

**unesp**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

---

Marco Aurélio Oliveira da Silva



**VERIFICAÇÃO AUTOMÁTICA DA MALHA  
VIÁRIA GEORREFERENCIADA EM  
IMAGENS DIGITAIS**

Dissertação de Mestrado

Presidente Prudente

2005

**unesp**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

---

Marco Aurélio Oliveira da Silva

**VERIFICAÇÃO AUTOMÁTICA DA MALHA  
VIÁRIA GEORREFERENCIADA EM  
IMAGENS DIGITAIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNESP, para obtenção do título de mestre em Ciências Cartográficas.

**Orientador:** Prof. Dr. Aluir Porfírio Dal Poz.

Presidente Prudente  
2005

À Deus, por ter me dado humildade, esforço, dedicação e, principalmente, saúde, fazendo com que este trabalho pudesse ser concluído com qualidade.

Aos meus pais, Arlindo e Terezinha, às minhas irmãs, Andréa e Luciana, e aos meus cunhados, Devanir e Gilmar, por terem me apoiado e incentivado em todas as minhas decisões, dando-me toda a tranquilidade necessária para superação de todas as barreiras que aparecem na minha vida.

À minha noiva, Sheila, que durante todo o desenvolvimento deste trabalho procurou me apoiar e incentivar e, principalmente, por ter sido compreensiva o suficiente em aceitar os vários instantes em que foi trocada para o desenvolvimento deste.

À ela, minha eterna companheirinha, que esteve presente em quase todo o desenvolvimento deste trabalho, me oferecendo diversos momentos de tranquilidade, descontração e alegria.

## **AGRADECIMENTOS**

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo auxílio financeiro atribuído a essa pesquisa, sob a forma de bolsa de demanda social.

Ao meu orientador e amigo, Prof. Dr. Aluir Porfírio Dal Poz, que durante os quase 4 anos de orientação sempre confiou em meu trabalho, procurando, também, sempre me apoiar e incentivar à caminhos futuros. Muito do que aprendi e o que sou hoje é graças a ele.

Aos meus futuros sogros e cunhado, Joaquim, Fátima e Rafael, pelo apoio e incentivo.

Aos meus amigos, Tarcísio e Aninha, Claudinei e Michele, pelos momentos de descontração, desabafos, e principalmente, pela amizade construída, que com certeza será duradoura.

À todo o pessoal do Laboratório de Fotogrametria Digital e da sala dos alunos do PPGCC, em especial: Laysson e Juliana, Tati, Fazan, Scalco, Letícia, Narjara, Cris, Zaqueu, Tomio, Thiago, Edmur, Edinéia e Giovane.

À todos os professores do Departamento de Cartografia e do PPGCC que contribuíram demais em minha formação acadêmica.

*“Perguntaram a uma árvore cheia de frutos: Por que tu não fazes nenhum barulho? Ela respondeu: Os frutos que eu carrego são minha melhor propaganda”.*

*Sabedoria árabe.*

## RESUMO

Este trabalho propõe uma solução para o problema de verificação automática da malha viária georreferenciada em imagens aéreas digitais. O método proposto baseia-se em duas etapas básicas, isto é: 1- Extração automática de rodovias georreferenciadas; e 2- Análise de consistência das rodovias extraídas. Na primeira etapa, a metodologia para a extração de rodovias baseada no algoritmo de programação dinâmica é utilizada para a extração automática das rodovias georreferenciadas. O método é inicializado a partir da projeção de pontos salientes extraídos automaticamente ao longo destas rodovias para o espaço imagem. Estes pontos descrevem grosseiramente a forma, a posição, e a topologia das rodovias georreferenciadas. Além disso, a precisão dos pontos transformados para o espaço imagem é também estimada, o que possibilita a definição automática das janelas de busca utilizadas pelo algoritmo de programação dinâmica. A análise de consistência das rodovias extraídas baseia-se num modelo de erro que permite concluir estatisticamente se as rodovias extraídas não discrepam significativamente das correspondentes projetadas na imagem. Os resultados obtidos mostram que a metodologia proposta para a extração automática de rodovias georreferenciadas é promissora, sendo que os eixos de rodovia são geralmente extraídos acuradamente. Para a etapa de análise de consistência das rodovias extraídas, notou-se que os poucos problemas encontrados nos eixos de rodovia extraídos influenciaram diretamente nos resultados obtidos. Portanto, embora propõe-se uma metodologia automática, é necessário que um operador humano ainda faça parte de uma pequena etapa do processo de verificação para que os resultados sejam validados.

**Palavras-chave:** Programação Dinâmica. Extração de Rodovias. Rodovias Georreferenciadas. Análise de Consistência.

## ABSTRACT

This paper proposes a solution for the problem of automatic verification of georeferenced road network in digital aerial images. The proposed method is based on two basic stages, i.e.: 1- Automatic extraction of georeferenced roads; and 2- Consistence analysis of extracted roads. In the first stage, a road extraction methodology based on the dynamic programming algorithm is used to automatically extract georeferenced roads. The method is initialized with seed points, which are obtained by automatically extracting salient points along georeferenced roads and then projecting them into image-space. These points describe coarsely the shape, position, and topology of the georeferenced road network. Besides, the precision of the salient points projected into image-space is also computed, making possible the automatic computation of the search windows used by the dynamic programming algorithm. The consistence analysis of extracted roads is based on an error model that allows the methodology to statically conclude if the extracted roads do not differ significantly from the corresponding projected georeferenced roads. The obtained results show that the proposed methodology for automatic extraction of georeferenced roads is promising, as accurate road axes are usually extracted. Concerning the consistence analysis of extracted roads, few extraction problems were found in the obtained results. Thus, although the ultimate goal was to automatically solve the proposed problem, it is recognized that a little participation of a human operator has been necessary.

**Key words:** Dynamic Programming. Road Extraction. Georeferenced Roads. Consistence Analysis.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Sistema de coordenadas fiducial. _____	28
<b>Figura 2</b> – Detalhe apresentando o desvio do eixo $y_f$ em relação ao centro da marca fiducial. _____	29
<b>Figura 3</b> – Sistema Fiducial para o caso de câmaras que possuem as marcas fiduciais nos cantos do quadro fotográfico. _____	29
<b>Figura 4</b> – Sistema fotogramétrico do diapositivo (Fonte: Adaptado de Lugnani, 1987). _____	30
<b>Figura 5</b> – Sistema fotogramétrico do negativo (Fonte: Adaptado de Lugnani, 1987). _____	31
<b>Figura 6</b> – Sistema de imagem. _____	32
<b>Figura 7</b> – Transformação de coordenadas de imagem em coordenadas fiduciais (Fonte: Adaptado de Tommaselli et al., 2000). _____	33
<b>Figura 8</b> – Distorção radial simétrica (Fonte: Adaptado de Andrade, 1998). _____	38
<b>Figura 9</b> – Relação entre a distorção radial e as correções para as componentes $x$ e $y$ (Fonte: Adaptado de Wolf e Dewitt, 2000). _____	39
<b>Figura 10</b> – Distorção descentrada (Fonte: Andrade, 1998). _____	40
<b>Figura 11</b> – Refração atmosférica numa fotografia aérea (Fonte: Wolf e Dewitt, 2000). _____	42
<b>Figura 12</b> – Deslocamento radial devido a curvatura terrestre. _____	45
<b>Figura 13</b> – Latitude ( $\varphi$ ) e longitude ( $\lambda$ ) geodésicas e altitude geométrica ( $h$ ) (Fonte: Adaptado de Robinson et al., 1995). _____	47
<b>Figura 14</b> – Relacionamento entre os sistemas Geodésico e Geodésico Cartesiano (Fonte: Adaptado de Monico, 2000). _____	48
<b>Figura 15</b> – Sistema Geodésico Cartesiano Local. _____	48
<b>Figura 16</b> – Distribuição das distorções no Sistema de Projeção UTM. _____	49
<b>Figura 17</b> – Processo para a determinação da latitude $\varphi_1$ correspondente ao comprimento do arco meridiano $B_\varphi = x$ . _____	55
<b>Figura 18</b> – Relacionamento entre o Sistema Geodésico Cartesiano e Sistema Geodésico Cartesiano Local. _____	56
<b>Figura 19</b> – Translação do Sistema Geodésico Cartesiano para a Origem do Sistema Local (Fonte: Wolf e Dewitt, 2000). _____	57
<b>Figura 20</b> – Condição de Colinearidade (Fonte: Wolf e Dewitt, 2000). _____	60
<b>Figura 21</b> – Dados necessários e etapas básicas para a verificação automática da malha viária. _____	69
<b>Figura 22</b> – Curvatura no vértice $i$ . _____	75
<b>Figura 23</b> – Segmento de eixo de rodovia (Fonte: Vale e Dal Poz, 2003). _____	77
<b>Figura 24</b> – Esquema para dois pontos de bordas anti-paralelas: (a) Direção dos vetores gradiente $\vec{V}$ e $\vec{V}'$ ; e (b) Magnitude dos vetores gradiente (Fonte: Vale e Dal Poz, 2003). _____	78
<b>Figura 25</b> – Princípio do método. (a) Descrição da rodovia por uma linha poligonal; e (b) Problema de otimização para a extração do eixo de rodovia. (Fonte: Adaptado de Dal Poz e Agouris, 2000). _____	81
<b>Figura 26</b> – Ilustração do processo de otimização. (a) Linha poligonal inicial; (b) Interpolação linear de novos vértices; (c) Resultado após a otimização; e (d) Resultado após a convergência da otimização (Fonte: Dal Poz e Agouris, 2000). _____	85
<b>Figura 27</b> – Grupos de pontos sementes. _____	87

<b>Figura 28</b> – Extração automática de pontos salientes a partir de rodovias georreferenciadas. (a) Pontos salientes definidos a partir dos pontos de inflexão da curva definida pelo eixo de rodovia; e (b) Pontos salientes definidos pelos vértices da linha poligonal. _____	88
<b>Figura 29</b> – Método de divisão recursiva (Fonte: Jain et al., 1995). _____	89
<b>Figura 30</b> – Distância local entre a rodovia extraída e a georreferenciada transformada. _____	92
<b>Figura 31</b> – Distância de um ponto da rodovia extraída a um segmento de reta da rodovia de referência. _____	92
<b>Figura 32</b> – Definição das faixas de tolerância e classificação do eixo da rodovia extraída segundo a compatibilidade com o correspondente georreferenciado transformado. _____	95
<b>Figura 33</b> – Classes desenvolvidas. _____	98
<b>Figura 34</b> – Dados utilizados para os experimentos. (a) Imagem aérea; e (b) Mapa digital de rodovias. _____	99
<b>Figura 35</b> – Exemplos de pontos favoráveis e desfavoráveis para a extração de rodovias. (a) Rodovias com larguras regulares e bordas bem definidas; (b) Obstruções; (c) Junções; e (d) Rodovias em regiões suburbanas. _____	100
<b>Figura 36</b> – Pontos salientes extraídos. _____	102
<b>Figura 37</b> – Inicialização do método de extração de rodovias. (a) Eixos de rodovias iniciais transformados para o espaço imagem; e (b) Exemplos de trechos em que os eixos de rodovias iniciais são compatíveis com os eixos de rodovia corretos. _____	103
<b>Figura 38</b> – Exemplos de trechos em que os eixos de rodovias iniciais necessitam ser refinados pelo método de extração. _____	103
<b>Figura 39</b> – Limites definidos pelas janelas de busca. _____	104
<b>Figura 40</b> – Eixos de rodovia extraídos. _____	105
<b>Figura 41</b> – Visão detalhada de alguns trechos dos eixos de rodovia extraídos. _____	106
<b>Figura 42</b> – Visão detalhada de alguns problemas encontrados nos eixos extraídos. (a) Problemas devido à presença de obstáculos; e (b) Problemas devido à presença de junções ou mudanças bruscas na largura da rodovia. _____	106
<b>Figura 43</b> – Qualidade dos segmentos de rodovia extraídos. (a) Qualidade de cada segmento de rodovia extraído; e (b) Qualidade de toda a malha viária extraída. _____	107
<b>Figura 44</b> – Visão detalhada da qualidade de alguns segmentos extraídos. _____	108
1/7	109
<b>Figura 45</b> – Análise de consistência das rodovias extraídas. (a) Análise de consistência de cada rodovia extraída; (b) Análise de consistência para toda a malha viária extraída. _____	110
<b>Figura 46</b> – Visão detalhada dos segmentos de rodovia não-verificados. _____	110
<b>Figura 47</b> – Pontos salientes extraídos. _____	112
<b>Figura 48</b> – Inicialização do método de extração de rodovias georreferenciadas. _____	113
<b>Figura 49</b> – Exemplos de trechos em que os eixos de rodovia iniciais se encontram fora das rodovias ou coincidentes com uma das bordas. _____	113
<b>Figura 50</b> – Limites definidos pelas janelas de busca. _____	114
<b>Figura 51</b> – Eixos de rodovia extraídos. _____	115
<b>Figura 52</b> – Visão detalhada de alguns trechos dos eixos de rodovia extraídos. _____	116
<b>Figura 53</b> – Visão detalhada de alguns problemas encontrados nos eixos de rodovia extraídos. _____	116

<b>Figura 54</b> – Qualidade dos segmentos de rodovia extraídos. (a) Qualidade de cada segmento de rodovia extraído; e (b) Qualidade de toda a malha viária extraída.	117
<b>Figura 55</b> – Visão detalhada da qualidade dos segmentos extraídos.	118
0,8	118
<b>Figura 56</b> – Análise de consistência das rodovias extraídas. (a) Análise de consistência de cada rodovia extraída; e (b) Análise de consistência para toda a malha viária.	119
<b>Figura 57</b> – Visão detalhada dos problemas detectados na segunda etapa do método.	120
<b>Figura A.1</b> – Problema clássico de PD.	135
<b>Figura A.2</b> – Transição da etapa 1 para a etapa 2.	137
<b>Figura A.3</b> – Transição da etapa 2 para a etapa 3.	138
<b>Figura A.4</b> – Transição da etapa 3 para a etapa 4.	139
<b>Figura A.5</b> – Transição da etapa 4 para a etapa 5.	140
<b>Figura A.6</b> – Caminho ótimo obtido para o problema de otimização apresentado pela Figura A.1.	141
<b>Figura B.1</b> – Função de Bessel. (a) A tangente em $p_2(x)$ no ponto (2,0.5767); e (b) A tangente em $p_4(x)$ no ponto (2,0.5767) (Fonte: MATHEWS e FINK, 1999).	143

## LISTA DE TABELAS

<b>TABELA 1</b> – Parâmetros De Qualidade Para As Rodovias Extraídas. _____	109
<b>TABELA 2</b> – Análise De Consistência Das Rodovias Extraídas. _____	111
<b>TABELA 3</b> – Parâmetros de qualidade para as rodovias extraídas. _____	118
<b>TABELA A.1</b> – Tabela de custos para o problema de otimização apresentado pela figura a.1. _____	141
<b>TABELA B.1</b> – Valores no intervalo $[0,7]$ para a função de Bessel. _____	143

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1	Considerações Gerais sobre Extração de Feições Cartográficas	13
1.2	Considerações Gerais sobre Extração de Rodovias	15
1.3	Considerações Gerais sobre Atualização Automática da Malha Viária	18
1.3.1	Trabalhos Relacionados	20
1.4	Objetivos	25
1.5	Justificativa	25
1.6	Estrutura do Trabalho	26
<b>2</b>	<b>SISTEMAS DE COORDENADAS</b>	<b>27</b>
2.1	Considerações Iniciais	27
2.2	Sistemas de Coordenadas do Espaço Imagem	27
2.2.1	Sistema Fiducial	28
2.2.2	Sistema Fotogramétrico do Diapositivo	29
2.2.3	Sistema Fotogramétrico do Negativo	31
2.2.4	Sistema de Imagem	32
2.2.5	Refinando as Coordenadas da Imagem	34
2.2.5.1	Deformações do Filme	35
2.2.5.2	Redução das Coordenadas ao Sistema Fotogramétrico	36
2.2.5.3	Distorção das Lentes	37
2.2.5.4	Distorções devido a Refração Atmosférica	41
2.2.5.5	Efeito da Curvatura Terrestre	44
2.3	Sistema de Coordenadas do Espaço Objeto	46
2.3.1	Sistema Geodésico	46
2.3.2	Sistema Geodésico Cartesiano	47
2.3.3	Sistema Geodésico Cartesiano Local	48
2.3.4	Sistema de Projeção UTM	49
<b>3</b>	<b>TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS E PROPAGAÇÃO DE COVARIÂNCIA</b>	<b>51</b>
3.1	Considerações Iniciais	51
3.2	Transformação de Coordenadas UTM em TM	52
3.3	Transformação de Coordenadas TM em Geodésicas	52
3.3.1	Comprimento do Arco Meridiano	54
3.4	Transformação de Coordenadas Geodésicas em Geodésicas Cartesianas	55
3.5	Transformação de Coordenadas Geodésicas Cartesianas em Geodésicas Cartesianas Locais	56
3.6	Transformação de Coordenadas Geodésicas Cartesianas Locais em Fotogramétricas	58
3.7	Transformação de Coordenadas Fotogramétricas em Coordenadas de Imagem	61

<b>3.8</b>	<b>Transformação Direta de Coordenadas UTM em Coordenadas de Imagem</b>	<b>62</b>
<b>3.9</b>	<b>Propagação de Covariância</b>	<b>65</b>
3.9.1	Considerações Iniciais	65
3.9.2	Propagação de Covariância na Transformação de Coordenadas UTM em Coordenadas de Imagem	67
<b>4</b>	<b>VERIFICAÇÃO AUTOMÁTICA DA MALHA VIÁRIA GEORREFERENCIADA EM IMAGENS DIGITAIS</b>	<b>69</b>
<b>4.1</b>	<b>Extração Automática de Rodovias Georreferenciadas</b>	<b>71</b>
4.1.1	Modelagem Matemática da Malha Viária	72
4.1.1.1	Modelo Genérico de Rodovia	73
4.1.1.2	Modelo Modificado de Rodovia	76
4.1.2	Solução para o Modelo de Rodovia Usando o Algoritmo de PD	81
4.1.3	Inicialização Automática do Processo de Extração de Rodovias Usando PD	86
4.1.3.1	Identificação Automática de Pontos Salientes	86
4.1.3.2	Transformação de Pontos Salientes para o Espaço Imagem	90
4.1.3.3	Propagação de Covariância na Transformação de Pontos Salientes para o Espaço Imagem	90
<b>4.2</b>	<b>Análise de Consistência das Rodovias Extraídas</b>	<b>91</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b>	<b>96</b>
<b>5.1</b>	<b>Considerações Iniciais</b>	<b>96</b>
<b>5.2</b>	<b>Material e Métodos</b>	<b>98</b>
5.2.1	Considerações Computacionais	98
5.2.2	Dados	99
<b>5.3</b>	<b>Experimentos e Análise dos Resultados</b>	<b>101</b>
5.3.1	Experimento – 1	101
5.3.2	Experimento – 2	111
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b>	<b>122</b>
<b>6.1</b>	<b>Conclusões</b>	<b>122</b>
<b>6.2</b>	<b>Recomendações</b>	<b>125</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>127</b>
	<b>APÊNDICE A – ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA</b>	<b>134</b>
	<b>APÊNDICE B – DERIVAÇÃO NUMÉRICA</b>	<b>143</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações Gerais sobre Extração de Feições Cartográficas

De uma forma geral, um Sistema de Informação Geográfica (SIG) consiste num sistema digital para a aquisição, gerenciamento, análise e visualização de dados espaciais para propostas de planejamento, administração e monitoramento do ambiente natural e socioeconômico (KONECNY, 2003). São inúmeras as aplicações de SIG. Em termos de recursos naturais, os SIGs podem servir como instrumento para planejamento de áreas de lazer, proteção ambiental, gerenciamento de reservatórios, estudos de impactos sobre o meio ambiente, dentre outras aplicações. Em cidades grandes, por exemplo, a malha viária pode ser administrada via SIG, fornecendo, por exemplo, informações sobre rotas mais adequadas para atender situações de emergência.

Tradicionalmente, a aquisição de dados espaciais para mapeamento e implementação ou atualização de SIG, vem sendo realizada por Fotogrametria (SOWMYA e TRINDER, 2000). No entanto, os processos fotogramétricos envolvidos, quando realizados manualmente, são extremamente morosos e trabalhosos, além de necessitar de um profissional especializado. Estes fatores, certamente, impõem restrições na escolha da densidade e da resolução das informações cartográficas a serem coletadas e, também, na definição do ciclo de revisão dessas informações (DAL POZ e SILVA, 2002).

Com o advento de imagens no formato digital, verificou-se que os processos fotogramétricos poderiam ser parcial, ou até mesmo, totalmente automatizados. Desde então, pesquisadores das áreas de Fotogrametria e Visão

Computacional têm se empenhado para introduzir algum nível de automação nestes processos.

As tarefas de caráter mais geométrico, tais como, medição automática das marcas fiduciais e identificação automática de pontos homólogos, embora não estejam totalmente resolvidas, já se encontram operacionais em sistemas fotogramétricos digitais (AMINI et al., 2002; SILVA e DAL POZ, 2003). Tais operações possibilitaram a automação dos processos de orientação interior, orientação relativa, geração de modelo digital do terreno (MDT), geração de ortofoto digital e identificação de pontos de passagem na fototriangulação.

O mesmo avanço, ainda não foi obtido para as tarefas de caráter semântico, como a aquisição de informações espaciais. A fim de reduzir a complexidade, o processo de extração de feições é subdividido numa série de problemas específicos, como a extração de feições antrópicas (construções, rodovias, etc.) e de feições naturais (vegetação, água, etc.) (STRAUB et al., 2000). Mesmo assim, a necessidade de interpretação (reconhecimento) dos objetos na imagem, problema difícil de ser resolvido computacionalmente, é o principal obstáculo que dificulta a automação deste processo. Conseqüentemente, grande parte da pesquisa tem sido dirigida às soluções semi-automáticas. Nestas soluções, o processo de aquisição de dados espaciais é dividido em duas etapas básicas, isto é: 1- reconhecimento do objeto, o qual é resolvido por um operador humano; e 2- delineamento da feição, o qual é resolvido automaticamente pelo algoritmo computacional.

Recentemente, informações georreferenciadas estão sendo utilizadas para auxiliar na automação do processo de extração de feições cartográficas (ZHANG, 2004; GERKE et al., 2004; WILLRICH, 2002). Esta

informação, geralmente obtida de mapas digitais ou base de dados, permite, por exemplo, restringir o espaço de busca durante os processamentos, treinar classificadores não supervisionados automaticamente, etc (WALTER, 2004).

## 1.2 Considerações Gerais sobre Extração de Rodovias

O problema de extração de rodovias vem sendo pesquisado desde o início da década de setenta. Trabalhos pioneiros nesta área são apresentados em Bajcsy e Tavakoli (1976) e Quam (1978).

De acordo com Dal Poz (2000), a malha viária pode ser modelada através de dois modelos complementares, isto é, o intrínseco e o contextual. O modelo intrínseco descreve os conhecimentos ligados apenas à malha viária, podendo ser dividido em outros três modelos: 1- Modelo Geométrico: inclui propriedades geométricas de rodovia, tais como, largura, anti-paralelismo dos lados, curvatura, etc; 2- Modelo Radiométrico: descreve as características de reflectância de rodovia; e 3- Modelo Topológico: descreve a estrutura da malha viária como composta de arcos (rodovias) e nós (intersecções). O modelo contextual descreve, em dois níveis, as relações da malha viária com os outros objetos. Num primeiro, tem-se o chamado contexto local, como, por exemplo, a relação entre uma rodovia e uma árvore, que pode ser a chave para o entendimento de problemas causados por uma obstrução ou sombra. No outro nível, as relações definidas no contexto local são agrupadas no que se denomina de contexto global, sendo regiões, mais ou menos homogêneas, tais como as urbanas, suburbanas, rurais e florestais.

A aparência das rodovias em imagens digitais, que depende da sensibilidade espectral e resolução espacial do sensor, conduz a diferentes objetivos

de extração (BAUMGARTNER et al., 1999). Em imagens de baixa resolução (*pixels* maiores que 2 m), as rodovias se apresentam como feições lineares, pois possuem 1 ou 2 *pixels* de espessura. Dessa forma, tem-se como objetivo a extração de feições lineares, sendo que a entidade linear extraída coincide com a própria rodovia. No entanto, quando se utiliza imagens de média (*pixels* entre 0,7 e 2 m) ou alta resolução (*pixels* menores que 0,7 m), em que as rodovias se apresentam como faixas estreitas e alongadas, pois possuem de 3-7 *pixels* de largura ou acima de 7 *pixels* de largura, respectivamente, o objetivo da extração é o eixo central da rodovia.

Os métodos desenvolvidos para extração de rodovias são, geralmente, classificados de acordo com o nível de automação incorporado, podendo ser automáticos ou semi-automáticos (AMINI et al., 2002; BAUMGARTNER et al., 1999; DAL POZ e SILVA, 2002; LAPTEV et al., 2000; MENA, 2003).

Nos métodos semi-automáticos o reconhecimento da rodovia é realizado por um operador humano, através da definição de alguns pontos sementes, e as operações de cálculo ficam a cargo do computador. É possível identificar dois esquemas básicos de extração semi-automática de rodovias. Num primeiro, o operador necessita fornecer a posição e a direção da rodovia em um ponto inicial, a partir do qual o restante da rodovia é extraída. No geral, os algoritmos empregados neste esquema baseiam-se na análise de perfis extraídos transversalmente ao eixo da rodovia (QUAM, 1978; VOSELMAN e DE KNECHT, 1995), na análise de bordas anti-paralelas (NEVATIA e BABU, 1980; SILVA e DAL POZ, 2001; DAL POZ et al., 2000) e em teste ativo (GEMAN e JEDYNAK, 1996; DAL POZ e SILVA, 2003). Num segundo, o operador necessita fornecer alguns pontos sementes descrevendo grosseiramente a forma e a posição da rodovia. A

linha poligonal inicial descrita pelos pontos sementes é refinada através de algoritmos baseados na otimização global por Programação Dinâmica (PD) (GRUEN e LI, 1997; DAL POZ, 2001a; VALE e DAL POZ, 2003), em *snakes* (KASS et al., 1987; GRUEN e LI, 1997; DAL POZ et al., 2000; OLIVEIRA, 2003) e em redes neurais (DOUCETTE et al., 2001). Geralmente, a incorporação de informações radiométricas e geométricas do objeto rodovia nestas metodologias, já possibilitam uma extração de qualidade em cenas rurais.

Para o problema ser resolvido automaticamente, modelos bem mais complexos devem ser desenvolvidos. Neste caso, informações contextuais e topológicas de rodovia também deverão ser consideradas. Um exemplo sofisticado é encontrado em Baumgartner et al. (1999), em que contexto, técnicas de agrupamento perceptivo e diferentes resoluções são usados para extrair a malha viária em imagens de alta resolução. Primeiramente, o conhecimento a priori sobre a rodovia é usado para combinar bordas extraídas em uma imagem de alta resolução com linhas extraídas em uma imagem de baixa resolução, sendo esta obtida através da reamostragem da primeira. Posteriormente, os segmentos de rodovia são agrupados para formar segmentos maiores de rodovia. O mesmo grupo, Laptev et al. (2000), usa um tipo especial de snakes para reconstruir as discontinuidades, cujo princípio consiste em otimizar um segmento perturbado e localizado entre dois pontos dados. Um método específico para imagens de baixa resolução é descrito em Wang e Trinder (2000). Em Dal Poz (2003) é apresentado um método automático para a extração de segmentos de rodovias em imagens de média e alta resolução de cenas rurais. Os segmentos de rodovia são extraídos a partir de quatro objetos semânticos, os quais representam localmente um fragmento aproximadamente reto de rodovia, e de um conjunto de regras para a conexão entre eles. No final do

processo, cada segmento de rodovia é representado por uma seqüência de objetos semânticos justapostos.

### **1.3 Considerações Gerais sobre Atualização Automática da Malha Viária**

Devido ao progresso nas pesquisas relacionadas à extração de rodovias, a utilização cada vez mais freqüente de SIG, e, principalmente, a necessidade de dados atualizados e acurados para a maioria das aplicações destes SIGs (monitoramento de veículos, otimização de rotas, serviços de mapas para internet, etc.), sistemas para a atualização automática da malha viária vêm sendo desenvolvidos no meio acadêmico. Um exemplo digno de nota consiste no sistema em desenvolvimento do projeto ATOMI (*Automated Reconstruction of Topographic Objects from Aerial Images using Vectorized Map Information* – Reconstrução Automática de Objetos Topográficos a partir de Imagens Aéreas Usando Informação de Mapa Vetorizado). O projeto ATOMI é uma cooperação entre o Escritório Federal de Topografia da Suíça e o Instituto de Geodésia e Fotogrametria, tendo como objetivo atualizar dados vetoriais (eixos de rodovia e contorno de edificações) de mapas digitalizados na escala 1:25000, e melhorar as acurácias planimétrica e altimétrica para 1 m e entre 1-2 m, respectivamente (WILLRICH, 2002).

O problema de atualização da malha viária consiste basicamente na verificação dos dados preexistentes (georreferenciados) e na extração de novos objetos, os quais são incorporados à base de dados (HEIPKE, 2004).

Num problema de atualização da malha viária, as principais etapas são: 1- Verificação; 2- Detecção de novas rodovias e; 3- Georreferenciamento da malha viária atualizada.

O problema de verificação visa checar a existência da malha viária georreferenciada em imagens atuais. Dependendo da solução adotada nesta etapa, tanto a geometria quanto os atributos dos dados preexistentes podem ser refinados. Este refinamento inclui o melhoramento da acurácia planimétrica, adição de informação altimétrica para os dados bidimensionais, modificação ou exclusão de dados preexistentes, adição de novos atributos, entre outros (BALTASAVIAS, 2004; HEIPKE, 2004). Além disso, é ainda possível estabelecer medidas de qualidade para os dados preexistentes comparando-os com os resultados obtidos no processo de verificação (WILLRICH, 2002; GERKE et al., 2004). Um aspecto importante a ser considerado neste processo é dado pela possibilidade da utilização de informação georreferenciada a priori. Como já foi mencionado anteriormente, este tipo de informação permite: 1- identificar automaticamente a posição aproximada das rodovias preexistentes na imagem atual; 2- restringir o espaço de busca para o processo de extração das rodovias; 3- selecionar métodos apropriados para a extração das rodovias; e 4- definir automaticamente parâmetros para os métodos selecionados.

Diferente do processo de verificação, os dados preexistentes não podem ser utilizados com a mesma eficiência para o processo de detecção de novas rodovias, visto que, a região a ser explorada é ainda desconhecida. No entanto, tendo em vista que as novas rodovias encontram-se conectadas à malha viária preexistente, objetos evidenciando saídas para novas rodovias, tais como, viadutos, rotatórias, junções, poderiam ser procurados ao longo da malha viária verificada. Neste caso, a malha viária verificada é utilizada como semente para o processo de detecção de novas rodovias.

A malha viária verificada e as novas rodovias detectadas formam a malha viária atualizada. O georreferenciamento da malha viária atualizada, ao invés de georreferenciar somente o que se alterou, apresenta duas vantagens básicas: 1- evita-se a incompatibilidade com os dados preexistentes, eliminando etapas posteriores de edição e estabelecimento de topologia; e 2- todos os refinamentos obtidos na etapa de verificação são incorporados à base de dados.

Devido à complexidade em resolver completamente o problema de atualização automática da malha viária, este trabalho visa o aperfeiçoamento e avaliação de um processo de verificação, previamente proposto pelo orientador (DAL e AGOURIS, 2000; DAL POZ, 2001b).

### **1.3.1 Trabalhos Relacionados**

Como já foi mencionado anteriormente, o problema de verificação visa checar a existência da malha viária georreferenciada a partir de imagens atuais.

Manualmente este problema pode ser resolvido a partir da visualização simultânea do mapa e imagens atuais, aéreas ou de satélites. O operador identifica as feições comuns do mapa e da imagem, verifica os dados já existentes e atualiza as feições não presentes no mapa.

De acordo com a literatura, computacionalmente, este problema é resolvido a partir de duas estratégias.

A primeira estratégia baseia-se na análise da região ao longo das rodovias preexistentes projetadas na imagem. Nesta análise, medidas de homogeneidade, contraste, colinearidade, paralelismo e proximidade podem ser utilizadas para comprovar a existência das rodovias preexistentes na imagem atual

(PLIETKER, 1994; WIEDEMANN e MAYER, 1996; STEGER et al.,1996; BAUMGARTNER et al.,1996). De um ponto de vista, esta estratégia é bastante interessante, pois identifica áreas do mapa que necessitam ser atualizadas. No entanto, não permite refinar a base de dados preexistente conforme descrito anteriormente.

Na segunda estratégia, informações da base de dados são utilizadas para inicializar um método de extração de rodovias (KLANG, 1998; AGOURIS et al., 2000; DAL POZ e AGOURIS, 2000; DAL POZ, 2001b; FORTIER et al., 2001; WILLRICH, 2002; ZHANG, 2004; GERKE et al., 2004). Nestas metodologias, o processo de verificação é dado pelo processo de extração de rodovias georreferenciadas. Diferente da primeira, esta estratégia permite refinar a base de dados de rodovias, visto que, as rodovias preexistentes são “retraçadas” na imagem.

Um problema que pode ser identificado nas metodologias baseadas na segunda estratégia é dado pela grande confiabilidade atribuída ao método de extração de rodovias, visto que, a malha viária preexistente é substituída pela malha viária extraída. Dessa forma, erros do método de extração afetarão a malha viária atualizada. Embora seja grande o avanço obtido com as metodologias de extração de rodovias, observa-se que os algoritmos desenvolvidos apresentam bons resultados para situações específicas. Dessa forma, a confiabilidade dada pelo processo manual ainda não é garantida pelo processo computacional.

A análise de consistência das rodovias extraídas aparece como solução para resolver o problema identificado acima. Nesta análise, mediante comparações entre as rodovias extraídas e as preexistentes, identifica-se os locais de alteração. Estes locais de alteração podem ser atualizações, erros do algoritmo de extração, ou até mesmo, problemas de qualidade da malha viária preexistente.

Alguns dos trabalhos citados nesta seção são descritos resumidamente na seqüência.

Nos trabalhos apresentados por Wiedemann e Mayer (1996), Steger et al. (1996) e Baumgartner et al. (1996), é proposto um modelo para verificar a existência de rodovias de um SIG em imagens atuais e gerar hipóteses para a presença de novas rodovias. O método proposto baseia-se na análise de perfis estabelecidos transversalmente aos eixos de rodovias preexistentes projetados na imagem. A idéia básica consiste na detecção de bordas de rodovias. Um eixo de rodovia preexistente é classificado como verificado, ou seja, existente na imagem atual, se o mesmo é compreendido por bordas de rodovias. Se nenhuma borda de rodovia ao longo do eixo é encontrada, o mesmo é rejeitado, ou seja, não existe na imagem atual. Para casos em que encontra-se parcialmente compreendido por bordas de rodovia, é classificado como sem confiabilidade. Medidas como colinearidade e paralelismo das bordas extraídas e homogeneidade dos níveis de cinza dos eixos de rodovia são utilizadas para decidir a real situação das rodovias preexistentes. A formulação de hipóteses para a presença de novas rodovias é realizada na seqüência a partir da identificação de junções ao longo das rodovias verificadas.

Klang (1998) apresentou um método para a detecção automática de mudanças entre uma base de dados de rodovia e imagens de satélites ortoretificadas atuais. Para cada rodovia preexistente, pontos sementes são extraídos automaticamente e são utilizados para inicializar um método de extração de rodovia baseado em *snakes*. As mudanças são detectadas através de comparações entre as rodovias preexistentes e as correspondentes extraídas na imagem. Os trechos em que a nova posição das rodovias excede um limiar de

distância, em relação às rodovias preexistentes, são assumidos como mudanças. Este limiar é estabelecido a partir da acurácia da base de dados e da ortofoto. Neste método, um processo de perseguição de linha é ainda aplicado para a detecção de novas rodovias.

Um método para atualização automática de rodovias preexistentes em um banco de dados é apresentado em Fortier et al. (2001). O processo de verificação é conduzido a partir da extração das rodovias preexistentes usando *snakes*. Para tanto, as rodovias do banco de dados são reposicionadas na imagem de acordo com o deslocamento encontrado entre junções extraídas na imagem e suas correspondentes no banco de dados. Este eixo reposicionado é utilizado para inicializar o método de extração de rodovias usando *snakes*. A detecção de novas rodovias é efetuada baseando-se no princípio de que novas rodovias estão conectadas a malha viária preexistente. Dessa forma, os pontos de junção extraídos na imagem que se encontram próximos da malha viária extraída são utilizados como posições iniciais para um método de perseguição de linha.

Agouris et al. (2000) propuseram uma metodologia para detecção de mudanças da malha viária usando uma versão modificada de *snakes*. A metodologia de extração de feições lineares baseada em *snakes* foi proposta originalmente por Kass et al. (1987) e, várias modificações têm sido realizadas para a extração da malha viária em imagens digitais. O trabalho de Agouris et al. (2000) é o primeiro a propor uma modificação em *snakes* para detectar mudanças da malha viária georreferenciada em uma imagem digital. Basicamente, os autores adicionaram um terceiro termo de energia aos convencionais termos de energia interna e externa. Esse terceiro termo captura as incertezas associadas com os dados georreferenciados. As possíveis modificações são detectadas através da verificação

das distâncias locais entre as rodovias extraídas usando *snakes* modificado e a malha georreferenciada projetada na imagem. Esta última é usada para inicializar a solução usando *snakes*.

Em Dal Poz e Agouris (2000) e Dal Poz (2001b) é apresentada uma metodologia para a detecção automática de alteração na malha viária. Neste trabalho é proposto, pela primeira vez, o uso da estratégia global de PD para a verificação das rodovias georreferenciadas. O algoritmo de PD é inicializado através de pontos salientes extraídos automaticamente ao longo das rodovias georreferenciadas e transformados para o espaço imagem. A relação entre os espaços imagem e objeto é obtida através de um modelo matemático aproximado, ou seja, fatores como o modelo do sensor, a projeção do mapa e referenciais geodésicos não são considerados. Num último passo, os eixos de rodovia extraídos são analisados para identificar novas rodovias. Este processo é realizado através de algoritmos baseados em análise de bordas e análise de perfis tomados transversalmente às rodovias.

Em Willrich (2002) foi proposto um método para a verificação automática de um SIG de rodovias a partir de ortofotos digitais. A verificação baseia-se na extração de rodovias preexistentes e na análise de consistência das rodovias extraídas. A partir de informações acerca das rodovias preexistentes (geometria, largura, material, acurácia posicional, etc.) são definidos os parâmetros necessários para o processo de extração de rodovias. O método apresentado em Wiedemann (2001 *apud* Willrich, 2002) é utilizado. A análise de consistência é conduzida mediante comparações entre as rodovias extraídas e as rodovias preexistentes. Neste passo, as rodovias são classificadas em aceitas, rejeitadas ou indefinidas. É classificada como aceita uma rodovia extraída que possui uma correspondente na

base de dados, caso contrário, a região ao longo do eixo extraído é analisada de modo que seja comprovado que o mesmo corresponde a um eixo de rodovia. Se esta análise obtiver sucesso, o eixo é classificado como indefinido, senão, é classificado como rejeitado. Partindo da malha viária preexistente extraída, novas rodovias são procuradas.

#### **1.4 Objetivos**

Os principais objetivos desta pesquisa são:

- 1- Aperfeiçoamento de uma metodologia para a verificação automática da malha viária georreferenciada em imagens digitais; e
- 2- Avaliar experimentalmente o método com dados reais.

#### **1.5 Justificativa**

As principais justificativas para o desenvolvimento deste trabalho são:

1. O tema abordado faz parte de um dos sugeridos para pesquisa pela Comissão III (Visão Computacional Fotogramétrica e Análise de Imagem) e pela Comissão IV (Base de Dados Geográficos e Mapeamento Digital) da Sociedade Internacional de Fotogrametria e Sensoriamento Remoto (*ISPRS – International Society for Photogrammetry and Remote Sensing*);

2. A resolução de uma importante etapa do processo de atualização automática da malha viária, o qual, quando resolvido, possibilitará a confecção de mapas digitais de rodovias atualizados num curto espaço de tempo; e
3. A metodologia desenvolvida, eventualmente, poderá ser aplicada: 1- no controle de qualidade automático de mapas digitais ou base de dados de rodovias; 2- no refinamento geométrico de mapas digitais ou base de dados de rodovias; e 3- na correção de erros sistemáticos de mapas digitais ou base de dados de rodovias.

## 1.6 Estrutura do Trabalho

Este relatório está estruturado em 6 capítulos e 2 apêndices.

No Capítulo 2 são apresentados os sistemas de coordenadas dos espaços imagem e objeto, e os erros sistemáticos que afetam uma imagem aérea.

Os modelos matemáticos necessários para a transformação de coordenadas UTM em coordenadas de imagem, bem como a estimação da precisão das coordenadas transformadas são apresentados no Capítulo 3.

O Capítulo 4 apresenta o processo de verificação automática da malha viária georreferenciada em imagens digitais.

Os resultados experimentais são apresentados no Capítulo 5.

As principais conclusões e recomendações são apresentadas no Capítulo 6.

O algoritmo de PD é apresentado no Apêndice A.

Finalmente, no Apêndice B os métodos para a derivação numérica são apresentados.

## **2 SISTEMAS DE COORDENADAS**

### **2.1 Considerações Iniciais**

Os sistemas de referência são utilizados para descrever, de modo unívoco, as posições de objetos a partir de uma superfície de referência. As coordenadas referidas aos referenciais geodésicos podem ser apresentadas em duas formas básicas, isto é, cartesianas e geodésicas (ou elipsoidais). Além disso, têm-se os sistemas de coordenadas definidos no espaço imagem, utilizados em fotogrametria, tais como, sistema fiducial, fotogramétrico, entre outros.

Na seqüência os sistemas de coordenadas dos espaços imagem e objeto são apresentados. Os erros sistemáticos que afetam uma imagem aérea são também estudados.

### **2.2 Sistemas de Coordenadas do Espaço Imagem**

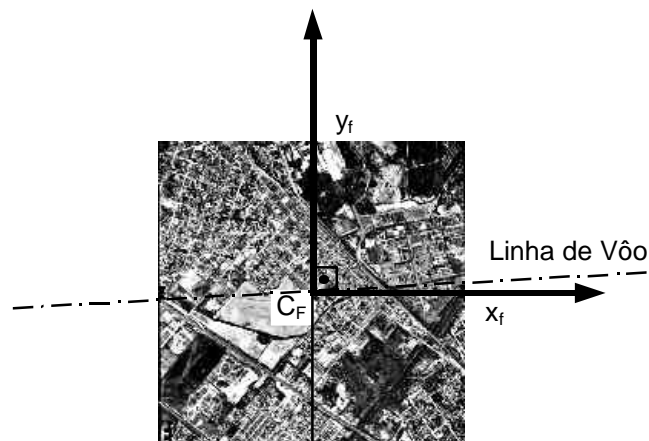
De acordo com Lugnani (1987), o espaço imagem é o espaço envolvendo o nodo posterior do sistema de lentes e o plano do negativo, e o espaço correspondente para o caso do diapositivo. Neste espaço, quatro sistemas de coordenadas podem ser definidos: o sistema fiducial, o sistema fotogramétrico do diapositivo, o sistema fotogramétrico do negativo e o sistema de imagem.

Na seqüência estes sistemas são descritos com mais detalhes.

### 2.2.1 Sistema Fiducial

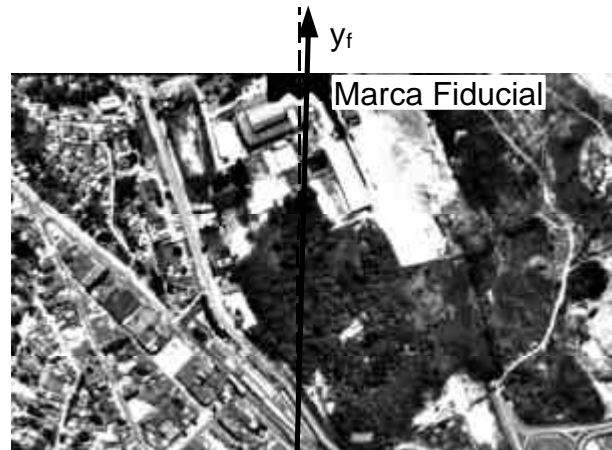
As marcas fiduciais, as quais são projetadas na fotografia durante a sua tomada, definem um sistema rígido de coordenadas da imagem, isto é, o Sistema Fiducial (MIKHAIL et al., 2001).

Este sistema tem origem no centro fiducial ( $C_F$ ), o qual é definido pela intersecção das linhas que unem as marcas fiduciais opostas (Figura 1) (WOLF e DEWITT, 2000). O eixo  $x_f$  tem a mesma direção da linha que une as marcas fiduciais mais próximas da linha de vôo, sendo as coordenadas  $x_f$  positivas neste sentido. O eixo  $y_f$  é posicionado transversalmente ao eixo  $x_f$   $90^\circ$  no sentido anti-horário.



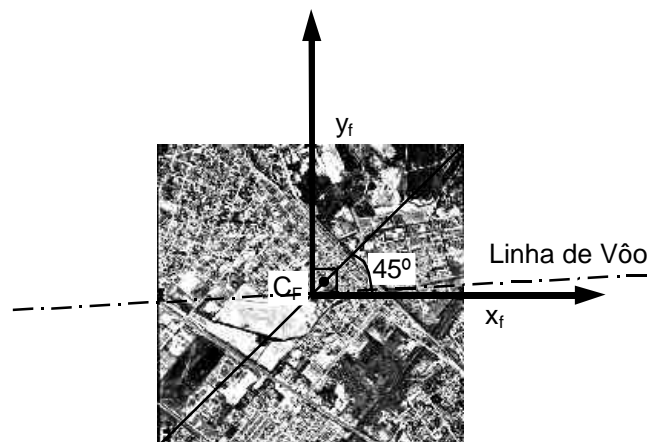
**Figura 1** – Sistema de coordenadas fiducial.

É importante ressaltar que na definição do sistema fiducial, como descrito acima, somente as marcas fiduciais opostas que mais se aproximam da linha de vôo são levadas em conta. Desta forma, não se pode afirmar que o eixo  $y_f$  passa exatamente sobre as marcas fiduciais (Figura 2) (GALO, 2000).



**Figura 2** – Detalhe apresentando o desvio do eixo  $y_f$  em relação ao centro da marca fiducial.

Para fotos com marcas fiduciais nos cantos, a definição anterior permanece, sendo aplicada uma rotação horária adicional de  $45^\circ$  aos eixos, como ilustrado na Figura 3.

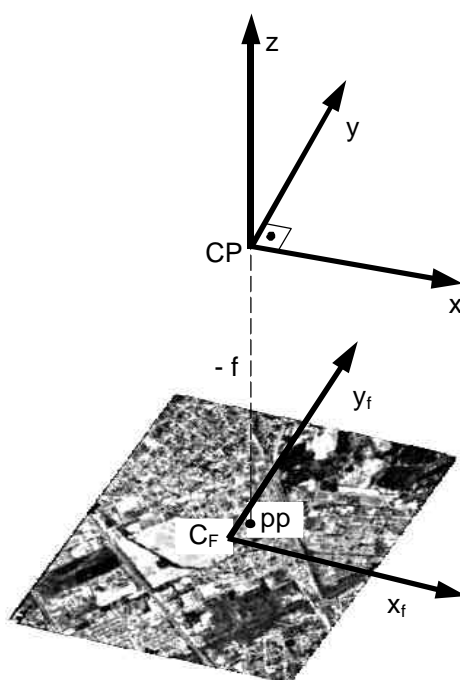


**Figura 3** – Sistema Fiducial para o caso de câmaras que possuem as marcas fiduciais nos cantos do quadro fotográfico.

### 2.2.2 Sistema Fotogramétrico do Diapositivo

O Sistema Fotogramétrico do Diapositivo é um sistema de coordenadas tridimensional com origem coincidente com o ponto nodal anterior, ou apenas, Centro Perspectivo (CP). Como mostra a Figura 4, os eixos  $x$  e  $y$  são paralelos aos eixos  $x_f$  e  $y_f$ . O eixo  $z$  possui a direção do eixo óptico do sistema de

lentes, e é definido de forma a tornar o sistema dextrogiro (LUGNANI, 1987). A coordenada  $z$  de um ponto qualquer é designada por  $-f$ . Dessa forma, a posição de um ponto situado no plano do diapositivo é dada por  $(x, y, -f)$ .



**Figura 4** – Sistema fotogramétrico do diapositivo (Fonte: Adaptado de Lugnani, 1987).

Como mostra a Figura 4, o Ponto Principal (pp) não coincide com Centro Fiducial ( $C_F$ ). Isto ocorre devido à dificuldade em se alinhar perfeitamente o eixo óptico da câmara com o centro fiducial. Este pequeno deslocamento é determinado durante o processo de calibração de câmara, sendo representado pelas coordenadas do ponto principal  $(x_0, y_0)$  (MIKHAIL et al., 2001).

A relação entre ambos os sistemas é dada por:

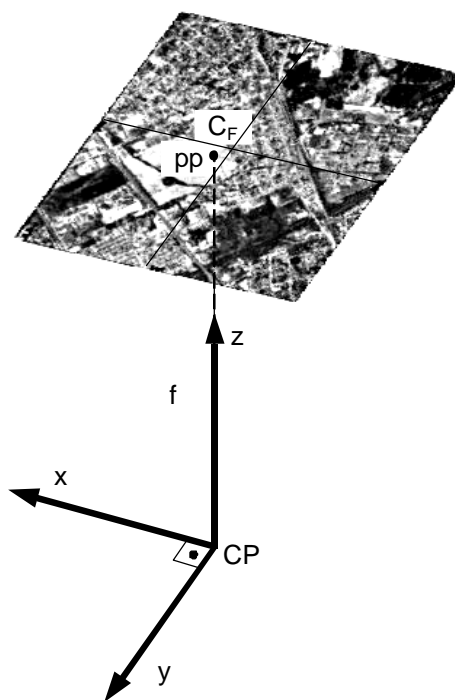
$$\begin{cases} x = x_f - x_0 \\ y = y_f - y_0 \\ z = -f \end{cases} \quad (2.1)$$

na qual,

- $(x, y, z)$ : coordenadas fotogramétricas;
- $(x_f, y_f)$ : coordenadas fiduciais;
- $(x_0, y_0)$ : coordenadas do Ponto Principal referidas ao sistema fiducial; e
- $f$ : distância focal.

### 2.2.3 Sistema Fotogramétrico do Negativo

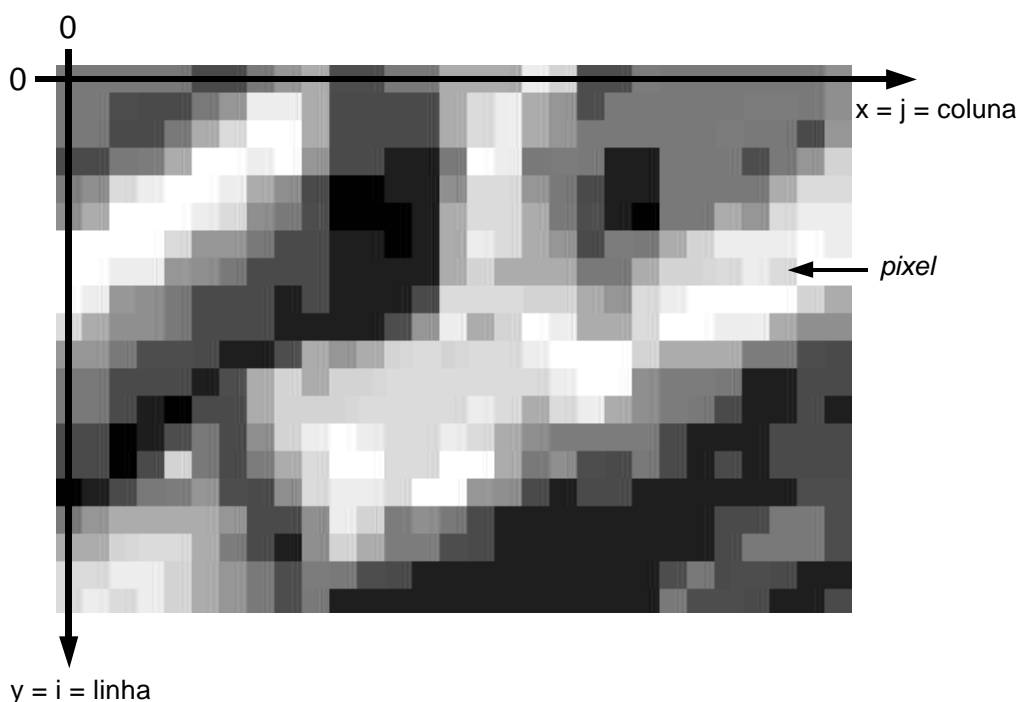
O Sistema Fotogramétrico do Negativo é definido a partir de reflexões dos eixos  $x$  e  $y$  do sistema anterior. Tem origem no ponto nodal posterior, ou apenas, CP (Figura 5). Neste caso, a coordenada  $z$  de cada um dos pontos situados no plano do negativo assumirá o valor  $f$  (LUGNANI, 1987).



**Figura 5** – Sistema fotogramétrico do negativo (Fonte: Adaptado de Lugnani, 1987).

### 2.2.4 Sistema de Imagem

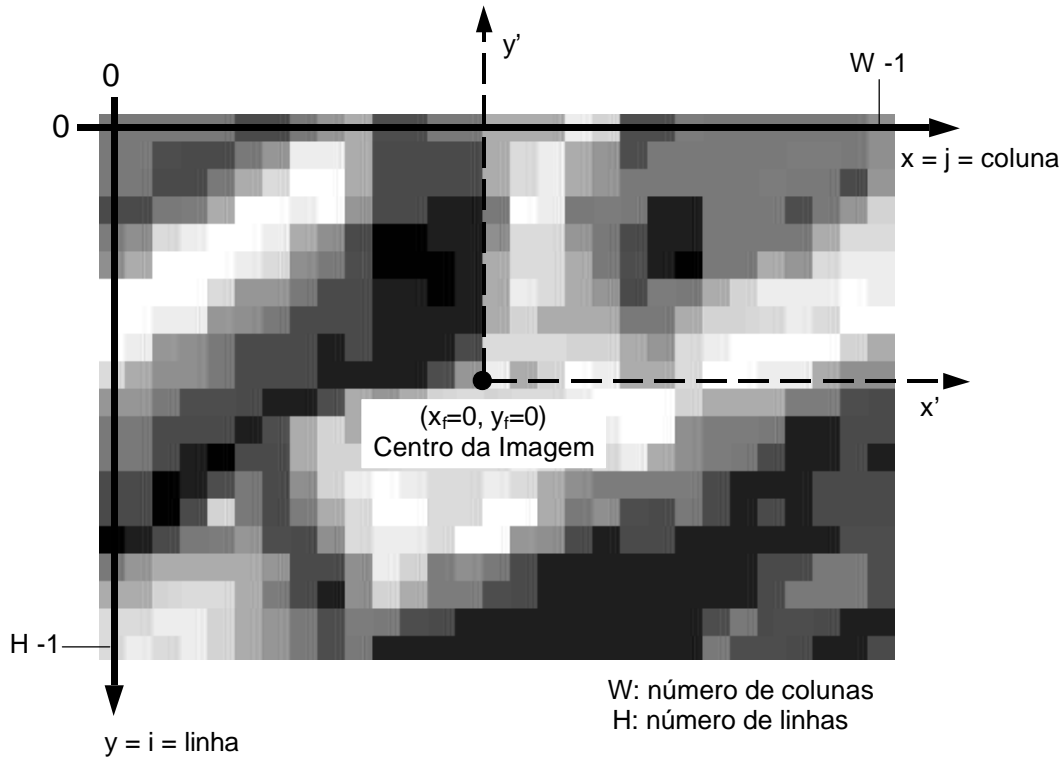
Como mostra a Figura 6, o Sistema de Imagem tem origem no canto superior esquerdo e os eixos  $x$  e  $y$  são coincidentes com a primeira linha e a primeira coluna, respectivamente.



**Figura 6** – Sistema de imagem.

O Sistema de Imagem pode relacionar-se de duas formas com um sistema equivalente ao Sistema Fiducial das câmaras métricas analógicas (Seção 2.2.1), dependendo apenas da forma pelo qual a imagem digital foi obtida.

Para o caso em que a imagem é obtida diretamente no formato digital, ou seja, através de uma câmara digital, as marcas fiduciais são virtualmente definidas nos cantos da imagem, o que torna os sistemas de imagem e fiducial paralelos. Desta forma, o relacionamento entre eles é dado trasladando-se a origem do sistema de imagem para o centro da imagem e invertendo-se a direção do eixo  $y$  (Figura 7) (Equação 2.2).



**Figura 7** – Transformação de coordenadas de imagem em coordenadas fiduciais (Fonte: Adaptado de Tommaselli et al., 2000).

Considerando  $S_x$  e  $S_y$  as dimensões de um *pixel* nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, as coordenadas no sistema fiducial  $(x_f, y_f)$ , são obtidas por (TOMMASELLI et al., 2000):

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & -S_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j - \frac{W-1}{2} \\ i - \frac{H-1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

na qual,

- $(i, j)$ : coordenadas de imagem; e
- $(W, H)$ : número de colunas e número de linhas da imagem, respectivamente.

Para o caso em que a imagem foi obtida no meio analógico, sendo posteriormente digitalizada via *scanner*, a transformação entre os sistemas de imagem e fiducial é conduzida a partir de uma transformação geométrica. Esta

transformação serve também para corrigir vários erros de aquisição das imagens, tais como, má colocação do negativo ou diapositivo no *scanner*, deformações do filme, distorção na digitalização via *scanner*, entre outros (BRITO e COELHO, 2002). Esta situação é tratada na subseção 2.2.5.1.

### **2.2.5 Refinando as Coordenadas da Imagem**

Os modelos matemáticos utilizados em Fotogrametria descrevem uma geometria de imageamento idealizada a fim de simplificar as equações (MIKHAIL et al., 2001). Nesta situação ideal, considera-se que os raios luminosos que formam as imagens descrevem um caminho retilíneo. Na verdade, esta abstração não ocorre na prática, sendo que existe uma série de fatores que desviam esses raios de sua trajetória ideal, o que provoca um deslocamento indesejável dos pontos imagem. Dessa forma, as coordenadas de um ponto no espaço imagem estão influenciadas por erros sistemáticos oriundos de diversas fontes. As principais fontes destes erros são (WOLF e DEWITT, 2000):

1. Distorções do filme devido ao trabalho e não-planura do filme;
2. Deslocamento do ponto principal;
3. Distorção das lentes;
4. Distorções devido à refração atmosférica; e
5. Distorção devido à curvatura da Terra.

Existem várias formulações matemáticas que representam com maior ou menor aproximação a condição física que ocasionaram os erros. Desta forma, é de grande importância a escolha adequada dos modelos matemáticos. A

decisão da correção, ou não, de cada erro sistemático dependerá da acurácia exigida no trabalho fotogramétrico em questão, e da magnitude do erro sistemático (WOLF e DEWITT, 2000).

Nas seções seguintes são apresentados os efeitos dos erros sistemáticos e as formulações matemáticas para corrigi-los.

### 2.2.5.1 Deformações do Filme

As coordenadas medidas na imagem contêm pequenos erros devido a contração, dilatação e não-planura do filme. Estes erros podem ser classificados como deformações do filme (WOLF e DEWITT, 2000). Essas deformações são causadas por variações de temperatura, umidade, tração e pela própria manipulação do filme.

As deformações do filme são corrigidas a partir do estabelecimento do sistema rígido da imagem, ou seja, o sistema fiducial. Para tanto, os sistemas fiducial e de imagem deverão ser relacionados a partir de uma transformação geométrica. Existem vários modelos de transformação que podem ser utilizados, entre eles, transformação isogonal, afim, projetiva e polinomial (MIKHAIL et al., 2001).

Dispondo das coordenadas das marcas fiduciais calibradas e de imagem e, adotando-se a transformação geométrica afim, os sistemas fiducial e de imagem são relacionados como segue:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

na qual:

- a, b, c, d,  $\Delta x$  e  $\Delta y$ : são os parâmetros de transformação afim;
- $(x', y')$ : coordenadas de imagem das marcas fiduciais; e
- $(x, y)$ : coordenadas calibradas das marcas fiduciais.

Visto que, para cada ponto observado duas equações são geradas, se o número mínimo de marcas fiduciais existentes na imagem (4) forem observadas, os parâmetros de transformação são obtidos pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Caso contrário, no mínimo três pontos devem ser observados para se obter solução única. A partir da transformação inversa, obtêm-se as coordenadas das marcas fiduciais e dos demais pontos observados no sistema fiducial e, por conseguinte, corrigidas das deformações do filme (Equação 2.4).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x' - \Delta x \\ y' - \Delta y \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

### 2.2.5.2 Redução das Coordenadas ao Sistema Fotogramétrico

Como mencionado anteriormente, o ponto principal não coincide com o centro fiducial. No entanto, as equações fotogramétricas assumem o ponto principal como origem das fotocoordenadas. Além disso, é importante ressaltar que as distorções das lentes são simétricas em relação ao ponto principal. Desta forma, as fotocoordenadas devem ser reduzidas ao sistema fotogramétrico (WOLF e DEWITT, 2000).

A posição do ponto principal com respeito ao sistema fiducial é dada por  $(x_0, y_0)$ . Portanto, a correção é efetuada através de uma translação  $(x_0, y_0)$ . A

aplicação desta translação reduz as observações ao sistema fotogramétrico. A Equação 2.5 representa esta idéia.

$$\begin{aligned}x &= x_f - x_0 \\y &= y_f - y_0\end{aligned}\tag{2.5}$$

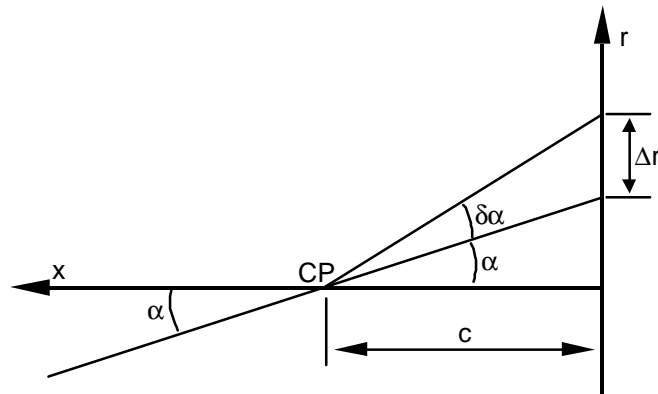
na qual,

- $(x,y)$ : coordenadas fotogramétricas.

### 2.2.5.3 Distorção das Lentes

Ao atravessar o sistema de lentes, o raio luminoso sofre uma série de desvios provocando um deslocamento indesejado dos pontos imagem da sua posição ideal. As formulações matemáticas desenvolvidas para modelar as distorções das lentes constam de duas componentes (WOLF e DEWITT, 2000): distorção radial simétrica e distorção descentrada.

A distorção radial simétrica pode ser encarada como sendo a componente radial indesejável da refração sofrida por um raio de luz ao atravessar uma lente ou um sistema de lentes (ANDRADE, 1998). Dessa forma, um raio de luz ao atravessar um sistema de lentes com um ângulo de incidência  $\alpha$  com o eixo óptico, refrata-se com valor  $\alpha + \delta\alpha$ , provocando um deslocamento  $\Delta r$  no ponto imagem (Figura 8).



**Figura 8** – Distorção radial simétrica (Fonte: Adaptado de Andrade, 1998).

O modelo desenvolvido por Conrady, onde o efeito da distorção radial simétrica é descrito por um polinômio de ordem ímpar na distância radial ( $r$ ), pode ser utilizado para corrigir a distorção radial (ANDRADE, 1998; MIKHAIL et al., 2001) (Equação 2.6).

$$\Delta r = k_1 r^3 + k_2 r^5 + k_3 r^7 + \dots \quad (2.6)$$

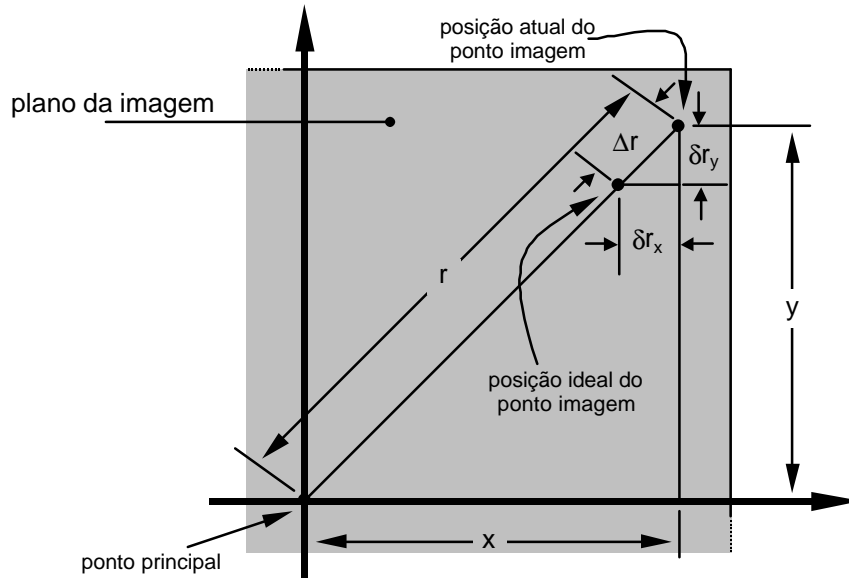
onde:

- $\Delta r$ : distorção radial;
- $r$ : distância radial do ponto imagem ao ponto principal; e
- $k_i$ : coeficientes de distorção radial da lente.

A distância radial ( $r$ ), como mostra a Equação 2.7, é dada em função das coordenadas fotogramétricas ( $x$ ,  $y$ ).

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.7)$$

Como é apresentado na Figura 9, as componentes de distorção radial, designadas por  $\delta r_x$  e  $\delta r_y$  (Equação 2.8), são obtidas por semelhança de triângulos.



**Figura 9** – Relação entre a distorção radial e as correções para as componentes x e y (Fonte: Adaptado de Wolf e Dewitt, 2000).

Pelos triângulos semelhantes (Figura 9), tem-se (WOLF e DEWITT, 2000):

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\delta r_x}{x} = \frac{\delta r_y}{y} \quad (2.8)$$

a partir do qual,

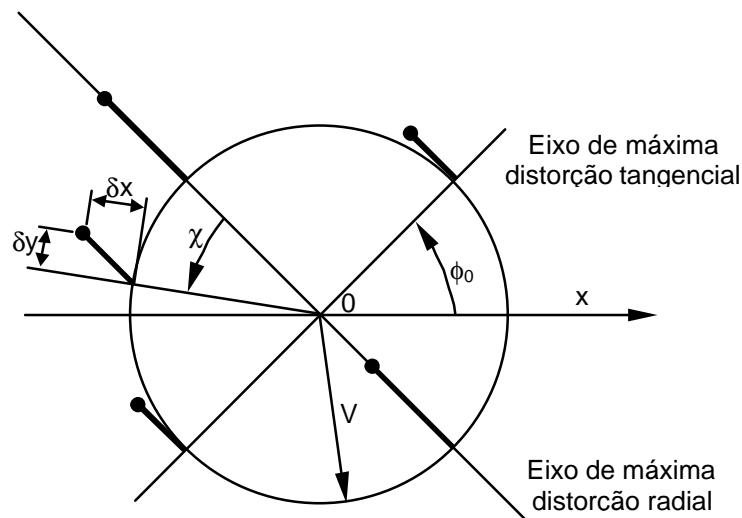
$$\begin{aligned} \delta r_x &= x \cdot \frac{\Delta r}{r} = x \cdot (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \\ \delta r_y &= y \cdot \frac{\Delta r}{r} = y \cdot (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dessa forma, as coordenadas fotogramétricas corrigidas do efeito da distorção radial simétrica ( $x'$ ,  $y'$ ) são dadas por:

$$\begin{aligned} x' &= x - \delta r_x \\ y' &= y - \delta r_y \end{aligned} \quad (2.10)$$

A distorção descentrada é causada pela impossibilidade do fabricante em alinhar perfeitamente os eixos ópticos das lentes que compõe uma objetiva, resultando em deslocamentos da imagem (ANDRADE, 1998).

Como mostra a Figura 10, a distorção descentrada é composta pelas distorções tangencial e radial assimétrica.



**Figura 10** – Distorção descentrada (Fonte: Andrade, 1998).

De acordo com os trabalhos apresentados por Conrady, as distorções radial assimétrica e tangencial são determinadas por (ANDRADE, 1998):

$$\begin{aligned} \delta r &= 3 \cdot P_3 \cdot V^2 \cdot \cos \chi \\ \delta t &= P_3 \cdot V^2 \cdot \sin \chi \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde:

- $\delta r$ : distorção radial assimétrica;
- $\delta t$ : distorção tangencial;
- $P_3$ : constante;
- $V$ : distância entre o eixo óptico e o ponto imagem; e

- $\chi$ : ângulo medido no plano das imagens, do eixo de máxima distorção radial (eixo perpendicular ao eixo de máxima distorção tangencial) até a radial que contém a imagem não distorcida do ponto.

Na década de 60, numa série de trabalhos, Brown adaptou o trabalho de Conrady para aplicações fotogramétricas. Dessa forma, as coordenadas afetadas pela distorção descentrada podem ser corrigidas por:

$$\begin{aligned} x' &= x - \delta p_x = x - \left[ P_1 \cdot (r^2 + 2 \cdot x^2) + 2 \cdot P_2 \cdot x \cdot y \right] \\ y' &= y - \delta p_y = y - \left[ 2 \cdot P_1 \cdot x \cdot y + P_2 \cdot (r^2 + 2 \cdot x^2) \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

no qual,

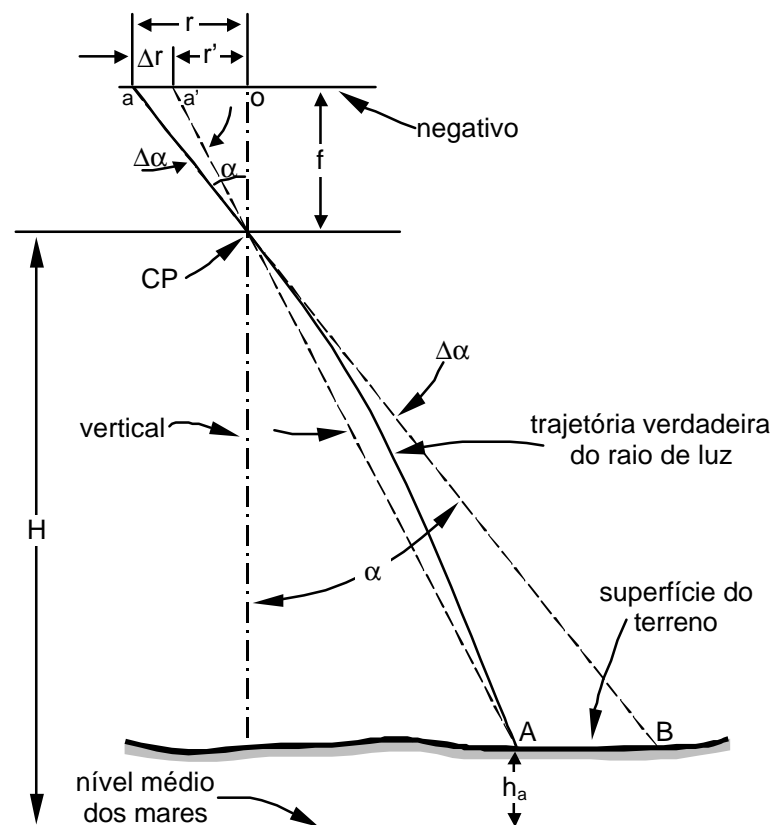
- $(x', y')$ : coordenadas fotogramétricas corrigidas da distorção descentrada;
- $(x, y)$ : coordenadas fotogramétricas;
- $r$ : distância radial do ponto imagem ao ponto principal (Equação 7); e
- $P_1$  e  $P_2$ : coeficientes de distorção descentrada.

#### 2.2.5.4 Distorções devido a Refração Atmosférica

Como se sabe, o índice de refração da atmosfera diminui com o aumento da altitude. Devido esta condição, como mostra a Figura 11, o raio de luz não percorre um caminho retilíneo na atmosfera (WOLF e DEWITT, 2000). O raio luminoso que chega a partir do ponto A forma um ângulo  $\alpha$  com a vertical. Se a refração atmosférica fosse ignorada, o raio apareceria para ser proveniente do ponto B (Figura 11). De modo a eliminar o efeito causado pela refração, assume-se que o

raio de luz percorre um caminho retilíneo, sendo o efeito compensado através de correções aplicadas aos pontos imagens.

Na Figura 11, se o raio de luz proveniente do ponto A tivesse percorrido um caminho linear, o ponto imagem corresponderia a  $a'$ . A distorção angular devido a refração atmosférica é dada por  $\Delta\alpha$ , e a distorção linear na fotografia é representada por  $\Delta r$ . Como pode-se observar, a refração causa um pequeno deslocamento na posição dos pontos imagens. A magnitude da distorção devido à refração atmosférica aumenta com o aumento da altura de vôo e do ângulo  $\alpha$ . O efeito ocorre radialmente a partir do ponto principal, e é nulo na direção do nadir (MIKHAIL et al., 2001).



**Figura 11** – Refração atmosférica numa fotografia aérea (Fonte: Wolf e Dewitt, 2000).

O modelo matemático que expressa  $\Delta\alpha$  em função de  $\alpha$  é dado por (MIKHAIL et al., 2001; WOLF e DEWITT, 2000):

$$\Delta\alpha = k \cdot \tan(\alpha) \quad (2.13)$$

no qual,  $k$  é uma constante relacionada com as condições atmosféricas. Ainda, a constante  $k$  pode ser vista como a parcela de refração para um raio de luz a um ângulo de  $45^\circ$ .

De certa forma, existem vários métodos para a determinação de  $k$ , com a maioria assumindo uma atmosfera padrão. Um método conveniente, adaptado de Slama (1980) é dado por (WOLF e DEWITT, 2000):

$$k = 7,4 \cdot 10^{-4} \cdot (H - h) \cdot [1 - 0,02 \cdot (2H - h)] \quad (2.14)$$

no qual,

- $H$ : altura de vôo (km); e
- $h$ : altura do ponto objeto (km).

A distorção linear ( $\Delta r$ ) devido a refração atmosférica é determinada pelas Equações 2.15 – 2.18.

$$\tan \alpha = \frac{r}{f} \quad (2.15)$$

$$\Delta\alpha = k \cdot \frac{r}{f} \quad (2.16)$$

$$r' = f \cdot \tan(\alpha - \Delta\alpha) \quad (2.17)$$

$$\Delta r = r - r' \quad (2.18)$$

As componentes para correção da refração atmosférica nos eixos  $x$  e  $y$ , são determinadas de modo análogo às determinadas para correção da distorção radial simétrica (Equação 2.8 e 2.9). Dessa forma, as coordenadas fotogramétricas corrigidas do efeito da refração atmosférica ( $x'$ ,  $y'$ ) são dadas como segue:

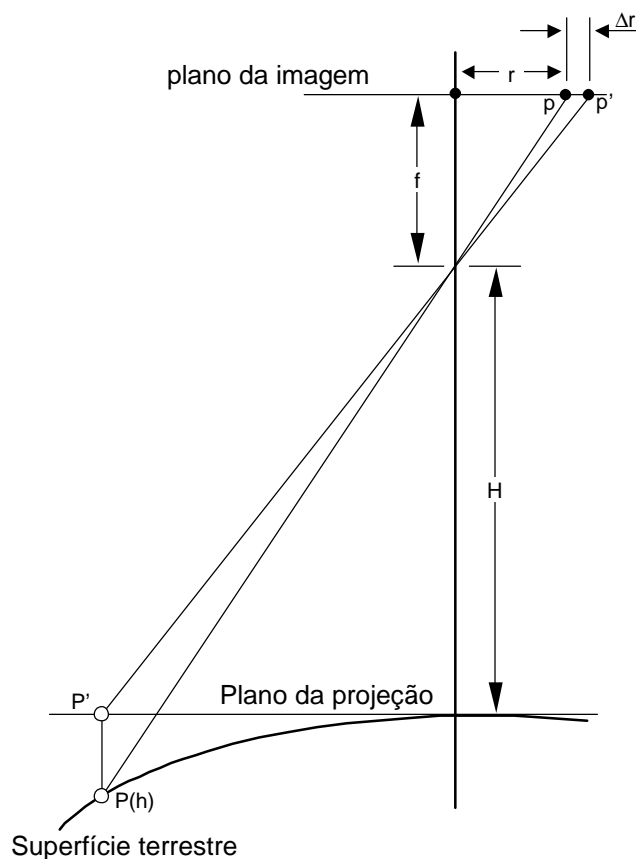
$$\begin{aligned}x' &= x - \delta r_{a_x} = x - \frac{\Delta r}{r} \cdot x \\y' &= y - \delta r_{a_y} = y - \frac{\Delta r}{r} \cdot y\end{aligned}\tag{2.19}$$

#### 2.2.5.5 Efeito da Curvatura Terrestre

A curvatura terrestre pode ser vista como um problema de definição de sistemas de coordenadas, e não como um erro. Como se sabe, a Fotogrametria trabalha no sistema de coordenadas cartesiano tridimensional. Dessa forma, a superfície de elevação-zero é um plano (WOLF e DEWITT, 2000). A altitude de pontos objeto, resultantes de levantamentos de campo, por outro lado, estão referenciadas ao geóide ou elipsóide e, além disso, suas componentes XY podem estar mais ou menos distorcidas quando uma projeção cartográfica é utilizada. Nestes casos, este efeito deve ser levado em conta.

Como mostra a Figura 12, um ponto localizado na superfície da Terra em P, com altitude  $h$ , é locado em P' devido a uma projeção cartográfica. Sendo H a altura de vôo, R o raio da Terra,  $f$  a distância focal,  $r$  a distância radial do ponto imagem ao ponto principal, o deslocamento radial ( $\Delta r$ ) de pontos devido a curvatura da Terra é dado por (Figura 12):

$$\Delta r = H \cdot \frac{r^3}{2 \cdot R \cdot f^2} \quad (2.20)$$



**Figura 12** – Deslocamento radial devido a curvatura terrestre.

As coordenadas fotogramétricas ( $x'$ ,  $y'$ ) compensadas do efeito da curvatura terrestre são dadas por:

$$\begin{aligned} x' &= \left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right) \cdot x \\ y' &= \left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right) \cdot y \end{aligned} \quad (2.21)$$

Uma forma apropriada, a qual evita a necessidade de corrigir os efeitos da curvatura terrestre, consiste em trabalhar no espaço objeto com um sistema de coordenadas cartesiano local.

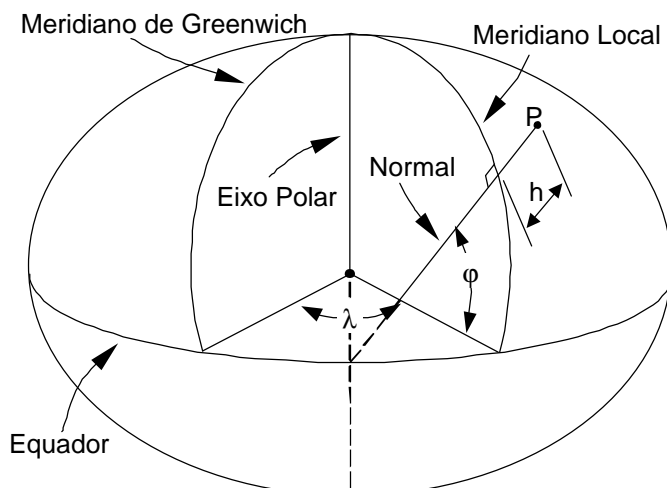
### **2.3 Sistema de Coordenadas do Espaço Objeto**

O espaço objeto é o espaço envolvendo o ponto nodal anterior e todos os pontos da cena fotografada (LUGNANI, 1987). Dentre os vários sistemas de coordenadas utilizados, pode-se citar: o Sistema Geodésico, o Sistema Geodésico Cartesiano e o Sistema Geodésico Cartesiano Local. Além dos sistemas geodésicos, têm-se os sistemas de coordenadas planas, ou apenas, sistemas de projeção, que recebem a denominação da projeção as quais estão associados. Os sistemas de coordenadas planas são definidos para a representação de uma região limitada da superfície terrestre curva num plano. Os sistemas de projeção mais utilizados em cartografia são as projeções conformes (UTM, Cônica Conforme de Lambert, Polar Estereográfica) (ROBINSON et al., 1995).

Na seqüência os sistemas geodésicos citados e o sistema de projeção UTM são apresentados.

#### **2.3.1 Sistema Geodésico**

Neste sistema, as coordenadas de um ponto P no espaço objeto são definidas sobre um elipsóide de referência através das componentes: latitude geodésica ( $\varphi$ ), longitude geodésica ( $\lambda$ ) e altura geométrica (h) (Figura 13).



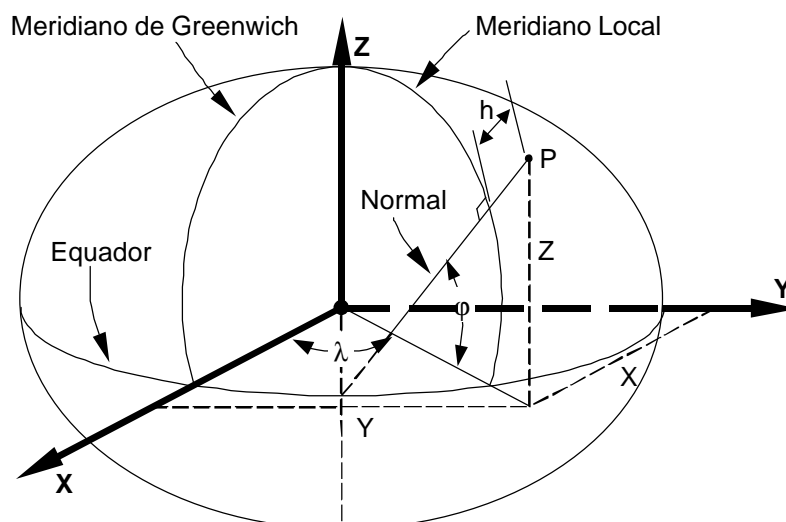
**Figura 13** – Latitude ( $\phi$ ) e longitude ( $\lambda$ ) geodésicas e altitude geométrica ( $h$ ) (Fonte: Adaptado de Robinson et al., 1995).

A latitude geodésica é o ângulo que a normal ao elipsóide, passando por P, forma com a sua projeção equatorial (Figura 13). A latitude varia de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$ , sendo positiva ao norte e negativa ao sul. A longitude geodésica é o ângulo compreendido entre o meridiano de Greenwich e o meridiano local (passante por P). A longitude varia de  $-180^\circ$  a  $+180^\circ$ , sendo positiva a leste de Greenwich. A altura geométrica, ou altitude geométrica, é a distância de P à superfície do elipsóide, contada sobre a normal (Figura 13).

### 2.3.2 Sistema Geodésico Cartesiano

O Sistema Geodésico Cartesiano é um sistema tridimensional com origem no centro geométrico do elipsóide. Se a origem estiver localizada no centro de massa da Terra (geocentro), define-se o Sistema Geocêntrico. O eixo X é coincidente com o plano equatorial e dirigido para o Meridiano de Greenwich. O eixo Z é dirigido para a origem convencional internacional (CIO – *Conventional International Origin*). O eixo Y é disposto de forma a tornar o sistema dextrogiro (Figura 14).

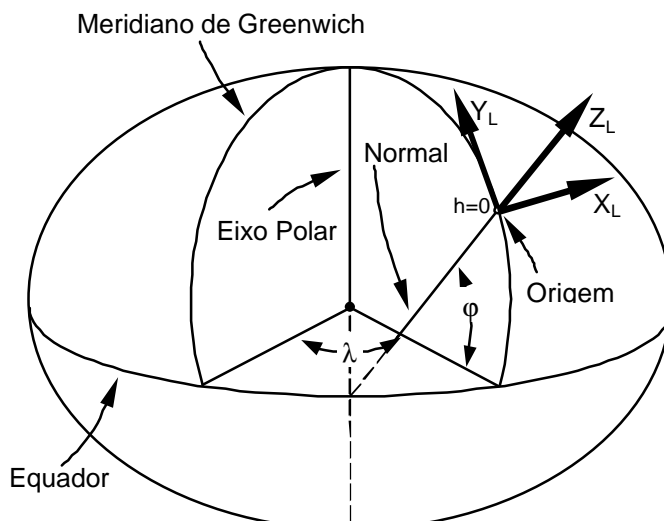
A Figura 14 apresenta o Sistema Geodésico Cartesiano e seu relacionamento com o Sistema Geodésico.



**Figura 14** – Relacionamento entre os sistemas Geodésico e Geodésico Cartesiano (Fonte: Adaptado de Monico, 2000).

### 2.3.3 Sistema Geodésico Cartesiano Local

Geralmente chamado de Sistema Geodésico Local, este sistema tem sua origem definida num ponto específico dentro da área do projeto em questão (WOLF e DEWITT, 2000). O eixo Z coincide com a normal ao elipsóide na origem, o eixo Y tem a direção do norte geodésico e o eixo X é definido de forma a tornar o sistema dextrogiro. A Figura 15 ilustra este sistema.

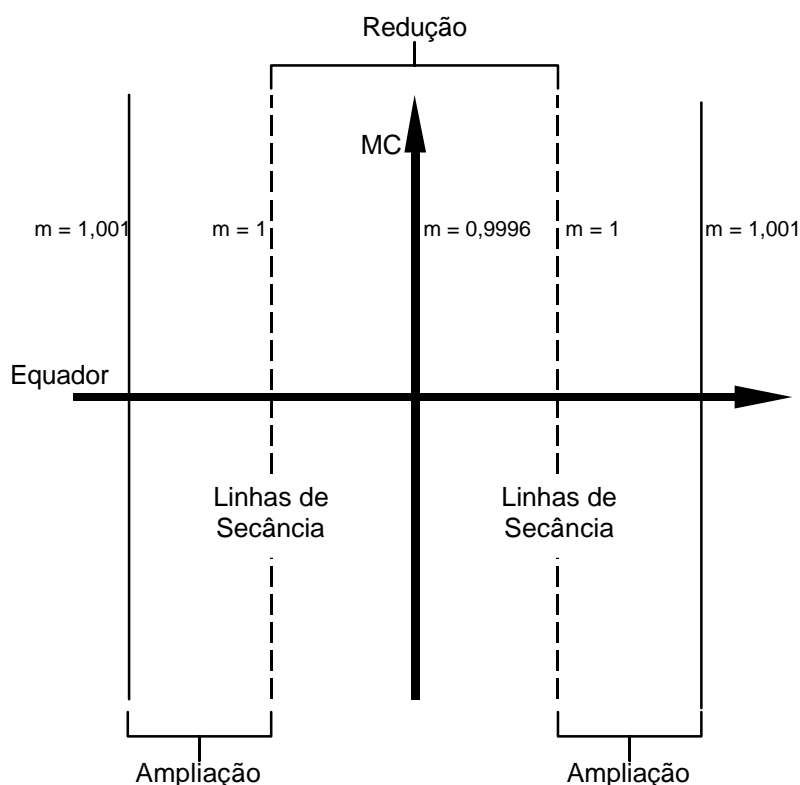


**Figura 15** – Sistema Geodésico Cartesiano Local.

### 2.3.4 Sistema de Projeção UTM

O sistema UTM (Universal Transverse Mercator) é um sistema de projeção cilíndrica conforme. Este é um dos sistemas derivados do sistema TM (Transverse Mercator), com a finalidade de reduzir as deformações nos extremos do fuso. Deste modo, o cilindro que, originalmente é tangente ao meridiano central (MC), passa a ser secante ao elipsóide de revolução (BAKKER, 1965; GASPAR, 2000).

No sistema UTM, a área da Terra entre os paralelos 84°N e 80°S é dividida em fusos com 6° de amplitude em longitude. Estes são numerados, de 1 a 60, a partir do Meridiano de Greenwich para leste. Como mostra a Figura 16, devido a secância do cilindro à superfície do elipsóide, a projeção UTM gera tanto ampliações, quanto reduções. A máxima redução (0,9996) ocorre no Meridiano Central e a ampliação máxima nas bordas dos fusos (1,001) (GASPAR, 2000).



**Figura 16** – Distribuição das distorções no Sistema de Projeção UTM.

A origem das coordenadas TM, do qual as coordenadas UTM são obtidas, em cada sistema parcial, encontra-se no cruzamento do equador com o meridiano central. No entanto, as coordenadas  $y$  a oeste do meridiano central e  $x$  ao sul do equador são sempre negativas. Logo, para se obter coordenadas positivas, é feita uma translação, acrescentando-se as constantes 10.000.000 m para as coordenadas N, ao sul do equador, e 500.000 m para as coordenadas E. Assim, as coordenadas (N, E) no sistema UTM podem ser obtidas a partir das coordenadas ( $x$ ,  $y$ ) no sistema TM, como mostram as Equações 2.22 e 2.23.

#### Hemisfério Norte

$$\begin{aligned} N &= 0,9996 \cdot x \\ E &= 500.000 + 0,9996 \cdot y \end{aligned} \tag{2.22}$$

#### Hemisfério Sul

$$\begin{aligned} N &= 10.000.000 + 0,9996 \cdot x \\ E &= 500.000 + 0,9996 \cdot y \end{aligned} \tag{2.23}$$

O terno de coordenadas (N, E, H) ou (N, E, h) constitui um referencial híbrido, pois (N, E) são coordenadas planas e H (altura ortométrica) ou h (altura geométrica) estão referidas ao geóide ou elipsóide, respectivamente.

### **3 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS E PROPAGAÇÃO DE COVARIÂNCIA**

#### **3.1 Considerações Iniciais**

A transformação de coordenadas é um problema freqüentemente encontrado em Ciências Cartográficas. Um exemplo típico é a transformação de coordenadas para um sistema cartesiano local, no qual as operações fotogramétricas são realizadas. Associada à transformação de coordenadas, surge o problema de propagação de covariância, visto que, em alguns casos, necessita-se também da precisão das coordenadas transformadas.

Como o interesse deste trabalho está voltado na transformação acurada de pontos do sistema UTM para o sistema de imagem, a definição de um modelo matemático rigoroso requer que os efeitos provenientes do processo de imageamento, tais como, distorção das lentes, refração atmosférica e, no caso de fotografias digitalizadas, deformação do filme, sejam considerados. Para tanto, as coordenadas oriundas de pontos do espaço objeto devem ser transformadas para o sistema de imagem considerando todos os efeitos que afetam a trajetória dos raios de luz que partem do espaço objeto e são projetados no espaço imagem.

Neste capítulo são apresentados os procedimentos matemáticos necessários para transformar pontos no sistema UTM com altura ortométrica para o sistema de imagem, bem como a estimação da precisão das coordenadas transformadas.

### 3.2 Transformação de Coordenadas UTM em TM

Como foi apresentado anteriormente (Seção 2.3.4), o relacionamento entre estes dois sistemas de coordenadas envolve uma translação da malha, a fim de obter coordenadas sempre positivas, e a consideração de que o fator de escala no meridiano central equivale a 0,9996.

Dessa forma, as coordenadas (x, y) no sistema TM, obtidas a partir das coordenadas UTM, são dadas pelas inversas das Equações 2.22 e 2.23 como segue (MALING, 1992):

#### Hemisfério Norte

$$\begin{aligned}x &= \frac{N}{0,9996} \\y &= \frac{(E - 500.000)}{0,9996}\end{aligned}\tag{3.1}$$

#### Hemisfério Sul

$$\begin{aligned}x &= \frac{(N - 10.000.000)}{0,9996} \\y &= \frac{(E - 500.000)}{0,9996}\end{aligned}\tag{3.2}$$

### 3.3 Transformação de Coordenadas TM em Geodésicas

A transformação de coordenadas TM (x, y) em geodésicas ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) é obtida a partir do seguinte par de equações (BLACHUT et al., 1979):

$$\varphi = \varphi_1 + b_2 y^2 + b_4 y^4 + b_6 y^6 + \dots\tag{3.3}$$

$$\lambda = \lambda_0 + b_1 y + b_3 y^3 + b_5 y^5 + \dots \quad (3.4)$$

onde:

- $\lambda_0$ : longitude do Meridiano Central (em radianos);
- $\varphi_1$ : latitude correspondente ao comprimento do arco meridiano (em radianos) (Seção 3.4.1); e
- $b_i$ : coeficientes determinados em função de  $\varphi_1$  (Equações 3.5 – 3.10).

$$b_1 = N_1^{-1} \sec \varphi_1 \quad (3.5)$$

$$b_2 = -\frac{1}{2} b_1^2 \operatorname{sen} \varphi_1 \cos \varphi_1 (1 + e'^2 \cos^2 \varphi_1) \quad (3.6)$$

$$b_3 = -\frac{1}{6} b_1^3 (2 - \cos^2 \varphi_1 + e'^2 \cos^4 \varphi_1) \quad (3.7)$$

$$b_4 = -\frac{1}{12} b_1^2 b_2 \left[ 3 + (2 - 9e'^2) \cos^2 \varphi_1 + 10e'^2 \cos^4 \varphi_1 - 4e'^4 \cos^6 \varphi_1 \right] \quad (3.8)$$

$$b_5 = \frac{1}{120} b_1^5 \left[ 24 - 20 \cos^2 \varphi_1 + (1 + 8e'^2) \cos^4 \varphi_1 - 2e'^2 \cos^6 \varphi_1 + \dots \right] \quad (3.9)$$

$$b_6 = \frac{1}{360} b_1^4 b_2 (45 + 16 \cos^4 \varphi_1 + \dots) \quad (3.10)$$

Nas Equações 3.4 – 3.10,  $e'^2$  representa o quadrado da segunda excentricidade (Equação 3.11).

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (3.11)$$

### 3.3.1 Comprimento do Arco Meridiano

Uma fórmula geral para determinar o comprimento do arco meridiano para uma dada latitude ( $\varphi$ ) é dada por (BLACHUT et al., 1979):

$$B_{\varphi} = A_0 c \varphi - A_1 c \sin \varphi \cos \varphi (1 + A_2 \sin^2 \varphi + A_4 \sin^4 \varphi + A_6 \sin^6 \varphi + A_8 \sin^8 \varphi) \quad (3.12)$$

onde:

- $c$ : raio de curvatura polar;  $e$
- $A_i$ : coeficientes obtidos pelas Equações 3.13 – 3.18.

$$A_0 = 1 - \frac{3}{4} e^{i2} \left\{ 1 - \frac{15}{16} e^{i2} \left[ 1 - \frac{35}{36} e^{i2} \left( 1 - \frac{63}{64} e^{i2} \left( 1 - \frac{99}{100} e^{i2} \right) \right) \right] \right\} \quad (3.13)$$

$$A_1 = \frac{3}{4} e^{i2} \left\{ 1 - \frac{25}{16} e^{i2} \left[ 1 - \frac{77}{60} e^{i2} \left( 1 - \frac{837}{704} e^{i2} \left( 1 - \frac{2123}{1860} e^{i2} \right) \right) \right] \right\} \quad (3.14)$$

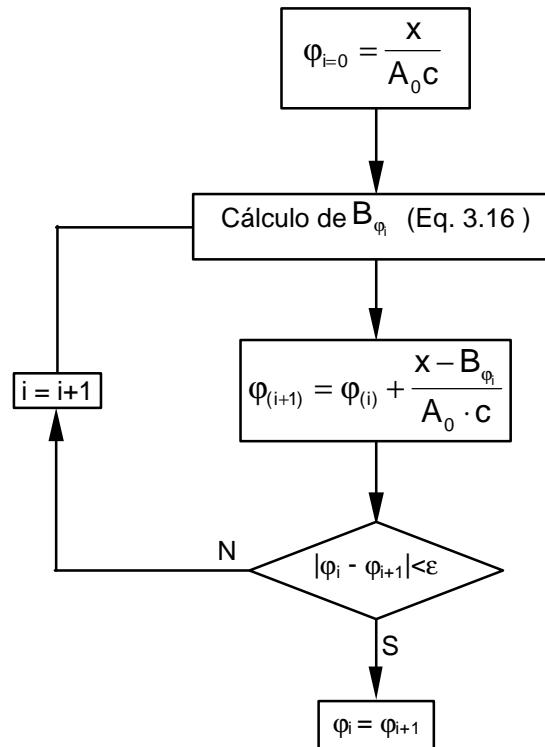
$$A_2 = \frac{5}{8} e^{i2} \left[ 1 - \frac{139}{144} e^{i2} \left( 1 - \frac{1087}{1112} e^{i2} \left( 1 - \frac{513427}{521760} e^{i2} \right) \right) \right] \quad (3.15)$$

$$A_4 = \frac{35}{72} e^{i4} \left( 1 - \frac{125}{64} e^{i2} \left( 1 - \frac{221069}{150000} e^{i2} \right) \right) \quad (3.16)$$

$$A_6 = \frac{105}{256} e^{i6} \left( 1 - \frac{1179}{400} e^{i2} \right) \quad (3.17)$$

$$A_8 = \frac{231}{640} e^{i8} \quad (3.18)$$

A mesma fórmula pode ser aplicada para determinar a latitude  $\varphi_1$  correspondente ao comprimento do arco meridiano  $B_{\varphi} = x$ . O procedimento baseia-se em aproximações sucessivas (BLACHUT et al., 1979) (Figura 17).



**Figura 17** – Processo para a determinação da latitude  $\phi_1$  correspondente ao comprimento do arco meridiano  $B_\phi = x$ .

### 3.4 Transformação de Coordenadas Geodésicas em Geodésicas Cartesianas

A Figura 14 (Seção 2.3.2) apresentou o relacionamento entre estes dois sistemas de coordenadas. Uma vez que as coordenadas geodésicas estão associadas ao elipsóide, algumas grandezas determinadas a partir dos parâmetros definidores do elipsóide (semi-eixo maior ( $a$ ) e achatamento ( $f$ )) são exigidas para a realização da transformação (WOLF e DEWITT, 2000).

De acordo com Monico (2000), a relação entre as coordenadas cartesianas e geodésicas é dada por:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h) \cos \phi \cos \lambda \\ (N+h) \cos \phi \sin \lambda \\ [(1-e^2)N+h] \sin \phi \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

onde:

- N: raio de curvatura da seção primeira vertical, dado por:

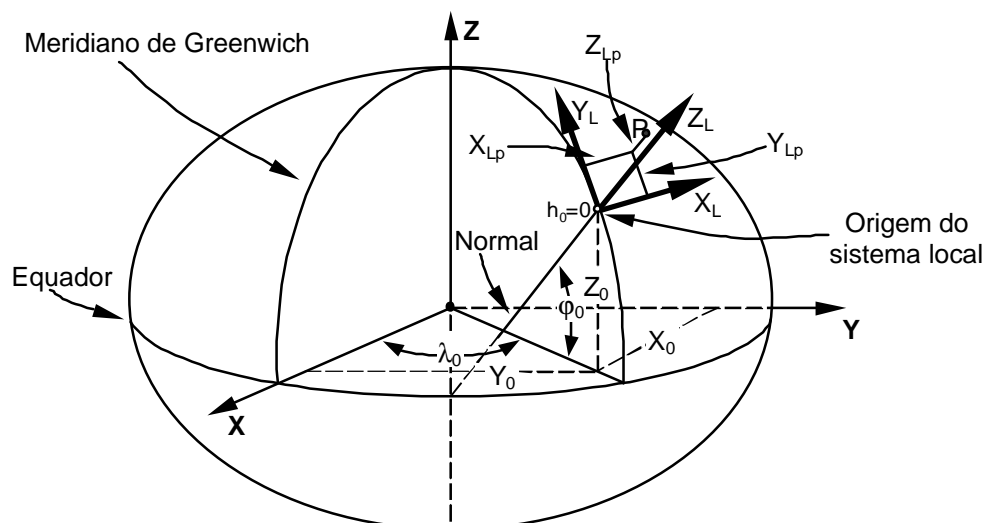
$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}; e \quad (3.20)$$

- $e^2$ : quadrado da primeira excentricidade (Equação 3.21).

$$e^2 = 2f - f^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}. \quad (3.21)$$

### 3.5 Transformação de Coordenadas Geodésicas Cartesianas em Geodésicas Cartesianas Locais

Como os dois sistemas envolvidos nesta transformação são cartesianos tridimensionais, o processo de transformação envolve apenas translações e rotações. O relacionamento entre os dois sistemas é apresentado pela Figura 18. Na figura, a posição da origem é especificada em termos de coordenadas geodésicas ( $\varphi_0$ ,  $\lambda_0$ ,  $h_0$ ) e cartesianas ( $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $Z_0$ ), e as coordenadas locais de um ponto P são dadas por ( $X_{Lp}$ ,  $Y_{Lp}$ ,  $Z_{Lp}$ ).



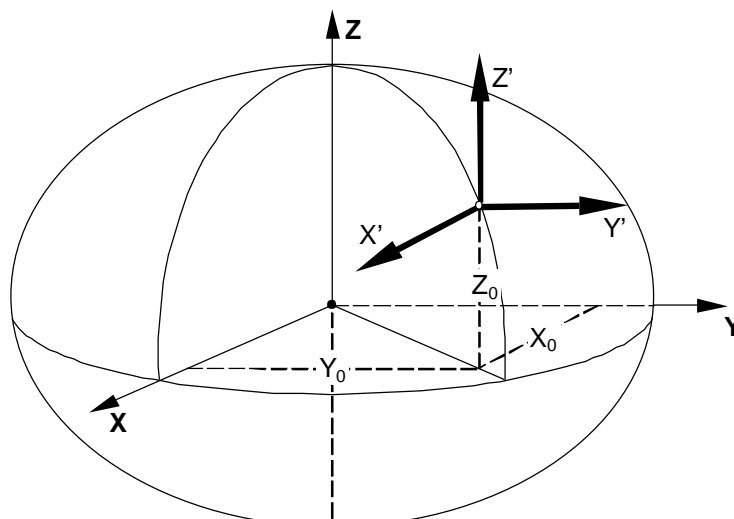
**Figura 18** – Relacionamento entre o Sistema Geodésico Cartesiano e Sistema Geodésico Cartesiano Local.

Inicialmente, definem-se as posições  $\varphi_0$ ,  $\lambda_0$  e  $h_0$ , as quais definem as coordenadas geodésicas da origem do sistema local. Suas coordenadas cartesianas são obtidas pela Equação 3.19.

Posteriormente, o processo de transformação é executado em dois passos básicos. Como mostra a Figura 19, no primeiro passo, um novo sistema de coordenadas  $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$  com origem em  $(X_0, Y_0, Z_0)$  e paralelo ao sistema geodésico cartesiano (eixos  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  na Figura 18 e 3.3), é definido. Para tanto, uma translação  $(X_0, Y_0, Z_0)$  deve ser aplicada aos pontos.

A Equação 3.22 expressa as coordenadas de um ponto  $P$  no sistema  $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$  em termos de suas coordenadas geodésicas cartesianas após a translação.

$$\begin{aligned} X'_P &= X_P - X_0 \\ Y'_P &= Y_P - Y_0 \\ Z'_P &= Z_P - Z_0 \end{aligned} \quad (3.22)$$



**Figura 19** – Translação do Sistema Geodésico Cartesiano para a Origem do Sistema Local (Fonte: Wolf e Dewitt, 2000).

No segundo passo, para que o eixo  $Y'$  tenha a direção do norte geodésico, as seguintes rotações devem ser aplicadas:

1. rotação em torno do eixo Z, no sentido anti-horário, de um ângulo igual a  $90^\circ + \lambda_0$ ; e
2. rotação em torno do eixo X, no sentido anti-horário, de um ângulo igual a  $90^\circ - \varphi_0$ .

Dessa forma, o relacionamento entre os sistemas de coordenadas cartesiano geodésico e cartesiano geodésico local é dado como segue (WOLF e DEWITT, 2000):

$$\begin{bmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \end{bmatrix} = R_1(90 - \varphi_0) \cdot R_3(90 + \lambda_0) \cdot \begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Combinando as matrizes de rotação, tem-se:

$$\begin{bmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}\lambda_0 & \text{cos}\lambda_0 & 0 \\ -\text{sen}\varphi_0 \text{cos}\lambda_0 & -\text{sen}\varphi_0 \text{sen}\lambda_0 & \text{cos}\varphi_0 \\ \text{cos}\varphi_0 \text{cos}\lambda_0 & \text{cos}\varphi_0 \text{sen}\lambda_0 & \text{sen}\varphi_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

### 3.6 Transformação de Coordenadas Geodésicas Cartesianas Locais em Fotogramétricas

A transformação de coordenadas cartesianas locais em fotogramétricas requer o relacionamento entre dois espaços diferentes, ou seja, o espaço objeto (3D) e o espaço imagem (2D). Neste trabalho tal relacionamento é obtido a partir das equações de colinearidade.

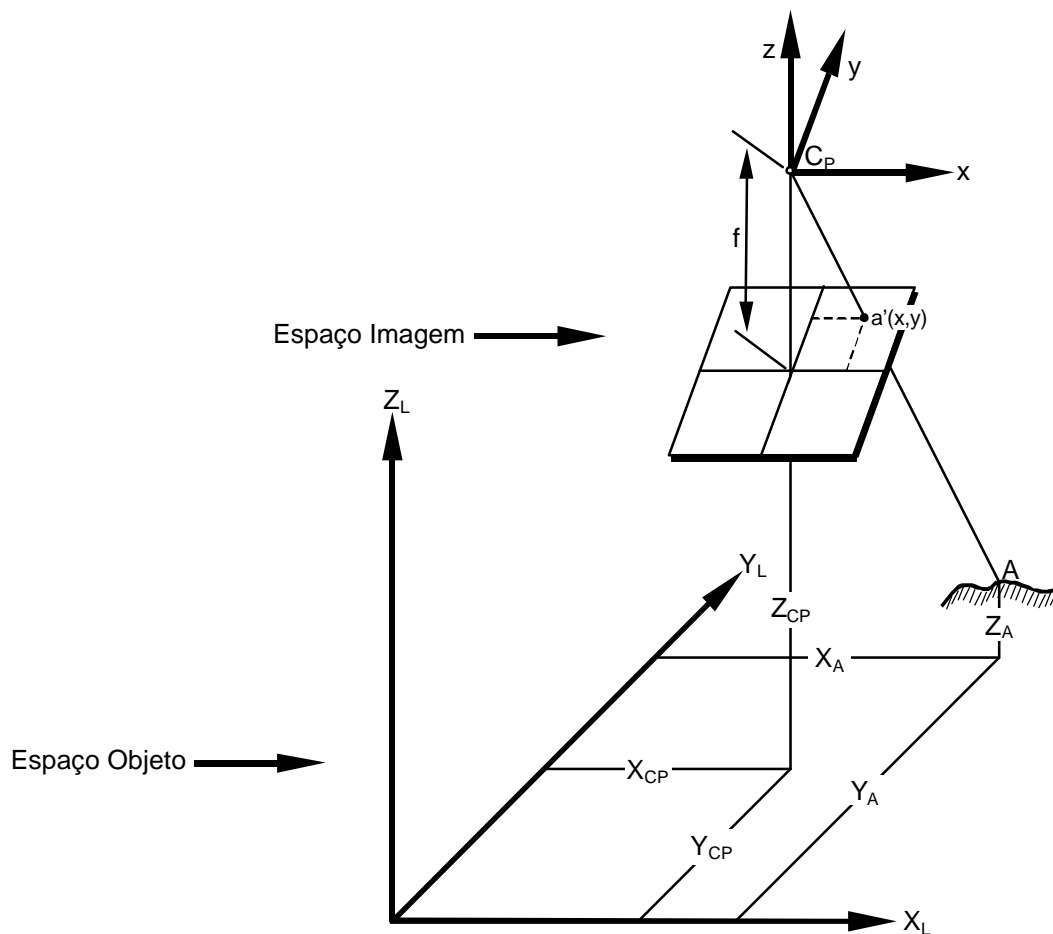
As equações de colinearidade (Equação 3.25) reproduzem matematicamente o processo de formação da imagem, sob a condição de que, o centro perspectivo, o ponto objeto e seu correspondente na imagem, pertencem à mesma reta (MIKHAIL et al., 2001). Esta condição é ilustrada na Figura 20, onde  $C_P$ ,  $a'$  e  $A$  pertencem a mesma reta.

$$x = -f \cdot \frac{r_{11}(X_L - X_{CP}) + r_{12}(Y_L - Y_{CP}) + r_{13}(Z_L - Z_{CP})}{r_{31}(X_L - X_{CP}) + r_{32}(Y_L - Y_{CP}) + r_{33}(Z_L - Z_{CP})}$$

$$y = -f \cdot \frac{r_{21}(X_L - X_{CP}) + r_{22}(Y_L - Y_{CP}) + r_{23}(Z_L - Z_{CP})}{r_{31}(X_L - X_{CP}) + r_{32}(Y_L - Y_{CP}) + r_{33}(Z_L - Z_{CP})}$$
(3.25)

onde:

- $f$ : distancia focal;
- $(x, y)$ : coordenadas fotogramétricas;
- $(X_L, Y_L, Z_L)$ : coordenadas no espaço objeto referidas a um sistema cartesiano local;
- $(X_{CP}, Y_{CP}, Z_{CP})$ : coordenadas do centro perspectivo no espaço objeto referidas a um sistema cartesiano local; e
- $r_{ij}$ : elementos da matriz de rotação determinados em função dos ângulos de orientação exterior  $(\kappa, \phi, \omega)$ .



**Figura 20** – Condição de Colinearidade (Fonte: Wolf e Dewitt, 2000).

Como mostra a Equação (3.25) e a Figura 20, o relacionamento entre os espaços imagem e objeto requer a orientação prévia da imagem, ou seja, o conhecimento dos parâmetros de orientação exterior da imagem ( $X_{CP}$ ,  $Y_{CP}$ ,  $Z_{CP}$ ,  $\kappa$ ,  $\phi$ ,  $\omega$ ). Tais parâmetros podem ser determinados a partir do conhecido processo fotogramétrico de Resseção Espacial.

O processo de Resseção Espacial consiste na determinação dos parâmetros de orientação exterior de uma única fotografia, a partir de, no mínimo, três pontos de apoio (BRITO e COELHO, 2002; WOLF e DEWITT, 2000).

Como apresentado anteriormente, as equações de colinearidade são utilizadas para relacionar os espaços imagem e objeto. Para cada ponto, duas equações são formadas, o qual resulta em seis equações se o mínimo de três

pontos for medido. Se quatro ou mais pontos são utilizados, mais de seis equações são formadas, permitindo a solução pelo MMQ, e por conseguinte, a matriz de covariância associada aos parâmetros ajustados  $(X_{CP}^a, Y_{CP}^a, Z_{CP}^a, \kappa_{CP}^a, \phi_{CP}^a, \omega_{CP}^a)$ .

Como as equações de colinearidade são não lineares, aproximações iniciais são necessárias para as incógnitas  $(X_{CP}^0, Y_{CP}^0, Z_{CP}^0, \kappa_{CP}^0, \phi_{CP}^0, \omega_{CP}^0)$ .

### **3.7 Transformação de Coordenadas Fotogramétricas em Coordenadas de Imagem**

A transformação de coordenadas fotogramétricas em coordenadas de imagem necessita de uma transformação intermediária. Primeiramente, as coordenadas fotogramétricas devem ser transformadas para o sistema fiducial, sendo, posteriormente, transformadas para o sistema de imagem.

O relacionamento entre os sistemas fotogramétrico e fiducial já foi apresentado nas seções 2.2.2 e 2.2.5.2.

O estabelecimento de relação entre os sistemas fiducial e de imagem corresponde a realização de um primeiro passo do processo de orientação interior em Fotogrametria Digital. A orientação interior consiste na operação de recuperação da posição da fotografia em relação à câmara. Sendo assim, a orientação interior permite a reconstrução dos feixes perspectivos que formaram a imagem (ANDRADE, 1998). Na Fotogrametria Analógica, esse processo era realizado através da colocação e centragem do diapositivo no porta-placas e, posicionando-se o projetor à distância focal calibrada. Na Fotogrametria Digital esse processo é realizado matematicamente através de dois passos básicos. No primeiro passo, os parâmetros de transformação entre os sistemas de imagem e fiducial são

determinados. Num segundo passo, os erros sistemáticos presentes no processo de formação das imagens são corrigidos para reconstrução completa dos feixes de raio. As Equações 2.3 e 2.4, apresentadas na Seção 2.2.5.1, são utilizadas para relacionar ambos os sistemas. Na Seção 2.2.5, os modelos matemáticos para a correção dos erros sistemáticos também foram apresentados. Vale ressaltar que no contexto deste trabalho o interesse destina-se a orientação interior “inversa”, isto é, tem-se por objetivo distorcer o feixe de raios ideal obtido pelas equações de colinearidade, de forma a reproduzir um feixe bem próximo do real, obtido no instante de imageamento.

### 3.8 Transformação Direta de Coordenadas UTM em Coordenadas de Imagem

Como foi visto, a transformação de coordenadas UTM em coordenadas de imagem requer uma série de transformações intermediárias entre sistemas do espaço objeto e espaço imagem. A Equação (3.26) apresenta um modelo global para realizar esta transformação. Vale ressaltar que esta equação é usual para o caso de imagens digitais obtidas por digitalização de fotografias com 4 marcas fiduciais. Portanto, algumas adaptações devem ser feitas na Equação 3.26 para outros casos\*.

$$\begin{aligned}c &= a_1 \cdot (x_0 + x_{er}) + a_2 \cdot (y_0 + y_{er}) + a_3 \\l &= a_4 \cdot (x_0 + x_{er}) + a_5 \cdot (y_0 + y_{er}) + a_6\end{aligned}\tag{3.26}$$

no qual:

---

\* Pelo fato das variáveis envolvidas nesta transformação já terem sido definidas nas seções anteriores, apenas algumas são novamente descritas aqui.

- $(c, l)$ : coordenadas de imagem;
- $a_i$ : parâmetros de transformação Afim;
- $(x_0, y_0)$ : coordenadas do ponto principal;
- $(x_{er}, y_{er})$ : coordenadas fotogramétricas adicionadas de erros sistemáticos, ou seja:

$$\begin{aligned}x_{er} &= x + \delta r_x + \delta p_x + \delta a_x \\y_{er} &= y + \delta r_y + \delta p_y + \delta a_y\end{aligned}\tag{3.27}$$

Como mostra a Equação 3.27 e conforme já foi mencionado anteriormente, para definição de um modelo matemático rigoroso, os efeitos provenientes do processo de imageamento devem ser levados em conta. Portanto, tendo em vista que se pretende retornar ao sistema de imagem, ou seja, realizar o processo de orientação interior inversa, parcelas de distorção radial  $(\delta r_x, \delta r_y)$ , de distorção descentrada  $(\delta p_x, \delta p_y)$  e, refração atmosférica  $(\delta a_x, \delta a_y)$  são introduzidas nas coordenadas fotogramétricas  $(x,y)$ . Como se sabe, as coordenadas fotogramétricas dadas pelas equações de colinearidade estão isentas de erros sistemáticos. No entanto, as equações apresentadas para a determinação das parcelas de erros sistemáticos  $(\delta r_x, \delta r_y, \delta p_x, \delta p_y, \delta a_x, \delta a_y)$  (Seção 2.2.5) são determinadas a partir das coordenadas fotogramétricas brutas, ou seja, sem correção de erros sistemáticos e, neste ponto, não se dispõe destes valores. Dessa forma, comete-se um erro de aproximação caso os erros sistemáticos sejam determinados em função das coordenadas fotogramétricas isentas de erros. Entretanto, como este trabalho prevê a utilização de câmaras fotogramétricas, este erro passa despercebido, devido a ordem de grandeza dos erros sistemáticos existentes (muito pequenos). No caso de câmaras digitais, esta aproximação pode

ocasionar um erro significativo, principalmente, por causa da ordem de grandeza da distorção radial. Para que o rigor matemático seja atendido, é necessário o uso de métodos iterativos para a determinação das coordenadas fotogramétricas brutas, tal como, o método de Newton-Raphson. Este método parte de uma solução aproximada, ou seja, coordenadas fotogramétricas isenta de erros (MACHADO et al., 2004).

As equações de colinearidade foram apresentadas na Seção 3.6 pela Equação 3.25. Conforme foi apresentado,  $(X_L, Y_L, Z_L)$  representam as coordenadas de um ponto qualquer no Sistema Geodésico Local. Como apresenta as Equações (3.28 e 3.29), tais coordenadas são obtidas em função das coordenadas UTM  $(E, N, h)$ .

$$\begin{aligned} X_L &= -\text{sen}(\lambda_0) \cdot \Delta X + \text{cos}(\lambda_0) \cdot \Delta Y \\ Y_L &= -\text{sen}(\varphi_0) \cdot \text{cos}(\lambda_0) \cdot \Delta X - \text{sen}(\varphi_0) \cdot \text{sen}(\lambda_0) \cdot \Delta Y + \text{cos}(\varphi_0) \cdot \Delta Z \\ Z_L &= \text{cos}(\varphi_0) \cdot \text{cos}(\lambda_0) \cdot \Delta X + \text{cos}(\varphi_0) \cdot \text{sen}(\lambda_0) \cdot \Delta Y + \text{sen}(\varphi_0) \cdot \Delta Z \end{aligned} \quad (3.28)$$

na qual:

- $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ : representa o deslocamento entre o sistema geodésico cartesiano e o sistema geodésico cartesiano local (Equação 3.29);

$$\begin{aligned} \Delta X &= \left[ (N' + h) \cdot \text{cos}(\varphi_1 + b_2 \cdot D^2 + b_4 \cdot D^4 + b_6 \cdot D^6) \cdot \text{cos}(\lambda_{mc} + b_1 \cdot D + b_3 \cdot D^3 + b_5 \cdot D^5) \right] - \\ &\quad \left[ (N'_0 + h) \cdot \text{cos}(\varphi_0) \cdot \text{cos}(\lambda_0) \right] \\ \Delta Y &= \left[ (N' + h) \cdot \text{cos}(\varphi_1 + b_2 \cdot D^2 + b_4 \cdot D^4 + b_6 \cdot D^6) \cdot \text{sen}(\lambda_{mc} + b_1 \cdot D + b_3 \cdot D^3 + b_5 \cdot D^5) \right] - \\ &\quad \left[ (N'_0 + h) \cdot \text{cos}(\varphi_0) \cdot \text{sen}(\lambda_0) \right] \\ \Delta Z &= \left[ (1 - e^2) \cdot N' + h \right] \cdot \text{sen}(\varphi_1 + b_2 \cdot D^2 + b_4 \cdot D^4 + b_6 \cdot D^6) - \left[ (1 - e^2) \cdot N'_0 + h_0 \right] \cdot \text{sen}(\varphi_0) \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$D = \frac{E - 500.000}{0,9996}$$

Nas equações 3.28 e 3.29,  $\lambda_{mc}$  é a longitude do meridiano central,  $(\varphi_0, \lambda_0, h_0)$  corresponde a origem do Sistema Geodésico Local,  $N'$  e  $N'_0$  corresponde ao raio de curvatura da seção primeira vertical para o ponto sendo transformado e para a origem do sistema local, respectivamente,  $\varphi_1$  é a latitude correspondente ao comprimento do arco meridiano determinada iterativamente em função da componente N do sistema UTM (Seção 3.3.1), e  $b$  corresponde aos coeficientes determinados em função de  $\varphi_1$ .

Como será visto mais a frente, a determinação das dimensões das janelas de busca utilizadas pelo algoritmo de PD baseia-se no critério estatístico dado pela Equação 4.20, que, por sua vez, é dependente de uma estimativa realística de erros cometidos na transformação. Portanto, a Equação 3.26 adequa-se rigorosamente à realidade física inerente.

### **3.9 Propagação de Covariância**

#### **3.9.1 Considerações Iniciais**

Em diversos casos, valores desconhecidos são estimados a partir de observações diretas. Um exemplo típico é a determinação das coordenadas de um ponto a partir de observações de ângulos e distâncias em Topografia (GEMAEL, 1994; WOLF e GHILANI, 1997). Outro exemplo bastante comum em Ciências Cartográficas é dado pelo processo de transformação de coordenadas.

Como se sabe, todas medidas diretas contêm erros, logo, as quantidades medidas indiretamente, ou seja, quantidades calculadas, inevitavelmente também terão erros. Dessa forma, é interessante que os erros

existentes nestas quantidades sejam também estimados. Este processo é denominado propagação de covariância (ANDERSON e MIKHAIL, 1998).

Conforme apresentado em WOLF e GHILANI (1997) e GEMAEL (1994), a fórmula para propagação de covariância para funções lineares é dada por:

$$\sum_y = G \cdot \sum_x \cdot G^T \quad (3.30)$$

onde:

- $\sum_y$  : matriz de variância-covariância (MVC) das quantidades calculadas;
- $y$ : função vetorial com  $m$  funções de  $n$  variáveis;
- $G$ : matriz dos coeficientes; e
- $\sum_x$  : MVC das observações.

A fórmula acima pode ser generalizada para o caso de equações não lineares. A linearização é efetuada desenvolvendo a função em série de Taylor e desprezando-se os termos de ordem dois e superior (GEMAEL, 1994). Desta forma, a propagação de covariância para funções não-lineares é dada por:

$$\sum_y = D \cdot \sum_x \cdot D^T \quad (3.31)$$

onde:

- $D$ : matriz Jacobiana (Equação 3.32).

$$D = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{x^0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_2}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \frac{\partial y_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

### 3.9.2 Propagação de Covariância na Transformação de Coordenadas UTM em Coordenadas de Imagem

As Equações básicas para a transformação de coordenadas UTM em digitais foram apresentadas na Seção 3.8. Como o modelo matemático é não-linear, a propagação é realizada aplicando-se a Equação (3.31), ou seja:

$$\Sigma_{cl} = D \cdot \Sigma_{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, P_1, P_2, \kappa, \phi, \omega, X_{CP}, Y_{CP}, Z_{CP}, E, N, h} \cdot D^T \quad (3.33)$$

onde:

- D (2 x 22): matriz Jacobiana composta das derivadas parciais da Equação 3.26 em relação aos parâmetros envolvidos

( $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, P_1, P_2, \kappa, \phi, \omega, X_{CP}, Y_{CP}, Z_{CP}, E, N, h$ ) ficando:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial a_1} & \frac{\partial C}{\partial a_2} & \frac{\partial C}{\partial a_3} & \frac{\partial C}{\partial a_4} & \frac{\partial C}{\partial a_5} & \frac{\partial C}{\partial a_6} & \frac{\partial C}{\partial x_0} & \frac{\partial C}{\partial y_0} & \frac{\partial C}{\partial k_1} & \frac{\partial C}{\partial k_2} & \frac{\partial C}{\partial k_3} & \cdots \\ \frac{\partial L}{\partial a_1} & \frac{\partial L}{\partial a_2} & \frac{\partial L}{\partial a_3} & \frac{\partial L}{\partial a_4} & \frac{\partial L}{\partial a_5} & \frac{\partial L}{\partial a_6} & \frac{\partial L}{\partial x_0} & \frac{\partial L}{\partial y_0} & \frac{\partial L}{\partial k_1} & \frac{\partial L}{\partial k_2} & \frac{\partial L}{\partial k_3} & \cdots \\ \frac{\partial C}{\partial P_1} & \frac{\partial C}{\partial P_2} & \frac{\partial C}{\partial \kappa} & \frac{\partial C}{\partial \phi} & \frac{\partial C}{\partial \omega} & \frac{\partial C}{\partial X_{CP}} & \frac{\partial C}{\partial Y_{CP}} & \frac{\partial C}{\partial Z_{CP}} & \frac{\partial C}{\partial E} & \frac{\partial C}{\partial N} & \frac{\partial C}{\partial h} \\ \frac{\partial L}{\partial P_1} & \frac{\partial L}{\partial P_2} & \frac{\partial L}{\partial \kappa} & \frac{\partial L}{\partial \phi} & \frac{\partial L}{\partial \omega} & \frac{\partial L}{\partial X_{CP}} & \frac{\partial L}{\partial Y_{CP}} & \frac{\partial L}{\partial Z_{CP}} & \frac{\partial L}{\partial E} & \frac{\partial L}{\partial N} & \frac{\partial L}{\partial h} \end{bmatrix}; e \quad (3.34)$$

- $\sum_{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, P_1, P_2, \kappa, \phi, \omega, X_{CP}, Y_{CP}, Z_{CP}, E, N, h}$  (22 x 22): MVC dos parâmetros envolvidos na Equação 3.26, dada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sum_{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, P_1, P_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{\kappa, \phi, \omega, X_{CP}, Y_{CP}, Z_{CP}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sum_{E, N, h} \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

Na MVC acima, tem-se ainda:

- $\sum_{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6}$  (6 x 6): MVC dos parâmetros da transformação afim, obtida no processo de orientação interior da imagem;
- $\sum_{x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, P_1, P_2}$  (7 x 7): MVC diagonal composta das variâncias dos parâmetros de calibração;
- $\sum_{\kappa, \phi, \omega, X_{CP}, Y_{CP}, Z_{CP}}$  (6 x 6): MVC dos parâmetros de orientação exterior; e
- $\sum_{E, N, h}$  (3 x 3): MVC das coordenadas do ponto no espaço objeto.

Devido a complexidade dos modelos matemáticos, as derivadas parciais  $\frac{\partial C}{\partial E}, \frac{\partial C}{\partial N}, \frac{\partial C}{\partial H}, \frac{\partial L}{\partial E}, \frac{\partial L}{\partial N}, \frac{\partial L}{\partial H}$  podem ser mais facilmente determinadas por

derivação numérica (Apêndice A). As demais derivadas são facilmente obtidas na forma analítica.

## 4 VERIFICAÇÃO AUTOMÁTICA DA MALHA VIÁRIA GEORREFERENCIADA EM IMAGENS DIGITAIS

Segundo às definições apresentadas anteriormente, o problema de verificação visa checar a existência da malha viária georreferenciada em imagens atuais. Como mostra a Figura 21, dispo de imagens aéreas atuais e de rodovias preexistentes, armazenadas em base de dados ou mapa digital, o problema de verificação automática da malha viária é resolvido em duas etapas básicas, isto é: 1- Extração automática de rodovias georreferenciadas; e 2- Análise de consistência das rodovias extraídas.

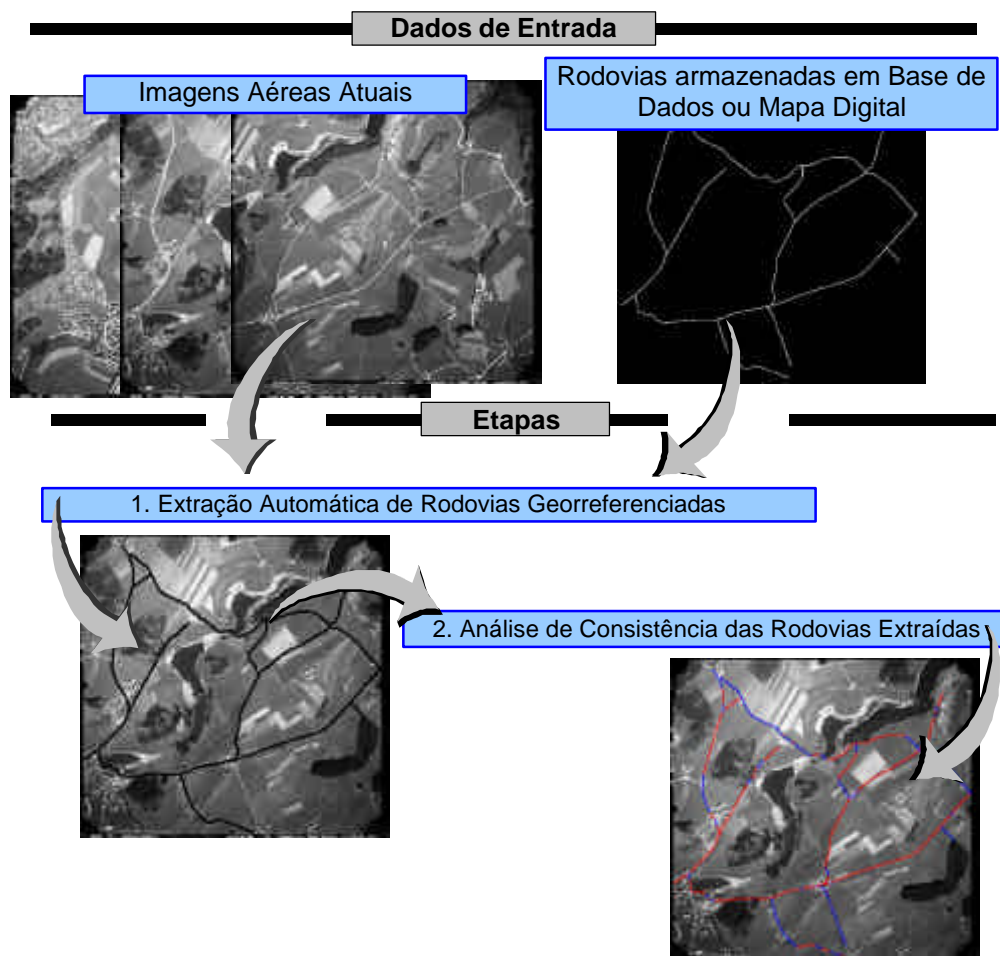


Figura 21 – Dados necessários e etapas básicas para a verificação automática da malha viária.

Na primeira etapa, a metodologia para a extração de rodovias baseada no algoritmo de PD, apresentada em Dal Poz et al. (2000) e Vale e Dal Poz (2003), é utilizada para a extração automática das rodovias georreferenciadas. O método é inicializado a partir da projeção para o espaço imagem de pontos salientes extraídos automaticamente ao longo destas rodovias. Como será visto mais adiante (Seção 4.2.4.1), os pontos salientes descrevem grosseiramente a forma, a posição, e a topologia das rodovias georreferenciadas. Além disso, a precisão dos pontos transformados para o espaço imagem é também estimada, o que possibilita a definição automática das janelas de busca utilizadas pelo algoritmo de PD.

A análise de consistência das rodovias georreferenciadas extraídas baseia-se num modelo de erro que permite concluir estatisticamente se as rodovias extraídas não discrepam significativamente das correspondentes projetadas na imagem.

Embora este método tenha origem num outro proposto em Dal Poz e Agouris (2000) e Dal Poz (2001b), existem diferenças substanciais, a saber: 1- diferente da solução proposta, nos trabalhos prévios citados não foi usada uma solução matemática rigorosa para a transformação de pontos das rodovias georreferenciada para o espaço imagem; 2- os trabalhos prévios não previram a análise de consistência das rodovias georreferenciadas extraídas; e 3- poucos resultados experimentais foram apresentados em ambos os trabalhos. Em relação ao restante da literatura, a principal diferença é o uso do processo global de PD, onde a robustez é bastante superior em relação à solução envolvendo *snakes*, empregada em vários métodos descritos na seção 1.3.1.

Na seqüência, as etapas do método são descritas detalhadamente.

#### 4.1 Extração Automática de Rodovias Georreferenciadas

O método de extração de rodovias usando PD consiste em resolver seqüencialmente um modelo de rodovia (genérico ou modificado) através da estratégia de otimização global envolvendo o algoritmo de PD (DAL POZ et al., 2000). Os modelos matemáticos de rodovia são apresentados na próxima seção.

Duas etapas básicas podem ser definidas para o processo de extração, isto é, a inicialização (ou reconhecimento) e o delineamento. Como o objetivo do método é a extração de rodovias, o processo de inicialização visa a identificação das rodovias a serem extraídas na imagem. A extração propriamente dita das feições identificadas é responsabilidade do processo de delineamento, o qual é realizado automaticamente.

Conforme foi mostrado em Dal Poz et al. (2000) e Vale e Dal Poz (2003), a metodologia para a extração de rodovias baseada em PD é do tipo semi-automática. Portanto, a inicialização é conduzida por um operador humano através da definição de alguns pontos sementes descrevendo as rodovias de forma grosseira. Logo, visto que o delineamento é automático, basta automatizar a inicialização para se obter uma metodologia totalmente automática, ficando este processo reduzido à extração automática de pontos sementes. Neste caso, os pontos sementes podem ser obtidos a partir de fragmentos de rodovias extraídos automaticamente (BAUMGARTNER et al., 1999; DAL POZ, 2003), a partir de metodologias específicas para a extração de pontos sementes (ZLOTNICK e CARNINE, 1992), ou a partir de rodovias georreferenciadas (KLANG, 1998; DAL POZ, 2001b; WILLRICH, 2002; ZHANG, 2004; GERKE et al., 2004). Neste último caso, as rodovias georreferenciadas podem ser utilizadas para os problemas de verificação e atualização automática da malha viária.

A identificação automática de pontos sementes permite o desenvolvimento de métodos automáticos com a concepção de metodologias semi-automáticas. Neste caso, o processo de extração de rodovias, embora automático, é obtido através dos processos de inicialização e delineamento realizados separadamente.

Independentemente da forma com que os pontos sementes são obtidos, estes definem uma linha poligonal inicial a ser refinada através de uma estratégia iterativa. Em cada iteração, novos vértices aproximados são interpolados linearmente entre os pares de vértices preexistentes. A linha poligonal resultante é então refinada resolvendo um modelo matemático de rodovia através da PD. O processo converge quando os novos vértices inseridos não contribuem mais para o refinamento da linha poligonal descrevendo a rodovia.

Nas seções 4.1.1 e 4.1.2 a modelagem matemática da malha viária, e a solução de um modelo matemático de rodovia usando o algoritmo de PD são apresentados. Além disso, apresenta-se a inicialização automática do método a partir de rodovias georreferenciadas.

#### **4.1.1 Modelagem Matemática da Malha Viária**

A tarefa de extração de rodovias em imagens digitais fica mais viável à medida que mais informações sobre rodovias são incorporadas num modelo matemático (DAL POZ, 2000). Nas seções seguintes, os modelos genérico e modificado de rodovia são apresentados.

#### 4.1.1.1 Modelo Genérico de Rodovia

O modelo genérico de rodovia é desenvolvido com base em seis propriedades básicas, sendo três radiométricas e três geométricas. Primeiramente, as propriedades fundamentais são apresentadas, juntamente com as respectivas formulações matemáticas. Posteriormente, o modelo genérico é apresentado.

Considera-se que uma rodovia pode ser modelada por uma linha poligonal  $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ , no qual  $p_i = (x_i, y_i)$  é o  $i$ -ésimo vértice.

A primeira propriedade é radiométrica e estatui que os *pixels* de uma rodovia são mais claros que os de fundo. Isto significa que uma rodovia em uma imagem digital pode ser considerada como uma faixa estreita e contínua de alta intensidade de brilho, margeada por regiões (fundos) de baixa intensidade. A equação que segue expressa esta propriedade.

$$E_{p1} = \sum_i G_d^2(x_i, y_i) \rightarrow \text{Máximo} \quad (4.1)$$

na qual,  $G_d$  é o tom de cinza do *pixel*  $(x_i, y_i)$  reamostrado da imagem original.

A segunda propriedade é também radiométrica e fundamenta-se no conhecimento a priori de que o material de rolagem da rodovia, geralmente asfalto ou concreto, não varia muito em distâncias curtas. Isso implica em respostas espectrais similares em segmentos curtos. Portanto, uma expressão matemática baseada no conceito de homogeneidade pode ser escrita como segue:

$$E_{p2} = \sum_i \sum_j [G_d(x_i, y_i) - G_{d_m}^{AS_i}]^2 \rightarrow \text{Mínimo} \quad (4.2)$$

no qual,  $\Delta S_i$  é um segmento curto da linha poligonal representando a rodovia, e  $G_{d_m}^{\Delta S_i}$  é o nível de cinza médio ao longo da distância  $\Delta S_i$  (Equação 4.3).

$$G_{d_m}^{\Delta S_i} = \frac{\sum_i G_d(x_j, y_j)}{\Delta S_i} \quad (4.3)$$

Na Equação 4.3, o índice  $j$  é utilizado para indexar pontos ao longo de cada vetor  $(i, i+1)$ . A distância  $\Delta S_i$  é dada por:

$$\Delta S_i = \sqrt{(y_{i+1} - y_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2} \quad (4.4)$$

A terceira propriedade é uma generalização das 2 primeiras, pois uma rodovia pode ser tratada como uma feição linear de alta intensidade de brilho, sendo que os pontos mais distantes dessa curva têm menor influência na definição da mesma. Esta propriedade é expressa por:

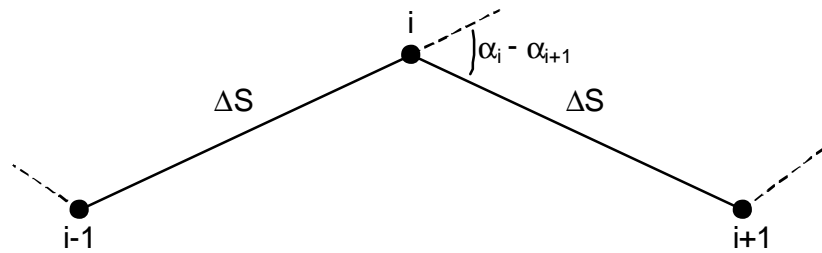
$$E_{p3} = \sum_i e^{-d_i^2} G_d^{\alpha}(x_i, y_i) \rightarrow \text{Máximo} \quad (4.5)$$

na qual,  $e^{-d_i^2}$  é uma função gaussiana e,  $d_i$  é a distância entre um ponto  $(x_i, y_i)$  e a linha poligonal representando a rodovia.

A quarta propriedade reflete uma característica geométrica fundamental de uma rodovia, isto é, a suavidade. Por questões práticas, uma rodovia é normalmente composta por segmentos retos e curvas suaves, geralmente circulares. Matematicamente, tem-se:

$$E_g = \sum_i [2 - 2 \cdot \cos(\alpha_i - \alpha_{i+1})] / \Delta S \rightarrow \text{Mínimo} \quad (4.6)$$

na qual,  $(\alpha_i - \alpha_{i+1})$  é o ângulo de deflexão entre dois vetores sucessivos da linha poligonal representando a rodovia (Figura 22) e,  $\Delta S$  é a distância entre o vértice  $i$  e  $i-1$  ou  $i+1$  (Figura 22).



**Figura 22** – Curvatura no vértice  $i$ .

A quinta propriedade estatui que a curvatura local de uma rodovia possui um limite máximo, ou seja:

$$C_g = |\alpha_i - \alpha_{i+1}| < T \quad (4.7)$$

no qual,  $T$  é um limiar.

A sexta propriedade está relacionada com o fato da largura da rodovia não variar significativamente. Entretanto, esta propriedade já está implícita na 3ª propriedade.

Partindo das propriedades definidas, o modelo genérico de rodovia é definido por duas funções, como segue:

$$E = \sum_{i=1}^{n-1} ((E_{p1} - \beta \cdot E_{p2} + \gamma \cdot E_{p3}) \cdot [1 + \cos(\alpha_i - \alpha_{i+1})]) / \Delta S_i = \sum_{i=1}^{n-1} E_i(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}) \quad (4.8)$$

$$C_i = |\alpha_i - \alpha_{i+1}| < T$$

onde,  $\beta$  e  $\gamma$  são pesos para  $E_{p2}$  e  $E_{p3}$ ;  $E$  é a função objetivo, que pode ser decomposta em sub-funções  $E_i$  dependente de apenas três pontos consecutivos ( $p_{i-1}$ ,  $p_i$ ,  $p_{i+1}$ ) da linha poligonal representando a rodovia.  $C_i$ , devido sua definição, pode ser chamado de injeção de desigualdade, pois permite limitar o espaço de busca, visto que  $E$  é apenas avaliada para pontos que satisfaçam  $C_i < T$ .

Este modelo é resolvido seqüencialmente através do algoritmo de PD, tendo-se como solução final, uma linha poligonal representando o eixo de rodovia extraído. A solução obtida deve corresponder ao máximo da função  $E$ . Visto que esta função depende de três pontos consecutivos da linha poligonal representando a rodovia, apenas seis variáveis, ou seja, coordenadas dos pontos  $p_{i-1}$ ,  $p_i$  e  $p_{i+1}$ , estão relacionadas simultaneamente.

#### 4.1.1.2 Modelo Modificado de Rodovia

Como mostrou a seção anterior, a solução seqüencial do modelo genérico de rodovia por PD, conduz a uma linha poligonal que maximiza a função objetivo  $E$  (Equação 4.8). No entanto, quando se utiliza imagem de média ou de alta resolução, o eixo de rodovia extraído, geralmente, não coincide com o eixo central da rodovia.

Vale e Dal Poz (2003) resolveram este problema através de uma modificação no modelo genérico de rodovia (Equação 4.8), a fim de que venha incorporar informações de borda. O princípio de bordas anti-paralelas apresentado em Nevatia e Babu (1980) é o princípio teórico básico para a definição do modelo de rodovia modificado. Segundo este princípio, nos pontos mais representativos de borda de rodovia, os vetores do gradiente são aproximadamente paralelos e de

mesmo sentido para a mesma borda e, aproximadamente paralelos e de sentido contrário para bordas opostas, sendo, também, em ambos os casos, aproximadamente ortogonais ao eixo da rodovia.

A definição do eixo de rodovia se dá pelo acréscimo de uma injunção de borda à função objetivo, na forma de um triplo produto entre produtos escalar dos vetores gradiente (anti-paralelos) nos pontos de bordas de rodovia (VALE e DAL POZ, 2003), ou seja:

$$E = \sum_{i=1}^{n-1} \left[ E_i(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}) - \langle \vec{V}_{i-1}, \vec{V}'_{i-1} \rangle \cdot \langle \vec{V}_i, \vec{V}'_i \rangle \cdot \langle \vec{V}_{i+1}, \vec{V}'_{i+1} \rangle \right] \quad (4.9)$$

onde  $\vec{V}_{i-1}$ ,  $\vec{V}'_{i-1}$ ,  $\vec{V}_i$ ,  $\vec{V}'_i$ ,  $\vec{V}_{i+1}$  e  $\vec{V}'_{i+1}$  são, respectivamente, vetores anti-paralelos relacionados com as seções transversais definidas nos pontos  $p_{i-1}$ ,  $p_i$  e  $p_{i+1}$  (Figura 23).

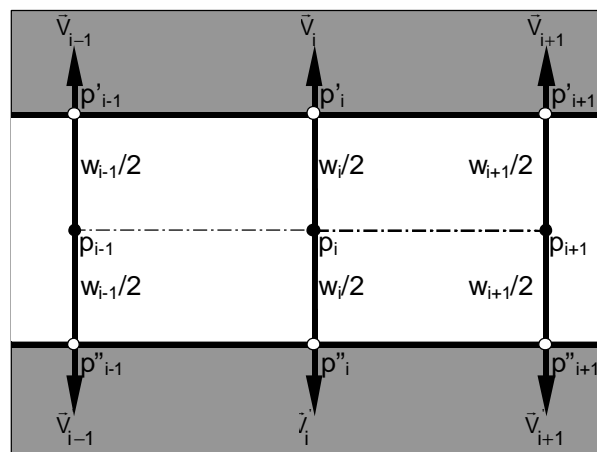
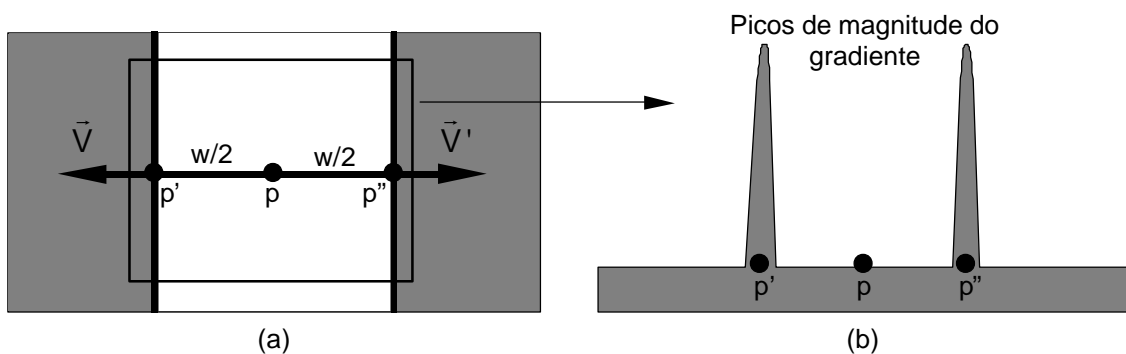


Figura 23 – Segmento de eixo de rodovia (Fonte: Vale e Dal Poz, 2003).

É ainda oportuno discutir alguns aspectos relacionados com a Equação 4.9. Dados dois vetores quaisquer  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , com  $\vec{u} \neq 0$  e  $\vec{v} \neq 0$ , e  $\theta$  o ângulo entre  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , tem-se que  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\theta$ . Levando isso em conta na equação 4.9, tem-se:

$$E = \sum_{i=1}^{n-1} \left[ E_i(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}) - |\vec{V}_{i-1}| \cdot |\vec{V}'_{i-1}| \cdot \cos \theta_{i-1} \cdot |\vec{V}_i| \cdot |\vec{V}'_i| \cdot \cos \theta_i \cdot |\vec{V}_{i+1}| \cdot |\vec{V}'_{i+1}| \cdot \cos \theta_{i+1} \right] \quad (4.10)$$

Considerando que o objetivo básico do processo de otimização por PD é o de encontrar o máximo da função objetivo e que o primeiro termo do somatório da equação 4.10 é positivo, a contribuição do novo termo deve equivaler à adição de uma grande quantidade positiva. Dessa forma, o sinal negativo entre os dois termos se justifica pelo fato de  $\theta_{i-1} \cong \theta_i \cong \theta_{i+1} \cong 180^\circ$ , implicando em  $\cos \theta_{i-1} \cong \cos \theta_i \cong \cos \theta_{i+1} \cong -1$ . Considerando também o fato de que a magnitude do gradiente em pontos de borda é máxima, os produtos escalar entre os vetores gradiente  $\vec{V}_{i-1}$  e  $\vec{V}'_{i-1}$ ,  $\vec{V}_i$  e  $\vec{V}'_i$ ,  $\vec{V}_{i+1}$  e  $\vec{V}'_{i+1}$  são máximos quando os vetores gradiente são tomados em pontos de borda de rodovia, conforme ilustra a Figura 24. Quando isso ocorrer, a função objetivo receberá uma grande contribuição, fazendo com que os respectivos pontos do eixo ( $p_{i-1}$ ,  $p_i$  e  $p_{i+1}$ ) sejam posicionados acuradamente.



**Figura 24** – Esquema para dois pontos de bordas anti-paralelas: (a) Direção dos vetores gradiente  $\vec{V}$  e  $\vec{V}'$ ; e (b) Magnitude dos vetores gradiente (Fonte: Vale e Dal Poz, 2003).

A Figura 24(a) mostra o caso envolvendo a seção transversal de um ponto  $p$  qualquer do eixo da rodovia. Os pontos  $p'$  e  $p''$  pertencem às bordas da rodovia e, também, à seção transversal definida em  $p$ . Sendo  $w$  a largura local da rodovia, então, o ponto  $p$  deve estar situado a uma distância  $w/2$  dos pontos  $p'$  e  $p''$ .

Como nesses pontos  $\vec{V}$  e  $\vec{V}'$  serão aproximadamente anti-paralelos e as respectivas magnitudes serão extremas (Figura 24(b)), então  $\langle \vec{V}, \vec{V}' \rangle$  também assumirá um valor extremo.

Embora a Equação 4.10 expresse o princípio fundamental envolvido, ainda não se encontra numa forma adequada para ser otimizada pelo algoritmo de PD. Como as variáveis de interesse são as coordenadas dos pontos do eixo da rodovia, é necessário expressar as coordenadas dos pontos de borda em função dessas variáveis. Os vetores gradiente  $\vec{V}_{i-1}$ ,  $\vec{V}'_{i-1}$ ,  $\vec{V}_i$ ,  $\vec{V}'_i$ ,  $\vec{V}_{i+1}$  e  $\vec{V}'_{i+1}$  são definidos, respectivamente, nos pontos  $p'_{i-1}$ ,  $p''_{i-1}$ ,  $p'_i$ ,  $p''_i$ ,  $p'_{i+1}$  e  $p''_{i+1}$  cujas coordenadas são expressas em função das coordenadas dos pontos  $p_{i-1}$ ,  $p_i$  e  $p_{i+1}$ , isto é:

$$p'_{i-1} : \begin{cases} x'_{i-1} = \frac{w_{i-1}}{2} \cdot \frac{y_i - y_{i-1}}{V_1} + x_{i-1} \\ y'_{i-1} = -\frac{w_{i-1}}{2} \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{V_1} + y_{i-1} \end{cases} \quad \text{e} \quad p''_{i-1} : \begin{cases} x''_{i-1} = -\frac{w_{i-1}}{2} \cdot \frac{y_i - y_{i-1}}{V_1} + x_{i-1} \\ y''_{i-1} = \frac{w_{i-1}}{2} \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{V_1} + y_{i-1} \end{cases} \quad (4.11)$$

$$p'_i : \begin{cases} x'_i = \frac{w_i}{2} \cdot \frac{y_i - y_{i-1}}{V_1} + x_i \\ y'_i = -\frac{w_i}{2} \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{V_1} + y_i \end{cases} \quad \text{e} \quad p''_i : \begin{cases} x''_i = -\frac{w_i}{2} \cdot \frac{y_i - y_{i-1}}{V_1} + x_i \\ y''_i = \frac{w_i}{2} \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{V_1} + y_i \end{cases} \quad (4.12)$$

$$p'_{i+1} : \begin{cases} x'_{i+1} = \frac{w_{i+1}}{2} \cdot \frac{y_{i+1} - y_i}{V_2} + x_{i+1} \\ y'_{i+1} = -\frac{w_{i+1}}{2} \cdot \frac{x_{i+1} - x_i}{V_2} + y_{i+1} \end{cases} \quad \text{e} \quad p''_{i+1} : \begin{cases} x''_{i+1} = -\frac{w_{i+1}}{2} \cdot \frac{y_{i+1} - y_i}{V_2} + x_{i+1} \\ y''_{i+1} = \frac{w_{i+1}}{2} \cdot \frac{x_{i+1} - x_i}{V_2} + y_{i+1} \end{cases} \quad (4.13)$$

na qual, para  $j = i-1, i, i+1$ ,  $(x_j, y_j)$  são as coordenadas dos pontos  $p_j$  e os  $w_j$  são as larguras locais da rodovia em relação aos pontos  $p_j$  e,  $V_1$  e  $V_2$  corresponde ao comprimento dos segmentos de reta  $\overline{p_{i-1}p_i}$  e  $\overline{p_i p_{i+1}}$ , respectivamente.

As equações 4.11-4.13 definem os pontos nos quais os vetores gradiente serão calculados, dependendo apenas das coordenadas dos pontos  $p_{i-1}$ ,  $p_i$  e  $p_{i+1}$  do eixo da rodovia e das respectivas larguras locais ( $w_{i-1}$ ,  $w_i$  e  $w_{i+1}$ ) da rodovia, assumindo logicamente a simetria da rodovia em relação ao eixo central. Dessa forma, sendo  $E_i^p$  a parte da função objetivo relativa à injunção de borda, tem-se:

$$\langle \bar{V}_{i-1}, \bar{V}'_{i-1} \rangle \cdot \langle \bar{V}_i, \bar{V}'_i \rangle \cdot \langle \bar{V}_{i+1}, \bar{V}'_{i+1} \rangle = E_i^p(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}) \quad (4.14)$$

Considerando a injunção de borda (Equação 4.14) na Equação 4.8, tem-se:

$$E = \sum_{i=1}^{n-1} [E_i(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}) - E_i^p(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, w_{i-1}, w_i, w_{i+1})] \quad (4.15)$$

ou, substituindo os dois termos do somatório por  $E_i^t(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, w_{i-1}, w_i, w_{i+1})$ , chega-se a forma completa da função objetivo modificada, ou seja:

$$E = \sum_{i=1}^{n-1} E_i^t(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}). \quad (4.16)$$

Uma importante simplificação pode ser realizada na Equação 4.16, possibilitando uma significativa redução na complexidade computacional da solução por PD sem, contudo, afetar a qualidade dos resultados. Levando-se em conta que a largura de uma rodovia geralmente não varia muito, é válido supor que  $w_{i-1} \cong w_i \cong w_{i+1}$ . Essa suposição é bastante realística porque à medida que as iterações vão sendo realizadas, o eixo da rodovia vai também sendo refinado e adensado. Isto é, as seções definidas por três pontos sucessivos vão encurtando

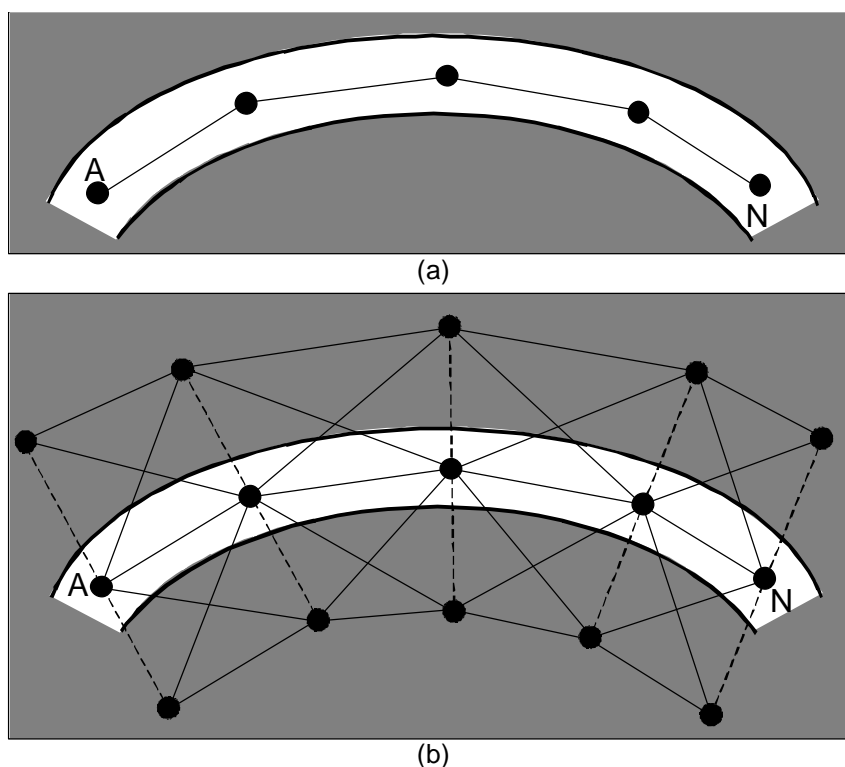
com o progresso do processo iterativo, tornando desnecessário o uso de larguras distintas de rodovias nas referidas seções locais de rodovia. Assim, a função objetivo usada no processo de otimização tem a forma (VALE e DAL POZ, 2003):

$$E = \sum_{i=1}^{n-1} E_i^t(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, w_i) \quad (4.17)$$

Portanto, a função objetivo 4.17 relaciona simultaneamente sete variáveis, ou seja, coordenadas dos pontos  $p_{i-1}$ ,  $p_i$ ,  $p_{i+1}$ , e a largura local da rodovia ( $w_i$ ).

#### 4.1.2 Solução para o Modelo de Rodovia Usando o Algoritmo de PD

O princípio geral para a extração de rodovias através do algoritmo de PD é apresentado pela Figura 25.



**Figura 25** – Princípio do método. (a) Descrição da rodovia por uma linha poligonal; e (b) Problema de otimização para a extração do eixo de rodovia. (Fonte: Adaptado de Dal Poz e Agouris, 2000).

Como mostra a Figura 25(a) e conforme já foi dito anteriormente, a rodovia a ser extraída pode ser descrita por uma linha poligonal de  $n$  vértices, sendo que, nem todos estão interrelacionados simultaneamente. Nesse caso, segundo a definição de Ballard e Brown (1982), o algoritmo de PD é eficiente para resolver este problema de otimização.

O problema apresentado na Figura 25(b) consiste em encontrar o caminho ótimo entre os pontos A e N. Os vértices definidores do caminho ótimo maximizam a função objetivo E (Equação 4.8 ou 4.16) e obedecem a injunção de desigualdade (C). No entanto, para determinação do caminho ótimo, primeiramente, o problema de otimização apresentado na Figura 25(b) necessita ser formulado.

A formulação do problema de otimização se dá a partir da reamostragem de pontos ao longo de janelas de busca (linhas tracejadas na Figura 25(b)), estabelecidas transversalmente ao eixo atual de rodovia. A linha poligonal inicial descrita pelos pontos sementes consiste no eixo atual de rodovia no início do processo de extração. A linha poligonal refinada nas demais iterações definem o eixo atual de rodovia para a iteração  $i$ , e assim por diante.

As janelas de busca são, então, estabelecidas em todos os pontos que definem o eixo atual de rodovia e as posições dos pontos desta janela são reamostradas como segue:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_j = k \cdot r \cdot \begin{bmatrix} -b \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_p \quad (4.18)$$

no qual,

- $(x, y)_j$ : coordenadas calculadas de pontos da janela de busca;

- $(x, y)_P$ : coordenadas de um dado ponto P pertencente ao eixo atual de rodovia;
- k: varia de  $1, \dots, \text{int}(m/r)$  para o lado esquerdo da rodovia e de  $-1, \dots, -\text{int}(m/r)$  para o lado direito da rodovia;
- m: dimensão da janela de busca para cada lado da rodovia;
- r: resolução da janela de busca. A fim de possibilitar uma precisão *sub-pixel*, esse valor é geralmente menor que 1 *pixel*; e
- $(-b, a)$ : componentes do vetor normalizado, perpendicular ao eixo atual de rodovia no ponto P.

O valor de m define o tamanho do espaço de busca. Desta forma, defini-lo grande implica em uma grande quantidade de pontos a serem analisados. Conseqüentemente, um grande esforço computacional será exigido. Sendo n o número de vértices e  $n_p$  o número de possibilidades que cada vértice pode assumir dentro da janela de busca (Equação 4.19), o esforço computacional será da ordem de  $n \cdot n_p^3$  (GRUEN e LI, 1997). Portanto, a definição do parâmetro m é importante para o funcionamento ótimo do algoritmo de PD.

$$n_p = \left[ 2 \cdot \text{int} \left( \frac{m}{r} \right) \right] + 1 \quad (4.19)$$

Várias estratégias podem ser definidas para a determinação do valor de m. Em Silva (2001), o valor de m é estabelecido como sendo igual a largura da rodovia (w) com 20% de tolerância, ou seja,  $1,2w$ . Uma outra estratégia que pode ser estabelecida consiste na definição de m em intervalos diferentes. Como o processo de extração é iterativo, a linha poligonal inicial é sucessivamente refinada.

Portanto, intervalos com um maior valor de  $m$  são dados no início (por exemplo,  $m$  igual a  $4w$ ), permitindo a obtenção de um grande raio de convergência. O valor de  $m$  vai sendo diminuído à medida que o eixo de rodovia vai sendo refinado.

Tais estratégias são características do processo de extração de rodovias não georreferenciadas, ou seja, nenhuma informação a priori das rodovias é conhecida, a não ser poucos pontos sementes. Quando da extração de rodovias georreferenciadas, problema típico dos processos de verificação e atualização automática da malha viária, as incertezas das rodovias existentes em uma base de dados ou mapa digital, podem ser utilizadas para a definição do valor  $m$ .

Assumindo que o nível de incerteza das rodovias georreferenciadas é de 0,3% (isto é, certeza de 99,7%), o valor de  $m$  é dado por:

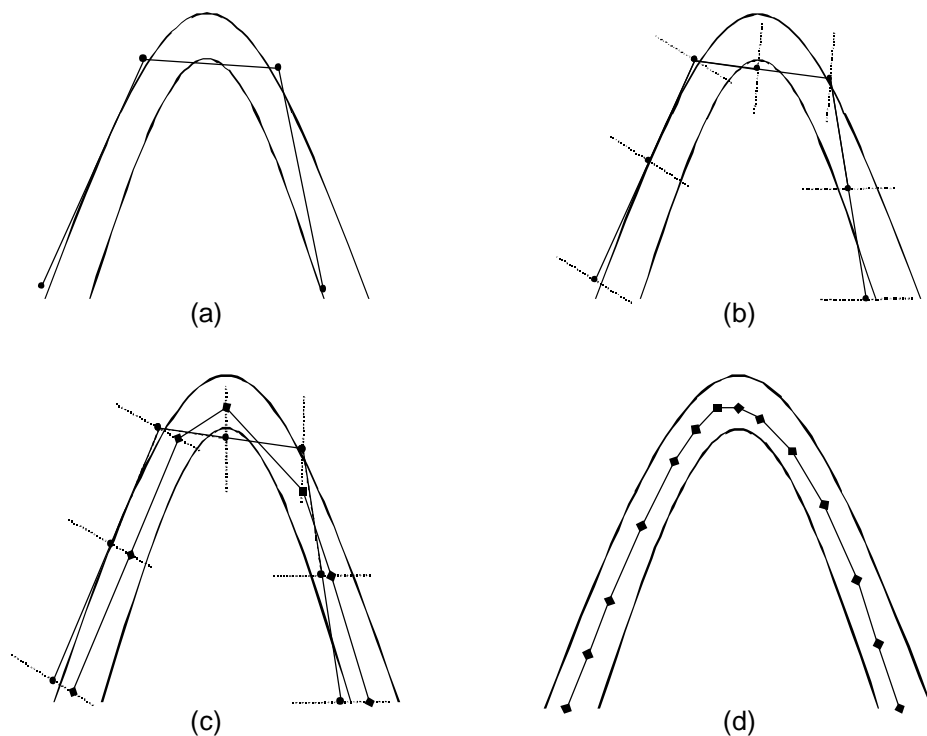
$$m = 2,965 \cdot \sigma \cong 3 \cdot \sigma \quad (4.20)$$

na qual,  $\sigma$  consiste no desvio-padrão de um ponto georreferenciado do eixo de rodovia propagado para o espaço imagem. Em outras palavras, os pontos dos eixos de rodovias presentes na imagem estão, na hipótese de ausência de erros sistemáticos, em 99,7% das vezes a uma distância máxima de  $3\sigma$  dos correspondentes pontos projetados a partir das rodovias georreferenciadas.

Como foi mostrado na Seção 3.9.2, o valor de  $\sigma$  é obtido através do processo de propagação de covariância na transformação de pontos salientes para o espaço imagem.

O princípio do processo de otimização usando PD é ilustrado na Figura 26. Inicialmente são fornecidos vários pontos sementes, cujas localizações e distribuições são grosseiras (Figura 26(a)). Ligando-se estes pontos, obtém-se a

primeira aproximação para a rodovia, ou também, o eixo atual de rodovia para o início do processo iterativo de otimização. Na primeira iteração, entre cada par de pontos sementes é inserido um novo ponto através de interpolação linear (Figura 26(b)). As linhas tracejadas representam as janelas de busca. O procedimento de otimização através da PD gera uma nova aproximação para a rodovia (Figura 26(c)). O mesmo procedimento é realizado nas demais iterações. O processo converge quando numa determinada iteração todos os novos pontos extraídos são colineares aos pontos otimizados na iteração anterior. O resultado após a convergência é ilustrado na Figura 25(d).



**Figura 26** – Ilustração do processo de otimização. (a) Linha poligonal inicial; (b) Interpolação linear de novos vértices; (c) Resultado após a otimização; e (d) Resultado após a convergência da otimização (Fonte: Dal Poz e Agouris, 2000).

### **4.1.3 Inicialização Automática do Processo de Extração de Rodovias Usando PD**

O problema de inicialização automática do processo de extração é solucionado a partir de rodovias georreferenciadas presentes em mapas digitais ou base de dados. Neste caso, pontos que descrevem, acuradamente ou não, a forma e a posição das rodovias, bem como sua topologia, denominados pontos salientes, são extraídos automaticamente ao longo das rodovias georreferenciadas. Esses pontos são, então, transformados para o espaço imagem e os erros cometidos no processo de transformação são estimados. A determinação da precisão desses pontos transformados possibilita aumentar ainda mais o nível de automação do processo de extração, visto que, as dimensões das janelas de busca usadas no processo de otimização por PD são, também, determinadas automaticamente. Além disso, permite reduzir o custo computacional, visto que, tais informações possibilitam dimensionar adequadamente o espaço de busca. Logo, o problema de inicialização automática é dividido em três problemas secundários, isto é: 1- Extração automática de pontos salientes; 2- Transformação dos pontos salientes para o espaço imagem; e 3- Propagação de covariância na transformação de pontos salientes para o espaço imagem.

Na seqüência são apresentadas as soluções para estes problemas.

#### **4.1.3.1 Identificação Automática de Pontos Salientes**

Os pontos salientes descrevem, geralmente de forma mais grosseira, a forma e a posição das rodovias georreferenciadas, bem como sua topologia (Figura 26). Dessa forma, para o caso da malha viária, como a porção apresentada na Figura 26, dois grupos são definidos para a identificação de pontos

salientes. O primeiro grupo é formado pelos pontos de intersecção entre as rodovias (ponto com preenchimento branco na Figura 27). O segundo grupo é formado pelos pontos que descrevem grosseiramente a forma e a posição das rodovias georreferenciadas (pontos pretos na Figura 27).

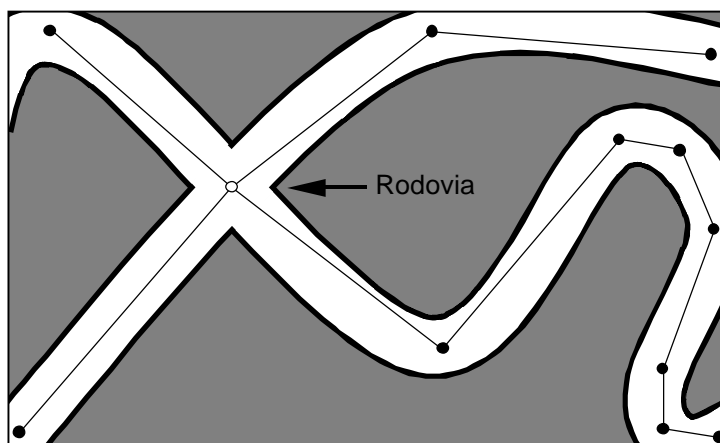
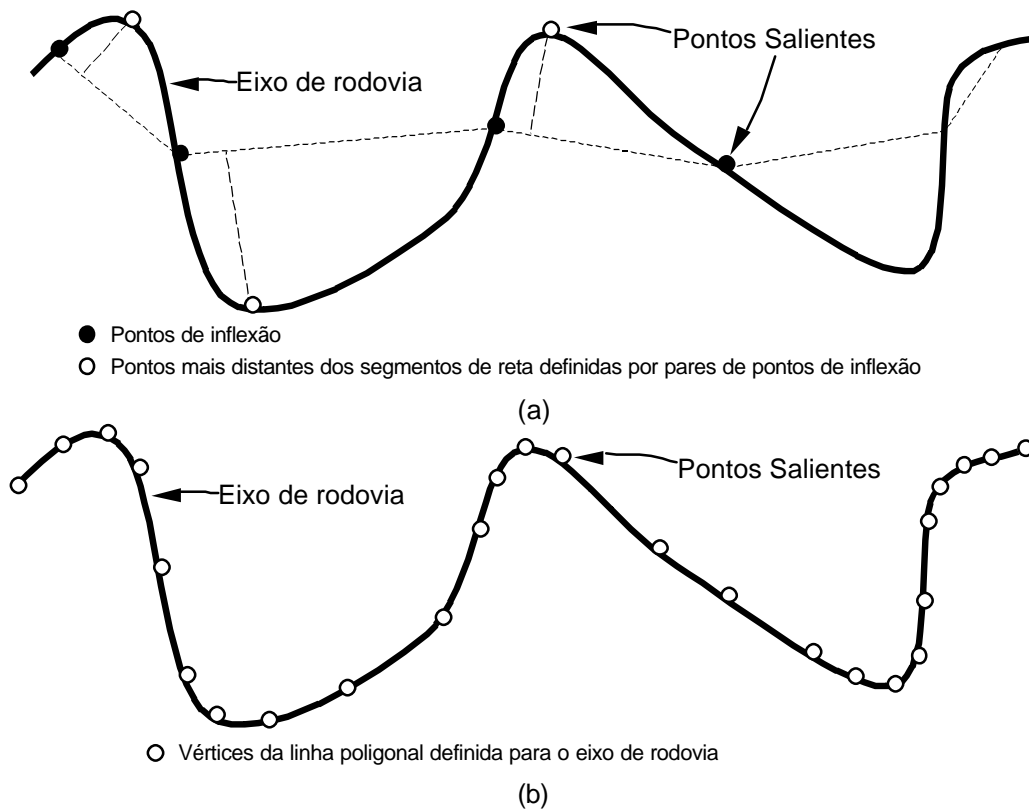


Figura 27 – Grupos de pontos sementes.

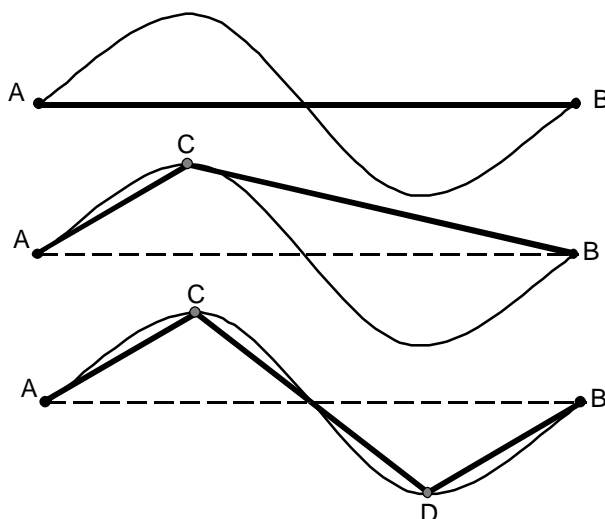
Como mostra a Figura 28(a), os pontos salientes poderiam ser definidos pelos pontos de inflexão da curva definida pelos eixos de rodovias, e pelos pontos de rodovia mais distantes dos segmentos de reta definidos por pares de pontos de inflexão. No entanto, a determinação numérica de pontos de inflexão a partir de uma curva digital não é simples. Uma outra possibilidade é a segmentação da curva representando a rodovia através de técnicas de poligonização, gerando uma linha poligonal que aproxima adequadamente a rodovia georreferenciada (Figura 28(b)). Além da fácil realização computacional destas técnicas, é possível saber qual é o máximo afastamento entre a curva original e a linha poligonal.



**Figura 28** – Extração automática de pontos salientes a partir de rodovias georreferenciadas. (a) Pontos salientes definidos a partir dos pontos de inflexão da curva definida pelo eixo de rodovia; e (b) Pontos salientes definidos pelos vértices da linha poligonal.

De acordo com Jain et al. (1995), uma linha poligonal consiste numa seqüência de segmentos de reta conectados. No problema de modelagem de contorno, uma linha poligonal modela uma lista de pontos com uma seqüência de segmentos de reta. As extremidades de cada segmento de reta são selecionadas numa lista de pontos de contorno e os vértices são definidos como sendo os pontos onde os segmentos de reta são conectados. Esta lista de pontos pode ser, por exemplo, uma cadeia de *pixels* conectados representando uma borda previamente extraída, como também, uma lista de pontos representando um eixo de rodovia (georreferenciado ou não).

A Figura 29 ilustra a definição de uma linha poligonal por divisão recursiva. O princípio baseia-se na adição de vértices recursivamente a partir de uma curva inicial (Jain et. al, 1995).



**Figura 29** – Método de divisão recursiva (Fonte: Jain et al., 1995).

Considerando a curva mostrada na Figura 29, a aproximação inicial para a linha poligonal é o segmento de reta entre o primeiro e o último ponto da curva, indicados como A e B. Um vértice é inserido no ponto da curva mais afastado do segmento de reta, indicado como ponto C, desde que este afastamento esteja acima de um limiar pré-estabelecido ( $L$ ). Desse modo, o algoritmo é aplicado recursivamente nos dois novos segmentos de reta e nos dois respectivos segmentos de curva (curvas AC e CB). Os pontos das curvas AC e CB mais afastados são encontrados e novos vértices são introduzidos, desde que atendam ao critério de afastamento mínimo. O algoritmo é encerrado quando não é possível introduzir novos vértices. É interessante ressaltar ainda que, quanto menor o valor de  $L$ , mais fiel será a representação da curva através da linha poligonal. Os pontos resultantes desse processo são denominados pontos salientes da curva. Neste caso, admite-se que a curva representa uma rodovia georreferenciada. Como a linha poligonal resultante não necessita modelar acuradamente o eixo de rodovia, um alto valor para  $L$  pode ser adotado, ficando poucos pontos salientes na linha poligonal resultante. A altura  $h$  para cada ponto saliente ( $x, y$ ) é interpolada a partir das informações georreferenciadas.

#### 4.1.3.2 Transformação de Pontos Salientes para o Espaço Imagem

Essa etapa é obtida a partir da transformação de pontos salientes referidos ao sistema de projeção UTM com altura ortométrica (E, N, h) para o sistema de imagem (c, l). Como já foi mencionado anteriormente, esta transformação requer uma série de transformações intermediárias entre sistemas do espaço objeto e, também, do espaço imagem. O modelo matemático apresentado na Seção 3.8 permite realizar esta transformação. Para tanto, a imagem deverá estar orientada interior e exteriormente. O processo de orientação interior inversa é conduzido a partir da determinação dos parâmetros de transformação entre os sistemas fiducial e de imagem (Seção 3.7), levando-se também em conta os erros sistemáticos provenientes do processo de imageamento. A orientação exterior da imagem pode ser obtida através do processo fotogramétrico de Resseção Espacial. Conforme foi apresentado na Seção 3.6, este processo consiste na determinação dos parâmetros de orientação exterior ( $X_{CP}$ ,  $Y_{CP}$ ,  $Z_{CP}$ ,  $\kappa$ ,  $\phi$ ,  $\omega$ ) de uma única fotografia.

Os pontos salientes transformados para o espaço imagem via Equação 3.26 passam agora a ser denominados pontos sementes, visto que, são usados como informações iniciais para a etapa de delineamento das rodovias.

#### 4.1.3.3 Propagação de Covariância na Transformação de Pontos Salientes para o Espaço Imagem

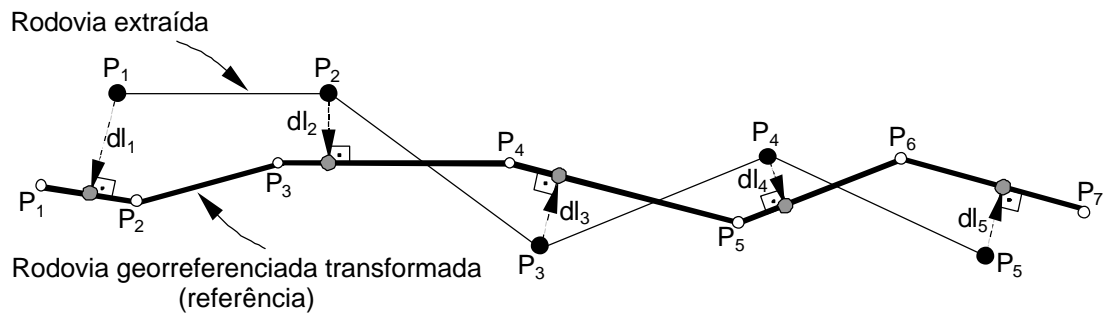
A precisão dos pontos salientes, transformados para o espaço imagem, é obtida através da propagação de covariância. O modelo matemático para a propagação de covariância na transformação de coordenadas UTM em coordenadas de imagem foi apresentado na Seção 3.9.2 (Equação 3.34). Conforme

já foi mencionado, a precisão dos pontos transformados permite: 1- definir automaticamente a dimensão das janelas de busca, possibilitando garantir a convergência do processo de extração automática com um esforço computacional minimizado; e 2- realizar a verificação da malha viária, pois, tais informações possibilitam a realização de uma análise de consistência das rodovias georreferenciadas extraídas.

## **4.2 Análise de Consistência das Rodovias Extraídas**

Nesta etapa, o objetivo é analisar a consistência das rodovias extraídas na primeira etapa do método, isto é, se estas são estatisticamente compatíveis com as rodovias preexistentes. Para tanto, todos os pontos das rodovias preexistentes são transformados para o espaço imagem e, os desvios-padrão inerentes, em cada ponto, são também calculados. Os processos de transformação de pontos para o espaço imagem e de estimação da precisão dos pontos transformados já foi bem apresentado nas Seções 3.8 e 3.9.2, respectivamente. Daqui em diante, os termos rodovia georreferenciada extraída e rodovia preexistente transformada para o espaço imagem, passam a ser chamados rodovia extraída e rodovia georreferenciada transformada, respectivamente. Finalizadas as etapas de transformação e propagação dos erros, a análise de consistência é conduzida em dois passos básicos, ou seja: 1- Determinação da distância local entre as rodovias extraídas e as correspondentes georreferenciadas transformadas; e 2- Classificação dos segmentos das rodovias extraídas segundo a compatibilidade com as correspondentes georreferenciadas transformadas.

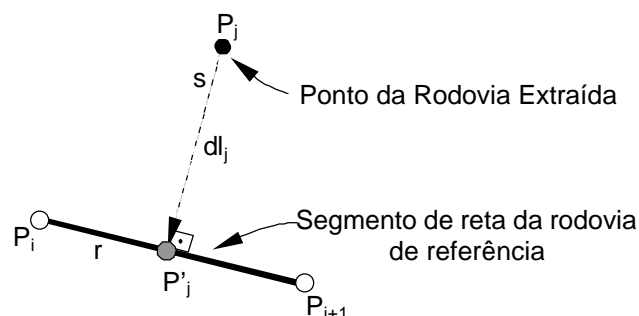
Como mostra a Figura 30, a primeira etapa é conduzida a partir da determinação da distância entre os pontos da rodovia extraída e a curva de referência correspondente definida pela rodovia georreferenciada transformada.



**Figura 30** – Distância local entre a rodovia extraída e a georreferenciada transformada.

Definindo-se o segmento de reta  $r$  a partir dos pontos  $P_i(c_i, l_i)$  e  $P_{i+1}(c_{i+1}, l_{i+1})$ , e expressando-o na forma  $a_i \cdot c + b_i \cdot l + d = 0$ , a distância local ( $dl_i$ ) de  $P_j(c_j, l_j)$  a  $r$  é dada por (Figura 31):

$$dl_j = \frac{|a_i \cdot c_j + b_i \cdot l_j + d|}{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}} \quad (4.21)$$



**Figura 31** – Distância de um ponto da rodovia extraída a um segmento de reta da rodovia de referência.

A distância local ( $dl_j$ ) determinada acima, ainda necessita ser validada, ou seja, deve-se verificar se o ponto  $P'_j(c'_j, l'_j)$ , projeção ortogonal de  $P_j$  em

$r$ , pertence realmente ao segmento de reta  $\overline{P_i, P_{i+1}}$ .  $P_j$  e  $P'_j$  definem a reta  $s$  que é perpendicular a  $r$  (Figura 31). Dessa forma, sendo  $a_i \cdot c - l + b_i = 0$  e  $-\frac{1}{a_i} \cdot c - l + b_j = 0$  as respectivas equações das retas  $r$  e  $s$ , as coordenadas de  $P'_j$  são dadas por:

$$P'_j = \begin{bmatrix} c'_j \\ l'_j \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -a_i & 1 \\ 1/a_i & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_i \\ b_j \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Determinadas as coordenadas de  $P'_j$ , as mesmas podem ser validadas como segue:

$$\begin{aligned} c_i &\leq c'_j \leq c_{i+1} \\ l_i &\leq l'_j \leq l_{i+1} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Caso as coordenadas de  $P'_j$  não satisfaçam a condição de validação, o valor de  $i$  é incrementado e uma nova determinação é conduzida. Este processo é realizado para todos os pontos da rodovia extraída, a fim de que o deslocamento local em todos os pontos seja encontrado.

Na segunda etapa, segmentos das rodovias extraídas são classificados segundo a compatibilidade com os correspondentes das rodovias georreferenciadas transformadas em: 1- verificado; ou 2- não-verificado. Um segmento de rodovia extraída é classificado como verificado quando for compatível com um segmento de rodovia georreferenciada transformada. Caso contrário, o mesmo é classificado como não-verificado. Um segmento de rodovia é classificado como não-verificado de acordo com três possibilidades: 1- os segmentos de rodovia

foram extraídos erroneamente pelo método de extração; 2- os segmentos de rodovia são trechos de atualizações das rodovias georreferenciadas transformadas; e 3- a base de dados ou mapa digital de rodovias apresenta erros grosseiros e/ou sistemáticos.

Para realização desta classificação, assume-se que as rodovias georreferenciadas transformadas são corretas. Assumindo-se também uma probabilidade de 99,7%, todos os pontos da rodovia extraída que estiverem a uma distância superior a três vezes o erro de projeção da correspondente georreferenciada transformada, são considerados incorretos. Assim, como se considerou as rodovias georreferenciadas como corretas, as hipóteses de inconsistência estão ligadas a: 1- problemas de extração; ou 2- mudança de traçado das rodovias georreferenciadas transformada.

A Equação (4.24) expressa este critério como segue:

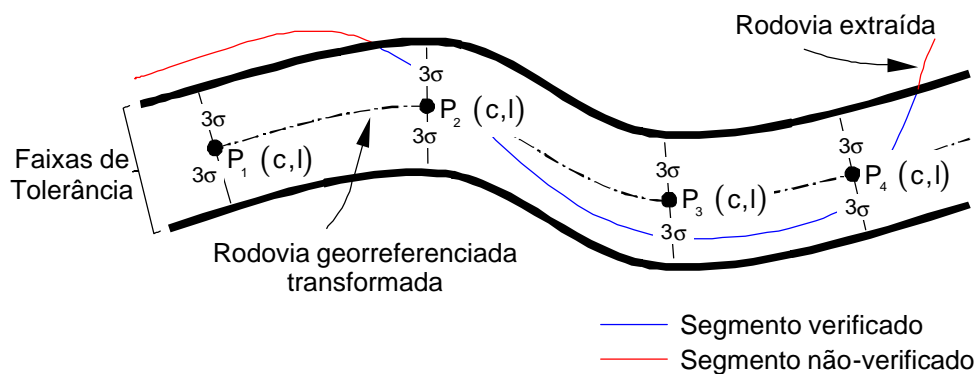
$$d_{li} \leq 3 \cdot \sigma_m \quad (4.24)$$

no qual,  $d_{li}$  é o deslocamento local do ponto  $i$  da rodovia extraída em relação a seu correspondente  $m$  da rodovia georreferenciada transformada e,  $\sigma_m$  é o desvio-padrão do ponto  $m$  da rodovia georreferenciada transformada.

Caso o critério de consistência seja satisfeito, o ponto da rodovia georreferenciada é classificado como verificado. Se ocorrer o contrário, o ponto é classificado como não-verificado. A partir destes pontos classificados, segmentos das rodovias extraídas verificados ou não-verificados são gerados.

Como mostra a Figura 32, o estabelecimento deste critério equivale à construção de faixas de tolerâncias em torno das rodovias georreferenciadas

transformadas. Desta forma, partes da rodovia extraída situadas fora das faixas de tolerância são consideradas incompatíveis com as rodovias georreferenciadas transformadas e, portanto, são classificadas como não-verificadas. Já, os trechos compatíveis, ou seja, compreendido pelas faixas de tolerância são classificados como verificados.



**Figura 32** – Definição das faixas de tolerância e classificação do eixo da rodovia extraída segundo a compatibilidade com o correspondente georreferenciado transformado.

Caso toda a malha extraída esteja dentro da faixa de tolerância de  $3\sigma$ , então é considerada totalmente compatível com a correspondente georreferenciada transformada, ou em outras palavras, pode se dizer que a verificação é de 100%. A verificação pode ser também parcial, como, por exemplo, de 90%.

## 5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 5.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com o processo de verificação automática da malha viária. Conforme foi mostrado no Capítulo 4, o problema de verificação automática da malha viária é resolvido a partir das etapas de extração automática de rodovias georreferenciadas e de análise de consistência das rodovias extraídas. Cada uma dessas etapas é realizada separadamente. Os resultados obtidos em ambas as etapas do método são analisados visual e numericamente.

Na análise visual, os resultados obtidos (eixos de rodovia extraídos, pontos salientes transformados para o espaço imagem, janelas de busca definidas automaticamente, eixos de rodovia verificados e não-verificados, etc.) são sobrepostos na imagem, sendo analisados visualmente por um operador humano.

Na análise numérica, os eixos de rodovia extraídos são analisados a partir de comparações entre as entidades: rodovia de referência e rodovia extraída. A rodovia de referência corresponde ao eixo central da rodovia, o qual é considerado correto, sendo, geralmente, digitalizado por um operador humano. A rodovia extraída consiste no eixo de rodovia extraído através de algum método de extração. De posse de ambas as entidades e, também, da largura média da rodovia ( $w_m$ ), segmentos de rodovia extraídos são classificados segundo a distância euclidiana entre a rodovia de referência e a rodovia extraída. Quatro tipos foram definidos para esta classificação, quais sejam (MAIA, 2003): 1- Segmentos extraídos com ótima qualidade: um segmento é considerado como extraído com ótima qualidade se a

distância entre os pontos da rodovia extraída e a de referência for menor ou igual a  $w_m/4$ ; 2- Segmentos extraídos com boa qualidade: um segmento é considerado como extraído com boa qualidade se a distância entre os pontos da rodovia extraída e a de referência estiver dentro do intervalo  $]w_m/4, w_m/2]$ ; 3- Segmentos extraídos com péssima qualidade: um segmento é dado como extraído com péssima qualidade se a distância entre os pontos da rodovia extraída e a de referência for maior que  $w/2$ ; e 4- Segmentos não extraídos: são segmentos onde a rodovia não foi extraída devido às falhas do método de extração.

Os parâmetros utilizados para a análise dos resultados são construídos a partir dos segmentos descritos acima, isto é (WIEDEMANN e HINZ, 1999): 1- Completeza: razão entre a soma dos comprimentos dos eixos de rodovia extraídos dos tipos 1 e 2 e dos correspondentes de referência; 2- Correção: razão entre a soma dos comprimentos dos eixos de rodovia que foram extraídos corretamente (tipo 1) e dos comprimentos dos eixos extraídos dos tipos 1 e 2; 3- Desvio Médio: distância média entre os eixos de rodovia extraídos e os correspondentes de referência; e 4- Erro Médio Quadrático: raiz quadrada da soma quadrática das distâncias entre os eixos de rodovia extraídos e os correspondentes de referência.

Maiores detalhes sobre a análise numérica são apresentados em MAIA (2003). O programa desenvolvido por este autor foi utilizado para análise numérica dos eixos de rodovia extraídos.

## 5.2 Material e Métodos

### 5.2.1 Considerações Computacionais

O método para verificação automática da malha viária foi implementado em linguagem C++ segundo uma abordagem orientada a objetos. Um dos principais benefícios dado pela programação orientada a objetos consiste na reutilização de programas. De acordo com Deitel e Deitel (2001), com a tecnologia de objetos, as entidades de programas criadas (denominadas de objetos), se projetadas adequadamente, tendem a ser mais reusáveis em projetos futuros. Usar bibliotecas de classes pode reduzir enormemente a quantidade de esforço necessário para implementar alguns tipos de sistemas. Além da reutilização de programas, a programação orientada a objetos tende a produzir um programa mais compreensível, mais bem organizado e mais fácil de manter, modificar e depurar (DEITEL e DEITEL, 2001).

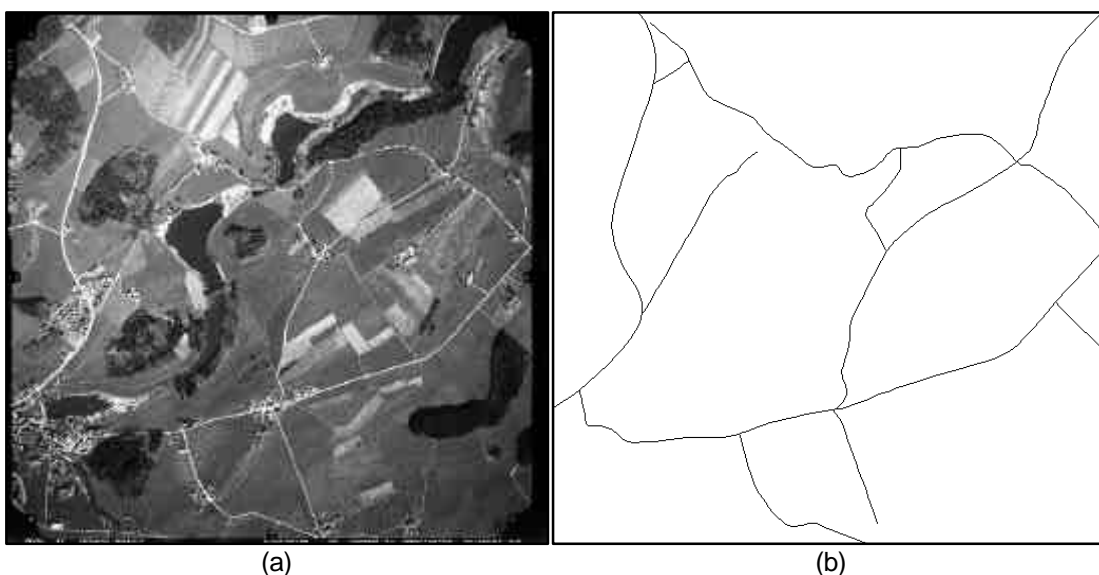
As classes desenvolvidas para o método de verificação automática da malha viária são apresentadas na Figura 33. É importante salientar que as implementações já existentes, desenvolvidas por outros integrantes do grupo, foram aproveitadas.



Figura 33 – Classes desenvolvidas.

### 5.2.2 Dados

Os experimentos foram conduzidos a partir de uma imagem aérea e de um mapa digital das rodovias existentes nesta imagem. A imagem aérea, a qual apresenta uma pequena região da Suíça, foi tomada na escala 1:9200 e faz parte de um projeto demonstrativo do sistema fotogramétrico *Leica Photogrammetry Suite (LPS)*. A partir deste projeto, tornou-se possível a elaboração de um mapa digital de rodovias na escala 1:2000. Este mapa apresenta acurácia planimétrica de 0,6 m e altimétrica de 0,8 m. A imagem aérea e o mapa digital de rodovias são apresentados na Figura 34.

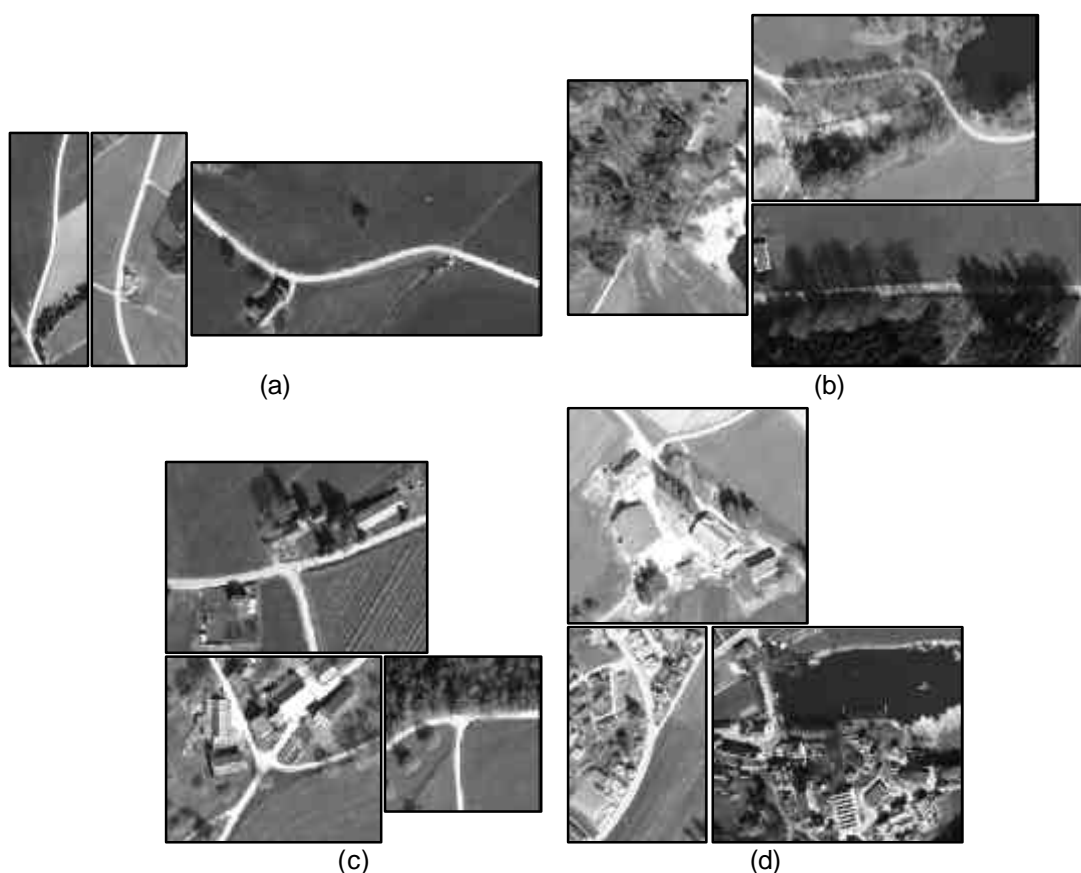


**Figura 34** – Dados utilizados para os experimentos. (a) Imagem aérea; e (b) Mapa digital de rodovias.

Antes da realização dos experimentos, a imagem foi reamostrada de forma que as rodovias apresentassem larguras de no máximo 14 *pixels*. A imagem que apresentava dimensões de 9496 x 9284 *pixels*, após a reamostragem, passou a apresentar dimensões de 3000 x 2933 *pixels*. Este procedimento diminui o custo computacional, pois com a diminuição da largura das rodovias a quantidade de

dados a serem analisados é reduzida. O tamanho do *pixel* no terreno para a imagem reamostrada é de aproximadamente 70 cm.

Em relação à etapa de extração automática de rodovias georreferenciadas, através da análise da Figura 34(a), pode-se encontrar uma série de pontos favoráveis e desfavoráveis para o método de extração de rodovias por PD. A favor, têm-se, no geral, rodovias com larguras regulares e bordas bem definidas (Figura 35(a)). Contra, têm-se diversos pontos de obstruções (Figura 35(b)) e locais de junções onde as rodovias são definidas por uma ou nenhuma borda (Figura 35(c)). Além disso, as rodovias percorrem alguns trechos suburbanos, os quais oferecem dificuldades para o método de extração, visto que o mesmo é mais apropriado para a extração de rodovias em áreas rurais (Figura 35(d)).



**Figura 35** – Exemplos de pontos favoráveis e desfavoráveis para a extração de rodovias. (a) Rodovias com larguras regulares e bordas bem definidas; (b) Obstruções; (c) Junções; e (d) Rodovias em regiões suburbanas.

### 5.3 Experimentos e Análise dos Resultados

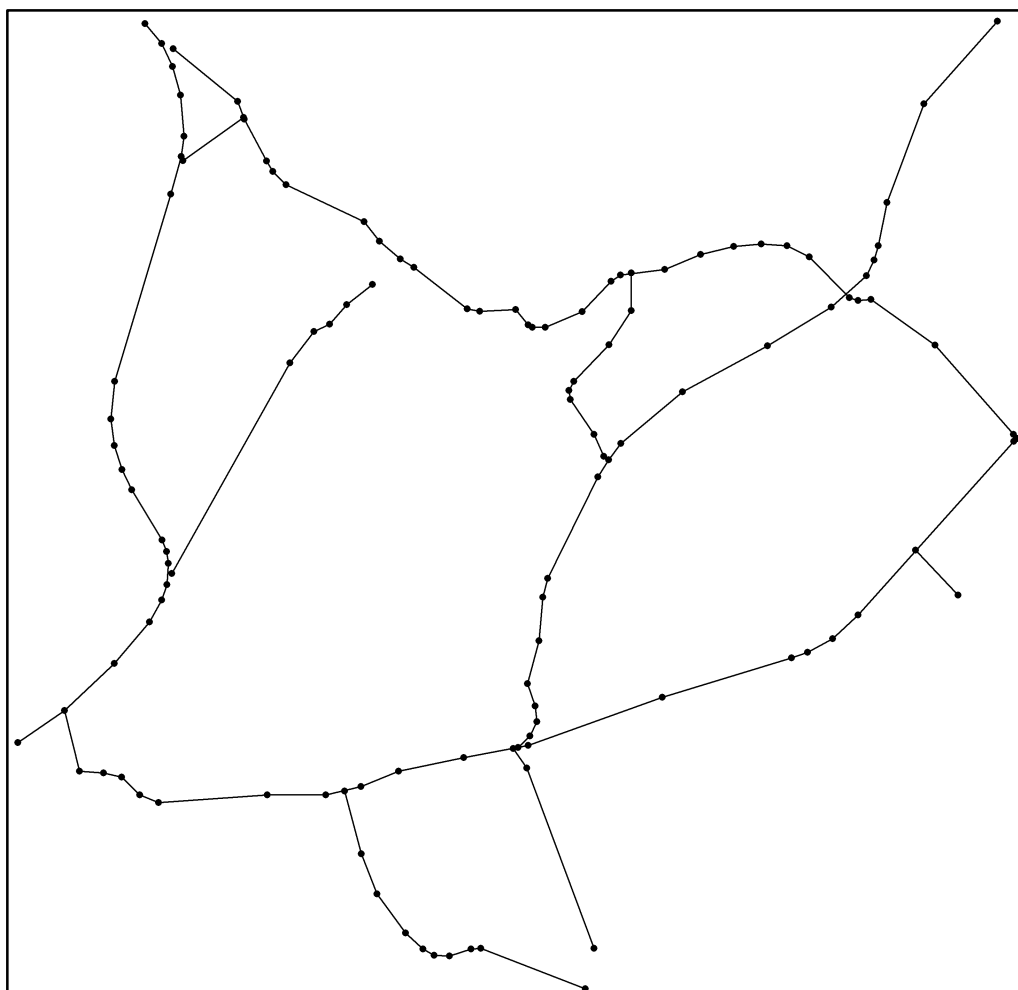
De forma a avaliar a potencialidade do método para a verificação automática da malha viária, a partir da imagem aérea e do mapa digital, dois experimentos foram conduzidos, os quais são apresentados na seqüência.

#### 5.3.1 Experimento – 1

Neste experimento, o objetivo é verificar o mapa digital de rodovias a partir da imagem aérea. É esperado que se tenha uma verificação de 100%, pois o mapa está completamente atualizado.

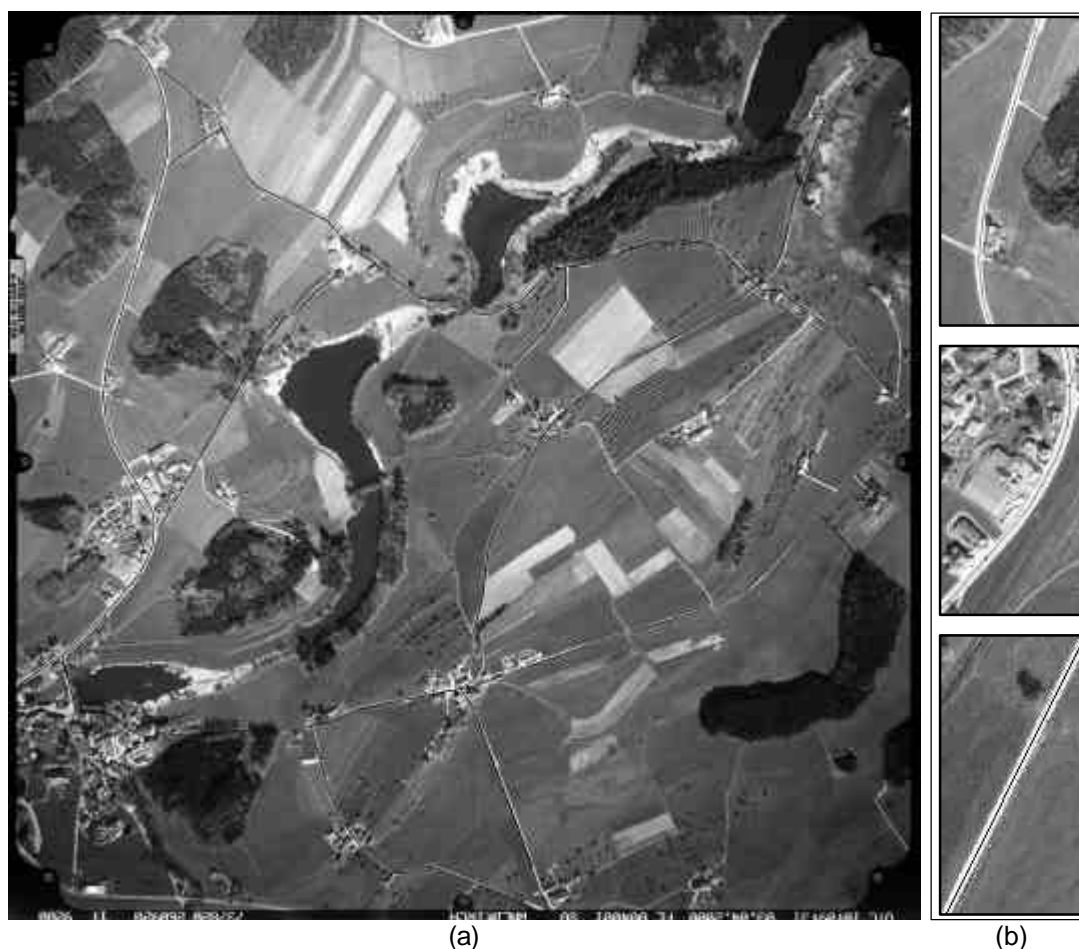
As Figuras 36 – 44 apresentam os resultados obtidos para a etapa de extração automática de rodovias georreferenciadas.

Na Figura 36, as linhas poligonais que modelam os eixos de rodovias georreferenciados são apresentadas, sendo que os vértices destas linhas poligonais, conforme apresentado anteriormente, correspondem aos pontos salientes extraídos automaticamente. Como se sabe, uma descrição grosseira dos eixos de rodovia já é suficiente para inicializar o método de extração de rodovias por PD. Adotou-se assim, um limiar relativamente alto de  $5\sigma$  para a poligonação, sendo  $\sigma = 0,6$  m. Esse procedimento permite uma boa simplificação da descrição inicial dos eixos de rodovia.



**Figura 36** – Pontos salientes extraídos.

A Figura 37 apresenta os eixos de rodovias iniciais, definidos pelos pontos salientes, transformados para o espaço imagem. Como mostra a Figura 37(a), no geral, os eixos de rodovia transformados já se encontram sobre a malha viária, inclusive, em alguns trechos, já são compatíveis com os eixos de rodovia corretos (Figura 37 (b)). Contudo, na maior parte, esta compatibilidade não é verificada, portanto, tais eixos necessitam ser refinados pelo método de extração (Figura 38).



**Figura 37** – Inicialização do método de extração de rodovias. (a) Eixos de rodovias iniciais transformados para o espaço imagem; e (b) Exemplos de trechos em que os eixos de rodovias iniciais são compatíveis com os eixos de rodovia corretos.



**Figura 38** – Exemplos de trechos em que os eixos de rodovias iniciais necessitam ser refinados pelo método de extração.

Os limites das janelas de busca, definidos com base na Equação 4.20, são apresentados na Figura 39. Como pode ser visto nesta figura, a área de pesquisa é definida aproximadamente pelas bordas das rodovias, sendo, portanto, suficiente para a extração da rodovia. As janelas de buscas definidas desta forma

permitem um funcionamento otimizado do processo de extração, visto que, vem a evitar a análise do algoritmo numa grande quantidade de pontos.

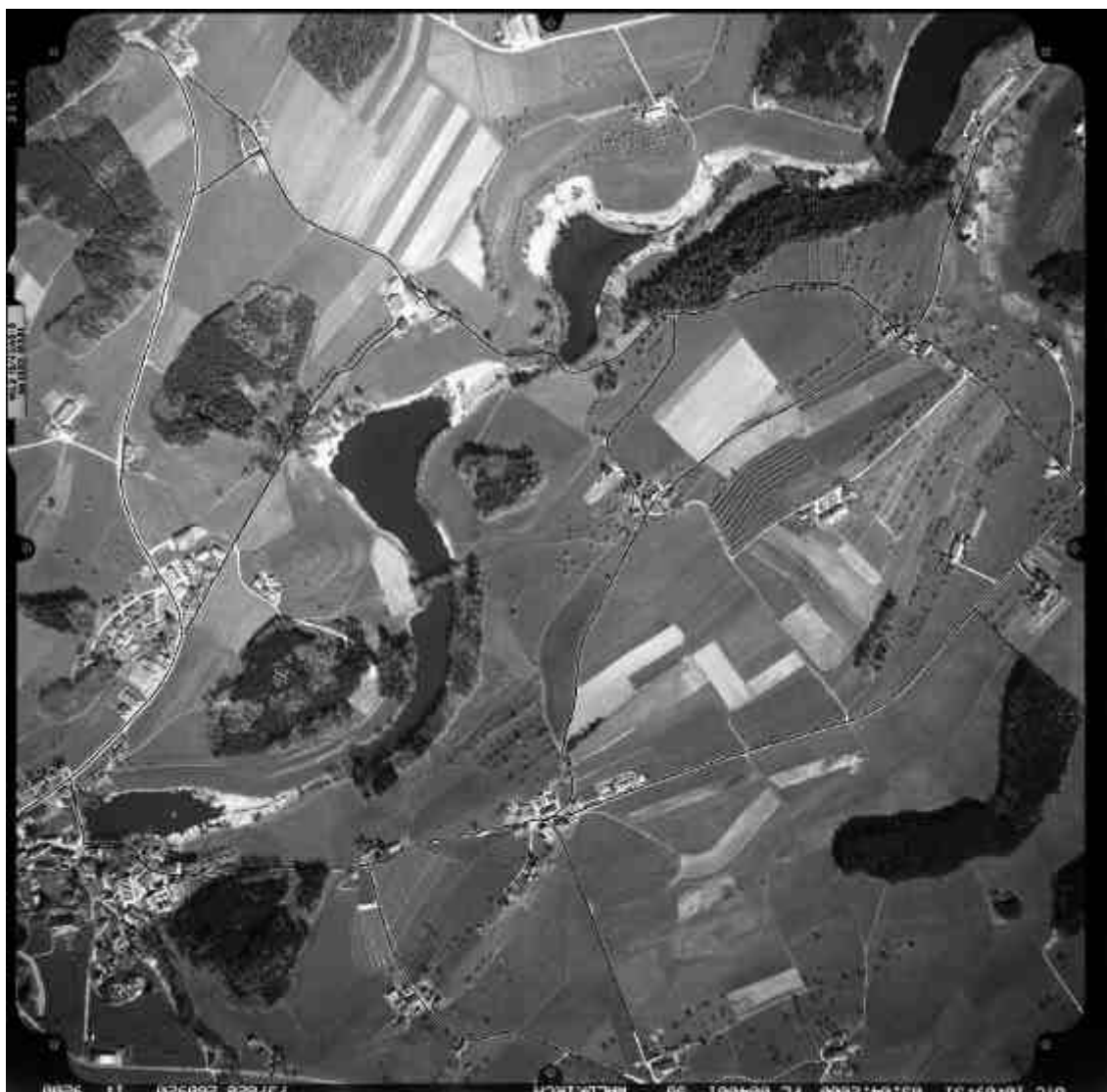


**Figura 39** – Limites definidos pelas janelas de busca.

As Figuras 40 – 44 apresentam os resultados obtidos para o processo de extração.

A análise visual dos resultados mostra que o método, no geral, obteve um bom desempenho para todas as rodovias (Figura 40). Verifica-se que a maior parte dos eixos extraídos, como mostra em detalhes a Figura 41, encontra-se bastante compatível com o eixo central da rodovia. Além disso, pode ser notado que

o método se mostrou robusto frente às obstruções presentes na imagem. Visto que o mapa digital de rodovias utilizado no experimento está atualizado, estes resultados, na verdade, já eram esperados, pois, como foi apresentado na Figura 37, as rodovias que inicializaram o método de extração, no geral, já se encontravam sobre a malha viária.



**Figura 40** – Eixos de rodovia extraídos.



**Figura 41** – Visão detalhada de alguns trechos dos eixos de rodovia extraídos.

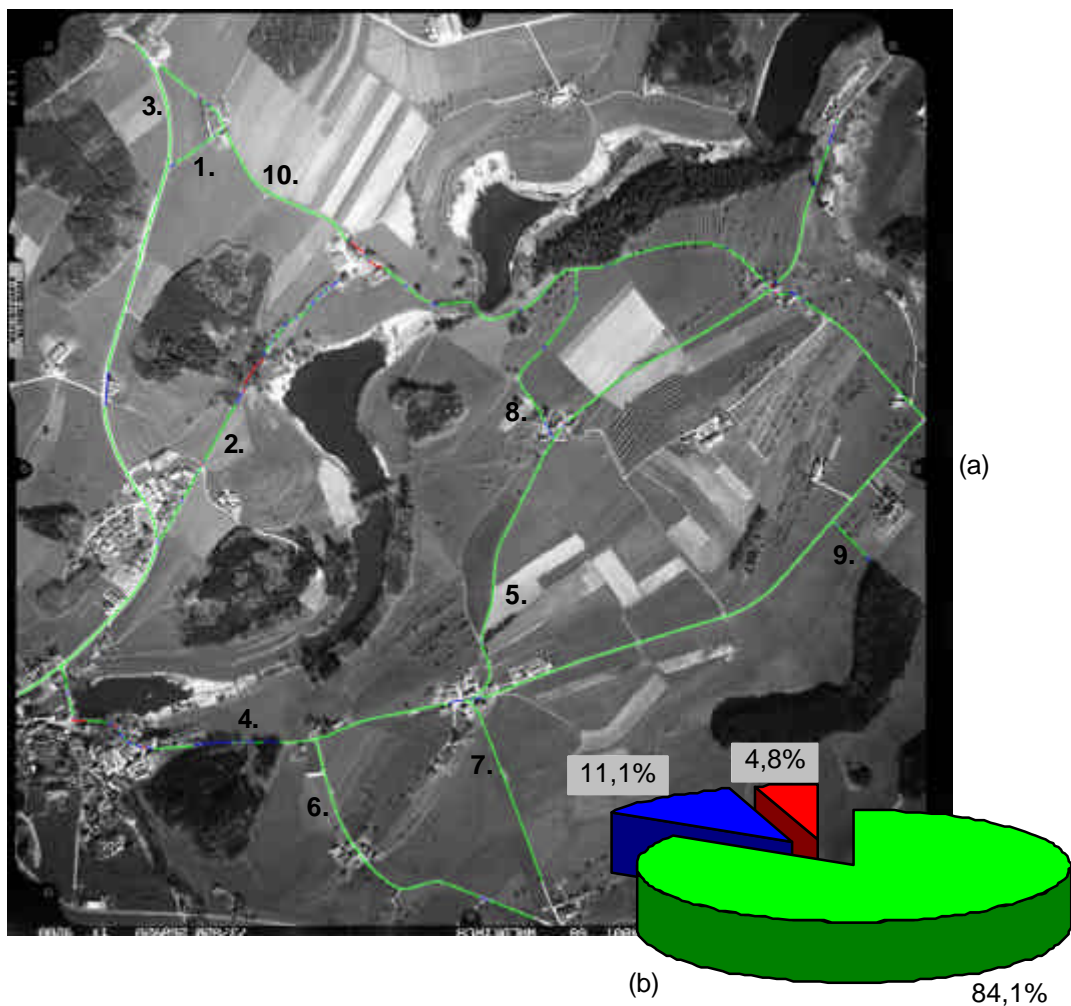
Como mostra a Figura 42, alguns problemas também podem ser encontrados nos eixos de rodovia extraídos. Verifica-se na Figura 42(a) que devido à presença de obstáculos que encobrem totalmente a rodovia, o eixo extraído se apresenta um pouco perturbado. Na Figura 42(b) pode ser notado que devido à presença de junções, e também, devido a mudanças bruscas na largura da rodovia, em alguns trechos, o eixo extraído tangencia uma das bordas da rodovia.



**Figura 42** – Visão detalhada de alguns problemas encontrados nos eixos extraídos. (a) Problemas devido à presença de obstáculos; e (b) Problemas devido à presença de junções ou mudanças bruscas na largura da rodovia.

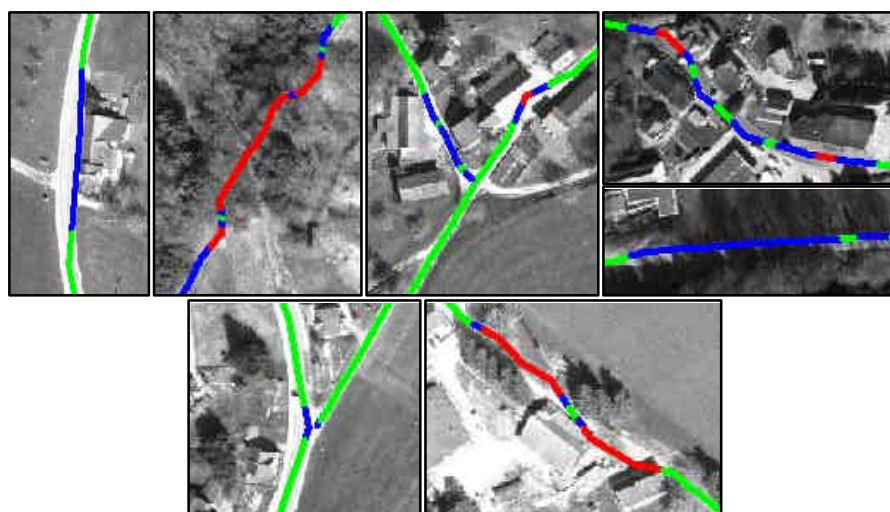
A análise numérica dos resultados confirma as interpretações conduzidas na análise visual. A Figura 43(a) apresenta a qualidade de cada

segmento de rodovia extraído, sendo que: 1- em verde são apresentados os segmentos extraídos com ótima qualidade (tipo 1); 2- em azul são apresentados os segmentos extraídos com boa qualidade (tipo 2); e 3- em vermelho são apresentados os segmentos extraídos com péssima qualidade (tipo 3). Na Figura 43(b) é apresentado um balanço da qualidade da extração para toda a malha viária desta cena. Como mostra esta figura, 84,1% da malha viária foi extraída com ótima qualidade, 11,1% foi extraída com boa qualidade e, apenas 4,8% foi extraída com péssima qualidade.



**Figura 43** – Qualidade dos segmentos de rodovia extraídos. (a) Qualidade de cada segmento de rodovia extraído; e (b) Qualidade de toda a malha viária extraída.

Uma visão ampliada da qualidade de alguns segmentos de rodovia extraídos é apresentada na Figura 44. Como pode ser notado nesta figura e conforme já foi mencionado na análise visual, a presença de junções e obstáculos, além de mudanças bruscas na largura das rodovias, em algumas situações, impediram que uma extração de ótima qualidade fosse obtida pelo método. Conseqüentemente, nestes trechos obteve-se extrações de boa ou péssima qualidade.



**Figura 44** – Visão detalhada da qualidade de alguns segmentos extraídos.

Os parâmetros de qualidade para as rodovias extraídas são apresentados na Tabela 1. Como mostra a tabela, verifica-se pelo parâmetro completudeza, para o pior caso (rodovia 2), que 87,1% da rodovia foi extraída adequadamente. Ainda neste caso, o parâmetro correção mostra que 71,9% destes 87,1% corresponde à extração correta da rodovia. Verifica-se também que a acurácia da extração foi de 1,6 *pixels*, o que equivale a aproximadamente 1/4 *pixels* da largura da rodovia. É importante mencionar a presença de um obstáculo que encobre totalmente um grande trecho desta rodovia, o que justifica esta acurácia obtida pelo processo extração. Para os demais casos, verifica-se que os parâmetros

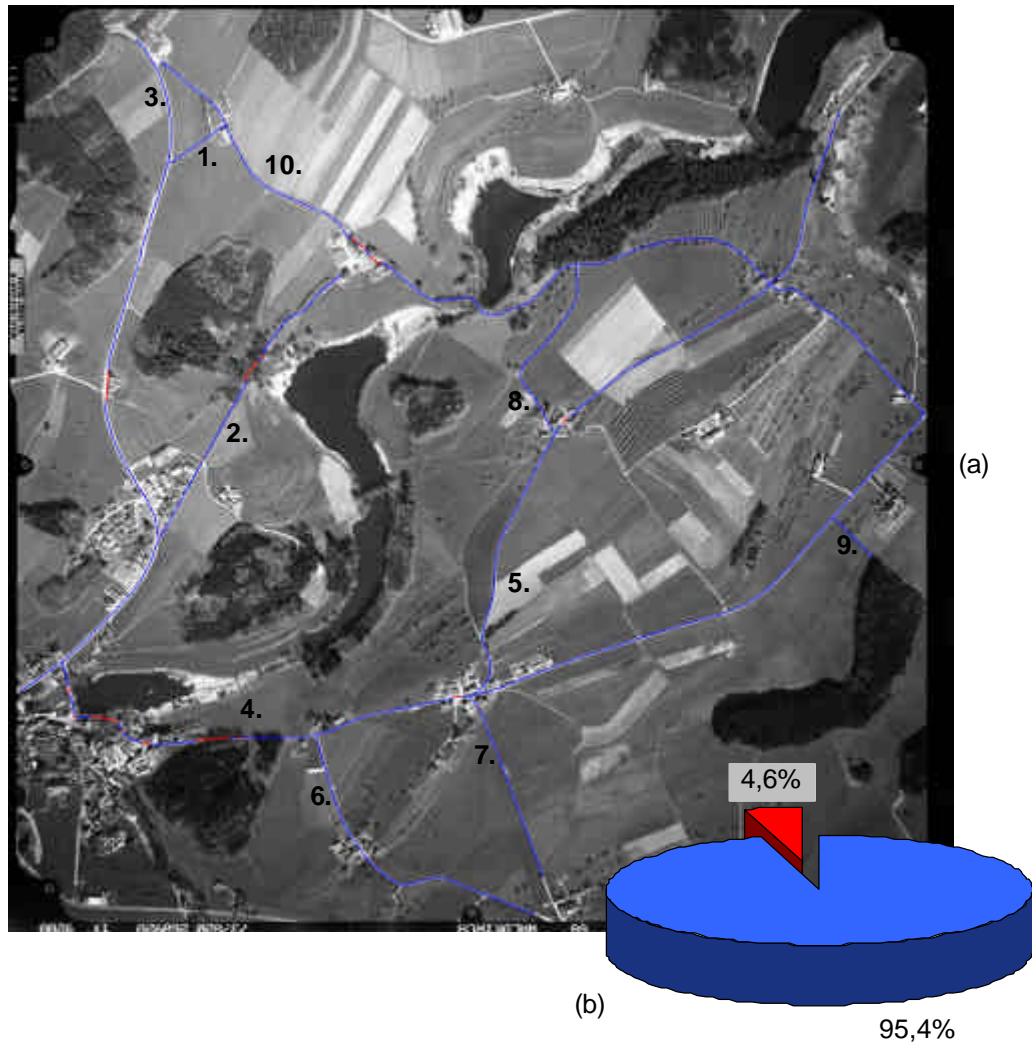
completeza e correção são superiores a 95,6% e 79,1%, respectivamente. Verifica-se também que acurácia da extração ficou acima de 1/5 *pixels* da largura da rodovia.

**Tabela 1** – Parâmetros de qualidade para as rodovias extraídas.

Rodovia	Completeza (%)	Correção (%)	Desvio Médio ( <i>pixel</i> )	Erro Médio Quadrático (EMQ) ( <i>pixel</i> )	EMQ/ $w_m$
1	96,8	79,1	0,7	0,9	1/7
2	87,1	71,9	1,0	1,6	1/4
3	100,0	93,8	1,1	1,7	1/7
4	97,9	85,2	0,9	1,5	1/6
5	98,5	94,1	0,8	1,1	1/6
6	100,00	97,1	0,5	0,7	1/10
7	100,00	100,0	0,6	0,7	1/7
8	100,00	86,6	0,5	0,7	1/7
9	100,00	81,7	0,8	0,9	1/7
10	95,6	93,6	0,9	1,4	1/5

Os resultados obtidos para a segunda etapa do método, isto é, a análise de consistência das rodovias extraídas, são apresentados nas Figuras 45 e 46. Na Figura 45, os segmentos de rodovia verificados são apresentados em azul e, os segmentos de rodovia não-verificados são apresentados em vermelho.

Conforme havia sido mencionado anteriormente, esperava-se uma verificação de 100% das rodovias, pois o mapa está completamente atualizado. No entanto, como mostra a Figura 45, 95,4% dos segmentos de rodovia extraídos foram verificados. Como é mostrado detalhadamente na Figura 46, os 4,6% dos segmentos de rodovia não-verificados correspondem àqueles onde foram detectados problemas do método de extração nas análises visual e numérica. Conforme foi visto anteriormente, estes problemas, no geral, ocorrem nos locais onde junções e obstáculos estão presentes, e também, onde a largura das rodovias altera-se abruptamente.



**Figura 45** – Análise de consistência das rodovias extraídas. (a) Análise de consistência de cada rodovia extraída; (b) Análise de consistência para toda a malha viária extraída.



**Figura 46** – Visão detalhada dos segmentos de rodovia não-verificados.

A análise de consistência para todas as rodovias extraídas é também apresentada numericamente na Tabela 2. Como pode ser notado, o pior

caso também é dado para a rodovia 2, onde um obstáculo que encobre totalmente a rodovia num grande trecho encontra-se presente. Para os demais casos, nota-se que a verificação das rodovias foi acima de 90,2%.

**Tabela 2** – Análise de consistência das rodovias extraídas.

Rodovia	Segmentos de Rodovia Verificados (%)	Segmentos de Rodovia Não-Verificados (%)
1	98,1	1,9
2	89,9	10,1
3	95,4	4,6
4	90,2	9,8
5	98,4	1,6
6	100,0	0,0
7	99,5	0,5
8	100,0	0,00
9	100,0	0,00
10	96,8	3,2

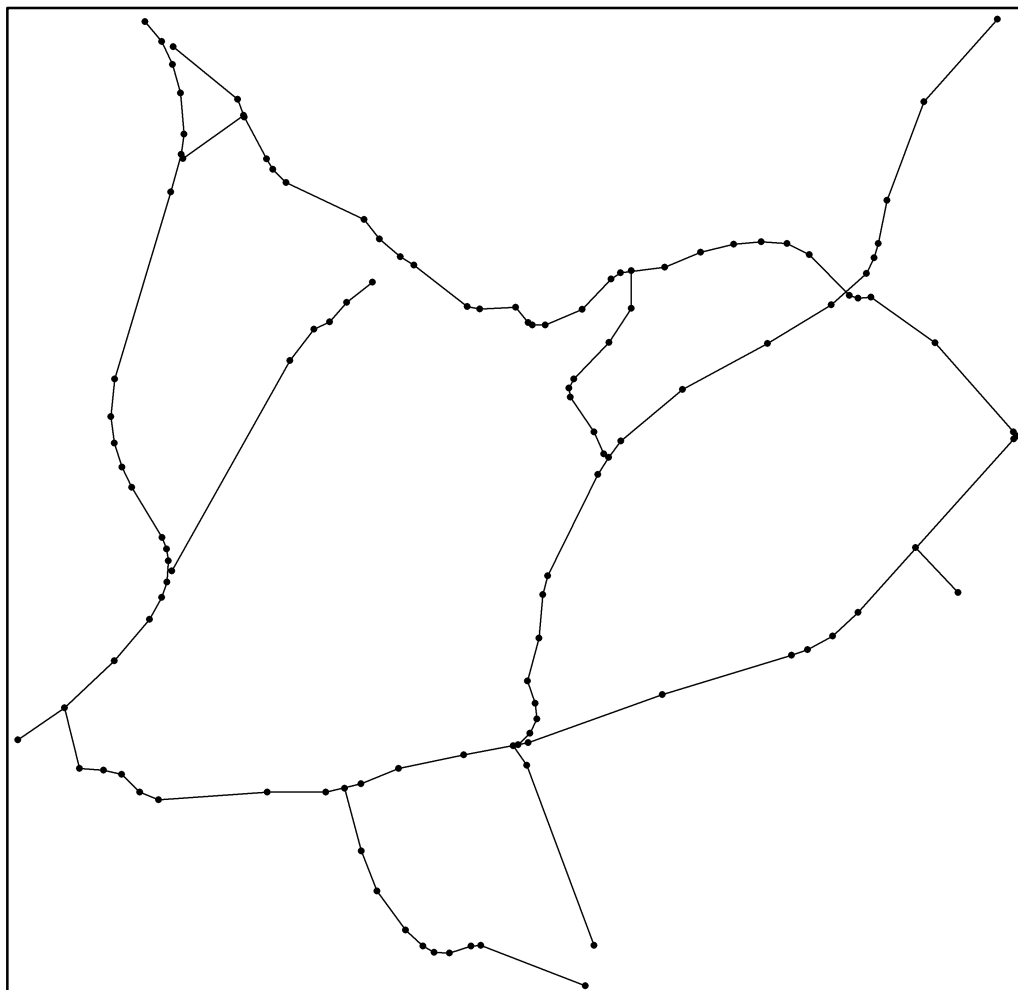
### 5.3.2 Experimento – 2

Neste experimento, um deslocamento de 5 *pixels* foi aplicado às coordenadas de imagem das rodovias existentes, o que equivale a um deslocamento de -3,5 m e 3,5 m nas coordenadas N e E do sistema de projeção UTM. Neste caso, espera-se que grande parte das rodovias não sejam verificadas, uma vez que o erro introduzido pode ser interpretado como erro sistemático no mapa digital. Contudo, espera-se também que o método de extração possibilite a correção destes erros sistemáticos através do reposicionamento dos eixos para o centro das rodovias.

Nas Figuras 47 – 55 são apresentados os resultados obtidos para a etapa de extração automática de rodovias georreferenciadas.

Os pontos salientes extraídos automaticamente a partir da poligonização dos eixos de rodovia georreferenciados são apresentados na Figura 47.

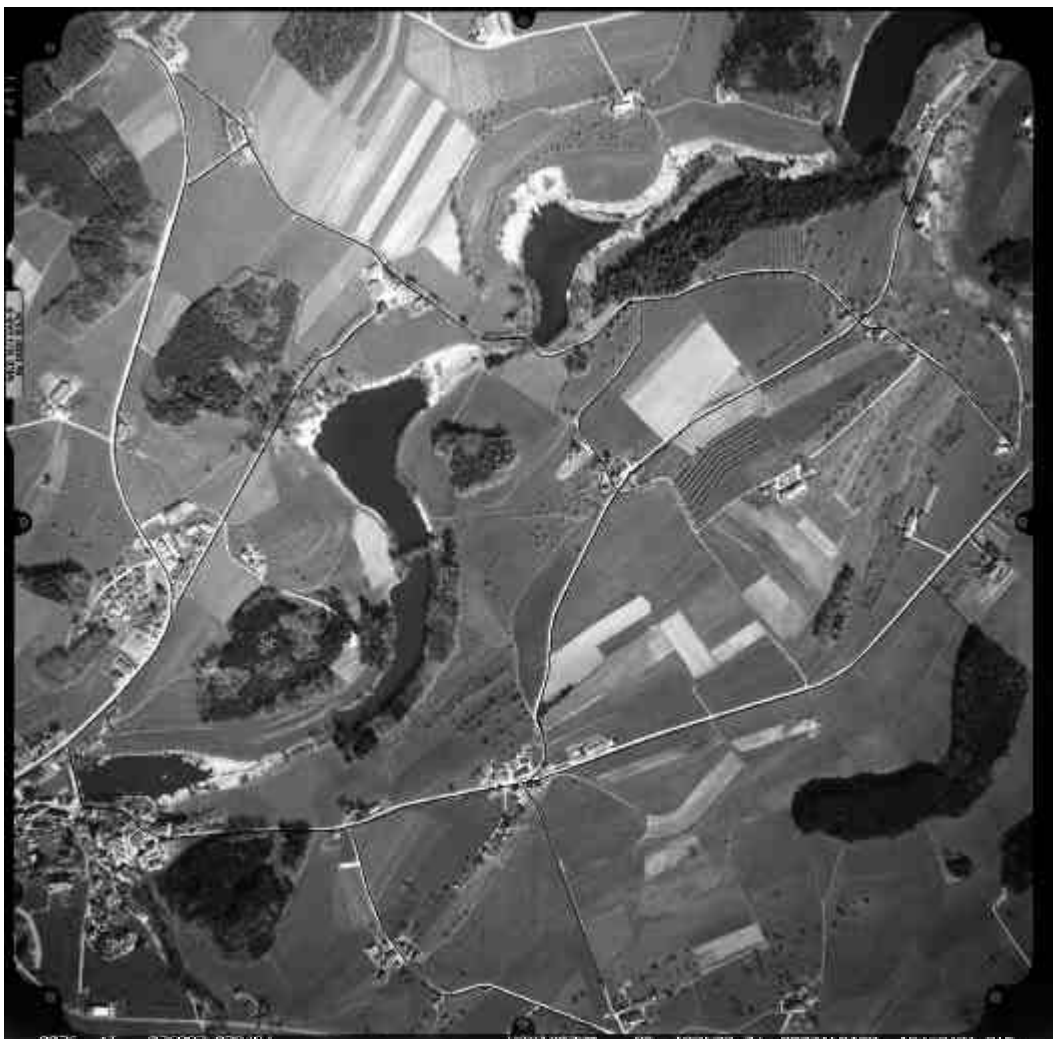
O mesmo critério do experimento anterior foi utilizado para definição do limiar da poligonização, ou seja,  $5\sigma$ . Como pode ser notado nesta figura, os resultados obtidos aqui são idênticos aos apresentados pela Figura 36. No entanto, é sempre importante lembrar da presença de erros sistemáticos no mapa digital.



**Figura 47** – Pontos salientes extraídos.

Os eixos de rodovia definidos pelos pontos salientes transformados para o espaço imagem, os quais são utilizados para inicializar o método de extração, são apresentados na Figura 48. Diferente do experimento anterior, verifica-se que, no geral, os eixos de rodovia iniciais se encontram fora das rodovias ou coincidentes

com uma de suas bordas. Alguns trechos dos eixos de rodovia iniciais são apresentados em detalhes pela Figura 49.

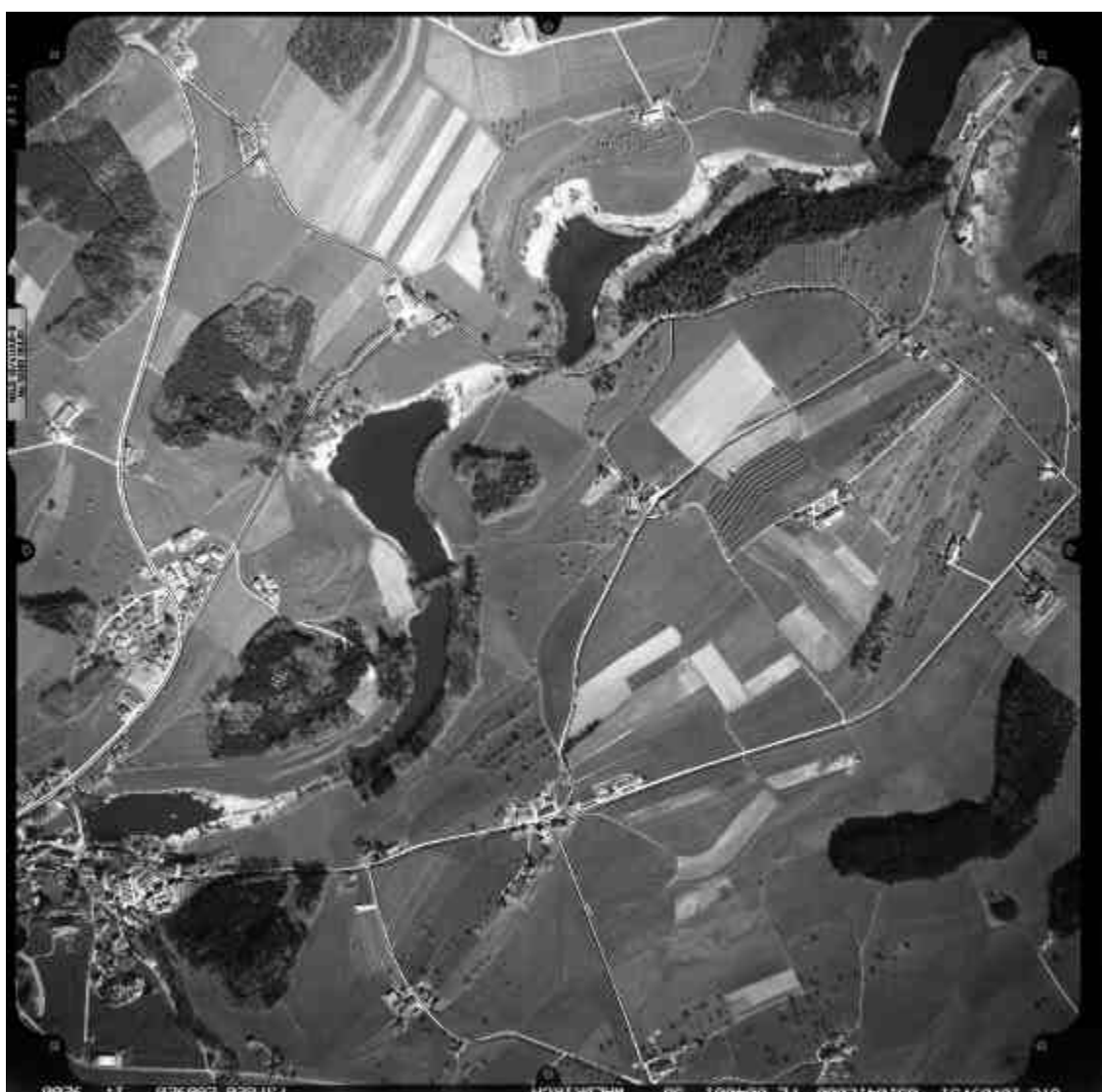


**Figura 48** – Inicialização do método de extração de rodovias georreferenciadas.



**Figura 49** – Exemplos de trechos em que os eixos de rodovia iniciais se encontram fora das rodovias ou coincidentes com uma das bordas.

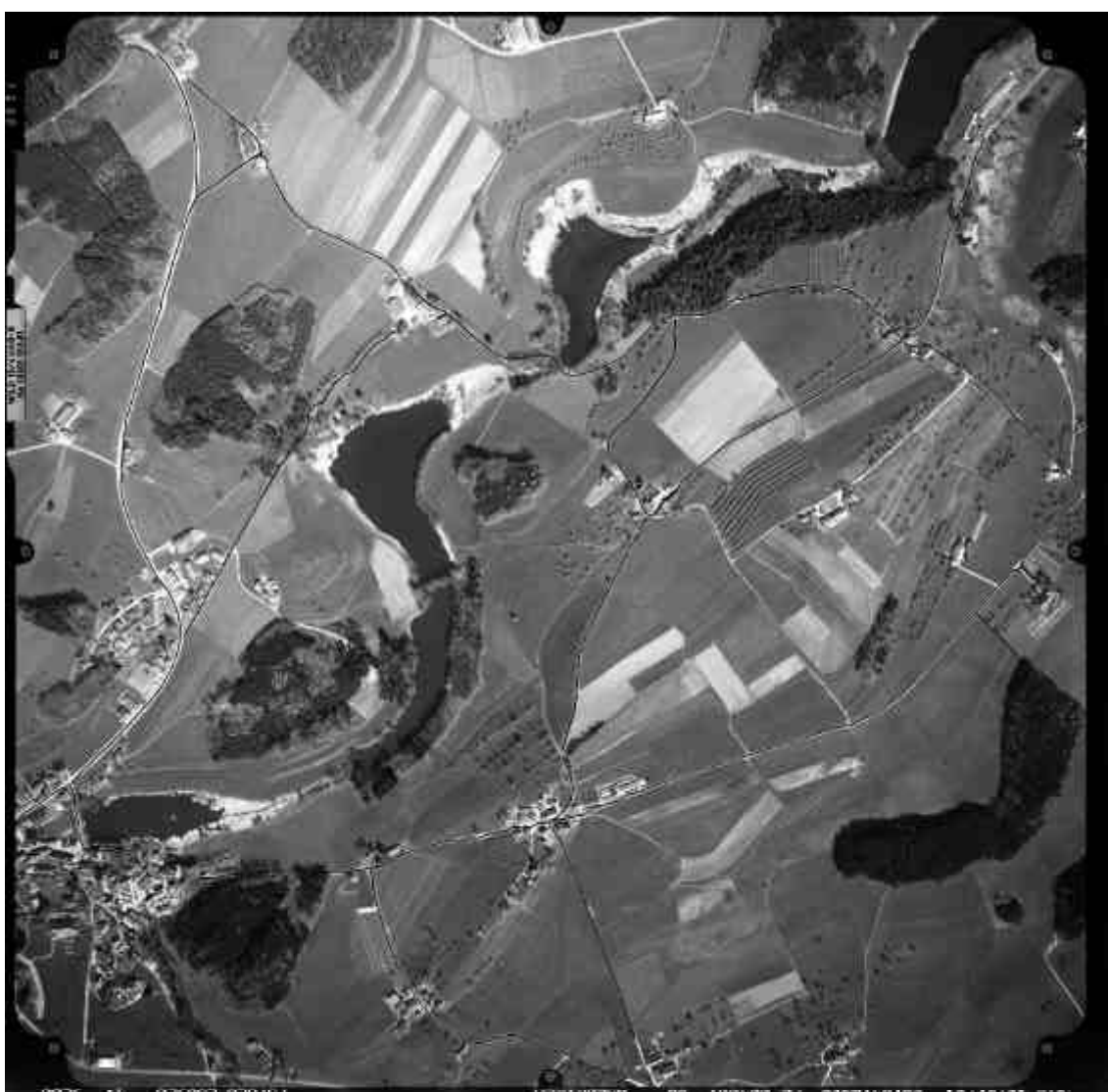
A Figura 50 apresenta os limites definidos pelas janelas de busca determinados com base na Equação 4.20. Como pode ser notado nesta figura, em grande parte, a área de pesquisa definida encontra-se, também, fora da rodovia. Neste passo é importante que ao menos uma parte da rodovia faça parte da área de pesquisa. Dessa forma, durante o processo de extração, o eixo de rodovia inicial, a cada iteração, é refinado e deslocado para sua posição correta.



**Figura 50** – Limites definidos pelas janelas de busca.

Os resultados obtidos para o processo de extração são apresentados nas Figuras 51 – 55.

A análise visual dos resultados mostra que o método, no geral, obteve um desempenho satisfatório para todas as rodovias. Verifica-se que os eixos de rodovia extraídos foram refinados geometricamente e, no geral, foram deslocados para suas posições corretas, ou seja, para o centro das rodovias (Figura 51). Dessa forma, verifica-se que os erros sistemáticos foram praticamente eliminados. Algumas partes dos eixos de rodovia extraídos são apresentadas em detalhes na Figura 52.



**Figura 51** – Eixos de rodovia extraídos.



**Figura 52** – Visão detalhada de alguns trechos dos eixos de rodovia extraídos.

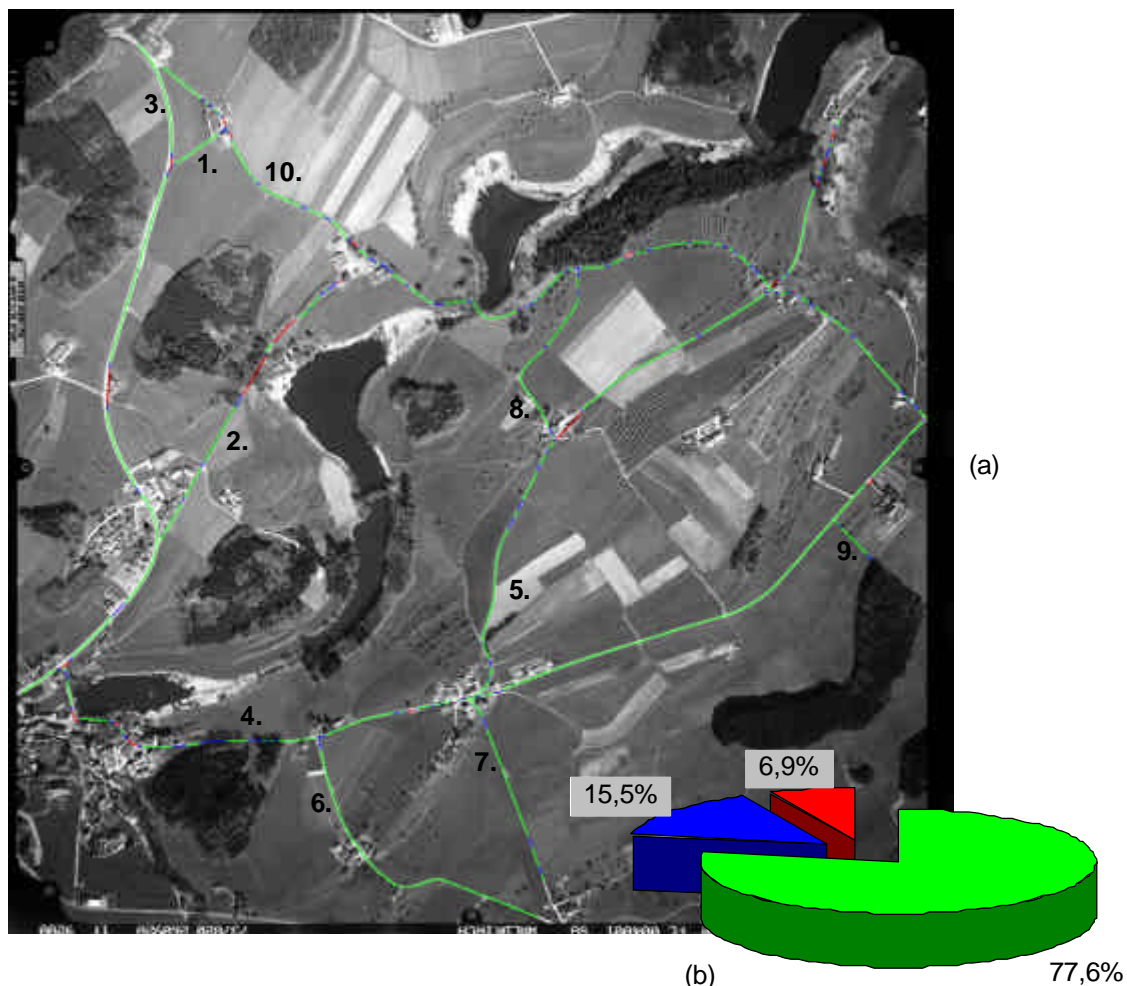
Como mostra a Figura 53, alguns problemas também foram encontrados nos eixos de rodovia extraídos. Verifica-se nesta figura que a presença de junções ou mudanças bruscas na largura das rodovias fez com que o eixo extraído tangencie uma das bordas. Pode ser notado também que a presença de obstáculos não permitiu, em algumas situações, que o eixo de rodovia fosse extraído na posição correta.



**Figura 53** – Visão detalhada de alguns problemas encontrados nos eixos de rodovia extraídos.

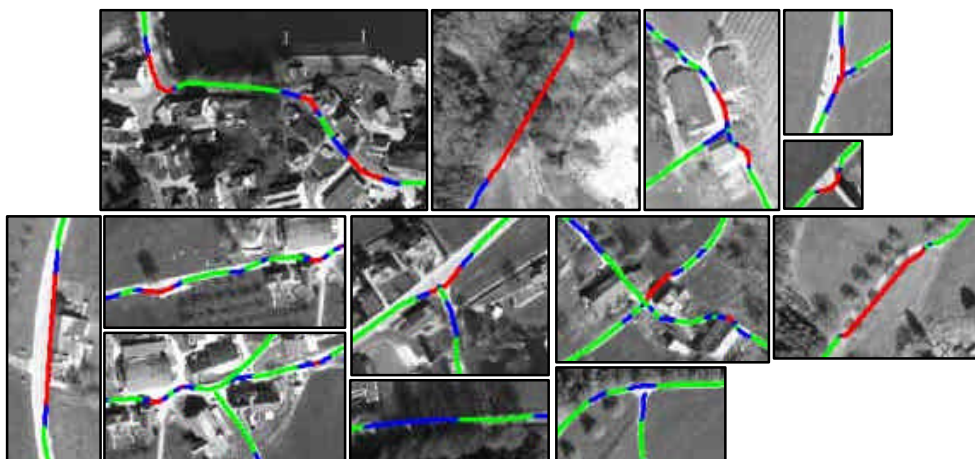
As interpretações visuais são confirmadas através da análise numérica dos resultados. A Figura 54(a) apresenta a qualidade de cada segmento de rodovia extraído. Os critérios para representação dos resultados são os mesmos definidos para o experimento anterior. Um balanço da qualidade da extração para toda a malha viária é apresentado na Figura 54(b). Como mostra esta figura, verifica-

se que 77,6% da malha viária foi extraída com ótima qualidade, 15,5% foi extraída com boa qualidade e, 6,9% foi extraída com péssima qualidade.



**Figura 54** – Qualidade dos segmentos de rodovia extraídos. (a) Qualidade de cada segmento de rodovia extraído; e (b) Qualidade de toda a malha viária extraída.

Pode ser notado que a qualidade da extração obtida neste experimento foi inferior à obtida no experimento anterior. Isso ocorreu devido, principalmente, a presença de erros sistemáticos no mapa digital. Como foi visto anteriormente, os eixos de rodovia iniciais, em grande parte, se encontravam fora das rodovias ou coincidentes com uma de suas bordas. Dessa forma, como mostra a Figura 55, em alguns trechos, devido a presença de junções ou obstáculos, e também, em locais onde a largura da rodovia altera-se abruptamente, o eixo de rodovia foi extraído com boa ou péssima qualidade.



**Figura 55** – Visão detalhada da qualidade dos segmentos extraídos.

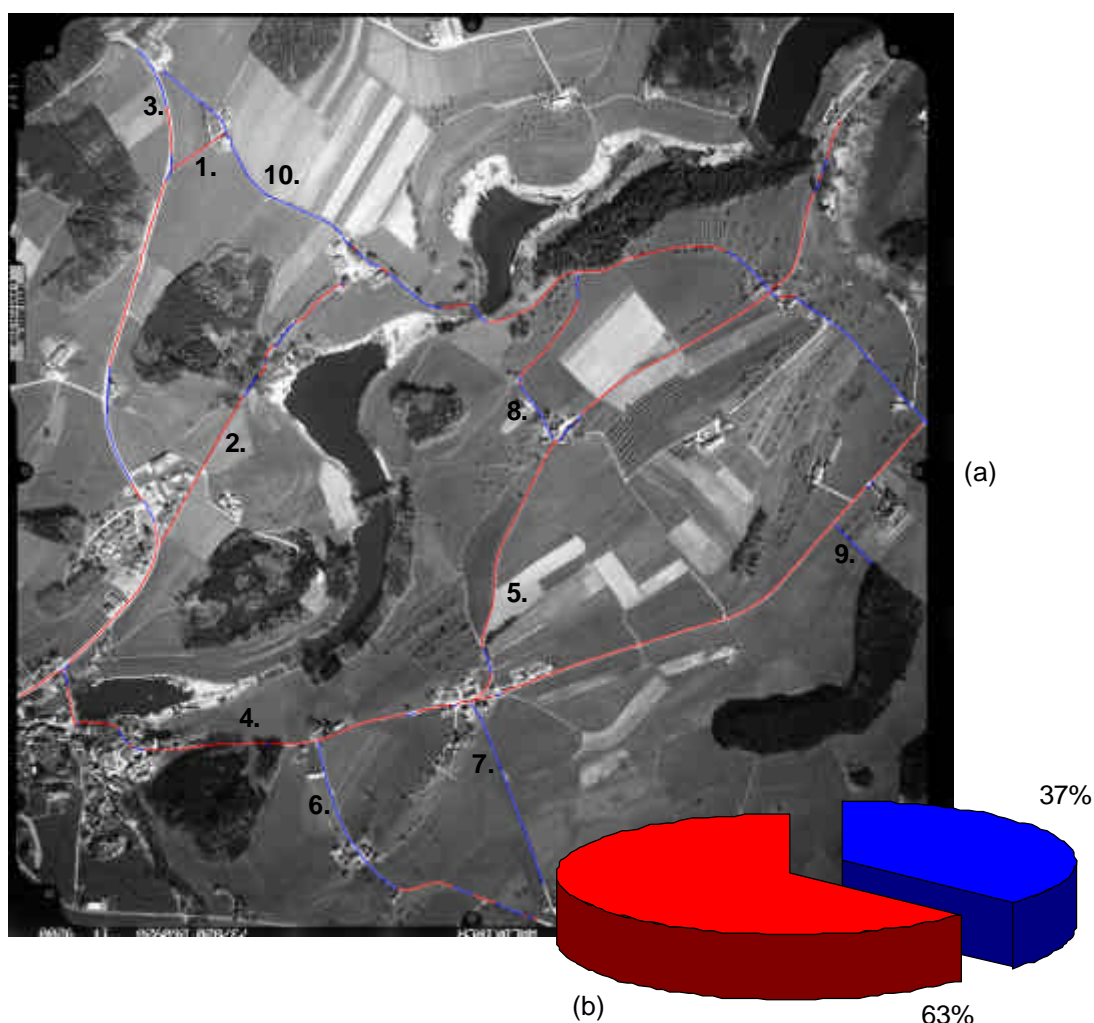
A Tabela 3 apresenta os parâmetros de qualidade para as rodovias extraídas. Como mostra a tabela, verifica-se pelo parâmetro completudeza para o pior caso, também a rodovia 2, que 74% da rodovia foi extraída adequadamente. O parâmetro correção mostra que 78,4% destes 74% corresponde à extração correta da rodovia. Pode ser notado também que a acurácia da extração foi de 1,4 *pixels*, o que corresponde a aproximadamente 1/4 *pixels* da largura da rodovia. Para as rodovias restantes, verifica-se que os parâmetros de completudeza e correção são superiores a 91,7% e 74,5%, respectivamente. Pode ser notado ainda que a acurácia da extração foi superior a 1/5 *pixels* da largura da rodovia.

**Tabela 3** – Parâmetros de qualidade para as rodovias extraídas.

Rodovia	Completudeza (%)	Correção (%)	Desvio Médio ( <i>pixel</i> )	Erro Médio Quadrático (EMQ) ( <i>pixel</i> )	EMQ/ $w_n$
1	100,0	79,8	0,6	0,8	1/9
2	74,0	78,4	0,9	1,4	1/4
3	91,7	90,9	1,6	2,6	1/5
4	94,3	83,6	1,2	1,8	1/5
5	90,0	83,4	0,8	1,2	1/6
6	100,0	96,3	0,6	0,9	1/8
7	100,0	82,8	0,5	0,7	1/8
8	100,0	85,0	0,5	0,7	1/7
9	100,0	80,7	0,7	0,8	1/7
10	95,9	74,5	0,8	1,3	1/5

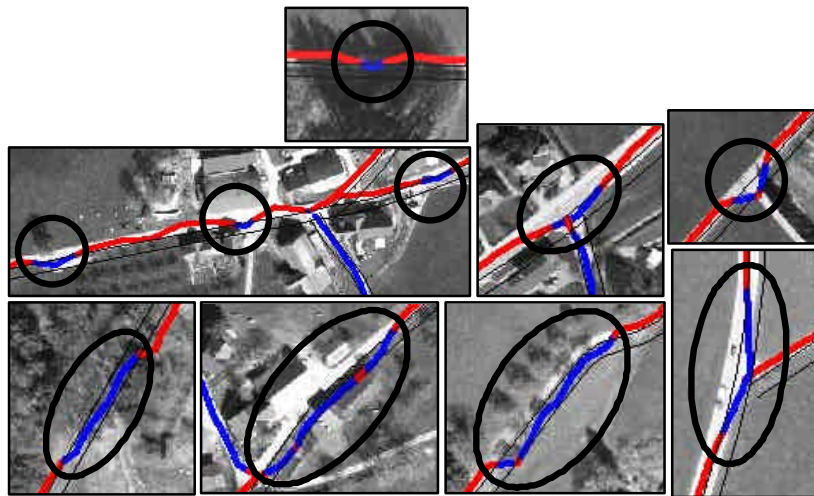
Os resultados obtidos para a etapa de análise de consistência das rodovias extraídas são apresentados nas Figuras 56 e 57. Da mesma forma que o experimento anterior, os segmentos de rodovia verificados são apresentados em azul e, os segmentos de rodovia não-verificados são apresentados em vermelho (Figura 56(a)).

Conforme já havia sido mencionado anteriormente, devido a presença de erros sistemáticos no mapa digital, esperava-se que grande parte das rodovias não fossem verificadas. Como mostra a Figura 56(b), 37% dos segmentos de rodovia extraídos foram verificados e, 63% não foram verificados.



**Figura 56** – Análise de consistência das rodovias extraídas. (a) Análise de consistência de cada rodovia extraída; e (b) Análise de consistência para toda a malha viária.

Embora os resultados esperados tenham sido alcançados, alguns problemas foram encontrados nesta etapa, os quais são apresentados na Figura 57. Nesta figura, as faixas de tolerância definidas para análise de consistência das rodovias são apresentadas em preto. Analisando-se a figura, verifica-se que os problemas detectados nos eixos de rodovia extraídos influenciaram os resultados obtidos nesta etapa do método. Verifica-se que se o eixo de rodovia tivesse sido extraído com melhor qualidade, em alguns trechos, principalmente, nos locais onde junções ou obstruções estão presentes e, também, onde a largura das rodovias altera-se bruscamente, os segmentos de rodovia assinalados também não seriam verificados.



**Figura 57** – Visão detalhada dos problemas detectados na segunda etapa do método.

## 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 6.1 Conclusões

Dois objetivos foram propostos para a presente pesquisa. O primeiro refere-se ao aperfeiçoamento de uma metodologia para a verificação automática da malha viária georreferenciada em imagens digitais. O segundo envolve a avaliação experimental do método com dados reais.

Com relação ao primeiro objetivo, como visto no Capítulo 4, o processo de verificação automática da malha viária é conduzido em duas etapas básicas, isto é: 1- extração automática de rodovias georreferenciadas; e 2- análise de consistência das rodovias extraídas. Referente a primeira etapa do método, foi visto que o algoritmo de PD é utilizado para extrair as rodovias georreferenciadas. Além disso, a elaboração de uma estratégia para a extração automática de pontos salientes ao longo das rodovias georreferenciadas, permitiu automatizar o método de extração. Com relação a segunda etapa do método, ou seja, a análise de consistência das rodovias extraídas, a partir de comparações entre a malha viária extraída e a preexistente, é possível concluir estatisticamente a compatibilidade de ambas entidades. Neste caso, os segmentos de rodovia incompatíveis podem ser: 1- erros do processo de extração; ou 2- modificações das rodovias preexistentes.

No que diz respeito ao segundo objetivo dois experimentos foram conduzidos a partir de uma imagem aérea na escala 1:9200 e um mapa digital na escala 1:2000.

Tendo por base as interpretações dos resultados do Capítulo 5, as principais conclusões são:

- No caso do experimento –1, para a etapa de extração automática de rodovias georreferenciadas verificou-se que, no geral, o eixo de rodovia extraído encontra-se compatível com o eixo de rodovia correto, sendo que 84,1% da malha viária foi extraída com ótima qualidade, 11,1% foi extraída com boa qualidade e, apenas 4,8% foi extraída com péssima qualidade. Pôde ser notado também que a acurácia da extração foi de aproximadamente  $1/7$  pixels da largura da rodovia. Para etapa de análise de consistência das rodovias extraídas, verificou-se que os poucos problemas identificados no processo de extração influenciaram diretamente nos resultados obtidos. Visto que, o mapa digital está completamente atualizado, esperava-se uma verificação de 100% da malha viária, no entanto, 95,4% da malha viária extraída foi verificada. Mesmo assim, os resultados obtidos neste experimento, podem ser considerados bons, pois, conforme foi demonstrado anteriormente, a imagem aérea apresenta obstáculos que encobre totalmente as rodovias, apresenta diversos locais de junções, onde as rodovias são definidas por uma ou nenhuma borda, apresenta pontos de mudanças bruscas da largura das rodovias e, também, as rodovias percorrem alguns trechos suburbanos; e
- No caso do experimento – 2, para a etapa de extração automática de rodovias georreferenciadas, foi mostrado que, devido a presença de erros sistemáticos introduzidos no mapa digital, os eixos de rodovia iniciais se encontravam fora ou coincidente com uma das bordas das rodovias. Verificou-se que, após o processo de extração, tais erros foram praticamente eliminados, visto que, grande parte das rodovias extraídas foram deslocadas para sua posição correta, além de, também, serem refinadas geometricamente. Pôde-se

mostrar, através da análise numérica, que 77,6% da malha viária foi extraída com ótima qualidade, 15,5% foi extraída com boa qualidade e, apenas 6,9% foi extraída com péssima qualidade. Pôde ser notado também que a acurácia do processo de extração foi de aproximadamente  $1/6$  pixels da largura da rodovia. Os problemas identificados na imagem, já citados anteriormente, que dificultam o processo de extração, contribuíram também para que, na segunda etapa do método, alguns erros fossem detectados. Verificou-se que 63% da malha viária não foi verificada. Contudo, essa porcentagem poderia ser um pouco maior caso o método de extração obtivesse resultados de melhor qualidade em alguns trechos da imagem.

Com base, principalmente, nas conclusões dadas acima, algumas conclusões mais gerais podem ser apresentadas, quais sejam:

- Para a etapa de extração automática de rodovias georreferenciadas: 1- verificou-se que a estratégia desenvolvida para a inicialização automática do processo de extração de rodovias é bastante eficiente, pois, além de eliminar a necessidade de interação do operador com o processo de extração, permite, também, otimizá-lo, visto que as janelas de busca são definidas de acordo com as incertezas das rodovias georreferenciadas. No entanto, é esperado que, ao menos, uma porção da rodovia faça parte da área de pesquisa. Dessa forma, a cada iteração do processo de extração é possível que o eixo de rodovia inicial seja refinado e deslocado para sua posição correta; 2- verificou-se que, em grande parte, as rodovias extraídas são compatíveis com os eixos de rodovia corretos; 3- verificou-se que, embora, o

método de extração tenha se mostrado robusto, em algumas situações, principalmente nos locais em que junções e obstruções estão presentes e, também, devido a mudanças bruscas na largura da rodovia, o eixo extraído foi classificado como sendo de boa ou péssima qualidade; 4- verificou-se que a acurácia do processo de extração foi de aproximadamente  $1/6$  *pixels* da largura da rodovia; e 5- verificou-se que a metodologia desenvolvida para a extração automática de rodovias georreferenciadas pode ser utilizada para a atualização geométrica e correção de erros sistemáticos de base de dados de rodovias.

- Para a etapa de análise de consistência das rodovias extraídas verificou-se que os pequenos problemas encontrados nos eixos de rodovia extraídos interferiram nos resultados obtidos. Portanto, embora uma estratégia totalmente automática esteja sendo proposta, é necessário que um operador humano ainda faça parte de uma pequena etapa do processo de verificação para que os resultados obtidos sejam validados.

## 6.2 Recomendações

Trabalhos futuros poderão dar continuidade a presente pesquisa de forma a resolver todo o problema de atualização automática da malha viária. Como visto, o método resolve o problema de verificação automática da malha viária, portanto, duas etapas seriam ainda necessárias, quais sejam: 1- extração automática de novas rodovias; e 2- georreferenciamento de toda malha viária atualizada. A extração de novas rodovias baseia-se na hipótese fundamental de que

estão conectadas a malha viária preexistente. O georreferenciamento de toda malha viária tem a vantagem de evitar a integração do novo com o velho na base de dados.

Uma outra recomendação é com respeito a melhoria da metodologia de análise de consistência, que é baseada num teste estatístico de caráter local. Uma verificação global é possível, como por exemplo, através da comparação de curvas usando *matching* relacional.

Recomenda-se também, o uso do método especificamente para o refinamento geométrico de base de dados de rodovias com problemas de qualidade em seus dados. Outra possibilidade é a transformação de escala de mapas preexistentes, ou seja, de uma escala menor para uma maior.

Por último, a partir do banco de classes desenvolvido, é possível o desenvolvimento de um programa operacional para a verificação da malha viária, de modo que o método desenvolvido possa ser usado em aplicações práticas. Espera-se que neste programa, um operador humano faça parte de uma pequena etapa de todo o processo para validação dos resultados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGOURIS, P.; GYFTAKIS, S.; STEFANIDIS, A. *Uncertainty in Image-Based Change Detection*. In: Accuracy 2000, Amsterdam, 2000. Proceedings of Accuracy 2000, Amsterdam, 2000.

AMINI, J.; SARADJIAN, M. R.; BLAIS, J. A. R.; LUCAS, C.; AZIZI, A. Automatic road-side extraction from large scale imagemaps. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, v. 4, p. 95-107, 2002.

ANDERSON, J. M.; MIKHAIL, E. M. *Introduction: Theory and Practice*. Boston:WBC/McGraw-Hill, 1998. 703 p.

ANDRADE, J. B. *Fotogrametria*. Curitiba: SBEE, 1998. 258 p.

BAJCSY, R., TAVAKOLI, M. Computer recognition of roads from satellite pictures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 6, n. 9, p. 76-84, 1976

BAKKER, M. P. R. *Cartografia: Noções básicas*. Marinha do Brasil – Hidrologia e Navegação, 1965. 242 p.

BALLARD, D. H.; BROWN, C. M. *Computer Vision*. New Jersey: Prattice Hall, 1982.

BALTASAVIAS, E. P. Object extraction and revision by image analysis using existing geodata and knowledge: current status and steps towards operational systems. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, v. 58, p. 129-151, 2004.

BARROS, L. R. *Extração semi-automática de feições rodoviárias usando programação dinâmica*. 2001. 90 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Cartográfica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2001.

BAUMGARTNER, A.; STEGER, C.; MAYER, H.; ECKSTEIN, W. EBNER, H., *Update of road in GIS from aerial imagery: verification and multi-resolution extraction*. In: International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing 1 (Part 3/1), p. 53-58, 1996.

BAUMGARTNER, A., STEGER, C., MAYER, H., ECKSTEIN, W. EBNER, H. Automatic road extraction based on multi-scale, grouping, and context. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, v. 66, n. 7, p. 777-785, 1999.

BLACHUT, T.J.; CHRZANOWISKI, A.; SAASTAMOINEN, J.H.. *Urban Surveying and Mapping*. New York: Springer-Verlag, 1979. 372p.

BRITO, J.; COELHO, L. *Fotogrametria Digital*. Instituto Militar de Engenharia. Rio de Janeiro, 2002. 194 p.

CONTE, S. D. *Elementos de Análise Numérica*. Trad. Luiz Inácio Pio de Almeida. 2. ed. Porto Alegre: Globo, 327p, 1975.

DAL POZ, A. P. *Reconhecimento e delineamento automático de segmentos de rodovia através de agrupamentos de objetos semânticos*. In: III Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, 2003, Curitiba. Anais do III Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas (CD-ROM). 2003.

DAL POZ, A. P. Semi-automatic road extraction methods by dynamic programming optimization and a cooperative road follower. *The Photogrammetric Journal of Finland*, Finlândia, v. 17, n. 2, p. 13-22, 2001a.

DAL POZ, A. P. *Detecção Automática de Alteração na Malha Viária*. In: XX Congresso Brasileiro de Cartografia, 2001, Porto Alegre-RS. Anais do XX Congresso Brasileiro de Cartografia (CD-ROM), 2001b.

DAL POZ, A. P. *Processo automático para reconhecer rodovias georreferenciadas de uma fotografia aérea digitalizada*. 2000. 225 p. Relatório FAPESP de Pós-Doutorado, Universidade de Maine, EUA, 2000.

DAL POZ, A. P.; AGOURIS, P. *Georeferenced road extraction and formulation of hypotheses for new road segments*. In: SPIE'S 14TH Annual International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation, and Controls - Conference 'Automated Geo-Spatial Image and Data Exploitation', Orlando-FL, EUA, 2000.

DAL POZ, A. P.; AGOURIS, P.; GYFTAKIS, S. *Metodologias para a Extração Semi-Automática de Rodovias em Imagens Digitais*. In: IV Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, 2000, Florianópolis-SC. Anais do IV Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário (CD-ROM), 2000.

DAL POZ, A. P.; SILVA, M. A. O Road segment delineation using active testing principle and edge-based post-processing strategy. *Geomatica*, v. 57, n. 4, p. 399-409, 2003.

DAL POZ, A. P.; SILVA, M. A. O. *Active testing and edge analysis for road centerline extraction*. In: Photogrammetric Computer Vision ISPRS Commission III, Symposium 2002, Austria. International Archives of the Photogrammetry, Graz, Austria, p. 44-47, 2002.

DEITEL, H. M.; DEITEL, P. J. *C++: Como Programar*. Tradução de C. A. L. Lisboa e M. L. B. Lisboa. 3.ed., Porto Alegre: Bookman, 2001. 1098 p.

DOUCETTE, P., AGOURIS, P., STEFANIDIS, A., MUSAVI, M. Self-organized clustering for road extraction in classified imagery. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, v. 55, p. 347-358, 2001.

FORTIER, M. F. A.; ZIOU, D.; ARMENAKIS, C.; WANG, S. Automated correction and updating of roads databases from high-resolution imagery. *Canadian Journal of Remote Sensing*, v. 27, n. 1, p. 76-89, 2001.

GALO, M. *Revisão de Sistemas de Coordenadas*. Notas de aulas da disciplina Fotogrametria III do Curso de Graduação em Engenharia Cartográfica – FCT/UNESP, Presidente Prudente, 2000.

GASPAR, J. A. *Cartas e Projeções Cartográficas*. 2.ed., Lisboa: LIDEL, 2000. 292 p.

GEMAN, D.; JEDYNAK, B., 1996. An active testing model for tracking roads in satellite images. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 18, n. 1, p. 1-14, 1996.

GEMAEL, C. *Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas*. Curitiba: Ed. UFPR, 1994. 319 p.

GERKE, M.; BUTENUTH, M.; HEIPKE, C. WILLRICH, F. Graph-supported verification of road databases. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, v. 58, p. 152-165, 2004.

GRUEN, A.; LI, H. Semi-automatic linear feature extraction by dynamic programming and LSB-Snakes. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, v. 63, n. 8, p. 985-995, 1997.

HEIPKE, C. Some Requirements for geographic information systems: a photogrammetric point of view. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, v. 70, n. 2, p. 185-195, 2004.

JAIN, R.; KASTURI, R.; SCHUNK, B. G. *Machine Vision*. New York: McGraw-Hill, 1995. 549 p.

KASS, M., WITKIN, A. TERZOPOULOS, D. *Snakes: Active contour models*. In: 1ST. International Conference on Computer Vision, 1987, London, Proceedings of the First International Conference on Computer Vision, London, England, p. 259-268, 1987.

KLANG, D. *Automatic Detection of Changes in Road Databases Using Satellite Imagery*. In: Proceedings of International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, v. 32/4, P. 4, p. 293-298, 1998.

KONECNY, G. *Geoinformation: Remote Sensing, photogrammetry and geographic information systems*. London/NewYork: Taylor & Francis, 2003. 248 p.

LAPTEV, I., MAYER, H., LINDBERG, T., ECKSTEIN, W., STEGER, C., BAUMGARTNER, A. Automatic extraction of roads from aerial images based on scale space and snakes. *Machine Vision and Applications*, v. 12, n. 1, p. 22-31, 2000.

LUGNANI, J. B. *Introdução à fototriangulação*. Curitiba: [s.n.], 1987. 134 p.

MACHADO, A. M. L.; MITISHITA, E. A.; SANTOS Jr, R. L. S. *Estudo de Caso: Correção de erros sistemáticos em câmaras digitais não métricas*. In: I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação – I SIMGEO, 2004, Recife-PE. Anais do I SIMGEO, 2004. CD-ROM.

MAIA, J. L. *Metodologia para avaliação de rodovias extraídas computacionalmente em imagens digitais*. 2003. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - FCT/Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2003.

MALING, D. H. *Coordinate Systems and Map Projections*. 2.ed., Oxford: Pergamon Press, 1992.

MATHEUS, J. H.; FINK, K. D. *Numerical methods: using matlab*. London: Practice-Hall, 1999. 662 p.

MENA, J. B. State of the art on automatic road extraction for GIS update: a novel classification. *Pattern Recognition*, v. 24, p. 3037-3058, 2003.

MIKHAIL, E.; BETHEL, J. S.; MCGLONE, J. C. *Introduction to modern photogrammetry*. Chichester: John Wiley & Sons, 2001. 479 p.

MONICO, J. F. G. *Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: descrição, fundamentos e aplicações*. São Paulo: Editora UNESP, 2000. 287 p.

NEVATIA, R.; BABU, K. R. Linear feature extraction and description. *Computer Graphics and Image Processing*, v. 13, p. 257-269, 1980.

OLIVEIRA, R. M. S. *Extração de Rodovias Utilizando SNAKES*. 2003. 80 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - FCT/Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2003.

PLIETKER, B. *Semi-automatic revision of street objects in ATKIS database DLM 25/1*. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing 30, Part 4, p. 311-317, 1994.

QUAM, A. *Road tracking and anomaly detection in aerial imagery*. In: Proceedings of the DARPA Image Understanding Workshop, p. 51-55, 1978.

ROBINSON, A. H.; MORRISON, J. L.; MUEHRCKE, P. C.; KIMERLING, A. J., GUPTILL, S. C. *Elements of Cartography*, 6.ed., John Wiley & Sons, Inc., 1995. 684 p.

SILVA, M. A. O. *Extração semi-automática de rodovias combinando o princípio de bordas anti-paralelas com um novo modelo de correlação da superfície intensidade*. 2001. 146 p. Relatório FAPESP de Pesquisa de Iniciação Científica, 2001.

SILVA, A. C. M. *Programação dinâmica*. Notas de Aula da disciplina Investigação Operacional, 2002.

SILVA, M. A. O.; DAL POZ, A. P. Detecção e reconstrução automática de junções de rodovia em imagens digitais de cenas rurais. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 9, n. 2, p. 263-281, 2003.

SILVA, M. A. O.; DAL POZ, A. P. *Extração Semi-Automática de Rodovias Usando Análise de Bordas e um Template Adaptativo*. In.: XX Congresso Brasileiro de Cartografia, 2001, Porto Alegre-RS. Anais do XX Congresso Brasileiro de Cartografia (CD-ROM), 2001.

SLAMA, C. *Manual of Photogrammetry*, 4.ed., Bethesda, MD: American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, 1980. 1071 p.

SOWMYA, A; TRINDER, J. Modelling and representation issues in automated feature extraction from aerial and satellite images. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, v. 55, n. 1, p. 34-47, 2000.

STRAUB, B. M., WIEDEMANN, C., HEIPKE, C. *Towards the automatic interpretation of images for gis update*. In: Accuracy 2000, Amsterdam, 2000. Proceedings of Accuracy 2000, Amsterdam, v. XXXIII, p. 525-532, 2000.

STEGER, C; ECKSTEIN, W; WIEDEMANN, C. *Update of Roads in GIS by Automatic Extraction from Aerial Imagery*. In: Proceedings of the Second International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, California, v. 3, p. 308-317, 1996.

TOMMASELLI, A. M. G.; HASEGAWA, J. K.; GALO, M. Modernas Tecnologias de Aquisição de Imagens em Fotogrametria. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 6, n. 1, p. 49-64, 2000.

VALE, G. M.; DAL POZ, A. P. *Extração semi-automática do eixo de rodovia em imagens de média e alta resolução usando programação dinâmica*. In: III Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, 2003, Curitiba. Anais do III Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas (CD-ROM). 2003.

VOSELNAN, G.; DE KNECHT, J. *Road tracing by profile matching and Kalman filtering*. In: Workshop on Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images, pp. 265-274, 1995.

WALTER, V. Object-based classification of remote sensing data for change detection. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, v. 58, p. 225-238, 2004.

WANG, Y., TRINDER, J. *Automatic road network extraction by hierarchical grouping*. Proc. ASPRS 2000 Annual Conference, Washington, DC, 2000.

WIEDEMANN, C.; MAYER, H. *Automatic Verification of Roads in Digital Images Using Profiles*. DAGM-Symposium, p. 609-618, 1996.

WIEDEMANN; C.; HINZ, S. *Automatic extraction an evaluation of road networks from satellite imagery*. International Archives for Photogrammetry, v. 32, 1999.

WILLRICH, F. *Quality control and updating of road data by GIS-driven road extraction from imagery*. In: Proceedings of the Joint International Symposium on Geospatial Theory, Processing, and Applications, Ottawa, Canada, 2002. International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, v. 34, P. 4, p. 761-767, 2002.

WOLF, P. R.; DEWITT, B. A. *Elements of Photogrammetry: with Applications in GIS*, 3.ed., Boston: McGraw-Hill, 2000. 608 p.

WOLF, P. R.; GUILANI, C. D., *Adjustment Computations: Statistics and Least Squares in Surveying and GIS*, New York, 1997. 564 p.

ZHANG, C. Towards an operational system for automated updating of road databases by integration of imagery and geodata. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, v. 58, p. 166-186, 2004.

ZLOTNICK, A; CARNINE, P. D. Finding road seeds in aerial images. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, v. 57, n. 2, p. 243-260, 1992.

## APÊNDICE A – ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

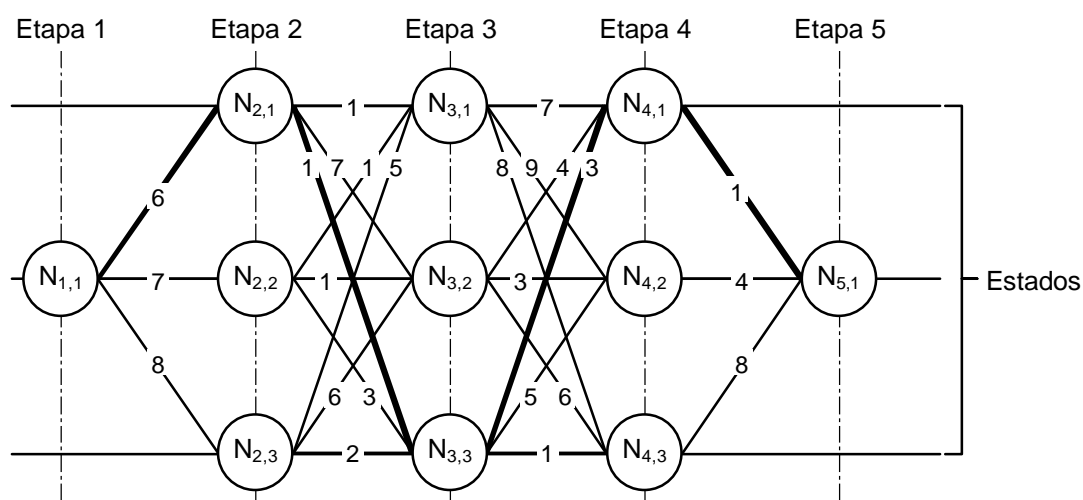
De acordo com Ballard e Brown (1982), a PD é uma técnica utilizada para solucionar problemas de otimização, quando nem todas as variáveis de uma função estão interrelacionadas simultaneamente. A resolução de um problema de otimização pelo algoritmo de PD, conduz à decomposição deste numa seqüência de problemas isolados ligados entre si por via recursiva. Em regra, um problema é passível de ser abordado com PD se nele forem identificadas três características básicas (SILVA, 2002): 1- é um problema de decisão decomponível em etapas de decisões distintas; 2- em cada etapa de decisão é possível definir o estado da solução; e 3- em cada etapa decide-se, para cada estado, qual o estado da etapa seguinte que oferece melhor retorno para a solução do problema (mudança de estado). Deste modo, “se estabelece um fio condutor” que liga a melhor seqüência de decisões, ainda que em qualquer momento do processo sejam adotadas decisões menos corretas.

Os elementos fundamentais do algoritmo de PD são (BARROS, 2001):

- Problema Complexo: problema que se deseja resolver através da PD, e que será dividido em diversos sub-problemas;
- Variável de Etapa ( $X_i$ ): etapas em que o problema complexo foi dividido;
- Variável de Estado ( $Y_i$ ): possibilidades de uma dada etapa  $X_i$ ;
- Nó ( $N_{x,y}$ ): cada nó é representado por uma variável de etapa ( $X_i$ ) e por uma de estado ( $Y_i$ );
- Etapas inicial e final: primeira e última etapas, respectivamente;
- Custo Parcial: custo de deslocamento para ir de uma etapa a outra;

- Grafo: conjunto de nós e seus custos associados; e
- Função objetivo: função matemática que é aplicada entre os nós.

A Figura A.1 mostra o problema clássico da PD. O objetivo fundamental é encontrar o caminho ótimo no grafo entre os nós  $N_{1,1}$  e  $N_{5,1}$ , de tal forma que a solução possa ser encontrada de modo seqüencial, e que o custo seja mínimo. Na primeira etapa, é necessário escolher um dos caminhos que liga as etapas 1 e 2, ou seja, nós  $N_{2,1}$ ,  $N_{2,2}$  ou  $N_{2,3}$ . Concluído este processo, a próxima decisão deve ser tomada entre as etapas 2 e 3. Esta estratégia vai sendo repetida até que o nó  $N_{5,1}$  seja alcançado. O caminho definido pelos nós, como por exemplo,  $N_{1,1}$ ,  $N_{2,1}$ ,  $N_{3,3}$ ,  $N_{4,1}$  e  $N_{5,1}$  corresponde a solução do problema e é denominado caminho ótimo (Figura A.1).



**Figura A.1** – Problema clássico de PD.

Para o problema de otimização apresentado na Figura A.1, a função objetivo é dependente de apenas duas variáveis de estado. Portanto, a função objetivo pode ser convertida em um somatório de sub-funções que dependam de duas variáveis, ou seja:

$$g(e_1, e_2, \dots, e_n) = g_1(e_1, e_2) + g_2(e_2, e_3) + \dots + g_{n-1}(e_{n-1}, e_n) \quad (\text{A.1})$$

na qual, a função  $g_1$  depende apenas das etapas  $e_1$  e  $e_2$ , a função  $g_2$  depende de  $e_2$  e  $e_3$ , e assim por diante.

Considerando o exemplo apresentado pela Figura A.1 e conforme já foi mencionado anteriormente, a solução ótima referente à mudança de uma etapa para outra, nem sempre é o caminho mais curto. Se este critério for levado em conta, ou seja, considerar o caminho mais curto em cada mudança de etapa, a solução final não corresponderá ao caminho de custo mínimo. Dessa forma, para garantir uma solução ótima em cada decisão inerente à mudança de etapas, é necessário que uma função de transição seja estabelecida.

Sendo  $i$  e  $j$  os estágios para as etapas  $e_{k+1}$  e  $e_k$ , respectivamente, a função de transição é dada como segue:

$$f_{k,i}(e_{k+1}) = \min_{e_k} [f_{k-1,j}(e_k) + g_k(e_k, e_{k+1})], \text{ com } f_{0,j}(e_1) = 0 \quad (\text{A.2})$$

na qual  $k = 0, \dots, n-1$ ,  $i = 1, \dots, p$ , e  $j = 1, \dots, q$ , sendo  $n$  o número de etapas do problema de otimização,  $p$  e  $q$  o número de estágios para as etapas  $e_{k+1}$  e  $e_k$ , respectivamente.

Como mostra a Equação A.2, a função de transição estabelece ligação entre as etapas  $e_{k+1}$  e  $e_k$ .

O estabelecimento desta função de transição equivale à um processo de eliminação seqüencial das variáveis envolvidas. O processo inicia com a eliminação de  $e_1$ . Como as funções  $g_2, \dots, g_{n-1}$  não dependem de  $e_1$ , somente a função  $g_1$  deve ser considerada neste momento. A eliminação de  $e_1$  é realizada através da seleção do valor de  $e_1$  que minimiza  $g_1$  para cada  $e_2$ , isto é:

$$f_{1,i}(e_2) = \min_{e_1} [f_{0,j}(e_1) + g_1(e_1, e_2)] = \min_{e_1} [g_1(e_1, e_2)] \quad (\text{A.3})$$

O processo continua com a eliminação de  $e_2$ , sendo que o mesmo princípio é aplicado, como segue:

$$f_{2,i}(e_3) = \min_{e_2} [f_{1,j}(e_2) + g_1(e_2, e_3)] \quad (\text{A.4})$$

Este procedimento é repetido até que todas variáveis sejam eliminadas.

Definida a equação de transição, o processo de minimização da função objetivo, definida para o problema de otimização apresentado pela Figura A.1, é dado conforme mostra os parágrafos subseqüentes.

Inicialmente, o valor de  $f_{0,1}(e_1)$  é zerado. Considerando a etapa 2 (Figura A.2), têm-se que três estados diferentes poderiam ser escolhidos. No estado 1, definido pelo nó  $N_{2,1}$ , apenas uma decisão pode ser tomada, ou seja, ir para o nó  $N_{1,1}$  com um custo parcial de 6. O mesmo vale para os estados 2 e 3, definidos pelos nós  $N_{2,2}$  e  $N_{2,3}$ , sendo que, os custos parciais são 7 e 8, respectivamente.

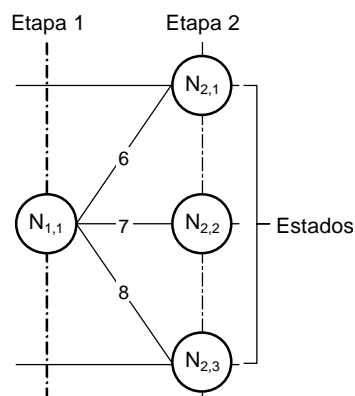


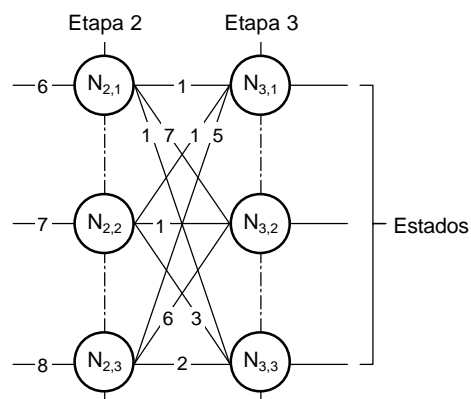
Figura A.2 – Transição da etapa 1 para a etapa 2.

Expressando-se matematicamente têm-se:

$$\begin{aligned}
 f_{1,1} &= \min_{e_1} [f_{0,1}(e_1) + g_1(e_1, e_2)] = \min_{e_1} [0 + 6] = 6 \\
 f_{1,2} &= \min_{e_1} [f_{0,1}(e_1) + g_1(e_1, e_2)] = \min_{e_1} [0 + 7] = 7 \\
 f_{1,3} &= \min_{e_1} [f_{0,1}(e_1) + g_1(e_1, e_2)] = \min_{e_1} [0 + 8] = 8
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

na qual,  $k = 1$ ,  $i = 1, \dots, 3$  e  $j = 1$ .

Considerando, agora, a etapa 3 (Figura A.3), têm-se também que três estados diferentes poderiam ser escolhidos. No estado 1, três decisões podem ser tomadas, ou seja, ir para os nós  $N_{2,1}$ ,  $N_{2,2}$  e  $N_{2,3}$  com custos parciais de 1, 1 e 5, respectivamente. Para o estado 2, definido pelo nó  $N_{3,2}$ , três decisões também podem ser tomadas, ou seja, ir para os nós  $N_{2,1}$ ,  $N_{2,2}$  e  $N_{2,3}$ , mas com custos parciais de 7, 1 e 6. O mesmo é dito para o estado 3, sendo os custos parciais de 1, 3 e 2.



**Figura A.3** – Transição da etapa 2 para a etapa 3.

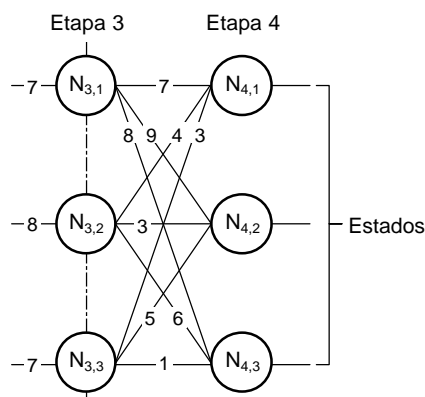
Expressando-se matematicamente têm-se:

$$\begin{aligned}
 f_{2,1} &= \min_{e_2} \left[ \underset{i=1;j=1}{6+1}; \underset{i=1;j=2}{7+1}; \underset{i=1;j=3}{8+5} \right] = 7 \\
 f_{2,2} &= \min_{e_2} \left[ \underset{i=2;j=1}{6+7}; \underset{i=2;j=2}{7+1}; \underset{i=2;j=3}{8+6} \right] = 8 \\
 f_{2,3} &= \min_{e_2} \left[ \underset{i=3;j=1}{6+1}; \underset{i=3;j=2}{7+3}; \underset{i=3;j=3}{8+2} \right] = 7
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

na qual,  $k = 2$ ,  $i = 1, \dots, 3$  e  $j = 1, \dots, 3$ .

Como pode ser notado na Equação A.6, para cada estágio da etapa 3, três alternativas são apresentadas, no entanto, são adotadas as que oferecem o menor custo.

A resolução da etapa 4 (Figura A.4) é análoga à apresentada para a etapa anterior. Como pode ser visto, têm-se novamente que três estados diferentes poderiam ser escolhidos. No estado 1, três decisões podem ser tomadas, ou seja, ir para os nós  $N_{3,1}$ ,  $N_{3,2}$  e  $N_{3,3}$  com custos parciais de 7, 4 e 3, respectivamente. Para o estado 2, definido pelo nó  $N_{3,2}$ , três decisões também podem ser tomadas, ou seja, ir para os nós  $N_{3,1}$ ,  $N_{3,2}$  e  $N_{3,3}$ , mas com custos parciais de 9, 3 e 5. O mesmo é dito para o estado 3, sendo os custos parciais de 8, 6 e 1.



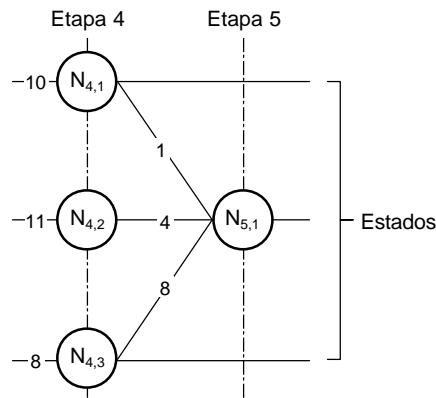
**Figura A.4** – Transição da etapa 3 para a etapa 4.

Expressando-se matematicamente têm-se:

$$\begin{aligned}
 f_{3,1} &= \min_{e_3} \left[ 7+7; 8+4; \mathbf{7+3} \right] = 10 \\
 f_{3,2} &= \min_{e_3} \left[ 7+9; \mathbf{8+3}; 7+5 \right] = 11 \\
 f_{3,3} &= \min_{e_3} \left[ 7+8; 8+6; \mathbf{7+1} \right] = 8
 \end{aligned}
 \tag{A.7}$$

na qual,  $k = 3$ ,  $i = 1, \dots, 3$  e  $j = 1, \dots, 3$ .

Finalmente, na etapa 5 uma única opção de estado pode ser escolhida. Portanto, no estado 1, três decisões podem ser tomadas, ou seja, ir para os nós  $N_{4,1}$ ,  $N_{4,2}$  e  $N_{4,3}$  com custos parciais de 1, 4 e 8, respectivamente (Figura A.5).



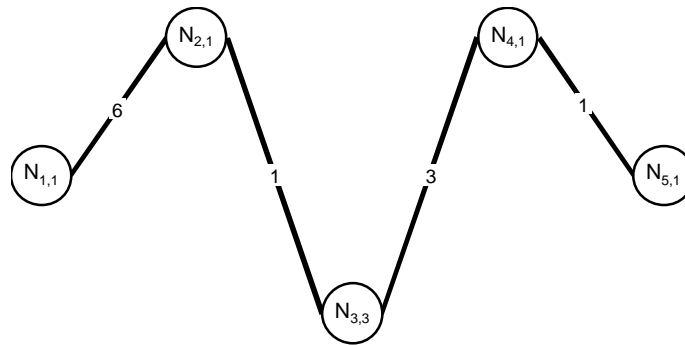
**Figura A.5** – Transição da etapa 4 para a etapa 5.

Expressando-se matematicamente têm-se:

$$f_{4,1} = \min_{e_4} \left[ \mathbf{10+1}; 11+4; 8+7 \right] = 11
 \tag{A.8}$$

na qual,  $k = 4$ ,  $i = 1$  e  $j = 1, \dots, 3$ .

Como mostra a Equação A.8, o menor custo atingível para o problema de otimização apresentado pela Figura A.1 é 11. Dessa forma, partindo-se do nó  $N_{5,1}$  e a partir dos mínimos obtidos em cada etapa de decisão, o caminho ótimo corresponde ao apresentado pela Figura A.6.



**Figura A.6** – Caminho ótimo obtido para o problema de otimização apresentado pela Figura A.1.

Este procedimento é melhor representado através da construção de uma tabela de custos a partir dos valores determinados em cada etapa de decisão (Tabela A.1). Dessa forma, o caminho ótimo é obtido facilmente num procedimento de retro-busca nesta tabela.

**Tabela A.1** – Tabela de custos para o problema de otimização apresentado pela Figura A.1.

Etapa $e_{k+1}$	Etapa $e_k$	k	i	j	$N_{k+1,i}$	$N_{k,i}$	$f_{k-1}$	$g_k(e_k, e_{k+1})$	$f_{k-1,j}(e_k) + g_k(e_k, e_{k+1})$	$f_k$		
2	1	1	1	1	$N_{2,1}$	$N_{1,1}$	0	6	6	6		
			2		$N_{2,2}$		0	7	7			
			3		$N_{2,3}$		0	8	8			
3	2	2	1	1	$N_{3,1}$	$N_{2,1}$	6	1	7	7		
						$N_{2,2}$	7	1	8			
						$N_{2,3}$	8	5	13			
			2	2	2	2	$N_{3,2}$	$N_{2,1}$	6	7	13	8
								$N_{2,2}$	7	1	8	
								$N_{2,3}$	8	6	14	
			3	2	2	3	$N_{3,3}$	$N_{2,1}$	6	1	7	7
								$N_{2,2}$	7	3	10	
								$N_{2,3}$	8	2	10	
4	3	3	1	1	$N_{4,1}$	$N_{3,1}$	7	7	14	10		
						$N_{3,2}$	8	4	12			
						$N_{3,3}$	7	3	10			
			2	2	2	2	$N_{4,2}$	$N_{3,1}$	7	9	15	11
								$N_{3,2}$	8	3	11	
								$N_{3,3}$	7	5	12	
			3	2	2	3	$N_{4,3}$	$N_{3,1}$	7	8	15	8
								$N_{3,2}$	8	6	14	
								$N_{3,3}$	7	1	8	
5	4	4	1	1	$N_{5,1}$	$N_{4,1}$	10	1	11	11		
						$N_{4,2}$	11	4	15			
						$N_{4,3}$	8	8	16			

Como mostra a tabela de custos, o caminho ótimo apresenta um custo de 11. Partindo-se do nó  $N_{5,1}$  e realizando-se a retro-busca na tabela, a fim de se determinar o caminho ótimo, verifica-se que o caminho será ótimo se o nó  $N_{4,1}$  for selecionado. Da mesma forma, estando no nó  $N_{4,1}$ , verifica-se que o caminho será ótimo se o nó  $N_{3,3}$  for adotado. Este processo é repetido até que o nó inicial seja alcançado. Portanto, conforme já foi mostrado anteriormente, o caminho ótimo para o problema de otimização apresentado pela Figura A.1 é:  $N_{1,1} \rightarrow N_{2,1} \rightarrow N_{3,3} \rightarrow N_{4,1} \rightarrow N_{5,1}$ .

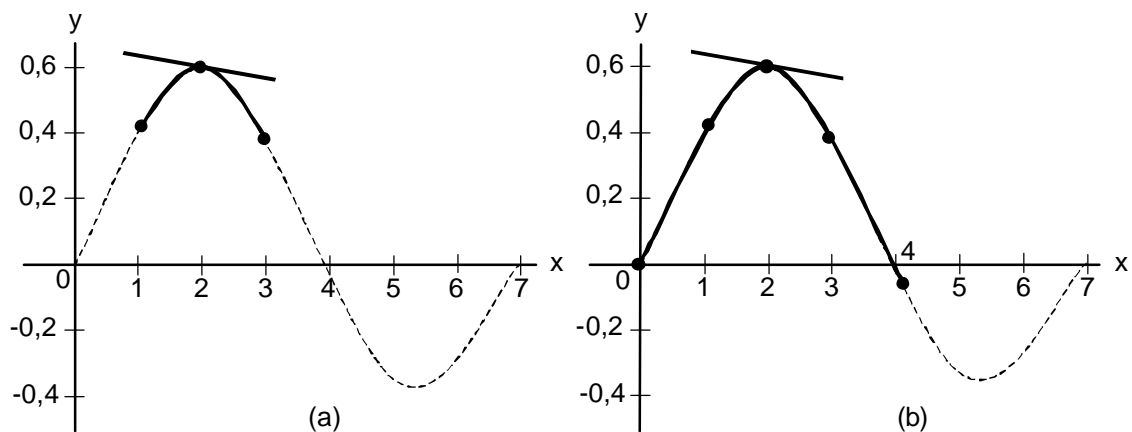
Conforme foi mencionado na Seção 4.2, o algoritmo de PD é utilizado para a extração de rodovias. Diferente do problema de otimização apresentado nesta seção, os modelos genérico e modificado de rodovia (Equações 4.8 e 4.17) são dependentes de três variáveis de estado, ou seja, três pontos consecutivos da linha poligonal representando a rodovia. Dessa forma, o modelo genérico relaciona 6 variáveis simultaneamente, ou seja, coordenadas de imagem de cada ponto e, o modelo modificado de rodovia relaciona 7 variáveis simultaneamente, ou seja, coordenadas de imagem de cada ponto e, também, a largura local da rodovia. Além disso, conforme já foi mencionado na Seção 4.2, o caminho ótimo obtido deve corresponder ao máximo da função objetivo.

## APÊNDICE B – DERIVAÇÃO NUMÉRICA

### B.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Fórmulas para a derivação numérica são importantes para a determinação de derivadas para modelos matemáticos complexos. A idéia básica consiste na derivação de um polinômio interpolador.

Considere a função de Bessel  $J_1(x)$  representada na Figura B.1. Os valores para o intervalo  $[0,7]$  são apresentados na Tabela B.1.



**Figura B.1** – Função de Bessel. (a) A tangente em  $p_2(x)$  no ponto  $(2, 0.5767)$ ; e (b) A tangente em  $p_4(x)$  no ponto  $(2, 0.5767)$  (Fonte: MATHEWS e FINK, 1999).

**Tabela B.1** – Valores no intervalo  $[0,7]$  para a função de Bessel.

x	Y
0	0.0000
1	0.4400
2	0.5767
3	0.3391
4	-0.0660
5	-0.3276
6	-0.2767
7	-0.0010

Seja  $p_2(x) = -0.0710 + 0.6982 \cdot x - 0.1872 \cdot x^2$  o polinômio interpolador passante pelos pontos  $(1, 0.4400)$ ,  $(2, 0.5767)$  e  $(3, 0.3391)$ , o qual é

utilizado para obter  $J_1'(2) \approx p_2'(2) = -0.0505$ . O polinômio quadrático  $p_2(x)$  e sua tangente em  $(2, J_1(2))$  são mostrados na Figura B.1(a). Seja agora  $p_4(x) = 0.4986 \cdot x + 0.011 \cdot x^2 - 0.0813 \cdot x^3 + 0.0116 \cdot x^4$  o polinômio interpolador passante sobre os pontos  $(0,0)$ ,  $(1,0.4400)$ ,  $(2,0.5767)$ ,  $(3,0.3391)$  e  $(4,-0.0660)$ , a partir do qual se obtém  $J_1'(2) \approx p_4'(2) = -0.0618$ . O polinômio  $p_4(x)$  e sua tangente em  $(2, J_1(2))$  são apresentados na Figura B.1(b). O valor verdadeiro para a derivada é  $J_1'(2) = -0.0645$ , e os erros em  $p_2(x)$  e  $p_4(x)$  são  $-0.0140$  e  $-0.0026$ , respectivamente.

O erro resultante da derivação do polinômio é obtido a partir do erro de um interpolador, como segue (CONTE, 1975):

$$f(x) - p(x) = \frac{\Psi(x)f^{n+1}(\xi)}{(n+1)!} \quad (\text{B.1})$$

no qual,

- $\Psi(x) = (x - x_0) \cdot (x - x_1) \dots (x - x_n)$ ; e (B.2)
- $\xi = \xi(x)$  é uma função desconhecida de  $x$ .

De acordo com Conte (1975), derivando ambos os membros de (A.1), e admitindo que existam todas as derivadas, tem-se a Equação B.3.

$$f'(x) - p'(x) = \frac{\Psi'(x)f^{n+1}(\xi)}{(n+1)!} + \frac{\Psi(x)}{(n+1)!} \frac{\partial}{\partial x} f^{n+1}(\xi) \quad (\text{B.3})$$

O segundo membro de B.3 representa o erro em  $p'(x)$  num ponto genérico  $x$ . No entanto, tal expressão é limitada na prática, pois o valor de  $f^{(n+1)}(\xi)$  como função de  $x$  é desconhecido. Dessa forma, a diferenciação em B.3 não pode ser efetuada. Na verdade, se  $x = x_i$  for um dos pontos interpoladores, pode-se demonstrar o seguinte teorema.

**Teorema 1:** Seja  $I$  um intervalo contendo  $n+1$  pontos tabelados  $x_0, x_1, \dots, x_n$ . Seja  $p(x)$  o polinômio que interpola nos  $n+1$  pontos  $(x_i, f_i) = (i=0, 1, \dots, n)$ . Seja  $f(x)$  derivável  $n+2$  vezes consecutivas no intervalo  $I$ . Assim sendo, o erro na derivada  $p'(x)$  num ponto tabelado  $x = x_i$  é dado por (CONTE, 1975):

$$f'(x) - p'(x) = \frac{\Psi'(x) f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \quad (\text{B.4})$$

onde  $\xi_i$  é um ponto em  $I$ , e

$$\Psi'(x_i) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (x_i - x_j). \quad (\text{B.5})$$

## B.2 – FÓRMULAS PARA A DERIVADA APROXIMADA

### B.2.1 – Derivada Aproximada por Diferenças Ascendentes

Assumindo que os pontos interpoladores  $x_i (i=0, 1, \dots, n)$  estejam igualmente espaçados com espaçamento  $h$ , fórmulas podem ser estabelecidas para

o cálculo da derivada aproximada de uma função num ponto tabelado ( $x_0$ ). Considerando  $s = (x - x_0)/h$ , uma aproximação para  $f(x)$  é obtida por meio da fórmula da diferença ascendente de Newton. Então,

$$f(x) = P(s) = f_0 + s \cdot \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \dots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 \quad (\text{B.6})$$

Derivando com respeito a  $x$  e observando que  $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{h} \frac{\partial P}{\partial s}$  obtém-se

(CONTE, 1975):

$$f'(x) \approx \frac{1}{h} \frac{\partial P}{\partial s} = \frac{1}{h} \left[ \Delta f_0 + \frac{2s-1}{2} \cdot \Delta^2 f_0 + \dots + \frac{\partial}{\partial s} \binom{s}{n} \cdot \Delta^n f_0 \right] \quad (\text{B.7})$$

Estabelecendo-se  $x = x_0$  ( $s=0$ ) em B.7, obtém-se, para diferentes valores de  $n$ , fórmulas de aproximação para  $f'(x_0)$ . Para  $n = 1$ , conserva-se apenas o primeiro termo de B.7, obtendo-se assim, a aproximação

$$f'(x_0) \approx \frac{\Delta f_0}{h} = \frac{f_1 - f_0}{h} \quad \left[ E = -\frac{h}{2} \cdot f''(\xi) \right] \quad (\text{B.8})$$

Geometricamente, a Equação B.8 fornece a declividade da corda que une os pontos  $(x_0, f_0)$  a  $(x_1, f_1)$ , sendo uma aproximação para  $f'(x_0)$ .

Uma fórmula um pouco mais precisa é obtida considerando-se  $n = 2$  em B.7. Dessa forma,

$$f'(x_0) \approx \frac{1}{h} \cdot \left( \Delta f_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 \right) = \frac{1}{2 \cdot h} \cdot (-3 \cdot f_0 + 4 \cdot f_1 - f_2) \quad \left[ E = \frac{h^2}{3} \cdot f'''(\xi) \right] \quad (\text{B.9})$$

Geometricamente, a Equação B.9 consiste em considerar a declividade da parábola passante sobre os pontos  $(x_0, f_0)$ ,  $(x_1, f_1)$  e  $(x_2, f_2)$  como uma aproximação para  $f'(x_0)$ .

### B.2.2 – Derivada Aproximada por Diferenças Centrais

Se valores da função  $f(x)$  são conhecidos à direita e à esquerda, fórmulas para derivada aproximada podem ser estabelecidas baseando-se em diferenças centrais, as quais são mais precisas que as baseadas em diferenças ascendentes.

Partindo-se da fórmula de Stirling, derivando-a uma vez e estabelecendo  $x = 0$ , obtém-se a mais simples das fórmulas de derivação central (Equação B.10) (CONTE, 1975).

$$f'(x_0) \approx \frac{f_1 - f_{-1}}{2 \cdot h} \quad \left[ E = -\frac{h^2}{6} \cdot f'''(\xi) \right] \quad (\text{B.10})$$

A Equação B.10 é mais precisa que a Equação B.8 para  $h$  suficientemente pequeno.