

Universidade Estadual Paulista - UNESP
Faculdade de Engenharia de Bauru - FEB
Departamento de Engenharia de Produção - DEP

Felipe Kesrouani Lemos

INTEGRAÇÕES DO PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE
COM ASPECTOS OPERACIONAIS: *SCHEDULING*, CICLOS
DE SERRA E MODOS ALTERNATIVOS DE MANUFATURA

Bauru

2020

Felipe Kesrouani Lemos

**INTEGRAÇÕES DO PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE
COM ASPECTOS OPERACIONAIS: *SCHEDULING*, CICLOS
DE SERRA E MODOS ALTERNATIVOS DE MANUFATURA**

Tese apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de doutor em Engenharia de
Produção pelo Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Produção da Universidade Esta-
dual Paulista, UNESP, Campus Bauru

Orientadora: Profa. Dra. Adriana Cristina
Cherri

Co-Orientador: Prof. Dr. Silvio Alexandre de
Araujo

Bauru
2020

Lemos, Felipe Kesrouani.

Integrações do problema de corte de estoque com aspectos operacionais: scheduling, ciclos de serra e modos alternativos de manufatura / Felipe Kesrouani Lemos, 2020

84 f. : il.

Orientadores: Adriana Cristina Cherri e Silvio Silvio Alexandre de Araujo

Tese (Doutorado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2020

1. Corte e empacotamento. 2. Problema de corte de estoque. 3. Atraso. 4. Ciclos de serra. 5. Modos alternativos de manufatura. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE FELIPE KESROUANI LEMOS, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 20 dias do mês de fevereiro do ano de 2020, às 13:00 horas, no(a) Anfiteatro da Pós-graduação / FEB, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof^a. Dr^a. ADRIANA CRISTINA CHERRI NICOLA - Orientador(a) do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof^a. Dr^a. EDILAINE MARTINS SOLER do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof. Dr. HORACIO HIDEKI YANASSE do(a) Departamento de Ciência e Tecnologia / Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP, Prof. Dr. JOSÉ FERNANDO DA COSTA OLIVEIRA do(a) Departamento de Engenharia e Gestão Industrial / Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Prof. Dr. MIGUEL CEZAR SANTORO do(a) Departamento de Engenharia Naval e Oceânica / Escola Politécnica da USP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de FELIPE KESROUANI LEMOS, intitulada **INTEGRAÇÕES DO PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE COM ASPECTOS OPERACIONAIS: SCHEDULING, CICLOS DE SERRA E MODOS ALTERNATIVOS DE MANUFATURA**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: aprovado _____. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof^a. Dr^a. ADRIANA CRISTINA CHERRI NICOLA

Prof^a. Dr^a. EDILAINE MARTINS SOLER

Prof. Dr. HORACIO HIDEKI YANASSE

Prof. Dr. JOSÉ FERNANDO DA COSTA OLIVEIRA

Prof. Dr. MIGUEL CEZAR SANTORO

Felipe Kesrouani Lemos

**Integrações do problema de corte de estoque com aspectos operacionais:
scheduling, ciclos de serra e modos alternativos de manufatura**

Tese apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de doutor em Engenharia de
Produção pelo Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Produção da Universidade Esta-
dual Paulista, UNESP, Campus Bauru

Banca examinadora

Profa. Dra. Adriana Cristina Cherri
UNESP - Bauru
Orientadora

Prof. Dr. Silvio Alexandre de Araujo
UNESP - São José do Rio Preto
Co-orientador

Profa. Dra. Edilaine Martins Soler
Universidade Estadual Paulista

Prof. Dr. Horácio Hideki Yanasse
Universidade Federal de São Paulo

Prof. Dr. José Fernando Oliveira
Universidade do Porto

Prof. Dr. Miguel Cezar Santoro
Universidade de São Paulo

Bauru
2020

DEDICATÓRIA

Às raízes, à flor e ao fruto.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus orientadores, Prof. Dra. Adriana Cristina Cherri e Prof. Dr. Silvio Alexandre de Araujo, por toda orientação ao longo desse percurso, pela imensa contribuição ao trabalho e à minha formação, pelas ótimas e enriquecedoras discussões e lições. Mais do que tudo, agradeço pela forma com que me receberam como orientado e sempre me fizeram sentir motivação e amparo na elaboração desta tese e de nossa produção juntos. Obrigado também pelo exemplo como professores e pesquisadores, que certamente passa a ser um parâmetro profissional para mim.

Agradeço aos membros da banca de qualificação, Prof. Dr. Horácio Hideki Yanasse e Prof. Dr. Miguel Cezar Santoro. Além da atenção em participar da banca, agradeço pela leitura minuciosa, pelas contribuições sugeridas e pelos caminhos delineados para a tese. Ter o trabalho lido por pessoas tão significativas para a ciência em nosso país é motivo de muita honra para mim; e, certamente, melhorou conteúdo deste texto.

Aos demais membros da banca, Prof. Dr. José Fernando Oliveira e Profa. Dra. Edilaine Martins Soler, agradeço pelo aceite em participar de minha banca e disponibilidade em ler e contribuir com esta tese.

Agradeço aos colegas de grupo de pesquisa, pela companhia, discussões, colaborações e debates. Em particular, agradeço ao Prof. Dr. Carlos Diego Rodrigues, pelas lições em programação dinâmica, que permitiram o desfecho desta tese em seus momentos finais.

Agradeço aos professores das disciplinas que tive a oportunidade de cursar e, com elas, obter um salto qualitativo de conhecimento técnico. De maneira particular, agradeço ao Prof. Dr. Enzo Barberio Mariano, ao Prof. Dr. Charbel José Chiappetta Jabbour e à Profa. Dra. Ana Beatriz Lopes de Sousa Jabbour por terem tanto cuidado e capricho na elaboração de suas disciplinas.

Agradeço a todos os membros da Seção Técnica de Pós-graduação da Faculdade de Engenharia de Bauru, não só pelo suporte e eficiência, mas, principalmente, pela educação e boa vontade com que sempre trataram a mim e a todos os alunos.

Agradeço ao aluno e amigo Guilherme Simões, ao amigo Amilton Castanho, ao amigo e sogro Wagner Espósito e à minha amiga e colega de trabalho Lidiane Garcia, por terem

trazido as motivações industriais dos três estudos desta tese. Obrigado pela abertura de dados, pelas discussões sobre a operação, pela oportunidade de aplicação e pelo entusiasmo com os resultados.

Agradeço a todos os meus amigos que contribuíram em todo esse período; seja com torcida, com apoio ou com carinho. Em especial, agradeço a meu compadre Sérgio Gouveia, não apenas pela correção ortográfica da versão final desse texto; mas, principalmente, pelos sábios conselhos e por fazer de seu lar um ambiente familiar e de acolhimento para mim.

Agradeço a toda minha família pela compreensão, carinho, companheirismo e torcida. Aos meus irmãos, Fernanda e Leonardo, agradeço por tão bem representarem o entusiasmo de minha mãe e o orgulho de meu pai pela trilha acadêmica. À minha madrinha Tânia, agradeço por contar sempre com o ombro para desabafar, com seu interesse em ouvir sobre andamento e sobre as dificuldades do doutorado. Aos meus sogros, Wagner e Ione, e minha cunhada, Maria Clara, agradeço pelo tratamento sempre acolhedor e entusiasmado; e, sobretudo, por serem tão presentes em minha vida. A todos, agradeço por serem minha família.

Agradeço, por fim, à minha esposa Ana. Não poderia pedir a Deus alguém melhor para acompanhar esse passo em minha vida. É, ao mesmo tempo, fortaleza e aconchego. É, ao mesmo tempo, inspiração e torcida. Entende muito bem as dores e as delícias da pesquisa e da academia; e transmite a energia necessária para perseverar nelas. De maneira especial, agradeço ao nosso filho Francisco, que ainda sequer chegou ao mundo e já é minha maior motivação, inclusive, para concluir esta tese.

EPÍGRAFE

“Nada mais prático do que uma boa teoria.”

Kurt Lewin

RESUMO

O problema de corte de estoque (PCE) apresenta importância reconhecida e crescente, tanto no meio acadêmico, como industrial. Por estar tipicamente imerso em processos produtivos, diversas características operacionais peculiares podem ser verificadas em diferentes sistemas de produção. Esta tese propõe-se a contribuir no estudo de três características operacionais e suas integrações com processos de corte unidimensionais, motivada por problemas reais observados em diferentes indústrias: (i) o problema de minimização de atraso dos itens a serem cortados; (ii) o problema de minimização de ciclos de serra; (iii) e o problema de minimização de custos com modos alternativos de produção. Para cada um dos problemas foram apresentadas a motivação real de estudo, associada a uma indústria particular, uma revisão de literatura específica para o problema, uma proposta de formulação matemática e um método de solução utilizando geração de colunas, com seu respectivo subproblema e, por fim, resultados computacionais. Os experimentos foram realizados com instâncias ilustrativas que mostram os ganhos potenciais da abordagem integrada; instâncias reais, para reforçar a relevância do problema; e, também, em um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente para explorar o impacto dos parâmetros nos resultados obtidos.

Palavras-chave: *corte e empacotamento, problema de corte de estoque, atraso, ciclos de serra, modos alternativos, restrições operacionais, geração de colunas.*

ABSTRACT

The cutting stock problem (CSP) presents renown and crescent relevance, either on research field, or on industry. Once they are typically embedded on productive processes, several operational features can be noticed on different production systems. This thesis contributes on the study of three operational features and their integration with one-dimensional cutting processes, motivated by real problem observed in different industries: (i) the problem of minimizing tardiness of items to be cut, (ii) the problem of minimizing saw cycles, and (iii) the problem of minimizing costs with multiple manufacturing modes. For each of those problems, it has been presented a real motivation for the study (associated to a particular factory), a literature review for the specific problem, a proposition of mathematical formulation and solution method, using column generation, with its respective subproblem, and computational results. Experiments were proposed for illustrative instances, that show the relevance of the integrated approach, real instances, to strengthen the problem relevance, and for random generated instances, to explore the impact of parameters on the results.

Key-words: *cutting and packing, cutting stock problem, tardiness, saw cycles, multi-mode manufacturing, operational constraints, column generation.*

Lista de Figuras

1.1	Tipologia de Wäscher, Haußner e Schumann (2007) em tradução livre.	16
1.2	Ilustração do Problema de Corte de Estoque (PCE) unidimensional (Montagem do autor com figuras de www.promtec.com.br)	17
1.3	Evolução do número de artigos e citações com o tópico <i>Cutting Stock Problem</i> , filtrados para o campo de “Pesquisa Operacional” na base de dados científica <i>Web of Science</i> (Autoria própria).	18
1.4	Esquema ilustrativo da organização da tese (Autoria própria).	21
2.1	Dilema entre o PCE e o problema de minimização de atrasos (Autoria própria).	24
2.2	Corte de tubos para a fabricação de treliças utilizadas em aviões agrícolas: atrasos nas entregas dos itens têm grande impacto no custo da linha de montagem (Montagem do autor com figuras de www.airway.com.br).	26
2.3	Corte utilizando serra circular e corte de bobina de papel: tempos de processamento distintos (Montagem do autor com figuras de apaixonadosporferramentas.com.br e www.promtec.com.br/).	26
2.4	Ilustração das decisões inerentes ao problema explorado (Autoria própria).	27
2.5	Ilustração do conceito de sequência utilizado na formulação (Autoria própria).	34
2.6	Esquematização do método de solução (Autoria própria).	37
3.1	Corte de diversas barras de aço simultaneamente para posterior processo de usinagem em uma indústria metal-mecânica (SIMÕES et al., 2017).	58
3.2	Diferença entre processos de corte em relação ao seu tempo de processamento em função de sua composição (Autoria própria).	60

3.3	Adaptação dos resultados de Simões et al. (2017) , ilustrando o aproveitamento da máquina e da matéria-prima em contextos de diferentes proporções de custos.	61
3.4	Esquematização do método de solução (Autoria própria).	67
3.5	<i>Box-plot</i> do <i>gap</i> de acordo com NK (Autoria própria).	79
3.6	Dispersão do número de padrões de corte e ocupação dos objetos (Autoria própria).	80
3.7	Dispersão da ocupação dos ciclos de serra em função de da relação $\sum b_i/NK$ (Autoria própria).	82
3.8	Dispersão da relação $\sum b_i/NK$ e <i>gap</i> (Autoria própria).	82
3.9	Dispersão de cada resultado de acordo com a razão $\theta : \gamma^{un}$ (Autoria própria).	84
3.10	Dispersão de cada resultado de acordo com a razão $\theta : st$ (Autoria própria).	84
3.11	Dispersão de cada resultado de acordo com a razão $st : \gamma^{un}$ (Autoria própria).	85
4.1	Exemplo de poste de concreto armado do tipo “duplo-T” (7 metros de comprimento e 150 decanewtons de carga) e armadura em montagem (Montagem do autor, adaptado de romagnole.com.br).	90
4.2	Diagrama ilustrativo do processo de dimensionamento dos postes e consequente possibilidade de modos alternativos de manufatura (Autoria própria).	91
4.3	Dimensionamento de um poste do tipo “duplo-T” de 7 metros de comprimento e 150 decanewtons de carga, com duas possibilidades alternativas de armadura longitudinal (barras de aço de 8 mm e 10 mm de espessura) (Autoria própria).	92
4.4	Representação do processo decisório da fabricação com modos alternativos de manufatura: a combinação de diversos modos pode levar ao ótimo global no atendimento do <i>mix</i> de produção (Autoria própria).	93
4.5	Esquematização do método de solução (Autoria própria).	100
A.1	<i>QR code</i> para link que hospeda os dados detalhados das instâncias e resultados para o PCEPP-1D (Autoria própria).	139
B.1	<i>QR code</i> para link que hospeda os dados detalhados das instâncias e resultados para o PCECV-1D (Autoria própria).	141

C.1	<i>QR code</i> para link que hospeda os dados detalhados das instâncias e resultados para o PCEMA-1D (Autoria própria).	143
-----	---	-----

Lista de Tabelas

2.1 Ilustração da estrutura das colunas da formulação	39
2.2 Dados dos itens a serem cortados.	44
2.3 Solução do problema utilizando o PCE clássico	44
2.4 Tempos de execução e atraso dos itens para a solução com o PCE clássico. . . .	45
2.5 Solução do problema utilizando o PCEPP-1D proposto.	45
2.6 Dados dos itens a serem cortados.	47
2.7 Comparativo entre solução da otimização e solução empírica da operação. . . .	48
2.8 Resultados de acordo com as datas de entrega das ordens (d_i).	50
2.9 Resultados de acordo com os tamanhos dos itens (l_i).	51
2.10 Resultados de acordo com a demanda dos itens (b_i).	52
2.11 Resultados de acordo com os pesos por atraso dos itens (w_i).	53
2.12 Resumo dos resultados médios dos cenários apresentados.	54
3.1 Dados dos itens a serem cortados.	71
3.2 Solução do problema utilizando o PCE com a restrição de ciclos de serra sempre	
completos.	72
3.3 Solução do PCE integrado aos ciclos de serra.	72
3.4 Solução do PCE integrado aos ciclos de serra para dados modificados ($\gamma^{un} = 10$). .	73
3.5 Dados dos itens a serem cortados.	74
3.6 Comparativo entre solução otimizada e solução da lógica atual de operação. . .	75
3.7 Cenários de custos relativos.	77
3.8 Resultados de acordo com o número máximo de objetos simultâneos em um ciclo	
de serra (NK).	79
3.9 Resultados de acordo com o tamanho dos itens(l_i).	80
3.10 Resultados de acordo com a demandas dos itens (b_i).	81
3.11 Resultados de acordo com a proporção dos custos envolvidos ($\theta : \gamma^{un} : st$). . . .	83

3.12 Resumos das economias do método proposto em relação a uma abordagem sim-	
plificada.	87
4.1 Dados dos produtos a serem cortados, com seus respectivos modos alternativos,	
tamanhos e quantidades.	103
4.2 Dados das matérias-primas.	103
4.3 Custos unitários dos modos de manufatura, considerando 100% de aproveita-	
mento no corte.	104
4.4 Resolução do problema em uma abordagem sequencial	104
4.5 Modos determinados para satisfazer à demanda na resolução do problema através	
do modelo proposto.	105
4.6 Plano de corte da resolução do problema através do modelo proposto	105
4.7 Dados das matérias-primas do exemplo industrial.	107
4.8 Dados dos produtos do pedido.	107
4.9 Plano de corte da resolução do problema através do modelo proposto	109
4.10 Modos escolhidos para satisfazer à demanda na resolução do problema através	
do modelo proposto.	110
4.11 Comparativo entre solução otimizada e solução da lógica atual de operação.	111
4.12 Resultados de acordo com a quantidade de diferentes comprimentos itens (NI).	113
4.13 Resultados de acordo com o número de espessuras diferentes de matérias-primas	
(NK).	114
4.14 Resultados de acordo com o número de modos alternativos por produto final	
($ M_j $).	115
4.15 Resultados de acordo com o tamanhos dos itens (l_i).	116
4.16 Resultados de acordo com a distribuição dos custos das diferentes espessuras das	
matérias-primas (θ_k).	117
4.17 Resumo dos <i>gaps</i> médios de acordo com o cenário de parâmetros analisado.	118
4.18 Resumo dos <i>gaps</i> médios de acordo com o cenário de parâmetros analisado.	119
4.19 Resumo das economias do modelo proposto sobre a abordagem empírica.	121

Lista de siglas e abreviações

cm centímetro

CSP cutting stock problem

daN decanewton

EDD earliest due date

Gb gigabyte

m metro

mm milímetro

OPL optimization programming language

PCE problema de corte de estoque

PCECV-1D problema de corte de estoque unidimensional associado à minimização de ciclos de serra

PCEMA-1D problema de corte de estoque unidimensional com modos alternativos

PCEPP-1D problema de corte de estoque unidimensionale programação da produção

PCP planejamento e controle da produção

RAM random access memory

s segundos

Sumário

1 INTRODUÇÃO	15
2 PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE E PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO (PCEPP-1D)	23
2.1 Motivação	23
2.2 Revisão da literatura	27
2.2.1 Modelos matemáticos para o PCE-1D com datas de entrega	28
2.2.2 Modelos matemáticos para o PCE-2D com datas de entrega	31
2.2.3 Análise da literatura e lacunas identificadas	32
2.3 Modelagem matemática	33
2.3.1 Método de solução	36
2.4 Resultados computacionais e discussão	43
2.4.1 Exemplo ilustrativo	44
2.4.2 Exemplo industrial real	46
2.4.3 Instâncias geradas aleatoriamente	48
2.5 Comentários finais	53
3 PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE ASSOCIADO À MINIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE CICLOS DE SERRA COM DURAÇÕES VARIADAS (PCECV-1D)	57
3.1 Motivação	58
3.2 Revisão da literatura	61
3.2.1 Modelos matemáticos para o problema de minimização de ciclos de serra	62
3.2.2 Heurísticas para o problema de minimização de ciclos de serra . . .	64

3.3	Modelagem matemática	65
3.3.1	Método de solução	67
3.4	Resultados computacionais e discussão	70
3.4.1	Exemplo ilustrativo	71
3.4.2	Exemplo industrial real	73
3.4.3	Instâncias geradas aleatoriamente	76
3.5	Comentários finais	86
4	PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE COM MODOS ALTERNATIVOS (PCEMA-1D)	89
4.1	Motivação	89
4.2	Revisão da literatura	94
4.2.1	Modelos matemáticos para o problema de modos alternativos	94
4.2.2	Métodos de solução heurísticos	95
4.2.3	Substituição de produtos	97
4.3	Modelagem matemática	98
4.3.1	Método de solução	100
4.4	Resultados computacionais e discussão	101
4.4.1	Exemplo ilustrativo	102
4.4.2	Exemplo industrial real	106
4.4.3	Instâncias geradas aleatoriamente	111
4.4.4	Comparação com abordagem empírica	120
4.5	Comentários finais	122
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	123
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	137
A	Resultados detalhados do PCEPP-1D	139
B	Resultados detalhados do PCECV-1D	141
C	Resultados detalhados do PCEMA-1D	143

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Problemas de corte e empacotamento buscam o posicionamento sem sobreposição de itens demandados nos limites geométricos de objetos estocados (WÄSCHER; HAUBNER; SCHUMANN, 2007). Trata-se de um dos conjuntos mais famosos de problemas da otimização combinatória (JAHROMI et al., 2012). As primeiras abordagens sobre esse tema datam da década de 1930 (KANTOROVICH, 1960). Entretanto, observou-se um crescimento muito rápido de publicações nessa área a partir do fim da década de 1980 (NEIDLEIN; SCHOLZ; WÄSCHER, 2016) e, ainda hoje, ele se mantém como tema de grande interesse, amplamente abordado como objeto de estudo nas últimas décadas (ANDRADE; BIRGIN; MORABITO, 2016).

A tipologia proposta por Wäschler, Haubner e Schumann (2007) divide esta classe de problemas em seis grandes grupos, ilustrados na Figura 1.1, de acordo com os seguintes critérios:

- Tipo de atribuição: o objetivo do encaixe pode ser maximizar o *output* (quantidade de itens produzidos) ou minimizar o *input* (quantidade de objetos utilizados);
- Natureza das dimensões: se as dimensões dos objetos são fixas ou variáveis;
- Sortimento de itens: quantidades de itens demandados por tamanho, podendo ser idênticos, fracamente heterogêneos (vários itens de um mesmo tamanho) ou fortemente heterogêneos (em geral, cada item de um tamanho).

Decorre deste critério de classificação os seguintes problemas:

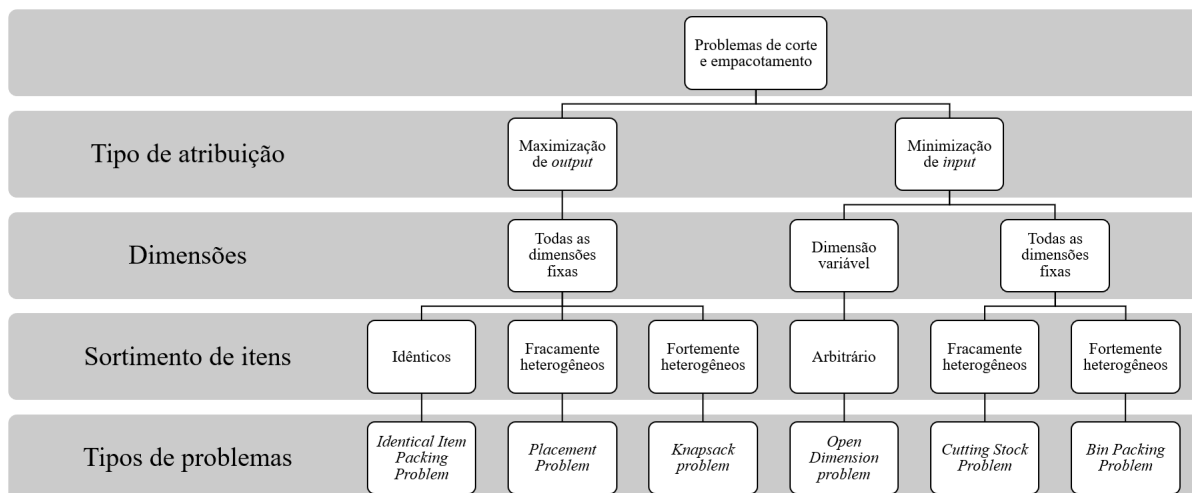


Figura 1.1: Tipologia de Wäscher, Haußner e Schumann (2007) em tradução livre.

- *Identical Item Packing Problem* (Problema de empacotamento de itens idênticos): maximização da quantidade de itens (todos iguais) em um dado objeto ou conjunto de objetos conhecidos;
- *Placement Problem* (Problema de posicionamento): maximização da quantidade (ou valor total) de uma série de itens fracamente heterogêneos em um objeto conhecido ou conjunto limitado de objetos;
- *Knapsack Problem* (Problema da mochila): maximização da quantidade (ou valor total) de uma série de itens fortemente heterogêneos em um objeto conhecido ou conjunto limitado de objetos;
- *Open Dimension Problem* (Problema de dimensão aberta): problemas em que um conjunto de itens deve ser completamente alocado em um objeto, sendo que este possui pelo menos uma dimensão variável e objetiva-se a minimização destas dimensões variáveis;
- *Cutting Stock Problem* (Problema de corte de estoque): problemas em que um conjunto de itens fracamente heterogêneo (com demanda de várias unidades para um mesmo tamanho) deve ser alocado em um número de objetos que pretende-se minimizar;
- *Bin Packing Problem* (Problema de empacotamento): problemas em que um conjunto de itens fortemente heterogêneo (em geral, demanda unitária para um certo

tamanho de item) deve ser alocado em um número de objetos que pretende-se minimizar.

O Problema do Corte de Estoque (PCE), que é tema deste trabalho, está relacionado, portanto, a problemas de minimização da quantidade de matéria-prima utilizada um problema uma estrutura de tamanhos de itens em que existe certa homogeneidade, devido a altas demandas de cada tamanho (WÄSCHER; HAUBNER; SCHUMANN, 2007). A Figura 1.2 ilustra o processo decisório do PCE no caso unidimensional.

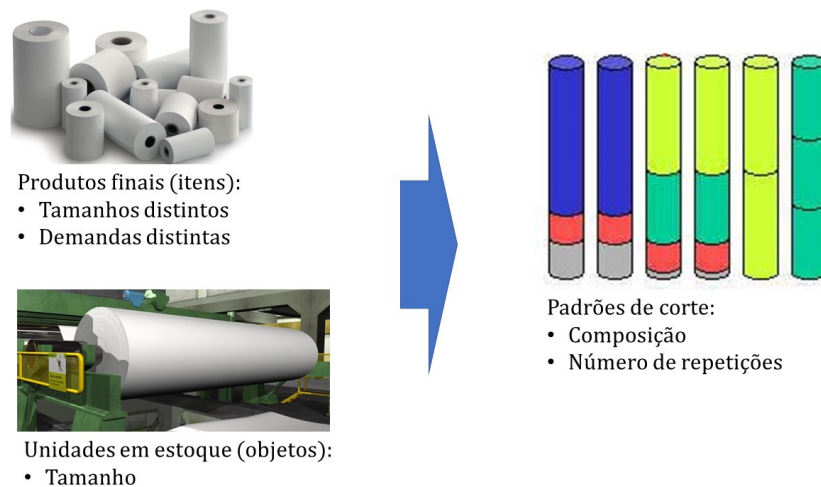


Figura 1.2: Ilustração do Problema de Corte de Estoque (PCE) unidimensional (Montagem do autor com figuras de www.promtec.com.br)

A dimensionalidade de um problema está relacionada com o número mínimo de dimensões envolvidas nas decisões do problema para descrever a geometria dos padrões de corte. Neste sentido, os problemas podem ser unidimensionais, quando itens, objetos e padrões de corte podem ser caracterizados por apenas uma dimensão; bidimensionais, quando são duas dimensões; tridimensionais, quando são três; e até n-dimensionais, quando há dimensões não-espaciais, como peso, tempo ou parâmetros financeiros, além das dimensões espaciais (DYCKHOFF, 1990).

O PCE unidimensional pode ser formalizado de maneira resumida como segue (KAN-TOROVICH, 1960): dados NI tipos de itens, cada um com seu comprimento l_i e sua demanda b_i ($i = 1, \dots, NI$), e um número ilimitado de objetos idênticos (como tubos, barras e perfis, por exemplo) de capacidade L ; o objetivo do problema é alocar todos estes itens no menor número de objetos, sem que a capacidade de cada objeto seja excedida. A geração de boas soluções leva à melhor utilização de matérias-primas (CUI et

al., 2017), de forma a aumentar a eficiência da empresa pela redução do custo operacional (GARRAFFA et al., 2016).

Além da resolução de problemas reais de corte, o PCE estimulou avanços teóricos importantes para a pesquisa operacional. Foi um dos primeiros tipos de problema, no início da década de 1970, para o qual algoritmos aproximados foram investigados (DELORME; IORI; MARTELLO, 2016); e serviu de motivação para a criação do método de geração de colunas (GILMORE; GOMORY, 1961; GILMORE; GOMORY, 1963) a partir de ideias anteriores (FORD; FULKERSON, 1958; DANTZIG; WOLFE, 1960). O gráfico na Figura 1.3 mostra essa evolução crescente em termos de número de artigos e citações ao longo das últimas décadas.

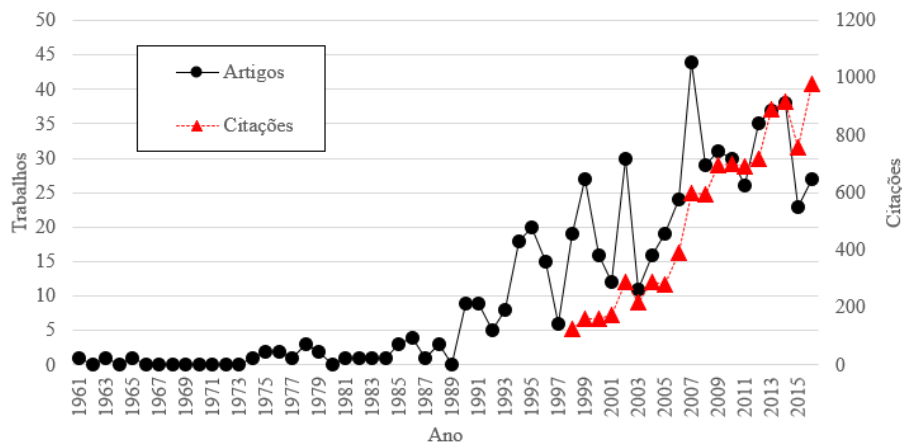


Figura 1.3: Evolução do número de artigos e citações com o tópico *Cutting Stock Problem*, filtrados para o campo de “Pesquisa Operacional” na base de dados científica *Web of Science* (Autoria própria).

O interesse de pesquisa intenso e crescente neste tipo de problema pode ser explicado por (i) sua aplicabilidade, (ii) diversidade de problemas reais e (iii) complexidade combinatoria (SANTORO; LEMOS, 2015). De fato, muitas aplicações em indústrias e serviços distintos podem ser encontrados (GOMES et al., 2016). Exemplos clássicos destes ramos, cujo interesse ainda é alto neste tipo de problema, são as indústria de aço (HOTO; ARENALES; MACULAN, 2007; VIEGAS et al., 2016), papel (KIM; KIM; CHO, 2014; BONNEVAY; AUBERTIN; GAVIN, 2015), vidro (PARK et al., 2013; PHILLIPS et al., 2014) e madeira (LIN; MU; WU, 2016; OGUNRANTI; OLULEYE, 2016). Ademais, a amplitude do espectro de aplicações se mostra em trabalhos mais diversos, como cones de sinalização de tráfego urbano (LIU et al., 2017), indústria cerâmica (MARTINEZ-

SYKORA et al., 2017), filmes plásticos (HAESSLER, 1979), auto-peças (ARBIB et al., 2002; TRIGOS; LOPEZ, 2017), corte de couro (ALVES et al., 2012; BALDACCI et al., 2014), espuma (BANG-JENSEN; LARSEN, 2012), treliças (LEWIS et al., 2011), peças de aeronaves (ABUABARA; MORABITO, 2009) e telas LCD (RYU; PARK; LEE, 2017).

Esta imersão do problema de corte de estoque em situações reais motiva o estudo de diferentes objetivos e restrições que levam em conta especificidades tecnológicas e empresariais, tanto em aspectos de produção quanto mercadológicas e de distribuição (TOMAT; GRADIŠAR, 2017). Enquanto as primeiras publicações do PCE se concentravam em modelos e métodos para problemas padrão, atualmente muita atenção tem sido voltada para a integração a outras condições operacionais encontradas em contextos produtivos (NEIDLEIN; SCHOLZ; WÄSCHER, 2016; WUTTKE; HEESE, 2018). De fato, além do objetivo clássico de minimização de perdas de material, organizar o processo para utilizar melhor os recursos produtivos e respeitar suas capacidades e restrições é um dos grandes desafios de indústrias com operações de corte (ARBIB; MARINELLI; VENTURA, 2016).

Algumas destas características operacionais relevantes já estudadas na literatura em conjunto com o PCE, são o uso de sobras aproveitáveis (CHERRI et al., 2014), minimização de ordens em aberto aguardando o restante do lote (GONÇALVES; RESENDE; COSTA, 2016; YANASSE; SENNE, 2010), número limitado de instrumentos de corte (LEÃO et al., 2011), integração com outros processos da cadeia (M'HALLAH; BOUZIRI, 2016; MELEGA; ARAUJO; JANS, 2018), tempos de preparação (*setups*) dependentes de sequência (GARRAFFA et al., 2016), minimização da quantidade de diferentes de padrões de corte (MOBASHER; EKICI, 2013), entre outros.

Esta tese contribui com a literatura referente ao PCE, na medida em que propõe formulações e métodos de solução para o problema de corte de estoque unidimensional integrado a características operacionais que adicionam outras decisões além da minimização do uso de matérias-primas. Particularmente, propõe-se o estudo de três problemas:

- (i) problema de minimização de atrasos quando o tempo de processamento é afetado pela maneira como os padrões de corte são montados;
- (ii) problema de minimização do custo de utilização da máquina quando é possível cortar padrões de corte idênticos simultaneamente;
- (iii) problema de minimização de custos quando é possível atender a uma determinada

ordem de produção de diversas maneiras diferentes (*multi-mode*), de acordo com as espessuras dos objetos escolhidos.

Para os problemas explorados, implementações são desenvolvidas e testes computacionais são realizados.

Embora os contextos de aplicação serão melhor pormenorizados nos capítulos posteriores, convém citar que a motivação para estes três estudos são, respectivamente, (i) processos de corte de barras para treliças de uma linha de montagem aeronáutica; (ii) processo de corte de tubos em serras de amplitude larga para a indústria de materiais rodantes de veículos tratorizados; e (iii) processo de corte de barras de ferro para montagem de armaduras estruturais na indústria de artefatos de concreto, sobretudo postes para iluminação urbana.

Esta tese está organizada, conforme ilustra a Figura [1.4](#) de maneira esquemática, em cinco capítulos. Esta introdução apresenta o contexto e a proposta de estudo objetivada. Nos capítulos 2, 3 e 4 serão feitos os estudos de cada um dos três problemas propostos anteriormente, sendo que, para cada um deles, será apresentada a motivação, em contextos fabris, que inspirou o estudo; uma revisão da literatura associada a tal problema; a formulação matemática proposta, assim como métodos de resolução; os experimentos computacionais realizados; e uma discussão dos resultados obtidos. Por fim, o Capítulo 5 encerra a tese com conclusões gerais, principais contribuições e perspectivas de estudos futuros.

Problema de corte de estoque integrado a características operacionais associadas a custos		
Capítulo 1: introdução		
Capítulo 2: problema de corte de estoque e programação da produção	Capítulo 3: problema corte de estoque com minimização de ciclos de serra	Capítulo 4: problema de corte de estoque com modos alternativos de manufatura
Motivação real; revisão específica; formulação matemática; métodos de solução; experimentos computacionais; e discussão dos resultados		
Capítulo 5: conclusões e perspectivas		

Figura 1.4: Esquema ilustrativo da organização da tese (Autoria própria).

Capítulo 2

PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE E PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO (PCEPP-1D)

Este capítulo apresenta o estudo da integração entre o problema de corte de estoque (PCE) unidimensional e o problema de programação da produção, com enfoque no objetivo de minimizar o atraso total ponderado das ordens de produção. O capítulo está dividido em 5 subseções. Inicialmente será apresentada a motivação do problema na indústria, bem como sua relevância. Posteriormente, é feita uma revisão da literatura relacionada ao tema na seção 2.2. Na seção 2.3 é proposto o modelo para o problema e um método de solução. A seção 2.4 apresenta e discute os resultados para instâncias ilustrativas, reais e geradas aleatoriamente. Por fim, a seção 2.5 tece comentários sobre os principais achados e conclusões do capítulo.

2.1 Motivação

A programação detalhada da produção (*scheduling*) é uma das preocupações inerentes a qualquer processo de produtivo (PAN; RUIZ; ALFARO-FERNÁNDEZ, 2017) e, em particular, relevante para os processos de corte. Problemas de *scheduling* lidam com a alocação de ordens de produção no tempo, com o intuito de otimizar um ou mais objetivos, respeitando às restrições operacionais do processo (PINEDO, 2016). Entre esses objetivos, o atendimento de datas de entrega tem grande destaque nas cadeias de

suprimento modernas (ROSA et al., 2017). Além de evitar multas contratuais, perda de credibilidade e postergação de receitas (BAKER; SCUDDER, 1990), o aumento nos níveis de serviço logístico pode ser um diferencial competitivo na estratégia de operações (BIERWIRTH; KUHPFAHL, 2017).

Embora o sequenciamento de operações de corte seja uma preocupação já explorada na literatura desde as décadas de 1970 e 1980 (DYSON; GREGORY, 1974; MADSEN, 1979; MADSEN, 1988), o problema conjunto de corte de estoque e *scheduling* com a preocupação de atendimento de datas de entrega é mais recente (LI, 1996; GIANNELOS; GEORGIADIS, 2001). Modelos matemáticos, em particular, datam da última década (REINERTSEN; VOSSEN, 2010; ARBIB; MARINELLI, 2014).

A Figura 2.1 ilustra o dilema existente entre o PCE e o problema de minimização de atrasos na programação da produção. O PCE cuida da melhor alocação de itens em um objeto, não havendo observância à urgência de cumprimento de prazo. Por outro lado, a priorização de itens mais urgentes pode levar a uma subotimização do uso da matéria-prima. No exemplo, l_i é o comprimento de cada item tipo i a ser executado, $i = 1, 2, 3$, b_i é sua demanda, d_i a data de entrega, C_i é o instante de término de cada item e T_i o atraso decorrente. Ainda, L é o tamanho de cada objeto e o tempo de processamento de cada item é considerado unitário.

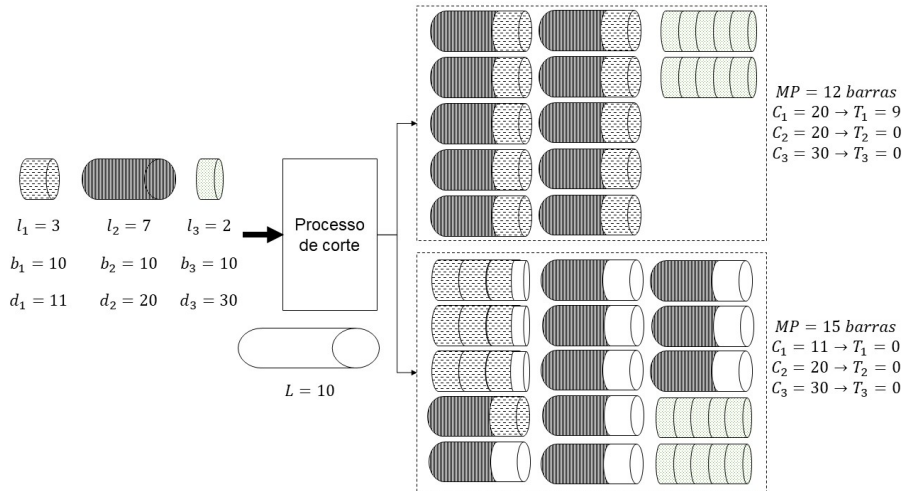


Figura 2.1: Dilema entre o PCE e o problema de minimização de atrasos (Autoria própria).

São ilustrados dois planos de corte distintos: o primeiro priorizando o uso de matéria-prima, e o segundo priorizando a minimização de atrasos. No primeiro, observa-se que o aproveitamento dos objetos é total, pois os itens de tamanho 3 combinam-se com itens

de tamanho 7, enquanto os itens de tamanho 2 formam padrões homogêneos sem sobras. Entretanto, os itens de tamanho 3 ($i = 1$) são mais urgentes ($d_i = 11$) e, nesta configuração, terminam seu processamento depois de 20 unidades de tempo (10 cortes do item $i = 1$ e 10 cortes do item $i = 2$). Assim, são entregues com um atraso de 9 unidades de tempo, embora o plano de corte use apenas 12 objetos. No segundo plano de corte, não há atrasos: os itens são executados em ordem de data de entrega. Entretanto, nesse caso, o uso de objetos sobe para 15 e o desperdício com matéria-prima é de 20%. Neste exemplo, não é possível dizer que uma alternativa domina a outra, a depender dos custos relativos destes dois componentes.

Em certas aplicações industriais, restrições de datas de entrega podem ter um papel muito mais importante do que o desperdício de matérias-primas (REINERTSEN; VOSSEN, 2010), de forma que a necessidade de considerar o equilíbrio entre custos de materiais e custos operacionais com programação refletem melhor situações reais (HESRAN et al., 2019). Não considerar as datas de entrega nos problemas de corte é uma das razões pelas quais a indústria deixa de utilizar métodos de otimização, recorrendo a programação manual de lotes (REINERTSEN; VOSSEN, 2010).

O fornecimento de material para linhas de montagem pode representar um caso extremo deste problema em relação a atrasos. Um exemplo desta situação é o corte de tubos em máquinas de serra fita ou serra circular para a fabricação de treliças que compõem a estrutura de aviões agrícolas. As treliças geradas por um corte unidimensional abastecem uma linha de montagem, em que os custos inerentes ao atraso são muito relevantes quando comparados com o custo de desperdício de matérias-primas, dada a grande quantidade de recursos materiais, humanos e imobilizados. A Figura 2.2 ilustra o corte de treliças para a fabricação de aviões agrícolas.

A programação dos padrões de corte depende do seu tempo de processamento que pode ou não variar com sua configuração, a depender do processo. A Figura 2.3 mostra dois exemplos bastante distintos nesse aspecto: enquanto o corte de bobinas de papel terá um tempo de processamento muito parecido para qualquer padrão de corte montado, o corte em serra circular terá seu tempo determinado pela quantidade de itens cortados. Este último é, portanto, dependente do número de itens no padrão proposto.

O escopo deste capítulo é tratar do problema conjunto de minimização de uso de matérias-primas e atraso em processos de corte unidimensional. Particularmente, será



Figura 2.2: Corte de tubos para a fabricação de treliças utilizadas em aviões agrícolas: atrasos nas entregas dos itens têm grande impacto no custo da linha de montagem (Montagem do autor com figuras de www.airway.com.br).



Figura 2.3: Corte utilizando serra circular e corte de bobina de papel: tempos de processamento distintos (Montagem do autor com figuras de apaixonadosporferramentas.com.br e www.promtec.com.br/).

considerado o caso em que o tempo de processamento do padrão de corte depende dos itens que o compõe. Enquanto este encontra-se inexplorado, o caso de tempos de processamentos independentes já apresenta literatura com formulações propostas.

A Figura 2.4 ilustra o processo decisório almejado com o problema proposto: um conjunto de itens a serem cortados devem ser alocados em padrões de cortes e, simultaneamente, estes padrões devem ser atribuídos a períodos nos quais serão produzidos, sendo o tempo de processamento variável de acordo com o formato dos padrões.

Este gráfico de Gantt ilustrativo mostra que, ao longo do horizonte de programação, os padrões de corte não só são montados, como também ordenados em uma sequência, que deve contemplar as datas de entrega dos itens. Desta forma, ao mesmo tempo em que a formação dos padrões de corte busca a minimização do uso das matéria-prima, sua sequência tem como objetivo atender às datas de entregas das ordens. Além disso, fica

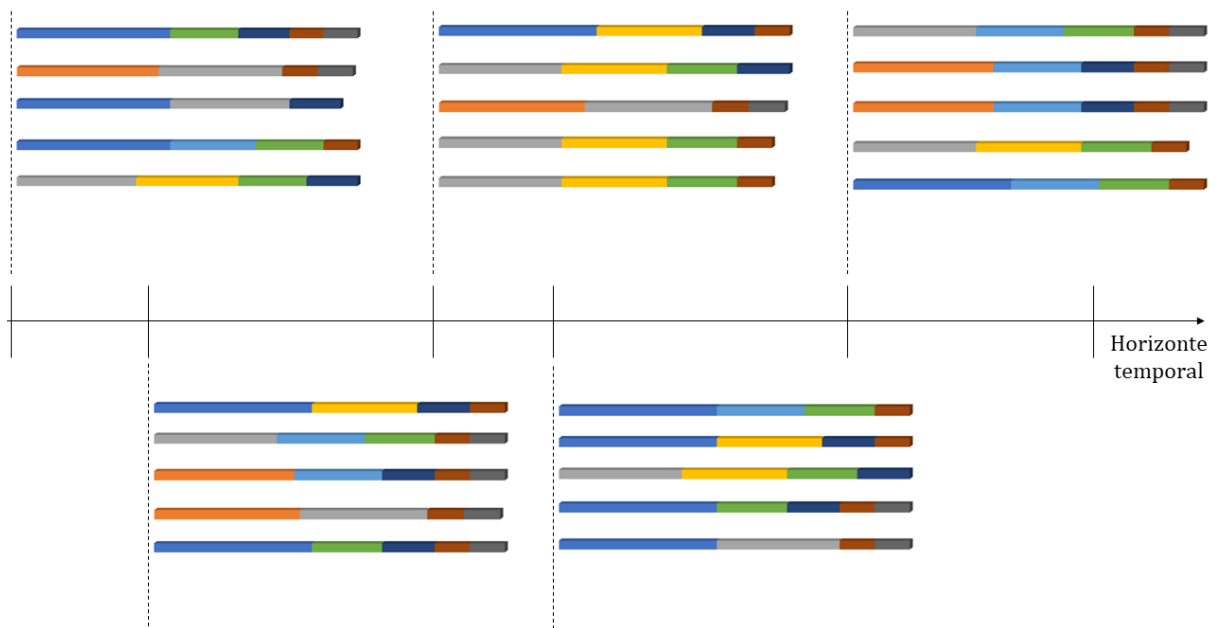


Figura 2.4: Ilustração das decisões inerentes ao problema explorado (Autoria própria).

aqui ilustrada a característica para a qual chamamos a atenção: diferentes padrões de corte podem ter tempos de processamento distintos, de acordo com a quantidade de itens neles.

2.2 Revisão da literatura

Problemas de programação da produção são aqueles que encarregam-se da alocação temporal de um conjunto de atividades, levando em conta certas restrições de recursos e objetivando um certo critério de decisão (BIDOT et al., 2008).

As primeiras abordagens para programação da produção foram propostas por Henry Gantt, no início do século XX, embora publicações científicas sobre o assunto são encontradas somente na década de 1950 (KELLEY-JR; WALKER, 1959). Desde então, *scheduling* pode ser considerado um ramo muito ativo na pesquisa operacional (PAN; RUIZ; ALFARO-FERNÁNDEZ, 2017).

Em alguns contextos fabris a programação da produção possui importância prática (PAN; RUIZ; ALFARO-FERNÁNDEZ, 2017). A larga utilização de métodos não computacionais faz com que haja grande espaço para a implementação de ferramentas da pesquisa operacional na indústria (FRAMINAN; LEISTEN; GARCÍA, 2014). Portanto,

o uso da otimização pode resultar em grandes ganhos (MCKAY; PINEDO; WEBSTER, 2002).

O problema pode ser formalizado matematicamente considerando um conjunto de m máquinas ($i = 1, \dots, m$) e n ordens ($j = 1, \dots, n$) que apresentam um roteiro de produção (conjunto de operações (i, j) com tempo de processamento p_{ij}) a ser executado até um determinado prazo (*due date*) d_i (PINEDO, 2016). Os problemas de programação podem ser descritos por uma tríplice que denota o ambiente de produção (α), características e restrições técnicas (β) e o objetivo de otimização (γ). (CONWAY; MAXWELL; MILLER, 1967; GRAHAM et al., 1979).

O ambiente de produção (α) denota o conjunto de máquinas e operações ao qual as ordens estão submetidas, como máquina única, máquinas em paralelo, *flowshop*, *jobshop*, etc. As características e restrições do sistema (β) são as diversas variações do problema que retratam questões operacionais cruciais a serem abordadas, tais como tempos de liberação (*release times*), tempo de preparação (*setup times*), restrições de precedência, processamento em lotes, restrições de elegibilidade de máquinas, bloqueio, impossibilidade de espera (*no-wait*) etc. Finalmente, o objetivo de otimização (γ) retrata qual a função objetivo a ser perseguida na modelagem, como por exemplo a minimização do horizonte de programação (*makespan*), minimização de atrasos (*tardiness*), adiantamentos (*earliness*), desvio de datas (*lateness*), número de ordens atrasadas etc.

2.2.1 Modelos matemáticos para o PCE-1D com datas de entrega

Na literatura são encontradas abordagens heurísticas de sequenciamento de lotes de produção no problema de corte de estoque no final da década de 1970, com trabalhos na indústria de vidro (MADSEN, 1979; MADSEN, 1988; YUEN, 1991). Utilizando simulação, verificou-se a proposta de integrar datas de entrega e medir desvios de datas na década de 1980, na indústria de caixas corrugadas (BOOKBINDER; HIGGINSON, 1986). Ainda sem propor um modelo matemático explícito, Keskinocak et al. (2002) descreveu um sistema de suporte à decisão para programação na indústria de papel, contemplando o objetivo de otimização de corte junto ao atraso, porém, dividindo o problema em etapas.

A interface integrada entre o problema de corte de estoques e problemas de programação da produção, em particular de minimização de atrasos (*tardiness*) em máquina

única, desenvolveu-se apenas na última década, sendo chamada de “Problema de corte de estoque com datas de entrega” (ARBIB; MARINELLI, 2014) ou “Problema combinado de programação e corte de estoque” (BRAGA et al., 2015). Como mencionado no início deste capítulo, as formulações existentes consideram tempos de processamento sempre idênticos (e unitários) para qualquer padrão de corte, independentes de suas configurações (REINERTSEN; VOSSEN, 2010; ARBIB; MARINELLI, 2014; ARBIB; MARINELLI; VENTURA, 2016; BRAGA et al., 2015; BRAGA; ALVES; CARVALHO, 2016; BRAGA et al., 2016). Isto é coerente para certos processos, mas não todos, conforme evidenciado na Seção 2.1.

Reinertsen e Vossen (2010) propuseram uma formulação para o problema de corte unidimensional com datas de entrega. Trata-se de um modelo linear-inteiro misto, com método de solução por meio de geração de colunas. O modelo considera as datas de entrega de uma ordem em termos de números de padrões de corte que podem ser processados anteriormente a ela. Considera-se itens com ordem crescente de datas de entrega, o que faz com que a abordagem perca a generalidade (ARBIB; MARINELLI, 2014), como será explicado adiante. O modelo foi testado em 450 instâncias, geradas aleatoriamente, distribuída em 50 repetições de cada combinação entre número de ordens (25, 50 e 100) e tamanho de itens (pequenos, médios e variados).

Arbib e Marinelli (2014) mostraram que a formulação de Reinertsen e Vossen (2010) não é genérica, uma vez que pressupõe o processamento dos padrões em ordem crescente de data de entrega (*earliest due date*, EDD). Em contraposição, estes autores propõem uma formulação genérica, que chamam de *coarse-grained* (“granulação grosseira”, em tradução livre). Nesta formulação, o horizonte de planejamento é particionado em períodos de controle que vão da data de entrega de uma ordem até a ordem que a sucede até um limitante superior do horizonte de planejamento. Os autores ressaltam que discretizar o tempo unitariamente faria com que o índice vinculado ao tempo discretizado crescesse com o número total de itens cortados, o que seria ineficiente mesmo para casos de poucos itens. Desta forma, um procedimento iterativo foi proposto, aumentando a precisão dos períodos de controle.

Uma adaptação do modelo de Arbib e Marinelli (2014) foi desenvolvida em Oliveira (2017), com posterior extensão para o caso com vários tipos de objetos. Neste caso foram adicionadas restrições que retrataram a quantidade utilizada de cada determinado tipo

de objeto, limitada superiormente por seu estoque disponível. O modelo foi testado em 80 instâncias, geradas aleatoriamente, distribuída em 20 repetições de grupos de distribuição de datas de entregas (concentradas no início, concentradas no meio do *makespan*, uniformemente geradas e distribuídas de acordo com os tamanhos das ordens).

Braga et al. (2015) propuseram um modelo de atribuição, em que não são usados padrões de corte, mas sim itens atribuídos diretamente a períodos do horizonte. Isso é possível mesmo para grandes demandas, uma vez que se considera que cada período possibilita a fabricação de um padrão de corte, independente de quantos itens sejam atribuídos a ele. Os próprios autores refletiram que o modelo possui um limitante inferior fraco, o que pode ser explicado pela natureza disjuntiva de duas das restrições. Foram propostas desigualdades válidas com resultados relevantes para a melhoria destes limitantes. O modelo foi testado em 40 instâncias, geradas aleatoriamente, todas elas com tamanho de 20 itens, uniformemente distribuídos de 100 a 7.000 unidades de comprimento (em um objeto de 10.000). As demandas também foram uniformemente geradas entre 1 e 100. As datas foram geradas de forma que uma metade das ordens possui prazo para 50% do *makespan* e a outra para o *makespan* total. A lógica de modelagem por atribuição foi retratada de maneira semelhante em Pitombeira-Neto e Prata (2019), que também propuseram uma heurística baseada na estratégia *fix-and-optimize* hibridizada com uma busca local aleatória.

Em Braga et al. (2016), os autores representaram o problema por meio de um modelo de fluxo de rede, definido em um grafo $G = (V, A)$, em que V denota posições em um dado objeto (sendo 0 a posição mais à esquerda e L a posição mais à direita) e A o conjunto de arcos, dividido em subconjuntos A^t , cujos arcos (i, j) em A^t representam itens de tamanho $j - i$, cortados na posição i de um objeto no período t . O modelo foi testado em 40 instâncias, geradas aleatoriamente, todas elas com tamanho de 20 itens, uniformemente distribuídos de 100 a 7.000 unidades de comprimento (em um objeto de 10.000). As demandas também foram uniformemente geradas entre 1 e 100. As datas foram geradas de forma que uma metade das ordens possui prazo para 50% do *makespan* e a outra para o *makespan* total.

2.2.2 Modelos matemáticos para o PCE-2D com datas de entrega

Embora problemas bidimensionais não sejam abordados neste trabalho, nesta subseção foram revisados trabalhos com formulações para a problemas bidimensionais integrados com a programação da produção.

No contexto de produção de lâminas para análises de laboratórios, [Li \(1996\)](#) propôs um modelo que contemplou datas de entrega (*due dates*) e datas de liberação (*release dates*) das ordens de produção. O objetivo do trabalho foi diminuir o número de objetos utilizados para atender a demanda (matéria-prima), assim como o atendimento dos prazos aos clientes. A formulação matemática considerou um conjunto de padrões de corte pré-estabelecidos (sob a justificativa de que os produtos são altamente padronizados), não havendo preocupação em sua geração. Foram considerados objetos de tamanhos distintos e disponibilidade ilimitada de cada um deles em estoque.

Embora seja descrito no artigo um processo de produção em linha (*flowshop*), o escopo modelado no trabalho limitou-se ao primeiro estágio (corte dos objetos), sendo o prazo referente à necessidade no próximo estágio de produção. Desta forma, do ponto de vista da teoria de *scheduling*, o ambiente de produção pode ser classificado como máquina única ($\alpha = 1$). O objetivo do ponto de vista da programação são atrasos (*tardiness*) ponderados pelos respectivos pesos das ordens (portanto, $\gamma = \sum_j w_j T_j$), que se somam ao objetivo de minimização de uso de matérias-primas típicos de problemas de corte de estoques.

O próprio autor ponderou que a solução do modelo é bastante difícil devido ao grande número de variáveis inteiras, sobretudo com a discretização do tempo. Além disso, não há proposta de geração de colunas para encontrar os padrões de corte. Alternativamente, um modelo simplificado foi proposto pelo mesmo autor, com os mesmos parâmetros, mas alterando as variáveis de decisão. O horizonte passa a ser contínuo e pressupõe-se as ordens colocadas em ordem crescente de execução. Contudo, o modelo ainda segue com um grande número de variáveis, de tal forma que foram propostas heurísticas baseadas nos modelos de programação inteira apresentados. O modelo foi testado em 10 instâncias, geradas aleatoriamente, com números de tarefas entre 5 e 50 e número de itens entre 1 e 9. As datas de entrega e demandas também foram geradas aleatoriamente, sendo os prazos entre 1 e 15 turnos, enquanto as quantidades demandadas entre 0 e 20 unidades.

Uma formulação para o problema de *bin packing* associado ao problema de minimização

de atrasos e adiantamentos foi proposta por Lemos (2013), utilizando variáveis de posicionamento em cada objeto e restrições disjuntivas. Foi considerado um tempo de *setup* fixo por objeto cortado, adicionado aos tempos unitários de processamento dos itens a serem cortados. O modelo apresentado retrata o problema, considerando tempos de processamento distintos de acordo com o conjunto de itens que compõe o objeto. Entretanto, o grande número de variáveis e o uso de restrições disjuntivas limitam sua aplicação a problemas de pequeno porte. Mesmo as heurísticas proposta no trabalho e o procedimento para geração de limitante inferior produzem *gaps* tão dilatados que a análise fica prejudicada. Não se aplicaria, certamente, a um problema de corte de estoque, dada quantidade total de itens a serem cortados. O modelo foi testado em 144 tipos de instâncias, geradas aleatoriamente, com 4 classes de tamanhos de itens (grandes, pequenos, largos e estreitos); 3 quantidades de itens (20, 40 e 60); tempos de processamento dos itens gerados aleatoriamente entre 1 e 20; 3 cenários de prazos (curtos, longos e variados); 2 cenários de tempos de *setup* (curtos e longos); e 4 cenários de proporções de custos (combinações entre atrasos e adiantamentos altos e baixos em relação à matéria-prima).

Bennell, Lee e Potts (2013) propuseram uma abordagem para o problema bidimensional com tempo de processamento fixo por objeto, independente de sua configuração. O objetivo de programação foi o de minimizar o maior desvio de datas (*lateness*). Não foi proposta uma formulação para o problema, mas um procedimento heurístico seguido de algoritmo genético para o problema de alocação de itens, no intuito de obter boas soluções para o problema de minimização do uso de matérias-primas, seguido de procedimentos de busca em vizinhança que alternam os objetivos de programação e de uso de matérias-primas. Os objetivos foram avaliados de maneira separada, sendo o objetivo de uso de matéria-prima comparado a um limitante inferior, enquanto o objetivo de programação apenas apurado em absoluto. O modelo foi testado em 500 instâncias geradas aleatoriamente, sendo 10 repetições de combinações entre números de itens (20, 40, 60, 80 e 100) e tamanhos de itens (10 classes).

2.2.3 Análise da literatura e lacunas identificadas

O crescente interesse na última década por abordagens para o problema conjunto de corte de estoque e programação da produção reforça a relevância e interesse existente no tema. Além do problema de atrasos devido à existência de datas de entrega, outros

aspectos de programação da produção também são encontrados na literatura, tais como máquinas paralelas (MENG; RAO; LUO, 2020), *flowshop* (WANG et al., 2019), *setups* dependentes de sequência (WUTTKE; HEESE, 2018), estoques na cadeia (MOBASHER; EKICI, 2013; POLDI; ARAUJO, 2016) e dimensionamento de lotes (LEAO; FURLAN; TOLEDO, 2017; WU et al., 2017; MELEGA; ARAUJO; JANS, 2018).

Não obstante, como pôde ser verificado, o maior desenvolvimento deu-se no contexto de processos de corte em que o tempo de processamento é independente da configuração do padrão de corte (REINERTSEN; VOSSEN, 2010; ARBIB; MARINELLI, 2014; ARBIB; MARINELLI; VENTURA, 2016; BRAGA et al., 2015; BRAGA; ALVES; CARVALHO, 2016; BRAGA et al., 2016; OLIVEIRA, 2017), mais coerente com processos como corte de papel ou chapas alumínio.

A abordagem proposta por Li (1996), embora considere o parâmetro de tempo de processamento do objeto, utilizou padrões de corte pré-definidos e fixos. Lemos (2013) tratou de uma formulação com tempo de processamento de acordo com os itens que compõem o padrão de corte. Entretanto, sua formulação não é adequada ao problema de corte de estoque, por utilizar designação de itens a objetos na decisão.

Neste contexto, como já levantado na motivação deste capítulo, o processo de corte de serra-fita, ou quaisquer processos de produção em que o tempo de processamento é determinado pelo número de itens cortados, teriam uma configuração de atrasos distinta da mostrada até então na literatura, carecendo de abordagens que dariam conta desta peculiaridade na escolha dos padrões gerados.

2.3 Modelagem matemática

Nesta seção, será apresentado o modelo matemático proposto para representar o problema de corte de estoque unidimensional integrado ao problema de programação da produção, com tempos de processamento dos objetos determinado pelo número de itens neles alocados.

Seja um conjunto de NI itens unidimensionais i ($i = 1, \dots, NI$) a serem cortados em tamanho l_i , demanda b_i , data de entrega d_i e custo por unidade de tempo de atraso de w_i . Sejam NP padrões de corte p ($p = 1, \dots, NP$) em objetos de comprimento L com estoque ilimitado, custo θ , tempo de processamento pt_p proporcional ao número de

itens cortados, contendo a_{ip} itens do tipo i . O tempo de processamento de um item foi considerado unitário e as demais dimensões de tempo proporcionais a ele.

O objetivo desta formulação é atender a toda demanda dos NI itens, respeitando os limites do objeto e a não-sobreposição temporal dos lotes de produção, minimizando o custo total de atrasos ponderados e uso de matérias-primas.

Seja X_{pk} um conjunto de variáveis inteiras que representam a quantidade de padrões p cortados na sequência k da programação ($k = 1, \dots, NK$). Entende-se aqui por sequência um conjunto de padrões de corte alocados juntos na programação de produção, sendo que entre eles não existe prioridade de sequenciamento, porém devem ser todos completos antes de executar os padrões da sequência posterior. Desta forma, os padrões de corte na sequência k só podem ser executados após o fim dos padrões na sequência $k - 1$. A Figura 2.5 ilustra o conceito de sequência utilizado aqui através de um exemplo com cinco sequências de produção e três padrões de corte. Importante observar que em uma mesma sequência pode haver mais de um padrão de corte e em diferentes quantidades (veja, no exemplo, a sequência 1), significando que não importa a ordem entre eles, desde que todos sejam executados antes da sequência posterior. Também pode existir uma sequência vazia (veja, no exemplo, a sequência 4).

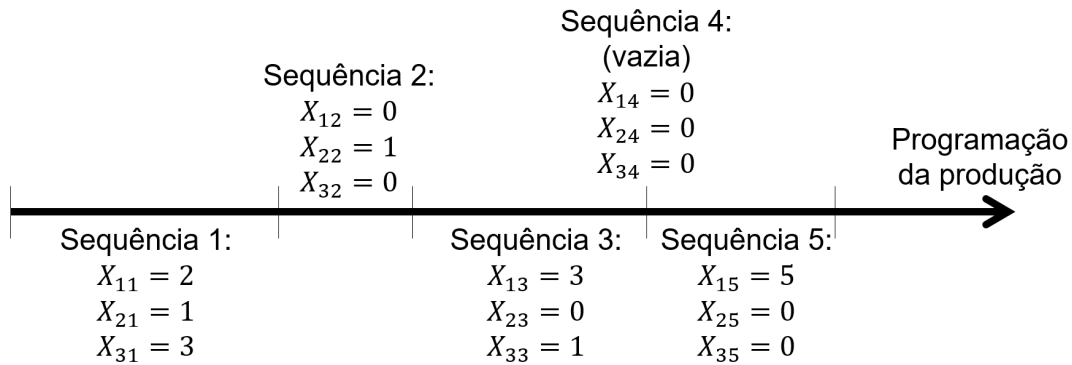


Figura 2.5: Ilustração do conceito de sequência utilizado na formulação (Autoria própria).

Seja Z_{ik} variáveis binárias que tomam valor 1 se o item i já tem sua demanda atendida até a sequência $k - 1$ da programação; e 0, caso contrário. Seja T_i o atraso do item i decorrente da alocação de seus itens na programação.

O modelo do Problema de Corte de Estoque e Programação da Produção unidimensional (PCEPP-1D) é exposto em (2.1)-(2.7).

$$\min \quad \sum_{i=1}^{NI} w_i T_i + \theta \sum_{p=1}^{NP} \sum_{k=1}^{NK} X_{pk} \quad (2.1)$$

$$\text{sujeito a :} \quad \sum_{p=1}^{NP} \sum_{k=1}^{NK} a_{ip} X_{pk} \geq b_i, \quad i = 1, \dots, NI, \quad (2.2)$$

$$T_i \geq \sum_{p=1}^{NP} \sum_{q=1}^k p t_p X_{pq} - d_i - M_i Z_{ik}, \quad i = 1, \dots, NI, \quad k = 1, \dots, NK, \quad (2.3)$$

$$Z_{ik} \leq \left(\sum_{p=1}^{NP} \sum_{q=1}^{k-1} a_{ip} X_{pq} \right) / b_i, \quad i = 1, \dots, NI, \quad k = 1, \dots, NK, \quad (2.4)$$

$$X_{pk} \in \mathbb{Z}^+, \quad p = 1, \dots, NP, \quad k = 1, \dots, NK, \quad (2.5)$$

$$Z_{ik} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, NI, \quad k = 1, \dots, NK, \quad (2.6)$$

$$T_i \in \mathbb{R}^+, \quad i = 1, \dots, NI. \quad (2.7)$$

No modelo (2.1)-(2.7), a função objetivo (2.1) busca a minimização da soma de dois componentes do custo total. O primeiro refere-se à soma dos atrasos ponderados dos NI itens a serem executados. O segundo custo é a soma dos custos das matérias-primas dos diferentes padrões de corte utilizados.

O conjunto de restrições (2.2) garante que a demanda total seja atendida para todos os itens i , uma vez que impõe que a soma de todas as produções deste item nos padrões escolhidos seja igual ou superior à demanda b_i .

Em (2.3) é feita a definição do atraso T_i , sendo este limitado inferiormente pela diferença entre a soma dos tempos de processamento até uma certa sequência k e a data de entrega do item d_i sempre que i ainda não tenha sido terminado até a sequência $k - 1$ (ou seja, $Z_{ik} = 0$). Quando $Z_{ik} = 1$, a restrição torna-se inativa, uma vez que o tempo de processamento até a sequência k torna-se irrelevante para o cálculo do atraso de i , o que é garantido pelo parâmetro M_i , suficientemente grande para realizar essa disjunção.

Por fim, em (2.4) a variável de decisão Z_{ik} é definida logicamente, estando limitada superiormente pela fração da ordem i que já foi completada até a sequência de programação $k - 1$. Assim, um item é considerado já completo na sequência k , quando sua demanda b_i já foi atendida completamente em $k - 1$, de forma que o tempo de processamento acumulado até k pode ser desconsiderado para cálculo do atraso de i (segundo as restrições (2.3)). O domínio das variáveis de decisão é definido em (2.5)-(2.7).

2.3.1 Método de solução

Esta subseção propõe a forma de obtenção de uma solução inteira para a formulação (2.1)-(2.7), que será utilizada nos experimentos computacionais posteriormente. Também propõe a forma de cálculo do limitante inferior para computar o *gap* da solução.

Como o número de padrões de corte possíveis é potencialmente muito grande, uma tentativa de enumeração explícita de todas as combinações possíveis não seria computacionalmente conveniente. Assim, o procedimento de geração de colunas proposto em Gilmore e Gomory (1963) é utilizado para resolver a relaxação linear do modelo (2.1)-(2.7) e em seguida, um método heurístico auxilia na obtenção de soluções inteiras.

O método de geração de colunas é um procedimento iterativo que busca adicionar colunas (neste caso, padrões de corte) ao problema, que têm potencial de melhorar sua função objetivo. O procedimento inicia a partir de um conjunto reduzido de colunas que garantem a existência de uma solução viável para o problema. Em geral, essas colunas são definidas por padrões de corte homogêneos, que são padrões que contêm apenas um tipo de item. Dada uma solução viável, cada coluna possui um custo reduzido associado a ela, que é a diferença entre seu coeficiente na função objetivo e o somatório de seus coeficientes nas restrições multiplicados pelos respectivos valores duais dessas restrições. O problema sem o número completo de colunas, é denominado “problema-mestre restrito”.

A cada iteração, colunas com custos reduzidos melhores (negativos) são geradas e inseridas no problema-mestre com a finalidade de melhorar o valor da função objetivo. Essas colunas são obtidas resolvendo um subproblema que fornece o melhor padrão de corte associado à solução corrente do problema. Esse procedimento é repetido enquanto é possível melhorar o valor da função objetivo.

No caso deste capítulo, este processo iterativo é realizado para minimizar o custo reduzido associado a uma variável X_{pk} a ser adicionada no conjunto de padrões de corte para o modelo (2.1)-(2.7). O subproblema de minimização do custo reduzido associado à variável X_{pk} , apresentado a seguir, gera colunas para cada sequência k em cada iteração e adiciona a melhor coluna obtida. Esse procedimento é repetido até que nenhum custo reduzido negativo seja gerado.

Para obtenção de uma solução inteira após o processo de geração de colunas, optou-se pela heurística descrita por Wäscher e Gau (1996), na qual o próprio modelo (2.1)-(2.7) é usado com as restrições de integralidade de X_{pk} e Z_{ik} mantidas, porém restrito apenas

às colunas que compõem a solução ótima relaxada e as outras colunas geradas durante o processo, além das colunas homogêneas que o inicializam. Embora seja um procedimento relativamente simples, é utilizado em casos da literatura (LIANG et al., 2018; BERTOLI; KILBY; URLI, 2020; FLORES-QUIROZ; PINTO; ZHANG, 2019), nos quais os *gaps* em relação à solução ótima do problema relaxado são aceitáveis na aplicação em questão.

Além disto, são propostas desigualdades válidas, de forma a reduzir o espaço de soluções viáveis, sem limitar a solução ótima. O objetivo é melhorar a solução obtida no limite de tempo imposto.

Por fim, propõe-se um método de obtenção de limitante inferior, com o objetivo de melhorar aquele que é gerado pela solução ótima da relaxação linear do problema (2.1)-(2.7), prejudicado pelo uso de restrições disjuntivas. São calculados separadamente limitantes inferiores para o problema de corte de estoque e para o problema de atraso ponderado, sendo ambos somados para computar o limitante inferior do problema integrado.

A Figura 2.6 ilustra o método de solução proposto e executado nos experimentos da Seção 2.4, cujo detalhamento será apresentado na sequência.

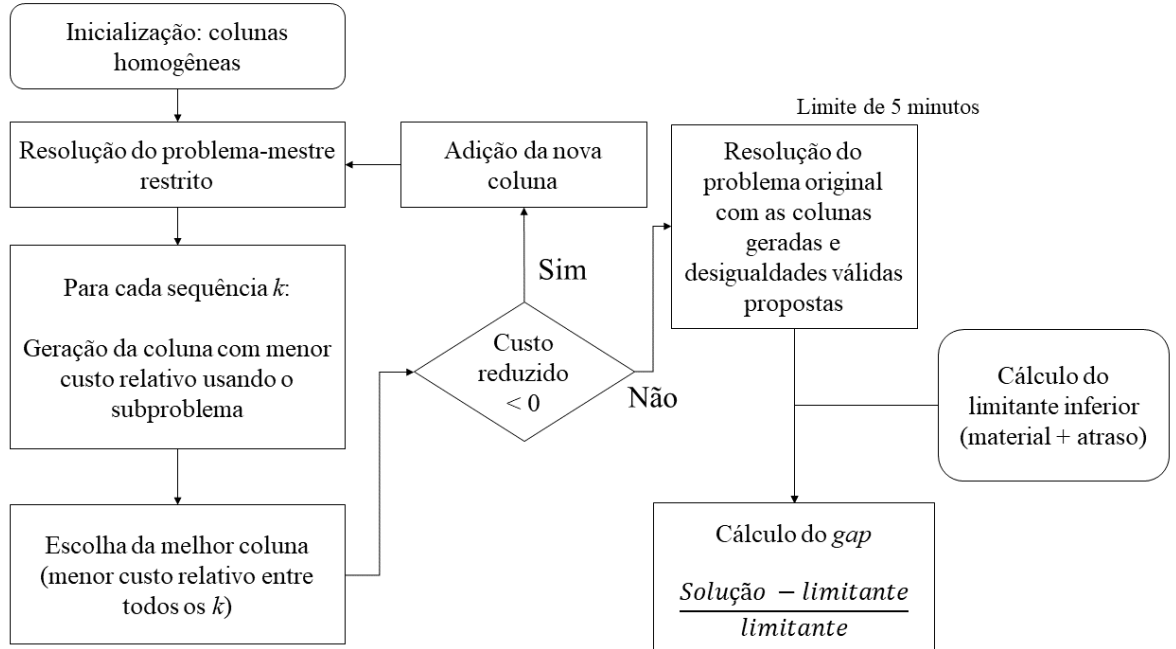


Figura 2.6: Esquematização do método de solução (Autoria própria).

Geração de colunas

O subproblema associado à geração de padrões de corte em (2.1)-(2.7) pode ser obtido ao minimizar os custos reduzidos da variável X_{pk} , até que estes sejam todos positivos. O custo reduzido associado a uma variável X_{pk} ($\bar{c}_{pk}$) é dado pelo seu coeficiente na função objetivo (c_{pk}), subtraído do produto do vetor transposto de valores duais das restrições do problema (π^T) pela matriz de coeficientes associados a ela ($\mathbf{a}_{pk}$).

$$\bar{c}_{pk} = c_{pk} - \pi^T \mathbf{a}_{pk} \quad (2.8)$$

Considerando π_i^1 os valores duais associados à restrição (2.2), π_{ik}^2 os valores duais associados à restrição (2.3) e π_{ik}^3 os valores duais associados à restrição (2.4), α_i a quantidade de itens i na coluna a ser gerada, pt o seu tempo de processamento e θ o custo da matéria-prima do padrão gerado, tem-se o seguinte objetivo associado ao problema em questão:

$$\bar{c}_{pk} = \theta - \sum_{i=1}^{NI} \pi_i^1 \alpha_i + \sum_{i=1}^{NI} \sum_{q=k}^{NK} \pi_{iq}^2 pt + \sum_{i=1}^{NI} \sum_{q=k+1}^{NK} \pi_{iq}^3 \alpha_i \quad (2.9)$$

Na Tabela 2.1 está ilustrada a estrutura de coeficientes do problema original, de modo a destacar e explicar a forma de construção de cada coluna.

Tabela 2.1: Ilustração da estrutura das colunas da formulação

			p = 1			...			p = NP		
			k = 1	...	k = NK	k = 1	...	k = NK	k = 1	...	k = NK
(2.2)	i = 1		$a_{11}X_{11}$	$a_{11}X_{1k}$	$a_{11}X_{1,NK}$	$a_{1p}X_{p1}$	$a_{1p}X_{pk}$	$a_{1p}X_{p,NK}$	$a_{1,NP}X_{NP,1}$	$a_{1,NP}X_{NP,k}$	$a_{1,NP}X_{NP,NK}$
	...		$a_{i1}X_{11}$	$a_{i1}X_{1k}$	$a_{i1}X_{1,NK}$	$a_{ip}X_{p1}$	$a_{ip}X_{pk}$	$a_{ip}X_{p,NK}$	$a_{i,NP}X_{NP,1}$	$a_{i,NP}X_{NP,k}$	$a_{i,NP}X_{NP,NK}$
	i = NI		$a_{NI,1}X_{11}$	$a_{NI,1}X_{1k}$	$a_{NI,1}X_{1,NK}$	$a_{NI,p}X_{p1}$	$a_{NI,p}X_{pk}$	$a_{NI,p}X_{p,NK}$	$a_{NI,NP}X_{NP,1}$	$a_{NI,NP}X_{NP,k}$	$a_{NI,NP}X_{NP,NK}$
(2.3)	i = 1	k = 1	pt_1X_{11}			pt_pX_{p1}			$pt_{NP}X_{NP,1}$		
		...	pt_1X_{11}	$pt_1X_{1,k}$		pt_pX_{p1}	pt_pX_{pk}		$pt_{NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	
		k = NK	pt_1X_{11}	$pt_1X_{1,k}$	$pt_1X_{1,NK}$	pt_pX_{p1}	pt_pX_{pk}	$pt_pX_{p,NK}$	$pt_{NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	$pt_{NP}X_{NP,NK}$
	...	k = 1	pt_1X_{11}			pt_pX_{p1}			$pt_{NP}X_{NP,1}$		
		...	pt_1X_{11}	$pt_1X_{1,k}$		pt_pX_{p1}	pt_pX_{pk}		$pt_{NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	
		k = NK	pt_1X_{11}	$pt_1X_{1,k}$	$pt_1X_{1,NK}$	pt_pX_{p1}	pt_pX_{pk}	$pt_pX_{p,NK}$	$pt_{NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	$pt_{NP}X_{NP,NK}$
	i = NI	k = 1	pt_1X_{11}			pt_pX_{p1}			$pt_{NP}X_{NP,1}$		
		...	pt_1X_{11}	$pt_1X_{1,k}$		pt_pX_{p1}	pt_pX_{pk}		$pt_{NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	
		k = NK	pt_1X_{11}	$pt_1X_{1,k}$	$pt_1X_{1,NK}$	pt_pX_{p1}	pt_pX_{pk}	$pt_pX_{p,NK}$	$pt_{NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	$pt_{NP}X_{NP,NK}$
(2.4)	i = 1	k = 1	$a_{11}X_{11}$			$a_{1p}X_{p1}$			$a_{1,NP}X_{NP,1}$		
		...	$a_{11}X_{11}$	$pt_1X_{1,k}$		$a_{1p}X_{p1}$	pt_pX_{pk}		$a_{1,NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	
		k = NK	$a_{11}X_{11}$	$pt_1X_{1,k}$		$a_{1p}X_{p1}$	pt_pX_{pk}		$a_{1,NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	
	...	k = 1	$a_{i1}X_{11}$			$a_{ip}X_{p1}$			$a_{i,NP}X_{NP,1}$		
		...	$a_{i1}X_{11}$	$pt_1X_{1,k}$		$a_{ip}X_{p1}$	pt_pX_{pk}		$a_{i,NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	
		k = NK	$a_{i1}X_{11}$	$pt_1X_{1,k}$		$a_{ip}X_{p1}$	pt_pX_{pk}		$a_{i,NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	
	i = NI	k = 1	$a_{NI,1}X_{11}$			$a_{NI,p}X_{p1}$			$a_{NI,NP}X_{NP,1}$		
		...	$a_{NI,1}X_{11}$	$pt_1X_{1,k}$		$a_{NI,p}X_{p1}$	pt_pX_{pk}		$a_{NI,NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	
		k = NK	$a_{NI,1}X_{11}$	$pt_1X_{1,k}$		$a_{NI,p}X_{p1}$	pt_pX_{pk}		$a_{NI,NP}X_{NP,1}$	$pt_{NP}X_{NP,k}$	

Assim, para cada sequência k pode ser otimizado o padrão de corte a ser adicionado utilizando a formulação (2.10)-(2.14).

$$\min \quad \theta - \sum_{i=1}^{NI} \pi_i^1 \alpha_i + \sum_{i=1}^{NI} \sum_{q=k}^{NK} \pi_{iq}^2 pt + \sum_{i=1}^{NI} \sum_{q=k+1}^{NK} \pi_{iq}^3 \alpha_i \quad (2.10)$$

$$\text{sujeito a :} \quad \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i l_i \leq L, \quad i = 1, \dots, NI, \quad (2.11)$$

$$pt = \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i, \quad i = 1, \dots, NI, \quad (2.12)$$

$$pt \in \mathbb{Z}^+ \quad (2.13)$$

$$\alpha_i \in \mathbb{Z}^+, \quad i = 1, \dots, NI. \quad (2.14)$$

A função objetivo (2.10) minimiza o custo reduzido para uma dada sequência k da programação que um padrão de corte pode ocupar, conforme (2.9). O conjunto de restrições (2.11) garante que os itens alocados no objeto L respeitem sua capacidade. A definição do tempo de processamento é explicitada em (2.12). Em (2.13)-(2.14) define-se o domínio das variáveis de decisão deste sub-problema.

Desigualdades válidas

Ao utilizar-se das restrições disjuntivas (2.3), a formulação (2.1)-(2.7) compromete de maneira severa o cálculo de seu limitante inferior. Desta forma, propõe-se duas desigualdades válidas como planos de corte para melhorar o desempenho computacional do modelo.

Em qualquer solução válida, o vetor Z_{ik} para um dado i é uma série de zeros consecutivos seguidos por uma série de números 1 consecutivos, a partir da sequência k em que este item i já está completo. Assim, pode ser imposto que:

$$Z_{ik} \geq Z_{i,k-1}, i = 1, \dots, NI, k = 1, \dots, NK \quad (2.15)$$

já que a variável Z_{ik} relaxada está superiormente limitada pela fração do item i completa até a sequência k , o que deve ser um número não-decrescente para um dado item i .

Além disto, não há perda de generalidade se for proposto que um item é terminado em cada sequência k . Ainda que dois itens possam ser terminados simultaneamente, o modelo pode deixar uma sequência vazia, o que não comprometeria computar corretamente o tempo de processamento até o seu término. Assim, pode-se propor a igualdade (2.16).

$$\sum_{i=1}^{NI} Z_{ik} = k - 1, k = 1, \dots, NK \quad (2.16)$$

Limitante inferior

Um primeiro limitante inferior para a solução ótima de (2.1)-(2.7) é o ótimo de sua versão com as restrições de integralidade relaxadas. Entretanto, devido à restrição disjuntiva (2.3), sua relaxação linear gera um limitante inferior fraco. De fato, a porção da função objetivo relativa ao atraso sempre é zerada, já que mesmo frações pequenas de Z_{ik} multiplicadas pelo parâmetro M_i , que garante a disjunção, resultam em T_i nulo.

Com o intuito de melhorar o limitante inferior para avaliação da solução gerada pelo método de solução, propõe-se somar o limitante do problema de custo de matéria-prima ao limitante do problema de atraso separadamente, por meio de métodos independentes. Para o limitante do custo de matéria-prima, resolve-se o PCE convencional (GILMORE; GOMORY, 1961; GILMORE; GOMORY, 1963), desconsiderando as restrições de atraso propostas. Para o problema de atraso ponderado, propôs-se um método através de programação dinâmica com restrição de repetição de ordens consecutivas na programação (ABDUL-RAZAQ; POTTS, 1988; IBARAKI; NAKAMURA, 1994; TANAKA; FUJIKUMA; ARAKI, 2009), que será detalhado a seguir. A escolha deste método se justifica pela qualidade dos limitantes obtidos na literatura para o problema de minimização de custos por desvios de datas utilizando programação dinâmica.

Os itens do problema original são considerados como ordens de produção com tempo de processamento b_i (já que a quantidade determinaria o tempo de processamento caso não houvesse restrição de corte em objetos). O *makespan* do conjunto de ordens ($NT = \sum_{i=1}^{NI} b_i$) determina um conjunto de estados t discretizados ($t = 1, \dots, NT$). Um primeiro limitante inferior para o problema pode ser obtido por $f_0(NT)$ da recursão (2.17).

$$f_0(t) = \min_{i \in \{1, \dots, NI\}} \{f_0(t - b_i) + w_i T_i(t)\} \quad (2.17)$$

A função $T_i(t)$ é o valor do atraso da ordem i quando terminada no instante t (ou seja, $\max\{0, t - d_i\}$). A recursão é computada considerando $f_0(0) = 0$ e $f_0(t) = \infty$ para $t < 0$. Como não há restrição para que uma mesma ordem seja alocada mais de uma vez (e nem para que todas sejam alocadas pelo menos uma vez no horizonte), trata-se de uma relaxação de restrição que resulta em um limitante inferior para o problema.

Este limitante pode ser melhorado através da adição de um vetor de penalidades $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_{NT})$, de tal forma que a recursão f_1 penaliza em λ_i a alocação da ordem i , como explicitado em (2.18).

$$f_1(t; \lambda) = \min_{i \in \{1, \dots, NI\}} \{f_1(t - b_i; \lambda) + w_i T_i(t) + \lambda_i\} \quad (2.18)$$

Neste caso, o limitante inferior do problema é $f_1(NT; \lambda) - \sum_{i=1}^{NI} \lambda_i$. Novamente, a recursão é computada considerando $f_1(0; \lambda) = 0$ e $f_1(t; \lambda) = \infty$ para $t < 0$. Embora esse limitante seja válido para qualquer valor do vetor λ , sua qualidade depende da escolha de λ (ABDUL-RAZAQ; POTTS, 1988). Utilizou-se aqui uma adaptação do procedimento de atualização para o vetor λ proposto por (IBARAKI; NAKAMURA, 1994), exposto em (2.19).

$$\lambda_i^k = \lambda_i^{k-1} + \frac{\left(\tilde{f}^{(k-1)} - \left(f_1(NT; \lambda^{(k-1)}) - \sum_{i=1}^{NI} \lambda_i^{(k-1)}\right)\right) \left(n_i^{(k-1)} - 1\right)}{\sum_{i=1}^{NI} (n_i^{(k-1)} - 1)^2} \quad (2.19)$$

O valor $\tilde{f}^{(k)}$ é uma estimativa do custo mínimo, que é inicializada com um limitante superior do problema e depois é atualizado conforme (2.20), de forma a convergir no processo ao limitante inferior com o intuito de melhorar λ . O limitante superior inicial foi obtido através do sequenciamento das ordens pelo menor prazo de entrega (*earliest due date* ou EDD). O valor $n_i^{(k)}$ denota o número de vezes que a ordem i foi alocada na sequência obtida pela recursão (2.18). O procedimento foi repetido até que $\tilde{f}^{(k)}$ convergissem a $f_1(NT; \lambda^{(k)}) - \sum_{i=1}^{NI} \lambda_i^{(k)}$.

$$\tilde{f}^{(k)} = \frac{1}{2} \left(\tilde{f}^{(k-1)} + \max_{j \in \{0, \dots, k-1\}} \left\{ f_1(NT; \lambda^{(j)}) - \sum_{i=1}^{NI} \lambda_i^{(j)} \right\} \right) \quad (2.20)$$

Por fim, uma nova melhoria do limitante é proposta, seguindo procedimento análogo, porém, impondo uma restrição de não-repetição de 2 ordens consecutivas, conforme a recursão (2.21) (ABDUL-RAZAQ; POTTS, 1988; IBARAKI; NAKAMURA, 1994; TANAKA; FUJIKUMA; ARAKI, 2009).

$$f_2(t, j; \lambda) = \min_{i \in \{1, \dots, NI, i \neq j\}} \{f_2(t - b_j, i; \lambda) + w_j T_j(t) + \lambda_j\} \quad (2.21)$$

Aqui, o limitante inferior do problema é $\min_{j=1}^{NI} \{f_2(NT, j; \lambda)\} - \sum_{i=1}^{NI} \lambda_i$. A recursão é computada considerando $f_2(0, j; \lambda) = 0$ e $f_2(t, j; \lambda) = \infty$ para $t < 0$, ambos para $j = 1, \dots, NI$. O mesmo processo iterativo é aplicado para buscar um vetor λ que melhore o limitante obtido.

A soma deste valor com o limitante inferior do PCE convencional (que, no caso dos experimentos realizados, foi sempre a solução ótima) é um limitante inferior para o problema propostos em (2.1)-(2.7).

2.4 Resultados computacionais e discussão

Esta seção apresenta os testes computacionais com o modelo (2.1)-(2.7) proposto e método de solução descrito em 2.3.1. Os experimentos foram divididos em três partes: primeiro será feito um exemplo de caráter ilustrativo, que mostra a relevância do estudo do problema de maneira integrada em comparação com a solução dos problemas separadamente. Posteriormente, será apresentado um exemplo real, baseado na indústria que motivou o problema em estudo, comparando com a metodologia atual desta e mostrando os ganhos pelo uso da abordagem otimizante. Por fim, um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente é proposto a fim de explorar o desempenho e os resultados do modelo frente a diferentes conjuntos de parâmetros de entrada.

Todos os experimentos foram executados em um computador com 16Gb de memória RAM e processador i7, utilizando CPLEX 12.8 como otimizador e linguagem OPL para

programação. O tempo de processamento foi limitado a 5 minutos.

2.4.1 Exemplo ilustrativo

O exemplo a seguir foi gerado com intuito exemplificativo, para deixar clara a relevância do estudo do problema de maneira integrada. Retoma-se, portanto, o exemplo proposto na Figura 2.1, porém com demandas maiores. Seja uma fila de produção para o corte de 3 itens unidimensionais, seguindo as demandas, datas de entrega e comprimentos explicitados na Tabela 2.2. Tais itens devem ser cortados de objetos de tamanho 10 ($L = 10$). O tempo de corte de cada item será de 1 unidade de tempo.

Tabela 2.2: Dados dos itens a serem cortados.

Item	1	2	3
l_i (unidades de comprimento)	3	2	7
d_i (unidades de tempo)	1.000	2.000	3.000
b_i (unidades)	1.000	1.000	1.000

Com tais dados é possível otimizar o PCE convencional (considerando apenas gastos com matéria-prima) de maneira “perfeita” (100% de aproveitamento), fazendo uso de 1.200 objetos. Uma possível solução para este, está detalhada na Tabela 2.3.

Tabela 2.3: Solução do problema utilizando o PCE clássico

Padrões de corte	Itens (i)			Tempo	Quantidade
	1	2	3		
1	1	0	1	2	1.000
2	0	5	0	5	200
Total	Aproveitamento: 100%				1200

Uma possível intuição seria, de posse desta solução, programar os padrões propostos em sequências com os itens mais urgentes, gerando uma fila de execução de padrões “eficientes” da solução do PCE. Neste caso, a programação seria tal como a Tabela 2.4, em que, na primeira sequência são executados todos os padrões de corte do tipo 1 (já que o item 1 é mais urgente) e depois do tipo 2. Assim, como pode ser observado, o item 1 apresentará atraso em relação à data de entrega proposta, já que aguarda a execução dos itens do tipo 3 para otimizar a matéria-prima. Também o item 2 apresenta atraso, já que aguarda o fim da produção do primeiro padrão de corte.

Tabela 2.4: Tempos de execução e atraso dos itens para a solução com o PCE clássico.

Padrões de corte	Tempo	Quantidade	Início	Fim
1	2	1.000	0	2.000
2	5	200	2.000	3.000
Total		1.200		
Atrasos ($\max\{0, C_i - d_i\}$):				
Item 1		$\max\{0, 2.000 - 1.000\} = 1.000$		
Item 2		$\max\{0, 3.000 - 2.000\} = 1.000$		
Item 3		$\max\{0, 2.000 - 3.000\} = 0$		

Ao integrar os dois problemas, utilizando o modelo (2.1)-(2.7), emerge a questão dos custos da matéria-prima e atraso considerados de maneira conjunta. Foi suposto que todos os itens possuem a mesma penalidade por unidade de tempo em atraso ($w_1 = w_2 = w_3 = w$) e que 1 unidade de matéria-prima tem o custo de 1 unidade de tempo em atraso ($\theta = w$). A Tabela 2.5 ilustra a solução do problema integrado utilizando o modelo proposto.

Tabela 2.5: Solução do problema utilizando o PCEPP-1D proposto.

Padrões de corte	Itens (i)			Tempos	Quantidade	Sequência	Início	Fim
1	3	0	0	3	333			
2	1	0	1	2	1	1	0	1.001
2	0	5	0	5	200	2	1.001	2.001
4	0	0	1	1	999	2	2.001	3.000
Total					1.353			
Atrasos ($\max\{0, C_i - d_i\}$):								
Item 1					$\max\{0, 1.001 - 1.000\} = 1$			
Item 2					$\max\{0, 2.001 - 2.000\} = 1$			
Item 3					$\max\{0, 3.000 - 3.000\} = 0$			

Comparando as duas soluções, para os custos propostos, observa-se que a solução integrada tem um custo total de 1.355 (1.353 de matéria-prima e 2 de atraso), enquanto a solução “sequencial” (PCE primeiro e depois sequenciamento) tem custo total de 3.200 (1.200 de matéria-prima e 2.000 de atraso).

Assim, tal instância de caráter ilustrativo demonstra que a solução integrada traz soluções que contemplam o objetivo global do problema, diferente da solução “sequencial”. A proporção dos custos de matéria-prima e atraso é potencialmente distinta de acordo com o contexto industrial e, ainda dentro de uma mesma fábrica, de acordo com o nível

da demanda: momentos de maior demanda ou contratos com cláusulas mais apertadas podem levar a custos de atraso maiores, por exemplo.

2.4.2 Exemplo industrial real

A instância que será apresentada nesta subseção foi coletada de uma indústria do setor aeronáutico, em um processo de corte de tubos de alumínio especial utilizando uma máquina de serra fita, com o objetivo de abastecer a linha de montagem. A fábrica em questão, que motivou este capítulo, produz peças para abastecer uma linha de montagem (interna) de aviões agrícolas, assim como as demandas de peças de reposição. A importância de tais itens está dividida em três categorias: itens para atendimento de demandas de peças de reposição de aviões descontinuados; itens que pertencem ao caminho crítico da linha de montagem; e itens que não pertencem ao caminho crítico da linha de montagem.

Os dados de demanda, comprimentos e datas de entrega dos itens a serem cortados foram coletados em uma dada fila de produção em julho de 2011, contemplando itens a serem cortados, que ocupam uma capacidade aproximada de 1 semana. Para a programação deste exemplo, utilizou-se períodos de 20 segundos como unidade de tempo, correspondentes ao tempo médio de corte de um item na máquina de serra fita. Assim, a demanda total de 7.981 itens deste exemplo equivale a pouco mais de 44 horas de corte, ou seja, quase 6 turnos de 8.8 horas (considerando 78% de eficiência). A Tabela 2.6 apresenta os dados dos 24 itens a serem produzidos: demanda, comprimento (em mm), data de entrega (em tempos de 20 segundos, como explicado), característica da demanda do item (importância de seu atraso) e a consequente penalidade por unidade de atraso (w_i).

Os comprimentos, demandas e datas de entrega foram coletados diretamente com o controle de produção, de acordo com a fila de produção do dia. A penalidade por atraso foi inferida em valores relativos ao custo de um objeto ($\theta = 10$), conforme a tabela, de acordo com as declarações de importância de atraso dos envolvidos. Os objetos utilizados são idênticos com comprimento (L) de 6.000 mm. Os parâmetros M_i foram obtidos pela diferença entre o *makespan* ($\sum_i b_i$) e a data de entrega do item (d_i).

Os dados foram submetidos ao modelo (2.1)-(2.7), utilizando o método de solução descrito em 2.3.1. O procedimento gerou 155 colunas, das quais 25 foram utilizadas na solução final. Foram utilizados 1.957 objetos (custo de matéria-prima, portanto, de

Tabela 2.6: Dados dos itens a serem cortados.

Item (i)	Comprimento (l_i) (mm)	Demanda (b_i) (unid)	Data de entrega (d_i) (tempos)	Característica da demanda	Penalidade de atraso (w_i)
1	2.230	300	5.040		
2	1.660	130	720		
3	1.485	120	5.760		
4	1.372	600	2.160		
5	1.305	240	3.600		
6	1.300	400	0	Fora do caminho crítico	1,0
7	1.125	280	5.040		
8	1.112	90	720		
9	1.095	440	4.320		
10	1.085	290	2.160		
11	1.030	290	1.440		
12	940	160	5.040		
13	908	330	720		
14	2.680	455	3.600		
15	1.730	860	720	Itens do caminho crítico	2,0
16	1.500	120	0		
17	1.080	130	3.600		
18	980	406	2.160		
19	1.220	200	720		
20	1.200	990	5.040	Peças de reposição descontinuadas	10,0
21	1.050	260	0		
22	1.020	560	0		
23	950	70	2.160		
24	920	260	1.440		

19.570) e um custo de atraso total ponderado de 39.995. O aproveitamento da matéria-prima na solução é de 91,0%. Dos 24 itens, apenas 3 não foram produzidos com algum atraso e observa-se a presença dos itens de peças de reposição ($w_i = 10.0$) nas primeiras sequências da fila de produção.

O valor final da solução foi de 59.565, que representa um *gap* de 216,3% sobre a solução relaxada do problema (*lower bound* da otimização). Considerando o método de limitante inferior proposto, o *gap* foi de 90,0%. O tempos de geração de colunas foi de 345,2 segundos e o tempo de obtenção da solução inteira foi limitado a 300 segundos.

Para obter uma comparação com a forma como a fábrica trata seu processo, foi feita uma entrevista com o operador da máquina e simulou-se computacionalmente a “heurística” descrita por este para sequenciar a produção para os mesmos dados. Segundo os operadores, a lógica empírica de formação dos lotes de corte segue os seguintes

passos: (i) ordena-se os itens a serem cortados em ordem decrescente de prioridade (data de entrega, d_i), com desempate pelo valor do atraso da ordem (w_i); (ii) para cada item, corta-se quantas vezes for possível no objeto e (iii) completa-se o restante do objeto com o próximo item da fila que couber nele.

Embora seja esperado que na prática haja ajustes (análogos a uma busca em vizinhança) mediante situações discrepantes, é razoável assumir como comparativo tal solução, dado que o cumprimento disciplinado de tais passos sem apoio de sistema é igualmente difícil e sujeito a falhas.

Conforme evidencia a comparação resumida na Tabela 2.7, utilizando heurística dos operadores, a solução obtida utilizou 36 padrões de corte distintos, totalizando uma quantidade de objetos de 1.982. Por outro lado, o custo de atraso totalizou 83.256, tendo todos os itens apresentado algum atraso. Interessante observar que o atraso médio foi menor do que o promovido pelo resultado do método proposto, porém está distribuído de maneira menos equilibrada entre as 3 categorias de pesos. Isso acontece porque o critério tem importância secundária nas decisões dos operadores. O modelo proposto concentra os atrasos nos itens com menor peso no custo final.

Tabela 2.7: Comparativo entre solução da otimização e solução empírica da operação.

Indicador	Modelo proposto	Forma atual
Custo da solução	59.565	103.076
Custo do atraso total	39.995	83.256
Quantidade de objetos (unidades)	1.957	1.982
Aproveitamento da matéria-prima	91,01%	89,87%
Atraso médio do itens	1.337	1.138
Atraso médio de peças de reposição	706	5.620
Atraso médio de itens do caminho crítico	1543	5.357
Atraso médio de itens fora do caminho crítico	29.849	5.620

Observa-se que a solução do modelo proposto domina a solução “intuitiva” tanto em custos de matéria-prima quanto em custos de atraso. Além dos ganhos nos custos, é possível elencar ganhos intangíveis, como o melhor atendimento a cliente prioritários.

2.4.3 Instâncias geradas aleatoriamente

Para testar a formulação apresentada em (2.1)-(2.7), com o respectivo método de solução descrito na seção 2.3.1, foi gerado um conjunto de 180 instâncias explorando

diferentes cenários de quantidade de datas de entrega, demandas, tamanhos de itens e pesos para os atrasos das ordens. Todas as instâncias foram geradas com 20 tipos de itens ($NI = 20$), objetos com tamanho de 1.000 unidades de comprimento ($L = 1.000$) e custo de 10 unidades ($\theta = 10$).

Os tamanhos dos itens (l_i) foram gerados considerando “pequenos” comprimentos ($l_i \in U[100, 300]$, ou seja, de 10% a 30% do objeto); “grandes” comprimentos ($l_i \in U[300, 700]$, ou seja, de 30% a 70% do objeto); e comprimentos “variados” ($l_i \in U[100, 700]$, ou seja, de 10% a 70% do objeto). A notação U aqui denota uma distribuição uniforme em um conjunto discretizado.

Dois cenários de demandas foram testados: “baixa” ($b_i \in U[10, 50]$) e “alta” ($b_i \in U[50, 100]$). O tamanho da demanda tem influência potencialmente nos dois custos estudados: aumenta a demanda por objetos pelo maior volume, ao mesmo tempo em que faz com que o *makespan* da instância aumente para um mesmo NI .

Dois cenários de pesos por atraso das ordens foram testados: “baixos” ($w_i \in U[1, 5]$) e “altos” ($w_i \in U[5, 10]$). Esse custo, quando comparado a θ determina a importância relativa entre material e atrasos na função objetivo.

Por fim, foram gerados três cenários de atrasos para os testes: $\bar{d}_i = 50\% \sum_i b_i$ ($d_i \in U[\lfloor 30\% \sum_i b_i \rfloor, \lceil 70\% \sum_i b_i \rceil]$), $\bar{d}_i = 60\% \sum_i b_i$ ($d_i \in U[\lfloor 40\% \sum_i b_i \rfloor, \lceil 80\% \sum_i b_i \rceil]$), e $\bar{d}_i = 70\% \sum_i b_i$ ($d_i \in U[\lfloor 50\% \sum_i b_i \rfloor, \lceil 90\% \sum_i b_i \rceil]$). Por $\bar{d}_i$ entende-se o atraso médio almejado para a instância, sendo que o intervalo de geração aleatória sempre considerou amplitude de 40% do *makespan*, com centro neste parâmetro.

A combinação dos cenários expostos gerou 36 tipos de instâncias, para as quais foram feitas 5 repetições de cada tipo, totalizando um conjunto de testes de 180 instâncias.

Os dados e resultados detalhados das instâncias encontram-se disponíveis *online* com o uso do *QR code* da Figura [A.1](#) no apêndice A. Na análise dos resultados obtidos frente aos parâmetros do problema, utilizou-se uma comparação estatística dos resultados apresentados através de análise de variância, com nível de significância (valor-p) [1](#) de 5%. Assim, para os resultados apresentados, quando o valor-p é inferior a este número, existe diferença estatística significativa entre os resultados obtidos em cada subconjunto de instâncias.

O resultado desta massa de dados mostra que o modelo matemático resulta em um *gap*

¹Menor nível de significância com que se rejeitaria a hipótese nula de um dado teste. Neste caso, seria o menor nível de significância estatística para o qual a hipótese de igualdade entre as médias dos grupos testados não poderia ser refutada

médio de 7,8% em um tempo médio de 316,7 segundos, incluindo a geração de colunas. O menor *gap* foi de 0,001% e o maior de 32,0%. Interessante observar que, para a mesma solução, o *gap* médio seria de 17,3% se calculado com a relaxação linear do modelo, variando entre 0,9% e 80,8%. Os tempos totais de processamento, incluindo a geração de colunas, variaram entre 21,3 e 491,4 segundos. A ocupação média dos objetos foi de 91,8%, no intervalo entre 64,3% e 99,1%. A proporção dos custos com material na função objetivo tiveram média de 88,1%, variando entre 58,5% e 99,3%. Por fim, o número de padrões de corte gerados foi em média 31,0, variando entre 6 e 62 colunas adicionadas.

A Tabela 2.8 mostra os resultados de acordo com o parâmetro de data de entrega das ordens (d_i). O *gap*, o percentual de custo de material na solução final e o tempo computacional total foram impactados por este parâmetro de maneira estatisticamente significativa (valor-p < 0,05). Verificou-se que a dificuldade da instância, seja medida pelo *gap*, seja pelo tempo computacional, foi decrescente com o prazo médio de entrega das ordens. É possível inferir que prazos mais estreitos levam a maiores atrasos, o que faz com que a otimização do custo por desvio de datas torne-se mais difícil. A ocupação dos objetos e número de padrões de corte gerados não mostraram diferença estatística significativa.

Tabela 2.8: Resultados de acordo com as datas de entrega das ordens (d_i).

Resultado	Data de entrega das ordens (d_i)				valor-p
	30% a 70% de $\sum_i b_i$	40% a 80% de $\sum_i b_i$	50% a 90% de $\sum_i b_i$	Média	
<i>gap</i> (%)	11,3 (2,1-32,0)	8,1 (0,8-27,0)	4,0 (0,0-9,1)	7,8 (0,0-32,0)	< 0,001
Ocupação de objetos (%)	92,3 (73,5-98,6)	90,8 (68,2-98,4)	92,4 (64,3-99,1)	91,8 (64,3-99,1)	0,327
Custo de material (%)	81,4 (58,5-96,1)	88,3 (67,9-97,6)	94,7 (84,6-99,3)	88,1 (58,5-99,3)	< 0,001
Tempo de CPU (s)	344,0 (306,8-461,5)	331,9 (45,6-444,6)	274,2 (21,3-491,4)	316,7 (21,3-491,4)	< 0,001
Padrões de corte	31,7 (13-56)	29,7 (9-62)	31,7 (6-56)	31,0 (6-62)	0,627

A Tabela 2.9 mostra os resultados de acordo com o parâmetro de tamanho dos itens (l_i). Todos os resultados apresentaram diferença estatisticamente significativa entre os três grupos (valor-p < 0,05). Verificou-se que a maior presença de itens pequenos levou a (i) *gaps* maiores, (ii) melhor ocupação dos objetos, (iii) menor custo percentual com material,

(iv) maior tempo computacional total, e (v) maior número de padrões de corte gerados. Os resultados com itens de tamanhos variados, que foram intermediários entre instâncias com itens pequenos e itens grandes, corroboram para essa conclusão. É possível inferir que a maior possibilidade de combinações de padrões de corte faz com que mais padrões sejam gerados, impactando no tempo computacional e também na qualidade da solução do ponto de vista de uso de materiais. Por outro lado, com a maior importância relativa do atraso na solução final, os *gaps* tendem a aumentar. Como o limitante inferior do custo de material é gerado pelo PCE correspondente, instâncias com menores participações de custos de atraso tendem a ter *gaps* menores.

Tabela 2.9: Resultados de acordo com os tamanhos dos itens (l_i).

Resultado	Tamanho dos itens (l_i)				valor-p
	“Pequenos” $U[100, 300]$	“Grandes” $U[300, 700]$	“Variados” $U[100, 700]$	Média	
<i>gap</i> (%)	10,8 (2,0-32,0)	4,9 (0,0-16,1)	7,6 (0,8-19,6)	7,8 (0,0-32,0)	< 0,001
Ocupação de objetos (%)	96,0 (91,3-99,1)	86,2 (64,3-96,4)	93,3 (79,3-98,9)	91,8 (64,3-99,1)	< 0,001
Custo de material (%)	84,0 (58,5-97,9)	91,3 (76,6-99,3)	89,1 (71,4-97,6)	88,1 (58,5-99,3)	< 0,001
Tempo de CPU (s)	375,9 (326,6-491,4)	257,9 (21,3-340,1)	316,4 (50,0-415,8)	316,7 (21,3-491,4)	< 0,001
Padrões de corte	45,1 (31-62)	20,2 (6-43)	27,8 (11-50)	31,0 (6-62)	< 0,001

A Tabela 2.10 mostra os resultados de acordo com o parâmetro da demanda dos itens (b_i). No extremo oposto do parâmetro anterior, aqui nenhum dos resultados apresentou diferença estatisticamente significativa entre os dois grupos (valor-p < 0,05). De fato, uma observação dos valores médios, e mesmo das faixas de variação, mostra que são conjuntos muito semelhantes de resultados. Uma possível explicação advém do fato de que as datas de entrega são geradas a partir da soma de b_i , que é o *makespan* da instância. Assim, as instâncias têm prazos mais ou menos estreitos apenas de acordo com d_i , sendo b_i relativizado. Seria possível supor que maiores demandas levariam a maiores custos com objetos. Entretanto, os resultados mostraram que, para esse conjunto de dados, os custos com atraso também aumentaram, de forma a não impactar no custo percentual de cada porção. O número de padrões de corte e tempo computacional, como imaginado, não são impactados por b_i .

Tabela 2.10: Resultados de acordo com a demanda dos itens (b_i).

Resultado	Demanda dos itens (b_i)			valor-p
	“Baixa” $U[10, 50]$	“Alta” $U[50, 100]$	Média	
<i>gap</i> (%)	7,9 (0,8-32,0)	7,6 (0,0-27,6)	7,8 (0,0-32,0)	0,791
Ocupação de objetos (%)	91,2 (64,3-98,7)	92,4 (72,9-99,1)	91,8 (64,3-99,1)	0,234
Custo de material (%)	88,1 (58,5-98,7)	88,2 (60,6-99,3)	88,1 (58,5-99,3)	0,910
Tempo de CPU (s)	314,1 (21,3-434,1)	319,4 (28,1-491,4)	316,7 (21,3-491,4)	0,695
Padrões de corte	30,9 (6-56)	31,1 (9-62)	31,0 (6-62)	0,936

Por fim, a Tabela 2.11 mostra os resultados de acordo com os pesos por atraso dos itens (w_i). O *gap* e o percentual de custo de material na solução final foram impactados por este parâmetro de maneira estatisticamente significativa (valor-p < 0,05). Trata-se de dois resultados que são afetados diretamente pela representatividade do custo de atraso na solução final, sendo este diretamente influenciado pelo parâmetro w_i . Os demais resultados não demonstraram, como esperado, diferença significativa entre os grupos, já que não apresentam relação direta com w_i . Interessante notar, no caso da ocupação dos objetos, que mesmo com uma maior pressão pelo objetivo de desvio de datas, não houve prejuízo ao bom aproveitamento de materiais. É possível supor que existem muitos casos em que não há necessidade de grande sacrifício de um objetivo pelo outro; mas sim, um espaço de soluções viáveis que apresentam bom desempenho em ambos os critérios.

As Tabelas 2.8 a 2.11 mostraram de maneira exploratória um detalhamento da influência de cada um dos parâmetros isoladamente nas instâncias. Com o intuito de analisar (i) as interações entre os parâmetros, (ii) a intensidade comparativa do impacto de cada um deles e (iii) obter um resumo dos experimentos, a Tabela 2.12 mostra o resultado médio para cada cenário dos *outputs* analisados. A cor de fundo de cada resultado auxilia na noção comparativa em uma escala de cinza. Quanto mais escuro o fundo da célula, maior o valor comparado aos demais da mesma coluna.

A Tabela 2.12 mostra uma clara concentração de *gaps* maiores influenciada pela combinação de prazos mais estreitos e pesos altos para atraso. Embora seja uma observação previsível, mostra que a influência da presença de itens pequenos nesse resultado é menor.

Tabela 2.11: Resultados de acordo com os pesos por atraso dos itens (w_i).

Resultado	Pesos por atraso dos itens (b_i)			valor-p
	“Baixos” $U[1, 5]$	“Altos” $U[5, 10]$	Média	
<i>gap</i> (%)	5,1 (0,0-19,7)	10,4 (1,7-32,0)	7,8 (0,0-32,0)	< 0,001
Ocupação de objetos (%)	91,9 (64,3-99,1)	91,8 (75,4-98,9)	91,8 (64,3-99,1)	0,902
Custo de material (%)	93,1 (79,0-99,3)	83,2 (58,5-96,1)	88,1 (58,5-99,3)	< 0,001
Tempo de CPU (s)	312,5 (25,5-491,4)	321,0 (21,3-437,8)	316,7 (21,3-491,4)	0,530
Padrões de corte	30,8 (6-56)	31,2 (7-62)	31,0 (6-62)	0,819

O custo de material na função objetivo, embora mais homogêneo entre grupos, também apresentou piora nos cenários de altos w_i . Essa piora também é mais pronunciada em cenários de prazos estreitos.

A ocupação dos objetos mostrou certa homogeneidade entre todos os cenários de maneira geral. O tamanho dos itens foi o parâmetro de maior influência, havendo piores resultados quando da presença de itens grandes. Para o tempo computacional e número de colunas geradas, também foi o parâmetro mais impactante, porém de maneira mais acentuada nesses dois resultados.

2.5 Comentários finais

Este capítulo abordou o problema de minimização de atrasos integrado ao problema de corte de estoques unidimensional. A motivação do problema é a característica da indústria aeronáutica, na qual atrasos na linha de montagem a jusante do processo podem ter custos tão ou mais relevantes do que a matéria-prima.

O problema de corte de estoque integrado à programação da produção contribui para a literatura ao explorar o caso de operações em que o tempo de processamento de cada padrão de corte é dependente de sua constituição. Isso é particularmente relevante para processos de corte de serra em materiais com altos tempos de processamento, em que padrões de corte com mais itens têm maior tempo de execução. Um modelo matemático foi proposto para representar o problema e o método de geração de colunas, juntamente com

Tabela 2.12: Resumo dos resultados médios dos cenários apresentados.

l_i	$\bar{d}_i$	w_i	b_i	gap (%)	Ocupação de objetos (%)	Custo de material (%)	Tempo de CPU (s)	Padrões de corte (un.)
Pequenos	50%	Baixos	Baixa	13,8%	95,3%	83,6%	365,5	44,4
			Alta	8,6%	97,0%	86,1%	384,7	44,2
		Altos	Baixa	18,3%	94,1%	68,0%	379,9	48,0
			Alta	17,1%	93,9%	67,0%	373,9	41,4
	60%	Baixos	Baixa	7,0%	96,3%	90,5%	362,6	45,0
			Alta	8,7%	96,7%	89,9%	373,8	41,0
		Altos	Baixa	15,2%	93,8%	75,8%	373,1	45,4
			Alta	19,0%	94,6%	76,1%	390,2	47,0
	70%	Baixos	Baixa	4,5%	97,8%	95,5%	382,6	48,0
			Alta	3,7%	97,9%	96,3%	383,1	41,4
		Altos	Baixa	6,6%	97,1%	89,7%	371,3	47,6
			Alta	6,6%	97,5%	89,2%	369,9	47,6
Variados	50%	Baixos	Baixa	8,5%	95,0%	88,9%	332,0	27,8
			Alta	8,8%	95,2%	89,5%	335,7	30,0
		Altos	Baixa	15,6%	93,7%	75,9%	340,8	29,4
			Alta	14,4%	91,3%	74,6%	336,7	26,8
	60%	Baixos	Baixa	3,3%	92,7%	94,6%	348,2	27,6
			Alta	5,6%	96,8%	93,2%	341,4	34,6
		Altos	Baixa	8,9%	90,4%	85,6%	325,4	20,2
			Alta	10,7%	89,0%	85,7%	314,5	20,4
	70%	Baixos	Baixa	3,4%	96,9%	96,2%	330,9	32,0
			Alta	2,6%	92,6%	96,8%	270,1	25,2
		Altos	Baixa	4,8%	90,4%	93,8%	227,1	27,4
			Alta	4,9%	95,6%	94,2%	293,6	31,6
Grandes	50%	Baixos	Baixa	3,2%	85,4%	93,1%	315,8	20,6
			Alta	4,4%	89,6%	92,1%	326,4	26,0
		Altos	Baixa	12,1%	89,6%	79,0%	319,4	19,6
			Alta	10,3%	87,7%	79,4%	317,3	21,8
	60%	Baixos	Baixa	1,6%	79,2%	96,5%	260,9	17,2
			Alta	2,3%	87,2%	95,9%	259,1	17,4
		Altos	Baixa	8,8%	89,2%	86,6%	320,2	21,8
			Alta	5,5%	83,2%	88,8%	313,5	18,6
	70%	Baixos	Baixa	1,1%	75,6%	98,3%	117,1	13,6
			Alta	0,7%	86,8%	98,4%	134,3	18,2
		Altos	Baixa	5,1%	89,7%	93,3%	180,2	21,2
			Alta	3,6%	91,0%	94,4%	230,4	26,4

um procedimento heurístico utilizados como método de solução. Devido a má qualidade do limitante inferior, derivada da necessidade de utilização de restrições disjuntivas na modelagem, uma melhoria no limitante foi proposta utilizando programação dinâmica, além de desigualdades válidas para melhorar a solução inteira no intervalo de tempo

computacional imposto.

Testes foram realizados com uma instância real e com instâncias geradas aleatoriamente. Ainda que a instância real tenha uma solução com *gap* alto, a solução obtida melhorou o método empírico tanto em quantidade de objetos utilizados quanto no atraso ponderado dos itens. A análise das instâncias geradas aleatoriamente mostrou uma influência dos tamanho dos itens, prazos médios e peso dos atrasos unitários. O primeiro fator tem maior impacto no tempo computacional, número de padrões de corte gerados e ocupação média dos objetos na solução final. Já a combinação de prazo médio e pesos do custo de atraso influenciaram de maneira mais pronunciada nos *gaps* e participação percentual dos custos de material em relação ao atraso na solução.

Estudos futuros podem explorar a limitação do número de itens das instâncias, o que fica ressaltado pelo resultado mais limitado, em termos de *gap*, na instância real. Além disso, não são considerados *setups* na formação dos tempos de processamento dos padrões de corte, o que é uma oportunidade em ambientes industriais em que estes são mais proeminentes.

Capítulo 3

PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE ASSOCIADO À MINIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE CICLOS DE SERRA COM DURAÇÕES VARIADAS (PCECV-1D)

Este capítulo propõe o estudo da integração entre o problema de corte de estoque unidimensional e o problema de utilização de máquinas (minimização de ciclos de serra), com objetivo de otimizar o custo total de matérias-primas e utilização da máquina de corte. O capítulo está dividido em 5 seções, começando pela motivação do problema na seção 3.1. Posteriormente, é feita uma revisão da literatura relacionada ao tema de ciclos de serra em 3.2. O modelo matemático e método de solução propostos são apresentados na seção 3.3. A Seção 3.4 apresenta e discute os resultados obtidos para a massa de dados proposta. Por fim, a seção 3.5 tece comentários sobre os principais achados e conclusões do capítulo.

3.1 Motivação

Em um contexto de grande competitividade, a boa utilização dos recursos produtivos é um imperativo para a sobrevivência de uma indústria. A alta utilização de máquinas pode ser obtida através de atividades de planejamento e programação eficazes, diminuindo estoques em processo e tempos de ciclo (PINEDO, 2016).

Particularmente, em processos industriais que envolvem operações de corte, a produtividade deste e a utilização das máquinas é afetada diretamente pelo número de padrões de corte, assim como pelo número de objetos que podem ser cortados simultaneamente (TOSCANO; RANGEL; YANASSE, 2017). Este tipo de situação, em que vários objetos podem ser cortados simultaneamente, é verificada em diversos processos industriais, tais como a indústria de móveis (VANZELA et al., 2017), metal-mecânica (SIMÕES et al., 2017), têxtil (DEGRAEVE; VANDEBROEK, 1998; DEGRAEVE; GOCHET; JANS, 2002) e de vulcanização (TRIGOS; LOPEZ, 2017).

A Figura 3.1 ilustra um exemplo de processo com esta característica. Neste caso, é possível observar um processo de corte de diversas barras de aço simultaneamente, sendo a primeira etapa para posterior processo de usinagem.



Figura 3.1: Corte de diversas barras de aço simultaneamente para posterior processo de usinagem em uma indústria metal-mecânica (SIMÕES et al., 2017).

Ainda que o objetivo mais comum em um problema de corte de estoque seja a minimização do desperdício de matéria-prima, há situações em que a produtividade da operação tem relevância no processo decisório (RANGEL; FIGUEIREDO, 2008). Desta forma, ganha relevância o estudo do problema da minimização do número de ciclos de serra (YANASSE, 2008), que consiste no processo decisório que busca diminuir o número de operações de corte necessárias para atingir uma certa demanda por itens (MARVI-ZADEH; CHOOBINEH, 2013). Um ciclo de serra é o período que abarca a preparação e execução de um conjunto de padrões de corte que são executados simultaneamente (YANASSE, 2008).

Importante ressaltar que há outras maneiras de contemplar a questão da produtividade de máquinas, tais como a redução do número de padrões de corte (DIEGEL et al., 2006; YANASSE; LIMEIRA, 2006; MORETTI; NETO, 2008; ALVES; MACEDO; CARVALHO, 2009; MOBASHER; EKICI, 2013) e redução de tempos de *setup* (ALLAH-VERDI; GUPTA; ALDOWAISAN, 1999; PAN; RUIZ, 2012; CUI; ZHONG; YAO, 2015; ARAUJO; POLDI; SMITH, 2014; VANDERBECK, 2000; HENN; WÄSCHER, 2013). Entretanto, ainda que estas diferentes abordagens apresentem ganhos comuns, a minimização do número de ciclos de serra não é garantida por elas (TOSCANO; RANGEL; YANASSE, 2017).

Utilizar a capacidade máxima da máquina em todos os padrões de corte é uma prática comum da indústria (TOSCANO; RANGEL; YANASSE, 2017), entretanto aproxima-se ao ótimo somente em contextos de alta demanda (YANASSE, 2008). Em demandas não tão altas, produtividade e uso de matéria-prima podem ser conflitantes (TOSCANO; RANGEL; YANASSE, 2017).

As abordagens encontradas para o problema de minimização do número de ciclos de serra não consideram que diferentes padrões de corte têm tempos diferentes de execução (YANASSE, 2008; DEGRAEVE; GOCHET; JANS, 2002; TRIGOS; LOPEZ, 2017; TOSCANO; RANGEL; YANASSE, 2017; VANZELA et al., 2017), muito embora o mote principal de sua existência seja a produtividade das máquinas de corte. É particularmente relevante essa consideração quando se atenta para o fato de que as principais aplicações deste tipo de problema estão ligadas a cortes de serra, nos quais o tempo de processamento está intimamente ligado ao número de cortes no padrão executado, o que se relaciona aos itens que o compõe. Ambas abordagens encontram aplicações na indústria.

A Figura 3.2 exemplifica e explica como máquinas de corte de diferentes indústrias apresentam lógicas distintas de cômputo do tempo de processamento. Na indústria de papel, por exemplo, cortam-se múltiplos itens simultaneamente de um mesmo objeto, através de facas paralelas. Neste caso, o tempo de processamento do padrão de corte independe do número de itens que o compõe. Por outro lado, em um corte de serra com possibilidade de múltiplos objetos simultâneos, a lógica de tempo de corte difere: um único equipamento corta cada item separadamente em vários objetos ao mesmo tempo. É o caso da indústria de auto-peças que motivou este capítulo, na qual o número de itens do padrão de corte afeta diretamente seu tempo de processamento, especialmente para materiais de execução lenta, tais como aço e titânio.

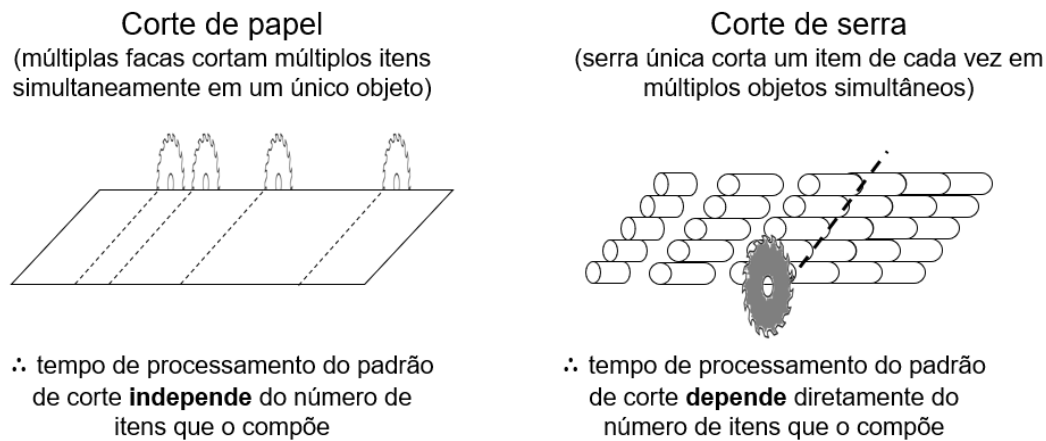


Figura 3.2: Diferença entre processos de corte em relação ao seu tempo de processamento em função de sua composição (Autoria própria).

A Figura 3.3, adaptada do trabalho de Simões et al. (2017), ilustra de maneira clara o dilema existente entre esses dois problemas. É possível verificar que, em uma crescente da proporção do custo de máquina sobre a matéria-prima (abscissa), as boas soluções tendem a privilegiar o bom uso do equipamento. Neste caso, são feitos cortes simultâneos ao máximo, mesmo que sacrificando de maneira exagerada o aproveitamento do material. Ao contrário, é possível observar soluções com aproveitamento de material quase perfeitos, mas que sacrificam a utilização racional da máquina para isso.

Este capítulo, portanto, aborda o problema de minimização de ciclos de serra integrado ao problema de corte de estoque, considerando que o custo fixo unitário de utilização da máquina para um ciclo é distinto de acordo com o padrão de corte executado. Particularmente, considera-se aqui um tempo fixo de *setup* do ciclo, ao qual adiciona-se um

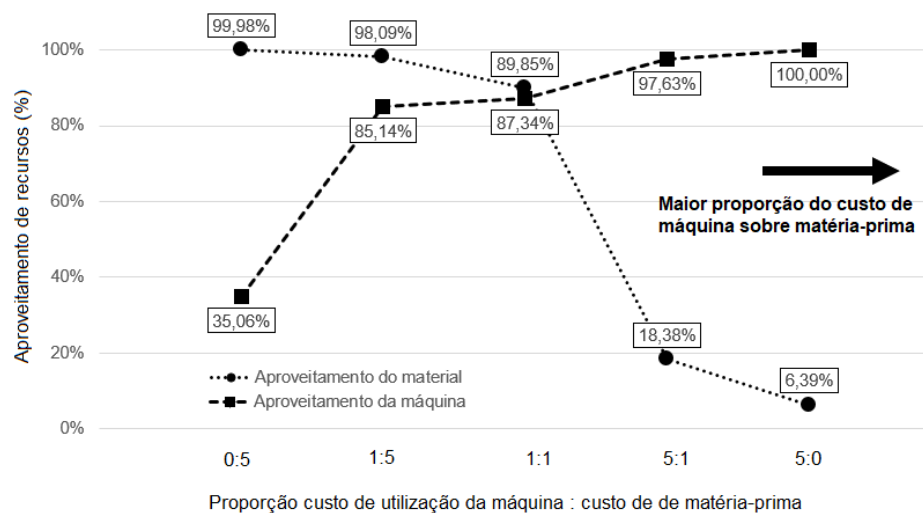


Figura 3.3: Adaptação dos resultados de [Simões et al. \(2017\)](#), ilustrando o aproveitamento da máquina e da matéria-prima em contextos de diferentes proporções de custos.

tempo unitário para cada item que consta em um dado padrão de corte. Esta premissa é verdadeira para processos industriais em que cada corte de item é feito em movimentos distintos, como explicado anteriormente.

3.2 Revisão da literatura

A preocupação com a boa utilização de máquinas de corte já é mostrada na literatura há algumas décadas, com problemas de minimização de *setups* ([ALLAHVERDI; GUPTA; ALDOWAISAN, 1999](#); [PAN; RUIZ, 2012](#); [CUI; ZHONG; YAO, 2015](#); [ARAUJO; POLDI; SMITH, 2014](#); [VANDERBECK, 2000](#); [HENN; WÄSCHER, 2013](#)) e minimização do número de padrões de corte diferentes ([DIEGEL et al., 2006](#); [YANASSE; LIMEIRA, 2006](#); [MORETTI; NETO, 2008](#); [ALVES; MACEDO; CARVALHO, 2009](#); [MOBASHER; EKICI, 2013](#)). Entretanto, a enunciação explícita do problema de ciclos de serra só foi feita na década de 90 ([YANASSE, 2008](#)). As máquinas de corte, em particular, costumam tornar-se gargalos em tempos de alta demanda ([TOSCANO; RANGEL; YANASSE, 2017](#)), gerando um dilema entre sua melhor ocupação ou o aproveitamento da matéria-prima.

O problema é intrinsecamente relacionado com problema de corte e empacotamento; daí, inclusive, o nome que alude à serra como ferramenta. Entretanto, problemas análogos são encontrados em sistemas de produção por bateladas ([MARVIZADEH; CHOOBINEH, 2013](#)).

Nesta revisão serão apresentados trabalhos que mostram modelos matemáticos para o problema de ciclos de serra. Alguns deles não são apresentados com tal denominação, embora tratem da mesma situação-problema. Também serão apresentados alguns trabalhos que contribuem com métodos heurísticos de resolução.

3.2.1 Modelos matemáticos para o problema de minimização de ciclos de serra

As formulações que serão aqui apresentadas abordam o problema de ciclos de serra, tanto em contextos unidimensionais quanto bidimensionais. Entretanto, cabe a ressalva de que todas as formulações minimizam o número de ciclos, sem a preocupação com sua heterogeneidade em termos de tempos (ainda que seja cabível nas situações em que se apresentam).

Yanasse (2008) abordou o problema de minimização de ciclos de serra em caráter de definição e proposição do problema, embora mencione trabalhos anteriores. Definiu-o como um problema de corte de estoque integrado à questão da minimização de custos de produção associados à utilização da máquina de corte. O autor discutiu que este problema seria equivalente ao problema de corte de estoque original se X_p fosse um múltiplo de m para todo p , o que seria improvável. Assim, propôs o modelo (3.1)-(3.4).

$$\min \sum_{p=1}^{NP} Y_p \quad (3.1)$$

$$s.a. \sum_{p=1}^{NP} a_{ip} X_p \geq b_i, \quad i = 1, \dots, NI, \quad (3.2)$$

$$Y_p \geq X_p/m, \quad p = 1, \dots, NP, \quad (3.3)$$

$$X_p, Y_p \in \mathbb{Z}^+, \quad p = 1, \dots, NP. \quad (3.4)$$

No modelo (3.1)-(3.4), é definida a variável Y_p , que se refere ao número de ciclos com o padrão de corte p . Neste modelo, minimiza-se a quantidade de ciclos de serra em (3.1), sendo a soma destas quantidades para todos os padrões de corte. A demanda é atendida pela restrição convencional do problema de corte de estoque em (3.2), na qual X_p é a quantidade de objetos cortados segundo o padrão de corte p , a_{ip} é a quantidade de itens

do tipo i no padrão de corte p e b_i é a demanda do item i . As restrições (3.3) estabelecem a coerência entre Y_p e X_p , impondo que o número de ciclos deve ser superior ou igual ao quociente entre o número de padrões cortados e o fator m .

Ainda, quando o custo do tempo de máquina não é dominante sobre o custo do material, o autor propôs uma modelagem em que este último está presente na função objetivo, minimizando o custo total entre uso de objetos e número de ciclos de serra.

Em Vanzela et al. (2017) e Melega et al. (2015) o problema de minimização de ciclos de serra foi abordado de maneira integrada ao problema de dimensionamento de lotes (*lot sizing*), em um contexto multi-período. A característica estudada nesses trabalhos, concernente aos ciclos de serra, utilizou do mesmo raciocínio do modelo de Yanasse (2008). Entretanto, a capacidade de produção dos períodos foi computada em termos do número de ciclos de serra possíveis.

Em Malaguti, Durán e Toth (2014) foi abordado um problema de corte bidimensional considerando (i) corte guilhotinado em no máximo 3 estágios (rotação de 90 graus do objeto para novo corte), porém com custo maior em padrões com 3 estágios, (ii) orientação fixa apenas para alguns itens, (iii) diferentes tipos de objetos, (iv) até NK objetos iguais podendo ser empilhados e cortados simultaneamente e (v) objetivo de minimização de custo total, que é dado pela área total gasta dos itens, a quantidade de ciclos de corte e o número de cortes de terceiro estágio.

Embora os autores não chamem o problema de minimização de ciclos de serra textualmente, fica claro que compartilharam do objetivo de otimização aqui estudado. São propostos dois modelos, sendo o primeiro semelhante a (3.1)-(3.4) (YANASSE, 2008), exceto pela função objetivo que considera os custos acima elencados. Ademais, os autores desenvolveram um segundo modelo, em que associaram uma variável X_{pk} (notação aqui adaptada), que identifica o número de padrões de corte p cortados em multiplicidade k , ou seja, em um ciclo são cortadas k chapas simultaneamente, sendo k um índice entre 1 e o máximo número de padrões p em um ciclo (NK_p). Os respectivos sub-problemas para geração de colunas, neste caso, não são enunciados pelos autores, que geram tais padrões através de um heurística do tipo GRASP.

Uma proposta semelhante de formulação foi apresentada por Simões et al. (2017), porém para um problema unidimensional, com custos dos ciclos variando de acordo com o padrão de corte. Da mesma forma, em Degraeve e Vandebroek (1998), foi utilizada técnica

similar para a otimização de corte bidimensional na indústria têxtil. A discretização de variáveis X_{pk} foi colocada como uma forma de linearizar um modelo originalmente não-linear proposto, porém, sem a utilização de padrões de corte, mas sim com variáveis de atribuição de itens diretamente a objetos.

3.2.2 Heurísticas para o problema de minimização de ciclos de serra

Por se tratar de um problema em que a otimização está restrita a instâncias de poucos itens, alguns autores propuseram o uso de heurísticas para obter boas soluções para o problema de minimização do número de ciclos de serra.

Mosquera e Rangel (2007) abordaram o problema em sua versão bidimensional com uma heurística construtiva que se utiliza da construção de padrões de corte com itens de demandas altas, assim como sua alta repetição se eficiente. O algoritmo baseou-se na manipulação de dois parâmetros: o primeiro relacionado à indicação de quais são os itens considerados de alta demanda e o outro relacionado à aceitação de um padrão de corte como bom. O procedimento é iterativo, atualizando tais parâmetros a cada rodada, até que todos os itens sejam alocados. Os resultados computacionais foram comparados com os obtidos pela indústria em estudo e com um modelo de otimização impondo a multiplicidade máxima da máquina. A heurística mostrou-se superior a ambos.

Além dos modelos apresentados previamente, Yanasse (2008) propôs 3 heurísticas construtivas em seu trabalho. A primeira delas propôs o arredondamento ao inteiro imediatamente superior do quociente da solução do problema de corte de estoque relacionado e a multiplicidade de corte possível (parâmetro m definido no modelo). A segunda heurística parte da solução obtida por (3.1)-(3.3) e diminui iterativamente a quantidade de padrões de corte executada por um critério de escolha daquele que apresenta o maior “potencial mínimo” de redução de seus itens. “Potencial mínimo” foi uma denominação deste trabalho para a menor relação entre a quantidade de itens produzidos acima da demanda ($\sum_{p=1}^{NP} a_{ip}X_p - d_i$) e a quantidade de itens daquele tipo obtidas naquele padrão (a_{ip}). Por fim, a terceira heurística propõe a solução do problema de corte de estoque associado, seu arredondamento para o inteiro imediatamente inferior ao quociente do resultado pela multiplicidade m e a solução do problema dito residual (demanda não contemplada por essa solução obtida) através da minimização do número de padrões de corte diferentes.

Os resultados das três heurísticas não são mostrados no artigo.

Salles-Neto, Araujo e Golfeto (2014) propuseram a utilização da meta-heurística algoritmo genético, na versão chamada de “Algoritmo Genético Simbiótico” (AGS) ou algoritmo cooperativo, analogamente ao proposto por Golfeto, Moretti e Neto (2009) para problemas de corte com dois objetivos. Os indivíduos foram descritos através de pares de genes que simbolizam um dado padrão de corte e quantidade de vezes que este é gerado.

Finalmente, Toscano, Rangel e Yanasse (2017) abordaram o problema bidimensional de minimização de ciclos de serra através de um procedimento (denominado como *price and cut*) heurístico em que o problema de corte de estoque associado foi reformulado dinamicamente, através da adição de variáveis e restrições, de forma que um conjunto de soluções é obtido a partir de uma solução inicial, almejando preservar uma frequência mínima de corte de cada padrão (f_{min}). Duas estratégias distintas foram utilizadas, o corte por frequências e o corte por ciclos. A primeira estratégia (PCH-F) trata os padrões de corte que estão sendo utilizados em uma frequência abaixo de um padrão pré-determinado ($m \times \beta$, sendo β um parâmetro de diversificação do procedimento), impondo restrições disjuntivas em que essa quantidade de usos do padrão de corte seja nula ou em valor superior à frequência mínima imposta. Já a segunda estratégia (PCH-C) buscou eliminar ciclos incompletos para atender a demandas residuais de outros ciclos completos de um mesmo padrão. Em outras palavras, se a quantidade de objetos cortadas em ciclo incompleto em um dado padrão fosse inferior a β , a frequência deste era alterada (ou por redução ou por aumento) de forma a ser superior ou igual a f_{min} .

3.3 Modelagem matemática

Nesta seção, será apresentado o modelo matemático proposto para o problema de corte de estoque associado à minimização do número de ciclos de serra, considerando diferentes durações destes. Como dito anteriormente, aqui serão tratados como ciclos mais longos aqueles que utilizam mais a máquina de corte, ou seja, com maior número de cortes em um dado padrão.

Seja um conjunto de NI itens unidimensionais i ($i = 1, \dots, NI$) a serem cortados em tamanho l_i e quantidade b_i . Seja um conjunto de NP padrões de corte p ($p = 1, \dots, NP$) em objetos de comprimento L , em quantidade ilimitada, com custo de matéria-prima θ ,

contendo a_{ip} itens do tipo i . Cada padrão de corte contém um certo número de itens, de tal forma que é gasto γ_p como custo de máquina para executá-lo, sendo a soma de um custo de *setup* st por ciclo e outro componente de custo do tempo de corte γ^{un} para cada item no padrão de corte. Portanto, $\gamma_p = st + \sum_{i=1}^{NI} a_{ip} \gamma^{un}$. Considera-se aqui que não é possível economizar o último corte do objeto mesmo em padrões “perfeitos”, já que na indústria costuma-se ter matérias-primas com acabamento irregulares.

O objetivo desta formulação é atender a toda demanda dos NI itens, minimizando o custo total de matéria-prima e de utilização da máquina. As restrições de não-sobreposição e dos limites de tamanho dos objetos, típicas de problemas de corte e empacotamento, devem ser respeitadas.

Seja X_{pk} um conjunto de variáveis inteiras que representam a quantidade de padrões p cortados simultaneamente em quantidade k ($k = 1, \dots, NK$) em cada ciclo. NK é, portanto, a quantidade máxima de padrões unidimensionais cortados simultaneamente na máquina, delimitada pela capacidade física da máquina.

O modelo do Problema de Corte de Estoque unidimensional associado à minimização de ciclos de serra com durações variadas (PCECV-1D) está retratado em (3.5)-(3.7).

$$\min \sum_{k=1}^{NK} k \left(\sum_{p=1}^{NP} \theta X_{pk} \right) + \sum_{k=1}^{NK} \sum_{p=1}^{NP} \gamma_p X_{pk} \quad (3.5)$$

$$\text{sujeito a : } \sum_{k=1}^{NK} k \left(\sum_{p=1}^{NP} a_{ip} X_{pk} \right) \geq b_i, \quad i = 1, \dots, NI, \quad (3.6)$$

$$X_{pk} \in \mathbb{Z}^+, \quad p = 1, \dots, NP, k = 1, \dots, NK. \quad (3.7)$$

A função objetivo (3.5) busca a minimização da soma de dois componentes de custo do problema. O primeiro é quantidade de objetos utilizados, obtida pela soma da quantidade de vezes em que se cortou padrões p em quantidade k , respectivamente multiplicadas pela quantidade k e por seu custo unitário θ . O segundo componente da função objetivo é o custo fixo de utilização da máquina, que é dado pela soma dos produtos dos custos fixos associados a cada padrão (γ_p) por sua respectiva utilização.

O conjunto de restrições (3.6) garante que a demanda total seja atendida para todos os itens i , uma vez que impõe que a soma de todas as produções deste item nos padrões escolhidos seja superior à demanda b_i . Importante salientar que o total produzido é obtido

pela soma dos produtos de a_{ip} por X_{pk} e k , já que cada unidade de X_{pk} corresponde ao corte de k objetos no padrão p ao mesmo tempo. Por fim, em (3.7) a variável de decisão X_{pk} tem seu domínio restrito a números inteiros não-negativos. Os parâmetros a_{ip} e γ_p são gerados utilizando o procedimento de geração de colunas que será descrito a seguir.

3.3.1 Método de solução

Assim como no capítulo anterior, propõe-se a utilização de um método de solução através de geração de colunas. Entretanto, como será mostrado adiante, neste caso não é necessário gerar padrões de corte para cada número de objetos no padrão k ($k = 1, \dots, NK$). A solução do subproblema para $k = NK$ garante o menor custo reduzido de uma coluna a ser adicionada.

Para obtenção de uma solução inteira após o processo de geração de colunas, optou-se novamente pela heurística descrita por Wäscher e Gau (1996), conforme descrito no capítulo 2. O *gap* foi medido comparando a solução obtida com a solução do modelo (3.5)-(3.7) relaxado quando não há mais colunas a serem adicionadas, que é limitante inferior para o problema original.

A Figura 3.4 ilustra o método de solução proposto e executado nos experimentos na seção 3.4.

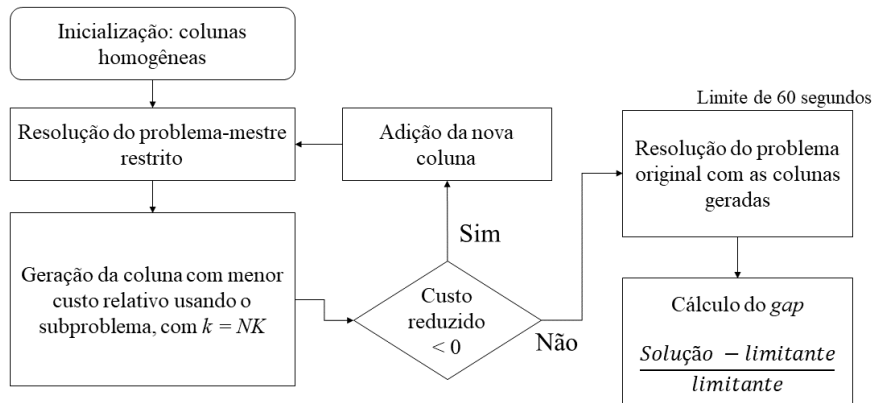


Figura 3.4: Esquematização do método de solução (Autoria própria).

Geração de colunas

O subproblema associado à geração de padrões de corte em (3.5)-(3.7) pode ser obtido ao minimizar os custos reduzidos da variável X_{pk} , até que estes sejam todos positivos.

Seja π_i os valores duais associados à restrição (3.6), α_i a quantidade de itens i na coluna a ser gerada e γ_p o tempo de processamento do padrão de corte gerado. Temos os seguintes custos reduzidos associados ao problema em questão:

$$\bar{c}_{pk} = c_{pk} - \pi^T \mathbf{a}_{pk} \quad (3.8)$$

$$\bar{c}_{pk} = \theta \times k + \gamma_p - k \left(\sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \pi_i \right) \quad (3.9)$$

$$\bar{c}_{pk} = \theta \times k + \left(st + \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \gamma^{un} \right) - k \left(\sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \pi_i \right) \quad (3.10)$$

O subproblema associado à geração de colunas para (3.5)-(3.7) deve, portanto, minimizar o valor deste custo reduzido levando em conta a restrição do tamanho do objeto nos itens nele incluídos. Tendo em vista que um mesmo padrão pode ser cortado em diversas quantidades simultâneas k (de 1 a NK objetos), o subproblema deve gerar novas colunas enquanto há custos reduzidos negativos para qualquer quantidade cortada. Assim, a geração de colunas encerra-se apenas quando o menor custo reduzido de um dado padrão de corte é não-negativo.

Propõe-se, portanto, uma formulação que minimiza o menor $\bar{c}_{pk}$ para todo k , o que é retratado na função objetivo (3.11), na qual FO_{min} é o menor custo reduzido dentre todos os valores possíveis de k . Em (3.12) define-se que cada FO_k representa o custo reduzido de um certo padrão de corte com k objetos cortados simultaneamente, conforme explicitado em (3.10).

O conjunto de restrições (3.13) garante que a variável FO_{min} represente, de fato, o menor valor assumido por FO_k . Isso é modelado através de restrições disjuntivas, sendo o parâmetro M um valor suficientemente grande para garantir essa disjunção e W_k uma variável binária, que toma valor 1 quando o padrão de corte encontrado tem seu menor valor na quantidade k e 0, caso contrário. Como a função objetivo é de minimização, a variável W_k tomará valor unitário para a quantidade de objetos simultâneos k em que FO_k for menor. A escolha de um, e apenas um, dos W_k é imposta nas restrições (3.14).

A restrição (3.15) ocupa-se de garantir a não-sobreposição geométrica dos itens, respeitando o limite do objeto a ser cortado de acordo com as quantidades e comprimentos dos itens alocados a ele. Em (3.16)-(3.18) define-se o domínio das variáveis de decisão deste subproblema.

Assim, o subproblema associado à geração de colunas para o modelo (3.5)-(3.7) é apresentado em (3.11)-(3.18).

$$\min FO_{min} \quad (3.11)$$

$$\text{sujeito a : } FO_k = \theta k + \left(st + \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \gamma^{un} \right) - k \left(\sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \pi_i \right), \quad k = 1, \dots, NK, \quad (3.12)$$

$$FO_{min} \geq FO_k - (1 - W_k)M, \quad k = 1, \dots, NK, \quad (3.13)$$

$$\sum_{k=1}^{NK} W_k = 1, \quad (3.14)$$

$$\sum_{i=1}^{NI} \alpha_i l_i \leq L, \quad (3.15)$$

$$W_k \in \{0, 1\}, FO_k \in \mathbb{R}^+, \quad k = 1, \dots, NK, \quad (3.16)$$

$$\alpha_i \in \mathbb{Z}^+, \quad i = 1, \dots, NI, \quad (3.17)$$

$$FO_{min} \in \mathbb{R}^+. \quad (3.18)$$

Contudo, é possível provar que o valor mais negativo para um mesmo padrão de corte gerado sempre ocorrerá quando $k = NK$. Um padrão de corte só terá custo reduzido negativo quando:

$$k \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \pi_i > \theta k + \left(st + \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \gamma^{un} \right) \quad (3.19)$$

Como st , γ_{un} e todos os α_i são valores não-negativos, particularmente, também será verdade que:

$$k \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \pi_i > \theta k \quad (3.20)$$

$$k \left(\left(\sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \pi_i \right) - \theta \right) > 0 \quad (3.21)$$

Assim, para um dado padrão de corte, maiores valores de k sempre levarão a uma coluna com o custo reduzido mais negativo. Então, uma versão simplificada e válida do subproblema (3.11)-(3.18) é apresentada em (3.22)-(3.24), considerando a minimização do custo reduzido quando $k = NK$. A função objetivo e restrições são análogas a (3.11)-(3.18) para o caso particular em que $k = NK$.

$$\min \quad \theta \cdot NK + \left(st + \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \gamma^{un} \right) - NK \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \pi_i \quad (3.22)$$

$$s. \ t. : \quad \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i l_i \leq L \quad (3.23)$$

$$\alpha_i, \in \mathbb{Z}^+, \quad i = 1, \dots, NI. \quad (3.24)$$

3.4 Resultados computacionais e discussão

Nesta seção, serão apresentados os resultado computacionais do problema, obtidos com o método de solução proposto. Três casos serão abordados: primeiro será feito um exemplo de caráter ilustrativo, que mostra a relevância do estudo do problema de maneira integrada; posteriormente, será apresentado um exemplo real, baseado na indústria que motivou o problema em estudo, comparando com a metologia atual desta e mostrando os ganhos pelo uso da abordagem otimizante; por fim, um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente será proposto a fim de explorar o desempenho e os limites do modelo.

Todos os experimentos foram executados em um computador com 16 Gb de memória RAM e processador i7, utilizando CPLEX 12.8 como otimizador e linguagem OPL para programação.

3.4.1 Exemplo ilustrativo

O exemplo a seguir foi gerado com intuito ilustrativo, para deixar clara a relevância do estudo do problema de maneira integrada. Considere uma fila de produção para o corte de 8 itens unidimensionais, seguindo as demandas e comprimentos explicitados na Tabela 3.1. Tais itens devem ser cortados de objetos de tamanho 1.000 ($L = 1000$), havendo a possibilidade de cortar até 7 padrões de cortes iguais simultaneamente ($NK = 7$). O custo de corte de cada item será unitário ($\gamma^{un} = 1$) e o custo de preparação de cada ciclo 10 vezes maior ($NK = 10$). O custo de cada objeto é de 10 unidades ($\theta = 10$).

Tabela 3.1: Dados dos itens a serem cortados.

Item	1	2	3	4	5	6	7	8
l_i (mm)	100	200	300	400	500	600	700	800
b_i (unidades)	80	70	60	50	40	30	20	10

Uma primeira intuição seria impor ao PCE que apenas ciclos com o máximo da capacidade da máquina fossem executados, para que haja total utilização do tempo de máquina. A solução resultante detalhada está apresentada na Tabela 3.2, em que a quantidade total de objetos utilizados é de 140. Neste caso, o aproveitamento da matéria-prima é de 85,7%, pois muitos itens são cortados além da demanda. Conforme Yanasse (2008), esse raciocínio seria razoável para demandas altas com custo de uso da máquina dominante. A utilização da máquina neste caso é máxima (100%), considerando aqui seu cálculo como a razão entre o número de objetos efetivamente cortados e o número de objetos que poderiam ser cortados se os ciclos estivessem utilizando sua capacidade máxima (NK).

Ao utilizar o modelo (3.5)-(3.7) e o subproblema em (3.22)-(3.24) para geração de colunas, obtém-se os resultados da Tabela 3.3. A solução encontrada pelo método proposto utiliza um número menor de objetos (121), com aproveitamento de 99,2%, em um mesmo número de ciclos (20). Como parte dos ciclos foram incompletos, a utilização do tempo de máquina foi de 86,4%.

Assim, verifica-se aqui que existe relevância na abordagem conjunta dos dois objetivos. O intuito deste exemplo é esclarecer que se trata de um problema em que existe integração potencialmente importante e que, do ponto de vista prático, permite uma gama ampla de situações em que os custos relativos de matéria-prima e de ocupação da máquina divergem. Isso não só é verdade entre diferentes contextos industriais, como também em momentos

Tabela 3.2: Solução do problema utilizando o PCE com a restrição de ciclos de serra sempre completos.

Itens no padrão de corte (a_{ip})								Custo de máquina (γ_p)	X_{pk}	Ciclos	Objetos	Custo total
1	2	3	4	5	6	7	8					
10	0	0	0	0	0	0	0	20	$k = 7 : X_{17} = 1$	1	7	90
2	0	0	2	0	0	0	0	14	$k = 7 : X_{27} = 2$	2	14	168
2	0	0	0	0	0	0	1	13	$k = 7 : X_{37} = 2$	2	14	166
1	0	3	0	0	0	0	0	14	$k = 7 : X_{47} = 2$	2	14	168
0	5	0	0	0	0	0	0	15	$k = 7 : X_{57} = 2$	2	14	170
0	0	1	0	0	0	1	0	12	$k = 7 : X_{67} = 3$	3	21	246
0	0	0	1	0	1	0	0	12	$k = 7 : X_{77} = 5$	5	35	410
0	0	0	0	2	0	0	0	12	$k = 7 : X_{87} = 3$	3	21	246
Aproveitamento da matéria-prima: 85,7%										20	140	1.664
Aproveitamento da máquina: 100,0%												

Tabela 3.3: Solução do PCE integrado aos ciclos de serra.

Itens no padrão de corte (a_{ip})								Custo de máquina (γ_p)	X_{pk}	Ciclos	Objetos	Custo total
1	2	3	4	5	6	7	8					
10	0	0	0	0	0	0	0	20	$k = 3 : X_{pk} = 1$	1	3	50
0	5	0	0	0	0	0	0	15	$k = 7 : X_{pk} = 2$	2	14	170
0	0	0	0	2	0	0	0	12	$k = 6 : X_{pk} = 1$	1	6	72
									$k = 7 : X_{pk} = 2$	2	14	164
0	0	0	1	0	1	0	0	12	$k = 2 : X_{pk} = 1$	1	2	32
									$k = 7 : X_{pk} = 4$	4	28	328
0	0	1	0	0	0	1	0	12	$k = 6 : X_{pk} = 1$	1	6	72
									$k = 7 : X_{pk} = 2$	2	14	164
2	0	0	2	0	0	0	0	14	$k = 3 : X_{pk} = 1$	1	3	44
									$k = 7 : X_{pk} = 1$	1	7	84
2	0	0	0	0	0	0	1	13	$k = 3 : X_{pk} = 1$	1	3	43
									$k = 7 : X_{pk} = 1$	1	7	83
1	0	3	0	0	0	0	0	14	$k = 7 : X_{pk} = 2$	2	14	168
Aproveitamento da matéria-prima: 99,2%										20	121	1.474
Aproveitamento da máquina: 86,4%												

distintos de um mesmo sistema (maior ou menor demanda, por exemplo).

Avançando no exemplo, supondo uma mudança em γ^{un} , em um contexto industrial em que o tempo de corte de cada item seja muito longo, devido à dificuldade de corte, como em materiais como titânio. Para um valor $\gamma^{un} = 10$ a Tabela 3.4 traz a solução resultante da aplicação do modelo.

Tabela 3.4: Solução do PCE integrado aos ciclos de serra para dados modificados ($\gamma^{un} = 10$).

Itens no padrão de corte (a_{ip})								Custo de máquina (γ_p)	X_{pk}	Ciclos	Objetos	Custo total
1	2	3	4	5	6	7	8					
10	0	0	0	0	0	0	0	110	k = 1 : $X_{pk} = 1$	1	1	120
									k = 7 : $X_{pk} = 1$	1	7	180
0	5	0	0	0	0	0	0	60	k = 7 : $X_{pk} = 2$	2	14	260
0	0	0	0	2	0	0	0	30	k = 6 : $X_{pk} = 1$	1	6	90
									k = 7 : $X_{pk} = 2$	2	14	200
0	0	0	2	0	0	0	0	30	k = 4 : $X_{pk} = 1$	1	4	70
									k = 7 : $X_{pk} = 3$	3	21	300
0	0	0	0	0	1	0	0	20	k = 2 : $X_{pk} = 1$	1	2	40
									k = 7 : $X_{pk} = 4$	4	28	360
0	0	0	0	0	0	1	0	20	k = 3 : $X_{pk} = 1$	1	3	50
									k = 7 : $X_{pk} = 1$	1	7	90
0	0	3	0	0	0	0	0	40	k = 6 : $X_{pk} = 1$	1	6	100
									k = 7 : $X_{pk} = 2$	2	14	220
Aproveitamento da matéria-prima: 81,6%										21	124	2.080
Aproveitamento da máquina: 87,5%												

É possível verificar que mudanças em parâmetros técnicos industriais alteram não só o equilíbrio de custos, mas afetam também os melhores padrões de corte e quantidades a serem utilizadas na solução final. Assim, as repercussões operacionais em chão-de-fábrica são relevantes e decisões não otimizadas podem ser tomadas ao ignorar a influência do tempo de processamento unitário (γ^{un}) quando este é relevante.

3.4.2 Exemplo industrial real

A instância que será apresentada nesta subseção foi coletada de uma indústria metal-mecânica do ramo de auto-peças, que produz peças usinadas a serem fornecidas indústrias de tratores e veículos. Particularmente, estudou-se um processo de corte de tubos de aço de diâmetro de 5/4", que posteriormente seguem para um processo de usinagem. Tais objetos podem ser cortados em até 7 unidades simultâneas em um mesmo ciclo.

Os dados de demanda e comprimentos dos itens a serem cortados foram coletados em um certo momento, com um horizonte de planejamento de 10 dias úteis (2 semanas), considerado adequado pela gestão da empresa. A Tabela 3.5 apresenta os dados dos 25 tipos de itens a serem produzidos: demanda e comprimento.

Tabela 3.5: Dados dos itens a serem cortados.

Item (i)	Comprimento (l_i)	Demanda (b_i)
(i)	(cm)	(unidades)
1	593	37
2	590	29
3	526	38
4	517	35
5	506	21
6	494	41
7	486	34
8	464	42
9	447	43
10	420	27
11	415	33
12	401	31
13	400	38
14	391	38
15	382	47
16	357	28
17	355	43
18	353	45
19	318	39
20	293	38
21	265	31
22	265	45
23	246	30

Os comprimentos e demandas foram coletados diretamente com as áreas de projeto e Planejamento e Controle da Produção (PCP). Os objetos utilizados são idênticos com comprimento (L) de 1.200 cm. Seu custo foi obtido através de cotação de mercado, com valor de R\$ 122,78 por objeto. Já o custo de máquina foi estimado utilizando o parâmetro da fábrica para serviços terceirizados. Embora a demanda do equipamento não seja plena, trata-se da melhor aproximação obtida, levando em conta a demanda alta interna. O custo de venda da hora-máquina de corte é de R\$ 77,04, o que resultaria em um custo unitário do corte da máquina de R\$ 2,14, considerando um tempo médio de 100 segundos ($\gamma^{un} = 2,14$). O *setup* da máquina, de 12,5 minutos em média, tem um custo equivalente a R\$ 16,05 ($st = 16,05$).

Os dados foram submetidos ao modelo (3.5)-(3.7), utilizando o método de geração de colunas com subproblema em (3.22)-(3.24). Novamente, as colunas foram geradas enquanto custos reduzidos negativos eram obtidos e, após a finalização deste processo,

utilizou-se tais colunas para executar a versão inteira do modelo, limitando o tempo de execução a 60 segundos.

A solução obtida apresentou um plano de 49 ciclos da máquina, sendo 26 completos (com 7 objetos) e 23 incompletos (8 ciclos com 6 objetos, 5 ciclos com 5 objetos, 7 ciclos com 4 objetos, 1 ciclo com 2 objetos e 2 ciclos com 1 objeto). Assim, a utilização do tempo de máquina foi de 83,7% (287 objetos cortados em 49 ciclos que poderiam cortar até 343 objetos). A ocupação dos 287 objetos é de 98,99%. O *makespan* da solução é de 14,2 horas, com um custo total de R\$ 36.330,00. O *gap* da solução inteira obtida em relação ao ótimo do modelo relaxado foi de 1,1%. O tempos de geração de colunas foi de 48,1 segundos e o tempo de obtenção da solução inteira foi limitado a 60 segundos.

Para estabelecer um paralelo com o *modus operandi* da fábrica, foi simulado um método empírico usado pela equipe, que consiste em preencher os padrões em ordem decrescente do comprimento dos itens, sempre utilizando ciclos completos (7 objetos). A Tabela (3.6) compara a solução obtida com o modelo, com a abordagem empírica descrita e também com o PCE impondo ciclos completos.

Tabela 3.6: Comparativo entre solução otimizada e solução da lógica atual de operação.

Resultado	Modelo proposto	Método empírico	PCE com ciclos completos
Ciclos de serra (unidades)	49	54	45
Objetos (unidades)	287	378	315
Ocupação dos objetos (%)	98,99%	75,2%	90,2%
Tempo de execução (horas)	14,2	15,4	13,0
Utilização do tempo de máquina (%)	83,7%	100%	100%
Custo da solução (R\$)	36.330,00	47.596,40	39.678,29

Por definição, tanto o método empírico quanto o PCE com ciclos completos têm utilização de máquina completa. Entretanto, esta restrição leva a produção de itens além da demanda, o que piora a utilização da matéria-prima. O custo final da otimização representa um ganho de 8,4% sobre o PCE com ciclos completos impostos e 23,7% sobre o método empírico utilizado.

Para além dos ganhos de custos, ganhos intangíveis podem ser elencados, como a menor necessidade de movimentação de materiais e maior facilidade em identificação dos padrões. Além disso, trata-se de um tempo computacional modesto, sendo possível supô-lo mais breve do que o tempo de organização de um ser humano executando o procedimento

empírico de maneira organizada.

3.4.3 Instâncias geradas aleatoriamente

Para testar a formulação apresentada em (3.5)-(3.7), com o respectivo procedimento de geração de colunas através do modelo (3.22)-(3.24) foi gerado um conjunto de 1.710 instâncias explorando diferentes cenários de tamanhos de itens (l_i), suas demandas (b_i), número de objetos simultâneos possíveis na máquina (NK) e características de custos (θ , st e γ^{un}).

As instâncias foram geradas com 30 itens distintos a serem executadas ($NI = 30$). Os objetos foram criados com tamanho sempre de 1.000 unidades de comprimento ($L = 1.000$). Assim como definido na Seção 2.4.3, três cenários de tamanhos de itens (l_i) foram testados: “pequenos” ($l_i \in U[100, 300]$), “grandes” ($l_i \in U[300, 700]$) e “variados” ($l_i \in U[100, 700]$). Os valores foram determinados arbitrariamente, baseado em dados empíricos da fábrica que motivou o estudo. Pela notação U , entende-se uma distribuição uniforme em um conjunto discretizado.

Três cenários de número máximo de objetos simultâneos foram testados: $NK = 3$, $NK = 9$, $NK = 15$. Estes valores foram inspirados nos exemplos de fábricas reais e pretendem representar casos com número pequeno, intermediário e grande de objetos simultâneos possíveis. Entende-se que com menos de 3 objetos o problema torna-se muito próximo a problema de corte de estoque (PCE) regular, enquanto com mais de 15 objetos simultâneos as aplicações são raras e limitadas.

Dois cenários de demandas foram testados: “baixa” ($b_i \in U[10, 50]$) e “alta” ($b_i \in U[50, 100]$). Demandas maiores podem aproximar-se de casos em que o PCE arredondado a um múltiplo de NK é uma solução satisfatória. Os casos de demandas altas e baixas foram estabelecidos com base em dados empíricos.

Finalmente, 19 cenários de custos relativos foram testados, usando o custos dos objetos (θ), *setups* (st) e custo unitário de corte (γ^{un}) com valores 1, 10 e 100. Eliminaram-se proporções equivalentes (por exemplo, custos 1:1:1 e 10:10:10 correspondem ao mesmo cenário), conforme apresentado na Tabela 3.7.

A combinação destes cenários gerou um total de 342 tipos de instâncias, para os quais 5 repetições foram geradas, totalizando 1.710 instâncias. Os dados foram submetidos ao modelo (3.5)-(3.7), com o respectivo procedimento de geração de colunas através do

Tabela 3.7: Cenários de custos relativos.

Cenário	Custos			Proporção	Eliminação
	θ	st	γ^{un}		
1	1	1	1	1:1:1	
2	1	1	10	1:1:10	
3	1	1	100	1:1:100	
4	1	10	1	1:10:1	
5	1	10	10	1:10:10	
6	1	10	100	1:10:100	
7	1	100	1	1:100:1	
8	1	100	10	1:100:10	
9	1	100	100	1:100:100	
10	10	1	1	10:1:1	
11	10	1	10	10:1:10	
12	10	1	100	10:1:100	
13	10	10	1	10:10:1	
14	10	10	10	1:1:1	Igual a 1
15	10	10	100	1:1:10	Igual a 2
16	10	100	1	10:100:1	
17	10	100	10	1:10:1	Igual a 4
18	10	100	100	1:10:10	Igual a 5
19	10	1	1	10:1:1	
20	100	1	10	100:1:10	
21	100	1	100	100:1:100	
22	100	10	1	100:10:1	
23	100	10	10	10:1:1	Igual a 10
24	100	10	100	10:1:10	Igual a 11
25	100	100	1	100:100:1	
26	100	100	10	10:10:1	Igual a 13
27	100	100	100	1:1:1	Igual a 1

modelo (3.22)-(3.24), limitando o tempo computacional a 60 segundos após a geração de colunas, com o objetivo de testar o desempenho em condições industriais práticas. Os dados e resultados detalhados das instâncias encontram-se disponíveis *online* com o uso do *QR code* da Figura B.1 no apêndice B.

O *gap* médio obtido nos experimentos foi de 6,75%, variando de 0,01% até 81,89%. O tempo total de processamento - considerando a geração de colunas e a obtenção da solução ótima - variou de 0,8 a 112,5 segundos, com uma média de 41,5 segundos. Foram gerados 49,7 padrões de corte na média entre as instâncias, com um mínimo de 9 e um máximo de 91. A ocupação média dos objetos utilizados foi de 93,5%, com um mínimo de 72,3% e um máximo de 99,8%. A ocupação dos ciclos de serra, por outro lado, variou

de 29,5% a 100%, com média de 88,9%. A proporção entre custos na função objetivo foi 52,3% de utilização de tempo de máquina e 47,7% de material, em média. A maior porcentagem de custo de utilização de máquina em uma instância foi de 99,5%, enquanto o maior de material foi de 99,8%.

Na análise dos resultados obtidos frente aos parâmetros do problema, utilizou-se uma comparação estatística dos resultados apresentados através de análise de variância, com nível de significância (valor-p)¹ de 5%. Assim, para os resultados apresentados, quando o valor-p é inferior a este número, existe diferença estatística significativa entre os resultados obtidos em cada subconjunto de instâncias.

A Tabela 3.8 mostra os resultados de acordo com o parâmetro de número máximo de objetos que podem ser cortados simultaneamente em um ciclo de serra (NK). Todos os resultados, exceto o número de padrões de corte gerados, foram impactados por este parâmetro (valor-p < 0,05). Verificou-se que a dificuldade da instância, seja medida pelo *gap*, seja pelo tempo computacional, foi crescente com NK . De fato, é possível inferir que ciclos maiores fazem com que o equilíbrio entre bons padrões de corte e ciclos de serra seja mais difícil de ser atingido. O *box-plot* da Figura 3.5 mostra que além do *gap* crescer com NK , sua variabilidade também é maior. As ocupações dos objetos e ciclos reforçam essa inferência, sendo ambos decrescentes com NK . A proporção de custos mostrou que os de máquina são maiores para valores menores de NK , o que é esperado dado que ciclos mais cheios permitem menores custos de máquina.

A Tabela 3.9 apresenta os resultados de acordo com o tamanho dos itens da instância (l_i). Todos os resultados foram impactados significativamente por este parâmetro (valor-p < 0,05). A dificuldade das instâncias foi menor quando da presença de itens maiores, seja pelo *gap*, seja pelo tempo computacional. As instâncias com itens de tamanhos variados tiveram resultados intermediários entre aquelas com menores e maiores itens.

A ocupação dos objetos teve resultados piores quando da maior presença de itens grandes em relação aos outros dois grupos. A possível razão é o menor espaço combinatório para formação de diferentes padrões de corte, devido a restrições de tamanho. Dados de correlação reforçam essa conclusão, uma vez que o número de padrões de corte gerados tem correlação positiva com a ocupação dos objetos no resultado final ($\rho = 0,669$). Para

¹Menor nível de significância com que se rejeitaria a hipótese nula de um dado teste. Neste caso, seria o menor nível de significância estatística para o qual a hipótese de igualdade entre as médias dos grupos testados não poderia ser refutada

Tabela 3.8: Resultados de acordo com o número máximo de objetos simultâneos em um ciclo de serra (NK).

Resultado	Número máximo de objetos em um ciclo de serra (NK)				valor-p
	3	9	15	Média	
gap (%)	2,0 (0,0-6,6)	6,8 (0,0-39,5)	11,4 (0,0-81,9)	6,7 (0,0-81,9)	< 0,001
Ocupação de objetos (%)	94,5 (72,6-99,8)	93,4 (72,3-99,4)	92,5 (73,0-99,6)	93,5 (72,3-99,8)	< 0,001
Ocupação de ciclos de serra (%)	97,5 (82,9-100,0)	88,6 (50,9-97,6)	80,7 (29,5-94,1)	88,9 (29,5-100,0)	< 0,001
Custos de máquina (%)	61,2 (0,8-99,5)	50,2 (0,3-98,7)	45,5 (0,2-98,2)	52,3 (0,2-99,5)	< 0,001
Custo de material (%)	38,8 (0,5-99,2)	49,8 (1,3-99,7)	54,5 (1,8-99,8)	47,7 (0,5-99,8)	< 0,001
Tempo de CPU (s)	38,5 (1,0-97,7)	42,9 (0,8-101,5)	43,2 (1,1-112,5)	41,5 (0,8-112,5)	0,023
Padrões de corte	50,0 (12-85)	49,9 (14-91)	49,3 (9-83)	49,7 (9-91)	0,681

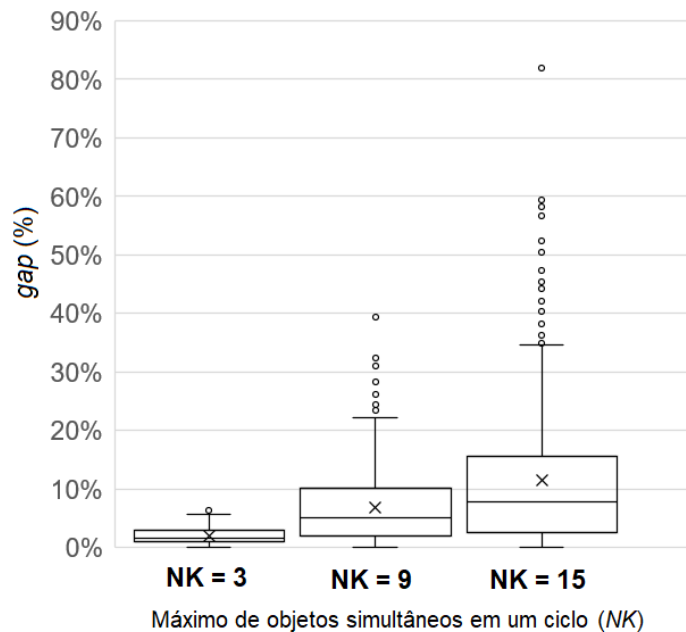


Figura 3.5: *Box-plot* do gap de acordo com NK (Autoria própria).

além da correção linear mensurada, a dispersão na Figura 3.6 mostra a natureza não linear desta hipótese. Por outro lado, a ocupação dos ciclos de serra foi pior em instâncias com itens menores. Neste caso, a diversidade de padrões de corte pode levar a boas soluções sem preencher os ciclos completos.

Tabela 3.9: Resultados de acordo com o tamanho dos itens(l_i).

Resultado	Tamanho dos itens (l_i)			Média	valor-p
	“Pequenos” $U[100, 300]$	“Grandes” $U[300, 700]$	“Variados” $U[100, 700]$		
gap (%)	10,2 (0,4-81,9)	4,9 (0,0-30,8)	5,2 (0,0-35,3)	6,7 (0,0-81,9)	< 0,001
Ocupação de objetos (%)	95,8 (76,0-99,8)	88,6 (72,3-97,9)	96,1 (76,4-99,6)	93,5 (72,3-99,8)	< 0,001
Ocupação de ciclos de serra (%)	86,1 (29,5-100,0)	90,6 (64,6-99,5)	90,1 (53,7-99,9)	88,9 (29,5-100,0)	< 0,001
Custos de máquina (%)	56,4 (0,6-99,5)	49,3 (0,2-99,0)	51,2 (0,3-99,3)	52,3 (0,2-99,5)	0,004
Custo de material (%)	43,6 (0,5-99,4)	50,7 (1,0-99,8)	48,8 (0,7-99,7)	47,7 (0,5-99,8)	0,004
Tempo de CPU (s)	71,7 (6,0-112,5)	13,1 (0,8-87,4)	39,8 (1,0-100,4)	41,5 (0,8-112,5)	< 0,001
Padrões de corte	62,4 (45-85)	36,1 (9-74)	50,7 (19-91)	49,7 (9-91)	< 0,001

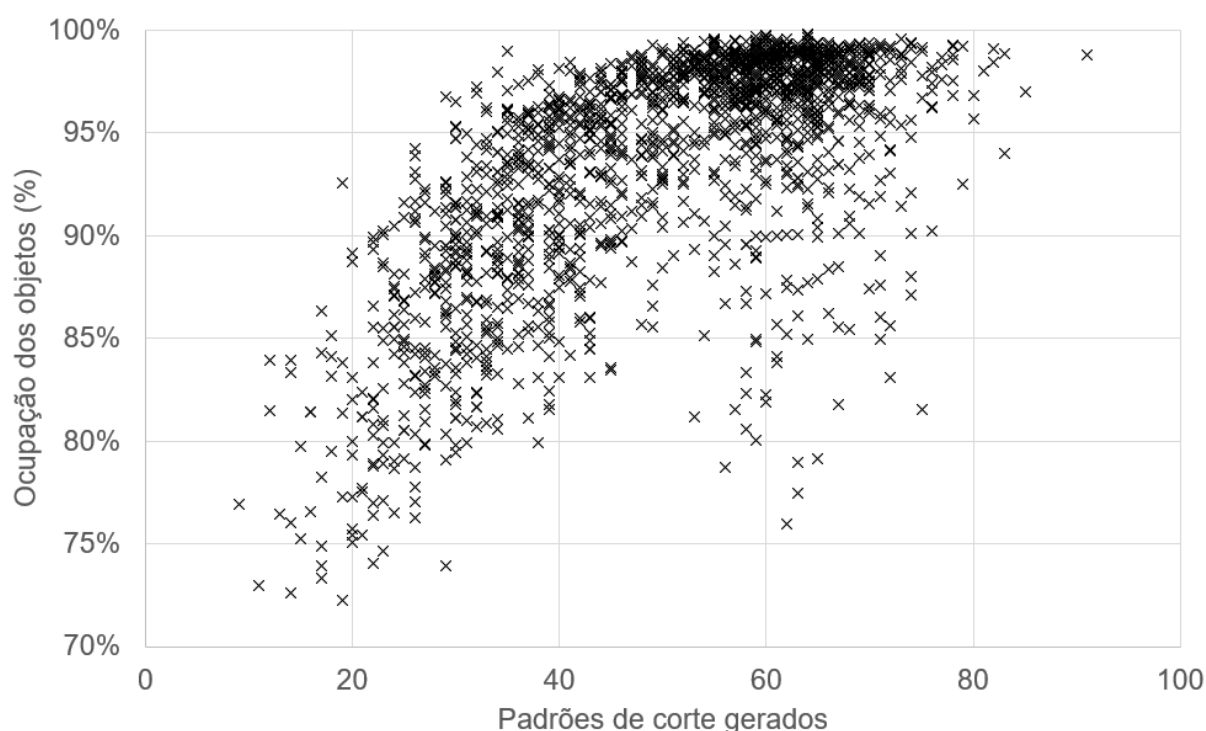


Figura 3.6: Dispersão do número de padrões de corte e ocupação dos objetos (Autoria própria).

Os resultados para o parâmetro de demanda por item (b_i) estão apresentados na Tabela 3.10. Neste caso, os *gaps*, ocupação dos objetos, ocupação dos ciclos de serra e tempos de processamento verificaram diferença estatística significativa entre grupos (valor-p <

0,05). O número de padrões de corte e a participação relativa de custos na função objetivo não foram influenciados por este parâmetro. Demandas mais altas, em geral, levam a *gaps* mais estreitos, maior ocupação do material e mais ocupação da máquina.

Tabela 3.10: Resultados de acordo com a demandas dos itens (b_i).

Resultado	Demanda dos itens (b_i)			valor-p
	“Baixa” $U[10, 50]$	“Alta” $U[50, 100]$	Média	
<i>gap</i> (%)	9,9 (0,0-81,9)	3,6 (0,0-22,6)	6,7 (0,0-81,9)	< 0,001
Ocupação de objetos (%)	92,5 (72,3-99,5)	94,4 (72,6-99,8)	93,5 (72,3-99,8)	< 0,001
Ocupação de ciclos de serra (%)	84,8 (29,5-100,0)	93,0 (53,0-100,0)	88,9 (29,5-100,0)	< 0,001
Custos de máquina (%)	52,8 (0,2-99,5)	51,9 (0,2-99,5)	52,3 (0,2-99,5)	0,614
Custo de material (%)	47,2 (0,5-99,8)	48,1 (0,5-99,8)	47,7 (0,5-99,8)	0,614
Tempo de CPU (s)	39,0 (0,9-110,0)	44,1 (0,8-112,5)	41,5 (0,8-112,5)	0,001
Padrões de corte	49,9 (9-85)	49,5 (11-91)	49,7 (9-91)	0,573

De acordo com a hipótese de Yanasse (2008), demandas maiores aproximam o problema de ciclos de serra ao Problema de Corte de Estoque, em que os padrões de corte estão restritos a uma multiplicidade NK . De fato, a dispersão da Figura 3.7 contribui para afirmar que mais do que o tamanho da demanda, a relação entre esta e a multiplicidade do problema (NK) impactam a ocupação dos ciclos de serra. Quando esta razão é mais alta, os ciclos de serra tendem a ser melhor ocupados. Como consequência, o problema se aproxima de um PCE e os *gaps* se tornam mais estreitos, como pode ser verificado na Figura 3.8.

Finalmente, os resultados de acordo com a proporção dos custos de material e de tempo de máquina ($\theta : st : \gamma^{un}$) são apresentados na Tabela 3.11. Todos os resultados apresentaram diferença estatística significativa entre os grupos, exceto pelo número de padrões de corte.

Para analisar a proporção entre o custo unitário dos objetos (θ) e o custo de máquina para cada item alocado a um padrão de corte (γ^{un}), a Figura 3.9 traz a dispersão de cada resultado comparado com a razão entre esses dois custos ($\theta : \gamma^{un}$). O aumento desta

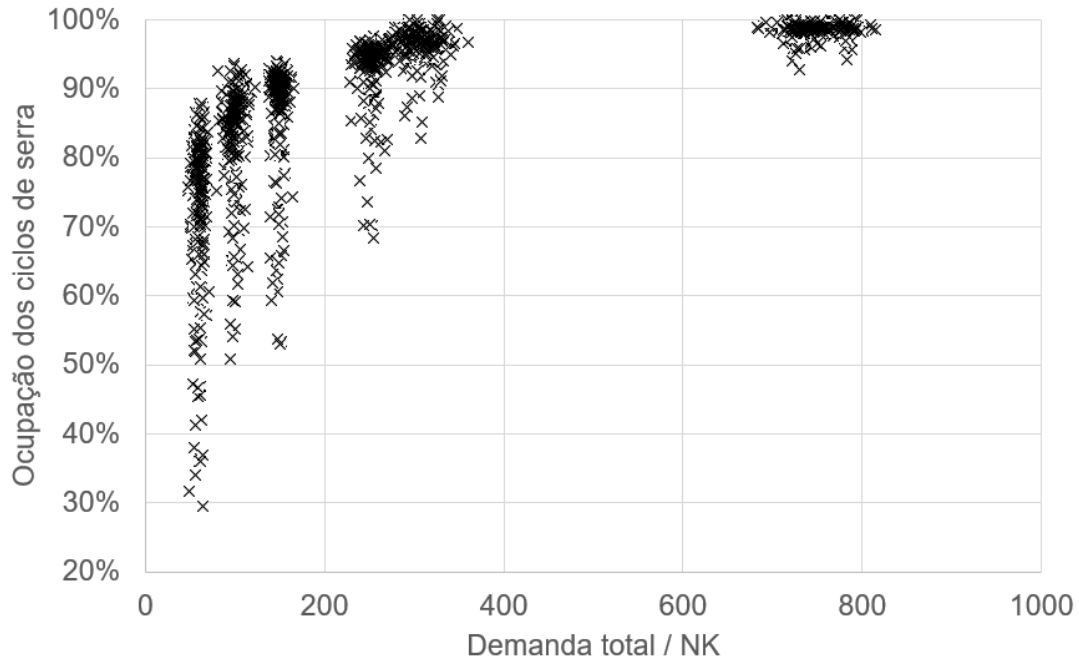


Figura 3.7: Dispersão da ocupação dos ciclos de serra em função de da relação $\sum b_i/NK$ (Autoria própria).

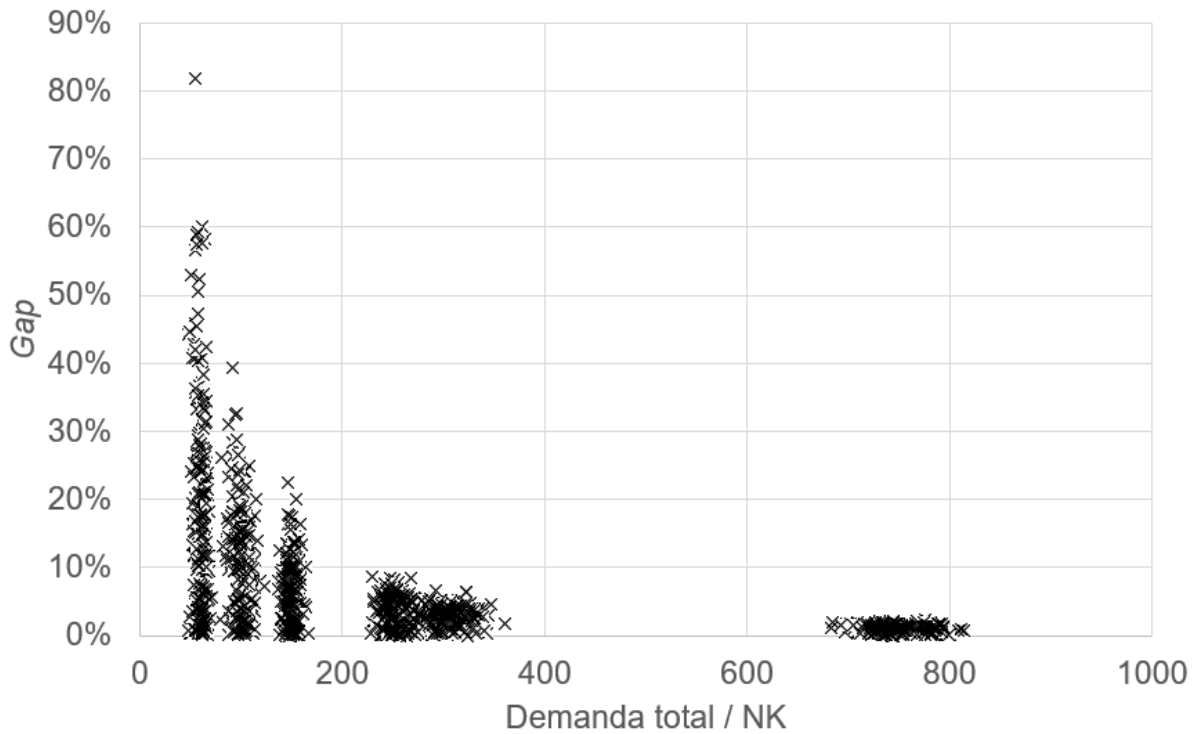


Figura 3.8: Dispersão da relação $\sum b_i/NK$ e *gap* (Autoria própria).

razão é acompanhado de *gaps* crescentes, ocupação de objetos crescentes e ocupação de ciclos de serra decrescentes. Todas essas observações são esperadas, uma vez que o dilema entre custos de máquina e materiais fica desbalanceado em favor do último. O tempo

Tabela 3.11: Resultados de acordo com a proporção dos custos envolvidos ($\theta : \gamma^{un} : st$).

$\theta : st : \gamma^{un}$	<i>Gap</i> (%)	Ocupação dos objetos (%)	Ocupação dos ciclos de serra (%)	Custos de material (%)	Custos de máquina (%)	Tempo de CPU (s)	Padrões de corte (unidades)
1:1:1	5,1	94,0	90,1	62,1	37,9	38,5	49,2
1:1:10	8,9	92,4	92,0	21,8	78,2	33,0	50,6
1:1:100	11,9	92,4	91,7	3,0	97,0	30,4	51,5
1:10:1	8,1	93,2	91,1	35,5	64,5	39,7	49,7
1:10:10	10,0	93,0	92,0	17,0	83,0	34,7	51,2
1:10:100	11,8	92,4	91,7	2,9	97,1	33,3	50,9
1:100:1	11,7	93,6	91,7	7,1	92,9	43,7	51,3
1:100:10	12,3	92,1	91,8	5,8	94,2	42,3	48,8
1:100:100	12,3	92,5	91,7	2,1	97,9	40,8	50,2
10:1:1	1,7	94,8	84,9	92,9	7,1	50,1	50,2
10:1:10	4,5	93,5	89,7	67,8	32,2	40,7	49,3
10:1:100	9,0	92,6	91,7	22,3	77,7	33,7	51,1
10:10:1	3,1	93,8	87,1	81,4	18,6	46,2	46,7
10:100:1	7,4	93,7	90,6	40,3	59,7	44,1	49,6
100:1:1	0,7	95,0	80,4	99,2	0,8	50,7	50,6
100:1:10	1,6	94,3	84,1	94,3	5,7	46,6	48,1
100:1:100	4,5	93,9	89,7	68,4	31,6	44,9	49,9
100:10:1	1,0	94,7	81,1	97,5	2,5	50,2	48,8
100:100:1	2,7	94,2	86,7	84,5	15,5	45,6	47,3
Média	6,7	93,5	88,9	47,7	52,3	41,5	49,7
valor-p	< 0,001	0,001	< 0,001	< 0,001	< 0,001	< 0,001	0,780

computacional aumentou discretamente, mas alguns *outliers* ocorrem com razões baixas. A proporção entre custos de material e máquinas na solução final também aumenta com o a razão $\theta : \gamma^{un}$.

Conclusões similares são encontradas quando analisada a razão entre o custo unitário dos objetos (θ) e o custo de cada *setup* de um ciclo de serra (st), como pode ser visto na Figura 3.10. A distinção discreta observada é que a evolução da ocupação dos objetos é um pouco menos intensa em relação à razão $\theta : \gamma^{un}$.

Por fim, a Figura 3.11 revela os mesmos resultados para a relação entre o custo do *setup* do ciclo de serra (st) e os custos de máquina relacionados aos corte de cada item (γ^{un}). Neste caso, nenhuma tendência clara foi verificada para *gaps*, tempo de computacional e proporção de custos na solução. A superioridade de custos de *setup* favorece a melhor ocupação dos objetos.

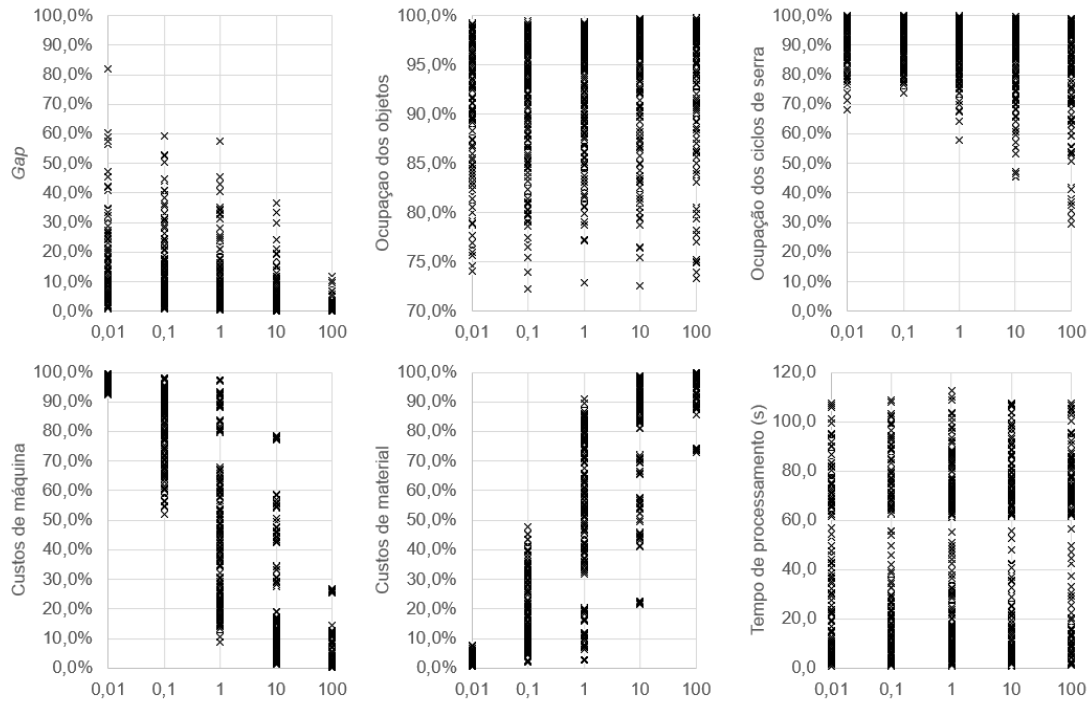


Figura 3.9: Dispersão de cada resultado de acordo com a razão $\theta : \gamma^{un}$ (Autoria própria).

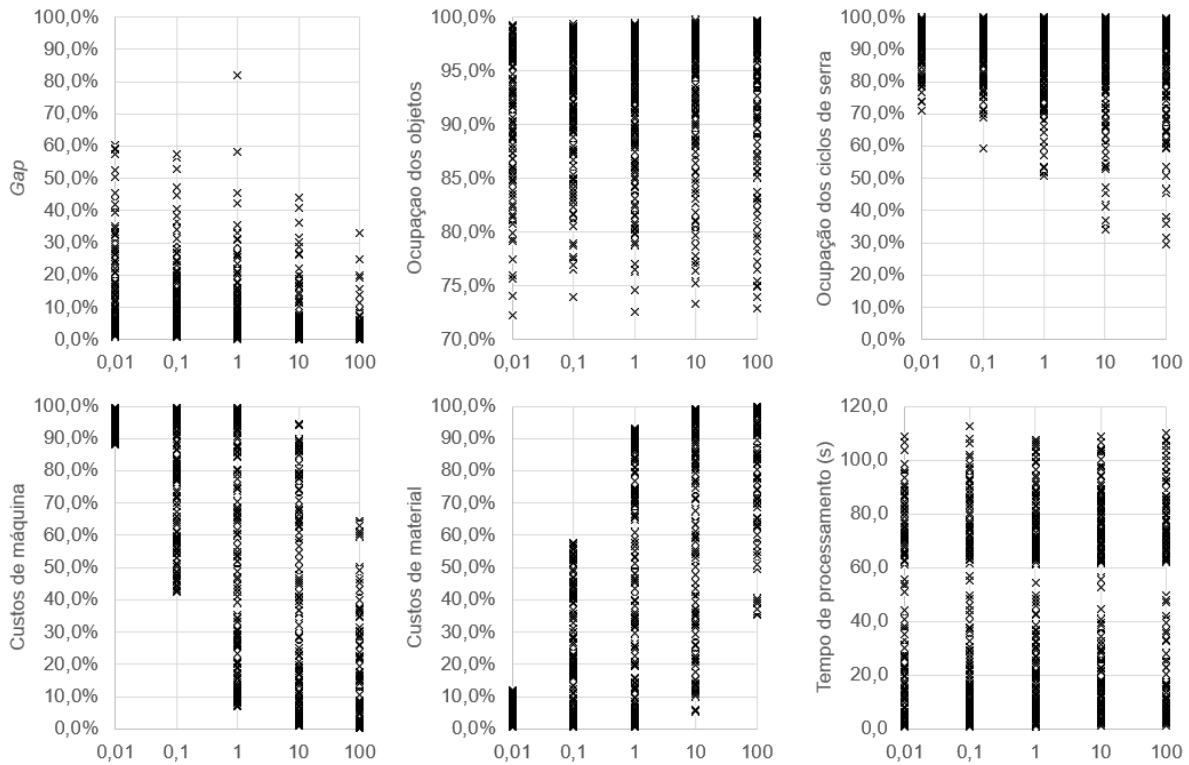


Figura 3.10: Dispersão de cada resultado de acordo com a razão $\theta : st$ (Autoria própria).

Comparação com abordagem de arredondamento

Além da análise dos resultados relacionada à dificuldade das instâncias e proporção dos custos, a seguinte comparação pretende ressaltar situações técnicas em que a abordagem

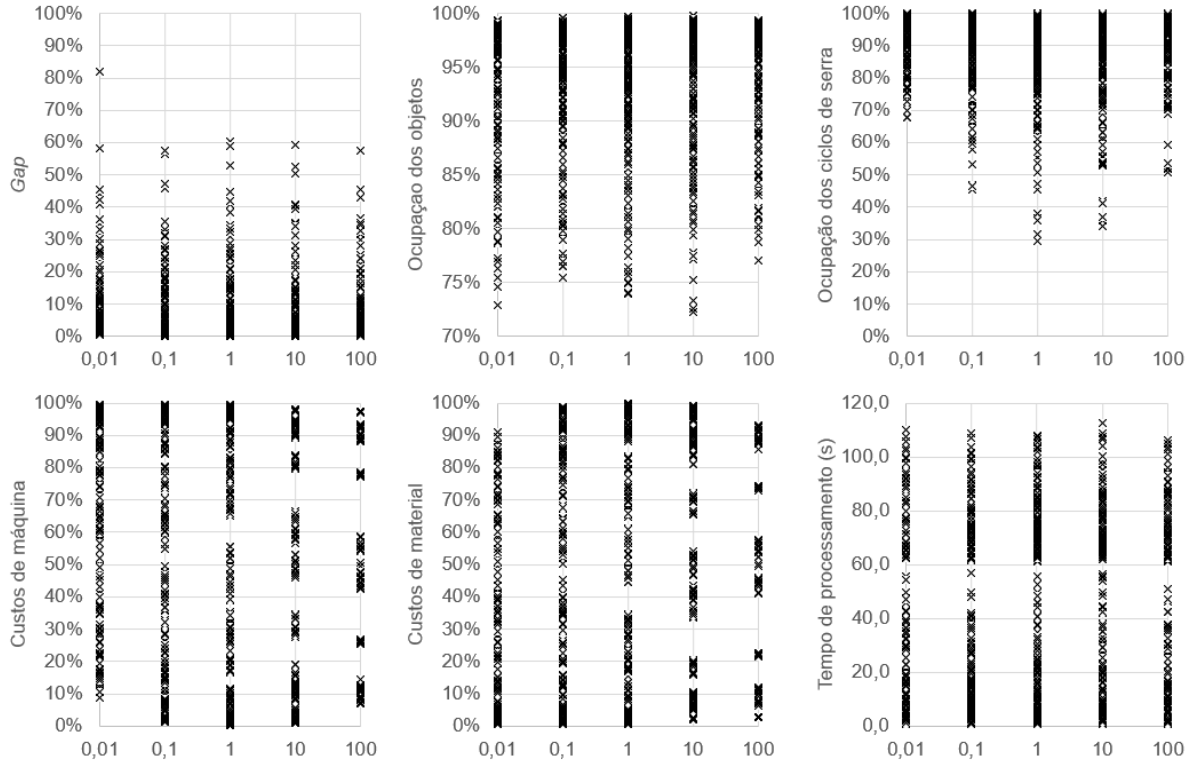


Figura 3.11: Dispersão de cada resultado de acordo com a razão $st : \gamma^{un}$ (Autoria própria).

proposta é mais valiosa quando comparada a métodos mais simples. As 1.710 instâncias geradas foram resolvidas através do PCE comum, relaxando a restrição de integralidade da variável de decisão de uso dos padrões de corte. Os valores obtidos foram divididos por NK e a porção não-inteira dos resultados foi considerada como um ciclo incompleto. Por exemplo, se $X_p = 23$ para um dado padrão de corte e $NK = 5$ na instância, o método simplificado considera 4 ciclos de serra completos e um ciclo com 3 objetos. O objetivo é verificar o valor da complexidade de abordar o problema como proposto neste capítulo em termos de economias no custo total.

A Tabela [3.12](#) resume os valores da abordagem proposta em termos de percentual de economia em relação à solução utilizando o método simplificado de arredondamento. Com o objetivo de traduzir o impacto de cada parâmetro e suas interações, a cor de fundo de cada célula acompanha a intensidade comparativa dentro do conjunto de resultados em uma escala de cinza.

Os resultados apontam economias médias de 8,6%, variando entre 0,1% a 54,9%. Todas as instâncias tiveram, ao menos, alguma melhora. Todos os quatro parâmetros técnicos testados tiveram diferença estatística significativa relevante nas economias (valor-p < 0,001 em todos). A Tabela [3.12](#) permite inferir que o modelo proposto tem maior re-

levância em termos de economias quando comparado ao método simplificado quando (i) as demandas são mais baixas, (ii) há maior presença de itens pequenos, (iii) NK são mais altos e (iv) θ menor em relação aos demais custos.

3.5 Comentários finais

Este capítulo abordou o problema integrado de minimização de custos de material e utilização de máquina, considerando a possibilidade de ciclos de serra. A motivação do problema é a indústria metal-mecânica, em que certos processos de corte são feitos com múltiplos objetivos simultâneos antes de etapas seguintes de conformação e usinagem.

Este estudo contribui para a literatura na medida em que considera o tempo de processamento como dependente do padrão de corte executado. Um modelo matemático para representar o problema foi proposto. O método de solução utilizado baseou-se em geração de colunas, juntamente com um procedimento heurístico para obtenção de soluções inteiras. No método de geração de colunas, foi possível mostrar que os custos reduzidos mais negativos ocorrem com ciclos completos, diminuindo o esforço computacional do método.

Testes computacionais foram realizados com uma instância real e instâncias geradas aleatoriamente. Na instância real, houve diminuição do custo total de 23,7% em relação ao método empírico utilizado na fábrica que motivou o estudo. Ainda, houve uma melhoria de 8,4% em relação à utilização do PCE convencional impondo ciclos completos. A análise exploratória das instâncias geradas aleatoriamente mostrou (i) a influência do número de objetos a serem cortados simultaneamente na média e variabilidade dos *gaps*; (ii) a presença de itens pequenos impactando na quantidade de padrões de corte gerados e, conseqüentemente, na melhor ocupação dos objetos; e (iii) a razão entre demanda total ($\sum_i b_i$) e o número máximo de objetos cortados simultaneamente (NK) como determinante para a boa ocupação dos ciclos de serra e, conseqüentemente, melhoria dos *gaps*. Além disso, a combinação de cenários em que a abordagem proposta mais se sobressai a uma abordagem empírica de arredondamento de ciclos completos ocorre com maiores custos de utilização de máquina e maior presença de itens pequenos na instância.

O presente trabalho apresenta como uma limitação o recorte do horizonte de programação, de forma que a otimização diz respeito a um conjunto de ordens estático. Como oportunidade de estudos futuros, pode-se explorar ambientes de decisão com múltiplos

Tabela 3.12: Resumos das economias do método proposto em relação a uma abordagem simplificada.

Demanda	$\theta : st : \gamma^{un}$	Itens pequenos			Itens variados			Itens grandes		
		NK = 3	NK = 9	NK = 15	NK = 3	NK = 9	NK = 15	NK = 3	NK = 9	NK = 15
Baixa	1:1:1	12,6%	19,5%	21,3%	3,7%	6,9%	5,1%	1,8%	2,8%	3,6%
	1:1:10	19,1%	35,4%	41,5%	7,9%	16,4%	20,2%	3,0%	6,4%	7,2%
	1:1:100	19,0%	38,5%	45,3%	7,0%	21,0%	24,3%	2,6%	9,2%	13,9%
	1:10:1	16,1%	25,3%	30,6%	5,6%	11,9%	15,3%	2,2%	5,9%	5,2%
	1:10:10	18,5%	32,9%	43,5%	7,5%	14,8%	19,2%	2,3%	8,1%	11,6%
	1:10:100	18,8%	37,4%	48,3%	6,9%	19,1%	24,0%	2,9%	8,3%	12,8%
	1:100:1	15,5%	32,9%	41,3%	6,2%	18,4%	19,8%	2,5%	8,8%	12,1%
	1:100:10	15,4%	36,9%	43,9%	5,8%	16,2%	21,8%	2,6%	6,2%	11,6%
	1:100:100	18,0%	38,3%	50,3%	8,3%	18,8%	22,8%	2,9%	8,7%	13,2%
	10:1:1	7,0%	6,5%	5,3%	2,8%	3,4%	2,5%	1,1%	1,5%	1,9%
	10:1:10	14,5%	19,5%	20,0%	3,3%	4,8%	6,7%	1,4%	2,0%	2,8%
	10:1:100	18,9%	35,3%	45,9%	6,5%	13,8%	24,5%	2,6%	6,3%	5,8%
	10:10:1	9,9%	10,3%	8,9%	3,6%	4,6%	4,4%	1,0%	1,9%	2,5%
	10:100:1	14,6%	22,1%	24,9%	4,2%	9,6%	14,7%	2,1%	5,1%	6,4%
	100:1:1	6,3%	5,6%	5,9%	1,9%	2,9%	2,5%	0,7%	1,4%	1,1%
	100:1:10	6,6%	5,6%	5,7%	2,5%	2,3%	2,3%	1,2%	2,1%	1,7%
	100:1:100	13,5%	16,3%	17,8%	5,1%	5,2%	6,2%	1,4%	2,8%	2,9%
	100:10:1	6,3%	5,7%	5,5%	2,2%	2,1%	2,2%	1,0%	1,8%	1,6%
	100:100:1	8,5%	7,8%	7,5%	3,3%	3,6%	3,5%	1,2%	2,2%	1,7%
Alta	1:1:1	7,0%	8,6%	9,0%	1,9%	2,8%	3,1%	0,8%	1,2%	1,7%
	1:1:10	7,9%	17,4%	22,0%	2,8%	5,9%	10,5%	1,4%	2,5%	4,1%
	1:1:100	8,2%	19,3%	26,5%	3,3%	10,8%	12,9%	1,2%	4,1%	4,8%
	1:10:1	6,7%	11,2%	16,1%	2,0%	5,2%	6,7%	0,8%	2,8%	2,3%
	1:10:10	7,8%	17,6%	26,3%	2,8%	7,9%	9,7%	1,0%	3,0%	4,6%
	1:10:100	8,2%	21,3%	30,7%	3,3%	8,5%	13,1%	1,1%	4,0%	5,3%
	1:100:1	7,4%	15,3%	21,7%	2,9%	7,8%	10,0%	1,3%	3,5%	6,0%
	1:100:10	7,9%	17,8%	23,3%	2,6%	6,5%	11,3%	1,3%	3,1%	5,0%
	1:100:100	8,8%	19,7%	28,7%	3,7%	9,0%	15,2%	1,1%	4,8%	6,0%
	10:1:1	3,4%	2,3%	2,6%	1,2%	1,0%	1,2%	0,5%	0,7%	0,8%
	10:1:10	6,2%	7,8%	9,1%	2,2%	2,5%	2,4%	0,7%	1,0%	1,4%
	10:1:100	7,9%	20,5%	22,7%	3,0%	8,2%	9,6%	1,2%	3,7%	4,1%
	10:10:1	3,9%	3,6%	3,3%	1,3%	1,4%	1,5%	0,5%	0,9%	0,9%
	10:100:1	7,0%	10,6%	12,2%	2,3%	4,7%	6,9%	1,0%	2,0%	2,9%
	100:1:1	2,3%	2,2%	2,1%	1,1%	1,0%	1,2%	0,5%	0,7%	0,9%
	100:1:10	3,1%	2,5%	1,4%	1,1%	0,8%	1,1%	0,5%	0,6%	0,9%
	100:1:100	6,0%	9,3%	7,6%	2,3%	2,8%	3,4%	0,6%	1,1%	1,2%
	100:10:1	2,6%	2,1%	1,9%	1,1%	1,2%	1,1%	0,3%	0,6%	0,9%
	100:100:1	3,5%	3,1%	2,1%	1,1%	1,5%	1,3%	0,7%	0,8%	0,9%

períodos, avaliação do valor de sobras aproveitáveis ou demandas estocásticas.

Capítulo 4

PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE COM MODOS ALTERNATIVOS (PCEMA-1D)

Este capítulo apresenta a integração entre o problema de corte de estoque e aspectos de modos alternativos de manufatura (*multi-mode scheduling*), com objetivo de minimizar o custo total de matérias-primas para um conjunto de produtos a serem produzidos. O capítulo está dividido em 4 seções: primeiramente, a motivação do problema, com lastro em uma indústria real, é apresentada. Posteriormente, é feita uma revisão da literatura relacionada ao tema de modos alternativos de manufatura em 4.2. O modelo proposto é apresentado na seção 4.3. A seção 4.4 apresenta e discute os resultados obtidos para a massa de dados proposta. Por fim, a seção 4.5 tece comentários sobre os principais achados e conclusões do capítulo.

4.1 Motivação

Em certos contextos de determinados sistemas de produção, mais de um conjunto de recursos podem ser escolhidos para executar uma mesma tarefa (WEGLARZ et al., 2011; KYRIAKIDIS; KOPANOS; GEORGIADIS, 2012). Isso é particularmente comum na área de projetos, em que uma atividade pode ser acelerada ou não de acordo com a alocação de mais ou menos recursos para atender a um determinado prazo (PINEDO, 2016). Entretanto, esse tipo situação também pode ocorrer em sistemas fabris, seja pela

possibilidade de múltiplas combinações de classes de máquinas estarem disponíveis para executar uma certa ordem de produção (RIISE; MANNINO; LAMORGESE, 2016), como é o caso de alocações de embarcações de apoio para reboque em portos (MENDES, 2007); ou ainda, pela possibilidade de múltiplas combinações de matérias-primas, como é o caso da fabricação de postes de concreto armado, que é motivação para este capítulo e será apresentado posteriormente.

O problema é considerado interessante tanto para pesquisadores quanto para profissionais da área (ZHANG; XU, 2016), havendo aplicações nas áreas de programação de processadores de computadores (DROZDOWSKI, 1996; BIANCO et al., 1997), serviços de saúde, manutenção, limpeza e auditorias de qualidade (ABDELMAGUID; SHALABY; AWWAD, 2014), além de atribuição de força de trabalho (CHOU, 2013).

Neste capítulo em particular, analisa-se como motivação uma fábrica de postes de concreto armado do tipo “duplo-T” no interior do estado de São Paulo. Os produtos desta indústria são fabricados através do recobrimento com concreto de uma armadura de aço, dimensionada para suportar uma determinada carga especificada em projetos elétricos. A Figura 4.1 ilustra uma destas armaduras de aço, assim como um produto final, neste caso um poste de 7 metros com capacidade de carga de 150 daN (decanewtons), muito utilizado para receber os padrões de entrada de energia em imóveis urbanos.

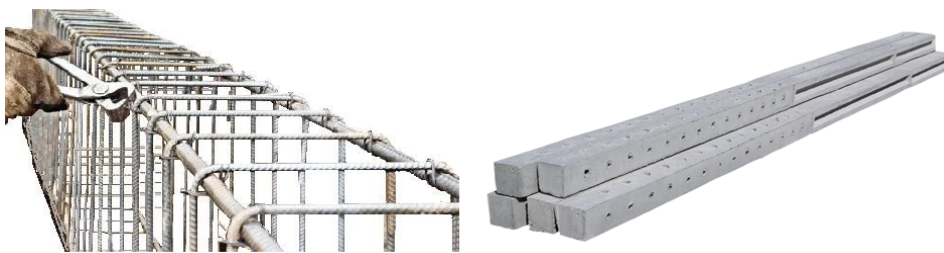


Figura 4.1: Exemplo de poste de concreto armado do tipo “duplo-T” (7 metros de comprimento e 150 decanewtons de carga) e armadura em montagem (Montagem do autor, adaptado de romagnole.com.br).

O dimensionamento da armadura longitudinal é feito através de cálculo estrutural, sendo possível configurá-la de maneiras distintas, conforme a espessura da barra de aço utilizada. A Figura 4.2 ilustra este processo: os múltiplos modos de manufatura possíveis são consequência de diferentes arranjos de espessuras de barras de aço para atender a um mesmo requisito de forças cortantes, resultantes de um certo esforço projetado inicialmente.

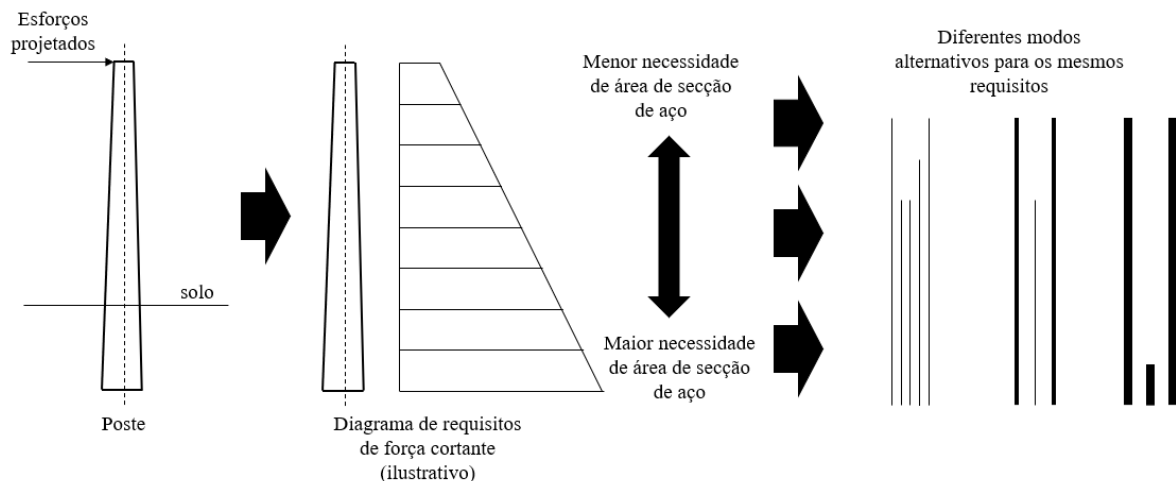


Figura 4.2: Diagrama ilustrativo do processo de dimensionamento dos postes e consequente possibilidade de modos alternativos de manufatura (Autoria própria).

A Figura 4.3 traz um exemplo real com duas maneiras diferentes para fabricar um poste duplo-T de 7 metros de comprimento e 150 decanewtons de carga, um modelo de ampla utilização para dar suporte à entrada de energia em residências urbanas. É possível observar que este mesmo produto pode ser feito com 4 itens de comprimento 696 cm de uma barra de aço com espessura de 10 mm, ou ainda com uma combinação de 4 itens de comprimento de 696 cm, 2 itens de comprimento de 408 cm e 2 itens de comprimento de 158 cm, quando utilizada uma barra de aço com espessura de 8 mm. Isso acontece porque os requisitos de armadura de aço em uma estrutura de concreto armado variam em diferentes secções transversais desta.

Dada a existência de diversas espessuras de barras de aço disponíveis e a possibilidade de combinação de mais de uma espessura em um mesmo produto, há múltiplos modos alternativos de se fabricar cada produto final. Ao analisar um modelo de poste isoladamente, trata-se de uma decisão de fácil solução, considerando que os custos das diferentes matérias-primas estão disponíveis. Entretanto, como tais segmentos são obtidos do corte de barras de ferro de 12 metros, pode existir uma combinação de modos de fabricação que otimize o uso global de matéria-prima, ainda que utilize um projeto que não é o mais vantajoso observando apenas seu custo unitário de matéria-prima. Isto significa que, dado um *mix* de produção a ser fabricado, podem existir combinações que minimizam o desperdício de matéria-prima global, ainda que não se escolha a alternativa mais econômica para um dado produto.

Portanto, há aqui a integração entre o problema de corte de estoque com o problema

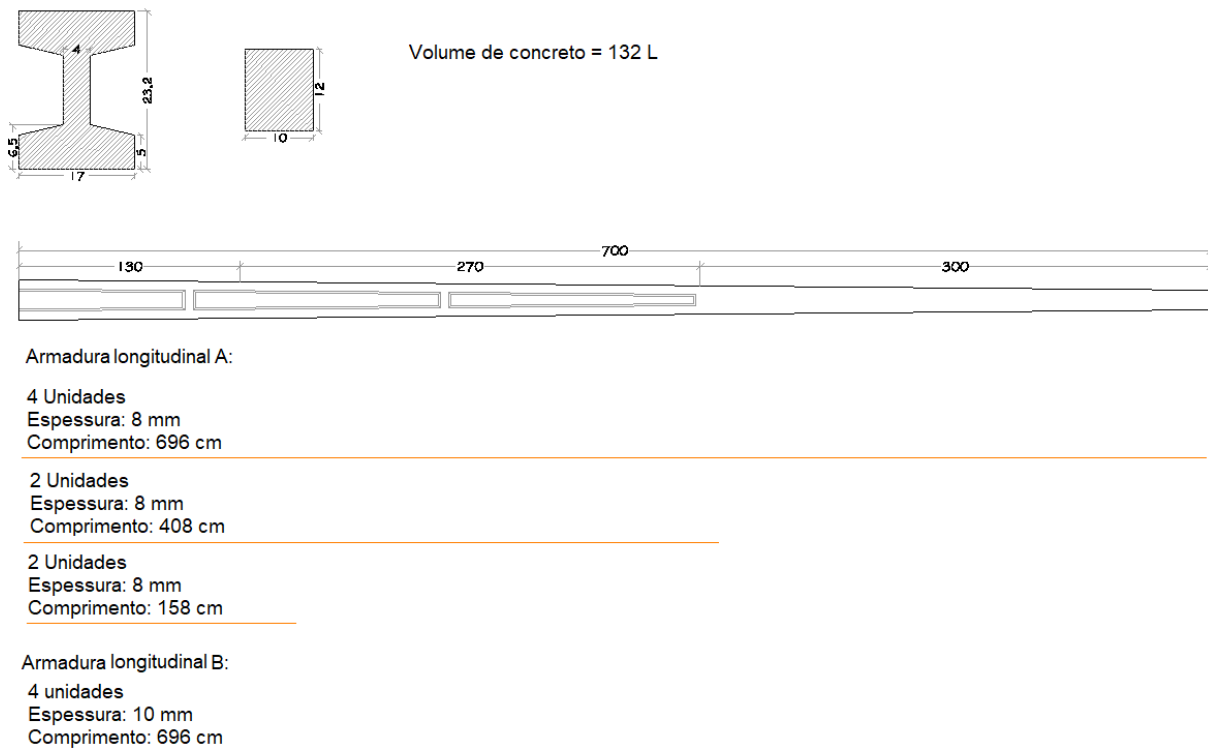


Figura 4.3: Dimensionamento de um poste do tipo “duplo-T” de 7 metros de comprimento e 150 decanewtons de carga, com duas possibilidades alternativas de armadura longitudinal (barras de aço de 8 mm e 10 mm de espessura) (Autoria própria).

de manufatura com modos alternativos. A Figura 4.4 mostra um exemplo simples em que isso pode ocorrer, utilizando como exemplo um poste de concreto duplo-T de 6 metros de comprimento e resistência à tração de 300 decanewton (daN). Este pode ser fabricado com barras de aço de 12,5 mm de espessura, caso em que requer 4 itens de 596 cm de comprimento, ou com barras de aço de 10 mm de espessura, caso em que requer 4 itens de 596 cm de comprimento e 2 itens de 280 cm de comprimento. Ambas matérias-primas são obtidas em objetos de 12 metros de comprimento, sendo a mais espessa a um preço de R\$ 40,00 e a menos espessa a R\$ 30,00.

Se considerarmos a fabricação de um único produto, sem possibilidade de aproveitar sobras, o custo de matéria-prima é de R\$ 80,00 utilizando o aço de 12,5 mm (2 objetos) e de R\$ 90,00 utilizando o aço de 10 mm (3 objetos). Por outro lado, se considerarmos a quantidade de matéria-prima efetivamente utilizada, optaríamos pelo aço de 10 mm (29,44 metros a R\$ 2,50 por metro, totalizando R\$ 73,60) em relação àquele com 12,5 mm de espessura (23,84 metros a R\$ 3,33 por metro, totalizando R\$ 77,39), supondo que as sobras seriam úteis em produções futuras (independente de seu tamanho). Finalmente,

se considerarmos um lote de 5 unidades a serem produzidas, a melhor alternativa global é produzir 1 unidade com a matéria-prima mais espessa e 4 unidades com a matéria-prima menos espessa, com custo total de R\$ 380,00 (10 objetos de espessura de 10 mm e 2 objetos de espessura de 12,5 mm), ou seja, um custo médio de R\$ 76,00 por unidade.

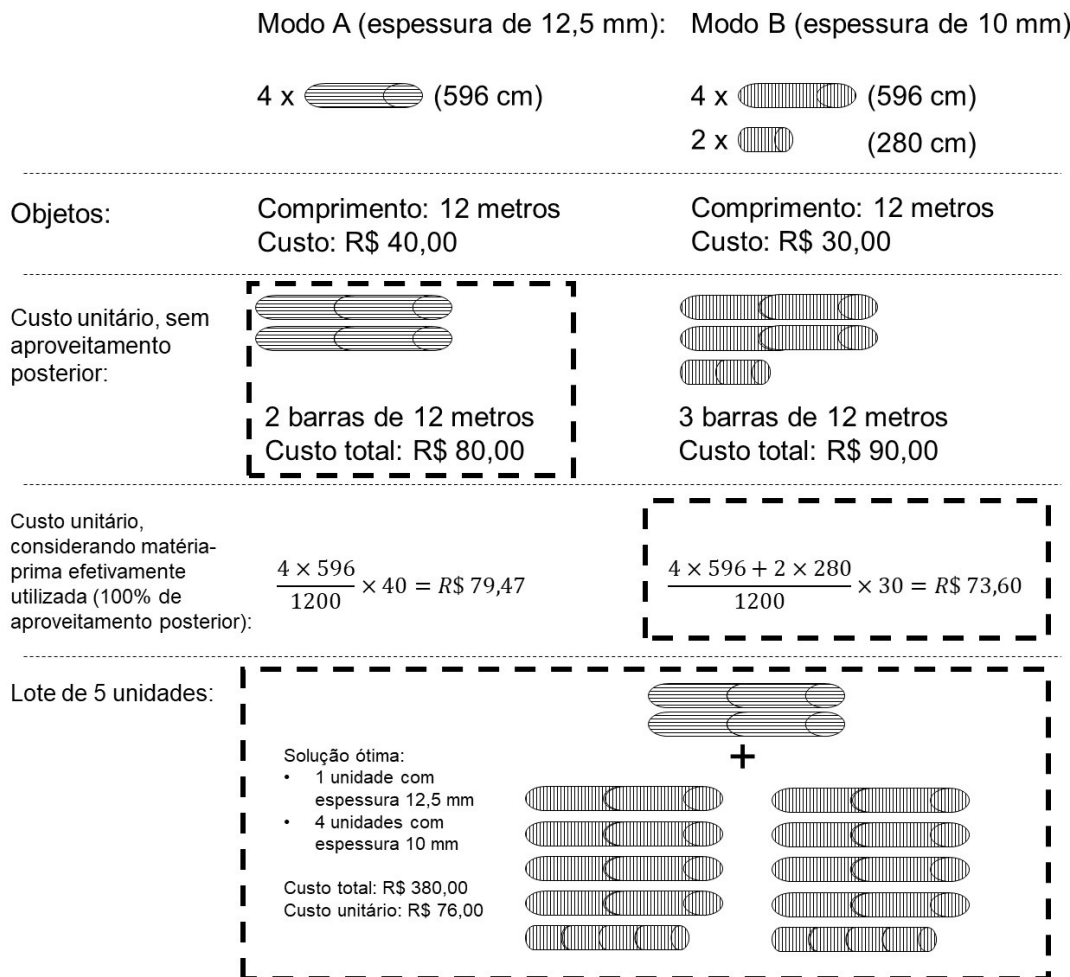


Figura 4.4: Representação do processo decisório da fabricação com modos alternativos de manufatura: a combinação de diversos modos pode levar ao ótimo global no atendimento do *mix* de produção (Autoria própria).

Ao considerar um *mix* de produção com diferentes produtos e diferentes quantidades, as possibilidades de combinações aumentam ainda mais, podendo ser muito interessante permitir modos alternativos de produção, ao invés de simplesmente eleger apenas aquele mais econômico do ponto de vista do custo unitário.

A literatura aborda o problema dos modos alternativos com grande ênfase na programação de recursos quando estes são os determinantes das variações (ou seja, pode-se fabricar com mais ou menos recursos de produção e não com diferentes quantidades e

tipos de matérias-primas). Além disso, não foram encontrados trabalhos abordando o problema de maneira integrada com o problema de corte de estoque.

O escopo deste capítulo é tratar do problema de minimização de uso de matérias-primas totais em um dado conjunto de produtos a serem fabricados, considerando que cada um deles pode ser manufaturado de múltiplas maneiras distintas.

4.2 Revisão da literatura

Para que um problema seja caracterizado como de fabricação/programação em modos alternativos (*multi-mode*) é preciso que haja diferentes relações entre os requisitos de recursos (máquinas ou matérias-primas) e as etapas de seu processo, havendo uma variação correspondente de custo ou tempo associado a cada uma destas alternativas (ZHANG; LI; TAM, 2006).

Os primeiros estudos datam da década de 70 com planejamento de redes de projetos (ELMAGHRABY, 1977), em que a alocação de mais recursos pode acelerar uma determinada tarefa com benefício de nivelamento de recursos ou contribuição para o caminho crítico. Muitas outras aplicações em diferentes setores foram estudadas desde então, dentre elas, na indústria química (KOPANOS; PUIGJANER; GEORGIADIS, 2009), construção civil (LIBERATORE; SCAPARRA; DASKIN, 2011), transportes (XU; GANG, 2013; TIAN; DEMEULEMEESTER, 2014), análise de risco (GAN; XU, 2013) e saúde (RIISE; MANNINO; LAMORGESE, 2016).

Entretanto, não foi encontrada nas bases pesquisadas qualquer menção a integração com o problema de corte, o que faz desta aplicação inédita. Essa revisão, portanto, enfocará os modelos matemáticos e métodos de resolução apenas para o problema de modos alternativos. Para *surveys* neste assunto, pode-se referir a trabalhos como Brucker et al. (1999), Hartmann e Briskorn (2010) e Weglarz et al. (2011).

4.2.1 Modelos matemáticos para o problema de modos alternativos

Nesta seção serão apresentados trabalhos que trataram de formulações para o problema de produção com possibilidade de modos alternativos. Dada a origem do problema na área de programação de projetos, ainda é referido muitas vezes como Problema de Programação

com Modos Alternativos e Restrição de Recursos (*Multi-mode resource-constrained project scheduling problems*). Uma consequência disto é que os modelos consideram questões de precedência entre atividades.

Cheng et al. (2015) abordaram o problema de programa de projetos com restrição de recursos com múltiplos modos de execução das tarefas. Propuseram, para tal problema, um modelo baseado em um grafo $G(N, A)$, em que os nós N representam um conjunto de n atividades, enquanto o conjunto de arcos A representa as precedências entre as atividades a serem executadas. Foi feita uma distinção entre recursos renováveis e não-renováveis, sendo os primeiros com disponibilidade ao longo de todo o horizonte do projeto. Cada atividade pode ser processada de diversas formas, sendo seus tempos de processamento e consumo de recursos relacionados à escolha do modo de execução.

Riise, Mannino e Lamorgese (2016) abordaram um ambiente de serviço de saúde norueguês, propondo modelo e método para o problema de programação de pacientes, considerando a escassez de recursos (tanto humanos como materiais). Aspectos de modos alternativos de atendimento são considerados, na medida em que cada paciente pode ser atendido em diversas salas, equipes e equipamentos.

Beşikci, Bilge e Ulusoy (2015) estudaram modos alternativos de alocação de recursos em projetos em um contexto de múltiplos projetos gerenciados simultaneamente. O objetivo é a minimização do custo total ponderado de atraso dos projetos, considerando que tempos de processamento e consumo de recursos são alterados de acordo com os modos alternativos escolhidos para cada atividade.

4.2.2 Métodos de solução heurísticos

O problema de modos alternativos de manufatura é NP-difícil (BLAZEWICZ; LENS-TRA; KAN, 1983; JARBOUI et al., 2008) e, mais do que isso, até mesmo encontrar uma solução factível pode ser NP-completo em algumas situações (KOLISCH, 1995; KOLISCH; DREXL, 1997). Assim, problemas de tamanho real têm sido abordados com heurísticas, buscas locais e meta-heurísticas. Diversos trabalhos utilizaram-se de heurísticas construtivas, seja para a obtenção de soluções iniciais, seja para a obtenção de boas soluções com pouco esforço computacional.

Boctor (1993) abordou o problema de programação de projetos, considerando que as tarefas podem ser executadas com diferentes quantidades de recursos de forma a afetar

seu tempo de execução. É assumido que os recursos são renováveis a cada período e o objetivo é minimizar a duração total do projeto. O trabalho comparou 21 heurísticas construtivas, sendo a combinação de 7 regras de priorização de tarefas com 3 regras de seleção do modo de execução, em uma massa de dados de 240 instâncias. A heurística que apresentou melhor resultado no maior número de instâncias foi aquela em que é feita escolha do modo viável mais curto para a tarefa com menor folga total. Além disso, entre as 5 heurísticas com melhores resultados, sempre a regra de escolha do modo mais rápido viável foi utilizada.

Com as mesma massa de dados, Boctor (1996) propôs posteriormente uma heurística construtiva para a mesma variante do problema que baseia-se na avaliação de combinações de modos das atividades passíveis de execução ao longo do horizonte de planejamento. A forma de avaliação a cada instante foi feita com o atraso imposto ao projeto para aquela combinação, em relação ao caminho crítico com recursos infinitos. Os resultados foram superiores aos apresentados anteriormente (BOCTOR, 1993).

Özdamar e Ulusoy (1994) também estudaram o mesmo problema, porém com recursos não-renováveis, ou seja, aqueles em que existe uma quantidade limitada para o projeto todo (como orçamento, por exemplo). A abordagem de solução proposta foi uma heurística construtiva chamada de *local constraint based analysis*. O procedimento baseou-se em percorrer o horizonte de programação discretamente (o que é chamado de iteração), avaliando as possíveis combinações de modos de execução de tarefas não-programadas factíveis (isto é, com suas predecessoras já programadas até então) através da extensão de prazo necessária em cada combinação (comparada ao caminho crítico calculado com todos os modos com o máximo de recursos). Em um segundo passo, a cada iteração, conflitos de recursos entre atividades eram resolvidos com “condições essenciais” apresentadas pelos autores. Os autores comparam seus resultados com quatro outras heurísticas construtivas, mostrando superioridade de tempo e qualidade das soluções.

Lova, Tormos e Barber (2006) propuseram heurísticas para o problema de programação de projetos com modos múltiplos de execução e recursos renováveis. Além de avaliar formas de seleção da atividade a ser programada e de seleção do modo a ser escolhido, os autores testaram esquemas de geração de sequências em série (orientado à atividade, em que essa é selecionada para depois ter seu modo escolhido) e paralelo (orientado aos períodos, avaliando conjuntos de atividades disponíveis para ter uma combinação de

modos escolhidos). Os resultados mostraram superioridade do primeiro sobre o segundo.

Em termos de buscas locais, pode ser mencionado o trabalho de [Kolisch e Drexl (1997)], em que após obtida uma solução factível, foi feita uma busca local em vizinhança simples nos modos alternativos de cada tarefa que compõe o projeto.

Uma variedade de meta-heurísticas também foi proposta para o problema, embora também se concentrem nos problemas de programação de projetos. Uma comparação de 21 métodos meta-heurísticos para programação de tarefas com modos alternativos foi apresentada em [Peteghem e Vanhoucke (2014)], através da submissão de todas a uma única massa de dados.

Métodos meta-heurísticos do tipo algoritmos genéticos são encontrados em grande quantidade ([MORI; TSENG, 1997; OZDAMAR, 1999; HARTMANN, 2001; ALCARAZ; MAROTO; RUIZ, 2003; LOVA et al., 2009; TSENG; CHEN; HUANG, 2009; PETEGHEM; VANHOUCKE, 2010; ELLOUMI; FORTEMPS, 2010; COELHO; VANHOUCKE, 2011]), em geral, retratando cada indivíduo da população por uma ordem de prioridade para alocação da tarefa, associado a um modo de execução desta. Meta-heurísticas do tipo *simulated annealing* também utilizadas ([SLOWINSKI; SONIEWICKI; WEGLARZ, 1994; BOULEIMEN; LECOCQ, 2003]), variando as formas de busca expandida entre a prioridade de alocação de uma tarefa e o modo selecionado ([BOULEIMEN; LECOCQ, 2003]). No caso de métodos de Colônia de Formigas ([CHIANG; HUANG; WANG, 2008; ZHANG, 2011; CHIANG; HUANG, 2012]), as soluções viáveis (“formigas”) são pares ordenados de tarefas prioritárias e modos de execução. Uma proposta de *particle swarm optimization* foi utilizada em [Jarboui et al. (2008)], na qual cada partícula é representada muito similarmente às meta-heurísticas anteriores (ordenação de prioridade de programação e modo escolhido para execução).

4.2.3 Substituição de produtos

A substituição de produtos é um instrumento de flexibilidade que pode ser aplicado em cadeias de suprimentos ([LANG, 2010]), quando um produto pode ser utilizado para atender à demanda de um outro similar ([CHOPRA; MEINDL, 2007]). Este tipo de problema se relaciona com o tópico aqui integrado ao PCE, uma vez que trata da possibilidade de duas formas de fabricação distintas atenderem à mesma demanda.

Os problemas de substituição de produtos podem ser divididos em orientados ao cliente

(*customer-driven*) e orientados à empresa (*firm-driven*) (HALE; PYKE; RUDI, 2000). O último é mais relacionado ao presente capítulo, em que a companhia decide o uso de um produto substituto. Também pode ser classificado de acordo com o mecanismo de substituição: baseado em sortimento, estoque ou preço (SHIN et al., 2015).

As aplicações do problema de substituição de produtos são encontradas em múltiplas situações, desde cadeias de suprimentos de indústrias farmacêuticas (ZAHIRI; JULA; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, 2018), semicondutores (GALLEGO; KATIRCIOGLU; RAMACHANDRAN, 2006), vidro (TAŞKIN; ÜNAL, 2009), aço (BALAKRISHNAN; GEUNES, 2003; DENTON; GUPTA, 2004) e varejo virtual (SABERI et al., 2017); até especificidades do processo de tomada de decisão, tais como otimização de espaço de armazenagem (HÜBNER; SCHAAL, 2017), decisões de fixação de preço (MA et al., 2018) e otimização de compras (PAK, 2016).

Pan et al. (2018) comparou 12 modelos matemáticos, de acordo com a característica da demanda, função objetivo, estoque de produtos acabados e variáveis de decisão. O trabalho de Shin et al. (2015) apresentou um *survey* a respeito do tema.

4.3 Modelagem matemática

Nesta seção, será apresentado o modelo matemático para o problema de corte de estoque integrado ao problema de modos alternativos de produção.

Seja J ($j \in J, j = 1, \dots, NJ$) um conjunto de ordens de produção de produtos a serem fabricados seguindo uma demanda d_j . Seja K ($k \in K, k = 1, \dots, NK$) um conjunto de espessuras de matérias-primas unidimensionais que podem ser utilizadas para a fabricação das ordens J , com tamanhos dos objetos L e custo de θ_k . Seja I ($i \in I, i = 1, \dots, NI$) um conjunto de tamanhos de itens a serem cortados. Seja M_j ($m \in M_j$) conjuntos de modos alternativos para o atendimento de uma ordem de produção j , sendo que cada um destes modos m está caracterizado pela necessidade de uma combinação de itens unidimensionais da matéria-prima de espessura k e de tamanho l_i em quantidade b_{ikm} . Seja P ($p \in P, p = 1, \dots, NP$) um conjunto de padrões de corte a serem cortados da matéria-prima k , caracterizados por uma quantidade a_{ip} de itens do tamanho l_i .

O objetivo desta formulação é atender a toda demanda das ordens de produção J , escolhendo os modos de produção mais convenientes para minimizar o custo total de

matéria-prima. Para isso, deve-se determinar a quantidade de padrões de corte p a serem cortados de cada matéria-prima com espessura k , denotada pela variável de decisão inteira X_{pk} . Como auxiliar, a variável de decisão inteira Z_{jm} indica a quantidade de produtos do tipo j que serão produzidas no modo m ($m \in M_j$).

O modelo do Problema de Corte de Estoque Unidimensional com Modos Alternativos (PCEMA-1D) está retratado em (4.1)-(4.5).

$$\min \quad \sum_{k \in K} \sum_{p \in P_k} \theta_k X_{pk} \quad (4.1)$$

$$\text{sujeito a :} \quad \sum_{p \in P_k} a_{ip} X_{pk} \geq \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} b_{ikm} Z_{jm}, \quad k \in K, \quad i \in I, \quad (4.2)$$

$$\sum_{m \in M_j} Z_{jm} \geq d_j, \quad j \in J, \quad (4.3)$$

$$Z_{jm} \in \mathbb{Z}^+, \quad j \in J, \quad m \in M_j, \quad (4.4)$$

$$X_{pk} \in \mathbb{Z}^+, \quad p \in P, \quad k \in K. \quad (4.5)$$

No modelo (4.1)-(4.5), a função objetivo (4.1) busca minimizar o custo total com matérias-primas, totalizando para isso a quantidade de padrões de corte de cada matéria-prima multiplicado pelo seu respectivo custo.

O conjunto de restrições (4.2) garante o cumprimento da demanda total de cada tamanho de item i e para cada matéria-prima de espessura k . Para isso, o total de itens do tipo i cortados em uma espessura k é obtido pela soma das quantidades de padrões de corte decididas em X_{pk} , respectivamente multiplicadas pelas quantidades de itens do tipo i que constam naquele padrão de corte. Essa quantidade deve ser maior ou igual ao total de itens i da espessura k requeridos, que é obtido pela soma de todas as demandas b_{ikm} em cada modo m multiplicadas respectivamente pela quantidade de unidades do produto final j executadas nesse modo m (Z_{jm}).

Por fim, o conjunto de restrições (4.3) faz com que a soma de todos os produtos j manufaturados em seus possíveis modos m ($m \in M_j$) seja igual ou superior à demanda deste produto (d_j). Em (4.4) e (4.5) define-se o domínio das variáveis de decisão.

4.3.1 Método de solução

Por se tratar de um problema de porte grande em termos de número de variáveis inteiras e binárias, propõe-se nesta subseção a forma de resolução que será utilizada nos experimentos computacionais. Novamente, será proposto um modelo para a geração de colunas a ser utilizado pelo modelo principal, seguindo a mesma proposta dos capítulos anteriores. São identificados os custos reduzidos associados às variáveis X_{pk} , de forma a otimizar o padrão de corte a ser adicionado.

Após a geração de colunas, a heurística de Wäscher e Gau (1996) foi utilizada, da mesma forma que nos capítulos anteriores, para a obtenção de uma solução inteira. O *gap* da solução foi medido comparando a solução obtida com o ótimo do problema relaxado como limitante inferior. Apesar da simplicidade do processo de obtenção da solução inteira, *gaps* satisfatórios foram obtidos com pouco esforço computacional nos experimentos, como pode ser visto na seção de resultados.

A Figura 4.5 ilustra o método de solução proposto e executado nos experimentos na Seção 4.4.

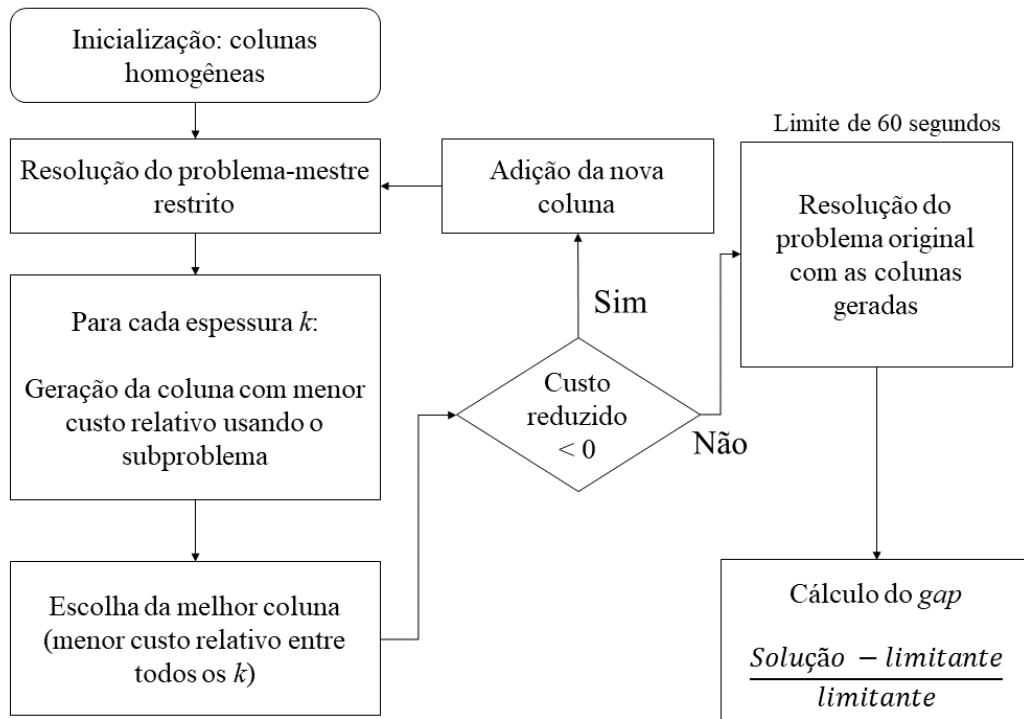


Figura 4.5: Esquematização do método de solução (Autoria própria).

Geração de colunas

O subproblema associado à geração de padrões de corte em (4.1)-(4.5) pode ser obtido ao minimizar os custos reduzidos da variável X_{pk} , até que estes sejam todos positivos. Considerando π_{ik}^1 os valores duais associados à restrição (4.2) e α_i a quantidade de itens i na coluna a ser gerada, temos o seguinte objetivo associado ao problema em questão:

$$\bar{c}_{pk} = c_{pk} - \pi^T \mathbf{a}_{pk} \quad (4.6)$$

Aplicado ao problema, tem-se:

$$\bar{c}_{pk} = \theta_k - \sum_{i \in I} \pi_{ik}^1 \alpha_i \quad (4.7)$$

Assim, para cada espessura k , o custo reduzido de uma nova coluna pode ser minimizado, utilizando a restrição da mochila unidimensional, tal como em (4.8)-(4.10). Neste caso, em cada iteração da geração de colunas, NK problemas podem gerar uma coluna com custo reduzido negativo.

$$\min \quad \theta_k - \sum_{i \in I} \pi_{ik} \alpha_i \quad (4.8)$$

$$s. \ t. : \quad \sum_{i \in I} \alpha_i l_i \leq L, \quad (4.9)$$

$$\alpha_i \in \mathbb{Z}^+, \quad i \in I. \quad (4.10)$$

A função objetivo (4.8) minimiza o custo reduzido de um padrão de corte de uma dada matéria-prima de espessura k , que é obtido também pela diferença entre o seu custo unitário (θ_k) e a soma dos produtos dos valores duais da formulação original e das quantidades de itens do tipo i da matéria-prima k (α_i) decididos no modelo. As restrições (4.9) garantem o respeito ao tamanho do objeto, limitando o conjunto de itens alocados à dimensão máxima deste. O domínio das variáveis de decisão é definido em (4.10).

4.4 Resultados computacionais e discussão

Nesta seção, serão apresentados os resultados computacionais obtidos com o método de solução proposto. Três casos serão abordados: primeiro será feito um exemplo de

caráter ilustrativo, que mostra a relevância do estudo do problema de maneira integrada; posteriormente, será apresentado um exemplo real, baseado na indústria que motivou o problema em estudo, comparando com a metodologia atual desta e mostrando os ganhos pelo uso da abordagem otimizante; por fim, um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente será proposto a fim de explorar o desempenho e os limitantes do modelo.

Todos os experimentos foram executados em um computador com 16Gb de memória RAM e processador i7, utilizando CPLEX 12.8 como otimizador e linguagem OPL para programação. O tempo de processamento foi limitado a 60 minutos.

4.4.1 Exemplo ilustrativo

O exemplo a seguir foi gerado com intuito ilustrativo, para deixar clara a relevância do estudo do problema de maneira integrada. Considera-se uma carteira de pedidos de 2 produtos distintos ($NJ = 2$), cada um com demanda de 100 unidades ($d_1 = d_2 = 100$), sendo possível a produção de cada um deles através de 4 modos alternativos ($|M_1| = |M_2| = 4$). Estes modos estão mostrados na Tabela 4.1, com as respectivas quantidades b_{ikm} requeridas dos itens de comprimentos l_i e matérias-primas k .

Todas as matérias-primas possuem o mesmo comprimento ($L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 1.000$), porém apresentam custos distintos (θ_k), pela diferença de espessura. A Tabela 4.2 resume os tamanhos e custos dos objetos das diferentes matérias-primas.

Ao analisar o custo de matéria-prima de cada produto, desconsiderando eventuais perdas do processo de corte (ou mesmo com a premissa de homogeneidade na perda), pode-se resumir os custos de cada modo alternativo conforme a Tabela 4.3, utilizando os usos de cada modo com a premissa de 100% de aproveitamento. Os melhores custos para cada produto estão ressaltados em negrito.

Em uma abordagem “sequencial”, seria escolhida a melhor alternativa (em termos de custo da matéria-prima) entre as disponíveis, para uma posterior otimização do corte. Neste caso, o modo 2 é o mais adequado para o produto 1, enquanto o modo 1 é o mais adequado para o produto 2, conforme destacados na Tabela 4.3. Consequentemente, isso resultaria uma demanda para o corte de 400 unidades de 700 mm da matéria-prima 1, 200 unidades de 600 mm da matéria-prima 2, 600 unidades de 700 mm também da matéria-prima 2 e 200 unidades de 400 mm da matéria-prima 3. Sendo os objetos de 1.000 mm, seriam gastos 400 objetos da matéria-prima 1, 800 objetos da matéria-prima 2

Tabela 4.1: Dados dos produtos a serem cortados, com seus respectivos modos alternativos, tamanhos e quantidades.

Produtos (j)	Modo de manufatura (m)	Matéria-prima (k)	Quantidades requeridas (b_{ikm})
$j = 1$	$m = 1$	$k = 1$	4×700 mm
		$k = 2$	2×300 mm
		$k = 3$	$\emptyset$
		$k = 4$	$\emptyset$
	$m = 2$	$k = 1$	$\emptyset$
		$k = 2$	6×700 mm
		$k = 3$	2×400 mm
		$k = 4$	$\emptyset$
	$m = 3$	$k = 1$	$\emptyset$
		$k = 2$	$\emptyset$
		$k = 3$	6×700 mm
		$k = 4$	8×600 mm
	$m = 4$	$k = 1$	4×700 mm
		$k = 2$	$\emptyset$
		$k = 3$	$\emptyset$
		$k = 4$	2×700 mm
$j = 2$	$m = 1$	$k = 1$	4×700 mm
		$k = 2$	2×600 mm
		$k = 3$	$\emptyset$
		$k = 4$	$\emptyset$
	$m = 2$	$k = 1$	$\emptyset$
		$k = 2$	8×400 mm
		$k = 3$	6×600 mm
		$k = 4$	$\emptyset$
	$m = 3$	$k = 1$	$\emptyset$
		$k = 2$	$\emptyset$
		$k = 3$	16×300 mm
		$k = 4$	12×400 mm
	$m = 4$	$k = 1$	8×300 mm
		$k = 2$	$\emptyset$
		$k = 3$	$\emptyset$
		$k = 4$	8×700 mm

Tabela 4.2: Dados das matérias-primas.

Matéria-prima	1	2	3	4
Comprimento (L_k)	1.000 mm	1.000 mm	1.000 mm	1.000 mm
Custo do objeto (θ_k)	R\$ 40	R\$ 25	R\$ 20	R\$ 10

e 100 objetos da matéria-prima 3, totalizando um custo de R\$ 38.000, conforme resume a Tabela [4.4](#).

Tabela 4.3: Custos unitários dos modos de manufatura, considerando 100% de aproveitamento no corte.

Modos de manufatura (m)	Produtos (j)	
	$j = 1$	$j = 2$
$m = 1$	$\frac{40 \cdot 4 \cdot 700 + 25 \cdot 2 \cdot 300}{1000}$ $= \text{R\$ } 127$	$\frac{40 \cdot 4 \cdot 700 + 25 \cdot 2 \cdot 600}{1000}$ $= \text{R\$ } 142$
$m = 2$	$\frac{25 \cdot 6 \cdot 700 + 20 \cdot 2 \cdot 400}{1000}$ $= \text{R\$ } 121$	$\frac{25 \cdot 8 \cdot 400 + 20 \cdot 6 \cdot 600}{1000}$ $= \text{R\$ } 152$
$m = 3$	$\frac{20 \cdot 6 \cdot 700 + 10 \cdot 8 \cdot 600}{1000}$ $= \text{R\$ } 132$	$\frac{20 \cdot 16 \cdot 300 + 10 \cdot 12 \cdot 400}{1000}$ $= \text{R\$ } 144$
$m = 4$	$\frac{40 \cdot 4 \cdot 700 + 10 \cdot 2 \cdot 700}{1000}$ $= \text{R\$ } 126$	$\frac{40 \cdot 8 \cdot 300 + 10 \cdot 8 \cdot 700}{1000}$ $= \text{R\$ } 152$

Tabela 4.4: Resolução do problema em uma abordagem sequencial

p	Padrões de corte			Matéria-prima (k)	Quantidade (X_{pk})	Custo
	$l_i = 700$	$l_i = 600$	$l_i = 400$			
1	1	0	0	1	400	$40 \cdot 400 = \text{R\$ } 16.000$
				2	600	$25 \cdot 600 = \text{R\$ } 15.000$
2	0	1	0	2	200	$25 \cdot 200 = \text{R\$ } 5.000$
3	0	0	2	3	100	$20 \cdot 100 = \text{R\$ } 2.000$
Total					1.300	R\$ 38.000

Ao utilizar o modelo (4.1)-(4.4), combinações de modos diferentes podem ser mais adequadas para a otimização global. Neste caso, obtém-se uma solução de custo total de R\$ 28.275. O tempo computacional total foi de 0,27 segundos e a solução obtida apresenta *gap* de 0,07% em relação ao limitante inferior determinado pela relaxação linear do problema quando não há mais colunas a serem geradas com custos reduzidos negativos. As Tabelas 4.5 e 4.6 detalham, respectivamente, os modos escolhidos para satisfazer à demanda dos produtos e o plano de corte a ser seguido para tal.

Tabela 4.5: Modos determinados para satisfazer à demanda na resolução do problema através do modelo proposto.

Produtos (j)	Modo de manufatura (m)	Matéria-prima (k)	Quantidades requeridas (b_{ikm})
$j = 1$	$m = 3$	$k = 3$	6×700 mm
	$Z_{13} = 99$	$k = 4$	8×600 mm
	$m = 4$	$k = 1$	4×700 mm
	$Z_{14} = 1$	$k = 4$	2×700 mm
$j = 2$	$m = 1$	$k = 1$	4×700 mm
	$Z_{21} = 19$	$k = 2$	2×600 mm
	$m = 2$	$k = 2$	8×400 mm
	$Z_{22} = 5$	$k = 3$	6×600 mm
	$m = 3$	$k = 3$	16×300 mm
	$Z_{23} = 66$	$k = 4$	12×400 mm
	$m = 4$	$k = 1$	8×300 mm
	$Z_{24} = 10$	$k = 4$	8×700 mm

A Tabela 4.5 evidencia que a solução obtida utiliza-se de uma diversidade de modos, o que fica particularmente mostrado no produto 2, em que todos os modos são utilizados. Não obstante, também é interessante observar que o produto 1 concentrou a maior parte de sua produção no modo de maior custo unitário, conforme a Tabela 4.3. Assim, verifica-se que a otimização da integração do problema potencialmente pode distanciar-se em muito do senso comum e de uma solução que otimize etapa a etapa.

Tabela 4.6: Plano de corte da resolução do problema através do modelo proposto

p	Padrões de corte				MP (k)	Quantidade (X_{pk})	Custo
	700mm	600mm	400mm	300mm			
1	1	0	0	0	4	82	$10 \cdot 82 = \text{R\$ } 820$
2	1	0	0	1	1	80	$40 \cdot 80 = \text{R\$ } 3.200$
					3	594	$20 \cdot 594 = \text{R\$ } 11.880$
3	0	1	1	0	2	38	$25 \cdot 38 = \text{R\$ } 950$
					4	792	$10 \cdot 792 = \text{R\$ } 7.920$
4	0	1	0	1	3	30	$20 \cdot 30 = \text{R\$ } 600$
5	0	0	2	0	2	1	$25 \cdot 1 = \text{R\$ } 25$
6	0	0	0	3	3	144	$20 \cdot 144 = \text{R\$ } 2.880$
Total						1.761	R\$ 28.275

A Tabela 4.6 mostra de que forma o plano de corte deve ser executado para obter tal resultado, além de evidenciar os componentes de custo que levam ao resultado final da solução obtida. Embora o aproveitamento total da matéria-prima não seja um indicador

final, dado que os custos de cada espessura de matéria-prima são distintos, adiciona-se o fato de que o aproveitamento da solução obtida é de 97,6%, muito superior aos 69,2% obtido na solução sequencial.

Este exemplo esclarece que se trata de um problema no qual existe integração potencialmente importante e que, do ponto de vista prático, permite uma gama ampla de situações em que as diferentes opções de manufatura levam a decisões otimizadas distintas do senso comum.

4.4.2 Exemplo industrial real

A instância que será apresentada nesta subseção foi coletada de uma indústria do ramo de artefatos de concreto, em particular na área de projeto de postes de concreto do tipo “duplo-T”, conforme introduzido na motivação do capítulo. A instância baseou-se em um orçamento a um pedido de um loteamento, que totalizou 570 postes de 5 diferentes modelos, além de 285 dormentes e 28 cruzetas.

As armaduras longitudinais destes produtos são confeccionadas com 5 diferentes opções de espessuras de barras de aço, que estão detalhadas com suas especificações e custos na Tabela 4.7. Todos os objetos possuem o mesmo comprimento (12 metros) e o custo é determinado pela sua espessura.

Considerando a utilização de um tipo de matéria-prima na armadura principal (aquela que percorre o poste todo) e outra na armadura auxiliar (cujo tamanho varia com as necessidades resultantes do cálculo estrutural), a princípio haveria 25 modos alternativos de produção para cada poste. Ocorre que algumas combinações são tecnicamente eliminadas: (i) não são permitidas na armadura principal espessuras menores do que na armadura auxiliar, por representar um problema na etapa posterior de soldagem; (ii) não são feitas armaduras com mais de 10 barras de aço distintas, pois a etapa posterior de concretagem é prejudicada, podendo a armadura reter agregados graúdos (como a brita) e perder a homogeneidade do concreto; (iii) e não existe armadura auxiliar quando a principal é suficiente.

A Tabela 4.8 mostra os dados destes 7 produtos encomendados, com as respectivas quantidades do pedido e seus modos alternativos de armadura longitudinal. As variações possíveis na armadura decorrem do fato de que os requisitos do cálculo estrutural são dados em área da seção transversal de ferro em diferentes alturas do poste. Assim, é

Tabela 4.7: Dados das matérias-primas do exemplo industrial.

Matéria-prima (k)	Comprimento (L_k)	Custo unitário (θ_k)
1 (16 mm ou 5/8")	1.200 cm	R\$ 66,95
2 (12,5 mm ou 1/2")	1.200 cm	R\$ 40,86
3 (10 mm ou 3/8")	1.200 cm	R\$ 26,80
4 (8 mm ou 5/16")	1.200 cm	R\$ 17,97
5 (6,4 mm ou 1/4")	1.200 cm	R\$ 8,63

possível utilizar barras de aço de menor espessura em maior quantidade ou barras de maior espessura em menor quantidade. Os dados foram coletados do sistema de cálculo estrutural da empresa.

Tabela 4.8: Dados dos produtos do pedido.

Produtos (j)	Demanda (d_j)	Modos (m)	Requisitos (b_{ikm})
7m x 150 daN ($j = 1$)	285 unidades	1	4 × 700 cm ($\emptyset = 16$ mm)
		2	4 × 700 cm ($\emptyset = 12,5$ mm)
		3	4 × 700 cm ($\emptyset = 10$ mm)
		4	4 × 700 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 4 × 150 cm ($\emptyset = 8$ mm)
		5	4 × 700 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2 × 400 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 2 × 250 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)
		6	6 × 700 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 4 × 450 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 4 × 400 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 4 × 300 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)
10m x 150 daN ($j = 2$)	136 unidades	1	4 × 1000 cm ($\emptyset = 16$ mm)
		2	4 × 1000 cm ($\emptyset = 12,5$ mm)
		3	4 × 1000 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2 × 400 cm ($\emptyset = 10$ mm)
		4	4 × 1000 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2 × 400 cm ($\emptyset = 8$ mm)
		5	4 × 1000 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2 × 400 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 2 × 100 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)
		6	4 × 1000 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2 × 650 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2 × 350 cm ($\emptyset = 8$ mm)
		7	4 × 1000 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2 × 800 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 2 × 700 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 2 × 650 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)

Continuação na próxima página

Tabela 4.8 – Continuação da página anterior

Produtos (j)	Demanda (d_j)	Modos (m)	Requisitos (b_{ikm})
10m x 300 daN ($j = 3$)	52 unidades	1	4×1000 cm ($\emptyset = 16$ mm)
		2	4×1000 cm ($\emptyset = 12,5$ mm)
		3	4×1000 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2×700 cm ($\emptyset = 10$ mm)
		4	4×1000 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2×650 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2×350 cm ($\emptyset = 8$ mm)
		5	4×1000 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2×800 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 2×700 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 2×550 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)
		6	6×1000 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2×650 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2×350 cm ($\emptyset = 8$ mm)
11m x 300 daN ($j = 4$)	69 unidades	1	4×1100 cm ($\emptyset = 16$ mm)
		2	4×1100 cm ($\emptyset = 12,5$ mm)
		3	4×1100 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2×800 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2×250 cm ($\emptyset = 10$ mm)
		4	4×1100 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2×700 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2×450 cm ($\emptyset = 8$ mm)
		5	4×1100 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2×800 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 2×650 cm ($\emptyset = 6,4$ mm) + 4×500 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)
		6	6×1100 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2×700 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2×450 cm ($\emptyset = 8$ mm)
12 x 600 daN ($j = 5$)	28 unidades	1	4×1200 cm ($\emptyset = 16$ mm) + 2×450 cm ($\emptyset = 16$ mm)
		2	4×1200 cm ($\emptyset = 16$ mm) + 2×700 cm ($\emptyset = 12,5$ mm)
		3	4×1200 cm ($\emptyset = 12,5$ mm) + 2×1100 cm ($\emptyset = 12,5$ mm) + 2×800 cm ($\emptyset = 12,5$ mm) + 2×300 cm ($\emptyset = 12,5$ mm)
		4	4×1100 cm ($\emptyset = 10$ mm) + 2×700 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 2×450 cm ($\emptyset = 8$ mm)
Dormente ($j = 6$)	285 unidades	1	4×100 cm ($\emptyset = 16$ mm)
		2	4×100 cm ($\emptyset = 12,5$ mm)
		3	4×100 cm ($\emptyset = 10$ mm)
		4	8×100 cm ($\emptyset = 8$ mm)
		5	4×100 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 4×100 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)
		6	12×100 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)

Continuação na próxima página

Tabela 4.8 – Continuação da página anterior

Produtos (j)	Demanda (d_j)	Modos (m)	Requisitos (b_{ikm})
Cruzeta ($j = 7$)	28 unidades	1	4×200 cm ($\emptyset = 16$ mm)
		2	4×200 cm ($\emptyset = 12,5$ mm)
		3	4×200 cm ($\emptyset = 10$ mm)
		4	8×200 cm ($\emptyset = 8$ mm)
		5	4×200 cm ($\emptyset = 8$ mm) + 4×200 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)
		6	12×200 cm ($\emptyset = 6,4$ mm)

Os dados foram submetidos ao modelo (4.1)-(4.4), utilizando o método de solução explicado na Seção 4.3.1, em particular o método de geração de colunas explicitado em (4.8)-(4.10).

A solução obtida apresentou um plano de produção com custo total de matéria-prima de R\$ 54.271,31, utilizando 4.257 objetos no total. O tempo total de execução do modelo foi de 4,88 segundos, sendo 4,85 segundos na geração de colunas. Foram gerados 17 padrões de corte, dos quais 12 foram efetivamente utilizados na solução final. O *gap* da solução em relação à relaxação linear foi de 0,009%. As Tabelas 4.9 e 4.10 detalham a solução obtida, respectivamente em relação aos consumos de matéria-prima por objeto (e seu decorrente custo) e em relação aos modos escolhidos.

Tabela 4.9: Plano de corte da resolução do problema através do modelo proposto

Matéria-prima (k)	Quantidade (X_{pk})	Custo
1 (16 mm ou 5/8")	0	$\emptyset$
2 (12,5 mm ou 1/2")	0	$\emptyset$
3 (10 mm ou 3/8")	600	$26,80 \cdot 600 = \text{R\$ } 16.080,00$
4 (8 mm ou 5/16")	710	$17,97 \cdot 710 = \text{R\$ } 12.758,70$
5 (6,4 mm ou 1/4")	2.947	$8,63 \cdot 2.947 = \text{R\$ } 25.432,61$
Total	4.257	R\$ 54.271,31

A Tabela 4.10, em particular, mostra que alguns produtos são feitos em mais de um modo distinto para otimizar o custo total. Além disso, mesmo nos produtos em que a produção está toda concentrada em um modo só, a escolha não está restrita ao modo com menor custo unitário.

Para estabelecer um paralelo com o *modus operandi* da fábrica, foi feita uma comparação com o procedimento de corte atual, através da simulação do método vigente.

Tabela 4.10: Modos escolhidos para satisfazer à demanda na resolução do problema através do modelo proposto.

Produtos (j)	Modo de manufatura (m)	Quantidade (Z_{jm})
$j = 1$	$m = 6$	$Z_{16} = 285$
$j = 2$	$m = 5$	$Z_{25} = 1$
	$m = 6$	$Z_{26} = 57$
	$m = 7$	$Z_{27} = 78$
$j = 3$	$m = 5$	$Z_{35} = 52$
$j = 4$	$m = 5$	$Z_{45} = 69$
$j = 5$	$m = 4$	$Z_{54} = 28$
$j = 6$	$m = 3$	$Z_{63} = 201$
	$m = 4$	$Z_{64} = 84$
$j = 7$	$m = 4$	$Z_{74} = 28$

A lógica de formação dos lotes de corte atual segue os seguintes passos: (i) escolhe-se o melhor modo para cada fabricação, considerando o custo unitário sem desperdícios de matéria-prima; (ii) para cada matéria-prima, busca-se uma forma de otimização empírica para minimizar perdas.

Como o passo (ii) não possui um formato padronizado, a simulação feita considerou, após a escolha dos modelos com menor custo, uma otimização pelo PCE convencional para cada matéria-prima, após a escolha dos modelos previamente definidos no passo (i). Foram utilizadas 4 matéria-primas diferentes, tendo um custo total de R\$ 64.232,01, que é 15,5% superior ao custo obtido com o modelo integrado. Também foram utilizados 3.321 objetos, sendo 224 de espessura 12,5 mm, 484 de espessura 10 mm, 2.094 de espessura 8 mm e 519 de espessura 6,4 mm.

A Tabela [4.11](#) mostra um comparativo entre a solução obtida pelo modelo proposto e a solução através do método empírico da indústria. Importante ressaltar que se utilizou ainda um modelo de otimização (PCE convencional) para cada matéria-prima do método empírico. Há, portanto, espaço para ganhos ainda maiores, a depender da forma como é hoje feita a formação dos padrões de corte.

O comparativo da Tabela [4.11](#) evidencia que os ganhos obtidos estão concentrados na substituição de matérias-primas de maior valor por melhores combinações de matérias-primas de menor valor. Os ganhos de otimização de corte quando considerados todos os modos de produção fazem com que haja uma substituição de itens de aço mais espessos por conjuntos de itens menores em que há melhor aproveitamento do material, viabilizando

Tabela 4.11: Comparativo entre solução otimizada e solução da lógica atual de operação.

Indicador		Modelo proposto	Forma atual
Custo total (R\$)		R\$ 59.416,65	R\$ 64.232,01
Objetos (unidades)		4.257	3.321
	1	0	0
Quantidade	2	0	224
de objetos por	3	600	484
matéria-prima	4	710	2.094
	5	2.947	519

uma economia relevante no custo total final.

4.4.3 Instâncias geradas aleatoriamente

Para testar a formulação apresentada em (4.1)-(4.5), com o respectivo procedimento de geração de colunas através do modelo (4.8)-(4.10), foi gerado um conjunto de 1.215 instâncias explorando diferentes cenários de quantidade de alternativas e proximidade dos custos entre as diferentes opções de matérias-primas. Todas as instâncias foram geradas com 30 produtos ($NJ = 30$) e objetos de tamanho 1.200 unidades de comprimento ($L = 1.200$).

Os tamanhos de itens foram testados em número total (NI) de 20, 30 e 40 diferentes tamanhos, gerados aleatoriamente de acordo com os grupos de tamanhos propostos. Os tamanhos dos itens (l_i) foram gerados com “pequenos” comprimentos ($l_i \in U[120, 360]$, ou seja, de 10% a 30% do objeto); “grandes” comprimentos ($l_i \in U[360, 840]$, ou seja, de 30% a 70% do objeto); e comprimentos “variados” ($l_i \in U[120, 840]$, ou seja, de 10% a 70% do objeto). A notação U aqui denota uma distribuição uniforme em um conjunto discretizado.

O número de diferentes matérias-primas (NK) foi testado em três cenários: 2, 5 e 8 espessuras distintas. A homogeneidade de seus custos também foi testada em três cenários: custos iguais ($\theta_k = 1$), custos “homogêneos” ($\theta_k \in U[1, 10]$) e custos “heterogêneos” ($\theta_k \in U[1, 100]$). O número de modos alternativos por produto final ($|M_j|$) também foi testado em três cenários: 5, 10 e 15.

A demanda por produtos finais foi gerada aleatoriamente utilizando uma distribuição uniforme entre 1 e 10 unidades ($d_j \in U[1, 10]$). As quantidades requeridas de cada item em cada modo alternativo foram geradas também aleatoriamente, utilizando uma distribuição

uniforme, considerando 98% de chance de ser nula ($b_{ikm} = 0$) e, na probabilidade restante, segue uma uniforme entre 2 e 8 unidades ($b_{ikm} \in U[2, 8]$). O limiar de 98% foi inspirado na matriz do exemplo industrial, em que 98% dos elementos b_{ikm} eram iguais a zero. A combinação dos cenários exposta gerou 243 tipos de instâncias, para as quais foram feitas 5 repetições de cada tipo, totalizando um conjunto de testes de 1.215 instâncias.

Os dados foram submetidos ao modelo (4.1)-(4.5), conforme método exposto na Seção 4.3.1, utilizando o método de geração de colunas através do subproblema em (4.8)-(4.10). Os dados e resultados detalhados das instâncias encontram-se disponíveis *online* com o uso do *QR code* da Figura C.1 no apêndice C. Na análise dos resultados obtidos frente aos parâmetros do problema, utilizou-se uma comparação estatística dos resultados apresentados através de análise de variância, com nível de significância (valor-p)¹ de 5%. Assim, para os resultados apresentados, quando o valor-p é inferior a este número, existe diferença estatística significativa entre os resultados obtidos em cada subconjunto de instâncias.

O resultado desta massa de dados mostra que o modelo matemático resulta em um *gap* médio de 0,61% em um tempo médio de 114,0 segundos, incluindo a geração de colunas. A solução ótima foi encontrada em 31 instâncias, enquanto o maior *gap* foi de 5,61%. Os tempos variaram entre 1,0 e 2.623,1 segundos. A Tabela 4.12 sumariza os resultados para diferentes quantidades de comprimentos de itens (NI). Tanto os *gaps* quanto os tempos de processamento apresentaram diferença estatística significativa, porém é interessante notar que os *gaps* caíram com a quantidade de tamanhos diferentes de item. É possível supor que o melhor repertório de combinações pode levar a melhores soluções.

A Tabela 4.13 mostra os resultados de acordo com a quantidade de diferentes espessuras de matérias-primas disponíveis (NK). Observa-se que os tempos computacionais apresentaram diferença estatística significativa, sendo crescentes com NK , o que pode ser explicado pela influência direta no método de geração de colunas. Já nos *gaps*, o parâmetro apresentou influência mais moderada, sendo tão maior quanto menor NI (para 40 tamanhos de itens, sequer foi estatisticamente significativa). Assim, a influência de NK nos *gaps* parece ser moderada pelo parâmetro NI .

O impacto do número de modos alternativos ($|M_j|$) pode ser analisado na Tabela 4.14. Uma diferença estatística significativa pode ser observada para os *gaps*, mas não

¹Menor nível de significância com que se rejeitaria a hipótese nula de um dado teste. Neste caso, seria o menor nível de significância estatística para o qual a hipótese de igualdade entre as médias dos grupos testados não poderia ser refutada

Tabela 4.12: Resultados de acordo com a quantidade de diferentes comprimentos itens (NI).

NI	gap (%)	tempo de CPU (s)
20	0,71 (0,0-5,6)	44,96 (1,0-430,6)
30	0,63 (0,0-4,6)	98,14 (1,2-676,2)
40	0,47 (0,0-2,1)	199,04 (4,7-2.623,1)
Geral	0,61 (0,0-5,6)	114,0 (1,0-2.623,1)
p-value	< 0,001	< 0,001

para o tempo de processamento. Assim, o número de modos possíveis afeta a busca pelo ótimo, tornando o espaço de soluções possíveis muito mais amplo. As hipóteses para explicar essa falta de relação são: (i) tempo de processamento é principalmente afetado pela geração de colunas, que não é determinada por $|M_j|$; (ii) o número de variáveis de decisão impactadas por $|M_j|$ é pequeno (apenas o conjunto Z_{jm}); e (iii) não há impacto no número de restrições do modelo.

A Tabela 4.15 mostra os resultados de acordo com o comprimento dos itens (l_i). Tanto o tempo computacional quanto os $gaps$ foram afetados de maneira estatisticamente significativa pela classe de tamanhos dos itens nas instâncias. Os resultados mostram claramente que a prevalência de itens pequenos levam a soluções com maior tempo de processamento e com gaps maiores. Isso é explicado pelo fato de que menores itens levam a mais possibilidades de colunas valiosas, de forma a elevar também o tempo de geração de colunas. Por outro lado, aumentam a diferença entre a solução inteira obtida e a solução linear utilizada como limitante inferior.

Por fim, a Tabela 4.16 mostra os resultados de acordo com a homogeneidade dos custos das diferentes espessuras das matérias-primas disponíveis (θ_k). De maneira geral, para este parâmetro, não houve influência estatisticamente significativa em nenhum dos resultados (exceção ao tempo computacional com 20 tamanhos de itens). A inferência aqui é que este parâmetro tem efeito muito pequeno na dificuldade de resolução das instâncias, já que nem o tempo computacional nem o gap apresentaram impacto significativo com a mudança de θ_k .

As tabelas 4.12 a 4.16 mostraram de maneira exploratória um detalhamento da in-

Tabela 4.13: Resultados de acordo com o número de espessuras diferentes de matérias-primas (NK).

NI	NK	gap (%)	tempo de CPU (s)
20	2	0,47 (0,00-2,94)	16,90 (1,03-88,22)
	5	0,75 (0,00-4,06)	34,39 (2,60-126,80)
	8	0,92 (0,01-5,61)	83,59 (6,15-430,59)
	Média	0,71 (0,00-5,61)	44,96 (1,03-430,59)
	valor-p	< 0,001	< 0,001
	30	0,51 (0,00-4,64)	25,79 (1,17-120,43)
	5	0,69 (0,00-3,24)	80,70 (7,33-215,95)
30	8	0,68 (0,03-2,73)	187,92 (17,18-676,16)
	Média	0,63 (0,00-4,64)	98,14 (1,17-676,16)
	valor-p	0,011	< 0,001
40	2	0,43 (0,00-1,85)	37,92 (4,72-116,08)
	5	0,52 (0,02-2,01)	157,92 (14,90-546,25)
	8	0,47 (0,02-2,08)	401,27 (33,84-2.623,15)
	Média	0,47 (0,00-2,08)	199,04 (4,72-2.623,15)
	valor-p	0,150	< 0,001

fluência de cada um dos parâmetros isoladamente nas instâncias. O intuito é analisar (i) as interações entre os parâmetros, (ii) a intensidade comparativa do impacto de cada um deles e (iii) obter um resumo dos experimentos. As tabelas 4.17 e 4.18 mostram, respectivamente, os resultados médios dos *gaps* e tempos de processamento para cada combinação de parâmetros. A cor de fundo de cada resultado auxilia na noção comparativa de seus respectivos valores em uma escala de cinza.

A Tabela 4.17 mostra uma clara concentração de *gaps* maiores influenciada principalmente pela presença de itens pequenos. Já os tempos de processamento, evidenciados na Tabela 4.18 possuem também uma influência intensa do número de espessuras diferentes

Tabela 4.14: Resultados de acordo com o número de modos alternativos por produto final ($|M_j|$).

NI	$ M_j $	gap (%)	tempo de CPU (s)
20	5	0,55 (0,00-2,94)	46,09 (1,19-192,86)
	10	0,71 (0,00-2,61)	49,68 (1,03-430,59)
	15	0,88 (0,00-5,61)	39,11 (2,35-180,52)
	Média	0,71 (0,00-5,61)	44,96 (1,03-430,59)
	valor-p	< 0,001	0,322
30	5	0,50 (0,00-1,81)	94,44 (2,52-676,16)
	10	0,71 (0,00-4,64)	102,45 (1,17-430,24)
	15	0,69 (0,00-3,24)	97,52 (1,85-452,19)
	Média	0,63 (0,00-4,64)	98,14 (1,17-676,16)
	valor-p	0,003	0,839
40	5	0,38 (0,00-1,59)	183,00 (4,72-2.252,40)
	10	0,50 (0,03-1,71)	213,36 (10,06-2.623,15)
	15	0,54 (0,03-2,08)	200,75 (10,29-1,136,54)
	Média	0,47 (0,00-2,08)	199,04 (4,72-2.623,15)
	valor-p	0,001	0,669

de matérias-primas (NK). A combinação de NK maior e a presença de itens menores resultou nos maiores tempos de processamento.

Tabela 4.15: Resultados de acordo com o tamanhos dos itens (l_i).

NI	l_i	gap (%)	tempo de CPU (s)
20	Pequenos	1,24 (0,12-5,61)	89,96 (9,06-430,59)
	Grandes	0,26 (0,00-0,92)	10,34 (1,03-65,41)
	Variados	0,65 (0,05-2,24)	34,58 (4,19-120,26)
	Média	0,71 (0,00-5,61)	44,96 (1,03-430,59)
	valor-p	< 0,001	< 0,001
30	Pequenos	1,11 (0,13-4,64)	178,53 (12,11-676,16)
	Grandes	0,26 (0,00-1,03)	23,99 (1,17-115,83)
	Variados	0,53 (0,04-1,79)	91,89 (5,73-361,73)
	Média	0,63 (0,00-4,64)	98,14 (1,17-676,16)
	valor-p	< 0,001	< 0,001
40	Pequenos	0,85 (0,11-2,08)	385,62 (14,94-2.623,15)
	Grandes	0,22 (0,00-1,29)	44,90 (4,72-193,72)
	Variados	0,36 (0,03-1,14)	166,59 (10,06-644,51)
	Média	0,47 (0,00-2,08)	199,04 (4,72-2.623,15)
	valor-p	< 0,001	< 0,001

Tabela 4.16: Resultados de acordo com a distribuição dos custos das diferentes espessuras das matérias-primas (θ_k).

NI	θ_k	gap (%)	tempo de CPU (s)
20	Idênticos	0,74 (0,00-3,42)	34,93 (1,19-192,86)
	Homogêneos	0,71 (0,00-5,61)	47,30 (2,30-430,59)
	Heterogêneos	0,68 (0,00-4,06)	52,65 (1,03-417,58)
	Média	0,71 (0,00-5,61)	44,96 (1,03-430,59)
	valor-p	0,757	0,039
30	Idênticos	0,67 (0,00-3,24)	94,56 (2,69-434,60)
	Homogêneos	0,54 (0,00-2,22)	99,27 (1,85-676,16)
	Heterogêneos	0,68 (0,00-4,64)	100,58 (1,17-452,19)
	Média	0,63 (0,00-4,64)	98,14 (1,17-676,16)
	valor-p	0,064	0,898
40	Idênticos	0,52 (0,02-2,01)	214,27 (4,72-2.623,15)
	Homogêneos	0,44 (0,00-1,95)	191,84 (7,62-1.011,04)
	Heterogêneos	0,46 (0,02-2,08)	191,00 (5,54-1.497,15)
	Média	0,47 (0,00-2,08)	199,04 (4,72-2.623,15)
	valor-p	0,221	0,740

Tabela 4.17: Resumo dos *gaps* médios de acordo com o cenário de parâmetros analisado.

NK	NM	NI	Itens grandes			Itens variados			Itens pequenos		
			Custo Heterogêneo	Custo Homogêneo	Custo Idêntico	Custo Heterogêneo	Custo Homogêneo	Custo Idêntico	Custo Heterogêneo	Custo Homogêneo	Custo Idêntico
2	5	20	0,13%	0,22%	0,19%	0,28%	0,25%	0,58%	0,86%	0,31%	0,84%
		30	0,20%	0,16%	0,17%	0,45%	0,71%	0,50%	0,77%	0,76%	0,87%
		40	0,14%	0,11%	0,31%	0,40%	0,38%	0,65%	0,58%	0,86%	1,02%
	10	20	0,29%	0,07%	0,19%	0,26%	0,23%	0,39%	0,72%	0,43%	0,86%
		30	0,07%	0,38%	0,35%	0,83%	0,39%	0,55%	1,62%	0,72%	0,89%
		40	0,21%	0,33%	0,32%	0,70%	0,32%	0,70%	0,81%	0,41%	0,85%
	15	20	0,24%	0,10%	0,24%	0,27%	0,30%	0,34%	0,61%	0,50%	0,44%
		30	0,30%	0,17%	0,67%	0,29%	0,44%	0,45%	0,77%	0,66%	0,75%
		40	0,24%	0,12%	0,34%	0,44%	0,49%	0,44%	0,69%	0,37%	0,93%
	5	20	0,16%	0,25%	0,29%	0,55%	0,61%	0,53%	1,07%	0,96%	0,92%
		30	0,26%	0,23%	0,24%	0,65%	0,42%	0,83%	1,01%	1,19%	1,43%
		40	0,26%	0,29%	0,42%	0,65%	1,07%	0,78%	1,56%	1,68%	2,05%
5	10	20	0,22%	0,25%	0,23%	0,39%	0,44%	0,30%	1,06%	0,95%	1,20%
		30	0,41%	0,25%	0,29%	0,54%	0,54%	0,70%	1,38%	1,08%	1,31%
		40	0,13%	0,32%	0,38%	0,88%	0,57%	0,64%	1,42%	1,13%	1,70%
	15	20	0,15%	0,21%	0,17%	0,37%	0,20%	0,35%	0,63%	0,70%	0,97%
		30	0,24%	0,22%	0,26%	0,42%	0,54%	0,31%	0,91%	0,91%	1,09%
		40	0,15%	0,20%	0,33%	0,45%	0,47%	0,45%	0,93%	1,12%	1,29%
	5	20	0,15%	0,18%	0,28%	0,57%	0,73%	0,42%	1,15%	1,05%	1,37%
		30	0,46%	0,32%	0,36%	0,85%	0,75%	0,74%	1,99%	1,34%	1,55%
		40	0,39%	0,26%	0,47%	1,27%	0,93%	0,90%	1,63%	3,25%	1,36%
	10	20	0,15%	0,25%	0,16%	0,37%	0,25%	0,41%	1,24%	1,16%	1,04%
		30	0,39%	0,33%	0,30%	0,67%	0,55%	0,60%	1,56%	1,23%	1,12%
		40	0,22%	0,14%	0,30%	0,75%	0,49%	0,78%	1,19%	1,35%	1,47%
8	15	20	0,12%	0,13%	0,10%	0,30%	0,20%	0,26%	0,82%	0,78%	0,71%
		30	0,17%	0,13%	0,17%	0,23%	0,33%	0,26%	0,79%	1,04%	0,98%
		40	0,23%	0,21%	0,20%	0,43%	0,36%	0,37%	1,28%	1,01%	1,16%

Tabela 4.18: Resumo dos *gaps* médios de acordo com o cenário de parâmetros analisado.

NK	NM	NI	Itens grandes			Itens variados			Itens pequenos		
			Custo Heterogêneo	Custo Homogêneo	Custo Idêntico	Custo Heterogêneo	Custo Homogêneo	Custo Idêntico	Custo Heterogêneo	Custo Homogêneo	Custo Idêntico
2	5	20	7,53	4,28	2,58	9,89	5,52	6,67	49,60	25,92	11,23
		30	2,76	3,69	3,27	44,18	21,71	9,41	57,43	36,53	15,06
		40	18,44	4,22	5,14	23,50	14,33	9,91	27,25	15,73	20,60
	10	20	3,14	16,86	4,58	26,18	41,43	28,42	65,86	34,12	19,99
		30	5,87	8,41	9,58	31,18	18,13	10,03	48,33	39,52	71,61
		40	3,70	15,63	4,10	61,24	14,17	15,10	65,13	15,52	18,54
	15	20	9,19	9,39	6,23	66,15	30,30	34,51	77,73	55,35	40,29
		30	17,95	25,13	21,51	52,90	24,76	23,95	82,14	34,13	21,85
		40	13,43	17,00	17,41	64,82	38,89	15,01	87,39	79,59	56,78
5	5	20	6,37	5,35	6,47	35,03	28,59	17,22	97,16	95,64	79,51
		30	5,98	8,89	8,07	16,91	22,05	22,38	75,31	58,83	40,56
		40	7,18	8,68	9,35	28,62	43,75	19,78	73,67	49,15	57,94
	10	20	31,28	24,91	32,46	100,88	57,99	49,68	137,67	149,67	159,55
		30	13,22	19,25	17,27	74,36	96,99	79,09	161,09	131,23	166,28
		40	23,86	15,40	12,32	92,19	52,22	68,64	141,65	150,78	119,03
	15	20	39,31	40,17	49,02	135,09	104,22	128,19	224,92	283,08	328,63
		30	26,54	25,28	28,95	174,57	152,73	124,50	297,12	257,08	284,01
		40	47,43	46,87	35,46	171,97	176,97	134,72	319,59	290,92	336,54
8	5	20	19,02	18,65	13,79	83,00	107,14	52,41	147,96	157,42	150,57
		30	20,14	19,86	15,92	56,47	40,91	49,81	280,21	249,35	155,65
		40	17,72	15,18	20,64	70,47	53,47	40,62	139,77	162,32	98,52
	10	20	39,34	42,04	33,85	146,19	109,47	162,83	307,16	422,85	301,52
		30	36,44	40,21	45,16	236,71	286,97	131,78	302,28	322,19	363,04
		40	37,87	67,67	43,28	147,47	127,05	214,71	375,42	359,57	370,77
	15	20	70,51	76,37	46,22	321,42	376,99	267,37	591,04	534,49	994,82
		30	61,20	89,83	92,95	239,74	491,28	280,69	916,83	746,82	1.166,35
		40	94,43	84,20	120,38	275,31	315,71	275,06	678,42	772,15	853,79

4.4.4 Comparação com abordagem empírica

Além de explorar a caracterização das instâncias de acordo com seus parâmetros em termos de tempos computacionais e *gaps*, a seguinte comparação tem o intuito de discutir gerencialmente o impacto da abordagem integrada e os contextos em que é mais valiosa. Para tal, foram comparadas as soluções geradas com a solução “sequencial” descrita na seção 4.4.2, que imita uma abordagem industrial empírica. O objetivo é verificar se existem combinações de parâmetros em que a abordagem proposta apresenta maior destaque ou mesmo os contextos em que não é tão relevante. A Tabela 4.19 resume a economia percentual média do custo total ao utilizar a abordagem integrada proposta em relação à abordagem empírica para cada combinação de parâmetros.

Pontua-se que a economia média nas instâncias aleatórias testadas foi de 2,56%, variando de 0,0% a 18,1%. Apenas 11,8% das instâncias (143 de 1.215) não apresentaram melhoria e não houve nenhum resultado pior, como esperado. A análise estatística dos resultados mostrou que quatro características técnicas tiveram maior impacto na representatividade da economia gerada pelo método: (i) a maior presença de itens maiores (valor-p < 0,001); (ii) a menor quantidade de tamanhos de itens (NI , valor-p = 0,001); (iii) a maior variedade de espessuras de matérias-primas (NK , valor-p < 0,001); e, de uma maneira menos pronunciada, (iv) o maior número de modos alternativos por produto final ($|M_j|$, valor-p = 0,032). A homogeneidade dos custos entre as diferentes espessuras de matérias-primas (θ_k) não mostrou diferença estatística significativa entre os grupos (valor-p = 0,121).

Tabela 4.19: Resumo das economias do modelo proposto sobre a abordagem empírica.

NK	NM	NI	Itens grandes			Itens variados			Itens pequenos		
			Custo Heterogêneo	Custo Homogêneo	Custo Idêntico	Custo Heterogêneo	Custo Homogêneo	Custo Idêntico	Custo Heterogêneo	Custo Homogêneo	Custo Idêntico
2	5	20	2,00%	2,12%	4,15%	0,55%	2,41%	0,26%	0,44%	0,95%	0,38%
		30	3,21%	2,82%	3,94%	0,67%	1,22%	0,69%	1,26%	1,38%	0,45%
		40	2,66%	1,29%	1,04%	0,99%	1,30%	0,95%	0,42%	1,04%	0,95%
	10	20	4,02%	4,65%	1,71%	5,03%	0,67%	0,33%	0,66%	1,14%	0,00%
		30	4,26%	3,03%	4,10%	1,15%	0,89%	0,89%	0,96%	0,67%	0,71%
		40	3,50%	1,14%	1,83%	0,94%	0,55%	0,54%	1,14%	2,23%	0,84%
	15	20	2,85%	2,60%	4,96%	0,49%	0,28%	0,38%	0,54%	0,18%	0,42%
		30	2,34%	3,64%	2,36%	1,3%	0,55%	0,27%	0,81%	0,38%	0,43%
		40	2,62%	3,03%	2,64%	0,87%	0,65%	0,26%	1,44%	1,58%	0,24%
	5	20	5,00%	5,64%	4,74%	3,22%	1,14%	0,92%	1,82%	1,53%	1,56%
		30	3,84%	6,63%	11,17%	2,54%	4,86%	2,07%	2,89%	2,54%	1,44%
		40	5,02%	6,41%	4,86%	2,58%	2,42%	2,08%	2,84%	3,63%	2,60%
5	10	20	3,54%	4,24%	4,69%	3,08%	3,88%	2,35%	0,84%	0,91%	0,43%
		30	2,97%	6,85%	6,93%	2,38%	2,72%	1,03%	2,16%	1,68%	1,02%
		40	6,60%	10,48%	1,35%	2,21%	1,87%	0,80%	1,57%	0,93%	0,57%
	15	20	4,78%	4,51%	4,65%	2,08%	2,38%	2,76%	0,43%	0,47%	0,52%
		30	5,14%	3,13%	3,70%	0,76%	1,46%	1,10%	1,30%	0,85%	0,41%
		40	8,28%	4,17%	5,81%	1,37%	2,55%	1,83%	1,50%	1,37%	0,85%
	5	20	5,22%	5,97%	4,09%	2,56%	1,50%	3,84%	1,50%	1,58%	0,81%
		30	5,89%	8,77%	4,90%	3,75%	3,85%	1,33%	2,46%	2,06%	1,86%
		40	6,35%	5,99%	4,70%	6,04%	2,98%	3,39%	1,87%	2,85%	3,01%
	10	20	6,87%	3,87%	2,86%	2,69%	4,16%	2,87%	0,5%	0,34%	0,34%
		30	6,03%	3,37%	7,88%	1,43%	1,59%	3,86%	1,47%	1,38%	1,00%
		40	8,46%	5,75%	7,25%	2,82%	4,34%	1,90%	1,56%	1,66%	1,17%
8	15	20	4,44%	3,19%	2,84%	1,21%	2,03%	1,42%	0,38%	0,17%	0,12%
		30	4,15%	6,08%	3,75%	3,38%	2,68%	2,90%	0,47%	0,50%	0,16%
		40	7,41%	5,68%	8,24%	1,57%	1,49%	3,48%	0,33%	0,52%	0,41%

4.5 Comentários finais

Este capítulo abordou o problema de minimização de custos totais quando há possibilidade de modos alternativos de manufatura. A motivação para o estudo foi a construção civil, particularmente de uma fábrica de postes de concreto. Nela, um mesmo produto pode ser fabricado através de diversas configurações diferentes de itens de aço, chegando a um mesmo produto final.

O estudo contribui para a literatura pelo ineditismo na proposição e formulação do problema, além da análise exploratória de resultados para diferentes conjuntos de parâmetros de entrada, bem como seu impacto na solução final. A técnica de geração de colunas, juntamente com um procedimento heurístico foram utilizados como método de solução.

Os resultados obtidos com uma instância real mostraram uma economia de 15,5% em relação ao método empírico, dito “sequencial”, que seleciona *a priori* o melhor modelo por produto final e, posteriormente, otimiza o custo da demanda gerada pelo PCE convencional. Essa economia é particularmente relevante para a indústria da construção civil, na qual as baixas barreiras de entrada levam a margens financeiras diminuídas. Os resultados computacionais de instâncias geradas aleatoriamente mostraram a presença de itens de tamanhos pequenos (l_i) e existência de poucas opções de materiais (NK) como maiores determinantes de *gaps* aumentados. A comparação do modelo proposto com a abordagem empírica descrita nas instâncias geradas aleatoriamente mostrou melhoria de custos, sobretudo com a maior presença de itens grandes.

Para instâncias de maior porte, sugere-se como estudos futuros o desenvolvimento de melhores limitantes inferiores, assim como heurísticas para melhoria da solução. O pré-processamento da demanda pode ser uma estratégia para reduzir o problema. Além disso, também há oportunidade de integração com outras características de decisão, como múltiplos períodos, avaliação do valor de sobras aproveitáveis ou demandas estocásticas.

Capítulo 5

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

O objetivo deste trabalho foi explorar a integração do problema de corte de estoque unidimensional com características operacionais dos processos de produção em que se inserem. Foram estudadas as integrações com (i) o problema de minimização de atrasos, (ii) o problema de minimização de ciclos de serra e (iii) o problema de modos alternativos de manufatura. Tais aspectos não só desafiam a implementação de soluções otimizadas para operações de corte, como também fazem com que o melhor aproveitamento de matéria-prima não seja, necessariamente, a melhor solução para o problema.

Para cada um dos três problemas foi apresentada uma motivação real, que justifica o estudo do problema; foi feita uma revisão de abordagens encontradas na literatura para o problema particular; e foi proposta uma modelagem em programação inteira (inteiramista, no caso do Capítulo 2). Como estratégia de solução, o método de geração de colunas foi utilizado juntamente com um procedimento heurístico. O método foi submetido a (i) instâncias ilustrativas, para mostrar a relevância da abordagem; (ii) instâncias reais, para comprovar os ganhos potenciais de sua utilização nas fábricas que motivaram os estudos; e (iii) a um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente, para explorar a influência dos parâmetros de entrada nos resultados obtidos.

Do ponto de vista industrial, esta tese contribui através de métodos para gerar boas soluções para os desafios apresentados, em tempo computacional razoável. As soluções encontradas pelos modelos propostos mostraram melhorias significativas para as fábricas que motivaram os problemas. Além dos ganhos objetivos, é importante ressaltar que a rápida geração de boas soluções tem impacto organizacional positivo, pois promove maior dinamismo frente às constantes mudanças de cenário enfrentadas.

Do ponto de vista da literatura, as principais contribuições da tese são: (i) modelagem do problema de corte de estoque com datas de entrega considerando tempos de processamentos dos padrões de corte dependentes dos itens que os compõem, (ii) modelagem do problema de minimização de ciclos de serra considerando tempos de processamentos dos padrões de corte dependentes dos itens que os compõem¹, (iii) modelagem do problema de minimização de custos de corte havendo múltiplos modos alternativos de manufatura², (iv) proposição de métodos de obtenção de solução inteira para cada problema; e (v) extensa análise exploratória do impacto dos parâmetros do problema nas características das soluções das instâncias.

Embora as aplicações mostradas tenham motivação em setores específicos, a utilidade dos modelos e métodos não está restrita a eles. Custos com atrasos relevantes também são encontrados em ambientes com multas elevadas, como gestão de projetos e empresas logísticas, ou mesmo empresas com forte necessidade de manutenção da imagem perante o cliente, como varejo via *e-commerce*. Problemas de corte considerando custos de utilização de máquina devido a ciclos de serra podem ser aplicados não só à indústria metal-mecânica, mas também de conformação de plástica e de vidro. Modos múltiplos de manufatura com considerações de corte também devem encontrar aplicação na indústria moveleira ou de embalagens.

Em cada um dos capítulos foram apresentadas propostas para a continuidade de estudos referentes aos temas abordados. Além destas já elencadas, é possível explorar a integração entre os próprios problemas apresentados, como a consideração de datas de entregas associada a ciclos de serra ou modos múltiplos de manufatura. Além disso, outras características operacionais podem ser adicionadas, tais como *setups* dependentes de sequência devido às classes de materiais ou trocas de ferramentas, além de custos associados à formação de lotes. Cortes bidimensionais ou irregulares podem ser estudados para qualquer dos problemas.

Outras extensões também podem explorar melhorias nos métodos propostos, seja pela reformulação dos modelos, seja por soluções heurísticas para instâncias de maior porte, seja por melhorias nos métodos de cálculo do limitante inferior.

¹Uma versão adaptada do Capítulo 3 foi submetida e encontra-se em revisão no *European Journal of Operational Research* (EJOR)

²Uma versão adaptada do Capítulo 4 foi aprovada para publicação no *International Journal of Production Research* (IJPR), DOI 10.1080/00207543.2020.1720923 e encontra-se em processo de editoração (*proofing*)

Referências Bibliográficas

- ABDELMAGUID, T. F.; SHALABY, M. A.; AWWAD, M. A. A tabu search approach for proportionate multiprocessor open shop scheduling. *Computational Optimization and Applications*, v. 58, n. 1, p. 187–203, 2014.
- ABDUL-RAZAQ, T.; POTTS, C. Dynamic programming state-space relaxation for single-machine scheduling. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 39, n. 2, p. 141–152, 1988.
- ABUABARA, A.; MORABITO, R. Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts. *Annals of Operations Research*, 169, n. 1, p. 149–165, 2009.
- ALCARAZ, J.; MAROTO, C.; RUIZ, R. Solving the multi-mode resource-constrained project scheduling problem with genetic algorithms. *Journal of the Operational Research Society*, v. 54, n. 6, p. 614–626, 2003.
- ALLAHVERDI, A.; GUPTA, J. N. D.; ALDOWAISAN, T. A review of scheduling research involving setup considerations. *Omega*, v. 27, n. 2, p. 219–239, 1999.
- ALVES, C.; BRÁS, P.; CARVALHO, J. V. de; PINTO, T. New constructive algorithms for leather nesting in the automotive industry. *Computers & Operations Research*, v. 39, n. 7, p. 1487–1505, 2012.
- ALVES, C.; MACEDO, R.; CARVALHO, J. V. de. New lower bounds based on column generation and constraint programming for the pattern minimization problem. *Computers & Operations Research*, v. 36, n. 11, p. 2944–2954, 2009.
- ANDRADE, R.; BIRGIN, E. G.; MORABITO, R. Two-stage two-dimensional guillotine cutting stock problems with usable leftover. *International Transactions in Operational Research*, v. 23, n. 1-2, p. 121–145, 2016.
- ARAÚJO, S. A. d.; POLDI, K. C.; SMITH, J. A genetic algorithm for the one-dimensional cutting stock problem with setups. *Pesquisa Operacional*, SciELO Brasil, v. 34, n. 2, p. 165–187, 2014.
- ARBIB, C.; MARINELLI, F. On cutting stock with due dates. *Omega - International Journal of Management Science*, v. 46, p. 11–20, 2014.
- ARBIB, C.; MARINELLI, F.; ROSSI, F.; IORIO, F. di. Cutting and reuse: An application from automobile component manufacturing. *Operations Research*, v. 50, n. 6, p. 923–934, 2002.

- ARBIB, C.; MARINELLI, F.; VENTURA, P. One-dimensional cutting stock with a limited number of open stacks: bounds and solutions from a new integer linear programming model. *International Transactions in Operational Research*, v. 23, n. 1-2, p. 47–63, 2016.
- BAKER, K. R.; SCUDDER, G. D. Sequencing with earliness and tardiness penalties: A review. *Operations Research*, v. 38, n. 1, p. 22–36, 1990.
- BALAKRISHNAN, A.; GEUNES, J. Production planning with flexible product specifications: an application to specialty steel manufacturing. *Operations Research, INFORMS*, v. 51, n. 1, p. 94–112, 2003.
- BALDACCI, R.; BOSCHETTI, M. A.; GANOVELLI, M.; MANIEZZO, V. Algorithms for nesting with defects. *Discrete Applied Mathematics*, v. 163, n. 1, p. 17–33, 2014.
- BANG-JENSEN, J.; LARSEN, R. Efficient algorithms for real-life instances of the variable size bin packing problem. *Computers & Operations Research*, v. 39, n. 11, p. 2848–2857, 2012.
- BENNELL, J. A.; LEE, L. S.; POTTS, C. N. A genetic algorithm for two-dimensional bin packing with due dates. *International Journal of Production Economics*, v. 145, n. 2, p. 547–560, 2013.
- BERTOLI, F.; KILBY, P.; URLI, T. A column-generation-based approach to fleet design problems mixing owned and hired vehicles. *International Transactions in Operational Research*, Wiley Online Library, v. 27, n. 2, p. 899–923, 2020.
- BEŞİKCI, U.; BILGE, Ü.; ULUSOY, G. Multi-mode resource constrained multi-project scheduling and resource portfolio problem. *European Journal of Operational Research*, v. 240, n. 1, p. 22–31, 2015.
- BIANCO, L.; BLAZEWICZ, J.; DELL’OLMO, P.; DROZDOWSKI, M. Preemptive multiprocessor task scheduling with release times and time windows. *Annals of Operations Research*, v. 70, p. 43–55, 1997.
- BIDOT, J.; VIDAL, T.; LABORIE, P.; BECK, J. C. A theoretic and practical framework for scheduling in a stochastic environment. *Journal of Scheduling*, v. 12, n. 3, p. 315, 2008.
- BIERWIRTH, C.; KUHPFAHL, J. Extended GRASP for the job shop scheduling problem with total weighted tardiness objective. *European Journal of Operational Research*, v. 261, n. 3, p. 835–848, 2017.
- BLAZEWICZ, J.; LENSTRA, J. K.; KAN, A. R. Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity. *Discrete applied mathematics*, v. 5, n. 1, p. 11–24, 1983.
- BOCTOR, F. F. Heuristics for scheduling projects with resource restrictions and several resource-duration modes. *The international journal of production research*, v. 31, n. 11, p. 2547–2558, 1993.

- BOCTOR, F. F. A new and efficient heuristic for scheduling projects with resource restrictions and multiple execution modes. *European Journal of Operational Research*, v. 90, n. 2, p. 349–361, 1996.
- BONNEVAY, S.; AUBERTIN, P.; GAVIN, G. A genetic algorithm to solve a real 2-d cutting stock problem with setup cost in the paper industry. In: GENETIC AND EVOLUTIONARY COMPUTATION CONFERENCE (GECCO). *Proceedings of the 2015 genetic and evolutionary computation conference*. Madrid: ACM, 2015. p. 807–814.
- BOOKBINDER, J. H.; HIGGINSON, J. K. Customer service vs trim waste in corrugated box manufacture. *Journal of the Operational Research Society*, v. 37, n. 11, p. 1061–1071, 1986.
- BOULEIMEN, K.; LECOCQ, H. A new efficient simulated annealing algorithm for the resource-constrained project scheduling problem and its multiple mode version. *European Journal of Operational Research*, v. 149, n. 2, p. 268–281, 2003.
- BRAGA, N.; ALVES, C.; CARVALHO, J. V. d. Exact solution of combined cutting stock and scheduling problems. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MANAGEMENT SCIENCE. *Computational Management Science: State of the Art 2014*. Lisboa: Springer, 2016. p. 131–139.
- BRAGA, N.; ALVES, C.; MACEDO, R.; CARVALHO, J. V. de. A model-based heuristic for the combined cutting stock and scheduling problem. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL SCIENCE AND ITS APPLICATIONS (ICCSA). *Anais do 15th International Conference on Computational Science and Its Applications (ICCSA 2015)*. Banff: Springer, 2015. v. 9156, p. 490–505.
- BRAGA, N.; ALVES, C.; MACEDO, R.; CARVALHO, J. V. de. Combined cutting stock and scheduling: a matheuristic approach. *International Journal of Innovative Computing and Applications*, v. 7, n. 3, p. 135–146, 2016.
- BRUCKER, P.; DREXL, A.; MÖHRING, R.; NEUMANN, K.; PESCH, E. Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods. *European journal of operational research*, v. 112, n. 1, p. 3–41, 1999.
- CHENG, J.; FOWLER, J.; KEMPF, K.; MASON, S. Multi-mode resource-constrained project scheduling problems with non-preemptive activity splitting. *Computers & Operations Research*, v. 53, p. 275–287, 2015.
- CHERRI, A. C.; ARENALES, M. N.; YANASSE, H. H.; POLDI, K. C.; VIANNA, A. C. G. The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers - a survey. *European Journal of Operational Research*, v. 236, n. 2, p. 395–402, 2014.
- CHIANG, C.-W.; HUANG, Y.-Q. Multi-mode resource-constrained project scheduling by ant colony optimization with a dynamic tournament strategy. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INNOVATIONS IN BIO-INSPIRED COMPUTING AND APPLICATIONS (IBICA). *Proceedings of Third International Conference on Innovations in Bio-Inspired Computing and Applications (IBICA)*. Kaohsiung City: IEEE, 2012. p. 110–115.

- CHIANG, C.-W.; HUANG, Y.-Q.; WANG, W.-Y. Ant colony optimization with parameter adaptation for multi-mode resource-constrained project scheduling. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, v. 19, n. 4, 5, p. 345–358, 2008.
- CHOPRA, S.; MEINDL, P. Supply chain management. strategy, planning & operation. In: *Das summa summarum des management*. [S.l.]: Springer, 2007. p. 265–275.
- CHOU, F.-D. Particle swarm optimization with cocktail decoding method for hybrid flow shop scheduling problems with multiprocessor tasks. *International Journal of Production Economics*, v. 141, n. 1, p. 137–145, 2013.
- COELHO, J.; VANHOUCKE, M. Multi-mode resource-constrained project scheduling using rcpsp and sat solvers. *European Journal of Operational Research*, v. 213, n. 1, p. 73–82, 2011.
- CONWAY, R. W.; MAXWELL, W. L.; MILLER, L. W. *Theory of scheduling*. Mineola: Courier Corporation, 1967. 294 p.
- CUI, Y.; SONG, X.; CHEN, Y.; CUI, Y.-P. New model and heuristic solution approach for one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers. *Journal of the Operational Research Society*, v. 68, n. 3, p. 269–280, 2017.
- CUI, Y.; ZHONG, C.; YAO, Y. Pattern-set generation algorithm for the one-dimensional cutting stock problem with setup cost. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 243, n. 2, p. 540–546, 2015.
- DANTZIG, G. B.; WOLFE, P. Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, v. 8, n. 1, p. 101–111, 1960.
- DEGRAEVE, Z.; GOCHET, W.; JANS, R. Alternative formulations for a layout problem in the fashion industry. *European Journal of Operational Research*, v. 143, n. 1, p. 80–93, 2002.
- DEGRAEVE, Z.; VANDEBROEK, M. A mixed integer programming model for solving a layout problem in the fashion industry. *Management Science*, v. 44, n. 3, p. 301–310, 1998.
- DELORME, M.; IORI, M.; MARTELLO, S. Bin packing and cutting stock problems: Mathematical models and exact algorithms. *European Journal of Operational Research*, v. 255, n. 1, p. 1–20, 2016.
- DENTON, B.; GUPTA, D. Strategic inventory deployment in the steel industry. *IIE Transactions*, Taylor Francis, v. 36, n. 11, p. 1083–1097, 2004.
- DIEGEL, A.; MILLER, G.; MONTOCCHIO, E.; SCHALKWYK, S. van; DIEGEL, O. Enforcing minimum run length in the cutting stock problem. *European journal of operational research*, v. 171, n. 2, p. 708–721, 2006.
- DROZDOWSKI, M. Scheduling multiprocessor tasks—an overview. *European Journal of Operational Research*, v. 94, n. 2, p. 215–230, 1996.
- DYCKHOFF, H. A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 44, n. 2, p. 145–159, 1990.

- DYSON, R. G.; GREGORY, A. S. The cutting stock problem in the flat glass industry. *Operational Research Quarterly*, Palgrave Macmillan Journals, v. 25, n. 1, p. 41–53, 1974.
- ELLOUMI, S.; FORTEMPS, P. A hybrid rank-based evolutionary algorithm applied to multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, v. 205, n. 1, p. 31–41, 2010.
- ELMAGHRABY, S. E. *Activity networks: project planning and control by network models*. Nova York: Wiley, 1977. 443 p.
- FLORES-QUIROZ, A.; PINTO, J. M.; ZHANG, Q. A column generation approach to multiscale capacity planning for power-intensive process networks. *Optimization and Engineering*, Springer, p. 1–27, 2019.
- FORD, L. R. J.; FULKERSON, D. R. A suggested computation for maximal multi-commodity network flows. *Management science*, v. 5, n. 1, p. 97–101, 1958.
- FRAMINAN, J. M.; LEISTEN, R.; GARCÍA, R. R. *Manufacturing scheduling systems: An integrated view on Models, Methods and Tools*. Londres: Springer, 2014. 369 p.
- GALLEGO, G.; KATIRCIOGLU, K.; RAMACHANDRAN, B. Semiconductor inventory management with multiple grade parts and downgrading. *Production Planning & Control*, Taylor Francis, v. 17, n. 7, p. 689–700, 2006.
- GAN, L.; XU, J. Control risk for multimode resource-constrained project scheduling problems under hybrid uncertainty. *Journal of Management in Engineering*, v. 31, n. 3, p. 401–404, 2013.
- GARRAFFA, M.; SALASSA, F.; VANCROONENBURG, W.; BERGHE, G. V.; WAUTERS, T. The one-dimensional cutting stock problem with sequence-dependent cut losses. *International Transactions in Operational Research*, v. 23, n. 1-2, p. 5–24, 2016.
- GIANNELOS, N. F.; GEORGIADIS, M. C. Scheduling of cutting-stock processes on multiple parallel machines. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 79, n. 7, p. 747–753, 2001.
- GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations research*, v. 9, n. 6, p. 849–859, 1961.
- GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting stock problem — part II. *Operations research*, v. 11, n. 6, p. 863–888, 1963.
- GOLFETO, R. R.; MORETTI, A. C.; NETO, L. L. de S. A genetic symbiotic algorithm applied to the cutting stock problem with multiple objectives. *Advanced Modeling and Optimization*, v. 11, n. 4, p. 473–501, 2009.
- GOMES, A. M.; GONÇALVES, J. F.; ALVAREZ-VALDÉS, R.; CARVALHO, J. V. de. Preface to the special issue on cutting and packing. *International Transactions in Operational Research*, v. 23, n. 1-2, p. 3–4, 2016.
- GONÇALVES, J. F.; RESENDE, M. G. C.; COSTA, M. D. A biased random-key genetic algorithm for the minimization of open stacks problem. *International Transactions in Operational Research*, v. 23, n. 1-2, p. 25–46, 2016.

- GRAHAM, R.; LAWLER, E.; LENSTRA, J.; KAN, A. R. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of discrete mathematics*, v. 5, p. 287–326, 1979.
- HAESSLER, R. W. Solving the two-stage cutting stock problem. *Omega*, v. 7, n. 2, p. 145–151, 1979.
- HALE, W.; PYKE, D. F.; RUDI, N. An assemble-to-order system with component substitution. In: *Proc. 4th INFORMS M&SOM Conf.* [S.l.]: Ann Arbor, MI, 2000.
- HARTMANN, S. Project scheduling with multiple modes: a genetic algorithm. *Annals of Operations Research*, v. 102, n. 1-4, p. 111–135, 2001.
- HARTMANN, S.; BRISKORN, D. A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of operational research*, v. 207, n. 1, p. 1–14, 2010.
- HENN, S.; WÄSCHER, G. Extensions of cutting problems: setups. *Pesquisa Operacional, SciELO Brasil*, v. 33, n. 2, p. 133–162, 2013.
- HESRAN, C. L.; LADIER, A.-L.; BOTTA-GENOULAZ, V.; LAFOREST, V. Operations scheduling for waste minimization: A review. *Journal of cleaner production*, Elsevier, v. 206, p. 211–226, 2019.
- HOTO, R.; ARENALES, M. N.; MACULAN, N. The one dimensional compartmentalised knapsack problem: A case study. *European Journal of Operational Research*, v. 183, n. 3, p. 1183–1195, 2007.
- HÜBNER, A.; SCHAAL, K. An integrated assortment and shelf-space optimization model with demand substitution and space-elasticity effects. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 261, n. 1, p. 302–316, 2017.
- IBARAKI, T.; NAKAMURA, Y. A dynamic programming method for single machine scheduling. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 76, n. 1, p. 72–82, 1994.
- JAHROMI, M. H. M. A.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R.; MAKUI, A.; SHAMSI, A. Solving an one-dimensional cutting stock problem by simulated annealing and tabu search. *Journal of Industrial Engineering International*, v. 8, n. 1, p. 24, 2012.
- JARBOUI, B.; DAMAK, N.; SIARRY, P.; REBAI, A. A combinatorial particle swarm optimization for solving multi-mode resource-constrained project scheduling problems. *Applied Mathematics and Computation*, v. 195, n. 1, p. 299–308, 2008.
- KANTOROVICH, L. V. Mathematical methods of organizing and planning production. *Management Science*, v. 6, n. 4, p. 366–422, 1960.
- KELLEY-JR, J. E.; WALKER, M. R. Critical-path planning and scheduling. In: EASTERN JOINT COMPUTER CONFERENCE. *Proceedings of the Eastern Joint Computer Conference 1959*. Boston: ACM, 1959. p. 160–173.
- KESKINOCAK, P.; WU, F.; GOODWIN, R.; MURTHY, S.; AKKIRAJU, R.; KUMARAN, S.; DEREBAIL, A. Scheduling solutions for the paper industry. *Operations Research*, v. 50, n. 2, p. 249–259, 2002.

- KIM, K.; KIM, B.-I.; CHO, H. Multiple-choice knapsack-based heuristic algorithm for the two-stage two-dimensional cutting stock problem in the paper industry. *International Journal of Production Research*, v. 52, n. 19, p. 5675–5689, 2014.
- KOLISCH, R. *Project scheduling under resource constraints: efficient heuristics for several problem classes*. Nova York: Springer, 1995. 212 p.
- KOLISCH, R.; DREXL, A. Local search for nonpreemptive multi-mode resource-constrained project scheduling. *IIE transactions*, v. 29, n. 11, p. 987–999, 1997.
- KOPANOS, G. M.; PUIGJANER, L.; GEORGIADIS, M. C. A bi-level decomposition methodology for scheduling batch chemical production facilities. *Computer Aided Chemical Engineering*, v. 27, p. 681–686, 2009.
- KYRIAKIDIS, T. S.; KOPANOS, G. M.; GEORGIADIS, M. C. Milp formulations for single-and multi-mode resource-constrained project scheduling problems. *Computers & chemical engineering*, v. 36, p. 369–385, 2012.
- LANG, J. C. Production and operations management: Models and algorithms. In: *Production and Inventory Management with Substitutions*. [S.l.]: Springer, 2010. p. 9–79.
- LEAO, A. A.; FURLAN, M. M.; TOLEDO, F. M. Decomposition methods for the lot-sizing and cutting-stock problems in paper industries. *Applied Mathematical Modelling*, Elsevier, v. 48, p. 250–268, 2017.
- LEÃO, A. A. S.; SANTOS, M. O.; HOTO, R.; ARENALES, M. N. The constrained compartmentalized knapsack problem: mathematical models and solution methods. *European Journal of Operational Research*, v. 212, n. 3, p. 455–463, 2011.
- LEMOS, F. K. *Problema de programação de uma operação de empacotamento não-guilhotinado em ambiente de máquina única, minimizando custos de matéria-prima e desvio de datas: formulação e solução heurística*. 174 p. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.
- LEWIS, R.; SONG, X.; DOWSLAND, K.; THOMPSON, J. An investigation into two bin packing problems with ordering and orientation implications. *European Journal of Operational Research*, v. 213, n. 1, p. 52–65, 2011.
- LI, S. Multi-job cutting stock problem with due dates and release dates. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 47, n. 4, p. 490–510, 1996.
- LIANG, Z.; XIAO, F.; QIAN, X.; ZHOU, L.; JIN, X.; LU, X.; KARICHERY, S. A column generation-based heuristic for aircraft recovery problem with airport capacity constraints and maintenance flexibility. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 113, p. 70–90, 2018.
- LIBERATORE, F.; SCAPARRA, M. P.; DASKIN, M. S. Analysis of facility protection strategies against an uncertain number of attacks: The stochastic r-interdiction median problem with fortification. *Computers & Operations Research*, v. 38, n. 1, p. 357–366, 2011.

LIN, W.; MU, D.; WU, J. Study on one-dimensional wood board cutting stock problem based on adaptive genetic algorithm. *International Journal of Future Generation Communication and Networking*, v. 9, n. 4, p. 95–102, 2016.

LIU, L.; LIU, X.; PEI, J.; FAN, W.; PARDALOS, P. M. A study on decision making of cutting stock with frustum of cone bars. *Operational Research*, v. 17, n. 1, p. 187–204, 2017.

LOVA, A.; TORMOS, P.; BARBER, F. Multi-mode resource constrained project scheduling: Scheduling schemes, priority rules and mode selection rules. *Inteligencia Artificial. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, v. 10, n. 30, p. 69–86, 2006.

LOVA, A.; TORMOS, P.; CERVANTES, M.; BARBER, F. An efficient hybrid genetic algorithm for scheduling projects with resource constraints and multiple execution modes. *International Journal of Production Economics*, v. 117, n. 2, p. 302–316, 2009.

MA, P.; ZHANG, C.; HONG, X.; XU, H. Pricing decisions for substitutable products with green manufacturing in a competitive supply chain. *Journal of Cleaner Production*, Elsevier, v. 183, p. 618–640, 2018.

MADSEN, O. B. G. Glass cutting in a small firm. *Mathematical Programming*, v. 17, n. 1, p. 85–90, 1979.

MADSEN, O. B. G. An application of travelling-salesman routines to solve pattern-allocation problems in the glass industry. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 39, n. 3, p. 249–256, 1988.

MALAGUTI, E.; DURÁN, R. M.; TOTH, P. Approaches to real world two-dimensional cutting problems. *Omega*, v. 47, p. 99–115, 2014.

MARTINEZ-SYKORA, A.; ALVAREZ-VALDES, R.; BENNELL, J. A.; RUIZ, R.; TAMARIT, J. M. Matheuristics for the irregular bin packing problem with free rotations. *European Journal of Operational Research*, v. 258, n. 2, p. 440–455, 2017.

MARVIZADEH, S. Z.; CHOUBINEH, F. F. Reducing the number of setups for cnc punch presses. *Omega*, v. 41, n. 2, p. 226–235, 2013.

MCKAY, K.; PINEDO, M.; WEBSTER, S. Practice-focused research issues for scheduling systems. *Production and Operations Management*, v. 11, n. 2, p. 249–258, 2002.

MELEGA, G. M.; ARAUJO, S. A. de; JANS, R. Classification and literature review of integrated lot-sizing and cutting stock problems. *European Journal of Operational Research*, v. 271, n. 1, p. 1 – 19, 2018. ISSN 0377-2217.

MELEGA, G. M.; VANZELA, M.; ARAUJO, S. A.; RANGEL, S. Problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque com restrição de ciclos de serra. *Blucher Mathematical Proceedings*, v. 1, n. 1, p. 620–625, 2015.

MENDES, A. B. *Programação de Frota de Apoio a Operações*. 224 p. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

- MENG, R.; RAO, Y.; LUO, Q. Modeling and solving for bi-objective cutting parallel machine scheduling problem. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 285, n. 1-2, p. 223–245, 2020.
- M'HALLAH, R.; BOUZIRI, A. Heuristics for the combined cut order planning two-dimensional layout problem in the apparel industry. *International Transactions in Operational Research*, v. 23, n. 1-2, p. 321–353, 2016.
- MOBASHER, A.; EKICI, A. Solution approaches for the cutting stock problem with setup cost. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 1, p. 225–235, 2013.
- MORETTI, A. C.; NETO, L. L. d. S. Nonlinear cutting stock problem model to minimize the number of different patterns and objects. *Computational & Applied Mathematics*, v. 27, n. 1, p. 61–78, 2008.
- MORI, M.; TSENG, C. C. A genetic algorithm for multi-mode resource constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, v. 100, n. 1, p. 134–141, 1997.
- MOSQUERA, G. P.; RANGEL, S. Redução de ciclos da serra no problema de corte de estoque bidimensional na indústria de móveis. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL (CNMAC). *Anais do XXX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*. Florianópolis, 2007.
- NEIDLEIN, V.; SCHOLZ, A.; WÄSCHER, G. SLOPPGEN: a problem generator for the two-dimensional rectangular single large object placement problem with defects. *International Transactions in Operational Research*, v. 23, n. 1-2, p. 173–186, 2016.
- OGUNRANTI, G. A.; OLULEYE, A. E. Minimizing waste (off-cuts) using cutting stock model: The case of one dimensional cutting stock problem in wood working industry. *Journal of Industrial Engineering and Management*, v. 9, n. 3, p. 834–859, 2016.
- OLIVEIRA, E. de A. S. *O Problema de Corte de Estoque com Data de Entrega*. 71 p. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - IMECC/Unicamp, Campinas, 2017.
- OZDAMAR, L. A genetic algorithm approach to a general category project scheduling problem. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, v. 29, n. 1, p. 44–59, 1999.
- ÖZDAMAR, L.; ULUSOY, G. A local constraint based analysis approach to project scheduling under general resource constraints. *European Journal of Operational Research*, v. 79, n. 2, p. 287–298, 1994.
- PAK, H. T. J. *Procurement Optimization under a Flexible Bill-of-materials*. Tese (Doutorado), 2016.
- PAN, Q. et al. An inventory replenishment system with two inventory-based substitutable products. *International Journal of Production Economics*, v. 204, p. 135 – 147, 2018. ISSN 0925-5273.
- PAN, Q.-K.; RUIZ, R. An estimation of distribution algorithm for lot-streaming flow shop problems with setup times. *Omega*, v. 40, n. 2, p. 166–180, 2012.

- PAN, Q.-K.; RUIZ, R.; ALFARO-FERNÁNDEZ, P. Iterated search methods for earliness and tardiness minimization in hybrid flowshops with due windows. *Computers & Operations Research*, v. 80, p. 50–60, 2017.
- PARK, K. T.; RYU, J.-H.; LEE, H.-K.; LEE, I.-B. Developing a heuristics for glass cutting process optimization: A case of two-dimensional two-stage guillotine cutting with multiple stock sizes. *Korean Journal of Chemical Engineering*, v. 30, n. 2, p. 278–285, 2013.
- PETEGHEM, V. V.; VANHOUCKE, M. A genetic algorithm for the preemptive and non-preemptive multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, v. 201, n. 2, p. 409–418, 2010.
- PETEGHEM, V. V.; VANHOUCKE, M. An experimental investigation of metaheuristics for the multi-mode resource-constrained project scheduling problem on new dataset instances. *European Journal of Operational Research*, v. 235, n. 1, p. 62–72, 2014.
- PHILLIPS, R.; WOOLWAY, M.; FANUCCHI, D.; ALI, M. M. Mathematical modeling and optimal blank generation in glass manufacturing. *Journal of Applied Mathematics*, v. 2014, p. 1–12, 2014.
- PINEDO, M. L. *Scheduling: theory, algorithms, and systems*. Nova York: Springer, 2016. 676 p.
- PITOMBEIRA-NETO, A. R.; PRATA, B. de A. A matheuristic algorithm for the one-dimensional cutting stock and scheduling problem with heterogeneous orders. *TOP*, Springer, p. 1–15, 2019.
- POLDI, K. C.; ARAUJO, S. A. de. Mathematical models and a heuristic method for the multiperiod one-dimensional cutting stock problem. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 238, n. 1-2, p. 497–520, 2016.
- RANGEL, S.; FIGUEIREDO, A. G. d. O problema de corte de estoque em indústrias de móveis de pequeno e médio portes. *Pesquisa Operacional*, v. 28, n. 3, p. 451–472, 2008.
- REINERTSEN, H.; VOSSEN, T. W. M. The one-dimensional cutting stock problem with due dates. *European Journal of Operational Research*, v. 201, n. 3, p. 701–711, 2010.
- RIISE, A.; MANNINO, C.; LAMORGESE, L. Recursive logic-based benders' decomposition for multi-mode outpatient scheduling. *European Journal of Operational Research*, v. 255, n. 3, p. 719–728, 2016.
- ROSA, B. F.; SOUZA, M. J. F.; SOUZA, S. R. de; FILHO, M. F. de F.; ALES, Z.; MICHELON, P. Y. P. Algorithms for job scheduling problems with distinct time windows and general earliness/tardiness penalties. *Computers & Operations Research*, v. 81, p. 203–215, 2017.
- RYU, J.-H.; PARK, K. T.; LEE, I.-B. Minimizing loss in lcd glass manufacturing by cutting pattern optimization based on integer programming. *Korean Journal of Chemical Engineering*, v. 34, n. 4, p. 952–960, 2017.

- SABERI, Z.; HUSSAIN, O.; SABERI, M.; CHANG, E. Online retailer assortment planning and managing under customer and supplier uncertainty effects using internal and external data. In: IEEE. *e-Business Engineering (ICEBE), 2017 IEEE 14th International Conference on*. [S.l.], 2017. p. 7–14.
- SALLES-NETO, L. L.; ARAUJO, S. A. d.; GOLFETO, R. R. Um problema de corte de estoque multiobjetivo. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, v. 6, n. 2, p. 183–201, 2014.
- SANTORO, M. C.; LEMOS, F. K. Irregular packing: Milp model based on a polygonal enclosure. *Annals of Operations Research*, v. 235, n. 1, p. 693–707, 2015.
- SHIN, H.; PARK, S.; LEE, E.; BENTON, W. A classification of the literature on the planning of substitutable products. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 246, n. 3, p. 686–699, 2015.
- SIMÕES, G.; LEMOS, F. K.; CHERRI, A. C.; ARAÚJO, S. A. Otimização do processo de corte unidimensional com objetivo de minimizar custos de matérias-primas e utilização de máquina. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL. *Anais do Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional - ERMAC 2017*. Bauru, 2017.
- SLOWINSKI, R.; SONIEWICKI, B.; WEGLARZ, J. Dss for multiobjective project scheduling. *European Journal of Operational Research*, v. 79, n. 2, p. 220–229, 1994.
- TANAKA, S.; FUJIKUMA, S.; ARAKI, M. An exact algorithm for single-machine scheduling without machine idle time. *Journal of Scheduling*, Springer, v. 12, n. 6, p. 575–593, 2009.
- TAŞKIN, Z. C.; ÜNAL, A. T. Tactical level planning in float glass manufacturing with co-production, random yields and substitutable products. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 199, n. 1, p. 252–261, 2009.
- TIAN, W.; DEMEULEMEESTER, E. Railway scheduling reduces the expected project makespan over roadrunner scheduling in a multi-mode project scheduling environment. *Annals of Operations Research*, v. 213, n. 1, p. 271–291, 2014.
- TOMAT, L.; GRADIŠAR, M. One-dimensional stock cutting: optimization of usable leftovers in consecutive orders. *Central European Journal of Operations Research*, v. 25, n. 2, p. 473–489, 2017.
- TOSCANO, A.; RANGEL, S.; YANASSE, H. H. A heuristic approach to minimize the number of saw cycles in small-scale furniture factories. *Annals of Operations Research*, v. 258, n. 2, p. 719–746, 2017.
- TRIGOS, F.; LOPEZ, E. M. A vulcanising decision planning as a particular one-dimensional cutting stock problem with limited part-related tooling in make-to-order industrial environments. *International Journal of Production Research*, v. 55, n. 10, p. 2881–2896, 2017.
- TSENG, Y.-J.; CHEN, J.-Y.; HUANG, F.-Y. An integrated assembly sequence planning and plant assignment model for products assembled in a multi-plant system.

In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ENGINEERING AND ENGINEERING MANAGEMENT (IEEM). *Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management 2009*. Hong Kong: IEEE, 2009. p. 144–148.

VANDERBECK, F. Exact algorithm for minimising the number of setups in the one-dimensional cutting stock problem. *Operations Research*, INFORMS, v. 48, n. 6, p. 915–926, 2000.

VANZELA, M.; MELEGA, G. M.; RANGEL, S.; ARAUJO, S. A. de. The integrated lot sizing and cutting stock problem with saw cycle constraints applied to furniture production. *Computers & Operations Research*, v. 79, p. 148–160, 2017.

VIEGAS, J. L.; VIEIRA, S. M.; HENRIQUES, E. M. P.; SOUZA, J. M. C. Heuristics for three-dimensional steel cutting with usable leftovers considering large time periods. *European Journal of Industrial Engineering*, v. 10, n. 4, p. 431–454, 2016.

WANG, W.; SHI, Z.; SHI, L.; ZHAO, Q. Integrated optimisation on flow-shop production with cutting stock. *International Journal of Production Research*, Taylor Francis, v. 57, n. 19, p. 5996–6012, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207543.2018.1556823>.

WÄSCHER, G.; GAU, T. Heuristics for the integer one-dimensional cutting stock problem: A computational study. *Operations-Research-Spektrum*, Springer, v. 18, n. 3, p. 131–144, 1996.

WÄSCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, v. 183, n. 3, p. 1109–1130, 2007.

WEGLARZ, J.; JOZEFOWSKA, J.; MIKA, M.; WALIGORA, G. Project scheduling with finite or infinite number of activity processing modes—a survey. *European Journal of Operational Research*, v. 208, n. 3, p. 177–205, 2011.

WU, T.; AKARTUNALI, K.; JANS, R.; LIANG, Z. Progressive selection method for the coupled lot-sizing and cutting-stock problem. *INFORMS Journal on Computing*, INFORMS, v. 29, n. 3, p. 523–543, 2017.

WUTTKE, D. A.; HEESE, H. S. Two-dimensional cutting stock problem with sequence dependent setup times. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 265, n. 1, p. 303–315, 2018.

XU, J.; GANG, J. Multi-objective bilevel construction material transportation scheduling in large-scale construction projects under a fuzzy random environment. *Transportation Planning and Technology*, v. 36, n. 4, p. 352–376, 2013.

YANASSE, H. H. A note on the minimization of the number of cutting cycles problem. In: SIMPÓSIO DE PESQUISA OPERACIONAL E LOGÍSTICA DA MARINHA. *Livro de resumos do XI Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - SPOLM*. Rio de Janeiro, 2008. Publicado em CD, ISSN 1806-3632, file 012.

YANASSE, H. H.; LIMEIRA, M. S. A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems. *Computers & Operations Research*, v. 33, n. 9, p. 2744–2756, 2006.

YANASSE, H. H.; SENNE, E. L. F. The minimization of open stacks problem: A review of some properties and their use in pre-processing operations. *European Journal of Operational Research*, v. 203, n. 3, p. 559–567, 2010.

YUEN, B. J. Heuristics for sequencing cutting patterns. *European Journal of Operational Research*, v. 55, n. 2, p. 183–190, 1991.

ZAHIRI, B.; JULA, P.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R. Design of a pharmaceutical supply chain network under uncertainty considering perishability and substitutability of products. *Information Sciences*, Elsevier, v. 423, p. 257–283, 2018.

ZHANG, H. Ant colony optimization for multimode resource-constrained project scheduling. *Journal of Management in Engineering*, v. 28, n. 2, p. 150–159, 2011.

ZHANG, H.; LI, H.; TAM, C. Heuristic scheduling of resource-constrained, multiple-mode and repetitive projects. *Construction management and economics*, v. 24, n. 2, p. 159–169, 2006.

ZHANG, Z.; XU, J. Bi-level multiple mode resource-constrained project scheduling problems under hybrid uncertainty. *Journal of Industrial and Management Optimization*, v. 12, n. 2, p. 565–593, 2016.

Apêndice A

Resultados detalhados do PCEPP-1D

Com o uso do *QR code* da Figura [A.1](#) é possível acessar à página na plataforma OverleafTM, na qual está hospedado o arquivo com os dados detalhados da instância e seus resultados.

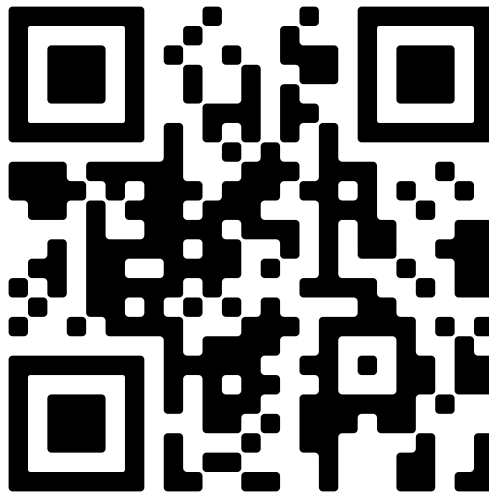


Figura A.1: *QR code* para link que hospeda os dados detalhados das instâncias e resultados para o PCEPP-1D (Autoria própria).

Apêndice B

Resultados detalhados do PCECV-1D

Com o uso do *QR code* da Figura [B.1](#) é possível acessar à página na plataforma OverleafTM, na qual está hospedado o arquivo com os dados detalhados da instância e seus resultados.

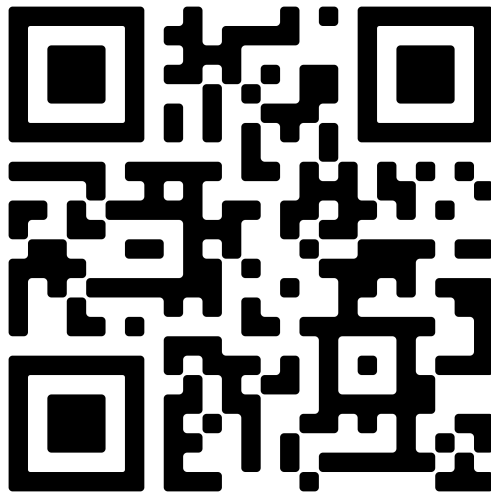


Figura B.1: *QR code* para link que hospeda os dados detalhados das instâncias e resultados para o PCECV-1D (Autoria própria).

Apêndice C

Resultados detalhados do PCEMA-1D

Com o uso do *QR code* da Figura [C.1](#) é possível acessar à página na plataforma OverleafTM, na qual está hospedado o arquivo com os dados detalhados da instância e seus resultados.

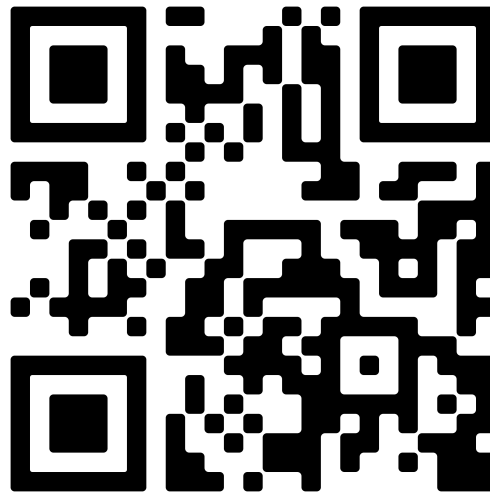


Figura C.1: *QR code* para link que hospeda os dados detalhados das instâncias e resultados para o PCEMA-1D (Autoria própria).