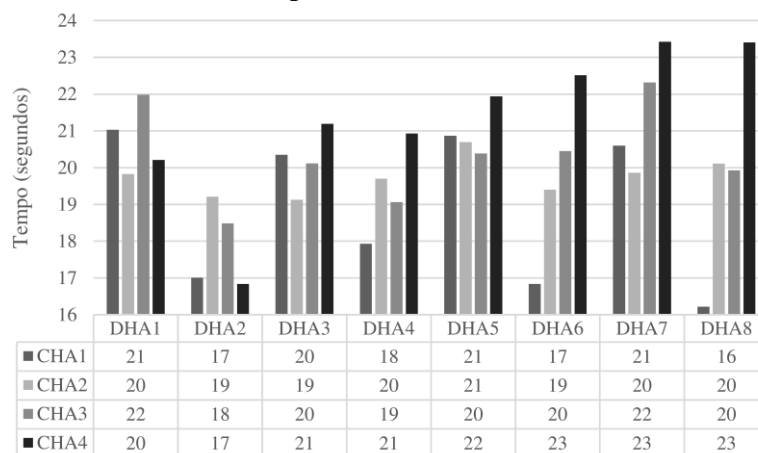
Figura 19 – Custo de expansão para o sistema Norte-Nordeste Brasileiro com os diferentes critérios heurísticos aplicados à heurística construtiva da subseção 5.2.



Fonte: Elaboração do autor

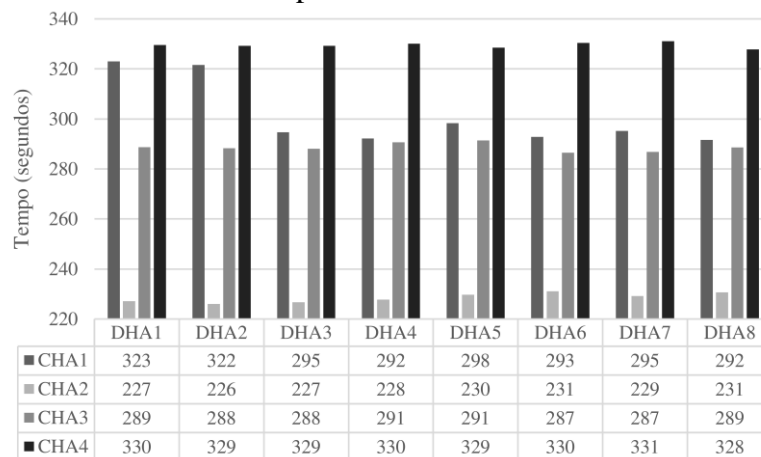
Os tempos de solução para os algoritmos heurísticos construtivos das Subseções 5.1 e 5.2 são mostrados na Figura 20 e na Figura 21, respectivamente. A principal diferença entre as duas heurísticas é o tempo de execução. O tempo requerido para encontrar a melhor solução com a heurística construtiva da Subseção 5.2 foi 18 segundos, e a heurística construtiva da Subseção 5.1 encontrou a mesma solução em 292 segundos. Os resultados obtidos mostram que a heurística construtiva da subseção 5.2 é eficiente para resolver o problema do TNEP em grandes sistemas de energia. Além disso, o maior tempo requerido para encontrar uma solução com a heurística construtiva da subseção 5.2 é inferior a 24 segundos. O maior tempo requerido para encontrar uma solução com a heurística construtiva da subseção 5.1 foi 331 segundos.

Figura 20 – Tempos de solução para resolver o sistema Norte-Nordeste Brasileiro com os diferentes critérios heurísticos aplicados à heurística construtiva da subseção 5.2.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 21 – Tempos de solução para resolver o sistema Norte-Nordeste Brasileiro com os diferentes critérios heurísticos aplicados à heurística construtiva da subseção 5.1.



Fonte: Elaboração do autor

Tabela 53 – Linhas instaladas pelos diferentes algoritmos heurísticos no sistema Norte-Nordeste Brasileiro

Algoritmo heurístico de Knitro	$n_{(9,4,5)} = 1, n_{(15,4,81)} = 1, n_{(19,5,56)} = 3, n_{(22,5,68)} = 4, n_{(37,8,53)} = 1, n_{(40,9,10)} = 3, n_{(41,10,11)} = 6,$ $n_{(44,11,17)} = 7, n_{(45,11,53)} = 5, n_{(48,12,17)} = 10, n_{(50,12,84)} = 1, n_{(52,13,15)} = 14, n_{(61,15,46)} = 1,$ $n_{(63,16,44)} = 10, n_{(65,16,61)} = 3, n_{(66,16,77)} = 1, n_{(67,17,18)} = 16, n_{(69,18,50)} = 16, n_{(77,20,56)} = 1,$ $n_{(79,21,57)} = 2, n_{(82,22,58)} = 1, n_{(85,24,43)} = 1, n_{(88,25,55)} = 6, n_{(92,26,54)} = 1, n_{(98,30,31)} = 2,$ $n_{(108,35,51)} = 3, n_{(110,36,46)} = 2, n_{(112,39,86)} = 1, n_{(113,40,45)} = 3, n_{(115,41,64)} = 4, n_{(116,42,44)} = 2,$ $n_{(122,48,49)} = 8, n_{(123,48,50)} = 8, n_{(128,53,54)} = 7, n_{(131,53,86)} = 1, n_{(132,54,55)} = 5, n_{(134,54,63)} = 2,$ $n_{(136,54,79)} = 1, n_{(138,58,78)} = 1, n_{(154,68,83)} = 1, n_{(159,71,75)} = 1, n_{(169,75,82)} = 1, n_{(175,77,84)} = 1,$ $n_{(177,78,80)} = 1, n_{(178,79,82)} = 1, n_{(179,80,81)} = 1, n_{(181,80,83)} = 1, n_{(183,82,84)} = 1$
Heurística construtiva da subseção 5.2 e 5.1	$n_{(19,5,56)} = 3, n_{(22,5,68)} = 3, n_{(40,9,10)} = 3, n_{(41,10,11)} = 6, n_{(44,11,17)} = 6, n_{(45,11,53)} = 5,$ $n_{(48,12,17)} = 9, n_{(52,13,15)} = 14, n_{(53,13,17)} = 1, n_{(63,16,44)} = 10, n_{(65,16,61)} = 4, n_{(67,17,18)} = 16,$ $n_{(77,20,56)} = 1, n_{(79,21,57)} = 2, n_{(80,22,23)} = 1, n_{(82,22,58)} = 2, n_{(85,24,43)} = 2, n_{(88,25,55)} = 6,$ $n_{(98,30,31)} = 1, n_{(108,35,51)} = 2, n_{(110,36,46)} = 2, n_{(112,39,86)} = 1, n_{(113,40,45)} = 3, n_{(115,41,64)} = 5,$ $n_{(116,42,44)} = 1, n_{(122,48,49)} = 9, n_{(123,48,50)} = 9, n_{(128,53,54)} = 6, n_{(131,53,86)} = 1, n_{(132,54,55)} = 5,$ $n_{(134,54,63)} = 2,$
Linhas em comum	$n_{(1,1,2)} = 1, n_{(20,5,58)} = 1, n_{(49,12,35)} = 2, n_{(54,13,45)} = 1, n_{(57,14,45)} = 1, n_{(58,14,59)} = 1,$ $n_{(59,15,16)} = 13, n_{(99,30,63)} = 3, n_{(119,43,58)} = 1, n_{(125,49,50)} = 19, n_{(127,52,59)} = 1, n_{(137,56,57)} = 2,$ $n_{(141,61,64)} = 2, n_{(142,61,85)} = 3$

Fonte: Elaboração do autor

A Tabela 53 contém os circuitos instalados para os três diferentes métodos de solução. A primeira linha é a solução encontrada pela heurística genérica de *Knitro*. A segunda linha corresponde à melhor solução encontrada pelos algoritmos heurísticos construtivos apresentados neste capítulo. A solução é obtida combinando os critérios heurísticos CHA1 e DHA4. A última linha da tabela contém os circuitos comuns nas

soluções obtidas com as diferentes técnicas de otimização. Uma característica adicional que pode ser destacada da solução da heurística construtiva da Subseção 5.2 é que ela é capaz de identificar corredores críticos onde novas adições provavelmente ocorrerão. Poderíamos chegar a essa conclusão depois de vermos que muitas das novas adições feitas pelas heurísticas propostas neste capítulo, são as mesmas que as soluções obtidas com o algoritmo B&B para o sistema Norte-Nordeste (Tabela 50 e Tabela 51).

Outros testes que foram feitos consideram a alocação de fontes de reativos e o planejamento da transmissão com diferentes sistemas testes. Os resultados desses testes são apresentados nas Tabela 54-Tabela 58. A solução obtida para o sistema teste Garver é a mesma solução ótima obtida usando o *solver Knitro* na Tabela 42. Adicionalmente, o tempo computacional requerido para encontrar essa solução é baixo.

Tabela 54 – Resultados para o sistema teste Garver usando o AHC de 5.2

IC (MUSD)	Tempo (segundos)
110,15	4,74
$TL_{(9,2,6)} = 1, TL_{(11,3,5)} = 1, TL_{(14,4,6)} = 2$	
$CB_5 = 3$	

Fonte: Elaboração do autor

Neste caso a diferença no custo de expansão entre as soluções do AHC e o *solver Knitro* é aproximadamente MUSD\$50,00. O que representa 23,29% de diferença entre as duas soluções. Adicionalmente, o tempo de execução do AHC e do *solver Knitro* é similar.

Tabela 55 – Resultados para o sistema teste IEEE-24 usando o AHC de 5.2

IC (MUSD)	Tempo (segundos)
271,55	173,14
$TL_{(9,3,24)} = 2, TL_{(13,6,10)} = 1, TL_{(14,7,8)} = 2, TL_{(18,9,12)} = 1, TL_{(31,15,24)} = 1$	
$CB_3 = 3, CB_4 = 3, CB_5 = 3, CB_{11} = 3, CB_{12} = 3, CB_{17} = 1, CB_{19} = 3,$	
$CB_{20} = 3, CB_{24} = 3$	

Fonte: Elaboração do autor

O resultado do AHC encontrou uma solução de menor custo que o *solver Knitro* para o sistema teste IEEE-118. Adicionalmente, o tempo de processamento requerido pela heurística é muito menor que o tempo de processamento do *solver Knitro*. Neste caso, o AHC é quase 212 vezes mais rápido que o *solver Knitro*. A diferença em custo entre o AHC e o *solver Knitro* é de aproximadamente 16%. O AHC construtivo conseguiu achar uma solução de melhor qualidade devido que é permitido ter um pequeno corte de carga no sistema, que não é maior que 0,1 MW. Portanto, o custo de

expansão adicional da solução encontrada com o *solver Knitro* é devido que ele atende uma mínima quantidade de demanda e por tanto na formulação exata é recomendável incluir as variáveis de corte de carga, permitindo um pequeno valor de corte de carga. Essa modificação permitiria encontrar soluções de melhor qualidade com um corte de carga aceitável.

Tabela 56 – Resultados para o sistema teste IEEE-118 usando o AHC de 5.2

IC (MUSD)	Tempo (segundos)
54,560	120,28
$TL_{(7,8,9)} = 1, TL_{(9,9,10)} = 1, TL_{(38,26,30)} = 1, TL_{(139,93,94)} = 1, TL_{(152,99,100)} = 1$	

Fonte: Elaboração do autor

O AHC permitiu encontrar uma solução de boa qualidade para o sistema teste Sul Brasileiro com um tempo de processamento baixo, sendo aproximadamente 19 vezes mais rápido que o *solver Knitro*. Porém, o custo de expansão da solução encontrada com o AHC é 1,8% mais caro do que a solução encontrada com o *solver Knitro*.

Tabela 57 – Resultados para o sistema teste Sul Brasileiro usando o AHC de 5.2

IC (MUSD)	Tempo (segundos)
171,513	367,36
$TL_{(16,19,21)} = 1, TL_{(46,20,21)} = 1, TL_{(47,42,43)} = 1, TL_{(53,6,46)} = 1, TL_{(58,19,25)} = 1,$ $TL_{(68,31,41)} = 1, TL_{(70,41,43)} = 1, TL_{(74,24,25)} = 1, TL_{(78,5,6)} = 1$ $CB_1 = 2, CB_5 = 2, CB_6 = 2, CB_7 = 2, CB_8 = 2, CB_9 = 2,$ $CB_{13} = 2, CB_{18} = 2, CB_{20} = 2, CB_{21} = 2,$ $CB_{22} = 2, CB_{23} = 2, CB_{24} = 2, CB_{25} = 2, CB_{26} = 2,$ $CB_{33} = 2, CB_{35} = 2, CB_{36} = 2, CB_{38} = 2, CB_{40} = 2, CB_{41} = 2,$ $CB_{42} = 2, CB_{43} = 2, CB_{44} = 2, CB_{45} = 2$	

Fonte: Elaboração do autor

Finalmente, foi possível encontrar uma solução de qualidade aceitável para o sistema teste Norte-Nordeste Brasileiro com o AHC. O AHC foi 45 vezes mais rápido do que o *solver Knitro*, porém, a solução é 19,76% mais cara.

Tabela 58 – Resultados para o sistema teste Norte-Nordeste Brasileiro usando o AHC de 5.2

IC (MUSD)	Tempo (segundos)
2.899,410	3.008,30
$TL_{(1,1,2)} = 1, TL_{(19,5,56)} = 1, TL_{(21,5,60)} = 3, TL_{(24,5,80)} = 1, TL_{(30,6,75)} = 1, TL_{(33,7,62)} = 2,$ $TL_{(37,8,53)} = 1, TL_{(41,10,11)} = 8, TL_{(44,11,17)} = 7, TL_{(45,11,53)} = 1, TL_{(46,12,13)} = 1, TL_{(47,12,15)} = 1,$ $TL_{(48,12,17)} = 6, TL_{(49,12,35)} = 5, TL_{(50,12,84)} = 1, TL_{(51,13,14)} = 1, TL_{(52,13,15)} = 8,$ $TL_{(53,13,17)} = 1, TL_{(57,14,45)} = 1, TL_{(58,14,59)} = 1, TL_{(59,15,16)} = 9, TL_{(63,16,44)} = 4, TL_{(64,16,45)} = 1$ $TL_{(65,16,61)} = 3, TL_{(67,17,18)} = 14, TL_{(69,18,50)} = 10, TL_{(71,18,74)} = 1, TL_{(79,21,57)} = 2,$ $TL_{(82,22,58)} = 1, TL_{(85,24,43)} = 1, TL_{(88,25,55)} = 3, TL_{(99,30,63)} = 1, TL_{(112,39,86)} = 1,$ $TL_{(113,40,45)} = 1, TL_{(115,41,64)} = 3, TL_{(116,42,44)} = 12, TL_{(118,43,55)} = 1, TL_{(119,43,58)} = 1,$ $TL_{(122,48,49)} = 12, TL_{(123,48,50)} = 4, TL_{(125,49,50)} = 19, TL_{(128,53,54)} = 4, TL_{(132,54,55)} = 3,$ $TL_{(134,54,63)} = 1, TL_{(135,54,70)} = 1, TL_{(136,54,79)} = 1, TL_{(137,56,57)} = 1, TL_{(138,58,78)} = 1,$ $TL_{(139,60,66)} = 1, TL_{(141,61,64)} = 2, TL_{(142,61,85)} = 2, TL_{(157,70,82)} = 1, TL_{(177,78,80)} = 1$ $CB_5 = 2, CB_6 = 2, CB_7 = 2, CB_{15} = 2, CB_{16} = 2, CB_{17} = 2, CB_{18} = 2, CB_{19} = 2,$ $CB_{20} = 2, CB_{21} = 2, CB_{22} = 2, CB_{23} = 2, CB_{24} = 2, CB_{25} = 2, CB_{26} = 2, CB_{27} = 2,$ $CB_{28} = 2, CB_{29} = 2, CB_{30} = 2, CB_{31} = 2, CB_{34} = 2, CB_{36} = 2, CB_{38} = 2,$ $CB_{39} = 2, CB_{40} = 2, CB_{41} = 2, CB_{42} = 2, CB_{43} = 2, CB_{44} = 2, CB_{45} = 2, CB_{46} = 2,$ $CB_{47} = 2, CB_{48} = 2, CB_{49} = 2, CB_{50} = 2, CB_{51} = 2, CB_{52} = 2, CB_{53} = 2, CB_{54} = 2,$ $CB_{55} = 2, CB_{56} = 2, CB_{57} = 2, CB_{58} = 2, CB_{59} = 2, CB_{60} = 2, CB_{61} = 2,$ $CB_{62} = 2, CB_{63} = 2, CB_{64} = 2, CB_{66} = 2, CB_{70} = 2, CB_{74} = 2, CB_{75} = 2,$ $CB_{78} = 2, CB_{79} = 2, CB_{80} = 2, CB_{82} = 2, CB_{84} = 2, CB_{85} = 2, CB_{86} = 2$	

Fonte: Elaboração do autor

5.8.2 Resultados para as meta-heurísticas

Foram implementadas duas meta-heurísticas para resolver o problema de PERT AC estático, o algoritmo genético de Chu-Beasley e o algoritmo de busca dispersa. Nestes algoritmos clássicos foram feitas modificações para tentar melhorar o desempenho destes algoritmos. As duas meta-heurísticas encontraram a mesma solução para os sistemas testes resolvidos. Os sistemas testes usados foram o sistema IEEE-24, Sul Brasileiro e Norte-Nordeste Brasileiro. Os outros sistemas testes não foram usados porque com as heurísticas foi possível encontrar soluções de alta qualidade que são comparáveis com os resultados obtidos com a técnica exata do *solver Knitro*; portanto, é difícil melhorar muito mais as soluções. O resultado para o sistema teste IEEE-24 é apresentado na Tabela 59. Foi possível obter uma melhoria de 22,52% no custo de

expansão em comparação com a solução do AHC; a diferença com a solução do *solver Knitro* é de 0,64%, o que mostra a efetividade das meta-heurísticas para obter soluções de alta qualidade. Porém, as duas meta-heurísticas terminaram após 5.500 segundos de execução. Portanto, a melhor opção para resolver este sistema teste é usando técnicas de otimização exatas.

Tabela 59 – Resultados para o sistema teste IEEE-24 usando as meta-heurísticas

IC (MUSD)	Tempo (segundos) para o algoritmo genético de Chu-Beasley	Tempo (segundos) para o algoritmo de busca dispersa
221,650	6.152,3	5.780,4

$TL_{(9,3,24)} = 1$, $TL_{(13,6,10)} = 1$, $TL_{(14,7,8)} = 2$, $TL_{(18,9,12)} = 1$, $TL_{(31,15,24)} = 1$
 $CB_3 = 3$, $CB_4 = 3$, $CB_5 = 3$, $CB_8 = 3$, $CB_9 = 3$, $CB_{10} = 3$, $CB_{11} = 3$,
 $CB_{12} = 3$, $CB_{15} = 3$, $CB_{19} = 3$, $CB_{24} = 3$

Fonte: Elaboração do autor

Os resultados para o sistema teste Sul Brasileiro são apresentados na Tabela 60. O custo de expansão obtido com as meta-heurísticas é 4,26% e 2,58% melhor do que as soluções do AHC e do *solver Knitro*, respectivamente. Porém, o tempo de processamento é quase o dobro do que o tempo usado pelo *solver Knitro*. Foi possível obter uma solução de melhor qualidade que o *solver Knitro* porque a solução obtida com as meta-heurísticas tem um corte de carga não maior do que 0,1 MW; porém, não é permitido ter corte de carga na formulação resolvida com o *solver Knitro* o que encarece a solução final.

Tabela 60 – Resultados para o sistema teste Sul Brasileiro usando as meta-heurísticas

IC (MUSD)	Tempo (segundos) para o algoritmo genético de Chu-Beasley	Tempo (segundos) para o algoritmo de busca dispersa
164,206	17.188,1	16.570,2

$TL_{(16,19,21)} = 1$, $TL_{(46,20,21)} = 1$, $TL_{(47,42,43)} = 1$, $TL_{(53,6,46)} = 1$, $TL_{(58,19,25)} = 1$,
 $TL_{(68,31,41)} = 1$, $TL_{(70,41,43)} = 1$, $TL_{(74,24,25)} = 1$, $TL_{(78,5,6)} = 1$
 $CB_1 = 2$, $CB_5 = 2$, $CB_6 = 2$, $CB_7 = 2$, $CB_8 = 2$, $CB_9 = 2$, $CB_{13} = 2$, $CB_{18} = 2$,
 $CB_{20} = 2$, $CB_{21} = 2$, $CB_{22} = 2$, $CB_{23} = 2$, $CB_{24} = 2$, $CB_{25} = 2$, $CB_{26} = 2$, $CB_{33} = 2$,
 $CB_{35} = 2$, $CB_{36} = 2$, $CB_{38} = 2$, $CB_{40} = 2$, $CB_{41} = 2$, $CB_{42} = 2$, $CB_{43} = 2$, $CB_{44} = 2$,
 $CB_{45} = 2$

Fonte: Elaboração do autor

Finalmente, foi possível encontrar uma solução de qualidade aceitável para o sistema teste Norte-Nordeste Brasileiro com as técnicas metaheurísticas. Neste caso a solução é 0,61% mais barata do que a solução obtida com o AHC. Porém a diferença em custo com a solução obtida com o *solver Knitro* é de 19% aproximadamente.

Tabela 61 – Resultados para o sistema teste Norte-Nordeste Brasileiro usando as meta-heurísticas

IC (MUSD)	Tempo (segundos) para o algoritmo genético de Chu-Beasley	Tempo (segundos) para o algoritmo de busca dispersa
2.881,81	261.108,00	310.532,00
$TL_{(1,1,2)} = 1, TL_{(19,5,56)} = 1, TL_{(21,5,60)} = 1, TL_{(24,5,80)} = 1, TL_{(30,6,75)} = 1, TL_{(33,7,62)} = 2,$ $TL_{(37,8,53)} = 1, TL_{(41,10,11)} = 7, TL_{(44,11,17)} = 7, TL_{(45,11,53)} = 1, TL_{(46,12,13)} = 1, TL_{(47,12,15)} = 1,$ $TL_{(48,12,17)} = 6, TL_{(49,12,35)} = 5, TL_{(50,12,84)} = 1, TL_{(51,13,14)} = 1, TL_{(52,13,15)} = 8, TL_{(53,13,17)} = 1,$ $TL_{(57,14,45)} = 1, TL_{(58,14,59)} = 1, TL_{(59,15,16)} = 9, TL_{(63,16,44)} = 4, TL_{(64,16,45)} = 1, TL_{(65,16,61)} = 3,$ $TL_{(67,17,18)} = 14, TL_{(69,18,50)} = 10, TL_{(71,18,74)} = 1, TL_{(79,21,57)} = 2, TL_{(82,22,58)} = 1, TL_{(85,24,43)} = 1,$ $TL_{(88,25,55)} = 3, TL_{(99,30,63)} = 1, TL_{(112,39,86)} = 1, TL_{(113,40,45)} = 1, TL_{(115,41,64)} = 3, TL_{(116,42,44)} = 10,$ $TL_{(118,43,55)} = 1, TL_{(119,43,58)} = 1, TL_{(122,48,49)} = 12, TL_{(123,48,50)} = 4, TL_{(125,49,50)} = 19, TL_{(128,53,54)} = 4,$ $TL_{(132,54,55)} = 3, TL_{(134,54,63)} = 1, TL_{(135,54,70)} = 1, TL_{(136,54,79)} = 1, TL_{(137,56,57)} = 1, TL_{(138,58,78)} = 1,$ $TL_{(139,60,66)} = 1, TL_{(141,61,64)} = 2, TL_{(142,61,85)} = 2, TL_{(157,70,82)} = 1, TL_{(177,78,80)} = 1$ $CB_5 = 2, CB_6 = 2, CB_7 = 2, CB_{15} = 2, CB_{16} = 2, CB_{17} = 2, CB_{18} = 2, CB_{19} = 2,$ $CB_{20} = 2, CB_{21} = 2, CB_{22} = 2, CB_{23} = 2, CB_{24} = 2, CB_{25} = 2, CB_{26} = 2, CB_{27} = 2,$ $CB_{28} = 2, CB_{29} = 2, CB_{30} = 2, CB_{31} = 2, CB_{34} = 2, CB_{36} = 2, CB_{38} = 2,$ $CB_{39} = 2, CB_{40} = 2, CB_{41} = 2, CB_{42} = 2, CB_{43} = 2, CB_{44} = 2, CB_{45} = 2, CB_{46} = 2,$ $CB_{47} = 2, CB_{48} = 2, CB_{49} = 2, CB_{50} = 2, CB_{51} = 2, CB_{52} = 2, CB_{53} = 2, CB_{54} = 2,$ $CB_{55} = 2, CB_{56} = 2, CB_{57} = 2, CB_{58} = 2, CB_{59} = 2, CB_{60} = 2, CB_{61} = 2,$ $CB_{62} = 2, CB_{63} = 2, CB_{64} = 2, CB_{66} = 2, CB_{70} = 2, CB_{74} = 2, CB_{75} = 2,$ $CB_{78} = 2, CB_{79} = 2, CB_{80} = 2, CB_{82} = 2, CB_{84} = 2, CB_{85} = 2, CB_{86} = 2$		

Fonte: Elaboração do autor

Encontrar uma solução de melhor qualidade com as meta-heurísticas é muito difícil devido ao grande número de opções de instalação que tem o sistema Norte-Nordeste Brasileiro. Portanto, deve-se buscar uma estratégia para minimizar o número de opções definindo um intervalo de opções de investimento. Outra opção poderia ser a implementação de uma codificação que considere cada nova linha como uma variável de investimento, sendo uma representação similar ao modelo matemático com restrições disjuntivas.

5.9 CONCLUSÕES

As análises feitas neste capítulo para o algoritmo genético de Chu-Beasley, o algoritmo de Busca Dispersa e as técnicas heurísticas propostas permitem realizar as seguintes conclusões:

- O melhor algoritmo heurístico para o problema de planejamento estático é a heurística que usa o modelo de PERT de CA híbrido.
- O melhor critério heurístico para a heurística construtiva é a maior relação benefício-custo e o melhor critério heurístico para a etapa de melhoria é o menor número de linhas instaladas.
- As técnicas meta-heurísticas tiveram um bom desempenho para melhorar as soluções de boa qualidade das heurísticas e, portanto, deveriam ser usadas para resolver o problema de PERT de CA estático no caso em que não seja possível encontrar uma solução do problema usando técnicas exatas. Porém, em sistemas que tem um grande número de opções de novas instalações pode apresentar dificuldades para encontrar uma solução de alta qualidade.

6 MODELO EXATO PARA REPRESENTAR O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO AC MULTISTÁGIO

NO planejamento estático é considerado um único período de tempo onde são feitos todos os investimentos na rede de transmissão, porém, estes novos elementos são instalados gradualmente na rede de transmissão dependendo se a rede precisa deles nesse período de tempo. Portanto, além de considerar a quantidade (de linhas e transformadores) e o lugar onde serão instalados, deve-se considerar o tempo em que serão instalados. Na modelagem estática do problema de planejamento somente é considerado o valor das demandas no último ano e qualquer investimento que seja indicado na solução do problema deveria iniciar a sua construção no ano inicial do planejamento. O problema com essa aproximação é que uma mudança significativa na demanda antes de chegar no ano final do período de planejamento poderia fazer com que as instalações feitas não sejam tão úteis como foi previsto. Porém, com o planejamento multistágio é possível realizar os investimentos em diferentes períodos de tempo e essas mudanças na demanda poderiam ser consideradas, sendo possível realizar uma tomadas de decisões melhores. Por exemplo, se no ano 0 de planejamento é feita uma projeção de demanda X para o ano 20, e no ano 10 o comportamento da demanda não fosse o esperado, com o planejamento estático novas estruturas estariam construídas ou em processo de construção para atingir a demanda X ,

causando que novos investimentos tenham que ser feitos para corrigir os efeitos dos investimentos prévios. Porém, com um planejamento dividido em estágios é possível realizar análises periódicas dos investimentos que foram considerados necessários em estágios futuros com os valores atualizados das demandas projetadas. O problema de PERT multiestágio usando a formulação AC tem sido pouco estudado na literatura especializada. Só um pequeno número de pesquisas tem considerado o planejamento multiestágio AC (AKBARI; TAVAKOLI BINA, 2014; GOMES; SARAIVA, 2016; JABR, 2013b; KIM; KIM, 2014; MONTES *et al.*, 2016). Alguns desses trabalhos consideram linearizações e relaxações que foram estudadas na Seção 2 e que apresentam erros consideráveis na solução final, portanto, a modelagem deve ser melhorada com o objetivo de obter soluções mais precisas usando o modelo AC não linear. Portanto, o objetivo deste capítulo é estender as formulações do problema de planejamento da transmissão estático de longo prazo considerando alocação de banco de capacitores e reprogramação da geração para o problema multiestágio, e resolve-las usando algoritmos de otimização exata. No capítulo 4 o modelo retangular de correntes e tensões não foi estudado, porém, neste capítulo foi analisado como alternativa para representar o problema de PERT de CA multiestágio. O modelo de *Branch Flow v3* não foi analisado neste capítulo porque apresentou um desempenho inadequado para representar o problema de PERT de CA estático.

6.1 MODELO POLAR DE POTÊNCIAS E TENSÕES PARA O PROBLEMA PERT-AC MULTIESTÁGIO (P-PQV-M)

A modelagem exata para o problema de PERT estático da Seção 4.1 pode ser estendido para planejamento multiestágio que é uma representação mais real do problema de planejamento. O tempo é considerado na formulação usando o subscrito t . Para cada um dos estágios é definido um valor de demanda previsto e da mesma forma um aumento no valor da geração previsto. O problema de planejamento multiestágio tem um grande tamanho porque está composto por T subproblemas de planejamento estáticos interligados pelas variáveis de investimento no tempo, portanto, quanto mais estágios sejam considerados, maior será a dificuldade para resolver o problema. O problema de planejamento multiestágio representado com a formulação polar de potências e tensões é definido pelas equações (309)-(333).

$$\min \sum_{t \in T} \frac{1}{(1+\alpha)^{Y_t^i}} (CE_t + CO_t) \quad (309)$$

$$CE_{t|t=1} = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^L TL_{(l,n,m,1)} + \sum_{n \in \Omega_b} C_n^{CB} CB_{(n,1)} \quad (310)$$

$$CE_{t|t>1} = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^L (TL_{(l,n,m,t)} - TL_{(l,n,m,t-1)}) \\ + \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^{CB} (CB_{(n,t)} - CB_{(n,t-1)}) \quad (311)$$

$$CO_t = \left(\frac{(1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i} - 1}{\alpha (1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i}} \right) \sum_{k \in K} \sum_{n \in \Omega_g^k} \left(C_n^2 (P_{(n,t)}^g)^2 + C_n^1 P_{(n,t)}^g + C_n^0 \right) \quad (312)$$

Sujeito a:

$$P_{(l,n,m,t)}^{from,PF} = v_{(n,t)}^2 g_{(l,n,m)} - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right. \\ \left. + b_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (313)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from,PF} = -v_{(n,t)}^2 (b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)}) - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right. \\ \left. - b_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (314)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{to,PF} = v_{(m,t)}^2 g_{(l,n,m)} - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right. \\ \left. - b_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (315)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{to,PF} = -v_{(m,t)}^2 (b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)}) + v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right. \\ \left. + b_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (316)$$

$$P_{(n,t)}^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} P_{(l,n,m,t)}^{from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} P_{(l,n,m,t)}^{to} + g_n^{sh} v_{(n,t)}^2 + P_{(n,t)}^d \quad (317)$$

$$q_{(n,t)}^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} Q_{(l,n,m,t)}^{from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} Q_{(l,n,m,t)}^{to} - (b_n^{sh} + b_n^{CB} CB_{(n,t)}) v_{(n,t)}^2 + Q_{(n,t)}^d \quad (318)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{from} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) P_{(l,n,m,t)}^{from,PF} \quad (319)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) Q_{(l,n,m,t)}^{from,PF} \quad (320)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{to} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) P_{(l,n,m,t)}^{to,PF} \quad (321)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{to} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) Q_{(l,n,m,t)}^{to,PF} \quad (322)$$

$$\left(P_{(l,n,m,t)}^{from} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{from} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) \right)^2 \quad (323)$$

$$\left(P_{(l,n,m,t)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{to} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) \right)^2 \quad (324)$$

$$v_n^{min} \leq v_{(n,t,k)} \leq v_n^{max} \quad (325)$$

$$P_n^{min} \leq P_{(n,t)}^g \leq P_n^{max} \quad (326)$$

$$Q_n^{min} \leq q_{(n,t)}^g \leq Q_n^{max} \quad (327)$$

$$TL_{(l,n,m,t)} \geq TL_{(l,n,m,t-1)} \quad (328)$$

$$TL_{(l,n,m,|T|)} \leq TL_{(l,n,m)}^{max} - n_{(l,n,m)}^0 \quad (329)$$

$$CB_{(n,t)} \geq CB_{(n,t-1)} \quad (330)$$

$$CB_{(n,|r|)} \leq CB_n^{\max} \quad (331)$$

$$\theta_{(slack,t)} = 0 \quad (332)$$

$$TL_{(l,n,m,t)}, CB_{(n,t)} \text{ integer} \quad (333)$$

A função objetivo (309) minimiza o custo total de investimento e operação do problema de PERT para todos os estágios. Em (309) o valor presente do custo de operação e expansão em cada estágio é calculado. O custo de expansão para o primeiro estágio é definido em (310). O custo de expansão (311) é definida para os estágios maiores que o primeiro estágio. A equação (311) permite que os investimentos de um estágio anterior não sejam considerados novos investimentos no estágio atual. O custo de operação para todos os estágios é definido em (312). O valor presente do ano final de cada estágio de operação é calculado considerando ano inicial do estágio como o ano presente em que o custo deve ser referido. Os fluxos de potência ativa e reativa para cada circuito e para cada estágio são definidos nas restrições (313)-(316). Os balanços de potência ativa e reativa são definidos nas restrições (317) e (318). As restrições de fluxo de potência ativa e reativa são definidos nas restrições (319)-(322). Os limites de fluxo de potência aparente são definidos nas restrições (323) e (324). Os limites superior e inferior da magnitude da tensão, e da geração de potência ativa e reativa são definidos nas restrições (325)-(327). As restrições (328) e (330) indicam que uma linha ou capacitor instalado no estágio atual não pode ser removido nos estágios futuros. O número máximo de linhas e capacitores que podem ser instaladas num corredor ou barra de demanda é definido nas restrições (329) e (331). A barra de referência é definida na restrição (332). A integralidade das variáveis de investimento é definida em (333).

6.2 MODELO RETANGULAR DE POTÊNCIAS E TENSÕES PARA O PROBLEMA PERT-AC MULTIESTÁGIO (R-PQV-M)

Uma segunda representação do modelo de potências e tensões tem sido analisada usando a representação retangular das equações complexas. O objetivo desta análise é determinar se a representação retangular ajuda a diminuir o tempo de processamento requerido para resolver o problema. Neste caso, as tensões complexas são descompostas em suas componentes reais e imaginárias, o que permite construir uma formulação quadrática que não contenha funções trigonométricas. A formulação retangular de potências e tensões é definida nas equações (334)-(358).

$$\min \sum_{t \in T} \frac{1}{(1+\alpha)^{Y_t^i}} (CE_t + CO_t) \quad (334)$$

$$CE_{t|t=1} = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^L TL_{(l,n,m,1)} + \sum_{n \in \Omega_b} C_n^{CB} CB_{(n,1)} \quad (335)$$

$$CE_{t|t>1} = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^L (TL_{(l,n,m,t)} - TL_{(l,n,m,t-1)}) \\ + \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^{CB} (CB_{(n,t)} - CB_{(n,t-1)}) \quad (336)$$

$$CO_t = \left(\frac{(1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i} - 1}{\alpha(1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i}} \right) \sum_{k \in K} \sum_{n \in \Omega_g^k} \left(C_n^2 (P_{(n,t)}^g)^2 + C_n^1 P_{(n,t)}^g + C_n^0 \right) \quad (337)$$

Sujeito a:

$$P_{(l,n,m,t)}^{from,PF} = g_{(l,n,m)} \left((v_{(n,t)}^r)^2 + (v_{(n,t)}^j)^2 \right) - \left((v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j) g_{(l,n,m)} \right. \\ \left. - (v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r) b_{(l,n,m)} \right) \quad (338)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from,PF} = - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) \left((v_{(n,t)}^r)^2 + (v_{(n,t)}^j)^2 \right) + \\ \left((v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j) b_{(l,n,m)} + (v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r) g_{(l,n,m)} \right) \quad (339)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{to,PF} = g_{(l,n,m)} \left((v_{(m,t)}^r)^2 + (v_{(m,t)}^j)^2 \right) - \left((v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j) g_{(l,n,m)} \right. \\ \left. + (v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r) b_{(l,n,m)} \right) \quad (340)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from,PF} = - \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) \left((v_{(m,t)}^r)^2 + (v_{(m,t)}^j)^2 \right) \\ + \left((v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^r + v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^j) b_{(l,n,m)} - (v_{(n,t)}^r v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j v_{(m,t)}^r) g_{(l,n,m)} \right) \quad (341)$$

$$P_{(n,t)}^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} P_{(l,n,m,t)}^{from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} P_{(l,n,m,t)}^{to} + g_n^{sh} \left((v_{(n,t)}^r)^2 + (v_{(n,t)}^j)^2 \right) + P_{(n,t)}^d \quad (342)$$

$$q_{(n,t)}^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} Q_{(l,n,m,t)}^{from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} Q_{(l,n,m,t)}^{to} - \left(b_n^{sh} + b_n^{CB} CB_{(n,t)} \right) \left((v_{(n,t)}^r)^2 + (v_{(n,t)}^j)^2 \right) + Q_{(n,t)}^d \quad (343)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{from} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) P_{(l,n,m,t)}^{from,PF} \quad (344)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) Q_{(l,n,m,t)}^{from,PF} \quad (345)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{to} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) P_{(l,n,m,t)}^{to,PF} \quad (346)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{to} = \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) Q_{(l,n,m,t)}^{to,PF} \quad (347)$$

$$\left(P_{(l,n,m,t)}^{from} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{from} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) \right)^2 \quad (348)$$

$$\left(P_{(l,n,m,t)}^{to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{to} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} \left(n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)} \right) \right)^2 \quad (349)$$

$$\left(v_n^{min} \right)^2 \leq \left(v_{(n,t)}^r \right)^2 + \left(v_{(n,t)}^j \right)^2 \leq \left(v_n^{max} \right)^2 \quad (350)$$

$$P_n^{min} \leq P_{(n,t)}^g \leq P_n^{max} \quad (351)$$

$$Q_n^{min} \leq q_{(n,t)}^g \leq Q_n^{max} \quad (352)$$

$$TL_{(l,n,m,t)} \geq TL_{(l,n,m,t-1)} \quad (353)$$

$$TL_{(l,n,m,|T|)} \leq TL_{(l,n,m)}^{\max} - n_{(l,n,m)}^0 \quad (354)$$

$$CB_{(n,t)} \geq CB_{(n,t-1)} \quad (355)$$

$$CB_{(n,|T|)} \leq CB_n^{\max} \quad (356)$$

$$v_{(slack,t)}^j = 0 \quad (357)$$

$$TL_{(l,n,m,t)}, CB_{(n,t)} \text{ integer} \quad (358)$$

A função objetivo e as restrições (344)-(349), (351)-(356) e (358) foram explicadas na subseção anterior. As equações de fluxo de potência ativa e reativa para os circuitos do sistema de potência em termos das componentes reais e imaginárias das tensões são definidas nas restrições (338)-(341). Os balanços de potência ativa e reativa em termos dos fluxos de potência e injeções de potência dos elementos *shunt* considerando as componentes reais e imaginárias das tensões são definidos nas restrições (342) e (343). Os limites da magnitude da tensão para os nós do sistema são definidos na restrição (350). A componente imaginária da tensão no nó *slack* tem que ser igual que zero como é definido em (358); isto é equivalente a fixar o valor do ângulo da tensão no nó *slack* em zero.

6.3 MODELO RETANGULAR DE CORRENTES E TENSÕES PARA O PROBLEMA PERT-AC MULTIESTÁGIO (R-IV-M)

Outra formulação que tem sido estudada para representar o problema de planejamento multiestágio é a formulação em coordenadas retangulares de correntes e tensões. Esta formulação para o problema de planejamento multiestágio está baseada na mesma formulação proposta para o problema de FPO na Subseção 2.1.3. Esta formulação foi analisada com o objetivo de determinar se a formulação permite obter a solução ótima do problema num tempo de execução menor ao tempo requerido para resolver o mesmo problema com a representação polar ou retangular de potências e tensões. Esta formulação é interessante porque a formulação usa variáveis diferentes para representar o mesmo fenômeno físico (os fluxos de potência), formando um novo espaço de solução. O modelo matemático é definido nas equações (359)-(385).

$$\min \sum_{t \in T} \frac{1}{(1+\alpha)^{Y_t}} (CE_t + CO_t) \quad (359)$$

$$CE_{t|t=1} = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^L TL_{(l,n,m,1)} + \sum_{n \in \Omega_b} C_n^{CB} CB_{(n,1)} \quad (360)$$

$$CE_{t|t>1} = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^L (TL_{(l,n,m,t)} - TL_{(l,n,m,t-1)}) + \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^{CB} (CB_{(n,t)} - CB_{(n,t-1)}) \quad (361)$$

$$CO_t = \left(\frac{(1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i} - 1}{\alpha(1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i}} \right) \sum_{k \in K} \sum_{n \in \Omega_g^k} \left(C_n^2 (P_{(n,t)}^g)^2 + C_n^1 P_{(n,t)}^g + C_n^0 \right) \quad (362)$$

Sujeito a:

$$i_{(l,n,m,t)}^{r,from,PF} = g_{(l,n,m)} (v_{(n,t)}^r - v_{(m,t)}^r) - (b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)}) v_{(n,t)}^j + b_{(l,n,m)} v_{(m,t)}^j \quad (363)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{j,from,PF} = g_{(l,n,m)} (v_{(n,t)}^j - v_{(m,t)}^j) + (b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)}) v_{(n,t)}^r - b_{(l,n,m)} v_{(m,t)}^r \quad (364)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{r,to,PF} = g_{(l,n,m)} (v_{(m,t)}^r - v_{(n,t)}^r) - (b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)}) v_{(m,t)}^j + b_{(l,n,m)} v_{(n,t)}^j \quad (365)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{j,to,PF} = g_{(l,n,m)} (v_{(m,t)}^j - v_{(n,t)}^j) + (b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)}) v_{(m,t)}^r - b_{(l,n,m)} v_{(n,t)}^r \quad (366)$$

$$P_{(n,t)}^g - (v_{(n,t)}^r i_{(n,t)}^r + v_{(n,t)}^j i_{(n,t)}^j) - P_{(n,t)}^d = 0 \quad (367)$$

$$q_{(n,t)}^g - (v_{(n,t)}^j i_{(n,t)}^r - v_{(n,t)}^r i_{(n,t)}^j) - Q_{(n,t)}^d = 0 \quad (368)$$

$$\sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} i_{(l,n,m,t)}^{r,from} + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} i_{(l,m,n,t)}^{r,to} + g_n^{sh} v_{(n,t)}^r - (b_n^{sh} + b_n^{CB} CB_{(n,t)}) v_{(n,t)}^j - i_{(n,t)}^r = 0 \quad (369)$$

$$\sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} i_{(l,n,m,t)}^{j,from} + \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} i_{(l,m,n,t)}^{j,to} + g_n^{sh} v_{(n,t)}^j + (b_n^{sh} + b_n^{CB} CB_{(l,n,m,t)}) v_{(n,t)}^r - i_{(n,t)}^j = 0 \quad (370)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{r,from} = (n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)}) i_{(l,n,m,t)}^{r,from,PF} \quad (371)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{j,from} = (n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)}) i_{(l,n,m,t)}^{j,from,PF} \quad (372)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{r,to} = (n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)}) i_{(l,n,m,t)}^{r,to,PF} \quad (373)$$

$$i_{(l,n,m,t)}^{j,to} = (n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)}) i_{(l,n,m,t)}^{j,to,PF} \quad (374)$$

$$\left(i_{(l,n,m,t,k)}^{r,from} \right)^2 + \left(i_{(l,n,m,t,k)}^{j,from} \right)^2 \leq \left(I_{(l,n,m)}^{max} (n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)}) \right)^2 \quad (375)$$

$$\left(i_{(l,n,m,t)}^{r,to} \right)^2 + \left(i_{(l,n,m,t)}^{j,to} \right)^2 \leq \left(I_{(l,n,m)}^{max} (n_{(l,n,m)}^0 + TL_{(l,n,m,t)}) \right)^2 \quad (376)$$

$$\left(v_n^{min} \right)^2 \leq \left(v_{(n,t,k)}^r \right)^2 + \left(v_{(n,t,k)}^j \right)^2 \leq \left(v_n^{max} \right)^2 \quad (377)$$

$$P_n^{min} \leq P_{(n,t)}^g \leq P_n^{max} \quad (378)$$

$$Q_n^{min} \leq q_{(n,t)}^g \leq Q_n^{max} \quad (379)$$

$$TL_{(l,n,m,t)} \geq TL_{(l,n,m,t-1)} \quad (380)$$

$$TL_{(l,n,m,|T|)} \leq TL_{(l,n,m)}^{max} - n_{(l,n,m)}^0 \quad (381)$$

$$CB_{(n,t)} \geq CB_{(n,t-1)} \quad (382)$$

$$CB_{(n,|T|)} \leq CB_n^{max} \quad (383)$$

$$v_{(slack,t)}^j = 0 \quad (384)$$

$$TL_{(l,n,m,t)}, CB_{(n,t)} \text{ integer} \quad (385)$$

A função objetivo e as restrições (378)-(383) e (385) foram explicadas na Subseção 6.1. As equações de corrente real e imaginaria que flui através dos circuitos do sistema de potência são definidas nas restrições (363)-(366). Os balanços de potência

ativa e reativa em termos das componentes reais e imaginárias das correntes e tensões são definidas nas restrições (367) e (368). Os balanços de correntes real e imaginário nas barras do sistema são definidos nas restrições (369) e (370). Os fluxos de correntes reais e imaginárias são definidos nas restrições (371)-(374). Os limites de correntes e tensões são definidos nas restrições (375)-(377).

6.4 ANÁLISES DOS RESULTADOS

Para testar os modelos matemáticos foi usado o sistema teste Garver e IEEE 118. Os dados desses sistemas testes podem ser encontrados em (LAPSEE, [2010?]). A versão do *Knitro solver* utilizada para resolver o problema é a 11.0.1. Para resolver as formulações matemáticas foram usados 6 *threads* em um servidor com um processador Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2650 v4 @ 2,20GHz. O limite de tempo definido para resolver cada um dos modelos foi de 2 dias. Os parâmetros usados para otimizar o *Knitro solver* para cada um das formulações matemáticas são definidos na Tabela 64. Neste caso não foi possível encontrar a solução ótima com um gap 0% para as formulações matemáticas no tempo estabelecido. Os resultados para as diferentes formulações não lineares são apresentados na Tabela 62. A melhor solução foi obtida com a formulação P-PQV-M com um valor de \$194,988 MUSD e um gap de 0,69%. O resultado com o modelo R-PQV-M foi pior, tendo um valor de \$236,857 MUSD e um gap de 18,79%. Neste caso, a solução inteira do modelo R-PQV-M foi encontrada com o algoritmo heurístico que está incorporado no *solver Knitro*, e o método de *Branch and Bound* não conseguiu melhorar essa resposta. Finalmente, após 2 dias de execução não foi possível encontrar uma solução inteira factível para a formulação R-IV-M.

Tabela 62 – Resultados para o sistema teste IEEE 118

	OC (MUSD)	IC (MUSD)	GAP(%)	Tempo (horas)
P-PQV-M	168,204	26,784	0,69	48
R-PQV-M	167,638	69,219	18,79	48
R-IV-M	---	---	---	48

Fonte: Elaboração do autor

O número de variáveis e restrições para os diferentes modelos não lineares são apresentados na Tabela 63. Neste caso, o número de variáveis inteiras das formulações é igual porque as variáveis inteiras correspondem às novas linhas e capacitores a serem

instalados e que, portanto, devem ser iguais nas três formulações. O número de variáveis contínuas das formulações P-PQV-M e R-PQV-M é igual, porém, a representação R-IV é 1,18 maior em número de variáveis contínuas. A formulação P-PQV-M tem o menor número de restrições não lineares de todas as formulações não lineares; as formulações R-PQV-M e R-IV-M são 1,10 e 1,34 maiores em número de restrições não lineares que a formulação P-PQV-M. Finalmente, o número de restrições lineares das formulações P-PQV-M e R-PQV-M é igual, porém, o número de restrições lineares da formulação R-IV-M é 0,11 vezes menor se comparado com as outras formulações não lineares. Pode-se observar que existe uma diferença em tamanho das diferentes formulações não lineares, porém, o tamanho não é suficiente para explicar as grandes diferenças em custo e a dificuldade do *solver* em resolver as formulações. Outro fator que causa impacto no comportamento do *solver* é a estrutura matemática das formulações e os limites das variáveis e restrições. Neste caso, o espaço de solução definido pelo modelo P-PQV-M foi mais favorável para o *solver*, permitindo encontrar uma solução de boa qualidade no tempo definido. Porém, as outras formulações causam problemas no método *Branch and Bound* do *solver Knitro* para encontrar soluções de boa qualidade no tempo definido.

Tabela 63 – Numero de restrições lineares (LC), restrições não lineares (NLC), variáveis contínuas (CVAR) e variáveis inteiras (IVAR) para o sistema teste IEEE

118

	LC	NLC	CVAR	IVAR
P-PQV-M	861	3.414	3.885	705
R-PQV-M	861	3.768	3.885	705
R-IV-M	768	4.572	4.596	705

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 64 – Parâmetros do *Knitro solver* para as diferentes formulações matemáticas

	bar_murule	linsolver	bar_directinterval
P-PQV	4	5	10
R-PQV	4	2	10
R-IV	1	2	10

Fonte: Elaboração do autor

Finalmente, na Tabela 65 são apresentadas as diferentes soluções obtidas com as formulações matemáticas estudadas. O símbolo \emptyset representa que não foram feitas adições no estágio específico. Pode-se observar que muitas das adições determinadas com o modelo P-PQV-M são as mesmas que as adições determinadas com a formulação

R-PQV-M. Devido que as duas soluções correspondem a ótimos locais diferentes, então é possível fazer uma análise que permita determinar linhas e capacitores que tenham uma alta chance de serem instalados no sistema. Seria possível então usar esta informação para reduzir o número de variáveis inteiras nas formulações, fixando estas variáveis

Tabela 65 – Linhas e capacitores instalados no sistema IEEE-118 com as formulações matemáticas exatas

	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
P-PQV-M	$TL_{(7,8,9,1)} = 1$, $TL_{(9,9,10,1)} = 1$, $TL_{(152,99,100,1)} = 1$ \emptyset	\emptyset $CB_{(93,2)} = 2$	$TL_{(37,8,30,3)} = 1$, $TL_{(38,26,30,3)} = 1$, $TL_{(51,38,37,3)} = 1$, $TL_{(139,93,94,3)} = 1$ $CB_{(79,3)} = 1$
R-PQV-M	$TL_{(7,8,9,1)} = 1$, $TL_{(9,9,10,1)} = 1$, $TL_{(146,80,99,1)} = 1$, $TL_{(152,99,100,1)} = 1$ \emptyset	$TL_{(8,8,5,2)} = 1$, $TL_{(137,92,93,2)} = 1$, $TL_{(171,17,113,2)} = 1$ $CB_{(93,2)} = 1$	$TL_{(4,3,5,3)} = 1$, $TL_{(5,5,6,3)} = 1$, $TL_{(37,8,30,3)} = 1$, $TL_{(38,26,30,3)} = 1$, $TL_{(41,23,32,3)} = 1$, $TL_{(51,38,37,3)} = 1$ $CB_{(21,3)} = 2$, $CB_{(22,3)} = 2$, $CB_{(93,3)} = 1$
R-IV-M	\emptyset \emptyset	\emptyset \emptyset	\emptyset \emptyset

Fonte: Elaboração do autor

As soluções obtidas com as diferentes formulações matemáticas para o sistema teste Garver são apresentadas em Tabela 66-Tabela 68. Neste teste, foi possível encontrar a solução ótima das diferentes representações matemáticas do problema de PERT AC multiestágio. O custo total da solução do sistema Garver é MUSD\$ 577.054. A diferença neste caso é o esforço computacional requerido para resolver cada uma das formulações. A formulação que requereu o maior esforço computacional foi a formulação P-PQV-M com um tempo de execução de 987 segundos. A formulação R-IV-M permitiu encontrar a mesma solução em 51 segundos, sendo aproximadamente 19 vezes mais rápido que resolver o problema representado com a formulação P-PQV-M, porém, como foi mostrado nos resultados do sistema teste IEEE 118, o modelo P-PQV-M é mais robusto permitindo aos pacotes de otimização encontrar soluções de boa qualidade com um tempo de processamento aceitável. Por tanto, para sistemas testes

pequenos a melhor representação é a formulação R-IV-M e para sistemas de maior tamanho a formulação P-PQV-M é a melhor representação.

Tabela 66 – Resultados para o sistema teste Garver

	OC (MUSD)	IC (MUSD)	GAP(%)	Tempo (segundos)
P-PQV-M	521,766	55,288	0	986,65
R-PQV-M	521,766	55,288	0	702,93
R-IV-M	521,766	55,288	0	50,53

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 67 – Numero de restrições lineares (LC), restrições não lineares (NLC), variáveis contínuas (CVAR) e variáveis inteiras (IVAR) para o sistema Garver

	LC	NLC	CVAR	IVAR
P-PQV-M	77	279	291	54
R-PQV-M	77	297	291	54
R-IV-M	68	342	327	54

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 68 – Linhas e capacitores instalados no sistema Garver com as formulações matemáticas exatas

	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
Solução para todas as formulações	$TL_{(6,2,3,1)} = 1$, $TL_{(11,3,5,1)} = 1$, $CB_{(2,1)} = 1$, $CB_{(4,1)} = 2$	$TL_{(14,4,6,2)} = 2$ $CB_{(5,2)} = 1$	$TL_{(9,2,6,3)} = 1$ $CB_{(4,3)} = 1$, $CB_{(5,3)} = 1$

Fonte: Elaboração do autor

Finalmente foi observado que os pacotes de otimização atuais de programação não linear comerciais (*Knitro* e *Baron*) usam métodos de otimização para problemas de programação inteira que são sequenciais o que faz com que o tempo de execução seja proibitivo em alguns casos. Porém, como é mencionado em (KNITRO, [200-]), no curto prazo é possível que o *Knitro solver* integre o método de programação inteira paralelizado o que aumentaria a possibilidade de resolver problemas de grande porte como o problema de PERT de CA multiestágio.

6.5 CONCLUSÕES

Deste análise podem ser feitas as seguintes conclusões:

- Com os pacotes de otimização atuais não é possível resolver o problema de PERT de CA multiestágio ou problemas de maior tamanho de forma ótima,

garantindo um gap de 0%. Portanto, relaxações ou técnicas não convencionais de otimização como as heurísticas e/ou meta-heurísticas devem ser usadas de forma paralela com os pacotes de otimização comerciais para resolver o problema.

- O maior problema dos pacotes de otimização atuais ou de muitas técnicas de solução para problemas de otimização é que não aproveitam as capacidades das tecnologias atuais como são os múltiplos núcleos que tem os processadores atuais, e, portanto, alguns problemas de programação não linear inteira mista (como o problema de PERT de CA multiestágio) não podem ser resolvidos usando técnicas de otimização exatas, garantindo um gap de 0%.
- Das formulações não lineares analisadas, a formulação P-PQV-M apresentou o melhor desempenho em termos de qualidade de solução encontrada e, portanto, é a formulação mais adequada para representar o problema de planejamento de sistemas de transmissão AC multiestágio.

7 ALGORÍTMOS META-HEURÍSTICOS PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO AC MULTIESTÁGIO

AS técnicas exatas de solução atuais para problemas de programação não linear inteira mista são insuficientes para resolver o problema de planejamento da transmissão multiestágio de longo prazo, portanto, devem ser utilizadas técnicas heurísticas e meta-heurísticas para resolver esse tipo de problema. Portanto, o objetivo deste capítulo é adaptar as técnicas heurísticas e meta-heurísticas, usadas para resolver o problema de planejamento da transmissão estático, para resolver o problema de planejamento da transmissão multiestágio e o problema de alocação de fontes de reativos multiestágio considerando reprogramação da geração.

7.1 ALGORITMO HEURÍSTICO CONSTRUTIVO USANDO O MODELO DE PERT AC HÍBRIDO MULTIESTÁGIO

O algoritmo heurístico construtivo proposto para o problema de PERT AC estático na Seção 5.2 é modificado para considerar o problema de PERT AC multiestágio. O modelo híbrido de PERT AC multiestágio é definido pelas equações (386)-(411).

$$\min \sum_{t \in T} \frac{1}{(1+\alpha)^{Y_t^i}} (CE_t + CO_t) \quad (386)$$

$$CE_{t|t=1} = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^L TL_{(l,n,m,1)} + \sum_{n \in \Omega_b} C_n^{CB} CB_{(n,1)} \quad (387)$$

$$CE_{t|t>1} = \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^L (TL_{(l,n,m,t)} - TL_{(l,n,m,t-1)}) \\ + \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} C_{(l,n,m)}^{CB} (CB_{(n,t)} - CB_{(n,t-1)}) \quad (388)$$

$$CO_t = \left(\frac{(1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i} - 1}{\alpha(1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i}} \right) \sum_{k \in K} \sum_{n \in \Omega_g^k} \left(C_n^2 (P_{(n,t)}^g)^2 + C_n^1 P_{(n,t)}^g + C_n^0 \right) \quad (389)$$

Sujeito a:

$$P_{(l,n,m,t)}^{from,PF} = v_{(n,t)}^2 g_{(l,n,m)} - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right. \\ \left. + b_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (390)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from,PF} = -v_{(n,t)}^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right. \\ \left. - b_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (391)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{to,PF} = v_{(m,t)}^2 g_{(l,n,m)} - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right. \\ \left. - b_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (392)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{to,PF} = -v_{(m,t)}^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) + v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right. \\ \left. + b_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (393)$$

$$P_{(n,t)}^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} P_{(l,n,m,t)}^{0,from} + \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} P_{(l,n,m,t)} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} P_{(l,n,m,t)}^{0,to} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} P_{(l,m,n,t)} \\ + g_n^{sh} v_{(n,t)}^2 + P_{(n,t)}^d \quad (394)$$

$$q_{(n,t)}^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} Q_{(l,n,m,t)}^{from} + \sum_{(l,n,m) \in \Omega_l} Q_{(l,n,m,t)} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} Q_{(l,n,m,t)}^{to} - \sum_{(l,m,n) \in \Omega_l} Q_{(l,m,n,t)} \\ - \left(b_n^{sh} + b_n^{CB} CB_{(n,t)} \right) v_{(n,t)}^2 + Q_{(n,t)}^d \quad (395)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{0,from} = n_{(l,n,m)}^0 P_{(l,n,m,t)}^{from,PF} \quad (396)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{0,from} = n_{(l,n,m)}^0 Q_{(l,n,m,t)}^{from,PF} \quad (397)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{0,to} = n_{(l,n,m)}^0 P_{(l,n,m,t)}^{to,PF} \quad (398)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{0,to} = n_{(l,n,m)}^0 Q_{(l,n,m,t)}^{to,PF} \quad (399)$$

$$\left(P_{(l,n,m,t)}^{0,from} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{0,from} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{\max} n_{(l,n,m)}^0 \right)^2 \quad (400)$$

$$\left(P_{(l,n,m,t)}^{0,to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{0,to} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{\max} n_{(l,n,m)}^0 \right)^2 \quad (401)$$

$$\left(P_{(l,n,m,t)} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,t)} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{\max} TL_{(l,n,m,t)} \right)^2 \quad (402)$$

$$v_n^{\min} \leq v_{(n,t,k)} \leq v_n^{\max} \quad (403)$$

$$P_n^{\min} \leq P_{(n,t)}^g \leq P_n^{\max} \quad (404)$$

$$Q_n^{\min} \leq q_{(n,t)}^g \leq Q_n^{\max} \quad (405)$$

$$TL_{(l,n,m,t)} \geq TL_{(l,n,m,t-1)} \quad (406)$$

$$TL_{(l,n,m,|T|)} \leq TL_{(l,n,m)}^{\max} - n_{(l,n,m)}^0 \quad (407)$$

$$CB_{(n,t)} \geq CB_{(n,t-1)} \quad (408)$$

$$CB_{(n,|T|)} \leq CB_n^{\max} \quad (409)$$

$$\theta_{(slack,t)} = 0 \quad (410)$$

$$TL_{(l,n,m,t)}, CB_{(n,t)} \text{ integer} \quad (411)$$

A função objetivo (386) minimiza o custo total de investimento e operação do problema de PERT para todos os estágios. Em (386) o valor presente do custo de operação e expansão em cada estágio é calculado. O custo de expansão para o primeiro estágio é definido em (387). O custo de expansão (388) é definido para os estágios maiores que o primeiro estágio. A equação (388) permite que os investimentos de um estágio anterior não sejam considerados novos investimentos no estágio atual. O custo de operação para todos os estágios é definido em (389). O valor presente do ano final de cada estágio de operação é calculado considerando ano inicial do estágio como o ano presente em que o custo deve ser referido. Os fluxos de potência ativa e reativa para cada circuito e para cada estágio são definidos nas restrições (390)-(393). Os balanços de potência ativa e reativa considerando os fluxos de potência pelos circuitos existentes e candidatos são definidos nas restrições (394) e (395). As restrições de fluxo de potência ativa e reativa pelos circuitos existentes são definidas nas restrições (396)-(399). Os limites de fluxo de potência aparente para os circuitos existentes e candidatos são definidos nas restrições (400)-(402). Os limites superior e inferior da magnitude da tensão, e da geração de potência ativa e reativa são definidos nas restrições (403)-(405). As restrições (406) e (408) indicam que uma linha ou capacitor instalado no estágio atual não pode ser removido nos estágios futuros. O número máximo de linhas e capacitores que podem ser instaladas num corredor ou barra de demanda é definido nas restrições (407) e (409). A barra de referência é definida na restrição (410). A integralidade das variáveis de investimento é definida em (411).

O algoritmo heurístico construtivo usa o modelo matemático definido previamente para determinar iterativamente se novos circuitos ou capacitores devem ser instalados no sistema de transmissão. O algoritmo heurístico construtivo tem os seguintes passos:

1. Ler os dados do sistema e construir o modelo híbrido de PERT AC multiestágio.
2. Resolver o modelo híbrido de PERT AC multiestágio.

3. Selecionar o novo capacitor candidato que vai ser instalado no sistema usando o critério da máxima relação benefício-custo e adicionar um novo capacitor na barra selecionada e no estágio selecionado. Se não tem mais capacitores a serem instalados ir para o passo 5.
4. Resolver o modelo híbrido de PERT AC multiestágio com a nova configuração de capacitores. Voltar para o passo 3.
5. Selecionar a nova linha candidata que vai ser instalada no sistema usando o critério da máxima relação benefício-custo e adicionar uma nova linha no corredor selecionado e no estágio selecionado. Se não tem mais linhas a serem instaladas ir para o algoritmo heurístico destrutivo.
6. Resolver o modelo híbrido de PERT AC multiestágio com a nova configuração de linhas. Voltar para o passo 5.

O algoritmo anterior tem as seguintes considerações:

1. O processo de seleção de linhas e capacitores candidatos a serem instalados é feito começando pelo primeiro estágio. Uma vez que não é necessário adicionar novas linhas ou capacitores no primeiro estágio o segundo estágio é analisado. O processo é repetido até que todos os estágios sejam analisados.
2. Devido à que uma linha ou capacitor instalado num estágio t não pode ser removido num estágio $t+1$, uma linha ou capacitor instalado no período t deve ser instalado em todos os períodos posteriores ao período t .

7.2 ALGORITMO HEURÍSTICO DESTRUTIVO PARA O PROBLEMA PERT AC MULTIESTÁGIO

Após resolver o problema de planejamento multiestágio AC, é possível melhorar a solução usando o algoritmo heurístico destrutivo (AHD) apresentado nesta Seção. No Capítulo 5 o algoritmo heurístico destrutivo é apresentado como a etapa de melhoria da solução. O problema de fluxo de potência ótimo multiestágio é resolvido iterativamente no AHD para determinar o corte de carga de potência ativa e reativa da solução. O modelo de FPO é definido nas equações (412)-(429).

$$\min \sum_{t \in T} \left(\frac{CO_t}{(1+\alpha)^{Y_t}} + \gamma (P_{(n,t)}^{LSP} + Q_{(n,t)}^{LSP}) \right) \quad (412)$$

$$CO_t = \left(\frac{(1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i} - 1}{\alpha(1+\alpha)^{Y_t^f - Y_t^i}} \right) \sum_{k \in K} \sum_{n \in \Omega_g} \left(C_n^2 \left(P_{(n,t)}^g \right)^2 + C_n^1 P_{(n,t)}^g + C_n^0 \right) \quad (413)$$

Sujeito a:

$$P_{(l,n,m,t)}^{from,PF} = v_{(n,t)}^2 g_{(l,n,m)} - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) + b_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (414)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{from,PF} = -v_{(n,t)}^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) - b_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (415)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{to,PF} = v_{(m,t)}^2 g_{(l,n,m)} - v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) - b_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (416)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{to,PF} = -v_{(m,t)}^2 \left(b_{(l,n,m)}^{sh} + b_{(l,n,m)} \right) + v_{(n,t)} v_{(m,t)} \left(g_{(l,n,m)} \text{sen}(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) + b_{(l,n,m)} \cos(\theta_{(n,t)} - \theta_{(m,t)}) \right) \quad (417)$$

$$P_{(n,t)}^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} P_{(l,n,m,t)}^{0,from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} P_{(l,n,m,t)}^{0,to} + g_n^{sh} v_{(n,t)}^2 + P_{(n,t)}^d - P_{(n,t)}^{LSP} \quad (418)$$

$$q_{(n,t)}^g = \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n < m}} Q_{(l,n,m,t)}^{from} + \sum_{\substack{(l,n,m) \in \Omega_l \\ n > m}} Q_{(l,n,m,t)}^{to} - \left(b_n^{sh} + b_n^{CB} n_{(l,n,m,t)}^{CB,0} \right) v_{(n,t)}^2 + Q_{(n,t)}^d - Q_{(n,t)}^{LSP} \quad (419)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{0,from} = n_{(l,n,m)}^0 P_{(l,n,m,t)}^{from,PF} \quad (420)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{0,from} = n_{(l,n,m)}^0 Q_{(l,n,m,t)}^{from,PF} \quad (421)$$

$$P_{(l,n,m,t)}^{0,to} = n_{(l,n,m)}^0 P_{(l,n,m,t)}^{to,PF} \quad (422)$$

$$Q_{(l,n,m,t)}^{0,to} = n_{(l,n,m)}^0 Q_{(l,n,m,t)}^{to,PF} \quad (423)$$

$$\left(P_{(l,n,m,t)}^{0,from} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{0,from} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)}^0 \right)^2 \quad (424)$$

$$\left(P_{(l,n,m,t)}^{0,to} \right)^2 + \left(Q_{(l,n,m,t)}^{0,to} \right)^2 \leq \left(S_{(l,n,m)}^{max} n_{(l,n,m)}^0 \right)^2 \quad (425)$$

$$v_n^{min} \leq v_{(n,t,k)} \leq v_n^{max} \quad (426)$$

$$P_n^{min} \leq P_{(n,t)}^g \leq P_n^{max} \quad (427)$$

$$Q_n^{min} \leq q_{(n,t)}^g \leq Q_n^{max} \quad (428)$$

$$\theta_{(slack,t)} = 0 \quad (429)$$

A função objetivo (412) minimiza o custo de operação e o corte de carga de potência ativa e reativa de todos os estágios. O custo de operação em cada estágio é calculado com a equação (413). Os fluxos de potência ativa e reativa em coordenadas polares são definidos nas restrições (414)-(417). O balanço de potência ativa e reativa do sistema é definido nas restrições (418) e (419). Os fluxos de potência ativa e reativa pelos circuitos existentes são definidos nas restrições (420)-(423). Os limites de fluxo de potência aparente, magnitude da tensão e geração de potência ativa e reativa são definidos nas restrições (424)-(428).

As linhas e capacitores são removidos iterativamente e o FPO é resolvido para determinar o corte de carga e o custo de operação das novas configurações. O AHD segue o seguinte procedimento:

1. Selecionar a linha que vai ser removida. O critério heurístico para selecionar a linha consiste em selecionar o corredor com a menor quantidade de novas adições. Uma linha é removida no corredor selecionado. Depois ir para o passo 2. Se não tem mais linhas a serem removidas ir para o passo 3.
2. Resolver o problema de FPO. Se a solução tem corte de carga então adicionar de novo a linha que foi retirada e voltar para o passo 1.
3. Selecionar o capacitor que vai ser removido. O critério heurístico para selecionar o capacitor consiste em selecionar a barra com a menor quantidade de novas adições. Um capacitor é removido na barra selecionada. Depois ir para o passo 4. Se não tem mais capacitores a serem removidos retornar a solução.
4. Resolver o problema de FPO. Se a solução tem corte de carga então adicionar de novo o capacitor que foi retirado e voltar para o passo 3.

É necessário ter as seguintes considerações na aplicação do AHD:

1. O algoritmo começa removendo linhas e capacitores no último estágio. Depois que todas as linhas e capacitores restantes foram removidos do último estágio então o penúltimo estágio é analisado. O processo continua até analisar o primeiro estágio.
2. Se uma linha ou capacitor é removido no estágio t , então o estágio $t+1$ deve ser analisado para determinar se a linha ou capacitor deve ser removido. O processo é repetido até o último estágio ou até o estágio em que não seja possível remover a linha ou capacitor.

7.3 ALGORITMO GENÉTICO ESPECIALIZADO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO MULTIESTÁGIO

O algoritmo genético especializado que foi apresentado na Seção 5.4 para o problema de PERT estático, pode ser estendido para resolver o problema de PERT multiestágio. A forma de proposta ao algoritmo genético multiestágio é a mesma que foi

definida em (GALLEGO *et al.*, 2012). Nesse artigo foi resolvido o problema de PERT usando uma formulação de fluxo DC alcançando resultados de alta qualidade na solução final. O algoritmo genético especializado que vai ser proposto segue o esquema definido na Figura 14. Devido à aparição de outra dimensão no problema (o tempo) a codificação deve ser mudada e, portanto, todos os operadores genéticos que dependam da codificação e a população inicial devem ser definidos de forma diferente. Nas seguintes Subseções serão definidas as novas formas de codificação assim como os operadores genéticos de recombinação e mutação do AGCB melhorado para o problema multiestágio. O operador de seleção, a etapa de melhoria e o critério de convergência são os mesmos que foram apresentados na Seção 5.4.

7.3.1 Codificação

Para o problema de PERT estático foi definida uma codificação para cada indivíduo composta de duas matrizes. A primeira matriz considera a instalação de novas linhas de transmissão e a segunda matriz considera a instalação de novos capacitores no sistema. O número de colunas da matriz de linhas é definido pelo número de corredores do sistema e o número de filas é definido pelo número de estágios. Cada elemento da matriz de linhas contém números inteiros no intervalo $[0, TL_{(l,n,m)}^{\max}]$. O número de colunas da matriz de capacitores é definido pelo número de barras do sistema e o número de filas é definido pelo número de estágios. Cada elemento da matriz de capacitores contém números inteiros no intervalo $[0, CB_n^{\max}]$. A Figura 22 representa uma solução para o problema de PERT multiestágio onde cada posição representa o número de linhas ou transformadores que serão adicionados em cada corredor e em cada período. Cada coluna do vetor representa um corredor de transmissão em que é permitido fazer adições e cada fila representa cada período de tempo. Na Figura 22 é apresentada a codificação para um sistema de potência de 4 barras e 5 linhas. Pode-se observar que uma adição feita num estágio t é preservada no estágio $t+1$.

Figura 22 – Codificação de um indivíduo no AGCB melhorado para o problema PERT multiestágio.

		Corredores				
		1	2	3	4	5
Estágios	1	0	1	1	0	0
	2	2	1	2	0	1
	3	2	1	2	0	2

		Barras			
		1	2	3	4
Estágios	1	0	0	1	0
	2	0	1	1	0
	3	0	1	2	0

Fonte: Elaboração do autor

Com a codificação apresentada pode-se definir a estrutura que terá a população. A população é composta por duas matrizes do tamanho do número total de indivíduos. A primeira matriz contém a matriz de novas linhas adicionadas e a segunda matriz contém os novos capacitores adicionados. Com a codificação definida, se propõe a definição da população inicial do algoritmo. Propõe-se construir uma população inicial com uma quantidade máxima de indivíduos heurísticos de 25% do tamanho da população. O 75% restante deve ser determinado de forma aleatória. O algoritmo heurístico usado neste trabalho é o AHC da Subseção 7.1.

7.3.2 Recombinação

O método de recombinação escolhido é a recombinação de um ponto, deste modo são gerados dois descendentes, onde um deles é escolhido para passar ao processo de mutação. O descendente escolhido é aquele que apresenta a melhor função *fitness*. Se ambos descendentes têm corte de carga então é escolhido aquele com o menor corte de carga. O processo de recombinação é apresentado na Figura 23.

Figura 23 – Exemplo de recombinação de um ponto para o problema de PERT multiestágio.

		Corredores					Barras				
		1	2	3	4	5					
Indivíduo 1	Estágios	1	0	1	1	0	0				
		2	2	1	2	0	1				
		3	2	1	2	0	2				
		Corredores					Barras				
		1	2	3	4	5					
Indivíduo 2	Estágios	1	0	1	1	0	0				
		2	0	1	1	0	0				
		3	0	2	1	1	2				
		Corredores					Barras				
		1	2	3	4	5					
Filho 1	Estágios	1	0	1	1	0	0				
		2	2	1	1	0	0				
		3	2	1	1	1	2				
		Corredores					Barras				
		1	2	3	4	5					
Filho 2	Estágios	1	0	1	1	0	0				
		2	0	1	2	0	1				
		3	0	2	2	0	2				
		Corredores					Barras				
		1	2	3	4	5					
Filho 2	Estágios	1	0	0	1	0					
		2	0	0	1	0					
		3	0	1	2	0					
		Corredores					Barras				
		1	2	3	4	5					

Fonte: Elaboração do autor

7.3.3 Mutação

O operador de mutação para o problema multiestágio apresenta a mesma forma de aplicação que para o modelo estático (subseção 5.4.4). Porém, o operador de mutação para o problema multiestágio tem algumas diferenças comparadas com o operador de mutação para o problema estático. A maior diferença com o operador estático é que uma vez que todos os corredores e barras são analisados, a matriz deve ser ajustada para que os investimentos em estágios prévios não sejam removidos em estágios futuros. Na Figura 24 é apresentado um exemplo de mutação para a matriz de corredores do indivíduo candidato.

Figura 24 – Exemplo de mutação para uma proposta de solução do problema PERT multiestágio.

		Corredores				
		1	2	3	4	5
Estágios	1	0	1	1	0	0
	2	2	1	1	0	0
	3	2	1	1	1	2

		Corredores				
		1	2	3	4	5
Estágios	1	0	2	1	0	0
	2	1	1	1	0	0
	3	2	1	1	1	1

		Corredores				
		1	2	3	4	5
Estágios	1	0	2	1	0	0
	2	1	2	1	0	0
	3	2	2	1	1	1

Fonte: Elaboração do autor

7.4 BUSCA DISPERSA COMO MÉTODO DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE TRANSMISSÃO MULTIESTÁGIO

A meta-heurística de busca dispersa que vai ser proposta para resolver o problema PERT multiestágio segue o mesmo esquema que foi definido para o problema estático na Seção 5.7. A codificação do problema é a mesma apresentada na Subseção 7.3.1 para o AGCB melhorado. As etapas que serão implementadas no PERT multiestágio e algumas modificações são apresentadas nas subseções posteriores.

7.4.1 Etapa 1 - geração de soluções com diversificação

O 25% do conjunto *pool* inicial é construído usando a heurística construtiva definida no começo deste capítulo. Para obter diferentes soluções heurísticas os custos de instalação das linhas e capacitores são mudados aleatoriamente no intervalo [10%, 200%] do valor original. O 75% restante deve ser determinado de forma aleatória. Cada uma das soluções será avaliada em termos da qualidade da função objetivo e a diversidade. Para avaliar a diversidade de uma solução em relação as outras soluções, é calculada a soma dos valores absolutos da diferença de cada posição nas soluções

candidatas. Portanto, para cada uma das soluções candidatas é calculado o valor de diversidade e armazenado numa variável FD , tal que:

$$FD_k = \sum_{j \in \Omega_i} \sum_{t \in T} |SL_{(i,j,t)} - SL_{(k,j,t)}| \quad (430)$$

Onde, FD_k contém o valor de diversidade da solução k . O vetor que contém os circuitos instalados na proposta de solução é SL . Cada uma das soluções i é comparada com a solução k em cada um dos estágios t . Nas iterações seguintes o conjunto P é gerado com a aplicação da etapa de combinação de soluções.

7.4.2 Etapa 2 - atualização das soluções do conjunto de referência

Nesta etapa de igual forma que para o PERT estático o conjunto de referência $RefSet$ é separado em duas camadas ($RefSet1$ e $RefSet2$). O primeiro subconjunto $RefSet1$ é sempre atualizado quando no conjunto $Pool$ existem soluções que são de melhor qualidade. O subconjunto $RefSet2$ é atualizado quando no conjunto $Pool$ existem soluções que são mais diversas em relação as soluções presentes no subconjunto $RefSet1$. Nestes dois subconjuntos sempre é feita a substituição removendo o elemento de pior qualidade e adicionando o novo elemento que é melhor. Uma descrição mais detalhada desta etapa foi feita em 5.7.2.

7.4.3 Etapa 3 - geração de subconjuntos de soluções

Para o problema de planejamento foi usado o mecanismo clássico de geração de subconjuntos de soluções onde são feitas todas as possíveis combinações de duas propostas de solução dos conjuntos $RefSet1$ e $RefSet2$. Desta forma são definidos os elementos que serão combinados na etapa de combinação de soluções e que definiram o conjunto $Pool$.

7.4.4 Etapa 4 - combinação de soluções

Para fazer a combinação dos subconjuntos de soluções é utilizada a heurística de *Path Relinking* descrita em 5.7.4. Esta heurística usa uma solução guia e outra solução

(solução inicial) que é modificada até que seja igual a solução guia. Isto é feito escolhendo aleatoriamente um dos elementos da solução guia e fixando-o na solução inicial. Em cada iteração que a solução é modificada, o algoritmo heurístico construtivo é aplicado para tentar melhorar a solução. A melhor solução é armazenada em cada iteração e é avaliado se uma nova solução candidata é melhor que a solução armazenada. Se a nova solução for melhor, então a solução armazenada é substituída pela nova solução. Este processo é repetido até que a solução que foi modificada iterativamente seja igual que a solução guia. Devido que uma proposta de solução está composta de uma matriz de linhas e uma de capacitores, a solução inicial é modificada inicialmente fixando os valores das linhas. Se todas as linhas foram fixadas e a solução inicial for igual que a solução guia para a matriz de linhas, então o processo é repetido para a matriz de capacitores. A configuração de linhas que é usada na análise dos capacitores é a melhor configuração obtida na análise das linhas.

7.5 TESTES E RESULTADOS

Os resultados obtidos com os métodos de solução heurísticos e meta-heurísticos são apresentados nas Tabela 69 e Tabela 71. As soluções finais obtidas com o algoritmo genético de Chu-Beasley e o algoritmo de Busca Dispersa foram iguais. Mostrando que as duas meta-heurísticas são de grande qualidade e com qualquer uma das duas é possível encontrar uma solução de boa qualidade para o problema de planejamento de redes de transmissão e o problema de alocação de fontes de reativos. Porém, parte do sucesso das duas meta-heurísticas é devido à boa qualidade da heurística construtiva e destrutiva proposta neste trabalho. Na Tabela 69 pode-se observar que a melhoria obtida com a meta-heurística é apenas de 0,019% em relação a solução obtida com a heurística construtiva e destrutiva. Além disso, nas duas meta-heurísticas as heurísticas foram usadas nas etapas de melhoria de cada uma das meta-heurísticas conseguindo melhorar a qualidade das soluções obtidas. O custo total de operação com o plano de expansão obtido com as meta-heurísticas teve uma melhoria de 0,043% em relação com a solução obtida com as heurísticas. O custo total da expansão da rede de transmissão (custo de instalação das linhas) foi o mesmo para as heurísticas e as meta-heurísticas. Os tempos de execução para as diferentes técnicas de solução são apresentados na Tabela 70. O tempo de execução das diferentes técnicas de solução é aceitável, porém, a melhor

técnica de solução em termos de tempo de execução e qualidade da resposta é a combinação dos algoritmos heurísticos construtivo e destrutivo. O método de Busca Dispersa foi o segundo melhor em termos de tempo de execução. Pode-se observar na Tabela 71 que as soluções obtidas com as heurísticas e as meta-heurísticas são as mesmas em termos das novas linhas construídas ($TL_{(l,n,m,t)}$). Portanto é possível concluir que com as heurísticas é possível encontrar uma nova topologia para a rede de muito boa qualidade. Finalmente, o custo total para a alocação de novos capacitores obtidos com as meta-heurísticas foi 71% mais custoso que a solução encontrada com as heurísticas. Porém, ainda se o valor incrementou significativamente no investimento em capacitores, o custo adicional é compensado pela significativa redução no custo de operação. Portanto, é possível observar que o custo de operação que considera somente a potência ativa gerada pode ser diminuído instalando capacitores na rede de transmissão.

Tabela 69 – Custo de operação e expansão para o sistema IEEE-118 multiestágio

	AHC+AHD	ECBGA e ESS	Melhoria (%)
Custo total de operação e expansão (MUS\$)	191,67	191,63	0,019
Custo total de operação (MUS\$)	168,67	168,60	0,043
Custo total da expansão da rede de transmissão (MUS\$)	22,95	22,95	0
Custo total da alocação de capacitores na rede de transmissão (KUS\$)	50,52	86,43	-71,073

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 70 – Tempo de execução requerido para resolver o problema de PERT multiestágio no sistema teste IEEE-118

	Tempo de execução (segundos)
AHC+AHD	176,2
ECBGA	114.779,0
ESS	68.708,0

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 71 – Linhas e capacitores instalados no sistema IEEE-118 com os diferentes métodos heurísticos de solução.

	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
ECBGA e ESS	$TL_{(7,8,9,1)} = 1, TL_{(9,9,10,1)} = 1,$ $TL_{(152,99,100,1)} = 1$ \emptyset	\emptyset $CB_{(93,2)} = 2$	$TL_{(38,26,30,3)} = 1, TL_{(139,93,94,3)} = 1$ $CB_{(1,3)} = 1, CB_{(13,3)} = 1, CB_{(78,3)} = 1,$ $CB_{(95,3)} = 1$
AHC+AHD	$TL_{(7,8,9,1)} = 1, TL_{(9,9,10,1)} = 1,$ $TL_{(152,99,100,1)} = 1$ \emptyset	\emptyset $CB_{(93,2)} = 2$	$TL_{(38,26,30,3)} = 1, TL_{(139,93,94,3)} = 1$ $CB_{(78,3)} = 1$

Fonte: Elaboração do autor

7.6 CONCLUSÕES

Os resultados deste capítulo permitem realizar as seguintes conclusões:

- As técnicas heurísticas, construtiva e destrutiva, são as melhores alternativas para resolver o problema de PERT de CA multiestágio porque são rápidas e eficazes para encontrar soluções de boa qualidade.
- O algoritmo de Busca Dispersa e o algoritmo genético de Chu-Beasley com as modificações propostas neste trabalho são boas alternativas para resolver o problema de PERT de CA multiestágio, porém, recomenda-se usar estas técnicas de otimização em problemas de maior tamanho e complexidade em que as heurísticas tenham dificuldade em encontrar soluções de boa qualidade e as capacidades reais das meta-heurísticas sejam melhor aproveitadas.

8 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

NESTE trabalho foram desenvolvidas e estudadas diferentes formulações matemáticas e diferentes técnicas de solução exatas e heurísticas para resolver os problemas de operação e planejamento de sistemas de transmissão de energia elétrica. Uma das conclusões mais importantes deste trabalho é que os problemas clássicos de planejamento e operação dos sistemas elétricos devem ser representados usando as equações de fluxo de potência de corrente alternada; um dos principais argumentos pelos quais muitas pesquisas usam a formulação DC é que as formulações não lineares são não convexas, difíceis de resolver e as vezes é impossível encontrar uma solução de boa qualidade em um tempo computacional aceitável. Porém, os resultados deste trabalho mostram que é possível representar e resolver num tempo computacional aceitável os problemas de planejamento e operação de sistemas elétricos de potência usando as equações não lineares de fluxo de potência de corrente alternada. Além disso, foram estudadas diferentes linearizações e convexificações comumente usadas no problema de fluxo de potência ótimo e o problema de planejamento. Os resultados destes estudos mostram que as linearizações e convexificações estudadas modificam severamente o espaço de solução do problema fazendo que a solução do problema modificado seja infactível para o problema original.

Nesta pesquisa também foi mostrada a importância de considerar as novas tecnologias na representação matemática da operação dos sistemas de transmissão de

energia elétrica. As novas tecnologias permitem operar de forma mais eficiente os sistemas elétricos pois aumentam a flexibilidade operativa do sistema e por tanto em estudos de operação e planejamento de sistemas elétricos deveriam ser consideradas. Além disso como foi apresentado no estado da arte, no mundo inteiro novas tecnologias de geração, transporte e controle da demanda de energia elétrica estão sendo instaladas, e por tanto as novas pesquisas dos sistemas elétricos devem acompanhar essas mudanças.

Finalmente, foram estudadas e propostas diferentes técnicas heurísticas e meta-heurísticas para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Uma das conclusões mais importantes é que a efetividade das técnicas meta-heurísticas é melhorada significativamente quando são consideradas as técnicas heurísticas propostas em diferentes etapas do algoritmo. Porém, os resultados também indicam que em problemas onde uma variável pode assumir valores num intervalo grande, as técnicas metaheurísticas podem ter dificuldades em encontrar soluções de alta qualidade para o problema. Um exemplo do problema descrito é o caso do sistema teste Norte Nordeste Brasileiro, onde foi muito difícil encontrar uma solução de alta qualidade para o problema de planejamento considerando alocação de bancos de capacitores. No entanto, em sistemas de transmissão reais, é muito difícil encontrar corredores de transmissão com uma quantidade tão grande de opções de instalação no mesmo corredor e, portanto, a metodologia de solução proposta é considerada adequada para ser aplicada no problema de planejamento de sistemas de transmissão.

Das conclusões realizadas neste trabalho é possível determinar alguns trabalhos futuros:

- Desenvolver formulações matemáticas não lineares e relaxações/linearizações que permitam solucionar os problemas operativos dos sistemas de transmissão considerando a variação da potência gerada das fontes renováveis e as novas tecnologias que permitam operar o sistema da forma mais eficiente possível.
- Determinar o impacto das mudanças de geração com combustíveis fósseis para geração de energia renovável no sistema elétrico Brasileiro.
- Desenvolver formulações matemáticas e técnicas de solução para resolver o problema de planejamento considerando novas tecnologias tais como sistemas HVDC, FACTS baterias e sistemas multienergéticos.

- Desenvolver ou usar técnicas de solução para problemas de programação não linear inteira mista que usem da forma mais eficiente possível todos os recursos disponíveis nos processadores atuais.
- Desenvolver novas representações para os dispositivos FACTS que permitam representá-los adequadamente e que não acrescentem significativamente a complexidade das formulações de fluxo de potência ótimo.
- Incluir no problema de planejamento outros problemas importantes, como os problemas de estabilidade que terão um grande impacto na solução do problema, especialmente com a instalação de fontes renováveis que incrementam os problemas de estabilidade.
- Incluir no problema de planejamento e operação o efeito de problemas tais como a resposta de demanda e como esta afeta a solução desses problemas.
- Desenvolver uma nova codificação para sistemas em que um corredor (ou vários) tem um grande número de opções de instalação no mesmo corredor, com o objetivo de melhorar a efetividade das técnicas heurísticas e meta-heurísticas para encontrar soluções de alta qualidade.

REREFÊNCIAS

AUSTRALIAN ENERGY MARKET OPERATOR-AEMO. **DATA DASHBOARD**. Melbourne: [s.n.], 2018. Disponível em: <https://aemo.com.au/Electricity/National-Electricity-Market-NEM/Data-dashboard#aggregated-data>. Acesso em: 11 dez 18

AUSTRALIAN ENERGY MARKET OPERATOR-AEMO. **Integrated system plan**. Melbourne: AEMO, 2018.

AKBARI, T.; TAVAKOLI BINA, M. A linearized formulation of AC multi-year transmission expansion planning: A mixed-integer linear programming approach. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 114, p. 93–100, 2014.

ALGUACIL, N.; MOTTO, A. L.; CONEJO, A. J. Transmission expansion planning: A mixed-integer LP approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 18, n. 3, p. 1070–1077, 2003.

ALHAMROUNI, I. *et al.* Differential evolution algorithm for transmission network expansion planning based on AC load flow model. In: IEEE CONFERENCE ON ENERGY CONVERSION – CENCON, 2014, Johor Bahru. **Anais...**Piscataway: IEEE, 2014.

ATTARHA, A.; AMJADY, N.; CONEJO, A. J. Adaptive robust AC optimal power flow considering load and wind power uncertainties. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Kidlington, v. 96, p. 132–142, 2018.

BEERTEN, J.; COLE, S.; BELMANS, R. A sequential AC/DC power flow algorithm for networks containing Multi-terminal VSC HVDC systems. In: IEEE PES General Meeting, [s.n.], 2010, Minneapolis. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2010.

BENETTI DE PADUA, S. G.; SANCHES MANTOVANI, J. R.; COSSI, A. M. Planning medium-voltage electric power distribution systems through a scatter search algorithm. **IEEE Latin America Transactions**, Piscataway, v. 13, n. 8, p. 2637–2645, 2015.

BENT, R. *et al.* Transmission network expansion planning: bridging the gap between AC heuristics and DC approximations. In: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE, 2014, Wroclaw. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2014.

BENT, R.; TOOLE, G. L.; BERSCHIED, A. Transmission network expansion planning with complex power flow models. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 27, n. 2, p. 904–912, maio 2012.

BHATTACHARYYA, B.; KUMAR, S. Loadability enhancement with FACTS devices using gravitational search algorithm. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Kidlington, v. 78, p. 470–479, 2016.

BLANCO, G. *et al.* Real option valuation of FACTS investments based on the least square Monte Carlo method. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 26, n. 3, p. 1389–1398, 2011.

BRADLEY, S. P.; HAX, A. C.; MAGNANTI, T. L. **Applied mathematical programming**. Cambridge: Addison-Wesley, 1977.

BYRD, R. H.; NOCEDAL, J.; WALTZ, R. A. KNITRO: An integrated package for nonlinear optimization. In: PILLO, G. DI.; ROMA, M. **Large scale nonlinear optimization**. [S.l.]: Springer Verlag, 2006. p. 35–39.

CAIN, M.; O'NEILL, R.; CASTILLO, A. History of optimal power flow and formulations. **Federal Energy Regulatory Commission**, v. 1, p. 1–36, 2012.

CASTILLO, A. *et al.* A successive linear programming approach to solving the iv-acopf. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 31, n. 4, p. 2752–2763, jul. 2016.

CASTRO, C. A.; TORRES, S. P. Expansion planning for smart transmission grids using AC model and shunt compensation. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Hertford, v. 8, n. 5, p. 966–975, 1 maio 2014.

CHATTHAWORN, R.; CHAITUSANEY, S. Transmission network expansion planning considering renewable energy target with Taguchi's orthogonal array testing. **IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering**, Hoboken, v. 9, n. 6, p. 588–599, 2014.

CHATZIVASILEIADIS, S.; KRAUSE, T.; ANDERSSON, G. Flexible AC Transmission Systems (FACTS) and power system security - a valuation framework. In: IEEE Power and Energy Society General Meeting, 2011, Detroit. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2011.

CHATZIVASILEIADIS, S.; KRAUSE, T.; ANDERSSON, G. Security-constrained optimal power flow including post-contingency control of VSC-HVDC lines. In: SYMPOSIUM OF SPECIALISTS IN ELECTRICAL OPERATION AND EXPANSION PLANNING, 12., 2012, Rio de Janeiro **Anais...** Rio de Janeiro: [s.n.], 2012.

CHRISTAKOU, K. *et al.* AC OPF in radial distribution networks – part I: on the limits of the branch flow convexification and the alternating direction method of multipliers. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 143, p. 438–450, fev. 2017.

CHU, P. C.; BEASLEY, J. E. A genetic algorithm for the generalised assignment problem. **Computers & Operations Research**, Kidlington, v. 24, n. 1, p. 17–23, jan. 1997.

COMPANY, M. &. **Transformation of Europe's power system until 2050**. [s.l.: s.n.], 2010.

DEGHAN, S.; KAZEMI, A.; NEYESTANI, N. Multistage transmission expansion planning alleviating the level of transmission congestion. In: IEEE PES POWERTECH, 2011, Trondheim. **Anais...** Piscataway: [s.n.], 2011. p. 1–8.

DOAGOU-MOJARRAD, H.; RASTEGAR, H.; GHAREHPETIAN, G. B. Interactive fuzzy satisfying-based HVDC/AC transmission expansion planning considering investment cost and network loss. **International Transactions on Electrical Energy Systems**, England, v. 26, n. 11, p. 2425–2444, nov. 2016.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA- EPE. **Plano decenal de expansão de energia 2027**. [S.l.: s.n.], 2015.

EREMIA, M.; TEODORESCU, R. Power semiconductor devices for HVDC and FACTS systems. In: EREMI, M.; LIU, C. C.; EDRIS, A. A. **Advanced Solutions in Power Systems**. [S.l.]: Wiley-IEEE, 2016. p. 11–34.

FARIVAR, M.; LOW, S. H. Branch flow model: relaxations and convexification—part I. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 2554–2564, ago. 2013.

FERDAVANI, A. K. *et al.* Transmission expansion planning using AC-based differential evolution algorithm. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Hertford, v. 8, n. 10, p. 1637–1644, 2014.

FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. AMPL: A Mathematical Programming Language. In: WALLACE, STEIN. W. **Algorithms and Model Formulations in Mathematical Programming**. Heidelberg: Springer Berlin, 1989. p. 150–151.

FUCHS, I.; GJENGEDAL, T. Ant colony optimization and analysis of time step resolution in transmission expansion computations for wind power integration. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEM APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS, 16., Hersonissos, 16., 2011. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2011.

GALLEGO, L. A. *et al.* A specialized genetic algorithm to solve the short term transmission network expansion planning. In: IEEE PES POWERTECH, Bucharest, 2009. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2009. n. 5, p. 1–7.

GALLEGO, L. A. *et al.* An enhanced genetic algorithm to solve the static and multistage transmission network expansion planning. **Journal of Electrical and Computer Engineering**, New York, p. 1–12, 2012.

GARVER, L. L. Transmission network estimation using linear programming. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-89, n. 7, p. 1688–1697, 1970.

GILBERTSON, E. W.; HOVER, F. S. AC transmission system planning choosing lines from a discrete set. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY- POWERCON, Auckland, 2012. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2012.

GLINEUR, F. **Computational experiments with a linear approximation of second-order cone optimization.**, Pennsylvania: Polytechnique de Mons, 2000.

GOMES, P. V.; SARAIVA, J. T. Hybrid Discrete Evolutionary PSO for AC dynamic Transmission Expansion Planning. In: IEEE INTERNATIONAL ENERGY CONFERENCE - ENERGYCON, Leuven, 2016. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2016.

HABIBI, M. R. *et al.* An efficient scatter search algorithm to solve transmission expansion planning problem using a new load shedding index. **International Transactions on Electrical Energy Systems**, England, v. 24, n. 2, p. 153–165, fev. 2014.

HEMMATI, R. Optimal design and operation of energy storage systems and generators in the network installed with wind turbines considering practical characteristics of storage units as design variable. **Journal of Cleaner Production**, Kidlington, v. 185, p. 680–693, jun. 2018.

HEMMATI, R.; HOOSHMAND, R.-A.; KHODABAKHSHIAN, A. Market based transmission expansion and reactive power planning with consideration of wind and load uncertainties. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Kidlington, v. 29, p. 1–10, jan. 2014.

HEMMATI, R.; HOOSHMAND, R. A.; KHODABAKHSHIAN, A. Comprehensive review of generation and transmission expansion planning. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Hertford, v. 7, p. 955–964, 2013.

HERTEM, D. *et al.* Usefulness of DC power flow for active power flow analysis with flow controlling devices. In: INTERNATIONAL CONFERENCE AC AND DC POWER TRANSMISSION, 8, 2006, London. **Anais...** London: IC, 2006, p. 58–68.

HOOSHMAND, R. A.; HEMMATI, R.; PARASTEGARI, M. Combination of AC transmission expansion planning and reactive power planning in the restructured power system. **Energy Conversion and Management**, Kidlington, v. 55, p. 26–35, mar. 2012.

INTERNATIONAL BUSINESS MACHINES - IBM. CPLEX [S.l.: s.n.], 2018.

SKEA, J., *et al.* Intermittent renewable generation and the cost of maintaining power system reliability. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Hertford, v. 1, n. 2, p. 324, 2007.

JABR, R. A. Polyhedral formulations and loop elimination constraints for distribution network expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 2, p. 1888–1897, 2013a.

JABR, R. A. Optimization of AC transmission system planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 2779–2787, ago. 2013b.

JABR, R. A.; COONICK, A. H.; CORY, B. J. A primal-dual interior point method for optimal power flow dispatching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 17, n. 3, p. 654–662, ago. 2002.

KARTHIKAIKANNAN, D.; RAVI, G. Optimal location and setting of FACTS devices for reactive power compensation using harmony search algorithm. **Automatika**, Zagreb, v. 57, n. 4, p. 881–892, 31 out. 2016.

KIM, H. *et al.* Integrated generation and transmission expansion planning using generalized bender's decomposition method. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE & COMMUNICATION TECHNOLOGY, Ghaziabad, 2015. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2015. p. 493–497.

KIM, H.; KIM, W. Integrated optimization of combined generation and transmission expansion planning considering bus voltage limits. **Journal of Electrical Engineering and Technology**, Seoul, v. 9, n. 4, p. 1202–1209, 1 jul. 2014.

KNITRO. Knitro forum: Parallel execution Branch and Bound algorithm. [S.l.: s.n., 2019?] Disponível em: https://groups.google.com/forum/?hl=en#!topic/knitro/zM_TMM61gyA. Acesso em: 12 fev. 2019.

LAPSEE. **IEEE 118**: data for the long-term security-constrained multistage transmission expansion planning. Ilha Solteira: Ilha Solteira, [s.n., 2010?]. Disponível em: <https://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pesquisas-e-projetos/lapsee/downloads/materiais-de-cursos1193/>. Acesso em: 16 Jun. 2018.

LIN, M.H. *et al.* A Review of piecewise linearization methods. **Mathematical Problems in Engineering**, New York, v. 1, p. 8, 2013.

LONG, H. Multistage transmission network planning with improved plant growth simulation algorithm. **WIT Transactions on Information and Communication Technologies**, Ashurst Lodge, v. 2, p. 649–656, 2013.

LORCA, A.; SUN, X. A. The adaptive robust multi-period alternating current optimal power flow problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 33, n. 2, p. 1993–2003, mar. 2018.

LOTFJOU, A.; FU, Y.; SHAHIDEHPOUR, M. Hybrid AC/DC transmission expansion planning. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 27, n. 3, p. 1620–1628, 2012.

MAHMOUDABADI, A. *et al.* An application of CHA to concurrent short-term transmission expansion & reactive power planning. In: IEEE PES POWERTECH, Trondheim, 2011. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2011.

MAHMOUDABADI, A. *et al.* Implementation of an AC model for transmission expansion planning considering reliability constraints. **Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences**, Ankara, v. 21, n. 4, p. 1120–1133, 2013.

MAHMOUDABADI, A.; RASHIDINEJAD, M.; ZEINADDINI-MAYMAND, M. A New model for transmission network expansion and reactive power planning in a deregulated environment. **Engineering**, Budapest, v. 4, n. 2, p. 119–125, 2012.

MAI, T. *et al.* **Renewable electricity futures study**: executive summary. Golden: NREL, 2012.

MARLEY, J. F.; MOLZAHN, D. K.; HISKENS, I. A. Solving multiperiod OPF problems using an AC-QP algorithm initialized with an SOCP relaxation. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 32, n. 5, p. 3538–3548, 2017.

MÉGEL, O.; ANDERSSON, G.; MATHIEU, J. L. Reducing the computational effort of stochastic multi-period DC optimal power flow with storage. In: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE, 19., 2016, Genoa. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2016.

MELANIE, M. An introduction to genetic algorithms. **Computers Mathematics with Applications**, Kidlington, v. 32, p. 133, 1996.

MOGHADDAM, M. P.; ABDI, H.; JAVIDI, M. H. Transmission Expansion Planning in Competitive Electricity Markets Using AC OPF. In: POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, Atlanta, 2006. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2006.

MOGHADDAM, S. Z.; MONSEF, H.; JAFARI, M. A new heuristic method for transmission expansion planning using AHP. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENVIRONMENT AND ELECTRICAL ENGINEERING, 10., Wroclaw, 2011. **Anais...** Piscataway: IEEE, p. 1–4, 2011.

MONTES, C. V. *et al.* MILP branch flow model for concurrent AC multistage transmission expansion and reactive power planning with security constraints. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Hertford, v. 10, n. 12, p. 3023–3032, 2016.

MORENO, R. *et al.* Planning low-carbon electricity systems under uncertainty considering operational flexibility and smart grid technologies. **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, London, v. 375, n. 2100, p. 20160305, 13 ago. 2017.

MORI, H.; KAKUTA, H. Multi-objective transmission network expansion planning in consideration of wind farms. In: PES INTERNATIONAL CONFERENCE AND EXHIBITION ON INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES, 2., Manchester, 2011. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2011, p. 1–7.

MUNOZ, C. *et al.* Impact of high wind power penetration on transmission network expansion planning. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Hertford, v. 6, n. 12, p. 1281–1291, 2012.

OKON, T.; WILKOSZ, K. Modeling quadrature booster in power system state estimation in rectangular coordinate system. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENERGY AND ENVIRONMENT - CIEM, 8., 2017, Bucharest. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2017.

PERRAS, S. **Electricity transmission line planning** : success factors for transmission system operators to reduce public opposition. 2014. Thesis (Doctorate)- Technische Universität Dresden-TUD, Dresden, 2014.

PURCHALA, K. *et al.* Usefulness of DC power flow for active power flow analysis. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, San Francisco, 2005. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2005.

RAHMANI, M. *et al.* A combinatorial approach for transmission expansion & reactive power planning. In: PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA - T&D-LA, São Paulo, 2010. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2010, p. 529–536.

RAHMANI, M. *et al.* Efficient method for AC transmission network expansion planning. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 80, n. 9, p. 1056–1064, 2010b.

RAHMANI, M.; RASHIDINEJAD, M. Integrated AC transmission network expansion and reactive power planning. **Iranian Journal of Science and Technology. Transactions of Electrical Engineering**, Shiraz, v. 35, p. 127–140, 2011.

RAMAMOORTY, M.; TOMA, L. Phase shifting transformer: Mechanical and static devices. In: EREMIA, M.; LIU, C. C.; EDRIS, A. A. **Advanced Solutions in Power Systems.**, Hoboken, v. 1, p. 409–458., 2016.

RIDER FLORES, M. J. **Planejamento da expansao de sistemas de transmissao usando os modelos CC - CA e tecnicas de programacao nao - linear.** Campinas: University of Campinas, 2006.

RIDER, M. J. *et al.* Heuristic algorithm to solve the short term transmission network expansion planning. In: POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, Tampa, 2007. **Anais...** Piscataway: IEEE, jun. 2007.

RUPOLO, D.; MANTOVANI, R. S. J. Reconfiguration of radial electric power distribution system via a scatter search algorithm. **IEEE Latin America Transactions**, Piscataway, v. 13, n. 4, p. 1022–1028, abr. 2015.

SABOORI, H.; MOHAMMADI, M.; TAGHE, R. Composite generation and transmission expansion planning considering the impact of wind power penetration. In: ASIA-PACIFIC POWER AND ENERGY ENGINEERING CONFERENCE, 2011, Wuhan. **Anais...** Piscataway: IEEE, p. 1–6, 2011.

SHAOYUN HONG *et al.* Composite generation and transmission expansion planning with second order conic relaxation of AC power flow. In: PES ASIA-PACIFIC POWER AND ENERGY ENGINEERING CONFERENCE - APPEEC, Xi'an, 2016. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2016, p. 1688–1693.

SIEMENS. **HVDC Light It's time to connect**. Sweden: [S.l: s.n., 2017].

STOTT, B.; JARDIM, J.; ALSAC, O. DC power flow revisited. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 24, n. 3, p. 1290–1300, ago. 2009.

TAVAKOLI BINA, M.; AKBARI, T. Approximated MILP model for AC transmission expansion planning: global solutions versus local solutions. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Hertford, v. 10, n. 7, p. 1563–1569, 2016.

TAYLOR, J. A.; HOVER, F. S. Conic relaxations for transmission system planning. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM, Boston, 2011. **Anais...** Piscataway: IEEE, ago. 2011.

TAYLOR, J. A.; HOVER, F. S. Conic AC transmission system planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 2, p. 952–959, maio 2013.

UGRANLI, F.; KARATEPE, E. Power system planning for maximizing intermittent energy sources using AC model. In: PES INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES EUROPE, 4., Copenhagen, 2013. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2013, p. 1–5.

UGRANLI, F.; KARATEPE, E.; NIELSEN, A. H. MILP approach for bilevel transmission and reactive power planning considering wind curtailment. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 32, n. 1, p. 652–661, jan. 2017.

VILLASANA, R.; GARVER, L.; SALON, S. J. Transmission Network Planning Using Linear Programming. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-104, n. 2, p. 349–356, 1985.

VINASCO, A. G., TEJADA, A. D., DA SILVA, M. J. R. Transmission network expansion planning for the Colombian electrical system: Connecting the Ituango hydroelectric power plant. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 110, n. 0, p. 94–103, 2014.

VRAKOPOULOU, M. *et al.* A unified analysis of security-constrained OPF formulations considering uncertainty, risk, and controllability in single and multi-area systems. In: IREP SYMPOSIUM BULK POWER SYSTEM DYNAMICS AND CONTROL - OPTIMIZATION, SECURITY AND CONTROL OF THE EMERGING POWER GRID., 9., 2013, Rethymnon. **Anais...** Piscataway: IEEE, ago. 2013

WANG, X. *et al.* Optimal allocation of transmission rights in systems with FACTS devices. **IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 149, n. 3, p. 359, 2002.

WIGET, R.; IGGLAND, E.; ANDERSSON, G. Security constrained optimal power flow for HVAC and HVDC grids. In: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE, 2014, Wroclaw. **Anais...** Piscataway: IEEE, ago. 2014.

WILLIAMS, H. P. **Model building in mathematical programming**. London: Chichester, 2013.

YIMCHUEN, K.; UDOMWONGSEREE, K. Transmission expansion planning with consideration of voltage stability using genetic algorithm. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL ENGINEERING/ELECTRONICS, COMPUTER, TELECOMMUNICATIONS AND INFORMATION TECHNOLOGY- ECTI-CON, 8., 2011, Khon Kaen. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2011, p. 909–912.

ZHANG, H. *et al.* A mixed-integer linear programming approach for multi-stage security-constrained transmission expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 27, n. 2, p. 1125–1133, 2012.

ZHANG, H. *et al.* An Improved network model for transmission expansion planning considering reactive power and network losses. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 3471–3479, 2013.

ZIMMERMAN, R. D.; MURILLO-SANCHEZ, C. E.; THOMAS, R. J. MATPOWER: steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 26, n. 1, p. 12–19, fev. 2011.

ANEXO A

OS dados das barras e dos ramos do sistema de 118 barras, utilizado nesta tese, são apresentados nas seções a seguir. Todos os dados podem ser encontrados em (ZIMMERMAN; MURILLO-SANCHEZ; THOMAS, 2011a).

A.1 DADOS DO SISTEMA DE 118 BARRAS

Tabela 72 – dados das barras do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo.

Barra	P_*^d	Q_*^d	v_*^{min}	v_*^{max}	g_*^{sh}	l_*^{sh}	Tipo de barra
1	51	27	0,94	1,06	0	0	geração
2	20	9	0,94	1,06	0	0	demanda
3	39	10	0,94	1,06	0	0	demanda
4	39	12	0,94	1,06	0	0	geração
5	0	0	0,94	1,06	0	-40	demanda
6	52	22	0,94	1,06	0	0	geração
7	19	2	0,94	1,06	0	0	demanda
8	28	0	0,94	1,06	0	0	geração
9	0	0	0,94	1,06	0	0	demanda
10	0	0	0,94	1,06	0	0	geração
11	70	23	0,94	1,06	0	0	demanda
12	47	10	0,94	1,06	0	0	geração
13	34	16	0,94	1,06	0	0	demanda
14	14	1	0,94	1,06	0	0	demanda
15	90	30	0,94	1,06	0	0	geração

continua

dados das barras do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo. (continuação)

Barra	P_*^d	Q_*^d	v_*^{min}	v_*^{max}	g_*^{sh}	b_*^{sh}	Tipo de barra
16	25	10	0,94	1,06	0	0	demanda
17	11	3	0,94	1,06	0	0	demanda
18	60	34	0,94	1,06	0	0	geração
19	45	25	0,94	1,06	0	0	geração
20	18	3	0,94	1,06	0	0	demanda
21	14	8	0,94	1,06	0	0	demanda
22	10	5	0,94	1,06	0	0	demanda
23	7	3	0,94	1,06	0	0	demanda
24	13	0	0,94	1,06	0	0	geração
25	0	0	0,94	1,06	0	0	geração
26	0	0	0,94	1,06	0	0	geração
27	71	13	0,94	1,06	0	0	geração
28	17	7	0,94	1,06	0	0	demanda
29	24	4	0,94	1,06	0	0	demanda
30	0	0	0,94	1,06	0	0	demanda
31	43	27	0,94	1,06	0	0	geração
32	59	23	0,94	1,06	0	0	geração
33	23	9	0,94	1,06	0	0	demanda
34	59	26	0,94	1,06	0	14	geração
35	33	9	0,94	1,06	0	0	demanda
36	31	17	0,94	1,06	0	0	geração
37	0	0	0,94	1,06	0	-25	demanda
38	0	0	0,94	1,06	0	0	demanda
39	27	11	0,94	1,06	0	0	demanda
40	66	23	0,94	1,06	0	0	geração
41	37	10	0,94	1,06	0	0	demanda
42	96	23	0,94	1,06	0	0	geração
43	18	7	0,94	1,06	0	0	demanda
44	16	8	0,94	1,06	0	10	demanda
45	53	22	0,94	1,06	0	10	demanda
46	28	10	0,94	1,06	0	10	geração
47	34	0	0,94	1,06	0	0	demanda
48	20	11	0,94	1,06	0	15	demanda
49	87	30	0,94	1,06	0	0	geração
50	17	4	0,94	1,06	0	0	demanda
51	17	8	0,94	1,06	0	0	demanda
52	18	5	0,94	1,06	0	0	demanda
53	23	11	0,94	1,06	0	0	demanda
54	113	32	0,94	1,06	0	0	geração
55	63	22	0,94	1,06	0	0	geração
56	84	18	0,94	1,06	0	0	geração
57	12	3	0,94	1,06	0	0	demanda
58	12	3	0,94	1,06	0	0	demanda

continua

dados das barras do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo. (continuação)

Barra	P^d	Q^d	v_*^{min}	v_*^{max}	g_*^{sh}	b_*^{sh}	Tipo de barra
59	277	113	0,94	1,06	0	0	geração
60	78	3	0,94	1,06	0	0	demanda
61	0	0	0,94	1,06	0	0	geração
62	77	14	0,94	1,06	0	0	geração
63	0	0	0,94	1,06	0	0	demanda
64	0	0	0,94	1,06	0	0	demanda
65	0	0	0,94	1,06	0	0	geração
66	39	18	0,94	1,06	0	0	geração
67	28	7	0,94	1,06	0	0	demanda
68	0	0	0,94	1,06	0	0	demanda
69	0	0	0,94	1,06	0	0	folga
70	66	20	0,94	1,06	0	0	geração
71	0	0	0,94	1,06	0	0	demanda
72	12	0	0,94	1,06	0	0	geração
73	6	0	0,94	1,06	0	0	geração
74	68	27	0,94	1,06	0	12	geração
75	47	11	0,94	1,06	0	0	demanda
76	68	36	0,94	1,06	0	0	geração
77	61	28	0,94	1,06	0	0	geração
78	71	26	0,94	1,06	0	0	demanda
79	39	32	0,94	1,06	0	20	demanda
80	130	26	0,94	1,06	0	0	geração
81	0	0	0,94	1,06	0	0	demanda
82	54	27	0,94	1,06	0	20	demanda
83	20	10	0,94	1,06	0	10	demanda
84	11	7	0,94	1,06	0	0	demanda
85	24	15	0,94	1,06	0	0	geração
86	21	10	0,94	1,06	0	0	demanda
87	0	0	0,94	1,06	0	0	geração
88	48	10	0,94	1,06	0	0	demanda
89	0	0	0,94	1,06	0	0	geração
90	163	42	0,94	1,06	0	0	geração
91	10	0	0,94	1,06	0	0	geração
92	65	10	0,94	1,06	0	0	geração
93	12	7	0,94	1,06	0	0	demanda
94	30	16	0,94	1,06	0	0	demanda
95	42	31	0,94	1,06	0	0	demanda
96	38	15	0,94	1,06	0	0	demanda
97	15	9	0,94	1,06	0	0	demanda
98	34	8	0,94	1,06	0	0	demanda
99	42	0	0,94	1,06	0	0	geração
100	37	18	0,94	1,06	0	0	geração

continua

dados das barras do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo. (continuação)

Barra	P_*^d	Q_*^d	v_*^{min}	v_*^{max}	g_*^{sh}	b_*^{sh}	Tipo de barra
101	22	15	0,94	1,06	0	0	demanda
102	5	3	0,94	1,06	0	0	demanda
103	23	16	0,94	1,06	0	0	geração
104	38	25	0,94	1,06	0	0	geração
105	31	26	0,94	1,06	0	20	geração
106	43	16	0,94	1,06	0	0	demanda
107	50	12	0,94	1,06	0	6	geração
108	2	1	0,94	1,06	0	0	demanda
109	8	3	0,94	1,06	0	0	demanda
110	39	30	0,94	1,06	0	6	geração
111	0	0	0,94	1,06	0	0	geração
112	68	13	0,94	1,06	0	0	geração
113	6	0	0,94	1,06	0	0	geração
114	8	3	0,94	1,06	0	0	demanda
115	22	7	0,94	1,06	0	0	demanda
116	184	0	0,94	1,06	0	0	geração
117	20	8	0,94	1,06	0	0	demanda
118	33	15	0,94	1,06	0	0	demanda

Fonte: (ZIMMERMAN; MURILLO-SANCHEZ; THOMAS, 2011a)

Tabela 73 – dados das linhas do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo.

Ramo		$r_{(*)}$	$x_{(*)}$	$b_{(*)}^{sh}$	$S_{(*)}^{max}$	$a_{(*)}$	$\varphi_{(*)}$
i	j						
1	2	0,0303	0,0999	0,0254	107,58	1	0
1	3	0,0129	0,0424	0,01082	107,58	1	0
4	5	0,00176	0,00798	0,0021	107,58	1	0
3	5	0,0241	0,108	0,0284	107,58	1	0
5	6	0,0119	0,054	0,01426	107,58	1	0
6	7	0,00459	0,0208	0,0055	107,58	1	0
8	9	0,00244	0,0305	1,162	107,58	1	0
8	5	0	0,0267	0	107,58	0,985	0
9	10	0,00258	0,0322	1,23	107,58	1	0
4	11	0,0209	0,0688	0,01748	107,58	1	0
5	11	0,0203	0,0682	0,01738	107,58	1	0
11	12	0,00595	0,0196	0,00502	107,58	1	0
2	12	0,0187	0,0616	0,01572	107,58	1	0
3	12	0,0484	0,16	0,0406	107,58	1	0
7	12	0,00862	0,034	0,00874	107,58	1	0
11	13	0,02225	0,0731	0,01876	107,58	1	0
12	14	0,0215	0,0707	0,01816	107,58	1	0
13	15	0,0744	0,2444	0,06268	107,58	1	0

continua

dados das linhas do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo. (continuação)

Ramo		$r_{(*)}$	$x_{(*)}$	$b_{(*)}^{sh}$	$S_{(*)}^{max}$	$a_{(*)}$	$\varphi_{(*)}$
i	j						
15	17	0,0132	0,0437	0,0444	107,58	1	0
12	16	0,0212	0,0834	0,0214	107,58	1	0
14	15	0,0595	0,195	0,0502	107,58	1	0
16	17	0,0454	0,1801	0,0466	107,58	1	0
17	18	0,0123	0,0505	0,01298	107,58	1	0
18	19	0,01119	0,0493	0,01142	107,58	1	0
19	20	0,0252	0,117	0,0298	107,58	1	0
15	19	0,012	0,0394	0,0101	107,58	1	0
20	21	0,0183	0,0849	0,0216	107,58	1	0
21	22	0,0209	0,097	0,0246	107,58	1	0
22	23	0,0342	0,159	0,0404	107,58	1	0
23	24	0,0135	0,0492	0,0498	107,58	1	0
23	25	0,0156	0,08	0,0864	107,58	1	0
26	25	0	0,0382	0	107,58	0,96	0
25	27	0,0318	0,163	0,1764	107,58	1	0
27	28	0,01913	0,0855	0,0216	107,58	1	0
28	29	0,0237	0,0943	0,0238	107,58	1	0
30	17	0	0,0388	0	107,58	0,96	0
8	30	0,00431	0,0504	0,514	107,58	1	0
26	30	0,00799	0,086	0,908	107,58	1	0
17	31	0,0474	0,1563	0,0399	107,58	1	0
29	31	0,0108	0,0331	0,0083	107,58	1	0
23	32	0,0317	0,1153	0,1173	107,58	1	0
31	32	0,0298	0,0985	0,0251	107,58	1	0
27	32	0,0229	0,0755	0,01926	107,58	1	0
15	33	0,038	0,1244	0,03194	107,58	1	0
19	34	0,0752	0,247	0,0632	107,58	1	0
35	36	0,00224	0,0102	0,00268	107,58	1	0
35	37	0,011	0,0497	0,01318	107,58	1	0
33	37	0,0415	0,142	0,0366	107,58	1	0
34	36	0,00871	0,0268	0,00568	107,58	1	0
34	37	0,00256	0,0094	0,00984	107,58	1	0
38	37	0	0,0375	0	107,58	0,935	0
37	39	0,0321	0,106	0,027	107,58	1	0
37	40	0,0593	0,168	0,042	107,58	1	0
30	38	0,00464	0,054	0,422	107,58	1	0
39	40	0,0184	0,0605	0,01552	107,58	1	0
40	41	0,0145	0,0487	0,01222	107,58	1	0
40	42	0,0555	0,183	0,0466	107,58	1	0
41	42	0,041	0,135	0,0344	107,58	1	0
43	44	0,0608	0,2454	0,06068	107,58	1	0
34	43	0,0413	0,1681	0,04226	107,58	1	0

continua

dados das linhas do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo. (continuação)

Ramo		$r_{(*)}$	$x_{(*)}$	$b_{(*)}^{sh}$	$S_{(*)}^{max}$	$a_{(*)}$	$\varphi_{(*)}$
i	j						
44	45	0,0224	0,0901	0,0224	107,58	1	0
45	46	0,04	0,1356	0,0332	107,58	1	0
46	47	0,038	0,127	0,0316	107,58	1	0
46	48	0,0601	0,189	0,0472	107,58	1	0
47	49	0,0191	0,0625	0,01604	107,58	1	0
42	49	0,0715	0,323	0,086	107,58	1	0
42	49	0,0715	0,323	0,086	107,58	1	0
45	49	0,0684	0,186	0,0444	107,58	1	0
48	49	0,0179	0,0505	0,01258	107,58	1	0
49	50	0,0267	0,0752	0,01874	107,58	1	0
49	51	0,0486	0,137	0,0342	107,58	1	0
51	52	0,0203	0,0588	0,01396	107,58	1	0
52	53	0,0405	0,1635	0,04058	107,58	1	0
53	54	0,0263	0,122	0,031	107,58	1	0
49	54	0,073	0,289	0,0738	107,58	1	0
49	54	0,0869	0,291	0,073	107,58	1	0
54	55	0,0169	0,0707	0,0202	107,58	1	0
54	56	0,00275	0,00955	0,00732	107,58	1	0
55	56	0,00488	0,0151	0,00374	107,58	1	0
56	57	0,0343	0,0966	0,0242	107,58	1	0
50	57	0,0474	0,134	0,0332	107,58	1	0
56	58	0,0343	0,0966	0,0242	107,58	1	0
51	58	0,0255	0,0719	0,01788	107,58	1	0
54	59	0,0503	0,2293	0,0598	107,58	1	0
56	59	0,0825	0,251	0,0569	107,58	1	0
56	59	0,0803	0,239	0,0536	107,58	1	0
55	59	0,04739	0,2158	0,05646	107,58	1	0
59	60	0,0317	0,145	0,0376	107,58	1	0
59	61	0,0328	0,15	0,0388	107,58	1	0
60	61	0,00264	0,0135	0,01456	107,58	1	0
60	62	0,0123	0,0561	0,01468	107,58	1	0
61	62	0,00824	0,0376	0,0098	107,58	1	0
63	59	0	0,0386	0	107,58	0,96	0
63	64	0,00172	0,02	0,216	107,58	1	0
64	61	0	0,0268	0	107,58	0,985	0
38	65	0,00901	0,0986	1,046	107,58	1	0
64	65	0,00269	0,0302	0,38	107,58	1	0
49	66	0,018	0,0919	0,0248	107,58	1	0
49	66	0,018	0,0919	0,0248	107,58	1	0
62	66	0,0482	0,218	0,0578	107,58	1	0
62	67	0,0258	0,117	0,031	107,58	1	0
65	66	0	0,037	0	107,58	0,935	0

continua

dados das linhas do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo. (continuação)

Ramo		$r_{(*)}$	$x_{(*)}$	$b_{(*)}^{sh}$	$S_{(*)}^{max}$	$a_{(*)}$	$\varphi_{(*)}$
i	j						
66	67	0,0224	0,1015	0,02682	107,58	1	0
65	68	0,00138	0,016	0,638	107,58	1	0
47	69	0,0844	0,2778	0,07092	107,58	1	0
49	69	0,0985	0,324	0,0828	107,58	1	0
68	69	0	0,037	0	107,58	0,935	0
69	70	0,03	0,127	0,122	107,58	1	0
24	70	0,00221	0,4115	0,10198	107,58	1	0
70	71	0,00882	0,0355	0,00878	107,58	1	0
24	72	0,0488	0,196	0,0488	107,58	1	0
71	72	0,0446	0,18	0,04444	107,58	1	0
71	73	0,00866	0,0454	0,01178	107,58	1	0
70	74	0,0401	0,1323	0,03368	107,58	1	0
70	75	0,0428	0,141	0,036	107,58	1	0
69	75	0,0405	0,122	0,124	107,58	1	0
74	75	0,0123	0,0406	0,01034	107,58	1	0
76	77	0,0444	0,148	0,0368	107,58	1	0
69	77	0,0309	0,101	0,1038	107,58	1	0
75	77	0,0601	0,1999	0,04978	107,58	1	0
77	78	0,00376	0,0124	0,01264	107,58	1	0
78	79	0,00546	0,0244	0,00648	107,58	1	0
77	80	0,017	0,0485	0,0472	107,58	1	0
77	80	0,0294	0,105	0,0228	107,58	1	0
79	80	0,0156	0,0704	0,0187	107,58	1	0
68	81	0,00175	0,0202	0,808	107,58	1	0
81	80	0	0,037	0	107,58	0,935	0
77	82	0,0298	0,0853	0,08174	107,58	1	0
82	83	0,0112	0,03665	0,03796	107,58	1	0
83	84	0,0625	0,132	0,0258	107,58	1	0
83	85	0,043	0,148	0,0348	107,58	1	0
84	85	0,0302	0,0641	0,01234	107,58	1	0
85	86	0,035	0,123	0,0276	107,58	1	0
86	87	0,02828	0,2074	0,0445	107,58	1	0
85	88	0,02	0,102	0,0276	107,58	1	0
85	89	0,0239	0,173	0,047	107,58	1	0
88	89	0,0139	0,0712	0,01934	107,58	1	0
89	90	0,0518	0,188	0,0528	107,58	1	0
89	90	0,0238	0,0997	0,106	107,58	1	0
90	91	0,0254	0,0836	0,0214	107,58	1	0
89	92	0,0099	0,0505	0,0548	107,58	1	0
89	92	0,0393	0,1581	0,0414	107,58	1	0
91	92	0,0387	0,1272	0,03268	107,58	1	0
92	93	0,0258	0,0848	0,0218	107,58	1	0

continua

dados das linhas do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo. (continuação)

Ramo		$r_{(*)}$	$x_{(*)}$	$b_{(*)}^{sh}$	$S_{(*)}^{max}$	$a_{(*)}$	$\varphi_{(*)}$
i	j						
92	94	0,0481	0,158	0,0406	107,58	1	0
93	94	0,0223	0,0732	0,01876	107,58	1	0
94	95	0,0132	0,0434	0,0111	107,58	1	0
80	96	0,0356	0,182	0,0494	107,58	1	0
82	96	0,0162	0,053	0,0544	107,58	1	0
94	96	0,0269	0,0869	0,023	107,58	1	0
80	97	0,0183	0,0934	0,0254	107,58	1	0
80	98	0,0238	0,108	0,0286	107,58	1	0
80	99	0,0454	0,206	0,0546	107,58	1	0
92	100	0,0648	0,295	0,0472	107,58	1	0
94	100	0,0178	0,058	0,0604	107,58	1	0
95	96	0,0171	0,0547	0,01474	107,58	1	0
96	97	0,0173	0,0885	0,024	107,58	1	0
98	100	0,0397	0,179	0,0476	107,58	1	0
99	100	0,018	0,0813	0,0216	107,58	1	0
100	101	0,0277	0,1262	0,0328	107,58	1	0
92	102	0,0123	0,0559	0,01464	107,58	1	0
101	102	0,0246	0,112	0,0294	107,58	1	0
100	103	0,016	0,0525	0,0536	107,58	1	0
100	104	0,0451	0,204	0,0541	107,58	1	0
103	104	0,0466	0,1584	0,0407	107,58	1	0
103	105	0,0535	0,1625	0,0408	107,58	1	0
100	106	0,0605	0,229	0,062	107,58	1	0
104	105	0,00994	0,0378	0,00986	107,58	1	0
105	106	0,014	0,0547	0,01434	107,58	1	0
105	107	0,053	0,183	0,0472	107,58	1	0
105	108	0,0261	0,0703	0,01844	107,58	1	0
106	107	0,053	0,183	0,0472	107,58	1	0
108	109	0,0105	0,0288	0,0076	107,58	1	0
103	110	0,03906	0,1813	0,0461	107,58	1	0
109	110	0,0278	0,0762	0,0202	107,58	1	0
110	111	0,022	0,0755	0,02	107,58	1	0
110	112	0,0247	0,064	0,062	107,58	1	0
17	113	0,00913	0,0301	0,00768	107,58	1	0
32	113	0,0615	0,203	0,0518	107,58	1	0
32	114	0,0135	0,0612	0,01628	107,58	1	0
27	115	0,0164	0,0741	0,01972	107,58	1	0
114	115	0,0023	0,0104	0,00276	107,58	1	0
68	116	0,00034	0,00405	0,164	107,58	1	0
12	117	0,0329	0,14	0,0358	107,58	1	0
75	118	0,0145	0,0481	0,01198	107,58	1	0
76	118	0,0164	0,0544	0,01356	107,58	1	0

Fonte: (ZIMMERMAN; MURILLO-SANCHEZ; THOMAS, 2011a)

Tabela 74 – dados dos geradores do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo.

Barra	P_*^{\max}	P_*^{\min}	Q_*^{\max}	Q_*^{\min}	C_*^{g2}	C_*^{g1}	C_*^{g0}
1	100	0	15	-5	0,010	40	0
4	100	0	300	-300	0,010	40	0
6	100	0	50	-13	0,010	40	0
8	100	0	300	-300	0,010	40	0
10	550	0	200	-147	0,022	20	0
12	185	0	120	-35	0,118	20	0
15	100	0	30	-10	0,010	40	0
18	100	0	50	-16	0,010	40	0
19	100	0	24	-8	0,010	40	0
24	100	0	300	-300	0,010	40	0
25	320	0	140	-47	0,045	20	0
26	414	0	1000	-1000	0,032	20	0
27	100	0	300	-300	0,010	40	0
31	107	0	300	-300	1,429	20	0
32	100	0	42	-14	0,010	40	0
34	100	0	24	-8	0,010	40	0
36	100	0	24	-8	0,010	40	0
40	100	0	300	-300	0,010	40	0
42	100	0	300	-300	0,010	40	0
46	119	0	100	-100	0,526	20	0
49	304	0	210	-85	0,049	20	0
54	148	0	300	-300	0,208	20	0
55	100	0	23	-8	0,010	40	0
56	100	0	15	-8	0,010	40	0
59	255	0	180	-60	0,065	20	0
61	260	0	300	-100	0,063	20	0
62	100	0	20	-20	0,010	40	0
65	491	0	200	-67	0,026	20	0
66	492	0	200	-67	0,026	20	0
69	805,2	0	300	-300	0,019	20	0
70	100	0	32	-10	0,010	40	0
72	100	0	100	-100	0,010	40	0
73	100	0	100	-100	0,010	40	0
74	100	0	9	-6	0,010	40	0
76	100	0	23	-8	0,010	40	0
77	100	0	70	-20	0,010	40	0
80	577	0	280	-165	0,021	20	0
85	100	0	23	-8	0,010	40	0
87	104	0	1000	-100	2,500	20	0
89	707	0	300	-210	0,016	20	0
90	100	0	300	-300	0,010	40	0
91	100	0	100	-100	0,010	40	0
92	100	0	9	-3	0,010	40	0

continua

dados dos geradores do sistema IEEE-118 para o problema de fluxo de potência ótimo. (continuação)

Barra	P_*^{\max}	P_*^{\min}	Q_*^{\max}	Q_*^{\min}	C_*^{g2}	C_*^{g1}	C_*^{g0}
99	100	0	100	-100	0,010	40	0
100	352	0	155	-50	0,040	20	0
103	140	0	40	-15	0,250	20	0
104	100	0	23	-8	0,010	40	0
105	100	0	23	-8	0,010	40	0
107	100	0	200	-200	0,010	40	0
110	100	0	23	-8	0,010	40	0
111	136	0	1000	-100	0,278	20	0
112	100	0	1000	-100	0,010	40	0
113	100	0	200	-100	0,010	40	0
116	100	0	1000	-1000	0,010	40	0

Fonte: (ZIMMERMAN; MURILLO-SANCHEZ; THOMAS, 2011a)