ALUNOS DO ÚLTIMO ANO DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA E SUAS COMPREENSÕES REFERENTES AO SABER MATEMÁTICO QUANTO AO TEMA ANÁLISE COMBINATÓRIA

Prof.ª Drª Renata C. Geromel Meneghetti(USP: ICMC)[1]
Prof.ª Aline C. B. Dutra(UNESP:IGCE)[2]

Eixo temático: 1 Formação Inicial e Continuada de Professores para a Educação Básica

Apoio: Pró-reitoria de Graduação da Universidade de São Paulo[3]

Introdução

A Análise Combinatória trata, basicamente, de problemas de contagem. As chamadas técnicas de contagem indireta surgiram em decorrência do trabalho de se contar diretamente os possíveis resultados de uma experiência. Entretanto, isto pode se tornar muito penoso, quando as quantidades envolvidas forem muito numerosas. Daí a necessidade de se encontrar métodos gerais que permitam calcular o número de possibilidades de uma experiência, sem contá-los um a um. Como salienta (CERRI, C.; DRUCK, I. F., 2003) em diversas situações do cotidiano são necessárias resoluções de problemas combinatórios para tomada de decisões ou escolhas; além disso, tal assunto envolve um tipo de raciocínio específico o qual não se desenvolve automaticamente.

Alguns autores criticam o atual ensino da Combinatória, destacando que o mesmo tem se parecido mais com um jogo de fórmulas complicadas, ao invés de explorar o raciocínio combinatório implícito nas mesmas. (SILVA; RUFINO; MOREIRA, 2007).

Referente a este assunto os Parâmetros Curriculares Nacionais: PCN (BRASIL, 1999) enfatizam a importância de procurar desenvolver habilidades tais como: decidir sobre a forma mais adequada de organizar números e informações; identificar regularidades para estabelecer regras e propriedades; identificar dados e relações envolvidas numa situação-problema que envolva o raciocínio combinatório. Esses parâmetros salientam que tais habilidades não devem ser aprendidas como uma lista de fórmulas, mas como um processo que exige a construção de um modelo simplificado e explicativo da situação. As fórmulas então seguiram como conseqüência do raciocínio combinatório desenvolvido frente à resolução de problemas diversos tendo a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande.

No curso de Licenciatura em Matemática, no qual esse trabalho foi realizado, esse tema é abordado nas disciplinas de Introdução à Teoria de probabilidade e/ou Tópicos de Matemática Elementar (no momento da realização desta pesquisa, a primeira era obrigatória para os cursos de matemática naquela época era no quarto semestre e a segunda somente para alunos de licenciatura no terceiro ano). O propósito era investigar como os alunos do último ano deste curso, futuros professores de matemática, lidavam com este conteúdo, pois esses alunos haviam visto esse conteúdo no ensino universitário e, finalizando o curso, estariam aptos a ensinar este mesmo conteúdo para o ensino médio. Portanto, trata-se de um conteúdo que é abordado no ensino universitário e no ensino médio (mesmo que possa variar o nível de profundidade).

Aspectos Metodológicos

Seguindo uma abordagem de pesquisa qualitativa: estudo de caso Pádua (1996); Ludke e André (1986), a investigação foi realizada com alunos do último ano de um curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Prática de Ensino de Matemática II. Utilizamos como instrumento de coleta dados: breve questionário para identificação dos alunos (no qual se pergunta sobre o curso, ano de ingresso, se já aprendeu análise combinatória e em que nível de ensino isso ocorreu – ensino médio ou superior- e também sobre a forma como viu o conteúdo); a elaboração de um mapa conceitual[4] e a resolução de uma ficha de atividades, constituído de dez questões(sete situações-problema e três exercícios) envolvendo conteúdos de análise combinatória. Inicialmente foi aplicado o questionário de identificação. Na seqüência foi solicitado que os alunos elaborassem um Mapa Conceitual sobre o assunto, seguido da aplicação da ficha de atividade. Quatorze alunos participaram da investigação.

A análise dos dados

Por meio da análise dos questionários aplicados aos alunos verificou-se que a maioria deles era somente do curso de licenciatura, alguns haviam feito bacharelado e estavam fazendo as disciplinas da licenciatura como formação complementar.

Quanto à aprendizagem de Análise Combinatória no Ensino Médio, somente dois alunos relatam não ter aprendido este conteúdo neste nível de ensino. Quase todos recordam ter visto os conceitos de Combinação, Arranjo e Permutação, outros mencionam o Princípio Fundamental de Contagem. Outros conteúdos são relembrados pela minoria e de forma isolada, tais como Triângulo de Pascal, Permutação com repetição e Combinação com repetição.

Em relação à abordagem deste conteúdo, somente um aluno diz ter aprendido através da resolução de problemas e os demais aprenderam tradicionalmente. Este tradicional é descrito por alguns como tecnicista, para outros como mera aplicação de fórmulas, sendo que um dos alunos chega mencionar um ensino pautado no Modelo Euclidiano.

Quanto à aprendizagem na Universidade os alunos apontam ter visto Análise Combinatória nas disciplinas de Introdução a Teoria de Probabilidade e/ou Tópicos de Matemática Elementar. Todos os alunos concordaram que em ambos o ensino foi tradicional e alguns colocam como superficial.

Referente ao mapa conceitual, os temas e frases relacionados em maior proporção foram: Arranjo, Combinação e Permutação (todos os alunos); aplicação em probabilidade (10); e Princípio Fundamental da Contagem (6). Outros termos abordados isoladamente foram: Princípio Multiplicativo (1); estatística (1); questão da ordem (3); intuição (1); ser um conteúdo chato (1); diversas formas de raciocínio (2); questão da repetição

(4); Triângulo de Pascal (1); Educação (2); Fatorial (3); Abordagem aberta ou fechada (1); aplicação no cotidiano (4); Teorema Binomial (3).

Observou-se também que em sua maioria os mapas conceituais foram simples, sem muitos conceitos ou interligações.(Ver Fig.1). Muitos o entenderam como um conjunto de palavras “soltas”, não correlacionando os conceitos e não montando frases que os explicassem ou conectassem um ao outro. Um único aluno se empenhou na utilização de frases para expor definições, mas também se ateve a uma pequena porção do conteúdo.

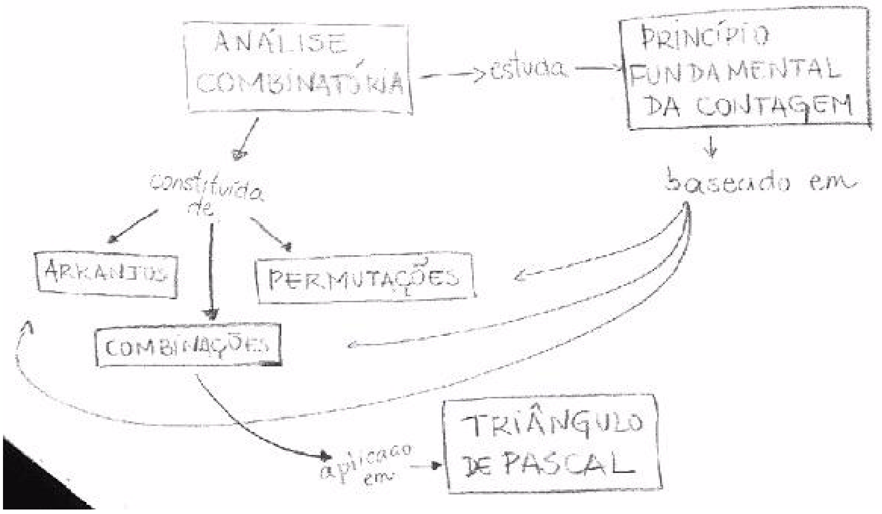

Fig. 1 Segue um exemplo representativo da maioria dos mapas conceituais.

Conforme os alunos acabaram os mapas conceituais foi entregue a avaliação diagnóstica. Alguns reclamam por não lembrar as fórmulas, com indagações como: “Mas como eu vou fazer se não lembro as fórmulas?”. Na resolução percebeu-se que a maioria dos alunos faz uso do princípio multiplicativo, mas este raramente é enunciado.

Verificou-se que eles parecem dominar a técnica de utilização de números fatoriais, mas, a partir do terceiro exercício, alguns alunos interpretam os problemas de forma incorreta, fazendo algumas confusões ou não se atentando a algumas restrições. (Ver Fig.2).

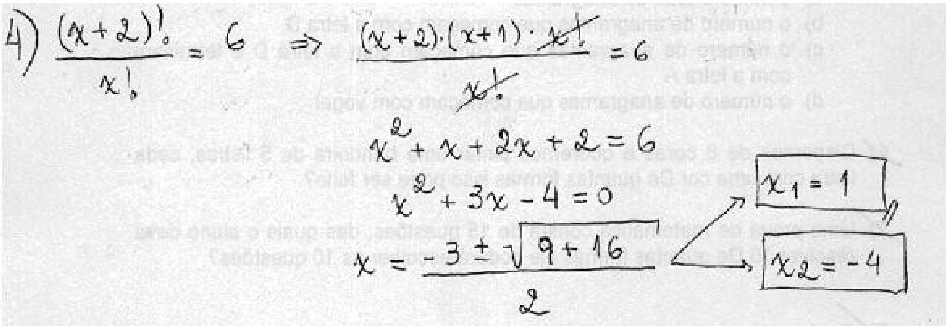

Fig. 2 Quarta questão[5] da avaliação diagnóstica, exemplo de tendência de resolução mecânica por parte dos alunos.

No exercício proposto, a restrição para $x \geq 0$, não observada, é muito importante, pois envolve a definição de fatorial, a restrição do mesmo para números negativos e a possibilidade do zero fatorial.

Verificamos então que, mesmo que em alguns casos este erro seja advindo de uma simples distração, entendemos que, em geral, os alunos têm uma tendência em resolver os problemas mecanicamente, sem se ater ao contexto dos problemas.

A partir do sexto exercício alguns alunos confundem arranjo com combinação, mas a maioria utiliza, sempre que possível, o Princípio Multiplicativo. Na sétima questão[6], por exemplo, somente seis alunos utilizaram o conceito e a fórmula de combinação corretamente. Num dos casos, na resolução da sexta[7] e sétima questão, o aluno usou a notação de combinação com a fórmula de arranjo.(Ver Fig.3).

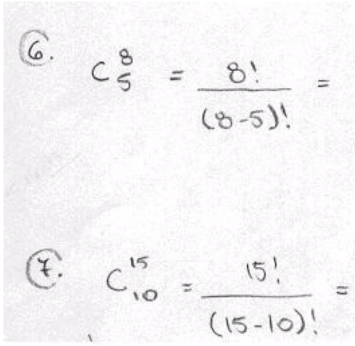

Fig. 3 Ilustra o uso da notação de combinação com fórmula de arrranjo.

A maioria nem mesmo arriscou uma linha de raciocínio na nona questão[8] que tratavam de coeficientes binomiais. Apenas quatro alunos tentaram resolver e apenas um enunciou a fórmula do termo geral.(Ver Fig.4). Outro utilizou o Teorema Binomial de Newton, um terceiro fez todas as multiplicações até obter a resposta (Ver Fig.5); e o último utilizou o Triângulo de Pascal. (Ver Fig.6)

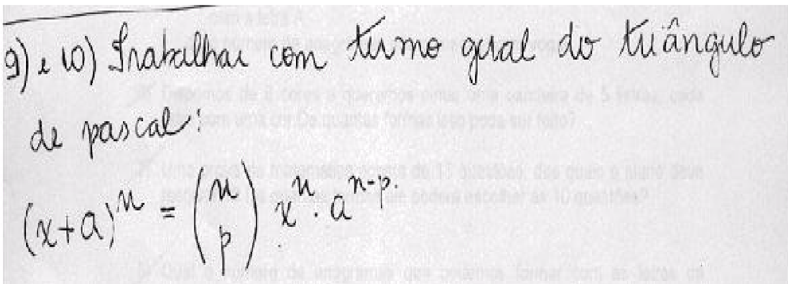

Fig. 4 Nona e décima questões, alguns alunos demonstram conhecimento do termo geral.

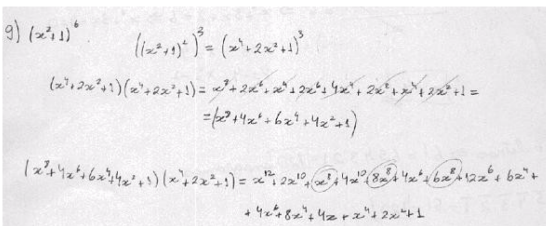

Fig. 5 Tentativa de resolução.

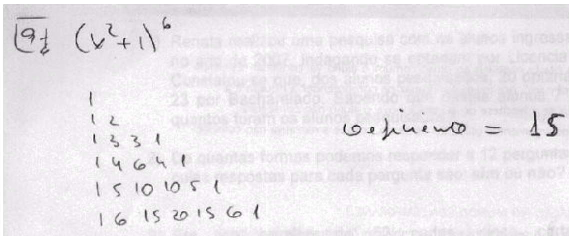

Fig. 6 Utilização do triângulo de Pascal.

Somente um aluno fez a resolução da última questão e este também resolveu a nona questão (e todos os outros). Coincidentemente este foi o único aluno que diz ter aprendido através da resolução de problemas.

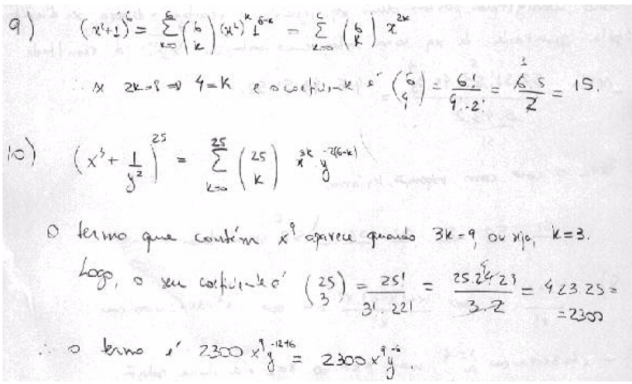

Fig. 7 Resolução esperada dos exercícios.

Resultados e considerações Finais

Verificamos pela análise do questionário que a maioria dos alunos aprenderam análise combinatória ou no ensino superior ou no médio e, exceto um, todos alegam ter visto de maneira tecnicista e superficialmente.

A análise do mapa conceitual reflete o colocado acima, visto que, os mapas conceituais eram simples pequenos e técnicos, sem muitos conceitos ou interligações. Muitos o entenderam como um conjunto de palavras “soltas”, não correlacionando os conceitos e não montando frases que os explicassem e conectassem.

Verificou-se ainda que esses alunos (futuros professores) têm uma tendência em utilizar fórmulas sem compreensão, tal como aprenderam. Isto pode ser visto quando em vários momentos: (i) quando se iniciou a resolução da ficha de trabalho, situação em que alguns reclamam por não lembrar as fórmulas, com indagações como: “Mas como eu vou fazer se não lembro as fórmulas?”; (ii) nas confusões que fizeram ao trabalhem com números fatoriais, não se atentando a algumas restrições (situação apontada anteriormente); e (iii) quanto utilizam notação de combinação e a fórmula de arranjo (parecendo não ter claro o significa dos termos e das fórmulas utilizadas).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais: PCN (Brasil, 1999) nos alerta que inovações pedagógicas dependem, sobretudo, de novas atitudes referentes ao processo de ensino e aprendizagem, e entendemos que essas novas atitudes estão relacionadas a novos métodos ou metodologias de ensino.

Portanto, os resultados apresentados nessa investigação reforçam a necessidade de se utilizar, em cursos de formação de professores, abordagens metodológicas alternativas no tratamento de conteúdos específicos de Matemática.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL (DF) Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)** - Ensino Médio,1999, Brasília-DF.

CERRI, C.; DRUCK, I. F. Combinatória sem Fórmulas. Ministério da Educação. Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE-SP). **PEC Construindo Sempre** – Aperfeiçoamento de professores PEB II, 2003, pp. 30-45.

DUTRA, I.M.(coord) et al Mapas Conceituais na Educação. Disponível em:< *http://mapasconceituais.cap.ufrgs.br/mapas.php* >. Acesso em: 04.10.07.

LUDKE, M., André, M.E.D.A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986

SILVA, J. R.; RUFINO, M. A. S.; MOREIRA, M. A. Alusão à Combinatória a partir dos Princípios Aditivos e Multiplicativos. In: XII COMITÊ INTERNAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA , 2007, Santiago de Querétaro **Anais...** México: México: Comitê Interamericano de Educadión Matemática & Grupo Interncíaonal Comission on Matemathical Instrutuction,2007, 2007. 1. CD- ROM.

---

[1] Doutora em Educação Matemática - UNESP - Rio Claro. Docente do ICMC-USP: Instituto de Ciências Matemáticas de Computação da Universidade de São Paulo. Membro da Comissão Internunidades das Licenciaturas da USP. Caixa Postal 668-CEP:13560-970. E-mail:rcgm@icmc.usp.br

[2] Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Aluna de mestrado do IGCE- UNESP: Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. Email: alinecbdutra@gmail.com

[3] Programa Ensinar com Pesquisa.

[4] O mapa conceitual é entendido como uma ferramenta para organizar e representar conhecimento. Trata-se de uma representação gráfica em duas dimensões de um conjunto de conceitos construídos de tal forma que as relações entre eles sejam evidentes. (DUTRA, 2007).

[5] Questão4: Resolva a equação $\frac{(x+2)!}{x!}$ = 6 , com x ≥ 0.

[6] Questão 7: Uma prova de matemática consta de 15 questões, das quais o aluno deve resolver 10. De quantas formas ele poderá escolher as 10 questões?

[7] Questão 6: Dispomos de 8 cores e queremos pintar uma bandeira de 5 listras, cada listra com uma cor.De quantas formas isso pode ser feito?

[8] Questão 9: No desenvolvimento de $(x^2+1)^6$, qual o coeficiente de x8 ?