



7

ESPECTROSCOPIA HADRÔNICA: MODELOS RELATIVISTAS  
E A NUVEM DE PÍONS

BRAZ EDSON PALLADINO

Orientador: Prof.Dr. Paulo Leal Ferreira



Tese de doutorado apresentada  
no Instituto de Física Teórica - UNESP.

IFT/TE-D-24

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Paulo Leal Ferreira pela atenciosa orientação durante estes anos e à FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo apoio financeiro.

## R E S U M O

Neste trabalho estudamos o espectro de massas dos hádrons leves nos estados fundamentais em ondas-S dentro do contexto dos modelos a quarks relativistas. Nossa análise será baseada em um modelo a quarks independentes com um potencial confinante do tipo escalar-vetorial, implementado por correções de centro-de-massa, correções por troca de 1 glúon e correções devido a nuvem de píons. Discutiremos detalhadamente as correções piônicas, analisando inclusive o seu efeito nos parâmetros estáticos dos bárions. Também daremos destaque ao estudo das diferenças de massa dentro de um mesmo multiplete de isospin, obtidas ao introduzirmos as correções eletromagnéticas. Uma discussão análoga dos resultados, baseada no "cloudy-bag model" também será apresentada.

## ABSTRACT

The mass spectrum of low-lying S-wave hadrons is studied in the context of relativistic quark models. Our analysis will be based on an independent quark potential model, with an equally mixed scalar and vector confining potential of harmonic type, implemented by center-of-mass, one-gluon-exchange and pion-cloud corrections. The pionic corrections will be discussed in detail, including a discussion of pion-cloud effects in the static baryonic properties. We shall also investigate the mass differences of light hadron isomultiplets, resulting from the introduction of electromagnetic corrections in the model. An analogous discussion based on the cloudy-bag model is also presented.

"Espectroscopia Hadrônica: Modelos Relativistas

e a Nuvem de Píons"

BRAZ EDSON PALLADINO

ÍNDICE

I. Introdução.....	1
I.1. Modelos a Quarks: Introdução.....	1
I.2. O Modelo de Potencial S + V Harmônico.....	7
I.3. Correções por Troca de 1 Glúon.....	13
I.4. Correções de Centro-de-Massa.....	19
II. Correções Devido a Nuvem de Píons.....	24
II.1. O Modelo S + V quirial e as Correções Piônicas.....	24
II.2. Espectro de Massas. Resultados.....	36
II.3. Fatores de Forma Eletromagnéticos e Parâmetros Es- táticos.....	43
III. Diferenças de Massa Eletromagnéticas.....	57
III.1. Correções Eletromagnéticas e as Correções Piôni- cas com Estados Intermediários Não-Degenerados...	57
III.2. Resultados.....	68
III.3. Setores Pesados: Discussão.....	85
IV. Conclusões.....	93
APÊNDICE A - Cálculo das Integrais $I_{\pi}$ .....	99
APÊNDICE B - Fator de Forma Axial e Constantes de Acoplamento Forte.....	103
REFERÊNCIAS.....	108

# I. Introdução

## I.1 - Modelos a Quarks: Introdução

Em 1935 Yukawa propôs explicar a interação próton-nêutron por meio de bósons intermediários<sup>1)</sup>. Esta idéia viria a consolidar-se na expectativa da existência dos mésons- $\pi$  intermediando a interação das partículas nucleares. Doze anos depois estas predições eram confirmadas com a descoberta dos píons  $\pi^+$  e  $\pi^-$  nos raios cósmicos. Desde então tem-se desenvolvido o estudo do sistema próton-nêutron procurando dar uma descrição cada vez mais detalhada de suas propriedades.

Aquelas primeiras idéias amadurecem agora, mais de 50 anos depois, sob novas fundamentações teóricas. O conceito de isospin possibilitou visualizar próton e nêutron conjuntamente. Passamos a entendê-los como um sistema único, o "nucleon", um dubleto de isospin  $I = \frac{1}{2}$  com o estado "up" ( $I_3 = +\frac{1}{2}$ ) correspondendo ao próton e o estado "down" ( $I_3 = -\frac{1}{2}$ ) correspondendo ao nêutron.

Na tentativa de classificar os bárions, e também os mésons, o modelo de Sakata (1960)<sup>2)</sup> foi abandonado em favor do "eightfold way" de Gell-Mann e Ne'eman (1961)<sup>3)</sup>. Logo depois, em 1964, Gell-Mann, e também Zweig<sup>4)</sup>, introduziriam um tripleto fermiônico de partículas mais fundamentais, os quarks, baseando assim a classificação dos hádrons numa estrutura de grupo SU(3).

Em 1969, através do espalhamento inelástico profundo de elétrons de alta energia por prótons<sup>5)</sup>, observou-se a existência de constituintes pontuais no nucleon, os quais foram chamados

pártons<sup>6)</sup>. A experiência também indicava que para grandes momentos transferidos os pártons pareciam mover-se livremente uns dos outros, interagindo apenas fracamente. Esta propriedade foi denominada "liberdade assintótica".

Na busca por uma teoria que explicasse a fenomenologia das interações fortes entraria em cena a Cromodinâmica Quântica (QCD)<sup>7)</sup>, na qual os hádrons são constituídos por quarks e glúons, que permanecem confinados em seu interior como que formando "bolhas" ou "sacolas" no vácuo, mantidas pela diferença de pressão. Neste sentido, os nucleons podiam ser entendidos como três quarks dentro de uma bolha (ou em uma sacola) circundados por uma nuvem de mésons.

A QCD introduzia os conceitos de "sabor" e "cor", o sabor referindo-se ao tipo de quark (u,d,s,c,...) e a cor servindo para descrever a interação entre os quarks. Na QCD existem três estados de cor, e os quarks interagem entre si através da troca de glúons coloridos. Os glúons, por sua vez, constituem um octeto e se acoplam aos quarks à maneira de um campo de Yang-Mills<sup>8)</sup>.

Visando descrever a estrutura dos hádrons surgiram em meados da década de sessenta os modelos a quarks<sup>9)</sup>. Fundamentados na idéia de que bárions são sistemas constituídos por três quarks e mésons por um par quark-antiquark, tais modelos alcançaram considerável grau de sucesso.

Já na década seguinte, com a consolidação da QCD como teoria das interações fortes, os modelos a quarks passaram a incorporar hipóteses dinâmicas, tendo os quarks como campos básicos dotados de "sabor" e de "cor". Como grau de liberdade adicional dos quarks, e descrevendo a interação entre eles, o conceito de cor veio dar consistência teórica às hipóteses básicas dos primeiros

modelos. Enquanto isso, fez-se necessário introduzir outras propriedades oriundas da QCD, como a liberdade assintótica, o confinamento da cor e a invariância quiral. Nesse contexto, os modelos a quarks passaram a incorporar tais conceitos, inspirando-se na QCD<sup>10,11</sup>).

Embora atualmente seja amplamente aceita como a teoria das interações fortes, lembramos que a Cromodinâmica Quântica (QCD) teve maior sucesso na região de altas energias, com grandes momentos transferidos. Uma razão para isso vem do fato que a constante de acoplamento entre quark e glúon naquela região é pequena e, portanto, teoria de perturbação pode ser aplicada. Contudo, o mesmo não pode ser dito sobre o problema da estrutura hadrônica, que está situado a escalas de mais baixas energias (cerca de 1 GeV).

Em particular, concentramos o nosso trabalho nos últimos anos justamente na região de baixas energias. Entre outras coisas, estivemos estudando principalmente o espectro de massas e as propriedades estáticas dos bárions e mésons leves. No presente trabalho iremos apresentar nossos resultados nesta área. Como veremos, com o aprimoramento dos modelos a quarks será melhorado o nosso entendimento da estrutura hadrônica.

Podemos dizer que há basicamente dois tipos de modelos<sup>11</sup>), que discutiremos aqui: os modelos de sacola (ou "bag") e suas variações, e os modelos de potencial. A diferença fundamental entre eles é que nos "bag models" o confinamento dos quarks é introduzido através das condições de contorno impostas sobre a superfície da sacola, enquanto que nos modelos de potencial o confinamento se dá pela presença de um potencial confinante na Hamiltoniana do problema.

Assim sendo, o "bag" tem um contorno bem definido, delimitado pela superfície da sacola e os campos associados aos quarks e glúons não existem fora do "bag". Já nos modelos de potencial a superfície é suave, difusa, e as funções de onda e os campos dos quarks e glúons são definidos sobre todo o espaço.

Entre os modelos do tipo sacola destacou-se o "MIT bag model"<sup>12)</sup>, que elaborado pelo grupo do Massachusetts Institute of Technology foi rapidamente difundido, pois apresentava uma formulação relativística, inspirada na QCD, que levava a bons resultados para o espectro de massas dos bárions fundamentais<sup>13)</sup>. Contudo, a descrição dos parâmetros estáticos do nucleon não era muito boa.

Procurando aprimorá-lo, desenvolveram-se em seguida várias correntes baseadas na proposta do "bag model" original<sup>14)</sup>. Surgiram então os chamados "chiral bags", ou modelos de sacola quirais, que procuram acrescentar ao "bag" a contribuição de uma nuvem de píons, restaurando a simetria quiral no modelo antes quebrada pela superfície da sacola<sup>15)</sup>.

Como alternativa aos modelos do tipo "bag", também apareceram os modelos de potencial relativísticos<sup>16)</sup>, nos quais, em lugar da superfície bem definida do "bag", introduz-se um potencial escalar de Lorentz do tipo confinante.

Particularmente, nós temos trabalhado em um modelo de potencial relativista, em que quarks independentes obedecem a uma equação de Dirac com um potencial confinante, que é uma mistura, em partes iguais, de um termo escalar de Lorentz(S) e de um termo vetor de Lorentz(V). É o chamado "modelo de potencial S + V"<sup>17)</sup>.

Nos dois tipos de modelo, de "bag" ou potencial, os

quarks são tratados como partículas independentes confinadas ao interior do hádron. Como consequência, no cálculo das massas dos hádrons ou de parâmetros estáticos como momentos magnéticos e raios de carga, devemos efetuar uma série de correções.

Primeiramente devemos levar em conta as energias de interação por troca de glúons entre os quarks, em seguida temos de subtrair o efeito espúrio devido ao movimento do centro-de-massa e daí então devemos introduzir uma nuvem de píons ao redor do caroço de quarks.

Nos trabalhos anteriores em nosso modelo, já implementamos as correções por troca de glúons<sup>17,18)</sup> e as correções de centro-de-massa<sup>18)</sup>. Agora, estaremos concentrados nos efeitos da nuvem de píons. Veremos que a inclusão de um campo piônico restaura a simetria quiral do modelo e contribui de maneira relevante no cálculo das massas hadrônicas e dos parâmetros estáticos.

Nós iremos ver como a conservação da corrente axial e a restauração da simetria quiral no setor de SU(2) para quarks sem massa no modelo sugere que uma nuvem de píons deve circundar a região central de confinamento nos hádrons. Em particular, veremos que esta nuvem tem um efeito de reduzir o tamanho do caroço central do nucleon, devido a pressão exercida sobre o caroço de quarks. Neste trabalho, discutiremos o problema do tamanho do nucleon quando estudarmos os raios de carga do próton e do nêutron, obtidos a partir dos fatores de forma eletromagnéticos.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: nas próximas seções, I.2., I.3 e I.4, revisamos os resultados anteriores para o modelo, descrevendo, respectivamente, a formulação básica para o modelo de potencial  $S + V$ , o cálculo das

correções por troca de glúons e as correções de centro-de-massa no modelo; na seção II, estudaremos as correções devido a nuvem de píons, mostrando o seu efeito sobre o espectro de massas dos hádrons leves e sobre os fatores de forma eletromagnéticos do próton e do nêutron; na seção III estudaremos diferenças de massa dentro de um mesmo multiplete de isospin, obtidas pela incorporação ao modelo das correções eletromagnéticas (troca de fótons), apresentando os resultados na seção III.2 e fazendo na seção III.3 uma breve discussão sobre os setores dos hádrons pesados; por fim, na seção IV, apresentaremos nossas conclusões e perspectivas de desenvolvimento.

## I.2 - O Modelo de Potencial S + V Harmônico

Nesta seção vamos apresentar a formulação básica do modelo de potencial escalar-vetorial harmônico. Este é um modelo a quarks independentes, em que cada quark constituinte no hádron obedece a uma equação de Dirac para partícula única do tipo

$$\left[ \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_i + \frac{1}{2} (1+\beta)V(r) \right] \psi_i(\vec{r}) = E_i \psi_i(\vec{r}) \quad (1.1)$$

onde  $\vec{\alpha}$  e  $\beta$  são as usuais matrizes de Dirac,  $i$  é o índice de sabor do quark e  $V(r)$  é o potencial confinante.

Nós iremos adotar aqui o potencial radial  $V(r)$  na forma harmônica

$$V(r) = V_0 + \frac{1}{2} Kr^2. \quad (1.2)$$

Esta escolha permite um tratamento analítico em toda a extensão dos nossos cálculos. Além disso, gostaríamos de salientar que, conforme foi mostrado por Amaral e Zagury<sup>17)</sup>, o potencial linear dá aproximadamente os mesmos resultados que o potencial harmônico. É esperado que isto também aconteça quando são aplicadas as correções adicionais ao modelo.

As soluções em ondas-S da equação (1.1) são da forma

$$\psi_i(r) = N_i \begin{bmatrix} \varphi_i(r)\chi \\ \frac{1}{x} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \varphi_i(r)\chi \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

onde  $\chi$  é um spinor de Pauli e  $\varphi(r)$  é a autofunção normalizada da equação radial

$$p^2 \varphi_1(r) = (E_1 + m_1) [E_1 - m_1 - V(r)] \varphi_1(r), \quad (1.4)$$

tendo a forma

$$\varphi_1(r) = \left[ \frac{1}{\pi R_1^2} \right]^{3/4} e^{-r^2/2R_1^2}. \quad (1.5)$$

Usamos as definições:

$$R_1 = \left[ \frac{2}{x_1 K} \right]^{1/4}, \quad (1.6)$$

$$x_1 = E_1 + m_1. \quad (1.7)$$

A constante de normalização na eq.(1.3) é dada por

$$N_1^2 = \left[ 1 + \frac{3}{2} (x_1 R_1)^{-2} \right]^{-1} \quad (1.8)$$

e os autovalores da energia para os quarks em ondas-S são dados por

$$E_1 = m_1 + V_0 + \frac{3}{2} KR_1^2. \quad (1.9)$$

Para maiores detalhes sobre a formulação do modelo veja as referências (17) e (18).

Gostaríamos de observar que os autovalores da energia dados acima são obtidos ao resolvermos a equação cúbica em  $x_1$ :

$$x_1(x_1 - \lambda_1)^2 - \frac{9}{2}K = 0 \quad (1.10)$$

onde

$$\lambda_i = 2m_i + V_0 \quad (1.11)$$

O ajuste dos parâmetros do modelo aos problemas físicos que trataremos aqui conduz a funções  $f(x_1)$  com a forma dada na figura 1. Em nossos ajustes, os autovalores  $x_1$  que são as soluções da equação (1.10) são calculados numericamente no computador, conforme os parâmetros de entrada  $m_1$ ,  $V_0$  e  $K$ .

Além das massas dos quarks e dos dois parâmetros do potencial, o modelo irá depender de mais um parâmetro livre, que aparecerá em seguida, a constante de acoplamento quark-glúon  $\alpha_s$ .

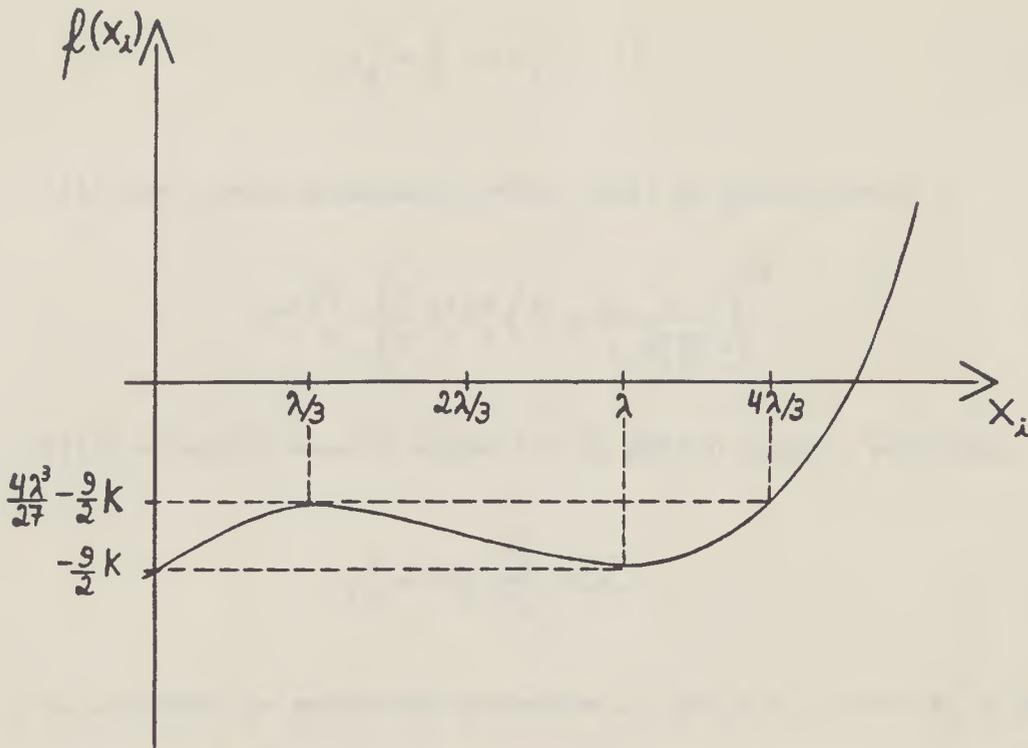


Fig.1 - Gráfico da função  $f(x_1) = x_1(x_1 - \lambda_1)^2 - \frac{9}{2} K$ .

A energia total será dada pela soma das energias cinéticas de cada quark

$$E_0 = \sum_i E_i \quad (1.12)$$

à qual em seguida iremos acrescentar as várias correções necessárias no modelo, representando os diferentes efeitos físicos envolvidos.

Negligenciando as correções que iremos depois discutir, podemos por hora escrever os parâmetros estáticos para o nucleon em expressões bem simples<sup>17,18)</sup>.

(i) Para a carga axial  $g_A$  do nucleon temos:

$$g_A^0 = \frac{5}{9} (4N_0^2 - 1) , \quad (1.13)$$

(ii) pra o raio quadrático médio (rms) do próton temos

$$\langle r^2 \rangle_p^{1/2} = \left[ \frac{3}{2} N_0^2 R_0^2 \left( 1 + \frac{5}{2} \frac{1}{X_0^2 R_0^2} \right) \right]^{1/2} \quad (1.14)$$

(iii) e para o momento magnético do próton temos a expressão

$$\mu_p^0 = 2M_p \frac{N_0^2}{X_0} \text{ n.m.} . \quad (1.15)$$

em unidades de magnetons nucleares  $\mu_N$  (ou n.m.), onde  $M_p \approx 938 \text{ MeV}$  é a massa do próton.

O índice zero nas expressões acima indica que os parâmetros se referem aos quarks leves u,d. Esta notação será utilizada com freqüência ao longo deste trabalho.

Para completar a formulação básica do modelo, lembramos que para decaimentos  $\beta$  envolvendo quarks estranhos (decaimentos- $\beta$  hiperônicos), temos a seguinte fórmula para a carga axial

$$g_A = g_A^{SU(6)} \cdot 2\sqrt{2} \cdot N_0 N_s \left( \frac{R_0 R_s}{R_0^2 + R_s^2} \right)^{3/2} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{R_s}{R_0} \right)^4 \frac{1}{X_0^2 (R_0^2 + R_s^2)} \right] , \quad (1.16)$$

onde  $g_A^{SU(6)}$  indica o elemento de matriz associado com o decaimento

correspondente.

Vamos passar agora a descrição do cálculo das correções a energia devido a troca de glúons.

### I.3 - Correções por Troca de 1 Glúon

Nesta seção vamos expor rapidamente o cálculo das energias de interação por troca de 1 glúon no modelo de potencial  $S + V$  harmônico. Para uma formulação mais detalhada, veja as referências (17) e (18).

Vamos comentar inicialmente alguns pontos importantes. Devemos salientar que no cálculo das energias de interação estaremos considerando apenas os gráficos de ordem mais baixa na constante de acoplamento entre quark e glúon  $\alpha_s$ . Nesta aproximação, os acoplamentos entre glúons não vão contribuir por serem de ordem mais alta. Desse modo, os glúons estarão atuando como se fossem campos Abelianos de 8 componentes independentes.

Sob tais condições, o cálculo das correções à energia devido a troca de glúons no presente modelo reduz-se simplesmente a avaliação das energias de interação por troca de 1 glúon. Na figura 2 representamos os diagramas de interação gluônica na primeira ordem em  $\alpha_s$ : diagrama de troca de 1 glúon entre 2 quarks (Fig.2-a) e diagrama de autoenergia do quark (Fig.2-b).

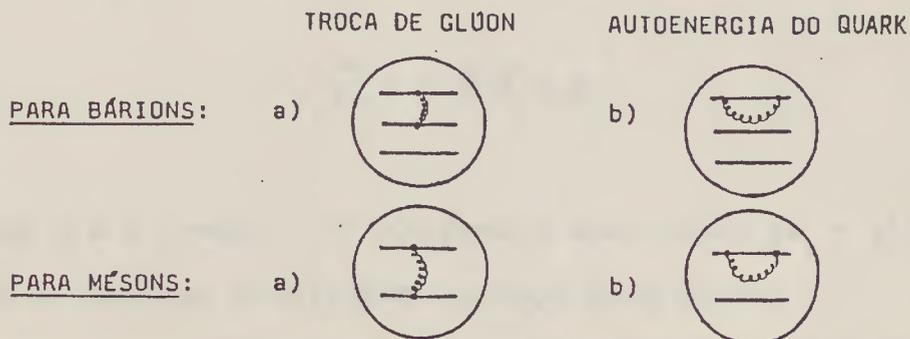


FIG. 2 - Diagramas de interação gluônica de primeira ordem em  $\alpha_s$ .

Em nossos trabalhos nós temos sistematicamente levado em conta os termos de autoenergia dos quarks, associados aos diagramas da Fig.2-b, os quais tinham sido excluídos em tratamentos anteriores<sup>17)</sup>. Isto produz o efeito de reduzir consideravelmente a contribuição da parte elétrica da interação gluônica.

As correções à energia devido a troca de 1 glúon podem ser escritas como a soma de uma parte elétrica e uma parte magnética

$$E_g = \Delta E_E + \Delta E_M \quad (1.17)$$

que são dadas por

$$\Delta E_E = \frac{1}{8\pi} \sum_a \sum_{i,j} \int \left\langle h \left| \frac{\rho_i^a(\vec{r}) \rho_j^a(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right| h \right\rangle d^3\vec{r} d^3\vec{r}' , \quad (1.18a)$$

$$\Delta E_M = -\frac{1}{8\pi} \sum_a \sum_{i,j} \int \left\langle h \left| \frac{j_i^a(\vec{r}) j_j^a(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right| h \right\rangle d^3\vec{r} d^3\vec{r}' , \quad (1.18b)$$

onde  $a$  é o índice de cor e  $i, j$  são os índices de sabor dos quarks. Os termos com  $i = j$  nas somatórias correspondem aos termos de autoenergia.

As expressões (1.18a) e (1.18b) são calculadas a partir das densidades de carga  $\rho_1^a$  e das correntes de cor  $\vec{J}_1^a$  dos quarks, definidas pelo quadrivetor

$$J_{1\mu}^a = g \bar{\psi}_1 \lambda_1^a \gamma_\mu \psi_1 , \quad (1.19)$$

onde  $g$  é a constante de acoplamento quark-glúon ( $\alpha_s = g^2/4\pi$ ) e  $\lambda_1^a$  são as matrizes de Gell-Mann do grupo SU(3) de cor.

Usando em (1.19) as funções de onda  $\psi_1$  para o modelo

S + V harmônico, eq. (1.3), obtemos as expressões

$$\rho_i^g(\vec{r}) = g\lambda_i^g \frac{N_i^2}{x_i^2} [x_i^2 \varphi_i^2(r) + \varphi_i'^2(r)] , \quad (1.20a)$$

$$\vec{j}_i^p(\vec{r}) = 2g\lambda_i^p \frac{N_i^2}{x_i} \varphi_i(r) \varphi_i'(r) (\hat{r} \times \vec{\sigma}_i) , \quad (1.20b)$$

onde usamos a notação  $\varphi_i'(r) \equiv \frac{d\varphi_i(r)}{dr}$ .

Substituindo as equações (1.20) em (1.18) e efetuando a soma sobre os índices de cor, chegamos às seguintes expressões para as correções gluônicas

$$\Delta E_E = -\frac{128\pi^2}{3} \alpha_s \langle h | n \sum_{i>j} J_{ij}^E - \sum_i J_{ii}^E | h \rangle \quad (1.21a)$$

$$\Delta E_M = \frac{256\pi^2}{9} \alpha_s \langle h | n \sum_{i>j} (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) J_{ij}^M - 3 \sum_i J_{ii}^M | h \rangle \quad (1.21b)$$

onde n é igual a 1 para bárions e 2 para mésons, pois  $\sum_a \lambda_1^a \lambda_j^a$ ,  $i \neq j$ , é igual a  $-\frac{8}{3}$  para bárions e  $-\frac{16}{3}$  para mésons. Nas equações (1.21) temos, na parte elétrica

$$J_{ij}^E = \frac{N_i^2 N_j^2}{x_i x_j} \int_0^\infty \frac{1}{r^2} F_i(r) F_j(r) dr , \quad (1.22a)$$

onde

$$F_i(r) = \frac{1}{x_i} \varphi_i(r) \varphi_i'(r) r^2 + \int_0^r [2E_i - V(r')] \varphi_i^2(r') r'^2 dr'$$

e, na parte magnética

$$J_{ij}^M = \frac{N_i^2 N_j^2}{x_i x_j} \int_0^\infty \varphi_i^2(r) \varphi_j^2(r) r^2 dr . \quad (1.22b)$$

Fazendo as integrais, obtemos os resultados

$$J_{ij}^E = \frac{1}{8\pi^3} \left[ \frac{\pi}{R_i^2 + R_j^2} \right]^{1/2} \left[ 1 + \frac{1}{x_i^2 (R_i^2 + R_j^2)} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{R_j^2}{R_i^2} \right) + \frac{1}{x_j^2 (R_i^2 + R_j^2)} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{R_i^2}{R_j^2} \right) + \frac{15}{4} \frac{1}{x_i^2 x_j^2} \frac{1}{(R_i^2 + R_j^2)^2} \left( 1 + \frac{2}{5} \frac{R_i^4 + R_j^4}{R_i^2 R_j^2} \right) \right] N_i^2 N_j^2 , \quad (1.23a)$$

$$J_{ij}^M = \frac{1}{4\pi^3} \left[ \frac{\pi}{(R_i^2 + R_j^2)^3} \right]^{1/2} \frac{1}{x_i x_j} N_i^2 N_j^2 . \quad (1.23b)$$

Por fim, definimos

$$I_{ij}^E = -\frac{128}{3} \pi^2 J_{ij}^E , \quad I_{ij}^M = \frac{256}{9} \pi^2 J_{ij}^M , \quad (1.24)$$

de maneira a escrever os resultados sob a forma

$$\Delta E_M = \alpha_s (a_{00} I_{00}^M + a_{0s} I_{0s}^M + a_{ss} I_{ss}^M) , \quad (1.25a)$$

$$\Delta E_E = \alpha_s (b_{00} I_{00}^E + b_{0s} I_{0s}^E + b_{ss} I_{ss}^E) . \quad (1.25b)$$

Nestas equações, o índice zero indica um quark u ou d enquanto o índice s refere-se a um quark estranho. Os coeficientes  $a_{ij}$  e  $b_{ij}$  são facilmente calculados, avaliando-se os elementos de matriz nas equações (1.21) para os diferentes estados hadrônicos  $|h\rangle$ . Os coeficientes para os bárions e mésons no estado

fundamental em ondas-S do setor leve, sobre os quais concentraremos aqui nossos esforços, estão dados na tabela 1. Lembramos que os coeficientes foram calculados com a inclusão dos termos de autoenergia.

Com as correções gluônicas, a energia total do hádron seria dada por

$$E = E_0 + E_g = E_0 + \Delta E_M + \Delta E_E, \quad (1.26)$$

onde  $E_0$  está definido pela eq.(1.12). Na seqüência do trabalho iremos adicionar outras correções a esta expressão.

Em seguida, passamos a exposição das correções de centro-de-massa no modelo S + V.

**TAB. 1** - Coeficientes que aparecem no cálculo das energias elétrica e magnética por troca de 1 glúon.

BÁRIONS	$a_{00}$	$a_{01}$	$a_{11}$	$b_{00}$	$b_{01}$	$b_{11}$
N	-12	0	0	0	0	0
$\Lambda$	-9	0	-3	-1	2	-1
$\Sigma$	-5	-4	-3	-1	2	-1
$\Xi$	-3	-4	-5	-1	2	-1
$\Delta$	-6	0	0	0	0	0
$\Sigma^*$	-5	2	-3	-1	2	-1
$\Xi^*$	-3	2	-5	-1	2	-1
$\Omega$	0	0	-6	0	0	0
MÉSONS	$a_{00}$	$a_{01}$	$a_{11}$	$b_{00}$	$b_{01}$	$b_{11}$
$\rho$	-4	0	0	0	0	0
$\omega$	-4	0	0	0	0	0
$\emptyset$	0	0	-4	0	0	0
K	-3	-6	-3	-1	2	-1
$K^*$	-3	2	-3	-1	2	-1
$\pi$	-12	0	0	0	0	0

#### I.4 - Correções de Centro-de-Massa

Nesta seção vamos apresentar a formulação das correções de centro-de-massa para o modelo de potencial  $S + V$  harmônico. O leitor interessado pode encontrar uma discussão mais detalhada em nosso trabalho anterior, Ref.(18), e nas referências ali contidas. Aqui iremos apenas resumir os pontos principais da nossa formulação.

É sabido que a descrição das massas hadrônicas em um modelo a quarks independentes, como o nosso, requer a introdução de correções de centro-de-massa, de maneira a remover da energia total a parcela "espúria" devida ao movimento do centro-de-massa. Estas correções são importantes não somente para o cálculo do espectro de massas mas também para a análise das propriedades estáticas<sup>19)</sup>.

Segundo Donoghue e Johnson, Ref.(20), em sua análise das correções de centro-de-massa para o "bag model", o estado de partícula independente não é diretamente identificado com o hádron ao qual corresponde, mas com um pacote de onda dos estados de momentum do hádron, no qual o centro-de-massa não está em repouso nem em movimento uniforme, mas flutua em torno de uma posição média. Embora o valor médio do momento total  $\vec{P}$  satisfaça  $\langle \vec{P} \rangle = 0$ , temos  $\langle \vec{P}^2 \rangle \neq 0$ . Então, em um hádron de massa  $M$  temos uma energia espúria da ordem de  $\langle \vec{P}^2 \rangle / 2M$  associada ao movimento do centro-de-massa, a qual devemos subtrair da energia total do hádron. O mesmo raciocínio se aplica ao modelo de potencial  $S + V$ .

Em geral, em uma abordagem não-relativística da correção de centro-de-massa, a seguinte relação entre a massa física  $M$  e a energia total  $E$  do hádron é considerada

$$E = M + \frac{\langle \vec{P}^2 \rangle}{(2M)} \quad (1.27)$$

o que corresponde a uma aproximação obtida através de uma expansão em  $\langle \vec{P}^2 \rangle / M^2$ . Porém, Bartelski et.al., Ref.(19), mostraram que uma melhor aproximação é obtida assumindo-se

$$\langle f(\vec{v}^2) \rangle \approx f(\langle \vec{v}^2 \rangle), \quad (1.28)$$

onde  $\vec{v}^2 = \vec{P}^2 / E^2$ , que, em lugar da eq.(1.27), conduz ao resultado relativístico

$$E = \langle (M^2 + \vec{P}^2)^{1/2} \rangle = (M^2 + \langle \vec{P}^2 \rangle)^{1/2}. \quad (1.29)$$

Seguindo esta prescrição, as massas hadrônicas corrigidas pela subtração da energia devida ao movimento do centro-de-massa são então dadas pela equação

$$M = [(E_0 + E_g)^2 - \langle \vec{P}^2 \rangle]^{1/2}, \quad (1.30)$$

onde  $E = E_0 + E_g$  corresponde a energia total no caroço do hádron, conforme havíamos estabelecido na eq.(1.26), e  $\langle \vec{P}^2 \rangle$  é o termo de correção do centro-de-massa.

Para encontrar a expressão para a energia do centro-de-massa, nós adotamos o tratamento conhecido como "wave-packet method", que tem sido discutido em vários trabalhos<sup>19,20)</sup>. Particularmente, nós empregamos a formulação dada por Wong<sup>20)</sup>, a qual corresponde a uma aplicação particular do chamado "generator coordinate method", bem conhecido em física nuclear<sup>21)</sup>.

Essa formulação baseia-se na decomposição do estado de partícula-única do hádron  $|h(\vec{a})\rangle$ , com centro em  $\vec{a}$ , em componentes  $\Phi(\vec{P})$  dos autoestados de onda plana do momento:

$$|h(\vec{a})\rangle = \int d^3\vec{P} e^{i\vec{P}\cdot\vec{a}} \Phi(\vec{P}) |h(\vec{P})\rangle, \quad (1.31)$$

onde  $|h(\vec{P})\rangle$  são os autoestados normalizados do momento do hádron. Assim sendo, de acordo com a eq.(1.31), temos  $\langle h(\vec{P}) | h(\vec{P}') \rangle = \delta(\vec{P}-\vec{P}')$ , dando

$$|\Phi(\vec{P})|^2 = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{r} e^{-i\vec{P}\cdot\vec{r}} \langle h(0) | h(\vec{r}) \rangle. \quad (1.32)$$

Então, podemos escrever a expressão do valor esperado de uma função  $F(\vec{P})$

$$\langle F(\vec{P}) \rangle = \langle h(0) | F(\vec{P}) | h(0) \rangle = \int d^3\vec{P} \Phi^*(\vec{P}) F(\vec{P}) \Phi(\vec{P}). \quad (1.33)$$

Para avaliar as correções de centro-de-massa, calculamos a expressão (1.33) usando  $F(\vec{P}) = \vec{P}^2$ .

Aplicando este tratamento ao nosso modelo, obtivemos a seguinte expressão para a correção de centro-de-massa

$$\langle \vec{P}^2 \rangle = \sum_i \frac{1}{R_i^2} \left( \frac{5}{2} - N_i^2 \right), \quad (1.34)$$

onde a somatória em  $i$  refere-se a uma soma sobre o índice de sabor de cada quark constituinte do hádron em questão. A equação (1.34) vale para o caso geral de uma configuração hadrônica contendo  $n$  quarks em ondas-S.

Vamos finalizar esta seção com as correções de

centro-de-massa para as propriedades estáticas dos bárions fundamentais. Conforme Bartelski et.al., Ref.(19), temos as seguintes equações para os parâmetros estáticos

$$g_A = g_A^0 \frac{3}{1+2\delta_B} \quad (1.35)$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\langle r^2 \rangle^0 - Q \langle R^2 \rangle}{\frac{1}{3} (2+\delta_B^2)} \quad (1.36)$$

$$\mu = \mu^0 \frac{3}{1+\delta_B+\delta_B^2} + Q \frac{M_P}{M_B} \frac{(1-\delta_B)}{1+\delta_B+\delta_B^2} \quad (1.37)$$

onde  $M_B$  é a massa do bárion e  $Q$  a sua carga;  $\delta_B$  e  $\delta_B^2$  são respectivamente, os valores esperados para  $M_B/E$  e  $(M_B/E)^2$

$$\delta_B = \left\langle \frac{M_B}{E} \right\rangle, \quad \delta_B^2 = \left\langle \frac{M_B^2}{E^2} \right\rangle; \quad (1.38)$$

$\langle R^2 \rangle = \langle (i\vec{\nabla}_P)^2 \rangle$  é o raio do pacote de onda e  $M_p = 938$  MeV é a massa do próton. Nas equações (1.35)-(1.37) as quantidades  $g_A^0$ ,  $\langle r^2 \rangle^0$  e  $\mu^0$  correspondem respectivamente aos parâmetros estáticos do próton não corrigidos, dados no presente modelo pelas equações (1.13)-(1.15).

Expandindo em  $P^2$  e usando a relação  $\langle R^2 \rangle \approx 9/4 \langle P^2 \rangle$  em (1.36), as equações acima podem ser reescritas aproximadamente

sob a forma

$$g_A = g_A^0 \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{\langle \vec{P}^2 \rangle}{M^2} \right) , \quad (1.39)$$

$$\langle r^2 \rangle = \left[ \langle r^2 \rangle^0 - Q \frac{9}{4 \langle \vec{P}^2 \rangle} \right] \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{\langle \vec{P}^2 \rangle}{M^2} \right) , \quad (1.40)$$

$$\mu = \mu^0 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\langle \vec{P}^2 \rangle}{M^2} \right) + Q \frac{\langle \vec{P}^2 \rangle}{6M^2} . \quad (1.41)$$

Essas expressões foram usadas satisfatoriamente em nosso trabalho anterior<sup>18)</sup> na descrição das propriedades estáticas dos bárions fundamentais do octeto  $\frac{1}{2}^+$ . Um cálculo mais detalhado destas grandezas será apresentado mais adiante, na seção II.3, quando discutirmos os fatores de forma eletromagnéticos e o efeito das correções piônicas nos parâmetros estáticos.

## II. Correções Devido a Nuvem de Píons

### II.1 - O Modelo S + V quiral e as Correções Piônicas

Nesta seção iremos discutir a incorporação de correções devido a nuvem de píons no modelo de potencial S + V. Vamos mostrar que a introdução de um campo piônico acoplado aos quarks do caroço do hádron recobra a propriedade de simetria quiral do modelo, que tem validade no limite em que as massas dos quarks são pequenas. Associadas a esta chamada restauração (parcial) da quiralidade no modelo, encontramos contribuições devido aos píons para os cálculos das massas hadrônicas e para os parâmetros estáticos, as quais apresentaremos aqui. Antes porém permitam-nos fazer uma breve introdução ao assunto, discutindo um pouco mais a fundo a simetria quiral nos modelos a quarks e, em particular, nos modelos de "bag".

Diferentemente das correntes eletromagnética e de isospin, a corrente axial-vetorial carregada pelos quarks não é conservada no modelo S + V. Uma tal situação é inerente a todos os modelos de potencial confinante e também aos "bag models". Nos modelos do tipo "bag" a Lagrangeana não satisfaz a invariância quiral na superfície da sacola<sup>22)</sup>. Uma maneira de entender isso, é pensar que os quarks, ao se chocarem à parede da sacola e inverterem seu sentido de movimento, não conservam a helicidade. Para compensar este efeito, devemos introduzir os píons.

Na linha dos "bag models" vários modelos foram propostos para sobrepujar estas dificuldades<sup>23)</sup>. Nestes modelos, o pión foi introduzido como um bóson de Goldstone que interage com

os quarks na superfície do "bag" de modo a restaurar a simetria quiral no modelo.

Contudo, o pion como uma partícula de Goldstone não tem estrutura interna e a sua introdução induzia a novos problemas.

O "bag" ficava instável devido a pressão piônica<sup>24)</sup> e havia divergência das auto-energias dos quarks devido a nuvem piônica<sup>25)</sup> quando feitas todas as somas sobre estados intermediários. Para solucionar o problema, De Kam e Pirner<sup>26)</sup> introduziram pions com tamanho finito, ou seja, não-puntuais. Eles consideraram os pions sendo constituídos de um par quark-antiquark e demonstraram que o tamanho do pion age como um fator de forma que estabiliza o "bag" contra o colapso. Esta idéia foi bem discutida por Saito<sup>27)</sup>, que mostrou que os pions não-puntuais eliminavam o problema das divergências por diminuir as contribuições dos estados quânticos mais altos para as massas hadrônicas.

A maioria dos problemas citados acima são ocasionados pelo comportamento descontínuo da superfície nos "bag models", não ocorrendo nos modelos de potencial. Mesmo assim, na nossa formulação do modelo S + V quiral os pions com tamanho finito ("finite size pions") também serão utilizados, no sentido de que no cálculo dos fatores de forma eletromagnéticos iremos incorporar um fator de forma do pion  $F_\pi$  e um fator de "cutoff"  $C(\vec{q}) = \exp(-\vec{q}^2 \Lambda^2/4)$ , onde  $\Lambda^2 \approx 2\text{fm}^2$  é o parâmetro de tamanho do pion, correspondendo a um raio efetivo do pion  $r_\pi \approx 0.4\text{fm}$ .

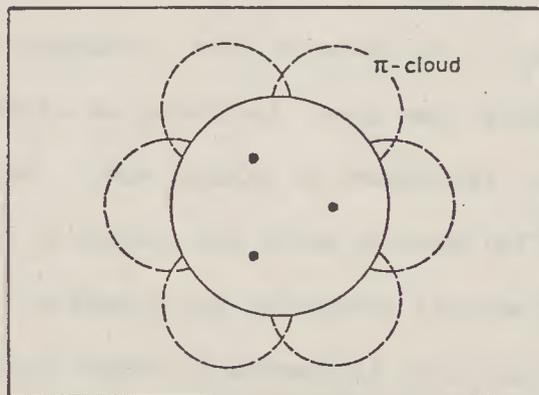
Como sabemos, a simetria quiral  $SU(2) \times SU(2)$  é uma das melhores simetrias das interações fortes e é realizada para  $m_u = m_d = 0$ . Quando consideramos que as massas dos quarks u e d são pequenas, mas não-nulas, a divergência da corrente axial deverá ser compensada pelos campos dos pions resultando na usual relação

PCAC ("Partially Conserved Axial Current")<sup>28)</sup>. Por esse motivo, usaremos também um campo de píons com massa pequena, mas finita ( $m_\pi \approx 140$  MeV).

Entre os "bag models", surgiram fundamentalmente duas linhas de trabalho procurando restaurar a simetria quiral na sacola apoiando-se na PCAC<sup>28)</sup> e no modelo- $\sigma$ <sup>29)</sup>. São os chamados "little bag models"<sup>30)</sup> e "cloudy bag models"<sup>31)</sup>, que diferem basicamente pela região do espaço em que os campos  $\sigma$  e  $\vec{\pi}$  são considerados. (ver figuras 1a e 1b).

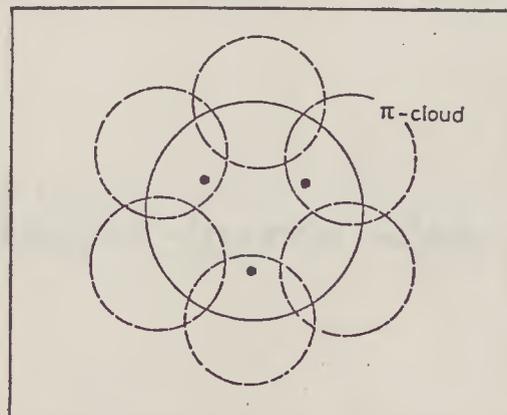
---

**Fig.1a - Representação do "Little Bag Model".**  
A corrente axial na superfície é conservada devido a inclusão de uma nuvem de píons ao redor do "bag".



---

**Fig.1b - Representação do "Cloudy Bag Model".**  
No "cloudy-bag" os píons também são permitidos dentro do "bag".



À parte de muitas aplicações bem sucedidas dos "chiral bag models", eles não estão totalmente livres de certas objeções, particularmente pela imposição de se excluir os píons de dentro da cavidade esférica do "bag". Mesmo no caso do "cloudy bag", que permite a penetração dos píons no volume do "bag", críticas podem ser feitas a manutenção de uma superfície esférica estática mesmo diante da criação de píons. Procurando contornar este problema, tratamentos perturbativos para o campo piônico no "bag model" foram desenvolvidos<sup>32)</sup>, nos quais a função de onda associada à cavidade esférica aparece em 1ª ordem, como um estado do quark não-perturbado. Esta perturbação é feita tendo como parâmetro a constante de decaimento do pión  $f_\pi = 93$  MeV e depende sensivelmente do raio do "bag"  $R_b$ . Surge então o problema da convergência da expansão, que depende de  $(f_\pi R_b)^{-1}$ . A nossa abordagem, via modelo de potencial, será mais simples, não havendo tais inconvenientes. Num modelo de potencial, onde não há uma superfície rígida, os campos dos píons estarão definidos sobre todo o espaço, podendo interagir com os quarks livremente, sem que haja em princípio qualquer região preferencial para isso acontecer.

Vamos então nos dirigir para a formulação quirral do modelo de potencial  $S + V$ . Começamos escrevendo a densidade Lagrangeana correspondente à equação de Dirac do modelo, eq.(1.1), ou seja

$$\mathcal{L}_i^0(x) = \bar{\Psi}_i(x) \left[ \frac{i}{2} \gamma^\mu \partial_\mu - \frac{1}{2} (1 + \beta) V(r) - m_i \right] \Psi_i(x) . \quad (2.1)$$

Podemos notar que sob uma transformação quirral

infinitesimal global do tipo\*

$$\psi(x) \longrightarrow e^{-i\gamma^5 \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{\epsilon}}{2}} \psi(x) = \psi(x) - i\gamma^5 \left[ \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{\epsilon}}{2} \right] \psi(x), \quad (2.2)$$

a corrente axial-vetorial dos quarks não é conservada devido a presença em (2.1) do termo escalar

$$\left[ \frac{1}{2} V(r) + m_1 \right] \bar{\psi}(x) \psi(x) \equiv G(r) \bar{\psi}(x) \psi(x) \quad (2.3)$$

que não é invariante.

Então, para restaurar a simetria quiral no modelo, nós procedemos da maneira usual, introduzimos um campo elementar isovetorial  $\vec{\phi}(x)$  associado aos píons, cuja densidade Lagrangeana de interação quark-píon é

$$\mathcal{L}_I^\pi = -\frac{i}{f_\pi} G(r) \bar{\Psi}_i(x) \gamma^5 (\vec{\tau}_i \cdot \vec{\phi}) \Psi_i(x), \quad (2.4)$$

onde

$$G(r) = m_1 + \frac{1}{2} V(r) \quad (2.5)$$

e  $f_\pi = 93$  MeV é a constante de decaimento fenomenológica do píon. Dessa forma, ao adicionarmos a Lagrangeana (2.4) a (2.1), a quadri-divergência da corrente axial-vetorial total  $A^\mu(x)$  resultaria nula e invariância quiral é recobrada.

---

\* Nesta equação,  $\vec{\tau}$  é o gerador da transformação infinitesimal e  $\gamma^5$  é o operador de quiralidade, definido por  $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ ; de forma que

$\gamma_5 \psi(x) = \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \psi(x)$ , sendo portanto idêntico ao operador de

helicidade. Uma partícula é chamada de mão-direita ("right-handed") se tem quiralidade (ou helicidade) positiva  $\gamma_5 \psi_R(x) = \psi_R(x)$  e de mão-esquerda ("left-handed") se tem quiralidade negativa  $\gamma_5 \psi_L(x) = -\psi_L(x)$ .

Contudo, considerando-se um campo piônico de massa pequena, mas finita, com  $m_\pi \approx 140$  MeV, obtemos

$$\partial_\mu A^\mu(x) = -f_\pi m_\pi^2 \vec{\phi}(x) , \quad (2.6)$$

que é a usual relação PCAC.

Portanto, a Lagrangeana total, quiralmente invariante, para hádrons com o caroço de quarks cercados por uma nuvem piônica é dada por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_q^0(x) + \mathcal{L}_\pi^0(x) + \mathcal{L}_I^\pi(x) , \quad (2.7)$$

onde  $\mathcal{L}_q^0(x)$  e  $\mathcal{L}_I^\pi(x)$  são dados respectivamente por (2.1) e (2.4), e  $\mathcal{L}_\pi^0(x)$  é a Lagrangeana associada aos píons virtuais livres, dada por

$$\mathcal{L}_\pi^0(x) = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - m_\pi^2 \phi^2 . \quad (2.8)$$

Consequentemente, o acoplamento dos píons aos quarks não-estranhos (quarks u e d) traz à tona contribuições à energia, participando da massa física dos hádrons. Vamos desenvolver agora o cálculo destas contribuições.

Em nosso modelo, já incluindo as correções de centro-de-massa, aplicamos anteriormente a eq.(1.30) para calcular as massas hadrônicas<sup>18)</sup>. Agora iremos acrescentar àquela fórmula as correções devido a nuvem de píons, escrevendo então

$$M_B = [(E_0 + E_g)^2 - \langle \vec{P}^2 \rangle]^{1/2} + \Delta E_\pi , \quad (2.9)$$

onde  $\Delta E_\pi$  é, obviamente, o termo de correção piônica, cujo cálculo desenvolveremos a seguir. Os outros termos em (2.9) já foram definidos anteriormente.

A exposição que iremos proceder aqui foi apresentada em nosso trabalho sobre as correções piônicas para o modelo de potencial S + V, Ref.(33). Nós faremos um desenvolvimento por etapas, que demonstrou-se a nós bastante instrutivo.

Primeiramente, vamos considerar a hipótese de píons sem massa; ou seja, vamos trabalhar no chamado limite quiral. Então, é possível escrever a correção piônica  $\Delta E_\pi$ , associada ao acoplamento pión-quark, de um modo semelhante ao da parte magnética das correções por troca de glúons, isto é

$$\Delta E_\pi = -\frac{1}{8\pi} \sum_{i,j} \int \langle B | \frac{\vec{J}_i^5(\vec{r}) \cdot \vec{J}_j^5(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} | B \rangle d^3\vec{r} d^3\vec{r}' \quad (2.10)$$

onde  $\vec{J}_i^5$  é a parte espacial da corrente axial, que em uma maneira aproximada pode ser escrita na forma

$$J_j^5(\vec{r}) = -ig_{q\pi} \bar{\Psi}_i(\vec{r}) \gamma_5 \vec{\tau}_j \Psi_i(\vec{r}) \quad (2.11)$$

onde  $\vec{\tau}_j$  será dado em termos das matrizes de isospin de Pauli associadas ao j-ésimo quark e  $g_{q\pi}$  representa um acoplamento efetivo entre quark-pión.

Fazendo uso da função de onda do modelo, dada pela eq.(1.3), temos

$$J_i^5(\vec{r}) = -2g_{q\pi} \frac{N_c^2}{X_i} \varphi_i(r) \varphi'_i(r) \vec{\tau}_i \vec{\sigma}_i \cdot \hat{r} \quad (2.12)$$

Então, substituindo esta expressão na eq.(2.10) e

fazendo a integração, encontramos

$$\Delta E_\pi = -\alpha_\pi \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \frac{1}{R_0} \frac{N_0^4}{(x_0 R_0)^2} \left\langle B \left| \sum_{i,j} \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \vec{r}_i \cdot \vec{r}_j \right| B \right\rangle \quad (2.13)$$

onde, como antes, o índice zero indica um quark leve (u ou d) com  $m_u = m_d \neq m_s$  e  $\alpha_\pi = g_{q\pi}^2/4\pi$  é a constante de acoplamento quark-píon, que deverá ser ajustada como um parâmetro adicional do modelo.

Gostaríamos de observar que um resultado semelhante foi obtido por Hatsuda<sup>34)</sup>, usando um método variacional. Contudo, em seu trabalho foi utilizado um potencial confinante do tipo linear, o que fez aparecer uma constante numérica um pouco diferente do que na expressão acima. Hatsuda encontrou um fator  $1/\sqrt{3\pi}$  no lugar de  $1/3\sqrt{2\pi}$  na eq.(2.13), ocasionando uma pequena diferença no valor ajustado de  $\alpha_\pi$ . À parte deste detalhe, a expressão obtida por ele coincide com a nossa eq.(2.13). Este fato pode ser interpretado como uma indicação de que o potencial harmônico dá aproximadamente os mesmos resultados que o potencial linear.

Vamos considerar agora o caso em que os píons tem uma massa finita  $m_\pi$ . Um cálculo semelhante ao que fizemos acima pode ser realizado, mas agora devemos usar na eq.(2.10) a função de Green apropriada ao caso massivo

$$\Delta E_\pi = -\frac{1}{8\pi} \sum_{i,j} \int \left\langle B \left| \frac{\vec{J}_i^5(\vec{r}) \cdot \vec{J}_j^5(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} e^{-m_\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \right| B \right\rangle d^3\vec{r} d^3\vec{r}' . \quad (2.14)$$

Então, usando

$$\frac{e^{-m_\pi|r-r'|}}{|r-r'|} = \frac{1}{2\pi^2} \int d^3k \frac{e^{i\vec{k}\cdot(r-r')}}{k^2 + m_\pi^2} \quad , \quad (2.15)$$

onde  $\vec{k}$  é o momentum do pión trocado, temos a expressão

$$\Delta E_\pi = \alpha_\pi \left\langle B \left| \sum_{i,j} (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) (\vec{r}_i \cdot \vec{r}_j) I_{ij}^\pi \right| B \right\rangle \quad (2.16)$$

com

$$I_{ij}^\pi = -\frac{1}{3\pi} \frac{N_i^2 N_j^2}{x_i x_j} \int_0^\infty \frac{k^4}{k^2 + m_\pi^2} e^{-k^2(R_i^2 + R_j^2)/4} dk$$

A integração da eq. (2.16) dá o resultado

$$\begin{aligned} \Delta E_\pi = & -\alpha_\pi \frac{m_\pi^3}{6\pi} \frac{N_0^4}{x_0^2} \left[ \pi e^z + \frac{\sqrt{\pi}}{2} z^{-\frac{1}{2}} (1 - 2z\Phi(1, \frac{1}{2}; z)) \right] \\ & \times \left\langle B \left| \sum_{i,j} (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) (\vec{r}_i \cdot \vec{r}_j) \right| B \right\rangle \quad (2.17) \end{aligned}$$

onde  $z = \frac{1}{2} m_\pi R_0^2$  e  $\Phi(a, b; z)$  são as funções hipergeométricas de Kummer<sup>35)</sup>.

É claro que, conforme esperado, podemos mostrar que no limite  $m_\pi \rightarrow 0$  a eq. (2.17) reduz-se a eq. (2.13). Ambas expressões foram encontradas assumindo um acoplamento direto dos píons aos quarks, resultando em uma dependência em  $\alpha_\pi$  na expressão para  $\Delta E_\pi$ . Esta é uma das parametrizações possíveis para a correção piônica. Em uma abordagem diferente, feita a partir do cálculo dos vértices de acoplamento bárion-pión, Barik e Dash<sup>36)</sup> desenvolveram uma formulação alternativa, na qual eles obteem, como iremos ver, uma parametrização em termos da constante de acoplamento nucleon-pión.

Finalmente, podemos fazer um cálculo semelhante, mas mais completo que os anteriores, se ao invés da corrente dada por (2.11), usarmos na eq.(2.14) a corrente axial na forma mais geral

$$\vec{J}_j^5(\vec{r}) = \frac{-i}{f_\pi} G(r) \bar{\Psi}_i(\vec{r}) \gamma_5 \vec{\tau}_j \Psi_i(\vec{r}) \quad (2.18)$$

que está associada à densidade Lagrangeana de interação que foi introduzida para restaurar a simetria quiral, eq.(2.4), e onde  $G(r)$  é dado por (2.5).

Substituindo a função de onda do modelo, eq.(1.3), temos

$$J_i^5(\vec{r}) = -\frac{1}{f_\pi} G(r) 2 \frac{N_i^2}{x_i} \varphi_i(r) \varphi_i'(r) \vec{\tau}_i \vec{\sigma}_i \cdot \vec{r} . \quad (2.19)$$

Fazendo a integração em (2.14), encontramos agora a expressão<sup>33)</sup>

$$\Delta E_\pi = -\frac{1}{12\pi} \frac{1}{f_\pi^2} m_\pi^2 (m_0 R_0 + \frac{1}{2} V_0 R_0 + \frac{5}{8} K R_0^3)^2 \frac{N_0^4}{(x_0 R_0)^2} C_{ij} I_\pi , \quad (2.20)$$

onde

$$C_{ij} = \left\langle B \left| \sum_{i,j} (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) (\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j) \right| B \right\rangle \quad (2.21)$$

e

$$I_\pi = \frac{1}{\pi m_\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^4}{\omega_k^2} (1 - A R_0^2 k^2)^2 e^{-k^2 R_0^2/2} dk \quad (2.22)$$

com  $\omega_k^2 = \vec{k}^2 + m_\pi^2$ .

Vemos então que a presença do fator  $G(r)$  na

expressão para a corrente axial, eq.(2.18), fez resultar no aparecimento na integral (2.22) de um fator de forma do modelo  $u^2(k)$ , dado por

$$u(k) = (1 - AR_0^2 k^2) e^{-k^2 R_0^2 / 4} \quad (2.23)$$

onde

$$A = \frac{E_0 - m_0}{2(5E_0 + 7m_0)} \quad (2.24)$$

Este resultado coincide com o de Barik e Dash, Ref.(36), embora obtido por um caminho diferente. Além disso, notamos também que tomando apenas o termo em ordem mais baixa em  $k$  no fator de forma na integral (2.22) nós recuperamos a expressão integral de (2.16), mostrando o comportamento similar das duas expressões.

A integral  $I_\pi$ , eq.(2.22), pode ser avaliada numericamente no modelo, conforme discutimos no Apêndice A. Então vemos que, exceto pela constante de decaimento fenomenológica do pión  $f_\pi = 93$  MeV, a correção piônica  $\Delta E_\pi$  dada pela eq.(2.20) é completamente determinada pelos parâmetros do modelo.

Lembrando agora da relação de Goldberger-Treiman

$$\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\pi}}{m_\pi} = \frac{g_A}{2f_\pi} \quad (2.25)$$

e da expressão para a constante axial no modelo, eq.(1.13)

$$g_A = \frac{5}{9}(4N_0^2 - 1) = \frac{5}{3} \frac{2N_0^2}{x_0} \left[ m_0 + \frac{1}{2}V_0 + \frac{5}{8}KR_0^2 \right] \quad (2.26)$$

podemos reescrever a eq. (2.20) na forma

$$\Delta E_\pi = -\frac{1}{3} f_{NN\pi}^2 \cdot \frac{9}{25} C_{ij} I_\pi \quad . \quad (2.27)$$

Desse modo, obtivemos uma parametrização para a correção piônica em termos da constante de acoplamento nucleon-píon  $f_{NN\pi}$ , tal como encontrada por Barik e Dash<sup>36)</sup>. Usando o valor experimental  $f_{NN\pi}^2 = 0.08$  e avaliando os elementos de matriz  $C_{ij}$ , definidos por (2.21), para os vários estados bariônicos  $|B\rangle$ , determinamos então as correções piônicas pela eq. (2.27).

Do ponto de vista do cálculo numérico, nós notamos que a eq. (2.13), obtida na aproximação de píons sem massa, reproduz com exatidão os resultados obtidos através de (2.27), sendo apenas necessário ajustar adequadamente a constante de acoplamento  $\alpha_\pi$  em (2.13). Isto indica que a aproximação de píons não-massivos (limite quiral) é de fato boa.

Também gostaríamos de ressaltar que enquanto as presentes expressões encontradas para  $\Delta E_\pi$  aplicam-se muito bem na descrição dos bárions leves, o mesmo não acontece se tentarmos empregá-las para descrever os mésons. Conforme veremos mais adiante, o tratamento do setor mesônico irá requerer a introdução de estados intermediários não-degenerados, sendo necessário corrigir os elementos de matriz no cálculo de  $\Delta E_\pi$ . Por este motivo, trataremos por hora apenas o espectro de massas dos bárions, deixando os mésons para uma seção posterior. Discutiremos o cálculo do setor mesônico e as correções piônicas com estados intermediários não-degenerados na seção III.1, juntamente com as correções eletromagnéticas, por se tratarem, ambas as correções, de ajustes mais finos do modelo. Deixem-nos agora descrever os resultados numéricos para o espectro de massas dos bárions leves.

## II.2 - Espectro de Massas. Resultados

Nós iremos apresentar nesta seção nossos resultados para o espectro de massas dos bárions leves no estado fundamental em onda-S. No presente modelo, as massas hadrônicas são calculadas pela fórmula de massa eq.(2.9), na qual, além das correções por troca de 1 glúon e correções de centro-de-massa, incluímos também as correções à energia devido a nuvem de píons.

Conforme discutimos na seção anterior, as correções piônicas podem ser avaliadas de maneira semelhante ao cálculo das correções gluônicas. Supondo o acoplamento direto de 1 pión não-massivo ao quark constituinte do hádron, calculamos a correção por troca de 1 pión  $\Delta E_\pi$ , eq.(2.13), a qual parametriza as correções piônicas em termos de uma constante de acoplamento quark-pión efetiva  $\alpha_\pi$ . Este é o cálculo feito no chamado limite quiral ( $m_\pi = 0$ ).

Depois, num tratamento mais completo, que então incluía um fator de forma do modelo e usava píons massivos, deduzimos a expressão para  $\Delta E_\pi$ , eq.(2.20), e daí obtivemos a expressão final, eq.(2.27), que é parametrizada na constante de acoplamento nucleon-pión  $f_{NN\pi}$ .

Comparando os resultados obtidos em ambos os tratamentos, pudemos então testar a validade da aproximação de píons sem massa (limite quiral). Na referência (36), Barik e Dash calculam as massas dos bárions leves avaliando as correções piônicas no modelo por intermédio da eq.(2.27). Nós pudemos mostrar que é possível reproduzir, com boa precisão, o cálculo da Ref.(36) por meio da nossa equação (2.13) com um valor ajustado de

$\alpha_{\pi} = 0.461$ . Em face disto, em nosso trabalho da Ref.(33) nós adotamos por simplicidade um procedimento para o ajuste baseado na parametrização em termos de  $\alpha_{\pi}$ . São os resultados deste trabalho, Ref.(33), que iremos apresentar nesta seção.

Em nosso ajuste anterior<sup>18)</sup>, os parâmetros livres do modelo eram:  $m_0 = 27.8$  MeV,  $m_s = 229.1$  MeV,  $V_0 = 110.3$  MeV,  $K = 21.4 \cdot 10^6$  MeV<sup>3</sup> e  $\alpha_s = 0.82$ . Incluindo as correções piônicas<sup>33)</sup> nós obtivemos então os valores:  $m_0 = 7$  MeV,  $m_s = 176$  MeV,  $V_0 = 130$  MeV,  $K = 23 \cdot 10^6$  MeV<sup>3</sup>,  $\alpha_s = 0.66$  e  $\alpha_{\pi} = 0.527$ . Estes valores dos parâmetros mostram que a inclusão das correções piônicas leva a uma diminuição no valor ajustado das massas dos quarks e também da constante de acoplamento quark-glúon  $\alpha_s$ . É interessante que possamos obter valores para  $\alpha_s$  e para  $\alpha_{\pi}$  menores do que 1, de maneira que sejam consistentes com a aproximação que fizemos de início de considerarmos apenas os gráficos em 1ª ordem nas constantes de acoplamento.

Lembramos novamente que o valor de  $\alpha_{\pi} = 0.527$  foi obtido no limite quiral, por meio da eq.(2.13), representando um acoplamento efetivo entre quark e pión. Uma estimativa da intensidade deste acoplamento efetivo no modelo poderia ser feita usando-se a seguinte relação<sup>37)</sup>

$$g_{q\pi} = \frac{1}{f_{\pi}} \frac{\int G(r) \bar{\psi}(\vec{r}) \gamma^5 \psi(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{r}}{\int \bar{\psi}(\vec{r}) \gamma^5 \psi(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{r}} \quad (2.28)$$

calculada com as funções de onda do modelo, eq.(1.3). Fazendo

isso, obtemos

$$g_{q\pi} = \frac{1}{f_\pi} \left[ m_0 + \frac{1}{2} V_0 + \frac{5}{8} K R_0^2 \right] . \quad (2.29)$$

Esta equação relaciona diretamente a intensidade do acoplamento em função dos parâmetros do modelo. Com  $f_\pi = 93$  MeV e usando os parâmetros do presente ajuste, a eq.(2.29) dá  $\alpha_\pi = 0.573$ , em um acordo razoável com o valor 0.527 obtido em nosso "fitting". Perceba que as equações (2.28) e (2.29) correspondem a uma estimativa feita dentro do limite quiral, uma vez que estas equações não dependem da massa do pión.

Na tabela 1 desta seção damos os elementos de matriz de spin-isospin  $C_{ij}$ , eq.(2.21), calculados para os bárions leves em onda-S, nos quais estamos aqui interessados. Nossos resultados para as massas dos bárions estão dados na tabela 2. As massas foram calculadas pela eq.(2.9) e incluindo os termos de auto-energia nas correções.

Definimos um erro-médio no ajuste das massas pela fórmula

$$\langle \delta M \rangle = \left( \sum_B \frac{(M_B - M_{\text{expl}})^2}{N} \right)^{1/2}, \quad (2.30)$$

onde N é o número de bárions no ajuste.

Então, em nosso cálculo da tabela 2, Ref.(33), encontramos um erro-médio  $\langle \delta M \rangle \approx 6.5$  MeV, enquanto no ajuste da Ref.(36) encontramos  $\langle \delta M \rangle \approx 10$  MeV. Contudo, no cálculo da Ref.(36) foi feito um "input" do valor experimental  $f_{NN\pi}^2 = 0.08$ , pois a eq.(2.27) foi utilizada. Enquanto isso, em nosso tratamento

alternativo via eq.(2.13), nós não usamos nenhuma quantidade como "input", nós fazemos variações nos parâmetros e procuramos pelo melhor ajuste do espectro bariônico.

Tab.1 - Coeficientes que aparecem no cálculo das energias plônicas dos bárions fundamentais.

Elemento de matriz de spin-isospin	N	$\Lambda$	$\Sigma$	$\Xi$	$\Delta$	$\Sigma^*$	$\Xi^*$	$\Omega$
sem auto-energia $C(B) = C_M \quad (I \neq J)$	30	18	2	0	6	2	0	0
termo de auto-energia $C(B) = C_M \quad (I=J)$	27	18	18	9	27	18	9	0
TOTAL: $C(B) =$	57	36	20	9	33	20	9	0

Tab.2 - Massas dos bárions leves no estado fundamental em onda-S e suas correções à energia (em MeV). Os parâmetros deste ajuste são:  $m_u = 7$  MeV,  $m_s = 176$  MeV,  $V_0 = 130$  MeV,  $K = 23 \cdot 10^6$  MeV<sup>3</sup>,  $\alpha_s = 0.66$  e  $\alpha_\pi = 0.527$ .

Bárions	$E_0$	$\Delta E_M$	$\Delta E_s$	$\langle P^2 \rangle^{1/2}$	$\Delta E_\pi$	M	$M_{exp.}$
N	1689.26	-422.04	0	656.08	-149.965	934.20	938
$\Lambda$	1784.41	-400.87	4.875	671.53	- 94.715	1120.49	1116
$\Sigma$	1784.41	-385.12	4.875	671.53	- 52.62	1180.56	1193
$\Xi$	1879.55	-371.00	4.875	686.64	- 23.68	1325.02	1318
$\Delta$	1689.26	-211.02	0	656.08	- 86.82	1237.85	1232
$\Sigma^*$	1784.41	-197.73	4.875	671.53	- 52.62	1390.33	1385
$\Xi^*$	1879.55	-183.61	4.875	686.64	- 23.68	1532.37	1530
$\Omega$	1974.69	-168.68	0	701.41	0	1664.24	1672

Também gostaríamos de chamar atenção ao fato que na Ref.(36), Barik e Dash usam os valores  $m_u = 78.5$  MeV e  $m_s = 315.5$  MeV para as massas dos quarks constituintes enquanto para  $V_0$  eles empregam o valor negativo de  $-137.5$  MeV, tal que

definindo as quantidades

$$m'_q = m_q + \frac{V_0}{2} \quad (2.31a)$$

$$E'_q = E_q - \frac{V_0}{2} \quad (2.31b)$$

os valores  $m'_u = 10$  MeV e  $m'_s = 247$  MeV são obtidos, os quais eles interpretam como massas de quarks de corrente. Em nosso trabalho, nós temos o oposto. Nós usamos um  $V_0$  positivo e ajustamos os parâmetros do modelo  $m_u$  e  $m_s$ . Então, valores próximos aos previstos pela QCD emergiram naturalmente de nosso "fitting", ou seja  $m_u = 7$  MeV e  $m_s = 176$  MeV.

Nós também extendemos nossa análise a algumas propriedades bariônicas estáticas, tais como constantes de acoplamento forte e propriedades eletromagnéticas do nucleon. Vamos deixar as propriedades eletromagnéticas para serem analisadas em mais detalhe na próxima seção, quando tratarmos os fatores de forma eletromagnéticos. Agora iremos concluir esta seção discutindo brevemente sobre as constantes de acoplamento forte.

Seguindo a formulação da Ref.(38), nós calculamos a constante de acoplamento nucleon-píon pseudoescalar  $G_{NN\pi}$  e a constante de acoplamento pseudovetorial  $f_{NN\pi}$ . No Apêndice B nós delineamos o cálculo destas quantidades no modelo.

A constante de acoplamento pseudoescalar  $G_{NN\pi}$  é definida no modelo por

$$G_{NN\pi} = \frac{M_N}{f_\pi} g_A u(-\vec{k}^2 = m_\pi^2) = \frac{M_N}{f_\pi} g_A (1 + A m_\pi^2 R_0^2) e^{\frac{1}{4} m_\pi^2 R_0^2}, \quad (2.32)$$

onde  $g_A$ , incluindo a correção de centro-de-massa, é dado por

(1.39).

Então, usando a relação de Goldberger-Treiman, eq.(2.25), podemos também calcular a constante de acoplamento pseudovetorial

$$f_{NN\pi} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{2} \frac{m_{\pi}}{M_N} G_{NN\pi} . \quad (2.33)$$

Nossos resultados estão dados na tabela 3, em comparação àqueles da Ref.(38) e aos valores experimentais. Podemos notar um melhor acordo com a experiência no presente ajuste.

Nós também podemos calcular a constante de acoplamento pseudovetorial renormalizada, a qual, conforme a Ref.(38), é dada por

$$f_{NN\pi}^{(r)} = Z_N Z_1^{-1} f_{NN\pi} \quad (2.34)$$

onde

$$Z_N = \left[ 1 - \frac{171}{25} I_{\pi_1} f_{NN\pi}^2 \right], \quad Z_1^{-1} = \left[ 1 + \frac{147}{25} I_{\pi_1} f_{NN\pi}^2 \right],$$

com  $I_{\pi_1}$  definido no Apêndice A pela eq.(A.2).

Nós notamos que o valor calculado para a constante de acoplamento pseudovetorial não-renormalizada  $f_{NN\pi}$  usando nossos parâmetros coincide com o valor experimental, isto é:  $f_{NN\pi} = 0.283$  (veja tabela 3). Para a constante renormalizada nós temos um valor um pouco menor:  $f_{NN\pi}^{(r)} = 0.247$ . Vemos portanto que os efeitos de renormalização são pequenos. Um resultado semelhante é obtido no "cloudy-bag model"<sup>31)</sup>, o que parece fundamentar a hipótese de que os efeitos piônicos são pequenos, ou moderados, e conseqüentemente

passíveis de um tratamento perturbativo.

Vamos estudar na seção seguinte o efeito da nuvem de píons no fator de forma eletromagnético do nucleon e nas propriedades eletromagnéticas estáticas dos bárions leves.

Tab.3 - Constantes de acoplamento forte. (Calculadas com os mesmos parâmetros do ajuste da Tab.2).

Constantes de acoplamento		Ref.(38)	Nosso Cálculo	Experiência
Pseudoescalar	$\frac{G_{NNT}^2}{4\pi}$	13.027	14.459	14.1
Pseudovetorial não-renormalizada	$f_{NNT}$	0.269	0.283	0.283
Pseudovetorial renormalizada.	$f_{NNT}^{ren.}$	0.23	0.247	

### II.3 - Fatores de Forma Eletromagnéticos e Parâmetros Estáticos

Concluindo nosso estudo das correções piônicas, vamos analisar nesta seção o seu efeito sobre os parâmetros estáticos do próton e do nêutron. Iremos calcular a contribuição do caroço de quarks ("core"), avaliaremos as correções de centro-de-massa e depois incluiremos a contribuição devido a nuvem de píons. Vamos começar calculando os fatores de forma elétricos e magnéticos, para depois derivarmos as propriedades estáticas do nucleon.

Nosso desenvolvimento será baseado na referência (38), onde maiores detalhes sobre o cálculo analítico podem ser encontrados. Vamos concentrar nossa atenção na região de baixos momentos transferidos ( $q^2$  pequeno), estaremos trabalhando na aproximação  $q^2 \ll 4M_N^2$ .

Primeiramente vamos determinar o fator de forma elétrico do nucleon. Com o índice  $N$  indicando próton ou nêutron, o fator de forma elétrico pode ser dado por:

$$G_E^N(q^2) = G_{E,c}^N(q^2) + G_{E,\pi}^N(q^2) , \quad (2.35)$$

$G_{E,c}^N(q^2)$  é a contribuição da corrente do caroço de quarks enquanto  $G_{E,\pi}^N(q^2)$  é a parcela devido a corrente piônica.

A contribuição do "core" para o próton e para o nêutron será, respectivamente:

$$G_{E,c}^P(q^2) = \left[ 1 - \frac{18}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} \right] G_{E,c}^{0P}(q^2) \quad (2.36a)$$

$$G_{E,c}^n(q^2) = \frac{18}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} G_{E,c}^{Op}(q^2), \quad (2.36b)$$

onde  $G_{E,c}^{Op}(q^2)$  indica a distribuição de carga dos 3 quarks no caroço do próton, e é dada por<sup>38)</sup>:

$$\begin{aligned} G_{E,c}^{Op}(q^2) &= \left[ 1 + \frac{\vec{q}^2}{4M_N^2} \right]^{1/2} \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{\vec{q}^2}{(E'_0 + m'_0)(3E'_0 + m'_0)} \right] e^{-\vec{q}^2 R_0^2/4} = \\ &= \left[ 1 + \frac{\vec{q}^2}{4M_N^2} \right]^{1/2} \left[ 1 - \frac{N_0^2}{4x_0^2} \frac{\vec{q}^2}{q^2} \right] e^{-\vec{q}^2 R_0^2/4} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Nas equações (2.36) temos

$$I_{\pi_1} = \frac{1}{\pi m_\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^4}{\omega_k^3} u^2(k) dk, \quad (2.38)$$

conforme definido no Apêndice A.

A contribuição da parte piônica será dada por

$$G_{E,\pi}^N(q^2) \approx \tau_3 \times F_\pi(q^2) \times C(q) \times \frac{18}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} \quad (2.39)$$

onde  $\tau_3 = +1$  para o próton e  $-1$  para o nêutron. Nessa expressão temos a presença do fator de forma do pión

$$F_\pi(\vec{q}^2) = \left( 1 - \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle_\pi \frac{\vec{q}^2}{q^2} \right), \quad (2.40)$$

com o valor experimental  $\langle r^2 \rangle_\pi^{1/2} = 0.78$  fm; e temos também um fator

de "cutoff"<sup>40)</sup>

$$C(q) = e^{-\vec{q}^2 \Lambda^2 / 4} , \quad (2.41)$$

com o parâmetro de tamanho  $\Lambda^2 \approx 2\text{fm}^2$ , correspondendo a um raio efetivo do pión<sup>40)</sup>  $r_\pi \approx 0.4\text{fm}$ .

Desse modo, temos a parte piônica do fator de forma elétrico

$$G_{E,\pi}^N(\vec{q}^2) = \tau_3 \left( 1 - \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle_\pi \vec{q}^2 \right) \times \frac{18}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} e^{-\vec{q}^2 \Lambda^2 / 4} \quad (2.42)$$

Com as expressões (2.35) a (2.42) podemos fazer o gráfico dos fatores de forma elétricos do próton e do nêutron em função dos momentos transferidos  $q^2$ . Porém, a descrição do modelo não será boa na região de grandes momentos transferidos, já que estamos trabalhando dentro da aproximação  $\vec{q}^2 \ll 4M_N^2$ .

De posse do fator de forma elétrico, podemos calcular o raio de carga do nucleon, dada a definição:

$$\langle r^2 \rangle_N = -6 \left. \frac{\partial G_E^N(q^2)}{\partial q^2} \right|_{q^2=0} \quad (2.43)$$

Para incorporar o efeito do movimento do centro-de-massa somente no raio do "core", derivamos somente em relação ao fator de forma do caroço, e depois adicionamos a parte piônica. Ou seja, temos

$$\langle r^2 \rangle_{p,c} = \left[ 1 - \frac{18}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} \right] \langle r^2 \rangle_{p,c}^0 \quad (2.44a)$$

$$\langle r^2 \rangle_{n,c} = \frac{18}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} \langle r^2 \rangle_{p,c}^0, \quad (2.44b)$$

onde:

$$\begin{aligned} \langle r^2 \rangle_{p,c} &= -6 \left. \frac{\partial G_{E,c}^{0p}(q^2)}{\partial q^2} \right|_{q^2=0} = \\ &= \frac{-3}{4M_N^2} + \frac{3}{2} R_0^2 \times \left[ 1 + \frac{N_0^2}{x_0^2 R_0^2} \right]. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Às expressões (2.44a) e (2.44b), devemos aplicar as correções de centro-de-massa, de acordo com a fórmula:

$$\langle r^2 \rangle'_{N,c} = \frac{3\langle r^2 \rangle_{N,c} - Q_N \langle r^2 \rangle_{q=u}}{(2+\delta_N^2)}, \quad (2.46)$$

onde  $N = p$  ou  $n$ ,  $Q_N = +1$  para o próton e zero para o nêutron e  $\delta_N$  é o parâmetro que estima a correção de centro-de-massa, dado por:

$$\delta_B^2 = \left\langle \frac{M_B^2}{E_B^2} \right\rangle = 1 - \frac{\langle P^2 \rangle}{E_{0B}^2}, \quad (2.47)$$

conforme estabelecemos na seção I.4, eqs. (1.36) e (1.38).

Na equação (2.46) introduzimos o sinal ' para lembrar que as correções de centro-de-massa já foram aplicadas.

O termo de correção piônica ao raio de carga será:

$$\delta \langle r^2 \rangle_{N,\pi} = -6 \left. \frac{\partial G_{E,\pi}^N}{\partial q^2} \right|_{q^2=0} =$$

$$= \tau_3 \frac{18}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} (\langle r^2 \rangle_{\pi} + \frac{3}{2} \Lambda^2). \quad (2.48)$$

Então, da soma das expressões (2.46) e (2.48), temos a expressão completa para o raio de carga do nucleon:

$$\langle r^2 \rangle_N = \langle r^2 \rangle_{N,c} + \delta \langle r^2 \rangle_{N,\pi} \quad (2.49)$$

Agora vamos calcular o fator de forma magnético, que à semelhança da parte elétrica, será dado pela soma de uma parte do caroço e de uma parte oriunda das correntes piônicas:

$$G_M^N(q^2) = G_{M,c}^N(q^2) + G_{M,\pi}^N(q^2) \quad (2.50)$$

A parte do caroço é dada por:

$$G_{M,c}^p(q^2) = Z_N \left( 1 + \frac{1}{27} \epsilon_{N\pi} + \frac{20}{27} \epsilon_{\Delta\pi} + \frac{4}{9} \epsilon_{N\Delta\pi} \right) G_{M,c}^{0p}(q^2) \quad (2.51a)$$

$$G_{M,c}^n(q^2) = Z_N \left( 1 + \frac{2}{9} \epsilon_{N\pi} + \frac{5}{18} \epsilon_{\Delta\pi} + \frac{2}{3} \epsilon_{N\Delta\pi} \right) G_{M,c}^{0n}(q^2) \quad (2.51b)$$

onde:  $\epsilon_{N\pi} = 3f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1}$ ,  $\epsilon_{\Delta\pi} = \frac{96}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1}$ ,  $\epsilon_{N\Delta\pi} = \frac{32}{5} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1}$ ,

com:

$$G_{M,c}^{0p}(q^2) = \mu_p^0 \left[ 1 + \frac{q^2}{4M_N^2} \right]^{1/2} e^{-\frac{q^2 R_0^2}{4}} \quad (2.52a)$$

$$G_{M,c}^{0n}(q^2) = -\frac{2}{3} \mu_p^0 \left[ 1 + \frac{q^2}{4M_N^2} \right]^{1/2} e^{-\frac{q^2 R_0^2}{4}} \quad (2.52b)$$

onde, na notação da ref. (36) temos  $\mu_p^0 = \frac{4M_p}{(3E_0' + m_0')}$ , que é igual à nossa eq. (1.15), da seção I.2.

Já a parte piônica dos fatores de forma magnéticos será obtida a partir das contribuições das correntes piônicas  $\vec{J}_{\pi, N}(\vec{r})$  e  $\vec{J}_{\pi, \Delta}(\vec{r})$ , onde N e  $\Delta$  serão os estados intermediários. Para maiores detalhes, veja as referências (38) ou (41). Com estados N e  $\Delta$  degenerados, obtém-se, no limite  $q^2 \rightarrow 0$ :

$$G_{N,c}^N(0) = \tau_3 \frac{88}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_2}, \quad (2.53)$$

onde a informação sobre a distribuição de correntes fica contida na integral  $I_{\pi_2}$ , a qual é definida por: (veja também o Apêndice A)

$$I_{\pi_2} = \frac{M_p}{\pi m_\pi^2} \int_0^\infty dk \frac{k^4 u^2(k)}{\omega_k^4} = \quad (2.54)$$

$$= \frac{M_p}{\pi m_\pi^2} (I_4'' - 2AR_0^2 I_6'' + A^2 R_0^4 I_8''),$$

onde:

$$I_{2n}'' = \int_0^\infty dk \frac{k^{2n}}{\omega_k^4} e^{-z \frac{k^2}{m_\pi}} = \quad (2.55)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{m_\pi}{\pi}\right)^{2n-3} \Gamma(n+1/2) \Psi(n+1/2, n-1/2, z)$$

O valor numérico de  $I_{\pi_2}$  leva a determinação do fator  $G_{N,\pi}^N(0)$  através da eq. (2.53). No ajuste de Barik e Dash<sup>(38)</sup>, eles

obtem  $I_{\pi} = 1,902$ . Com os parâmetros do nosso "fitting" nós

encontramos  $I_{\pi_2} = 1,628$ .

À semelhança do que foi feito na parte elétrica, a dependência completa em  $q^2$  será introduzida de uma maneira fenomenológica, através da multiplicação dos fatores de forma do pión  $F_{\pi}$  e de "cutoff"  $C(q)$ , de modo que vamos obter:

$$G_{M,\pi}^N(q^2) = F_{\pi}(q^2) C(q) G_{M,\pi}^N(0) =$$

$$= \tau_3 \frac{88}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_2} \left(1 - \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle_{\pi} \frac{q^2}{\Lambda^2}\right) e^{-q^2 \Lambda^2/4} \quad (2.56)$$

Dessa maneira, com as eqs. (2.56) e (2.52) substituídas em (2.50) teremos a descrição total do fator de forma magnético. Os gráficos obtidos pelo nosso ajuste são semelhantes aos resultados da referência (38).

Agora podemos calcular os momentos magnéticos  $\mu_p$  e  $\mu_n$ , do próton e do nêutron, respectivamente, através das expressões de  $G_M^p(q^2)$  e  $G_M^n(q^2)$ . Primeiramente avaliamos a contribuição da parte do caroço:

$$\mu_{p,c} = Z_N \left[ 1 + \frac{29}{5} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} \right] \mu_{p,c}^0 \quad (2.57a)$$

$$\mu_{n,c} = Z_N \left[ 1 + 6 f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} \right] \mu_{n,c}^0 \quad (2.57b)$$

onde:

$$\mu_{p,c}^0 = \frac{4M_p}{(3E'_0 + m'_0)} \mu_N \quad , \quad \mu_{n,c}^0 = -\frac{2}{3} \frac{4M_p}{(3E'_0 + m'_0)} \mu_N \quad .$$

A seguir efetuamos as correções de centro-de-massa

das expressões (2.57), usando a fórmula<sup>38)</sup>

$$\mu'_{N,c} = \frac{2\mu_{N,c}}{(1+\delta_N^2)} + \frac{Q_N}{3} \frac{M_P}{M_N} \frac{(1-\delta_N^2)}{(1+\delta_N^2)}, \quad (2.58)$$

que é uma aproximação da eq.(1.37) para  $\delta_B \approx \frac{1}{2} (1+\delta_B^2)$  introduzida na Ref.(38). Na eq.(2.58) o índice N indica próton p ou nêutron n, com  $\delta_N^2$  determinado por (2.47).

Por fim, da eq.(2.53) determinamos a parte piônica, que será:

$$\delta\mu_{N,\pi} \equiv G_{M,\pi}^N(0) = \tau_3 \frac{88}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_2}. \quad (2.59)$$

Notemos que esta correção será positiva para o próton e negativa para o nêutron, devido a multiplicação de  $\tau_3$ .

O resultado para o momento magnético será a soma de (2.58) e (2.59):

$$\mu_N = \mu'_{N,c} + \delta\mu_{N,\pi}, \quad \text{com } N = p \text{ ou } n. \quad (2.60)$$

De uma maneira análoga ao nucleon, podemos calcular os momentos magnéticos de todos os bárions do octeto, usando:

$$\mu_B = \mu'_{B,c} + \delta\mu_{B,\pi}. \quad (2.61)$$

Na parte do caroço teremos:

$$\mu_{B,c} = Z_B \left[ 1 + a_B f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} \right] \mu_B^0, \quad (2.62)$$

com: 
$$Z_B = \left( 1 + \tilde{a}_B f_{NN\pi}^2 I_{\pi_1} \right) ,$$

onde os coeficientes  $a_B$  e  $\tilde{a}_B$  são determinados para cada bárion e podem ser encontrados tabelados na ref.(42), bem como maiores detalhes do cálculo dos momentos magnéticos no modelo S + V quiral.

Na eq.(2.62),  $\mu_B^0$  representa o momento magnético do caroço obtido pela aditividade dos momentos magnéticos dos quarks constituintes, ou seja:

$$\mu_B^0 = \langle B^\uparrow | \sum_q \mu_q \sigma_{qz} | B^\uparrow \rangle , \quad (2.63)$$

onde  $\mu_q = \frac{4M_p}{3E'_q + m'_q} e_q$  , com  $M_p \approx 938$  MeV sendo a massa física do próton e  $e_q$  é a carga elétrica do quark em unidades de carga do próton. Dessa forma, de (2.63) nós obtemos as seguintes relações para o octeto de bárions:

$$\left. \begin{aligned} \mu_p &= \frac{1}{3} (4\mu_u - \mu_d) , & \mu_n &= \frac{1}{3} (4\mu_d - \mu_u) , \\ \mu_\Lambda &= \mu_s , & \mu_{\Sigma^+} &= \frac{1}{3} (4\mu_u - \mu_s) , \\ \mu_{\Sigma^0} &= \frac{1}{3} (2\mu_u + 2\mu_d - \mu_s) , & \mu_{\Sigma^-} &= \frac{1}{3} (4\mu_d - \mu_s) , \\ \mu_{\Xi^0} &= \frac{1}{3} (4\mu_s - \mu_u) , & \mu_{\Xi^-} &= \frac{1}{3} (4\mu_s - \mu_d) . \end{aligned} \right\} \quad (2.64)$$

Com  $\mu_B^0$  dado por (2.64), determinamos  $\mu_{B,c}$  pela eq.(2.62) e então calculamos sua correção devido ao movimento do centro-de-massa pela equação (1.37), ou seja

$$\mu'_{B,c} = \frac{1}{1 + \delta_B + \delta_B^2} \left[ 3\mu_B^c + Q_B \frac{M_p}{M_B} (1 - \delta_B) \right] , \quad (2.65)$$

onde  $Q_B$  é a carga do bárion e  $M_B$  sua massa experimental.

Na parte da correção piônica teremos  $\delta\mu_B^\pi$  dados por:

$$\left. \begin{aligned}
 \delta\mu_N^\pi &= \tau_3 \frac{88}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_2} & , \quad \tau_3 &= \begin{cases} +1, p \\ -1, n \end{cases} ; \\
 \delta\mu_\Lambda^\pi &= 0 ; \\
 \delta\mu_\Sigma^\pi &= \frac{1}{2} \tau_3 \frac{33}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_2} & , \quad \tau_3 &= \begin{cases} +2, \Sigma^+ \\ 0, \Sigma^0 \\ -2, \Sigma^- \end{cases} ; \\
 \delta\mu_\Xi^\pi &= \tau_3 \frac{8}{25} f_{NN\pi}^2 I_{\pi_2} & , \quad \tau_3 &= \begin{cases} +1, \Xi^0 \\ -1, \Xi^- \end{cases} .
 \end{aligned} \right\} (2.66)$$

Então, pela substituição das eqs.(2.65) e (2.66) em (2.61) encontramos os resultados para os momentos magnéticos dos bárions do octeto do nucleon. Lembramos que em nossos cálculos estamos utilizando os parâmetros apresentados na seção anterior.

Na tabela 4 reunimos os resultados obtidos para as propriedades eletromagnéticas do nucleon, em comparação aos resultados do ajuste de Barik e Dash, ref.(38), e do "cloudy-bag model", ref.(31). Notamos que no nosso cálculo da constante de acoplamento axial-vetorial  $g_A$  a correção de centro-de-massa foi incluída por meio da eq.(1.39), onde esta correção tem um sinal positivo<sup>19)</sup>, que aumenta o valor de  $g_A$ . Contudo, na ref.(38) Barik e Dash aplicaram uma correção com sinal negativo e por isso obtiveram um valor calculado para  $g_A$  menor do que o correto.

Na tabela 5 apresentamos as parcelas que contribuem aos resultados dos raios de carga eletromagnéticos do próton e do nêutron, calculados de acordo com a eq.(2.49). A partir dos raios de carga, podemos avaliar o tamanho do caroço de quarks, o "core", que dá uma idéia do tamanho do nucleon se excluimos a nuvem de

Tab.4 - Propriedades eletromagnéticas estáticas do nucleon.

	Ref. (38)	Nosso Ajuste Ref. (33)	"Cloudy-bag model" Ref. (31)	Experiência
$\langle r^2 \rangle_p^{1/2}$	0.79 fm	0.804 fm	0.83 fm	0.85 fm
$\langle r^2 \rangle_n^{1/2}$	-0.344 fm	-0.301 fm	-0.36 fm	-0.341 fm
$\mu_p$	2.730	2.7462	2.6	2.7928
$\mu_n$	-1.975	-1.9573	-2.01	-1.913
$g_A$	1.182	1.235	1.33	1.255

Tab.5 - Raio de carga eletromagnético do nucleon.

	caroço	correção devido a nuvem de pions	TOTAL
próton	$\langle r^2 \rangle_{p,c}^{1/2} = 0.727 \text{ fm}$	$\langle r^2 \rangle_{p,\pi}^{1/2} = 0.344 \text{ fm}$	$\langle r^2 \rangle_p^{1/2} = 0.804 \text{ fm}$
nêutron	$\langle r^2 \rangle_{n,c}^{1/2} = 0.167 \text{ fm}$	$\langle r^2 \rangle_{n,\pi}^{1/2} = -0.344 \text{ fm}^*$	$\langle r^2 \rangle_n^{1/2} = -0.301 \text{ fm}$

\* Entenda-se como:  $\langle r^2 \rangle_{n,\pi}^{1/2} = - (0.344 \text{ fm})^2$ .

pions. O caroço do próton dá 0,68 fm no ajuste da ref.(38) e 0,73 fm no nosso cálculo. Para o nêutron, o "core" é da ordem de 0,17 fm. Notamos então que o caroço de quarks é bem mais concentrado (menor) no nêutron do que no próton. Com estes cálculos podemos compreender porque o raio de carga do nêutron é negativo. Além da contribuição do "core" ser pequena para o nêutron, o termo da parte piônica é negativo, dominando o resultado.

Nestes cálculos, há ainda alguns detalhes que devem ser discutidos. Particularmente quanto a maneira de calcularmos as correções de centro-de-massa, há várias prescrições que podem ser adotadas. No cálculo de  $\delta_B$ , que na formulação de Barik e Dash contém a informação da parcela de energia devida ao centro-de-massa e que entra na correção de centro-de-massa das fórmulas de  $\langle r^2 \rangle'_{N,c}$  e  $\mu'_{N,c}$ , temos  $\delta_B$  definido por  $\delta_B = \langle M_B/E_B \rangle$ , onde  $M_B = E_B +$

$(\Delta E_{B \text{ c.m.}})$ : Mas,  $E_B = 3E_q = E_0$  só contém a energia cinética dos quarks. Na avaliação do "core", deveria entrar também a energia por troca de glúons, ou seja, seria melhor usar:

$$\delta_B = \left\langle \frac{E_B + (\Delta E_B)_g + (\Delta E_B)_{B \text{ c.m.}}}{E_B + (\Delta E_B)_g} \right\rangle . \quad (2.67)$$

Contudo, encontramos que o cálculo numérico com este  $\delta_B$  ao invés do outro, não altera significativamente os resultados.

Na nossa formulação das correções de centro-de-massa, adotamos uma expressão mais simples, nós usamos:

$$\delta_B^2 = \left\langle \frac{M_B^2}{E_B^2} \right\rangle = \left[ 1 - \frac{\langle P^2 \rangle}{E_B^2} \right] \rightarrow \delta_B^2 = 1 - \frac{\langle P^2 \rangle}{(E_0 + E_1)^2} , \quad (2.68)$$

e daí podemos tirar  $\delta_B = \sqrt{\delta_B^2}$ , já que:  $\delta_B \equiv \left\langle \frac{M_B}{E_B} \right\rangle$  e  $\delta_B^2 \equiv \left\langle \frac{M_B^2}{E_B^2} \right\rangle$ .

A aproximação  $\delta_B \approx \frac{1}{2} (1 + \delta_B^2)$ , de que Barik<sup>38)</sup> faz uso não é boa, afetando principalmente os momentos magnéticos.

Calculamos os momentos magnéticos para os bárions do octeto através das eqs. (2.61) a (2.66), e avaliamos a correção de centro-de-massa pela expressão (2.65). Há duas expressões alternativas para avaliar as correções de centro-de-massa que, embora aproximadamente iguais, dão diferenças sensíveis aos resultados dos momentos magnéticos, são elas:

$$\mu'_{B,c} = \mu_{B,c}^0 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\langle P^2 \rangle}{M_B^2} \right] + Q \frac{\langle P^2 \rangle}{6M_B^2} , \quad (2.69)$$

$$\mu'_{B,c} = \frac{1}{1 + \delta_B + \delta_B^2} \left[ 3\mu_{B,c}^0 + Q_B \frac{M_P}{M_B} (1 - \delta_B) \right] . \quad (2.70)$$



Tab.6 - Momentos magnéticos para o octeto dos bárions leves.

Bárion	momento magnético dos quarks - $\mu_B^q$ Eq.(2.64)	momento magnético do caroço - $\mu_B^c$ Eq.(2.62)	caroço com a correção de c.m. $\mu_{B,c}^c$ Eq.(2.65)	correção piônica: $\delta\mu_B^\pi$ Eq.(2.66)	Resultado $\mu_B = \mu_{B,c}^c + \delta\mu_{B,\pi}$
$p$	2.213	1.925	2.287	0.459	2.746
$n$	- 1.475	- 1.292	- 1.498	- 0.459	- 1.957
$\Lambda$	- 0.582	- 0.559	- 0.635	0	- 0.635
$\Sigma^+$	2.161	2.032	2.337	0.172	2.509
$\Sigma^0$	0.686	0.651	0.737	0	0.737
$\Sigma^-$	- 0.789	- 0.729	- 0.861	- 0.172	- 1.033
$\Xi^0$	- 1.267	- 1.244	- 1.390	0.0417	- 1.348
$\Xi^-$	- 0.530	- 0.534	- 0.625	- 0.0417	- 0.667

Tab.6b - Comparação dos resultados.

Bárion	Barik e Dash Ref.(42)	Resultados Nosso ajuste	Valor experimental
$p$	2.73	2.746	2.7928
$n$	- 1.975	- 1.957	- 1.913
$\Lambda$	- 0.598	- 0.635	- 0.613
$\Sigma^+$	2.571	2.509	2.33
$\Sigma^0$	0.741	0.737	0.61
$\Sigma^-$	- 1.086	- 1.033	- 1.111
$\Xi^0$	- 1.333	- 1.348	- 1.25
$\Xi^-$	- 0.637	- 0.667	- 0.69

### III. Diferenças de Massa Eletromagnéticas

#### III.1 - Correções Eletromagnéticas e as Correções Piônicas com Estados Intermediários Não-Degenerados

Desejamos estudar agora o problema das diferenças de massa entre os hádrons de um mesmo multiplete de isospin, um assunto que tem sido motivo de contínuo interesse na corrente literatura. Para fazer isso, iremos introduzir em nosso modelo as correções eletromagnéticas, associadas à interação eletromagnética (troca de fótons) entre os quarks. Tais correções são usualmente desprezadas em uma primeira abordagem por estarem relacionadas a energias pequenas, mas agora, a fim de analisar efeitos mais finos no espectro de massas hadrônico, devemos introduzi-las.

Embora as diferenças de massa dentro de um mesmo multiplete de isospin sejam freqüentemente chamadas de diferenças de massa eletromagnéticas, é sabido que a interação eletromagnética não é a única fonte deste efeito, uma vez que a diferença de massa entre os quarks  $m_d - m_u$  também induz a contribuições apreciáveis pelo lado das interações fortes, ou seja, a partir das correções por troca de glúons e correções piônicas. Nesta seção, além de incorporarmos ao modelo as correções eletromagnéticas, também iremos introduzir a diferença de massa entre os quarks leves  $m_u \neq m_d$ .

De fato, nesta seção iremos tratar somente os hádrons leves, do setor (u,d)SU(2) de sabor; ou seja, vamos nos restringir aos bárions e mésons não-estranhos. Tentaremos descrever diferenças de massa do tipo n-p,  $\Delta^+ - \Delta^0$ ,  $\pi^+ - \pi^0$ , etc.

Conforme veremos, o setor mesônico irá requerer uma parametrização diferente daquela dos bárions. Além disso, um

melhor entendimento dos efeitos envolvidos nas diferenças de massa dentro de um mesmo multiplete de isospin será conseguido graças a introdução de estados intermediários não-degenerados na avaliação das correções piônicas.

Também veremos que um papel fundamental em nossa análise será desempenhado pela estimativa correta do tamanho hadrônico (descrito pelo raio do "bag", ou, no presente modelo, pelo raio Gaussiano dos quarks constituintes).

Então, o presente tratamento das diferenças de massa eletromagnéticas para os hádrons leves no estado fundamental irá incorporar; além das contribuições das correções de centro-de-massa e correções por troca de 1 glúon, as quais já estivemos discutindo; também contribuições devido a troca de 1 fóton e as correções piônicas resultantes da diferença de massa  $m_d - m_u$ .

Nesta seção vamos repassar nossa formulação, introduzindo estes novos efeitos. Iremos seguir o desenvolvimento do nosso trabalho da ref.(43). Nossos resultados serão apresentados e discutidos na próxima seção.

Incluindo agora as correções eletromagnéticas, as massas hadrônicas  $M$  podem ser escritas na forma

$$M = \left[ \left( E_0 + E_g + E_\gamma \right)^2 - \langle P^2 \rangle \right]^{1/2} + \Delta E_\pi \quad (3.1)$$

onde  $E_0 = \sum_1 E_1$  é a soma das energias dos quarks constituintes, eqs.(1.12) e (1.9);  $E_g = \Delta E_M^g + \Delta E_E^g$  é a soma das partes elétrica e magnética das correções por troca de 1 glúon, eqs.(1.25);  $E_\gamma = \Delta E_M^\gamma + \Delta E_E^\gamma$  é a correção devido à troca de 1 fóton entre os quarks, que é avaliada de maneira análoga ao cálculo das correções gluônicas;  $\langle P^2 \rangle^{1/2}$  é a correção de centro-de-massa, eq.(1.34); e

$\Delta E_\pi$  é a correção devido à troca de 1 pión, discutida na seção II.1.

Estes vários termos de correção à energia são dados por

$$\Delta E_H^g = \alpha_s \langle H | \sum_{1,j} \left[ \sum_a \lambda_1^a \lambda_j^a \right] \left[ \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_j \right] I_{1,j}^H | H \rangle = \alpha_s \sum_{1,j} a_{1,j} I_{1,j}^{gH} \quad (3.2a)$$

$$\Delta E_E^g = \alpha_s \langle H | \sum_{1,j} \left[ \sum_a \lambda_1^a \lambda_j^a \right] I_{1,j}^E | H \rangle = \alpha_s \sum_{1,j} b_{1,j} I_{1,j}^{gE} \quad (3.2b)$$

$$\Delta E_H^\gamma = \alpha \langle H | \sum_{1,j} \left[ Q_1 Q_j \right] \left[ \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_j \right] I_{1,j}^H | H \rangle = \alpha \sum_{1,j} a'_{1,j} I_{1,j}^{\gamma H} \quad (3.3a)$$

$$\Delta E_E^\gamma = \alpha \langle H | \sum_{1,j} \left[ Q_1 Q_j \right] I_{1,j}^E | H \rangle = \alpha \sum_{1,j} b'_{1,j} I_{1,j}^{\gamma E} \quad (3.3b)$$

onde  $\alpha_s = \frac{g_{qg}^2}{4\pi}$  é a constante de acoplamento forte,  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$  é a constante de estrutura fina,  $\lambda_1^a$  são as matrizes de Gell-Mann do grupo SU(3) de cor,  $\vec{\sigma}_1$  representa o spin de Pauli e  $Q_1$  é a carga elétrica do i-ésimo quark. Nas equações acima estamos usando as definições

$$I_{1,j}^\gamma \equiv -\frac{3}{16} I_{1,j}^g \equiv I_{1,j} \quad , \quad (3.4)$$

com

$$I_{1,j}^H = -\frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{1}{(R_1^2 + R_j^2)^{3/2}} \frac{1}{x_1 x_j} N_1^2 N_j^2 \quad , \quad (3.5a)$$

$$I_{1,j}^E = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(R_1^2 + R_j^2)^{3/2}} \left[ x_1 x_j \left[ R_1^2 + R_j^2 \right] + \frac{x_1}{x_j} \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{R_1^2}{R_j^2} \right] + \frac{x_j}{x_1} \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{R_j^2}{R_1^2} \right] + \frac{15}{4} \frac{1}{x_1 x_j (R_1^2 + R_j^2)} \left[ 1 + \frac{2}{5} \frac{R_1^4 + R_j^4}{R_1^2 R_j^2} \right] \right] \frac{1}{x_1 x_j} N_1^2 N_j^2 \quad . \quad (3.5b)$$

Detalhes deste cálculo podem ser encontrados na seção I.3 ou na ref.(18). Analogamente às eqs.(3.2) e (3.3), conforme vimos na seção II.1, também podemos escrever

$$\Delta E_{\pi} = \alpha_{\pi} \langle H | \sum_{i,j} \left[ \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j \right] \left[ \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \right] I_{ij}^{\pi} | H \rangle = \alpha_{\pi} \sum_{i,j} c_{ij} I_{ij}^{\pi} \quad (3.6)$$

onde  $\alpha_{\pi} = \frac{g^2}{4\pi}$  é a constante efetiva de acoplamento quark-píon e os  $\vec{\tau}_i$  são expressos em termos das matrizes de isospin de Pauli associadas ao i-ésimo quark.

Os coeficientes  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  e  $c_{ij}$  que aparecem nas eqs.(3.2), (3.3) e (3.6) são facilmente calculados e estão dados na tabela 1 desta seção para os hádrons que estamos considerando. Embora nós tenhamos feito nossos cálculos do espectro de massas com a inclusão dos termos de autoenergia (termos com  $i = j$  nas eqs.(3.2), (3.3) e (3.6)), fazendo uso dos coeficientes dados na tabela 1.1.; nós também apresentamos na tabela 1.2 os coeficientes obtidos sem a inclusão das autoenergias, para uma possível referência.

Note que, comparando a tabela 1.1 com a tabela 1 da seção I.3 e a tabela 1 da seção II.2, para o nucleon,  $\Delta$ ,  $\rho$ ,  $\omega$  e  $\pi$  temos  $a_{00} = a_{uu} + a_{ud} + a_{dd}$ ,  $b_{00} = b_{uu} + b_{ud} + b_{dd}$ ,  $c_{00} \equiv C(H) = c_{uu} + c_{ud} + c_{dd}$ . Por exemplo, para o nucleon,  $a_{00} = -12 = (-5)+(-4)+(-3)$ ,  $b_{00} = 0 = (-1)+(2)+(-1)$  e  $C(N) = 57 = 20 + 28 + 9$ . Observamos então o efeito da quebra  $m_u \neq m_d$ .

Agora, nós gostaríamos de concentrar nossa discussão nas correções piônicas para a energia. Conforme

Tab.1 - Coeficientes  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$ ,  $c_{ij}$ , definidos no texto pelas Eqs.(3.2), (3.3) e (3.6), avaliados para os hádrons leves no estado fundamental, incluindo os termos de auto-energia (Tab.1.1) e sem os termos de auto-energia (Tab.1.2).

INCLUINDO TERMOS DE AUTO-ENERGIA																
HÁDRON	"ONE-GLUON EXCHANGE "						"ONE-PHOTON EXCHANGE "						" ONE-PION EXCHANGE "			
	PARTE MAGNÉTICA			PARTE ELÉTRICA			PARTE MAGNÉTICA			PARTE ELÉTRICA						
	$a_{uu}$	$a_{ud}$	$a_{dd}$	$b_{uu}$	$b_{ud}$	$b_{dd}$	$a'_{uu}$	$a'_{ud}$	$a'_{dd}$	$b'_{uu}$	$b'_{ud}$	$b'_{dd}$	$c_{uu}$	$c_{ud}$	$c_{dd}$	
P	-5	-4	-3	-1	2	-1	-16/9	16/9	-1/3	0	-8/9	-1/9	20	28	9	
N <sub>++</sub>	-3	-4	-5	-1	2	-1	-4/3	16/9	-4/9	-4/9	-8/9	0	9	28	20	
$\Delta^+$	-6	0	0	0	0	0	-4/3	0	0	4/3	0	0	33	0	0	
$\Delta^0$	-5	2	-3	-1	2	-1	-16/9	-8/9	-1/3	0	-8/9	-1/9	20	4	9	
$\Delta^-$	-3	2	-5	-1	2	-1	-4/3	-8/9	-4/9	-4/9	-8/9	0	9	4	20	
$\rho^0$	0	0	-6	0	0	0	0	0	-1/3	0	0	1/3	0	0	33	
$\rho^+$	-3	2	-3	-1	2	-1	+4/3	+4/9	+1/3	+4/9	+4/9	+1/9	9	-2	9	
$\rho^-$	-2	0	-2	0	0	0	+8/9	0	+2/9	0	0	0	8	0	8	
$\omega^+$	-3	2	-3	-1	2	-1	+4/3	+4/9	+1/3	+4/9	+4/9	+1/9	9	-2	9	
$\omega^-$	-2	0	-2	0	0	0	+8/9	0	+2/9	0	0	0	12	0	12	
$\pi^0$	-3	-6	-3	-1	2	-1	+4/3	-4/3	+1/3	+4/9	+4/9	+1/9	9	6	9	
$\pi^+$	-6	0	-6	0	0	0	+8/3	0	+2/3	0	0	0	12	0	12	
$\pi^-$	-3	-6	-3	-1	2	-1	+4/3	-4/3	+1/3	+4/9	+4/9	+1/9	9	6	9	

SEM OS TERMOS DE AUTO-ENERGIA																
HÁDRON	"ONE-GLUON EXCHANGE "						"ONE-PHOTON EXCHANGE "						" ONE-PION EXCHANGE "			
	PARTE MAGNÉTICA			PARTE ELÉTRICA			PARTE MAGNÉTICA			PARTE ELÉTRICA						
	$a_{uu}$	$a_{ud}$	$a_{dd}$	$b_{uu}$	$b_{ud}$	$b_{dd}$	$a'_{uu}$	$a'_{ud}$	$a'_{dd}$	$b'_{uu}$	$b'_{ud}$	$b'_{dd}$	$c_{uu}$	$c_{ud}$	$c_{dd}$	
P	1	-4	0	1	2	0	8/9	16/9	0	8/9	-8/9	0	2	28	0	
N <sub>++</sub>	0	-4	1	0	2	1	0	16/9	2/9	0	-8/9	2/9	0	28	2	
$\Delta^+$	3	0	0	3	0	0	8/3	0	0	8/3	0	0	6	0	0	
$\Delta^0$	1	2	0	1	2	0	8/9	-8/9	0	8/9	-8/9	0	2	4	0	
$\Delta^-$	0	2	1	0	2	1	0	-8/9	2/9	0	-8/9	2/9	0	4	2	
$\rho^+$	0	0	3	0	0	3	0	0	2/3	0	0	2/3	0	0	6	
$\rho^0$	0	2	0	0	2	0	0	+4/9	0	0	+4/9	0	0	-2	0	
$\rho^-$	1	0	1	1	0	1	-4/9	0	-1/9	-4/9	0	-1/9	-1	0	-1	
$\omega^+$	0	2	0	0	2	0	0	+4/9	0	0	+4/9	0	0	-2	0	
$\omega^-$	1	0	1	1	0	1	-4/9	0	-1/9	-4/9	0	-1/9	3	0	3	
$\pi^0$	0	-6	0	0	2	0	0	-4/3	0	0	+4/9	0	0	6	0	
$\pi^+$	-3	0	-3	1	0	1	+4/3	0	+1/3	-4/9	0	-1/9	3	0	3	
$\pi^-$	0	-6	0	0	2	0	0	-4/3	0	0	+4/9	0	0	6	0	

mostramos na seção II.1, uma expressão alternativa a eq.(3.6) é

$$\Delta E_{\pi} = -\frac{1}{3} f_{NN\pi}^2 \frac{9}{25} C(H) I_{\pi} \quad (3.7)$$

onde, pelo uso da relação de Goldberger-Treiman, nós introduzimos uma parametrização em termos da constante de acoplamento pseudovetorial nucleon-píon  $f_{NN\pi}$  ( $f_{NN\pi}^2 = 0.08$ ). Nesta equação,  $C(H)$  é o elemento de matriz de spin-isospin do hádron H, dado por

$$C(H) = \sum_{1,j} c_{1j} = \langle H | \sum_{1,j} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_j \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_j | H \rangle \quad (3.8)$$

e temos

$$I_{\pi} = \frac{1}{\pi m_{\pi}^2} \int_0^{\infty} \frac{k^4}{\omega_{\pi}^2} u^2(k) dk, \quad \omega_{\pi}^2 = k^2 + m_{\pi}^2 \quad (3.9)$$

onde  $k$  é o momento do píon trocado e  $u(k)$  é o fator de forma do modelo, eq.(2.23), ou seja

$$u(k) = (1 - AR_0^2 k^2) e^{-k^2 R_0^2/4}, \quad A = \frac{E_0 - m_0}{2(5E_0 + 7m_0)}. \quad (3.10)$$

Observamos que a presença de um fator de forma na eq.(3.9) é fundamental para obter a convergência das integrais  $I_{\pi}$ . Além disso, toda a dependência do modelo estará contida em  $u(k)$ . De fato, a expressão para a correção piônica  $\Delta E_{\pi}$ , eq.(3.7), também pode ser aplicada ao "cloudy-bag model"<sup>31)</sup>, se na eq.(3.9) fôr empregado, no lugar de  $u(k)$ , o fator de forma apropriado daquele

modelo, ou seja

$$v(k) = 3 \frac{J_1(kR_b)}{kR_b} \quad (3.11)$$

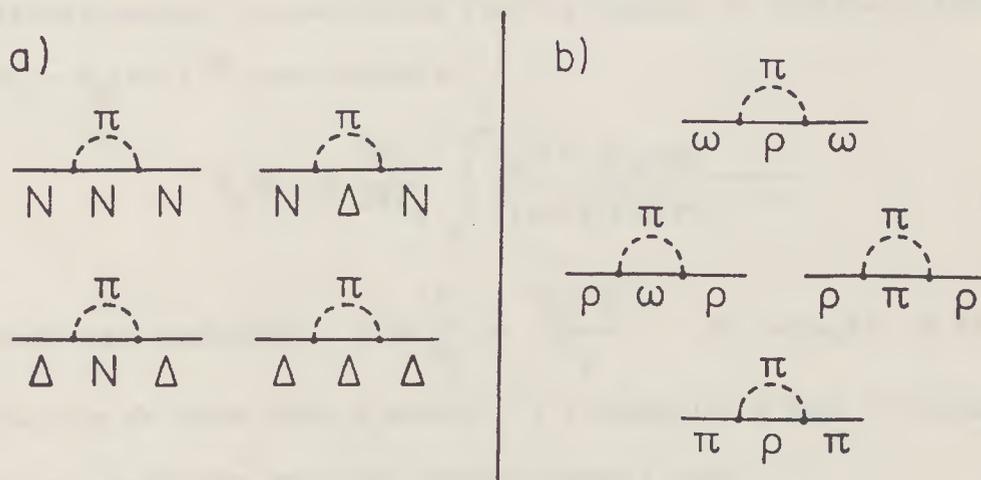
onde  $R_b$  é o raio do "bag". Note que a presença da função de Bessel esférica  $J_1(kR_b)$  no fator de forma do "bag" irá introduzir contribuições oscilatórias na região de grandes valores de  $k$ , ocasionando uma convergência mais lenta das integrais no caso do "cloudy-bag model".

Na seção II.2 nós mostramos que as correções piônicas para a energia, como dadas pela eq.(3.7), embora considerem somente a troca de 1 pión, podem ser aplicadas com sucesso na descrição do espectro de massas dos bárions leves no estado fundamental em ondas-S<sup>33,36</sup>). Contudo, como mencionamos antes, uma melhoria no modelo faz-se necessária para que seja possível abordar o setor mesônico com o mesmo êxito. A eq.(3.7) deve incluir a possibilidade de contribuições de outros estados hadrônicos intermediários  $H'$  pertencendo ao mesmo multiplete do hádron  $H$ , mas não-degenerados na massa:  $M_{H'} \neq M_H$ . De fato, vamos assumir que para  $H' \neq H$  a degenerescência na massa já foi quebrada devido a troca de glúons. Então, as contribuições das correções piônicas irão depender das diferenças de massa  $M_{H'} - M_H$ .

Para estados intermediários degenerados, os elementos de matriz de spin-isospin  $C(H)$  na eq.(3.7) podem ser decompostos em uma soma sobre todos os possíveis estados intermediários  $H'$ , isto é

$$C(H) = \sum_{H'} C(HH') = \sum_{H'} \sum_{1,j} \langle H | \vec{\sigma}_1 \vec{\tau}_1 | H' \rangle \langle H' | \vec{\sigma}_j \vec{\tau}_j | H \rangle \quad (3.12)$$

onde cada termo  $C(HH')$  é um elemento de matriz de transição associado ao vértice  $HH'\pi$  do correspondente diagrama de troca de 1 pión de Goldstone. Os diagramas pertinentes para os hádrons que estamos considerando estão dados na figura 1. Como veremos, um papel importante será desempenhado pelo diagrama do méson  $\rho$  contendo dois píons.



**Fig.1** - Diagramas de auto-energia permitidos  
a) para os bárions  $N$  e  $\Delta$  e b) para os mésons  $\rho$ ,  $\omega$  e  $\pi$ .

Quando estados  $H$  e  $H'$  não-degenerados são introduzidos<sup>44)</sup>, nós iremos ter

$$C'(H) = \sum_{H'} \delta_H(H') C(HH') \quad , \quad (3.13)$$

onde

$$\delta_H(H') = \frac{\int_0^\infty \frac{k^4 u^2(k) dk}{\omega_\pi (\omega_\pi + M_{H'} - M_H)}}{\int_0^\infty \frac{k^4 u^2(k)}{\omega_\pi^2} dk} \quad (3.14)$$

com  $\delta_H(H) = 1$ .

As integrais em  $\delta_H(H')$  são calculadas numericamente. Primeiramente, é conveniente fazer a mudança de variáveis  $x = k^2/m_\pi^2 \Rightarrow \omega_\pi = m_\pi(x+1)^{1/2}$ , que conduz a

$$\delta_H(H') = \frac{m_\pi}{2\pi I_\pi} \int_0^\infty \frac{x^{3/2} u^2(x) dx}{(x+1)[1+d(x+1)^{-1/2}]} \quad (3.15)$$

onde nós definimos  $d = \frac{\delta_H}{m_\pi} = \frac{M_{H'} - M_H}{m_\pi}$ . Na equação (3.15), os fatores de forma para o modelo S + V harmônico e para o "cloudy-bag model" podem ser escritos respectivamente como

$$u^2(x) = (1-2Azx)^2 e^{-zx} \quad (3.16)$$

onde  $z = \frac{1}{2} m_\pi^2 R_0^2$ , e

$$v^2(x) = \frac{9}{(2z'x)^3} \left[ \sin(2z'x)^{1/2} - (2z'x)^{1/2} \cos(2z'x)^{1/2} \right]^2 \quad (3.17)$$

onde  $z' = \frac{1}{2} m_\pi^2 R_b^2$ .

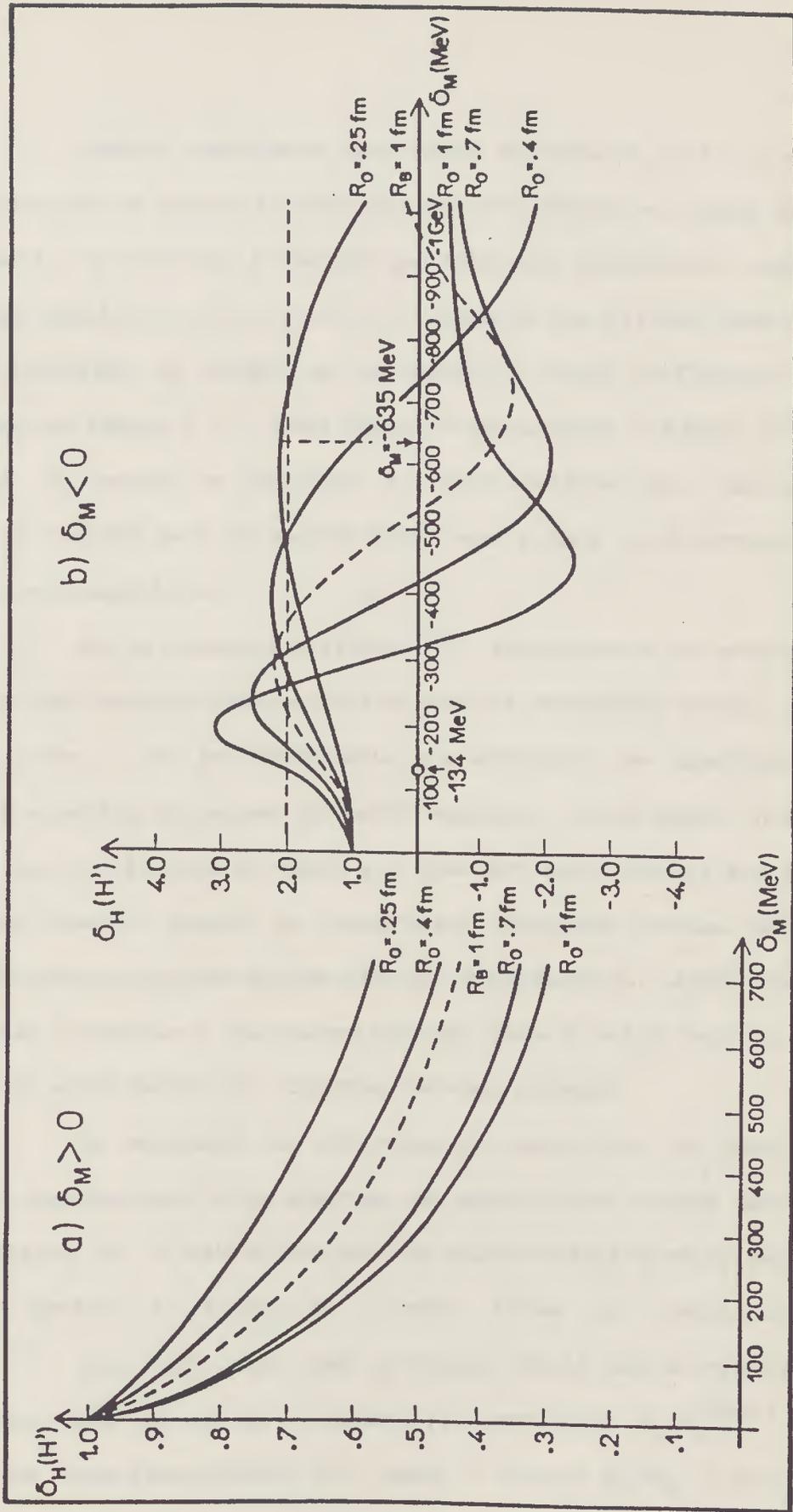
Nós avaliamos as correções dos estados intermediários  $\delta_H(H')$ , definida pelas eqs.(3.14) e (3.15), como função da diferença de massa  $\delta_H = M_{H'} - M_H$  para vários valores do parâmetro  $R_0$ , definido pela eq.(1.6), e levantamos as curvas dadas na figura 2. Nós também calculamos estas correções para o "cloudy-

"bag model", para um raio do "bag" de 1 fm, usando o fator de forma dado pela eq.(3.17). Ao fazer as integrações numéricas na eq.(3.15), tomamos o valor principal da integral quando um pólo em  $\alpha = d^2 - 1$  é encontrado.

É interessante notar que no caso do "bag model" o parâmetro que controla o comportamento das curvas é o raio do "bag"  $R_b$ , enquanto em nosso modelo é o parâmetro  $R_0$ , o "raio Gaussiano" associado a cada quark. Note que quando são tomados valores pequenos para  $R_0$ , as curvas para  $\delta_H < 0$  estão situadas na região de cima da fig.2b, onde  $\delta_H(H')$  é positivo. Um comportamento semelhante é encontrado no caso do "bag model".

Em um trabalho preliminar<sup>45)</sup> ao das diferenças de massa eletromagnéticas, nós mostramos que para descrever a diferença de massa  $\rho - \omega$  corretamente é necessário tomar valores suficientemente pequenos para o raio dos mésons, em comparação ao dos bárions. Isto nos levou a adotar uma parametrização diferente para o setor mesônico. Este ponto será melhor esclarecido na próxima seção, em que discutiremos nossos resultados.

**Fig.2 -** Fator de correção devido aos estados intermediários  $\delta_H(H')$ , em função das diferenças de massa  $\delta_M = M_H - M_H$  para vários valores de  $R_0$ . A curva tracejada refere-se ao "bag model", com  $R_b = 1$  fm.



### III.2 - Resultados

Nossos resultados baseiam-se na equação (3.1), que permite calcular as massas físicas dos hádrons levando em conta os vários efeitos de correção à energia que estivemos discutindo, como dados pelas eqs. (3.2), (3.3) e (3.7). Lembramos que fizemos nossos cálculos incluindo os termos de autoenergia, cujos coeficientes estão dados na tabela 1.1. Vamos discutir nesta seção o ajuste dos parâmetros do modelo e analisar as contribuições das várias correções à energia para as massas hadrônicas e para as diferenças de massa eletromagnéticas.

Em um trabalho preliminar<sup>45)</sup>, incorporamos ao modelo os efeitos dos estados intermediários para as correções devido a nuvem de píons. Iso foi necessário para obtermos uma descrição correta do espectro de massas no setor mesônico. Além disso, nós mostramos que a diferença de massa  $\rho$ - $\omega$  pode ser explicada em sinal e magnitude somente quando as apropriadas correções devidas aos estados intermediários não-degenerados são introduzidas. Junto com isso, também requereu-se uma parametrização para o setor mesônico diferente do setor bariônico, conforme veremos a seguir.

No mecanismo da diferença de massa  $\rho$ - $\omega$ , um papel decisivo é desempenhado pelo diagrama do méson  $\rho$  que contém dois píons na figura 1b. É sabido que modelos não-quirais (ou seja, sem correções devido a troca de píons) levam ao resultado  $M_\rho = M_\omega$ <sup>18,19,13)</sup>. Por outro lado, uma aplicação direta das correções piônicas por meio da eq. (3.7) levaria ao resultado  $M_\rho > M_\omega$ <sup>46,47)</sup>, enquanto que experimentalmente nós temos o oposto  $M_\rho < M_\omega$ . Este resultado errado é uma consequência do uso na eq. (3.7) dos

elementos de matriz de spin-isospin  $C(H)$  não-corrigidos, definidos pela eq.(3.8). Como pode ser visto pela tabela 2,  $C(\omega)=24 > C(\rho)=16$ , e então, como as correções piônicas são subtrativas, encontra-se  $M_\omega < M_\rho$ . Entretanto, usando-se os elementos de matriz corrigidos  $C'(H)$ , definidos pelas eqs.(3.12) e (3.13), a situação é modificada. Quando  $C(\rho) = 16$  é quebrado em  $C(\rho\omega) = 8$  mais  $C(\rho\pi)=8$  e as correções  $\delta_\rho(H')$  são aplicadas, nós obtemos  $\delta_\rho(\pi) > 2.00$ . Consequentemente,  $C'(\rho) > 24$  (veja tabela 2), e então o "splitting" correto, com o méson  $\rho$  mais leve que o  $\omega$ , é encontrado.

Devemos notar que este resultado só pode ser obtido se o raio  $R_0$  para os mésons for ajustado com um valor suficientemente pequeno, correspondendo a uma curva passando na região superior da figura 2b, com  $\delta_H(H') > 2$  para  $\delta_H = M_{H'} - M_H = M_\pi - M_\rho = -635$  MeV. Nós ajustamos a diferença de massa  $\rho-\omega$  com  $R_0 = 0.27$  fm enquanto que para os bárions  $N$  e  $\Delta$  nós temos  $R_0 = 0.58$  fm. Portanto, uma parametrização diferente para o setor mesônico veio à tona em nossa análise.

Gostaríamos de observar que uma discussão semelhante é válida no caso do "cloudy-bag model". As mesmas correções que estivemos discutindo aqui foram estudadas para o "bag model" por DeTar<sup>48)</sup>. Contudo, para obter corretamente a diferença de massa  $\rho-\omega$  em seu trabalho, deveria ter sido usado um raio do "bag" menor para o setor mesônico. Em nossa análise, obtivemos que para um raio do "bag"  $R_b < 0.36$  fm é possível descrever a diferença de massa  $\rho-\omega$  com o sinal correto.

Em nosso ajuste da ref.(45), obtivemos para os mésons  $R_0^H = 0.27$  fm, ajustando o diferença de massa  $\rho-\omega$ , conforme

Tab.2 - Correções aos elementos de matriz  $C(H)$  devido aos estados intermediários não-degenerados, Eqs.(3.12) a (3.15).

H	H'	C(H)	C(HH')	$\delta_{H'} = M_{H'} - M_H$	$\delta_H(H')$	$\delta_H(H') \cdot C(HH')$	C'(H)
$\rho$	$\omega$	16	8	13	0.97	7.76	24.32
	$\pi$		8	-635	2.07	16.56	
$\omega$	$\rho$	24	24	-13	1.00	24.00	24.00
$\pi$	$\rho$	24	24	635	0.572	13.73	13.73
N	N	57	25	0	1	25	44.26
	$\Delta$		32	294	0.602	19.26	
$\Delta$	$\Delta$	33	25	0	1	25	44.44
	N		8	-294	2.43	19.44	

discutimos acima. A partir daí, o ajuste de  $R_0^B$  para os bárions N e  $\Delta$  foi feito com o auxílio da conhecida relação de cor<sup>49)</sup>

$$V_{qq} = \frac{1}{2} V_{q\bar{q}} \quad , \quad (3.18)$$

que nos levou a tentar em nosso modelo

$$\langle V(r) \rangle_{\text{Bárion}} = \frac{1}{2} \langle V(r) \rangle_{\text{Méson}} \quad . \quad (3.19)$$

Para o potencial harmônico temos

$$\langle V(r) \rangle = V_0 + \frac{1}{2} K \langle r^2 \rangle = V_0 + \frac{3}{4} K R_0^2, \quad (3.20)$$

e então, com os parâmetros do ajuste da ref.(45) encontramos  $V_0^B = \frac{1}{2} V_0^M = 71 \text{ MeV}$  e  $K^B R_0^B{}^2 = \frac{1}{2} K^M R_0^M{}^2$ , dando  $K^B = 42.3 \times 10^6 \text{ MeV}^3$   $\approx \frac{1}{10} K^M$  e  $R_0^B = 0.58 \text{ fm} \approx \sqrt{5} R_0^M$ . Note que a constante do potencial K é aproximadamente dez vezes maior nos mésons do que nos bárions. Um efeito similar poderia ser esperado no "bag model", aonde a pressão do "bag" B para os mésons deveria ser maior do que para os bárions.

Devemos lembrar que a aplicação da relação de cor, eq.(3.18), dentro da abordagem de um modelo de potencial não é muito clara. Embora esta relação não pareça apropriada para a região de confinamento, onde dominam processos de muitos glúons, há alguma indicação na literatura da sua validade aproximada<sup>50)</sup> no presente contexto.

Depois destas considerações preliminares, vamos concentrar agora a nossa atenção no problema das diferenças de massa eletromagnéticas. Nós iniciamos este ajuste usando o conjunto de parâmetros com valores próximos àqueles que haviam sido determinados no ajuste da diferença de massa  $\rho-\omega$ . Em seguida, introduzimos  $m_u \neq m_d$ , que irá induzir a contribuições de origem forte e eletromagnética para as diferenças de massa, como já discutimos antes. Os nossos resultados para as massas hadrônicas estão dados nas tabelas 3.1 e 3.2, onde podem ser analisadas as várias correções a energia que contribuem para as massas físicas dos hádrons, calculadas pela eq.(3.1) e obtidas pelo melhor ajuste ("best fit") dos parâmetros. Na tabela 4, as correspondentes diferenças de massa eletromagnéticas são apresentadas em comparação aos resultados experimentais disponíveis.

**Tab.3** - Correções à energia e massas hadrônicas (em MeV). - O Rato Gaussiano  $R_0$  e os correspondentes elementos de matriz corrigidos  $C'(H)$  para cada hádron também estão dados nas tabelas. Na Tab.3.1 os elementos de matriz são aqueles obtidos no cálculo da Ref.45 (ver também Tab.2), enquanto os da Tab.3.2 foram calculados com um triplete não-degenerado de pions de Goldstone. Os parâmetros estão dados embaixo, nas tabelas. Em ambos os ajustes usamos  $V_0$  (bárions) e  $\frac{1}{2}V_0$  (mésons) = 71 MeV.

**TAB. 3.1**

HÁDRON	$E_0$	$\Delta E_N^0/\alpha_S$	$\Delta E_E^0/\alpha_S$	$E_g$	$\Delta E_N^0/\alpha$	$\Delta E_E^0/\alpha$	$E_\gamma$
P	1878.272	- 814.168	0.003	- 509.179	+ 4.263	-123.110	-0.868
$n_{++}$	1879.617	- 813.819	0.003	- 508.961	+ 0.015	-164.052	-1.198
$\Delta_+$	1876.926	- 407.522	0	- 254.864	+16.980	+163.910	+1.320
$\Delta_0$	1878.272	- 407.173	0.003	- 254.644	+38.180	-123.110	-0.620
$\Delta_-$	1879.617	- 406.823	0.003	- 254.426	+33.931	-164.052	-0.950
$\Delta_+$	1880.963	- 406.473	0	- 254.209	+ 4.234	+ 41.085	+0.330
$\rho_0$	2678.535	- 587.663	0	- 367.525	-58.170	+264.002	+1.502
$\rho_-$	2678.535	- 587.663	0	- 367.525	-30.618	0	-0.224
$\rho_0$	2678.535	- 587.663	0	- 367.525	-58.170	+264.002	+1.502
$\omega_+$	2678.535	- 587.663	0	- 367.525	-30.618	0	-0.224
$\pi_0$	2678.535	-1762.988	0	-1102.573	- 9.198	+264.002	+1.859
$\pi_-$	2678.535	-1762.989	0	-1102.573	-91.854	0	-0.671
$\pi$	2678.535	-1762.988	0	-1102.573	- 9.198	+264.002	+1.859
HÁDRON	$E_0 + E_g \gamma$	$\langle P^2 \rangle^{1/2}$	$C'(H)$	$\Delta E_\pi$	$R_0$ (fm)	M	$M_{Exp.}$
P	1368.225	790.908	44.26	-178.124	.580	938.347	938.279
$n_{++}$	1369.458	791.229	44.26	-178.124	.580	939.632	939.573
$\Delta_+$	1623.382	790.587	44.44	-178.848	.580	1239.018	1230
$\Delta_0$	1623.008	790.908	44.44	-178.848	.580	1238.410	A
$\Delta_-$	1624.241	791.229	44.44	-178.848	.580	1239.645	1234
$\Delta_+$	1627.094	791.549	44.44	-178.848	.580	1242.721	769±3
$\rho_0$	2312.512	1389.206	24.32	-1078.152	.270	770.584	139.567
$\rho_-$	2312.512	1389.206	24.32	-1078.152	.270	770.584	134.963
$\rho_0$	2312.512	1389.206	24.32	-1078.152	.270	770.584	139.567
$\omega_+$	1577.821	1389.206	13.73	-608.677	.270	139.407	4.115
$\pi_0$	1575.291	1389.206	13.73	-608.677	.270	134.054	-14.186
$\pi_-$	1577.821	1389.206	13.73	-608.677	.270	139.407	

RESULT.  $P_+^+ n_0^- = -1.285$   $\Delta_+^0 \Delta_-^0 = 0.627$   $\Delta_+^0 \Delta_-^0 = 4.115$   
 $\pi_+^- \pi_0^- = 5.353$   $\rho_+^- \rho_0^- = +2.160$   $\rho_+^- \rho_0^- = -14.186$

Parâmetros:  $m_u = 5.3$  MeV,  $m_d = 8.7$  MeV,  $\alpha_S = .6254$   
 $R_0 = .580$  fm, levando a:  $K=42.31 \times 10^6 \text{ MeV}^2$ ,  $R_u = .5805 \text{ fm}$ ,  $R_d = .5795 \text{ fm}$ ,  $I_\pi = 418.679 \text{ MeV}$   
 $R_0 = .270$  fm, levando a:  $K=423.8 \times 10^6 \text{ MeV}^2$ ,  $R_u = .2701 \text{ fm}$ ,  $R_d = .2699 \text{ fm}$ ,  $I_\pi = 4615.245 \text{ MeV}$

**TAB. 3.2**

HÁDRON	$E_0$	$\Delta E_N^0/\alpha_S$	$\Delta E_E^0/\alpha_S$	$E_g$	$\Delta E_N^0/\alpha$	$\Delta E_E^0/\alpha$	$E_\gamma$
P	1878.347	- 813.468	0.003	- 508.427	+ 4.262	-123.129	-0.868
$n_{++}$	1879.823	- 813.103	0.003	- 508.187	+ 0.016	-164.068	-1.198
$\Delta_+$	1858.816	- 402.819	0	- 251.762	+16.784	+162.248	+1.306
$\Delta_0$	1860.294	- 402.436	0.003	- 251.520	+37.736	-121.881	-0.615
$\Delta_-$	1861.772	- 402.052	0.003	- 251.280	+33.536	-162.404	-0.941
$\Delta_+$	1863.250	- 401.667	0	- 251.042	+ 4.184	+ 40.679	+0.327
$\rho_0$	2666.506	- 584.484	0	- 365.302	-57.857	+262.760	+1.495
$\rho_-$	2666.506	- 584.484	0	- 365.302	-30.453	0	-0.223
$\rho_0$	2666.506	- 584.484	0	- 365.302	-57.857	+262.760	+1.495
$\omega_+$	2652.679	- 581.114	0	- 363.197	-30.278	0	-0.222
$\pi_0$	2668.361	-1754.805	0	-1096.753	- 9.157	+262.952	+1.852
$\pi_-$	2668.361	-1754.806	0	-1096.754	-91.431	0	-0.668
$\pi$	2668.361	-1754.805	0	-1096.753	- 9.157	+262.952	+1.852
HÁDRON	$E_0 + E_g \gamma$	$\langle P^2 \rangle^{1/2}$	$C'(H)$	$\Delta E_\pi$	$R_0$ (fm)	M	$M_{Exp.}$
P	1369.052	790.793	44.5435	-179.287	.580	938.279	938.279
$n_{++}$	1370.438	791.143	44.582	-179.442	.580	939.573	939.573
$\Delta_+$	1608.360	782.274	44.913	-174.777	.586	1230.525	1230
$\Delta_0$	1608.159	782.625	44.777	-174.247	.586	1230.629	A
$\Delta_-$	1609.551	782.976	44.778	-174.251	.586	1232.023	1234
$\rho_0$	1612.535	783.326	44.931	-174.847	.586	1234.647	1234
$\rho_-$	2302.699	1382.419	24.471	-1069.037	.2713	772.524	769±3
$\rho_0$	2300.981	1382.419	24.493	-1069.998	.2713	769.414	769±3
$\omega_+$	2289.260	1374.762	24.395	-1047.959	.2728	782.547	782.6±0.2
$\pi_0$	1573.460	1383.446	13.946	-610.617	.2711	138.956	139.567
$\pi_-$	1570.939	1383.446	13.904	-608.778	.2711	135.488	134.963
$\pi$	1573.460	1383.446	13.946	-610.617	.2711	138.956	139.567

RESULT.  $P_+^+ n_0^- = -1.294$   $\Delta_+^0 \Delta_-^0 = 1.498$   $\Delta_+^0 \Delta_-^0 = 4.587$   
 $\pi_+^- \pi_0^- = 3.468$   $\rho_+^- \rho_0^- = +3.110$   $\rho_+^- \rho_0^- = -13.133$

Parâmetros:  $m_u = 5.78$  MeV,  $m_d = 9.50$  MeV,  $\alpha_S = .6250$   
 $R_0 = .580$  fm, levando a:  $K=42.27 \times 10^6 \text{ MeV}^2$ ,  $R_u = .5806 \text{ fm}$ ,  $R_d = .5794 \text{ fm}$ ,  $I_\pi = 418.679 \text{ MeV}$   
 $R_0 = .586$  fm, levando a:  $K=40.95 \times 10^6 \text{ MeV}^2$ ,  $R_u = .5866 \text{ fm}$ ,  $R_d = .5854 \text{ fm}$ ,  $I_\pi = 404.781 \text{ MeV}$   
 $R_0 = .2713$  fm, levando a:  $K=417.4 \times 10^6 \text{ MeV}^2$ ,  $R_u = .2714 \text{ fm}$ ,  $R_d = .2712 \text{ fm}$ ,  $I_\pi = 4547.719 \text{ MeV}$   
 $R_0 = .2728$  fm, levando a:  $K=410.5 \times 10^6 \text{ MeV}^2$ ,  $R_u = .2729 \text{ fm}$ ,  $R_d = .2727 \text{ fm}$ ,  $I_\pi = 4471.922 \text{ MeV}$   
 $R_0 = .2711$  fm, levando a:  $K=418.4 \times 10^6 \text{ MeV}^2$ ,  $R_u = .2712 \text{ fm}$ ,  $R_d = .2710 \text{ fm}$ ,  $I_\pi = 4557.973 \text{ MeV}$

Em nosso trabalho preliminar sobre a diferença de massa  $\rho$ - $\omega$ <sup>45)</sup> nós usamos  $m_u = m_d = 7$  MeV. Depois, por meio de pequenas variações em torno deste valor, nós determinamos  $m_u$  e  $m_d$  de maneira a ajustar as massas do próton e do nêutron. Então, encontramos  $m_u = 5.78$  MeV e  $m_d = 9.50$  MeV, correspondendo a  $\bar{m} = \frac{1}{2}(m_u + m_d) = 7.64$  MeV, com  $m_d - m_u = 3.72$  MeV. Estes valores estão em bom acordo com as previsões feitas pelo Modelo Padrão, que dá<sup>52)</sup>  $m_u \approx 5.0$  MeV,  $m_d \approx 10$  MeV e  $M_s \approx 200$  MeV. Observamos que este acordo não é necessariamente esperado, mesmo para um modelo a quarks relativístico, como é o caso. Na verdade, deve-se notar que foi a introdução das várias correções à energia no modelo que naturalmente nos conduziu a obter valores para as massas dos quarks próximas àquelas esperadas pela QCD.

Embora os parâmetros que entram na tabela 3.1 tenham sido fixados em nosso trabalho preliminar<sup>45)</sup>, para calcular as diferenças de massa eletromagnéticas nós tivemos de melhorar a precisão de nossas contas. Comparado com nossos trabalhos anteriores, um novo detalhe é que, por meio da eq.(1.6), nós parametrizamos nossos cálculos em função do raio Gaussiano  $R_0$  em lugar da constante do potencial harmônico  $K$ . Anteriormente, nós tínhamos encontrado  $R_0^B = 0.58$  fm, para os bárions leves  $N$  e  $\Delta$ , e  $R_0^M = 0.27$  fm para os mésons  $\rho$ ,  $\omega$  e  $\pi$ . Estes valores foram usados no ajuste da tabela 3.1. Depois, através de pequenas variações em torno destes valores, fizemos um ajuste melhorado, que está dado na tabela 3.2.

No cálculo da tabela 3.2, nós ajustamos o bárion  $\Delta$  com um raio  $R_0$  um pouco maior do que o do nucleon. Nós temos  $R_0^N = 0.580$  fm, enquanto  $R_0^\Delta = 0.586$  fm. Considerando aproximadamente  $R_b^2 = \sum_1 R_1^2$ , nós temos  $R_b \approx \sqrt{3} R_0$  para uma

estimativa do raio do "bag" correspondente, e então resulta  $R_b^N = 1.00 \text{ fm}$  e  $R_b^\Delta = 1.01 \text{ fm}$ .

Na linha de trabalho do "bag model", este efeito também tem sido considerado. Por exemplo, Hwang<sup>53)</sup> estudou as diferenças de massa para os bárions em um mesmo multipletto de isospin no setor de SU(3)-sabor, incorporando as correções gluônicas, eletromagnéticas e piônicas de uma maneira semelhante à que estivemos desenvolvendo aqui. Ele também levou em conta  $R_b(\text{octeto}) < R_b(\text{decupletto})$ , usando  $R_b^N = 0.987 \text{ fm}$  e  $R_b^\Delta = 1.081 \text{ fm}$ .

Nós também lembramos que mesmo no modelo de "bag" original do MIT<sup>13)</sup>, os raios dos vários bárions eram diferentes. De fato, obtém-se o resultado  $R_b^\Delta > R_b^N$ , pela minimalização da energia total no "bag", incluindo a contribuição da parte magnética da energia por troca de 1 glúon. Como é sabido, a condição de minimalização da energia é obtida a partir da condição de contorno quadrática dos campos na superfície do "bag". É claro que não temos tais condições de contorno em nosso modelo, mas sabemos que raios de equilíbrio sutilmente diferentes devem ser assumidos por cada hádron. Na verdade, sabemos que o raio Gaussiano  $R_0$  de um quark leve no nucleon e no  $\Delta$  deve seguir uma relação análoga:  $R_0^\Delta > R_0^N$ , devido principalmente ao efeito repulsivo das interações de spin-spin, levantadas pela correção devido a troca de glúons, que são importantes no caso da ressonância  $\Delta$ . Na linha dos modelos de potencial relativísticos, efeitos deste tipo foram discutidos por C. Itoh et.al.<sup>54)</sup>, incorporando explicitamente os efeitos de quebra de simetria de sabor nas funções de onda Gaussianas do modelo.

Um efeito semelhante ao dos bárions N e  $\Delta$  é encontrado no setor mesônico, porque os mésons vetoriais também

estão sujeitos às interações repulsivas de spin-spin. Conseqüentemente, poderíamos esperar  $R(\omega, \rho) > R(\pi)$ . Contudo, como o méson  $\rho$  assume um estado intermediário como um pión virtual (mais um outro pión de Goldstone da nuvem, ver figura 1b), o efeito repulsivo de spin-spin deve aparecer um tanto suprimido para este méson. Ao fazermos nosso ajuste da tabela 3.2, orientamo-nos por estes argumentos. De fato, ao final de nosso ajuste encontramos  $R_0^\omega = 0.273 \text{ fm} > R_0^\rho \approx R_0^\pi = 0.271 \text{ fm}$ , conforme pode ser visto na tabela 3.2.

Nós também desejamos chamar a atenção para o fato que no cálculo das diferenças de massa eletromagnéticas da tabela 3.2 os elementos de matriz de spin-isospin corrigidas  $C'(H)$  foram recalculados com maior precisão. A principal melhoria foi a introdução de um triplete de píons de Goldstone em nossa formulação das correções piônicas, que deve ser entendido da seguinte maneira: No ajuste da tabela 3.1, assim como em formulações anteriores das correções devido a troca de 1 pión<sup>33,36,44,45</sup>, a massa do pión de Goldstone foi introduzida nos cálculos com um valor fixo, ou seja  $m_\pi = 134 \text{ MeV}$ , nas eqs. (3.7), (3.9) e (3.15). Contudo, se nós considerarmos uma quebra dos diagramas da figura 1 nos seus possíveis estados carregados, nós temos a presença de píons de Goldstone neutros e carregados, com massas  $m_{\pi^0} = 134 \text{ MeV}$  e  $m_{\pi^\pm} = 139 \text{ MeV}$ , respectivamente. A introdução dos píons carregados com  $m_\pi = 139 \text{ MeV}$  muda significativamente a avaliação numérica das integrais  $I_\pi$ , eq. (3.9), e conseqüentemente das correções devido aos estados intermediários  $\delta_H(H')$ , eq. (3.15). Desse modo, desenvolvemos um cálculo mais detalhado para obter os resultados expostos na tabela 3.2.

Agora, para concluir esta seção, iremos discutir

detalhadamente os resultados obtidos para as diferenças de massa eletromagnéticas em cada caso estudado.

1) Nucleon (p(uud)-n(udd))

Como pode ser visto pelas tabelas 3 e 4, a diferença de massa próton-nêutron (p-n) é quase completamente originada da parte cinética da energia, levantada da diferença de massa ( $m_u - m_d$ ).

Da tabela 3, vemos que

$$E_0(n) > E_0(p) \quad , \quad E_0(n) - E_0(p) \cong 1.5 \text{ MeV} \quad ;$$

$$\langle P^2 \rangle_n^{1/2} > \langle P^2 \rangle_p^{1/2} \quad , \quad \langle P^2 \rangle_n^{1/2} - \langle P^2 \rangle_p^{1/2} \cong 0.3 \text{ MeV} \quad (3.21)$$

de modo que, da parte cinética irá resultar aproximadamente  $M_n - M_p \cong 1.2 \text{ MeV}$ .

As correções à energia devido aos glúons e fótons são pequenas e cancelam-se entre si na diferença de massa p-n. A correção gluônica é um pouco maior no próton enquanto a correção eletromagnética é um pouco maior no nêutron, isto é

$$|E_g(p)| > |E_g(n)| \quad , \quad E_g(p) - E_g(n) \cong -0.3 \text{ MeV}$$

$$|E_\gamma(n)| > |E_\gamma(p)| \quad , \quad E_\gamma(p) - E_\gamma(n) \cong +0.3 \text{ MeV} \quad (3.22)$$

tal que  $(E_g + E_\gamma)_p - (E_g + E_\gamma)_n \cong 0$ . Além disso, o efeito das correções piônicas é semelhante no próton e no nêutron,  $\Delta E_\pi(p) \cong \Delta E_\pi(n)$ , e não contribui significativamente para a diferença de massa p-n.

Reunindo estes resultados, vemos que o valor experimental  $p-n = -1.293 \text{ MeV} \approx \frac{1}{3}(m_u - m_d)$ , com os valores  $m_d - m_u \approx 3.4$  a  $3.8 \text{ MeV} = 3.6 \pm 0.2 \text{ MeV}$  nos presentes ajustes, levando ao resultado

$$n-p \approx \frac{1}{3} (m_d - m_u) \approx 1.2 \text{ MeV.} \quad (3.23)$$

## ii) Bárions $\Delta$

A compreensão dos efeitos físicos nas ressonâncias  $\Delta$  é mais complicada do que no nucleon porque nos bárions  $\Delta$  há uma mistura das várias correções à energia. Em particular, o efeito da nuvem piônica (que é bastante sensível ao ajuste do raio  $R_0$ ) pode até mesmo alterar o ordenamento das massas. Geralmente, para os bárions os estados mais positivamente carregados são mais leves  $m_u < m_d$ . Contudo, dependendo dos parâmetros ajustados, as correções piônicas podem fazer, por exemplo, com que o  $\Delta^+(duu)$  seja mais leve que o  $\Delta^{++}(uuu)$ , vide tabela 3.

Experimentalmente, não existe uma determinação completa das diferenças de massa entre os estados  $\Delta$ . Contudo, é sabido que

$$\Delta^0 - \Delta^{++} = 2.7 \pm 0.3 \text{ MeV} \quad 39,55 \quad (3.24a)$$

$$DR \equiv (\Delta^- - \Delta^{++}) + \frac{1}{3}(\Delta^0 - \Delta^+) = 4.6 \pm 0.2 \text{ MeV} \quad 56 \quad (3.24b)$$

A primeira destas relações,  $\Delta^0 - \Delta^{++}$ , é mais difícil de ser descrita. As correções piônicas parecem participar com pelo

menos 0.5 MeV nesta diferença de massa. Na tabela 5, nós comparamos os resultados obtidos por cálculos diferentes. Podemos notar que os nossos resultados foram um pouco melhorados pela introdução das correções piônicas com o efeito dos estados intermediários. Nós acreditamos que uma descrição mais precisa da diferença de massa  $\Delta^0 - \Delta^{++}$  deveria requerer raios diferentes para estas partículas, como um efeito originado pelas forças Coulombianas, que tendem a deformar diferentemente os estados carregados  $\Delta^{++}$  e  $\Delta^0$ .

A segunda relação, eq.(3.24b), a qual chamamos de "delta relation" (DR), é devida a Pedroni et.al.<sup>56)</sup> e é mais facilmente descrita. Uma vez ajustado o raio Gaussiano  $R_0$  e as massas dos quarks, esta relação tem um valor bastante estável ao redor de  $4.5 \pm 0.4$  MeV, como pode ser visto pelas tabelas 4 e 5.

Tab.4 - Vários resultados obtidos para as diferenças de massa eletromagnéticas dos hádrons leves. DR é a "delta relation", definida no texto pela Eq.(3.24b). A última linha da tabela corresponde ao ajuste da Tab.3.2, onde introduzimos um triplete não-degenerado de píons de Goldstone.

$m_u$	$m_d$	$\bar{m}$	$m_d - m_u$	p-n	$\pi^+ - \pi^0$	$\Delta^0 - \Delta^{++}$	"DR"	$\rho^+ - \rho^0$
5.0	8.2	6.6	3.2	-1.183	5.349	0.432	3.790	2.159
5.3	8.7	7.0	3.4	-1.285	5.345	0.626	4.113	2.160
6.0	9.4	7.7	3.4	-1.290	5.337	0.635	4.129	2.159
6.3	9.7	8.0	3.4	-1.292	5.334	0.639	4.136	2.160
6.6	10.0	8.3	3.4	-1.294	5.330	0.643	4.142	2.159
7.0	10.4	8.7	3.4	-1.296	5.325	0.647	4.150	2.160
5.2	8.8	7.0	3.6	-1.384	5.345	0.816	4.430	2.160
5.78	9.50	7.64	3.72	-1.294	3.468	1.498	4.587	3.110
VALOR EXPERIMENTAL <sup>51</sup> =>				-1.29332	4.604	2.7±0.3	4.6±0.2	-0.3±2.2

Tab.5 - Resultados obtidos para os bárions  $\Delta$  por diferentes abordagens, em comparação aos resultados experimentais.

REFERÊNCIAS	TIPO DE TRATAMENTO	$\Delta^0 - \Delta^{++}$	DR - "DELTA RELATION"
Bickerstaff e Thomas, Ref.57	Sem correções piônicas	1.15	4.47
C.Itoh et.al., Ref.58	Sem correções piônicas	0.85	4.95
W.Y.P. Hwang, Ref.53	Correções piônicas com estados intermediários degenerados	0.0	4.2
Presente trabalho	Correções piônicas incluindo estados intermediários não-degenerados (Ajuste da Tab.3.1)	0.627	4.115
Presente trabalho	Correções piônicas incluindo estados intermediários não-degenerados e calculadas com um tripleto não-degenerado de píons de Goldstone. (Ajuste da Tab.3.2)	1.498	4.587
VALOR EXPERIMENTAL <sup>51</sup> =>		2.7±0.3 <sup>39</sup> 2.4±0.5 <sup>55</sup>	4.6± 0.2 <sup>56</sup>

Parece-nos que, à parte de certas incertezas inerentes a qualquer descrição, os vários efeitos compensam-se uns aos outros nesta relação, levando a um resultado estável e razoável para ela, sem depender muito dos detalhes do modelo utilizado para descrevê-la.

### iii) Píons

As massas dos píons são conhecidas com boa precisão, com os estados carregados sendo mais pesados do que o neutro. É claro que esta diferença de massa vem fundamentalmente de um efeito eletromagnético. Contudo, pequenas contribuições das correções devido a nuvem piônica existirão se o bóson de Goldstone for tratado como um tripleto não-degenerado. De fato, nas tabelas 3.1 e 3.2 podemos ver que

$$E_0(\pi^+) = E_0(\pi^0), \quad \langle P^2 \rangle_{\pi^+} = \langle P^2 \rangle_{\pi^0}, \quad E_g(\pi^+) = E_g(\pi^0) \quad (3.25)$$

enquanto

$$E_\gamma(\pi^0) \cong -0.7 \text{ MeV} < E_\gamma(\pi^+) \cong 1.8 \text{ MeV} \quad (3.26)$$

levando portanto a um  $\pi^0$  mais leve.

Observe que em nosso primeiro ajuste (tabela 3.1), com  $\Delta E_\pi(\pi^+) = \Delta E_\pi(\pi^0)$ , nós obtivemos  $\pi^+ - \pi^0 \cong 5.3 \text{ MeV}$ , um resultado somente um pouco maior do que o valor experimental. Ao incluirmos os píons de Goldstone não-degenerados (tabela 3.2), nós encontramos  $C'(\pi^+) > C'(\pi^0)$  levando a  $|\Delta E_\pi(\pi^+)| > |\Delta E_\pi(\pi^0)|$ . Como resultado, a diferença de massa baixou para  $\pi^+ - \pi^0 \cong 3.5 \text{ MeV}$ . Notamos que,

embora a incorporação deste efeito tenha sido feita de uma maneira aproximada, é gratificante que ele conduza os resultados para a direção correta. Talvez efeitos de quebra associados a interação Coulombiana, similares àqueles discutidos na ref. (54), também sejam importantes neste caso, porque o ajuste do raio  $R_0$  é muito sensível neste cálculo, afetando principalmente os valores calculados para os elementos de matriz  $C'(\pi^+)$  e  $C'(\pi^0)$ , cujo ajuste com a intensidade correta deveria levar ao valor experimental  $\pi^+ - \pi^0 = 4.604 \text{ MeV}$ .

#### iv) Mésons $\rho$

Os dados sobre as diferenças de massa eletromagnéticas entre os mésons vetoriais  $\rho$  são bem menos precisos. Sabemos apenas que  $m_{\rho^0} = 769 \pm 3 \text{ MeV}$ , com uma indicação que  $\rho^+ - \rho^0 = -0.3 \pm 2.2 \text{ MeV}^{51)}$ .

Nós desejamos observar que para mésons não-estranhos os estados carregados devem ser sistematicamente mais pesados do que os estados neutros, devido à contribuição eletromagnética. Contudo, para os mésons  $\rho$  os estados intermediários tem um papel importante e o efeito das correções piônicas pode fazer diminuir ou mesmo inverter o sinal da diferença de massa  $\rho^+ - \rho^0$ , tornando o  $\rho^0$  mais pesado.

É interessante notar que tal efeito só pode ser descrito quando a correção piônica é introduzida com a inclusão de um tripleto não-degenerado de píons de Goldstone, porque, dependendo do ajuste, pode resultar  $C'(\rho^0) > C'(\rho^+)$ , levando a um  $\rho^0$  mais leve, ou  $C'(\rho^+) > C'(\rho^0)$ , levando aos  $\rho^\pm$  mais leves.

Nos ajustes que apresentamos aqui, nós temos o  $\rho^0$

mais leve que os  $\rho^\pm$ . Porém, chamamos à atenção que este não é um resultado conclusivo. Um tratamento mais detalhado, com um ajuste diferente recaindo sobre os estados intermediários, também poderia nos trazer o resultado  $m_{\rho^0} > m_{\rho^\pm}$ .

Para encerrar esta seção, permitam-nos concluir apresentando nossas conclusões gerais no assunto das diferenças de massa eletromagnéticas. Como nós vimos, a diferença de massa  $m_d - m_u$  desempenha um papel fundamental no cálculo das diferenças de massa dentro de um mesmo multiplete de isospin. A incorporação no modelo de correções de centro-de-massa, correções devido à troca de glúons e de fótons entre os quarks e correções devido à nuvem de pions, possibilitou-nos ajustar as massas dos quarks com valores próximos aos esperados pela QCD. Nós encontramos que usando  $m_d - m_u \approx 3.6$  MeV a diferença de massa n-p pode ser ajustada adequadamente. Enquanto neste caso a principal contribuição para a diferença de massa é originária da parte cinética da energia, no caso dos mésons  $\pi^+ - \pi^0$  o efeito principal é devido às contribuições eletromagnéticas. Já para os  $\Delta$ 's e  $\rho$ 's, as outras contribuições também participam e os efeitos da nuvem de pions são significativos. Os estados intermediários tem um papel fundamental nesta análise, mostrando sua particular importância na descrição das diferenças de massa  $\rho^0 - \omega^0$  e  $\rho^+ - \rho^0$ . Também vimos que a sensibilidade do ajuste pode ser aumentada pela introdução de efeitos mais sutis, tais como deformações do caroço dos quarks devido às forças Coulombianas ou, por outro lado, com a introdução de um tripleto não-degenerado de pions de Goldstone, conforme discutimos aqui.

Desejamos salientar que em modelos quirais, como o nosso, os píons assumem um papel dual. Quando a simetria quiral é introduzida, eles são considerados como bósons de Goldstone, possuindo massas  $m_{\pi^0} = 134 \text{ MeV}$  e  $m_{\pi^\pm} = 139 \text{ MeV}$  no limite de PCAC. Por outro lado, eles podem ser considerados como estados fundamentais de um par quark-antiquark, pertencendo ao noneto dos mésons pseudoescalares. Então, como mésons comuns, podemos calcular suas massas no modelo, do mesmo modo que tratamos os demais hádrons. É gratificante que, mesmo em um modelo simples como o nosso, os mésons  $\pi$  de  $q\bar{q}$  apareçam consistentemente com suas massas  $M_{\pi}(q\bar{q})$  bem próximas aos valores das massas  $m_{\pi}$  tomadas inicialmente para os píons de Goldstone.

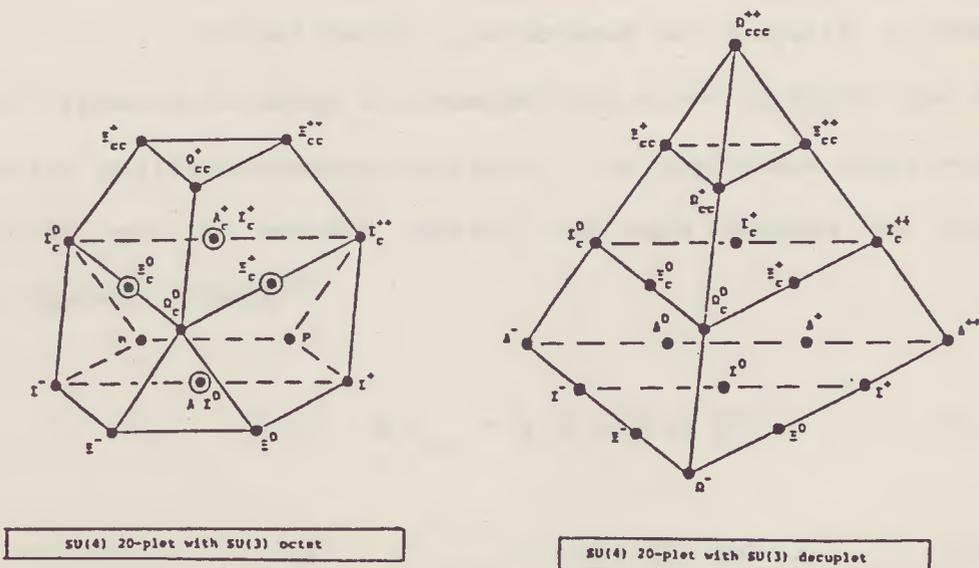
É interessante notar que, para fazer um cálculo bem sucedido da massa do pión é fundamental tomar um raio Gaussiano adequado. Como para os mésons  $\rho$  e  $\omega$ , o raio Gaussiano  $R_0$  dos quarks constituintes no pión no presente ajuste é de 0.27 fm. Conseqüentemente, usando uma simples relação quadrática  $R_b^2 \approx \sum_i R_i^2$ , o raio do "bag" para o pión resulta  $R_b \approx \sqrt{2} R_0 = 0.38 \text{ fm}$ . Curiosamente, este valor está em acordo com outras referências<sup>59)</sup>, embora obtidos por abordagens completamente diferentes. V. Bernard e U.G. Meissner<sup>59)</sup> analisaram a estrutura eletromagnética dos píons e dos káons e encontraram um "raio intrínseco do pión" de 0.37 fm. Em uma outra abordagem, Brown, Rho e Weise<sup>59)</sup> descreveram o fator de forma do pión com a contribuição do caroço do pión parametrizada por um raio intrínseco de 0.35 fm. Estes valores parecem corroborar o resultado obtido no nosso ajuste do setor dos mésons leves. Notamos também que tais resultados estão em razoável acordo com o raio efetivo do pión<sup>40)</sup>  $r_{\pi} \approx 0.4 \text{ fm}$ , que empregamos ao incorporar os efeitos do tamanho finito do pión nos fatores de

forma (vide seção II.3, eq.2.41).

Por fim, observamos que não foi incluído em nossa análise o cálculo das massas dos mésons pseudoescalares  $\eta$  e  $\eta'$ . A razão principal é que para estes mésons tem lugar forças de aniquilação, cuja avaliação está fora dos limites do presente trabalho. Porém, gostaríamos de realçar que ambos,  $\eta$  e  $\eta'$ , não possuem nuvem piônica. Isto porque, independentemente do ângulo de "mixing", todos os elementos de matriz  $C(HH')$  com  $H = \eta$  ou  $\eta'$  resultam nulos. Este fato tende a aumentar as massas dos mésons  $\eta$  e  $\eta'$ , em acordo com a experiência.

Nesta seção vamos discutir o problema do ajuste do espectro de massas dos hádrons no estado fundamental nos setores dos quarks pesados. Como o nosso trabalho esteve mais concentrado no setor leve, pretendemos apenas introduzir alguns problemas interessantes dos setores pesados, fazendo uma breve análise dentro do contexto que foi aqui desenvolvido.

Como sabemos, até o presente momento, grande parte do espectro de massas dos mésons charmosos já está bem estabelecido experimentalmente. A espectroscopia dos sistemas  $c\bar{c}$  (charmônio),  $b\bar{b}$  (botônio) e  $t\bar{t}$  (topônio), ocupa grande espaço dentro os trabalhos teóricos nesta área. Muitos níveis dos sistemas  $c\bar{c}$ ,  $c\bar{s}$ ,  $b\bar{b}$  e  $s\bar{s}$  ainda estão sendo observados experimentalmente. Entre os bárions charmosos, já estão confirmados o  $\Lambda_c(2282)$  e o  $\Sigma_c(2450)$ , temos também recentes observações do  $\Xi_c(2460)$  e do  $\Omega_c(2740)$  e aguardamos pela observação dos demais estados que completam os multipletos de SU(4) dos bárions fundamentais (ver figura 3).



**Fig.3** - Multipletos de SU(4) dos bárions charmosos.

Por conseguinte, ao nível teórico acontece atualmente uma ênfase em modelos que procuram melhorar cada vez mais os cálculos das massas dessas partículas. Tais cálculos concentram-se principalmente na "checagem" das diferenças de massa dos mésons charmosos e, nos modelos mais elaborados, na predição da massa dos bárions.

Contudo, o tratamento deste setor via modelos fenomenológicos fica envolvido no problema do ajuste dos parâmetros do modelo para os setores pesados, basicamente no que se refere às massas dos quarks pesados e à constante de acoplamento quark-glúon  $\alpha_s$  naquele setor.

O interesse volta-se então para o estudo de problemas mais isolados, como por exemplo a análise das diferenças de massa dentro de um mesmo multipletto. Em particular, tem sido bastante discutido na literatura recente o problema da diferença de massa eletromagnética entre os estados carregados dos bárions charmosos  $\Sigma_c$ . Mais adiante, discutiremos um pouco este problema. Antes disso, deixem-nos comentar sobre o ajuste dos parâmetros do modelo no setor dos bárions e mésons estranhos.

Primeiramente, gostaríamos de discutir o problema das diferenças de massa eletromagnéticas entre os káons, que ainda não foi satisfatoriamente explicado. Os resultados experimentais mostram que os estados neutros são mais pesados do que os carregados, ou seja:<sup>51)</sup>

$$(K^0 - K^+)_{\text{EXP.}} = 4.05 \pm 0.07 \text{ MeV} \quad (3.27a)$$

$$(K^{0*} - K^{+*})_{\text{EXP.}} = 4.4 \pm 0.5 \text{ MeV} \quad (3.27b)$$

Contudo, ambas as correções à energia, piônicas e eletromagnéticas, levam a contribuições na direção oposta. Então, para descrever as diferenças de massa eletromagnéticas entre os káons, é necessário tomar valores suficientemente grandes para os seus raios, de maneira a aumentar as contribuições das energias cinética e por troca de glúons. Utilizando o formalismo que apresentamos nas seções anteriores deste trabalho, fizemos vários ajustes dos parâmetros do modelo para tentar elucidar o problema. Encontramos que para um raio  $R_0 > 0.35$  fm ( $R_{\text{bag}} > 0.45$  fm) é possível obter as diferenças de massa dos káons com o sinal correto, mas não as suas magnitudes. O melhor resultado que pudemos obter foi (usando um raio  $R_0 \approx 0.56$  fm;  $m_s = 200$  MeV,  $\alpha_s = .625$ ).

$$K^0 - K^+ = +0.623 \text{ MeV} \quad (3.28a)$$

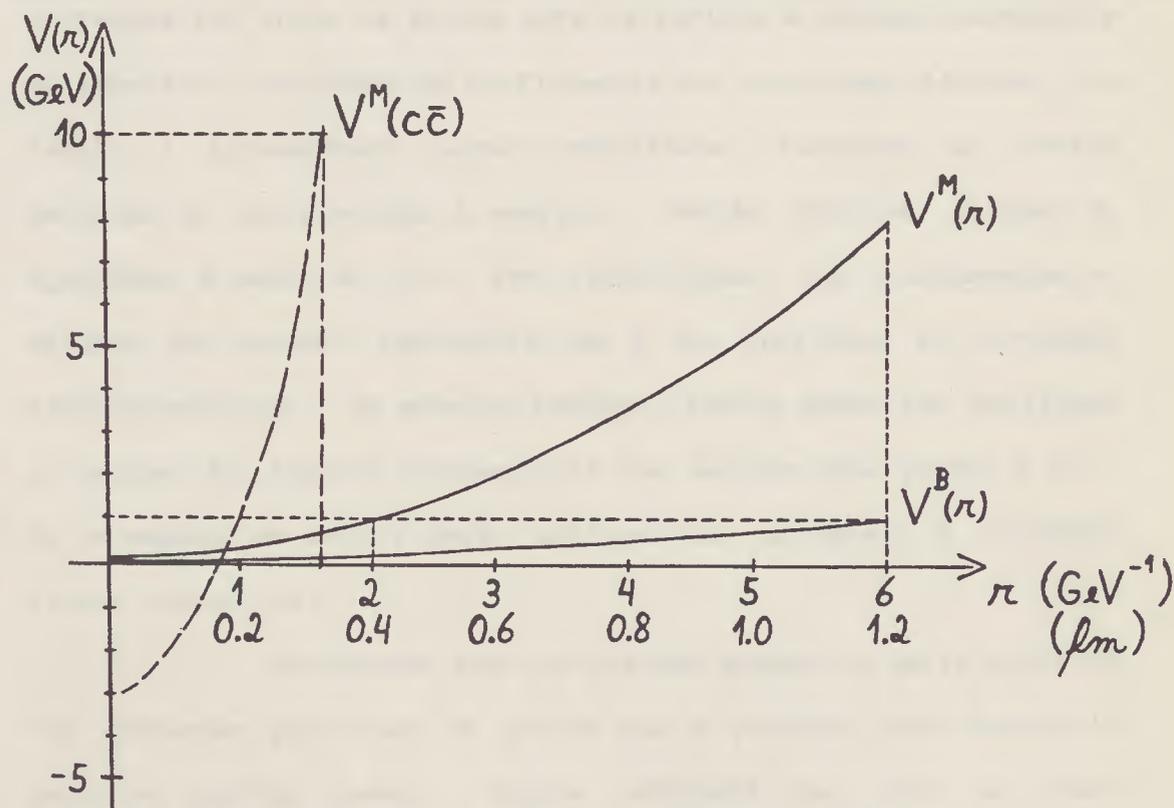
$$K^{0*} - K^{+*} = +0.473 \text{ MeV} \quad (3.28b)$$

É interessante notar que na presença de um quark mais pesado (quark estranho) o raio Gaussiano associado aos quarks leves tende a ser maior. Observamos que há uma indicação fenomenológica independente de que quando quarks estranhos estão presentes, o raio do "bag"  $R_b$  é congelado a um valor substancialmente maior que  $0.5 \text{ fm}^{60}$ ). Acreditamos que este efeito, juntamente com outros efeitos adicionais, tais como deformações do caroço dos quarks devido às forças Coulombianas (que agem diferentemente no  $K^0(d\bar{s})$  e no  $K^+(u\bar{s})$ ), poderia explicar as diferenças de massa eletromagnéticas dos káons.

Nossa principal dificuldade no cálculo dos setores pesados é o ajuste adequado dos parâmetros, particularmente quanto

ao ajuste de um raio Gaussiano  $R_0$  que corresponda de fato a um raio de equilíbrio do hádron considerado. Neste sentido o tratamento torna-se mais complicado, já que para cada partícula teremos um raio diferente. O cálculo é mais trabalhoso, sobretudo para analisarmos as diferenças de massa eletromagnéticas entre os bárions estranhos (hiperônicos), que podem envolver vários estados intermediários diferentes. A principal dificuldade é fixar os raios Gaussianos  $R_0$  e  $R_s$  sem arbitrariedades. O mesmo problema se aplica ao setor dos bárions charmosos.

Na verdade, na idéia inicial de nosso modelo, os parâmetros do potencial harmônico, eq.(1.2), eram considerados universais, ou seja:  $V_0$  e  $K$  eram os mesmos para todos os setores



**Fig.4** - Gráficos do potencial harmônico  $V(r) = V_0 + \frac{1}{2}Kr^2$  em função de  $r$ . Com os parâmetros discutidos na seção anterior (Ref.45), temos para mésons leves:  $V^M(r) = 0.142 + 0.21194 r^2$ , para bárions leves:  $V^B(r) = 0.071 + 0.02115 r^2$  (em GeV).

A curva tracejada refere-se a um possível potencial para o setor dos mésons charmosos:  $V^M(r)$  para  $(c\bar{c})$ .

hadrônicos. No presente estágio, entendemos que os parâmetros do potencial deveriam ser dependentes dos sabores dos quarks constituintes (ver figura 4), de maneira que pudessem descrever de um modo mais específico o potencial médio sentido pelos quarks. Possivelmente, no setor pesado,  $V_0$  seria negativo e a constante  $K$  deveria ser maior (figura 4).

Não obstante, desprezando tais argumentos, podemos realizar alguns ajustes para o espectro de massas nos setores pesados, extrapolando alguns dos parâmetros já fixados no setor leve. Como exemplo, tomamos os parâmetros de nosso ajuste da ref.(33) e calculamos as massas dos bárions e mésons fundamentais do setor charmoso. Na tabela 6.1 damos os coeficientes das correções por troca de glúons para os bárions e mésons charmosos e na tabela 6.2 indicamos os coeficientes das correções piônicas. Na tabela 7 apresentamos nossos resultados, indicando as várias parcelas de contribuição à energia. Nestes cálculos, fixamos  $m_c$  ajustando a massa do  $J/\psi$ . Por simplicidade, não consideramos os efeitos dos estados intermediários e não incluímos as correções eletromagnéticas. De maneira análoga, também podem ser avaliadas as massas dos hádrons fundamentais nos setores dos quarks  $b$  e  $t$ . Os elementos de matriz serão análogos aos da tabela 6, bastando trocar  $c \rightarrow b$  ou  $c \rightarrow t$ .

Observamos que nos setores pesados a parte elétrica das correções por troca de glúons não é pequena, como acontecia para os hádrons leves. Também lembramos que, como os píons acoplam-se apenas aos quarks  $u$  e  $d$ , as correções piônicas terão contribuições nulas ou relativamente pequenas para a maioria dos hádrons pesados, como pode ser visto pela tabela 7.

Introduzindo a quebra nos estados carregados, há

vários trabalhos<sup>61,62)</sup> em que são feitas previsões para os momentos magnéticos dos bárions charmosos e com quarks b. Tais cálculos foram feitos usando-se o modelo de potencial S + V por Barik e Das, ref.(62), à qual recomendamos o leitor interessado.

Já no que se refere ao cálculo das diferenças de massa eletromagnéticas, como mencionamos antes, tem chamado a atenção o problema da diferença de massa  $\Sigma_c^{++} - \Sigma_c^0$ , para a qual tem sido obtidos vários resultados diferentes<sup>63)</sup>. Mesmo experimentalmente, temos dois resultados conflitantes: Diesberg et. al.<sup>64)</sup>(FNAL) reportaram o resultado  $\Sigma_c^{++} - \Sigma_c^0 = -(10.8 \pm 2.9)\text{MeV}$ , enquanto Albrecht et.al.<sup>65)</sup>, da colaboração ARGUS (DESY) obtem  $\Sigma_c^{++} - \Sigma_c^0 = +(1.2 \pm 1.0)\text{MeV}$ . Tais resultados, que diferem mesmo em sinal, reacenderam o interesse nos cálculos teóricos das diferenças de massa eletromagnéticas, e em particular para o setor pesado.

Infelizmente, ainda não tivemos a oportunidade de abordar o problema usando a formulação que apresentamos aqui. Como mostramos nas seções anteriores, os efeitos da nuvem de píons incluindo contribuições devido aos estados intermediários são fundamentais para descrever corretamente as diferenças de massa eletromagnéticas dos hádrons leves. Acreditamos que, da mesma forma, estas correções possam também desempenhar um papel decisivo no entendimento das diferenças de massa eletromagnéticas de sistemas do tipo Qqq, QQq e Qq̄; onde Q representa um quark pesado e q um quark leve, u ou d, ao qual se acopla o campo píonico. Em um futuro bem próximo, pretendemos aplicar a nossa presente formulação no tratamento das diferenças de massa eletromagnéticas dos hádrons pesados.

Tab.6.1 - Coeficientes  $a_{ij}$  e  $b_{ij}$  da correção à energia devido a troca de glúons, para os bárions e mésons charmosos, calculados com a inclusão dos termos de auto-energia. Na tabela,  $n_i$  indica o número de quarks constituintes com o sabor  $i$  no hádron considerado. (Usamos  $u=d=0$ ).

BÁRIONS	QUARKS CONSTITUINTES			PARTE MAGNÉTICA						PARTE ELÉTRICA					
	$n_u$	$n_d$	$n_c$	$a_{uu}$	$a_{dd}$	$a_{cc}$	$a_{ud}$	$a_{uc}$	$a_{dc}$	$b_{uu}$	$b_{dd}$	$b_{cc}$	$b_{ud}$	$b_{uc}$	$b_{dc}$
$\Sigma_c$	2	0	1	-5	0	-3	0	-4	0	-1	0	-1	0	2	0
$\Lambda_c$	2	0	1	-9	0	-3	0	0	0	-1	0	-1	0	2	0
$\Xi_c^S$	1	1	1	-3	-3	-3	1	-2	-2	-1	-1	-1	1	1	1
$\Xi_c^A$	1	1	1	-3	-3	-3	-3	0	0	-1	-1	-1	1	1	1
$\Omega_c$	0	2	1	0	-5	-3	0	0	-4	0	-1	-1	0	0	2
$\Xi_{cc}$	1	0	2	-3	0	-5	0	-4	0	-1	0	-1	0	2	0
$\Omega_{cc}$	0	1	2	0	-3	-5	0	0	-4	0	-1	-1	0	0	2
$\Sigma_c^*$	2	0	1	-5	0	-3	0	2	0	-1	0	-1	0	2	0
$\Xi_c^*$	1	1	1	-3	-3	-3	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1
$\Omega_c^*$	0	2	1	0	-5	-3	0	0	2	0	-1	-1	0	0	2
$\Xi_{cc}^*$	1	0	2	-3	0	-5	0	2	0	-1	0	-1	0	2	0
$\Omega_{cc}^*$	0	1	2	0	-3	-5	0	0	2	0	-1	-1	0	0	2
$\Omega_{ccc}$	0	0	3	0	0	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MÉSONS	$n_u$	$n_d$	$n_c$	$a_{uu}$	$a_{dd}$	$a_{cc}$	$a_{ud}$	$a_{uc}$	$a_{dc}$	$b_{uu}$	$b_{dd}$	$b_{cc}$	$b_{ud}$	$b_{uc}$	$b_{dc}$
D	1	0	1	-3	0	-3	0	-6	0	-1	0	-1	0	2	0
F (ou D <sub>s</sub> )	0	1	1	0	-3	-3	0	0	-6	0	-1	-1	0	0	2
$\eta_c^{MIX.}$	0	0	2	-2	-1	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D*	1	0	1	-3	0	-3	0	2	0	-1	0	-1	0	2	0
F*	0	1	1	0	-3	-3	0	0	2	0	-1	-1	0	0	2
J/ψ	0	0	2	0	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\eta_c^{PURO}$	0	0	2	0	0	-12	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tab.6.2 - Coeficientes  $c_{ij}$  da correção à energia devido a troca de píons, para os bárions e mésons charmosos.

	Bárions				Mésons		
	$\Sigma'_s$	$\Lambda'_s$	$\Xi'_s$	$\Omega'_s$	D' <sub>s</sub>	F' <sub>s</sub> , $\eta_c$ , J/ψ	$\eta_c^{MIX.}$
AUTO-ENERGIA $C_{ii}$	18	18	9	0	9	0	3
TERMO DE TROCA $C_{ij} (i \neq j)$	2	18	0	0	0	0	-3
TOTAL $C_{ij}$	20	36	9	0	9	0	0

**Tab.7** - Correções à energia e massas dos bárions e mésons charmosos, calculadas usando-se os mesmos parâmetros do ajuste para o setor (u,d,s), Ref.33. Parâmetros:  $m_0 = 7$  MeV,  $m_s = 176$  MeV,  $m_c = 1290$  MeV,  $V_0 = 130$  MeV,  $K = 23 \cdot 10^6$  MeV<sup>3</sup>,  $\alpha_s = 0.625$  e  $\alpha_\pi = 0.527$ . Observamos que, é claro, não se trata de um ajuste definitivo, mas apenas de um cálculo demonstrativo.

	$E_0$	$\Delta E_M^g/\alpha_D$	$\Delta E_E^g/\alpha_D$	$E_g/\alpha_D$
$\Sigma_c$	2735.127	-394.439	121.906	272.531
$\Lambda_c$	2735.127	-516.642	121.906	394.734
$\Xi_c^S$	2830.269	-365.56	100.4	265.158
$\Xi_c^A$	2830.269	-466.664	100.4	366.263
$\Omega_c$	2925.412	-335.438	71.506	263.93
$\Xi_{cc}$	3780.99	-312.564	121.906	190.656
$\Omega_{cc}$	3876.133	-274.948	71.506	203.44
$\Sigma_c^*$	2735.127	-258.017	121.906	136.109
$\Xi_c^{*S}$	2830.269	-233.293	100.4	132.891
$\Omega_c^{*S}$	2925.412	-207.326	71.506	135.819
$\Xi_{cc}^*$	3780.99	-176.142	121.906	54.234
$\Omega_{cc}^*$	3876.133	-146.836	71.506	75.328
$\Omega_{ccc}$	4826.853	-74.103	0	74.102
D	2172.039	-333.337	121.906	211.43
F	2267.181	-292.951	71.506	221.443
$\eta_c^M$	3217.902	-260.326	0	260.325
$D^*$	2172.039	-151.441	121.906	29.533
$F^*$	2267.181	-122.135	71.506	50.627
J/ψ	3217.902	-49.402	0	49.401
$\eta_c$	3217.902	-148.206	0	148.205
	$E_0 + E_g$	$\langle p^2 \rangle^{1/2}$	$\Delta E_\pi$	M
$\Sigma_c$	2564.794	752.731	-52.655	2399.195
$\Lambda_c$	2488.417	752.731	-94.779	2277.06
$\Xi_c^S$	2664.544	766.236	-23.695	2528.301
$\Xi_c^A$	2601.354	766.236	-23.695	2462.252
$\Omega_c$	2760.455	779.506	0	2648.109
$\Xi_{cc}$	3661.829	838.311	-23.695	3540.885
$\Omega_{cc}$	3748.982	850.458	0	3651.245
$\Sigma_c^*$	2650.058	752.731	-52.655	2488.251
$\Xi_c^{*S}$	2747.211	766.236	-23.695	2614.497
$\Omega_c^{*S}$	2840.525	779.506	0	2731.474
$\Xi_{cc}^*$	3747.093	838.311	-23.695	3628.42
$\Omega_{cc}^*$	3829.052	850.458	0	3733.411
$\Omega_{ccc}$	4780.538	915.93	0	4691.974
D	2039.895	650.479	-23.695	1909.708
F	2128.778	666.06	0	2021.896
$\eta_c^M$	3055.198	747.854	0	2962.255
$D^*$	2153.58	650.479	-23.695	2029.299
$F^*$	2235.538	666.06	0	2134.01
J/ψ	3187.025	747.854	0	3098.039
$\eta_c$	3125.273	747.854	0	3034.476

#### IV. Conclusões

Vamos fazer agora a nossa apreciação final sobre o trabalho desenvolvido e exposto ao longo das seções anteriores. Desejamos colocar aqui aqueles comentários que entendemos como mais pertinentes dentro de nosso trabalho, vamos discutir alguns resultados obtidos e expor nossas perspectivas.

O modelo de potencial relativista  $S + V$ , com um potencial confinante na forma harmônica, como usamos aqui, é caracterizado por um número de propriedades interessantes e sua grande simplicidade matemática. Desta simplicidade nasce a possibilidade de observarmos efeitos físicos interessantes por meio de uma parametrização diretamente relacionada com as propriedades dos quarks dentro dos hádrons. Um exemplo disto é a parametrização em termos do "raio Gaussiano" dos quarks  $R_0$ , que conduziu a resultados interessantes, a despeito da simplicidade de sua formulação.

Por tratar-se de um modelo a quarks independentes, além das correções à energia devido a troca de glúons, fez-se necessário introduzir correções que subtraíssem o efeito espúrio do movimento do centro-de-massa. Isto foi feito inicialmente em nosso trabalho da ref.(18), e relatamos aqui na seção I.4. Naquela ocasião, com a incorporação das correções de centro-de-massa ao modelo, pudemos fazer um ajuste do espectro dos bárions leves com um erro médio  $\langle \delta M \rangle \approx 25$  MeV. Depois, com o intuito de restaurar a quiralidade no setor não-massivo de  $SU(2)$  do modelo, incorporamos uma nuvem de píons ao redor do caroço dos quarks (ref.(33) e seção II deste trabalho). Após introduzirmos também as correções

piônicas no modelo, melhoramos o nosso ajuste para o espectro, obtendo  $\langle \delta M \rangle \approx 6$  MeV. Também a descrição dos parâmetros estáticos, notadamente os raios de carga do próton e do nêutron e os momentos magnéticos dos bárions leves, foi melhorada com a inclusão dos efeitos da nuvem piônica. Além disso, vimos que com a introdução de ambas as correções, obtém-se uma diminuição no valor ajustado da constante de acoplamento quark-glúon  $\alpha_s$  e também das massas dos quarks, que assumem valores próximos aos esperados pela QCD. (!)

Ao aplicarmos as correções piônicas à energia, mostramos que é possível adotar um procedimento de parametrização em termos de uma constante efetiva de acoplamento quark-píon,  $\alpha_\pi$ . No mesmo espírito do "cloudy-bag model", supomos que os efeitos piônicos são pequenos, ou moderados, e são tratados perturbativamente na ordem mais baixa em  $\alpha_\pi$ . Os píons da nuvem são introduzidos no modelo como bósons de Nambu-Goldstone, interagindo com os quarks do caroço linearmente. Depois, ao analisarmos os mésons com a introdução dos estados intermediários não-degenerados, mostramos que é possível calcular a massa para o méson  $\pi$ , ou seja  $M_\pi(q\bar{q})$ , e obter um resultado consistentemente próximo ao valor  $m_\pi = 134$  MeV tomado inicialmente para o píon de Goldstone no limite PCAC.

A importância da introdução das correções devido aos estados intermediários não-degenerados para o setor dos mésons leves foi levantada pela análise do problema da diferença de massa  $\rho$ - $\omega$ <sup>45)</sup>. Como vimos, o ajuste desta diferença de massa com o sinal correto, permite fixar as dimensões dos mésons  $\rho$ ,  $\omega$  e  $\pi$  com um raio Gaussiano para os quarks  $R_0 \approx 0.27$  fm, correspondendo a um raio do "bag"  $R_b \approx 0.38$  fm. Este valor está em acordo com outras estimativas independentes, que determinam um raio intrínseco do píon<sup>59)</sup>  $\approx 0.37$  fm,

ou um raio efetivo<sup>40)</sup>  $\approx 0.40$  fm.

Devemos comentar que a análise das propriedades do pión poderia ser completada em nosso modelo fazendo-se o estudo dos fatores de forma eletromagnéticos do pión e pelo cálculo da constante de decaimento do pión  $f_{\pi}$ . Uma primeira tentativa neste sentido foi feita na ref.(46), mas gostaríamos de observar os resultados com os parâmetros do nosso presente ajuste. Esta análise é interessante porque poderíamos testar a introdução de efeitos de quebra da simetria quiral na relação de Goldberger-Treiman, para o que já temos uma indicação preliminar<sup>66)</sup>.

Recentemente, estivemos estudando também o cálculo do número médio de píons  $\langle n_{\pi} \rangle$  que circundam o nucleon, aplicando a formulação que aqui desenvolvemos<sup>67)</sup>. Embora o trabalho em si seja bastante simples, por razões de tempo e espaço não foi possível incluí-lo no presente manuscrito. Contudo, reportamos aqui nosso principal resultado

$$n_{\pi}(N) = \frac{1}{3} f_{\pi}^2 \frac{9}{25} C(N) I_{\pi_1} \quad (4.1)$$

obtido facilmente a partir da eq.(3.7) para  $\Delta E_{\pi}(N)$ , tomando-a na forma diferencial e dividindo por  $\omega_k$ . Na eq.(4.1), temos  $C(N) = 57$  para o nucleon e  $I_{\pi_1}$  é a integral dada pela eq.(A.2), discutida no apêndice A. Numericamente encontramos que  $n_{\pi}(N)$  é da ordem de 1, para um raio do "bag"  $R_b \approx 0.80$  fm, ou  $R_0 \approx 0.45$  fm. Um resultado semelhante foi encontrado por Dodd, Thomas e Alvarez-Estrada<sup>67)</sup>, calculando-se o menor "upper bound"  $\Lambda(N)$  para o número médio de píons no "cloudy-bag model".

Também devemos mencionar que é possível, por vários

métodos diferentes, conseguir relacionar diretamente o modelo de potencial  $S + V$  harmônico ao "bag model". Por exemplo, fazendo-se uma "suavização" da superfície do "bag" naquele modelo ou por meio de um "fit" Gaussiano da superfície. No trabalho da ref.(67) também discutimos algumas das tentativas neste sentido. De qualquer forma, é interessante ter em mente que o presente modelo possa corresponder a uma aproximação do modelo de "bag", e que é possível relacionar o raio do "bag"  $R_b$  ao raio Gaussiano dos quarks constituintes  $R_0$ .

Voltamos agora a comentar sobre as correções piônicas. Na seção II.3 deste trabalho, incorporamos estas correções aos fatores de forma eletromagnéticos do nucleon e analisamos o seu efeito nos parâmetros estáticos dos bárions leves. Para os momentos magnéticos, vimos que as contribuições mais significativas ocorrem nos casos do próton e do nêutron (vide tabela 6). Já para os raios de carga, pudemos observar que as correções piônicas possuem um papel fundamental. Em particular, pudemos mostrar que a contribuição da nuvem de píons é essencial para obtermos um raio de carga negativo para o nêutron, conforme é observado experimentalmente.

Enquanto nossos resultados para os parâmetros estáticos foram razoáveis, devemos mencionar que a descrição completa dos fatores de forma elétricos e magnéticos do próton e do nêutron não são muito satisfatórios<sup>38)</sup>. Na ref.(38) observamos que as curvas obtidas para os fatores de forma no modelo não ajustam muito bem os resultados experimentais na região de grandes momentos transferidos. Isto é porque nós estivemos trabalhando na aproximação  $q^2 \ll 4M_N^2$ , o que nos deixa restritos à descrição de uma região de momentos transferidos muito pequenos ( $q^2 < 3.5 \text{ GeV}^2$ ). Além

de estender a nossa formulação teórica para a região de grandes momentos transferidos, também seria bom incluir efeitos de recuo, incorporando-os talvez na formulação das correções do movimento do centro-de-massa. No entanto, não é nossa intenção no presente momento caminhar nesta direção. Seria interessante talvez, simplesmente refazer o cálculo dos parâmetros estáticos, mas usando agora os parâmetros do modelo com os valores fixados pelo ajuste obtido na ref.(43), seção III deste trabalho.

A análise das diferenças de massa eletromagnéticas, exposta na seção III, foi realmente um ponto marcante em nossa programação. Entre outros, pudemos estudar em detalhe os conhecidos problemas das diferenças de massa p-n e  $\pi^+ - \pi^0$ . Ao final da seção III.2, discutimos detalhadamente os vários efeitos que contribuem nas diferenças de massa de cada multiplete de isospin. A introdução das correções eletromagnéticas à energia, com a diferença de massa  $m_d - m_u$  levantada, conduziu-nos a um cálculo de maior precisão, com uma maior sensibilidade no ajuste dos parâmetros envolvida.

Foi interessante termos obtido as massas dos quarks com valores característicos da QCD. Em nossos ajustes encontramos  $(m_d - m_u) \approx 3.6$  MeV,  $\bar{m} = \frac{1}{2} (m_u + m_d) \approx 7$  MeV. A principal parametrização do modelo deu-se em torno do raio Gaussiano  $R_0$ , a qual surgiu naturalmente de nosso tratamento a partir do fator de forma do modelo  $u(k)$ . Analogamente, no caso do "cloudy-bag model", tínhamos uma parametrização em função do raio do "bag"  $R_b$ . Desse modo, obtivemos também um ajuste das dimensões hadrônicas.

Quando passamos ao setor dos hádrons pesados, encontramos alguma dificuldade no ajuste dos parâmetros. Procuramos estudar o problema das diferenças de massa

eletromagnéticas entre os káons, mas, conforme descrevemos na seção III.3, obtivemos resultados na direção correta, mas não com a magnitude necessária. Para explicar este problema talvez sejam necessários outros efeitos adicionais, tais como deformações do caroço dos quarks devido as interações Coulombianas, que teriam efeitos diferentes no  $K^0$  e no  $K^+$ .

Nesta linha de trabalho, outros problemas também nos são atraentes, principalmente no setor dos hádrons charmosos ou com quarks b. Particularmente, temos em nossa mira o problema da diferença de massa  $\sum_c^{++} - \sum_c^0$ . Como mencionamos antes, este problema tem sido bastante discutido na literatura recente devido aos diferentes resultados experimentais e teóricos que foram encontrados. Acreditamos que o procedimento de cálculo e análise das massas hadrônicas aqui desenvolvido possa talvez lançar alguma luz à solução do problema, se forem adequadamente introduzidos os efeitos dos estados intermediários.

Por último, gostaríamos de mencionar que estamos estudando também a possibilidade de fazer uma diferente separação do movimento do centro-de-massa no modelo<sup>68)</sup>. Supondo-se iguais as frequências de oscilação para os quarks no oscilador harmônico, chegamos a uma separação exata do movimento do centro-de-massa. Esta correção é mais drástica do que a que temos empregado, subtraindo maior quantidade de energia. Tal efeito seria bem-vindo, por exemplo, na descrição do problema da diferença de massa dos káons, comentado acima. Esperamos concluir o desenvolvimento desta formulação em um futuro bem próximo.

Cálculo das Integrais  $I_\pi$

No cálculo das diferentes propriedades bariônicas, integrais similares a  $I_\pi$ , eq.(2.22), são encontradas. Neste apêndice nós iremos discutir o cálculo delas.

Como vimos, no cálculo das correções piônicas à energia, nós temos

$$I_\pi = \frac{1}{\pi m_\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^4}{w_k^2} u^2(k) dk \quad (\text{A.1})$$

Uma integral semelhante a esta, ou seja

$$I_{\pi_1} = \frac{1}{\pi m_\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^4}{w_k^3} u^2(k) dk \quad (\text{A.2})$$

é encontrada em: (i) no cálculo dos fatores de forma elétrico do nucleon e, conseqüentemente, dos raios de carga do próton e do nêutron, (ii) na renormalização do estado do nucleon devido ao acoplamento  $q-\pi$  e no cálculo do número médio de píons para um dado estado, (iii) na contribuição do caroço que entra nos fatores de forma magnético do nucleon, devido aos efeitos de renormalização, contribuindo conseqüentemente para a parte relacionada ao caroço nos momentos magnéticos.

No cálculo dos momentos magnéticos dos bárions, também encontramos

$$I_{\pi_2} = \frac{1}{\pi m_\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^4}{w_k^4} u^2(k) dk \quad (\text{A.3})$$

que aparece nos fatores de forma magnético do nucleon (contribuição

da nuvem piônica).

Nós podemos escrever todas estas expressões juntas na forma

$$I_{\pi_i} = \frac{1}{\pi m_\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^4}{\omega_k^{i+2}} u^2(k) dk \quad (\text{A.4})$$

onde o caso  $i=0$  corresponde a  $I_\pi$ . Para  $i=2$ , um fator multiplicativo adicional de  $M_p$ , a massa do próton, foi definido na ref.(38), mas nós não o usaremos aqui.

Definindo  $\alpha = k^2/m_\pi^2$ , nós podemos reescrever a eq.(A.4) como

$$I_{\pi_i} = \frac{(m_\pi)^{1-i}}{2\pi} \int_0^\infty \frac{x^{3/2}}{(x+1)^{1+i}} (1-2Azx)^2 e^{-zx} dx \quad (\text{A.5})$$

onde substituímos o fator de forma do modelo, eq.(2.23), e definimos a quantidade

$$z = \frac{1}{2} m_\pi^2 R_0^2 .$$

Para  $R_0 \approx 0.7$  fm, no ajuste da ref.(33), temos  $z \approx 0.121$  e então a quantidade  $2Az$  no fator de forma na eq.(A.5) é  $\approx 0.02$ .

A integral (A.5) pode ser resolvida usando-se

$$I_{\pi_i}(n) = \int_0^\infty \frac{x^{n-\frac{1}{2}}}{(x+1)^{1+i}} e^{-zx} dx = \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) \Psi\left(n + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2} - \frac{i}{2}; z\right) \quad (\text{A.6})$$

onde  $\Psi(\alpha, \gamma; z)$  são funções de Kummer hipergeométricas confluentes do segundo tipo<sup>35)</sup> e estão ligadas às funções hipergeométricas degeneradas  $\Phi(\alpha, \gamma; z)$  pela relação<sup>35)</sup>

$$\Psi(\alpha, \gamma; z) = \frac{\Gamma(1-\gamma)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)} \Phi(\alpha, \gamma; z) + \frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\alpha)} z^{1-\gamma} \Phi(\alpha-\gamma+1, 2-\gamma; z) \quad (\text{A.7})$$

onde, em particular temos

$$\begin{aligned} \Phi(0, \gamma; z) &= 1 \\ \Phi(\alpha, \alpha; z) &= e^z \\ \Phi(1, \gamma; z) &= 1 + \frac{z}{\gamma} \Phi(1, \gamma+1; z) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Com as eqs. (A.6) a (A.8) podemos escrever o resultado geral na forma

$$I_{\pi_i} = \frac{(m_{\pi})^{1-i}}{2\pi} \left[ I_{z_i}(2) - 4Az I_{z_i}(3) + 4A^2 z^2 I_{z_i}(4) \right] \quad (\text{A.9})$$

O primeiro termo,  $I_{\alpha_1}(2)$ , com  $i=0$ , corresponde a expressão entre colchetes na eq. (2.17). Embora os outros termos na eq. (A.9) não sejam menores que  $I_{\alpha}(2)$  e também contribuam significativamente para o resultado, observamos que o comportamento de  $I_{\pi}$  é dado pela função  $I_{\alpha}(2)$ , porque temos

$$\begin{aligned} I_z(2) &= \pi e^z + \frac{\sqrt{\pi}}{2} z^{-\frac{1}{2}} - \sqrt{\pi} z^{-\frac{1}{2}} \Phi\left(1, \frac{1}{2}; z\right) \\ I_z(3) &= \frac{3\sqrt{\pi}}{4} z^{-\frac{3}{2}} - I_z(2) \\ I_z(4) &= \frac{15\sqrt{\pi}}{8} z^{-\frac{5}{2}} - \frac{3\sqrt{\pi}}{4} z^{-\frac{3}{2}} + I_z(2) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

que dá o resultado

$$I_{\pi} = \frac{m_{\pi}}{2\pi} \left[ (1+2Az)^2 I_z(2) - 3\sqrt{\pi} Az^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{5}{2}A + Az\right) \right] \quad (\text{A.11})$$

Este resultado entra nas expressões das correções

piônicas, eq.(2.20) e eq.(2.27). Por exemplo, com os parâmetros de nosso ajuste da ref.(33) nós temos  $z = 0.121$  e  $A \approx 0.0970$ , com  $\Phi(1, 1/2; z) = 1.265$ ; dando o resultado  $I_{\pi} = 213.61$  MeV.

Pelo mesmo processo, também poderíamos calcular analiticamente as integrais  $I_{\pi_1}$  e  $I_{\pi_2}$  em nosso modelo. Contudo, devido aos repetidos cálculos numéricos que tinham de ser feitos até ajustarmos definitivamente os parâmetros, optamos por calcular numericamente estas integrais no computador. Na seção III.1 deste trabalho, descrevemos como, após introduzirmos os estados intermediários, as integrais  $I_{\pi}$  e as correções  $\delta_H(H')$ ; eqs.(3.9) e (3.14), respectivamente; foram avaliadas em função do raio Gaussiano dos quarks em nosso modelo, o parâmetro  $R_0$ . Estes resultados foram "plotados" nos gráficos da figura 2, na seção III.1.

No ajuste da ref.(33) obtivemos  $I_{\pi} = 213.61$  MeV, usando um  $R_0 \approx 0.7$  fm. Naquele trabalho, lembramos, não incluíamos ainda as correções devido aos estados intermediários.

Fator de Forma Axial e Constantes de Acoplamento Forte

Neste apêndice iremos deduzir as expressões para o fator de forma axial e para as constantes de acoplamento nucleon-píon em nosso modelo.

Como um primeiro passo, nós consideramos a densidade Lagrangeana associada aos píons

$$\mathcal{L}_\pi = (\mathcal{L}_\pi^0 + \mathcal{L}_I^\pi) \quad , \quad (\text{B.1})$$

onde  $\mathcal{L}_I^\pi$  e  $\mathcal{L}_\pi^0$  são dados respectivamente pelas eqs.(2.4) e (2.8), seção II.1. A inclusão do termo de interação píon-quark  $\mathcal{L}_I^\pi$  com o fator de forma do modelo  $G(r) = m_1 + \frac{1}{2} V(r)$  irá conduzir a uma expressão para o acoplamento píon-nucleon no modelo.

A equação de campo obtida de  $\mathcal{L}_\pi$  para os campos dos píons  $\varphi_j(x)$  é:

$$(\square + m_\pi^2) \varphi_j(x) = - \frac{1}{f_\pi} G(r) \bar{\psi}(x) \gamma^5 \tau_j \psi(x) \quad . \quad (\text{B.2})$$

O lado direito da eq.(B.2) é a função-fonte do acoplamento quark-píon. Então, o acoplamento dos píons aos quarks num nucleon pode ser dado pela função-fonte:

$$J_j^5(x) = \sum_q - \frac{1}{f_\pi} G(r) \bar{\psi}(x) \gamma^5 \tau_j \psi(x) \quad . \quad (\text{B.3})$$

Para uma fonte estática  $J_j^5(\vec{r})$ , podemos introduzir o fator de forma píon-nucleon  $G_{NN\pi}(q^2)$ , que será dado por<sup>38)</sup>:

$$i G_{NN\pi}(q^2) \langle \vec{\sigma}^N \cdot \vec{q} \tau_j^N \rangle = 2M_N \langle N | \int d^3\vec{r} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} J_j^5(\vec{r}) | N \rangle, \quad (B.4)$$

onde  $\sigma^N$  e  $\tau^N$  referem-se aos operadores de spin e isospin a serem avaliados entre estados do nucleon.

Se consideramos 3 quarks em órbitas  $1S_{1/2}$ , desprezando "recoil effects", com as funções de onda dos quarks dadas pelas eqs. (1.3) e (1.5), nós obtemos:

$$G_{NN\pi}(q^2) = \frac{M_N}{F_\pi} g_A^0 u(q), \quad (B.5)$$

onde  $u(q)$  é o fator de forma do modelo, dado pelas eqs. (2.23) e (2.24) e  $g_A^0$  é a constante axial do nucleon, dado em nosso modelo pela eq. (1.13). (Se desejarmos incluir as correções de centro-de-massa deveremos usar  $g_A$  dado pela eq. (1.39) no lugar de  $g_A^0$ ).

Podemos obter também o fator de forma axial do nucleon, que está relacionado à corrente axial-vetorial generalizada

$$A_j^\mu(x) = \sum_q \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \gamma^5 \frac{\tau_j}{2} \psi(x) + f_\pi \partial^\mu \varphi_j(x). \quad (B.6)$$

Mas desde que o acoplamento pión-quark é linear nos campos dos píons  $\varphi_j(x)$  e a parte piônica da corrente axial-vetorial é proporcional a  $\partial^\mu \varphi_j(x)$ , não haverá contribuição para o fator de forma axial  $G_A(q^2)$  oriunda do último termo de (B.6),  $f_\pi \partial^\mu \varphi_j(x)$ , se o campo dos píons é uma função contínua. Então,  $G_A(q^2)$ , que é determinado essencialmente pelo caroço dos quarks, providencia-nos uma medida simples da distribuição de spin no caroço de quarks.

No referencial de Breit, e com  $q^2 \ll 4M_N^2$ , o fator de

forma axial  $G_A(q^2)$  pode ser definido por:

$$G_A(q^2) \langle \sigma^N \frac{\tau_j^N}{2} \rangle = \langle N | \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} A_j(\vec{r}) | N \rangle , \quad (B.7)$$

onde  $A(\vec{r})$  é a componente espacial da corrente axial-vetorial dos quarks  $A_j^\mu(x)$ , dada por (B.6).

Sem levar em conta os efeitos do movimento do centro-de-massa e com 3 quarks em órbitas  $1S_{1/2}$ , temos então:

$$G_A(q^2) = g_A^0 u(q) . \quad (B.8)$$

Vemos que o fator de forma axial é dado simplesmente pela carga axial  $g_A^0$  vezes o fator de forma do modelo  $u(q)$ .

Da eq. (B.8) temos a definição da constante axial:

$$g_A^0 = G_A(0) . \quad (B.9)$$

Relacionando as equações (B.5) e (B.8), obtemos (para  $\vec{q}^2 \ll 4M_N^2$ ) a usual relação entre o fator de forma pión-nucleon e o fator de forma axial:

$$G_{NN\pi}(q^2) = \frac{M_N}{f_\pi} G_A(q^2) . \quad (B.10)$$

Agora, a constante de acoplamento pseudo-escalar pión-nucleon  $G_{NN\pi}$  pode ser obtida,  $G_{NN\pi} \equiv G_{NN\pi}(q^2 = m_\pi^2)$ , com  $q^2 = (q_0^2, -\vec{q}^2)$ , no referencial de Breit temos:  $-\vec{P}_1 = \vec{P}_f = \frac{\vec{q}}{2}$ ,  $q_0 = 0$ . Portanto,  $-\vec{q}^2 = m_\pi^2$  nos dá:

$$G_{NN\pi} = \frac{M_N}{f_\pi} g_A^0 u(\vec{q}^2 = -m_\pi^2) . \quad (B.11)$$

Então, usando a relação de Goldberger-Treiman

$$\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\pi}}{m_\pi} = \frac{G_{NN\pi}}{2M_N} \quad (\text{B.12})$$

podemos obter também a constante de acoplamento pión-nucleon pseudovetorial; ou seja, substituindo a eq.(B.11) em (B.12), temos a expressão

$$f_{NN\pi} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{m_\pi}{2f_\pi} g_A^0 u(\vec{q}^2 - m_\pi^2) . \quad (\text{B.13})$$

Os resultados obtidos para as constantes de acoplamento forte, calculadas em nosso modelo pelas equações deduzidas acima, estão dados na tabela 3 da seção II.2.

A análise do acoplamento axial poderia ser completada pelo cálculo do raio de carga axial do nucleon, definido por

$$\langle r^2 \rangle_A^N = -6 \cdot \frac{1}{g_A} \left. \frac{\partial G_A(\vec{q}^2)}{\partial \vec{q}^2} \right|_{\vec{q}^2=0} \quad (\text{B.14})$$

que no nosso modelo resultaria na expressão

$$\langle r^2 \rangle_A^N = -6 \left. \frac{\partial u(\vec{q}^2)}{\partial \vec{q}^2} \right|_{\vec{q}^2=0} = 6R_0^2 \left[ A + \frac{1}{4} \right] , \quad (\text{B.15})$$

com o fator A dado pela eq.(2.24).

Com os parâmetros fixados pelo ajuste da ref.(33) temos  $R_0 \approx 0.7$  fm e  $A \approx 0.097$ , dando  $\langle r^2 \rangle_A^{1/2} \approx 1.01$  fm. Com os

parâmetros do nosso ajuste da ref.(43) temos  $R_0 \approx 0.58 \text{ fm}$  e  $A \approx 0.0974$ , dando  $\langle r^2 \rangle_A^{1/2} \approx 0.84 \text{ fm}$ . O valor experimental é  $0.68 \text{ fm}$ , para ajustá-lo deveríamos ter  $R_0 \approx 0.5 \text{ fm}$ .

## REFERÊNCIAS

- .01. H. Yukawa, Proc.Phys-Math.Soc. Japan 17, 48 (1935);  
H. Yukawa e S. Sakata, *ibid* 19, 1084 (1937).
- .02. Simetria unitária no modelo de Sakata: M. Ikeda, S. Ogawa e Y. Ohnuki, Prog.Theor.Phys. 22, 715 (1959);  
J. Wess, Nuovo Cimento 15, 52 (1960);  
Y. Yamaguchi, Prog.Theor.Phys.Suppl. n11 (1959).
- .03. M. Gell-Mann e Y. Ne'eman, "The Eightfold Way", Benjamin, NY, 1964;  
Y. Ne'eman, Nucl.Phys. 26, 222 (1961).
- .04. M. Gell-Mann, Phys.Lett. 8, 214 (1964);  
G. Zweig, CERN 8182/Th. 401 (1964).
- .05. M. Breidenbach et.al., Phys.Rev.Lett. 23, 935 (1969).
- .06. J.D. Bjorken, Phys.Rev. 179, 1547 (1969);  
R.P. Feynman, Phys.Rev.Lett. 23, 1415 (1969); Science 183, 601 (1974).
- .07. S. Weinberg, Phys.Rev.Lett. 31, 494 (1973);  
H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler, Phys.Lett. 47B, 365 (1973);  
D.J. Gross e F. Wilczek, Phys.Rev.Lett. 30, 1343 (1973).
- .08. C.N. Yang e R.L. Mills, Phys.Rev. 96, 191 (1954); veja também  
W. Dittrich e M. Reuter, "Selected Topics in Gauge Theories",  
Springer Lecture Notes in Physics 244, Springer-Verlag, NY (1985).
- .09. J.J. Kokeedee, "The Quark Model", Benjamin, NY (1969).

- .10. No domínio não relativístico, não se pode deixar de mencionar o trabalho pioneiro de A. De Rujula, H. Georgi e S. Glashow, Phys.Rev. D12, 147 (1975). Também tiveram destaque as extensivas análises de N. Isgur e G. Karl, Phys.Rev. D18, 4187 (1978); D19, 2653 (1979); D20, 1191 (1979), que alcançaram grande sucesso, embora levantem problemas importantes ainda não completamente resolvidos como, por exemplo, o da introdução do acoplamento spin-órbita, não incluído em seus trabalhos.
- .11. Uma excelente revisão e descrição dos modelos a quarks pode ser encontrada no livro de R.K. Bhaduri, "Models of the Nucleon, From Quarks to Soliton", Addison-Wesley, Redwood City, California (1988).
- .12. A. Chodos, R.L. Jaffe, C.B. Thorn e V. Weisskopf, Phys.Rev. D9, 3471 (1974);  
A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson e C.B. Thorn, Phys.Rev. D10, 2599 (1974).
- .13. T. De Grand, R.L. Jaffe, K. Johnson e J. Kiskis, Phys.Rev. D12, 2060 (1975).
- .14. R. Friedberg e T.D. Lee, Phys.Rev. D18, 2623 (1978);  
W.A. Bardeen, M.S. Chanowitz, S.D. Drell, M. Weinstein e T.-M. Yan, Phys.Rev. D11, 1094 (1975).
- .15. Sobre simetria quiral na QCD, veja: M. Soyeur, "Course at international school of intermediate energy nuclear physics", San Miniato, Itália - SPhT/83-139 (1983); "Proceedings of the 1982 CERN school of physics", Cambridge, UK (1982).
- .16. P.N. Bogolioubov, Ann.Inst. Poincaré 8, 163 (1967);  
R. Tegen, R. Brockmann e W. Weise, Z.Phys. A307, 339 (1982);  
E. Eich, D. Rein e R. Rodenberg, Z.Phys. C28, 225 (1985);  
P. Leal Ferreira, Lett. Nuovo Cim. 20, 157 (1977).

- .17. P. Leal Ferreira e N. Zagury, Lett. Nuovo Cim. 20, 511 (1977);  
P. Leal Ferreira, J.A. Helayel e N. Zagury, Nuovo Cimento 55A, 215 (1980);  
M.G. do Amaral e N. Zagury, Phys.Rev. D26, 3119 (1982).
- .18. B.E. Palladino, Dissertação de Mestrado, "Correções de Centro-de-Massa no Modelo de Potencial S+V", IFT.TM-01/87;  
B.E. Palladino e P. Leal Ferreira, Rev.Bras.Fis. 16, 435 (1986); Phys.Rev. D34, 2168 (1986).
- .19. J. Bartelski, A. Szymacha, L. Mankiewicz e S. Tatur, Phys.Rev. D29, 1035 (1984). Para uma aplicação ao modelo S+V veja N. Barik, B.K. Dash e M. Das, Phys.Rev. D31, 1652 (1985).
- .20. J.F. Donoghue e K. Johnson, Phys.Rev. D21, 1975 (1980);  
C.W. Wong, Phys.Rev. D24, 1416 (1981).
- .21. C.W. Wong, Phys.Rev. C15, 283 (1975).
- .22. A. Chodos e C.B. Thorn, Phys.Rev. D12, 2733 (1975).
- .23. G.E. Brown e M. Rho, Phys.Lett. 82B, 177 (1979); 84B, 383 (1979);  
A.W. Thomas, S. Théberge e G.A. Miller, Phys.Rev. D22, 2838 (1980); D24, 216 (1981);  
A.W. Thomas, Advances in Nucl.Phys. 13, 1 (1983);  
H. Takashita, A. Hosaka e H. Toki, Progr. of Theor. Phys. 75, n4, 890 (1986).
- .24. V. Vento, M. Rho, E.M. Nyman, J.H. Jun e G.E. Brown, Nucl.Phys. A345, 413 (1980);  
V. Vento, M. Rho e G.E. Brown, Phys.Lett. 103B, 285 (1981).
- .25. S.A. Chin, Nucl.Phys. A382, 355 (1982); Phys.Lett. 109B, 161 (1982);  
E. Oset, Nucl.Phys. A411, 357 (1983);  
Y. Nogami e A. Suzuki, Prog.Theor.Phys. 69, 1184 (1983).

- .26. J. De Kam e H.J. Pirner, Nucl.Phys. A389, 640 (1982);  
A. Faessler, Nucl.Phys. A434, 111c (1985).
- .27. K. Saito, Prog.Theor.Phys. 71, 775 (1984).
- .28. B.W. Lee, "Chiral Dynamics", Gordon & Breach, 1972; para uma leitura sobre a realização da simetria quiral no modo de Nambu-Goldstone, vide: J. Goldstone, Nuovo Cimento 19, 154 (1961).
- .29. M. Gell-Mann e M. Levy, Nuovo Cim. 16, 705 (1960).
- .30. G.E. Brown e M. Rho, Phys.Lett. 82B, 177 (1979);  
G.E. Brown, M. Rho e V. Vento, Phys.Lett. 84B, 383 (1979).
- .31. S. Théberge, A.W. Thomas e G.A. Miller, Phys.Rev. D22, 2838 (1980); D23, 2106 (1981); D24, 216 (1981).
- .32. Veja, por exemplo, T. Hulthage, F. Myhrer e Z. Xu, Nucl.Phys. A364, 322 (1981); e referências ali contidas.
- .33. B.E. Palladino e P. Leal Ferreira, Rev.Bras.Fís. 18, 478 (1988). (PREPRINT IFT/P-17/88, "Pion-cloud Corrections to the Relativistic S+V Harmonic Potential Model").
- .34. T. Hatsuda, Prog.Theor.Phys. 70, 1685 (1983).
- .35. M. Abramowitz e I.A. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publ.Inc., NY. 1964, pag. 503.
- .36. N. Barik e B.K. Dash, Phys.Rev. D33, 1925 (1986).
- .37. N. Barik e B.K. Dash, Pramāna 24, 707 (1985).
- .38. N. Barik e B.K. Dash, Phys.Rev. D34, 2092 (1986).
- .39. Particle Data Group, M. Aguilar-Benitez et.al., Phys.Lett. 170B, 1 (1986).

- .40. J. de Kame e H.J. Priner, Nucl.Phys. A389, 640 (1982);  
V. Bernard et.al., Nucl.Phys. A412, 349 (1984);  
E. Oset, R. Tegen e W. Weise, Nucl.Phys. A426, 456 (1984).
- .41. Y. Nogami e N. Ohtsuka, Phys.Rev. D26, 261 (1982);  
A.W. Thomas, S. Théberge e G.A. Miller, Phys.Rev. D24, 216  
(1981).
- .42. N. Barik e B.K. Dash, Phys.Rev. D34, 2803 (1986).
- .43. B.E. Palladino e P. Leal Ferreira, "Mass Differences of Light  
Hadron Isomultiplets", PREPRINT IFT/P-17/89, a ser publicado  
em Phys.Rev. D, novembro de 1989.
- .44. F. Myhrer, G.E. Brown e Z. Xu, Nucl.Phys. A362, 317 (1981).
- .45. B.E. Palladino e P. Leal Ferreira, "The  $\rho$ - $\omega$  Mass Difference in  
a Relativistic Potential Model with Pion Corrections",  
PREPRINT IFT/P-35/88, a ser publicado na Rev.Bras.Fis.,  
novembro de 1989.
- .46. N. Barik, B.K. Dash e P.C. Dash, Pram  na J. Phys. 29, 543  
(1987).
- .47. J. Bartelski, A. Szymacha, Z. Ryzak, L. Mankiewicz e S. Tatur,  
Nucl.Phys. A424, 484 (1984).
- .48. C.E. De Tar, Phys.Rev. D24, 762 (1981).
- .49. Veja, por exemplo, D. Flamm e F. Sch  berl, "Quark Model of  
Elementary Particles", v.1, Gordon and Breach Science Publ.,  
NY, 1982.
- .50. H.G. Dosch e V.F. Müller, Nucl.Phys. B116, 470 (1976); veja  
também R. Sommer e J. Wosiek, Phys.Lett. 149B, 197 (1984).
- .51. Particle Data Group, M. Aguilar-Benitez et.al., Phys.Lett.  
170B, 1 (1986); 204B, 1 (1988).

- .52. Estes valores foram estimados a partir do trabalho de J. Gasser e H. Leutwyler, Phys.Rep. 87, 77 (1982) e referências ali contidas. Ver também S. Narison, Rev. del Nuovo Cim. 10, 1 (1987).
- .53. W.Y.P. Hwang, Phys.Rev. D31, 2826 (1985).
- .54. C. Itoh, T. Minamikawa, K. Miura e T. Watanabe, Prog.Theor. Phys. 61, 548 (1979).
- .55. S. Capstick, Phys.Rev. D36, 2800 (1987).
- .56. E. Pedroni et.al., Nucl.Phys. A300, 321 (1978).
- .57. R.P. Bickerstaff e A.W. Thomas, Phys.Rev. D25, 1869 (1982).
- .58. C. Itoh, T. Minamikawa, K. Miura e T. Watanabe, Prog.Theor. Phys. 80, 208 (1988).
- .59. V. Bernard e U.G. Meissner, Phys.Rev.Lett. 61, 2296 (1988); G.E. Brown, M. Rho e W. Weise, Nucl.Phys. A454, 669 (1986).
- .60. G.E. Brown et.al., Z.Phys. A331, 139 (1988); G.E. Brown e M. Rho, Comm.Nucl.Part.Phys. 18, 1 (1988).
- .61. P.N. Pandit et.al., Acta Phys. Austriaca 53, 211 (1981); S.K. Bose e L.P. Singh, Phys.Rev. D22, 773 (1980).
- .62. N. Barik e M. Das, Phys.Rev. D28, 2823 (1983).
- .63. W.Y.P. Hwang e D.B. Lichtenberg, Phys.Rev. D35, 3526 (1987), e referências ali contidas. Ver também C. Itoh, T. Minamikawa, K. Miura e T. Watanabe, Prog.Theor.Phys. 80, 208 (1988); S.N. Sinha, M. Rahman e D.Y. Kim, Phys.Lett. B218, 333 (1989), e referências ali contidas.
- .64. M. Diesberg et.al., Phys.Rev.Lett 59, 2711 (1987).

- .65. ARGUS Collab., H. Albrecht et.al., Phys.Lett. B211, 489 (1988).
- .66. C.A. Dominguez, Phys.Rev. D25, 1937 (1982); D25, 3084 (1982).
- .67. P. Leal Ferreira e B.E. Palladino, "Estimate of the Pionic Content of the Nucleon", a aparecer na edição em homenagem ao Prof. J.J. Giambiagi, por ocasião do seu 65<sup>o</sup> aniversário. Para uma formulação pelo "cloudy-bag model", vide L.R. Dodd, A.W. Thomas e R.F. Alvarez-Estrada, Phys.Rev. D24, 1961 (1981).
- .68. P. Leal Ferreira, comunicação particular.

