

THALLES WEBER PEREIRA

CÁLCULO DO TEMPO DE PERMANÊNCIA DE UM CILINDRO
DE LAMINAÇÃO EM UM EQUIPAMENTO DE AQUECIMENTO
POR INDUÇÃO DURANTE UM PROCESSO DE TÊMPERA

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci

Guaratinguetá
2011

P436c Pereira, Thalles Weber
Cálculo do tempo de permanência de um cilindro de laminação em um equipamento de aquecimento por indução durante um processo de têmpera / Thalles Weber Pereira – Guaratinguetá : [s.n], 2011.
30 f : il.
Bibliografia: f. 30

Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.
Orientador: Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci

1. Calor - condução I. Título

CDU 621.365.5

**CÁLCULO DO TEMPO DE PERMANÊNCIA DE UM CILINDRO
DE LAMINAÇÃO EM UM EQUIPAMENTO DE AQUECIMENTO
POR INDUÇÃO DURANTE UM PROCESSO DE TÊMPERA**

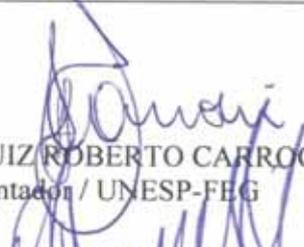
THALLES WEBER PEREIRA

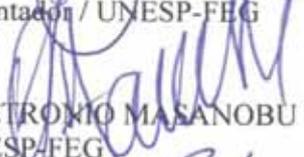
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADAMENTE COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO
DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. MAURO HUGO MATHIAS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. LUIZ ROBERTO CARROCCI
Orientador / UNESP-FEG


Prof. Dr. PETRONIO MASANOBU TANISHO
UNESP-FEG


Prof. Dr. CELSO EDUARDO TUNA
UNESP-FEG

Dezembro de 2011

DADOS CURRICULARES

THALLES WEBER PEREIRA

NASCIMENTO	02.09.1986 – GUARATINGUETÁ / SP
FILIAÇÃO	Wilton Weber Pereira Teresinha Souza Pinto Weber Pereira
2005/2011	Curso de Graduação Engenharia Mecânica - UNESP

de modo especial, à minha esposa Juliana, que esteve ao meu lado nos bons e maus momentos durante a graduação e à meus pais Wilton e Teresinha, que batalharam e investiram em minha educação e estudos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, quem me proporcionou saúde e capacidade para cursar esta graduação. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha esposa, meus familiares e amigos,

ao meu orientador, *Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci* que jamais deixou de me incentivar. Por ser um professor exemplar nesta instituição, sempre ensinando com dedicação e extrema competência.

aos meus pais *Wilton e Teresinha*, que sempre me deram todas as condições necessárias para meu desenvolvimento pessoal e profissional. Pelos valores que me foram ensinados.

a minha esposa *Juliana* que vivenciou todos os momentos de alegria e preocupação durante a graduação e na vida como um todo, pelo carinho e dedicação para que esta graduação fosse concluída,

a todos os professores que nos ensinaram com empenho e dedicação, buscando formar mais do que engenheiros, mas sim profissionais competentes,

a instituição UNESP e todos que se dedicam a ela, pois carregarei esta marca em minha vida com orgulho.

Não andeis inquietos quanto à vossa vida, pelo que haveis de comer ou pelo que haveis de beber; nem quanto ao vosso corpo, pelo que haveis de vestir. Não é a vida mais do que o mantimento, e o corpo mais do que o vestuário? Olhai para as aves do céu, que nem semeiam, nem segam, nem ajuntam em celeiros; e vosso Pai celestial as alimenta. Não tendes vós muito mais valor do que elas?

(Mateus 6:25-26)

Jesus Cristo

PEREIRA, T. W. Cálculo do tempo de permanência de um cilindro de laminação em um equipamento de aquecimento por indução durante um processo de têmpera. 2011. 30 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

RESUMO

O aquecimento por indução é um processo muito ligado aos conceitos de transferência de calor. Abrange também indução eletromagnética e efeito de película.

Muitas empresas utilizam esta tecnologia em seus processos devido à grande precisão que pode ser obtida nas temperaturas induzidas. No entanto o domínio desta tecnologia não é comum entre as indústrias brasileiras. Isto envolve sistemas complexos de equacionamento e troca de calor em regime transiente por condução, além de perdas por convecção e radiação.

Com este trabalho buscamos a possibilidade de analisar quais os parâmetros que influenciam mais este processo e a ordem de grandeza do tempo necessário para aquecimento de uma peça cilíndrica.

PALAVRAS-CHAVE: Aquecimento, Indução, Têmpera, Calor, Condução, Efeito de película, Campo Magnético.

PEREIRA, T. W. Calculation of residence time of a cylinder rolling on induction heating equipment during a hardening process. 2011. 30 f. (Graduation in Mechanical Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

ABSTRACT

Induction heating is a process closely linked to the concepts of heat transfer. It also covers electromagnetic induction and effect of film.

Many companies use this technology in their processes due to the high accuracy that can be obtained at temperatures induced. However the dominance of this technology is not common among Brazilian industries. This involves complex systems of equation and heat exchange in transient conduction, and convection and radiation losses.

With this work we seek the ability to analyze which parameters influence over this process and the order of magnitude of time required for heating a cylindrical part.

KEYWORDS: Heating, Induction, Hardning Process, Heat, Conduction, Skin effect, Magnetical field.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Máquina de aquecimento por indução.	12
Figura 2 - Mecanismo de indução eletromagnética em barra cilíndrica.....	13
Figura 3. (a) Circuito de um transformador. (b) Indutor e peça com corrente induzida.	14
Figura 4 - Esboço da geometria para cálculo da espessura de penetração.	14
Figura 5 - Curva $P_{y/b}/P$ (adimensional).....	16
Figura 6 - Volume de controle em coordenada cilíndrica.	17
Figura 7 - Ilustração do campo magnético induzido na peça.	18
Figura 8 - Condução transiente em um sólido semi-infinito.	18
Figura 9 - Demonstração gráfica da Tabela (3).....	19
Figura 10 - Relação entre as coordenadas.	20
Figura 11 - Comportamento de $T(x,t)$ em função intervalo de tempo Δt adotado.	21
Figura 12 - Plataforma de cálculos no software Microsoft Excel.	22
Figura 13 – Resultados preliminares para: $\Delta t=5s$, $h=20W/m^2.K$, $q= 1.500 W/m^3$	22
Figura 14 – Resultados preliminares para: $\Delta t=20s$, $h=20W/m^2.K$, $q= 1.500 W/m^3$	23
Figura 15 – Resultados preliminares para: $\Delta t=3s$, $h=20W/m^2.K$, $q= 1.500 W/m^3$	23
Figura 16 – Resultados preliminares para: $\Delta t=3s$, $h=0 W/m^2.K$, $q= 2.600 W/m^3$	24
Figura 17 - Um elemento de corrente $i.ds$ produz um magnético dB no ponto G.....	25
Figura 18 – Desenho com as dimensões do indutor e do cilindro e a distância entre eles.	26
Figura 19 – Plataforma para calcular o campo magnético na superfície da peça.....	26
Figura 20 – Dimensões do indutor.	27
Figure 21 – Resultados preliminares para: $\Delta t=3s$, $h=0W/m^2.K$, $q= 14,13 M W/m^3$	28
Figure 22 - Resultados preliminares para: $\Delta t=3s$, $h=20 W/m^2.K$, $q= 14,13 M W/m^3$	28

LISTA DE SÍMBOLOS

ALFABETO LATINO

H	intensidade de campo magnético [wb/m ²]
B	campo magnético [A/m]
P	potência dissipada pela corrente induzida por metro quadrado [W/m ²]
I	corrente elétrica [A]
J	campo elétrico [V/m]
r	comprimento do raio [m]
k	condutividade térmica [W/m.K]
z	comprimento do elemento na coordenada cilíndrica [m]
\dot{q}	calor gerado [W/m ³]
C_p	calor específico à pressão constante [J/kg.K]
T_i	temperatura [K]
q_0''	fluxo de calor na superfície [W/m ²]
h	coeficiente de transferência de calor por convecção [W/m ² .K]

ALFABETO GREGO

ω	velocidade angular [rad/s]
μ	permeabilidade magnética [H/m]
μ_0	permeabilidade magnética do vácuo [H/m]
μ_r	permeabilidade magnética relativa []
δ	espessura da película (efeito de película) [m]
ρ	resistividade elétrica [ohm/m ²]
\emptyset	ângulo do elemento na coordenada cilíndrica [rad]
γ	massa específica [kg/m ³]

SUMÁRIO

1. Introdução	12
2. Objetivo	13
3. Abordagem teórica	13
3.1. Conceitos de aquecimento por indução	13
3.2. Conceitos de transferência de calor	16
3.3. Equacionamento geral	17
3.4. Abordagem simplificada.....	18
3.5. Solução Analítica.....	20
3.6. Solução por Diferenças Finitas.....	20
3.7. Energia transmitida pelo indutor	24
4. Conclusão	29
REFERÊNCIAS	30

1. Introdução

Este trabalho é baseado em um processo real de tratamento térmico por indução para endurecimento superficial. Trata-se de uma etapa de fabricação de cilindros utilizados em laminadores de tiras metálicas a frio. Este processo consiste nas atividades de aquecimento (por indução) e resfriamento brusco em água gelada.

O processo real consiste em uma estrutura que posiciona o cilindro verticalmente e o mantém em uma determinada rotação. Esta rotação tem o objetivo apenas de homogeneizar o campo magnético induzido durante o processo. Ela permite que a distribuição de temperatura tenha maior simetria no cilindro.

Além da rotação o cilindro tem uma velocidade de decida que define quanto tempo uma determinada fatia dele permanece sob a ação dos indutores. São posicionados dois indutores com diâmetro pouco maior do que o diâmetro da área do cilindro a ser temperada, chamada de mesa. Um indutor tem a função de fazer a maior parte da transferência de energia, o segundo logo a baixo faz apenas a regulagem da curva de aquecimento.

O controle do processo é manual e três pirômetros fazem o monitoramento das temperaturas em pontos próximos aos indutores. O operador controla a voltagem da máquina, que indiretamente controla a impedância. Isto modifica a intensidade do campo magnético nos indutores que por sua vez é responsável pela energia fornecida à peça que deverá ser aquecida.



Figura 1 - Máquina de aquecimento por indução.

2. Objetivo

A proposta deste trabalho é focar a atividade de aquecimento e tem como objetivo desenvolver o equacionamento para o cálculo do tempo de ação do campo magnético sob a peça para que uma determinada espessura do cilindro atinja uma faixa de temperatura desejada. Esta faixa de temperatura é necessária para que haja homogeneidade da dureza dentro desta espessura.

Este processo envolve uma série de variáveis que influenciam no equacionamento. A abordagem deste trabalho estará voltada para uma simplificação deste processo existente. Ao mesmo tempo em que se deseja chegar a uma solução o mais próximo possível do real, é necessário uma série de simplificações e aproximações. Estas serão justificadas e discutidas durante os comentários finais do trabalho.

A partir deste equacionamento se espera encontrar valores próximos ou correlacionados com os dados reais do processo existente.

3. Abordagem teórica

3.1. Conceitos de aquecimento por indução

A base teórica para o cálculo da energia que a máquina de indução transmite para o cilindro foi retirada de uma literatura específica sobre aquecimento por indução.

A indução eletromagnética, que é a base para o processo de aquecimento por indução, foi descoberta por Michael Faraday em 1831. Ele demonstrou que uma corrente poderia ser induzida em um circuito secundário devido à corrente alternada no circuito original. É baseado neste princípio que funcionam os indutores da máquina de aquecimento. O aquecimento por indução é baseado em três princípios básicos: Indução Eletromagnética, Efeito de Película e Transferência de Calor. (Davies & Simpson, p. 2)

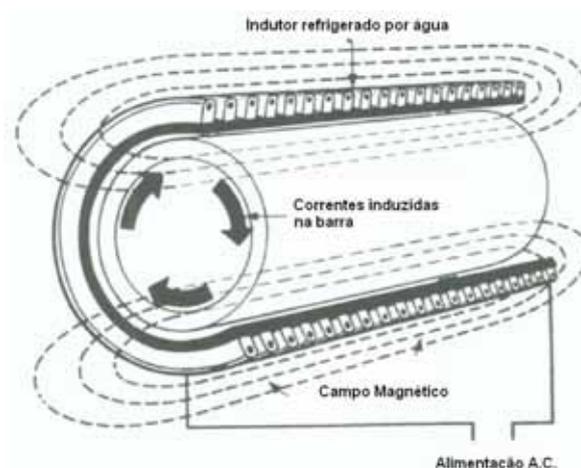


Figura 2 - Mecanismo de indução eletromagnética em barra cilíndrica.

O aquecimento por indução é um método muito conveniente para aquecer metais a temperaturas pré-estabelecidas. Ele substitui fornos, que normalmente são grandes e tem a desvantagem de tempos grandes de início do ciclo e de desligamento. (Davies & Simpson, p. 10)

Podemos comparar este processo com um circuito de transformador padrão. Este seria modificado de forma que o circuito secundário fosse um curto-circuito. Isto nos faz entender que a energia gerada na peça será a energia elétrica dissipada por uma corrente que será induzida na peça. (Davies & Simpson, p. 2)

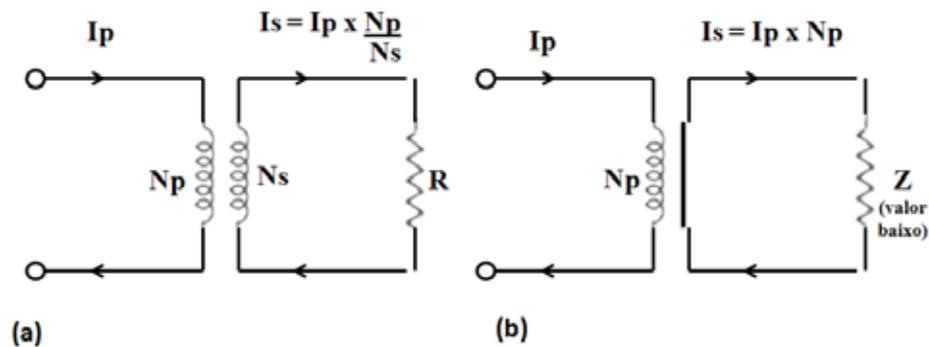


Figura 3. (a) Circuito de um transformador. (b) Indutor e peça com corrente induzida.

O efeito de película pode ser entendido como a penetração do campo magnético dentro de uma peça e com isso a indução de corrente dentro de uma dada espessura. No efeito Eddy Current, diferente do que se pensa, a corrente induzida não age somente na superfície da peça. (Kreith & Bohn, 1922)

Devido às dificuldades matemáticas da geometria cilíndrica, mesmo esta sendo a mais comumente utilizada em processos reais, podemos entender o efeito de película utilizando um sólido semi-infinito conforme a figura abaixo. (Davies & Simpson, p. 307)

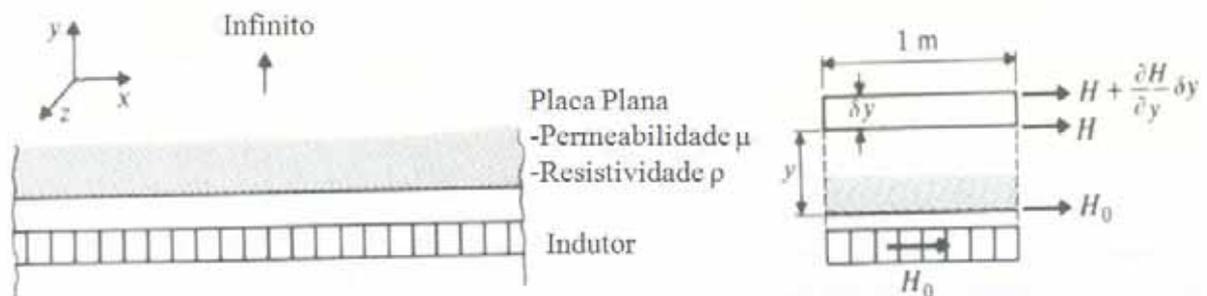


Figura 4 - Esboço da geometria para cálculo da espessura de penetração.

A equação que descreve a distribuição magnética na peça, considerando um sistema unidimensional é dada pela equação (1). (Davies & Simpson, p. 309)

$$H_x(y) = H_0 * \exp(-\alpha * y) * \cos(\omega * t - \alpha * y) \quad (1)$$

Da mesma forma podemos assumir a mesma distribuição para a intensidade de campo magnético (B), sabendo que $B = \mu \cdot H$. (Davies & Simpson, p. 312)

A corrente induzida penetra na peça em uma espessura (δ) que é determinada pela equação (2)¹, onde ρ é a resistividade elétrica do material da peça; μ é a permeabilidade magnética; e ω é igual a 2π vezes a frequência da corrente primária, no indutor. (Davies & Simpson, p. 310)

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}} \quad (2)$$

As propriedades H (campo magnético), B (intensidade de campo), J (densidade de corrente) e campo elétrico (E) obedecem a mesma regra de efeito de película. A energia dissipada por esta corrente induzida pode ser calculada através da integral de $\rho \cdot J^2$. Então será dada pela equação (3). (Davies & Simpson, p. 314)

$$P = \frac{\rho J_0^2 m}{2\delta} \quad (3)$$

Uma dedução importante para este efeito é o de que ele é intenso e relevante dentro da camada δ , ou seja, a maior parte da energia é dissipada na peça nesta camada. Levando em conta a dedução da energia dissipada dada pela equação (4). (Davies & Simpson, p. 314)

$$P = \frac{\rho J_0^2}{2} \int_0^\infty \exp(-2\alpha y) dy \quad (4)$$

Então podemos fazer a razão entre $P(y)$ e P_{total} , como podemos ver na equação (5):

$$\frac{P_y}{P} = \frac{\text{perda acima de } y}{\text{perda total}} = \frac{[\exp(-2\alpha y)]_0^y}{[\exp(-2\alpha y)]_0^\infty} = 1 - \exp(-2\alpha y) \quad (5)$$

Em $y=1/\alpha=\delta$ temos $P_y/P=0,865$ e $y=2/\alpha=2\delta$ temos $P_y/P=0,982$. E isto é expresso na curva a seguir. (Davies & Simpson, p. 314)

¹ Nesta equação ρ expressa resistividade elétrica [$\Omega \cdot m$].

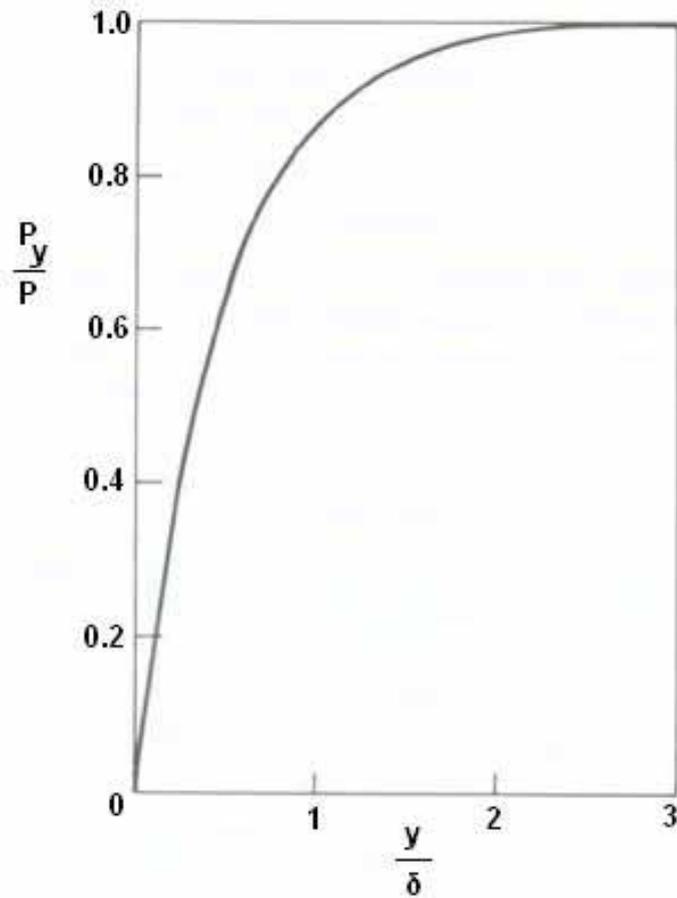


Figura 5 - Curva $P_{y/b}/P$ (adimensional).

3.2. Conceitos de transferência de calor

O processo de troca de calor real abrange seus três mecanismos: Condução, Convecção e Radiação. Utilizaremos a equação geral da difusão de calor em coordenadas cilíndricas, equação (6)². (Incropera & Witt, 1981, p. 28)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \gamma C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (6)$$

² Neste caso a massa específica é expressa por γ .

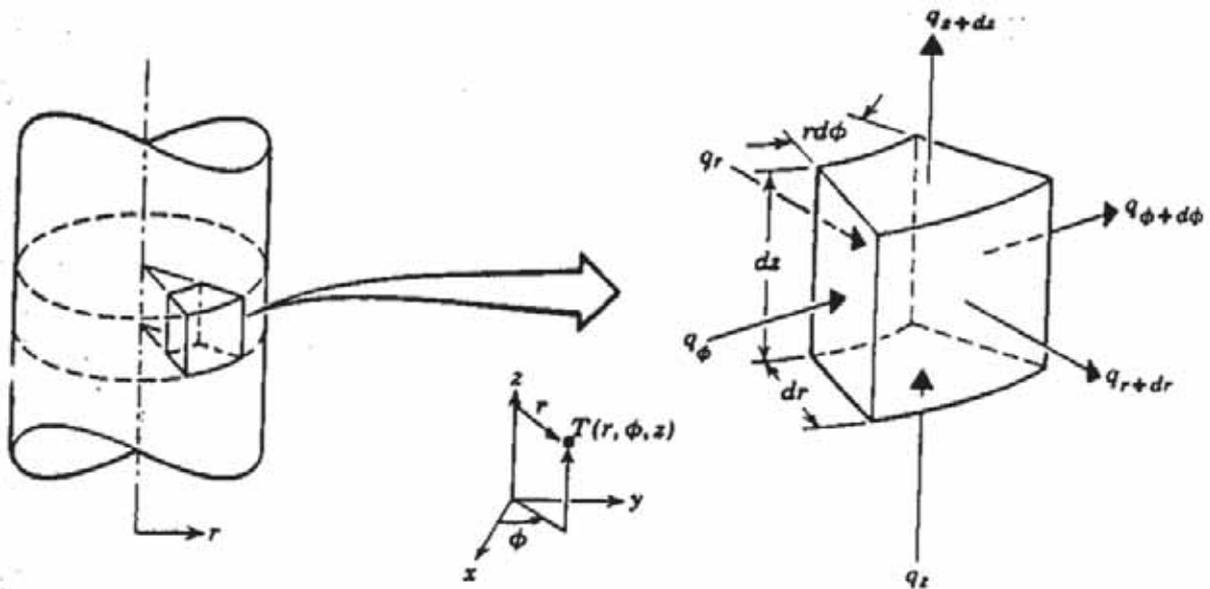


Figura 6 - Volume de controle em coordenada cilíndrica.

3.3. Equacionamento geral

Nesta primeira abordagem iremos equacionar o problema considerando que não há variação de temperatura na coordenada ϕ e na z . O problema será considerado como uma condução transiente unidimensional com geração interna (constante). As condições de contorno são: temperatura inicial constante em toda a coordenada r e convecção com radiação na superfície do cilindro.

$$\frac{\partial T}{\partial \phi} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad k = cte$$

Então podemos escrever a equação (7) e as condições de contorno na equação (8):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{\gamma C_p}{k} * \frac{\partial T}{\partial t} \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -k \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=R} = h[T_\infty - T(0,t)] + \varepsilon \sigma [T(0,t)^4 - T_{viz}^4] \\ T(r,0) = T_0 \end{array} \right. \quad (8)$$

A geração interna, como já citada antes, é a energia dissipada pela corrente induzida pelo campo magnético. Seria um erro admitir que este problema trata-se de um processo com esta energia adentrando a peça pela superfície pelo fato da corrente agir dentro de uma camada da peça, gerando assim calor neste volume.

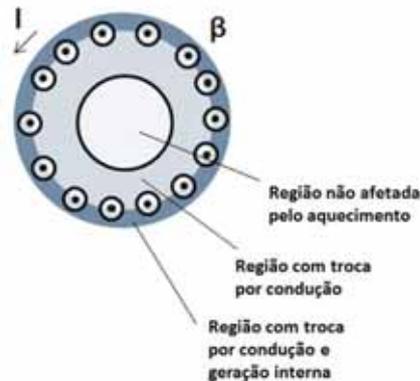


Figura 7 - Ilustração do campo magnético induzido na peça.

Na imagem acima podemos entender que esta corrente I percorre o indutor e faz com que surja o campo magnético β no cilindro. A região mais externa do cilindro tem espessura δ e está sujeita a corrente induzida. (D. Melaab & L. Krähenbühl, 1993)

3.4. Abordagem simplificada

O primeiro cálculo que realizaremos tem o propósito de demonstrar a ordem de grandeza do tempo para atingir as temperaturas desejadas e como esta se distribui dentro do raio. Para isto assumiremos que a energia fornecida pelo indutor é um calor constante que adentra a peça.

Por se tratar de um cilindro relativamente grande, ou seja, a relação entre δ/R é pequena, aproximaremos esta superfície a um sólido semi-infinito em coordenadas cartesianas no plano meridional. Isto nos remete ao caso 2 para sólidos semi-infinitos, facilmente resolvidos de forma analítica. (Incropera & Witt, 1981)

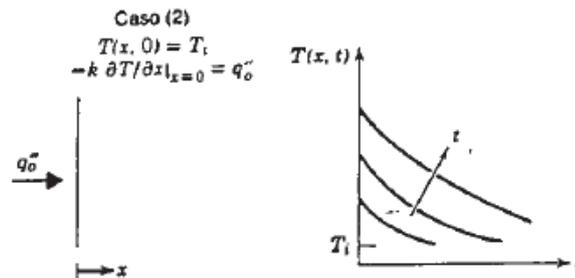


Figura 8 - Condução transiente em um sólido semi-infinito.

Para este caso, fluxo de calor constante na superfície, e desconsiderando a geração de calor temos a equação (9) para a distribuição de temperatura em um sólido semi-infinito com fluxo de calor constante. (Incropera & Witt, 1981)

$$T(x, t) = T_i + \frac{2q_0'' \left(\frac{\alpha t}{\pi}\right)^{1/2}}{k} \exp\left(\frac{-x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q_0'' x}{k} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad (9)$$

Baseado nesta equação foi calculado várias temperaturas para diferentes posições no tempo e raio. Foi assumido que a peça é de aço carbono e as propriedades foram adotadas conforme a Tabela (1) e a Tabela (2).

Tabela 1 - Tabela de propriedades térmicas do aço.

γ [kg/m ³]	c_p [J/kg.K]	k [W/m.K]	α [m ² /s]	K(400°C)	K(600°C)	K(800°C)	K(1000°C)
7854	434	60,5	$17,7 \cdot 10^{-6}$	56,7	48,0	39,2	30,9
				$c_p(400^\circ\text{C})$	$c_p(600^\circ\text{C})$	$c_p(800^\circ\text{C})$	$c_p(1000^\circ\text{C})$
				487	559	685	1169

Tabela 2 - Outras propriedades e dados iniciais.

$\mu_{\text{AÇO}}$	μ_0 [H/m]	ρ [$\Omega \cdot \text{m}^{-1}$]	Ti [°C]	q_0'' [W/m ²]
1	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$1,6 \cdot 10^{-7}$	280	44.000

Com base nestes dados foi calculado T(x,t) para uma série de pontos no espaço e tempo como mostrado na Tabela (3).

Tabela 3 - Dados obtidos através dos cálculos com a equação (9).

T(x,t) x[mm] profundidade	t [s]				
	0	20	50	80	120
0	280,00	293,66	304,45	310,92	317,87
1	280,00	292,94	303,73	310,20	317,15
5	280,00	290,33	300,98	307,42	314,35
10	280,00	287,60	297,86	303,62	311,04
20	280,00	283,77	292,61	297,38	305,09
30	280,00	281,64	286,44	292,42	299,99
50	280,00	280,21	282,24	285,79	292,11
100	280,00	280,00	280,06	280,47	282,58

Gráficamente podemos ver na figura a seguir.

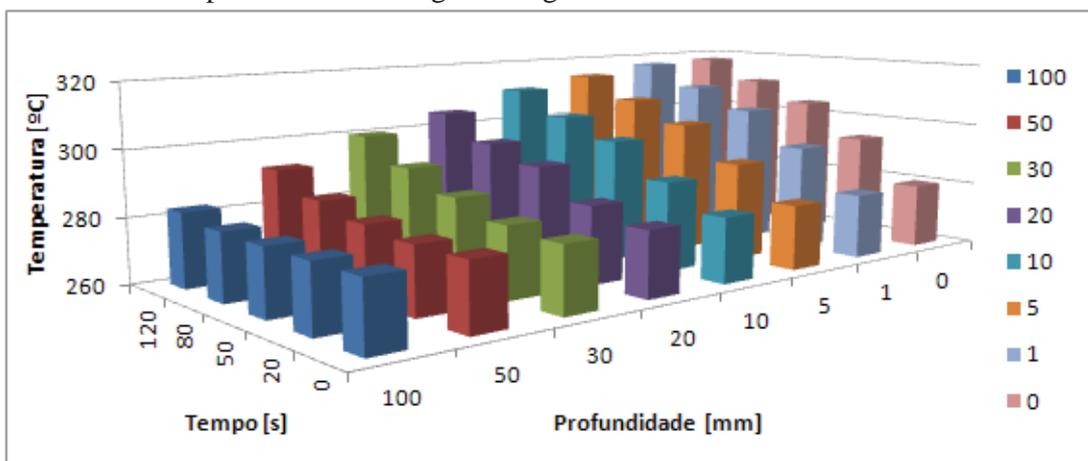


Figura 9 - Demonstração gráfica da Tabela (3).

3.5. Solução Analítica

Após a abordagem simplificada, passamos à solução analítica do problema. Utilizando a equação (7) a equação (8), tornamos a um problema em regime transiente unidimensional em coordenadas cilíndricas. Foi pesquisado sobre soluções para esta equação diferencial e aplicado método de separação de variáveis.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\alpha}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\dot{q}}{k}, \quad \text{onde } \alpha = \frac{k}{\gamma \cdot C_p}$$

No entanto o termo de geração de energia torna a solução desta equação uma tarefa matemática muito difícil. Desta forma foi escolhida a solução por diferenças finitas para confrontarmos

3.6. Solução por Diferenças Finitas

A solução por diferenças finitas é relativamente simples e eficaz. No entanto devemos tomar alguns cuidados para que os valores sejam confiáveis.

Existem duas equações que serão utilizadas. A equação (10) para a condução transiente e equação (11) para a condição de contorno na superfície da peça, ambas em coordenadas cartesianas no plano meridional, novamente para simplificar a solução. (Kreith & Bohn, 1922, pp. 161 - 168)

$$T_{i,m+1} = T_{i,m} + \frac{\Delta t}{\gamma C_p \Delta x} \left\{ \frac{k}{\Delta x} (T_{i+1,m} - 2 \cdot T_{i,m} + T_{i-1,m}) + \dot{q}_{G,i,m} \Delta x \right\} \quad (10)$$

$$T_{N,m+1} = T_{N,m} + \frac{2\Delta t}{\gamma C_p \Delta x} \left\{ h(T_\infty - T_{N,m}) + \frac{\Delta x}{2} \dot{q}_{G,i,m} + \frac{k}{\Delta x} (T_{N-1,m} - T_{N,m}) \right\} \quad (11)$$

Faremos uma aproximação das coordenadas cilíndricas para coordenadas cartesianas, isto devido ao fato de que a profundidade x estudada é muito menor do que o raio do cilindro. Esta aproximação é mostrada na figura (10). Onde para $r=R$ temos $x=0$ e para $r=0$ teremos $x=R$.

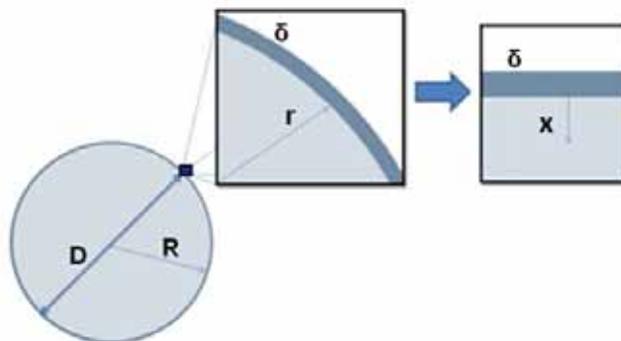


Figura 10 - Relação entre as coordenadas.

Um dos pontos de atenção para a utilização deste método é que as equações acima são conhecidas como equação explícita das diferenças, ou seja, a distribuição de temperaturas no novo tempo t_{m+1} pode ser determinada se for conhecida a distribuição completa de temperaturas em t_m . Isto será possível por conhecermos a condição inicial do problema, pois o cilindro permanece por um período longo de tempo em um forno à 280°C e podemos considerar que esta temperatura é uniforme em todo o raio. Este tipo de equacionamento implica em um cuidado especial com o valor do intervalo de tempo Δt que será escolhido, pois este fator é muito importante para a estabilidade e convergência da solução. A equação (12) mostra esta relação. (Kreith & Bohn, 1922, p. 162)

$$\Delta t < \frac{\Delta x^2}{2\alpha} \quad (12)$$

Caso a condição acima não seja respeitada, o comportamento da curva de distribuição de temperaturas terá a distribuição mostrada abaixo, com muita instabilidade e podendo não haver convergência. Os valores no gráfico a seguir, $\Delta t=0,4616$ [dias] e $\Delta t=0,3772$ [dias], mostram um exemplo ilustrativo de como este método é sensível ao valor do intervalo de tempo Δt . Respeitar esta relação implica em mais cálculos para um mesmo período, pois este equacionamento caminha dando “passos” relativamente curtos.

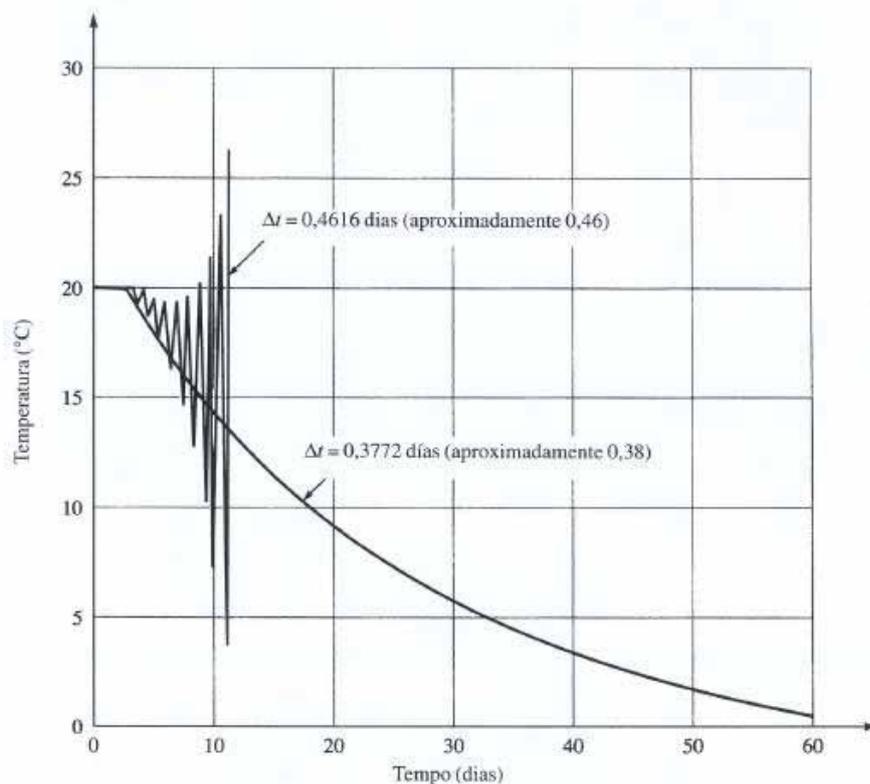


Figura 11 - Comportamento de $T(x,t)$ em função intervalo de tempo Δt adotado.

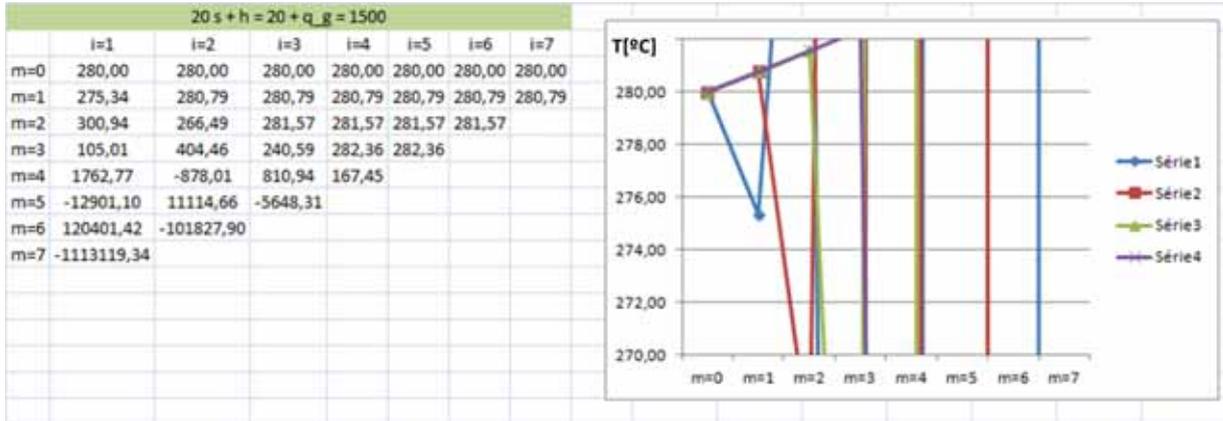


Figura 14 – Resultados preliminares para: $\Delta t=20s$, $h=20W/m^2.K$, $\dot{q}= 1.500 W/m^3$.

No caso da Figura (14) o intervalo de tempo ainda maior de $\Delta t=20s$ confirma a instabilidade e a não convergência dos resultados para valores de Δt que não respeitam a equação (12). Neste caso mantivemos os valores de $\dot{q}= 1.500 W/m^3$ e $h=20 W/m^2K$.

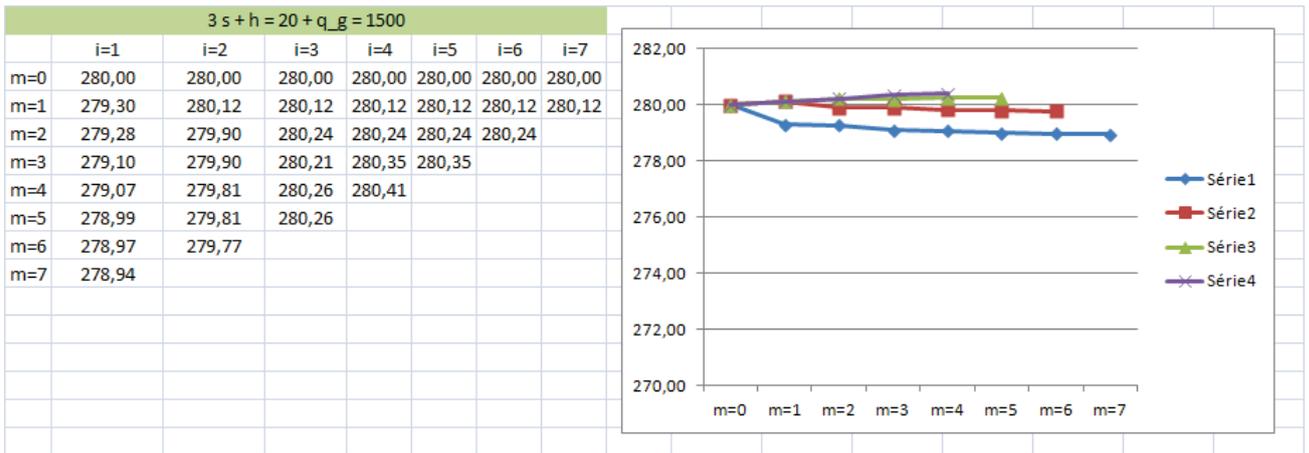


Figura 15 – Resultados preliminares para: $\Delta t=3s$, $h=20W/m^2.K$, $\dot{q}= 1.500 W/m^3$.

No caso da Figura (15) o intervalo de tempo $\Delta t=3s$, menor do que o valor calculado 3,611 [s], estabiliza o resultado, mas o balanço de energia ainda não favorece o aquecimento da peça.

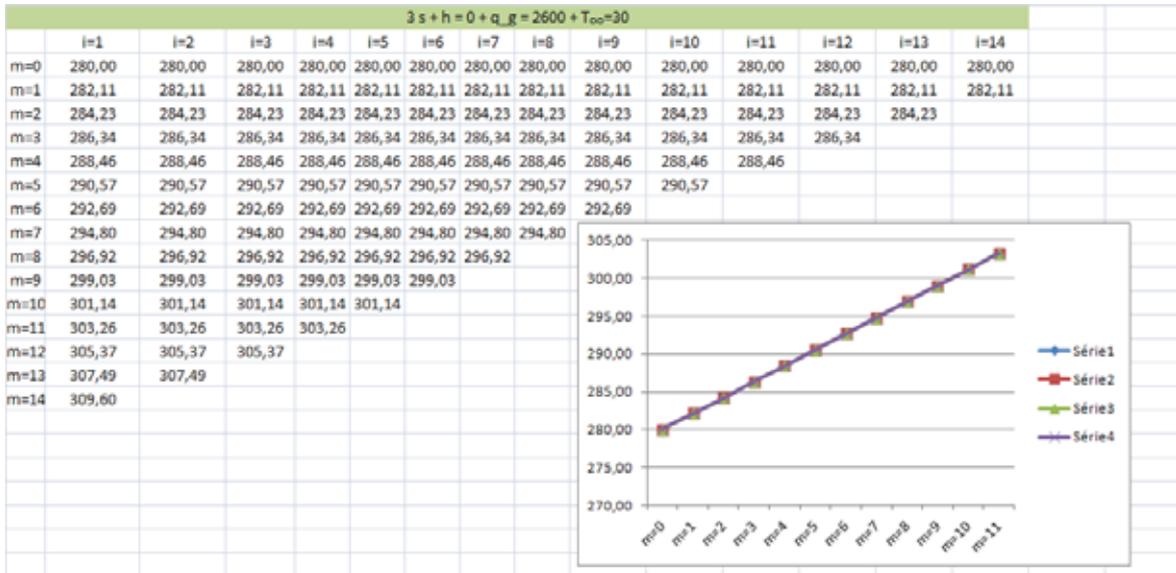


Figura 16 – Resultados preliminares para: $\Delta t=3s$, $h=0 \text{ W/m}^2.K$, $\dot{q}= 2.600 \text{ W/m}^3$.

No caso da Figura (16) mantendo o intervalo de tempo $\Delta t=3s$, com os resultados estáveis, e considerando que não haverá perdas por convecção na superfície ($h=0 \text{ W/m}^2.K$) e que a geração interna é ainda maior, $\dot{q}= 2.600 \text{ W/m}^3$ vemos que é possível o aquecimento da peça. Porém vemos que em $m=11$, ou seja, no instante $11 \times 3[s] = 33[s]$, teremos uma temperatura próxima de 300°C ainda. Isto nos leva a crer que para atingir patamares de 900°C como proposto será necessária uma geração interna de energia bem maior do que 2.600 W/m^3 .

3.7. Energia transmitida pelo indutor

Quanto ao equacionamento da parte de transferência de calor já temos uma base para conclusões sobre a tendência do comportamento das temperaturas. O ponto crítico do trabalho neste momento será calcular o campo magnético na superfície da peça, para calcularmos o valor do fluxo de calor por metro quadrado P da equação (3).

Os gráficos mostrados nas figuras acima, figuras de número 13 à 16, nos levam a crer que o calor dissipado é maior do que o considerado nos cálculos anteriores. Isto porque no caso real o equipamento leva aproximadamente 120 segundos que a superfície atinja temperaturas da ordem de 900°C .

O campo magnético pode ser calculado facilmente para um ponto no centro de um anel, partindo da equação (13). A figura (17) mostra o esquema para a equação geral. (Halliday & Walker, 2009)

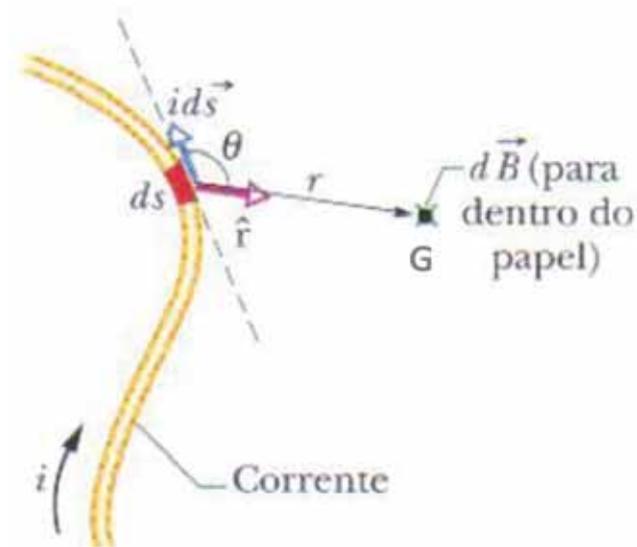


Figura 17 - Um elemento de corrente $i.ds$ produz um magnético dB no ponto G .

A partir do esquema mostrado acima podemos escrever a equação do campo magnético elementar induzido por uma corrente elétrica em um elemento ds . (Halliday & Walker, 2009)

$$dB = \frac{\mu_0 i ds \cdot \sin\theta}{4\pi r^2} \quad (13)$$

No centro de um arco de circunferência teríamos a equação (14). (Halliday & Walker, 2009)

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R} \quad (14)$$

Nosso caso é um pouco mais complicado, trata-se de um ponto excêntrico ao indutor, na superfície do cilindro. Conforme já vimos na Figura 7, página 10.

Desta forma aproximamos pela forma diferencial o arco de corrente elétrica que terá influência sobre um ponto na superfície do cilindro. Para intervalos de 10 graus foi medida a distância do ponto do indutor ao ponto de interesse na superfície da peça. E respeitando a regra dos cossenos foram calculadas as distâncias entre os pontos. Isto feito de 0 grau até 90 graus e analogamente até 180 graus. Esta foi a faixa considerada porque outros pontos do indutor não tem partes da peça como interferência até chegar no ponto calculado.

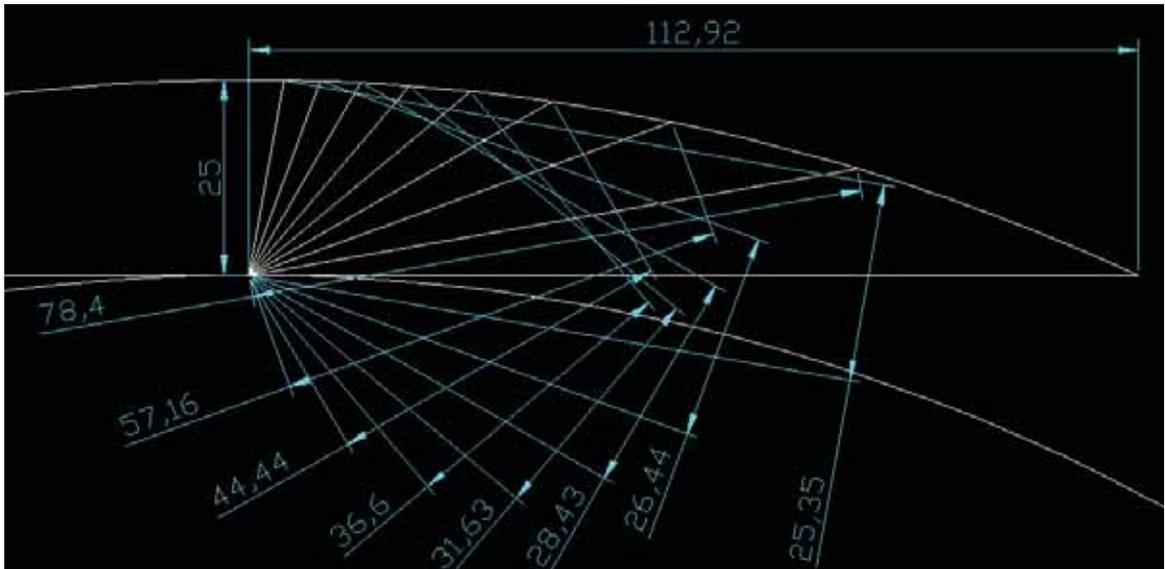


Figura 18 – Desenho com as dimensões do indutor e do cilindro e a distância entre eles.

Com as distâncias estimadas pelo desenho da Figura 18 construímos uma tabela para calcular a intensidade do campo magnético.

		I = corrente (A)		L = comprimento do arco	
		740		233,141	
$\Phi + 90$	Φ	r [mm]	ds [mm]	$dB = \mu_0/4\pi \cdot i \cdot ds \cdot \text{sen}(\Phi)/r^2$	
90	0	112,92	12,271	0,00007121230361	
100	10	78,40	12,271	0,00014772862253	
110	20	57,16	12,271	0,00027791522125	
120	30	44,44	12,271	0,00045977851492	
130	40	36,60	12,271	0,00067785156477	
140	50	31,63	12,271	0,00090760815594	
150	60	28,43	12,271	0,00112342233605	
160	70	26,44	12,271	0,00129889448279	
170	80	25,35	12,271	0,00141299572005	
180	90	25,00	12,271	0,00145283654737	
190	100			0,00141299572005	
200	110			0,00129889448279	
210	120			0,00112342233605	
220	130			0,00090760815594	
230	140			0,00067785156477	
240	150			0,00045977851492	
250	160			0,00027791522125	
260	170			0,00014772862253	
270	180			0,00007121230361	
				0,01420765	

Figura 19 – Plataforma para calcular o campo magnético na superfície da peça.

Com este campo magnético calculamos quanto seria o valor de P, equação (3).

$$P = \frac{\rho H_{0m}^2}{2\delta} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-7}) \cdot \left(\frac{0,0142}{4\pi \cdot 10^{-7}}\right)^2}{2 \cdot (2,60 \cdot 10^{-2})} = 392,90 [W/m^2], \text{ onde}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-7})}{(1,4\pi \cdot 10^{-7}) \cdot (2\pi \cdot 60)}} = 2,60 \cdot 10^{-2} [m] \text{ ou } 26 [mm]$$

Considerando que a superfície do indutor tem as seguintes dimensões.

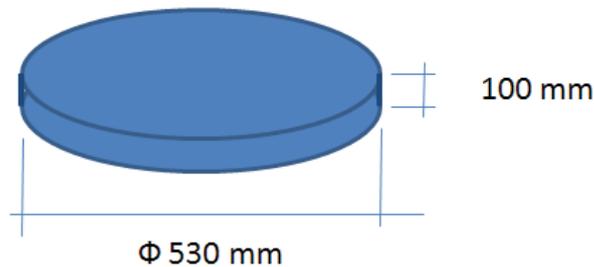


Figura 20 – Dimensões do indutor.

Com isso o cálculo da área e do volume para encontrarmos o valor da energia de geração interna (\dot{q}), da equação 5, teremos:

$$A = \pi \cdot D_{indutor} \cdot h = \pi \cdot (0,530) \cdot (0,100) = 0,1665 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot (D_{cilindro}^2 - D_{profundidade}^2) \cdot h = \frac{\pi}{4} \cdot (0,500^2 - (0,500 - 0,026)^2) = 0,0199 \text{ m}^3$$

$$\dot{q} = \frac{P \cdot A}{V} = \frac{(392,9) \cdot (0,1665)}{(0,0199)} = 3287 [W/m^3]$$

Com este dado entramos na tabela de cálculo criada no software Excel, como já fizemos anteriormente. E podemos obter uma distribuição parecida com a da figura 16, onde tínhamos $\dot{q} = 2.600 [W/m^3]$.

Com isso passaremos a uma abordagem mais geral e consideraremos que toda a energia empregada nos indutores é transmitida à peça.

$$\dot{q} = \frac{P_{elétrica}}{V} = \frac{(740) \cdot (380)}{(0,0199)} = 14,13 [MW/m^3]$$

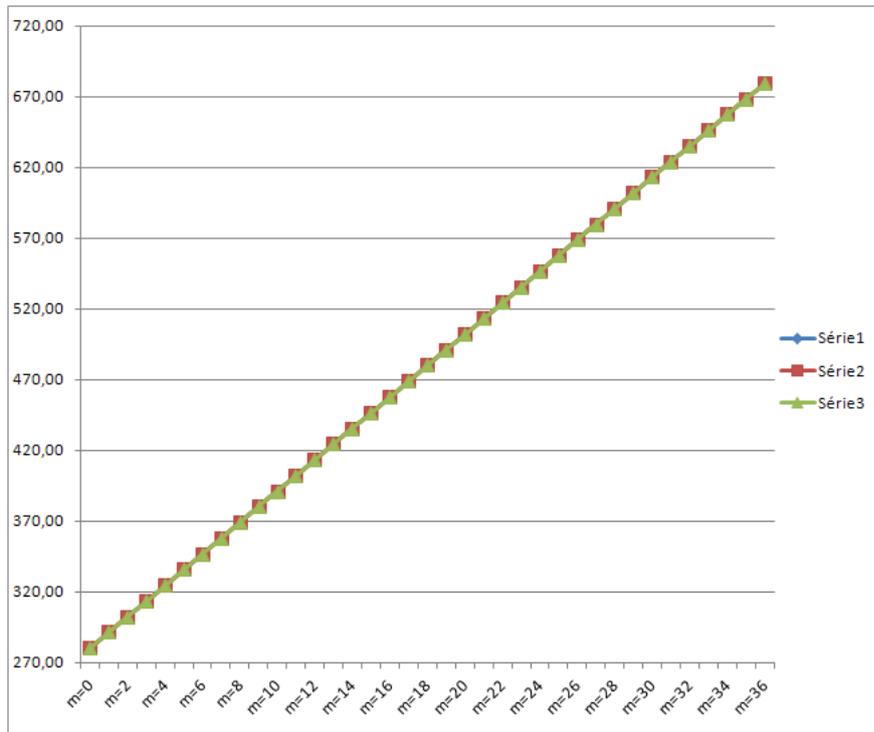


Figure 21 – Resultados preliminares para: $\Delta t=3s$, $h=0W/m^2.K$, $\dot{q}= 14,13 M W/m^3$.

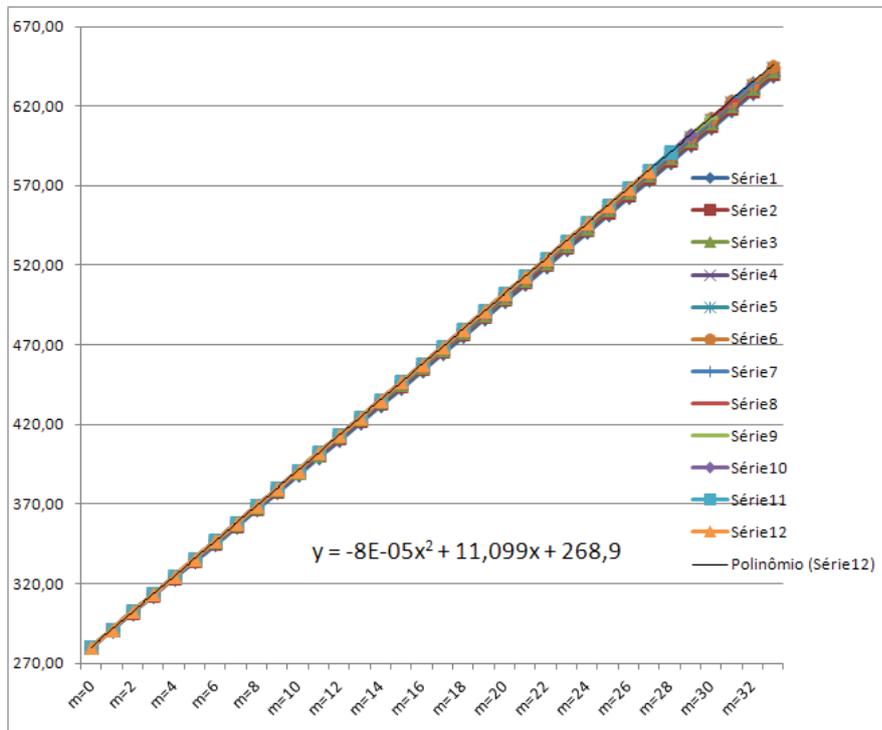


Figure 22 - Resultados preliminares para: $\Delta t=3s$, $h=20 W/m^2.K$, $\dot{q}= 14,13 M W/m^3$.

4. Conclusão

Da última figura (22), podemos extrair que para $m=30$, ou seja, 90 segundos, temos uma temperatura de aproximadamente 600°C . Com base nesta informação e analisando os outros gráficos nas figuras anteriores, podemos chegar às seguintes conclusões:

- 1- Na figura 22, todas as séries mantêm uma uniformidade nos valores, ou seja, o aquecimento se dá de forma uniforme devido à natureza do aquecimento ser por geração interna. Em um dado tempo tanto próximo da superfície quanto mais profundamente no cilindro (dentro dos 26 mm da profundidade do efeito de película) temos temperaturas próximas.
- 2- A potência necessária para que seja atingido o patamar de temperaturas necessárias para a tempera em poucos minutos (como acontece na realidade), tem valores bem altos. E podemos concluir que o segundo indutor, como pode ser visto na figura 1, tem sim influência na energia dissipada na região do primeiro indutor. Este efeito aumenta a potencia dissipada na região calculada e diminui o tempo de permanência.
- 3- O tempo de permanência deste cilindro irá depender da dimensão de sua mesa, mas podemos afirmar que para cada “fatia” de 100 mm, serão necessários alguns minutos, ou centenas de minutos. Isto devido ao fato de constatarmos que, desconsiderando as perdas por radiação, para atingir 600°C os cálculos mostram um período de 90 segundos, 1 minuto e meio. (www.albatherm.com.br, 2011)
- 4- Concluimos também que o cálculo aproximado do campo magnético para um ponto excêntrico ao centro do indutor não representa a realidade, este campo é muito maior na realidade. Isto nós podemos afirmar com base no cálculo da energia dissipada por metro quadrado (P) que foi calculada a partir do campo magnético, o tempo de permanência seria muito grande para atingirmos patamares de 600°C , por exemplo.

O ponto crítico do trabalho é encontrar a forma correta de se calcular o campo magnético na superfície da peça, para encontramos um valor de P adequado, isto não foi possível devido as dificuldades para integrar a equação diferencial, equação (11).

Este trabalho pode ser útil para a determinação de uma ordem de grandeza para o tempo de permanência deste cilindro em um equipamento de aquecimento por indução e a energia que este demandaria da rede elétrica. Contudo esta área de conhecimento ainda deve ser explorada e outras abordagens podem ser feitas em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

D. Melaab, O. L., & L. Krähenbühl, L. N. (MARCH de 1993). Control of an Induction Heat Treatment by the Measure of Power. *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETIC* , pp. VOL. 29, NO. 2.

Davies, J., & Simpson, P. *Induction Heating Handbook*. London: McGRAW-Hill Book Company (UK) Limited.

Halliday, D., & Walker, J. (2009). *Fundamentos de física, volume 3*. Rio de Janeiro: LTC.

Incropera, F. P., & Witt, D. P. (1981). *Fundamentos de Transferência de Calor*. Rio de Janeiro: LTC.

Kreith, F., & Bohn, M. S. (1922). *Princípios de Transferência de Calor*. São Paulo: Pioneira Thompson Learnig.

www.albatherm.com.br. (14 de Novembro de 2011). Acesso em 14 de Novembro de 2011, disponível em http://www.albatherm.com.br/produtos/equipamentos_novos.asp: http://www.albatherm.com.br/produtos/equipamentos_novos.asp