

Larissa Watanabe

**UTILIZAÇÃO DE MODELOS DE FALHAS E
OBSERVADORES DE ESTADO EM ESTRUTURAS
RETICULADAS**

Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica

Área de Mecânica dos Sólidos

Unesp - Campus de Ilha Solteira

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo

Ilha Solteira – SP

2010

Larissa Watanabe

UTILIZAÇÃO DE MODELOS DE FALHAS E OBSERVADORES DE ESTADO EM ESTRUTURAS RETICULADAS

Dissertação apresentada à Faculdade
de Engenharia - UNESP – Campus de
Ilha Solteira, para obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Área de Conhecimento: Mecânica dos
Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo

Ilha Solteira – SP
2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP – Ilha Solteira.

- W324u Watanabe, Larissa.
 Utilização de modelos de falhas e observadores de estado em
 estruturas reticuladas / Larissa Watanabe. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2010
 131 f.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade
 de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos
 Sólidos, 2010
- Orientador: Gilberto Pechoto de Melo
1. Localização de falhas (Engenharia). 2. Observadores de estado.
 3. Estruturas reticuladas tridimensionais. 4. Engenharia – Modelos.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: UTILIZAÇÃO DE MODELOS DE FALHAS E OBSERVADORES DE ESTADO EM ESTRUTURAS RETICULADAS

AUTORA: LARISSA WATANABE

ORIENTADOR: Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA MECÂNICA, Área: MECÂNICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. AMARILDO TABONE PASCHOALINI
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. YUKIO KOBAYASHI
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru

Data da realização: 27 de maio de 2010.

A Deus e a minha família

Agradecimentos

Primeiramente a Deus.

Gostaria de agradecer a todos que me acompanharam ao longo de mais essa etapa da minha vida. Aos que estiveram mais perto, e aos que não puderam estar, mas todos foram imensamente importantes e creio que não conseguiria realizar este trabalho sem a colaboração de cada um.

Ao meu orientador Gilberto Pechoto de Melo pelas diversas contribuições ao longo do desenvolvimento do trabalho.

Ao professor Amarildo Tabone Paschoalini pela ajuda e pelas idéias para com esse trabalho.

Ao técnico Carlos José Santana, pela ajuda fundamental para a realização do experimento desse trabalho.

Aos amigos Aldemir Cavalini, Cassio Faria e Carlos Prazzo pela colaboração, presença, companheirismo, idéias e suas ajudas sempre necessárias nesse trabalho.

Às minhas companheiras de lar, Emileni Rosim, Thalita Canassa e Érica Bruggliato, e aos companheiros alunos graduandos e graduados da faculdade de Ilha Solteira, pelos momentos dedicados juntamente comigo no desenvolvimento do trabalho, e também pelos momentos de descontração extremamente importantes.

E por fim, mas não menos importante agradeço aos meus pais Eloie Watanabe e Iochie Massuda Watanabe, meus irmãos Gilson Watanabe, Walmir Watanabe e Naiara Watanabe, pela compreensão nos momentos de ausência e pela companhia em momentos difíceis e também ao meu companheiro Gabriel Portela Senarezi, pela atenção, carinho e presença constante em todos os momentos. Não há palavras para demonstrar quão agradecida eu sou a vocês.

WATANABE, Larissa. **Utilização de modelos de falhas e observadores de estado em estruturas reticuladas.** 2010. 131.f. Dissertação (Mestrado)-Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira, 2010.

Resumo

Nos últimos anos, tem havido um grande interesse das indústrias no desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas, pois se preocupam cada vez mais com a segurança, havendo assim, a necessidade de supervisão e monitoramento dos sistemas para que as falhas sejam evitadas ou sanadas o mais rápido possível.

Determinados parâmetros em sistemas reais como massa, rigidez e amortecimento, podem variar devido ao aparecimento de falhas ou ao próprio desgaste natural dos componentes. Um aparecimento de trincas pode provocar perdas econômicas ou até conduzir a situações perigosas com paradas abruptas das máquinas e/ou equipamentos. Através do auxílio de modelos teóricos bem definidos, métodos de identificação de parâmetros, observadores de estado e auxílio à decisão foi possível desenvolver uma metodologia para detecção e localização de trincas em estruturas reticuladas, dando ênfase às tridimensionais. Foi possível detectar e localizar a trinca já no seu início e acompanhar sua propagação para uma possível parada programada.

Foi utilizada a metodologia dos observadores de estado, que pode reconstruir os estados não medidos ou os valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema. Foi construída uma estrutura reticulada no Laboratório para validação da metodologia desenvolvida e os resultados foram bastante satisfatórios.

Palavras-chave: Observadores de estado, modelo de falha, detecção e localização de falhas, estruturas reticuladas tridimensionais.

WATANABE, Larissa. **Use of models' failures and state observers in frame structures.** 2010. 131f. Dissertação (Master) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira, 2010.

Abstract

In recent years there has been a great interest of industry in developing new techniques for detection and location of faults, because they worry more about security, so there is the need for supervision and monitoring systems so that failures are avoided or remedied as soon as possible.

Certain parameters in real systems such as mass, stiffness and damping can vary due to some failures to own or wear and tear of components. An appearance of cracks can cause economic loss or even lead to dangerous situations with abrupt stopping of machines and/or equipment. Through the aid of well-defined theoretical models, methods of parameter identification, state observers and aid the decision was possible to develop a methodology for detecting and locating cracks in frame structures, emphasizing the three-dimensional. It was possible to detect and locate the crack already in its early stages and monitor its spread to a possible shutdown.

Methodology was applied for observer status, which can reconstruct the unmeasured states or values from points of difficult access in the system. A reticulated structure was built at the Laboratory for validation of the methodology and the results were very satisfactory.

Key-words: State observer, model of fault, detection and fault location, three dimensional frame structures.

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Típico membro i de uma treliça fazendo um ângulo β_i em relação à direção x , MEIROVITCH (2001).	39
Figura 3.1 - Esquema de um controle a malha fechada, Zacarias(2008).	47
Figura 3.2 - Esquema de um controle a malha aberta, Zacarias(2008).	48
Figura 3.3 - Um observador simples, Marano(2002).	49
Figura 3.4 – Quatro divisões possíveis de um sistema, Marano(2002).	52
Figura 3.5 – Sistema de observação, Marano(2002).	55
Figura 4.1 – Coeficiente de avaliação da matriz de rigidez modelado para a condição de trinca aberta, Muscolino (2003).	60
Figura 4.2 – Viga 3D: Doze graus de liberdade da barra ij no referencial local, (AZEVEDO, 2003).	63
Figura 4.3 – Treliça 3D: Seis graus de liberdade da barra ij no referencial local, (AZEVEDO, 2003).	64
Figura 5.1 – Fluxograma da metodologia desenvolvida para a detecção e localização de falhas.	66
Figura 5.2 – Exemplo de uma treliça tridimensional.	68
Figura 5.3 – Resultados obtidos referente ao observador global.	69
Figura 5.4 – Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global.	69

Figura 5.5 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual a0515 é o observador robusto referente a diminuição de 5% na área da seção transversal do elemento 15 e a0715 é o observador robusto referente a diminuição de 7% no mesmo elemento 15, a0915 é o observador robusto referente a diminuição de 9% e a1115 referente a diminuição de 11% no elemento15. 71

Figura 5.6 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual a1315 é o observador referente a diminuição de 13% da área no elemento 15 e a1515 referente a diminuição de 15% na área de seção transversal do elemento 15. 71

Figura 5.7 – Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a falha de redução de 11% da área do elemento 15. 72

Figura 5.8 – Resultados obtidos referente ao observador global. 74

Figura 5.9 – Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global..... 75

Figura 5.10 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual t0521 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 21, t1021 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 10% da altura do mesmo elemento 21, t1521 referente à trinca de 15%, t2021 referente aos 20%, t2521 referente aos 25% e t3021 referente à trinca de profundidade de 30% da altura da barra do elemento 21. 77

Figura 5.11 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t3521 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 35% da altura da barra do elemento 21 e t4021 referente a de profundidade de 40% da altura da barra do mesmo elemento 21..... 78

Figura 5.12 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 25% da altura da barra do elemento 21. 78

Figura 5.13 – Resultados obtidos referente aos observadores globais. 81

Figura 5.14– Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global..... 81

Figura 5.15 – Resultados obtidos referente aos observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t058 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 8, t108 é o observador robusto referente a trinca de 10% , t158 referente a de profundidade de 15%, t208 o observador robusto referente a trinca de 20% do mesmo elemento 8, t258 é o observador robusto referente a 25% e t308 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 30% da altura da barra do elemento 8. 84

Figura 5.16 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t358 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 35% da altura da barra do elemento 8 e t408 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 40%da altura da barra do mesmo elemento 8. 85

Figura 5.17 – Resultados obtidos dos observadores robustos referentes aos parâmetros do elemento 21. 85

Figura 5.18 - Resultados obtidos dos observadores robustos referentes aos parâmetros do elemento 21. 86

Figura 5.19 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 10% da altura da barra no elemento 8 e de 35% no elemento 21. . 86

Figura 5.20 – Exemplo de uma treliça tridimensional..... 90

Figura 5.21 – Resultados obtidos referente ao observador global..... 91

Figura 5.22– Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global..... 91

Figura 5.23 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual a0527 é o observador robusto referente a diminuição de 5% na área da seção transversal do elemento 27, a0727 é o observador robusto referente a diminuição de 7% na área no mesmo elemento 27, a0927 o observador robusto referente a diminuição de 9%, a1127, o observador robusto referente a diminuição de 11%, a1327 referente a diminuição de 13% da área de seção transversal e a1527 referente a diminuição de 15% na área de seção transversal do elemento 27. 93

Figura 5.24 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a redução de 9% da área de seção transversal no elemento 27. 94

Figura 5.25 – Resultados obtidos referente ao observador global.....	96
Figura 5.26 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global.....	97
Figura 5.27 - Resultados para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual t0518 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 18 e t1018 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 10% da altura do mesmo elemento 18.	98
Figura 5.28 - Resultados para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual, t1518 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 15% da altura da barra da treliça do elemento 18, t2018 o observador robusto referente aos 20% do mesmo elemento 18, t2518 referente aos 25%, t3018 referente aos 30% da altura da barra do elemento 18, t3518 é o observador robusto referente aos 35% e t4018 referente a de profundidade de 40% da altura da barra do mesmo elemento 18.....	99
Figura 5.29 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 15% da altura da barra no elemento 18.	100
Figura 5.30 – Resultados obtidos referentes aos observadores globais.....	103
Figura 5.31 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global.....	103
Figura 5.32 - Resultados obtidos dos observadores robustos referentes aos parâmetros do elemento 18.....	105
Figura 5.33 - Resultados obtidos dos observadores robustos referentes aos parâmetros do elemento 18.	106
Figura 5.34 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t0529 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 29 e t1018 é o observador robusto referente a trinca de 10% no elemento 29.	106
Figura 5.35 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t1529 é o observador robusto referente a trinca de	

profundidade de 15% da altura da barra do elemento 29, t2029 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 20% do elemento 29, t2529 é o observador robusto referente a trinca de 25% da altura da barra do elemento 29, t3029 é o observador robusto referente a trinca de 30% , t3529 referente a de profundidade de 35% e t4029 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 40%da altura da barra do mesmo elemento 29. 107

Figura 5.36 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 20% da altura da barra no elemento 18 e de 25% no elemento 29. 108

Figura 6.1 – Esquema do experimento realizado..... 112

Figura 6.2 – Elementos da estrutura reticulada montada. 113

Figura 6.3 - Sistema mecânico com o acelerômetro no nó 11 e impacto no nó 13. 115

Figura 6.4 – Resultados obtidos referente ao observador global..... 116

Figura 6.5 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43° grau de liberdade com o observador global..... 116

Figura 6.6- Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual t0527 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 27 e t1027 é o observador robusto referente à 10% do mesmo elemento 27. 117

Figura 6.7 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual, t1521 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 15% da altura da barra do elemento 27, t2027 referente a trinca de 20% da altura da barra do elemento 27, t2527 é o observador robusto referente a trinca 25%, t3027 é o referente a 30%, t3527 é o referente aos 35% e t4027 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 40% da altura da barra do mesmo elemento 27. 118

Figura 6.8 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 30% da altura da barra no elemento 27. 119

Figura 6.9 – Resultados obtidos para os observadores globais. 121

Figura 6.10 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43° grau de liberdade com o observador global..... 121

Figura 6.11 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a trincas de 35 e 40% de profundidade da altura da viga do elemento 27. 123

Figura 6.12 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema para trincas no elemento 29, na qual t0529 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 29, t1029 é o observador robusto referente a trinca de 10% , t1529 referente a de profundidade de 15%, t2029 referente a trinca de profundidade de 20% , t2529 referente a de 25% e t3029 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 30% da altura da barra do mesmo elemento 29. 124

Figura 6.13- Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a trincas de 35 e 40% de profundidade da altura da viga do elemento 29, na qual t3529 referente a de profundidade de 35%, t4029 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 20%da altura da barra do mesmo elemento 29. 125

Figura 6.14 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 30% da altura da barra no elemento 27 e de 15% no elemento 29. 125

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 - Equações das curvas dos coeficientes α para as profundidades em estudo.	61
Tabela 5.1 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global com redução de 5, 7, 9, 11, 13 e 15 por cento na área de secção transversal (A).	70
Tabela 5.2 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com redução de 5%, 7% e 9% na área de secção transversal (A).....	73
Tabela 5.3 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com redução de 11%, 13% e 15% na área de secção transversal (A).	73
Tabela 5.4 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 5% a 40% da altura.	76
Tabela 5.5 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com trincas de profundidades de 5% a 20% da altura da barra do elemento 21.	79
Tabela 5.6 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com trincas de profundidades de 25% a 40% da altura da barra do elemento 21.	80
Tabela 5.7 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 5% a 40% da altura.	83
Tabela 5.8 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas simultâneas.	88
Tabela 5.9 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas simultâneas.	89

Tabela 5.10 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global com falhas de 5, 7, 9, 11, 13 e 15 por cento na área de secção transversal (A).	92
Tabela 5.11 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com falhas de 5%, 7% e 9% na área de secção transversal (A). 95	
Tabela 5.12 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com falhas de 11%, 13% e 15% na área de secção transversal (A).	95
Tabela 5.13 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 5% a 40% da altura.	98
Tabela 5.14 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com trincas com profundidades de 5% a 20% da altura da barra.	101
Tabela 5.15 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do primeiro elemento com os observadores robustos com trincas com profundidades de 25% a 40% da altura da barra. ...	102
Tabela 5.16 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 5% a 40% da altura.	104
Tabela 5.17 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas.	109
Tabela 5.18 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas simultâneas.....	110
Tabela 6.1- Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43° grau de liberdade com o observador global com trinca de profundidade de 30% da altura da viga.	117
Tabela 6.3 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com trincas de profundidades de 25% a 40% da altura da barra do elemento 27.	120

Tabela 6.4 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43° grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 30% no elemento 27 e de 15% da altura do elemento 29.	122
--	-----

Tabela 6.5 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43° grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas simultâneas.	126
--	-----

Nomenclatura

Letras Latinas

a	profundidade da trinca
$\vec{a}$	sistema de vetor deslocamento
$\vec{a}_i$	vetor nodal correspondente aos deslocamentos axiais
$\vec{a}_i$	vetor de deslocamentos independentes
A_i	área da seção transversal da barra i
$[A]$	matriz dinâmica do sistema
$[A + \Delta A]$	matriz dinâmica do sistema com variação de parâmetros
b	largura da viga
$[B]$	matriz de entradas (matriz de distribuição)
$c_e^{(o)}$	elementos da matriz de “compliance” (ou flexibilidade) do elemento não trincado
$c_e^{(l)}$	elementos da matriz adicional de flexibilidade
c_e	matriz flexibilidade para o elemento com a trinca aberta
$[C_{me}]$	matriz de medidas
$\vec{d}$	vetor das componentes dos deslocamentos genéricos para cada nó do elemento
$[D]$	matriz constante
E	módulo de elasticidade longitudinal do material

$f_{\sim E}$	vetor das forças nodais equivalentes do elemento
$F_I(s)$	fator da intensidade da tensão para as trincas do tipo abertura e escorregamento devido à ação do momento fletor
$F_{II}(s)$	fator de intensidade da tensão para as trincas do tipo abertura e escorregamento devido à força cortante
h	altura do elemento
h_i	tamanho do elemento finito.
I	momento de inércia
k	primeiro nó da treliça
$k_{\sim}$	matriz de rigidez do elemento
$K_{\sim}$	matriz de rigidez do sistema
k_u	matriz rigidez do elemento sem trinca
k_c	matriz do elemento trincado
K_{IM}	fator de intensidade de deformação devido a flexão
K_{IP}	ator de intensidade de deformação devido a cortante
K_{IIP}	fator de intensidade de deformação devido a torção
l	segundo nó da treliça
L	comprimento do elemento trincado
$L_{\sim}$	matriz que contém os operadores de derivação
L_i	comprimento do membro i
$[L]$	matriz do observador de estado
M	ação do momento fletor

$\tilde{M}$	matriz de massa do sistema
$[M_c]$	matriz de controlabilidade
$\tilde{M}_{ei}$	matriz de massa global devido à vibração axial elástica
$\tilde{M}_{rbi}$	matriz de massa global devido ao movimento do corpo rígido transversal.
$[M_o]$	matriz de observabilidade
n	ordem do sistema
N	número total de membros da treliça
p	número de entradas $\{u(t)\}$
P	ação da força cortante
s	relação entre a profundidade da trinca e a altura do elemento ($s=a/h$).
S_{co}	subsistema completamente controlável e completamente observável;
S_o	subsistema completamente observável e não-controlável;
S_c	subsistema completamente controlável e não-observável;
S_u	subsistema não-controlável e não-observável.
t	tempo
t_0	instante inicial
t_F	tempo finito
T	expressão global de energia cinética de um elemento
$T_{re,ei}$	energia cinética devido à vibração elástica
$T_{ref,rbi}$	energia cinética devido ao movimento do corpo rígido
$\tilde{u}$	vetor posição de deslocamento do elemento finito
U	energia de deformação ou energia potencial interna

U_e	energia de deformação acumulada pelo elemento
$\vec{U}_{Jk}$	vetor de deslocamentos dos nó k
$\vec{U}_i$	vetor relacionado ao deslocamentos nodais
U_{kx}	deslocamento do nó k referente ao eixo x
U_{ky}	deslocamento do nó k referente ao eixo y
U_{lx}	deslocamento do nó l referente ao eixo x
U_{ly}	deslocamento do nó l referente ao eixo y
U_{ly}	deslocamento do nó l referente ao eixo y
$\vec{U}_{Jl}$	vetor de deslocamentos dos nó l
$\{u(t)\}$	vetor de entrada (vetor de excitação)
V_e	volume de cada elemento
V	velocidade
$W^{(o)}$	energia de deformação de um elemento sem trinca
$W_{i,0}$	deslocamento transversal no ponto 0
W_{i,n_i}	deslocamento transversal no ponto n_i
$\{x(t)\}$	vetor de estado
$\hat{\{x(t)\}}$	vetor de estado estimado pelo observador
$\{x(t)\}$	vetor de saída (medidas da resposta)
$\hat{\{y(t)\}}$	vetor de saída do observador de estado
r	razão entre a altura e o comprimento do elemento trincado ($r=h/l$).

Letras Gregas

α coeficiente de avaliação da matriz de rigidez modelado para a condição de trinca aberta

Π_p energia potencial total

Ω energia potencial das forças externas atuantes

Π_{pe} energia potencial de cada elemento

Ω_e energia potencial das forças externas na configuração deformada do elemento

μ_0 energia de deformação específica

$\phi_{\sim}$ matriz que contém as funções de interpolação

ν coeficiente de Poisson

ε deformação linear específica

γ deformação tangencial ou cisalhante

ρ densidade

β_i ângulo de inclinação da treliça

ζ distância do ponto 0 a i

Sumário

1 Capítulo	25
1.1 Motivação.....	25
1.2 Objetivo do Trabalho	26
1.3 Organizações do Trabalho.....	26
2 Capítulo	27
2.1 Método de Elementos Finitos.....	27
2.1.1 Formulação variacional	29
2.1.2 Princípio da Energia Potencial Estacionária	31
2.1.3 Formulação do Método de Elementos Finitos.....	33
2.2 Matriz de Rigidez do Elemento.....	36
2.3 Matriz de Massa do Elemento	37
2.4 Modelagem de Elemento Finito da Barra de Treliça (MEIROVITCH, 2001).....	38
3 Capítulo	45
3.1 Metodologia dos Observadores de Estado	45
3.1.1 Sistema de Controle	47
3.1.2 Conceito de Estado.....	48
3.1.3 Observadores de Estado	49
3.1.4 Método dos Observadores de Estado.....	50
3.1.5 Controlabilidade e Observabilidade.....	50
3.1.6 Estrutura Geral dos Observadores de Estado para Sistemas com Variações de Parâmetros	52
3.2 Projeto dos Observadores de Estado	54
4 Capítulo	56
4.1 Modelo Analítico De Uma Viga Trincada (MUSCOLINO, 2003).....	56
4.1.1 Matriz de Rigidez (MUSCOLINO, 2003)	57
4.1.2 Equação do Movimento (MUSCOLINO, 2003).....	62
4.2 Modelo de Uma Trinca em Barra de Treliças	64
5 Capítulo	65
5.1 Metodologia Desenvolvida	65
5.2 Aplicação Numérica.....	67
5.2.1 Primeira Análise	67
5.2.2 Segunda Análise	90

6 Capítulo	111
6.1 alidação Experimental	111
6.1.1 Materiais Utilizados.....	112
6.1.2 Dados da Estrutura.....	113
6.1.3 Modelo Matemático do Sistema Mecânico Montado	114
6.1.4 Resultados Experimentais	114
 7 Capítulo	 127
7.1 Conclusões	127
 8 Capítulo	 128
8.1 Sugestões Para Trabalhos Futuros.....	128
 Referências	 129

1 Capítulo

1.1 Motivação

O desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos submetidos a carregamentos dinâmicos tem evoluído muito nos últimos anos em função da necessidade cada vez maior das indústrias em manter os equipamentos em funcionamento sem paradas abruptas. Para garantir o funcionamento com segurança os sistemas mecânicos têm que ser monitorados, pois os distúrbios em operação normal causam uma deterioração do desempenho do sistema ou até mesmo levam a situações perigosas.

Embora as ferramentas para análise teórica dos sistemas dinâmicos atuais sejam sofisticadas ao ponto de modelos complexos poderem ser simulados nos modernos computadores, existem grandes dificuldades na predição do comportamento dinâmico de certos componentes estruturais e diagnose de falhas, seja pela inexatidão do modelo teórico ou mesmo pela dificuldade de medição de algumas variáveis do sistema.

A técnica dos observadores de estado consiste em desenvolver um modelo para o sistema em análise e comparar a saída estimada com a saída medida. A diferença entre os dois sinais apresenta um resíduo, que é utilizado para análise. A idéia é montar um banco de observadores para supervisionar o processo, onde cada observador é dedicado somente a um parâmetro físico do sistema.

As metodologias utilizando observadores de estado existentes são na sua maioria destinadas a resolver problemas de controle e detecção de possíveis falhas em sensores e instrumentos (CLARK, 1978; WATANABE; HIMMELBLAU, 1982). As teorias de observadores de estado para sistema lineares invariantes no tempo começaram a ser desenvolvidas em 1966, quando Luenberger (1964) utilizou pela primeira vez estes observadores em sistema de controle.

O problema de detecção de falhas tem sido estudado extensivamente na literatura, basicamente utilizando técnicas através de observadores de estado, e/ou métodos de estimação de parâmetros. Quanto à utilização destas metodologias através do emprego de modelos bem

definidos, podem-se mencionar algumas mais utilizadas: observadores de Luenberger (BASILO; MARRO, 1969; COOPER; DESFORGES, 1996), observadores dedicados (COOPER; DESFORGES, 1996; FRANK, 1990; FRANK; SELIGER, 1991), detecção através de filtros (PARK; HALEVI; RIZZONI, 1994; WILLSKY, 1976), observadores robustos para entradas desconhecidas (CHO; XU; KAILATH, 1994; SUNDARESWARAN; MCLANE; BAYOUMI, 1997; WATANABE; HIMMELBLAUD, 1982; WANG; DAVISON; DORATO, 1975). Diante disso, pôde-se verificar que havia poucas referências em relação à metodologia de diagnose de falhas em estruturas reticuladas, principalmente em relação à propagação de trincas.

1.2 Objetivo do Trabalho

Determinados parâmetros em sistemas reais podem variar devido ao aparecimento de falhas ou ao próprio desgaste natural dos componentes. Como um aparecimento de trincas pode provocar perdas econômicas ou até conduzir a situações perigosas, desenvolveu-se uma metodologia, baseada no método de elementos finitos e a metodologia dos observadores de estado, capaz de detectar e localizar essas possíveis falhas no sistema reconstruindo os estados não medidos, podendo-se assim estimar as medidas dos valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema.

1.3 Organizações do Trabalho

Este trabalho apresenta a seguinte organização. Neste capítulo, o problema a ser estudado e os objetivos. No capítulo 2 são apresentados os fundamentos teóricos da metodologia de elementos finitos para vigas e barras de treliças. No capítulo 3 são apresentados estudos sobre o método dos observadores de estado. No capítulo 4, um estudo sobre trincas em vigas e barras de treliças. No capítulo 5 é apresentada a modelagem

matemática usada do trabalho, a solução discutida do problema e os resultados da simulação computacional dos casos desenvolvidos. No capítulo 6 é apresentada uma validação experimental da metodologia com seus resultados. No capítulo 7 as conclusões e discussões do presente trabalho e no capítulo 8 sugestões para trabalhos futuros.

2 Capítulo

2.1 Método de Elementos Finitos

De acordo com Meirovitch (2001), o método de cálculo por elementos finitos é sem dúvidas um dos mais importantes no desenvolvimento das análises de estruturas estática e dinamicamente. O método foi desenvolvido originalmente para análises estáticas de treliças em estruturas complexas com distribuição de parâmetros, mas já alargou o seu âmbito significativamente. Esse método é basicamente uma técnica de discretização que contém um enorme sucesso com o desenvolvimento do computador digital, o qual teve o seu lugar na mesma época. Na verdade, o método exige uma solução de grandes conjuntos de equações algébricas para problemas estáticos e para problemas de ordem elevada de autovalor no caso de vibrações, que são problemas numéricos que seria impraticável sem um computador.

Apesar de o método de elementos finitos ter sido desenvolvido independentemente de qualquer outro método, e pode ser utilizado sem referência a qualquer outro método, ele foi logo reconhecido como a variante mais importante do método de Rayleigh-Ritz.

Assim como o método clássico de Rayleigh-Ritz, o método dos elementos finitos também prevê soluções aproximadas para problemas de sistemas de vibrações distribuídas sob a forma de combinações lineares de testes de verificação de funções múltiplas com coeficientes indeterminados, e determinam-se os coeficientes, resolvendo problemas de autovalor correspondente. Além disso, as expressões para as matrizes de massa e de rigidez que definem o problema de autovalor são as mesmas para o método clássico de Rayleigh-Ritz.

A diferença básica entre as duas abordagens reside na natureza das funções em questão. Considerando que, no método clássico de Rayleigh-Ritz as funções de avaliação são funções globais, no sentido de que se estendem por todo o domínio do sistema, no método dos elementos finitos são funções locais que se estendem por pequenos subdomínios do sistema, ou seja, elementos finitos.

O uso de funções locais, vulgarmente conhecida como funções de interpolação, dá ao método dos elementos finitos uma enorme versatilidade. Como os elementos finitos são em geral muito pequenos, a diferenciabilidade tende a desaparecer-se como um problema, de modo que as funções de interpolação podem ser polinômios de baixo grau, muitas vezes satisfazendo as exigências mínimas de diferenciabilidade impostas pelas funções admissíveis. Além disso, as funções de interpolação são as mesmas para cada elemento. Como resultado, a derivação das matrizes de massa e de rigidez pode ser realizada de forma bastante eficiente, derivando primeiramente as matrizes de massa e de rigidez e em seguida reunindo-os para todo o sistema. Na verdade, os elementos das matrizes de rigidez e das matrizes de massa, para a maioria dos membros estruturais de interesse pode ser facilmente encontrado em qualquer livro de ensino sobre o assunto, e a tarefa de montagem reduz-se a combiná-los de modo a acomodar as distribuições de parâmetros arbitrários e condições de contorno. Outra vantagem do método de elementos finitos, de particular importância em dois domínios de dimensões, tais como membranas e placas, é que os elementos finitos podem ser feitas para caber todo o contorno irregular, assim permite soluções em que todos os outros métodos falham. Talvez a característica mais importante do método de elementos finitos é que todo o processo presta-se a codificação do computador de rotina. Na verdade, muitos códigos de computadores capazes de acomodar uma grande variedade de estruturas estão disponíveis comercialmente (MEIROVITCH, 2001).

E esse sucesso está interligado com o desenvolvimento computacional. Este método está associado ao método de Rayleigh-Ritz pelo fato de aproximar um sistema distribuído a um sistema simples assumindo a solução diferencial por autovalores de uma série finita de funções.

O método de elementos finitos possui diferentes formas e tamanhos de acomodações de parâmetros como não uniformidades, ou irregularidades de fronteira em problemas de duas ou três dimensões.

O elemento finito é definido como cada subdivisão do sistema, onde a soma de todos os elementos definem o domínio do problema. Primeiramente o tipo e a distribuição e o comportamento da estrutura. Uma discretização efetiva e eficiente da estrutura requer uma

boa experiência. A configuração deve levar em conta descontinuidade da estrutura, condições de contorno e as forças aplicadas na estrutura.

A distribuição deve ser regulada para uma certeza maior no cálculo da resposta dinâmica, frequências e modos de vibrar do sistema. Em regiões que apresentem maior concentração de tensões, o cuidado deve ser maior efetuando uma distribuição ainda mais fina.

2.1.1 Formulação variacional

De acordo com Bathe (1996), um sistema é dito ser conservativo quando o trabalho das forças internas e das forças externas independe do caminho percorrido pela estrutura, quando da passagem de sua configuração final satisfaça a compatibilidade interna e as condições essenciais de contorno do sistema, a energia potencial total, pode ser expressa então da forma:

$$\Pi_p = U + \Omega \quad (2.1)$$

em que U é a energia de deformação, também chamada de energia potencial interna, e Ω a energia potencial das forças externas atuantes.

Para um sistema estrutural que foi discretizado em um número finito de elementos, a energia potencial total do sistema é a soma da energia potencial de cada elemento, ou seja:

$$\Pi_p = \sum_{e=1}^{n_e} \Pi_{pe} \quad (2.2)$$

sendo n_e o número de elementos finitos que compõe o sistema.

A energia potencial de cada elemento Π_{pe} é dada por:

$$\Pi_{pe} = U_e + \Omega_e \quad (2.3)$$

na qual U_e é a energia de deformação acumulada pelo elemento e Ω_e é a energia potencial das forças externas na configuração deformada do elemento.

Admitindo-se que o carregamento do sistema seja aplicado nos nós estruturais, a energia potencial das forças externas de cada elemento é dada por:

$$\Omega_e = - \underset{\sim}{f}_E^T \underset{\sim}{d} \quad (2.4)$$

em que $\underset{\sim}{f}_E$ é o vetor das forças nodais equivalentes do elemento e $\underset{\sim}{d}$ é o vetor das componentes dos deslocamentos genéricos para cada nó do elemento.

As equações que interligam as tensões e deformações, denominadas relações constitutivas, são formuladas com base na observação do comportamento e experimentação dos materiais submetidos às ações externas (BEER; JOHNSTON, 1995). Admitindo que o material tenha comportamento elástico linear, as relações constitutivas são dadas pela Lei de Hooke generalizada:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (2.7)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1-\nu)}{E} \tau_{xy} \quad (2.8)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{2(1-\nu)}{E} \tau_{xz} \quad (2.9)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{2(1-\nu)}{E} \tau_{yz} \quad (2.10)$$

na qual E é o módulo de elasticidade longitudinal do material, ν o coeficiente de Poisson, ε é a deformação linear específica, γ é a deformação tangencial ou cisalhante, os índices x , y , z representam a variação que ocorre na direção respectiva dos eixos cartesianos e os índices xy , xz e yz representam as variações dos ângulos nos planos xy , xz e yz respectivamente.

De acordo com Zienkiewicz (2000), a energia de deformação de cada elemento é definida por:

$$U_e = \int_{V_e} \mu_0 dV_e \quad (2.11)$$

sendo μ_0 a energia de deformação específica dada pela equação (2.12) e na forma matricial pela equação (2.13) e V_e o volume de cada elemento.

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \{ \varepsilon_x \sigma_x + \varepsilon_y \sigma_y + \varepsilon_z \sigma_z + \gamma_{xy} \tau_{xy} + \gamma_{xz} \tau_{xz} + \gamma_{yz} \tau_{yz} \} \quad (2.12)$$

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}^T \tilde{\sigma} \quad (2.13)$$

2.1.2 Princípio da Energia Potencial Estacionária

Segundo Bathe (1996), para o equilíbrio de um sistema estrutural, a função da energia potencial total Π_p deve ser estacionária, ou seja, a sua variação deve ser zero, como mostra a equação (2.14).

$$\delta \Pi_p = 0 \quad (2.14)$$

Em termos de funções ordinárias, existe uma condição em que a derivada de uma função em relação a uma variável independente é nula e a função em si tem um máximo, um

mínimo ou um valor constante. Se a condição de estacionaridade fornece um valor mínimo, então, de acordo com o Teorema de Lagrange, o estado de equilíbrio é estável.

Aplicando-se tal conceito para o funcional de cada elemento e admitindo-se que a energia de deformação seja obtida em termos de deslocamentos nodais com o auxílio de funções interpoladoras conhecidas, então o funcional Π_{pe} passa a ser uma função, tendo como variáveis independentes os deslocamentos d e a sua variação torna-se igual ao seu diferencial, ou seja, $\delta\Pi_{pe} = d\Pi_{pe}$. Desse modo, como o funcional está escrito em função das variáveis independentes, tem-se:

$$\delta\Pi_{pe} = \frac{\partial\Pi_{pe}}{\partial d_1} \delta d_1 + \frac{\partial\Pi_{pe}}{\partial d_2} \delta d_2 + \dots + \frac{\partial\Pi_{pe}}{\partial d_n} \delta d_n \quad (2.15)$$

mas temos que $\delta d_1 = dd_1$; $\delta d_2 = dd_2$; ... ; $\delta d_n = dd_n$ e $\delta\Pi_{pe} = d\Pi_{pe}$, então se obtém a relação:

$$d\Pi_{pe} = \frac{\partial\Pi_{pe}}{\partial d_1} dd_1 + \frac{\partial\Pi_{pe}}{\partial d_2} dd_2 + \dots + \frac{\partial\Pi_{pe}}{\partial d_n} dd_n \quad (2.16)$$

Como os deslocamentos são simultaneamente não nulos, pode-se aplicar o princípio da energia estacionária, resultando na equação (2.17).

$$\frac{\partial\Pi_{pe}}{\partial d_j} = 0 \quad \text{para } j=1,2,3,\dots,n \quad (2.17)$$

A distribuição deve ser regulada para uma certeza maior no cálculo da resposta dinâmica, frequências e modos de vibrar do sistema. Em regiões que apresentem maior concentração de tensões, o cuidado deve ser maior efetuando uma distribuição ainda mais fina.

2.1.3 Formulação do Método de Elementos Finitos

O primeiro passo na aplicação do método de elementos finitos é dividir a estrutura em um número adequado de elementos em função da precisão dos mesmos. Os deslocamentos dos pontos nodais dos elementos são, então, generalizados em função das coordenadas da estrutura. Desse modo os deslocamentos $\tilde{u}$ do elemento finito podem ser expressos em função dos deslocamentos nodais $\tilde{d}$, por meio da utilização de funções de interpolação apropriadas (BATHE, 1996). Essa relação é definida pela equação (2.18).

$$\tilde{u} = \phi \tilde{d} \quad (2.18)$$

na qual ϕ é a matriz que contém as funções de interpolação e relaciona os deslocamentos que ocorrem ao longo do eixo longitudinal com os deslocamentos nodais do elemento.

A energia de deformação de um elemento, de acordo com a definição da energia de deformação específica dada pela equação (2.13), pode ser escrita dessa forma:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \tilde{\varepsilon}^T \cdot \tilde{\sigma} dV_e \quad (2.19)$$

As relações constitutivas, dadas pelas equações (2.5) a (2.10), podem ser organizadas na forma matricial, sendo então, definidas por:

$$\tilde{\sigma} = E \tilde{\varepsilon} \quad (2.20)$$

na qual E é a matriz que contém os coeficientes elásticos do material estrutural, representada por:

$$\tilde{E} = \frac{E}{(1-\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Reorganizando as equações (2.4), (2.19) e (2.20) na equação (2.3), a energia de deformação total do elemento pode ser reescrita da forma:

$$\Pi_{pe} = \frac{1}{2} \int_{V_e} \tilde{\varepsilon}^T \cdot \tilde{E} \cdot \tilde{\varepsilon} dV_e - \tilde{f}_E^T \tilde{d} \quad (2.22)$$

A partir das relações diferenciais entre deformações e deslocamentos, através da definição de plano desviador, pode-se definir a equação:

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{L} \tilde{u} \quad (2.23)$$

na qual a matriz $\tilde{L}$ contém os operadores de derivação, dada pela equação (2.24).

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Substituindo a equação (2.18) na equação (2.23), obtém-se:

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{L} \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{d} \quad (2.25)$$

ou

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{B} \underset{\sim}{d} \quad (2.26)$$

em que:

$$\underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{L} \underset{\sim}{\phi} \quad (2.27)$$

Substituindo agora a equação (2.26) na equação (2.22) e sabendo que $\underset{\sim}{\varepsilon}^T = \underset{\sim}{d}^T \underset{\sim}{B}^T$,
obtem-se:

$$\Pi_{pe} = \frac{1}{2} \int_{V_e} \left(\underset{\sim}{d}^T \underset{\sim}{B}^T \underset{\sim}{E} \underset{\sim}{B} \underset{\sim}{d} \right) dV_e - \underset{\sim}{f}^T \underset{\sim}{d} \quad (2.28)$$

ou, simplesmente,

$$\Pi_{pe} = U_e \left(\underset{\sim}{d} \right) - \underset{\sim}{f}^T \underset{\sim}{d} \quad (2.29)$$

Aplicando-se, finalmente a equação (2.17) na equação (2.29), encontra-se:

$$\frac{\partial U_e \left(\underset{\sim}{d} \right)}{\partial \underset{\sim}{d}_j} - \underset{\sim}{f} = 0 \quad (2.30)$$

Cada uma das expressões do tipo (2.30) fornecerá uma equação algébrica, que organizada na forma matricial resultará em:

$$\underset{\sim}{k} \underset{\sim}{d} = - \underset{\sim}{f} \quad (2.31)$$

em que $\tilde{k}$ é a matriz de rigidez do elemento.

Para todo o sistema estrutural, a partir das contribuições de todos os elementos, pode-se utilizar o processo de expansão e acumulação, encontrando-se o sistema de equações fornecido pela relação:

$$\tilde{K} \tilde{D} = -\tilde{F}_E \quad (2.32)$$

Com a obtenção dos deslocamentos nodais do sistema, as funções deslocamento ficam determinadas, podendo-se então calcular o valor da deformação do elemento utilizando-se a equação (2.26) ou (2.27) e, com isso, calcula-se o valor da tensão do elemento, utilizando-se a equação (2.20), finalizando o processo de cálculo.

2.2 Matriz de Rigidez do Elemento

De acordo com Bathe (1996), A matriz de rigidez de um elemento finito pode ser obtida trabalhando-se algebricamente a equação (2.28). Sabendo que a integral do volume do elemento não depende dos deslocamentos nodais, esses passam a ser parâmetros independentes, podendo ser retirados da integral contida em (2.28), resultando em:

$$\Pi_{pe} = \frac{1}{2} \tilde{d}^T \int_{V_e} \left(\tilde{B}^T \tilde{E} \tilde{B} \right) dV_e \tilde{d} - \tilde{f}_E^T \tilde{d} \quad (2.33)$$

Na forma genérica, a equação (2.33) se torna:

$$\Pi_{pe} = \frac{1}{2} \tilde{d}^T \tilde{k} \tilde{d} - \tilde{f}_E^T \tilde{d} \quad (2.34)$$

na qual, $\tilde{k}$ é a matriz de rigidez do elemento, e é dada pela equação:

$$\tilde{k} = \int_{V_e} (\tilde{B}^T \tilde{E} \tilde{B}) dV_e \quad (2.35)$$

2.3 Matriz de Massa do Elemento

A matriz de massa do elemento pode ser obtida pela expressão global de energia cinética de um elemento (BATHE, 1996), dada dessa forma:

$$T = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \tilde{V}^2 dV_e \quad (2.36)$$

na qual ρ é a densidade e $\tilde{V}$ é o vetor de velocidade que pode ser relacionado com o vetor deslocamento $\tilde{u}$ da seguinte forma:

$$\tilde{V} = \dot{\tilde{u}} = \dot{\tilde{\phi}} \dot{\tilde{d}} \quad (2.37)$$

Reajustando a equação (2.36), ela pode ser reescrita como segue:

$$T = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \left(\dot{\tilde{\phi}} \dot{\tilde{d}} \right)^T \cdot \dot{\tilde{\phi}} \cdot \dot{\tilde{d}} dV_e \quad (2.38)$$

esta expressão pode ser reorganizada e resumi-se a:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\tilde{d}}^T m \dot{\tilde{d}} \quad (2.39)$$

na qual m é a matriz consistente de massa, pois é calculada utilizando as mesmas funções de forma da matriz de rigidez, resultando em:

$$m = \int_{\tau} \rho \phi^T \phi d\tau \quad (2.40)$$

Outra maneira de representar a matriz de massa é utilizando o conceito de massas concentradas, ou seja, adota-se que em cada nó esteja concentrada parte da massa do sistema, dessa maneira há maior facilidade na construção da matriz, pois a mesma resume-se à uma matriz diagonal. Ela conserva memória computacional e simplifica os algoritmos. Para alguns elementos a matriz de massa concentrada é tão evidente quanto à matriz de massa consistente (sistemas contínuos). Por exemplo, para o caso de sistema subdividido em três elementos finitos, teríamos quatro nós e, portanto a matriz de massa do elemento se tornaria:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

2.4 Modelagem de Elemento Finito da Barra de Treliça (MEIROVITCH, 2001)

Treliças representam estruturas constituídas de conjuntos de hastes de vibração axial, onde as extremidades das hastes são fixadas às articulações. Modelagem de elementos finitos de treliças envolve algumas características como, por exemplo, as hastes podem ter orientações arbitrárias em relação a um referencial dado e normalmente várias hastes são fixadas em um nó. Como resultado, o processo de montagem é sensivelmente mais complicado do que para os membros individuais.

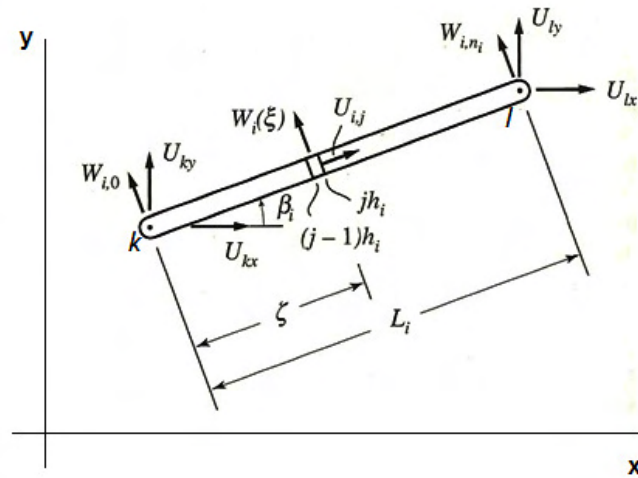


Figura 2.1 - Típico membro i de uma treliça fazendo um ângulo β_i em relação à direção x , Meirovitch (2001).

Considerando-se um membro típico de treliça i fazendo um ângulo β_i em relação à direção x e denotam os dois nós por k e l , e os deslocamentos correspondentes por U_{kx} e U_{ky} , e U_{lx} e U_{ly} , respectivamente, como mostrado na figura (2.1). Consideramos o membro da treliça como uma haste uniforme submetidos à vibração elástica na direção axial e o movimento de corpo rígido, no sentido transversal. O movimento de corpo rígido, não afeta a energia potencial máxima e conseqüentemente a matriz de rigidez.

Portanto, a modelagem da haste por meio de n_i elementos finitos através da equação (2.35) terá a matriz de rigidez global desmembrada para o elemento i da forma:

$$\tilde{k} = EA \int_0^{h_i} \begin{pmatrix} B^T & B \end{pmatrix} dx \quad (2.41)$$

E na forma matricial:

$$\tilde{K}_i = \frac{EA_i}{h_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

na qual EA_i é a rigidez axial, sendo A_i a área da seção transversal da barra i e h_i é o tamanho do elemento finito. Notamos que "desmembrado" é no sentido de que as matrizes de rigidez globais são para os membros individuais sozinhos e não para os membros como partes de uma treliça. Por outro lado, tanto a vibração elástica quanto o movimento de corpo rígido afetam a energia cinética, de modo que a distinção entre uma matriz de massa global M_{ei} devido à vibração axial elástica e uma matriz de massa global M_{rbi} devido ao movimento do corpo rígido transversal. E a matriz de massa global desmembrada para o membro i devido à vibração elástica é:

$$M_{\sim ei} = \frac{\rho h_i}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

em que ρ é a densidade de massa. O vetor nodal correspondente de deslocamentos axiais é $\vec{a}_i = [U_{i,0} \quad U_{i,1} \quad \dots \quad U_{i,n_i}]^T$. Mas os deslocamentos nodais nas articulações devem satisfazer as condições de contorno:

$$\begin{aligned} U_{i,0} &= U_{kx} \cos \beta_i + U_{ky} \sin \beta_i \\ U_{i,n_i} &= U_{lx} \cos \beta_i + U_{ly} \sin \beta_i \end{aligned} \quad (2.44)$$

de modo que o vetor nodal é

$$\vec{a}_i = [U_{kx} \cos \beta_i + U_{ky} \sin \beta_i \quad U_{i,1} \quad U_{i,2} \quad \dots \quad U_{i,n_i-1} \quad U_{lx} \cos \beta_i + U_{ly} \sin \beta_i]^T \quad (2.45)$$

Observamos pela equação (2.45), no entanto, que o vetor a_i tem $n_i + 1$ componentes e contém $n_i + 3$ incógnitas, de modo que é conveniente introduzir um vetor de $n_i + 1$ dimensões para deslocamentos independentes do seguinte modo:

$$\vec{a}_i = \begin{bmatrix} U_{kx} & U_{ky} & U_{i,1} & U_{i,2} & \dots & U_{i,n_i-1} & U_{lx} & U_{ly} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \vec{U}_{Jk}^T & \vec{U}_i^T & \vec{U}_{Jl}^T \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

em que $\vec{U}_i = [U_{i,1} \ U_{i,2} \ \dots \ U_{i,n_i-1}]^T$ é um vetor de deslocamentos nodais excluindo os deslocamentos dos nós e $\vec{U}_{Jk} = [U_{kx} \ U_{ky}]^T$ e $\vec{U}_{Jl} = [U_{lx} \ U_{ly}]^T$ são vetores de deslocamentos dos nós. A partir das equações (2.45) e (2.46), podemos concluir que o vetor $\vec{a}_i$ está relacionado com o vetor $\vec{a}_i$ por:

$$\vec{a}_i = \begin{bmatrix} c\beta_i & s\beta_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & c\beta_i & s\beta_i \end{bmatrix} \vec{a}_i = \vec{C}_i \vec{a}_i \quad (2.47)$$

na qual

$$\vec{C}_i = \begin{bmatrix} c\beta_i & s\beta_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & c\beta_i & s\beta_i \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

é uma matriz de transformação $(n_i + 1) \times (n_i + 3)$ desempenhando o papel de uma matriz de restrição, na qual $c\beta_i = \cos\beta_i$ e $s\beta_i = \sin\beta_i$. A transformação do vetor de restrição $\vec{a}_i$ ao vetor independente $\vec{a}_i$ exige uma transformação correspondente da matriz de rigidez global desmembrada $\vec{K}_i$ e da matriz de massa $\vec{M}_i$. Para esse efeito, podemos escrever a energia potencial máxima para o membro i sob a forma:

$$\Pi_{mas,i} = \frac{1}{2} \vec{a_i^T} . K_{\sim i} \vec{a_i} = \frac{1}{2} \vec{a_i^T} C_{\sim i}^T K_{\sim i} C_{\sim i} \vec{a_i} = \frac{1}{2} \vec{a_i^T} \overline{K}_{\sim i} \vec{a_i} \quad (2.49)$$

na qual, usando as equações (2.42) e (2.48) teremos:

$$\begin{aligned} \overline{K}_{\sim i} &= C_{\sim i}^T . K_{\sim i} . C_{\sim i} \\ &= \frac{EA_i}{h_i} \begin{bmatrix} c^2 \beta_i & s \beta_i c \beta_i & -c \beta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ s \beta_i c \beta_i & s^2 \beta_i & -s \beta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -c \beta_i & -s \beta_i & 2 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & -c \beta_i & -s \beta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -c \beta_i & c^2 \beta_i & s \beta_i c \beta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -s \beta_i & s \beta_i c \beta_i & s^2 \beta_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.50)$$

é o necessário uma matriz de rigidez global desmembrada $(n_i + 3) \times (n_i + 3)$ para o membro i . Da mesma forma, usamos a equação (2.47) e escrevemos a equação da energia cinética devido à vibração elástica.

$$T_{re,ei} = \frac{1}{2} \vec{a_i^T} . M_{\sim ei} \vec{a_i} = \frac{1}{2} \vec{a_i^T} . C_{\sim i}^T . M_{\sim ei} . C_{\sim i} \vec{a_i} = \frac{1}{2} \vec{a_i^T} \overline{M}_{\sim ei} \vec{a_i} \quad (2.51)$$

na qual, usando as equações (2.43) e (2.48) teremos a matriz:

$$\begin{aligned} \overline{M}_{\sim ei} &= C_{\sim i}^T . M_{\sim ei} . C_{\sim i} = \\ &= \frac{\rho_i h_i}{6} \begin{bmatrix} 2c^2 \beta_i & 2s \beta_i c \beta_i & c \beta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 2s \beta_i c \beta_i & 2s^2 \beta_i & s \beta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ c \beta_i & s \beta_i & 4 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 4 & c \beta_i & s \beta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & c \beta_i & 2c^2 \beta_i & 2s \beta_i c \beta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & s \beta_i & 2s \beta_i c \beta_i & 2s^2 \beta_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.52)$$

no qual $\overline{M}_{ei}$ é a matriz de massa global desmembrada $(n_i + 3) \times (n_i + 3)$ para o membro i devido às vibrações elásticas.

Em seguida, obtemos a matriz de massa global desmembrada devido ao movimento do corpo rígido transversal. Para esse efeito, podemos escrever a correspondente energia cinética. Denotando o deslocamento transversal nos pontos finais do membro i por um $W_{i,0}$ e W_{i,n_i} (Figura 2.1), o deslocamento transversal em uma distância ζ da extremidade esquerda é simplesmente:

$$W_i(\zeta) = W_{i,0} + \frac{W_{i,n_i} - W_{i,0}}{L_i} \cdot \zeta \quad (2.53)$$

em que L_i é o comprimento do membro i . Assim, a energia cinética devido ao movimento do corpo rígido fica:

$$\begin{aligned} T_{ref,rbi} &= \frac{1}{2} \int_0^{L_i} W_i^2(\zeta) dm_i = \frac{1}{2} m_i \int_0^{L_i} \left(W_{i,0} + \frac{W_{i,n_i} - W_{i,0}}{L_i} \zeta \right)^2 d\zeta \\ &= \frac{1}{2} m_i \left[W_{i,0}^2 \int_0^{L_i} \left(1 - \frac{\zeta}{L_i} \right)^2 d\zeta + 2W_{i,0} W_{i,n_i} \int_0^{L_i} \left(1 - \frac{\zeta}{L_i} \right) \frac{\zeta}{L_i} d\zeta + W_{i,n_i}^2 \int_0^{L_i} \left(\frac{\zeta}{L_i} \right)^2 d\zeta \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_i L_i}{3} (W_{i,0}^2 + W_{i,0} W_{i,n_i} + W_{i,n_i}^2) \end{aligned} \quad (2.54)$$

mas, a partir da figura 2.1, os deslocamentos transversais estão relacionadas com os deslocamentos dos nós pela relação:

$$\begin{aligned} W_{i,0} &= U_{ky} \cos \beta_i - U_{kx} \sin \beta_i \\ W_{i,n_i} &= U_{ly} \cos \beta_i - U_{lx} \sin \beta_i \end{aligned} \quad (2.55)$$

Dessa forma a energia cinética referente devido ao movimento do corpo rígido pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
T_{ref,rbi} &= \frac{1}{2} \frac{m_i L_i}{3} \left(\begin{aligned} &U_{kx}^2 \cdot s^2 \cdot \beta_i - 2U_{kx} \cdot U_{ky} \cdot s \cdot \beta_i \cdot c \cdot \beta_i + U_{ky}^2 \cdot c^2 \cdot \beta_i + U_{kx} \cdot U_{lx} \cdot s^2 \cdot \beta_i - \\ &- U_{kx} \cdot U_{ly} \cdot s \cdot \beta_i \cdot c \cdot \beta_i + U_{ky} \cdot U_{ly} \cdot c^2 \cdot \beta_i - U_{ky} \cdot U_{lx} \cdot s \cdot \beta_i \cdot c \cdot \beta_i + \\ &+ U_{lx}^2 \cdot s^2 \cdot \beta_i - 2U_{lx} \cdot U_{ly} \cdot s \cdot \beta_i \cdot c \cdot \beta_i + U_{ly}^2 \cdot c^2 \cdot \beta_i \end{aligned} \right) \quad (2.56) \\
&= \frac{1}{2} \vec{a}_i^T \overline{M}_{\sim rbi} \vec{a}_i
\end{aligned}$$

na qual, mais uma vez a notação de $c\beta_i = \cos\beta_i$ e $s\beta_i = \sin\beta_i$, tem sido utilizado e em que:

$$\overline{M}_{\sim rbi} = \frac{\rho_i L_i}{6} \begin{bmatrix} 2s^2\beta_i & -2s\beta_i c\beta_i & 0 & \dots & 0 & s^2\beta_i & -s\beta_i c\beta_i \\ -2s\beta_i c\beta_i & 2c^2\beta_i & 0 & \dots & 0 & -s\beta_i c\beta_i & c^2\beta_i \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ s^2\beta_i & -s\beta_i c\beta_i & 0 & \dots & 0 & 2s^2\beta_i & -2s\beta_i c\beta_i \\ -s\beta_i c\beta_i & c^2\beta_i & 0 & \dots & 0 & -2s\beta_i c\beta_i & 2c^2\beta_i \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

é a matriz de massa global desmembrada para o membro i , devido ao movimento de corpo rígido. Mas o total de energia cinética referente é a soma das contribuições de ambas as vibrações elásticas e do movimento do corpo rígido, de modo que

$$T_{ref,i} = T_{ref,ei} + T_{ref,rbi} = \frac{1}{2} \vec{a}_i^T \overline{M}_{\sim ei} \vec{a}_i + \frac{1}{2} \vec{a}_i^T \overline{M}_{\sim rbi} \vec{a}_i = \frac{1}{2} \vec{a}_i^T \overline{M}_{\sim i} \vec{a}_i \quad (2.58)$$

em que

$$\begin{aligned}
\overline{M}_{\sim i} &= \overline{M}_{\sim ei} + \overline{M}_{\sim rbi} = \\
\frac{\rho_i h_i}{6} &\begin{bmatrix} 2(c^2\beta_i + n_i s^2\beta_i) & 2(1-n_i)s\beta_i c\beta_i & c\beta_i & 0 & 0 & \dots & n_i s^2\beta_i & -n_i s\beta_i c\beta_i \\ 2(1-n_i)s\beta_i c\beta_i & 2(s^2\beta_i + n_i c^2\beta_i) & s\beta_i & 0 & 0 & \dots & -n_i s\beta_i c\beta_i & n_i c^2\beta_i \\ c\beta_i & s\beta_i & 4 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & \dots & c\beta_i & s\beta_i \\ n_i s^2\beta_i & -n_i s\beta_i c\beta_i & 0 & 0 & c\beta_i & \dots & 2(c^2\beta_i + n_i s^2\beta_i) & 2(1-n_i)s\beta_i c\beta_i \\ -n_i s\beta_i c\beta_i & n_i c^2\beta_i & 0 & 0 & s\beta_i & \dots & 2(1-n_i)s\beta_i c\beta_i & 2(s^2\beta_i + n_i c^2\beta_i) \end{bmatrix} \quad (2.59)
\end{aligned}$$

é a matriz de massa desmembrada para o membro i .

Seguindo Meirovitch (2001), neste momento, volta-se a atenção para o processo de montagem. Para este fim, escreve-se a energia potencial máxima do sistema, ou seja, o máximo de energia potencial para a treliça toda, como se segue:

$$\Pi_{\max} = \sum_{i=1}^N \Pi_{\max,i} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \vec{a}_i^T \vec{K}_i \vec{a}_i = \frac{1}{2} \vec{a}^T \vec{K} \vec{a} \quad (2.60)$$

na qual N é o número total de membros da treliça, $\vec{a}$ é o sistema de vetor deslocamento e $\vec{K}$ é a matriz de rigidez do sistema. Similarmente, o sistema referente à energia cinética fica:

$$T_{ref} = \sum_{i=1}^N T_{ref,i} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \vec{a}_i^T \vec{M}_i \vec{a}_i = \frac{1}{2} \vec{a}^T \vec{M} \vec{a} \quad (2.61)$$

em que $\vec{M}$ é a matriz de massa do sistema. Assim, o processo de montagem se reduz a geração das matrizes de massa e de rigidez do sistema correspondentes para o sistema de vetores de deslocamentos.

3 Capítulo

3.1 Metodologia dos Observadores de Estado

Atualmente, a utilização de sistemas de controle automático se encontra bastante difundida, desempenhando um papel vital no avanço da engenharia e da ciência. Com uma grande importância no desenvolvimento de veículos espaciais, sistemas de guiamento de mísseis, sistemas robóticos e similares, os sistemas de controle tornaram-se uma parte importante e integrante de processos industriais e de manufatura modernos.

Segundo Ogata (1998), os sistemas de controle constituem um componente integrante de toda a sociedade industrial e são necessários para a produção dos bens requeridos por uma população mundial em expansão. Por exemplo, o sistema de controle é essencial no comando numérico de máquinas-ferramentas das indústrias manufatureiras, no projeto de sistemas de pilotagem automática da indústria aeroespacial, e no projeto de automóveis e caminhões da indústria automobilística. É ainda essencial nas operações industriais como: controle de pressão, temperatura, umidade, viscosidade e vazão nas indústrias de processo.

E de acordo com a literatura (D'AZZO; HOUPIS, 1998; OGATA, 1988), foi de James Watt o primeiro trabalho significativo utilizando sistema de controle. Watt construiu no século XVIII, um controlador centrífugo para o controle de velocidade de uma máquina a vapor. Outros trabalhos importantes nos primeiros estágios de desenvolvimento da teoria do controle se devem a Minorsky, Hazen e Nyquist, dentre outros. Em 1922, Minorsky trabalhou em controladores automáticos para pilotar navios e mostrou como poderia determinar sua estabilidade a partir da representação do sistema através de equações diferenciais.

A teoria de controle desenvolvida até o final dos anos 50 era classificada como teoria de controle convencional ou clássica, e tratava somente de sistemas com única entrada e uma única saída. Esta teoria tornou-se insuficiente para lidar com sistemas de entradas e saídas múltiplas.

Portanto, a partir de 1960, com a disponibilidade dos computadores digitais, tornou-se possível a análise de sistemas complexos e de multivariáveis, começando o desenvolvimento da moderna teoria de controle baseada nas técnicas de análise e síntese através de variáveis de estado. Esta teoria foi desenvolvida com o objetivo de tratar com a complexidade crescente dos sistemas modernos e atender às rigorosas exigências quanto a peso, exatidão e custos de projetos relativos às aplicações militares, espaciais e industriais.

De acordo com Meirovitch (1990), controle moderno é essencialmente uma aproximação no domínio do tempo, baseada na descrição de espaço de estados do comportamento dos sistemas dinâmicos.

A teoria de controle moderno difere das teorias convencionais no sentido de que a primeira é aplicável a sistemas com entradas e saídas múltiplas, lineares ou não lineares, variantes ou invariantes no tempo, enquanto a última é aplicável apenas aos sistemas mono variável (uma única entrada e uma única saída), lineares e invariantes no tempo.

3.1.1 Sistema de Controle

De acordo com Schwarzenbach e Gill (1978), o alvo do estudo do comportamento de um sistema dinâmico é geralmente o de ganhar uma compreensão sobre o sistema, com a visão de controlá-lo, dando valores específicos de certas variáveis importantes para satisfazer uma especificação requerida.

Um sistema que mantém uma relação preestabelecida entre a grandeza de saída e a grandeza de referência, comparando-as e utilizando a diferença como meio de controle, é dito de sistema de controle de retroação ou sistema de controle a malha fechada.

No sistema de controle a malha fechada da figura 3.1 o sinal atuante de erro, que é a diferença entre o sinal de entrada e o sinal de retroação, excita o controlador/comparador de modo a reduzir o erro e trazer o valor do sinal de saída para o valor desejado. Segundo Ogata (1998), a expressão controle a malha fechada acarreta sempre o uso da retroação a fim de reduzir o erro do sistema.

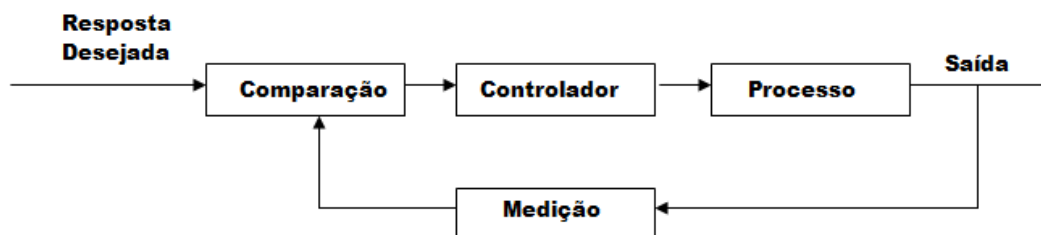


Figura 3.1 - Esquema de um controle a malha fechada, Zacarias(2008).

Alguns exemplos familiares deste tipo de sistema são os controles termostáticos de fornos domésticos e/ou industriais, controles de nível em cisternas de água e os reguladores de velocidade.

Os sistemas em que o sinal de saída não afeta a ação de controle são chamados de sistemas de controle a malha aberta. Neste tipo de sistema de controle não se mede o sinal de saída, nem tampouco, este sinal é enviado de volta para comparação com o sinal de entrada. Todos os sistemas em que as ações de controle são diretamente funções do tempo constituem um sistema a malha aberta. O controle de tráfego por meio de sinais operados com base no

tempo é um exemplo de controle a malha aberta. Outros exemplos familiares são os torradores termoestáticos e a máquina programável.

O sistema de controle a malha aberta, figura 3.2, não é muito satisfatório no sentido de controle, pois qualquer perturbação não esperada no sistema pode causar uma divergência na saída do valor desejado. Mas essa característica é essencial na detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos.



Figura 3.2 - Esquema de um controle a malha aberta, Zacarias(2008).

3.1.2 Conceito de Estado

O *estado* de um sistema é uma estrutura matemática constituída por um conjunto de n variáveis $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$ chamadas *variáveis de estado*, tal que os valores iniciais $x_i(t_0)$ deste conjunto e as excitações do sistema $u_i(t)$ sejam suficientes para descrever univocamente a resposta do sistema para todo tempo $t \geq t_0$.

Para sistemas de grande porte, com muitas entradas e saídas, a abordagem através de variáveis de estado pode ser nitidamente mais vantajosa que a dos métodos convencionais, que utilizam funções de transferência, principalmente com o uso dos computadores na obtenção das soluções. A abordagem através de variáveis de estado é aplicável tanto para sistemas lineares e invariantes no tempo, quanto para sistemas não lineares e variantes no tempo.

3.1.3 Observadores de Estado

Os observadores de estado foram inicialmente propostos e desenvolvidos por Luenberger (1964), que continuou no decorrer dos anos aperfeiçoando a metodologia (LUENBERGER, 1971). A teoria dos observadores de estado encontra-se dentro da teoria de *Controle Moderno* e tem sido estendida por vários campos de pesquisas para incluir sistemas variando no tempo, sistemas discretos e sistemas aleatórios.

Desde 1964 os observadores têm sido apresentados em numerosos projetos de sistemas de controle dos quais uma pequena porcentagem tem sido informada de forma explícita. A simplicidade de seu projeto e de sua resolução faz do observador um componente atrativo do projeto geral, principalmente pelo fato de reconstruir estados não medidos.

Devido à sua utilidade prática, os observadores oferecem uma fascinação teórica bastante interessante. Sua teoria está intimamente relacionada a conceitos fundamentais de controlabilidade, observabilidade e estabilidade, os quais se interagem mutuamente.

De acordo com Luenberger (1966), o projeto de um sistema que produz uma aproximação para o vetor de estado é chamado de *observador* ou *observador de Luenberger*.

O observador é um sistema dinâmico cujas características são determinadas pelo projetista, tendo como entradas, entradas e saídas do sistema real disponíveis, cujo estado aproximado tem um vetor de estado que é linearmente relacionado com a aproximação desejada.

Segundo Luenberger (1964), quase todo sistema é um observador. Diante disto, considera-se inicialmente, por exemplo, o problema de observar um sistema livre, isto é, um sistema S_1 sem nenhuma entrada, conforme mostra a figura (3.3). Caso as saídas do sistema S_1 sejam usadas como entradas para monitorar outro sistema, S_2 , este segundo sistema irá quase sempre servir como um observador do primeiro através de uma transformação linear que relaciona o estado do observador com o estado do sistema original.

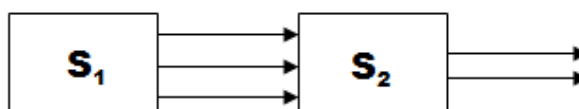


Figura 3.3 - Um observador simples, Marano(2002).

Este resultado forma a base da teoria do observador e explica porque existe muita liberdade no projeto de um observador.

3.1.4 Método dos Observadores de Estado

A maior parte dos projetos de sistemas de controle está baseada na suposição de que o vetor de estado completo está disponível por medição direta, mas nem sempre as variáveis de estado estão disponíveis, necessitando assim, estimar as variáveis que não são disponíveis por medição direta. Se caso o sistema for linear, seu vetor de estado pode ser aproximadamente reconstruído, construindo um observador, onde este observador é um sistema linear governado por saídas disponíveis e entradas do sistema original.

Em vários sistemas de controle, é fisicamente e economicamente inviável a instalação de todos os sensores que serão necessários para medir todas as variáveis de estado. Contudo, o projeto de sistemas de controle usando os observadores de estado pode reconstruir os estados não medidos ou os valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema, no entanto, a condição necessária pra esta reconstrução é que todos os estados sejam observáveis (LUENBERGER, 1964; D'AZZO; HOUPIS, 1988).

3.1.5 Controlabilidade e Observabilidade

Um importante objetivo da teoria de controle moderno, de acordo com D'azzo e Houpis (1988), é o projeto de sistemas que apresentam um desempenho ótimo. A obtenção de sistemas de controle linear com desempenho ótimo está subordinada às propriedades de *controlabilidade* e *observabilidade* do sistema. Adicionalmente, estas propriedades estabelecem as condições de equivalência completa entre as representações por meio de funções de transferência e de variáveis de estado.

Um sistema é dito completamente controlável se, qualquer que seja o instante inicial t_0 , seja possível transferir todo estado inicial $\{x(t_0)\}$ para qualquer estado final $\{x(t)\}$ em um tempo finito $t_f > t_0$ por intermédio de um vetor de excitação $\{u(t)\}$ não sujeito a restrição (D'AZZO; HOUPIS, 1988).

Isso requer que:

$$\text{Posto } [M_c] = \text{Posto } \begin{bmatrix} [B] & [A][B] & \dots & [A]^{n-1}[B] \end{bmatrix} = n \quad (3.1)$$

Na qual $[M_c]$ é a matriz de controlabilidade, $[A]$ é a matriz dinâmica do sistema, $[B]$ é a matriz de entradas (matriz de distribuição) e n é a ordem do sistema.

Um sistema é dito completamente observável se todo estado inicial $\{x(t_0)\}$ pode ser determinado exatamente a partir de medidas da resposta $\{y(t)\}$ durante um intervalo de tempo finito $t_0 \leq t \leq t_f$ (D'AZZO; HOUPIS, 1988).

Sendo assim, o sistema é completamente observável se a matriz de observabilidade $[M_o]$ apresenta a seguinte propriedade:

$$\text{Posto } [M_o] = \text{Posto } \begin{bmatrix} [C_{me}]^T [A]^T [C_{me}]^T [A^T]^2 [C_{me}]^T & \dots & [A^T]^{n-1} [C_{me}]^T \end{bmatrix} = n \quad (3.2)$$

Na qual $[M_o]$ a matriz de observabilidade e $[C_{me}]$ é a matriz de medidas.

Os conceitos de controlabilidade e observabilidade podem ser ilustrados de acordo com a figura 3.4.

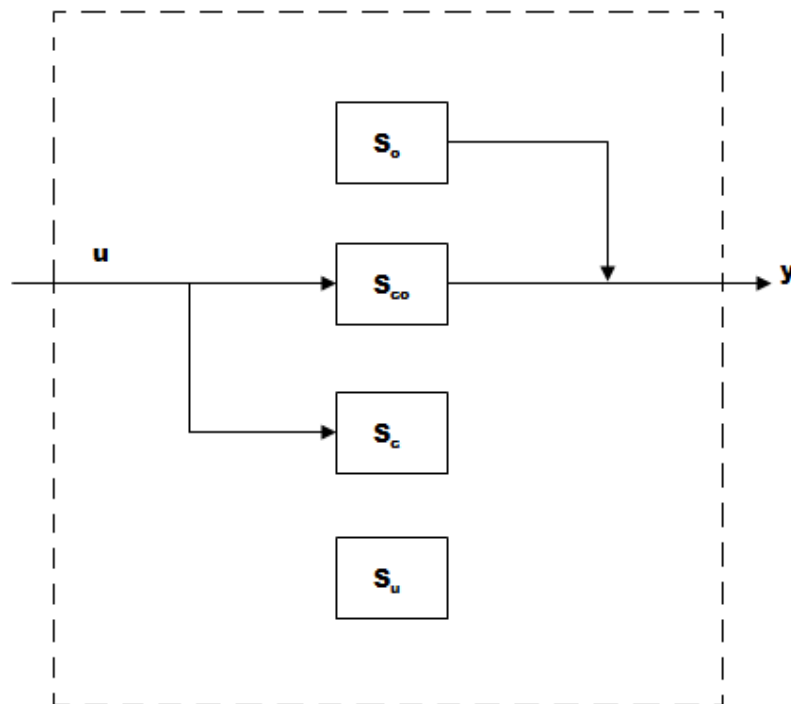


Figura 3.4 – Quatro divisões possíveis de um sistema, Marano(2002).

na qual:

- S_{co} : subsistema completamente controlável e completamente observável;
- S_o : subsistema completamente observável e não-controlável;
- S_c : subsistema completamente controlável e não-observável;
- S_u : subsistema não-controlável e não-observável.

3.1.6 Estrutura Geral dos Observadores de Estado para Sistemas com Variações de Parâmetros

A partir de Luenberger (1964), o observador de estado foi incorporado no controle de um sistema que não tinha seu vetor de estado completo disponível por medição direta, ou seja, o observador de estado seria o responsável em abastecer o vetor de estado do sistema controlado.

Sendo assim, para um sistema linear e invariante no tempo, considera-se a seguinte representação da variável de estado do sistema para a descrição do observador de estado:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A] \{x(t)\} + [B] \{u(t)\} \quad (3.3)$$

e

$$\{y(t)\} = [C_{me}] \{x(t)\} + [D] \{u(t)\} \quad (3.4)$$

na qual $\{x(t)\} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ é o vetor de estado, $\{u(t)\} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ é o vetor de entrada (vetor de excitação), $\{y(t)\} \in \mathbb{R}^{k \times 1}$ é o vetor de saída, $[A] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz dinâmica do sistema, $[B] \in \mathbb{R}^{n \times p}$ é a matriz de distribuição, $[C_{me}] \in \mathbb{R}^{k \times n}$ a matriz de medidas e $[D] \in \mathbb{R}^{k \times p}$ é uma matriz constante, sendo n a ordem do sistema, p o número de entradas $\{u(t)\}$, e k o número de saídas $\{y(t)\}$.

Uma das vantagens desse tipo de representação é que o vetor de estado $\{x(t)\}$ contém informações suficientes para resumir completamente o comportamento passado do sistema, e o comportamento futuro é governado por uma simples equação diferencial de 1ª ordem.

De acordo com Meirovitch (1990), um observador de estado para o sistema da equação (3.3) é dado da seguinte forma:

$$\{\dot{\hat{x}}(t)\} = [A] \{\hat{x}(t)\} + [B] \{u(t)\} + [L] (\{y(t)\} - \{\hat{y}(t)\}) \quad (3.5)$$

e

$$\{\hat{y}(t)\} = [C_{me}] \{\hat{x}(t)\} \quad (3.6)$$

na qual $[L]$ é a matriz do observador de estado, e de acordo com Wang, Kuo e Hsu (1987), a matriz $[C_{me}]$ é assumida ser do posto completo, ou seja, o posto dela deve ser igual à ordem do sistema.

Trabalhando com sistemas onde são observadas variações dos parâmetros, têm-se:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A + \Delta A] \{\hat{x}(t)\} + [B] \{u(t)\} \quad (3.7)$$

e

$$\{y(t)\} = [C_{me}] \{\hat{x}(t)\} + [D] \{u(t)\} \quad (3.8)$$

na qual $[A + \Delta A]$ é a matriz dinâmica do sistema com variações de parâmetros.

Logo, um observador de estado para o sistema da equação (3.7) é dado por:

$$\dot{\hat{x}(t)} = [A + \Delta A] \hat{x}(t) + [B]u(t) + [L] \left(y(t) - \hat{y}(t) \right) \quad (3.9)$$

e

$$\hat{y}(t) = [C_{me}] \hat{x}(t) \quad (3.10)$$

na qual, $\hat{x}(t)$ é o vetor de estado estimado pelo observador e $\hat{y}(t)$ denota o vetor de saída do observador de estado.

3.2 Projeto dos Observadores de Estado

Em um sistema mecânico, quando um determinado componente começa a falhar, um observador de estado montando para este sistema é capaz de sentir a influência desta falha de forma bastante rápida, pois o observador é bastante sensível a qualquer irregularidade que começar a surgir no sistema. O observador de estado é um conjunto de equações diferenciais ordinárias que apresenta a mesma resposta do sistema real, partindo do princípio de que este esteja funcionando de maneira adequada.

A idéia é utilizar este efeito sentido pelo observador de estado pra detectar e localizar uma possível falha em um sistema mecânico com variações de parâmetros.

A partir desta idéia, o projeto dos observadores de estado é dividido em duas partes:

- Montagem do observador global;
- Montagem dos observadores robustos aos possíveis parâmetros sujeitos a falhas.

Na primeira etapa, na montagem do observador global utiliza-se a mesma matriz dinâmica do sistema mecânico em questão. Sendo assim, quando o sistema está funcionando adequadamente sem indícios de falhas, o observador global responderá exatamente como o sistema real. Caso contrário, a resposta do observador não será igual, podendo assim detectar uma possível falha ou irregularidade no sistema.

De acordo com Clark (1978) e Melo (1998), este observador também pode ser utilizado para a verificação de possíveis falhas em sensores, após haver descartado a existência de falhas nos parâmetros físicos do sistema através dos observadores robustos.

Na segunda etapa, antes da montagem dos observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, é retirada de cada observador robusto aos parâmetros sujeito à falha uma variação percentual de perda deste parâmetro. Desta forma, a resposta do observador robusto que se aproximar da resposta do sistema com indício de falhas será o observador responsável pela localização desta possível falha do sistema.

Existe ainda a possibilidade de um ou mais parâmetros falharem ao mesmo tempo. Neste caso, a solução de acordo com Melo (1998) seria de projetar observadores de estado robustos a todos os parâmetros sujeitos a falhas.

Na figura (3.5), apresenta-se o esquema montado para a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos com variações de parâmetros utilizando a técnica dos observadores de estado. Este sistema de observação é composto por um sistema real, por um vetor força de excitação $\{u(t)\}$, por um vetor resposta do sistema $\{y(t)\}$, por um banco de observadores, por uma unidade de precisão lógica, plotagem dos gráficos e resultados.

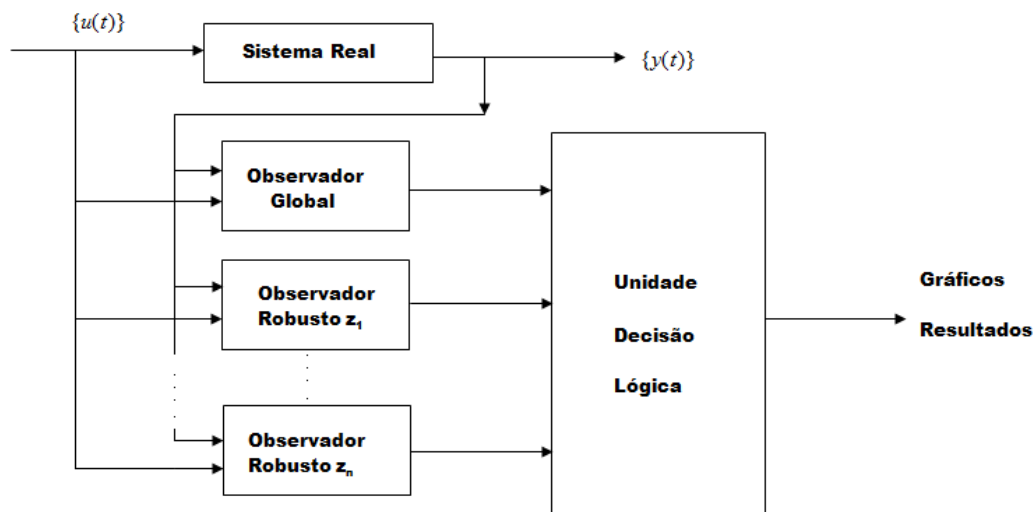


Figura 3.5 – Sistema de observação, Marano(2002).

Pode-se notar neste esquema que o banco de observadores é composto pelo observador global e pelos observadores robustos aos possíveis parâmetros sujeitos a falhas $z_1, \dots, z_n$, e que tanto o observador global quanto os observadores robustos recebem os valores da excitação e da resposta do sistema real.

Neste mesmo esquema tem-se a unidade de decisão lógica que coleta e analisa a diferença entre a resposta do sistema real e dos observadores de estado montados, a fim de detectar e localizar falhas ou irregularidades no sistema.

4 Capítulo

4.1 Modelo Analítico De Uma Viga Trincada (MUSCOLINO, 2003)

Sabe-se que, em sistemas mecânicos, a ocorrência de trincas em alguns componentes pode levar a paradas não planejadas ocasionando danos financeiros ou até situações perigosas. Mediante a esta situação é necessário identificar a ocorrência de trincas e analisar o comprometimento da estrutura em estudo. A posição da trinca e o seu tamanho, podem ser detectados por alterações na frequência natural e nos modos de vibrar, pois quando uma viga é submetida a situações dinâmicas a trinca abre e fecha alternadamente dependendo da direção da vibração causando variações dos parâmetros físicos do sistema tais como a rigidez.

A presença de uma trinca na viga, de acordo com o princípio de Saint Venant, causa uma perturbação na distribuição das tensões na vizinhança da trinca. Esta perturbação é especialmente relevante quando a trinca é aberta e determina uma redução local de rigidez. De acordo com Muscolino (2003) as propriedades estruturais da matriz de rigidez são mais afetadas pela abertura da trinca. Elementos da viga não danificada foram modelados por Euler usando elementos finitos com dois nós e dois graus de liberdade (deslocamento

transversal e rotação) por nó. O elemento trincado poderá ser modelado como elemento sem trinca se a mesma for fechada.

4.1.1 Matriz de Rigidez (MUSCOLINO, 2003)

A energia de deformação de um elemento sem trinca, considerando a ação da força cortante, pode ser escrita como:

$$W^{(o)} = \frac{1}{2EI} \int_0^{h_i} (M + Pz)^2 dz = \frac{1}{2EI} \left(M^2 h_i + \frac{P^2 h_i^3}{3} + MP h_i^2 \right) \quad (4.1)$$

No qual E é o modulo de Young, I o momento de inércia, h_i o comprimento do elemento finito. P e M são as ações da força cortante e do momento fletor, respectivamente, sintetizando a presença dos elementos situados à direita do elemento, quando o comportamento dos elementos situados a esquerda do elemento são considerados de confinamento. O cálculo da energia adicional da tensão de uma trinca é estudado em mecânica da fratura e os coeficientes de flexibilidade são expressos por um fator de intensidade da tensão na escala da linha elástica usando o Teorema de Castigliano. A energia adicional, no exemplo de uma viga de altura h e de largura b , devido à trinca pode ser escrita como:

$$W^{(I)} = b \int_0^a \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E'} + \frac{(1+\nu)K_{III}^2}{E} da \quad (4.2)$$

na qual $E' = E$ para plano de tensão, $E' = \frac{E}{(1+\nu)}$ Para o plano de deformação, a é a profundidade da trinca e ν é o coeficiente de Poisson. Fazendo uma análise do elemento flexionado a equação (4.2) conduz a:

$$W^{(1)} = b \int_0^a \frac{(K_{IM} + K_{IP})^2 + K_{IIP}^2}{E'} da \quad (4.3)$$

na qual:

$$\begin{aligned} K_{IM} &= \frac{6M}{bh^2} \sqrt{\pi a} F_I(s) \\ K_{IP} &= \frac{3PL}{bh^2} \sqrt{\pi a} F_I(s) \\ K_{IIP} &= \frac{P}{bh} \sqrt{\pi a} F_{II}(s) \end{aligned} \quad (4.4)$$

São os fatores da intensidade da tensão para as trincas do tipo abertura e escorregamento devido a M e P , respectivamente, e

$$\begin{aligned} F_I(s) &= \sqrt{\frac{2}{\pi s} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi s}{2}\right)} \frac{0.923 + 0.199 \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi s}{2}\right)\right]^4}{\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)} \\ F_{II}(s) &= (3s - 2s^2) \frac{1.122 - 0.561s + 0.085s^2 + 0.18s^3}{\sqrt{1-s}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Sendo s a relação entre a profundidade da trinca e a altura do elemento ($s=a/h$). Os elementos da matriz de “compliance” (ou flexibilidade) $c_e^{(o)}$ do elemento não trincado podem ser obtidos por:

$$c_{ij}^{(o)} = \frac{\partial^2 W^{(o)}}{\partial P_i \partial P_j}; \Rightarrow i, j = 1, 2 \Rightarrow P_1 = P, P_2 = M \quad (4.6)$$

E os elementos da matriz adicional de flexibilidade $c_e^{(1)}$ são:

$$c_{ij}^{(1)} = \frac{\partial^2 W^{(1)}}{\partial P_i \partial P_j}; \Rightarrow i, j = 1, 2 \Rightarrow P_1 = P, P_2 = M \quad (4.7)$$

Finalizando a matriz flexibilidade para o elemento com a trinca aberta fica:

$$c_e = c_e^{(o)} + c_e^{(i)} \quad (4.8)$$

Das condições de equilíbrio tem-se:

$$(P_i \quad M_i \quad P_{i+1} \quad M_{i+1})^T = T(P_{i+1} \quad M_{i+1})^T \quad (4.9)$$

com:

$$T = \begin{bmatrix} -1 & -l & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (4.10)$$

Pelo princípio do trabalho virtual as matrizes do elemento sem trinca e do elemento trincado podem ser respectivamente determinadas por:

$$\begin{aligned} k_u &= T c_e^{(0)-1} T^T \\ k_c &= T c_e^{-1} T^T \end{aligned} \quad (4.11)$$

A matriz rigidez do elemento sem trinca com seção transversal retangular vem da teoria de Euler Bernoulli com função hermitiana fica:

$$k_u = \begin{bmatrix} \frac{Ebh^3}{l^3} & \frac{Ebh^3}{2l^2} & -\frac{Ebh^3}{l^3} & \frac{Ebh^3}{2l^2} \\ & \frac{Ebh^3}{3l} & -\frac{Ebh^3}{2l^2} & \frac{6l}{Ebh^3} \\ & & \frac{Ebh^3}{l^3} & -\frac{2l^2}{Ebh^3} \\ sim & & & \frac{Ebh^3}{3l} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

A expressão da matriz do elemento trincado é uma função explicita de todos os outros parâmetros aqui envolvidos. Entretanto note que a matriz pode ser escrita por:

$$k_c = \alpha_1 \begin{bmatrix} k_{11}\alpha_2 & k_{12}\alpha_2 & k_{13}\alpha_2 & k_{14}\alpha_2 \\ & k_{22}\alpha_3 & k_{23}\alpha_2 & k_{24}\alpha_4 \\ & & k_{33}\alpha_2 & k_{34}\alpha_2 \\ sim & & & k_{44}\alpha_3 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Considerando que a trinca possa atingir uma profundidade de até 40% da altura ($a=0.4h$), os coeficientes α_1 , α_2 , α_3 e α_4 são obtidos das curvas abaixo para diversos valores de profundidade da trinca:

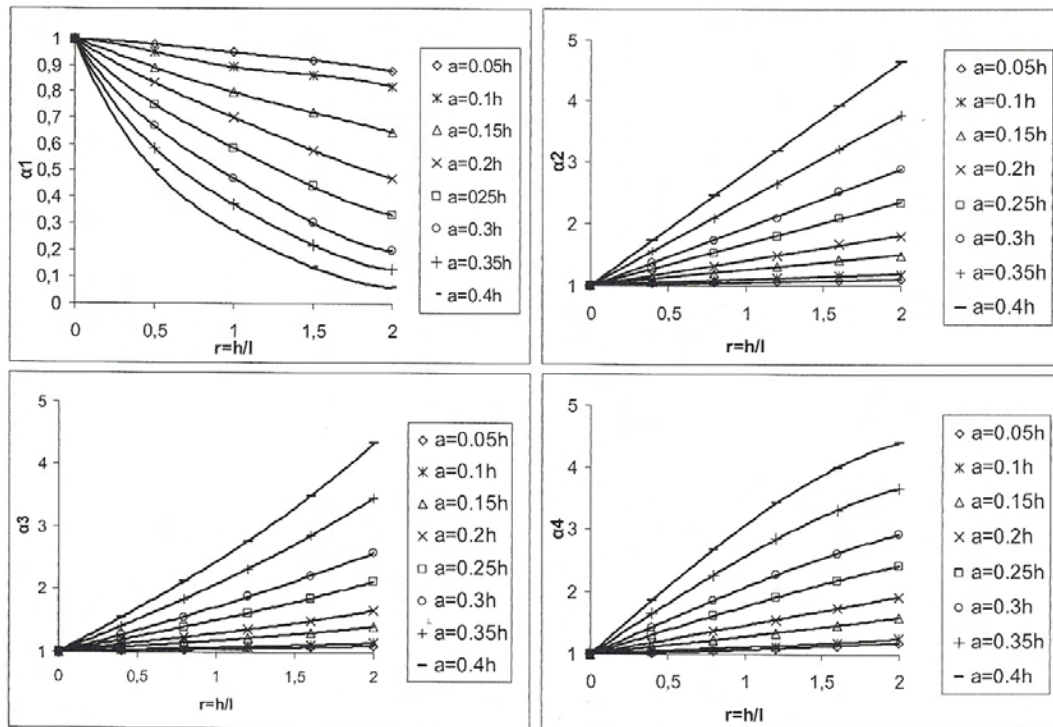


Figura 4.1 – Coeficiente de avaliação da matriz de rigidez modelado para a condição de trinca aberta, Muscolino (2003).

Das curvas acima obtém as equações para os coeficientes α_1 , α_2 , α_3 e α_4 que são descritas na tabela (4.1).

Tabela 4.1 - Equações das curvas dos coeficientes α para as profundidades em estudo.

α_1	
$\alpha = 0.05h$	$\alpha = -0,0133r^4 + 0,0533r^3 - 0,0767r^2 - 0,0133r + 1$
$\alpha = 0.10h$	$\alpha = -0,0493r^4 + 0,1907r^3 - 0,2117r^2 - 0,0357r + 1$
$\alpha = 0.15h$	$\alpha = -0,0133r^4 + 0,0447r^3 - 0,0157r^2 - 0,2187r + 1$
$\alpha = 0.20h$	$\alpha = 0,0227r^4 - 0,1013r^3 + 0,1803r^2 - 0,4017r + 1$
$\alpha = 0.25h$	$\alpha = 0,057r^4 - 0,2583r^3 + 0,4577r^2 - 0,6714r + 1$
$\alpha = 0.30h$	$\alpha = 0,0913r^4 - 0,4153r^3 + 0,7352r^2 - 0,9412r + 1$
$\alpha = 0.35h$	$\alpha = 0,0972r^4 - 0,4843r^3 + 0,9653r^2 - 1,2067r + 1$
$\alpha = 0.40h$	$\alpha = 0,1031r^4 - 0,5532r^3 + 1,1954r^2 - 1,4723r + 1$
α_2	
$\alpha = 0.05h$	$\alpha = 0,0306r + 1$
$\alpha = 0.10h$	$\alpha = 0,0857r + 1$
$\alpha = 0.15h$	$\alpha = 0,2421r + 1$
$\alpha = 0.20h$	$\alpha = 0,3985r + 1$
$\alpha = 0.25h$	$\alpha = 0,6712r + 1$
$\alpha = 0.30h$	$\alpha = 0,9439r + 1$
$\alpha = 0.35h$	$\alpha = 1,381r + 1$
$\alpha = 0.40h$	$\alpha = 1,8181r + 1$
α_3	
$\alpha = 0.05h$	$\alpha = -3^{-14}r^2 + 0,05r + 1$
$\alpha = 0.10h$	$\alpha = 1^{14}r^3 - 3^{-14}r^2 + 0,075r + 1$
$\alpha = 0.15h$	$\alpha = 0,0182r^3 - 0,0364r^2 + 0,2045r + 1$
$\alpha = 0.20h$	$\alpha = 0,0363r^3 - 0,0729r^2 + 0,334r + 1$
$\alpha = 0.25h$	$\alpha = 0,0184r^3 + 0,0001r^2 + 0,4867r + 1$
$\alpha = 0.30h$	$\alpha = 0,0004r^3 + 0,0731r^2 + 0,6394r + 1$
$\alpha = 0.35h$	$\alpha = 0,0385r^3 + 0,0392r^2 + 0,9938r + 1$
$\alpha = 0.40h$	$\alpha = 0,0765r^3 + 0,0053r^2 + 1,3482r + 1$
α_4	
$\alpha = 0.05h$	$\alpha = -0,0043r^3 + 0,0342r^2 + 0,0388r + 1$
$\alpha = 0.10h$	$\alpha = 0,0141r^3 - 0,0306r^2 + 0,1257r + 1$
$\alpha = 0.15h$	$\alpha = 0,0141r^3 - 0,0306r^2 + 0,1257r + 1$

$\alpha = 0.20h$	$\alpha = 0,0141r^3 - 0,0306r^2 + 0,1257r + 1$
$\alpha = 0.25h$	$\alpha = 0,0141r^3 - 0,0306r^2 + 0,1257r + 1$
$\alpha = 0.30h$	$\alpha = 0,0141r^3 - 0,0306r^2 + 0,1257r + 1$
$\alpha = 0.35h$	$\alpha = 0,0141r^3 - 0,0306r^2 + 0,1257r + 1$
$\alpha = 0.40h$	$\alpha = 0,0141r^3 - 0,0306r^2 + 0,1257r + 1$

Sendo r a razão entre a altura e o comprimento do elemento trincado ($r=h/l$).

4.1.2 Equação do Movimento (MUSCOLINO, 2003)

A resposta dinâmica da viga nos intervalos de tempo em que a trinca está fechada pode ser considerada, para simplificar, como a de uma viga sem trinca, porque as interfaces de trinca interagem completamente entre si. Debaixo da ação da força de excitação, a abertura e o fechamento da trinca alternarão em função do tempo.

A equação do movimento da viga trincada discretizada para N_e elementos finitos e submetida a um vetor de excitação externo $f(t)$ pode ser escrita por:

$$\begin{aligned}
 M \ddot{u}(t) + C \dot{u}(t) + (K_u - \gamma \Delta K) u(t) &= f(t) \\
 u(0) &= u^0 \\
 \dot{u}(0) &= \dot{u}^0
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

na qual:

M : Matriz de Massa

C : Matriz de Amortecimento

$(K_u - \gamma \Delta K)$: Matriz de Rigidez

$\Delta K = K_u - K_c$

$$\gamma = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{Quando a trinca está aberta} \\ 0 \rightarrow \text{Quando a trinca está fechada} \end{cases}$$

Considerou-se $\gamma = 1$, pois durante o período em que a trinca permanece fechada ($\gamma = 0$) a matriz rigidez é composta apenas pela parcela em que não se considera a trinca, portanto neste momento não há existência de falha.

Para uma viga em três dimensões, como na figura (4.2), encontram-se doze graus de liberdade, seis graus de liberdade em cada não da viga, sendo três de deslocamento e três de rotação.

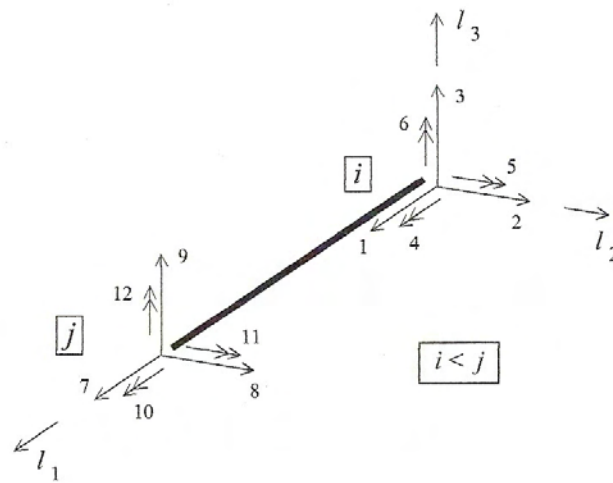


Figura 4.2 – Viga 3D: Doze graus de liberdade da barra ij no referencial local, (AZEVEDO, 2003).

Assim para a viga tridimensional, juntamente com a equação (4.13) obtm-se a expressão da matriz do elemento trincado, ficando dessa forma:

$$k_c = \alpha_1 \begin{bmatrix} k_{11}\alpha_2 & k_{12}\alpha_2 & k_{13}\alpha_2 & k_{14}\alpha_2 & k_{15}\alpha_2 & k_{16}\alpha_2 & k_{17}\alpha_2 & k_{18}\alpha_2 & k_{19}\alpha_2 & k_{110}\alpha_2 & k_{111}\alpha_2 & k_{112}\alpha_2 \\ & k_{22}\alpha_3 & k_{23}\alpha_2 & k_{24}\alpha_4 & k_{25}\alpha_2 & k_{26}\alpha_3 & k_{27}\alpha_2 & k_{28}\alpha_4 & k_{29}\alpha_2 & k_{210}\alpha_3 & k_{211}\alpha_2 & k_{212}\alpha_4 \\ & & k_{33}\alpha_2 & k_{34}\alpha_2 & k_{35}\alpha_2 & k_{36}\alpha_2 & k_{37}\alpha_2 & k_{38}\alpha_2 & k_{39}\alpha_2 & k_{310}\alpha_2 & k_{311}\alpha_2 & k_{312}\alpha_2 \\ & & & k_{44}\alpha_3 & k_{45}\alpha_2 & k_{46}\alpha_4 & k_{47}\alpha_2 & k_{48}\alpha_3 & k_{49}\alpha_2 & k_{410}\alpha_4 & k_{411}\alpha_2 & k_{412}\alpha_3 \\ & & & & k_{55}\alpha_2 & k_{56}\alpha_2 & k_{57}\alpha_2 & k_{58}\alpha_2 & k_{59}\alpha_2 & k_{510}\alpha_2 & k_{511}\alpha_2 & k_{512}\alpha_2 \\ & & & & & k_{66}\alpha_3 & k_{67}\alpha_2 & k_{68}\alpha_4 & k_{69}\alpha_2 & k_{610}\alpha_3 & k_{611}\alpha_2 & k_{612}\alpha_4 \\ & & & & & & k_{77}\alpha_2 & k_{78}\alpha_2 & k_{79}\alpha_2 & k_{710}\alpha_2 & k_{711}\alpha_2 & k_{712}\alpha_2 \\ & & & & & & & k_{88}\alpha_3 & k_{89}\alpha_2 & k_{810}\alpha_4 & k_{811}\alpha_2 & k_{812}\alpha_3 \\ & & & & & & & & k_{99}\alpha_2 & k_{910}\alpha_2 & k_{911}\alpha_2 & k_{912}\alpha_2 \\ & & & & & & & & & k_{1010}\alpha_3 & k_{1011}\alpha_2 & k_{1012}\alpha_4 \\ & & & & & & & & & & k_{1111}\alpha_2 & k_{1121}\alpha_2 \\ & & & & & & & & & & & k_{1212}\alpha_3 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

sim

4.2 Modelo de Uma Trinca em Barra de Treliças

Analogamente ao modelo analítico de uma viga trincada, foi feito para treliças. Utilizando uma barra da treliça e analisando separadamente cada membro, de acordo com a figura (4.3), na qual cada membro possui 6 graus de liberdade.

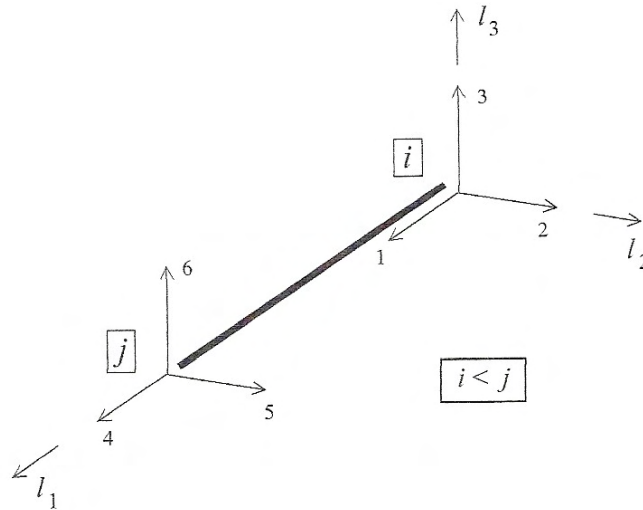


Figura 4.3 – Treliça 3D: Seis graus de liberdade da barra ij no referencial local, (AZEVEDO, 2003).

Assim, a expressão da matriz do elemento trincado de acordo com a equação (4.13), se torna:

$$k_c = \alpha_1 \begin{bmatrix} k_{11}\alpha_2 & k_{12}\alpha_2 & k_{13}\alpha_2 & k_{14}\alpha_2 & k_{15}\alpha_2 & k_{16}\alpha_2 \\ & k_{22}\alpha_3 & k_{23}\alpha_2 & k_{24}\alpha_4 & k_{25}\alpha_2 & k_{26}\alpha_3 \\ & & k_{33}\alpha_2 & k_{34}\alpha_2 & k_{35}\alpha_2 & k_{36}\alpha_2 \\ & & & k_{44}\alpha_3 & k_{45}\alpha_2 & k_{46}\alpha_4 \\ & & & & k_{55}\alpha_2 & k_{56}\alpha_2 \\ \text{sim} & & & & & k_{66}\alpha_3 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

5 Capítulo

5.1 Metodologia Desenvolvida

O trabalho foi inicialmente dividido em quatro etapas, sendo a primeira um levantamento bibliográfico inicial, estudando as teorias básicas envolvidas em detecção de falhas através de observadores de estado, a segunda um estudo aprofundado de rotinas computacionais, a terceira a implementação das mesmas e a quarta uma comprovação experimental de um ou mais casos.

No levantamento bibliográfico, realizou-se uma pesquisa sobre a metodologia dos observadores de estado aplicado na detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos e um levantamento sobre artigos publicados com apresentação de matrizes de massa e de rigidez de treliças e com utilização de modelos de trincas, destacando artigos publicados por Muscolino em 2003.

Foram desenvolvidas metodologias utilizando a técnica dos observadores de estado, para a detecção de falhas através das variações de parâmetros de área e para a detecção das trincas.

Na Figura (5.1) tem-se o fluxograma da metodologia desenvolvida para detecção e localização de falhas em estruturas reticuladas com variações de parâmetros e na detecção, localização e profundidade de trincas.

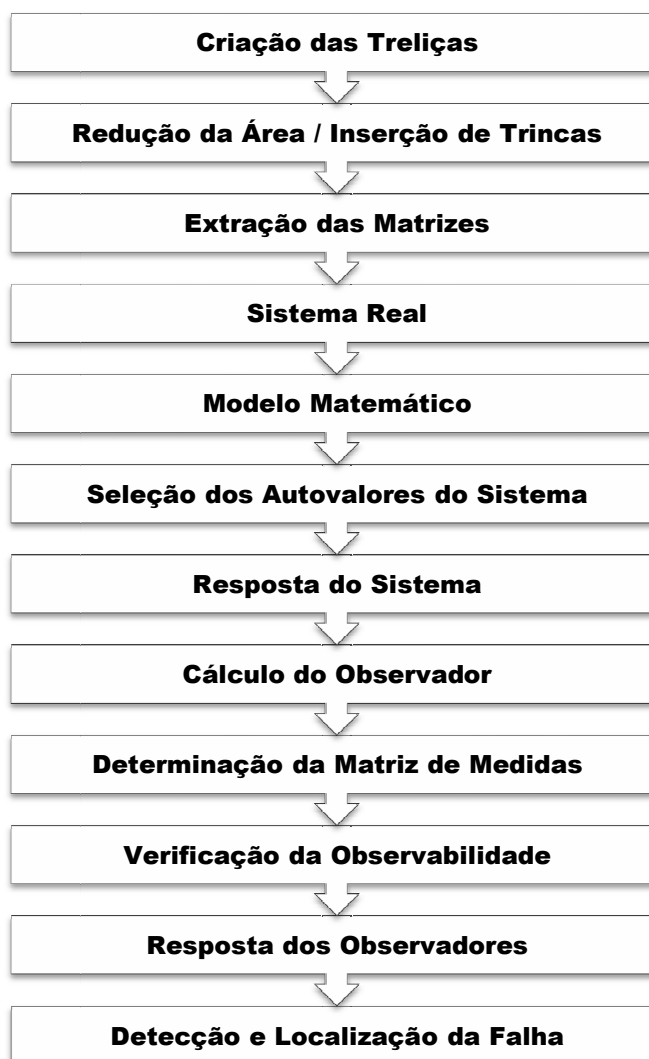


Figura 5.1 – Fluxograma da metodologia desenvolvida para a detecção e localização de falhas.

As etapas do fluxograma vão desde a construção das trelças até o cálculo dos observadores de estado utilizados para a detecção e localização das falhas e trincas no sistema.

Primeiro passo foi a criação das trelças desenvolvidas utilizando o *software Ansys*, depois foram feitas duas análises, uma com redução da área da seção transversal dos elementos das trelças e outra através da inserção de trincas nos elementos da estrutura. Depois foram extraídas as matrizes de massa e de rigidez desses sistemas, e através delas, foram obtidos o sistema real e o modelo matemático para o cálculo dos observadores de estado, através do *software Matlab for Windows*, e a partir da resposta do sistema, das matrizes

de medidas e da reposta dos observadores de estado, obteve-se através da comparação entre os sinais, a reposta para a detecção e localização das falhas inseridas.

5.2 Aplicação Numérica

5.2.1 Primeira Análise

Análises numéricas são determinadas a partir da metodologia dos observadores de estado. Foi modelada uma treliça pela técnica dos elementos finitos como apresentada na figura (5.2).

As rotinas computacionais foram desenvolvidas utilizando o *software Matlab for Windows* e o *software Ansys*.

O primeiro exemplo foi uma treliça tridimensional com 28 elementos, tendo os nós 1, 6, 7 e 12 apoiados, restringindo os movimentos em x, y e z. Neste exemplo foram consideradas as seguintes características do material: módulo de elasticidade (E) de 210 GPa, área de secção transversal (A) de $2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, densidade (ρ) de 7860 kg/m^3 , comprimento do elemento trincado (L) de 4m, altura do mesmo $h = 0,0282 \text{ m}$.

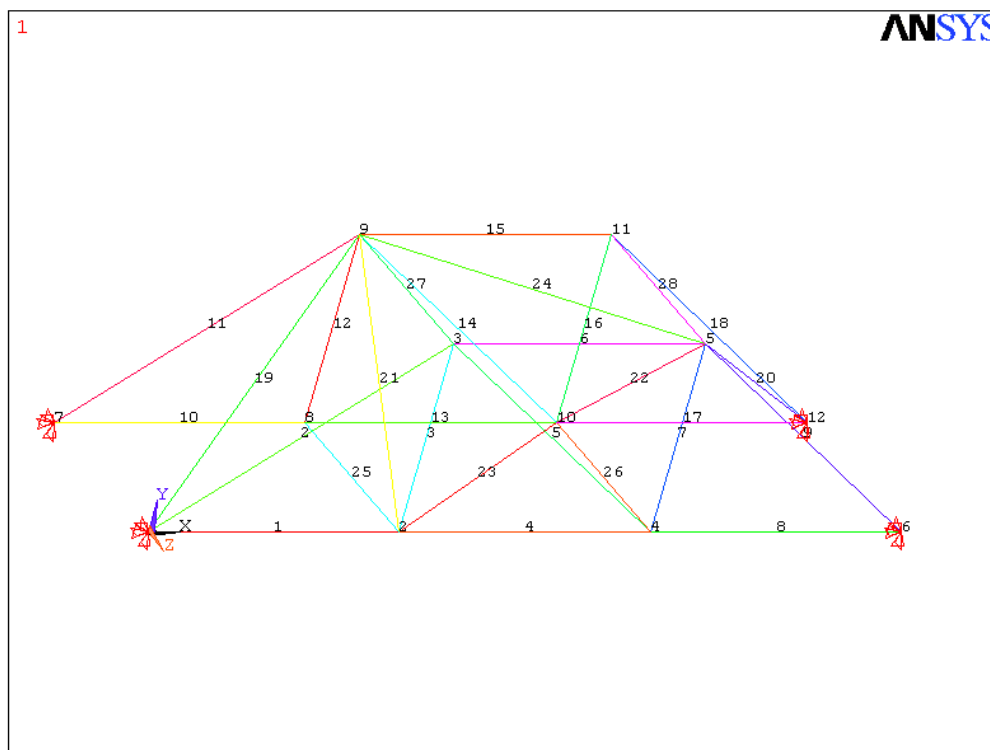


Figura 5.2 – Exemplo de uma treliça tridimensional.

A simulação realizada para a treliça da figura (5.2) teve como condições de contorno, apoiado nos nós 1, 6, 7 e 12, tendo os graus de liberdade em x , y , e z restritos, e uma condição inicial de impacto de uma velocidade de 4 m/s, no nó 11 e na direção positiva do eixo z , com um intervalo de tempo de 0 a 0.1 segundo.

Primeiramente foi a inserção de falhas na área de seção transversal do material, escolhendo aleatoriamente o elemento 15 da treliça, foram reduzidos 11% da área de sua seção transversal.

As figuras (5.3), (5.4) (5.5), (5.6) e (5.7) mostram os gráficos da simulação, nas ordenadas são apresentados os valores medidos de deslocamento para o terceiro grau de liberdade e os valores reconstruídos deles para o observador, e nas abscissas o tempo em segundos.

Gráfico 1 – Sistema sem falha

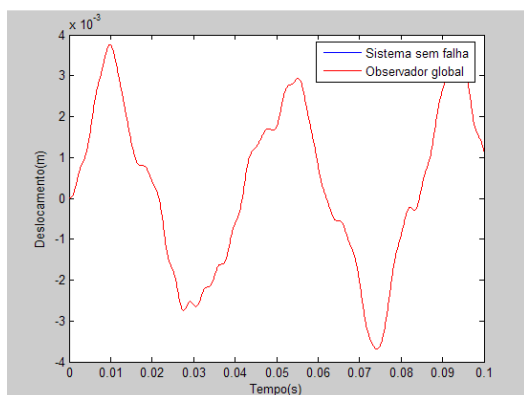


Gráfico 2 – Sistema com falha

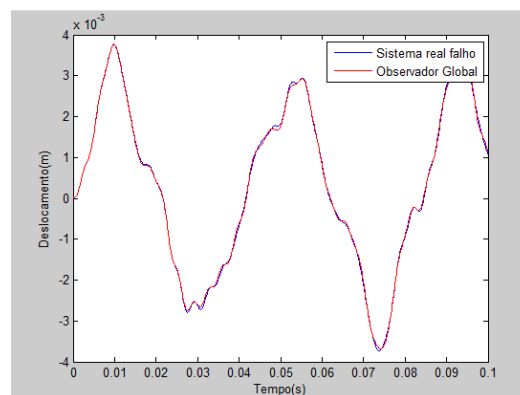


Figura 5.3 – Resultados obtidos referente ao observador global.



Figura 5.4 – Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global.

Nas Figuras (5.3) e (5.4) estão apresentados os resultados obtidos referente ao observador global. No primeiro gráfico da Figura (5.3), tem-se primeiramente um sistema considerado “sem falha”, e pode-se observar que as curvas são coincidentes, significando que o observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema, já que o mesmo se comporta exatamente como o sistema real sem falha. Depois de inserida uma redução na área de seção transversal de 11% no elemento 15, tem-se que no segundo gráfico da mesma figura que as curvas já não são mais coincidentes, detectando através do observador global uma possível falha. E confirmando através das diferenças de RMS, está apresentada na Figura 5.4 essas diferenças dos valores de deslocamentos do terceiro grau de liberdade com o observador global referente, nota-se que em um sistema sem falha a diferença é mínima quando comparada com os sistemas com falhas.

A Tabela (5.1) apresenta os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros e calculando as diferenças de RMS (*Root Mean Square*) dos valores entre o sistema real e observador global.

Tabela 5.1 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global com redução de 5, 7, 9, 11, 13 e 15 por cento na área de secção transversal (A).

	Observador Global ($\neq RMS$)
Sistema Sem Falha	1.39527003771947e-018
Sistema com Falha	
Falha de 5% na A	9.42253774059243e-008
Falha de 7% na A	1.30420274018547e-007
Falha de 9% na A	1.65439962255492e-007
Falha de 11% na A	1.98890162570914e-007
Falha de 13% na A	2.30321036067141e-007
Falha de 15% na A	2.59492977608041e-007

Através da comparação do sistema real sem falha com o observador global, verifica-se que no sistema sem falha quase não existe diferença do valor RMS, concluindo que as curvas são coincidentes, enquanto que quando inseridas as falhas as diferenças de RMS aumentam, e as curvas se distanciam, detectando possíveis falhas como apresentada na Tabela (5.1).

Detectada a falha, o próximo passo é localizá-la. Para isso, monta-se um banco de observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, nas Figuras (5.5) (5.6) e (5.7) estão apresentados os resultados.

Gráfico 3 – Observador a0515

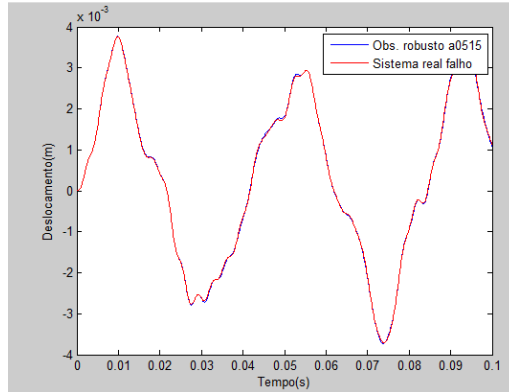


Gráfico 4 – Observador a0715

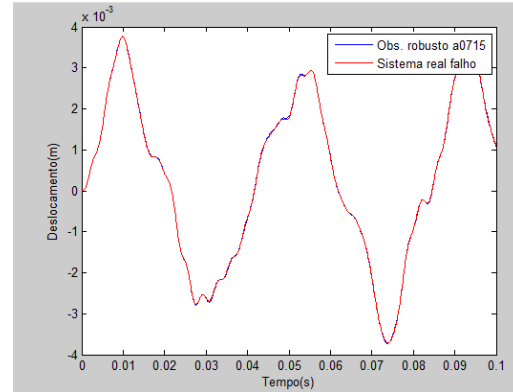


Gráfico 5 – Observador a0915

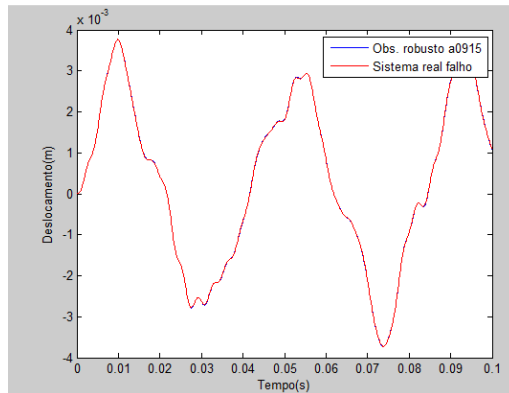


Gráfico 6 – Observador a1115

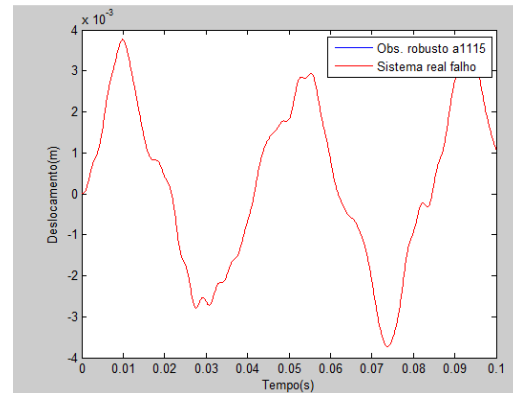


Figura 5.5 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual a0515 é o observador robusto referente a diminuição de 5% na área da seção transversal do elemento 15 e a0715 é o observador robusto referente a diminuição de 7% no mesmo elemento 15, a0915 é o observador robusto referente a diminuição de 9% e a1115 referente a diminuição de 11% no elemento15.

Gráfico 7 – Observador a1315

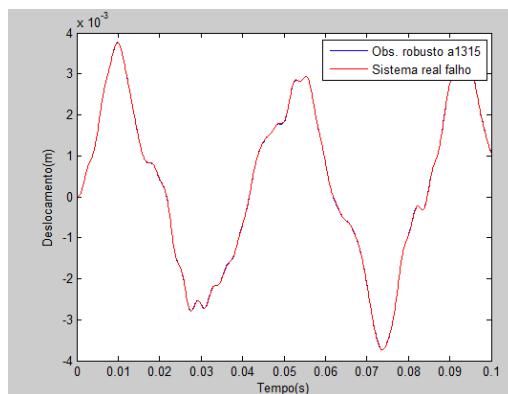


Gráfico 8 – Observador a1515

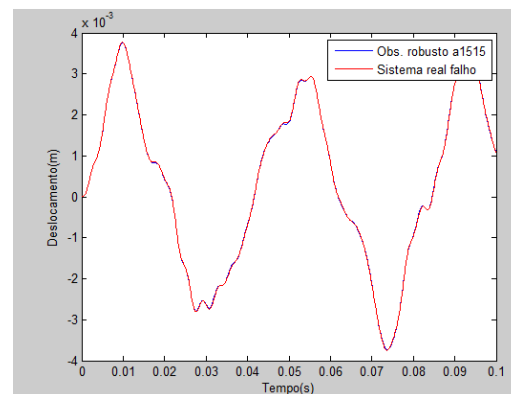


Figura 5.6 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual a1315 é o observador referente a diminuição de 13% da área no elemento 15 e a1515 referente a diminuição de 15% na área de seção transversal do elemento 15.

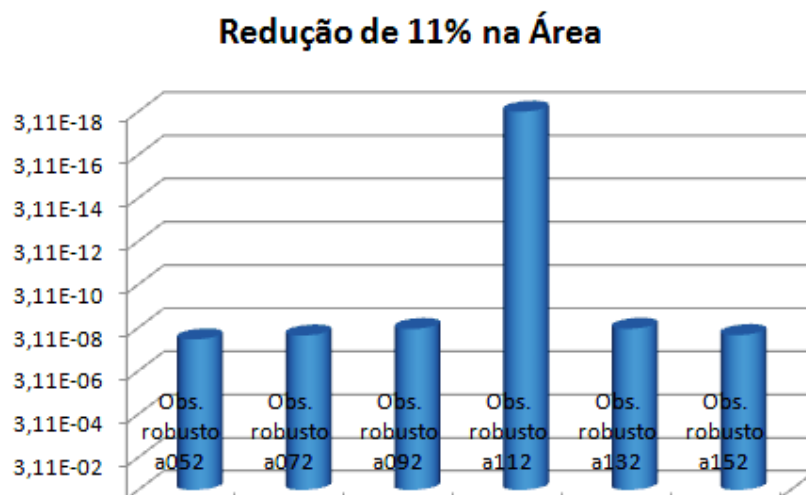


Figura 5.7 – Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a falha de redução de 11% da área do elemento 15.

Pode-se verificar que no gráfico 6 da Figura (5.5) as curvas são coincidentes, significando que o sistema real falho se comportou exatamente como o observador robusto responsável pela redução dos 11% da área no elemento 15, podendo concluir-se que é nesse lugar a localização da falha, ou seja, o observador robusto localizou a falha, o sistema possui uma falha de redução de área de 11% no elemento 15. Analisando a Figura (5.7) verifica-se que a diferença de RMS do observador robusto referente a redução de área de 11% do elemento 15 é mínima quando comparada com as outras diferenças de RMS para os outros observadores robustos, confirmando o local da falha inserida.

As Tabelas (5.2), (5.3) apresentam os valores das diferenças de RMS (*Root Mean Square*) entre o sistema real falho e os observadores robustos para os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros.

Tabela 5.2 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com redução de 5%, 7% e 9% na área de secção transversal (A).

	Sistema Real com Redução de 5% na Área ($\neq RMS$)	Sistema Real com Redução de 7% na Área ($\neq RMS$)	Sistema Real com Redução de 9% na Área ($\neq RMS$)
Obs. robusto a0515	1.39438813298924e-018	3.65953724533646e-008	7.23563629893908e-008
Obs. robusto a0715	3.65728875822279e-008	2.39422485186268e-018	3.59079574177627e-008
Obs. robusto a0915	7.22582216414482e-008	3.58801457950184e-008	1.33928982673015e-018
Obs. robusto a1115	1.06691973386637e-007	7.0715275674324e-008	3.50969851338484e-008
Obs. robusto a1315	1.39446365621347e-007	1.04089333496441e-007	6.90056039221381e-008
Obs. robusto a1515	1.70250289776807e-007	1.35704222098582e-007	1.01421804966397e-007

Tabela 5.3 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com redução de 11%, 13% e 15% na área de secção transversal (A).

	Sistema Real com Redução de 11% na Área ($\neq RMS$)	Sistema Real com Redução de 13% na Área ($\neq RMS$)	Sistema Real com Redução de 15% na Área ($\neq RMS$)
Obs. robusto a0515	1.0691614852955e-007	1.39814128496558e-007	1.70733433936642e-007
Obs. robusto a0715	7.08267599038604e-008	1.04318067146504e-007	1.36045479079549e-007
Obs. robusto a0915	3.512633098579e-008	6.91114859591009e-008	1.01622649240723e-007
Obs. robusto a1115	3.1124183506027e-018	3.42732996521181e-008	6.74285738698215e-008
Obs. robusto a1315	3.42476855088301e-008	3.77598644203343e-019	3.35238889598658e-008
Obs. robusto a1515	6.73406521349543e-008	3.35030603534982e-008	3.86265526792625e-019

Novamente pôde-se observar através das Tabelas (5.2) e (5.3), que os observadores robustos conseguiram detectar a localização das falhas, através da verificação das diferenças de RMS, nos locais onde se teve a redução na área, pode ser verificar que são exatamente os locais onde quase não há diferença de RMS, e são onde as curvas são coincidentes, confirmando a localização das falhas inseridas.

Posteriormente foi a inserção de trincas, com as mesmas condições iniciais, sendo agora o comprimento do elemento trincado (L) de 5m, pois a trinca foi inserida agora no elemento 21. Foi inserida uma trinca de profundidade de 25% da altura da barra aleatoriamente no elemento 21 da treliça da Figura (5.2), considerando a condição de trinca aberta ($\gamma = 1$).

As Figuras (5.8), (5.9) (5.10), (5.11) e (5.12) apresentam os gráficos das simulações, nas ordenadas são apresentados os valores medidos de deslocamento para o terceiro grau de liberdade e os valores reconstruídos deles para o observador, e nas abscissas o tempo em segundos.

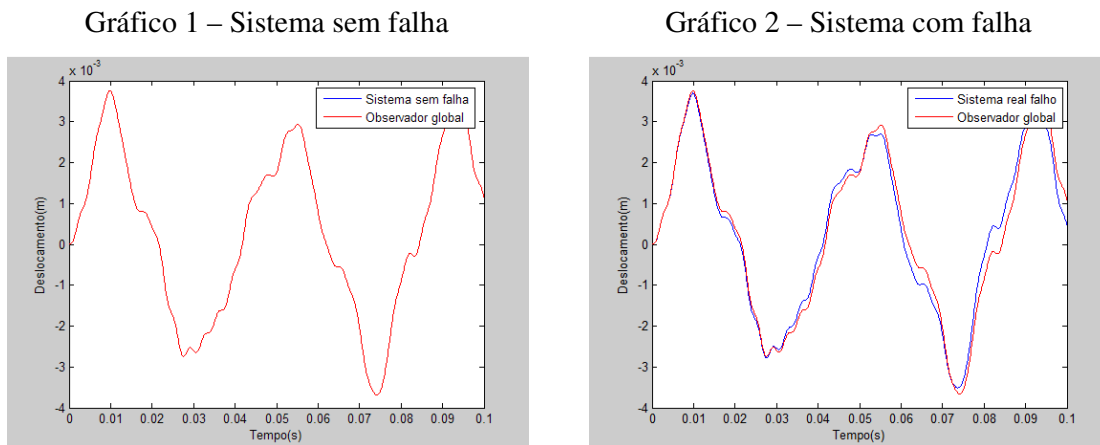


Figura 5.8 – Resultados obtidos referente ao observador global.

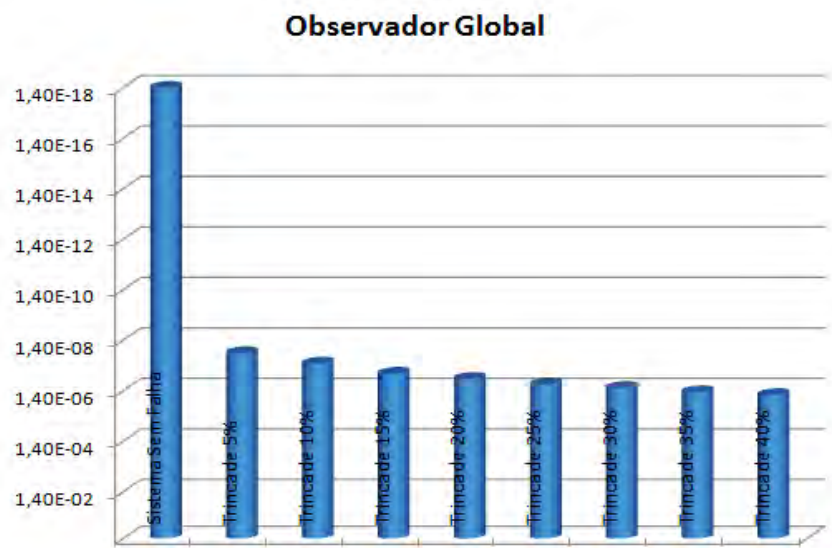


Figura 5.9 – Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global.

Nas Figuras (5.8) e (5.9) estão apresentados os resultados obtidos referente ao observador global. Nota-se que no primeiro gráfico da Figura (5.8), tem-se primeiramente um sistema considerado “sem falha”, que seria o sistema inicial, e pode-se observar que as curvas são coincidentes, significando que o observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema, já que o mesmo se comporta exatamente como o sistema real sem falha. Depois de inserida uma trinca de profundidade de 25% da altura da barra no elemento 21, tem-se que no segundo gráfico da mesma figura as curvas não são coincidentes, detectando através do observador global uma irregularidade no sistema, o qual seria uma possível trinca no sistema. E na Figura (5.9) tem-se que as diferenças de RMS quando inserida as trincas são bem maiores do que no sistema sem falha, confirmando que o observador global detectou possíveis trincas no sistema.

A Tabela (5.4) apresenta os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros e calculando as diferenças de RMS (*Root Mean Square*) dos valores entre o sistema real e observador global.

Tabela 5.4 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 5% a 40% da altura.

	Observador Global ($\neq RMS$)
Sistema Sem Falha	1.39527003771947e-018
Sistema com Falha	
Trinca de 5%	4.51456414814379e-008
Trinca de 10%	1.15780777203537e-007
Trinca de 15%	2.93937222115677e-007
Trinca de 20%	4.70246384012144e-007
Trinca de 25%	7.73468938055699e-007
Trinca de 30%	1.06976436493443e-006
Trinca de 35%	1.57692903820201e-006
Trinca de 40%	2.04995811602964e-006

Analisando a Tabela (5.4), através da comparação do sistema real sem falha com o observador global, verifica-se que no sistema sem falha quase não existe diferença do valor RMS, concluindo-se que as curvas são coincidentes, enquanto que quando inseridas as trincas as diferenças de RMS aumentam, e as curvas se distanciam, detectando possíveis trincas.

Detectada a falha, o próximo passo é localizá-la. Para isso, monta-se um banco de observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, nas Figuras (5.10) (5.11) e (5.12) estão apresentados os resultados.

Gráfico 3 – Observador t0521

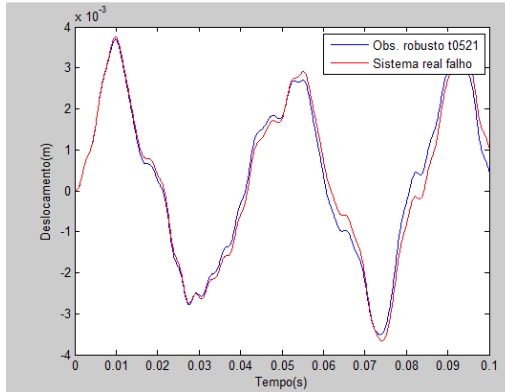


Gráfico 4 – Observador t1021

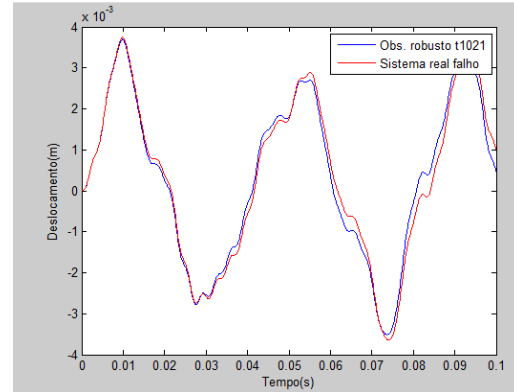


Gráfico 5 – Observador t1521

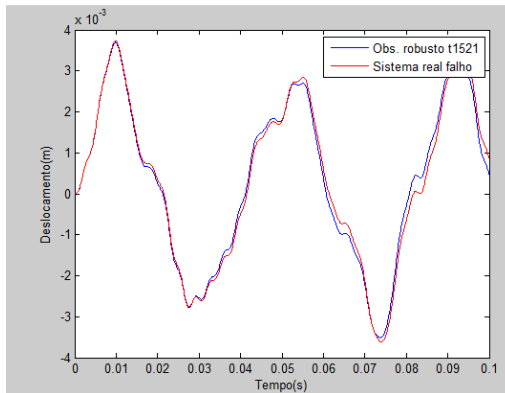


Gráfico 6 – Observador t2021

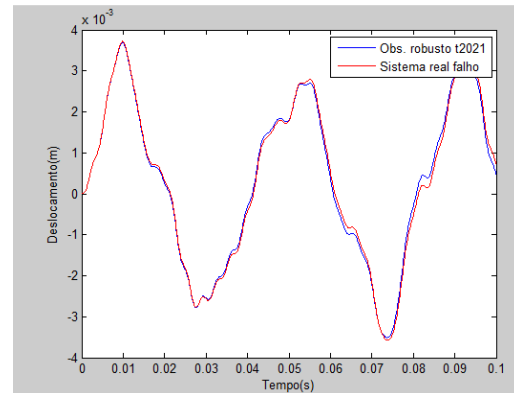


Gráfico 7 – Observador t2521

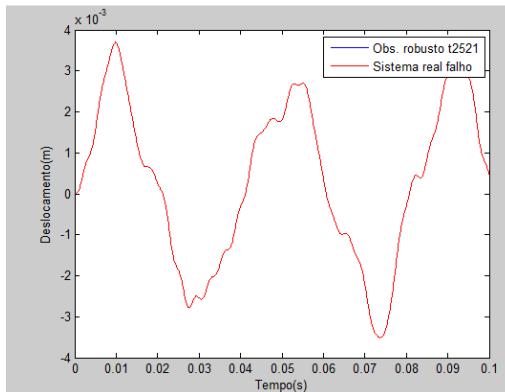


Gráfico 8 – Observador t3021

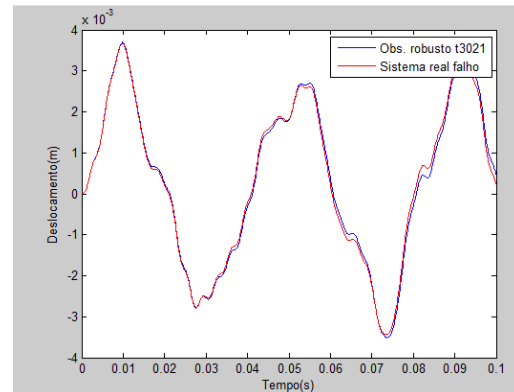


Figura 5.10 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual t0521 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 21, t1021 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 10% da altura do mesmo elemento 21, t1521 referente à trinca de 15%, t2021 referente aos 20%, t2521 referente aos 25% e t3021 referente à trinca de profundidade de 30% da altura da barra do elemento 21.

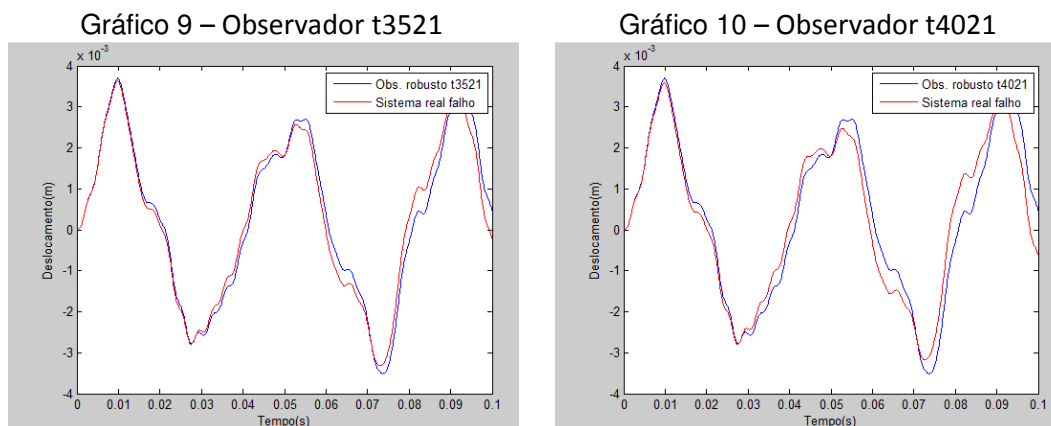


Figura 5.11 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t3521 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 35% da altura da barra do elemento 21 e t4021 referente a de profundidade de 40% da altura da barra do mesmo elemento 21.

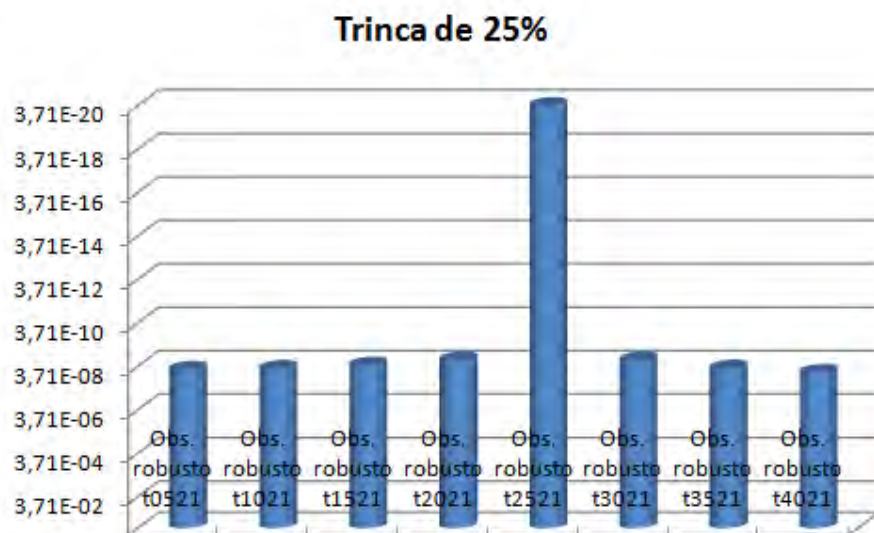


Figura 5.12 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 25% da altura da barra do elemento 21.

Pode-se verificar que no gráfico 7 da Figura (5.10) as curvas são coincidentes, significando que o sistema real falho se comportou exatamente como o observador robusto responsável pela trinca de 25% da altura da barra do elemento 21, podendo concluir-se que é nesse lugar a localização da falha, ou seja, o observador robusto localizou a falha, o sistema possui uma trinca de 25% da altura da barra da treliça no elemento 21, que pode ser confirmado também através da Figura (5.12) pela diferença de RMS entre o sistema falho e os observadores robustos, e a diferença é mínima exatamente no observador robusto referente a trinca de 25% de profundidade no elemento 21.

As Tabelas (5.5), (5.6) apresentam os valores das diferenças de RMS (*Root Mean Square*) entre o sistema real falho e os observadores robustos para os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros.

Tabela 5.5 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com trincas de profundidades de 5% a 20% da altura da barra do elemento 21.

	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.05h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.10h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.15h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.20h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t0521	9.71879429436e-019	7.07044385018e-008	2.49203354772e-007	4.25935670802e-007
Obs. robusto t1021	7.07597097847e-008	1.36766474085e-018	1.79073009921e-007	3.56403042391e-007
Obs. robusto t1521	2.49927029739e-007	1.79450606287e-007	4.92768195818e-019	1.78256769410e-007
Obs. robusto t2021	4.28057853982e-007	3.57888378684e-007	1.78622580580e-007	1.07967207312e-019
Obs. robusto t2521	7.36264415517e-007	6.66941922761e-007	4.89099513886e-007	3.10960212261e-007
Obs. robusto t3021	1.03979791295e-006	9.71860480639e-007	7.9677041374e-007	6.20432777073e-007
Obs. robusto t3521	1.56550985554e-006	1.50061039937e-006	1.33221766121e-006	1.16100486833e-006
Obs. robusto t4021	2.06305610853e-006	2.00220348975e-006	1.84301159646e-006	1.67953598884e-006

Tabela 5.6 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com trincas de profundidades de 25% a 40% da altura da barra do elemento 21.

	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.25h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.30h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.35h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.40h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t054	7.3008777228e-007	1.027631897888e-006	1.537354930905e-006	2.013538951243e-006
Obs. robusto t104	6.6190108195e-007	9.613195848642e-007	1.474934827306e-006	1.955958196709e-006
Obs. robusto t154	4.8642429925e-007	7.897875570579e-007	1.312150422588e-006	1.804228044478e-006
Obs. robusto t204	3.0989101313e-007	6.162501036667e-007	1.14582661218e-006	1.647546737644e-006
Obs. robusto t254	1.0815710086e-018	3.097337877815e-007	8.487633919730e-007	1.364494503435e-006
Obs. robusto t304	3.1076065060e-007	3.614636542896e-019	5.447137861317e-007	1.070724738783e-006
Obs. robusto t354	8.5704535132e-007	5.482144815369e-007	2.005832162622e-019	5.383258266948e-007
Obs. robusto t404	1.3861235202e-006	1.084060985301e-006	5.415111464402e-007	6.377341415503e-019

Já nas Tabelas (5.5) e (5.6) são os resultados dos observadores robustos, que detectam a localização das falhas, onde as curvas se coincidem, são exatamente os locais onde se encontram as trincas, pois significa que o sistema se comportou exatamente como o observador robusto referente. E pode-se verificar que as diferenças de RMS são mínimas exatamente onde foram inseridas as trincas, conseguindo assim, detectar suas localizações.

O próximo passo foi inserir duas trincas simultaneamente na treliça da Figura (5.2). Foram inseridas aleatoriamente uma trinca de profundidade de 10% da altura da barra no elemento 8 e uma outra de 35% no elemento 21. Com as mesmas condições iniciais, sendo o comprimento dos elementos trincados de 4m e 5m respectivamente. As Figuras (5.13), (5.14), (5.15), (5.16) (5.17), (5.18) e (5.19) mostram os gráficos da simulação, nas ordenadas são apresentados os valores medidos de deslocamento para o terceiro grau de liberdade e os valores reconstruídos deles para o observador, e nas abscissas o tempo em segundos.

Gráfico 1 – Sistema sem falha

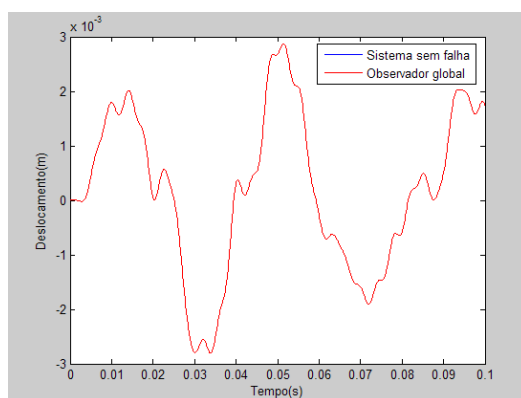


Gráfico 2 – Sistema com falha

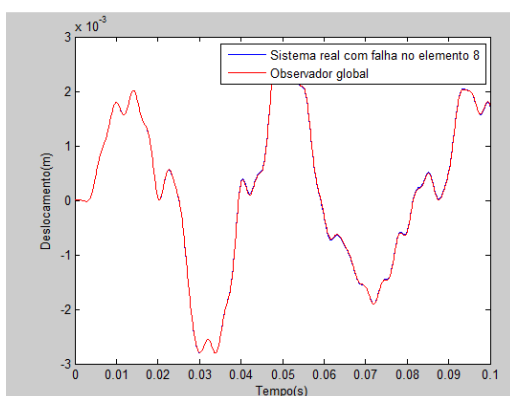


Gráfico 3 – Sistema com falha

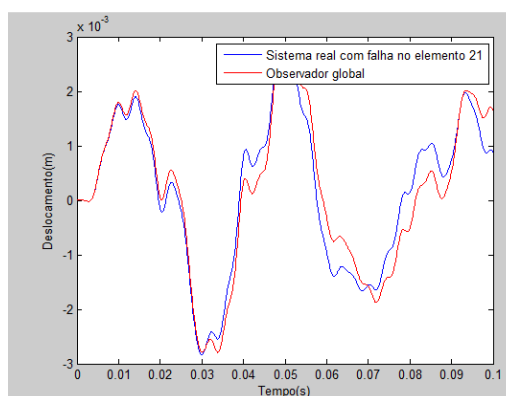


Figura 5.13 – Resultados obtidos referente aos observadores globais.

Observador Global

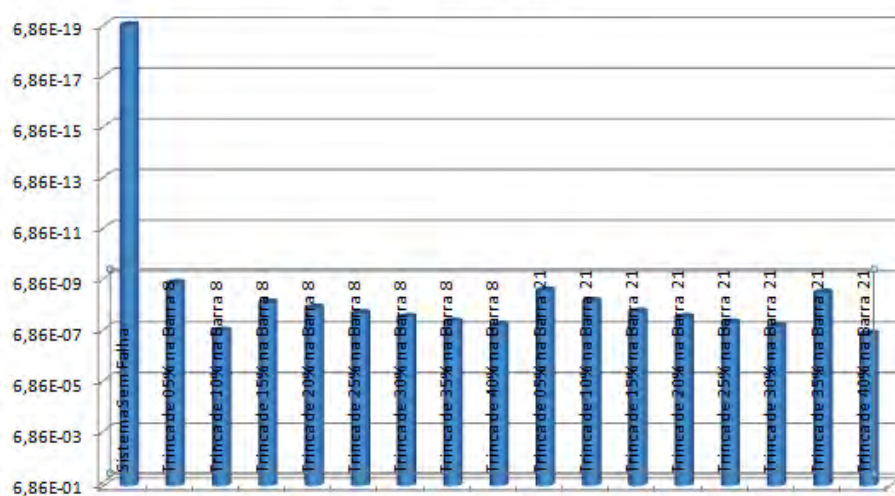


Figura 5.14– Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global.

Pode-se verificar a partir da Figura (5.13), na qual estão apresentados os resultados obtidos referente aos observadores globais, que no primeiro gráfico, apresenta-se primeiramente um sistema considerado “sem falha”, o qual seria o sistema inicial, já que suas curvas são coincidentes, ou seja, o observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema, já que o mesmo se comporta exatamente como o sistema real sem falha. Depois de inserida duas trincas, sendo uma de 10% de profundidade da altura da barra no elemento 8 e uma outra de 35% de profundidade no elemento 21, tem-se que no segundo e no terceiro gráfico as curvas não são coincidentes. O segundo gráfico é referente ao observador global para o elemento 8 e o terceiro gráfico é referente ao observador global do elemento 21, ambos os gráficos não possuem suas curvas coincidentes com o sistema real, ou seja, eles detectaram uma possível trinca. E a partir da Figura (5.14) tem-se que a diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade do sistema sem falha com o observador global é mínima e quando inseridas as trincas as diferenças aumentam, confirmando que o observador global detectou irregularidades no sistema.

A Tabela (5.7) apresenta os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros e calculando as diferenças de RMS (*Root Mean Square*) dos valores entre o sistema real e observador global para as trincas de profundidade de 5 a 40% da altura da barra da treliça, para os elementos 8 e 21.

Tabela 5.7 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 5% a 40% da altura.

	Observador Global ($\neq RMS$)
Sistema Sem Falha	6.85871281007889e-019
Sistema com Falha	
Trinca de 5% na Barra 8	1.0156553087326e-008
Trinca de 10% na Barra 8	7.5774533916867e-007
Trinca de 15% na Barra 8	5.8420132068862e-008
Trinca de 20% na Barra 8	9.3843330764659e-008
Trinca de 25% na Barra 8	1.5758465773104e-007
Trinca de 30% na Barra 8	2.2179934228832e-007
Trinca de 35% na Barra 8	3.339563827625e-007
Trinca de 40% na Barra 8	4.4665378493721e-007
Trinca de 5% na Barra 21	1.9837615100195e-008
Trinca de 10% na Barra 21	5.1827929347026e-008
Trinca de 15% na Barra 21	1.3591562993151e-007
Trinca de 20% na Barra 21	2.2020987813554e-007
Trinca de 25% na Barra 21	3.6686761919857e-007
Trinca de 30% na Barra 21	5.121592638868e-007
Trinca de 35% na Barra 21	2.387992766481e-008
Trinca de 40% na Barra 21	9.9243920734948e-007

Analisando a Tabela (5.7), através da comparação do sistema real sem falha com os observadores globais, verifica-se que no sistema sem falha novamente quase não existe diferença do valor RMS, concluindo que as curvas são coincidentes, enquanto que quando inseridas as trincas as diferenças de RMS aumentam, e as curvas se distanciam, detectando as possíveis trincas.

Detectada as trincas, o próximo passo são localizá-las, ou seja, através dos observadores robustos, saber quais são os tamanhos de suas profundidades e em quais elementos se encontram as trincas. Para isso, monta-se um banco de observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, nas Figuras (5.15), (5.16), (5.17), (5.18) e (5.19) estão apresentados os resultados.

Gráfico 4 – Observador t058

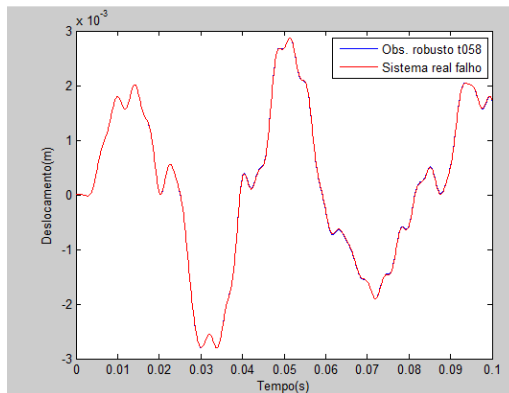


Gráfico 5 – Observador t108

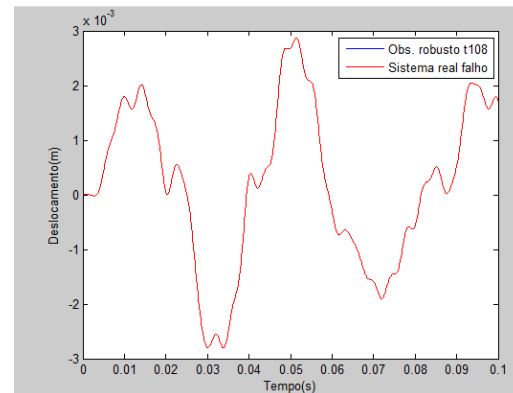


Gráfico 6 – Observador t158

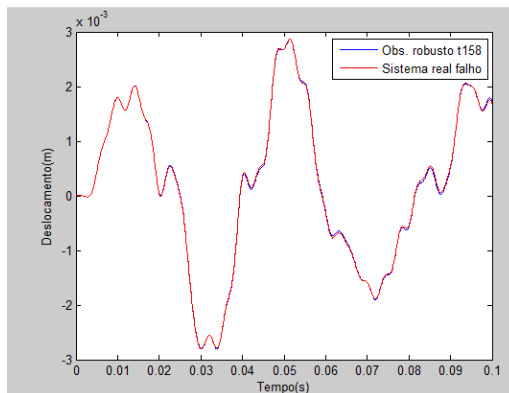


Gráfico 7 – Observador t208

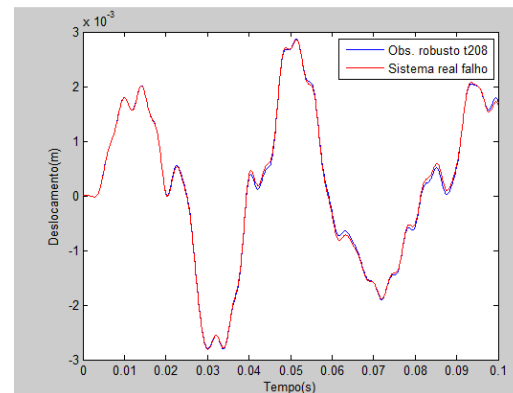


Gráfico 8 – Observador t258

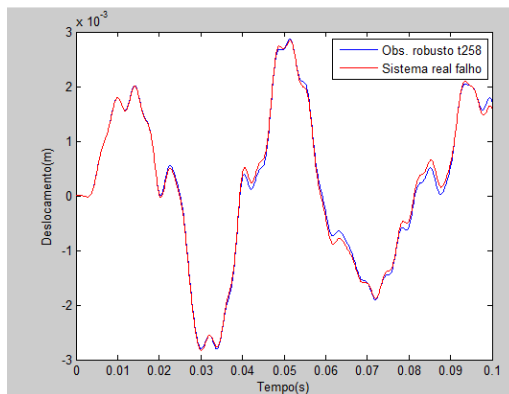


Gráfico 9 – Observador t308

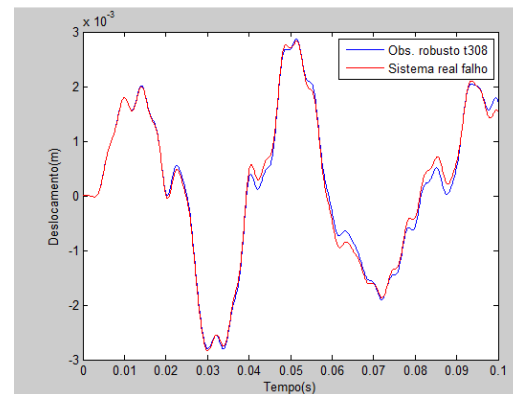


Figura 5.15 – Resultados obtidos referente aos observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t058 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 8, t108 é o observador robusto referente a trinca de 10% , t158 referente a de profundidade de 15% , t208 o observador robusto referente a trinca de 20% do mesmo elemento 8, t258 é o observador robusto referente a 25% e t308 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 30% da altura da barra do elemento 8.

Gráfico 10 – Observador t358

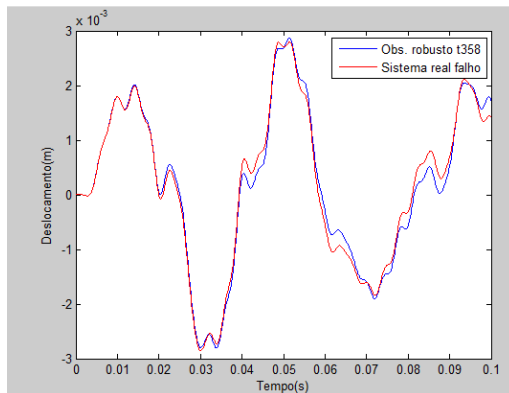


Gráfico 11 – Observador t408

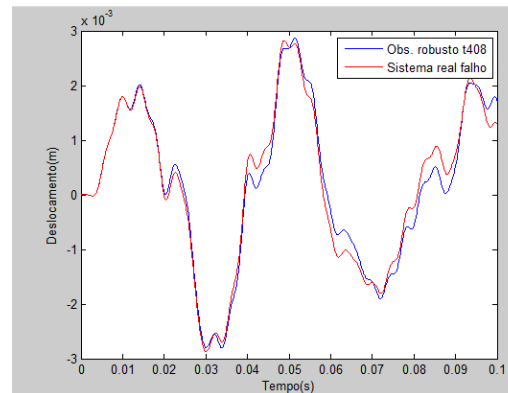


Figura 5.16 – Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t358 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 35% da altura da barra do elemento 8 e t408 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 40% da altura da barra do mesmo elemento 8.

Gráfico 12 – Observador t0521

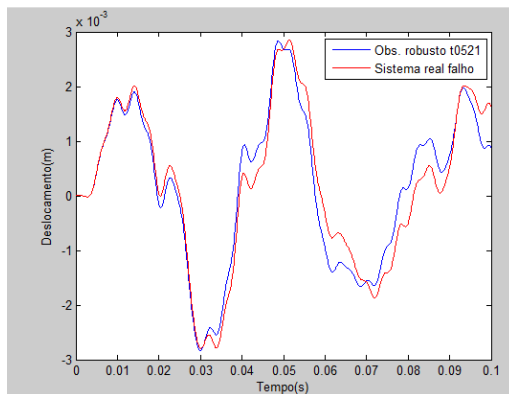


Gráfico 13 – Observador t1021

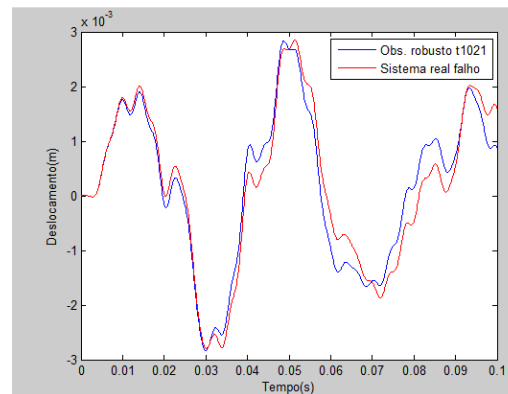


Gráfico 14 – Observador t1521

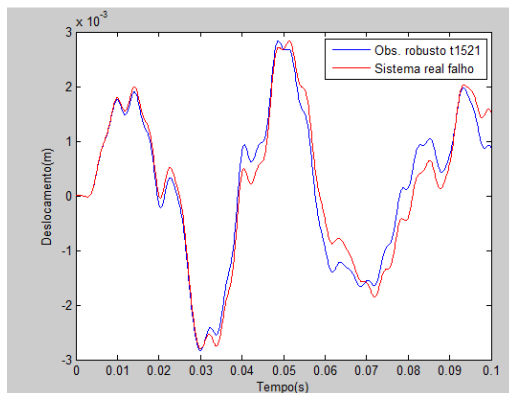


Gráfico 15 – Observador t2021

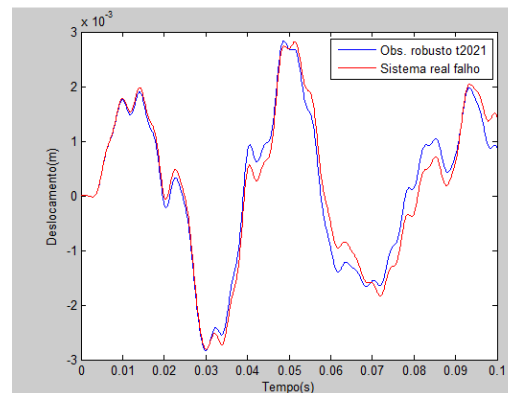


Figura 5.17 – Resultados obtidos dos observadores robustos referentes aos parâmetros do elemento 21.

Gráfico 16 – Observador t2521

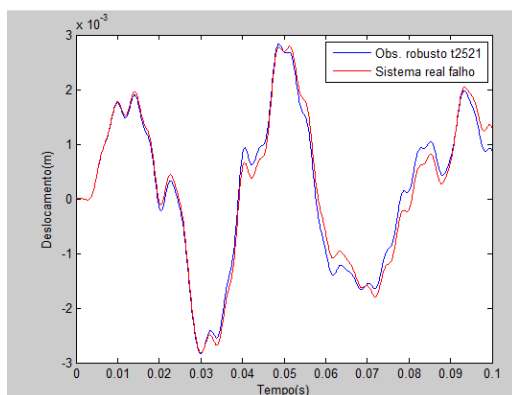


Gráfico 17 – Observador t3021

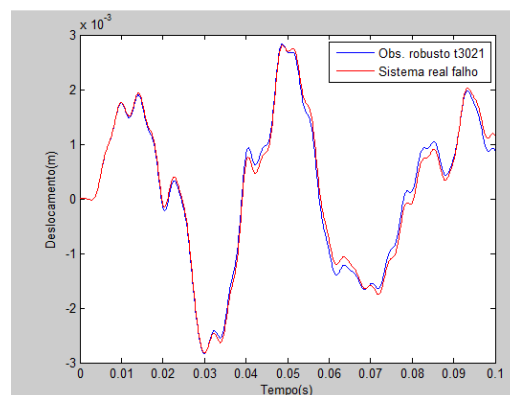


Gráfico 18 – Observador t3521

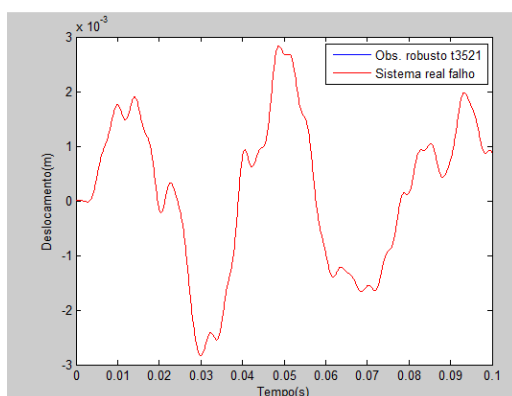


Gráfico 19 – Observador t4021

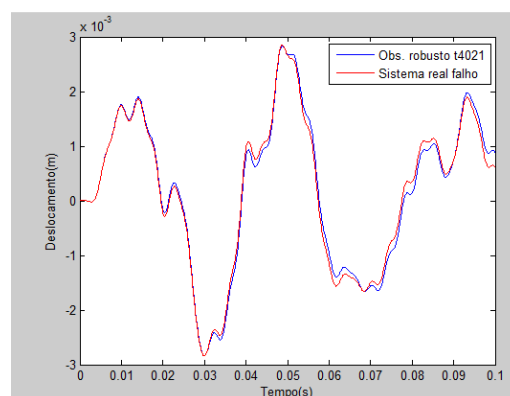


Figura 5.18 - Resultados obtidos dos observadores robustos referentes aos parâmetros do elemento 21.

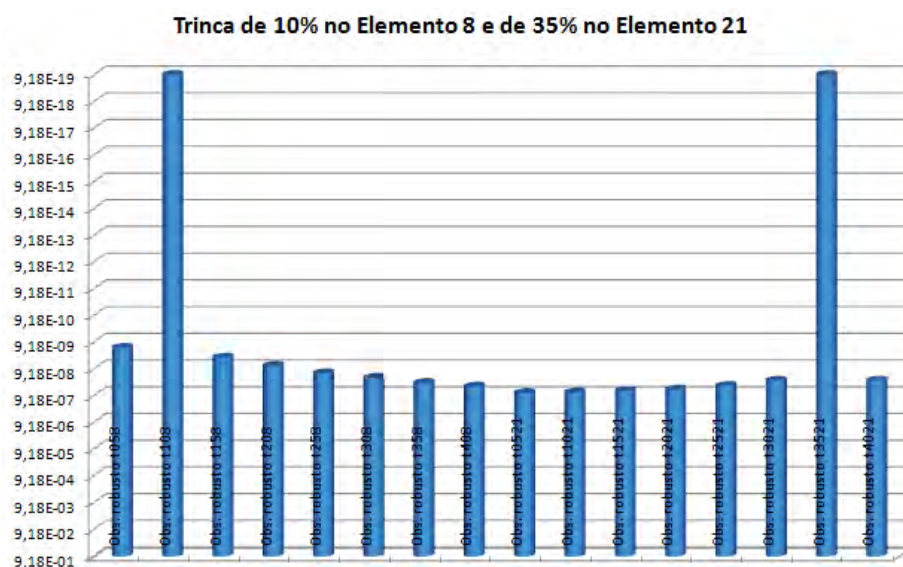


Figura 5.19 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 10% da altura da barra no elemento 8 e de 35% no elemento 21.

A partir do gráfico 5 da Figura (5.15) e do gráfico 18 da Figura (5.18) verifica-se que as curvas são coincidentes, significando que o sistema real falho se comportou exatamente como os observadores robustos responsáveis pela trinca de profundidade de 10% da altura da barra do elemento 8 e pela trinca de profundidade de 35% da altura da barra do elemento 21, podendo concluir-se que são esses lugares a localização da falha e com essas profundidades, respectivamente, ou seja, os observadores robustos localizaram as falhas, o sistema possui uma trinca de profundidade de 10% da altura da barra da treliça no elemento 8 e uma trinca de profundidade de 35% no elemento 21. E pela Figura (5.19), verifica-se as diferenças de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos, e as diferenças de RMS mínimas são exatamente no local onde foram inseridas as trincas de 10% no elemento 8 e de 35% no elemento 21 da barra da treliça.

As Tabelas (5.8), (5.9) apresentam os valores das diferenças de RMS (*Root Mean Square*) entre o sistema real e os observadores robustos para os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros.

Tabela 5.8 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas simultâneas.

	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.05h$ e $a_1 = 0.40h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.10h$ e $a_1 = 0.35h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.15h$ e $a_1 = 0.30h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.20h$ e $a_1 = 0.25h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t058	9.441881612815e-020	1.517521702776e-008	4.99271929299814e-008	8.55010808986068e-008
Obs. robusto t108	1.517515919955e-008	9.175312238128e-019	3.569059802103e-008	7.143800569753e-008
Obs. robusto t158	4.991076354706e-008	3.567843576162e-008	3.056149139827e-019	3.576366410892e-008
Obs. robusto t208	8.544366784601e-008	7.138890413545e-008	3.575133688137e-008	2.956261597304e-019
Obs. robusto t258	1.495276569909e-007	1.352533321191e-007	9.999498016410e-008	6.481493994965e-008
Obs. robusto t308	2.138300334842e-007	1.995619304518e-007	1.646590610106e-007	1.297350710189e-007
Obs. robusto t358	3.253879511423e-007	3.109954904316e-007	2.765671430689e-007	2.420119438027e-007
Obs. robusto t408	4.377733713855e-007	4.234870169734e-007	3.896988711492e-007	3.557126171972e-007
Obs. robusto t0521	9.752292869347e-007	7.397454648832e-007	4.935373116884e-007	3.478650268665e-007
Obs. robusto t1021	9.467968293207e-007	7.100575645020e-007	4.628912122572e-007	3.166950341259e-007
Obs. robusto t1521	8.698591278333e-007	6.300479912118e-007	3.80423267584e-007	2.330758706242e-007
Obs. robusto t2021	7.911294440243e-007	5.486056108096e-007	2.969085903465e-007	1.48684787850e-007
Obs. robusto t2521	6.500527355806e-007	4.035803791745e-007	1.491787653468e-007	4.945611140305e-019
Obs. robusto t3021	5.057558576144e-007	2.563136164526e-007	2.258777876876e-019	1.49491443328e-007
Obs. robusto t3521	2.52872652983e-007	1.179672411572e-019	2.573466185199e-007	4.060549364024e-007
Obs. robusto t4021	3.607706821244e-019	2.539654277402e-007	5.099970004377e-007	6.568801165968e-007

Tabela 5.9 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas simultâneas.

	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.25h$ e $a_1 = 0.20h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.30h$ e $a_1 = 0.15h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.35h$ e $a_1 = 0.10h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.40h$ e $a_1 = 0.05h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t058	1.496822984719e-007	2.141315322993e-007	3.259515989871e-007	4.385903992335e-007
Obs. robusto t108	1.353954527582e-007	1.99846384865e-007	3.115367696200e-007	4.242775826565e-007
Obs. robusto t158	1.00064075192e-007	1.648312653123e-007	2.769355959199e-007	3.902546168189e-007
Obs. robusto t208	6.483641647981e-008	1.298220685931e-007	2.422386313768e-007	3.560697659738e-007
Obs. robusto t258	8.742736349540e-020	6.508400552360e-008	1.785465335477e-007	2.933281466311e-007
Obs. robusto t308	6.506237643853e-008	1.343960259890e-019	1.153343188589e-007	2.30722007547e-007
Obs. robusto t358	1.784432899484e-007	1.15306341133e-007	6.303415137479e-019	1.15726613535e-007
Obs. robusto t408	2.931452466309e-007	2.306577620215e-007	1.157240533428e-007	1.315386544776e-019
Obs. robusto t0521	2.008889796436e-007	1.164120995387e-007	3.210349830041e-008	4.759456057287e-019
Obs. robusto t1021	1.693537473893e-007	8.467312405449e-008	6.499747267205e-019	3.21156620957e-008
Obs. robusto t1521	8.493272182719e-008	2.33949933898e-019	8.475852057392e-008	1.165742779479e-007
Obs. robusto t2021	9.704413621241e-020	1.383786056601e-008	1.696967095242e-007	2.013736682263e-007
Obs. robusto t2521	1.489771782572e-007	2.337682624097e-007	3.179449468468e-007	3.493720190286e-007
Obs. robusto t3021	2.981122751928e-007	3.823391174889e-007	4.656588343512e-007	4.966752194084e-007
Obs. robusto t3521	5.530337317294e-007	6.357292830800e-007	7.170904427554e-007	7.473412236126e-007
Obs. robusto t4021	8.009709382177e-007	8.814812958724e-007	9.602483586399e-007	9.894287930638e-007

Novamente podemos observar pelas Tabelas (5.8) e (5.9), nas quais apresentam os resultados dos observadores robustos, que os mesmos detectaram a localização das falhas. Onde as curvas se coincidem, são exatamente os locais onde se encontram as trincas, pois significam que o sistema se comportou exatamente como o observador robusto referente, são os locais onde as diferenças de RMS são mínimas, exatamente nos locais onde foram inseridas as trincas, conseguindo assim, detectar suas localizações.

5.2.2 Segunda Análise

O segundo exemplo foi uma treliça tridimensional com 36 elementos, tendo como condição de contorno, seus nós 1, 4, 9 e 12 apoiados, com restrição nos movimentos nas direções em x , y e em z . Neste exemplo foram consideradas as seguintes características do material: módulo de elasticidade (E) de 210 GPa, área de secção transversal (A) de $2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, densidade (ρ) de 7860 kg/m^3 , comprimento do elemento trincado (L) de $7,07 \text{ m}$, altura do mesmo $h = 0,0282 \text{ m}$.

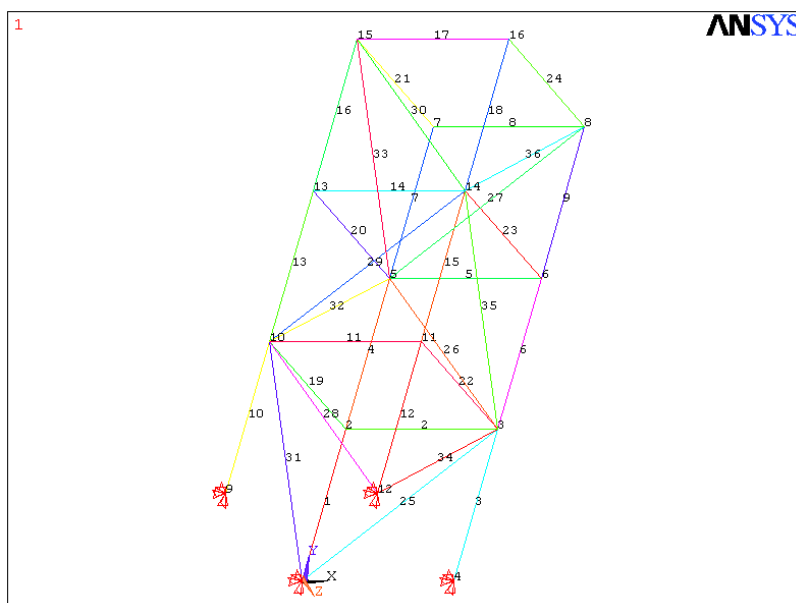


Figura 5.20 – Exemplo de uma treliça tridimensional.

Primeiramente foi inserida aleatoriamente uma falha na área, com uma redução da seção transversal de 9% no elemento 27 da treliça. A simulação para esse exemplo de treliça foi realizada para uma condição inicial de impacto de velocidade de 8m/s no nó 15 e na direção negativa de y, com um intervalo de tempo de 0 a 0.1 segundo.

As figuras (5.21), (5.22), (5.23) e (5.24) mostram os gráficos da simulação, nas ordenadas são apresentados os valores medidos de deslocamento para o segundo grau de liberdade e os valores reconstruídos deles para o observador, e nas abscissas o tempo em segundos.

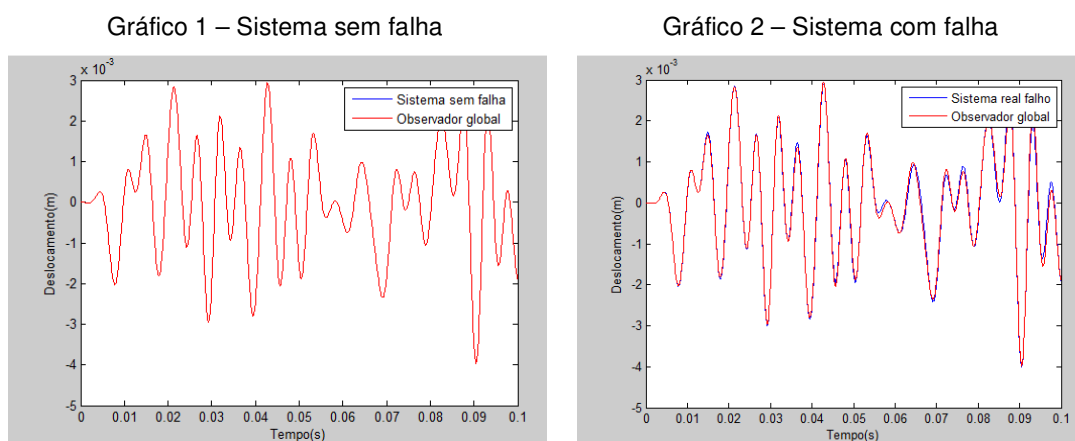


Figura 5.21 – Resultados obtidos referente ao observador global.

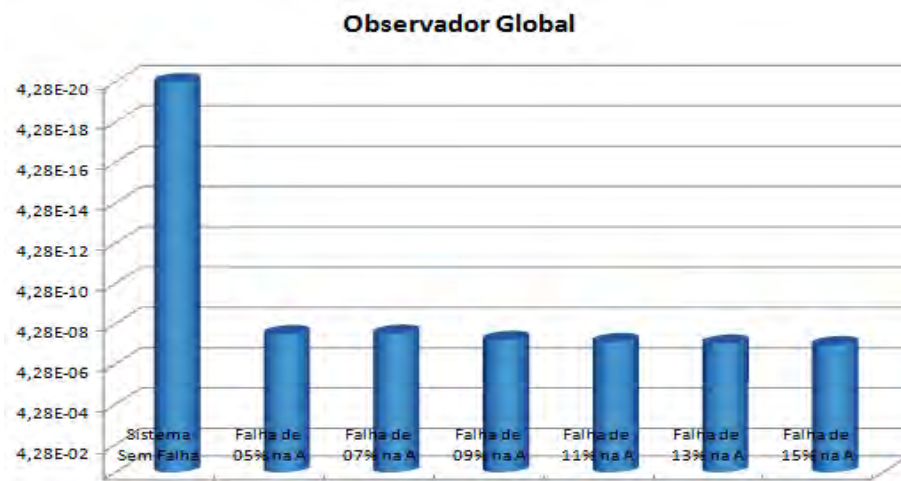


Figura 5.22– Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global.

Nas Figuras (5.21) e (5.22) estão apresentados os resultados obtidos referente ao observador global. Verificando-se no primeiro gráfico da Figura (5.21), tem-se primeiramente

um sistema considerado “sem falha”, e pode-se observar que as curvas são coincidentes, significando que o observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema, já que o mesmo se comporta exatamente como o sistema real sem falha. Depois de inserida uma redução na área de seção transversal de 9% no elemento 27, tem-se que no segundo gráfico da mesma figura as curvas não são coincidentes, detectando através do observador global uma possível falha. Através da Figura (5.22), que apresenta as diferenças de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global, pode-se confirmar que quando não há existência de falha, a diferença é muito menor do que quando foram inseridas as falhas, concluindo que o observador global detectou uma irregularidade no sistema.

A Tabela (5.10) apresenta os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros e calculando as diferenças de RMS (*Root Mean Square*) dos valores entre o sistema real e o observador global.

Tabela 5.10 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global com falhas de 5, 7, 9, 11, 13 e 15 por cento na área de secção transversal (A).

	Observador Global ($\neq$ RMS)
Sistema Sem Falha	2.88951185226681e-019
Sistema com Falha	
Falha de 5% na A	1.43240184001612e-007
Falha de 07% na A	2.00534584260605e-007
Falha de 09% na A	2.5791485851403e-007
Falha de 11% na A	3.15480651040237e-007
Falha de 13% na A	3.73345498809584e-007
Falha de 15% na A	4.31621733773933e-007

Através da comparação do sistema real sem falha com o observador global, verifica-se que no sistema sem falha quase não existe diferença do valor RMS, concluindo que as curvas são coincidentes, enquanto que quando inseridas as falhas as diferenças de RMS aumentam, e as curvas se distanciam, detectando possíveis falhas como apresentada na Tabela (5.10).

Detectada a falha, o próximo passo é localizá-la. Para isso, monta-se um banco de observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, nas Figuras (5.23) e (5.24) estão apresentados os resultados.

Gráfico 3 – Observador a0527

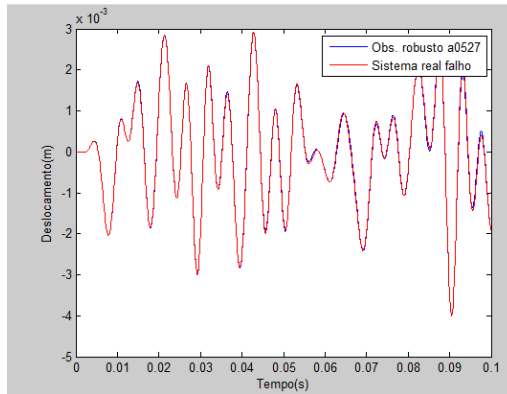


Gráfico 4 – Observador a0727

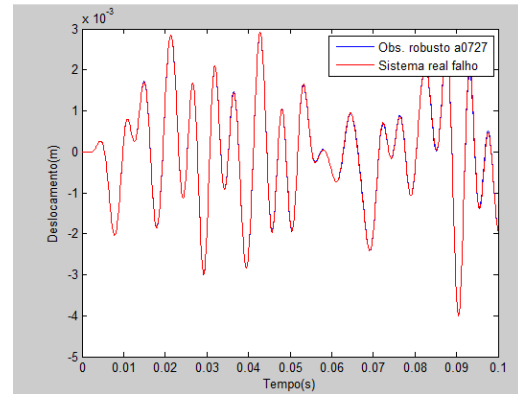


Gráfico 5 – Observador a0927

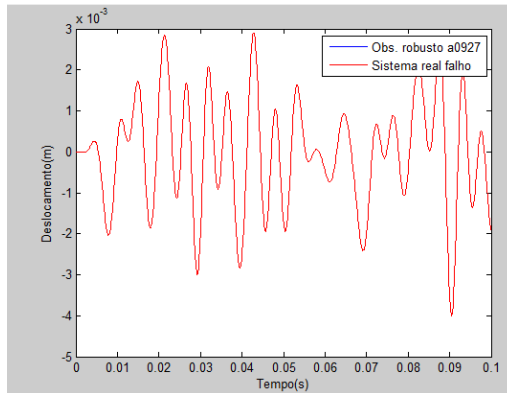


Gráfico 6 – Observador a1127

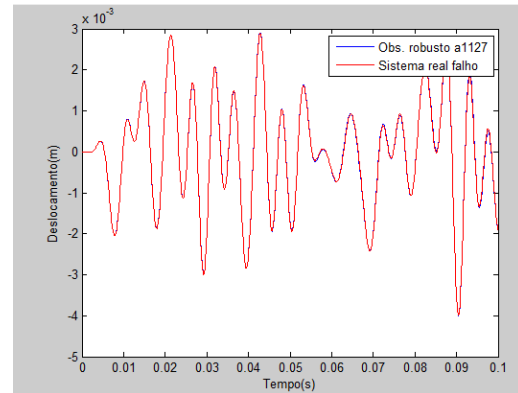


Gráfico 7 – Observador a1327

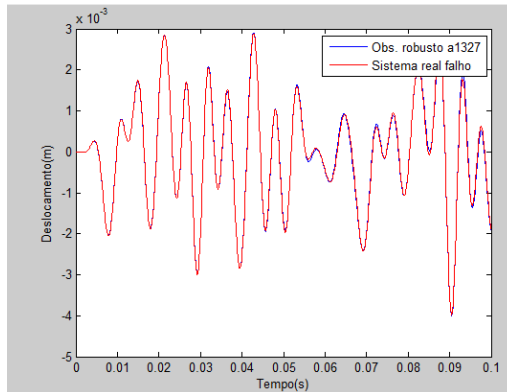


Gráfico 8 – Observador a1527

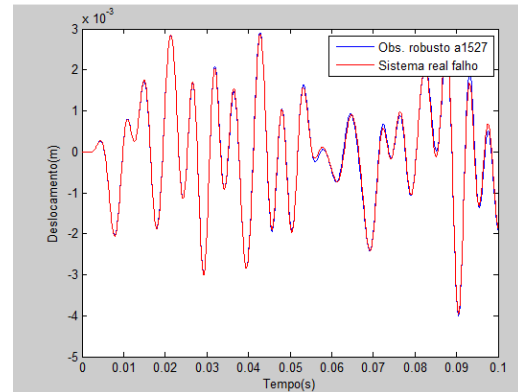


Figura 5.23 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual a0527 é o observador robusto referente a diminuição de 5% na área da seção transversal do elemento 27, a0727 é o observador robusto referente a diminuição de 7% na área do mesmo elemento 27, a0927 o observador robusto referente a diminuição de 9%, a1127, o observador robusto referente a diminuição de 11%, a1327 referente a diminuição de 13% da área de seção transversal e a1527 referente a diminuição de 15% na área de seção transversal do elemento 27.

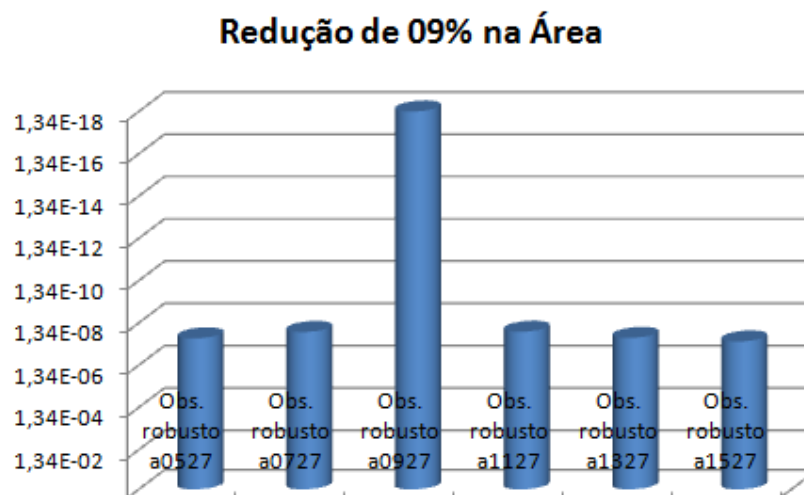


Figura 5.24 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a redução de 9% da área de seção transversal no elemento 27.

Pode-se verificar a partir do gráfico 5 da Figura (5.23) na qual as curvas são coincidentes, que o sistema real falho se comportou exatamente como o observador robusto responsável pela redução dos 9% da área no elemento 27, podendo concluir-se que é nesse lugar a localização da falha, ou seja, o observador robusto localizou a falha, o sistema possui uma falha de redução de área de 9% no elemento 27. E pela Figura (5.24), pode-se confirmar a localização da falha através da diferença de RMS, pois tem-se que quando inserida a falha, a diferença de RMS é mínima exatamente no observador robusto referente a diminuição de 9% da área da seção transversal no elemento 27.

As Tabelas (5.11), (5.12) apresentam os valores das diferenças de RMS (*Root Mean Square*) entre o sistema real falho e os observadores robustos para os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros.

Tabela 5.11 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com falhas de 5%, 7% e 9% na área de secção transversal (A).

	Sistema Real com Redução de 5% na Área ($\neq RMS$)	Sistema Real com Redução de 7% na Área ($\neq RMS$)	Sistema Real com Redução de 9% na Área ($\neq RMS$)
Obs. robusto a052	2.33596236768614e-019	5.81662382197533e-008	1.17064468674534e-007
Obs. robusto a072	5.8100066213326e-008	1.52701787651418e-019	5.90887306091512e-008
Obs. robusto a092	1.16800046705978e-007	5.90223781046367e-008	3.03156644527818e-019
Obs. robusto a112	1.76213984708133e-007	1.19019321054542e-007	6.03246270121795e-008
Obs. robusto a132	2.36454882156345e-007	1.80101222367171e-007	1.21993123578017e-007
Obs. robusto a152	2.97619484029025e-007	2.42355553448312e-007	1.85084303724561e-007

Tabela 5.12 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com falhas de 11%, 13% e 15% na área de secção transversal (A).

	Sistema Real com Redução de 11% na Área ($\neq RMS$)	Sistema Real com Redução de 13% na Área ($\neq RMS$)	Sistema Real com Redução de 15% na Área ($\neq RMS$)
Obs. robusto a052	1.76806752040655e-007	2.37499908185e-007	2.99230265711418e-007
Obs. robusto a072	1.19283558586846e-007	1.80689154427864e-007	2.4338237773561e-007
Obs. robusto a092	6.03904594483227e-008	1.22252228648419e-007	1.856536618296e-007
Obs. robusto a112	1.40896539710864e-019	6.20571284076141e-008	1.2590767628606e-007
Obs. robusto a132	6.19936123883824e-008	1.10618892688735e-019	6.40422942483825e-008
Obs. robusto a152	1.25661276177151e-007	6.39829472059187e-008	3.80445431822508e-019

Novamente pôde-se observar através das Tabelas (5.11) e (5.12), que os observadores robustos conseguiram detectar a localização das falhas. Verificando as diferenças de RMS, percebe-se que nos locais onde se teve a redução na área, são exatamente os locais onde quase não há diferença de RMS, e são onde as curvas são coincidentes, confirmando a localização das falhas inseridas.

Outra análise feita foi a inserção de trincas, utilizando as mesmas condições iniciais anteriormente, porém uma modificação na condição inicial de impacto de 5m/s no nó 15 e na direção negativa do eixo y e o comprimento do elemento trincado (L) de 5m. Inseriu-se uma trinca de profundidade de 15% da altura da barra aleatoriamente no elemento 18 da treliça da Figura (5.20), considerando a condição de trinca aberta ($\gamma = 1$).

As Figuras (5.25), (5.26), (5.27), (5.28) e (5.29) apresentam os gráficos das simulações, nas ordenadas são apresentados os valores medidos de deslocamento para o terceiro grau de liberdade e os valores reconstruídos deles para o observador global, e nas abscissas o tempo em segundos.

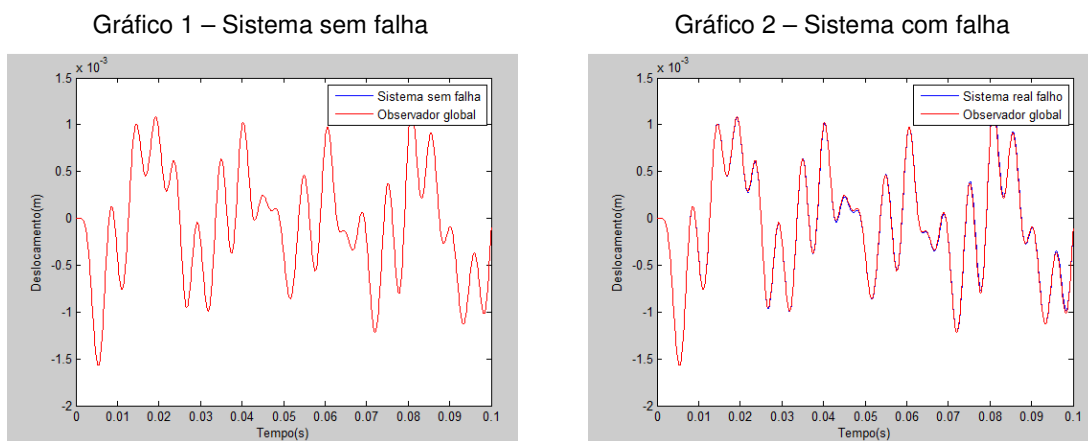


Figura 5.25 – Resultados obtidos referente ao observador global.

Na Figura (5.18) estão apresentados os resultados obtidos referente ao observador global. No primeiro gráfico, temos primeiramente um sistema considerado “sem falha”, que seria o sistema inicial, e pode-se observar que as curvas são coincidentes, significando que o observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema, já que o mesmo se comporta exatamente como o sistema real sem falha. Depois de inserida uma trinca de profundidade de 15% da altura da barra no elemento 18, tem-se que no segundo gráfico as curvas não são coincidentes, detectando através do observador global uma irregularidade no

sistema, o qual seria uma possível falha. E através da Figura 5.26, tem-se as diferenças de RMS do sistema real com o observador global, e verifica-se que no sistema real sem falha quase não existe diferença, e após inserida a trinca as diferenças aumentam, detectando uma possível trinca no sistema.

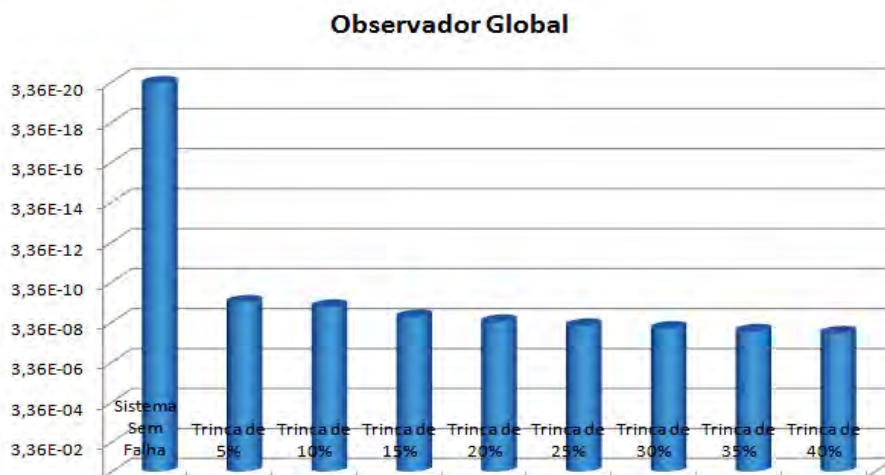


Figura 5.26 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global.

A Tabela (5.13) apresenta os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros e calculando as diferenças de RMS (*Root Mean Square*) dos valores entre o sistema real e observador global. Analisando - a, através da comparação do sistema real sem falha com o observador global, confirma-se que no sistema sem falha quase não existe diferença do valor RMS, concluindo que as curvas são coincidentes, enquanto que quando inseridas as trincas as diferenças de RMS aumentam, e as curvas se distanciam, detectando possíveis trincas.

Tabela 5.13 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 5% a 40% da altura.

	Observador Global ($\neq RMS$)
Sistema Sem Falha	7.06178964452549e-020
Sistema com Falha	
Trinca de 5%	3.4648862092726e-009
Trinca de 10%	5.7438205611993e-009
Trinca de 15%	1.8631196662648e-008
Trinca de 20%	3.2148098430354e-008
Trinca de 25%	5.1008282007717e-008
Trinca de 30%	6.9926056778210e-008
Trinca de 35%	9.5453379492337e-008
Trinca de 40%	1.2071990987602e-007

Detectada a falha, o próximo passo é localizá-la. Para isso, monta-se um banco de observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, nas Figuras (5.27) (5.28) e (5.29) estão apresentados os resultados.

Gráfico 3 – Observador t0518

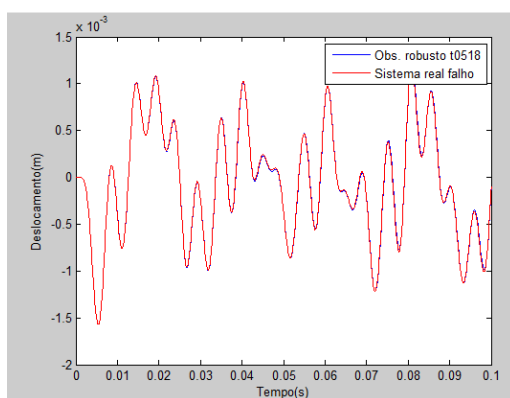


Gráfico 4 – Observador t1018

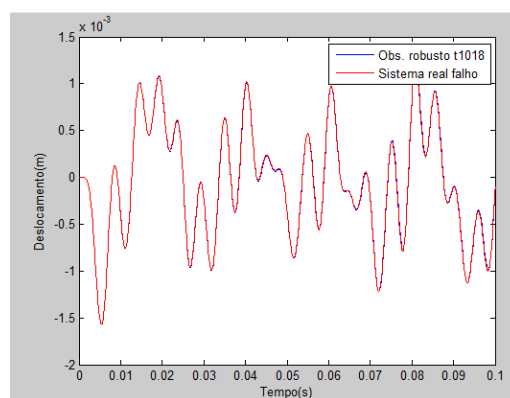


Figura 5.27 - Resultados para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual t0518 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 18 e t1018 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 10% da altura do mesmo elemento 18.

Gráfico 5 – Observador t1518

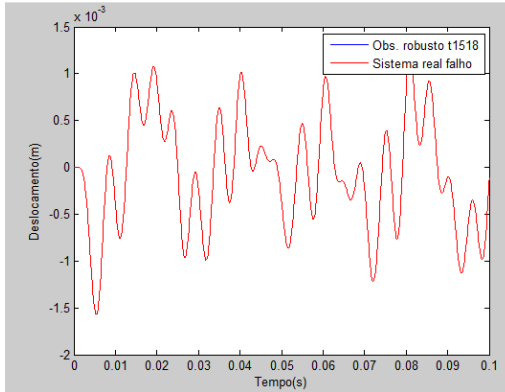


Gráfico 6 – Observador t2018

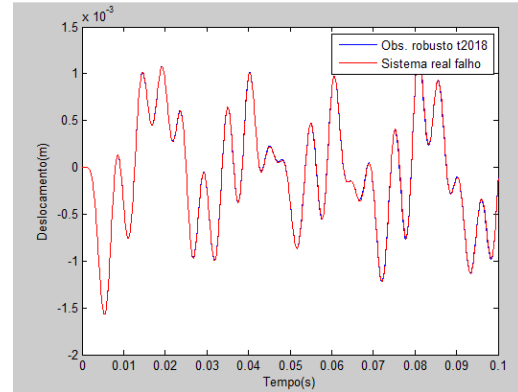


Gráfico 7 – Observador t2518

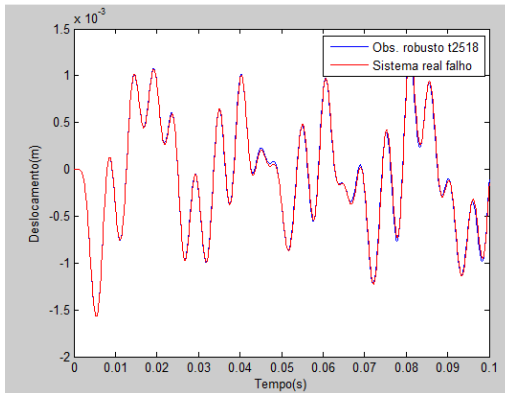


Gráfico 8 – Observador t3018

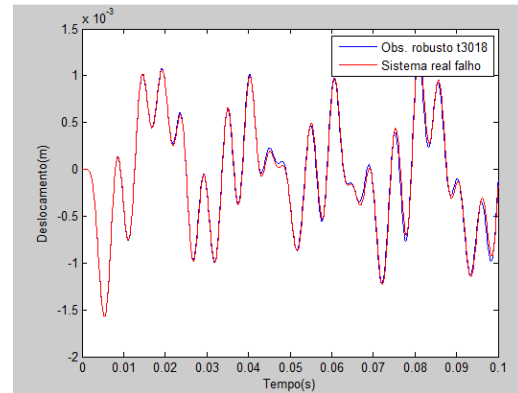


Gráfico 9 – Observador t3518

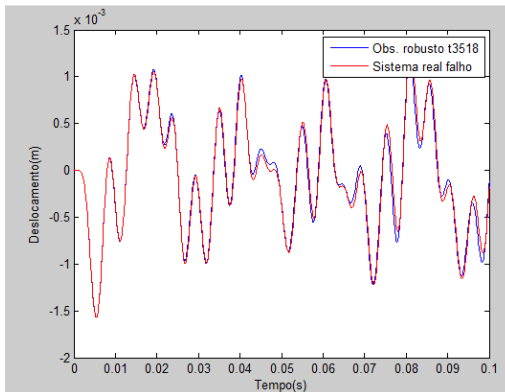


Gráfico 10 – Observador t4018

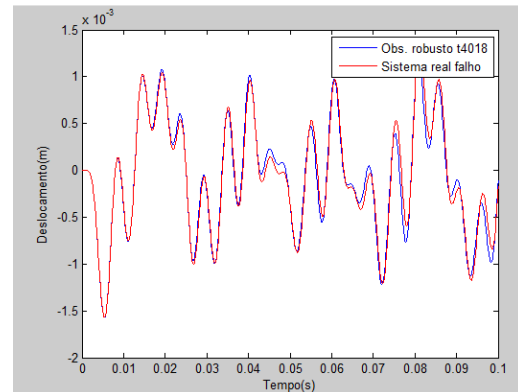


Figura 5.28 - Resultados para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual, t1518 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 15% da altura da barra da treliça do elemento 18, t2018 o observador robusto referente aos 20% do mesmo elemento 18, t2518 referente aos 25%, t3018 referente aos 30% da altura da barra do elemento 18, t3518 é o observador robusto referente aos 35% e t4018 referente a de profundidade de 40% da altura da barra do mesmo elemento 18.

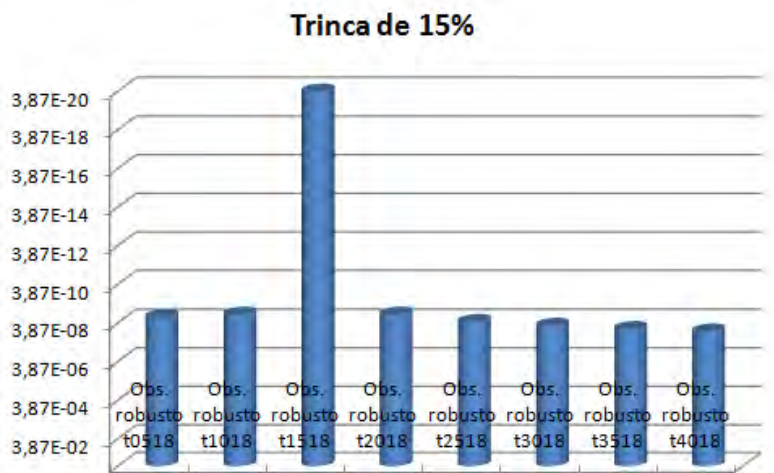


Figura 5.29 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 15% da altura da barra no elemento 18.

Pode-se verificar que no gráfico 5 da Figura (5.28) as curvas são coincidentes, significando que o sistema real falho se comportou exatamente como o observador robusto responsável pela trinca de 15% da altura da barra do elemento 18, podendo concluir-se que é nesse lugar a localização da falha, ou seja, o observador robusto localizou a falha, possui uma trinca de 15% da altura da barra da treliça no elemento 18. E novamente, pela figura (5.29), pode-se verificar que a diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos é mínima exatamente no local onde foi inserida a trinca de 15% de profundidade da altura da barra do elemento 18.

As Tabelas (5.14), (5.15) apresentam os valores das diferenças de RMS (*Root Mean Square*) entre o sistema real e os observadores robustos para os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros.

Tabela 5.14 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com trincas com profundidades de 5% a 20% da altura da barra.

	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.05h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_2 = 0.10h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_3 = 0.15h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_4 = 0.20h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t0518	7.127330089412e-020	2.461511905744e-009	1.589799724304e-008	2.953990940144e-008
Obs. robusto t1018	2.461226469873e-009	3.306051919822e-020	1.371789071035e-008	2.738862125135e-008
Obs. robusto t1518	1.58870339812e-008	1.371068993532e-008	4.979464684700e-020	1.367671194016e-008
Obs. robusto t2018	2.950709804019e-008	2.736260684534e-008	1.367085271130e-008	7.288394650610e-020
Obs. robusto t2518	4.845883692931e-008	4.634649338840e-008	3.272313770333e-008	1.912896130001e-008
Obs. robusto t3018	6.736454245703e-008	6.528086489809e-008	5.174552072651e-008	3.821805387275e-008
Obs. robusto t3518	9.2468940119e-008	9.028657906736e-008	7.691434931090e-008	6.354828029291e-008
Obs. robusto t4018	1.173837450886e-007	1.151841505573e-007	1.021055341737e-007	8.904388396029e-008

Tabela 5.15 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do primeiro elemento com os observadores robustos com trincas com profundidades de 25% a 40% da altura da barra.

	Sistema Real com Trinca $a_5 = 0.25h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_6 = 0.30h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_7 = 0.35h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_8 = 0.40h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t0518	4.854943173660e-008	6.75494759908e-008	9.284958811152e-008	1.158198693076e-007
Obs. robusto t1018	4.642632379496e-008	6.545105028752e-008	9.064732020539e-008	1.158198685364e-007
Obs. robusto t1518	3.276374840529e-008	5.185662199362e-008	7.717776321763e-008	1.026027413334e-007
Obs. robusto t2018	1.914486295109e-008	3.828472083898e-008	6.373481188032e-008	8.942776113106e-008
Obs. robusto t2518	7.453683043302e-020	1.915882470397e-008	4.517150695876e-008	7.133967792565e-008
Obs. robusto t3018	1.914139187199e-008	4.220437235896e-020	2.731596974398e-008	5.381675780835e-008
Obs. robusto t3518	4.508171464925e-008	2.729025872768e-008	2.784146475261e-020	2.659926256940e-008
Obs. robusto t4018	7.110645882032e-008	5.370096823274e-008	2.656690208778e-008	3.379743245458e-020

Já nas Tabelas (5.14) e (5.15) estão apresentados resultados dos observadores robustos, que detectam a localização das falhas, onde as curvas se coincidem, são exatamente os locais onde se encontram as trincas, pois significa que o sistema se comportou exatamente como o observador robusto referente. E novamente pode-se verificar que as diferenças de RMS são mínimas exatamente onde foram inseridas as trincas, conseguindo assim, detectar suas localizações.

Inserida uma trinca na treliça, o próximo passo foi inserir duas trincas simultaneamente na treliça da Figura (5.20). Com as mesmas condições iniciais, sendo uma velocidade de impacto de 5m/s no nó 16, na direção negativa do eixo y, foram inseridas aleatoriamente uma trinca de profundidade de 20% da altura da barra no elemento 18 e outra de 25% no elemento 29. As Figuras (5.30), (5.31), (5.32) (5.33), (5.34), (5.35) e (5.36) mostram os gráficos da simulação, nas ordenadas são apresentados os valores medidos de deslocamento para o terceiro grau de liberdade e os valores reconstruídos deles para o observador global, e nas abscissas o tempo em segundos.

Gráfico 1 – Sistema sem falha

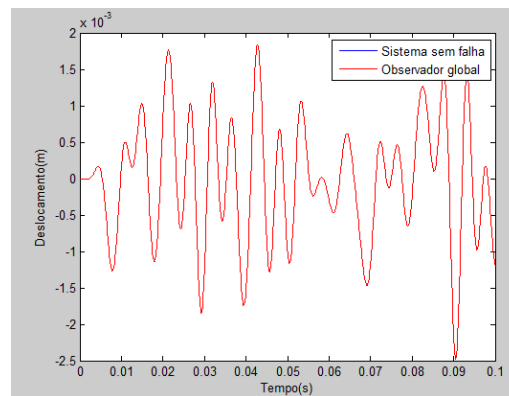


Gráfico 2 – Sistema com falha

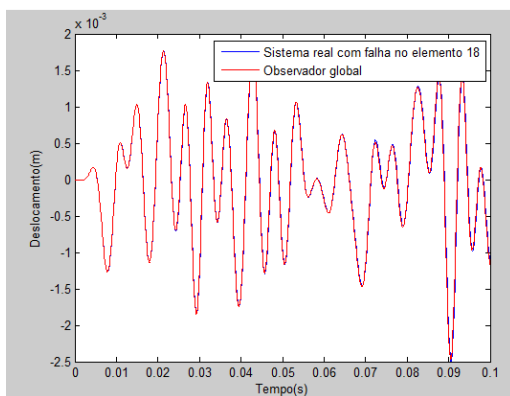


Gráfico 3 – Sistema com falha

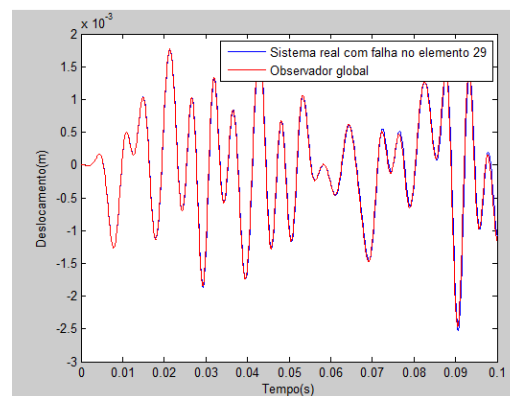


Figura 5.30 – Resultados obtidos referentes aos observadores globais.

Observadores Globais

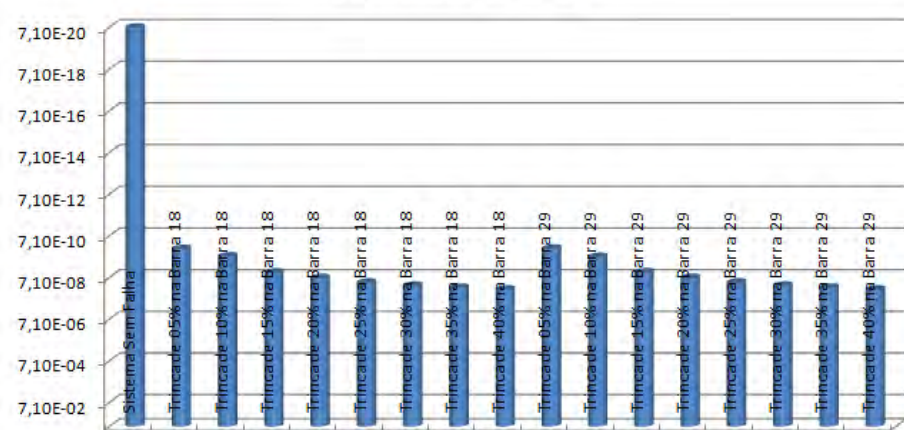


Figura 5.31 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global.

Pode-se verificar a partir das Figuras (5.30) e (5.31), na qual estão apresentados os resultados obtidos referente aos observadores globais, que no primeiro gráfico da Figura

(5.30), temos primeiramente um sistema considerado “sem falha”, o qual seria o sistema inicial, já que suas curvas são coincidentes, ou seja, o observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema, já que o mesmo se comporta exatamente como o sistema real sem falha. Depois de inserida duas trincas, sendo uma de 20% de profundidade da altura da barra no elemento 18 e outra de 25% de profundidade no elemento 29, têm-se que no segundo e no terceiro gráfico da mesma figura as curvas não são coincidentes. O segundo gráfico é referente ao observador global para o elemento 18, e o terceiro gráfico é o referente ao observador global do elemento 29, ambos os gráficos não possuem suas curvas coincidentes com o sistema real, ou seja, eles detectaram uma possível trinca. Confirmando, através da Figura (5.31), na qual estão apresentadas as diferenças de RMS dos valores do sistema real com e sem falha, e verifica-se que no sistema sem falha quase não existe diferença de RMS enquanto que inserida as trincas essas diferenças aumentam, detectando falhas no sistema.

A Tabela (5.16) apresenta os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros e calculando as diferenças de RMS (*Root Mean Square*) dos valores entre o sistema real e observador global.

Tabela 5.16 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 5% a 40% da altura.

	Observador Global ($\neq RMS$)
Sistema Sem Falha	1.10678306638562e-019
Sistema com Falha	
Trinca de 5% na Barra 18	3.0843808015252e-009
Trinca de 10% na Barra 18	7.4218736949418e-009
Trinca de 15% na Barra 18	4.5011191321694e-008
Trinca de 20% na Barra 18	8.3104558815875e-008
Trinca de 25% na Barra 18	1.39590511618046e-007
Trinca de 30% na Barra 18	1.95915134651948e-007
Trinca de 35% na Barra 18	2.47806556312591e-007
Trinca de 40% na Barra 18	2.99364058513851e-007
Trinca de 5% na Barra 29	3.03572685422165e-009
Trinca de 10% na Barra 29	8.11334241719051e-009
Trinca de 15% na Barra 29	4.72110822286408e-008
Trinca de 20% na Barra 29	8.68093306585817e-008
Trinca de 25% na Barra 29	1.45638640577364e-007
Trinca de 30% na Barra 29	2.0435261569254e-007
Trinca de 35% na Barra 29	2.6071283856016e-007
Trinca de 40% na Barra 29	3.1666703397432e-007

Analisando a Tabela (5.16), através da comparação do sistema real sem falha com os observadores globais, verifica-se que no sistema sem falha novamente quase não existe diferença do valor RMS, concluindo que as curvas são coincidentes, enquanto que quando inseridas as trincas as diferenças de RMS aumentam, e as curvas se distanciam, detectando as possíveis trincas.

Detectada as trincas, o próximo passo são localizá-las através dos observadores robustos, saber quais os tamanhos de suas profundidades e em quais elementos se encontra as trincas. Para isso, monta-se um banco de observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, nas Figuras (5.32), (5.33), (5.34), (5.35) e (5.36) estão apresentados os resultados.

Gráfico 4 – Observador t0518

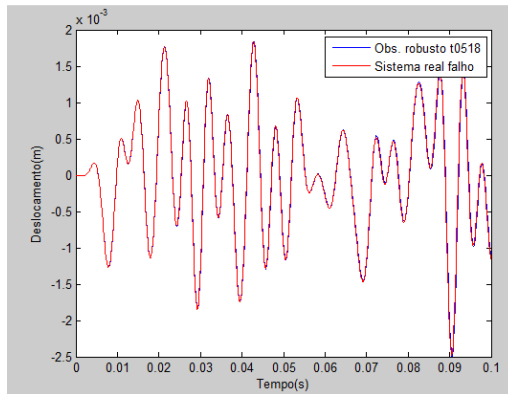


Gráfico 5 – Observador t1018

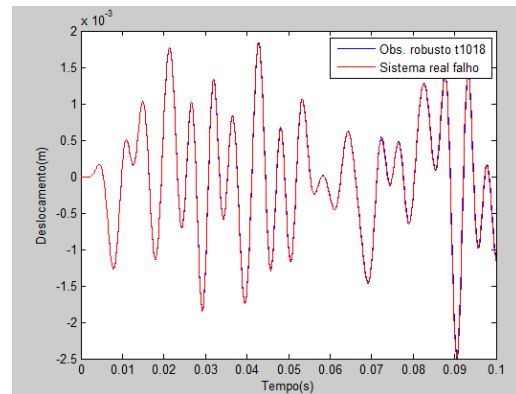


Gráfico 6 – Observador t1518

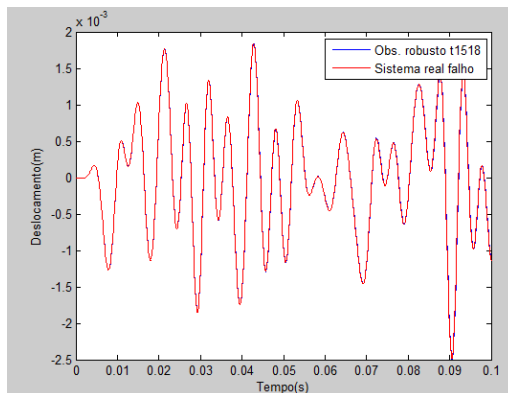


Gráfico 7 – Observador t2018

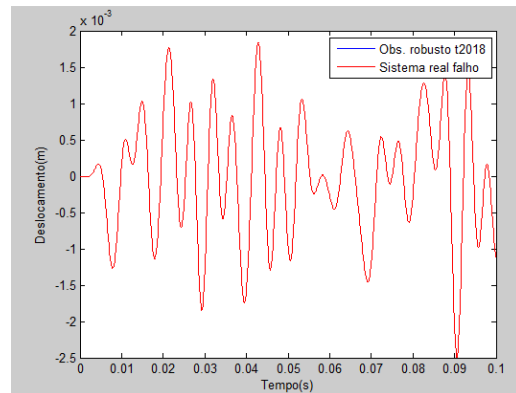


Figura 5.32 - Resultados obtidos dos observadores robustos referentes aos parâmetros do elemento 18

Gráfico 8 – Observador t2518

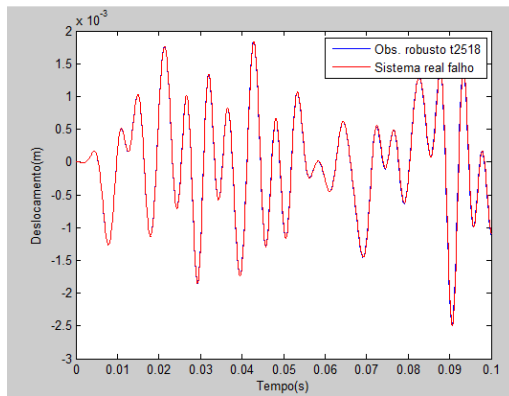


Gráfico 9 – Observador t3018

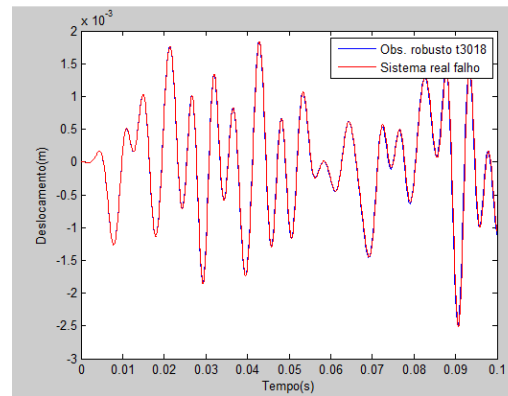


Gráfico 10 – Observador t3518

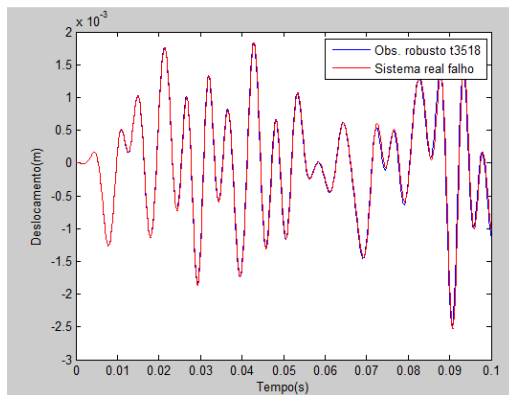


Gráfico 11 – Observador t4018

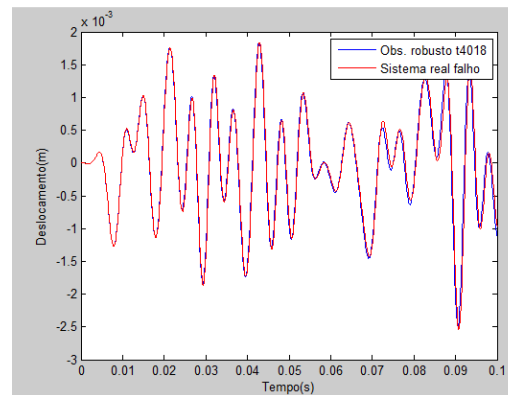
**Figura 5.33 - Resultados obtidos dos observadores robustos referentes aos parâmetros do elemento 18.**

Gráfico 12 – Observador t0529

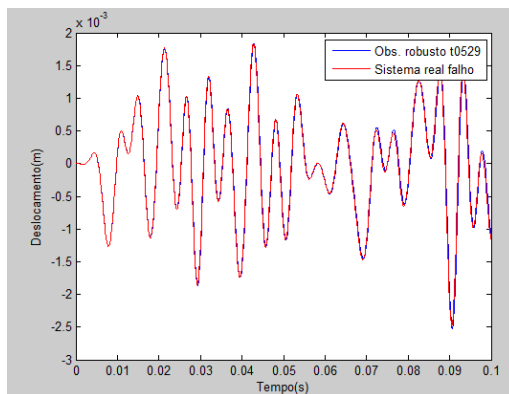


Gráfico 13 – Observador t1029

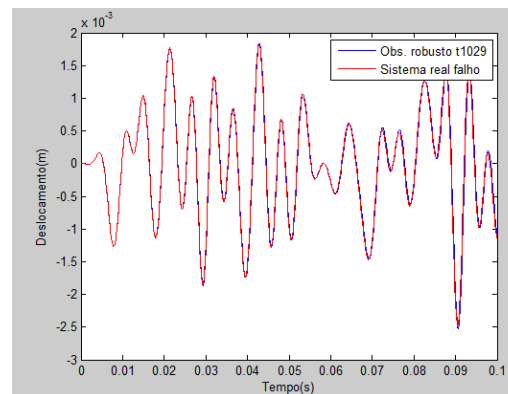
**Figura 5.34 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t0529 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 29 e t1018 é o observador robusto referente a trinca de 10% no elemento 29.**

Gráfico 14 – Observador t1529

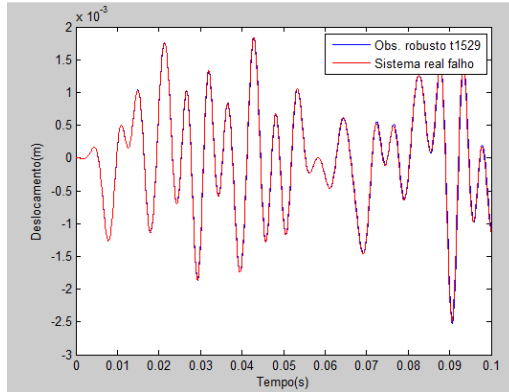


Gráfico 15 – Observador t2029

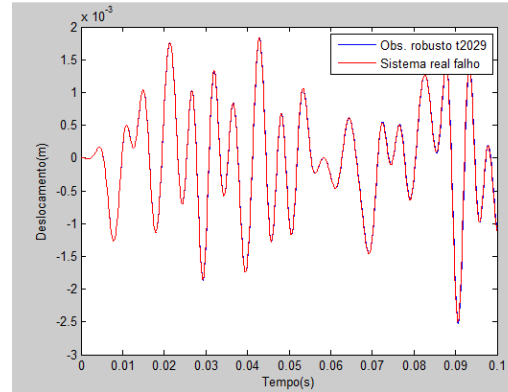


Gráfico 16 – Observador t2529

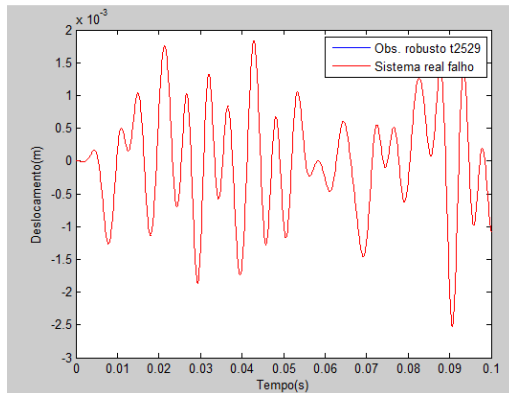


Gráfico 17 – Observador t3029

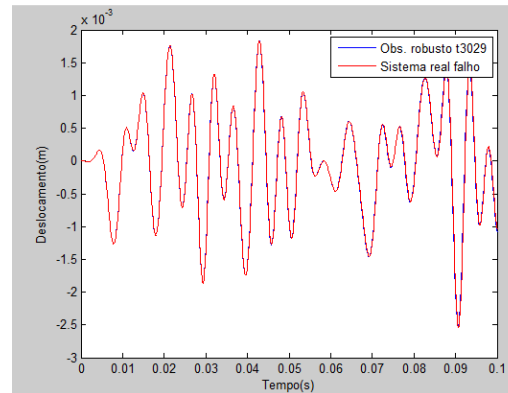


Gráfico 18 – Observador t3529

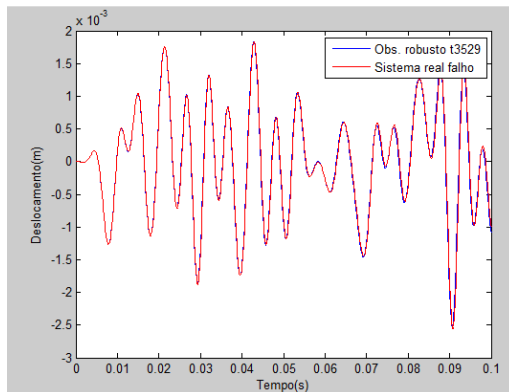


Gráfico 19 – Observador t4029

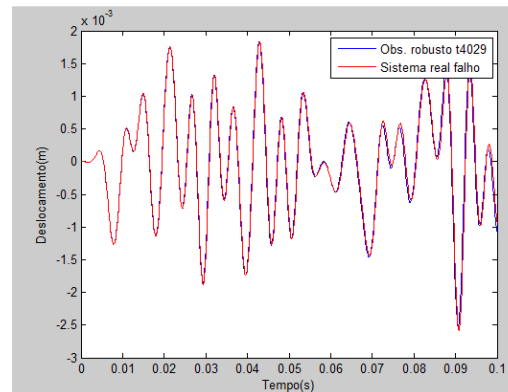


Figura 5.35 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas, na qual t1529 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 15% da altura da barra do elemento 29, t2029 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 20% do elemento 29, t2529 é o observador robusto referente a trinca de 25% da altura da barra do elemento 29, t3029 é o observador robusto referente a trinca de 30% , t3529 referente a de profundidade de 35% e t4029 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 40% da altura da barra do mesmo elemento 29.

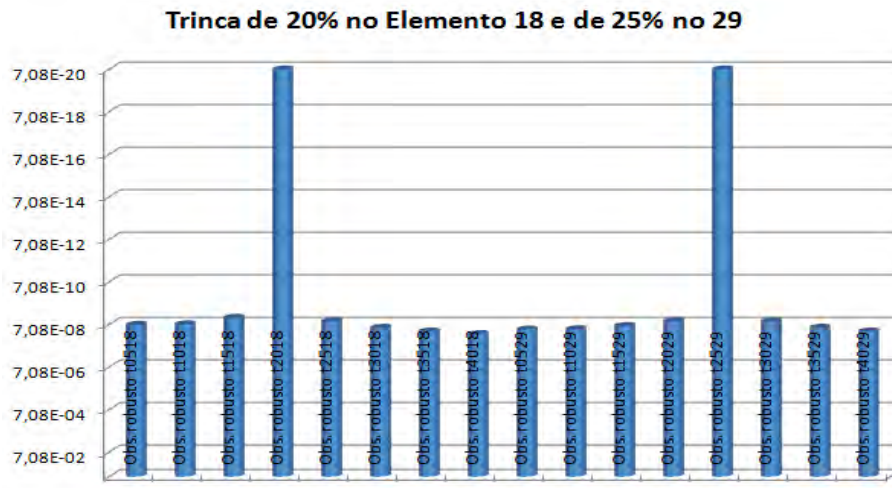


Figura 5.36 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 20% da altura da barra no elemento 18 e de 25% no elemento 29.

Novamente pode-se verificar que no gráfico 7 da Figura (5.32) e no gráfico 16 da Figura (5.35) as curvas são coincidentes, significando que o sistema real falho se comportou exatamente como os observadores robustos responsáveis pela trinca de profundidade de 20% da altura da barra do elemento 18 e pela trinca de profundidade de 25% da altura da barra do elemento 29, podendo concluir-se que são esses lugares a localização da falha e com essas profundidades, respectivamente, ou seja, os observadores robustos localizaram as falhas, possui uma trinca de profundidade de 20% da altura da barra da treliça no elemento 18 e uma trinca de profundidade de 25% no elemento 29. Podendo-se ainda confirmar através da diferença de RMS, apresentada na Figura (5.36), entre o sistema real falho e os observadores robustos, essas diferenças são mínimas exatamente onde foram inseridas as trincas, uma trinca de 20% de profundidade no elemento 18 e outra de 25% no elemento 29.

As Tabelas (5.17), (5.18) apresentam os valores das diferenças de RMS (*Root Mean Square*) entre o sistema real e os observadores robustos para os resultados das simulações feitas para todos os parâmetros.

Tabela 5.17 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas.

	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.05h$ e $a_1 = 0.40h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.10h$ e $a_1 = 0.35h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.15h$ e $a_1 = 0.30h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.20h$ e $a_1 = 0.25h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t0518	1.091877140864e-019	4.659851968806e-009	4.267693018236e-008	8.081883160915e-008
Obs. robusto t1018	4.659469824703e-009	1.333150953907e-019	3.810583499693e-008	7.626478796698e-008
Obs. robusto t1518	4.265523924428e-008	3.809002669760e-008	2.711404505884e-020	3.820404015795e-008
Obs. robusto t2018	8.07429633043e-008	7.620041358958e-008	3.818771625106e-008	2.659164895714e-019
Obs. robusto t2518	1.371325215494e-007	1.888203039911e-007	9.48567519885e-008	5.68165607144e-008
Obs. robusto t3018	1.932569760218e-007	7.620041358958e-008	1.514079530352e-007	1.659593070236e-007
Obs. robusto t3518	2.447374006179e-007	1.326365542963e-007	2.033549734058e-007	2.182099169946e-007
Obs. robusto t4018	2.958284948650e-007	1.888203039911e-007	2.550861331643e-007	1.430329176670e-007
Obs. robusto t0529	3.141256052970e-007	2.581464891087e-007	2.017912676834e-007	1.38123695027e-007
Obs. robusto t1029	3.093572930472e-007	2.533194026598e-007	1.969435875729e-007	9.879595995207e-008
Obs. robusto t1529	2.712693256002e-007	2.147020188627e-007	1.579394506031e-007	5.916590441226e-008
Obs. robusto t2029	2.326307664783e-007	1.756099515701e-007	1.185341803144e-007	4.943488493145e-008
Obs. robusto t2529	1.744879775157e-007	1.169367007181e-007	5.952558369881e-008	9.697001754507e-020
Obs. robusto t3029	1.156712522639e-007	5.780743308460e-008	3.871241187006e-020	5.94590749620e-008
Obs. robusto t3529	5.797704507819e-008	1.240037015164e-019	5.77152141158e-008	1.166116649688e-007
Obs. robusto t4029	2.412556469309e-020	5.788650211059e-008	1.153055217097e-007	1.737252337552e-007

Tabela 5.18 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do segundo grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas simultâneas.

	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.20h$ e $a_1 = 0.25h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.15h$ e $a_1 = 0.30h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.10h$ e $a_1 = 0.35h$ ($\neq RMS$)	Sistema Real com Trinca $a_1 = 0.05h$ e $a_1 = 0.40h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t0518	1.373629266967e-007	1.937314452151e-007	2.455743154537e-007	2.971236044219e-007
Obs. robusto t1018	1.328465227544e-007	1.892651268443e-007	2.411271258000e-007	2.92726092651e-007
Obs. robusto t1518	9.496664663776e-008	1.516986611378e-007	1.663605149727e-007	2.291615955382e-007
Obs. robusto t2018	5.685783469367e-008	1.138135666183e-007	1.101116861883e-007	2.189358043104e-007
Obs. robusto t2518	1.698939482460e-019	5.711650354420e-008	9.869574344136e-008	1.632988087831e-007
Obs. robusto t3018	5.707386896791e-008	1.079890409715e-019	5.366965150564e-008	1.072833005251e-007
Obs. robusto t3518	1.099306636285e-007	5.362675191188e-008	4.281652360884e-020	5.373518238951e-008
Obs. robusto t4018	1.628900467893e-007	1.071099143579e-007	5.369147137032e-008	1.056982407298e-019
Obs. robusto t0529	8.41630108376e-008	4.452142767938e-008	5.158905380979e-009	9.814193671790e-020
Obs. robusto t1029	7.921243189404e-008	3.954167894631e-008	6.647590935418e-020	5.158260293803e-009
Obs. robusto t1529	3.970830873188e-008	1.593278030267e-019	3.951162500245e-008	4.448045757228e-008
Obs. robusto t2029	1.017525664232e-019	3.967790543399e-008	7.909138210789e-008	8.402062526613e-008
Obs. robusto t2529	5.909968519140e-008	9.86093265916e-008	1.377562907070e-007	1.426287668589e-007
Obs. robusto t3029	1.182683354572e-007	1.574622492425e-007	1.961940979411e-007	2.009893385930e-007
Obs. robusto t3529	1.749192024912e-007	2.136858558035e-007	2.519165005768e-007	2.566747032992e-007
Obs. robusto t4029	2.31337463235e-007	2.695372284329e-007	3.071242771159e-007	3.11807122323e-007

Novamente podemos observar pelas Tabelas (5.17) e (5.18), nas quais apresentam os resultados dos observadores robustos, os quais detectam a localização das falhas. Onde as curvas se coincidem, são exatamente os locais onde se encontram as trincas, pois significam que o sistema se comportou exatamente como o observador robusto referente, são os locais onde as diferenças de RMS são mínimas, exatamente nos locais onde foram inseridas as trincas, conseguindo mais uma vez, detectar suas localizações.

6 Capítulo

6.1 Validação Experimental

A fim de verificar a validade da metodologia desenvolvida construiu-se, uma estrutura reticulada de aço na oficina do Departamento de Engenharia Mecânica (M2) e realizaram-se os testes no Laboratório do Departamento de Engenharia Mecânica (GMSINT), Figura (6.1).



Figura 6.1 – Esquema do experimento realizado.

6.1.1 Materiais Utilizados

Foram utilizados os seguintes materiais:

- Microcomputador Pentium 4 com placa dSpace ACE 1103;
- Condicionador/Amplificador de sinais: modelo 481A01 S/N 157;
- Condicionador/Amplificador de sinais: modelo 480E09 S/N 22777;
- Acelerômetro: modelo 352C22 S/N 71470;
- Martelo de impacto para força impulsiva: modelo 208C02 S/N 11624

E o *software* utilizado para a aquisição de sinais foi o *software* Wincon – Simulink – RTX e *software* Matlab for Windows.

6.1.2 Dados da Estrutura

Dimensões da estrutura:

- Altura 0,6m;
- Base de 0,225m x 0,25m;

Os elementos 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15, 16 e 18 possuem área de seção transversal de $8,88 \times 10^{-5} m^2$.

Os elementos 25, 26, 27, 28, 29 e 30 possuem área de seção transversal de $3,6 \times 10^{-5} m^2$.

Os elementos 31, 32, 33, 34, 35 e 36 possuem área de seção transversal de $4,89 \times 10^{-5} m^2$.

Esses elementos são mostrados na Figura (6.2) feita pelo *software Ansys* para melhor visualização.

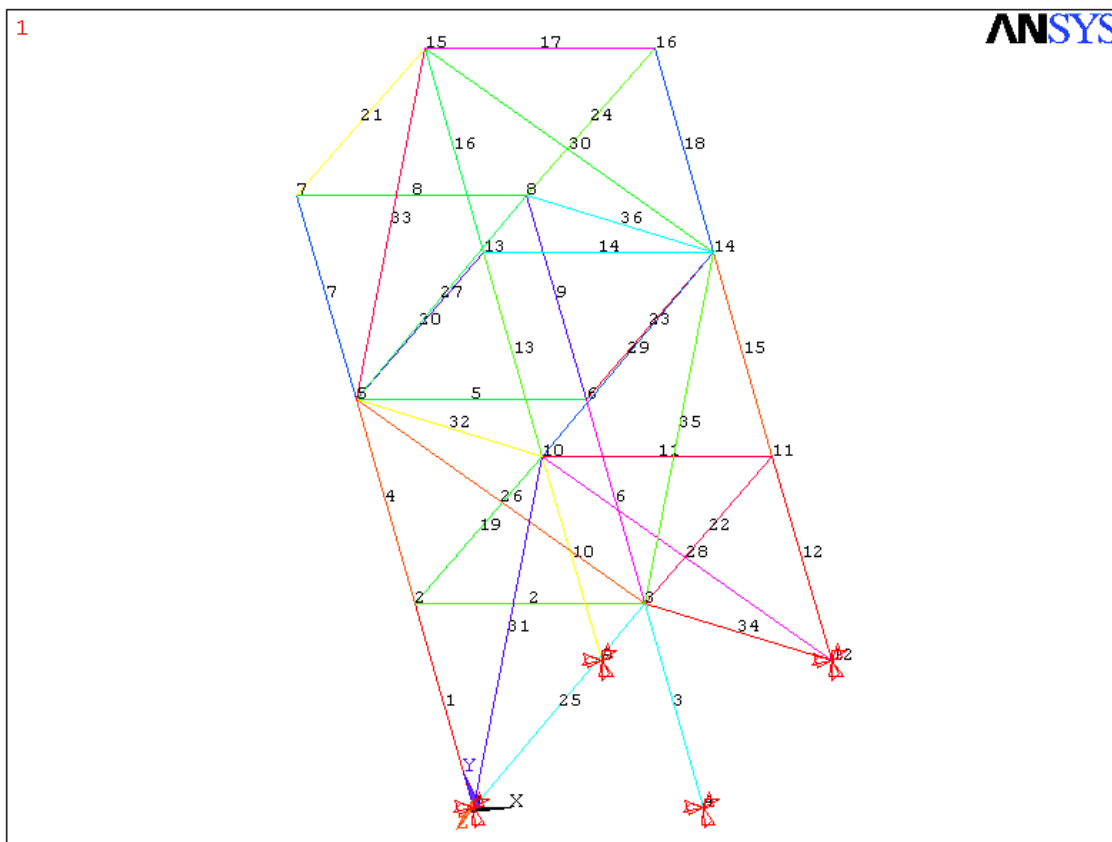


Figura 6.2 – Elementos da estrutura reticulada montada.

6.1.3 Modelo Matemático do Sistema Mecânico Montado

Tem-se que o sistema de equações diferenciais, na forma matricial, que descreve o movimento deste sistema mecânico é dado pela equação (4.14), na qual M é a matriz de massa, C é a matriz de amortecimento, $(K_u - \gamma \Delta K)$ é a matriz de rigidez, $\Delta K = K_u - K_c$ e $\gamma = 1$ quando a trinca está aberta e $\gamma = 0$ quando a trinca está fechada.

$$\begin{aligned} M \ddot{u}(t) + C \dot{u}(t) + (K_u - \gamma \Delta K) u(t) &= f(t) \\ u(0) &= u^0 \\ \dot{u}(0) &= \dot{u}^0 \end{aligned}$$

6.1.4 Resultados Experimentais

A estrutura reticulada possui elementos de viga, tendo 12 graus de liberdade cada elemento com exceção dos elementos engastados que só possuem 6 graus de liberdade, com isso a estrutura possui no total 72 graus de liberdade.

O acelerômetro foi colocado no nó 11 e na direção positiva do x , portanto no grau de liberdade 43, a estrutura foi excitada através de um impacto do martelo que foi dado no nó 13 na direção negativa de x , como apresenta a figura (6.3), utilizou-se uma frequência de amostragem de 20000Hz e em um intervalo de tempo de 1 segundo.

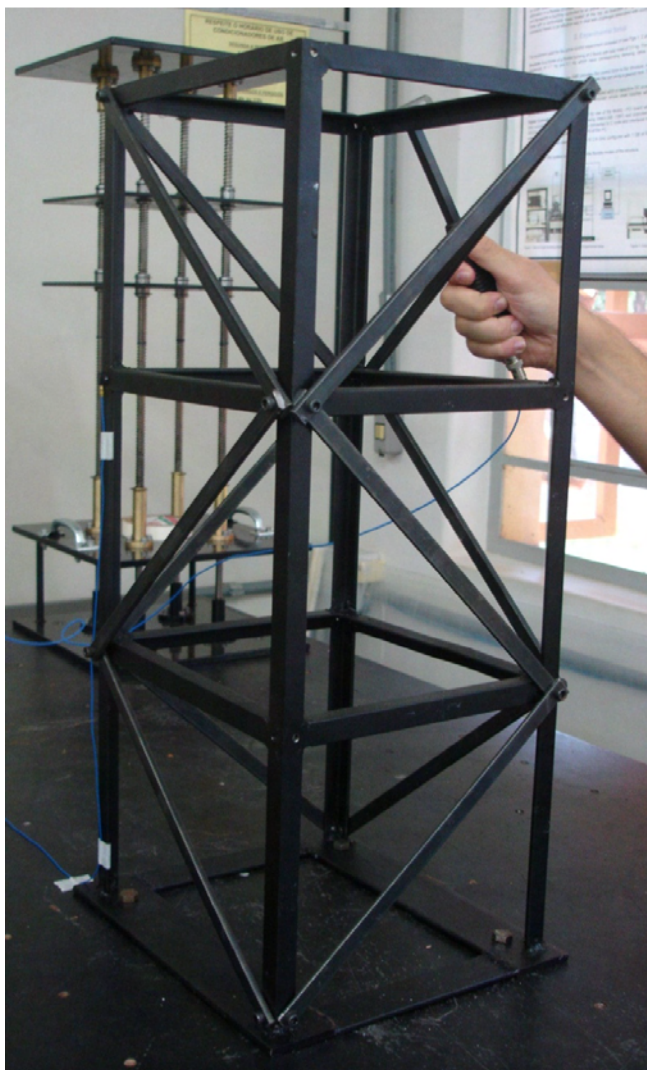


Figura 6.3 - Sistema mecânico com o acelerômetro no nó 11 e impacto no nó 13.

Nas Figuras (6.4), (6.5) (6.6) (6.7) e (6.8) apresentam os gráficos das simulações, nas ordenadas são apresentados os valores medidos de deslocamento para o grau de liberdade 43° e os valores reconstruídos deles para o observador global, e nas abscissas o tempo em segundos.

Gráfico 1 – Sistema sem falha

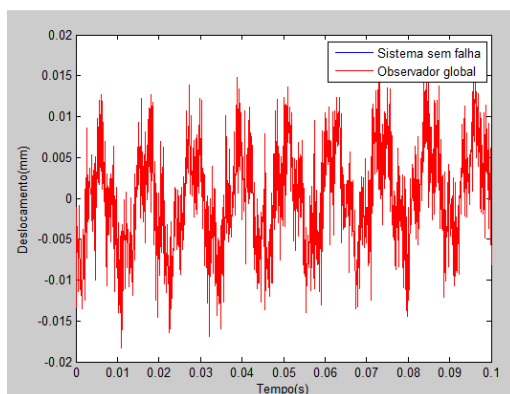


Gráfico 2 – Sistema com falha

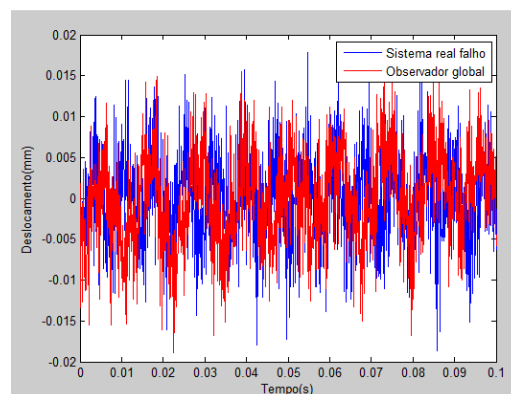


Figura 6.4 – Resultados obtidos referente ao observador global.



Figura 6.5 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43º grau de liberdade com o observador global.

Observando-se os gráficos da Figura (6.4), no primeiro gráfico temos o sistema inicial, o sistema considerado sem falha, sendo o observador global tendo o mesmo comportamento do sistema real sem falha, e as curvas estão coincidentes, pode-se concluir que enquanto não inseriu nenhuma trinca o sistema não possui falha e o observador global está funcionando adequadamente. Já no segundo gráfico da mesma figura as curvas não são coincidentes, e foi inserida uma trinca de profundidade de 30% da altura da viga do elemento 27 da estrutura. Como se espera que o observador global se comporte da mesma forma que o modelo sem falha, depois de inserida a trinca os gráficos já se distanciam, como mostra o gráfico 2 da mesma figura, o observador global detectou uma possível falha no sistema. E através da Figura (6.5), na qual estão apresentadas as diferenças de RMS dos valores de deslocamentos

do 43° grau de liberdade com o observador global nota-se uma diferença maior quando foi inserida a trinca quando comparada com o sistema sem falha.

A Tabela (6.1) apresenta o resultado da simulação feita para a trinca de profundidade de 30% da altura da viga e o cálculo da diferença de RMS (*Root Mean Square*) do valor entre o sistema real e observador global.

Tabela 6.1- Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43° grau de liberdade com o observador global com trinca de profundidade de 30% da altura da viga.

	Observador Global ($\neq$ RMS)
Sistema Sem Falha	1.05283184393471e-008
Sistema com Trinca de 30%	6.9099879988769e-005

Analisando a Tabela (6.1), através da comparação do sistema real sem falha com o observador global, verifica-se que no sistema sem falha a diferença do valor RMS continua sendo menor que quando inserida a trinca, mesmo não sendo uma diferença sensível, as curvas forma coincidentes quando não se tem falha e bem diferentes quando inserida a trinca.

Detectada a falha, o próximo passo foi a localização da trinca. Montou-se um banco de observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas e estão apresentados nas Figuras (6.6) (6.7) e (6.8).

Gráfico 3 – Observador t0527

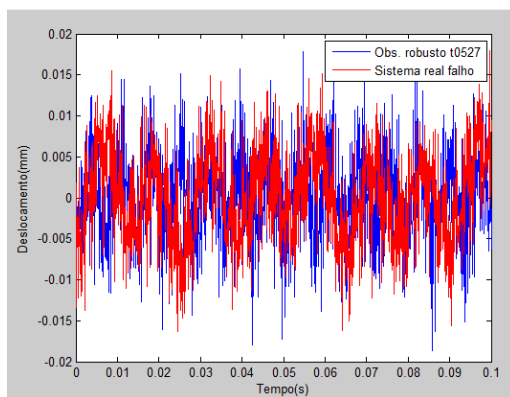


Gráfico 4 – Observador t1027

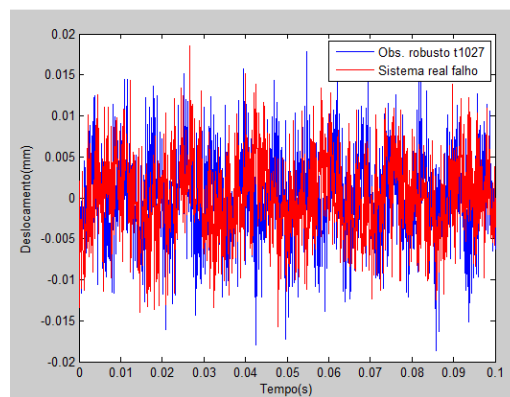


Figura 6.6- Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual t0527 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 27 e t1027 é o observador robusto referente à 10% do mesmo elemento 27.

Gráfico 5 – Observador t1527

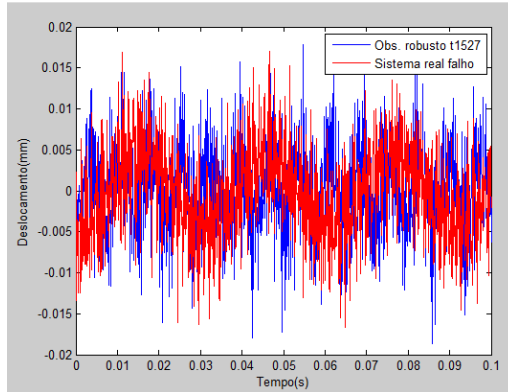


Gráfico 6 – Observador t2027

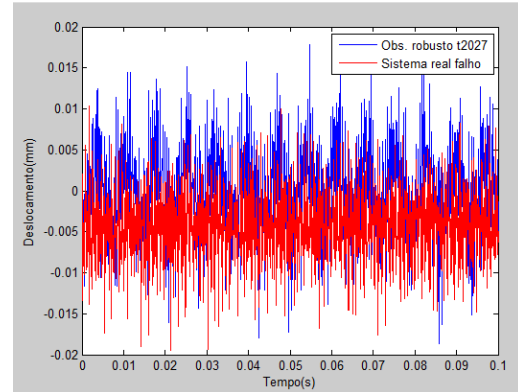


Gráfico 7 – Observador t2527

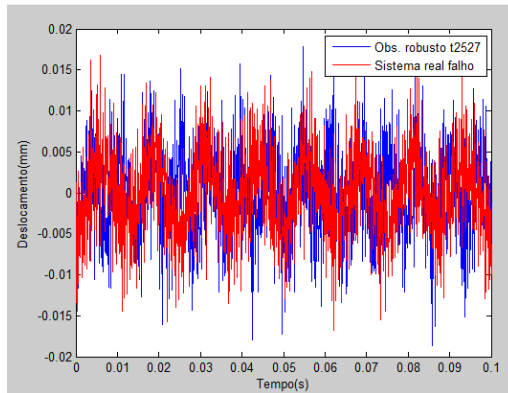


Gráfico 8 – Observador t3027

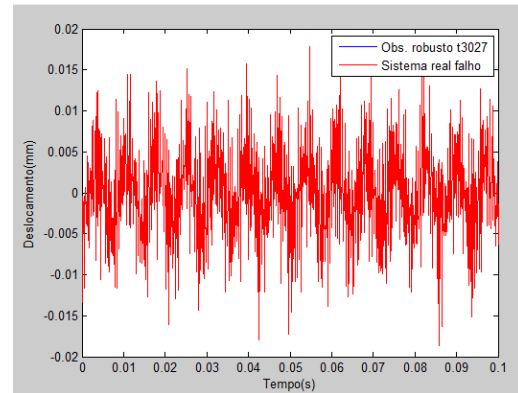


Gráfico 9 – Observador t3527

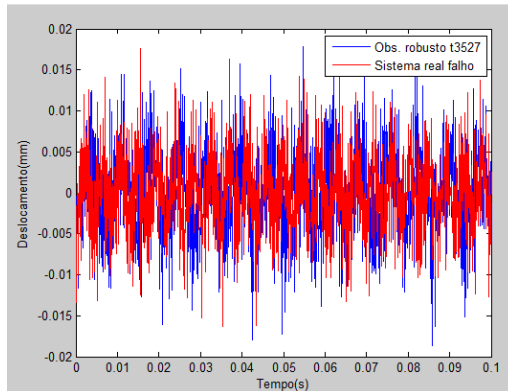


Gráfico 10 – Observador t4027

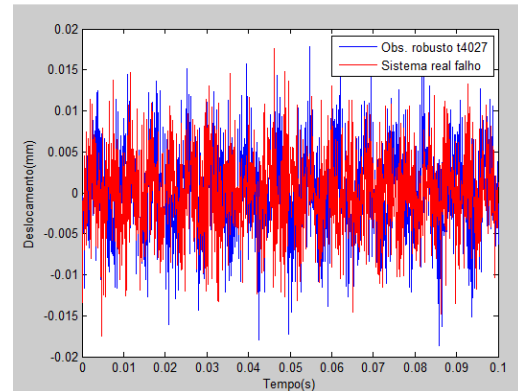


Figura 6.7 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, na qual, t1521 é o observador robusto referente à trinca de profundidade de 15% da altura da barra do elemento 27, t2027 referente a trinca de 20% da altura da barra do elemento 27, t2527 é o observador robusto referente a trinca 25%, t3027 é o referente a 30%, t3527 é o referente aos 35% e t4027 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 40% da altura da barra do mesmo elemento 27.

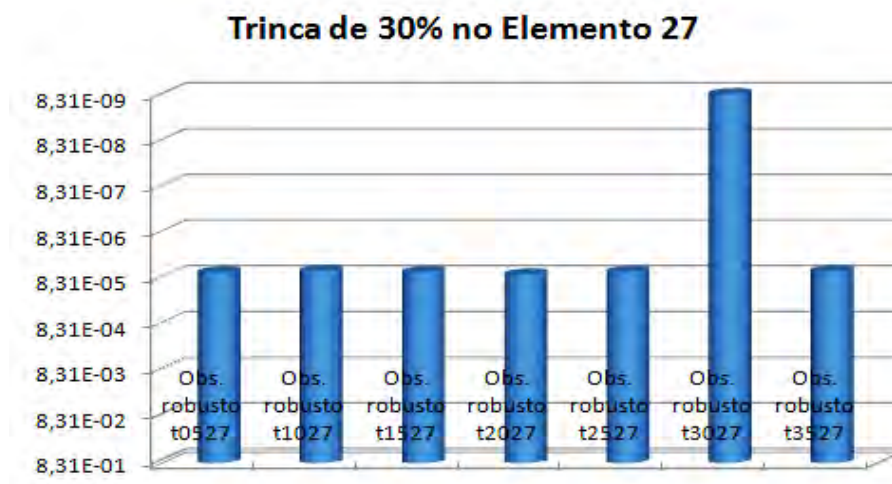


Figura 6.8 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 30% da altura da barra no elemento 27.

Analisando os gráficos das Figuras (6.6), (6.7) e (6.8) pode-se verificar que no gráfico 8 da Figura (6.7) as curvas são coincidentes, significando que o sistema real falho se comportou exatamente como o observador robusto responsável pela trinca de 30% da altura da barra do elemento 27, podendo concluir-se que é nesse lugar a localização da falha, ou seja, o observador robusto localizou a falha, a estrutura possui uma trinca de 30% da altura da barra da viga no elemento 27, o que consta também na Figura (6.8), o qual apresentam as diferenças de RMS entre o sistema real e os observadores robusto, onde a diferença é mínima é exatamente o local da trinca, o que pode-se verificar que o sistema realmente possui uma trinca de 30% de profundidade da altura da barra do elemento 27.

A Tabela (6.3) apresenta os valores das diferenças de RMS (*Root Mean Square*) entre o sistema real e os observadores robustos para os resultados das simulações feitas para a trinca de profundidade de 30% da altura da viga da estrutura.

Tabela 6.2 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do terceiro grau de liberdade com os observadores robustos com trincas de profundidades de 25% a 40% da altura da barra do elemento 27.

	Sistema Real com Trinca $a = 0.30h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t0527	6.67277366032803e-005
Obs. robusto t1027	6.16093376269658e-005
Obs. robusto t1527	6.55463930976405e-005
Obs. robusto t2027	7.34629617460874e-005
Obs. robusto t2527	6.47823301578587e-005
Obs. robusto t3027	8.30496065790063e-009
Obs. robusto t3527	6.31035755242046e-005
Obs. robusto t4027	6.34290227220319e-005

Analisando a Tabela (6.3) e comparando as diferenças de valor de RMS, mesmo novamente não sendo uma diferença sensível, ainda sim, é uma diferença notável, em que a diferença do valor da diferença de RMS do observador robusto referente à trinca de profundidade de 30% da altura da viga do elemento 27 é menor e diferente das outras, e como se tem que curvas são coincidentes para esse observador, pode-se concluir que o sistema possui uma trinca de profundidade de 30% da altura da barra da treliça no elemento 27, e que os observadores robustos detectaram a localização da trinca.

Feito a inserção de uma trinca, o próximo passo foi inserir duas trincas simultaneamente na treliça da Figura (6.3).

O acelerômetro foi mantido no nó 11 e na direção positiva do x , e continuando no grau de liberdade 43, excitou-se o sistema através do impacto do martelo, que foi dado novamente no nó 13 e na direção negativa de x , como apresentada na Figura (6.3), utilizou-se uma frequência de amostragem de 20000Hz e em um intervalo de tempo de 1 segundo.

Foram inseridas aleatoriamente uma trinca de profundidade de 30% da altura da viga no elemento 27 e outra trinca de 15% no elemento 29. As Figuras (6.9), (6.10), (6.11), (6.12),

(6.13) e (6.14) mostram os gráficos da simulação, nas ordenadas são apresentados os valores medidos de deslocamento para o 43º grau de liberdade e os valores reconstruídos deles para o observador global, e nas abscissas o tempo em segundos.

Gráfico 1 – Sistema sem falha

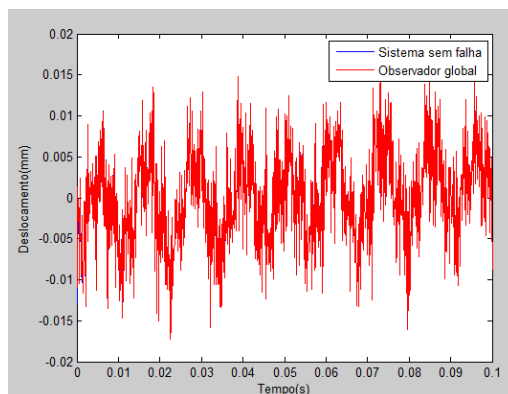


Gráfico 2 - Sistema com falha

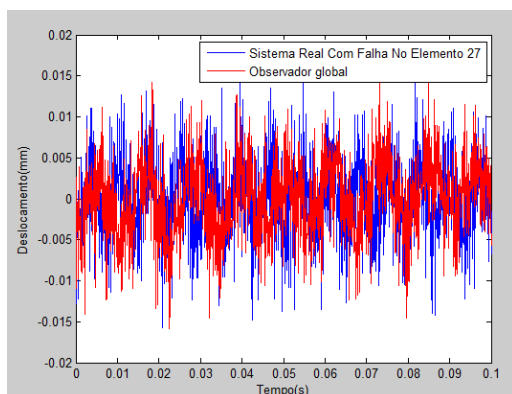


Gráfico 3 – Sistema com falha

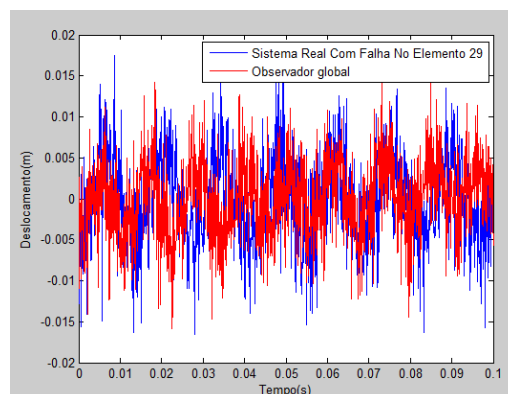


Figura 6.9 – Resultados obtidos para os observadores globais.

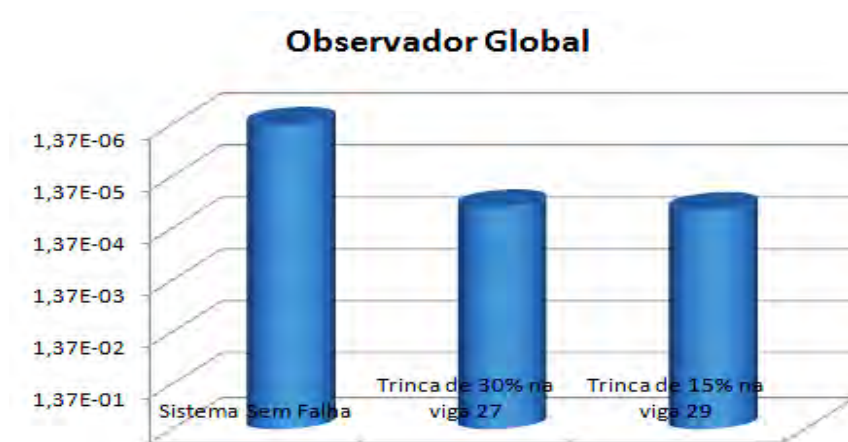


Figura 6.10 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43º grau de liberdade com o observador global.

Analisando os gráficos das Figuras (6.9) e (6.10), podemos verificar que no primeiro gráfico da Figura (6.9), o sistema inicial “sem falha” teve as curvas coincidentes, concluindo que o observador global está funcionando corretamente, pois ele se comporta exatamente como o sistema inicial sem falha. Se o sistema não possui falha, o observador global tem que se comportar da mesma forma, da mesma forma que se o observador global se distanciar do sistema real, significa que existe uma irregularidade no sistema, o que pode ser uma possível falha, o que mostra os gráfico 2 e 3 da mesma figura. Esses gráficos não apresentam curvas coincidentes, significando que o observador global detectou uma irregularidade na estrutura. E na Figura (6.10) na qual estão apresentadas as diferenças de RMS do sistema sem falha com os observadores robustos verifica-se que a diferença é menor quando não existe e falha e logo aumenta essa diferença quando inseridas as trincas.

A Tabela (6.4) apresenta os resultados das simulações feitas para os parâmetros de trinca de profundidade de 30% no elemento 27 e de 15% no elemento 29 e o cálculo das diferenças de RMS (*Root Mean Square*) dos valores entre o sistema real e observador global.

Tabela 6.3 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43° grau de liberdade com o observador global com trincas de profundidade de 30% no elemento 27 e de 15% da altura do elemento 29.

	Observador Global ($\neq$ RMS)
Sistema Sem Falha	1.36206954199494e-006
Sistema com Falha	
Trinca de 30% na viga 27	5.28577000979255e-005
Trinca de 15% na viga 29	5.97762227067713e-005

Analisando a Tabela (6.4), através da comparação do sistema real sem falha com o observador global, novamente verifica-se que no sistema sem falha a diferença do valor RMS continua sendo menor que quando inserida a trinca, mesmo não sendo uma diferença sensível, e tendo-se as curvas coincidentes quando não se tem falha e bem diferentes quando inserida a trinca, pode-se concluir que o observador global detectou uma possível falha no sistema mecânico.

Detectada a falha, o próximo passo foi a localização da trinca. Montou-se um banco de observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas e estão apresentados nas Figuras (6.11), (6.12) (6.13) e (6.14).

Gráfico 4 – Observador t0527

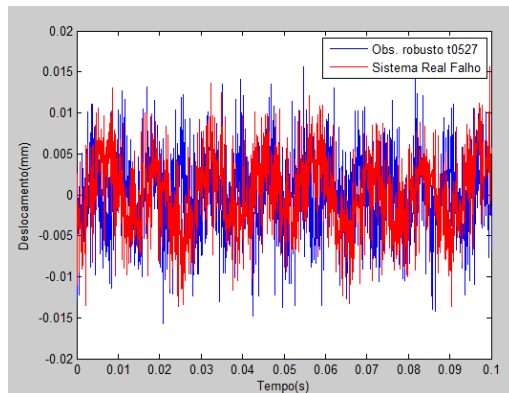


Gráfico 5 – Observador t1027

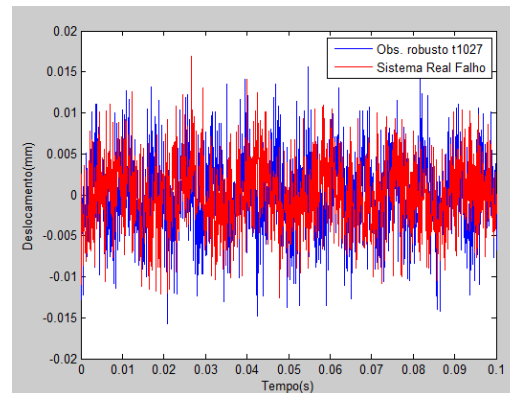


Gráfico 6 – Observador t1527

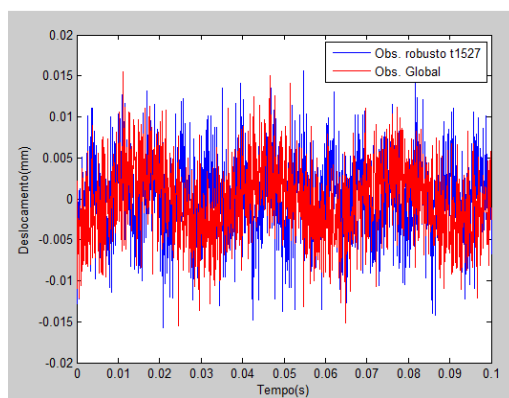


Gráfico 7 – Observador t2027

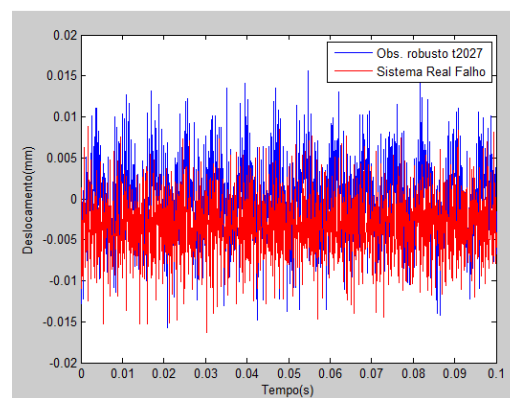


Gráfico 8 – Observador t2527

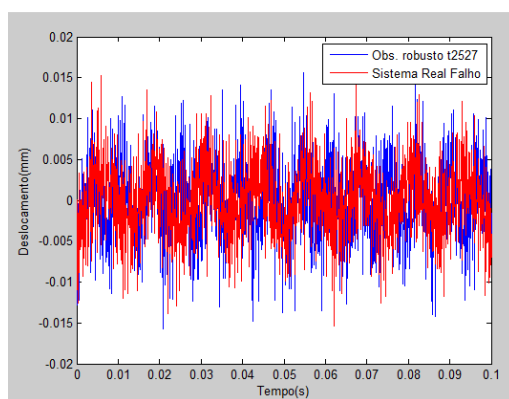


Gráfico 9 – Observador t3027

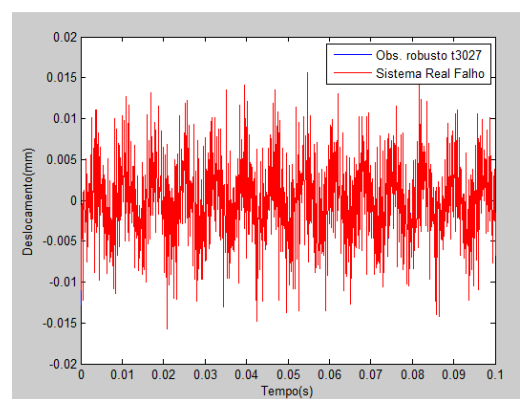


Figura 6.11 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a trincas de 35 e 40% de profundidade da altura da viga do elemento 27.

Gráfico 12 – Observador t0529

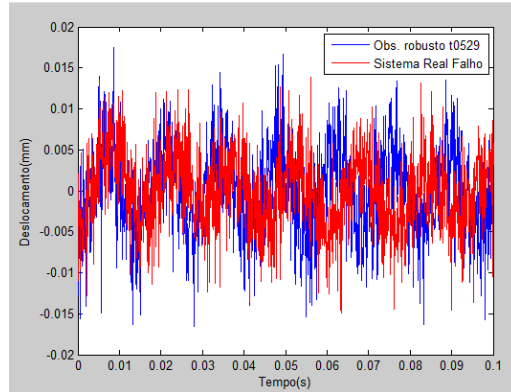


Gráfico 13 – Observador t1029

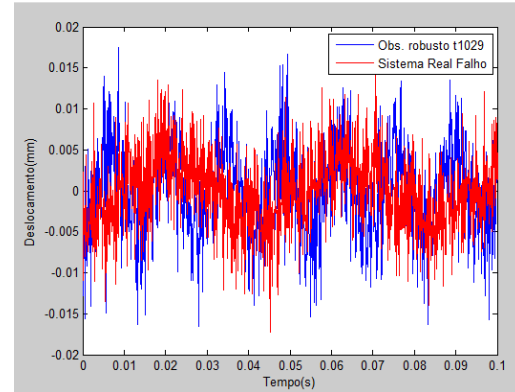


Gráfico 14 – Observador t1529

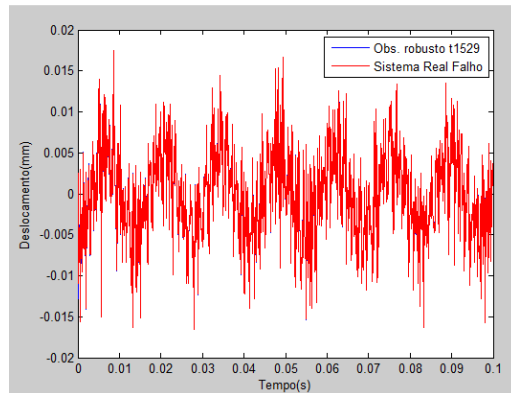


Gráfico 15 – Observador t2029

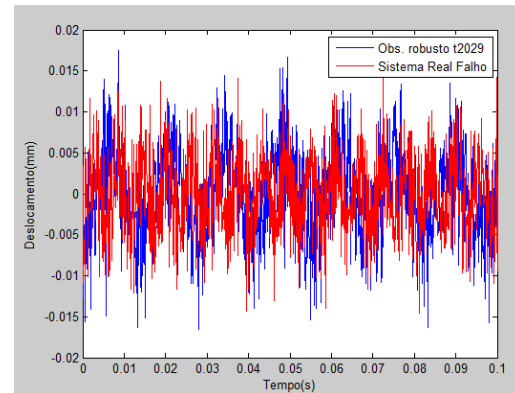


Gráfico 16 – Observador t2529

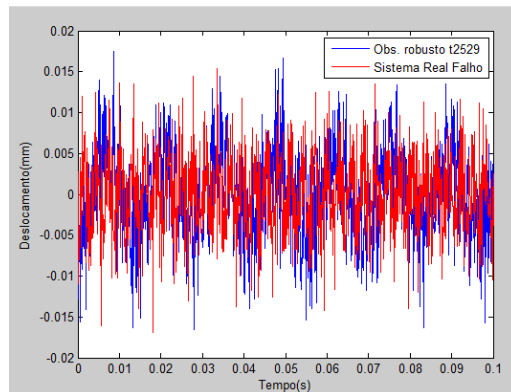


Gráfico 17 – Observador t3029

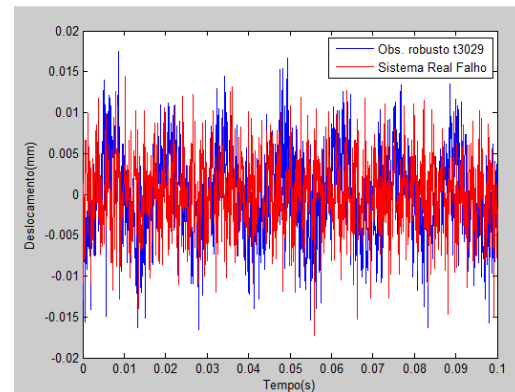


Figura 6.12 - Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema para trincas no elemento 29, na qual t0529 é o observador robusto referente a trinca de profundidade de 5% da altura da barra do elemento 29, t1029 é o observador robusto referente a trinca de 10% , t1529 referente a de profundidade de 15% , t2029 referente a trinca de profundidade de 20% , t2529 referente a de 25% e t3029 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 30% da altura da barra do mesmo elemento 29.

Gráfico 18 – Observador t3529

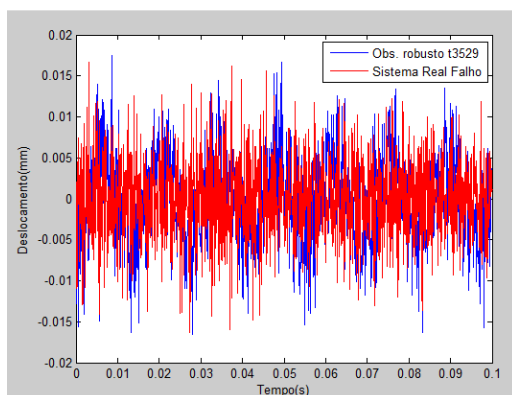


Gráfico 19 – Observador t4029

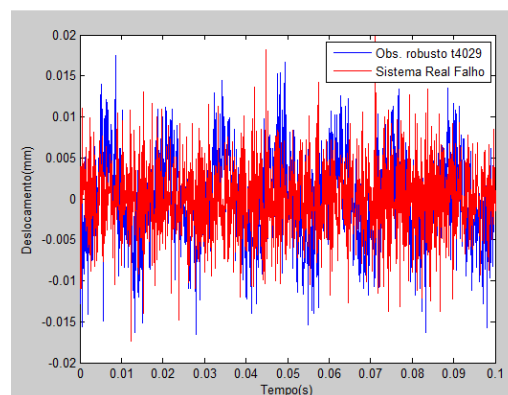


Figura 6.13- Resultados obtidos para os observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeito a trincas de 35 e 40 % de profundidade da altura da viga do elemento 29, na qual t3529 referente a de profundidade de 35%, t4029 o observador robusto referente a trinca de profundidade de 20% da altura da barra do mesmo elemento 29.

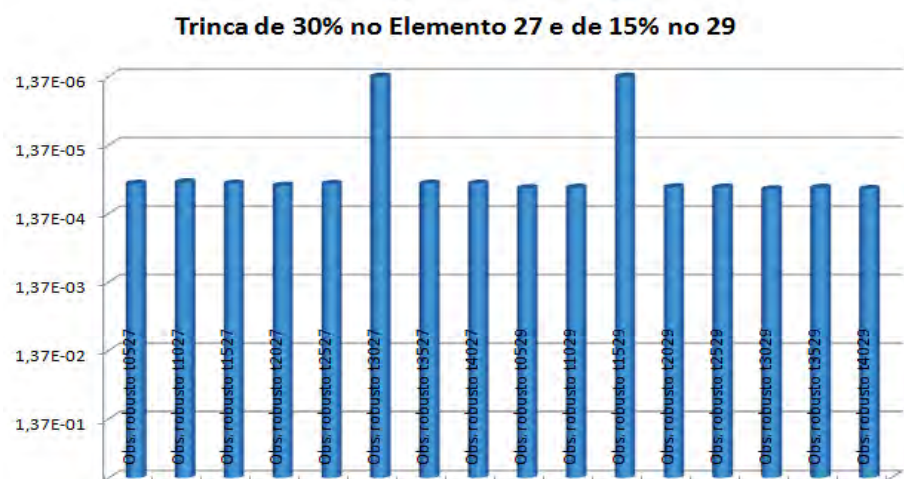


Figura 6.14 - Diferença de RMS entre o sistema real falho e os observadores robustos para a trinca de profundidade de 30% da altura da barra no elemento 27 e de 15% no elemento 29.

Analisando os gráficos das Figuras (6.11), (6.12), (6.13) e (6.14), podemos verificar que no gráfico 9 da Figura (6.11) e no gráfico 14 da Figura (6.12), que as curvas são coincidentes, ou seja, o sistema real falho se comportou exatamente como esses observadores robustos, concluindo que as trincas estão exatamente nesses locais, o sistema possui uma trinca de 30% no elemento 27 e uma outra trinca de 15% no elemento 29, os observadores robustos detectaram as localizações e profundidades das trincas no sistema, o que confirma a Figura (6.14) através da diferença de RMS das curvas entre o sistema real falho e os observadores robustos referente, na qual onde existem trincas, são exatamente nos locais onde a diferença de RMS é menor.

A Tabela (6.5) apresenta os valores das diferenças de RMS (*Root Mean Square*) entre o sistema real e os observadores robustos para os resultados das simulações feitas para uma situação com duas trincas simultâneas.

Tabela 6.4 - Diferença de RMS dos valores de deslocamento do 43° grau de liberdade com os observadores robustos com duas trincas simultâneas.

	Sistema Real com Falha $a_6 = 0.30h$ e $a_3 = 0.15h$ ($\neq RMS$)
Obs. robusto t0527	5.02688875699445e-005
Obs. robusto t1027	4.78102789358618e-005
Obs. robusto t1527	5.01380646774421e-005
Obs. robusto t2027	5.35833880357358e-005
Obs. robusto t2527	5.04835322394305e-005
Obs. robusto t3027	1.36205926537522e-006
Obs. robusto t3527	5.01574686899787e-005
Obs. robusto t4027	4.99597258578694e-005
Obs. robusto t0529	5.82641763949188e-005
Obs. robusto t1029	5.74296004360359e-005
Obs. robusto t1529	1.36205926660694e-006
Obs. robusto t2029	5.66976561464012e-005
Obs. robusto t2529	5.7129739878222e-005
Obs. robusto t3029	6.04003603828459e-005
Obs. robusto t3529	5.73348805084354e-005
Obs. robusto t4029	5.97928697688001e-005

Novamente podemos observar pela Tabela (6.5), nas quais apresentam os resultados dos observadores robustos, os quais detectam a localização das falhas, que mesmo não possuindo uma diferença de RMS sensível é possível verificar uma diferença nos observadores responsáveis pela trinca de 30% no elemento 27 e pela trinca de 15 no elemento 29. E como se tem que curvas são coincidentes para esses observadores robustos, pode-se concluir que o sistema possui uma trinca de profundidade de 30% da altura da barra da treliça no elemento 27, e uma trinca de 15% no elemento 29, e que os observadores robustos detectaram as localizações das trincas.

7 Capítulo

7.1 Conclusões

A proposta deste trabalho foi a utilização de modelos de falhas e observadores de estado em estruturas reticuladas, e através dessa pesquisa notou-se nos estudos realizados que a técnica dos observadores de estado utiliza um número reduzido de medidas com a reconstrução dos estados, mesmo em um sistema com muitos graus de liberdade essa técnica se mostrou muito eficiente, detectando e localizando as falhas perfeitamente, tanto na redução da área da seção transversal dos elementos, quanto nas trincas inseridas.

Esse método foi capaz de detectar as falhas introduzidas com o sensor no primeiro nó das estruturas, o que favorece bastante em sistemas reais, os quais possam ser de grande porte e com pontos de difíceis acessos.

Essa metodologia foi capaz de detectar trincas de profundidades diferentes e em elementos diferentes e simultaneamente.

Na parte experimental, o princípio foi a construção de uma treliça, porém houve uma dificuldade de montar a estrutura com barras de treliças, pois não obteve sucesso em bloquear

todos os graus de liberdade de rotação dos elementos da estrutura. E isso foi confirmado comparando-se as frequências naturais da estrutura, através da modelagem feita com elementos de viga e com elementos de barra de treliça, tendo como resultado a modelagem com elementos de viga a que mais teve suas frequências naturais próximas ao modelo teórico. Utilizando dessa forma, os resultados obtidos foram bastante satisfatórios.

8 Capítulo

8.1 Sugestões Para Trabalhos Futuros

Algumas sugestões de trabalhos futuros são apresentadas para a continuação desta pesquisa, dentre elas podem-se destacar:

- Proceder à análise em estruturas mais complexas, como torres de transmissões.
- Validação experimental utilizando excitações aleatórias, para simulação de ventos.
- Desenvolvimento da Metodologia de Trincas para elementos finitos de placas.

Referências

AZEVEDO, Á. F. M. **Método dos elementos finitos**. Portugal: Faculdade De Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 248 p.

BATHE, K.J. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996. 1037p.

BEER, F.P. JOHNSTON JR., E. R. **Resistência dos materiais**. 3.ed. São Paulo: Makron Books , 1995. 1255 p.

CHO, Y. M.; XU, G.; KAILATH T. Fast recursive identification of state space models via exploitation of displacement structure. **Automatica**, Elmsford, v.30, n.1, p.45-49, 1994.

CLARK, R. N., Instrument fault detection. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, New York, v.AES14, n.3, p. 456-465, 1978.

COOPER, J. E.; DESFORGES, M. Physical parameter identification using an unknown random input. In: ISMA 19. **Tools for noise and vibration analysis**. [S.l.: s.n] 1994. p. 1123-1128.

D'AZZO, J.J.; HOUPIS, C. H. **Linear control system analysis and design**. São Paulo: McGraw-Hill, 1988. 660p.

FRANK, P. M. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy – a survey and some new results. **Automatica**, Elmsford, v.26, n.3, p.459-474, 1990.

FRANK, P. M.; SELIGER, R. Fault detection and isolation in automatic processes. **Control and Dynamics Systems**, Academic Press, New York, v.49, n.5, p.241-287, 1991.

LUENBERGER, D. G. Observing the state of a linear system. **IEEE Military Eletronics**, New York, v. MIL-8, n.2, p.74-80, 1964.

LUENBERGER, D. G. Observers for multivariable systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. AC11, n.2, p.190-197, 1966.

LUENBERGER, D. G. An Introduction to observers. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. AC16, n.6, p.596-602, 1971.

MARANO, J. H. **Localização de falhas via observadores de estado em sistema com variações de parâmetros**. 2002. 130 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira, 2002.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**. New York: J. Wiley, 1990. 425 p.

MEIROVITCH, L. **Fundamentals of vibrations**. New York: Mcgraw-hill, 2001. 806 p.

MELO, G. P. **Detecção e localização de falhas via observadores de estado de ordem reduzida**. 1998. 125.f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

MUSCOLINO, G.; CACCIOLA, P.; MPOLLONIA, N. Crack detection and location in a damaged beam vibrating under white noise. **Computers and Structures**, Elmsford, Elmsford, v.81, n.18-19, p. 1773-1782, 2003.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1998. 813p.

PARK, J.; HALEVI, Y.; RIZZONI, G. A New interpretation of the fault-detection filter. Part 1. cosed-form algorithm., **International Journal of Control**, London, v.60, n.5, p. 767-768, 1994.

SCHWARZENBACH, J.; GILL, K.F. **System modelling and control**. United Kingdom: Department of Mechanical Engineering University of Leeds, 1978. 240 p.

SUNDARESWARAN, K.K.; MCLANE, P. J; BAYOUMI, M.M. Observers for linear systems whit arbitrary plant disturbaqnces. **IEEE Transactions on Automatic control**, New York v.AC22, n.4, p.870-871, 1997.

WANG, S. H.; DAVISON, E. J.; DORATO, P. Observing the states of systems with Unmeasurable disturbances. **IEEE Transactions of Automatic Control**, New York v.AC-20, n 5, p.716-717, 1975.

WANG, S.; KUO, T. S.; HSU, C. F. Optimal-observer design for linear dynamical systems with uncertain parameters. **International Journal of Control**, London, v.45, n.2, p.701-711, 1987.

WATANABE K.; HIMMELBLAU D. M. Instrument fault detection in systems with uncertainties. **International Journal of Systems Science**, London, v.13, n.2, p.137-158, 1982.

WILLSKY, A. S. A Survey of design methods for failure detection systems, **Automatica**, Elmsford, v.12, n.6, p.601-611, 1976.

ZACARIAS, A. T. **Determinação da variação de rigidez em placas, através da metodologia dos observadores de estados**. 2008. 101 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira, 2008.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method**. 5.ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. v.3, 1872 p.