UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

RODRIGO SANTOS DE FREITAS

Um modelo de programação matemática na elaboração da grade horária dos cursos de graduação do Campus Boa Vista/IFRR

Guaratinguetá - SP
2017

Rodrigo Santos de Freitas

Um modelo de programação matemática na elaboração da grade horária dos cursos de graduação do Campus Boa Vista/IFRR

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia de produção mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Aneirson Francisco da Silva

Guaratinguetá - SP
2017

F224m

Freitas, Rodrigo Santos de

Um Modelo de programação matemática na elaboração de grade horária dos cursos de graduação do campus Boa Vista/IFRR / Rodrigo Santos de Freitas. – Guaratinguetá, 2018.

51 f : il. Bibliografia:

f. 49-51

Trabalho de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Aneirson Francisco da Silva

1. Programação (Matemática) 2. Programação linear 3. Otimização matemática I. Título.

CDU 519.863

Pâmella Benevides Gonçalves

Bibliotecária/CRB-8/9203

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

Rodrigo Santos de Freitas

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE **"GRADUADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO MECÂNICA"**

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM NOME DO CURSO

Arminda Campos

Prof. Dra. ARMINDA EUGENIA MARQUES CAMPOS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Aneirson Francisco da Silva
Orientador/UNESP-FEG

Prof. Dr. Fernando Augusto Silva Marins
UNESP-FEG

Raildo Barros Rodrigues

Analista de Sistemas. Raildo Barros Rodrigues
Membro Externo

Dezembro de 2017

DADOS CURRICULARES

RODRIGO SANTOS DE FREITAS

NASCIMENTO	15.12.1993 – São Paulo / SP
FILIAÇÃO	Diógenes de Freitas Isete Aparecida Santos de Freitas
2012/2017	Curso de Graduação Engenharia de Produção Mecânica – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – Campus de Guaratinguetá
2012/2018	Curso de Graduação Engenharia Industrial – Institut National des Sciences Appliquées – Campus de Lyon

dedico este trabalho especialmente aos meus pais que se esforçaram para me oferecer uma educação de qualidade.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos,

ao meu orientador, *Prof. Dr. Aneirson* que jamais deixou de me incentivar. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível.

a todos os professores com quem pude aprender muito e cuja contribuição foi essencial para a minha formação.

aos meus pais *Diógenes e Isete*, que apesar das dificuldades enfrentadas, sempre incentivaram meus estudos.

aos meus irmãos, *Raul*, *Renan e Karisa,* companheiros de caminhada e melhores amigos.

às funcionárias da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar.

aos funcionários da Faculdade de Engenharia do Campos de Guaratinguetá pela dedicação e alegria no atendimento.

“Nossa maior fraqueza é a desistência. O caminho mais certeiro para o sucesso é sempre tentar apenas uma vez mais.”

Thomas Edison

RESUMO

O processo de elaboração de grade horária envolve a alocação de professores a disciplinas e de disciplinas a um calendário. Na grande maioria das instituições essa decisão é tomada de maneira manual e por ser um processo complexo, moroso e cansativo para os responsáveis por esta atividade, deve-se buscar simplificá-lo. No Instituto Federal de Roraima (IFRR) não é diferente e a busca de uma maneira automatizada para auxiliar os coordenadores nesse processo é o tema desse trabalho. Busca-se a criação de uma ferramenta capaz de otimizar o tempo de construção, elimine os conflitos de horários e que sua utilização seja prática e rápida. O objetivo deste trabalho é criar um modelo de programação inteira mista que permita a elaboração da tabela de horário dos cursos de graduação do Campus Boa Vista/IFRR. O modelo construído mostrou resultados de alto desempenho para o problema de alocação de professor a disciplinas e de criação do calendário de aulas, tudo equilibrando a carga horária semanal entre os professores e priorizando algumas preferências dos docentes.

PALAVRAS-CHAVE: Instituição de ensino superior. Grade horária. Programação por metas. Programação linear inteira. Automação de grade horária. Otimização.

ABSTRACT

The scheduling process involves the allocation of teachers to disciplines and disciplines to a schedule. In the great majority of institutions, this decision is taken manually and because it is a complex process, time consuming and tiresome for those responsible for this activity, it should be sought to simplify it. At the Federal Institute of Roraima (IFRR) it is no different and the search for an automated way to assist the coordinators in this process is the theme of this work. It seeks to create a tool capable of optimizing the construction time, eliminating the conflicts of schedules and that its use is practical and fast. The objective of this work is to create a model of mixed integer programming that allows the preparation of the timetable of the graduation courses of Campus Boa Vista / IFRR. The constructed model showed high performance results for the problem of teacher allocation to disciplines and the creation of the class schedule, all balancing the weekly workload among teachers and prioritizing some teacher preferences.

KEYWORDS: Institution of higher education. Timetable. Goal programming. Integer linear programming. Timetable automation. Optimization.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BILP	Binary Integer Linear Optimization Problem
BIO	Ciências Biológicas
CCTP	Curriculum based Course Timetabling Problem
CD	Class Decomposition
CF	Choice Function
DD	Day Decomposition
EDF	Educação Física
ESP	Letras Espanhol
ETP	Examination Timetabling Problem
GH	Gestão Hospitalar
GT	Gestão de Turismo
HSTP	High School Timetabling Problem
IFRR	Instituto Federal de Roraima
IL	Busca Local Iterativa
ILP	Integer Optimization Problem
ITC	International Timetabling Competition
LLH	Lower Level Heuristic
LP	Linear Optimization Problem
MAT	Licenciatura em Matemática
MCRCSP	Multi-Activity Combined Timetabling and Crew Scheduling Problem
MILP	Mixed Integer Linear Optimization Problem
PECTP	Post-Enrolment based Course Timetabling Problem
PLI	Programação Linear Inteira
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
RD	Random Descent
RP	Random Permutation
RPD	Random Permutation Descent
SA	Saneamento Ambiental
SR	Simple Random
STP	School Timetabling Problem
TADS	Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas
TD	Teacher Decomposition
UCTP	University Course Timetabling Problem
VNS	Variable Neighborhood Search

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O problema de criação de grade horária tem ganhado muita importância no meio científico de Pesquisa Operacional, graças à criação do *International Timetabling Competition* (ITC) em 2002. Desde então, duas outras edições desse desafio internacional ocorreram, 2007 e 2011 (MÉNDEZ-DÍAZ; ZABALA; MIRANDA-BRONT, 2016).

Bucco, Bornia-Poulsen e Bandeira (2017) evidenciam dois tipos desse problema no ambiente educacional: *University Course Timetabling Problem* (UCTP) e *School Timetabling Problem* (STP), que segundo os mesmos possuem grandes diferenças na modelização.

De acordo com Kristiansen, Sorensen e Stidsen (2014), o UCTP é um problema encontrado em vários países, entretanto, é difícil encontrar uma solução generalizada por apresentar variações consideráveis nas restrições de país para país. Além disso, a maior parte dos métodos conhecidos para a resolução dessa necessidade consiste em heurísticas, razão pela qual se desenvolvem diversas pesquisas sobre a aplicação de métodos de Programação Inteira (PHILLIPS et al., 2014).

Com o intuito de incentivar ainda mais pesquisas nessa área, a ITC 2007 abriu caminho para se discutir detalhadamente três frentes de UCTP: *Examination Timetabling Problem* (ETP), *Post-Enrolment based Course Timetabling problem* (PECTP) e *Curriculum based Course Timetabling Problem* (CCTP).

Segundo Méndez-Díaz, Zabala e Miranda-Bront (2016), o ETP busca programar exames em um horizonte de tempo, enquanto o PECTP e o CCTP consistem em programar uma quantidade de eventos a serem realizados em determinada sala e horário. Os dois últimos se diferenciam com relação aos dados de entrada, onde o primeiro considera as escolhas dos estudantes, enquanto o segundo se baseia no currículo imposto pela universidade.

Segundo Phillips et al. (2014), os problemas UCTP são classificados como sendo NP-complexos, ou seja, exigem recursos computacionais elevados.

A situação no Instituto Federal de Roraima (IFRR) não é diferente da maioria das universidades com relação a este tema, logo a necessidade de se buscar soluções para facilitar a criação da grade de horários da organização ganha importância.

O problema pode ser considerado como um PECTP, logo este trabalho pretende aprofundar o assunto de maneira a construir uma base suficiente para o desenvolvimento de um modelo que facilite o trabalho árduo de alocação de horário de aula.

1.2 DELIMITAÇÃO E QUESTÃO DE PESQUISA

Este projeto está delimitado a aplicação no Campus Boa Vista do Instituto Federal de Roraima (IFRR). Para o desenvolvimento do trabalho serão considerados os oito cursos de graduação oferecidos pela instituição, ou seja, Tecnologia em Analise e Desenvolvimento de Sistemas, Gestão em Turismo, Gestão Hospitalar, Saneamento Ambiental, Licenciatura em Matemática, Ciências Biológicas, Letras Espanhol e Educação Física.

As questões de pesquisa norteadoras deste projeto são:

- Quais as características desejáveis para um sistema computacional que permita a elaboração da grade horária do Campus Boa Vista do Instituto Federal de Roraima (IFRR)?
- Que tipo de modelo de Programação Matemática poderia ser adaptado para representar o problema da elaboração da grade horária do Campus Boa Vista do Instituto Federal de Roraima (IFRR)?

1.3 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS

Visando obterem-se as respostas adequadas às questões de pesquisa já elencadas, o objetivo geral foi aplicar um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) que permita a elaboração da grade horária do Campus Boa Vista do Instituto Federal de Roraima (IFRR).

Como objetivos específicos teve-se:

- Identificar as características particulares da grade horária do Campus Boa Vista do Instituto Federal de Roraima (IFRR);
- Desenvolver um modelo PLIM na elaboração da grade horária do Campus Boa Vista do Instituto Federal de Roraima (IFRR).
- Validar o modelo algébrico por meio de especialistas.

O problema de criação de grade horaria é resolvido de maneira manual e empírica, o que nem sempre garante o atendimento a todas as necessidades dos envolvidos na questão (KOTSKO; MACHADO; SANTOS, 2005). Para Cardoso e Marcelino (2010), esse tipo de solução além de requerer muito trabalho torna-se injusta para a grande maioria e benéfica para poucos.

Paravidino Neto e Vianna (2013) caracterizaram esse processo como lento e difícil, além de salientarem a necessidade de criação de algoritmos ou formas matemáticas para a resolução do problema. Kristiansen, Sorensen e Stidsen (2014) seguiram a mesma lógica de Paravidino Neto e Viana ao afirmarem que a qualidade da solução encontrada por métodos artesanais não é facilmente avaliada, enquanto que a programação inteira garante uma solução ótima.

A avaliação dessas soluções torna-se muito importante, pois o processo de criação de horários é um importante auxiliar para as tomadas de decisão (PINEDO, 2016). De acordo com Bucco, Bornia-Poulsen e Bandeira (2017), as técnicas de Pesquisa Operacional podem ser de extrema importância não somente para o planejamento, mas também para a gestão de espaços, sendo capazes de apontar a real necessidade de espaços de aula e espaços auxiliares.

Ainda pensando na importância desse problema na tomada de decisões e como a Pesquisa Operacional pode auxiliar nesse processo, pode-se afirmar que projetos que se desenvolvam nessa área podem ajudar a resolver transtornos causados por alterações de restrições ao longo do ano, sendo capaz assim de equilibrar melhor a carga horaria entre os professores e diminuir prejuízos financeiros, de mal alocação de recursos por exemplo. (CARDOSO; MARCELINO, 2010).

No campus Boa Vista / IFRR, o problema não é diferente. O coordenador de cada curso é o responsável por elaborar a grade horaria, que é feita de forma manual. Esse é um trabalho desgastante e demorado, pois torna-se difícil gerenciar todos os fatores de maneira a evitar conflitos no horário. Uma ferramenta que facilitasse esse trabalho, economizaria tempo de 8 coordenadores de curso, que são recursos importantes e de custo consideravelmente elevado para a instituição, tornando essa etapa mais eficiente.

Visto o que foi exposto, realizou-se uma pesquisa nas bases de dados Scopus, Scielo e Google Acadêmico, no período de 2013 a 2017, usando as palavras-chave: *Timetabling*, *Class Timetable*, *Class Schedule*, *Timetable Problem*, *Operational Research*, *Optimization* e *Heuristic*.

Os resultados são apresentados nas Tabelas 1 a 3:

Tabela 1 – Resultados de busca na base de dados Scopus

Base de dados Scopus		
Palavras-chave	Ocorrências	Período
"*Timetabling*" e "*Mixed Integer Programming*"	21	2013 a 2017
"*Timetabling*" e "*Optimization*"	298	2013 a 2017
"*Timetabling*" e "*Heuristic*"	191	2013 a 2017
"*Class Timetabling*" e "*Mixed Integer Programming*"	0	2013 a 2017
"*Class Schedule*" e "*Mixed Integer Programming*"	0	2013 a 2017
"*Timetabling Problem*" e "*Mixed Integer Programming*"	7	2013 a 2017
"*Timetabling Problem*" e "*Optimization*"	162	2013 a 2017

Fonte: Produção do próprio autor

Tabela 2 – Resultados de busca na base de dados Scielo

Base de dados Scielo		
Palavras-chave	Ocorrências	Período
"*Timetabling*" e "*Mixed Integer Programming*"	1	2013 a 2017
"*Timetabling*" e "*Optimization*"	2	2013 a 2017
"*Timetabling*" e "*Heuristic*"	0	2013 a 2017
"*Class Timetabling*" e "*Mixed Integer Programming*"	0	2013 a 2017
"*Class Schedule*" e "*Mixed Integer Programming*"	0	2013 a 2017
"*Timetabling Problem*" e "*Mixed Integer Programming*"	1	2013 a 2017
"*Timetabling Problem*" e "*Optimization*"	2	2013 a 2017

Fonte: Produção do próprio autor

Tabela 3 – Resultados de busca na base de dados Google Acadêmico

Base de dados Google Acadêmico		
Palavras-chave	Ocorrências	Período
"*Timetabling*" e "*Mixed Integer Programming*"	913	2013 a 2017
"*Timetabling*" e "*Optimization*"	6040	2013 a 2017
"*Timetabling*" e "*Heuristic*"	4740	2013 a 2017
"*Class Timetabling*" e "*Mixed Integer Programming*"	31	2013 a 2017
"*Class Schedule*" e "*Mixed Integer Programming*"	13	2013 a 2017
"*Timetabling Problem*" e "*Mixed Integer Programming*"	396	2013 a 2017
"*Timetabling Problem*" e "*Optimization*"	2290	2013 a 2017

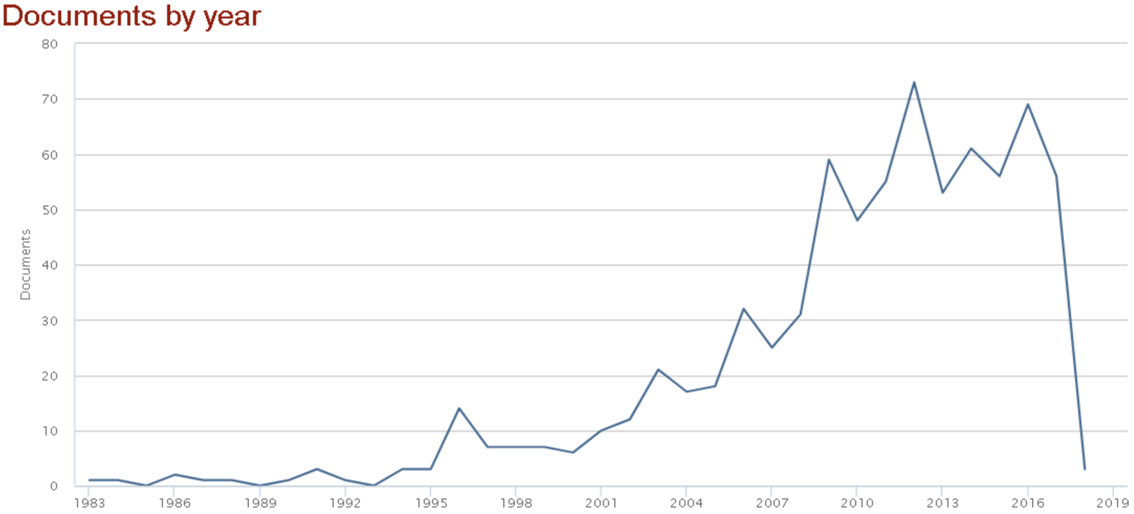
Fonte: Produção do próprio autor

A combinação das palavras "*Timetabling*" e "*Optimization*" são as mais frequentes em todas as bases pesquisadas, incluindo a combinação "*Timetabling*" e "*Heuristic*", o que mostra uma busca mais intensiva por métodos que possam otimizar a solução ao invés de apenas haver a preocupação de se encontrar uma solução viável adequada.

Para analisar a evolução desse tema ao longo dos anos, a Figura 1 foi feita a partir da base de dados Scopus em 02 de outubro de 2017, utilizando as palavras-chaves "*Timetabling*" e "*Optimization*". O resultado mostra um crescente na investigação de soluções sobre esse tema, tendo seu pico em 2012 com 73 artigos publicados. Em 2017 essa meta já está em 56 artigos publicados.

Diante do que foi exposto, esta pesquisa é justificada pela sua relevância e contribuição científica na área de programação de horários, além da sua contribuição social para a instituição, por meio de uma solução para o problema de construção de horários, que diminua o trabalho dos coordenadores de cursos, evitando o desperdício de tempo, amenizando a quantidade de erros, promovendo a satisfação para o corpo docente e discente, contando também com segurança e confiabilidade na criação dos horários acadêmicos.

Figura 1 – Evolução das publicações sobre os temas "*Timetabling*" e "*Optimization*".

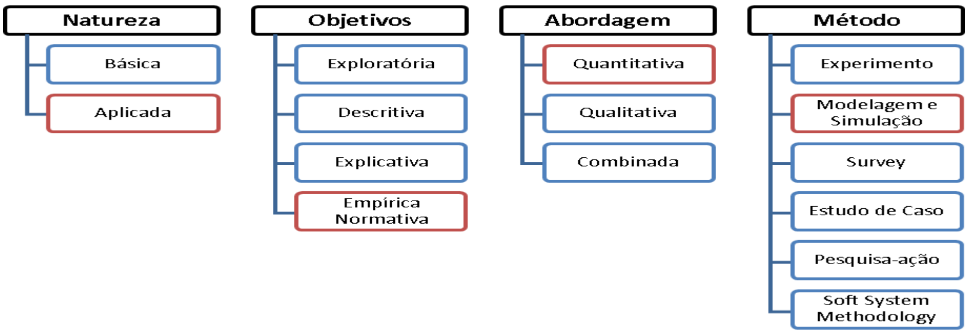


Fonte: Produção do próprio autor

1.4 MATERIAIS E MÉTODOS

Segundo Bertrand e Fransoo (2002), uma pesquisa pode ser classificada de acordo com o esquema apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Classificação de pesquisa científica



Fonte: Adaptado de Bertrand e Fransoo (2002).

Ainda segundo os mesmos autores, esta pesquisa pode ser classificada como:

- Quanto a natureza é uma pesquisa aplicada, pois seus resultados servirão para uma aplicação pratica em um problema específico;
- Quanto aos objetivos a pesquisa tem caráter empírico normativo, pois haverá a necessidade de coletar dados na origem do problema e estabelecer critérios para a tomada de decisão;
- Quanto a abordagem, neste trabalho é quantitativa, pois é centrada na objetividade, análise de dados e recorre à linguagem matemática para descrever um fenômeno considerando as relações entre as variáveis;

- Quanto ao método a pesquisa utiliza a modelagem e simulação, pois a descrição do problema será feita com técnicas de modelagem da Pesquisa Operacional.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho se divide em mais três capítulos. O segundo capítulo contém a fundamentação teórica envolvendo a Pesquisa Operacional, mais especificamente os modelos de Programação Linear Inteira, assim como Algoritmos e alguns estudos referentes à resolução de problemas de criação da Grade Horária. O Capítulo 3 apresenta a descrição e modelagem do problema proposta, além dos resultados obtidos por meio de um modelo simplificado. Por fim, seguem, no Capítulo 4, as análises, conclusões e recomendações de trabalhos futuros, seguidas das referências bibliográficas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TÉORICA

2.1 PESQUISA OPERACIONAL

O contexto de competitividade e concorrência que vive as organizações exige bons resultados, decisões dinâmicas e precisas em pouco tempo (ANDRIOTTI; FREITAS; MARTENS, 2013).

Segundo El Haloui e Kriouile (2016), as empresas estão constantemente buscando melhorias de desempenho, aumento de produtividade e reduções nos gastos. Os autores afirmam ainda que umas das ferramentas utilizadas para alcançar essas metas é Pesquisa Operacional- PO.

Belfiore e Fávero (2013) defendem o marco inicial da Pesquisa Operacional (PO) como tendo ocorrido nos primórdios da Segunda Guerra Mundial, por parte de cientistas convocados pelos comandos britânicos e norte-americanos. Ele ainda afirma que esse método foi desenvolvido com o intuito de alocar de maneira mais eficiente os recursos escassos das operações militares, sendo assim um dos principais fatores da vitória britânica da Batalha Aérea na Grã-Bretanha e em operações de comboio e antissubmarino.

Segundo Hillier e Lieberman (2013), após o fim da Guerra, o mundo da indústria tornou-se o foco principal. Com o crescente desenvolvimento, a complexidade dos problemas industriais seguiu a mesma tendência e soluções eficientes passaram a ser necessárias.

A utilidade da Pesquisa Operacional é evidenciada por Belfiore e Fávero (2013), quando afirmam que essa ferramenta auxilia no processo de tomada de decisão a partir da modelagem de uma situação real, podendo assim ser utilizada na resolução de grande parte dos problemas gerenciais. Ainda segundo os autores, essa modelagem possui três principais fatores principais: variáveis de decisão e parâmetros, função objetivo e restrições.

Algumas fases são necessárias para uma aplicação eficiente e eficaz dos métodos de pesquisa operacional, segundo Taha (2007) são elas:

- Definição do problema – Determinar os objetivos, as limitações e as alternativas de solução do estudo;
- Construção do modelo – Tradução do problema real em linguagem matemática;
- Solução do modelo – Resolver o modelo proposto, geralmente a partir de algoritmos e softwares;

- Validação do modelo – Verificar se o resultado do modelo proposto atende as necessidades e aos objetivos inicialmente definidos, além de propor soluções aceitáveis e de alto desempenho;
- Implementação da solução – Fazer com que o modelo seja acessível e facilmente compreensível para as pessoas que administrarão o sistema.

Winston (2004) propõe uma classificação em 4 diferentes níveis:

- Quanto à periodicidade - estático ou dinâmico: Um modelo é estático quando suas variáveis de decisão estão limitadas à um período único, enquanto no modelo dinâmico existe uma periodicidade e os resultados dos múltiplos períodos interferem na função objetivo;
- Quanto à linearidade das funções - Linear ou não-linear: Quando as variáveis de decisão da função objetivo e das restrições de um modelo estão multiplicadas apenas por constantes e somadas, ou subtraídas, este modelo é considerado linear. Caso contrário, trata-se de um modelo não-linear;
- Quanto aos tipos de variáveis - inteiro ou não inteiro: Quando uma ou mais variáveis de decisão do modelo deve ser inteira, o modelo é considerado inteiro. Caso contrário ele é não inteiro;
- Quanto ao universo de soluções - determinístico ou estocástico: em um modelo determinístico sabe-se o valor da função objetivo para qualquer que sejam os valores das variáveis. Caso contrário o modelo é estocástico.

Nos tópicos a seguir serão apresentadas, em mais detalhes, técnicas conhecidas para a resolução do problema de criação de grade horária, como a programação linear e inteira, algoritmos e métodos híbridos.

2.2 PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

2.2.1 Bases da programação linear inteira

Um programa linear consiste em um conjunto de desigualdades acompanhadas de uma única função objetivo a ser otimizada, ou seja, maximizada ou minimizada como podemos observar nas equações (1) à (4). Neste formato, podem ser resolvidos utilizando o método simplex, desenvolvido por George Dantzig em 1947, ou o método de pontos interiores, proposto por Khachiyan em 1979 (REINERT; KLAU, 2011)

Função objetivo a ser otimizada:

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \tag{1}$$

Restrições genéricas:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n \leq b_1 \tag{2}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n \leq b_2 \tag{3}$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots a_{mn}x_n \leq b_m \tag{4}$$

Segundo Cormen et al. (2002) existem duas maneiras distintas de classificar programas lineares quanto à forma, padrão ou relaxada. Na primeira forma, todas as restrições consistem em igualdades ou desigualdades com sinal de menor ou igual a, enquanto que na segunda forma as restrições devem ser apenas igualdades, com exceção da não negatividade das variáveis de decisão.

A existência de variáveis de decisão que possam apenas admitir valores inteiros caracteriza um programa linear inteiro. Essa pequena diferença na formulação transforma a solução em NP-complexa, ou seja, um problema de decisão que pode ser solucionado em tempo polinomial em uma máquina de Turing não determinística (REINERT; KLAU, 2011). Os autores afirmam ainda que existem diversas técnicas para resolução desses problemas e em sua grande maioria elas começam por buscar soluções do problema relaxado, ignorando algumas restrições inicialmente.

Para Hoffman e Ralphs (2012) programas lineares mistos buscam alocar recursos limitados, de maneira a otimizar o objetivo, sendo alguns desses recursos, como pessoas ou maquinas, somente podem ser divididos em partes discretas. Isso diminui consideravelmente o universo de soluções possíveis. Os autores ainda apresentam a forma geral de um *Mixed Integer linear optimization problem* (MILP):

$$\max \sum_{i \in B} c_i x_i + \sum_{i \in I} c_i x_i + \sum_{i \in C} c_i x_i \tag{5}$$

$$\text{sujeito a} \sum_{j \in B} a_{ij} x_i + \sum_{j \in I} a_{ij} x_i + \sum_{j \in C} a_{ij} x_i \begin{Bmatrix} \leq \\ = \\ \geq \end{Bmatrix} b_i \quad \forall\, i \in M, \tag{6}$$

$$l_i \leq x_j \leq u_i \quad \forall\, i \in N = B \cup I \cup C, \tag{7}$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall\, j \in B, \tag{8}$$

$$x_j \in \mathbb{Z} \quad \forall\, j \in I, e \tag{9}$$

$$x_j \in \mathbb{R} \quad \forall\, j \in C. \tag{10}$$

sendo:

- A solução é encontrar valores para x_i ($i \in$ N);
- O objetivo é maximizar a soma ponderada (5);
- c_j ($i \in$ N): são coeficientes conhecidos;
- *B*: conjunto de índices das variáveis binarias;
- *I*: conjunto de índices das variáveis inteiras;
- *C*: conjunto de índices das variáveis continuas;
- l_i: limite inferior para as variáveis x_i;
- u_i: limite superior para as variáveis x_i.

Hoffman e Ralphs (2012) afirmam ainda que esse modelo pode ser facilmente transformado em diversos outros conhecidos da programação linear, como *linear optimization problem* (LP), se B = I = Ø, *binary integer linear optimization problem* (BILP), se C = I = Ø, e *integer optimization problem* (ILP), se C = Ø.

2.2.2 Formulação genérica para problemas de *scheduling*

A criação de uma grade horaria é um problema de *scheduling* que consiste em alocar eventos em determinados horários e salas de aula. Um evento pode ser considerado como o encontro de um professor, com uma turma de alunos de determinado curso, para ministrar a matéria em horário e local definido, sempre respeitando as políticas diversas da instituição em estudo (CARDOSO; MARCELINO, 2010).

Lach e Lübbecke (2008) apresentam um modelo genérico para problemas desse tipo que leva em consideração as restrições *hard* de conflito de tempo e de sala. Segundo os autores, essa formulação é facilmente modificada para se conseguir implementar também as restrições *softs*. O modelo é apresentado a seguir.

$$\min \sum_{c,t,r} prio(c,t) * x_{c,t,r} \tag{11}$$

$$s.t. \quad \sum_{t \in T(c), r \in R(c)} x_{c,t,r} = l(c) \qquad \forall\, c \in C \tag{12}$$

$$\sum_{c \in R^{-1}(r)} x_{c,t,r} \leq 1 \qquad \forall\, t \in T, r \in R \tag{13}$$

$$\sum_{r \in R(c_1)} c_{c1,t1,r} + \sum_{r \in R(c_2)} x_{c2,t2,r} \leq 1 \qquad \forall\, \big((c1,t1),(c2,t2)\big) \in E_{conf} \tag{14}$$

$$x_{c,t,r} \in \{0,1\} \qquad \forall\, (c,t) \in V_{conf}, r \in R \tag{15}$$

sendo:

- C: conjunto de matérias a serem ministrados;
- R: conjunto de salas;
- T: conjunto de horários;
- $T(c)$: intervalos de tempo disponíveis para a matéria c;
- $R(c)$: salas disponíveis para a matéria c;
- $R^{-1}(r)$: conjunto de matérias que serão realizadas na sala r;
- $l(c)$: número de horários diferentes para a matéria c que deve ser definido;
- $prio(c, t)$: preferência do professor da matéria c pelo horário t. Quanto menor o valor de prio(c, t), maior a preferência;
- G_{conf}: grafos de conflito de horários ($G_{conf} = (V_{conf}, E_{conf})$);
- $X_{c,t,r}$: variável binaria que define se a matéria c foi alocada à sala r no horário t;
- $c \in C; r \in R; t \in T; T(c) \subset T; R(c) \subset R; R^{-1}(r) \subset C;$
- O modelo garante número suficiente de horários por matéria (12), evita conflitos de sala (13) e evita conflitos de horários (14).

2.3 ALGORÍTMOS

Além da Programação Linear Inteira, Borchani, Elloumi e Masmoudi (2017) destacam diferentes heurísticas para a resolução desse problema, como os algoritmos genéticos, métodos híbridos e o foco de seu trabalho, o algoritmo *Variable Neighborhood Search* (VNS). Paravidino Neto e Vianna (2013) ainda apresentam o método de Busca Local Iterativa (ILS), muito semelhante ao VNS.

2.3.1 Algoritmo genético

O algoritmo genético é uma técnica de heurística, inspirada na teoria de Darwin, que considera soluções aceitáveis para um determinado problema. Ele se baseia em indivíduos, que representam uma solução para o problema, e em população, que é um conjunto de indivíduos (RODRIGUEZ ET AL., 2014).

Ainda segundo Rodriguez et al. (2014), uma das principais aplicações do algoritmo genético é a automatização na criação de grade horaria. O procedimento para encontrar uma solução satisfatória inicia-se com uma população aleatória e a partir da aplicação de operadores genéticos à membros das populações encontra-se novos indivíduos, com variância nas características consideravelmente mais baixa.

Almeida, Medeiros e Oliveira (2015) apresentam um exemplo de iteração do algoritmo genético por eles utilizado. A partir de uma população, dois indivíduos e uma matriz de seleção de genes são escolhidos aleatoriamente, como se pode notar nas Figuras 3 e 4:

Figura 3 – Indivíduos escolhidos para aplicar iteração do algoritmo genético

Parent 1

mon	tue	wed	thu	fri
L	I	F	A	T
A	T	A	I	F
		L		

Parent 2

mon	tue	wed	thu	fri
I		F	F	T
A	A	A	T	I
	L			

Matérias
L = Logica
A = Algoritmos
I = Introdução a informática
T = Teoria da administração
F = Fundamentação matemática

Fonte: Adaptado de Almeida, Medeiros e Oliveira (2015).

Figura 4 – Matriz de seleção de genes

mon	tue	wed	thu	fri
1	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0

Fonte: Almeida, Medeiros e Oliveira (2015).

Escolhe-se um parente como base. Todos os genes correspondentes aos valores 0 da matriz de seleção de genes são retirados e preenchidos pelos genes do outro parente, em ordem cronológica. A Figura 5 mostra essas duas etapas da iteração.

Figura 5 – Exemplo de iteração do algoritmo genético

mon	tue	wed	thu	fri
L	I			T
	T	A		

mon	tue	wed	thu	fri
L	I		A	T
I	T	A	L	F
	A			A

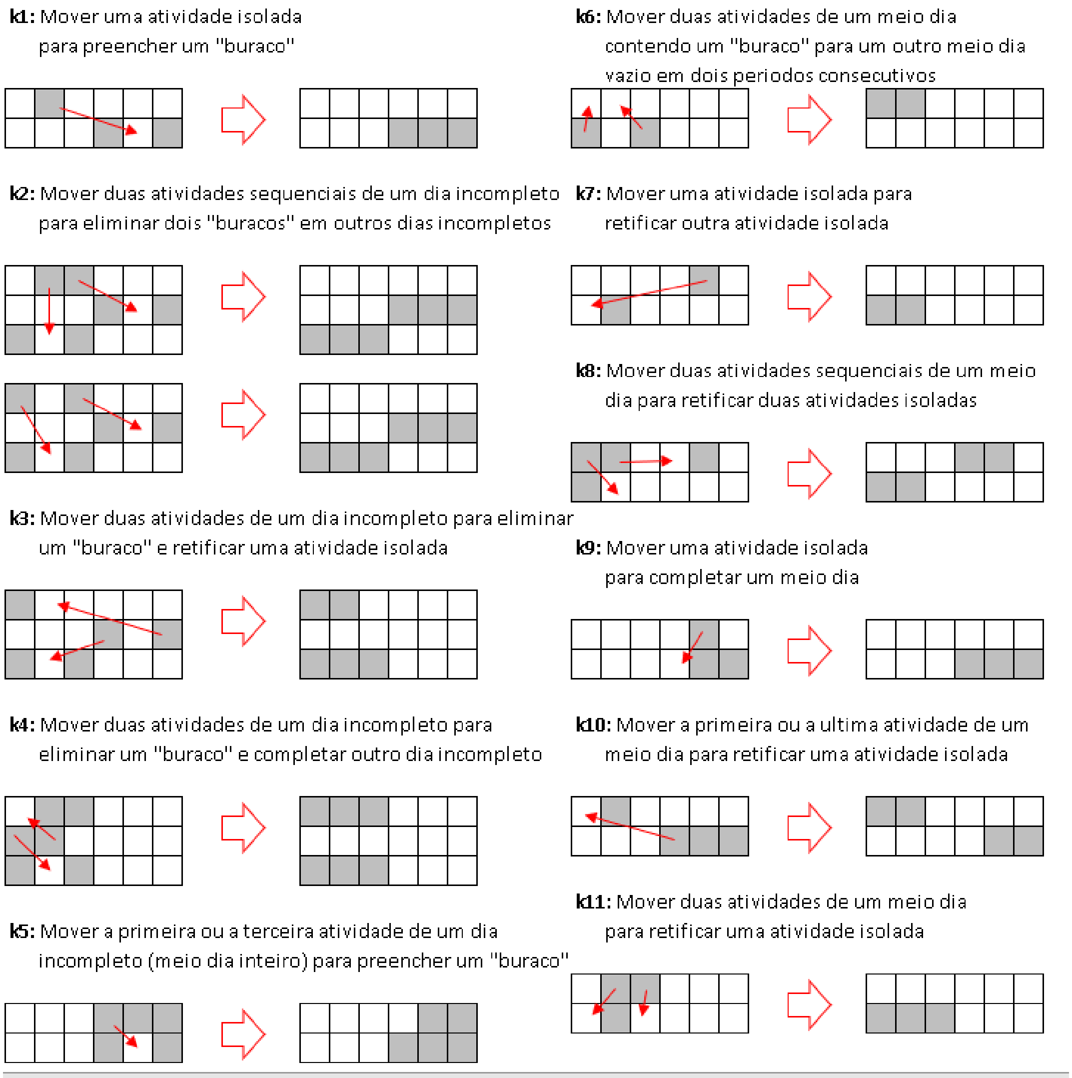
Fonte: Adaptado de Almeida, Medeiros e Oliveira (2015).

De acordo com Almeida, Medeiros e Oliveira (2015), o criador e/ou utilizador do algoritmo genético deve previamente definir os dados que representarão o cromossomo (características que definem se a configuração atende ou não a todas as restrições), assim como a taxa de mutação, o número de gerações, como ocorrerá a substituição das populações e o critério de parada. Esses aspectos influenciam diretamente na qualidade das soluções e desempenhos do algoritmo.

2.3.2 Variable Neighborhood Search

Para se aplicar esse método, deve-se possuir inicialmente uma solução inicial para o problema e um conjunto de ações logicas, conhecido como *Neighborhood Structure* e exemplificado pela Figura 6. Essas ações são responsáveis pelas modificações na solução, possibilitando a sua melhoria (BORCHANI; ELLOUMI; MASMOUDI, 2017).

Figura 6 – Exemplo de *Neighborhood Structure*



Fonte: Adaptado de Borchani, Elloumi e Masmoudi (2017).

Uma vez encontrada a solução inicial e definida a *Neighborhood Structure*, aplica-se o algoritmo básico do VNS, que é definido por Fonseca e Santos (2014) como apresentado na Figura 7.

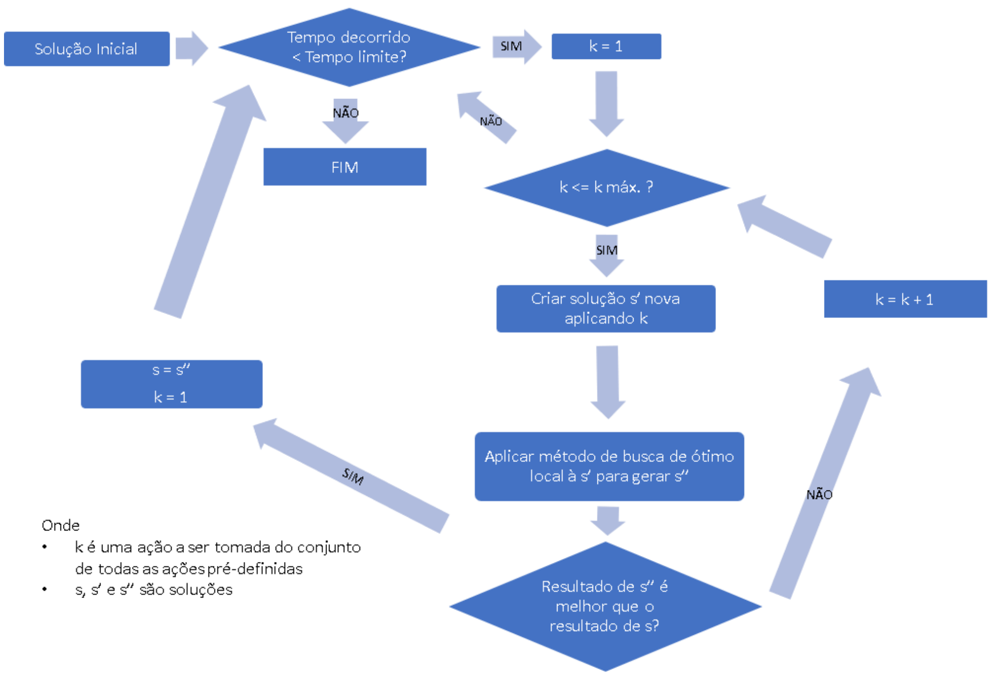
Figura 7 – Algoritmo básico de aplicação do VNS

```
Input: Initial solution s.
Output: Best solution s found.
while elapsedTime < timeout do
    k ← 1;
    while k ≤ k_max do
        Generate a random neighbor s′ ∈ N_k(s);
        s″ ← descentMethod(s′);
        if f(s″) ≤ f(s) then
            s ← s″;
            k ← 1;
        else
            k ← k + 1;
return s;
```

Fonte: Fonseca e Santos (2014).

Para uma melhor compreensão do algoritmo, foi criado a representação gráfica dessas etapas, que é apresentada na Figura 8.

Figura 8 – Representação gráfica do algoritmo VNS



Fonte: Produção do próprio autor.

2.3.3 Métodos híbridos

Métodos híbridos são aqueles que combinam duas formas diferentes de solucionar um problema, independentemente do tipo de método (exato, heurística, simulação, etc.), para encontrar uma solução para um problema (BADONI; GUPTA; MISHRA, 2014).

A seguir, alguns métodos híbridos retirados da literatura são apresentados, entre eles: A hiperheurística, a combinação da programação linear inteira com a heurística *fix-and-optimize* e o VNS e, por fim, a combinação do algoritmo genético com a *local search*.

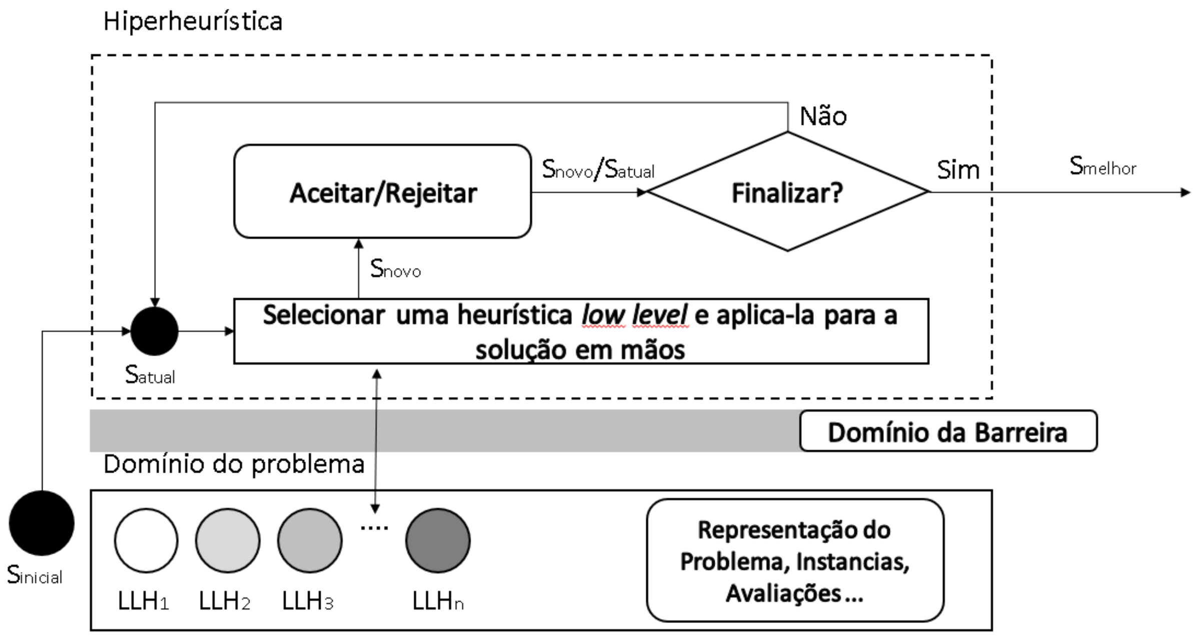
2.3.3.1 Hiperheurística

A hiperheurística é um método de busca ou um mecanismo de aprendizagem para selecionar ou gerar heurísticas para resolver problemas computacionais. Basicamente, trata-se da utilização de uma heurística para selecionar qual heurística seria mais apropriada para resolver um determinado problema (BURKE ET AL. 2013).

Segundo Burke et al. (2010) existem dois tipos de hiperheurísticas, aquelas que selecionam uma heurística para resolver um problema e aquelas que geram novas heurísticas.

Ahmed, Özcan e Kheiri (2015) explicam a hiperheurística de seleção por meio da Figura 9, onde LLH é abreviação de *low level heuristic*.

Figura 9 – Demonstração da hiperheurística de seleção geral



Fonte: Adaptado de Ahmed; Özcan e Kheiri (2015).

Segundo Ahmed, Özcan e Kheiri (2015), a escolha da LLH a ser utilizada pode ser feita de maneira *Simple Random* (SR), *Random Descent* (RD), *Random Permutation* (RP), *Random Permutation Descent* (RPD) ou *Choice Function* (CF).

- SR: Utiliza uma distribuição de probabilidade uniforme para escolher uma LLH aleatoriamente;
- RD: Similar ao SR, no entanto uma LLH selecionada só será trocada quando suas iterações não apresentarem variações significativas;
- RP: Gera uma permutação inicial das LLH e aplica uma de cada vez, sequencialmente;
- RPD: Também gera uma permutação inicial, mas a aplicação é semelhante ao RD, onde a LLH só é trocada quando suas iterações não apresentarem variações significativas;
- CF: Cria um ranking a partir de 3 medidas entre as LLH e seleciona a LLH com maior pontuação.

A barreira, presente na Figura 9, funciona como um filtro que previne a transmissão de qualquer problema das LLH para a hiperheurística. (AHMED; ÖZCAN; KHEIRI, 2015). De acordo com Burke et al. (2013), isso transforma esse método em algo reutilizavel com diversos tipos de problemas, diferentemente da heurística simples.

2.3.3.2 *Fix-and-optmize,* Programação Linear Inteira e VNS

Maniezzo, Stützle e Voss (2009) definem a metodologia *Fix-and-optmize* como sendo uma *Matheuristic* (combinação da palavra *Math*, matemática com *Heuristic*, heurística) que divide um problema em subproblemas menores. Dessa forma, o problema torna-se mais simples de ser resolvido (GINTNER; KLIEWER; SUHL, 2005).

Segundo Dorneles, Araújo e Buriol (2014), o algoritmo consiste em resolver o problema diversas vezes considerando apenas algumas variaveis de decisão como sendo livres (alterando esse grupo de variaveis a cada iteração) até que uma condição de término seja alcançada. É apresentado a seguir um exemplo do algoritmo.

Inicialmente, Dorneles, Araújo e Buriol (2014) desenvolvem o modelo de Programação Linear Inteira que define o problema, presente na Figura 10 e pelas equações de (16) à (35).

Figura 10 – Notação usada para o modelo

Símbolo	Definição
Conjuntos	
$d \in D$	dias da semana
$p \in P$	períodos do dia
P'	P sem os dois últimos períodos do dia
$t \in T$	conjunto de professores
$c \in C$	conjunto de aulas
$e \in E$	conjunto de eventos
E_t	conjunto de eventos ministrados pelo professor t
E_c	conjunto de eventos da aula c
U	conjunto de tuplas (m,n) para $m \in P'$, $n \in P : n >= m + 2$
Q	conjunto de tuplas (m,n) para $m \in P'$, $n \in P : n >= m$
SG_e	conjunto de intervalos de tempo nos quais cada evento e pode começar com aula dupla ($SG_e = \{(d, p) : d \in D, p \in P \text{ e } p < \lvert P \rvert, V_{edp} + V_{ed,p+1} = 2\}$).
Parâmetros	
ω_t	custo de cada período ocioso do professor t
γ_t	custo de cada dia de trabalho do professor t
δ_e	custo de cada aula dupla do evento e não ministrada em sequência
R_e	carga do evento e
L_e	carga máxima de aula do evento e por dia
V_{edp}	parâmetro binário que indica se o professor designado para o evento e esta disponivel no intervalo de tempo (d,p)
MG_e	quantidade mínima de aulas duplas necessárias pelo evento e
Variáveis	
x_{edp}	variável binária que indica se o evento e foi designado ao intervalo de tempo (d,p)
y_{td}	variável binária que indica se ao menos uma aula foi designada ao professor t no dia d
g_{edp}	variável binária que indica se o evento e tem uma aula dupla começando no intervalo de tempo (d,p)
G_e	variável inteira que indica o numero de aulas duplas restantes para alcançar MG_e
b_{edp}	variável binária que indica se o evento e tem uma aula no intervalo de tempo (d,p) e não tem aula no intervalo de tempo (d,p-1)
z_{tdmn}	variável binária que indica se o professor t tem período ocioso no dia d entre os períodos m e n

Fonte: Adaptado de Dorneles, Araújo e Buriol (2014).

$$Min \sum_{t \in T} \sum_{d \in D} \sum_{(m,n) \in U} \omega_t (n - m - 1) z_{tdmn} + \sum_{t \in T} \sum_{d \in D} \gamma_t y_{td} + \sum_{e \in E} \delta_e G_e \tag{16}$$

Sujeito a

$$\sum_{d \in D} \sum_{p \in P} x_{edp} = R_e \qquad \forall\, e \tag{17}$$

$$\sum_{p \in P} x_{edp} \leq L_e \qquad \forall\, e, d \tag{18}$$

$$x_{edp} \leq V_{edp} \qquad \forall\, e, d, p \tag{19}$$

$$\sum_{e \in E_t} x_{edp} \leq y_{td} \qquad \forall\, t, d, p \tag{20}$$

$$\sum_{e \in E_t} \sum_{p \in P} x_{edp} \geq y_{td} \qquad \forall\, t, d \tag{21}$$

$$\sum_{e \in E_c} x_{edp} \leq 1 \qquad \forall\, c, d, p \tag{22}$$

$$b_{edp} \geq x_{edp} - x_{edp-1} \qquad \forall\, e, d, p : p > 1 \tag{23}$$

$$\sum_{p \in P; p>1} b_{edp} + x_{ed1} \leq 1 \qquad \forall\, e, d \tag{24}$$

$$g_{edp} \leq x_{edp} \qquad \forall\, e, (d, p) \in SG_e \tag{25}$$

$$g_{edp} \leq x_{edp+1} \qquad \forall\, e, (d, p) \in SG_e \tag{26}$$

$$G_e \geq MG_e - \sum_{(d,p) \in SG_e} g_{edp} \qquad \forall\, e \tag{27}$$

$$\sum_{d \in D} y_{td} \geq \max\left\{\left\lceil\frac{\sum_{e \in E_t} R_e}{|P|}\right\rceil, \max_{e \in E_t}\left\{\left\lceil\frac{R_e}{L_e}\right\rceil\right\}\right\} \qquad \forall\, t \tag{28}$$

$$\sum_{(m,n) \in Q} z_{tdmn} = y_{td} \qquad \forall\, t, d, m \in P : m \leq 3 \tag{29}$$

$$\sum_{(m,n) \in Q} z_{tdmn} = y_{td} \qquad \forall\, t, d, n \in P : n \leq 3 \tag{30}$$

$$z_{tdpp} \leq 1 + \sum_{e \in E_t} \left(x_{edp+1} - x_{edp}\right) \qquad \forall\, t, d, p \in P' \tag{31}$$

$$z_{tdmn+1} \leq 1 - \sum_{e \in E_t} x_{edn} \qquad \forall t, d, (m, n) \in U \tag{32}$$

$$z_{tdmn} \leq \sum_{e \in E_t} x_{edn} \qquad \forall\, t, d, (m, n) \in U \tag{33}$$

$$x_{edp}, b_{edp} \in \{0, 1\}, g_{edp}, G_e \geq 0 \qquad \forall\, e, d, p \tag{34}$$

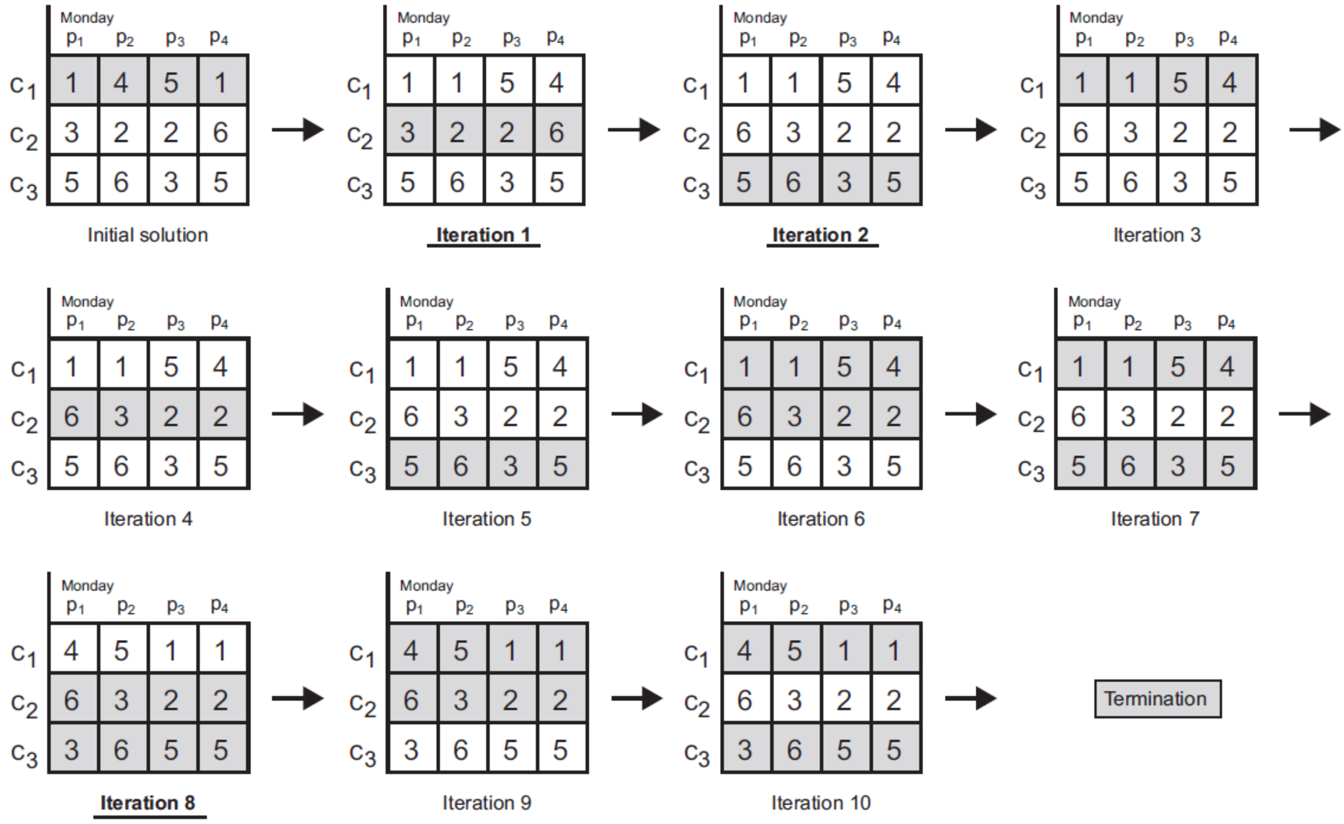
$$y_{td} \geq 0, z_{tdmn} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, t, d, (m, n) \in Q \tag{35}$$

Feito isso, o problema é decomposto em 3 principais vertentes :

- *Class Decomposition* (CD): Onde as variáveis livres serão as aulas.
- *Teacher Decomposition* (TD): Onde as variáveis livres serão os professores.
- *Day Decomposition* (DD): Onde as variáveis livres serão os dias.

No exemplo da Figura 11, os autores adotam a decomposição CD. Cada iteração da figura é uma solução do modelo linear definido. O algoritmo completo de aplicação está descrito no Anexo 1.

Figura 11 – Exemplo prático de iteração



Fonte: Dorneles, Araújo e Buriol (2014).

2.4 ESTUDOS REFERENTES A CRIAÇÃO DE GRADE HORÁRIA

Kristiansen, Sorensen e Stidsen (2014) apresentam um dos primeiros modelos exatos de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) capaz de resolver, com alta desempenho, problemas definidos no formato XHSTT, utilizado como padrão para a International Timetabling Competitions (ITC). Dentre os 28 problemas definidos nesse formato, os autores conseguiram encontrar 2 novas soluções ótimas, provar que 4 soluções anteriores eram ótimas, encontrar 11 novos limites inferiores de otimização e melhorar 9 soluções já encontradas.

Na literatura encontra-se diversas ramificações no HSTP, uma delas é apresentada por Domenech e Lusa (2015) que concentram seu estudo apenas na alocação de professores a disciplinas. A partir de um modelo de PLIM, utilizando também a Programação por Metas, eles buscam equilibrar a carga horária de trabalho dos professores assim como maximizar as preferências dos professores por cursos ministrados. O trabalho dos autores diferencia-se da grande maioria, pois busca demonstrar uma relação entre a quantidade de professores, a proporção de número de disciplinas por número professores e algumas características das soluções dos modelos. A partir desse estudo os autores mostram que quanto maior o número de professores e/ou a proporção citada anteriormente, maior o tempo de cálculo, maior o gap da solução encontrada para a solução ótima e menor a quantidade de soluções ótimas encontradas.

Um problema semelhante ao HSTP e que merece ser utilizado como referência também, pois apresenta características próximas, é o School Timetabling Problem (STP). Birbas, Daskalaki e Housos (2008) apresentam uma solução em dois estágios utilizando a Programação Linear Inteira como base em ambos. Da mesma forma que Domenech e Lusa (2015) trataram apenas uma frente do HSTP, Phillips et al. (2014) fizeram o mesmo, considerando apenas a alocação de salas de aulas aos cursos. O estudo teve como objetivo mostrar que métodos heurísticos, predominantes na resolução desse tipo de problema, podem ser muito melhorados caso mesclados com métodos exatos como a Programação Linear.

Já em 2003, Daskalaki e Birbas (2003) apresentam uma resolução em dois estágios para o HSTP. Em um primeiro momento é resolvido um modelo relaxado que diminui a robustez computacional do Programa Linear Inteiro. Na segunda etapa, um subproblema para cada dia é resolvido, com o intuito de considerar essas restrições relaxadas inicialmente e encontrar ótimos locais. Os autores mostram que o tempo de execução é reduzido significativamente, sem nenhuma perca na qualidade do resultado se comparado com a resolução em um único estágio. Sorensen e Dahms (2014) chegam a uma conclusão semelhante, ao afirmarem que a decomposição do modelo em dois menores reduz de maneira significante a quantidade de variáveis e torna a solução mais efetiva.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, Al-Yakoob e Sherali (2015) fazem uma comparação interessante entre métodos de resolução do HSTP. Os métodos utilizados foram analisados a partir de 6 problemas base e um breve resumo das conclusões é apresentado a seguir:

- Modelo único de PLIM – Quantidade de variáveis muito elevada, o que torna a solução geralmente inatingível.
- Dois modelos diferentes de PLIM para resolver subproblemas, onde a solução de um serve como base para o outro – Apresentou soluções interessantes, com relação a quantidade de professores alocados que a resolução manual do problema.
- Modelo único de PLIM combinado com heurística de seleção – Apresentou melhores resultados que a divisão em subproblemas, tanto em questão de quantidade de professores necessários, como em recursos computacionais para a resolução.

Essa divisão do problema real em subproblemas não é exclusividade do HSTP, é o que mostram Czibula et al. (2015) em um contexto diferenciado de treinamento para funcionários de uma indústria distribuidora de eletricidade na Austrália. Para a resolução do problema, os autores utilizam um método hibrido em três estágios, onde o primeiro constrói uma solução inicial para o problema básico de timetabling por meio de um modelo de Programação Linear Inteira (PLI), o segundo melhora essa solução inicial por meio da VNS e, por fim, o terceiro trata-se de um novo modelo de PLI responsável por alocar treinadores específicos à cada modulo do timetable. O principal motivo da solução proposta seguir essa abordagem de três estágios foi o tamanho do problema, que tornou inviável, com relação ao tempo de resolução e requisitos computacionais, a solução de um modelo único. O estudo mostrou ainda que a resolução de cada subproblema ao ótimo, não necessariamente leva ao ótimo global do problema, o que seria possível se o problema fosse único.

Além dos problemas de HSTP, alguns estudiosos exploraram o problema de criação de grade horaria setores diferentes, como é o caso de Barrera, Velasco e Amaya (2012) que resolvem o problema de Multi-Activity Combined Timetabling and Crew Scheduling Problem (MCRCSP) sob as perspectivas de PLIM e heurísticas. Basicamente, o problema consiste em alocar o mínimo de trabalhadores necessários para atender à demanda dos clientes, referente a assistência técnica, equilibrando também a carga de trabalho de cada funcionário. O resultado esperado é a determinação de qual trabalhador visitará qual cliente, além do dia e horário da visita. A abordagem matemática por eles apresentada consegue resolver em tempo razoável instancias médias, enquanto que a heurística consegue diminuir em 99% o tempo de processamento para instancias grandes, sacrificando apenas 11% da função objetivo. Como resultado da aplicação da heurística, houve um acréscimo de 68% na taxa de atendimento e uma diminuição de 75% na disparidade da carga de trabalho entre funcionários com relação a utilização de métodos manuais.

Bard et al. (2016) também desenvolvem um modelo de PLI para resolver o problema de criação de turnos de trabalho anual para estudantes residentes da medicina de família. Eles mostram que a presença de restrições não lineares complica consideravelmente a resolução do problema, em aspectos computacionais. Para encontrar soluções, os autores desenvolveram heurísticas e aplicaram o método de VNS. Este estudo salienta ainda a necessidade de encontrar formas para considerar as não linearidades de maneira a poder obter soluções ótimas.

Por fim, Kristiansen e Stidsen (2014) apresentam a aplicação do VNS juntamente com a PLIM para o problema de Elective Course Student Sectioning, que consiste em alocar estudantes a disciplinas, de acordo com as demandas e alocar essas disciplinas a período. Eles utilizam uma abordagem de Programação por Metas, onde o principal objetivo é atender as demandas dos alunos enquanto tenta minimizar o número de turmas por disciplinas criado. O estudo mostra que as soluções encontradas estão em média a 1% de distância dos ótimos. Segundo os autores, o modelo está disponível em nuvem para uso de mais de 200 universidades dinamarquesas.

3 DESENVOLVIMENTO

Utilizou-se as seguintes etapas no processo de modelagem: definição do problema, construção do modelo, solução do modelo e validação do modelo.

3.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O CBV/IFRR possui, oito cursos superiores presenciais, são eles: Gestão Hospitalar (GH), Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas (TADS), Saneamento Ambiental (SA), Gestão de Turismo (GT), Ciências Biológicas (BIO), Letras Espanhol (ESP), Licenciatura em Matemática (MAT) e Educação Física (EDF), sendo os quatro primeiros cursos de tecnologia e os quatro últimos de licenciatura.

O campus tem a sua disposição 63 professores para os cursos de graduação.

Todas as disciplinas são geminadas e as aulas podem ocorrer de segunda a sábado para todos os cursos, sendo que no sábado devem ocorrer no turno da manhã. Os horários vão de 07:30h a 09:30h e 09:50h a 11:50h para o turno da manhã, 13:30h a 15:30h e 15:50h a 17:50h para o turno da tarde e 18:30h a 20:20h e 20:40h a 22:30h para o turno da noite.

A carga horária dos professores deve respeitar a Resolução nº 116/2013/CONSUP/IFRR.

3.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO

3.2.1 Índices

p: Professores – $p \in \{1, ..., P\};$

d: Disciplinas – $d \in \{1, ..., D\};$

s: Semanas – $s \in \{1, ..., S\};$

j: Dias – $j \in \{1, ..., J\};$

t: Turnos – $t \in \{1, ..., T\};$

h: Horários – $h \in \{1, ..., H\};$

g: Turmas – $g \in \{1, ..., G\};$

$g1$: Turmas do turno 1 – $g_1 \in \{1, ..., G1\};$

$g2$: Turmas do turno 2 – $g_2 \in \{G1, ..., G2\};$

$g3$: Turmas do turno 3 – $g_3 \in \{G2, ..., G\}.$

3.2.2 Parâmetros

$COMP_{p,d}$: Matriz binária que representa a competência do professor ***p*** para ministrar a disciplina ***d***;
$TD_{d,t}$: Matriz binária que mostra se a disciplina ***d*** será ministrada durante o turno ***t***;
$DISP_{p,t}$: Matriz binária que representa a disponibilidade do professor ***p*** para ministrar durante o turno ***t***;
CH_d: Carga horária semanal da disciplina ***d***;
$CH_{máx,p}$: Carga horária semanal máxima para o professor ***p***;
CHS_d: Carga Horária semestral da disciplina ***d***;
$JF_{s,j}$: Matriz binária que mostra se o dia ***j*** da semana **s** é feriado;
$GD_{d,g}$: Matriz binária que mostra se a disciplina ***d*** pertence à turma ***g***;
α, β: Constantes de priorização de critério da função objetivo.

3.2.3 Variáveis de decisão

$x_{p,d,t}$: Variável binária que indica se o professor ***p*** irá ministrar a disciplina ***d*** durante o turno ***t;***
$y_{p,t}$: Variável binária que indica se o professor ***p*** irá trabalhar durante o turno ***t***;
$o_{p,d,s,j,h,g}$: Variável binária que indica se a disciplina ***d,*** ministrada pelo professor ***p***, ocorrerá na semana ***s***, dia ***j,*** horário ***h,*** para a turma ***g***;
e_p: Variável inteira que indica o excedente médio de horas de aula a mais por semana para o professor ***p***;
$l_{d,s}$: Variável inteira que indica o número de horas a mais que a disciplina ***d*** possui em relação à sua carga horaria semanal prevista na semana ***s***;
$m_{d,s}$: Variável inteira que indica o número de horas a menos que a disciplina ***d*** possui em relação à sua carga horaria semanal prevista na semana ***s***;

3.2.4 Modelo Linear

$$Min\left(\propto * \left(\sum_{p\in P} e_p\right) + \beta * \left(\sum_{d\in D}\sum_{s\in S}(l_{ds}+m_{ds})\right)\right) \tag{36}$$

Sujeito a:

- Cada disciplina ***d*** deve possuir apenas um professor ***p.***

$$\sum_{t \in T} \sum_{p \in P} x_{pdt} = 1 \qquad \forall\, d\, \in D \tag{37}$$

- O professor ***p*** somente ministrará a disciplina ***d*** se ele tiver competência para isso.

$$x_{pdt} \leq\ COMP_{pd} \qquad \forall\, p \in P, \forall\, d \in D\, \forall\, t \in T \tag{38}$$

- Cada professor ***p*** pode dar aula apenas nas disciplinas ***d*** que ocorrerem nos turnos ***t*** que ele trabalhar.

$$x_{pdt} \leq\ TD_{dt} *\ y_{pt} \qquad \forall\, p\, \in P, \forall\, d\, \in D, \forall\, t \in T \tag{39}$$

- Cada professor ***p*** pode trabalhar no máximo dois turnos ***t.***

$$\sum_{t \in T} y_{pt} \leq 2 \qquad \forall\, p\, \in P \tag{40}$$

- O professor ***p*** deve estar disponível para trabalhar durante o turno ***t.***

$$y_{pt} \leq\ DISP_{pt} \qquad \forall\, p\, \in P, \forall\, t\, \in T \tag{41}$$

- A carga horária semanal de cada professor ***p*** deve ser inferior à carga horária semanal máxima.

$$\sum_{d \in D} CH_d * \left(\sum_{t \in T} x_{pdt} \right) \leq\ CH_{máx,p} +\ e_p \qquad \forall\, p\, \in P \tag{42}$$

- A carga horária semanal da disciplina ***d*** deve ser cumprida.

$$\sum_{p \in P} \sum_{j \in J} \sum_{h \in H} \sum_{g \in G} o_{pdsjhg} +\ m_{ds} =\ CH_d +\ l_{ds} \qquad \forall\, d\, \in D, \forall\, s\, \in S \tag{43}$$

- A carga horária semestral da disciplina ***d*** deve ser cumprida.

$$\sum_{p \in P} \sum_{s \in S} \sum_{j \in J} \sum_{h \in H} \sum_{g \in G} o_{pdsjhg} =\ CHS_d \qquad \forall\, d\, \in D \tag{44}$$

- Não deve haver aula em dias feriados

$$o_{pdsjhg} \leq\ JF_{sj} \qquad \forall\, p\, \in P, \forall\, d\, \in D, \forall\, s\, \in S, \forall\, j\, \in J, \forall\, h\, \in H, \forall\, g\, \in G \tag{45}$$

- Duas disciplinas ***d*** e ***d'*** não podem ocorrer na mesma semana ***s***, dia ***j*** e horário ***h*** para a turma ***g.***

$$\sum_{p \in P} \sum_{d \in D} o_{pdsjhg} \leq\ 1 \qquad \forall\, s\, \in S, \forall\, j\, \in J, \forall\, h\, \in H, \forall\, g\, \in G \tag{46}$$

- Duas disciplinas ***d*** e ***d'***, ministradas pelo mesmo professor ***p***, não podem ocorrer na mesma semana ***s***, dia ***j***, horário ***h*** e turno ***t.***

$$\sum_{d \in D} \sum_{g \in G1} o_{pdsjhg} \leq\ 1 \qquad \forall\, p\, \in P, \forall\, s\, \in S, \forall\, j\, \in J, \forall\, h\, \in H \tag{47}$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{g \in G2} o_{pdsjhg} \leq 1 \qquad \forall p \in P, \forall s \in S, \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (48)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{g \in G3} o_{pdsjhg} \leq 1 \qquad \forall p \in P, \forall s \in S, \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (49)$$

- Restrição para alinhar as variáveis de decisão o e x.

$$o_{pdsjhg} \leq \sum_{t \in T} x_{pdt} \quad \forall p \in P, \forall d \in D, \forall s \in S, \forall j \in J, \forall h \in H, \forall g \in G \qquad (50)$$

- Restrição que impede que uma disciplina ***d*** da turma ***g*** seja considerada na turma ***g'***

$$o_{pdsjhg} \leq GD_{dg} \quad \forall p \in P, \forall d \in D, \forall s \in S, \forall j \in J, \forall h \in H, \forall g \in G \qquad (51)$$

3.3 SOLUÇÃO DOS MODELOS

Considerou-se o seguinte conjunto de dados para testar o modelo:

- P = 12; D = 37; S = 10; J = 6; T = 3; H = 2; G = 5; G1 = 1; G2 = 4
- Todos os 12 professores são competentes para ministrar todas 37 disciplinas e estão disponíveis em todos os turnos
- A relação de disciplinas, turmas, turnos e carga horaria semanal/semestral é representada pelas tabelas 4 e 5:
- A carga horaria semanal máxima para cada um dos 12 professores é de 6 horas.
- As constantes α e β valem, respectivamente, 100 e 1.
- Os horários de aula são representados pela Figura 12, onde as casas em vermelho são dias feriados.

Tabela 4 – Relação de curso, modulo, turma e turno

Curso	Modulo	Turma	Turno
EDF	Modulo vi	1	1
GH	Modulo ii	2	2
GH	Modulo v	3	3
GH	Modulo iii	4	3
SA	Modulo iv	5	3

Fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 5 – Relação das disciplinas referentes aos cursos da Tabela 4 com suas cargas horárias especificas

(continua)

Nome das disciplinas	Disciplina	Turma	Turno (TD[d][t])	CH semanal (CH[d])	CH semestral (CHS[d])
Atletismo Escolar II	1	1	1	1	10
Natação II	2	1	1	1	10
Metodologia do Treinamento Esportivo	3	1	1	2	40
Handebol Escolar	4	1	1	1	5
Ginástica Rítmica	5	1	1	1	5
Futebol	6	1	1	1	5
Fisiologia do Exercício	7	1	1	1	15
Estágio Supervisionado III	8	1	1	2	20
Biossegurança	9	2	2	2	25
Estatística	10	2	2	2	20
Epidemiologia apl. aos serviços de saúde	11	2	2	1	10
Políticas de Saúde Pública	12	2	2	3	30
Legislação Aplicada	13	2	2	1	15
Metodologia de Pesquisa Científica	14	2	2	1	10
Inglês Instrumental	15	3	3	2	20
Ed. Especial na Persp. Da Inclusão	16	3	3	1	5
Bioética	17	3	3	1	10
Organização e Doc. hospitalar	18	3	3	2	25
Logística de Serviços Hospitalares	19	3	3	1	10
Fund. do Planej. Estratégico	20	3	3	1	10
Sistemas de Informação	21	3	3	1	5
TCC I	22	3	3	1	25
Gestão de Pessoas	23	4	3	2	30
Contabilidade	24	4	3	2	20
Psicologia Organizacional	25	4	3	2	20
Pesq. E Mark para a Gestão	26	4	3	1	10
Empreendedorismo	27	4	3	1	5

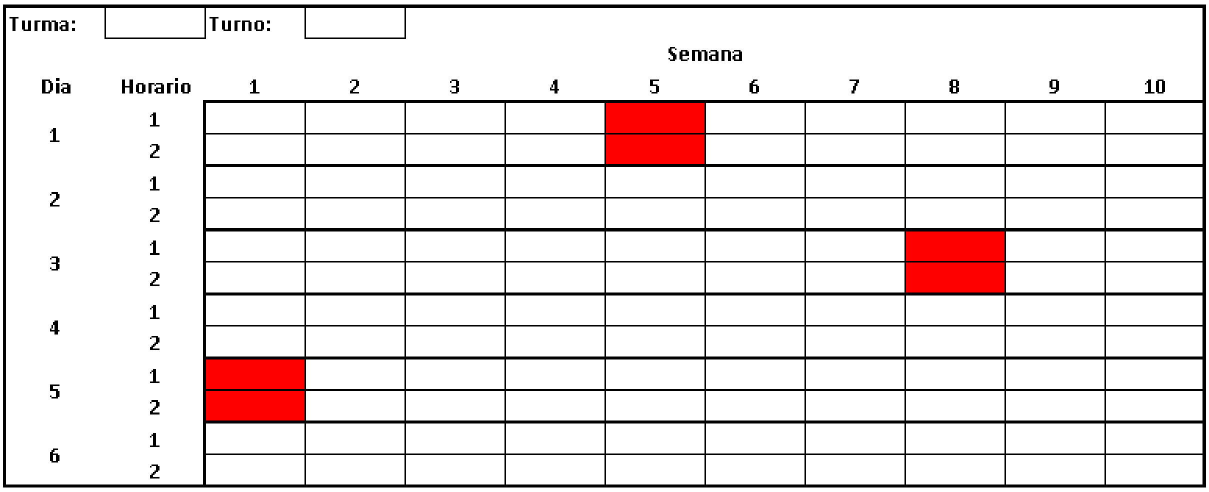
Tabela 5 – Relação das disciplinas referentes aos cursos da Tabela 4 com suas cargas horárias especificas

(conclusão)

Nome das disciplinas	Disciplina	Turma	Turno (TD[d][t])	CH semanal (CH[d])	CH semestral (CHS[d])
Libras	28	4	3	1	5
Espanhol com Fins Esp.	29	4	3	1	10
Segurança Ocupacional	30	5	3	1	20
Mecânica dos Solos	31	5	3	2	20
Química Sanitária e Laboratório de Saneamento II	32	5	3	2	20
Tratamento de Águas	33	5	3	1	15
Sistema de Rede de Esgotos	34	5	3	1	10
Orçamento	35	5	3	1	5
Microbiologia e Parasitologia	36	5	3	1	5
Ética, Cidadania e Meio ambiente	37	5	3	1	15

Fonte: Produção do próprio autor

Figura 12 – Modelo em branco do horário de aulas das turmas



Fonte: Produção do próprio autor

A partir desses dados é possível definir todas informações necessárias para a aplicação do modelo. Os resultados da aplicação do modelo são apresentados a seguir.

Antes de rodar o modelo, é essencial que a ordem das disciplinas siga a ordem dos turnos. No exemplo resolvido, as disciplinas de 1 a 8 são durante o turno t = 1, as disciplinas de 9 a 14 são durante o turno t = 2 e as disciplinas de 15 a 37 são durante o turno t = 3.

- Turno e disciplinas alocadas ao professor *p*:

A partir da Tabela 6 podemos perceber que para o turno t = 2, os professores que estarão alocados para dar aula são o Professor 1 e o Professor 11, sendo responsáveis, respectivamente, pelas disciplinas 13, 12 e 9 e 14, 11 e 10.

Tabela 6 – Alocação dos professores aos turnos e disciplinas

Professor	Turno 1	Disciplinas T1	Turno 2	Disciplinas T2
1	2	13, 12, 9	1	
2	3	34, 28, 25, 17	1	
3	3		1	
4	3	35, 21	1	
5	3	32, 24, 20	1	4
6	3	33, 30, 15	1	
7	3	18	1	6
8	3	37, 36, 23	1	5, 1
9	3	27, 16	1	
10	3	31, 22, 19	1	
11	2	14, 11, 10	1	7, 2
12	3	29, 26	1	8, 3

Fonte: Produção do próprio autor

A partir da Tabela 6 podemos perceber que para o turno t = 2, os professores que estarão alocados para dar aula são o Professor 1 e o Professor 11, sendo responsáveis, respectivamente, pelas disciplinas 13, 12 e 9 e 14, 11 e 10.

As Figuras 13 à 17 representam a grade horária de cada turma definida para o período de 10 semanas, assim como os professores alocados a cada disciplina, retomando os resultados da Tabela 6.

- Grades horárias

Figura 13 – Grade horária da turma 1

Turma: 1 - EDF - Modulo vi Turno: Manhã

Semana

Dia	Horario	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Seg	08-10	AE2	FIS	ES3	ES3		ES3	FUT	FIS	ES3	FIS
	10-12	FIS	MTE	MTE	MTE		HES	ES3	NA2	AE2	MTE
Ter	08-10	ES3	AE2	MTE	ES3	MTE	ES3	NA2	GRI	MTE	GRI
	10-12	MTE		MTE	MTE	NA2	AE2	HES	AE2	MTE	ES3
Qua	08-10	NA2	ES3	ES3	MTE	FIS	MTE	ES3		FIS	AE2
	10-12	HES	GRI	FIS	AE2	ES3	FUT	FIS		GRI	ES3
Qui	08-10	FIS	ES3	MTE	MTE	MTE	MTE		FIS	NA2	FUT
	10-12	ES3	FUT	MTE	NA2	FUT	GRI	AE2	ES3		MTE
Sex	08-10		NA2	NA2	MTE	MTE	FIS	FIS	MTE	ES3	NA2
	10-12		FIS	MTE	HES	AE2	NA2	MTE	ES3	MTE	MTE
Sab	08-10	MTE	MTE	MTE	FIS	HES	MTE	MTE	MTE	MTE	FIS
	10-12	MTE	MTE	AE2	MTE	ES3	MTE	MTE	MTE	MTE	

AE2	Professor 8
NA2	Professor 11
MTE	Professor 12
HES	Professor 5
GRI	Professor 8
FUT	Professor 7
FIS	Professor 11
ES3	Professor 12

Fonte: Produção do próprio autor.

Percebe-se uma predominância da matéria MTE aos sábados, devido à sua carga horária semestral ter sido definida muito alta, o que teve impactos significantes na função objetivo.

Figura 14 – Grade horária da turma 2

Turma: 2 - GH - Modulo ii Turno: Tarde

Semana

Dia	Horario	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Seg	14-16	LAP	LAP	PSP			EST	PSP	PSP	EST	BIO
	16-18	PSP	LAP		BIO		LAP	LAP	PSP	PSP	PSP
Ter	14-16	PSP	PSP	ESS	LAP	PSP	PSP	LAP	BIO	LAP	
	16-18	ESS	MPC	BIO	PSP	EST	EST	PSP	BIO	ESS	PSP
Qua	14-16	EST	BIO	LAP	PSP	MPC	BIO	BIO		LAP	PSP
	16-18	PSP	ESS	BIO	EST	PSP	BIO	EST		EST	BIO
Qui	14-16	BIO	EST	EST	EST	BIO	MPC	LAP	ESS	BIO	LAP
	16-18	MPC	BIO		BIO	PSP	BIO	ESS	PSP	LAP	EST
Sex	14-16		BIO	PSP	MPC	LAP	ESS	MPC	LAP	BIO	MPC
	16-18		PSP	PSP	ESS	BIO	BIO	EST	MPC	PSP	BIO
Sab	14-16	EST	PSP	MPC	PSP	ESS	PSP	PSP	EST	MPC	ESS
	16-18	BIO	EST	EST	BIO	EST	PSP	BIO	EST	PSP	EST

BIO	Professor 1
EST	Professor 11
ESS	Professor 11
PSP	Professor 1
LAP	Professor 1
MPC	Professor 11

Fonte: Produção do próprio autor

Figura 15 – Grade horária da turma 3

Turma: 3 - GH - Modulo v | Turno: Noite

Semana

Dia	Horario	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Seg	18-20	FPE	LSH	ODH			TG1	ODH	ODH	TG1	FPE
	20-22	SIF	TG1	BIE	TG1		ODH	INI	FPE	BIE	ODH
Ter	18-20	BIE	TG1	FPE	ODH	ODH	TG1	LSH	TG1	TG1	TG1
	20-22	LSH	SIF	INI	FPE	TG1	TG1	ODH	ODH	LSH	TG1
Qua	18-20	ODH	ODH	TG1	TG1	LSH	INI	ODH		FPE	SIF
	20-22	INI	BIE	ODH	INI	FPE	TG1	TG1		ODH	BIE
Qui	18-20	EPI	TG1	LSH	TG1	SIF	BIE	INI	LSH	ODH	ODH
	20-22	TG1	ODH	ODH	LSH	INI		TG1	EPI		INI
Sex	18-20		INI		BIE	BIE	FPE	BIE	INI	INI	LSH
	20-22		FPE	TG1	SIF	EPI	INI	FPE	BIE	EPI	INI
Sab	18-20	INI	TG1	INI	ODH	ODH	LSH	ODH	TG1	INI	EPI
	20-22	ODH	INI	ODH	INI	INI	ODH	TG1	INI	TG1	ODH

INI	Professor 6
EPI	Professor 9
BIE	Professor 2
ODH	Professor 7
LSH	Professor 10
FPE	Professor 5
SIF	Professor 4
TG1	Professor 10

Fonte: Produção do próprio autor

Figura 16 – Grade horária da turma 4

Turma: 4 - GH - Modulo iii | Turno: Noite

Semana

Dia	Horario	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Seg	18-20	ESP	GPE		PMG		GPE	POR		POR	GPE
	20-22	CON	EMP	PMG	GPE		CON	CON		GPE	GPE
Ter	18-20		CON	ESP	POR	ESP	POR	GPE	GPE		POR
	20-22	GPE	POR	POR	GPE	CON	GPE	CON	CON	CON	EMP
Qua	18-20			CON	CON	EMP	GPE	GPE		POR	GPE
	20-22	PMG	CON	GPE	ESP	GPE	CON	POR		LIB	ESP
Qui	18-20	CON		LIB		POR		LIB	PMG	GPE	PMG
	20-22	GPE	GPE		POR	GPE	GPE	GPE	POR		GPE
Sex	18-20		GPE	EMP		CON	ESP		ESP	PMG	CON
	20-22		POR	POR	LIB	POR	EMP	ESP	GPE	GPE	POR
Sab	18-20	POR	PMG	CON	GPE	LIB	POR	PMG	CON	CON	CON
	20-22	POR	ESP	GPE	CON	PMG	PMG	GPE	POR	ESP	GPE

GPE	Professor 8
CON	Professor 5
POR	Professor 2
PMG	Professor 12
EMP	Professor 9
LIB	Professor 2
ESP	Professor 12

Fonte: Produção do próprio autor

Figura 17 – Grade horária da turma 5

Turma: 5 - SA - Modulo iv   Turno: Noite

		Semana									
Dia	Horario	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	SRE	SRE	MSO	SRE		MSO	SRE	ECM	SRE	SRE
	2	QSS	MSO	ORC	SOC		SRE	QSS	QSS	MSO	ORC
2	1	MSO	TAG	SOC	MSO	SOC	ORC	MSO	SRE	SOC	MSO
	2	ECM		ECM	SOC	QSS	ECM	TAG	ECM	MPA	MSO
3	1	SOC	TAG	TAG	SOC	TAG	TAG	ECM		SOC	
	2	QSS	SOC	QSS	MSO	MSO	MSO	SOC		QSS	ECM
4	1	TAG	ORC	MSO	ECM	QSS	QSS	QSS	SOC	TAG	SOC
	2	MSO	QSS	SRE	SOC	MSO	SOC	SOC	ECM	MSO	QSS
5	1		MPA	TAG	QSS	MPA	TAG	ORC	MSO	SOC	SOC
	2		MSO	SOC	TAG		QSS	SOC	TAG	QSS	ECM
6	1	ECM	QSS	TAG	QSS	ECM	TAG		QSS	SOC	TAG
	2	ECM	ECM	QSS	MPA	SRE	MPA	MSO	MSO	ECM	QSS

SOC	Professor 6
MSO	Professor 10
QSS	Professor 5
TAG	Professor 6
SRE	Professor 2
ORC	Professor 4
MPA	Professor 8
ECM	Professor 8

Fonte: Produção do próprio autor

- Função objetivo com o valor de 85, encontrada em apenas 1 minuto.

Observando a função objetivo e sabendo que o valor de $\alpha = 100$, pode-se observar que a variável e_p assume o valor de 0 para todos os professores, o que significa que nenhum dos professores excede o número de horas de aula por semana.

O valor da função objetivo é diferente de zero, logo observamos que, com esses dados, não há maneiras de se organizar a grade horaria sem desrespeitar em alguma semana a carga horaria semanal de algumas disciplinas.

O modelo foi capaz de levar em consideração diversas restrições para criar uma grade horaria que satisfaz as condições reais do problema do CBV / IFRR, em uma escala menor, logo o modelo pode ser considerado como validado.

Vale lembrar que a alocação de salas de aula às disciplinas não é tratada no problema, pois esse processo é realizado por um órgão externo as coordenações dos cursos do CBV / IFRR, logo esse aspecto não pode ser levado em consideração.

4 CONCLUSÃO

4.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS E RESPOSTAS ÀS QUESTÕES DA PESQUISA

Este trabalho trata o *High School Timetabling Problem*, que envolve a alocação de docentes à disciplinas e disciplinas a grades horárias. Para a solução deste problema foi desenvolvido um Modelo de Programação Linear Inteira Mista, que permite balancear a carga de trabalho entre os professores, além de buscar o respeito da carga horaria semanal de cada disciplina.

Esse tipo de abordagem multiobjetivo é possível graças à Programação por Metas. Essa Programação Matemática mostrou-se uma ferramenta importante e potente que pode ser adaptada para representar o problema de elaboração da grade horária no Campus específico, respondendo assim a nossa questão de pesquisa inicialmente proposta.

Para a validação do modelo, foram realizados testes com um problema simplificado, o que mostrou a eficiência da ferramenta, resolvendo o problema com pouco mais de 807 mil restrições e 268 mil variáveis em apenas 1 minuto de execução.

Algumas características importantes do problema foram identificadas e aprofundadas a partir desse trabalho, podendo assim ser futuramente utilizadas para um desenvolvimento mais completo e adaptado a realidade do CBV / IFRR.

4.2 RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Para trabalhos futuros e implantação no CBV / IFRR, recomenda-se estudar a viabilidade de utilização do modelo no caso de um problema em escala real. Caso seja possível, desenvolver o modelo ainda mais afim de considerar restrições mais especificas, como por exemplo priorizar que as disciplinas ocorram sempre no mesmo dia e horário, independente da semana, ou considerar a alocação de salas as disciplinas também. Caso contrário, buscar alternativas de divisão do problema em subproblemas, ou mesmo a utilização de heurísticas para simplificar o problema real e torna-lo menos robusto.

REFERÊNCIAS

AHMED, L. N.; ÖZCAN E.; KHEIRI, A. Solving high school timetabling problems worldwide using selection hyper-heuristics. **Expert Systems with Applications,** Nottingham, v. 42, p. 5463-5471, mar. 2015.

ALMEIDA, M. W. S.; MEDEIROS, J. P. S.; OLIVEIRA, P. R. Solving the Academic Timetable Problem Thinking on Student Needs. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MACHINE LEARNING AND APPLICATIONS, 14th, 2015, Miami. **2015 IEEE 14th International Conference…** Miami: IEEE Xplore Digital Library, 2016. Disponível em: < https://ieeexplore.ieee.org/document/7424396>. Acesso em: 03 ago. 2017.

AL-YAKOOB, S. N.; SHERALI, H. D. Mathematical models and algorithms for a high school timetabling problem. **Computers and Operations Research,** v. 61, p. 56-68, mar. 2015.

ANDRIOTTI, F. K.; FREITAS, H. M. R.; MARTENS, C. D. O. Proposição de um protocolo para estudo sobre intuição e o processo de tomada de decisão. **Revista de Gestão,** São Paulo, v. 21, p. 163-181, abr./jun. 2014.

BADONI, R. P.; GUPTA, D. K.; MISHRA P. A new hybrid algorithm for university course timetabling problem using events based on groupings of students. **Computers and Industrial Engineering,** Kharagpur, v. 78, p. 12-25, oct. 2014.

BARD, J. F. et al. Annual block scheduling for family medicine residency programs with continuity clinic considerations. **IIIE Transactions**, v. 48, n. 9, p. 797-811, jan. 2016.

BARRERA, D.; VELASCO N.; AMAYA, C. A. A network-based approach to the multi-activity combined timetabling and crew scheduling problem: Workforce scheduling for public health policy implementation. **Computers and Industrial Engineering,** v. 63, p. 802-812, may 2012.

BELFIORE, P.; FÁVERO, L. P. **Pesquisa operacional para cursos de engenharia.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations and Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002.

BIRBAS, T.; DASKALAKI, S.; HOUSOS, E. School timetabling for quality student and teacher schedules. **Journal of Scheduling,** v. 12, p. 177-197, oct. 2008.

BORCHANI, R.; ELLOUMI A.; MASMOUDI, M. Variable neighborhood descent search based algorithms for course timetabling problem: application to a Tunisian University. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, v. 58, p. 119-126, apr. 2017

BUCCO, G. B.; BORNIA-POULSEN C. J.; BANDEIRA, D. L. Desenvolvimento de um modelo de programação linear para o problema da construção de grades horárias em universidades. **Gestão and Produção,** São Carlos, v. 24, n. 1, p. 40-49, 2017.

BURKE, E. K. et al. **A classification of hyper-heuristic approaches**. United States: Springer, 2003. v. 146, p. 449-468.

BURKE, E. K. et al. Hyper-heuristics : a survey of the state of the art. **Journal of the Operational Research Society,** Oxford, v. 64, n. 12, p. 1695-1724, dec. 2013.

CARDOSO, M. P.; MARCELINO, M. A. Estudo para automação de horários escolares em uma instituição de ensino. In: SIMPÓSIO HIPERTEXTO E TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO, 3., 2010, Recife. **Anais...** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2010. p.1–20. v. 1.

CORMEN, T. H. et al. **Algoritmos:** teoria e prática. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2002. 916 p.

CZIBULA, O. et al. A multi-stage IP-based heuristic for class timetabling and trainer rostering. **Annals of Operations Research,** New York, v. 252, p. 305-333, dec. 2015.

DASKALAKI, S.; BIRBAS, T. Efficient solutions for a university timetabling problem through integer programming. **European Journal of Operational Research,** Amsterdam, v. 160, p. 106-120, nov. 2003.

DOMENECH, B.; LUSA, A. A MILP model for the teacher assignment problem considering teachers' preferences. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 249, p. 1153-1160, sep. 2015.

DORNELES, A. P.; ARAÚJO O. C. B.; BURIOL, L. S. A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. **Computers and Operations Research,** New York, v. 52, p. 29-38, jul. 2014.

FONSECA, G. H. G.; SANTOS, H. G. Variable neighborhood search based algorithms for high school timetabling. **Computers and Operations Research,** New York, v. 52, p. 203-208, feb. 2014.

GINTNER, V.; KLIEWER, N.; SUHL, L. Solving large multiple-depot multiple-vehicle-type buss scheduling problems in practice. **OR Spectrum.** v. 27, n. 4, p. 507-523, aug. 2005.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional.** 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010. 1004 p.

HOFFMAN, K. L.; RALPHS, T. K. Integer and combinatorial optimization. **Computational Optimization and Research at Lehigh.** jan. 2012.

KOTSKO, E. G. S.; MACHADO, A. L. F.; SANTOS, E. M. Otimização na alocação de professores na construção de uma grade horária escolar. **Revista do Centro de Ciências Agrárias e Ambientais,** Guarapuava, v. 1, p. 31-45, jan. 2005.

KRISTIANSEN, S.; SORENSEN, M.; STIDSEN, T. R. Integer programming for the generalized high school timetabling problem. **Journal of Scheduling,** New York, v. 18, p. 377-392, dec. 2014.

KRISTIANSEN, S.; STIDSEN, T. R. Elective course student sectioning at danish high schools. **Annals of Operations Research,** New York, v. 239, p. 99-117, may 2014.

LACH, G.; LÜBBECKE, M. E. Optimal university course timetables an the partial transversal polytope. **Technische Universität Berlin,** Berlin, jun. 2008.

MANIEZZO, V.; STÜTZLE T.; VOSS, S. **Matheuristics:** hybridizing metaheuristics and mathematical programming. New York: Springer, 2009. v. 10.

M'BAREK, H.; ABDELAZIZ, K. A decision-support model enabling a proactive vision of Cloud Computing adoption. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CLOUD COMPUTING TECHNOLOGIES AND APPLICATIONS (CLOUDTECH), 2., 2016, Marrakech. **2016 2nd International Conference…**Marrakech: IEEE Xplore Digital Library, 2017. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7847698>. Acesso em: 21 ago. 2017.

KRISTIANSEN, S.; SORENSEN, M.; STIDSEN, T. R. Integer Programming for the Generalized (High) School Timetabling Problem. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE PRACTICE AND THEORY OF AUTOMATED TIMETABLING. 10., 2014, York – UK. **Proceedings of the 10th International…**York: Technical University of Denmark, 2010. Disponível em <http://orbit.dtu.dk/files/99453763/Integer_Programming.pdf>. Acesso em: 03 out. 2017.

MÉNDEZ-DÍAZ, I.; ZABALA, P.; MIRANDA-BRONT, J. J. An ILP based heuristic for a generalization of the post-enrollment course timetabling problem. **Computers and Operations Research,** New York, v. 76, p. 195-207, dec. 2016.

RODRIGUEZ, N.; MARTINEZ, J.; FLORES, J. J.; GRAFF, M. Solving a Scholar Timetabling Problem Using a Genetic Algorithm – Study Case: Instituto Tecnologico de Zitacuaro. In: MEXICAN INTERNATIONAL CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE. 13., 2014, Tuxtla Gutierrez – Mexico. **2014 13th Mexican International…** Tuxtla Gutierrez : IEEE Xplore Digital Library, 2015. Disponível em : < https://ieeexplore.ieee.org/document/7222864>. Acesso em: 03 out. 2017.

PARAVIDINO NETO, E.; VIANNA, D. S. Heurísticas eficientes para o problema de geração de grade escolar automatizada. **Revista Eletrônica Produção and Engenharia**, v. 4, n. 1, p. 330-337, 2013.

PHILLIPS, A. E. et al. Integer programming methods for large-scale practical classroom assignment problems. **Computers and Operations Research,** New York, v. 53, p. 42-53, aug. 2014.

PINEDO, M. L. **Scheduling theory, algorithms and systems.** 5. ed. New York: Springer, 2016. 674p.

REINERT, K.; KLAU, G. W. Combinatorial optimization and integer linear programming. **Discrete Math for Bioinfomatics,** dec. 2011.

SORENSEN, M.; DAHMS, F. A Two-stage decomposition of high school timetabling applied to cases in denmark. **Computers and Operations Research,** New York, v. 43, p. 36-49, sept. 2014.

TAHA, H. A. **Operations research:** an introduction. 8. ed. New Jersey: Pearson Education, 2007. 838 p.

WINSTON, W. L.; GOLDBERG, J. B. **Operation research:** applications and algorithms. Thomson Brooks/Cole, 2004. 1418 p.