

UNESP

Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

Guaratinguetá
2002



1110000509



***"Propagação Analítica da Atitude de
Satélites Artificiais Estabilizados por
Rotação"***

ISAURA MARTINEZ PUENTES QUIRELLI

193



ISAURA MARTINEZ PUENTES QUIRELLI

PROPAGAÇÃO ANALÍTICA DA ATITUDE DE SATÉLITES
ARTIFICIAIS ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO

Dissertação apresentada à
Faculdade de Engenharia
de Guaratinguetá da
Universidade Estadual
Paulista, para obtenção
do título de Mestre em
Física .

Orientadores: Profa. Dra. Maria Cecília F.P.S.Zanardi
Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga

Guaratinguetá
2002

FACULDADE DE ENGENHARIA
DE GUARATINGUETÁ
BIBLIOTECA

Data: 24/2/03
Valor: 20,00
C/D/T: D

Q8p

Quirelli, Isaura Martinez Puentes

Propagação analítica da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação / Isaura Martinez Puentes Quirelli. – Guaratinguetá : [s.n.], 2002
316f. : il.

Bibliografia: f. 108-112

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2002

Orientadores: Profa. Dra. Maria Cecília F. P. S. Zanardi e Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga

1. Satélite artificial. I. Título

CDU 629.783(043)

**“PROPAGAÇÃO ANALÍTICA DA ATITUDE DE SATÉLITES
ARTIFICIAIS ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO”**

ISAURA MARTINEZ PUENTES QUIRELLI

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO

DE

“MESTRE EM FÍSICA”

ESPECIALIDADE: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Coordenador

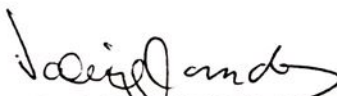
BANCA EXAMINADORA:



Prof.ª. Dr.ª. MARIA CECÍLIA FRANÇA DE PAULA SANTOS ZANARDI
Orientadora / Unesp-Feg



Prof. Dr. RODOLPHO VILHENA DE MORAES
Unesp-Feg



Prof. Dr. VALCIR ORLANDO
INPE/SJC

Dezembro de 2002

DADOS CURRICULARES

ISAURA MARTINEZ PUENTES QUIRELLI

NASCIMENTO	23/02/1958 – RIO DE JANEIRO
FILIAÇÃO	Roberto Martinez Calzado Rosalina Puentes Fernandez
1977/1979	Curso de Graduação Faculdade de Engenharia Química de Lorena
1999/2002	Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

**A memória de meu pai Roberto e
minha irmã Darina , pelo exemplo de
honestidade, persistência, coragem e
amor .**



AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus pelo dom da vida,
à minha orientadora Profa. Dra. Maria Cecília F.P.S.Zanardi, pelo carinho,
orientação , paciência e atenção oferecidos durante esses anos de trabalho,
ao Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga, pela orientação dada,
aos professores do Departamento, em especial aos professores Rodolpho
Vilhena de Moraes, Roberto Artur Cornetti Silva e Sílvia Maria Giuliatti Winter
pelas palavras de incentivo em momentos de desânimo,
aos colegas, em especial à Regina pela ajuda na digitação dos textos e
confeção de figuras, ao Thiago pelo desenvolvimento das integrais no MATLAB
e à Fernanda pela digitação da Apêndice F e subrotinas no MATLAB,
ao meu marido Jairo, meus filhos: Gustavo, Felipe e Juliana, pela
compreensão nos muitos momentos de minha ausência.

O Eterno tudo criou sem exceção,
só o Senhor será considerado justo.
Ele é o rei invencível que permanece para sempre.
Quem será capaz de relatar as sua obras?
Quem poderá compreender as suas maravilhas?
Quem poderá descrever todo o poder de sua grandeza?
Quem empreenderá a explicação de sua misericórdia?
Nada há a subtrair, nada a acrescentar às maravilhas de Deus;
elas são incompreensíveis.
Quando o homem tiver acabado, então estará no começo;
e quando cessar a pesquisa, ficará perplexo.

Eclesiástico 18, 1 – 6



QUIRELLI, I. M. P. **Propagação analítica da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação.** 2002, 316 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Guaratinguetá.

RESUMO

Uma abordagem analítica para a propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação é apresentada, considerando a influência de torques magnéticos. O principal enfoque é a modelagem do torque magnético residual (devido ao momento magnético ao longo do eixo de rotação) e do torque magnético devido às correntes de Foucault . O modelo do dipolo inclinado para o campo magnético da Terra é utilizado e o método da média é aplicado para determinar o torque ao longo de um período orbital, considerando desenvolvimentos até segunda ordem na excentricidade para o torque residual e até 1ª ordem para o torque devido às correntes de Foucault. Observa-se que o torque magnético residual não afeta o módulo da velocidade de rotação, contribuindo apenas para as variações temporais da ascensão reta e declinação do eixo de rotação. O torque magnético devido às correntes de Foucault causa um decaimento exponencial no módulo da velocidade de rotação.

PALAVRAS- CHAVE: Atitude de satélites artificiais, satélites estabilizados por rotação, torque magnético residual, torque magnético devido às correntes de Foucault.

QUIRELLI, I.M.P. **Spin stabilized artificial satellite attitude propagation.** 2002, 316 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Guaratinguetá

ABSTRACT

Na analytical approach for the attitude motion of spin stabilized artificial satellite is presented. Torques due to induced magnetic field of the satellite (residual torque) and eddy currents are considered. The dipole model is assumed to model the geomagnetic field. The averaged torques are computed for one orbital period, considering the expansion until second order on the eccentricity for the residual torque and until first order to the eccentricity for the torque due to eddy currents. It is observed that the residual and eddy currents torques cause the precession on the spin axis, but only the torque due to eddy currents causes the decaing of the angular velocity magnitude.

KEYWORDS : Attitude of the artificail satellite, spin-stabilized satellite, torque due to induced magnetic field of the satellite, torque due eddy currents.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1	INTRODUÇÃO.....	23
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	26
3	SISTEMAS DE REFERÊNCIAS	35
3.1	SISTEMA EQUATORIAL INERCIAL.....	35
3.2	SISTEMA EQUATORIAL.....	36
3.3	SISTEMA DO SATÉLITE	36
3.4	SISTEMA INTERMEDIÁRIO	38
3.5	SISTEMA ORBITAL	41
3.6	SISTEMA MAGNÉTICO	43
4	TORQUE MAGNÉTICO	46
4.1	COMENTÁRIOS INICIAIS	46
4.2	CARACTERÍSTICAS DO CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA.....	48
4.3	TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL	60
4.3.1	TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL INSTANTÂNEO	60
4.3.2	COMPONENTES DO CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE	60
4.3.3	TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL MÉDIO	62
4.4	TORQUE MAGNÉTICO DEVIDO ÀS CORRENTES DE FOUCAULT	67
4.4.1	TORQUE MAGNÉTICO DEVIDO ÀS CORRENTES DE FOUCAULT INSTANTÂNEO.....	67

4.4.2 TORQUE MAGNÉTICO DEVIDO ÀS CORRENTES DE FOUCAULT MÉDIO	68
5 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO ROTACIONAL	84
5.1 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO	84
5.2 MAGNITUDE DA VELOCIDADE ANGULAR DE ROTAÇÃO	87
5.3 DECLINAÇÃO DO EIXO DE ROTAÇÃO	87
5.4 ASCENSÃO RETA DO EIXO DE ROTAÇÃO	88
6 APLICAÇÕES	90
6.1 DADOS DE TESTE	90
6.1.1 DADOS DO SATÉLITE SCD1	91
6.1.2 DADOS DO SATÉLITE SCD2	92
6.2 RESULTADOS PARA O SATÉLITE SCD1	93
6.3 RESULTADOS PARA O SATÉLITE SCD2	100
7 COMENTÁRIOS FINAIS	106
REFERÊNCIAS	108
APÊNDICE A – Desenvolvimento da parcela $\tilde{N}_I$ do torque magnético residual	
APÊNDICE B – Desenvolvimento da parcela $\tilde{N}_{II}$ do torque magnético devido às correntes de Foucault	
APÊNDICE C – Desenvolvimento da parcela $\tilde{N}_{III}$ do torque magnético devido às correntes de Foucault médio	
APÊNDICE D – Desenvolvimento da parcela $\tilde{N}_{IV}$ do torque magnético devido às correntes de Foucault médio	
APÊNDICE E – Integrais envolvidas no desenvolvimento do torque magnético residual e devido às correntes de Foucault	

APÊNDICE F – Coeficientes relacionados com as componentes dos torques magnéticos residual e devido às correntes de Foucault

APÊNDICE G – Dados diários para o caso de teste do satélite SCD1

APÊNDICE H – Dados diários para o caso de teste do satélite SCD2



LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	Comparação das magnitudes de torques externos atuantes em satélite de pequeno porte	31
FIGURA 2	Orientação do eixo de rotação $\hat{s}$: sistema equatorial $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$, sistema do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$, ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação	38
FIGURA 3	Sistema intermediário $(\hat{i}_g, \hat{j}_g, \hat{k}_g)$ e sistema orbital $(\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s)$	40
FIGURA 4	Sistema magnético $(O' x_m y_m z_m)$ e sistema equatorial $(O' XYZ)$	45
FIGURA 5	Esboço idealizado das linhas de campo magnético terrestre	53
FIGURA 6	Variação da intensidade do campo geomagnético com a latitude geomagnética	55
FIGURA 7	Curvas de nível do campo magnético com a latitude geográfica	55
FIGURA 8	Variação da intensidade do campo magnético com a altitude	56
FIGURA 9	Curvas de nível do campo magnético para diferentes altitudes em relação a superfície da Terra	57
FIGURA 9.A	Curvas de nível do campo magnético para altitude de 500 km	56
FIGURA 9.B	Curvas de nível do campo magnético para altitude 1500 km	57

FIGURA 9.C	Curvas de nível do campo magnético para altitude de 4000 km	57
FIGURA 9.D	Curvas de nível do campo magnético para altitude de 7000 km	57
FIGURA 10	Erro percentual do modelo de dipolo	58
FIGURA 11	Módulo da Velocidade de rotação SCD1	95
FIGURA 12	Ascensão Reta do Eixo de Rotação (SCD1)	95
FIGURA 13	Declinação do Eixo de rotação (SCD1)	96
FIGURA 14	Desvios encontrados para Velocidade de Rotação SCD1 .	97
FIGURA 15	Desvios encontrados para Ascensão Reta do Eixo de Rotação (SCD1)	98
FIGURA 16	Desvios encontrados para Declinação do Eixo de Rotação (SCD1)	98
FIGURA 17	Erro de apontamento durante 40 dias (SCD1)	99
FIGURA 18	Módulo da Velocidade de Rotação (SCD2)	101
FIGURA 19	Ascensão Reta do Eixo de Rotação (SCD2)	102
FIGURA 20	Declinação do Eixo de Rotação (SCD2)	102
FIGURA 21	Desvios encontrados para Velocidade de Rotação SCD2 .	103
FIGURA 22	Desvios encontrados para Ascensão Reta do Eixo de Rotação (SCD2)	104
FIGURA 23	Desvios encontrados para Declinação do Eixo de Rotação (SCD2)	104
FIGURA 24	Erro de apontamento durante 40 dias (SCD2)	105

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Valores de W , α e δ fornecidos pelo CCS para o SCD1.....	94
TABELA 2 - Valores de W , α e δ fornecidos pelo CCS para o SCD2.....	100
TABELA 3 - Dados orbitais diários para o SCD1.....	310
TABELA 4 - Dados de Atitude e Parâmetros auxiliares para o SCD1.....	311
TABELA 5 - Dados orbitais diários para o SCD2	313
TABELA 6 - Dados de Atitude e Parâmetros auxiliares para o SCD2.....	315



LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCS	- Centro de Controle de Satélites
MECB	- Missão Espacial Completa Brasileira
SATEX 1	- Micro Satélite Mexicano
SCD 1	- Satélite de Coleta de Dados Brasileiro
SCD 2	- Satélite de Coleta de Dados Brasileiro
TAA	- Torques de Arrasto Atmosférico
TGG	- Torque de Gradiente de Gravidade
TPRSD	- Torque de Pressão de Radiação Solar Direta

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Semi eixo maior da órbita
$A, B, \vec{C}, \vec{D}$	Coefficientes envolvido nas componentes dos torques magnéticos
$A_i, i=1 \text{ a } 616$	Integrais envolvidas nas componentes dos torques magnéticos
$A_{lj}, j = a, b, c, d, e, x$	Coefficientes envolvidos nas componentes dos torques magnéticos
b	Parâmetro associado com a velocidade de rotação da Terra e período orbital do satélite
$\vec{B}$	Campo Geomagnético
$B_{lj}, C_{lj}, \vec{C}_{lxj}, D_{lj}$ $j = a, b, c, d, e$	Coefficientes envolvidos na parcela do torque magnético devido às correntes de Foucault
$B_{lx}, \vec{C}_{lx}, E_{lx}$	Coefficientes envolvidos nas componentes dos torques magnéticos
C_i, D_i, F_i $i=1, 2, 3$	Coefficientes envolvidos nas componentes dos torques magnéticos
$\vec{C}_{lxk}, \vec{D}_{lxk}, F_{lxk}$ $k = a, b, c, d, e, f$	Coefficientes envolvidos nas componentes dos torques magnéticos
e	Excentricidade da órbita
$E_{le}, F_{le}, G_{le}, H_{le}, I_{le}, J_{le},$ $L_{le}, M_{le}, N, N_{le}, O_{le}, P_{le},$ $Q_{le}, R_{le}, S_{le}, T_{le}, U_{le}$	Coefficientes envolvidos na parcela do torque magnético devido às correntes de Foucault

g_n^m, h_n^m	Coeficientes Gaussianos do campo geomagnético
h	Momento angular específico
$H, I, J, L, N, O_1, P, Q, R, S, T, T_1, U, V, V_1, V_2, V_3, X, X_1$	Coeficientes envolvidos na parcela do torque magnético devido às correntes de Foucault
i	Inclinação da órbita
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	Vetores unitários do sistema do satélite
$\hat{i}_g, \hat{j}_g, \hat{k}_g$	Vetores unitários do sistema intermediário
$\hat{i}_m, \hat{j}_m, \hat{k}_m$	Vetores unitários do sistema magnético
$\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$	Vetores unitários do sistema orbital
$\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$	Vetores unitários do sistema equatorial inercial e sistema equatorial
I_x, I_y, I_z	Momentos principais de inércia do satélite
k, k_1, k_2, k_3, k_4	Constantes de integração
ℓ	Módulo do vetor do momento magnético do campo terrestre
$\vec{L}$	Momento angular
M	Anomalia média
$\vec{M}$	Soma dos momentos magnéticos individuais do satélite
M_s	Momento magnético do satélite ao longo do eixo de rotação
$\vec{N}$	Torque total externo atuante no satélite
$\vec{N}_i$	Torque magnético devido às correntes de

	Foucault
$\vec{N}_{im}$	Torque magnético devido às correntes de Foucault médio
N_{ix}, N_{iy}, N_{iz}	Componentes do torque magnético devido às correntes de Foucault no sistema do satélite
$\vec{N}_r$	Torque magnético residual
$\vec{N}_{rm}$	Torque magnético residual médio
N_{rx}, N_{ry}, N_{rz}	Componentes do torque magnético residual no sistema do satélite
$N_{3a}, N_{3b}, N_{3c}, N_{3a1}, N_{3a2}, N_{3c1}, N_{3c2}$	Coefficientes envolvidos na parcela do torque magnético devido às correntes de Foucault
$N_{3bj}, j = 1, 2, 3, 4$	Coefficientes envolvidos na parcela do torque magnético devido às correntes de Foucault
$\vec{N}_{III}, \vec{N}_{IIIa}, \vec{N}_{IIIb}$	Parcelas do torque magnético devido às correntes de Foucault médio
$N_{IIIax}, N_{IIIay}, N_{IIIaz}$	Componentes da parcela do torque magnético devido às correntes de Foucault no sistema do satélite
$N_{IIIx}, N_{IIIy}, N_{IIIz}$	Componentes da parcela $\vec{N}_{III}$ do torque magnético devido às correntes de Foucault no sistema do satélite
$\vec{N}_{IV}, \vec{N}_{IVa}, \vec{N}_{IVb}$	Parcelas do torque magnético devido às correntes de Foucault médio

$\vec{N}_{IVaj}, j = 1, 2, 3, 4$	Parcelas do torque magnético devido às correntes de Foucault médio
$N_{IVax}, N_{IVay}, N_{IVaz}$	Componentes da parcela do torque médio devido às correntes de Foucault no sistema do satélite
$N_{IVbk}, k = 1, 2, 3, 4, 5$	Parcelas do torque magnético devido às correntes de Foucault
$N_{IVbx}, N_{IVby}, N_{IVbz}$	Componentes da parcela $\vec{N}_{IV}$ do torque magnético devido às correntes de Foucault no sistema do satélite
$N_{IVx}, N_{IVy}, N_{IVz}$	Componente da parcela $\vec{N}_{IV}$ do torque magnético devido às correntes de Foucault no sistema do satélite
O	Centro de massa do satélite
O'	Centro de massa da Terra
O_1	Coefficiente envolvido na parcela do torque magnético devido às correntes de Foucault
Oxyz	Sistema de coordenadas do satélite
OXYZ	Sistema de coordenadas equatorial
$O'_{xg yg zg}$	Sistema de coordenadas intermediário
$O'_{xm ym zm}$	Sistema magnético, baseado no modelo de dipolo inclinado do campo magnético da Terra
$O'_{xs ys zs}$	Sistema orbital, associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra

$O'XYZ$	Sistema de coordenadas geocêntrico
p	Parâmetro de Foucault
$P_n^m(\theta)$	Polinômios associados de Legendre
R	Distância geocêntrica
$\vec{r}$	Vetor posição do centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra
r_x, r_y, r_z	Coordenadas normalizadas das componentes do vetor posição $\vec{r}$
R_x	Matriz de rotação de $(90^\circ - \delta)$ em torno do eixo Ox
$R_x(i)$	Matriz de rotação de i em torno de $O'x_g$
$R_x(\beta)$	Matriz de rotação de β em torno de $O'x_m$
R_z	Matriz de rotação $(\alpha - 270^\circ)$ em Oz
$R_z(\eta)$	Matriz de rotação de η em torno de $O'Z$
$R_z(\Omega)$	Matriz de rotação de Ω em torno de $O'Z$
R_T	Raio equatorial da Terra
R_1	Matriz de rotação que relaciona o sistema do satélite com o sistema geocêntrico
R_2	Matriz de rotação que relaciona o sistema geocêntrico com o sistema intermediário
R_3	Matriz de rotação que relaciona o sistema geocêntrico com o sistema orbital
R_4	Matriz que relaciona o sistema orbital com o sistema intermediário

R_5	Matriz que relaciona o sistema geocêntrico com o sistema magnético
$\hat{s}$	Eixo de rotação do satélite em torno do seu centro de massa
t	Tempo
t_i	Tempo inicial
V	Potencial escalar magnético
$\bar{X}_{1j}, j = a, b, c, \dots m$	Coeficientes envolvidos nas parcelas do torque magnético devido às correntes de Foucault
$X_{1J}, J = N, M, O, \dots V$	Parcelas do torque magnético devido às correntes de Foucault
$X_i, i = 2, 3, 4, 5, 6$	Coeficiente envolvido nas parcelas do torque magnético devido às correntes de Foucault
$Y_k, k = 1, 2 \dots 14$	Coeficiente envolvido nas parcelas do torque magnético devido às correntes de Foucault
W	Módulo da velocidade de rotação
W_o	Módulo da velocidade de rotação inicial
$\bar{W}$	Velocidade angular de rotação
$\dot{W}$	Taxa de variação do módulo da velocidade de rotação
$Z_j, j = 1, 2, \dots 13$	Coeficiente envolvido nas parcelas do torque magnético devido às correntes de Foucault
α	Ascensão reta do eixo de rotação

α_o	Ascensão reta do eixo de rotação inicial
$\dot{\alpha}$	Taxa de variação da ascensão reta do eixo de rotação
β	Angulo de inclinação do vetor de dipolo em relação ao eixo OZ
δ	Declinação do eixo de rotação
δ_o	Declinação do eixo de rotação inicial
$\dot{\delta}$	Taxa de variação da declinação do eixo de rotação
η	Argumento do nodo ascendente do equador geomagnético
η_o	Valor do nodo ascendente do equador geomagnético no instante de passagem do satélite pelo perigeu
θ	Erro de Apontamento
θ	Co-latidade
μ_o	Permeabilidade do espaço livre
v	Anomalia verdadeira
v_i	Anomalia verdadeira no instante t_i
ϕ	Longitude a leste
ω	Argumento do perigeu
$\overline{\omega}$	$(\omega + v)$
ω_e	Módulo da velocidade angular de rotação da Terra
Ω	Longitude do nodo ascendente
$\mathfrak{R}, \mathfrak{R}_i$	Grandezas auxiliares

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo analisar e desenvolver a dinâmica envolvida no movimento de rotação de satélites artificiais estabilizados por rotação (os quais possuem o eixo de rotação alinhado ao eixo de simetria) através da integração analítica da atitude do satélite. Para isto é utilizado um sistema de coordenadas esféricas, fixo no satélite, que posiciona o eixo de rotação do satélite em relação ao sistema equatorial terrestre, considerando as influências do torque magnético residual e do induzido (torque causado pelas correntes de Foucault).

As coordenadas esféricas que descrevem a atitude do satélite são o módulo da velocidade de rotação (W), a ascensão reta (α) e a declinação (δ) do eixo de rotação do satélite.

Considera-se que a órbita do satélite ao redor da Terra é conhecida, dada inicialmente por uma órbita de referência Kepleriana, sendo consideradas as principais variações devidas ao achatamento da Terra na longitude do nodo ascendente, no argumento do pericentro e na anomalia média, em curtos períodos de tempo, da ordem de 01 dia.

As equações do movimento são apresentadas em termos das coordenadas esféricas (W, α, δ) e dependem das componentes dos torques externos atuantes sobre o satélite, expressas no sistema de eixos fixos no satélite (sistema de eixos principais de inércia).

Neste trabalho enfocam-se apenas o torque magnético residual e o devido às correntes de Foucault, de modo a verificar as influências de cada um deles sobre o módulo da velocidade de rotação do satélite e sua orientação espacial. A

importância da análise destes torques se deve ao tipo de influência que cada um deles acarreta no módulo e orientação da velocidade de rotação do satélite. É conhecido que estes torques afetam a orientação do eixo de rotação, sendo que o torque devido às correntes de Foucault causa um decaimento de perfil exponencial no módulo da velocidade de rotação dos satélite e o torque magnético residual produz uma deriva do eixo de rotação (Kuga et al, 1997, 1999; Wertz, 1978).

No Capítulo 1 é feita uma introdução do trabalho destacando-se o seu principal objetivo.

No Capítulo 2 estão apresentados e comentados alguns trabalhos sobre a análise da dinâmica envolvida no movimento translacional e rotacional de satélites artificiais, principalmente aqueles aplicados a satélites estabilizados por rotação.

No Capítulo 3 são introduzidos os sistemas de coordenadas utilizados durante o desenvolvimento desta dissertação e as matrizes de rotações que relacionam estes sistemas, as quais são necessárias na análise do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação.

No Capítulo 4 é analisado o torque magnético atuante sobre o satélite discutindo inicialmente algumas características do campo magnético terrestre. A seguir é analisado o torque magnético residual e o devido às correntes de Foucault , sendo que as componentes média deste torques são determinadas para um período orbital.

No Capítulo 5 são introduzidas as equações de Euler que descrevem o movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação e uma análise preliminar destas equações é realizada, considerando apenas os torques magnético residual e o devido às correntes de Foucault. Nesta análise mostra-se que o torque devido às correntes de Foucault causa um decaimento exponencial no módulo da

velocidade de rotação e que os torques magnéticos residual e o devido às correntes de Foucault influenciam no movimento de precessão e nutação do eixo de rotação.

No Capítulo 6 são feitas aplicações aos Satélites de Coleta de Dados Brasileiro (SCD1 e SCD2), comparando os resultados do desenvolvimento teórico com os dados tabulados pelo Centro de Controle de Satélites do INPE.

No Capítulo 7 descreve-se as conclusões finais extraídas deste trabalho e os comentários finais para extensões futuras .

Nos Apêndices A e B mostram-se os desenvolvimentos das parcelas do Torque Magnético Residual Médio. Os resultados obtidos nestes apêndices são utilizados no Capítulo 4.

Nos Apêndices C e D são desenvolvidas as parcelas do Torque devido às correntes de Foucault Médio. Os resultados obtidos nestes apêndices são também utilizados no Capítulo 4.

No Apêndice E são apresentadas diversas integrais envolvidas no desenvolvimento das parcelas dos torques magnético residual e o devido às correntes de Foucault dos apêndices A,B,C e D.

No Apêndice F são apresentados os coeficientes relacionados com as parcelas dos torques magnéticos residual e o devido às correntes de Foucault dos apêndices A,B,C e D.

No Apêndice G e H são apresentados dados diários para o caso de teste do Satélite SCD1 e Satélite SCD2, respectivamente, fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE – São José dos Campos .

O trabalho é finalizado com a apresentação da bibliografia consultada e necessária a sua realização.



CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Desde o advento dos satélites artificiais a interação entre fontes de campo magnético a bordo do satélite e a indução do campo geomagnético tem sido objeto de vários estudos relacionados com a análise da atitude de satélites artificiais. O objetivo destes estudos foi analisar a dinâmica envolvida no movimento translacional e rotacional de satélites artificiais. Entre os muitos trabalhos sobre o assunto, citaremos aqui alguns mais diretamente relacionados com a análise desenvolvida nesta dissertação, principalmente aqueles aplicados a satélites estabilizados por rotação.

YU (1963) analisa em seu trabalho os problemas dinâmicos do satélite estabilizado por rotação Telstar, caracterizados pelo decaimento da velocidade de rotação, amortecimento de rotação, nutação e precessão do eixo de rotação. Os fenômenos observados são explicados levando em conta as anomalias do campo geomagnético, as variações dos parâmetros orbitais e a mudança do eixo de rotação. O tempo característico aproximado para a decadência exponencial da rotação é calculada para aproximadamente 330 dias. Isto indica que no final de 2 anos o satélite Telstar teria uma velocidade de rotação de 20 rpm. Amortecedores de nutação foram considerados, através de análise linear do movimento para a qual uma expressão teórica do tempo característico de amortecimento e precessão foram apresentados. Pela comparação com dados reais, verificou-se que este tempo está correto quando admite-se torques transversos médios. O deslocamento do eixo de rotação é discutido e uma descrição qualitativa é apresentada para computar a ordem de magnitude da velocidade de deslocamento do eixo de rotação. Conclui-se que os três problemas

acima são causados essencialmente pelas correntes de Foucault e o momento de dipolo magnético residual, os quais podem ser avaliados para um satélite estabilizado por rotação. Verifica-se também que o eixo de rotação deveria necessariamente ser o de máximo momento de inércia por causa da dissipação de energia, visto que, o satélite não é um corpo perfeitamente rígido. Resultados foram analisados de forma a serem aplicados para qualquer satélite estabilizado por rotação.

Thomas e Capellari (1964) apresentam técnicas de determinação e predição para satélites estabilizados por rotação. O modelo de dipolo magnético é utilizado para o campo magnético da Terra e torques médios são determinados para um período anomalístico tanto para o torque de gradiente de gravidade quanto para o torque residual. Aplicações são realizadas para dados do satélite Telstar I e II. Nesta dissertação o cálculo dos torques magnéticos residual e devido às correntes de Foucault médios seguem o procedimento proposto por Thomas e Capellari.

Hara (1973) investigou os efeitos dos torques magnético residual e gravitacional no movimento rotacional de um corpo rígido. O modelo de dipolo foi utilizado para representar o campo magnético da Terra, e o vetor momento angular foi suposto estar alinhado com eixo de rotação. Valores médios dos torques magnéticos e gravitacionais são utilizados na análise das equações, incluindo também a precessão do nodo ascendente da órbita. A trajetória de fase descrita pelo vetor de rotação foi obtida para mostrar que o movimento é periódico no espaço de fase fixado para o plano da órbita. O método de Poincaré foi empregado para analisar os efeitos de perturbação do torque gravitacional no movimento periódico devido ao torque magnético ser dominante, apontando uma mudança significativa no período. Uma solução aproximada para o movimento



perturbado foi determinada em forma de série de potência em termos de um pequeno parâmetro que representa o efeito do torque gravitacional.

Stellmacher (1973) investiga em seu trabalho uma representação para o movimento de um satélite sobre seu centro de massa, incluindo torque magnético residual, causado pela interação entre o campo geomagnético e o momento magnético do satélite. Devido às condições adotadas para o momento magnético do satélite, o torque magnético atuante não é tratado como uma perturbação simples. É também considerado que o eixo de rotação do satélite é uma constante em um sistema de eixos principais fixado no satélite. Um sistema de equações lineares com coeficientes periódicos é solucionado, considerando que os coeficientes que dependem do tempo são fatorados por um pequeno parâmetro, em termos do qual a solução é expandida em série. A solução obtida mostra-se adequada para satélites com velocidade de rotação não muito baixa, superiores a 0,8 rpm.

Shrivastava & Shivananda (1981) analisaram o torque magnético devido às correntes de Foucault atuante em um satélite rotacionando imerso no campo magnético terrestre, o qual causa um decaimento no módulo da velocidade de rotação do satélite. Uma expressão para o torque de decaimento devido às correntes de Foucault é deduzida para diferentes configurações, assumindo que o eixo de rotação é o eixo de simetria do satélite. A influência dos elementos orbitais e a orientação do eixo de rotação são discutidas e limites nas taxas de decaimento são estabelecidas. Aplicações foram feitas para satélites indianos.

Carrara (1982), em seu trabalho de dissertação de mestrado estudou diversas teorias encontradas na literatura que melhor representam forças e torques externos atuantes em satélites artificiais. As magnitudes de forças e torques



aerodinâmicos, de gradiente de gravidade, de pressão de radiação solar, devido ao albedo terrestre e à radiação terrestre foram computadas numericamente considerando órbitas compreendidas entre 200 e 2000 Km de altitude em relação a superfície da Terra. Uma aplicação especial foi realizada para um satélite com características do satélite brasileiro com o objetivo de se verificar a grandeza relativa entre elas. Verificou-se a influência da altitude do satélite tanto sobre as forças quanto sobre os torques. As características da superfície do satélite tanto quanto sua temperatura e geometria também afetam algumas forças.

Em 1987, Kuga et al (1987a, 1987b) propuseram uma modelagem dinâmica simplificada para o movimento de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação. As equações de Euler foram desenvolvidas em coordenadas apropriadas e resolvidas por meio de integração numérica, considerando os torques magnéticos residual, torque magnético devido às correntes de Foucault e torque de Gradiente de Gravidade, utilizando método de Runge-Kuta, de 8ª ordem e dados do primeiro satélite da MECB (Missão Espacial Completa Brasileira). Os resultados mostram uma natureza oscilatória na declinação do eixo de rotação, devido a 3 frequências que aparecem implicitamente na equação diferencial para a declinação a saber: a frequência orbital, a frequência de rotação da Terra e frequência de precessão do nodo ascendente da órbita. Para longos períodos de integração o efeito da precessão nodal é visivelmente pronunciado. A amplitude da oscilação tende a aumentar com o tempo devido à queda da velocidade angular. A ascensão reta do eixo de rotação contém somente uma parte de natureza oscilatória, complementada por um termo secular que depende da componente do campo geomagnético no eixo Ox do satélite o qual produz a taxa de precessão. A parte oscilatória mostra a frequência da precessão nodal mais acentuada. A velocidade angular, decresce 73% após 180 dias. A constante de tempo, calculada aproximadamente de forma analítica, é da ordem de 142 dias,



de forma que a velocidade angular deve diminuir 63 % durante 142 dias. Estes trabalhos serviram de diretriz para o desenvolvimento desta dissertação.

Na mesma linha de trabalho de Carrara (1982), Real (2001) enfocou a análise das magnitudes dos torques externos em função de sua altitude em relação a superfície da Terra. Para o torque aerodinâmico considerou tanto o modelo exponencial para a densidade (King-hele, 1964), quanto o modelo de Sehnal & Pospisilová (1988), sendo observado o decaimento exponencial deste torque com a altitude para os dois modelos. Neste trabalho foram comparadas as magnitudes dos torques magnético residual e devido às correntes de Foucault tanto para o modelo de dipolo quanto para o modelo de quadripolo do campo magnético da Terra. A comparação dos torques aerodinâmico e magnético com o torque de gradiente de gravidade e de radiação solar é realizada para altitudes variando de 100 até 800 Km considerando um satélite com características similares ao satélite de coleta de dados brasileiro (SCD1). Foi verificado que, para o modelo de arrasto adotado para altitudes abaixo de 400 Km, o torque aerodinâmico predomina sobre os demais, enquanto entre 450 e 550 Km de altitude os torques magnéticos (residual e devido às correntes de Foucault), aerodinâmico e de gradiente de gravidade possuem magnitudes comparáveis. A partir de 550 km o torque aerodinâmico é inferior aos torques magnético residual e ao gradiente de gravidade. O torque magnético devido às correntes de Foucault é inferior aos torque magnético residual e de gradiente de gravidade para as altitudes consideradas. O torque de radiação solar é sempre inferior aos demais torques. Estas comparações podem ser visualizadas na figura 1 a seguir.



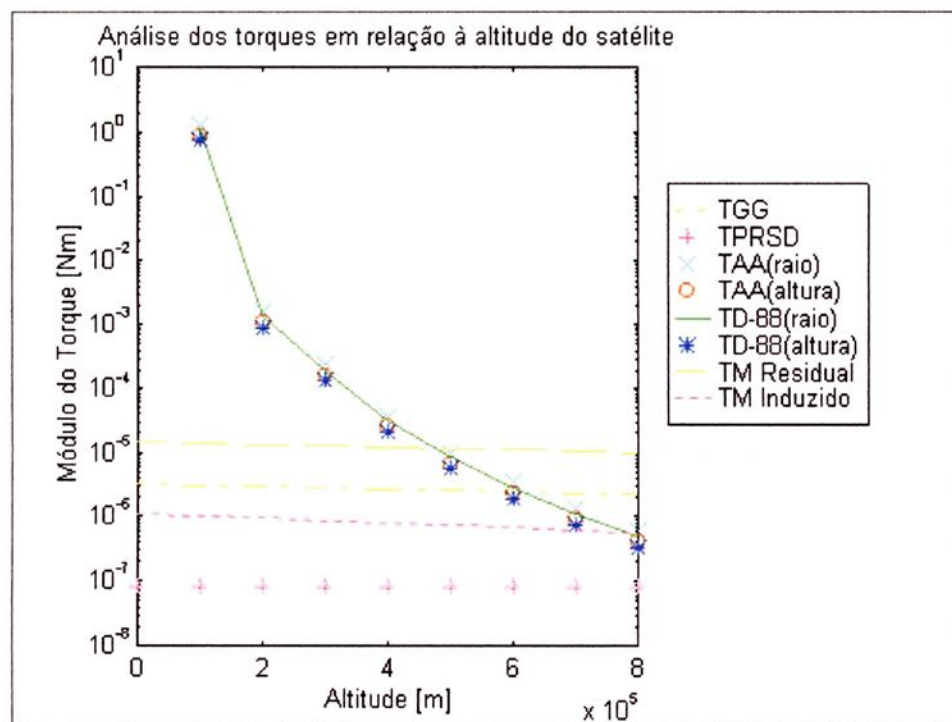


Figura 1 – Magnitudes dos torques Aerodinâmicos (TAA – modelo exponencial para densidade, TD –88 – modelo de Sehnal & Pospisilová para a densidade), Gradiente de Gravidade (TGG), de radiação solar (TPRS), torque magnético residual (TM Residual) e Torque magnético devido a correntes de Foucault (TM induzido). (fonte Real, 2001)

No trabalho de Orlando *et al* (1997) são apresentados o comportamento real do ângulo de aspecto solar, do módulo da velocidade de rotação e do semi-eixo maior da órbita para o Satélite de Coleta de Dados Brasileiro (SCD1) em um período de 4 anos. Verifica-se o decaimento exponencial do módulo da velocidade de rotação. Os resultados desta dissertação de mestrado serão aplicados para os dados do SCD1e SCD2 e deverão estar consistentes com o comportamento real apresentado no trabalho de Orlando et al (1997).

Apesar de não ser o enfoque principal deste trabalho, a interação entre fontes de campo magnético a bordo do satélite e a indução do campo geomagnético também é muito utilizada para o desenvolvimento de dispositivos de controle que auxiliem na manobra e controle de atitude de satélites. Muitos dos problemas envolvidos neste tipo de controle de atitude consiste em determinar a lei de controle que vai governar o dispositivo de controle (bobina magnética ou roda de reação) a bordo do satélite. Em diversos trabalhos desenvolvidos no Brasil, o enfoque maior foi dado para satélites estabilizados por rotação, devido aos projetos dos satélites de coletas de dados brasileiros.

Alfriend & Lindberg (1979) avaliam o efeito do modelo de campo geomagnético no desempenho de um sistema de controle magnético da atitude de satélite estabilizado, o qual utiliza a interação do campo geomagnético com o momento magnético do satélite (assumido paralelo ao eixo de rotação). Através de transformações nos harmônicos esféricos do campo geomagnético para um sistema de coordenadas no qual a longitude é medida no plano orbital e a latitude é medida perpendicularmente ao plano orbital, o campo magnético tornou-se um série de Fourier em termos da anomalia verdadeira. Os ganhos do sistema de controle são obtidos em termos dos coeficientes desta série de Fourier. Conclui-se que o modelo de dipolo é suficiente para o projeto do sistema de controle, sendo que uma boa precisão é obtida para os desenvolvimentos até 6ª ordem da série de Fourier e que sistema de controle apresenta um bom desempenho para inclinações abaixo de 45° e para altas altitudes.

Em 1991, Cruz & Ferreira analisaram o controle da reorientação do eixo de rotação e da velocidade de rotação do satélite de coleta de dados brasileiro. O controle da velocidade de rotação foi efetuado com o acionamento de uma bobina magnética fixa no satélite . Uma aplicação prática foi realizada para a

reorientação do eixo de rotação juntamente com o controle da velocidade de rotação, utilizando equações do movimento da atitude de satélites estabilizados por rotação descritas pelas coordenadas esféricas do eixo de rotação (módulo da velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação). O resultado da simulação sugeriu a possibilidade de realizar a manobra de reorientação através de comandos de solo. Paralelamente verificou-se também que o controle da velocidade de rotação poderia ser feito a bordo, usando o computador de bordo.

Gamarra Rosado & Rios Neto em seus trabalhos (Gamarra Rosado & Rios Neto, 1990, 1991, 1992) determinaram uma lei de controle ótimo em malha aberta, otimizando os intervalos e polaridades de funcionamento de um atuador do tipo bobina magnética, de modo a minimizar o tempo de manobra de atitude de um satélite rígido, axialmente simétrico e estabilizado por rotação. Nestes trabalhos são analisadas alternativas de manobra otimizada de interesse ao 1º Satélite de Coleta de Dados da Missão Espacial Completa Brasileira – MECB (SCD1 e SCD2). Nestes satélites é necessário proceder manobras de atitude de modo a evitar que o ângulo de aspecto solar (o ângulo entre o eixo de rotação do satélite e a direção de incidência dos raios solares sobre a superfície do satélite) alcance valores que levem à incidência direta da radiação solar sobre painéis transversais, o que poderia provocar problemas térmicos.

Dispositivos de controle utilizando bobinas magnéticas realmente são utilizadas nos Satélites de Coletas de Dados Brasileiros (SCD1 e SCD2), os quais possuem a forma de um prisma octogonal (Carrara & Guedes, 1994; Rozenfeld & Orlando, 1994; Kuga *et al.*, 1999). No SCD1 apenas a face inferior não é recoberta de células solares, a qual é utilizada pelo subsistema de controle térmico para dissipação de calor. Por este motivo a incidência direta de luz solar nessa face não deve ocorrer, a fim de evitar possíveis problemas térmicos que

poderiam danificar equipamentos do satélite. Para o SCD2 as restrições de incidência direta dos raios solares é maior, não podendo ocorrer tanto no painel inferior quanto no superior. No SCD1 o ângulo de aspecto solar deve manter-se entre 60° e 90° , enquanto no SCD2 este ângulo deve manter-se entre 80° e 100° .

De acordo com Carrara & Guedes (1994), o sistema de controle de atitude do SCD-1 utiliza torques de controle produzidos à bordo pela ativação (através de telecomando do solo) de uma bobina magnética do sub-sistema de controle de atitude. O satélite SCD2 (Kuga *et al*, 1999; Orlando, 2002) possui, além das bobinas de torque para execução de manobras de reorientação do eixo de rotação, um sistema de controle autônomo de velocidade de rotação do satélite dentro de uma faixa de 32 a 36 rpm.

No trabalho de Vera *et al* (1998) um algoritmo de estabilização é proposto para o micro-satélite mexicano SATEX – 1, que possui uma órbita equatorial. Um controle ativo é fornecido por cinco bobinas magnéticas de 4 Am^2 . Equações de Euler para pequenos desvios com respeito ao eixo principal foram utilizadas. As componentes do torque magnético residual (produzido pela interação do momento magnético do satélite com o campo magnético da Terra) no sistema de eixos principais foram computados. Na análise de estabilidade admite-se que a transformação da equação do sensor para expressões analíticas não sejam dependentes do tempo, embora seja necessário expandir o sistema dinâmico de 6 para 12 variáveis de estado. Dentro das condições consideradas, leis de controle para a estabilização do micro-satélite são propostas.

Os trabalhos acima relacionados foram estudados e contribuíram para uma melhor compreensão da análise realizada nesta dissertação.



CAPÍTULO 3 SISTEMAS DE REFERÊNCIAS

Neste capítulo são introduzidos os sistemas de coordenadas utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho e as matrizes de rotações que relacionam estes sistemas, as quais são necessárias no desenvolvimento dos torques externos considerados e na determinação das equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação. As matrizes de rotação são definidas em termos de conjuntos de ângulos de Euler, que envolvem os elementos orbitais, a ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite e a ascensão reta e declinação do vetor de dipolo do campo magnético da Terra. Consideraremos O' como sendo o centro de massa da Terra e O o centro de massa do satélite.

3.1 SISTEMA EQUATORIAL INERCIAL

O sistema de coordenadas denominado geocêntrico, representado por $O'XYZ$, possui sua origem no centro de massa da Terra, com o plano de referência $O'XY$ paralelo ao plano do Equador terrestre, com o eixo $O'X$ apontando na direção do ponto vernal (intersecção do plano da eclíptica com o plano do equador terrestre), o eixo $O'Z$ na direção do pólo norte e o eixo $O'Y$ forma o sistema dextrogiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$.

3.2 SISTEMA EQUATORIAL

Neste sistema OXYZ, a origem coincide com o centro de massa do satélite O e os eixos são paralelos aos do sistema geocêntrico inercial. Assim os vetores unitários deste sistema também são representados por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$.

3.3 SISTEMA DO SATÉLITE

O sistema do satélite Oxyz, está associado ao eixo de rotação $\hat{s}$ do satélite em torno de seu centro de massa O, com o eixo Oz na direção deste eixo de rotação, o plano Oxy é perpendicular a Oz, com o eixo Ox na intersecção de Oxy com o plano equatorial OXY e o eixo Oy formando o sistema dextrogiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$. Este sistema está representado na Figura 2, juntamente com o sistema equatorial, onde também estão representados os ângulos ascensão reta α e a declinação δ que expressam a posição do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial, sendo definidos por:

α - ângulo que a projeção do eixo de rotação $\hat{s}$ no plano OXY forma com o eixo OX, positivo no sentido horário;

δ - complemento do ângulo que o eixo de rotação $\hat{s}$ forma com o eixo OZ, a partir do Equador.

Pela Figura 2 observamos que o sistema do satélite Oxyz é obtido do sistema geocêntrico OXYZ através da seguinte sequência de rotações:

- rotação de $(\alpha - 270^\circ)$ no eixo OZ, a qual associamos a matriz de rotação $R_Z(\alpha - 270^\circ)$;
- rotação de $(90^\circ - \delta)$ no eixo Ox, a qual associamos a matriz de rotação $R_X(90 - \delta)$.

Deste modo, estes dois sistemas se relacionam através da matriz de rotação R_1 e:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = R_1 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\text{com: } R_1 = R_X(90^\circ - \delta), R_Z(\alpha - 270^\circ)$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} -\text{Sen } \alpha & \text{Cos } \alpha & 0 \\ -\text{Sen } \delta \text{ Cos } \alpha & -\text{Sen } \delta \text{ Sen } \alpha & \text{Cos } \delta \\ \text{Cos } \delta \text{ Cos } \alpha & \text{Cos } \delta \text{ Sen } \alpha & \text{Sen } \delta \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Logo, substituindo a equação (3.2) em (3.1), temos:

$$\begin{aligned} \hat{i} &= -\text{Sen } \alpha \hat{I} + \text{Cos } \alpha \hat{J} \\ \hat{j} &= -\text{Sen } \delta \text{ Cos } \alpha \hat{I} - \text{Sen } \delta \text{ Sen } \alpha \hat{J} + \text{Cos } \delta \hat{K} \\ \hat{k} &= \text{Cos } \delta \text{ Cos } \alpha \hat{I} + \text{Cos } \delta \text{ Sen } \alpha \hat{J} + \text{Sen } \delta \hat{K} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Os vetores unitários $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$ podem ser representados em termos dos vetores unitários do sistema do satélite, utilizando a transposta da matriz R_1 , dada na equação (3.2), de modo que:

$$\begin{aligned}\hat{I} &= -\text{Sen } \alpha \hat{i} - \text{Sen } \delta \text{ Cos } \alpha \hat{j} + \text{Cos } \delta \text{ Cos } \alpha \hat{k} \\ \hat{J} &= \text{Cos } \alpha \hat{i} - \text{Sen } \delta \text{ Sen } \alpha \hat{j} + \text{Cos } \delta \text{ Sen } \alpha \hat{k} \\ \hat{K} &= \text{Cos } \delta \hat{i} + \text{Sen } \delta \hat{j}\end{aligned}\tag{3.4}$$

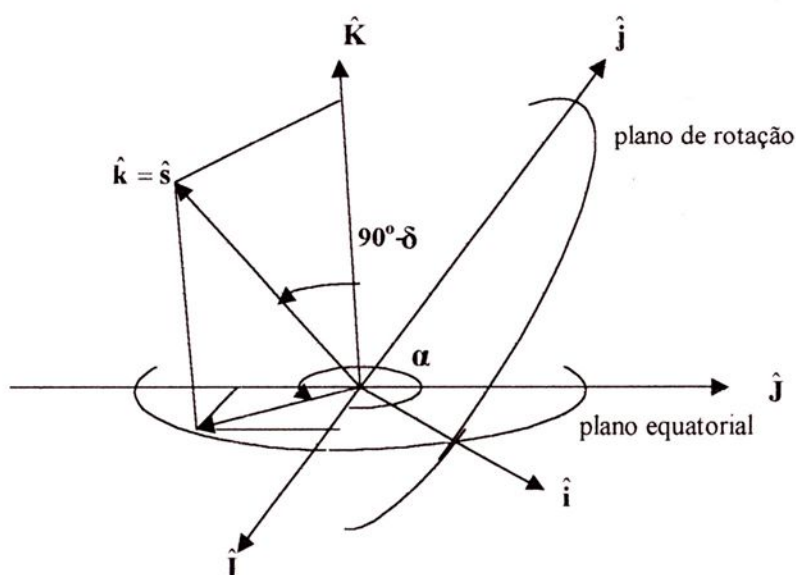


FIGURA 2 – Orientação do eixo de rotação ($\hat{s}$): Sistema Equatorial ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$), Sistema dos Satélite ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$), ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação. (Adaptado de Kuga et al (1987)).

3.4 SISTEMA INTERMEDIÁRIO

Este é um sistema auxiliar, representado por $O'x_g y_g z_g$, que é útil nos desenvolvimentos relacionados com a determinação dos torques médios magnéticos considerados. O plano de referência $O'x_g y_g$ deste sistema coincide

com o plano orbital, com o eixo $O'x_g$ apontando na direção do nodo ascendente da órbita, o eixo $O'z_g$ sendo perpendicular ao plano orbital e o eixo $O'y_g$ forma o sistema dextrogiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}_g, \hat{j}_g, \hat{k}_g$.

O sistema intermediário se relaciona com o sistema equatorial, através de:

- rotação de Ω em torno de $O'Z$, a qual associamos a matriz de rotação $R_Z(\Omega)$;
- rotação de i em torno de $O'x_g$, a qual associamos a matriz de rotação $R_X(i)$.

Deste modo, utilizando a matriz de rotação que relaciona os dois sistemas temos que:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_g \\ \hat{j}_g \\ \hat{k}_g \end{pmatrix} = R_2 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

onde: $R_2 = R_X(i) \cdot R_Z(\Omega)$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega \cos i & \cos i \cos \Omega & \sin i \\ \sin i \sin \Omega & -\sin i \cos \Omega & \cos i \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Substituindo a equação (3.6) em (3.5) obtemos:

$$\begin{aligned}
 \hat{i}_g &= \cos \Omega \hat{I} + \text{Sen } \Omega \hat{J} \\
 \hat{j}_g &= -\text{Sen } \Omega \cos i \hat{I} + \cos i \cos \Omega \hat{J} + \text{Sen } i \hat{K} \\
 \hat{k}_g &= \text{Sen } i \text{Sen } \Omega \hat{I} - \text{Sen } i \cos \Omega \hat{J} + \cos i \hat{K}
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Este sistema está representado na Figura 3 juntamente com o sistema orbital, introduzido a seguir.

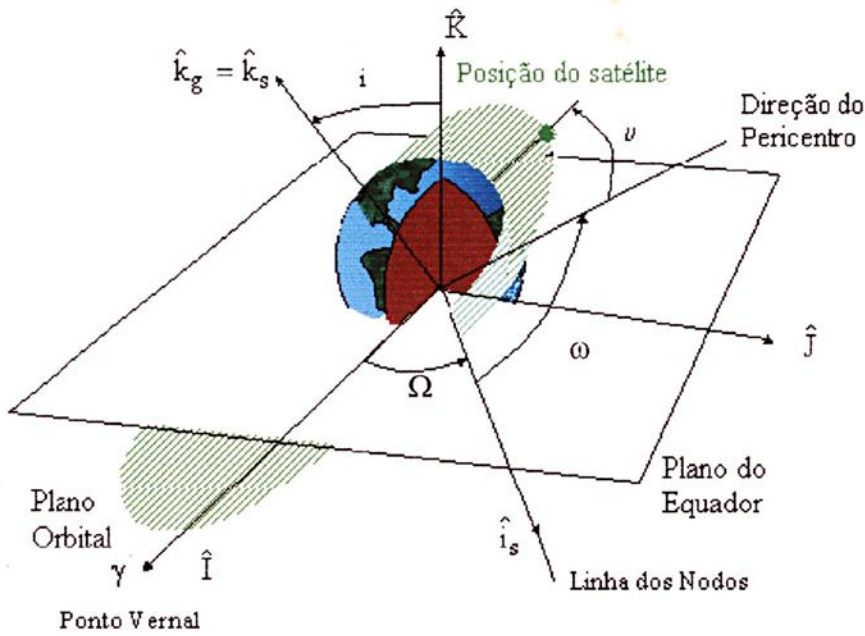


FIGURA 3 - Sistema Intermediário ($\hat{i}_g$, $\hat{j}_g$, $\hat{k}_g$) e Sistema Orbital ($\hat{i}_s$, $\hat{j}_s$, $\hat{k}_s$).

(Fonte: Adaptado de Bate et al (1971))

3.5 SISTEMA ORBITAL

O sistema orbital $O'x_sy_sz_s$ está associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra, sendo que o plano $O'x_sy_s$ coincide com o plano orbital, o eixo $O'x_s$ está na direção radial (que une o centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra – $O' \vec{O}$), $O'z_s$ é perpendicular ao plano orbital e $O'y_s$ forma o sistema dextrogiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$.

Sabemos que o sistema orbital (Bate et al., 1971) relaciona-se com o sistema geocêntrico através dos elementos orbitais, ou seja, o sistema orbital é obtido do sistema geocêntrico através da sequência de ângulos de Euler 3-1-3, envolvendo a longitude do nodo ascendente (Ω), a inclinação orbital (i), a soma da anomalia verdadeira (v) e o argumento do perigeu (ω) respectivamente, de modo que:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = R_3 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

onde:

$$R_3 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (3.9.a)$$

sendo:

$$\begin{aligned}
r_{11} &= \cos \Omega \cos(\omega + \nu) - \sin \Omega \sin(\omega + \nu) \cos i \\
r_{12} &= \sin \Omega \cos(\omega + \nu) + \cos \Omega \sin(\omega + \nu) \cos i \\
r_{13} &= \sin(\omega + \nu) \sin i \\
r_{21} &= -\cos \Omega \sin(\omega + \nu) - \sin \Omega \cos(\omega + \nu) \cos i \\
r_{22} &= -\sin \Omega \sin(\omega + \nu) + \cos \Omega \cos(\omega + \nu) \cos i \\
r_{23} &= \cos(\omega + \nu) \sin i \\
r_{31} &= \sin \Omega \sin i \\
r_{32} &= -\cos \Omega \sin i \\
r_{33} &= \cos i
\end{aligned} \tag{3.9.b}$$

Substituindo a equação (3.9) em (3.8), obtemos:

$$\begin{aligned}
\hat{i}_s &= (\cos \Omega \cos(\omega + \nu) - \cos i \sin(\omega + \nu) \sin \Omega) \hat{I} + \\
&\quad + (\cos(\omega + \nu) \sin \Omega + \cos i \sin(\omega + \nu) \cos \Omega) \hat{J} + \\
&\quad + (\sin(\omega + \nu) \sin i) \hat{K} \\
\hat{j}_s &= (\cos \Omega \sin(\omega + \nu) - \cos i \cos(\omega + \nu) \sin \Omega) \hat{I} + \\
&\quad + (-\sin(\omega + \nu) \sin \Omega + \cos i \cos(\omega + \nu) \cos \Omega) \hat{J} + \\
&\quad + (\cos(\omega + \nu) \sin i) \hat{K} \\
\hat{k}_s &= (\sin i \sin \Omega) \hat{I} - (\sin i \cos \Omega) \hat{J} + (\cos i) \hat{K}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

O sistema orbital se relaciona com o sistema intermediário através da rotação $(\omega + \nu)$ no eixo de $O'z_g$, a qual associamos a matriz de rotação $R_Z(\omega + \nu)$.

Deste modo, utilizando a matriz de rotação que relaciona os sistemas temos que:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = R_4 \begin{pmatrix} \hat{i}_g \\ \hat{j}_g \\ \hat{k}_g \end{pmatrix} \tag{3.11}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = R_4 \begin{pmatrix} \hat{i}_g \\ \hat{j}_g \\ \hat{k}_g \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

com:

$$R_4 = \begin{pmatrix} \cos(\omega + \nu) & \sin(\omega + \nu) & 0 \\ -\sin(\omega + \nu) & \cos(\omega + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Logo substituindo a equação (3.12) em (3.11) obtemos:

$$\begin{aligned} \hat{i}_s &= \cos(\omega + \nu) \hat{i}_g + \sin(\omega + \nu) \hat{j}_g \\ \hat{j}_s &= -\sin(\omega + \nu) \hat{i}_g + \cos(\omega + \nu) \hat{j}_g \\ \hat{k}_s &= \hat{k}_g \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.6 SISTEMA MAGNÉTICO

Este sistema está baseado no modelo de dipolo inclinado do campo magnético da Terra. O eixo $O'x_m$ define a intersecção do plano equatorial geomagnético ($O'x_my_m$) como o plano equatorial $O'XY$, positivo na direção do nodo ascendente do plano equatorial geomagnético, como mostra a Figura 3. O eixo $O'z_m$ é normal ao plano equatorial geomagnético, positivo na direção do hemisfério norte. O eixo $O'y_m$ está no plano equatorial geomagnético, ortogonal a $O'x_m$, formando um sistema dextrogiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}_m, \hat{j}_m, \hat{k}_m$.

Os ângulos β e η definem a orientação do eixo do vetor de dipolo geomagnético, sendo β a inclinação do vetor de dipolo em relação ao eixo

- rotação de η em torno de $O'Z$, a qual associamos a matriz de rotação $R_Z(\eta)$;
- rotação de β em torno de $O'x_m$, a qual associamos a matriz de rotação $R_X(\beta)$.

Deste modo utilizando a matriz de rotação entre estes dois sistemas temos:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_m \\ \hat{j}_m \\ \hat{k}_m \end{pmatrix} = R_5 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

onde: $R_5 = R_X(\beta) \cdot R_Z(\eta)$

$$R_5 = \begin{pmatrix} \cos \eta & \sin \eta & 0 \\ -\sin \eta \cos \beta & \cos \beta \cos \eta & \sin \beta \\ \sin \beta \sin \eta & -\sin \beta \cos \eta & \cos \beta \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Substituindo a equação (3.15) em (3.14) obtemos:

$$\begin{aligned} \hat{i}_m &= \cos \eta \hat{I} + \sin \eta \hat{J} \\ \hat{j}_m &= -\sin \eta \cos \beta \hat{I} + \cos \beta \cos \eta \hat{J} + \sin \beta \hat{K} \\ \hat{k}_m &= \sin \beta \sin \eta \hat{I} - \sin \beta \cos \eta \hat{J} + \cos \beta \hat{K} \end{aligned} \quad (3.16)$$

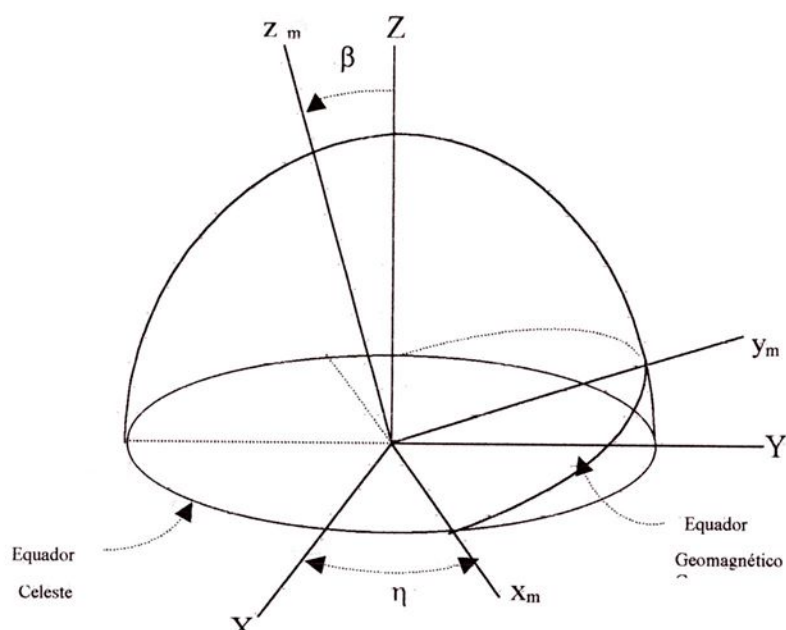


FIGURA 4- Sistema Magnético ($O'x_my_mz_m$) e Sistema Equatorial ($O'XYZ$)
(Adaptado de Thomas & Capellari, (1964))

*pode-se
incluir
estes torques
de perturbação*

CAPÍTULO 4 TORQUE MAGNÉTICO

Neste capítulo analisaremos o torque magnético atuante sobre o satélite. Inicialmente discutimos algumas características do campo magnético terrestre e a seguir analisaremos o torque magnético residual e o causado pelas correntes de Foucault, obtendo as componentes destes torques no sistema do satélite Oxyz, anteriormente definido e associado com o eixo de rotação do satélite. Neste trabalho, o processo de integração das equações de Euler utilizará apenas os torques magnéticos médios, cujas componentes são calculadas analiticamente ao longo deste capítulo para o modelo do dipolo do campo magnético.

4.1 COMENTÁRIOS INICIAIS

O torque de origem magnética atuante em um satélite artificial resulta da interação entre o campo magnético do satélite e o campo geomagnético. As principais fontes causadoras do torque magnético são o momento magnético do satélite, as correntes de Foucault e a histerese, sendo o momento magnético do satélite usualmente a fonte dominante. Em geral no projeto do satélite é selecionado um material estrutural adequado de modo que as demais fontes resultem em torques magnéticos negligenciáveis.

O torque magnético pode ser subdividido em:

- a) Torque Magnético Residual: este torque ocorre principalmente devido ao momento magnético ao longo do eixo de rotação do satélite (Wertz, 1978) que contribui para uma lenta precessão do eixo de rotação e pode ser obtido por:

$$\vec{N}_r = \vec{M} \times \vec{B} \quad (4.1)$$

em que :

$\vec{B}$ é o campo magnético terrestre local e

$\vec{M}$ é a soma dos momentos magnéticos individuais do satélite.

- b) Torque devido às correntes de Foucault : este torque ocorre devido ao movimento de rotação do satélite e às correntes induzidas de Foucault que circulam pelas superfícies metálicas do satélite causando um decaimento de perfil exponencial da velocidade de rotação. Tal torque pode ser descrito por (Wertz, 1978):

$$\vec{N}_i = p \vec{B} \times (\vec{B} \times \vec{W}) \quad (4.2)$$

em que:

$\vec{W}$ é a velocidade angular de rotação,

$\vec{B}$ é o campo magnético terrestre local, e

p é um coeficiente que depende da geometria do satélite e da condutividade do material.

- c) Torque de Histerese: este torque é causado pela energia perdida na forma de calor durante o movimento de rotação do satélite, devido ao atrito com o campo geomagnético, sendo que os efeitos deste torque são apreciáveis apenas em materiais nos quais variações no campo magnético local causam grandes variações no momento magnético do satélite.

Neste trabalho consideramos apenas a influência dos torques magnéticos residual e induzido (devido às correntes de Foucault) sobre o satélite estabilizado por rotação, admitindo que o material do satélite é tal que os torques de histerese são negligenciáveis haja visto que nosso objetivo é aplicar esta análise aos satélites de coleta de dados brasileiros (SCD1 e SCD2), estabilizados por rotação.

Antes de discutirmos os torques magnéticos, apresentaremos algumas características do campo magnético terrestre, uma vez que a modelagem das componentes do campo geomagnético são necessárias no cômputo das componentes do torque magnético residual e devido às correntes de Foucault.

4.2 - Características do Campo Magnético da Terra

O primeiro tratado científico acerca do campo magnético terrestre foi escrito pelo físico e médico inglês Willian Gilbert (1544-1603) em sua obra “Magneto”, publicado em Londres em 1600. Em 1701, o físico e astrônomo Edmund Halley (1656-1742) também inglês, publicou a primeira carta de declinações magnéticas, que havia preparado, realizando trabalhosas e pacientes medições nas águas do Atlântico.

No século XIX, o químico e físico Michael Faraday (1791-1867) elaborou a difícil noção de campo e empregou pela primeira vez, o termo “Campo Magnético”. Em 1838, Karl Friedrich Gauss (1777-1855), matemático, astrônomo e físico alemão, encontrou uma representação matemática aproximada para campo magnético terrestre, que assumiu a forma de uma soma de termos conhecido com o nome de harmônicos esféricos. Como o campo magnético gira com a Terra, sendo uma indicação clara que o campo se origina da Terra, e devido a natureza esférica da Terra, o potencial magnético terrestre passou a ser convenientemente expresso em harmônicos esféricos como (Wertz, 1978):

$$V(r, \theta, \phi) = R_T \sum_{n=1}^k \left(\frac{R_T}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi) P_n^m(\theta)$$

em que :

R_T é o raio equatorial da Terra;

g_n^m, h_n^m são os coeficientes Gaussianos;

$P_n^m(\theta)$ são polinômios associados de Legendre;

r, θ, ϕ representam a distância geocêntrica, a co-latidade e a longitude a leste de um ponto no espaço respectivamente.

O truncamento no desenvolvimento da série de harmônicos esféricos da equação acima estabelece o modelo a ser considerado para o campo geomagnético, isto é, se n vale 1 ou 2, o potencial é denominado modelo de dipolo ou quadripolo, respectivamente, sendo que a partir de n igual a 3 o potencial é denominado de múltiplos polos. Os coeficientes gaussianos são determinados empiricamente pelo método de mínimos quadrados para medidas do campo e são encontrados no Internacional Geomagnetic Reference Field, sendo que vários valores destes coeficientes são apresentados em Wertz (1978), para a época de 1975.

Com a evolução das tecnologias espaciais, outras informações sobre o campo geomagnético puderam ser obtidas. Existem as estações terrestres que registram o que os geofísicos chamam de variações seculares, flutuações do campo geomagnético acompanhadas ao longo de dezenas de anos. A disciplina conhecida como paleomagnetismo estuda as variações sofridas por este campo ao longo do tempo geológico; isto se faz analisando-se as partículas de ferro imantadas pelo magnetismo em objetos que vão desde cerâmicas romanas até variados extratos de lavas vulcânicas. Desde 1980 os trabalhos giram em torno da interpretação de dados enviados pelo satélite MEGSAT.

Pelos estudos realizados podemos considerar que a Terra seria uma esfera composta por três capas concêntricas, a saber:

- o núcleo interior, sólido, constituído por uma esfera central de 1.200 Km de raio;
- o núcleo exterior, de metal fundido, a capa intermediária que ocupa a zona entre os 1.200 Km e os 3.300 Km desde o centro da Terra, e
- o manto, a capa exterior que tem três zonas (de dentro para fora: a inferior, a superior e a litosfera), e ocupa a porção exterior da esfera terrestre, desde os

3.300Km até aproximadamente os 6.380 Km, contados desde o centro do planeta.

Das leis do eletromagnetismo, formulados por volta de 1860 pelo físico e matemático James Clerk Maxwell (1831-1879) obtemos os caminhos possíveis para produção de um campo magnético:

- variações temporais de um campo elétrico e,
- circulação de uma corrente elétrica: se a corrente circula por uma bobina cilíndrica, a configuração do campo magnético será similar a produzida por um dipolo.

O primeiro caminho não seria aplicável ao campo magnético terrestre porque, na escala temporal relevante, a magnitude do fenômeno resulta-se desprezível. Assim o segundo caminho seria o indicado. Com tal enfoque, W.Elsasser sugeriu em 1945 que o núcleo metálico fluido poderia comportar-se como um dínamo autoexcitado, mecanismo cuja teoria havia sido elaborado em 1919 pelo matemático e físico britânico Joseph Larmor (1857-1942). O esquema do dínamo mostra um disco e seu eixo concêntrico, ambos condutores, girando em um campo magnético externo. Este induzirá uma corrente radial sobre o disco e, como o circuito estará fechado por meio de um condutor disposto em forma de espira (uma volta de uma espira), deixa-se a corrente circular, gerando um campo magnético adicional. Se no lugar de uma espira fechássemos o circuito com muitas delas e transformássemos a bobina cilíndrica em espiral, o campo magnético induzido pela passagem da corrente reforçará o campo magnético externo na região que ocupa o disco e, em geral, se parecerá com o campo de um dipolo. A intensidade do campo induzido dependerá da velocidade de rotação do disco: em certos casos, poderia alcançar magnitudes desprezíveis no campo externo.

Transportar este esquema simplificado ao caso do núcleo terrestre, onde não há cabos nem discos circulares, é complexo. Comenta-se de tornados convectivos produzidos no núcleo interior isto é, de colunas de fluidos sujeitas a um movimento em espiral gerado por altas temperaturas e pela rotação

terrestre. Quando estes fluidos interagem com o campo geomagnético se estabelece uma corrente que, por sua vez, gera outro campo que reforça o primitivo. Ele durará enquanto persistir a liberação de energia térmica da rotação terrestre.

A inversão do dipolo terrestre tem sido explicado mediante mecanismos de dínamos acoplados. As equações matemáticas respectivas precedem que se trata de um fenômeno complexo, o qual inclui inversões de polaridade espontâneas e aparentemente aleatórias.

A Terra se encontra imersa no campo magnético do Sol, e o sistema solar pôr sua vez, no galáctico. Para os planetas, estrelas ou galáxias chegou-se a um acordo de que os campos magnéticos são produzidos por partículas carregadas ou correntes elétricas que rotacionam, e o processo de geração aceitado era o do dínamo. Alguns teóricos tem começado a mostrar evidências relacionadas com o Sol, a via Láctea e, por extensão, as estrelas e as galáxias em geral, acerca em que o mecanismo usual do dínamo falha.

No caso do Sol, o dínamo explica o ciclo de vinte e dois anos das manchas solares e requer que em torno dos polos haja uma rotação rápida nas capas profundas, porém, dados sismológicos obtidos ao fim da década passada revelaram que existem locais em que possuem uma rotação lenta. R. Kulsrud, da Universidade de Princeton, calculou que um processo do tipo do dínamo levaria 10^{26} anos para criar o campo magnético atual da via Láctea, mas se estima que a galáxia tem uma idade aproximada de 10^{10} anos.

Os astrofísicos estariam buscando assim, pois, a ferramenta conceitual que deixe claro como estrelas e galáxias adquirem seus campos magnéticos. A única explicação alternativa considerada neste momento é que tais campos magnéticos datem de uma etapa anterior do universo. Embora a teoria do dínamo não possa ser usada de maneira confiável com propósitos predictivos, segundo D. Gubrilins, da Universidade de Ludes, parece não haver obstáculos



conceituais decisivos que impeçam sua utilização para explicar a permanência e a dinâmica do campo magnético terrestre.

O MAGNETISMO TERRESTRE

A Terra se comporta como um ímã permanente cujos polos não coincidem com os geográficos e cujas linhas de fluxo são sempre paralelas aos meridianos. Este campo magnético que gira foi descoberto no Século II ao se verificar que uma barra de ímã natural, sempre se mostrava orientada em uma direção que coincidia aproximadamente com a norte-sul. Ao extremo que se mostrava orientado ao norte se denominou pólo norte e ao seu contrário pólo sul.

Mais tarde foi descoberto que a Terra se comporta como um gigantesco ímã permanente com seus pólos, definidos como o polo norte magnético e o polo sul magnético, situados próximos aos pólos geográficos mas sem coincidir com eles. Estes pólos não permanecem fixos, variando sua posição com o passar dos anos.

A diferença de ângulo entre o norte magnético e o geográfico recebe o nome de “declinação magnética” ou “variação magnética”. O valor deste ângulo não é constante em todos os pontos da Terra. Esta variação se representa pelas “linhas isógonas”, que são as que representam pontos com igual declinação magnética. O plano perpendicular ao centro do dipolo magnético terrestre é chamado de equador magnético.

As linhas de fluxo do campo magnético terrestre não são paralelas a superfície da Terra e formam um ângulo com a horizontal que varia com a latitude. Este ângulo recebe o nome de “inclinação magnética”.

Em suma, a força magnética tem duas componentes: uma horizontal e outra vertical. Em torno do polo norte, está a força magnética da componente horizontal, ao passo que a vertical é praticamente desprezível. Quando a

análise é feita no hemisfério sul, a componente vertical aumenta, que ocorre devido a força do campo magnético apontar para o norte através do núcleo da Terra, não de sua superfície.

A suposição de que a Terra, seja um grande imã, com pólos magnéticos e um equador magnético foi proposta por Gilbert utilizando uma pequena superfície esférica, feita de magnetita natural e traçando as linhas de magnetismo. A Figura 5a reproduz um esboço idealizado das linhas B associadas ao campo magnético terrestre, para pontos na superfície e pontos externos. Em primeira aproximação, podemos representar este campo imaginando uma barra intensamente imantada, localizada no centro da Terra, como está indicado na Figura 5b. Pela Figura 5 pode-se notar que os eixos magnéticos (MM) e rotacional da Terra (RR) não coincidem, estando separados por cerca de 15° .

O polo magnético no hemisfério norte da Terra está localizado na região ártica canadense, que corresponde a um polo sul magnético, pois as linhas B convergem para ele. Existe um polo norte magnético no hemisfério sul, na Antártica, do qual as linhas de B emergem.

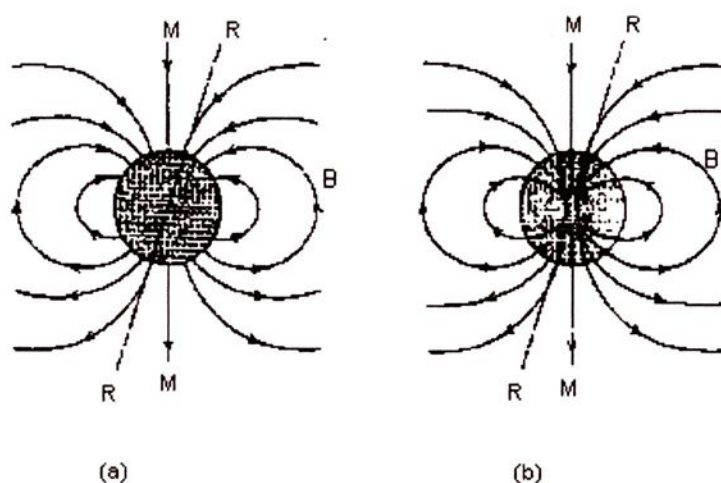


FIGURA 5 - Esboço Idealizado das linhas de campo magnético terrestre.

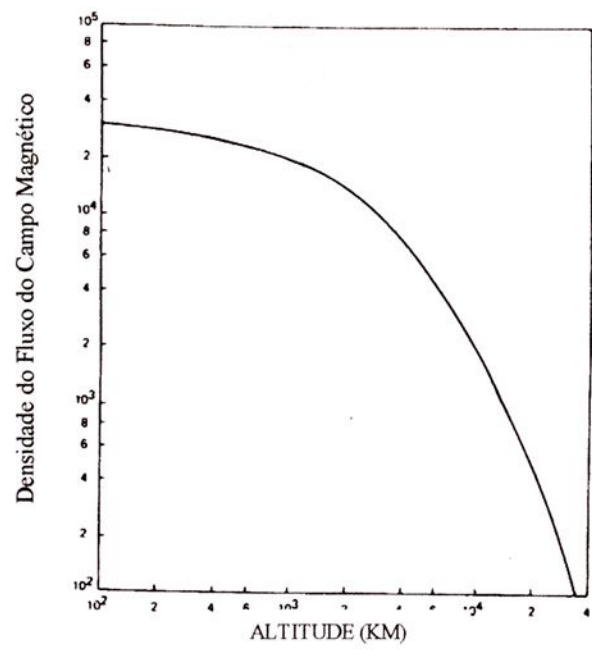
(Fonte: Wertz, 1978)

O magnetismo terrestre pode estar relacionado com o fato de que o núcleo central da Terra, cujo raio é 55% do raio da Terra, ser líquido, altamente condutor e acompanhar a rotação da Terra. Dois dispositivos simples para exploração do campo magnético terrestre são a bússola e bússola de inclinação, esta última consistindo de uma agulha imantada, gravitacionalmente balanceada, cujo eixo de rotação é horizontal, em vez de vertical. Em Tucson, Arizona, por exemplo, o polo norte de uma bússola (em 1964), apontava cerca de 13° a leste do norte geográfico. Tais declinações têm que ser conhecidas e levadas em conta ao se utilizar a bússola, seja em navegação, seja para se determinar uma orientação.

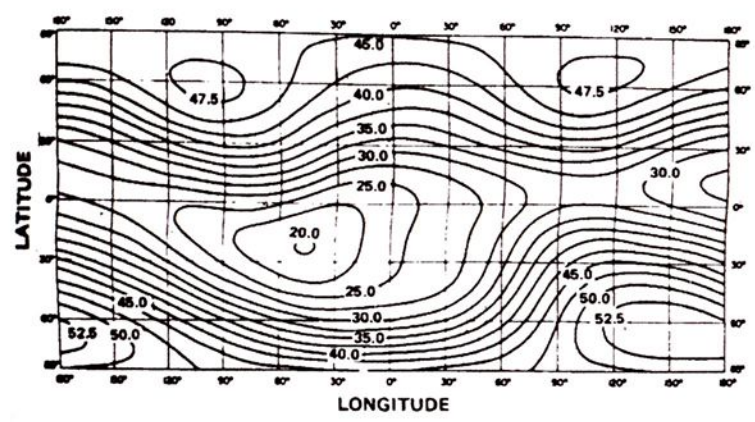
O campo magnético terrestre não é tão regular e estático como sugere o campo idealizado da Figura 5. Existem, ainda, fenômenos observáveis, muito além das deflexões da bússola, que não ocorreriam se a Terra não tivesse campo magnético:

1. Variações locais: O campo magnético terrestre possui importantes variações locais, ocasionadas por diferenças nas propriedades magnéticas das rochas que constituem a crosta terrestre e pela presença de minérios magnéticos concentrados. Ocorrem variações também de acordo com a latitude. A Figura 6 mostra a intensidade do campo magnético como função da latitude magnética (medida a partir do equador magnético - WERTZ, 1978), enquanto a Figura 7 apresenta as curvas de nível para a intensidade do campo magnético em função da latitude geográfica e a figura 8 mostra a variação do campo magnético com a altitude em relação a superfície da Terra (WERTZ, 1978).

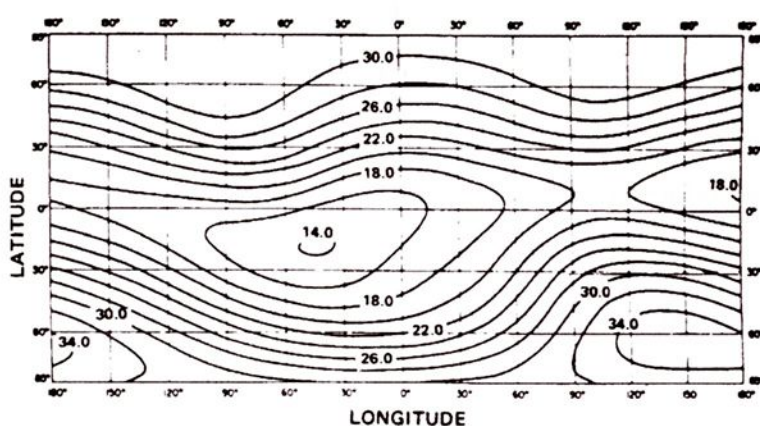




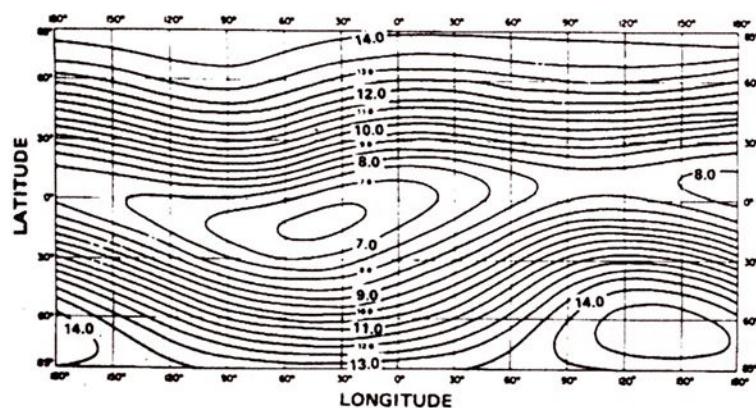
6 FIGURA 8- Variação da intensidade do campo magnético com a altitude.
(Fonte: Wertz, 1978)



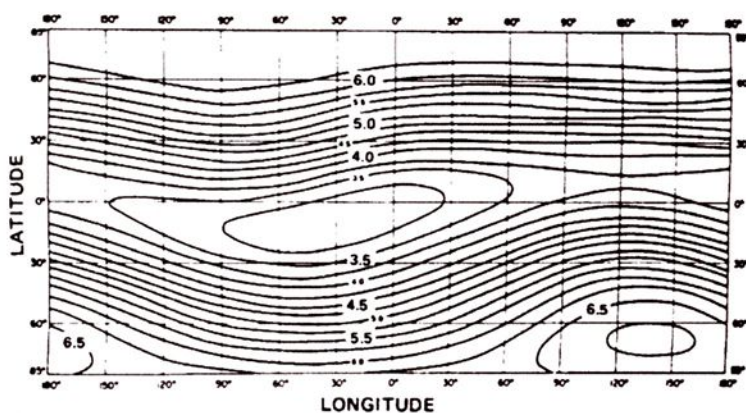
7a FIGURA 9a – Curvas de nível do campo magnético para altitude de 500 km.



7b FIGURA 9b – Curvas de nível do campo magnético para altitude de 1500 km



7c FIGURA 9c – Curvas de nível do campo magnético para altitude de 4000 km.



7d FIGURA 9d – Curvas de nível do campo magnético para altitude de 7000 km

7 FIGURA 9 – Curvas de nível do campo magnético para diferentes altitudes em relação a superfície da Terra (Fonte: Wertz, 1978)

sul magnéticos. Esses elétrons e prótons aprisionados constituem os chamados cinturões radioativos de Van Allen, que foram descobertos por James A. Van Allen da State University of Iowa, no início dos lançamentos dos primeiros satélites artificiais. As partículas aprisionadas do vento solar, interagindo com a atmosfera terrestre, produzem o deslumbrante espetáculo da aurora, a qual é mais proeminente acerca de mais ou menos 75° de latitude geomagnética.

Ver pag 48

CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

O Campo Geomagnético pode ser expresso como o gradiente de um potencial escalar V (Wertz, 1978), ou seja:

$$\vec{B} = -\nabla V \quad (4.3)$$

Neste trabalho consideraremos que o potencial escalar (V) de um dipolo magnético pode ser expresso por (Thomas & Capellari, 1963):

$$V = \frac{-\ell}{4\pi\mu_0} \frac{\hat{K}_m \cdot \vec{r}}{r^3} \quad (4.4)$$

em que :

μ_0 é a permeabilidade do espaço livre igual a $4\pi \times 10^{-7}$ Weber/ampere metro (Thomas & Capellari, 1964),

$\vec{\ell}$ é o vetor do momento magnético do campo terrestre cuja magnitude é igual a 10^{17} Weber-metro (Thomas & Capellari, 1964),

$\hat{K}_m$ é o vetor unitário que descreve a direção do momento geomagnético, introduzido no Capítulo 3,

$\vec{r}$ é o vetor posição do centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra (coincidente com o centro do dipolo do campo geomagnético).

4.3 TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL

4.3.1 TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL INSTANTÂNEO

A interação do campo magnético do satélite com o campo magnético terrestre produz o torque magnético residual $\vec{N}_r$ dado por (4.1).

Se o momento magnético do satélite alinha-se longo do eixo de rotação, o torque magnético residual instantâneo é obtido por:

$$\vec{N}_r = M_s \hat{k} \times \vec{B} \quad (4.5)$$

em que:

M_s é o módulo do momento magnético do satélite ao longo do eixo de rotação,

$\hat{k}$ é o vetor unitário ao longo do eixo de rotação do satélite, e

$\vec{B}$ é o campo magnético terrestre local ($\text{Kg A}^{-1} \text{s}^{-2}$)

Pela equação (4.5) é necessário expressar o campo magnético $\vec{B}$ no sistema do satélite, $Oxyz$, de modo a computar o torque magnético residual $\vec{N}_r$.

4.3.2 COMPONENTES DO CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

Inicialmente determinaremos $\vec{B}$ no sistema magnético e a seguir utilizando as matrizes de rotação introduzidas no Capítulo 3, determinaremos as componentes de $\vec{B}$ no sistema equatorial e no sistema do satélite.

Consideremos o vetor posição do satélite $\vec{r}$ expresso no sistema magnético:

$$\vec{r} = x_m \hat{i}_m + y_m \hat{j}_m + z_m \hat{k}_m \quad (4.6)$$

Substituindo (4.6) no potencial do dipolo geomagnético, dado por (4.4), o campo magnético da Terra é obtido por:

Substituindo (4.6) no potencial do dipolo geomagnético, dado por (4.4), o campo magnético da Terra é obtido por:

$$\vec{B} = \frac{-\ell}{4\pi\mu_o} \nabla \cdot \left(\frac{\vec{z}_m}{r^3} \right) \quad (4.7)$$

em que:

$$r^3 = (x_m^2 + y_m^2 + z_m^2)^{3/2} \quad (4.8)$$

Substituindo (4.8) em (4.7) e evoluindo os cálculos obtemos:

$$\vec{B} = \frac{-\ell r^2}{4\pi\mu_o r^5} \left[3x_m z_m \hat{i}_m + 3y_m z_m \hat{j}_m + (3z_m^2 - r^2) \hat{k}_m \right] \quad (4.9)$$

Sejam as coordenadas normalizadas das componentes do vetor posição $\vec{r}$:

$$\frac{x_m}{r} = r_x ; \quad \frac{y_m}{r} = r_y ; \quad \frac{z_m}{r} = r_z \quad (4.10)$$

Substituindo (4.10) em (4.9), o campo magnético $\vec{B}$ pode ser expresso por:

$$\vec{B} = \frac{-\ell}{4\pi\mu_o r^3} \left[3r_x r_z \hat{i}_m + 3r_y r_z \hat{j}_m + (3r_z^2 - 1) \hat{k}_m \right] \quad (4.11)$$

Das equações (4.6) e (4.10) temos que:

$$3(r_x \hat{i}_m + r_y \hat{j}_m + r_z \hat{k}_m) r_z = \frac{3\vec{r} z_m}{r^2} \quad (4.12a)$$

Lembrando que :

$$\vec{r} = r \hat{i}_s \quad (4.12b)$$

$$z_m = \vec{r} \cdot \hat{k}_m = r(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m) \quad (4.12c)$$

e substituindo (4.12b) e (4.12c) em (4.12a) temos:

$$3(r_x \hat{i}_m + r_y \hat{j}_m + r_z \hat{k}_m) = 3(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m) \hat{i}_s \quad (4.13)$$

Assim, utilizando (4.13), a equação (4.11) pode ser re-escrita como:

$$\vec{B} = \frac{\ell}{4\pi\mu_o r^3} \left[\hat{k}_m - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m) \hat{i}_s \right] \quad (4.14)$$

terrestre $\vec{B}$ pode ser computado pela equação (4.14) e expresso no sistema equatorial, O XYZ. Como os vetores unitários do sistema equatorial ($\vec{I}, \vec{J}, \vec{K}$) se relacionam com os vetores unitários do sistema do satélite ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) através de (3.4), as componentes do campo geomagnético no sistema do satélite podem ser determinadas.]

Desta forma, o campo magnético representado pela expressão (4.14) será utilizado para computar o torque magnético residual instantâneo $\vec{N}_r$.

4.3.3 TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL MÉDIO

No desenvolvimento deste trabalho, o processo de integração das equações de Euler para satélites estabilizados por rotação incluirá o torque magnético residual médio, obtido através da integração do torque magnético residual instantâneo $\vec{N}_r$, dado por (4.5), em um período orbital. A utilização do torque médio já inclui os principais efeitos associados com o torque magnético residual que queremos analisar.

Assim, o torque magnético residual médio é dado por:

$$\vec{N}_{r_m} = \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} \vec{N}_r dt$$

em que :

t é o tempo

t_i é o tempo inicial e

T é o período orbital.

Em termos da anomalia verdadeira v , o torque residual médio pode ser obtido por:

$$\vec{N}_{r_m} = \frac{1}{T} \int_{v_i}^{v_i + 2\pi} \vec{N}_r \frac{r^2}{h} dv \quad (4.15)$$

em que :

v_i é a anomalia verdadeira no instante t_i ,

r é o módulo do vetor posição do satélite, dado por:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v} \quad (4.16)$$

h é o momento angular específico, dado por:

$$h = \frac{2\pi a^2 (1-e^2)^{1/2}}{T} \quad (4.17)$$

sendo a , e o semi-eixo maior e a excentricidade da órbita.

Neste trabalho consideraremos as principais influências do achatamento da Terra nos elementos orbitais, através da inclusão dos termos seculares devido ao J_2 (Brouwer, 1961) na anomalia verdadeira (v), argumento do perigeu (ω) e longitude do nodo ascendente (Ω).

Substituindo (4.14) e (4.5) em (4.15) obtemos que o torque magnético residual médio dado por:

$$\vec{N}_{r_m} = \frac{M_s \ell}{4\pi\mu_0 T} \hat{k} \times \int_{v_i}^{v_i + 2\pi} \frac{\hat{k}_m - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m)\hat{i}_s}{r^3} \left(\frac{r^2}{h} \right) dv \quad (4.18)$$

Logo, substituindo (4.16), (4.17) em (4.18), temos:

$$\vec{N}_{r_m} = \frac{M_s \ell}{8\pi^2 \mu_0 a^3 (1-e^2)^{3/2}} \hat{k} \times \int_{v_i}^{v_i + 2\pi} [\hat{k}_m - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m)\hat{i}_s] (1+e\cos v) dv \quad (4.19)$$

Introduzindo a grandeza auxiliar $\mathfrak{R}$ através de:

$$\mathfrak{R} = \frac{M_s \ell}{8 \pi^2 \mu_o a^3 (1 - e^2)^{3/2}} \quad (4.20)$$

o torque médio residual, a partir de (4.19), pode ser expresso por:

$$\vec{N}_{r_m} = \mathfrak{R} \hat{k} \times \int_{v_i}^{v_i + 2\pi} [\hat{k}_m - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m) \hat{i}_s] (1 + e \cos v) dv \quad (4.21)$$

Substituindo $\hat{k}_m$ expresso no sistema equatorial, através de (3.16), em (4.21), obtemos:

$$\frac{\vec{N}_{r_m}}{\mathfrak{R}} = \vec{N}_I + \vec{N}_{II} \quad (4.22)$$

em que:

$$\vec{N}_I = \sin \beta \hat{k} \times \int_{v_i}^{v_i + 2\pi} [\sin \eta \hat{I} - \cos \eta \hat{J} - 3 \{ \hat{i}_s \cdot (\sin \eta \hat{I} - \cos \eta \hat{J}) \} \hat{i}_s] (1 + e \cos v) dv \quad (4.23)$$

$$\vec{N}_{II} = \cos \beta \hat{k} \times \int_{v_i}^{v_i + 2\pi} [\hat{K} - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{K}) \hat{i}_s] (1 + e \cos v) dv \quad (4.24)$$

Para os desenvolvimentos das integrais contidas nas equações (4.23) e (4.24) utilizaremos as expansões do movimento elíptico (Brouwer & Clemence, 1961), até 2ª ordem na excentricidade (e), de modo a obter as relações entre a anomalia média (M) e anomalia verdadeira (v), ou seja consideraremos que:

$$\cos v = \cos M + e (\cos(2M) - 1) + \frac{9}{8} e^2 (\cos(3M) - \cos M) \quad (4.25)$$

$$dv = \left[1 + 2e \cos M + \frac{5}{2} e^2 \cos(2M) \right] dM \quad (4.26)$$

Assim sendo, o presente desenvolvimento não se restringe a órbitas circulares, sendo aplicável a órbitas elípticas, com maior precisão.

Para simplificar as integrais consideraremos que o tempo inicial é o tempo que o satélite encontra-se no perigeu. Isto não implica em simplificação pois a média é sempre em relação a um período orbital.

Deste modo, de acordo com Thomas e Capellari (1964), podemos considerar:

$$\eta = \eta_0 + bM \quad (4.27)$$

em que :

η_0 é a posição inicial do nodo ascendente do equador geomagnético no instante de passagem do satélite pelo perigeu:

$$b = \frac{\omega_e T}{2\pi} \quad (4.28)$$

sendo ω_e o módulo da velocidade angular de rotação da Terra e T o período orbital do satélite;

Assim, utilizando propriedades de trigonometria, obtemos:

$$\text{Sen } \eta = \text{Sen } \eta_0 \text{ Cos } (bM) + \text{Cos } \eta_0 \text{ Sen } (bM) \quad (4.29)$$

$$\text{Cos } \eta = \text{Cos } \eta_0 \text{ Cos } (bM) - \text{Sen } \eta_0 \text{ Sen } (bM) \quad (4.30)$$

Com as considerações acima os desenvolvimentos das integrais contidas nas parcelas do torque residual médio $\bar{N}_I$ e $\bar{N}_{II}$, dadas pelas equações (4.23) e (4.24) estão apresentadas no apêndice A e B, respectivamente, sendo que após o desenvolvimento dos cálculos, os resultados finais que expressam $\bar{N}_I$ e $\bar{N}_{II}$ no sistema do satélite, são dados por:

$$\begin{aligned}
\vec{N}_I = & \text{Sen } \beta \{ A \cos \alpha \text{ Sen } \delta - B \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } \delta + 3 [\text{Sen } \delta \cos (\Omega - \alpha) (D_1 \text{ Sen } \Omega + \\
& D_3 \cos \Omega \cos i - C_1 \cos \Omega + C_3 \text{ Sen } \Omega \cos i) + \\
& + (\text{Sen } i \cos \delta + \cos i \text{ Sen } \delta \text{ Sen } (\Omega - \alpha)) \\
& [D_2 \cos \Omega \cos i + D_3 \text{ Sen } \Omega + C_2 \text{ Sen } \Omega \cos i - C_3 \cos \Omega] \} \hat{i} - \\
& - \text{Sen } \beta \{ A \text{ Sen } \alpha - B \cos \alpha + 3 [\text{Sen } (\Omega - \alpha) (D_1 \text{ Sen } \Omega + \\
& + D_3 \cos \Omega \cos i - C_1 \cos \Omega + C_3 \text{ Sen } \Omega \cos i) + \\
& + (\cos i \cos (\Omega - \alpha)) \\
& [D_2 \cos \Omega \cos i + D_3 \text{ Sen } \Omega + C_2 \text{ Sen } \Omega \cos i - C_3 \cos \Omega] \} \hat{j}
\end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned}
\vec{N}_{II} = & \pi \cos \beta \{ [-2 \cos \delta + 3 \text{ Sen } i \cos i \text{ Sen } \delta \text{ Sen } (\Omega - \alpha) + 3 \text{ Sen }^2 i \cos \delta] \hat{i} - \\
& [3 \text{ Sen } i \cos i \cos (\Omega - \alpha)] \hat{j} \}
\end{aligned} \quad (4.32)$$

Logo o torque magnético residual médio é dado por:

$$\vec{N}_{rm} = \Re \{ N_{rx} \hat{i} + N_{ry} \hat{j} \} \quad (4.33)$$

em que :

$$\begin{aligned}
N_{rx} = & \text{Sen } \beta \{ A \cos \alpha \text{ Sen } \delta - B \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } \delta + 3 [\text{Sen } \delta \cos (\Omega - \alpha) (D_1 \text{ Sen } \Omega + \\
& D_3 \cos \Omega \cos i - C_1 \cos \Omega + C_3 \text{ Sen } \Omega \cos i) + \\
& + (\text{Sen } i \cos \delta + \cos i \text{ Sen } \delta \text{ Sen } (\Omega - \alpha)) [D_2 \cos \Omega \cos i + D_3 \text{ Sen } \Omega + \\
& + C_2 \text{ Sen } \Omega \cos i - C_3 \cos \Omega] \} + \\
& + \pi \cos \beta [-2 \cos \delta + 3 \text{ Sen } i \cos i \text{ Sen } \delta \text{ Sen } (\Omega - \alpha) + 3 \text{ Sen }^2 i \cos \delta] \quad (4.34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{ry} = & \text{Sen } \beta \{ A \text{ Sen } \alpha - B \cos \alpha + 3 [\text{Sen } (\Omega - \alpha) (D_1 \text{ Sen } \Omega + \\
& + D_3 \cos \Omega \cos i - C_1 \cos \Omega + C_3 \text{ Sen } \Omega \cos i) + \\
& + (\cos i \cos (\Omega - \alpha)) [D_2 \cos \Omega \cos i + D_3 \text{ Sen } \Omega + \\
& + C_2 \text{ Sen } \Omega \cos i - C_3 \cos \Omega] \} + \\
& + \pi \cos \beta [3 \text{ Sen } i \cos i \cos (\Omega - \alpha)] \}
\end{aligned} \quad (4.35)$$

onde os coeficientes A , B , C_1 , C_2 , C_3 , D_1 , D_2 e D_3 são apresentados nos apêndices A e B.

Pela equação (4.33) verifica-se que o torque residual médio não possui componente na direção do eixo de rotação. Este resultado está de acordo com os resultados obtidos por Thomas & Capellari (1964) para satélites estabilizados por rotação. As componentes do torque residual médio no sistema do satélite serão utilizadas nas equações de Euler, a serem definidas no próximo capítulo, de modo a determinar a influência do torque magnético residual no módulo da velocidade de rotação e na ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite.

4.4 TORQUE MAGNÉTICO DEVIDO ÀS CORRENTES DE FOUCAULT

4.4.1 TORQUE MAGNÉTICO DEVIDO ÀS CORRENTES DE FOUCAULT INSTANTÂNEO

O torque magnético devido as correntes de Foucault é computado pela equação (4.2) e depende do campo magnético terrestre ($\vec{B}$), da velocidade de rotação ($\vec{\omega}$) e do parâmetro de Foucault p , o qual depende da geometria e condutividade do material do satélite. O torque devido às correntes de Foucault pode possuir componentes em todos os eixos do sistema do satélite, de modo que contribuirá para variações temporais tanto na ascensão reta e declinação do eixo de rotação quanto para a variação do módulo da velocidade de rotação do satélite.

Neste trabalho é considerado um satélite estabilizado por rotação, com a velocidade angular de rotação alinhando-se em torno do eixo principal de inércia Oz (com vetor unitário $\hat{k}$), ou seja:

$$\vec{W} = W \hat{k} \quad (4.36)$$

Substituindo (4.36) em (4.2), o torque devido às correntes de Foucault instantâneo é dado por:

$$\vec{N}_i = p W \vec{B} \times (\vec{B} \times \hat{k}) \quad (4.37)$$

4.4.2 TORQUE MAGNÉTICO DEVIDO ÀS CORRENTES DE FOUCAULT MÉDIO

De modo similar ao torque magnético residual, no desenvolvimento deste trabalho, o processo de integração das equações de Euler para satélites estabilizados por rotação incluirá apenas o torque magnético devido às correntes de Foucault médio, obtido através da integração do torque magnético devido às correntes de Foucault instantâneo $\vec{N}_i$, dado por (4.37), em um período orbital. A utilização do torque médio já inclui os principais efeitos associados a este torque que queremos analisar.

Assim, o torque magnético médio devido às correntes de Foucault, em termos da anomalia verdadeira v é dado por

$$\vec{N}_{i_m} = \frac{1}{T} \int_{v_i}^{v_i + 2\pi} \vec{N}_i \frac{r^2}{h} dv \quad (4.38) \text{ em que :}$$

T é o período orbital,

v_i é a anomalia verdadeira no instante inicial,

r é o módulo do vetor posição do satélite, dado por (4.16),

h é o momento angular específico, dado por (4.17).

Assim, substituindo $\vec{N}_i$, $\vec{B}$, r e h , dados respectivamente por (4.37), (4.15), (4.16) e (4.17) em (4.38), obtemos o torque magnético devido a correntes de Foucault médio através de :

$$\vec{N}_{i_m} = \frac{p \ell^2}{32 \pi^3 \mu_o^2 a^6 (1 - e^2)^{9/2}} \int_{v_i}^{v_i + 2\pi} W \left[\hat{k}_m - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m) \hat{i}_s \right] \times \left\{ \left[\hat{k}_m - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m) \hat{i}_s \right] \times \hat{k} \right\} (1 + e \cos v)^4 dv \quad (4.39)$$

Seja grandeza auxiliar $\mathfrak{R}_i$ dada por:

$$\mathfrak{R}_i = \frac{p \ell^2}{32 \pi^3 \mu_o^2 a^6 (1 + e^2)^{9/2}} \quad (4.40)$$

Logo, substituindo (4.40) em (4.39), pode-se expressar o torque devido a correntes de Foucault médio através de:

$$\vec{N}_{i_m} = \mathfrak{R}_i \int_{v_i}^{v_i + 2\pi} W \left[\hat{k}_m - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m) \hat{i}_s \right] \times \left\{ \left[\hat{k}_m - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m) \hat{i}_s \right] \times \hat{k} \right\} (1 + e \cos v)^4 dv \quad (4.41)$$

Substituindo $\hat{k}_m$ expresso no sistema equatorial, através de (3.16), em (4.41), obtém-se:

$$\frac{\vec{N}_{i_m}}{\mathfrak{R}_i} = \vec{N}_{III} + \vec{N}_{IV} \quad (4.42)$$

em que :

$$\begin{aligned} \vec{N}_{III} = & \int_{v_i}^{v_i+2\pi} W \left[\hat{K} - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{K}) \hat{i}_s \right] \times \\ & \left\{ \left\{ \text{Sen } \beta \left[\text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J} - 3[\hat{i}_s \cdot (\text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J})] \hat{i}_s \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \text{Cos } \beta \left[\hat{K} - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{K}) \hat{i}_s \right] \right\} \times \hat{k} \right\} (1 + e \text{Cos } v)^4 dv \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} \vec{N}_{IV} = & \int_{v_i}^{v_i+2\pi} W \text{Sen } \beta \left\{ \text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J} - 3[\hat{i}_s \cdot (\text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J})] \hat{i}_s \right\} \times \\ & \left\{ \left\{ \text{Sen } \beta \left[\text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J} - 3[\hat{i}_s \cdot (\text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J})] \hat{i}_s \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \text{Cos } \beta \left[\hat{K} - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{K}) \hat{i}_s \right] \right\} \times \hat{k} \right\} (1 + e \text{Cos } v)^4 dv \end{aligned} \quad (4.44)$$

Como já observado no Capítulo 1, a magnitude do torque devido às correntes de Foucault é menor do que a magnitude do torque residual para satélites de pequeno porte. No entanto, a componente do torque magnético devido a correntes de Foucault no eixo do satélite Oz é a responsável pelo decaimento do módulo da velocidade de rotação de satélites estabilizados por rotação. Como no processo da média para determinação das parcelas $\vec{N}_{III}$ e $\vec{N}_{IV}$, do torque devido às correntes de Foucault, é realizado para um período orbital, consideraremos que o módulo da velocidade de rotação (W) permanece igual ao seu valor inicial no início do processo, ou seja se mantém constante no processo da média para um período orbital. Devido ao grande volume de cálculos a serem realizados e como o torque magnético devido às correntes e Foucault é menor do que o torque magnético residual, as expansões são realizadas apenas até 1ª ordem na excentricidade. Os desenvolvimentos das integrais contidas nas parcelas $\vec{N}_{III}$ e $\vec{N}_{IV}$ do torque devido às correntes de Foucault médio, dadas por (4.43) e (4.44)

encontram-se nos apêndices C e D, respectivamente. Após as manipulações algébricas necessárias, substituindo-se as parcelas $\vec{N}_{III}$ e $\vec{N}_{IV}$, dadas respectivamente por (113C) e (159D), em (4.42), o torque magnético médio devido às correntes de Foucault expresso no sistema do satélite é dado por:

$$\vec{N}_{im} = \Re_i W \left(N_{ix} \hat{i} + N_{iy} \hat{j} + N_{iz} \hat{k} \right) \quad (4.45)$$

em que :

$$\begin{aligned} N_{ix} = & \left\{ \left\{ \left\{ \text{Sen } \beta \left\{ -A_{1x} \text{Sen } \alpha - B_{1x} \text{Cos } \alpha - 3(C_{1xa} - C_{1xd}) \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left\{ \left(-\text{Sen}(\alpha - \Omega) \left(\text{Cos } \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left. + \text{Cos } \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right) \right) \right\} \right\} - \right. \\ & \left. - 3(C_{1xb} - C_{1xe}) \left\{ -\text{Cos}^2 i \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{Sen } \Omega \right\} - 3(C_{1xc} - C_{1xf}) \right. \\ & \left. \left\{ \left(\text{Cos } i \text{Cos}(\alpha - \Omega) \left(\text{Cos } \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \text{Cos } \alpha \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left. \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right) \right) \right\} - 3(C_{1xc} + C_{1xf}) \right. \\ & \left. \left\{ \text{Cos } i \text{Sen}(\alpha - \Omega) \text{Sen } \Omega \right\} + 3(D_{1xa} + D_{1xd}) \right. \\ & \left. \left\{ \left(-\left(2 + 2 \text{Cos } 2\alpha - \text{Cos } 2(\alpha - \delta) + 2 \text{Cos } 2\delta - \text{Cos } 2(\alpha + \delta) \right) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \text{Sen}(\alpha - \Omega) \text{Sen } \Omega \right) / 4 \right\} + 3(D_{1xd} + D_{1xe}) \left\{ \text{Cos}^2 i \text{Cos}(\alpha - \Omega) \right. \right. \\ & \left. \left. \text{Cos } \Omega \right\} + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \left\{ -\text{Cos } i \text{Cos } \Omega \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 3 (D_{1xc} + D_{1xf}) \left\{ \left(\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right) / 4 \right\} \left\} \right\} + \\
& + \left\{ \cos \beta \left\{ -3(F_{1xa} - F_{1xd}) \left\{ -\sin \alpha \sin 2\delta \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} - \right. \right. \\
& \left. \left. -3(F_{1xb} - F_{1xe}) \left\{ \frac{1}{2} \cos(\alpha - \Omega) \sin 2i \right\} -3(F_{1xc} - F_{1xf}) \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ -\sin i \sin(\alpha - \Omega) \right\} \right\} \right\} \left\} \right\} + \\
& + \left\{ \sin^2 \beta \left\{ -N_{IVa1} \sin \alpha - N_{IVa2} \sin \alpha + \left[3W[-B_{1a}J - B_{1b}O] + \right. \right. \right. \\
& + 9 \left[C_{1a}Y + (C_{1c} + C_{1d})Y_2 - D_{1a}Y_5 + D_{1b}Y_6 + \right. \\
& + (D_{1c} + D_{1d})Y_7 \left. \right] \left. \right\} \left\{ \left(-\sin(\alpha - \Omega) \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \right) \right\} \left. \right\} + \\
& + \left[3(-B_{1a}L + B_{1b}N) + 9 \left(C_{1b}Y_1 + C_{1a}Y_1 + C_{1b}Y_3 - D_{1a}Y_6 - \right. \right. \\
& \left. \left. - (D_{1b}Y_8 + (D_{1c} + D_{1d})Y_9) \right) \right] \left\{ -\cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} + \\
& + \left[3(-B_{1a}N + B_{1b}Q) + 9 \left((C_{1c} + C_{1d})Y_1 + C_{1a}Y_2 + C_{1b}Y_4 \right. \right. \\
& \left. \left. (C_{1c} + C_{1d})Y_1 - D_{1a}Y_7 - D_{1b}Y_9 - (D_{1c} + D_{1d})Y_6 \right) \right] \\
& \left\{ \cos i \cos(\alpha - \Omega) \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \right. \right. \\
& \left. \left. \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \right\} + \left[3(-B_{1a}N - B_{1b}Q) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 9 \left(C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - \right. \\
& \left. - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right) \left. \right] \left\{ \cos i \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} O - B_{1b} S) + 9 \left(-C_{1a} Y_5 - C_{1b} Y_6 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + \right. \right. \\
& \left. \left. + D_{1a} Y_{10} + D_{1b} Y_{11} + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{12} \right) \right] \\
& \left\{ \left\{ \left(2 + 2 \cos \alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \Omega) \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right) \right\} / 4 \left. \right\} + \left[3(B_{1a} N - B_{1b} T) + \right. \\
& + 9 \left(-C_{1a} Y_6 - C_{1b} Y_8 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + D_{1a} Y_{11} + D_{1b} Y_{13} + \right. \\
& \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} \right) \left. \right] \left\{ \cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \cos \Omega \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} Q - B_{1a} U) + 9 \left(-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \right) \right] \left\{ -\cos i \cos \Omega \sin(\alpha - \Omega) \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9(-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \\
& \left. + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \right) \left. \right] \left\{ \left[\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right] / 4 \left. \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} C_1 - B_{1b} D_1) + 9 \left(C_{1a} Z_7 + C_{1b} Z_8 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Z_{12} - D_{1b} Z_{13} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} \right) \right] \left\{ -\sin \alpha \sin 2\delta \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \text{Sen}(\alpha - \Omega) \text{Sen} \Omega \right\} + \left[3(B_{1a} C_2 + B_{1b} D_2) + 9 \left[C_{1a} Z_8 + \right. \right. \\
& + C_{1b} Z_{10} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + D_{1a} Z_{13} + D_{1b} Z_{15} + \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} \right] \right] \left\{ \frac{1}{2} \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{Sen} 2i \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3) + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + \right. \right. \\
& + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \left. \right] \left. \right] \\
& \left\{ \text{Cos} i \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{Sen} \alpha \text{Sen} 2\delta \text{Sen} \Omega \right\} + \left[3(B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3) + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{14} + D_{1b} Z_{16} + \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \right] \left\{ -\text{Sen} i \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right\} \left. \right\} \left. \right\} \left. \right\} \quad (4.46)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{iy} = & \left\{ \left\{ \left\{ \text{Sen} \beta \left\{ -A_{1x} \text{Sen} \delta \text{Cos} \alpha + B_{1x} \text{Sen} \delta \text{Sen} \alpha - 3(C_{1xa} - C_{1xd}) \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ -\text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen} \delta \left(\text{Cos} \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \right. \\
& + \text{Cos} \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen} \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \left. \right) \right\} \left. \right\} - \\
& - 3(C_{1xb} - C_{1xe}) \left\{ -\text{Cos} i \text{Sen} \Omega \left(-\left(\text{Cos} i \text{Cos} \Omega \text{Sen} \alpha \text{Sen} \delta \right) + \right. \right. \\
& + \text{Cos} \delta \text{Sen} i + \text{Cos} \alpha \text{Cos} i \text{Sen} \delta \text{Sen} \Omega \left. \right) \left. \right\} - 3(C_{1xc} - C_{1xf}) \\
& \left\{ \left(\text{Cos} \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \text{Cos} \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen}^2 \delta + \right. \right. \\
& + \text{Sen} \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \left. \right) \left(-\left(\text{Cos} i \text{Cos} \Omega \text{Sen} \alpha \text{Sen} \delta \right) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} - 3 (C_{lxc} + C_{lxf}) \\
& \Big\{ \cos i \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \Big\} + 3 (D_{lxa} + D_{lxd}) \\
& \Big\{ \cos i \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \Big\} + 3 (D_{lxb} + D_{lxe}) \\
& \Big\{ \cos i \cos \Omega \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \cos \delta \sin i + \\
& + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} + 3 (D_{lxc} + D_{lxf}) \\
& \Big\{ - \cos i \cos \Omega \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \Big\} + 3 (D_{lxc} + D_{lxf}) \\
& \Big\{ \Big[\Big(2 + 2 \cos 2 \alpha - \cos 2 (\alpha - \delta) + 2 \cos 2 \delta - \\
& - \cos 2 (\alpha + \delta) \Big) \sin \Omega \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \\
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big] / 4 \Big\} \Big\} \Big\} + \\
& + \Big\{ \cos \beta \Big\{ E_{lx} \cos \delta - 3 (F_{lxa} - F_{lxd}) \Big\} \cos (\alpha + \Omega) \sin \alpha \sin \delta \\
& \sin 2 \delta \sin \Omega \Big\} - 3 (F_{lxb} - F_{lxe}) \Big\{ \sin i \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \\
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} - 3 (F_{lxc} - F_{lxf}) \\
& \Big\{ \sin \alpha \sin 2 \delta \sin \Omega \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \cos \delta \sin i + \\
& + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} - 3 (F_{lxc} + F_{lxf}) \\
& \Big\{ \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \sin i \Big\} \Big\} \Big\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \text{Sen}^2 \beta \left\{ N_{IVa1} \text{Sen } \delta \text{Cos } \alpha - N_{IVa2} \text{Sen } \delta \text{Cos } \alpha + \right. \right. \\
& + \left[3 \left[-B_{1a} J + B_{1b} O \right] + 9 \left[C_{1a} Y + (C_{1c} + C_{1d}) Y_2 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Y_5 + D_{1b} Y_6 + (D_{1c} + D_{1d}) Y_7 \right] \right\} \left\{ \left(-\text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen } \delta \right. \right. \\
& \left(\text{Cos } \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \text{Cos } \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen}^2 \delta + \right. \\
& \left. \left. + \text{Sen } \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right) \right\} + \left[3(-B_{1a} L + B_{1b} N) + \right. \\
& + 9 \left[C_{1b} Y_1 + C_{1a} Y_1 + C_{1b} Y_3 - D_{1a} Y_6 - D_{1b} Y_8 + \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_9 \right] \right\} \left\{ \left(-\text{Cos } i \text{Sen } \Omega \left(-\left(\text{Cos } i \text{Cos } \Omega \text{Sen } \alpha \text{Sen } \delta \right) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Cos } \delta \text{Sen } i + \text{Cos } \alpha \text{Cos } i \text{Sen } \delta \text{Sen } \Omega \right) \right\} + \left[3 \left[-B_{1a} N + B_{1b} Q \right] + \right. \\
& + 9 \left[(C_{1c} + C_{1d}) Y_1 + C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right] \right\} \left\{ \left(\text{Cos } \alpha \text{Cos}^2 \delta \right. \right. \\
& \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \text{Cos } \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{Sen}(\alpha + \Omega) \text{Sen}^2 \delta + \\
& \left. \left. + \text{Sen } \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right) \left(-\left(\text{Cos } i \text{Cos } \Omega \text{Sen } \alpha \text{Sen } \delta \right) + \text{Cos } \delta \text{Sen } i + \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Cos } \alpha \text{Cos } i \text{Sen } \delta \text{Sen } \Omega \right) \right\} + \left[3[-B_{1a} N + B_{1b} Q] + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1b} Y_7 - D_{1b} Y_9 - \right. \\
& \left. \left. - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right] \right\} \left\{ \left(\text{Cos } i \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen } \delta \text{Sen } \Omega \right) \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[3 \left[B_{1a} O - B_{1b} S \right] + 9 \left[-C_{1a} Y_5 - C_{1b} Y_6 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + \right. \right. \\
& \left. \left. + D_{1a} Y_{10} + D_{1b} Y_{11} + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{12} \right] \right] \left\{ \left(- \left(2 + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \right. \\
& \left. \left. \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \right) / 4 \right\} + \left[3 (B_{1a} N - B_{1b} T) + \right. \\
& \left. + 9 \left[-C_{1a} Y_6 - C_{1b} Y_8 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + D_{1a} Y_{11} + \right. \right. \\
& \left. \left. + D_{1b} Y_{13} + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} \right] \right] \left\{ \cos i \cos \Omega \left(- \left(\cos i \cos \Omega \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \sin \alpha \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} + \\
& + \left[3 \left[B_{1a} Q - B_{1b} U \right] + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{11} \right] \right] \left\{ - \cos i \cos \Omega \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \right\} + \\
& + \left[3 \left[B_{1a} Q - B_{1b} U \right] + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{11} \right] \right] \left\{ \left[\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \sin \Omega \left(- \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right] / 4 \right\} + \\
& \left[-B_{1a} A + B_{1b} B + 3 (V + V_1) \right] \{ \cos \delta \} + \left[3 \left[B_{1a} C_1 - B_{1b} D_1 \right] + \right. \\
& \left. + 9 \left[C_{1a} Z_7 + C_{1b} Z_8 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 - D_{1a} Z_{12} - \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -D_{1b} Z_{13} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} \left. \right] \left. \right\} \left\{ \cos(\alpha + \Omega) \sin \alpha \sin \delta \right. \\
& \left. \sin 2\delta \sin \Omega \right\} + \left[3[B_{1a} C_2 + B_{1b} D_2] + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Z_8 + C_{1b} Z_{10} + \right. \\
& + (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + D_{1a} Z_{13} + D_{1b} Z_{15} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} \left. \right] \left. \right] \\
& \left\{ \sin i \left(- \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} + \left[3[B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3] + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 - D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - \right. \\
& \left. - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \left. \right\} \left\{ \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \left(- \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} + \\
& + \left[3[B_{1a} C_3 - B_{1b} D_3] + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + \right. \right. \\
& \left. \left. + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} z_{14} + D_{1b} Z_{16} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \right] \left. \right\} \\
& \left\{ -\cos(\alpha + \Omega) \sin i \right\} \left. \right\} \quad (4.47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{iz} = & \left\{ \left\{ \sin \beta \left\{ A_{1x} \cos \delta \cos \alpha - B_{1x} \cos \delta \sin \alpha - 3(C_{1xa} - C_{1xd}) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ \cos \delta \cos(\alpha - \Omega) \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \right) \right. \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \} \} \} \\
& - \{ N_{3a1} + N_{3a2} - 3 [A_{1e} C_1 + B_{1e} C_2 + (C_{1e} + D_{1e}) C_3] + \\
& + 3 (E_{1e} D_1 + F_{1e} D_2 + (G_{1e} + H_{1e}) D_3) + \\
& + 9 (I_{1e} C_1 + J_{1e} C_2 + (L_{1e} + M_{1e}) C_3) - \\
& - 9 (N_{1e} D_1 + O_{1e} D_2 + (P_{1e} + Q_{1e}) D_3) + 10B - \\
& - 2 (R_{1e} D_1 + S_{1e} D_2 + (T_{1e} + U_{1e}) D_3) \} + \\
& + \left\{ \sin^2 \beta \left\{ -N_{4a1} \cos \delta \cos \alpha + N_{4a2} \cos \delta \cos \alpha + \left[3 (-B_{1a} J + \right. \right. \right. \\
& + B_{1b} O) + 9 \left[C_{1a} Y + (C_{1c} + C_{1d}) Y_2 - D_{1a} Y_5 + D_{1b} Y_6 + \right. \\
& + (D_{1c} + D_{1d}) Y_7 \left. \right] \left. \right\} \cos \delta \cos (\alpha - \Omega) \\
& \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos (\alpha - \Omega) + \right. \\
& + \cos \alpha \cos (\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin (\alpha - \Omega) \left. \right) \left. \right\} + \left[3 (-B_{1a} L + \right. \\
& + B_{1b} N) + 9 \left(C_{1b} Y_1 + C_{1a} Y_1 + C_{1b} Y_5 + D_{1a} Y_6 - D_{1b} Y_8 + \right. \\
& + (D_{1c} + D_{1d}) Y_9 \left. \right] \left. \right\} \left(-\cos i \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \right. \right. \\
& + \sin \delta \sin i + \cos \alpha \cos \delta \cos i \cos \Omega \left. \right) \left. \right) \left. \right\} + \left[3 (-B_{1a} N + B_{1b} Q) + \right. \\
& + 9 \left((C_{1c} + C_{1d}) Y_1 + C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - \right. \\
& + C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - \\
& - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \left. \right] \left. \right\} \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos (\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos (\alpha + \Omega) \right. \\
& \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin (\alpha - \Omega) \left. \right) \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \left. \right\} + \left[3(-B_{1a} N + B_{1b} Q) + 9W \left[C_{1a} Y_2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right] \right] \\
& \left\{ -\cos \delta \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} + \left[3(B_{1a} O - B_{1b} S) + \right. \\
& \left. + 9 \left[-C_{1a} Y_5 - C_{1b} Y_6 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + D_{1a} Y_{10} + D_{1b} Y_{11} + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{12} \right] \right] \left\{ \left(\cos \delta \left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha - \delta) \right) \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right) / 4 \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} N - B_{1b} T) + 9 \left[-C_{1a} Y_6 - C_{1b} Y_8 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + \right. \right. \\
& \left. \left. + D_{1a} Y_{11} + D_{1b} Y_{13} + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} \right] \right] \left\{ \cos i \cos \Omega \right. \\
& \left. \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \cos \alpha + \sin \delta \sin i - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \right] \right] \left\{ \cos \delta \cos i \cos(\alpha - \Omega) \cos \Omega \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \left(-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \right) \right] \left\{ \left(\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \text{Sen } \delta \text{ Sen } i - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Sen } \Omega \left. \right) \left. \right) / 4 \left. \right\} + \\
& + \left[\left(B_{1a} A + B_{1b} B + 3(V + V_1) \right) \right] \left\{ \text{Sen } \delta \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} C_1 - B_{1b} D_1) + 9 \left(C_{1a} Z_7 + C_{1b} Z_8 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Z_{12} - D_{1b} Z_{13} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} \right) \right] \\
& \left\{ \text{Cos } \delta \text{ Cos } (\alpha - \Omega) \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega \right\} + \left[3(B_{1a} C_2 + B_{1a} D_2) + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Z_8 + C_{1b} Z_{10} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + D_{1a} Z_{13} + \right. \\
& \left. + D_{1b} Z_{15} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} \right] \left. \right] \left\{ \text{Sen } i \left(\text{Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha + \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Sen } \delta \text{ Sen } i - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Sen } \Omega \right) \right\} + \left[3 \left(B_{1a} C_2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + B_{1b} D_3 \right) + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \right] \\
& \left\{ \text{Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega (\text{Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha + \text{Sen } \delta \text{ Sen } i - \right. \\
& \left. - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Sen } \Omega) \right\} + \left[3(B_{1a} C_3 - B_{1b} D_3) + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{16} + \right. \\
& \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \left. \right] \left\{ \text{Cos } \delta \text{ Cos } (\alpha - \Omega) \text{ Sen } i \right\} \left. \right\} - \\
& - \left\{ \text{Sen}^2 \beta N_{4b1} - \text{Sen } \beta \text{ Cos } \beta (N_{4b2} + N_{4b3} + N_{4b4} + N_{4b5}) \right\} \left. \right\} \quad (4.48)
\end{aligned}$$

Como pode ser observado pela equação (4.45), o torque magnético devido às correntes de Foucault possui uma componente não nula ao longo do eixo Oz (N_{iz}), e como será mostrado no Capítulo 5, esta componente é responsável pelo decaimento exponencial do módulo da velocidade de rotação.



Vc pode até incluir esta
parte, no entanto, mostre
que $\dot{\theta}$ é constante através do
paper $\rightarrow$ olhar
paper (Victor)

CAPÍTULO 5 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO ROTACIONAL

Introduziremos a seguir as equações de Euler que descrevem o movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação. Uma análise preliminar destas equações é realizada, considerando apenas os torques magnéticos residual e devidos às correntes de Foucault, mostrando que o torque magnético induzido causa um decaimento exponencial no módulo da velocidade de rotação, e que os torques magnéticos residual e devido às correntes de Foucault influenciam no movimento de precessão e nutação do eixo de rotação.

5.1 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Sejam $Oxyz$ o sistema do satélite (sistema de eixos principais de inércia do satélite), com versores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, e $OXYZ$ o sistema geocêntrico, com versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$, já introduzidos no Capítulo 3.

O satélite é estabilizado por rotação e o eixo de rotação alinha-se com o eixo de menor momento principal de inércia (neste caso o eixo Oz do sistema do satélite) de modo que o momento angular $\vec{L}$ é expresso por:

$$\vec{L} = I_z \omega \hat{k} \quad (5.1)$$

onde I_x, I_y, I_z , são os momentos principais de inércia do satélite.

Neste caso, as equações de Euler se reduzem a:

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I_z \dot{W} \hat{k} + L \frac{d\hat{k}}{dt} \quad (5.2)$$

onde $\vec{N}$ é o torque externo total atuante no satélite, no qual incluiremos os torques magnéticos (residual e devido às correntes de Foucault).

Utilizando a ascensão reta e a declinação do eixo de rotação do satélite, juntamente com a matriz de rotação que relaciona Oxyz e OXYZ, introduzido no Capítulo 3, pela equação (3.3), temos:

$$\hat{k} = \cos \delta \cos \alpha \hat{I} + \cos \delta \sin \alpha \hat{J} + \sin \delta \hat{K} \quad (5.3)$$

Assim podemos obter:

$$\frac{d\hat{k}}{dt} = \dot{\delta} (-\sin \delta \cos \alpha \hat{I} - \sin \delta \sin \alpha \hat{J} + \cos \delta \hat{K}) + \dot{\alpha} (-\cos \delta \sin \alpha \hat{I} + \cos \delta \cos \alpha \hat{J}) \quad (5.4)$$

Utilizando a equação (3.3), temos que:

$$\frac{d\hat{k}}{dt} = \cos \delta \dot{\alpha} \hat{i} + \dot{\delta} \hat{j} \quad (5.5)$$

Substituindo (5.5) em (5.2), as equações de Euler se reduzem a:

$$\vec{N} = I_z W \cos \delta \dot{\alpha} \hat{i} + I_z W \dot{\delta} \hat{j} + I_z \dot{W} \hat{k} \quad (5.6)$$

em que obtemos:

$$\dot{W} = \frac{1}{I_z} N_z \quad (5.7)$$

$$\dot{\delta} = \frac{1}{I_z W} N_y \quad (5.8)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{I_z W \cos \delta} N_x \quad (5.9)$$

onde N_x , N_y , N_z são as componentes dos torques externos no sistema do satélite.

Neste trabalho são considerados os torques residual e devido a correntes de Foucault.

As componentes do torque magnético, residual e devido às correntes de Foucault, estão apresentadas nas equações (4.33) e (4.45) respectivamente. Substituindo estas expressões nas equações de Euler (5.7), (5.8) e (5.9), obtemos:

$$\frac{d W}{d t} = \frac{1}{I_z} N_{iz} \mathfrak{R}_i W \quad (5.10)$$

$$\frac{d \delta}{d t} = \frac{1}{I_z W} (N_{ry} \mathfrak{R} + N_{iy} \mathfrak{R}_i W) \quad (5.11)$$

$$\frac{d \alpha}{d t} = \frac{1}{I_z W \cos \delta} (N_{rx} \mathfrak{R} + N_{ix} \mathfrak{R}_i W) \quad (5.12)$$

Nas abordagens a seguir as equações serão solucionadas pelo método de aproximações sucessivas, assumindo como solução inicial o caso em que os torques externos não estão atuantes, ou seja:

$$\alpha = \alpha_0 \quad \text{e} \quad \delta = \delta_0.$$

5.2 MAGNITUDE DA VELOCIDADE ANGULAR DE ROTAÇÃO

Como o torque induzido acarretará uma variação exponencial no módulo da velocidade de rotação está analisado inicialmente.

A partir da equação (5.10), temos:

$$\frac{d W}{d t} = k d t \quad (5.13)$$

sendo definido:

$$k \equiv \frac{N_{iz} \mathfrak{R}_1}{I_z} \quad (5.14)$$

Integrando (5.13), obtemos:

$$W = W_0 e^{k t} \quad (5.15)$$

em que:

W_0 é a velocidade inicial de rotação no $t=0$. Logo se $k < 0$, o módulo da velocidade decai exponencialmente com o tempo.

5.3 DECLINAÇÃO DO EIXO DE ROTAÇÃO

Analisaremos neste ítem a equação (5.11), associada à declinação do eixo de rotação. Integrando a equação (5.11), temos:

$$\delta = \delta_0 - \frac{k_1}{k} (e^{-kt} - 1) + k_2 t \quad (5.16)$$

em que:

$$k_1 = \frac{N_{ry} \mathfrak{R}}{I_z W_0} \quad (5.17)$$

$$k_2 = \frac{N_{iy} \mathfrak{R}_i}{I_z} \quad (5.18)$$

Portanto os torques magnéticos residual e devidos às correntes de Foucault tem uma componente secular modulada por k_2 , uma envoltória exponencial, modulada por k_1/k , e um termo k_1/k médio por período orbital. O efeito líquido é uma lenta deriva do eixo de rotação do satélite.

5.4 ASCENSÃO RETA DO EIXO DE ROTAÇÃO

Analisaremos neste ítem a equação (5.12), associada a ascensão reta do eixo de rotação. Integrando a equação (5.12), temos:

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{k_3}{k} (1 - e^{-kt}) + k_4 t \quad (5.19)$$

em que:

$$k_3 = \frac{N_{rx} \mathfrak{R}}{I_z W_0 \cos \delta} \quad (5.20)$$

$$k_4 = \frac{N_{ix} \mathfrak{R}_i}{I_z \cos \delta} \quad (5.21)$$

O torque magnético devido às correntes de Foucault causa uma pequena precessão no eixo de rotação e variações de curto período seriam provocadas tanto pelo torque magnético residual quanto pelo torque devido às correntes de Foucault.

As soluções apresentadas nas equações (5.15), (5.16) e (5.17) para a magnitude da Velocidade Angular de Rotação, Declinação e Ascensão Reta do Eixo de Rotação, são válidas para um período orbital. A cada período orbital, os dados orbitais devem ser adequados, levando em consideração as principais influências do achatamento da Terra. Do mesmo modo, os valores iniciais da Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação devem ser atualizados, juntamente com o momento residual magnético e o parâmetro de Foucault.

Assim, para um intervalo maior de tempo a solução analítica ficará mais próxima do comportamento real do satélite.



CAPITULO 6 APLICAÇÕES

Neste capítulo apresentam-se aplicações da teoria desenvolvida, para os satélites brasileiros SCD1 e SCD2. Estes satélites apresentam sistema de estabilização por rotação e são portanto apropriados para verificação e comparação da teoria com os dados gerados e processados pelo Centro de Controle de Satélites do INPE. Os softwares MATLAB e EXCEL foram utilizados nas simulações realizadas.

6.1 DADOS DE TESTE

Os satélites brasileiros SCD1 e SCD2 foram lançados em 1993 e 1998 respectivamente, e são controlados rotineiramente pelo Centro de Controle de Satélites (CCS) do INPE (Kuga e Kondapalli, 1993, 1994; Orlando et al., 1998). Os dados de rastreamento e de telemetria dos satélites são medidos e recebidos pela estação de Cuiabá, que os envia ao CCS para processamento. O software de dinâmica de vôo do CCS processa as medidas de rastreamento e de telemetria dos sensores do satélite, e produz determinações de órbita e de atitude com periodicidade semanal (Kuga, 1997, 1999). Para esta aplicação, o CCS recuperou dois conjuntos de dados dos satélites SCD1 e SCD2, referentes ao período de 24-julho-1993 a 02-setembro-1993 (onde não houve manobras de atitude do satélite) e 01-fevereiro-2002 a 13-março-2002 (onde foram necessárias manobras de atitude do satélite) respectivamente. Neste período o satélite SCD1, ainda no início de sua vida orbital, experimentou forte decaimento na velocidade de rotação, de mais de 5 rpm em 40 dias. Já o satélite SCD2 possui sistema de controle de rotação autônomo para mantê-la em torno de 32 rpm, e um período

arbitrário foi escolhido. Nestes períodos, com exceção dos instantes de atuação do controle de atitude, somente torques ambientais agiram sobre os satélites constituindo assim excelente fonte de dados para testes da solução analítica desenvolvida.

6.1.1 DADOS DO SATÉLITE SCD1

Este satélite foi lançado em 1993 com 120 rpm, e tem sua atitude estabilizada por rotação que decai ao longo do tempo sob o efeito de torques ambientais, notadamente os torques magnéticos residuais e os gerados pelas correntes de Foucault. Em 2002 apresentava ainda rotação em torno de 50 rpm. Os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao período de início da vida do satélite onde experimentou um forte decaimento de cerca de 5rpm em 40 dias. Abaixo apresentam-se os parâmetros orbitais e de atitude iniciais utilizados para o teste.

Data: 1993-Jul-24 00:00:00 GMT

Órbita:

Semi-eixo maior = 7139615.83m

Excentricidade = 0.00453

Inclinação = 25.00°

Ascensão reta do nodo ascendente = 260.43°

Argumento do perigeu = 260.23°

Anomalia média = 102.89°

Atitude do eixo de rotação:

Ascensão reta = 233.94°

Declinação = 77.43°

Velocidade angular = 90.76rpm



Outros parâmetros:

Momento residual magnético $m = -0.570 \text{ A/m}^2$

Parâmetro de Foucault $p = 311.35$

Momento de inércia do eixo $z = 13 \text{ Kg m}^2$

O Apêndice G lista os valores desses parâmetros para todos os dias do teste, compreendendo de 24 de julho a 2 de setembro.

6.1.2 DADOS DO SATÉLITE SCD2

Este satélite foi lançado em 1998, e tem sua atitude estabilizada autonomamente na faixa de 32rpm. O sistema de bordo controla a rotação para que esta se mantenha numa faixa de 2rpm em torno da nominal. Os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao período arbitrariamente escolhido onde não houve manobras de atitude do eixo de rotação. Seguem-se os dados iniciais do SCD2.

Data: 2002-Fev-01 00:00:00 GMT

Órbita:

Semi-eixo maior = 7133679.70m

Excentricidade = 0.00175

Inclinação = 25.006°

Ascensão reta do nodo ascendente = 88.303°

Argumento do perigeu = 288.207°

Anomalia média = 300.030°

Atitude do eixo de rotação:

Ascensão reta = 281.72°

Declinação = 62.74°

Velocidade angular = 34.57 rpm

Outros parâmetros:

Momento residual magnético $m = 0.188 \text{ A/m}^2$

Parâmetro de Foucault $p = -192.51$

Momento de inércia do eixo $z = 14.5 \text{ Kg m}^2$

O Apêndice H mostra os valores utilizados para cada dia do teste, abrangendo o intervalo de 01 de fevereiro a 13 de março de 2002.

6.2 RESULTADOS PARA O SATÉLITE SCD1

Nesta seção apresentam-se os resultados para o satélite SCD1. As condições iniciais de atitude foram tomadas para data de 24 de julho de 1993 às 00:00:00 GMT, fornecidas pelo CCS. Sómente os elementos orbitais fornecidos pelo CCS foram atualizados a cada período orbital dentro do propagador de atitude desenvolvido, considerando as principais influências do achatamento da Terra. Essa abordagem é coerente com a operação do CCS onde o sistema de determinação de órbita opera independentemente do sistema de determinação de atitude, e fornece dados orbitais para posterior previsão de atitude. No entanto, tanto os elementos orbitais como módulo da velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação foram atualizados diariamente no propagador de atitude desenvolvido.

A Tabela 1 apresenta os valores das variáveis de atitude W , α , δ fornecidas pelo CCS, e os valores calculados pela presente teoria (índice c), bem como os respectivos desvios às 00 horas do dia.

Dia	W (rpm)	W _c (rpm)	W-W _c (rpm)	α (°)	α_c (°)	$\alpha - \alpha_c$ (°)	δ (°)	δ_c (°)	$\delta - \delta_c$ (°)
24/07/93	90,76	90,76	0	233,94	233,94	0	77,43	77,43	0
25/07/93	90,69	90,58	0,11	233,61	233,42	0,19	77,79	78,17	-0,38
26/07/93	90,61	90,40	0,21	233,44	233,81	-0,37	78,17	78,58	-0,41
27/07/93	90,54	90,23	0,31	233,43	233,80	-0,37	78,56	78,87	-0,31
28/07/93	90,49	90,26	0,23	233,75	234,24	-0,49	78,83	79,30	-0,47
29/07/93	90,37	90,00	0,37	234,18	235,17	-0,99	79,29	79,78	-0,49
30/07/93	90,24	90,07	0,17	234,91	236,00	-1,09	79,75	80,21	-0,46
31/07/93	90,11	89,90	0,21	235,94	237,65	-1,71	80,21	80,67	-0,46
01/08/93	89,99	89,79	0,20	237,35	239,60	-2,25	80,65	81,10	-0,45
02/08/93	89,85	89,73	0,12	239,20	241,57	-2,37	81,06	81,45	-0,39
03/08/93	89,72	89,52	0,20	241,45	244,24	-2,79	81,44	81,88	-0,44
04/08/93	89,54	89,34	0,20	244,04	246,64	-2,60	81,86	82,12	-0,26
05/08/93	89,35	89,14	0,21	246,62	249,65	-3,03	82,12	82,34	-0,22
06/08/93	89,16	89,12	0,04	249,53	252,86	-3,33	82,33	82,50	-0,17
07/08/93	88,97	88,94	0,03	252,74	256,18	-3,44	82,48	82,58	-0,10
08/08/93	88,79	88,59	0,20	256,15	259,77	-3,62	82,58	82,60	-0,02
09/08/93	88,59	88,42	0,17	259,70	263,21	-3,51	82,60	82,56	0,04
10/08/93	88,41	88,30	0,11	263,20	266,61	-3,41	82,56	82,43	0,13
11/08/93	88,22	88,21	0,01	266,55	269,80	-3,25	82,44	82,27	0,17
12/08/93	88,03	87,93	0,10	269,70	272,58	-2,88	82,28	82,05	0,23
13/08/93	87,85	87,66	0,19	272,54	275,77	-3,23	82,06	81,84	0,22
14/08/93	87,61	87,46	0,15	275,75	277,46	-1,71	81,85	81,61	0,24
15/08/93	87,42	87,37	0,05	277,45	278,93	-1,48	81,62	81,36	0,26
16/08/93	87,24	87,27	-0,03	278,90	280,13	-1,23	81,37	81,08	0,29
17/08/93	87,06	86,96	0,10	280,09	281,01	-0,92	81,10	80,81	0,29
18/08/93	86,88	86,77	0,11	281,01	281,74	-0,73	80,82	80,52	0,30
19/08/93	86,71	86,55	0,16	281,74	282,23	-0,49	80,53	80,22	0,31
20/08/93	86,54	86,35	0,19	282,24	282,55	-0,31	80,23	79,92	0,31
21/08/93	86,37	86,20	0,17	282,57	282,69	-0,12	79,93	79,63	0,30
22/08/93	86,21	86,06	0,15	282,70	282,65	0,05	79,64	79,34	0,30
23/08/93	86,04	85,96	0,08	282,67	283,47	-0,80	79,35	79,21	0,14
24/08/93	85,88	85,82	0,06	283,50	283,00	0,50	79,22	78,69	0,53
25/08/93	85,80	85,82	-0,02	283,01	282,40	0,61	78,95	78,69	0,26
26/08/93	85,73	85,58	0,15	282,43	281,00	1,43	78,70	78,69	0,01
27/08/93	85,66	85,66	0,00	281,76	280,99	0,77	78,48	78,27	0,21
28/08/93	85,58	85,68	-0,10	281,01	280,16	0,85	78,27	78,08	0,19
29/08/93	85,51	85,49	0,02	280,18	279,28	0,90	78,08	77,91	0,17
30/08/93	85,44	85,50	-0,06	279,29	278,32	0,97	77,91	77,79	0,12
31/08/93	85,37	85,32	0,05	278,34	277,35	0,99	77,78	77,67	0,11
01/09/93	85,31	85,35	-0,04	277,36	276,30	1,06	77,67	77,59	0,08
02/09/93	85,24	85,38	-0,14	276,34	276,29	0,05	77,58	77,59	-0,01

Tabela 1-Valores de W, α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados (índice c) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD1.

As figuras 11, 12 e 13 mostram o comportamento da propagação de atitude em comparação com os fornecidos pelo CCS.

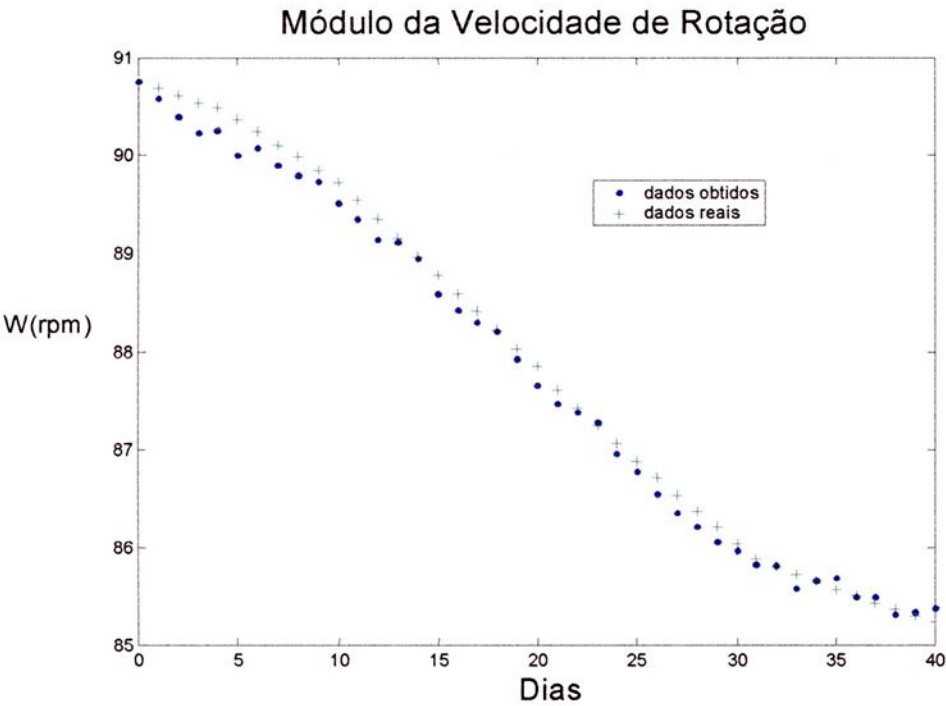


Figura 11 - Módulo da velocidade de rotação para 40 dias (SCD1)
Ascensão Reta do Eixo de rotação

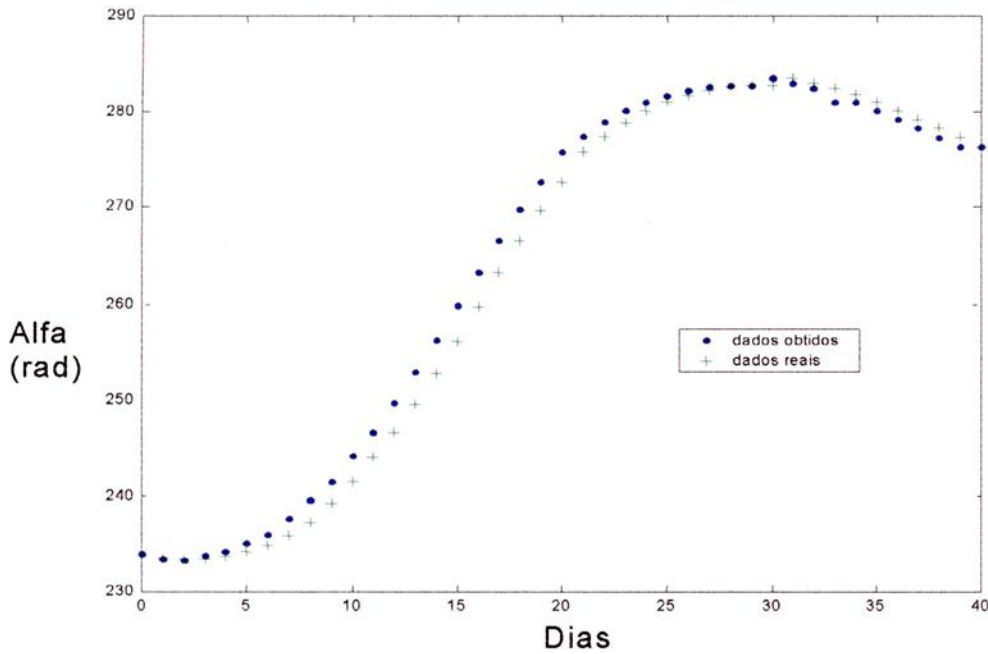


Figura 12 - Ascensão reta do Eixo de Rotação para 40 dias (SCD1)

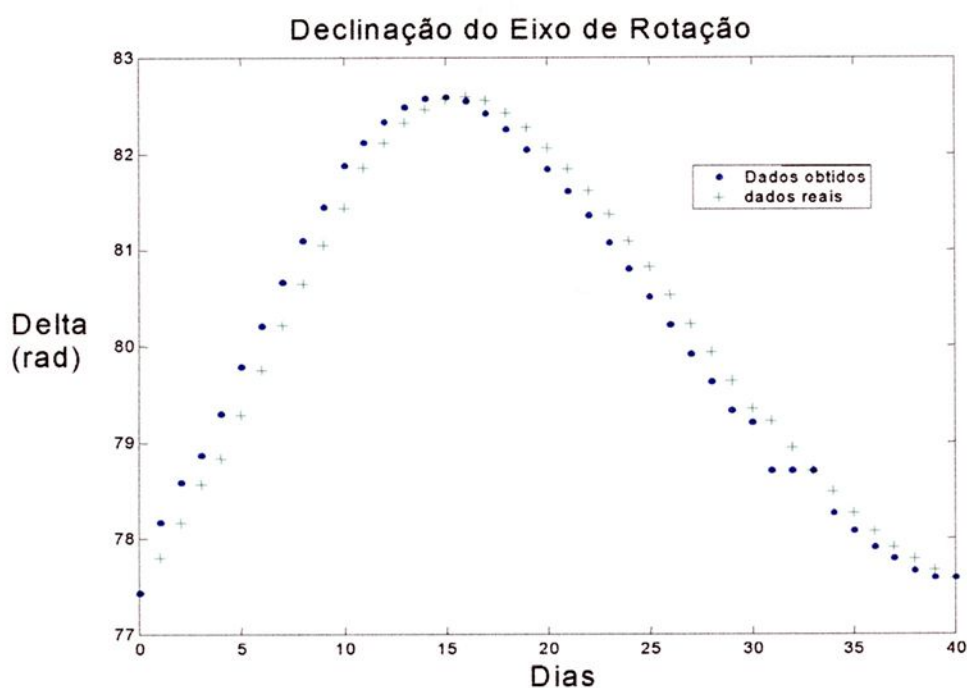


Figura 13 - Declinação do Eixo de Rotação para 40 dias (SCD1)

De acordo com os resultados, em comparação com os dados fornecidos pelo CCS, nota-se que o erro médio em ascensão reta foi de $-1,07^\circ$, em declinação foi de $0,003^\circ$, e na velocidade angular foi de $0,10$ rpm, durante o período de teste. A velocidade angular decaiu mais de 5 rpm, com a ascensão reta excursionando 45° , e a declinação variando mais de 5° . Ainda assim, estes erros são satisfatórios e compatíveis com as precisões requeridas para a missão.

As figuras 14, 15 e 16 mostram os desvios encontrados para velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação durante o período de teste, para o SCD1.

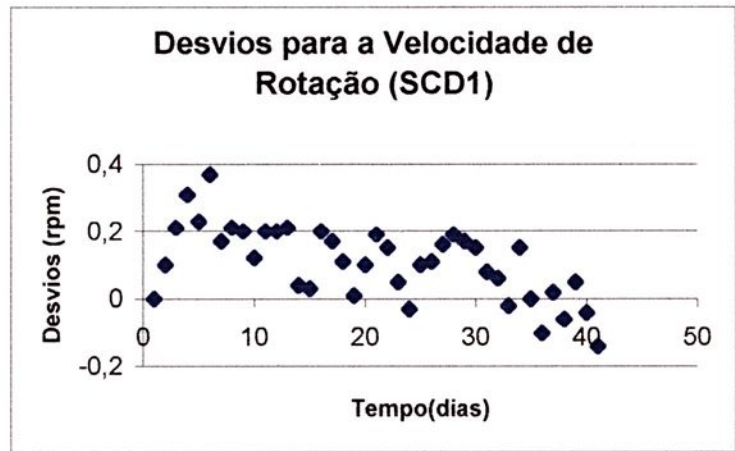


Figura 14 – Desvios encontrados para a Velocidade de Rotação (SCD1)

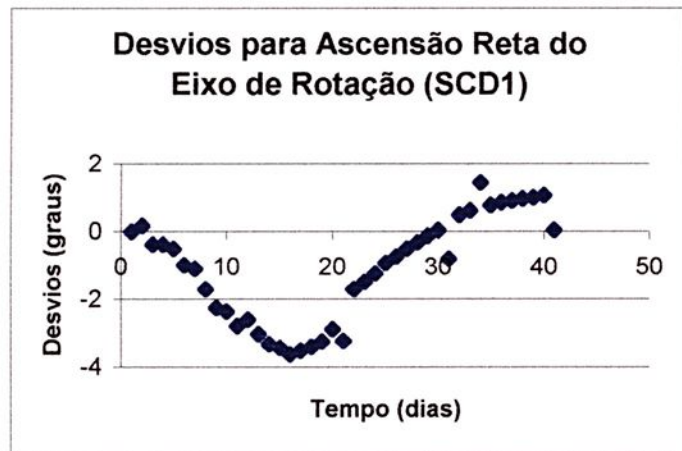


Figura 15- Desvios encontrados para a Ascensão reta do Eixo de Rotação (SCD1)

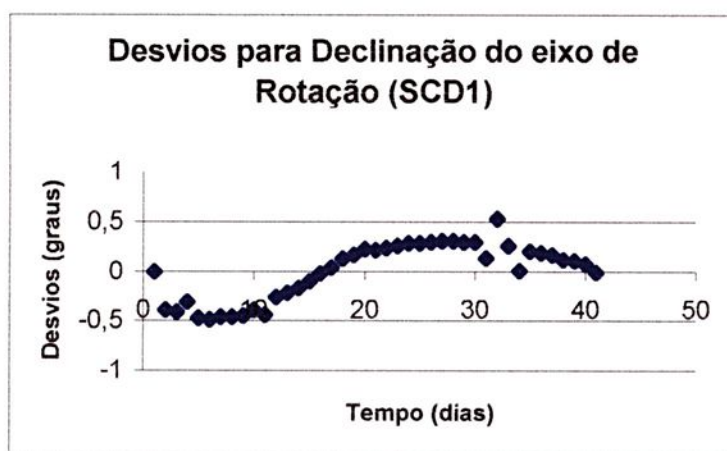


Figura 16 – Desvios encontrados para a Declinação do Eixo de Rotação (SCD1)

Para mostrar o erro em direção oriundo do programa desenvolvido, pode-se calcular o erro de apontamento em relação à direção do eixo de rotação fornecida pelo CCS. Inicialmente calculam-se os versores do eixo de rotação por:

$$\hat{i} = \cos\delta \cos\alpha$$

$$\hat{j} = \cos\delta \sin\alpha$$

$$\hat{k} = \sin\delta$$

Assim sendo, o erro de apontamento θ pode ser obtido por:

$$\theta = \cos^{-1}(\hat{i} \hat{i}_c + \hat{j} \hat{j}_c + \hat{k} \hat{k}_c)$$

onde o índice c se refere aos versores calculados através dos α e δ da presente teoria.

A Figura 17 apresenta o erro de apontamento durante o período de teste. O erro médio de apontamento foi de $0,788^\circ$ em concordância com os dados do CCS.

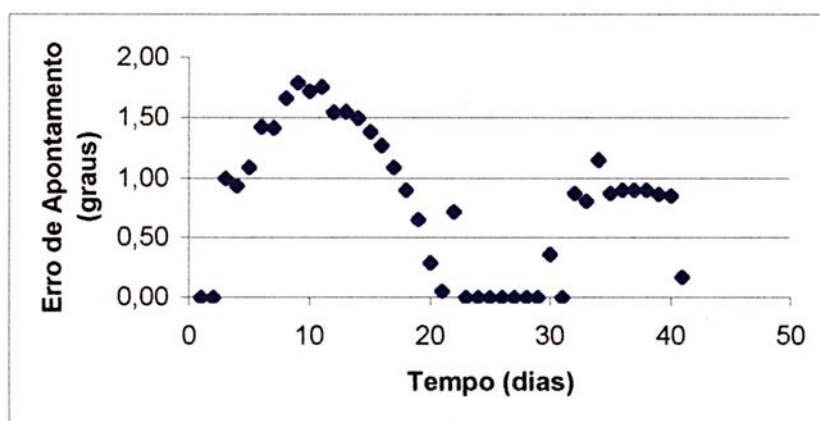


Figura 17 - Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD1

6.3 - Resultados para o Satélite SCD2

Nesta seção apresentam-se os resultados para o satélite SCD2. As condições iniciais de atitude foram tomadas na data de 01 de fevereiro de 2002 às 00:00:00 GMT. Analogamente ao SCD1, somente os parâmetros orbitais fornecidos pelo CCS foram atualizados a cada período orbital, e tanto os elementos orbitais quanto as variáveis de atitude foram atualizadas diariamente dentro do propagador de atitude desenvolvido.

A Tabela 2 apresenta às 00 horas do dia, os valores das variáveis de atitude W , α , δ fornecidas pelo CCS, e os valores calculados pela presente teoria (índice c), bem como os respectivos desvios.

Dia	W (rpm)	W _c (rpm)	W-W _c (rpm)	α (°)	α_c (°)	$\alpha - \alpha_c$ (°)	δ (°)	δ_c (°)	$\delta - \delta_c$ (°)
01/02/02	34,57	34,57	0	281,72	281,72	0	62,74	62,74	0
02/02/02	34,59	34,59	0,00	281,53	281,37	0,16	62,98	63,20	-0,22
03/02/02	34,61	34,62	-0,01	281,38	281,27	0,11	63,21	63,42	-0,21
04/02/02	34,63	34,69	-0,06	281,28	280,04	1,24	63,43	63,38	0,05
05/02/02	34,63	34,75	-0,12	280,05	279,92	0,13	63,39	63,44	-0,05
06/02/02	34,62	34,69	-0,07	280,06	280,08	-0,02	63,46	63,52	-0,06
07/02/02	34,62	34,68	-0,06	280,09	280,12	-0,03	63,53	63,58	-0,05
08/02/02	34,61	34,61	0,00	280,13	280,17	-0,04	63,58	63,63	-0,05
09/02/02	34,61	34,60	0,01	280,18	280,24	-0,06	63,63	63,67	-0,04
10/02/02	34,60	34,60	0,00	280,25	280,30	-0,05	63,67	63,70	-0,03
11/02/02	34,60	34,48	0,12	280,31	278,70	1,61	63,70	63,47	0,23
12/02/02	34,48	34,40	0,08	278,71	278,72	-0,01	63,47	63,45	0,02
13/02/02	34,42	34,35	0,07	278,73	278,73	0,00	63,45	63,42	0,03
14/02/02	34,37	34,25	0,12	278,74	278,74	0,00	63,42	63,38	0,04
15/02/02	34,31	34,24	0,07	278,74	278,72	0,02	63,39	63,35	0,04
16/02/02	34,26	34,14	0,12	278,72	278,68	0,04	63,36	63,32	0,04
17/02/02	34,20	34,13	0,07	278,68	278,63	0,05	63,33	63,30	0,03
18/02/02	34,14	34,04	0,10	278,63	278,57	0,06	63,31	63,28	0,03
19/02/02	34,08	33,96	0,12	278,57	278,50	0,07	63,29	63,25	0,04
20/02/02	34,02	33,94	0,08	278,50	278,42	0,08	63,27	63,24	0,03
21/02/02	33,96	33,89	0,07	278,42	278,33	0,09	63,25	63,23	0,02
22/02/02	33,90	33,82	0,08	278,33	278,23	0,10	63,24	63,22	0,02
23/02/02	33,83	33,68	0,15	278,23	276,60	1,63	63,23	61,20	2,03
24/02/02	33,69	33,63	0,06	276,60	276,42	0,18	61,22	61,00	0,22
25/02/02	33,62	33,50	0,12	276,42	276,20	0,22	61,03	60,81	0,22
26/02/02	33,55	33,36	0,19	276,20	275,94	0,26	60,83	60,59	0,24
27/02/02	33,48	33,36	0,12	275,94	275,64	0,30	60,62	60,41	0,21
28/02/02	33,40	33,43	-0,03	275,64	273,74	1,90	60,42	59,38	1,04
01/03/02	33,43	33,40	0,03	273,75	273,38	0,37	59,38	59,10	0,28
02/03/02	33,41	33,35	0,06	273,39	272,96	0,43	59,11	58,82	0,29
03/03/02	33,38	33,33	0,05	272,97	272,50	0,47	58,84	58,54	0,30
04/03/02	33,35	33,34	0,01	272,52	271,62	0,90	58,57	58,24	0,33
05/03/02	33,34	33,39	-0,05	271,63	271,12	0,51	58,25	57,98	0,27
06/03/02	33,36	33,38	-0,02	271,14	270,62	0,52	58,00	57,74	0,26
07/03/02	33,38	33,41	-0,03	270,63	270,05	0,57	57,75	57,51	0,24
08/03/02	33,40	33,42	-0,02	270,07	269,48	0,59	57,52	57,30	0,22
09/03/02	33,42	33,42	0,00	269,49	268,85	0,64	57,31	57,10	0,21
10/03/02	33,44	33,42	0,02	268,87	268,21	0,66	57,11	56,92	0,19
11/03/02	33,46	33,49	-0,03	268,24	267,83	0,41	56,94	56,76	0,18
12/03/02	33,51	33,49	0,02	267,84	267,15	0,69	56,77	56,61	0,16
13/03/02	33,55	33,49	0,06	267,18	267,16	0,02	56,63	56,62	0,01

Tabela 2 - Valores de W, α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados (índice c) e os desvios encontrados para o SCD2.

As figuras 18, 19 e 20 mostram o comportamento da propagação de atitude em comparação com os fornecidos pelo CCS. As discontinuidades observadas para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, figuras 19 e 20 respectivamente, ocorrem devido as correções de atitude efetuados pelo CCS durante o período de tempo considerado.

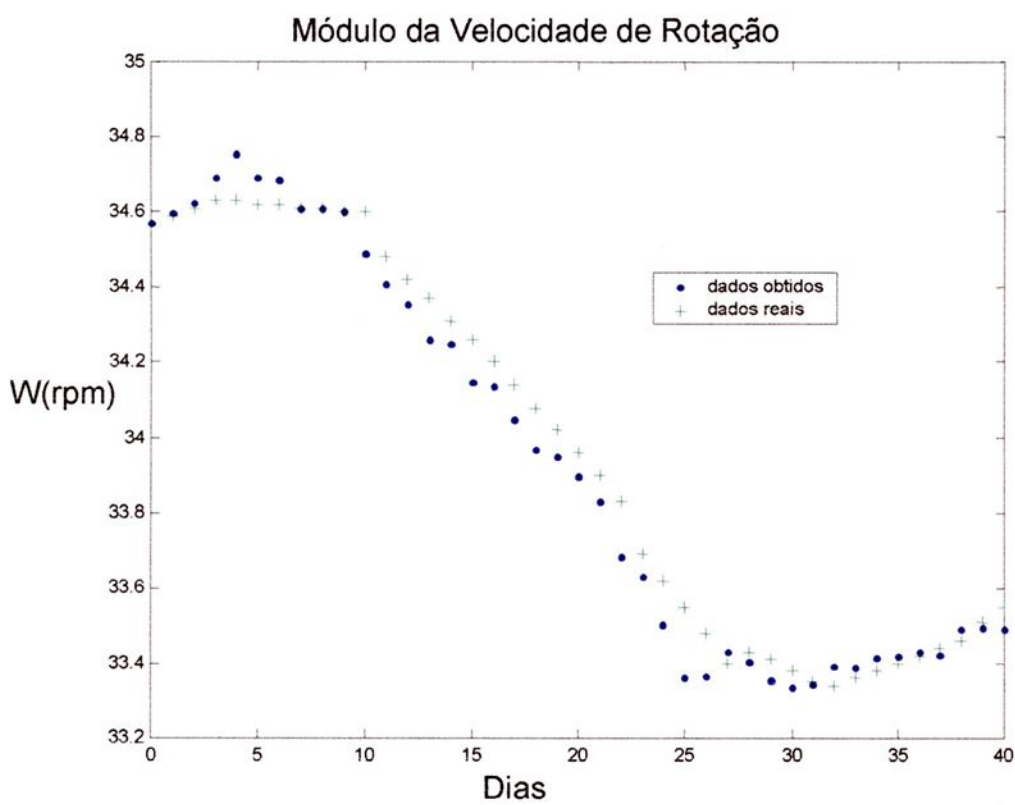


Figura 18 - Módulo da Velocidade de Rotação para 40 dias (SCD2)

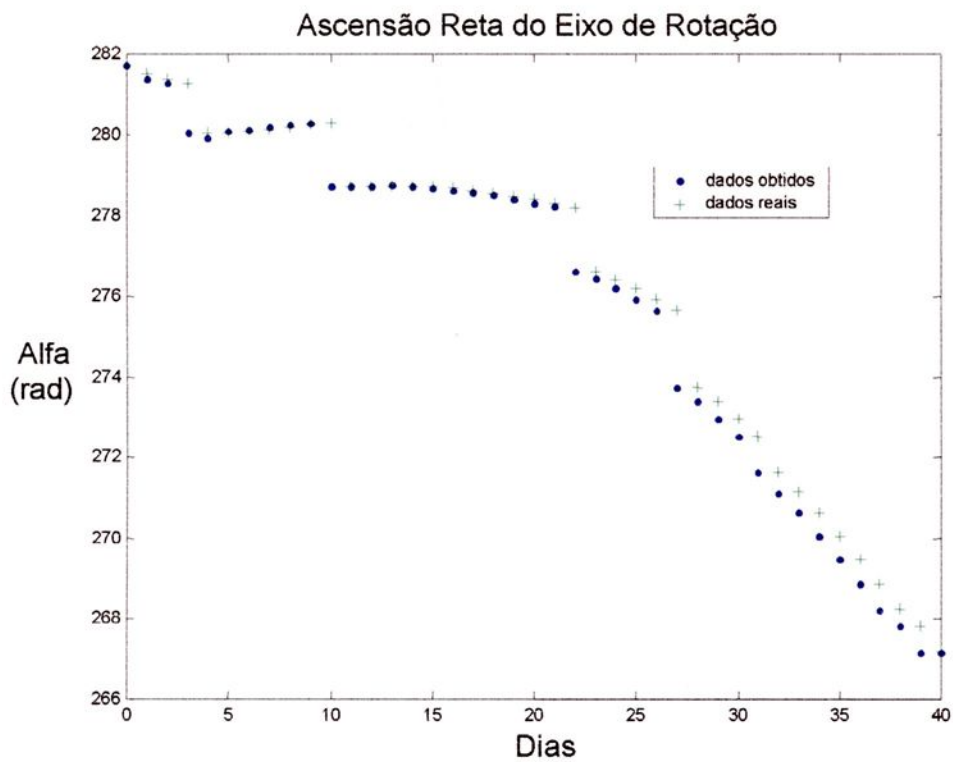


Figura 19 - Ascensão Reta do eixo de Rotação para 40 dias (SCD2)

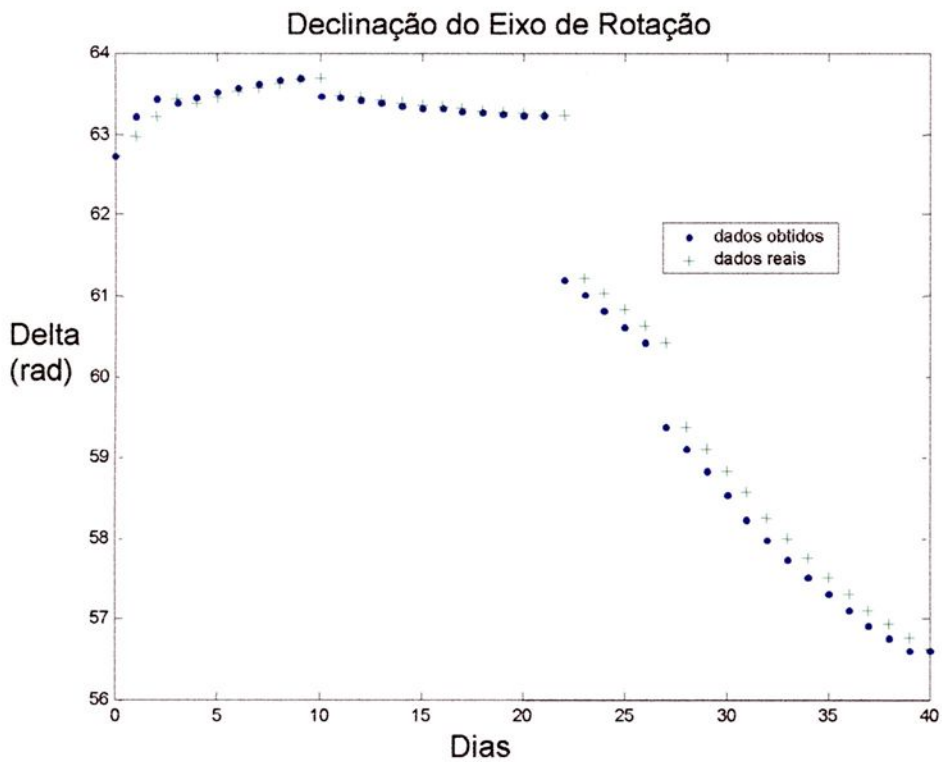


Figura 20 - Declinação do Eixo de Rotação para 40 dias (SCD2)

Neste caso, comparado com os dados do CCS, nota-se que o erro médio em ascensão reta foi de $0,357^\circ$, em declinação foi de $0,166^\circ$, e na velocidade angular foi de $0,0366$ rpm, durante o período de teste. Neste caso a velocidade angular é de cerca de 34° e as variações em ascensão reta e declinação foram menos pronunciadas durante os 40 dias de teste, e o programa proporcionou resultados melhores que no caso do SCD1. Estes erros são plenamente compatíveis com as precisões requeridas para a missão.

As figuras 21, 22 e 23 mostram os desvios encontrados para velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação durante o período de teste, para o SCD1.

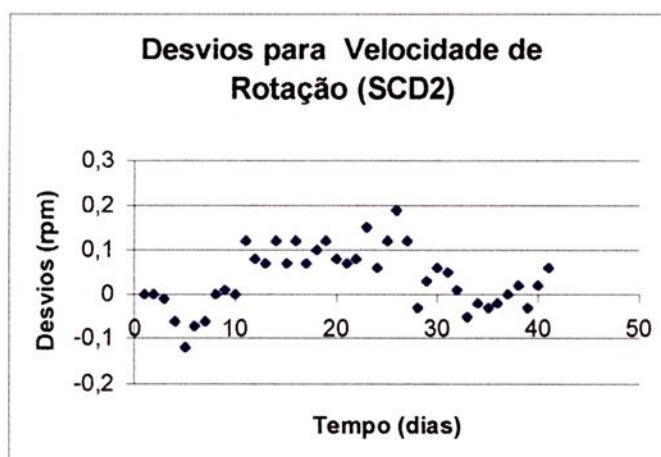


Figura 21 – Desvios encontrados para a Velocidade de Rotação (SCD2)

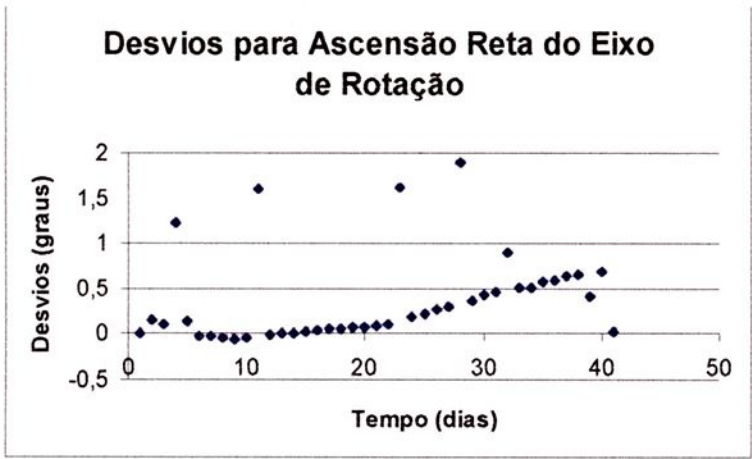


Figura 22 – Desvios encontrados para a Ascensão Reta do Eixo de Rotação (SCD2)

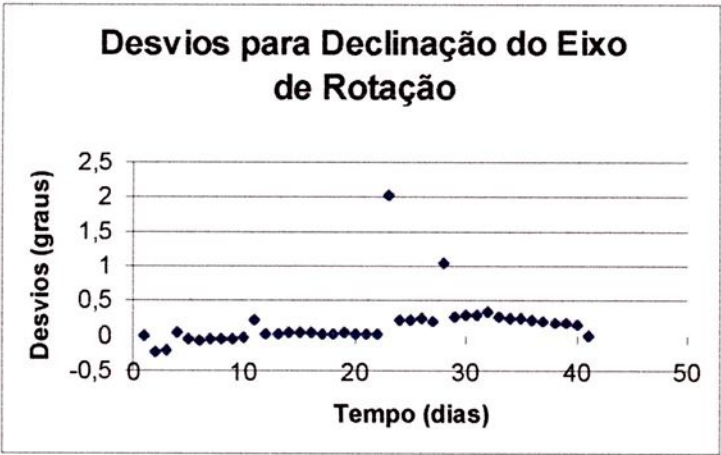


Figura 23 – Desvios encontrados para a Declinação do Eixo de Rotação (SCD2)

Da mesma forma que no caso do SCD1, para mostrar o erro em direção dos resultados oriundos do programa desenvolvido, calculou-se o erro de apontamento em relação à direção do eixo de rotação fornecida pelo CCS.

A Figura 24 apresenta o erro de apontamento durante o período de teste. O erro médio de apontamento foi de $0,481^\circ$ mostrando excelente consistência com os dados do CCS.

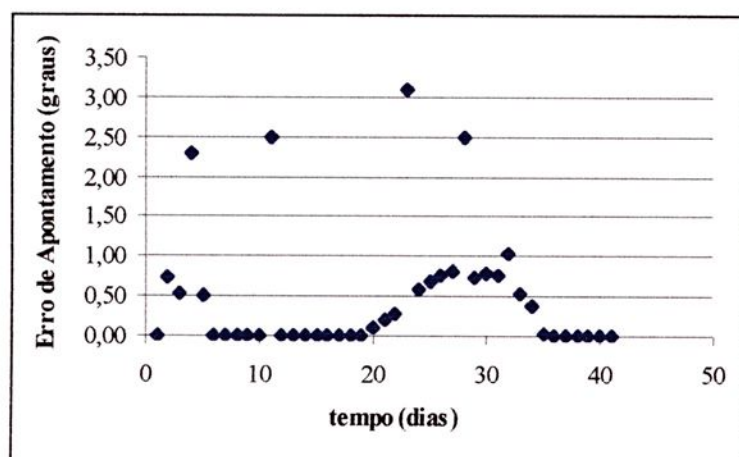


Figura 24 - Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD2

CAPÍTULO 7 COMENTÁRIOS FINAIS

Neste trabalho foi realizada uma abordagem analítica para solução das equações do movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, considerando a influência dos torque magnéticos residual e devido às correntes de Foucault.

O modelo do dipolo foi adotado para o campo geomagnético e uma média foi realizada para cada período orbital, considerando desenvolvimentos até 2ª ordem na excentricidade para o torque magnético residual e até primeira ordem para o torque magnético devido às correntes de Foucault. As principais influências do achatamento da Terra nos elementos orbitais foram incluídas através do modelo de Brouwer.

O torque magnético residual possui componentes apenas nos eixo x e y do sistema do satélite, devido a simetria do satélite, e portanto não afeta o módulo da velocidade de rotação. O resultados obtidos no desenvolvimento deste torque são consistentes com os obtidos por Thomas & Capellari (1964).

O torque magnético devido às correntes de Foucault possui componentes nos três eixos do sistema do satélite, mas seu principal efeito é o decaimento do módulo da velocidade de rotação.

As simulações numéricas realizadas mostram a concordância entre a solução analítica obtida e o comportamento real do satélite, dentro das limitações da abordagem analítica realizada. O erro médio de apontamento foi de $0,788^\circ$ para o SCD1 e $0,481^\circ$ para o SCD2 em concordância com os dados do Centro de Controle de Satélites do INPE.



A maior contribuição deste trabalho em comparação com outros trabalhos já desenvolvidos foi a abordagem analítica dada ao torque magnético devido às correntes de Foucault, a qual envolveu um volume extenso de cálculos algébricos.

Em continuidade a este trabalho, o desenvolvimento do torque magnético devido às correntes de Foucault poderá ser desenvolvido até 2ª ordem na excentricidade para que comparações possam ser realizadas com o desenvolvimento até primeira ordem na excentricidade apresentada neste trabalho. Para melhor validar a abordagem analítica aqui desenvolvida é também importante estabelecer o intervalo de tempo para o qual a solução analítica obtida permanece em concordância com os dados do CCS sem a atualização diária dos dados de atitude do satélite.

Além disso, de modo a obter resultados analíticos mais próximos ao comportamento real do satélite, torna-se interessante tentar a abordagem analítica estendendo o modelo de quadripolo para o campo geomagnético e incluindo o torque de gradiente de gravidade.



REFERÊNCIAS

ALFRIEND, K. T.; LINDBERG JR, R. E. **Geomagnetic field effects on the design of a magnetic attitude control system**, The Jour. Of the Astr. Scie., vol. XXVII, no. 3, pp. 269-292, 1979.

BROUWER, O. ; CLEMENCE , G.M. **Methods of celestial mechanics**, Academic Press, New York, 1961.

CARRARA, V. C. **Modelagem das forças e torques atuantes em satélites artificiais**, Dissertação de Mestrado, Instituto Nacional de Pesquisas espaciais, São José dos Campos, 1982.

CARRARA, V.; GUEDES, U. T. V. G. **Attitude control aspects for SCD1 and SCD2**, RBCM – J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. XVI – Special Issue, pp 421 - 425, 1994

CRUZ, J. J.; FERREIRA, L. D. D. **Attitude and spin rate control of a spinning satellite using geomagnetic field**, J. Guidance, vol. 14, no. 1, pp. 216 – 218.

GAMARRA ROSADO, V. O. **Otimização de manobras de satélites estabilizados por "spin", utilizando bobinas magnéticas**. Dissertação de Mestrado. INPE-4778-TDL/350, S J dos Campos - SP, Agosto 1988.

GAMARRA ROSADO, V. O., RIOS NETO, A. **Time-optimal geomagnetic attitude maneuvers of an axisymmetric spinning satellite**. acta astronautica -

Journal of The International Academy of Astronautics. Pergamon Press Ltd, Vol. 26, N° 11, pp. 773-777, 1992.

GAMARRA ROSADO, V. O., RIOS NETO, A. **Otimização de manobras de satélites estabilizados por "spin"**. Controle & Automação: Revista da SBA - Sociedade Brasileira de Automática. Vol. 2, N° 4, p. 221-229, Set/Out 1990.

GAMARRA ROSADO, V. O., RIOS NETO, A. **Otimização de manobras de satélites estabilizados por rotação**. Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste - CEM-NNE, Natal - RN, p. 546-552, Março/91.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. Física 3. Rio de Janeiro: **Livros técnicos e científicos** editora Ltda. 4ª edição, Set 1983.

HARA, M. **Effects of magnetic and gravitational torques n spinning satellite attitude**. AIAA Journal, vol. II, no. 12, pp. 1737-1742, 1973.

KAPLAN, M. H., **Modern spacecraft dynamics & control**, John wiley & sons, New York, 1976.

KUGA, H. K. **Flight dynamics at INPE** Organizado por: BALTHAZAR, J.M.; Dean T. Mook; Joao Mauricio Rosario nonlinear dynamics, chaos, control and their applications to engineering sciences:, Brazil:, am - american academy of mechanics, 1997, v. 1, p. 306-311.

- KUGA, H. K. **Operações de dinâmica de vôo do centro de controle do INPE** In. I CBCG (1º colóquio brasileiro de ciências geodésicas), 1999, Curitiba

Resumos do Primeiro CBCG (1º Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas) , 1999, p. 4.

KUGA, H. K.; FERREIRA, L. D. D. ; GUEDES, U. T. V. **Simulação de atitude e de manobras para o satélite brasileiro estabilizado por rotação**, Relatório Técnico do INPE, INPE-4271-PRE/1143, 1987.

KUGA, H. K.; KONDAPALLI, R. R. **Satellite orbit determination: a first-hand experience with the first brazilian satellite SCD1** In. 44th congress of the international astronautical federation, 1993, graz, austria microfilms of 44th congress of the international astronautical federation, 1993.

KUGA, H. K.; KONDAPALLI, R. R. **SCD1 orbit determination system: pre-launch preparation, leap performance, and routine operation** . Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, , v. XVI, p. 472-477, 1994.

KUGA, H. K.; SILVA, W. C. C.; GUEDES, U. T. V. **Dinâmica de atitude para satélites estabilizados por rotação**, Relatório Técnico do INPE, INPE-4403-NTE/275, 1987b.

KUGA, H. K. ; ORLANDO, V.; LOPES, R. V. F. **Flight dynamics operations during leap for the inpe's second enviromental data collecting satellite SCD2**, RBCM – J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. XXI – Special Issue, pp 339 – 344, 1999.

MURRAY, C.D.; DERMOTT,S.F. **Solar system dynamics**, Cambridge University Press – 1999.



ORLANDO, V. **Controle de satélites no inpe**, Anais da 6ª Escola de Verão em Dinâmica Orbital e Planetologia, FEG/UNESP, pp. 118 –137, 2002.

ORLANDO, V.; LOPES, R. V. F.; KUGA, H. K. **INPE'S flight dynamics team experience trough four years of scd1 in-orbit operations: main issues, improvements and tends**, ESA International Symposium on Spaceflight Dynamics, Darmstadt, Alemanha, pp. 433-437, 1997.

PISACANE, V. L.; MOORE, R. C. **Fundamentals of space systems**, New York , Oxford University Press , 1994.

REAL, F. F. **Análise das magnitudes de torques ambientais atuantes sobre um satélite artificial**, Relatório Final de Bolsa PIBIC/CNPq, 2001.

ROZENFELD, P.; ORLANDO, V. **Overview of inpe's satellite trancking and control center and main aspect pf its debut in satelite operations**, RBCM – J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. XVI – Special Issue, pp 421 - 425, 1994.

SHRIVASTAVA, S. K.; SHIVANANDA, B. **Satellite spin decay due to eddy currents**, The Journ. Astr. Sci., vol. XXIX, no. 1, pp. 59-71, 1981.

STELLMACHER, L. **Evolution d'attitude s'un satellite dans le champs magnetique terrestre**, Cel. Mech., nº 10, pp. 57-69, 1974.

THOMAS, L. C.; CAPPELARI, J. O. **Attitude determination and prediction of spin-stabilized satellites** , The Bell System Techninical Journal, July 1964.



YU, E. Y. **Spin decay, spin-precession damping and spin-axis drift of the telstar satellite**, The Bell Syst. Tecn. Jorn., pp. 2169 – 2193, set., 1963.

VERA, D.; ALEXANDROV, V.; RANGEL, A.; PEDROZA, A ; MOCENCAHUA, D.; FOURNIER, R. **Magnetic torque attitude control of an experimental microsatellite in equatorial orbit**, Adv. In the astr Sce., vol. 100, part II, pp. 951-954, 1998.

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. London, Reidel, vol 73, 1978.



APÊNDICE A - Desenvolvimento da parcela $\vec{N}_I$ do torque magnético residual

A primeira parcela do torque magnético residual médio ($\vec{N}_I$), dada pela equação (4.23), pode ser representada na seguinte forma:

$$\vec{N}_I = (\text{Sen } \beta) \hat{k} \times (\hat{I}A - \hat{J}B - 3\hat{I} \cdot \vec{C} + 3\hat{J} \cdot \vec{D}) \quad (1A)$$

onde:

$$A = \int_0^{2\pi} \text{Sen } \eta (1 + e \text{Cos } \upsilon) d\upsilon \quad (2A)$$

$$B = \int_0^{2\pi} \text{Cos } \eta (1 + e \text{Cos } \upsilon) d\upsilon \quad (3A)$$

$$\vec{C} = \int_0^{2\pi} \hat{i}_s \hat{i}_s \text{Sen } \eta (1 + e \text{Cos } \upsilon) d\upsilon \quad (4A)$$

$$\vec{D} = \int_0^{2\pi} \hat{i}_s \hat{i}_s \text{Cos } \eta (1 + e \text{Cos } \upsilon) d\upsilon \quad (5A)$$

sendo que utilizamos a seguinte notação nas expressões anteriores:

$$(\hat{I} \cdot \hat{i}_s) \hat{i}_s = \hat{I} \cdot (\hat{i}_s \hat{i}_s) \quad \text{e} \quad (\hat{J} \cdot \hat{i}_s) \hat{i}_s = \hat{J} \cdot (\hat{i}_s \hat{i}_s)$$

Substituindo (4.25) e (4.26) em (2A) e (3A), efetuando os cálculos e eliminando os termos acima da 2ª. ordem na excentricidade, temos:

$$A = \int_0^{2\pi} \text{Sen } \eta \left[1 + 3 e \cos M + e^2 \left(2 \cos^2 M + 7/2 \cos(2M) - 1 \right) \right] dM \quad (6A)$$

$$B = \int_0^{2\pi} \cos \eta \left[1 + 3 e \cos M + e^2 \left(2 \cos^2 M + 7/2 \cos(2M) - 1 \right) \right] dM \quad (7A)$$

Com a substituição de (4.29) e (4.30) em (6A) e (7A), respectivamente, e após efetuar as integrais, obtemos:

$$A = \text{Sen } \eta_0 \left(A_1 + 3 e A_3 + e^2 \left(2 A_4 + 7/2 A_5 - A_1 \right) \right) + \cos \eta_0 \left(A_2 + 3 e A_6 + e^2 \left(2 A_7 + 7/2 A_8 - A_2 \right) \right) \quad (8A)$$

$$B = \cos \eta_0 \left(A_1 + 3 e A_3 + e^2 \left(2 A_4 + 7/2 A_5 - A_1 \right) \right) - \text{Sen } \eta_0 \left(A_2 + 3 e A_6 + e^2 \left(2 A_7 + 7/2 A_8 - A_2 \right) \right) \quad (9A)$$

onde as integrais $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$ e A_8 estão apresentadas no apêndice E.

Para computar a integral $\vec{C}$ e $\vec{D}$, dadas respectivamente por (4A) e (5A), podemos expressar $\hat{i}_s$, a partir de (3.13), do seguinte modo:

$$\hat{i}_s = \cos \bar{\omega} \hat{i}_g + \text{Sen } \bar{\omega} \hat{j}_g \quad (10A)$$

em que:

$$\bar{\omega} = (\omega + \nu) \quad (11A)$$

Assim o termo $\hat{i}_s \hat{i}_s$ da integral (4A) e (5A) é dado por:

$$\hat{i}_s \hat{i}_s = \cos^2 \bar{\omega} \hat{i}_g \hat{i}_g + \text{Sen}^2 \bar{\omega} \hat{j}_g \hat{j}_g + \text{Sen } \bar{\omega} \cos \bar{\omega} \left(\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g \right) \quad (12A)$$

Com a substituição de (12A) nas integrais $\vec{C}$ e $\vec{D}$, dadas respectivamente por (4A) e (5A), temos:

$$\vec{C} = \int_0^{2\pi} \left[\cos^2 \bar{\omega} \hat{i}_g \hat{i}_g + \sin^2 \bar{\omega} \hat{j}_g \hat{j}_g + \sin \bar{\omega} \cos \bar{\omega} (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) \right] \sin \eta (1 + e \cos v) dv \quad (13A)$$

$$\vec{D} = \int_0^{2\pi} \left[\cos^2 \bar{\omega} \hat{i}_g \hat{i}_g + \sin^2 \bar{\omega} \hat{j}_g \hat{j}_g + \sin \bar{\omega} \cos \bar{\omega} (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) \right] \cos \eta (1 + e \cos v) dv \quad (14A)$$

Agora substituindo (4.25), (4.26), (4.29) e (4.30) em (13A) e (14A) e expandindo até 2ª. ordem na excentricidade, pode-se representar as integrais $\vec{C}$ e $\vec{D}$ como:

$$\vec{C} = \hat{i}_g \hat{i}_g C_1 + \hat{j}_g \hat{j}_g C_2 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) C_3 \quad (15A)$$

$$\vec{D} = \hat{i}_g \hat{i}_g D_1 + \hat{j}_g \hat{j}_g D_2 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) D_3 \quad (16A)$$

em que:

$$C_1 = \int_0^{2\pi} [\cos^2(\omega + v)] \cdot \{ [\sin \eta_0 \cos(bM) + \cos \eta_0 \sin(bM)] \cdot [1 + (3e \cos M + e^2(2 \cos^2 M + 7/2 \cos 2M - 1))] \} dM \quad (17A)$$

$$C_2 = \int_0^{2\pi} [\sin^2(\omega + v)] \cdot \{ [\sin \eta_0 \cos(bM) + \cos \eta_0 \sin(bM)] \cdot [1 + (3e \cos M + e^2(2 \cos^2 M + 7/2 \cos 2M - 1))] \} dM \quad (18A)$$

$$C_3 = \int_0^{2\pi} [\text{Sen}(\omega + \nu) \text{Cos}(\omega + \nu)] \cdot \{ [\text{Sen} \eta_o \text{Cos}(bM) + \text{Cos} \eta_o \text{Sen}(bM)] \cdot [1 + (3e \text{Cos} M + e^2 (2 \text{Cos}^2 M + 7/2 \text{Cos} 2M - 1))] \} dM \quad (19A)$$

$$D_1 = \int_0^{2\pi} [\text{Cos}^2(\omega + \nu)] \cdot \{ [\text{Cos} \eta_o \text{Cos}(bM) - \text{Sen} \eta_o \text{Sen}(bM)] \cdot [1 + (3e \text{Cos} M + e^2 (2 \text{Cos}^2 M + 7/2 \text{Cos} 2M - 1))] \} dM \quad (20A)$$

$$D_2 = \int_0^{2\pi} [\text{Sen}^2(\omega + \nu)] \cdot \{ [\text{Cos} \eta_o \text{Cos}(bM) - \text{Sen} \eta_o \text{Sen}(bM)] \cdot [1 + (3e \text{Cos} M + e^2 (2 \text{Cos}^2 M + 7/2 \text{Cos} 2M - 1))] \} dM \quad (21A)$$

$$D_3 = \int_0^{2\pi} [\text{Sen}(\omega + \nu) \text{Cos}(\omega + \nu)] \cdot \{ [\text{Cos} \eta_o \text{Cos}(bM) - \text{Sen} \eta_o \text{Sen}(bM)] \cdot [1 + (3e \text{Cos} M + e^2 (2 \text{Cos}^2 M + 7/2 \text{Cos} 2M - 1))] \} dM \quad (22A)$$

Utilizando nas integrais (16A) – (22A) a expansão de $\text{Cos}(\omega + \nu)$ e $\text{Sen}(\omega + \nu)$ até a 2ª. ordem na excentricidade (Brouwer, 1961) e reagrupando termos, temos:

$$C_1 = \left\{ \text{Cos}^2 \omega (F_1 \text{Sen} \eta_o + F_2 \text{Cos} \eta_o) \right\} + \left\{ \frac{\text{Cos}(2\omega)}{2} (F_3 \text{Sen} \eta_o + F_4 \text{Cos} \eta_o) \right\} - \left\{ \frac{\text{Sen}(2\omega)}{2} (F_5 \text{Sen} \eta_o + F_6 \text{Cos} \eta_o) \right\} \quad (23A)$$

$$\begin{aligned}
 C_2 = & \left\{ \text{Sen}^2 \omega (F_1 \text{Sen } \eta_o + F_2 \text{Cos } \eta_o) \right\} - \\
 & - \left\{ \frac{\text{Cos}(2\omega)}{2} (F_3 \text{Sen } \eta_o + F_4 \text{Cos } \eta_o) \right\} - \\
 & - \left\{ \frac{\text{Sen}(2\omega)}{2} (F_5 \text{Sen } \eta_o + F_6 \text{Cos } \eta_o) \right\}
 \end{aligned} \quad (24A)$$

$$\begin{aligned}
 C_3 = & \left\{ \text{Sen } \omega \text{Cos } \omega ((F_7 + F_{13}) \text{Sen } \eta_o + (F_8 + F_{14}) \text{Cos } \eta_o) \right\} - \\
 & \left\{ \text{Sen}^2 \omega (F_9 \text{Sen } \eta_o + F_{10} \text{Cos } \eta_o) \right\} + \\
 & + \left\{ \text{Cos}^2 \omega (F_{11} \text{Sen } \eta_o + F_{12} \text{Cos } \eta_o) \right\}
 \end{aligned} \quad (25A)$$

$$\begin{aligned}
 D_1 = & \left\{ \text{Cos}^2 \omega (F_1 \text{Cos } \eta_o + F_2 \text{Sen } \eta_o) \right\} + \\
 & + \left\{ \frac{\text{Cos } 2\omega}{2} (F_3 \text{Cos } \eta_o + F_4 \text{Sen } \eta_o) \right\} - \\
 & - \left\{ \frac{\text{Sen } 2\omega}{2} (F_5 \text{Cos } \eta_o + F_6 \text{Sen } \eta_o) \right\}
 \end{aligned} \quad (26A)$$

$$\begin{aligned}
 D_2 = & \left\{ \text{Sen}^2 \omega (F_1 \text{Cos } \eta_o + F_2 \text{Sen } \eta_o) \right\} - \\
 & - \left\{ \frac{\text{Cos}(2\omega)}{2} (F_3 \text{Cos } \eta_o + F_4 \text{Sen } \eta_o) \right\} - \\
 & - \left\{ \frac{\text{Sen}(2\omega)}{2} (F_5 \text{Cos } \eta_o - F_6 \text{Sen } \eta_o) \right\}
 \end{aligned} \quad (27A)$$

$$\begin{aligned}
 D_3 = & \left\{ \text{Sen } \omega \text{Cos } \omega ((F_7 - F_{13}) \text{Cos } \eta_o + (F_8 - F_{14}) \text{Sen } \eta_o) \right\} - \\
 & - \left\{ \text{Sen}^2 \omega (F_{15} \text{Cos } \eta_o - F_{16} \text{Sen } \eta_o) \right\} + \\
 & + \left\{ \text{Cos}^2 \omega (F_{11} \text{Cos } \eta_o + F_{12} \text{Sen } \eta_o) \right\}
 \end{aligned} \quad (28 A)$$

Os coeficientes F_i , $i = 1, 2, \dots, 16$ encontram-se no Apêndice F.

Substituindo – se (8A), (9A), (15A) e (16A) em (1A), a primeira parcela do torque magnético residual médio é dada por:

$$\vec{N}_I = \text{Sen} \beta \hat{k} \times \left\{ \hat{I} A - \hat{J} B - 3 \hat{I} \cdot (\hat{i}_g \hat{i}_g C_1 + \hat{j}_g \hat{j}_g C_2) + \right. \\ \left. + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) C_3 + 3 \hat{J} \cdot (\hat{i}_g \hat{i}_g D_1 + \hat{j}_g \hat{j}_g D_2 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) D_3) \right\} \quad (29A)$$

Computando os produtos escalares e vetoriais de (29A), através da utilização das equações (3.4) e (3.7) que relacionam os vetores unitários envolvidos, a parcela $\vec{N}_I$ do torque magnético residual médio é dada por:

$$\vec{N}_I = \{ A \text{Cos} \alpha \text{Sen} \delta - B \text{Sen} \alpha \text{Sen} \delta + 3 [\text{Sen} \delta \text{Cos} (\Omega - \alpha) \{ D_1 \text{Sen} \Omega + D_3 \text{Cos} \Omega \text{Cos} i - C_1 \text{Cos} \Omega + C_3 \text{Sen} \Omega \text{Cos} \text{Cos} i \} + \\ + [\text{Sen} i \text{Cos} \delta + \text{Cos} i \text{Sen} \delta \text{Sen} (\Omega - \alpha)] \{ D_2 \text{Cos} \Omega \text{cos} i + D_3 \text{Sen} \Omega + C_2 \text{Sen} \Omega \text{Cos} i - C_3 \text{Cos} \Omega \}] \} \text{Sen} \beta \hat{i} + \\ + \{ A \text{Sen} \alpha - B \text{Cos} \alpha + 3 [\text{Sen} (\Omega - \alpha) \{ D_1 \text{Sen} \Omega + D_2 \text{Cos} \Omega \text{Cos} i - C_1 \text{Cos} \Omega + C_3 \text{Sen} \Omega \text{Cos} i \} + \text{Cos} i \text{Cos} (\Omega - \alpha) \{ D_2 \text{Cos} \Omega \text{Cos} i + D_3 \text{Sen} \Omega + C_2 \text{Sen} \Omega \text{Cos} i - C_3 \text{Cos} \Omega \}] \} \text{Sen} \beta \hat{j} \quad (30A)$$

em que os coeficientes A e B são dados em (8A) e (9A), respectivamente, e C_j , D_j , $j=1,2,3$, são dados (23A) a (28A).

APÊNDICE B-Desenvolvimento da parcela $\vec{N}_{II}$ do torque magnético residual

A segunda parcela do torque magnético residual médio ($\vec{N}_{II}$), dada pela equação (4.24), pode ser separada em duas parcelas na seguinte forma:

$$\vec{N}_{IIA} = \cos\beta \hat{k} \times \hat{K} \int_0^{2\pi} (1 + e \cos v) dv = (2\pi \cos\beta) \hat{k} \times \hat{K} \quad (1B)$$

e

$$\vec{N}_{IIB} = (-3\cos\beta) \hat{k} \times \hat{K} \cdot \int_0^{2\pi} \hat{i}_s \hat{i}_s (1 + e \cos v) dv \quad (2B)$$

em que utilizamos a notação: $(\hat{K} \cdot \hat{i}_s) \hat{i}_s = \hat{K} \cdot (\hat{i}_s \hat{i}_s)$

Substituindo $\hat{i}_s \hat{i}_s$, dado por (12A), em (2B) e integrando, a parcela $\vec{N}_{IIB}$ é dada por:

$$\vec{N}_{IIB} = (-3\pi \cos\beta) \hat{k} \times \hat{K} \cdot (\hat{i}_g \hat{i}_g + \hat{j}_g \hat{j}_g) \quad (3B)$$

Assim a segunda parcela do torque magnético residual média é obtida substituindo (1B) e (3B) em (4.24):

$$\vec{N}_{II} = (\pi \cos\beta) \hat{k} \times [2 \hat{K} - 3 \hat{K} \cdot (\hat{i}_g \hat{i}_g + \hat{j}_g \hat{j}_g)] \quad (4B)$$

Pela equação (3.7) verifica-se que os vetores unitários $\hat{i}_g$ e $\hat{K}$ são perpendiculares e (4B) pode ser simplificada:

$$\vec{N}_{II} = (\pi \cos \beta) \hat{k} \times [2\hat{K} - 3(\hat{K} \cdot \hat{j}_g) \hat{j}_g] \quad (5B)$$

Utilizando propriedades do produto vetorial e escalar, a equação (5B) torna-se:

$$\vec{N}_{II} = \pi \cos \beta [2\hat{k} \times \hat{K} - 3(\hat{K} \cdot \hat{j}_g) (\hat{k} \times \hat{j}_g)] \quad (6B)$$

A partir de (3.1) e (3.5), pode-se obter :

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_g \\ \hat{j}_g \\ \hat{k}_g \end{pmatrix} = R_2 \cdot R_1^t \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} \quad (7B)$$

logo:

$$\begin{aligned} \hat{i}_g = & (-\cos \Omega \sin \alpha + \sin \Omega \cos \alpha) \hat{i} \\ & - (\cos \Omega \sin \delta \cos \alpha - \sin \Omega \sin \delta \sin \alpha) \hat{j} + \\ & + (\cos \Omega \cos \delta \cos \alpha + \sin \Omega \cos \delta \sin \alpha) \hat{k} \end{aligned} \quad (8B)$$

$$\begin{aligned}
\hat{j}_g = & (\text{Sen } \Omega \text{ Cos } i \text{ Sen } \alpha + \text{Cos } \alpha \text{ Cos } i \text{ Cos } \Omega) \hat{i} + \\
& + (\text{Sen } \Omega \text{ Cos } i \text{ Sen } \delta \text{ Cos } \alpha - \text{Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \delta \text{ Sen } \alpha + \\
& + \text{Sen } i \text{ Cos } \delta) \hat{j} + \\
& + (-\text{Sen } \Omega \text{ Cos } i \text{ Cos } \delta \text{ Cos } \alpha + \\
& + \text{Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Cos } \delta \text{ Sen } \alpha + \text{Sen } i \text{ Sen } \delta) \hat{k}
\end{aligned} \tag{9B}$$

$$\begin{aligned}
\hat{k}_g = & (-\text{Sen } i \text{ Sen } \Omega \text{ Sen } \alpha - \text{Sen } i \text{ Cos } \Omega \text{ Cos } \alpha) \hat{i} - \\
& + (\text{Sen } i \text{ Sen } \Omega \text{ Sen } \delta \text{ Cos } \alpha + \text{Sen } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \delta \text{ Sen } \alpha - \\
& - \text{Cos } \delta \text{ Sen } i \text{ Cos } \Omega) \hat{j} + \\
& + (\text{Cos } \delta \text{ Cos } \alpha \text{ Sen } i \text{ Sen } \Omega - \\
& - \text{Si } C \Omega \text{ C } \delta \text{ S } \alpha + \text{Ci } S \delta) \hat{k}
\end{aligned} \tag{10B}$$

Substituindo (10B) e o vetor $\hat{K}$, expresso no sistema do satélite através da equação (3.4), na expressão (6B), após efetuar os cálculos a segunda parcela do torque magnético residual é dada por:

$$\begin{aligned}
\vec{N}_{II} = & \pi \cos \beta \{ [-2 \text{ Cos } \delta + 3 \text{ Sen } i \text{ Cos } i \text{ Sen } \delta \text{ Sen } (\Omega - \alpha) + \\
& + 3 \text{ Sen }^2 i \text{ Cos } \delta] \hat{i} - [3 \text{ Sen } i \text{ Cos } i \text{ Cos } (\Omega - \alpha)] \hat{j} \}
\end{aligned} \tag{11B}$$

APÊNDICE C - Desenvolvidos da parcela $\vec{N}_{III}$ do torque magnético devido às correntes de Foucault médio

A primeira parcela do torque magnético devido às correntes de Foucault médio ($\vec{N}_{III}$) é dada pela equação (4.41). Considerando que no instante inicial o satélite se encontra no perigeu (correspondendo a anomalia verdadeira nula), $\vec{N}_{III}$ pode ser representada da seguinte forma:

$$\vec{N}_{III} = \vec{N}_{IIIa} + \vec{N}_{IIIb} \quad (1C)$$

em que :

$$\begin{aligned} \vec{N}_{IIIa} = & \int_0^{2\pi} W \left\{ \text{Sen} \beta \left[(\text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J}) - 3 \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \right] + \right. \\ & \left. + \text{Cos} \beta \left[\hat{K} - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{K}) \hat{i}_s \right] \left\{ \left[\hat{K} - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{K}) \hat{i}_s \right] \cdot \hat{k} \right\} \right\} (1 + e \text{Cos } v)^4 dv \quad (2C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{N}_{IIIb} = & - \hat{k} \int_0^{2\pi} W \left\{ \left[\hat{K} - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{K}) \hat{i}_s \right] \cdot \left[\text{Sen} \beta \left(\left[\text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J} \right] - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - 3 \left\{ \hat{i}_s \cdot \left[\text{Sen } \eta \hat{I} - \text{Cos } \eta \hat{J} \right] \right\} \hat{i}_s \right) + \text{Cos} \beta \left[\hat{K} - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{K}) \hat{i}_s \right] \right\} \\ & (1 + e \text{Cos } v)^4 dv \quad (3C) \end{aligned}$$

C.1 Desenvolvimento da parcela $\vec{N}_{IIIa}$

Utilizando a notação já introduzida no Apêndice A:

$$(\hat{I} \cdot \hat{i}_s) \hat{i}_s = \hat{I} \cdot (\hat{i}_s \hat{i}_s) \quad \text{e} \quad (\hat{J} \cdot \hat{i}_s) \hat{i}_s = \hat{J} \cdot (\hat{i}_s \hat{i}_s)$$

evoluindo o termo $[\hat{K} - 3(\hat{i}_s \cdot \hat{K})\hat{i}_s]$ (através das equações que relacionam os vetores unitários $\hat{K}$ e $\hat{i}_s$, introduzidas no Capítulo 3) e considerando o módulo da velocidade de rotação constante durante um período orbital, a partir da equação (2C), a parcela $\vec{N}_{IIIa}$ pode ser expressa por:

$$\vec{N}_{IIIa} = W \left\{ \text{Sen} \beta \left[\hat{I} A_{1x} - \hat{J} B_{1x} - 3 \hat{I} \cdot \vec{C}_{1x} + 3 \hat{J} \cdot \vec{D}_{1x} \right] + \left[\text{Cos} \beta (E_{1x} \hat{K} - 3 \hat{K} \cdot \vec{F}_{1x}) \right] \right\} \quad (4C)$$

em que :

$$A_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} \text{Sen} \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (5C)$$

$$B_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} \text{Cos} \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (6C)$$

$$\vec{C}_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} \hat{i}_s \hat{i}_s \text{Sen} \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (7C)$$

$$\vec{D}_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} \hat{i}_s \hat{i}_s \text{Cos} \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (8C)$$

$$E_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (9C)$$

$$\vec{F}_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} (\hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \cos v)^4 dv \quad (10C)$$

com:

$$A_{1a} = \text{Sen } \delta \quad (11C)$$

$$\begin{aligned} A_{1b} = & \left\{ 3 \cos^2 \bar{\omega} \left(2 \cos^2 \delta \cos \Omega \cos \alpha \text{Sen } \delta \cos (\Omega - \alpha) \right) + 3 \text{Sen}^2 \bar{\omega} \right. \\ & \left. \left(-\text{Sen } i \cos i \cos \delta \text{Sen } (\Omega + \alpha) + \text{Sen } i^2 \text{Sen } \delta \right) \right\} + \\ & + \left\{ 3 \text{Sen } \bar{\omega} \cos \bar{\omega} \left(\cos \Omega \text{Sen } 2\delta \cos \alpha \left(\cos \delta \cos i \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \text{Sen } (\alpha - \Omega) + \text{Sen } i \text{Sen } \delta \right) \right) \right\} \end{aligned} \quad (12C)$$

Substituindo (4.25) e (4.26) nas equações (5C) à (10C) e expandindo até a primeira ordem na excentricidade, as integrais (5C) à (10C) são dadas por:

$$A_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} \text{Sen } \eta \left[1 + 6e \cos M \right] dM \quad (13C)$$

$$B_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} \cos \eta \left[1 + 6e \cos M \right] dM \quad (14C)$$

$$\bar{C}_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} \hat{i}_s \hat{i}_s \text{Sen } \eta \left[1 + 6e \cos M \right] dM \quad (15C)$$

$$\bar{D}_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} \hat{i}_s \hat{i}_s \cos \eta \left[1 + 6e \cos M \right] dM \quad (16C)$$

$$E_{1x} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} - A_{1b}\} \left[1 + 6e \cos M \right] dM \quad (17C)$$

$$\vec{F}_{1x} = \int_0^{2\pi} \{ A_{1a} - A_{1b} \} (\hat{i}_s \hat{i}_s) \left[1 + 6e \cos M \right] dM \quad (18C)$$

CÁLCULO DOS COEFICIENTES A_{1x} e B_{1x}

Substituindo (11C), (12C), (4.30), (4.31) e (11A) em (13C) e (14C), efetuando os cálculos e eliminando os termos acima de 2ª. ordem na excentricidade, a forma final dos coeficientes A_{1x} e B_{1x} são descritas por:

$$\begin{aligned} A_{1x} = & \left\{ \left\{ \text{Sen } \delta \left[(F_{596} + 3eA_3) \text{Sen } \eta_0 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + (F_{597} + 3eA_6) \text{Cos } \eta_0 \right] \right\} - \\ & - \left\{ 2 \text{Cos}^2 \delta \text{Cos } \Omega \text{Cos } \alpha \text{Sen } \delta \text{Cos}(\Omega - \alpha) \right. \\ & \left. + \left\{ 3 \text{Cos}^2 \omega [F_{17} \text{Sen } \eta_0 + F_{18} \text{Cos } \eta_0] \right\} + \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{3 \text{Cos } 2\omega}{2} [F_{19} \text{Sen } \eta_0 + F_{20} \text{Cos } \eta_0] \right\} - \right. \\ & \left. - \left\{ \frac{3 \text{Sen } 2\omega}{2} [F_{21} \text{Sen } \eta_0 + F_{22} \text{Cos } \eta_0] \right\} \right\} + \\ & + \left\{ \left(-\text{Sen } i \text{Cos } i \text{Cos } \delta \text{Sen}(\Omega + \alpha) + \text{Sen}^2 i \text{Sen } \delta \right) \right. \\ & \left. \left\{ 3 \text{Sen}^2 \omega [F_{596} \text{Sen } \eta_0 + F_{23} \text{Cos } \eta_0] \right\} + \left\{ \frac{3 \text{Cos } 2\omega}{2} \right. \right. \\ & \left. \left. [F_{24} \text{Sen } \eta_0 + F_{607} \text{Cos } \eta_0] \right\} + \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{3 \text{Sen } 2\omega}{2} [F_{25} \text{Sen } \eta_0 + F_{22} \text{Cos } \eta_0] \right\} \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \left(\cos \Omega \sin 2\delta \cos \alpha (\cos \delta \cos i \sin(\alpha - \Omega) + \sin i \sin \delta) \right) \right. \\
& \left\{ 3 \sin \omega \cos \omega [(F_{601} - F_{606}) \sin \eta_0 + (F_{26} - F_{29}) \cos \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \sin^2 \omega [F_{27} \sin \eta_0 + F_{28} \cos \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \cos^2 \omega [F_{604} \sin \eta_0 + F_{28} \cos \eta_0] \right\} \left. \right\} \quad (19 C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{1x} = & \left\{ \left\{ \sin \delta \left[(F_{596} + 3eA_3) \cos \eta_0 - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. -(F_{597} + 3eA_6) \sin \eta_0 \right] \right\} - \right. \\
& \left\{ 2 \cos^2 \delta \cos \Omega \cos \alpha \sin \delta \cos(\Omega - \alpha) \right. \\
& \left\{ 3 \cos^2 \omega [F_{31} \sin \eta_0 + F_{596} \cos \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos 2\omega}{2} [F_{20} \sin \eta_0 + F_{30} \cos \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin 2\omega}{2} [F_{31} \sin \eta_0 + F_{32} \cos \eta_0] \right\} \left. \right\} + \\
& + \left\{ -\sin i \cos i \cos \delta \sin(\Omega + \alpha) + \sin^2 i \sin \delta \right. \\
& \left\{ 3 \sin^2 \omega [F_{32} \sin \eta_0 - F_{596} \cos \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos 2\omega}{2} [F_{33} \sin \eta_0 + F_{34} \cos \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \sin 2\omega}{2} [F_{35} \sin \eta_0 + F_{36} \cos \eta_0] \right\} \left. \right\} + \\
& + \left\{ \cos \Omega \sin 2\delta \cos \alpha (\cos \delta \cos i \sin(\alpha - \Omega) + \sin i \sin \delta) \right.
\end{aligned}$$

$$\left\{ 3 \operatorname{Sen} \omega \operatorname{Cos} \omega [(F_{37} - F_{42}) \operatorname{Sen} \eta_0 + (F_{601} - F_{13}) \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} -$$

$$- \left\{ 3 \operatorname{Sen}^2 \omega [F_{38} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{39} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} +$$

$$+ \left\{ 3 \operatorname{Cos}^2 \omega [F_{40} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{41} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} \quad (20C)$$

Os coeficientes F_k estão apresentados no apêndice F

CÁLCULO DA PARCELA $\vec{C}_{1x}$

Para computar a integral $\vec{C}_{1x}$ é necessário substituir (4.29), (11A), (12 A), (11C) e (12C) em (16 C), após a expansão dos termos até 1ª ordem na excentricidade e integrando, $\vec{C}_{1x}$ pode ser representado por:

$$\vec{C}_{1x} = \vec{C}_{1xa} + \vec{C}_{1xb} + \vec{C}_{1xc} - \vec{C}_{1xd} - \vec{C}_{1xe} - \vec{C}_{1xf} \quad (21C)$$

em que :

$$\vec{C}_{1xa} = \hat{i}_g \hat{i}_g \left\{ \operatorname{Sen} \delta \left\{ \operatorname{Cos}^2 \omega [F_{596} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{597} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} + \right.$$

$$+ \left\{ \frac{\operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{598} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{599} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} -$$

$$\left. - \left\{ \frac{\operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_5 \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{600} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} \right\} \quad (22C)$$

$$\vec{C}_{1xb} = \hat{j}_g \hat{j}_g \left\{ \operatorname{Sen} \delta \left\{ \operatorname{Sen}^2 \omega [F_{596} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{597} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} - \right.$$

$$- \left\{ \frac{\operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{598} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{599} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} -$$

$$\left. - \left\{ \frac{\operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_5 \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{600} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} \right\} \quad (23C)$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_{1xc} = & \left(\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g \right) \left\{ \text{Sen } \delta \left\{ 2 \text{ Sen } \omega \text{ Cos } \omega \right. \right. \\ & \left. \left[(F_{601} + F_{606}) \text{ Sen } \eta_0 + (F_{602} + F_{42}) \text{ Cos } \eta_0 \right] \right\} \\ & \left\{ \text{Sen}^2 \omega [F_5 \text{ Sen } \eta_0 + F_{603} \text{ Cos } \eta_0] \right\} + \\ & \left. \left\{ \text{Cos}^2 \omega [F_5 \text{ Sen } \eta_0 + F_{605} \text{ Cos } \eta_0] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (24C)$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_{1xd} = & \hat{i}_g \hat{i}_g \left\{ \left\{ 2 \text{ Cos}^2 \delta \text{ Cos } \Omega \text{ Cos } \alpha \text{ Sen } \delta \text{ Cos } (\Omega - \alpha) \right. \right. \\ & \left. \left\{ 3 \text{ Cos}^4 \omega [F_{596} \text{ Sen } \eta_0 + F_{597} \text{ Cos } \eta_0] \right\} - \right. \\ & \left. - \left\{ 3 \text{ Cos}^2 \omega \text{ Sen } 2\omega \left[(F_5 + F_{41}) \text{ Sen } \eta_0 - (F_{48} - F_{22}) \text{ Cos } \eta_0 \right] \right\} + \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{3 \text{ Cos}^2 \omega}{2} [F_{43} \text{ Sen } \eta_0 + F_{44} \text{ Cos } \eta_0] \right\} + \right. \\ & \left. + \left\{ \left(\frac{3 \text{ Cos } 2\omega}{2} \right)^2 [F_{45} \text{ Sen } \eta_0 + F_{46} \text{ Cos } \eta_0] \right\} - \right. \\ & \left. - \left\{ \frac{3 \text{ Cos } 2\omega \text{ Sen } 2\omega}{2} \left[(F_{47} + F_{49}) \text{ Sen } \eta_0 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + (F_{48} + F_{50}) \text{ Cos } \eta_0 \right] \right\} - \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{3 \text{ Sen } 2\omega}{2} [F_{51} \text{ Sen } \eta_0 + F_{52} \text{ Cos } \eta_0] \right\} + \right. \\ & \left. \left\{ 3 \text{ Sen}^2 \omega \text{ Cos}^2 \omega [F_{596} \text{ Sen } \eta_0 + F_{597} \text{ Cos } \eta_0] \right\} + \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{3 \text{ Sen}^2 \omega \text{ Cos } 2\omega}{2} [F_{53} \text{ Sen } \eta_0 + F_{607} \text{ Cos } \eta_0] \right\} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_5 \operatorname{Sen} \eta_o + F_{22} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} \} + \\
& + \{ -\operatorname{Sen} i \operatorname{Cos} i \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sen}(\Omega + \alpha) + \operatorname{Sen} i^2 \operatorname{Sen} \delta \\
& \left\{ \frac{3 \operatorname{Cos}^2 \omega \operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{54} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{607} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Cos} 2\omega \operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{55} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{56} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Cos} 2\omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_{57} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{58} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} 2\omega \operatorname{Cos}^2 \omega}{2} [F_{604} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{22} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} 2\omega \operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{59} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{60} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} 2\omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_{61} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{62} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} \} + \\
& + \left\{ \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sen} 2\delta \operatorname{Cos} \alpha (\operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} i \operatorname{Sen}(\alpha - \Omega) + \operatorname{Sen} i \operatorname{Sen} \delta) \right. \\
& \left. \left\{ 3 \operatorname{Sen} \omega \operatorname{Cos}^3 \omega [F_{601} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{63} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} + \right. \\
& + \left\{ 3 \operatorname{Sen} \omega \operatorname{Cos} \omega \operatorname{Cos} 2\omega [F_{64} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{65} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} \omega \operatorname{Cos} \omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [(F_{66} + F_{47}) \operatorname{Sen} \eta_o + (F_{67} + F_{79}) \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Cos}^2 \omega [F_{68} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{69} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{70} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{71} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_{72} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{73} \operatorname{Cos} \eta_o] \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ 3 \cos^4 \omega [F_{41} \sin \eta_0 + F_{22} \cos \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos^2 \omega \cos 2\omega}{2} [F_{74} \sin \eta_0 + F_{75} \cos \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos^2 \omega \sin 2\omega}{2} [F_{76} \sin \eta_0 + F_{52} \cos \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \cos^2 \omega \sin \omega [F_{24} \sin \eta_0 + F_{76} \cos \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos \omega \sin \omega \cos 2\omega}{2} [F_{77} \sin \eta_0 + F_{78} \cos \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos \omega \sin \omega \sin 2\omega}{2} [F_{47} \sin \eta_0 + F_{79} \cos \eta_0] \right\} \left. \right\} \quad (25C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{C}_{1xe} = \hat{j}_g \hat{j}_g \left\{ 2 \cos^2 \delta \cos \Omega \cos \alpha \sin \delta \cos(\Omega - \alpha) \right. \\
\left\{ \left\{ 3 \cos^2 \omega \sin^2 \omega [F_{596} \sin \eta_0 + F_{597} \cos \eta_0] \right\} - \right. \\
\left. - \left\{ \frac{3 \cos^2 \omega \cos 2\omega}{2} [F_{43} \sin \eta_0 + F_{44} \cos \eta_0] \right\} + \right. \\
\left. + \left\{ \left(\frac{3 \cos 2\omega}{2} \right)^2 [F_{45} \sin \eta_0 + F_{46} \cos \eta_0] \right\} - \right. \\
\left. - \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \sin 2\omega}{2} [(F_{47} + F_{49}) \sin \eta_0 + (F_{48} + F_{50}) \cos \eta_0] \right\} - \right. \\
\left. + \left\{ \frac{3 \sin 2\omega \sin 2\omega}{2} [F_{51} \sin \eta_0 + F_{52} \cos \eta_0] \right\} + \right. \\
\left. + \left\{ 3 \sin^2 \omega \cos^2 \omega [F_1 \sin \eta_0 + F_{597} \cos \eta_0] \right\} + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_5 \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{22} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} \Bigg\} + \\
& - \operatorname{Sen} i \operatorname{Cos} i \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sen} (\Omega + \alpha) + \operatorname{Sen}^2 i \operatorname{Sen} \delta \\
& \left\{ \left\{ \frac{3 \operatorname{Cos}^2 \omega \operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{54} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{607} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} + \right. \\
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Cos} 2\omega \operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{55} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{56} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Cos} 2\omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_{57} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{58} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} 2\omega \operatorname{Cos}^2 \omega}{2} [F_{604} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{22} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} 2\omega \operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{59} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{60} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} 2\omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_{61} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{62} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} \Bigg\} + \\
& + \{ \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sen} 2\delta \operatorname{Cos} \alpha (\operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} i \operatorname{Sen} (\alpha - \Omega) + \operatorname{Sen} i \operatorname{Sen} \delta) \\
& \left\{ \left\{ 3 \operatorname{Sen} \omega \operatorname{Cos}^3 \omega [F_{601} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{63} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} + \right. \\
& + \left\{ 3 \operatorname{Sen} \omega \operatorname{Cos} \omega \operatorname{Cos} 2\omega [F_{64} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{65} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} \omega \operatorname{Cos} \omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [(F_{66} + F_{47}) \operatorname{Sen} \eta_0 + (F_{67} + F_{79}) \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} \Bigg\} + \\
& + \left\{ 3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Cos}^2 \omega [F_{68} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{69} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Cos} 2\omega}{2} [F_{70} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{71} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Sen} 2\omega}{2} [F_{72} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{73} \operatorname{Cos} \eta_0] \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ 3 \cos^4 \omega [F_{41} \sin \eta_o + F_{22} \cos \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos^2 \omega \cos 2\omega}{2} [F_{74} \sin \eta_o + F_{75} \cos \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos^2 \omega \sin 2\omega}{2} [F_{76} \sin \eta_o + F_{52} \cos \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \cos^2 \omega \sin \omega [F_{24} \sin \eta_o + F_{76} \cos \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos \omega \sin \omega \cos 2\omega}{2} [F_{77} \sin \eta_o + F_{78} \cos \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos \omega \sin \omega \sin 2\omega}{2} [F_{47} \sin \eta_o + F_{79} \cos \eta_o] \right\} \left. \right\} \quad (26C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{C}_{1xf} = & \left(\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g \right) \left\{ 2 \cos^2 \delta \cos \Omega \cos \alpha \sin \delta \cos (\Omega - \alpha) \right. \\
& \left\{ 3 \cos^2 \omega \sin \omega [F_{601} \sin \eta_o + F_{80} \cos \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \cos^3 \omega \sin^2 \omega [F_{39} \sin \eta_o + F_{81} \cos \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \cos^4 \omega [F_{82} \sin \eta_o + F_{83} \cos \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \cos^3 \omega \sin \omega [F_{606} \sin \eta_o + F_{84} \cos \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \sin \omega \cos \omega}{2} [(F_{85} + F_{91}) \sin \eta_o + (F_{86} + F_{92}) \cos \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \sin^2 \omega}{2} [F_{87} \sin \eta_o + F_{88} \cos \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \cos^2 \omega}{2} [F_{89} \sin \eta_o + F_{90} \cos \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin 2\omega \sin \omega \cos \omega}{2} [(F_{93} - F_{97}) \sin \eta_o + (F_{94} - F_{98}) \cos \eta_o] \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \frac{3 \text{Sen } 2\omega \text{Sen}^2 \omega}{2} [F_{95} \text{Sen } \eta_o + F_{96} \text{Cos } \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \text{Sen}^2 \omega \text{Sen } \omega \text{Cos } \omega [F_{601} \text{Sen } \eta_o + F_{99} \text{Cos } \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \text{Sen}^4 \omega [F_{39} \text{Sen } \eta_o + F_{69} \text{Cos } \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \text{Sen}^2 \omega \text{Cos}^2 \omega [F_{100} \text{Sen } \eta_o + F_{101} \text{Cos } \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \text{Sen}^2 \omega \text{Cos } \omega [F_{606} \text{Sen } \eta_o + F_{607} \text{Cos } \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \text{Sen } i \text{Cos } i \text{Cos } \delta \text{Sen } (\Omega + \alpha) + \text{Sen } i^2 \text{Sen } \delta \right. \\
& \left. \left\{ \left\{ \frac{3 \text{Cos } 2\omega \text{Sen } \omega \text{Cos } \omega}{2} [(F_{102} - F_{91}) \text{Sen } \eta_o + (F_{86} - F_{105}) \text{Cos } \eta_o] \right\} - \right. \right. \\
& + \left\{ \frac{3 \text{Cos } 2\omega \text{Sen}^2 \omega}{2} [F_{87} \text{Sen } \eta_o + F_{103} \text{Cos } \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \text{Cos } 2\omega \text{Cos}^2 \omega}{2} [F_{89} \text{Sen } \eta_o + F_{104} \text{Cos } \eta_o] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \text{Sen } 2\omega \text{Sen } \omega \text{Cos } \omega}{2} [(F_{106} - F_{109}) \text{Sen } \eta_o + (F_{67} + F_{100}) \text{Cos } \eta_o] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \text{Sen } 2\omega \text{Sen}^2 \omega}{2} [F_{72} \text{Sen } \eta_o + F_{106} \text{Cos } \eta_o] \right\} - \\
& \left. - \left\{ \frac{3 \text{Sen } 2\omega \text{Cos}^2 \omega}{2} [F_{107} \text{Sen } \eta_o + F_{108} \text{Cos } \eta_o] \right\} \right\} + \\
& + \{ \text{Cos } \Omega \text{Sen } 2\delta \text{Cos } \alpha (\text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Sen } (\alpha - \Omega) + \text{Sen } i \text{Sen } \delta)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ 3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Cos}^2 \omega \left[(F_{111} + F_{72} + F_{128} - F_{130} - F_{136} + F_{117}) \operatorname{Sen} \eta_o + \right. \right. \\
& \left. \left. + (F_{112} + F_{123} + F_{129} - F_{131} - F_{105} + F_{118}) \operatorname{Cos} \eta_o \right] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Cos} \omega \left[(F_{113} - F_{122}) \operatorname{Sen} \eta_o + (F_{114} - F_{133}) \operatorname{Cos} \eta_o \right] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \operatorname{Sen} \omega \operatorname{Cos}^2 \omega \left[F_{115} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{116} \operatorname{Cos} \eta_o \right] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \operatorname{Sen}^3 \omega \operatorname{Cos} \omega \left[(F_{124} - F_{119}) \operatorname{Sen} \eta_o + (F_{125} + F_{120}) \operatorname{Cos} \eta_o \right] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \operatorname{Sen}^4 \omega \left[F_{121} \operatorname{Sen} \eta_o + F_{122} \operatorname{Cos} \eta_o \right] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \operatorname{Cos}^3 \omega \operatorname{Sen} \omega \left[(F_{126} + F_{109} - F_{134}) \operatorname{Sen} \eta_o + \right. \right. \\
& \left. \left. + (F_{127} + F_{110} - F_{135}) \operatorname{Cos} \eta_o \right] \right\} \quad (27C)
\end{aligned}$$

Os coeficientes F_k estão apresentados no apêndice F e $\hat{i}_g$ e $\hat{j}_g$ são dados em (8B) e (9B) respectivamente.

CÁLCULO DA PARCELA $\vec{D}_{1x}$

De modo similar aos cálculos de $\vec{C}_{1x}$, para calcular a integral $\vec{D}_{1x}$ substitui-se (11C), (12C), (4.30), (11A) (12A) em (24C) obtendo:

$$\vec{D}_{1x} = \vec{D}_{1xa} + \vec{D}_{1xb} + \vec{D}_{1xc} + \vec{D}_{1xd} + \vec{D}_{1xe} + \vec{D}_{1xf} \quad (28C)$$

em que :

$$\begin{aligned} \bar{D}_{1 \times a} = \hat{i}_g \hat{i}_g \left\{ \text{Sen } \delta \left\{ \text{Cos}^2 \omega [F_{596} \text{ Cos } \eta_o + F_{597} \text{ Sen } \eta_o] \right\} + \right. \\ \left. + \left\{ \frac{\text{Cos } 2\omega}{2} [\text{Cos } \eta_o + F_{599} \text{ Sen } \eta_o] \right\} - \right. \\ \left. - \left\{ \frac{\text{Sen } 2\omega}{2} [F_5 \text{ Cos } \eta_o + F_{600} \text{ Sen } \eta_o] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (29C)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}_{1 \times b} = \hat{j}_g \hat{j}_g \left\{ \left\{ \text{Sen}^2 \omega [F_{596} \text{ Cos } \eta_o + F_{597} \text{ Sen } \eta_o] \right\} - \right. \\ \left. - \left\{ \frac{\text{Cos } 2\omega}{2} [F_{598} \text{ Cos } \eta_o + F_{599} \text{ Sen } \eta_o] \right\} - \right. \\ \left. \left\{ \frac{\text{Sen } 2\omega}{2} [F_5 \text{ Cos } \eta_o - F_{600} \text{ Sen } \eta_o] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (30C)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}_{1 \times c} = (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) \left\{ \text{Sen } \delta \left\{ \text{Sen } \omega \text{ Cos } \omega [(F_{601} - F_{607}) \text{ Cos } \eta_o +] \right\} - \right. \\ \left. - (F_{602} - F_{606}) \text{ Sen } \eta_o - \left\{ - \text{Sen}^2 \omega [F_{608} \text{ Cos } \eta_o - F_{609} \text{ Sen } \eta_o] \right\} + \right. \\ \left. \left\{ \text{Cos}^2 \omega [F_{604} \text{ Cos } \eta_o + F_{605} \text{ Sen } \eta_o] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (31C)$$

$$\begin{aligned}
\bar{D}_{1 \times d} = \hat{i}_g \hat{i}_g \bigg\{ & \left\{ 2 \cos^2 \delta \cos \Omega \cos \alpha \cos (\Omega - \alpha) \right. \\
& \left\{ 3 \cos^4 \omega [F_{596} \cos \eta_0 - F_{597} \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos^2 \omega \cos 2\omega}{2} [(F_{137} + F_{138}) \cos \eta_0 - 2F_{607} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos^2 \omega \sin 2\omega}{2} [(F_{604} - F_{143}) \cos \eta_0 - (F_{101} - F_{144}) \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \left(\frac{3 \cos 2\omega}{2} \right)^2 [F_{139} \cos \eta_0 - F_{140} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos \omega \sin 2\omega}{2} [(F_{141} - F_{145}) \cos \eta_0 - (F_{142} - F_{146}) \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \left(\frac{3 \sin 2\omega}{2} \right)^2 [F_{147} \cos \eta_0 - F_{148} \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \sin^2 \omega \cos^2 \omega [F_{596} \cos \eta_0 + F_{597} \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \sin^2 \omega \cos 2\omega}{2} [F_{606} \cos \eta_0 - F_{607} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \left(\frac{3 \cos 2\omega}{2} \right)^2 [F_{91} \cos \eta_0 - F_{150} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \sin 2\omega}{2} [(F_{151} - F_{154}) \cos \eta_0 - (F_{152} - F_{155}) \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin 2\omega \cos^2 \omega}{2} [F_{153} \cos \eta_0 - F_{144} \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \left(\frac{3 \sin 2\omega}{2} \right)^2 [F_{156} \cos \eta_0 - F_{157} \sin \eta_0] \right\} \bigg\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \cos \Omega \cos 2\delta \cos \alpha \left(\cos \delta \cos 2\delta \cos i \sin (\alpha - \Omega) + \sin i \sin \delta \right) \right. \\
& + \left\{ 3 \sin \omega \cos^3 \omega \left[(F_{601} + F_{24}) \cos \eta_o - (F_{158} - F_{84}) \sin \eta_o \right] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \sin \omega \cos \omega \cos 2\omega}{2} \left[(F_{173} + F_{159}) \cos \eta_o - (F_{174} - F_{160}) \sin \eta_o \right] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin \omega \cos \omega \sin 2\omega}{2} \left[(F_{161} + F_{145}) \cos \eta_o - (F_{175} - F_{162}) \sin \eta_o \right] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \sin^2 \omega \cos^2 \omega \left[F_{163} \cos \eta_o - F_{164} \sin \eta_o \right] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \sin^2 \omega \cos \omega}{2} \left[F_{165} \cos \eta_o - F_{166} \sin \eta_o \right] \right\} + \\
& - \left\{ \frac{3 \sin \omega \sin 2\omega}{2} \left[F_{167} \cos \eta_o - F_{168} \sin \eta_o \right] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \cos^4 \omega \left[F_{41} \cos \eta_o - F_{169} \sin \eta_o \right] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos^2 \omega \sin 2\omega}{2} \left[F_{171} \cos \eta_o - F_{172} \sin \eta_o \right] \right\} \left. \right\} \quad (32C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{D}_{1xe} = \hat{j}_g \hat{j}_g \left\{ \right. & \left\{ 2 \cos^2 \delta \sin \cos \Omega \cos \alpha \sin \delta \cos (\Omega - \alpha) \right. \\
& + \left\{ 3 \cos^2 \omega \sin^2 \omega \left[F_{596} \cos \eta_o - \sin \eta_o \right] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin^2 \omega \cos 2\omega}{2} \left[(F_{137} + F_{135}) \cos \eta_o - 2 F_{607} \sin \eta_o \right] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin^2 \omega \sin 2\omega}{2} \left[(F_{604} - F_{143}) \cos \eta_o - (F_{101} - F_{144}) \sin \eta_o \right] \right\} + \\
& \left. \left. \right\} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \left(\frac{3 \cos 2\omega}{2} \right)^2 [F_{139} \cos \eta_0 - F_{140} \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \sin 2\omega}{2} [(F_{141} - F_{146}) \cos \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \left(\frac{3 \sin 2\omega}{2} \right)^2 [F_{147} \cos \eta_0 - F_{148} \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \sin^4 \omega [F_{596} \cos \eta_0 + F_{597} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin^2 \omega \cos 2\omega}{2} [F_{606} \cos \eta_0 - F_{607} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin^2 \omega \sin 2\omega}{2} [F_{604} \cos \eta_0 - F_{149} \sin \eta_0] \right\} \left. \right\} - \quad (33C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{D}_{\text{Ixf}} = (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) & \left\{ 2 \cos^2 \delta \cos \Omega \cos \alpha \sin \delta \cos(\Omega - \alpha) \right. \\
& \left\{ 3 \cos^3 \omega \sin \omega [(F_{601} - F_{606}) \cos \eta_0 + (F_{246} + F_{607}) \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \cos^2 \omega \sin^2 \omega [(F_{39} + F_{608}) \cos \eta_0 - (F_{35} + F_{247}) \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \cos^4 \omega [F_{604} \cos \eta_0 - F_{247} \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \sin \omega \cos \omega}{2} \left[(F_{102} - F_{251}) \cos \eta_0 - (F_{248} + F_{174}) \sin \eta_0 \right] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \sin^2 \omega}{2} [F_{87} \sin \eta_0 + F_{249} \sin \eta_0] \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \cos^2 \omega}{2} [F_{250} \sin \eta_0 - F_{146} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin 2\omega \sin \omega \cos \omega}{2} [(F_{115} + F_{255}) \cos \eta_0 - (F_{252} - F_{155}) \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{3 \sin 2\omega \sin^2 \omega}{2} [F_{253} \cos \eta_0 - F_{254} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \sin 2\omega \cos^2 \omega}{2} [F_{102} \cos \eta_0 - F_{157} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \sin^3 \omega \cos \omega [(F_{601} - F_{256}) \cos \eta_0 - (F_{246} - F_{42}) \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \sin^4 \omega [F_{39} \cos \eta_0 - F_{247} \sin \eta_0] \right\} \Bigg\} - \\
& - \left\{ -\sin i \cos i \cos \delta \sin(\Omega + \alpha) + \sin^2 i \sin \delta \right. \\
& \left. + \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \sin \omega \cos \omega}{2} [(F_{102} + F_{251}) \cos \eta_0 - (F_{248} + F_{174}) \sin \eta_0] \right\} + \right. \\
& + \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \sin^2 \omega}{2} [F_{87} \cos \eta_0 - F_{142} \sin \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \cos 2\omega \cos^2 \omega}{2} [F_{157} \cos \eta_0 - F_{175} \sin \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \frac{\sin 2\omega \sin^2 \omega}{2} [F_{258} \cos \eta_0 + F_{259} \sin \eta_0] \right\} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} 2 \omega \operatorname{Cos}^2 \omega}{2} [F_{102} \operatorname{Cos} \eta_0 - F_{260} \operatorname{Sen} \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3 \operatorname{Sen} 2 \omega \operatorname{Sen} \omega \operatorname{Cos} \omega}{2} [(F_{115} + f_{261}) \operatorname{Cos} \eta_0 - (F_{252} - f_{249}) \operatorname{Sen} \eta_0] \right\} + \\
& + \left\{ \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sen} 2 \delta \operatorname{Cos} \alpha (\operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} i \operatorname{Sen} (\alpha - \Omega)) + \operatorname{Sen} i \operatorname{Sen} \delta \right. \\
& \left\{ 3 \operatorname{Sen}^2 \omega \operatorname{Cos}^2 \omega \left[\left(F_{111} - F_{265} + F_{72} - F_{258} - \operatorname{Cos} \eta_0 \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left(F_{262} - F_{160} + F_{268} - F_{254} - F_{272} + F_{273} - F_{167} + F_{251} \right) \operatorname{Sen} \eta_0 \right) \right] \right\} \\
& - \left\{ 3 \operatorname{Sen}^3 \omega \operatorname{Cos} \omega \left[(2 F_{113} - F_{269} - F_{87}) \operatorname{Cos} \eta_0 - \right. \right. \\
& \left. \left. (F_{263} - F_{166} - F_{142} + F_{266}) \operatorname{Sen} \eta_0 \right] \right\} + \\
& + \left\{ 3 \operatorname{Cos}^3 \omega \operatorname{Cos} \omega \left[(2 F_{115} - F_{271} - F_{47}) \operatorname{Cos} \eta_0 - \right. \right. \\
& \left. \left. (F_{264} + F_{252} - F_{170} - F_{249}) \operatorname{Sen} \eta_0 \right] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \operatorname{Sen}^4 \omega [F_{258} \operatorname{Cos} \eta_0 - F_{267} \operatorname{Sen} \eta_0] \right\} - \\
& - \left\{ 3 \operatorname{Cos}^4 \omega [F_{167} \operatorname{Cos} \eta_0 - F_{270} \operatorname{Sen} \eta_0] \right\} \quad (34C)
\end{aligned}$$

onde os coeficientes F_k estão apresentados no apêndice F e $\hat{i}_g$ e $\hat{j}_g$ são dados em (8B) e (9B) respectivamente.

CÁLCULO DA PARCELA E_{1x}

Substituindo (11 C), (12 C), (11A), em (17C), efetuando os cálculos e eliminando os termos acima da 1ª ordem na excentricidade, a integral E_{1x} é dada por:

$$\begin{aligned}
 E_{1x} = & \left\{ \left[\text{Sen } \delta F_{176} \right] - \left\{ 2 \text{Cos}^2 \delta \text{Cos } \Omega \text{Cos } \alpha \text{Sen } \delta \text{Cos } (\Omega - \alpha) \right\} \left[3 \text{Cos}^2 \omega F_{177} \right] + \right. \\
 & \left[\frac{3 \text{Cos } 2\omega}{2} F_{178} \right] - \left[\frac{3 \text{Sen } 2\omega}{2} F_{179} \right] + \left[3 \text{Sen}^2 \omega F_{176} \right] - \\
 & - \left\{ -\text{Sen } i \text{Cos } i \text{Cos } \delta \text{Sen } (\Omega + \alpha) + \text{Sen}^2 i \text{Sen } \delta \right\} \\
 & \left[\left[F_{180} \frac{3 \text{Cos } 2\omega}{2} \right] - \left[F_{179} \frac{3 \text{Sen } 2\omega}{2} \right] \right] + \\
 & + \left\{ \text{Cos } \Omega \text{Sen } 2\delta \text{Cos } \alpha (\text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Sen } (\alpha - \Omega) + \text{Sen } i \text{Sen } \delta) \right\} \\
 & \left[3 F_{181} \text{Sen } \omega \text{Cos } \omega \right] + \\
 & + \left[3 F_{182} \text{Sen}^2 \omega \right] + \left[3 F_{183} \text{Cos}^2 \omega \right] \left. \right\} \quad (35C)
 \end{aligned}$$

CÁLCULO DA PARCELA $\vec{F}_{1x}$

Para calcular a integral $\vec{F}_{1x}$, substitui-se (11 C), (12 C), (11 A) e (12 A) em (18C), obtendo:

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_{1x} = & \hat{i}_g \hat{i}_g F_{1xa} + \hat{j}_g \hat{j}_g F_{1xb} + \hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g F_{1xc} - \\
 & - \hat{i}_g \hat{i}_g F_{1xd} - \hat{j}_g \hat{j}_g F_{1xe} - (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) F_{1xf} \quad (36C)
 \end{aligned}$$

sendo:

$$F_{1xa} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} G_1\} dM \quad (37C)$$

$$F_{1xb} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} G_2\} dM \quad (38C)$$

$$F_{1xc} = \int_0^{2\pi} \{A_{1a} G_3\} dM \quad (39C)$$

$$F_{1xd} = \int_0^{2\pi} \{A_{1b} G_1\} dM \quad (40C)$$

$$F_{1xe} = \int_0^{2\pi} \{A_{1b} G_2\} dM \quad (41C)$$

$$F_{1xf} = \int_0^{2\pi} \{A_{1b} G_3\} dM \quad (42C)$$

em que :

$$G_1 = \left\{ \left[\cos^2 (\omega + v) \right] \left[1 + 6e \cos M \right] \right\} \quad (43C)$$

$$G_2 = \left\{ \left[\sin^2 (\omega + v) \right] \left[1 + 6e \cos M \right] \right\} \quad (44C)$$

$$G_3 = \left\{ \left[\sin (\omega + v) \cos (\omega + v) \right] \left[1 + 6e \cos M \right] \right\} \quad (45C)$$

De modo similar aos cálculos de $\bar{C}_{1x}$ e $\bar{D}_{1x}$, é necessário substituir nas equações (37C) à (43C) as expressões dadas em (11C), (43C), (44C), (45C), expandir $\cos^2(\omega + \nu)$, $\sin^2(\omega + \nu)$ e o produto $\sin(\omega + \nu)\cos(\omega + \nu)$ em termos da anomalia média, efetuar os cálculos e após eliminar os termos acima da 1ª ordem na excentricidade, obtêm-se:

$$F_{1xa} = \left\{ \sin \delta \left\{ F_{184} \cos^2 \omega + F_{185} \frac{\cos 2\omega}{2} - F_{186} \frac{\sin 2\omega}{2} \right\} \right\} \quad (46C)$$

$$F_{1xb} = \left\{ \sin \delta \left\{ F_{184} \sin^2 \omega - F_{185} \frac{\cos 2\omega}{2} - F_{186} \frac{\sin 2\omega}{2} \right\} \right\} \quad (47C)$$

$$F_{1xc} = \left\{ \sin \delta \left\{ [F_{187} - F_{190}] \sin \omega \cos \omega - F_{188} \sin^2 \omega + F_{189} \cos^2 \omega \right\} \right\} \quad (48C)$$

$$F_{1xd} = \left\{ 2 \cos^2 \delta \cos \Omega \cos \alpha \sin \delta \cos(\Omega - \alpha) \right. \\ \left\{ 3F_{191} \cos^4 \omega + F_{192} \frac{3 \cos^2 \omega \cos 2\omega}{2} - F_{193} \frac{3 \cos^2 \omega \sin 2\omega}{2} + \right. \\ \left. + F_{194} \frac{3 (\cos 2\omega)^2}{2} - F_{195} \frac{3 \sin 2\omega \cos 2\omega}{2} + F_{196} \frac{3 (\sin 2\omega)^2}{2} + \right. \\ \left. + 3F_{197} \sin^2 \omega \cos^2 \omega + F_{198} \frac{3 \sin^2 \omega \cos \omega}{2} - F_{199} \frac{3 \sin^2 \omega \sin 2\omega}{2} \right\} \left. \right\} - \\ - \left\{ -\sin i \cos i \cos \delta \sin(\Omega + \alpha) + \sin^2 i \sin \delta \right. \\ \left\{ F_{200} \frac{3 \cos 2\omega \cos^2 \omega}{2} + F_{201} \frac{3 (\cos 2\omega)^2}{2} + F_{202} \frac{3 \cos 2\omega \sin 2\omega}{2} - \right. \\ \left. - F_{203} \frac{3 \sin 2\omega \cos^2 \omega}{2} + F_{204} \frac{3 (\sin 2\omega)^2}{2} \right\} \left. \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \cos \Omega \sin 2\delta \cos \alpha (\cos \delta \cos i \sin(\alpha - \Omega)) + \sin i \sin \delta \right. \\
& \left\{ -3F_{205} \sin \omega \cos^3 \omega - F_{206} \frac{3 \cos \omega \sin \omega \cos 2\omega}{2} + \right. \\
& + F_{207} \frac{3 \sin \omega \cos \omega \sin 2\omega}{2} + 3F_{208} \sin^2 \omega \cos^2 \omega + \\
& + F_{209} \frac{3 \sin^2 \omega \cos 2\omega}{2} + 3F_{210} \cos^4 \omega + \\
& \left. + F_{211} \frac{3 \cos^2 \omega \cos 2\omega}{2} - \frac{3 \cos^2 \omega \sin^2 \omega}{2} \right\} \left. \right\} \quad (49C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{1xe} = & \left\{ 2 \cos^2 \delta \cos \Omega \cos \alpha \sin \delta \cos(\Omega - \alpha) \right. \\
& \left\{ 3F_{197} \cos^2 \omega \sin^2 \omega - F_{213} \frac{3 \cos^2 \omega \cos 2\omega}{2} - F_{186} \frac{3 \cos^2 \omega \sin 2\omega}{2} + \right. \\
& + F_{214} \frac{3 \cos 2\omega \sin^2 \omega}{2} - F_{215} \frac{3 \cos 2\omega \sin 2\omega}{2} + F_{216} \frac{3 \sin 2\omega \sin^2 \omega}{2} + \\
& \left. + F_{196} \frac{3(\sin 2\omega)^2}{2} + 3F_{197} \sin^4 \omega - F_{217} \frac{3 \sin^2 \omega}{2} \right\} \left. \right\} - \\
& - \left\{ -\sin i \cos i \cos \delta \sin(\Omega + \alpha) + \sin^2 i \sin \delta \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ F_{217} \frac{3 \cos 2\omega \sin^2 \omega}{2} - F_{201} \frac{3(\cos 2\omega)^2}{2} - F_{218} \frac{3 \cos 2\omega \sin 2\omega}{2} - \right. \\
& \left. - F_{210} \frac{3 \sin 2\omega \sin^2 \omega}{2} - F_{219} \frac{3(\sin 2\omega)^2}{2} \right\} + \\
& \left\{ \cos \Omega \sin 2\delta \cos \alpha (\cos \delta \cos i \sin(\alpha - \Omega)) + \sin i \sin \delta \right. \\
& \left\{ -F_{220} 3 \sin^3 \omega \cos \omega - F_{221} \frac{3 \sin \omega \cos \omega \cos 2\omega}{2} + \right. \\
& + F_{222} \frac{3 \sin \omega \cos \omega \sin 2\omega}{2} + 3 F_{223} \sin^4 \omega - \\
& - F_{209} \frac{3 \sin^2 \omega \cos 2\omega}{2} + 3 F_{210} \cos^2 \omega \sin^2 \omega - \\
& \left. - F_{224} \frac{3 \cos^2 \omega \cos 2\omega}{2} - F_{212} \frac{3 \cos^2 \omega \sin 2\omega}{2} \right\} \left. \right\} \quad (50C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{1xf} = & \left\{ 2 \cos^2 \delta \cos \Omega \cos \alpha \sin \delta \cos(\Omega - \alpha) \right. \\
& \left\{ 3 F_{225} \cos^3 \omega \sin \omega - 3 F_{226} \cos^2 \omega \sin^2 \omega + 3 F_{227} \cos^4 \omega + \right. \\
& \left. + F_{228} \frac{3 \cos 2\omega \sin \omega \cos \omega}{2} - F_{229} \frac{3 \cos 2\omega \sin^2 \omega}{2} + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + F_{229} \frac{3 \cos 2\omega \sin^2 \omega}{2} + F_{230} \frac{3 \cos 2\omega \cos^2 \omega}{2} - \\
& - F_{231} \frac{3 \sin 2\omega \sin \omega \cos \omega}{2} + F_{232} \frac{3 \sin 2\omega \sin^2 \omega}{2} - \\
& - F_{233} \frac{3 \cos^2 \omega \sin 2\omega}{2} + 3 F_{234} \sin^3 \omega \cos \omega - 3 F_{235} \sin^4 \omega \left. \vphantom{\frac{3 \cos 2\omega \sin^2 \omega}{2}} \right\} \left. \vphantom{\frac{3 \cos 2\omega \cos^2 \omega}{2}} \right\} - \\
& - \left\{ - \sin i \cos i \cos \delta \sin(\Omega + \alpha) + \sin^2 i \sin \delta \right. \\
& \left. \left\{ F_{236} \frac{3 \cos 2\omega \sin \omega \cos \omega}{2} + F_{237} \frac{3 \cos 2\omega \sin^2 \omega}{2} - \right. \right. \\
& - F_{238} \frac{3 \sin 2\omega \sin \omega \cos \omega}{2} + F_{239} \frac{3 \sin 2\omega \sin^2 \omega}{2} - \\
& \left. \left. - \frac{3 \sin 2\omega \cos^2 \omega}{2} \right\} \right\} + \\
& + \left\{ \cos \Omega \sin 2\delta \cos \alpha (\cos \delta \cos i \sin(\alpha - \Omega)) + \sin i \sin \delta \right. \\
& \left. \left\{ - 3 F_{240} \sin^2 \omega \cos^2 \omega + 3 F_{240} \sin^3 \omega \cos \omega F_{241} - \right. \right. \\
& \left. \left. - 3 F_{238} \cos^3 \omega \sin \omega - 3 F_{242} \sin^4 \omega + 3 F_{233} \cos^4 \omega \right\} \right\} \quad (51C)
\end{aligned}$$

FORMA FINAL DE $\vec{N}_{IIIa}$

Substituindo os coeficientes $\bar{C}_{1x}, \bar{D}_{1x}, \bar{F}_{1x}$, dados respectivamente por (21C), (28C), (36C), na expressão (4C), após efetuar os produtos escalares, a parcela N_{IIIa} é dada por:

$$\bar{N}_{IIIa} = W \left\{ \begin{aligned} & \text{Sen } \beta \left[\hat{I} A_{1x} - \hat{J} B_{1x} - 3 \left(\bar{X}_{1a} C_{1xa} + \bar{X}_{1b} C_{1xb} + \bar{X}_{1c} C_{1xc} + \right. \right. \\ & \bar{X}_{1xd} C_{1xc} - \bar{X}_{1a} C_{1xd} - \bar{X}_{1b} C_{1xe} - \bar{X}_{1c} C_{1xf} + \bar{X}_{1d} C_{1xf} \left. \right) + \\ & + 3 \left(\bar{X}_{1e} D_{1xa} + \bar{X}_{1f} D_{1xb} + \bar{X}_{1g} D_{1xc} + \bar{X}_{1h} D_{1xc} + \bar{X}_{1e} D_{1xd} + \right. \\ & + \bar{X}_{1f} D_{1xe} + \bar{X}_{1g} D_{1xf} + \bar{X}_{1h} D_{1xf} \left. \right) \left. \right] + \left[\text{Cos } \beta \left(\hat{K} E_{1x} - \right. \right. \\ & - 3 \left(\bar{X}_{1i} F_{1xa} + \bar{X}_{1j} F_{1xb} + \bar{X}_{1l} F_{1xc} + \bar{X}_{1m} F_{1xc} - \bar{X}_{1i} F_{1xd} - \right. \\ & \left. \left. - \bar{X}_{1j} F_{1xe} - \bar{X}_{1l} F_{1xf} + \bar{X}_{1m} F_{1xf} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (52C)$$

onde:

$A_{1x}, B_{1x}, \bar{C}_{1xa}$ à $\bar{C}_{1xf}, \bar{D}_{1xa}$ à $\bar{D}_{1xf}, E_{1x}, F_{1xa}$ a F_{1xf} , são dados respectivamente

por (19C), (20C), (32C) à (7C), (29C) a (34C), (35C), (46C) a (51C), e:

$$\bar{X}_{1a} = \left\{ \begin{aligned} & \left(-\text{Sen } (\alpha - \Omega) \left(\text{Cos } \alpha \text{ Cos}^2 \delta \text{ Cos } (\alpha - \Omega) + \right. \right. \\ & + \left(-\text{Cos } (\alpha + \Omega) \text{ Sen } \delta \left(\text{Cos } \alpha \text{ cos}^2 \delta \text{ Cos } (\alpha - \Omega) + \right. \right. \\ & + \text{Cos } \alpha \text{ Cos } (\alpha + \Omega) \text{ Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{ Sen } (\alpha - \Omega) \left. \right) \left. \right) \hat{j} + \\ & + \text{Cos } \delta \text{ Cos } (\alpha - \Omega) \left(\text{Cos } \alpha \text{ Cos}^2 \delta \text{ Cos } (\alpha - \Omega) + \right. \\ & + \text{Cos } \alpha \text{ Cos } (\alpha + \Omega) \text{ Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{ Sen } (\alpha - \Omega) \left. \right) \hat{k} \end{aligned} \right\} \quad (53C)$$

$$\begin{aligned}
\vec{X}_{1b} = & \left\{ \left(-\cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right) \hat{i} + \right. \\
& \left(-\cos i \sin \Omega \left(-\left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right) \hat{j} + \\
& + \left(-\cos i \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \right. \right. \\
& \left. \left. + \sin \delta \sin i + \cos \alpha \cos \delta \cos i \cos \Omega \right) \right) \hat{k} \left. \right\} \quad (54C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{X}_{1c} = & \left\{ \cos i \cos(\alpha - \Omega) \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \hat{i} + \right. \\
& + \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \right. \\
& \left. + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \left(-\left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \right. \\
& \left. + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \hat{j} + \\
& + \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \right. \\
& \left. + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right.
\end{aligned}$$

$$\left. -\cos\alpha \cos\delta \cos i \sin\Omega \right) \hat{k} \left. \right\} \quad (55C)$$

$$\vec{X}_{1d} = \left\{ (\cos i \sin(\alpha - \Omega) \sin\Omega) \hat{i} + \right. \\ \left. (\cos i \cos(\alpha + \Omega) \sin\delta \sin\Omega) \hat{j} + (-\cos\delta \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin\Omega) \hat{k} \right\} \quad (56C)$$

$$\vec{X}_{1e} = \left\{ \left[\left((2 + 2 \cos 2\alpha - \cos(2(\alpha - \delta))) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \cos 2\delta - \cos(2(\alpha + \delta)) \right) \sin(\alpha - \Omega) \sin\Omega \right] / 4 \right] \hat{i} + \\ \left. + \left[\left(-(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos(2(\alpha - \delta))) + 2 \cos 2\delta - \cos(2(\alpha + \delta)) \right) \right. \right. \\ \left. \left. \cos(\alpha + \Omega) \sin\delta \sin\Omega \right] / 4 \right] \hat{j} + \left[\left(\cos\delta (2 + 2 \cos 2\alpha - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \cos(\alpha - \Omega) \sin\Omega \right) \right] \hat{k} \left. \right\} \quad (57C)$$

$$\vec{X}_{1f} = \left\{ \left[\cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \cos\Omega \right] \hat{i} + \right. \\ \left. \left[\cos i \cos\Omega (-(\cos i \cos\Omega \sin\alpha \sin\delta) + \cos\delta \sin i + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \big) \hat{j} + \left[\cos i \cos \Omega (\cos \delta \cos i \cos \Omega \cos \alpha + \right. \\
 & \left. + \sin \delta \sin i - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \big) \hat{k} \right] \bigg\} \quad (58C)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{X}_{lg} = & \left\{ \left[-\cos i \cos \Omega \sin (\alpha - \Omega) \right] \hat{i} + \right. \\
 & + \left[-(\cos i \cos \Omega \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \big) \right] \hat{j} + \\
 & \left. + \left[\cos \delta \cos i \cos (\alpha - \Omega) \cos \Omega \right] \hat{k} \right\} \quad (59C)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{X}_{lh} = & \left\{ \left[\left((2 + 2 \cos 2\alpha - \cos(2(\alpha - \delta))) + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. + 2 \cos 2\delta - \cos(2(\alpha + \delta)) \right) \cos i \cos (\alpha - \Omega) \sin \Omega \right] / 4 \right] \hat{i} + \\
 & + \left[\left[\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos(2(\alpha - \delta)) + 2 \cos 2\delta - \cos(2(\alpha + \delta)) \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. \sin \Omega (-\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta) + \cos \delta \sin i + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right] / 4 \right] \hat{j} + \\
 & + \left[\left((2 + 2 \cos 2\alpha - \cos(2(\alpha - \delta)) + 2 \cos 2\delta - \cos(2(\alpha + \delta))) \right) \right. \\
 & \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \bigg] / 4 \right] \hat{k} \bigg\} \quad (60C)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{X}_{li} = & \left\{ -\left[\sin \alpha \sin 2\delta \sin (\alpha - \Omega) \sin \Omega \right] \hat{i} - \right. \\
 & \left. - \left[\cos (\alpha + \Omega) \sin \alpha \sin \delta \sin 2\delta \sin \Omega \right] \hat{j} + \right.
 \end{aligned}$$

$$+ \left[\cos \delta \cos(\alpha - \Omega) \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \right] \hat{k} \left. \vphantom{\frac{1}{2}} \right\} \quad (61C)$$

$$\begin{aligned} X_{Ij} = & \left\{ \left[\frac{\cos(\alpha - \Omega) \sin 2i}{2} \right] \hat{i} + + \left[\sin i \left(-(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta) + \cos \delta \sin i + \right. \right. \right. \\ & + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \left. \right) \right] \hat{j} + \\ & + \left[\sin i \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right. \right. \\ & \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right] \hat{k} \left. \vphantom{\frac{1}{2}} \right\} \quad (62C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{X}_{II} = & \left\{ \left[\cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \right] \hat{i} + \right. \\ & + \left[\sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \left(-(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right] \hat{j} + \quad (63C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{X}_{Im} = & \left\{ \left[-\sin i \sin(\alpha - \Omega) \right] \hat{i} - \right. \\ & - \left[\cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \sin i \right] \hat{j} + \left[\cos \delta \cos(\alpha - \Omega) \sin i \right] \hat{k} \left. \vphantom{\frac{1}{2}} \right\} \quad (64C) \end{aligned}$$

Substituindo (3.4), (53C) à (64C) em (52C) e reagrupando as componentes no sistema do satélite, a parcela $\bar{N}_{IIIa}$ do torque devido às correntes de Foucault é expressado por:

$$\bar{N}_{IIIa} = N_{IIIax} \hat{i} + N_{IIIay} \hat{j} + N_{IIIaz} \hat{k} \quad (65C)$$

onde:

$$\begin{aligned} N_{IIIax} = & \left\{ \left\{ \left\{ \sin \beta \left\{ -A_{lx} \sin \alpha - B_{lx} \cos \alpha - 3(C_{lxa} - C_{lxd}) \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left\{ \left(-\sin(\alpha - \Omega) \right) \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \Big) \Big) \Big\} - \\
& - 3(C_{1xb} - C_{1xe}) \Big\{ -\cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \Big\} - 3(C_{1xc} - C_{1xf}) \\
& \Big\{ \Big(\cos i \cos(\alpha - \Omega) \Big(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \\
& \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \Big) \Big) \Big\} - 3(C_{1xc} + C_{1xf}) \\
& \Big\{ \cos i \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \Big\} + 3(D_{1xa} + D_{1xd}) \\
& \Big\{ \Big(-\Big(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \Big) \\
& \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \Big) / 4 \Big\} + 3(D_{1xd} + D_{1xe}) \Big\{ \cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \\
& \cos \Omega \Big\} + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \Big\{ -\cos i \cos \Omega \sin(\alpha - \Omega) \Big\} + \\
& + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \Big\{ \Big(\Big(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \\
& - \cos 2(\alpha + \delta) \Big) \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \Big) / 4 \Big\} \Big\} \Big\} + \\
& + \Big\{ \cos \beta \Big\{ -3(F_{1xa} - F_{1xd}) \Big\{ -\sin \alpha \sin 2\delta \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \Big\} - \\
& - 3(F_{1xb} - F_{1xe}) \Big\{ \frac{1}{2} \cos(\alpha - \Omega) \sin 2i \Big\} - 3(F_{1xc} - F_{1xf}) \\
& \Big\{ -\sin i \sin(\alpha - \Omega) \Big\} \Big\} \Big\} \Big\} \quad (66C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{IIIay} = & \Big\{ \Big\{ \Big\{ \sin \beta \Big\{ -A_{1x} \sin \delta \cos \alpha + B_{1x} \sin \delta \sin \alpha - 3(C_{1xa} - C_{1xd}) \\
& \Big\{ -\cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \Big(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos \alpha \cos (\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin (\alpha - \Omega) \Big) \Big\} - \\
& - 3(C_{lxb} - C_{lxe}) \Big\{ - \cos i \sin \Omega \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \\
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} - 3(C_{lxc} - C_{lxf}) \\
& \Big\{ \Big(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos (\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos (\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \\
& + \sin \alpha \sin (\alpha - \Omega) \Big) \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \\
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} - 3(C_{lxc} + C_{lxf}) \\
& \Big\{ \cos i \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \Big\} + 3(D_{lxa} + D_{lxd}) \\
& \Big\{ \cos i \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \Big\} + 3(D_{lxb} + D_{lxe}) \\
& \Big\{ \cos i \cos \Omega \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \cos \delta \sin i + \\
& + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} + 3(D_{lxc} + D_{lxf}) \\
& \Big\{ - \cos i \cos \Omega \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \Big\} + 3(D_{lxc} + D_{lxf}) \\
& \Big\{ \Big[\Big(2 + 2 \cos 2 \alpha - \cos 2 (\alpha - \delta) + 2 \cos 2 \delta - \\
& - \cos 2 (\alpha + \delta) \Big) \sin \Omega \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \\
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big] / 4 \Big\} \Big\} \Big\} + \\
& + \Big\{ \cos \beta \Big\{ E_{lx} \cos \delta - 3(F_{lxa} - F_{lxd}) \Big\} \cos (\alpha + \Omega) \sin \alpha \sin \delta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \left. \left. \text{Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega \right\} - 3(F_{1xb} - F_{1xe}) \right\} \text{Sen } i \right. \\
& \left(- \left(\text{Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } \delta \right) + \right. \\
& \left. + \text{Cos } \delta \text{ Sen } i + \text{Cos } \alpha \text{ Cos } i \text{ Sen } \delta \text{ Sen } \Omega \right) \left. \right\} - 3(F_{1xc} - F_{1xf}) \\
& \left\{ \text{Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega \left(- \left(\text{Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } \delta \right) + \text{Cos } \delta \text{ Sen } i + \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Cos } \alpha \text{ Cos } i \text{ Sen } \delta \text{ Sen } \Omega \right) \right\} - 3(F_{1xc} + F_{1xf}) \\
& \left\{ \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{ Sen } \delta \text{ Sen } i \right\} \left. \right\} \left. \right\} \quad (67C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{IIIaz} = & \left\{ \left\{ \text{Sen } \beta \left\{ A_{1x} \text{Cos } \delta \text{Cos } \alpha - B_{1x} \text{Cos } \delta \text{Sen } \alpha - 3(C_{1xa} - C_{1xd}) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ \text{Cos } \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) \left(\text{Cos } \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \text{Cos } \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right) \right\} - 3(C_{1xb} - C_{1xe}) \right\} \left\{ \left(-\text{Cos } i \text{Sen } \Omega \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \text{Sen } \alpha + \text{Sen } \delta \text{Sen } i + \text{Cos } \alpha \text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Cos } \Omega \right) \right\} - 3(C_{1xc} - C_{1xf}) \right. \\
& \left. \left\{ -\text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{Sen } \Omega \right\} + 3(D_{1xa} + D_{1xd}) \right. \\
& \left. \left\{ \left(\text{Cos } \delta \left(2 + 2\text{Cos } 2\alpha - \text{Cos}(2(\alpha - \Omega)) + 2\text{Cos } 2\delta - \text{Cos } 2(\alpha + \delta) \right) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{Sen } \Omega \right) / 4 \right\} + 3(D_{1xb} + D_{1xe}) \right\} \left\{ \text{Cos } i \text{Cos } \Omega \left(\text{Cos } \delta \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \text{Cos } i \text{Cos } \Omega \text{Cos } \alpha + \text{Sen } \delta \text{Sen } i - \text{Cos } \alpha \text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Sen } \Omega \right) \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \left\{ \cos \delta \cos i \cos(\alpha - \Omega) \cos \Omega \right\} + \\
& + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \left\{ \left[\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right] / 4 \right\} + \left\{ \cos \beta \left\{ E_{1x} \sin \delta - 3(F_{1xa} - F_{1xd}) \right. \right. \right. \\
& \left\{ \cos \delta \cos(\alpha - \Omega) \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \right\} - 3(F_{1xb} - F_{1xe}) \\
& \left\{ \sin i \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right\} - 3(F_{1xc} - F_{1xf}) \right. \\
& \left\{ \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right\} \right\} \quad (68C)
\end{aligned}$$

C.2 Desenvolvimento da parcela $\vec{N}_{IIIb}$

Novamente utilizando a notação já introduzida no apêndice A:

$$(\hat{I} \cdot \hat{i}_s) \hat{i}_s = \hat{I} \cdot (\hat{i}_s \hat{i}_s) \quad \text{e} \quad (\hat{J} \cdot \hat{i}_s) \hat{i}_s = \hat{J} \cdot (\hat{i}_s \hat{i}_s)$$

a parcela $\vec{N}_{IIIb}$, dada pela equação (3C), pode ser também expressa como:

$$\vec{N}_{IIIb} = -\hat{k} W (N_{3a} + N_{3b} + N_{3c}) \quad (69C)$$

em que :

$$N_{3a} = N_{3a1} + N_{3a2} \quad (70C)$$

$$N_{3b} = N_{3b1} + N_{3b2} + N_{3b3} + N_{3b4} \quad (71C)$$

$$N_{3c} = N_{3c1} + N_{3c2} \quad (72C)$$

sendo:

$$N_{3a1} = -3 \int_0^{2\pi} \text{Sen} \beta \text{ Sen} \eta \hat{K} \cdot (\hat{I} \cdot \hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (73C)$$

$$N_{3a2} = 3 \int_0^{2\pi} \text{Sen} \beta \text{ Cos} \eta \hat{K} \cdot (\hat{J} \cdot \hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (74C)$$

$$N_{3b1} = -3 \int_0^{2\pi} \text{Sen} \eta \hat{K} \cdot (\hat{I} \cdot \hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (75C)$$

$$N_{3b2} = 3 \int_0^{2\pi} \text{Cos} \eta \hat{K} \cdot (\hat{J} \cdot \hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (76C)$$

$$N_{3b3} = 9 \int_0^{2\pi} \text{Sen} \eta (\hat{K} \cdot \hat{i}_s \hat{i}_s) \cdot (\hat{I} \cdot \hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (77C)$$

$$N_{3b4} = -9 \int_0^{2\pi} \text{Cos} \eta (\hat{K} \cdot \hat{i}_s \hat{i}_s) \cdot (\hat{J} \cdot \hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (78C)$$

$$N_{3c1} = 10 \int_0^{2\pi} \text{Cos} \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (79C)$$

$$N_{3c2} = -2 \int_0^{2\pi} \text{Cos} \eta \hat{K} \cdot (\hat{K} \cdot \hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (80C)$$

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA N_{3a1}

Substituindo $\text{Sen} \eta$ por (4.30), $\hat{K}$ por (3.4), $\hat{i}_s \hat{i}_s$ por (12A), $\text{Cos} v$ por (4.26) e dv por (4.27) na equação (73C), efetuando os cálculos,

simplificando, eliminando termos acima da 1ª ordem na excentricidade e integrando para um período orbital temos:

$$\begin{aligned}
 N_{3a1} = & -3 \operatorname{Sen} \beta \left\{ \left\{ \left\{ 2 \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos}^2 \Omega \operatorname{Sen} \delta \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Sen}^2 \alpha - \right. \right. \right. \\
 & -2 \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sen} \delta \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Sen} \Omega \operatorname{Sen} \alpha + \\
 & +2 \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos}^2 \Omega \operatorname{Sen}^3 \delta \operatorname{Cos}^3 \alpha + \\
 & +2 \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sen}^3 \delta \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Sen} \Omega \operatorname{Sen} \alpha + \\
 & \left. \left. \left. +2 \operatorname{Cos}^3 \delta \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sen} \delta \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Sen} \Omega \operatorname{Sen} \alpha \right\} \right\} \right. \\
 & \left\{ \left[\operatorname{Cos}^2 \omega (\operatorname{Sen} \eta_0 F_{17} + \operatorname{Cos} \eta F_{18}) \right] + \left[\frac{\operatorname{Cos} 2\omega}{2} (\operatorname{Sen} \eta_0 F_{24} + \operatorname{Cos} \eta_0 F_{20}) \right] - \right. \\
 & \left. - \left[\frac{\operatorname{Sen} 2\omega}{2} (\operatorname{Sen} \eta_0 F_{243} + \operatorname{Cos} \eta_0 F_{22}) \right] \right\} \left\{ \right\} + \\
 & + \left\{ \left\{ -\operatorname{Sen} i \operatorname{Sen} \Omega \operatorname{Cos} i \operatorname{Sen}^2 \alpha - \operatorname{Sen} i \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} i \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sen} \alpha - \right. \right. \\
 & -\operatorname{Sen} i \operatorname{Sen} \Omega \operatorname{Cos} i \operatorname{Sen}^2 \delta \operatorname{Cos}^2 \alpha - \operatorname{Sen} i \operatorname{Cos} i \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sen}^2 \delta \operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Cos} \alpha + \\
 & \left. \left. + \operatorname{Sen}^2 i \operatorname{Sen} \delta \operatorname{Cos} \alpha - \operatorname{Sen} i \operatorname{Sen}^2 \Omega \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Sen} \alpha \right\} \right\} \\
 & \left\{ \left[\operatorname{Sen}^2 \omega (F_{17} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{18} \operatorname{Cos} \eta_0) \right] - \right. \\
 & \left. - \left[\frac{\operatorname{Cos} 2\omega}{2} (F_{24} \operatorname{Sen} \eta_0 + F_{20} \operatorname{Cos} \eta_0) \right] - \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{\text{Sen } 2\omega}{2} (F_{243} \text{Sen } \eta_0 + F_{22} \text{Cos } \eta_0) \right] \Bigg\} \Bigg\} + \\
& + \left\{ \left\{ -2 \text{Cos } \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen } \delta \text{Cos } \alpha \text{Sen } \Omega \text{Cosi Sen}^2 \alpha - \right. \right. \\
& - 2 \text{Cos } \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen}^3 \delta \text{Cos}^3 \alpha \text{Cosi Sen } \Omega + \\
& + 2 \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}^2 \Omega \text{Sen}^3 \delta \text{Cos}^2 \alpha \text{Cosi Sen } \alpha - \\
& - 2 \text{Cos}^2 \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen}^2 \delta \text{Cos}^2 \alpha \text{Sen } i - 2 \text{Cos}^3 \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen } \delta \text{Cos}^3 \alpha \text{Sen } \Omega \text{Cosi} + \\
& \left. + 2 \text{Cos}^3 \delta \text{Cos}^2 \Omega \text{Sen } \delta \text{Cos}^2 \alpha \text{Cosi Sen } \alpha + 2 \text{Cos}^2 \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen}^2 \delta \text{Cos } \alpha \text{Sen } i \right\} \\
& \left\{ \left[\text{Sen } \omega \text{Cos } \omega ((F_{274} - F_{24}) \text{Sen } \eta_0 + (F_{26} - F_{20}) \text{Cos } \eta_0) \right] + \right. \\
& + \left[\text{Sen}^2 \omega (F_{39} \text{Sen } \eta_0 + F_{69} \text{Cos } \eta_0) \right] + \\
& + \left[\text{Cos}^2 \omega (F_{21} \text{Sen } \eta_0 + F_{22} \text{Cos } \eta_0) \right] \Bigg\} \Bigg\} + \\
& + \left\{ \left\{ \text{Sen } i \text{Cos } \Omega \text{Sen}^2 \alpha - \text{Sen } i \text{Sen } \Omega \text{Cos } \alpha \text{Sen } \alpha + \right. \right. \\
& + \text{Sen } i \text{Sen } \Omega \text{Sen}^2 \delta \text{Sen } \alpha \text{Cos } \alpha + \text{Sen } i \text{Cos } \Omega \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}^2 \alpha + \\
& + \text{Sen } i \text{Sen } \Omega \text{Cos}^2 \delta \text{Sen } \alpha \text{Cos } \alpha \Bigg\} \left\{ \left[\text{Sen } \omega \text{Cos } \omega \right. \right. \\
& \left. \left. ((F_{274} - F_{24}) \text{Sen } \eta_0 + (F_{26} - F_{20}) \text{Cos } \eta_0) \right] + \right. \\
& + \left[\text{Sen}^2 \omega (F_{39} \text{Sen } \eta_0 + F_{69} \text{Cos } \eta_0) \right] + \\
& \left. \left. + \left[\text{Cos}^2 \omega (F_{21} \text{Sen } \eta_0 + F_{22} \text{Cos } \eta_0) \right] \right\} \right\} \Bigg\} \quad (81C)
\end{aligned}$$

em que os coeficientes C_k encontram-se no apêndice F.

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA N_{3a2}

Do mesmo modo que para N_{3a1} , substituindo (3.4), (11 A), (12 A), (4.26), (4.27) e (4.31) em (74C), efetuando os cálculos, simplificando, eliminando termos acima da 1ª ordem na excentricidade e efetuando a média para um período orbital a parcela N_{3a2} é dada por:

$$\begin{aligned}
 N_{3a2} = 3 \text{Sen} \beta & \left\{ \left\{ \left\{ -2 \text{Cos} \delta \text{Cos}^2 \Omega \text{Sen} \delta \text{Cos} \alpha \text{Sen} \alpha + \right. \right. \right. \\
 & + 2 \text{Cos} \delta \text{Cos} \Omega \text{Sen} \delta \text{Cos}^3 \alpha \text{Sen} \Omega + 2 \text{Cos} \delta \text{Cos}^2 \Omega \text{Sen}^3 \delta \text{Cos}^2 \alpha \text{Sen} \alpha - \\
 & - 2 \text{Cos} \delta \text{Cos} \Omega \text{Sen}^3 \delta \text{Cos} \alpha \text{Sen} \Omega \text{Sen}^2 \alpha + \\
 & + 2 \text{Cos}^3 \delta \text{Cos}^2 \Omega \text{Cos}^2 \alpha \text{Sen} \delta \text{Sen} \alpha + \\
 & \left. \left. \left. + 2 \text{Cos}^3 \delta \text{Cos} \Omega \text{Sen} \delta \text{Cos} \alpha \text{Sen} \Omega \text{Sen}^2 \alpha \right\} \right. \right. \\
 & \left\{ \left[\text{Cos}^2 \omega (F_{17} \text{Cos} \eta_0 - F_{18} \text{Sen} \eta_0) \right] + \right. \\
 & + \left[\frac{\text{Cos} 2\omega}{2} (F_{24} \text{Cos} \eta_0 - F_{275} \text{Sen} \eta_0) \right] - \\
 & - \left. \left[\frac{\text{Sen} 2\omega}{2} (F_{21} \text{Cos} \eta_0 - F_{22} \text{Sen} \eta_0) \right] \right\} \left. \right\} + \\
 & + \left\{ \left\{ \text{Sen} i \text{Sen} \Omega \text{Cos} i \text{Sen} \alpha \text{Cos} \alpha + \text{Sen} i \text{Cos}^2 \alpha \text{Cos} i \text{Cos} \Omega - \right. \right. \\
 & - \text{Sen} i \text{Sen} \Omega \text{Cos} i \text{Sen}^2 \delta \text{Cos} \alpha \text{Sen} \alpha + \text{Sen} i \text{Cos} i \text{Cos} \Omega \text{Sen}^2 \delta \text{Sen}^2 \alpha + \\
 & + \text{Sen}^2 i \text{Cos} \delta \text{Sen} \delta \text{Sen} \alpha - \text{Sen} i \text{Sen} \Omega \text{Cos} i \text{Cos}^2 \delta \text{Cos} \alpha \text{Sen} \alpha + \\
 & \left. \left. \left. + \text{Sen} i \text{Cos} i \text{Cos} \Omega \text{Cos}^2 \delta \text{Sen}^2 \alpha + \text{Sen}^2 i \text{Sen} \delta \text{Cos} \delta \text{Sen} \alpha \right\} \right. \right. \\
 & \left\{ \left[\text{Sen}^2 \omega (F_{17} \text{Cos} \eta_0 - F_{18} \text{Sen} \eta_0) \right] - \right. \\
 & - \left. \left[\frac{\text{Cos} 2\omega}{2} (F_{24} \text{Cos} \eta_0 - F_{275} \text{Sen} \eta_0) \right] - \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{\text{Sen } 2\omega}{2} (F_{21} \text{Cos } \eta_0 - F_{22} \text{Sen } \eta_0) \right] \Bigg\} \Bigg\} + \\
& + \left\{ \left\{ 2 \text{Cos } \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen } \delta \text{Cos}^2 \alpha \text{Sen } \Omega \text{Cos } i \text{Sen } \alpha + \right. \right. \\
& + 2 \text{Cos } \delta \text{Cos}^2 \Omega \text{Sen } \delta \text{Cos}^3 \alpha \text{Cos } i - \\
& - 2 \text{Cos } \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen}^3 \delta \text{Cos}^2 \alpha \text{Sen } \Omega \text{Cos } i \text{Sen } \alpha + \\
& + 2 \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}^2 \Omega \text{Sen}^3 \delta \text{Cos } \alpha \text{Cos } i \text{Sen}^2 \alpha + \\
& + 2 \text{Cos}^2 \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen}^2 \delta \text{Cos } \alpha \text{Sen } i \text{Sen } \alpha - \\
& - 2 \text{Cos}^3 \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen } \delta \text{Cos}^2 \alpha \text{Sen } \Omega \text{Cos } i \text{Sen } \alpha + \\
& + 2 \text{Cos}^3 \delta \text{Cos}^2 \Omega \text{Sen } \delta \text{Cos } \alpha \text{Cos } i \text{Sen}^2 \alpha + \\
& \left. \left. 2 \text{Cos}^2 \delta \text{Cos } \Omega \text{Sen}^2 \delta \text{Cos } \alpha \text{Sen } i \text{Sen } \alpha \right\} \right\} + \\
& \left\{ \left[\text{Sen } \omega \text{Cos } \omega (F_{244} \text{Cos } \eta_0 - F_{245} \text{Sen } \eta_0) \right] + \right. \\
& + \left[\text{Sen}^2 \omega (F_{163} \text{Cos } \eta_0 - F_{81} \text{Sen } \eta_0) \right] + \\
& + \left[\text{Cos}^2 \omega (F_{21} \text{Cos } \eta_0 - F_{22} \text{Sen } \eta_0) \right] \Bigg\} \Bigg\} + \\
& + \left\{ \left\{ -\text{Sen } i \text{Cos } \Omega \text{Sen } \alpha \text{Cos } \alpha + \text{Sen } i \text{Sen } \Omega \text{Cos}^2 \alpha + \right. \right. \\
& + \text{Sen } i \text{Cos } \Omega \text{Sen}^2 \delta \text{Cos } \alpha \text{Sen } \alpha - \text{Sen } i \text{Sen } \Omega \text{Sen}^2 \delta \text{Sen}^2 \alpha + \\
& + \text{Sen } i \text{Cos } \Omega \text{Cos}^2 \delta \text{Cos } \alpha \text{Sen } \alpha + \text{Sen } i \text{Sen } \Omega \text{Cos}^2 \delta \text{Sen}^2 \alpha \Bigg\} \Bigg\} \\
& \left\{ \left[\text{Sen } \omega \text{cos } \omega (F_{244} \text{Cos } \eta_0 - F_{245} \text{Sen } \eta_0) \right] + \right. \\
& + \left[\text{Sen}^2 \omega (F_{163} \text{Cos } \eta_0 - F_{81} \text{Sen } \eta_0) \right] + \\
& + \left[\text{Cos}^2 \omega (F_{21} \text{Cos } \eta_0 - F_{22} \text{Sen } \eta_0) \right] \Bigg\} \Bigg\}
\end{aligned} \tag{82C}$$

em que os coeficientes C_k encontram-se no apêndice F.

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA N_{3bl}

Substituindo (3.4) e (12A), em (75C), a parcela N_{3bl} pode ser expressa por:

$$N_{3bl} = -3 \int_0^{2\pi} \text{Sen } \eta \left(\text{Cos } \delta \hat{j} + \text{Sen } \delta \hat{k} \right) \cdot \left[\left(-\text{Sen } \alpha \hat{i} - \text{Sen } \delta \text{Cos } \alpha \hat{j} + \text{Cos } \delta \text{Cos } \alpha \hat{k} \right) \cdot \left(\text{Cos}^2 \overline{\omega} \hat{i}_g \hat{i}_g + \text{Sen}^2 \overline{\omega} \hat{j}_g \hat{j}_g + \text{Sen } \overline{\omega} \text{Cos } \overline{\omega} (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) \right) \right] (1 + e \text{Cos } v)^4 dv \quad (83C)$$

Substituindo (8B) e (9B) em (83C), efetuando os produtos escalares, temos:

$$N_{3bl} = -3 \left\{ A_{le} \int_0^{2\pi} \text{Sen } \eta \text{Cos}^2 \overline{\omega} (1 + e \text{Cos } v)^4 dv + B_{le} \int_0^{2\pi} \text{Sen } \eta \text{Sen}^2 \overline{\omega} (1 + e \text{Cos } v)^4 dv + (C_{le} + D_{le}) \int_0^{2\pi} \text{Sen } \eta \text{Sen } \overline{\omega} \text{Cos } \overline{\omega} (1 + e \text{Cos } v)^4 dv \right\} \quad (84C)$$

em que :

$$A_{le} = \left\{ \left(2 - 2 \text{Cos } 2\alpha + \text{Cos } 2(\alpha - \delta) + 2 \text{Cos } 2\delta + \text{Cos } 2(\alpha + \delta) \right) \text{Sen } \alpha \text{Sen } 2\delta \text{Sen } 2\Omega \right\} / 8 \quad (85C)$$

$$B_{le} = \left\{ \left(\text{Sen } i \left(-2 \text{Cos}(\alpha - 2\delta - i) + 2 \text{Cos}(\alpha + 2\delta - i) + 2 \text{Cos}(\alpha - 2\delta + i) - 2 \text{Cos}(\alpha + 2\delta + i) - 2 \text{Sen}(2\alpha - i - \Omega) + \text{Sen}(2\alpha - 2\delta - i - \Omega) + \text{Sen}(2\delta - i - \Omega) + \text{Sen}(2\alpha + 2\delta - i - \Omega) \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \operatorname{Sen}(i - \Omega) - 2 \operatorname{Sen}(2\alpha + i - \Omega) + \\
& + \operatorname{Sen}(2\alpha - 2\delta + i - \Omega) + \operatorname{Sen}(2\delta + i - \Omega) + \\
& + \operatorname{Sen}(2\alpha + 2\delta + i - \Omega) - \operatorname{Sen}(2\delta - i + \Omega) - \\
& - 2 \operatorname{Sen}(i + \Omega) - \operatorname{Sen}(2\delta + i + \Omega) \Big) \Big) \Big) \Big\} / 8
\end{aligned} \quad (86C)$$

$$\begin{aligned}
C_{1e} = & \left\{ \left(2 - 2 \operatorname{Cos} 2\alpha + \operatorname{Cos} 2(\alpha - \delta) + 2 \operatorname{Cos} 2\delta + \right. \right. \\
& \left. \left. + \operatorname{Cos} 2(\alpha + \delta) \right) \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sen} i \right\} / 4
\end{aligned} \quad (87C)$$

$$\begin{aligned}
D_{1e} = & \left\{ \left(\operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Sen} 2\delta \operatorname{Sen} 2\Omega \left(-2 \operatorname{Cos}(\alpha - 2\delta - i) + \right. \right. \right. \\
& + 2 \operatorname{Cos}(\alpha - 2\delta + i) - 2 \operatorname{Cos}(\alpha + 2\delta + i) - \\
& - 2 \operatorname{Sen}(2\alpha - i - \Omega) + \operatorname{Sen}(2\alpha - 2\delta - i - \Omega) + \\
& + \operatorname{Sen}(2\delta - i - \Omega) + \operatorname{Sen}(2\alpha + 2\delta - i - \Omega) + \\
& + 2 \operatorname{Sen}(i - \Omega) - 2 \operatorname{Sen}(2\alpha + i - \Omega) + \\
& + \operatorname{Sen}(2\alpha - 2\delta + i - \Omega) + \operatorname{Sen}(2\delta + i - \Omega) + \\
& + \operatorname{Sen}(2\alpha + 2\delta + i - \Omega) - \operatorname{Sen}(2\delta - i + \Omega) - \\
& \left. \left. - 2 \operatorname{Sen}(i + \Omega) - \operatorname{Sen}(2\delta + i + \Omega) \right) \right) \Big) \Big\} / 8
\end{aligned} \quad (88C)$$

Substituindo $\overline{\omega}$ dado por (11A) em (84C), obtemos:

$$\begin{aligned}
N_{3b1} = & -3 \left\{ A_{1e} \int_0^{2\pi} \operatorname{Sen} \eta \operatorname{Cos}^2(\omega + v) (1 + e \operatorname{Cos} v)^4 dv + \right. \\
& + B_{1e} \int_0^{2\pi} \operatorname{Sen} \eta \operatorname{Sen}^2(\omega + v) (1 + e \operatorname{Cos} v)^4 dv + \\
& \left. + (C_{1e} + D_{1e}) \int_0^{2\pi} \operatorname{Sen} \eta \operatorname{Sen}(\omega + v) \operatorname{Cos}(\omega + v) (1 + e \operatorname{Cos} v)^4 dv \right\} \quad (89C)
\end{aligned}$$

Após efetuar as expansões dos termos envolvendo $(\omega + v)$, substituir $\operatorname{Cos} v$, dv e $\operatorname{Sen} \eta$, dados respectivamente por (4.26), (4.27) e (4.30),

na equação (89C), expandir os termos até 1ª ordem na excentricidade, após efetuar os cálculos, obtém-se:

$$N_{3b1} = \left\{ -3 \left\{ A_{1e} C_1 + B_{1e} C_2 + (C_{1e} + D_{1e}) C_3 \right\} \right\} \quad (90C)$$

em que C_i , $i = 1, 2, 3$ são dados por C_i das equações (23A), (24A) e (25A), respectivamente.

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA N_{3b2} , N_{3b3} e N_{3b4}

De modo similar ao desenvolvimento de N_{3b1} , substituindo (3.4), (11A), (12A) (8B), (9B), (4.26), (4.27) e (4.30) em (76C), (77C) e (78C), após efetuar os cálculos e integrações as parcelas N_{3b2} , N_{3b3} e N_{3b4} são dadas por :

$$N_{3b2} = \left\{ 3 \left(E_{1e} D_1 + F_{1e} D_2 + (G_{1e} + H_{1e}) D_3 \right) \right\} \quad (91C)$$

$$N_{3b3} = \left\{ 9 \left(I_{1e} C_1 + J_{1e} C_2 + (L_{1e} + M_{1e}) C_3 \right) \right\} \quad (92C)$$

$$N_{3b4} = \left\{ -9 \left(N_{1e} D_1 + O_{1e} D_2 + (P_{1e} + Q_{1e}) D_3 \right) \right\} \quad (93C)$$

em que C_i e D_i , $i = 1, 2, 3$ estão dados nas equações (23C), (24C), (25C), (26A), (27A) e (28A), respectivamente e :

$$E_{1e} = - \left\{ \left(-2 - 2 \cos 2\alpha + \cos 2(\alpha - \delta) - 2 \cos 2\delta + \right. \right. \\ \left. \left. + \cos 2(\alpha + \delta) \right) \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \right\} / 4 \quad (94C)$$



$$F_{1e} = \frac{\cos \Omega \sin 2i}{2} \quad (95C)$$

$$G_{1e} = \left\{ \left\{ \left(2 - 2 \cos 2\alpha + \cos 2(\alpha + \delta) + 2 \cos 2\delta + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \cos 2(\alpha + \delta) \right) \cos \Omega \sin \delta \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin i - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right\} / 4 + \right. \\ \left. + \left\{ \cos \delta \left(2 - 2 \cos 2\alpha + \cos 2(\alpha - \delta) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + 2 \cos 2\delta + \cos 2(\alpha + \delta) \cos \Omega \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left(- \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} / 4 \right. \quad (96C)$$

$$H_{1e} = \left\{ \cos \delta \cos i \cos(\alpha - \Omega) \cos \Omega \sin \delta - \right. \\ \left. - \frac{\cos i \cos \Omega \cos(\alpha + \Omega \sin 2\delta)}{2} \right\} \quad (97C)$$

$$I_{1e} = \left\{ \cos \delta \cos(\alpha - \Omega) \sin \delta \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \delta \sin i - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) - \right. \\ \left. - \cos \delta \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \left(- \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos \delta \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \left(- \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} \quad (98C)$$

$$\begin{aligned}
 J_{1e} = & \left\{ \left(\text{Sen } i \left(-2 \text{Cos}(\alpha - 2\delta - i) + 2 \text{Cos}(\alpha + 2\delta - i) \right. \right. \right. \\
 & + 2 \text{Cos}(\alpha - 2\delta - i) - 2 \text{Cos}(\alpha + 2\delta + i) - \\
 & - 2 \text{Sen}(2\alpha - i - \Omega) + \text{Sen}(2\alpha - 2\delta - i - \Omega) + \\
 & + \text{Sen}(2\delta - i - \Omega) + \text{Sen}(2\alpha + 2\delta - i - \Omega) + \\
 & + 2 \text{Sen}(i - \Omega) - 2 \text{Sen}(2\alpha + i - \Omega) + \\
 & + \text{Sen}(2\alpha - 2\delta + i - \Omega) + \text{Sen}(2\delta + i - \Omega) + \\
 & + \text{Sen}(2\alpha + 2\delta + i - \Omega) - \text{Sen}(2\delta - i + \Omega) - \\
 & \left. \left. \left. - 2 \text{Sen}(i + \Omega) - \text{Sen}(2\delta + i + \Omega) \right) \right) \right\} \quad (99C)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{1e} = & \left\{ \left(2 - 2 \text{Cos } 2\alpha + \text{Cos } 2(\alpha - \delta) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \text{Cos } 2(\alpha + \delta) \text{Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } 2\Omega \right) / 8 \right\} \quad (100C)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{1e} = & \left\{ \frac{-\text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega)^2 \text{Sen } 2i \text{ Sen } \Omega}{2} - \right. \\
 & - \frac{\text{Cos}(\alpha + \Omega)^2 \text{Sen}^2 \delta \text{ Sen } 2i \text{ Sen } \Omega}{2} - \\
 & \left. - \frac{\text{Sen } 2i \text{ Sen}(\alpha - \Omega) \text{ Sen } \Omega}{2} \right\} \quad (101C)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{1e} = & \left\{ \left(-2 - \text{Cos } \alpha + \text{Cos}(2\alpha - \delta) - \right. \right. \\
 & - 2 \text{Cos } 2\delta + \text{Cos } 2(\alpha + \delta) \left. \right) \left(-8 + 2 \text{Cos } 2(\alpha - \Omega) - \right. \\
 & \left. - \text{Cos } 2(\alpha - \delta - \Omega) - \text{Cos } 2(\alpha + \delta - \Omega) - 2 \text{Cos } 2(\alpha + \Omega) + \right.
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} & + \cos 2(\alpha - \delta - \Omega) + \cos 2(\alpha + \delta + \Omega) \\ & \sin \alpha \sin 2\delta \sin^2 \Omega \end{aligned} \right\} / 32 \quad (102C)$$

$$O_{1e} = \frac{\cos \delta \sin 2i}{2} \quad (103C)$$

$$\begin{aligned} P_{1e} = & \left\{ \left(-2 - 2\cos 2\alpha + \cos 2(\alpha - \delta) - 2\cos 2\delta + \right. \right. \\ & \left. \left. + \cos 2(\alpha + \delta) \right) \sin \alpha \sin 2\alpha \left(-6 + 2\cos 2\delta - \cos 2(\delta - i) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \cos 2(\delta + i) + \sin(\alpha - 2\delta - 2i - \Omega) - \sin(\alpha + 2\delta - 2i - \Omega) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \sin(\alpha - 2\delta + 2i - \Omega) + \sin(\alpha + 2\delta + 2i - \Omega) \right) \sin^2 \Omega \right\} / 32 \quad (104C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{1e} = & \left\{ \left(8 - 2\cos 2(\alpha - \Omega) + \cos 2(\alpha - \delta - \Omega) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \cos 2(\alpha + \delta - \Omega) + 2\cos 2(\alpha + \Omega) - \cos 2(\alpha - \delta + \Omega) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \cos 2(\alpha + \delta + \Omega) \right) \sin \delta \sin i \left(4\cos(i - \Omega) + 4\cos(i + \Omega) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \sin(\alpha - 2\delta - i) + \sin(\alpha + 2\delta - i) + \sin(\alpha - 2\delta + i) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \sin(\alpha + 2\delta + i) \right) \right\} / 64 \quad (105C) \end{aligned}$$

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA N_{3c1}

Substituindo $\cos v$, dv e $\cos \eta$, dados respectivamente por (4.26), (4.27) e (3.4) na equação (79C), expandindo os termos até 1ª ordem na excentricidade, efetuando os cálculos, temos:

$$N_{3c1} = 10B \quad (106C)$$

em que B é dado na equação (8A).

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA N_{3c2}

Substituindo (3.4), (12 A), (8B), (9B), (11A), (4.26), (4.27) e (3.4) em (80 C) e (81C), expandindo os termos até 1ª ordem na excentricidade e efetuando os cálculos, as parcelas N_{3c2} é expressa por:

$$N_{3c2} = \left\{ -2 \left(R_{le} D_1 + S_{le} D_2 + (T_{le} + U_{le}) D_3 \right) \right\} \quad (107C)$$

em que D_i , $i = 1, 2, 3$ são dados pelas equações (26A), (27A) e (28A), respectivamente, e

$$R_{le} = \text{Sen}^2 \alpha \text{Sen}^2 2\delta \text{Sen}^2 \Omega \quad (108C)$$

$$S_{le} = \text{Sen}^4 \delta \text{Sen}^2 i \quad (109C)$$

$$T_{le} = \text{Sen} \alpha \text{Sen} 2\delta \text{Sen} i \text{Sen} \Omega \quad (110C)$$

$$U_{le} = \text{Sen} \alpha \text{Sen} 2\delta \text{Sen} i \text{Sen} \Omega \quad (111C)$$

FORMA FINAL DE $\vec{N}_{IIIb}$

A forma final da parcela $\vec{N}_{IIIb}$ do torque magnético induzido é determinada com a substituição de (70C), (71C), (72C), (90C), (91C), (92C), (93C), (106C) e (107C) em (69C), sendo então dada por:

$$\begin{aligned}\vec{N}_{IIIb} = -W \{ & N_{3a1} + N_{3a2} - 3 [A_{1e} C_1 + B_{1e} C_2 + (C_{1e} + D_{1e}) C_3] + \\ & + 3 (E_{1e} D_1 + F_{1e} D_2 + (G_{1e} + H_{1e}) D_3) + \\ & + 9 (I_{1e} C_1 + J_{1e} C_2 + (L_{1e} + M_{1e}) C_3) - \\ & - 9 (N_{1e} D_1 + O_{1e} D_2 + (P_{1e} + Q_{1e}) D_3) + 10B - \\ & - 2 (R_{1e} D_1 + S_{1e} D_2 + (T_{1e} + U_{1e}) D_3) \} \hat{k}\end{aligned}\quad (112C)$$

em que N_{3a1} e N_{3a2} são dados por (99C) e (100C), B , C_i e D_i , $i=1,2,3$, estão apresentados no apêndice A e os demais coeficientes foram introduzidos no item C.2 deste apêndice.

C.3 Forma final da parcela $\vec{N}_{III}$

As componentes da primeira parcela do torque magnético induzido médio $\vec{N}_{III}$ é determinada pela substituição de (65C) e (112C) em (1C), sendo expressa por:

$$\vec{N}_{III} = W (N_{IIIx} \hat{i} + N_{IIIy} \hat{j} + N_{IIIz} \hat{k}) \quad (113C)$$

onde:

$$\begin{aligned}N_{IIIx} = & \left\{ \left\{ \left\{ \text{Sen } \beta \left\{ -A_{1x} \text{Sen } \alpha - B_{1x} \text{Cos } \alpha - 3(C_{1xa} - C_{1xd}) \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left\{ \left(-\text{Sen}(\alpha - \Omega) \left(\text{Cos } \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left. + \text{Cos } \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right) \right) \right\} \right\} \right\} -\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -3(C_{1xb} - C_{1xe}) \left\{ -\cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} - 3(C_{1xc} - C_{1xf}) \\
& \left\{ \left(\cos i \cos(\alpha - \Omega) \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \right) \right\} - 3(C_{1xc} + C_{1xf}) \\
& \left\{ \cos i \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} + 3(D_{1xa} + D_{1xd}) \\
& \left\{ \left(- \left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right) / 4 \right\} + 3(D_{1xd} + D_{1xe}) \left\{ \cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \right. \\
& \left. \cos \Omega \right\} + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \left\{ -\cos i \cos \Omega \sin(\alpha - \Omega) \right\} + \\
& + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \left\{ \left(\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right) / 4 \right\} \right\} + \\
& + \left\{ \cos \beta \left\{ -3(F_{1xa} - F_{1xd}) \left\{ -\sin \alpha \sin 2\delta \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} - \right. \right. \\
& \left. \left. -3(F_{1xb} - F_{1xe}) \left\{ \frac{1}{2} \cos(\alpha - \Omega) \sin 2i \right\} -3(F_{1xc} - F_{1xf}) \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ -\sin i \sin(\alpha - \Omega) \right\} \right\} \right\} \quad (114C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{IIIy} = & \left\{ \left\{ \left\{ \sin \beta \left\{ -A_{1x} \sin \delta \cos \alpha + B_{1x} \sin \delta \sin \alpha - 3(C_{1xa} - C_{1xd}) \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos \alpha \cos (\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin (\alpha - \Omega) \Big) \Big\} - \\
& - 3(c_{1xb} - C_{1xe}) \Big\{ - \cos i \sin \Omega \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \\
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} - 3(C_{1xc} - C_{1xf}) \\
& \Big\{ \Big(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos (\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos (\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \\
& + \sin \alpha \sin (\alpha - \Omega) \Big) \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \\
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} - 3(C_{1xc} + C_{1xf}) \\
& \Big\{ \cos i \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \Big\} + 3(D_{1xa} + D_{1xd}) \\
& \Big\{ \cos i \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \Big\} + 3(D_{1xb} + D_{1xe}) \\
& \Big\{ \cos i \cos \Omega \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \cos \delta \sin i + \\
& + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \\
& \Big\{ - \cos i \cos \Omega \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \Big\} + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \\
& \Big\{ \Big[\Big(2 + 2 \cos 2 \alpha - \cos 2 (\alpha - \delta) + 2 \cos 2 \delta - \\
& - \cos 2 (\alpha + \delta) \Big) \sin \Omega \Big(- \Big(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \Big) + \\
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big] / 4 \Big\} \Big\} \Big\} + \\
& + \Big\{ \cos \beta \Big\{ E_{1x} \cos \delta - 3(F_{1xa} - F_{1xd}) \Big\} \cos (\alpha + \Omega) \sin \alpha \sin \delta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \left. \left. \text{Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega \right\} - 3(F_{1xb} - F_{1xe}) \left\{ \text{Sen } i \left(- \left(\text{Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } \delta \right) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \text{Cos } \delta \text{ Sen } i + \text{Cos } \alpha \text{ Cos } i \text{ Sen } \delta \text{ Sen } \Omega \right) \right\} - 3(F_{1xc} - F_{1xf}) \right. \\
& \left. \left\{ \text{Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega \left(- \left(\text{Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } \delta \right) + \text{Cos } \delta \text{ Sen } i + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \text{Cos } \alpha \text{ Cos } i \text{ Sen } \delta \text{ Sen } \Omega \right) \right\} - 3(F_{1xc} + F_{1xf}) \right. \\
& \left. \left\{ \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{ Sen } \delta \text{ Sen } i \right\} \right\} \quad (115C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{IIIz} = & \left\{ \left\{ \text{Sen } \beta \left\{ A_{1x} \text{ Cos } \delta \text{ Cos } \alpha - B_{1x} \text{ Cos } \delta \text{ Sen } \alpha - 3(C_{1xa} - C_{1xd}) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left\{ \text{Cos } \delta \text{ Cos}(\alpha - \Omega) \left(\text{Cos } \alpha \text{ Cos}^2 \delta \text{ Cos}(\alpha - \Omega) + \text{Cos } \alpha \text{ Cos}(\alpha + \Omega) \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left. \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{ Sen}(\alpha - \Omega) \right) \right\} - 3(C_{1xb} - C_{1xe}) \left\{ \left(-\text{Cos } i \text{ Sen } \Omega \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left. \text{Sen } \alpha + \text{Sen } \delta \text{ Sen } i + \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Cos } \Omega \right) \right\} - 3(C_{1xc} - C_{1xf}) \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left\{ -\text{Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Cos}(\alpha - \Omega) \text{ Sen } \Omega \right\} + 3(D_{1xa} + D_{1xd}) \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left\{ \left(\text{Cos } \delta \left(2 + 2 \text{Cos } 2\alpha - \text{Cos}(2(\alpha - \Omega)) + 2 \text{Cos } 2\delta - \text{Cos } 2(\alpha + \delta) \right) \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left. \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{ Sen } \Omega \right) / 4 \right\} + 3(D_{1xb} + D_{1xe}) \left\{ \text{Cos } i \text{ Cos } \Omega \left(\text{Cos } \delta \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left. \text{Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Cos } \alpha + \text{Sen } \delta \text{ Sen } i - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Sen } \Omega \right) \right\} + \right. \\
& \left. \left. \left. \left. + 3(D_{1xc} + D_{1xf}) \left\{ \text{Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Cos}(\alpha - \Omega) \text{ Cos } \Omega \right\} + \right. \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 3 (D_{1xc} + D_{1xf}) \left\{ \left[\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right] / 4 \right\} \left\} \right\} + \\
& \left\{ \cos \beta \left\{ E_{1x} \sin \delta - 3(F_{1xa} - F_{1xd}) \right. \right. \\
& \left. \left\{ \cos \delta \cos(\alpha - \Omega) \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \right\} - 3(F_{1xb} - F_{1xe}) \right. \\
& \left. \left\{ \sin i \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right\} - 3(F_{1xc} - F_{1xf}) \right. \\
& \left. \left\{ \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right\} \right\} \left\} \right\} \\
& - \{ N_{3a1} + N_{3a2} - 3[A_{1e} C_1 + B_{1e} C_2 + (C_{1e} + D_{1e}) C_3] + \\
& + 3(E_{1e} D_1 + F_{1e} D_2 + (G_{1e} + H_{1e}) D_3) + \\
& + 9(I_{1e} C_1 + J_{1e} C_2 + (L_{1e} + M_{1e}) C_3) - \\
& - 9(N_{1e} D_1 + O_{1e} D_2 + (P_{1e} + Q_{1e}) D_3) + 10B - \\
& - 2(R_{1e} D_1 + S_{1e} D_2 + (T_{1e} + U_{1e}) D_3) \} \quad (116C)
\end{aligned}$$

APÊNDICE D - Desenvolvidos da parcela $\vec{N}_{IV}$ do torque magnético devido as correntes de Foucault médio

A segunda parcela do torque magnético devido às correntes de Foucault médio ($\vec{N}_{IV}$) é dada pela equação (4.45). De modo similar aos desenvolvimentos realizados para a primeira parcela do torque devido às correntes de Foucault médio $\vec{N}_{III}$, considera-se que no instante inicial o satélite se encontra no perigeu. Utilizando propriedades de duplo produto vetorial, a parcela $\vec{N}_{IV}$ pode ser representada na forma:

$$\vec{N}_{IV} = \vec{N}_{IVa} + \vec{N}_{IVb} \quad (1D)$$

em que:

$$\begin{aligned} \vec{N}_{IVa} = & \int_0^{2\pi} W \left\{ \left[\text{Sen} \beta \left[\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J} - 3 \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \text{Cos} \beta \left[\hat{K} - 3 \left(\hat{i}_s \cdot \hat{K} \right) \hat{i}_s \right] \right] \right\} \left\{ \left[\text{Sen} \beta \left[\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J} - 3 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \right] \cdot \hat{k} \right] \right\} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \end{aligned} \quad (2D)$$

$$\begin{aligned} \vec{N}_{IVb} = & -\hat{k} \int_0^{2\pi} W \left\{ \text{Sen} \beta \left[\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J} - 3 \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \right] \right. \\ & \left. \left[\text{Sen} \beta \left[\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J} - 3 \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \text{Cos} \beta \left[\hat{K} - 3 \left(\hat{i}_s \cdot \hat{K} \right) \hat{i}_s \right] \right] \right\} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \end{aligned} \quad (3D)$$

D.1 Desenvolvimento da parcela $\vec{N}_{IVa}$

Para simplificar os desenvolvimentos da parcela $\vec{N}_{IVa}$, equação (1D) pode ser reagrupada na forma:

$$\vec{N}_{IVa} = N_{IVa1} \text{Sen}^2 \beta \hat{I} + N_{IVa2} \text{Sen}^2 \beta \hat{J} + \vec{N}_{IVa3} \text{Sen}^2 \beta + \vec{N}_{IVa4} \text{Sen} \beta \text{Cos} \beta \quad (4D)$$

em que :

$$N_{IVa1} = \int_0^{2\pi} W \text{Sen} \eta \left\{ \left\{ \text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J} - 3 \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \right\} \cdot \hat{k} \right\} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (5D)$$

$$N_{IVa2} = - \int_0^{2\pi} W \text{Cos} \eta \left\{ \left\{ \text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J} - 3 \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \right\} \cdot \hat{k} \right\} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (6D)$$

$$\vec{N}_{IVa3} = -3 \int_0^{2\pi} W \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \left\{ \left\{ \text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J} - 3 \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \right\} \cdot \hat{k} \right\} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (7D)$$

$$\vec{N}_{IVa4} = \int_0^{2\pi} W \left[\hat{k} - 3 \left(\hat{i}_s \cdot \hat{K} \right) \hat{i}_s \right] \left\{ \left\{ \text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J} + 3 \left\{ \hat{i}_s \cdot (\text{Sen} \eta \hat{I} - \text{Cos} \eta \hat{J}) \right\} \hat{i}_s \right\} \cdot \hat{k} \right\} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (8D)$$

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA N_{IVa1}

Da equação (4D), temos:

$$N_{IVa1} = \int_0^{2\pi} W \text{Sen } \eta \left\{ B_{1a} \text{Sen } \eta - B_{1b} \text{Cos } \eta - 3 B_{1c} \text{Sen } \eta + 3 B_{1d} \text{Cos } \eta \right\} (1 + e \text{Cos } v)^4 dv \quad (9D)$$

em que:

$$B_{1a} = \text{Cos } \delta \text{Cos } \alpha \quad (10D)$$

$$B_{1b} = \text{Cos } \delta \text{Sen } \alpha \quad (11D)$$

$$B_{1c} = \left\{ C_{1a} \text{Cos}^2 \overline{\omega} + C_{1b} \text{Sen}^2 \overline{\omega} + \{C_{1c} + C_{1d}\} \text{Sen } \overline{\omega} \text{Cos } \overline{\omega} \right\} \quad (12D)$$

$$B_{1d} = \left\{ D_{1a} \text{Cos}^2 \overline{\omega} + D_{1b} \text{Sen}^2 \overline{\omega} + \{D_{1c} + D_{1d}\} \text{Sen } \overline{\omega} \text{Cos } \overline{\omega} \right\} \quad (13D)$$

com:

$$C_{1a} = \frac{\left\{ \text{Cos } \delta (2 - 2 \text{Cos } 2\alpha + \text{Cos } 2(\alpha - \delta) + 2 \text{Cos } 2\delta + \text{Cos } 2(\beta + \delta)) \right.}{\left. \text{Cos } (\alpha - \Omega) \text{Cos } \Omega \right\} / 4} \quad (14D)$$

$$C_{1b} = \left\{ -(\text{Cos } i \text{Sen } \Omega (\text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Cos } \Omega \text{Sen } \alpha + \text{Sen } \delta \text{Sen } i + \text{Cos } \alpha \text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Sen } \Omega)) \right\} \quad (15D)$$

$$C_{1c} = \frac{\left(2 - 2 \text{Cos } 2\alpha + \text{Cos } 2(\alpha - \delta) + 2 \text{Cos } 2\delta + \text{Cos } 2(\alpha + \delta) \right)}{\left(\text{Cos } \Omega \text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Cos } \Omega \text{Sen } \alpha + \text{Sen } \delta \text{Sen } i + \text{Cos } \alpha \text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Sen } \Omega \right)} / 4 \quad (16D)$$

$$C_{1d} = \left\{ -\text{Cos } \delta \text{Cos } i \text{Cos } (\alpha - \Omega) \text{Sen } \Omega \right\} \quad (17D)$$



$$D_{1a} = \left\{ \cos \delta \cos (\alpha - \Omega) \left(\cos^2 \delta \cos (\alpha - \Omega) \sin \alpha + \right. \right. \\ \left. \left. - \cos (\alpha + \Omega) \sin \alpha \sin^2 \delta - \cos \alpha \sin (\alpha - \Omega) \right) \right\} \quad (18D)$$

$$D_{1b} = \left\{ \cos i \cos \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right\} \quad (19D)$$

$$D_{1c} = \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \\ \left(\cos^2 \delta \cos (\alpha - \Omega) \sin \alpha - \cos \alpha \sin (\alpha - \Omega) + \right. \\ \left. - \sin \alpha \sin \delta \left(\cos \alpha \cos \Omega \sin \delta + \sin \delta \sin \alpha \sin \Omega - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \cos \alpha \cos \delta \sin 2\Omega \right) \right) \quad (20D)$$

$$D_{1d} = \left\{ \cos \delta \cos i \cos (\alpha - \Omega) \cos \Omega \right\} \quad (21D)$$

Considerando que o módulo da velocidade de rotação, o eixo de rotação, os elementos orbitais (i , ω , Ω) e a co-latitute magnética β permanecem constantes em um período orbital, a parcela N_{IVa1} , dada por (9D), é dada por:

$$N_{IVa1} = W B_{1a} \int_0^{2\pi} \sin^2 \eta (1 + e \cos v)^4 dv - \\ - W B_{1b} \int_0^{2\pi} \sin \eta \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv - \\ - 3 W \int_0^{2\pi} \sin^2 \eta B_{1c} (1 + e \cos v)^4 dv + \\ + 3 W \int_0^{2\pi} \sin \eta \cos \eta B_{1d} (1 + e \cos v)^4 dv \quad (22D)$$

Substituindo B_{lc} e B_{ld} , dados respectivamente por (12D) e (13D), em (22D), a parcela N_{IVaI} é expressa por:

$$N_{IVaI} = WB_{la} H - WB_{lb} I - 3WC_{la} J - 3WC_{lb} L - 3W\{C_{lc} + C_{ld}\}N + 3WD_{la} O_1 + 3WD_{lb} P + 3W\{D_{lc} + D_{ld}\}Q \quad (23D)$$

em que :

$$H = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2 \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (24D)$$

$$I = \int_0^{2\pi} \text{Sen} \eta \text{Cos} \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (25D)$$

$$J = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2 \eta \text{Cos}^2 \overline{\omega} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (26D)$$

$$L = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2 \eta \text{Sen}^2 \overline{\omega} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (27D)$$

$$N = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2 \eta \text{Sen} \overline{\omega} \text{Cos} \overline{\omega} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (28D)$$

$$O_1 = \int_0^{2\pi} \text{Sen} \eta \text{Cos} \eta \text{Cos}^2 \overline{\omega} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (29D)$$

$$P = \int_0^{2\pi} \text{Sen} \eta \text{Cos} \eta \text{Sen}^2 \overline{\omega} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (30D)$$

$$Q = \int_0^{2\pi} \text{Sen} \eta \text{Cos} \eta \text{Sen} \overline{\omega} \text{Cos} \overline{\omega} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (31D)$$

Substituindo $\text{Cos} v$, dv , $\text{Sen } \eta$, $\text{Cos } \eta$ e $\overline{\omega}$, dados respectivamente por (4.25), (4.26), (4.29), (4.30) e (11A), em (24D) - (31D), após expandir $\cos(\omega + v)$ e $\sin(\omega + v)$ até segunda ordem na excentricidade (Brouwer & Hori, 1961), efetuando os cálculos e eliminando os termos acima da 1ª ordem na excentricidade, as integrais (24D) - (31D) são dadas por:

$$H = \left\{ F_{590} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{591} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{592} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} \quad (32D)$$

$$I = \left\{ F_{593} \text{Sen}^2 \eta_0 + \frac{1}{2} F_{594} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{595} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} \quad (33D)$$

$$\begin{aligned} J = & \text{Cos } 2\omega \left\{ F_{278} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{279} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{280} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} - \\ & - \text{Sen } 2\omega \left\{ F_{281} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{282} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{283} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\ & + \left\{ F_{284} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{285} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{286} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} \end{aligned} \quad (34D)$$

$$\begin{aligned} L = & \text{Cos } 2\omega \left\{ F_{291} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{292} \text{Cos}^2 \eta_0 - F_{293} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} - \\ & - \text{Sen } 2\omega \left\{ F_{294} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{295} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{296} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\ & + \left\{ F_{284} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{297} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{286} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} \end{aligned} \quad (35D)$$

$$\begin{aligned} N = & \text{Cos}^2 \omega \left\{ F_{298} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{299} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{300} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} - \\ & - \text{Sen } \omega \text{Cos } \omega \left\{ F_{301} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{302} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{303} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} - \\ & - \text{Sen}^2 \omega \left\{ F_{304} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{305} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{306} \text{Sen } \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} \end{aligned} \quad (36D)$$

$$\begin{aligned}
O_1 = & \cos 2\omega \left\{ F_{309} \sin^2 \eta_0 - F_{309} \cos^2 \eta_0 + F_{310} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \sin 2\omega \left\{ F_{311} \sin^2 \eta_0 + F_{312} \cos^2 \eta_0 + F_{313} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \left\{ F_{307} \sin^2 \eta_0 + \frac{1}{2} F_{286} \cos^2 \eta_0 + F_{308} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\}
\end{aligned} \quad (37D)$$

$$\begin{aligned}
P = & \cos 2\omega \left\{ F_{316} \sin^2 \eta_0 + F_{317} \cos^2 \eta_0 + F_{318} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \sin 2\omega \left\{ F_{319} \sin^2 \eta_0 + F_{320} \cos^2 \eta_0 + F_{321} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \left\{ F_{314} \sin^2 \eta_0 - F_{314} \cos^2 \eta_0 + F_{315} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\}
\end{aligned} \quad (38D)$$

$$\begin{aligned}
Q = & \cos^2 \omega \left\{ F_{331} \sin^2 \eta_0 + F_{332} \cos^2 \eta_0 + F_{333} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \cos \omega \sin \omega \left\{ F_{334} \sin^2 \eta_0 + F_{335} \cos^2 \eta_0 + F_{336} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \sin^2 \omega \left\{ F_{337} \sin^2 \eta_0 + F_{338} \cos^2 \eta_0 + F_{339} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\}
\end{aligned} \quad (39D)$$

sendo que os coeficientes F_k estão apresentados no Apêndice F.

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA N_{IVa2}

A partir da equação (6D), a parcela N_{IVa2} pode ser colocada na forma:

$$\begin{aligned}
N_{IVa2} = & - \int_0^{2\pi} W \cos \eta \left\{ B_{1a} \sin \eta - B_{1b} \cos \eta - 3 B_{1c} \sin \eta + 3 B_{1d} \cos \eta \right\} \\
& (1 + e \cos v)^4 dv
\end{aligned} \quad (40D)$$

Os valores de B_{1a} e B_{1b} estão dados em (10D) e (11D), respectivamente, e B_{1c} e B_{1d} em (12 D) e (13 D) respectivamente. Logo:

$$\begin{aligned}
N_{IVa2} = & -W B_{1a} \int_0^{2\pi} \cos \eta \sin \eta (1 + e \cos v)^4 dv + \\
& + W B_{1b} \int_0^{2\pi} \cos^2 \eta (1 + e \cos v)^4 dv + \\
& + 3 W \int_0^{2\pi} B_{1c} \sin \eta \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv + \\
& - 3 W \int_0^{2\pi} B_{1d} \cos^2 \eta (1 + e \cos v)^4 dv
\end{aligned} \tag{41D}$$

Substituindo B_{1c} dado por (12D) e B_{1d} dado por (13D), temos:

$$\begin{aligned}
N_{IVa2} = & -W (B_{1a} I + B_{1b} R + 3 C_{1a} O_1 + 3 C_{1b} P + 3 \{ C_{1c} + C_{1d} \} Q + \\
& - 3 D_{1a} S - 3 D_{1b} T_1 - 3 \{ D_{1c} + D_{1d} \} U)
\end{aligned} \tag{42D}$$

sendo os valores de I , O_1 , P , Q dados em (33D), (37D), (38D) e (39D) respectivamente e:

$$R = \int_0^{2\pi} \cos^2 \eta (1 + e \cos v)^4 dv \tag{43D}$$

$$S = \int_0^{2\pi} \cos^2 \eta \cos^2 \bar{\omega} (1 + e \cos v)^4 dv \tag{44D}$$

$$T_1 = \int_0^{2\pi} \cos^2 \eta \sin^2 \bar{\omega} (1 + e \cos v)^4 dv \tag{45D}$$

$$U = \int_0^{2\pi} \cos^2 \eta \sin \bar{\omega} \cos \bar{\omega} (1 + e \cos v)^4 dv \tag{46D}$$

Substituindo $\cos v$, dv , $\sin \eta$, $\cos \eta$ e $\bar{\omega}$, dados respectivamente por (4.25), (4.26), (4.29), (4.30) e (11A), em (43D) – (46D), efetuando os cálculos e eliminando os termos acima da 2ª ordem na excentricidade, os coeficientes R , S , T_1 e U são dados por:

$$R = \left\{ F_{322} \sin^2 \eta_0 + F_{323} \cos^2 \eta_0 + F_{324} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} \tag{47D}$$

$$\begin{aligned}
S = & \frac{1}{2} A_{316} \text{Sen}^2 \eta_0 + \frac{1}{2} A_{361} \text{Cos}^2 \eta_0 + A_{323} \text{Cos} \eta_0 \text{Sen} \eta_0 + \\
& + \text{Cos } 2\omega \left\{ F_{325} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{326} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{327} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen } 2\omega \left\{ F_{328} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{329} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{330} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \quad (48D)$$

$$\begin{aligned}
T_1 = & \frac{1}{2} F_{322} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{284} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{340} \text{Cos} \eta_0 \text{Sen} \eta_0 + \\
& + \text{Cos } 2\omega + \left\{ F_{341} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{342} \text{Cos}^2 \eta_0 + \right. \\
& + F_{342} \text{Cos} \eta_0 + F_{342} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \left. \right\} + \\
& + \text{Sen } 2\omega \left\{ F_{344} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{345} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{346} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \quad (49D)$$

$$\begin{aligned}
U = & \text{Cos}^2 \omega \left\{ F_{347} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{348} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{349} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos } \omega \text{Sen } \omega \left\{ F_{353} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{354} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{356} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen}^2 \omega \left\{ F_{350} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{351} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{352} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \quad (50D)$$

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA $\vec{N}_{IVa3}$

A parcela $\vec{N}_{IVa3}$, dada pela equação (7D), pode ser representada por:

$$\begin{aligned}
\vec{N}_{IVa3} = & -3W \int_0^{2\pi} \left\{ \text{Sen } \eta \hat{I} \cdot (\hat{i}_s \hat{i}_s) - \text{Cos } \eta \hat{J} \cdot (\hat{i}_s \hat{i}_s) \right\} \left\{ B_{1a} \text{Sen } \eta - B_{1b} \text{Cos } \eta + \right. \\
& \left. - 3(B_{1c} \text{Sen } \eta - B_{1d} \text{Cos } \eta) \right\} (1 + e \text{Cos } \nu)^4 d\nu
\end{aligned} \quad (51D)$$

Reagrupando os termos:

$$\vec{N}_{IVa3} = W \left(\begin{aligned} &-3B_{la} \hat{I} \cdot X + 3B_{lb} \hat{I} \cdot X_1 + 9\hat{I} \cdot X_2 + 9\hat{I} \cdot X_3 + \\ &+ 3B_{la} \hat{J} \cdot X_1 - 3B_{lb} \hat{J} \cdot X_4 - 9\hat{J} \cdot X_5 + 9\hat{J} \cdot X_6 \end{aligned} \right) \quad (52D)$$

em que:

$$X = \int_0^{2\pi} (\hat{i}_s \hat{i}_s) \text{Sen}^2 \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (53D)$$

$$X_1 = \int_0^{2\pi} (\hat{i}_s \hat{i}_s) \text{Sen} \eta \text{Cos} \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (54D)$$

$$X_2 = \int_0^{2\pi} (\hat{i}_s \hat{i}_s) B_{lc} \text{Sen}^2 \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (55D)$$

$$X_3 = \int_0^{2\pi} (\hat{i}_s \hat{i}_s) B_{ld} \text{Sen} \eta \text{Cos} \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (56D)$$

$$X_4 = \int_0^{2\pi} (\hat{i}_s \hat{i}_s) \text{Cos}^2 \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (57D)$$

$$X_5 = \int_0^{2\pi} (\hat{i}_s \hat{i}_s) B_{lc} \text{Sen} \eta \text{Cos} \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (58D)$$

$$X_6 = \int_0^{2\pi} (\hat{i}_s \hat{i}_s) B_{ld} \text{Cos}^2 \eta (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (59D)$$

em que B_{la} , B_{lb} , B_{lc} , B_{ld} são dados em (9D), (12D), (17D) e (20D) respectivamente.

Substituindo (12A) nas equações (53D), (54D) e (57D), temos:

$$X = \hat{i}_g \hat{i}_g J + \hat{j}_g \hat{j}_g L + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) N \quad (60D)$$

$$X_1 = \hat{i}_g \hat{i}_g O_1 + \hat{j}_g \hat{j}_g N + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) Q \quad (61D)$$

$$X_4 = \hat{i}_g \hat{i}_g S + \hat{j}_g \hat{j}_g T_1 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) U \quad (62D)$$

em que L , M , N , O_1 , Q , S , T_1 e U são dados em (35D), (36D), (37D), (39D), (48D), (49D) e (50D) respectivamente.

Substituindo $(\hat{i}_s \hat{i}_s)$, dado por (12A), e B_{1c} e B_{1d} , dados por (12D) e (13D), nas equações (55D), (56D), (58D) e (59D), temos:

$$\begin{aligned} X_2 = & \hat{i}_g \hat{i}_g C_{1a} Y + \hat{i}_g \hat{i}_g C_{1b} Y_1 + \hat{i}_g \hat{i}_g (C_{1c} + C_{1d}) Y_2 + \hat{j}_g \hat{j}_g C_{1a} Y_1 + \\ & \hat{j}_g \hat{j}_g C_{1b} Y_3 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) C_{1a} Y_2 + \\ & + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) C_{1b} Y_4 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 \end{aligned} \quad (63D)$$

$$\begin{aligned} X_3 = & \hat{i}_g \hat{i}_g D_{1a} Y_5 + \hat{i}_g \hat{i}_g D_{1b} Y_6 + \hat{i}_g \hat{i}_g (D_{1c} + D_{1d}) Y_7 + \hat{j}_g \hat{j}_g D_{1a} Y_6 + \\ & + \hat{j}_g \hat{j}_g D_{1b} Y_8 + \hat{j}_g \hat{j}_g (D_{1c} + D_{1d}) Y_9 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) D_{1a} Y_7 + \\ & + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) D_{1b} Y_9 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \end{aligned} \quad (64D)$$

$$\begin{aligned} X_5 = & \hat{i}_g \hat{i}_g C_{1a} Y_5 + \hat{i}_g \hat{i}_g C_{1b} Y_6 + \hat{i}_g \hat{i}_g (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + \hat{j}_g \hat{j}_g C_{1a} Y_6 + \\ & + \hat{j}_g \hat{j}_g C_{1b} Y_8 + \hat{j}_g \hat{j}_g (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) C_{1a} Y_7 + \\ & + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) C_{1b} Y_9 + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 \end{aligned} \quad (65D)$$

$$\begin{aligned}
X_6 = & \hat{i}_g \hat{i}_g D_{1a} Y_{10} + \hat{i}_g \hat{i}_g D_{1b} Y_{11} + \hat{i}_g \hat{i}_g (D_{1c} + D_{1d}) Y_{12} + \\
& \hat{j}_g \hat{j}_g D_{1a} Y_{11} + \hat{j}_g \hat{j}_g D_{1b} Y_{13} + \hat{j}_g \hat{j}_g (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} + \\
& + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) D_{1a} Y_{12} + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) D_{1b} Y_{14} + \\
& + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) (D_{1c} + D_{1d}) Y_6
\end{aligned} \tag{66D}$$

em que C_{1a} , C_{1b} , C_{1c} , C_{1d} , D_{1a} , D_{1b} , D_{1c} , D_{1d} são dados em (14D) - (21D) e:

$$Y = \int_0^{2\pi} \cos^4 \eta \sin^2 \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{67D}$$

$$Y_1 = \int_0^{2\pi} \cos^2 \bar{\omega} \sin^2 \bar{\omega} \sin^2 \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{68D}$$

$$Y_2 = \int_0^{2\pi} \cos^3 \bar{\omega} \sin^2 \bar{\omega} \sin^2 \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{69D}$$

$$Y_3 = \int_0^{2\pi} \sin^4 \bar{\omega} \sin^2 \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{70D}$$

$$Y_4 = \int_0^{2\pi} \cos^2 \bar{\omega} \sin^3 \bar{\omega} \sin^2 \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{71D}$$

$$Y_5 = \int_0^{2\pi} \cos^4 \bar{\omega} \sin \eta \cos \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{72D}$$

$$Y_6 = \int_0^{2\pi} \cos^2 \bar{\omega} \sin^2 \bar{\omega} \sin \eta \cos \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{73D}$$

$$Y_7 = \int_0^{2\pi} \cos^3 \bar{\omega} \sin \bar{\omega} \sin \eta \cos \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{74D}$$

$$Y_8 = \int_0^{2\pi} \sin^4 \bar{\omega} \sin \eta \cos \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{75D}$$

$$Y_9 = \int_0^{2\pi} \sin^3 \bar{\omega} \cos \bar{\omega} \sin \eta \cos \eta (1 + e \cos \nu)^4 d\nu \tag{76D}$$

$$Y_{10} = \int_0^{2\pi} \cos^4 \bar{\omega} \cos^2 \eta (1 + e \cos v) dv \quad (77D)$$

$$Y_{11} = \int_0^{2\pi} \cos^2 \bar{\omega} \sin^2 \bar{\omega} \cos^2 \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (78D)$$

$$Y_{12} = \int_0^{2\pi} \cos^3 \bar{\omega} \sin \bar{\omega} \cos^2 \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (79D)$$

$$Y_{13} = \int_0^{2\pi} \sin^4 \bar{\omega} \cos^2 \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (80D)$$

$$Y_{14} = \int_0^{2\pi} \sin^3 \bar{\omega} \cos \bar{\omega} \cos^2 \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (81D)$$

Substituindo $\sin \eta$, $\cos \eta$, $\cos v$, dv dados por (4.29), (4.30), (4.25) e (4.26) respectivamente e $\bar{\omega}$ por $(\omega + v)$ nas equações (67D) a (81D), efetuando os cálculos e eliminando os termos acima da 1ª ordem na excentricidade, temos:

$$\begin{aligned} Y = & F_{356} \sin^2 \eta_0 + F_{357} \cos^2 \eta_0 + F_{358} \cos \eta_0 \sin \eta_0 + \\ & + \cos 2\omega \left\{ F_{342} \sin^2 \eta_0 + F_{359} \cos^2 \eta_0 + F_{360} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\ & + \cos^2 2\omega \left\{ F_{361} \sin^2 \eta_0 + F_{362} \cos^2 \eta_0 + F_{363} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\ & + \sin 2\omega \left\{ F_{364} \sin^2 \eta_0 + F_{365} \cos^2 \eta_0 + F_{366} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\ & + \sin^2 2\omega \left\{ F_{367} \sin^2 \eta_0 + F_{368} \cos^2 \eta_0 + F_{369} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\ & + \cos 2\omega \sin 2\omega \left\{ F_{370} \sin^2 \eta_0 + F_{371} \cos^2 \eta_0 + F_{372} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} \end{aligned} \quad (82D)$$

$$\begin{aligned} Y_1 = & F_{356} \sin^2 \eta_0 + F_{373} \cos^2 \eta_0 + F_{358} \cos \eta_0 \sin \eta_0 + \\ & + \cos^2 2\omega \left\{ F_{374} \sin^2 \eta_0 + F_{375} \cos^2 \eta_0 + F_{376} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\ & + \sin^2 2\omega \left\{ F_{377} \sin^2 \eta_0 + F_{378} \cos^2 \eta_0 - F_{369} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\ & + \cos 2\omega \sin 2\omega \left\{ F_{379} \sin^2 \eta_0 + F_{380} \cos^2 \eta_0 + F_{381} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} \end{aligned} \quad (83D)$$

$$\begin{aligned}
Y_2 = & \cos^4 \omega \left\{ F_{382} \sin^2 \eta_0 + F_{383} \cos^2 \eta_0 + F_{384} \cos \eta_0 \sin \eta_0 \right\} + \\
& + \cos^3 \omega \sin \omega \left\{ F_{385} \sin^2 \eta_0 + F_{386} \cos^2 \eta_0 + F_{387} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \cos^2 \omega \sin^2 \omega \left\{ F_{388} \sin^2 \eta_0 + F_{389} \cos^2 \eta_0 + F_{390} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \cos \omega \sin^3 \omega \left\{ F_{391} \sin^2 \eta_0 + F_{392} \cos^2 \eta_0 + F_{393} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \sin^4 \omega \left\{ F_{394} \sin^2 \eta_0 + F_{395} \cos^2 \eta_0 + F_{396} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{84D}$$

$$\begin{aligned}
Y_3 = & F_{397} \sin^2 \eta_0 + F_{398} \cos^2 \eta_0 + F_{399} \cos \eta_0 \sin \eta_0 + \\
& + \cos 2\omega \left\{ F_{400} \sin^2 \eta_0 + F_{401} \cos^2 \eta_0 + F_{402} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \cos^2 2\omega \left\{ F_{403} \sin^2 \eta_0 + F_{404} \cos^2 \eta_0 + F_{405} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \cos 2\omega \sin 2\omega \left\{ F_{406} \sin^2 \eta_0 + F_{407} \cos^2 \eta_0 + F_{408} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \sin^2 2\omega \left\{ F_{409} \sin^2 \eta_0 + F_{410} \cos^2 \eta_0 + F_{411} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \sin 2\omega \left\{ F_{412} \sin^2 \eta_0 + F_{413} \cos^2 \eta_0 + F_{414} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{85D}$$

$$\begin{aligned}
Y_4 = & \cos \omega \left\{ F_{415} \sin^2 \eta_0 + F_{416} \cos^2 \eta_0 + F_{417} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \sin \omega \left\{ F_{418} \sin^2 \eta_0 + F_{419} \cos^2 \eta_0 + F_{420} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{86D}$$

$$\begin{aligned}
Y_5 = & F_{421} \sin^2 \eta_0 + F_{422} \cos^2 \eta_0 + F_{423} \cos \eta_0 \sin \eta_0 + \\
& + \cos 2\omega \left\{ F_{424} \sin^2 \eta_0 + F_{425} \cos^2 \eta_0 + F_{426} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \cos^2 2\omega \left\{ F_{427} \sin^2 \eta_0 + F_{428} \cos^2 \eta_0 + F_{429} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \sin 2\omega \left\{ F_{430} \sin^2 \eta_0 - F_{430} \cos^2 \eta_0 + F_{431} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \cos 2\omega \sin 2\omega \left\{ F_{432} \sin^2 \eta_0 + F_{433} \cos^2 \eta_0 + F_{434} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \\
& + \sin^2 2\omega \left\{ F_{435} \sin^2 \eta_0 - F_{435} \cos^2 \eta_0 + F_{436} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{87D}$$

$$\begin{aligned}
Y_6 = & F_{421} \text{Sen}^2 \eta_0 + \frac{1}{2} F_{399} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{399} \text{Cos} \eta_0 \text{Sen} \eta_0 F_{423} + \\
& + \text{Cos}^2 2\omega \left\{ F_{437} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{437} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{438} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos} 2\omega \text{Sen} 2\omega \left\{ F_{439} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{440} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{441} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen}^2 2\omega \left\{ -F_{435} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{435} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{442} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{88D}$$

$$\begin{aligned}
Y_7 = & \text{Cos}^4 \omega \left\{ F_{471} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{471} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{472} \text{Cos} \eta_0 \text{Sen} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos}^3 \omega \text{Sen} \omega \left\{ F_{473} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{473} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{474} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos}^2 \omega \text{Sen}^2 \omega \left\{ F_{475} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{475} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{476} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos} \omega \text{Sen}^3 \omega \left\{ F_{477} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{478} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{479} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen}^4 \omega \left\{ F_{480} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{480} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{481} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{89D}$$

$$\begin{aligned}
Y_8 = & F_{443} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{444} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{445} \text{Cos} \eta_0 \text{Sen} \eta_0 + \\
& + \text{Cos} 2\omega \left\{ F_{446} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{447} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{448} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos}^2 2\omega \left\{ F_{449} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{450} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{451} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen} 2\omega \left\{ -F_{430} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{452} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{453} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos} 2\omega \text{Sen} 2\omega \left\{ F_{454} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{454} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{455} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen}^2 2\omega \left\{ F_{435} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{435} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{436} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{90D}$$

$$\begin{aligned}
Y_9 = & \text{Cos} \omega \left\{ -\frac{1}{2} F_{417} \text{Sen}^2 \eta_0 + \frac{1}{2} F_{417} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{456} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen} \omega \left\{ F_{457} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{457} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{458} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{91D}$$

$$\begin{aligned}
Y_{10} = & F_{398} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{397} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{399} \text{Cos} \eta_0 \text{Sen} \eta_0 + \\
& + \text{Cos} 2\omega \left\{ F_{459} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{400} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{460} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos}^2 2\omega \left\{ F_{404} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{461} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{462} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen} 2\omega \left\{ F_{463} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{464} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{452} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos} 2\omega \text{Sen} 2\omega \left\{ F_{465} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{466} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{467} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen}^2 2\omega \left\{ F_{468} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{469} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{470} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{92D}$$

$$\begin{aligned}
Y_{11} = & F_{398} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{397} \text{Cos}^2 \eta_0 - F_{422} \text{Cos} \eta_0 \text{Sen} \eta_0 + \\
& + \text{Cos}^2 2\omega \left\{ -F_{404} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{403} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{405} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen} 2\omega \left\{ F_{463} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{464} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{452} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos} 2\omega \text{Sen} 2\omega \left\{ F_{482} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{483} \text{Cos}^2 \eta_0 - F_{467} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen}^2 2\omega \left\{ F_{484} \text{Sen}^2 \eta_0 - F_{409} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{485} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{93D}$$

$$\begin{aligned}
Y_{12} = & \text{Cos}^4 \omega \left\{ F_{486} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{487} \text{Cos}^2 \eta_0 + \frac{1}{2} F_{471} \text{Cos} \eta_0 \text{Sen} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos}^3 \omega \text{Sen} \omega \left\{ F_{488} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{489} \text{Cos}^2 \eta_0 + 2F_{473} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos}^2 \omega \text{Sen}^2 \omega \left\{ F_{490} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{491} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{492} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos} \omega \text{Sen}^3 \omega \left\{ F_{493} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{494} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{495} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen}^4 \omega \left\{ F_{496} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{497} \text{Cos}^2 \eta_0 - F_{396} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{94D}$$

$$\begin{aligned}
Y_{13} = & F_{398} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{397} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{399} \text{Cos} \eta_0 \text{Sen} \eta_0 + \\
& + \text{Cos}^2 2\omega \left\{ F_{404} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{403} \text{Cos}^2 \eta_0 - F_{405} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos} 2\omega \left\{ F_{499} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{400} \text{Cos}^2 \eta_0 - F_{402} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen} 2\omega \left\{ F_{499} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{500} \text{Cos}^2 \eta_0 + F_{501} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Cos} 2\omega \text{Sen} 2\omega \left\{ F_{502} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{503} \text{Cos}^2 \eta_0 - F_{433} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\} + \\
& + \text{Sen}^2 2\omega \left\{ F_{484} \text{Sen}^2 \eta_0 + F_{409} \text{Cos}^2 \eta_0 - F_{485} \text{Sen} \eta_0 \text{Cos} \eta_0 \right\}
\end{aligned} \tag{95D}$$

$$Y_{14} = \cos \omega \left\{ -F_{416} \sin^2 \eta_0 - F_{415} \cos^2 \eta_0 + F_{417} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} + \sin \omega \left\{ F_{504} \sin^2 \eta_0 - F_{418} \cos^2 \eta_0 + F_{420} \sin \eta_0 \cos \eta_0 \right\} \quad (96D)$$

em que os coeficientes F_k estão apresentados no apêndice F.

A forma final da parcela $\vec{N}_{IVa3}$, dada pela equação (52D), após substituir os coeficientes e efetuar os produtos, é dada por:

$$\begin{aligned} \vec{N}_{IVa3} = & -3WB_{1a} (\vec{X}_{1a} J + \vec{X}_{1b} L + (\vec{X}_{1c} + \vec{X}_{1d})N) + \\ & + 3WB_{1b} (\vec{X}_{1a} O_1 + \vec{X}_{1b} N + (\vec{X}_{1c} + \vec{X}_{1d})Q) + \\ & + 9W(\vec{X}_{1a} C_{1a} Y + \vec{X}_{1b} C_{1b} Y_1 + \vec{X}_{1a} (C_{1c} + C_{1d})Y_2 + \\ & + \vec{X}_{1b} C_{1a} Y_1 + \vec{X}_{1b} C_{1b} Y_3 + (\vec{X}_{1c} + \vec{X}_{1d})(C_{1c} + C_{1d})Y_1 + \\ & + (\vec{X}_{1c} + \vec{X}_{1d})C_{1a} Y_2 + (\vec{X}_{1c} + \vec{X}_{1d})C_{1b} Y_4 + (\vec{X}_{1c} + \vec{X}_{1d})(C_{1c} + C_{1d})Y_1) + \\ & - 9W(\vec{X}_{1a} D_{1a} Y_5 + \vec{X}_{1a} D_{1b} Y_6 + \vec{X}_{1a} (D_{1c} + D_{1d})Y_7 + \\ & + \vec{X}_{1b} D_{1a} Y_6 + \vec{X}_{1b} D_{1b} Y_8 + \vec{X}_{1b} (D_{1c} + D_{1d})Y_9 + (\vec{X}_{1c} + \vec{X}_{1d})D_{1a} Y_7 + \\ & + (\vec{X}_{1c} + \vec{X}_{1d})D_{1b} Y_9 + (\vec{X}_{1c} + \vec{X}_{1d})(D_{1c} + D_{1d})Y_6) + \\ & + 3WB_{1a} (\vec{X}_{1e} O_1 + \vec{X}_{1f} N + (\vec{X}_{1h} + \vec{X}_{1g})Q) + \\ & - 3WB_{1b} (\vec{X}_{1e} S + \vec{X}_{1f} T_1 + (\vec{X}_{1h} + \vec{X}_{1g})U) + \\ & - 9W(\vec{X}_{1e} C_{1a} Y_5 + \vec{X}_{1e} C_{1b} Y_6 + \vec{X}_{1e} (C_{1c} + C_{1d})Y_7 + \\ & + \vec{X}_{1f} C_{1b} Y_8 + \vec{X}_{1f} (C_{1c} + C_{1d})Y_9 + (\vec{X}_{1h} + \vec{X}_{1g})C_{1a} Y_7 + \\ & + (\vec{X}_{1h} + \vec{X}_{1g})C_{1b} Y_9 + (\vec{X}_{1h} + \vec{X}_{1g})(C_{1c} + C_{1d})Y_6) + \\ & + 9W(\vec{X}_{1e} D_{1a} Y_{10} + \vec{X}_{1e} D_{1b} Y_{11} + \vec{X}_{1e} (D_{1c} + D_{1d})Y_{12} + \\ & + \vec{X}_{1f} D_{1a} Y_{11} + \vec{X}_{1f} D_{1b} Y_{13} + \vec{X}_{1f} (D_{1c} + D_{1d})Y_{14} + \\ & + (\vec{X}_{1h} + \vec{X}_{1g})(D_{1c} + D_{1d})Y_{11}) \end{aligned} \quad (97D)$$

sendo $\vec{X}_{1a}, \vec{X}_{1b}, \vec{X}_{1c}, \vec{X}_{1d}, \vec{X}_{1f}, \vec{X}_{1g}$ e $\vec{X}_{1h}$ dados por (53C) a (60C), respectivamente.

DESENVOLVIMENTO DA PARCELA $\vec{N}_{IVa4}$

A partir da equação (8D) a parcela $\vec{N}_{IVa4}$ pode ser colocada na forma:

$$\vec{N}_{IVa4} = \int_0^{2\pi} W \left[\hat{K} - 3 \hat{K} \cdot (\hat{i}_S \hat{i}_S) \right] \{ B_{1a} \text{ Sen } \eta - B_{1b} \text{ Cos } \eta + \\ - 3 \cdot (B_{1c} \text{ Sen } \eta - B_{1d} \text{ Cos } \eta) \} (1 + e \text{Cos } \nu)^4 \, d\nu \tag{98D}$$

em que B_{1a} , B_{1b} , B_{1c} e B_{1d} são dados por (10D) a (13D) respectivamente.

Reagrupando os termos em (98D) obtém-se:

$$\vec{N}_{IVa4} = W \hat{K} \{ [B_{1a} A - B_{1b} B - 3V - 3V_1] \} \\ - W 3 \hat{K} \cdot (B_{1a} \vec{C} - B_{1b} \vec{D} - 3V_2 + 3V_3) \tag{99D}$$

onde A , B , $\vec{C}$ e $\vec{D}$ são dados por (8A), (9A), (15A) e (16A) respectivamente e :

$$V = C_{1a} Z_1 + C_{1b} Z_2 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_3 \tag{100D}$$

$$V_1 = D_{1a} Z_4 + D_{1b} Z_5 + (D_{1c} + D_{1d}) Z_6 \tag{101D}$$

$$\begin{aligned}
V_2 = & \hat{i}_g \hat{i}_g C_{1a} Z_7 + \hat{i}_g \hat{i}_g C_{1b} Z_8 + \hat{i}_g \hat{i}_g (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 + \hat{j}_g \hat{j}_g C_{1a} Z_8 + \\
& + \hat{j}_g \hat{j}_g C_{1b} Z_{10} + \hat{j}_g \hat{j}_g (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) C_{1a} Z_9 + \\
& + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) C_{1b} Z_{11} + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) (C_{1c} + C_{1d}) Z_8
\end{aligned} \quad (102D)$$

$$\begin{aligned}
V_3 = & \hat{i}_g \hat{i}_g D_{1a} Z_{12} + \hat{i}_g \hat{i}_g D_{1b} Z_{13} + \hat{i}_g \hat{i}_g (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} + \hat{j}_g \hat{j}_g D_{1a} Z_{13} + \\
& + \hat{j}_g \hat{j}_g D_{1b} Z_{15} + \hat{j}_g \hat{j}_g (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) D_{1a} Z_{14} + \\
& + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) D_{1b} Z_{16} + (\hat{i}_g \hat{j}_g + \hat{j}_g \hat{i}_g) (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13}
\end{aligned} \quad (103D)$$

sendo $C_{1a}, C_{1b}, C_{1c}, C_{1d}, D_{1a}, D_{1b}, D_{1c}, D_{1d}$ dados por (14D) a (21D) respectivamente, e:

$$Z_1 = \int_0^{2\pi} \cos^2 \bar{\omega} \operatorname{Sen} \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (104D)$$

$$Z_2 = \int_0^{2\pi} \operatorname{Sen}^2 \bar{\omega} \operatorname{Sen} \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (105D)$$

$$Z_3 = \int_0^{2\pi} \cos \bar{\omega} \operatorname{Sen} \bar{\omega} \operatorname{Sen} \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (106D)$$

$$Z_4 = \int_0^{2\pi} \cos^2 \bar{\omega} \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (107D)$$

$$Z_5 = \int_0^{2\pi} \operatorname{Sen}^2 \bar{\omega} \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (108D)$$

$$Z_6 = \int_0^{2\pi} \cos \bar{\omega} \operatorname{Sen} \bar{\omega} \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (109D)$$

$$Z_7 = \int_0^{2\pi} \cos^4 \bar{\omega} \operatorname{Sen} \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (110D)$$

$$Z_8 = \int_0^{2\pi} \cos^2 \bar{\omega} \sin^2 \bar{\omega} \sin \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (111D)$$

$$Z_9 = \int_0^{2\pi} \cos^3 \bar{\omega} \sin \bar{\omega} \sin \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (112D)$$

$$Z_{10} = \int_0^{2\pi} \sin^4 \bar{\omega} \sin \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (113D)$$

$$Z_{11} = \int_0^{2\pi} \cos \bar{\omega} \sin^3 \bar{\omega} \sin \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (114D)$$

$$Z_{12} = \int_0^{2\pi} \cos^4 \bar{\omega} \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (115D)$$

$$Z_{13} = \int_0^{2\pi} \cos^2 \bar{\omega} \sin^2 \bar{\omega} \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (116D)$$

$$Z_{14} = \int_0^{2\pi} \cos^3 \bar{\omega} \sin \bar{\omega} \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (117D)$$

$$Z_{15} = \int_0^{2\pi} \sin^4 \bar{\omega} \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (118D)$$

$$Z_{16} = \int_0^{2\pi} \cos \bar{\omega} \sin^3 \bar{\omega} \cos \eta (1 + e \cos v)^4 dv \quad (119D)$$

Substituindo $\cos v$, dv , $\sin \eta$, $\cos \eta$ e $\bar{\omega}$, dados respectivamente por (4.25), (4.26), (4.29), (4.30) e (11A), nas equações (104D) a (119D), efetuando os cálculos e eliminando os termos da 1ª ordem na excentricidade, temos:

$$Z_1 = F_{596} \sin \eta_0 + \frac{1}{2} F_{597} \cos \eta_0 + \cos 2\omega \{ F_{505} \sin \eta_0 + F_{506} \cos \eta_0 \} + \sin 2\omega \{ F_{507} \sin \eta_0 + F_{508} \cos \eta_0 \} \quad (120D)$$

$$Z_2 = \frac{1}{2}F_{596} \text{ Sen } \eta_0 + F_{509} \text{ Cos } \eta_0 + \text{Cos } 2\omega \{ F_{510} \text{ Sen } \eta_0 + F_{511} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Sen } 2\omega \{ F_{512} \text{ Sen } \eta_0 + F_{513} \text{ Cos } \eta_0 \} \quad (121D)$$

$$Z_3 = \text{Cos}^2 \omega \{ F_{514} \text{ Sen } \eta_0 + F_{515} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Cos } \omega \text{ Sen } \omega \{ F_{516} \text{ Sen } \eta_0 + F_{517} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Sen}^2 \omega \{ F_{518} \text{ Sen } \eta_0 + F_{519} \text{ Cos } \eta_0 \} \quad (122D)$$

$$Z_4 = -\frac{1}{2}F_{597} \text{ Sen } \eta_0 + \frac{1}{2}F_{596} \text{ Cos } \eta_0 + \text{Cos } 2\omega \{ F_{511} \text{ Sen } \eta_0 + F_{520} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Sen } 2\omega \{ F_{512} \text{ Sen } \eta_0 + F_{521} \text{ Cos } \eta_0 \} \quad (123D)$$

$$Z_5 = F_{522} \text{ Cos } \eta_0 - \frac{1}{2}F_{17} \text{ Cos } \eta_0 + \text{Cos } 2\omega \{ F_{523} \text{ Sen } \eta_0 + F_{510} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Sen } 2\omega \{ -F_{513} \text{ Sen } \eta_0 - F_{521} \text{ Cos } \eta_0 \} \quad (124D)$$

$$Z_6 = \text{Cos}^2 \omega \{ F_{524} \text{ Sen } \eta_0 + F_{525} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Cos } \omega \text{ Sen } \omega \{ F_{526} \text{ Sen } \eta_0 + F_{527} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Sen}^2 \omega \{ F_{528} \text{ Sen } \eta_0 + F_{529} \text{ Cos } \eta_0 \} \quad (125D)$$

$$Z_7 = \frac{1}{4}F_{596} \text{ Sen } \eta_0 + \frac{1}{4}F_{597} \text{ Cos } \eta_0 + \text{Cos } 2\omega \{ F_{520} \text{ Sen } \eta_0 - F_{511} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Cos}^2 2\omega \{ F_{530} \text{ Sen } \eta_0 + F_{531} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Sen } 2\omega \{ F_{521} \text{ Sen } \eta_0 + F_{532} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Cos } 2\omega \text{ Sen } 2\omega \{ F_{533} \text{ Sen } \eta_0 + F_{534} \text{ Cos } \eta_0 \} + \text{Sen}^2 2\omega \{ F_{535} \text{ Sen } \eta_0 + F_{536} \text{ Cos } \eta_0 \} \quad (126D)$$

$$\begin{aligned}
Z_8 = & \frac{1}{4}F_{596} \text{Sen } \eta_0 + \frac{1}{4}F_{597} \text{Cos } \eta_0 + \text{Cos}^2 2\omega \{ F_{537} \text{Sen } \eta_0 + F_{531} \text{Cos } \eta_0 \} \\
& + \text{Cos } 2\omega \text{Sen } 2\omega \{ F_{538} \text{Sen } \eta_0 + F_{539} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen}^2 2\omega \{ F_{535} \text{Sen } \eta_0 - F_{536} \text{Cos } \eta_0 \}
\end{aligned} \tag{127D}$$

$$\begin{aligned}
Z_9 = & \text{Cos}^2 \omega \{ F_{540} \text{Sen } \eta_0 + F_{541} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos}^3 \omega \text{Sen } \omega \{ F_{542} \text{Sen } \eta_0 + F_{543} \text{Cos } \eta_0 \} \\
& + \text{Cos}^2 \omega \text{Sen}^2 \omega \{ F_{544} \text{Sen } \eta_0 + F_{545} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos } \omega \text{Sen}^3 \omega \{ F_{546} \text{Sen } \eta_0 + F_{547} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen}^4 \omega \{ F_{548} \text{Sen } \eta_0 + F_{549} \text{Cos } \eta_0 \}
\end{aligned} \tag{128D}$$

$$\begin{aligned}
Z_{10} = & \frac{1}{4}F_{596} \text{Sen } \eta_0 + \frac{1}{4}F_{597} \text{Cos } \eta_0 + \\
& + \text{Cos } 2\omega \{ F_{510} \text{Sen } \eta_0 + F_{550} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos}^2 2\omega \{ F_{551} \text{Sen } \eta_0 + F_{552} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen } 2\omega \{ F_{553} \text{Sen } \eta_0 + F_{554} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos } 2\omega \text{Sen } 2\omega \{ F_{555} \text{Sen } \eta_0 + F_{556} \text{Cos } \eta_0 \}
\end{aligned} \tag{129D}$$

$$\begin{aligned}
Z_{11} = & \text{Cos } \omega \{ F_{559} \text{Sen } \eta_0 + F_{560} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen } \omega \{ F_{561} \text{Sen } \eta_0 + F_{562} \text{Cos } \eta_0 \}
\end{aligned} \tag{130D}$$

$$\begin{aligned}
Z_{12} = & -\frac{1}{4}F_{597} \text{Sen } \eta_0 + \frac{1}{4}F_{596} \text{Cos } \eta_0 + \\
& + \text{Cos } 2\omega \{ F_{511} \text{Sen } \eta_0 + F_{563} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos}^2 2\omega \{ F_{564} \text{Sen } \eta_0 + F_{565} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen } 2\omega \{ F_{554} \text{Sen } \eta_0 + F_{566} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos } 2\omega \text{Sen } 2\omega \{ F_{567} \text{Sen } \eta_0 + F_{568} \text{Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen}^2 2\omega \{ F_{574} \text{Sen } \eta_0 + F_{575} \text{Cos } \eta_0 \}
\end{aligned} \tag{131D}$$

$$\begin{aligned}
Z_{13} = & F_{569} \text{ Sen } \eta_0 + \frac{1}{4} F_1 \text{ Cos } \eta_0 + \\
& + \text{Cos}^2 2\omega \{ F_{570} \text{ Sen } \eta_0 + F_{571} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos } 2\omega \text{ Sen } 2\omega \{ F_{572} \text{ Sen } \eta_0 + F_{573} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen}^2 2\omega \{ F_{574} \text{ Sen } \eta_0 + F_{575} \text{ Cos } \eta_0 \}
\end{aligned} \tag{132D}$$

$$\begin{aligned}
Z_{14} = & \text{Cos}^4 \omega \{ F_{576} \text{ Sen } \eta_0 + F_{577} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos}^3 \omega \text{ Sen } \omega \{ F_{578} \text{ Sen } \eta_0 + F_{542} \text{ Cos } \eta_0 \} \\
& + \text{Cos}^2 \omega \text{ Sen}^2 \omega \{ F_{579} \text{ Sen } \eta_0 + F_{580} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos } \omega \text{ Sen}^3 \omega \{ F_{581} \text{ Sen } \eta_0 + F_{546} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen}^4 \omega \{ F_{582} \text{ Sen } \eta_0 + F_{548} \text{ Cos } \eta_0 \}
\end{aligned} \tag{133D}$$

$$\begin{aligned}
Z_{15} = & -\frac{1}{4} F_{597} \text{ Sen } \eta_0 + \frac{1}{4} F_{596} \text{ Cos } \eta_0 + \\
& + \text{Cos } 2\omega \{ F_{583} \text{ Sen } \eta_0 - F_{584} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos}^2 2\omega \{ F_{570} \text{ Sen } \eta_0 + F_{585} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen } 2\omega \{ -F_{554} \text{ Sen } \eta_0 + F_{586} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Cos } 2\omega \text{ Sen } 2\omega \{ -F_{572} \text{ Sen } \eta_0 + F_{587} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen}^2 2\omega \{ -F_{574} \text{ Sen } \eta_0 + F_{557} \text{ Cos } \eta_0 \}
\end{aligned} \tag{134D}$$

$$\begin{aligned}
Z_{16} = & \text{Cos } \omega \{ F_{560} \text{ Sen } \eta_0 + F_{588} \text{ Cos } \eta_0 \} + \\
& + \text{Sen } \omega \{ F_{562} \text{ Sen } \eta_0 + F_{589} \text{ Cos } \eta_0 \}
\end{aligned} \tag{135D}$$

com os coeficientes F_k apresentados no apêndice F.



A forma final da parcela $\vec{N}_{IVa4}$, dada em (99 D), é obtida após substituir os coeficientes e efetuar os produtos, sendo dadas por:

$$\begin{aligned}
 \vec{N}_{IVa4} = & W \hat{K} \left\{ \left[B_{la} A - B_{lb} B - 3V - 3V_1 \right] \right\} + \\
 & - 3W \left[B_{la} \left(\vec{X}_{li} C_1 + \vec{X}_{lj} C_2 + (\vec{X}_{ll} + \vec{X}_{lm}) C_3 \right) + \right. \\
 & - B_{lb} \left(\vec{X}_{li} D_1 + \vec{X}_{lj} D_2 + (\vec{X}_{ll} + \vec{X}_{lm}) D_3 \right) + \\
 & - 3 \left(\vec{X}_{li} C_{la} Z_7 + \vec{X}_{li} C_{lb} Z_8 + \vec{X}_{li} (C_{lc} + C_{ld}) Z_9 + \right. \\
 & + \vec{X}_{lj} C_{la} Z_8 + \vec{X}_{lj} C_{lb} Z_{10} + \vec{X}_{lj} (C_{lc} + C_{ld}) Z_{11} + \\
 & + (\vec{X}_{ll} + \vec{X}_{lm}) C_{la} Z_9 + \\
 & + (\vec{X}_{ll} + \vec{X}_{lm}) C_{lb} Z_{11} + (\vec{X}_{ll} + \vec{X}_{lm}) (C_{lc} + C_{ld}) Z_8 \left. \right) + \\
 & + 3 \left(\vec{X}_{li} D_{la} Z_{12} + \vec{X}_{li} D_{lb} Z_{13} + \vec{X}_{li} (D_{lc} + D_{ld}) Z_{14} + \right. \\
 & + \vec{X}_{lj} D_{la} Z_{13} + \vec{X}_{lj} D_{lb} Z_{15} + \vec{X}_{lj} (D_{lc} + D_{ld}) Z_{16} + \\
 & + (\vec{X}_{ll} + \vec{X}_{lm}) D_{la} Z_{14} + (\vec{X}_{ll} + \vec{X}_{lm}) D_{lb} Z_{16} \left. \right) + \\
 & \left. + (\vec{X}_{ll} + \vec{X}_{lm}) (D_{lc} + D_{ld}) Z_{13} \right] \quad (136D)
 \end{aligned}$$

sendo $\vec{X}_{li}$, $\vec{X}_{lj}$, $\vec{X}_{ll}$ e $\vec{X}_{lm}$ dados por (61C) a (64C), respectivamente.

FORMA FINAL DE $\vec{N}_{IVa}$

A forma final da parcela $\vec{N}_{IVa}$ é determinada pela substituição das parcelas auxiliares N_{IVa1} , N_{IVa2} , $\vec{N}_{IVa3}$ e $\vec{N}_{IVa4}$, dadas respectivamente por (23D), (42D), (52D) e (99D), em (4D). Assim a parcela $\vec{N}_{IVa}$ do torque devido as correntes de Foucault médio é expressa por:

$$\vec{N}_{IVa} = N_{IVax} \hat{i} + N_{IVay} \hat{j} + N_{IVaz} \hat{k} \quad (137C)$$

em que :

$$\begin{aligned} N_{IVax} = & \left\{ \text{Sen}^2 \beta \left\{ -N_{IVa1} \text{sen} \alpha - N_{IVa2} \text{Sen} \alpha + \left[3 (-B_{1a} J + B_{1b} O_1) + \right. \right. \right. \\ & + 9 (C_{1a} Y + (C_{1c} + C_{1d}) Y_2) - D_{1a} Y_5 + D_{1b} Y_6 + \\ & \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_7 \right] \right\} \left\{ \left(-\text{Sen}(\alpha - \Omega) \left(\text{Cos} \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \\ & + \text{Cos} \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen} \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \left. \right) \right\} + \\ & + \left[3 (-B_{1a} L + B_{1b} N) + 9 \left(C_{1b} Y_1 + C_{1a} Y_1 + C_{1b} Y_3 - \right. \right. \\ & \left. \left. - D_{1a} Y_6 - (D_{1b} Y_8 + (D_{1c} + D_{1d}) Y_9) \right) \right] \left\{ -\text{Cos}^2 i \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{Sen} \Omega \right\} + \\ & + 3 (-B_{1a} N + B_{1ab} Q) + 9 \left((C_{1c} + C_{1d}) Y_1 + C_{1a} Y_2 + \right. \\ & \left. + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right) \left. \right] \\ & \left\{ \text{Cos} i \text{Cos}(\alpha - \Omega) \left(\text{Cos} \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \text{Cos} \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \right. \right. \\ & \left. \left. \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen} \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right) \right\} + \left[3 (-B_{1a} N - B_{1b} Q) + \right. \\ & + 9 \left[C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - \right. \\ & \left. \left. - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right] \right] \left\{ \text{Cos} i \text{Sen}(\alpha - \Omega) \text{Sen} \Omega \right\} + \left[3 (B_{1a} O - B_{1b} S) + \right. \\ & + 9 \left[-C_{1a} Y_5 - C_{1b} Y_6 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + D_{1a} Y_{10} + D_{1b} Y_{11} + \right. \\ & \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{12} \right] \left. \right\} \left\{ \left(\left(2 + 2 \text{Cos} 2\alpha - \text{Cos} 2(\alpha - \delta) + 2 \text{Cos} 2\delta - \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\cos 2(\alpha + \Omega) \left. \right\} \text{Sen}(\alpha - \Omega) \text{Sen} \Omega \left. \right\} / 4 \left. \right\} + \left[3 (B_{1a} N - B_{1b} T_1) + \right. \\
& + 9 \left[\left(-C_{1a} Y_6 - C_{1b} Y_8 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + D_{1a} Y_{11} + D_{1b} Y_{13} + \right. \right. \\
& + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} \left. \right) \left. \right] \left\{ \cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \cos \Omega \right\} + \left[3 \left(B_{1a} Q - \right. \right. \\
& - B_{1a} U \left. \right) + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \right] \left. \right] \\
& \left\{ -\cos i \cos \Omega \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right\} + \left[3 (B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - \right. \right. \\
& - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \left. \right] \left. \right] \left\{ \left[\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \right. \right. \right. \\
& - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \left. \right) \cos i \cos(\alpha - \Omega) \text{Sen} \Omega \left. \right] / 4 \left. \right\} + \\
& + \left[3 (B_{1a} C_1 - B_{1b} D_1) + 9 \left[C_{1a} Z_7 + C_{1b} Z_8 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 - \right. \right. \\
& - D_{1a} Z_{12} - D_{1b} Z_{14} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} \left. \right] \left. \right] \left\{ -\text{Sen} \alpha \text{Sen} 2\delta \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right. \\
& \text{Sen} \Omega \left. \right\} + \left[3 (B_{1a} C_2 + B_{1b} D_2) + 9 \left[C_{1a} Z_8 + C_{1b} Z_{10} + \right. \right. \\
& + (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + D_{1a} Z_{13} + D_{1b} Z_{15} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} \left. \right] \left. \right] \\
& \left\{ 1/2 \cos(\alpha - \Omega) \text{Sen} 2i \right\} + \left[3 (B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3) + 9 \left[C_{1a} Z_9 + \right. \right. \\
& + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \left. \right] \left. \right] \\
& \left\{ \cos i \cos(\alpha - \Omega) \text{Sen} \alpha \text{Sen} 2\delta \text{Sen} \Omega \right\} + \left[3 (B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3) + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (D_{lc} + D_{ld}) Z_{13} \Big] \Big] \left\{ \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \right\} + \\
& + 3 \left[(B_{la} C_3 + B_{lb} D_3) + 9 \left[C_{la} Z_9 + C_{lb} Z_{11} + (C_{lc} + C_{ld}) Z_8 + \right. \right. \\
& + D_{la} Z_{14} + D_{lb} Z_{16} + (D_{lc} + D_{ld}) Z_{13} \Big] \Big] \\
& \left. \left\{ -\sin i \sin(\alpha - \Omega) \right\} \right\} \Big\} \Big\} \quad (138D)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{IVay} = \sin^2 \beta \Big\{ & N_{IVa1} \sin \delta \cos \alpha - N_{IVa2} \sin \delta \cos \alpha + \left[3 (-B_{la} J + B_{lb} O_1) + \right. \\
& + 9 (C_{la} Y + (C_{lc} + C_{ld}) Y_2 - D_{la} Y_5 + D_{lb} Y_6 + (D_{lc} + D_{ld}) Y_7) \Big] \\
& \left\{ \left(-\cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \right) \right\} + \left[3 (-B_{la} L + B_{lb} N) + 9 \right. \\
& \left. \left[C_{lb} Y_1 + C_{la} Y_1 + C_{lb} Y_3 - D_{la} Y_6 - D_{lb} Y_8 + (D_{lc} + D_{ld}) Y_9 \right] \right] \\
& \left\{ \left(-\cos i \sin \Omega \left(-(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta) + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \sin \delta \sin \Omega \right) \right) \right\} + 3 (-B_{la} N + B_{lb} Q) + 9 \left[(C_{lc} + C_{ld}) Y_1 + \right. \\
& + C_{la} Y_2 + C_{lb} Y_4 + (C_{lc} + C_{ld}) Y_1 - D_{la} Y_7 - D_{lb} Y_9 - (D_{lc} + D_{ld}) Y_6 \Big] \Big] \\
& \left\{ \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \right. \right. \\
& \left. \left. \sin(\alpha - \Omega) \right) \right\} \left(-\left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \left. \left. \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} + \left[3(-B_{1a} N + B_{1b} Q) + 9 \left[C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right] \right] \right\} \left\{ \left(\cos i \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \cos i \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} + \left[3(B_{1a} O_1 - B_{1b} S) + 9 W \right. \\
& \left. \left[-C_{1a} Y_5 - C_{1b} Y_6 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + D_{1a} Y_{10} + D_{1b} Y_{11} + (D_{1c} + D_{1d}) \right. \right. \\
& \left. \left. Y_{12} \right] \right] \right\} \left\{ \left(- \left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \right) / 4 \right\} + \left[3(B_{1a} N - B_{1a} T_1) + 9 \right. \\
& \left. \left[-C_{1a} Y_6 - C_{1b} Y_8 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + D_{1a} Y_{11} + D_{1b} Y_{13} + \right. \right. \\
& \left. \left. (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} \right] \right] \right\} \left\{ \cos i \cos \Omega \left(- \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} + \left[3(B_{1a} Q - B_{1b} U) + \right. \\
& \left. + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{11} \right] \right] \\
& \left\{ -\cos i \cos \Omega \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \right\} + \left[3(B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \right. \\
& \left. \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{11} \right] \right] \\
& \left\{ \left[\left(2 + 2 \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \sin \Omega \right. \right. \\
& \left. \left. \left(- \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right] / 4 \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\left[-B_{1a} A + B_{1b} B + 3(V + V_1) \right] \right] \left\{ \cos \delta \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} C_1 - B_{1b} D_1) + 9 \left[C_{1a} Z_7 + C_{1b} Z_8 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Z_{12} - D_{1b} Z_{13} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} \right] \right] \left\{ \cos(\alpha + \Omega) \sin \alpha \sin \delta \right. \\
& \left. \sin 2\delta \sin \Omega \right\} + \left[3 \left[B_{1a} C_2 + B_{1b} D_2 \right] + 9 \left[C_{1a} Z_8 + \right. \right. \\
& \left. \left. + C_{1b} Z_{10} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + D_{1a} Z_{13} + D_{1b} Z_{15} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} \right] \right] \\
& \left\{ \sin i \left(- \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \right. \right. \\
& \left. \left. \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} + \left[3(B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3) + 9 \left(C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + \right. \right. \\
& \left. \left. + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 - D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right) \right] \\
& \left\{ \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \left(-(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta) + \cos \delta \sin i + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} + \left[3 \left[B_{1a} C_3 - B_{1b} D_3 \right] + \right. \\
& + 9 \left(C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{14} + D_{1b} Z_{16} + \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right) \right] \left\{ -\cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \sin i \right\} \left. \right\} \quad (139D)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{IVaz} = & \left\{ \sin^2 \beta \left\{ -N_{IVa1} \cos \delta \cos \alpha + N_{IVa2} \cos \delta \cos \alpha + \left[3(-B_{1a} J + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + B_{1b} O_1) + 9 \left[C_{1a} Y + (C_{1c} + C_{1d}) Y_2 - D_{1a} Y_5 + D_{1b} Y_6 + \right. \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (D_{1c} + D_{1d}) Y_7 \left. \right] \left. \right\} \left\{ \cos \delta \cos(\alpha - \Omega) \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \right\} + \left[3(-B_{1a} L + \right. \\
& \left. + B_{1b} N) + 9 \left(C_{1b} Y_1 + C_{1a} Y_1 + C_{1b} Y_5 + D_{1a} Y_6 - D_{1b} Y_8 + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_9 \right) \right] \left. \right\} \left\{ \left(-\cos i \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + \sin \delta \sin i + \cos \alpha \cos \delta \cos i \cos \Omega \right) \right) \right\} + \left[3(-B_{1a} N + B_{1b} Q) + \right. \\
& \left. + 9 \left((C_{1c} + C_{1d}) Y_1 + C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - \right. \right. \\
& \left. \left. + C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - \right. \right. \\
& \left. \left. - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right) \right] \left. \right\} \left\{ \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \right. \right. \\
& \left. \left. \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i - \right. \right. \\
& \left. \left. - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right\} + \left[3(-B_{1a} N + B_{1b} Q) + 9 \left[C_{1a} Y_2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right] \right] \\
& \left\{ -\cos \delta \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} + \left[3(B_{1a} O - B_{1b} S) + \right. \\
& \left. + 9 \left[-C_{1a} Y_5 - C_{1b} Y_6 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + D_{1a} Y_{10} + D_{1b} Y_{11} + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{12} \right) \right] \left. \right\} \left\{ \left(\cos \delta \left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \Omega) \right) + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha - \delta) \Big) \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \Big) / 4 \Big\} + \\
& + \left[3 (B_{1a} N - B_{1b} T_1) + 9 \left[-C_{1a} Y_6 - C_{1b} Y_8 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + \right. \right. \\
& \left. \left. + D_{1a} Y_{11} + D_{1b} Y_{13} + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} \right] \right] \Big\{ \cos i \cos \Omega \\
& \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \cos \alpha + \sin \delta \sin i - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \Big\} + \\
& + \left[3 (B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \right] \right] \Big\{ \cos \delta \cos i \cos (\alpha - \Omega) \cos \Omega \Big\} + \\
& + \left[3 (B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \left(-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \right) \right] \Big\{ \left(\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \right. \right. \\
& \left. \left. + \sin \delta \sin i - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right) / 4 \Big\} + \\
& + \left[(B_{1a} A + B_{1b} B + 3(V + V_1)) \right] \Big\{ \sin \delta \Big\} + \\
& + \left[3 (B_{1a} C_1 - B_{1b} D_1) + 9 \left(C_{1a} Z_7 + C_{1b} Z_8 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Z_{12} - D_{1b} Z_{13} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} \right) \right] \Big\{ \cos \delta \cos (\alpha - \Omega) \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \Big\} + \\
& + \left[3 (B_{1a} C_2 + B_{1a} D_2) + \right. \\
& \left. + 9 \left[C_{1a} Z_8 + C_{1b} Z_{10} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + D_{1a} Z_{13} + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + D_{1b} Z_{15} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} \Big] \Big] \left\{ \text{Sen } i \left(\text{Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha + \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Sen } \delta \text{ Sen } i - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Sen } \Omega \right) \right\} + \left[3 \left(B_{1a} C_2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + B_{1b} D_3 \right) + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \right] \\
& \left\{ \text{Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega (\text{Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha + \text{Sen } \delta \text{ Sen } i - \right. \\
& \left. - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Sen } \Omega) \right\} + \left[3 (B_{1a} C_3 - B_{1b} D_3) + \right. \\
& \left. + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{16} + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \right] \left\{ \text{Cos } \delta \text{ Cos } (\alpha - \Omega) \text{ Sen } i \right\} \Big\} \quad (140D)
\end{aligned}$$

D.2. Desenvolvimento da parcela $\vec{N}_{IVb}$

Do mesmo modo que para o desenvolvimento da parcela $\vec{N}_{IVa}$, considerando que o módulo da velocidade de rotação, o eixo de rotação, s elementos orbitais (i , ω , Ω) e a co-latitude magnética β permanecem constante durante um período orbital, a segunda parcela de $\vec{N}_{IV}$, dada por (3D), pode ser representada na forma:

$$\tilde{N}_{IVb} = -\hat{k} \left\{ \text{Sen}^2 \beta N_{IVb1} + \text{Sen} \beta \text{Cos} \beta (N_{IVb2} + N_{IVb3} + N_{IVb4} + N_{IVb5}) \right\} \quad (141D)$$

em que :

$$N_{IVb1} = W \int_0^{2\pi} (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (142D)$$

$$N_{IVb2} = -3 W \hat{K} \cdot \left\{ \hat{I} \cdot \int_0^{2\pi} \text{Sen} \eta (\hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \right\} + \\ + 3 W \hat{K} \cdot \left\{ \hat{J} \cdot \int_0^{2\pi} \text{Cos} \eta (\hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \right\} \quad (143D)$$

$$N_{IVb3} = -3 W \hat{I} \cdot \left\{ \hat{K} \cdot \int_0^{2\pi} \text{Sen} \eta (\hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \right\} \quad (144D)$$

$$N_{IVb4} = 3 W \hat{J} \cdot \left\{ \hat{K} \cdot \int_0^{2\pi} \text{Cos} \eta (\hat{i}_s \hat{i}_s) (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \right\} \quad (145D)$$

$$N_{IVb5} = 9 W \int_0^{2\pi} [\text{Sen} \eta r_{11} r_{13} - \text{Cos} \eta r_{12} r_{13}] (1 + e \text{Cos} v)^4 dv \quad (146D)$$

sendo que r_{11} , r_{12} e r_{13} encontram-se na equação (3.9.b).

Substituindo $\text{Cos} v$, dv , $\text{Sen} \eta$, $\text{Cos} \eta$, $\hat{i}_s \hat{i}_s$, r_{11} , r_{12} , r_{13} , dados por (4.25), (4.26), (4.29), (4.30), (12A) e (3.9.b), respectivamente, em (142D) a (146D), efetuando os cálculos obtém-se:

$$N_{IVb1} = W \{1 + A_{211}\} \quad (147D)$$

$$N_{IVb2} = -3 W \{ A_{1e} C_1 + B_{1e} C_2 + (C_{1e} + D_{1e}) C_3 \} + \\ + 3 W \{ E_{1e} D_1 + F_{1e} D_2 + (G_{1e} + H_{1e}) D_3 \} \quad (148D)$$

$$N_{IVb3} = -3 W \{ X_{IN} C_1 + X_{IP} C_2 + (X_{IQ} + X_{IR}) C_3 \} \quad (149D)$$

$$N_{IVb4} = 3 W \{ X_{IS} D_1 + X_{IT} D_2 + (X_{IU} + X_{IV}) D_3 \} \quad (150D)$$

sendo:

A_{211} apresentado no apêndice E;

$C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3, A_{1e}, B_{1e}, C_{1e}, D_{1e}, E_{1e}, F_{1e}, G_{1e}, H_{1e}$ dados respectivamente por (23A) a (28A), (85C) a (88C), (94C) a (97C) e:

$$\begin{aligned} X_{IN} = & \cos \alpha \cos^2 \delta \cos (\alpha - \Omega) \operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Sen} 2\delta \operatorname{Sen} \Omega + \\ & + \cos \alpha \cos (\alpha - \Omega) \operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Sen}^2 \delta \operatorname{Sen} 2\delta \operatorname{Sen} \Omega + \\ & + \operatorname{Sen}^2 \alpha \operatorname{Sen} (\alpha - \Omega) \operatorname{Sen} 2\delta \operatorname{Sen} \Omega \end{aligned} \quad (151D)$$

$$X_{IP} = - \frac{(\operatorname{Sen} 2i \operatorname{Sen} \Omega)}{2} \quad (152D)$$

$$X_{IQ} = - (\cos i \operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Sen} 2\delta \operatorname{Sen}^2 \Omega) \quad (153D)$$

$$\begin{aligned} X_{IR} = & \cos \alpha \cos^2 \delta \cos (\alpha - \Omega) \operatorname{Sen} i + \\ & + \cos \alpha \cos (\alpha - \Omega) \operatorname{Sen}^2 \delta \operatorname{Sen} i + \\ & + \operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Sen} i \operatorname{Sen} (\alpha - \Omega) \end{aligned} \quad (154D)$$

$$\begin{aligned} X_{IS} = & \left[-((-2 - 2\cos 2\alpha + \cos [2(\alpha - \delta)]) - 2\cos(2\delta) + \right. \\ & \left. + \cos [2(\alpha - \delta)]) \operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Sen} 2\delta \operatorname{Sen}^2 \Omega \right] / 4 \end{aligned} \quad (155D)$$

$$X_{IT} = \frac{(\text{Sen } 2i \text{ Cos } \Omega)}{2} \quad (156D)$$

$$X_{IU} = \frac{(\text{Cos } i \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } 2\Omega)}{2} \quad (157D)$$

$$X_{IV} = \left[\left((2 + 2\text{Cos } 2\alpha - \text{Cos } [2(\alpha - \delta)]) + 2\text{Cos}(2\delta) + \right. \right. \\ \left. \left. - \text{Cos } [2(\alpha - \delta)] \right) \text{Sen } i \text{ Sen } \Omega \right] / 4 \quad (158D)$$

D.3. Forma final da parcela $\vec{N}_{IV}$

As componentes da parcela do torque magnético induzido médio $\vec{N}_{IV}$ é determinada pela substituição de (137D) e (141D) em (1D), sendo que após reagrupar os termos obtém-se:

$$\vec{N}_{IV} = W \left(N_{IVx} \hat{i} + N_{IVy} \hat{j} + N_{IVz} \hat{k} \right) \quad (159D)$$

em que :

$$N_{IVx} = \left\{ \text{Sen}^2 \beta \left\{ -N_{IVa1} \text{sen } \alpha - N_{IVa2} \text{Sen } \alpha + \left[3(-B_{1a} J + B_{1b} O_1) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + 9(C_{1a} Y + (C_{1c} + C_{1d})Y_2) - D_{1a} Y_5 + D_{1b} Y_6 + \right. \right. \\ \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_7 \right] \right\} \left\{ \left(-\text{Sen}(\alpha - \Omega) \left(\text{Cos } \alpha \text{ Cos}^2 \delta \text{ Cos}(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \text{Cos } \alpha \text{ Cos}(\alpha + \Omega) \text{ Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{ Sen}(\alpha - \Omega) \right) \right\} \right\} + \\ + \left[3(-B_{1a} L + B_{1b} N) + 9 \left(C_{1b} Y_1 + C_{1a} Y_1 + C_{1b} Y_3 - \right. \right. \\ \left. \left. - D_{1a} Y_6 - (D_{1b} Y_8 + (D_{1c} + D_{1d})Y_9) \right) \right] \left\{ -\text{Cos}^2 i \text{ Cos}(\alpha - \Omega) \text{ Sen } \Omega \right\} + \\ + 3(-B_{1a} N + B_{1ab} Q) + 9 \left((C_{1c} + C_{1d}) Y_1 + C_{1a} Y_2 + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \Big] \Big] \\
& \left\{ \cos i \cos(\alpha - \Omega) \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \right. \right. \\
& \left. \left. \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \right) \right\} + \left[3 (-B_{1a} N - B_{1b} Q) + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - \right. \\
& \left. - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right] \Big] \left\{ \cos i \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} + \left[3 (B_{1a} O_1 - B_{1b} S) + \right. \\
& + 9 \left[-C_{1a} Y_5 - C_{1b} Y_6 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + D_{1a} Y_{10} + D_{1b} Y_{11} + \right. \\
& \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{12} \right] \Big] \left\{ \left(\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos 2(\alpha + \Omega) \right) \sin(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right) \right\} / 4 \Big] + \left[3 (B_{1a} N - B_{1b} T_1) + \right. \\
& + 9 \left[\left(-C_{1a} Y_6 - C_{1b} Y_8 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + D_{1a} Y_{11} + D_{1b} Y_{13} + \right. \right. \\
& \left. \left. + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} \right) \right] \Big] \left\{ \cos^2 i \cos(\alpha - \Omega) \cos \Omega \right\} + \left[3 \left(B_{1a} Q - \right. \right. \\
& \left. \left. - B_{1a} U \right) + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \right] \right] \\
& \left\{ -\cos i \cos \Omega \sin(\alpha - \Omega) \right\} + \left[3 (B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - \right. \right. \\
& \left. \left. - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \right] \right] \left\{ \left(\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right) / 4 \right] \Big] \Big\} + \\
& + \left[3 (B_{1a} C_1 - B_{1b} D_1) + 9 \left[C_{1a} Z_7 + C_{1b} Z_8 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 - \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -D_{1a} Z_{12} - D_{1b} Z_{14} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} \left. \right] \left. \right\} \left\{ -\text{Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } (\alpha - \Omega) \right. \\
& \left. \text{Sen } \Omega \right\} + \left[3 (B_{1a} C_2 + B_{1b} D_2) + 9 \left[C_{1a} Z_8 + C_{1b} Z_{10} + \right. \right. \\
& \left. \left. + (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + D_{1a} Z_{13} + D_{1b} Z_{15} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} \right] \right] \\
& \left\{ 1/2 \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{Sen } 2i \right\} + \left[3 (B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3) + 9 \left[C_{1a} Z_9 + \right. \right. \\
& \left. \left. + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \right] \\
& \left\{ \text{Cos } i \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega \right\} + \left[3 (B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3) + \right. \\
& \left. + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - \right. \right. \\
& \left. \left. - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \right] \left\{ \text{Cos } i \text{Cos}(\alpha - \Omega) \text{Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega \right\} + \quad (160D) \\
& + 3 \left[(B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3) + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + \right. \right. \\
& \left. \left. + D_{1a} Z_{14} + D_{1b} Z_{16} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right] \right] \left\{ -\text{Sen } i \text{sen}(\alpha - \Omega) \right\} \left. \right\} \left. \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{IVy} = \text{Sen}^2 \beta \left\{ N_{IVa1} \text{Sen } \delta \text{Cos } \alpha - N_{IVa2} \text{Sen } \delta \text{Cos } \alpha + \left[3 (-B_{1a} J + B_{1b} O_1) + \right. \right. \\
\left. \left. + 9 (C_{1a} Y + (C_{1c} + C_{1d}) Y_2 - D_{1a} Y_5 + D_{1b} Y_6 + (D_{1c} + D_{1d}) Y_7) \right] \right. \\
\left\{ \left(-\text{Cos}(\alpha + \Omega) \text{Sen } \delta \left(\text{Cos } \alpha \text{Cos}^2 \delta \text{Cos}(\alpha - \Omega) + \text{Cos } \alpha \text{Cos}(\alpha + \Omega) \right. \right. \right. \\
\left. \left. \text{Sen}^2 \delta + \text{Sen } \alpha \text{Sen}(\alpha - \Omega) \right) \right\} \left. \right\} + \left[3 \left(-B_{1a} L + B_{1b} N \right) + 9 \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[C_{1b} Y_1 + C_{1a} Y_1 + C_{1b} Y_3 - D_{1a} Y_6 - D_{1b} Y_8 + (D_{1c} + D_{1d}) Y_9 \right] \\
& \left\{ \left(-\cos i \sin \Omega \left(-(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta) + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \sin \delta \sin \Omega \right) \right) \right\} + 3 (-B_{1a} N + B_{1b} Q) + 9 \left[(C_{1c} + C_{1d}) Y_1 + \right. \\
& \left. + C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right] \\
& \left\{ \left(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \right. \right. \\
& \left. \left. \sin(\alpha - \Omega) \right) \right\} \left(-\left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \right. \\
& \left. \cos i \sin \delta \sin \Omega \right) \left\{ + \left[3 (-B_{1a} N + B_{1b} Q) + 9 \left[C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \right] \right] \right\} \left(\cos i \right. \\
& \left. \cos i \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \right) \left\{ + \left[3 (B_{1a} O_1 - B_{1b} S) + 9 \right. \right. \\
& \left. \left[-C_{1a} Y_5 - C_{1b} Y_6 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + D_{1a} Y_{10} + D_{1b} Y_{11} + (D_{1c} + D_{1d}) \right. \right. \\
& \left. \left. Y_{12} \right] \right\} \left\{ \left(-\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \sin \Omega \right) / 4 \right\} + \left[3 (B_{1a} N - B_{1a} T_1) + 9 \right. \\
& \left. \left[-C_{1a} Y_6 - C_{1b} Y_8 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + D_{1a} Y_{11} + D_{1b} Y_{13} + \right. \right. \\
& \left. \left. (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} \right] \right\} \left\{ \cos i \cos \Omega \left(-\left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \bigg) \bigg\} + \left[3 (B_{1a} Q - B_{1b} U) + \right. \\
& + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{11} \right] \bigg] \\
& \left\{ -\cos i \cos \Omega \cos (\alpha + \Omega) \sin \delta \right\} + \left[3 (B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \right. \\
& \left. \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{11} \right] \right] \\
& \left\{ \left[\left(2 + 2 \cos 2(\alpha - \delta) + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \right) \sin \Omega \right. \right. \\
& \left. \left. - \left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \right] / 4 \right\} + \\
& + \left[\left[-B_{1a} A + B_{1b} B + 3(V + V_1) \right] \right] \left\{ \cos \delta \right\} + \\
& + \left[3 (B_{1a} C_1 - B_{1b} D_1) + 9 \left[C_{1a} Z_7 + C_{1b} Z_8 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Z_{12} - D_{1b} Z_{13} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} \right] \right] \left\{ \cos (\alpha + \Omega) \sin \alpha \sin \delta \right. \\
& \left. \sin 2\delta \sin \Omega \right\} + \left[3 \left[B_{1a} C_2 + B_{1b} D_2 \right] + 9 \left[C_{1a} Z_8 + \right. \right. \\
& \left. \left. + C_{1b} Z_{10} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + D_{1a} Z_{13} + D_{1b} Z_{15} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} \right] \right] \\
& \left\{ \sin i \left(-\left(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta \right) + \cos \delta \sin i + \cos \alpha \cos i \right. \right. \\
& \left. \left. \sin \delta \sin \Omega \right) \right\} + \left[3 (B_{1a} C_3 + B_{1b} D_3) + 9 \left(C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + \right. \right. \\
& \left. \left. + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 - D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right) \right] \\
& \left\{ \sin \alpha \sin 2\delta \sin \Omega \left(-(\cos i \cos \Omega \sin \alpha \sin \delta) + \cos \delta \sin i + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos \alpha \cos i \sin \delta \sin \Omega \Big) \Big\} + \Big[3 \Big[B_{1a} C_3 - B_{1b} D_3 \Big] + \\
& + 9 \Big(C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{14} + D_{1b} Z_{16} + \\
& + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \Big) \Big] \Big\} \Big\{ - \cos(\alpha + \Omega) \sin \delta \sin i \Big\} \Big\} \Big\} \quad (161D)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{IVZ} = & \Big\{ \sin^2 \beta \Big\{ - N_{IVa1} \cos \delta \cos \alpha + N_{IVa2} \cos \delta \cos \alpha + \Big[3 (-B_{1a} J + \\
& + B_{1b} O_1) + 9 \Big[C_{1a} Y + (C_{1c} + C_{1d}) Y_2 - D_{1a} Y_5 + D_{1b} Y_6 + \\
& + (D_{1c} + D_{1d}) Y_7 \Big] \Big\} \Big\{ \cos \delta \cos(\alpha - \Omega) \Big(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \\
& + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \Big) \Big\} + \Big[3 (-B_{1a} L + \\
& + B_{1b} N) + 9 \Big(C_{1b} Y_1 + C_{1a} Y_1 + C_{1b} Y_5 + D_{1a} Y_6 - D_{1b} Y_8 + \\
& + (D_{1c} + D_{1d}) Y_9 \Big) \Big] \Big\} \Big\{ \Big(- \cos i \sin \Omega \Big(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \\
& + \sin \delta \sin i + \cos \alpha \cos \delta \cos i \cos \Omega \Big) \Big) \Big\} + \Big[3 (-B_{1a} N + B_{1b} Q) + \\
& + 9 \Big((C_{1c} + C_{1d}) Y_1 + C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - \\
& + C_{1a} Y_2 + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - \\
& - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \Big) \Big] \Big\} \Big\{ \Big(\cos \alpha \cos^2 \delta \cos(\alpha - \Omega) + \cos \alpha \cos(\alpha + \Omega) \\
& \sin^2 \delta + \sin \alpha \sin(\alpha - \Omega) \Big) \Big(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \sin \delta \sin i -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \left. \right\} + \left[3(-B_{1a} N + B_{1b} Q) + 9 \left[C_{1a} Y_2 + \right. \right. \\
& + C_{1b} Y_4 + (C_{1c} + C_{1d}) Y_1 - D_{1a} Y_7 - D_{1b} Y_9 - (D_{1c} + D_{1d}) Y_6 \left. \right] \left. \right] \\
& \left\{ -\cos \delta \cos i \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \right\} + \left[3(B_{1a} O_1 - B_{1b} S) + \right. \\
& + 9 \left[-C_{1a} Y_5 - C_{1b} Y_6 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_7 + D_{1a} Y_{10} + D_{1b} Y_{11} + \right. \\
& + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{12} \left. \right] \left. \right\} \left\{ \left(\cos \delta \left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \Omega) + \right. \right. \right. \\
& + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha - \delta) \left. \right) \cos(\alpha - \Omega) \sin \Omega \left. \right) / 4 \left. \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} N - B_{1b} T_1) + 9 \left[-C_{1a} Y_6 - C_{1b} Y_8 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_9 + \right. \right. \\
& + D_{1a} Y_{11} + D_{1b} Y_{13} + (D_{1c} + D_{1d}) Y_{14} \left. \right] \left. \right\} \left\{ \cos i \cos \Omega \right. \\
& \left. \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \cos \alpha + \sin \delta \sin i - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \right) \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \left[-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \right. \\
& + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \left. \right] \left. \right\} \left\{ \cos \delta \cos i \cos(\alpha - \Omega) \cos \Omega \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} Q - B_{1b} U) + 9 \left(-C_{1a} Y_7 - C_{1b} Y_9 - (C_{1c} + C_{1d}) Y_6 + \right. \right. \\
& + (D_{1c} + D_{1b}) Y_{11} \left. \right] \left. \right\} \left\{ \left(\left(2 + 2 \cos 2\alpha - \cos 2(\alpha - \delta) + \right. \right. \right. \\
& + 2 \cos 2\delta - \cos 2(\alpha + \delta) \left. \right) \sin \Omega \left(\cos \delta \cos i \cos \Omega \sin \alpha + \right. \\
& + \sin \delta \sin i - \cos \alpha \cos \delta \cos i \sin \Omega \left. \right) \left. \right) / 4 \left. \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\left(B_{1a} A + B_{1b} B + 3(V + V_1) \right) \right] \left\{ \text{Sen } \delta \right\} + \\
& + \left[3(B_{1a} C_1 - B_{1b} D_1) + 9 \left(C_{1a} Z_7 + C_{1b} Z_8 + (C_{1c} + C_{1d}) Z_9 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Z_{12} - D_{1b} Z_{13} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{14} \right) \right] \\
& \left\{ \text{Cos } \delta \text{ Cos}(\alpha - \Omega) \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega \right\} + \left[3(B_{1a} C_2 + B_{1a} D_2) + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Z_8 + C_{1b} Z_{10} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_{11} + D_{1a} Z_{13} + \right. \\
& + D_{1b} Z_{15} + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{16} \left. \right] \left\{ \text{Sen } i \left(\text{Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha + \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Sen } \delta \text{ Sen } i - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Sen } \Omega \right) \right\} + \left[3 \left(B_{1a} C_2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + B_{1b} D_3 \right) + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 - \right. \right. \\
& \left. \left. - D_{1a} Z_{14} - D_{1b} Z_{16} - (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \right) \right] \\
& \left\{ \text{Sen } \alpha \text{ Sen } 2\delta \text{ Sen } \Omega \left(\text{Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Cos } \Omega \text{ Sen } \alpha + \text{Sen } \delta \text{ Sen } i - \right. \right. \\
& \left. \left. - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \delta \text{ Cos } i \text{ Sen } \Omega \right) \right\} + \left[3(B_{1a} C_3 - B_{1b} D_3) + \right. \\
& + 9 \left[C_{1a} Z_9 + C_{1b} Z_{11} + (C_{1c} + C_{1d}) Z_8 + D_{1a} Z_{16} + \right. \\
& + (D_{1c} + D_{1d}) Z_{13} \left. \right] \left\{ \text{Cos } \delta \text{ Cos}(\alpha - \Omega) \text{ Sen } i \right\} \left\{ - \right. \\
& \left. - \left\{ \text{Sen}^2 \beta N_{IVb1} - \text{Sen } \beta \text{ Cos } \beta (N_{IVb2} + N_{IVb3} + N_{IVb4} + N_{IVb5}) \right\} \right\} \quad (162D)
\end{aligned}$$

APÊNDICE E - Integrais envolvidas no desenvolvimento do torque magnético residual e devido às correntes de Foucault

As integrais A_i , $i = 1, 2, \dots, 616$, a seguir fazem parte do desenvolvimento das parcelas $\tilde{N}_I$ e $\tilde{N}_{II}$ do torque magnético residual médio (Apêndice A e B) , enquanto as demais integrais fazem parte do desenvolvimento das parcelas $\tilde{N}_{III}$ e $\tilde{N}_{IV}$ do torque magnético devido a correntes de Foucault (Apêndice C e D).

$$A_1 = \int_0^{2\pi} \cos(bM) dM = \frac{1}{b} \sin(2\pi b)$$

$$A_2 = \int_0^{2\pi} \sin(bM) dM = \frac{1}{b} [1 - \cos(2\pi b)]$$

$$A_3 = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos(M) dM = \frac{b}{b^2 - 1} \sin(2\pi b)$$

$$A_4 = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^2(M) dM = \frac{b^2 - 2}{b(b^2 - 4)} \sin(2\pi b)$$

$$A_5 = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos(2M) dM = \frac{b}{b^2 - 4} \sin(2\pi b)$$

$$A_6 = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \cos(M) dM = \frac{b}{b^2 - 1} [1 - \cos(2\pi b)]$$

$$A_7 = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \cos^2(M) dM = \frac{b^2 - 2}{b(b^2 - 4)} [1 - \cos(2\pi b)]$$

$$A_8 = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \cos(2M) dM = \frac{b}{4 - b^2} [1 - \cos(2\pi b)]$$

$$A_9 = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \sin^2(M) \cos(M) dM = \frac{-2b}{(1 - b^2)(9 - b^2)} \sin(2\pi b)$$

$$A_{10} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}^2(M) dM = \frac{2}{b(16-b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{11} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}^2(M) dM = \frac{-2(b^2+8)}{b(b^2-4)(b^2-16)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{12} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) dM = \frac{2}{b(4-b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{13} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{-4b}{(b^2-1)(b^2-9)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{14} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) \text{Cos}(M) dM = \frac{4}{b(16-b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{15} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(2M) dM = \frac{8}{b(16-b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{16} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{-8(5b^2+28)}{b(b^2-4)(b^2-16)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{17} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) dM = \frac{2}{b(4-b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{18} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) dM = \frac{-2b}{(1-b^2)(9-b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{19} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}^2(M) dM = \frac{2}{b(16-b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{20} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^2(M) dM =$$

$$= \frac{-2(b^2+8)}{b(b^2-4)(b^2-16)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{21} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{-4b}{(b^2 - 1)(b^2 - 9)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{22} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) \text{Cos}(M) dM = \frac{4}{b(16 - b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{23} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(2M) dM = \frac{8}{b(16 - b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{24} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{-8(5b^2 + 28)}{b(b^2 - 4)(b^2 - 16)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{25} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) dM = \frac{1}{(4 - b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{26} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) dM = \frac{(3 - b^2)}{(1 - b^2)(9 - b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{27} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) dM = \frac{(10 - b^2)}{(4 - b^2)(16 - b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{28} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM = \frac{1}{(16 - b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{29} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{2(3 - b^2)}{(1 - b^2)(9 - b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{30} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{2(10 - b^2)}{(4 - b^2)(16 - b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{31} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{4(26 - 5b^2)}{(4 - b^2)(16 - b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{32} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = \frac{-12}{(b^2 - 1)(b^2 - 9)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{33} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] \text{Cos}(M) dM =$$

$$= \frac{-12}{(b^2 - 4)(b^2 - 16)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{34} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM =$$

$$= \frac{-24}{(b^2 - 4)(b^2 - 16)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{35} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^5(M) dM = \frac{b(b^4 - 30b^2 + 149)}{b^6 - 35b^4 + 259b^2 - 225} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{36} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) dM = \frac{(b^2 - 3)}{(9 - b^2)(1 - b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{37} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) dM = \frac{(b^2 - 10)}{(16 - b^2)(4 - b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{38} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM = \frac{1}{(b^2 - 16)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{39} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{2(b^2 - 3)}{(b^2 - 1)(b^2 - 9)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{40} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{2(b^2 - 10)}{(b^2 - 4)(b^2 - 16)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{41} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{4(5b^2 - 26)}{(b^2 - 4)(b^2 - 16)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{42} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = \frac{12}{(b^2 - 1)(b^2 - 9)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{43} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{12}{(b^2 - 4)(b^2 - 16)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{44} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = \frac{24}{(b^2 - 4)(b^2 - 16)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{45} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM =$$

$$= \frac{24}{(-2 + b)(2 + b)(-16 + b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{46} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^3(M) \text{Cos}(bM) dM = \frac{-b(7 - b)^2}{(1 - b^2)(9 - b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{47} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^4(M) \text{Cos}(bM) dM =$$

$$= \frac{(24 - 16b^2 + b^4)}{(-4 + b)(-2 + b)b(2 + b)(4 + b)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{48} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(M) \text{Cos}(2M) \text{Cos}(bM) dM =$$

$$= \frac{(16 - 14b^2 + b^4)}{(-4 + b)(-2 + b)b(2 + b)(4 + b)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{49} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) [\text{Cos}^2(2M) - 1] dM = \frac{8}{b(-16 + b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{50} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{4b}{(-3 + b)(-1 + b)(1 + b)(3 + b)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{51} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = \frac{4}{b(-16 + b^2)} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{52} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos(M) [\cos(3M) - \cos(M)] dM = \frac{8}{b(-16 + b^2)} \sin(2\pi b)$$

$$A_{53} = \int_0^{2\pi} \cos^3(M) \sin(bM) dM = \frac{-b(7 - b^2)}{(1 - b^2)(9 - b^2)} [1 - \cos(2\pi b)]$$

$$A_{54} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M) \sin(bM) dM =$$

$$= - \left[\frac{-24 + 16b^2 - b^4}{(-4 + b)b(4 + b)(-4 + b^2)} \right] + \left[\frac{-24 + 16b^2 - b^4}{(-4 + b)b(4 + b)(-4 + b^2)} \right] \cos(2\pi b)$$

$$A_{55} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M) \cos(2M) \sin(bM) dM =$$

$$= - \left[\frac{-16 + 14b^2 - b^4}{(-4 + b)b(4 + b)(-4 + b^2)} \right] + \left[\frac{-16 + 14b^2 - b^4}{(-4 + b)b(4 + b)(-4 + b^2)} \right] \cos(2\pi b)$$

$$A_{56} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) dM = \frac{8}{b(-16 + b^2)} - \frac{8}{b(-16 + b^2)} \cos(2\pi b)$$

$$A_{57} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \cos(M) [\cos(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{4b}{(-3 + b)(-1 + b)(1 + b)(3 + b)} - \frac{4b}{(-3 + b)(-1 + b)(1 + b)(3 + b)} \cos(2\pi b)$$

$$A_{58} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \cos^2(M) [\cos(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{4}{b(-16 + b^2)} - \frac{4}{b(-16 + b^2)} \cos(2\pi b)$$

$$A_{59} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \cos(M) [\cos(3M) - \cos(M)] dM =$$

$$= \frac{8}{b(-16 + b^2)} - \frac{8}{b(-16 + b^2)} \cos(2\pi b)$$

$$A_{60} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) [\cos(2M) - 1] dM = \frac{4}{b(-4 + b^2)} \sin(2\pi b)$$

$$A_{61} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-24}{(-2+b)(2+b)(-16+b^2)} + \frac{24}{(-2+b)(2+b)(-16+b^2)} \text{Cos}(2\pi b)$$

$$A_{62} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-2(8+b^2)}{(-2+b)b(2+b)(-16+b^2)} + \frac{2(8+b^2)}{(-2+b)b(2+b)(-16+b^2)} \text{Cos}(2\pi b)$$

$$A_{63} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) dM = \frac{1}{(1-b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{64} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(2M) dM = \frac{2\text{Cos}(2\pi b) - 2}{(b^2 - 4)}$$

$$A_{65} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) dM = \frac{\text{Sen}(2\pi b)}{(b^2 - 4)}$$

$$A_{66} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) dM = \frac{-b(7-b^2)}{(1-b^2)(9-b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{67} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^4(M) dM = \frac{24}{b(16-b^2)(4-b^2)} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{68} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Cos}(2M) dM = \frac{-2(b^4 - 14b^2 + 16)}{(b-4)^2 b(b-2)^2} [\text{Cos}(\pi b) - 1]^2$$

$$A_{69} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) [\text{Cos}^2(2M) - 1] dM = \frac{8 - 8\text{Cos}(2\pi b)}{b^3 - 16b}$$

$$A_{70} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) dM = \frac{\text{Sen}(2\pi b)}{b^2 - 1}$$

$$A_{71} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = \frac{4 - 4\text{Cos}(2\pi b)}{b^3 - 4b}$$

$$A_{72} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^4(M) dM = \frac{24\text{Sen}(2\pi b)}{b^5 - 20b^3 + 64b}$$

$$A_{73} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^4(M) \text{Cos}^2(M) dM = \frac{48 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-6 + b^2)}{b(-56b^4 + b^6 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{74} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^4(M) \text{Cos}(M) dM =$$

$$= \frac{24b}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225} \text{Sen}(2\pi b)$$

$$A_{75} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{192 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-6 + b^2)}{b(-56b^4 + b^6 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{76} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) [9 \text{Sen}(3M) - 7 \text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{960(b^2 + 18) \text{Cos}(\pi b) \text{Sen}(\pi b)}{b(-56b^4 + b^6 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{77} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{48b \text{Sen}(2\pi b)}{-35b^4 + 259b^2 + b^6 - 225}$$

$$A_{78} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{96(-6 + b^2) \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{79} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{192(-6 + b^2) \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{80} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}^2(2M) \text{Cos}(M) dM =$$

$$A_{81} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^4(M) dM = \frac{24}{b^5 - 20b^3 + 64b} [1 - \text{Cos}(2\pi b)]$$

$$A_{82} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^4(M) \text{Cos}(M) dM =$$

$$= \frac{-48b}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225} \left[-1 + \text{Cos}^2(\pi b) \right]$$

$$A_{83} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^4(M) \text{Cos}^2(M) dM =$$

$$= \frac{-48 \left[(6 - b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b)) - 6 \text{Cos}^2(\pi b) \right]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{84} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{-96b \left[-1 + \text{Cos}^2(\pi b) \right]}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{85} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(2M) \text{Cos}(M) dM =$$

$$= \frac{-96 \left[-b^2 + 6 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 6 \text{Cos}^2(\pi b) \right]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{86} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-192 \left[-b^2 + 6 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 6 \text{Cos}^2(\pi b) \right]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{87} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^3(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{-960 \left[-b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) + 18 \text{Cos}^2(\pi b) - 18 \right]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{88} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(M) dM = \frac{6 - 6\text{Cos}(2\pi b)}{b^4 - 20b^2 + 64}$$

$$A_{89} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}^2(M) dM =$$

$$= \frac{-12 \left[5 - b^2 + b^2 \text{Cos}(\pi b) - 5 \text{Cos}^2(\pi b) \right]}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{90} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}^3(M) dM = \frac{6 - 6\text{Cos}(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{91} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-12[-b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 4 + 4\text{Cos}^2(\pi b)]}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{92} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-24[5 - b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 5\text{Cos}^2(\pi b)]}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{93} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) \text{Cos}^2(M) dM = \frac{12 - 12\text{Cos}(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{94} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] \text{Cos}(M) dM =$$

$$= \frac{-240[-b^2 - 11 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) + 11\text{Cos}^2(\pi b)]}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{95} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = \frac{240 - 240\text{Cos}(2\pi b)}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{96} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) [\text{Cos}(2M) - 1] \text{Cos}(M) dM =$$

$$A_{97} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] \text{Cos}(M) dM =$$

$$= \frac{480 - 480\text{Cos}(2\pi b)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{98} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}^2(2M) \text{Cos}(M) dM = \frac{-96b \text{Sen}(2\pi b)}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{99} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \sin^2(M) \sin(2M) [\cos(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{480 - 480 \cos(2\pi b)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{100} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^3(M) \cos^2(M) dM = \frac{-12 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 - 5)}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{101} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^3(M) \cos^3(M) dM = \frac{-6 \sin(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{102} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^3(M) \cos(M) \cos(2M) dM =$$

$$= \frac{-12 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 + 4)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{103} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^3(M) \cos(M) dM = \frac{-6 \sin(2\pi b)}{b^4 - 20b^2 + 64}$$

$$A_{104} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^2(M) \cos(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-24 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 - 5)}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{105} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^2(M) \cos^2(M) \sin(2M) dM = \frac{-12 \sin(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{106} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^2(M) [9 \sin(3M) - 7 \sin(M)] \cos(M) dM =$$

$$= \frac{-120b^2 \sin(2\pi b)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{107} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^3(M) [\cos(2M) - 1] dM = \frac{-240 \sin(2\pi b)}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{108} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-480 \text{Sen}(2\pi b)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{109} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^3(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM =$$

$$A_{110} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}^2(2M) \text{Cos}(M) dM =$$

$$= \frac{-24 \text{Sen}(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{111} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-48 [\text{Cos}(\pi b) - 1] [\text{Cos}(\pi b) + 1] (105 - 34b^2 + b^4)}{(3+b)(b-7)(b-1)(b+1)(-3+b)(b+7)(-5+b)(5+b)}$$

$$A_{112} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(M) [9 \text{Sen}(3M) - 7 \text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{-240b^2 [-1 + \text{Cos}(\pi b)]}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{113} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-240 \text{Sen}(2\pi b)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{114} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}(2M) - 1] \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-480 \text{Sen}(2\pi b)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{115} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^3(M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{-4b \sin(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 - 13)}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{116} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^4(M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{-4 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (-28b^2 + b^4 + 72)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{117} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^2(M) \sin^2(M) \cos(2M) dM = \frac{-2b \sin(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{118} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^2(M) \sin(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-8b \sin(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 - 13)}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{119} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^2(M) \sin(M) [9 \sin(3M) - 7 \sin(M)] dM =$$

$$= \frac{-16 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (72 - 92b^2 + 5b^4)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{120} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos(M) \sin^2(M) [\cos(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-48b \sin(2\pi b)}{259b^2 - 35b^4 + b^6 - 225}$$

$$A_{121} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^2(M) \sin^2(M) [\cos(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-96 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 - 6)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{122} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos(M) \sin^2(M) [\cos(3M) - \cos(M)] dM =$$

$$= \frac{-192 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 - 6)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{123} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^3(M) \sin(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-8 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (-28b^2 + 72 + b^4)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{124} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^2(M) \sin^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-16 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (-28b^2 + 72 + b^4)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{125} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos(M) \sin(2M) \sin(M) [\cos(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-192 \sin(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 - 6)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{126} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \sin^2(M) [\cos(2M) - 1]^2 dM =$$

$$= \frac{-2880 \sin(2\pi b)}{b^7 - 56b^5 + 784b^3 - 2304b}$$

$$A_{127} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \cos^3(M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{4b[-b^2 + 13 - 13\cos^2(\pi b) + b^2\cos^2(\pi b)]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{128} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \cos^4(M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{4[\cos(\pi b) - 1][\cos(\pi b) + 1](-28b^2 + 72 + b^4)}{b(b+4)(b-4)(b+2)(b-2)(b+6)(b-6)}$$

$$A_{129} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{4b[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{130} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{8b[13 - b^2 - 13\text{Cos}^2(\pi b) + b^2\text{Cos}^2(\pi b)]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{131} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{8[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](-28b^2 + 72 + b^4)}{b(b+4)(b-6)(b-2)(b+6)(b-4)(b+2)}$$

$$A_{132} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M)[9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{16[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](-92b^2 + 72 + 5b^4)}{b(b+4)(b-6)(b-2)(b+6)(b-4)(b+2)}$$

$$A_{133} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(M)[\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{96b[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{134} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(M)[\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{96[-b^2 + 6 + b^2\text{Cos}^2(\pi b) - 6\text{Cos}^2(\pi b)]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{135} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M)[\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{192[-b^2 + 6 + b^2\text{Cos}^2(\pi b) - 6\text{Cos}(\pi b)]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{136} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM =$$

$$= \frac{192[-b^2 + 6 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 6 \text{Cos}(\pi b)]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{137} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$A_{137} = \frac{16[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](-28b^2 + 72 + b^4)}{b(b-2)(b+6)(b+2)(b-6)(b+4)(b-4)}$$

$$A_{138} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM =$$

$$= \frac{5760[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{139} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^4(M) \text{Cos}(2M) dM = \frac{48 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (24 + b^2)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{140} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) \text{Cos}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-960[-b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 7 \text{Cos}^2(\pi b) + 7]}{1974b^4 - 84b^6 - 12916b^2 + 11025 + b^8}$$

$$A_{141} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}^2(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-192 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (b^2 - 6)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{142} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-192b \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-19 + b^2)}{1974b^4 - 84b^6 - 12916b^2 + 11025 + b^8}$$

$$A_{143} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}^2(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{192[-b^2 + 6 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 6 \text{Cos}^2(\pi b)]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{144} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{2[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](45 - 22b^2 + b^4)}{(5 + b)(-3 + b)(3 + b)(-5 + b)(b - 1)(b + 1)}$$

$$A_{145} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^5(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{2[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](264 - 40b^2 + b^4)}{(b + 6)(b - 4)(b + 4)(b - 6)(b - 2)(b + 2)}$$

$$A_{146} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{2[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](b^2 - 6)(b^2 - 28)}{(b + 2)(b + 6)(b - 4)(b - 2)(b + 4)(b - 6)}$$

$$A_{147} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{4[\text{Cos}^2(\pi b) - 1](45 - 22b^2 + b^4)}{(5 + b)(b - 1)(b + 1)(-5 + b)(3 + b)(-3 + b)}$$

$$A_{148} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{4[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](-40b^2 + b^4 + 264)}{(b + 6)(b - 2)(b + 2)(b - 6)(b + 4)(b - 4)}$$

$$A_{149} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) [9 \text{Sen}(3M) - 7 \text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{8[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](-176b^2 + 5b^4 + 936)}{(b + 6)(b - 2)(b + 2)(b - 6)(b + 4)(b - 4)}$$

$$A_{150} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{24(-b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 5 \text{Cos}^2(\pi b) + 5)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{151} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{24[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{152} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM =$$

$$= \frac{48[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{153} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}^2(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{48[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{154} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{48[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{155} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{2 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (45 + b^4 - 22b^2)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{156} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^5(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{2 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (264 + b^4 - 40b^2)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{157} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$A_{157} = \frac{2\text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-34b^2 + b^4 + 168)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{158} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{4\text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (45 + b^4 - 22b^2)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{159} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{4\text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (264 + b^4 - 40b^2)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{160} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{8\text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-176b^2 + 5b^2 + 936)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{161} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{24\text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-5 + b^2)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{162} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{12\text{Sen}(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{163} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{24\text{Sen}(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{164} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM =$$

$$= \frac{24 \text{Sen}(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{165} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}^2(2M) - 1] dM = \frac{24 \text{Sen}(2\pi b)}{b^4 - 40b^2 + 144}$$

$$A_{166} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM =$$

$$= \frac{480 \text{Sen}(2\pi b)}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{167} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-96b \text{Sen}(2\pi b)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{168} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = \frac{96[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{b(b^4 - 20b^2 + 64)}$$

$$A_{169} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{192b[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{170} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{48[-b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 5 \text{Cos}^2(\pi b) + 5]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{171} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM = \frac{960[\text{Cos}^2(\pi b) - 1]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{172} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM = \frac{480 \text{Sen}(2\pi b)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{173} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-8b \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (b^2 - 13)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{176} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM =$$

$$= \frac{192b[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{175} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = \frac{-48 \text{Sen}(2\pi b)}{b^5 - 20b^3 + 64b}$$

$$A_{176} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM =$$

$$= \frac{192b[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{177} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}^4(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-48[-b^2 + 24 \text{Cos}^2(\pi b) - 24 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b)]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{178} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) \text{Cos}(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM =$$

$$= \frac{960[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304}$$

$$A_{179} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) [9 \text{Sen}(3M) - 7 \text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{-16b \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-17 + 5b^2)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{180} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^4(M) \cos(2M) dM =$$

$$= \frac{2\text{Sen}(\pi b) \cos(\pi b) (-576 + 488b^2 - 48b^4 + b^6)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{181} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^2(M) [\cos^2(2M) - 1] dM = \frac{4\text{Sen}(2\pi b)}{b^3 - 16b}$$

$$A_{182} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^3(M) [\cos(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{8b\text{Sen}(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 - 13)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{183} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^4(M) [\cos(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{8\text{Sen}(\pi b) \cos(\pi b) (-28b^2 + 72 + b^4)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{184} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^3(M) [\cos(3M) - \cos(M)] dM =$$

$$= \frac{16\text{Sen}(\pi b) \cos(\pi b) (-28b^2 + 72 + b^4)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{185} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^2(M) [\cos(2M) - 1]^2 dM =$$

$$= \frac{192\text{Sen}(\pi b) \cos(\pi b) (b^2 - 6)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{186} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \cos^7(M) dM =$$

$$= \frac{-2b[\cos(\pi b) - 1][\cos(\pi b) + 1](-6483 - 77b^4 + 1519b^2 + b^6)}{(b + 7)(b - 1)(b - 7)(5 + b)(-5 + b)(3 + b)(-3 + b)(b + 1)}$$

$$A_{187} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^6(M) dM =$$

$$= \frac{-2[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](544b^2 - 50b^4 + b^6 - 720)}{b(b+6)(b-6)(b+4)(b-4)(b+2)(b-2)}$$

$$A_{188} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-2[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](-576 + 488b^2 - 48b^4 + b^6)}{b(b+6)(b-2)(b+2)(b-6)(b+4)(b-4)}$$

$$A_{189} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) [\text{Cos}^2(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-1[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](-28b^2 + 72 + b^4)}{b(b+6)(b-2)(b+2)(b-6)(b+4)(b-4)}$$

$$A_{190} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-8b[13 - 13\text{Cos}^2(\pi b) + b^2\text{Cos}^2(\pi b) - b^2]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{191} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^4(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{-8[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](-28b^2 + 72 + b^4)}{b(b+6)(b-2)(b+2)(b-6)(b+4)(b-4)}$$

$$A_{192} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM =$$

$$= \frac{-16(-28b^2 + 72 + b^4)[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1]}{b(b+6)(b-2)(b+2)(b-6)(b+4)(b-4)}$$

$$A_{193} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM =$$

$$= \frac{-192[-b^2 - 6\text{Cos}^2(\pi b) + 6 + b^2\text{Cos}^2(\pi b)]}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{194} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM = \frac{96b \text{Sen}(2\pi b)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{195} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM = \frac{96b - 96b \text{Cos}(2\pi b)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{196} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{2 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-15 + b^2)}{225 - 34b^2 + b^4}$$

$$A_{197} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM = \frac{96 \text{Sen}(2\pi b)}{b^5 - 20b^3 + 64b}$$

$$A_{198} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{48 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (b^2 - 5)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{199} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM = \frac{-96 \text{Cos}(2\pi b) + 96}{b^5 - 20b^3 + 64b}$$

$$A_{200} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) [9 \text{Sen}(3M) - 7 \text{Sen}(M)] dM =$$

$$= \frac{8 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (5b^4 - 86b^2 + 105)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{201} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{192b [19 - b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 19 \text{Cos}^2(\pi b)]}{1974b^4 - 84b^6 + b^8 - 12916b^2 + 11025}$$

$$A_{202} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^4(M) \text{Cos}^3(M) dM = \frac{24b \text{Sen}(2\pi b)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{203} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM =$$

$$= \frac{48 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-34b^2 + b^4 + 105)}{1974b^4 - 84b^6 + b^8 - 12916b^2 + 11025}$$

$$A_{204} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM =$$

$$= \frac{960 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (b^2 - 7)}{1974b^4 - 84b^6 + b^8 - 12916b^2 + 11025}$$

$$A_{205} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = \frac{24[-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{b^4 - 20b^2 + 64}$$

$$A_{206} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM =$$

$$A_{206} = \frac{16b[17 + 5b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 5b^2 - 17\text{Cos}^2(\pi b)]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{207} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^6(M) dM =$$

$$= \frac{2 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (544b^2 + b^6 - 50b^4 - 720)}{b(b^6 - 56b^4 + 784b^2 - 2304)}$$

$$A_{208} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^5(M) dM =$$

$$= \frac{-2b[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](149 + b^4 - 30b^2)}{(5 + b)(-5 + b)(3 + b)(-3 + b)(b + 1)(b - 1)}$$

$$A_{209} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM =$$

$$= \frac{-8b[13 - 13\text{Cos}^2(\pi b) + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - b^2]}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{210} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}^2(2M) dM = \frac{-48 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (b^2 - 5)}{259b^2 - 225 - 35b^4 + b^6}$$

$$A_{211} = \int_0^{2\pi} \cos(M) dM = \frac{1}{b} \sin(2\pi b)$$

$$A_{212} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M) dM = \pi$$

$$A_{213} = \int_0^{2\pi} 2M dM = 4\pi^2$$

$$A_{214} = \int_0^{2\pi} \sin^2(M) dM = \pi$$

$$A_{215} = \int_0^{2\pi} \sin(M) \sin(2M) dM = 0$$

$$A_{216} = \int_0^{2\pi} \sin^2(2M) dM = \pi$$

$$A_{217} = \int_0^{2\pi} \sin(M) [9\sin(3M) - 7\sin(M)] dM = -7\pi$$

$$A_{218} = \int_0^{2\pi} \cos(M) \sin^2(M) dM = 0$$

$$A_{219} = \int_0^{2\pi} \cos(M) \sin(M) \sin^2(2M) dM = \frac{\pi}{2}$$

$$A_{220} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M) \sin^2(M) dM = \frac{\pi}{4}$$

$$A_{221} = \int_0^{2\pi} \sin^2(M) 2M dM = 2\pi^2$$

$$A_{222} = \int_0^{2\pi} \cos(M) \sin(M) dM = 0$$

$$A_{223} = \int_0^{2\pi} \cos(M) \sin(2M) dM = 0$$

$$A_{224} = \int_0^{2\pi} \cos(M)[9\sin(3M) - 7\sin(M)]dM = 0$$

$$A_{225} = \int_0^{2\pi} \sin(M)[\cos(2M) - 1]dM = 0$$

$$A_{226} = \int_0^{2\pi} \sin(2M)[\cos(2M) - 1]dM = 0$$

$$A_{227} = \int_0^{2\pi} \sin(M)[\cos(3M) - \cos(M)]dM = 0$$

$$A_{228} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M)\sin(M)dM = 0$$

$$A_{229} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M)\sin(2M)dM = 0$$

$$A_{230} = \int_0^{2\pi} \cos(M)\sin(M)[\cos(2M) - 1]dM = 0$$

$$A_{231} = \int_0^{2\pi} \cos^3(M)\sin(M)dM = 0$$

$$A_{232} = \int_0^{2\pi} \sin(M)\cos(2M)dM = 0$$

$$A_{233} = \int_0^{2\pi} [\cos^2(2M) - 1]dM = -\pi$$

$$A_{234} = \int_0^{2\pi} \cos(M)[\cos^2(2M) - 1]dM = 0$$

$$A_{235} = \int_0^{2\pi} [\cos(3M) - \cos(M)]dM = 0$$

$$A_{236} = \int_0^{2\pi} \cos^3(M)dM = 0$$

$$A_{237} = \int_0^{2\pi} \cos^4(M) dM = \frac{3\pi}{4}$$

$$A_{238} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M) 2M dM = 2\pi^2$$

$$A_{239} = \int_0^{2\pi} [\cos(2M) - 1] dM = -2\pi$$

$$A_{240} = \int_0^{2\pi} \cos(2M) dM = 0$$

$$A_{241} = \int_0^{2\pi} \sin^2(M) \cos(2M) dM = -\frac{\pi}{2}$$

$$A_{242} = \int_0^{2\pi} \cos(M) \sin(M) \cos(2M) dM = 0$$

$$A_{243} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M) \cos(2M) dM = \frac{\pi}{2}$$

$$A_{244} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M) [\cos(2M) - 1] dM = -\frac{\pi}{2}$$

$$A_{245} = \int_0^{2\pi} \cos(M) [\cos(3M) - \cos(M)] dM = -\pi$$

$$A_{246} = \int_0^{2\pi} \sin^4(M) dM = \frac{3\pi}{4}$$

$$A_{247} = \int_0^{2\pi} \sin^4(M) \cos(M) dM = 0$$

$$A_{248} = \int_0^{2\pi} \sin^4(M) \cos^2(M) dM = \frac{\pi}{8}$$

$$A_{249} = \int_0^{2\pi} \sin^3(M) \sin(2M) dM = 0$$

$$A_{250} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(2M) \text{Cos}(M) dM = 0$$

$$A_{251} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM = \frac{\pi}{2}$$

$$A_{252} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^3(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM = -\frac{15\pi}{2}$$

$$A_{253} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(M) dM = 0$$

$$A_{254} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^3(M) \text{Cos}^2(M) dM = 0$$

$$A_{255} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^3(M) \text{Cos}^3(M) dM = 0$$

$$A_{256} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) dM = 0$$

$$A_{257} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) dM = 0$$

$$A_{258} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM = 0$$

$$A_{259} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^3(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{260} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{261} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{262} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^3(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM = 0$$

$$A_{263} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{\pi}{2}$$

$$A_{264} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(M) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(2M) dM = 0$$

$$A_{265} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^4(M) \text{Sen}^2(M) dM = \frac{\pi}{8}$$

$$A_{266} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM = 0$$

$$A_{267} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{\pi}{4}$$

$$A_{268} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM = \frac{\pi}{2}$$

$$A_{269} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{270} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = -\frac{\pi}{4}$$

$$A_{271} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = -\frac{\pi}{2}$$

$$A_{272} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) [\text{Cos}(3M) - \text{Cos}(M)] dM = -\frac{\pi}{2}$$

$$A_{273} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM = \frac{\pi}{2}$$

$$A_{274} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}(2M) - 1]^2 dM = \frac{5\pi}{2}$$

$$A_{275} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^4(M) \text{Cos}(2M) dM = -\frac{\pi}{2}$$

$$A_{276} = \int_0^{2\pi} [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM = 0$$

$$A_{277} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM = 0$$

$$A_{278} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) \text{Cos}^2(M) \text{Cos}(2M) dM = 0$$

$$A_{279} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{280} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(2M) \text{Cos}^2(M) dM = \frac{\pi}{2}$$

$$A_{281} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(M) [\text{Cos}^2(2M) - 1] dM = -\frac{\pi}{2}$$

$$A_{282} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^4(M) \text{Sen}(M) dM = 0$$

$$A_{283} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^5(M) \text{Sen}(M) dM = 0$$

$$A_{284} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM = 0$$

$$A_{285} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(2M) dM = 0$$

$$A_{286} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^4(M) \text{Sen}(2M) dM = 0$$

$$A_{287} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^3(M) [9\text{Sen}(3M) - 7\text{Sen}(M)] dM = 0$$

$$A_{288} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) [\text{Cos}(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{289} = \int_0^{2\pi} \cos^3(M) \sin(M) [\cos(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{290} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M) \sin(M) [\cos(3M) - \cos(M)] dM = 0$$

$$A_{291} = \int_0^{2\pi} \cos(M) \sin(M) [\cos^2(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{291} = \int_0^{2\pi} \cos(M) \sin(M) [\cos^2(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{292} = \int_0^{2\pi} \cos^2(M) \sin(2M) [\cos(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{293} = \int_0^{2\pi} [\cos(2M) - 1]^2 \cos(M) \sin(M) dM = 0$$

$$A_{294} = \int_0^{2\pi} \sin^2(M) [\cos(2M) - 1] dM = -\frac{3\pi}{2}$$

$$A_{295} = \int_0^{2\pi} \sin(M) \sin(2M) [\cos(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{296} = \int_0^{2\pi} \cos^3(M) \sin^2(M) dM = 0$$

$$A_{297} = \int_0^{2\pi} \cos(M) \sin(M) [9\sin(3M) - 7\sin(M)] dM = 0$$

$$A_{298} = \int_0^{2\pi} \sin^3(M) [\cos(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{299} = \int_0^{2\pi} \sin^5(M) dM = 0$$

$$A_{300} = \int_0^{2\pi} \cos^3(M) [\cos(2M) - 1] dM = 0$$

$$A_{301} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \sin^2(M) dM = 0$$

$$A_{302} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) dM = \frac{b \operatorname{Sen}(4\pi b)}{-1 + 4b^2}$$

$$A_{303} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \operatorname{Sen}^2(M) dM = \frac{-2b \operatorname{Sen}(4\pi b)}{9 - 40b^2 + 16b^4}$$

$$A_{304} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \operatorname{Sen}(M) \operatorname{Sen}(2M) dM = \frac{-4b \operatorname{Sen}(4\pi b)}{9 - 40b^2 + 16b^4}$$

$$A_{305} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(2M) dM = \frac{b \operatorname{Sen}(4\pi b)}{4b^2 - 4}$$

$$A_{306} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) dM =$$

$$= \frac{2 \operatorname{Sen}(4\pi b) b^2 + 4\pi b^3 - 4\pi b - \operatorname{Sen}(4\pi b)}{8b^3 - 8b}$$

$$A_{307} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \operatorname{Sen}^2(M) dM = \frac{-\operatorname{Sen}(4\pi b) + \pi b^3 - 4\pi b}{8b^3 - 32b}$$

$$A_{308} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(2M) \operatorname{Sen}^2(M) dM =$$

$$= \frac{-8\pi b - \operatorname{Sen}(4\pi b) b^2 - 2 \operatorname{Sen}(4\pi b) + 10\pi b^3 - 2\pi b^5}{8b^5 - 40b^3 + 32b}$$

$$A_{309} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \operatorname{Sen}^2(2M) dM = \frac{-\operatorname{Sen}(4\pi b) + \pi b^3 - 4\pi b}{2b^3 - 8b}$$

$$A_{310} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \operatorname{Sen}(M) \operatorname{Sen}(3M) dM = \frac{-3b \operatorname{Sen}(4\pi b)}{8b^4 - 40b^2 + 32}$$

$$A_{311} = \int_0^{2\pi} \operatorname{Sen}^2(bM) \operatorname{Sen}^2(M) dM = \frac{4\pi b^3 - 4\pi b + \operatorname{Sen}(4\pi b)}{8b^3 - 8b}$$

$$A_{312} = \int_0^{2\pi} \operatorname{Sen}^2(bM) \cos(M) dM = \frac{-b \operatorname{Sen}(4\pi b)}{-1 + 4b^2}$$

$$A_{313} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) dM = \frac{2b \text{Sen}(4\pi b)}{9 - 40b^2 + 16b^4}$$

$$A_{314} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{4b \text{Sen}(4\pi b)}{9 - 40b^2 + 16b^4}$$

$$A_{315} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(2M) dM = \frac{-b \text{Sen}(4\pi b)}{4b^2 - 4}$$

$$A_{316} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) dM = \frac{-\text{Sen}(4\pi b) + 4\pi b}{4b}$$

$$A_{317} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) dM =$$

$$= \frac{4\pi b^3 - 4\pi b - 2\text{Sen}(4\pi b)b^2 + \text{Sen}(4\pi b)}{8b^3 - 8b}$$

$$A_{318} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}^2(M) dM = \frac{\text{Sen}(4\pi b) + \pi b^3 - 4\pi b}{8b^3 - 32b}$$

$$A_{319} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^2(M) dM =$$

$$A_{319} = \frac{4[-8 + 8\text{Cos}^2(\pi b) - b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b)]}{b(b^4 - 20b^2 + 64)}$$

$$A_{320} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{\pi b^3 - 4\pi b + \text{Sen}(4\pi b)}{4b^3 - 16b}$$

$$A_{321} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^2(2M) dM = \frac{\text{Sen}(4\pi b) + \pi b^3 - 4\pi b}{2b^3 - 8b}$$

$$A_{322} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(3M) dM = \frac{3b \text{Sen}(4\pi b)}{8b^4 - 40b^2 + 32}$$

$$A_{323} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) dM = \frac{1 - \text{Cos}(4\pi b)}{4b}$$

$$A_{324} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) dM = \frac{-b \text{Cos}(4\pi b) + b}{4b^2 - 1}$$

$$A_{325} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) dM = \frac{\text{Sen}(4\pi b)}{8b^2 - 8}$$

$$A_{326} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(3M) dM = \frac{3b \text{Cos}(4\pi b) - 3b}{8b^4 - 40b^2 + 32}$$

$$A_{327} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) dM = \\ = \frac{-2 \text{Cos}(4\pi b) b^2 + 2b^2 + \text{Cos}(4\pi b) - 1}{8b^3 - 8b}$$

$$A_{328} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}(2M) dM = \frac{-b \text{Cos}(4\pi b) + b}{4b^2 - 4}$$

$$A_{329} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(M) dM = \frac{\text{Cos}(4\pi b) - 1}{8b^3 - 32b}$$

$$A_{330} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(2M) dM = \\ = \frac{\text{Cos}(4\pi b) b^2 - b^2 + 2 \text{Cos}(4\pi b) - 2}{8b^5 - 40b^3 + 32b}$$

$$A_{331} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Sen}(M) dM = \frac{\text{Sen}(4\pi b)}{8b^2 - 2}$$

$$A_{332} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Sen}^2(2M) dM = \frac{\text{Cos}(4\pi b) - 1}{2b^3 - 8b}$$

$$A_{333} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Sen}(2M) dM = \frac{\text{Cos}(4\pi b) - 1}{4b^2 - 4}$$

$$A_{334} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{-3\cos(4\pi b) + 3 + 4\cos(4\pi b)b^2 - 4b^2}{18 - 80b^2 + 32b^4}$$

$$A_{335} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(2M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{4b^2\cos(4\pi b) - 4b^2 + 3\cos(4\pi b) - 3}{18 - 80b^2 + 32b^4}$$

$$A_{336} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \sin(M) \sin(2M) dM = \frac{-4\sin(2\pi b)}{b^3 - 16b}$$

$$A_{337} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos(2M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{-4b^2\cos(4\pi b) + 4b^2 - 3\cos(4\pi b) + 3}{18 - 80b^2 + 32b^4}$$

$$A_{338} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \sin(M) \cos(2M) dM = \frac{\cos(4\pi b) - 1}{8b^2 - 32}$$

$$A_{339} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \sin(M) \cos(3M) dM =$$

$$= \frac{b^2\cos(4\pi b) - b^2 + 2\cos(4\pi b) - 2}{8b^4 - 40b^2 + 32}$$

$$A_{340} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \sin(2M) dM = \frac{\cos(4\pi b) - 1}{4b^2 - 4}$$

$$A_{341} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(2M) \sin(2M) dM = \frac{\cos(4\pi b) - 1}{4b^2 - 16}$$

$$A_{342} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{52b\sin(4\pi b) - 16b^3\sin(4\pi b)}{-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6}$$

$$A_{343} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \sin(3M) dM =$$

$$= \frac{3b^2 \cos(4\pi b) - 3b^2 - 6\cos(4\pi b) + 6}{8b^4 - 40b^2 + 32}$$

$$A_{344} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin(M) \cos(M) dM = \frac{[-\cos(4\pi b) + 1]}{(8b^2 - 8)}$$

$$A_{345} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin(M) dM = \frac{[-\cos(4\pi b) + 1]}{(8b^2 - 2)}$$

$$A_{346} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^2(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{[-4b^2 \cos(4\pi b) + 4b^2 + 3\cos(4\pi b) - 3]}{(18 - 80b^2 + 32b^4)}$$

$$A_{347} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin(M) \cos^3(M) dM =$$

$$= \frac{[-2\cos(4\pi b)b^2 + 2b^2 + 5\cos(4\pi b) - 5]}{(16b^4 - 80b^2 + 64)}$$

$$A_{348} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin(M) \cos(M) \cos(2M) dM = \frac{[-\cos(4\pi b) + 1]}{(8b^2 - 32)}$$

$$A_{349} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin(M) \cos(3M) dM =$$

$$= \frac{[-\cos(4\pi b)b^2 + b^2 - 2\cos(4\pi b) + 2]}{(8b^4 - 40b^2 + 32)}$$

$$A_{350} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin(2M) dM = \frac{[-\cos(4\pi b) + 1]}{(4b^2 - 4)}$$

$$A_{351} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos(2M) \sin(2M) dM = \frac{[-\cos(4\pi b) + 1]}{(4b^2 - 16)}$$

$$A_{352} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{[-52b \text{Sen}(4\pi b) + 16b^3 \text{Sen}(4\pi b)]}{(1036b^2 - 560b^4 + 64b^6 - 225)}$$

$$A_{353} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{[-3 \text{Cos}(4\pi b)b^2 + 3b^2 + 6 \text{Cos}(4\pi b) - 6]}{(8b^4 - 40b^2 + 32)}$$

$$A_{354} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{[-3 \text{Sen}(4\pi b) + 4 \text{Sen}(4\pi b)b^2]}{(-80b^2 + 18 + 32b^4)}$$

$$A_{355} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{[3 \text{Sen}(4\pi b) + 4 \text{Sen}(4\pi b)b^2]}{(-80b^2 + 18 + 32b^4)}$$

$$A_{356} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{\text{Sen}(4\pi b)}{(4b^2 - 16)}$$

$$A_{357} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}(M) dM = \frac{\text{Sen}(4\pi b)}{(4b^2 - 32)}$$

$$A_{358} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}(3M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{[b^2 \text{Sen}(4\pi b) + 2 \text{Sen}(4\pi b)]}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{359} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Sen}(2M) dM = \frac{\text{Sen}(4\pi b)}{(4b^2 - 4)}$$

$$A_{360} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{[-52b \text{Cos}(4\pi b) + 52b + 16b^3 \text{Cos}(4\pi b) - 16b^3]}{(1036b^2 - 225 - 560b^4 + 64b^6)}$$

$$A_{361} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) dM = \frac{[\text{Sen}(4\pi b) + \pi b]}{4b}$$

$$A_{362} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(2M) \text{Cos}(3M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-8 \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (b^4 - 16b^2 + 288)}{b(-104b^4 + 2704b^2 - 9216 + b^6)}$$

$$A_{363} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{[-4b^3 \text{Cos}(4\pi b) + 4b^3 + 5b \text{Cos}(4\pi b) - 5b]}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{364} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(M) dM = \frac{[2b \text{Cos}(4\pi b) - 2b]}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{365} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{[4b \text{Cos}(4\pi b) - 4b]}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{366} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) dM = \frac{[\text{Cos}(4\pi b) - 1]}{(-8b + 8b^3)}$$

$$A_{367} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Sen}(M) dM = \frac{[\text{Cos}(4\pi b) - 1]}{(8b^2 - 2)}$$

$$A_{368} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) dM = \frac{[\text{Cos}(4\pi b) - 1]}{(-8 + 8b^2)}$$

$$A_{369} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^3(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{[2\cos(4\pi b)b^2 - 2b^2 - 5\cos(4\pi b) + 5]}{(64 - 80b^2 + 16b^4)}$$

$$A_{370} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(3M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{[\cos(4\pi b)b^2 - b^2 + 2\cos(4\pi b) - 2]}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{371} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin(M) \cos(2M) dM =$$

$$= \frac{[-4\cos(4\pi b)b^2 + 4b^2 - 3\cos(4\pi b) + 3]}{(32b^4 - 80b^2 + 18)}$$

$$A_{372} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \cos(bM) \sin(M) \cos^3(M) dM =$$

$$= \frac{[-5\sin(4\pi b) + 2b^2 \sin(4\pi b)]}{(64 - 80b^2 + 16b^4)}$$

$$A_{373} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{[2\cos(4\pi b)b^2 - 2b^2 - 5\cos(4\pi b) + 5]}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{374} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(2M) \sin(2M) dM = \frac{[\cos(4\pi b) - 1]}{(-16 + 4b^2)}$$

$$A_{375} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{[-4\cos(4\pi b)b^2 + 4b^2 + 3\cos(4\pi b) - 3]}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{376} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{[-2\text{Cos}(4\pi b)b^2 + 2b^2 + 5\text{Cos}(4\pi b) - 5]}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{377} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Sen}(2M) \text{Cos}(M) dM =$$

$$= \frac{[4b^2 \text{Sen}(4\pi b) - 3\text{Sen}(4\pi b)]}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{378} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{[2b^2 \text{Sen}(4\pi b) - 5\text{Sen}(4\pi b)]}{(64 - 80b^2 + 16b^4)}$$

$$A_{379} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{[-5\text{Sen}(4\pi b) + 2b^2 \text{Sen}(4\pi b)]}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{380} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{3b^2 \text{Sen}(4\pi b) - 6\text{Sen}(4\pi b)}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{381} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}^3(M) dM = \frac{-7b \text{Sen}(4\pi b) + 4b^3 \text{Sen}(4\pi b)}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{382} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) dM = \frac{2b \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (-5 + b^2)}{(9 - 10b^2 + b^4)}$$

$$A_{383} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}^4(M) dM =$$

$$= \frac{12\pi b - 15\pi b^3 + 3\pi b^5 - 8\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 2\text{Sen}(4\pi b)b^4 + 3\text{Sen}(4\pi b)}{(32b - 40b^3 + 8b^5)}$$

$$A_{384} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \cos(2M) dM =$$

$$= \frac{8\pi b - 10\pi b^3 + 2\pi b^5 - 7\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 2\text{Sen}(4\pi b)b^4 + 2\text{Sen}(4\pi b)}{(32b - 40b^3 + 8b^5)}$$

$$A_{385} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(2M) dM = \frac{\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 8\pi b + 2\pi b^3 - 2\text{Sen}(4\pi b)}{(-16b + 4b^3)}$$

$$A_{386} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \cos(3M) dM = \frac{-5b\text{Sen}(4\pi b) + 2b^3\text{Sen}(4\pi b)}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{387} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos(M) \cos(2M) dM = \frac{-4b^3\text{Sen}(4\pi b) + 5b\text{Sen}(4\pi b)}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{388} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^4(M) dM =$$

$$= \frac{12\pi b - 15\pi b^3 + 3\pi b^5 + 8\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 2\text{Sen}(4\pi b)b^4 - 3\text{Sen}(4\pi b)}{(32b - 40b^3 + 8b^5)}$$

$$A_{389} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^3(M) \cos(2M) dM =$$

$$= \frac{-16b^5\text{Sen}(4\pi b) - 123b\text{Sen}(4\pi b) + 112b^3\text{Sen}(4\pi b)}{(-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225)}$$

$$A_{390} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^2(2M) dM =$$

$$= \frac{2\pi b^3 - 8\pi b - \text{Sen}(4\pi b)b^2 + 2\text{Sen}(4\pi b)}{(4b^3 - 16b)}$$

$$A_{391} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos(M) \cos(3M) dM = \frac{5b\text{Sen}(4\pi b) - 2b^3\text{Sen}(4\pi b)}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{392} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) dM =$$

$$= \frac{-4b^3 \text{Cos}(4\pi b) + 4b^3 + 7b \text{Cos}(4\pi b) - 7b}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{393} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^4(M) dM =$$

$$= \frac{-\text{Cos}^2(\pi b) [\text{Cos}(\pi b) - 1] [\text{Cos}(\pi b) + 1] (-8b^2 + 2b^4 + 3)}{b(2+b)(-2+b)(1+b)(-1+b)}$$

$$A_{394} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{7\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 7b^2 - 2\text{Cos}(4\pi b)b^4 + 2b^4 - 2\text{Cos}(4\pi b) + 2}{(32b - 40b^3 + 8b^5)}$$

$$A_{395} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-\text{Cos}(4\pi b)b^2 + b^2 + 2\text{Cos}(4\pi b) - 2}{(-16b + 4b^3)}$$

$$A_{396} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(3M) dM =$$

$$= \frac{-2b^3 \text{Cos}(4\pi b) + 2b^3 + 5b \text{Cos}(4\pi b) - 5b}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{397} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{\text{Cos}(4\pi b) - 1}{(-16b + 4b^3)}$$

$$A_{398} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{3\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 3b^2 - 6\text{Cos}(4\pi b) + 6}{(32 - 40b^2 + 8b^4)}$$

$$A_{399} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{-\text{Sen}(4\pi b) - 4\pi b + \pi b^3}{(-16b + 4b^3)}$$

$$A_{400} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{4\cos(4\pi b)b^2 - 4b^2 - 3\cos(4\pi b) + 3}{(32b^4 - 80b^2 + 18)}$$

$$A_{401} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(2M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{4\cos(4\pi b)b^2 - 4b^2 + 3\cos(4\pi b) - 3}{(32b^4 - 80b^2 + 18)}$$

$$A_{402} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin(M) dM = \frac{-\cos(4\pi b) + 1}{(8b^2 - 2)}$$

$$A_{403} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin(M) \cos(M) dM = \frac{-\cos(4\pi b) + 1}{(-8 + 8b^2)}$$

$$A_{404} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \sin(M) \cos(2M) dM = \frac{\cos(4\pi b) - 1}{(-32 + 8b^2)}$$

$$A_{405} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-16b^3 \sin(4\pi b) + 52b \sin(4\pi b)}{(-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225)}$$

$$A_{406} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^2(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{-4\cos(4\pi b)b^2 + 4b^2 + 3\cos(4\pi b) - 3}{(32b^4 - 80b^2 + 18)}$$

$$A_{407} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{4\cos(4\pi b)b^2 - 4b^2 - 3\cos(4\pi b) + 3}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{408} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^3(M) dM = \frac{7b \text{Sen}(4\pi b) - 4b^3 \text{Sen}(4\pi b)}{(16b^4 - 40b^2 + 9)}$$

$$A_{409} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{8\pi b - 10\pi b^3 + 2\pi b^5 + 7\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 2\text{Sen}(4\pi b)b^4 - 2\text{Sen}(4\pi b)}{(32b - 40b^3 + 8b^5)}$$

$$A_{410} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Sen}^4(M) dM = \frac{12\pi b - 15\pi b^3 + 3\pi b^5 + 3\text{Sen}(4\pi b)}{(8b^5 - 40b^3 + 32b)}$$

$$A_{411} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^4(M) dM =$$

$$= \frac{24b \text{Sen}(4\pi b)}{(-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225)}$$

$$A_{412} =$$

$$A_{413} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{48b \text{Sen}(4\pi b)}{(-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225)}$$

$$A_{414} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^4(M) dM =$$

$$= \frac{-36\pi b + \pi b^7 + 49\pi b^3 - 14\pi b^5 + 6\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 9\text{Sen}(4\pi b)}{(784b^3 - 224b^5 + 16b^7 - 576b)}$$

$$A_{415} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^4(M) dM =$$

$$= \frac{72\pi b - 2\pi b^7 - 98\pi b^3 + 28\pi b^5 + 3\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 18\text{Sen}(4\pi b)}{(-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7)}$$

$$A_{416} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \sin^3(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{49\pi b^3 - 14\pi b^5 + \pi b^7 - 36\pi b - 9\sin(4\pi b) + 6\sin(4\pi b)b^2}{(392b^3 - 112b^5 + 8b^7 - 288b)}$$

$$A_{417} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \sin^2(M) \sin^2(2M) dM =$$

$$= \frac{49\pi b^3 - 14\pi b^5 + \pi b^7 - 36\pi b - 9\sin(4\pi b) + 6\sin(4\pi b)b^2}{(196b^3 - 56b^5 + 4b^7 - 144b)}$$

$$A_{418} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \sin^3(M) \sin(3M) dM =$$

$$= \frac{-49\pi b^3 + 14\pi b^5 - \pi b^7 + 36\pi b + 9\sin(4\pi b) + 9\sin(4\pi b)b^2}{(-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7)}$$

$$A_{419} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin^4(M) dM =$$

$$= \frac{-15\pi b^3 + 3\pi b^5 + 12\pi b - 3\sin(4\pi b)}{(-40b^3 + 8b^5 + 32b)}$$

$$A_{420} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos(M) \sin^4(M) dM =$$

$$= \frac{-24b\sin(4\pi b)}{(-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6)}$$

$$A_{421} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin^3(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-48b\sin(4\pi b)}{(-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6)}$$

$$A_{422} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^2(M) \sin^4(M) dM =$$

$$= \frac{-36\pi b - 6\sin(4\pi b)b^2 + 9\sin(4\pi b) + 49\pi b^3 - 14\pi b^5 + \pi b^7}{(-576b + 784b^3 - 224b^5 + 16b^7)}$$

$$A_{423} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^4(M) dM =$$

$$= \frac{72\pi b - 3\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 18\text{Sen}(4\pi b) - 98\pi b^3 + 28\pi b^5 - 2\pi b^7}{-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{424} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(2M) \text{Cos}(M) dM =$$

$$= \frac{-36\pi b - 6\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 9\text{Sen}(4\pi b) + 49\pi b^3 - 14\pi b^5 + \pi b^7}{-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{425} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-36\pi b - 6\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 9\text{Sen}(4\pi b) + 49\pi b^3 - 14\pi b^5 + \pi b^7}{-144b + 196b^3 - 56b^5 + 4b^7}$$

$$A_{426} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{36\pi b - 9\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 9\text{Sen}(4\pi b) - 49\pi b^3 + 14\pi b^5 - \pi b^7}{392b^3 + 8b^7 - 112b^5 - 288b}$$

$$A_{427} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^4(M) dM = \frac{-3\text{Cos}(4\pi b) + 3}{-40b^3 + 8b^5 + 32b}$$

$$A_{428} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^4(M) dM =$$

$$= \frac{-24b\text{Cos}(4\pi b) + 24b}{-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6}$$

$$A_{429} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-48b\text{Cos}(4\pi b) + 24b}{-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6}$$

$$A_{430} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^4(M) dM =$$

$$= \frac{240(-b^2 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b) - 7 \text{Cos}^2(\pi b) + 7}{-12916b^2 + 11025 + 1974b^4 - 84b^6 + b^8}$$

$$A_{431} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^4(M) dM =$$

$$= \frac{-3 \text{Cos}(4\pi b) b^2 + 3b^2 - 18 \text{Cos}(4\pi b) + 18}{392b^3 - 288b - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{432} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) \text{Sen}^3(M) dM =$$

$$= \frac{-6 \text{Cos}(4\pi b) b^2 + 6b^2 + 9 \text{Cos}(4\pi b) - 9}{392b^3 - 288b - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{433} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-6 \text{Cos}(4\pi b) b^2 + 6b^2 + 9 \text{Cos}(4\pi b) - 9}{196b^3 - 144b - 56b^5 + 4b^7}$$

$$A_{434} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{-9 \text{Cos}(4\pi b) b^2 + 6b^2 + 9 \text{Cos}(4\pi b) - 9}{(392b^3 - 288b - 112b^5 + 8b^7)}$$

$$A_{435} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(M) dM = 0$$

$$A_{436} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^2(M) dM =$$

$$= \frac{-2b \text{Sen}(4\pi b)}{225 - 136b^2 + 16b^4}$$

$$A_{437} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin^2(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-3\cos(4\pi b) + 3}{72 - 80b^2 + 8b^4}$$

$$A_{438} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^4(M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{-36\pi b + 14\sin(4\pi b)b^2 - 9\sin(4\pi b) + 49\pi b^3 - 14\pi b^5 + \pi b^7 - 2\sin(4\pi b)b^4}{784b^3 - 576b - 224b^5 + 16b^7}$$

$$A_{439} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin^2(M) \cos(2M) dM = \frac{-b\sin(4\pi b)}{72 - 80b^2 + 8b^4}$$

$$A_{440} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(2M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{-72\pi b + \sin(4\pi b)b^2 - 18\sin(4\pi b) + 98\pi b^3 - 28\pi b^5 + 2\pi b^7 - \sin(4\pi b)b^4}{392b^3 - 288b - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{441} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \cos(3M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{36\pi b - 2\sin(4\pi b)b^2 + 9\sin(4\pi b) - 49\pi b^3 + 14\pi b^5 - \pi b^7 - \sin(4\pi b)b^4}{-112b^5 + 8b^7 + 392b^3 - 288b}$$

$$A_{442} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \cos(2M) \sin(M) \sin(2M) dM = \frac{-b\sin(4\pi b)}{36 - 40b^2 + 4b^4}$$

$$A_{443} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \sin^2(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-24\cos(4\pi b)b^2 + 24b^2 + 30\cos(4\pi b) - 30}{-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6}$$

$$A_{444} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^3(M) \sin^2(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-96\cos(4\pi b)b^4 + 96b^4 + 816\cos(4\pi b)b^2 - 816b^2 - 630\cos(4\pi b) + 630}{11025 - 51664b^2 + 31584b^4 - 5376b^6 + 256b^8}$$

$$A_{445} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \cos(2M) \sin^2(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-96 \cos(4\pi b) b^4 + 96 b^4 + 336 \cos(4\pi b) b^2 - 336 b^2 - 210 \cos(4\pi b) + 210}{11025 - 51664 b^2 + 31584 b^4 - 5376 b^6 + 256 b^8}$$

$$A_{446} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^3(M) \sin^2(M) dM = \frac{8b^3 \sin(4\pi b) - 26b \sin(4\pi b)}{-225 + 1036 b^2 - 560 b^4 + 64 b^6}$$

$$A_{447} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos(M) \cos(2M) \sin^2(M) dM = \frac{2b \sin(4\pi b)}{225 - 136 b^2 + 16 b^4}$$

$$A_{448} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^2(M) \sin^2(M) \sin(2M) dM = \frac{3 \cos(4\pi b) - 3}{72 - 80 b^2 + 8 b^4}$$

$$A_{449} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^4(M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{-36\pi b - 14 \sin(4\pi b) b^2 + 9 \sin(4\pi b) + 49\pi b^3 - 14\pi b^5 + \pi b^7 + 2 \sin(4\pi b) b^4}{-576b + 784b^3 - 224b^5 + 16b^7}$$

$$A_{450} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin^2(M) \cos^2(M) \cos(2M) dM = \frac{b \sin(4\pi b)}{72 - 80 b^2 + 8 b^4}$$

$$A_{451} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^2(2M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{-\sin(4\pi b) b^2 - 72\pi b + \sin(4\pi b) b^4 + 98\pi b^3 - 28\pi b^5 + 2\pi b^7 + 18 \sin(4\pi b)}{392 b^3 - 112 b^5 - 288 b + 8 b^7}$$

$$A_{452} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin^2(M) \cos(M) \cos(3M) dM =$$

$$= \frac{2 \sin(4\pi b) b^2 + 36\pi b + \sin(4\pi b) b^4 - 49\pi b^3 + 14\pi b^5 - \pi b^7 - 9 \sin(4\pi b)}{392 b^3 - 112 b^5 - 288 b + 8 b^7}$$

$$A_{453} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos(M) \sin(M) \sin(2M) \cos(2M) dM = \frac{b \sin(4\pi b)}{36 - 40 b^2 + 4 b^4}$$

$$A_{454} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-30 \text{Cos}(4\pi b) + 30 + 24b^2 \text{Cos}(4\pi b) - 24b^2}{-560b^4 + 1036b^2 - 225 + 64b^6}$$

$$A_{455} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{630 \text{Cos}(4\pi b) - 630 - 816b^2 \text{Cos}(4\pi b) + 816b^2 + 96b^4 \text{Cos}(4\pi b) - 96b^4}{31584b^4 - 51664b^2 + 11025 - 5376b^6 + 256b^8}$$

$$A_{456} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-210 \text{Cos}(4\pi b) + 210 - 336b^2 \text{Cos}(4\pi b) + 336b^2 + 96b^4 \text{Cos}(4\pi b) - 96b^4}{31584b^4 - 51664b^2 + 11025 - 5376b^6 + 256b^8}$$

$$A_{457} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{192\pi b - 60\pi b^3 + 3\pi b^5 - 48 \text{Sen}(4\pi b)}{32b^5 - 640b^3 + 2048b}$$

$$A_{458} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{-18 \text{Sen}(4\pi b) b^2 - 36\pi b + 3 \text{Sen}(4\pi b) b^4 + 49\pi b^3 - 14\pi b^5 + \pi b^7 + 9 \text{Sen}(4\pi b)}{392b^3 - 112b^5 - 288b + 8b^7}$$

$$A_{459} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}^2(M) dM =$$

$$= \frac{8b^3 \text{Cos}(4\pi b) - 8b^3 - 26b \text{Cos}(4\pi b) + 26b}{-560b^4 + 1036b^2 - 225 + 64b^6}$$

$$A_{460} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{2b \text{Cos}(4\pi b) - 2b}{-136b^2 + 16b^4 + 225}$$

$$A_{461} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{-3\text{Sen}(4\pi b)}{72 - 80b^2 + 8b^4}$$

$$\begin{aligned} A_{462} &= \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Sen}^2(M) dM = \\ &= \frac{9\text{Cos}(4\pi b) - 9 - 14\text{Cos}(4\pi b)b^2 + 14b^2 + 2\text{Cos}(4\pi b)b^4 - 2b^4}{784b^3 - 224b^5 - 576b + 16b^7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{463} &= \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(2M) dM = \\ &= \frac{b\text{Cos}(4\pi b) - b}{72 - 80b^2 + 8b^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{467} &= \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}^2(2M) dM = \\ &= \frac{18\text{Cos}(4\pi b) - 18 - \text{Cos}(4\pi b)b^2 + b^2 + \text{Cos}(4\pi b)b^4 - b^4}{392b^3 - 112b^5 - 288b + 8b^7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{468} &= \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(3M) \text{Sen}^2(M) dM = \\ &= \frac{-9\text{Cos}(4\pi b) + 9 + 2\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 2b^2 + \text{Cos}(4\pi b)b^4 - b^4}{392b^3 - 112b^5 - 288b + 8b^7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{469} &= \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}(2M) dM = \\ &= \frac{b\text{Cos}(4\pi b) - b}{36 - 40b^2 + 4b^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{470} &= \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) \text{Sen}^2(M) dM = \\ &= \frac{-24\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 30\text{Sen}(4\pi b)}{-560b^4 + 1036b^2 - 225 + 64b^6} \end{aligned}$$

$$A_{471} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{816 \text{Sen}(4\pi b) b^2 - 96 \text{Sen}(4\pi b) b^4 - 630 \text{Sen}(4\pi b)}{31584 b^4 - 51664 b^2 + 11025 - 5376 b^6 + 256 b^8}$$

$$A_{472} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{336 \text{Sen}(4\pi b) b^2 - 96 \text{Sen}(4\pi b) b^4 + 210 \text{Sen}(4\pi b)}{31584 b^4 - 51664 b^2 + 11025 - 5376 b^6 + 256 b^8}$$

$$A_{473} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-3 \text{Cos}(4\pi b) + 3}{2b^5 - 40b^3 + 128b}$$

$$A_{474} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{3 \text{Cos}^2(\pi b) [\text{Cos}(\pi b) - 1] [\text{Cos}(\pi b) + 1] (3 - 6b^2 + b^4)}{b(b+2)(-3+b)(-1+b)(3+b)(b-2)(1+b)}$$

$$A_{475} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^3(M) dM = \frac{-3 \text{Cos}(4\pi b) + 3}{-80b^2 + 64 + 16b^4}$$

$$A_{476} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Sen}^3(M) dM = \frac{-3 \text{Cos}(4\pi b) + 3}{16b^4 - 40b^2 + 9}$$

$$A_{477} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^3(M) dM =$$

$$= \frac{15 \text{Cos}(4\pi b) - 15 - 12 \text{Cos}(4\pi b) b^2 + 12 b^2}{-560b^4 + 1036b^2 - 225 + 64b^6}$$

$$A_{478} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-45 \text{Cos}(4\pi b) + 45 - 12 \text{Cos}(4\pi b) b^2 + 12 b^2}{-560b^4 + 1036b^2 - 225 + 64b^6}$$

$$A_{479} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \sin(2M) \sin^3(M) dM =$$

$$= \frac{18 \sin(4\pi b) b^2 - 36\pi b - 3 \sin(4\pi b) b^4 + 49\pi b^3 - 14\pi b^5 + \pi b^7 - 9 \sin(4\pi b)}{-144b + 196b^3 - 56b^5 + 4b^7}$$

$$A_{480} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin^3(M) dM = \frac{-3 \cos(4\pi b) + 3}{144 - 160b^2 + 16b^4}$$

$$A_{481} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \cos(2M) \sin^3(M) dM =$$

$$= \frac{3 \cos^2(\pi b) [\cos(\pi b) - 1] [\cos(\pi b) + 1] (11 - 8b^2 + b^4)}{(b+2)(1+b)(-1+b)(b-2)(3+b)(-3+b)}$$

$$A_{482} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(3M) \sin^3(M) dM =$$

$$= \frac{-33 \cos(4\pi b) + 33 - 3 \cos(4\pi b) b^2 + 3b^2}{784b^2 - 224b^4 - 576 + 16b^6}$$

$$A_{483} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \sin^2(M) \sin(2M) dM = \frac{-3 \cos(4\pi b) + 3}{-40b^2 + 32 + 8b^4}$$

$$A_{484} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin^2(M) \sin(2M) dM = \frac{-3 \cos(4\pi b) + 3}{72 - 80b^2 + 8b^4}$$

$$A_{485} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \sin^2(M) \cos(2M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-3 \cos(4\pi b) + 3 - 3 \cos(4\pi b) b^2 + 3b^2}{392b^2 - 112b^4 - 288 + 8b^6}$$

$$A_{489} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \sin^2(M) \sin(3M) dM =$$

$$= \frac{21 \cos(4\pi b) - 21 - 9 \cos(4\pi b) b^2 + 9b^2}{784b^2 - 224b^4 - 576 + 16b^6}$$

$$A_{490} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin^3(M) dM = \frac{3 \cos(4\pi b) - 3}{16b^4 - 40b^2 + 9}$$

$$A_{491} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^3(M) dM =$$

$$= \frac{-15\text{Cos}(4\pi b) + 15 + 12\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 12b^2}{-560b^4 + 1036b^2 - 225 + 64b^6}$$

$$A_{492} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^3(M) dM =$$

$$= \frac{45\text{Cos}(4\pi b) - 45 + 12\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 12b^2}{-560b^4 + 1036b^2 - 225 + 64b^6}$$

$$A_{493} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(M) dM = \frac{3\text{Cos}(4\pi b) - 3}{-80b^2 + 64 + 16b^4}$$

$$A_{494} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}^3(M) dM = \frac{3\text{Cos}(4\pi b) - 3}{144 - 160b^2 + 16b^4}$$

$$A_{495} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^3(M) dM =$$

$$= \frac{-105\text{Cos}(4\pi b) + 105 - 168\text{Cos}(4\pi b)b^2 + 168b^2 + 48\text{Cos}(4\pi b)b^4 - 48b^4}{31584b^4 - 51664b^2 + 11025 - 5376b^6 + 256b^8}$$

$$A_{496} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(3M) dM =$$

$$= \frac{33\text{Cos}(4\pi b) - 33 + 3\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 3b^2}{784b^2 - 224b^4 - 576 + 16b^6}$$

$$A_{497} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{3\text{Cos}(4\pi b) - 3}{-40b^2 + 32 + 8b^4}$$

$$A_{498} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{3\text{Cos}(4\pi b) - 3 + 3\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 3b^2}{392b^2 - 112b^4 - 288 + 8b^6}$$

$$A_{499} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{5\text{Cos}(4\pi b) - 5 - 2\text{Cos}(4\pi b)b^2 + 2b^2}{-40b^2 + 32 + 8b^4}$$

$$A_{500} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}^2(2M) dM = \frac{3\text{Cos}(4\pi b) - 3}{36 - 40b^2 + 4b^4}$$

$$A_{501} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-30\text{Cos}(4\pi b) + 30 + 24\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 24b^2}{-560b^4 + 1036b^2 - 225 + 64b^6}$$

$$A_{502} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{-21\text{Cos}(4\pi b) + 21 + 9\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 9b^2}{784b^2 - 224b^4 - 576 + 16b^6}$$

$$A_{503} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^3(M) dM = \frac{-3\text{Sen}(4\pi b)}{-80b^2 + 64 + 16b^4}$$

$$A_{504} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) dM = \frac{-3\text{Sen}(4\pi b)}{16b^4 - 40b^2 + 9}$$

$$A_{505} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^3(M) dM =$$

$$= \frac{-12\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 15\text{Sen}(4\pi b)}{-560b^4 + 1036b^2 - 225 + 64b^6}$$

$$A_{506} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^3(M) dM =$$

$$= \frac{-45\text{Sen}(4\pi b) - 12\text{Sen}(4\pi b)b^2}{-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6}$$

$$A_{507} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-24 \text{Sen}(4\pi b) b^2 + 30 \text{Sen}(4\pi b)}{-560 b^4 + 1036 b^2 - 225 + 64 b^6}$$

$$A_{508} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) \text{Cos}(3M) dM = \frac{\text{Sen}(4\pi b) b^2 + 2 \text{Sen}(4\pi b)}{-40 b^2 + 32 + 8 b^4}$$

$$A_{509} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}^3(M) dM = \frac{-3 \text{Sen}(4\pi b)}{144 - 160 b^2 + 16 b^4}$$

$$A_{510} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^3(M) dM =$$

$$= \frac{-3 b^2 \text{Sen}(4\pi b) - 3 \text{Sen}(4\pi b)}{-576 + 784 b^2 - 224 b^4 + 16 b^6}$$

$$A_{511} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(3M) \text{Sen}^3(M) dM =$$

$$= \frac{-3 b^2 \text{Sen}(4\pi b) - 33 \text{Sen}(4\pi b)}{-576 + 784 b^2 - 224 b^4 + 16 b^6}$$

$$A_{512} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-3 b^2 \text{Sen}(4\pi b) - 3 \text{Sen}(4\pi b)}{-288 + 392 b^2 - 112 b^4 + 8 b^6}$$

$$A_{513} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{-3 \text{Sen}(4\pi b)}{32 - 40 b^2 + 8 b^4}$$

$$A_{514} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(M) \text{Sen}(2M) dM = \frac{-3 \text{Sen}(4\pi b)}{72 - 80 b^2 + 8 b^4}$$

$$A_{515} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^3(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-192 b^3 \text{Cos}(4\pi b) + 192 b^3 + 912 b \text{Cos}(4\pi b) - 912 b}{31584 b^4 - 5376 b^6 - 51664 b^2 + 11025 + 256 b^8}$$

$$A_{516} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \sin(bM) \cos(M) \sin(M) \sin^2(2M) dM = \frac{-3\sin(4\pi b)}{36 - 40b^2 + 4b^4}$$

$$A_{517} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \sin(bM) \cos(M) \sin^2(M) \sin^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-384b\pi \cos(4\pi b) + 384b^3 + 1824b \cos(4\pi b) - 1824b}{31584b^4 - 5376b^6 - 51664b^2 + 11025 + 256b^8}$$

$$A_{518} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^3(M) \sin^2(M) dM = \frac{26b \sin(4\pi b) - 8b^3 \sin(4\pi b)}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{519} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^3(M) \sin^2(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-96b^4 \cos(4\pi b) + 96b^4 + 816b^2 \cos(4\pi b) - 816b^2 - 630 \cos(4\pi b) + 630}{31584b^4 - 5376b^6 - 51664b^2 + 11025 + 256b^8}$$

$$A_{520} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin^2(M) \sin^2(M) dM =$$

$$= \frac{3\pi b^5 - 60\pi b^3 + 48 \sin(4\pi b) + 192\pi b}{32b^5 - 640b^3 + 2048b}$$

$$A_{521} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin(M) \sin(3M) dM =$$

$$= \frac{-14\pi b^5 + 49\pi b^3 + 18 \sin(4\pi b) b^2 - 9 \sin(4\pi b) - 3 \sin(4\pi b) b^4 - 36\pi b + \pi b^7}{-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{522} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^3(M) \sin^2(M) dM = \frac{-26b \sin(4\pi b) + 8b^3 \sin(4\pi b)}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{523} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^3(M) \sin^2(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{96b^4 \cos(4\pi b) - 96b^4 - 816b^2 \cos(4\pi b) + 816b^2 + 630 \cos(4\pi b) - 630}{31584b^4 - 5376b^6 - 51664b^2 + 11025 + 256b^8}$$

$$A_{524} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin^3(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{-912b \sin(4\pi b) + 192b^3 \sin(4\pi b)}{31584b^4 - 5376b^6 - 51664b^2 + 11025 + 256b^8}$$

$$A_{525} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^2(M) \sin^3(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{912b \sin(4\pi b) - 192b^3 \sin(4\pi b)}{31584b^4 - 5376b^6 - 51664b^2 + 11025 + 256b^8}$$

$$A_{526} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos(M) \sin(M) \sin^2(2M) dM = \frac{3\cos(4\pi b) - 3}{36 - 40b^2 + 4b^4}$$

$$A_{527} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin^2(M) \sin^2(2M) \cos(M) dM =$$

$$= \frac{1824b \sin(4\pi b) - 384b^3 \sin(4\pi b)}{31584b^4 - 5376b^6 - 51664b^2 + 11025 + 256b^8}$$

$$A_{528} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \sin(bM) \cos(M) \sin^2(M) \sin(3M) dM =$$

$$= \frac{-9\sin(4\pi b)b^2 + 21\sin(4\pi b)}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{529} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^4(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{16b^4 \cos(4\pi b) - 16b^4 - 88b^2 \cos(4\pi b) + 88b^2 + 45\cos(4\pi b) - 45}{-1120b^4 + 2072b^2 + 128b^6 - 450}$$

$$A_{530} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \cos(2M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{4b^2 \cos(4\pi b) - 4b^2 - 15\cos(4\pi b) + 15}{-272b^2 + 450 + 32b^4}$$

$$A_{531} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^3(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{16b^4 \cos(4\pi b) - 16b^4 - 88b^2 \cos(4\pi b) + 88b^2 + 45 \cos(4\pi b) - 45}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{532} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^5(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{2b^4 \cos(4\pi b) - 2b^4 - 20b^2 \cos(4\pi b) + 20b^2 + 33 \cos(4\pi b) - 33}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{533} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^3(M) \sin(M) \cos(2M) dM =$$

$$= \frac{2b^4 \cos(4\pi b) - 2b^4 - 17b^2 \cos(4\pi b) + 17b^2 + 21 \cos(4\pi b) - 21}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{534} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \cos^2(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{b^2 \cos(4\pi b) - b^2 - 3 \cos(4\pi b) + 3}{72 - 80b^2 + 8b^4}$$

$$A_{535} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \sin(3M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{-14\pi b^5 + 49\pi b^3 + 18 \sin(4\pi b) b^2 - 9 \sin(4\pi b) - 3 \sin(4\pi b) b^4 - 36\pi b + \pi b^7}{-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{536} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^4(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{\cos^2(\pi b) [\cos(\pi b) - 1] [\cos(\pi b) + 1] (2b^4 - 20b^2 + 33)}{(3+b)(-1+b)(1+b)(-3+b)(2+b)(-2+b)}$$

$$A_{537} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^3(M) \sin(3M) dM =$$

$$= \frac{6b^4 \cos(4\pi b) - 6b^4 - 57b^2 \cos(4\pi b) + 57b^2 + 87 \cos(4\pi b) - 87}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{538} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{-16b^4 \text{Cos}(4\pi b) + 16b^4 + 88b^2 \text{Cos}(4\pi b) - 88b^2 - 45 \text{Cos}(4\pi b) + 45}{-1120b^4 + 2072b^2 + 128b^6 - 450}$$

$$A_{539} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-4b^2 \text{Cos}(4\pi b) + 4b^2 + 15 \text{Cos}(4\pi b) - 15}{-272b^2 + 450 + 32b^4}$$

$$A_{540} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-16b^4 \text{Cos}(4\pi b) + 16b^4 + 88b^2 \text{Cos}(4\pi b) - 88b^2 - 45 \text{Cos}(4\pi b) + 45}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{541} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{-6b^4 \text{Cos}(4\pi b) + 6b^4 + 57b^2 \text{Cos}(4\pi b) - 57b^2 - 87 \text{Cos}(4\pi b) + 87}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{542} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^5(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{-2b^4 \text{Cos}(4\pi b) + 2b^4 + 20b^2 \text{Cos}(4\pi b) - 20b^2 - 33 \text{Cos}(4\pi b) + 33}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{543} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{-2b^4 \text{Cos}(4\pi b) + 2b^4 + 17b^2 \text{Cos}(4\pi b) - 17b^2 - 21 \text{Cos}(4\pi b) + 21}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{544} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(3M) dM =$$

$$= \frac{-2b^4 \text{Cos}(4\pi b) + 2b^4 + 11b^2 \text{Cos}(4\pi b) - 11b^2 + 3 \text{Cos}(4\pi b) - 3}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{545} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-\text{Cos}^2(\pi b)(2b^4 - 20b^2 + 33)[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1]}{(2+b)(-2+b)(3+b)(-1+b)(1+b)(-3+b)}$$

$$A_{546} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Cos}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-\text{Cos}^2(\pi b)[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](b^2 - 7)(2b^2 - 3)}{(2+b)(-2+b)(3+b)(-1+b)(1+b)(-3+b)}$$

$$A_{547} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{-88\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 45\text{Sen}(4\pi b) + 16\text{Sen}(4\pi b)b^4}{-1120b^4 + 2072b^2 + 128b^6 - 450}$$

$$A_{548} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{4\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 15\text{Sen}(4\pi b)}{-272b^2 + 450 + 32b^4}$$

$$A_{549} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-88\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 45\text{Sen}(4\pi b) + 16\text{Sen}(4\pi b)b^4}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{550} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^5(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{-20\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 33\text{Sen}(4\pi b) + 2\text{Sen}(4\pi b)b^4}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{551} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-17\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 21\text{Sen}(4\pi b) + 2\text{Sen}(4\pi b)b^4}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{552} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(2M) \text{Cos}(M) \text{Sen}(M) dM =$$

$$= \frac{\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 3\text{Sen}(4\pi b)}{72 - 80b^2 + 8b^4}$$

$$A_{553} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(3M) dM =$$

$$= \frac{-11\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 3\text{Sen}(4\pi b) + 2\text{Sen}(4\pi b)b^4}{-576 + 784b^2 - 224b^4 + 16b^6}$$

$$A_{554} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-20\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 33\text{Sen}(4\pi b) + 2\text{Sen}(4\pi b)b^4}{-288 + 392b^2 - 112b^4 + 8b^6}$$

$$A_{555} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-17\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 21\text{Sen}(4\pi b) + 2\text{Sen}(4\pi b)b^4}{-288 + 392b^2 - 112b^4 + 8b^6}$$

$$A_{556} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}^5(M) dM =$$

$$= \frac{16b^5\text{Sen}(4\pi b) + 149b\text{Sen}(4\pi b) - 120b^3\text{Sen}(4\pi b)}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{557} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-112b^3\text{Sen}(4\pi b) + 123b\text{Sen}(4\pi b) + 16b^5\text{Sen}(4\pi b)}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{558} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}^6(M) dM =$$

$$= \frac{-70\pi b^5 + 245\pi b^3 + \text{Sen}(4\pi b)(136b^2 - 45 + 4b^6) + 50b^4 - 180\pi b + 5\pi b^7}{-576b + 784b^3 - 224b^5 + 16b^7}$$

$$A_{559} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^4(M) \cos(2M) dM =$$

$$= \frac{-28\pi b^5 + 98\pi b^3 + \text{Sen}(4\pi b)(61b^2 - 18 - 24b^4 + 2b^6) - 72\pi b + 2\pi b^7}{-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{560} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \cos^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-28\pi b^5 + 98\pi b^3 + \text{Sen}(4\pi b)(57b^2 - 18 - 23b^4 + 2b^6) - 72\pi b + 2\pi b^7}{-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{561} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^3(M) \cos(3M) dM =$$

$$= \frac{-14\pi b^5 + 49\pi b^3 + \text{Sen}(4\pi b)(47b^2 - 9 - 22b^4 + b^6) - 36\pi b + \pi b^7}{392b^3 - 288b + 8b^7 - 112b^5}$$

$$A_{562} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \text{Sen}^2(M) \cos^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-28\pi b^5 + 98\pi b^3 + \text{Sen}(4\pi b)b^2 - 18\text{Sen}(4\pi b) - \text{Sen}(4\pi b)b^4 - 72\pi b + 2\pi b^7}{-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{563} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos(M) \text{Sen}^2(M) \cos(3M) dM =$$

$$= \frac{14\pi b^5 - 49\pi b^3 - 2\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 9\text{Sen}(4\pi b) - \text{Sen}(4\pi b)b^4 + 36\pi b - \pi b^7}{-112b^5 + 8b^7 - 288b + 392b^3}$$

$$A_{564} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^3(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{222b \text{Sen}(4\pi b) - 24b^3 \text{Sen}(4\pi b)}{5196b^2 - 1225 - 1200b^4 + 64b^6}$$

$$A_{565} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-14\pi b^5 + 49\pi b^3 + 14\text{Sen}(4\pi b)b^2 - 9\text{Sen}(4\pi b) - 2\text{Sen}(4\pi b)b^4 - 36\pi b + \pi b^7}{-144b + 196b^3 - 56b^5 + 4b^7}$$

$$A_{566} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^5(M) dM =$$

$$= \frac{-16b^5 \text{Sen}(4\pi b) - 149b \text{Sen}(4\pi b) + 120b^3 \text{Sen}(4\pi b)}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{567} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^6(M) dM =$$

$$= \frac{-70\pi b^5 + 245\pi b^3 + \text{Sen}(4\pi b)(-136b^2 + 45 + 50b^4 - 4b^6) - 180\pi b + 5\pi b^7}{-576b + 784b^3 - 224b^5 + 16b^7}$$

$$A_{568} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-28\pi b^5 + 98\pi b^3 + \text{Sen}(4\pi b)(-61b^2 + 18 + 24b^4 - 2b^6) - 72\pi b + 2\pi b^7}{-288b + 392b^3 - 112b^5 + 8b^7}$$

$$A_{569} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Cos}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-28\pi b^5 + 98\pi b^3 + \text{Sen}(4\pi b)(-57b^2 + 18 + 23b^4 - 2b^6) - 72\pi b + 2\pi b^7}{-112b^5 + 392b^3 - 288b + 8b^7}$$

$$A_{570} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Cos}(3M) dM =$$

$$= \frac{-14\pi b^5 + 49\pi b^3 + \text{Sen}(4\pi b)(-47b^2 + 9 + 22b^4 - 2b^6) - 36\pi b + \pi b^7}{-112b^5 + 392b^3 - 288b + 8b^7}$$

$$A_{571} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{-222b \text{Sen}(4\pi b) + 24b^3 \text{Sen}(4\pi b)}{5196b^2 - 1225 - 1200b^4 + 64b^6}$$

$$A_{572} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-14\pi b^5 + 49\pi b^3 - 14\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 9\text{Sen}(4\pi b) + 2\text{Sen}(4\pi b)b^4 - 36\pi b + \pi b^7}{-56b^5 + 196b^3 - 144b + 4b^7}$$

$$A_{573} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{-14\pi b^5 + 49\pi b^3 - 18\text{Sen}(4\pi b)b^2 + 9\text{Sen}(4\pi b) + 3\text{Sen}(4\pi b)b^4 - 36\pi b + \pi b^7}{-112b^5 + 392b^3 - 288b + 8b^7}$$

$$A_{574} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^5(M) dM =$$

$$= \frac{-149b \text{Cos}(4\pi b) + 149b - 16b^5 \text{Cos}(4\pi b) + 16b^5 + 120b^3 \text{Cos}(4\pi b) - 120b^3}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{575} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{112b^3 \text{Cos}(4\pi b) - 112b^3 - 16b^5 \text{Cos}(4\pi b) + 16b^5 - 123b \text{Cos}(4\pi b) + 123b}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{576} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}^2(M) dM =$$

$$= \frac{-26b \text{Cos}(4\pi b) + 26b + 8b^3 \text{Cos}(4\pi b) - 8b^3}{-560b^4 + 1036b^2 + 64b^6 - 225}$$

$$A_{577} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^6(M) dM =$$

$$= \frac{-\text{Cos}^2(\pi b)[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](136b^2 - 45 - 50b^4 + 4b^6)}{2b(3+b)(-3+b)(2+b)(-2+b)(1+b)(-1+b)}$$

$$A_{578} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{112b^3 \text{Cos}(4\pi b) - 112b^3 - 123b \text{Cos}(4\pi b) + 123b - 16b^5 \text{Cos}(4\pi b) + 16b^5}{-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6}$$

$$A_{579} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-\text{Cos}^2(\pi b)[\text{Cos}(\pi b) - 1][\text{Cos}(\pi b) + 1](-18 + 61b^2 - 24b^4 + 2b^6)}{b(3+b)(b-1)(b+1)(-3+b)(b+2)(b-2)}$$

$$A_{580} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Cos}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{-\text{Cos}^2(\pi b) [\text{Cos}(\pi b) - 1] [\text{Cos}(\pi b) + 1] (-3 + b^2)(2b^4 - 17b^2 + 6)}{b(3+b)(b-1)(b+1)(-3+b)(b+2)(b-2)}$$

$$A_{581} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Cos}(3M) dM =$$

$$= \frac{-\text{Cos}^2(\pi b) [\text{Cos}(\pi b) - 1] [\text{Cos}(\pi b) + 1] (-9 + 47b^2 - 22b^4 + 2b^6)}{b(3+b)(-3+b)(b+2)(b+1)(b-1)(b-2)}$$

$$A_{582} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^4(M) \text{Sen}^2(M) dM =$$

$$= \frac{9\text{Cos}(4\pi b) - 9 - 14\text{Cos}(4\pi b)b^2 + 14b^2 + 2\text{Cos}(4\pi b)b^4 - 2b^4}{-224b^5 + 784b^3 - 576b + 16b^7}$$

$$A_{583} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(3M) dM =$$

$$= \frac{-9\text{Cos}(4\pi b) + 9 + 2\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 2b^2 + \text{Cos}(4\pi b)b^4 - b^4}{-112b^5 + 392b^3 - 288b + 8b^7}$$

$$A_{584} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) \text{Cos}^3(M) dM =$$

$$= \frac{-9\text{Cos}(4\pi b) + 9 + 2\text{Cos}(4\pi b)b^2 - 2b^2 + \text{Cos}(4\pi b)b^4 - b^4}{-56b^5 + 196b^3 - 144b + 4b^7}$$

$$A_{585} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{9\text{Cos}(4\pi b) - 9 - 14\text{Cos}(4\pi b)b^2 + 14b^2 + 2\text{Cos}(4\pi b)b^4 - 2b^4}{-56b^5 + 196b^3 - 144b + 4b^7}$$

$$A_{586} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{3\text{Cos}^2(\pi b)(3 + b^4 - 6b^2) [\text{Cos}(\pi b) - 1] [\text{Cos}(\pi b) + 1]}{b(b+2)(-3+b)(b-1)(3+b)(b-2)(b+1)}$$

$$A_{587} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(2M) \cos(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{-3\cos(4\pi b) + 3 + \cos(4\pi b)b^2 - b^2}{-80b^2 + 72 + 8b^4}$$

$$A_{588} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(2M) \sin(M) \cos(3M) dM =$$

$$= \frac{-22b\sin(4\pi b) - 8b^3\sin(4\pi b)}{-441 + 1996b^2 - 944b^4 + 64b^6}$$

$$A_{589} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \sin^3(M) \cos(M) dM = \frac{-3\cos(4\pi b) + 3}{16b^4 - 80b^2 + 64}$$

$$A_{590} = \int_0^{2\pi} \cos^2(bM) \cos^2(M) \cos(2M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{\cos^2(\pi b)[\cos(\pi b) - 1][\cos(\pi b) + 1](b^2 - 7)(-3 + 2b^2)}{(3 + b)(b - 1)(b + 1)(-3 + b)(b + 2)(b - 2)}$$

$$A_{591} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^2(2M) \cos(M) \sin(M) dM =$$

$$= \frac{3\cos(4\pi b) - 3 - \cos(4\pi b)b^2 + b^2}{-80b^2 + 72 + 8b^4}$$

$$A_{592} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \cos^2(M) \sin(M) \cos(3M) dM =$$

$$= \frac{3\cos(4\pi b) - 3 + 11\cos(4\pi b)b^2 - 11b^2 - 2\cos(4\pi b)b^4 + 2b^4}{-224b^4 + 784b^2 - 576 + 16b^6}$$

$$A_{593} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin^3(M) \cos(M) dM = \frac{3\cos(4\pi b) - 3}{16b^4 - 80b^2 + 64}$$

$$A_{594} = \int_0^{2\pi} \sin^2(bM) \sin^3(M) \cos(M) \cos(3M) dM =$$

$$= \frac{105\cos(4\pi b) - 105 + 12\cos(4\pi b)b^2 - 12b^2}{-1225 + 5196b^2 - 1200b^4 + 64b^6}$$

$$A_{595} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(3M) dM =$$

$$= \frac{2b^4 \text{Sen}(4\pi b) - 11b^2 \text{Sen}(4\pi b) - 3 \text{Sen}(4\pi b)}{-224b^4 + 784b^2 - 576 + 16b^6}$$

$$A_{596} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(3M) dM =$$

$$= \frac{6b^4 \text{Sen}(4\pi b) - 57b^2 \text{Sen}(4\pi b) + 87 \text{Sen}(4\pi b)}{-224b^4 + 784b^2 - 576 + 16b^6}$$

$$A_{597} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Sen}^4(M) \text{Cos}(M) dM = \frac{24b \text{Sen}(4\pi b)}{-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6}$$

$$A_{598} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-36\pi b + 49\pi b^3 + \pi b^7 - 14\pi b^5 - 9 \text{Sen}(4\pi b) + 14 \text{Sen}(4\pi b)b^2 - 2 \text{Sen}(4\pi b)b^4}{-288b + 392b^3 + 8b^7 - 112b^5}$$

$$A_{599} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^2(M) dM = \frac{2b \text{Sen}(4\pi b)}{225 - 136b^2 + 16b^4}$$

$$A_{600} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(2M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{-36\pi b + 49\pi b^3 + \pi b^7 - 14\pi b^5 + 9 \text{Sen}(4\pi b) - 14 \text{Sen}(4\pi b)b^2 + 2 \text{Sen}(4\pi b)b^4}{-288b + 392b^3 + 8b^7 - 112b^5}$$

$$A_{601} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}(M) \text{Sen}(2M) dM =$$

$$= \frac{\text{Cos}^2(\pi b) [\text{Cos}(\pi b) - 1] [\text{Cos}(\pi b) + 1] (9 + 2b^4 - 14b^2)}{b(-3 + b)(b - 2)(3 + b)(b + 1)(b - 1)(b + 2)}$$

$$A_{602} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Sen}^2(2M) dM =$$

$$= \frac{128b^5 \text{Cos}(4\pi b) - 128b^5 - 1600b^3 \text{Cos}(4\pi b) + 1600b^3 + 3272b \text{Cos}(4\pi b) - 3272b}{11025 - 51664b^2 + 31584b^4 - 5376b^6 + 256b^8}$$

$$A_{603} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}^2(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(2M) dM = \frac{32b^3 \text{Sen}(4\pi b) - 104b \text{Sen}(4\pi b)}{-225 + 1036b^2 - 560b^4 + 64b^6}$$

$$A_{604} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(M) dM = \frac{-3 \text{Sen}(4\pi b)}{16b^4 - 80b^2 + 64}$$

$$A_{605} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^2(M) \text{Sen}(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-15 \text{Cos}(2\pi b) + 15 - b^2 + \text{Cos}(2\pi b)b^2}{225 - 34b^2 + b^4}$$

$$A_{606} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{2b \text{Sen}(\pi b) \text{Cos}(\pi b) (123 + b^4 - 28b^2)}{259b^2 - 35b^4 - 225 + b^6}$$

$$A_{607} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Cos}(M) \text{Sen}^2(M) \text{Cos}(2M) dM = \frac{-2b \text{Sen}(2\pi b)}{225 - 34b^2 + b^4}$$

$$A_{608} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}^3(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-2b [\text{Cos}(\pi b) - 1] [\text{Cos}(\pi b) + 1] (123 + b^4 - 28b^2)}{(5 + b)(b - 1)(b + 1)(-5 + b)(3 + b)(-3 + b)}$$

$$A_{609} = \int_0^{2\pi} \text{Sen}(bM) \text{Cos}(M) \text{Cos}(2M) \text{Sen}^2(M) dM = \frac{4b [-1 + \text{Cos}^2(\pi b)]}{225 - 34b^2 + b^4}$$

$$A_{610} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) dM = \frac{6 - 6 \text{Cos}(2\pi b)}{-10b^2 + 9 + b^4}$$

$$A_{611} = \int_0^{2\pi} \text{Cos}(bM) \text{Sen}^3(M) \text{Cos}(2M) dM =$$

$$= \frac{-12 [15 \text{Cos}^2(\pi b) - b^2 - 15 + b^2 \text{Cos}^2(\pi b)]}{259b^2 - 35b^4 - 225 + b^6}$$

$$A_{612} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \cos^3(M) \sin(2M) dM =$$

$$= \frac{4[\cos(\pi b) - 1][\cos(\pi b) + 1](b^4 - 22b^2 + 45)}{(b+1)(-5+b)(5+b)(b-1)(-3+b)(3+b)}$$

$$A_{613} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^3(M) dM = \frac{-6\sin(2\pi b)}{-10b^2 + 9 + b^4}$$

$$A_{614} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin^3(M) \cos(2M) dM = \frac{12\sin(\pi b) \cos(\pi b)(15 + b^2)}{259b^2 - 35b^4 - 225 + b^6}$$

$$A_{615} = \int_0^{2\pi} \cos(bM) \sin(M) \cos(2M) dM = \frac{-3 + 3\cos(2\pi b) - b^2 + \cos(2\pi b)b^2}{-10b^2 + 9 + b^4}$$

$$A_{616} = \int_0^{2\pi} \sin(bM) \sin(M) \cos(2M) dM = \frac{2\sin(\pi b) \cos(\pi b)(b^2 + 3)}{-10b^2 + 9 + b^4}$$

APÊNDICE F - Coeficientes relacionados com as componentes dos torques magnéticos residual e devido às correntes de Foucault

A seguir estão apresentados os coeficientes F_i , $i = 1, 2, \dots, 609$, relacionados com os coeficientes C_j , D_j , $j = 1, 2, 3$, que compõem as componentes dos torques magnéticos residual e devido a correntes de Foucault desenvolvidas nos apêndices A, B, C e D.

$$F_1 = A_1 + 3 e A_3 + e^2 (2 A_4 + 7/2 A_5 - A_1)$$

$$F_2 = A_2 + 3 e A_6 + e^2 (2 A_7 + 7/2 A_8 - A_2)$$

$$F_3 = 2 A_{13} + 3 e (2 A_9 + 4 A_{13}) + e^2 (4 A_{10} + 7 A_{11} - 2 A_{12} + 4 A_{14} + 2 A_{15} + 1/4 A_{16})$$

$$F_4 = 2 A_{17} + 3 e (2 A_{18} + 4 A_{21}) + e^2 (4 A_{19} + 7 A_{20} - 2 A_{17} + 4 A_{22} + 2 A_{23} + 1/4 A_{24})$$

$$F_5 = 2 A_{25} + 3 e (2 A_{26} + 2 A_{29} + 2 A_{32})$$

$$F_6 = A_{35} + 3 e (2 A_{36} + 2 A_{39} + 2 A_{42}) + e^2 (2 A_{37} + 7 A_{38} - 2 A_{35} + 2 A_{40} + 1/4 A_{41} + 2 A_{43} + 2 A_{44} + 18/8 A_{45})$$

$$F_7 = A_4 + 3 e (A_{46} + 2 A_{50}) + e^2 (2 A_{47} + A_{48} - A_4 + A_{49} + 2 A_{51} + 18/8 A_{52})$$

$$F_8 = A_7 + 3 e (A_{53} + 2 A_{57}) + e^2 (2 A_{54} + A_{55} - A_7 + A_{56} + 2 A_{58} + 18/8 A_{59})$$

$$F_9 = A_{25} + 3 e (A_{26} + A_{29} + A_{32}) + e^2 (2 A_{27} + A_{28} - A_{25} + A_{30} + 1/8 A_{31} + A_{60} + A_{50} + 9/8 A_{34})$$

$$F_{10} = A_{35} + 3 e (A_{36} + A_{39} + A_{42} + A_{60}) + e^2 (2 A_{37} + 7/2 A_{38} - A_{35} + A_{40} + 1/8 A_{41} + A_{43} + A_{44} + A_{57} + 9/8 A_{45})$$

$$F_{11} = A_{25} + 3 e (A_{26} + A_{32} + A_{29}) + e^2 (2 A_{27} + A_{28} - A_{25} + A_{33} + 9/8 A_{34} + A_{30} + A_{61} + 1/8 A_{31})$$

$$F_{12} = A_{35} + 3 e (A_{36} + A_{42}) + e^2 (2 A_{37} + A_{38} - A_{35} + 9/8 A_{45} + A_{40} + A_{44} + 1/8 A_{41})$$

$$F_{13} = A_{12} + 3 e (A_9 + 2 A_{13}) + e^2 (2 A_{10} + 7/2 A_{11} - A_{12} + A_{15} + 2 A_{14} + 1/4 A_{16})$$

$$+A_{61} + 1/8 A_{31})$$

$$F_{12}=A_{35} + 3 e (A_{36} + A_{42}) + e^2 (2 A_{37} + A_{38} - A_{35} + 9/8 A_{45} + A_{40} + A_{44} + 1/8 A_{41})$$

$$F_{13}=A_{12} + 3 e (A_9 + 2 A_{13}) + e^2 (2 A_{10} + 7/2 A_{11} - A_{12} + A_{15} + 2 A_{14} + 1/4 A_{16})$$

$$F_{14}=A_{17} + 3 e (A_{18} + 2 A_{21}) + e^2 (2 A_{19} + 7/2 A_{20} - A_{17} + A_{23} + 2 A_{22} + 1/4 A_{24})$$

$$F_{15}=A_{25} + 3 e (A_{26} + A_{29} + A_{32}) + e^2 (2 A_{27} + A_{28} - A_{25} + A_{30} + 1/8 A_{31} + A_{33} + \\ + A_{61} + A_{50} + 9/8 A_{35})$$

$$F_{16}=A_{35} - 3 e (A_{39} + 2 A_{42}) + e^2 (A_{35} - A_{40} - A_{41} - A_{57} - A_{44} - A_{57} - 9/8 A_2)$$

$$F_{17}=A_1 + e A_3$$

$$F_{18}=A_2 + e A_6$$

$$F_{19}=2A_{12} + e(2A_9 + 4A_{63})$$

$$F_{20}=A_{17} + e(2A_{18} + 4A_{21})$$

$$F_{21}=2A_{25} + e(2A_{26} + 2A_{32} + 2A_{29})$$

$$F_{22}=2A_{65} + e(2A_{36} + 2A_{39} + 2A_{42})$$

$$F_{23}=A_2 + e A_6$$

$$F_{24}=2A_{12} + e(2A_9 + 4A_{13})$$

$$F_{25}=2A_{25} + e(2A_{26} + 2A_{29} + 2A_{32} + 2A_{33})$$

$$F_{26}=A_7 + e(A_{66} + 2A_{57})$$

$$F_{27}=A_{25} + e(A_{26} + A_{32} + A_{60})$$

$$F_{28}=A_{65} + e(A_{36} + A_{70} + A_{39})$$

$$F_{29}=A_{17} + e(A_{18} + 2A_{44})$$

$$F_{30}=-A_2 + e A_6$$

$$F_{31}=-A_2 - e A_6$$

$$F_{32}=A_2 + e A_6 - e2(2A_6 + A_8 - A_2)$$

$$F_{33}=-A_{17} + e(2A_{17} + 4A_{70})$$

$$F_{34}=A_1 + e(A_3 + 4A_{13})$$

$$F_{35}=2A_{65} - e(2A_{36} + 2A_{39} + 2A_{42})$$

$$F_{36}=2A_{25} + e(2A_{26} + 2A_{29} + 2A_{32})$$

$$F_{37}=A_7 - e(A_{53} + 2A_{57})$$

$$F_{38} = A_{65} - e(A_{36} + A_{39} + A_{42} + A_{71})$$

$$F_{39} = A_{25} + e(A_{26} + A_{29} + A_{32} + A_{60})$$

$$F_{40} = -A_{65} - e(A_{36} + A_{39} + A_{42})$$

$$F_{41} = A_{25} + e(A_{26} + A_{32} + A_{29})$$

$$F_{42} = -A_{17} - e(A_{18} + 2A_{21})$$

$$F_{43} = 2A_{12} + e(2A_9 + 4A_{10} + 4A_{13} + 4A_{14})$$

$$F_{44} = 2A_{17} + e(2A_{18} + 4A_{21})$$

$$F_{45} = 2A_{72} + e(4A_{72} + 8A_{13} + 8A_{14} + 8A_{77})$$

$$F_{46} = 4A_{81} + e(4A_{82} + 8A_{84} + 8A_{85})$$

$$F_{48} = 4A_{88} + e(4A_{100} + 12A_{104} + 4A_{107})$$

$$F_{49} = 4A_{88} + e(4A_{89} + 12A_{92} + 4A_{95})$$

$$F_{50} = A_{103} + e(4A_{100} + 12A_{104} + 4A_{107})$$

$$F_{51} = A_{19} + e(4A_{115} + 8A_{118} + 8A_{120})$$

$$F_{52} = A_{19} + e(4A_{127} + 8A_{130} + 8A_{136})$$

$$F_{53} = 2A_{12} + e(2A_9 + 4A_{13} + 4A_{14})$$

$$F_{55} = 4A_{72} + e(4A_{74} + 16A_{77} + 8A_{78})$$

$$F_{56} = 4A_{81} + e(4A_{83} + 16A_{84})$$

$$F_{57} = 4A_{88} + e(4A_{89} + 12A_{92} + 4A_{95})$$

$$F_{58} = 4A_{103} + e(4A_{100} + 12A_{104} + 4A_{107})$$

$$F_{59} = 4A_{88} + e(4A_{89} + 12A_{92} + 8A_{93} + 4A_{95})$$

$$F_{60} = 4A_{103} + e(4A_{100})$$

$$F_{61} = 4A_{10} + e(4A_{115} + 4A_{118} + 6A_{120})$$

$$F_{62} = 4A_{19} + e(4A_{127} + 8A_{130} + 8A_{133})$$

$$F_{63} = A_7 + e(A_{53} + 2A_{57} + 8A_{133})$$

$$F_{64} = 2A_{10} + e(2A_{115} + 4A_{118} + 4A_{123} + 4A_{120})$$

$$F_{65} = 2A_{19} + e(2A_{127} + 4A_{130} + 4A_{133})$$

$$F_{66} = 2A_{27} + e(2A_{144} + 2A_{147} + 6A_{150})$$

$$F_{67} = 2A_{37} + e(2A_{155} + 2A_{158} + 6A_{161})$$



$$F_{68}=A_{25}+e(A_{26}+A_{30}+A_{32}+2A_{60})$$

$$F_{69}=A_{65}+e(A_{36}+A_{39}+A_{42}+2A_{71})$$

$$F_{70}=2A_{88}+e(2A_{89}+6A_{92}+4A_{93}+2A_{95}+2A_{141})$$

$$F_{71}=2A_{103}+e(2A_{100}+6A_{104}+2A_{107}+2A_{168})$$

$$F_{72}=2A_{10}+e(2A_{115}+4A_{118}+4A_{120}+2A_{33})$$

$$F_{73}=2A_{19}+e(2A_{127}+4A_{130}+4A_{133}+2A_{43})$$

$$F_{74}=2A_{88}+e(2A_{89}+6A_{92}+4A_{93}+2A_{95})$$

$$F_{75}=2A_{103}+e(2A_{100}+6A_{104}+2A_{107})$$

$$F_{76}=A_{17}+e(2A_{21})$$

$$F_{77}=2A_{72}+e(2A_{74}+8A_{77}+4A_{78})$$

$$F_{78}=2A_{81}+e(2A_{82}+8A_{84})$$

$$F_{79}=2A_{103}+e(2A_{100}+6A_{104}+2A_{107})$$

$$F_{80}=A_7+e(A_{53}+2A_{57})$$

$$F_{81}=A_{65}+e(A_{36}+A_{39}+A_{42}+A_{71})$$

$$F_{82}=A_{25}+e(A_{26}+A_{32}+A_{29})$$

$$F_{83}=A_{65}+e(A_{36}+A_{42})$$

$$F_{84}=A_{17}+e(A_{18}+2A_{21})$$

$$F_{85}=2A_{10}+e(2A_{26}+4A_{120}+4A_{118})$$

$$F_{86}=A_{19}+e(2A_{127}+4A_{133}+4A_{130})$$

$$F_{87}=2A_{88}+e(2A_{89}+6A_{92}+2A_{95}+2A_{175})$$

$$F_{88}=2A_{103}+e(2A_{100}+6A_{104}+2A_{107}+2A_{168})$$

$$F_{89}=2A_{88}+e(2A_{89}+2A_{95}+6A_{92})$$

$$F_{90}=2A_{103}+e(2A_{100}+2A_{107}+4A_{105})$$

$$F_{91}=2A_{72}+e(2A_{74}+8A_{77})$$

$$F_{92}=2A_{81}+e(2A_{82}+8A_{84})$$

$$F_{93}=2A_{27}+e(2A_{144}+6A_{150}+2A_{147})$$

$$F_{94}=2A_{37}+e(2A_{155}+6A_{161}+2A_{158})$$

$$F_{95}=2A_{10}+e(2A_{115}+2A_{30}+2A_{120}+2A_{33}+2A_{118}+2A_{120})$$

$$F_{96}=2A_{19}+e(2A_{37}+4A_{130}+4A_{133}+2A_{43})$$

$$F_{97}=2A_{88}+e(2A_{89}+6A_{92}+2A_{95})$$

$$F_{98}=2A_{103}+e(2A_{100}+6A_{104})$$

$$F_{99}=A_7+e(A_{66}+2A_{57})$$

$$F_{100}=A_{25}+e(A_{26}+2A_{32})$$

$$F_{101}=A_{65}+e(A_{36}+A_{42})$$

$$F_{102}=2A_{10}+e(2A_{115}+4A_{120}+4A_{118})$$

$$F_{103}=2A_{103}+e(2A_{100}+6A_{104}+2A_{107}+2A_{168})$$

$$F_{104}=2A_{103}+e(2A_{100}+2A_{107}+4A_{104})$$

$$F_{105}=2A_{81}+e(2A_{82}+8A_{84})$$

$$F_{106}=2A_{19}+e(2A_{127}+4A_{130}+4A_{133}+2A_{43})$$

$$F_{107}=2A_{10}+e(2A_{10}+4A_{120}+4A_{118})$$

$$F_{108}=2A_{19}+e(2A_{127}+4A_{133}+2A_{130})$$

$$F_{109}=2A_{88}+e(2A_{89}+6A_{92}+2A_{95})$$

$$F_{110}=2A_{103}+e(2A_{100}+4A_{104}+2A_{107})$$

$$F_{111}=A_{47}+e(A_{35}+4A_{182})$$

$$F_{112}=A_{67}+e(A_{186}+4A_{190})$$

$$F_{113}=A_{27}+e(A_{144}+A_{147}+3A_{150}+A_{51})$$

$$F_{114}=A_{37}+e(A_{155}+A_{158}+3A_{161}+A_{58})$$

$$F_{115}=A_{27}+e(A_{144}+3A_{150}+A_{147})$$

$$F_{116}=A_{37}+e(A_{155}+3A_{161})$$

$$F_{117}=A_{10}+e(A_{115}+2A_{118}+2A_{120})$$

$$F_{118}=A_{19}+e(A_{127}+2A_{130}+2A_{133})$$

$$F_{119}=A_{27}+e(A_{144}+3A_{150}+A_{147}+A_{51})$$

$$F_{120}=A_{37}+e(A_{155}+3A_{161}+A_{158}+A_{58})$$

$$F_{121}=A_{10}+e(A_{115}+2A_{118}+2A_{120}+2A_{33})$$

$$F_{122}=A_{19}+e(A_{127}+A_{196}+2A_{133}+A_{43}+A_{130}+A_{33})$$

$$F_{123}=A_{19}+e(2A_{133}+A_{130}+A_{43})$$

$$F_{124}=A_{88}+e(A_{89}+3A_{92}+A_{95}+A_{45})$$

$$F_{125}=A_{103}+e(A_{100}+3A_{104}+A_{107}+A_{168})$$

$$F_{126}=A_{27}+e(A_{144}+3A_{150}+A_{147})$$

$$F_{127}=A_{37}+e(A_{155}+3A_{161}+A_{158})$$

$$F_{128}=A_{10}+e(A_{115}+2A_{118}+2A_{120}+A_{33})$$

$$F_{129}=A_{19}+e(A_{127}+2A_{130}+2A_{133}+A_{43})$$

$$F_{130}=A_{10}+e(A_{115}+2A_{120}+2A_{173})$$

$$F_{131}=A_{19}+e(A_{127}+2A_{133}+2A_{130})$$

$$F_{132}=A_{88}+e(A_{89}+3A_{92}+A_{95}+A_{126})$$

$$F_{133}=A_{103}+e(A_{100}+3A_{104}+A_{107}+A_{168})$$

$$F_{134}=A_{88}+e(A_{89}+A_{95}+A_{98}+2A_{92})$$

$$F_{135}=A_{103}+e(A_{100}+A_{107}+2A_{92})$$

$$F_{136}=A_{72}+e(A_{74}+4A_{77})$$

$$F_{137}=2A_{12}+e(2A_{18}+4A_{13})$$

$$F_{138}=2A_{12}+e(2A_9+8A_{13})$$

$$F_{139}=4A_{72}+e(4A_{74}+16A_{77})$$

$$F_{140}=4A_{81}-e(4A_{82}-16A_{84})$$

$$F_{141}=4A_{88}+e(4A_{89}+4eA_{92}+4A_{95}+8A_{93})$$

$$F_{142}=4A_{103}-e(4A_{100}+4A_{104}-4A_{107})$$

$$F_{143}=2A_{25}+e(2A_{26}+2A_{29}+2A_{32})$$

$$F_{144}=2A_{65}-e(2A_{36}+2A_{39}+2A_{42})$$

$$F_{145}=4A_{88}+e(4A_{89}+12A_{92}+4A_{95}+8A_{93})$$

$$F_{146}=4A_{103}-e(4A_{100}-4A_{104}+4A_{107})$$

$$F_{147}=4A_{10}+e(4A_{115}+8A_{118}+12A_{120})$$

$$F_{148}=4A_{19}-e4A_{127}$$

$$F_{149}=2A_{65}-e(2A_{36}-2A_{38}-2A_{39}-2A_{42})$$

$$F_{150}=4A_{81}-e(4A_{82}-8A_{84})$$

$$F_{151}=4A_{88}+e(4A_{89}+4A_{92}+4A_{95}+8A_{92})$$

$$F_{152}=4A_{103}-e(4A_{100}+4A_{104}-4A_{107})$$

$$F_{153}=2A_{25}+e(2A_{26}+2A_{29}+2A_{32})$$

$$F_{154}=4A_{88}+e(4A_{89}+12A_{92}+4A_{95})$$

$$F_{155}=4A_{103}-e(4A_{100}-4A_{104}+4A_{107})$$

$$F_{156}=4A_{10}+e(4A_{115}+8A_{118}+4A_{120}+4A_{121})$$

$$F_{157}=4A_{19}-e(4A_{127})$$

$$F_{158}=A_7+e(A_{53}+2A_{57})$$

$$F_{159}=2A_{10}+e(2A_{115}+4A_{118}+4A_{120})$$

$$F_{160}=A_{19}-e(2A_{127}-4A_{130}+4A_{133})$$

$$F_{161}=2A_{27}+e(2A_{144}+2A_{147}+2A_{153}+6A_{150})$$

$$F_{162}=2A_{37}-e(2A_{155}-2A_{158}+2A_{161})$$

$$F_{163}=A_{25}+e(A_{26}+A_{29}+A_{32}+A_{60})$$

$$F_{164}=A_{25}+e(A_{36}+A_{39}+A_{42}+A_{71})$$

$$F_{165}=2A_{88}+e(2A_{89}+6A_{92}+2A_{95}+2A_{168})$$

$$F_{166}=2A_{103}-e(2A_{100}-2A_{104}+2A_{107}+2A_{168})$$

$$F_{167}=2A_{10}+e(2A_{115}+4A_{118}+4A_{120})$$

$$F_{168}=2A_{19}-e(2A_{127}+2A_{33})$$

$$F_{169}=A_{65}-e(A_{36}+A_{42}+A_{39})$$

$$F_{170}=2A_{103}-e(2A_{100}-2A_{104}+2A_{107})$$

$$F_{171}=2A_{10}+e(2A_{27}+4A_{118}+4A_{120})$$

$$F_{172}=2A_{19}-e(2A_{127})$$

$$F_{173}=2A_{72}+e(2A_{74}+8A_{77})$$

$$F_{174}=2A_{81}-e(2A_{82})$$

$$F_{175}=2A_{103}-e(2A_{100}-2A_{104}-2A_{107})$$

$$F_{176}=2\pi+eA_{211}$$

$$F_{177}=2\pi+eA_{211}$$

$$F_{178}=2A_{215}+e(4A_{215}+2A_{218})$$



$$F_{179}=2A_{222}+e(2A_{223}+2A_{225}-2A_{228})$$

$$F_{180}=2A_{214}+e(4A_{215}-2A_{218})$$

$$F_{181}=A_{212}-A_{214}+e(2A_{234}+A_{236}-2A_{215}+A_{218})$$

$$F_{182}=A_{222}+e(A_{223}+A_{225}+A_{239}+A_{228})$$

$$F_{183}=A_{222}+e(A_{225}+A_{223}+A_{228})$$

$$F_{184}=1-eA_{211}$$

$$F_{185}=e(2A_{218}+4A_{215})$$

$$F_{186}=2A_{222}+e(2A_{228}+2A_{223}+2A_{225})$$

$$F_{187}=A_{212}+e(A_{236}+2A_{234})$$

$$F_{188}=A_{222}+e(A_{228}+A_{223}+A_{225}+A_{239})$$

$$F_{189}=A_{222}+e(A_{228}+A_{223}+A_{225})$$

$$F_{190}=A_{214}+e(A_{218}+2A_{215})$$

$$F_{191}=1-eA_{211}$$

$$F_{192}=A_{214}+e8A_{215}$$

$$F_{193}=4A_{222}+e(4A_{223}+6A_{225})$$

$$F_{194}=4A_{246}+e(4A_{247}+16A_{249})$$

$$F_{195}=8A_{253}+e(8A_{254}+4A_{250}+8A_{259}+8A_{263}+12A_{263})$$

$$F_{196}=4A_{220}+e(4A_{231}+8A_{266}+2A_{269})$$

$$F_{197}=1-eA_{211}$$

$$F_{198}=2A_{214}+e(2A_{222}+4A_{215})$$

$$F_{199}=2A_{222}+e(2A_{228}+2A_{223}+2A_{225})$$

$$F_{200}=2A_{214}-e(2A_{218}+4A_{215})$$

$$F_{201}=2A_{246}+e(4A_{247}+16A_{249})$$

$$F_{202}=8A_{253}+e(8A_{254}-4A_{253}+4A_{264}+8A_{259}+8A_{264}+12A_{263})$$

$$F_{203}=2A_{222}-e(2A_{228}+2A_{223}+2A_{225})$$

$$F_{204}=2A_{220}+e(4A_{231}+4A_{266}+8A_{269}+4A_{266})$$

$$F_{205}=A_{212}+A_{214}-e(A_{236}-A_{218}+2A_{234}+2A_{215})$$

$$F_{206}=2A_{220}+2A_{246}+e(2A_{231}+4A_{266}+4A_{269}+2A_{247}+8A_{249})$$

$$F_{207}=2A_{231}+2A_{253}+e(2A_{282}+2A_{285}+6A_{288}+2A_{254}+2A_{263}+2A_{298}+4A_{263})$$

$$F_{208}=A_{222}-e(A_{228}+A_{223}+2A_{239})$$

$$F_{209}=2A_{253}+e(2A_{254}+4A_{250}+2A_{263}+2A_{259}+2A_{294})$$

$$F_{210}=A_{222}-e(A_{228}+A_{223}+A_{225})$$

$$F_{211}=2A_{253}+e(2A_{254}+6A_{263}+2A_{259})$$

$$F_{212}=2A_{220}+e(2A_{296}+4A_{266}+4A_{269})$$

$$F_{213}=2A_{214}+e(2A_{218}+4A_{215}+2A_{225})$$

$$F_{214}=2A_{214}-e(2A_{218}+4A_{215})$$

$$F_{215}=8A_{253}+e(8A_{254}+4A_{250}+8A_{259}+20A_{263})$$

$$F_{216}=4A_{222}-e(4A_{228}+4A_{223}+6A_{225})$$

$$F_{217}=2A_{214}+e(2A_{222}+4A_{215})$$

$$F_{218}=8A_{253}+e(8A_{254}+12A_{264}+8A_{259}-4A_{253}+12A_{263})$$

$$F_{219}=4A_{220}+e(4A_{231}+8A_{266}+8A_{269})$$

$$F_{220}=A_{212}+A_{214}-e(A_{236}-A_{218}+2A_{234}+2A_{215})$$

$$F_{221}=2A_{220}+2A_{246}+e(2A_{231}+4A_{266}+4A_{269}+2A_{247}+6A_{249})$$

$$F_{222}=2A_{231}+2A_{253}+e(2A_{282}+2A_{285}+6A_{288}+2A_{254}+6A_{263}+2A_{298})$$

$$F_{223}=A_{222}-e(A_{228}+A_{223}+2A_{239})$$

$$F_{224}=2A_{253}+e(2A_{254}+10A_{263}+2A_{259})$$

$$F_{225}=A_{212}-A_{214}+e(A_{236}+2A_{234}-A_{218}-2A_{215})$$

$$F_{226}=A_{222}+e(2A_{228}+2A_{225}+A_{223}+A_{239})$$

$$F_{227}=A_{222}+e(A_{228}+A_{223}+A_{225})$$

$$F_{228}=2A_{220}+2A_{246}+e(2A_{231}+4A_{269}+4A_{266}+2A_{247}+8A_{249})$$

$$F_{229}=2A_{253}+e(2A_{254}+2A_{263}+2A_{259}+2A_{294}+4A_{264})$$

$$F_{230}=2A_{253}+e(2A_{254}+2A_{259}+6A_{263})$$

$$F_{231}=2A_{231}+2A_{253}+e(2A_{262}+6A_{288}+2A_{285}+2A_{254}+6A_{263}+2A_{259})$$

$$F_{232}=2A_{220}+e(A_{296}+4A_{266}+4A_{269}+2A_{230})$$

$$F_{233}=A_{220}+e(2A_{296}+4A_{269}+4A_{266})$$

$$F_{234}=A_{212}-A_{214}+e(A_{236}+2A_{234}-A_{218}-2A_{215})$$

$$F_{235}=A_{222}+e(A_{228}+A_{223}+A_{225}+A_{239})$$

$$F_{236}=2A_{220}+2A_{246}+e(2A_{296}+4A_{269}+4A_{266}+2A_{247}+8A_{249})$$

$$F_{237}=2A_{253}+e(2A_{254}+6A_{263}+2A_{259}+2A_{294})$$

$$F_{238}=2A_{231}+2A_{253}+e(2A_{282}+6A_{288}+2A_{285}+4A_{254}+6A_{263}+2A_{259})$$

$$F_{239}=A_{220}+e(A_{296}+A_{266}+A_{269}+A_{230}+A_{220})$$

$$F_{240}=A_{237}+A_{246}+4A_{220}+e(A_{299}+3A_{296}+A_{247}+4A_{249}+A_{294}+4A_{300}+2A_{230}+6A_{269}+4A_{266})$$

$$F_{241}=2A_{231}+2A_{253}+e(2A_{282}+2A_{254}+2A_{285}+5A_{288}+A_{259}+2A_{244}+5A_{263}+A_{298}+2A_{294})$$

$$F_{242}=A_{220}+e(2A_{296}+A_{269}+A_{266}+A_{230}+A_{279}+A_{288}+A_{244})$$

$$F_{243}=2A_{65}+e(2A_{29}+2A_{32}+2A_{26})$$

$$F_{244}=2A_4-A_{12}+e(4A_{50}+2A_{46}-4A_{13}-2A_9)$$

$$F_{245}=2A_7-A_{17}+e(4A_{57}+2A_{66}-4A_{21}-2A_{18})$$

$$F_{246}=A_7-e(A_{53}-2A_{57}-2A_{58})$$

$$F_{247}=A_{65}-e(A_{36}-A_{42}-A_{39})$$

$$F_{248}=2A_{19}-e(2A_{127}-4A_{133}-4A_{134}+4A_{130})$$

$$F_{249}=2A_{103}-e(2A_{100}-6A_{104}-4A_{107})$$

$$F_{250}=2A_{88}+e(2A_{89}+6A_{92})$$

$$F_{251}=2A_{72}+e(2A_{74}+4A_{72}+4A_{77})$$

$$F_{252}=2A_{37}-e(2A_{155}-2A_{161}-4A_{162}+2A_{158})$$

$$F_{253}=2A_{10}-e(2A_{90}+4A_{118}+4A_{120}+2A_{205})$$

$$F_{254}=2A_{19}-e(2A_{127}-2A_{133})$$

$$F_{255}=2A_{88}+e(2A_{89}+4A_{88}+2A_{92}+2A_{95})$$

$$F_{256}=A_{12}+e(A_9+2A_{12})$$

$$F_{257}=2A_{103}+e(2A_{89}+2A_{95}+6A_{92})$$

$$F_{258}=2A_{10}+e(2A_{115}+4A_{118}+6A_{120}+2A_{205})$$

$$F_{259}=2A_{19}-e(2A_{37}-4A_{133}+2A_{136})$$

$$F_{260}=2A_{19}+e2A_{127}$$

$$F_{261}=2A_{188}+e(2A_{89}+4A_{88}+2A_{92}+2A_{95})$$

$$F_{262}=A_{67}-e(A_{208}-2A_{191})$$

$$F_{263}=A_{37}-e(A_{155}+A_{158}-2A_{161}+2A_{163})$$

$$F_{264}=A_{37}-e(A_{155}-3A_{161}-A_{158})$$

$$F_{265}=A_{104}+e(A_{115}+2A_{10}+2A_{120})$$

$$F_{266}=A_{37}-e(A_{155}-A_{161}-2A_{162}+A_{158}+A_{58})$$

$$F_{267}=A_{19}-e(A_{127}-3A_{133}+A_{43})$$

$$F_{268}=A_{19}-e(A_{127}+A_{43})$$

$$F_{269}=A_{188}+e(A_{89}+2A_{88}+A_{92}+A_{95}+A_{175})$$

$$F_{270}=A_{19}-e(A_{115}+A_{133})$$

$$F_{271}=A_{89}+e(3A_{89}+A_{95}+A_{92})$$

$$F_{272}=A_{19}+e(A_{128}-2A_{133}-2A_{134}+2A_{130})$$

$$F_{273}=A_{81}-eA_{82}$$

$$F_{274}=A_4+e(A_{46}+2A_{50});$$

$$F_{275}=A_{12}+e(4A_{21}+2A_{18});$$

$$F_{276}=2A_{13}+e(2A_9+4A_{13});$$

$$F_{277}=A_{35}+e(2A_{36}+2A_{39}+2A_{42});$$

$$F_{278}=1/2A_1-A_{301}+e(1/2A_{302}-A_{303}-2A_{304})-$$

$$F_{279}=A_{311}+e(1/2A_{312}-A_{313}-2A_{314})$$

$$F_{280}=e(A_{324}-2A_{325})$$

$$F_{281}=e(A_{333}-A_{334}-A_{335}-A_{336}-A_{337})$$

$$F_{282}=A_{344}+e(A_{345}-A_{346}-A_{320})$$

$$F_{283}=A_{324}+e(2A_{331}-2A_{354}-2A_{355}-A_{356}-2A_{324})$$

$$F_{284}=1/2A_{361}+e(1/2A_{302})$$

$$F_{285}=1/2A_{316}-e(1/2A_{316}-A_{317}-1/2A_{315})$$

$$F_{286}=A_{323}+eA_{324}$$

$$F_{287}=A_{361}+e3A_{302}$$

$$F_{288}=A_{316}+e3A_{312}$$

$$F_{289}=2A_{323}+e6A_{324}$$

$$F_{290}=A_{361}-A_{316}+e(3A_{302}-3A_{312})$$

$$F_{291}=1/2A_{361}+A_{301}+e(1/2A_{302}+A_{303}+2A_{304}+45/8A_{362})$$

$$F_{292}=1/2A_{316}+A_{311}+e(-1/2A_{312}+A_{313}+2A_{314})$$

$$F_{293}=A_{323}+2A_{366}+e(-A_{324}+45/16A_{363}+2A_{364}+4A_{365})$$

$$F_{294}=e(-A_{367}+A_{334}+A_{335}+A_{336})$$

$$F_{295}=A_{344}+e(2A_{346}+9/8A_{370}+A_{371}+A_{320})$$

$$F_{296}=2A_{325}+e(-2A_{331}+2A_{354})$$

$$F_{297}=e1/2A_{312}$$

$$F_{298}=A_{368}-e(A_{367}+A_{334}+A_{335}+A_{341})$$

$$F_{299}=A_{344}-e(A_{346}-A_{345}+A_{337}+A_{375})$$

$$F_{300}=2A_{325}-e(2A_{331}+2A_{354}+2A_{355}+2A_{377})$$

$$F_{301}=A_{306}-A_{301}-e(A_{302}-2A_{304}-A_{303}+A_{381}+2A_{382})$$

$$F_{302}=A_{317}-A_{311}-e(A_{317}-4A_{314}-2A_{312}-A_{313}+2A_{387})$$

$$F_{303}=2A_{366}+2A_{327}-e(2A_{392}-4A_{324}-2A_{364}+4A_{363}+4A_{359})$$

$$F_{304}=A_{368}-e(A_{361}-A_{305}+A_{367}-A_{334}-A_{335}-A_{304}+A_{335})$$

$$F_{305}=A_{344}+e(A_{316}-A_{315}+A_{345}-A_{346}-A_{337}-A_{375})$$

$$F_{306}=2A_{325}-e(2A_{331}-2A_{328}-2A_{354}-2A_{355}-2A_{377})$$

$$F_{307}=1/2A_{323}+e1/2A_{355}$$

$$F_{308}=1/2A_{361}-A_{316}+e(1/2A_{302}-1/2A_{312}-A_{317}-1/2A_{315})$$

$$F_{309}=-1/2A_{323}+A_{366}+e(-1/2A_{324}+A_{364}+2A_{365})$$

$$F_{310}=1/2A_{361}-1/2A_{316}-A_{301}+A_{311}+e(1/2A_{302}-1/2A_{312}-A_{303}+A_{313}-2A_{304}+2A_{314})$$

$$F_{311}=A_{325}+e(-A_{324}+A_{325}+A_{354}+A_{397})+$$

$$F_{312}=-A_{325}+e(A_{331}-A_{354}-A_{397})$$

$$F_{313}=A_{344}-2A_{368}+e(A_{367}-A_{334}-A_{345}+A_{346}+A_{371}-A_{336})$$

$$F_{314}=A_{317}-A_{311}-e(A_{317}-4A_{314}-2A_{312}-A_{313}+2A_{387})$$

$$F_{315}=1/2A_{361}-1/2A_{316}+e(1/2A_{302}-1/2A_{312})$$

$$F_{316}=1/2A_{323}-A_{366}+e(1/2A_{324}-A_{364}-2A_{365})$$

$$F_{317}=1/2A_{323}+A_{364}+e(A_{364}-1/2A_{324}+2A_{365})$$

$$F_{318} = 1/2A_{316} - 1/2A_{361} - A_{311} + e(1/2A_{312} - 1/2A_{302} + A_{303} - 2A_{314} - A_{313} + 2A_{304})$$

$$F_{319} = -A_{325} + e(A_{325} - A_{354} - A_{355} - A_{397})$$

$$F_{320} = A_{325} + e(-A_{331} + A_{354} + A_{355} + A_{397})$$

$$F_{321} = A_{343} - e(-A_{367} + A_{400} + A_{401} + A_{402} - A_{399} - A_{320}) +$$

$$F_{322} = A_{316} + eA_{312}$$

$$F_{323} = A_{361} + eA_{302}$$

$$F_{324} = 2A_{323} + eA_{324}$$

$$F_{325} = A_{311} + 1/2A_{316} + e(-2A_{314})$$

$$F_{326} = 1/2A_{361} - A_{301} + e(-2A_{304})$$

$$F_{327} = -A_{323} + 2A_{364} + e(4A_{365})$$

$$F_{328} = -A_{403} + e(A_{402} - A_{371} - A_{320})$$

$$F_{329} = A_{368} + e(A_{367} - A_{401} - A_{399})$$

$$F_{330} = 2A_{325} + e(2A_{331} + 2A_{328} + 2A_{325})$$

$$F_{331} = -A_{325} - e(A_{324} - A_{354} - A_{355} - A_{377})$$

$$F_{332} = A_{325} - e(A_{354} + A_{355} - A_{324} + A_{377})$$

$$F_{333} = A_{368} - A_{403} - e(A_{367} + A_{400} + A_{401} + A_{402} - A_{406} - A_{371} + A_{407} - A_{375})$$

$$F_{334} = A_{366} - A_{392} - e(2A_{392} + A_{364} - A_{392} - 2A_{363} + 2A_{365})$$

$$F_{335} = -A_{366} + A_{327} - e(-2A_{324} - A_{364} + A_{392} + 2A_{363} - 2A_{365})$$

$$F_{336} = -A_{301} + A_{306} + A_{311} + A_{317} - e(-2A_{302} - A_{303} + A_{381} + A_{382} + 2A_{312} + A_{313} - A_{408} - 2A_{387} - 2A_{304} + A_{314})$$

$$F_{337} = A_{325} - e(-A_{323} + A_{328} - A_{331} + A_{354} + 4A_{355} + A_{377})$$

$$F_{338} = -A_{325} - e(A_{323} - A_{328} + A_{331} - A_{354} - A_{355} - A_{356})$$

$$F_{339} = -A_{368} + A_{403} - e(A_{361} - A_{305} - A_{316} + A_{315} + A_{367} - A_{400} - A_{401} - A_{402} + A_{406} + A_{371} - A_{407})$$

$$F_{340} = -A_{323} + e(-3A_{324})$$

$$F_{341} = -1/2A_{316} + A_{311} + e(1/2A_{312} + A_{313} + 2A_{314})$$

$$F_{342} = -1/2A_{361} + A_{301} + e(1/2A_{302} + A_{303} + 2A_{304})$$

$$F_{343} = 2A_{366} + A_{323} + e(A_{324} - 2A_{364} - 4A_{365})$$

$$F_{344}=A_{403}+e(-A_{402}+A_{406}+A_{371}+A_{320})$$

$$F_{345}=A_{368}+e(A_{367}+A_{400}+A_{401}+A_{399})$$

$$F_{346}=-2A_{325}+e(2A_{331}-2A_{354}-2A_{355})$$

$$F_{347}=A_{403}+e(-A_{402}+A_{406}+A_{371}+A_{375})$$

$$F_{348}=A_{368}+e(A_{367}+A_{400}+A_{401}+A_{407})$$

$$F_{349}=-A_{325}+e(2A_{331}-2A_{354}-2A_{355}-2A_{377})$$

$$F_{350}=-A_{403}+e(-A_{315}+A_{402}-A_{406}-A_{371}-A_{375})$$

$$F_{352}=2A_{325}+e(-2A_{323}+A_{328}-2A_{331}+2A_{354}+2A_{355}+2A_{377})$$

$$F_{353}=A_{317}-A_{311}+e(-2A_{312}-A_{313}+A_{408}+2A_{387}-2A_{314})$$

$$F_{354}=A_{301}+A_{306}+e(-2A_{302}-A_{303}+A_{381}+2A_{382}-2A_{314})$$

$$F_{355}=-2A_{327}+2A_{366}+e(4A_{324}+2A_{364}-2A_{392}-4A_{363}+4A_{365})$$

$$F_{356}=1/4A_{361}+e(1/4A_{302})$$

$$F_{357}=1/4A_{316}+e(1/4A_{312})$$

$$F_{358}=1/2A_{323}+e(1/2A_{324})$$

$$F_{359}=1/2A_{316}-A_{311}+e(1/2A_{312}-A_{313}-2A_{314})$$

$$F_{360}=A_{323}-2A_{366}+e(A_{324}-2A_{364}-4A_{365})$$

$$F_{361}=1/4A_{361}-A_{301}+A_{410}+e(1/4A_{302}-A_{303}+A_{411}-$$

$$-2A_{304}+4A_{413})$$

$$F_{362}=1/4A_{316}-A_{311}+A_{419}+e(1/4A_{312}-A_{313}+A_{420}-2A_{314})$$

$$F_{363}=1/2A_{323}-2A_{366}+2A_{427}+e(1/2A_{324}-2A_{364}+2A_{428}-4A_{365}+8A_{429})$$

$$F_{364}=e(A_{367}-A_{400}-A_{401}-A_{399})$$

$$F_{365}=-A_{435}-A_{403}+e(A_{402}-A_{406}-A_{371}-A_{320})$$

$$F_{366}=e(2A_{331}-2A_{354}-2A_{355}-2A_{397})$$

$$F_{367}=A_{307}+e(-2A_{303}+A_{307}+2A_{436}+2A_{437})$$

$$F_{368}=A_{318}+e(-2A_{403}+A_{446}+2A_{447}+2A_{448})$$

$$F_{369}=2A_{329}+e(-4A_{364}+2A_{459}+4A_{460}+4A_{461})$$

$$F_{370}=A_{368}+2A_{475}+e(A_{367}-A_{334}-A_{335}-2A_{476}+2A_{477}+2A_{478}-A_{399}+4A_{443}+2A_{479})$$

$$F_{371}=A_{344}+e(A_{345}-A_{346}-2A_{490}+2A_{491}+2A_{492}-A_{320}+4A_{454}+2A_{424})$$

$$F_{372}=A_{325}+4A_{503}+e(2A_{331}-2A_{354}-2A_{355}-4A_{504}+4A_{505}+4A_{506}-2A_{397}+8A_{507})$$

$$F_{373}=1/4A_{316}+e(1/4A_{312})$$

$$F_{374}=-1/4A_{361}+A_{301}-A_{410}+e(-1/4A_{302}+A_{303}-A_{411}+2A_{304}-4A_{413})$$

$$F_{375}=-1/4A_{316}+A_{311}-A_{419}+e(-1/4A_{312}+A_{313}-A_{420}+2A_{314}-4A_{421})$$

$$F_{376}=-1/2A_{323}+2A_{366}-2A_{427}+e(-1/2A_{324}+2A_{364}-2A_{428}+4A_{365}-8A_{429})$$

$$F_{377}=-A_{307}+e(A_{313}-A_{51}-2A_{436}-2A_{437})$$

$$F_{378}=-A_{318}+e(2A_{313}-A_{522}-2A_{448}-2A_{447})$$

$$F_{379}=A_{368}-2A_{475}+e(-A_{367}+A_{361}+A_{334}+A_{335}+2A_{476}-2A_{477}-2A_{478}+A_{336}-4A_{443}-2A_{479})$$

$$F_{380}=2A_{344}-2A_{493}+e(-A_{345}+A_{346}+A_{371}+2A_{490}-2A_{491}-2A_{492}+A_{320}-4A_{454}-2A_{424})$$

$$F_{381}=2A_{325}-4A_{503}+e(-2A_{331}+2A_{354}+2A_{355}+4A_{504}-4A_{505}-4A_{506}+2A_{397}-8A_{432})$$

$$F_{382}=A_{369}+e(-3A_{334}+A_{529}+3A_{530}+A_{531})$$

$$F_{383}=A_{347}+e(-3A_{346}+A_{538}+3A_{539}+A_{540})$$

$$F_{384}=2A_{372}+e(-6A_{354}+2A_{547}+6A_{548}+2A_{549})$$

$$F_{385}=A_{383}-3A_{307}+e(4A_{381}+A_{556}+4A_{557}+6A_{303}-3A_{518}-6A_{436}-6A_{342})$$

$$F_{386}=A_{388}-3A_{318}+e(-4A_{408}+A_{566}+4A_{493}+6A_{313}-3A_{446}-6A_{447}-6A_{352})$$

$$F_{387}=2A_{393}-6A_{329}+e(-8A_{392}+2A_{574}+8A_{575}+12A_{364}-6A_{576}-12A_{460}-12A_{360})$$

$$F_{388}=-3A_{369}+3A_{475}+e(9A_{334}-3A_{529}-9A_{368}-3A_{476}+3A_{506}-3A_{549}+9A_{470})$$

$$F_{389}=-3A_{347}+3A_{493}+e(9A_{334}-3A_{538}-9A_{539}-3A_{490}+3A_{491}+3A_{492}-3A_{540}+9A_{454})$$

$$F_{390}=A_{378}+6A_{503}+e(18A_{354}-6A_{547}-18A_{548}-6A_{504}+6A_{505}+6A_{506}-6A_{549}+18A_{470})$$

$$F_{391}=3A_{307}-A_{410}+e(-6A_{303}+3A_{518}+6A_{436}-A_{597}+6A_{405}-4A_{413})$$

$$F_{392}=3A_{318}-A_{419}+e(-6A_{313}+3A_{446}+6A_{599}-A_{420}+6A_{352}-4A_{421})$$

$$F_{393}=6A_{329}-2A_{427}+e(-12A_{364}+6A_{459}+12A_{460}-2A_{428}+12A_{360}-8A_{429})$$

$$F_{394}=A_{589}+e(A_{476}-A_{477}-A_{478}-3A_{483})$$

$$F_{395}=-A_{493}+e(A_{490}-A_{491}-A_{492}-3A_{501})$$

$$F_{396}=-2A_{503}+e(2A_{504}-2A_{505}-2A_{506}-6A_{507})$$

$$F_{397}=1/4A_{361}+e(1/4A_{302})$$

$$F_{398}=1/4A_{316}+e(1/4A_{312})$$

$$F_{399}=-1/2A_{323}+e(1/2A_{324})$$

$$F_{400} = -1/2A_{361} + A_{301} + e(1/2A_{302} + A_{303} + 2A_{304})$$

$$F_{401} = -1/2A_{316} + A_{311} + e(-1/2A_{312} + 2A_{314})$$

$$F_{402} = -A_{323} + 2A_{366} + e(-A_{324} + 2A_{364} + 4A_{365})$$

$$F_{403} = 1/4A_{361} - A_{301} + A_{410} + e(1/4A_{302} - A_{303} + A_{411} - 2A_{304} + 4A_{413})$$

$$F_{404} = 1/4A_{316} - A_{311} + A_{419} + e(1/4A_{312} - A_{313} + A_{420} - 2A_{314} + 4A_{421})$$

$$F_{405} = 1/2A_{323} - A_{366} + 2A_{427} + e(1/2A_{324} - 2A_{364} + 2A_{428} - 4A_{365} + 8A_{429})$$

$$F_{406} = 2A_{475} + e(A_{367} - A_{334} - A_{335} - 2A_{476} + 2A_{477} + 2A_{475} - A_{399} + 4A_{443} + 2A_{479})$$

$$F_{407} = 3A_{344} + e(A_{345} - A_{346} - A_{371} - 2A_{490} - 2A_{491} + 2A_{492} - A_{320} + 4A_{603} + 2A_{424})$$

$$F_{408} = 2A_{325} + 4A_{503} + e(2A_{331} - A_{354} - 2A_{331} - 4A_{503} + 4A_{505} + 4A_{506} - 2A_{397} + 8A_{470} + 4A_{432})$$

$$F_{409} = A_{307} + e(-2A_{303} + A_{518} + 2A_{436} + 2A_{437})$$

$$F_{410} = A_{318} + e(2A_{447} - 2A_{313} + A_{446} + 2A_{448})$$

$$F_{411} = 2A_{329} + e(-4A_{364} + 2A_{576} + 4A_{514})$$

$$F_{412} = A_{368} - A_{368} + e(-A_{367} + A_{334} + A_{335} + A_{336})$$

$$F_{413} = -A_{344} - A_{345} + e(A_{346} + A_{337} + A_{320})$$

$$F_{414} = 2A_{325} + e(2A_{354} + 2A_{355} + 2A_{397})$$

$$F_{415} = A_{302} + e(-A_{361} + 4A_{306} + A_{305})$$

$$F_{416} = A_{312} + e(-A_{316} + 4A_{317} + A_{315})$$

$$F_{417} = 2A_{324} + e(-2A_{323} + 8A_{327} + 2A_{328})$$

$$F_{418} = -A_{367} + e(-4A_{368} - A_{333})$$

$$F_{419} = -A_{345} + e(-4A_{344} - A_{350})$$

$$F_{420} = -2A_{331} + e(-8A_{325} - 2A_{359})$$

$$F_{421} = -1/4A_{323} + e(-1/4A_{324})$$

$$F_{422} = 1/4A_{323} + e(1/4A_{324})$$

$$F_{423} = 1/4A_{361} - 1/4A_{316} + e(1/4A_{302} - 1/4A_{312})$$

$$F_{424} = -1/2A_{323} + A_{366} + e(-1/2A_{324} + A_{364} + 2A_{365})$$

$$F_{425} = -A_{366} + 1/2A_{323} + e(1/2A_{324} - A_{364} - 2A_{365})$$

$$F_{426} = 1/2A_{361} - 1/2A_{316} - A_{301} + A_{311} + e(1/2A_{302} - 1/2A_{312} - A_{303} + A_{313} - 2A_{304} + 2A_{314})$$

$$F_{427} = A_{427} + e(-1/4A_{324} + A_{364} - A_{428} + 2A_{365} - 4A_{429})$$

$$F_{428}=1/4A_{323}+e(1/4A_{324}-A_{364}+A_{428}-2A_{365}+4A_{429})$$

$$F_{429}=1/4A_{361}-1/4A_{316}+A_{311}+A_{410}-A_{419}+e(1/4A_{302}-1/4A_{312}-A_{303}+A_{313}+A_{411}-A_{420}-2A_{304}+2A_{314}+4A_{413}-4A_{421})$$

$$F_{430}=A_{325}+e(-A_{331}+A_{354}+A_{355}+A_{397})$$

$$F_{431}=A_{368}+A_{344}+e(A_{367}-A_{334}-A_{335}-A_{345}+A_{346}+A_{371}-A_{336}+A_{320})$$

$$F_{432}=A_{325}+e(-A_{331}+A_{354}+A_{355}+2A_{504}-2A_{505}-2A_{506}+A_{397}-4A_{470}-2A_{432})$$

$$F_{433}=2A_{503}+A_{325}+e(A_{331}-A_{354}-A_{355}-2A_{504}+2A_{505}+2A_{506}-A_{397}+4A_{470}+2A_{432})$$

$$F_{434}=A_{344}-2A_{493}+e(A_{367}-A_{334}-A_{335}-A_{345}+A_{346}+A_{337}-2A_{476}+2A_{477}+2A_{478}+2A_{491}-2A_{492}-A_{336}+A_{320}-2A_{424}+4A_{443}-4A_{454}+2A_{416})$$

$$F_{435}=-A_{329}+e(2A_{364}-A_{459}-2A_{460}-2A_{461})$$

$$F_{436}=A_{307}-A_{318}+e(-2A_{303}+A_{518}+A_{436}+A_{313}-A_{446}-2A_{447})$$

$$F_{437}=1/4A_{323}-A_{366}+A_{427}+e(1/4A_{324}-A_{364}+A_{428}-2A_{365}+4A_{429})$$

$$F_{438}=1/4A_{361}+1/4A_{316}+A_{301}-A_{311}-A_{410}+A_{419}+e(-1/4A_{302}-1/4A_{312}+A_{303}-A_{313}-A_{441}+A_{420}+2A_{304}-2A_{497}-4A_{413}+4A_{421})$$

$$F_{439}=-A_{325}+2A_{604}+e(A_{331}-A_{354}-A_{355}-2A_{504}+2A_{505}+2A_{506}-A_{397}+4A_{470}+2A_{432})$$

$$F_{440}=A_{325}+e(-A_{324}+A_{354}+A_{355}+2A_{504}-2A_{505}-2A_{506}+A_{397}-4A_{470}-2A_{432})$$

$$F_{441}=A_{368}+A_{344}-2A_{589}-2A_{325}+2A_{493}+e(A_{367}+A_{400}+A_{401}+A_{345}-A_{346}-A_{371}+2A_{476}-2A_{477}-A_{490}+2A_{491}+2A_{492}+A_{336}-A_{320}-4A_{443}+4A_{501}-2A_{416}+2A_{424})$$

$$F_{442}=A_{307}+A_{318}+e(2A_{303}-A_{518}-2A_{436}-2A_{313}+A_{446}+2A_{447}-2A_{437}+2A_{448})$$

$$F_{443}=1/4A_{323}+e-1/4A_{324}$$

$$F_{444}=-1/4A_{323}+e1/4A_{324}$$

$$F_{445}=3/4A_{361}-1/4A_{316}+e(1/4A_{302}-1/4A_{312})$$

$$F_{446}=-A_{366}+e(-2A_{365}+1/2A_{324}-A_{364})$$

$$F_{447}=A_{366}+e(-1/2A_{324}+A_{364}+2A_{365})$$

$$F_{448}=1/2A_{316}+A_{301}-A_{311}+e(1/2A_{302}+1/2A_{312}+A_{303}-A_{313}+2A_{304}-2A_{314})$$

$$F_{449}=-A_{331}-A_{323}+A_{366}+e(-1/4A_{313}-A_{428}+2A_{365}-4A_{429})$$

$$F_{450}=1/4A_{323}-A_{366}+A_{427}+e(1/4A_{324}-A_{364}+A_{428}-2A_{365}+4A_{429})$$

$$F_{451}=1/4A_{361}-1/4A_{316}-A_{301}+A_{311}+A_{410}-A_{419}+e(1/4A_{302}-1/4A_{312}-$$

$$-A_{303}+A_{364}+A_{313}+A_{411}-A_{420}-2A_{304}+2A_{314}+A_{413}-4A_{421})$$

$$F_{452}=A_{325}+e(-A_{324}+A_{354}+A_{355}+A_{397})$$

$$F_{453}=A_{367}-A_{344}+e(A_{367}+A_{334}+A_{335}+A_{345}-A_{346}-A_{337}+A_{336}-A_{320})$$

$$F_{454}=-2A_{503}+e(-A_{331}+A_{354}+A_{355}+2A_{504}-2A_{505}-2A_{506}+2A_{397}-4A_{470}-2A_{432})$$

$$F_{455}=A_{403}+2A_{589}-2A_{593}+e(A_{367}-A_{334}-A_{335}-A_{345}+A_{346}+A_{337}-2A_{476}+2A_{477}+2A_{478}+2A_{490}-2A_{491}-2A_{492}-A_{336}+A_{320}+4A_{443}-4A_{454}+2A_{479}-2A_{454})$$

$$F_{456}=A_{302}-A_{312}+e(-A_{302}+4A_{306}+A_{305}+A_{316}-4A_{317}-A_{315})$$

$$F_{457}=A_{331}+e(4A_{325}+A_{359})$$

$$F_{458}=A_{367}+A_{345}+e(-4A_{368}+4A_{403}-A_{333}+A_{350})$$

$$F_{459}=1/2A_{316}-2A_{314}-A_{311}+e(-2A_{314}+1/2A_{312}-A_{313})$$

$$F_{460}=-A_{323}+2A_{366}+e(-A_{324}+2A_{364}+4A_{331})$$

$$F_{461}=1/4A_{361}-A_{301}+A_{410}+e(-A_{366}+A_{411}-2A_{304}+4A_{413})$$

$$F_{462}=-1/2A_{323}+2A_{366}-2A_{427}+e(1/2A_{324}+2A_{364}-2A_{427}+4A_{365}-8A_{504})$$

$$F_{463}=-A_{344}+e(A_{345}-A_{346}-A_{337}-A_{320})$$

$$F_{464}=A_{368}+e(A_{367}-A_{334}-A_{335}-A_{336})$$

$$F_{465}=-A_{403}+2A_{493}+e(A_{345}-A_{346}-A_{337}-2A_{490}+2A_{491}+2A_{492}-A_{320}+4A_{454}+2A_{424})$$

$$F_{466}=A_{368}+2A_{475}+(A_{367}-A_{400}-A_{401}-2A_{476}+2A_{477}+2A_{478}+4A_{443}+2A_{479})$$

$$F_{467}=2A_{325}-4A_{503}+e(-2A_{331}+2A_{354}+2A_{355}+4A_{504}-4A_{505}-4A_{506}+2A_{397}-8A_{470}-4A_{432})$$

$$F_{468}=A_{318}+e(-2A_{313}+A_{446}+2A_{447}+2A_{448})$$

$$F_{469}=A_{307}+e(-2A_{303}+A_{518}+2A_{519})$$

$$F_{470}=-2A_{329}+e(4A_{364}-2A_{576}+4A_{460}-4A_{461})$$

$$F_{471}=-A_{372}+e(3A_{354}-A_{547}-3A_{548}-A_{549})$$

$$F_{472}=A_{369}-A_{347}+e(-3A_{334}+A_{529}+3A_{530}+A_{538}+A_{531}-3A_{539}-A_{540})$$

$$F_{473}=-A_{393}+3A_{329}+e(4A_{392}-A_{574}-4A_{575}-6A_{364}+3A_{459}+6A_{460}+6A_{360})$$

$$F_{474}=A_{383}-A_{388}-3A_{307}+3A_{318}+e(4A_{381}+A_{556}+4A_{557}+4A_{408}-A_{566}-4A_{389}+6A_{303}-3A_{518}-6A_{436}-6A_{313}+3A_{446}+6A_{447}-6A_{342}+6A_{352})$$

$$F_{475}=3A_{372}-3A_{604}+e(-9A_{354}+3A_{547}+9A_{548}+3A_{504}-3A_{505}-3A_{506}+3A_{549}-9A_{364})$$

$$F_{476}=A_{369}+3A_{347}+3A_{589}-3A_{593}+e(9A_{334}-A_{529}-9A_{384}-9A_{346}+3A_{538}+9A_{539}-$$



$$-3A_{476}+3A_{477}+3A_{478}+3A_{490}-3A_{491}-3A_{492}-3A_{531}+3A_{540}+9A_{443}-9A_{470})$$

$$F_{477}=A_{427}-3A_{329}+e(6A_{364}-3A_{459}-6A_{460}+A_{428}-6A_{360}+4A_{429})$$

$$F_{478}=3A_{329}-A_{427}+e(-6A_{364}+3A_{459}+6A_{460}-A_{428}+6A_{360}-4A_{429})$$

$$F_{479}=3A_{307}-3A_{318}-A_{410}+A_{419}+e(-6A_{303}+3A_{518}+6A_{436}+6A_{313}-3A_{446}-A_{410}-6A_{477}+A_{420}+6A_{342}-6A_{352}-4A_{413}+4A_{421})$$

$$F_{480}=A_{503}+e(-A_{504}+A_{505}+A_{506}+3A_{364}+3A_{501})$$

$$F_{481}=A_{589}+A_{593}+e(A_{476}-A_{477}-A_{478}-A_{490}+A_{491}+A_{492}-3A_{443})$$

$$F_{482}=A_{344}-2A_{493}+e(-3A_{375}-A_{345}+A_{346}+A_{337}+2A_{490}-2A_{491}-2A_{492}+A_{320}-4A_{424})$$

$$F_{483}=A_{368}-2A_{475}+e(-A_{367}+A_{334}+A_{355}+2A_{476}-2A_{477}-2A_{478}+A_{336}-6A_{443})$$

$$F_{484}=-A_{318}+e(2A_{313}-A_{446}-2A_{447}-2A_{448})$$

$$F_{485}=2A_{329}+e(-4A_{364}+2A_{459}+4A_{460}+4A_{461})$$

$$F_{486}=A_{347}+e(-A_{346}+A_{538}+3A_{539}+A_{540})$$

$$F_{487}=A_{369}+e(-3A_{334}+A_{529}+3A_{530}+A_{531})$$

$$F_{489}=A_{383}-3A_{307}+e(4A_{381}+A_{556}+4A_{557}+6A_{303}-3A_{301}-6A_{436}-6A_{342})$$

$$F_{490}=-3A_{347}+3A_{493}+e(9A_{334}-3A_{538}-A_{420}-9A_{530}-3A_{490}+3A_{491}+3A_{493}-3A_{540}+6A_{352}+9A_{497})$$

$$F_{491}=3A_{369}+3A_{475}+e(9A_{334}-3A_{529}-9A_{530}-3A_{476}+3A_{478}-3A_{531}-9A_{443})$$

$$F_{492}=2A_{427}+6A_{372}-6A_{503}+e(-18A_{354}+6A_{547}+18A_{548}+6A_{504}-6A_{505}-6A_{506}+6A_{549}-18A_{470})$$

$$F_{493}=3A_{318}-A_{419}+e(-6A_{313}+3A_{446}+6A_{447}-4A_{421})$$

$$F_{494}=3A_{307}-A_{410}+e(-6A_{303}+3A_{518}+6A_{436}-A_{411}+6A_{342}-4A_{413})$$

$$F_{495}=6A_{329}+e(12A_{364}-6A_{459}-12A_{460}+2A_{428}-12A_{360}+8A_{429})$$

$$F_{496}=-A_{493}+e(A_{490}-A_{491}-A_{492}-3A_{424})$$

$$F_{497}=A_{475}+e(A_{476}-A_{477}-A_{478}-27/8A_{502})$$

$$F_{498}=-1/2A_{316}+A_{311}+e(-1/2A_{312}+A_{313}+2A_{314})$$

$$F_{499}=A_{325}+e(A_{320}-A_{345}+A_{346}+A_{337})$$

$$F_{500}=A_{368}+e(-A_{367}+A_{334}+A_{335}+A_{336})$$

$$F_{501}=A_{325}+e(-2A_{397}+2A_{331}-2A_{354}-2A_{355})$$

$$F_{502} = -A_{344} + 2A_{493} + e(A_{345} - A_{346} - A_{337} - 2A_{490} + 2A_{491} + 2A_{492} - A_{320} + 4A_{371} + 2A_{424})$$

$$F_{503} = A_{368} + 2A_{475} + e(A_{367} - A_{334} - A_{335} - 2A_{476} + 2A_{477} + 2A_{478} - A_{336} + 4A_{443} + 2A_{416})$$

$$F_{504} = -A_{345} + e(4A_{312} + A_{350})$$

$$F_{505} = 1/2A_1 - A_{12} + e(1/2A_3 - A_9 - 2A_{13})$$

$$F_{506} = 1/2A_2 - A_{17} + e(1/2A_7 - A_{18} - 2A_{21})$$

$$F_{507} = A_{25} + e(A_{63} - A_{26} - A_{11} - A_{14})$$

$$F_{508} = -A_{65} + e(A_{70} - A_{36} - A_{62} - A_{22})$$

$$F_{509} = 1/2A_2 + e(A_7)$$

$$F_{510} = 1/2A_1 + A_{12} + e(1/2A_3 + A_9 + 2A_{13})$$

$$F_{511} = -1/2A_2 + A_{17} + e(-1/2A_7 + A_{18} + 2A_{21})$$

$$F_{512} = A_{25} + e(A_{26} + A_{11} + A_{14})$$

$$F_{513} = A_{65} + e(-A_{70} + A_{36} + A_{38} + A_{22})$$

$$F_{514} = A_{25} + e(A_{63} + A_{26} + A_{11} + A_{29})$$

$$F_{515} = A_{65} - e(-A_{70} + A_{36} + A_{11} + A_{39})$$

$$F_{516} = A_{12} + A_4 + e(-2A_3 - A_9 + A_{46} + 2A_{28} - 2A_{13})$$

$$F_{517} = -A_{17} + A_7 + e(-2A_6 - A_{18} + A_{53} + 2A_{38} - 2A_{21})$$

$$F_{518} = A_{25} + e(A_1 - A_5 + A_{63} - A_{26} - A_{11})$$

$$F_{519} = A_{65} + e(A_2 - A_8 + A_{70} - A_{36} - A_{11} - A_{39})$$

$$F_{520} = 1/2A_1 - A_{12} + e(1/2A_3 - A_9 - 2A_{13})$$

$$F_{521} = -A_{25} + e(A_{63} - A_{26} - A_{28} - A_{14})$$

$$F_{522} = A_1 + e(1/2A_3)$$

$$F_{523} = 1/2A_2 - A_{17} + e(1/2A_6 - A_{18} - 2A_{70})$$

$$F_{524} = -A_{65} - e(A_{70} - A_{36} - A_{62} - A_{39})$$

$$F_{525} = A_{25} - e(A_{63} + A_{10} + A_{11} + A_{29})$$

$$F_{526} = A_{17} - A_7 + e(+2A_6 + A_{18} - A_{66} - 2A_{38} + 2A_{21})$$

$$F_{527} = A_{12} + A_4 + e(2A_3 - A_9 + A_{46} + 2A_{28} - 2A_{13})$$

$$F_{528} = A_{65} + e(-A_2 + A_8 - A_{70} + A_{36} + A_{62} + A_{39})$$

$$F_{529} = A_{25} + e(A_1 - A_5 + A_{63} - A_{10} - A_{11} - A_{29})$$

$$F_{530}=1/4A_1-A_{12}+A_{72}+e(1/4A_3-A_9+A_{74}-2A_{13}+4A_{77})$$

$$F_{531}=1/4A_2-A_{17}+A_{81}+e(1/4A_6-A_{18}+A_{82}-2A_{21}+4A_{84})$$

$$F_{532}=-A_{65}+e(-A_{22}+A_{70}-A_{65}-A_{38})$$

$$F_{533}=2A_{88}+e(A_{63}-A_{25}-A_{11}-2A_{72}+2A_{89}+2A_{91}-A_{14}+4A_{92}+2A_{77})$$

$$F_{534}=A_{65}+A_{103}+e(A_{70}-A_{36}-A_{38}+A_{100}+A_{102}-A_{22}+4A_{104}+2A_{85})$$

$$F_{535}=A_{10}+e(2A_9+A_{115}+A_{117}+2A_{93})$$

$$F_{536}=A_{19}+e(2A_{18}+A_{127}+2A_{104}+2A_{105})$$

$$F_{537}=1/4A_1+A_{12}-A_{72}+e(1/4A_3+A_{12}-A_{74}-2A_{13}-4A_{77})$$

$$F_{538}=A_{25}-2A_{88}+e(A_{63}+A_{26}+A_{12}+A_{72}-2A_{89}-2A_{91}+A_{14}-4A_{92}-2A_{78})$$

$$F_{539}=A_{25}-2A_{103}+e(-A_{70}+A_{36}+A_{65}+2A_{81}-2A_{100}-2A_{102}+A_{22}-4A_{104}-A_{85})$$

$$F_{540}=A_{27}+e(-3A_{26}+A_{144}+3A_{605}+A_{147})$$

$$F_{541}=A_{37}+e(-3A_{36}+A_{153}+3A_{196}+A_{158})$$

$$F_{542}=A_{47}-3A_{10}+e(-4A_{46}-A_{35}+A_{606}+6A_9-3A_{115}-6A_{607}-6A_{118})$$

$$F_{543}=A_{67}-3A_{19}+e(-4A_{66}+A_{208}+4A_{608}+6A_{18}-3A_{127}-6A_{609}-6A_{130})$$

$$F_{544}=3A_{27}+3A_{88}+e(9A_{26}-3A_{144}-9A_{605}-3A_{610}+3A_{89}+3A_{611}-3A_{612}+9A_{92})$$

$$F_{545}=-3A_{37}+A_{103}+e(9A_{36}-3A_{155}-9A_{196}-3A_{613}+3A_{100}+3A_{614}-3A_{158}+9A_{104})$$

$$F_{546}=3A_{10}-A_{72}+e(-6A_9+3A_{115}+6A_{607}+A_{74}+6A_{118}-4A_{77})$$

$$F_{547}=A_{19}-A_{81}+e(-6A_{18}+3A_{127}+6A_{609}-A_{82}+6A_{130}-4A_{84})$$

$$F_{548}=A_{88}+e(A_{610}-A_{89}-A_{611}-3A_{92})$$

$$F_{549}=-A_{103}+e(A_{613}-A_{100}-A_{614}-3A_{104})$$

$$F_{550}=-1/2A_2+A_{17}+e(-1/2A_{67}+A_{18}+2A_{21})$$

$$F_{551}=A_{12}+A_{72}+e(1/4A_3-A_9+A_{74}-2A_{13}+4A_{77})$$

$$F_{552}=1/4A_2-A_{17}+A_{81}+e(1/4A_6-A_{18}+A_{82}-2A_{21}+4A_{84})$$

$$F_{553}=A_{25}+e(A_{26}+A_{615}+A_{14})$$

$$F_{554}=A_{65}+e(-A_{70}+A_{36}+A_{616}+A_{22})$$

$$F_{555}=A_{25}+2A_{88}+e(A_{63}+2A_{89}-A_{26}-A_{615}-2A_{610}+2A_{611}-A_{14}+4A_{92}+2A_{78})$$

$$F_{556}=A_{25}+2A_{103}+e(A_{70}-A_{36}-A_{616}+2A_{100}+2A_{614}-A_{22}+4A_{104}+2A_{85})$$

$$F_{557}=A_{10}+e(2A_9+A_{115}+2A_{607}+2A_{93})$$

$$F_{558}=A_{19}+e(-2A_{18}+A_{127}+2A_{609}+2A_{105})$$

$$F_{559}=A_3+e(-A_1-4A_4-A_5)$$

$$F_{560}=A_6+e(A_2-4A_7-A_8)$$

$$F_{561}=A_{63}+e(4A_{25}+A_{64})$$

$$F_{562}=A_{70}+e(4A_{65}+A_{39})$$

$$F_{563}=1/2A_1-A_{12}+e(1/2A_3-A_9-A_{25}-2A_{13})$$

$$F_{564}=A_{17}-A_{81}+e(-1/4A_6+A_{18}-A_{82}+2A_{13}-A_{84})$$

$$F_{565}=-A_{12}+A_{72}+e(1/4A_3+A_{74}-2A_{13}+4A_{77})$$

$$F_{566}=A_{25}+e(A_{63}-A_{26}-A_{615}-A_{14})$$

$$F_{567}=A_{25}-A_{103}+e(-A_{70}+A_{36}+A_{616}+2A_{613}-2A_{100}-2A_{614}+A_{22}-4A_{104}-2A_{78})$$

$$F_{568}=2A_{88}+e(A_{63}-A_{26}-A_{615}-2A_{610}-2A_{89}-A_{14}+2A_{611}+4A_{92}+2A_{78})$$

$$F_{569}=-1/4A_2-1/4A_6$$

$$F_{570}=1/4A_2-A_{17}+A_{81}+e(1/4A_6-A_{18}+A_{82}-2A_{21}+4A_{84})$$

$$F_{571}=1/4A_1+A_{12}-A_{72}+e(1/4A_3+A_9-A_{74}+2A_{13}-4A_{77})$$

$$F_{572}=-A_{65}+2A_{103}+e(A_{70}-A_{36}-A_{616}-2A_{613}+2A_{100}+2A_{614}-A_{22}+4A_{104}+2A_{84})$$

$$F_{573}=A_{25}-2A_{88}+e(-A_{63}+A_{26}+2A_{610}-2A_{89}-2A_{611}+A_{14}-4A_{92}-2A_{78})$$

$$F_{574}=A_{19}+e(-2A_{18}+A_{127}+2A_{609}+2A_{105})$$

$$F_{575}=A_{10}+e(-A_{115}-2A_{607}-2A_{93})$$

$$F_{576}=-A_{37}+e(3A_{36}-A_{144}-3A_{196}-A_{158})$$

$$F_{577}=A_{27}+e(-3A_{26}+A_{144}+3A_{605}+A_{612})$$

$$F_{578}=-A_{67}+3A_{19}+e(4A_{53}-A_{208}-4A_{608}-6A_{18}+3A_{127}+6A_{609}+6A_{130})$$

$$F_{579}=3A_{37}-3A_{103}+e(-9A_{36}+3A_{155}+9A_{196}+3A_{613}-3A_{100}-3A_{614}+3A_{158}-9A_{104})$$

$$F_{580}=3A_{27}+3A_{88}+e(9A_{26}-3A_{144}-9A_{605}-3A_{610}+3A_{89}+3A_{147}+9A_{92})$$

$$F_{581}=-3A_{19}+A_{81}+e(6A_{18}-3A_{127}-6A_{609}+A_{82}-6A_{130}+4A_{84})$$

$$F_{582}=A_{103}+e(A_{613}+A_{100}+A_{614}+3A_{104})$$

$$F_{583}=1/2A_2-A_{17}+e(1/2A_6-A_{18}-2A_{21})$$

$$F_{584}=1/2A_1+A_{12}+e(1/2A_3+A_9-A_{25}+2A_{13})$$

$$F_{585}=1/4A_1-A_{12}+A_{72}+e(1/4A_3+A_{74}-2A_{13}+4A_{77})$$

$$F_{586} = 1/4 A_1 - A_{12} + A_{72} + e(1/4 A_3 + A_{74} - 2A_{13} + 4A_{77})$$

$$F_{587} = 2A_{88} + e(-2A_{610} + 2A_{89} + 2A_{611} + 4A_{92} + 2A_{78})$$

$$F_{588} = A_3 - e(A_1 + 4A_4 + A_5)$$

$$F_{589} = A_{63} + e(4A_{25} - A_{64})$$

$$F_{590} = A_{361} + 6eA_{302}$$

$$F_{591} = A_{316} + 6A_{312}$$

$$F_{592} = A_{323} + 12eA_{324}$$

$$F_{593} = -A_{323} - 6eA_{324}$$

$$F_{594} = A_{323} + 6eA_{324}$$

$$F_{595} = A_{361} - A_{316} + e(6A_{302} - 6A_{312})$$

$$F_{596} = A_1 + 3eA_3$$

$$F_{597} = A_2 + 3eA_3$$

$$F_{598} = 2A_{13} + 3e(2A_9 + 4A_{13})$$

$$F_{599} = 2A_{17} + 3e(2A_{18} + 4A_{21})$$

$$F_{600} = A_{35} + 3e(2A_{36} + 2A_{39} + 2A_{42})$$

$$F_{601} = A_4 + 3e(A_{46} + 2A_{50})$$

$$F_{602} = A_7 + 3e(A_{53} + 2A_{57})$$

$$F_{603} = A_{35} + 3e(A_{36} + A_{39} + A_{42} + A_{60})$$

$$F_{604} = A_{25} + 3e(A_{26} + A_{32} + A_{29})$$

$$F_{605} = A_{35} + 3e(A_{36} + A_{42})$$

$$F_{606} = A_{12} + 3e(2A_9 + 4A_{13})$$

$$F_{607} = A_{17} + 3e(A_{18} + 2A_{21})$$

$$F_{608} = A_{25} + 3e(A_{26} + A_{29} + A_{32})$$

$$F_{609} = A_{35} - 3e(A_{39} + 2A_{42})$$

**APÊNDICE G - Dados diários para o caso de teste do satélite
SCD1**

Data	Semi-eixo maior (a) (metros)	Excentricidade (e)	Inclinação (i) (graus)	Ascensão reta do nodo ascendente (Ω) (Graus)	Argumento do perigeu (ω) (Graus)	Anomalia Média (M) (Graus)
24/07/1993	7139615.83	0.00453	25.00	260.43	260.23	102.89
25/07/1993	7139616.21	0.00453	25.00	254.31	270.69	248.58
26/07/1993	7139616.09	0.00453	25.00	248.193	281.097	34.338
27/07/1993	7139623.50	0.00452	24.99	242.112	292.087	179.477
28/07/1993	7139618.79	0.00453	24.99	235.994	302.513	325.209
29/07/1993	7139623.50	0.00452	24.99	242.112	292.087	179.477
30/07/1993	7139618.54	0.00452	24.99	223.757	323.376	256.665
31/07/1993	7139619.68	0.00451	24.99	217.639	333.912	42.289
01/08/1993	7139617.12	0.00451	24.99	211.521	344.294	188.068
02/08/1993	7139618.32	0.00451	24.99	205.403	354.871	333.654
03/08/1993	7139621.08	0.00454	24.973	199.299	5.607	119.072
04/08/1993	7139619.19	0.00454	24.973	193.181	16.091	264.752
05/08/1993	7139620.09	0.00454	24.974	187.063	26.607	50.400
06/08/1993	7139618.29	0.00454	24.975	180.946	37.094	196.077
07/08/1993	7139618.48	0.00454	24.975	174.829	47.630	341.706
08/08/1993	7139618.09	0.00453	24.976	168.712	58.122	127.380
09/08/1993	7139617.28	0.00453	24.976	162.596	68.658	273.010
10/08/1993	7139628.31	0.00457	24.951	156.463	78.635	59.223
11/08/1993	7139618.44	0.00457	24.951	150.344	88.987	205.040

12/08/1993	7139624.55	0.00458	24.951	144.226	99.635	350.562
13/08/1993	7139616.27	0.00457	24.951	138.108	110.010	136.358
14/08/1993	7139620.17	0.00458	24.951	131.990	120.590	281.949
15/08/1993	7139615.15	0.00457	24.951	125.872	131.04	67.687
16/08/1993	7139622.58	0.00455	24.940	119.720	140.741	214.178
17/08/1993	7139625.95	0.00455	24.939	113.600	151.614	359.485
18/08/1993	7139620.74	0.00453	24.939	107.481	161.712	145.561
19/08/1993	713968.68	0.00453	24.938	101.362	172.508	290.940
20/08/1993	7139622.25	0.00452	24.938	95.242	182.679	76.947
21/08/1993	7139627.03	0.00454	24.937	89.122	193.370	222.435
22/08/1993	7139625.54	0.00451	24.936	83.001	203.722	8.262
23/08/1993	7139615.81	0.00448	24.942	76.839	214.770	153.437
24/08/1993	7139610.99	0.00447	24.942	70.719	225.407	298.979
25/08/1993	7139617.53	0.00448	24.942	64.598	235.734	84.832
26/08/1993	7139610.32	0.00447	24.942	58.478	246.468	230.278
27/08/1993	713960.05	0.00448	24.942	52.357	256.719	16.208
28/08/1993	7139611.03	0.00448	24.942	46.236	267.484	161.626
29/08/1993	7139621.79	0.00447	24.942	40.115	277.717	307.576
30/08/1993	7139613.19	0.00449	24.942	33.994	288.434	93.043
31/08/1993	7139606.13	0.00453	24.965	27.848	299.483	238.208
01/09/1993	7139604.29	0.00453	24.965	21.729	309.974	23.899
02/09/1993	7139604.75	0.00453	24.966	15.610	320.413	169.643

Tabela 3 – Dados orbitais diários para o SCD1.

Data	Ascensão Reta (α) (graus)	Declinação (δ) (graus)	W (Velocidade Angular) (rpm)	Momento residual Magnético(m) (A/m ²)	Parâmetro de Foucault (p)
24/07/1993	233.94	77.43	90.76	-0.570	311.35
25/07/1993	233.61	77.79	90.69	-0.802	337.70
26/07/1993	233.44	78.17	90.61	-0.959	384.96
27/07/1993	233.43	78.56	90.54	-0.748	426.62
28/07/1993	233.75	78.83	90.49	-0.813	542.38
29/07/1993	234.18	79.29	90.37	-0.866	556.60
30/07/1993	234.91	79.75	90.24	-0.909	586.83
31/07/1993	235.94	80.21	90.11	-0.909	609.27
01/08/1993	237.35	80.65	89.99	-0.825	613.85
02/08/1993	239.20	81.06	89.85	-0.792	665.19
03/08/1993	241.45	81.44	89.72	-0.758	675.41
04/08/1993	244.04	81.86	89.54	-0.728	685.80
05/08/1993	246.62	82.12	89.35	-0.731	709.50
06/08/1993	249.53	82.33	89.16	-0.751	720.18
07/08/1993	252.74	82.48	88.97	-0.726	740.71
08/08/1993	256.15	82.58	88.79	-0.695	749.94
09/08/1993	259.70	82.60	88.59	-0.675	762.66
10/08/1993	263.20	82.56	88.41	-0.675	776.61
11/08/1993	266.55	82.44	88.22	-0.666	773.83
12/08/1993	269.70	82.28	88.03	-0.653	755.01
13/08/1993	272.54	82.06	87.85	-0.615	745.32
14/08/1993	275.75	81.85	87.61	-0.606	747.49

15/08/1993	277.45	81.62	87.42	-0.570	754.63
16/08/1993	278.90	81.37	87.24	-0.557	745.62
17/08/1993	280.09	81.10	87.06	-0.486	726.10
18/08/1993	281.01	80.82	86.88	-0.504	711.49
19/08/1993	281.01	80.53	86.71	-0.533	676.16
20/08/1993	282.24	80.23	86.54	-0.566	-0.566
21/08/1993	282.57	79.93	86.37	-0.612	611.06
22/08/1993	282.70	79.64	86.21	-0.513	539.88
23/08/1993	282.67	79.35	86.04	-0.521	521.72
24/08/1993	283.50	79.22	85.88	-0.503	465.92
25/08/1993	283.01	78.95	85.80	-0.581	423.96
26/08/1993	282.43	78.70	85.73	-0.660	386.10
27/08/1993	281.76	78.48	85.66	-0.688	312.73
28/08/1993	281.01	78.27	85.58	-0.677	276.16
29/08/1993	280.18	78.08	85.51	-0.768	242.74
30/08/1993	279.29	77.91	85.44	-0.828	209.22
31/08/1993	278.34	77.78	85.37	-0.927	217.80
01/09/1993	277.36	77.67	85.31	-0.954	264.68
02/09/1993	276.34	77.58	85.24	-0.805	405.11

Tabela 4 – Dados de Atitude e Parâmetros auxiliares diários para o SCD1.

APÊNDICE H - Dados diários para o caso de teste do satélite SCD2

Data	Semi-eixo maior (a) (metros)	Excentricidade (e)	Inclinação (i) (graus)	Ascensão reta do nodo ascendente (Ω) (Graus)	Argumento do perigeu (ω) (Graus)	Anomalia Média (M) (Graus)
01/02/2002	7133679.70	0.00175	25.006	88.303	288.207	300.030
02/02/2002	7133667.30	0.00174	25.007	82.168	298.826	92.087
03/02/2002	7133653.29	0.00174	25.007	76.034	309.030	244.573
04/02/2002	7133641.27	0.00174	25.007	69.899	319.699	36.608
05/02/2002	7133641.17	0.00176	25.006	63.773	330.540	188.452
06/02/2002	7133634.63	0.00176	25.006	57.639	341.216	340.493
07/02/2002	7133629.56	0.00175	25.007	51.505	351.528	132.904
08/02/2002	7133623.41	0.00175	25.007	45.371	2.227	284.934
09/02/2002	7133617.52	0.00174	25.007	39.238	12.650	77.247
10/02/2002	7133612.03	0.00174	25.008	33.104	23.345	229.294
11/02/2002	7133605.32	0.00173	25.008	26.970	33.882	21.505
12/02/2002	7133589.93	0.00178	25.001	20.843	43.845	174.335
13/02/2002	7133582.68	0.00179	25.001	14.709	54.520	326.435
14/02/2002	7133576.77	0.00178	25.001	8.575	65.109	118.629
15/02/2002	7133570.51	0.00178	25.001	2.441	75.738	270.790
16/02/2002	7133563.87	0.00178	25.001	356.308	86.378	62.948
18/02/2002	7133551.47	0.00178	25.001	344.040	107.604	7.336
19/02/2002	7133546.67	0.00179	25.00	337.906	118.066	159.691
20/02/2002	7133532.17	0.00178	24.993	331.766	126.986	313.614

21/02/2002	7133528.29	0.00178	24.993	325.632	137.690	105.750
22/02/2002	7133522.66	0.00178	24.992	319.497	148.020	258.265
23/02/2002	7133517.81	0.00178	24.992	313.363	158.720	50.415
24/02/2002	7133513.62	0.00178	24.992	307.228	169.043	202.949
25/02/2002	7133507.79	0.00179	24.991	301.093	179.726	355.128
26/02/2002	7133504.29	0.00178	24.990	294.958	190.076	147.646
27/02/2002	7133497.85	0.00179	24.990	288.822	200.722	299.874
28/02/2002	7133466.62	0.00170	24.985	282.673	210.601	92.963
01/03/2002	7133464.92	0.00172	24.984	276.537	221.735	244.742
02/03/2002	7133456.91	0.00169	24.984	270.400	231.744	37.651
03/03/2002	7133454.26	0.00172	24.984	264.264	242.684	189.633
04/03/2002	7133449.85	0.00169	24.984	258.128	253.026	342.219
05/03/2002	7133443.00	0.00171	24.983	251.992	263.719	134.459
06/03/2002	7133443.39	0.00169	24.983	245.856	274.378	286.739
07/03/2002	7133405.80	0.00171	24.986	239.704	286.712	77.442
08/03/2002	7133403.00	0.00172	24.986	233.568	296.969	230.165
09/03/2002	7133396.77	0.00171	24.986	227.431	307.771	22.349
10/03/2002	7133392.36	0.00173	24.986	221.294	317.832	175.279
11/03/2002	7133387.89	0.00172	24.987	215.157	328.757	327.351
12/03/2002	7133368.57	0.00178	24.994	209.015	339.798	119.334
13/03/2002	7133363.06	0.00178	24.995	202.879	350.071	272.079

Tabela 5 – Dados orbitais diários para o SCD1.

Data	Ascensão Reta (α) (graus)	Declinação (δ) (graus)	W (Velocidade Angular) (rpm)	Momento residual Magnético(m) (A/m ²)	Parâmetro de Foucault (p)
01/02/2002	281.72	62.74	34.57	0.188	-192.51
02/02/2002	281.53	62.98	34.59	0.174	-140.94
03/02/2002	281.38	63.21	34.61	0.112	-54.79
04/02/2002	281.38	63.43	34.63	0.063	127.60
05/02/2002	280.05	63.39	34.63	0.046	158.52
06/02/2002	280.06	63.46	34.62	0.044	240.44
07/02/2002	280.09	63.53	34.62	-0.035	320.36
08/02/2002	280.13	63.58	34.61	-0.042	419.80
09/02/2002	280.18	63.63	34.61	-0.061	496.54
10/02/2002	280.25	63.67	34.60	-0.065	613.41
11/02/2002	280.31	63.70	34.60	-0.046	883.32
12/02/2002	278.71	63.47	34.48	-0.007	954.27
13/02/2002	278.73	63.45	34.42	-0.022	1007.70
14/02/2002	278.74	63.42	34.37	0.052	1056.63
15/02/2002	278.74	63.39	34.31	0.170	1079.10
16/02/2002	278.74	63.36	34.26	0.230	1101.87
17/02/2002	278.68	63.33	34.20	0.200	1081.53
18/02/2002	278.63	63.31	34.14	0.238	1088.18
19/02/2002	278.57	63.29	34.08	0.284	1068.64
20/02/2002	278.50	63.27	34.02	0.252	1037.46
21/02/2002	278.42	63.25	33.96	0.241	986.29
22/02/2002	278.33	63.24	33.90	0.222	927.04
23/02/2002	278.23	63.23	33.83	0.284	853.68
24/02/2002	276.60	61.22	33.69	0.311	771.90
25/02/2002	276.42	61.03	33.62	0.381	686.04

26/02/2002	276.20	60.83	33.55	0.327	585.63
27/02/2002	275.94	60.62	33.48	0.269	498.12
28/02/2002	275.64	60.42	33.40	0.218	313.30
01/03/2002	273.75	59.38	33.43	0.241	212.53
02/03/2002	273.39	59.11	33.41	0.243	131.97
03/03/2002	272.97	58.84	33.38	0.248	45.03
04/03/2002	272.52	58.57	33.35	0.244	-26.55
05/03/2002	271.63	58.25	33.34	0.198	-130.02
06/03/2002	271.14	58.00	33.36	0.167	-185.33
07/03/2002	270.63	57.75	33.38	0.149	-225.37
08/03/2002	270.07	57.52	33.40	0.185	-275.37
09/03/2002	269.49	57.31	33.42	0.172	-308.43
10/03/2002	268.87	57.11	33.44	0.172	-307.75
11/03/2002	268.24	56.94	33.46	0.169	-306.35
12/03/2002	267.84	56.77	33.51	0.195	-326.68
13/03/2002	267.18	56.63	33.55	0.161	-346.61

Tabela 6 – Dados de Atitude e Parâmetros auxiliares diários para o SCD2.

