



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**Câmpus de Ilha Solteira – Faculdade de Engenharia
Departamento de Engenharia Elétrica**

**SISTEMAS INCERTOS COM CONTROLE DE ESTRUTURA
VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES :
ESTUDOS, ANÁLISES E APLICAÇÕES**

**Texto que Sistematiza as Atividades de
Pesquisa Desenvolvidas pelo Candidato e
apresentado à Faculdade de Engenharia de
Ilha Solteira - FEIS/UNESP para obtenção
do título de Livre Docente junto ao
Departamento de Engenharia Elétrica.**

José Paulo Fernandes Garcia

ILHA SOLTEIRA – SP

Dezembro de 2000

1210001352





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira – Faculdade de Engenharia
Departamento de Engenharia Elétrica

**SISTEMAS INCERTOS COM CONTROLE DE ESTRUTURA
VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES :
ESTUDOS, ANÁLISES E APLICAÇÕES**

Texto que Sistematiza as Atividades de Pesquisa Desenvolvidas pelo Candidato e apresentado à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - FEIS/UNESP para obtenção do título de Livre Docente junto ao Departamento de Engenharia Elétrica.

José Paulo Fernandes Garcia

1210001352



ILHA SOLTEIRA – SP

Dezembro de 2000

Co *Sys* - 185563
Sys - 54727

Proc. 053/2003 - NRD 17/03

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
<i>26/02/03</i>	<i>31/03/03</i>
EMPRESA	TIPO
<i>Ailza</i>	<i>Te. 1352</i>
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
<i>Ilha Solteira</i> <i>Autores</i> <i>R\$ 10,00</i>	<i>G216A</i>

400007 ENGENHARIA ELÉTRICA



AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os colegas do Departamento de Engenharia Elétrica da FEIS-UNESP, que durante todos estes anos ajudaram-me a aprender, a ensinar e a evoluir.

Agradeço ao Prof. Dr. Marcelo Carvalho Munhoz Teixeira por sua constante motivação que me tem dado durante todos estes anos de convivência.

Aos meus mestres e orientadores em todos os níveis da carreira, meus sinceros agradecimentos, pois deles obtive grande parte de minha formação.

A Lizete e ao Sotio, por tudo.

Ao papai.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os colegas do Departamento de Engenharia Elétrica da FEIS-UNESP, que durante todos estes anos ajudaram-me a aprender, a ensinar e a evoluir.

Agradeço ao Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira por sua constante motivação que me tem dado durante todos estes anos de convivência.

Aos meus mestres e orientadores em todos os níveis da carreira, meus sinceros agradecimentos, pois deles obtive grande parte de minha formação.

À Lizete e ao Saulo, por tudo.



ÍNDICE

RESUMO

Este trabalho tem como temas principais estudos e aplicações da metodologia “Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes” (CEV/MD). A abordagem é feita de maneira a apresentar uma visão dos tópicos avançados da teoria em sistemas incertos e algumas aplicações na área de controle de motores de indução.

Apresenta-se, também, a utilização da metodologia CEV/MD para ajustes de pesos em “Redes Neurais Artificiais” (RNA). Uma composição é proposta para utilização em “Identificação Dinâmica de Sistemas” e faz-se, além disso, uma aplicação em “Controle de Motor de Indução”, com apresentação de alguns resultados obtidos em simulações.



ÍNDICE

I.	OBJETIVOS	01
II.	INTRODUÇÃO.....	02
III.	SISTEMAS INCERTOS COM CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES (SICEV/MD).....	05
IV.	APLICAÇÕES DO CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES (CEV/MD).....	36
IV.1.	Controle CEV/MD no Motor de Indução Trifásico Simétrico.....	36
IV.2.	Aplicação CEV/MD no Sistema Pêndulo Invertido.....	50
V.	ADAPTAÇÃO DE PESOS EM REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS UTILIZANDO ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES.....	59
V.1.	Controle com Modo Deslizante para Adaptar Pesos nas Adalines.....	59
V.2.	Aplicação da teoria: Resultados Obtidos.....	77
V.3.	Conclusões.....	82
VI.	REDES NEURAIAS E ESTRUTURA VARIÁVEL (RN-CEV/MD) PARA IDENTIFICAÇÃO DE SINAIS DE SAÍDA DO MODELO DINÂMICO DO MOTOR DE INDUÇÃO	84
VI.1.	Introdução.....	84
VI.2.	Esquema Implementado para Simulações em Microcomputador	84
VI.3.	Resultados Obtidos.....	87
VI.4.	Conclusões	95

VII. REDES NEURAIS E ESTRUTURA VARIÁVEL (RN-CEV/MD) PARA CONTROLE DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO	96
VII.1. Introdução	96
VII.2. Controle do Motor de Indução por PID Convencional	98
VII.3. Controle do Motor de Indução por RN-CEV/MD	99
VII.4. Resultados Obtidos em Simulações	101
VII.5. Conclusões Baseadas nos Resultados Obtidos	104
VIII. CONCLUSÕES	106
IX. DIVULGAÇÃO DOS RESULTADOS	107
X. BIBLIOGRAFIA	109



I. OBJETIVOS

Este texto, apresentado sob a forma de relatório científico, procura mostrar parte do trabalho de pesquisa desenvolvido durante o período de março de 1995 até o presente. A pesquisa mostrada aqui aborda o assunto controle robusto através da metodologia "Controle de Estrutura Variável e Modos Deslizantes" (CEV/MD). Neste período procurou-se também estender os conhecimentos adquiridos nesta área aos pesquisadores em nível de pós-graduação e de iniciação científica através de várias aplicações.

Além de mostrar o trabalho desenvolvido, o texto propõe-se a evoluir o assunto de maneira didática, contendo detalhes extraídos de diversos livros e artigos e também por nós desenvolvidos. Desta maneira, pretende-se que possa servir como uma fonte de consulta a novos pesquisadores nesta área.



II. INTRODUÇÃO

• Contexto Histórico e Motivação para as Pesquisas

O desenvolvimento das teorias clássica e moderna de controle de sistemas estão muito bem estabelecidas para sistemas cuja modelagem é perfeitamente conhecida. O grande problema é que, sob um ponto de vista mais realista, nenhum sistema (ou processo) tem uma modelagem matemática exata. Os sistemas podem ser então considerados como de modelagem incerta, ditos aqui “Sistemas Incertos” ou “Sistemas com Incertezas”. As metodologias de controle são desenvolvidas tendo por objetivo manter as respostas dos sistemas dentro de certos limites toleráveis para o desempenho dinâmico, considerados bons ou ruins de acordo com as exigências de cada aplicação. Uma característica de desempenho que é sempre desejável é a estabilidade. Neste contexto, a expressão “controle robusto” surgiu para designar controles ou estratégias de controle que, pelo menos, mantém esta característica, mesmo diante de incertezas de modelagem do sistema controlado. Muitas metodologias propõem efetuar o controle robusto, e ainda manter a resposta do sistema dentro de limites em que o desempenho seja considerado ótimo ou sub-ótimo. Uma destas metodologias é designada “Controle de Estrutura Variável e Modos Deslizantes” (CEV/MD), cujos primeiros estudos e aplicações iniciaram-se na ex-União Soviética, tendo sido divulgada para o ocidente em meados da década de 70, por V.Utikin [1]. A partir daí muito foi desenvolvido e muitas aplicações foram encontradas, inclusive numa área relativamente recente, que é a área “Redes Neurais Artificiais”(RNA). Ambos os temas são abordados neste texto.

Por outro lado, os motores assíncronos ou de indução, são conversores eletromecânicos de potência com ampla utilização tanto no setor de produção industrial quanto nas residências. Esta vasta utilização deste tipo de máquina deve-se ao fato de que é mecânica e eletricamente mais robusta, de construção e manutenção mais simples e de maior segurança quando comparada com outros tipos. No entanto, o que restringia sua utilização de forma mais ampla era justamente a grande dificuldade em se conseguir implementar um controle de velocidade e torque mais refinado. Devido ao desenvolvimento da eletrônica de potência está-se tornando viável a utilização deste tipo de máquina em aplicações onde o ajuste fino de velocidade e torque seja imperativo. Técnicas para



obtenção de modelos mais simples da máquina foram desenvolvidas, como por exemplo o “Modelo por Referência no Vetor Corrente de Magnetização”. A partir de modelos matemáticos mais simples foi possível implementar malhas de controle eficientes utilizando o controle “PID”. No entanto, as pesquisas se abriram, recentemente, para a busca de metodologias que consigam desempenhos ótimos mesmo diante de incertezas de modelagens, variações paramétricas e/ou impactos de torque resistentes imprevistos. A metodologia CEV/MD pode, portanto, ser utilizada com grande eficiência para o controle deste tipo de máquina. Neste texto, resultados obtidos e algumas análises comprovam a melhoria alcançada no desempenho de motores controlados por CEV/MD, quando comparados às performances de máquinas controladas pelos tradicionais PID’s.

- **Apresentação**

A apresentação do desenvolvimento das pesquisas procura explorar os conceitos avançados, evidenciando detalhes de assuntos extraídos de diversos livros e artigos e de assuntos por nós desenvolvidos. Também, são mostradas diversas aplicações, principalmente em motores de indução, tema bastante investigado por nós.

No capítulo III apresentamos os conceitos fundamentais referentes à área de nosso maior interesse. É nesta seção que apresentamos a teoria de Sistemas Incertos com Controle de Estrutura Variável e Modos Deslizantes (SICEV/MD).

No capítulo IV apresentamos a aplicação do Controle de Estrutura Variável e Modos Deslizantes em dois sistemas físicos. Na primeira parte apresentamos o desenvolvimento de projeto e resultados obtidos em simulações no controle de motores de indução trifásicos simétricos. Neste item apresentamos o desenvolvimento de controlador e observador, incluindo análise de robustez considerando o modelo não linear da máquina e incertezas paramétricas. Na segunda parte deste capítulo apresentamos o desenvolvimento do projeto de controlador aplicado em um sistema pêndulo invertido. Este sistema foi implementado em laboratório e os resultados obtidos em simulações e na prática são apresentados e analisados.

No capítulo V apresentamos o estudo onde se faz a fusão entre SICEV/MD e Redes Neurais Artificiais (RNA). Nesta aplicação, em que considera-se um sistema

desconhecido, a técnica de controle com estrutura variável é utilizada para efetuar a adaptação de pesos através da função de erro entre o sinal desejado e o sinal real. Esta aplicação poderá ser útil no desenvolvimento voltado para a identificação e controle de sistemas, assunto no qual estamos atualmente trabalhando.

No capítulo VI apresentamos alguns resultados obtidos a partir de simulações de máquina de indução, utilizando toda a teoria apresentada no capítulo V. Detalhes das simulações e os resultados gráficos obtidos em diversas situações simuladas são apresentados e analisados, de modo a direcionar a utilização de CEV/MD em RNA nas áreas de Identificação e Controle de Máquinas Elétricas.

Finalmente, no capítulo VII apresentamos uma RNA com adaptação de pesos por CEV/MD inserida na malha direta de controle de um motor de indução. Nesta configuração, com efetiva influência da rede nas respostas da máquina, mostramos alguns resultados que indicam uma melhor performance e robustez do controle para determinadas situações.

No capítulo VIII, apresentamos as conclusões sobre as pesquisas desenvolvidas e sugestões para futuras pesquisas na área. Em IX e X, respectivamente, apresentamos a divulgação dos resultados e bibliografia.



III. SISTEMAS INCERTOS COM CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES (SICEV/MD)

• Introdução

Essencialmente, Sistemas com Controle de Estrutura Variável e Modos Deslizantes (SCEV/MD) utilizam uma lei de controle de alta frequência de chaveamento para levar a trajetória dos estados de uma planta não linear para uma superfície específica e escolhida no espaço de estados (chamada de superfície de deslizamento ou superfície de chaveamento), e mantém a trajetória de estado da planta nesta superfície para todo tempo subsequente.

O termo “controle com estrutura variável” surgiu porque a “estrutura de controle” é escolhida intencionalmente chaveada para obter um comportamento desejado da planta numa superfície pré-estabelecida.

• Teoria de Sistemas Incertos e CEV/MD

Aqui faz-se a unificação da teoria de CEV/MD e métodos determinísticos de controle em sistemas incertos. A motivação para essa exploração em sistemas incertos é o fato de que no mundo real não existe precisão tanto em relação ao modelo matemático como em relação aos parâmetros de sistemas físicos reais. Entretanto, muitos modelos contém parâmetros incertos mas que encontram-se dentro de limites superiores e inferiores perfeitamente conhecidos. Uma boa parte da literatura tem surgido nos anos recentes interessada na determinação da estabilidade de sistemas tendo parâmetros incertos dentro destes limites conhecidos. Uma característica importante de SICEV é que o sistema torna-se insensível a determinados tipos de incertezas quando este entra na condição de deslizamento.

- **Controle Determinístico de Sistemas Incertos**

Para representar incertezas na planta, consideremos a seguinte dinâmica de estado

$$\dot{x}(t) = \{ (f(t, x(t)) + \Delta f(t, x(t), r(t))) \} + [B(t, x(t)) + \Delta B(t, x(t), r(t))] u(t) \quad (3.1)$$

onde $r(t)$ é uma função vetorial de parâmetros incertos cujos valores pertencem a algum conjunto fechado e limitado;

$f(t, x(t)) \in \mathfrak{R}^n$ é uma função contínua conhecida;

$\Delta f(t, x(t), r(t)) \in \mathfrak{R}^n$ é uma função contínua desconhecida;

A formulação não presume informações estatísticas das incertezas. As parcelas de incertezas Δf e ΔB que encontram-se na imagem de $B(t, x)$ para todos valores de t e x são chamadas incertezas casadas. Considerando todas as incertezas serem do tipo casadas, é possível representar todas as incertezas em um único vetor $e(t, x(t), r(t), u(t))$

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x) + B(t, x)u + B(t, x)e(t, x, r, u) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Em relação a análise de estabilidade do modelo acima (3.2) as seguintes definições são pertinentes:

Definição 3.1: Seja $x(\cdot) : [t_0, \infty] \rightarrow \mathfrak{R}^n$ uma solução de (3.2), $x(\cdot)$ é uniformemente limitada se para cada x_0 existe uma constante positiva, finita, $d(x_0)$, ($0 < d(x_0) < \infty$) tal que $\|x(t)\|_2 < d(x_0)$ para todo $t \in [t_0, \infty]$, onde $\|\cdot\|_2$ é a norma euclidiana usual de um vetor.

Definição 3.2: Soluções de (3.2) são uniformemente ultimamente limitadas com respeito a algum conjunto fechado e limitado $S \subset \mathfrak{R}^n$ se para cada x_0 existe uma constante não negativa $T(x_0, S) < \infty$ tal que $x(t) \in S$ para todo $t > t_0 + T(x_0, S)$. O problema é encontrar um controle na malha fechada $u(t, x) : \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$ tal que para alguma



condição inicial x_0 e para alguma incerteza $r(t)$, uma solução $x(\cdot) : [t_0, \infty] \rightarrow \mathfrak{R}^n$ de (3.2) existe e toda solução seja uniformemente limitada.

A literatura contém duas abordagens principais para a solução do problema de estabilização acima, o tão chamado controle min-max discutido por Gutman e Palmor e a abordagem Corless-Leitmann [15]. Essas abordagens começam com o sistema nominal definido por

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (3.3)$$

assumindo que $\dot{x} = 0$ é um ponto de equilíbrio, isto é, $f(t, 0) = 0$ para todo t .

Ambas abordagens requerem que este sistema nominal seja uniformemente assintoticamente estável, isto é,

- 1) para algum $\varepsilon > 0$, \exists em $\delta(\varepsilon) > 0$ tal que uma trajetória começando na $\delta(\varepsilon)$ -vizinhança de $x = 0$ permanece para todo tempo subsequente na ε -vizinhança de "0";
- 2) existe um δ_1 tal que uma trajetória originando na δ_1 -vizinhança de $x = 0$ tende a zero quando $t \rightarrow \infty$.

Se existe uma função de Lyapunov $V(\cdot) : \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}_+$ com uma derivada contínua, e existe uma função estritamente crescente e contínua $\gamma_i : \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}_+$, $i = 1, 2, 3$, com as propriedades:

$$\gamma_i(0) = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \gamma_j(r) = \infty, \quad j = 1, 2$$

tal que para todo $(t, x) \in \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^n$

$$\gamma_1(\|x\|_2) \leq V(t, x) \leq \gamma_2(\|x\|_2) \quad (3.4a)$$

e

$$\frac{\partial V}{\partial t}(t, x) + \nabla_x^T V(t, x) f(t, x) \leq -\gamma_3(\|x\|_2) \quad (3.4b)$$

onde $\nabla_x V$ é um vetor coluna. Então o sistema nominal (3.3), é uniformemente assintoticamente estável. O objetivo é usar a função de Lyapunov nominal $V(\cdot)$ e

limitar as incertezas $e(t, x, r, u)$ desenvolvendo condições no controle de estado da malha fechada $u = u(t, x)$ garantindo limitação uniforme da trajetória de estado da planta de (3.2). Na abordagem min-max assumimos um sistema nominal estável (3.3) com função de Lyapunov $V(t, x)$. O objetivo é escolher $u(t, x)$ fazendo a derivada de $V(t, x)$ negativa nas trajetórias do sistema em malha fechada, isto é, escolhemos $u = u(t, x)$ tal que

$$\dot{V}(t, x) = \frac{\partial V}{\partial t} + (\nabla_x^T V) \dot{x} = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + (\nabla_x^T V) \right] + (\nabla_x^T V) B(u + e) < 0. \quad (3.5)$$

Desde que (3.4b) é satisfeita, (3.5) será satisfeita se $u = u(t, x)$ é escolhido tal que

$$\min_u \max_e (\nabla_x^T V) B (u + e) \leq 0 \quad (3.6)$$

para todo $(t, x) \in \mathcal{R} \times \mathcal{R}^n$. Assumindo $B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)$ não nulo, o controle que satisfaz (3.6) é:

$$u = u(t, x) = - \frac{B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)}{\|B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)\|_2} \rho(t, x) \quad (3.7)$$

onde $\rho(t, x)$ é uma função escalar satisfazendo $\rho(t, x) \geq \|e(t, x, r, u)\|_2$.

Se $B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)$ é nulo então tomamos

$$u \in \{u \mid u \in \mathcal{R}^m \text{ e } \|u\| \leq \rho(t, x)\}. \quad (3.8)$$

O conjunto

$$\{(t, x) \mid \sigma(t, x) = B^T(t, x) \nabla_x V(t, x) = 0\} \quad (3.9)$$

é considerado como uma superfície de deslizamento. Um dos principais objetivos é mostrar que o controle (3.7) irá comportar-se como um controle de estrutura variável com superfície de deslizamento – CEV/MD (3.9).

Inspecionando (3.7) nota-se que este controle é descontínuo no estado uma vez que, por exemplo, no caso da entrada simples reduz-se a $u = -\text{sgn}(B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)) \rho(t, x)$.

Desde que o controle (3.7) é descontínuo, ele poderá excitar partes não modeladas da planta sensíveis à alta frequência. Para evitar esse problema, é necessário modificar este controle pela introdução de uma lei de controle que aproxima continuamente a ação descontínua de (3.7) numa vizinhança da superfície de deslizamento, (3.9). Seja

$\rho(t, x)$ uma função contínua tal que $p(t, x) = -\left[\frac{\sigma}{\|\sigma\|} \right] \rho$ quando $\|\sigma\| = \varepsilon$. Então a

estrutura da lei de controle limitada é

$$u = u(t, x) = \begin{cases} -\frac{\sigma}{\|\sigma\|} \rho, & \text{se } \|\sigma\| \geq \varepsilon \\ p(t, x) & \text{se } \|\sigma\| < \varepsilon \end{cases} \quad (3.10)$$

Infelizmente, este controle não garante estabilidade assintótica mas estabilidade uniformemente ultimamente limitada, definida anteriormente.

• Abordagem CEV/MD para o Controle de Sistemas Incertos

Consideremos agora a planta incerta como descrita em (3.2). Na abordagem CEV/MD não é necessário que o sistema nominal (3.3) seja estável. Entretanto, o sistema equivalente, isto é, a restrição de (3.3) para a superfície de deslizamento $\sigma(t, x) = 0$, deverá ser assintoticamente estável.

A estrutura do controle CEV/MD para a planta (3.3) será

$$u = u_{eq} + u_n \quad (3.11)$$

onde u_{eq} é o controle equivalente para (3.3) assumindo todas incertezas $e(t, x, r, u)$ nulas e u_n é projetado considerando as incertezas não nulas. Com a superfície de deslizamento $\sigma(t, x) = 0$, temos

$$u_{eq} = -\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} f \right] \quad (3.12)$$

assumindo que $\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B \right]$ é não singular e que $e(t, x, r, u) = 0$.

Agora é necessário considerar incertezas para desenvolver uma expressão para u_n .

Para desenvolver isto assumimos que

$$\|e(t, x, r, u)\|_2 \leq \rho(t, x) \quad (3.13)$$

onde $\rho(t, x)$ é uma função escalar com valores não negativos. Pode-se também introduzir a função com valores escalares

$$\hat{\rho}(t, x) = \alpha + \rho(t, x) \quad (3.14)$$

onde $\alpha > 0$.

Antes de especificar a estrutura do controle, escolhemos a função de Lyapunov generalizada

$$V(t, x) = 0,5 \sigma^T(t, x) \sigma(t, x). \quad (3.15)$$

Como é usual, para assegurar a existência de um modo deslizante e atratividade para a superfície, é suficiente escolher um controle com estrutura variável tal que

$$\frac{dV}{dt}(t, x) \stackrel{\Delta}{=} \dot{V} = \sigma^T \dot{\sigma} < 0 \quad (3.16)$$

enquanto $\sigma(t, x) \neq 0$ onde

$$\dot{\sigma}(t, x) = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x}. \quad (3.17)$$

Segue que a lei de controle fica:

$$u(t, x) = u_{eq} + u_n = u_{eq} - \frac{B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)}{\|B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)\|_2} \hat{\rho}(t, x) \quad (3.18)$$

quando $\sigma(t, x) \neq 0$ e onde

$$\nabla_x V(t, x) = \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \quad (3.19)$$

sendo $\nabla_x V(t, x)$ o gradiente da função de Lyapunov generalizado (3.15). Se $\sigma(t, x) = 0$, então $u(t, x) = u_{eq}(t, x)$.

Notando-se que

$$\dot{V} = \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial x} (f + Bu + Be). \quad (3.20)$$

Substituindo (3.18) em (3.20) tem-se

$$\dot{V} = \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial x} f - \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial x} f - \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \quad (3.21)$$

$$- \left\| B^T \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T \sigma \right\|_2 \rho + \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial x} B e \leq -\alpha \left\| B^T \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T \sigma \right\|.$$

Isto estabelece a atratividade para a superfície de deslizamento.

• Análise de Robustez e Sensitividade de sistemas com CEV/MD

As análises em relação a robustez e sensitividade neste texto considerarão as seguintes definições:

Definição 3.3: Um sistema é “sensitivo” às variações dos parâmetros, se uma medida φ é diferente de zero. No caso especial em que φ é igual a zero, o sistema é “zero sensitivo”. Se φ é pequena o sistema é “insensitivo”.

Definição 3.4: Um sistema é “robusto” se a propriedade de interesse do sistema permanece em uma região limitada em face de uma classe de perturbações limitadas.

Em termos de robustez, a maior desvantagem do CEV/MD para muitos problemas é que o sistema em deslizamento é sensitivo para as incertezas não casadas, as quais irão afetar diretamente a performance da dinâmica. Em outras palavras, a performance da dinâmica prescrita pela superfície de chaveamento é diretamente dependente das incertezas não casadas (Spurgeon 1991). Em vista desses fatos, em que CEV/MD pode somente descrever o movimento sobre as superfícies de deslizamento e que este movimento é sensitivo para incertezas não casadas, Ryan e Corless (1984) sugeriram

uma estrutura de controle não linear e contínuo que providencia um movimento limitado sobre a dinâmica nominal do modo deslizante na presença de incertezas casadas e não casadas.

Consideremos um sistema dinâmico incerto da forma

$$\dot{x} = Ax + Bu + F(t, x, u) \quad (3.22)$$

onde $x \in \mathcal{R}^n$, $u \in \mathcal{R}^m$ e o par de matrizes conhecidas (A, B) que definem o sistema linear é assumida ser controlável com o posto de B inteiro. A função desconhecida $F(\cdot, \cdot, \cdot): \mathcal{R} \times \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^m \rightarrow \mathcal{R}^n$ modela as incertezas e não linearidade do sistema. F é assumida pertencer a uma classe de funções, \mathfrak{S} , em que para cada $F \in \mathfrak{S}$ as componentes das incertezas casadas e não casadas podem ser decompostas da seguinte forma:

$$F = f(t, x) + g(t, x, u)$$

$$f(\cdot, \cdot): \mathcal{R} \times \mathcal{R}^n \rightarrow (\text{Im } B)^\perp \quad (3.23)$$

$$g(\cdot, \cdot, \cdot): \mathcal{R} \times \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^m \rightarrow \text{Im } B$$

onde $\text{Im}(\cdot)$ denota a imagem da matriz (\cdot) , a operação $(\cdot)^\perp$ refere-se ao complemento ortogonal de (\cdot) e f e g são funções contínuas.

É também assumido que as componentes casadas e não casadas de cada $F \in \mathfrak{S}$ podem ser expressas na forma

$$f(t, x) = F_1(t, x) x + F_2(t, x) \quad (3.24)$$

$$g(t, x, u) = G_1(t, x, u) u + G_2(t, x) \quad (3.25)$$

tal que

$$\begin{aligned} \|F_1(t, x)\| &< K_f, & \|F_2(t, x)\| &< K_d \\ \|G_1(t, x, u)\| &< K_g, & \|G_2(t, x)\| &< \alpha(t, x) \end{aligned} \quad (3.27)$$

que implica que

$$\begin{cases} \|f(t, x)\| < K_f \|x\| + K_d \\ \|g(t, x, u)\| < K_g \|u\| + \alpha(t, x) \end{cases} \quad (3.25)$$

Onde $\|\cdot\|$ denota a norma, K_f , K_g e K_d são constantes conhecidas e α é uma função contínua e limitada.

O projeto engloba dois estágios usualmente associados com o projeto do controle com modo deslizante. O primeiro estágio diz respeito ao projeto de um espaço chaveado S sobre o qual haverá o comportamento da dinâmica desejada para o sistema nominal (3.22) na presença de incertezas casadas, ou aproximações na presença de incertezas não casadas.

Na terminologia de Ryan e Corless (1984) um espaço S é \mathcal{R} -atrativo se toda trajetória do sistema incerto (3.22) entra e permanece nele enquanto algum conjunto \mathcal{R} contém S . O segundo estágio diz respeito ao desenvolvimento de uma estratégia de controle não linear que assegurará que S seja \mathcal{R} -atrativo para algum conjunto apropriado \mathcal{R} que garante movimento limitado sobre o comportamento desejado da dinâmica prescrito por S para as classes de incertezas (3.24), (3.25).

• Projeto e Propriedades da Superfície de Chaveamento

Uma transformação ortogonal $\tilde{T} \in \mathcal{R}^{n \times n}$ é primeiramente introduzida para a separação das incertezas casadas e não casadas. Seja

$$\tilde{T}B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

onde $B_2 \in \mathcal{R}^{m \times m}$ e definimos

$$z = \tilde{T}x = \begin{bmatrix} T \\ T^1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

com $z_1 \in \mathcal{R}^{n-m}$, $z_2 \in \mathcal{R}^m$ e T , T^1 de dimensões compatíveis. A representação do sistema será

$$\dot{z}_1(t) = A_{11} z_1(t) + A_{12} z_2(t) + \tilde{f}(t, z_1, z_2) \quad (3.28)$$

$$\dot{z}_2(t) = A_{21} z_1(t) + A_{22} z_2(t) + B_2 u(t) + \tilde{g}(t, z_1, z_2) u \quad (3.29)$$

onde

$$\tilde{T} A \tilde{T}^T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\tilde{f}(t, z_1, z_2) = T f \left(t, \tilde{T}^T \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \right) \quad (3.31)$$

e

$$\tilde{g}(t, z_1, z_2, u) = T^1 g \left(t, \tilde{T}^T \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, u \right). \quad (3.32)$$

Definimos uma matriz $F \in \mathcal{R}^{m \times (n-m)}$ e consideremos a seguinte restrição na transformação do estado

$$z_2 = -F z_1. \quad (3.33)$$

Na ausência de incertezas não casadas onde $\tilde{f} = 0$, (3.28) e (3.33) ficam

$$\dot{z}_1(t) = (A_{11} - A_{12} F) z_1(t). \quad (3.34)$$

Como (A, B) é, por definição, um par controlável segue diretamente que o par de matrizes (A_{11}, A_{12}) é também controlável. A dinâmica do sistema (3.34) representa a dinâmica de um modo deslizante ideal. Da definição de deslizamento vem, por (3.33)

$$S \stackrel{\Delta}{=} \{(z_1, z_2) : Fz_1 + z_2 = 0\}. \quad (3.35)$$

O efeito das incertezas não casadas na dinâmica do modo de deslizamento ideal será agora analisada. Definimos a segunda transformação da por

$$\tilde{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ \phi \end{bmatrix} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} z_1 \\ Fz_1 + z_2 \end{bmatrix} = \hat{T} z(t) \quad (3.36)$$

em que a restrição (3.33) não seja imposta. A representação do sistema é

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = \Sigma z_1(t) + A_{12}\phi(t) + \hat{f}(t, z_1, \phi) \\ \dot{\phi}(t) = \theta z_1(t) + \Omega \phi(t) + B_2 u(t) + \hat{g}(t, z_1, \phi, u(t)) \end{cases} \quad (3.37)$$

$$\text{onde } \begin{cases} \Sigma = A_{11} - A_{12} F \\ \theta = A_{21} - A_{22} F + F \Sigma \\ \Omega = A_{22} + F A_{12} \\ \hat{f}(t, z_1, \phi) \stackrel{\Delta}{=} \tilde{f}(t, z_1, \theta - F z_1) \\ \hat{g}(t, z_1, \phi, u) \stackrel{\Delta}{=} F \tilde{f}(t, z_1, \phi - F z_1) + \tilde{g}(t, z_1, \phi - F z_1, u) \end{cases} \quad (3.38)$$

Assumimos que um controle existe tal que o movimento do sistema é restrito a S , como definido em (3.35). Segue que (3.37) reduz-se a

$$\dot{z}_1(t) = \Sigma z_1(t) + \hat{f}(t, z_1, 0) \quad (3.39)$$

Definição 3.5: Um sistema com malha fechada com estado $x(t)$ é dito ser Globalmente Uniformemente Ultimamente limitado (g.u.u.l.) com respeito a um conjunto limitado $S \subset \mathcal{R}^n$ se:

- (i) para cada realização incerta e para cada $(t_0, x(t_0)) \in \mathcal{R} \times \mathcal{R}^n$ existe pelo menos uma solução $x(\cdot): [t_0, t_1) \rightarrow \mathcal{R}^n$, $t_1 > t_0$;
- (ii) dado algum número real $\delta > 0$, existe um número real $d(\delta) > 0$, tal que, para alguma solução $x(\cdot): [t_0, t_1) \rightarrow \mathcal{R}^n$ com $\|x(t_0)\| \leq \delta$, $\|x(t)\| \leq d(\delta)$ para todo $t \in [t_0, t_1)$, logo todas soluções podem ser continuadas em $[t_0, \infty]$;
- (iii) para $x(t_0) \in \mathcal{R}^n$ existe uma constante não negativa $T(x(t_0), S) \in \mathcal{R}^+$ tal que, para toda solução $x(\cdot): [t_0, \infty] \rightarrow \mathcal{R}^n$ com $t_0 \in \mathcal{R}$, arbitrário, $x(t) \in S$ para todo $t \geq t_0 + T(x(t_0), S)$.

Resultado 1: Propriedades do movimento restrito à superfície S :

Seja

$$\tilde{\Sigma} = \Sigma + \Delta \Sigma \quad (3.40)$$

onde

$$\Delta \Sigma = T F_1 \left(t, \tilde{T}^T \begin{bmatrix} I \\ -F \end{bmatrix} z_1 \right) \tilde{T}^T \begin{bmatrix} I \\ -F \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

Se

$$P_1 \tilde{\Sigma} + \tilde{\Sigma}^T P_1 \leq -\nu I_{n-m} \quad (3.42)$$

para algum escalar real $\nu > 0$ e uma matriz definida positiva P_1 , então

(i) o sistema (3.39) é globalmente uniformemente ultimamente limitado com respeito ao elipsóide

$$E_1(r_1) = \left\{ z_1; \frac{1}{2} z_1^T P_1 z_1 \leq r_1 \right\} \quad (3.43)$$

onde

$$r_1 = \varepsilon + 2 \frac{k_2^2}{\nu^2} \|P_1\|^2 \quad (3.44)$$

com $\varepsilon > 0$, pequeno, constante e

$$K_2 = \sup_{F_2} \|P_1^{1/2} T F_2\|. \quad (3.45)$$

(ii) Se $\Delta z_1 = z_1 - z_1^m$, onde

$z_1^m(t) = \exp \left[\sum (t - t_0) \right] z_1(t_0)$ define a dinâmica no deslizamento ideal no tempo t para o

tempo inicial t_0 e $\Delta z_1(t_0) = 0$, então o desvio do movimento deslizante ideal Δz_1 é limitado com respeito ao elipsóide $E_1(r_2)$, onde

$$r_2 = \begin{cases} 2 \|P_1\|^2 (K_1 \|P_1^{1/2} z_1(t_0)\| + K_2)^2 & \text{se } z_1(t_0) \notin E_1(r_1) \\ 2 \|P_1\|^2 (K_1 \sqrt{2r_1} + K_2)^2 & \text{se } z_1(t_0) \in E_1(r_1) \end{cases} \quad (3.46)$$

com

$$K_1 = \sup_{\mathbb{F}} \|P_1^{1/2} \Delta \Sigma P_1^{1/2}\| \quad (3.47)$$

isto é, $\Delta z_1(t) \in E_1(r_2)$ para todo $t \geq t_0$.

Prova

(i) Consideremos a função de Lyapunov

$$V_1(z_1) = \frac{1}{2} z_1^T P z_1 \quad (3.48)$$

onde P_1 é a única solução de

$$P_1 \Sigma + \Sigma^T P_1 + I_{n-m} = 0. \quad (3.49)$$

Segue que

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1^T P_1 (\Sigma z_1 + \hat{f}(t, z_1, 0)) \\ &= z_1^T P_1 \left(\Sigma z_1 + T F_1 \tilde{T}^T \begin{bmatrix} I \\ -F \end{bmatrix} z_1 + T F_2 \right) \\ &= \frac{1}{2} z_1^T (P_1 \Sigma + \Sigma^T P_1) z_1 + z_1^T P_1 T F_2 \\ &\leq -\frac{\nu}{2} \|z_1\|^2 + z_1^T P_1 T F_2 \end{aligned} \quad (3.50)$$

onde ν é definido em (3.42). Segue que

$$\dot{V}_1(z_1) \leq -\nu V_1(z_1) \|P_1\|^{-1} + [2 V_1(z_1)]^{1/2} \|P_1^{1/2} T F_2\|$$

e

$$\dot{V}_1(z_1) < 0 \text{ se } V_1(z_1) > r_1 - \varepsilon$$

onde r_1 é definido em (3.44). Logo para $z_1(t_0) \in E_1(r_1)$ segue que $z_1(t) \in E_1(r_1)$ para todo $t \geq t_0$. Note que se $\dot{x} \leq -ax - b\sqrt{x}$ então o tempo para x ir de x_0 a x_1 é

$$T \leq \frac{2}{a} \ln \left(\frac{a\sqrt{x_0} + b}{a\sqrt{x_1} + b} \right) \leq \frac{2}{b} (\sqrt{x_0} - \sqrt{x_1}).$$

Segue que se $z_1(t_0) \notin E_1(r_1)$ então a trajetória alcançará $E_1(r_1)$ num tempo finito T_1 onde

$$T_1(z_1(t_0), E_1) \leq 2 \frac{\|P_1\|}{v} \ln \left(\frac{V_1(z_1(t_0)) - (r_1 - \varepsilon)^{1/2}}{\sqrt{r_1} - (r_1 - \varepsilon)^{1/2}} \right). \quad (3.51)$$

(ii) O movimento deslizante ideal é definido pela dinâmica do sistema

$$\dot{z}_1^m(t) = \sum z_1^m(t). \quad (3.52)$$

A dinâmica de erro do sistema portanto satisfaz

$$\Delta \dot{z}_1 = \sum \Delta z_1 + \tilde{f}(t, z_1, 0). \quad (3.53)$$

Consideremos a função de Lyapunov (3.48) com o desvio de estado Δz_1

$$V_1(\Delta z_1) = \frac{1}{2} \Delta z_1^T P_1 \Delta z_1$$

com

$$\dot{V}_1(\Delta z_1) = \frac{1}{2} (\Delta \dot{z}_1^T P_1 \Delta z_1 + \Delta z_1^T P_1 \Delta \dot{z}_1)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \Delta z_1^T (P_1 \Sigma + \Sigma^T) \Delta z_1 + \Delta z_1^T P_1 \Delta \Sigma z_1 + \Delta z_1^T P_1 T F_2 \\
&\leq -\frac{1}{2} \|\Delta z_1\|^2 + \|\Delta z_1^T P_1 \Delta \Sigma z_1\| + \|\Delta z_1^T P_1 T F_2\| \quad (3.54)
\end{aligned}$$

$$\leq -V_1(\Delta z_1) \|P_1\|^{-1} + [2V_1(\Delta z_1)]^{1/2} \{ \|P_1^{1/2} \Delta \Sigma P_1^{-1/2}\| \|P_1^{1/2} z_1\| + \|P_1^{1/2} T F_2\| \}$$

também, pela parte (i)

$$\|P_1^{1/2} z_1(t)\| = \begin{cases} \|P_1^{1/2} z_1(t_0)\| & \text{se } z_1(t_0) \notin E_1(r_1) \\ \sqrt{2r_1} & \text{se } z_1(t_0) \in E_1(r_1) \end{cases} \quad (3.55)$$

Segue diretamente por (3.54) e (3.53) que

$$\dot{V}_1(\Delta z_1) < 0 \quad \text{se } V_1(\Delta z_1) > r_2$$

com r_2 com definido em (3.46) e (3.47). A limitação do desvio em relação a dinâmica do movimento deslizante ideal foi então provada.

Foi demonstrado que na presença de incertezas não casadas da forma da equação (3.24), sujeito à restrição do Resultado 1, o desvio da dinâmica do movimento deslizante ideal é limitado. Entretanto, essas propriedades são somente aplicadas para o movimento restrito à S.

O controle requerido para assegurar que S ou uma vizinhança de S seja alcançado e mantido será agora considerado.

• Formulação do Controle não Linear

Um controle puramente descontínuo, chaveado sobre os hiperplanos descritos na dinâmica do movimento deslizante ideal, é um método tradicionalmente usado para o projeto de Sistemas de Controle com Estrutura Variável. As condições já conhecidas garantem que o movimento alcance S (Utkin). Entretanto, em termos práticos, tal ação com controle descontínuo é indesejável e métodos de controle modernos usam um controle contínuo, usualmente não linear, para assegurar movimento dentro de uma região

conhecida contendo S . Idealmente, uma estratégia de controle é requerida para assegurar que o movimento seja próximo de S e, assim, tão próximo quanto possível da dinâmica do movimento deslizante ideal. Os efeitos de ambas incertezas casadas e não casadas tornam-se pertinentes uma vez que o movimento não é restrito à S , mas limitado em torno de S .

Uma estratégia de controle é da forma

$$u(t) = u_L(z_1(t), \phi(t)) + u_{NL}(t, z_1(t), \phi(t)) \quad (3.56)$$

onde u_L é a componente linear do controle na malha fechada e u_{NL} é a componente contínua e não linear na malha fechada. A componente do controle linear na malha fechada é definida como (Ryan e Corless 1984) por

$$u_L(z_1(t), \phi(t)) = -B_2^{-1} [\theta z_1(t) + (\Omega - \Omega^*) \phi(t)] \quad (3.57)$$

onde Ω^* é uma matriz (projetada) com autovalores estáveis.

Para apresentar u_{NL} definimos a matriz P_2 , definida positiva, como a única solução da equação de Lyapunov

$$P_2 \Omega^* + \Omega^{*T} P_2 + I_m = 0. \quad (3.58)$$

Então

$$u_{NL}(t, z_1, \phi) = -\rho(t, z_1, \phi) \frac{B_2^{-1} P_2 \phi}{\|P_2 \phi\| + \delta} \quad (3.59)$$

onde

$$\rho = \frac{\gamma_1}{\sigma} (\eta(t, z_1, \phi) + \gamma_2) \quad (3.60)$$

com

$$\sigma = \inf_{G_1} \lambda_{\min} \left[I_m + T^1 \frac{G_1}{2} B_2^{-1} + (B_2^{-1})^T \frac{G_1^T}{2} T^{1T} \right] > 0 \quad (3.61)$$

$$\eta(t, z_1, \phi) \geq \left\| T^T G_1 u_L(z_1, \phi) + T^T G_2 + FT \left(F_1 \tilde{T}^T \hat{T}^{-1} \begin{bmatrix} z_1 \\ \phi \end{bmatrix} + F_2 \right) \right\|. \quad (3.62)$$

Onde $\lambda_{\min}(\cdot)$ denota o autovalor mínimo de (\cdot) e $\gamma_1 \geq 1, \gamma_2 > 0$ são parâmetros projetados.

Resultado 2: A estrutura de controle não linear (3.56) - (3.62) é tal que

- (i) o sistema incerto é globalmente ultimamente uniformemente limitado (g.u.u.l) com respeito à

$$\mathfrak{R} = \left\{ z_1, \phi : V_2(\phi) = \frac{1}{2} \phi^T P_2 \phi \leq r_3 \right\} \quad (3.63)$$

onde

$$r_3 = \left(\frac{\delta}{\gamma_1 - 1} \right)^2 \frac{1}{2 \lambda_{\min}(P_2)}$$

e

$$S \subset \mathfrak{R}.$$

- (ii) Se $(z_1(t_0), \phi(t_0)) \notin \mathfrak{R}$ então o tempo T_2 requerido para alcançar \mathfrak{R} satisfaz

$$T_2 \leq \frac{1}{\gamma_2} \left[\frac{2}{\lambda_{\min}(P_2)} \right]^{1/2} \left([V_2(\phi(t_0))]^{1/2} - \sqrt{r_3} \right) \quad (3.64)$$

mas se $(z_1(t_0), \phi(t_0)) \in \mathfrak{R}$ então $(z_1(t), \phi(t)) \in \mathfrak{R}$ para todo $t \geq t_0$.

- (iii) para o movimento restrito à \mathfrak{R} , $z_1(\cdot)$ é ultimamente limitado com respeito ao elipsóide

$E(r_4)$ onde

$$r_4 = \varepsilon + \frac{2 \|P_1\|^2}{v^2} \left(K_3 \sqrt{2r_3} + K_2 \right)^2 \quad (3.65)$$

$$K_3 = \sup_{\bar{r}_1} \left\| P_1^{1/2} \tilde{A}_{12} P_1^{-1/2} \right\| \quad (3.66)$$

onde $\tilde{A}_{12} = A_{12} + \Delta A_{12}$ e K_2 foi definido no Resultado 1.

Em adição, o desvio do comportamento dinâmico do movimento deslizante ideal, $\Delta z_1(\cdot) = z_1(\cdot) - z_1^m(\cdot)$, é limitado com respeito ao elipsóide $E(r_5)$ onde

$$r_5 = 2 \left\| P_1 \right\|^2 \left(K_1 X + K_2 + K_3 \sqrt{2 r_3} \right)^2 \quad (3.67)$$

$$X = \begin{cases} \left\| P_1^{1/2} z_1(t_0) \right\| & \text{se } z_1(t_0) \notin E_1(r_4) \\ \sqrt{2 r_4} & \text{se } z_1(t_0) \in E_1(r_4) \end{cases} \quad (3.68)$$

Prova: (i) e (ii): Substituindo a expressão para o controle (3.56), (3.57), (3.59) nas equações (3.36)- (3.37) obtemos a seguinte representação do sistema

$$\dot{z}_1(t) = \sum z_1(t) + A_{12}\phi(t) + \hat{f}(t, z_1, \phi) \quad (3.69)$$

$$\dot{\phi}(t) = \Omega^* \phi - \rho(t, z_1, \phi) \frac{P_2 \phi}{\|P_2 \phi\| + \delta} + \hat{g}(t, z_1, \phi, u_L + u_{NL}). \quad (3.70)$$

Consideremos a função de Lyapunov

$$V_2(\phi) = \frac{1}{2} \phi^T P_2 \phi \quad (3.71)$$

$$\dot{V}_2(\phi) = \phi^T P_2 \left[\Omega^* \phi - \rho(t, z_1, \phi) \frac{P_2 \phi}{\|P_2 \phi\| + \delta} + \hat{g}(t, z_1, \phi, u_L + u_{NL}) \right] \quad (3.72)$$

Por (3.38) e (3.24), temos

$$\hat{g}(t, z_1, \phi, u) = FT \left(F_1 \tilde{T}^T \hat{T}^{-1} \begin{bmatrix} z_1 \\ \phi \end{bmatrix} + F_2 \right) + T^1 (G_1 u + G_2) = T^1 G_1 u_{NL} + \gamma(t, z_1, \phi, u_L) \quad (3.73)$$

onde

$$\gamma(t, z_1, \phi, u_L) = T^1 G_1 u_L(z_1, \phi) + T^1 G_2 + FT \left(F_1 \tilde{T}^T \hat{T}^{-1} \begin{bmatrix} z_1 \\ \phi \end{bmatrix} + F_2 \right). \quad (3.74)$$

Substituindo (3.73) em (3.72)

$$\dot{V}_2(\phi) = \phi^T P_2 \left[\Omega^* \phi - \left(I_m + T^1 G_1 B_2^{-1} \frac{\rho P_2 \phi}{\|P_2 \phi\| + \delta} + \gamma(t, z_1, \phi, u_L) \right) \right]. \quad (3.75)$$

Por (3.61), (3.62)

$$\dot{V}_2(\phi) \leq -\frac{1}{2} \|\phi\|^2 - \|P_2 \phi\| \left\{ \frac{\sigma \rho \|P_2 \phi\|}{\|P_2 \phi\| + \delta} - \eta \right\}. \quad (3.76)$$

Expressando $\eta(t, z_1, \phi)$ em termos de ρ, σ, γ_1 e γ_2 por (3.60) e substituindo em (3.76)

$$\dot{V}_2(\phi) \leq -\frac{1}{2} \|\phi\|^2 - \gamma_2 \|P_2 \phi\| - \|P_2 \phi\| \sigma \rho \left\{ \frac{\|P_2 \phi\|}{\|P_2 \phi\| + \delta} - \frac{1}{\gamma_1} \right\}. \quad (3.77)$$

Segue que se

$$\|P_2 \phi\| > \frac{\gamma}{\gamma_1 - 1} \quad (3.78)$$

então

$$\dot{V}_2(\phi) < 0$$

e (3.78) é satisfeita se

$$V_2(\phi) > \left(\frac{\delta}{\gamma_1 - 1} \right)^2 \frac{1}{2 \lambda_{\min}(P_2)} = r_3 \quad (3.79)$$

onde r_3 é definida em (3.63). Segue que toda solução poderá eventualmente entrar no conjunto \mathfrak{R} no tempo T_2 dado por

$$T_2(\phi(t_0), \mathfrak{R}) \leq 2 \|P_2\| \ln \left[\frac{[V_2(\phi(t_0))]^{1/2} + \gamma_2 [2 \lambda_{\min}(P_2)]^{1/2} \|P_2\|}{\sqrt{r_3} + \gamma_2 [2 \lambda_{\min}(P_2)]^{1/2} \|P_2\|} \right] \quad (3.80)$$

$$\leq \frac{1}{\gamma_2} \left[\frac{2}{\lambda_{\min}(P_2)} [V_2(\phi(t_0))]^{1/2} - \sqrt{r_3} \right].$$

Consideremos agora a componente de estado z_1 . Define-se

$$\bar{V}_2 = \begin{cases} V_2(\phi(t_0)) & \text{se } \phi(t_0) \notin E_2(r_3) \\ r_3 & \text{se } \phi(t_0) \in E_2(r_3) \end{cases} \quad (3.81)$$

onde

$$E_2(r_3) = \{ \phi : V_2(\phi) \leq r_3 \}. \quad (3.82)$$

Segue que

$$V_2(\phi) \leq \bar{V}_2. \quad (3.83)$$

Por (3.69)

$$\dot{V}_1(z_1) = z_1^T P_1 \left(\sum z_1 + A_{12} \phi + \hat{f}(t, z_1, \phi) \right). \quad (3.84)$$

Substituindo \hat{f} por (3.23), (3.30) e (3.38), vem

$$\dot{V}_1(z_1) = z_1^T P_1 \left(\sum z_1 + A_{12} \phi + T F_1 \tilde{T}^T \hat{T}^{-1} \begin{bmatrix} z_1 \\ \phi \end{bmatrix} + T F_2 \right). \quad (3.85)$$

Pela definição da transformação \hat{T} , (3.36),

$$\hat{T}^{-1} = \begin{bmatrix} I_{n-m} & 0 \\ -F & I_m \end{bmatrix}.$$

Usando (3.41), (3.85) vem,

$$\dot{V}_1(z_1) = z_1^T P_1 \left(\sum z_1 + A_{12} \phi + \left[\Delta \sum : T F_1 \tilde{T}^T \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} z_1 \\ \phi \end{bmatrix} + T F_2 \right). \quad (3.86)$$

Seja

$$T F_1 \tilde{T}^T = [\Delta A_{11} : \Delta A_{12}]. \quad (3.87)$$

Então (3.86) reduz-se a

$$\dot{V}_1(z_1) = z_1^T P_1 \left(\tilde{\sum} z_1 + \tilde{A}_{12} \phi + T F_2 \right) \quad (3.88)$$

onde

$$\tilde{A}_{12} = A_{12} + \Delta A_{12} \quad (3.89)$$

e $\tilde{\sum}$ é definido em (3.40). Segue por (3.42) que

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(z_1) &\leq -\frac{\nu}{2} \|z_1\|^2 + z_1^T P_1 (\tilde{A}_{12} \phi + T F_2) \\ &\leq -\nu V_1(z_1) \|P_1\|^{-1} + [2V_1(z_1)]^{1/2} \left\{ \|P_1^{1/2} \tilde{A}_{12} P_1^{-1/2}\| \|2V_2(\phi)\|^{1/2} + \|P_1^{1/2} T F_2\| \right\}. \end{aligned} \quad (3.90)$$

Seja

$$K_3 = \sup_{F_1} \|P_1^{1/2} \tilde{A}_{12} P_1^{-1/2}\| \quad (3.91)$$

e usando o limite em $V_2(\phi)$, por (3.83),

$$\dot{V}_1(z_1) \leq -\nu V_1(z_1) \|P_1\|^{-1} + [2V_1(z_1)]^{1/2} \left\{ K_3 (2\bar{V}_2)^{1/2} + K_2 \right\}. \quad (3.92)$$



Segue que

$$\dot{V}_1(z_1) < 0$$

se

$$V_1(z_1) > r_3^1 - \varepsilon \quad (3.93)$$

onde

$$r_3^1 = \varepsilon + \frac{2\|P_1\|^2}{v^2} \left(K_3 (2\bar{V}_2)^{1/2} + K_1 \right)^2.$$

O estado z_1 entra no elipsóide

$$E_1(r_3^1) = \{z_1 : V_1(z_1) \leq r_3^1\}. \quad (3.94)$$

O sistema é g.u.u.l. sobre o conjunto \mathfrak{R} que contém S .

(iii) Consideremos agora o movimento restrito à \mathfrak{R} tal que

$$\frac{1}{2} \phi^T P_2 \phi \leq r_3. \quad (3.95)$$

Por (3.88), temos

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(z_1) &\leq -\frac{v}{2} \|P_1^{1/2} z_1\|^2 \|P_1\|^{-1} + \|P_1^{1/2} z_1\| \left\{ \|P_1^{1/2} \tilde{A}_{12} P_1^{-1/2}\| \|P_1^{1/2} \phi\| + \|P_1^{1/2} T F_2\| \right\} \\ &\leq -\frac{v}{2} \|P_1^{1/2} z_1\|^2 \|P_1\|^{-1} + \|P_1^{1/2} z_1\| \left\{ K_3 \sqrt{2r_3} + K_2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.96)$$

Segue que o vetor de estado z_1 é ultimamente limitado com respeito ao elipsóide $E_1(r_4)$ onde

$$r_4 = \varepsilon + \frac{2\|P_1\|^2}{v^2} \left(K_3 (2r_3)^{1/2} + K_2 \right)^2 \quad (3.97)$$

com K_2 e K_3 definido em (3.45) e (3.91), respectivamente.



Finalmente, consideremos o desvio do movimento deslizante ideal, $\Delta z_1 = z_1 - z_1^m$ onde $z_1^m = \exp[\sum(t-t_0)]z_1(t_0)$.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\Delta z_1) &= \Delta z_1^T P_1 \left(\sum \Delta z_1 + A_{12} \phi + \hat{f}(t, z_1, \phi) \right) \\ &= \Delta z_1^T P_1 \left(\sum \Delta z_1 + \left(\Delta \sum \right) z_1 + \tilde{A}_{12} \phi + T F_2 \right) \end{aligned} \quad (3.98)$$

usando o procedimento de (3.85)- (3.88), segue que

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\Delta z_1) &\leq -\frac{1}{2} \|\Delta z_1\|^2 + \|\mathbf{P}_1^{1/2} \Delta z_1\| \left\{ \|\mathbf{P}_1^{1/2} \Delta \sum \mathbf{P}_1^{-1/2}\| \|\mathbf{P}_1^{1/2} z_1\| + \right. \\ &\quad \left. + \|\mathbf{P}_1^{1/2} \tilde{A}_{12} \mathbf{P}_1^{-1/2}\| \|\mathbf{P}_1^{1/2} \phi\| + \|\mathbf{P}_1^{1/2} T F_2\| \right\} \\ &\leq -\frac{1}{2} \|\mathbf{P}_1^{1/2} \Delta z_1\|^2 \|\mathbf{P}_1\|^{-1} + \|\mathbf{P}_1^{1/2} \Delta z_1\| \left\{ \mathbf{K}_1 X + \mathbf{K}_3 (2r_3)^{1/2} + \mathbf{K}_2 \right\} \end{aligned} \quad (3.99)$$

onde X, K_1, K_2, K_3 são definidos em (3.68), (3.47), (3.45) e (3.91). Segue que

$$V_1(\Delta z_1) \leq r_5 \quad (3.100)$$

onde

$$r_5 = 2 \|\mathbf{P}_1\|^2 \left(\mathbf{K}_1 X + \mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3 (2r_3)^{1/2} \right)^2. \quad (3.101)$$

Assim, provou-se que o desvio do comportamento dinâmica do movimento deslizante ideal é limitado.

Na prática, um limite superior aceitável na equação (3.60) é

$$\eta(t, x) = K_g \|L\| \|x\| + \alpha(t, x) + \|F\| (K_f \|x\| + K_d).$$

- **Interpretação Geométrica da Análise de Robustez e Sensitividade de Sistemas com CEV/MD** *interpretação gráfica*

As figuras a seguir procuram dar uma interpretação geométrica para os resultados obtidos.

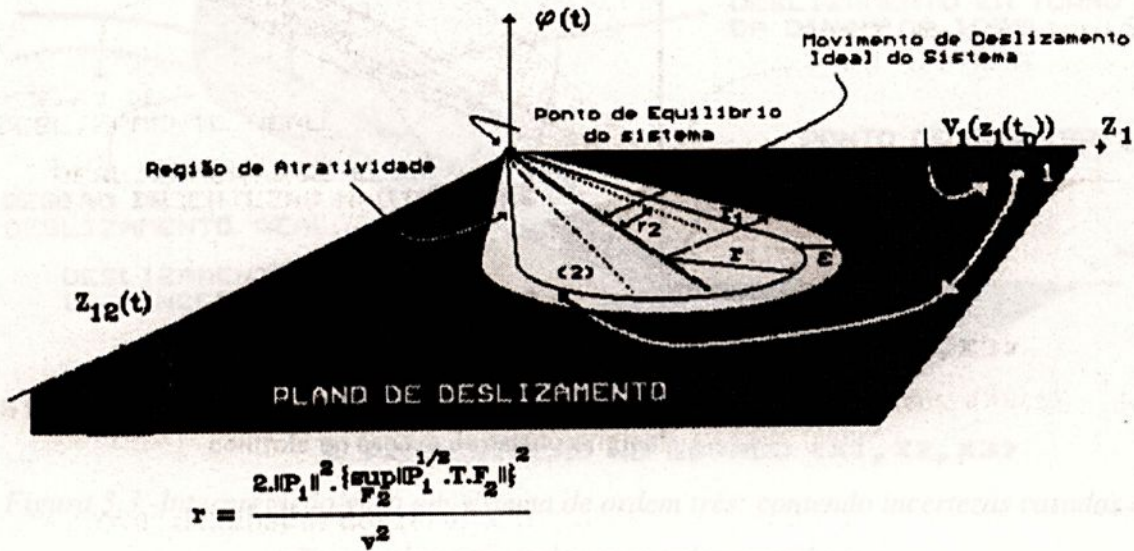


Figura 3.1 - Interpretação dada às propriedades do movimento no deslizamento –
Resultado 1

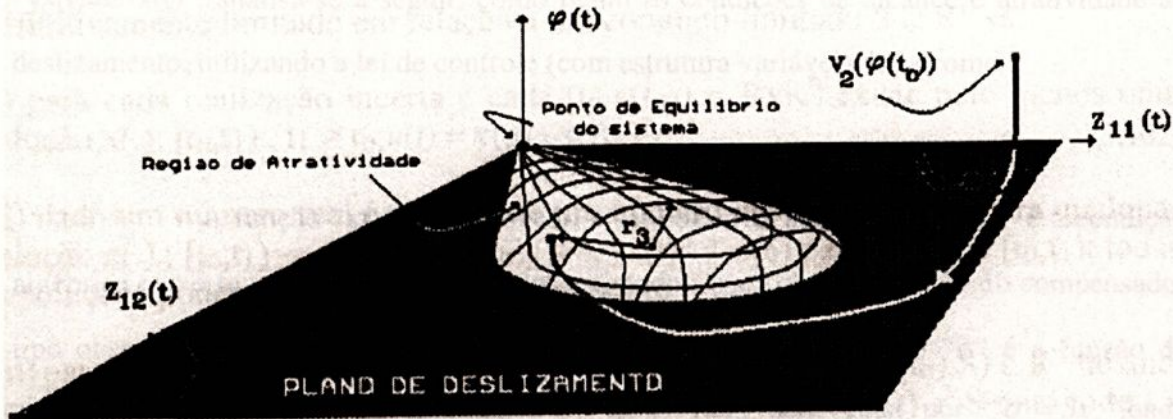


Figura 3.2 - Interpretação dada às propriedades referentes à ação de controle –
Resultado 2



Considerando a dinâmica de um sistema de ordem três, a figura seguinte também procura dar uma interpretação gráfica.

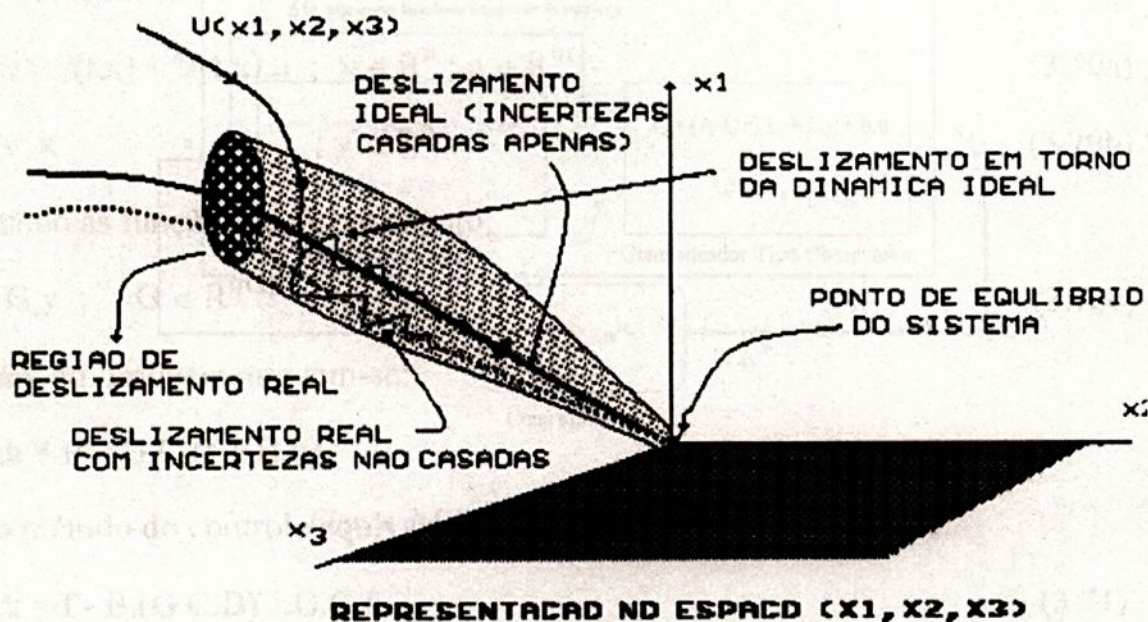


Figura 3.3 - Interpretação para um sistema de ordem três: contendo incertezas casadas e não casadas; com todos os estados acessíveis.

• Consideração de Estados Não Plenamente Acessíveis

Considerando que a única variável acessível diretamente é a saída do sistema " $y_c(t) = C x(t)$ ", analisa-se a seguir, como ficam as condições de alcance e atratividade ao deslizamento, utilizando a lei de controle (com estrutura variável) dada como :

$$u(t) = \kappa(\sigma(x_e(t))) \quad (3.102)$$

A função " $\kappa(\cdot)$ " é não linear, e será descrita adiante, e " $\sigma(x_e)$ " é a condição algébrica que é função de todos os estados estimados " x_e ", obtidos através do compensador tipo observador (Diong, 1992), como mostra a figura 3.4. A função " σ " é a função de chaveamento ou função deslizamento, e neste item será dada por " $\sigma = Sx_e$ ", onde $S \in R^{1 \times n}$, $x_e \in R^n$

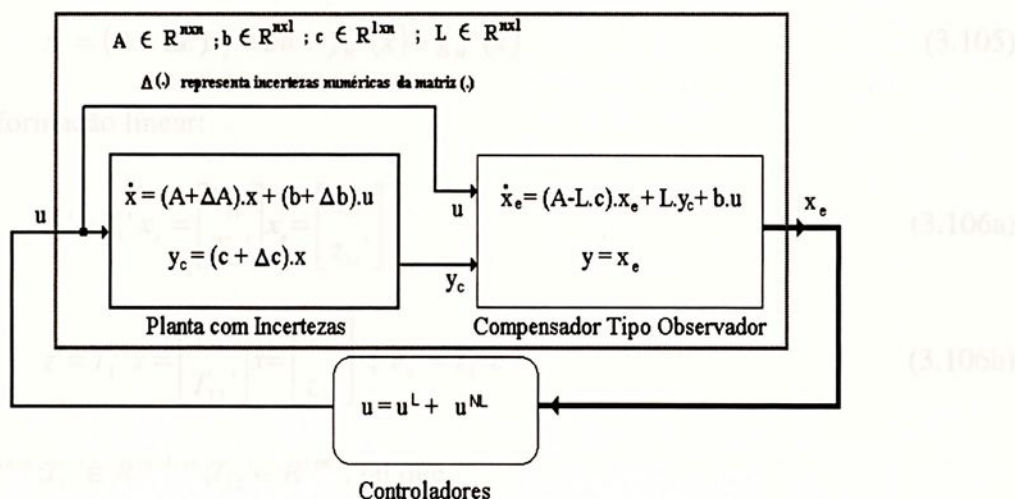


Figura 3.4 Estrutura de controle analisada

Condições de alcançabilidade e atratividade ao modo deslizando

Dada a função de deslizamento “ σ ”, sabe-se que para que o sistema alcance e permaneça no modo deslizando, a condição algébrica a seguir deve ser satisfeita (Utkin, 1978):

$$\sigma \cdot \dot{\sigma} < 0 \quad (3.103)$$

Neste item a lei de controle “ $u(t) = \kappa(\sigma(x_e(t)))$ ” será estabelecida de modo a satisfazer a condição (3.103). Assim, equacionando parte do sistema da figura (3.4) tem-se:

$$\dot{x}_e = (A - Lc)x_e + bu + [L(c + \Delta c)x] \quad (3.104)$$

onde $x_e \in \mathbb{R}^n$; sendo os parâmetros definidos na própria figura (3.4). Considerando:

$$H'(x) = L(c + \Delta c)x = f_H'(x) + g_H'(x) \quad (3.108)$$

sendo que: $f_H'(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow (I_m b)^\perp; g_H'(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow I_m b$

tal que “ $f_H'(\cdot)$ ” e “ $g_H'(\cdot)$ ” são funções contínuas em “ t ”; “ $\text{Im}(\cdot)$ ” denota a imagem de “ (\cdot) ”, e “ $(\cdot)^\perp$ ” refere-se ao complemento ortogonal de “ (\cdot) ”.



Então:

$$\dot{x}_e = (A - Lc)x_e + bu + f_H'(x) + g_H'(x) \quad (3.105)$$

Seja a transformação linear:

$$z_e' = T_1' x_e = \begin{bmatrix} T_{11}' \\ T_{12}' \end{bmatrix} x_e = \begin{bmatrix} z_{1e}' \\ z_{2e}' \end{bmatrix} \quad (3.106a)$$

$$z' = T_1' x = \begin{bmatrix} T_{11}' \\ T_{12}' \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} z_1' \\ z_2' \end{bmatrix}; e_z' = T_1' e \quad (3.106b)$$

onde $T_1' \in R^{n \times n}$; $T_{11}' \in R^{(n-1) \times n}$; $T_{12}' \in R^{1 \times n}$, tal que

$$T_1' b = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2' \end{bmatrix}; T_1 (A - Lc) T_1^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11}' & A_{12}' \\ A_{21}' & A_{22}' \end{bmatrix} \quad (3.110)$$

$$T_{12}' f_H'(T_1^{-1} z') = [0]; T_{11}' g_H'(T_1^{-1} z') = [0]$$

sendo $b_2' \in R^{1 \times 1}$; $A_{11}' \in R^{(n-1) \times (n-1)}$; $A_{12}' \in R^{(n-1) \times 1}$
 $A_{21}' \in R^{1 \times (n-1)}$; $A_{22}' \in R^{1 \times 1}$

Diz-se então que “ $f_H'(x)$ ” é a parcela não casada de “ $H'(x)$ ” e que “ $g_H'(x)$ ” é a parcela casada.

Assim, chega-se a:

$$\dot{z}_{1e}' = A_{11}' z_{1e}' + A_{12}' z_{2e}' + T_{11}' f_H'(T_1^{-1} z') \quad (3.107a)$$

$$\dot{z}_{2e}' = A_{21}' z_{1e}' + A_{22}' z_{2e}' + b_2' u + T_{12}' g_H'(T_1^{-1} z') \quad (3.107b)$$

Introduzindo uma segunda transformação dada por:

$$z_{1e}' = z_{1e}'; z_1' = z_1' \quad (3.108)$$

$$\varphi_e' = -K' z_{1e}' + z_{2e}'; \varphi' = K' z_1' + z_2'$$

sendo $K' = -S_2^{-1} S_1$; $T_1^{-1} S = [S_1 \ S_2]$
 $S_1 \in R^{1 \times (n-1)}$; $S_2 \in R^{1 \times 1}$



Então nas novas coordenadas as equações tornam-se:

$$\dot{z}_{1e}' = \Psi z_{1e}' + A_{12}' \varphi_e' + T_{11}' f_H'(T_1'^{-1} z') \quad (3.109a)$$

$$\dot{\varphi}_e' = \Theta z_{1e}' + \Omega \varphi_e' + b_2' u - K T_{11}' f_H'(T_1'^{-1} z') + T_{12}' g_H'(T_1'^{-1} z') \quad (3.109b)$$

onde : $\Psi = A_{11}' + A_{12}' K'$;

$$\Theta = A_{21}' + A_{22}' K' - K' \Psi; \quad (3.109c)$$

$$\Omega = A_{22}' - K' A_{12}'$$

Sendo a função de chaveamento " $\sigma = Sx_e = S T_1'^{-1} z_e'$ ", então chega-se a:

$$\sigma = S_2' \varphi_e' \quad (3.110)$$

A escolha da lei de controle que conduz o sistema ao deslizamento e o mantém nesta condição, implica que a condição algébrica (3.103) deve ser satisfeita.. Para que isto ocorra, a lei de controle pode ser estabelecida como:

$$u = \kappa(\sigma(\varphi_e')) = u^L + u^{NL} \quad (3.111)$$

$$u^L = -b_2'^{-1} [\Theta z_{1e}' + (\Omega - \Omega^*) \varphi_e'], \quad \Omega^* < 0 \quad (3.112)$$

$$u^{NL} = -b_2'^{-1} \rho \frac{\varphi_e'}{|\varphi_e'| + \delta}, \quad \rho > 0; \delta > 0 \quad (3.113)$$

De (3.103), derivando " σ ":

$$\dot{\sigma} = S_2' \dot{\varphi}_e' \quad (3.114)$$

Sem perda de generalidade, fazendo $S_2' = 1$, então $\dot{\sigma} = \dot{\varphi}_e'$. Portanto, chega-se a:

$$\dot{\sigma} = \left\{ \Omega^* \varphi_e'^2 - \rho \frac{\varphi_e'^2}{|\varphi_e'| + \delta} \right\} + \varphi_e' \left\{ -K T_{11}' f_H'(T_1'^{-1} z') + T_{12}' g_H'(T_1'^{-1} z') \right\} \quad (3.115)$$

Na equação anterior, o primeiro termo entre colchetes é menor do que zero, dado que " $\Omega^* < 0, \rho > 0$ ". O segundo termo é qualquer. Assim, para que a condição algébrica " $\dot{\sigma} < 0$ " seja satisfeita, e assim garantir que o sistema entre no modo deslizante e nele permaneça, é necessário que a desigualdade a seguir seja válida:



$$\left| \Omega \varphi_e'^2 - \rho \frac{\varphi_e'^2}{|\varphi_e'| + \delta} \right| > \varphi_e' \left\{ -K' T_{11}' f'_H(T_1^{-1} z') + T_{12}' g'_H(T_1^{-1} z') \right\} \quad (3.116)$$

Como as constantes " $\Omega^* < 0, \rho > 0$ " são parâmetros de projeto, pode-se atribuir valores tais que garantam a desigualdade, o que também poderá envolver processo de tentativa e erro, incluindo aí possibilidade de se fazer " ρ " uma função adaptativa e variável no tempo.

Influência de incertezas na trajetória do sistema em deslizamento

Neste item será interessante equacionar o sistema tendo como referência as variáveis de estado reais " $x(t)$ ". No entanto as incertezas casadas e não casadas deverão ainda estar referidas às variáveis de estado estimadas " $x_e(t)$ ". Assim, tem-se:

$$\dot{x}_e = (A - Lc)x_e + bu + Ly_c \quad (3.117)$$

Considerando o erro " $e = x_e - x$ ", então

$$\dot{x}_e = Ax + bu + [(A - Lc)e + L\Delta cx] \quad (3.118)$$

Define-se :

$$H(x, e) = (A - Lc)e + L\Delta cx = f_H(x, e) + g_H(x, e)$$

$$f_H(\dots) : R^n \times R^n \rightarrow (I_m b)^+ ; g_H(\dots) : R^n \times R^n \rightarrow I_m b$$

Seja a transformação linear a seguir:

$$z_e = T_1 x_e = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{12} \end{bmatrix} x_e = \begin{bmatrix} z_{1e} \\ z_{2e} \end{bmatrix} \quad (3.119)$$

$$z = T_1 x = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{12} \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} ; e_z = T_1 e \quad (3.120)$$

tal que particione as incertezas casadas e não casadas de modo que:

$$T_{12} f_H(T_1^{-1} z_e, T_1^{-1} e_z) = [0] ; T_{11} g_H(T_1^{-1} z_e, T_1^{-1} e_z) = [0];$$

E ainda:

$$T_1 b = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix}; T_1 A T_1^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (3.121c)$$

Então, chega-se a:

$$\dot{z}_{1e} = A_{11} z_1 + A_{12} z_2 + \underbrace{T_{11} f_H(T_1^{-1} z_e, T_1^{-1} e_z)}_{\text{incertezas não casadas}} \quad (3.122a)$$

$$\dot{z}_{2e} = A_{21} z_1 + A_{22} z_2 + b_2 u + \underbrace{T_{12} g_H(T_1^{-1} z_e, T_1^{-1} e_z)}_{\text{incertezas casadas}} \quad (3.122b)$$

Agora, interessa-nos somente a dinâmica do sistema em deslizamento ($\sigma=0$), então, tem-se:

$$\dot{z}_{1e} = (A_{11} + A_{12} K) z_1 + T_{11} f_H(T_1^{-1} z_e, T_1^{-1} e_z) - (A_{12} S_2^{-1} S_1^{-1}) e_z \quad (3.123a)$$

Se no sistema não houvesse nenhum tipo de incerteza e o acesso às variáveis de estado fosse direto, ter-se-ia a trajetória no deslizamento ideal (z_{1ideal}) descrita somente por:

$$\dot{z}_{1ideal} = (A_{11} + A_{12} K) z_1 \quad (3.123b)$$

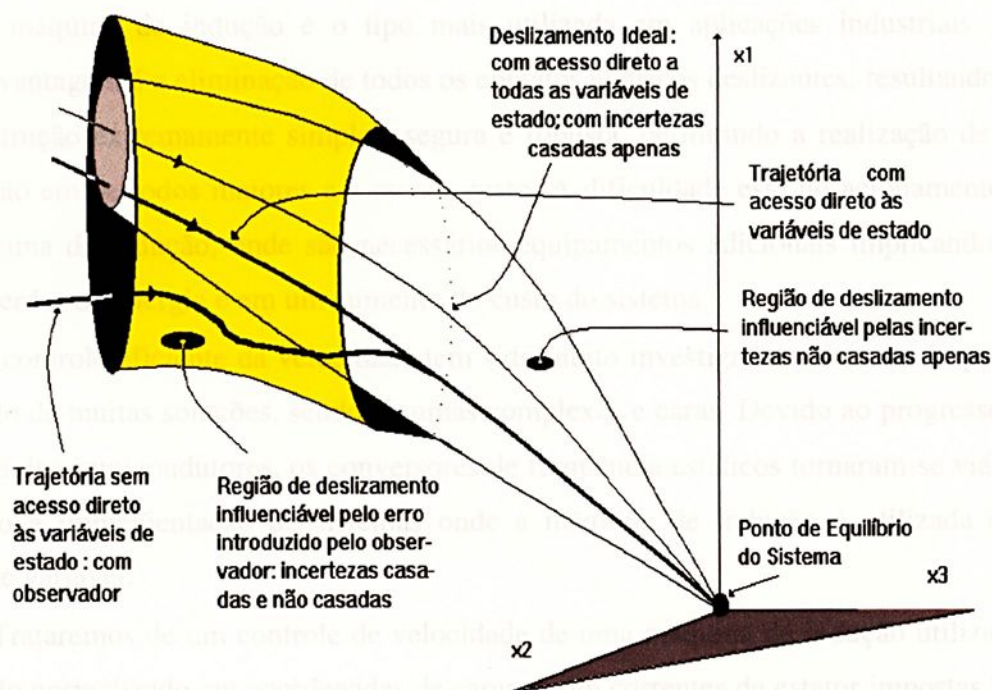
A dinâmica do erro ($e_{z_{ideal}}$) desta trajetória em relação à trajetória ideal de deslizamento é então:

$$\dot{e}_{z_{ideal}} = \underbrace{T_{11} f_H(T_1^{-1} z_e, T_1^{-1} e_z)}_{\text{incertezas não casadas}} - \underbrace{(A_{12} S_2^{-1} S_1^{-1}) e_z}_{\text{incertezas casadas e não casadas}} \quad (3.124)$$

Assim, a equação (3.124) deixa claro que a alocação de pólos no deslizamento, através " $K = -S_2^{-1} S_1$ ", é influenciável não só pelas incertezas não casadas, como também pelo erro introduzido pelo observador, que inclui **incertezas casadas** e não casadas. Este termo, obviamente, aparece quando se toma por referência as variáveis de estado reais. Assim, a equação (3.124) deixa explícito um fato interessante ilustrado na figura (3.5) para um sistema de ordem três: a região provável de **deslizamento** pode ser dividida em duas: a primeira delas é aquela cuja dinâmica do modo deslizante é



influenciável pelas incertezas **casadas** (incluídas no erro, em relação às variáveis de estado reais, introduzido pelo observador) e incertezas **não casadas**; a segunda região é aquela em que o erro desaparece, e com ele a influência das incertezas casadas sobre o sistema. Portanto, somente a partir deste instante é que este adquire insensibilidade em relação às incertezas casadas.



Figura(3.5) Interpretação gráfica: influência do observador



IV. APLICAÇÕES DO CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES (CEV/MD)

Neste capítulo serão apresentados os desenvolvimentos de projetos de CEV/MD aplicados em dois sistemas: motor de indução e sistema pêndulo invertido. Ambas as plantas têm características comuns tais como não linearidades, estados não plenamente acessíveis e incertezas em seus modelos matemáticos.

IV.1- Controle CEV/MD no Motor de Indução Trifásico Simétrico

A máquina de indução é o tipo mais utilizada em aplicações industriais. Sua principal vantagem é a eliminação de todos os contatos elétricos deslizantes, resultando em uma construção extremamente simples, segura e robusta, permitindo a realização de sua manutenção em períodos maiores e a menor custo. A dificuldade está no acionamento de uma máquina de indução, onde são necessários equipamentos adicionais implicando em grandes perdas de energia e em um aumento do custo do sistema.

O controle eficiente da velocidade tem sido muito investigado, colaborando para o surgimento de muitas soluções, sendo algumas complexas e caras. Devido ao progresso da tecnologia dos semicondutores, os conversores de frequência estáticos tornaram-se viáveis facilitando a implementação de sistemas onde a máquina de indução é utilizada com velocidade variável.

Trataremos de um controle de velocidade de uma máquina de indução utilizando um modelo normalizado em coordenadas de campo com correntes de estator impostas [13] baseado na teoria de controle de estrutura variável e modos deslizantes(CEV/MD). Esse controlador tem por objetivo garantir um desempenho desejado da máquina de indução e torná-la insensível às variações de parâmetros e torque de carga. Para estimar as variáveis de estado não-acessíveis (acesso somente à velocidade angular), será implementado um observador de estado com estrutura variável e modo deslizante. Apresentaremos resultados de simulações para algumas condições de operação (partida e reversão de velocidade) e comparações com um controlador PI utilizando um observador convencional e observador EV/MD.

• **Modelo da Máquina de Indução em Coordenadas de Campo com Correntes de Estator Impostas**

A discussão seguinte se aplica a máquinas de dois pólos: com máquinas multi-pólo a velocidade é reduzida correspondentemente. A permeabilidade do ferro do rotor e estator completamente laminados é assumida infinita: saturação, perdas no ferro e efeitos de ranhura são desprezados. O modelo da máquina em coordenadas de campo foi proposto por Blaschke e mostrado em Leonhard (1985) [13], sendo que todas as grandezas da máquina de indução são vistas de um referencial móvel definido pelo vetor corrente de magnetização no rotor. Com tais considerações, o modelo da máquina de indução em coordenadas de campo é dado pelas seguintes equações:

$$\frac{di_{mR}}{dt} = -\frac{1}{\tau_R} i_{mR} + \frac{1}{\tau_R} i_{sd} \quad (4.1a)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega + \frac{i_{sq}}{\tau_R i_{mR}} \quad (4.1b)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \frac{2}{3} \frac{L_o}{(1+\sigma_R)} i_{mR} i_{sq} - \frac{1}{J} m_L \quad (4.1c)$$

sendo que

$\underline{i}_{mR}(t) = \underline{i}_S(t) + (1 + \sigma_R) \underline{i}_R e^{j\varepsilon} = i_{mR}(t) e^{j\rho(t)}$ é o vetor corrente de magnetização no rotor (ampére);

$\underline{i}_S(t) = i_{S1}(t) + i_{S2}(t) + i_{S3}(t)$ é o vetor corrente do estator (ampére);

$\underline{i}_R(t) = i_{R1}(t) + i_{R2}(t) + i_{R3}(t)$ é o vetor corrente do rotor (ampére);

i_{i1}, i_{i2} e i_{i3} são as correntes trifásicas (estator e rotor) da máquina de indução (ampére), onde $i = S, R$;

$\underline{i}_S(t) e^{-j\rho} = i_{sd}(t) + j i_{sq}(t)$ é o vetor corrente do estator vista da referência móvel no vetor corrente de magnetização no rotor (ampére);

ρ é a fase do vetor corrente de magnetização no rotor (rad.);

ε é o ângulo do rotor (rad.);

ω é a velocidade angular do rotor (rd/s);

τ_R é a constante de tempo elétrica do rotor (segundo);

L_o é indutância mútua (henry);

σ_R é o fator de dispersão do rotor;

J é o momento de inércia da máquina (kg.m^2);



m_L é o torque de carga externo aplicado à máquina (N.m).

• Representação em Variáveis de Estado por Unidade

O sistema normalizado é obtido usando os valores base de corrente, velocidade angular e torque mecânico, respectivamente, I_B , ω_B e m_B .

Utilizando o sistema (4.1) e os valores de base:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\tau_R} x_1 + \frac{1}{\tau_R} u_1 \quad (4.2a)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \omega_B x_3 + \frac{1}{\tau_R} x_1 u_2 \quad (4.2b)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{k}{\tau_m} x_1 u_2 - \frac{1}{\tau_m} v \quad (4.2c)$$

sendo que,

$u_1 = \frac{i_{sd}}{I_B}$ e $u_2 = \frac{i_{sq}}{I_B}$ são as entradas de controle;

$x_1 = \frac{i_{mR}}{I_B}$ é o módulo do vetor corrente de magnetização no rotor normalizado;

$x_2 = \rho$ é a fase do vetor corrente de magnetização no rotor;

$x_3 = \frac{\omega}{\omega_B}$ é a velocidade angular normalizada;

$k = \frac{2}{3} \frac{L_o I_B^2}{(1 + \sigma_R) m_B}$ é uma constante;

$\tau_m = \frac{J \omega_B}{m_B}$ é a constante mecânica da máquina de indução;

$v = \frac{m_L}{m_B}$ é o torque de carga normalizado.

Para representar a variação do parâmetro τ_R , fizemos

$$\frac{1}{\tau_R} = \frac{1}{\tau_{Rnom}} + \Delta$$

onde:

$\frac{1}{\tau_{Rnom}}$ valor nominal;

Δ é a variação de $\frac{1}{\tau_R}$ em torno de $\frac{1}{\tau_{Rnom}}$.

• Controlador com Estrutura Variável e Modos Deslizantes

Agora apresentaremos o projeto de controle de estrutura variável e modos deslizantes.

O projeto é dividido em duas partes distintas:

- 1) **Projeto da superfície de deslizamento**, que consiste em determinar a superfície de chaveamento sobre a qual o sistema dinâmico deverá ter o comportamento desejado.
- 2) **Projeto da Lei de Controle**, que levará o sistema dinâmico sobre a superfície e o manterá ali pelo tempo subsequente.

O nosso propósito é controlar a velocidade angular e o módulo do vetor corrente de magnetização da máquina de indução de maneira que eles tenham o seguinte comportamento:

- a) resposta transitória rápida e nenhum sobre-sinal;
- b) erro de regime nulo para uma entrada degrau;
- c) insensibilidade a variações de parâmetros e perturbação de carga;
- d) correntes trifásicas balanceadas ($i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0$).

Todos estes requisitos são satisfeitos durante o projeto da superfície de deslizamento e da lei de controle. Os requisitos (a) e (b) são satisfeitos durante o projeto da superfície de deslizamento, os requisitos (c) e (d) são satisfeitos durante o projeto da lei de controle.

• Projeto da Superfície de Deslizamento

Para o projeto da superfície de deslizamento utilizaremos o *Método do Controle Equivalente*, que consiste na determinação do movimento do sistema sobre a superfície $\sigma(t, x) = 0$ mostrado em DeCarlo et al. (1988) [16] e Drazenovic (1969) [17].

Um modo deslizante implica em $\sigma(t, x) = \dot{\sigma}(t, x) = 0$ e $\Delta = 0$, assim

$$\dot{\sigma}(t, x) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 \quad (4.3)$$

Seja um sistema dinâmico dado pela equação dinâmica,

$$\dot{x} = A(t, x)x(t) + B(t, x)u(t) + Dv(t) \quad (4.4)$$

Substituindo a Eq.(4.4) na Eq.(4.3), fazendo $u = u_{eq}$, temos que

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} A(t, x)x \right] - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} Dv + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right] \quad (4.5)$$

$$\dot{x} = \left[I - B(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] A(t, x)x - B(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (4.6)$$

A Eq.(4.6) representa o comportamento dinâmico do sistema dado na Eq.(4.4) na superfície de deslizamento, dessa forma podemos escolher o comportamento desejado e a partir daí determinarmos a superfície de deslizamento. Como queremos controlar somente x_1 e x_3 , usaremos somente as Eqs.(4.2a) e (4.2c), já que ambas não dependem de x_2 .

Desse modo, escolhemos que as variáveis x_1 e x_3 tenham os seguintes comportamentos:

$$\dot{x}_1 = -c_1 (x_1 - x_{1Ref}) \quad (4.7a)$$

$$\dot{x}_3 = -c_2 (x_3 - x_{3Ref}) \quad (4.7b)$$

sendo que c_1 e c_2 são constantes positivas ; x_{1Ref} e x_{3Ref} são as entradas de referência.

Portanto, utilizando as equações (4.6) e (4.7) com alguns cálculos, determinamos a superfície de deslizamento,

$$\sigma_1(t, x) = x_1 + c_1 \int_0^t (x_1 - x_{1Ref}) d\tau \quad (4.8a)$$

$$\sigma_2(t, x) = x_3 + c_2 \int_0^t (x_3 - x_{3Ref}) d\tau \quad (4.8b)$$

• **Projeto da Lei de Controle**

Nesta fase encontraremos a lei de controle descontínua que garante a existência do modo deslizante. O método de Lyapunov é usado para a análise da estabilidade. A lei de controle escolhida é formada por uma parte contínua e outra descontínua,

$$u = u_{eq} + u_{NL},$$

sendo que u_{eq} é o controle equivalente visto no projeto da superfície de deslizamento e u_{NL} é o controle descontínuo (chaveado).

$$\begin{aligned} u_{eq1} &= x_1 - \tau_{Rnom} c_1 (x_1 - x_{1Ref}) \\ u_{eq2} &= \frac{1}{kx_1} [v - \tau_m c_2 (x_3 - x_{3Ref})] \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$u_{NL1} = -\tau_R P_1 \frac{\sigma_1}{|\sigma_1| + \varepsilon} \quad (4.10)$$

$$u_{NL2} = -\frac{\tau_m}{kx_1} P_2 \frac{\sigma_2}{|\sigma_2| + \varepsilon}$$

sendo que,

P_1 e P_2 são os ganhos do controle descontínuo;

ε é a largura da camada limite.

Para satisfazer a condição de existência do modo deslizante, escolhemos a seguinte função de Lyapunov,

$$V(\sigma) = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) > 0$$

cuja derivada no tempo, é

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma^T \dot{\sigma} = \sigma_1 \dot{\sigma}_1 + \sigma_2 \dot{\sigma}_2 < 0.$$

Para que a equação acima seja satisfeita, das equações (4.2), (4.9) e (4.10), obtemos,

$$\begin{aligned} \sigma_1 \dot{\sigma}_1 &= -\sigma_1 [\tau_{Rnom} \Delta (x_1 - x_{1Ref}) \\ &\quad - \left(\frac{1}{\tau_{Rnom}} + \Delta \right) P_1 \frac{\sigma_1}{|\sigma_1| + \varepsilon}] < 0, \end{aligned}$$

$$\sigma_2 \dot{\sigma}_2 = -\sigma_2 P_2 \frac{\sigma_2}{|\sigma_2| + \varepsilon} < 0.$$

Isto é verdadeiro para $\tau_{Rnom} > 0$, temos

$$P_1 > \left| \frac{\tau_{Rnom}^2 \Delta}{(1 + \tau_{Rnom} \Delta)} (x_1 - x_{1Ref}) \right|$$

e $\tau_{Rnom} > 0$, onde k é uma constante positiva.

$$P_2 > 0.$$

Assim as equações (4.9) e (4.10) descrevem a lei de controle satisfazendo a condição de existência de um modo deslizante.

Para analisarmos a estabilidade assintótica do observador na superfície de

• Projeto do Observador de Estados com Estrutura Variável

Para estimar as variáveis de estados não acessíveis projetamos um observador de estado com as seguintes equações:

$$\dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{1}{\tau_{Rnom}} (\tilde{x}_1 - u_1) \quad (4.11a)$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \omega_B \tilde{x}_3 + \frac{1}{\tau_{Rnom}} \frac{u_2}{\tilde{x}_1} \quad (4.11b)$$

$$\dot{\tilde{x}}_3 = \frac{1}{\tau_{Rnom}} (k \tilde{x}_3 u_2 - \tilde{v}) + L_1 \operatorname{sgn}(x_3 - \tilde{x}_3) \quad (4.11c)$$

$$\dot{\tilde{v}} = L_2 \operatorname{sgn}(x_3 - \tilde{x}_3) \quad (4.11d)$$

sendo que,

\tilde{x}_1 , \tilde{x}_2 e \tilde{x}_3 são os valores estimados das variáveis de estado;

\tilde{v} é o valor estimado da perturbação de carga;

L_1 e L_2 são os ganhos do observador.

Definindo os erros, $e_1 = x_1 - \tilde{x}_1$, $e_2 = x_2 - \tilde{x}_2$, $e_3 = x_3 - \tilde{x}_3$ e $e_4 = v - \tilde{v}$; temos

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{\tau_{Rnom}} e_1 - \Delta (x_1 - u_1) \quad (4.12a)$$

$$\dot{e}_2 = \omega_B e_3 + \frac{1}{\tau_{Rnom}} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{\tilde{x}_1} \right) + \Delta \frac{1}{x_1} \quad (4.12b)$$

$$\dot{e}_3 = \frac{1}{\tau_m} (k u_2 e_1 - e_4) - L_1 \operatorname{sgn}(e_3) \quad (4.12d)$$

$$\dot{e}_4 = -L_2 \operatorname{sgn}(e_3) \quad (4.12c)$$

Sobre a superfície de deslizamento ($e_3 = \dot{e}_3 = 0$ e $\Delta = 0$), temos

Da equação (4.12c) e fazendo $e_1 = 0$, temos

$$\frac{1}{\tau_m} e_4 = -L_1 \operatorname{sgn}(e_3)$$

Fazendo $L_2 = -KL_1$, onde K é uma constante positiva;

$$\dot{e}_2 = 0$$

$$\dot{e}_4 = -\frac{K}{\tau_m} e_4$$

Para analisarmos a estabilidade assintótica do observador na superfície de deslizamento, escolhemos a seguinte função de Lyapunov,

$$V = \frac{1}{2}(e_2 + e_4)$$

Para garantir a estabilidade assintótica,

$$\dot{V} = e_2 \dot{e}_2 + e_4 \dot{e}_4 = -\frac{K}{\tau_m} e_4^2 < 0$$

A condição de existência do modo deslizante é dada como segue:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(e_3^2) &= e_3 \dot{e}_3 \\ &= e_3 \left[\frac{1}{\tau_m} (ke_1 u_2 - e_4) \right] \\ &\quad - e_3 [L_1 \operatorname{sgn}(e_3)] < 0 \end{aligned}$$

Da inequação acima,

$$L_1 > \max \left| \frac{1}{\tau_m} (ku_2 e_1 - e_4) \right|$$

• Observador Convencional

O observador convencional é formado pelas equações do modelo da máquina de indução:

$$\frac{d\hat{x}_1}{dt} = -\frac{1}{\tau_{Rnom}} \hat{x}_1 + \frac{1}{\tau_{Rnom}} u_1 \quad (4.13a)$$

$$\frac{d\hat{x}_2}{dt} = \omega_B x_3 + \frac{1}{\tau_{Rnom}} \frac{u_2}{\hat{x}_1} \quad (4.13b)$$

$$\hat{v} = k\hat{x}_1 u_2 - \tau_m \frac{dx_3}{dt} \quad (4.13c)$$

sendo que,

\hat{x}_1 é o valor estimado de x_1 ;

\hat{x}_2 é o valor estimado de x_2 ;

\hat{v} é o valor estimado de v ;

x_3 é a variável de estado disponível (saída).

- **Estrutura implementada para simulações.**

Os dados da máquina de indução usados na simulação são fornecidos na Tabela 4.1. As simulações foram realizadas em um computador digital através do aplicativo SIMULINK utilizando o método de integração Runge-Kutta de 5ª ordem, para um passo igual a 10^{-3} e uma tolerância de 10^{-3} . Escolhemos $c_1 = c_2 = 40$, esta escolha é restrita a limitações da máquina tais como a corrente transitória máxima do estator, para o nosso modelo limitamos a corrente transitória máxima do estator a 7 vezes a corrente de base (ou corrente nominal).

Para o controlador CEV-MD, os valores adotados foram: $P_1 = 1$, $P_2 = \tau_m$ e $\varepsilon = 0.01$.

No observador EV-MD, os valores são: $L_1 = 47$ e $K = 20$.

Para o controlador PI, os ganhos foram ajustados empiricamente e obtivemos os seguintes valores:

$$p_1 = 1, p_2 = 3 \text{ e } p_3 = 2.5$$

$$i_1 = 20, i_2 = 30 \text{ e } i_3 = 30$$

Para simular a variação de parâmetros, fizemos:

$$\Delta = \frac{1}{\tau_{Rnom}} \text{sen}(10t)$$

A figura 4.1 mostra o esquema implementado no SIMULINK.

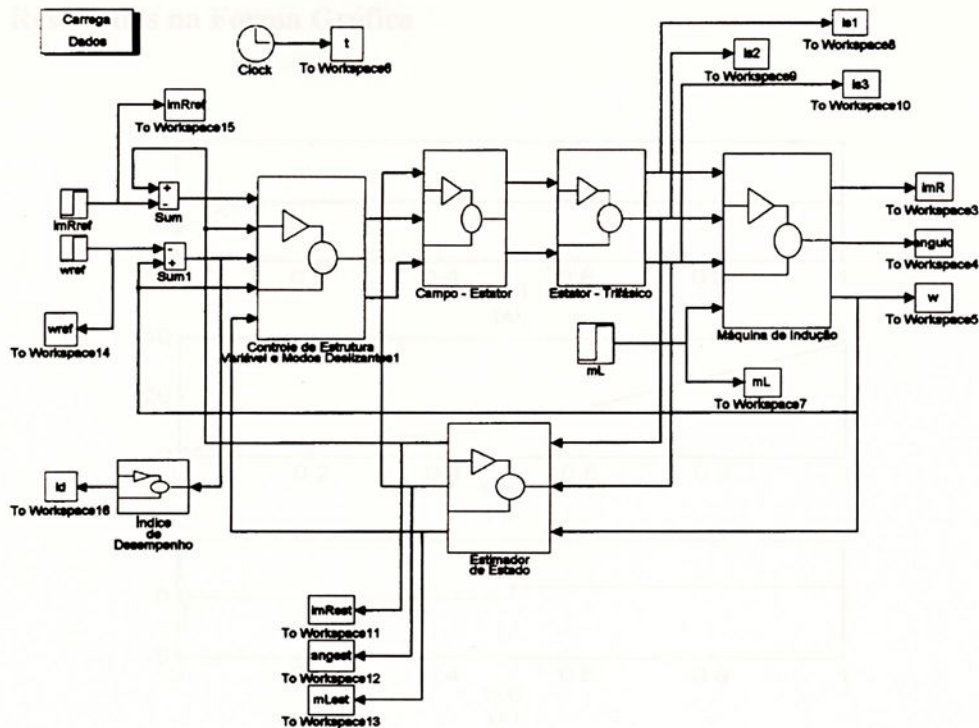


Figura 4.1 - Esquema implementado no Simulink para simulação do Controlador e Observador com Estrutura Variável.

Tabela 4.1 - Valores nominais e parâmetros de uma Máquina de Indução

Dados	Valor	Parâmetros Nominais	Valor
Potência Nominal (W)	600	Resistência do Estator (Ω)	1.09
Tensão Nominal (V)	220	Resistência do Rotor (Ω)	1.14
Corrente Nominal (A)	4.2	Indutância do Estator (mH)	100
Velocidade Nominal (rpm)	1500	Indutância do Rotor (mH)	100
Torque Nominal (Nm)	3.274	Indutância Mútua (mH)	92
3 fase (conexão Y)	-----	Momento de Inércia (kgm^2)	3.2×10^{-4}



• Resultados na Forma Gráfica

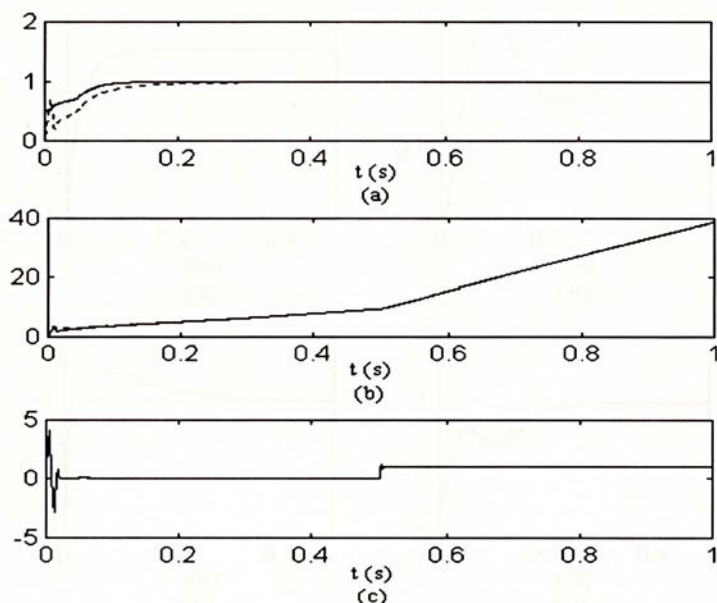


Figura 4.2. Valores reais (curva pontilhada) e valores estimados: (a) Corrente de magnetização, (b) Ângulo de fase e (c) Perturbação de carga

Apresentaremos agora os resultados gráficos obtidos por simulação, utilizando o esquema da Figura 4.1. Para comparações, mostramos também os resultados obtidos no caso em que a máquina atua sob comando de um controlador PI.

Apenas para ilustrar, na figura 4.2 mostramos o desempenho do observador, apresentando as variáveis de estados reais (curva pontilhada) e as variáveis de estados estimadas simulado sem variação de parâmetros.

As demais simulações foram realizadas, no entanto, tendo seus parâmetros variados, e para diversas situações para velocidade e carga, conforme mostramos a seguir:

A) Simulação utilizando Observador Convencional;

1) Partida; para uma entrada de referência $x_{1ref} = 1$ e $x_{3ref} = 1$;

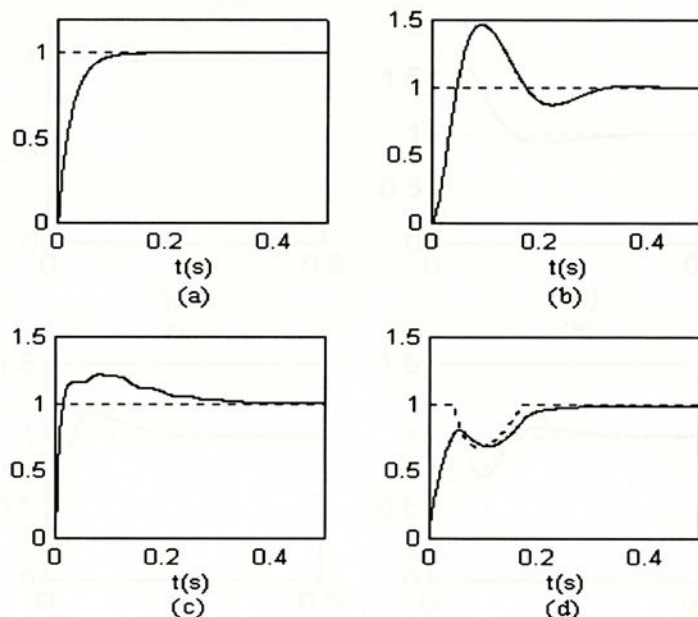


Figura 4.3. (a) Velocidade angular, (c) Corrente de magnetização - com CEV.

(b) Velocidade angular, (d) Corrente de magnetização - com PI.

2) Reversão de velocidade; consiste em um determinado instante ($t = 0.5s$) mudar a velocidade de referência, de $x_{3ref} = 1$ para $x_{3ref} = -1$;

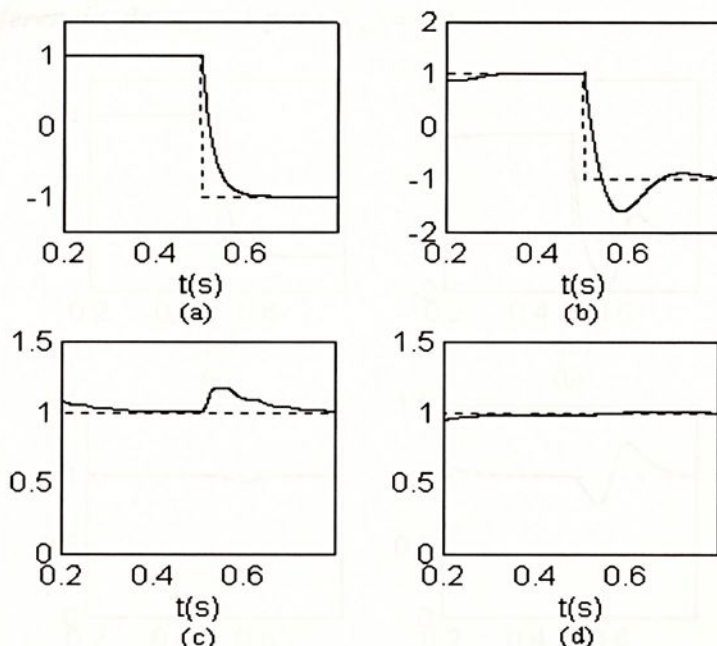


Figura 4.4. (a) Velocidade angular, (c) Corrente de magnetização - com CEV.

(b) Velocidade angular, (d) Corrente de magnetização - com PI.

B) Simulações utilizando Observador com Modo Deslizante;

1) Partida; para uma entrada de referência $x_{1Ref} = 1$ e $x_{3Ref} = 1$;

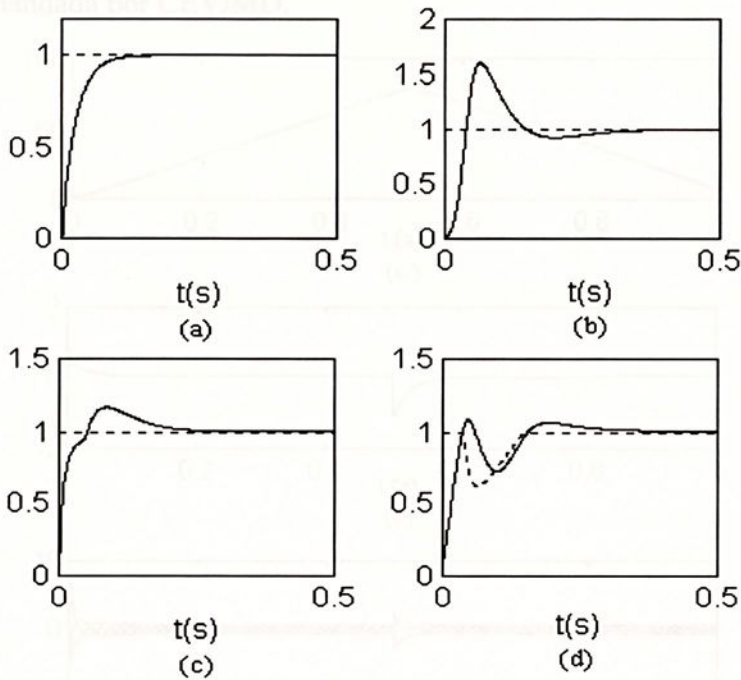


Figura 4.5. (a) Velocidade angular, (c) Corrente de magnetização - com CEV.

(b) Velocidade angular, (d) Corrente de magnetização - com PI.

2) Reversão de velocidade; consiste em um determinado instante ($t = 0.5s$) mudar a velocidade de referência, de $x_{3Ref} = 1$ para $x_{3Ref} = -1$;

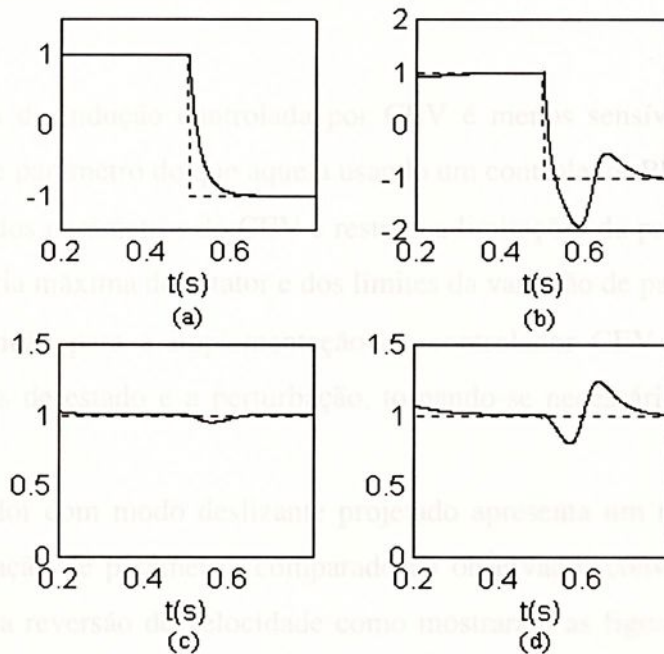


Figura 4.6. (a) Velocidade angular, (c) Corrente de magnetização - com CEV.

(b) Velocidade angular, (d) Corrente de magnetização - com PI.

Para ilustrar, a figura 4.7 mostra as curvas do ângulo de fase, o torque eletromagnético e as correntes trifásicas do estator, para uma das situações em que a máquina foi comandada por CEV/MD.

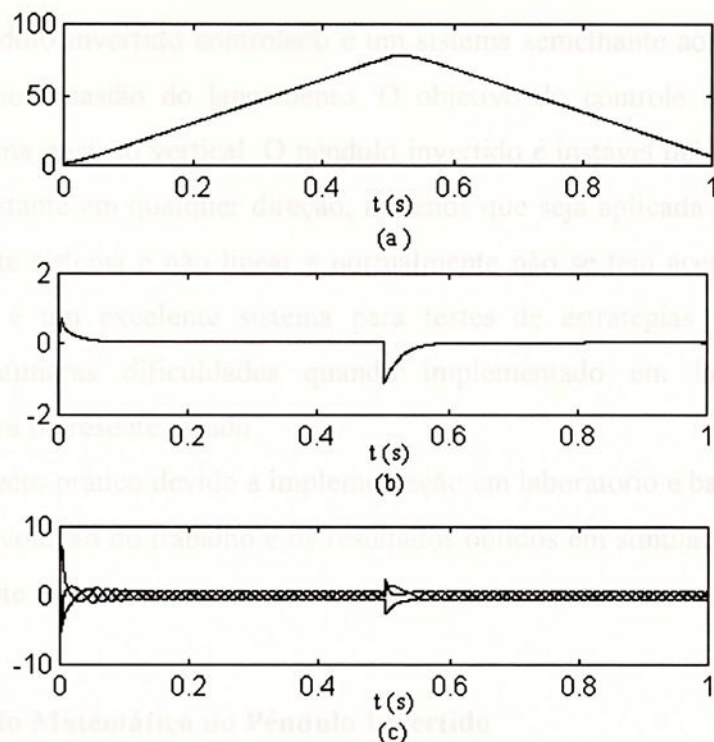


Figura 4.7. (a) Ângulo de fase, (b) Torque eletromagnético e (c) Correntes trifásicas do estator.

• Conclusões

A máquina de indução controlada por CEV é menos sensível a perturbação de carga e variação de parâmetro do que aquela usando um controlador PI.

A escolha dos parâmetros do CEV é restrito a limitações da própria máquina como a corrente transitória máxima do estator e dos limites da variação de parâmetros.

Outra restrição para a implementação do controlador CEV é a necessidade de acesso às variáveis de estado e a perturbação, tornando-se necessário um observador de estado.

O observador com modo deslizante projetado apresenta um melhor desempenho, em relação à variação de parâmetro, comparado ao observador convencional, tanto para partida quanto para reversão de velocidade como mostraram as figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, pois o observador convencional utiliza os parâmetros nominais da planta ao contrário do observador EV que considera a variação paramétrica e através de um chaveamento consegue anulá-la.

IV.2- Aplicação CEV/MD no Sistema Pêndulo Invertido

O pêndulo invertido controlado é um sistema semelhante ao controle de atitude de um foguete por ocasião do lançamento. O objetivo do controle de atitude é manter o foguete em uma posição vertical. O pêndulo invertido é instável pelo fato de que pode cair a qualquer instante em qualquer direção, a menos que seja aplicada uma força de controle adequada. Este sistema é não linear e normalmente não se tem acesso pleno aos estados. Desta forma é um excelente sistema para testes de estratégias de controle, além de apresentar inúmeras dificuldades quando implementado em laboratório, daí nossa motivação para o presente estudo.

O aspecto prático devido à implementação em laboratório é bastante relevante, e por esta razão a evolução do trabalho e os resultados obtidos em simulações e na prática foram colocados neste texto.

- **Modelo Matemático do Pêndulo Invertido**

Deseja-se manter o pêndulo na vertical na presença de distúrbios, conforme indica a figura 4.8. O pêndulo inclinado pode ser trazido de volta à posição vertical quando um controle apropriado é aplicado sobre o carro. Ao término de cada processo de controle, deseja-se trazer o carro para a posição $x = 0$ ou para uma referência variável.



Figura 4.8 – Pêndulo Invertido em funcionamento

A tabela 4.2 apresenta os dados físicos do sistema fornecido pelo fabricante:

Parâmetros	Símbolos	Valor	Unidade
Comprimento da Haste	ℓ	0.61	m
Massa da Haste	m	0.21	kg
Massa do Carro	M	0.4573	kg
Gravidade	g	9.81	m^2/s
a (Dado do fabricante)		1.7378	----
b (Dado do fabricante)		7.6832	----

Tabela 4.2 - Tabela de valores dos componentes do Pêndulo Invertido indicado na Figura 4.8.

As equações do modelo real (não-linear) e do modelo linearizado em torno do ponto "0" são dados a seguir:

MODELO REAL

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \frac{ml(\sin \theta)(\dot{\theta})^2 - mg(\sin \theta) - b\dot{x}}{(M + m - m \cos \theta)} \\ \frac{(M + m)g(\sin \theta) - ml(\sin \theta)(\cos \theta)(\dot{\theta})^2 + b\dot{x}(\cos \theta)}{l[M + m(\sin \theta)^2]} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{a}{(M + m - m \cos \theta)} \\ -\frac{a \cos \theta}{l[M + m(\sin \theta)^2]} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

MODELO LINEARIZADO NO PONTO DE EQUILÍBRIO

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{mg}{M} & -\frac{b}{M} & 0 \\ 0 & \frac{(M + m)}{M\ell} \cdot g & \frac{b}{M\ell} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{a}{M} \\ -\frac{a}{M\ell} \end{bmatrix} \cdot V \quad (4.15)$$

onde: x é a posição, θ é o ângulo, \dot{x} é a velocidade e $\dot{\theta}$ a velocidade ; e V o sinal da lei de controle aplicado no motor DC.

- **Considerações**

Este trabalho considera uma classe de sistemas tendo um modelo de estado linear no vetor de estado e no vetor de controle u da forma:

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + f(t, x, u) \quad (4.16)$$

onde $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ e $f(t, x, u)$ é uma função desconhecida, contínua e limitada.

Cada entrada $u_i(t)$ do controle chaveado $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ tem a forma:

$$u_i(t) = \begin{cases} u_i^+(x, t) & \text{com } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(x, t) & \text{com } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (4.17)$$

onde $\sigma_i(x) = 0$ é a i -ésima superfície de deslizamento e u_i^+ e u_i^- são contínuos.

- **Projeto da Superfície de Deslizamento**

O método de controle equivalente é um meio de determinação do movimento do sistema restrito a superfície de deslizamento $\sigma(x) = S \cdot x = 0$, $S \in \mathfrak{R}^{m \times n}$. Considerando $\dot{\sigma} = 0$ e desconsiderando as incertezas, chega-se ao controle equivalente do sistema em modo deslizante ideal:

$$u_{eq} = - \left[\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \\ B \end{bmatrix} \right]^{-1} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} \cdot A \cdot x \quad (4.18)$$

A dinâmica do sistema sobre a superfície de deslizamento para $t \geq t_0$ é dada por:

$$\dot{x}(t) = [I - B \cdot [S \cdot B]^{-1} \cdot S] \cdot A \cdot x \quad (4.19)$$

Observe que (4.19) juntamente com a limitação $\sigma(x) = S \cdot x = 0$ determina o movimento do sistema sobre a superfície de deslizamento. Assim, o movimento sobre esta superfície será regido por um conjunto de equações de ordem reduzida. Esta redução de ordem acontece devido ao conjunto de limitações das variáveis, $\sigma(x) = S \cdot x = 0$.

A superfície de deslizamento poder ser representada por:

$$\sigma(x) = [S_1 \quad S_2] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x_2 = -S_2^{-1} \cdot S_1 \cdot x_1 \quad (4.20)$$

sendo $S_1 \in \mathfrak{R}^{(m) \times (n-m)}$, $S_2 \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ e ainda S_2 é não-singular.

Para o projeto da superfície, utilizamos uma transformação linear invariante no tempo não-singular $z = T \cdot x$, tal que

$$TB = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

Assim, em modo deslizante, e assumindo que não há incertezas do tipo não casada, aplicando (4.19) chega-se à dinâmica de ordem reduzida do sistema em deslizamento:

$$\dot{z}_1(t) = [A_{11} - A_{12} \cdot S_2^{-1} \cdot S_1] \cdot z_1 \quad (4.21)$$

Se o par (A_{11}, A_{12}) é controlável, então é possível usar efetivamente as técnicas de controle de realimentação clássicas para calcular $-S_2^{-1} \cdot S_1$ tal que $A_{11} - A_{12} \cdot S_2^{-1} \cdot S_1$ tenha características desejáveis.

- **Projeto da Lei de Controle**

Uma variedade infinita de estratégias de controle na forma (4.17) é possível. Neste projeto usaremos:

$$u_i = u_{ieq} + u_{iN} \quad (4.22)$$

onde u_{ieq} é a i -ésima componente do controle equivalente contínuo definida por (4.18) e u_{iN} é parte descontínua ou chaveada de (4.17), definida em (4.23) a seguir.

Por simplicidade será estudado e aplicado a estrutura relês com ganhos constantes.

A parcela descontínua da lei de controle é do tipo:

$$u_{iN} = \begin{cases} \alpha_i \cdot \text{sgn}(\sigma_i(x)), & \sigma_i(x) \neq 0, \quad \alpha_i < 0 \\ 0 & \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

Considerando a função de deslizamento “ σ ”, sabe-se que para que o sistema alcance e permaneça no modo deslizante, a condição a seguir deve ser satisfeita:

$$\sigma \cdot \dot{\sigma} < 0 \quad (4.24)$$

Desta forma, uma vez que o sistema atinja o deslizamento, a lei de controle (4.22), deverá ser capaz de manter tal sistema nesta condição (4.24), mesmo com perturbações externas limitadas e/ou na presença de determinados tipos de incertezas.

- **Resultados Obtidos em Simulações**

Utilizando o software SIMULINK/MATLAB, simulou-se o comportamento das variáveis de estado acessíveis, lei de controle e superfície de deslizamento para os modelos real e linear do sistema. As variáveis não acessíveis foram obtidas por filtro derivativo.

O parâmetro da lei de controle α foi determinado de modo a satisfazer as restrições físicas do sistema dinâmico: saturação da placa de aquisição de dados (± 5 volts), comprimento do



trilho e variação angular da haste do pêndulo. A superfície de deslizamento foi dimensionada através da técnica de controle ótimo linear.

As figuras 4.9 e 4.10 apresentam, respectivamente, os resultados obtidos em simulações do modelo linear e do modelo real, com condições iniciais nulas e submetidos a uma entrada degrau na referência de posição (x).

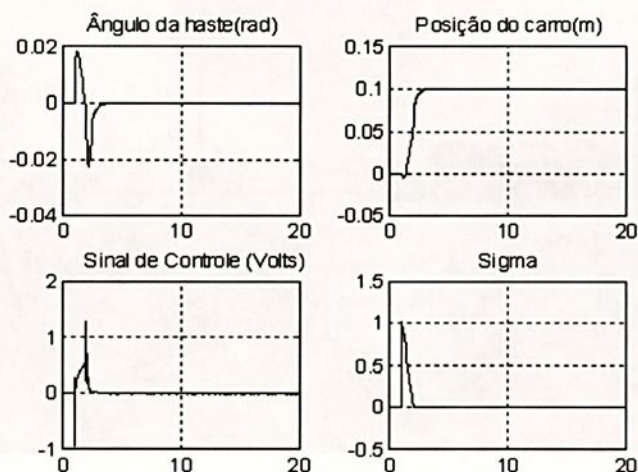


Figura 4.9 – Resultados obtidos para o modelo linear.

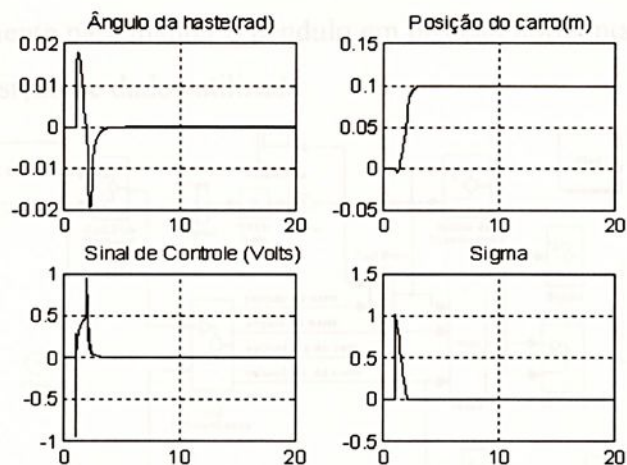


Figura 4.10 – Resultados obtidos para o modelo real.



- **Resultados Obtidos em Laboratório**

A figura 4.11 mostra a estrutura física em laboratório que foi necessária para o funcionamento do sistema pêndulo invertido.



Figura 4.11 – Estrutura utilizada na implementação do sistema pêndulo invertido.

Na figura 4.12 tem-se o controlador montado no ambiente Matlab/Simulink utilizado efetivamente para manter o pêndulo em posição horizontal. O bloco Multiq refere-se à placa de aquisição de dados utilizada.

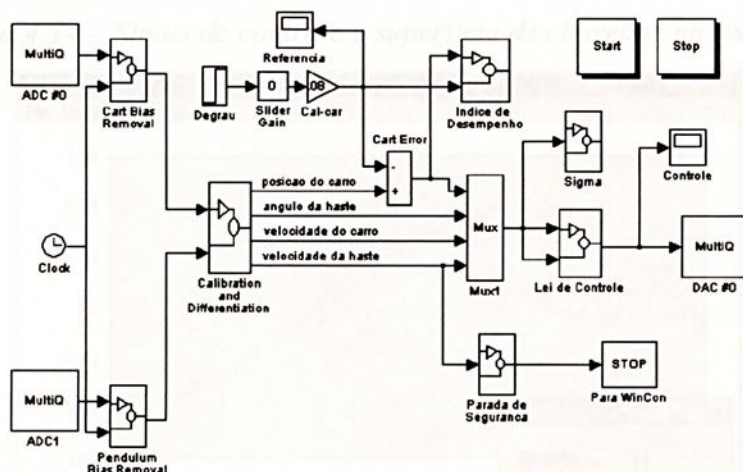


Figura 4.12 – Algoritmo gráfico montado em ambiente Matlab/Simulink para gerar o sinal de controle do pêndulo invertido

As figuras 4.13 a 4.15 mostram o comportamento real das variáveis de estado, lei de controle e superfície de deslizamento para uma entrada degrau e para sinal de referência senoidal.

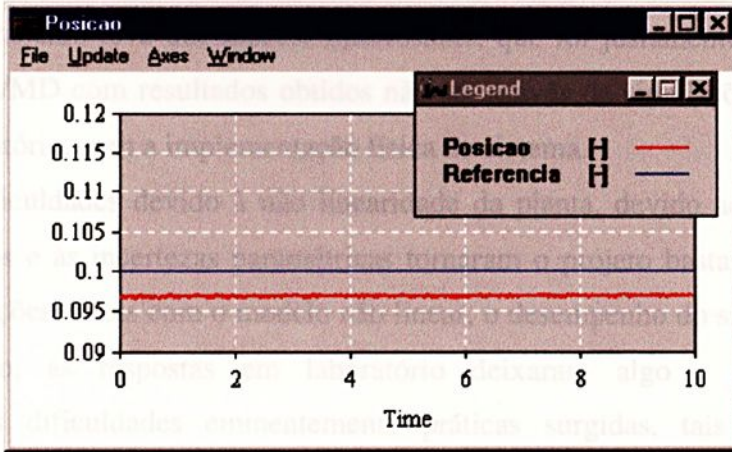


Figura 4.13 – Comportamento da posição (x) para uma entrada de referência degrau.

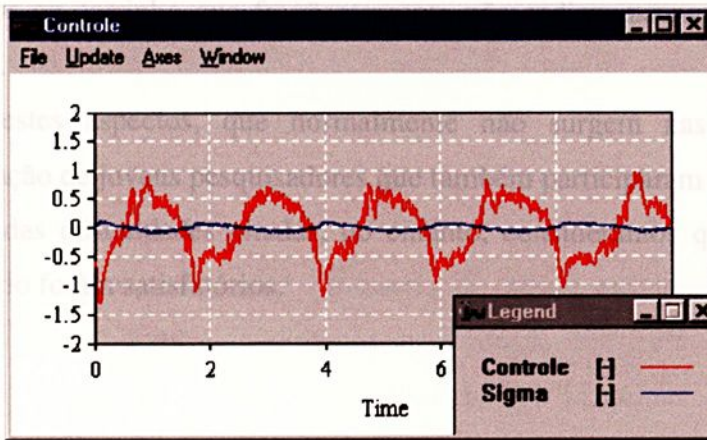


Figura 4.14 – Sinais de controle e superfície de chaveamento (σ).

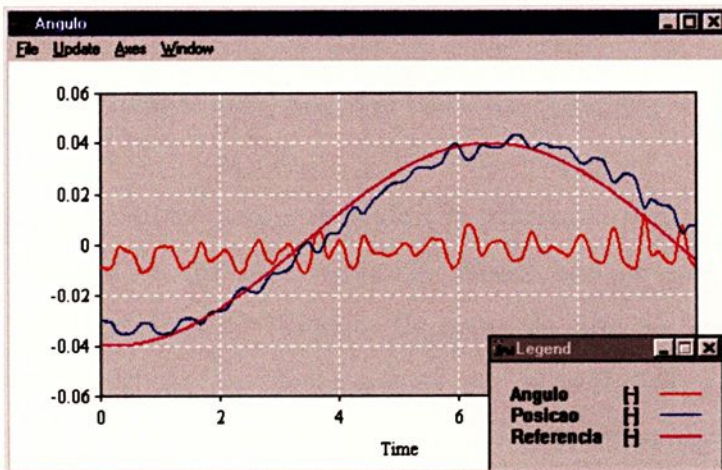


Figura 4.15 – Curvas das variáveis posição e ângulo para o sinal de referência senoidal.

V. ADAPTAÇÃO DE PESOS EM REDES NEURAIS ARTIFICIAIS UTILIZANDO MODO DE ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES

• Conclusões

Este trabalho teve um aspecto interessante, que foi justamente a aplicação da metodologia CEV/MD com resultados obtidos não só através de simulações, mas obtidos também em laboratório, com a implementação física do sistema.

As dificuldades devido à não linearidade da planta, devido ao acesso apenas parcial dos estados e às incertezas paramétricas tornaram o projeto bastante interessante. Durante as simulações, feitas com o modelo não linear, o desempenho do sistema foi muito bom. No entanto, as respostas em laboratório deixaram algo a desejar devido principalmente às dificuldades eminentemente práticas surgidas, tais como: deslize ineficiente do carrinho por problemas com as engrenagens e, até, fios das ligações dos instrumentos ligados ao carrinho que freqüentemente não sediam ao movimento exigido pelos controladores.

Todos estes aspectos, que normalmente não surgem nas salas de aula, auxiliaram na formação de jovens pesquisadores que também participaram deste projeto.

Apesar das dificuldades citadas, no entanto, consideramos que os resultados obtidos no laboratório foram satisfatórios.

V.1- Controle com Modo Deslizante para Adaptar Pesos nas Adalinas

O modo deslizante é proposto como um algoritmo adaptativo não-linear em Adalinas, por Sira-Ramirez e Collina-Morales (1995), constituindo blocos básicos para redes neurais *feedforward* baseadas no Perceptron. O conjunto de zeros do erro de aprendizagem é considerado como uma superfície de deslizamento no espaço dos parâmetros de aprendizagem. Uma trajetória da superfície de deslizamento pode então ser alcançada em tempo finito.

V. ADAPTAÇÃO DE PESOS EM REDES NEURAIS ARTIFICIAIS UTILIZANDO CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES

Este texto explora uma aplicação de CEV/MD em “Redes Neurais Artificiais” (RNA). Não será exposta a teoria básica referente a vários algoritmos de adaptação de pesos, dentre eles a regra Perceptron, o algoritmo LMS, regras Madaline e a técnica Backpropagation. Estes estudos fizeram parte de nossa pesquisa mas não serão incluídos neste texto, uma vez que os aspectos mais relevantes necessários ao entendimento do enfoque principal a que se propõe este capítulo estão nele detalhados.

Neste capítulo, cuja principal fonte é o artigo de Sira-Ramirez (1995) [11], mostra-se, com detalhes, uma estratégia de adaptação de redes utilizando CEV/MD. Apesar de ser uma teoria interessante, nenhuma aplicação notoriamente útil ficou clara no citado artigo, uma vez que todo esforço de adaptação da rede é realizado somente com o propósito de “imitar” sinais de saídas mensuráveis, de plantas desconhecidas.

A motivação para incluir neste texto esta teoria, é que vimos a oportunidade de explorar, mais adiante, o potencial do método CEV/MD e suas características de robustez, para utilizá-lo como um mecanismo para adaptação de pesos em redes neurais que efetivamente possam atuar na malha de controle de sistemas. Isto vem sendo por nós desenvolvido e alguns resultados obtidos com aplicação em máquinas elétricas serão apresentados no capítulo VII.

V.1- Controle com Modo Deslizante para Adaptar Pesos nas Adalines

O modo deslizante é proposto para o aprendizado adaptativo robusto em Adalines, por Sira-Ramirez e Colina-Morles (1995), constituindo blocos básicos para redes neurais *feedforward* baseadas no Perceptron. O conjunto de zeros do erro de aprendizagem é considerado como uma superfície de deslizamento no espaço dos parâmetros de aprendizagem. Uma trajetória da superfície de deslizamento pode então ser alcançada em tempo finito.



Consideramos o modelo Perceptron, figura 5.1 , onde

$$x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$$

representa o vetor de entradas variando com o tempo, assumindo também que

$$\begin{aligned} \|x(t)\| &= \sqrt{x_1^2(t) + \dots + x_n^2(t)} \leq V_x, \quad \forall t; \\ \|\dot{x}(t)\| &= \sqrt{\dot{x}_1^2(t) + \dots + \dot{x}_n^2(t)} \leq V_{\dot{x}}, \quad \forall t \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde V_x e $V_{\dot{x}}$ são constantes positivas conhecidas. $\tilde{x}(t)$ é o vetor de entrada “aumentado”, que inclui uma entrada constante $B > 1$, relativo ao bias, ou ao peso *threshold* W_{n+1} no modelo perceptron, isto é,

$$\tilde{x}(t) = \text{col}(x_1(t), \dots, x_n(t), B) = \text{col}(x(t), B) \quad (5.2)$$

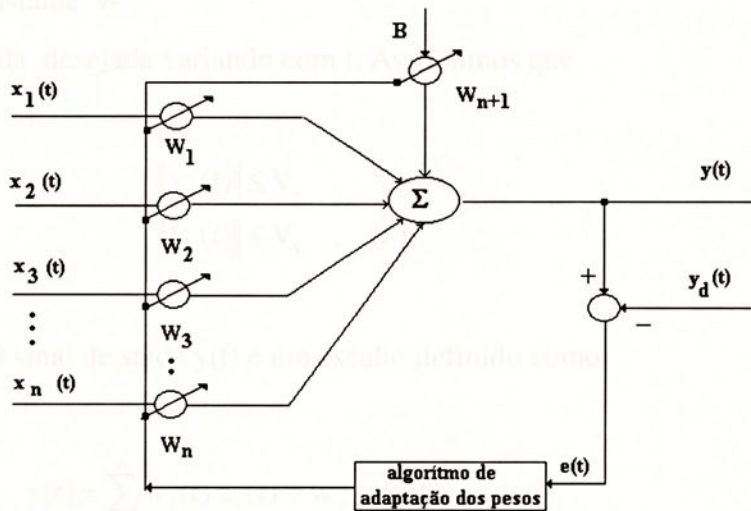


Figura 5.1 - Elemento Adaptativo Linear.

Nota 5.1: O produto escalar $\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t) = B^2 + x^T(t) x(t) = B^2 + \|x(t)\|^2$ é limitado para todo t .

O vetor $w(t) = \text{col}(w_1(t), \dots, w_n(t))$, representa o conjunto dos pesos variando com o tempo.

Será assumido que, devido à restrição física, a magnitude do vetor $w(t)$ é limitada, $\|w(t)\| \leq W, \forall t$, para alguma constante W .

Definição 5.1. Definimos também os vetores pesos “aumentado” pela inclusão do peso “bias”:

$$\begin{aligned}\tilde{w}(t) &= \text{col}(w_1(t), \dots, w_n(t), w_{n+1}(t)) \\ &= \text{col}(w(t), w_{n+1}(t))\end{aligned}\quad (5.3)$$

Analogamente, $\tilde{w}(t)$ é assumido limitado para cada t , isto é,

$$\|\tilde{w}(t)\| = \sqrt{w_1^2(t) + \dots + w_n^2(t) + w_{n+1}^2(t)} \leq \tilde{W}, \quad \forall t \quad (5.4)$$

para alguma constante \tilde{W} .

Seja $y_d(t)$ a saída desejada variando com t . Assumimos que

$$\begin{aligned}\|y_d(t)\| &\leq V_y, \quad \forall t \\ \|\dot{y}_d(t)\| &\leq V_{\dot{y}}, \quad \forall t\end{aligned}\quad (5.5)$$

O sinal de saída $y(t)$ é um escalar definido como:

$$\begin{aligned}y(t) &= \sum_{i=1}^n w_i(t) x_i(t) + w_{n+1}(t) B \\ &= w^T(t)x(t) + w_{n+1}(t) B = \tilde{w}^T(t) \tilde{x}(t)\end{aligned}\quad (5.6)$$

Definimos o erro de aprendizado $e(t)$ como o escalar:

$$e(t) = y(t) - y_d(t) \quad (5.7)$$

- **Formulação do Problema**

Usando a teoria de CEV/MD, consideramos o valor nulo do erro de aprendizagem $e(t)$ como uma superfície de deslizamento variando no tempo:

$$s(e(t)) = e(t) = 0 \quad (5.8)$$

A condição (5.8) garante que a saída perceptron $y(t)$ coincide com o sinal de saída desejado $y_d(t)$ para todo tempo $t > t_h$ onde t_h é o tempo de entrada em deslizamento.

Definição 5.2. Um movimento deslizante é dito existir numa superfície de deslizamento se $s(e(t)) = e(t) = 0$, depois de um tempo t_h , se a condição $s(t) \dot{s}(t) = e(t) \dot{e}(t) < 0$ é satisfeita para todo t em algum intervalo semi-aberto não trivial da forma $[t, t_h) \subset (-\infty, t_h)$.

Deseja-se projetar uma lei adaptativa, para o vetor “aumentado” da variável dos pesos $\tilde{w}(t)$, tal que a condição do modo deslizante da definição 5.1 seja estabelecida.

- **Erro de Aprendizado Adaptativo Nulo em Tempo Finito:**

Seja $\text{sign } e(t)$, a função sinal, definida por

$$\text{sign } e(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } e(t) > 0 \\ 0 & \text{para } e(t) = 0 \\ -1 & \text{para } e(t) < 0 \end{cases} \quad (5.9)$$

Teorema 5.1: Se a lei de adaptação para o vetor peso “aumentado” $\tilde{w}(t)$ é escolhida como

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{w}}(t) &= - \left(\frac{\tilde{x}(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) k \operatorname{sign} e(t) \\ &= - \left(\frac{\begin{bmatrix} x(t) \\ B \end{bmatrix}}{B^2 + x^T(t) x(t)} \right) k \operatorname{sign} e(t)\end{aligned}\quad (5.10)$$

onde k é uma constante suficientemente grande satisfazendo

$$k > \tilde{W} V_x + V_y \quad (5.11)$$

então,

dado a condição inicial arbitrária $e(0)$, o erro de aprendizagem $e(t)$ converge para zero no tempo finito t_h estimado por

$$t_h \leq \frac{|e(0)|}{k - \tilde{W} V_x - V_y} \quad (5.12)$$

e um movimento deslizante é mantido em $e = 0$ para todo $t > t_h$.

Prova:

Considere a candidata a função de Lyapunov dada por

$$V(e(t)) = \frac{1}{2} e^2(t)$$

$$\begin{aligned}V(e(t)) &= \frac{1}{2} e^2(t) = \frac{1}{2} [y(t) - y_d(t)]^2 \\ &= \frac{1}{2} [\tilde{w}^T(t) \tilde{x}(t) - y_d(t)]^2 \\ &= \frac{1}{2} .2 e(t) [\tilde{w}^T(t) \tilde{x}(t) + \tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t)] \\ &= e(t) \tilde{w}^T(t) \tilde{x}(t) + e(t) [\tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t)] \\ &= -k |e(t)| + e(t) [\tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t)] \\ &\leq -k |e(t)| + |e(t)| [\|\tilde{w}^T(t)\| |\dot{\tilde{x}}(t)| + |\dot{y}_d(t)|] \\ &\leq -k |e(t)| + [\tilde{W} V_x + V_y] |e(t)| \\ &= [-k + \tilde{W} V_x + V_y] |e(t)| < 0, \quad \forall e \neq 0, \text{ pois } k > \tilde{W} V_x + V_y\end{aligned}$$

Logo, a trajetória do erro de aprendizado converge para zero de uma maneira estável. Pode-se mostrar que tal convergência ocorre em tempo finito.

A equação diferencial do erro $e(t)$ é dada por

$$\begin{aligned} e(t) &= \tilde{w}^T(t) \tilde{x}(t) - y_d(t) \\ \dot{e}(t) &= \dot{\tilde{w}}^T(t) \tilde{x}(t) + \tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t) \\ &= -k \operatorname{sign} e(t) + \tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t) \end{aligned}$$

para todo tempo $t \leq t_h$. A solução, $e(t)$, de tal equação diferencial, com condição inicial $e(0)$ em $t = 0$, satisfaz

$$e(t) - e(0) = -k t \operatorname{sign} e(0) + \int_0^t (\tilde{w}^T(\sigma) \dot{\tilde{x}}(\sigma) - \dot{y}_d(\sigma)) d\sigma$$

no tempo $t = t_h$ a solução toma o valor nulo $S(e(t)) = e(t) = 0$ para $t = t_h$ e então

$$-e(0) = -k t_h \operatorname{sign} e(0) + \int_0^{t_h} (\tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t)) dt$$

multiplicando a equação por $(-\operatorname{sign} e(0))$, temos

$$\begin{aligned} e(0) \operatorname{sign} e(0) &= k t_h \operatorname{sign}^2 e(0) - \operatorname{sign} e(0) \int_0^{t_h} (\tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t)) dt \\ |e(0)| &= \left| k t_h \operatorname{sign}^2 e(0) - \int_0^{t_h} (\tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t)) dt \operatorname{sign} e(0) \right| \geq \\ &\geq k t_h - \int_0^{t_h} |(\tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t)) dt \operatorname{sign} |e(0)| = \{k t_h - [\tilde{W} V_x + V_y]\} t_h \\ t_h &\leq \frac{|e(0)|}{k - (\tilde{W} V_x + V_y)} \end{aligned}$$

para $t < t_h$ e para a escolha do ganho k no modo deslizante, em (5.11), temos

$$\begin{aligned} e(t) \dot{e}(t) &= -k |e(t)| + ((\tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t)) e(t) \\ &\leq (-k + \tilde{W} V_x + V_y) |e(t)| < 0 \end{aligned}$$

e o modo deslizante existe em $e(t) = 0$ para $t > t_h$.

Nota 5.2: Nota-se que a lei de adaptação dinâmica proposta para o vetor dos pesos em (5.10) resulta em uma evolução contínua do vetor de variáveis pesos $\tilde{w}(t)$. A estratégia descontínua (5.10) representa a solução para mínimos quadrados, com respeito a $\tilde{w}(t)$ da seguinte equação variante no tempo

$$\dot{\tilde{w}}^T(t) \tilde{x}(t) = -k \text{sign} [y(t) - y_d(t)] \quad (5.13)$$

que produz a seguinte dinâmica para o sinal de saída perceptron $y(t)$

$$\dot{y} = \tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - k \text{sign} (y(t) - y_d(t)) \quad (5.14)$$

onde o sinal $\tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t)$ atua como um sinal de perturbação limitado.

Teorema 5.2: Se a lei de adaptação para o vetor peso aumentado $\tilde{w}(t)$ é escolhido como

$$\dot{\tilde{w}}(t) = - \left(\frac{\tilde{x}(t) \dot{\tilde{x}}^T(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) \tilde{w}(t) - \left(\frac{\tilde{x}(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) k \text{sign} e(t) \quad (5.15)$$

com k sendo uma constante positiva satisfazendo $k > V_{\dot{y}}$, então dada uma condição inicial arbitrária $e(0)$, o erro de aprendizagem $e(t)$ converge para zero no tempo finito t_h satisfazendo

$$t_h \leq \frac{|e(0)|}{K - V_{\dot{y}}} \quad (5.16)$$

e um movimento deslizante é mantido em $e = 0$ para todo $t > t_h$.

Prova:

É similar a prova do Teorema 5.1. uma vez que o erro de aprendizado satisfaz a seguinte equação diferencial com descontinuidade do lado direito



$$\dot{e}(t) = -K \operatorname{sign} e(t) - \dot{y}_d(t) \quad (5.17)$$

Nota 5.3: Como antes, a lei de adaptação da dinâmica proposta para o vetor dos pesos em (5.15) resulta em uma evolução contínua dos pesos. Tal lei representa uma solução por mínimo quadrado, com respeito a $\dot{\tilde{w}}(t)$ da seguinte equação linear variante no tempo.

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \dot{\tilde{w}}^T(t) \tilde{x}(t) + \tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) \\ &= -k \operatorname{sign} [y(t) - y_d(t)] \end{aligned} \quad (5.18)$$

- **As Características Médias do Mecanismo de Adaptação Proposto**

Como é costume na teoria de controle com modos deslizantes, vamos investigar o comportamento médio das variáveis controladas envolvidas. Tal análise envolve as seguintes considerações sobre as condições de invariância,

$$\begin{cases} e(t) = 0 \\ \dot{e}(t) = 0 \end{cases}$$

que são satisfeitas depois que o movimento deslizante começa na superfície de deslizamento e é indefinidamente sustentado. Considerações de tais condições de invariância naturalmente conduzem a propor a substituição dos sinais de entrada descontínuos (bang-bang) por um sinal de entrada suave, conhecido como a entrada do controle equivalente.

Consideremos a lei de adaptação (5.10) e a equação do erro associada. Substituindo o sinal descontínuo $k \operatorname{sign} (e(t))$ pelo seu valor equivalente suavizado $v_{eq}(t)$.

$$\dot{e}(t) = -v_{eq}(t) + \tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t) \quad (5.19)$$

Da condição $\dot{e}(t) = 0$, vem

$$v_{eq}(t) = \tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) - \dot{y}_d(t) \quad , \quad \forall t > t_h \quad (5.20)$$



Usando (5.20), uma lei de adaptação das variáveis do peso equivalente pode também ser associada com a descontinuidade (bang-bang) descrita por (5.10). Denotamos tal vetor peso adaptativo equivalente por $\tilde{w}_{eq}(t)$. Obtemos para todo $t > t_h$

$$\dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = - \left(\frac{\tilde{x}(t) \tilde{x}^T(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) \tilde{w}_{eq}(t) + \left(\frac{\tilde{x}(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) \dot{y}_d(t) \quad (5.21)$$

isto é, a média da trajetória das variáveis dos vetores pesos satisfazem uma equação diferencial vetorial linear, variante no tempo, com função forçante limitada representada por $\dot{y}_d(t)$. Note que $\tilde{w}_{eq}(t)$, não necessariamente, encontra-se no espaço de $\tilde{x}(t)$. A expressão obtida em (5.21) descreve a projeção, ao longo do espaço de vetores de entradas “aumentadas” $\tilde{x}(t)$, da derivada da média da evolução de $\tilde{w}(t)$.

Nota 5.4: A primeira condição de invariância $e(t) = \tilde{w}^T(t) \tilde{x}(t) - y_d(t) = 0$ também leva à alguma solução mínima para a trajetória da adaptação dos pesos $\tilde{w}(t)$. Tal solução é dada por

$$\hat{w}_{eq}(t) = \frac{\tilde{x}(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} y_d(t) \quad (5.22)$$

A solução (5.22) é, evidentemente, alinhada com $\tilde{x}(t)$ para todo t . É fácil verificar que, em geral, o vetor variante com o tempo $\hat{w}_{eq}(t)$ de (5.22), não é uma solução da equação diferencial linear forçada, variante com o tempo (5.21), mas somente sua projeção instantânea ao longo da imagem de $\tilde{x}(t)$.

Definição 5.3: Uma matriz $M(t)$ é dita ser um operador projeção variante com o tempo, ao longo do espaço de $\gamma(t)$, de uma função vetorial não nula $v(t)$, dentro de seu hiperplano perpendicular (instantâneo), se $M(t)$ satisfaz

1. $M(t) z(t) = 0, \quad \forall z(t) \in \gamma(t)$
2. $M(t) \xi(t) = \xi(t), \quad \forall \xi(t) \text{ t.q. } v^T(t) \xi(t) = 0$

Proposição 5.1: Seja $\tilde{\chi}(t)$, o espaço imagem variando com o tempo, de dimensão 1, da função vetorial $\tilde{x}(t)$. A matriz



$$M(t) = \left(I - \frac{\tilde{x}(t) \tilde{x}^T(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) \quad (5.23)$$

é um operador projeção variando com o tempo ao longo de $\tilde{\chi}(t)$.

Prova: Segue imediatamente das duas condições dadas na definição 5.4. para $v(t) = \tilde{x}(t)$.

Proposição 5.2:

A projeção do vetor $\dot{\tilde{w}}_{eq}(t)$, dentro do hiperplano representando a condição de deslizamento ideal $e(t) = 0$, é nula, isto é, a projeção do vetor $\tilde{w}(t)$, dentro de tal hiperplano variante no tempo, permanece constante.

Prova:

Consideremos novamente (5.21), com a condição $\dot{e}(t) = 0$, isto é, com $\dot{y}_d(t) = \dot{y}(t)$.

Rescrevemos (5.21) como:

$$\dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = - \left(\frac{\tilde{x}(t) \dot{\tilde{x}}^T(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) \tilde{w}_{eq}(t) + \left(\frac{\tilde{x}(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) \dot{y}(t) = \left(\frac{\tilde{x}(t) \tilde{x}^T(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) \dot{\tilde{w}}_{eq}(t) \quad (5.26)$$

rearranjando, obtemos

$$\left(I - \frac{\tilde{x}(t) \tilde{x}^T(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \right) \dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = 0$$

A mesma proposição é válida para a dinâmica descontínua do controle com modo deslizante dos pesos adaptados, dado por (5.10) e (5.15).

De acordo com o resultado da proposição 5.2, o vetor velocidade equivalente de adaptação do peso satisfaz a propriedade: $\dot{\tilde{w}}(t) \in \tilde{\chi}(t)$. Este resultado tem uma relação importante nas características de estabilidade do algoritmo adaptativo. A saber, a limitação do vetor das variáveis pesos, depois de ocorrer o deslizamento, é exclusivamente dependente das variações do vetor de entrada $\tilde{x}(t)$ e do sinal de saída desejado $y_d(t)$.

A seguinte proposição segue pelo fato de que para a estratégia descontínua (5.21), a entrada equivalente v_{eq} é obtida pela condição de invariância $\dot{e}(t) = 0$, e

$$\dot{e}(t) = -v_{eq}(t) - \dot{y}_d(t) \quad (5.24)$$

isto é,

$$\forall t > t_h \rightarrow v_{eq}(t) = -\dot{y}_d(t) \quad (5.25)$$

Proposição 5.3: A lei de adaptação equivalente correspondendo a estratégia de controle descontínuo (5.15) resulta na mesma expressão como em (5.21).

• Requerimentos para a Estabilidade da Dinâmica Média dos Pesos Controlados

Definição 5.4: Denotamos por $F(t)$ a matriz variante no tempo

$$F(t) = -\frac{\tilde{x}(t) \dot{\tilde{x}}^T(t)}{\tilde{x}^T(t) \tilde{x}(t)} \quad (5.26)$$

A equação diferencial $\dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = F(t) \tilde{w}_{eq}(t)$ é dita ser uniformemente estável se existe uma constante positiva γ tal que, para todo t_0 e $t > t_0$, a matriz de transição de estado $\Phi(t, t_0)$, correspondendo a matriz $F(t)$, satisfaz

$$\|\Phi(t, t_0)\| < \gamma \quad (5.27)$$

Proposição 5.4.: Suponhamos que o sistema $\dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = F(t) \tilde{w}_{eq}(t)$ é uniformemente estável e seja $\dot{y}_d(t)$ absolutamente integrável. Então, as soluções de (5.21) são limitadas.

Prova:

Consideremos as inequações

$$\int_{t_0}^{\infty} \frac{|\dot{y}_d(t)|}{\|\tilde{x}(t)\|} dt \leq \int_{t_0}^{\infty} |\dot{y}_d(t)| dt = \beta$$



e assumimos que o estado inicial, $\tilde{w}_{eq}(t_0)$, das trajetórias de adaptação dos pesos são limitados pela constante \tilde{W}_0 .

As soluções da equação diferencial linear variante no tempo (5.21) são escritas como

$$\tilde{w}_{eq}(t) = \Phi(t, t_0) \tilde{w}_{eq}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \sigma) \frac{\tilde{x}(\sigma)}{\tilde{x}^T(\sigma) \tilde{x}(\sigma)} \dot{y}_d(\sigma) d\sigma \quad (5.20)$$

A norma de $\tilde{w}_{eq}(t)$ satisfaz

$$\begin{aligned} \|\tilde{w}_{eq}(t)\| &\leq \|\Phi(t, t_0)\| \|\tilde{w}_{eq}(t_0)\| + \left\| \int_{t_0}^t \Phi(t, \sigma) \frac{\tilde{x}(\sigma)}{\tilde{x}^T(\sigma) \tilde{x}(\sigma)} \dot{y}_d(\sigma) d\sigma \right\| \\ &\leq \|\Phi(t, t_0)\| \|\tilde{w}_{eq}(t_0)\| + \int_{t_0}^t \|\Phi(t, \sigma)\| \frac{|\dot{y}_d(\sigma)|}{\|\tilde{x}(\sigma)\|} d\sigma \\ &\leq \gamma (\tilde{w}_0 + \beta) \quad ; \quad \forall t > t_0 \end{aligned}$$

Definição 5.5: O sistema $\dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = F(t) \tilde{w}_{eq}(t)$, é exponencialmente estável se existe constantes positivas γ e λ tal que, para todo $t > t_0$, a matriz de transição de estado $\Phi(t, t_0)$ associada a $F(t)$, satisfaz

$$\|\Phi(t, t_0)\| \leq \gamma e^{-\lambda(t-t_0)} \quad (5.28)$$

Proposição 5.5:

A matriz $F(t)$ é limitada se $\dot{\tilde{x}}(t)$ é limitada.

Prova

Tomamos como definição de norma da matriz

$$\|F(t)\| = \max_{|z|=1} \|F(t)z\|$$

Logo, pela definição de $F(t)$ em (5.26), segue

$$\|F(t)\| \leq \max_{|z|=1} \frac{\|\dot{\tilde{x}}(t)\| \|z\|}{\|\tilde{x}(t)\|} \leq \|\dot{\tilde{x}}(t)\|$$

Teorema 5.3: Seja $\tilde{x}(t)$ limitada em $(-\infty, +\infty)$ e seja M uma constante, independente de t_0 e t_1 , então, o sistema $\dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = F(t) \tilde{w}_{eq}(t)$ é exponencialmente estável se apenas se

$$\int_{t_0}^{t_1} \|\Phi(t, t_0)\| dt \leq M \quad , \quad \forall t_1 > t_0 \quad (5.29)$$

O próximo resultado diz respeito a uma forma especial da condição de persistência de excitação, de ocorrência comum em esquemas de controle adaptativo linear e não linear .

Teorema 5.4: Seja $\tilde{x}(t)$ limitada em $(-\infty, +\infty)$, e assumimos ainda que a condição de persistência de excitação possui uniformidade em t .

Suponhamos que existem constantes positivas δ e ε , tal que a seguinte condição matricial é satisfeita

$$\int_t^{t+\delta} \Phi(t, \sigma) \left[\frac{\tilde{x}(\sigma) \tilde{x}^T(\sigma)}{(\tilde{x}^T(\sigma) \tilde{x}(\sigma))^2} \right] \Phi^T(t, \sigma) d\sigma \geq \varepsilon I, \quad \forall t > t_0 \quad (5.30)$$

Então, a lei de adaptação equivalente (5.21) uniformemente produz uma trajetória limitada para os vetores pesos $\tilde{w}_{eq}(t)$, para todo sinal limitado $y_d(t)$, se e somente se, o sistema autônomo

$\dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = F(t) \tilde{w}_{eq}(t)$ é exponencialmente estável.

A condição (5.30) admite a seguinte forma escalar,

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\delta} z^T \Phi(t, \sigma) \left[\frac{\tilde{x}(\sigma) \tilde{x}^T(\sigma)}{(\tilde{x}^T(\sigma) \tilde{x}(\sigma))^2} \right] \Phi(t, \sigma) z d\sigma \\ & = \int_t^{t+\delta} \left| \frac{z^T \Phi(t, \sigma) \tilde{x}(\sigma)}{\tilde{x}^T(\sigma) \tilde{x}(\sigma)} \right|^2 d\sigma \geq \varepsilon, \quad \forall t > t_0, \|z\|=1 \end{aligned} \quad (5.31)$$



que é uma condição da energia, em todas as direções, numa esfera unitária, do vetor entrada não singular $\tilde{\chi}(\tau) = \frac{\Phi(\tau, t) \tilde{\chi}(t)}{\tilde{\chi}^T(t) \tilde{\chi}(t)}$. Isto significa que a função vetorial $\tilde{\chi}(t)$ é um vetor variando com o tempo, tal que a integral da matriz $\tilde{\chi}(t) \tilde{\chi}^T(t)$ é uniformemente definida positiva sobre qualquer intervalo de comprimento finito δ .

- **Características de Robustez com respeito a Perturbações Externas: Entradas com ruídos limitados**

Consideremos uma perturbação de entrada externa com valores vetoriais normados limitados, denotada por $\xi(t) = (\xi_1(t), \dots, \xi_n(t))$, que adicionalmente afeta os valores do vetor de entrada $x(t)$ da Perceptron. É assumido que a entrada perturbada $\xi(t)$ não é maior do que a entrada $x(t)$, isto é

$$\|\xi(t)\| = \sqrt{\xi_1^2(t) + \dots + \xi_n^2(t)} \leq V_\xi < V_x, \quad \forall t \quad (5.32)$$

As derivadas no tempo da componente de $\xi(t)$ são assumidas também limitadas

$$\|\dot{\xi}(t)\| = \sqrt{\dot{\xi}_1^2(t) + \dots + \dot{\xi}_n^2(t)} \leq V_{\dot{\xi}}, \quad \forall t \quad (5.33)$$

Definindo o vetor entrada perturbado externo “aumentado” como

$$\tilde{\xi}(t) = (\xi_1(t), \dots, \xi_n(t), 0) \quad (5.34)$$

Então, o erro de aprendizagem perturbado $\hat{e}(t) = y(t) - y_d(t)$ é agora dado por

$$\hat{e}(t) = [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T \tilde{w}(t) - y_d(t) \quad (5.35)$$

Note que, apesar do fato de que o sinal de entrada perturbado $\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)$ é disponível para medida, sua derivada no tempo $\dot{\tilde{x}}(t) + \dot{\tilde{\xi}}(t)$ não é. Isto significa que tais derivadas no tempo não podem ser usadas na lei de adaptação dos pesos. Assim, somente uma lei de adaptação do tipo proposto em (5.10) pode ser usada para a criação do modo deslizando no hiperplano de aprendizagem nulo.

Devido às considerações, devemos centrar nossa atenção na lei de adaptação perturbada:

$$\dot{\tilde{w}}(t) = - \left(\frac{\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)}{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]} \right) K \text{sign } \hat{e}(t) \quad (5.36)$$

A lei de adaptação do peso (5.36) resulta nas seguintes dinâmicas do erro de aprendizagem perturbado

$$\dot{\hat{e}}(t) = -K \text{sign } \hat{e}(t) + \tilde{w}^T(t) \left[\dot{\tilde{x}}(t) + \dot{\tilde{\xi}}(t) \right] - \dot{y}_d(t) \quad (5.37)$$

O resultado sobre robustez, encontra-se no seguinte teorema:

Teorema 5.5: Consideremos o problema da criação do modo deslizante no hiperplano de aprendizagem nulo de uma Adaline incluindo o vetor de entrada perturbado. Se a lei de adaptação para o vetor peso aumentado $\tilde{w}(t)$ é escolhida como em (5.36) com K sendo a constante positiva satisfazendo

$$K > \tilde{W}(V_{\tilde{x}} + V_{\tilde{\xi}}) + V_{\tilde{y}} \quad (5.38)$$

então, dada uma condição inicial arbitrária $\hat{e}(0)$, o erro de aprendizagem perturbado $\hat{e}(t)$ converge para zero em tempo finito \hat{t}_h , estimado por

$$\hat{t}_h \leq \frac{|e(0)|}{K - \tilde{W}(V_{\tilde{x}} + V_{\tilde{\xi}}) - V_{\tilde{y}}} \quad (5.39)$$

A entrada equivalente $v_{eq}(t)$ é agora definida, como

$$v_{eq}(t) = \tilde{w}^T(t) [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)] - \dot{y}(t) \quad (5.40)$$

A lei de adaptação equivalente é obtida pela substituição do termo descontínuo na lei (5.36) por $v_{eq}(t)$. A lei de adaptação média obtida é



$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{w}}_{eq}(t) &= - \left(\frac{\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)}{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]} \right) \cdot [\tilde{w}_{eq}^T(t) (\dot{\tilde{x}}(t) + \dot{\tilde{\xi}}(t)) - \dot{y}_d(t)] \\
&= - \left(\frac{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)] [\dot{\tilde{x}}(t) + \dot{\tilde{\xi}}(t)]^T}{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]} \right) \tilde{w}_{eq}(t) \\
&\quad + \left(\frac{\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)}{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]} \right) \dot{y}_d(t)
\end{aligned} \tag{5.41}$$

Fazendo cumprir a condição de invariância, correspondendo ao erro de aprendizagem nulo e $\dot{\hat{e}}(t) = 0$, obtemos

$$\left(I - \frac{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)] [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T}{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]} \right) \dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = 0 \tag{5.42}$$

De acordo com o resultado da proposição 5.1, a matriz multiplicando $\dot{\tilde{w}}_{eq}(t)$ em (5.42) é um operador projeção variando no tempo. Ainda mais, (5.42) implica que $\dot{\tilde{w}}(t)$ encontra-se no espaço imagem do vetor entrada perturbado, $\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)$ e tem projeção nula dentro do hiperplano do erro de aprendizagem perturbado nulo. O mecanismo de adaptação para o caso da entrada perturbada tem características geométricas similares como no caso não perturbado.

• Considerações de Ruídos de Medição nas Entradas e Saídas dos Neurônios

Consideremos agora o caso em que as medidas das entradas não perturbadas $x(t)$ são alteradas por ruídos na medição (desconhecido, mas limitado), denotado por $\xi(t)$. A medida do vetor é denotada por $x_m(t) = x(t) + \xi(t)$. Também assumimos que a escolha da componente da medida limitada $\xi_{n+1}(t)$ altera o valor da medida da entrada constante bias que assumimos ser nominalmente igual a B. Entretanto, a escolha da componente $\xi_{n+1}(t)$ deve satisfazer a restrição $|w_{n+1}(t)| \leq V_{\xi_{n+1}} < B$. A medida do vetor função de entrada aumentado é $\tilde{x}_m(t) = \tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)$.

Também a medida da saída possui ruído (de medida), $y_m = y(t) + \zeta(t)$.

O vetor derivada $\dot{\tilde{x}}_m(t) = \dot{\tilde{x}}(t) + \dot{\tilde{\xi}}(t)$ é não acessível na prática.

Então (5.36) fica da mesma forma. O que muda é a expressão da dinâmica do erro:

$$\dot{\hat{e}}(t) = - \left(\frac{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T \tilde{x}(t)}{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]} \right) K \operatorname{sgn} \hat{e}(t) + \tilde{w}^T(t) \dot{\tilde{x}}(t) + \dot{\zeta}(t) - \dot{y}_d(t) \quad (5.43)$$

Para garantir a existência de um modo deslizante no hiperplano temos que ter $\hat{e}(t) = 0$, note que

$$\begin{aligned} & \left| \frac{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T \tilde{x}(t)}{[\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]^T [\tilde{x}(t) + \tilde{\xi}(t)]} \right| = \\ & = \left| \frac{[x(t) + \xi(t)]^T x(t) + B(B + \xi_{n+1}(t))}{[x(t) + \xi(t)]^T [x(t) + \xi(t)] + (B + \xi_{n+1}(t))^2} \right| \geq \\ & \geq \frac{B^2 - (V_x + V_\xi)V_x - BV_{\xi_{n+1}}}{(V_x + V_\xi)^2 + (B + V_{\xi_{n+1}})^2} = \eta \end{aligned} \quad (5.44)$$

assumindo $\eta > 0$.

Teorema 5.6: Considere o problema de impor um modo deslizante em um neurônio com ruído de medidas no vetor entrada $\tilde{x}(t)$ e no sinal de saída $y(t)$. Se a lei de adaptação para o vetor peso aumentado $\tilde{w}(t)$ é escolhida como em (5.36), com K sendo uma constante positiva satisfazendo

$$K > \frac{\tilde{W}V_x + V_\zeta + V_y}{B^2 - (V_x + V_\xi)V_x - BV_{\xi_{n+1}}} \cdot \left[(V_x + V_\xi)^2 + (B + V_{\xi_{n+1}})^2 \right] \quad (5.45)$$

então, dada uma condição inicial arbitrária $\hat{e}(0)$, o erro de aprendizagem perturbado $\hat{e}(t)$ converge para zero em tempo finito \hat{t}_h , estimado por

$$\hat{t}_h \leq \frac{|e(0)|}{K\eta - \tilde{W}(V_x + V_\xi) - V_\zeta - V_y} \quad (5.46)$$

O movimento deslizante é mantido em $\hat{e}(t) = 0$ para todo $t > \hat{t}_h$.



Obs.: Usando o método do controle equivalente, da equação (5.44), vem

$$\hat{e}(t) = \frac{-\tilde{x}_m^T(t) \tilde{x}(t)}{\tilde{x}_m^T \tilde{x}_m} v_{eq} + \tilde{w}^T \tilde{x} + \zeta - \dot{y}_d = 0 \text{ (no deslizamento)}$$

Neste caso, a dinâmica do modo deslizante ideal conduz à lei de adaptação equivalente

$$\dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = - \left(\frac{\tilde{x}_m(t) \tilde{x}^T(t)}{\tilde{x}_m^T \tilde{x}(t)} \right) \tilde{w}_{eq}(t) + \left(\frac{\tilde{x}_m(t)}{\tilde{x}_m^T \tilde{x}(t)} \right) [\dot{y}_d(t) - \zeta(t)] \quad (5.47)$$

De acordo com a condição de invariância $\hat{e}(t) = 0$, substituindo \dot{y}_d por $\dot{y}(t) + \zeta$, na equação (5.47), vem

$$\left(I - \frac{\tilde{x}_m(t) \tilde{x}^T(t)}{\tilde{x}_m^T \tilde{x}(t)} \right) \dot{\tilde{w}}_{eq}(t) = 0 \quad (5.48)$$

A equação (5.48) indica que o vetor velocidade para a evolução dos pesos está na faixa de espaço do vetor $x_m(t)$ e tem projeção zero em seu hiperplano normal. Uma vez que o deslizamento ocorre, o vetor de variáveis pesos é “atracado” num ponto fixo de um hiperplano normal a $\tilde{x}_m(t)$.

Entretanto, o hiperplano do erro zero de aprendizado é inclinado em relação a este hiperplano e o vetor evolução do peso não é “atracado” a um ponto fixo, mas variável, sobre o hiperplano de aprendizado zero. Nós dizemos que uma evolução não casada é obtida para o vetor de pesos adaptativos.

A projeção sobre o hiperplano normal a $\tilde{x}(t)$, do vetor velocidade da trajetória de adaptação, $\dot{w}_{eq}(t)$, agora exhibe um componente não nulo. Isto significa que a projeção do vetor de pesos se move em relação ao hiperplano $\hat{e}(t) = 0$ quando em deslizamento. Além disso, a lei de evolução do peso adotada não garante uma rápida aproximação à condição zero de erro de aprendizado, sendo que os limites do vetor de \tilde{w}_{eq} depende grandemente da natureza do sinal de ruído.

V.2- Aplicação da Teoria: Resultados Obtidos

Usando os resultados anteriores, aproveitamos para desenvolvermos um exemplo (Sira-Ramirez), em que a rede é implementada com o algoritmo seguindo a estratégia de modos deslizantes para adaptação dos pesos. Esta rede será utilizada para obter exatamente o mesmo sinal de saída de uma planta desconhecida.

O exemplo usa um sistema de pêndulo vertical (Kapitsa) cuja equação é, a princípio, desconhecida. Para efeito de simulação as equações para este sistema foi adotada como a seguinte:

$$\dot{\alpha}(t) = p(t) + \frac{u(t)}{l} \text{sen } \alpha(t)$$

$$\dot{p}(t) = \left(\frac{g}{l} - \frac{u^2(t)}{l^2} \cos \alpha(t) \right) \text{sen } \alpha(t) - \frac{u(t)}{l} p(t) \cos \alpha(t)$$

$$\dot{z}(t) = u(t)$$

$$y_p(t) = \alpha(t)$$

onde

$\alpha(t)$ é o ângulo da haste do pêndulo com o eixo vertical;

$p(t)$ é proporcional à impulsão;

g e l são respectivamente a aceleração da gravidade e o comprimento da haste;

$y_p(t)$ é a saída (resposta) deste sistema;

$u(t)$ é a função de entrada, que neste caso é dada por:

$$u(t) = A_1 + A_2 \cos\left(\frac{t}{2\varepsilon}\right) + A_3 \text{sen}\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)$$

sendo:

A_1, A_2, A_3 e ε são parâmetros constantes;

t é o tempo;

Para fornecer as entradas “x” para a Adaline foi inserido um sistema linear de quarta ordem da forma seguinte:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -x_1(t) - 3x_2(t) - 3x_3(t) + u_q(t) \\ \dot{x}_4(t) &= 0\end{aligned}$$

sendo $u_q(t)$ um sinal qualquer para excitar o sistema, de modo a fornecer as entradas para a Adaline.

O objetivo desta Adaline será obter na sua saída o mesmo sinal obtido na saída da planta desconhecida (o pêndulo), tendo acesso somente a este sinal. O erro entre a saída da Adaline e a saída do pêndulo deverá servir como base para ajuste dos pesos da Adaline, com algoritmo incluindo estrutura variável e modos deslizantes.

Para isto, implementou-se no software MATLAB/SIMULINK o algoritmo mostrado na figura 5.2. Nesta figura, pode-se notar que incluímos algumas situações em que há possibilidade de ocorrer (ou não) ruído, tanto no sinal de entrada, quanto no sinal medido na saída da planta desconhecida. Assim, as seguintes situações com seus respectivos resultados são mostrados a seguir:

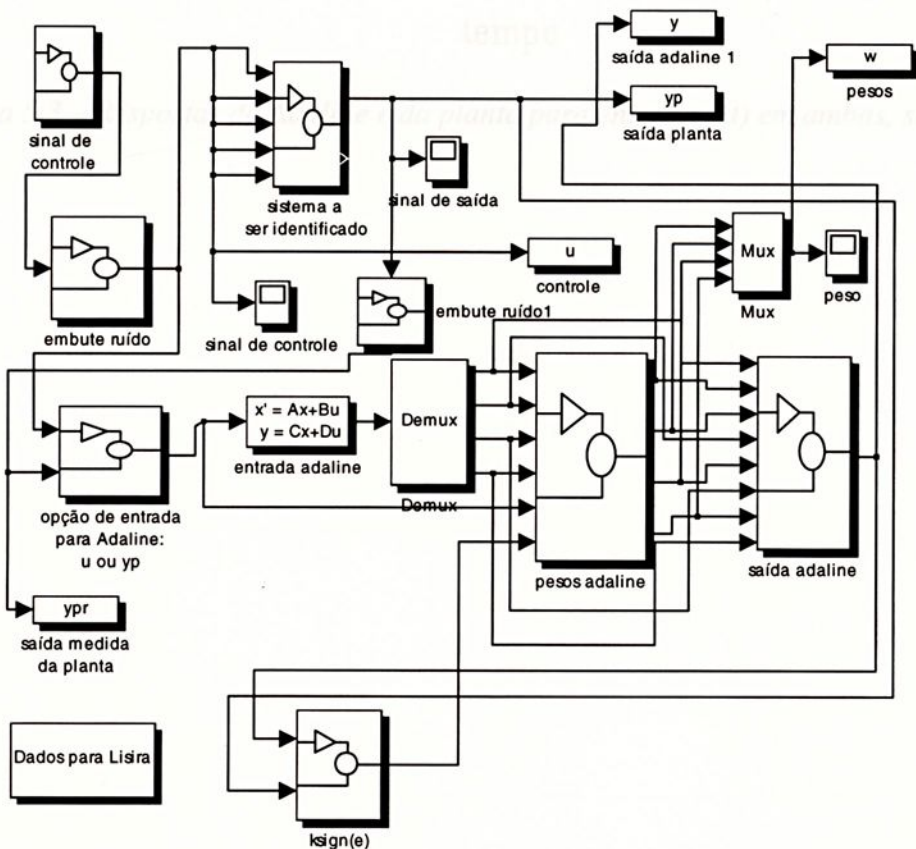


Figura 5.2 – Algoritmo global implementado no simulink



• Situação II: com ruído no sinal de entrada e sem ruído na saída medida da planta desconhecida

• Situação I: sem ruído no sinal de entrada e também na saída medida da planta desconhecida

saída identificada rapidamente a saída da planta (figura 5.5). A figura 5.6 mostra a evolução dos pesos para este caso.

Nesta situação a figura 5.3 mostra que a rede identificou rapidamente a resposta da planta desconhecida.

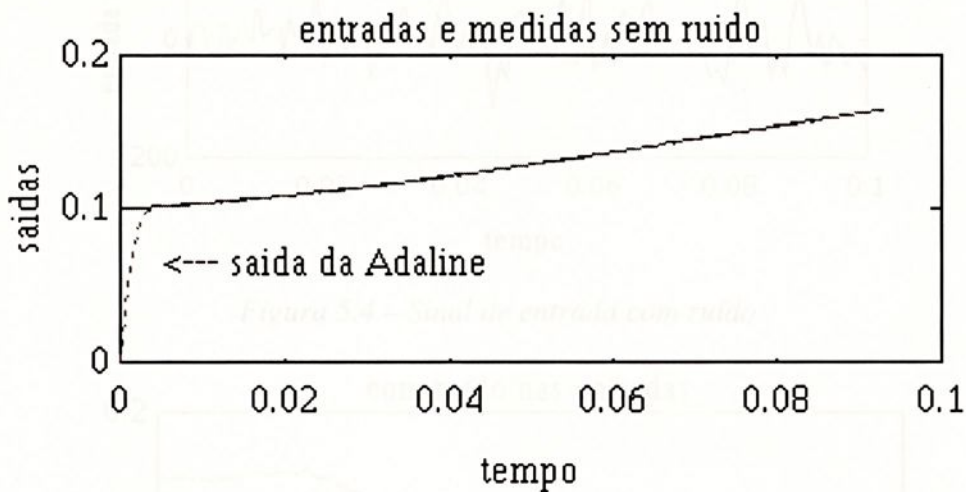


Figura 5.3 – Respostas da Adaline e da planta para entrada $u(t)$ em ambas, sem ruído



Figura 5.6 – Evolução dos pesos para situação II

- **Situação II: com ruído no sinal de entrada e sem ruído na saída medida da planta desconhecida**

Nesta situação, apesar do sinal de entrada apresentar ruído (figura 5.4), a saída da Adaline identificou rapidamente a saída da planta (figura 5.5). A figura 5.6 mostra a evolução dos pesos para este caso.

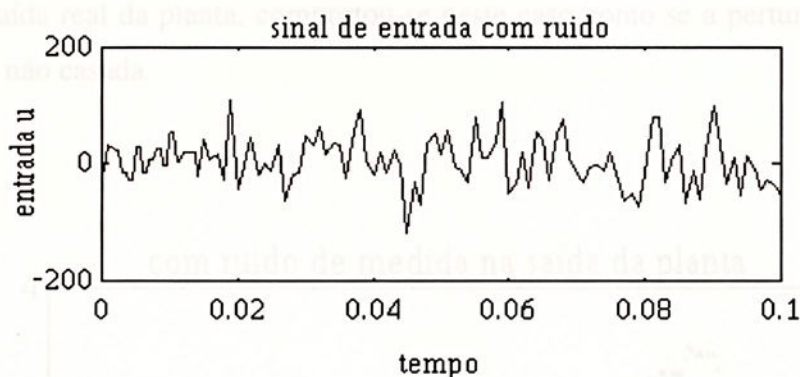


Figura 5.4 – Sinal de entrada com ruído

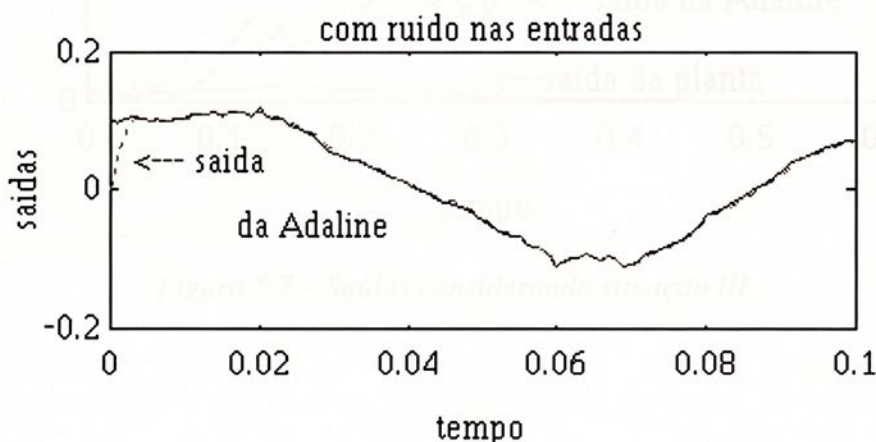


Figura 5.5 – Respostas da Adaline e da planta

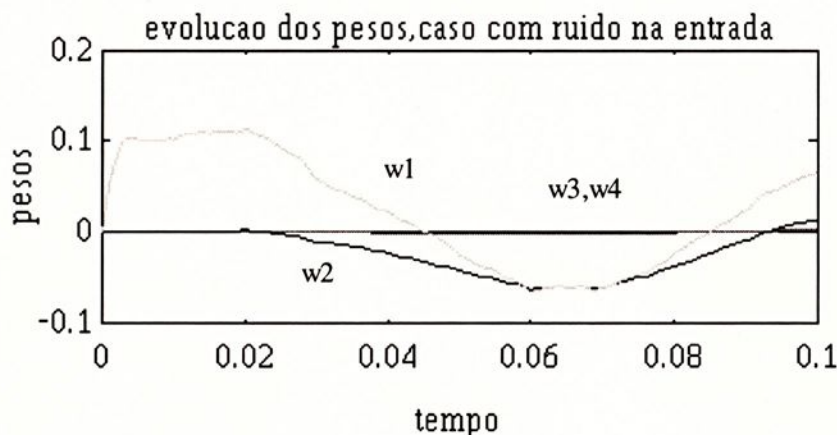


Figura 5.6 – Evolução dos pesos para situação II



- **Situação III: sem ruído no sinal de entrada, mas com ruído na saída medida da planta desconhecida**

A figura 5.7 a seguir mostra o esquema montado para o caso estudado até aqui. Neste caso, considerou-se uma deterioração no sinal medido na saída da planta desconhecida. Pode-se notar, pela figura 5.7, que a saída da Adaline não conseguiu identificar a saída real da planta, comportou-se neste caso como se a perturbação (ruído de medida) fosse não casada.

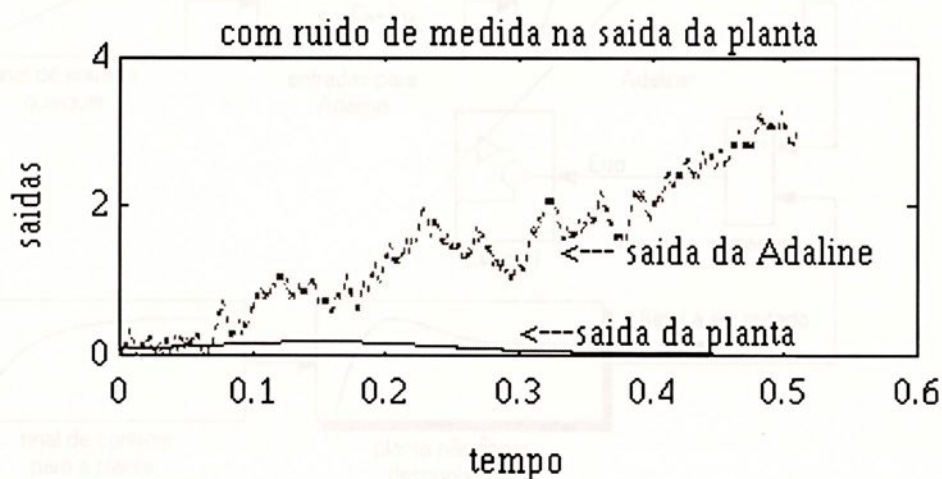


Figura 5.7 – Saídas considerando situação III

V.3- Conclusões

A figura 5.8 a seguir mostra o esquema montado para o caso estudado até aqui. Neste caso, não há nenhuma interferência na planta desconhecida. A Adaline tem adaptação apenas com a finalidade de identificar a saída (mensurável) da planta. Desta forma, fica difícil encontrar uma utilização prática, uma vez que não há nenhuma ação efetiva no sentido de se obter um controle sobre a planta desconhecida.

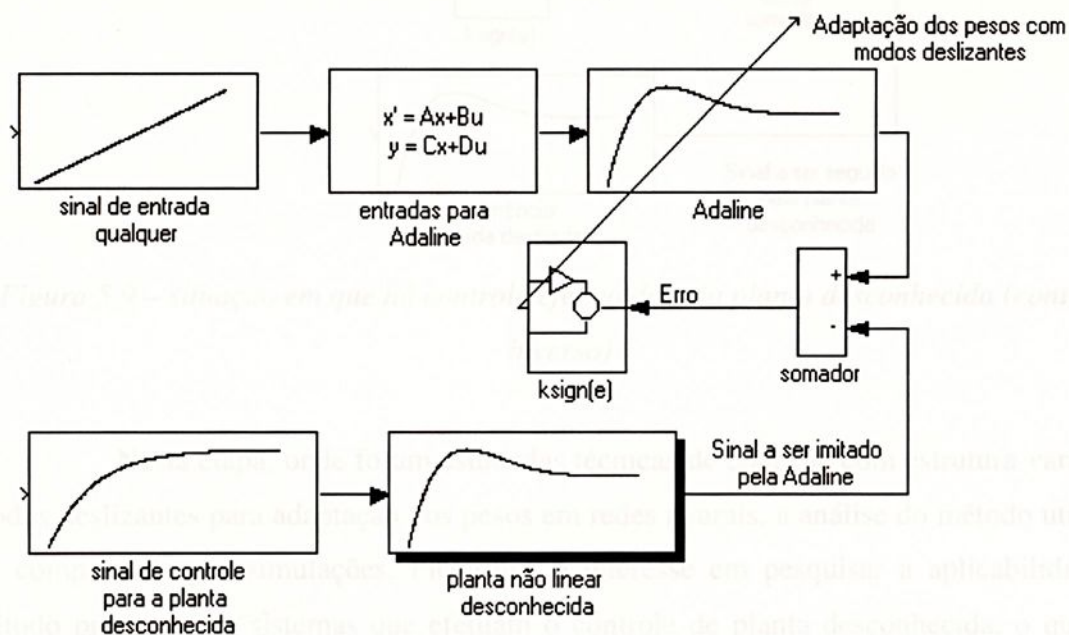


Figura 5.8 – Esquema estudado

A figura 5.9 mostra esquematicamente o que seria necessário para se conseguir efetuar uma ação de controle numa planta desconhecida. Este é o caso de maior interesse prático na área de controle, o qual deveremos investigar.

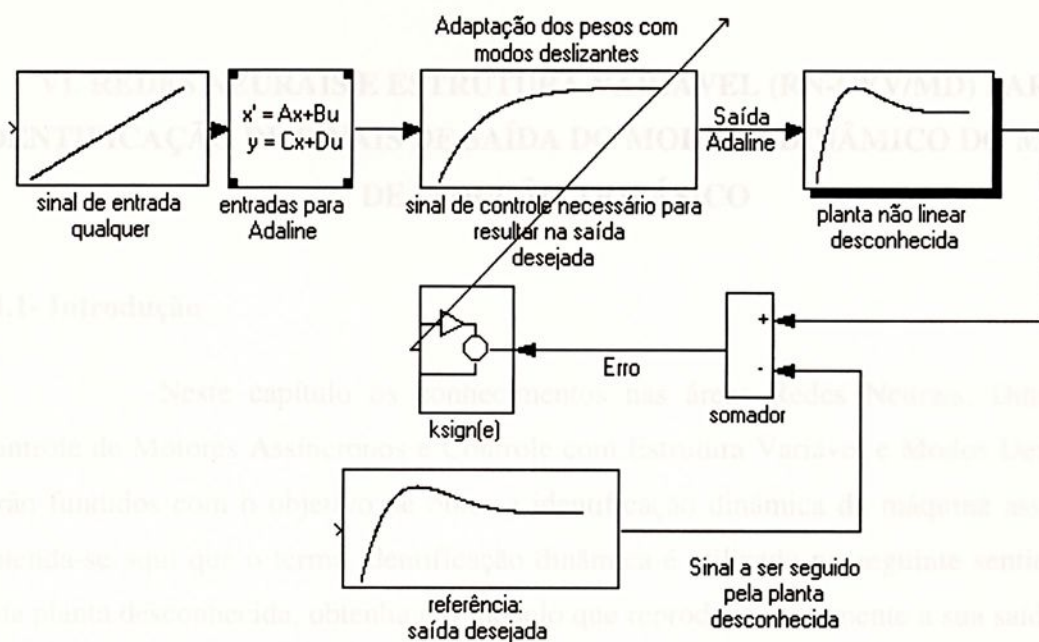


Figura 5.9 – situação em que há controle efetivo de uma planta desconhecida (controle inverso)

Nesta etapa, onde foram estudadas técnicas de controle com estrutura variável e modos deslizantes para adaptação dos pesos em redes neurais, a análise do método utilizado foi comprovada por simulações. Ficou-nos o interesse em pesquisar a aplicabilidade do método proposto em sistemas que efetuam o controle de planta desconhecida, o que será visto no capítulo VII.

No entanto, ainda sob o mesmo enfoque apresentado, no próximo capítulo apresentaremos uma aplicação desta teoria em motores de indução.

VI. REDES NEURAIS E ESTRUTURA VARIÁVEL (RN-CEV/MD) PARA IDENTIFICAÇÃO DE SINAIS DE SAÍDA DO MODELO DINÂMICO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

VI.1- Introdução

Neste capítulo os conhecimentos nas áreas Redes Neurais, Dinâmica e Controle de Motores Assíncronos e Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes serão fundidos com o objetivo de obter a identificação dinâmica da máquina assíncrona. Entenda-se aqui que o termo identificação dinâmica é utilizado no seguinte sentido: dada uma planta desconhecida, obtenha um modelo que reproduza exatamente a sua saída diante de uma mesma entrada.

O modelo será obtido a partir de pesos de uma rede Adaline que serão adaptados a partir de uma estratégia que utiliza estrutura variável com modos deslizantes, conforme já detalhado no capítulo anterior. Portanto, o modelo obtido será não linear e variante no tempo.

VI.2- Esquema Implementado para Simulações em Microcomputador

Utilizando o software Matlab/Simulink implementou-se o esquema mostrado na figura 6.1 a seguir. Neste esquema tem-se o motor assíncrono com seu esquema de controle de velocidade implementado conforme mostra a figura 6.2. A figura 6.3 mostra a estratégia de controle com estrutura variável implementada para adaptação dos pesos da Adaline. As figuras 6.4a e 6.4b mostram a Rede Adaline implementada e sua saída.

O sistema a ser identificado (máquina assíncrona controlada) tem como sinal de entrada a referência de velocidade angular para o rotor (W_{Ref}) e como saída a velocidade angular real do rotor. Os resultados foram tomados para as seguintes situações de controle e carga: (i) com reversão de velocidade em 0.5 segundos, sem carga mecânica aplicada ao eixo; (ii) com reversão de velocidade em 0.5 segundos e com carga mecânica aplicada ao eixo em 0.1 segundos.

Figura 6.1 – Esquema do CVMD para adaptação dos pesos da Adaline

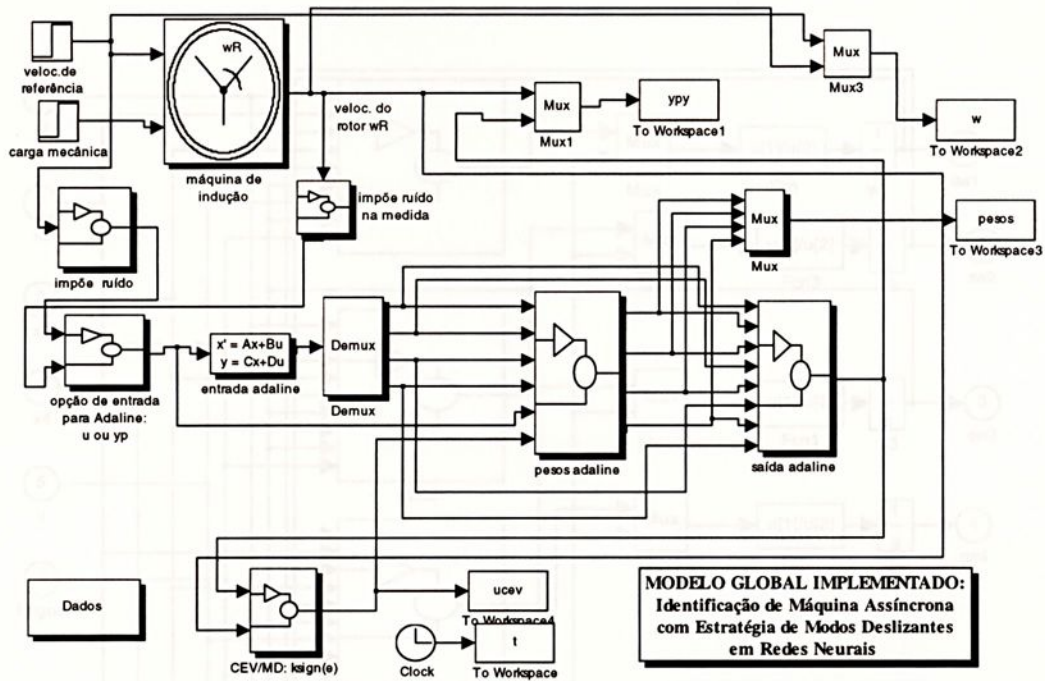


Figura 6.1 – Esquema geral implementado no MATLAB/SIMULINK para estimativa da velocidade do motor de indução com RN-CEV/MD

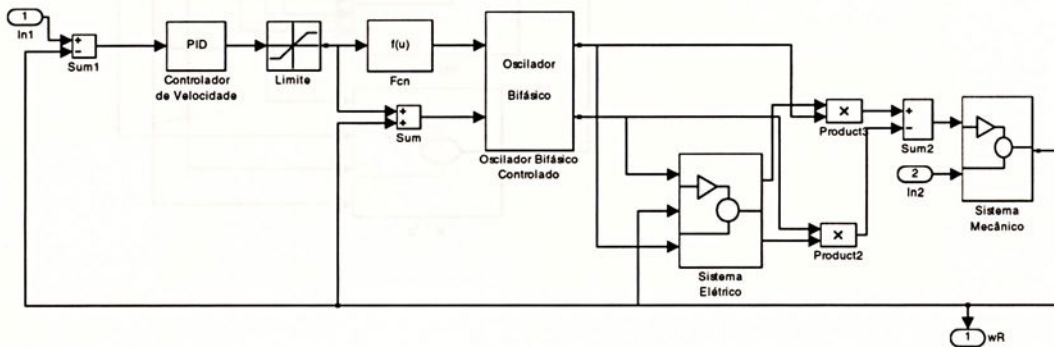


Figura 6.2 – Estratégia de controle de velocidade adotada para a máquina de indução

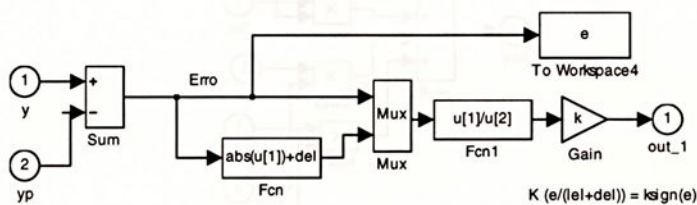


Figura 6.3 – Estratégia CEV/MD para adaptação dos pesos da Adaline

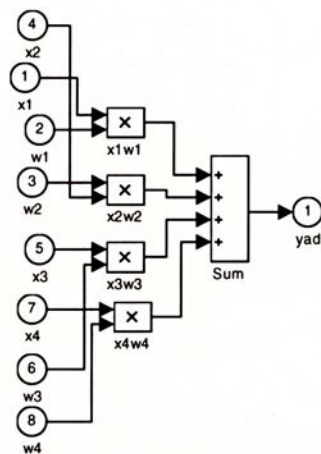
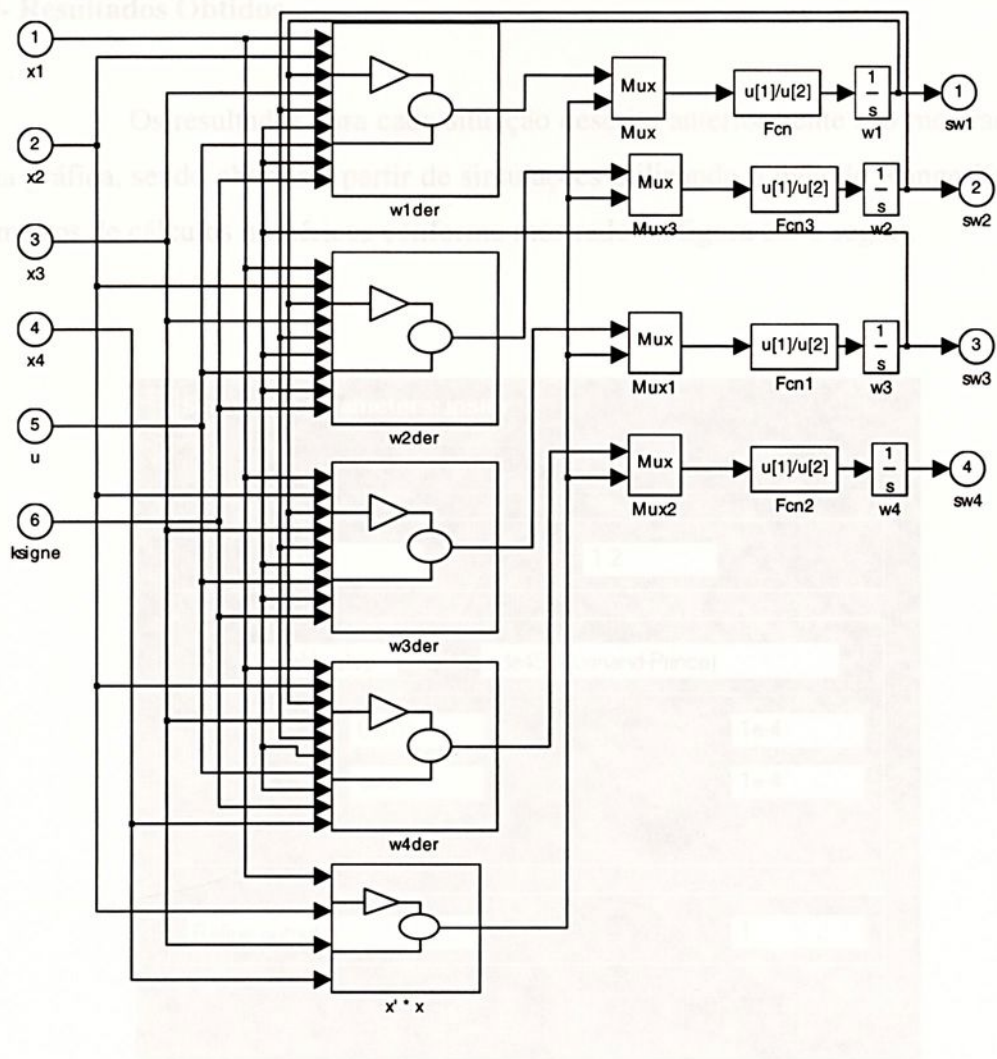


Figura 6.4a, b – Rede Adaline implementada e sua saída



VI.3- Resultados Obtidos

Os resultados para cada situação descrita anteriormente são mostrados sob a forma gráfica, sendo obtidos a partir de simulações utilizando o método Runge-Kutta, com parâmetros de cálculos numéricos conforme mostrado na figura 6.5 a seguir.

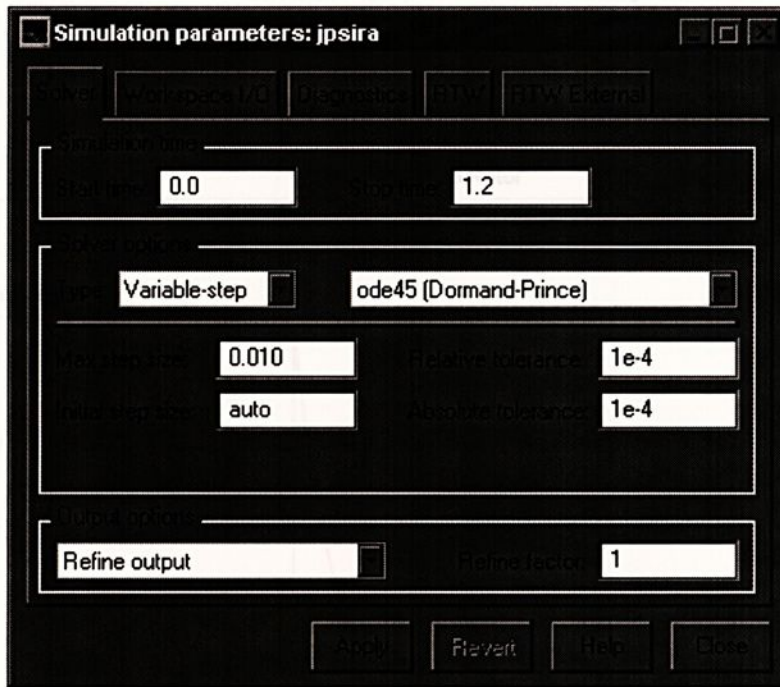


Figura 6.5 – Parâmetros utilizados para realização dos cálculos numéricos nas simulações



Figura 6.6 – Velocidade do motor e velocidade de referência

- **Com Reversão de Velocidade em 0.5 Segundos, Sem Carga Mecânica Aplicada ao Eixo**

Nas análises a seguir, nos interessará a eficiência da Rede Neural com estratégia CEV/MD para identificação do modelo da máquina e não a eficiência da estratégia de controle adotada para controlar a velocidade da máquina. No entanto, para ilustrar, a resposta de velocidade (figura 6.6) é mostrada a seguir. Pode-se notar que a velocidade rotórica segue com relativa eficiência o sinal de referência, de modo que o motor já está sob comando de um controle (PI) com bom desempenho.

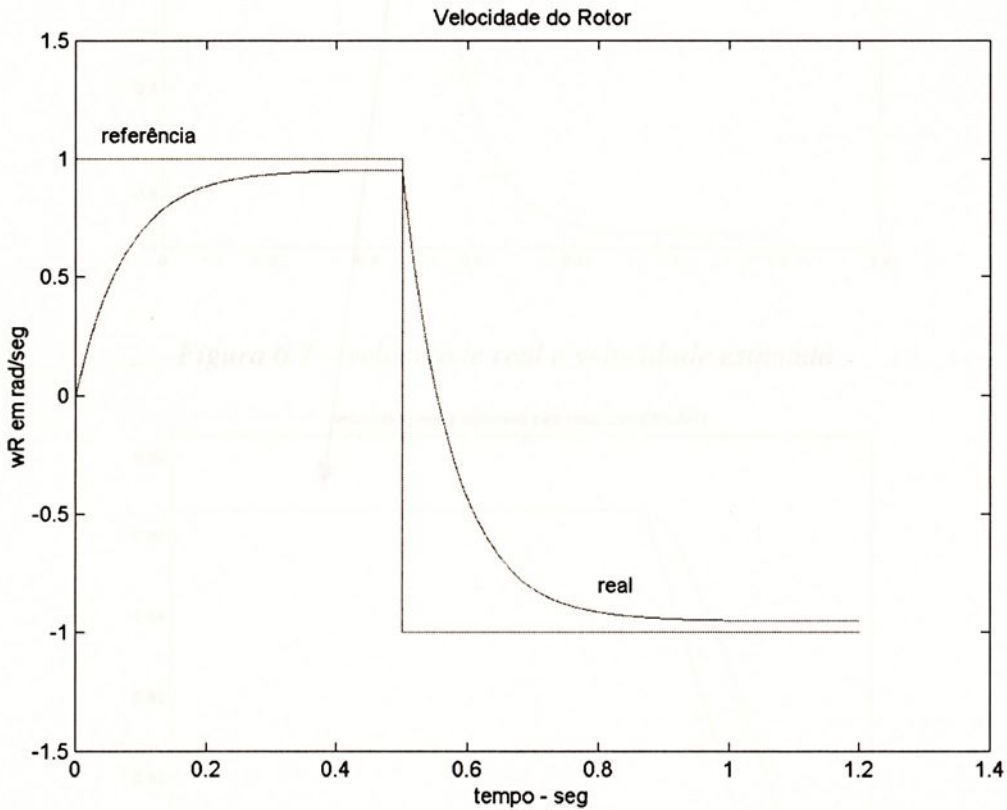


Figura 6.6 – Velocidade do motor e velocidade de referência

A figura 6.7 exibe os resultados obtidos para velocidade real e velocidade estimada pela estratégia adotada. Pode-se notar que as curvas estão praticamente superpostas. A figura 6.8 mostra de maneira ampliada a região em torno do ponto em que há comando de reversão de velocidade (0.5 segundos, assinalada na figura 6.7).

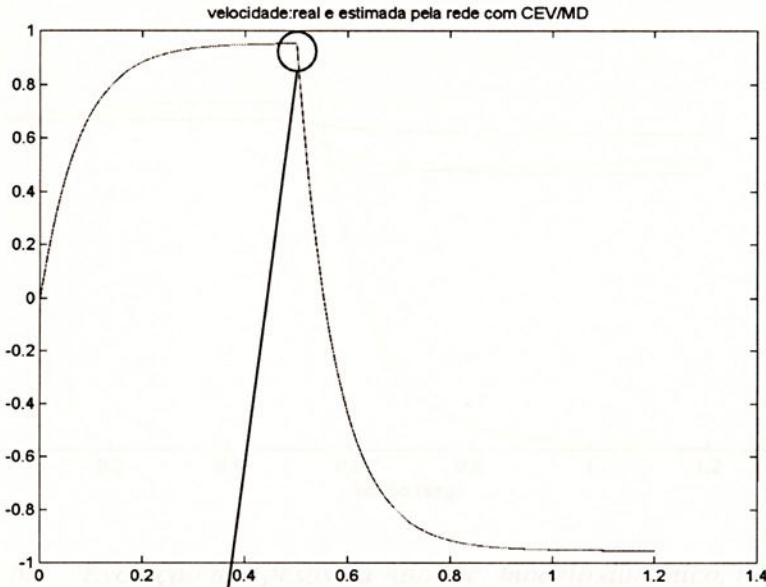


Figura 6.7 – velocidade real e velocidade estimada

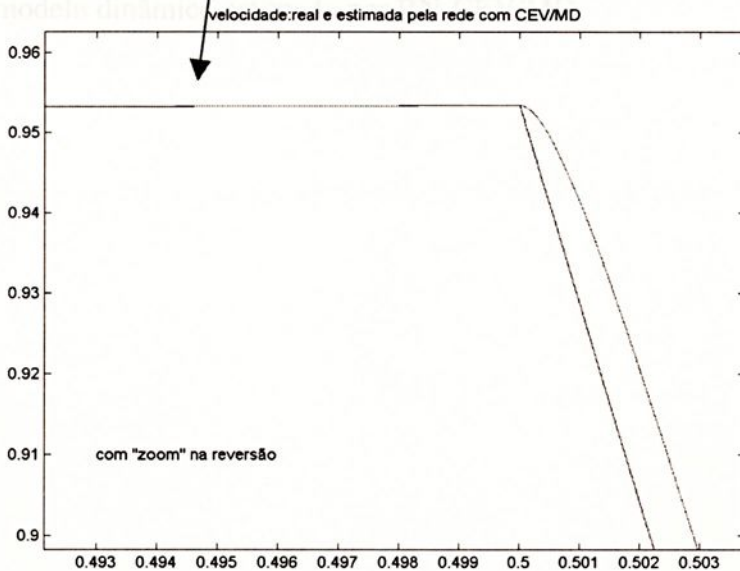


Figura 6.8 – Ampliação em torno da região em que há comando para reversão de velocidade

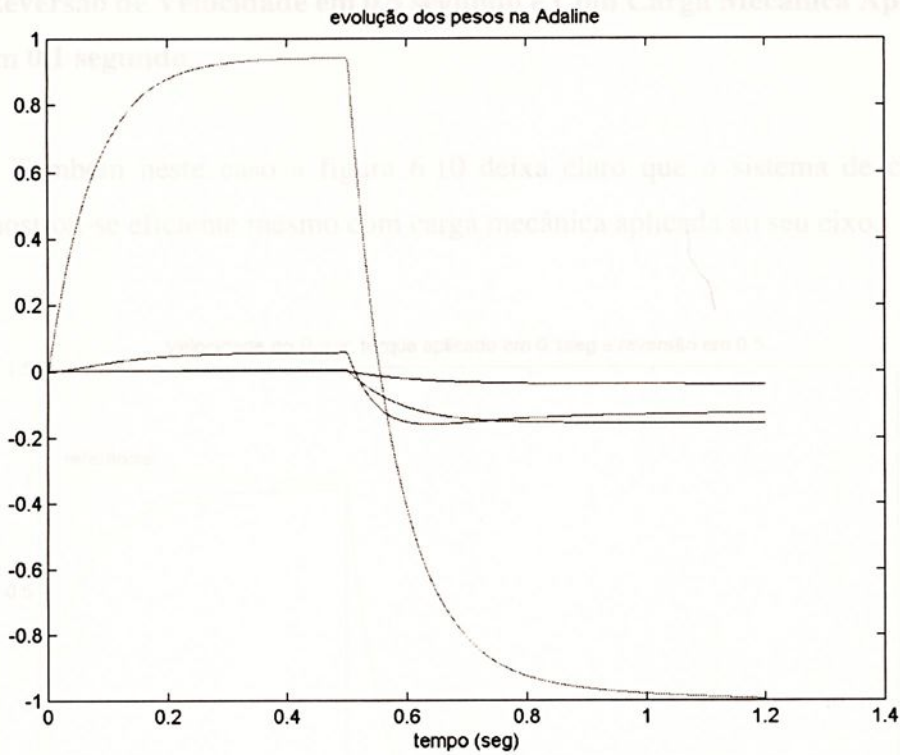


Figura 6.9 – Evolução dos pesos da Adaline: modelo dinâmico, não linear

A figura acima mostra a evolução dos pesos adotados a cada instante, utilizados para compor o modelo dinâmico estimado por RN-CEV/MD.

Figura 6.10 – Velocidade do eixo e velocidade de referência

- **Com Reversão de Velocidade em 0.5 segundo e Com Carga Mecânica Aplicada ao Eixo em 0.1 segundo**

Também neste caso a figura 6.10 deixa claro que o sistema de controle da máquina mostrou-se eficiente mesmo com carga mecânica aplicada ao seu eixo.

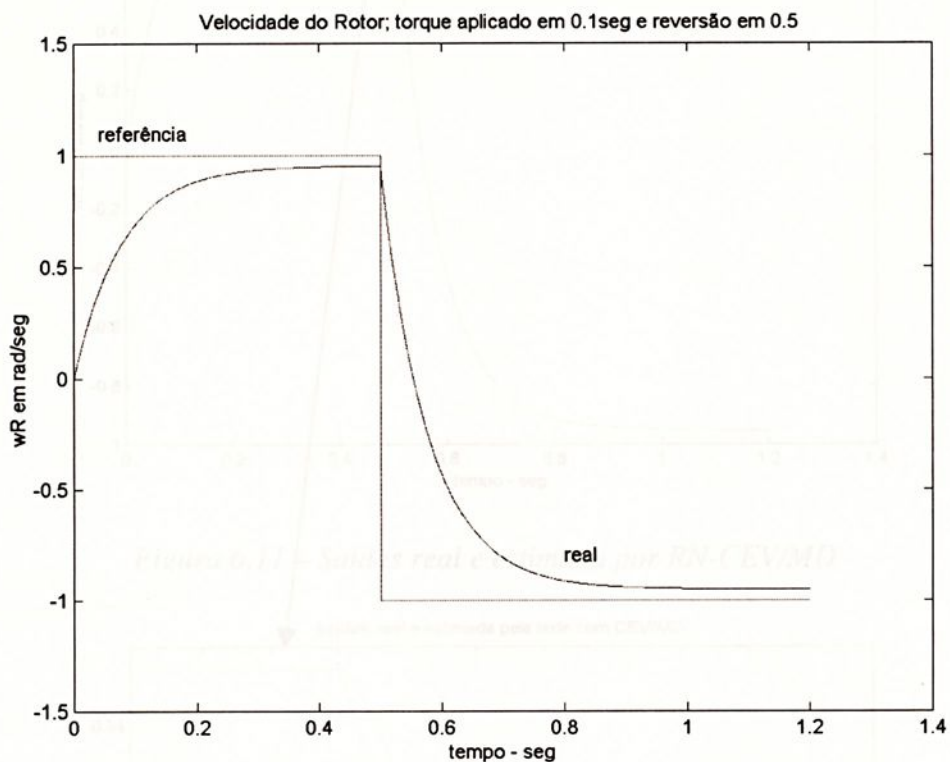


Figura 6.10 – Velocidade do rotor e velocidade de referência

Eficiente também foi a estratégia de controle para estimar o modelo dinâmico, como pode-se notar pelas figuras 6.11 e 6.12 a seguir.

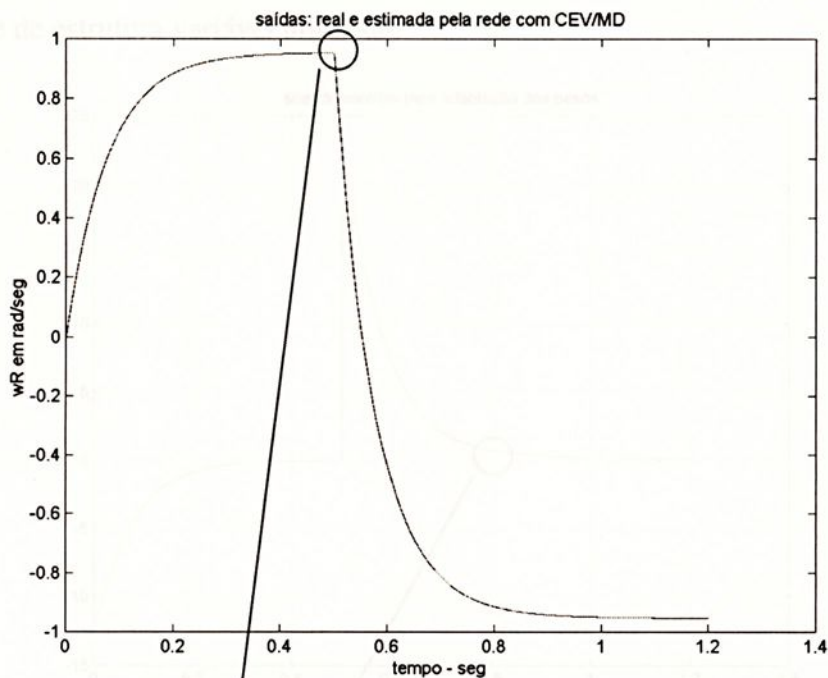


Figura 6.11 – Saídas real e estimada por RN-CEV/MD

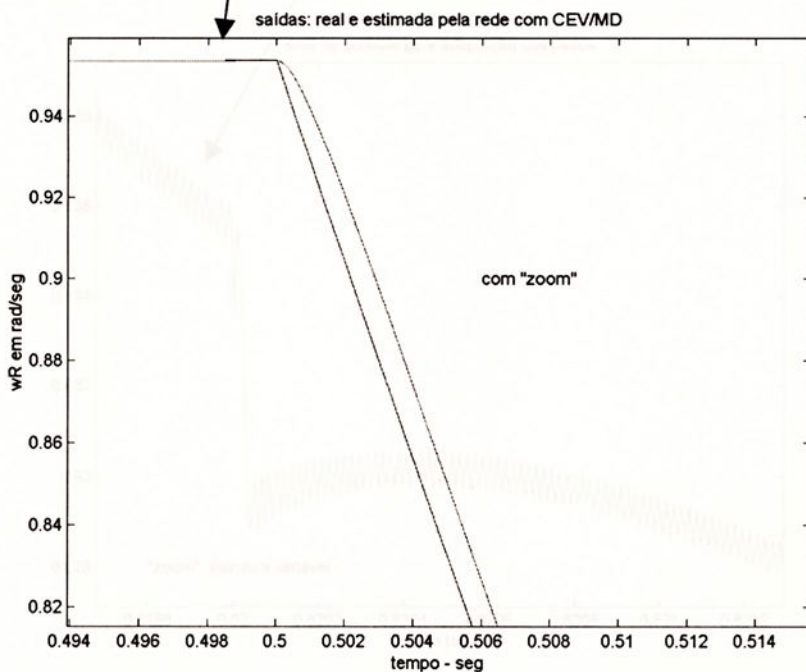


Figura 6.12 – Ampliação no instante de mudança no sinal de referência

Na figura 6.13 é mostrado o sinal de controle utilizado para adaptação dos pesos da Rede Adaline. Na figura 6.14 é feita uma tomada ampliada em torno do instante 0.8 segundos (assinalado na figura 6.13), para evidenciar o efeito da trepidação causado pelo controle de estrutura variável utilizado.

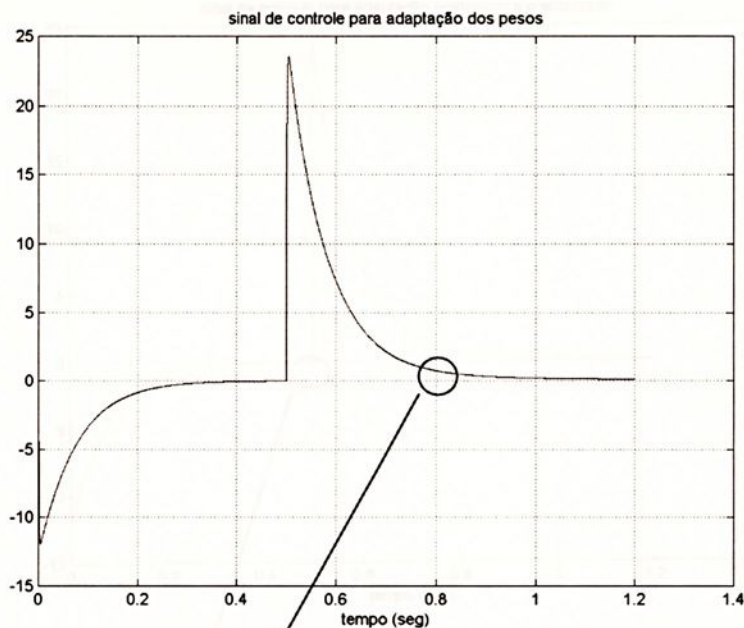


Figura 6.13 – Sinal de controle utilizado para adaptação dos peso da rede Adaline

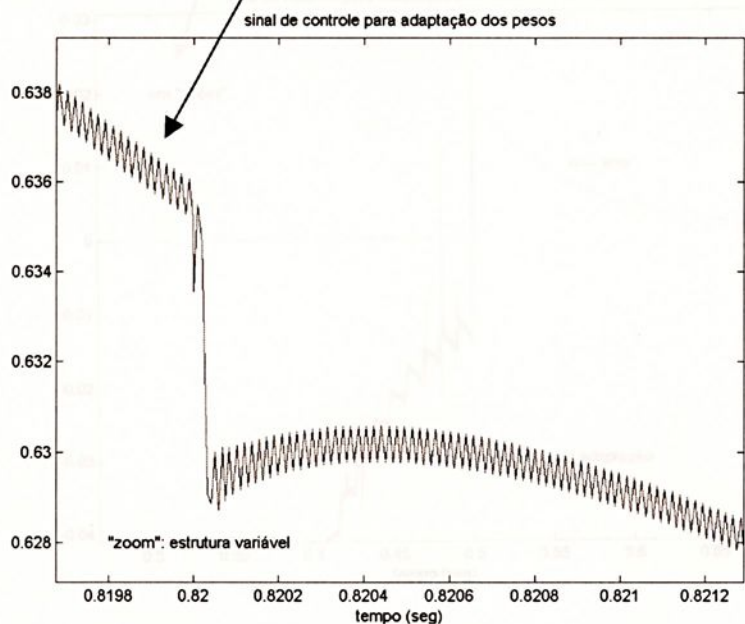


Figura 6.14 – Efeito da trepidação causado pela estratégia CEV/MD



A seguir, mostra-se no mesmo gráfico o sinal de controle para adaptação dos pesos e o sinal de erro entre a saída estimada (velocidade angular na saída da rede Adaline) e a saída do sistema real (velocidade angular da máquina). Deve ser observado que o erro é sempre próximo a zero (superfície de deslizamento). A figura 6.16 amplia a região próxima ao momento do comando de reversão de velocidade.

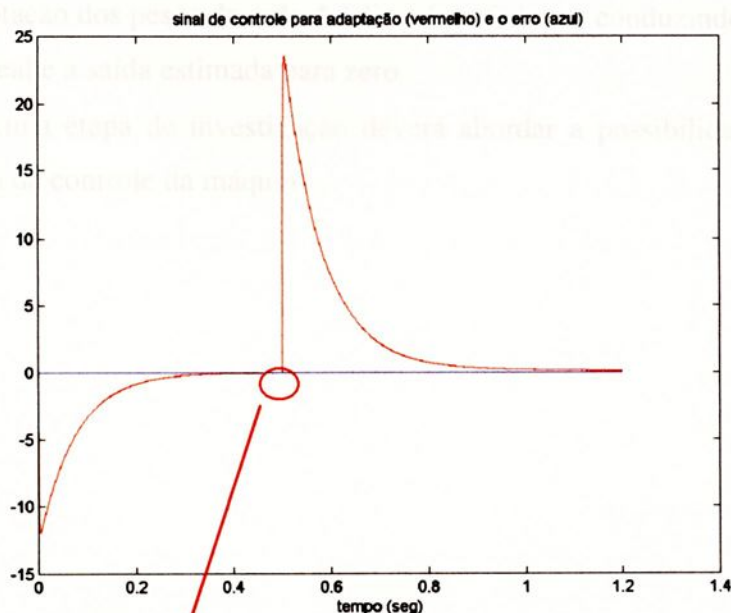


Figura 6.15 – Sinal de controle para adaptação dos pesos e erro entre as saídas

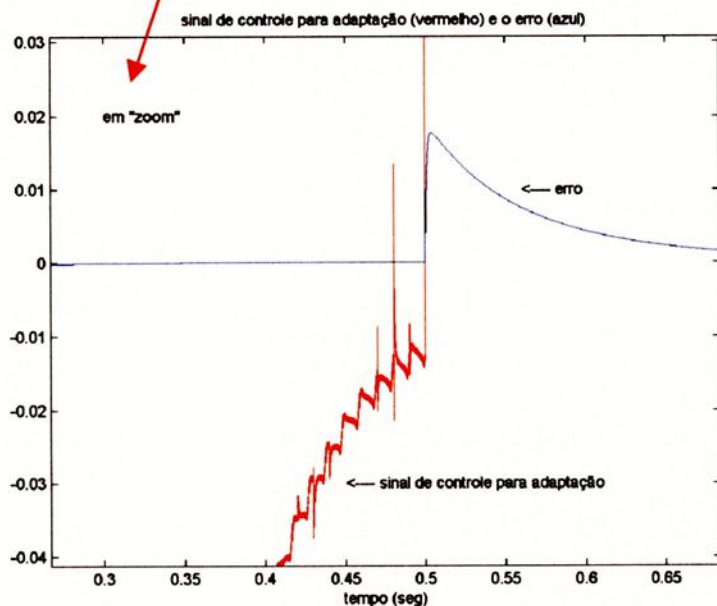


Figura 6.16 – Ampliação em torno do instante de reversão de velocidade



VI.4- Conclusões CONTROLE DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

VII.1- Intr Os resultados obtidos para todos os casos analisados, indicam que o método proposto para adaptação dos pesos da rede Adaline, foi eficiente, conduzindo rapidamente o erro entre a saída real e a saída estimada para zero.

A próxima etapa de investigação deverá abordar a possibilidade de incluir a estratégia na malha de controle da máquina.

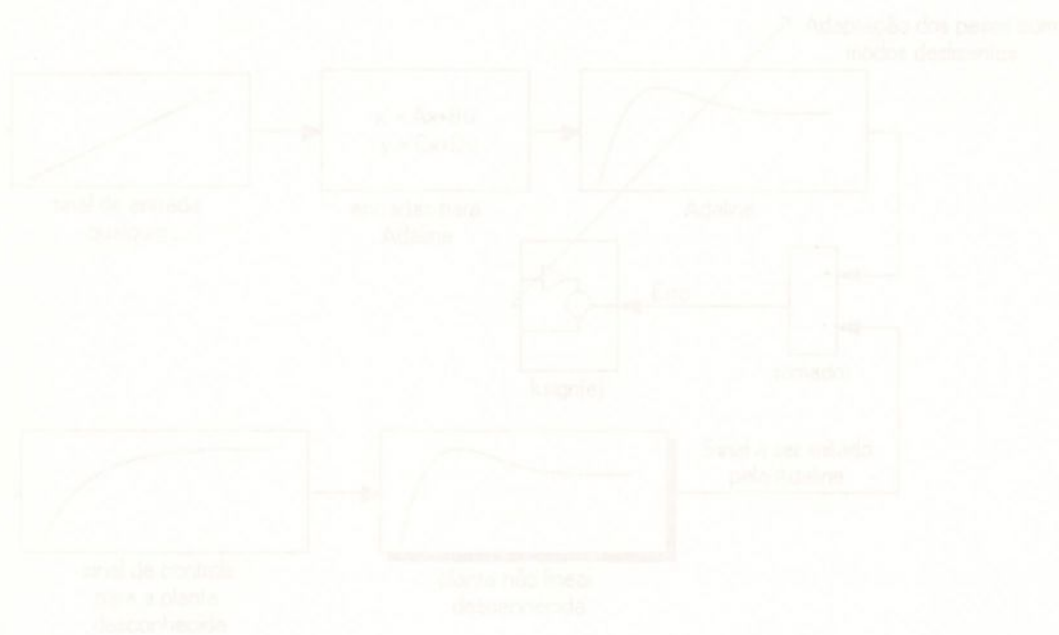


Figura 1 - Esquema estudado no Capítulo VI. RN-CEVMD não influencia resposta do sistema controlado



VII. REDES NEURAIS E ESTRUTURA VARIÁVEL (RN-CEV/MD) PARA CONTROLE DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

VII.1- Introdução

A figura 7.1 a seguir ilustra o problema estudado nos capítulos V e VI. Neste caso não há nenhuma interferência na planta desconhecida. A Adaline tem adaptação apenas com a finalidade de identificar a saída da planta, de modo que não há nenhuma ação efetiva na malha direta de controle, tal que influencie a resposta da planta desconhecida.

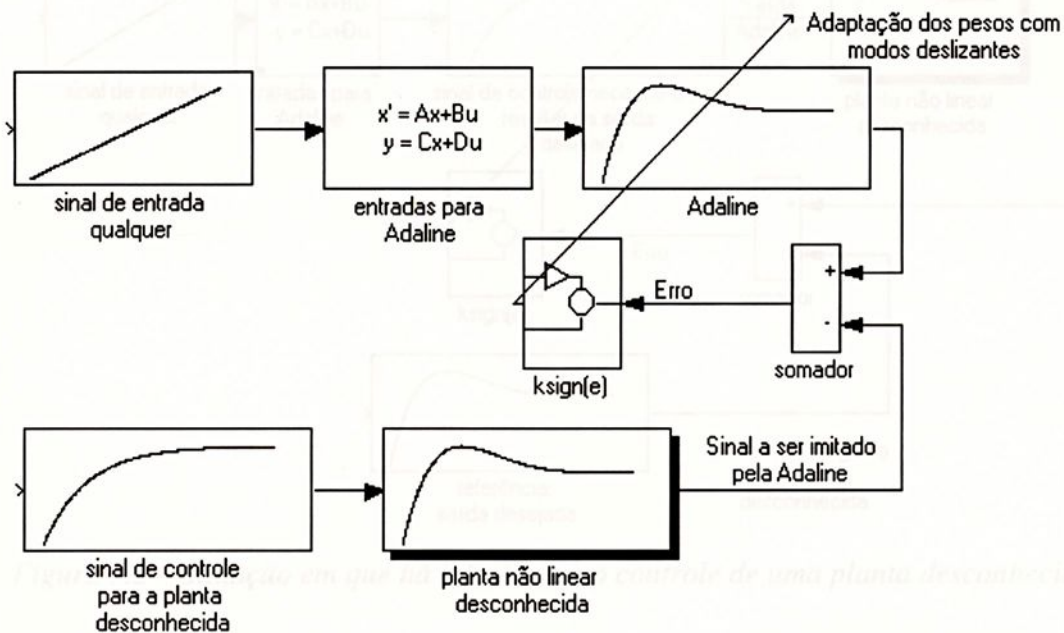


Figura 7.1 – Esquema estudado no Capítulo VI: RN-CEV/MD não influencia respostas do sistema controlado

As figuras 7.3 e 7.4 mostram as respectivas implementações no MATLAB/SIMULINK.

A figura 7.2 mostra o esquema implementado a partir dos conhecimentos obtidos nos estudos anteriores. Neste capítulo será mostrado como é possível influenciar o comportamento dinâmico de um sistema desconhecido, pela incorporação, na malha direta, de uma Rede Neural com adaptação por Controle de Estrutura Variável e Modos Deslizantes (RN-CEV/MD).

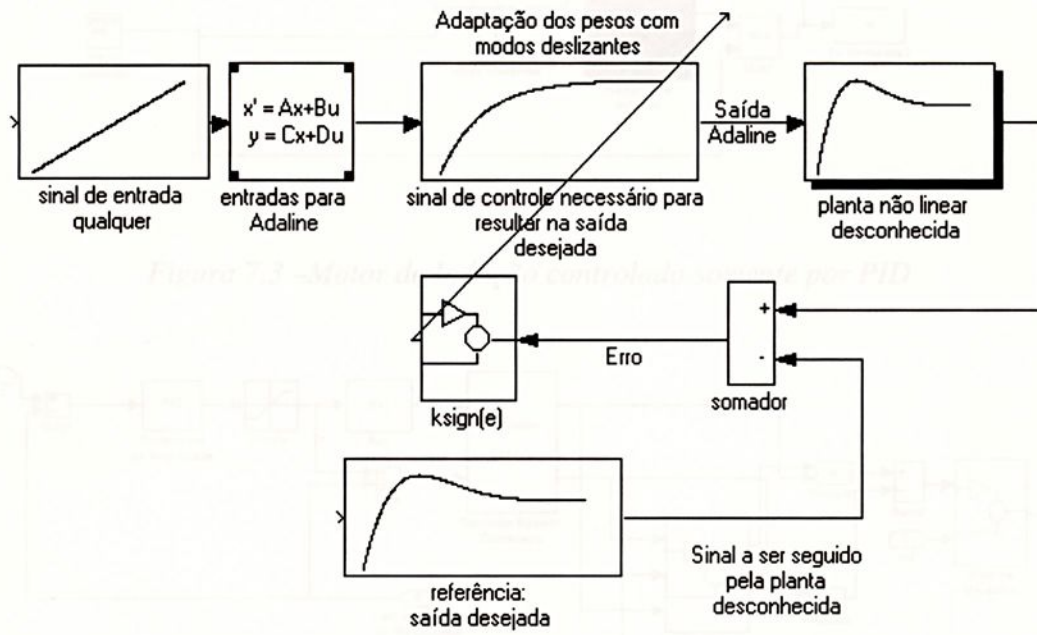


Figura 7.2 – Situação em que há influência no controle de uma planta desconhecida

VII.2- Controle do Motor de Indução por PID convencional

A figuras 7.3 e 7.4 mostram os esquemas implementados no MATLAB/SIMULINK onde um motor de indução é controlado apenas por PID.

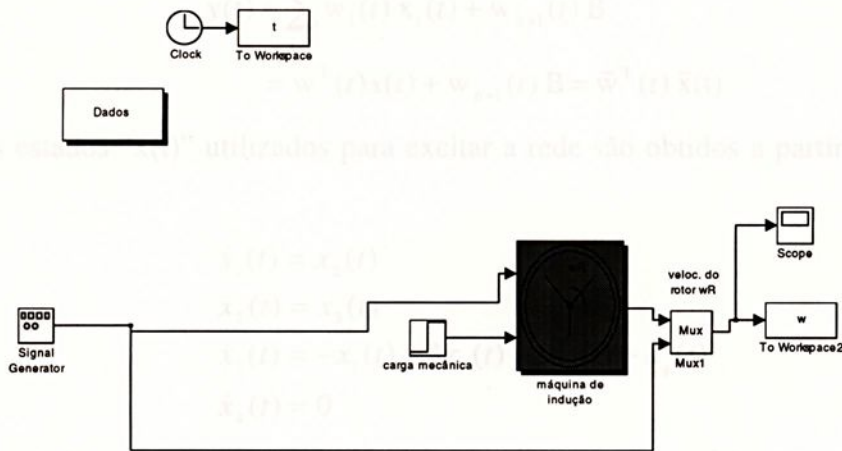


Figura 7.3 – Motor de Indução controlado somente por PID

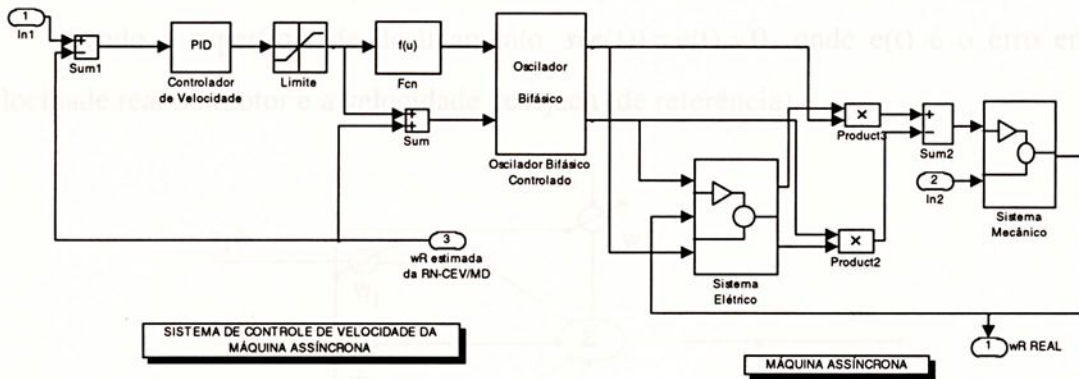


Figura 7.4 – Esquema de controle PID do Motor de Indução

VII.3- Controle do Motor de Indução por RN-CEV/MD

O esquema alternativo proposto é mostrado na figura 7.6, onde a Rede Adaline com adaptação de peso por Estrutura Variável e Modos Deslizantes (RN-CEV/MD) é incluída na malha direta de controle da máquina. Neste esquema, a estrutura da rede é como mostra a figura 7.5, sendo sua saída dada por :

$$y(t) = \sum_{i=1}^n w_i(t) x_i(t) + w_{n+1}(t) B$$

$$= \mathbf{w}^T(t) \mathbf{x}(t) + w_{n+1}(t) B = \tilde{\mathbf{w}}^T(t) \tilde{\mathbf{x}}(t)$$

Os estados “x(t)” utilizados para excitar a rede são obtidos a partir das equações a seguir:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -x_1(t) - 3x_2(t) - 3x_3(t) + u_q(t) \\ \dot{x}_4(t) &= 0 \end{aligned}$$

A lei de controle CEV/MD utilizada para adaptação dos pesos obedeceu às equações a seguir:

$$\dot{\tilde{\mathbf{w}}}(t) = - \left(\frac{\tilde{\mathbf{x}}(t) \tilde{\mathbf{x}}^T(t)}{\tilde{\mathbf{x}}^T(t) \tilde{\mathbf{x}}(t)} \right) \tilde{\mathbf{w}}(t) - \left(\frac{\tilde{\mathbf{x}}(t)}{\tilde{\mathbf{x}}^T(t) \tilde{\mathbf{x}}(t)} \right) k \text{ sign } e(t)$$

Sendo a superfície de deslizamento $s(e(t)) = e(t) = 0$, onde $e(t)$ é o erro entre a velocidade real do motor e a velocidade desejada (de referência).

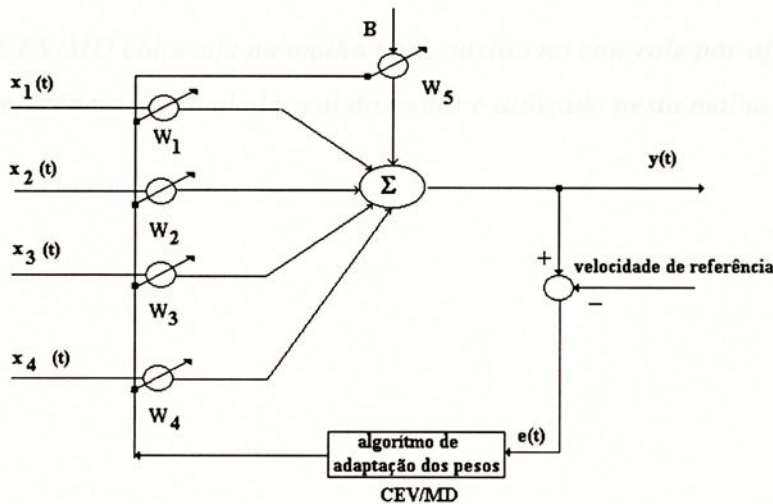


Figura 7.5 - Rede Adaline Utilizada

VII.4 - Resultados Obtidos em Simulação

Caso 1: Referência constante

Com esta rede inserida na malha direta de controle do motor de indução e mantendo-se ainda o controle PID na máquina, implementou-se no SIMULINK/MATLAB o esquema mostrado na figura 7.6.

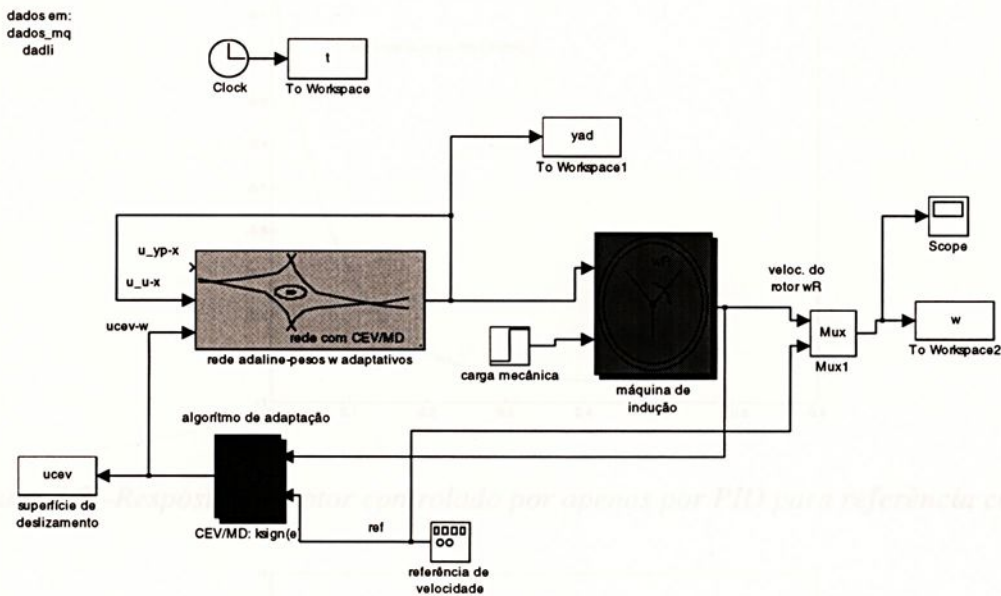


Figura 7.6 –RN-CEV/MD colocada na malha para auxílio no controle por ajuste do sinal de referência: velocidade real do motor é utilizada nesta malha

Figura 7.8 –Resposta do motor com RN-CEV/MD para referência constante

VII.4- Resultados Obtidos em Simulações

Caso 1: Referência constante

As respostas de velocidade da máquina para uma referência fixa são mostradas nas figura 7.7 e 7.8, respectivamente, para o caso em que há apenas o controlador PID e para o caso em que RN-CEV/MD é incluída na malha de controle. Para sinal de referência fixa pode ser notado um melhor desempenho na resposta transitória da máquina quando RN-CEV/MD está inserida na malha, sendo que, em ambos os casos a velocidade real aproxima-se do valor desejado em regime.

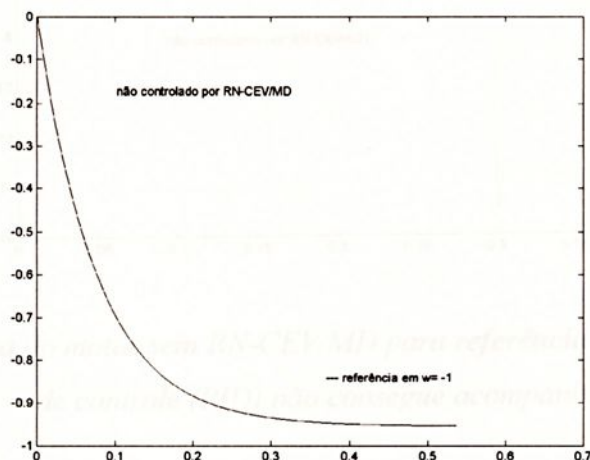


Figura 7.7 –Resposta do motor controlado por apenas por PID para referência constante

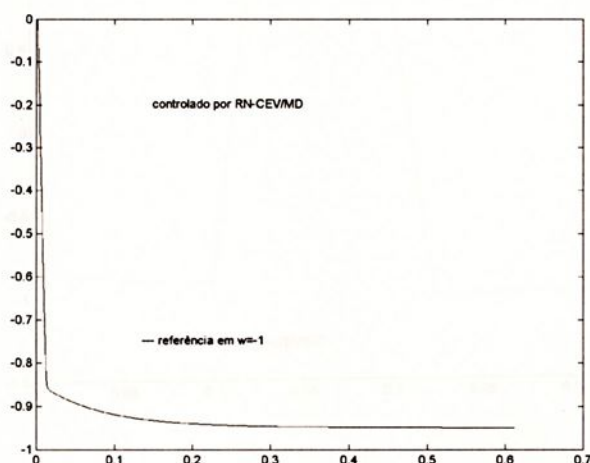


Figura 7.8 –Resposta do motor com RN-CEV/MD para referência constante

Caso 2: Referência de Velocidade Onda Quadrada

Como pode ser observado pelas figuras 7.9 e 7.10, para este caso as diferenças são marcantes, uma vez que o motor não conseguiu acompanhar o sinal de referência quando foi controlado apenas pelo controlador PID convencional.

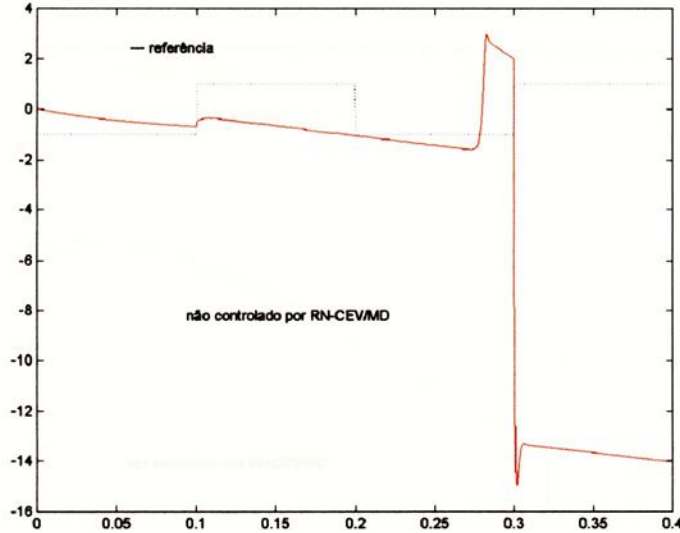


Figura 7.9 – Resposta do motor sem RN-CEV/MD para referência onda quadrada: sistema de controle (PID) não consegue acompanhar

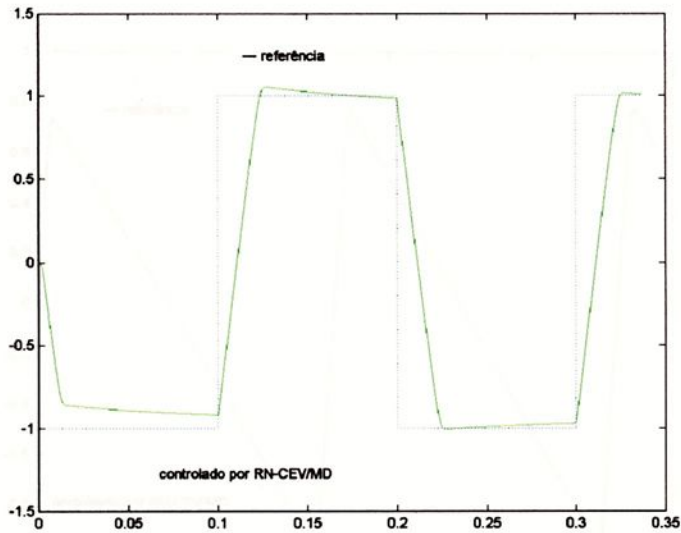


Figura 7.10 – Resposta do motor com RN-CEV/MD para referência onda quadrada: sistema de controle consegue acompanhar o sinal

Caso 3: Referência de Velocidade Onda Triangular

Como pode ser observado pelas figuras 7.11 e 7.12, também para este caso, as diferenças são marcantes, uma vez que o motor não conseguiu acompanhar o sinal de referência quando foi controlado apenas pelo controlador PID convencional.

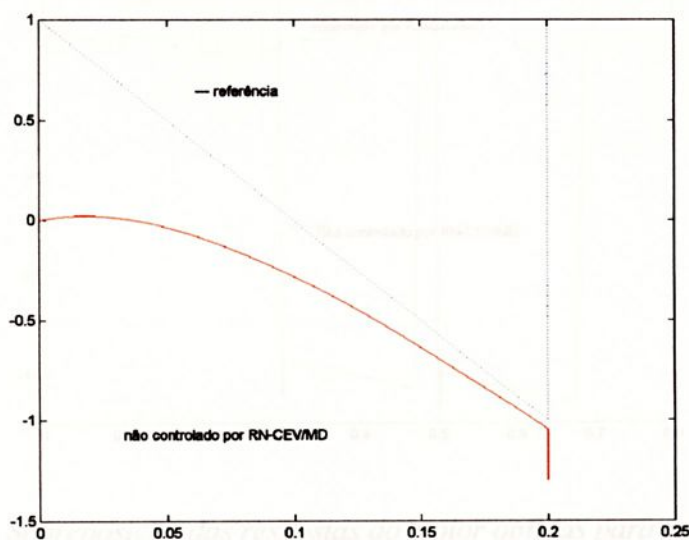


Figura 7.11 – Resposta do motor sem RN-CEV/MD para referência onda triangular: sistema de controle (PID) não consegue acompanhar

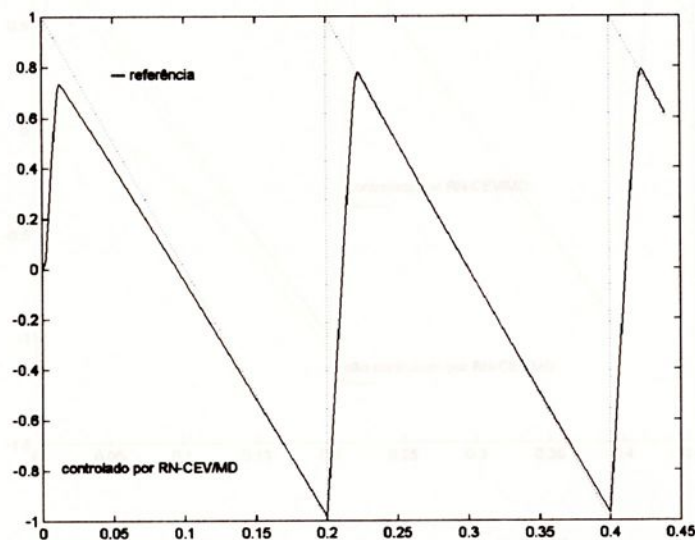


Figura 7.12 – Resposta do motor com RN-CEV/MD para referência triangular: sistema de controle consegue acompanhar o sinal

VII.5- Conclusões Baseadas nos Resultados Obtidos

As figuras 7.13 e 7.14 sobrepõem as respostas da máquina controlada pelas duas estratégias, nos dois casos em que as referências são variáveis.

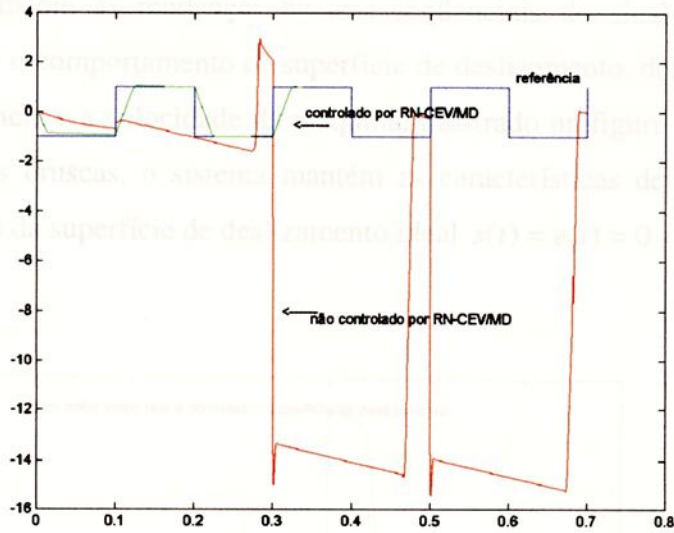


Figura 7.13 – Sobreposição das respostas do motor obtidas para referência onda quadrada

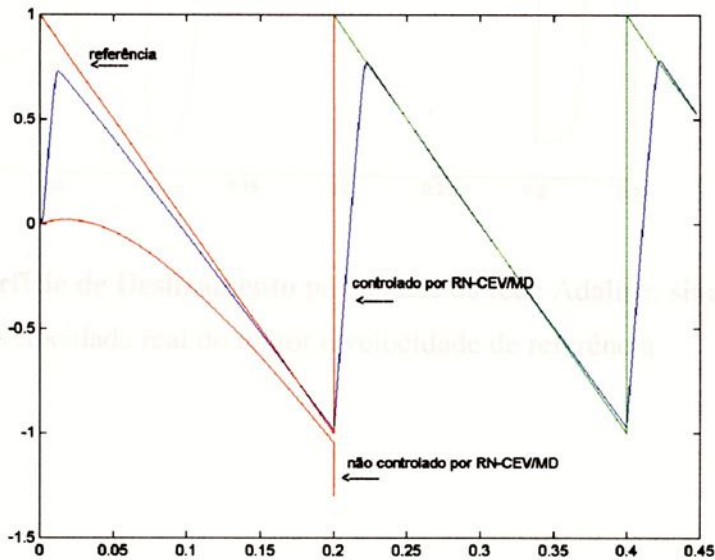


Figura 7.14 – Sobreposição das respostas do motor obtidas para referência onda triangular

É marcante a diferença do comportamento, o que significa que a estratégia RN-CEV/MD atuando juntamente com o controlador PID garantiu ao sistema a capacidade de responder adequadamente às mudanças bruscas seqüenciais do sinal de referência. É interessante observar o comportamento da superfície de deslizamento, definida como sendo o erro entre a referência e a velocidade da máquina, mostrado na figura 7.15. Nota-se que durante as mudanças bruscas, o sistema mantém as características de alcançabilidade e atratividade em torno da superfície de deslizamento ideal $s(t) = e(t) = 0$.

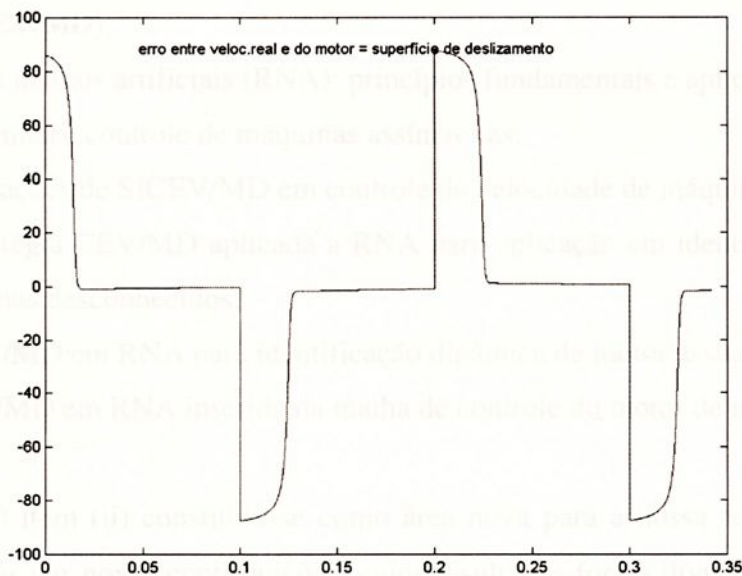


Figura 7.15 –Superfície de Deslizamento para ajuste da rede Adaline: sinal de erro entre velocidade real do motor e velocidade de referência

VIII. CONCLUSÕES

Este texto, apresentado sob a forma de relatório científico, apresentou análises e desenvolvimentos que constituíram o trabalho de pesquisa desenvolvido durante o período março de 1995 até a presente data. O enfoque principal dado foi “Controle de Estrutura Variável e Modos Deslizantes” (CEV/MD) e aplicações em Máquinas de Indução. No entanto, juntamente com este tema central, os seguintes tópicos foram abordados:

- (i) sistemas incertos com controle de estrutura variável e modos deslizantes (SICEV/MD);
- (ii) redes neurais artificiais (RNA): princípios fundamentais e aplicações em controle;
- (iii) dinâmica e controle de máquinas assíncronas;
- (iv) aplicações de SICEV/MD em controle de velocidade de máquinas assíncronas;
- (v) estratégia CEV/MD aplicada a RNA para aplicação em identificação dinâmica de sistemas desconhecidos;
- (vi) CEV/MD em RNA para identificação dinâmica de motor assíncrono controlado;
- (vii) CEV/MD em RNA inserida na malha de controle do motor de indução.

O item (ii) constituiu-se como área nova para a nossa formação; nos demais itens pudemos dar novas contribuições, cujos resultados foram divulgados em congressos, os quais relacionamos no capítulo IX a seguir.

Ainda, em (v) e (vi) ganhamos motivação para prosseguir nas pesquisas, de modo a avançar com a metodologia proposta, para inclusão na malha de controle de sistemas desconhecidos e/ou incertos, tendo sido apresentados alguns resultados em (vii).

Consideramos importante continuar na linha de pesquisa CEV/MD em RNA por que ainda há muito a ser desenvolvido em aplicações direcionadas para diversas estratégias, tais como “Controle Inverso”, “Controle por Modelo de Referência” e “Identificação de Sistemas”.

IX. DIVULGAÇÃO DOS RESULTADOS

GARCIA, J.P.F e BENNATON, J.F. Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes - Um Estudo Considerando Variáveis de Estado Inacessíveis e Aplicação em Controle Automático da Geração. In: XI CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA), setembro/1996, São Paulo. *Anais* São Paulo: Sociedade Brasileira de Automática, 1996, p.1543-1548.

GARCIA, J.P.F e BENNATON, J.F. Estudos Comparativos sobre Robustez de Diferentes Metodologias de Controle Automático da Geração com Acesso Parcial aos Estados do Sistema. In: 9º CONGRESO Y EXPOSICION INTERNACIONAL DE LA ENERGIA ELECTRICA, setembro/1996, Buenos Aires – Argentina.

SILVA, S.G. and GARCIA, J.P.F. and TEIXEIRA, M.C.M.. Variable structure controller and observer applied to induction machine. In: 5th INTERNATIONAL WORKSHOP ON ADVANCED MOTION CONTROL AMC'98, september/1998, Coimbra – Portugal. *Proceedings* Coimbra: IEEE Industrial Electronics Society, IEEE Robotics and Automation Society, september/1998, p.123–128.

SILVA, S.G. e GARCIA, J.P.F. Controlador e Observador com Estrutura Variável e Modos Deslizantes Aplicados numa Máquina de Indução em Coordenadas de Campo com Correntes de Estator Impostas. In: XII CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA)- setembro/1998, Uberlândia/MG. *Anais* Uberlândia/MG: Sociedade Brasileira de Automática, 1998, p. 1823-1828.

MARTINS, E. e GARCIA, J.P.F. -Estudos e Implementação de Controle por Microcomputador do Pêndulo Invertido – VII Reunião de Iniciação Científica da FEIS/UNESP - setembro/1999..

MARTINS, E. e GARCIA, J.P.F. - Controle LQG/LTR e Modos Deslizantes via
Microcomputador do Pêndulo Invertido – XI Congresso de Iniciação Científica-
outubro/1999 – UNESP.

- [1] B. Widrow and M. A. Lehr - 30 Years of Adaptive Neural Networks: Perception, Madaline, and Backpropagation - Proc. of the IEEE, pp. 1415-1441, 1990.
- [2] K. J. Hunt, D. Sharboro and P.J. Gawthrop - "Neural Networks for Control Systems - a Survey" - Automatica, vol. 28, n.6, pp. 1083-1112, 1992.
- [3] Sutton, R.S. e Werbos, P.J. - Neural Networks for Control - MIT Press, 1992.
- [4] Sastry, S. e Bodson, M. - Adaptive Control - Stability, Convergence and Robustness - Prentice-Hall International Edition, 1989.
- [5] Koehn, C. e Segev, I. - Methods in Neural Modeling, MIT Press, 1992.
- [6] Narendra, R.S. and Parthasarathy - Identification and control of dynamical systems using neural networks - IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 1, No pp 4-27, 1990.
- [7] Shoureshi, R. and Chu, S.R. - Hopfield-Based Adaptive State Estimators - International Conference on Neural Networks, San Francisco, CA, USA, pp. 1289-1294, 1993.
- [8] S. K. Spurgeon - "Choice of Discontinuous Control Component for Robust Sliding Mode Performance" - International Journal of Control, 53, 163-179.
- [9] S. K. Spurgeon and R. Davies - "A Nonlinear Control Strategy for Robust Sliding Mode Performance in the Presence of Unmatched Uncertainty" - International Journal of Control, vol. 57, n° 5, 1107-1123.
- [10] H. Sira-Ramirez and E. Cotina-Morales - "A Sliding Mode Strategy for Adaptive Learning in Adalines" - IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, vol. 42, n° 12, December 1995.
- [11] Chung, S., Lee, J., Ko, J., Youn, M. - A Robust Speed Control of Brushless Direct Drive Motor Using Integral Variable Structure Control with Sliding Mode Observer - Conf. Rec. IEEE IAS, Vol. 1, pp 393-400, 1994.
- [12] Leonhard, W. - Control of Electrical Drives - Springer - Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985.



X. BIBLIOGRAFIA

- [1] V. I. Utkin - Sliding Modes in Their Applications in Variable Structure Systems. Moscow, 1978.
- [2] B. Windrow and M. A. Lehr - 30 Years of Adaptive Neural Networks: Perceptron, Madaline, and Backpropagation - Proc. of the IEEE, pp. 1415-1441, 1990.
- [3] K. J. Hunt, D. Sbarbaro and P.J. Gawthrop - "Neural Networks for Control Systems - a Survey" - Automatica, vol. 28, n.6, pp. 1083-1112, 1992.
- [4] Sutton, R.S. e Werbos, P.J. - Neural Networks for Control - MIT Press, 1992;
- [5] Sastry, S. e Bodson, M. - Adaptive Control - Stability, Convergence and Robustness - Prentice-Hall International Edition, 1989
- [6] Koch, C. e Segev, I. - Methods in Neural Modeling, MIT Press, 1992
- [7] Narendra, R.S. and Parthasarathy- Identification and control of dynamical systems using neural networks - IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 1 , No pp 4-27, 1990;
- [8] Shoureshi, R. and Chu,S.R. - Hopfield -Based Adaptive State Estimators - International Conference on Neural Networks, San Francisco, CA, USA. pp. 1289-1294, 1993;
- [9] S. K. Spurgeon - "Choice of Discontinuous Control Component for Robust Sliding Mode Performance"- International Journal of Control, 53, 163-179.
- [10] S. K. Spurgeon and R. Davies - "A Nonlinear Control Strategy for Robust Sliding Mode Performance in the Presence of Unmatched Uncertainty - International Journal of Control, vol. 57, nº 5, 1107-1123.
- [11] H. Sira-Ramirez and E. Colina-Morles - "A Sliding Mode Strategy for Adaptive Learning in Adalines" - IEEE Transactions on Circuits and Systems I. Fundamental Theory and Applications, vol. 42, nº 12, December 1995.
- [12] Chung, S.; Lee, J.; Ko, J.; Youn, M. - A Robust Speed Control of Brushless Direct Drive Motor Using Integral Variable Structure Control with Sliding Mode Observer - Conf. Rec. IEEE IAS, Vol. 1, pp 393-400, 1994.
- [13] Leonhard, W. - Control of Electrical Drives - *Spring - Verlag*; Berlim; Heidelberg; New York; Tokyo,1985.



- [14] Garcia, J.P.F. - Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes - Um Estudo para Aplicação em Controle Carga-frequência da Geração; Tese de Doutorado - USP março/1995.
- [15] Ryan, E.P. and Corless, M.- Ultimate boundedness and asymptotic stability of a class dynamical systems via continuous and discontinuous feedback control – IMA Journal of Mathematics and Control Information, 1, 223-242, 1984.
- [16] De Carlo, R.A. , Zak,S.H. and Mattheus, G.P. – Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial - Proc. IEEE, Vol. 76, nº 3, 212-232, 1988.
- [17] Drazenovic, B. – The invariance conditions in variable structure systems. Automatica, vol. 5, nº 3, 287-295, 1969.



