

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

“Diagnose de Falhas em Sistemas Rotativos com Excitações Desconhecidas, através da Metodologia dos Observadores de Estado”

Edson Hideki Koroishi

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP – Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Conhecimento: Mecânica dos Sólidos

Ilha Solteira – SP
Fevereiro/2009

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

K84d	Koroishi, Edson Hideki. Diagnose de falhas em sistemas rotativos com excitações desconhecidas, através da metodologia dos observadores de estado / Edson Hideki Koroishi. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2009. 156 f. : il. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2009 Orientador: Gilberto Pechoto de Melo Bibliografia: p. 150-156 1. Observadores de estado. 2. Desigualdades matriciais lineares (LMIs). 3. Localização de falhas (Engenharia). 4. Identificação de forças de excitação. 5. Sistema rotativo.
------	--



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Diagnose de Falhas em Sistemas Rotativos com Excitações Desconhecidas, através da Metodologia dos Observadores de Estado

AUTOR: EDSON HIDEKI KOROISHI

ORIENTADOR: Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA MECÂNICA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. VICENTE LOPES JUNIOR

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOSÉ ANTONIO FERREIRA BORGES

Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal de Uberlândia

Data da realização: 26 de fevereiro de 2009.

DEDICATÓRIA

**A Deus, aos meus pais Toshiharu Koroishi e
Marly Mieco Ishizu Koroishi, e à minha
irmã Andrea Mayumi Koroishi.**

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo, orientador deste trabalho, por toda a dedicação, incentivo e ensinamentos prestados desde os tempos de iniciação científica;

Aos Profs. Drs. Vicente Lopes Jr e Márcio Antônio Bazani pelas idéias construtivas;

Ao meu pai Toshiharu Koroishi e minha mãe Marly Mieco Ishizu Koroishi pelo apoio, carinho incentivo e dedicação em todos os momentos;

À minha irmã Andrea Mayumi Koroishi pelo constante apoio, incentivo e cumplicidade em todos os momentos;

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira;

Aos colegas e amigos da Faculdade de Engenharia do Campus de Ilha Solteira;

À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo apoio financeiro.

Koroishi, E. H. *Diagnose de falhas em sistemas rotativos com excitações desconhecidas, através da metodologia dos observadores de estado*. 2009. 155f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2009.

RESUMO

Neste trabalho desenvolveu-se uma metodologia de detecção e localização de falhas via observadores de estado projetados via LQR (Regulador Linear Quadrático) e LMIs (Desigualdades Matriciais Lineares) em sistema rotativo considerando-se suas fundações e excitações desconhecidas. A necessidade de desenvolver novas técnicas de prevenção de falhas vem da preocupação das indústrias com o bom funcionamento de seus equipamentos a fim de evitar paradas repentinas no processo produtivo. A metodologia dos observadores de estado consiste em utilizar sua capacidade de estimar estados não medidos. Assim, projeta-se um banco de observadores de estado, sendo que cada um é robusto a um determinado parâmetro sujeito a falha. Quanto à identificação de forças de excitação, durante os últimos anos, vários métodos têm sido propostos, embora nenhum deles possa ser considerado como sendo universalmente adequado a todas as situações. Neste trabalho foram utilizadas metodologias utilizando funções ortogonais de Fourier, Legendre e Chebyshev para a identificação das excitações desconhecidas. Para verificar a validade da metodologia desenvolvida tanto para a identificação de forças como detecção e localização de falhas foram simulados dois sistemas mecânicos: sistema massa-mola-amortecedor de 4 gdl (graus de liberdade) e sistema rotativo considerando-se suas fundações. Por fim, foi realizada a comprovação experimental, utilizando para isto um sistema rotativo pertencente ao laboratório de vibrações mecânicas do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira.

PALAVRAS-CHAVE: Observadores de estado, Sistema rotativo, Detecção e localização de falhas, LMIs (Desigualdades Matriciais Lineares).

Koroishi, E. H. “*Faults Diagnosis in rotative systems with unknown inputs, throuth state observers’ methodology*. 2009. 155f. Dissertation (Master) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2009.

ABSTRACT

In this work a methodology for faults detection and location in rotative system considering its foundation and unknown inputs was developed using state observers designed by LQR (Linear Quadratic Regulator) and LMIs (Linear Matrix Inequalities). The necessity of design new techniques of faults prevention proceeds from concerns of industries with the good worked of its equipments in order to avoid suddenly stopped in the productive process. The methodology of state observers consists to use its capacity to esteem the states not measured. So, it projects a bank of state observes, being that everyone is robust a parameter subject a fault. As at excitation forces identification, during last years, many methods have been proposed, however no one of them can be considered as universally adequate for every situation, being that in this work the methodologies using orthogonal functions of Fourier, Legendre and Chebyshev were used for unknown inputs identification. To validate the methodology two mechanicals systems were simulated: system mass-spring-damper of 4 dof (degree of freedom) and rotative system considering its foundations. At the end, the experimental proof was realized, using for this a rotative system in the mechanical vibrations laboratory at Ilha Solteira’s Mechanical Engineering Department.

KEYWORDS: State Observers, Rotative system, Foundation, Faults detections and localization, LMIs (Linear Matrix Inequalities).

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Um Observador Simples.....	26
Figura 2.2 - Sistema de controle a malha fechada com retroação.....	26
Figura 2.3 - Sistema de controle a malha aberta.....	27
Figura 2.4 - Quatro divisões possíveis de um sistema.....	29
Figura 2.5 - Definição do Observador de Estado.....	32
Figura 2.6 - Sistema de Observação Robusta.....	35
Figura 2.7 - Esquema de diagnose de falhas em sistemas rotor-suporte-fundação.....	63
Figura 2.8 - Graus de liberdade do modelo F.E.M.....	64
Figura 2.9 - Modelo de elemento simplificado.....	65
Figura 2.10 - Esquema do modelo considerado.....	66
Figura 2.11 - Esquema rotor-suportes-fundação.....	67
Figura 3.1 - Sistema mecânico analisado.....	71
Figura 3.2 - Sistema rotativo considerando-se suas fundações.....	72
Figura 3.3 - Deslocamento (m) dos 4 gdl do sistema massa-mola-amortecedor X Tempo (s).....	74
Figura 3.4 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Chebyshev.....	75
Figura 3.5 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Legendre.....	75
Figura 3.6 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Fourier.....	76
Figura 3.7 - Força real (azul) e identificada (vermelho).....	77
Figura 3.8 - Força real (azul) e identificada (vermelho).....	77
Figura 3.9 - Força real (azul) e identificada (vermelho).....	78
Figura 3.10 - Força real (azul) e identificada (vermelho).....	78
Figura 3.11 - Força real (azul) e identificada (vermelho).....	79
Figura 3.12 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Chebyshev.....	80
Figura 3.13 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Legendre.....	80

Figura 3.14 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Fourier.....	81
Figura 3.15 - Força real (azul) e identificada (vermelho) utilizando Chebyshev.....	81
Figura 3.16 - Força real (azul) e identificada (vermelho) utilizando Legendre.....	82
Figura 3.17 - Força real (azul) e identificada (vermelho) utilizando Fourier.....	82
Figura 3.18 - Resposta do sistema real e do observador de estado.....	83
Figura 3.19 - Resposta do sistema real e do observador de estado.....	84
Figura 3.20 - Resposta do sistema real e do observador de estado.....	84
Figura 3.21 - Resposta do sistema real e do observador de estado.....	85
Figura 3.22 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	87
Figura 3.23 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	87
Figura 3.24 - Resposta do sistema real e do observador de estado.....	88
Figura 3.25 - Resposta do sistema real e do observador de estado.....	88
Figura 3.26 - Resposta do sistema real e do observador de estado.....	89
Figura 3.27 - Resposta do sistema real e do observador de estado.....	89
Figura 3.28 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	91
Figura 3.29 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	91
Figura 3.30 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	96
Figura 3.31 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	96
Figura 3.32 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	96
Figura 3.33 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	97
Figura 3.34 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	97
Figura 3.35 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	97

Figura 3.36 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	102
Figura 3.37 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	102
Figura 3.38 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	102
Figura 3.39 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	103
Figura 3.40 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	103
Figura 3.41 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.....	103
Figura 4.1 - Sistema rotativo utilizado para a comprovação experimental.....	106
Figura 4.2 - Sistema rotativo discretizado (Lemos, 2003).....	107
Figura 4.3 - Esquema de medição da rigidez (Lemos, 2003).....	108
Figura 4.4 - Cadeia de medição utilizada (Lemos, 2003).....	110
Figura 4.5 - Fluxograma para aquisição da frequência natural experimental.....	111
Figura 4.6 - Fluxograma utilizado para a aquisição da resposta do sistema rotativo.....	112
Figura 4.7 - Situação 1.....	113
Figura 4.8 - Situação 2.....	113
Figura 4.9 - Situação 3.....	113
Figura 4.10 - Situação 4.....	114
Figura 4.11 - Situação 5.....	114
Figura 4.12 - Situação 6.....	114
Figura 4.13 - Situação 7.....	115
Figura 4.14 - Situação 8.....	115
Figura 4.15 - Situação 9.....	115
Figura 4.16 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX2}	119
Figura 4.17 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX3}	119
Figura 4.18 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX2}	120
Figura 4.19 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX3}	121
Figura 4.20 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX2}	122
Figura 4.21 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX2}	123

Figura 4.22 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX3}	124
Figura 4.23 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX2}	125
Figura 4.24 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX3}	125
Figura 4.25 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2}	126
Figura 4.26 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3}	126
Figura 4.27 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	127
Figura 4.28 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	127
Figura 4.29 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2}	128
Figura 4.30 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3}	128
Figura 4.31 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	128
Figura 4.32 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	129
Figura 4.33- Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2}	130
Figura 4.34 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3}	130
Figura 4.35 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	130
Figura 4.36 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	131
Figura 4.37 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX2}	133
Figura 4.38 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX3}	133
Figura 4.39 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX2}	135
Figura 4.40 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX3}	135
Figura 4.41 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX2}	135
Figura 4.42 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX2}	136
Figura 3.43 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX3}	138
Figura 4.44 - Inverso da diferença <i>RMS</i> para o observador robusto a K_{XX3}	138
Figura 4.45 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2}	139
Figura 4.46 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3}	140
Figura 4.47 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	140
Figura 4.48 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	141
Figura 4.49 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2}	141
Figura 4.50 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3}	142
Figura 4.51 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	142
Figura 4.52 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	143
Figura 4.53 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2}	143
Figura 4.54 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3}	144

Figura 4.55 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	144
Figura 4.56 - Inverso da diferença <i>RMS</i> com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3}	144

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Parâmetros físicos do sistema.....	71
Tabela 3.2. Parâmetros físicos da forças excitação.....	72
Tabela 3.3. Dados do sistema rotativo.....	73
Tabela 3.4. Valores dos parâmetros dos discos.....	73
Tabela 3.5. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real com e sem falha e dos observadores de estado.....	86
Tabela 3.6. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real com e sem falha e dos observadores de estado.....	90
Tabela 3.7. Perda percentual dos parâmetros sujeitos a falha.....	92
Tabela 3.8. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	92
Tabela 3.9. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	93
Tabela 3.10. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	93
Tabela 3.11. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	94
Tabela 3.12. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	94
Tabela 3.13. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	98
Tabela 3.14. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	99
Tabela 3.15. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	99
Tabela 3.16. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	100
Tabela 3.17. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	100
Tabela 4.1. Valor da rigidez (K_{XX1} , K_{XX2} e K_{XX3}).....	108
Tabela 4.2. Valor da perda da rigidez (K_{XX1} , K_{XX2} e K_{XX3}).....	109

Tabela 4.3. Valores dos parâmetros físicos do sistema rotativo experimental.....	109
Tabela 4.4. Frequência natural experimental e simulada.....	111
Tabela 4.5. Valor <i>RMS</i> do sinal de deslocamento x_3	116
Tabela 4.6. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado considerando sistema sem falha.....	117
Tabela 4.7. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	118
Tabela 4.8. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	120
Tabela 4.9. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	121
Tabela 4.10. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	123
Tabela 4.11. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	124
Tabela 4.12. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado considerando sistema sem falha.....	132
Tabela 4.13. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	133
Tabela 4.14. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	134
Tabela 4.15. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	136
Tabela 4.16. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	137
Tabela 4.17. Diferença <i>RMS</i> entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.....	139

LISTA DE SÍMBOLOS

$[A]$	Matriz dinâmica
$[B]$	Matriz de entradas
$[C]$	Matriz de saída
$[D]$	Matriz de transmissão direta
$\{x(t)\}$	Vetor de estado
$\{u(t)\}$	Vetor dos sinais de entrada
$\{y(t)\}$	Conjunto dos sinais de saída
$[\phi]$	Matriz de transição de estado do sistema
$[M_c]$	Matriz de controlabilidade
N	Ordem do sistema
p	Número de entradas
k	Número de saídas
$[M_o]$	Matriz de observabilidade
$[C_{me}]$	Matriz de medidas
$[L]$	Matriz de ganho do observador de estado
$\{\hat{x}(t)\}$	Vetor de estado do observador de estado
$\{\hat{y}(t)\}$	Vetor de saída do observador de estado
$\{e(t)\}$	Vetor erro de estimativa na entrada
$\{\varepsilon(t)\}$	Vetor de resíduo
$\{\dot{e}(t)\}$	Taxa de erro do observador
$\varphi_k(t)$	Funções ortogonais reais
$[a,b] \in \Re$	Intervalo fechado pertencente aos números reais que delimita o intervalo de integração das funções reais
$\phi_k(t)$	Funções ortonormais reais
δ_{mn}	Delta de Kronecker, sendo aqui definido como o resultado da integral do produto de duas funções m e n com relação ao tempo num intervalo fechado
$w(t)$	Função densidade ou função peso
$f(t)$	Função limitada contínua em intervalo fechado
c_n	Coeficientes generalizados de Fourier
$[P]$	Matriz operacional de integração

r	Número de termos de expansão
a_n e b_n	Coeficientes de Fourier
$p_n(z)$	Polinômios de Legendre
$L_n(t)$	Polinômios transformados de Legendre
$P_i(z)$	Polinômios de Chebyshev
$T_i(z)$	Polinômios transformados de Chebyshev
$[M]$	Matriz de massa
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[K]$	Matriz de rigidez
$\{\dot{x}(t)\}$	Derivada primeira do vetor $\{x(t)\}$
$\{\ddot{x}(t)\}$	Derivada segunda do vetor $\{x(t)\}$
$\{f(t)\}$	Vetor das forças de excitação
$[X]$	Matriz dos coeficientes da expansão de $\{x(t)\}$
$[V]$	Matriz dos coeficientes da expansão de $\{\dot{x}(t)\}$
$[A_1]$	Matriz dos coeficientes da expansão de $\{\ddot{x}(t)\}$
$[F]$	Matriz dos coeficientes da expansão de $\{f(t)\}$
J	Índice de desempenho
$[Q_{lqr}]$	Matriz hermitiana definida positiva (ou semi definida positiva definida) ou real simétrica
$[R_{lqr}]$	Matriz hermitiana definida positiva ou real simétrica
$[P_{lqr}]$	Matriz hermitiana definida positiva ou simétrica real
$[T_{lqr}]$	Matriz singular
$[P_{lmi}]$	Matriz definida positiva
α	Taxa de decaimento
E	Módulo de elasticidade
S	Área da seção transversal do elemento
ρ	Densidade do material
L	Comprimento do elemento
I	Momento de inércia do elemento
$\underline{F_r}(t)$	Forças externas aplicadas no rotor

$\underline{F}_f(t)$ Forças transmitidas pela fundação ao rotor

$\underline{X}_r(t)$ Coordenadas do rotor

$\underline{X}_f(t)$ Coordenadas da fundação

K_0 Rigidez equivalente do filme de óleo (mancal)

R_0 Amortecimento equivalentes do filme de óleo (mancal)

M_S Massa equivalente da carcaça+fundação no ponto de conexão com o eixo

K_S Rigidez da estrutura nos pontos de conexão

R_S Amortecimento da estrutura nos pontos de conexão

$[\phi]$ Matriz modal

$\underline{q}(t)$ Vetor das coordenadas modais da fundação

PUBLICAÇÕES

Apresenta-se a seguir os trabalhos publicados em congressos:

- DETECÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS MECÂNICOS PELA METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO BEM CONDICIONADOS, “VIII Simpósio de Mecânica Computacional – SIMMEC 2008”;
- PROJETO DE OBSERVADORES DE ESTADOS VIA REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO PARA A DETECÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS CONTÍNUOS, “VIII Simpósio de Mecânica Computacional – SIMMEC 2008”;
- UTILIZAÇÃO DE FUNÇÕES ORTOGONAIS PARA A IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS EM SISTEMAS MECÂNICOS SUBMETIDOS A ENTRADAS NÃO LINEARES, “VIII Simpósio de Mecânica Computacional – SIMMEC 2008”;
- UTILIZAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN PARA A DETECÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS ROTATIVOS CONSIDERANDO SUAS FUNDAÇÕES, “VIII Simpósio de Mecânica Computacional – SIMMEC 2008”;
- DETECÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS ROTATIVOS UTILIZANDO A METODOLOGIA DE OBSERVADORES DE ESTADOS OTIMIZADOS VIA REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO, “V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - Conem 2008”;
- DIAGNOSE DE FALHAS EM SISTEMAS CONTÍNUOS POR MEIO DO FILTRO DE KALMAN, “V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - Conem 2008”;
- IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS DE EXCITAÇÃO EM SISTEMAS MECÂNICOS VIA FUNÇÕES ORTOGONAIS CONSIDERANDO ENTRADAS NÃO LINEARES, “V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - Conem 2008”;
- UTILIZAÇÃO DE OBSERVADORES DE ESTADO BEM CONDICIONADOS PARA O MONITORAMENTO DE SISTEMAS MECÂNICOS, “V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - Conem 2008”;
- DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS CONTÍNUOS UTILIZANDO FILTRO DE KALMAN, “7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, DINCON 2008”;

- IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS DE DESBALANCEAMENTO APLICADOS EM SISTEMAS ROTATIVOS UTILIZANDO FUNÇÕES ORTOGONAIS, “7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, DINCON 2008”;
- FAULT DETECTION IN MECHANICAL SYSTEMS THROUGH THE METHODOLOGY OF THE STATE OBSERVERS, “19th International Congress of Mechanical Engineering, COBEM 2007”;
- UTILIZAÇÃO DE OBSERVADORES DE ESTADO PARA A DETECÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS MECÂNICOS, “VI Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, DINCON 2007”.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I.....	21
1. Introdução.....	21
1.1. Justificativa do Trabalho	23
1.2. Contribuição Efetiva deste Trabalho	24
CAPÍTULO II.....	25
2. Fundamentos teóricos.....	25
2.1. Observadores de Estado.....	25
2.1.1. Sistema de controle.....	26
2.1.2. Controlabilidade e Observabilidade	27
2.1.2.1. Controlabilidade	27
2.1.2.2. Observabilidade	28
2.1.3. Representação em Espaço de Estado.....	29
2.1.3. Metodologia dos observadores de estado	31
2.1.3.1. Conceito de Observador de Estado:	31
2.1.3.2. Observadores do tipo identidade	32
2.1.3.3. Observadores de estado global e robusto	33
2.2. Identificação de Forças de Excitação via Funções Ortogonais	35
2.2.1. Funções ortogonais.....	36
2.2.1.1. Série de Fourier	38
2.2.1.2. Polinômios de Legendre	42
2.2.1.3. Polinômios de Chebyshev	44
2.2.3. Descrição do Método de Identificação de Forças de Excitação	46
2.2.3.1. Sistema Forçado - Formulação Usando o Deslocamento	47
2.2.3.2. Sistema Forçado - Formulação Usando a Velocidade.....	49
2.2.3.3. Sistema Forçado - Formulação Usando a Aceleração	51
2.3. Regulador Linear Quadrático	53
2.3. Desigualdades Matriciais Lineares.....	54
2.3.1. Histórico	54
2.3.2. Definições e Conceitos Básicos.....	56
2.3.2.1. Problemas Padrões de LMI	57
2.3.2.1.1. Problemas LMI (LMIP).....	57

2.3.2.1.2. Problema de Autovalor (EVP).....	57
2.3.2.1.3. Problema de Autovalor Generalizado (GEVP)	58
2.3.2.2. Inclusões Diferenciais Lineares.....	58
2.3.3. Estabilidade Quadrática.....	59
2.3.3.1. Taxa de decaimento	60
2.3.4. Projeto de Observadores de Estado via LMIs	61
2.5. Sistema Rotativo Considerando-se suas Fundações.....	63
2.5.1. Representação do Sistema Rotor-Suporte-estrutura.....	63
2.5.2. Modelagem da Estrutura do Suporte	66
2.5.3. Método Analítico para Representação da Estrutura – Impedâncias Mecânicas.....	67
CAPÍTULO III	70
3. Simulação Computacional.....	70
3.1. Aplicações	70
3.1.1. Sistema Massa-Mola-Amortecedor de 4 gdl	71
3.1.2. Sistema Rotativo Considerando-se suas Fundações.....	72
3.2. Resultados.....	73
3.2.1. Identificação de Forças de Excitação	73
3.2.1.1. Sistema Massa-Mola-Amortecedor de 4 gdl	74
3.2.1.2. Sistema Rotativo Considerando-se suas Fundações.....	79
3.2.2. Detecção de Falhas em Sistemas Mecânicos.....	82
3.2.2.1. Sistema Massa-Mola-Amortecedor de 4 gdl	82
3.2.2.1.1. Regulador Linear Quadrático	83
3.2.2.1.2. Observador de Estado via LMIs	87
3.2.2.2. Sistema Rotativo Considerando-se suas Fundações.....	91
3.2.2.2.1. Regulador Linear Quadrático	92
3.2.2.2.2. Observador de Estado via LMIs	98
CAPÍTULO IV	105
4. Comprovação Experimental	105
4.1. Sistema rotativo	105
4.1.1. Composição do sistema rotativo da bancada de testes	106
4.1.2. Sistema de aquisição de dados.....	107
4.2. Modelo matemático do sistema rotativo.....	107
4.3. Comparação do sistema rotativo com o modelo matemático	109

4.3.1. Análise Estática	110
4.3.2. Análise Dinâmica	112
4.3. Detecção e Localização de Falhas	116
4.3.1. Regulador Linear Quadrático	117
4.3.1.1. 1ª Aplicação	117
4.3.1.2. 2ª Aplicação	118
4.3.1.3. 3ª Aplicação	119
4.3.1.3. 4ª Aplicação	121
4.3.1.5. 5ª Aplicação	122
4.3.1.6. 6ª Aplicação	124
4.3.1.7. 7ª Aplicação	126
4.3.1.8. 8ª Aplicação	128
4.3.1.9. 9ª Aplicação	129
4.3.2. Desigualdades Matriciais Lineares	131
4.3.2.1. 1ª Aplicação	131
4.3.2.2. 2ª Aplicação	132
4.3.2.3. 3ª Aplicação	134
4.3.2.5. 4ª Aplicação	135
4.3.2.5. 5ª Aplicação	137
4.3.2.6. 6ª Aplicação	138
4.3.2.7. 7ª Aplicação	140
4.3.2.8. 8ª Aplicação	142
4.3.2.9. 9ª Aplicação	143
CAPÍTULO V	146
5. Conclusão	146
5.1. Proposta para Trabalhos Futuros	149
CAPÍTULO VI	150
REFERÊNCIAS	150

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1. Introdução

Nos últimos tempos, observa-se o aumento da preocupação das indústrias no desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas, de maneira a garantir o bom funcionamento de seus equipamentos evitando possíveis falhas ou que estas sejam sanadas o mais rápido possível a fim de evitar paradas repentinas no processo produtivo. Dentro desse contexto, destaca-se a metodologia dos observadores de estado, os quais podem reconstruir os estados não medidos ou de pontos de difícil acesso no sistema.

A técnica dos observadores de estado consiste em desenvolver um modelo para o sistema em análise e comparar a saída estimada com a saída medida (KINNAERT et al., 1995)(AUTOR dentro do parêntese é tudo em maiúsculo, e et al. Não é destacado). A idéia é montar um banco de observadores de estado para supervisionar o processo, no qual cada observador é responsável por apenas um parâmetro sujeito à falha. Verifica-se, porém, que os parâmetros dos sistemas podem variar durante o processo devido a características específicas

de alguns materiais ou mesmo pelo próprio desgaste natural dos componentes do sistema (D'AZZO et al., 1988), (WANG et al., 1987). Tal situação pode ocasionar falsos alarmes, o que podem ocasionar paradas desnecessárias no processo produtivo. Outro fator importante é o conhecimento das entradas, ou seja, as perturbações que excitam um sistema, tendo em vista que nem sempre é possível ter precisão das forças de excitação e perturbações aleatórias presentes no sistema (COOPER et al., 1996), (EMRE et al., 1980). Diante disto, destacam-se as técnicas de identificação de forças via funções ortogonais.

Nas técnicas de identificação de forças que agem excitando um sistema mecânico procura-se determinar os valores desconhecidos pela manipulação dos sinais de saída. O tratamento e análise de sinais são relativamente recentes na engenharia, sendo que seu desenvolvimento iniciou-se juntamente com o dos sensores e condicionadores de sinais e mais recentemente, com os sistemas automáticos de aquisição de dados. Nos últimos anos, vários métodos têm sido propostos para resolver problemas de identificação de forças de excitação (MELO et al., 1994), (PACHECO, 2001), embora nenhum deles possa ser considerado como sendo universalmente adequado a todas as situações.

É dentro deste contexto que se recorre a técnicas de determinação de forças atuantes em sistemas dinâmicos utilizando funções ortogonais (PACHECO et al., 2003). Os processos de identificação, a partir destes tipos de funções, começam com a construção de uma matriz operacional para a integração de vetores de bases ortogonais, o que permite a conversão de um conjunto de equações diferenciais em um conjunto de equações algébricas e conseqüentemente a obtenção das forças desconhecidas.

O desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos submetidos a carregamentos dinâmicos tem evoluído muito nos últimos anos em função da necessidade cada vez maior das indústrias em manter os equipamentos em funcionamento sem paradas abruptas (CHOW et al., 1984). Para garantir este funcionamento com segurança os sistemas mecânicos têm que ser supervisionados, pois os distúrbios em operação normal causam uma deterioração da desempenho do sistema ou até mesmo levam a situações perigosas.

Embora as ferramentas para análise teórica dos sistemas dinâmicos atuais sejam sofisticadas a ponto de modelos complexos poderem ser simulados nos modernos computadores, existem grandes dificuldades na predição do comportamento dinâmico de certos componentes estruturais e diagnose de falhas, seja pela inexatidão do modelo teórico ou mesmo pela dificuldade de medição de algumas variáveis do sistema (MELO, 2003).

Há aproximadamente duas décadas que o problema de detecção de falhas tem sido estudado extensivamente na literatura, basicamente utilizando técnicas através de observadores de estado, e/ou métodos de estimação de parâmetros (FRANK, 1990, GERTLER, 1988, HOWELL, 1994).

Quanto à utilização destas metodologias através do emprego de modelos bem definidos, podem-se mencionar algumas mais utilizadas: observadores de Luenberger (DING et al., 1994, MELO, 1998), observadores dedicados e de ordem reduzida (HOSTETTER et al., 1973), detecção através de filtros (CHEN et al., 1996), consistência de espaço (GERTLER, 1988), etc.

A utilização de observadores de estado em sistemas com entradas desconhecidas tem recebido, também, atenção especial na literatura (COOPER et al., 1996, EMRE et al., 1980, KUDVA et al., 1980).

Pode-se observar nos últimos anos uma preocupação dos pesquisadores em considerar a fundação em sistemas rotor-suporte-estrutura, pois a resposta em frequência de uma máquina rotativa pode ser significativamente afetada pelo comportamento de sua estrutura (BONELIKE et al., 200, CAVALCA et al., 1993), (CHANG et al., 2000). Com a ajuda de um modelo teórico bem definido, obtido usando impedâncias mecânicas e a técnica de observadores de estado para a detecção e localização de falhas, é possível monitorar o funcionamento de um sistema rotativo incluindo o efeito de suas fundações, assim como a partir das técnicas de identificação de forças de excitação via funções ortogonais é possível identificar as entradas atuantes no sistema rotativo.

1.1. Justificativa do Trabalho

Devido à necessidade dos equipamentos terem que operar continuamente sem que ocorram paradas repentinas devido a quebras ou possíveis falhas, as indústrias têm aumentado a sua preocupação com o desenvolvimento de novas metodologias para a prevenção de possíveis falhas que possam prejudicar o processo produtivo. Dentro desse contexto, novas técnicas de detecção de falhas têm sido propostas, dentre elas destaca-se a metodologia dos observadores de estado. Nesta dissertação o objetivo é utilizar a metodologia dos observadores de estado para a detecção e localização de falhas em sistemas rotativos considerando-se suas fundações com excitações desconhecidas, sendo estas excitações identificadas por funções ortogonais.

1.2. Contribuição Efetiva deste Trabalho

As contribuições deste trabalho são apresentadas a seguir:

- Diagnóstico de falhas em sistemas rotativos com excitações identificadas por funções ortogonais;
- Utilização de LMIs no projeto dos observadores de estado para a detecção e localização de falhas;
- Análise experimental da metodologia desenvolvida para detecção e localização de falhas em um sistema rotativo.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2. Fundamentos teóricos

2.1. Observadores de Estado

Os observadores de estado foram propostos e desenvolvidos por Luenberger, o qual em seguida os aperfeiçoou (LUENBERGER, 1966). A teoria dos observadores de estado tem sido estendida por vários campos de pesquisa, tais como sistemas variando no tempo, sistemas discretos e sistemas aleatórios.

Desde 1964, os observadores fazem parte integral de numerosos projetos de sistemas de controle dos quais apenas uma pequena porcentagem tem sido informada de forma explícita. A simplicidade de seu projeto e de sua resolução faz do observador um componente atrativo do projeto geral, principalmente pelo fato de reconstruir estados não medidos.

Devido a sua utilidade prática, os observadores oferecem uma fascinação teórica sem igual. Sua teoria é intimamente relacionada a conceitos fundamentais do sistema linear de controlabilidade, observabilidade, resposta dinâmica e estabilidade, os quais interagem entre si mutuamente. Esta riqueza teórica fez do observador uma área de pesquisa atrativa (LUENBERGER, 1979).

Por exemplo, considera-se inicialmente o problema de observar um sistema livre, isto é, um sistema sem nenhuma entrada. Em algumas situações, tem-se que as saídas de um determinado sistema vão atuar como entradas em outros, neste caso, o segundo sistema servirá quase sempre como um observador do primeiro (LUENBERGER, 1964). Tal situação encontra-se representado pela Figura 2.1.

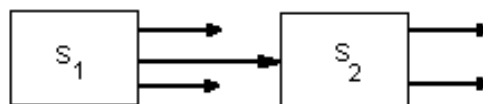


Figura 2.1 - Um Observador Simples.

Este resultado forma a base da teoria do observador e explica porque existe muita liberdade no projeto de um observador.

2.1.1. Sistema de controle

Quando um sistema apresenta sua saída interagindo com a sua entrada, isto é, a saída apresenta uma relação preestabelecida com a entrada trata-se de um sistema de controle a malha fechada. Neste caso a saída retroage com a entrada, sendo a diferença destas grandezas utilizada como meio de controle (OGATA, 2003). Neste tipo de sistema, o sinal atuante de erro (diferença entre o sinal de entrada e o sinal de retroação) excita um controlador a fim de reduzir o erro e trazer a saída para um valor desejado, Figura 2.2.

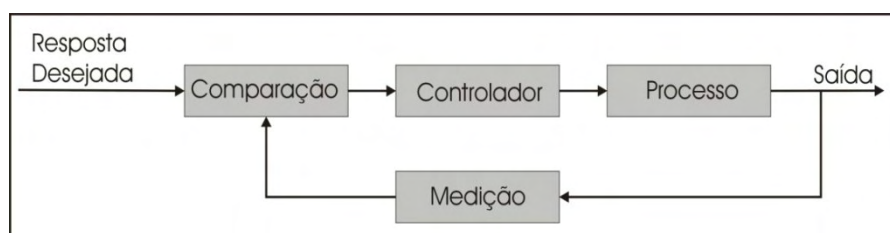


Figura 2.2 - Sistema de controle a malha fechada com retroação.

Os casos em que o sinal de saída não retroage com o de entrada são chamadas de sistemas a malha aberta. Nestes casos, os sinais de saída não são enviados para comparação com os de entrada. Este tipo de sistema de controle usa um atuador de controle para obter a resposta desejada, como mostrado na Figura 2.3.

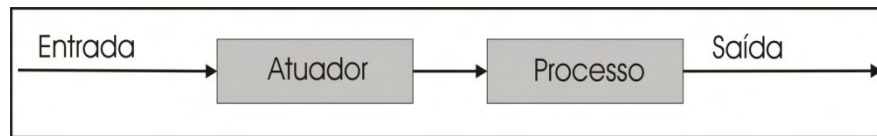


Figura 2.3 - Sistema de controle a malha aberta.

2.1.2. Controlabilidade e Observabilidade

Os conceitos de controlabilidade e observabilidade são de grande importância no estudo de controle e na estimação de estado (LEMOS, 2003). Eles têm papel importante no projeto de sistemas de controle no espaço de estados. De fato, as condições de controlabilidade e observabilidade podem ditar a existência de uma solução completa para o problema de projeto do sistema de controle (OGATA, 2003).

Embora a maioria dos sistemas físicos seja controlável e observável, os correspondentes modelos matemáticos podem não exibir a propriedade de controlabilidade e observabilidade. Então, é necessário conhecer as condições nas quais um sistema é controlável e observável (OGATA, 2003).

2.1.2.1. Controlabilidade

Um sistema é dito completamente controlável se, qualquer que seja o instante inicial t_0 , seja possível transferir todo estado inicial $\{x(t_0)\}$ para qualquer estado final $\{x(t)\}$ num tempo finito $t_F > t_0$ por intermédio de um vetor de excitação $\{u(t)\}$ não sujeito a restrições (MEIROVITCH, 1990).

Um vetor de excitação de controle é dito não restrito quando não existem limitações quanto à amplitude dos valores de $\{u(t)\}$ (D’AZZO et al., 1988). Esta definição implica que $\{u(t)\}$ é capaz de influenciar cada uma das variáveis de estado na expressão:

$$\{x(t)\} = [\Phi(t - t_0)]\{x(t_0)\} + \int_{t_0}^t [\Phi(t - \tau)][B]\{u(\tau)\} d\tau \quad (2.1)$$

na qual, $[\Phi]$ é a matriz de transição de estado do sistema.

Da teoria, isto requer que:

$$\text{Posto } [M_c] = \text{Posto de } \begin{bmatrix} [B] & [A][B] & \dots & [A]^{n-1}[B] \end{bmatrix} = n \quad (2.2)$$

no qual, $[M_c]$ = matriz de controlabilidade, $[A]$ = matriz dinâmica, $[B]$ = matriz de entradas e n = ordem do sistema.

Para sistemas com uma única entrada, a matriz $[B]$ se reduz ao vetor $\{b\}$, e a matriz de controlabilidade da eq. (2.2) representa uma matriz $n \times n$.

2.1.2.2. Observabilidade

Um sistema é dito completamente observável se todo estado inicial $\{x(t_0)\}$ pode ser determinado exatamente a partir de medidas da resposta $\{y(t)\}$ durante um intervalo de tempo finito $t_0 \leq t \leq t_f$ (MEIROVITCH, 1990). Esta definição indica que todas as variáveis de $\{x(t)\}$ influenciam a resposta $\{y(t)\}$:

$$\{y(t)\} = [C_{me}]\{x(t)\} = [C_{me}][\Phi(t - t_0)]\{x(t_0)\} + [C_{me}] \int_{t_0}^t [\Phi(t - \tau)][B]\{u(\tau)\} d\tau \quad (2.3)$$

no qual, o estado inicial $\{x(t_0)\}$ é o resultado das excitações de controle aplicadas antes de t_0 .

Com isso, pode-se mostrar que o sistema é completamente observável se a *matriz de observabilidade* apresenta a seguinte propriedade:

$$\text{Posto } [M_o] = \text{Posto de } \begin{bmatrix} [C_{me}]^T & [A]^T [C_{me}]^T & [A^2]^T [C_{me}]^T & \dots & [A^{n-1}]^T [C_{me}]^T \end{bmatrix} = n \quad (2.4)$$

no qual, $[M_o]$ = matriz de observabilidade e $[C_{me}]$ = matriz de medidas.

Para sistemas com uma única saída, a matriz $[C_{me}]^T$ é uma matriz coluna que pode ser representada por c , e a matriz da eq. (2.4) tem dimensão $n \times n$.

Os conceitos de controlabilidade e observabilidade podem ser ilustrados de acordo com a Figura 2.4.

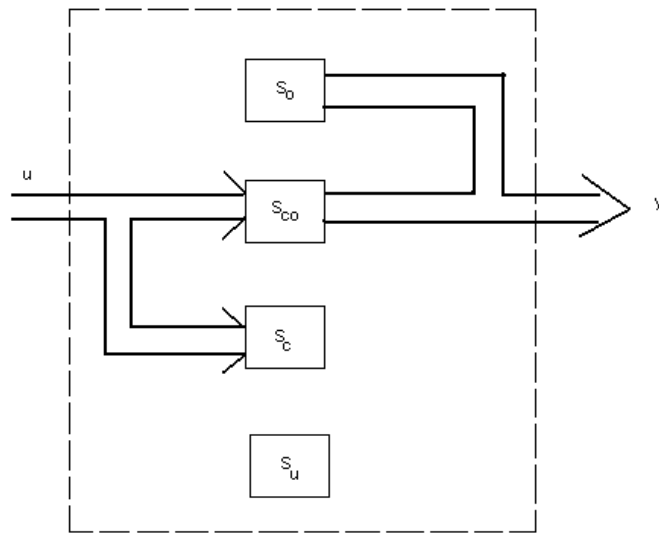


Figura 2.4 - Quatro divisões possíveis de um sistema.

no qual, S_{co} = subsistema completamente controlável e completamente observável;

S_o = subsistema completamente observável e não-controlável;

S_c = subsistema completamente controlável e não-observável;

S_u = subsistema não-controlável e não-observável.

2.1.3. Representação em Espaço de Estado

O estado de um sistema, utilizado nos projetos de um sistema de controle no domínio do tempo, é um conjunto de variáveis tais que o conhecimento dos valores destas variáveis e das funções de entrada, com as equações que descrevem a dinâmica, fornece os estados futuros e a saída futura do sistema (DORF et al., 1980).

O estado de um sistema num instante t é descrito em termos de um conjunto de valores das variáveis de estado $[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$ de um sistema. O estado de um sistema é descrito

por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem escrita em função das variáveis de estado.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \dots + a_{1n}x_n(t) + b_{11}u_1(t) + \dots + b_{1m}u_m(t) \\
 \dot{x}_2(t) &= a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \dots + a_{2n}x_n(t) + b_{21}u_1(t) + \dots + b_{2m}u_m(t) \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_n(t) &= a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \dots + a_{nn}x_n(t) + b_{n1}u_1(t) + \dots + b_{nm}u_m(t)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

na qual, $\{\dot{x}(t)\} = dx/dt$.

Este sistema de equações diferenciais pode ser apresentado na forma matricial de acordo com a eq. (2.6).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

na qual,

$$\{x(t)\} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \text{ é o vetor de estado;}$$

$$\{u(t)\} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \text{ é o vetor dos sinais de entrada.}$$

Desta forma, a equação de estado pode ser representada de acordo com a eq. (2.7)

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \tag{2.7}$$

na qual,

$[A]$ é uma matriz quadrada $n \times n$ chamada de matriz de estado ou matriz dinâmica;

$[B]$ é uma matriz $n \times m$, chamada de matriz de entradas.

Os sinais de saída de um sistema linear podem ser relacionados com as variáveis de estado e com os sinais de entrada, através da equação de saída.

$$\{y(t)\} = [C]\{x(t)\} + [D]\{u(t)\}$$

na qual,

$\{y(t)\}$ é o conjunto dos sinais de saída;

$[C]$ é a matriz de saída;

$[D]$ é a matriz de transmissão direta.

2.1.3. Metodologia dos observadores de estado

Na teoria, supõe-se que todas as variáveis de estado estão disponíveis para medição direta, no entanto, na prática, observa-se que nem sempre isto ocorre, tornando necessária a utilização de observadores de estado para a estimativa dos estados não medidos.

A utilização de observadores de estado no projeto de sistemas de controle permite a reconstrução de estados não medidos ou de valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema a partir das variáveis de estado disponíveis, contudo a exigência para esta reconstrução é que todos os estados sejam observáveis (MEIROVITCH, 1990).

2.1.3.1. Conceito de Observador de Estado:

Um observador de estado para um sistema dinâmico com estado $\{x(t)\}$, saída $\{y(t)\}$ e entrada $\{u(t)\}$ é um sistema dinâmico auxiliar, ou seja, trata-se de uma cópia do sistema original possuindo as mesmas entradas, mas com a capacidade de estimar os estados não medidos.

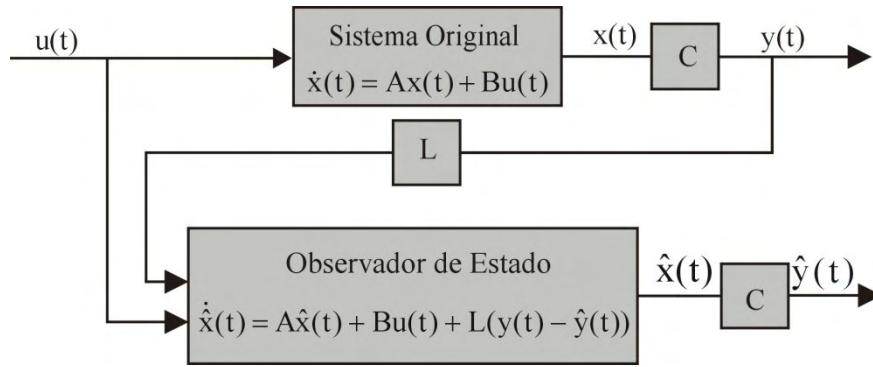


Figura 2.5 - Definição do Observador de Estado.

Vale ressaltar que a construção do observador de estado só é possível para os casos em que os sistemas são observáveis.

2.1.3.2. Observadores do tipo identidade

Considera-se, para descrição do observador do tipo identidade, o seguinte sistema linear e invariante no tempo apresentado pela eqs. (2.9) e (2.10):

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (2.9)$$

$$\{y(t)\} = [C_{me}]\{x(t)\} + [D]\{u(t)\} \quad (2.10)$$

na qual, $[A] \in R^{n \times n}$, $[B] \in R^{n \times p}$, $[C_{me}] \in R^{k \times n}$, $[D] \in R^{k \times p}$, sendo n a ordem do sistema, p o número de entradas $\{u(t)\}$ e k o número de saídas de $\{y(t)\}$. Assumindo o sistema como totalmente observável.

Um observador para tal sistema é dado por:

$$\{\dot{\hat{x}}(t)\} = [A]\{\hat{x}(t)\} + [B]\{u(t)\} + [L](\{y(t)\} - \hat{y}(t)) \quad (2.11)$$

$$\{\hat{y}(t)\} = [C_{me}]\{\hat{x}(t)\} \quad (2.12)$$

na qual $[L]$ é a matriz do ganho de observador de estado.

O erro de estimação de estado fica:

$$\{e(t)\} = \{\hat{x}(t)\} - \{x(t)\} \quad (2.13)$$

e o erro de estimação na saída (resíduo):

$$\{\varepsilon(t)\} = \{\hat{y}(t)\} - \{y(t)\} \quad (2.14)$$

Agora, substituindo as eqs. (2.9), (2.10), (2.11) e (2.12) em (2.13) e (2.14), têm-se:

$$\{\dot{e}(t)\} = ([A] - [L][C_{me}])\{e(t)\} + [L][D]\{u(t)\} \quad (2.15)$$

$$\{\varepsilon(t)\} = [C_{me}]\{e(t)\} - [D]\{u(t)\} \quad (2.16)$$

na qual, $\{\dot{e}(t)\} = d\{e(t)\} / dt$ representa a taxa do erro do observador.

Na eq. (2.15) verifica-se que se $[D] = [0]$, o erro do observador não fica dependente da excitação do sistema. É importante ressaltar que os autovalores da matriz do observador de estado $[A] - [L][C_{me}]$ são escolhidos usualmente à esquerda dos autovalores da matriz dinâmica $[A]$ a fim de garantir estabilidade do sistema e rápida convergência.

2.1.3.3. Observadores de estado global e robusto

O observador global trata-se de uma cópia do sistema original partindo do princípio de que este esteja funcionando adequadamente. Sendo assim quando um componente do sistema começa a falhar, tal efeito pode ser facilmente sentido pelo observador global, visto que este é bastante sensível a qualquer irregularidade que possa surgir no sistema. A idéia é utilizar o efeito sentido pelo observador de estado global para localizar uma possível falha em um sistema mecânico.

Assim, visando a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos, calcula-se inicialmente a observabilidade do sistema em questão e a seguir o observador de estado global. O observador global é um conjunto de equações diferenciais ordinárias desenvolvidas

utilizando-se as equações de Riccati, que responde exatamente igual ao sistema real, desde que este esteja funcionando adequadamente.

Projetado o observador global, o próximo passo é projetar os observadores de estado robustos para cada parâmetro sujeito à falha. Assim, projetam-se observadores robustos com perdas percentuais de cada parâmetro sujeito a falha. A resposta destes observadores são plotados juntamente com a resposta do sistema real falho, assim a curva do observador robusto que mais se aproximar da curva do sistema real falho, irá revelar qual é o parâmetro responsável pela falha assim como o valor de sua perda percentual. Em alguns casos, existe a possibilidade de mais de um parâmetro falhar ao mesmo tempo, neste caso projetam-se observadores de estado robustos a combinações de parâmetros sujeitos a falhas. Existe também a possibilidade dos parâmetros sujeitos a falhas estarem localizados na mesma posição da matriz dinâmica $[A]$. Sendo assim, trabalha-se com uma combinação dos vários componentes do sistema a fim de localizar a procedência destas falhas.

Na Figura 2.6, é apresentado um esquema de um banco de observadores utilizados para a detecção e localização de falhas, no qual se verifica a força de excitação $\{f(t)\}$, a resposta $\{y(t)\}$, o observador de estado global e os observadores de estado robustos aos possíveis parâmetros sujeitos a falhas $z_1, \dots, z_n$ e a unidade de decisão lógica.

O banco de observadores é constituído do observador global que irá analisar se o sistema em questão possui algum indício de falha ou não, e dos observadores de estado robustos aos parâmetros sujeitos a falhas, que são utilizados a fim de localizar as possíveis falhas do sistema.

Tanto o observador global quanto os observadores robustos recebem os valores da excitação e da resposta do sistema real, após as resoluções dos conjuntos de equações diferenciais, os resultados obtidos são coletados e analisados na unidade de decisão lógica.

A unidade de decisão lógica analisa primeiramente a diferença do valor *RMS* entre a resposta do sistema real e do observador global, a fim de diagnosticar uma possível falha. Detectada uma falha, analisam-se as diferenças dos valores *RMS* entre o sistema real e os observadores robustos aos parâmetros sujeitos a falhas, localizando as possíveis falhas do sistema. É nessa unidade que se analisa a tendência da progressão de uma falha e é ela que aciona quando for necessário um sistema de alarme.

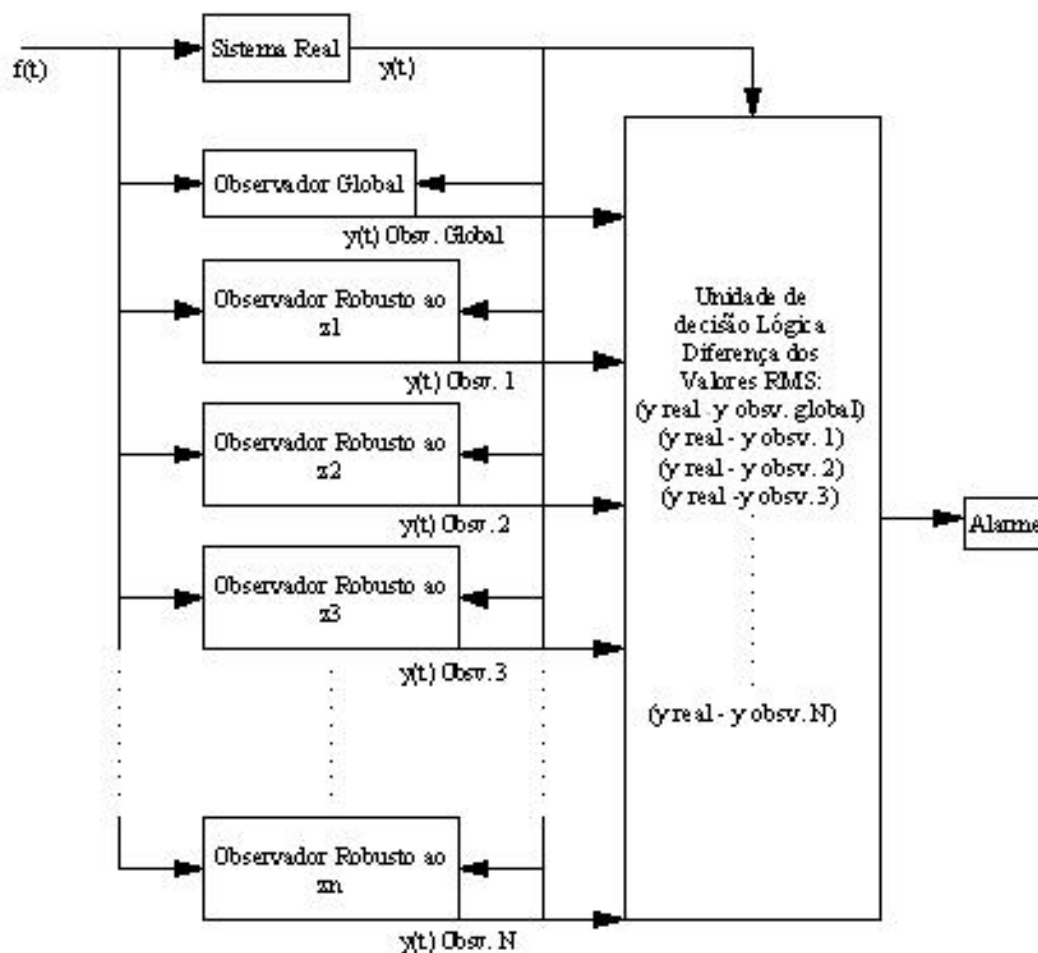


Figura 2.6 - Sistema de Observação Robusta.

2.2. Identificação de Forças de Excitação via Funções Ortogonais

A construção de modelos matemáticos capazes de representar o comportamento dinâmico dos mais variados tipos de sistemas, desde os mais simples até os mais complexos tem recebido atenção especial nos últimos tempos.

Particularmente, no caso de sistemas mecânicos vibratórios, é necessário descrever matematicamente seus comportamentos dinâmicos partindo de modelos físicos preestabelecidos. Desta forma, escrevem-se as chamadas equações do movimento, com base nas leis básicas que regem os fenômenos envolvidos. A análise dinâmica, feita em seguida, depende da integração de tais equações, o que pode ser feito tanto por métodos analíticos como numéricos. Assim, passa-se a conhecer a resposta do sistema a diferentes tipos de excitação, sendo possível, daquilo que se aprendeu na análise, elaborar recomendações de projeto, penetrando-se dentro da engenharia propriamente dita. Entretanto, comumente, nas

equações diferenciais representativas dos sistemas dinâmicos, alguns dos parâmetros e/ou forças de excitação são desconhecidos, geralmente pela impossibilidade ou inviabilidade de obtenção de seus valores através de medidas diretas das grandezas físicas que eles representam dentro do modelo.

É dentro deste contexto que se inserem as técnicas de identificação de parâmetros e forças de excitação (COOPER et al., 1996), (KUDVA et al., 1980), no qual se procura determinar os valores desconhecidos, pela manipulação dos sinais de excitação, de resposta e das variáveis de estado do sistema.

Em anos recentes, tem-se desenvolvido vários métodos para a identificação de parâmetros e força de excitação de sistemas dinâmicos utilizando funções ortogonais. Os processos de identificação a partir destes tipos de funções começam com a construção da matriz operacional de integração de vetores de bases ortogonais, o que permite a conversão de um conjunto de equações diferenciais em um conjunto de equações algébricas que são então resolvidas para obtenção dos parâmetros desconhecidos.

Desta forma, funções de Wash, Block Pulse, Fourier e polinomiais de Chebyshev, Jacobi, Legendre e Hermite (MELO, 1992, MELO et al., 1994) têm sido utilizadas.

2.2.1. Funções ortogonais

Seja um conjunto de funções reais $\varphi_k(t)$, $k = 1, 2, 3...$ definidas no intervalo $[a, b] \in \mathbb{R}$. Tal conjunto é dito ortogonal neste intervalo se (Spiegel, 1976):

$$\int_a^b \varphi_m(t) \varphi_n(t) dt = K \quad (2.17)$$

na qual, K é uma constante igual a zero se $m \neq n$ e diferente de zero se $m = n$.

O conjunto de funções $\phi_k(t)$ é dito ortonormal se for válida a relação (Spiegel, 1976):

$$\int_a^b \phi_m(t) \phi_n(t) dt = \delta_{mn} \quad (2.18)$$

na qual, δ_{mn} , denominado delta de Kronecker, se define como “0” se $m \neq n$ ou “1” se $m = n$ e $\phi_k(t)$ é o conjunto de funções ortonormais.

Se o conjunto $\phi_k(t)$ é ortonormal em relação à função densidade ou função peso $w(t)$ na qual $w(t) \geq 0$, então o conjunto de funções ortonormais é obtido através da equação:

$$\phi_k(t) = \sqrt{w(t)}\varphi_k(t), \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.19)$$

Verifica-se a relação:

$$\int_a^b \phi_m(t)\phi_n(t)w(t)dt = \delta_{mn} \quad (2.20)$$

Se uma função $f(t)$ é contínua ou seccionalmente contínua no intervalo $[a, b]$, então $f(t)$ pode ser expandida em séries de funções ortonormais, ou seja:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(t) \quad (2.21)$$

Tais séries, chamadas séries ortonormais, constituem generalizações das séries de Fourier. Admitindo que o somatório na eq. (2.21) convirja para $f(t)$, podem-se multiplicar ambos os membros por $\phi_m(t)$ e integrá-los no intervalo $[a, b]$, obtendo-se:

$$c_m = \int_a^b f(t)\phi_m(t)dt \quad (2.22)$$

na qual, c_m são os coeficientes generalizados de Fourier.

Calculam-se estes coeficientes resolvendo a integral dada pela eq. (2.22) aplicando a Regra do Trapézio (HORNBECK, 1975).

Um conjunto finito de funções ortonormais possui a seguinte propriedade em relação à sua integração sucessiva no intervalo $[0, t]$:

$$\int_0^t \underbrace{\int_0^t}_{r \text{ vezes}} \{\phi(\tau)\} (d\tau) \cong [P]^r \{\phi(t)\} \quad (2.23)$$

na qual,

$\{\phi_m(t)\} = \{\phi_0(t) \ \phi_1(t) \ \dots \ \phi_r(t)\}^T$ é o conjunto finito da série ortogonal;

$[P]$ é uma matriz quadrada de ordem “ r ”, com elementos constantes, denominada matriz operacional de integração.

Na verdade, se for utilizada a base vetorial completa, ou seja, se a série não for truncada, a relação obtida na eq. (2.23) é de igualdade. Porém, na prática, isto se torna inviável, devido à ordem elevada da matriz $[P]$.

2.2.1.1. Série de Fourier

A base vetorial $\{\varphi(t)\}$ das séries de Fourier, no intervalo $[0, T_1]$, é dada por (SPIEGEL, 1976):

$$\{\varphi(t)\} = \{\varphi_0(t) \ \varphi_1(t) \ \dots \ \varphi_s(t) \ \varphi_1^*(t) \ \dots \ \varphi_s^*(t)\}^T \quad (2.24)$$

Na qual,

$$\begin{aligned} \varphi_n(t) &= \cos \frac{2n\pi t}{T_1} & n = 0, 1, \dots, s \\ \varphi_n^*(t) &= \sin \frac{2n\pi t}{T_1} & n = 0, 1, \dots, s \end{aligned}$$

na qual, T_1 = Período.

Utilizando as equações anteriores, podem-se obter as primeiras funções das séries de Fourier:

$$\begin{aligned}
\varphi_0(t) &= 1 \\
\varphi_1(t) &= \cos \frac{2\pi t}{T_1} & \varphi_1^*(t) &= \text{sen} \frac{2\pi t}{T_1} \\
\varphi_2(t) &= \cos \frac{4\pi t}{T_1} & \varphi_2^*(t) &= \text{sen} \frac{4\pi t}{T_1}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Uma função $f(t)$ pode ser expandida em séries de Fourier da seguinte forma:

$$f(t) = a_0 \varphi_0(t) + \sum_1^{\infty} \{a_n \varphi_n(t) + b_n \varphi_n^*(t)\} \tag{2.26}$$

na qual, os coeficientes de Fourier a_n e b_n são dados por:

$$\begin{aligned}
a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \\
a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2n\pi t}{T_1} dt & n &= 1, 2, \dots, s \\
b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen} \frac{2n\pi t}{T_1} dt & n &= 1, 2, \dots, s
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Na prática, a expansão é feita truncando-se a série com “ r ” termos ($r = 2s + 1$); sendo s o número de termos em senos e co-senos.

$$f(t) \cong a_0 \varphi_0(t) + \sum_1^s \{a_n \varphi_n(t) + b_n \varphi_n^*(t)\} \tag{2.28}$$

Para a obtenção da matriz operacional de integração cada função da base vetorial é integrada no intervalo $[0, t]$ (PARASKEVOPOULOS et al., 1984):

$$\int_0^t \varphi_0(\sigma) d\sigma = \int_0^t d\sigma = t \tag{2.29}$$

$$\int_0^t \varphi_n(\sigma) d\sigma = \int_0^t \cos \frac{2n\pi\sigma}{T_1} d\sigma = \frac{T_1}{2n\pi} \int_0^t d \left(\sin \frac{2n\pi\sigma}{T_1} \right) = \frac{T_1}{2n\pi} \varphi_n^*(t) \quad (2.30)$$

$$\int_0^t \varphi_n^*(\sigma) d\sigma = \int_0^t \sin \frac{2n\pi\sigma}{T_1} d\sigma = \frac{-T_1}{2n\pi} \int_0^t d \left(\cos \frac{2n\pi\sigma}{T_1} \right) = \frac{T_1}{2n\pi} \varphi_0(t) - \frac{T_1}{2n\pi} \varphi_n(t) \quad (2.31)$$

Aproximando-se da eq. (2.29) por uma série truncada de Fourier, resulta:

$$\int_0^t \varphi_0(\sigma) d\sigma = \int_0^t d\sigma = t \cong c_0 \varphi_0(t) + \sum_{n=1}^s \{c_n \varphi_n(t) + d_n \varphi_n^*(t)\} \quad (2.32)$$

Os coeficientes c_n e d_n são calculados através das eq. (2.32), obtendo-se:

$$\begin{aligned} c_0 &= T_1/2 \\ c_n &= 0 & n = 1, 2, \dots, s \\ d_n &= -T_1/n\pi & n = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (2.33)$$

Considerando as eqs. (2.30) a (2.33) tem-se:

$$\int_0^t \{\varphi(\tau)\} d\tau \cong [P]\{\varphi(t)\} \quad (2.34)$$

na qual,

$$[P] = \begin{bmatrix} \frac{T_1}{2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -\frac{T_1}{\pi} & -\frac{T_1}{2\pi} & \cdots & -\frac{T_1}{s\pi} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{T_1}{2\pi} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \frac{T_1}{4\pi} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & \frac{T_1}{2s\pi} \\ \frac{T_1}{2\pi} & -\frac{T_1}{2\pi} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{T_1}{4\pi} & 0 & -\frac{T_1}{4\pi} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{T_1}{2s\pi} & 0 & 0 & \cdots & \frac{T_1}{2s\pi} & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

De uma forma mais compacta:

$$[P] = \begin{bmatrix} \frac{T_1}{2} & \{0\}_{1 \times s} & -\frac{T_1}{\pi} \{\tilde{e}\}_s^T \\ \{0\}_{s \times 1} & [0]_{s \times s} & \frac{T_1}{2\pi} [\tilde{I}]_{s \times s} \\ \frac{T_1}{2\pi} \{\tilde{e}\}_s & -\frac{T_1}{2\pi} [\tilde{I}]_{s \times s} & [0]_{s \times s} \end{bmatrix}_{r \times r} \quad (2.36)$$

na qual,

$$\{\tilde{e}\}_s = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 1/3 \\ \vdots \\ 1/s \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

$$[\tilde{I}]_{s \times s} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1/2 & & 0 \\ & & 1/3 & \\ & 0 & & \ddots \\ & & & & 1/s \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

2.2.1.2. Polinômios de Legendre

Os polinômios de Legendre $p_n(z)$, $n = 0, 1, 2, \dots$, obtidos a partir da equação diferencial de Legendre, são ortogonais no intervalo $z \in [-1, 1]$ e são gerados pela fórmula recursiva (HWANG et al., 1985, SHIH et al., 1985):

$$(n+1)p_{n+1}(z) = (2n+1)zp_n(z) - np_{n-1}(z), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.39)$$

na qual, $p_0(z) = 1$ e $p_1(z) = z$.

Para o uso prático dos polinômios de Legendre no intervalo de tempo de interesse, $t \in [0, t_f]$, é necessário fazer uma mudança no domínio de definição através da seguinte transformação de variáveis (CHANG et al., 1985):

$$z = \frac{2t}{t_f} - 1 \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (2.40)$$

Os polinômios transformados de Legendre $p(\frac{2t}{t_f} - 1)$, de agora em diante denominados $L_n(t)$, são obtidos a partir da fórmula recursiva:

$$L_{n+1}(t) = \frac{(2n+1)}{(n+1)} \left(\frac{2t}{t_f} - 1 \right) L_n(t) - \frac{n}{(n+1)} L_{n-1}(t), \quad n \geq 1 \quad (2.41)$$

na qual, $L_0(t) = 1$ e $L_1(t) = \frac{2t}{t_f} - 1$.

Os polinômios transformados de Legendre satisfazem a seguinte relação de ortogonalidade no intervalo $[0, t_f]$ (CHANG et al., 1985):

$$\int_0^{t_f} L_n(t) L_m(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{para } n \neq m \\ \frac{t_f}{(2n+1)} & \text{para } m = n \end{cases} \quad (2.42)$$

Uma função $f(t)$ pode ser aproximada por um número finito de termos de polinômios transformados de Legendre:

$$f(t) \cong \sum_{n=0}^{r-1} f_n L_n(t) \quad (2.43)$$

na qual, $f_n = \frac{2n+1}{t_f} \int_0^{t_f} f(t) L_n(t) dt$ são os coeficientes das séries de Legendre.

A fórmula derivativa recursiva dos polinômios transformados de Legendre é dada por:

$$L_n = \frac{t_f}{2(2n+1)} \left(\frac{d}{dt} L_{n+1}(t) - \frac{d}{dt} L_{n-1}(t) \right) \quad (2.44)$$

Considerando-se a base vetorial $\{L(t)\} = \{L_0(t) \ L_1(t) \ ... \ L_{r-1}(t)\}$ e integrando-se eq. (2.42) de $[0, t]$, obtém-se a matriz operacional de integração dos polinômios transformados de Legendre:

$$\int_0^t \{L(\tau)\} d\tau = [P] \{L(t)\} \quad (2.45)$$

na qual,

$$[P] = \frac{t_f}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{-1}{2r-3} & 0 & \frac{1}{2r-3} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{2r-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

2.2.1.3. Polinômios de Chebyshev

O polinômio de Chebyshev de primeira ordem, denominado de $P_i(z)$, é a solução da equação de Chebyshev definida da seguinte forma (MOHAN *et al.*, 1988):

$$(1-z^2)\frac{d^2y}{dz^2} - z\frac{dy}{dz} + i^2z = 0 \quad (2.47)$$

Os polinômios de Chebyshev são ortogonais no intervalo $z \in [-1, 1]$ e são definidos como:

$$P_i(z) = \cos(i \cos^{-1} z) \quad (2.48)$$

ou:

$$P_i(z) = \sum_{j=0}^{\lfloor i/2 \rfloor} (-1)^j \frac{j!}{(2j)!(i-2j)!} (1-z^2)^j z^{i-2j} \quad (2.49)$$

na qual, a notação $\lfloor i/2 \rfloor$ significa a função mais próxima do inteiro. Utilizando a eq. (2.49), os primeiros polinômios de Chebyshev são dados por:

$$\begin{aligned} P_0(z) &= 1 & P_3(z) &= 4z^3 - 3z \\ P_1(z) &= z & P_4(z) &= 8z^4 - 8z^2 + 1 \\ P_2(z) &= 2z^2 - 1 & P_5(z) &= 16z^5 - 20z^3 + 5z \end{aligned} \quad (2.50)$$

A fim de resolver problemas práticos, o domínio deve ser transformado para $t \in [0, t_f]$ através da seguinte transformação de coordenadas (CHOU et al., 1985):

$$z = \frac{2t}{t_f} - 1 \quad (2.51)$$

Os polinômios transformados de Chebyshev, $P_i(2t/t_f - 1) = T_i(t)$, são obtidos pela fórmula de recorrência:

$$T_{i+1}(t) = 2 \left(\frac{2t}{t_f} - 1 \right) T_i(t) - T_{i-1}(t) \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.52)$$

na qual, $T_0(t) = 1$ e $T_1(t) = \frac{2t}{t_f} - 1$.

A condição de ortogonalidade dos polinômios transformados de Chebyshev é:

$$\int_0^{t_f} \frac{T_i(t) T_j(t)}{\sqrt{t(t_f - t)}} dt = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ \pi/2 & \text{se } i = j \neq 0 \\ \pi & \text{se } i = j = 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

Uma função do tempo arbitrária $f(t)$ pode ser aproximada por polinômios de Chebyshev, da seguinte forma:

$$f(t) \cong \sum_{i=0}^{r-1} f_i T_i(t) \quad (2.54)$$

na qual, f_i são os coeficientes da expansão em série de polinômios transformados de Chebyshev e são dados por:

$$f_i = k \int_0^{t_f} \frac{f(t) T_i(t)}{\sqrt{t(t_f - t)}} dt \quad (2.55)$$

na qual, $k = \begin{cases} 1/\pi & \text{se } i = 0 \\ 2/\pi & \text{se } i \neq 0 \end{cases}$.

A fórmula derivativa recursiva dos polinômios transformados de Chebyshev é dada por:

$$2t(t_f - t) \frac{dT_i(t)}{dt} = it_f [T_{i-1}(t) - T_1(t)T_i(t)] \quad (2.56)$$

Utilizando a relação da eq. (2.52) na eq. (2.56) e integrando de $[0, t]$, obtém-se a matriz operacional de integração dos polinômios transformados de Chebyshev:

$$\int_0^t \{T(\tau)\} d\tau = [P] \{T(t)\} \quad (2.57)$$

na qual,

$$[P] = \frac{t_f}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -1/3 & -1/2 & 0 & 1/6 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{(-1)^{r-1}}{(r-1)(r-3)} & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{-1}{2(r-3)} & 0 & \frac{1}{2(r-1)} \\ \frac{(-1)^r}{r(r-2)} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{2(r-2)} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

2.2.3. Descrição do Método de Identificação de Forças de Excitação

O método proposto neste trabalho opera no domínio do tempo, ou seja, utiliza os sinais temporais do sistema para identificação das forças. A principal característica desta técnica de identificação decorre da propriedade do cálculo de integrais das funções ortogonais normalizadas, (CHEN et al., 1996, CHEN et al., 1977; CHOW et al., 1984) a qual possibilita a transformação da equação diferencial de movimento do sistema mecânico em uma equação algébrica cuja resolução é muito mais simples e rápida.

Na seqüência serão apresentadas as formulações para os diversos casos possíveis no que se refere ao tipo do sinal de resposta utilizado.

2.2.3.1. Sistema Forçado - Formulação Usando o Deslocamento

A equação de movimento de um sistema mecânico de N graus de liberdade sujeito à excitação é dada por:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.59)$$

na qual, $\{f(t)\}$ é o vetor das forças de excitação.

Integrando a eq. (2.59) duas vezes no intervalo $[0, t]$, obtém-se:

$$\begin{aligned} & [M]\left(\{x(t)\} - \{x(0)\} - \{\dot{x}(0)\}t\right) + [C]\left(\int_0^t \{x(\tau)\}d\tau - \{x(0)\}t\right) + \\ & + [K]\int_0^t \int_0^t \{x(\tau)\}d\tau^2 = \int_0^t \int_0^t \{f(\tau)\}d\tau^2 \end{aligned} \quad (2.60)$$

Sendo τ utilizado como variável na integração de 0 a t .

Os sinais $\{x(t)\}$ e $\{f(t)\}$ são expandidos em séries de funções ortogonais truncadas com “ r ” termos:

$$\{x(t)\} = [X]\{\phi(t)\} \quad (2.61)$$

$$\{f(t)\} = [F]\{\phi(t)\} \quad (2.62)$$

na qual,

$[X]$ é a matriz $(n \times r)$ dos coeficientes da expansão de $\{x(t)\}$.

$[F]$ é a matriz $(n \times r)$ dos coeficientes da expansão de $\{f(t)\}$.

Substituindo as eqs. (2.61) e (2.62) na eq. (2.60) obtém:

$$\begin{aligned}
& [M]([X]\{\phi(t)\} - \{x(0)\} - \{\dot{x}(0)\}t) + [C]\left(\int_0^t [X]\{\phi(\tau)\}d\tau - \{x(0)\}t\right) + \\
& + [K]\int_0^t \int_0^t [X]\{\phi(\tau)\}d\tau^2 = \int_0^t \int_0^t [F]\{\phi(\tau)\}d\tau^2
\end{aligned} \tag{2.63}$$

Para as funções ortogonais descritas anteriormente, observa-se que a primeira função da série ortogonal é igual à unidade para qualquer instante “t”. Portanto, pode-se escrever o seguinte:

$$\{e\}^T \{\phi(t)\} = 1 \tag{2.64}$$

na qual, $\{e\}$ é um vetor constante de dimensões $(r \times 1)$ cuja forma depende da série ortogonal utilizada. Para o caso das séries de Fourier, Chebyshev e Legendre $\{e\}^T = \{1 \ 0 \ \dots \ 0\}$.

Integrando-se a eq. (2.64) no intervalo $[0, t]$ e aplicando-se a propriedade de integração da base ortogonal da eq. (2.22) obtém-se:

$$t = \{e\}^t [P]\{\phi(t)\} \tag{2.65}$$

na qual, $[P]$ é a matriz operacional de integração específica para cada uma destas funções.

Substituindo as eqs. (2.64) e (2.65) na eq. (2.63), aplicando a propriedade para a integração da base ortogonal da eq. (2.22) e igualando os coeficientes de $\{\phi(t)\}$, resulta:

$$\begin{aligned}
& [[M] \quad -[M]\{x(0)\} \quad -[M]\{\dot{x}(0)\} \quad -[C]\{x(0)\} \quad [C] \quad [K]] \begin{bmatrix} [X] \\ \{e\}^T \\ \{e\}^T [P] \\ [X][P] \\ [X][P]^2 \end{bmatrix} = [F][P]^2
\end{aligned} \tag{2.66}$$

A Eq. 2.61 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} [F] & [M]\{\dot{x}(0)\} & [M]\{\ddot{x}(0)\} + [C]\{\dot{x}(0)\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [P] \\ \{e\}^T \\ \{e\}^T [P] \end{bmatrix} = [M][X] + [C][X][P] + [K][X][P]^2 \quad (2.67)$$

Fazendo:

$$[H] = \begin{bmatrix} [F] & [M]\{\dot{x}(0)\} & [M]\{\ddot{x}(0)\} + [C]\{\dot{x}(0)\} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} [P] \\ \{e\}^T \\ \{e\}^T [P] \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

$$[E] = [M][X] + [C][X][P] + [K][X][P]^2 \quad (2.70)$$

A eq. (2.67) pode ser escrita da seguinte forma:

$$[H][J] = [E] \quad (2.71)$$

Calculando $[H]$ da eq. (2.71), obtêm-se os coeficientes das forças de excitação desconhecidas e as condições iniciais do sistema $\{\dot{x}(0)\}$ e $\{\ddot{x}(0)\}$.

2.2.3.2. Sistema Forçado - Formulação Usando a Velocidade

Integrando a eq. (2.59) uma vez no intervalo $[0, t]$, obtém-se:

$$[M] \int_0^t \{\ddot{x}(\tau)\} d\tau + [C] \int_0^t \{\dot{x}(\tau)\} d\tau + [K] \int_0^t \{x(\tau)\} d\tau = \int_0^t \{f(\tau)\} d\tau \quad (2.72)$$

Sendo τ utilizado como variável na integração de 0 a t .

Assim temos:

$$[M]\{\dot{x}(t)\} - [M]\{\dot{x}(0)\} + [C]\int_0^t \{\dot{x}(\tau)\}d\tau + [K]\left(\int_0^t \int_0^t \{\dot{x}(\tau)\}d\tau^2 + \{x(0)\}t\right) = \int_0^t \{f(\tau)\}d\tau \quad (2.73)$$

Os sinais $\{\dot{x}(t)\}$ e $\{f(t)\}$ são expandidos em séries de funções ortogonais truncadas com “r” termos. Substituindo as eqs. (2.61) e (2.62) na eq. (2.73), tem-se:

$$\begin{aligned} [M][X]\{\phi(t)\} - [M]\{\dot{x}(0)\} + [C]\int_0^t [X]\{\phi(\tau)\}d\tau + \\ + [K]\left(\int_0^t \int_0^t [X]\{\phi(\tau)\}d\tau^2 + \{x(0)\}t\right) = \int_0^t [F]\{\phi(\tau)\}d\tau \end{aligned} \quad (2.74)$$

Substituindo as eqs. (2.64) e (2.65) na eq. (2.74), aplicando a propriedade para a integração da base ortogonal da eq. (2.22) e igualando os coeficientes de $\{\phi(t)\}$, resulta:

$$\begin{bmatrix} [M] & -[M]\{\dot{x}(0)\} & [C] & [K] & [K]\{x(0)\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [X] \\ \{e\}^T \\ [X][P] \\ [X][P]^2 \\ \{e\}^T[P] \end{bmatrix} = [F][P] \quad (2.75)$$

A eq. (2.75) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} [F] & [M]\{x(0)\} & [K]\{x(0)\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [P] \\ \{e\}^T \\ \{e\}^T[P] \end{bmatrix} = [M][X] + [C][X][P] + [K][X][P]^2 \quad (2.76)$$

Fazendo:

$$[H] = \begin{bmatrix} [F] & [M]\{\dot{x}(0)\} & [K]\{x(0)\} \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} [P] \\ \{e\}^T \\ \{e\}^T [P] \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

$$[E] = [M][X] + [C][V][P] + [K][X][P]^T \quad (2.79)$$

A eq. (2.76) pode ser escrita da seguinte forma:

$$[H][J] = [E] \quad (2.80)$$

Calculando $[H]$ da eq. (2.80), obtêm-se os coeficientes das forças de excitação desconhecidas e as condições iniciais do sistema $\{x(0)\}$ e $\{\dot{x}(0)\}$.

2.2.3.3. Sistema Forçado - Formulação Usando a Aceleração

Quando o sinal utilizado para identificação das forças é de aceleração temos:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\left(\int_0^t \{x(\tau)\}d\tau + \{x(0)\}\right) + [K]\left(\int_0^t \int_0^t \{x(\tau)\}d\tau^2 + \{x(0)\}t + \{x(0)\}\right) = \{f(t)\} \quad (2.81)$$

Sendo τ utilizado como variável na integração de 0 a t .

Expandindo o sinal $\{\ddot{x}(t)\}$ e $\{f(t)\}$ em séries de funções ortogonais truncadas com “ r ” termos e substituindo as eqs. (2.61) e (2.62) na eq. (2.81) resulta:

$$\begin{aligned} & [M][X]\{\phi(t)\} + [C]\left(\int_0^t [X]\{\phi(\tau)\}d\tau + \{\dot{x}(0)\}\right) + \\ & + [K]\left(\int_0^t \int_0^t [X]\{\phi(\tau)\}d\tau^2 + \{\dot{x}(0)\}t + \{x(0)\}\right) = [F]\{\phi(t)\} \end{aligned} \quad (2.82)$$

Substituindo as eqs. (2.64) e (2.65) na eq. (2.82), aplicando a propriedade para a integração da base ortogonal da eq. (2.22) e igualando os coeficientes de $\{\phi(t)\}$, resulta:

$$\begin{bmatrix} [M] & [C] & [C]\{\dot{x}(0)\} + [K]\{x(0)\} & [K] & [K]\{\dot{x}(0)\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [X] \\ [X][P] \\ \{e\}^T \\ [X][P]^2 \\ \{e\}^T[P] \end{bmatrix} = [F] \quad (2.83)$$

A eq. (2.83) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [F] & -[C]\{\dot{x}(0)\} - [K]\{x(0)\} & -[K]\{\dot{x}(0)\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I]_{r,r} \\ \{e\}^T \\ \{e\}^T[P] \end{bmatrix} = \\ & = [M][X] + [C][X][P] + [K][X][P]^2 \end{aligned} \quad (2.84)$$

Fazendo:

$$[H] = \begin{bmatrix} [F] & -[C]\{\dot{x}(0)\} - [K]\{x(0)\} & -[K]\{\dot{x}(0)\} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} [I]_{r,r} \\ \{e\}^T \\ \{e\}^T[P] \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

$$[E] = [M][X] + [C][X][P] + [K][X][P]^2 \quad (2.87)$$

A eq. (2.84) pode ser escrita da seguinte forma:

$$[H][J] = [E] \quad (2.88)$$

De forma semelhante aos casos anteriores, estimando a matriz $[H]$ da eq. (2.88), obtêm-se os coeficientes das forças de excitação desconhecidas e as condições iniciais do sistema $\{x(0)\}$ e $\{\dot{x}(0)\}$.

2.3. Regulador Linear Quadrático

A teoria de controle ótimo, em especial a do regulador linear quadrático, consiste na suposição de se adotar um índice de desempenho através do qual é possível otimizar grandezas físicas. Segundo Ogata (2003), o problema do regulador linear quadrático permite determinar a matriz $[L]$ do vetor de controle ótimo dada pela eq. (2.89):

$$\{u(t)\} = -[L]\{x(t)\} \quad (2.89)$$

Para um dado sistema segundo a eq. (2.89).

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (2.90)$$

A fim de minimizar o índice de desempenho dado pela eq. (2.91):

$$J = \int_0^{\infty} \{x(t)\}^T [Q_{lqr}] \{x(t)\} + \{u(t)\}^T [R_{lqr}] \{u(t)\} dt \quad (2.91)$$

Na qual, $[Q_{lqr}]$ é uma matriz hermitiana definida positiva (ou semi definida positiva) ou real simétrica e $[R_{lqr}]$ é uma matriz hermitiana definida positiva ou real simétrica. Ogata (2003) destaca que o segundo termo do lado direito da eq. (2.91) representa o consumo de energia dos sinais de controle.

Substituindo a eq. (2.89) na eq. (2.91) e fazendo as devidas simplificações, obtém-se:

$$J = \int_0^{\infty} \{x(t)\}^T ([Q_{lqr}] + [L]^T [R_{lqr}] [L]) \{x(t)\} dt \quad (2.92)$$

Para minimizar o índice de desempenho J é necessário fazer:

$$\{x(t)\}^T ([Q_{lqr}] + [L]^T [R_{lqr}] [L]) \{x(t)\} = -\frac{d}{dt} (\{x(t)\}^T [P_{lqr}] \{x(t)\}) \quad (2.93)$$

Na qual a matriz $[P_{lqr}]$ é uma matriz hermitiana definida positiva ou simétrica real.

Ogata (2003) mostra que a matriz de ganho $[L]$ é dada pela eq. (2.94).

$$[L] = [T_{lqr}]^{-1} ([T_{lqr}]^T)^{-1} [B]^T [P_{lqr}] \quad (2.94)$$

Na qual a matriz $[T_{lqr}]$ é uma matriz singular dada por:

$$[R_{lqr}] = [T_{lqr}]^T [T_{lqr}] \quad (2.95)$$

A matriz $[P_{lqr}]$ é obtida resolvendo a equação matricial de Riccati, dada pela eq. (2.96).

$$[A]^T [P_{lqr}] + [P_{lqr}] [A] - [P_{lqr}] [B] [R_{lqr}]^{-1} [B]^T [P_{lqr}] + [Q_{lqr}] = 0 \quad (2.96)$$

Substituindo a matriz $[P_{lqr}]$ obtida com a eq. (2.96) na eq. (2.94), determina-se o valor da matriz de ganho $[L]$.

2.3. Desigualdades Matriciais Lineares

2.3.1. Histórico

LMI foi utilizada pela primeira vez em teoria de controle por volta de 1890, quando Aleksandr Mikhailovich Lyapunov apresentou sua tese de doutorado, surgindo a Teoria de Lyapunov (BOYD et al,1994). Ele mostrou que:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} \quad (2.97)$$

é estável (todas as trajetórias convergem a zero), se e somente se existe uma matriz definida positiva $[P_{lmi}]$ tal que:

$$[A]^T [P_{lmi}] + [P_{lmi}] [A] > 0 \quad (2.98)$$

A inequação dada pela eq. (2.98) é conhecida como desigualdade de Lyapunov.

O grande destaque ocorreu nos anos 40, quando Lur'e, Postnikov e outros pesquisadores da antiga União Soviética aplicaram o método de Lyapunov em Engenharia de Controle, principalmente em problemas de sistemas de controle com não-linearidades no atuador (BOYD et al, 1994), no qual seu critério de estabilidade apresentava-se sob a forma de Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs).

O próximo grande passo ocorreu na década de 60, quando Yakubovich, Popov, Kalman, e outros pesquisadores reduziram a solução de LMIs que surgiram no problema de LUR'e a um critério gráfico simples, chamado *positive real-lemma*, também conhecida como lema KYP (Kalman-Yakubovich e Popov) (BUENO, 2007). Este critério podia ser aplicado a sistemas de altas ordens, mas não sendo estendido a sistemas contendo mais de uma não-linearidade. Do ponto de vista da história de LMIs na teoria de controle, a grande contribuição do lema KYP foi mostrar como resolver certas famílias de LMIs por métodos gráficos.

O lema KYP e suas extensões foram exaustivamente estudados até a metade dos anos 60 e foram relacionadas a idéias de passividade, ao teorema dos ganhos pequenos e ao controle ótimo quadrático (BOYD et al, 1994). No início da década de 70, foi mostrada que as LMIs que apareciam no lema KYP também poderiam ser resolvidas pela solução de certas equações algébricas de Riccati. Em 1971, Willems apresentou descrições explícitas de LMIs em controle linear quadrático ótimo. Pyatnitskii and Sko-Rodinskii foram talvez os primeiros pesquisadores a reduzirem o problema original de Lur'e a um problema de otimização convexa de LMIs, que foi resolvido usando um algoritmo de elipsóide (BOYD et al, 1994).

Em 1976, Horisberger e Belanger mostrou que a existência da função quadrática de Lyapunov que prova a estabilidade de um conjunto de sistemas lineares é um problema convexo envolvendo LMIs. Em 1984, Kamarkar desenvolveu um novo método de programação linear, muito útil na prática, que resolve problemas descritos na forma de LMIs. Em 1988, Nesterov e Nemirovski desenvolveram o método de pontos interiores que se aplicam diretamente nos problemas de programação convexa, que envolvem LMIs (ASSUNÇÃO et al, 2001, BOYD et al, 1994).

Atualmente é possível resolver rapidamente problemas de otimização convexa que não tem solução analítica através de técnicas tradicionais (BUENO, 2007). Além disto, as soluções de muitos problemas de otimização convexa podem ser computadas em tempo

relativamente pequeno se comparado às soluções via técnicas convencionais (BOYD et al, 1993). Somado a tudo isto está o fato de inúmeros pacotes computacionais especializados em LMIs serem disponíveis, como o *LMI Control Toolbox* do Matlab® (GAHINET et al., 1995), ou o software *LMISol* de domínio público (OLIVEIRA et al, 1997).

Segundo Palhares e Gonçalves, durante este longo período, os pesquisadores da área de controle ficaram dedicados apenas a estudar manipulações das LMIs, a fim de gerarem soluções numéricas dentro da teoria de controle. Palhares e Gonçalves consideram que esta demora foi devido ao fato da comunidade de controle dispor de ferramentas de mais fácil manipulação numérica (por exemplo, equações de Riccati), além disso, o fato de que as abordagens de Riccati permitiam incluir novas restrições de projeto ou incertezas paramétricas no modelo (PALHARES et al, 2007).

No entanto, no início da década de 90 já eram evidentes as limitações impostas por abordagens baseadas em Riccati em gerar formulações mais evidentes. Diante disto, as LMIs tem sido, na atualidade, objeto de estudo por renomados pesquisadores mundiais nas mais diversas áreas: controle de sistemas contínuos discretos no tempo (Ghaoui et al, 2000), controle ótimo e controle robusto (VANANTWERP et al, 2000, SILVA et al, 2004, BUENO, 2007), redução de modelos (ASSUNÇÃO, 2000), controle de sistemas não-lineares, teoria de filtros robustos (PALHARES, 1998), identificação de sistemas, controle com estrutura variável (TEIXEIRA et al, 2000), controle usando lógica Fuzzy (TEIXEIRA et al, 2000), detecção, localização e quantificação de falhas (ABDALLA et al, 1999, ABDALLA et al, 2000, WANG et al, 2007).

2.3.2. Definições e Conceitos Básicos

Uma LMI é definida como (BOYD et al, 1994):

$$F(x) \equiv F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (2.99)$$

na qual, $x \in R^m$ é a variável e as matrizes simétricas $F_i = F_i^T \in R^{m \times m}$, $i = 0, \dots, m$, são dadas. O conjunto $\{x \mid F(x) > 0\}$ é convexo e positivo definido. A LMI da eq. (2.99) é equivalente a um conjunto de n inequações polinomiais em x . Embora a LMI da eq. (2.99) possa parecer ter

uma forma especializada, ela pode representar uma ampla variedade de restrições convexas em x .

Um importante resultado sobre LMI é o complemento de Schur, o qual converte uma classe de desigualdades matriciais não-lineares na forma de desigualdades matriciais lineares (LMIs). Seja a desigualdade matricial não-linear:

$$\begin{aligned} Q(x) - S(x)R(x)^{-1}S(x)^T &> 0 \\ R(x) &> 0 \end{aligned} \quad (2.100)$$

Sendo $Q(x) = Q(x)^T$, $R(x) = R(x)^T$ e $S(x)$ dependentes afins de x . O sistema dado pela eq. (2.100) é equivalente a:

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S(x)^T & R(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (2.101)$$

Uma demonstração do complemento de Schur pode ser encontrada em VanAntwerp et al (2000).

2.3.2.1. Problemas Padrões de LMI

A seguir serão apresentados os mais comuns problemas convexos e quasi-convexos.

2.3.2.1.1. Problemas LMI (LMIP)

Dada uma LMI $F(x) > 0$, o correspondente problema LMI consiste em encontrar x^{fact} ou determinar que a LMI é infactível. LMIP é um problema de factibilidade convexa.

2.3.2.1.2. Problema de Autovalor (EVP)

O problema de autovalor (EVP) consiste em minimizar o máximo autovalor de uma matriz, sujeita a uma restrição LMI (ou determinar que a restrição é infactível) (Boyd et al, 1994). A forma geral de um EVP é:

minimizar λ
 sujeito à $\lambda I - A(x) > 0, B(x) > 0$

no qual, A e B são matrizes simétricas que dependem da variável de otimização x . Este é um problema de otimização convexa.

2.3.2.1.3. Problema de Autovalor Generalizado (GEVP)

O problema de autovalor generalizado (GEVP) consiste em minimizar o máximo autovalor generalizado de um par de matrizes que dependem de uma variável, sujeita a uma restrição LMI (BOYD et al, 1994). A forma geral de um GEVP é:

minimizar λ
 sujeito à $\lambda B(x) - A(x) > 0, B(x) > 0, C(x) > 0$

no qual, A, B e C são matrizes simétricas que dependem da variável x . A expressão dada acima pode ser expressa da seguinte forma:

minimizar $\lambda_{\max}(A(x), B(x))$
 sujeito à $B(x) > 0, C(x) > 0$

no qual, $\lambda_{\max}(A(x), B(x))$ denota o maior autovalor generalizado do feixe $\lambda B(x) - A(x)$, com $B(x) > 0$. O GEVP é um problema de otimização quasi-convexa desde que a restrição é convexa e o objetivo, $\lambda_{\max}(A(x), B(x))$, é quasi-convexo.

Quando as matrizes A, B e C são todas diagonais, este problema se reduz a um problema de programação linear fracional geral. Muitas funções quasi-convexas não-lineares podem ser representadas na forma de um GEVP (BUENO, 2007).

2.3.2.2. Inclusões Diferenciais Lineares

Uma LDI é dada por (BOYD et al, 1994):

$$\dot{x} \in \Omega x, x(0) = x_0 \quad (2.102)$$

no qual, Ω é um subconjunto do $R^{m \times m}$. A LDI dada pela eq. (2.102) pode ser interpretada como um conjunto de sistemas lineares variantes no tempo. Toda trajetória da LDI satisfaz:

$$\dot{x} = A(t)x, x(0) = x_0 \quad (2.103)$$

no qual, $A: R_+ \rightarrow \Omega$, para qualquer $A: R_+ \rightarrow \Omega$, a solução da eq. (2.103) é uma trajetória da LDI dada pela eq. (2.102). Na teoria de controle, a LDI, dada pela eq. (2.102) poderia ser descrita como um “sistema linear variante no tempo incerto”, com o subconjunto Ω descrevendo a incerteza a matriz $A(t)$.

Pode-se encontrar uma generalização de LDI para sistemas lineares com entradas e saídas (BOYD et al, 1994). Considere o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x + B_u(t)u + B_w(t)w, x(0) = x_0 \\ z &= C_z(t)x + B_{zu}(t)u + B_{zw}(t)w \end{aligned} \quad (2.104)$$

no qual, $x: R_+ \rightarrow R^n$, $u: R_+ \rightarrow R^{n_u}$, $w: R_+ \rightarrow R^{n_w}$, $z: R_+ \rightarrow R^{n_z}$. x é o estado, u é a entrada, w é o distúrbio e z é a saída.

A matriz na eq. (2.104) satisfaz:

$$\begin{bmatrix} A(t) & B_u(t) & B_w(t) \\ C_z(t) & B_{zu}(t) & B_{zw}(t) \end{bmatrix} \in \Omega \quad (2.105)$$

para todo $t \geq 0$ e $\Omega \subseteq R^{(n+n_z) \times (n+n_u+n_w)}$. Em algumas aplicações um ou mais inteiros n_u , n_w e n_z podem ser zeros, o que significa que a variável correspondente não é usada.

2.3.3. Estabilidade Quadrática

Um sistema dinâmico descrito por uma LDI :

$$\dot{x} = A(t)x, \quad A(t) \in \Omega \quad (2.106)$$

é assintoticamente estável se e somente se todas as trajetórias tenderem a zero para $t \rightarrow \infty$ (BOYD et al, 1994). Uma condição suficiente para isto é a existência de uma função quadrática:

$$V(x) = x^T [P_{lmi}] x \quad (2.107)$$

no qual, $[P_{lmi}] > 0$, ou seja, é uma matriz positiva definida. O sistema é assintoticamente estável se $[P_{lmi}] > 0$.

Desta forma, uma condição necessária e suficiente para a LDI dada pela eq. (2.102) ser estável é:

$$\begin{aligned} [A]^T [P_{lmi}] + [P_{lmi}] [A] &< 0 \\ [P_{lmi}] &> 0 \end{aligned} \quad (2.108)$$

Definindo uma nova variável $[Q_{lmi}] = [P_{lmi}]^{-1}$, tem-se:

$$\begin{aligned} [Q_{lmi}] [A]^T + [A] [Q_{lmi}] &< 0 \\ [Q_{lmi}] &> 0 \end{aligned} \quad \text{para todo } [A] \in \Omega \quad (2.109)$$

A eq. (2.109) representa o dual da eq. (2.108), sendo uma forma equivalente para estabilidade quadrática.

2.3.3.1. Taxa de decaimento

A taxa de decaimento, também conhecida como maior expoente de Lyapunov, da LDI dada pela eq. (2.102) é definido como o maior α , $\alpha > 0$, tal que (BOYD et al, 1994):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\alpha t} \|x(t)\| = 0 \quad (2.110)$$

para toda trajetória x . É de se destacar que para que ocorra estabilidade é necessário uma taxa de decaimento positiva.

Para sistemas lineares invariantes no tempo (SLIT), tem-se:

$$[A]^T [P_{lmi}] + [P_{lmi}] [A] + 2\alpha [P_{lmi}] \leq 0 \quad (2.111)$$

A resolução da eq. (2.111) consiste em resolver o seguinte GEPV em $[P_{lmi}]$ e α :

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } \alpha \\ &\text{sujeito à } \begin{aligned} &[A]^T [P_{lmi}] + [P_{lmi}] [A] + 2\alpha [P_{lmi}] \leq 0 \\ &[P_{lmi}] > 0 \end{aligned} \end{aligned} \quad (2.112)$$

O valor ótimo da GEPV dado pela eq. (2.112) é a taxa de decaimento da SLIT.

A taxa de decaimento é um parâmetro utilizado na teoria de controle, sendo uma das restrições presentes no projeto. Por exemplo, Silva et al (2004), utilizaram taxa de decaimento como uma das restrições de projeto em seus trabalhos, onde se apresentou uma metodologia para controle ativo de vibrações com requisitos robustos. Outra aplicação que mostra a influência da taxa de decaimento encontra-se no projeto de observadores de estado, no qual o aumento da taxa de decaimento representa um aumento na velocidade de estimação dos estados.

2.3.4. Projeto de Observadores de Estado via LMIs

Para o projeto de Observadores de Estado via LMIs, escreveu-se a eq. (2.15), a qual representa a evolução do erro do observador:

$$\{\dot{e}(t)\} = ([A] - [L][C_{me}])\{e(t)\} + [L][D]\{u(t)\} \quad (2.15)$$

Neste caso, o estudo da estabilidade do observador de estado segundo Lyapunov é realizado através do estudo das seguintes desigualdades matriciais:

$$\begin{aligned} [P_{lmi}][A] - [L][C_{me}] + ([A] - [L][C_{me}])^T [P_{lmi}] &< 0 \\ [P_{lmi}] &> 0 \end{aligned} \quad (2.113)$$

Sendo $[P_{lmi}] = [P_{lmi}]^T$. Multiplicando os termos da eq. (2.114), obtém-se:

$$[P_{lmi}][A] - [P_{lmi}][L][C_{me}] + [A]^T [P_{lmi}] - [C_{me}]^T [L]^T [P_{lmi}] < 0 \quad (2.114)$$

Multiplicando ambos os lados da eq. (2.114) por $[P_{lmi}]^{-1}$, tem-se:

$$[A][P_{lmi}]^{-1} - [L][C_{me}][P_{lmi}]^{-1} + [P_{lmi}]^{-1}[A]^T - [P_{lmi}]^{-1}[C_{me}]^T [L]^T < 0 \quad (2.115)$$

Chamando $[X_{lmi}] = [P_{lmi}]^{-1}$ e $[G] = [P_{lmi}]^{-1}[L] = [X_{lmi}][L]$, obtém-se:

$$\begin{aligned} [A][X_{lmi}] + [X_{lmi}][A]^T - [G][C_{me}] - [C_{me}]^T [G]^T &> 0 \\ [X_{lmi}] &> 0 \end{aligned} \quad (2.116)$$

sendo $[X_{lmi}] = [X_{lmi}]^T$. Note que $[P_{lmi}]^{-1}$ existe, pois $[P_{lmi}] > 0$, ou seja todos os autovalores de $[P_{lmi}]$ são diferentes de zero ou melhor, maiores que zero.

Considerando taxa de decaimento, tem-se:

$$\begin{aligned} [A][X_{lmi}] + [X_{lmi}][A]^T - [G][C_{me}] - [C_{me}]^T [G]^T + 2\alpha[X_{lmi}] &> 0 \\ [X_{lmi}] &> 0 \end{aligned} \quad (2.117)$$

O ganho do observador de estado é dado por:

$$[L] = [X_{lmi}]^{-1}[G] \quad (2.118)$$

2.5. Sistema Rotativo Considerando-se suas Fundações

2.5.1. Representação do Sistema Rotor-Suporte-estrutura

O esquema para a detecção e localização de falhas e identificação de forças de excitação em um sistema rotativo (rotor-suporte-estrutura) encontra-se representado no esquema da Figura 2.7.

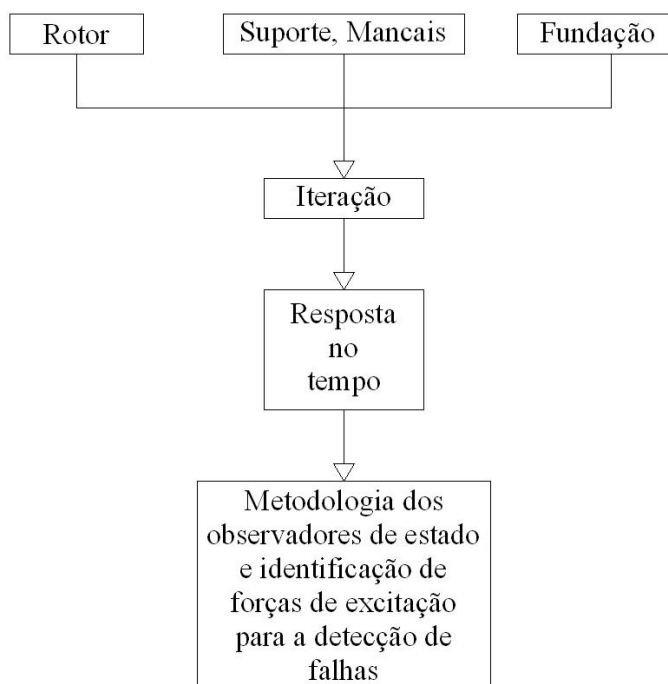


Figura 2.7 - Esquema de diagnose de falhas em sistemas rotor-suporte-fundação.

Seguindo o esquema representado pela Figura 2.7, observa-se que o ponto inicial para a detecção e localização de falhas, assim como a identificação de forças de excitação, é a obtenção do modelo do sistema mecânico.

Para a descrição do rotor, observa-se que ele se assemelha a uma viga de seção circular variável, com elementos acoplados (discos, pás, etc...) cuja participação no modelo é inteiramente inercial, sendo representado por massas concentradas. Já os mancais são elementos de conexão entre o rotor e o suporte, sendo que para rotores de alta velocidade submetidos a cargas elevadas, são mancais hidrodinâmicos.

A metodologia empregada para a modelagem do rotor é a dos Elementos Finitos. Nesta metodologia, cada elemento possui 6 graus de liberdade por extremidade. Os graus de

liberdade associados ao deslocamento e rotação do eixo axial serão considerados desacoplados, e, portanto, não considerados para descrever a flexão do rotor.

Neste item serão estudados os modelos matemáticos de rotores flexíveis, utilizando a metodologia dos elementos finitos.

O eixo é modelado com elementos de viga com seção circular constante. O elemento finito usado possui 2 nós com 4 graus de liberdade por nó, 2 deslocamentos, u e w e 2 rotações, θ (em torno de x) e ψ (em torno de z) por extremidade do elemento (Figura 2.8).

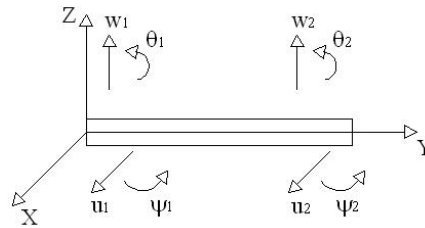


Figura 2.8 - Graus de liberdade do modelo F.E.M.

Utilizando a formulação padrão de elementos finitos, o vetor de deslocamento nodal para um elemento é definido como:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^t \quad (2.119)$$

que incluem os deslocamentos δu e δw correspondente aos movimentos nas direções X e Z , que são dados por :

$$\begin{aligned} \delta u &= [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1]^t \\ \delta w &= [u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^t \end{aligned} \quad (2.120)$$

As matrizes clássicas de massa e rigidez do elemento de viga mostrado são (LALANNE et al., 1997):

$$m_e = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.121)$$

$$k_e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L^2 & 2L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2 & 6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

No entanto tal representação pode ser simplificada considerando-se apenas 2 graus de liberdade por nó (rotação e deslocamento horizontal), conforme mostrado no esquema da Figura 2.9, eliminam-se as linhas e colunas 2, 3, 6 e 7 das eqs. (2.122) e (2.121), obtendo assim as matrizes de massa e rigidez:

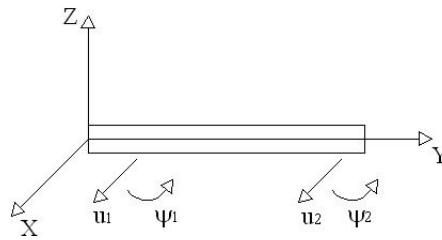


Figura 2.9 - Modelo de elemento simplificado.

$$m_e = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22L & 54 & 13L \\ -22L & 4L^2 & -13L & -3L^2 \\ 54 & -13L & 156 & 22L \\ 13L & -3L^2 & 22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

$$k_e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.124)$$

2.5.2. Modelagem da Estrutura do Suporte

Normalmente, carcaça e fundação são representadas juntas, sendo a carcaça representada como massas concentradas acrescentadas a fundação.

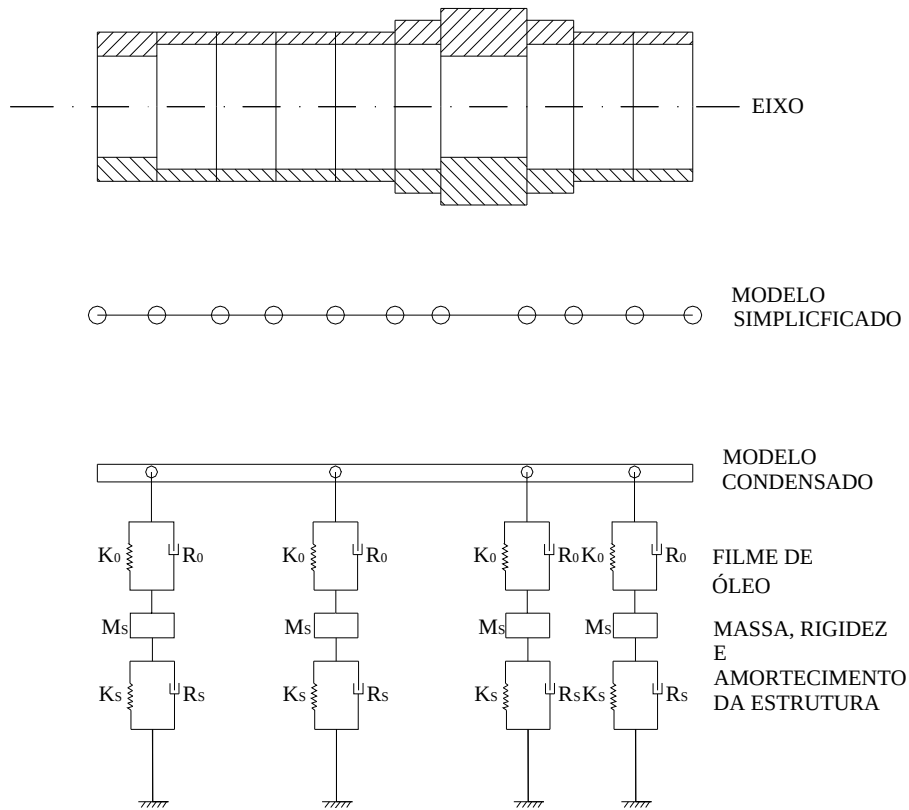


Figura 2.10 - Esquema do modelo considerado.

O esquema de um eixo, levando em conta o filme de óleo dos mancais, bem como a fundação resulta num sistema constituído por subsistemas massa-mola-amortecedor, na qual:

K_0, R_0 = Rigidez e amortecimento equivalentes do filme de óleo (mancal).

M_s = Massa equivalente da carcaça+fundação no ponto de conexão com o eixo.

K_s, R_s = Rigidez e amortecimento da estrutura nos pontos de conexão.

2.5.3. Método Analítico para Representação da Estrutura – Impedâncias Mecânicas

A solução das equações é efetuada no domínio da frequência e x_f é o vetor dos deslocamentos da estrutura nos pontos de conexão com o eixo. Através de métodos de identificação, são definidos os parâmetros modais da fundação. Em seguida, obtém-se a matriz de flexibilidade, que invertida fornece a matriz das impedâncias mecânicas.

O número de modos próprios, neste caso, deve ser igual ao número de graus de liberdade associados aos suportes (ou pontos de conexão). O sistema global pode ser subdividido em dois sub-sistemas: rotor-filme de óleo e fundação.

O modelo rotor – suporte – fundação pode ser esquematizado de acordo com a Figura 2.11.

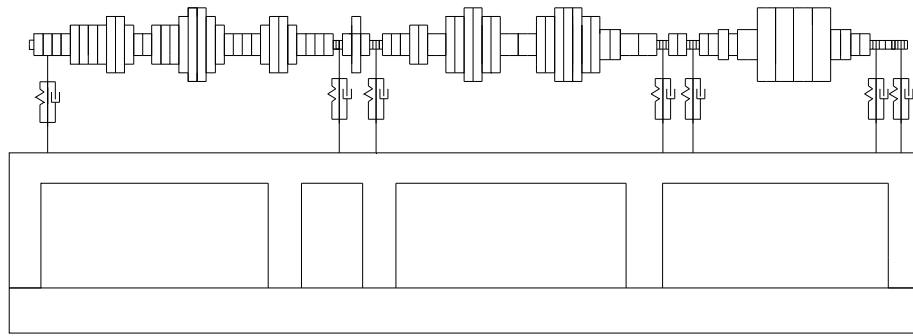


Figura 2.11 - Esquema rotor-suportes-fundação.

Para a montagem do sistema em questão, deve-se primeiramente obter o modelo por elementos finitos do sistema rotor–mancal e posteriormente introduzir as matrizes da fundação nas equações do sistema rotor–mancal.

A equação de movimento do subsistema rotor-filme de óleo é (DEDINI et al., 1993)

$$[M^*]\ddot{X}(t) + [R^*]\dot{X}(t) + K^*X(t) = F^*(t) \quad (2.125)$$

na qual,

$$X(t) = \begin{Bmatrix} X_r(t) \\ X_f(t) \end{Bmatrix}$$

$$F^*(t) = \begin{Bmatrix} \underline{F}_r(t) \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \underline{F}_f(t) \end{Bmatrix}$$

As forças $F^*(t)$ presentes na eq. (2.125) que descreve o movimento vibratório do sistema rotor-suportes são transmitidas pelo filme de óleo dos mancais e atuam nos pontos de conexão entre rotor e fundação. Estas forças dependem do deslocamento relativo entre rotor e suportes $X(t)$. As forças F_r e F_f representam respectivamente as forças externas atuantes sobre o rotor e as forças transmitidas pelo filme de óleo dos suportes ao rotor.

As matrizes $[M^*]$, $[R^*]$ e $[K^*]$ representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do rotor juntamente com os mancais. Estas matrizes são compostas pelas matrizes $[M_j]$, $[R_j]$ e $[K_j]$ de cada elemento finito do rotor, bem como das matrizes de rigidez $[k_0]$ e amortecimento $[R_0]$ equivalentes para o filme de óleo.

A eq. (2.125) pode ser separada em submatrizes como mostrado na Eq. (2.126):

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} [M_{rr}] & [M_{rf}] \\ [M_{fr}] & [M_{ff}] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{X}}_r(t) \\ \ddot{\underline{X}}_f(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [R_{rr}] & [R_{rf}] \\ [R_{fr}] & [R_{ff}] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\underline{X}}_r(t) \\ \dot{\underline{X}}_f(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [K_{rr}] & [K_{rf}] \\ [K_{fr}] & [K_{ff}] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{X}_r(t) \\ \underline{X}_f(t) \end{Bmatrix} = \\ & = \begin{Bmatrix} \underline{F}_r(t) \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \underline{F}_f(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.126)$$

Esta equação rotor-suporte não pode ser resolvida isoladamente. Tem-se então a equação para a fundação do sistema, e através da aproximação modal podem-se definir as forças F_f (CAVALCA et al., 1993).

A equação para a fundação em coordenadas principais fica:

$$[m_f] \ddot{\underline{q}}(t) + [r_f] \dot{\underline{q}}(t) + [k_f] \underline{q}(t) = -[\phi]^t \underline{F}_f(t) \quad (2.127)$$

na qual,

$[m_f]$, $[r_f]$ e $[k_f]$ são matrizes diagonais de inércia, amortecimento e rigidez da fundação.

$[\phi]$ é a matriz modal constituída pelos autovetores correspondentes aos modos próprios de vibrar, e será uma matriz quadrada quando o número de modos igualarem ao número de graus de liberdade associados aos nós de conexão com os suportes e $\underline{q}$ é o vetor das coordenadas principais.

Se $[\phi]$ é quadrada, tem-se:

$$\underline{x}_f(t) = [\phi] \underline{q}(t)$$

$$\underline{q}(t) = [\phi]^{-1} \underline{x}_f(t)$$

Pode-se, então, definir o vetor das forças $\underline{F}_f(t)$ em função das coordenadas $\underline{\ddot{x}}_f(t)$:

$$[\phi^t]^{-1} [m_f] [\phi]^{-1} \underline{\ddot{x}}_f(t) + [\phi^t]^{-1} [r_f] [\phi]^{-1} \underline{\dot{x}}_f(t) + [\phi^t]^{-1} [k_f] [\phi]^{-1} \underline{x}_f(t) = -\underline{F}_f(t) \quad (2.128)$$

Na qual,

$$[M_f] = [\phi^t]^{-1} [m_f] [\phi]^{-1}$$

$$[R_f] = [\phi^t]^{-1} [r_f] [\phi]^{-1}$$

$$[K_f] = [\phi^t]^{-1} [k_f] [\phi]^{-1}$$

A equação para a fundação torna-se:

$$[M_f] \underline{\ddot{x}}_f(t) + [R_f] \underline{\dot{x}}_f(t) + [K_f] \underline{x}_f(t) = -\underline{F}_f(t) \quad (2.129)$$

Substituindo a equação de movimento da fundação na equação matricial do subsistema rotor-estrutura, temos a equação de movimento do sistema completo quando sujeito a excitação externa F_r .

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [M_{rr}] & [M_{rf}] \\ [M_{fr}] & [M_{ff}] + [M_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\ddot{x}}_r(t) \\ \underline{\ddot{x}}_f(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [R_{rr}] & [R_{rf}] \\ [R_{fr}] & [R_{ff}] + [R_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\dot{x}}_r(t) \\ \underline{\dot{x}}_f(t) \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} [K_{rr}] & [K_{rf}] \\ [K_{fr}] & [K_{ff}] + [k_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{x}_r(t) \\ \underline{x}_f(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{F}_r(t) \\ \underline{F}_f(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.130)$$

CAPÍTULO III

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

3. Simulação Computacional

3.1. Aplicações

Para o desenvolvimento das rotinas computacionais e simulação foi utilizado o software *Matlab*®, sendo estudados dois casos tanto na identificação de forças de excitação como na detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos. O primeiro caso consistiu de um sistema massa-mola-amortecedor de 4 graus de liberdade (gdl), o qual foi excitado nos 4 gdl, sendo identificadas as 4 forças de excitação. Em termos de detecção de falha, para este sistema, aplicou-se uma falha conhecida no sistema e a localização e detecção de falhas foi feita através de análise gráfica e diferença do valor *RMS* (*Root Mean Square*) entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

No segundo caso, estudou-se um sistema rotativo considerando-se suas fundações. Neste sistema, considerou-se como excitação, a força de desbalanceamento causada pela

massa do disco. Enquanto que a detecção e localização de falhas foram feitas através da diferença *RMS* das respostas do sistema real e dos observadores de estado, sendo construídas tabelas de tendência de falha. Os dois casos estudados encontram-se representados a seguir.

É de se destacar que em ambas as aplicações, em termos da identificação das forças de excitação, foram realizadas uma análise do número de termos necessários para a montagem da matriz operacional de integração.

3.1.1. Sistema Massa-Mola-Amortecedor de 4 gdl

O sistema mecânico analisado encontra-se representado na Figura 3.1.

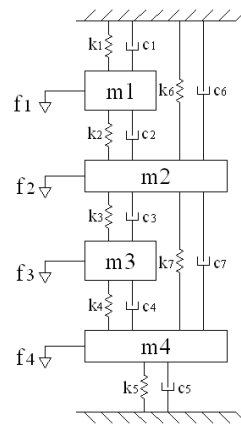


Figura 3.1 - Sistema mecânico analisado.

A Tab. 3.1 apresenta os valores dos parâmetros físicos do sistema.

Tabela 3.1. Parâmetros físicos do sistema.

Massa (kg)	Rigidez (N/m)	Amortecimento (N.s/m)
$m_1 = 4$	$k_1 = 6000$	$c_1 = 40$
$m_2 = 5$	$k_2 = 6000$	$c_2 = 40$
$m_3 = 4$	$k_3 = 6000$	$c_3 = 40$
$m_4 = 5$	$k_4 = 6000$	$c_4 = 40$
	$k_5 = 6000$	$c_5 = 40$
	$k_6 = 10000$	$c_6 = 50$
	$k_7 = 10000$	$c_7 = 50$

A Tab. 3.2 apresenta os dados das forças de excitação.

Tabela 3.2. Parâmetros físicos da forças de excitação.

	Amplitude da força de excitação (N)	Frequência de excitação (Hz)
f_1	20	7,96
f_2	30	8,75
f_3	25	7,96
f_4	40	4,78

Nas duas partes de análise (identificação de forças de excitação e detecção de falhas), adotou-se as mesmas condições iniciais, as quais foram $x_1 = 0,025\text{ m}$, $x_2 = x_3 = x_4 = 0$, $\dot{x}_1 = 3\text{ m/s}$ e $\dot{x}_2 = \dot{x}_3 = \dot{x}_4 = 0$. O tempo de amostragem de pontos adquiridos da resposta foi de 1 s . Assim, pode-se simular a resposta do sistema, gerando 1024 pontos discretos.

3.1.2. Sistema Rotativo Considerando-se suas Fundações

O sistema rotativo considerando-se suas fundações encontra-se representado na Figura 3.2.

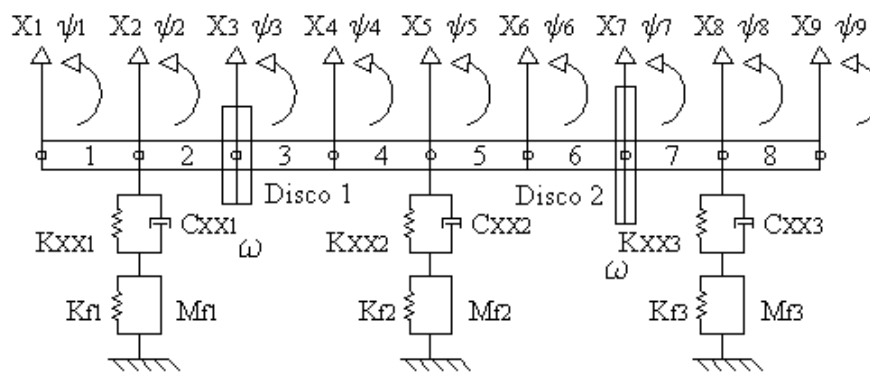


Figura 3.2 - Sistema rotativo considerando-se suas fundações.

A Tab. 3.3 apresenta os valores dos parâmetros utilizados para a identificação de forças de desbalanceamento e detecção de falhas. Tanto na identificação de forças como na detecção de falhas o número de pontos utilizados foi de 1024 e o tempo de amostragem foi de 1 s . Na Tab. 3.3 não se encontram apresentados os valores dos parâmetros dos discos (massa,

raio e rotação), pois na parte de identificação de forças de desbalanceamento utilizaram-se algumas combinações desses parâmetros, a fim de se obter um conjunto de resultados a fim de comparar a influência do desbalanceamento no processo de identificação.

Tabela 3.3. Dados do sistema rotativo.

Elementos	Valores dos parâmetros de cada elemento
Mancais	$K_{xx1} = K_{xx2} = K_{xx3} = 3E9 \text{ N/m}; C_{xx1} = C_{xx2} = C_{xx3} = 5E4 \text{ N.s/m}$
Eixo	$E = 2E11 \text{ N/m}^2, d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = d_5 = d_6 = d_7 = d_8 = 0,05 \text{ m}, L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L_5 = L_6 = L_7 = L_8 = 0,15 \text{ m}, \rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
Fundações	$K_{f1} = K_{f2} = K_{f3} = 3E9 \text{ N/m}; M_{f1} = M_{f2} = M_{f3} = 40 \text{ kg}$
Condições iniciais	$x_1(0) = 0,005 \text{ m}; \dot{x}_4(0) = 0.25 \text{ m/s}$ (demais condições iniciais nulas)

Os valores dos parâmetros dos discos utilizados para a identificação da força de desbalanceamento como a detecção de falhas encontram-se representados na Tab. 3.4.

Tabela 3.4. Valores dos parâmetros dos discos.

Disco	Valores dos parâmetros de cada disco
1	$M_{d1} = 0,04 \text{ kg}, r_{d1} = 0.04 \text{ m}, \omega = 1250 \text{ rpm}$
2	$M_{d2} = 0,05 \text{ kg}, r_{d2} = 0.06 \text{ m},$

3.2. Resultados

Os resultados da simulação computacional encontram-se divididos em duas partes: Identificação de Forças de Excitação e Detecção e Localização de Falhas em Sistemas Mecânicos.

3.2.1. Identificação de Forças de Excitação

Como foi dito no item 3, foram estudados dois casos, um sistema massa-mola-amortecedor de 4 gdl e um sistema rotativo.

3.2.1.1. Sistema Massa-Mola-Amortecedor de 4 gdl

Considerando os dados da Tab.3.1 e Tab. 3.2 foram desenvolvidas rotinas computacionais para a identificação de forças para o sistema representado pela Figura 3.1. A identificação de tais forças a partir de funções ortogonais foi baseada na formulação utilizando o deslocamento. Para a obtenção da resposta do sistema de 4gdl utilizou-se o método de Runge Kutta de 4ª ordem. Os deslocamentos de cada grau de liberdade encontram-se representados pela Figura 3.3.

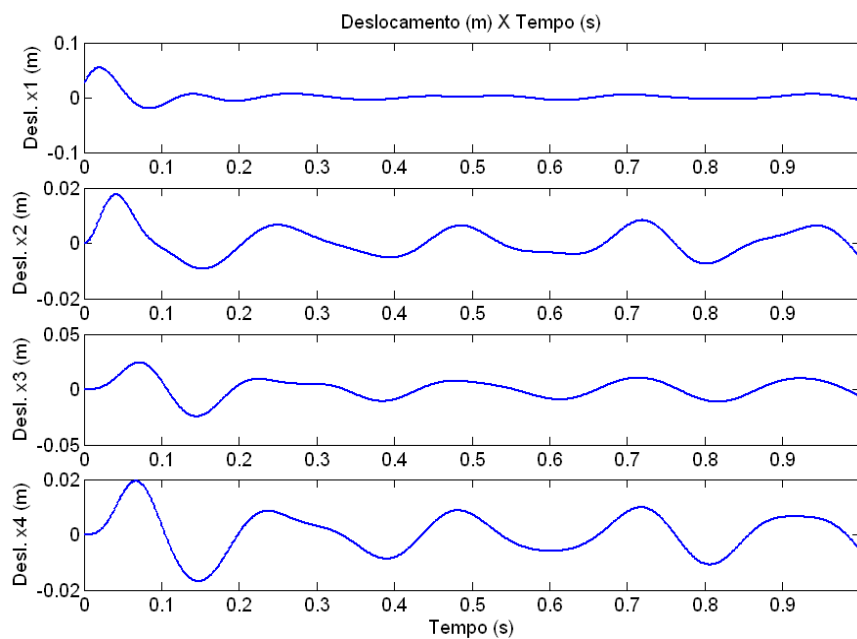


Figura 3.3 - Deslocamento (m) dos 4 gdl do sistema massa-mola-amortecedor X Tempo (s).

A partir dos deslocamentos representados pelos gráficos da Figura 3.3 e da formulação do item 2.2.3.1. aplicou-se a técnica de identificação de forças de excitação utilizando funções ortogonais. A seguir, encontram-se representado a identificação utilizando, respectivamente, Chebyshev, Legendre e Fourier, sendo variado o número de termos de integração.

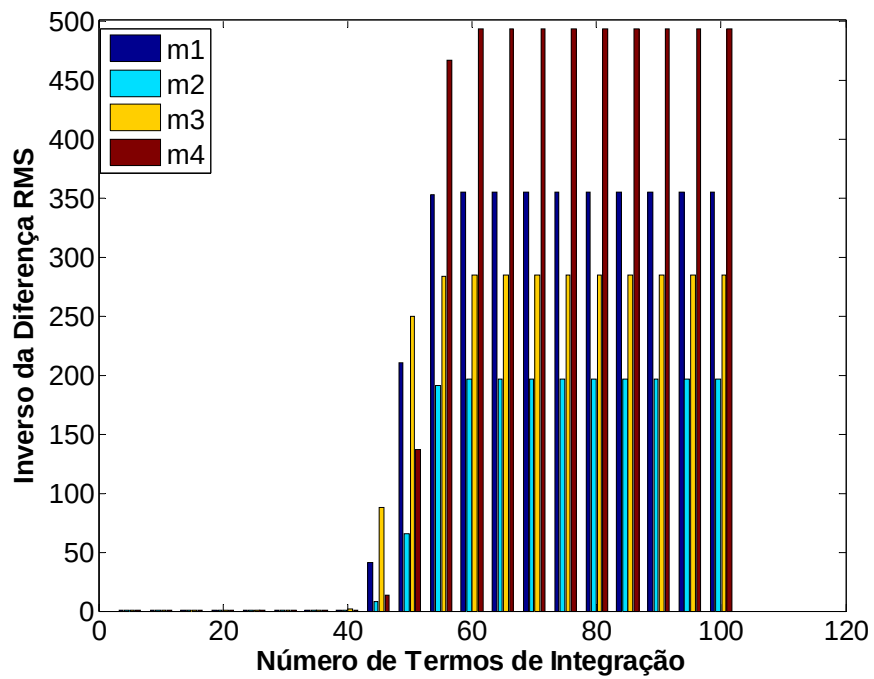


Figura 3.4 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Chebyshev.

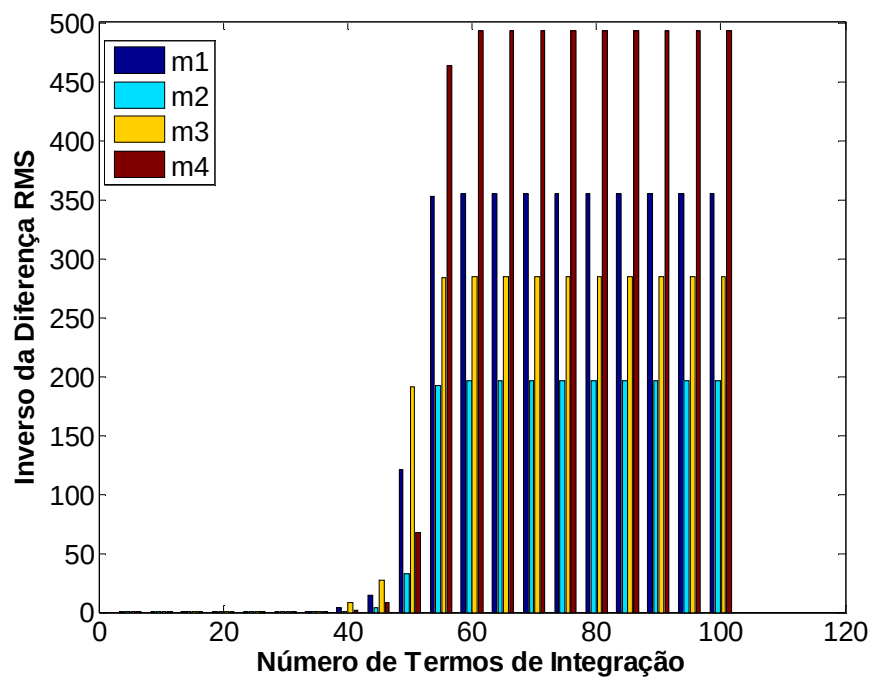


Figura 3.5 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Legendre.

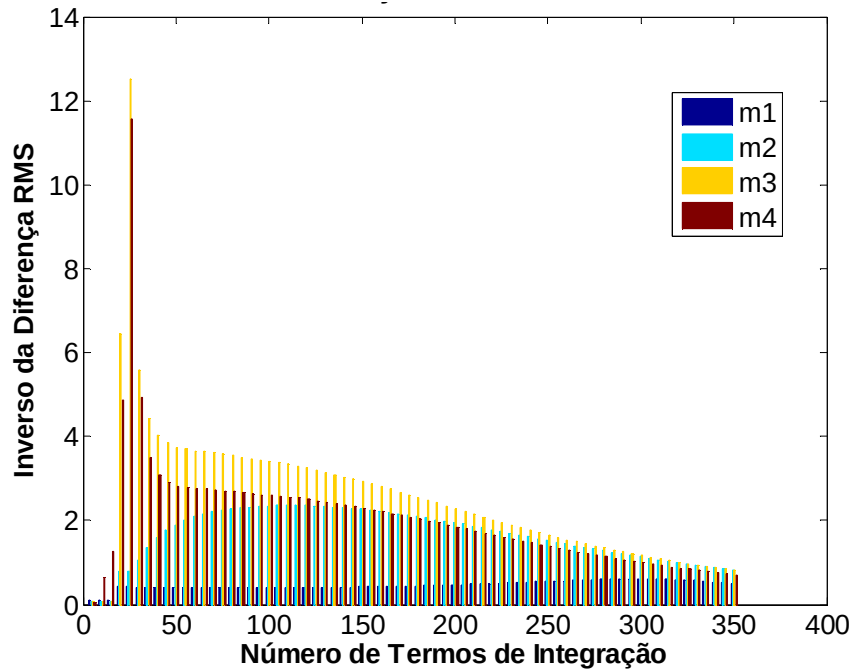


Figura 3.6 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Fourier.

Analisando os gráficos das Figuras 3.4 a 3.6, observa-se que o número de termos de integração apresentam comportamento igual para Chebyshev e Legendre, enquanto que com Fourier, ocorrem diferenças entre os termos de integração dependendo do grau de liberdade. Sendo assim, no processo de identificação de forças para o sistema massa-mola-amortecedor utilizou-se 60 termos para Chebyshev e Legendre. Para a identificação de forças utilizando Fourier foram analisados 4 situações: 300, 115, 25 e 25, respectivamente para os graus de liberdade 1, 2, 3 e 4.

Os gráficos da Figura 3.7 apresentam a identificação utilizando Chebyshev. Analisando os gráficos da Figura 3.7, observa-se que o gráfico da força identificada utilizando Chebyshev apresentou valores próximos aos da força real, demonstrando que para o sistema em questão, a função de Chebyshev permite uma identificação bastante aceitável, como pode ser observado da Figura 3.7.

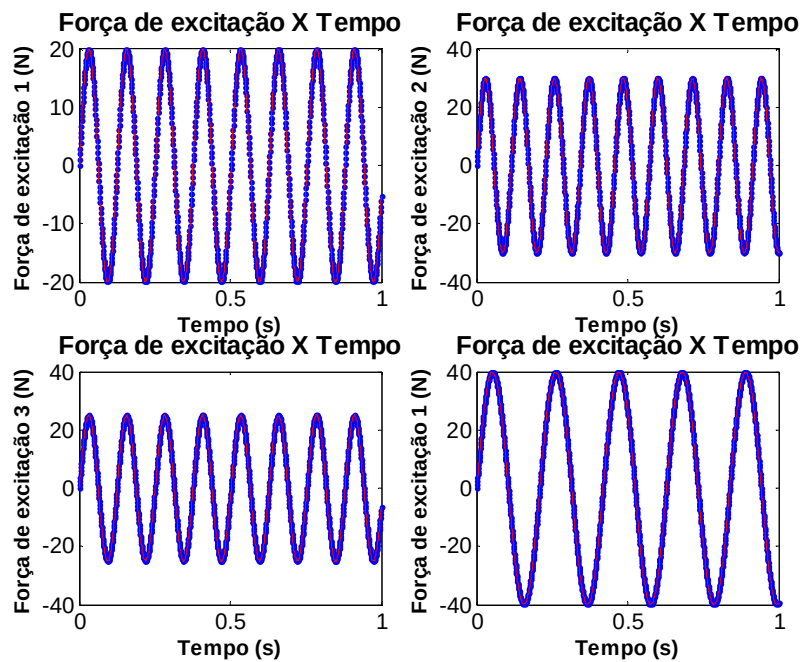


Figura 3.7 - Força Real (azul) e identificada (vermelho).

Os gráficos da Figura 3.8 representam a identificação utilizando Legendre.

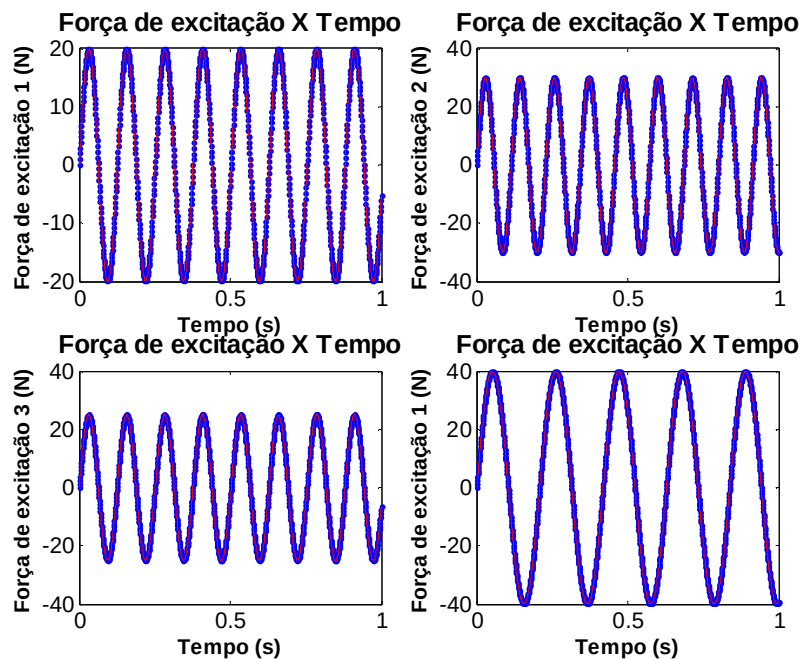


Figura 3.8 - Força Real (azul) e identificada (vermelho).

Analisando gráficos da Figura 3.8, observa-se que assim como ocorreu quando se utilizou a função de Chebychev, a identificação de forças de excitação utilizando a função

ortogonal de Legendre apresentou-se válida, visto que os gráficos da força identificada e real ficaram bastante próximos. Os gráficos das Figuras 3.9 a 3.11 representam a identificação utilizando Fourier.

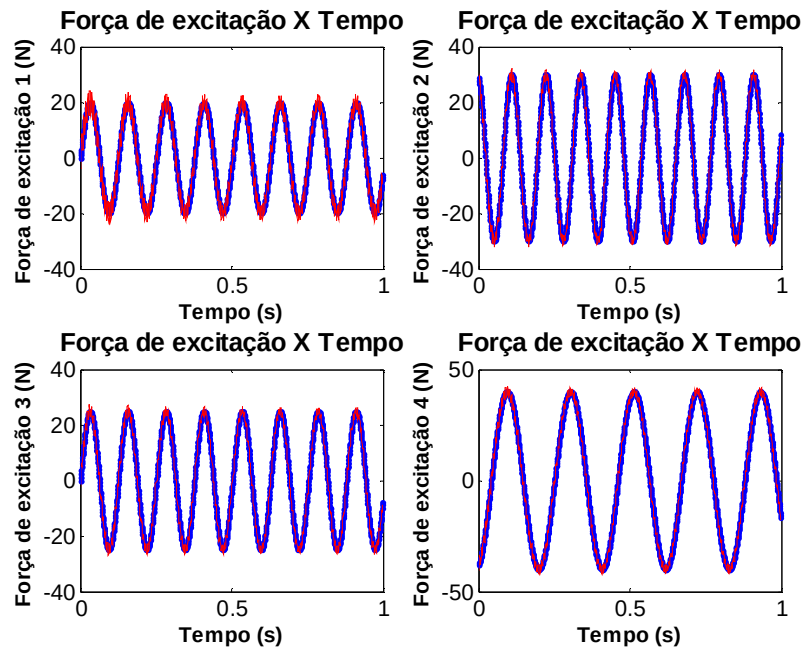


Figura 3.9 - Força Real (azul) e identificada (vermelho) com 300 termos.

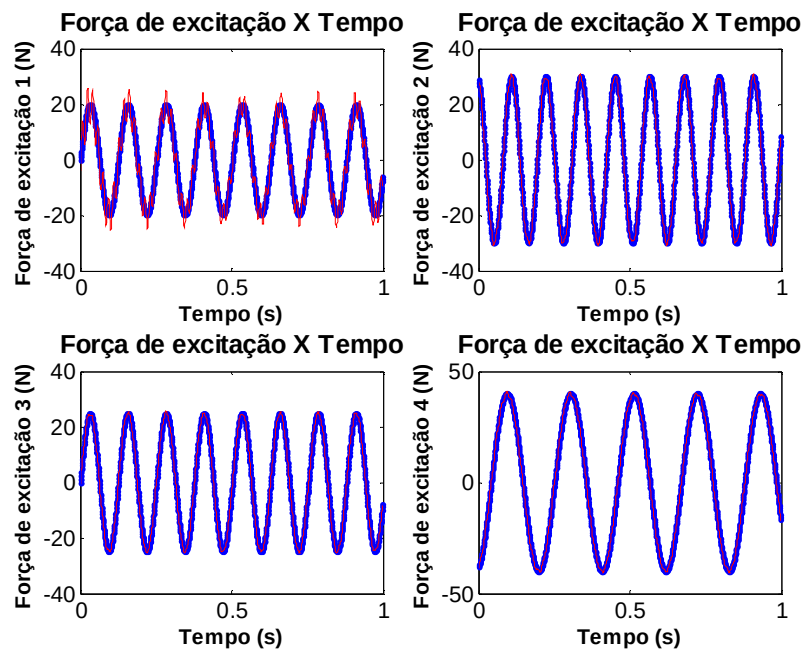


Figura 3.10 - Força Real (azul) e identificada (vermelho) com 115 termos.

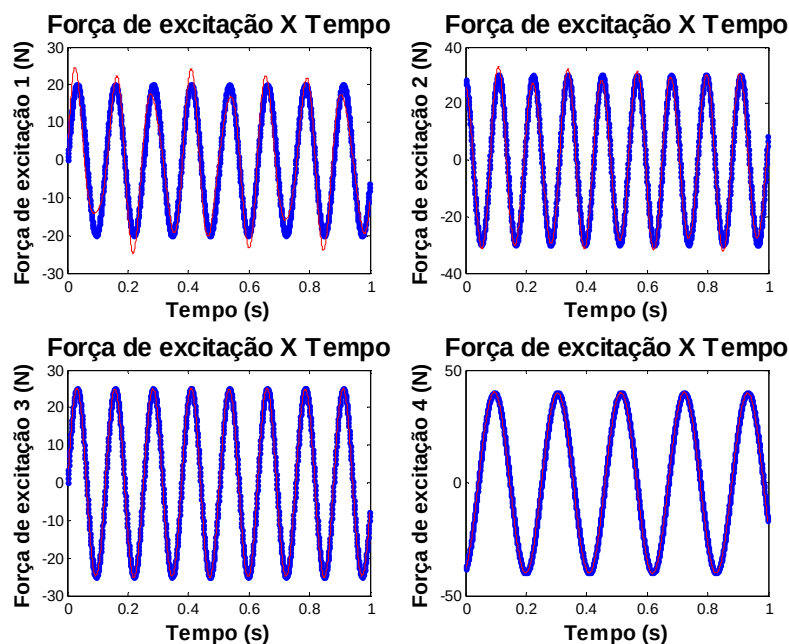


Figura 3.11 - Força Real (azul) e identificada (vermelho) com 25 termos.

Analisando os gráficos das Figuras 3.9 a 3.11, observa-se a influência do número de termos de integração, principalmente no 1º gdl e uma pequena influência no 2º gdl.

3.2.1.2. Sistema Rotativo Considerando-se suas Fundações

A identificação de forças de desbalanceamento no sistema rotativo considerando-se suas fundações foi dividida em duas partes. Na primeira parte foi analisado o número de termos de integração mais adequado a ser utilizado no processo de identificação e a seguir, realizou-se a identificação das forças de desbalanceamento devido aos discos 1 e 2.

Observa-se das Figuras 3.12 e 3.13 que tanto para Chebyshev como para Legendre o número de termos de integração mais adequado é em torno 30. Já para Fourier, observa-se que quanto maior o número de termos melhor é a identificação. No processo de identificação, com 100 termos obtêm-se bons resultados, e um número maior de termos representaria um desperdício computacional e possíveis problemas de ordem numérica.

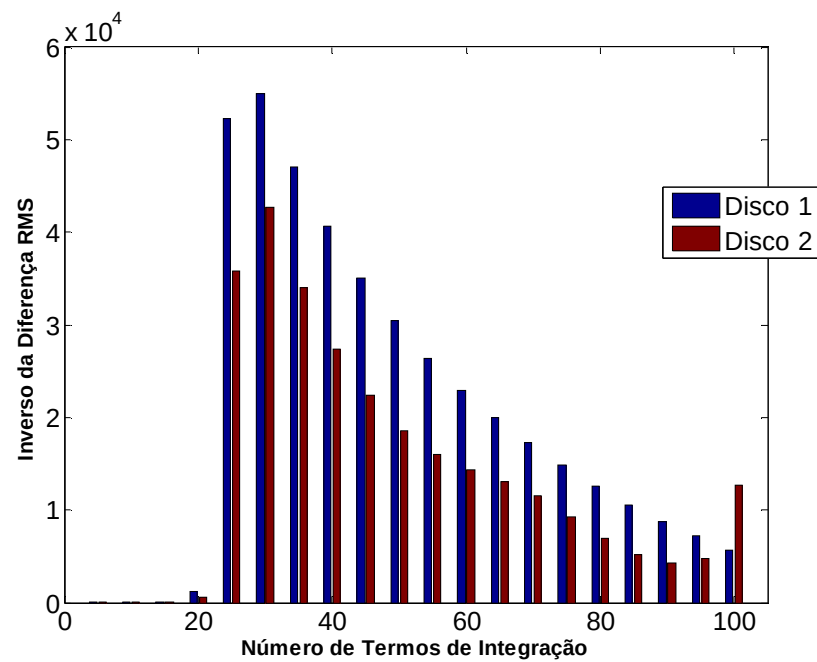


Figura 3.12 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Chebyshev.

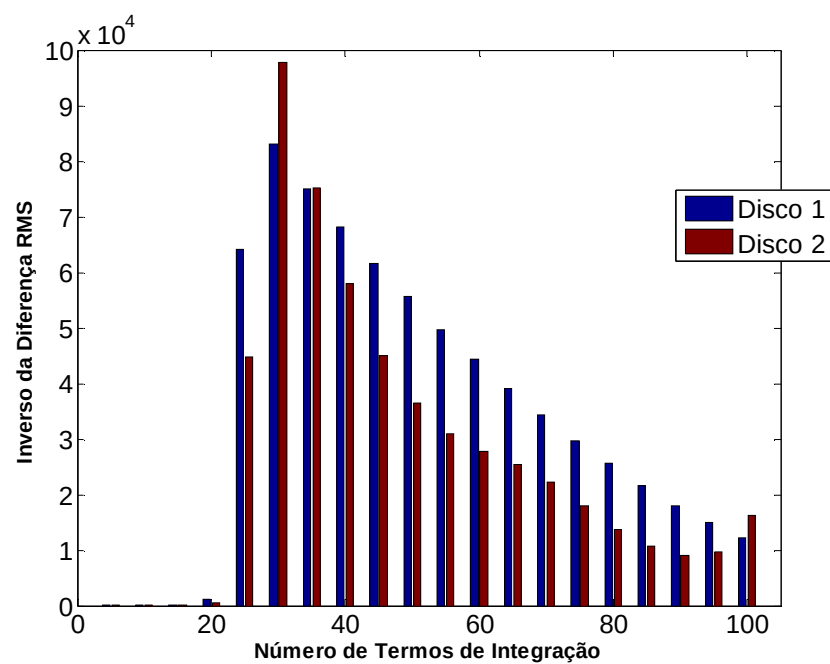


Figura 3.13 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Legendre.

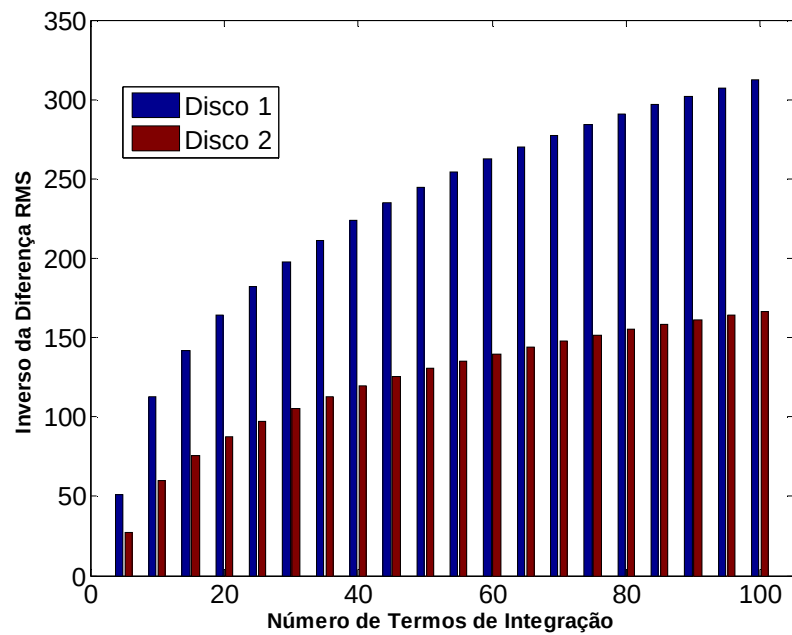


Figura 3.14 - Inverso da diferença RMS entre a força real e a força identificada utilizando Fourier.

As Figuras 3.15 a 3.17 apresentam as forças identificadas por Chebyshev, Legendre e Fourier com 30, 30 e 100 termos de integração respectivamente.

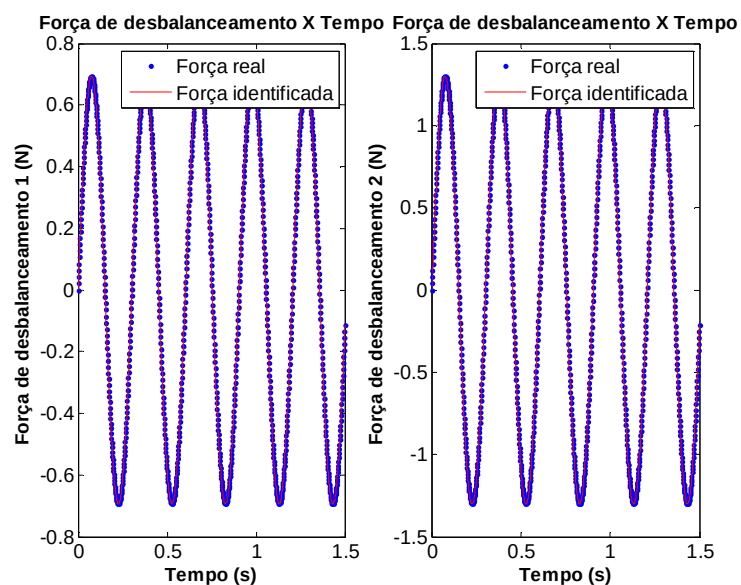


Figura 3.15 - Força Real (azul) e identificada (vermelho) utilizando Chebyshev.

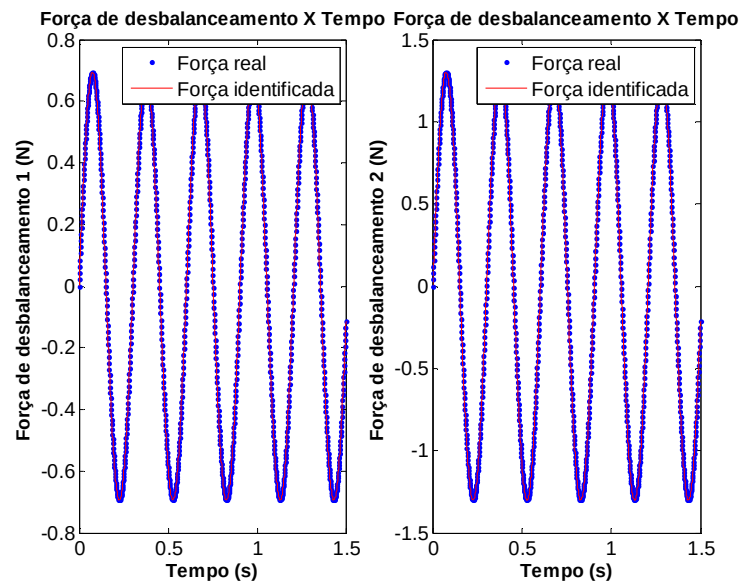


Figura 3.16 - Força Real (azul) e identificada (vermelho) utilizando Legendre.

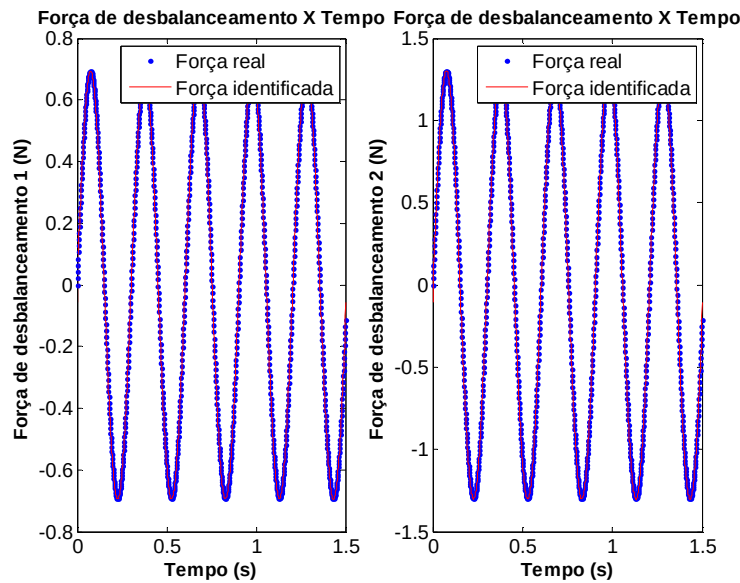


Figura 3.17 - Força Real (azul) e identificada (vermelho) utilizando Fourier.

3.2.2. Detecção de Falhas em Sistemas Mecânicos

3.2.2.1. Sistema Massa-Mola-Amortecedor de 4 gdl

Para realizar a detecção e localização de falhas em um sistema massa-mola-amortecedor de 4 gdl aplicou-se uma falha conhecida no sistema a fim de verificar se o banco

de observadores eram capazes de localizar tal falha. Consideram-se os seguintes parâmetros sujeitos a falhas: k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5 , k_6 , e k_7 . A falha aplicada no sistema consistiu em uma perda de 5 % de k_4 . O sinal da resposta utilizada para a detecção desta falha foi o deslocamento da massa m_1 .

3.2.2.1.1. Regulador Linear Quadrático

Os gráficos das Figuras 3.18 a 3.21 apresentam as respostas do sistema real e dos observadores de estado obtidos via LQR.

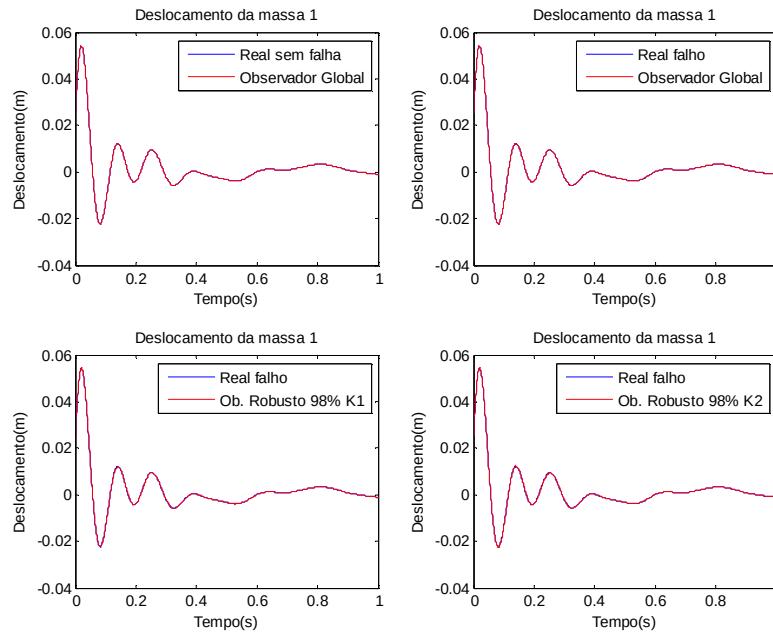


Figura 3.18 - Resposta do sistema real e do observador de estado.

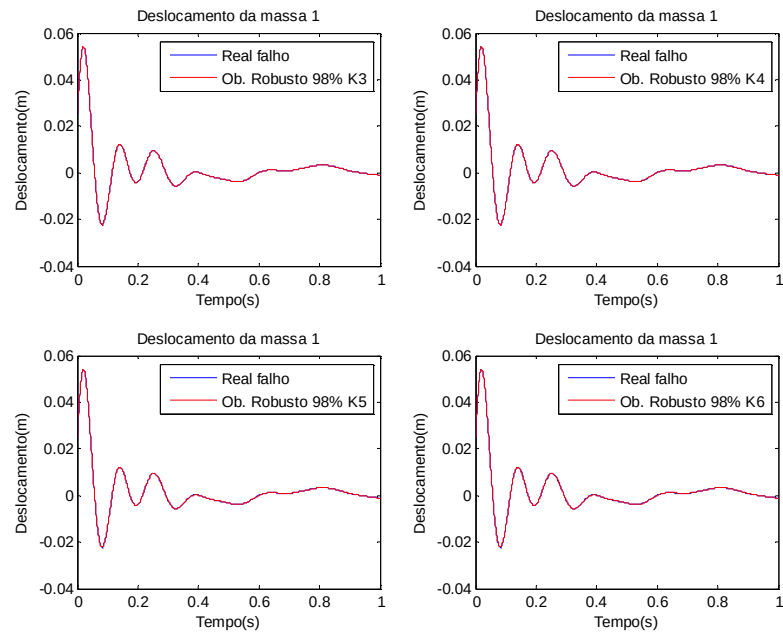


Figura 3.19 - Resposta do sistema real e do observador de estado.

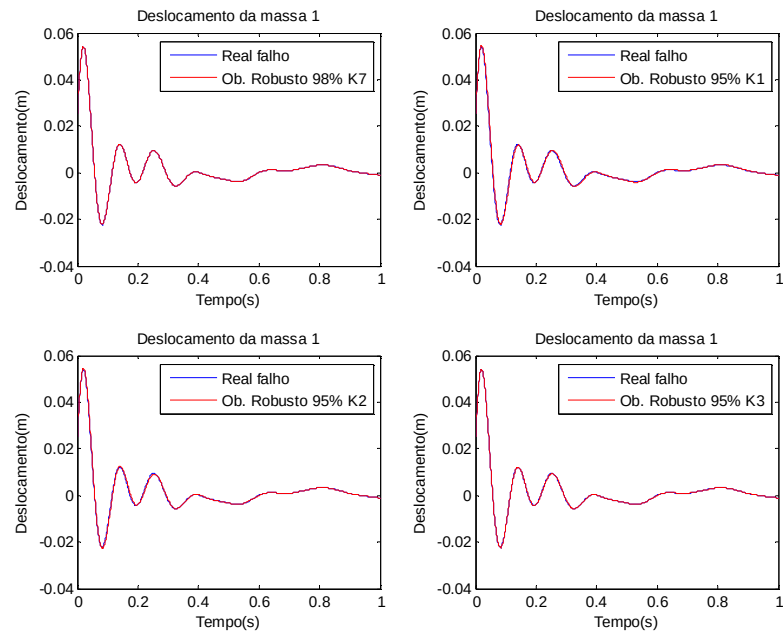


Figura 3.20 - Resposta do sistema real e do observador de estado.

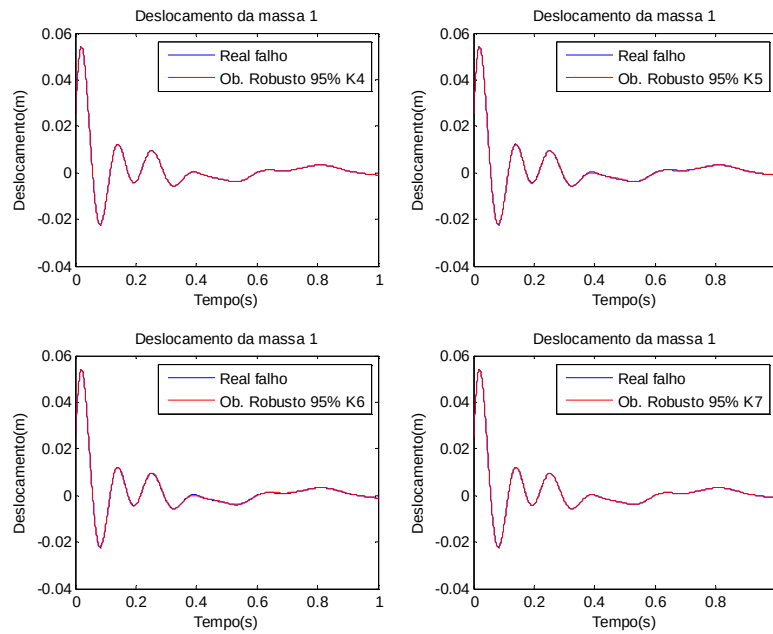


Figura 3.21 - Resposta do sistema real e do observador de estado.

Analisando os gráficos das Figuras 3.18 a 3.21 observam-se que os gráficos obtidos para o sistema real com e sem falha e os dos observadores global e robusto apresentaram-se muito próximos, o que torna difícil a interpretação dos resultados.

Uma análise mais detalhada dos gráficos revela uma pequena diferença entre as respostas do sistema real (azul) e dos observadores de estado (vermelho), já que é possível observar pequenas diferenças entre ambos os gráficos (visível pela presença de alguns pontos em azul nos gráficos). Com base nisto, observa-se que os únicos gráficos que não apresentam tais pontos em azul são o da Figura 3.18 (sistema real sem falha e observador global) e o da Figura 3.21 (sistema real com falha e observador robusto a 5% de k_4).

Diante de tais resultados, observa-se a necessidade de um melhor método para comparar as respostas do sistema real com a do observador de estado. Para este fim, utilizou-se a diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e do observador. Tais valores encontram-se na Tab. 3.5.

Tabela 3.5. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real com e sem falha e dos observadores de estado.

Observadores de Estado	Sistema Real sem Falha	Sistema Real com Falha
(1) Observador Global	3.4369e-017	2.3766e-005
(2) Observador Robusto 98% de k_1	1.8777e-004	1.8135e-004
(3) Observador Robusto 98% de k_2	1.4441e-004	1.3644e-004
(4) Observador Robusto 98% de k_3	3.7115e-005	2.2154e-005
(5) Observador Robusto 98% de k_4	9.3306e-006	1.4441e-005
(6) Observador Robusto 98% de k_5	3.8026e-005	3.2710e-005
(7) Observador Robusto 98% de k_6	6.1156e-005	5.0906e-005
(8) Observador Robusto 98% de k_7	2.1019e-005	2.2080e-005
(9) Observador Robusto 95% de k_1	3.7271e-004	3.6532e-004
(10) Observador Robusto 95% de k_2	3.6584e-004	3.5672e-004
(11) Observador Robusto 95% de k_3	9.4056e-005	7.5691e-005
(12) Observador Robusto 95% de k_4	2.3776e-005	9.9466e-017
(13) Observador Robusto 95% de k_5	1.2063e-004	1.0272e-004
(14) Observador Robusto 95% de k_6	1.5485e-004	1.4176e-005
(15) Observador Robusto 95% de k_7	5.3596e-005	3.5897e-005

Analisando os resultados da Tab. 3.5, observa-se que o observador global construído para o sistema em questão apresentou-se válido, pois apresentou uma diferença *RMS* muito pequena ($3.4369e-017$), como se pode ver na 1ª linha da 2ª coluna, assim como se pode observar que a falha foi detectada, visto que a falha conhecida aplicada no sistema consistia de uma perda de 5%, como pode ser observado da Tab. 3.5 a diferença *RMS* obtida com o observador robusto a 95% de k_4 foi a menor ($9.9466e-017$) quando comparado com o sistema falho, destacado na 12ª linha da 3ª coluna.

As figuras apresentadas a seguir mostram os resultados da Tab. 3.5 na forma gráfica, sendo que em tais gráficos, foram plotados o inverso da diferença *RMS*.

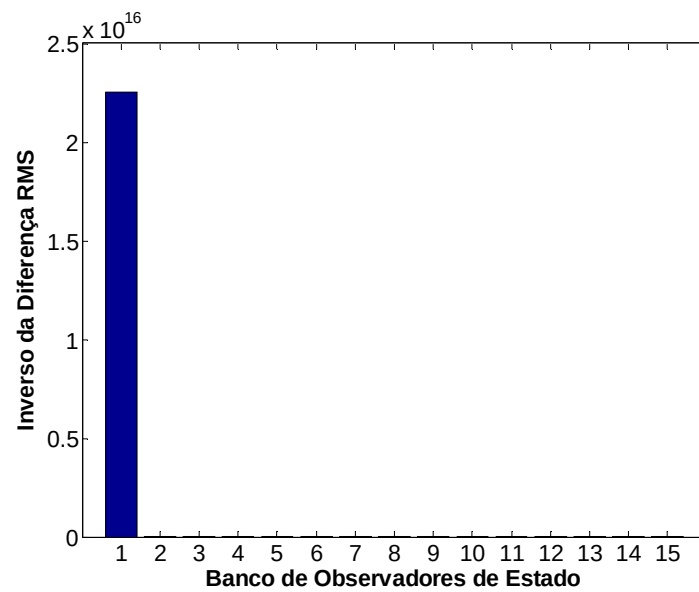


Figura 3.22 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.

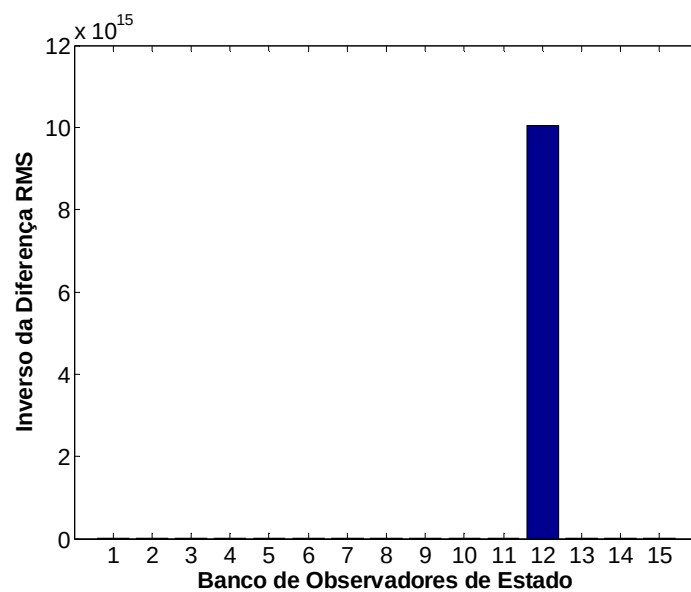


Figura 3.23 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.

3.2.2.1.2. Observador de Estado via LMIs

Os gráficos das Figuras 3.24 a 3.27 apresentam as respostas do sistema real e dos observadores de estado obtidos via LMIs para o mesmo caso falho considerado no item 3.2.2.1.1.

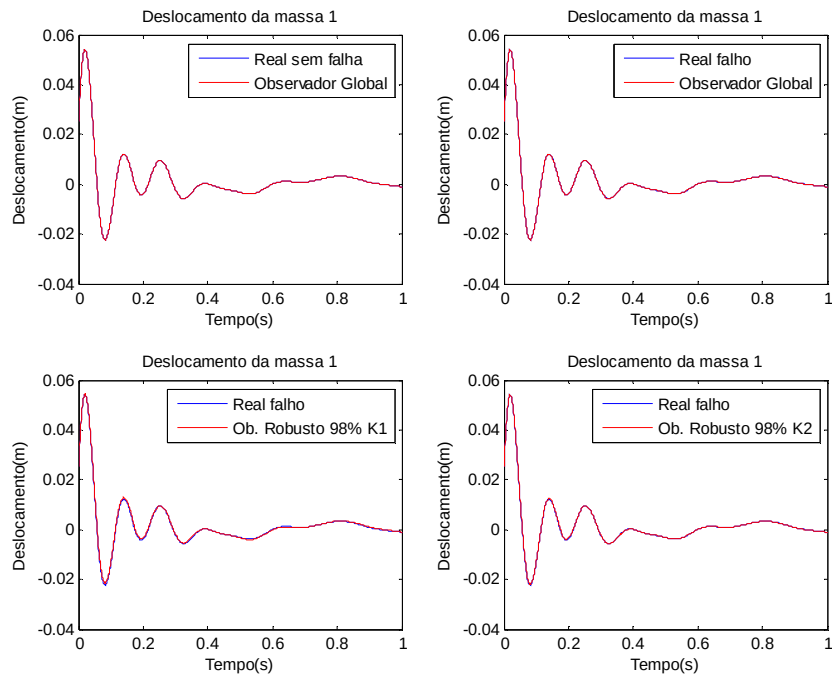


Figura 3.24 - Resposta do sistema real e do observador de estado.

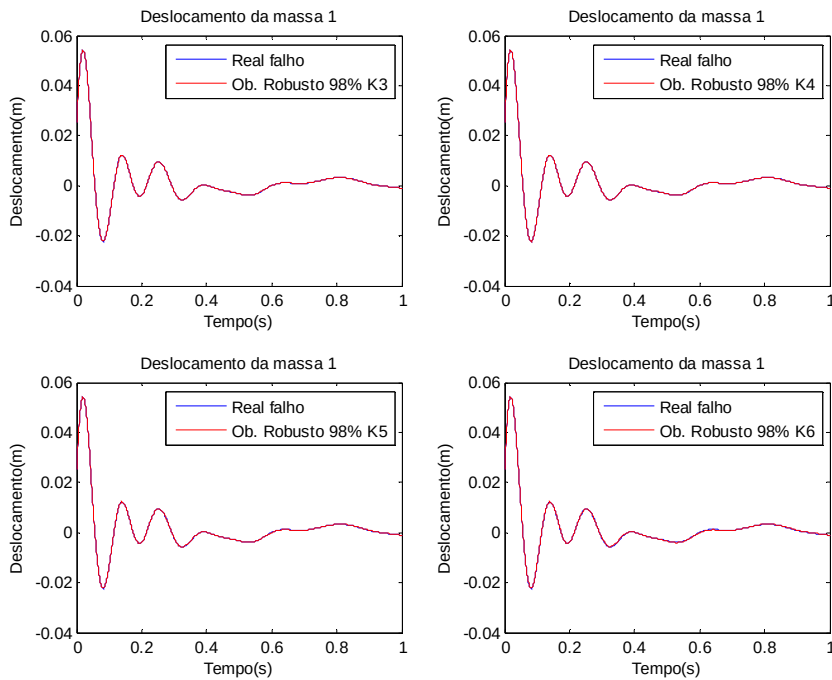


Figura 3.25 - Resposta do sistema real e do observador de estado.

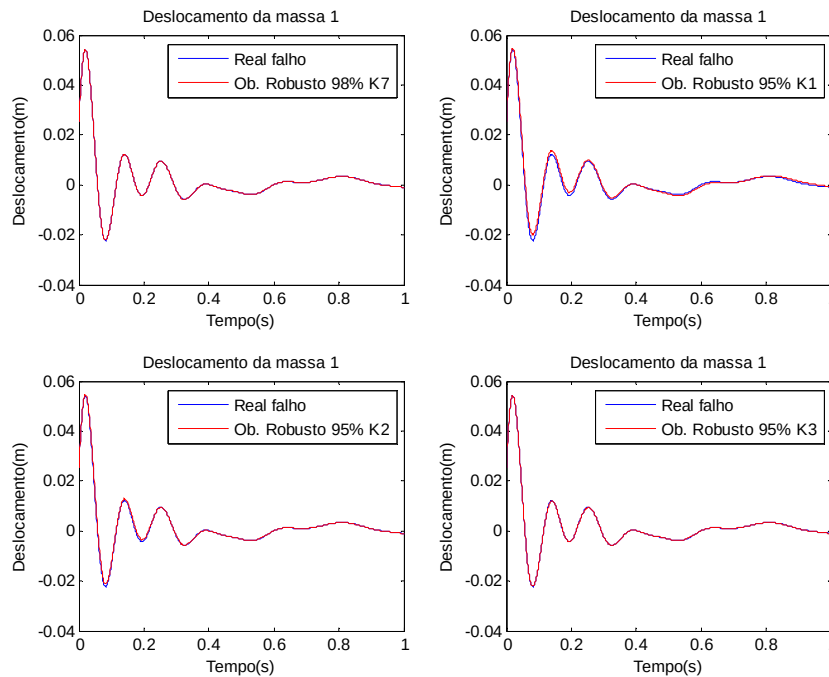


Figura 3.26 - Resposta do sistema real e do observador de estado.

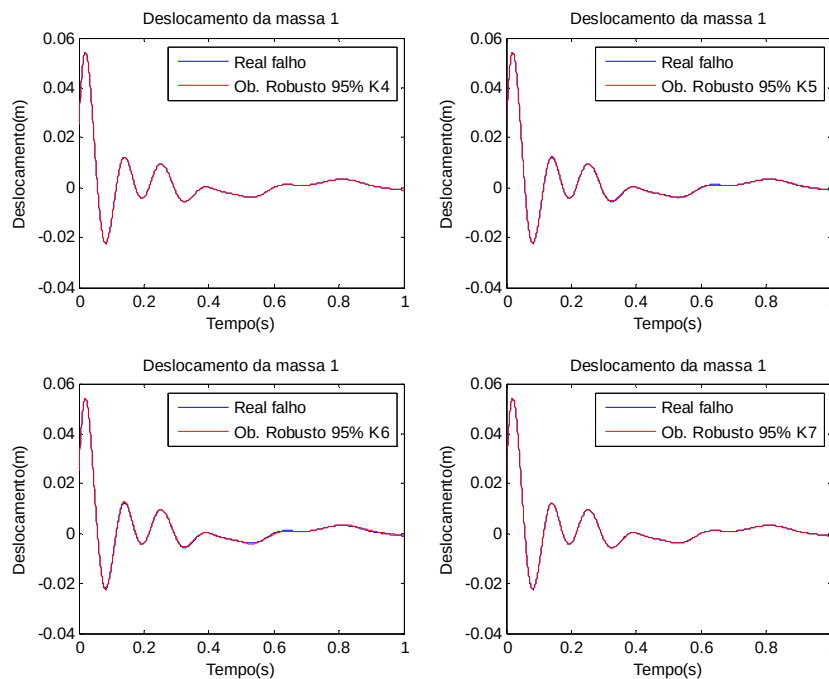


Figura 3.27 - Resposta do sistema real e do observador de estado.

Assim como ocorreu utilizando LQR, observa-se a dificuldade de se detectar a falha graficamente, diante da proximidade entre os gráficos das respostas do sistema real e do observador de estado. Sendo possível, perceber pequenas diferenças entre as curvas apenas pela presença de alguns pontos azuis. Desta forma, na detecção e localização de falhas

utilizando observadores de estado via LMIs também foi utilizada a diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

A Tab. 3.6 apresenta a diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e do observador de estado.

Tabela 3.6. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real com e sem falha e dos observadores de estado.

Observadores de Estado	Sistema Real sem Falha	Sistema Real com Falha
(1) Observador Global	5.7265e-017	1.7429e-005
(2) Observador Robusto 98% de k_1	3.4402e-004	3.3546e-004
(3) Observador Robusto 98% de k_2	1.5771e-004	1.5275e-004
(4) Observador Robusto 98% de k_3	2.0024e-005	1.9413e-005
(5) Observador Robusto 98% de k_4	6.8442e-006	1.0590e-005
(6) Observador Robusto 98% de k_5	5.1098e-005	3.6745e-005
(7) Observador Robusto 98% de k_6	1.0053e-004	8.8295e-005
(8) Observador Robusto 98% de k_7	1.1884e-005	1.9329e-005
(9) Observador Robusto 95% de k_1	8.6004e-004	8.5143e-004
(10) Observador Robusto 95% de k_2	3.1311e-004	3.0750e-004
(11) Observador Robusto 95% de k_3	5.0818e-005	3.5289e-005
(12) Observador Robusto 95% de k_4	1.7304e-005	5.2198e-017
(13) Observador Robusto 95% de k_5	1.2805e-004	1.1312e-004
(14) Observador Robusto 95% de k_6	2.5475e-004	2.4206e-004
(15) Observador Robusto 95% de k_7	3.0206e-005	3.2145e-005

Analisando os resultados da Tab. 3.6, pode-se dizer que os observadores de estado via LMIs foram capazes de detectar e localizar a falha no sistema massa-mola-amortecedor. Apresentando valores bem próximos aos obtidos via LQR basta analisar a ordem da diferença *RMS* ($e-017$). As Figuras 3.28 e 3.29 apresentam os resultados da Tab. 3.6 sob a forma gráfica, na qual foram plotados a inverso da diferença *RMS*.

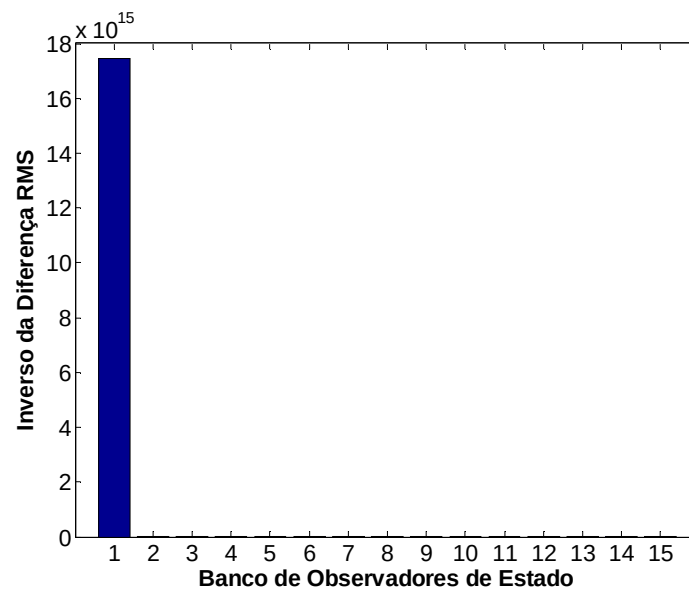


Figura 3.28 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.

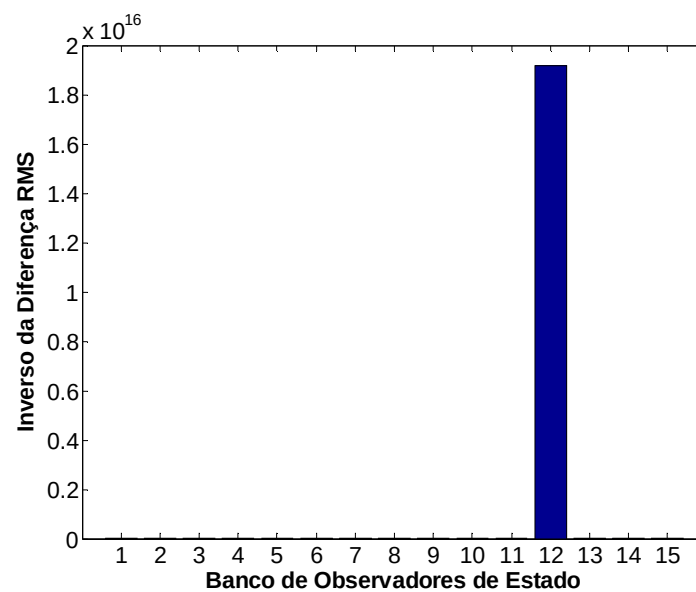


Figura 3.29 - Inverso da diferença RMS entre o sinal do sistema real e do observador de estado.

3.2.2.2. Sistema Rotativo Considerando-se suas Fundações

Na detecção e localização de falhas em um sistema rotativo considerando-se suas fundações foi utilizado o sinal de deslocamento $x_1(t)$. Para esta detecção de falha, aplicou-se uma falha conhecida no sistema, a fim de localizar esta por meio de um observador de estado

robusto. Para este caso, foram obtidas tabelas de tendência de falha, e a partir destas tabelas, foi possível fazer uma análise mais detalhada do processo de detecção e localização de falha. Foram consideradas duas situações: falhas isoladas e falhas combinadas. Na detecção de falhas isoladas foram consideradas perdas de 2 e 4 % na rigidez dos mancais (K_{XX1} , K_{XX2} e K_{XX3}) e das fundações (K_{f1} , K_{f2} e K_{f3}). Para as falhas combinadas, consideraram-se as situações apresentadas pela Tab. 3.7.

Tabela 3.7. Perda percentual dos parâmetros sujeitos a falha.

	Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 4	Situação 5	Situação 6
K_{XX1}	4	0	2	0	0	0
K_{XX2}	0	6	0	0	4	0
K_{XX3}	8	0	0	4	0	0
K_{f1}	0	0	6	0	0	4
K_{f2}	0	4	0	0	0	2
K_{f3}	0	0	0	8	2	0

3.2.2.2.1. Regulador Linear Quadrático

Tabela 3.8. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real sem Falha	Sistema Falho 2% K_{XX1}	Sistema Falho 4% K_{XX1}
Ob. Global	3.5415e-015	1.4704e-007	3.0019e-007
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	1.4704e-007	5.8594e-015	1.5315e-007
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	3.0019e-007	2.9306e-005	5.6685e-015
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	5.1277e-009	1.4810e-007	3.0120e-007
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	1.0468e-008	2.9306e-005	3.0235e-007
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	1.2382e-010	1.4703e-007	3.0018e-007
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	2.5268e-010	2.9306e-005	3.0018e-007
Ob. Rob. –98% K_{f1}	1.4590e-005	1.4444e-005	1.4291e-005
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.9451e-005	2.9306e-005	2.9155e-005
Ob. Rob. –98% K_{f2}	5.0981e-007	5.5713e-007	6.3946e-007
Ob. Rob. –96% K_{f2}	1.0309e-006	2.9306e-005	1.1271e-006
Ob. Rob. –98% K_{f3}	1.1822e-008	1.4692e-007	2.9983e-007
Ob. Rob. –96% K_{f3}	2.3023e-008	2.9306e-005	2.9978e-007

Tabela 3.9. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Falho 2% K_{XX2}	Sistema Falho 4% K_{XX2}	Sistema Falho 2% K_{XX3}
Ob. Global	5.1277e-009	1.0468e-008	1.2382e-010
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	1.4810e-007	1.4938e-007	1.4703e-007
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	3.0120e-007	3.0235e-007	3.0018e-007
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	2.2529e-015	5.3408e-009	5.1068e-009
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	5.3408e-009	3.2859e-015	1.0447e-008
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	5.1068e-009	1.0447e-008	1.4959e-015
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	5.0881e-009	1.0426e-008	1.2886e-010
Ob. Rob. –98% K_{f1}	1.4591e-005	1.4592e-005	1.4590e-005
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.9452e-005	2.9453e-005	2.9451e-005
Ob. Rob. –98% K_{f2}	5.0471e-007	3.9940e-007	5.0979e-007
Ob. Rob. –96% K_{f2}	1.0259e-006	1.0206e-006	1.0309e-006
Ob. Rob. –98% K_{f3}	1.1938e-008	1.4193e-008	1.1698e-008
Ob. Rob. –96% K_{f3}	2.2532e-008	2.3249e-008	2.2900e-008

Tabela 3.10. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Falho 4% K_{XX3}	Sistema Falho 2% K_{f1}	Sistema Falho 4% K_{f1}
Ob. Global	2.5268e-010	1.4593e-005	2.9461e-005
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	1.4703e-007	1.4446e-005	2.9316e-005
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	3.0018e-007	1.4293e-005	2.9164e-005
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	5.0881e-009	1.4593e-005	2.9462e-005
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	1.0426e-008	1.4594e-005	2.9463e-005
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	1.2886e-010	1.4593e-005	2.9461e-005
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	5.0972e-016	1.4593e-005	2.9461e-005
Ob. Rob. –98% K_{f1}	1.4590e-005	1.3394e-014	1.4959e-005
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.9451e-005	1.4956e-005	1.4902e-014
Ob. Rob. –98% K_{f2}	5.0978e-007	1.4693e-005	2.9552e-005
Ob. Rob. –96% K_{f2}	1.0309e-006	1.4809e-005	2.9648e-005
Ob. Rob. –98% K_{f3}	1.1569e-008	1.4592e-005	2.9461e-005
Ob. Rob. –96% K_{f3}	2.2772e-008	1.4592e-005	2.9462e-005

Tabela 3.11. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Falho 2% K_{f2}	Sistema Falho 4% K_{f2}	Sistema Falho 2% K_{f3}
Ob. Global	5.0981e-007	1.0309e-006	1.1822e-008
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	5.5713e-007	1.0686e-006	1.4692e-007
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	6.3946e-007	1.1271e-006	2.9983e-007
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	5.0471e-007	1.0259e-006	1.1938e-008
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	3.9940e-007	1.0206e-006	1.4193e-008
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	5.0979e-007	1.0309e-006	1.1698e-008
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	5.0978e-007	1.0309e-006	1.1569e-008
Ob. Rob. –98% K_{f1}	1.4691e-005	1.4807e-005	1.4590e-005
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.9542e-005	2.9639e-005	2.9452e-005
Ob. Rob. –98% K_{f2}	2.9332e-015	5.2672e-007	5.0823e-007
Ob. Rob. –96% K_{f2}	5.2672e-007	5.7309e-015	1.0298e-006
Ob. Rob. –98% K_{f3}	5.0823e-007	1.0298e-006	3.1350e-015
Ob. Rob. –96% K_{f3}	5.0667e-007	1.0286e-006	1.1225e-008

Tabela 3.12. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Falho 4% K_{f3}
Obs. Global	2.3023e-008
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	1.4754e-007
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	2.9978e-007
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	2.2532e-008
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	2.3249e-008
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	2.2900e-008
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	2.2772e-008
Ob. Rob. –98% K_{f1}	1.4590e-005
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.9452e-005
Ob. Rob. –98% K_{f2}	5.0667e-007
Ob. Rob. –96% K_{f2}	1.0286e-006
Ob. Rob. –98% K_{f3}	1.1225e-008
Ob. Rob. –96% K_{f3}	3.1569e-015

A primeira coluna da Tab. 3.8 trata da diferença *RMS* do sistema real sem falha com os observadores de estado global e robustos, desta coluna, pode-se observar que o observador global foi construído de maneira adequada ao sistema, visto que sua resposta quando comparada com a resposta do sistema real apresentou um baixo valor da diferença *RMS* ($3.5415e-015$), basta olhar a 1ª linha da 2ª coluna da Tab. 3.8.

Analisando os resultados das Tabs. 3.8 a 3.12, pode-se verificar que em todas as situações considerando sistema falho, foi possível detectar a presença de uma falha no sistema, isto pode ser visto pelas 2ªs linhas destas tabelas, nas quais a diferença *RMS* entre o sistema real e o observador global, demonstrou a presença de uma possível falha quando comparado com as diferenças *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores robustos.

Sendo assim, o observador global detectou uma falha no sistema. Para localizar e quantificar esta falha são utilizados os observadores robustos para os parâmetros sujeitos a falha. Das Tabs. 3.8 a 3.12 pode ser observado que os observadores robustos foram capazes de localizar tais falhas, visto que as diferenças *RMS* entre as respostas do sistema real falho e dos observadores robustos aos parâmetros sujeitos a tal falha apresentaram as menores diferenças *RMS*. Como exemplo desta localização e quantificação de falhas, basta observarem a 12ª linha da 3ª coluna da Tab. 3.11, na qual o sistema falho apresentava uma perda de 4% do parâmetro K_{f2} e o respectivo observador robusto foi capaz de localizar esta falha, como pode ser observado da diferença *RMS* ($5.7309e-015$).

Para as falhas combinadas, foi construído um banco de observadores aos parâmetros sujeitos a falha. Por exemplo, para a 1ª situação foram construídos observadores robustos com perdas percentuais dos parâmetros K_{XX1} e K_{XX3} .

As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos para as falhas mútuas da Tab. 3.7.

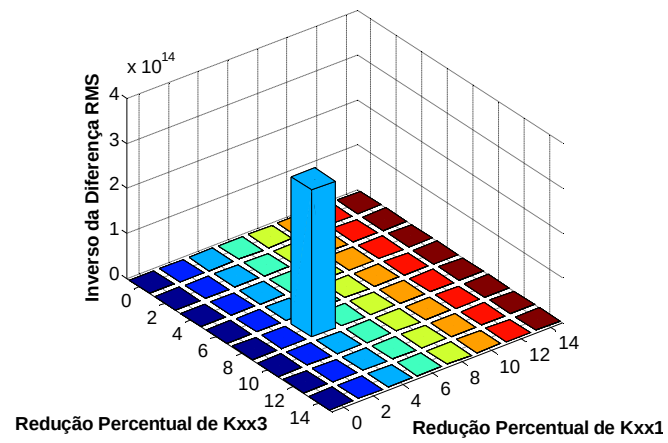


Figura 3.30 - Inverso da diferença *RMS*.

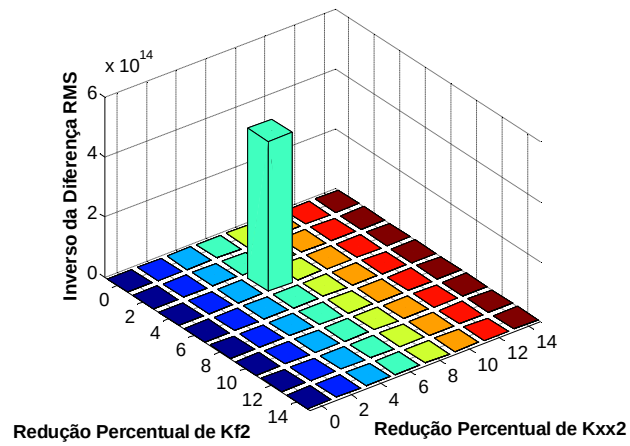


Figura 3.31 - Inverso da diferença *RMS*.

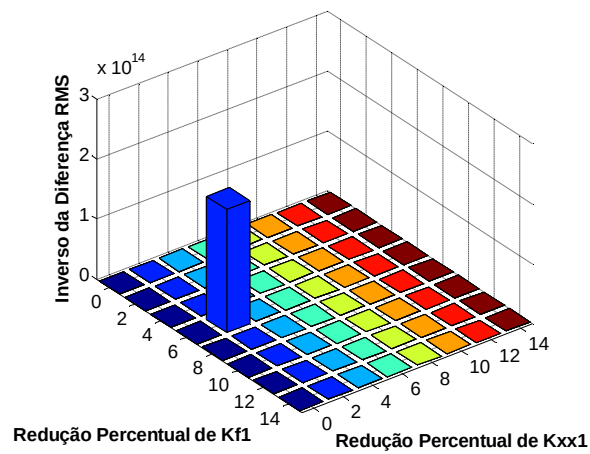


Figura 3.32 - Inverso da diferença *RMS*.

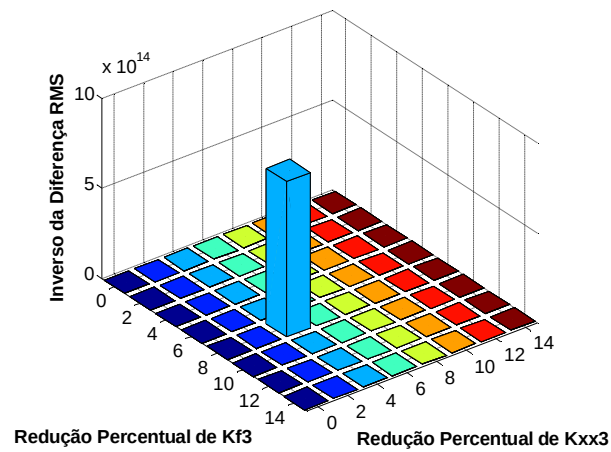


Figura 3.33 - Inverso da diferença *RMS*.

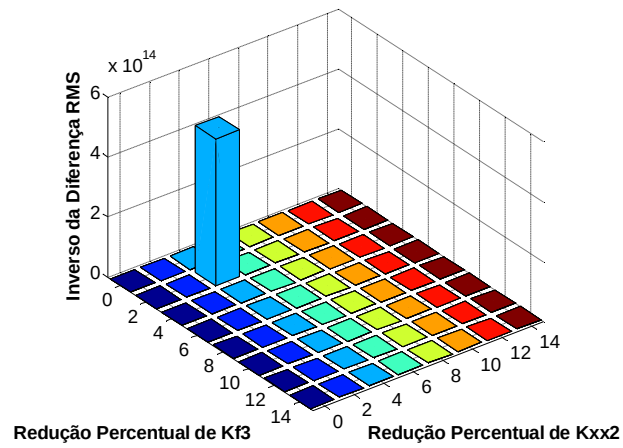


Figura 3.34 - Inverso da diferença *RMS*.

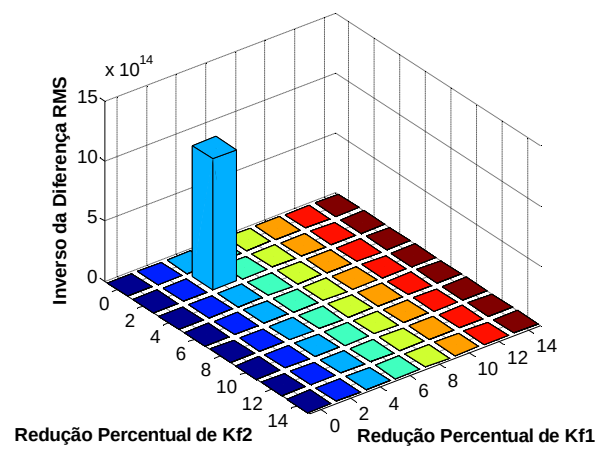


Figura 3.35 - Inverso da diferença *RMS*.

Analisando as Figuras 3.30 a 3.35, pode-se observar que os observadores robustos foram capazes de localizar a falha aplicada ao sistema, quantificando as perdas percentuais dos parâmetros que resultam em tais falhas.

Como exemplo disto, considera-se a 5ª situação da Tab. 3.7, na qual foram considerados perdas de 4% e 2% dos parâmetros K_{XX2} e K_{f3} , respectivamente. Da Figura 3.34, pode ser observado que os observadores robustos localizaram a falha e também quantificou as perdas dos parâmetros sujeitos a falha.

3.2.2.2.2. Observador de Estado via LMIs

Assim, como foi feito no item 3.2.2.2.1., primeiramente foram construídas tabelas da diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores global e robustos. Por fim, foram analisadas as falhas mútuas consideradas da Tab. 3.7, para tais análises foram construídos gráficos das inversas das diferenças *RMS* entre a resposta do sistema real falho e dos observadores robustos aos parâmetros sujeitos a falha.

Tabela 3.13. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real sem Falha	Sistema Falho 2% K_{XX1}	Sistema Falho 4% K_{XX1}
Ob. Global	2.6345e-019	8.0828e-013	1.6496e-012
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	8.0919e-013	1.7267e-019	8.4225e-013
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	1.6534e-012	8.4323e-013	6.8124e-019
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	9.0954e-014	7.8259e-013	1.6241e-012
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	1.8632e-013	7.6621e-013	1.6022e-012
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	8.6315e-016	8.0811e-013	1.6495e-012
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	1.7610e-015	8.0798e-013	1.6495e-012
Ob. Rob. –98% K_{f1}	8.8038e-011	8.7126e-011	8.6177e-011
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.6512e-010	2.6374e-010	2.6229e-010
Ob. Rob. –98% K_{f2}	1.2389e-011	1.2067e-011	1.1829e-011
Ob. Rob. –96% K_{f2}	3.2821e-011	3.2419e-011	3.2059e-011
Ob. Rob. –98% K_{f3}	8.2050e-014	8.1006e-013	1.6719e-012
Ob. Rob. –96% K_{f3}	1.6562e-013	8.5306e-013	1.7692e-012

Tabela 3.13. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Falho 2% K_{XX2}	Sistema Falho 4% K_{XX2}	Sistema Falho 2% K_{XX3}
Ob. Global	9.0663e-014	1.8511e-013	8.6316e-016
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	7.8107e-013	7.6230e-013	8.0895e-013
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	1.6228e-012	1.5959e-012	1.6531e-012
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	6.3027e-019	9.4747e-014	9.0794e-014
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	9.5064e-014	5.7173e-019	1.8616e-013
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	9.0508e-014	1.8495e-013	3.3354e-019
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	9.0359e-014	1.8481e-013	8.9785e-016
Ob. Rob. –98% K_{f1}	8.7998e-011	8.7956e-011	8.8038e-011
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.6506e-010	2.6498e-010	2.6512e-010
Ob. Rob. –98% K_{f2}	1.2266e-011	1.2137e-011	1.2389e-011
Ob. Rob. –96% K_{f2}	3.2662e-011	3.2496e-011	3.2821e-011
Ob. Rob. –98% K_{f3}	1.0966e-013	1.8942e-013	8.1171e-014
Ob. Rob. –96% K_{f3}	1.7074e-013	2.2738e-013	1.6470e-013

Tabela 3.15. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Falho 4% K_{XX3}	Sistema Falho 2% K_{f1}	Sistema Falho 4% K_{f1}
Ob. Global	1.7609e-015	7.8060e-011	1.5429e-010
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	8.0870e-013	7.7338e-011	1.5366e-010
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	1.6529e-012	7.6584e-011	1.5299e-010
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	9.0636e-014	7.8265e-011	1.5473e-010
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	1.8600e-013	7.8479e-011	1.5519e-010
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	8.9777e-016	7.8066e-011	1.5431e-010
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	2.0732e-019	7.8077e-011	1.5433e-010
Ob. Rob. –98% K_{f1}	8.8038e-011	3.0518e-019	8.5985e-011
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.6512e-010	1.3113e-010	9.8094e-019
Ob. Rob. –98% K_{f2}	1.2389e-011	1.0144e-010	2.0369e-010
Ob. Rob. –96% K_{f2}	3.2821e-011	1.2854e-010	2.5844e-010
Ob. Rob. –98% K_{f3}	8.0257e-014	8.0095e-011	1.5828e-010
Ob. Rob. –96% K_{f3}	1.6374e-013	8.5593e-011	1.6909e-010

Tabela 3.16. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Falho 2% K_{f2}	Sistema Falho 4% K_{f2}	Sistema Falho 2% K_{f3}
Ob. Global	9.0604e-012	1.8404e-011	8.0238e-014
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	8.8338e-012	1.8195e-011	7.8956e-013
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	8.6706e-012	1.8012e-011	1.6318e-012
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	8.9989e-012	1.8374e-011	1.0733e-013
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	8.9343e-012	1.8342e-011	1.8603e-013
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	9.0607e-012	1.8405e-011	7.9381e-014
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	9.0614e-012	1.8407e-011	7.8494e-014
Ob. Rob. –98% K_{f1}	9.0614e-012	8.3523e-011	8.8012e-011
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.5926e-010	2.5533e-010	2.6508e-010
Ob. Rob. –98% K_{f2}	2.6716e-019	1.2874e-011	1.2370e-011
Ob. Rob. –96% K_{f2}	1.6789e-011	1.5581e-019	3.2804e-011
Ob. Rob. –98% K_{f3}	9.2636e-012	1.8837e-011	2.0441e-019
Ob. Rob. –96% K_{f3}	9.8350e-012	2.0022e-011	7.9309e-014

Tabela 3.17. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Falho 4% K_{f3}
Ob. Global	1.5260e-013
Ob. Rob. –98% K_{XX1}	7.7654e-013
Ob. Rob. –96% K_{XX1}	1.6135e-012
Ob. Rob. –98% K_{XX2}	1.5722e-013
Ob. Rob. –96% K_{XX2}	2.0967e-013
Ob. Rob. –98% K_{XX3}	1.5175e-013
Ob. Rob. –96% K_{XX3}	1.5088e-013
Ob. Rob. –98% K_{f1}	8.7986e-011
Ob. Rob. –96% K_{f1}	2.6504e-010
Ob. Rob. –98% K_{f2}	1.2347e-011
Ob. Rob. –96% K_{f2}	3.2779e-011
Ob. Rob. –98% K_{f3}	7.4734e-014
Ob. Rob. –96% K_{f3}	3.1858e-019

Analisando a 2ª linha da 2ª coluna da Tab. 3.13, observa-se que o observador global foi projetado corretamente, visto que sua resposta quando comparada com sistema real sem falha apresentou a menor diferença *RMS* ($2.6345e-019$).

Analisando os resultados das Tabs, 3.13 a 3.17, observa-se que o observador global foi capaz de detectar a presença de uma falha, basta analisar a diferença *RMS* entre a resposta do sistema real falho e do observador global. Uma vez que a falha foi detectada, é necessário localizar e quantificar o parâmetro causador desta falha, e é a partir deste momento que o banco de observadores robustos entra em ação.

Dos resultados apresentados pelas Tabs. 3.13 a 3.17, observa-se que o banco de observadores robustos foram capazes de localizar e quantificar o parâmetro sujeito a falha. Como exemplo disto, basta olhar a 11ª linha da 2ª coluna da Tab. 3.16, na qual a falha considerada no sistema real foi a perda de 2% do parâmetro K_{p2} , observa-se que o observador robusto sujeito a perda percentual deste parâmetro foi capaz de localizar e quantificar tal falha, como pode ser observado pela diferença *RMS* entre as respostas do sistema real falho e do observador robusto ($2.6716e-019$).

Nos resultados obtidos utilizando observadores de estado via LMIs é de se destacar a ordem de grandeza da diferença *RMS* obtida. Sendo possível observar melhores resultados com estes observadores do que os obtidos com os observadores projetados utilizando LQR.

Por exemplo, no caso do observador global, observa-se que utilizando LQR a diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e do observador global foi da ordem de $e-015$, enquanto que utilizando LMIs foi da ordem de $e-019$. Tal fato também pode ser observado para os observadores robustos.

Uma possível explicação para isto, é que na obtenção do ganho dos observadores utilizando LQR é necessário estabelecermos valores para $[Q]$ e $[R]$ enquanto que via LMIs, as LMIs fazem a busca do melhor resultado a fim de tornar tais LMIs factíveis.

As figuras apresentadas a seguir fazem a localização e quantificação de falhas combinadas.

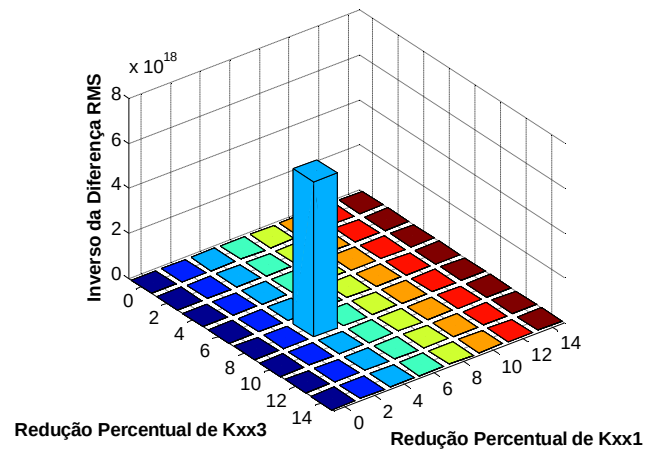


Figura 3.36 - Inverso da diferença *RMS*.

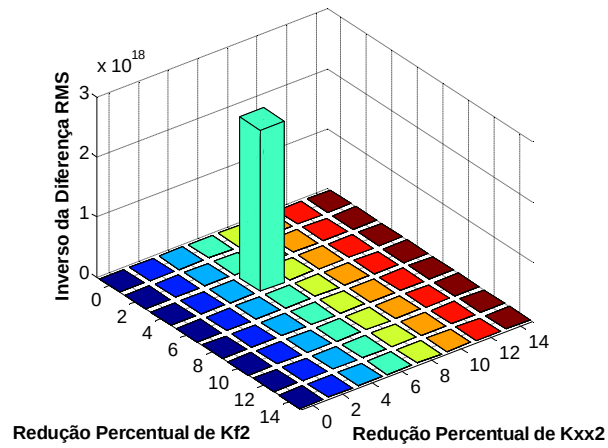


Figura 3.37 - Inverso da diferença *RMS*.

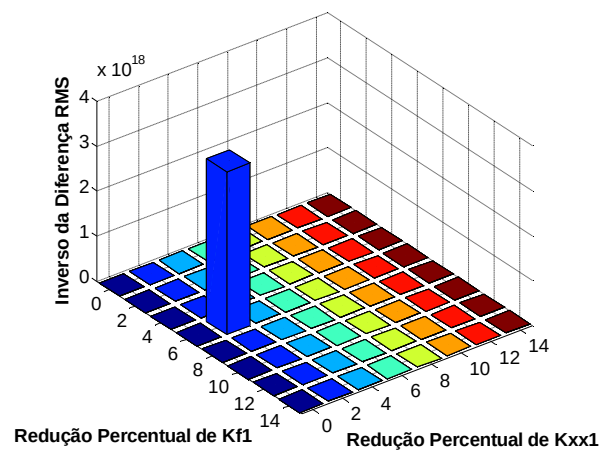
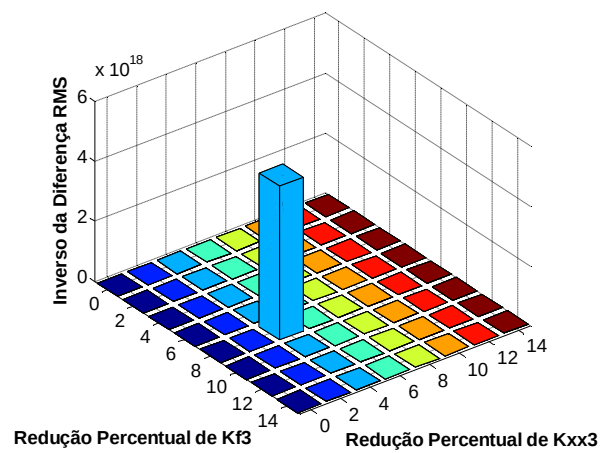
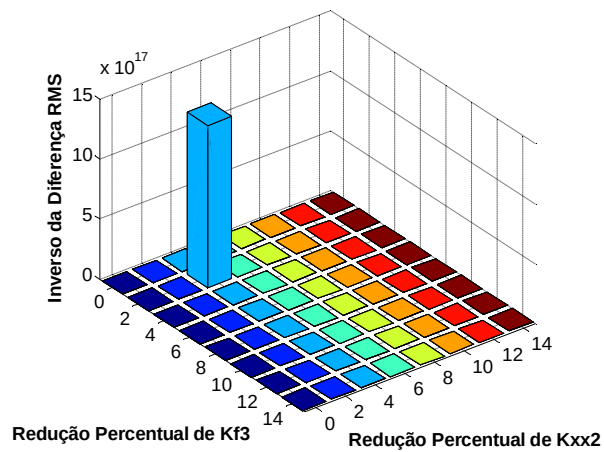
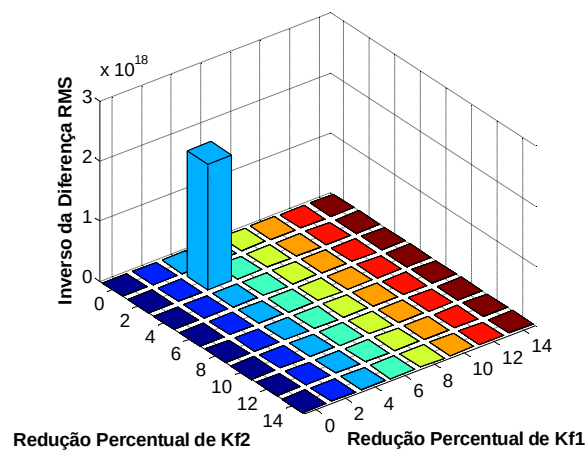


Figura 3.38 - Inverso da diferença *RMS*.

Figura 3.39 - Inverso da diferença *RMS*.Figura 3.40 - Inverso da diferença *RMS*.Figura 3.41 - Inverso da diferença *RMS*.

Analisando os gráficos das Figuras 3.36 a 3.41 observa-se que o banco de observadores robustos foi capaz de localizar e quantificar as falhas consideradas da Tab. 3.7. Por exemplo, basta olhar o gráfico da Figura 3.39, na qual a falha considerada foram perdas de 4% e 8% dos parâmetros K_{xx3} e K_{f3} , respectivamente. Como se pode observar do gráfico da Figura 3.39, no observador robusto a perda percentual de tais parâmetros apresentou a menor diferença *RMS* (é de se destacar que nos gráficos das Figuras 3.36 a 3.41 foram plotados a inverso da diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores robustos, a fim de facilitar a visualização de tal diferença).

Para falhas combinadas, também se observa melhores resultados utilizando LMIs que LQR.

CAPÍTULO IV

COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL

4. Comprovação Experimental

A fim de verificar a validade da metodologia desenvolvida para detecção e localização de falhas, utilizou-se um sistema rotativo construído no Laboratório de Vibrações do Departamento de Engenharia Mecânica (DEM/FEIS).

4.1. Sistema rotativo

A Figura 4.1 apresenta o sistema rotativo utilizado.

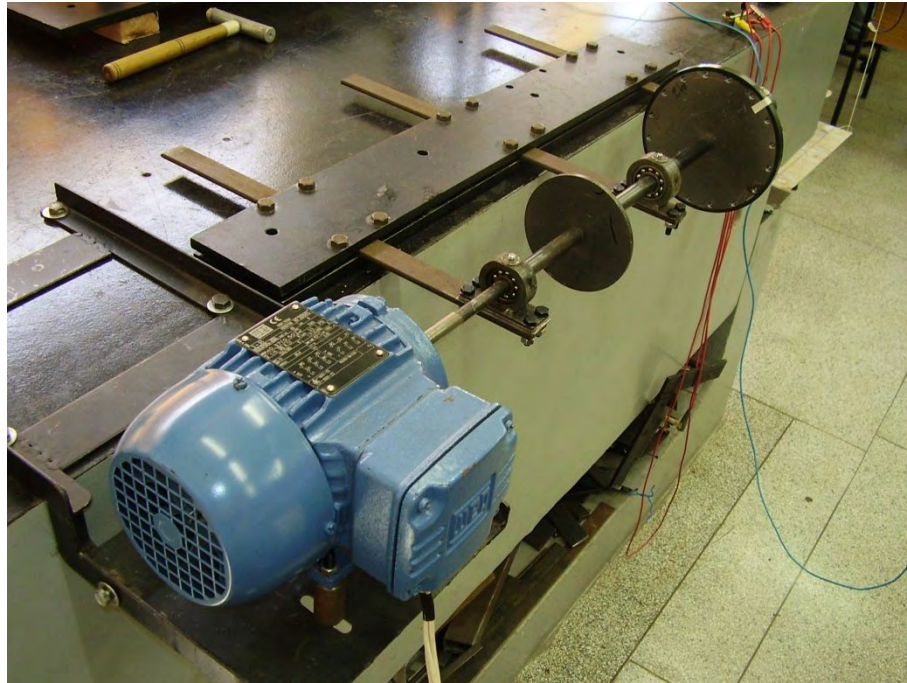


Figura 4.1 - Sistema rotativo utilizado para a comprovação experimental.

O sistema rotativo da Figura 4.1 é composto por um eixo com seções transversais variáveis com dois discos acoplados. Para a simulação da rigidez dos mancais e da fundação, montou-se o sistema rotativo sobre barras perpendiculares ao eixo do rotor que proporcionarão futuramente a possibilidade de alteração de rigidez do conjunto mancal e fundação para a simulação de uma possível falha.

4.1.1. Composição do sistema rotativo da bancada de testes

A bancada de testes utilizada é composta dos seguintes componentes:

- 2 discos;
- 3 barras de aço;
- 3 rolamentos;
- Motor elétrico $\frac{1}{4}$ CV (Weg motores elétricos);
- Variador de frequência;
- Parafusos para acoplamento dos componentes;
- Mesa inercial.

4.1.2. Sistema de aquisição de dados

Para a aquisição de dados do sistema rotativo da Figura 1, utilizou-se os seguintes equipamentos:

- Software DasyLab 3.0 for Windows;
- Sistema de aquisição de sinais A/D Iotech DaqBook/112 bit, placa DBK 17 com 4 canais de entrada;
- Condicionador/Amplificador de sinais Nexus Conditioning Amplifier Z6040 da Bruel & Kjaer, com 4 canais de entrada e 4 Canais de saída;
- Acelerômetros (Metra Meb KS50, N° 2079, Sensibilidade de 2.36 mV/ms^{-2}).

4.2. Modelo matemático do sistema rotativo

Considerou-se a montagem experimental da Figura 4.1 como um sistema de rotores discretizado com 5 elementos finitos, onde cada elemento possui dois nós, sendo dois graus de liberdade por nó (rotação e deslocamento), como pode ser visualizado na Figura 4.2. A rigidez do conjunto mancal + fundação é representada por um conjunto de barras engastadas em uma das extremidades e fixadas ao eixo do rotor em sua outra extremidade, como pode ser observado na Figura 4.2 (Lemos, 2003).

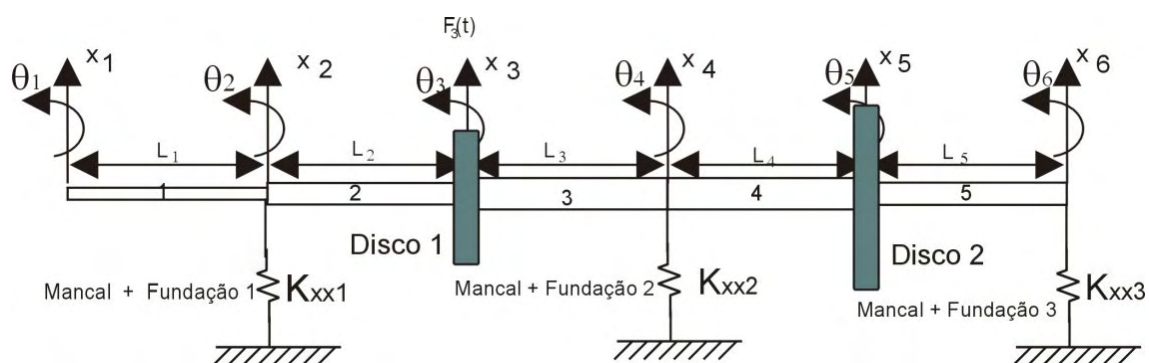


Figura 4.2 - Sistema rotativo discretizado.

Para a determinação da rigidez (K_{xx1} , K_{xx2} e K_{xx3}) dos mancais+fundações utilizou-se um relógio comparador e um conjunto de massas, conforme mostrado no esquema da Figura 4.3.

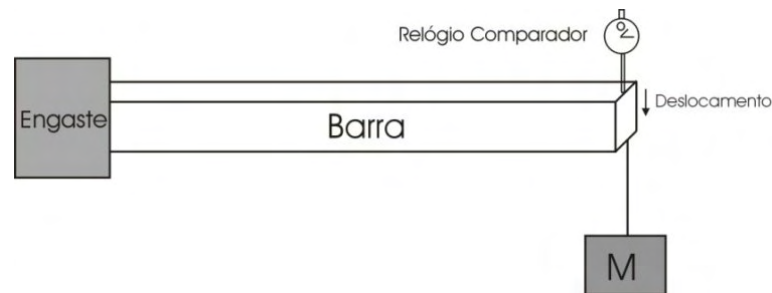


Figura 4.3 - Esquema de medição da rigidez.

A Tab. 4.1 apresenta o valor da rigidez (K_{XX1} , K_{XX2} e K_{XX3}).

Tabela 4.1. Valor da rigidez (K_{XX1} , K_{XX2} e K_{XX3}).

Aplicação	Valor da rigidez (N/m)		
	K_{XX1}	K_{XX2}	K_{XX3}
1	60667,79	56212,83	53992,56
2	60667,79	53458,41	53992,56
3	60667,79	52552,25	53992,56
4	60667,79	51659,59	53992,56
5	60667,79	56212,83	50634,22
6	60667,79	56212,83	49836,21
7	60667,79	51659,59	50645,02
8	60667,79	53444,35	51501,88
9	60667,79	53492,69	50634,22

É de se destacar que foram consideradas 9 situações, das quais a primeira foi considerada do sistema sem falha, sendo as outras 8, os casos falhos. É de se destacar que dos 8 casos falhos, as situações 2 a 6 são falhas simples, enquanto a 7 a 9 tratam-se de falhas combinadas.

A Tab. 4.2 apresenta a redução percentual da rigidez associada às falhas apresentadas pela Tab. 4.1.

Tabela 4.2. Valor da perda da rigidez (K_{XX1} , K_{XX2} e K_{XX3}).

<i>Aplicação</i>	<i>Valor da perda de rigidez (%)</i>		
	K_{XX1}	K_{XX2}	K_{XX3}
1	0,00	0,00	0,00
2	0,00	4,90	0,00
3	0,00	6,51	0,00
4	0,00	8,10	0,00
5	0,00	0,00	6,22
6	0,00	0,00	7,70
7	0,00	8,10	6,20
8	0,00	4,93	4,61
9	0,00	4,84	6,22

A Tab. 4.3 apresenta os demais parâmetros do sistema representado pela Figura 4.2.

Tabela 4.3. Valores dos parâmetros físicos do sistema rotativo experimental.

<i>Elementos</i>	<i>Valores numéricos</i>
Discos	$M_1=0,32$ kg; $M_2=1,40$ kg; $d_1=100,00$ mm; $d_2=150,00$ mm; $e_1=5,00$ mm; $e_2=10,00$ mm.
Eixo	$L_1=10,90$ mm; $L_2=11,83$ mm; $L_3=12,77$ mm; $L_4=11,32$ mm; $L_5=11,98$ mm; $d_1=10,0$ mm; $d_2=14,0$ mm; $d_3=10,0$ mm; $d_4=15,0$ mm; $d_5=14,0$ mm.
Rolamentos	$m_1=0,15$ kg; $m_2=0,20$ kg; $m_3=0,15$ kg.

4.3. Comparação do sistema rotativo com o modelo matemático

O grande problema no processo de simulação de sistemas dinâmicos é a obtenção de um modelo representativo da realidade. Diante disto, este item tem a finalidade de comparar as características do sistema rotativo apresentado no item 3.1 e do modelo matemático do item 4.2 com o objetivo de mostrar a validade do modelo matemático do sistema rotativo.

Para esta comparação, foram realizados dois tipos de análises: estática e dinâmica.

Na análise estática, foi utilizada a frequência natural do sistema rotativo medido experimentalmente com a do modelo matemático simulado. Nesta análise, considerou-se o motor desligado, sendo assim, o sistema encontrava-se parado. Desta forma, o sistema era excitado com um impacto (aplicado através de um martelo) sendo obtido sua resposta em frequência, desta resposta obteve-se sua frequência natural com auxílio do software DasyLab 3.0. Já a frequência natural do modelo matemático do item 4.2 foi obtida com auxílio do software Matlab.

Na análise dinâmica, o motor foi ligado a uma frequência de 20 Hz, sendo obtido a resposta em regime permanente do sistema rotativo do item 4.1 com auxílio do software DasyLab 3.0, enquanto que a resposta em regime permanente do modelo do item 4.2 foi obtida através do software Matlab.

A seguir encontram-se os resultados obtidos nestas análises.

4.3.1. Análise Estática

Na análise estática considerou-se o modelo parado, ou seja, com o motor desligado. O objetivo da análise estática foi determinar a frequência natural do sistema dado pela Figura 4.1. Para este fim, utilizou-se o esquema apresentado pela Figura 4.4.

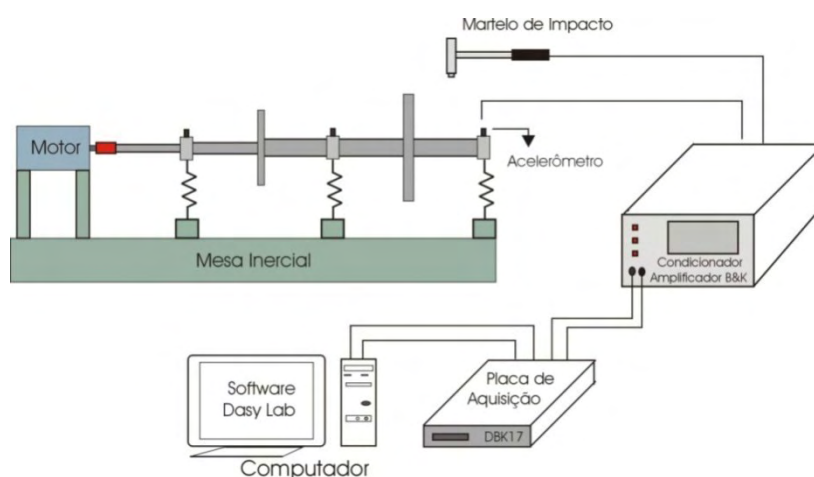


Figura 4.4 - Cadeia de medição utilizada.

A frequência natural experimental, foi obtida utilizando o software DasyLab 3.0. A Figura 4.5 apresenta o fluxograma utilizado para a medição da frequência natural experimental.

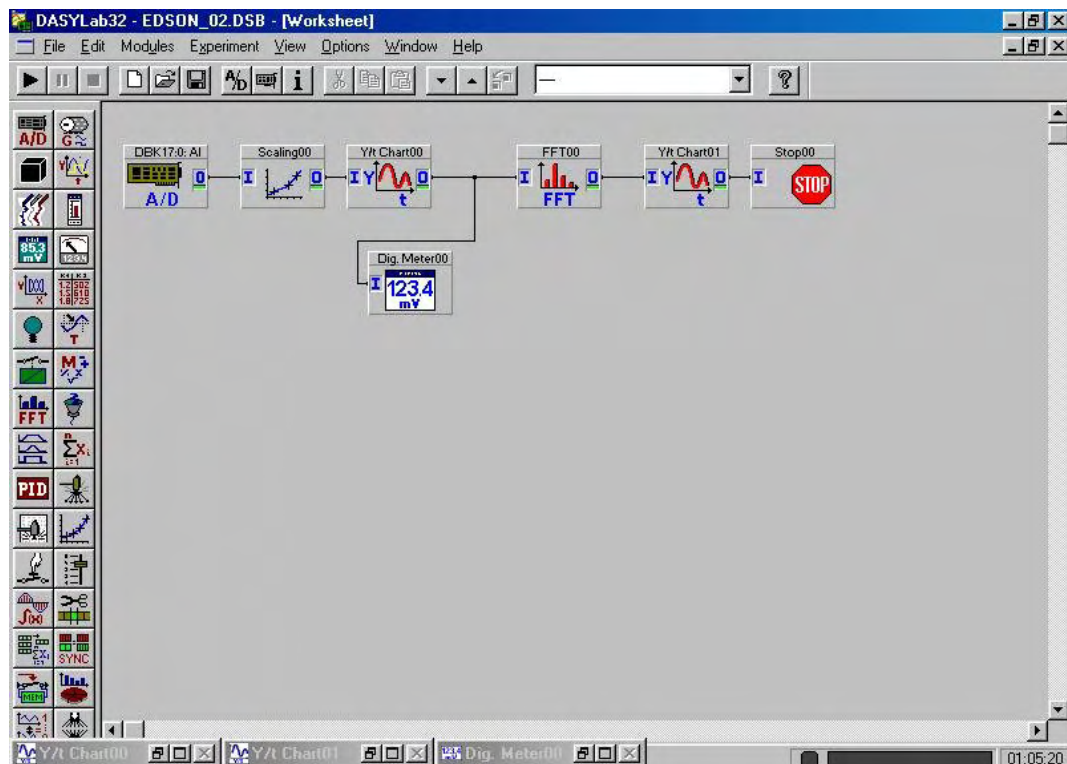


Figura 4.5 - Fluxograma para aquisição da frequência natural experimental.

Para a determinação da frequência natural do modelo simulado representado pela Figura 4.2 utilizou-se o software Matlab. A Tab. 4.4 apresenta uma comparação entre as frequências naturais experimentais e simuladas das 9 situações consideradas.

Tabela 4.4. Frequência natural experimental e simulado.

<i>Situação</i>	<i>Frequência Natural (Hz)</i>		<i>Diferença (%)</i>
	<i>Experimental</i>	<i>Simulado</i>	
1	32,030000	32,039185	0,028677
2	31,740000	31,740447	0,001408
3	31,640000	31,640041	0,000129
4	31,540000	31,540075	0,000237
5	31,640000	31,640339	0,001072
6	31,540000	31,540082	0,000262
7	31,150000	31,150329	0,001056
8	31,450000	31,450087	0,000276
9	31,350000	31,350040	0,000127

Analisando os resultados apresentados pela Tab. 4.4, observa-se a proximidade da frequência natural experimental e simulada, pode-se concluir a validade do modelo utilizado.

4.3.2. Análise Dinâmica

Na análise dinâmica, considerou-se o eixo girando a uma frequência de 20 Hz, sendo comparadas as curvas das respostas em regime permanente do sistema da Figura 4.1 e do modelo da Figura 4.2. Para a aquisição da resposta do sistema da Figura 4.1, utilizou-se o software DasyLab 3.0, sendo que o fluxograma utilizado encontra-se apresentado na Figura 4.6. O sinal utilizado nesta comparação consistiu do deslocamento de x_4 .

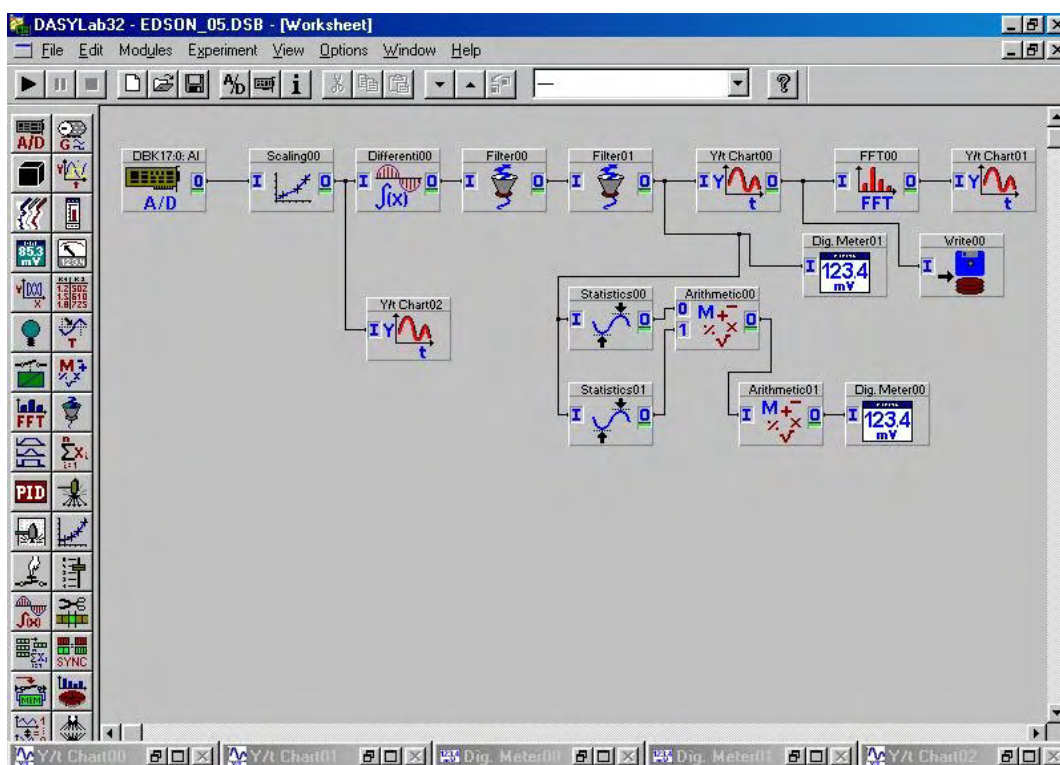


Figura 4.6 - Fluxograma utilizado para a aquisição da resposta do sistema rotativo.

Para a obtenção das repostas em regime permanente do sistema da Figura 4.2, utilizou-se o software Matlab.

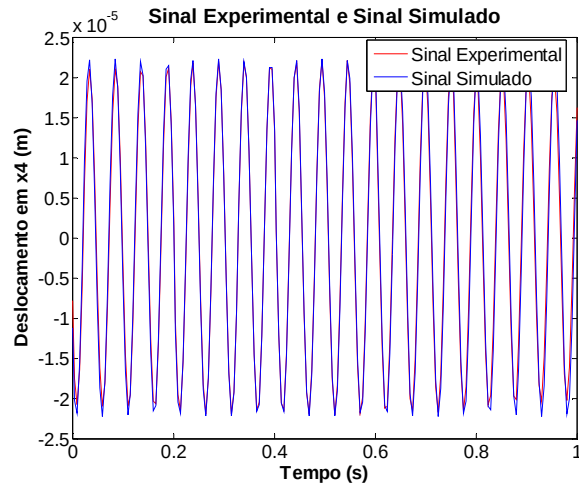


Figura 4.7 - Situação 1.

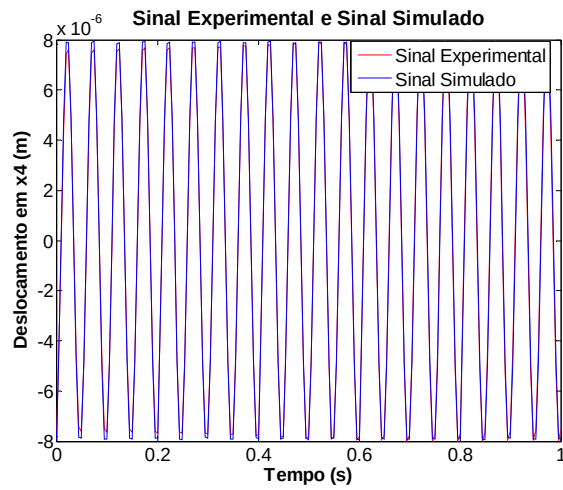


Figura 4.8 - Situação 2.

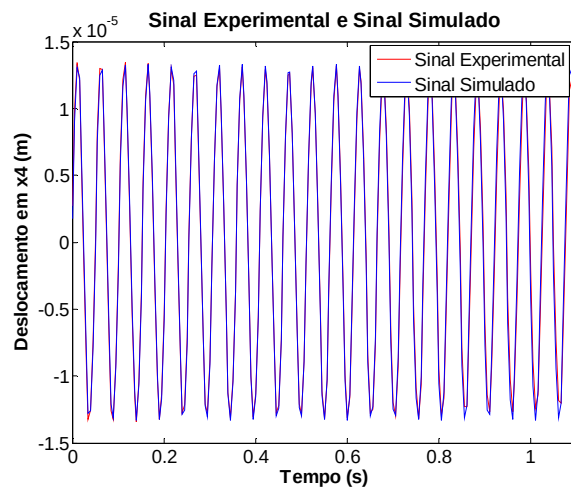


Figura 4.9 - Situação 3.

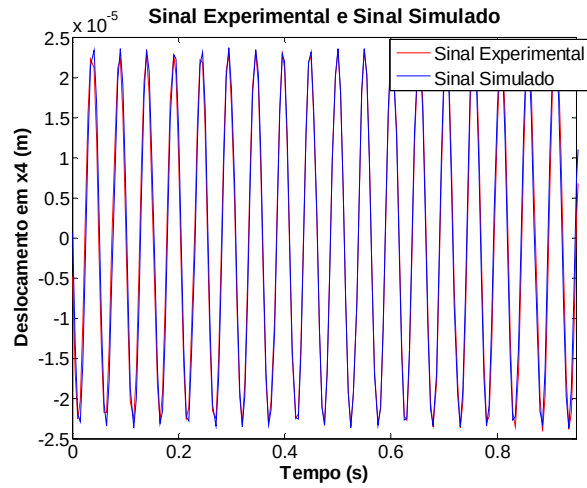


Figura 4.10 - Situação 4.

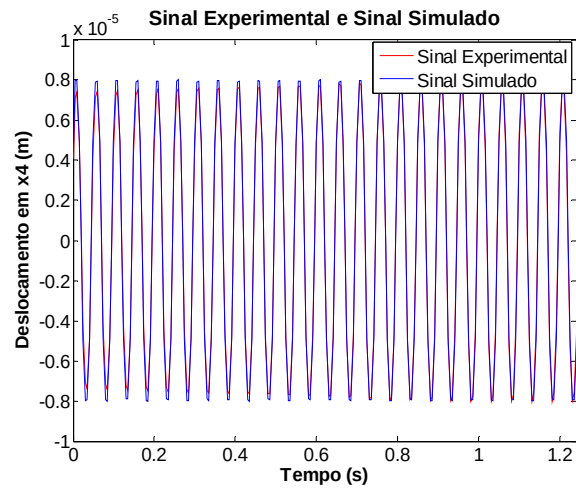


Figura 4.11 - Situação 5.

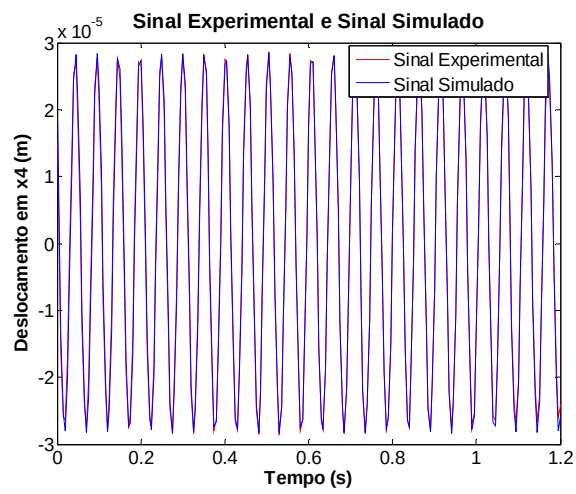


Figura 4.12 - Situação 6.

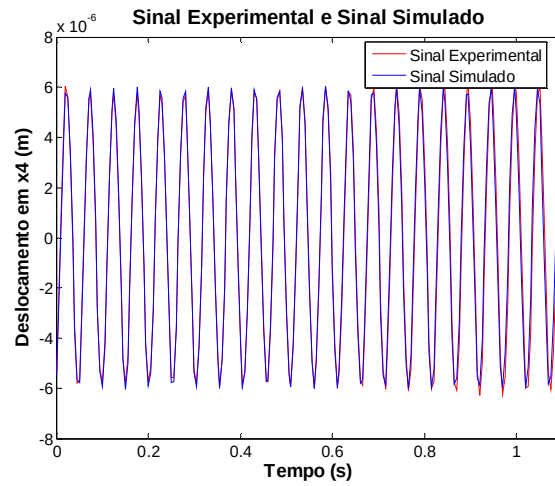


Figura 4.13 - Situação 7.

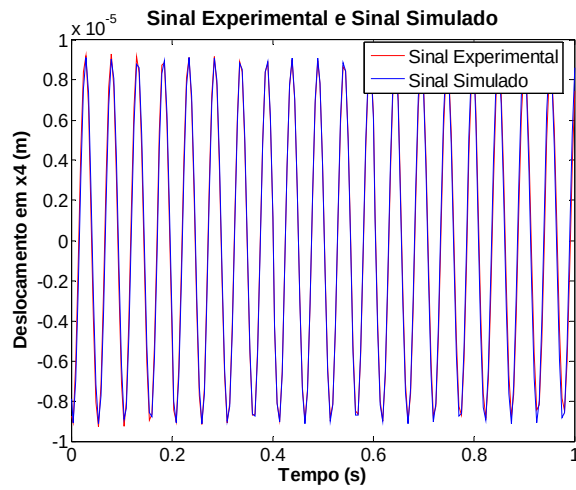


Figura 4.14 - Situação 8.

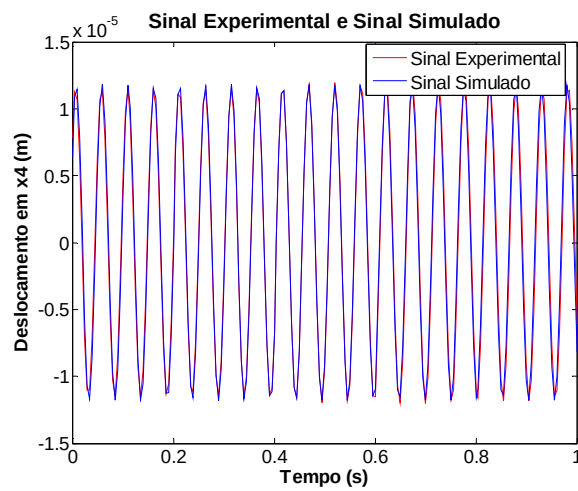


Figura 4.15 - Situação 9.

Analisando os gráficos das Figs. 4.7 a 4.15 observa-se a proximidade das respostas do sistema experimental e simulado, uma análise mais detalhada é possível através da comparação do valor *RMS* das respostas experimental e simulada.

A Tab. 4.5. apresenta o valor *RMS* do sinal de deslocamento em x_4 medido experimentalmente e o valor deste deslocamento obtido através da simulação do modelo representado pela Figura 4.2. Esta tabela também apresenta o erro entre as respostas medidas experimentalmente e obtidos através da simulação do modelo.

Tabela 4.5. Valor *RMS* do sinal de deslocamento x_3 .

<i>Situação</i>	<i>Valor RMS do sinal medido em x_4</i>		<i>Diferença (%)</i>
	<i>Experimental</i>	<i>Simulado</i>	
1	1,5272e-05	1,5740e-05	3,064
2	5,7830e-06	5,8850e-06	1,762
3	0,9254e-05	0,9409e-05	1,676
4	1,6509e-05	1,6671e-05	0,980
5	5,7084e-06	5,9099e-06	3,529
6	1,9844e-05	2,0055e-05	1,068
7	4,2580e-06	4,2480e-06	0,234
8	6,4066e-06	6,4647e-06	0,908
9	8,3156e-06	8,3301e-06	0,174

4.3. Detecção e Localização de Falhas

Para a detecção e localização de falhas no sistema rotativo, foram aplicadas falhas, as quais consistiram em perdas percentuais de rigidezes, no sistema a fim de verificar a capacidade do banco de observadores de estado detectar tais falhas, sendo consideradas falhas simples e falhas mútuas, as quais foram apresentadas na Tab. 4.2. Os observadores robustos foram projetados considerando perdas de 1,00% no valor dos parâmetros (K_{xx1} , K_{xx2} e K_{xx3}).

Os resultados obtidos são apresentados a seguir. É de se destacar, que tais resultados encontram-se divididos em duas partes. Na primeira, utilizaram-se observadores de estado via LQR, enquanto que na segunda, utilizaram-se observadores de estado via LMIs. Em ambas as partes, foram construídas tabelas com a diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos

observadores de estado, a fim de verificar a capacidade do banco de observadores robustos em localizar e quantificar as falhas.

4.3.1. Regulador Linear Quadrático

As aplicações realizadas encontram-se apresentadas a seguir.

4.3.1.1. 1ª Aplicação

O objetivo desta 1ª aplicação foi a obtenção do observador de estado global, visto que este é o responsável por primeiro detectar a falha. Assim, considerou-se nesta 1ª aplicação o sistema sem falha, sendo a sua resposta comparada com as respostas do observador de estado global e dos observadores de estado robustos. Os resultados obtidos encontram-se apresentados na Tab. 4.6.

Tabela 4.6. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado considerando sistema sem falha.

	Sistema Real sem Falha		
Ob. Global	1,7219e-017		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	1,8406e-008	8,3918e-008	8,1848e-008
2,00%	3,7170e-008	1,6868e-007	1,6452e-007
3,00%	5,6303e-008	2,5429e-007	2,4804e-007
4,00%	7,5817e-008	3,4076e-007	3,3240e-007
5,00%	9,5725e-008	4,2811e-007	4,1763e-007
6,00%	1,1604e-007	5,1635e-007	5,0373e-007
7,00%	1,3677e-007	6,0549e-007	5,9071e-007
8,00%	1,5793e-007	6,9554e-007	6,7858e-007
9,00%	1,7954e-007	7,8653e-007	7,6736e-007
10,00%	2,0161e-007	8,7845e-007	8,5706e-007

Analisando os resultados da Tab. 4.6. observa-se que o observador de estado global foi projetado corretamente, visto que a diferença *RMS* entre a sua resposta e do sistema real sem falha apresentou o menor valor ($1.7219\text{e-}017$)

4.3.1.2. 2ª Aplicação

Nesta 2ª aplicação, foi considerada uma falha no sistema, a qual consistiu de redução de 4,90% da rigidez K_{XX2} .

Tabela 4.7. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 4,90% de K_{XX2}		
Ob. Global	1,5877e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	1,5639e-007	1,2726e-007	1,3942e-007
2,00%	1,5399e-007	9,5295e-008	1,1968e-007
3,00%	1,5158e-007	6,2879e-008	9,9519e-008
4,00%	1,4917e-007	2,9998e-008	7,8949e-008
5,00%	1,4675e-007	3,3571e-009	5,7976e-008
6,00%	1,4433e-007	3,7197e-008	3,6666e-008
7,00%	1,4191e-007	7,1531e-008	1,5549e-008
8,00%	1,3950e-007	1,0637e-007	1,0803e-008
9,00%	1,3710e-007	1,4173e-007	3,2201e-008
10,00%	1,3473e-007	1,7761e-007	5,5451e-008

Analisando os resultados da Tab. 4.7, observa-se que uma falha foi detectada no sistema, como pode ser observado da diferença *RMS* entre a resposta do sistema real e do observado global ($1,5877\text{e-}007$). Analisando as respostas do sistema real e dos observadores robustos, observam-se dois intervalos com menores diferenças *RMS* (entre perdas de 4,00% e 5,00% para K_{XX2} e 7,00% e 8,00% para K_{XX3}). Para uma melhor análise, foram projetados observadores robustos para estes dois intervalos.

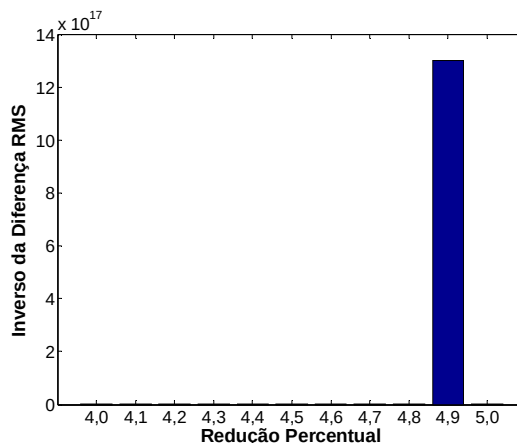


Figura 4.16 - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX2} .

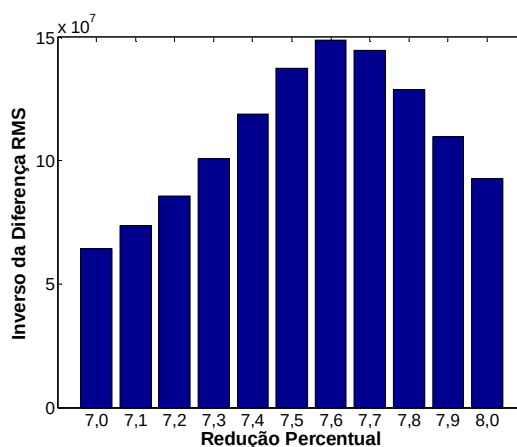


Figura 4.17 - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX3} .

As Figs. 4.16 e 4.17 apresentam o inverso da diferença *RMS* dos dois intervalos possíveis de falha. Da Figura 4.16, pode-se localizar e quantificar a falha existente no sistema, a qual consistiu de redução de 4,90% da rigidez K_{XX2} .

4.3.1.3. 3ª Aplicação

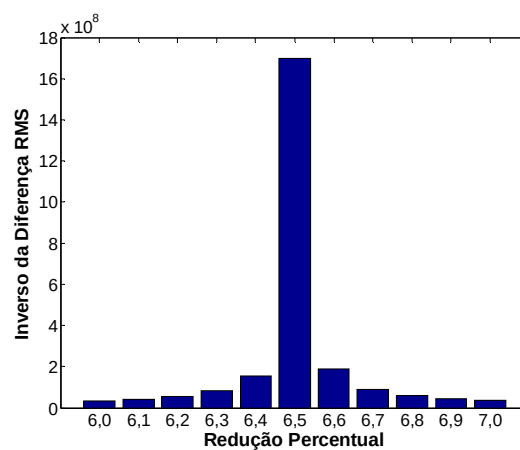
Nesta 3ª aplicação, considerou-se como falha uma redução de 6,51% da rigidez K_{XX2} .

Da Tab. 4.8, observa-se que a foi detectada uma falha (diferença *RMS* entre o observador global e do sistema real foi de 3,6573e-007). Detectada a falha, o próximo passo foi localizar e quantificar esta falha, a qual foi obtida por meio do banco de observadores robustos. Da Tab. 4.8, observam-se dois intervalos com menores diferenças *RMS* (entre perdas de 6,00% e 7,00% para K_{XX2} e 9,00% e 10,00% para K_{XX3}).

Tabela 4.8. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 6,51% de K_{XX2}		
Ob. Global	3.6573e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	3.6168e-007	3.1173e-007	3.3257e-007
2,00%	3.5760e-007	2.5695e-007	2.9871e-007
3,00%	3.5349e-007	2.0140e-007	2.6414e-007
4,00%	3.4934e-007	1.4505e-007	2.2885e-007
5,00%	3.4517e-007	8.7893e-008	1.9282e-007
6,00%	3.4097e-007	2.9901e-008	1.5605e-007
7,00%	3.3675e-007	2.8939e-008	1.1856e-007
8,00%	3.3251e-007	8.8645e-008	8.0467e-008
9,00%	3.2826e-007	1.4924e-007	3.2454e-008
10,00%	3.2400e-007	2.1073e-007	1.5665e-008

As Figs. 4.18 e 4.19 apresentadas a seguir, mostram o inverso da diferença *RMS* entre as respostas do sistema real falho e dos observadores robustos projetados para os dois intervalos possíveis de falha. Tais observadores foram projetados com perdas de 0,10% do parâmetro sujeito a falha.

**Figura 4.18** - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX2} .

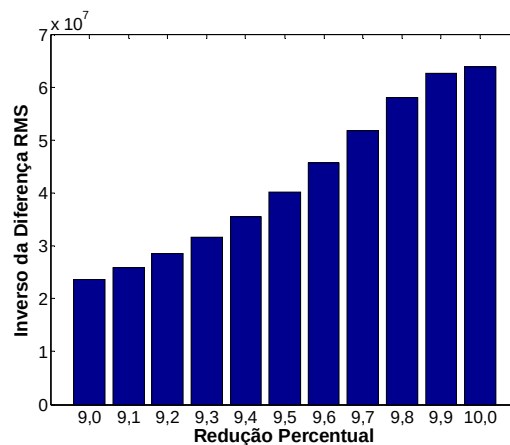


Figura 4.19 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.18 e 4.19, observa-se que o maior valor para o inverso da diferença RMS ocorreu considerando uma perda de 6,50% de K_{XX2} (da ordem de $1,7e+009$). Sendo assim, a falha foi localizada, visto que a falha considerada foi de 6,51%.

4.3.1.3. 4ª Aplicação

Nesta 4ª aplicação, considerou-se uma falha de 8,10% de K_{XX2} . Os resultados obtidos encontram-se apresentados na Tab. 4.9.

Tabela 4.9. Diferença RMS entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 8,10% de K_{XX2}		
Ob. Global	8,0759e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	8,0056e-007	7,1285e-007	7,4939e-007
2,00%	7,9346e-007	6,1678e-007	6,8998e-007
3,00%	7,8629e-007	5,1934e-007	6,2932e-007
4,00%	7,7904e-007	4,2050e-007	5,6737e-007
5,00%	7,7173e-007	3,2023e-007	5,0411e-007
6,00%	7,6436e-007	2,1850e-007	4,3950e-007
7,00%	7,5692e-007	1,1529e-007	3,7352e-007
8,00%	7,4942e-007	1,0558e-008	3,0618e-007
9,00%	7,4187e-007	9,5728e-008	2,3752e-007
10,00%	7,3427e-007	2,0360e-007	1,6778e-007

Analisando os resultados da Tab. 4.9, observa-se que foi detectada a presença de uma falha no sistema, basta observar a diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e do observador global ($8,0759\text{e-}007$).

Nesta tabela, observa-se que um menor intervalo da diferença *RMS* para os observadores robustos ao parâmetro K_{XX2} com perdas entre 8,00% e 9,00%. Assim, foram projetados observadores robustos com perdas variando de 0,10% para este intervalo. O resultado obtido encontra-se apresentado na Figura 4.20.

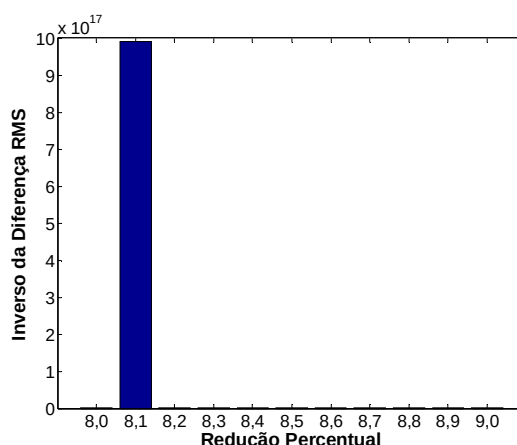


Figura 4.20 - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX2} .

Analisando o gráfico da Figura 4.20, observa-se que a falha de 8,10% de K_{XX2} foi localizada.

4.3.1.5. 5ª Aplicação

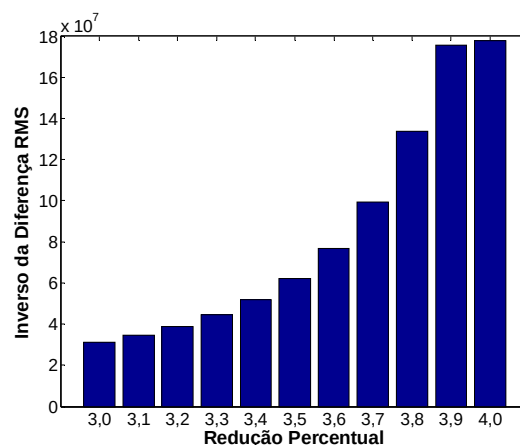
Neste item, aplicou-se uma falha de 6,22% em K_{XX3} .

Analisando os resultados da Tab. 4.10, pode-se ver que o observador global detectou a presença de uma falha no sistema, visto o valor da diferença *RMS* entre a sua resposta e do sistema real falho. Dentre os resultados obtidos com o banco de observadores de estado robustos, observa-se dois intervalos com menores valores da diferença *RMS* (entre perdas de 3,00% e 4,00% para K_{XX2} e 6,00% e 7,00% para K_{XX3}), revelando uma possível falha.

Tabela 4.10. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 6,22% de K_{XX3}		
Ob. Global	1,2883e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	1,2650e-007	9,6987e-008	1,0924e-007
2,00%	1,2418e-007	6,4733e-008	8,9240e-008
3,00%	1,2187e-007	3,2176e-008	6,8817e-008
4,00%	1,1956e-007	5,6178e-009	4,7954e-008
5,00%	1,1727e-007	3,5689e-008	2,6639e-008
6,00%	1,1500e-007	6,9715e-008	4,8564e-009
7,00%	1,1276e-007	1,0437e-007	1,7409e-008
8,00%	1,1056e-007	1,3958e-007	4,0174e-008
9,00%	1,0840e-007	1,7532e-007	6,3455e-008
10,00%	1,0630e-007	2,1160e-007	8,7269e-008

A fim de localizar e quantificar tais falhas, foram projetados observadores robustos para tais intervalos considerando perdas de 0,10%. Os resultados são apresentados pelas Figs. 4.21 e 4.22, as quais apresentam o inverso da diferença *RMS* entre as respostas do sistema real falho e dos observadores robustos.

**Figura 4.21** - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX2} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.21 e 4.22, observa-se que o máximo valor do invrso da diferença *RMS* ocorreu para o observador robusto a 6,20% de K_{XX3} . Como a falha era de

6,22% de K_{XX3} e o maior valor do inverso da diferença RMS ocorreu para 6,20% de K_{XX3} , pode-se dizer que a falha foi localizada.

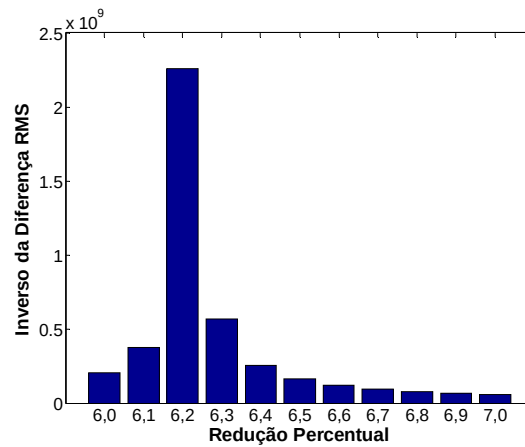


Figura 4.22 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX3} .

4.3.1.6. 6ª Aplicação

Nesta 6ª aplicação, considerou-se uma falha de 7,70% de K_{XX3} . Os resultados são apresentados pela Tab. 4.11.

Tabela 4.11. Diferença RMS entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 7,70% de K_{XX3}		
Ob. Global	5,9000e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	5,8160e-007	4,7414e-007	5,1872e-007
2,00%	5,7318e-007	3,5673e-007	4,4593e-007
3,00%	5,6474e-007	2,3787e-007	3,7161e-007
4,00%	5,5628e-007	1,1821e-007	2,9568e-007
5,00%	5,4784e-007	2,5989e-008	2,1811e-007
6,00%	5,3941e-007	1,3411e-007	1,3883e-007
7,00%	5,3101e-007	2,5933e-007	5,7800e-008
8,00%	5,2267e-007	3,8715e-007	2,5049e-008
9,00%	5,1440e-007	5,1707e-007	1,0978e-007
10,00%	5,0622e-007	6,4902e-007	1,9645e-007

Analisando os resultados da Tab. 4.11 observa-se que uma falha foi detectada pelo observador global, basta verificar a diferença RMS entre as respostas do sistema real e do observador global ($5,9000e-007$). Os resultados obtidos com o banco de observadores robustos apresentam dois intervalos possíveis de falha, visto que estes apresentaram os menores valores de diferença RMS (entre perdas de 4,00% e 5,00% para K_{XX2} e 7,00% e 8,00% para K_{XX3}). Assim, projetaram-se observadores robustos para estes intervalos considerando variação de 0,10%.

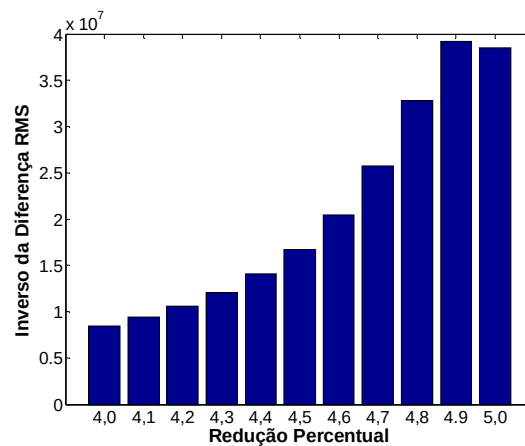


Figura 4.23 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX2} .

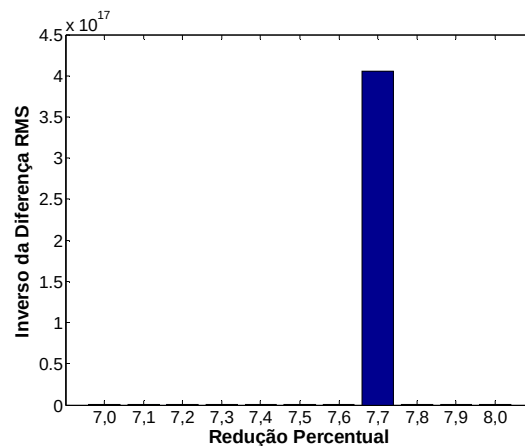


Figura 4.24 - Inverso da diferença RMS para o observador robusto a K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.23 e 4.24, observa-se que o máximo valor do inverso da diferença RMS ocorreu com o observador robusto a 7,70% de K_{XX3} , sendo assim a falha foi localizada e quantificada.

4.3.1.7. 7ª Aplicação

Nesta aplicação, considerou-se uma falha combinada que consistiu de perdas de 8,10% de K_{XX2} e de 6,20% de K_{XX3} . Sendo assim, foram projetados 3 banco de observadores robustos (K_{XX1} e K_{XX2} , K_{XX1} e K_{XX3} , K_{XX2} e K_{XX3}) sendo considerado perdas de 1,00% de cada parâmetro. Os resultados são apresentados pelas Figs. 4.25 a 4.27.

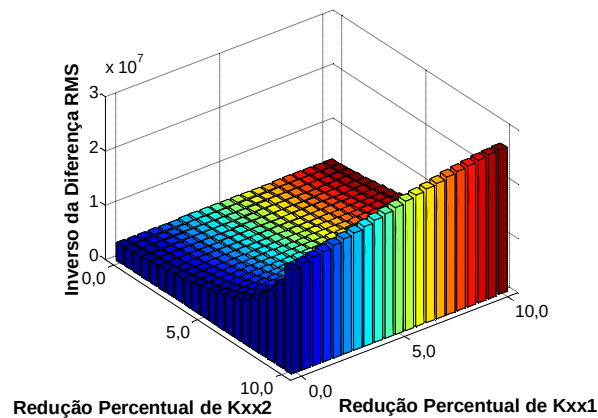


Figura 4.25 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2} .

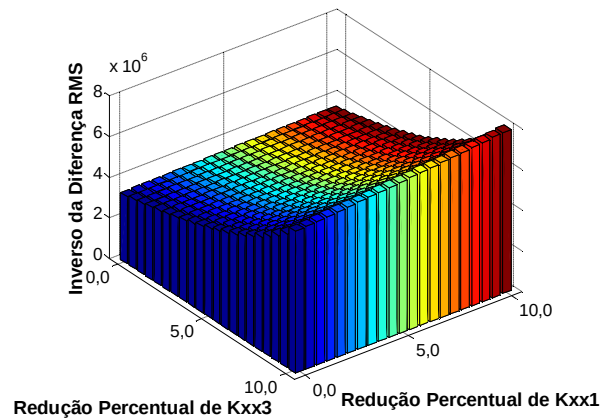


Figura 4.26 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3} .

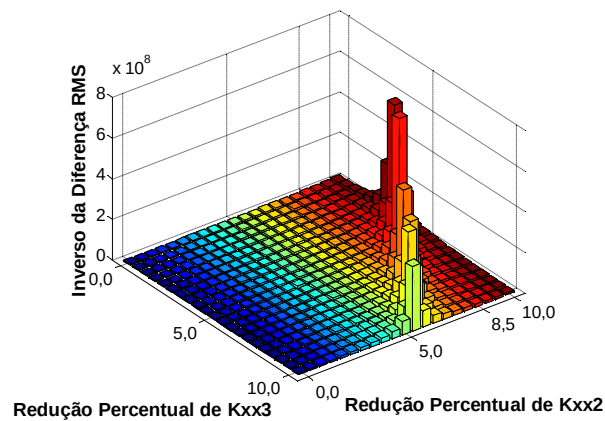


Figura 4.27 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.25 a 4.27, observa-se que o maior valor do inverso da diferença RMS ocorreu em torno de 8,50% de K_{XX2} e de 5,50% de K_{XX3} . Assim, para uma análise mais detalhada, projetaram-se observadores robustos de 7,50% a 9,50% de K_{XX2} e de 4,50% a 6,50% de K_{XX3} com variações de 0,10%.

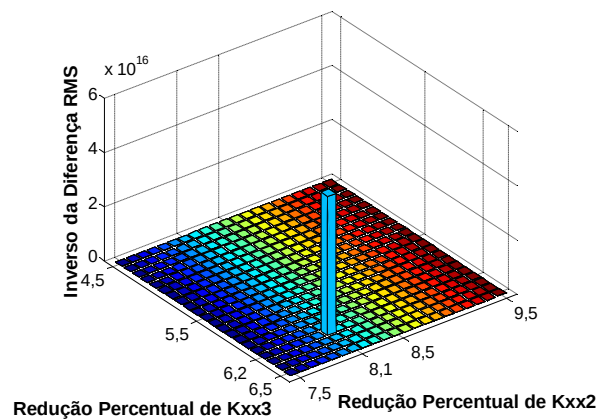


Figura 4.28 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando o gráfico da Figura 4.28, observa-se que o máximo valor do inverso da diferença RMS ocorreu com observadores robustos a 8,10% de K_{XX2} e a 6,20% de K_{XX3} . Ou seja, a falha foi localizada e quantificada pelo banco de observadores robustos.

4.3.1.8. 8ª Aplicação

O mesmo procedimento do item 4.3.1.7. foi utilizado nesta aplicação, sendo considerada uma falha de 4,93% de K_{XX2} e de 4,61% de K_{XX3} .

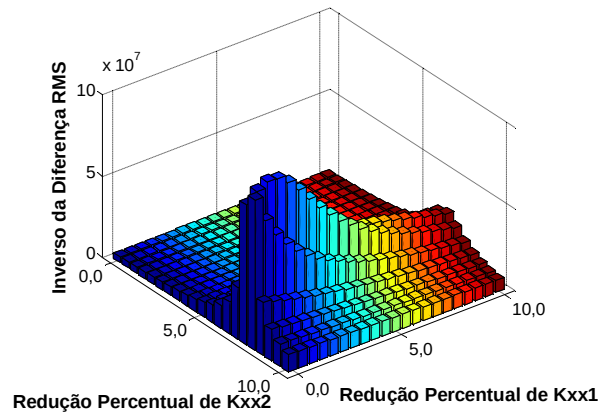


Figura 4.29 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2} .

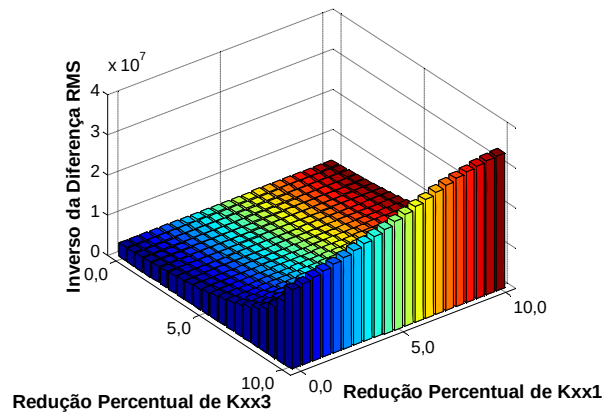


Figura 4.30 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3} .

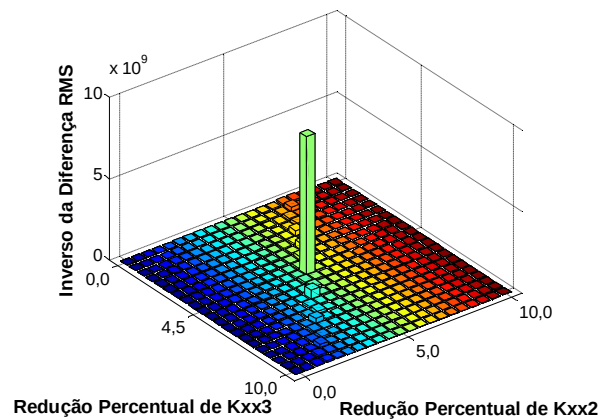


Figura 4.31 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.29 a 4.31, observa-se que o maior valor do inverso da diferença *RMS* ocorreu em torno de 5,00% de K_{XX2} e de 4,50% de K_{XX3} . Assim, projetaram-se observadores robustos de 4,00% a 5,00% de K_{XX2} e de 4,50% a 5,50% de K_{XX3} .

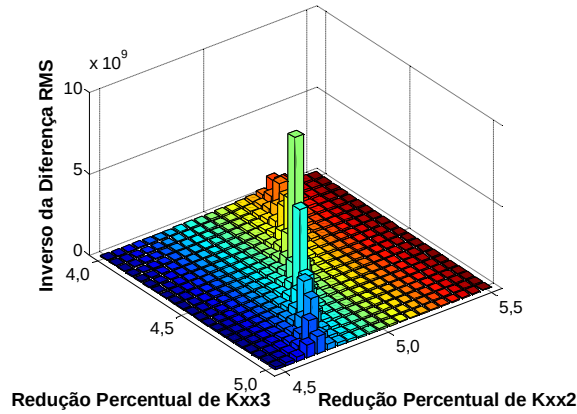


Figura 4.32 - Inverso da diferença *RMS* com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando o gráfico da Figura 4.32, observa-se que o máximo valor do inverso da diferença *RMS* ocorreu com observadores robustos a 5,00% de K_{XX2} e a 4,50% de K_{XX3} . Tais valores das perdas percentuais encontram-se muito próximas das perdas percentuais aplicadas no sistema (4,93% de K_{XX2} e de 4,61% de K_{XX3}). Podendo se dizer que a falha foi localizada e quantificada.

4.3.1.9. 9ª Aplicação

Neste item considerou-se o mesmo procedimento dos itens 4.3.1.7. e 4.3.1.8., sendo aplicada uma falha de 4,84% de K_{XX2} e de 6,22% de K_{XX3} .

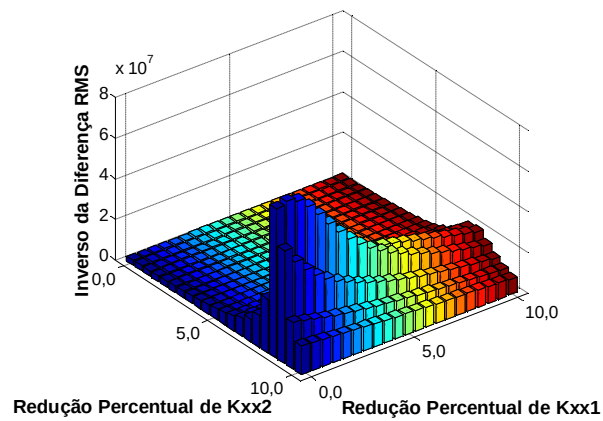


Figura 4.33 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2} .

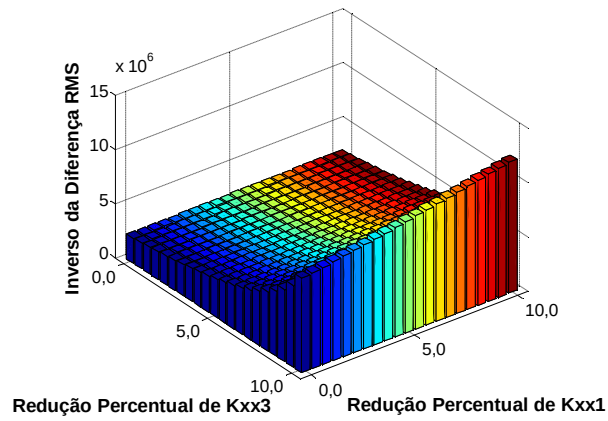


Figura 3.34 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3} .

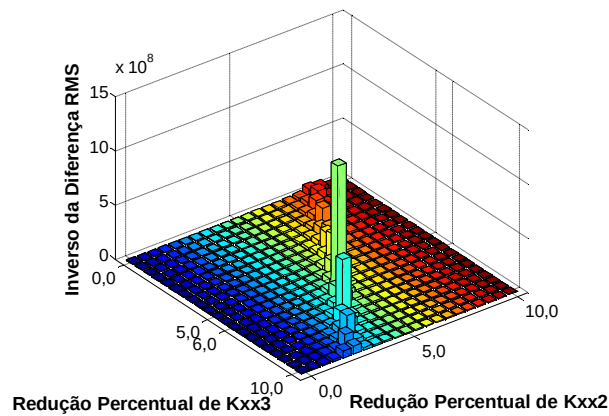


Figura 4.35 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.33 a 4.35, observa-se que o maior valor do inverso da diferença RMS ocorreu em torno de 5,00% de K_{XX2} e de 6,00% de K_{XX3} . Assim, projetaram-

se observadores robustos de 5,50% a 6,50% de K_{XX2} e de 4,50% a 5,50% de K_{XX3} com variação de 0,05%.

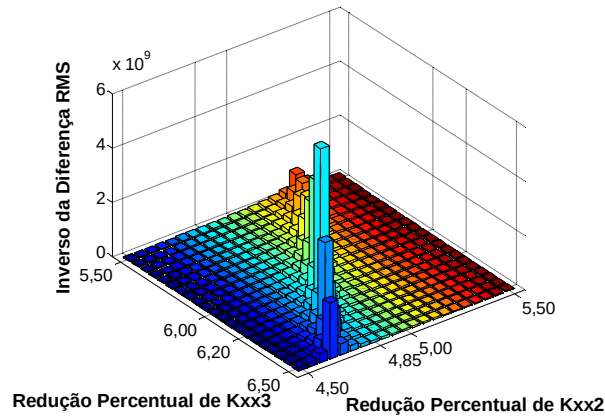


Figura 4.36 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando o gráfico da Figura 3.36, observa-se que o máximo valor do inverso da diferença RMS ocorreu com observadores robustos a 4,85% de K_{XX2} e a 6,20% de K_{XX3} . Tais valores das perdas percentuais encontram-se muito próximas das perdas percentuais aplicadas no sistema (4,84% de K_{XX2} e de 6,22% de K_{XX3}). Podendo se dizer que a falha foi localizada e quantificada.

4.3.2. Desigualdades Matriciais Lineares

As aplicações realizadas encontram-se apresentadas a seguir. A detecção e localização de falhas utilizando observadores de estado via LMIs foi realizada utilizando o mesmo procedimento do item 4.3.1.

4.3.2.1. 1ª Aplicação

Esta 1ª aplicação foi realizada a fim de validar o projeto do observador de estado global, sendo este o responsável por primeiro detectar a presença de uma falha no sistema. Os resultados encontram-se apresentados na Tab. 4.12.

Tabela 4.12. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado considerando sistema sem falha.

	Sistema Real sem Falha		
Ob. Global	7,6824e-014		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	2,2340e-008	7,4515e-008	8,9085e-008
2,00%	4,5122e-008	1,4870e-007	1,7867e-007
3,00%	6,8358e-008	2,2587e-007	2,6878e-007
4,00%	9,2062e-008	3,0247e-007	3,5939e-007
5,00%	1,1625e-007	3,7974e-007	4,5051e-007
6,00%	1,4198e-007	4,5769e-007	5,4215e-007
7,00%	1,6739e-007	5,3632e-007	6,3399e-007
8,00%	1,9334e-007	6,1564e-007	7,2659e-007
9,00%	2,1986e-007	6,9566e-007	8,1969e-007
10,00%	2,4695e-007	7,7639e-007	9,1332e-007

Os resultados apresentados pela Tab. 4.12 mostram que o observador global apresentou-se adequado ao sistema, visto que a diferença *RMS* entre as respostas do sistema real sem falha e do observador global apresentou o menor valor (7,6824e-014).

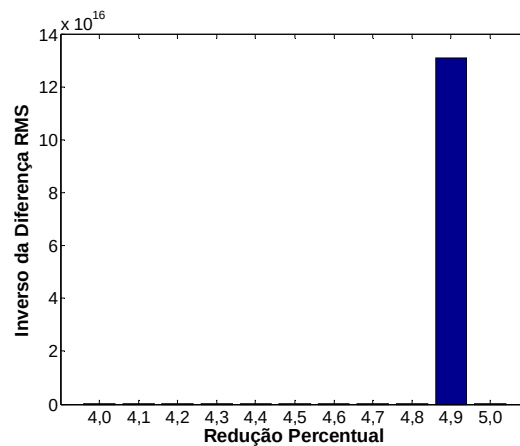
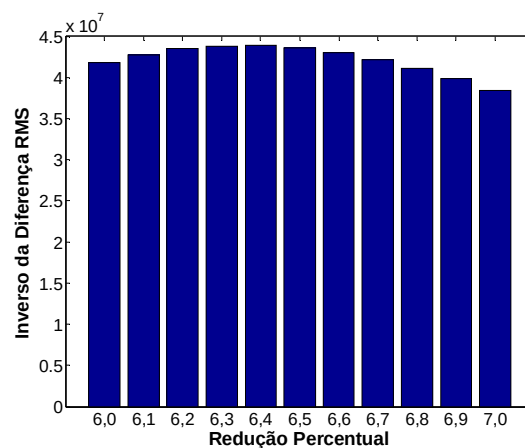
4.3.2.2. 2ª Aplicação

Nesta 2ª aplicação, foi considerada uma falha na forma da redução de 4,90% da rigidez K_{XX2} . Os resultados são apresentados pela Tab. 4.13.

Analisando os resultados da Tab. 4.13, observa-se que uma falha foi detectada no sistema, o que pode ser observado pela diferença entre o valor *RMS* da resposta do sistema real e do observador global (1,3970e-007). Os resultados obtidos com o banco de observadores robustos apresentam dois intervalos possíveis de falha, visto que estes apresentaram os menores valores de diferença *RMS* entre a resposta do sistema real falho e dos observadores robustos (entre perdas de 4,00% e 5,00% para K_{XX2} e 6,00% e 7,00% para K_{XX3}). Assim, projetaram-se observadores robustos para estes intervalos considerando variação de 0,10%, a fim de realizar uma busca mais refinada da falha. Os resultados obtidos nesta análise são apresentados pelos gráficos das Figs. 4.37 e 4.38.

Tabela 4.13. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 4,90% de K_{XX2}		
Ob. Global	1,3970e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	1,4597e-007	1,1147e-007	1,1883e-007
2,00%	1,5280e-007	8,3095e-008	9,7879e-008
3,00%	1,5921e-007	5,4579e-008	7,6955e-008
4,00%	1,7056e-007	2,5918e-008	5,1203e-008
5,00%	1,5715e-007	2,8871e-009	3,5084e-008
6,00%	1,6534e-007	3,1838e-008	2,3931e-008
7,00%	1,7403e-007	6,0936e-008	2,5989e-008
8,00%	1,8320e-007	9,0181e-008	3,9732e-008
9,00%	1,9284e-007	1,1957e-007	5,7530e-008
10,00%	2,0293e-007	1,4911e-007	7,6807e-008

Figura 4.37 - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX2} .Figura 4.38 - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX3} .

Conforme pode ser observado dos gráficos das Figs. 4.37 e 4.38, nota-se que o maior valor do inverso da diferença *RMS* entre as respostas do sistema real falho e dos observadores robustos ocorreu para o observador robusto a 4,90% de K_{XX2} , sendo assim a falha aplicada ao sistema foi localizada e quantificada pelo banco de observadores robustos.

4.3.2.3. 3ª Aplicação

Neste item 4.3.2.3. foi aplicada uma falha no sistema que consistiu na redução de 6,51% da rigidez K_{XX2} . Os resultados obtidos são apresentados pela Tab. 4.14.

Da Tab. 4.14, observa-se que a diferença *RMS* entre a resposta do sistema real e do observador global (3,2179e-007) detectou uma possível falha no sistema.

Tabela 4.14. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 6,51% de K_{XX2}		
Ob. Global	3,2179e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	3,3272e-007	2,7305e-007	2,8560e-007
2,00%	3,4448e-007	2,2406e-007	2,4917e-007
3,00%	3,5491e-007	1,7482e-007	2,1258e-007
4,00%	3,7578e-007	1,2533e-007	1,5719e-007
5,00%	3,4289e-007	7,5586e-008	1,2633e-007
6,00%	3,5665e-007	2,5594e-008	9,6773e-008
7,00%	3,7122e-007	2,4652e-008	7,0767e-008
8,00%	3,8659e-007	7,5152e-008	5,4006e-008
9,00%	4,0273e-007	1,2591e-007	5,7015e-008
10,00%	4,1964e-007	1,7692e-007	7,8105e-008

Analisando os resultados obtidos, observa-se a presença de dois intervalos que apresentaram menor diferença *RMS* (entre perdas de 6,00% e 7,00% para K_{XX2} e 8,00% e 9,00% para K_{XX3}), tornando estas duas regiões possíveis de conterem a falha. Para uma análise mais detalhada, projetaram-se observadores robustos considerando variação de 0,10%.

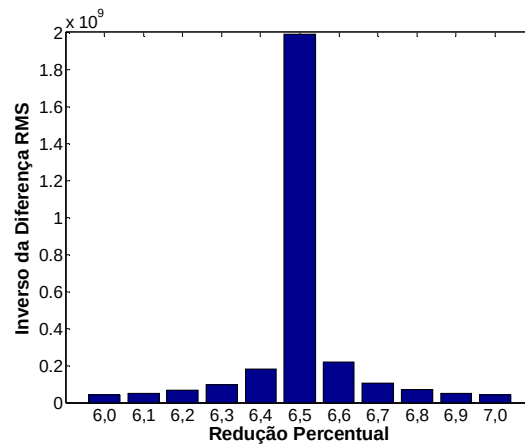


Figura 4.39 - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX2} .

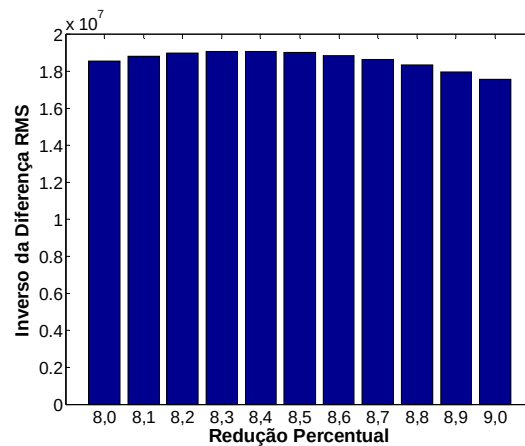


Figura 4.40 - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.39 e 4.40, observa-se que o maior valor do inverso da diferença *RMS* ocorreu entre a resposta do sistema real falho e o observador robusto a 6,50% de K_{XX2} , como a falha aplicada no sistema foi de 6,51% de K_{XX2} , tem-se que a falha foi localizada e quantificada.

4.3.2.5. 4ª Aplicação

Nesta 4ª aplicação, uma falha que consistiu de uma redução de 8,10% de K_{XX2} foi aplicada no sistema. Sendo os resultados apresentados pela Tab. 4.15.

Da Tab. 4.15, observa-se que a presença de uma falha no sistema foi detectada no sistema, como pode ser observado da diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e do observador global (7,1055e-007).

Tabela 4.15. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 8,10% de K_{XX2}		
Ob. Global	7,1055e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	7.3012e-007	6.2440e-007	6.4631e-007
2,00%	7.5099e-007	5.3781e-007	5.8158e-007
3,00%	7.6856e-007	3.5078e-007	5.1643e-007
4,00%	8.0793e-007	3.6331e-007	3.0042e-007
5,00%	7.3321e-007	2.7539e-007	3.4436e-007
6,00%	7.5725e-007	1.8703e-007	2.8888e-007
7,00%	7.8264e-007	9.8214e-008	2.3603e-007
8,00%	8.0935e-007	8.9511e-009	1.8494e-007
9,00%	8.3737e-007	8.0764e-008	1.4190e-007
10,00%	8.6669e-007	1.7093e-007	1.1743e-007

Uma vez que a falha foi detectada, o próximo máximo é descobrir qual o parâmetro causou a falha, assim como determinar o valor de tal falha. A solução para isto pode ser observada na Tab. 4.15 pelas diferenças *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores robustos.

Da Tab. 4.15, observa-se um único intervalo propício a falha que é de 8,00% e 9,00% de K_{XX2} . Assim, para obter-se uma análise mais detalhada, foi projetado um banco de observadores robustos para este intervalo considerando variação 0,10%.

Os resultados são apresentados pela Figura 4.41.

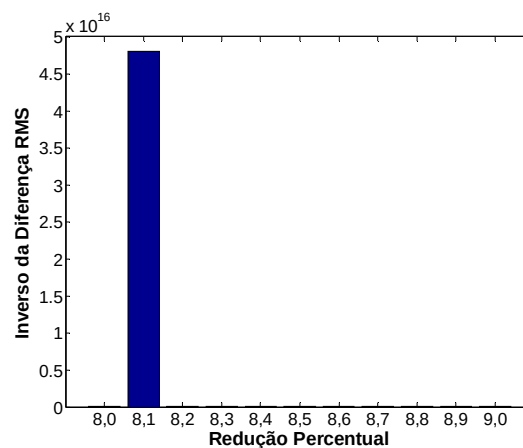


Figura 4.41 - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX2} .

Analisando o gráfico da Figura 4.41, observa-se que a falha foi localizada, visto que o máximo valor do inverso da diferença *RMS* ocorreu entre a resposta do sistema real falho e do observador robusto a 8,10% de K_{XX2} .

4.3.2.5. 5ª Aplicação

Nesta aplicação, foi inserida uma falha que consistiu em uma redução de 6,22% de K_{XX3} no sistema. Os resultados são apresentados na Tab. 4.16.

Tabela 4.16. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 6,22% de K_{XX3}		
Ob. Global	1.3695e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	1.4439e-007	1.0889e-007	1.1555e-007
2,00%	1.5232e-007	8.1018e-008	9.3930e-008
3,00%	1.5974e-007	5.3839e-008	7.2067e-008
4,00%	1.7223e-007	2.9775e-008	3.3290e-008
5,00%	1.5928e-007	2.3516e-008	2.3920e-008
6,00%	1.6843e-007	3.3860e-008	3.3372e-009
7,00%	1.7801e-007	7.0884e-008	1.5605e-008
8,00%	1.8801e-007	9.9407e-008	3.5829e-008
9,00%	1.9841e-007	1.2854e-007	5.6300e-008
10,00%	2.0921e-007	1.5802e-007	7.7023e-008

Analisando os resultados da Tab. 4.16, para analisar uma falha detectada pelo observador global, basta verificar a diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e do observador global (1.3695e-007). Os resultados obtidos com o banco de observadores robustos apresentam dois intervalos possíveis de falha (entre perdas de 4,00% e 5,00% para K_{XX2} e 6,00% e 7,00% para K_{XX3}). Assim, projetaram-se observadores robustos para estes intervalos considerando variação de 0,10%.

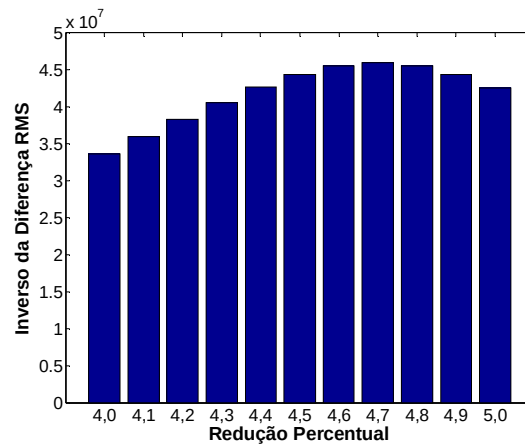


Figura 4.42 - Inverso da diferença *RMS* entre para o observador robusto a K_{XX2} .

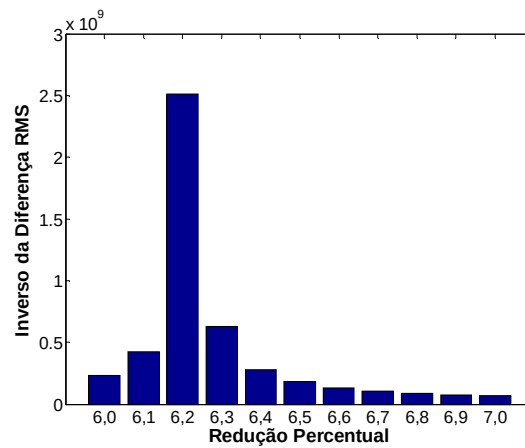


Figura 3.43 - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.42 e 4.43, observa-se que o máximo valor do inverso da diferença *RMS* ocorreu para o observador robusto a 6,20% de K_{XX3} . Como a falha era de 6,22% de K_{XX3} e o maior valor do inverso da diferença *RMS* ocorreu para 6,20% de K_{XX3} , pode-se dizer que a falha foi localizada e quantificada.

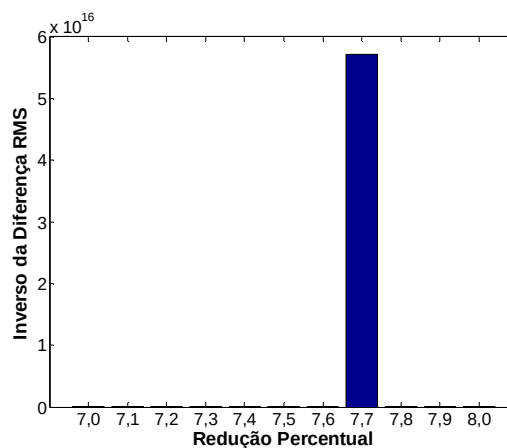
4.3.2.6. 6ª Aplicação

Nesta aplicação, foi inserida uma falha que consistiu de uma redução de 7,70% de K_{XX3} no sistema.

Da Tab. 4.17, observa-se que a presença de uma falha no sistema foi localizada, como ser visto da diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e do observador global (6,2719e-007). Observa-se também apenas uma região possível de falha (entre 7,00% e 8,00% de K_{XX3}). Assim projetou-se um banco de observadores robustos para este intervalo.

Tabela 4.17. Diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado.

	Sistema Real com Falha de 7,70% de K_{XX3}		
Ob. Global	6,2719e-007		
Perda Percentual	Ob. Rob. K_{XX1}	Ob. Rob. K_{XX2}	Ob. Rob. K_{XX3}
1,00%	6,5458e-007	5,2448e-007	5,4871e-007
2,00%	6,8359e-007	4,2204e-007	4,6937e-007
3,00%	7,0979e-007	3,2065e-007	3,8916e-007
4,00%	7,5792e-007	2,2248e-007	2,6692e-007
5,00%	6,9409e-007	1,3604e-007	1,9585e-007
6,00%	7,2723e-007	1,0094e-007	1,2399e-007
7,00%	7,6190e-007	1,5777e-007	5,1811e-008
8,00%	7,9806e-007	2,5092e-007	2,2340e-008
9,00%	8,3569e-007	3,5321e-007	9,7399e-008
10,00%	8,7475e-007	4,5894e-007	1,7338e-007

**Figura 4.44** - Inverso da diferença *RMS* para o observador robusto a K_{XX3} .

Analisando o gráfico da Figura 4.44, observa-se que a falha relativa à redução de 7,70% de K_{XX3} foi localizada e quantificada, visto que o inverso da diferença *RMS* entre as resposta do sistema real falho e do observador robusto a 7,70% de K_{XX3} apresentou o maior valor.

4.3.2.7. 7ª Aplicação

Nesta aplicação, considerou-se uma falha combinada que consistiu na redução de 8,10% de K_{XX2} e de 6,20% de K_{XX3} . Sendo assim, foram projetados 3 banco de observadores robustos (K_{XX1} e K_{XX2} , K_{XX1} e K_{XX3} , K_{XX2} e K_{XX3}) considerando perdas de 1,00% em cada parâmetro. Os resultados são apresentados pelas Figs. 4.45 a 4.47.

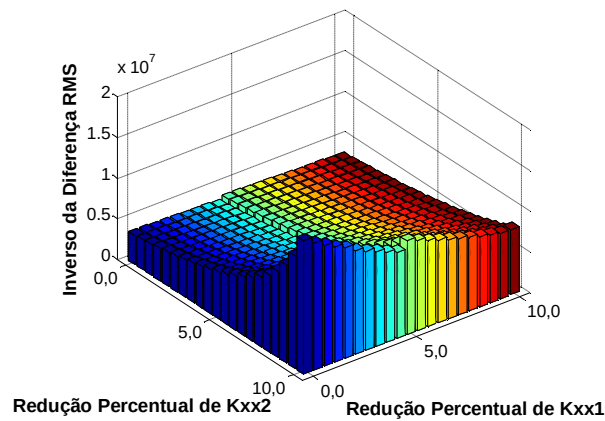


Figura 4.45 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2} .

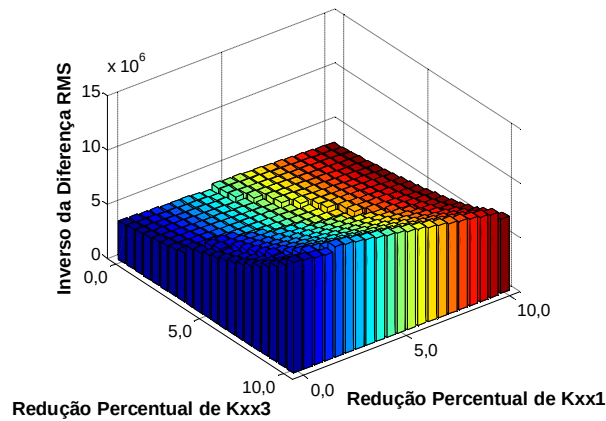


Figura 4.46 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3} .

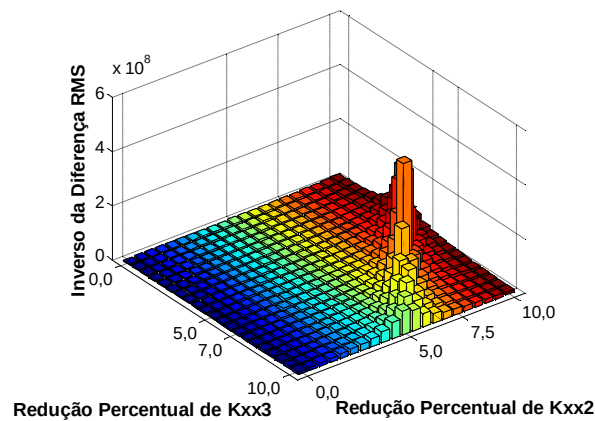


Figura 4.47 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.45 a 4.47, observa-se que o maior valor do inverso da diferença RMS ocorreu em torno de 7,50% de K_{XX2} e de 7,00% de K_{XX3} . Assim, para uma análise mais detalhada, projetaram-se observadores robustos de 6,50% a 8,50% de K_{XX2} e de 6,00% a 8,00% de K_{XX3} com variações de 0,10%.

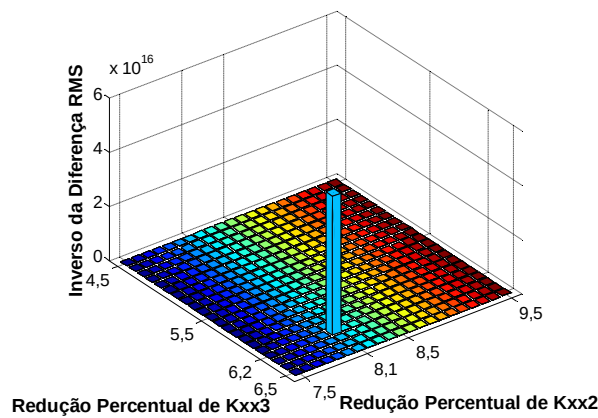


Figura 4.48 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando o gráfico da Figura 4.48, observa-se que o máximo valor do inverso da diferença RMS ocorreu com observadores robustos a 8,10% de K_{XX2} e a 6,20% de K_{XX3} . Ou seja, a falha foi localizada e quantificada pelo banco de observadores robustos.

4.3.2.8. 8ª Aplicação

O mesmo procedimento do item 4.3.2.7. foi utilizado nesta aplicação, sendo considerada uma falha combinada que consistiu na redução de 4,93% de K_{XX2} e de 4,61% de K_{XX3} .

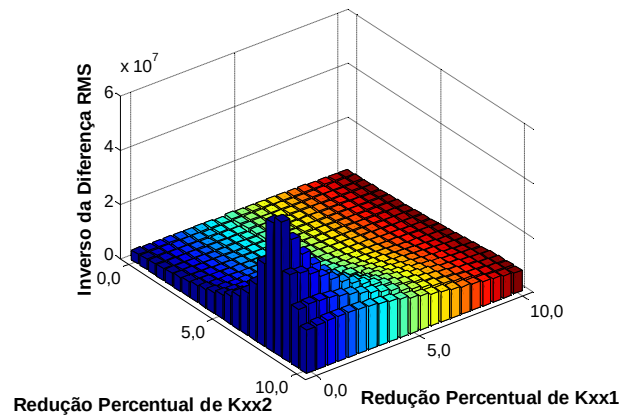


Figura 4.49 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2} .

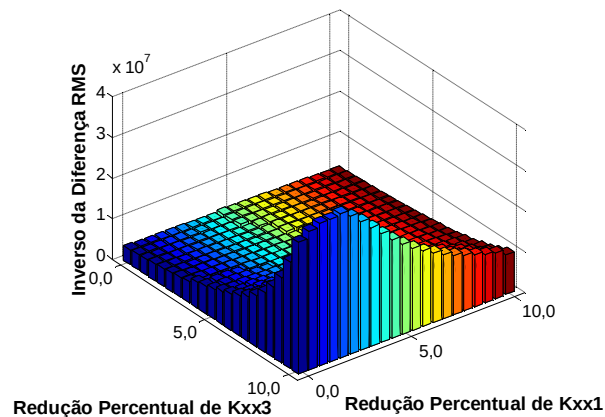


Figura 4.50 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3} .

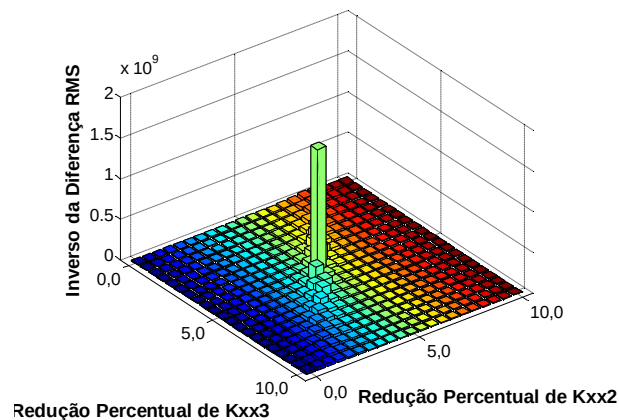


Figura 4.51 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.49 a 4.51, observa-se que o maior valor do inverso da diferença *RMS* ocorreu em torno de 5,00% de K_{XX2} e de 4,50% de K_{XX3} . Assim, projetaram-se observadores robustos de 4,50% a 5,50% de K_{XX2} e de 4,00% a 5,00% de K_{XX3} .

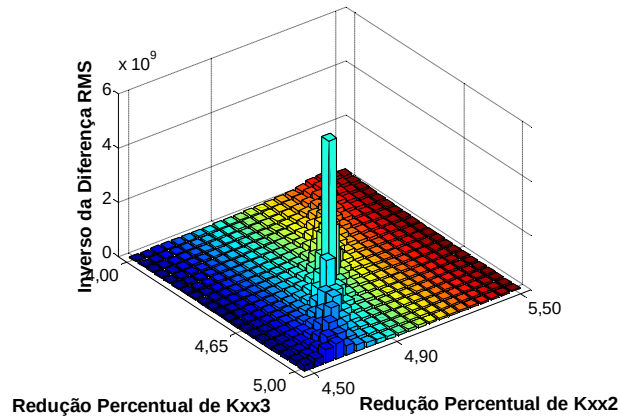


Figura 4.52 - Inverso da diferença *RMS* com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando o gráfico da Figura 4.52, observa-se que o máximo valor do inverso da diferença *RMS* ocorreu com observadores robustos a 4,90% de K_{XX2} e a 4,65% de K_{XX3} . Tais valores das perdas percentuais encontram-se muito próximas das perdas percentuais aplicadas no sistema (4,93% de K_{XX2} e de 4,61% de K_{XX3}). Podendo se dizer que a falha foi localizada e quantificada.

4.3.2.9. 9ª Aplicação

Neste item considerou-se o mesmo procedimento dos itens 4.3.2.7. e 4.3.2.8., sendo aplicada uma falha combinada que consistiu da redução de 4,84% de K_{XX2} e de 6,22% de K_{XX3} .

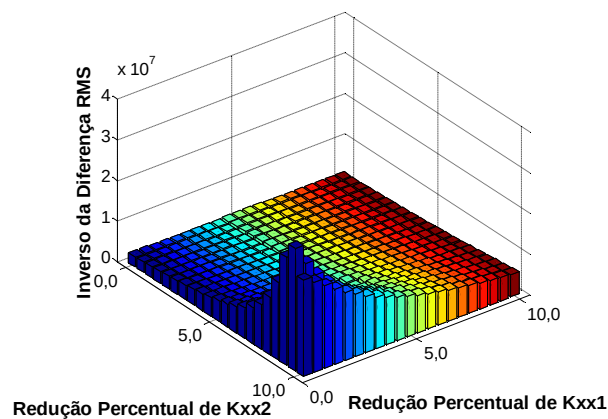


Figura 4.53 - Inverso da diferença *RMS* com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX2} .

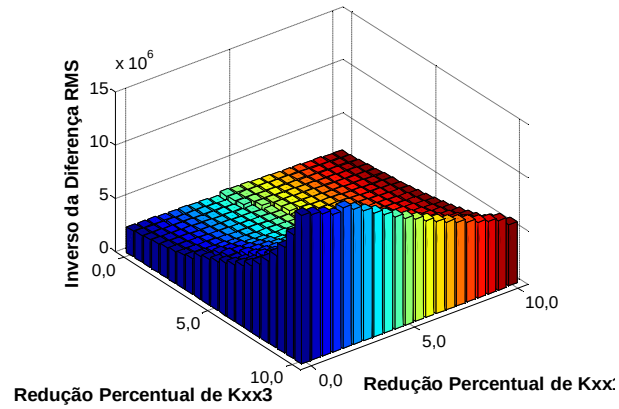


Figura 4.54 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX1} e K_{XX3} .

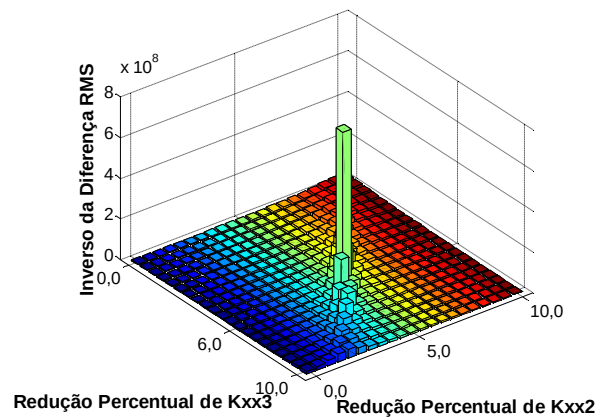


Figura 4.55 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando os gráficos das Figs. 4.53 a 4.55, observa-se que o maior valor do inverso da diferença RMS ocorreu em torno de 5,00% de K_{XX2} e de 6,00% de K_{XX3} . Assim, projetaram-se observadores robustos de 4,50% a 5,50% de K_{XX2} e de 5,50% a 6,50% de K_{XX3} com variação de 0,05%.

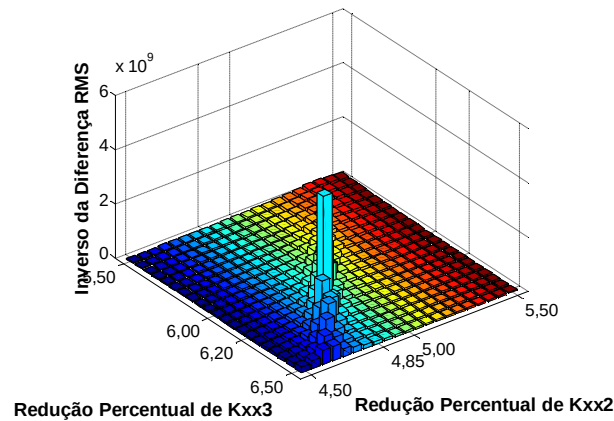


Figura 4.56 - Inverso da diferença RMS com observadores robustos a K_{XX2} e K_{XX3} .

Analisando o gráfico da Figura 4.56, observa-se que o máximo valor do inverso da diferença *RMS* ocorreu com observadores robustos a 4,85% de K_{XX2} e a 6,20% de K_{XX3} . Tais valores das perdas percentuais encontram-se muito próximas das perdas percentuais aplicadas no sistema (4,84% de K_{XX2} e de 6,22% de K_{XX3}). Pode-se dizer então que a falha foi localizada e quantificada.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

5. Conclusão

Este trabalho teve o propósito de desenvolver uma metodologia para a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos, assim como a identificação de entradas desconhecidas. É de se destacar que primeiramente foi feito um levantamento bibliográfico envolvendo a teoria necessária para a detecção de falhas (observadores de estado, LQR, LMIs) e identificação de forças de excitação (funções ortogonais).

Feito o levantamento bibliográfico, o próximo passo foi desenvolver as rotinas computacionais a fim de verificar a metodologia desenvolvida para a identificação de forças de excitação assim como detecção e localização de falhas. Nesta etapa de simulação computacional foi utilizado o software *Matlab*®. Os resultados obtidos foram divididos em duas etapas: identificação de forças de excitação e detecção de falhas. Em ambas as situações foram analisadas dois sistemas mecânicos: sistema massa-mola-amortecedor de 4 gdl e sistema rotativo considerando suas fundações.

O primeiro passo para o estudo de tais sistemas foi a obtenção do sistema mecânico através de um modelo o mais representativo possível. Sendo assim, a obtenção do sistema massa-mola-amortecedor foi relativamente simples visto que este apresenta os gdl's bem definidos. Já para a obtenção do modelo do sistema rotativo foi utilizada a técnica dos elementos finitos para a representação do eixo, os discos acoplados ao eixo foram representados por massas concentradas e a rigidez dos mancais e das fundações foram representadas por valores resultantes obtidas por impedâncias mecânicas.

Em termos de identificação de forças de excitação, observa-se que para o sistema massa-mola-amortecedor, o número de termos de integração apresentaram um comportamento semelhante utilizando funções de Chebyshev e Legendre como pode ser observado das Figuras 3.4 e 3.5, nas quais a partir de 60 termos apresentou um comportamento uniforme para os 4 gdl's. Já para Fourier, a identificação de cada força de excitação aplicada a cada gdl apresentou um número de termos ideal, como pode ser observado da Figura 3.6. Concluiu-se que 100 termos é um número bastante adequado para o truncamento das Séries de Fourier.

Após determinar o melhor número de termos de integração, estes foram utilizados para a identificação das entradas desconhecidas, sendo obtidos bons resultados como pode ser visto das Figuras 3.7 a 3.11. Das Figuras 3.9 a 3.11, pode ser observada a influência do número de termos no processo de identificação utilizando Fourier, principalmente na identificação da força aplicada ao 1º gdl.

O mesmo procedimento utilizado na identificação de entradas desconhecidas do sistema de 4 gdl's, foi utilizado no sistema rotativo considerando-se suas fundações. Neste caso, foram identificados 2 forças de excitação provocadas pelos discos 1 e 2. Assim como ocorreu em 3.2.1.1., tanto com Chebyshev como com Legendre o processo de identificação apresentou o mesmo comportamento com relação ao número de termos, só que neste caso a partir de 30 termos.

Comparando os resultados obtidos na identificação de forças entre as funções utilizadas, observa-se que os melhores resultados foram obtidos com Chebyshev e Legendre, isto ocorre devido à presença do fenômeno de Gibbs na identificação utilizando Fourier, fato ocorrido devido à presença de descontinuidades nos extremos.

Em termos de detecção e localização de falhas, observou-se que em ambos os sistemas mecânicos foram obtidos bons resultados como pode ser observado no item 3.2.2. Neste item dois métodos foram utilizados para a obtenção do ganho do observador (LQR e LMIs).

Verificou-se também a necessidade de se escolher os parâmetros sujeitos a falhas para o projeto dos observadores robustos, pois quando uma máquina esta operando um ou mais parâmetros são mais solicitados do que outros, tornando necessário um maior acompanhamento.

No item 3.2.2.2. foram feitas a detecção e localização de falhas do sistema do item 3.1.2.. Neste caso, não foi possível realizar a análise gráfica, visto que as curvas eram quase coincidentes. Sendo assim, neste caso foi feita apenas a análise em termos da diferença *RMS* entre as respostas do sistema real e dos observadores de estado. Sendo obtidos bons resultados.

Com os resultados obtidos dos itens 3.2.2.1 e 3.2.2.2., observaram-se a importância do observador global, visto que na presença de uma falha, este é o responsável por identificá-la, uma vez que o observador global é projetado considerando o sistema real ideal, ou seja, sem falhas. Assim, quando este sistema começa a falha, o observador global é o primeiro a percebê-la. Uma vez detectada a falha, cabe aos observadores robustos localizar o parâmetro associado à falha, assim como fazer a sua quantificação.

Nos itens 3.2.2.1. e 3.2.2.2., foram utilizadas duas metodologias para a obtenção do ganho dos observadores de estado: LQR e LMIs, sendo obtidos resultados diferentes no item 3.2.2.2. Neste item, observaram-se melhores resultados utilizando LMIs, isto ocorre, pois na resolução das LMIs, inicia-se um processo iterativo a fim de tornar as LMIs factíveis, sendo obtido um ganho ótimo. Via LQR, se obtêm bons resultados, no entanto estes resultados são dependentes dos valores dados para $[Q]$ e $[R]$.

A fim de verificar a validade da metodologia desenvolvida, realizou-se a etapa experimental apresentada no item 4. Nesta etapa, o primeiro passo foi a determinação dos parâmetros do sistema rotativo apresentado pela Figura 4.1. Tais parâmetros obtidos foram considerados como sendo o sistema ideal, ou seja, sem a presença de nenhuma falha.

A fim de simular uma possível falha no sistema rotativo representado pela Figura 4.1, aplicou-se redução de rigidez dos mancais K_{xx2} e K_{xx3} .

A seguir projetou-se o banco de observadores de estado (global e robustos) tanto via LQR como LMIs, sendo obtidos bons resultados na detecção e localização de falhas tanto via LQR como via LMIs conforme pode ser observado no item 4.3.

De um modo geral, as simulações computacionais e a análise experimental comprovaram a validade das metodologias desenvolvidas para a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos.

5.1. Proposta para Trabalhos Futuros

- Aplicação das funções ortogonais tanto para a identificação de parâmetros como forças de excitação em sistemas mecânicos não lineares;
- Aplicação das funções ortogonais para a identificação experimental de forças de desbalanceamento em sistemas rotativos;
- Utilização de modelos de falhas em sistemas rotativos considerando-se efeitos de fadiga;
- Utilização da metodologia de detecção e localização de falhas utilizando observadores de estado projetados via LMIs em estruturas mais complexas assim como em sistemas não lineares;
- Utilização de um método híbrido para a quantificação e localização da falha.

CAPÍTULO VI

REFERÊNCIAS

ABDALLA, M.O.; ZIMMERMAN, D.C.; GRIGORIADIS, K.M. Structural damage detection using strain data via linear matrix inequality based methods. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, San Diego, p.1114-1118, 1999.

ABDALLA, M.O.; ZIMMERMAN, D.C.; GRIGORIADIS, K.M. Reduce optimal parameter update in structural systems using LMIs. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, Illinois, p. 991-995, 2000.

ASSUNÇÃO, E. Redução H_2 e H_∞ de Modelos através de desigualdades matriciais lineares: otimização local e global. 2000. Tese (Doutorado), Universidade de Campinas- UNICAMP, Campinas, 2000.

ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M.C.M. Projeto de sistema de controle via LMIs usando o MATLAB: Escola Brasileira de Aplicações em Dinâmica e Controle. São Carlos: APLICON-USP, 2001.

BONELIKE, P.; BRENNAN, M. J. Modeling the dynamic behavior of a supercritical rotor on a flexible foundation using the mechanical impedance technique. *Journal of Sound and Vibration*, v. 239, n. 2, p. 445-466, 2001.

BOYD, S.; BALAKRISHNAN, V.; FERON, E.; EL GHAOUI, L. Control system analysis and synthesis via linear matrix inequalities. In: *AMERICAN CONTROL CONFERENCE*, p. 2147- 2154, 1993.

BOYD, S.; BALAKRISHNAN, V.; FERON, E.; EL GHAOUI, L. Linear matrix inequalities in systems and control theory: *Siam Studies in Applied Mathematics.*, 1994. 193p.

BUENO, D. D. Controle ativo de vibrações e localização ótima de sensores e atuadores piezelétricos. 2007. 230f. Dissertação (Mestrado Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

CAVALCA, K. L.; BACHSCHMID, N. Dynamic behaviour analysis of multistage centrifugal pumps with interstage seals by a modal turnction method. *Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences*, v.15, n.3, p. 263-280,1993.

CHANG, R. Y.; WANG, M. L. The Application of shifted legendre polynomials to time-delay systems and parameter identification. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, v. 107, p. 79-85, 1985.

CHANG, P.; KANG, Y.; TSAY, J. W. An Investigation in stiffness effects on dynamics of rotor-rearing-foundation systems. *Journal of Sound and Vibration*, v. 231, n.2, p. 343-374, 2000.

CHEN, J.; PATTON, R. J. Optimal filtering and robust fault diagnosis of stochastic systems with unknown disturbances. *International Journal of Control*, v.143, n.1, p. 31-36, 1996.

CHEN, C. F.; TSAY, Y. T.; WU, T. T. Walsh operational matrices for fractional calculus and their application to distributed system. *Journal of the Franklin Institute*, v. 303, n. 3, p. 267-284, 1977.

CHOU, J. H.; HORNG, I. R. Shifted chebyshev series analysis of linear optimal control systems incorporating observers. *International Journal of Control*, v. 41, n. 1, p. 129-134, 1985.

CHOW, E. Y.; WILLSKY, A. S. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v.29, n.7, p. 603-614, 1984.

COOPER, J. E.; DESFORGES, M. J. Physical parameter identification using an unknown random input *ISMA19: tools for noise and vibration analysis*. p.1123-1128, 1996.

D'AZZO, J. J.; HOUPIS, C. H. *Linear control system analysis and design*. São Paulo: McGraw-Hill, 1988. 660p.

DEDINI, G. F.; CAVALCA, K. L. Aplicação de métodos de identificação teórico-experimentais na análise de um turbo gerador com sete mancais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 12, 1993, Brasília, 1993.

DING, X.; GUO, L.; FRANK, P. M. Parameterization of linear observers and its application to observer design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v.39, n.8, p. 1948-1952, 1994.

DORF, R.C.; BISHOP, R.H. *Modern control systems*. Editora LTC , 1980. 493p.

EMRE, E.; SILVRMAN, L. M. Observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. AC-25, n.4, p. 779-783, 1980.

FRANK, P. M. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy – a survey and some new results. *Automatica*, v.26, n. 3, p. 459-474, 1990.

GAHINET, P.; NEMIROVSKI, A.J.; CHILIALI, M. *Lmi control toolbox user's guide*. Natick: The Mathwork, 1995. p.

GERTLER, J. J. Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants. IEEE Control Systems magazine, v.8, p. 3-11, 1988.

HORNBECK, R. W. Numerical methods. Prentice-Hall, 1975. p.

HOSTETTER, G.; MEDICH, J. S. Observing systems with unmeasurable inputs. IEEE Transactions on Automatic Control, v.AC-18, n.8, p. 307-308, 1973.

HOWELL, J. Model-based fault detection in information poor plants. Automatica, v.60, n.6, p. 929-943, 1994.

HWANG, C., CHEN, M. Y. Suboptimal control of linear time-varying multi-delay systems via shifted legendre polynomials. International Journal of Systems Science, v.16, n. 12, p. 1517-1537, 1985.

KINNAERT, M., HANUS, R. Fault detection and isolation for unstable linear systems. IEEE Transactions on Automatic Control, v.40, n.4, p. 740-747, 1995.

KUDVA, P.; VISWANADHAM, N.; RAMAKRISHNA, A. Observers for linear systems with unknown inputs. IEEE Transactions on Automatic Control, v.AC-25, n. 1, p. 113-115, 1980.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. Rotordynamics prediction in engineering. 2.ed. New York: John Wiley and Sons, 1997. p.

LUENBERGER, D. G. Observing the state of a linear system. IEEE Military Electronics, v.8, p. 74-80, 1964.

LUENBERGER, D.G. Observers for multivariable systems. IEEE Transactions on Automatic Control, v.AC11, p. 190-197, 1966.

LUENBERGER, D. G. Introduction to dynamic systems: theory, models, & applications, New York: Chichester, 1979. 445p.

MEIROVITCH, L. Dynamics and Control of Structures. Lugar de Publicação: John Wiley & Sons, 1990. p. ISBN 0-471-62858-1.

MELO, G. P. Identificação de sistemas mecânicos através o das séries de fourier s do método: um método no domínio do tempo. Uberlândia: U.F.U., 1992. 114p.

MELO, G.P.; STEFFEN JUNUIOR, V. Mechanical systems identification through fourier series time-domain technique. Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences, v.15, n.2, p. 124-135, 1994.

MELO, G.P Detecção e localização de falhas via observadores de estado de ordem reduzida. 1998. 125f. Tese (Doutorado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

MELO, G. P. Detecção de falhas via observadores de estado com parâmetros incertos e entradas desconhecidas. 2003. 103f. Tese (Livre Docência)-Faculdade de Engenharia, Univwersidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2003.

MOHAN, B. M.; DATTA, K. B. Analysis of time-delay systems via shifted chebyshev polynomials of the first and second kinds. International Journal Of Systems Science, v. 19, n. 9, p. 1843-1851, 1988.

OGATA, K. Engenharia de controle moderno. Lugar de Publicação: Editora Prentice-Hall do Brasil , 2003. 788p.

OLIVEIRA, M.C.; FARIAS, D.P.; GEROMEL, J.C. Lmisol, usr's guide. Campinas: UNICAMP, 1997.

PACHECO, R. P. Identificação de sistemas mecânicos através de métodos no domínio do tempo. 2001. 127f. Tese (Doutorado)-Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 2001.

PACHECO, R. P.; STEFFEN JUNIOR., V. On the identification of non-linear mechanical systems using orthogonal functions. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Lugar de Publicação, 2003.

PALHARES, R. M. Filtragem robusta: uma abordagem por desigualdades matriciais lineares. 1998. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

PALHARES, R. M.; GONÇALVES, E. N. Desigualdades matriciais lineares em controle. In: *ENCICLOPÉDIA de automática*. 2007. v.1, p. 155-195.

PARASKEVOPOULOS, P. N.; KEKKERIS, G. T. Output sensitivity analysis using orthogonal functions. *International Journal of Control*, v. 40, n. 4, p. 763-772, 1984.

SILVA, S.; LOPES JUNIOR, V; ASSUNÇÃO, E. Robust control to parametric uncertainties in smart structures using linear matrix inequalities. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering*, v.26, n.4, p. 430-437, 2004.

SHIH, D. H.; KUNG, F. C. The Shifted legendre approach to non-linear system analysis and identification. *International Journal of Control*, v. 42, n. 6, p. 1399-1410, 1985.

SPIEGEL, M. R. *Análise de Fourier*. São Paulo: McGraw-Hill, 1976. (Coleção Schaum).

TEIXEIRA, M. C. M.; PIETROBOM, H. C.; ASSUNÇÃO, E. Novos resultados sobre a estabilidade e controle de sistemas não-lineares utilizando modelos fuzzy e lmi. *Controle & Automação*, v.11, p. 37-48, 2000.

VANANTWERP, J. G.; BRAATZ, R. D. A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities. *Journal of Process Control*, v.10, p. 363-385, 2000.

WANG, S.; KUO, T. S.; HSU, C. F. Optimal-observer design for linear dynamical systems with uncertain parameters. *International Journal of Control*, v.45, n.2, p. 701-711, 1987.

WANG, H. B.; WANG, J. L.; LAM, J. Robust fault detection observer design: iterative lmi approaches. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v.129, p. 77-82, 2007.