

Marco Antonio Travassos

**Estabilidade e controle de sistemas periódicos variantes no
tempo via modelos Fuzzy Takagi-Sugeno e transformação
Lyapunov-Floquet**

Relatório de estágio supervisionado de pós-
doutorado apresentado ao Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade
Estadual Paulista, campus de Ilha Solteira.

Área de Conhecimento: Automação.

Supervisor Prof. Dr. Rodrigo Cardim

Ilha Solteira
2026

1 Introdução

O estágio de pós-doutorado teve como foco o estudo da análise de estabilidade e do projeto de controladores para sistemas dinâmicos variantes no tempo, abrangendo sistemas lineares e não lineares não autônomos. Sistemas dessa natureza surgem de forma recorrente em problemas de engenharia e apresentam desafios adicionais em relação aos sistemas invariantes no tempo, sobretudo no que se refere à caracterização rigorosa da estabilidade e ao projeto de leis de controle robustas. Em particular, para sistemas variantes no tempo, a análise clássica baseada apenas nos autovalores da matriz do sistema não é suficiente para garantir estabilidade assintótica. Nesse contexto, o Método Direto de Lyapunov assume papel central, exigindo cuidados adicionais, como a verificação da condição de decrescimento das funções candidatas de Lyapunov, a fim de assegurar resultados corretos de estabilidade.

Ao longo do estágio, foram desenvolvidos estudos teóricos e metodológicos voltados à obtenção de condições suficientes baseadas em Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs) que garantem estabilidade assintótica e estabilidade exponencial de sistemas variantes no tempo. Técnicas baseadas em modelos fuzzy Takagi–Sugeno e Compensação Distribuída Paralela (PDC) foram empregadas para tratar a natureza variante dos sistemas, permitindo a formulação de condições convexas e computacionalmente tratáveis.

Além do desenvolvimento teórico, os métodos propostos foram aplicados ao controle robusto de um pêndulo simples excitado parametricamente, permitindo validar a abordagem em um sistema não linear e variante no tempo. Também foi realizada uma análise comparativa entre o método robusto baseado em LMIs e a técnica clássica fundamentada na Transformação de Lyapunov–Floquet, evidenciando vantagens do método proposto em termos de desempenho dinâmico e redução de oscilações transitórias.

2 Objetivos

Objetivo Geral: desenvolver e analisar condições suficientes baseadas em Desigualdades Matriciais Lineares para a estabilidade e o controle robusto de sistemas dinâmicos variantes no tempo, contemplando sistemas lineares e não lineares e validar os resultados por meio de aplicações práticas.

Objetivos Específicos:

- Investigar a estabilidade de sistemas variantes no tempo via Método Direto de Lyapunov;
- Obter condições LMIs para estabilidade assintótica e exponencial;
- Desenvolver leis de controle robustas baseadas em modelos fuzzy Takagi–Sugeno;
- Aplicar os métodos propostos ao controle de um pêndulo excitado parametricamente;
- Comparar o método robusto com a técnica baseada na Transformação de Lyapunov–Floquet.

3 Ajustes Institucionais Incorporados

As atividades desenvolvidas ao longo do estágio seguiram o plano de trabalho originalmente aprovado pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UNESP. Em virtude da complexidade teórica das análises envolvidas e da necessidade de consolidação dos resultados para publicação em periódico internacional de alto impacto, foi solicitada e concedida prorrogação do prazo do estágio até 31 de dezembro de 2025. O período adicional possibilitou o amadurecimento dos resultados e culminou na publicação científica apresentada neste relatório.

4 Atividades Desenvolvidas

Durante o período de realização do estágio de pós-doutorado, foram desenvolvidas atividades de natureza teórica, metodológica e aplicada, em consonância com o plano de trabalho aprovado e com as adequações autorizadas no pedido de prorrogação. As principais atividades realizadas foram:

- Revisão bibliográfica aprofundada sobre estabilidade e controle de sistemas dinâmicos variantes no tempo;
- Estudo e aplicação do Método Direto de Lyapunov;
- Formulação de condições baseadas em Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs);
- Desenvolvimento de leis de controle robustas;
- Implementações computacionais e simulações numéricas;
- Aplicação ao controle de um pêndulo excitado parametricamente;
- Análise comparativa entre o método de controle robusto baseado em Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs) e a abordagem de controle via transformação de Lyapunov–Floquet;
- Elaboração e publicação de artigo científico internacional.

5 Resultados Obtidos

Como principal resultado do estágio de pós-doutorado, foram obtidas condições suficientes formuladas em termos de Desigualdades Matriciais Lineares que garantem a estabilidade de sistemas dinâmicos variantes no tempo. Foram estabelecidas condições LMIs para estabilidade assintótica global e estabilidade exponencial global de sistemas lineares variantes no tempo, bem como extensões para sistemas não lineares.

No contexto de controle, foram desenvolvidas leis de controle robustas utilizando ganhos constantes, reduzindo a complexidade de implementação. A metodologia foi validada por meio da aplicação ao controle de um pêndulo simples excitado parametricamente, demonstrando bom desempenho na estabilização em direção a pontos de equilíbrios

ou trajetórias desejadas. Adicionalmente, os resultados permitiram a realização de uma análise comparativa com a técnica de controle via transformação de Lyapunov–Floquet, evidenciando a consistência da metodologia proposta.

Os resultados obtidos estão diretamente alinhados às metas estabelecidas no plano de trabalho inicial e às adequações previstas no período de prorrogação, demonstrando a execução integral das atividades propostas. Além disso, os resultados foram consolidados na publicação do artigo: “*Stability and Robust Control of Time-Varying Systems Using Linear Matrix Inequalities*”, publicado no periódico IEEE Access (2025).

6 Conclusões

O estágio de pós-doutorado possibilitou o desenvolvimento de contribuições teóricas relevantes na área de estabilidade e controle de sistemas variantes no tempo, bem como a validação prática das técnicas propostas. Os objetivos estabelecidos no plano de trabalho inicial foram plenamente alcançados, com aprofundamentos realizados no período de prorrogação devidamente autorizado, culminando na publicação de artigo científico em periódico internacional de alto impacto. Dessa forma, considera-se o estágio de pós-doutorado concluído com êxito.

Referências

- Boghiu D, Sinha SC, and Marghitu DB, "Stability and control of a parametrically excited rotating system. Part II: Controls", *Dynamics and Control*, vol. 8, pp. 19–35, 1998.
- Boyce WE, DiPrima RC, and Meade DB, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, New York, NY: John Wiley & Sons, 2021.
- Brimacombe C, Corless RM, and Zamir M, "Computation and applications of Mathieu functions: a historical perspective", *SIAM Review*, vol. 63, no. 4, pp. 653–720, 2021.
- Buzachero LFS, Assunção E, Teixeira MCM, and Silva ERP, "Less conservative optimal robust control of a 3-DOF helicopter", *Journal of Control Science and Engineering*, vol. 2015, pp. 1–10, 2015.
- Chen CT, *Linear System Theory and Design*, 3rd ed. New York, NY: Oxford University Press, 1998.
- Kim E and Lee H, "New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 8, no. 5, pp. 523–534, 2000.
- Kreyszig E, *Introductory Functional Analysis with Applications*, New York, NY: John Wiley & Sons, 1991.
- Lofberg J, "YALMIsP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB", *Proceedings of 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 284–289, 2004.
- Llins LIH, Assunção E, Teixeira MCM, Cardim R, Cadalso MRR, Oliveira DR, and Silva ERP, "Design of gain scheduling control using state derivative feedback", *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2017, pp. 1–11, 2017.
- Meirovitch L, *Methods of Analytical Dynamics*, New York, NY: McGraw-Hill, 2010.
- Ogata K, *Modern Control Engineering*, 5th ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2009.
- Peruzzi NJ, Chavarette FR, Balthazar JM, Tusset AM, Perticarrari ALPM, and Brasil RMFL, "The dynamic behavior of a parametrically excited time-periodic MEMS taking into account parametric errors", *Journal of Vibration and Control*, vol. 22, no. 20, pp. 4101–4110, 2016.
- Rafikov M and Balthazar JM, "On control and synchronization in chaotic and hyperchaotic systems via linear feedback control", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 13, no. 7, pp. 1246–1255, 2008.
- Rodríguez AA, Giraldo YG, Mesa JJR, Aristizábal AF, Pinzón A, and González J, "Control Theory and Systems Biology: Potential Applications in Neurodegeneration and Search for Therapeutic Targets", *International Journal of Molecular Sciences*, vol. 25, no. 1, pp. 1–29, 2023.
- Sahnehsaraei MA and Mahmoodabadi MJ, "Approximate feedback linearization based optimal robust control for an inverted pendulum system with time-varying uncertainties", *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 9, pp. 160–172, 2021.

- Sereni B, Galvão RKH, Assunção E, and Teixeira MCM, "An output-feedback design approach for robust stabilization of linear systems with uncertain time-delayed dynamics in sensors and actuators", *IEEE Access*, vol. 11, pp. 20769–20785, 2023.
- Sharma A, "A simple approach for the computation of Lyapunov–Floquet transformations for general time-periodic systems", *International Journal of Dynamics and Control*, pp. 1–12, 2024.
- Sherrill RE, Sinclair AJ, Sinha SC, and Lovell TA, "Lyapunov-Floquet control of satellite relative motion in elliptic orbits", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 51, no. 4, pp. 2800–2810, 2015.
- Sinha SC and Joseph P, "Control of general dynamic systems with periodically varying parameters via Liapunov-Floquet transformation", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 116, no. 4, pp. 650–658, 1994.
- Sinha SC and Butcher EA, "Symbolic computation of fundamental solution matrices for linear time-periodic dynamical systems", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 206, no. 1, pp. 61–85, 1997.
- Sinha SC, Henrichs JT, and Ravindra B, "A general approach in the design of active controllers for nonlinear systems exhibiting chaos", *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 10, no. 1, pp. 165–178, 2000.
- Sinha SC and Wu DH, "An efficient computational scheme for the analysis of periodic systems", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 151, no. 1, pp. 91–117, 1991.
- Slotine JJE and Li W, *Applied Nonlinear Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.
- Sturm JF, "Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones", *Optimization Methods and Software*, vol. 11, no. 1–4, pp. 625–653, 1999.
- Subramanian SC and Redkar S, "Analysis and Control of Linear Time Periodic System using Normal Forms", *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 10, no. 5, pp. 1626–1636, 2022.
- Takagi T and Sugeno M, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, no. 1, pp. 116–132, 1985.
- Tanaka K and Wang HO, *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*, New York, NY: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- Taniguchi T, Tanaka K, Ohtake H, and Wang HO, "Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 4, pp. 525–538, 2001.
- Travassos MA, Cardim R, Teixeira MCM, and Assunção E, "Relaxed design conditions using Takagi-Sugeno fuzzy models and Lyapunov-Floquet transformation for controlling time-varying periodic systems", *Journal of Vibration and Control*, vol. 29, no. 19–20, pp. 4439–4454, 2023.

Travassos MA, Cardim R, Teixeira MCM and Faria A, "Stability and Robust Control of Time-Varying Systems Using Linear Matrix Inequalities", *IEEE Access*, vol. 13, pp 171626–171641, 2025.

Tusset AM, Janzen FC, Rocha RT, and Balthazar JM, "On an optimal control applied in MEMS oscillator with chaotic behavior including fractional order", *Complexity*, vol. 2018, pp. 1–12, 2018.

Tusset AM *et al.*, "On nonlinear dynamics of a parametrically excited pendulum using both active control and passive rotational (MR) damper", *Journal of Vibration and Control*, vol. 24, no. 9, pp. 1587–1599, 2018.

Vidyasagar M, *Nonlinear Systems Analysis*, 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2002.

Xiaowei Y, Yaowen G, Weilin Z, Wenxiang D, Xiaoli Z, and Jianyong Y, "Adaptive Motion Control for Electro-hydraulic Servo Systems with Appointed-Time Performance", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2025.

Yang Y, Qin Z, and Zhang Y, "Random response analysis of hydraulic pipeline systems under fluid fluctuation and base motion", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 186, pp. 109905–109934, 2023.