

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Câmpus de Rio Claro

MARIA MARGARETE DO ROSÁRIO FARIAS

INTRODUÇÃO A NOÇÕES DE CÁLCULO DIFERENCIAL E
INTEGRAL NO ENSINO MÉDIO NO CONTEXTO DAS TIC:
IMPLICAÇÕES PARA PRÁTICA DO PROFESSOR QUE ENSINA
MATEMÁTICA

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto
de Geociências e Ciências Exatas do
Câmpus de Rio Claro, da Universidade
Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”,
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Doutor em Educação Matemática

Orientadora: Doutora Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

Rio Claro – SP

2015

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin
(Orientadora)

Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado

Prof. Dr. Roger Miarka

Profa. Dra Fabiana Fiorezzi de Marco Matos

Prof. Dr. Gerson Pastre de Oliveira

Rio Claro, 17 de junho de 2015

Resultado: Aprovada

DEDICATÓRIA



*Aos meus pais Antonio e Balbina (in memoriam), pela
atenção, amor e carinho que sempre me dedicaram.*

*Ao meu querido esposo Paulo, amigo e companheiro de
todas as horas, em especial aos meus filhos,
Bruno e Beatriz pelo apoio, cuidado e
parceria no processo de
construção e estudo
desta pesquisa.*

AGRADECIMENTOS

À professora Orientadora Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, por sua atenção, sua dedicação e suas importantes sugestões ao longo deste trabalho de pesquisa. E, principalmente, pela amizade, pela confiança e pela aposta feita em minha pessoa. Muito obrigada por tudo.

Aos professores Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado, Prof. Dr. Roger Miarka, Profa. Dra Fabiana Fiorezzi de Marco Matos, Prof. Dr. Gerson Pastre de Oliveira, por integrarem a banca examinadora da tese.

À colega e amiga Andriceli Richit pelas discussões sobre o meu trabalho e parceria durante a coleta de dados desta pesquisa.

Aos professores colaboradores da Pesquisa: Profa. Dra. Rosana G. S.Miskulin, Profa. Dra. Miriam G. Penteado, Profa. Dra. Beatriz D'Ambrósio, Prof. Dr. Humberto Bortolossi, Andriceli Richit, Prof. Ms. Márcio Urel, Prof. Ms. Luciano Duarte e demais colegas da Pós-Graduação em Educação Matemática, em especial, a Lêda Cabral pela amizade e momentos de alegria e descontração; e colegas de orientação: Juliana Viol, Vanessa Benites, Márcio Urel, Maria das Graças, Carolina Gouveia, Maria Ângela pelas discussões em grupo e momentos de aprendizagem coletiva.

Ao professor Dr. João Filipe L. Matos pela orientação, ricas discussões, cuidado e atenção dispensadas durante o meu estágio de doutoramento no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Aos professores do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa: Guilhermina Miranda, Neuza Pedro e Fernando Costa pelas valiosas informações, que muito ampliaram a minha visão sobre o ensino e a aprendizagem direcionados à Educação matemática.

Aos professores e colegas da UNESP e UESC, em especial, Profa. Ms. Jurema Botelho Prof. Dr. Rômulo Lins, Profa. Dra. Heloísa da Silva, Prof. Dr. Vinícius Maltempi, Profa. Ms. Erinalva Calazans, Prof. Ms. José Reis, Profa Ms., Profa. Dra. Eurivalda Santana, Prof. José Carlos Chagas e Profa. Dra. Irene Cazorla, que sempre torceram pelo meu sucesso nessa caminhada.

Aos funcionários de Departamento de Matemática da UNESP de Rio Claro: Inajara, Elisa, Ana, Ricardo e Hugo pela atenção, simpatia e apoio técnico, que muito contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa.

Aos professores e alunos do Ensino Médio, participantes como sujeitos da pesquisa. Muito obrigada pela troca, atenção e disponibilidade manifestadas.

Às professora Marileide dos S. de Oliveira e Sylvia Maria C. Teixeira pela disponibilidade, rapidez e eficiência na tarefa de revisão ortográfica do texto desta pesquisa.

À Profa. Dra. Beatriz D'Ambrósio e ao Professor Dr. Rogério P. F. Seródio, pela atenção e disponibilidade em traduzir do português para o Inglês o Resumo da Tese.

Ao meu esposo Paulo e aos meus filhos Bruno e Beatriz pelo amor e pela compreensão que sempre demonstraram, mesmo em momento adversos.

MUITO OBRIGADA

Maria Margarete do R. Farias

ADENDO

“À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior (CAPES), pelo apoio aos meus estudos relativos ao Estágio de Doutorado “Sanduíche” no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Muito obrigada.”

RESUMO

As dificuldades relacionadas aos processos de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral (CDI) são bastante antigas e alvo da preocupação de professores e pesquisadores do campo da Educação Matemática. Com a evolução da tecnologia, percebemos que, quando bem utilizada, promove ganhos, colocando em destaque aspectos como a visualização geométrica, a dinamicidade do software e a apreensão de propriedades de objetos matemáticos. Neste trabalho de pesquisa, o debate sobre as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) oportuniza a todos os envolvidos refletirem sobre as possibilidades e entraves associados à prática docente quanto à perspectiva de introduzir noções de CDI I no Ensino Médio. Nessa conjuntura, compreendemos, portanto, que, conforme avança a tecnologia, os *software* educativos que têm sido desenvolvidos possibilita aos professores considerar novas abordagens teórico-metodológicas no ensino de conceitos trabalhados em sala de aula. Hoje é possível que conceitos do CDI, que sempre foram de natureza dinâmica, possam ser abordados de modo também dinâmico, por meio de *software*, como o GeoGebra e o Winplot. Com base nisso, propomos nesta pesquisa responder o seguinte questionamento: *quais são as possíveis implicações da prática do professor de Matemática quando inter-relaciona noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar Funções no Ensino Médio, mediante utilização das TIC?* O objetivo da Tese consiste em evidenciar as implicações para a prática do professor que ensina Matemática, quando inter-relaciona noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar Funções no Ensino Médio, utilizando as TIC. O aporte teórico da pesquisa baseia-se nas inter-relações de conceitos da Teoria da Atividade (TA), e de conceitos de Comunidades de Práticas (CoP). A metodologia adotada consiste em uma abordagem qualitativa, mediante a observação participante; tomando como instrumentos metodológicos a realização de um Curso de Extensão *Online* e uma Entrevista, realizados com professores que ensinam Matemática no Ensino Médio – sujeitos da pesquisa. Para a Análise dos dados, tomamos como apoio as ideias de Bardin (1977) e Franco (2012), concernentes a alguns conceitos da teoria de Análise de Conteúdo. Assim, nesta pesquisa, por meio da análise dos dados, destacam-se quatro categorias: Conteúdo Matemático, Prática Docente, Utilização das TIC, Contexto Educacional. Essas dimensões trouxeram importantes considerações frente à problemática da pesquisa. Dentre essas, a importância do pensamento funcional, a viabilidade do currículo, o conhecimento do professor sobre a disciplina ensinada, a fluência relativa às tecnologias digitais e a não conformidade entre a Matemática escolar e a Educação Superior na abordagem dos conceitos matemáticos. Nesse sentido, chegamos à conclusão que um delineamento de respostas ao problema da pesquisa compreende duas vertentes: uma refere-se ao aspecto individual, o que envolve o professor quanto a sua postura em introduzir noções de CDI tendo como ideia base o conceito de Funções, simultaneamente aos conteúdos orientados ao currículo do Ensino Médio. A outra se direciona ao coletivo, que implica na apropriação de conceitos de uma Comunidade de Prática, na qual os membros, representados por professores, pesquisadores e alunos, tenham a possibilidade de se engajarem à proposta da pesquisa, refletindo sobre suas ações no âmbito do trabalho docente, compartilhando seus conhecimentos, ideias, mobilizados por objetivos e interesses comuns, mostrando a ressignificação da prática docente, em momentos do desenvolvimento das Atividades de Ensino.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral I. Ensino Médio. TIC. Prática Docente. Teoria da Atividade. Comunidade de Prática.

ABSTRACT

The difficulties related to the processes of teaching and learning Differential and Integral Calculus (DIC) are very old and the focus of concern of teachers and researchers in the field of mathematics education. With the evolution of technology, we notice that when used well, these can promote learning, when we consider aspects such as geometric visualization, the dynamic nature of exploration and the opportunities to consider the properties of mathematical objects. In this research study, debates around Information and Communication Technologies (ICT) created opportunities for all participants to consider the possibilities and challenges associated with the introduction of ICT in the secondary school. With the advances in technologies, new educational software allows teachers to consider new theoretical-methodological approaches for the teaching of concepts taught in their classes. Today it is feasible that concepts of ICT, that have always been dynamic in nature, can be approached dynamically as well, using software such as GeoGebra or *Winplot*. With this consideration, in this study we propose to answer the following question: What are the implications, for a mathematics teacher's practices, of using ICTs to introduce concepts of Differential and Integral Calculus when teaching functions in the secondary school? The goal of this thesis is to determine secondary mathematics teachers' reconceptualization of their practice as they introduce notions of Differential and Integral Calculus in their teaching of functions using ICTs. The theoretical framework of the study is based on the interrelations of Activity Theory (AT) and Communities of Practice (CoP). The methodological approach was qualitative, using participant observation; and methodological instruments consisted of an online extension course for and interviews with secondary mathematics teachers - subjects of the research study. Data analyses were based on the ideas of Bardin (1977) and Franco (2008), with respect to some of the concepts of Content Analysis. Content analysis revealed four categories: mathematical content, teaching practices, use of ICT, and educational context. These dimensions led to important insights regarding the research questions. Among these are the importance of functional reasoning, the feasibility of the curriculum, the teachers' knowledge of content, the fluency in technology, the non-conformity between school mathematics and higher education mathematics in the approach to the mathematical concepts. In this sense, we concluded that one answer to the research question entails two dimensions: first an individual aspect, which involves the teacher and your posture to introduce CDI notions of having as basic idea of the concept of functions, simultaneously to the contents oriented towards high school curriculum. The second is a collective aspect, and implies in a few concepts related to a Community of Practice in which members, represented by professors, researchers and students, had the opportunity to engage in the research study and reflect on their pedagogical practices, sharing their knowledge and ideas, stimulated by common goals and interests. New meanings and understandings about teaching practices were apparent during the development of the planned activities.

Key words: Differential and Integral Calculus I, Secondary Education, ICT teaching practices, Activity Theory, Community of Practice.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Modelo triangular de Peirce (1931-1935).....	19
Figura 2: Modelo triangular de Ogden e Richards (1923, <i>Apud</i> Engeström, 1987, p. 11).....	20
Figura 3: Representação da primeira geração da Teoria da Atividade.....	22
Figura 4: Modelo da 1ª. Geração da TA: mediação entre sujeito e objeto (Engeström)	27
Figura 5: Modelo da 2ª. Geração da TA: estrutura de um sistema de atividade humana (Engeström) .	27
Figura 6: Interação de 2 sistemas de atividade na 3ª geração da Teoria da Atividade (Engeström).....	31
Figura 7: Subsistemas do sistema de atividade (Engeström)	32
Figura 8: Representação do ciclo de expansão (Engeström).....	35
Figura 9: Diagrama – Desenvolvimento da Análise da pesquisa	88
Figura 10: Inscrições por Estado e Região do País.	96
Figura 11: Espaço do Curso no Ambiente <i>Moodle</i>	106
Figura 12: Representação da Reta Secante a Reta nos pontos P e Q.	158
Figura 13: A Reta Tangente como Limite da Reta Secante	159
Figura 14: Relação entre os Procedimentos Desenvolvidos na Coleta de Dados	171
Figura 15: Encaminhamento Metodológico do processo de Análise da Pesquisa	231
Figura 16: Diagrama norteador dos procedimentos metodológicos para responder ao Problema da Pesquisa.....	233
Figura 17: Representação do Triângulo relativo às Atividades de Ensino desta pesquisa.....	253

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Concepções dos Alunos quanto ao uso das Tecnologias Digitais	93
Tabela 2 – Percepções dos Alunos quanto à Metodologia adotada no Curso de Extensão.....	94
Tabela 3 – Formação Acadêmica dos Candidatos a Sujeitos da Pesquisa	96
Tabela 4 – Motivação dos Professores que ensinam Matemática em participar do Curso de Extensão	98
Tabela 5 – Perfil dos Professores Participantes – Sujeitos da Pesquisa	99
Tabela 6 – Nomes e Codinomes dos professores convidados e responsáveis - Curso de Extensão....	103
Tabela 7 – Tópicos de Discussão do <i>Chat</i> 1	109
Tabela 8 – Tópicos de Discussão – Fórum de Discussão do <i>Chat</i> 1	115
Tabela 9 – Tópicos de Discussão do Chat 2.....	119
Tabela 10 – Tópico de Discussão do Chat 3	125
Tabela 11 – Tópico de Discussão do Chat 4	130
Tabela 12 – Tópicos de Discussão do Chat 5.....	137
Tabela 13 – Tópico de Discussão do Chat 6	141
Tabela 14 - Tópico de Discussão do Chat 7	144
Tabela 15 – Tópico de Discussão do Chat 8	150
Tabela 16 – Tópicos de Discussão do Chat 9.....	154
Tabela 17 - Tarefas Exploratório-investigativas.	164
Tabela 18 – Opinião dos professores sobre a proposta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio	167
Tabela 19 – As Unidades de Registros.....	174
Tabela 20: Compondo as Unidades de Registro de acordo as Unidades de Contexto e Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	175
Tabela 21 – Sistema de Categorias da Pesquisa.....	232
Tabela 22 – Tópicos de Cálculo no Ensino Médio	270
Tabela 23 – Potenciais Formas de Apoiar as <i>Atividades de Ensino</i> por meio das TIC.....	273

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO: MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA	11
2. EM MEIO AS TEORIAS: TEORIA DA ATIVIDADE E COMUNIDADE DE PRÁTICA	17
2.1. A Representação do Triângulo na Atividade.....	18
2.2. De Vigotski a Leontiev: definindo a Teoria da Atividade.....	22
2.3. Análise Genética da Estrutura e Expansão da Atividade	27
2.4. O Modelo de Engeström: expansão da Teoria da Atividade.....	29
2.5. Comunidades de Prática (CoP).....	36
3. O ENSINO MÉDIO: O PONTO DE ENCONTRO DE MUITAS CONTRADIÇÕES E CAMINHOS ALTERNATIVOS	44
3.1 Matemática Escolar versus a Matemática Acadêmica: dicotomia ou interação?	44
3.2 Um Breve Histórico sobre as Implicações de Introduzir Noções de Cálculo no Ensino Médio.....	47
3.3 O Estudo de Função e a Emergências dos Conceitos de Cálculo no Ensino Médio.....	55
3.4 Limites e Possibilidades Relativos ao Conteúdo e à Prática Docente do Professor que Ensina Matemática.....	57
4. AS TIC E SUA IMPORTÂNCIA NA PRÁTICA DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO	67
4.1. O Termo TIC e Literacia Informática no Contexto Educativo.....	67
4.2. Possibilidades e Entraves Associados ao Uso das TIC na Prática Docente do Professor que Ensina Matemática	71
4.3. A Relevância dos Software Educativos para a Pesquisa no Contexto da Prática Docente do Professor que Ensina Matemática.	78
4.4. Os Softwares <i>Winplot</i> , <i>GeoGebra</i> e <i>Moodle</i>	80
5. METODOLOGIA DE PESQUISA: PRÉ-ANÁLISE E ARTICULAÇÃO DOS RESULTADOS	87
5.1 A Pré-análise	88
5.1.1 Constituição dos Documentos e Sujeitos da Pesquisa	89
5.1.1.1 Curso de Extensão dos Alunos	90
5.1.1.2 Viabilizando O Curso de Extensão dos Professores e a Escolha dos Sujeitos da Pesquisa...	94
5.1.2 Descrição e Interpretação Inferencial dos dados da Pesquisa	104
5.1.2.1 Curso de Extensão - Os Encontros Online Síncronos e Assíncronos.....	105
5.1.2.1.1 Discussão – Primeiro Encontro (Chat 1).....	106
5.1.2.1.2 Discussão – Segundo Encontro (Chat 2).....	116
5.1.2.1.3 Discussão – Terceiro Encontro (Chat 3)	122
5.1.2.1.4 Discussão – Quarto Encontro (Chat 4).....	127
5.1.2.1.5 Discussão – Quinto Encontro (Chat 5).....	134
5.1.2.1.6 Discussão – Sexto Encontro(Chat 6).....	140

5.1.2.1.7	Discussão – Sétimo Encontro (Chat 7)	142
5.1.2.1.8	Discussão – Oitavo Encontro (Chat 8).....	147
5.1.2.1.9	Discussão – Nono Encontro (Chat 9).....	152
5.1.2.2	As Tarefas Exploratório-investigativas (TEi)	156
5.1.2.2.1	Tarefa 1 – O Problema da Reta Tangente	157
5.1.2.2.2	Tarefa 2 – Diferenciabilidade e Continuidade de uma Função	158
5.1.2.2.3	Tarefa 3 – Cercando o Pasto	160
5.1.2.2.4	Tarefa 4 – A Função Quadrática e sua relação com a Reta Tangente.....	161
5.1.2.2.5	Tarefa 5 - A reta tangente dado os pontos pertencentes ao gráfico da Função	162
5.1.2.2.6	Tarefa 6 – Funções por partes: introduzindo noção de Continuidade.....	162
5.1.2.2.7	Tarefa 7 - Cálculo do Perímetro e Área do Círculo por Exaustão	163
5.1.2.3	A Entrevista (E)	166
5.2	Articulação dos Resultados	170
5.2.1	As Unidades de Análise da Pesquisa	172
5.2.2	Propondo as Categorias de Análise da Pesquisa.....	230
5.3	Inferência e Interpretação dos Dados da Pesquisa.....	233
5.3.1.	(I) Conteúdo Matemático	234
5.3.2.	(II) Prática Docente.....	240
5.3.3.	(III) Uso das TIC.....	243
5.3.4.	(IV) Contexto Educacional	248
5.4	Tecendo a análise	252
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	261
7.	REFERÊNCIAS.....	279

1. INTRODUÇÃO: MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA¹

A motivação inicial para o desenvolvimento desta pesquisa decorreu, originalmente, dos resultados apresentados em minha Dissertação de Mestrado, concluída em 2007, na qual defendo a ideia de que o professor que ensina Matemática no Ensino Médio deve estar sempre atento a metodologias e propostas que minimizem a fragmentação dos conceitos estudados, atentando, por conseguinte, para a mobilidade das representações matemáticas, mediadas pelo uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

Outra motivação originou-se a partir de leituras realizadas sobre as Tecnologias da Informação e Comunicação, Teoria da Atividade (TA), além da participação nas disciplinas: Generalização do Conhecimento e Matemática, Informática na Educação e Didática, todas oferecidas pelo programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, durante o Mestrado e durante o primeiro ano do meu Doutorado.

Como professora experiente em nível de Ensino Fundamental, Médio e Superior, carrego, como pesquisadora e educadora, algumas percepções, sob as quais infiro que a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I (CDI) tem como base o estudo de Funções. Em outras palavras, o objeto de estudo do CDI é a Função matemática. Entretanto, em sua grande maioria, os professores de Matemática, ao trabalharem Funções no Ensino Médio, assumem uma abordagem fragmentada que induz o aluno a pensar, por exemplo, que os conceitos estudados em classe são estáticos e desconectados, aumentando enormemente a dificuldade deste aluno em apreender e estabelecer relações com novos conceitos, tais como Limites e Derivada de Funções, especialmente ao ingressar na universidade, quando se depara com a disciplina CDI.

Esta é uma questão que vem sendo debatida, já há algum tempo, por pesquisadores, estudantes e professores, o que determinou inicialmente o meu interesse como pesquisadora em aprofundar o tema, tendo em vista, primordialmente, a perspectiva do professor que ensina Matemática no Ensino Médio, além dos resultados encontrados durante a minha pesquisa de Mestrado. A literatura sobre essa temática ressalta algumas abordagens, dentre as quais destacamos em um primeiro momento as de Félix Klein, catedrático em Matemática e defensor de um movimento renovador de sua época, referente ao Ensino Médio (EM), o qual afirma que “[...] é no campo do Cálculo Infinitesimal que a descontinuidade entre o Ensino Médio e o superior alcança grau máximo” (KLEIN, 1927, p. 41).

¹ A Introdução da presente pesquisa, na parte referente aos motivos pessoais da escolha do tema pesquisado, será apresentada na primeira pessoa do singular.

Barufi (2002), por sua vez, explicita que “para a maioria dos alunos a Matemática da Escola no Ensino Médio pouco ou nada tem a ver com o que lhes é apresentado no Cálculo, e o caráter de análise com o qual passa a se defrontar parece se constituir em grande dificuldade” (p.69). O que significa que o estranhamento por parte dos alunos e professores é grande; e, embora possam estar motivados ao entrarem no curso de Licenciatura em Matemática, a frustração muitas vezes é inevitável, mesmo para aqueles que acham possuir uma grande familiaridade com os conteúdos matemáticos. Braga (2006) e Barufi (2002) ainda observam que “a ideia de função, variação e continuidade, deveriam ser consideradas um capítulo fundamental ao longo de todo o Ensino Médio, conectando e intermediando, sempre que possível os conceitos e os processos empregados na Aritmética, na Álgebra, e na Geometria” (BARUFI, 2002, p.52).

Ávila (1994) também afirma ser vantajoso ensinar Derivada logo no primeiro ano do Ensino Médio, ao lado do conceito de Funções, com apelo à visualização geométrica, por compreender que tal conceito possibilita ao aluno estudar mais profundamente o conceito de Função, lançando luz quanto à análise da variação das Funções como crescimento, decrescimento, entre outros conceitos.

Ao considerar os excertos, acima apresentados, consideramos que a temática que discute a importância em introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio é antiga e paradoxalmente atual. Assim, a relevância deste trabalho consiste em perceber a importância de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio tendo em vista a perspectiva do professor que ensina Matemática no Ensino Médio, mediados pela utilização das tecnologias digitais, em particular, o uso de softwares matemáticos *Winplot* e *GeoGebra*. Nesse contexto, o conceito de Função é tido como ideia norteadora às discussões e realização das Tarefas Exploratório-investigativas inerentes às Atividades realizadas junto aos professores durante a coleta de dados.

Para tanto, é apresentada a seguinte problema de pesquisa: *quais são as possíveis implicações da prática do professor de Matemática quando inter-relaciona noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar Funções no Ensino Médio, mediante utilização das TIC?* A partir do problema acima apresentado destacamos as seguintes questões norteadoras, a saber:

- O que dizem os dados da pesquisa quanto às possibilidades e limitações em inter-relacionar noções de CDI ao estudo de função em nível de Ensino Médio mediante uso das TIC?
- Quais as contribuições das TIC quanto à proposta de introduzir noções de CDI no ensino médio?

- Quais as limitações e perspectivas associadas à prática docente do professor que ensina Matemática ao introduzir noções de CDI no Ensino Médio?

Assim, o objetivo da pesquisa, propõe *evidenciar as possíveis implicações da prática do professor que ensina Matemática, quando este inter-relaciona noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar Funções no Ensino Médio, mediante uso das TIC.*

Para efetivar a coleta de dados da pesquisa, foi utilizada uma abordagem metodológica que previu a utilização dos softwares *Moodle*, *Winplot* e *GeoGebra* na aplicação e realização das Atividades de Ensino². Vale explicitar que a expressão Atividades de Ensino foi, por nós, adotada a partir da aceção de Atividade Orientadora de Ensino proposta por Moura (2001) o que para esta pesquisa implica em trazer mais próximo a ideia de Atividade segundo a Teoria da Atividade na perspectiva de Leontiev e Ergeström para o contexto educacional.

Sendo assim, compreendemos que uma atividade de ensino pode ser determinada por ações realizadas de forma que os professores envolvidos “interajam entre si e com o objeto de conhecimento” (MOURA, 2002, p.159), cujas ações consistam em discutir estratégias didático-metodológicas aliadas à utilização das TIC, além das ferramentas conceituais. “Por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade” (MOURA, 2001, p. 155), podem vir a se constituir em momentos de avaliação, colaboração partilha e aprendizagem para todos os envolvidos.

Nesta pesquisa, a expectativa situa-se, portanto, em contribuir para a formação do professor que ensina Matemática, cuja multiplicidade e flexibilidade de conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares são realidade em sua prática docente. E, como propõe Marco (2013), possibilitar um ambiente de discussão em que os professores possam refletir sobre o que fazem e atentar para a ação pedagógica como mediadores, além de compreenderem que “o ensino como um processo intencional pode determinar, nos alunos, uma necessidade e um motivo para aprender e promover interação entre estes para que a produção do conhecimento ocorra” (MARCO, 2013, p.319).

Apresentando a organização da pesquisa, propomos, na elaboração de cada Seção, seguir uma lógica que conduza o leitor a uma compreensão gradual das discussões envolvidas no contexto da Tese.

Na **Seção1**, intitulada, Em Meio às Teorias – Inter-relações de Conceitos da Teoria da Atividade e de conceitos de Comunidade de Práticas -, apresentamos como principais referenciais teórico-metodológicos alguns conceitos baseados nos trabalhos de Lev Vygotsky,

² Leituras de textos direcionados à Educação Matemática, além de discussões das Tarefas Exploratório-Investigativas, compreendendo o estudo de Função e introdução de noções de Cálculo no Ensino Médio.

Alexei Leontiev e Yrjö Engeström, direcionados à Teoria da Atividade (TA). Além disso, para os conceitos de Comunidade de Prática, damos destaque a Etienne Wenger e colaboradores. Associados a esses teóricos, outros pesquisadores e estudiosos do assunto como Oriosvaldo de Moura, Fabiana Fiorezi de Marco, João Filipe L. Matos, Rosana G. S. Miskulin, entre outros, colaboram direto ou indiretamente para com a discussão da análise desta pesquisa.

É importante salientar que os estudos desses pesquisadores, associados à corrente da Psicologia Histórico-Cultural, configuraram-se de grande relevância para as discussões, pois apresentam uma série de pressupostos teórico-metodológicos que contribuem, cada uma em sua essência, com o aprofundamento do tema investigado.

Na **Seção2**, intitulada, O Ensino Médio: Ponto de Encontro de Contradições e Caminhos Alternativos, propomos uma discussão tendo como pressuposto a ideia de que existe uma descontinuidade entre a Matemática do Ensino Médio e a Matemática acadêmica. Sendo assim, compreendemos que muitos são os desafios inerentes à elaboração de abordagens didático-pedagógicas na proposta de introduzir noções de CDI no Ensino Médio.

Nesse contexto, a prática do professor de Matemática e/ou o professor que ensina Matemática revela-se em um importante ponto de debate, principalmente se esta prática é vista como uma Atividade de Ensino, o que, de acordo com Moura, Sforzi e Araújo (2011), configura-se na transformação de processos individuais concernentes à apropriação do conhecimento dos sujeitos em uma atividade dinâmica e coletiva.

Outro importante ponto de discussão refere-se ao Currículo orientado ao Ensino Médio. Sendo assim, investigamos também sobre esta questão, buscando considerar as recomendações adotadas pelo PCNEM³ no Currículo com o propósito de estabelecer uma interlocução entre os objetivos desta pesquisa e os interesses, conhecimentos e significados conferidos à Matemática do Ensino Médio frente à Educação Superior (ES). Nessa perspectiva, buscamos desenvolver um olhar crítico sobre os caminhos que possam estreitar mais os laços de conhecimentos entre a Matemática do Ensino Médio e a da Educação Superior, em particular para a disciplina CDI I, compreendendo o tema Função como veículo motor neste debate, movido ainda pela importância das TIC. Neste Item, damos destaque aos autores Mazui (2014), Moehlecke (2012), Castro (2008), Bruner (2004) entre outros.

Nesta Seção, ainda apresentamos um breve histórico sobre a disciplinarização do CDI e como se deu a emergência dos conceitos de Cálculo dentro dos conteúdos do Ensino

³ Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

Médio. Além disso, discorreremos sobre a prática docente do professor no processo de ensinar Matemática, quando este pretende introduzir algumas ideias envolvendo os temas: infinito, incomensurabilidade, variação, dependência, etc.. Para este Item destacamos os autores Braga (2006), Valente (2005), Klein (1927, 1931), Breslich (1928), Euclides Roxo (1931), Ávila (1991, 1994 2006), Duclos (1992), David, Moreira e Tomaz (2013), Beatriz D'Ambrósio (1989, 1991), entre outros.

Na **Seção 3**, intitulada, As TIC e sua Importância na Prática do Professor que Ensina Matemática no Ensino Médio, são destacadas algumas reflexões sobre a importância do uso das TIC para a prática docente do professor e como esta se apresenta como uma importante abordagem metodológica para as Atividades de Ensino.

Sendo assim, em um primeiro momento, apresentamos uma compreensão sobre o termo TIC quando integrado à ação educativa. Em um segundo momento, discorreremos sobre as possibilidades e os entraves, associados ao uso das TIC na prática docente do professor, em particular, do professor que ensina Matemática. Ao final, escrevemos sobre o papel e a relevância das ferramentas e instrumentos configurados nos ambientes computacionais *Winplot*, GeoGebra e *Moodle*⁴, utilizados nesta pesquisa, e como esses contribuem com a prática docente do professor que ensina Matemática no Ensino Médio.

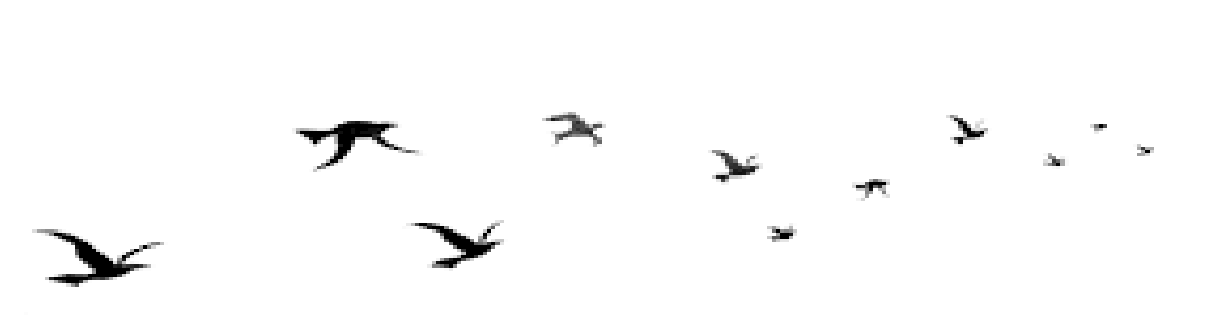
Nesta Seção, damos destaque a autores como Valente (2005), Miskulin (1999; 2006), Miranda (2007), Ching Sing Chai, Joyce Hwee Ling Koh e Chin-Chung Tsai (2010), Jonassen (1996, 2000, 2010), Richit e Miskulin (2014), Oliveira (2005), entre outros.

Na **Seção 4**, apresentamos o delineamento da Metodologia, a qual se subdivide em Pré-análise e Articulação dos Resultados, de onde a metodologia adotada para esta pesquisa consistiu em uma abordagem qualitativa, mediante a observação participante.

Para a Análise dos dados da pesquisa, tomamos como apoio as ideias de Bardin (1977) e Franco (2012), concernentes aos princípios da teoria de Análise de Conteúdo.

Para concluir, são apresentadas as Considerações Finais, e as Referências adotadas no desenvolver do texto e, junto a Tese será disponibilizado em DVD-R, os Anexos.

⁴ *MOODLE* é o acrônimo de "Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment", um *software* livre, de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual. A expressão designa ainda o *Learning Management System* (Sistema de gestão da aprendizagem) em trabalho colaborativo baseado nesse programa, acessível através da Internet ou de rede local. Em linguagem coloquial, em língua inglesa o verbo "*to moodle*" descreve o processo de navegar despreziosamente por algo, enquanto fazem-se outras coisas ao mesmo tempo. Informação retirada do Wikipedia. Disponível em <http://pt.wikipedia.org/wiki/Moodle>.



Seção 1



2. EM MEIO AS TEORIAS: TEORIA DA ATIVIDADE E COMUNIDADE DE PRÁTICA

Neste trabalho de pesquisa, conceitos da Teoria da Atividade (TA) e de Comunidade de Prática (COP) são abordadas como os principais referenciais teórico-metodológicos, com destaque aos trabalhos de Vygotsky (1991), Leontiev (1978, 1981) e Engeström (1987, 1999, 2001), referentes à TA e Wenger (1998) quanto às discussões sobre a CoP.

É importante ressaltar que as pesquisas desses teóricos, integrados à corrente da Psicologia Histórico-Cultural, são importantes para esta pesquisa, pois apresentam uma série de pressupostos que contribuem, cada uma em sua essência, com o aprofundamento da metodologia adotada e a análise dos dados da Pesquisa. E, para nortear a leitura desta Seção, há inicialmente uma discussão acerca da TA e, posteriormente, sobre a CoP, tendo em vista a importância desses fundamentos teóricos para a pesquisa em Educação Matemática, particularmente para a análise desta pesquisa.

Vários autores, tais como Duarte (2002), Souto (2013), Matos (2005), Marco (2009), Moser (2010), Moura (2001), esclarecem que a Teoria da Atividade teve início no campo da Psicologia, tendo como principais estudiosos Lev Vigotski, Alexei Leontiev e Alexander Luria, onde a TA é considerada o princípio da construção de uma Psicologia sócio-histórica cultural. Atualmente, percebemos que, em muitos trabalhos, a multidisciplinaridade da TA abrange áreas diversas, como a da Educação, da Antropologia, da Sociologia, entre outras.

Nessa perspectiva, podemos citar Hardman (1973), Mostafa (2008), Durkheim (1978), os quais citam Vygotsky, entre outros pesquisadores, considerando aspectos antropológicos e sociológicos ligados à aprendizagem da criança, de jovens e de adultos, tomando como base a necessidade de integração do indivíduo à sociedade.

Em nosso estudo fundamentado em alguns conceitos de TA consideramos também a perspectiva da aprendizagem e sua inter-relação com o viver em sociedade, tendo como pano de fundo o Ensino Médio. No sentido de viver em sociedade, Vygotsky (1991) explicita que a aprendizagem, de fato, depende da existência prévia de estruturas cognitivas mais complexas, estando essas também situadas na cultura, onde o aprendiz adquire-as por meio da interação com quem o ensina. A concepção de ensino-aprendizagem de Vygotsky (1991) pressupõe um processo mútuo, envolvendo quem ensina e quem aprende; e que, através de atividades compartilhadas, o aprendiz internaliza as estruturas cognitivas tornando-se, por conseguinte, mais independente.

Mas como se processa a internalização? Segundo Bereiter (1985), resolver essa questão significa confrontar e não contornar o paradoxo da aprendizagem. Engeström (1987),

por sua vez, enfatiza que cinquenta (50) anos se passaram após a morte de Vygotsky e volumosa obra foi produzida (e publicada em Inglês) por seguidores de Vygotsky - especialmente por Leontiev, Luria, Galiperin, Elikonin, Davydov e Meshcheryakov – a fim de compreender teórica e praticamente a própria essência da internalização.

Com essa contestação, não será discutida aqui a evolução da aprendizagem, mas a sua compreensão como parte de uma Atividade de Ensino, envolvendo o professor como sujeito, o ensino da Matemática como objeto de estudo e o uso da tecnologia como artefatos físicos (concreto) e conceituais em direção ao objeto dentro de uma perspectiva sócio-histórica cultural. Para tanto, torna-se importante a atenção nossa sobre alguns arranjos conceituais pelos quais o termo Atividade pode ser analisado.

2.1. A Representação do Triângulo na Atividade

De acordo com Engeström (1987), no século XIX, Hegel foi o primeiro filósofo a chamar a atenção quanto ao papel dos instrumentos de trabalho para o desenvolvimento do conhecimento. Ele claramente enunciou a teoria de que a consciência individual é formada sob a influência do conhecimento acumulado pela sociedade e objetivada no mundo das coisas criadas pela humanidade, enquanto que Charles Darwin lançou as bases científico-empíricas naturais para a concepção sistêmica e histórica do homem.

Engeström (1987) ainda explicita que Marx e Engels reuniram as ideias de Hegel e Darwin. Mais do que isso, eles apresentaram uma concepção em que o homem não era apenas um produto da evolução e um assimilador de cultura, mas um criador e transformador.

Embora o desafio das descobertas do século XIX não tenha sido efetivamente contemplado, muito tem sido discutido e abordado por estudiosos do século XX. Tais pesquisadores têm levado a sério a ideia do homem como um ser sistêmico e histórico. Com base nisso, eles têm produzido tentativas de modelar a estrutura básica da atividade humana.

Mas como entender o termo Atividade? O que vem a ser Atividade e, especificamente, qual a importância da Atividade para esta pesquisa? Para discutir melhor estas questões e, principalmente, abranger a última, as explicitações apresentadas por Engeström (1987) possibilitarão uma maior compreensão, tendo em vista a forma como esse teórico trata o tema, interpondo seu pensamento com o de outros estudiosos.

São cinco os pressupostos por ele determinados, os quais, mais adiante, na Seção 4, serão de grande relevância para a análise da pesquisa: (1) O Sistema de Atividade é coletivo; (2) Multivocalidade; (3) Historicidade; (4) Contradições internas; (5) Transformações expansivas.

Esses pressupostos propõem elucidar e prosseguir o que foi tratado por Vygotsky e Leontiev sobre Teoria da Atividade. Assim, antes de avançar no assunto, é importante perceber como se processou a ideia da atividade humana, considerando o caminho que percorreu Engeström em suas pesquisas até sua proposta de Atividade Expansiva.

Em seus estudos, Engeström (1987) toma como base o que denomina uma ascendência às pesquisas de Peirce, estendendo-se através de Ogden e Richards. A fundamentação teórica da Atividade Expansiva é também estabelecida a partir do estudo da gênese da intersubjetividade, fundada por GH Mead citado por Engeström (1987), dando continuidade às pesquisas sobre comunicação infantil e desenvolvimento da linguagem. Por fim, uma última e não menos importante base de pesquisa realizada por Engeström constituiu-se na escola histórico-cultural da Psicologia, iniciada por Vigotski, seguida por Leontiev. Vale explicitar que, em todas essas teorias, o conceito de mediação, terceiridade ou triangularidade é visto como um traço constitutivo da atividade humana. Ideia essa que frequentemente é representada na forma do modelo gráfico de um triângulo. Alguns desses modelos estão abaixo delineados:

O diagrama da Figura 1 propõe a ideia de terceiridade, ou seja, um signo (*representamen*) coloca um segundo - seu objeto - em relação cognitiva para com um terceiro - o interpretante. Em outras palavras, a terceiridade é uma relação triádica existente entre o signo, o objeto e o pensamento interpretante, onde a relação triádica não é redutível a díades independentes. Caso contrário, o caráter dinâmico da tríade é destruído.

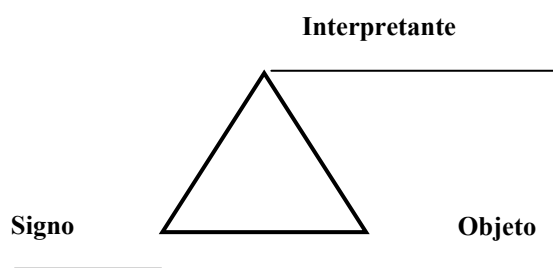


Figura 1 Modelo triangular de Peirce (1931-1935)

Fonte: Elaborada pela Pesquisadora, com base em Engeström (1987).

Peirce (1975), além de tratar a Semiótica com objetivos puramente lógicos e linguísticos, também aplicava suas concepções às ações humanas, considerando que toda ação, conduzida pela razão à perspectiva da triplicidade, é encontrada. Enquanto que ações puramente mecânicas ocorriam entre uma díade de pares do triângulo. Por exemplo, um estudante ao resolver um problema matemático mecanicamente, usando algoritmos sem compreender seu significado, simplesmente operacionalizando, configura a relação signo

objeto. Mas, se esse estudante consegue relacionar operação e significado generalizando e mesmo abstraindo, por conseguinte, compreendendo o significado de sua operação, o processo da terceiridade é genuíno. Como propõe Peirce (1975), a ação da mente situa-se dentro da triplicidade Intelectual.

Engeström (1987) compreende, portanto, que o significado de mediação inerente à Atividade, adotado por Peirce (1975) é tratado como algo mental e intencional, mas se reduz a qualidade cultural para o individualismo e/ou racionalismo. E, embora Peirce tenha deixado claro que sua noção de representação ou mediação, incluía tudo; mental e não mental, ele não se dedicou com mais acuidade às qualidades materiais de sinais, na categoria não mental, ou o que ele mais tarde chamou de *representamen*.

Ogden e Richards (1923), citados por Engeström (1987), tomam como base os estudos de Peirce, e concebem a construção da relação entre símbolo e referente pura e exclusivamente como um processo de pensamento, como um ato mental do indivíduo. Além disso, eles veem significado exclusivamente entre símbolos e linguagem, não atentam sobre artefatos em geral.

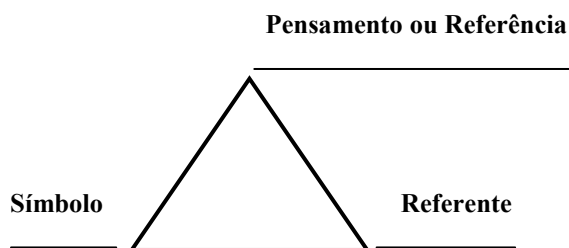


Figura 2: Modelo triangular de Ogden e Richards (1923, *Apud* Engeström, 1987, p. 11).

Fonte: Elaborada pela Pesquisadora, com base em Engeström (1987).

Para Engeström (1987), essa representação torna-se ineficaz face o problema da origem do pensamento, símbolos e linguagem, pois os símbolos e artefatos são sócio-historicamente produzidos e transmitidos, sendo esses abstraídos e generalizados da produção e do uso de ferramentas de materiais e objetos.

Então, conforme o autor supracitado, a relação de um indivíduo com um símbolo ou signos é direta, mas a cultura de desenvolvimento de símbolos ou signos não pode ser entendida em termos individuais diretos. É um processo coletivo, com base na mediação, interação, muitas vezes indireta, de indivíduos com símbolos ou signos através de objetos (referentes), presentes na própria cultura. Também a compreensão individual e o uso de símbolos ou signos originam de encontros práticos com o mundo dos objetos, que os símbolos ou signos representam e derivam.

"Assim, quando um selvagem aprende a compreender o significado de uma palavra, este processo não é realizado por explicações, por uma série de atos de percepção, mas aprendendo a lidar com isso. Uma palavra significa para um nativo o uso adequado da coisa que ela representa [...]" (MALINOWSKI, 1923, p. 321). Ou seja, o significado real de uma palavra advém, na prática, em usar tal palavra adequadamente em um determinado contexto. A palavra, como qualquer instrumento criado pelo homem, torna-se significativa apenas depois do seu uso, em seus diversos encadeamentos e relação com o outrem.

Ainda, as coisas não estão lá, no mundo, apenas para serem referidas, elas são produzidas e utilizadas pelos seres humanos em suas atividades cotidianas, individual ou coletivamente. Isso pode ocorrer diretamente, mas sempre com o auxílio (visível ou transparente) de símbolos, de ferramentas, gestos, sinais, signos. Sobre esse aspecto, Engeström (1987) enfatiza: o instrumento cultural – mediação está lá, estando o sujeito consciente de suas ações ou não.

Assim, em uma primeira e importante consideração, a ideia de escrever, mesmo que brevemente acerca de alguns conceitos das teorias acima supracitadas, consiste na ideia fundamental de conhecimento e significado como construção mediada sobre Atividade Individual, o que, segundo Engeström (1987), nos fornece pistas para a compreensão de uma cultura material que possa ser criada em Atividade Partilhada.

Nessa perspectiva, a Teoria da Atividade, conforme Engeström (1987) foi também aprimorada pelo trabalho de G.H. Mead, 'Behaviorismo Social', focalizando a ação interpessoal, o que sugere que a ação de um indivíduo requer reações do outro, promovendo continuidade às suas ações pelo outro.

A abordagem de Mead (1934) costuma ser chamada de Interacionismo Simbólico, tendo como princípio central a prioridade dos objetos sociais e a consciência social dos objetos físicos, onde esses objetos são constituídos em termos de significados dentro do processo social e comportamento do outro, considerando ainda as respostas ou ações dos vários organismos individuais envolvidos no processo evolutivo da linguagem.

Para Mead (1934), a tríplice ou relação triádica entre o signo (ex: gesto), a resposta ao signo e a decorrência do ato social que o gesto inicia é a base do significado. Nessa linha de raciocínio, Mead (1934) entende que a mente interage por meio de símbolos com a situação ou circunstâncias que envolvem os indivíduos. Isto é, quando um determinado gesto traz uma ideia, pode representar, para o outro, ideias semelhantes ou diferenciadas, tornando-se um símbolo significante. Assim, a base do significado constitui-se a partir de uma conduta social.

“o controle é possibilitado pela linguagem e da linguagem emerge o campo da mente” (MEAD, 1934, p. 165).

Em uma segunda e importante consideração, se de Peirce nos foi fornecida a ideia de Atividade como construção individual do conhecimento, em Mead, podemos, mesmo que brevemente, ter a representação de Atividade como um processo de interação, mediada pelo símbolo de construto social da realidade, mas ainda como construção e não como prática.

2.2. De Vigotski a Leontiev: definindo a Teoria da Atividade.

Lev Semenovick Vygotsky, pesquisador russo, fundador da escola histórico-cultural soviética de Psicologia, a partir do século XX, revolucionou a psicologia tradicional, tendo como base a abordagem sócio-histórica, área da Psicologia social e educacional.

Em seus estudos, Vygotsky (1991) tem como finalidade edificar uma Psicologia tendo como base o conceito de trabalho de Marx, na qual conferiu como importante o conceito de mediação. Por conseguinte, o supracitado autor percebia o processo de mediação como fundamental para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores do indivíduo. Ou seja, o processo de mediação, por meio de signos e instrumentos, torna possíveis as atividades psicológicas, condicionadas pelo próprio indivíduo.

A relação de mediação do homem com o mundo é proposta por Vygotsky como uma relação triádica, a qual pode ser representada na forma triangular. Vide Figura 3

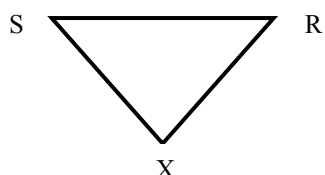


Figura 3: Representação da primeira geração da Teoria da Atividade

Fonte: Elaborada pela Pesquisadora, com base em Souto (2013).

A relação ($S \rightarrow R$) associada ao elemento (X) representa uma expansão do esquema estímulo- resposta, superando as tendências behavioristas e a de Psicanálise, o que, de acordo com Souto (2013), preponderava na época e pelas quais Vygotsky era preeminente contrário.

Nessa representação, Vygotsky (1991) propõe que o campo da Atividade, procedimento que é orientado por um motivo, seja fundado no mecanismo semiótico, obtido por meio da linguagem e instrumentos disponíveis nas sociedades. Esses instrumentos efetivam a internalização dos conceitos teóricos, pois, no processo de conhecimento, a semiótica compreende o signo como instrumento da Atividade, agente em sua materialidade e

de transformações, quando possui a função de mediador entre o “homem” e o mundo em que vive.

Sobre esse aspecto, Singardo (2000), assim como Engeström (1987), notam que Vygotsky, Peirce, entre outros, como inicialmente discutido nesse texto, determinam que a atividade possui uma natureza triádica ou triangular e, nessa perspectiva, a semioticidade é determinante na história humana.

Na concepção de Vygotsky (1991), os mediadores semióticos atuam nas relações dos homens com o mundo físico e social. Estes mediadores constituem-se em espaços representacionais, de modo haver significação no mundo em que vivemos. Vygotsky (1991) revela que a capacidade especificamente humana de se comunicar pela fala habilitou o “homem a desenvolver instrumentos para lhe auxiliar na solução de tarefas. Assim, o homem atua sobre as ferramentas, transformando-as; e essas, por sua vez, atuam sobre o homem, promovendo sua transformação” (VYGOTSKY, 1991, p. 31). Nesse raciocínio, o ensino pode ser aprimorado por meio de instrumentos de mediação, associado ao princípio teórico-científico que lhe dá suporte.

A Semiótica, por conseguinte, é dotada de instrumentos socioculturais, age no estudo da linguagem como um sistema de signos que compreende que a comunicação social só é possível a partir da capacidade que tem o homem em usar a linguagem, seja essa a língua de sinais, língua natural ou símbolos. De acordo com Singardo (2000), com a linguagem a humanidade foi capaz de realizar obras extraordinárias e esse foi um grande salto para a espécie humana. O autor ainda enfatiza que só o homem tem a capacidade de idealizar o objeto antes mesmo de sua execução. Portanto signos e palavras se constituem primeiro e acima de tudo tendo a comunicação como a base de uma forma superior de atividade, distinguindo os homens dos animais.

A mediação semiótica (imaterial) por meio de símbolos e por meio de ferramentas (material) constitui-se, portanto, em um dos importantes elementos da Teoria da Atividade, envolvendo vários aspectos na teoria Sociointeracionista, mediante a concepção social do conhecimento de Vygotsky.

Engeström (1987) diz que Vygotsky compreende que a função do instrumento possibilita a intervenção humana sobre o objeto da atividade, que é externamente orientada. As ferramentas psicológicas, por sua vez, são direcionadas para o domínio ou controle dos processos comportamentais. Nesse sentido, Vygotsky (1991) apresenta exemplos de ferramentas psicológicas: língua materna, linguagem algébrica, numérica, gráfica, obras de arte, escrita, diagramas, mapas, sinais, símbolos convencionais etc., onde ambas as

ferramentas técnicas e instrumentos psicológicos possibilitam mediar a atividade, “[...] mas ferramentas psicológicas implicam e exigem mediação reflexiva e procedimentos a própria consciência (ou de outra pessoa)” (VIGOTSKY, 1991, p. 54).

Assim, ao tratar da aprendizagem na perspectiva marxista, o supracitado autor, ressalta a natureza histórico-social do ser humano, explicitada nas seguintes premissas: ações físicas e ações psíquicas. Essas são reconhecidas nas atividades coletivas como funções intersíquicas e, nas atividades individuais, como funções intrapsíquicas. Para Vygotsky (1998), os processos sociais e mentais estão interconectados, tanto nas manifestações externas como nas internas e não deveriam ser tratadas separadamente.

Leontiev, reconhecido como um dos colaboradores de Vygotsky mostrou-se fundamental para a sistematização da Teoria da Atividade. Sua percepção da perspectiva histórico-cultural reconhece a importância da aprendizagem por meio da ação e da interação com o meio social e cultural, permitindo o desenvolvimento dos seres humanos associado às atividades realizadas. Em outras palavras, um sujeito não age sozinho, mas faz parte de um coletivo, de um sistema de relações sociais.

Nessa perspectiva, Leontiev (1978) pesquisou a relação entre os processos internos da mente e a atividade humana concreta, elucidando que a realização da relação ativa do sujeito com o objeto se dá por meio de ações, constituídas por motivos, operações e tarefas, a partir das necessidades e razões que o movem a concretizar seus objetivos.

Podemos, portanto, interpretar que uma Atividade caracteriza-se nas ações dirigidas ao objeto, cujo objetivo constitui-se em responder a uma necessidade que possivelmente está ligada a um motivo que se apresenta como pré-condição. Assim, Leontiev (1978) afirma que uma Atividade não existe sem um motivo, o qual se personifica em um objeto que se propõe transmutar-se em produto ou resultado da ação relacionada à Atividade.

Logo, a Atividade, como propõe Leontiev (1978) apresenta-se como um processo, realizada por ações orientadas para um resultado consciente, o que revela que o sujeito controla a Atividade e, em caso contrário, é a Atividade que controla o sujeito. Ou seja, a Atividade é efetivada pelas ações, dependentes do objetivo ou objetivos que decorrem de uma finalidade – o motivo.

Ainda, na medida em que as ações que compõem a Atividade, essas não necessariamente são únicas, mas interligadas em direção ao objetivo. O que significa que uma ação ou várias ações podem realizar a mesma Atividade. Por outro lado, uma mesma ação pode gerar várias Atividades. Sendo assim, as ações são realizadas em circunstâncias variadas. Nesse caso, podem ser desempenhadas por meios diversos, denominados por

Leontiev (1981) de operações. “Denominarei operações os meios mediante os quais uma ação se leva a cabo” (p.61).

Finalmente, as ações são relacionadas a metas conscientes, as operações, às condições, muitas vezes, não repercutidas conscientemente pelo sujeito. “Outra consequência é que a ação quando estimulada pelo motivo e direcionada para um objetivo pode não coincidir imediatamente com o objetivo final (isto é, com aquilo para o qual ele se dirige), mas reside na Atividade da qual ele faz parte” (LEONTIEV, 1978, p. 69).

Por exemplo: uma ação que, em princípio, é apenas realizada por sugestão de outrem, como uma obrigação, pode passar a ser motivadora e interessante, revelando-se, às vezes, até uma necessidade para o sujeito. No entanto, quando a atividade não está associada a um motivo ou necessidade, configura-se apenas em um processo que deve ser alcançado mediante uma operação ou estratégias de ação. Ou seja, o motivo não condescende com o objetivo final.

Para uma melhor explicitação sobre a distinção Atividade – Ação – Operação, acolhemos a indicação de Marco (2009) sobre a leitura do texto de Leontiev (1978) e pelo qual, Apresentamos abaixo uma interpretação de um excerto (exemplo clássico) sobre a caçada primitiva.

“A caçada coletiva é a Atividade, a caça o seu objeto e a fome é o motivo. Quando os batedores fazem barulho para assustar o mamute, o bater das suas mãos é uma operação, e as mãos, ao bater conjuntamente, constituem-se em uma ação dentro da atividade da caça. A ação bater as mãos em conjunto e fazer barulho tem como objetivo assustar o animal. No entanto, o objetivo – assustar o animal - contradiz inicialmente o objeto e o motivo da atividade que é apanhar o animal e consumir o alimento. A ação dos batedores é parte da atividade como base do saber consciente – assustar o mamute, para que ele possa ser apanhado. A ação dos batedores só faz sentido na condição de representar a ligação entre o objetivo da ação e o motivo da “atividade cooperativa. O que inicialmente pode parecer irrelevante pode representar relações importantes entre o objeto e a necessidade que motiva a Atividade, pois esse tipo de atividade pode se tornar falha quando a ação e as operações são realizadas individualmente, por um único sujeito. Constata-se, portanto, que um membro ou membros do grupo desempenham uma ação – bater palmas para assustar o animal em uma determinada direção, enquanto outro membro ou membros do grupo ficam à espera e apanham o animal. O batedor, ao fazer parte de uma caçada primitiva, é estimulado pela sua necessidade de alimentar-se ou vestir-se, mas, ao afugentar a caça na direção dos outros elementos da atividade, ele faz parte de um todo. A sua ação é completada pela ação dos demais elementos do grupo, formando uma atividade coletiva.” (LEONTIEV, 1978, p.137)

De acordo com Leontiev (1978), podemos falar em Atividade do indivíduo, mas não em Atividade individual. Apenas as ações se revelam individuais (de um sujeito ou grupo). Podemos refletir, portanto, que a Atividade de Ensino é coletiva e, na escola, o professor, ao

propor uma tarefa em classe, possibilita a interação do aluno com os outros e com o meio em que vive através de ações constituídas pelo indivíduo ou pelo coletivo de indivíduos, desenvolvendo-se como seres sociais. Afinal, como cita Leontiev (1981), o indivíduo não é simplesmente lançado no mundo, é introduzido ao mundo pelas pessoas ao seu redor, as quais podem ser seus guias ou orientadores. E, somente através de uma relação com outras pessoas é que o homem se relaciona com a própria natureza, o que significa que os afazeres aparecem desde sua origem, mediados socialmente.

Nessa perspectiva, como sugere Moura, Sforzi e Araújo (2011), em um ambiente escolar, os conceitos científicos são construídos quando o aluno, como um ser ativo, assimila criticamente o conteúdo ensinado, integrando-os, quando possível, em sua prática social cotidiana e não apenas recebendo-os de forma passiva, sem um diálogo que problematize situações práticas com o conhecimento adquirido. Nesse processo, o professor tem um importante papel como mediador, conduzindo os alunos a elaborar a ideia do conceito em estudo. Essa abordagem, ação inerente ao sujeito, é mediada a partir de objetos físicos e simbólicos que podem ser conceituais condizentes a uma Atividade de Ensino.

Assim, de tudo que discorremos até agora, compreendemos que a mediação é um aspecto fundamental na Atividade e que a comunicação, a interação, o compartilhamento de ideias constituem-se aspectos inerentes à Teoria da Atividade. Consequentemente, Leontiev dá a entender que a comunicação pode diferenciar-se em um sistema próprio de Atividade, por exemplo, em diversas formas de comunicação em massa, mas mantendo todos os aspectos básicos da Atividade.

Em uma terceira e importante consideração, Engeström (1987) acredita que, embora Leontiev, a partir de Vygotsky, seja convincente o suficiente sobre suas acepções, dando luz ao conceito de Atividade baseada na produção material – o objeto (produto ou resultado), mediada por ferramentas técnicas e psicológicas, bem como por outros seres humanos, absteve-se de produzir um modelo unificado mais adequado da atividade, quando se envolve o aspecto genético.

Araújo (2013) e Marco (2009) também enfatizam que Leontiev, em teoria, introduziu a ideia da comunidade, do trabalho coletivo, quando relata o exemplo da ‘Caçada’, entretanto não deu continuidade, expandindo-a graficamente. Para tanto, Engeström (1987) busca continuar e desenvolver a próxima tarefa, provendo um modelo de estrutura de atividade humana através da análise genética, além de expandir o sistema, acrescentando à comunidade regras e divisão do trabalho, como vemos com mais detalhes no Item 2.3.

2.3. Análise Genética da Estrutura e Expansão da Atividade

Em Santos et al. (2008) e Souto (2013), Moura (2001) encontramos importantes informações, as quais reforçam a nossa pesquisa sobre as contribuições de Engeström no que concerne à elaboração de conceitos teóricos, enfocando a diferença entre a ação individual e a coletiva.

As autoras supracitadas destacam, em seus textos, que Engeström teve como motivação as ideias de Leontiev, no que se refere à Atividade como unidade de análise e de Vygotsky quanto sua proposta de mediação cultural, representada a partir da representação da tríade sujeito-objeto-mediação, na imagem de um triângulo.

Em Engeström (1987; 2001), pudemos notar, em seu modelo de representação triangular, Figura 4, que esse se insere como um subtriângulo, representando as ações individuais (ou de grupo) inter-relacionadas a um sistema maior – o de atividade coletiva, representada logo a seguir na Figura 5.

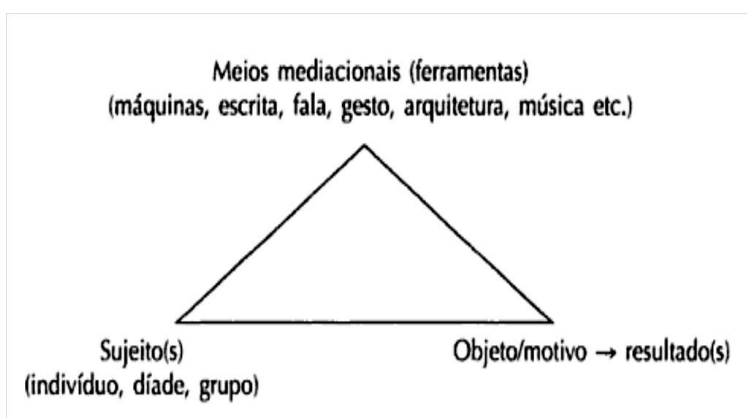


Figura 4: Modelo da 1ª. Geração da TA: mediação entre sujeito e objeto (Engeström)
Fonte: Retirado de Araújo (2013).

Segundo Santos et al. (2008) e Souto (2013), esse foi um passo marcante em direção à atuação do indivíduo na comunidade em que vive e atua.

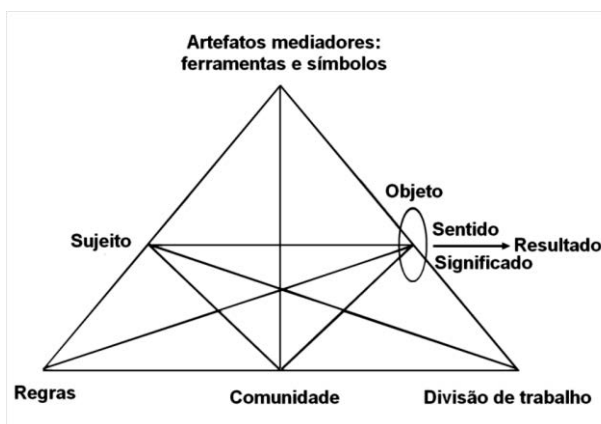


Figura 5: Modelo da 2ª. Geração da TA: estrutura de um sistema de atividade humana (Engeström)
Fonte: Retirado de Araújo (2013).

A Figura 5 representa o modelo de expansão do modelo original de Vygotsky. Nesse modelo, Engeström (1987) inclui os elementos constituintes dos elementos sociais e coletivos: as Regras, a Comunidade e a Divisão de trabalho.

De acordo com Santos et al. (2008), esse sistema é interpretado da seguinte forma pela universidade de Helsínquia:

Sujeito: refere-se ao indivíduo ou grupo de indivíduos cuja atuação é tomada como ponto de partida para a análise;

Objeto: refere-se à matéria prima ou espaço de problemas no qual a atividade é dirigida e que é moldado e transformado em produto (resultado) com o auxílio de artefatos ou instrumentos de mediação - imaterial (signos) ou físico;

Comunidade: refere-se aos indivíduos e/ou grupos que compartilham o mesmo objetivo geral;

Divisão de trabalho: considera igualmente a divisão horizontal das tarefas entre os membros da comunidade, cuja divisão vertical é relacionada com o *status* de cada membro.

Regras: constitui os princípios e regulamentos da comunidade, sejam esses explícitos ou não. Regras que limitam e restringem ações particulares do sistema de atividade.

Nessa representação, cada uma das relações diádicas: sujeito e objeto, sujeito e comunidade, comunidade e objeto são mediados pelas ferramentas, regras e divisão de trabalho, respectivamente.

De acordo com Daniels (2003), citado por Araújo (2013), essas relações podem imprimir tempo, compreendendo aspectos sócio-históricos, além estabelecer organizações ou instituições de trabalho, ensino ou diversas.

Ao elaborar o modelo de expansão, Engeström apresenta alguns encadeamentos que o levaram à modelação do seu Sistema de Atividade. Para tanto preponderou, inicialmente, uma análise genética e histórica da evolução e das formas humanas de trabalho estabelecidas por três fases na evolução da Atividade.

Primeira fase: Adaptação biológica como forma animal da Atividade;

Nesse caso é observado que a natureza adaptativa do animal não é passiva em relação às demandas e pressões do ambiente em que vive.

Segunda Fase: O que define o animal *versus* homem na Atividade;

- Emergência na utilização de ferramentas, tanto o homem como alguns animais utilizam ferramentas como pode ser demonstrado pelos macacos antropóides.
- Tradições coletivas, rituais e regras: tanto o homem como o animal se utilizam de regras, dando origem ao ritual de acasalamento e de adaptação.

– Sobrevivência coletiva: tanto o homem como o animal se organizam pelas práticas de criação, educação e acasalamento, primando pela divisão evolutiva do trabalho entre os sexos.

Portanto, rupturas relacionadas à segunda fase se tornam sutis quanto à utilização de ferramentas, regras ou sobrevivência, o que constitui uma transição ainda frágil, como afirma Keiler (1981).

Terceira Fase: Fator determinante na evolução cultural humana na atividade.

Segundo Engeström (1987), o avanço na evolução cultural humana, na forma específica de atividade, exige uma ação intencional, cooperativa e socialmente regulada. Mas só isso não diferencia o homem do animal, a menos que nessa ação de partilha e determinação de regras enfatizem-se capacidades na construção e uso de ferramentas, ou ainda, na capacidade de formar grupos mediante produção de atividade.

Os macacos antropoides, por exemplo, não fabricam ou preservam ferramentas e os golfinhos, em sua relação de mediação, não são coordenados por atividades de produção, não precisam e não são determinados por elas.

Assim, na atividade humana, o que costumava ser ecológico e natural torna-se econômico e histórico, pois, como aponta Leakey e Lewin (1983), os humanos são os únicos primatas a coletar comida para se alimentar mais tarde. Em sua economia mista, os primeiros seres humanos realizavam essa tarefa através da recolha de plantas, coletando alimentos, limpando e guardando-os para comê-los posteriormente, em recipientes apropriados. “A partilha na caça ou coleta é o que nos diferencia como seres humanos dos animais, isso no que concerne a forma específica de Atividades.” (LEAKEY; LEWIN, 1983, p. 120).

2.4. O Modelo de Engeström: expansão da Teoria da Atividade

Na estrutura de um Sistema de Atividade, mostrado na Figura 5, Item 2.3, convém ressaltar a possibilidade de evolução quanto às questões relacionadas à diversidade de culturas, o que infere o diálogo entre perspectivas diferenciadas de cada indivíduo ou grupos de indivíduos que compõem a comunidade.

Pensando em questões que implicam que o organismo e ambiente, homem e sociedade não são vistos como entidades separadas, estáveis, imutáveis, mas como algo caracterizado por transformações qualitativas, que requerem uma perspectiva histórica, Engeström (1987) considerou a importância de conceber ferramentas conceituais que permitissem uma análise mais profunda acerca dos múltiplos pontos de vista e redes de sistemas interativos de atividade. Para tanto ampliou o modelo anteriormente proposto, considerando pelo menos dois outros sistemas de atividade, realizando as seguintes delimitações iniciais:

1.º Princípio – Sistema de atividade como unidade de análise:

A Atividade deve ser considerada como a menor unidade de análise por trás de qualquer complexidade em termos de Atividades. As ações de um indivíduo ou grupo de indivíduos são dirigidas aos objetivos, assim como as operações automáticas são relativamente independentes, mas subordinadas a unidades de análise e só compreensíveis no contexto geral da Atividade. Os Sistemas de Atividades são independentes, gerando ações e operações e são determinantemente coletivas.

2.º Princípio – Múltiplas vozes dos sistemas de atividade:

Um Sistema de Atividade abrange vários pontos de vista e negociações, onde a multivocalidade é presente nas redes de sistemas interativos da Atividade

3.º Princípio – Historicidade:

A Atividade deve ser analisável em suas dinâmicas e transformações, em sua evolução histórica. Não há modelos estáticos, de modo que a Atividade deve ser analisável como um fenômeno contextual ou ecológico. Os modelos de análise devem se concentrar em relações sistêmicas entre o indivíduo e o ambiente que o rodeia. Ou seja, a Atividade se transforma ao longo do tempo, logo os problemas envolvidos na Atividade apenas podem ser compreendidos no contexto da história local dos seus objetos.

4.º Princípio – Contradições como fontes de mudança e de desenvolvimento:

Os conflitos correspondem às tensões geradas em um Sistema de Atividades. De acordo com Engeström (1987), a primeira contradição de Atividades adveio do capitalismo concernente ao uso e valor de troca das mercadorias. Quando um sistema reconhece e adota um elemento externo ou não comum ao ambiente em atual conjuntura (por exemplo; uso de computadores na escola), isso pode gerar conflito entre professores e alunos quanto ao uso adequado da tecnologia. Mas, como afirmam Santos et. al. (2008), embora contradições gerem conflitos ou perturbações, essas, por outro lado, promovem esforços de soluções adaptativas, provocando mudança e desenvolvimento no sistema de atividade.

5.º Princípio – Possibilidade de transformações expansivas nos sistemas de atividade:

Os Sistemas de Atividade movem-se através de transformações qualitativas, promovendo uma transformação expansiva e essa é efetuada quando o objeto e o motivo são recondicionados ou recondicionalizados a adotar um horizonte mais amplo, relativo às ações e operações estabelecidas na Atividade anterior. Um ciclo de transformação expansiva se completa através de uma excursão coletiva, por meio da zona de desenvolvimento potencial.

Os cinco princípios compreendem o conceito de Atividade de aprendizagem como derivado do conceito geral da Atividade e da evolução cultural de aprendizagem dentro de

outras Atividades. Nesse contexto, a Atividade pode ser percebida como um processo contínuo, enfocando amplas perspectivas, que envolve artefatos e motivos dos participantes envolvidos.

Os quarto e quinto princípios nos parecem ser os pontos fundamentais, nos quais Engeström (1999) discute a possibilidade de transformações expansivas, onde a ideia de reconceitualização abrange novas formas de Atividade, a partir de uma Atividade inicial.

Os sistemas de atividade atravessam ciclos relativamente longos de transformações qualitativas. À medida que as contradições de um sistema de atividade são agravadas, alguns participantes individuais começam a questionar e se afastar de suas normas estabelecidas. Em alguns casos, isso ascende à visão colaborativa e a um deliberado esforço coletivo de mudança. Uma transformação expansiva é realizada quando o objeto e o motivo da atividade são reconceitualizados para abarcar um horizonte radicalmente mais amplo de possibilidades do que no modo anterior da atividade (ENGESTRÖM, 1999, p. 4-5).

Engeström (1999), embasado nas cinco ferramentas conceituais, e consequentemente motivado pelo surgimento e interesse internacional nas questões relacionadas com a diversidade, interculturalidade e perspectivas diferenciadas (o que envolve tradições e costumes dos membros de uma comunidade), expandiu o modelo anteriormente planejado, adicionando, em termos de interação, pelo menos dois sistemas de atividade. Nesses, o objeto move-se de um estado inicial (estado individual ou em grupo) para um objeto construído coletivamente pelo sistema de atividade. Vide Fig 6.

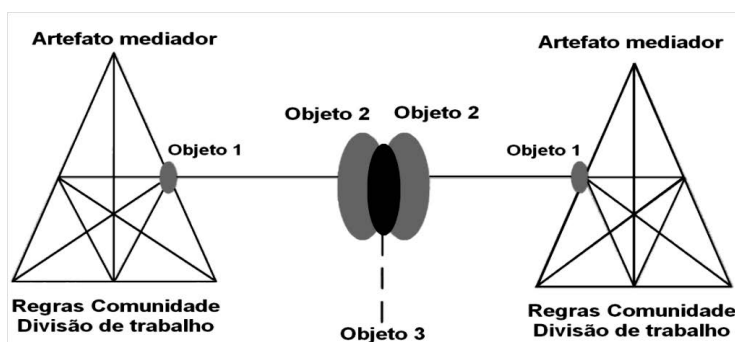


Figura 6: Interação de 2 sistemas de atividade na 3ª geração da Teoria da Atividade (Engeström)
 Fonte: Retirado de Araújo (2013).

Em Araújo (2013), percebemos que em cada um desses sistemas originados do modelo inicial de Vygotsky quatro subsistemas são conciliados dentro do sistema de atividade do qual é inerente. Vide Figura 7.

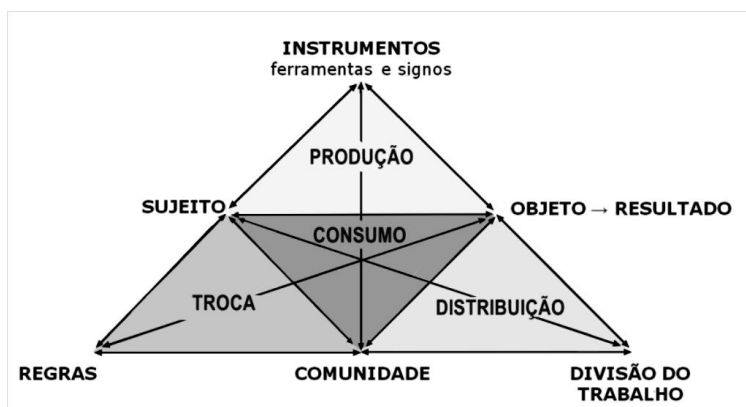


Figura 7: Subsistemas do sistema de atividade (Engeström)

Fonte: Retirado de Araújo (2013).

De acordo com Jonassen e Carr (2000), o **subsistema de produção** transforma o objeto em resultado de acordo com o interesse da comunidade. Esse processo é mediado pelo uso das ferramentas disponíveis, conforme ação do sujeito sobre essas. O autor ainda esclarece que, durante a transformação do objeto em produto ou resultado, o sujeito também pode vir a sofrer transformações, quando esse se torna mais experiente ou constitui algum conhecimento sobre a ação ou as operações realizadas mediante uso das ferramentas, as quais são culturalmente constituídas, possibilitando ao sujeito adaptar formas diferenciadas de utilização.

O **subsistema de consumo** determina a forma como o sujeito e a comunidade atuam sobre o objeto, seja ou não de forma produtiva, colaborativa ou consensual. Nesse subsistema, a confiança, a expectativa do grupo ou as ações individuais devem ser consideradas.

O **subsistema da distribuição** imprime à divisão de trabalho e relações, tanto na perspectiva vertical (poder e *status*) como horizontal, determinando tarefas entre os membros da comunidade que supostamente cooperam entre si quanto à ação sobre o objeto (produto ou resultado).

O **subsistema da troca**, de acordo com Jonassen e Carr (2000), determina ao sujeito regras planeadas pela comunidade, tendo em vista a necessidade individual do sujeito ou grupo, sendo essas passíveis de negociação, que abrangem leis, políticas institucionais, normas internas ou da sociedade em geral.

Para melhor compreender a interação entre dois sistemas de atividade como apresentada na Figura 6, investido de seus quatro subsistemas, tomemos o seguinte exemplo:

Um doutorando, ao realizar seu estudo sobre o uso da tecnologia como um instrumento fundamental para o ensino da Matemática, normalmente visa adotar uma metodologia que busque responder suas questões de pesquisa. Para viabilizar sua

investigação, certamente esse se envolve em uma atividade individual ou coletiva, a qual, segundo Engeström (1999), representa uma mudança expansiva. Entretanto esse é apenas o primeiro passo.

O segundo passo constitui-se na determinação de tornar o seu projeto operante, ou seja, possível de ser realizado. Isso requer que a unidade de análise – a atividade de pesquisa – seja estendida para incluir minimamente dois sistemas de atividades interligados. Nessa perspectiva, o triângulo do lado esquerdo representa o sistema de atividade planejado pelo pesquisador (as ações que visam ser operacionadas), o da direita representa o sistema operante da atividade envolvendo os pesquisados (sua clientela). Esse processo de sistemas de atividades torna-se mais complexo, à medida que se insere além dos sujeitos pesquisados, a escola, entre outros colaboradores compreendidos dentro e fora do sistema educacional.

A transformação do objeto em resultado é concretizada com a participação ativa do pesquisador e dos pesquisados, processo que pode ser considerado um desafio. Assim, olhando a Figura 6, podemos representar o objeto 1 (um) como o problema da pesquisa – projeto a ser investigado. O objeto 2 (dois), as respostas encontradas mediante participação dos pesquisados na efetivação do projeto. O objeto 3 (três) representa os resultados em potencial entre as duas perspectivas – a base comum, análise do pesquisador frente às respostas apresentadas pelos pesquisados.

A Atividade realizada pelo pesquisador infere relações de negociação entre a escola, universidade ou instituição de atuação, considerando as regras impostas aos sujeitos da pesquisa, determinadas pela comunidade na qual estão inseridos. Esse processo infere no subsistema da troca que vem ou não beneficiar os sujeitos ou diretamente a pesquisa.

A realização da pesquisa, ao ser analisada na perspectiva do subsistema de produção, infere na relação entre os sujeitos pesquisados, os instrumentos de ensino que podem ser de ordem conceitual ou material (o uso de *software* matemático para simulação de problemas de geometria, por exemplo), a fim de obter um resultado que venha responder à problemática da pesquisa.

O subsistema da distribuição, por sua vez, associa ao pesquisador o *status* de observador direto ou indireto na realização da investigação. Se o trabalho confere aos sujeitos da pesquisa tarefas direcionadas, essas podem estar em uma perspectiva vertical ou horizontal, dependendo de sua posição na comunidade. A forma como o pesquisador vai se posicionar em termos de autoridade na divisão das tarefas pode também implicar diretamente no resultado da pesquisa ou no produto final da mesma.

Finalmente, o subsistema do consumo. Esse está associado à concessão de uso e reprodução de material de estudo, por parte dos sujeitos da pesquisa, os quais inerentemente fazem parte da comunidade. O produto final do trabalho de investigação, por conseguinte, se materializará em um relatório de acesso e usufruto de todos que, por consequência, espera-se atender diretamente à expectativa tanto do pesquisador, orientador, instituição de ensino e eventual instituição de fomento e, indiretamente, aos pesquisados, família, entre outros.

Logo, a reconceitualização da Atividade, abrangendo novas formas de atividade a partir da atividade inicial compreende, em um segundo momento, o ponto de vista dos pesquisados. O produto – projeto do pesquisador - pode vir alcançar perspectivas diferenciadas na Atividade Expansiva. A proposta inicial, objeto 1, considera transformar-se em um objeto que requererá atenção, ou não, por parte dos sujeitos da pesquisa, tornando-se uma fonte de conhecimento ou frustração. Sendo assim, a expansão da Atividade requererá uma transição crítica e sucessivas mudanças de perspectivas entre o que pensa o pesquisador e o que poderá vir a considerar, quando o seu trabalho envolve outros olhares, constituídos pela comunidade de alunos, professores, colaboradores que se agregam na fase de execução do trabalho investigativo.

Isto é, a transformação expansiva de uma Atividade, muitas vezes, resulta em uma reconfiguração do objeto inicial, o que envolve tempo, adaptação de uma nova ferramenta no ambiente de trabalho, relações contínuas de troca de experiência entre professor/ professor, aluno/aluno, professor/aluno, professor/direção da escola, direção da escola/aluno, colaboradores externos, currículo, perspectiva sócio-histórica e cultural, entre outros.

Interpretando as palavras de Ergeström (1987), a conduta e o estudo das experiências da Atividade é certamente um processo de tensão, envolvendo muitas negociações, nas quais espaços são criados e autoridades podem ser contestadas. Isso requer que espaços sejam reconhecidos pelos participantes como um lugar que acolha a todos, possibilitando suas práticas. Nesse contexto, a resistência ou diversidade em uma Atividade pode ser vista como um obstáculo ao desenvolvimento da aprendizagem, mas também pode ser interpretada como força dinâmica que pode ser acionada para gerar aprendizagem.

Nesse íterim, concordamos com Souto (2013), quando afirma que a Atividade é tomada por um processo de incessantes mudanças decorrentes de conflitos e rupturas, onde se inserem concepções múltiplas da comunidade, promovendo transformações que podem ser compreendidas do ponto de vista histórico e sociocultural, tendo em vista os mediadores materiais e simbólicos (conceituais) e essa é a nossa perspectiva quanto à importância da Atividade para esta pesquisa.

Sendo assim compreendemos que, no processo de criação de artefatos e produção de novos padrões sociais, o ser humano não depende somente da internalização cultural, mas de ressignificação do antigo para o novo, o que infere nas transformações expansivas, enfatizando a natureza conflituosa da prática social.

Nessa linha de pensamento, vale ressaltar que a contribuição de Engeström propõe, portanto, uma interpretação do conceito de internalização de funções psicológicas superiores, conforme noção de ZDP⁵. E, com essa compreensão, Engeström (2001) propõe a ideia do ciclo de aprendizagem expansiva, o qual se inicia, por exemplo, com o questionamento individual do sujeito em relação à prática vivida, transformando-a progressivamente em um movimento coletivo.

Para uma melhor compreensão do significado dessa ideia de ciclo de expansão, encontramos em Engeström (2001) a representação gráfica da sequência de ações estratégicas e as correspondentes contradições. Vale ressaltar que a representação gráfica do ciclo não corresponde a um círculo, mas a uma representação em espiral, devido à dinamicidade constante na apresentação dos conceitos inseridos.

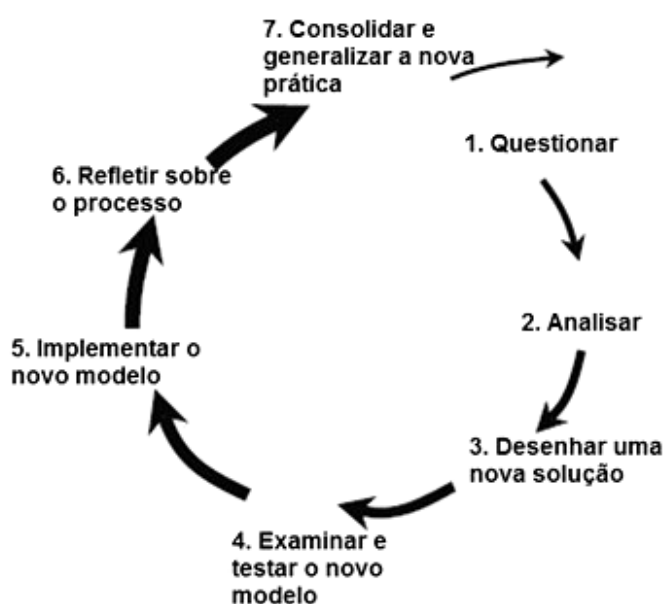


Figura 8: Representação do ciclo de expansão (Engeström)

Fonte: Retirada do livro: Aprender Matemática e informática com os Robôs (2013, p.39). Disponível em: <http://www.cee.uma.pt/droide2/ebook/page06.html>

⁵ Conceito elaborado por Vygotsky, que define a distância entre o nível de desenvolvimento real, determinado pela capacidade de resolver um problema sem ajuda de outrem, e o nível de desenvolvimento potencial, a possibilidade de resolver um problema sob a orientação de um professor, colaboração com outro colega, por exemplo. Ou seja, a zona proximal fornece os indícios do potencial, permitindo que os processos educativos atuem de forma sistemática e individualizada.

A Figura 8 nos mostra que, de uma forma ideal, o estado inicial do ciclo parte de um questionamento ou problema a ser resolvido. A partir do problema proposto é feita uma análise e soluções são consideradas com vistas à implementação de um modelo. Esse modelo ou nova proposta é testado e avaliado pelos membros da comunidade, os quais reelaboram, e refletem sobre o modelo. No processo de reflexão sobre o modelo proposto, é consolidada e generalizada a nova prática.

A partir do que foi acima explicitado, compreendemos que a Teoria da Atividade apresenta-se de grande relevância para esta pesquisa, considerando que todo o processo de Ensino revela-se em uma importante Atividade. E, como afirma Moura et.al. (2010) “oferece condições para que alunos e professores realizem ações de aprendizagem, tendo em vista que essa se concretiza no processo de análise e síntese na relação entre a Atividade de Ensino do professor e a Atividade de Aprendizagem do estudante” (p.224).

É importante ainda considerar que a Atividade de Ensino pode ser efetivada em coletividade, gerando ações de compartilhamento de ideias em um determinado contexto, como propõe Moura et.al. (2010).

No próximo item, discutiremos sobre as Comunidades de Prática e como essa teoria se integra à ideia de Engeström quanto ao Ciclo de Aprendizagem Expansiva.

2.5. Comunidades de Prática (CoP)

O conceito de Comunidades de Prática (CoP) foi evidenciado por Etienne Wenger e Jean Leave , e tem criação recente, embora o termo a que ele se refere seja antigo. É, portanto, definido o conceito como sendo um “grupo de pessoas que dividem um interesse comum e, por meio da interação, desenvolvem maneiras de se fazer a aprender mais sobre esse interesse que os une” (WENGER, 1998, p. 31). Ou ainda, uma Comunidade de Prática nasce de um desejo, motivação, inspiração de algo que as pessoas legitimamente pretendem aprender e compartilhar suas ideias, onde as pessoas trocam experiências, debatem suas perspectivas acerca de um tema.

Logo, as Comunidades de Práticas são formadas por pessoas que desejam engajar-se em um processo de aprendizagem em áreas e interesse comum. Portanto, no âmbito de uma Atividade humana, pode ser identificada a partilha e a interação entre um grupo de professores, discutindo um novo método de ensino, ou um grupo de alunos participantes de um projeto que beneficie a escola com a construção de uma nova quadra esportiva, por exemplo.

De acordo com Takimoto (2012), as práticas geradas na CoP atraem a atenção, tanto do mundo acadêmico quanto das empresas em geral, pois a possibilidade de obter maiores conquistas advém da forma coletiva em gerir um empreendimento, ou uma instituição, ou ainda um projeto em comum. Nesse sentido, compreendemos que uma das grandes vantagens das Comunidades de Prática consiste, principalmente, na habilidade de compartilhar o conhecimento, facilitando o surgimento de novas ideias.

Miskulin, Rosa e Silva (2009) reafirmam essa concepção, quando inferem que a prática é fazer algo juntos, em que existe a possibilidade de articulação de objetivos comuns, ações, diálogos, discurso reflexivo e a colaboração, em implicações para o aprender e o ensinar. No entanto, é importante esclarecer que, quando associamos prática e comunidade, nem tudo pode ser chamado de Comunidade de Prática. Por exemplo, os bairros que podem ser comunidade, mas nem sempre articulam práticas em comum. Assim como praticar um esporte nem sempre infere em uma comunidade que discute suas questões, objetivos compartilhados.

A Comunidade de Prática deve ser vista como uma unidade e, apesar das múltiplas formas que uma Comunidade de Prática pode tomar, na concepção de Wenger, McDermott e Snyder (2002), existem três elementos estruturais: o domínio, a comunidade e a prática.

O **domínio**: a Comunidade de Prática ajuda a criar uma base comum, constituindo uma identidade própria de interesses afins, compartilhando informações uns com os outros, presencial ou virtualmente, com o objetivo ou necessidade de resolver problemas, trocar experiências, metodologias, técnicas, visando ampliar e potencializar seu conhecimento, adquirindo, assim, melhores práticas.

A **comunidade**: “Constitui o tecido social da aprendizagem” (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 28). O desejo ou necessidade de obter o domínio em algum conhecimento promove aos membros de uma Comunidade de Prática colaborar uns com os outros, compartilhando informações, aprendendo juntos. O termo junto, no entanto, não significa necessariamente estar perto em um espaço físico, em um lugar pré-determinado. Um grupo de professores pode formar uma Comunidade de Prática por meio de um ambiente *online* e a distância. E, à medida que a comunidade evolui, a sua natureza muda e é nesse quadro que assumem grande importância as questões de liderança entre os membros, na criação de uma atmosfera e, ao mesmo tempo, de um foco que favoreçam modos de participação em atividades relacionadas com o domínio da Educação.

A **prática**: é constituída por um conjunto de “esquemas de trabalho, ideias, informação, estilos, linguagem, histórias e documentos que são compartilhados pelos membros da

comunidade. Enquanto que o domínio denota o tópico em que a comunidade se foca, a prática é o conhecimento específico que a comunidade desenvolve, partilha e mantém” (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 29).

Vale ainda observarmos que uma “Comunidade de Prática não é tão somente um agregado de pessoas definidas por algumas características, são pessoas que aprendem, constroem e “fazem” a gestão do conhecimento” (WENGER, 1998, p. 37). Assim sendo, CoP é principalmente a combinação dos três elementos estruturais que a constituem, onde o desenvolvimento paralelo desses três elementos é o que mantém tal comunidade.

Podemos conjecturar, portanto, que todos nós, em algum momento da nossa vida, pertencemos a uma Comunidade de Prática, seja essa pequena ou grande, reconhecida localmente ou mundialmente, ou ainda “invisível”. Em nossa participação, podemos ter um papel central ou periférico, podemos estar participando de forma presencial ou à distância. Estamos sempre percorrendo Comunidades de Prática: na família, na escola, na igreja, no grupo de amigos, entre outros, quando esses contemplam os principais aspectos de uma CoP.

Ao falarmos do conceito de pertença, nos direcionamos a Matos (2010), o qual ressalta o papel de três elementos que se configuram como ações geridas por uma Atividade ou Atividades que envolvem o diálogo entre os participantes, seja esse em um ambiente de ensino ou empresarial. Nesse caso, o supracitado autor observa que, na construção de uma Comunidade de Prática, existem três modos de pertença, elucidados por Wenger (1998), São esses: **Engajamento, Reflexão e Alinhamento**.

Considerando o **Engajamento** em um contexto escolar, Matos (2010), analisa que o envolvimento dos alunos e professores em uma dada prática não é “apenas uma questão de atividade” (MATOS, 2010, p.3), compreende, por conseguinte, possibilitar aos alunos e professores uma base que inclua a “mutualidade”, a “competência” e a “continuidade”.

A mutualidade é uma condição para que a prática tenha lugar e para que a comunidade exista. As condições para o desenvolvimento de mutualidade na comunidade incluem:

- (i) Existirem elementos que facilitem as interações (e.g. espaços físicos e virtuais, comunicação, tempo);
- (ii) Haver tarefas conjuntas definidas colegialmente (e.g. pontos de entrada para projetos específicos, agendas transparentes);
- (iii) Permitir a periferia na participação (e.g. criando oportunidades para o engajamento das pessoas em encontros de natureza mais informal e para participar em graus diferentes nas atividades de acordo com as decisões tomadas em espaços com esse objetivo) (*Ibidem*, p.3).

Vale ainda explicitar que noção de mutualidade, nessas condições, exige dos participantes, além do espaço físico e tempo de trabalho, a definição de metas e objetivos por parte dos membros da comunidade que constitui a prática.

A competência, por sua vez, é determinada na ação, sendo assim é importante que os participantes, em uma Comunidade de Prática, tenham a oportunidade de agir e mostrar aos demais membros suas habilidades e o que são capazes de fazer em prol da comunidade e do trabalho para o qual são designados. Nesse contexto, Matos (2010) novamente destaca três importantes demandas:

- (i) Existência de um espaço no qual os participantes possam ter a oportunidade de tornar visível e divulgar os seus trabalhos. Por exemplo: participação em seminários, fóruns de discussão, partilhando questionamentos e soluções para os problemas de forma geral e em específico.
- (ii) A tomada de decisões deve ser compartilhada a todos. As metodologias de trabalho, resultados encontrados devem ser submetidos às críticas e avaliações dos membros da comunidade. Esse movimento de confrontação possibilita ao grupo um aprendizado permitindo aos membros da comunidade identificar perspectivas diferenciadas para a execução de seus trabalhos em particular e do grupo como um todo.
- (iii) Para o desenvolvimento das atividades é também importante definir as ferramentas adequadas em termos de artefatos físicos ou conceituais para o efetivo exercício da prática. Assentamento de estratégias, deliberação de um repertório comum e partilhado o qual auxilie os participantes no desenvolvimento de suas competências. (MATOS, 2010, p. 4).

Finalmente, o elemento continuidade deve ser enfatizado, pois a comunidade tende a se sentir segura quando há sustentação da prática, principalmente quando o compromisso de sustentação e continuidade parte da maioria de seus membros, senão de todos, contribuindo para a consolidação das atividades realizadas na comunidade. Wenger (1998), citado por Matos (2010), entende que a continuidade da prática é sustentada por duas dimensões:

- (i) Através da produção de memórias reificativas (e.g. construindo e mantendo a história da prática através de registros de partilha da informação sobre as atividades em curso, documentando os modos como as coisas vão sendo feitas, discutindo e fazendo representações dos resultados das discussões;
- (ii) Produzindo memórias participativas (e.g. partilhando e discutindo histórias) da prática, criando espaços de interação que permitam que as pessoas participem na negociação do modo como as histórias são contadas e os acontecimentos são relatados na comunidade criando formas de demonstrar os seus desenvolvimentos (WENGER, 1998, *apud* MATOS, 2010, p. 5).

Assim, o engajamento, como elemento de pertença, possibilita ao indivíduo perceber seu grau de participação na comunidade, em seu sentido mais amplo. Por exemplo, em um

ambiente educacional, é importante que professores, alunos, entre outros membros colaboradores diretos ou periféricos, busquem perceber seu grau de participação na comunidade, de maneira que esses possam se localizar no tempo e espaço, mediante as atividades desenvolvidas e relações de poder inerentes a qualquer prática.

A **Reflexão** sobre suas práticas em relação a outras práticas possibilita aos membros de uma comunidade se orientarem, qualificarem e representarem padrões de atividades e de competências na partilha e interação com outras comunidades, enriquecendo seus conhecimentos.

O **Alinhamento**, segundo Matos (2010), está estreitamente ligado à ideia de reflexão e orientação, pois as Comunidade de Prática devem ter uma visão mais abrangente, onde as pessoas envolvidas percebam sua função dentro da comunidade, em um contexto mais amplo, em ligação com outras comunidades. Nessa perspectiva, a convergência e a coordenação constituem-se como as dimensões mais importantes.

De acordo com Wenger (1998), a convergência implica no interesse comum e partilhado dos membros da comunidade, que esses não se limitem as suas próprias tarefas, mas que ampliem sua condição de interesses junto à comunidade, estabelecendo um acordo compartilhado das situações, promovendo a convergência dos objetivos e as finalidades. A coordenação promove a eficiência em termos de “definição de métodos de trabalho, canais de comunicação, recursos para estabelecer pontes para outras comunidades e feedback” (MATOS, 2010, p. 6).

Assim, a perspectiva de pertença ressaltada, o papel de seus três principais elementos, conduzidos por uma Atividade, pode certamente estar associado à ideia do Ciclo de Aprendizagem Expansiva, cujos questionamentos ou problemas que surgem são de atribuição do grupo, cuja participação ativa ou periférica contribui com ideias, propostas para uma solução. A estrutura física sob o aspecto da mutualidade configura-se em um espaço físico ou virtual, onde os participantes possam se reunir, seja presencialmente ou a distância, considerando ainda seu tempo disponível.

As discussões devem ser analisadas e refletidas pelo grupo a partir de propostas (modelos, soluções) e metodologias adotadas, as quais devem ser avaliadas, tendo em vista o elemento competência, que é determinada na ação. Essa ação demanda espaço para divulgar os resultados do trabalho, o que possibilita ao grupo realizar tomadas de decisões, considerando as críticas advindas de seus pares, associados e outrem.

O papel das ferramentas no processo de desenvolvimentos dos trabalhos é importante para o delineamento da ação e das operações envolvidas na prática e desenvolvimento de competências da comunidade envolvida.

Compreendemos, portanto, que o conceito de Atividade em um ambiente educacional reconhece que, apesar da aprendizagem muitas vezes suceder por recorrência, ou reprodução do desempenho de outrem ou aquisição do conhecimento adquirido de forma tradicional, professor ensina e aluno “aprende”, a aprendizagem será mais bem promovida por meio da participação no ambiente da comunidade, respeitando as limitações, domínios e práticas de cada membro da comunidade.

Nesse sentido, Lave e Wenger (1991, p. 40) afirmam: “a análise da aprendizagem escolar como situada requer uma visão multifacetada de como o conhecimento e a aprendizagem são parte da prática social”. E, ampliando um pouco essa discussão, Lave e Wenger (1991), que têm como base as ideias apresentadas por Vygotsky, explicam que a interação do sujeito com o outro é reificado em uma prática social. Com esse pensamento, buscam analisar o processo de internalização, quando falam da Zona Potencial de Desenvolvimento (ZPD), apresentando os seguintes pontos de vista:

O primeiro infere sobre a relação de proximidade na resolução de um problema por parte de um indivíduo, quando esse tenta solucionar o problema sozinho e quando é orientado por alguém de conhecimento sobre o assunto. É o que ocorre no ambiente educacional. Acredita-se, portanto, que o aluno, quando colocado em situação de aprendizagem, é beneficiado quando há interação e partilha de conhecimento entre os colegas e o professor na resolução dos problemas, o que infere, entre outras coisas, que “uma das formas de tornar a aprendizagem sociocultural é através das Comunidade de Prática” (MOSER, 2010, p. 20).

O segundo refere-se à caracterização do conhecimento cotidiano, relativo ao aprendizado do dia a dia dos indivíduos, frente ao conhecimento científico, característico dos educadores, pesquisadores, cientistas. Ou seja, a entrada do conhecimento trivial, cotidiano para um conhecimento envolvendo conceitos científicos.

O terceiro propõe a ideia de transformação social e das práticas sociais, promovendo os indivíduos interagirem uns com os outros, em contextos diversos, inclusive no contexto educacional. De acordo com Moser (2010), os autores denominam esse ponto de vista por “coletivista” ou “societal”, tendo como base a citação de Engeström:

A ZPD é a distância entre as ações cotidianas dos indivíduos e a forma historicamente nova das atividades sociais que podem ser geradas coletivamente como uma solução para o duplo laço e, potencialmente, incorporada nas... ações cotidianas (ENGESTRÖM, 2001, p.49).

Nesta Seção, vimos que uma Comunidade de Prática tem como base o princípio de sociointeracionismo de Vygotsky, passando por Leontiev e indo ao encontro do modelo de aprendizagem expansiva de Engeström, abrangendo, por conseguinte, o domínio, a prática e a comunidade em um movimento em espiral. Sendo assim, a prática e o domínio são mediados por artefatos, ferramentas materiais e conceituais, onde as regras e a divisão de trabalho são determinadas pelo coletivo.

Nessa perspectiva, a aprendizagem expansiva revela-se em uma transformação do Sistema de Atividade, a partir da observação dos três elementos estruturais de uma Comunidade de Prática já acima mencionados – o domínio, a prática e a comunidade, junção essa que exige compromisso mútuo, mas não impõe homogeneidade, visto que a diversidade é o que torna a prática, em particular, mais produtiva em uma Comunidade de Prática.

Como o compromisso mútuo não exige homogeneidade, os acordos não são espontâneos, automáticos. Exigem, por conseguinte, uma negociação coletiva dentro dos limites da situação de cada um dos seus membros. Nesse contexto, vale explicitar que cada um dos membros deve ter consciência de sua posição em um sistema mais amplo, assim como deve criar espaços para si próprio dentro de uma empresa ou instituição que define uma Comunidade de Prática.

Definir um empreendimento conjunto é um processo que gera energia social, e nem sempre a colaboração é pacífica, pois, na construção de uma CoP, os modos de pertencimentos incluem repertórios, rotinas, palavras, instrumentos, conceitos adotados no curso de sua existência e que tenham passado a fazer parte da prática.

O repertório, de acordo Wenger (1998), combina aspectos reificados e de participação, elementos esses que promovem à comunidade criar afirmações significativas sobre o mundo. Para tanto, a mediação, o registro e a análise das discussões e soluções encontradas às questões relativas aos problemas de uma determinada CoP podem ser reelaboradas mediante ciclos de aprendizagem expansiva, em sistemas de atividades locais, como professa Engeström (1999).



Seção 2



3. O ENSINO MÉDIO: O PONTO DE ENCONTRO DE MUITAS CONTRADIÇÕES E CAMINHOS ALTERNATIVOS

Nesta Seção, começamos pelo pressuposto de que existe uma descontinuidade entre a Matemática escolar e a Matemática acadêmica. Sendo assim, muitos são os desafios inerentes à elaboração de elementos didático-pedagógicos na proposta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio. Nesse contexto, a prática docente do professor de Matemática ou o professor que ensina Matemática revela-se como um importante ponto de discussão, principalmente se essa prática é vista como uma atividade de ensino, o que, de acordo com Moura, Sforzi e Araújo (2011), configura-se na transformação de processos individuais relativos ao ensino e aprendizagem, concernentes à apropriação do conhecimento dos sujeitos em uma atividade dinâmica e coletiva.

Outro importante ponto de discussão refere-se ao currículo orientado para o Ensino Médio. Por este motivo, investigamos também sobre esta questão, buscando observar as recomendações adotadas no currículo, com o propósito de estabelecer uma interlocução entre os objetivos desta pesquisa. Nessa perspectiva, a presente pesquisa desenvolve um olhar crítico sobre os interesses, os conhecimentos e os significados conferidos pela comunidade escolar frente à acadêmica e sobre os caminhos e estratégias que possam estreitar laços de conhecimentos entre a Matemática escolar e a Matemática adotada na Educação Superior, compreendendo o tema Função como veículo motor no contexto das TIC.

3.1 Matemática Escolar *versus* a Matemática Acadêmica: dicotomia ou interação?

O Ensino Médio, considerado como uma etapa final da formação básica do educando e preparação para um curso técnico especializado ou para universidade, tem chamado a atenção pelos índices negativos apresentados pelo Censo 2010, prova Brasil 2009 e Relatório de Metas de todos pela Educação 2010. Tendo em vista essa realidade, algumas medidas governamentais como as DCNEM (Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio) e os PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio) sugerem mudar esta perspectiva, adotando diretrizes e parâmetros que proponham mudanças no Ensino Médio, buscando possibilitar aos estudantes conhecimento em uma proposta de construção coletiva e de contextualização sociocultural. Essas ideias partem de princípios definidos pela LDB⁶, Ministério da Educação, em trabalho conjunto com educadores de todo país, como afirmam os redatores do PCNEM 2013;

⁶ Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional

A Matemática, integrando a área das Ciências da Natureza e Tecnologia do Ensino Médio, tem caráter instrumental mais amplo, além de sua dimensão própria, de investigação e invenção. Certamente, ela se situa como linguagem, instrumento, portanto de expressão e raciocínio, estabelecendo-se também como espaço de elaboração e compreensão de ideias que se desenvolvem em estreita relação com o todo social e cultural, portanto ela possui também uma dimensão histórica (BRASIL, 2013 p.42).

Assim, consideramos as observações de Mazui (2014) sobre o resultado do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) concernente à preocupação do ex-ministro da Educação José Henrique Paim, o qual enfatiza a necessidade de qualificar o currículo, valorizando a formação de Professores.

Em relação ao IDEB⁷, Mazui (2014) informa que, a partir das etapas da formação dos alunos avaliados, houve apenas evolução para os anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano), que subiu um pouco acima da meta; e, embora nos anos do ensino fundamental (6º ao 9º ano) tenha havido alguma melhora, não se conseguiu atingir a meta. O problema maior, de acordo com a autora supracitada, é que o Ensino Médio não apresentou evolução. Ao contrário, continua estagnado.

De acordo com Moehlecke (2012), as mudanças mais recentes adotadas como política nacional, impactando direta ou indiretamente o Ensino Médio, abrange a Lei 11741/08, cujo objetivo sobressai na integração entre o Ensino Médio e a Educação Profissional, além da possibilidade em definir uma grade curricular mais flexível. Nessa direção, Moehlecke (2012) discute que seria interessante a criação de estrutura curricular, a qual pudesse atender à multiplicidade de interesses dos jovens, articulando uma base unitária com uma parte diversificada.

Sendo assim, as atuais orientações educacionais, tendo em vista as mudanças necessárias à estrutura curricular, sugerem a leitura como atividade fundamental a todas as disciplinas; estímulo às atividades teórico-práticas que possam ser realizadas em laboratórios de matemática, ciências etc., como abaixo apresentado:

O Programa Ensino Médio Inovador (2009) exprime a preocupação do Ministério da Educação em responder às mudanças ocorridas ao longo das últimas décadas nesse nível de ensino e sugere a urgência de se repensar sua proposta curricular tornando-a adequada à singularidade do alunado, de forma comprometida com as múltiplas necessidades sociais e culturais da população brasileira (MOECKLECK, 2012, p.45).

Com respeito ao contexto político, social e educacional, Moekleck (2012) informa que o parecer das DCNEM⁸ que insere o Ensino Médio revela um “crescimento econômico e de

⁷ Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

⁸ Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio

mais investimento na área educacional do país” (MOEKLECK, 2012, p.46). Entretanto, a autora supracitada aponta a discrepância quanto à estagnação e ao desinteresse dos alunos em se matricularem ou concluir o curso neste nível de ensino. Um dos motivos, pressupõe a autora, pode estar relacionado à motivação do aluno em não se sentir atraído quanto à forma de ensino apresentada no Ensino Médio, o qual não atende suas necessidades para a formação do trabalho ou da cidadania. Esse é um dos grandes desafios das DCNEM e de todos nós educadores.

Entretanto, segundo Moehlecke (2012), essa estrutura curricular não apresenta muita novidade ou uma mudança muito significativa, constituindo-se apenas em uma sugestão que pode ou não ser adotada pelas escolas e sistemas de ensino, cuja capacidade de convencimento às novas políticas curriculares dependerá fundamentalmente dos programas do Ministério da Educação (MEC) e dos recursos de divulgação disponíveis, de modo que estados e municípios venham aderir à proposta das novas diretrizes curriculares.

Vale ainda explicitar que algumas críticas sobre esta concepção são mencionadas e uma delas refere-se à submissão da Educação ao mercado de trabalho. Outra se refere à necessidade de flexibilização do currículo e na avaliação baseada em competências e habilidades. “Esse modelo difundiu-se e é adotado praticamente em todos os sistemas nacionais de avaliação da educação e também é reafirmado em novas diretrizes” (MOEHLECK, 2012, p. 54).

A principal crítica, apontada pela autora, está vinculada ao excesso de conteúdos curriculares, visto por educadores como prejudicial à estrutura do Ensino Médio. Nesse encadeamento de discussões, é interessante notar que o aumento de componentes (conteúdos) impõe uma mudança de linguagem, ou seja, a flexibilidade é compreendida como diversidade, o que significa que, no Ensino Médio, podem hoje ser trabalhadas, junto às disciplinas básicas, como, por exemplo, Português, Matemática e História às várias disciplinas, como Cultura Afro-brasileira e Indígena, Língua espanhola, Educação Alimentar e Nutricional etc.. Em relação à Matemática, essas medidas levam em conta o desenvolvimento de capacidades específicas, bem como a aplicação de tal conhecimento na realidade e nas ciências. As medidas ainda assinalam as TIC como elemento transformador para o ensino da Matemática.

Compreendemos serem positivas as medidas tomadas pelo DCNEM, PCNEM e MEC⁹, sobretudo se estão sendo implementadas a partir de reflexões e debates envolvendo a comunidade escolar. A realidade é que, na prática, muitas são as discussões, no sentido de que

⁹ Ministério da Educação

não é uma tarefa fácil conseguir um consenso sobre o Ensino Médio, por ser este um nível protagonista de muitos papéis e estar no centro de permanentes debates e contradições.

Sobre esse aspecto, Castro (2008) declara que o Ensino Médio está no meio do caminho, herda os problemas do fundamental e soma a eles uma identidade ainda não definida. O que nos faz observar a necessidade em ampliar e aprofundar os debates, tanto a nível prático como teórico, promovendo especialmente a integração dos múltiplos aspectos que aproximam o Ensino Médio da Educação Superior. O objetivo desta pesquisa traz no bojo essa expectativa, o qual, em nossa compreensão, não acarretaria aumento de conteúdo, mas uma maneira dinâmica e significativa de trabalhar a Matemática.

Nessa direção, muitos são os trabalhos em nível acadêmico que defendem a ideia de trabalhar noções de CDI no Ensino Médio; trabalhos como o de Beltrão (2001); Spina (2002); Benedetti (2003); Pereira (2009); Molon (2013), entre outros.

Além das Teses e Dissertações, várias são as publicações que ao longo do tempo vem defendendo a introdução do Cálculo no Ensino Médio. Destacamos o trabalho de Felix Klein (1927), Breslich (1928), Euclides Roxo (1931), Geraldo Ávila (1991, 1994, 2006), Duclos (1992), David, Moreira e Tomaz (2013), entre outros.

O nosso trabalho de pesquisa insere-se nessa discussão com vistas à perspectiva do professor que ensina Matemática, quais são as suas ideias, dificuldades enfrentadas em sua prática e quais limites e possibilidades em introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio sem, necessariamente, ferir o currículo adotado para este nível de escolaridade.

Nessa perspectiva, tencionamos ampliar e fortalecer o debate tendo em vista a literatura sobre o assunto, amparadas pelos conceitos oriundos da teoria sobre Comunidade de Prática (WENGER, 1998) e Teoria da Atividade dando destaque a perspectiva de Engeström (1987).

3.2 Um Breve Histórico sobre as Implicações de Introduzir Noções de Cálculo no Ensino Médio.

A discussão sobre a introdução dos conceitos de Cálculo no Ensino Médio é antiga. Segundo Braga (2006), a ideia está vinculada à criação da disciplina Matemática, sendo esta resultante da proposta de adesão de três outras disciplinas: Aritmética, Álgebra e Geometria. Tal decisão foi concretizada durante o ano de 1931, posteriormente à realização de muitas discussões e debates, em meio a vários eventos internacionais.

Sobre esse tópico, Valente (2006) nos informa que, em 1908, na cidade de Roma, muitos matemáticos mostravam-se preocupados em discutir o ensino da Matemática,

buscando, pela primeira vez, internacionalizar a Matemática escolar. O CIEM - *Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique* - foi o primeiro encontro internacional direcionado ao estudo do ensino da Matemática, o qual tinha como objetivo “a reorientação dos métodos de ensino no sentido da intuição e das aplicações” (SCHUBRING, 1999, *apud* VALENTE, 2006, p.1). Vale ainda explicitar que esse evento teve, como comissão organizadora, importantes matemáticos, tais como Félix Klein, Henri Fehr e George Greenhill.

A partir desse primeiro encontro, seguiram-se vários outros; mas, de acordo com Valente (2006), somente no final de 1920 as discussões internacionais relativas ao ensino da Matemática começaram a ter um efeito no Ensino Médio do Brasil, tendo como seu principal divulgador o professor Euclides Roxo, hoje considerado por muitos historiadores como o primeiro educador matemático do Brasil.

Um dos elementos de discussão nesses encontros consistiu na disciplinarização¹⁰ do Cálculo Infinitesimal dentre os conteúdos do Ensino Médio. Essa ideia foi preconizada por Félix Klein (1927), o qual propunha, inicialmente, introduzir os conceitos de Cálculo de forma intuitiva e indutiva, direcionando o pensamento analítico a uma fase posterior.

Em seus estudos, Klein manteve contato direto com Poincaré, o qual também acreditava que “é pela lógica que provamos, é por intuição que inventamos” (POINCARÉ, *apud* BRAGA, 2006, p.33). Assim, a intuição era valorizada por importantes matemáticos como Poincaré, Klein, Gödel, sendo esses importantes quanto ao projeto de introduzir noções de Cálculo e sobre a necessidade de repensar o Ensino Médio, na época.

Originalmente a introdução do Cálculo no Ensino Médio foi motivada por questões relativas à diversidade de formação dos alunos, advindos de várias escolas da Alemanha, “tais como a do *Gymnasium* que priorizava a ‘pureza do método’ e da *Realschulen* que valorizava um ensino mais orientado para a área técnica” (BRAGA, 2006, p. 38). Esse desacordo entre os métodos em ministrar o conteúdo matemático, segundo Klein (1927), acabava por não contribuir com a necessidade dos cursos de Engenharia e, por consequência, não respondia à demanda da indústria alemã que precisava, naquele momento, muito mais de engenheiros técnicos que teóricos

¹⁰ Termo utilizado por Braga (2006) em seu livro **Função: a alma do ensino da matemática**. Compreendemos que o termo disciplinarização está diretamente relacionado à palavra disciplina, sobre a qual são adotadas metodologias, métodos de avaliação, entre outros. Nessa perspectiva, a disciplinarização do Cálculo Infinitesimal, iniciativa de Klein (1975), buscou identificar conteúdos e métodos, com vistas a elaborar formas de trabalhar os conceitos de CDI, dentre os conteúdos do Ensino Médio.

Nessa perspectiva, Klein (1927) propôs repensar o Ensino Médio com a sugestão que esse nível de ensino pudesse assumir algumas responsabilidades em vista de desafogar a sobrecarga da Educação Superior, além de promover aos alunos o conhecimento teórico sobre Funções e noções de Cálculo, deixando a cargo da Educação Superior o estudo de matérias mais técnicas, direcionando os alunos ao mercado de trabalho.

Com vistas a esse propósito, Klein estende suas preocupações, sobretudo acerca da importância do aprimoramento para formação de professores. De acordo com Braga (2006), o aperfeiçoamento da formação de professores era também uma preocupação das autoridades educacionais da época, pois, quando Klein propôs a mudança curricular intitulada por *Meraner Reform*¹¹, uma das exigências impostas ao Klein foi que convencesse parte do professorado quanto à aceitação do seu projeto de reforma e refinamentos dos conceitos relativos aos conteúdos que deveriam ser abordados. Sendo assim, de acordo com Braga (2006), Klein deu vazão as suas ideias, elaborando um curso, além de publicar a coleção *Elementar Mathematik Von Höheren Standpunkt aus* (Matemática elementar sob o ponto de vista Superior), dirigida aos professores.

Em seu trabalho, Klein recomenda a introdução dos conceitos de Cálculo Infinitesimal entre os conteúdos do Ensino Médio, entretanto essa indicação sofreu forte recusa por parte de várias escolas, algumas já acima citadas. Mas Klein não desistiu tão facilmente e procurou redigir uma argumentação, o que, de acordo com Braga (2006), traduziu-se em uma estratégia política, cujo objetivo consistia em distrair a atenção do seu objetivo principal, introduzir o Cálculo no Ensino Médio.

Conforme informações dadas por Braga (2006), em uma das suas argumentações, Klein estabeleceu “uma relação entre o Cálculo e as necessidades do cidadão da vida moderna” (p.45). Onde, Klein (1927) afirma ainda que é precisamente no campo do Cálculo Infinitesimal que ocorre a descontinuidade entre o Ensino Médio e a Educação Superior.

No processo de disciplinarização, outra importante estratégia de Klein (1927) foi valer-se do conceito de Função, precisamente do pensamento funcional, como mediador no ideário de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio. Com essa argumentação, ele propõe, para o Ensino Médio, uma abordagem intuitiva dos conceitos de Limites e de Derivada como limite da razão incremental em perspectiva de caráter mais dinâmico, associadas a Newton e, em seguida e gradativamente, introduzir as notações e técnicas

¹¹ Movimento de professores para a modernização e unificação do ensino de Matemática no secundário.

operacionais de Leibniz. Entretanto algumas dificuldades se apresentavam, dentre essas, a de assimilar que infinitésimos podiam ser descartados.

Essa dificuldade na verdade é essencial e histórica. Vários filósofos e matemáticos como Lázaro Carnot (1735 – 1823), citado por Braga (2006), afirmavam que “nem o Cálculo de Leibniz, nem o de Newton estavam estruturados sobre bases precisas” (CARNOT, *apud* BRAGA, 2006, p. 47).

Mesmo com todas as críticas imputadas ao Cálculo de Newton e Leibniz, Klein fez sua escolha pela dinâmica de Newton (1642 – 1727) e estática de Leibniz (1646 – 1716), primando a lei fundamental biogenética que estabelece que o indivíduo adquira lentamente formas mais elevadas de conhecimento. O que confere que as inserções dos conceitos de Cálculo na escola podem ser percebidas pelos alunos de forma similar aos caminhos percorridos por Leibniz e Newton, deixando o tratamento mais elaborado dos conceitos para a Educação Superior. Segundo Klein (1927), essa é uma forma de tratar os conceitos de Cálculo no Ensino Médio.

Klein (1927) ressalta ainda que na escola não é significativo iniciar o trabalho de disciplinarização com uma exposição sistemática, lógica e difícil, mas através de um método intuitivo e indutivo, o que implica estabelecer relações entre as partes da Matemática, ou seja, entre a Aritmética e Geometria; Aritmética e Álgebra; Álgebra e Geometria. Poincaré (1905), em seu artigo intitulado “*Intuition and Logic in Mathematics*”, também enfatiza essa ideia, afirmando que a lógica e a intuição possuem papéis imprescindíveis ao estudo da Matemática, no sentido que a lógica garante a veracidade da demonstração como o instrumento de declaração. A intuição, por sua vez, é o instrumento da invenção.

A intuição, nesse processo, possui um importante papel heurístico como recurso para aplicação do Cálculo em problemas matemáticos e áreas afins, já que “a noção de Limite, equação das retas tangentes, cálculo de áreas sob as curvas, são trabalhadas intuitivamente e intrinsecamente ligados ao movimento” (BRAGA, 2006, p. 49).

Assim, a adoção, nesta pesquisa, da proposta em introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio implica em estabelecer relações entre elementos da Matemática, mobilizando várias representações associadas à Aritmética, Geometria, Álgebra, representação gráfica, de onde o estudo de Funções torna-se imprescindível, considerando que o pensamento funcional deve se iniciar ainda nos primeiros anos do Ensino Médio, não só tendo em vista as aplicações práticas dos conceitos à vida cotidiana, mas também como um meio de trabalhar o pensamento funcional, estabelecendo relações entre os conceitos matemáticos. Além da

perspectiva em estabelecer uma conexão entre a Matemática escolar e a da Educação Superior.

Nesse patamar histórico, a instituição da disciplina Matemática no Colégio Pedro II (localizado no Rio de Janeiro) traz grande significado ao ensino no Brasil e coloca o tema Função como um assunto importante no debate relativo à junção das disciplinas Álgebra, Aritmética e Geometria. É importante destacar que, de acordo com Braga (2006), Euclides Roxo (1890-1950), catedrático do Colégio Pedro II, foi o principal educador e articulador do processo de implantação das ideias do movimento internacional de modernização da Matemática do Ensino Médio do século XX, idealizadas por Klein.

Em seu projeto de modernização do ensino da Matemática, no ambiente do Colégio Pedro II, Roxo enfrentou oposição ferrenha por parte de dois influentes professores, Almeida Lisboa e Raja Gabaglia, conforme informa Braga (2006). A tarefa de convencimento dos seus pares custou ao professor Euclides um trabalho árduo, mas esse professor, além de ter grandes atributos intelectuais, tinha também apoio de renomados matemáticos internacionais, como Felix Klein e Jules Tannery.

Para ampliar o campo de divulgação, Euclides Roxo escreveu e publicou o livro Lições de Aritmética, “inspirado nos ideais do movimento reformista mundial” (BRAGA, 2006, p. 69). A publicação do livro teve boa recepção, e agenciou a proposta de unificação das Matemáticas. De acordo com Braga (2006), essa unificação era importante, pois atendia as principais ideias do movimento modernizador, propondo o encadeamento entre os diversos ramos da Matemática Escolar, entrelaçando os conceitos da Aritmética, Álgebra e Geometria, bem como, mobilizando as várias representações matemáticas no estudo de Função.

Vale explicitar que, de acordo com o autor supracitado, o processo de implementação das ideias de Euclides Roxo no Brasil, conforme descritas acima, não foi linear ou progressiva. Há um ano aproximadamente, antes da ampla reforma do sistema educacional brasileiro – Reforma Francisco Campos, decretada em 1931 –, ocorreram fatos preocupantes, envolvendo o assassinato de João Pessoa, além de supostas fraudes nas eleições, envolvendo Júlio Prestes, o que levou Getúlio Vargas a ser o presidente do Brasil. Em meio a esse turbilhão político, Euclides Roxo pediu demissão da função de diretor do Colégio Pedro II, mas, segundo Braga (2006), logo retornou ao cargo, sendo convidado a integrar uma comissão para desenvolver o projeto de reforma do Ensino Médio brasileiro.

De volta ao trabalho, o professor Euclides enfrentou novamente muitas críticas, devido à publicação de um livro direcionado ao ensino da Matemática, adotando as ideias de Klein e no qual enseja a didática como forma de orientação para o ensino da matéria. As críticas,

embora ferrenhas, sobrevindas da imprensa, originadas por debates no jornal do comércio e escritas principalmente pelos professores Sebastião Fontes, Ramalho Novo e Almeida Lisboa, não influenciou na decisão do ministro da Educação e Saúde – Francisco Campos, o qual, em contrapartida, aprovou todas as mudanças recomendadas por Euclides Roxo, constantes na proposta da congregação do Colégio Pedro II, como informa Braga (2006).

Pelo exposto, o autor supracitado, ainda nos informa que, a partir da implementação das reformas modernizadoras, Euclides Roxo considerou iniciar os trabalhos primeiramente no Colégio Pedro II como uma ideia piloto, a fim de aparar as arestas e corrigir eventuais problemas relativos à realidade do ambiente escolar no Brasil. Mas, de acordo com Braga (2006), não foi possível fazê-lo do jeito que imaginou. A reforma foi imposta de maneira abrupta e não como ocorreu na Alemanha, de forma gradativa.

Considerando a realidade brasileira da época, relativa à diferença econômica, dimensão continental do país, realidade educacional, inclusive as concepções dos professores quanto à nova metodologia de ensino, as ideias de Félix Klein foram trabalhadas de forma bastante peculiar, como afirma Braga (2006). Podemos ainda interpretar, a partir da leitura de Valente (2006), que, em relação à Geometria, apesar do cuidado de Roxo ao tratar sobre o assunto em seus livros didáticos, o tema continuou a ser tratado de forma rigorosa, primando, acima de tudo, a demonstração e o raciocínio modelar.

Nesse contexto, em meio a críticas e elogios relativos às interpretações e reinterpretações de Euclides Roxo em prol do movimento de modernização, a partir de seus pensamentos e ideários materializados em algumas obras didáticas, observamos, a partir de nossa leitura de Braga (2006) e Valente (2006), que o conceito de Função como ideia central no projeto de introdução do Cálculo no Ensino Médio não sofreu muitos julgamentos por parte dos opositores. Talvez por esse tema, como Lietzmann, assistente de Klein e citado por Braga (2006), afirma: “o pensamento funcional desempenha um importante papel estratégico” (LIETZMANN *apud* BRAGA, 2006, p. 81).

Essa afirmação é condecorada por vários outros matemáticos como Breslich (1928), o qual ressalta a importância do tema Função como elemento que promove maior visibilidade e compreensão da Matemática no mundo contemporâneo de sua época, como nós entendemos também para os dias de hoje.

Para Breslich (1928), as relações funcionais deveriam estar presentes em todos os ramos da Matemática, principalmente por sua qualidade em ser representada de diferentes formas, seja algebricamente, graficamente, numericamente, na forma tabular. Ou seja, o pensamento funcional, segundo o autor supracitado, permite a dinamicidade dos dados

obtidos em uma tabela, tirando dessa a ideia estática. Assim, o pensamento funcional deve ter o reconhecimento dos educadores desde as primeiras séries, pois “as relações funcionais são muito simples e fazem parte do dia a dia do aluno” (BRESLICH, *apud* BRAGA, 2006, p. 85).

No contexto de discussão política, histórico e social sobre o movimento relacionado ao ensino da Matemática no Brasil, em articular o Ensino Médio, faz-se importante também destacar o Movimento da Matemática Moderna (MMM), iniciado no final da década de 50 e início da década de 1960.

Para falar sobre esse movimento, tomamos inicialmente como referência Búrigo (2006), a qual cita o trabalho de Beatriz D’Ambrósio como um dos primeiros estudos sistemáticos sobre esse assunto. Em sua pesquisa, D’Ambrósio (1991) informa que o movimento da Matemática Moderna no Brasil estabelece uma mudança nos currículos, tendo como base propostas de pesquisadores dos Estados Unidos da América e da Europa. Essas mudanças, segundo a autora supracitada, tiveram grande influência no Brasil, marcando determinadamente a forma de ensino da Matemática na comunidade escolar.

A primeira fase do MMM propõe uma forma diferenciada de ensino, minimizando o alto nível de abstração e complexidade, como vinham sendo tratados os conteúdos matemáticos até então. Segundo Miorim (1998), “esses fatores justificavam as iniciativas dos educadores matemáticos daquele período em buscar uma proposta modernizadora com o objetivo de internacionalizar a Matemática escolar” (*Ibidem*, p.46).

Nessas propostas, também é considerada a ideia de aproximar a Matemática Escolar com as propostas advindas e motivadas por pesquisadores da área, conforme indica Fernandes (2004). Sendo assim, promover o pensamento funcional junto aos alunos, configuraria em uma forma de contribuir e atender ao processo de modernização tecnológica e industrialização por que passava a sociedade da época. Vale ainda explicitar que a ideia de desenvolver o pensamento funcional relacionado ao MMM foi motivada pela *Meraner Reform*, idealizada primordialmente pelo matemático Félix Klein, um dos membros da comissão e divulgadas no Brasil, inicialmente, pelo professor Euclides Roxo, como já informado neste Item.

A segunda fase do MMM foi desencadeada em 1930 pelo grupo Bourbaki; formado, em sua maioria, por professores franceses que, de acordo com Claras e Pinto (2008), publicaram vários trabalhos, onde propunham uma Matemática avançada, tendo como eixo norteador a Teoria de Conjuntos de George Cantor, mas que pudesse ser ministrada de forma simples, sem perder o rigor matemático. De acordo com os autores supracitados, a proposta do grupo Bourbaki confrontava a ideia da primeira fase do movimento que priorizava o estudo de funções como eixo central.

Por meio do trabalho de Búrigo (1989, 2006), Valente (2006), importantes referências sobre o estudo do MMM e, tomando também como base as considerações de Wielewski (2008), torna-se possível percebermos que as propostas apresentadas nesse grande projeto incluía preparar os professores e pessoas envolvidas com a Educação a lidarem com a tecnologia emergente. “Dessa forma, as propostas veiculadas pelo MMM visavam inserir no currículo conteúdos matemáticos que até aquela época não faziam parte do programa escolar como, por exemplo, estruturas algébricas, teoria dos conjuntos, topologia, transformações geométricas” (WIELEWSKI, 2008, p.1).

Houve então um grande empenho em mudar a realidade do ensino da Matemática no Brasil. No artigo de Wielewski (2008), pudemos perceber que o movimento atingiu vários estados brasileiros durante toda a década de 1960 e início dos anos 1970, e que a Matemática Moderna (MM) foi oficializada em alguns estados, tendo professores brasileiros como divulgadores e agenciadores do processo. Aos grupos de cada estado foram instituídas siglas: “GEEM de São Paulo, NEDEM do Paraná, GEEMPA do Rio Grande do Sul e GEPEMAT do Mato Grosso. Uma característica comum a esses grupos era o interesse e a necessidade de mudar o ensino de Matemática, desenvolvido na época” (WIELEWSKI, 2008, p. 3).

Segundo a autora supracitada, em Minas Gerais, os professores também trabalhavam as ideias da MM, mas de forma diferenciada, ou seja, desde as séries iniciais, priorizando a manipulação de objetos concretos, utilização de registros simbólicos juntamente com o material concreto, até que o aluno chegasse a utilizar somente o registro, o que exigia do aluno certa abstração dos conceitos.

Na Bahia, a proposta da MM foi orientada por Omar Catunda e uma equipe do CECIBA (Centro de estudos de ciências da Bahia). Omar Catunda, conforme escreve Valente (2006), preocupava-se muito com o Ensino Médio, o que o fez participar mais efetivamente de eventos nacionais e internacionais relacionados ao ensino da Matemática. Nessa perspectiva, Catunda e Martha Dantas, professores da Universidade Federal da Bahia (UFBA), propuseram um elaborado projeto de mudança de currículo para o ensino da Matemática, com vistas a desenvolver e aplicar as ideias da MM no Ensino Médio da Bahia. Uma das principais motivações desse projeto consistia em unir método – forma de trabalhar os conteúdos matemáticos com o conhecimento da matéria.

Assim, segundo Kieran (1992), a ideia do pensamento funcional foi suprimida da definição usual de Função, sendo essa agora definida como “uma relação entre elementos de dois conjuntos (não necessariamente numéricos) ou membros de um mesmo conjunto, tal que cada elemento do domínio tenha apenas uma imagem” (BRAGA, 2006, p.19). A forma de

apresentar a definição de função enfatizava, portanto, mais a estrutura do conceito do que o processo.

Para Morris Kline, citado por Soares (2001), autor da obra “O Fracasso da Matemática Moderna”, e de grande repercussão no Brasil no final dos anos 1970, a forma de tratar os conteúdos matemáticos era excessiva quanto ao simbolismo e formalismo da linguagem adotada. A abordagem tecnicista e a abstração dos conceitos matemáticos suprimiam a ideia da descoberta. Para Kline (1976), o aluno deveria experienciar mais a Matemática, além de perceber sua importância no cotidiano. Soares (2001) ainda informa que a obra de Kline foi decisiva para o fim do MMM¹² no Brasil.

É relevante também destacar que não somente pesquisadores e estudiosos do meio acadêmico criticavam o MMM, como informa Soares (2001). Pais, professores e também declarações na imprensa, publicadas pelo professor Sangiorgi, repudiavam a forma simbólica e a superficialidade adotada no ensino da Matemática, principalmente pelos baixos rendimentos apresentados pelos alunos nas avaliações.

Hoje, pouco se tem e não se pode afirmar qual foi a dimensão da influência do MMM nos currículos escolares, pois, como afirma Soares (2001), a reconstrução é difícil, já que não era a prática das escolas ter uma memória do material utilizado, como provas e notas de aulas dos professores. Entretanto percebemos que, assim como o MMM, a Matemática por si só também não é neutra. Ela se mantém ligada à história, cujos procedimentos revelam-se totalmente intrínsecos aos aspectos cultural, social e político.

Nesse breve painel até aqui apresentado, no qual foram socializados pensamentos e aceções de vários autores sobre a *Meraner Reform* e MMM, em seu primeiro e segundo momento, percebemos que, dentre as diferentes abordagens utilizadas, o tema Função para a disciplina Matemática deve ser revalorizado mediante o pensamento funcional e, apesar de estarmos em contextos diferentes de outrora, acreditamos que a proposta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio revela-se uma emergência, e delinear respostas sobre as implicações e relevância desta proposta é a meta da nossa pesquisa.

3.3 O Estudo de Função e a Emergências dos Conceitos de Cálculo no Ensino Médio.

Segundo Caraça (2003), o ensino de Função prevê uma relação que incide em duas principais características: **Interdependência**, onde todas as coisas estão relacionadas entre si e **Fluência**, determinando que “o mundo está em permanente evolução, todas as coisas a todo o momento, se transformam, tudo flui, tudo devém” (CARAÇA, 2003, p.101). Essa afirmação

¹² Movimento da Matemática Moderna

segue ao encontro da afirmação fundamental do filósofo Heráclito de Éfeso, citado por Caraça (2003), ou seja, tudo depende de tudo.

Dessas características advêm outras ideias importantes, como as noções de qualidade e quantidade abordadas no livro de Caraça (2003). Na qualidade está intrínseca a relação entre fluência e interdependência, o que implica que, se mudam os consequentes, o sentido da relação também muda e só em relação ao contexto é que as qualidades têm significado. Por exemplo, suponhamos que A e B exprimem a relação entre o pai biológico e seus filhos. Nesta relação, o sentido $A \rightarrow B$ implica que um único pai pode ter um, nenhum ou n filhos, e o sentido $B \rightarrow A$ implica que os n filhos só podem ter um único pai. A relação é uma, os seus dois sentidos é que apresentam significados ou resultados diferentes para os respectivos consequentes.

Nessa ideia, tal relação exprime que a qualidade admite variação segundo a quantidade. Entretanto há algumas qualidades que não admitem variação. Sobre isso, Caraça (2003) exemplifica, dizendo que uma circunferência não é mais circular que a outra, ou ainda, duas retas num plano, em Geometria Euclidiana, não podem ser mais ou menos paralelas. Ou são paralelas ou concorrentes, o que implica dizer que a qualidade circunferência ou paralela e/ou concorrentes não podem ser quantificadas.

A quantidade, por sua vez, constitui-se como uma propriedade da qualidade, quando essa admite variação. A definição de quantidade, mesmo que seja interpretada de modos vários, a mais comum condiz em relacionar quantidade com o número, não tendo esse significado irrestrito, mas histórico. “[...] poder ou não traduzir-se em números uma variação de quantidade é uma questão que depende, acima de tudo, do grau de conhecimento momentâneo dos homens [...]” (CARAÇA, 2003, p. 109).

Dessa discussão, podemos perceber que os conceitos matemáticos surgem a partir de uma íntima relação entre os conceitos de qualidade e quantidade, uma vez que sejam postos problemas de interesse, capital, teórico ou prático.

A Matemática, como instrumento de intervenção, possibilita entre tantas aplicações prever e fundamentar fenômenos, relacionar grandezas, perceber a correspondências entre dois conjuntos numéricos, dois contextos que se podem quantificar, tendo como principal unidade de análise a variável, que, em sua essência, tem o poder de “ser ou não ser” (CARAÇA, 2003, p.120), cuja característica principal é a fluência.

A ideia de variação é muito importante, pois essa está ligada às demandas do desenvolvimento da Matemática. O conceito de Função quanto a sua representação algébrica tem seu percurso vinculado à criação da variável representada por registros simbólicos. A

notação algébrica e a sintaxe inerente a essa representação, de acordo com Braga (2006), foi estabelecida por François Viète (1540-1603), por volta de 1564, “desencadeando progressos espetaculares, em termos históricos, imediatos no desenvolvimento da Matemática” (BRAGA, 2006, p.18).

Passados cinquenta anos, surge a Geometria Analítica e, em mais outros cinquenta anos, o Cálculo Diferencial e Integral, conforme releitura de Braga (2006). O autor ainda informa que foi o “filósofo alemão Leibniz quem introduziu textualmente a palavra função” (BRAGA, 2006, p.18).

Dando um enorme salto na História, sabemos que o tema Função foi introduzido entre os conteúdos da Matemática do Ensino Médio desde 1929, como já mencionado no Item 3.2 desta pesquisa. Nesse sentido, várias emergências em torno da renovação da Matemática foram realizadas, dentre essas a de introduzir os conceitos de Cálculo no Ensino Médio, donde compreendemos que os conceitos de interdependência e fluência são importantes para o conhecimento do aluno do Ensino Médio e estão diretamente relacionados a ideia do pensamento funcional.

No próximo Item, 3.4, estaremos discutindo algumas intervenções propostas e apoiadas por estudiosos e pesquisadores das áreas Matemática, Psicologia e Educação Matemática, relativas tanto ao conteúdo trabalhado no Ensino Médio, quanto à prática docente do professor que ensina Matemática nesse nível de ensino. Nesse sentido, entendemos ser imprescindível perceber na literatura possibilidades e implicações relativas à introdução de noções de Cálculo no Ensino Médio, tendo em vista a realidade do currículo imprimido ao Ensino Médio no Brasil.

3.4 Limites e Possibilidades Relativos ao Conteúdo e à Prática Docente do Professor que Ensina Matemática.

Implicações sócio-política, econômica e cultural são determinadas a considerar os aspectos históricos direcionados à disciplinarização do CDI Identre os assuntos inerentes ao conteúdo trabalhados em nível de Ensino Médio como vimos no Item 3.2.

No presente cenário educativo, O PCNEM ao estabelecer parâmetros para o ensino da Matemática, e ao considerar as necessidades socioculturais e profissionais do mundo contemporâneo, vê a necessidade de promover aos alunos “diferentes motivações, interesses e capacidades criando condições para a sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional” (BRASIL, 2013, p.40).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, por sua vez, propõe que, para o ensino da Matemática, o professor incentive o aluno a refletir, desenvolvendo o pensamento crítico, auxiliando seu aluno na resolução de problemas, além de integrá-lo em discussões que envolvam contextos sociais, culturais e econômicos. Para tanto, alguns objetivos específicos são definidos¹³:

- a) Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam ao aluno desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral.
- b) Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas.
- c) Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, de outras áreas do conhecimento e da atualidade.
- d) Desenvolver capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo.
- e) Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão de conceitos matemáticos.
- f) Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática.
- g) Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo.
- h) Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações.
- i) Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades. (BRASIL, 2013, p.40)

Ao analisarmos as proposta apresentadas nos PCNEM e LDB, vemos que a matriz curricular é dividida em três segmentos:

- 1) Multiletramento, Cultura, Sociedade, Meio Ambiente e Ética¹⁴;
- 2) Multiletramento, Lógica, Análise e Representação¹⁵;
- 3) Multiletramento, Ciência, Tecnologia e Criatividade¹⁶.

E, observando com mais cuidado as proposta apresentadas nos PCNEM e LDB, compreendemos que a ideia de introduzir noções de CDI no Ensino Médio poderia trazer contributos ao ensino e aprendizagem dos conceitos comumente apresentados no Ensino

¹³ Tópicos retirados de Brasil Ministério da Educação. Programa Ensino Médio Inovador: Documento Orientador. Brasília: MEC, 2013b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/>>

¹⁴ Que adotam conteúdos envolvendo para o **1º. Ano**: Noções de Matemática Financeira. Matrizes, Sistemas Lineares. Sequências, Progressões Aritméticas e Geométricas. Para o **2º Ano**: Probabilidade e Noções de Estatística e para o **3º Ano**: Probabilidade e Noções de Estatística.

¹⁵ Que adotam conteúdos, sugerindo para o **1º. Ano**: Conjuntos, Conceito de Funções, Funções do 1º e 2º, Inequações. Para o **2º Ano**: Revisão de Potencial, Função Exponencial, Logarítmica, Trigonometria e para o **3º Ano**: Números Complexos e Polinômios.

¹⁶ Que adotam conteúdos, sugerindo para o **1º. Ano**: Revisão de Geometria. Para o **2º Ano**: Geometria Espacial e para o **3º Ano**: Geometria Analítica.

Médio, devido sua importância para o ensino da Matemática e inter-relação com os conceitos de Álgebra e Geometria.

Sendo assim e olhando na direção universidade - escola, sabemos que muitos são os cursos de Educação Superior no Brasil que têm, em sua grande curricular, a disciplina Cálculo, mesmo alguns das áreas de humanas como o curso de Geografia, Direito, Administração, Computação, Engenharia, Agronomia, entre outros. Em diversos desses cursos, principalmente no curso de Matemática, tanto em nível de Bacharelado ou Licenciatura, a disciplina Cálculo promove grande repercussão entre os alunos pelo fato de ser considerada difícil e, conseqüentemente, pelo alto índice de repetência.

Nesse sentido, Silva (2011) afirma que os estudantes que sempre tiveram boas notas na disciplina Matemática, ao ingressarem em um curso de Educação Superior, creem estarem habilitados ao estudo da disciplina CDI e que essa não representará dificuldades a sua aprendizagem. Entretanto, ao se depararem com questões que envolvem temas anteriormente estudados em uma perspectiva mais geral e acrescidos com a ideia de movimento, aproximação, incomensurabilidade, continuidade, entre outros, se veem em uma situação frustrante em relação às certezas dantes idealizadas.

Olhando na direção escola – universidade, acreditamos que a introdução de noções de Cálculo no Ensino Médio imprime relevância, considerando que a expansão de ideias básicas relacionadas aos conceitos de CDI fundamenta com mais propriedade, em nível de Ensino Médio, problemas envolvendo a interdisciplinaridade, relacionando ideias da Física com a Matemática, Matemática com a Geometria, Matemática com a Química por exemplo. Nesse contexto, a mobilização das representações matemáticas é importante, o que pode trazer ao processo de aprendizagem do aluno, competência em compreender os conceitos e procedimentos matemáticos de uma forma mais integrada, bem como contextualizar o conhecimento, estabelecendo conexões entre os conceitos estudados, além de lhe dar condições para argumentar, quanto à disciplina Matemática, bem como tomar decisões em sua vida escolar e profissional. Lembremos que essa é uma das orientações dos PCNEM e PCN¹⁷.

Com ênfase, a recomendação dos PCN é que o ensino da Matemática seja constituído de conhecimentos inter-relacionados e que o aluno seja capaz de interpretar informações em diversos formatos, matematicamente representados, podendo inferir sobre os mesmos. A representação nesse conjunto de orientações assume um importante papel, seja na construção de modelos, seja na leitura da linguagem matemática, seja na quebra de processos que exijam

¹⁷ Parâmetros Nacionais Curriculares

memorização, contribuindo para dar significado aos conceitos estudados, além de possibilitar uma visão crítica ao conhecimento adquirido para formação do trabalho ou cidadania.

Assim tanto na perspectiva universidade-escola ou escola-universidade é preciso considerar a prática docente do professor e nesse processo, existem tensões e a necessidade de negociações. E, sendo assim alguns elementos como a orientação curricular em nível escolar impõe discussões sócio-históricas, políticas e econômicas.

Ao falarmos de orientação curricular dos conteúdos inerentes à disciplina Matemática em nível de Ensino Médio, ressaltamos que esta pesquisa não propõe um estudo direcionado à uma mudança do currículo atual trabalhado nas escolas, mas uma discussão sobre o desdobramento de ideias acerca de como seria possível ou adequado discutir na Matemática em nível de EM conceitos que comumente são demandados na Educação Superior, em particular na disciplina CDI I.

Pelo exposto, incidimos no terreno da prática docente, em particular, na prática do professor que ensina Matemática no Ensino Médio. E, nessa discussão, faz-se interessante pontuarmos sobre os saberes e “não saberes associados”¹⁸, necessários ao conhecimento do professor.

Em Farias (2007), abordamos amplamente sobre os saberes necessários ao conhecimento do professor, especificamente sobre a formação inicial. Agora, no contexto atual desta pesquisa de Doutorado, reconhecemos que, além dos saberes dos professores seja em formação inicial ou continuada, os “não saberes associados” à prática docente na Matemática Escolar têm um importante papel, quando fazemos jus à discussão sobre quais ações podem ser empreendidas, objetivando levar o professor a refletir sobre a viabilidade de introduzir noção de Cálculo no Ensino Médio.

Para dar sentido a essa discussão, tomamos inicialmente as deferências de Cochran-Smith e Lytle (1999) sobre a prática docente e como compreendemos suas considerações frente à proposta das Comunidades de Prática. A seguir, decorreremos sobre as ideias de Jerome Bruner (2004), inter-relacionando suas concepções sobre como trabalhar o currículo associado aos “não saberes associados” à prática docente do professor que ensina Matemática no Ensino Médio .

Para Cochran-Smith e Lytle (1999), existem três concepções relativas ao conhecimento do professor: conhecimento-para-prática, conhecimento-na-prática e conhecimento-da-prática. O conhecimento-para-prática implica que o professor produz o que

¹⁸ Expressão retirada de Moreira e David (2005)

é de seu conhecimento formal e teórico. Conhecimento-na-prática demanda da prática e competências dos professores, não surgindo necessariamente de um conhecimento teórico, mas de seu convívio e experiências partilhadas, interações na sala de aula com seus alunos e reflexões associadas a essa prática.

O conhecimento-da-prática destaca-se das outras duas formas por não dicotomizar o conhecimento teórico e prático. Ao contrário, une esses dois aspectos, compreendendo que o conhecimento é gerado a partir do ambiente em que vive e de suas experiências, trabalhando em comunidade, teorizando, conectando esses conhecimentos às questões sociais e políticas de uma forma geral.

Trazendo essa discussão ao contexto específico à prática do professor que ensina Matemática, compreendemos que o conhecimento da prática do professor, como explicita Cochran-Smith e Lytle (1999), comunga com as ideias da Comunidade de Prática (CoP), pois, como afirma Miskulin, Silva e Rosa (2009), o processo de construção de uma Comunidade de Prática possibilita o grupo a “refletir sobre a própria prática, articular interesses e objetivos comuns, ações, diálogo discursivo reflexivo para o aprender e ensinar” (MISKULIN, SILVA e ROSA, 2009, p. 63), o que infere em discussões sobre o conhecimento do conteúdo, didático e pedagógico.

Em relação aos não saberes associados à prática, compreendemos serem aqueles que intervêm no conhecimento do professor, mas que normalmente não são discutidos nas licenciaturas em Matemática. Resumindo, concentremo-nos em três temas: a estrutura do conteúdo, a motivação e o pensamento intuitivo e analítico.

✓ **A Estrutura do conteúdo:** A disciplina Matemática no Ensino Médio, como apresentada no currículo, tem uma estrutura, cujo propósito geral é a aprendizagem e o desenvolvimento do conhecimento lógico-dedutivo e argumentativo e que essa possa proporcionar ao aluno alguma formação profissional e/ou teórica. Esse tipo de aprendizagem, “depende do domínio da estrutura do conteúdo” (BRUNER, 2004, p.41).

Nesse sentido, quatro pontos inerentes à estrutura e que não são discutidos usualmente com os professores em formação inicial ou continuada, relativos ao ensino básico, incluindo aí o Ensino Médio, podem ser destacados: o primeiro consiste em ensinar a partir de uma ideia básica e fundamental, pela qual o professor possa desenvolver questionamentos mais amplos sobre um dado conteúdo e só então transcender as suas particularidades. Essa estratégia pode trazer interesse aos alunos, tornando a disciplina mais compreensível, pois, uma vez aprendida a ideia fundamental, outras podem vir associadas à ideia geral.

Por exemplo, ao discutirmos sobre a noção de Função, antes mesmo de definir o conceito, o professor pode perguntar aos alunos sobre a relação de uma grandeza com outra, pelo pressuposto que tudo está relacionado, tudo está ligado. E muitas são as questões que estão relacionadas com essa. Podemos citar a ideia de qualidade e quantidade, fluência, proporção, magnitude, área, volume, limite, incomensurabilidade.

Essa abordagem propõe ao aluno perceber que uma coisa está sempre em função da outra no nosso dia a dia, e que muitas dessas ideias podem ser representadas de várias formas, verbalmente, graficamente, por tabelas, algebricamente por leis ou modelos matemáticos. A partir daí, então, poderão surgir os desdobramentos lógicos e dedutivos de uma ideia geral.

O segundo ponto, inerente à estrutura do conteúdo, relaciona-se à “memorização humana” (BRUNER, 2004, p.46). Nesse caso, o autor destaca que, após séculos de investigação, os estudiosos da área concluíram que os pormenores rapidamente são esquecidos, a menos que as informações se coloquem de forma estruturada. As particularidades, portanto, são conservadas na memória por meio de representações. No caso da Matemática, muitas são as representações que associam o conceito, uma fórmula algébrica, por exemplo. Assim, a aprendizagem dos conceitos gerais auxilia a mente a regenerar, rever, reconstruir os pormenores, sempre que possível e necessário.

O terceiro ponto, “refere-se à compreensão dos princípios e das ideias fundamentais” (BRUNER, 2004, 1987, p.47). O que significa compreender algo como uma parte do todo, não só uma coisa específica, mas um princípio que possibilite o aluno a compreender casos semelhantes com os quais possa se defrontar em um estágio de conhecimento mais avançado. Por exemplo, falar sobre o infinito de maneira intuitiva e exploratória de modo que ele possa associar a ideia posteriormente, quando vier a conhecer conceitos relacionados a limite, derivada e integral de uma função, O que nos levar a corroborar que o professor deve “reexaminar constantemente o material ensinado na escola básica e secundária, compreendendo ser essa uma forma de minimizar o hiato entre o conhecimento avançado e o elementar” (BRUNER, 2004, p.47).

✓ **Motivo para aprender:** Para o ensino da Matemática no Ensino Médio, devemos ponderar, ser não muito hábil, iniciar um assunto com explicações muito formais de um dado conceito. Isto é, se apresentamos uma ideia baseada numa lógica muito distante da forma de pensar do aluno, podemos quase que imediatamente desmotivar alguns em relação a sua aprendizagem. É fato que alguns alunos podem até aplicar certas técnicas operacionais, entretanto não compreendem o seu significado, ou sentido para o que estão fazendo.

No ensino da Matemática, vários fatores influenciam o aluno a sentir necessidade e ter motivo para aprender, tais como formação profissional, chance no mercado de trabalho, mais conhecimento, o ambiente escolar, resposta a sociedade e, é claro, esse aluno pode não sentir nenhuma necessidade ou motivo para aprender, aí, entra a importância do papel do professor como mediador o que, entre outros aspectos, interfere em sua forma de apresentar e conduzir o ensino da matéria junto ao aluno. Sendo assim, é de fato importante que os professores conheçam a Matemática a ser ensinada, pois existe uma lógica de que quanto maior o conhecimento sobre um dado conceito, maior a possibilidades de articulação do pensamento, o que possibilita ao professor propor situações de ensino ao seu aluno, dando a esse perspectivas ampliadas sobre os conteúdos matemáticos a serem estudados.

Nesse sentido, Bruner (2004) acredita ser interessante que o professor inicie cada assunto, promovendo discussões em classe sobre questões de dificuldades medianas, explorando sistematicamente os vários aspectos, até que o aluno consiga chegar a um conhecimento mais aprofundado dos princípios da Matemática. É importante também que o professor destaque a ideia da variação, ou seja, “que tudo se mantém dependente da organização de suas partes, da alteração da forma ou da deslocação no espaço e tempo” (BRUNER, 2004, p.59).

Esse princípio é fundamental e importante, pois sinaliza ao aluno a ideia de proximidade, limite, probabilidade. A manipulação numérica, estatística, algébrica, gráfica, seja em um ambiente papel e lápis ou usando a tecnologia digital disponível, capacita o aluno à compreensão intuitiva e habilidade para abranger as novas informações inerentes à disciplina CDI, por exemplo, transformando e adaptando o conhecimento às novas tarefas.

✓ **Pensamento Intuitivo e Analítico:** As pesquisas que tratam sobre a influência do pensamento intuitivo sobre o currículo não são muitas, de maneira que se torna apropriado delinear uma discussão parcial sobre o assunto. Sendo assim, tomemos como base alguns excertos e considerações de Bruner (2004), o qual mostra uma diferenciação sobre o pensamento intuitivo frente ao pensamento analítico.

O pensamento analítico, segundo o autor, é constituído de passos explícitos, incluindo raciocínio lógico e dedutivo, porém apresenta, em alguns casos, um processo de indução, utilizando-se de aspectos investigativos e análise estatística. O pensamento intuitivo baseia-se na familiaridade com o domínio de conhecimento e com a estrutura implícita a esse conhecimento.

Vale enfatizar que, por meio do pensamento intuitivo, o aluno pode chegar à solução de um problema, sem necessariamente formalizar a ideia. A partir da intuição, ele pode vir a perceber padrões, diferenças, semelhanças, ocorrências de uma dada propriedade inerente ao conceito estudado e, nesse caso, não necessariamente, é imperativo demonstrar tais propriedades compreendendo, portanto a lógica em seu estado mais simplificado. Entretanto, uma vez atingido um aprofundamento intelectual sobre o tema ou conceito, esse poderá realizar as verificações por métodos analíticos. Infelizmente, de acordo com Bruner (2004), o pensamento intuitivo não é muito valorizado nas escolas em detrimento ao formalismo na apresentação dos conteúdos.

Como já discutimos nesta Seção, o pensamento intuitivo é de grande importância para compreensão da disciplina Matemática, pois, a partir de uma compreensão intuitiva, é possível ao professor expor métodos de dedução e demonstrações. Ou seja, “a intuição implica o ato de aprender o sentido, o significado ou a estrutura de um problema ou situação, sem confiar explicitamente no dispositivo analítico que se é capaz de utilizar” (BRUNER, 2004, p. 75).

Isto é, o pensamento intuitivo possibilita uma organização, uma tentativa de ordenar um corpo de conhecimentos, sobretudo uma base para o aluno ser introduzido a processos heurísticos de encontrar soluções para os problemas matemáticos e que lhe possibilitem avançar em suas hipóteses, chegando a uma combinação de ideias.

Outro ponto importante quanto à abordagem do pensamento intuitivo mostra que, ao praticar e desenvolver processos heurísticos, o professor convida seu aluno a reconhecer erros e acertos, além de explorar alternativas, das quais é possível escolher dentre os dados de um problema matemático. Na verdade, de acordo com Bruner (2004), é uma lição de autoconfiança, pois os erros e acertos são passíveis e o aluno não deve ter medo de errar, quando seu erro é honesto e o professor, por conseguinte, deve saber agir sobre as consequências do erro do seu aluno, privilegiando, em sua avaliação, o processo de resolução e não apenas a solução final da questão.

Nesta Seção, iniciamos uma discussão, tendo como pressuposto a ideia de que existe uma descontinuidade entre a Matemática do Ensino Médio e a Matemática abordada na Educação Superior, em particular, na disciplina CDI I. Falamos também sobre o Currículo orientado ao Ensino Médio, além de elaborarmos um breve resgate histórico sobre a disciplinarização do CDI dentre os Conteúdos do Ensino Médio. Todos esses pontos de discussão tiveram como objetivo comum, estabelecer uma interlocução entre os objetivos

desta pesquisa e os interesses, conhecimentos e significados conferidos à Matemática do Ensino Médio frente à Educação Superior.

Na próxima Seção, propomos algumas reflexões sobre a importância do uso das TIC para a prática do professor que ensina Matemática no Ensino Médio e como esta se apresenta como um importante suporte para as Atividades de Ensino, quando mediadas pelos *software* *Winplot* e *GeoGebra*.



Seção 3



4. AS TIC E SUA IMPORTÂNCIA NA PRÁTICA DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Nesta Seção, trazemos algumas reflexões sobre a importância do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) para a prática do professor que ensina Matemática no Ensino Médio e como essas se apresentam como um importante suporte às Atividades de Ensino inerentes aos conteúdos matemáticos. Sendo assim, em um primeiro momento, apresentamos uma compreensão sobre o termo TIC, quando associada à ação educativa. Em um segundo momento, discorremos sobre as possibilidades e os entraves associados ao uso das TIC na prática docente do professor, em particular, do professor que ensina Matemática. Ao final, falamos sobre o papel e a relevância dos recursos tecnológicos¹⁹ configurados nos ambientes computacionais *Winplot*, *GeoGebra* e *Moodle* utilizados em nossa pesquisa e como esses contribuem para a prática docente do professor, que ensina Matemática no Ensino Médio.

4.1. O Termo TIC e Literacia Informática no Contexto Educativo.

O termo TIC é gerado pela junção da Tecnologia Informática com as Tecnologias das Telecomunicações. E, “quando essas são usadas para fins educativos, nomeadamente para apoiar, melhorar o ensino e aprendizagem dos alunos e desenvolver ambientes de aprendizagem, podem ser considerados como um subdomínio da Tecnologia Educativa”²⁰ (MIRANDA, 2007, p. 43). Vale ainda ressaltar que, de acordo com a autora, uma das inspirações teóricas do campo da Tecnologia Educativa refere-se à Teoria de Sistemas²¹ e à Teoria da Comunicação²².

¹⁹Os recursos tecnológicos podem ser definidos por recursos multimídia, nos quais podemos esboçar gráficos, realizar simulações, áudios, elaborar textos, hipertextos. Na área educacional, os recursos tecnológicos têm sido muito utilizados, tais como a utilização de *softwares* e, nos Cursos de Ensino a Distância, são destacados os ambientes computacionais como o *Moodle*, *Teleduc*, *Colibri*, entre outros. “Busca-se, portanto, permitir a plena utilização dos recursos tecnológicos, como reclamado pelos novos e emergentes ambientes de ensino, bem como possibilitar aos professores e aos alunos a melhoria da qualidade do ensino através do uso da linguagem e de recursos multimídia” (BENITEZ, 2012). Disponível em: <<http://www.coladaweb.com/pedagogia/recursos-tecnologicos-na-educacao>>.

²⁰ Tecnologia Educativa está enraizada numa tradição anglo-saxônica que valoriza a instrução e é influenciada pela teorização produzida no âmbito da psicologia da aprendizagem, nomeadamente pelas teorias comportamentalistas e cognitivistas e, mais recentemente, pelas teorias construtivistas. (MIRANDA, 2007, p. 43).

²¹

✓ A história da teoria de sistemas remonta aos Sumérios na Mesopotâmia, anterior a 2500 AC. e vai até aos dias atuais nas diferentes propostas para elaboração e aperfeiçoamento de software (LIEBER, 2014, p.1). Disponível em: <http://www.inf.ufpr.br/urban/2014-2-CI-220-TS/LeiturasRecomendadas/TeoriaDeSistemas/TS-RenatoRochaLieber.pdf>.

✓ Na teorização matemática, surgiu o desenvolvimento da isomorfia entre os modelos de circuitos elétricos e outros sistemas. As aplicações da teoria de sistemas abrangem o desenvolvimento de todos os ramos da ciência. Alguns exemplos são: engenharia, computação, ecologia, administração, psicoterapia familiar, termodinâmica,

Em nossa pesquisa, adotamos o termo TIC, considerando seu significado educativo e como um importante recurso metodológico às Atividades de Ensino trabalhadas junto aos sujeitos da pesquisa, durante a realização do Curso de Extensão, oferecido aos Professores Participantes.

Logo, perceber as TIC como um apoio às Atividades de Ensino, implica em pensar em uma abordagem metodológica adequada que melhor se adapte ao contexto educativo, considerando o conhecimento do professor, a necessidade e o motivo na utilização dessas ferramentas no processo de ensino dos conceitos matemáticos. E, como lembra Oliveira (2005), ao se inserir um novo elemento mediador, como um *software*, com vistas a mediar o processo de ensino, há necessidade de considerar as possíveis complexidades que se interpõem, o que se compreende em criar possibilidades de utilização dos recursos tecnológicos de forma diferenciada a do ambiente papel e lápis, o que significa perceber os conceitos matemáticos mediante uma nova linguagem, exigindo, por conseguinte, uma certa fluência na leitura da interface dos *software*.

A Literacia informática, por conseguinte, abrange atitudes e competências, pelas quais, ao se definir uma necessidade, buscar recursos e instrumentos de aprendizagem que possibilitem ao indivíduo trabalhar os recursos tecnológicos na sua vida diária ou profissional e, no caso particular do professor, no ambiente educacional. As competências e atitudes, nesse contexto, perspectivam ações relacionadas ao conhecimento e predisposição ao uso das TIC e, condicionadas aos aspectos supracitados, inserem-se a tendência e a possibilidades de uso por parte do professor, sem se sentirem apreensivos ou mesmo fragilizados frente à linguagem tecnológica.

Sendo assim, concordamos com Miranda (2007), quando afirma que uma das finalidades da Literacia Informática deveria ser de apoio a professores e alunos nos vários níveis de ensino básico: Fundamental e Médio ou na Educação Superior. Nessa discussão, Oliveira (2005) corrobora que o que toca às tecnologias digitais, frente à fluência do professor sobre o uso de uma dada ferramenta escolhida, aprender a dominar os recursos tecnológicos

dinâmica caótica, vida artificial, inteligência artificial, redes neurais, modelagem, simulação computacional, jogos desportivos coletivos e turismo, entre outras. Informações retiradas de: http://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_de_sistemas

²² São estudos acadêmicos que pesquisam os efeitos, origens e funcionamento do fenômeno da Comunicação Social em seus aspectos tecnológicos, sociais, econômicos, políticos e cognitivos. Englobam psicologia, filosofia e sociologia, dependendo do tipo de abordagem e dos objetivos da pesquisa. Os estudos em Comunicação Social começaram com a crescente popularização das tecnologias midiáticas e seu uso durante as experiências totalitárias da Europa. Em sua primeira fase, concentraram suas atenções sobre as mensagens da mídia e seu efeito sobre os indivíduos; na segunda, enfatizaram o processo de seleção, produção e divulgação das informações através da mídia. Informações retiradas de http://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_da_comunica%C3%A7%C3%A3o.

inerentes à interface de um dado *software* ou outro artefato tecnológico, é condição necessária, além, é claro, de considerar os objetivos didáticos traçados, bem como dos conteúdos que se pretende trabalhar no processo de mediação com as TIC.

Ainda segundo Oliveira (2005), explorar a interface digital oferecida por um determinado *software* compreende buscar o domínio de sua lógica, com vistas a usar com desenvoltura a ferramenta, o que poderá trazer ao trabalho do professor descobertas de como trabalhar o conhecimento no âmbito de um conceito matemático, como, por exemplo, construir gráficos, mobilizar várias representações matemáticas etc.. E, nesse contexto, ocasionar novas fluências que possibilitem ao aprendiz tomar o problema proposto em uma dada Tarefa ou Atividade de Ensino, avançando em dialéticas e formas mais refinadas, até que possa propor uma solução ou resposta para o problema. Entretanto, como propõe o autor supracitado, vale enfatizar que a fluência tecnológica não determina ou garante a aprendizagem, mas faz-se relevante compreender o funcionamento das funções, comandos, formas de construção, entre outras ações.

Acrescentamos ainda que a Literacia Informática, o que inclui a fluência, também deveria fazer parte do currículo e da formação dos professores, apoiando os processos de ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis de ensino, não apenas como um instrumento de ajuda à resolução de problemas relacionados aos conteúdos, mas ajudando-os a pensar criticamente sobre os desafios emergentes que envolvem o uso das TIC na sociedade.

Com esse pensamento citamos Papert (1995), o qual já afirmava que as tecnologias ocasionariam várias possibilidades nos variados domínios da atividade humana, fossem pessoais, econômicas, social e política. Hoje essa afirmação é consolidada por vários estudos e pesquisas de todo o mundo, além da vasta gama de recursos tecnológicos, os quais nos possibilitam aprender por meio de múltiplos meios físicos (recursos tecnológicos) ou simbólicos (linguagem informática).

Valente (2000, 2005), Miskulin et al (2006), Miranda (2007), Ching Sing Chai, Joyce Hwee Ling Koh e Chin-Chung Tsai (2010), entre outros, congregam com a perspectiva de Papert e compreendem que o uso das TIC, em particular o uso do computador associado à utilização de *software* educativos, possibilita aos alunos e professores conhecer uma nova linguagem, oferecendo, por conseguinte, imprescindíveis meios à Educação e à Educação Matemática.

Neste contexto, como afirmam Simões (2000), Ching Sing Chai, Joyce Hwee Ling Koh e Chin-Chung Tsai (2010), a relação entre escola e TIC perspectivam condições para que tanto alunos como professores possam aceder e utilizar de maneira produtiva os recursos

tecnológicos, que, cada vez mais, tornam-se imprescindíveis ao ensino e à aprendizagem na atual sociedade.

As escolas no Brasil, no entanto, convivem com um paradoxo, pois, mesmo com o desenvolvimento das Tecnologias Informacionais e Comunicacionais, a utilização desses recursos digitais ainda é muito limitada, o que nos faz crer que um dos principais motivos advém da pouca prática que tem o professor em fazer uso desses recursos tecnológicos com objetivo educacional. Falta-lhe, por vezes, pré-disposição ou interesse em trabalhar com seus alunos. Ou ainda, a necessidade e o motivo considerando o fato de que usar a tecnologia implica em modificar sua postura quanto à forma de ensinar a matéria, o que provavelmente intimida muitos professores, pois esses terão de repensar seu papel como orientador do conhecimento, o que significa descentralizar sua relação de poder na classe, como discute Penteado (1999,2000, 2004), ao abordar o tema zona de risco *versus* zona de conforto.

Nessa conjuntura, cremos que, mesmo que o professor se sinta intimidado, não deve estar apático ao desenvolvimento de novas fontes de informação e interação com o conhecimento, mesmo porque, como afirma Simões (2000), o professor não é o único detentor do conhecimento. Hoje em dia, as informações são veiculadas por várias formas, através das redes de comunicação, ou seja, com o crescente aumento da informação, o aluno chega à escola como conhecedor de novas linguagens e discernimentos, que transpõem sua educação familiar, da escola e, muitas vezes, até do professor.

Entretanto, de acordo com Gleick (2012), informação não é conhecimento, o que implica que a mediação do professor, nesse contexto, ainda é de grande importância; pois, como ensina Vygotsky (1991), o orientador, que pode ser representando na figura do professor, é personagem fundamental no processo de ensino e aprendizagem, considerando que a informação, muitas vezes, se apresenta em estado bruto, concebida por imagens, textos etc., enquanto que o conhecimento incide de uma análise submetida a valores, crenças, ética. E, nessa relação, devemos atentar que, entre a informação e o conhecimento, interpõem-se elementos mediadores: instrumentos que ampliam a capacidade natural do homem em atuar no meio em que vive e o signo, elemento criado também pelo homem e que se constitui em um objeto, forma ou fenômeno que representa algo diferente de si mesmo, como nos ensina Peirce (1975).

Os Professores, como mediadores, têm a responsabilidade de ensinar os seus alunos a gerirem a informação e o conhecimento que lhes é apresentado, motivando-os a tornarem-se pesquisadores funcionais e dinâmicos. E, como afirma Simões (2000), certamente que o professor, na atual sociedade da informação, deve e pode ser percebido como “um parceiro de

um saber coletivo que lhe compete organizar. Isto é, o professor torna-se um otimizador desse mesmo conhecimento e saber” (SIMÕES, 2000, p. 1).

4.2. Possibilidades e Entraves Associados ao Uso das TIC na Prática Docente do Professor que Ensina Matemática

No Item 4.1 iniciamos uma discussão sobre a importância da informação e do conhecimento associados ao uso das TIC e, além das referências citadas, abrangemos mais algumas que indicam que introduzir as TIC nas Atividades de Ensino implica em mudança das práticas, tanto didáticas quanto pedagógicas. De Corte (1993), Thompson, Simonson e Hargrave (1996), citados por Miranda (2007), Jonassen e Carr (2000), Gatti, (1992), citada por Miskulin (1999), Richit e Miskulin (2014), Oliveira (2005), entre outros, tratam sobre esse tema.

Como elemento disparador no sentido de ampliar a discussão, trazemos aqui uma reflexão de Gatti (1992), citada por Miskulin (1999), na qual a autora deduz em sua leitura que “o universo tecnológico está trazendo para o nosso dia-a-dia uma nova linguagem, novas formas de pensar, e novas maneiras de se refletir essas formas de pensar e que este fato não está sendo atualizado em nível dos educadores, nem, ao menos, tem feito parte das discussões no âmbito escolar” (GATTI, *apud* MISKULIN, 1999, p. 42).

Podemos observar que, há mais de duas décadas, a ideia de que a introdução das tecnologias na sociedade e, em particular nas escolas, exige necessariamente mudanças quanto à forma de tratar o tema. Hoje, diferentemente da época em que Gatti expõe suas ideias, os professores têm mais acesso às informações, e muito é discutido sobre uso das tecnologias, tanto em âmbito de pesquisa como em Cursos que, eventualmente, são oferecidos como proposta de formação continuada, direcionados à comunidade de professores.

As mudanças se fazem necessárias, principalmente quanto à formação do professor e à melhor estrutura nas escolas. Nesse sentido, vários são os estudos relacionados, como o de Paiva (2002), Miskulin (2003), Garcia (2005), Farias (2007), Miranda (2007), Goulart (2009), Richit (2010), Zappa (2013), entre outros.

Para Miskulin (2003), no âmbito educacional, a realidade de trabalhar com computadores em sala de aula traz à tona “uma nova lógica, uma nova linguagem, novos conhecimentos e novas maneiras de compreender e de se situar no mundo em que vivemos” (MISKULIN, 2003, p.217), o que exige do professor e futuros professores uma nova cultura profissional.

A nossa compreensão quanto a essa realidade e, em particular, aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Médio é que, se pensarmos a tecnologia como uma aliada, podemos perceber, na leitura de Farias (2007), que as TIC possibilitam meios diversos e interessantes de trabalhar o conteúdo matemático, abrangendo a informação visual, além de possibilitar aos alunos simular e mobilizar simultaneamente as representações algébricas, gráficas, numéricas, interagindo com modelos, cujo procedimento é, por vezes, complexo, se for trabalhado no ambiente lápis e papel.

É claro que propor atividades mediante uso das TIC vai demandar do professor tempo, conhecimento do conteúdo e da linguagem de *software*, abordagem metodológica que se diferencie de como tratar o conteúdo em um ambiente não tecnologicamente digital. E, conjuntamente a esses aspectos, vale observar a quebra da concepção idealista de alguns professores de que basta empregar a tecnologia, seja por meio de projetores (Data Show, por exemplo), *software* educativos, *applets*, vídeos, Internet em sala de aula, que os alunos vão aprender e que as mudanças acontecem em sua prática pedagógica naturalmente.

Estudos não tão recentes como o de Miskulin (1999) e Jonassen (1996), e outros bem mais recentes, como o de Miranda (2007), Richit (2010), Richit e Miskulin (2014), Jonassen (2010), contemporizam que, ao trabalhar com as TIC na escola, se faz necessário pensar sobre a incorporação de metodologias, novas produções de atividades, estruturação e reorganização, tanto por parte dos gestores como dos professores, em sua prática pedagógica e docente, o que, conseqüentemente, deverá beneficiar os alunos, “integrando-os plenamente no setor produtivo da sociedade em que vivem” (MISKULIN, 1999, p. 42).

Nesse contexto, os conteúdos inerentes às disciplinas, em particular da Matemática, devem como princípio explorar uma nova abordagem, relacionada a aspectos sociais, econômicos, culturais, e que a interação do aluno com os recursos tecnológicos seja mediada pelo professor e em colaboração com os colegas e comunidade escolar da qual participa.

A interdisciplinaridade também se apresenta como um importante aspecto relativo ao uso das TIC. Nesse sentido, Richit e Miskulin (2014) compreendem que a interdisciplinaridade traz ao ensino da Matemática formas de articular as teorias, métodos, conteúdos que socializam com as várias ciências, tendo a Matemática como ponto de base e pesquisa.

Logo, acreditamos que o uso das TIC, além de motivador, pode possibilitar a expansão da aprendizagem de conceitos matemáticos que, trabalhados intuitivamente, podem fornecer aos alunos um quadro geral das relações entre assuntos que se precedem no Ensino Médio e procedem na Educação Superior.

Sobre esse aspecto, Bruner (2004) declara que a aprendizagem adquirida na escola deve promover competências de uma forma geral, suscetíveis de serem acedidas pelos alunos em atividades que serão trabalhadas *a posteriori*, e que podem ser usadas como base para reconhecer problemas subsequentes, ou seja, expandir e aprofundar o conhecimento. O pensamento do autor acima supracitado vai ao encontro da ideia da espiral de aprendizagem proposta por Piaget (1995), Montoan (1994) e, no campo da computação, refinada por Papert (1980) e Sussman (1975).

As idas e vindas, como propõe a aprendizagem em espiral, associadas ao uso das TIC “contribuem para atingir patamares superiores do pensamento” (VALENTE, 2005, p. 69). E, mesmo em caso de erro, há sempre a possibilidade de novas simulações, *feedback*, novas tentativas. Assim, o uso das TIC como apoio às Atividades de Ensino possibilita ao professor orientar o aluno a ascender a conceitos, onde, durante uma ação, o aprendiz pode simultaneamente aprender novos conceitos, revendo conhecimentos anteriores, à medida que o resultado vai sendo produzido.

Assim, cremos que o uso dos recursos tecnológicos nas escolas e universidades possibilita que a Educação reconceitualize uma nova dimensão do conhecimento e da competência dos alunos na sua utilização, especialmente nas aulas de Matemática. Esse pensamento é legitimado por pesquisadores e estudiosos da área em Educação Matemática, tais como Borba e Penteado (2003), Miskulin (2003), Ponte, Brocardo e Hélia (2009), Oliveira (2005), Pinheiro, Silveira e Bazzo (2007), Matos (2010), entre outros, que identificam e propõem perspectivas e possibilidades para o uso das TIC como uma importante abordagem que gera novas ações didáticas e epistemológicas no ensino da Matemática e na Educação em geral.

Nessa perspectiva, pesquisas oriundas de universidades em todo o país divulgam e relatam algumas experiências. Nesse contexto, podemos citar Bizzelli, Fiscarelli e Barrozo (2010), os quais asseguram que os objetos de aprendizagem, incluindo os conteúdos didáticos digitais, tais como animações, simulações, *Applet*²³, uso do *Tablet*, entre outros, apresentam grande potencial para o ensino da Matemática. Para Souza (2007) “estender a funcionalidade e uso de um objeto de aprendizagem pode conduzir a novas situações de aprendizagem tanto do lado do aluno como do professor” (SOUZA, 2007, p. 49). Outras pesquisas, como a de Souza e Alves (2005), apresentam um projeto de uso e construção colaborativa de recursos

²³ *Applet* é um *software* aplicativo que é executado no contexto de outro programa (como, por exemplo, uma *web browser*), uma *applet* geralmente executa Funções bem específicas. O termo foi introduzido pelo AppleScript em 1993 (Definição retirada do Wikipedia). Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Applet>.

digitais utilizados na prática pedagógica, que se iniciam com textos completos, imagens em movimento, som, até simulações que podem ser utilizados por diferentes professores e alunos.

Outros trabalhos publicados, como os de Araujo (2014) e pesquisas desenvolvidas por Bortolossi, (2007) ²⁴, enfatizam a relevância do uso das tecnologias digitais, abordando o ensino da Matemática mediante uso da tecnologia, além de tantos outros exemplos. Hoje é possível termos acesso e interagirmos com trabalhos de professores e pesquisadores do país e do exterior, citando como exemplo, Matos (2013), Pedro (2011) e Miranda (2007).

Vemos, portanto, que, além de um trabalho individual, como argumenta Gallota (2006), o uso dos recursos tecnológicos permite ao professor uma nova forma de transmitir o conhecimento, mais colaborativa e com maior possibilidade de interação do aluno com o objeto de aprendizagem. Esse pensamento é apoiado por Maltempi (2008), o qual afirma que as possibilidades de ensinar e aprender, a partir do uso das tecnologias, se alargam, oferecendo novas e variadas formas que antes eram inviáveis. Embora compreendendo que, em um passado não muito distante, o processo de incorporação e disseminação das tecnologias percorreu um caminho gradual e lento, hoje as tecnologias estão presentes em tudo, incorporadas em nossas vidas, no nosso pensar, sentir e agir, com possibilidades de inovações, sem as quais, segundo Kenski (2007), não podemos mais viver.

Percebemos, assim, o potencial do uso das tecnologias digitais no ambiente educacional, que podem ser usadas proveitosamente no ensino e na aprendizagem da Matemática, implicando na “construção de uma cultura de fazer perguntas, explorar, investigando, experimentando e buscando respostas tanto na busca de compreender um dado conceito matemático, quanto na relação entre professores e alunos em suas salas de aula.” (FUGLESTAD et. al, 2010 p. 10).

Podemos ainda conjecturar que discussões sobre o uso da tecnologia e suas implicações na educação representam hoje, indubitavelmente, um tema de grande relevância, e os ambientes computacionais associados ao *hardware* e *software* constituem-se como importantes recursos tecnológicos de veiculação, informação e comunicação em todos os

²⁴ Projeto intitulado: Conteúdos Digitais para o Ensino da Matemática. Situação: Em andamento; Natureza: Pesquisa. Integrantes: Humberto José Bortolossi - Coordenador / Dirce Uesu Pesco - Integrante / Ana Maria Lima de Farias - Integrante / Ana Maria Martensen Roland Kaleff - Integrante / Anne Michelle Dysman Gomes - Integrante / Esteban Walter Gonzalez Clua - Integrante / Leandro Tavares da Silva - Integrante / Luis Antonio Brasil Kowada - Integrante / Luiz Manoel Silva de Figueiredo - Integrante Wanderley Moura Rezende - Integrante. Financiador(es): Ministério da Educação - Auxílio financeiro Ministério da Ciência e Tecnologia - Auxílio financeiro. Mais trabalhos do professor Bortolossi podem ser encontrados em <http://www.professores.uff.br/hjbortol/>

setores da sociedade, inclusive na esfera educacional, seja em um contexto de ensino presencial como a distância.

Nessa perspectiva, o impacto do uso das tecnologias exige reflexões sobre a natureza do que é conhecimento, conseqüentemente a relação entre a “informática e a educação matemática não deve ser pensada de forma dicotômica, mas como uma transformação da própria prática” (BORBA; PENTEADO, 2003, p. 24). Tomando como base essa citação, compreendemos que as escolas e os cursos de formação de professores na universidade precisam estar atentos à proposta de trazer a alunos e futuros professores, orientação direcionada à literacia informática e fluência no uso das TIC, com vistas na diversificação dos métodos didáticos e na inserção de seus alunos no mundo informatizado.

Com ênfase, a perspectiva de simular aspectos da realidade, de interatividade, tanto presencial como a distância, de armazenamento e organização de informações tais como textos, vídeos, gráficos, áudios, animações, são hoje experiências amplamente discutidas na literatura por pesquisadores e estudiosos da área em Educação Matemática, como propostas educativas, tanto na perspectiva socioconstrutivista²⁵, bem como na perspectiva sociocultural, onde as tecnologias digitais podem ser utilizadas para ampliar e reorganizar os processos cognitivos através da integração do ser humano nas práticas de uma comunidade de aprendizes.

O crescente interesse em como as tecnologias digitais podem beneficiar o ensino e a aprendizagem da Matemática, tendo como base aspectos sociais, destacando seu papel como fonte de prática, participação e colaboração, pode ser validada por Beatty e Geiger (2010), os quais consideram quatro formas de se trabalhar: tecnologias projetadas para a Matemática, tecnologias projetadas para a Matemática e colaboração, tecnologias projetadas para colaboração e tecnologias que não são pensadas diretamente para a colaboração nem para Matemática. Ainda fundamentados nos autores Beatty e Geiger (2010), entendemos que tais usos constituem-se como novas maneiras de interpretar a comunicação, viabilizando a interação entre diferentes tipos de grupos/comunidades de prática²⁶, apresentando conseqüências tanto para a pesquisa quanto para a prática.

Assim, as possibilidades de mudanças das práticas pedagógicas se desenvolvem na sociedade da informação, o que vale ressaltar que, quando um professor se depara com a possibilidade de utilizar os recursos tecnológicos em sua prática docente, não implica

²⁵ Ideia de construção em que a idealização de materiais didáticos informatizados pode ser manifestada na criação de ambientes de aprendizagem que permita e dê suporte à construção de alguma coisa ou ao envolvimento ativo do estudante na realização de uma tarefa.

²⁶ Este conceito é mais bem explicitado na Seção 2, desta pesquisa.

necessariamente descartar todo o caminho percorrido pela linguagem oral e escrita ou entender que o uso do computador resolverá todos os problemas, ou substituirá abordagens metodológicas que não faz uso das tecnologias digitais. E, ampliando um pouco a discussão, entendemos ainda que o professor passa a ter novas formas de se relacionar com seus alunos criando possibilidades de encontros virtuais síncronos e assíncronos que levem o aluno a acessar em tempo integral as informações disponibilizadas em momentos presenciais ou não.

Igualmente, entendemos que os recursos tecnológicos são meios de investigação, interação, articulação e o professor não pode se furtar desse aprendizado quando entende que as tecnologias podem ser aliadas no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Ainda, que o uso da informática, do computador, da Internet, da hipermídia, da multimídia, de ferramentas para a educação a distância – *chats*, grupos ou listas de discussão, correio eletrônico entre outros recursos - podem colaborar substancialmente para tornar o processo de educação mais eficiente e mais dinâmico.

O uso das TIC possibilita, portanto, grandes mudanças na maneira como os materiais educacionais podem ser projetados e utilizados pelos professores em nível básico: Ensino Fundamental e Médio bem como no Superior, e que a tecnologia, como um instrumento mediador no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, permite aos professores do Ensino Médio a experiência de trabalhar com seus alunos, em classe, os conceitos matemáticos de maneira significativa, sem impor memorizações ou técnicas desnecessárias.

Para tanto, o aluno do Ensino Médio poderá compreender a Matemática como uma ciência organizada, percebendo suas aplicações nos vários campos de conhecimento, expandindo um canal de informação visual e simulações, de maneira que o aluno possa ressignificar e constituir conhecimentos, tornando possível representar e interagir com modelos matemáticos, cujo procedimento, no ambiente lápis e papel, torna-se, por vezes, complexa.

A literatura, acima apresentada, mostra algumas das possibilidades e perspectivas da Tecnologia na Educação, mas existem alguns reveses e contratempos na utilização efetiva dos recursos tecnológicos em sala de aula. Referindo-nos, portanto, às dificuldades inerentes ao uso do computador no contexto escolar, vários problemas podem ser destacados. Entre eles, está o tempo e a oportunidade que deve ter o professor (ou futuro professor) para familiarizar-se com as novas tecnologias, incluindo aí os seus limites e as suas possibilidades didático-pedagógicas.

Nesse sentido, Zappa (2013) adverte que os professores devem estar minimamente preparados para falar a linguagem dos estudantes, pois a relação entre professor e alunos,

concernente a formas de ver e compreender as TIC impõe mudanças de conduta no processo educativo, sendo essas associadas a aspectos socioeconômico e cultural, considerando que a forma de se comunicar, aprender e informar encontra-se em ritmo acelerado. Além disso, a disponibilidade de hardware ou *software*, muitas vezes, depende de recursos financeiros, o que pode limitar o acesso da escola às tecnologias mais recentes.

Outro fator apontado por Zappa (2013) refere-se à importância da participação da escola no que concerne à reorganização da distribuição de espaço e tempo, o que vem contribuir com o trabalho do professor na utilização das TIC junto ao seu aluno.

O que devemos refletir, como educadores matemáticos, é a possibilidade de considerar, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, não apenas o sucesso no uso das TIC, mas também as limitações, considerando, também, não ser aceitável conceber o uso da TIC sem a ela conectarmos a figura do professor e a sua formação. E, compreendermos, como afirma Miranda (2007), que os resultados, quando positivos, estão associados ao empenho do professor quanto a adquirir conhecimento e à capacidade de desenvolver atividades criativas e desafiadoras, que explorem de forma significativa as possibilidades proporcionadas pelo uso das TIC.

Nesse contexto, Zappa (2013) infere que o conhecimento não deve ser detido, apesar das limitações e dificuldades enfrentadas pelas escolas no Brasil, e o professor, como “educador do futuro”, adquire o papel de guia, orientador, indicando assuntos e matérias que o aluno deve e pode aprender, orientando o aluno para que esse possa fazer o melhor em sua capacidade.

Afirmações, como a de Zappa (2013), já vêm sendo debatidas há algum tempo por outros pesquisadores, dentre esses Borba e Penteado (2003), Miskulin (2003), os quais entendem que, em sua maior parte, as inovações educacionais conduzem a mudanças significativas na prática docente e que o uso das TIC no ambiente educacional envolve propostas pedagógicas, recursos técnicos, particularidades da disciplina, entre outros.

Podemos articular, portanto, que a prática do professor é dependente de todos esses aspectos e, mesmo que o professor priorize alguns em detrimento de outros, deve ter a consciência que, da sua escolha dependerá “os diferentes caminhos para a organização de aprendizagem e, conseqüentemente, a qualidade desses ambientes” (BORBA; PENTEADO, 2003, p. 56).

Certamente, as TIC situam-se como instrumentos de expressão e raciocínio, estabelecendo-se também como espaço de elaboração e compreensão de ideias, que se desenvolvem em estreita relação com o todo, social e cultural, compreendendo que a

Matemática está integrada à área das ciências da natureza e tecnologia, possuindo um caráter instrumental e histórico mais amplo, além de sua dimensão própria de investigação.

Em nossa pesquisa, o uso de recursos tecnológicos, representados pelos *software* *Winplot* e *GeoGebra*, ambiente *Moodle*, tiveram um papel fundamental como agentes mediadores nas discussões e realização das Atividades de Ensino, pois possibilitaram o compartilhamento de ideias, críticas, sugestões, interação entre os envolvidos e colaboradores quanto a realização das Tarefas Exploratório-investigativas, bem como nos debates acerca das leituras de temas diversos, envolvendo a Educação Matemática, em particular o estudo de Funções.

De toda a discussão acima apresentada, podemos perceber a prática docente do professor, incluída aí a prática docente do professor de Matemática, que é deveras complexa. E o uso da tecnologia, inserida nesse contexto, pode vir a ser uma aliada ou gerar amplas discussões na realização das Atividades escolares, considerando a crença e as motivações do professor; não esquecendo, é claro, que esse faz parte de uma comunidade que abrange a infraestrutura da escola, os alunos e os gestores. Além do que o uso da tecnologia envolve questões sociais, culturais, éticas e políticas.

Sendo assim, é natural conjecturar que os professores em formação inicial e continuada devam ter a oportunidade de conhecimento e reflexão sobre esse aprendizado, que tenham a oportunidade de escolha, para que possam conduzir a sua prática, fazendo uso ou não das TIC.

4.3. A Relevância dos Software Educativos para a Pesquisa no Contexto da Prática Docente do Professor que Ensina Matemática.

Software podem ser definidos resumidamente como um conjunto de programas executados pelo computador. Dentre as formas que podem apresentar um *software*, configuram-se os sistemas operacionais²⁷ e os aplicativos²⁸. Ainda, de forma distinta, mas admitindo elementos dos dois tipos de *software* acima citados, existem os *software* de rede, que possibilitam a comunicação entre os computadores e as linguagens de programação, que “proveem os programadores e desenvolvedores de softwares as ferramentas necessárias para escrever programas” (VENCE, [2013?]).

²⁷ “*Softwares* básicos que controlam o funcionamento físico e lógico do computador”. Retirado de Info Escola. Disponível em <https://blu180.mail.live.com/?fid=flinbox>.

²⁸ *Software* que executam os comandos solicitados pelo usuário. Retirado de Info Escola <https://blu180.mail.live.com/?fid=flinbox>.

Tendo em vista compreensões de alguns estudiosos do assunto, Giraffa (1999), Miskulin (1999), Valente (2000), Jonassen e Carr (2000), entendemos que *software* educativo é um tipo de *software* de sistema aplicativo, direcionado a contextos pedagógicos e que, associado a uma metodologia, busca promover e potencializar os processos de ensino e aprendizagem, possibilitando professores e alunos trabalharem o conhecimento de determinado conteúdos didáticos.

Nesse conjunto, vários são os tipos de *software* direcionados ao ensino da Matemática, dentre esses destacamos os *software* *Winplot* e *GeoGebra*, utilizados em nossa pesquisa para realização das Tarefas Exploratório-investigativas, sendo as Tarefas apresentadas com mais detalhes na Seção 4, referente à Metodologia e Análise desta Pesquisa. Outro ambiente utilizado foi o *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment (Moodle)*, *software* livre, de apoio à aprendizagem.

Em Farias (2007), trabalhamos com o *software* *Winplot* e inferimos que o *software* livre e/ou gratuito, embora não seja uma solução universal, pode contribuir significativamente para a disseminação e uso, em larga escala, de soluções eficientes e de baixo custo para a educação. Hoje temos a nossa disposição, gratuitamente, *software* matemáticos de qualidade como o *Winplot* e o *GeoGebra*. Esses, em nosso julgamento, constituem instrumentos que possibilitam aos professores e alunos estudar os conceitos matemáticos por meio de hipertextos, explorar interfaces com sons, imagens, animações, simular resultados dentro do tema abordado.

Reconhecemos que muitos estudos e projetos relatam sucessos na utilização desses *software* para a viabilização de pesquisas, trabalhos individuais ou colaborativos dentro de salas de aula junto com alunos de vários níveis de Ensino, tais como Farias (2007), Richit (2010), Benites (2012), Instituto GeoGebra do Rio de Janeiro²⁹, EDUMATEC³⁰, entre outros. Entretanto o professor, ao escolher um *software*, mesmo de reconhecimento comprovado por seus pares ou pesquisadores da área, deve ter o cuidado em saber contemporizar o uso da tecnologia com a necessidade e o interesse dos alunos, pois, ‘nem tanto a terra nem tanto o mar’, considerando que o uso da tecnologia sem uma abordagem metodológica adequada pode se tornar enfadonha e improdutiva, da mesma forma que, para muitos, uma aula com uso intensivo de giz, ou outra baseada em discussão de textos, pode também não motivar. “Uma vez que essas tecnologias envolvem muitas vertentes e estão em permanente desenvolvimento, algumas escolhas devem ser feitas” (PONTE; BROCARD; HÉLIA, 2009,

²⁹ Disponível em: <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>. Acesso em: 17 dez. 2014.

³⁰ Disponível em: http://www2.mat.ufmg.br/edumatec/software/soft_funcoes.php.

p.161).

Assim com a intenção de ressaltar a importância do uso de *software* educativos, como um subsídio às aulas do professor de Matemática, ou aquele que ensina Matemática, apresentamos abaixo e de forma breve os ambientes computacionais que usamos com mais empenho no desenvolvimento das Tarefas Exploratório-investigativas inseridas à coleta de dados desta pesquisa.

4.4. Os Softwares *Winplot*, *GeoGebra* e *Moodle*

✓ **O Software WINPLOT** - o *software Winplot* foi desenvolvido pelo professor Richard Parris ("Rick"), da Philips Exeter Academy, por volta de 1985. Escrito em linguagem computacional C, chamava-se PLOT e rodava no antigo DOS; mas, com o lançamento do Windows 3.1, o programa foi rebatizado de *WINPLOT*. Desse modo, “a palavra WIN...PLOT indica que este programa é utilizado para plotar gráficos de funções em Matemática, em um ambiente Windows” (JESUS, 2003, p.1).

Segundo Araújo (2010)³¹, Jesus (2003)³², o *Winplot*³³ é um excelente programa gráfico de domínio público, inteiramente gratuito, podendo ser utilizado por professores do Ensino Fundamental, Médio e Superior e, embora não se possam estabelecer comparações entre *software* de categorias diferentes, é importante ressaltar que o *Winplot* possui muitas vantagens, das quais podem-se destacar algumas como: fácil de usar; capaz de representar diversos tipos de gráficos; capaz de representar qualquer tipo de equação, além de exigir pouco espaço da memória do computador.

Muitos são os recursos desse programa, incluindo várias aplicações para o estudo de Funções. Nesse sentido, permite simular resultados e atividades envolvendo os conceitos de CDI para o estudo da Integral, Limites e Derivadas de Funções, além, é claro, da representação de gráficos em 2D (Bidimensional) e 3D (Tridimensional), ideal para todos os níveis educacionais.

Com as Funções 2D, temos a possibilidade de trabalhar com raízes, combinações entre Funções, rotações, comprimentos de arco, cálculo de volume e área, animação entre outras ferramentas. Na opção 3D, podemos trabalhar integração de Funções, animação, dividir superfícies etc.³⁴ O *Winplot*, em sua nova versão, oferece aos professores a possibilidade de

³¹ Gregos e troianos, disponível em: www.gregosetroianos.mat.br/

³² Visualizando Funções com Auxílio de Tecnologia Computacional, por AdelmoRibeiro de Jesus. http://bruno.cesar.tripod.com/sitebuildercontent/sitebuilderfiles/adelmo_ribeiro_de_jesus.pdf

³³ O *Winplot* pode ser baixado em <http://math.exeter.edu/rparris>, inclusive na versão em português.

³⁴ Considerações retiradas de <http://www.baixaki.com.br/download/winplot.htm>

criar órbitas planetárias para realizar cálculos de objetos no espaço, permitindo a integração entre os conteúdos da Matemática e física, além de permitir personalizar todo o trabalho realizado, alterando cores de fundo, tabelas, fontes, entre várias outras possibilidades.

É necessário ressaltar que a versão do *Winplot* está em português, sendo que este trabalho de tradução resultou da iniciativa e empenho de Professor Adelmo Ribeiro de Jesus³⁵. Posteriormente foram apresentadas versões mais recentes pelo Professor Carlos César de Araújo³⁶ e testada a versão de 15 de fevereiro de 2011 pelo *Softonic*³⁷.

Assim como outros *software* gratuitos, o *Winplot* procura se atualizar, e os seus usuários podem contar com a assistência direta do seu criador, Richard Parris. Alguns pontos positivos na utilização desse *software* são destacados por Araújo (2014) e Santana (2011). São eles:

- Contribui para o desenvolvimento da capacidade de observação e do senso crítico;
- Possibilita a associação de ideias e contribui para evitar simples memorizações;
- Desperta o interesse do usuário, permitindo melhor aprendizagem, favorecendo a construção do conhecimento;
- Permite promover ‘animação’ de gráficos a partir de parâmetros adotados, traça simultaneamente, gráfico de uma família de equações de curvas, considerando determinados parâmetros; Mas algumas limitações são perceptíveis, como não possuir a função ‘desfazer’ para casos em que gráficos são apagados por engano³⁸.

Com todas essas vantagens, o *Winplot* pode ser utilizado no ensino de todos os tipos de funções e facilmente operado por alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Aplicações nas mais diversas áreas da Matemática são possíveis, com uma surpreendente interatividade, como pudemos perceber em nossa pesquisa, na aplicação das Tarefas Exploratório-investigativas, sendo que os professores e alunos, ao utilizar o *Winplot*, foram capazes de modificar coeficientes, deslocar funções, realizar simulações, interagir com *software* utilizando cada comando sem grandes dificuldades.

✓ **O *Software* GEOGEBRA** - o GeoGebra é um *software* gratuito, criado por Markus Hohenwarter. Foi desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Matemática. E, semelhantemente ao *Winplot*, pode ser utilizado como apoio às aulas, nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário).

Nessa perspectiva, o programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos, além de inserir funções e alterar

³⁵ Professor Adjunto da UFBA (aposentado). Professor do Curso de Matemática da Universidade Católica de Salvador e da Faculdade Jorge Amado. Contato no endereço eletrônico (e-mail); adelmo@ufba.br.

³⁶ Contato no endereço eletrônico (e-mail); cca@gregosetroianos.mat.br.

³⁷ Disponível em: <http://winplot.softonic.com.br/>

³⁸ www.diadematematica.com/professores/novas_tecnologias.htm

todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Portanto o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar Funções, e ainda oferecer comandos para se encontrar raízes e pontos extremos de uma Função³⁹.

De acordo com Bortolossi, Rezende e Pesco, coordenadores do Instituto GeoGebra do Rio de Janeiro⁴⁰, o *software* GeoGebra congrega ferramentas relacionadas ao ensino da Geometria com outras mais adequadas à Álgebra e ao Cálculo, todas em um mesmo ambiente visual. Sendo assim, o GeoGebra oferece aos professores e alunos a possibilidade de mobilizar simultaneamente várias representações matemáticas, como tabelas, gráficos, algébrica, numérica de um mesmo objeto matemático, além de abordagem estatística dos problemas relacionados a um dado conteúdo.

A partir da versão 5.0, também é possível trabalhar com Geometria em três dimensões e, diferentemente do *Winplot*, tem a vantagem de ser uma multiplataforma, ou seja, ele pode ser instalado em computadores com *Windows*, *Linux* ou *Mac OS* e recentemente em tablets ainda com algumas limitações.

✓ **O Software MOODLE** – o *Moddle* é um *software* livre (código aberto), de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual e acessível através da Internet ou de rede local e apoia-se no modelo pedagógico do Construtivismo Social⁴¹. Esse *software* foi desenvolvido por Martin Dougiamas e envolveu administradores de sistema, professores, pesquisadores, designers instrucionais, desenvolvedores e programadores.

O *Moodle* é comumente utilizado em um contexto de *e-learning* ou *b-learning*⁴² e uma das suas prerrogativas consiste na permissão e criação de cursos "on-line", páginas de disciplinas, grupos de trabalho e comunidades de aprendizagem, estando disponível em 75 línguas diferentes, o qual conta ainda com 25.000 *websites* registrados, em 175 países⁴³.

Vale ressaltar que *Moodle* foi originado por meio de uma experiência em 1999, sob a forma de comunidade virtual (*Moodle.org*) e tinha como intuito servir de ambiente para a

³⁹ Informações retiradas do <http://pt.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>, a enciclopédia livre. Acesso em: 16 dez. 2014.

⁴⁰ Disponível em <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>. Acesso em: 16 dez. 2014.

⁴¹ Informações retiradas do <http://pt.wikipedia.org/wiki/Moodle>, a enciclopédia livre. Acesso em: 16 dez. 2014.

⁴² Denominado também por ensino eletrônico, o qual corresponde a um modelo de ensino não presencial suportado por tecnologia. O formato *e-learning* configura-se, portanto, em um processo pelo qual o aluno aprende através de conteúdos colocados no computador e/ou Internet, em que o professor, se existir, está a distância, utilizando a Internet como meio de comunicação (síncrono ou assíncrono), podendo existir sessões presenciais intermédias⁴¹ O sistema que inclui aulas presenciais no sistema de *e-learning* recebe o *b-learning*.

⁴³ Informações retiradas do <http://pt.wikipedia.org/wiki/E-learning>, a enciclopédia livre. Acesso em: 16 dez. 2014.

aprendizagem colaborativa. Para tanto, o processo de ensino e aprendizagem acontece de forma que os conteúdos, as ações do professor e dos alunos, o ambiente e seus recursos são direcionados e compartilhados e só tornam-se significativos se contribuírem para a apropriação do conhecimento, onde o professor é o mediador e o aluno aprendiz do processo.

Em nossa pesquisa, o ambiente *Moodle* foi de extrema importância, viabilizando um espaço virtual de aprendizagem, no qual ocorreram as discussões das Atividades de Ensino propostas aos professores, sujeitos da pesquisa. E, corroborando com Miskulin e Piva Júnior (2007), permitiu a troca de informações e experiências entre os professores e pesquisadores donde a forma de tratar os temas apresentou-se de forma compartilhada, promovendo substancialmente uma aprendizagem coletiva. Ou seja, a experiência vivida pelos professores durante todo o desenvolvimento da pesquisa foi extremamente produtiva, onde a criatividade, colaboração e reflexão mediadas pelo uso da tecnologia constituíram-se em pontos relevantes.

Com ênfase, ao trabalhar com os *software Winplot*, GeoGebra e Moodle junto aos professores, durante a coleta de dados da pesquisa, pudemos perceber que as TIC têm, efetivamente, proporcionado rupturas com as formas tradicionais de ensinar e aprender, mudando a nossa concepção de modelo tradicional de ensino, o que envolve o currículo e a prática docente do professor. Esse pensamento é corroborado por diversas pesquisas e estudiosos do assunto. Podemos citar Benites (2012), Richit (2010), Santana (2011), Mendes (2013), entre outros.

Destacamos, nesse contexto, que os *software* acima ressaltados, ao priorizar o paradigma construtivista, proporcionou um ambiente propício à exploração, simulação, colaboração entre os membros do grupo, onde todos puderam interagir, tanto diretamente como de forma periférica, possibilitando aos mesmos a motivação de se tornarem mais independentes em suas ações e produção de conhecimento.

Atentando para essa discussão, faz-se necessário refletir em uma perspectiva mais geral, em que um *software* educativo revela-se particularmente relevante para o propósito educacional, quando esse oferece variadas fontes de informação, além de possibilitar aos aprendizes autonomia, construindo o conhecimento a partir da interação entre si, colegas, professor e metodologias, abrangendo aí o uso das TIC.

Essa perspectiva vai ao encontro do que propõe Vygotsky (1999), citado por Richit (2004), quando afirma que o indivíduo se desenvolve à medida que interage com o meio e com as pessoas ao seu redor. Essa interação caracteriza um movimento dialético entre a

internalização e a externalização de signos e símbolos, os quais sofrem interferência do meio em que atuam.

A relação entre a tecnologia e o aprendizado se dá também por outro conceito chave proposto por Vygotsky (1991), o da mediação, o que determina que toda atividade do sujeito com o mundo é realizada por meio de ferramentas como a linguagem, que traz consigo toda uma simbologia e “conceitos consolidados da cultura ao qual pertence o sujeito” (REVISTA E EDUCAÇÃO, 2012)⁴⁴, bem como ferramentas técnicas. Por exemplo, as ferramentas tecnológicas que potencializam a forma de compreender um dado conteúdo didático.

Vale ainda considerar que a mudança no aprendizado, quando associada à tecnologia, não se dá de imediato e, sendo assim, como afirma Bruner (2004), a intervenção pedagógica é fundamental, de forma que o professor, como mediador desse processo, deve estimular seu aluno a apreender novos conhecimentos, com base em representações e fundamentos já adquiridos em níveis escolares anteriores.

O ensino da Matemática permite ao professor rever os conceitos, sempre em uma nova perspectiva, mobilizando representações matemáticas, aprofundando o conhecimento do aluno. Por exemplo, o conceito de máximos e mínimos, trabalhados no estudo de funções quadráticas, pode ser enriquecido, tendo o apoio de *software* matemático e, através de noções de Cálculo, tendo em vista o conceito de Limite e Derivada de Funções, mas não necessariamente de maneira formal, mas intuitiva, por meio do estudo da equação da reta tangente e coeficiente angular. No Anexo E, Tarefas 1, 2 e 3, apresentamos alguns problemas com os quais objetivamos introduzir intuitivamente o conceito de Limite e Derivada de uma Função. Essas Tarefas têm também como objetivo mobilizar distintas representações matemáticas, inter-relacionando a representação geométrica ao conceito de máximo de uma Função.

No processo de ressignificação dos conteúdos, é necessária orientação e, como afirma Bruner (2004), intencionalidade e direção. Nesse caso, é necessário ao professor responsabilidade na perspectiva de motivar o seu aluno a adquirir confiança, assegurando apoio ao aprendiz, mediante as dificuldades e, como afirma Gagne (1984) e Lemo (2005), citados por Miranda (2007), a vencer obstáculos que se encontram em qualquer processo de aprendizagem.

A colaboração, o compartilhamento de ideias entre os professores também é muito importante, o que envolve as práticas sociais, interação social, ou seja, argumentar, interagir

⁴⁴ <http://professor-zezinho.blogspot.pt/2012/05/vygotsky.html>

com os outros promove ao sujeito o desenvolvimento das estruturas cognitivas, como afirma Miranda (2007).

Por outro lado, mesmo que não seja unânime o fato de que a aprendizagem é mais produtiva em um processo colaborativo, como é relatado em Hopper (2003), a utilização das TIC, de acordo Pedro (2011), Matos (2010), vem dar um grande contributo aos processos de ensino e aprendizagem, incluindo a Matemática, especialmente se o professor estiver envolvido na criação de projetos que abarquem a comunidade escolar, com participação e partilha de objetivos em comum.

Como podemos observar os resultados positivos não advêm pelo simples fato de se utilizar a tecnologia via *hardware*, *software* e Internet, entre outros. É fundamental refletir sobre as mudanças sem desconsiderar a organização dos espaços, currículo, utilização de recursos tecnológicos, de modo que a aprendizagem se torne profícua e significativa.

Na próxima Seção, apresentamos o delineamento da Metodologia e a Análise dos dados da pesquisa, a qual se subdivide em Pré-análise e Articulação dos Resultados.



Seção 4



5. METODOLOGIA DE PESQUISA: PRÉ-ANÁLISE E ARTICULAÇÃO DOS RESULTADOS

A metodologia adotada para esta pesquisa consiste em uma abordagem qualitativa, mediante a observação participante. Esse enfoque revelou-se importante por constituir-se em uma estratégia que não prima apenas pela observação direta, “mas todo um conjunto de técnicas metodológicas (Entrevistas, Consultas e Materiais, entre outros), pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.108).

De acordo com os autores supracitados, outro importante ponto que incide na utilização do processo da observação participante, refere-se à liberdade que tem o pesquisador em adentrar-se no ambiente a ser estudado, a fim de observá-lo e compreender o fenômeno, além de propiciar mudanças em direções que possibilitem a “melhoria de práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.112). A modalidade da observação participante traz também o benefício de integrar a prática investigativa, reflexiva e educativa, compreendendo o planejamento, a ação, a observação, os registros, a sistematização e a interpretação dos dados da pesquisa.

Nessa conjuntura, conforme o encaminhamento dos trabalhos, a metodologia qualitativa, modalidade observação participante, foi se transformando em uma abordagem interpretativa e compartilhada, na medida em que a pesquisadora, a orientadora e outros professores pesquisadores se propuseram a discutir, refletir e elaborar as atividades de um Curso de Extensão, para a coleta de dados desta pesquisa, o qual é apresentado nesta seção.

Quanto à análise desta pesquisa, tomamos como apoio conceitos da teoria de Análise de Conteúdo de Bardin (1977) e Franco (2012). Vale explicitar que essa foi uma escolha baseada nas discussões realizadas em nosso grupo de orientação e no Grupo de Formação de Professores - GFP⁴⁵ - conduzido pelas professoras Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin e Dra. Miriam G. Penteado e, principalmente, por compreendermos que os métodos e procedimentos inerentes a essa teoria possibilitam maior delineamento e sistematização aos dados coletados para esta pesquisa.

Os dados constituíram-se a partir da aplicação de dois procedimentos metodológicos: uma Entrevista (em forma de questionário)⁴⁶ de modalidade semiaberta e um Curso de Extensão *online*, direcionados aos sujeitos da Pesquisa, constituídos por professores de várias regiões do país que ensinam Matemática no Ensino Médio. Segue abaixo um diagrama,

⁴⁵<https://www.rc.unesp.br/igce/pgem/gfp/>.

⁴⁶ O conteúdo e a forma da entrevista, utilizados na pesquisa, encontram-se no Anexo D da pesquisa.

baseado em Bardin (1977), onde direcionamos a escrita dos itens inerentes a esta seção e pelo qual apontamos os procedimentos metodológicos adotados e os passos para o desenvolvimento da análise da pesquisa.



Figura 9: Diagrama – Desenvolvimento da Análise da pesquisa

Fonte: Elaborada pela pesquisadora com base em BARDIN, (1977).

A sistematização dos dados relativos aos procedimentos metodológicos e análise da pesquisa qualifica, na Figura 9 alguns passos, os quais classificam, inicialmente, duas partes iniciais: a **Pré-análise**, que destaca a leitura flutuante, escolha dos documentos e sujeitos da pesquisa e a constituição do *Corpus* da pesquisa. Na **Articulação dos Resultados**, ressaltamos as Unidades de Contexto e as Unidades de Registro, as quais convergem para a Categorização, possibilitando as inferências e as interpretações dos dados.

Nos próximos itens, descrevemos o desenvolvimento e o encadeamento de cada um desses passos, além de interpretarmos as informações obtidas, objetivando tecer a análise dos dados.

5.1 A Pré-análise

Na efetivação da Pré-análise, procedemos, várias vezes, a leitura dos dados obtidos no desenvolvimento do Curso de Extensão e da Entrevista realizada junto aos Professores –

sujeitos da pesquisa. Destacamos que ambos os procedimentos metodológicos serão mais adiante descritos nos Itens 5.1.2.1 a 5.1.2.3 desta seção.

Nessa pesquisa em particular, a leitura flutuante⁴⁷ foi sendo realizada a partir do contato da pesquisadora com os documentos disponibilizados pelos sujeitos da pesquisa, no ambiente computacional *Moodle*, durante o processo da coleta de dados, sendo ao final realizada a organização e sistematização da análise, baseada no diálogo dos dados práticos da pesquisa com conceitos do referencial teórico da pesquisa - Teoria da Atividade (TA) e Comunidades de Prática (CoP).

A partir da leitura flutuante, demos início a uma primeira inferência, através da qual destacamos as Unidades de Contexto e as Unidades de Registro, traduzidas por Temas (T), os quais possibilitaram a emergência das Categorias de análise. Esses termos serão abaixo definidos e explicitados com mais acuidade a partir do Item 5.2 desta seção.

Constituição dos Documentos e Sujeitos da Pesquisa

Tendo em vista o diagrama da Figura 9, a constituição dos procedimentos metodológicos da coleta de dados foi definida a partir da realização de dois Cursos de Extensão, um primeiro direcionado aos alunos em nível de EM (3º Ano) e um segundo aos professores que ensinam Matemática no EM, além de uma Entrevista, realizada com os professores.

O primeiro Curso de Extensão oferecido aos alunos teve como objetivo obter subsídios metodológicos para a elaboração e realização do Curso de Extensão que em seguida seria oferecido aos professores. Assim, o primeiro Curso foi realizado junto aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio, de uma escola pública de Rio Claro, intitulado: *Introdução de Conceitos de Cálculo no Ensino Médio: uma abordagem didático-pedagógica mediada pelas Tecnologias da Informação e Comunicação, em uma perspectiva histórico-cultural*⁴⁸.

O segundo Curso, intitulado: *Cálculo no contexto do Ensino Médio mediado pelo uso dos softwares Winplot e GeoGebra: uma conversa com os professores de Matemática*⁴⁹, oferecido aos professores teve como docentes responsáveis as Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin e Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado e, como principal mediadora, a doutoranda Profa. Ms. Maria Margarete do Rosário Farias.

⁴⁷ Segundo Bardin (1977), a leitura flutuante tem como inspiração a atitude de um psicanalista, cujo processo vai se tornando mais preciso a partir das observações, conjecturas realizadas e pressuposições, de acordo com a teoria adotada sobre o material de estudo.

⁴⁸ Proposta do Curso_anexo A.

⁴⁹ Proposta do Curso_anexo C.

Abaixo apresentamos a dinâmica do primeiro Curso de Extensão, direcionado aos alunos e, a seguir, as ações constituídas no Curso de Extensão, ministrado junto aos professores - sujeitos da pesquisa. No Item 5.1.2.1, relatamos os diálogos e as discussões realizadas durante o segundo Curso de Extensão, por meio dos encontros síncronos e assíncronos. Em seguida, no Item 5.1.2.2, descrevemos as Tarefas Exploratório-investigativas e, finalmente, no Item 5.1.2.3, as Entrevistas.

Nesse processo, realizamos simultaneamente a Leitura Flutuante das partes constituintes da plataforma *Moodle* – Fórum de Discussão e *Chats* e Entrevistas pelo *Google Drive*⁵⁰, destacando as Unidades de Contexto, Unidades de Registro e, posteriormente, constituídas e apresentadas as Categorias de análise.

Curso de Extensão dos Alunos

O Curso de Extensão, oferecido aos alunos⁵¹ no período de abril a junho do ano de 2013 de uma escola pública de Rio Claro, foi composto por encontros presenciais, nos quais discutimos alguns textos relacionados ao conteúdo matemático - Função, além da aplicação de Tarefas Exploratório-investigativas. Essas ações objetivaram trabalhar o conceito de Função, introduzindo noções de Cálculo Diferencial e Integral, dentre os conteúdos comumente estudados pelos alunos no Ensino Médio, sendo assim, buscamos trabalhar os conceitos e propriedades de Funções, em uma perspectiva dinâmica e significativa tendo como apoio os softwares *Winplot* e *GeoGebra* como instrumentos de mediação e interação com os conteúdos trabalhados no Curso.

Vale ressaltar que as Tarefas Exploratório-investigativas que foram primeiramente apresentadas aos alunos durante a vigência do Curso oferecido a esses, foram apresentadas posteriormente aos professores durante a realização do segundo Curso de Extensão (*online*), respeitando o mesmo formato e ideias gerais, salvo algumas correções necessárias, visto a aplicação junto aos alunos. É importante ainda destacar que o Curso de Extensão com os alunos se mostrou fundamental por levantar subsídios metodológicos para a elaboração e aplicação das Atividades de Ensino junto aos professores no segundo Curso de Extensão. Sendo assim, a proposta das Atividades pautou-se na reflexão, análise, discussão,

⁵⁰ *Google Drive* é um serviço de armazenamento e sincronização de arquivos. *Google Drive* abriga agora o *Google Docs*, um leque de aplicações de produtividade, que oferece a edição de documentos, folhas de cálculo, apresentações, e muito mais. O *Google Drive* é considerado uma "evolução natural" do *GoogleDocs*.

⁵¹ Os alunos são apresentados nesta pesquisa por codinomes, por opções dos sujeitos pesquisados e concordância da pesquisadora, respeitando, portanto, a ética que compõe a pesquisa.

compartilhamento de ideias e concepções sobre leituras e uso das TIC. Sobre este aspecto, detalharemos mais adiante, na parte que trata do Curso de Extensão dos professores.

Em relação ao Curso oferecido aos alunos, importantes aspectos podem ser destacados, os quais foram considerados frente às discussões realizadas no Curso de Extensão com os professores. Dentre esses aspectos, notamos que os alunos não tiveram dificuldades em utilizar os *software Winplot* e GeoGebra para a realização das Tarefas Exploratório- Investigativas, ressaltamos ainda que os alunos preferiram usar o GeoGebra, devido às potencialidades didático-pedagógicas do *software*, como construir gráficos, reunir recursos de Álgebra, Geometria e Cálculo, além de possuir a vantagem didática de apresentar simultaneamente duas ou mais representações diferentes de um mesmo objeto matemático.

Em relação à dinâmica metodológica adotada no Curso, ressaltamos que a relação entre os alunos e as pesquisadoras na função de mediadoras das discussões, relativa à aplicação das Tarefas Exploratório-Investigativas, começou de uma forma tímida. No início, discutimos alguns textos e revisamos alguns conceitos relativos à Função. Entretanto, quando começamos a introduzir noções de Cálculo, foi notória a mudança no interesse dos alunos, o que nos fez conjecturar que talvez tivesse sido interessante iniciar o Curso já adotando tal conteúdo, mas não deixando de abordar os conteúdos do Pré-Cálculo. Nesse sentido, compreendemos que poderíamos associar dentro de um mesmo tema de estudo os conceitos que são trabalhados na escola do Ensino Médio, ampliando o horizonte de conceitos, sem necessariamente distinguir Pré-Cálculo e as noções de Cálculo.

Além disso, vale notar que houve uma evolução ao longo dos encontros em relação aos conteúdos discutidos em classe e que o uso dos *software Winplot* e GeoGebra contribuiu no processo de compreensão do conceito de transformação de Funções e conteúdos relativos ao conceito de Limite e Derivada de Funções de uma variável. Enfatizamos ainda que, ao final do Curso de Extensão, os alunos já apresentavam domínio dos principais recursos e comandos do *software* GeoGebra e *Winplot*, utilizados para o desenvolvimento das Tarefas, bem como salientaram que utilizarão os mesmos, como formas de potencializar futuramente os seus estudos.

As dificuldades encontradas consistiram em encontrar um Laboratório disponível na escola; pois, embora houvesse sete laboratórios de Informática, esses eram muito disputados pelos professores da escola escolhida para o desenvolvimento de parte da coleta de dados desta pesquisa. Isso, por se tratar de uma escola que comporta vários cursos técnicos. Sobre este aspecto, é interessante relatar que, mesmo havendo essa disputa, ela não se refletia no uso dos laboratórios para o ensino da Matemática.

Outra dificuldade sobreveio da não disponibilidade dos alunos, de forma que, apesar de vinte (20) inscritos, só foi possível selecionar dez (10) alunos. Os demais não podiam comparecer às aulas no dia escolhido pela maioria. Por fim, sentimos dificuldade em apresentar todo o conteúdo, inicialmente previsto, fato registrado pelos alunos ao avaliar o Curso, quando afirmaram o interesse em ter realizado alguma atividade envolvendo o conceito de Integral de Funções. Essa era uma proposta do Cronograma, mas tivemos que restringir os assuntos até Derivada de Funções, pois, como já informado, os alunos não tinham muita disponibilidade de tempo, logo não foi possível estender o Curso até agosto do ano de 2013. Muitos já tinham compromissos escolares, anteriormente, agendados.

Ao término do Curso, solicitamos que avaliassem⁵² o nosso trabalho, informando se a metodologia adotada, as discussões e as Atividades realizadas atenderam às suas expectativas; e, ainda, se contribuíram para uma compreensão reflexiva do conceito de Função, como base para o estudo do Cálculo Diferencial e Integral.

As inferências dos alunos quanto ao Curso de Extensão revelou que todos, sem exceção, nunca haviam estudado conceitos matemáticos na perspectiva da introdução dos conceitos de Cálculo, no Ensino Médio. Dois alunos comentaram que esse foi um dos principais motivos que os fizeram participar do Curso. Outro já tinha estudado esses conceitos em um curso particular, mas nunca em uma classe do Ensino Médio.

Em termos de compreensão dos conteúdos estudados, os alunos concluíram que não sentiram dificuldade, mesmo sendo para alguns um assunto totalmente novo. O conceito de Função já lhes era familiar, a maneira como foi discutido os assuntos e as inter-relações entre esses foi interessante e o uso dos *software* GeoGebra e *Winplot* contribuiu muito para a compreensão das propriedades do conceito e a facilidade na realização dos cálculos. Entretanto alguns dos alunos participantes manifestaram que gostariam de ter explorado mais profundamente aplicações da Matemática, assim como gostariam de ter estudado conceitos de Integral de Função e um pouco mais de conceitos de Geometria Analítica.

Ao inquirirmos se os conteúdos discutidos no Curso favoreceram a proposta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio, percebemos que as respostas dos alunos sinalizaram afirmativamente, mediante algumas observações. Dentre essas, que seria mais interessante e pertinente introduzirmos noções de Cálculo já no primeiro ano do Ensino Médio (2º. semestre), pois esse período é quando se começa efetivamente a estudar o conceito

⁵²Roteiro da Entrevista – Anexo D.

de Função. Essa proposta não foi unânime, pois boa parte dos alunos recomendou a introdução de noções de Cálculo a partir do segundo ano do Ensino Médio ou no terceiro; pois, segundo eles, os conceitos básicos já foram estudados nos anos anteriores. Houve ainda quem afirmasse ser interessante a introdução desses conteúdos apenas para os que vão seguir a carreira de Exatas. Um dos participantes sugeriu introduzir conteúdos de Cálculo em uma matéria extracurricular, opcional, pois, mesmo o conteúdo sendo interessante, o Ensino Médio exige maior dedicação e matérias específicas.

Em relação ao uso dos *software*, os alunos concordam que ajudaram muito na compreensão dos conceitos de Função e noções de Cálculo e ainda, salientaram o aspecto visualização como fundamental na inter-relação entre as representações algébrica, gráfica, tabular e geométrica trabalhadas nas Tarefas Exploratório-investigativas.

Em geral, a opinião dos alunos sobre a importância e o uso da tecnologia como ferramenta didático-pedagógica para o ensino e aprendizagem da Matemática foi bastante positiva, como podemos constatar mediante os comentários de alguns dos participantes da pesquisa.

Tabela 1 – Concepções dos Alunos quanto ao uso das Tecnologias Digitais

NB - Eu acho que a ideia é muito boa, mas tem que ser utilizada de um jeito muito atrativo, senão os alunos, de modo geral, não vão usar, aí não faz sentido ter a plataforma (referindo-se ao ambiente *Moodle*).

LM - Eu acho que de forma geral os alunos sentem falta de ver mais de perto as aplicações da Matemática ou Física no dia a dia em sala de aula. Muitas vezes, só vemos conceitos, ver a aplicação faz com que aprender seja mais atrativo, mesmo para aqueles que não gostam de exatas. Então, sim, apoio totalmente a implementação de tecnologia em sala. Muito útil e prática.

BJ - Acredito que seja importante para o entendimento de algumas matérias, no entanto vejo como a melhor ferramenta a lousa e o giz.

MF - O uso da tecnologia ajudou na visualização dos conceitos, descontraíu a aula, tornando-a muito mais agradável.

MP - O uso da tecnologia facilitou muito o entendimento do conteúdo e também o compartilhamento do mesmo, dinamizando mais as aulas. Assim, as tecnologias tiveram uma participação positiva.

MC - Acho um modo interessante de estudo, pois (referindo-se ao ambiente *Moodle*) consegue unir diversas ferramentas para a compreensão de diversos assuntos e, além disso, possibilita maior interação entre aluno e professor.

GR - A tecnologia facilita a compreensão do conteúdo.

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Em termos percentuais, a avaliação do Curso realizada pelos alunos nos permitiu perceber que, para 80% deles, o Curso foi Ótimo. Os 20% restantes avaliaram como Bom.

Quanto às expectativas relativas à dinâmica e ao método utilizado na abordagem dos assuntos, 80% afirmaram que o Curso superou o esperado, enquanto que 20% consideraram que atendeu plenamente. Em relação às aulas ministradas e ao conteúdo estudado, os alunos avaliaram como Ótimo e Bom e, com certeza, recomendariam o curso a outros alunos.

Segue abaixo os comentários e sugestões de alguns alunos quanto à metodologia adotada no Curso.

Tabela 2 – Percepções dos Alunos quanto à Metodologia adotada no Curso de Extensão

NB - O curso foi muito bom e aprendi várias coisas novas.
LM – O curso foi muito bom, aprendi e aprimorei conteúdos. Facilitou muitos conteúdos que eu achava difícil, além de explorarmos as tecnologias.
MC - O curso me ajudou a entender melhor o “mundo” das Funções. Foi muito bem exposto o conteúdo.
BJ - Poderíamos ter aprendido a parte de integrais.
MF – Acredito que o curso superou o esperado, contudo eu gostaria de muito de ter mais aulas, podendo assim aprender integração.
MP – O curso superou o esperado, pois além dos conteúdos programados a professora conseguiu estender para conteúdos que irão cair no vestibular.
GR – O curso poderia apresentar maior número de exercícios.

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Pelo exposto, consideramos que o trabalho desenvolvido, junto aos alunos, alcançou resultados animadores no sentido de propiciar a todos refletirem sobre a ideia de expandir os conceitos comumente trabalhados no Ensino Médio, bem como de revisitarem conceitos já estudados. Atentamos ainda que na maior parte do tempo, os alunos apresentaram engajamento e interação durante os encontros quanto à realização das tarefas exploratório-investigativas, sendo essas mediadas pelos *software Winplot* e *GeoGebra*.

Ao final do Curso de Extensão, acima apresentado, observamos que o objetivo foi alcançado no sentido de nos permitir um maior esclarecimento sobre a problemática da pesquisa e, principalmente, como subsídios metodológicos para o detalhamento e a elaboração do segundo Curso de Extensão, junto aos professores que ensinam Matemática no Ensino Médio.

Viabilizando O Curso de Extensão dos Professores e a Escolha dos Sujeitos da Pesquisa

Para a concretização do segundo Curso de Extensão, foram tomadas as seguintes medidas administrativas: envio da proposta de realização do Curso *online* ao Departamento de Matemática, da UNESP de Rio Claro e um ofício ao CEAPLA⁵³, solicitando acesso ao ambiente *Moodle*.

A partir da aprovação da proposta de viabilização do Curso, demos início a uma ampla

⁵³ O Centro de Análise e Planejamento Ambiental (CEAPLA) foi criado em 1989 e se constitui numa unidade auxiliar do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da UNESP - *Campus* de Rio Claro. Insere-se no domínio institucional interessado em estudar, avaliar e oferecer subsídios ao planejamento de gestão de problemas ambientais de ordem setorial e/ou de abrangência regional integrada, tendo como base a competência de pesquisadores e de técnicos especializados, usando tecnologias no setor de geoprocessamento, sensoriamento remoto e cartografia.

divulgação pelas listas do PGEM⁵⁴, SBEM⁵⁵, PROFMAT⁵⁶ e pelo *facebook*⁵⁷ da pesquisadora desta pesquisa, além do contato direto, realizado junto a pesquisadores de diversas universidades. Nesse sentido, a resposta em relação ao interesse dos pretensos candidatos foi rápida, de modo que, ao decorrer de três dias, mais de cento e cinquenta (150) pessoas já haviam se inscrito no Curso. Em termos populares, podemos dizer que “a notícia correu igual rastilho de pólvora”. De fato, foram tantos os inscritos que, em menos de uma semana, fizemos uma nova divulgação nas listas externas e locais acima enunciadas, informando o encerramento das inscrições.

Diante de tantos interessados, tínhamos agora um problema a resolver - a escolha dos candidatos. Devemos acrescentar que tivemos muito trabalho para efetivar a seleção daqueles que fariam jus ao certificado, expedido pela Pró-Reitoria de Extensão – PROEX – UNESP de Rio Claro. No início pensamos em trabalhar apenas com vinte (20) participantes, contudo, devido à grande procura, estendemos a nossa perspectiva para mais dez (10) participantes por considerarmos possíveis desistências. Muitos que confirmam participação acabam não comparecendo já no início do Curso e, como queríamos a participação de no mínimo vinte (20) candidatos, tentamos nos assegurar quanto a esta nossa exigência.

Com as inscrições em “mãos”, a seleção dos candidatos priorizou aqueles que se apresentaram como professor, que ensinavam Matemática e atuavam no Ensino Médio ou ainda àqueles professores universitários que informaram explicitamente trabalharem na formação inicial ou continuada, atuando na Licenciatura em Matemática.

Tendo em vista as prioridades de escolha, iniciamos a leitura das Fichas de Inscrições, que foram realizadas através do *Google Drive* e, através desse procedimento realizamos a seleção dos concorrentes, atividade que nos tomou um tempo considerável, pois tínhamos muito bons candidatos. Entretanto, a fim de otimizar o trabalho, fizemos inicialmente uma pré-seleção, elegendo cento e vinte e seis (126) dos duzentos e trinta (230) inscritos, sendo que a escolha final baseou-se fundamentalmente no interesse e justificativa relatados pelos já pré-selecionados.

Nessa conjuntura e por acharmos pertinente conhecermos melhor o público interessado, realizamos na pré-seleção uma análise inicial das Fichas de Inscrição, cujos

⁵⁴ Lista entre docentes e discentes do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP/Rio Claro-SP.

⁵⁵ Lista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática que integra pós-graduandos, professores de nível básico e médio, pesquisadores e professores universitários.

⁵⁶ Lista dos Professores de Matemática que integra principalmente pós-graduandos e também professores de nível médio e superior, bem como pesquisadores.

⁵⁷ Site de serviço de rede social mais utilizada em todo o mundo por usuários ativos mensais (Informação retirada do Wikipedia). Disponibilizada em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Facebook>.

dados verificados nos mostraram que a faixa etária dos candidatos variava entre dezoito (18) a sessenta e três (63) anos, sendo esses oriundos de todas as regiões do país, havendo também o interesse de uma candidata de outro país.

Em ordem decrescente, a análise percentual de inscritos quantificou 35%, advindos do Sudeste, com maior número para o estado do Rio de Janeiro. O Nordeste totalizou 32,2%, onde o estado da Bahia sobressaiu com 22% das inscrições. Região Sul com 12%, dando maior destaque ao estado do Paraná. Região Centro Oeste com 2% do total e, finalmente, a região Norte, totalizando 1,3% do total. Nesse cálculo estão inseridos, ainda, 0,3% do total para candidatos advindos de outro país e 15% dos candidatos que não informaram o estado onde residiam. Vide Figura 10.

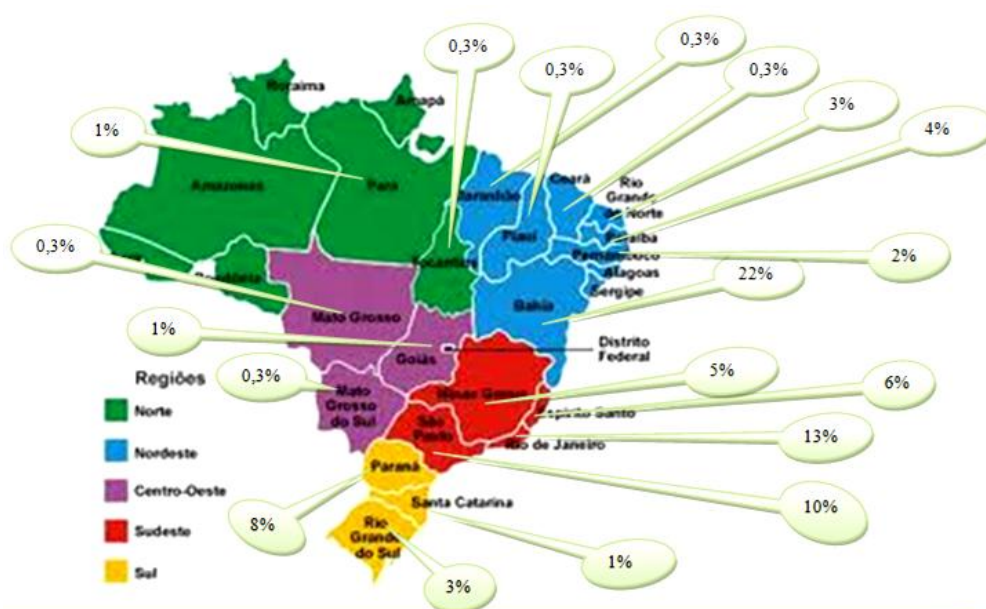


Figura 10: Inscrições por Estado e Região do País.

Fonte: < <https://adesivosdecorativos.wordpress.com/2009/01/09/adesivo-mapa-do-brasil-detalhado> >.

Em relação à formação acadêmica dos candidatos, observamos que 70% fizeram Graduação em Licenciatura e 8% em Bacharelado na área de Matemática. Notamos ainda que os professores já formados e futuros professores, ou ainda aqueles com formação acadêmica de áreas afins ou da área de humanas, demonstraram empenho em estar participando do Curso. Nesse contexto, destacamos também aqueles candidatos que não puderam ou não quiseram informar qualquer habilitação em curso superior, como mostrado na Tabela abaixo.

Tabela 3 – Formação Acadêmica dos Candidatos a Sujeitos da Pesquisa

Curso	Nº de Candidatos	Valor Percentual
M(L) – Licenciatura em Matemática	182	70%
Licenciatura em Geografia	2	1%
Filosofia, Ciências e Letras	1	0,3%
Habilitação em Eletricidade	2	1%
Letras com Inglês	2	1%

Sistema de Informação(Bacharelado)	1	0,3%
Ciências Contábeis	4	2%
Computação	1	0,3%
Ciências Militares	1	0,3%
Ciências - Habilitação em Matemática	6	2%
M(Bacharelado)	20	8%
Análise de Sistemas	1	0,3%
Física (Licenciatura)	3	1%
Química (Bacharelado)	1	0,3%
Ciências Econômicas	1	0,3%
Ciências Biológicas	1	0,3%
Pedagogia	4	2%
Serviço Social (Bacharelado)	0	0,3%
Química Industrial	1	0,3%
Engenharia de Telecomunicação	1	0,3%
Administração de Empresas	2	1%
Matemática com ênfase em Computação	1	0,3%
Tecnologia em processamento de dados	2	1%
Engenharia de produção eletrônica	1	0,3%
Processamento de dados	0	0,3%
Não Informado	19	7%

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Considerando ainda a formação dos candidatos, foi solicitado aos mesmos que informassem se estavam cursando ou tinham concluído algum curso de Pós-graduação. As respostas indicaram que um total de 89% deles possuía Mestrado em áreas direcionadas para a Educação, Exatas em Matemática ou Educação Matemática, enquanto que 11% concluíram ou ainda estavam concluindo o Doutorado, incidindo em maior porcentagem para as áreas direcionadas à Matemática, Educação, ou Educação Matemática.

Prosseguindo na apreciação dos dados relativos às inscrições, notamos com alguma surpresa, sendo essa bastante positiva, que 49% dos candidatos usavam ou já utilizaram algum tipo de tecnologia em sala de aula, isso por supormos inicialmente que grande maioria dos professores não teriam em sua prática o hábito de utilizar a tecnologia como ferramenta educacional. O interessante é que a grande parte dos inscritos possuía familiaridade com os *software Winplot* e *GeoGebra*, enquanto que apenas 6% afirmaram não conhecer nenhum dos *software* que seriam trabalhados no Curso.

Vale explicitar que a principal motivação para a participação da maioria dos candidatos no curso se deu pela possibilidade de ampliar seu conhecimento sobre o uso da tecnologia em sala de aula; pois, dentre as justificativas apresentadas, 34% afirmaram estar interessados em aprender mais sobre um dado *software*, 22% dos inscritos procuravam empreender melhor suas aulas usando as tecnologias, enquanto que 19% tinham como objetivo o aperfeiçoamento pessoal. Outro ponto determinante para 16% dos candidatos realizarem suas inscrições consistiu na ideia proposta pelo título do Curso em introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio.

Outros aspectos de interesses, citados pelos inscritos, mesmo que em menor proporção, estão ilustrados abaixo, na Tabela 4. As motivações apresentadas consistiram na proposta de compartilhar ideias junto aos colegas de profissão; pela participação dos professores que mediarão os encontros no *Moodle* e ainda na possibilidade de estarem discutindo sobre o uso da tecnologia para alunos com necessidades especiais. Estes dois últimos motivos apresentados não constam como perspectiva para o nosso Curso, mas foi interessante notar que em relação ao último motivo abaixo apresentado na Tabela 4, o perfil do professor tem mudado, considerando todo o contexto da escola.

Tabela 4 – Motivação dos Professores que ensinam Matemática em participar do Curso de Extensão

Motivação do Candidato	Nº de Candidatos	Valor Percentual
Introdução de Cálculo no Ensino Médio	93	16%
Uso da Tecnologia	193	34%
Professores convidados	5	1%
Implementar as aulas	127	22%
Compartilhamento de ideias	42	7%
Aperfeiçoamento pessoal	110	19%
Tecnologia para alunos com necessidades especiais	2	0,3%

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Realizada, portanto, a escolha dos trinta (30) candidatos, tendo em vista aspectos e condições acima mencionados, apresentamos abaixo, na Tabela 5, os vinte e dois (22) Professores Participantes que, efetivamente ou com alguma frequência, participaram do Curso, sendo esses caracterizados ao longo do texto pela sigla PP.

Nesse contexto, descrevemos um breve perfil e justificativa de cada um dos professores selecionados, destacando em **negrito** as motivações dos PP (como já previamente delineados de forma mais geral na Tabela 4) em se inscreverem e suas expectativas em relação ao Curso. Essas considerações revelaram-se também de grande importância para a pré-análise da pesquisa.

Definimos também, na Tabela 5, a relação de codinomes associados a cada Professor Participante (PP) denotados por AS, AN, CP, CA, DS, JV, DM, DG, ES, FS, HS, JV, LV, LS, LB, MA, NM, PF, RC, RE, RA, AS. O objetivo de apresentar em incógnita a identidade dos professores participantes consiste primeiramente em manter a ética associada à pesquisa, e, em particular, por acharmos interessante transcrever as concepções dos sujeitos da pesquisa, na sua forma original, sem correções ou alterações de texto (salvo erros graves de escrita ou vícios de linguagem). No entanto os nomes dos professores convidados e professores responsáveis pelo Curso estão explicitamente apresentados na Tabela 6.

Tabela 5 – Perfil dos Professores Participantes – Sujeitos da Pesquisa

Codinome	Perfil	Justificativa em participar do Curso
AS	Tinha 28 anos. Licenciado em Matemática. Pós-graduação <i>Latu sensu</i> em Educação Matemática. Residente da cidade do Rio de Janeiro – RJ.	“Ultimamente as escolas (particulares e públicas) têm investido em recursos visuais, como Projetores, quadros interativos e lousas eletrônicas. Já utilizo os dois softwares em sala de aula e tenho boas experiências com o uso dessa ferramenta em minhas aulas no ensino Fundamental e Médio, não só no uso das Funções, como também na geometria e em outros assuntos. Gostaria de intensificar meus conhecimentos sobre os dois softwares”. [<u>Aperfeiçoamento Pessoal</u>]
AN	Tinha 31 anos. Possui Licenciatura em Matemática. Especialização em Educação Matemática. Residente em Salvador-BA.	“Eu gostaria de participar deste curso, pois tenho interesse em discutir elementos de Cálculo (noção intuitiva de Limites e Derivadas no ponto) utilizando argumentos geométricos. Os softwares mencionados, <i>Winplot</i> e <i>Geogebra</i>, poderiam auxiliar-me bastante tanto na compreensão quanto na transposição (Descontextualização e Recontextualização) para os estudantes. Dessa forma, seria uma importante ferramenta para a aprendizagem da Matemática”. <u>Interesse em trabalhar com noções de CDI no Ensino Médio/ Aperfeiçoamento pessoal/ Uso da Tecnologia em sala de aula.</u>
CP	Tinha 33 anos. Possui Licenciatura Plena em Matemática. Mestranda em Ensino de Matemática. Concluiu: Doutorado em Orientação Educacional. Residente em Santa Cruz do Sul, RS.	“Tenho interesse, pois trabalho com os dois softwares, e também quero trabalhar com Funções e noções de cálculo, aprender a utilizar melhor os softwares, e aprender coisas novas”. <u>Interesse em trabalhar com noções de CDI no Ensino Médio/Aperfeiçoamento pessoal/Uso da Tecnologia em sala de aula.</u>
CA	Tinha 54 anos. Licenciada em Matemática. Especialização em Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Residente em Guarulhos-SP.	“Meu interesse é de aperfeiçoar o que já conheço sobre os dois softwares, pois o tema da minha monografia na Especialização foi O Uso do <i>Winplot</i> no Ensino de Funções Polinomiais do 1º e 2º graus. E atualmente no colégio que leciono trabalho com O <i>Geogebra</i> no Ensino fundamental utilizando sua parte geométrica e no Médio trabalhando com Funções. Gostaria de aprender a utilizar melhor esses softwares, pois o que sei usar foi através de cursos rápido e por interesse próprio. Considero que são dois recursos muito bons para auxiliar na sala de aula”. [<u>Aperfeiçoamento pessoal</u>]
DS	Tinha 25 anos. Licenciada em Matemática. Concluindo Mestrado em Educação. Residente em Araxá – MG	“Tenho interesse em participar deste Curso de Extensão, pois gosto muito de realizar aulas com o <i>GeoGebra</i>. Já tenho algumas experiências com o software para o estudo de Funções com alunos do primeiro ano do ensino médio, mas acredito que poderia melhorar minhas aulas com este curso, a partir das discussões com outros professores compartilhando experiências. Agora estou dando aula também para os segundos anos de ensino médio e no plano de curso do mesmo, temos a introdução ao cálculo, portanto gostaria de utilizar também algum software mas ainda não possuo

		conhecimento do software <i>Winplot</i>. Assim, espero com este curso aprender sobre um novo software, compartilhar experiências e discutir sobre o ensino de Funções para contribuir com a minha prática e poder também contribuir com os colegas a partir das minhas experiências”. <u>Implementar a tecnologia nas aulas de matemática/ Compartilhamento de ideias.</u>
JV	Tinha 34 anos. Possui Licenciatura Plena em Matemática. Especialização em Educação para Relações Étnico-raciais. Residente em Belém-PA.	“Acredito que aprimorar o uso dos softwares no ensino da Matemática será de muito valia, no ensinamento, pois nos dias atuais os alunos necessitam de variedades e tecnologias que possam melhorar o aprendizado”. <u>Implementar a tecnologia nas aulas de matemática</u>
DM	Tinha 62 anos. Possui Bacharelado e Licenciatura em Matemática. Especialização em Metodologia de Ensino da Matemática: materiais virtuais didáticos interativos. Residente em São José dos Pinhais -PR.	“Já apliquei em sala de aula com o GeoGebra a Função do 1 grau, tanto no 9º. ano como no 1º. Ano do Ensino Médio. Necessito obter mais experiência nessa aplicação. Já ensinei Limite, Derivada e integrais num curso técnico em Asunción, Paraguay por 2 anos. Nesse caso não utilizei GeoGebra”. <u>Interesse em trabalhar com noções de CDI no Ensino Médio/Aperfeiçoamento pessoal/ Uso da Tecnologia em sala de aula.</u>
DG	Tinha 63 anos. Possui graduação em Engenharia de produção eletrônica, graduação em Engenharia de Segurança e Licenciatura em Matemática. Especialização em Matemática - EAD e Pós-graduação em uso das NTIS na Informática na Educação. Residente em Setor Central Gurupi – TO.	“Desde 1998 venho realizando pesquisas sobre o uso do Excel no Ensino médio, pois na época praticamente não existia material sobre o mesmo na <i>Net</i>, e até hoje venho pesquisando sua utilização. Pesquisei também o uso do Slogro gráfico no ensino da Matemática. Já trabalhei com o Modellus 2.5, durante 2 anos. Desde 2006 venho pesquisando o uso do <i>Winplot</i> no Ensino da Matemática a nível do ensino Médio e a partir de 2001 descobri o GeoGebra e venho pesquisando muito sobre o uso desse aplicativo. Os dois aplicativos são utilíssimos no ensino da Matemática, porém percebi que o GeoGebra leva uma certa vantagem por incluir a geometria e seus comandos serem mais simples, o que facilita para os professores o seu uso. Porém os dois são de grande valia para a aprendizagem Matemática, sendo que o <i>Winplot</i> se presta mais para a elaboração de gráficos”. <u>Compartilhar de ideias</u>
ES	Tinha 44 anos. Possui licenciatura em Matemática. Mestrado em Matemática. Doutorado em Educação Matemática. Residente em Itabuna – Ba.	“[...] vejo como essencial importância esse curso, pois [vou agir como um multiplicador desse trabalho com professores que atuam no Ensino Médio], bem como os futuros professores. Gostaria de ressaltar que caso existam atividades que necessitem de aplicação em sala de aula, será totalmente possível, pois tenho acesso as salas de aulas de alunos que já atuam, além de manter parceria com escolas da Educação Básica da Região onde atuamos. Certo em contar com a compreensão de todos, agradeço antecipadamente”.
FS	Tinha 46 anos. Possui Licenciatura em Matemática. Mestrado em Educação, na linha de Educação a Distância. Doutorado em Educação,	“Trabalho com o 1º ano do Ensino Médio exatamente sobre Funções, e nossa escola tem o programa UCA (Um computador por aluno) e eu

	na linha de Educação a Distância. Residente em Porto Alegre- RS.	poderia aplicar o que aprender no curso com meus alunos. Todos os UCAS dos meus alunos estão com o Geogebra instalado. Além disso temos laboratório de informática que eu posso utilizar com eles também”. <u>[Uso da Tecnologia em sala de aula.]</u>
HS	Tinha 32 anos. Possui Licenciatura em Matemática. Mestrado em Matemática. Residente em Rolândia- PR.	“Aqui no estado do Paraná as ideias de Limite, Derivada e Integral não são abordadas no Ensino Médio, logo o meu interesse é descobrir como poder propor questões que abordem esses temas e que sejam apropriadas para este nível de ensino. Utilizo o GeoGebra para trabalhar as Funções trigonométricas e suas variações”. <u>[Interesse em trabalhar com noções de CDI no Ensino Médio]</u>
JV	Idade não informada. Possui Licenciatura em Matemática e Ciências. Mestrado em Matemática. Aluno Especial - Modelagem Climática. Residente em Manaus – AM.	“A minha dissertação de mestrado foi sobre Funções hiperbólicas com utilização do software Geogebra atuando na EaD como tutor presencial em Matemática utilizando recursos das Tecnologias Digitais - <i>Winplot</i>”. <u>[Aperfeiçoamento pessoal]</u>
LV	Tinha 28 anos. Possui Licenciatura em Matemática. Mestrado em Educação. Reside atualmente em Ponta Grossa – PR.	“Tenho grande interesse em participar do curso, pois atuo como professora de Matemática em um colégio que trabalha com as tecnologias, principalmente no Ensino Médio. Cada aluno no Ensino Médio possui um notebook e as salas são equipadas com lousas digitais. Como comecei a trabalhar no colégio esse ano, não estou preparada para trabalhar com os softwares <i>Winplot</i> e <i>Geogebra</i>”. <u>[Aperfeiçoamento pessoal/Uso da Tecnologia em sala de aula.]</u>
LS	Tinha 24 anos. Possui Licenciatura em Matemática. Concluindo Mestrado em Ensino da Matemática. Residente do Rio de Janeiro -RJ.	“A proposta do curso indica um assunto que é central no ensino médio, mas também no fundamental. A tecnologia é suporte para o ensino do conteúdo e, a respeito disso, já fiz o curso da UNIJUÍ, chamado Materiais Virtuais Interativos e Aplicativos Úteis para o Ensino da Matemática na Educação Básica em Janeiro/ 2011. Além deste curso, apresentei comunicações sobre o uso da tecnologia no Ensino, a saber: A Tecnologia e a Robótica na Educação Matemática. In: I Colóquio de Matemática da Região Nordeste, 2011, Sergipe. O uso de ferramentas computacionais na educação Matemática. In: VIII Encontro Sul Fluminense de Educação Matemática, 2010, Rio de Janeiro. Fórum de Dúvidas em um Ambiente Virtual de Aprendizagem – Espaço de Interação e Colaboração. In: XXXIII Jornada Giulio Massarani de Iniciação Científica, Artística e Cultural, 2011, Rio de Janeiro. Participei da elaboração e aplicação de uma oficina no Programa Jovens Talentos IM - UFRJ, onde reproduzimos o método de Arquimedes com o apoio do Software GeoGebra, atividade inclusa em minha Monografia de final de curso. A experiência, portanto, confirma que a tecnologia serve de apoio ao ensino. Muitas vezes iniciei o estudo de Funções com os meus alunos utilizando o GeoGebra, mas de forma completamente

		intuitiva. Minha expectativa é que o curso promova caminhos para que eu possa organizar esse suporte ao ensino de Funções e que eu possa expandir os meus conhecimentos a cerca dos programas e de sua forma de ensino”. <u>[Interesse em trabalhar com noções de CDI no Ensino Médio/Compartilhamento de ideias.]</u>
LB	Idade não informada. Licenciada em Matemática. Pós-graduada em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática. Residente em Pirassununga – SP.	“Como sou pós-graduada em Tecnologias em Matemática, acredito que a utilização dos softwares de Geometria Dinâmica, favorece na construção do aprendizado Integralmente, pois estamos em todo momento da construção da situação de aprendizagem interagindo com o mesmo, por isso nomeamos este tipo de aprendizagem como Construcionista, pois sempre procuro levar aos meus alunos a importância da Matemática para a vida, e como as novas tecnologias estão atuando junto a disciplina, que muitos consideram difícil e engessada. Portanto o quanto pudermos desmistificar essa imagem negativa que muitos têm das disciplinas exatas, formaremos não apenas alunos aptos a prestar vestibulares, mas sim formaremos cidadãos capazes Integralmente para enfrentar situações-problema de qualquer ordem”. <u>[Compartilhamento de ideias]</u>
MA	Tinha 61 anos. Possui Licenciatura em Matemática. Especialização em Supervisão Escolar e Orientação Educacional. Mestrado em Educação e Ensino. Residente em Monteiro - PB.	“Meu interesse em participar do Curso de Extensão é ampliar os conhecimentos e interagir com as novas tecnologias, pois hoje é de suma importância que o professor tenha conhecimentos básicos para se trabalhar na sala de aula com o aluno, utilizando aulas práticas de Geogebra, pois já utilizo algumas ferramentas de informática nas aulas de Matemática, tornando-as mais atrativas”. <u>[Aperfeiçoamento pessoal/Uso da Tecnologia em sala de aula.]</u>
NM	Tinha 49 anos. Possui Bacharelado e Licenciatura em Matemática. Mestrado profissionalizante em Ensino das Ciências na Educação Básica. Residente em Duque de Caxias-RJ.	“Em 1995 participei de um projeto na USP - Universidade de São Paulo no Departamento de Física sob a coordenação do professor Claudio Zamitti Mammama, a proposta era bastante inovadora e audaciosa para época, trabalhar com alunos no ensino médio os conteúdos: geometria analítica e números complexos, com a utilização de um software utilizando apenas a interpretação geométrica, participaram do projeto durante seis meses em uma escola de Campinas o resultado não foi animador, Mesmo com fracasso, essa nova abordagem do ensino dos Números Complexos com essa nova abordagem, me causou um enorme interesse e grande inquietação para que o mesmo fosse aplicado nas minhas aulas, e desde então passei a usar, O desejo de realizar esse curso é motivado pela certeza da qualidade das aulas pelos idealizadores do projeto e a possibilidade de aprender mais sobre o Software GeoGebra. Ferramenta hoje frequente em minhas aulas”. <u>[Interesse em trabalhar com noções de CDI no Ensino Médio/Aperfeiçoamento pessoal/Uso da Tecnologia em sala de aula.]</u>

PF	Tinha 40 anos. Possui Licenciatura Plena em Matemática. Residente Mesquita-RJ.	“Venho atuando nos primeiros anos do ensino médio da rede estadual, e verifico grande dificuldade dos alunos em compreender e relacionar os gráficos de Funções. Ainda não utilizei os softwares desse curso em sala de aula, devido também a turmas superlotadas na rede estadual, estive pesquisando como desenvolver <i>Applets</i> e propor atividades em um <i>Blog</i> , esse curso me motiva a criar atividades via plataforma <i>Moodle</i> também”.
RC	Tinha 50 anos. Possui Licenciatura em Matemática. Mestrado em Educação. Residente em Campo Grande Mato Grosso do Sul.	“O meu interesse em participar é o aperfeiçoamento pessoal, a fim de repassar aos meus alunos cada vez de forma mais clara os conceitos matemáticos. Utilizo o Geogebra nas minhas aulas”. <u>[Aperfeiçoamento pessoal/Uso da Tecnologia em sala de aula.]</u>
RE	Idade não informada. Possui Licenciatura Plena em Matemática. Mestrado em Educação Matemática. Doutoranda no PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional. Residente em Londrina – PR.	“Meu interesse consiste em aperfeiçoar meu conhecimento no uso do software, porque meu projeto de PDE é no Ensino Médio com o uso do software GeoGebra”. <u>[Aperfeiçoamento pessoal/Uso da Tecnologia em sala de aula.]</u>
RA	Tinha 41 anos. Possui Licenciatura em Ciências - Habilitação em Matemática. Pós Graduação em Matemática para Professores do Ensino Fundamental e Médio. Residente em Limeira – SP.	“Leciono no Ensino Médio, e no 1º ano do EM, trabalha-se bastante o conteúdo Função. Acredito que o curso irá me proporcionar capacitação para trabalhar com meus alunos utilizando recursos diferenciados, como o uso da tecnologia em sala de aula”. <u>[Uso da Tecnologia em sala de aula.]</u>
AS	Tinha 46 anos. Possui Licenciatura Plena em Ciências - Habilitação em Matemática. Residente em Porto Alegre, RS.	“Tenho interesse em me atualizar, já que trabalho desde 2000 com 1º ano do médio, faço algumas atualizações, mas essa nunca tive a oportunidade, conheço o Geogebra e o <i>Winplot</i> , porém tenho dificuldades de usá-los na minha prática de sala de aula”. <u>[Interesse em trabalhar com noções de CDI no Ensino Médio/Aperfeiçoamento pessoal/Uso da Tecnologia em sala de aula.]</u>

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Tabela 6 – Nomes e Codinomes dos professores convidados e responsáveis - Curso de Extensão

Codiname	Nome dos Professores Convidados e Responsáveis pelo Curso de Extensão
MP	Professor Mediador Principal – Margarete Farias - Doutoranda - UNESP/RC
MR1	Professor Responsável – Profª. Dra. Miriam G. Penteado - Docente da UNESP/RC
RR2	Professor Responsável – Profª. Dra. Rosana G. S. Miskulin - Docente da UNESP/RC
AC1	Professor Convidado e Mediador – Andriceli Richit - Doutoranda/UNESP/RC
BC2	Professor Convidado e Mediador – Beatriz D’Ambrósio - Docente/Miami University/EUA
MC3	Professor Convidado e Mediador – Márcio Urel - Doutorando/UNESP/RC
LC4	Professor Convidado e Mediador – Luciano Duarte - Doutorando/UNESP/RC
HC5	Professor Convidado e Mediador – Humberto Bortolossi - Docente/UFRJ

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Acrescendo as informações acima colocadas, informamos que o Curso oferecido aos professores teve o apoio do ambiente *Moodle* com referência à realização das Atividades de

Ensino e da ferramenta *Google Drive*, para a realização das Entrevistas direcionadas aos sujeitos da pesquisa, além da coleta de dados relativos às Fichas de Inscrições dos candidatos ao Curso.

Em relação à dinâmica metodológica, foram promovidas discussões nos *Chats* e Fóruns de Discussão (ferramentas síncrona e assíncrona, respectivamente, constituintes do ambiente *Moodle*), relativas às leituras de textos, aplicação e realização de Tarefas Exploratório-Investigativas, mediante uso dos *software* matemáticos *Winplot* e *GeoGebra*. Outro procedimento metodológico utilizado nesta pesquisa foi a Entrevista (em forma de Questionário via ambiente *Moodle*) de modalidade semiaberta, realizada ao final do Curso de Extensão, junto aos PP.

É importante ainda salientar que, dos vinte e dois (22) participantes que efetivamente ou com alguma frequência participaram do Curso, tivemos uma média de dezesseis (16) professores que participaram efetivamente durante todos os encontros previstos pelo Cronograma, sendo que, no primeiro dia, compareceram vinte e dois (22) dos trinta (30) selecionados, permanecendo ao final um número de quinze (15) participantes. Como já explicitado esses professores residiam em vários estados do país, o que enriqueceu em termos enormemente os debates realizados nos encontros, considerando os aspectos sócio-econômico e cultural.

Descrição e Interpretação Inferencial dos dados da Pesquisa

A partir dos próximos itens, relatamos as ações constituídas quanto à efetivação da coleta de dados desta pesquisa⁵⁸. Sendo assim, começamos por descrever a interação durante os encontros síncronos e assíncronos, sendo esses baseados nos diálogos e nas discussões realizadas no segundo Curso de Extensão oferecido aos professores. A seguir, descrevemos as Tarefas Exploratório-Investigativas (disponibilizada no *Moodle*) e, finalmente, a Entrevista (em forma de questionário) de modalidade semiaberta realizada junto aos Professores Participantes.

Explicitamos ainda que os registros dos diálogos nos Encontros síncronos e assíncronos entre os Professores Participantes (PP), Mediadora Principal (MP), Professores Convidados (PC) e Professores Responsáveis (PR) não seguem necessariamente uma linearidade nos debates e estão descritas em sua forma original, podendo conter erros de redação.

⁵⁸ Ressaltamos que os dados coletados nos dois Cursos de Extensão encontram-se nos Anexos A a F, em DVD-R.

Outro ponto a enfatizar consiste em distinguir o termo Professores Convidados do termo Professores Responsáveis. O primeiro traduz o professor que foi convidado a mediar algum encontro durante a vigência do Curso, o segundo consiste no professor que, além de mediar, administrou o Curso, mas todos considerados efetivos colaboradores na realização do Curso de Extensão *online*. Destacamos também que a colaboração dos professores convidados, assim como dos professores responsáveis, foi de grande importância no processo da coleta de dados, pois trouxe relevantes contribuições às discussões propostas no Curso de Extensão, além de promover orientação e momentos de reflexões relativas à própria pesquisa.

A seguir, apresentamos em pormenores os passos realizados quanto à descrição e interpretação inferencial dos dados da pesquisa.

Curso de Extensão - Os Encontros Online Síncronos e Assíncronos

Para a realização do Curso de Extensão *online* foram propostos e concretizados nove (9) encontros semanais através do ambiente *Moodle*, entre os meses de agosto, setembro e outubro de 2013. Esses encontros foram realizados sempre as quintas-feiras, com duração de duas horas, tendo início às 20:00hs e término às 22:00hs (horário de Brasília)⁵⁹. Conforme os objetivos do Curso de Extensão⁶⁰ é possível ressaltar que, no desenvolvimento da parte prática da pesquisa, as interações *online*, as mediações dos PP junto aos Professores Convidados (PC), Mediadora Responsável (MP) e Professores Responsáveis (PR), a proposta do Curso de Extensão, além da produção socialmente compartilhada de textos de todos os envolvidos, foram consideradas como fundamentais no processo de descrição e análise dos dados desta pesquisa.

A dinâmica dos encontros consistiu em discussões síncronas (em tempo real) e assíncronas (não em tempo real) por meio da ferramenta *Chat* e Fórum de Discussão. A cada encontro evidenciamos uma Atividade de Ensino – Composta por Leituras e Discussões de Textos sobre Educação Matemática e Tecnologia e apreciação e análise das Tarefas Exploratório-Investigativas, pelos Professores Participantes – Sujeitos da Pesquisa.

As leituras e discussões envolveram os participantes do Curso – PC, PR e os PP. As leituras contemplaram tópicos de discussão referentes aos processos de ensinar e aprender Matemática, uso da Tecnologia em sala de aula, entre outros. Discutimos também com os PP as Tarefas Exploratório-Investigativas, mediante uso dos *software Winplot* e GeoGebra, as

⁵⁹ Vide no Anexo C a proposta do Curso de Extensão.

⁶⁰ Contribuir com a formação e prática do professor no processo de ensinar e aprender Matemática, mais especificamente, discutir possibilidades em introduzir noções de Cálculo infinitesimal no contexto do Ensino Médio de forma integrada e orientada pela perspectiva histórico-cultural na qual estão ligados os temas em estudo mediante uso das TIC.

quais foram trabalhadas com os alunos, no primeiro Curso de Extensão, com o objetivo de evidenciarmos, nessa interação, as opiniões dos professores em relação às potencialidades didático-pedagógicas das Tarefas Exploratório-investigativas envolvendo conceitos matemáticos como Função e Limite e Derivada de uma Função.

O espaço constituído no ambiente *Moodle* configurou-se, portanto, em um canal de comunicação e discussão, tendo em vista a colaboração da maioria dos participantes envolvidos. Nesse sentido, o objetivo de compartilhamento de experiências, dúvidas, anseios, relativos à prática do professor, utilização das TIC, em particular o uso dos *software* GeoGebra e *Winplot* e, em especial, a ideia de introduzir noções de Cálculo, no âmbito das aulas de professores que ensinam Matemática no Ensino Médio, foram contempladas, se considerarmos as ricas discussões decorridas durante os encontros realizados.



Figura 11: Espaço do Curso no Ambiente Moodle

Fonte: Disponível em: <<http://ceapla3.rc.unesp.br/educacaocontinuada/course/view.php?id=5>>

Discussão – Primeiro Encontro (Chat 1)

No Primeiro encontro, discutimos a leitura de alguns capítulos do livro de Ciro Braga (2006), intitulado: *Função - A Alma do Ensino da Matemática*. Esta leitura teve como objetivo questionar o papel desempenhado pelo conceito de Função dentre os conteúdos do Ensino Médio. Além disso, discutimos junto aos PP a relevância do conceito de Função, como ideia norteadora para introdução de noções de CDI com o apoio e utilização das TIC.

Mediante as discussões realizadas pelos PP no ambiente *Moodle*, destacam-se os Temas⁶¹ como explicitados logo abaixo, na Tabela 7; São esses:

- T1 – Conformidades e desacordos entre os conteúdos do Ensino Médio e da Educação Superior;
- T2 – Aspectos didáticos;
- T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativas aos processos de aprendizagem da matemática;
- T4 – Importância do pensamento funcional;
- T5 – Importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função quando mediados pela TIC ou em um ambiente não tecnologicamente digital;
- T6 – Abordagem Intuitiva dos conceitos de CDI;
- T7 – Contextualização e interdisciplinaridade mediante o estudo de Função no Ensino Médio;
- T8 – Motivação e Interesse dos professores quanto ao emprego de abordagens diferenciadas no processo de ensinar Matemática no Ensino Médio;
- T9 – Aspectos Pedagógicos;
- T10 – Inter-relação entre os conceitos matemáticos;
- T11 – Autonomia do professor *versus* orientações determinadas pelo Currículo do Ensino Médio;
- T12 – Implicações das avaliações externas quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática;
- T13 – As TIC como aliadas na introdução de CDI no Ensino Médio;
- T14 – A importância de perceber a ideias do Infinito e Infinitésimo em nível de Básico e Secundário e como se apropriar desse conceito a fim de introduzir noções de CDI no secundário;
- T15 – O Estudo de Função como elemento mediador para a abstração dos conceitos matemáticos;
- T16 – Tecnicismo no Ensino da Matemática;
- T17 – Qualidade *versus* quantidade no Ensino da Matemática em nível do Ensino Médio;
- T18 – Dificuldades relacionadas à prática do professor, relativas aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática;
- T19 - Estratégias de raciocínio e investigação na resolução dos problemas matemáticos;
- T20 – A Importância de realizar parcerias na prática docente;
- T21 – O Aspecto dinâmico e investigativo para o estudo de Função mediante uso das TIC ou em um ambiente papel e lápis;
- T22 – O Uso do Livro Didático e suas implicações para o ensino da Matemática no Ensino Médio;
- T23 – Sistematização dos conceitos matemáticos/Base para séries e conteúdos mais avançados;
- T24 – A Importância do uso de *Software* matemáticos para o estudo de Função e resolução de problemas matemáticos;
- T25 – Uso das TIC em situações cotidianas e suas implicações para a escola em nível de Ensino Básico e Ensino Médio;
- T26 – Dificuldades e soluções propostas pelo professor ao usar as TIC em sua prática;
- T27 – Representações matemáticas;
- T28 – Potencialidades e Contribuições do *Winplot* e *GeoGebra* para o ensino da Matemática;
- T29 – O uso da tecnologia, promovendo mudança de postura do professor quanto a sua prática docente;
- T32 – A Relação entre Professor Aluno, quanto à motivação e ao processo de ensinar e aprender Matemática;
- T33 – A importância da abordagem histórica para o ensino da Matemática, em particular para o ensino de Funções.

É possível perceber que dentre os 31(trinta e um) Temas que mais se destacaram nesse encontro, originados a partir da leitura e interpretação das unidades de contexto, alguns se apresentam mais recorrentes que outros, o que nos leva a compreender que nessa primeira conversa mediada pelo ambiente *Moodle*, alguns dos temas trazem mais preocupação aos PP do que outros,

⁶¹ Os Temas não seguem uma lógica numérica sucessiva, pois a partir da leitura flutuante e determinação dos Temas tendo em vista as Unidades de Contexto, foi realizada pela pesquisadora uma releitura mais aprofundada determinando assim os Temas que mais se destacaram representando a essência dos Encontros.

Uma primeira questão direciona-se à concepção de que os conceitos matemáticos, inerentes ao estudo da Álgebra, Geometria Analítica, exploração de gráficos deveriam ser comumente relacionados, quando tratado o conceito de Função. Outra importante questão abordada pelos professores relaciona-se à ideia de infinito, como um fator conflituoso no processo de trabalhar os conceitos de Cálculo no Ensino Médio.

A importância de se mobilizar várias representações Matemáticas como elemento integrador dos conceitos estudados em nível de Ensino Fundamental e Médio e a relevância dessa abordagem nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, também foram evidenciadas.

Em relação à questão da contextualização, os Professores Participantes, entendem que trabalhar o conceito de Função por meio de situações do dia a dia é uma alternativa que, por experiência, revela ser a mais significativa para os alunos. Para grande parte dos PP, o tema Função encontra-se relacionado à linguagem matemática e às várias formas de representar matematicamente o conceito. No entanto, para alguns desses professores, a contextualização dos conceitos matemáticos é muito mais que encontrar aplicações práticas para o ensino da Matemática. Segundo os PP, os alunos precisam experimentar estratégias baseadas em raciocínios lógicos e dedutivos ao associar os problemas a contextos do dia a dia.

A interdisciplinaridade também foi mencionada no primeiro *Chat* como um fator importante para o estudo de Funções. Segundo Fazenda (1991), a obtenção de uma postura interdisciplinar pelo professor evidencia-se não apenas na forma como ela é exercida, mas na forma como é empreendida na sua formação, nas perguntas, dúvidas e na contribuição desses questionamentos nos processos de ensinar e aprender.

Nesse contexto, o compromisso mútuo e compartilhamento de ideias entre os professores de uma mesma escola ou ainda colegas de profissão é fundamental. Notamos também, nas discussões deste primeiro encontro, a preocupação de alguns professores participantes no sentido de se sentirem responsáveis em relação aos livros e à metodologia adotados frente aos conteúdos que devem ser trabalhados em sala de aula com seus alunos.

Os professores participantes também apresentaram preocupação quanto ao cumprimento do currículo, a quantidade de aulas frente ao conteúdo que deve ser trabalhado no Ensino Médio, a importância do livro didático e como tratar esse conteúdo qualitativamente dentro do tempo exigido a cada ano letivo.

Na discussão do *Chat* 1, a concepção da maioria dos Professores Participantes em relação ao uso das TIC é positiva, pois para esses a tecnologia constitui-se em uma ferramenta poderosa, possibilitando ao educador tratar o conceito de Função partindo de uma ideia

intuitiva, além de valorizar aspectos como a visualização, investigação, explorando as ideias de forma dinâmica e significativa. No entanto alguns reiteram que é importante que o professor, em sua prática docente, compreenda que, embora a tecnologia se constitua em um importante instrumento para o processo educativo, não se configura em solução para os problemas que envolvem os processos de ensino e aprendizagem da Matemática,

O aspecto filosófico e histórico também se mostrou importante e significativo nos processos de ensinar e aprender Matemática. Para os Professores Participantes a abordagem histórica constitui-se em um excelente recurso, pois os alunos precisam compreender que o conhecimento matemático tem sido estabelecido e construído com o objetivo de facilitar a vida na sociedade⁶². De acordo com as informações do Somatematica⁶³, por volta dos séc. IX e VIII A.C, os babilônios e os egípcios utilizavam a Álgebra e a Geometria, mas apenas para suas necessidades práticas, não determinadas ainda como uma ciência organizada. Além de compreender os caminhos tomados para a construção da ciência matemática, para os Professores Participantes, a história da Matemática traz a possibilidade de os alunos perceberem outros pontos de vistas de como apreender a disciplina Matemática de forma mais contextualizada e interdisciplinar.

Na Tabela 7, apresentamos o contexto das discussões realizadas com os Professores Participantes no primeiro encontro, do qual foram gerados os Temas acima explicitados:

Tabela 7 – Tópicos de Discussão do Chat 1

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
LB	<u>A discussão é sempre a mesma, contextualizar as situações Matemáticas na educação básica, mas na superior a abstração vem como uma avalanche.</u>	T1
AS	<u>Diz que: o "ver" o abstrato é a grande dificuldade dos alunos. A Função nos possibilita a chegar a situações palpáveis ao aluno.</u>	T15
ES	<u>Compreende que dentre os pontos mais importantes o texto aborda a questão do ensino da matemática de maneira integrada e não apenas em blocos ou focos de conteúdos separados.</u>	T10
ES	<u>Sobre a fala da @ES, a M1 corrobora ser um ponto relevante, enfatizando que no "Brasil temos um ensino bastante tecnicista em termos de Matemática, muito arraigado em métodos, fórmulas, mas sem de fato construir o conceito no aluno".</u>	T16
PF	<u>Trabalho com alunos do 1o ano do EM (Ensino Médio), e eles não estão preparados, não têm o costume de pensar, estabelecer relações.</u>	T10
LS	<u>Eu creio que o ensino ainda ignora razões que determinaram o surgimento do conceito de Funções. Cito alguns: análise de fenômenos, descrição de regularidades, interpretação de interdependências e a generalização.</u>	T4
LS	<u>O ensino foca muito em Função como a própria expressão analítica.</u>	T4
DS	<u>Onde trabalho, noções de Cálculo estão no currículo do segundo ano de ensino médio.</u>	T11
CA	<u>Referente a introdução de cálculo no ensino médio, selecionei alguns livros que abordam o assunto, ao final do 3º ano, mas nos PCNs, diz que não é conteúdo obrigatório, mas pode ser trabalhado juntamente com a ideia de taxa de variação.</u>	T4
DS	<u>Eu leciono no 1º ano estudo de Funções e no 2º ano introdução ao cálculo. Por isso estou neste curso, pq sempre procuro usar o Geogebra para isso. Mas ainda tenho</u>	T23

⁶²Informação retirada de <http://thamycaytano.blogspot.pt/>. Acesso em: 20 dez. 2014.

⁶³ <http://www.somatematica.com.br/historia/seculoix.php>. Acesso em: 20 dez. 2014.

	<u>dificuldade em elaborar um bom roteiro de aula.</u>	
WL	<u>Há muitos anos aqui no estado do Pará foi retirada do programa do vestibular a introdução ao cálculo diferencial e Integral, dessa forma, os alunos que chegam ao 1º ano de qualquer curso na área de exatas, têm muita dificuldade para assimilar tal conteúdo.</u>	T4
DS	<u>Eu leciono em uma escola técnica... Em um CEFET e nas disciplinas técnicas eles precisam de cálculo. Tenho trabalhado as noções de Limite, Derivada de forma intuitiva e formal.</u>	T6
CA	<u>Acredito que devemos começar desde o ensino fundamental a trabalhar com estas relações de dependências.</u>	T4
DM	<u>Sim é possível o cálculo, desde que a Matemática do fundamental seja reformulada.</u>	T11
DS	<u>Concordo plenamente que pode iniciar o trabalho de cálculo de maneira intuitiva no ensino médio.</u>	T6
AS	<u>@MP acho que a Geo analítica deveria ser dada ainda no fundamental. Não com o mesmo conteúdo, mas uma preparação. Fazer o aluno do 2º ano ver que a Geo Analítica é nada mais que estudo da Função, faz com que o aluno se aproxime com a matéria. Crie conexão entre os assuntos.</u>	T4/T10
ES	<u>O trabalho intuitivo no ensino médio facilitaria o trabalho na Educação Superior.</u>	T6
CR	<u>Precisamos colocar questões que permitam ao aluno responder questões do tipo: "o que acontece com a Função quando x se aproxima do zero". [T4].</u>	T4
DG	<u>Pessoal um ponto que acho crítico é que a maioria dos professores de 5 ao 9 no não procuram fazer a interação dos conteúdos com o do ensino médio e isto atrapalha demais [T10]. Pude comprovar isto, há 3 anos quando lecionei em uma sala de 1 ano e pedi para que os alunos montassem aplicações do teorema de tales no ensino médio Funções.</u>	T10
NM	<u>O Cálculo pode ser ensinado no ensino médio se de alguma forma, ser útil aos educandos, auxiliando.</u>	T10
PF	<u>@ES mas o aluno tem que ser preparado desde o início de sua vida escolar...achei muito interessante as ideias de Klein.</u>	T2
ES	<u>No texto percebo claramente que a ideia de Klein era trabalhar com cálculo infinitesimal desde o ensino médio, mas o foco maior é explorar ou facilitar a compreensão do conceito de Função fazendo essa interlocução entre os níveis de ensino.</u>	T10
CA	<u>Acredito que a ideia de infinito para o estudante no ensino médio é muito abstrato e chega a Educação Superior não entendem nada sobre noção de Limites.</u>	T14/T15
DG	<u>Na cinemática isto é evidente ao se trabalhar os gráficos do movimento e deixar de lado o ao de que faz sobre a curva vai representar uma Integral.</u>	T10
ES	<u>@MP a questão é que o cálculo infinitesimal não permeia o ensino médio. Não permear o EM é realmente não ser trabalhado e quando chegamos ao Ens. Superior vem a ideia do infinitesimal e cria uma distância entre os dois níveis.</u>	T1/T14
LS	<u>O cálculo infinitesimal exige muitos pré.</u>	T14
AS	<u>Concordando com a @CA, conforme já tinha falado anteriormente, a abstração é algo que o aluno tem dificuldade em captar.</u>	T3/T15
CR	<u>@ES, penso que é explorar com o objetivo de compreender conceitos mais avançados do cálculo.</u>	T6/T15
DS	<u>Exato @ES e por isso quando o aluno chega na universidade tem um grande estranhamento com o cálculo I.</u>	T1
WL	<u>Quero perguntar a todos, por que estão tão preocupados com o cálculo no ensino médio se nem mesmo os nossos alunos dominam a geometria euclidiana?</u>	T5
EF	<u>O conteúdo no ensino superior é abstrato e aí está a grande dificuldade.</u>	T1
ES	<u>@MP, além disso, as Funções são em sua base as mesmas, só que no Ens. Superior vamos abrir para a questão dos infinitésimos.</u>	T14
DS	<u>Daí o grande número de reprovação em cálculo I na universidade.</u>	T14
CA	<u>@MP a ideia de Limites tender ao infinito... Para o estudante é muito difícil, acredito que trabalhar com vários conceitos seria um bom começo para entender a ideia. Vários conceitos não, vários exemplos para entender o conceito.</u>	T14
ES	<u>Se essas ideias não fossem "escondidas" no Ens. Médio talvez os resultados no Ens. Superior fossem melhores, ou seja, partindo de uma ideia intuitiva e o software para ajudar nesse trabalho.</u>	T1/T6/T13
DS	<u>Outro problema que vejo no ensino superior é a metodologia... No ensino médio o aluno pode ter um ensino contextualizado, mas chega na universidade a grande maioria dos professores utiliza a metodologia tecnicista.</u>	T1
LB	<u>A discussão é sempre a mesma, contextualizar as situações Matemáticas na</u>	T1

	<u>educação básica, mas na superior a abstração vem como uma avalanche.</u>	
WL	<u>Falar de ensino superior dentro do cálculo é outro nó, pois muitos mestres continuam agindo com os alunos, como se eles fossem apenas depósitos de conhecimento. Seria muito interessante avaliar a maneira como é ensinado cálculo no 3º grau.</u>	T1/T9
HS	Nossa... Fiquei um pouco perdido nas discussões... Mas estou muito curioso em saber como fazer para colocar as ideias de cálculo no ensino médio...	T20
DS	Os meus alunos viam Funções como apenas "x" ... Fórmula, tabela e gráfico.	T16
ES	<u>O conceito de Função possibilita essa integração de diferentes conceitos numa mesma situação.</u>	T4/T10
FS	<u>Os meus alunos priorizam o "como se faz" e não o "compreender".</u>	T3
AS	Como se faz é o que importa para ele... Logo o aluno abstrai o modo de pensar.	T4
DM	Para eles o raciocinar é perder tempo.	T4
M1	Penso que esse raciocinar é perder tempo para eles por que eles não "usam" a ideia de Função.	T4
AS	Acredito que o trabalho base do 9º ano seja muito importante para o ensino Médio.	T4
M1	Eu acredito que não deva existir uma série própria para que determinado conceito deva ser trabalhado.	T4
CA	As primeiras ideias de Funções trabalho no 9º ano, com muitas atividades focando situações diárias.	T4
DM	<u>Os temas divorciados uns dos outros nos levam a sempre repassar o que já viram em séries anteriores.</u>	T23
LS	Por estes pontos não serem trabalhados desde o início, o ensino de Funções, ao meu ver é colocado como essa transposição para a linguagem Matemática... Que muitos aqui estão dizendo que os alunos possuem dificuldades.	T4
LS	<u>@DG, razões e proporções são parceiros do estudo de Funções. Não precisa se restringir apenas ao teo de tales.</u>	T4
CA	Como o @AS coloca, começa no ensino fundamental.	T4
LS	Eu vejo muitos livros/apostilas/aulas com uma ausência enorme das ideias de dependência ou variação... Que são itens para que se construa o conceito de Função. Acredito que aquilo que eu disse são pré.	T22
CA	<u>Não vejo um conteúdo como gavetas separadas.</u>	T10
LS	Não acho que deveria ser assim. É muito plausível o professor que dialoga com o conteúdo.	T19
AS	Após a demonstração e o grande uso das equações e expressões algébricas, o aluno do nono ano tem a habilidade para da perceber da melhor forma a Função. <u>No ensino Fundamental, 9 ano, teremos tempo para incluir a Função de maneira prática, afinal o meu aluno já tem a base necessária pra aprendizagem da Função. Vejo que é nesse momento que o aluno está sensível a esse tipo de abordagem.</u>	T4
CR	<u>Será que nossas aulas estão fazendo com que os alunos construam Matemática e estabeleçam essas relações? Nesse momento, cogito que os alunos não veem conexão em quase nada, tudo parece ser independente e muita coisa para não faz sentido para o aluno.</u>	T3/T10
LB	<u>As narrativas nas aulas de Matemática são de extrema importância para a construção do conhecimento.</u>	T27
CR	<u>@LB os alunos perdem isso e não sei onde e chegam no ensino médio sem pensamento abstrato.</u>	T15
LS	<u>@CR vc acha que o nosso ensino prioriza esta abstração?</u>	T15
CR	<u>@LS acho que sim e muitas vezes priorizamos os cálculos.</u>	T15
AS	<u>@MP esse problemas existem aos montes! O CEDERJ no RJ, fez um material muito bom, de reforço escolar, onde são abordadas diferentes representações em uma só situação. Cada aula tem um tema. é interessante.</u>	T15
DS	<u>Agora levo situações práticas e tentamos resolver por meio de Funções.</u>	T7
CA	<u>Quando trabalho o estudo das Funções, procuro relacionar situações diárias, mas mesmo assim os estudantes têm dificuldade, em expressar através de números e letras.</u>	T3/T7
ES	Infere que <u>há uma distancia grande entre a Matemática de hoje e a realidade dos alunos.</u>	T7
DO	Concorda que é verdade, a Matemática é vista sem contextualização, entre outras palavras, "a Matemática é de outro mundo".	T7
LV	<u>Acredito que a construção do conceito de Funções por meio de situações do dia a dia é uma alternativa que, por experiência, revela ser a mais significativa para os</u>	T7

	alunos...	
CA	Concordo @LV, procurar a partir disso inserir o assunto Funções.	T7
LB	<u>Tudo que colocamos na prática fica muito mais fácil de compreender, e com a Matemática não é diferente</u> Mas, <u>infelizmente tenho aluno no 6º ano que apenas utiliza a prática, e não sabe calcular abstratamente.</u>	T7/T3
NM	<u>Função está para aula de Matemática, assim como o verbo to be está para aula de inglês?</u>	T3
LB	<u>Infelizmente para muitos alunos a Função não passa de expressões e gráficos abstratos.</u>	T3
ES	<u>As situações precisam ser ricas e ligadas a contextos que tragam significados para os alunos.</u>	T3/T10
EF	<u>Eu trabalho com Funções com meus alunos com problemas mais próximos da realidade deles como o problema do taxi entre outros.</u>	T3
DS	<u>Todos problemas de Função eu trabalho contextualizado, para estar o tempo todo relacionando a linguagem Matemática e a representação algébrica. Tem que fazer sentido ao aluno, temos que procurar problemas que podem fazer parte do cotidiano dos alunos. Uma vez usei o do taxi, sobre a bandeirada e tals... um aluno levantou a mão e disse que nunca entrou em um taxi rsrs.</u>	T3
EF	<u>A contextualização é fundamental no ensino aprendizagem.</u>	T3
DS	<u>E quando uso situações problemas uso o nome de alguns dos alunos como o nome dos personagens do meu problema eles interessam mais...</u>	T3
LB	<u>Estou fazendo um curso do Estado de SP, no qual o tema era sustentabilidade, e lancei mão de uma atividade de Funções para contextualizar tal situação.</u>	T3
DG	<u>O conceito de Função pode ser trabalhado na quadra da escola que é um excelente laboratório de Matemática e que os alunos gostam.</u>	T3/T4
DS	<u>Na verdade, o conceito de Função pode ser trabalhado em muitos lugares de forma a usar a contextualização e a investigação o que precisa é o professor ter criatividade e vontade.</u>	T3/T8
EF	<u>a questão da dependência e independência das variáveis com pegar um taxi e pagar pela corrida é claro a Ideia que queremos transmitir para o aluno.</u>	T4
NM	<u>Diferentemente do que se difundiu entre a maioria dos professores, a contextualização no ensino da Matemática é muito mais que encontrar aplicações práticas para a Matemática. Desta concepção resulta a elaboração de formas mecânicas e que não colaboram para a o aprendizado critico dos educandos. O aluno precisa movimentar estratégias de raciocínio diferentes, quando ele resolve um problema sozinho, ele estabelece relações entre Matemática e os contextos da Matemática.</u>	T7/T16/T19/T27
HS	<u>Na realidade muitas vezes seguimos o único material que nós temos (Livro didático) e o pior... Ficamos presos ao tal do currículo... Eu TENHO que dar conta disso, disso e daquilo durante este ano.</u>	T11/T22
DM	<u>Somos forçados a valorizar mais a quantidade que a qualidade em nosso ensino.</u>	T17
LB	<u>@CA os alunos são aprovados no estado de SP pela Deliberação CEE Nº 09/97 (progressão continuada).</u>	T12
ES	<u>@HS, esse mecanismo precisa ser trabalhado na parte gestora da escola, na verdade nós no papel de prof. precisamos acompanhar.</u>	T12
HS	<u>Mas ao mesmo tempo fico com o pé atrás, pois sou sempre cobrado por aquilo que não deu tempo de ser trabalhado...</u>	T11
WL	<u>Não adianta ficarmos discutindo se o professor deu ou não esse conteúdo, pois temos, muitas vezes, o hábito de nos acharmos auto suficientes no ensino dos conteúdos e não damos as mãos para nos ajudarmos no interesse comum da aprendizagem coletiva.</u>	T11/T20
DG	<u>@WL, você tocou no ponto chave que é a união da classe, que fica com medo de socializar o conhecimento achando que deste modo vai perder seu lugar.</u>	T20
LV	<u>Concordo com vc @MI precisamos ensinar com qualidade e não apenas... quantidade, que é o que nos é exigido.</u>	T11/T17
AS	<u>Em grande parte das escolas, o conteúdo é voltado para as grandes provas. O resultado nessas provas é o mais importante. Infelizmente, não há abertura para uma boa abordagem.</u>	T12
RE	<u>Também concordo que devemos ensinar com qualidade.</u>	T17
HS	<u>Isso mesmo @AS. Hj mesmo participei de uma reunião da Prova de Avaliação do meu Estado... O pessoal que deu o curso disse que a nota não é importante... Ela deve servir de parâmetro para tentarmos melhorar para a próxima avaliação... Mas ao mesmo tempo somos cobrados por nossos diretores e pela própria Secretaria de Educação de que os índices precisam melhorar...</u>	T12

LB	<u>Na minha escola adotamos seguir o ritmo dos alunos, não importando com o desenrolar do currículo, mas sim com o que o aluno tem dificuldades.</u>	T17
DO	<u>Na escola a quantidade de aprovações é mais importante do que a qualidade de educação.</u>	T11/T12/T17
RE	No meu estado PR o Ensino Médio tem 2 aulas de Matemática e por conta disso, mais <u>ainda escolho trabalhar com qualidade do que com quantidade de conteúdo, muito embora o Estado avalie o Ensino Médio anualmente cobrando todos os conteúdos que estão nas Diretrizes.</u>	T12/T17
RE	Desde 2009. Neste ano quase conseguimos aumentar o número de aulas, pois a <u>nota do Estado em Matemática no Ensino Médio é muito baixa, porém perdemos, pois o sindicato conseguiu atrasar a mudança, por conta das disciplinas de Filosofia e Sociologia.</u>	T11/T12
WL	<u>Um dos grandes problemas no país inteiro é a diferença de carga horária. Por que é tão diferente em Matemática?</u>	T11
LB	<u>@DG, sou professora no Fundamental II, infelizmente temos que trabalhar todo o conteúdo do fundamental I, e aí pensar no conteúdo da série.</u>	T11
DS	<u>Eu tenho trabalhado junto com a disciplina de Física o estudo de Funções no primeiro ano do ensino médio.</u>	T7
AS	Concordo com a @DS. <u>A Interdisciplinaridade é muito importante para o estudo da Função.</u>	T7
DO	<u>interdisciplinaridade é algum muito bom de ser trabalhar, porém requer compromisso de todos.</u>	T7
DG	<u>Penso que as noções iniciais devam ser trabalhadas pois na física a dificuldade é enorme para entender o significado dos gráficos.</u>	T7
HS	<u>@ES Concordo com vc quando diz que nós somos os responsáveis pelo que acontece na sala de aula... Agoraaaa... Te pergunto... Quem vai dar explicações ao próximo professor, do ano seguinte, daquilo que não foi trabalhado???</u>	T11/T18
M1	<u>@HS.... essa sua pergunta é difícil...Mas de que adianta ter trabalhado todo o programa de conteúdos e não ter deixado o conceito construído no aluno??</u>	T18
HS	Concordo plenamente com vc @M1 <u>Sou daqueles que sempre preferem o aprendizado do que o conteúdo...</u>	T17
DG	Quando cheguei em Gurupi em 1992 <u>eu fui dar aula de Matemática e física e para trabalhar a física eu usei um carrinho do 1.99 que eu deslizava no suporte dqa lousa e os alunos ficaram apaixonados com a novidade e se interessaram mais pela aula pelo sentido dinâmico da mesma.</u>	T21
PF	<u>Tem o clássico exemplo do disparo do canhão em que o projétil descreve uma parábola, tempos atrás dei esse exemplo e a turma achou super interessante.!!</u>	T7
CG	<u>Nossos alunos estão na verdade precisando de base, tanto em Português como em Matemática.</u>	T23
ES	<u>Às vezes falamos da sala de aula como se estivéssemos distantes dela, mas nós somos os responsáveis diretos pelo que é trabalhado em sala de aula.</u>	T8
CG	<u>A formação do E. Fundamental está falhando em algum ponto. Eu acho que os conteúdos dessa etapa de formação precisam ser revistos.</u>	T11
DG	<u>Só que as referências que temos são insuficientes e precárias para nos ajudar (livro texto).</u>	T22
PF	Trabalho com turmas da EJA, e <u>sempre tento mostrar a construção do conhecimento matemático, de que certos conteúdos tem que estar consolidados para que se possa prosseguir adiante.</u>	T23
LB	<u>Os livros didáticos atuais trazem situações problemas variadas, mas acredito que eles pecam em não trabalhar o exercício Matemática, pois também devemos treinar.</u>	T22
WL	Muitos professores formados como eu na década de 90, acham mais confortável <u>fazer o arroz com feijão que dá menos trabalho do que construir uma aula mais dinâmica para quebrar essa mesmice do quadro e giz. Só posso falar por mim, que a mais de 10 anos, venho tentando utilizar novas metodologias para minimizar essas lacunas que, no Brasil, parecem nunca minimizar.</u>	T2/T8
RE	<u>@LB, e no Ensino Médio acabamos por revisar e muitas vezes ensinar conteúdos do Ensino Fundamental.</u>	T23
DG	<u>O Geogebra pode ser um excelente aliado para a introdução do conceito de Função, atrelado ao teorema de Tales.</u>	T24
DG	Para mudar é preciso que a direção e os que dirigem os rumos da educação <u>entendam que a tecnologia não se restringe somente a pesquisa na net e sim criar softs de acordo com a capacidade do pessoal da escola.</u>	T24/T25/T29
CG	Acho que <u>trabalhando num ambiente de Investigação Matemática os alunos se envolvem mais, e ficar bom para os próprios alunos construírem o conceito de</u>	T21

	<u>Função.</u>	
RE	<u>Eu sempre trabalho os conteúdos partindo da resolução de problemas e com o Geogebra estimulo a investigação Matemática.</u>	T24
DM	<u>O problema da Matemática é crônico e não pode ser sanado apenas com GeoGebra, ou... mas uma reformulação desde o primário, já com professor de Matemática.</u>	T28
AS	<u>Acho que alem da história, o aluno quer novas mídias, novos contextos. Nem toda a matéria pode ser contextualizada, mas com toda certeza o assunto Função não é uma deles. Devemos deixar o Taxi e partir para ônibus, futebol, metro, avião, corrida, despesas domesticas... algo que interesse ao aluno. O Geogebra me ajuda bastante nisso. O Aluno gosta de ver as coisas.</u>	T7/T25/T32
WL	<u>pena que o norte tem muito pouco suporte para que, pelo menos nas escolas da capital, pudéssemos trabalhar um projeto piloto sobre o GEOGEBRA.</u>	T26
SA	<u>lá na escola, nós tentamos, mas nada funciona.</u>	T26
DG	<u>Um ponto que acho importante é o professor explorar também potencialidade do Excel e Lá irá descobrir porque se deve trabalhar com a Matemática discreta, e entender sobre as Funções lógicas, pois sem elas tanto o Excel, como Winplot e o GeoGebra ficam mal aproveitados.</u>	T24
DG	<u>Quanto ao Geogebra montei um alternativa para que o aluno possa entender variação entre tempo e posição que foi a criação de uma estrada paralela ao eixo vertical integrada ao traçado do gráfico e o móvel se move juntamente com o ponto sobre o gráfico ancorado em s e t ficou um barato. Vou disponibilizar no site.</u>	T20
RE	<u>nenhuma tecnologia determina a aprendizagem!! Mas é um instrumento relevante na aprendizagem.</u>	T25
PC	<u>Na verdade, as novas tecnologias tem que ser motivar os alunos aprenderem Matemática.</u>	T25
LB	<u>Tecnologia sem Metodologia não chega a lugar algum!</u>	T2/T25
ES	<u>o uso da tecnologia, vem potencializar ainda mais a aplicação dessas ideias de Klein.</u>	T13/T24
PC	<u>É verdade, a tecnologia e metodologia andam juntas.</u>	T2
RE	<u>Por mais que vc faça uso de uma tecnologia, não significa que fará o aluno aprender, porém é um instrumento que pode ser facilitador da aprendizagem.</u>	T25
DM	<u>a tecnologia ajuda aproximar o aluno da Matemática.</u>	T25
AS	<u>Meu aluno quer ficar próximo da Matemática, é com a história que ganhamos isso.</u>	T33
LB	<u>Utilizo muito a história da Matemática, pois fundamenta todo o conteúdo, mostrando ao aluno o "porquê" e o "para quê" aprender tais conteúdos.</u>	T33
LV	<u>Concordo, a história da Matemática é um excelente recurso a ser utilizado nas aulas de Matemática. Os alunos precisam compreender que o conhecimento matemático foi construído com o objetivo de resolver problemas e não "inventado".</u>	T33
RE	<u>Concordo com você @AS!! mas ainda não me dou bem trabalhando história da Matemática, embora tenham muitos sites interessantes sobre o assunto e que nos ajudam.</u>	T33

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Ao final do primeiro encontro convidamos os professores a participarem do Fórum de Discussão com as seguintes questões norteadoras:

- 1) Qual ou quais questões abordadas por Braga (2006)⁶⁴ nos capítulos sugeridos para leitura lhe chamaram mais a atenção?
- 2) Há algum ponto abordado pelo autor que você discorda?
- 3) Qual a sua percepção sobre a citação “[...] é no campo do Cálculo Infinitesimal que a descontinuidade entre o Ensino Médio e o superior alcança grau máximo” (KLEIN, 1927)⁶⁵.
- 4) Como você vê as conexões e relações entre as representações matemáticas, assim como sugere Breslich, quando se refere ao potencial educativo do pensamento funcional? (Vide Capítulo 7, p.81-85).
- 5) Você concorda que o pensamento funcional, no que concerne à dependência e relações funcionais, deve ser desenvolvido e explorado já nas primeiras séries do Ensino Médio?
- 6) Você concorda com Roxo (1937)⁶⁶ que para introduzir as ideias de Cálculo no Ensino Médio é sensato começar de forma intuitiva a ideia de dependência, passando depois para a relacionalidade e funcionalidade do

⁶⁴ BRAGA, Ciro. **Função: a alma do ensino da matemática**. Pinheiros: Annablume, 2006.

⁶⁵ KLEIN, Félix. **Matemática Elemental Desde um Punto de Vista Superior**. v.1. Coleção Biblioteca Matemática. Madrid, 1927.

⁶⁶ ROXO, Euclides. **A Matemática na Escola Secundária**. São Paulo: Nacional, 1937.

conceito sob o triplice aspecto (tabelar, gráfico e algébrico), evitando-se no começo as definições formais e as demonstrações rigorosas? (Vide Conclusões, p. 85-88).

Na Tabela abaixo, sistematizamos os comentários de alguns PP a respeito das questões propostas relativas aos temas:

- T1 – Conformidades e desacordos entre os conteúdos do Ensino Médio e a Educação Superior;
 T2 – Aspectos didáticos;
 T4 – Importância do pensamento funcional;
 T6 – Abordagem Intuitiva;
 T11 – Autonomia do professor *versus* orientações determinadas pelo Currículo do Ensino Médio;
 T12 – Implicações das avaliações externas quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática;
 T21 – O Aspecto dinâmico e investigativo para o estudo de Função mediante uso das TIC ou em um ambiente papel e lápis;
 T22 – Uso do Livro Didático e suas implicações para o ensino da Matemática no Ensino Médio;
 T27 – Mobilizando as Representações Matemáticas.

Esses comentários, bem como as discussões realizadas no *Chat*, serão posteriormente analisados.

Tabela 8 – Tópicos de Discussão – Fórum de Discussão do Chat 1

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
DM Questão 4	Procura apresentar, através dessas conexões e <u>relações entre as representações Matemáticas, uma dinâmica em detrimento do estático como fora até então tratada a Matemática (conteúdos estanques e sem significado). Nessa dinâmica entre as várias representações ele vê o processo funcional como mediador dessa articulação tridimensional, pois se vê a Matemática que antes era abstrata e estática, agora de forma dinâmica e espacial ou concreta. Dessa forma o processo funcional se faz um elemento gerador de uma Matemática mais significativa e condizente com a visão que a própria Matemática carrega no dia a dia do aluno.</u>	T4/T21/T27
DM Questão 6	Concordo desde que <u>se iniciem as noções intuitivas de funcionalidade desde o 6 ano do fundamental até o nono ano; descarregar o oitavo ano da álgebra pesada ali apresentada no programa de conteúdos, para então no médio com o calculo propriamente dito. Inclusive dando ao aluno duas opções de escolha para realizar o curso no Ensino Médio, em humanas ou exatas, tirando deles uma via de mão única.</u>	T6
JV Questão 6	Na maioria dos estados <u>o cálculo infinitesimal não faz parte do conteúdo exigido no vestibular. O que direciona os livros didáticos e os professores do ensino médio.</u>	T12
JV Questão 6	Faltam conteúdos importantes. Acredita-se que na tentativa de tornar a <u>Matemática mais simples, menos abstrata esquece-se de ensinar conteúdos fundamentais, como é o caso do cálculo, sua noção pode ser abordada no conteúdo: Funções, progressões, entre outros.</u>	T22
DM Questão 6	<u>Para retomar o calculo, o qual já não faz parte da cultura de muitos professores de Matemática do ensino médio, por muito tempo, pelo menos, na escola pública, é necessário repensá-la e reformatá-la desde o primeiro ano fundamental até o terceiro médio; e assegurar que no início, primeiros cinco anos do fundamental.</u>	T11
LS Questão 6	<u>A lacuna existente entre o Ensino Médio e o Ensino Superior é enorme e é fácil perceber. Trazer o Cálculo para o Ensino Médio é, a meu ver, antecipar esta lacuna, pois o que a gera são os conceitos matemáticos que não estão consolidados em nossos alunos.</u>	T1
LS Questão 6	Concordo com o professor DM quanto à visão de Roxo. <u>Os conceitos para o ensino de Funções deveriam ser trabalhados ao longo do Ensino Fundamental. São essenciais as ideias de variável, dependência, regularidade e generalização. Concordo com Caraça (1951) que comenta que em determinada época se ignorou o que determinou o surgimento do ensino de Funções: a necessidade de analisar fenômenos, descrever regularidades, interpretar interdependências e generalizar.</u>	T4

LS Questão 6	Como dito antes, eu estendo o problema para os dias atuais. <u>Acredito que apenas com o ensino de Funções sendo realizado no Ensino Médio já se tornam necessários estes trabalhos ao longo do Ensino Fundamental. Quem dirá com o Ensino de Cálculo!</u>	T2
LS Questão 6	Deixo uma questão no “ar”: O currículo brasileiro é abarrotado de conteúdo e, nem por isso, estamos no ranking dos “melhores em educação”. Isso, a meu ver, indica que quantidade não é qualidade. Pensar em trazer o Cálculo para o Ensino Médio não é mais uma forma de colocar mais um conteúdo? Ou deveríamos preparar melhor nossos alunos, consolidando os conceitos necessários, para que não houvesse uma lacuna entre o Ensino Médio e o Ensino Superior?	T11
NM Questão 6	O comentário aplica-se ao aluno que tem contato com o cálculo no Ensino Médio, que sem a maturidade, essa é a melhor forma de abordar o tema. <u>Vale lembrar que no Ensino Médio, perde-se uma boa oportunidade de abordar o assunto, mesmo que de maneira superficial, quando se faz, por exemplo, a soma da PG infinita.</u>	T4
DG Questão 6	<u>Na Função $y = 1/(x-2)$, por exemplo, perde-se também a chance de discutir o conceito de continuidade e o de Limite no ponto, pois se calcula onde a Função não é definida e fazem-se os cálculos algébricos. Se verificarmos $x=2$ é ponto de descontinuidade e só vai existir o Limite lateral.</u>	T4

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Discussão – Segundo Encontro (Chat 2)

No segundo encontro, propusemos como Atividade de Ensino uma Tarefa Exploratório-investigativa intitulada: “Cercando o Pasto”, além de um texto intitulado: As Representações Matemáticas Mediadas por Softwares Educativos em uma Perspectiva Semiótica⁶⁷. A discussão sobre Semiótica, fundamentada no pensamento de Charles Peirce (1975), constituiu-se como elemento à proposta de perceber como esse assunto se encaixa na perspectiva histórico-cultural e qual a relevância quanto ao significado dado por Vigostky (1988) e interpretação de Engeström (1987) à mediação semiótica nos processos de ensinar e aprender os conceitos matemáticos.

Neste debate, podemos inferir que o termo Semiótica não “soou” familiar à maioria dos professores, pois acreditávamos que muitos dos Professores Participantes poderiam não ter conhecimento do assunto. Nossas hipóteses se confirmaram tendo em vista as considerações apresentadas pela maioria no *Chat*. Entretanto, mesmo com pouca leitura, alguns dos participantes compartilharam suas ideias sobre a importância dessa teoria como uma perspectiva viável ao ensino e aprendizagem da Matemática. Analogias à teoria de Peirce (1975), em relação às ideias de outros teóricos foram também expostas por alguns dos professores envolvidos na discussão. Entretanto muitos dos que tiveram a oportunidade de realizar a leitura, por nós sugerida, demonstraram interesse, corroborando com a visão de

⁶⁷ Texto retirado do Capítulo teórico da dissertação de FARIAS, Maria Margarete do R. (2007), 195p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

triangularidade que envolve as Categorias Fenomenológicas – a divisão de primeiridade, secundidade e terceridade⁶⁸.

Neste encontro, outros assuntos vieram à tona, tais como o uso de várias representações matemáticas nos processos de ensinar e aprender Matemática; entraves e possibilidades para o ensino e o uso da tecnologia na escola; formação do professor, entre outros. A seguir, apresentamos algumas inferências iniciais acerca das discussões realizados no segundo *Chat*, destacando os temas gerados a partir da nossa interpretação sobre os comentários dos PP na coluna das Unidades de Contexto. Vide abaixo, na Tabela 9.

A seguir, propomos uma reflexão concernente às conversas/discussões realizadas no segundo encontro, onde destacamos os Temas de maior repercussão e mais significativos ao debate. São esses:

- T2 – Aspectos didáticos;
- T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos relativas aos processos de aprendizagem da Matemática;
- T4 – Importância do pensamento funcional;
- T8 – Motivação e Interesse dos professores quanto ao emprego de abordagens diferenciadas no processo de ensinar Matemática no Ensino Médio;
- T9 – Aspectos Pedagógicos;
- T10 – Inter-relação entre os conceitos matemáticos;
- T11 – Autonomia do professor *versus* orientações determinadas pelo Currículo do Ensino Médio;
- T13 – As TIC como aliada na introdução de CDI no Ensino Médio;
- T15 – O Estudo de Função como elemento mediador para a abstração dos conceitos matemáticos;
- T16 – Tecnicismo no Ensino da Matemática;
- T21 – O aspecto dinâmico e investigativo para o estudo de Função mediante uso das TIC ou em um ambiente papel e lápis;
- T22 – Uso do Livro Didático e suas implicações para o ensino da Matemática no Ensino Médio;
- T24 – Importância do uso de *Software* matemáticos para o estudo de Função e resolução de problemas matemáticos;
- T25 – Uso das TIC em situações cotidianas e suas implicações para a escola em nível de Ensino Básico e Ensino Médio;
- T26 – Dificuldades e soluções propostas pelo professor ao usar as TIC em sua prática;
- T27 – Representações matemáticas;
- T28 – Potencialidades e Contribuições do *Winplot* e GeoGebra para o ensino da Matemática;
- T29 – O uso da tecnologia promovendo mudança de postura do professor quanto a sua prática docente;
- T30 – Importância de promover um espaço de discussão na escola, onde professor do Ensino Médio possa partilhar suas problemáticas e sugestões;
- T31 – Conhecimento do Professor quanto ao conteúdo da Matemática e uso das TIC;
- T33 – A importância da abordagem histórica para o ensino da Matemática, em particular para o ensino de Funções.

Tendo em vista os temas acima supramencionados, os Professores Participantes compreendem que o uso da tecnologia possibilita uma maior compreensão dos conceitos estudados. Segundo comentários dos PP, os alunos têm muita dificuldade em representar algebricamente o gráfico de uma Função. Eles não conseguem fazer relações, associar as representações no estudo de um dado conceito. Sendo assim, os professores acreditam que a

⁶⁸ PEIRCE, C. S. **Trechos de Charles Sanders Peirce**. Tradução de Hartshorne; Weiss. São Paulo: Cultrix; Editora da Universidade de São Paulo, 1975. v. 1-6. 164p.

tecnologia, ao possibilitar a mobilização de várias representações matemáticas, propõe ao aluno simular situações de estudo que comumente se apresentam complexas quando limitadas à mídia - papel e lápis, ou seja, quando não têm o auxílio de algum *software* matemático.

Nesse contexto, a visualização é de fundamental importância para a compreensão do conhecimento. Miskulin, (1999), em sua pesquisa de Doutorado nos traz a importância da visualização nos processos de ensinar e aprender Matemática. Assim, a referida autora faz a distinção de imagem figural e imagem conceitual (MISKULIN, 1999, p.288).

Em relação às Atividades Exploratório-investigativas, compreendemos que a maioria dos Professores Participantes se mostrou bem familiarizados com o uso de *software* matemáticos. A interação e compartilhamento de ideias entre os presentes foram gratificantes.

Na conversa realizada entre os presentes no *Chat*, a mudança de postura do professor é legitimada quanto ao uso da tecnologia em sua prática docente. Esses fazem comparação entre um *software* e outro, além de sugerir formas de trabalhar com TIC em sala de aula. E, embora seja ainda um desafio utilizar ferramentas tecnológicas na prática escolar, percebemos, nessa pequena comunidade de educadores, que o exercício de sair da “zona de conforto” tão bem explicitada por Penteado (2000)⁶⁹ tem se estabelecido, como podemos constatar nos comentários abaixo apresentados na Tabela 9.

É importante, também, destacar que, nesse segundo encontro, as discussões se apresentaram muito interessantes e significativas, pois em vários momentos os Professores Participantes compartilharam os desafios que enfrentam em seu dia a dia, quando se dispõem a usar algum tipo de tecnologia em suas aulas. É notório o comprometimento da grande maioria e, mesmo com todas as dificuldades elencadas, eles continuam empenhados em continuar a utilizar as TIC em sua prática docente.

Vale enfatizar que as maiorias dos professores tem alguma familiaridade com o uso de *software*, o que possibilitou uma maior interação e discernimento às discussões. Muitos puderam sugerir formas de uso produtivo da tecnologia em sala de aula, bem como sugestões de leitura, informes de projetos e material desenvolvidos de sua autoria ou ainda de outras fontes. Nesse contexto, eles compreendem que o professor como mediador deve mudar sua postura, permanecendo atento às mudanças, buscando continuamente se atualizar.

⁶⁹ PENTEADO, Miriam Godoy. Possibilidades para a formação de professores de matemática. In: PENTEADO, Miriam G; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **A Informática em Ação**: formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho D'água, 2000. p. 23-34.

Os Professores Participantes ainda incluem na discussão a participação ativa da escola, a qual deve contribuir com essa mudança, dando mais autonomia ao educador quanto à flexibilidade do currículo, bem como ao uso de metodologias adotadas pelos professores.

Discussões sobre a formação do professor e dificuldades apresentadas relacionadas aos processos de ensinar e aprender Matemática; cumprimento do currículo; influência do vestibular; falta de estrutura nas escolas, entre outras, configuraram-se em temas relevantes. Nesse contexto, os Professores Participantes ressaltam a importância da interação aluno e professor, que esses possam falar a mesma “língua” no sentido de quem ensina e aquele que aprende. Nesse ambiente, o professor como mediador do processo precisa ter conhecimento científico do conteúdo bem como estar atualizando em relação às metodologias aplicáveis em sala de aula. O conhecimento didático-pedagógico do uso da tecnologia é cada vez mais significativo no proceder da matéria.

As preocupações, expectativas e sugestões relativas às dificuldades enfrentadas pelos professores em sua prática são compartilhadas entre os colegas, como podem ser compreendidas tendo em vista os comentários compartilhados pelos PP. Vide Tabela 9.

Tabela 9 – Tópicos de Discussão do Chat 2

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
RE	<u>Também considero importante o que diz no texto: Paul Halmos (<i>apud</i> Hildebrand, 2002) concebe que, a Matemática como ciência, exige de nós sujeitos pensantes, a habilidade de visualizar figuras como um fator fundamental e, que os professores deveriam ensinar a Matemática aos seus alunos fazendo uso dessa habilidade.</u>	T27
LB	<u>No ensino público temos que primeiramente demonstrar tudo, pois ele vem apenas com o concreto.</u>	T16
LB	Eu também não conhecia com essas denominações, mas o construtivismo tem a práxis como principal ferramenta.	T9
CA	<u>@LB, é que os nossos alunos vêm com esta cultura e para mudar precisa de uma mudança na postura do professor.</u>	T9
LB	<u>@CA muitos de nossos alunos não querem aprender, então é aí que surgem estudos dos mais variados para atraí-los.</u>	T2/T9
RE	De acordo com o texto <u>as representações têm um papel especial e importante na visualização dos objetos matemáticos seja essa imagem produzida por um computador ou uma imagem reproduzida no papel.</u>	T27
LB	<u>Realmente @MP, pois a efetivação do conhecimento se dá através da construção do sujeito durante as aulas.</u>	T33
DM	<u>A semiótica gera em nós uma maior sensibilidade de como trabalhar o processo de abstração (terceira etapa) junto aos alunos.</u>	T27
ES	Estou com uma orientanda que esta <u>associando as representações semióticas a aprendizagem da Derivada.</u>	T27
CA	<u>Pessoal o que acham das ideias de David Tall e Shono Vinner? Entendo que elas falam em usar varias representações para compreender um conceito para depois ter uma imagem do conceito.</u>	T27
DG	<u>A visualização dado o gráfico vai permitir o aluno associar o sinal de a à concavidade da Função, coisa difícil de enxergar sem a tecnologia, conforme pude comprovar entre 1979 e 1980 quando eu não tinha acesso ao computador.</u>	T27
HS	É gente... Isso é muito importante... <u>um esquema, uma representação, eles ajudam a raciocinar e resolver o problema.</u>	T27
CA	<u>Mas nossos alunos não sabem representar algebricamente.</u>	T3
MP	<u>Nós como professores devemos incentivar o uso de várias representações.</u>	T3

DG	<u>O maior exemplo de dificuldade de representação é quando o aluno faz o gráfico de $s = f(t)$ da cinemática, mas não consegue enxergar o mostrador de velocidade e tempo com o gráfico e muito menos placas de quilometragem é um martírio para o professor eu vivi isto.</u>	T3/T10
LS	<u>Devemos estimular os nossos alunos a representarem de forma diversa, assim como interpretar diversas formas.</u>	T27
CG	<u>Fiz uma tarefa de investigação sobre o número de diagonais de um polígono, utilizando o Geogebra. Os alunos resolveram tudo até descobriram a fórmula, mas só representaram utilizando a linguagem materna, que também é uma representação, mas não conseguiram representar algebricamente.</u>	T27
ES	<u>A variedade de conceitos e representações quando se faz uso da Informática é muito ampla.</u>	T24/T27
RE	<u>Como trabalho com o Geogebra acho mais dinâmico do que o Winplot em relação a manipular as ferramentas.</u>	T28
DG	<u>A vantagem do Winplot é no traçado de gráficos mais complexos, pois apresenta mais recursos disponíveis a serem trabalhados. Em 3D ele ainda leva vantagem sobre o Geogebra.</u>	T28
DG	<u>Um belo treino é pegar o livro texto de física e tentar fazer animações dos movimentos, já fiz é muito gratificante.</u>	T29
RE	<u>A vantagem da janela algébrica é que nos ajuda e ao aluno a fazer comparações e verificar o que acontece graficamente e algebricamente.</u>	T28
DG	<u>Eu também ultimamente, pois venho montando aplicações da geometria plana com animação e fica mais difícil no Winplot, por enquanto.</u>	T28
NM	Participo do http://brilliant.org/ e com o GeoGebra dá para trabalhar bastante, principalmente em questões sobre sistema, gráficas, trigonometria e geométrica.	T28
DG	<u>Atuo como moderador do Geogebra no curso EAD da UNIJUI e sempre venho incentivando o pessoal a incrementar suas propostas o que me parece excelentes ideias para serem aplicadas com os alunos.</u>	T28
CA	Os colegas estão comentando sobre o geogebra e quero compartilhar uma aula que montei para meus alunos, <u>mostrei no geogebra as Funções cossecante, secante e tangente, eles gostaram muito do uso e compreenderam melhor.</u>	T13
AS	<u>Trabalho pouco com WinPlot... geogebra tem praticamente tudo que preciso. No linux, uso um similar ao WinPlot chamado KmPlot e uso o Kig para geometria... Porém só uso qualquer um dos dois depois do Geogebra (risos).</u>	T28
CA	<u>@AS, também utilizo estes recursos, os alunos acabam acostumando e gostam bastante.</u>	T28
CA	<u>Referente ao Winplot uso para trabalhar com os parâmetros a, b e c, o que acontece na parábola.</u>	T28
LB	<u>Olá @CA, fiz um trabalho sobre o comportamento dos coeficiente a; b; e c e é muito interessante.</u>	T28
CA	<u>trabalho com as Funções do 1 3 2 graus no Winplot com a 8ª série, eles conseguem manipular e entender o que acontece com os coeficientes.</u>	T24/T28
LB	<u>O software nos proporciona a construção, a manipulação e também a correção, isso tudo constrói efetivamente o conhecimento.</u>	T13
LB	<u>Aprendi muito com o uso dos softwares.</u>	T31
DG	<u>A mudança no Excel exige o uso de Função lógica, já no Geogebra é mais fácil</u>	T28
CA	<u>@AS, já construí com os alunos as tabelas e gráficos das Funções de 1º e 2º graus, bem legal, pois eles conseguem enxergar a tabela, construir, atribuir os valores .</u>	T28
CA	<u>@MP, concordo que não resolve todos os problemas, como colocaste precisa ser pedagógico, referente a preparação do professor cabe sim, conhecimento e vontade de aprender e se reinventar.</u>	T8/T9
DG	<u>Sim, mas ajuda a abrir novos horizontes.</u>	T25
LB	<u>Tecnologia sem Metodologia, não funciona.</u>	T2
DG	<u>O pior é que não é só os mais velhos, pois muitas universidades e escolas não priorizam para o futuro professor um tempo maior de treinamento com o computador de forma pedagógica na escola [ET9], [ET26].</u>	T9/T26
AS	<u>Concordo plenamente @MP, quando vc fala sobre trabalho com tecnologia. Não defendo o governo, mas aqui no Rio, todas as escolas em que trabalhei tinham o laboratório de informática. Em cada escola estadual tem o Data show e em algumas a sala de vídeo. A Maioria dos professores tem computadores que receberam do governo... o chato é que nem todos querem aprender novas técnicas, atualizando a maneira de dar aula. Acho que facilitaríamos o primeiro contato com o aluno, se pudermos fazê-lo.</u>	T8

CA	<u>Eu acredito que a tecnologia modifica a aprendizagem, a escola, o currículo, o 'PPP', os agentes envolvidos, e aliar a tecnologia (uso de data show, softwares...) é um caminho que auxilia no trabalho, claro de forma pedagógica.</u>	T9/T29
LS	<u>Sim. Como eu disse antes, não adianta só colocar a tecnologia em sala de aula. Tem que articular o conhecimento e ser crítico no que recebe até mesmo no conteúdo. Mas eu não vejo divulgação do repositório.</u>	T9/T29
CG	<u>Adoro trabalhar com tecnologia, mas nós não falamos aqui sobre as dificuldades de laboratórios nas escolas.</u>	T26
LB	<u>@CG, onde trabalho não há como utilizar o laboratório. Mas na maioria das vezes utilizo a lousa.</u>	T26
CG	<u>Na minha escola, que é pública, tem um laboratório com 20 máquinas. A dificuldade é grande.</u>	T26
LB	<u>Infelizmente com meus alunos fica difícil, mas em algumas aulas costumo construir utilizando meu computador em um data show.</u>	T26
DG	<u>@LB, hoje o data show é uma das melhores saídas para sua aula, pois você pode ir mostrando os conteúdos conjuntamente com o aplicativo. Você abre o software e expõe no data show e dá um show de aula, pois fica mais atrativo para os alunos.</u>	T26
HS	<u>Infelizmente, nossos laboratórios de informática estão sucateados... e fica quase impossível trabalhar com a turma no laboratório...</u>	T26
AS	<u>@HS, uso o Data show diariamente em minha escola. Levo o meu Pc e uso a data show mais antigo. Peguei muitos trabalhos, jogos, programas e etc. É difícil carregar, montar, mas com o tempo os alunos se acostumam a esse tipo de tecnologia. Uma vez no Mês (pelo menos) os levo para o laboratório. É questão de mudança e costume. Desiste não.</u>	T26
LS	<u>@HS, mesmo sem o laboratório é possível.</u>	T26
DG	<u>Bem o uso pelos alunos já é em uma segunda etapa em que você já esta mais segura, pois o grande erro da implantação dos Labins foi achar que o professor como mediador podia ir atrás dos alunos, sem ter um devido treinamento básico</u>	T9/T26
LS	<u>Usando só um data show é possível fazer um trabalho em conjunto [ET26].</u>	T26
DM	conjunto e interativo.	
CG	<u>Tem um projeto do MEC, Ensino Médio Inovador, que proporciona a compra de notebooks.</u>	T26
RE	<u>Concordo com vc @DG, mesmo porque ser mediador requer do professor uma mudança de postura.</u>	T29
HS	<u>Sim sim @LS... Eu utilizo sempre que posso o data show... Mas na minha escola é uma burocracia para utilizar... Parece que aquilo está lá só para a utilização em palestras e outras atividades que impressionam os convidados... E a aprendizagem??? Onde fica???</u>	T26
ES	<u>O grande problema do uso da tecnologia e a burocracia para utilizar a sala de informática.</u>	T26
CG	<u>O data Show é muito bom sim, mas se você associa com a construção feita pelo aluno fica melhor Concordo com @DG, quando diz que é preciso estar seguro.</u>	T26
LS	<u>Trabalhei em uma escola em que havia 1 data show para 16 turmas no período da manhã. É bem complicado mesmo.</u>	T26
RE	<u>Infelizmente no que diz respeito as tecnologias computacionais as escolas estaduais do Brasil estão longe de ter esta área funcionando adequadamente; faltam laboratórios atualizados.</u>	T26
HS	<u>Com certeza @RE... Também compartilho do mesmo pensamento... Mas o duro é que eles são os mais antigos e acabam pegando o Ensino Médio, pois preferem trabalhar com o pessoal mais velho... E aí as nossas ideias de aplicar tecnologia associada ao conceito de Função fica para o futuro.</u>	T26/T29
RE	<u>@HS concordo com a sua fala, mas também acho que estes professores a quem vc se refere não querem sair do papel que prestam a tantos anos e fazer uso da tecnologia computacional requer mudança de atitude, postura do professor e do aluno também, requer que prepare suas aulas com mais cuidado do que ele está acostumado.</u>	T29
ES	<u>Acho q não e só comodismo, o professor foi criado numa sociedade em que ele não tem o direito de errar. E o uso da tecnologia pode possibilitar discussões diversas.</u>	T29
AN	<u>@MI, o pior é que, às vezes, a coordenação/direção é a favor do estudante. E aí complica porque o professor fica sem autonomia.</u>	T11/T30
LS	<u>Não é dada a liberdade ao professor dentro da sua própria sala de aula. Não é uma contradição?</u>	T11/T30
RE	<u>@HS te digo que há professores das antigas que querem melhorar sempre e</u>	T29

	<u>estão no ensino médio: eu sou uma, graças a Deus!!</u>	
CA	<u>@AS, colocou algo importante, concordo. Conheço muitos professores que receberam TABLET do governo e não acham utilidade, claro apesar de algumas escolas não oferecerem condições.</u>	T8/T26
DG	<u>@AS, uma coisa que me chateia é o fato de que quem dirige achar que a informática é simples e bela de se trabalhar, quando na verdade exige vontade de fazer acontecer, pessoal da humana e da exata em cada labin e política voltada para realmente fazer acontecer e não só um faz de conta.</u>	T36
HS	<u>Não vou desanimar não... Acredito numa aprendizagem que tenha significado ao aluno... E por isso também luto pela informatização do aprendizado... O que está dentro do meu alcance faço com eles... =)</u>	T8
DG	<u>Aqui no Tocantins eu participei a toda da primeira fase do Proinfo e fizemos belos projetos, mas depois por ingerência política e vaidades o projeto acabou e agora para se levantar através do PROUCA esta difícil pois nos labins não ha mais os multiplicadores de exata e de humanas Como então ir adiante. Se a direção não se dispuser a criar meios para o labin funcionar não ha teoria pedagógica que funcione.</u>	T36
DG	<u>@HS você jamais deve desistir, mas o uso da tecnologia deve ser um prazer para o professor e não apenas uma obrigação a ser cumprida pois é fascinante a reação que temos ao ver um aplicativo funcionar. na época do logo eu parecia uma criança quando conseguia criar um aplicativo no logo gráfico.</u>	T8
LS	<u>Mas assim, não basta colocar a tecnologia na sala de aula, tem que promover meios para que ela aconteça. O Banco Internacional de Objetos Educacionais, o BIOE é um repositório financiado pelo MEC e eu não vejo divulgação nas escolas. Ele possui muito material para nos ajudar!</u>	T30/T36
DG	<u>Pessoal na UNIJUI há um laboratório virtual criado por alunos e professores com mais de 250 aplicativos prontos para serem trabalhados e foram construídos dentro do grau de aprendizagem de cada um vale a pena conferir. <u>Agora a utilização efetiva passa por uma mudança de postura de quem dirige e entenda que o uso da tecnologia e uma necessidade e não um modismo para embelezar a escola.</u></u>	T29/T36
PF	<u>Trabalho com 1ºsem. do ensino médio, são alunos com vícios da aprovação automática, ainda estou em Função quadrática... A dificuldade é tremenda... estive a pesquisar uso de applets. Sempre tive vontade de trabalhar, mas os recursos das escolas eram sempre limitados, agora que estão melhorando.</u>	T3/T11/T26
AN	<u>@PF, o sistema é complexo mesmo. em uma escola em que trabalho há 10 turmas e apenas um data show.</u>	T26
PF	<u>É "brabo" @AN, uma vez quis utilizar o data show, a direção estava usando no laboratório de informática, e o data show do laboratório estava quebrado.</u>	T26
DG	<u>Pessoal você já pararam para pensar que a tabuada nada mais é do que a expressão da Função linear $y = ax$, que pode ser feita no Winplot e os colegas no ensino fundamental não se dão conta e propõem as famosas decorebas.</u>	T4/T16
LB	<u>Realmente @MI, acho que hoje principalmente no fundamental I o aluno só manipula, não aprende a abstrair, enfim é o famoso "8 ou 80". Tenho um 6º ano e é muito trabalhoso utilizar os algoritmos.</u>	T15
DM	<u>abstrair é uma questão de oportunidade que se dá.</u>	T15
RE	<u>E como @MI, ajuda e muito, pois a maior dificuldade que vejo por parte dos alunos é enxergar o que estão resolvendo.</u>	T3

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Discussão – Terceiro Encontro (Chat 3)

No terceiro encontro discutimos o Capítulo I, Parte 2 (Funções - Objeto da Ciência) do livro de Bento Jesus Caraça⁷⁰. Em seguida, avaliamos uma Tarefa Exploratório-investigativa, na qual utilizamos o *software* Geogebra como ferramenta para resolução de um problema matemático. Nessa tarefa propomos discutir aspectos importantes, relacionando o estudo das Funções quadráticas com o estudo da reta tangente a um ponto da curva.

⁷⁰ CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 5. ed. Lisboa: Gradiva, 2003.

O livro *Conceitos Fundamentais da Matemática*, de Caraça (2003), apresenta um repertório atual, apesar de sua primeira edição ter sido escrita há mais de cinco décadas atrás. A leitura dos capítulos sugeridos para discussão junto aos professores participantes apresenta o olhar do autor para a Ciência como algo que pode ser criado e desenvolvido pelo sujeito, privilegiando as abordagens realizadas. Esse é um texto que causou inquietação aos PP, bem como admiração.

Na interpretação do texto, os professores participantes corroboram que o autor não escreveu um livro de Matemática simplesmente, ele vai além, visa à cultura do indivíduo, reivindicando um resgate histórico e social. Os Professores Participantes também compreendem que, embora o livro proponha uma leitura fundamental para o conhecimento do educador, na perspectiva do aluno, a leitura pode se tornar enfadonha, de maneira que a mediação do professor, no processo de discussão do assunto em classe, torna-se crucial.

Apesar das discussões estarem direcionadas à leitura do livro de Caraça, os Professores Participantes trouxeram à tona aspectos relativos a vários temas, e os que mais obtiveram destaque estão apresentados na Tabela 10 e elencados abaixo:

- T1 – Conformidades e desacordos entre os conteúdos do Ensino Médio e a Educação Superior;
- T2 – Aspectos didáticos;
- T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativas aos processos de aprendizagem da Matemática;
- T4 – Importância do pensamento funcional;
- T5 – Importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função, quando mediados pela TIC ou em um ambiente não tecnologicamente digital;
- T7 – Contextualização e interdisciplinaridade mediante o estudo de Função no Ensino Médio;
- T8 – Motivação e Interesse dos professores quanto ao emprego de abordagens diferenciadas no processo de ensinar Matemática no Ensino Médio;
- T9 – Aspectos Pedagógicos;
- T10 – Inter-relação entre os conceitos matemáticos;
- T20 – A Importância de realizar parcerias na prática docente;
- T22 – Uso do Livro Didático e suas implicações para o ensino da Matemática no Ensino Médio;
- T24 – Importância do uso de *Software* matemáticos para o estudo de Função e resolução de problemas matemáticos;
- T25 – Uso das TIC em situações cotidianas e suas implicações para a escola em nível de Ensino Básico e Ensino Médio;
- T26 – Dificuldades e soluções propostas pelo professor ao usar as TIC em sua prática;
- T27 - Representações matemáticas;
- T31 – Conhecimento do Professor quanto ao conteúdo da Matemática e utilização das TIC;
- T33 – A importância da abordagem histórica para o ensino da Matemática, em particular para o ensino de Funções;
- T35 – A Importância da parceria familiar na educação matemática dos filhos;
- T36 – Política educacional e o papel dos professores nesse contexto;
- T38 – A realidade, contrastes e aproximações do ensino da Matemática relativo o uso das TIC e o que propõem as pesquisas na área;
- T40 – Espaço para discussões e partilha de ideias entre os professores participantes.

Tendo em vista os temas supramencionados, compreendemos que as discussões incorreram quanto às dificuldades enfrentadas pelo aluno, relativas aos processos de

aprendizagem da Matemática. Para tanto, uma preocupação crucial na percepção dos Professores Participantes incide no fato que não só o professor deve repensar sua postura frente à prática escolar, mas que os alunos também aprendam a mudar sua atitude quanto à forma de estudar a matéria.

Outros pontos de intervenção consistem na experiência do professor, motivo e necessidade do aluno em aprender, influência da família, a grande quantidade de alunos por sala, a inserção da tecnologia tendo em vista o fato de existirem poucos computadores no laboratório ou mesmo não existir um ambiente adequado em que o professor possa, nessa acepção, ter a oportunidade de melhorar sua prática educativa.

Sendo assim, novamente, as TIC reflete-se em um importante ponto de debate no *Chat*. De modo que, nesse terceiro encontro, os PP demonstram suas preocupações quanto à aprendizagem de seus alunos ao relacionarem o uso de *software* matemáticos na elaboração das Tarefas, o que, de acordo com os PP, pode vir a ser uma forma interessante e produtiva de trabalhar o conceito de Função, mobilizando várias representações matemáticas.

O uso de Livros Didáticos de Matemática, particularmente livros direcionados ao Ensino Médio, configuraram-se também em um dos temas de discussão abordados no *Chat*. Os Professores Participantes apontaram alguns autores e suas obras, destacando implicações e a importância de cada um deles no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A discussão, em particular, destaca que os livros didáticos deveriam apresentar problemas mais contextualizados, destacando uma abordagem histórica e que na impressão dos mesmos houvesse maior cuidado no sentido de evitar “erros grosseiros”.

Os livros didáticos, na opinião dos PP, em grande parte, consistem no fato de que a apresentação dos conteúdos é resumida, além de formalizar por demais os conceitos matemáticos, inviabilizando, portanto, a compreensão dos alunos. No entanto, algumas obras foram destacadas, quanto aos aspectos teóricos ou didáticos, sendo essas de grande contribuição tanto para o conhecimento do professor como para serem trabalhadas junto aos alunos do Ensino Médio.

O currículo foi outro ponto de debate, tendo em vista a reflexão dos Professores participantes sobre o papel da Matemática da Educação Superior frente à Matemática escolar. Eles reconhecem, nesse contexto, a importância de se trabalhar o pensamento funcional no Ensino Médio.

Já, ao final das discussões, houve um momento especial, em que os Professores Participantes se sentiram motivados a compartilhar suas experiências. Esse foi um acontecimento muito rico e significativo para aqueles que ali se encontravam. As ideias,

projetos, sugestões, interação entre os colegas surgiram em profusão. Todos se sentiram à vontade e pareciam comprometidos em exporem suas preocupações, ações, aprendizados, dividindo conhecimentos, compartilhando histórias comuns acerca de suas vivências, como pode ser evidenciado na Tabela 10.

Tabela 10 – Tópico de Discussão do Chat 3

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
ES	Então surge uma questão: <u>onde a Matemática da sala de aula entra? Nessa busca de "soluções" ou de previsões, onde ou como podemos relacionar a Matemática ensinada?</u>	T10
ES	<u>As FUNÇÕES podem ajudar muito nessa interlocução com a busca de soluções.</u>	T10
NM	<u>Se falamos em previsão, probabilidade é assunto chave.</u>	T4
AN	<u>@MP e @LB, uma possibilidade para que os estudantes possam expor suas potencialidades pode ser analisada na construção de uma situação (a cargo deles), e pedir para que eles aproximem essa situação do conceito de Funções e suas e aplicações.</u>	T4/T7
CA	<u>o estudo de Funções é fundamental, principalmente quando já iniciada no ensino fundamental.</u>	T4
ES	<u>@ACI, por isso acredito que precisamos discutir cada vez mais como ocorre a formação do conceito e materiais didáticos que nos auxilie na transposição didática.</u>	T22
DG	<u>Não que eles se fecham, é que não entendem nossa linguagem. Um exemplo funcional foi o mostrado no seriado malhação onde o professor fazia um passeio com os alunos pelo conhecimento desafiando todos a se integrarem no assunto tornando a aula mais divertida e participativa.</u>	T32
NA	<u>A minha preocupação sobre Funções, inicialmente, é o contexto histórico. Posteriormente, trabalhar o conceito é fundamental para a compreensão dos estudantes. Em seguida, propor aos estudantes situações interessantes para que eles possam agir como pesquisadores, agindo, formulando, refutando, reformulando e validando suas estratégias, confirmando a apropriação desse saber.</u>	T4/T33
RE	<u>Eu concordo Caroline, porém vejo há anos profissionais tentando de tudo e mesmo assim os alunos desta geração não se sentem motivados, acredito que na realidade precisamos repensar sempre nosso trabalho, buscarmos maneiras que possam nos ajudar, porém os alunos também devem se adaptar ao trabalho do professor.. senão só o professor busca mudança, o aluno fica sendo sempre o centro das atenções... se aproveita disso e não muda.</u>	T9/T32
LV	<u>Concordo com vc @RE...é muito difícil motivar os alunos, muitas vezes planejamos, buscamos atividades significativas, recursos tecnológicos e nem sempre temos o retorno esperado...mas, acredito que devemos fazer a nossa parte, consciência tranquila de que buscam fazer sempre o melhor...</u>	T2/T8/T32
RE	<u>Isso @LV!! Façamos a nossa parte, mesmo porque eles é que nos substituirão e terão os problemas da época em que estarão inseridos.</u>	T8
CA	<u>Idem, mas acredito também ser uma questão familiar... e falta de vontade, como colocale.</u>	T3/T35
RE	<u>Pois é, ACI!! E aí pensei... se querem conhecimento, por que no Ensino Médio eles se fecham para o conhecimento, como me parece?</u>	T32
ACI	<u>Se fossemos investigar o porquê alguém faz algo...muitas vezes a pessoa não faz por motivação...pode ter um zilhão de motivos para ela estar fazendo aquilo...e mesmo assim está fazendo.</u>	T8
AN	<u>@ACI, há alguns pesquisadores que já trabalham nessa linha, pois há pesquisadores que enfocam as TIC, mas não desenvolvem o COMO FAZER na prática do professor a inserção dessa tecnologia.</u>	T38
RE	<u>E mesmo com a lentidão tecnológica que a escola está, estamos tentando.</u>	T26
LS	<u>Em minha dissertação de Mestrado estou trabalhando o ensino via resolução de problemas em especial o caso de Funções. e tento fazer um pouco o que o @AN propôs uma possibilidade para que os estudantes possam expor suas potencialidades pode ser analisada na construção de uma situação (a cargo deles), e pedir para que eles aproximem essa situação do conceito de Funções e suas e aplicações).</u>	T4
LB	<u>Estou atuando apenas no ensino público, e infelizmente tenho pena dos bons alunos, que estão sendo excluídos pela indisciplina dos ruins.</u>	T3
RE	<u>Se o sistema é SPD, teremos graficamente retas concorrentes, se for SPI, retas coincidentes e se for SI retas paralelas.... dá pra explorar geometria analítica com o</u>	T5

	<u>estudo dos sistemas, matrizes e determinantes. Estou trabalhando este assunto com os alunos neste semestre.</u>	
DM	<u>Gente é complicado interação, didática diante de uma sala com 37 alunos, não acham?</u>	T2/T9
LV	<u>Concordo @DM...ano passado trabalhei em uma escola particular em Cuiabá em que a turma do 2 ano o EM tinha 63 alunos...</u>	T9
JV	<u>É verdade e cada professor tem sua experiência e sabe como tocar a turma.</u>	T9
DG	<u>Se o chão é nosso plano cartesiano porque não desenhar um plano cartesiano com os alunos e discutir as propriedades da reta com Função.</u>	T4
RE	<u>Inclusive trabalhar Tangram no Geogebra.</u>	T24
AN	<u>@JV, você poderia fazer uma análise didática também para o Tangram. Por exemplo, se você aumentasse um lado de uma das peças e solicitasse para que aumentassem as demais proporcionalmente, agora fazendo isso para cada peça, você poderia abordar o conhecimento de Funções.</u>	T5
JV	<u>outro projeto que coloquei em prática foi o desperdício por gotejamento de água para o ensino médio.</u>	T7
CA	<u>Quero compartilhar uma experiência que fiz com minha turma esta semana: separei meninos e meninas e pedi para que as meninas fossem até os meninos e formassem um par, a partir daí comecei a explorar um pouco mais de Função e aspectos do dia a dia.</u>	T20/T40
CA	<u>@ES comecei com os problemas, resoluções de temperatura, gasto de calorias, exemplos e depois fomos para o pátio, como eles têm o conceito de par ordenado na 7 série, esta semana comecei a trabalhar com a batalha naval, só depois falo das outras representações de Funções, adoraram, não esquecem mais, principalmente quando os meninos sobraram de um lado.</u>	T40
AN	<u>@DG, mesmo o livro sendo excelente, precisamos elaborar situações que privilegiem a realidade regional/local do estudante.</u>	T22
AN	<u>Fiz um trabalho que achei interessante sobre um preço de um determinado produto (alimentício) que os estudantes não poderiam ficar sem consumir. Como recorte, finalizamos o trabalho com uma otimização sobre o custo desse produto e em qual local ele deveria ser consumido. Então a cada aula havia mais dados, mas as variáveis foram seguindo certas regras para não deixar o trabalho muito solto.</u>	T20/T40
DG	<u>Um item sobre Função que achei trabalhosos para repassar aos alunos foi a Função trigonométrica, pois no círculo trigonométrico a gente fica perdido para entender o conceito.</u>	T31
RE	<u>Um problema que pode ser interessante é trabalhar a desvalorização de um veículo novo. Algumas marcas desvalorizam de 20% a 35% em dois anos.</u>	T40
LV	<u>@RE, o livro Dante traz alguns exercícios sobre depreciação, hoje mesmo fiz essa relação com o preço dos automóveis em sala de aula.</u>	T40
LB	<u>Com relação a Função, tenho um método de iniciar a potenciação, base 2 com o 6º ano, através da dobradura de uma folha, e dá para concretizar com a Função exponencial.</u>	T40
CA	<u>Li um artigo sobre a educação do século XXI, temos alunos nascidos na velocidade e queremos lecionar da mesma forma como no século passado, como os colegas pontuam aqui, precisamos instigar os alunos, tornar o conteúdo atrativo, pois teremos o que já temos alunos desmotivados, que não veem sentido em determinado conteúdo.</u>	T32
DG	<u>Um livro chamado as ideias da álgebra publicado pela sociedade americana de Matemática e reproduzido pela atual editora faz um belo estudo sobre a aprendizagem de Função com alunos do ensino médio americano. Serviu de base para uma monografia que fiz sobre o Excel.</u>	T40
LB	<u>Quanto iniciamos polinômios no 8º ano, já devemos trabalhar conceitos, principalmente geométricos, que na maioria das vezes ficam esquecidos e aí a situação fica apenas no abstrato, fazendo com que o aluno não entenda quando a Função é trabalhada efetivamente.</u>	T5
DG	<u>Pessoal fiz um experiência quando e tava no Labin muito louca. Peguei um aluno super problema que não parava na sala, mas muito inteligente e que adorava informática. Bem o coloquei como meu monitor para sanar os bugs do labin ja que era fera no assunto. Resumindo levantou sua autoestima e melhorou na sala de aula e no final do curso seus pais vieram me agradecer pelo que fiz por ele.</u>	T25/T26
DG	<u>É o caso de se pegar alunos monitores com gosto pela informática e trabalhar com eles aplicativos para os colegas.</u>	T25/T26
NM	<u>Como professor e tio, ter uma sobrinha de apenas quatro anos, que é capaz de sozinha usar o controle remoto, e previamente memorizados os 6 canais de sua preferência da tv a cabo, assistir seus desenhos favoritos e ainda ser capaz de</u>	T25

	<u>decorar os nomes e personagens dos desenhos, por mais estranhos que sejam esses nomes. No entanto, não há garantia que essa criança, dotada de tamanha habilidade, será capaz de resolver simples questões de adição de frações. Esse quadro apresentado é comum em crianças com acesso a esses meios tecnológicos, contudo essas habilidades não se refletem na escola, no aprendizado da Matemática.</u>	
LB	<u>A professora Ana Kaleff da UFF alerta "Tecnologia sem Metodologia não funciona".</u>	T2/T25
LB	<u>Fiz um curso sobre a utilização das Novas Tecnologias no Ensino de Matemática na UFF, e percebi que as novas tecnologias promovem realmente o ensino, mas temos que saber como utilizar.</u>	T2/T3
ES	<u>@M1, com o uso do software Fica mais fácil visualizar o que acontece levantar hipótese, resolver diferentes.</u>	T25
AN	<u>@M1, se o software para explorar o comportamento de uma Função isso fará todo o sentido para o aluno, isso não posso afirmar, mas que, por exemplo, a movimentação gráfica auxiliará a desenvolver o saber possivelmente poderá acontecer.</u>	T24
CA	<u>Mas, as ideias colocadas aqui servem de suporte para enriquecer nossas aulas.</u>	T40
RE	<u>@M1, hoje escutei um aluno meu do 3 ano do Ensino Médio comentando com os colegas que a Universidade cheira conhecimento e estar lá dá *animo, vontade de estudar enquanto que o colégio cheira ignorância...</u>	T1/T3
LB	<u>Fui a um curso sobre a OBMEP, e uma vez no estado vi a preocupação dos nossos superiores a diretoria de ensino com os bons, mas na prática não é assim.</u>	T36
AN	<u>@RE, acho que você foi mais direta que eu. Não quis mencionar que o ensino naquela época foi ruim, mas que hoje há uma preocupação maior em fazer uma interação e interligar os conteúdos matemáticos.</u>	T10
AN	<u>@RE, falo isso porque apenas na graduação pude perceber que a Matemática (independente do conteúdo) é passível de resoluções em qualquer domínio, seja algébrico, numérico, geométrico e gráfico. Sendo que em alguns momentos vamos estar limitados a resoluções nos domínios, particulares, por exemplo.</u>	T1/T10/T27
RE	<u>Concordo @AN.. Na graduação estamos desenvolvendo nosso conhecimento com outro objetivo.</u>	T1
JV	<u>Já notaram que os livros didáticos vêm cada vez mais resumidos e com exemplos errados??</u>	T22
JV	<u>@M3, concordo só que o livro didático é para os alunos e não para os professores.</u>	T22
AN	<u>Prezados @JV e @LC4, o livro do Elon tem suas características importantes. O que não podemos universalizar é que a linguagem proposta nele seja a que os estudantes do Ensino Médio vão utilizar no seu dia a dia.</u>	T22
JV	<u>é verdade @AN, porém para os professores é bastante útil.</u>	T22
LS	<u>existe uma diferença entre livro didático e livro paradidático.</u>	T22
DG	<u>O livro do Manoel Paiva é muito didático e excelente para aprendizagem.</u>	T22

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Discussão – Quarto Encontro (Chat 4)

No quarto encontro, foi discutido o artigo de B. D'Ambrósio (1989)⁷¹, intitulado: “Como Ensinar Matemática Hoje?”. A publicação desse texto é antiga, mas a leitura é bem atual, o que possibilitou discussões interessantes entre o grupo de Professores Participantes. Foram também comentadas pelos presentes a terceira e a quarta Tarefas Exploratório-investigativas, nas quais propusemos aos professores analisar um problema envolvendo o estudo da Reta Tangente ao gráfico de uma Função, quando são dados dois pontos pertencentes à curva ou quando temos o conhecimento de apenas um dos pontos pertencente à curva da Função, respectivamente.

⁷¹ D'AMBROSIO, Beatriz Silva. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. v.2. Brasília. 1989. p. 15-19.

As Tarefas tiveram como objetivo determinar a equação reduzida de uma Reta Tangente ao gráfico de uma Função Exponencial, a partir do cálculo do coeficiente angular da reta, usando intuitivamente o conceito de Limite de uma Função, mediante uso do *software* GeoGebra.

Vale ainda ressaltar que, no quarto encontro, houve uma mudança significativa em relação à dinâmica do Curso. Aconteceu de forma casual e espontânea a determinação entre os participantes em tornar mais democrática a proposta de envio de Tarefas e Leituras de Textos, compartilhando a responsabilidade de mediação dos encontros tanto entre os Professores Responsáveis e Professores Convidados, bem como entre os Professores Participantes.

Apresentamos, a seguir, os temas originados a partir das discussões entre os PP no quarto *Chat*. Dentre esses, os que obtiveram maior destaque foram:

- T1 – Conformidades e desacordos entre os conteúdos do Ensino Médio e os da Educação Superior;
- T2 – Aspectos didáticos;
- T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativas aos processos de aprendizagem da Matemática;
- T5 – Importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função, quando mediados pela TIC ou em um ambiente não tecnologicamente digital;
- T8 – Motivação e Interesse dos professores quanto ao emprego de abordagens diferenciadas no processo de ensinar Matemática no Ensino Médio;
- T9 – Aspectos pedagógicos;
- T10 – Inter-relação entre os conceitos matemáticos;
- T11 – Autonomia do professor *versus* orientações determinadas pelo Currículo do Ensino Médio;
- T16 – Tecnicismo no Ensino da Matemática;
- T18 – Dificuldades relacionadas à prática do professor quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática;
- T19 – Promovendo estratégias de raciocínio e investigação na resolução dos problemas matemáticos;
- T20 – A Importância de realizar parcerias na prática docente;
- T25 – Uso das TIC em situações cotidianas e suas implicações para a escola em nível de Ensino Básico e Ensino Médio;
- T26 – Dificuldades e soluções propostas pelo professor ao usar as TIC em sua prática;
- T28 – Potencialidades e Contribuições do *Winplot* e GeoGebra para o ensino da Matemática;
- T29 – O uso da tecnologia promovendo mudança de postura do professor quanto a sua prática docente;
- T32 – A Relação entre Professor Aluno, quanto à motivação e o processo de ensinar e aprender Matemática;
- T34 – A Cultura da Recompensa quanto às atividades realizadas mediante os processos de Ensino e Aprendizagem da Matemática;
- T35 – A Importância da parceria familiar na educação matemática dos filhos;
- T36 – Política educacional e o papel dos professores nesse contexto;
- T37 – Informação *versus* Conhecimento dos alunos e professores que atuam no Ensino Básico e Secundário;
- T39 – O *marketing* das propostas e metodologias de ensino e o papel do professor como promotor e divulgador de suas ideias frente à comunidade educacional;
- T40 – Espaço para discussões e partilha de ideias entre os professores participantes

Para iniciar um debate acerca dos temas abordados propomos a seguinte questão: Como ensinar Matemática hoje? Mudou muita coisa desde então? Na perspectiva da maioria dos Professores Participantes, houve alterações significativas, se pensarmos nas pesquisas que estão sendo realizadas, mas essas não se configuram em pensamento unânime entre todos.

Isso porque, embora o artigo escrito por Beatriz D'Ambrósio mostre, já em 1989, as diversas linhas de pesquisa e propostas de trabalho que buscam alterar a atual concepção de como ensinar, propondo os alunos como seres ativos no processo de construção de seu conhecimento. Para alguns dos Professores Participantes, essa realidade ainda é uma utopia, sendo essa concretizada apenas nas pesquisas de mestrado e doutorado. Essas percepções são evidenciadas na Tabela 11.

Metodologias como Modelagem, Investigação Matemática, Uso das tecnologias Digitais, Resolução de Problemas, são abordagens consideradas pelos PP como importantes e significativas no ensino da Matemática, mas que devem ser mais bem efetivadas no ambiente de ensino e aprendizagem em nível escolar.

Certamente, nem tudo 'são flores', o educador enfrenta algumas, se não muitas dificuldades, tais como mencionadas pelos PP em conversa no *Chat*. Esses citam a falta de interesse dos alunos em aprender a matéria; indisciplina que prejudica o andamento da aula; além de agentes externos e agravantes como o uso das drogas no ambiente escolar e, o pior, a falta de estrutura nas escolas para lidar com essa realidade.

Outro aspecto a ser considerado é o cumprimento do cronograma curricular, questão que foi amplamente repercutida pelos Professores Participantes nas discussões realizadas. O Currículo envolve questões de poder na relação entre escola, professor e aluno. Essa é uma afirmação de Honburg e Silva (2007, p. 1), a qual se pode constatar nos comentários apresentados pelos Professores Participantes. Na compreensão desses educadores, o currículo muitas vezes engessa a criatividade e a motivação do professor em adotar metodologias que possam contribuir com o aprendizado de seu aluno, apresentando-se fragmentado e hierárquico.

O Currículo como organização do projeto político-pedagógico da escola, muitas vezes, não leva em conta aspectos como o processo de produção de conhecimento, reflexão dos conceitos, interdisciplinaridade. Ou seja, cada disciplina é ensinada separadamente, onde as consideradas menos importantes ficam em detrimento das consideradas de maior relevância no processo de ensino. Atualmente podemos observar um movimento de mudança em relação à elaboração de um currículo mais integrado e contextualizado, mas falta ainda ser concretizado em ações efetivas no ambiente escolar.

Nesse contexto, um dos grandes desafios hoje apresentados ao professor é tornar a Matemática interessante e significativa para os seus alunos. Com ênfase para os Professores Participantes, o ensino e a aprendizagem da Matemática não se configuram como atividades envolventes para a maioria dos alunos em nível de Ensino Médio.

Tendo em vista questões envolvendo o currículo, política educacional, compreendemos que o papel dos professores nesse contexto é deveras relevante, principalmente por envolver aspectos culturais, sociais e históricos. Sendo assim, e mesmo com todas as dificuldades apresentadas pelos PP nas discussões no quarto encontro, percebemos uma grande preocupação desses em buscar metodologias de ensino que envolvam o uso das TIC, de modo que possam trazer um direcionamento às suas práticas escolares. Vide Tabela 11.

Tabela 11 – Tópico de Discussão do Chat 4

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
DG	Muito interessante as formas de ensino com as tecnologias. Por incrível que pareça é muito atual, <u>pena que os colegas ainda não se deram conta do alcance do uso das tecnologias no dia a dia do aluno</u> , pois ele coloca o uso da linguagem “Logo” que foi injustamente relegada pelo fato de não ser entendida, pois o “logo gráfico” é uma excelente forma de aprendizagem Matemática.	T25
DG	O professor Alexandre me enviou um endereço de um logo gráfico onde tinha muitas Funções que pude refazer no logo gráfico há uns 8 anos atrás e ali pude aprender muito, mas os colegas daqui não se interessaram. Professora o que me deixa triste é me sentir no meio de um deserto com um Ferrari na mão, pois <u>não existe uma cultura de pesquisa em nível do ensino médio, o que inviabiliza qualquer pesquisa</u> .	T30
DG	<u>Me baseio pelo meu estado, pois não há muito interesse em apoiar estas pesquisas, pois acham que não levam a lugar nenhum, quando na verdade é o contrário</u> .	T30
DG	<u>No logo você desenvolve a lateralidade e o raciocínio matemático e no GeoGebra vou ver de modo dinâmico a solução. Tem muito problema que dá para fazer nos dois. Um exemplo montei num curso de “logo” a tabuada do 2 e depois fui ao Excel para conferir, para meu deleite, vibrei ao ver o funcionamento nos dois. O logo nos deixa recuperar a criança que existe dentro de nós.</u>	T28
LB	<u>Quanto ao texto, achei muito interessante, mas eu sempre me pergunto. Legal mostrarmos ao aluno que a Matemática é importante, e levar a ele ideias de como entender a Matemática vista a partir do concreto.</u>	T32
CA	<u>O texto coloca que alguns professores acreditam que repetir exercícios ajuda na aprendizagem, eu concordo, é como dirigir, só vai aprender dirigindo e melhorando na prática.</u>	T32
DS	<u>E a investigação esta relacionada com uso de tecnologias e com jogos. Para não cairmos no equívoco do jogo pelo jogo... Sem uma intencionalidade é necessário que se desenvolva a investigação dentro desta metodologia.</u>	T19
CG	<u>Eu implementei duas tarefas de investigação Matemática no fundamental e foi fantástico.</u>	T19
RE	<u>Eu faço curso PDE e neste ano realizei meu projeto estudando a pavimentação geométrica com o uso do software GeoGebra com os alunos do 3º. ano do ensino médio e fizeram uso da investigação Matemática... Adorei a atitude dos alunos.</u>	T19
LB	<u>Mas o que fazer com os alunos que não querem, e não nos deixam trabalhar? As vezes me sinto impotente, pois sou impedida de trabalhar pela indisciplina. Aí quem sai prejudicado são os alunos que querem.</u>	T3
HS	<u>@LB... Também compartilho de seus problemas. Aqui nas minhas turmas acontece o mesmo...</u>	T3
DS	<u>É assim mesmo... também passo por isso, por isso acho importante ouvir mais os alunos. Tentar entender o que eles gostam o que atrai eles, porque aí conseguimos chegar mais perto.</u>	T3
AN	<u>@MC3 e @DS, o interessante é que para resolver um problema há vários caminhos, mas sempre se inicia com os conceitos e podemos dizer que se finaliza após a aplicação dos procedimentos.</u>	T2
HS	<u>É @MP. Justamente isso é o que acontece... Falou em atividade... Seja ela qual for... Eles já querem parar de fazer...</u>	T3
LB	<u>O problema é você trabalhar em salas onde há pessoas que vêm drogadas e a</u>	T3

	<u>escola não pode fazer nada. Essa é a minha realidade</u>	
DM	<u>minha também.</u>	T3
DG	<u>Realmente isto é um grande entrave.</u>	T3
LB	<u>Só não deixei a educação, pois penso nos que querem, e acredito que o trabalho diferenciado, com os que querem, funciona e muito. Mas também tem aqueles que necessitam de mais atenção, e é nessa hora que a modelagem entra.</u>	T3/T8
RE	<u>Eu considero a modelagem excelente, também, mas vi excelentes trabalhos em turmas em que há maior número de aulas por semana.</u>	T19
CA	<u>Acho interessante a modelagem, mas precisa seguir determinados passos, conhecer melhor os alunos...</u>	T32
HS	<u>Uma das minhas paixões também é a modelagem... Mas infelizmente ainda não consegui aplicar em sala...</u>	T19
CG	<u>Eu procuro navegar nos quatro ambientes, mas acho um pouco difícil trabalhar com modelagem</u>	T19
CA	<u>Concordo contigo @CG, uma proposta seria trabalhar a modelagem em turno diferente, pois a escola cobra o currículo.</u>	T11/T19
HS	<u>Sem contar @MC3... Que a resposta precisa ser exata... Para muitos, quando a resposta é um número decimal, eles acham que está errado...</u>	T16
LB	<u>@MC3, vejo que os alunos que gostam da disciplina, já possuem uma afinidade e é ele quem busca ter mais conhecimento, nós professores apenas norteamos suas ideias.</u>	T3
HS	<u>Imagina no mundo de hoje coisas com valores exatos... E NATURAIS... !!?</u> (risos).	T16
AN	<u>Concordo com @DS. Muitos estudantes estão "viciados" em fazer qualquer atividade somente através de recompensas.</u>	T34
DS	<u>mas não é só culpa nossa, dos professores, faça isso que te dou isso. É dos pais também que ensinam assim.</u>	T34
DM	<u>essa é a cultura dentro da escola imposta pelo sistema e por nós Tb.</u>	T34
NM	<u>@DS meus alunos não querem nem saber de ponto, prá convencer o povo a estudar ou levo chocolate ou compro lanche para alguns.</u>	T34
LB	<u>@NM, eu também faço competições. Vou doar neste bimestre uma coleção completa de livros didáticos de Matemática para o melhor aluno.</u>	T34
AN	<u>@MP, infelizmente, digo que também faço isso em algumas oportunidades. Caso contrário apenas de 5 a 10% fazem as atividades.</u>	T34
LB	<u>@NM, eu tenho mais ou menos uns 6 (seis) alunos que estão firmes na competição, em uma sala de 34, acho ser uma vitória.</u>	T34
LB	<u>@DS precisamos que a família se empenhe mais, pois a educação dos filhos está completamente terceirizada.</u>	T35
DM	<u>A família está em extinção, que fazer.</u>	T35
AN	<u>O ensino na China é voltado para o conceito, enquanto que o ensino nos EUA é voltado para os procedimentos. Achei bem interessante, e a partir daquele discurso, estou conseguindo verificar que nossos estudantes conseguem desenvolver métodos de aplicação para resolução de exercícios, mas não conseguem analisar como o conceito pode ser analisado e/ou sintetizado numa situação de problemas.</u>	T3
HS	<u>Tá complicado... Eu penso que enquanto os governantes não se decidirem o que será feito pela educação, não encontraremos saída... A cada governador que entra uma nova política educacional é proposta... Ou seja, a cada 4 anos temos que nos virar nos 30 e começar tudo de novo.</u>	T36
NM	<u>Certamente que não tem a melhor forma de ensinar, muitos fatores devem ser considerados, a turma, a experiência do professor, os meios disponíveis. Podemos utilizar até mais de uma em aula.</u>	T9
RE	<u>Estamos diante de uma geração, que muito embora seja muito inteligente, por outro lado parece não saber o que fazer com tanto conhecimento com os quais têm acesso a toda e qualquer hora... as vezes parece que nenhuma metodologia os atinge, por outro lado parecem carentes de uma metodologia que os faça querer aprender... Quando mudamos o modo de trabalhar parece que não querem mudança... Mesmo assim é preciso acreditar na metodologia que escolhermos e enfrentarmos os desafios que surgem durante o desenvolvimento deste.</u>	T2/T3
CA	<u>Eu acredito que os alunos possuem muitas informações, mas não conhecimento, pois os estudantes e nós mesmos passamos os conteúdos e não chegamos a saborear.</u>	T37
NM	<u>A Matemática vem sendo ensinada através de uma série de exercícios artificiais e mecânicos baseados na memorização ou repetição, não havendo espaço para</u>	T16

	<u>questionamentos, criatividade.</u>	
LB	<u>Não podemos designar todo o trabalho a escola, pois ela está provando que não dá conta de tudo.</u>	T20
DG	<u>Volto então a pergunta Cadê a empresa educação? Na empresa cada profissional fica em sua área e é valorizado para tal e aqui na educação o professor deve ser tudo.</u>	T20
NM	<u>@MC3, claro que sim, mas vem muito disfarçado, proponho questões que despertem o interesse dos alunos que os mesmos se sintam desafiados, os alunos são capazes, mas precisam ser motivados. Não consigo fazer isso ensinando a calcular intensidade de terremoto com logaritmo.</u>	T32
HS	<u>@MC3 e @MP, Algo interessante que foi levantado no texto é a respeito da preocupação que o professor possui na iniciativa de vencer os conteúdos daquela série... Sabemos que para fazer um trabalho bem feito e que produza a aprendizagem, não podemos nos apegar tanto assim ao currículo... Qual a opinião de vcs a respeito do currículo do Ensino Médio??? Vcs acham importante tudo aquilo que é pedido para ser ensinado???</u>	T11
LB	<u>Infelizmente somos cobrados pelo sistema, através de avaliações externas que norteiam o currículo. Muitos dos nossos superiores querem ganhar "BONUS"!!!!</u>	T36
HS	<u>@MC3, muito legal o seu pensamento... Também compartilho dele... Mas infelizmente a cobrança na escola é grande... Porque o professor FULANO de tal deu conta do conteúdo e ainda fez a revisão do ensino fundamental e vc deixou de ensinar vários conceitos... O que fazer???</u>	T11
DG	<u>@HS isto é real e assusta demais os colegas.</u>	T11
LS	<u>assusta mesmo.</u>	T11
LB	<u>@MC3 é que pensamos, mas o problema é o sistema aceitar que os alunos têm deficiências. Fui cobrada esta semana porque iniciei radiciação no 6º ano do EF e minha coordenadora, que é professora de português, disse que eu não podia ter trabalho, pois atrasei o currículo, é que radiciação na proposta do Estado de São Paulo, só aparece no 9º Ano.</u>	T11
LS	<u>É bem complicado esse problema do currículo. Gosto de ensinar o método de completar quadrados no 8º ano, antes deles aprenderem o método de resolução de equações do 2º grau. Para fazer isso, tenho que dar uma corridinha depois. Como o colégio é particular, tive abertura.</u>	T11
CG	<u>As cobranças são muitas, mas a infraestrutura é pobre.</u>	T30
RE	<u>Eu trabalho há 14 anos com a metodologia da resolução de problemas e apenas de remar contra a maré, pois apenas eu trabalho esta metodologia em minha escola, eu acredito nos resultados que posso alcançar e alcanço, porém no início de cada nova turma que início o trabalho tenho que superar a adaptação dos alunos em aceitarem que tenham que modificar a atitude, deparo com muitos alunos, que apesar de reclamar dos professores que tiveram, não gostam da ideia de sair do comodismo.</u>	T18
DS	<u>Isso é verdade Renata, os alunos reclamam dos professores tradicionais mas quando entramos com uma coisa que sai da rotina eles não querem...rejeitam pelo fato de dar trabalho.</u>	T18
AN	<u>Pois é,. Aos olhos de muitos é como se a academia e o ensino básico fossem distantes.</u>	T1
CE	<u>A realidade é muito diferente do que se trabalha na academia.</u>	T1
DM	<u>concordo com @LB fazemos de conta que ensinamos e eles fazem de conta que aprendem.</u>	T18
RE	<u>Por isso @DS, que considero difícil escolhermos uma metodologia para conquistar alunos, acredito que tenhamos que escolher uma metodologia com a qual nos identificamos e acreditamos.</u>	T2/T32
LB	<u>Só não abandono porque acredito no que faço. Sempre temos aquele que não nos deixa desistir.</u>	T8
CG	<u>Hoje estava conversando com os alunos sobre a proposta do MEC do Ensino Integral nas escolas. Querem imitar os EUA, mas não possuem estrutura para isso. Na minha escola tem o Ensino Médio Inovador, e os alunos ficam extremamente cansados no turno da tarde.</u>	T36
RE	<u>Aqui em Londrina o Ens. Médio Inovador está sendo assumido pelas escolas apenas para o período noturno.</u>	T36
LB	<u>A escola em que trabalho é de tempo Integral, e lá há a disciplina "Experiências Matemáticas", já até lecionei nesse projeto que pertence ao Instituto Airton Senna, tentamos trabalhar com softwares, mas infelizmente o sistema bloqueia os softwares como Geogebra. O planejamento é tão mal feito, que ao invés dos alunos terem as oficinas à tarde leciono Matemática.</u>	T26/T36

AS	<u>@CG, para nós aqui no sul, é o mais educação, e dá resultado.</u>	T36
CG	<u>@LB, no Mais Educação não é professor que trabalha com o aluno. O mais educação é um projeto que não pode utilizar professor, aqui na Bahia eles usam sempre estudantes.</u>	T36
AS	Mas aqui, tem que ser professor!	T36
CG	<u>Aqui não é assim @LB. Segundo a SEC, pela proposta do MEC, deve ser alguém da comunidade para desenvolver atividades diferentes, mas geralmente se trabalha com estudantes das universidades.</u>	T36
LB	<u>Acredito que a questão cultural é um problema também muito sério.</u>	T36
DS	<u>Acho que o problema no Brasil é maior, é político, cultural e histórico.</u>	T36
LB	<u>Infelizmente vivemos um momento delicado em nosso país, onde não oferecemos dignidade ao ser humano, e sim esmolas, para que haja a massificação da pobreza e principalmente da cultura.</u>	T36
RE	<u>Temos vontade em melhorar a Educação... projetos nos são ofertados, mas ao mesmo tempo não somos apoiados e vontade da sociedade em querer a melhora.</u>	T36
LS	<u>alguns projetos com apoio da UFRJ, como o PIBID utilizam licenciados como tutores de turmas de oficinas, mas eles são coordenados por professores. Acho o projeto bom.</u>	T36
LB	<u>Percebo que aqui no Brasil a educação não acontece nas escolas públicas porque o governo não permite. O que falta aqui é vontade política.</u>	T36
DS	<u>E por aqui a política não contribui e as nossas condições de trabalho continuam precárias.</u>	T36
DM	<u>seria política ou cultura??</u>	T36
SA	<u>Cultura.</u>	T36
LS	<u>temos que tirar essa ideia do igual. O Brasil tem mania de importar. Traz de lá, coloca e sempre dá... ERRADO! RS.</u>	T36
RE	<u>Mas isso acontece, porque não há incentivo para que os educadores criem projetos inovadores para a educação.</u>	T36
DG	<u>Certo @RE, mas se a gente não se unir em prol "de desenvolvimento" unidos num só ideia não vai dar certo.</u>	T39
RE	<u>Concordo @DG e infelizmente considero a classe de professores desunida em relação a isto.</u>	T40
DS	<u>As iniciativas na educação os resultados são a longo prazo. As mudanças que fazemos hoje... nossos bisnetos é que sentirão.</u>	T39
HS	<u>Eu tento fazer um trabalho um pouco diferenciado dentro da sala... Mas devido as cobranças que vem da direção, equipe pedagógica e td mais, acabo tentando vencer o conteúdo... Devido esse fato, resolvi montar um grupo de estudo com os alunos que tiverem interesse, para desenvolver Matemática com metodologias diferenciadas...</u>	T20
DG	<u>Penso que a Matemática na licenciatura deva incentivar mais o trabalho pratico também, pois eu vim da engenharia para a Matemática e tudo que uso esta baseado na pratica da engenharia.</u>	T10
LB	<u>@MC3, o projeto em que trabalhei chamado Game Superação, fala muito do protagonismo em sala de aula, mas é tão complicado implementar.</u>	T26
LB	<u>@LS, o projeto é o "GAME SUPERAÇÃO JOVEM" e o site é: http://www.superacaojovem.org.br/index.asp..</u>	T26
AN	<u>@LB, na minha escola trabalhamos com reciclagem e a comunidade colabora bastante, até porque é um bairro classe D e E, e como há dificuldades com o que fazer com o lixo que fica nas ruas, este projeto vem para amenizar a situação de precariedade que essas pessoas têm. Gostaria que a escola pudesse ter mais verba para investirmos em uma pequena usina de Biomassa.</u>	T26
LB	<u>@AN, fizemos reciclagem com óleo de cozinha usado, e utilizamos regra de três para produzirmos sabão.</u>	T26
PF	<u>O problema todo dos projetos mencionados pelos colegas é o tempo, já que se trabalha dobrado e professor não tem como se sustentar com uma só matrícula.</u>	T8/T26
MC3	<u>Vocês que trabalham com o Geogebra... conseguem também tornar as atividades lúdicas?</u>	T28
DS	<u>Sobre a utilização de jogos para mim a grande charada é a construção deles pelos alunos. Quando vc leva o aluno a pesquisar um jogo, estudar sobre ele e construir. Eu acredito q o envolvimento é maior e eles podem ser muito criativos.</u>	T8
DG	<u>Os jogos eu não me aventurei muito por eles pelo fato de estarem prontos e acabados e ou dominar a linguagem java para criar. Mas a geometria espacial do ensino médio da para ser feita simulando um eixo auxiliar através de projeções.</u>	T8
NM	<u>com o GeoGebra não tive muito sucesso nas minhas aulas, com jogos o</u>	T8

	<u>resultado foi muito bom, utilizei o site Rachacuca. Os alunos adoraram pena que não melhoraram a Matemática. Atividades que utilizem argumentação lógica, enigmas lógicos e atividades lúdicas que envolvam a lógica Matemática despertam nos discentes um maior interesse.</u>	
PF	<u>Estou a fazer vários cursos na área de tecnologia no ensino para 'aproximar' ou tornar a Matemática 'agradável' ao aluno.</u>	T8
DG	<u>Penso que os conceitos básicos da geometria descritiva agora podem ser retomados nas tecnologias.</u>	T5
LB	<u>@DG, eu acho muito interessante e acredito que os softwares de geometria dinâmica são muito importantes para a construção do conhecimento.</u>	T5
DG	<u>E nas tecnologias a linearidade do conteúdo não pode existir. Ou quiseram facilitar aceitação da Matemática, já que a calculadora faz o cálculo.</u>	T25/T26
DG	<u>Enquanto aqui em Gurupi na UNirg a professora da licenciatura vai no máximo 2 semestre ao labin e depois ao ser jogada na escola não sabe o que fazer diante dos computadores. Conversei com a professora que foi a presidente da fundação e ela reconheceu esta falha mas é difícil mudar.</u>	T26
MP	<u>É verdade muitos professores se sentem assim frente a tecnologia.</u>	T26
DM	<u>Sobre a tecnologia na escola, aqui dos 70 professores só eu e outro colega usamos no ensino.</u>	T26
DM	<u>Calma @DG,, somos agentes transformadores.</u>	T8
DG	<u>Sim @DM, mas as autoridades precisam tratar com mais carinho a educação e dar condições reais aos professores. Se a gente começar a criar polos a partir das delegacias regionais para se criar e estimular realmente o uso das tecnologias e não um faz de conta poderemos pensar em mudar essa realidade.</u>	T29/T36

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Discussão – Quinto Encontro (Chat 5)

No quinto encontro propusemos a discussão sobre o texto: Para que Serve Matemática⁷²? Foi também sugerida aos professores a discussão da Tarefa intitulada “Manifestações do Cálculo no Ensino Básico”, enviada pelo Professor Convidado da semana. As questões propostas pelo Professor Convidado se mostraram relevantes para a nossa investigação, pois nos mostrou uma perspectiva diferenciada, ampliando a nossa compreensão em relação à escrita do texto e à elaboração da nossa pesquisa.

A leitura do texto, por sua vez, foi de grande importância para o Curso, pois embora as colocações do autor sejam bastantes polêmicas, motivou-nos a refletir sobre a importância do ensino de Álgebra. Este artigo causou indignação a alguns PP e admiração em outros. A polêmica sobressaiu a partir da concepção do autor em colocar questões conflituosas sobre a importância da Álgebra como instrumento de aplicabilidade nos problemas do dia a dia do aluno. Os Professores Participantes compreendem que os alunos não enxergam a utilidade da Matemática, mesmo quando trabalham com situações concretas, pois muitos não têm maturidade para analisar que a Matemática está implícita em seu cotidiano. Mas será que é tão importante assim? Será que a Matemática não pode ser analisada em importância por si própria, propriedades, axiomas, teoremas?

⁷² UNDERWOOD, Dudley. Para que serve a Matemática? **Revista Cálculo**. Segmento n. 31, ano 3, ago. 2013. Disponível em: http://www.maths.usyd.edu.au/u/UG/SM/MATH3075/r/Dudley_2010.pdf. Acesso em: set. 2013.
NOTA: Esse texto foi indicação de um dos Professores Participantes.

A interpretação minoritária de alguns dos professores compreende que o autor do artigo em discussão assegura que o ensino de Matemática não tem que estar vinculado à ideia de ser aplicável no cotidiano ou não, mas que possa contribuir no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos em virtude da tomada de decisões.

Nesse contexto, compreendemos que essa polêmica é legítima, mesmo porque as pessoas envolvidas na discussão advêm tanto da Matemática, como da Educação Matemática. Reconhecemos também que o ensino da Matemática revela sua importância como instrumento no processo de desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, mas que não deve ser vista apenas nesse viés. A aplicação dos conceitos estudados deve ser observada dentro de uma proposta realista dado a vivência do aluno, servindo como base de conhecimento para outras áreas, a fim de integralizar as disciplinas de Álgebra, Geometria, Cálculo em um contexto de ensino que possibilite o aluno enxergar um horizonte de interrelações entre os conteúdos estudados na Matemática escolar e na Matemática da Educação Superior.

Neste Encontro, além da leitura do texto e da Tarefa enviada pelo Professor Convidado, propomos a discussão de uma Tarefa Exploratório-Investigativa, fato que nos impôs a estabelecer uma dinâmica, a fim de otimizar a Atividade de Ensino proposta para *Chat* do quinto Encontro. Apresentamos, a seguir, os Temas mais debatidos, tendo em vista os comentários apresentados abaixo na Tabela 12.

T2 – Aspectos didáticos;

T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativas aos processos de aprendizagem da Matemática.;

T5 – Importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função, quando mediados pela TIC ou em um ambiente não tecnologicamente digital;

T6 – Abordagem intuitiva;

T7 – Contextualização e interdisciplinaridade mediante o estudo de Função no Ensino Médio;

T14 – A importância de perceber as ideias do Infinito e Infinitésimo em nível de Básico e Secundário e como se apropriar desse conceito, a fim de introduzir noções de CDI no secundário;

T19 – Estratégias de raciocínio e investigação na resolução dos problemas matemáticos;

T23 – Sistematização dos conceitos matemáticos/Base para séries e conteúdos mais avançados;

T25 – Uso das TIC em situações cotidianas e suas implicações para a escola em nível de Ensino Básico e Ensino Médio;

T31 – Conhecimento do Professor quanto ao conteúdo da Matemática e uso das TIC;

T39 – O *marketing* das propostas e metodologias de ensino e o papel do professor como promotor e divulgador de suas ideias frente à comunidade educacional;

T40 – Espaço para discussões e partilha de ideias entre os professores participantes

Os Temas 7 (sete) e 14 (quatorze) compreendem as opiniões dos PP relativas ao ensino da Matemática. Ou seja, eles percebem que a forma como os conteúdos vêm sendo apresentados no Ensino Médio está aquém do ideal e não têm contribuído para com o conhecimento dos alunos que adentram a Educação Superior. O que implica dizer que os alunos ao adentrarem-se na universidade, em particular, quando iniciam um Curso de CDI, frequentemente se frustram e apresentam dificuldades em acompanharem e apreenderem os

novos conceitos inerentes à disciplina. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientam que:

O currículo do Ensino Médio deve ser pensado de modo a garantir ao aluno condições de aprofundar os conhecimentos matemáticos adquiridos no Ensino Fundamental de forma integrada com outras áreas do conhecimento e orientada pela perspectiva histórico-cultural na qual estão ligados os temas em estudo (BRASIL, 2012, p. 42).

Essa orientação é legítima, mas muitos fatores interferem para seu efetivo cumprimento na prática escolar.

Interpretando os comentários dos Professores Participantes relacionados aos demais temas, notamos que para alguns a perspectiva de trabalhar conceitos de Cálculo no Ensino Médio é significativo apenas para aqueles alunos que pretendem seguir alguma carreira que envolva a área de Ciências Exatas. Entretanto, se pensarmos que o Ensino Médio é modelo único no Brasil para todas as escolas públicas e particulares, como se poderiam eleger esses alunos?

Mesmo que seja um consenso entre a maioria dos Professores Participantes que noções de Cálculo devam ser adotadas no currículo do Ensino Médio, esses acreditam que tal abordagem deva ser inserida em doses homeopáticas, ou que o professor deve ter conhecimento dessas ideias, mas não necessariamente transmitir ao seu aluno.

Nessa perspectiva, o professor Humberto Bortolossi (Professor Convidado), ao dirigir-se aos Professores Participantes no quinto *Chat*, propôs alguns questionamentos que nos fizeram refletir sobre as manifestações dos conceitos de CDI nos conteúdos do Ensino Básico e Médio. Por exemplo, em geral, os professores do ensino básico sabem o quanto é raiz quadrada de 3. Esse é um número não negativo que elevado ao quadrado dá 3. Mas, quem disse que tal número existe? A existência de raízes quadradas vem do fato da Função $f(x) = x^2$ ser contínua. Questões como essas, propostas, nesse caso em particular, pelo Professor convidado, nos mostra uma perspectiva interessante de trabalhar conceitos de CDI no Ensino Básico. Mas como levar esse conhecimento à Matemática escolar?

Uma das propostas colocadas constituiu-se na ideia de que seria relevante que, na Formação inicial, os professores em formação tivessem a oportunidade de experienciar o estudo de Análise, associado a uma metodologia que valorizasse a relação entre os assuntos estudados na Educação Superior e os conteúdos do Ensino Médio. Nessa direção, compreendemos que o professor em formação inicial teria a oportunidade de refletir sobre a possibilidade de inter-relacionar os conceitos matemáticos, contribuindo *a posteriori* em sua prática com processos de ensino e aprendizagem da Matemática, em nível escolar.

Outro fator importante nesse processo consiste no fato de o Professor estar compartilhando seu conhecimento junto aos colegas de trabalho. Nesse sentido, ele deve realizar trocas, compartilhar experiências tanto de forma quantitativa como qualitativamente.

Na Tabela 12, apresentamos os Temas originados, tendo em vista os contextos elencados a partir das discussões realizadas no quinto encontro.

Tabela 12 – Tópicos de Discussão do Chat 5

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
NM	@ MP, Fiquei muito feliz por vc ter aberto esse espaço para discutir o texto, que bom que ele causou indignação	T40
NM	Ele coloca que os professores deveriam parar de justificar a Matemática por sua utilidade prática, até porque tal justificativa é falsa: na prática, as pessoas precisam apenas de aritmética, pouca gente precisa de Matemática para além da aritmética, e mesmo assim precisa dela poucas vezes na vida.	T40
NM	Ele deixa claro que o professor de Matemática é um péssimo vendedor, que consegue depreciar o seu produto.	T40
DG	Na prática a álgebra é tida como assimilável a qualquer hora. Porém hoje com a tecnologia ela está ao alcance de todos vide caixa eletrônico.	T25
LB	@MP com relação a utilidade da Matemática, acredito necessária para boa parte das situações cotidianas, mas infelizmente nossos alunos não enxergam dessa maneira, mesmo quando trabalhamos com situações concretas, muitos não têm maturidade para analisar que a Matemática está implícita no nosso dia a dia.	T25
PF	De quanto se precisa de Matemática nas profissões e por isso o ensino de Matemática é descartável.	T40
NM	O pensamento da maioria dos professores Academia Americana de Ciências, 1991) vemos que: “Mito: Quase todas as ocupações exigem um pouquinho de Matemática. “Realidade: A verdade é o oposto disso.”	T40
JV	As vezes me incomodo com pequenas coisas por exemplo no texto a palavra mediador - “Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos” (PCN’s p.36).	T7/T3
HS	No meu ponto de vista o que ele tentou nos colocar é que o ensino de Matemática não tem que estar vinculado a ideia de ser aplicável no cotidiano ou não... Mas ele defende o ensino de forma que a pessoa desenvolva o raciocinar na tomada de decisões...	T7
LB	@HS eu concordo com o autor, quando temos domínio de certas situações Matemática, desenvolvemos uma certa facilidade de abstrair situações cotidianas.	T7
NM	não acho razoável justificar, por exemplo, o ensino de semelhança para poder calcular a altura do prédio, sabendo a medida da sua sombra, não seria mais fácil contar os andares e multiplicar por 3?	T7
JV	Concordo Miguel o problema é se for 1000 andares?...	T7
PF	Meu camarada @NM, e se for uma árvore ou montanha, etc...	T7
HS	Mas o aluno hj quer medir o tamanho do prédio??? Isso faz parte do cotidiano dele???	T7
NM	não sou 100% favorável a tudo que ele escreveu, mas concordo com a maior parte do texto.	
NM	@PF vc já precisou calcular altura de alguma montanha ou prédio?	T7
JV	Para que serve Matemática?? já ouvi de um professor que para ele era para ganhar dinheiro...	T40
HS	Fico pensando... Para que ele vai querer saber o tamanho do poste??? Claro que o problema nos oportuniza o desenvolvimento do conceito matemático... Mas isso é algo do interesse do aluno???	T7
LV	Concordo com o @HS. Particularmente gosto da definição Duarte (1986) e que escrevi em minha dissertação: O autor ressalta que essa conexão entre a Matemática e as necessidades sociais é legitimamente importante e tem sido destacada por diversos autores. Porém, não se pode perder de vista que o principal objetivo da atividade dos educadores matemáticos é o ensino dessa	T7/T39

	<u>disciplina, pois às vezes o ensino do conhecimento matemático propriamente dito, ou seja, da Matemática formativa, que inicialmente não é diretamente aplicável, mas que auxilia na construção das estruturas cognitivas que também serão utilizadas em outras áreas do conhecimento acaba sendo deixado em segundo plano.</u>	
NM	<u>O que vemos em vez disso é a interminável repetição de problemas sobre o clube de investimentos que perdeu dois de seus membros e sobre todas as outras firulas, sobre carros indo do ponto A ao ponto B, sobre fazendeiros cercando plantações, etc. Falta espaço para mostrar todos eles. Por que os problemas da vida real não aparecem nos livros didáticos? Não é porque falte aos autores energia e iniciativa; é porque eles não existem. É para isso que o ensino da Matemática serve e para isso que sempre serviu: para que aprendamos a raciocinar, em geral por meio de problemas bobinhos.</u>	T7
HS	<u>Raciocínio é a chave... =)</u>	T19
LV	<u>Explicar para os alunos a importância da Matemática formativa é extremamente importante, eles precisam compreender...</u>	T39
JV	<u>o que aconteceu com o estudo da geometria??? Parece que ninguém dá mais importância...</u>	T5
JV	<u>@JV esqueceram porque a Álgebra é mais importante... E será mais importante mesmo???</u>	T5
DM	<u>Correto do dia a dia o número, a álgebra, geometria, Funções estão ao nosso redor o que nos compete é abrir a visão desses alunos que necessitam desse amadurecimento pessoal.</u>	T7
NM	<u>“Na universidade, nossos futuros advogados, clérigos e políticos devem estudar bastante sobre curvas, ângulos, números e proporções; não porque tais tópicos tenham a menor correlação com as necessidades do dia a dia, mas porque, no próprio ato de estudar.</u>	T7
HS	<u>Olha gente... Essa semana conversei com um amigo que fez parte da minha banca do mestrado e que foi para a Holanda analisar o sistema de ensino deles...Sabe o que ele me disse sobre o ensino de lá??? Que primeiro os problemas que eles resolvem não são mirabolantes... Mas são muito parecidos com os que usamos aqui... E que lá os alunos se dedicam na resolução... E aqui o que conseguimos??? Os alunos se dedicam na resolução??? Não sei o de vcs... Mas os meus não..</u>	T2
NM	<u>A Matemática desenvolve o poder de raciocinar. Ela mostra, melhor do que qualquer outra matéria, que a razão pode nos conduzir à verdade.</u>	T19
HC5	<u>@Todos: será que com cálculo no ensino médio, as aplicações ficariam acessíveis o ensino básico?</u>	T23
JV	<u>Acho que não @HC5</u>	T23
HS	<u>@HC5... Penso que para os alunos que vão trabalhar com algo da área de exatas seria muito interessante... Mas para os que exercerão outras profissões penso que o cálculo será sacrilégio</u>	T23
NM	<u>A questão é a dosagem</u>	T23
JV	<u>Imagina Cálculo em um colégio onde os alunos não sabem nem contar só aumentaria o desinteresse, minha opinião...</u>	T23
NM	<u>A questão o que vai ser dado do Cálculo, naturalmente os alunos já o fazem sem saber, na soma da pg infinita já aparece o assunto</u>	T23
NM	<u>É possível sim, mas em doses homeopáticas</u>	T6/T23
NM	<u>Interessante que tudo isso já faz parte do ensino regular</u>	T23
HS	<u>@HC5, mostrar que 0,999... é igual a 1 é fácil... O difícil será encontrarmos argumentos que convençam os alunos... Sem considerar as contas é claro</u>	T23
HC5	<u>Talvez, antes de responder por que $\overline{0.9} = 1$, seria interessante discutir o que a simbologia $\overline{0.9} = 1$ significa ...</u>	T23
HC5	<u>Ou o que significa 0,123456789101112... (justaposição dos números naturais) ou, mais geralmente, uma expansão decimal.</u>	T23
JV	<u>Cada parcela representa o que a @LS já tinha comentado ou podemos explicar usando o Paradoxo de Zenão.</u>	T23
DM	<u>Ou que o infinito nos faz pensar num Limite.</u>	T14/T23
HC5	<u>@JV, o que é uma soma continua de forma infinita?</u>	T14
JV	<u>Soma infinita nos remete a noção de Limite e seria como eu abordaria o assunto</u>	T14

	no ensino médio.	
AN	O que o @JV comentou é interessante "soma infinita", <u>mas não discutiria a definição de Limite, apenas a noção intuitiva, como você abordou.</u>	T14
NM	@HC5, o aluno do 8º ano já teve alguma familiaridade com a palavra infinito. Teve não, tem, conhece os irracionais e sabe da sua representação infinita de algarismos.	T14
HC5	@NM minha proposta inicial é pensar nestas questões em si num primeiro momento. Vamos ficar em paz e 100% formais com as definições. Em um segundo momento podemos pensar em como levar isto para o ensino básico.	T14
JV	Acho que algumas questões não devem ser levadas ao ensino básico...	T14
MP	Por que @JV?	
HC5	@JV mas o professor deve saber, mesmo sem levar, você concorda?	T14
HC5	@NM estamos pensando como matemáticos agora. O que são exatamente estes símbolos? Que propriedades os símbolos tem? Depois pensamos em como levar (se levar) para o ensino básico	T14
NM	Claro que o professor precisa conhecer.	T14
HS	Penso que devemos saber sim @HC5... Mas ao mesmo tempo, estamos sem saber explicar td isso... Pelo menos eu estou sem respostas já...	T14
HC5	@RMI, @HS: a resposta usa, portanto, uma ferramenta do cálculo: Limites.	T14
HC5	A definição do símbolo $\overline{0.9}$ é a seguinte.	T14
HC5	Considere a sequência $x_1 = 0.9$, $x_2 = 0.99$, $x_3 = 0.999$ e, mais geralmente, $x_n = 0.9...9$ (n dígitos 9). Cada elemento da sequência está bem definido (segundo o que a Louise escreveu). Esta sequência é convergente, isto é, ela tem um Limite que é um número real. é a notação para representar este Limite .	T14
LB	Estou lendo um texto que explica bem: http://sbemrj.com.br/spemrj6/artigos/b4.pdf . No texto define como uma PG, onde $a_1 = 9/10$ e $q = 1/10$ e assim podemos calcular a soma de um número infinito de termos desta PG e chegarmos a 1 como resultado.	T14
HC5	Outra pergunta (que envolve cálculo) é o porquê desta sequência ser convergente (ou, mais geralmente, o porquê de qualquer sequência associada a uma representação decimal ser convergente).	T14
HC5	@LB, @MP: a questão $\overline{0.9} = 1$? é só o começo. Como ficam as outras representações decimais que não estão associadas a PGs?	T14
HC5	@MP, aqui aparece um super resultado de cálculo: toda sequência monótona limitada é convergente. Mais um resultado de cálculo que tem implicação direta em um assunto apresentado no ensino básico.	T14
HC5	@Todos: acho que as licenciaturas de Matemática deveriam, nos cursos de cálculo e análise, estudar com mais detalhes questões deste tipo.	T14
LS	Sempre questione isso, Humberto. A Matemática das licenciaturas deveriam se voltar para o conhecimento do professor.	T31
AN	@HC5, infelizmente, na academia onde estudei havia, na época, preferência pelo procedimental em decorrência do conceitual.	T31
RE	Um curso de análise voltado para o ensino básico acho que ajudaria e muito os professores que têm interesse em trabalhar com a educação básica.	T31
AN	Isso reflete bastante na formação do educador, licenciado em Matemática.	T31
DM	seria uma política mais pedagógica que tecnicista.	T31
AN	@RE, Geraldo Ávila, in <i>memórian</i> , tem um livro bem interessante: <i>Análise Matemática para licenciaturas</i> .	T31
PF	inclusive para o curso de pedagogia, pois os alunos chegam no segundo seguimento achando q são feras, e no final do primeiro ou segundo bimestre falam q gostavam de Matemática... até o 5o ano, mas na verdade não sabem nem contar nos dedos.	T3

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Discussão – Sexto Encontro (Chat 6)

Nesse encontro, foram discutidos dois textos. Em um primeiro momento, discorremos acerca de um capítulo do livro de Bento Jesus Caraça sobre o Método dos Limites⁷³ e, em seguida, conversamos acerca de uma leitura sugerida por um dos Professores Participantes.

O texto de Caraça descreve parte da História da Filosofia e da ciência relativa à crítica desenvolvida no século V a.C. pela Escola de Elea contra as proposições fundamentais da Escola Pitagórica. Nessa perspectiva, apresenta o estudo do problema do movimento, introduzindo o conceito de infinidade, possibilidades entre dois estados quaisquer, a noção de Limite e o conceito de Interdependência associados ao princípio geral de Convergência.

A leitura enviada pelo Professor Participante (autoria do próprio professor e não publicada) propôs a discussão sobre a rotação completa de figuras planas: triângulo retângulo, retângulo e semicírculo, sobre seu próprio eixo, para a obtenção de sólidos geométricos espaciais. Esse é um assunto abordado na disciplina CDI, quando falamos de Área de uma superfície de revolução. Vale ainda ressaltar que a forma intuitiva abordada pelo Professor Participante ao trabalhar com seus alunos o conteúdo, área e volume de sólidos gerados de uma figura plana, mostrou-se interessante, possibilitando uma discussão mais aprofundada, relativa à emergência de conceitos de Cálculo no Ensino Médio.

Ainda neste encontro, foi proposta a discussão de uma Tarefa Exploratório- Investigativa intitulada: *Cálculo do Perímetro e Área do Círculo por Exaustão*, além de um vídeo apresentando um exemplo do Paradoxo de Zenão em um diálogo cotidiano. Vale explicitar que a ideia de propor uma discussão sobre o Paradoxo de Zenão foi incentivada e sugerida pela Professora Responsável, Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, objetivando aplicar uma prática docente desta professora ao contexto da pesquisa.

Apresentamos a seguir as considerações dos PP sobre os Temas mais debatidos no sexto *Chat*.

T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos relativas aos processos de aprendizagem da Matemática;

T5 – Importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função quando mediados pela TIC ou em um ambiente não tecnologicamente digital;

T6 – Abordagem Intuitiva;

T14 – A importância de perceber as ideias do Infinito e Infinitésimo em nível de Básico e Secundário, e como se apropriar desse conceito, a fim de introduzir noções de CDI no secundário;

T22 – Uso do Livro Didático e suas implicações para o ensino da Matemática no Ensino Médio;

T40 – Espaço para discussões e partilha de ideias entre os Professores Participantes

⁷³ Capítulo I. Parte 3 do livro de CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 5. ed. Lisboa: Gradiva, 2003.

O Tema 5 (cinco) não surgiu diretamente dos comentários explícitos dos Professores Participantes, mas indiretamente, considerando a preocupação dos PP quanto ao ensino e a aprendizagem da Geometria em nível escolar. É notório em seus discursos que, no Ensino Médio, a Geometria é frequentemente esquecida e relegada a um segundo plano em relação à Álgebra. E que, no Ensino Fundamental, é preterida em relação à Aritmética, além do fato que, na Educação Superior, o Cálculo sobrepõe o ensino da Geometria.

Compreendemos, portanto, ser esse também um ponto importante a ser considerado em nossa análise, compreendendo a integração entre essas áreas de conhecimento, no sentido de mobilizar distintas representações matemáticas, em particular, sobre a importância da compreensão geométrica, quando trabalhamos conceitos de Limite, Derivada e de Integral de Funções.

O tema sobre infinito, também causou polêmica, e embora a ideia de infinito e infinitésimo se encontrar presente em muitos conteúdos abordados nos livros didáticos, direcionados ao nível de ensino fundamental e Médio, ele não é debatido com os alunos. De acordo os professores participantes esse é um tema muito abstrato e difícil de falar com os alunos de forma lógica e formal. A natureza do termo Infinito é paradoxal como podemos ver na história de Zenão de Elea⁷⁴ Sendo assim, estando o infinito tão presente na vivência escolar, embora tão distante da prática do aluno, questionamos: como trabalhar este conceito tão singular na escola?

Na Tabela 13, apresentamos os Temas originados, tendo em vista os contextos elencados a partir das discussões realizadas no sexto encontro.

Tabela 13 – Tópico de Discussão do Chat 6

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
NA	<u>@MP, há um problema. O estudante tem dificuldades em se apropriar da existência "do infinito"</u>	T14
RE	<u>A ideia do infinito, é abstrata demais.</u>	T14
NA	<u>Geraldo Ávila trazia em seus livros abordagens interessantes, mas com conteúdos um pouco complexos para o Ensino Médio.</u>	T22
RE	<u>Eu discordo... pois no Ensino Básico os alunos têm muita curiosidade em entender o que é infinito.</u>	T14
LS	<u>Tem um artigo do IM chamado "O infinito tem tamanho?" Acho bem interessante.</u> http://www.im.ufrj.br/~risk/diversos/tamanho.html	T14/T40
CA	<u>Tenho percebido que os livros do ensino médio trazem o conceito de Limite, mas não é trabalhado. Poderíamos trabalhar com Limites em intervalos.</u>	T14/T22
HS	<u>É uma ótima saída @RE... Mas a ideia de colocar infinitas pirâmides de base hexagonal também é muito interessante e penso que mais clara... O problema está no momento em que falamos do tal Limite e infinito...</u>	T14
RE	<u>Sim, @HS, eu concordo, porém, com os alunos que tenho no Ensino Médio, onde apresentam muita dificuldade em geometria espacial, eu acabo não desenvolvendo por este caminho, devido ao fato também de haver muitas</u>	T14

⁷⁴ Disponível em <http://www.brasilecola.com/filosofia/zenao.htm>.

	<u>demonstrações de fórmulas neste assunto.</u>	
HS	<u>Bom... Existem algumas demonstrações que ficam inviáveis a nossos alunos...</u>	T14
HS	<u>Essa semana estava trabalhando com área de figuras planas... E uma questão era... Ao dobrarmos o comprimento e a largura de um retângulo, o que acontece com a área??? Acredita que eu tive que resolver isso numericamente e por meio de desenho??? E eu tô falando de 3º ano do Ensino Médio.... Tentei falar da questão com variáveis e eles “boairam”...</u>	T3
RE	<u>Os alunos têm muita dificuldade em geometria plana e espacial. Aí fizeram cada um com valores diferentes para perceber que a área é sempre 4 vezes maior não importando o valor da largura e do comprimento...</u>	T3/T5
RE	<u>Eu trabalho com geometria plana e espacial no primeiro e segundo bimestres.</u>	T5
RE	<u>Mas, @JV, eu trabalhei um projeto de pavimentação geométrica com o uso do software Geogebra neste ano e o incrível é que nas situações estudadas os alunos entendiam e sabiam bem o que era área e perímetro e quando estávamos em sala de aula com resolução de problemas demonstravam dificuldades em interpretar e entender o que era área e perímetro.</u>	T3/T5
NA	<u>Os estudantes tem muitas dificuldades em perceber como trabalhar no plano, e a importância de se trabalhar no plano. Tem um vídeo bastante interessante. A planolândia. http://www.youtube.com/watch?v=GF_4J-hq0FI.</u>	T3
RE	<u>Noto que os alunos que tiveram uma infância com muitas brincadeiras nas ruas, em árvores.. Apresentam mais facilidade em compreender a Matemática na geometria.</u>	T5
DG	<u>Penso que a geometria deva ser retomada mais a serio, pois ela nos leva a refletir.</u>	T5

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Discussão – Sétimo Encontro (Chat 7)

O sétimo encontro proporcionou um expressivo envolvimento dos Professores Participantes, tanto no aspecto de participação nas discussões como na colaboração no envio de textos e Tarefas. Para esse encontro, dialogamos sobre um artigo intitulado “Analfabetismo em Matemática”⁷⁵. Esse texto nos propôs discutir sobre a Literacia Matemática, tanto em nível de Ensino Médio quanto na Educação Superior, não deixando de incluir também, nessa discussão, a importância da Matemática no dia a dia das pessoas (fora do ambiente escolar); considerando, nesse contexto, as dificuldades da grande maioria em compreender e operacionalizar assuntos tais como Porcentagem e Probabilidade, por exemplo.

Para esse Encontro também foram disponibilizadas duas Tarefas Exploratório- Investigativas, intituladas: “Otimização no GeoGebra” proposta pelo Professor “AN”, “Motivação no GeoGebra” e “Pensar não dói” enviada pelo Professor “NM”

Seguem abaixo algumas considerações acerca dos Temas mais debatidos junto aos PP e que se inter-relacionam com a leitura do Texto, acima supramencionado.

T1 – Conformidades e desacordos entre os conteúdos do Ensino Médio e da Educação Superior;

T2 – Aspectos didáticos;

T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativas aos processos de aprendizagem da Matemática;

⁷⁵ PAULOS, John. A. **Analfabetismo em matemática e suas consequências**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1994.

- T4 – Importância do pensamento funcional;
- T5 – Importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função quando mediados pela TIC ou em um ambiente não tecnologicamente digital;
- T7 – Contextualização e interdisciplinaridade mediante o estudo de Função no Ensino Médio;
- T8 – Motivação e interesse dos professores quanto ao emprego de abordagens diferenciadas no processo de ensinar Matemática no Ensino Médio;
- T9 – Aspectos pedagógicos;
- T11 – Autonomia do professor *versus* orientações determinadas pelo Currículo do Ensino Médio;
- T12 – Implicações das avaliações externas quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática;
- T19 – Promovendo estratégias de raciocínio e investigação na resolução dos problemas matemáticos;
- T22 – Uso do Livro Didático e suas implicações para o ensino da Matemática no Ensino Médio;
- T30 – Importância de promover um espaço de discussão na escola onde o professor do Ensino Médio possa partilhar suas problemáticas e sugestões;
- T31 – Conhecimento do professor quanto ao conteúdo da Matemática e uso das TIC;
- T32 – A Relação entre Professor Aluno, quanto à motivação e ao processo de ensinar e aprender Matemática;
- T36 – Política educacional e o papel dos professores nesse contexto.

O Tema 3(três) reflete diretamente a preocupação dos PP em relação ao analfabetismo em Matemática, os quais compreendem que muitas das dificuldades enfrentadas pelos alunos referem-se à falta de conhecimento do professor, tanto concernentes ao conteúdo quanto a aspectos didático-pedagógicos.

No Ensino Médio, o analfabetismo matemático pode incidir de forma crítica, considerando que os alunos não venham desenvolver habilidades elementares de interpretação quanto a um enunciado matemático, saber inter-relacionar as representações matemáticas, resolução de Funções, ou ainda conhecimento da linguagem informática.

De forma limitante, quando esses apresentam algum desembaraço na interpretação de problemas, mas reconhecem e utilizam alguns elementos de geometria analítica, equações polinomiais, fazem uso de representações matemáticas, utilizam o conceito de Função, tais como crescimento/decrescimento. Isso para dar alguns exemplos, ou reconhecem a linguagem das TIC, mas não a utilizam em proveito do seu conhecimento matemático.

Outro grande impasse, mas, nesse caso, enfrentado pelos professores em geral, consiste no cumprimento do currículo associado ao uso das TIC. Segundo os PP, as transformações na tecnologia e sociedade são muito rápidas, o que torna difícil a esses acompanharem as mudanças, principalmente por falta de infraestrutura nas escolas e condição de estarem constantemente se atualizando.

As considerações apontadas refletem em nossa pesquisa quanto às dificuldades e implicações da prática do professor, mediante a realidade do analfabetismo matemático. Ao compreendermos que o ensino não pode ser desfragmentado, concebemos ser importante ao aluno desenvolver e ampliar seu conhecimento no que se refere ao pensamento funcional, abrangendo a realidade que o cerca. Nesse contexto, entendemos, por conseguinte, que é de grande relevância que o educador possa promover espaço para o debate com seus alunos,

estimulá-los a participarem mais das discussões em classe, argumentando e expondo suas dúvidas quanto ao conteúdo e temas afins e, principalmente, não terem medo de errar.

Nesse sentido, os Professores Participantes compreendem que o erro constitui-se como um constructo de aprendizagem. Ou seja, quando os alunos não conseguem identificar ou concretizar a resolução de uma tarefa, isso pode ter origem da falta de atenção, insuficiência de informações necessárias, ou ainda, inobservância nas informações relativas ao problema apresentado. Para os Professores Participantes é importante possibilitar ao aluno espaço para reflexão e que esses possam expor os seus pensamentos quanto à forma de resolução do problema.

Em nossa pesquisa, não vamos focar a análise do erro, mas não podemos deixar de considerar, no debate, o emprego que o erro desempenha no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Compreendendo ter esse um papel positivo e muito importante, pois fornece elementos para o planejamento e a execução das atividades pedagógicas em sala de aula, considerando que, na apreensão do conceito de um objeto matemático, é importante para o professor elaborar intervenções didático-pedagógicas que desestabilizem as certezas dos alunos, fazendo-os refletir sobre suas respostas, dando mais autonomia as suas explorações e intervenções sobre o problema a ser estudado.

Na Tabela 14, apresentamos os Temas originados, tendo em vista os contextos elencados a partir das discussões realizadas no sétimo encontro.

Tabela 14 - Tópico de Discussão do Chat 7

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
HS	<u>Não vou dizer a grande maioria, mas uma boa parte da sala de aula não é capaz de ler um texto jornalístico com dados matemáticos e interpretá-los.</u>	T3
PF	<u>Já vi um aluno do E. Superior dizer que "por dois pontos passam duas infinitas retas"" (risos).</u>	T3
HS	<u>Pra se ter uma ideia... Hj eu estava trabalhando probabilidades com o 2º ano e uma questão do trabalho deles era calcular a probabilidade de se sortear uma pessoa do tipo O ou de RH positivo... Ai na tabela tínhamos todos os dados de todos os tipos sanguíneos e fatores RH separados... Ai eu perguntava o número de pessoas que tem tipo O e eles me diziam apenas as pessoas que tem tipo O positivo... Meu Deus... Não acreditava no que estava acontecendo... =)</u>	T3
DG	<u>Hoje se você disponibilizar um texto para interpretar é chamar pra briga.</u>	T3
LS	<u>Todo erro que poderia ser resolvido com uma reflexão do próprio aluno sobre sua resposta, me leva a crer que nós não "treinamos" nossos alunos para isso. Em relação à infinitas retas passando por 2 pontos, ele simplesmente decorou uma definição e trocou.</u>	T32
RE	<u>Eu acho @LS, que não desenvolvemos integralmente tudo o que se pode ser desenvolvido em termos de raciocínio, de diferentes leituras e interpretações com nossos alunos.</u>	T8/T19
HS	<u>@ACI... Também estou como vc... Muito preocupado com a situação de nossos alunos... Quando chega o final de ano e eu vejo os alunos que estão saindo formados no Ensino Médio fico depressivo, pois muitos são analfabetos funcionais.</u>	T3/T4
HS	<u>Não vou dizer a grande maioria, mas uma boa parte da sala de aula não é capaz de ler um texto jornalístico com dados matemáticos e interpretá-los.</u>	T3
PF	<u>Já vi um aluno do E. Superior dizer que "por dois pontos passam duas infinitas</u>	T3

	retas"" (risos).	
HS	<u>Pra se ter uma ideia... Hj eu estava trabalhando probabilidades com o 2º ano e uma questão do trabalho deles era calcular a probabilidade de se sortear uma pessoa do tipo O ou de RH positivo... Ai na tabela tínhamos todos os dados de todos os tipos sanguíneos e fatores RH separados... Ai eu perguntava o número de pessoas que tem tipo O e eles me diziam apenas as pessoas que tem tipo O positivo... Meu Deus... Não acreditava no que estava acontecendo... =)</u>	T3
DG	<u>Hoje se você disponibilizar um texto para interpretar é chamar pra briga.</u>	T3
LS	<u>Todo erro que poderia ser resolvido com uma reflexão do próprio aluno sobre sua resposta, me leva a crer que nós não "treinamos" nossos alunos para isso. Em relação à infinitas retas passando por 2 pontos, ele simplesmente decorou uma definição e trocou.</u>	T32
RE	<u>Eu acho @LS, que não desenvolvemos integralmente tudo o que se pode ser desenvolvido em termos de raciocínio, de diferentes leituras e interpretações com nossos alunos.</u>	T8/T19
HS	<u>@ACI... Também estou como vc... Muito preocupado com a situação de nossos alunos... Quando chega o final de ano e eu vejo os alunos que estão saindo formados no Ensino Médio fico depressivo, pois muitos são analfabetos funcionais.</u>	T3/T4
RE	<u>@ACI.. Também isso acontece... "Existem profissionais que têm medo de perder o domínio e acho que se sentem seguros em deterem o conhecimento".</u>	T31
DM	<u>Falta a dialética de Sócrates nas aulas, interessante.</u>	T31
RE	<u>@ACI eu penso que em algum momento do desenvolvimento escolar o aluno perde a criticidade por conta do grupo de professores com os quais eles estudam.... Digo isto, pois o número de professores em início de carreira atualmente em minha região é grande e estes demonstram baixa criticidade e reflexão e acho que isto interfere na geração.</u>	T8/T31
CA	<u>Acredito que um pouco do ensino tradicional é necessário para as aulas,digo um pouco, mesclar as metodologias.</u>	T2
DM	<u>Estou com vc @RE. Mas cabe a nos instigar o dialogo até que aprendam a dialogar.</u>	T2/T32
HS	<u>Gente... Acho que temos problemas de todos os lados sabe... Problemas com alunos, mas também problemas com professores... Essa semana mesmo uma professora lá da escola me perguntou... Guto, dois triângulos são semelhantes se os ângulos internos são iguais né??? Ai eu disse sim... Ai ela me respondeu... Então o primeiro não é semelhante, pq em um triângulo aparecem os ângulos 55° e 80° e no outro 45° e 55°... Ai fiquei pensando... Meu Deus... Coitadinhos desses alunos...</u>	T31
CA	<u>@HS, muito do analfabetismo matemático dos alunos está no professor...</u>	T31
RE	<u>Noto que muitos alunos gostam de situações que tem haver com o cotidiano, mas que eles não têm tanto conhecimento... Eles ficam curiosos em entender.</u>	T7
RE	<u>@CA, algo os surpreende sim... Mas, temos que descobrir... Uma aluna minha em relato sobre o projeto que desenvolvi com o Geogebra neste ano, disse que gostou do fato das aulas terem saído do foco do professor sempre ficar tentando fazer o aluno entender com tantas teorias.</u>	T32
NM	<u>O livro não faz menção ao analfabetismo em Matemática dos alunos. Vale para todos. Inclusive professor de Matemática. Uma leitura cuidadosa, pode nos mostrar o quanto ignoramos da Matemática.</u>	T31
RE	<u>@ACI,isso... Acho que não é nada tão exuberante... Uma mudança de postura... variando... modificando a rotina.</u>	T8
PF	<u>Caramba... tá difícil... Temos que fazer o máximo pra chamar a atenção do aluno... e não temos apoio necessário: condições de trabalho, numero excessivo de alunos em sala... (nem falei do salário!!).</u>	T2/T9/T30
RE	<u>@PF... Descobri neste ano em meu projeto que não precisamos fazer o máximo... Precisamos modificar nosso papel.. e variar nossas aulas para sair da rotina... E olha que quando isso acontece eles reclamam... Mas, depois se adaptam e mostram o quanto foi diferente e gostoso.</u>	T30
HS	<u>@ACI... Concordo com vc, quando diz que nossas aulas precisam ter impacto na vida do aluno e realmente a cada ano que se inicia fico com essa pulga atrás da orelha... O que fazer para estimular os meus alunos a trabalhar com a Matemática??? Infelizmente, não encontro resposta para essas minhas indagações... E acabo voltando a trabalhar algumas coisas no processo tradicional de ensino...</u> <u>Faltam conceito na vida de uma criatura que não vai nem ao menos prestar o ENEM, quanto mais o vestibular??? Essas coisas me deixam triste, por não saber</u>	T30

	como resolver este problema...	
LV	Muitas vezes @HS, me sinto como você. Busco, corro atrás e muitas vezes não consigo achar algo interessante ou pratico para trabalhar alguns conteúdos do Ensino Medio.	T30
CA	Depende dos objetivos que a escola quer atingir, por exemplo, trabalho em uma escola particular que usa um sistema de ensino voltado para o Enem e vestibular, e os alunos querem exercícios, muitos para treinar.	T30/T36
HS	@LV e @ACI... Penso que o Brasil tem mesmo que mudar o sistema de ensino... Mas quem somos nós para enfiar isso na cabeça deles... Precisamos de alguém com influência lá dentro da Secretaria de Educação para começar a fomentar isso...	T36
DG	O duro é a cabeça dos gestores e coordenadores quanto ao currículo.	T11
NA	O currículo nunca vai agradar a o professor, pois as mudanças na tecnologia e da sociedade são muito rápidas, e na educação é um pouco complexo, pois há diversos fatores sócio-políticos e culturais.	T11
CA	Acho que no Brasil, a educação por enquanto não é prioridade, nosso país ainda é muito novo, temos uma história por traz disso...acredito que começa lá com a família portuguesa.	T36
NA	Na semana retrasada fui ao Conecte, da UNEB (Universidade Estadual da Bahia). Os professores fizeram reflexões maravilhosas sobre o atual momento da escola, e como pode ser em 2020.	T11
DM	Acreditamos, pois viemos de mudanças.	T11
LS	Sim sim, eu acredito nessa mudança do currículo... Nós temos o currículo muito atolado!	T11
CA	Mas, para o mudar o currículo, precisa mudar o sistemas, pois existem provas para concursos, vestibulares...	T11/T12
LS	O meu medo é importar o currículo dos outros!	T11
NA	A administração da escola é essencial para que essas mudanças possam ocorrer. Por exemplo, uma estudantes desacatou um professor ontem e hoje já nos reunimos para implementar um tópico nas leis internas da escola, para que o professor tenha um reforço jurídico sobre isso.	T11/T30
HS	Mas gente, me desculpa... É extrema urgência que se mude o currículo... Me citem um exemplo que seja interessante ser trabalhado com os alunos no conceito de Números Complexos??? Onde se usa esse tal de complexo??? Na aerodinâmicaaaa... Ahhh que legal... Pena... Eu não vou estudar engenharia aeronáutica... Meu tempo de ir para o ITA já passou... Não tenho mais idade... Desculpem o desabafooooo gente... =/	T11
RE	@HS, eu tenho alguns alunos que fazem curso técnico de biotecnologia e estudam os números complexos voltados para o curso... é uma aplicação... Porém não vamos agradecer todos os alunos e convencê-los da boa aplicabilidade de tal conteúdo.	T11
NA	@HS, há uma certa importância. Podemos tentar produzir tecnologia com os números complexos, mas para isso é necessário verba. 1) A verba dificilmente chega. 2) É necessário ter professores com DE. 3) Bolsas de incentivo aos estudantes, por exemplo, a da Capes para o E. Superior. 4) Investimento em salas tecnológicas disciplinar. Por exemplo, na minha escola, cada professor tem uma sala, e o estudante desloca.	T11
NA	Trabalho também no ensino Superior, e o conteúdo de números complexos possui diversas aplicações. Mas o ponto é esse: "Por que não há uma introdução à pesquisa no Ensino Médio?"	T1
ES	O autor aborda a necessidade de preparação do professor e concordo plenamente com ele, mas é preciso evidenciar a necessidade de uma preparação com base no conhecimento matemático, mas sem deixar de fora o pedagógico.	T2/T9/T31
NM	O texto é extenso, muito interessante, um raio X do nosso sistema de ensino. Uma conclusão interessante do autor da pesquisa <u>Sempre há uma resposta a uma questão Matemática e o professor a conhece</u> . Deve-se sempre dar uma resposta que eventualmente será corrigida; Para resolver um problema é preciso encontrar os dados no seu enunciado. Nele devem constar todos os dados necessários e não deve haver nada de supérfluo; Em Matemática resolve-se um problema efetuando-se operação. A tarefa é encontrar a boa operação e efetuá-la corretamente. Certas palavras-chave contidas no enunciado permitem que se adivinhe qual é ela; Os números são simples e as soluções também devem ser simples, senão, é possível que se engane; as questões colocadas não têm, em geral, nenhuma relação com a realidade cotidiana mesmo que pareçam ter, graças a um habilidoso disfarce.	T31

AC1	<u>Sabe o que eu penso sobre a questão do erro, e isto é visível nas atitudes dos alunos, o que perpassa a questão da reflexão do erro...Os alunos quando erram a questão imediatamente a apagam, sem antes pensar no que erraram.</u>	T3
DG	O “Logo” é excelente para esta reflexão do erro.	T5
LV	com certeza @DG, ainda que pelo menos ela está saindo dos finais dos livros e permeando um pouco mais com a álgebra, pois sabe como é, “nunca dá tempo de trabalhar”...	T5
DG	O Imenez nos seus livros vai introduzindo os conceitos, se no básico treinarmos programas fáceis iremos ensinar o aluno a refletir.	T22
PF	@RE, aprendi a fazer sólidos com canudos e planificação com materiais simples.... e levei a uma turma de 6º. ano e eles amaram mas tive o maior trabalho pra fazer esses instrumentos..(risos). Sou um aprendiz... estou sempre aberto a novas propostas, inclusive mostraram que aprenderam na avaliação, isso que é o mais gratificante!!!	T5
RE	@PF.. Então valeu a pena e é isso que importa... acredito que no Ensino Médio estes alunos terão menos dúvidas em relação a geometria espacial básica.	T5
RE	<u>Concordo, tanto assim que vivo discutindo com meus alunos que eles precisam me mostrar o que pensam e raciocinam para que eu possa saber onde se encontra o erro e poder ajudá-los.</u>	T3
LV	<u>Faço isso com meus alunos também @RE...analisar os erros é muito interessante.</u>	T3/T19
DM	<u>É importante usar o erro para conduzir os alunos ao correto.</u>	T3

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Discussão – Oitavo Encontro (Chat 8)

Nesse encontro, discutimos o texto intitulado “Possibilidades para a Formação de Professores de Matemática”. Esse texto foi escrito por Penteado (2000)⁷⁶ e traz uma reflexão sobre o papel decisivo do professor na implementação de inovações educacionais e como essas podem estabelecer novas oportunidades de formação. Para enriquecer mais as discussões, houve também a colaboração dos Professores Participantes no envio de leituras: “O Ensino Médio: órfão de ideias, herdeiro de equívocos”, autoria de Castro (2008)⁷⁷ e o artigo intitulado “A Presença da Tecnologia na Educação Matemática: efetuando uma tessitura com situações/cenas1 do filme *Avatar* e vivências em um curso a distância de formação de professores.” Autoria de Bicudo e Rosa (2013).

A Tarefa Exploratório-Investigativa intitulada: “A Reta tangente e a Derivada” também foi comentada durante as discussões realizadas no oitavo *Chat*.

Tomando como base a leitura do texto de Penteado (2000), os PP expõem suas expectativas, anseios, dificuldades em utilizar algum recurso tecnológico na escola, chegam a ser pessimistas quanto ao futuro da escola. Entretanto, o desafio de estarem contribuindo em pró de uma realidade em que tanto o professor como a escola possa ser valorizado faz com que os PP sintam-se ainda motivados a buscar recursos e ações que promovam resultados em

⁷⁶ PENTEADO, M.G. Possibilidades para a formação de professores de matemática In: PENTEADO, M.G; BORBA, M.C. (Org.). **A Informática em Ação**: formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho D’água, 2000. p. 23-34.

⁷⁷ CASTRO, Cláudio de Moura. O ensino médio: órfão de idéias, herdeiro de equívocos. Ensaio: aval. pol. públ. Educ. Rio de Janeiro, v. 16, n. 58, p. 113-124, jan./mar. 2008.

sua própria formação, como participar de cursos, trabalhar mais proximamente com pessoas que busquem objetivos semelhantes, maior integração entre escola e universidade, refletir e lutar por políticas educacionais que possam contribuir com a melhoria do ensino.

Os temas destacados abaixo na Tabela 15 mostram que os PP compreendem que articular interesses e objetivos comuns, diálogos e histórias compartilhadas possibilitam possíveis ressignificação da prática docente dos professores de Matemática e que desistir não deve ser uma palavra a ser introduzida nesse processo.

No oitavo encontro, os Temas abaixo refletem as principais preocupações colocadas pelos Professores Participantes:

- T2 – Aspectos didáticos;
- T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativas aos processos de aprendizagem da Matemática;
- T8 – Motivação e Interesse dos professores quanto ao emprego de abordagens diferenciadas no processo de ensinar Matemática no Ensino Médio;
- T9 – Aspectos pedagógicos;
- T11 – Autonomia do professor *versus* orientações determinadas pelo Currículo do Ensino Médio;
- T16 – Tecnicismo no ensino da Matemática;
- T18 – Dificuldades relacionadas à prática do professor quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática;
- T20 – A Importância de realizar parcerias na prática docente;
- T24 – Importância do uso de *Software* matemático no estudo de Função e na resolução de problemas matemáticos;
- T25 – Uso das TIC em situações cotidianas e suas implicações para a escola em nível de Ensino Básico e Ensino Médio;
- T26 – Dificuldades e soluções propostas pelo professor ao usar as TIC em sua prática;
- T29 – O uso da tecnologia, promovendo mudança de postura do professor quanto a sua prática docente;
- T36 – Política educacional e o papel dos professores nesse contexto.

As preocupações representadas pelos temas, acima supramencionados, destacam a importância das TIC em nosso momento atual, onde as tecnologias ditam mudança nas escolas e os futuros professores e professores atuantes precisam se atualizar constantemente. As problemáticas são diversas e os professores, em grande maioria, ainda não se sentem totalmente à vontade em um ambiente que envolva o uso de recursos tecnológicos.

Esse fato nos leva a pensar na relevância de o professor obter fluência no uso das tecnologias associado à importância de uma metodologia adequada a esse uso, pois, mesmo aqueles professores que já têm alguma familiaridade com o uso das tecnologias sentem-se receosos e inseguros ao preparar uma atividade que venha ser trabalhada com seus alunos fazendo uso das TIC. Essa é uma realidade que pode ser constatada através dos registros apresentados pelos Professores Participantes, no oitavo *Chat*, bem como através da literatura que trata desse tema.

Outro tema amplamente debatido consistiu sobre questões relativas ao Ensino Médio no Brasil. Na literatura, constatamos que esse nível de ensino enfrenta problemas ligados ao

acesso, qualidade e própria identidade. Nesse sentido, Krawczyk (2009)⁷⁸ destaca alguns principais desafios que o Ensino Médio do Brasil tem enfrentado, tais como o papel político, cultural e econômico do Ensino Médio; tipo de formação (geral e/ou profissional) proposto neste nível de ensino; a relação entre o conhecimento e a construção do seu currículo; a modificação da regulação educacional e a reconfiguração do público e privado; as novas formas de informação e conhecimento produtoras da competição entre os meios de comunicação e a instituição escolar, o papel atual da educação e as diferentes modalidades de ensino, não esquecendo, nesse contexto, a relação entre a formação docente e as atuais condições de trabalho nas escolas públicas.

Alguns desses pontos foram também mencionados pelos Professores Participantes, ao realizarem a leitura do texto de Castro (2008), o qual apresenta uma comparação entre o modelo de ensino adotado no Brasil com os modelos de ensino adotados nos Estados Unidos e Europa. Em nossa leitura, a dualidade estrutural apresentada na reforma do Ensino Médio nessa última década não conseguiu melhorar no sentido de minimizar as diferenças sociais e econômicas entre o que propõe o modelo geral e o profissional. Isso está explícito nas conversas dos Professores Participantes e na análise do autor, quando afirma que o Ensino Médio vive uma permanente crise no sentido de preparar metade dos alunos para o trabalho e a outra metade para a Educação Superior.

Outro ponto interessante é quando, no texto, o autor declara que o Ensino Médio está no meio do caminho, herda todos os problemas e qualidades do Ensino Fundamental e projeta incertezas para a Educação Superior. No ensino fundamental, o aluno necessita do básico, cultura mínima científica para atingir o Ensino Médio. O dilema do Ensino Médio está em preparar esse aluno para o trabalho ou para a Educação Superior? Como atingir tal multiplicidade de objetivos?

Essas questões inferem diretamente em nossa pesquisa, no caso particular do ensino da Matemática, ao considerarmos as diferenças significativas existentes na operacionalidade em se reconhecer certas diferenças entre a Matemática escolar e a acadêmica, principalmente quando temos em vista a análise das relações entre a formação e a prática do professor e, em um contexto particular, como essa relação infere ao conceber a ideia de trabalhar noções de Cálculo no Ensino Médio.

Na Tabela 15, apresentamos os Temas originados, tendo em vista os contextos elencados a partir das discussões realizadas no oitavo encontro.

⁷⁸ KRAWCZYK, Nora. **O ensino médio no Brasil**. São Paulo: Ação Educativa, 2009. 48p. Disponível em: <http://www.bdae.org.br/dspace/bitstream/123456789/2342/1/emquestao6.pdf>

Tabela 15 – Tópico de Discussão do Chat 8

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
CA	Um texto que trata sobre a formação continuada do professor, <u>acredito que o professor precisa estar se atualizando constantemente. Uma das coisas que comentamos em aula hoje também traz no texto é que nunca paramos de estudar.</u>	T9
ES	Pessoal, acredito que um ponto muito importante ressaltado no texto são as problemáticas "evidenciadas" na escola para o uso das tecnologias.	T29
HS	Mas então professora @MRI... Muito legal o que vc articulou com os futuros professores e professores... <u>Penso que o trabalho em grupo e o estudo nos incentivam a procurar inserir as TI em nossas aulas...</u> Eu mesmo, apesar de gostar e lidar até que bem com as tecnologias, ainda fico com um pé atrás na hora de propor aulas com as TI... <u>Principalmente, porque as atividades precisam fazer o aluno refletir e pensar sobre o assunto, pois se for para apenas reproduzir o ensino tradicional, perde o seu sentido...</u>	T20
MRI	@HS ... sim, eu sempre defendo que é o trabalho coletivo, professores trabalhando junto, maior proximidade universidade escola, que permitirá maior realização.	T29
HS	@ACI, Concordo com vc... Nem sem a tecnologia resolve td... Mas precisamos utilizar, pois a vida hj é muito mais tecnológica do que pensamos...	T25
ACI	Exatamente isso que venho percebendo...a estrutura da escola não faz mais <u>sentido...e por isso tantos alunos sem interesse...qualquer coisa é mais interessante do que as aulas que nós nos esforçamos em dar e achamos que os alunos não querem aprender!!</u>	T20
CA	Acredito que para desenvolver uma boa aula com o uso de softwares, estas <u>precisam ser bem elaborados pelo professor, pois o aluno, como é colocado no texto, fica desmotivado.</u>	T24
HS	@MP, eis o meu problema... <u>Não é fácil construir uma atividade dessas... E sozinho, penso que as coisas ficam mais complicadas ainda...</u> Por isso sempre que posso tento buscar cursos de formação para auxiliar nessa construção de um <u>aprendizado com significado por meio de TI aos nossos alunos...</u>	T20
CA	<u>O texto traz algo muito real que é a mudança da postura do professor, sair de sua zona de conforto, pois para elaborar uma aula significativa é necessário professor mudar a postura e tempo para formular as atividades.</u>	T29
ES	<u>A tecnologia fica na zona de risco para a maioria dos professores que estão em serviço.</u>	T26
NM	<u>Acho que todos concordamos, com a necessidade de aperfeiçoamento por parte dos professores, para acompanhar a evolução tecnológica. Mas não estou convicto que toda essa evolução trouxe melhoria no ensino, grande parte dos softwares atuam sem espaço para reflexão, ou criatividade, partem da lógica o melhor jeito de não ensinar nada a alguém é mostrar.</u>	T26
ES	<u>Mesmo os professores recém-formados possuem dificuldades para o trabalho com a tecnologia. Outro ponto é que ainda hoje os cursos de Licenciatura têm avançado pouco na direção de fazer o ensino da Matemática atrelando ao uso das tecnologias.</u>	T26
CA	<u>O professor precisa de formação continuada e tempo para mudar esta postura, além de vontade.</u>	T29
DM	<u>A formação que tenho é porque corri atrás, mas 95% dos meus colegas não participam.</u>	T26
DM	<u>O uso das TIC aqui se limita a 2 ou 3 professores dos 76.</u>	T26
PF	<u>O texto descreveu várias situações em que passei, muitas vezes ficava perdido correndo atrás do responsável pelo laboratório de informática e receoso de dar algum problemas nas máquinas... isso quando os computadores não já estavam "bixados"...(risos).</u>	T26
ES	<u>Em minha opinião esse uso ainda é muito tímido se não dizer insignificante. Quando se depende da rede é inviável.</u>	T26
RE	<u>Eu trabalho em 2 escolas, uma municipal e outra estadual... na municipal o laboratório é um luxo... mantido com os recursos recebidos pela direção da escola que dá valor ao ambiente e facilita a manutenção... na escola estadual... os computadores são novos, porém não é um ambiente valorizado pela direção, então falta organização.</u>	T26
DM	<u>Em outros os computadores só substituem a máquina de escrever.</u>	T26
ES	<u>@MRI e @MP, acredito que não devemos desistir. Devemos ir trabalhando no sentido de possibilitar as condições de uso das tecnologias na escola. Para isso, é necessário o foco em diferentes frentes: a formação do professor; as políticas públicas; a quantidade de máquinas e laboratórios nas escolas e...</u>	T9/T20/T36

ES	<u>Em minha opinião não teremos uma coisa que basta, mas um conjunto de ações.</u>	T9/T20
HS	<u>Os conceitos e abstrações precisam sair de situação que gerem a necessidade do conceito... Mas muitas vezes, montar atividades que façam isso não é fácil, e encontrar subsídio que auxilie na construção disso, também não é fácil, o que acaba desmotivando um pouco os professores...</u>	T18
HS	<u>@MP, com certeza vc está certa... Nem td é tecnologia e nem td é papel e lápis... Precisamos mesclar as coisas mesmo...</u>	T25
NA	<u>Utilizo as TIC, após os estudantes apresentarem um certo domínio do conceito de Função Primeiramente, desenvolvo situações do cotidiano, e a partir destas começo a introduzir a parte teórica.</u>	T21/T25
CA	<u>A tecnologia é uma das ferramentas para nos auxiliar nas atividades com os alunos.</u>	T25
RE	<u>O Uso das TICs é muito importante sim.. dá muita diferença em determinados assuntos, mas na situação atual vejo que a motivação tem que estar no professor que tem que encarar a realidade das escolas públicas com os problemas que tem e mesmo assim fazer uso, consciente de que seu papel será diferente do que em outro ambiente, ciente de que tem que incentivar o aluno neste ambiente também.</u>	T8/T29
DM	<u>Alguém saberia dizer porque esse sistema único no Brasil foi instalado.</u>	T36
AS	<u>Aqui no sul então, no novo modelo, é totalmente excludente.</u>	T36
PF	<u>O jovem de hoje não tem perspectivas, assim como os jovens de outros países desenvolvidos... mas a estrutura de alguns desses países estão anos luz a nossa frente.</u>	T36
HS	<u>@DM, foi inspirado no modelo de escola única dos Estados Unidos... A "única" diferença é que lá os alunos escolhem as áreas que irão estudar... E aqui não... TRAGÉDIA....</u>	T36
NA	<u>Não sei se além das questões sociais, o avanço tecnológico trouxe praticidade, mas trouxe a preguiça e o desleixo, por parte dos estudantes. E também de alguns professores também.</u>	T25
RE	<u>Mas é uma faca de dois gumes... já recebi alunos que vieram dos EUA, no EM, e eram extremamente fracos em conteúdo... principalmente na Matemática.</u>	T3
AS	<u>O nosso aluno é muito imediatista, e conhecimento leva tempo.</u>	T3
HS	<u>A questão é que nosso currículo do EM (Matemática) é o mais inchado de todo o mundo... E além de tudo, trabalhamos os conceitos como se todos os alunos tivessem o mesmo interesse por todas as áreas...</u>	T11
RE	<u>@AN... eu acho que tem a ver com a forma como houve o acesso a informática no Brasil... antes da escola ter um computador, as famílias tiveram.. e com isso a educação nesta área é tardia.</u>	T25
NA	<u>@RE, mas uma vez, como tudo que parece ser "na educação, tudo parece ser extremamente difícil de acontecer". Por que sempre na área de educação??</u>	T26
ES	<u>Precisamos tomar o PCN como uma orientação e precisamos lembrar que temos diferentes tipos de Brasil, dentro de um mesmo Brasil. Talvez as críticas sejam grandes para o PCN,mas não ter nada é pior. Contudo, já passou do tempo de se fazer uma revisão nesse documento.</u>	T36
JV	<u>infelizmente o espaço para inovar é restrito aos recursos que possuímos.</u>	T18
HS	<u>Por isso que eu penso estar na hora de repensar o Currículo do EM... Não somos capazes de trabalhar td aquilo com todos os tipos de alunos que temos em nossas salas... Quem sabe fossemos capazes de trabalhar com aqueles que buscam a universidade na área das exatas... Tá na hora de um basta... De parar de tapar o sol com a peneira... Pois como o texto mesmo diz... Tentamos ensinar tudo, aprendendo nada...</u>	T11
NA	<u>Estou tentando construir um Laboratório de materiais manipuláveis, mas as dificuldades são imensas. Peço colaboração aos colegas, e até o presente momento, nenhum tentou me ajudar. Além disso, há a verba estadual, que na Bahia praticamente está escassa por causa de gastos com a COPA DO MUNDO.</u>	T18/T26
ES	<u>Essa é a realidade da maioria das nossas escolas.O ensino centrado no professor e na repetição como forma metodológica de aprendizagem.</u>	T2/T9/T16
NA	<u>@MRI, acho que não estamos pessimistas, pois muitos estão fazendo, como nós, neste momento. Mas as dificuldades são imensas, e com o descaso parecem aumentar a cada dia.</u>	T18
ES	<u>Essa é a realidade da maioria das nossas escolas. O ensino centrado no professor e na repetição como forma metodológica de aprendizagem.</u>	T18
RE	<u>@ACI, vc tem razão em relação ao bom aluno... porém a coisa dentro de sala de aula tá tão complicada que se por ventura um aluno que nunca anota nada, é inteligente participa das discussões não realiza os trabalhos e algumas provas e portanto não alcança a média... no final do processo se for reprovado e recorrer a</u>	T3

	cobrança é a de que o aluno não foi cobrado pelo professor por não ter o caderno completo.	
HS	Mas gente... Agora uma pergunta séria... Todos concordamos que o EM é algo utópico ou não??? Se concordamos e pensamos que o currículo precisa ser revisto.	T11

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Discussão – Nono Encontro (Chat 9)

O texto intitulado “Matemática Escolar, Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação” (DAVID; MOREIRA; TOMAZ, 2013) desencadeou discussões acerca de temas já debatidos nas sessões anteriores, como o analfabetismo matemático, prática docente, ensino e aprendizagem da Matemática, uso da tecnologia na escola, entre outros temas.

Nesse encontro, tivemos também a colaboração dos Professores Participantes com o envio de dois textos, intitulados: “O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações”, autoria de Lopes (2008) e o texto de Neves e Farias (2013), intitulado “Contribuições para uma Institucionalização mais Eficiente da Aplicação de Jogos nas Aulas de Matemática na Formação de Professores”.

O texto de David, Moreira e Tomaz (2013) trata sobre o conhecimento do professor que ensina Matemática no ensino básico e a distinção entre a Matemática escolar e a acadêmica, mostrando o contraste entre os valores, conhecimentos e os significados que são conferidos pela comunidade científica à Matemática, bem como pelos professores e alunos no processo de ensinar e aprender Matemática na escola de Ensino Fundamental e Ensino Médio. Esse é um tema crucial para nossa pesquisa, ao considerar a análise das dificuldades dos alunos e professores em atribuir sentido e significado ao estudo de Funções como elemento norteador para introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio, fazendo uso das TIC. Seguem abaixo os Temas mais debatidos durante o nono encontro:

- T1 – Conformidades e desacordos entre os conteúdos do Ensino Médio e da Educação Superior;
- T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativas aos processos de aprendizagem da Matemática;
- T5 – Importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função, quando mediados pela TIC ou em um ambiente não tecnologicamente digital;
- T8 – Motivação e interesse dos professores quanto ao emprego de abordagens diferenciadas no processo de ensinar Matemática no Ensino Médio;
- T9 – Aspectos pedagógicos;
- T10 – Inter-relação entre os conceitos matemáticos;
- T12 – Implicações das avaliações externas quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática;
- T23 – Sistematização dos conceitos matemáticos/Base para séries e conteúdos mais avançados;
- T31 – Conhecimento do professor quanto ao conteúdo da Matemática e uso das TIC;
- T36 – Política educacional e o papel dos professores nesse contexto.

O Tema 23 vai ao encontro do texto de Lopes (2008), quando pensamos sobre a seguinte questão: Qual a melhor abordagem para ensinar frações? Esse conteúdo traz

significado do jeito que vem ensinado hoje? Em um debate da SBEM, trecho retirado do artigo de Lopes (2008), chamou-nos a atenção o excerto de um comentário do professor Carlos Vianna, em Janeiro de 2007, quando alega que frações é parte inerente de muitos conteúdos matemáticos, tais como probabilidades, razões etc.

Em discussão no *Chat*, muitos dos Professores Participantes corroboram com a ideia, quando enfatizam que a Matemática que vale a pena ser ensinada e aprendida é a que promove uma aprendizagem que faça sentido para os alunos e que os conteúdos matemáticos não devem estar restritos a uma dada série escolar.

Relativo a essa discussão, Hilton (1980) nos leva a pensar que existem falhas no currículo em relação às frações e, em nossa concepção, ainda bastante atuais. As deficiências referem-se às aplicações sem significado prático, descuido com a apresentação das definições, metodologia pseudodidática, entre outras. Para os Professores Participantes, o estudo de frações deve se ajustar à realidade e ao pensamento lógico, seja em contextos do dia a dia como em contextos não práticos. Se em problemas práticos, o professor deve ter o cuidado de não realizar a contextualização a qualquer custo; se em contextos não práticos, o professor deve atentar para a complexidade que envolve a apresentação do conceito.

Lopes (2008) propõe que as atividades envolvendo frações no sentido numérico possam ser desenvolvidas em forma progressiva de complexidade, de modo a ser empreendida por todo o Ensino Fundamental e expandindo seus conceitos para o Ensino Médio. Por exemplo, Tarefas que explorem a metade da metade da metade, além de problemas que envolvam a visualização e as somas infinitas.

Para o autor, esse tipo de atividade convida o aluno a experimentar o cálculo da soma infinita sem o obstáculo da formalidade do CDI, ajudando-o a perceber padrões e ter suas primeiras noções de aproximação de Limites.

O tema frações destaca-se em aspectos histórico, social e cultural, além da abordagem não convencional desse conteúdo em nível de Ensino Médio, dependendo de como se pretende tratar o conceito, seja no ambiente lápis e papel, seja utilizando *software* matemático. Estabelece muitas possibilidades de aprendizagem, propiciando a introdução de ideias importantes como aproximações, Limites, além de mobilizar distintas representações matemáticas no processo de investigação do estudo de frações.

Os outros Temas determinados pelos debates entre os Professores Participantes retomam as discussões sobre a prática docente na Matemática escolar, destacando os níveis de abstração que o professor deve colocar quando se trabalham os conceitos matemáticos. Nesse sentido, para os Professores Participantes, existe uma enorme distância entre a Matemática

escolar e a acadêmica, sendo que essas têm uma visão fundamentalmente diferente no que tange às argumentações dos conceitos e dos resultados matemáticos.

O nível de abstração da Matemática acadêmica é bem mais elevado, enquanto que na Matemática, em nível escolar, comumente não é explorada a compreensão de um fato matemático, construindo-se justificativas, mas aceitando o resultado indubitavelmente. O que favorece, por conseguinte, um modo mais flexível de caracterização dos objetos matemáticos, muitas vezes através de referências descritivas ou de imagens intuitivas no lugar de definições formais.

Para Moreira e David (2005), essas diferenças incidem nos valores da formação do professor; na complexidade da própria prática, sobre o papel do currículo da Matemática escolar nos cursos de licenciatura, na própria cultura escolar.

Ao fechar nossa interpretação sobre este Tópico, ressaltamos certas diferenças entre a Matemática escolar e a acadêmica, principalmente quando temos em vista a análise das relações entre a formação e a prática do professor e, em um contexto particular, como essa relação infere ao conceber a ideia de trabalhar noções de Cálculo no Ensino Médio. Nesse contexto, devemos também estar atentos à fala de Poincaré (1905), quando atenta para o fato relativo à distinção entre o rigor necessário e conveniente à Matemática acadêmica e o que seria apropriado para um processo educativo, no contexto da Matemática escolar.

Na Tabela 16, apresentamos os Temas originados, tendo em vista os contextos elencados a partir das discussões realizadas no nono encontro.

Tabela 16 – Tópicos de Discussão do Chat 9

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
HS	<u>E o que me faz mais refletir ao ler esse texto é pensar... O que será que estou tentando fazer meus alunos aprenderem de qualquer assunto... E o que realmente tem sentido a ele???</u>	T32
HS	<u>Essa frase do texto tem me feito refletir bastante... “O que queremos enfatizar é que a Matemática que vale a pena ser ensinada, e aprendida, é a que promove aprendizagem significativa, que faça sentido para os alunos. Para a consecução deste objetivo, Freudenthal propõe que contextos realistas, sejam pontos de partida naturais para processos de descoberta e reinvenção da Matemática.”</u>	T23
HS	<u>E com esse trecho parei para pensar nas coisas bizarras que tentamos fazer nossos alunos aprenderem... Por exemplo... Galerinha, somem $3/22$ com $5/7$... Quem é a pessoa normal que divide algo em 7 partes ou em 22 por exemplo??? (risos)... As frações precisam fazer sentido na vida do aluno... E assim como todos os outros conteúdos que queremos explorar... =)</u>	T23
HS	<u>@MP, e Esse é outro ponto crucial... Quem disse que temos que fazer todos os problemas da Matemática surgirem do cotidiano??? O que acaba o tornando bizarro??? (risos)</u>	T23
HS	<u>Isso também é importante... Se meu aluno do Ensino Médio ainda não sabe fração eu vou simplesmente ignorar e dizer... Ahhhhh... Isso vc tinha que ter aprendido na 6ª série... Claro que não... Se eu tenho opção de fazer diferente e tentar levar esse conceito à aprendizagem... é claro que eu vou tentar e vou explorar no médio também... =)</u>	T23
JV	<u>podemos obter a ideia de Limites através de frações...</u>	T23
JV	<u>Penso que o conteúdo do ensino médio teve como referencial o vestibular e com</u>	T12

	o Enem como fica???	
HS	<u>@JV... Não sei sua opinião a respeito dos complexos... Mas eu penso ser uma perda de tempo para o tipo de Ensino Médio que temos, onde temos todos os tipos de alunos, todos misturados, onde uns não sabem nem divisão de números naturais e outros que querem tentar medicina e outros que ficarão nas empresas mesmo e assim por diante... Na verdade fico pensando que ainda existe muita coisa sem sentido na Matemática para quem não vai continuar na área.</u>	T1
DG	<u>a potenciação e radiciação é uma bela aplicação de dos complexos.</u>	T23
NM	<u>fórmulas complicadas da trigonometria podem ser demonstradas com complexos, além de assuntos com rotação, translação... Feitos por transformação linear podem ser feitos com complexos.</u>	T23
NM	<u>Isso pode ser feito no ensino médio @JV. @HS isso eu faço com alunos do 5º ano.</u>	T23
RE	<u>Considero ser interessante o estudo dos números complexos, afinal atualmente tem muitas aplicações na biotecnologia e tem muitos alunos fazendo o PRONATEC que estudam os n. complexos nestes cursos, porém se não houver um atrativo fica sem objetivo para o tipo de alunos que temos hj.</u>	T23
RE	<u>@JV, acho que é um investimento que o governo quer, está fazendo com que muitos alunos daqui estejam indo super bem lá e reprovando Ens. Médio: são excelentes alunos no PRONATEC e péssimos na escola comum, motivo? Segundo dizem é porque tem que tirar a média acima de 7 se não perdem a bolsa.</u>	T36
HS	<u>@ACI, com relação ao que vc disse sobre os alunos do estágio não terem ideias... Eu penso que é devido a própria universidade... Eles querem dar aula da forma como tiveram aula... Eu mesmo vejo que minhas aulas mudaram muito de quando eu iniciei... Penso que a prática auxilia na criação de novas formas de aprendizagem... O que vc pensa sobre isso??? A universidade de vcs mostra como é uma aula com metodologias diferenciadas???</u>	T9
NA	<u>@MP, tenho um objeto manipulável para frações interessante. É um retângulo de 16 cm de comprimento por 5 de largura. Dividi esses 16 cm em 8 pares de 2 cm, cada qual com 5 cm de largura, em outro retângulo. Dessa forma, posso trabalhar com frações equivalentes e adição e subtração de frações. Mas fico limitado quanto ao produto e divisões.</u>	T10
NM	<u>É difícil motivar alunos no ensino fundamental sobre súmulas vinculantes do STF, mas com jogos matemáticos é muito fácil, devemos despertar no aluno o desejo de aprender Matemática, com isso teremos alunos interessados durante todo o ciclo escolar.</u>	T8
NM	<u>Exato @AN, precisamos atuar como cupidos, jogos matemáticos prestam muito bem esse papel. [ET8].</u>	T8
HS	<u>Penso que tudo o que eles manipulam acaba chamando mais a atenção... Essa semana mesmo eu fiz uma atividade muito bobinha... Mas que para eles surtiu efeito... Eu precisava trabalhar a condição de existência dos triângulos... Aí levei para eles canudinhos de refrigerante cortados em pedaços com alguns comprimentos pré. .[ET8].</u>	T8
NA	<u>@NM, não podemos esquecer que a aula é de Matemática, logo os estudantes devem mobilizar conteúdos matemáticos para resolver esses jogos. Se perguntar a um aluno se no jogo de par ou ímpar, quem tem mais chance de ganhar, o que pede par ou o que pede ímpar? Terei curiosos para descobrir a solução. E claro, o jogo é um pano de fundo para Matemática que deve ser explorado, mas isso tem que ser feito muito precocemente.</u>	T8
HS	<u>@MP, o conflito está justamente aí... Na escola querem uma Matemática que parta de algo real e no mundo acadêmico a abstração toma conta e não temos nem chance de tentar compreender ou tentar resolver de outra forma...</u>	T1
RE	<u>Matemática escolar x acadêmica? Há uma distância enorme.</u>	T1
NA	<u>Concordo com @HS. Se cada estudante não usar a sua criatividade, há abstração pura. Mas as aplicações estão por aí, basta você fazer as relações, o que não é nada fácil.</u>	T5
DG	<u>O drama é que a construção de gráficos ou de ser dado e na universidade aí começa o trauma no 3º. Ano.</u>	T3
RE	<u>Infelizmente a maioria dos alfabetizadores não sabe Matemática e tem que alfabetizar... mais tarde os professores de Matemática não querem alfabetizar, mas se esquecem que são alfabetizadores.</u>	T31
LV	<u>@RE, vc sugere que a “culpa” é dos pedagogos??desenvolvi uma pesquisa com professores de Matemática do ensino médio e fundamental de seis escolas públicas de Cuiabá... e a maioria dos entrevistados alegaram que a culpa dos alunos não saberem era dos pedagogos...aí nos perguntamos...e os professores de</u>	T31

	<u>Matemática do fundamental, pq não deram conta de ensinar se julgam "superiores" aos pedagogos não é?? É complicado... O que temos que fazer é tentar resolver os problemas e não encontrar culpados não é...</u>	
RE	<u>Eu concordo @LV. Acho que o que um professor não conseguiu superar o outro ao perceber deve suprir, antes que seja tarde, porém é importante saber onde está a falha e a falha está na alfabetização... alunos bem alfabetizados têm mais facilidade nos Ens. Médio e sei disso pois trabalho com a alfabetização e com o Ens. Médio.</u>	T31
NA	<u>Há duas perspectivas entre a Matemática. A Matemática para o ensino Médio, que deve, ou tentar, fazer parte da vida dos estudantes. Já a Matemática "moderna", do ES(Ensino Superior), o estudantes é que tem que usar suas estratégias para fazer parte dela. Caso contrário será excluído.</u>	T1

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa,

As Tarefas Exploratório-investigativas⁷⁹ (TEi)

As Tarefas Exploratório-Investigativas foram trabalhadas, inicialmente, junto aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio, como já explicitado no início desta seção, e, posteriormente, apresentadas aos Professores Participantes durante o Curso de Extensão Online.

As Tarefas trabalhadas no Curso junto aos alunos e analisadas pelos Professores Participantes tiveram como perspectiva sugerir a abordagem de problemas envolvendo conceitos de Cálculo, tendo como ponto de partida os conteúdos inerentes ao currículo proposto no Ensino Médio, em particular o estudo de função. Abaixo estão descritos os objetivos, a dinâmica e a abordagem de resolução de cada Tarefa Exploratório-investigativa e, no Anexo E, são apresentadas, passo a passo, a resolução e a construção de gráficos nos *software Winplot* e/ou GeoGebra mediante as Tarefas propostas.

No primeiro Curso de Extensão, observamos que as discussões com os alunos, envolvendo o uso dos *software*, foram facilitadas, no processo de aplicação das Tarefas, pois tínhamos a possibilidade de conversar com os presentes em classe, questionando-os sobre algum conteúdo matemático em particular, ou auxiliando-os em alguma dúvida sobre os comandos dos *software*, além de orientá-los na investigação dos problemas propostos.

No segundo Curso de Extensão online, a apresentação das Tarefas Exploratório-investigativas aos Professores Participantes foi realizada por meio do ambiente Moodle e, sendo assim, houve a necessidade de reelaborar a apresentação das mesmas de forma mais sistemática, com explicações mais detalhadas, considerando que alguns dos PP não possuíam familiaridade ou ainda fluência com a interface dos *software Winplot* e GeoGebra. Logo, foi imprescindível traduzir com a maior clareza os problemas propostos em cada Tarefa, sendo

⁷⁹ Nesta pesquisa, compreendemos por Tarefas Exploratório-Investigativas, problemas matemáticos de cunho aberto e não necessariamente contextualizados, nas quais buscamos coordenar distintas representações matemáticas mediante uso dos *software Winplot* e GeoGebra.

que, para a apresentação de alguns, chegamos a fazer alguns vídeos aulas (disponibilizados em DVD-R, no anexo F da Tese), o que contribuiu enormemente para a familiarização, conhecimento e manipulação da *interface* e comandos dos *software Winplot* e *GeoGebra* bem como para compreensão dos conceitos e das construções realizadas.

Ressaltamos ainda que para a análise dos professores às Tarefas foi solicitado aos mesmos que procurassem perceber o papel desempenhado pelo conceito de Função, valorizando a ideia do pensamento funcional, inerente a noções de variação e dependência. Nesse contexto, ocorreram conjecturas acerca da importância das representações geométricas, algébricas, gráficas, quando aliadas a utilização dos softwares *Winplot* e *GeoGebra*.

Segue abaixo a descrição das Tarefas Exploratório-investigativas ressaltando que a nossa análise priorizará a avaliação e as considerações apresentadas pelos Professores Participantes – sujeitos da pesquisa, quanto aos conteúdos abordados e problemas propostos.

5.1.2.2.1 Tarefa 1 – O Problema da Reta Tangente

A primeira Tarefa teve como objetivo discutir o conceito de Limite de uma Função, a partir do cálculo da equação da reta tangente à parábola $y = x^2$ no ponto P (1,1).

Para exploração do problema no *GeoGebra* é proposto a construção da curva da função $y = x^2$, o pontos P(1,1) e o ponto genérico Q (x, y) sobre a reta que tangencia a curva no ponto P.

Na exploração dos problemas os professores puderam observar a relação existente entre a reta que tangencia a curva com o crescimento e decrescimento da Função, ao movimentar o ponto P sobre a curva e sua aproximação ao ponto genérico Q.

Para escrever a equação da reta tangente é investigada uma aproximação limite para o coeficiente angular, denotado neste problema por m , à circunferência no ponto P(1,1). Para tanto, sugerimos a construção de duas tabelas de valores x pré-definidos sendo y dependente de x , pertencentes ao intervalo $[0,2]$. Em uma primeira tabela x variava entre os valores 0 a 1 e em uma segunda tabela entre os valores de 2 a 1. Para tanto, foi necessário instituir valores genéricos constituídos nos intervalos $[0,1]$ e $[2,1]$ para o ponto Q, representados por $Q(x, x^2)$.

Conhecidos P(1,1) e $Q(x, x^2)$, é possível o cálculo do coeficiente angular da reta secante passando pelos pontos P e Q dado pela fórmula $m = \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, x \neq 1$. Logo $m = x + 1$. A partir desse resultado e substituindo os valores x nas Tabelas é possível obter uma aproximação para o valor do coeficiente angular m , sendo esse igual determinado pelo valor dois (2), permitindo assim o cálculo da equação da reta.

O uso do GeoGebra para esta Tarefa propiciou maior dinamicidade quanto à simulação e à resolução do problema, possibilitando aos professores perceberem que o valor do coeficiente angular se aproximava do valor numérico 2 (dois), além de perceber, na construção do gráficos, a aproximação do Ponto Q ao ponto P e que a reta secante, nesse ponto P, tornava-se reta tangente; e, ao mesmo tempo, o limite da reta secante consistia na reta tangente.

Nessa tarefa, a ideia de Limite é introduzida, tendo em vista os conteúdos estudados no Ensino Médio, como o cálculo do coeficiente angular, a equação da reta, o crescimento e o decrescimento de uma Função do primeiro grau. Vide mais detalhes sobre a dinâmica da tarefa no Anexo E.

5.1.2.2.2 Tarefa 2 – Diferenciabilidade e Continuidade de uma Função

Essa Tarefa⁸⁰ teve como objetivo introduzir o conceito de Derivada e Continuidade de uma Função, a partir da expressão que representa a inclinação da reta secante dada por

$$m_{PQ} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}, \text{ sendo a reta PQ não vertical. Vide Figura 5.}$$

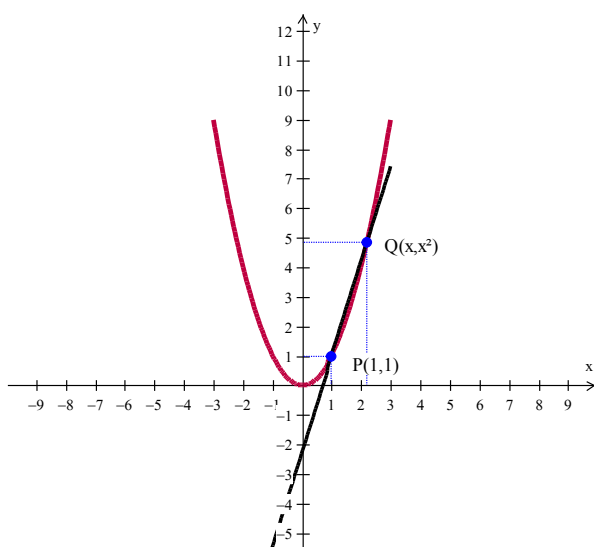


Figura 12: Representação da Reta Secante a Reta nos pontos P e Q.

Fonte: Elaborada pela Pesquisadora, mediante uso do *software Winplot*.

Nessa perspectiva, foram investigados três problemas, nos quais, gradativamente, buscamos introduzir as notações que representam o Limite e Derivada de uma Função, tendo em vista o cálculo algébrico e as representações geométrica e algébrica do conceito mediante uso do GeoGebra.

⁸⁰ Tarefa adaptada do livro de *Cálculo*, James Stewart, v. I, p. 302.

A introdução da nova linguagem e notações como a expressão “tender para”, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ que representa a ideia de Limite de uma Função e $f'(x)$, notação para a Derivada da Função e $\Delta x = x_2 - x_1$, denotando a variação dos valores em “ x ” sobre o eixo O_x , constituem-se em uma novidade para os alunos. Por esse motivo, sugerimos que a introdução dessa nova linguagem fosse realizada com muito cuidado, atentando inicialmente a definição e interpretação associadas ao conceito de Coeficiente Angular. A utilização do *software* GeoGebra facilitou prementemente a compreensão da mudança de representação e significado da equação da reta secante para equação da reta tangente, associada à ideia de Limite e Derivada da Função.

Ao movimentar a reta secante sobre o gráfico da função $g = x^2$ no GeoGebra, os professores puderam perceber a dinamicidade de “ Δx tendendo a zero”, isto é, a variação dos valores sobre o eixo O_x , cujas aproximação de x_2 ao ponto x_1 pela esquerda ou direita, ou seja, por valores menores ou maiores que x_1 , determinava ao movimento da reta secante, quando essa se torna tangente ao gráfico da Função no ponto $P(1,1)$.

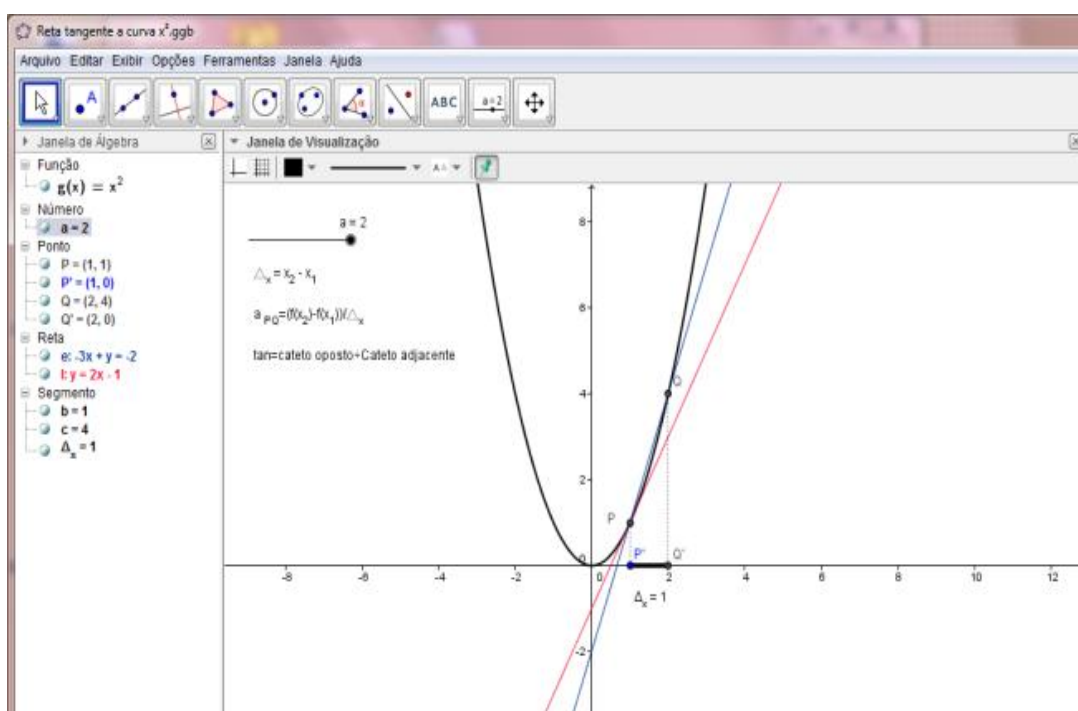


Figura 13: A Reta Tangente como Limite da Reta Secante

Fonte: Elaborada pela Pesquisadora mediante uso do *software* Winplot.

Para aplicação e desenvolvimento da Tarefa, sugerimos aos professores acompanharem o protocolo de construção no GeoGebra para construir o gráfico de $f(x)$ e a reta secante bem como as animações pertinentes a construção dos problemas 1, 2 e 3.

Nesta Tarefa, sugerimos também aos professores que a discussão sobre a ideia de Limite, Derivada e Continuidade se inicie de forma exploratória e intuitiva para, em seguida,

adentrar numa discussão mais sistematizada sobre os conceitos de Limite, Derivada e Continuidade de uma Função.

Ao introduzirmos a ideia de Diferenciabilidade e Continuidade, trabalhamos com as Funções modular $f(x) = |x|$ e $f(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x - 3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$. Nessa perspectiva, os professores puderam simular resultados para o problema através da movimentação do gráfico, além de perceberem uma importante propriedade “*Se a Função for diferenciável em um dado ponto, então a Função é contínua nesse ponto. E, que a recíproca é falsa*”, e os professores tiveram a oportunidade de avaliar a pertinência da proposta inerente à Tarefa (Vide Anexo E).

5.1.2.2.3 Tarefa 3 – Cercando o Pasto

Esta Tarefa foi analisada pelos Professores Participantes e teve como objetivo mobilizar distintas representações matemáticas inter-relacionando a área do retângulo, que representa o pasto, à representação gráfica da Função, associada ao conceito de máximo de Função. Nesse contexto, determinar a maior área do pasto que deve ser cercada.

Especificamente, o problema sugeria: Um fazendeiro tem 1200m de cerca e quer cercar um campo retangular que está na margem de um rio reto. É importante atentar que ele não precisa cercar ao longo do rio.

Levando em consideração as informações acima colocadas e na perspectiva de explorar o problema, propomos aos professores;

- Simular a área que deveria ser cercada;
- Definir a Função a partir da figura do retângulo que representa a área cercada;
- Construir o gráfico da Função a partir do modelo da cerca;
- Investigar as dimensões do campo que tem maior área.

Para a resolução do problema, foi inicialmente sugerida aos professores, a construção do retângulo que representava o ‘pasto’ a ser cercado, onde, a partir da construção realizada, foi possível calcular a área $A = 1200x - 2x^2$ do retângulo, considerando as dimensões dos lados pelos valores genéricos “x” e “y”.

Outro ponto a destacar refere-se à mobilização entre as representações geométrica e gráfica, cuja expectativa incidia que ao simular os problemas no *Winplot* possibilitassem aos professores perceberem a relação entre a maior área que podia ser cercada, tendo em vista a construção do retângulo com a movimentação do ponto sobre o gráfico da Função. Ou seja, a relação entre o cálculo da Derivada primeira com o valor máximo da Função.

Na exploração do problema, ao movimentar o ponto de máximo sobre o gráfico da função os professores ainda tinham a possibilidade de constatar que, quando o valor da

Derivada primeira $A'(x)$ se aproximava de zero, o ponto genérico do gráfico tendia ao valor máximo da Função $A(x)$. Nessa tarefa, exploramos ainda o estudo de sinal de uma Função, pelo qual os professores puderam perceber a existência da área dado o intervalo $[0,600]$. Vide, no anexo E, mais detalhes sobre o roteiro da tarefa.

5.1.2.2.4 *Tarefa 4 – A Função Quadrática e sua relação com a Reta Tangente*

Para a Tarefa 4 (quatro), elaboramos três problemas. No primeiro, propusemos construir o gráfico de uma Função quadrática no GeoGebra, partindo da representação de um ponto genérico. No segundo, aproveitando a construção inicial no primeiro problema, investigamos a relação da reta tangente à curva $y = ax^2 + bx + c$, quanto à concavidade, ao crescimento e ao decrescimento de Função. No terceiro problema, observarmos o crescimento e o decrescimento da Função, tendo em vista o movimento da reta tangente sobre o seu gráfico. O uso dos *software* foi fundamental para a mobilização das representações gráfica, algébrica e geométrica, na exploração e na resolução dos problemas.

Esta Tarefa teve como objetivo construir o gráfico de uma Função quadrática, a partir de um dado ponto. Nessa perspectiva, investigar a relação da reta tangente à curva $y = ax^2 + bx + c$, no que se refere ao crescimento e decrescimento de Função com o apoio do *Software* GeoGebra, inter-relacionando as representações gráfica, algébrica e geométrica na exploração e resolução do problema.

Vale ainda acrescentar que os referidos problemas reeditaram novos questionamentos aos já colocados na Tarefa 1(um), intitulada “O problema da Reta Tangente”. Nessa nova abordagem, as questões propostas convidaram os professores a pensar sobre a relação do sinal do coeficiente angular, “denotado na Tarefa 4 por a ”, com a reta tangente relacionada ao crescimento e decrescimento de uma Função do segundo grau, representada de forma genérica, sendo $y = ax^2 + bx + c$ (parábola) quando $a = 1$, $b = 1$ e $c = 1$.

Em conversa com os Professores no terceiro *Chat*, esses comentaram que, embora a proposta da Tarefa seja simples, sua construção no *software* é mais elaborada, pois propõe uma forma diferenciada para a construção do gráfico da Função, partindo de um ponto genérico que, ao ser movimentado e associado ao comando “rastros”, determina o mapeamento do traço da Função. Vide, no Anexo E, o roteiro e passo a passo da Tarefa.

5.1.2.2.5 *Tarefa 5 - A reta tangente dado os pontos pertencentes ao gráfico da Função*

Esta Tarefa teve como objetivo determinar a equação reduzida da equação $y = \frac{a}{b}x + \frac{c}{a}$, o coeficiente angular de uma reta e o cálculo da equação reduzida de uma reta tangente a um dado ponto. Nesse contexto, investigar o conceito de Limite de uma Função, tendo em vista a construção e análise do gráfico de uma Função exponencial e o cálculo do coeficiente angular no *software* GeoGebra.

No processo de investigação, propusemos quatro problemas, nos quais consideramos trabalhar de forma exploratória e intuitiva o conceito de Limite de uma Função, tendo em vista a construção e análise do gráfico de uma Função exponencial e o cálculo do coeficiente angular. A investigação e a resolução das Tarefas foram realizadas por meio do *software* GeoGebra, inter-relacionando as representações gráfica, algébrica e geométrica na simulação e resolução dos problemas.

Ao investigarmos o conceito de Limite a partir de uma reta tangente a curva da Função exponencial $y = a^x$, conhecendo o ponto $(1, a')$, reelaboramos os questionamentos anteriormente propostos na elaboração e desenvolvimento das Tarefas 2 e 4.

Os problemas propostos na Tarefa 5 convidaram os Professores Participantes a revisitarem conceitos estudados e trabalhados no Ensino Médio, tais como, ângulo, coeficiente angular, equação da reta, crescimento e decrescimento de Função, inter-relacionando várias representações matemáticas. Vide, no Anexo E, o roteiro da Tarefa.

5.1.2.2.6 *Tarefa 6 – Funções por partes: introduzindo noção de Continuidade*

Esta Tarefa teve como objetivo revisar conceitos de Funções, visualizar e relacionar Funções por partes com a representação gráfica e, a partir da movimentação do gráfico da Função, introduzir noções de continuidade. Nessa perspectiva, propusemos dois problemas, nos quais investigamos o conceito de Limite e Continuidade de uma Função, a partir da construção do gráfico de uma Função por partes. Durante o processo de investigação, foi utilizados os *software* GeoGebra e *Winplot*, tendo em vista introduzir a noção de Limite e a de continuidade.

Nos problemas apresentados na Tarefa 6, buscamos, tanto quantitativamente como qualitativamente, compreender o conceito de Continuidade. Qualitativamente, relativa a ideia de que uma Função é contínua, quando não há quebra no gráfico e, quantitativamente, ao considerarmos a definição matemática de Função Contínua, ou seja, ao atentarmos para as

condições de existência do valor da Função no ponto (1,1), do Limite da Função no ponto (1,1) e quando o valor do Limite é igual ao valor da Função no ponto.

Na movimentação do gráfico da Função $f(x)$, os professores puderam visualizar que a Função é sempre contínua para $k = -2$ e descontínua para qualquer outro valor real. Puderam também constatar suas observações através do cálculo algébrico, verificando simultaneamente as condições de continuidade de uma Função. Isto é, uma Função é contínua, quando o ponto está definido na função, e o valor da Função e o Limite, nesse ponto, são iguais.

Outro aspecto, tanto qualitativo quanto quantitativo, incide, em particular, no cálculo do Imposto de Renda direcionado ao contexto apresentado no vídeo⁸¹. No Problema 2, investigamos uma aplicação de Funções por partes em problema pseudoreal, referente ao cálculo do Imposto de Renda. Para a resolução, tomamos a quantidade de cada alíquota como atributo da qualidade em receber um maior ou menor salário sobre uma renda “ x ”, o que imprimiu aos professores observarem e, conseqüentemente, compreenderem a relação existente entre o rendimento e a faixa de desconto sobre o salário do trabalhador. Vide, no Anexo E, o roteiro da Tarefa.

5.1.2.2.7 *Tarefa 7 - Cálculo do Perímetro e Área do Círculo por Exaustão*

Esta Tarefa Exploratório-investigativa teve como objetivo introduzir noções de Limite de uma Função a partir da construção de polígonos inscritos na circunferência de raio 0.5; visualizar e relacionar os perímetros e áreas dos polígonos construídos pelo método da Exaustão, utilizado pelos gregos com o perímetro e a área de uma circunferência de raio 0.5, mediante simulação no GeoGebra⁸².

Para a resolução dos problemas, sugerimos a construção de polígonos pelo método da Exaustão, circunscritos a uma circunferência. A ideia de Limite é observada, quando propomos calcular o perímetro, o comprimento e a área da circunferência, inicialmente, pelo método da Exaustão e, finalmente, usando a ideia intuitiva de Integral. Nesse caso, não foi solicitado aos PP o cálculo algébrico, mas a interpretação e a visualização, no GeoGebra, da construção geométrica dos polígonos e da circunferência.

Na construção dos polígonos, os PP puderam perceber que, quanto maior o número de faces, mais próximo o polígono regular se aproximava da forma da circunferência, indefinidamente. Nesse exemplo, a visualização foi considerada fundamental para o processo de investigação, pois possibilitou aos professores, identificarem a região pela qual se desejava

⁸¹ Disponível em <<http://www.youtube.com/watch?v=1ACnmqcNfl8>>

⁸² Tarefa adaptada do livro *Cálculo*, de autoria de James Stewart, p. XXIII.

aproximar a área ou o comprimento, com o benefício de relacionar conhecimentos já adquiridos em classe, inter-relacionando a ideia intuitiva do conceito de Integral.

Em conversa com os Professores Participantes, esses comentaram que é bem possível trabalhar a Tarefa com seus alunos, mas não foi opinião unânime. Alguns consideraram a construção no GeoGebra trabalhosa e que, para um aluno do ensino Médio, o conceito de Integral ainda é muito abstrato. Vide, no Anexo E, o roteiro e o passo a passo da Tarefa 7.

Durante os encontros síncronos com os Professores Participantes, propusemos alguns Questionamentos no Fórum de Discussão, alusivos à dinâmica e à abordagem propostas para a resolução dos problemas, mediante uso dos *software Winplot* e GeoGebra. Tais questionamentos são apresentados abaixo, seguidos de alguns comentários dos PP destacados na Tabela 17.

1) COMENTE: As Tarefas inter-relacionam várias representações matemáticas: algébrica, geométrica, gráfica. Em sua opinião, essa abordagem contribui para uma compreensão mais aprofundada dos conceitos estudados?

2) COMPARTILHE: Tendo em vista as Tarefas, quais questões, em sua opinião, envolvendo o pensamento funcional, poderiam ser propostas ao aluno do Ensino Médio e que poderiam contribuir no que tange a introduzir noções de Cálculo?

3) PROPONHA: Você proporia alguma outra forma de trabalhar as Tarefas com os *software Winplot* e GeoGebra?

Tabela 17 - Tarefas Exploratório-investigativas.

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
RE	As Tarefas apresentam uma abordagem que contribui e muito para a compreensão dos conceitos estudados: área, perímetro, Função, gráfico da Função, concavidade, ponto de máximo e mínimo. <u>Destaco a importância de tratar da questão da Função discreta e da Função contínua e seu gráfico</u>	T10/T23
JV	Quando trabalho com Função do primeiro grau e segundo grau utilizo o perímetro e a área do quadrado relacionando-os, respectivamente, com as Funções, da seguinte maneira: desenho um quadrado e chamo o valor do lado de x e o perímetro de y , dessa forma podemos dizer que $y = 4x$, portanto y depende de x , então y está em Função de x , logo podemos utilizar a seguinte linguagem: $f(x) = 4x$. se atribuímos valores para x acharemos os valores de y , dessa forma poderemos montar o gráfico, onde o eixo x é o lado e o eixo y é o perímetro, o tamanho do perímetro depende do tamanho do lado, da seguinte forma quando o lado for 2 o perímetro é 4, quando o lado for 3 o perímetro é 12 e assim sucessivamente, de maneira que podemos passar ao aluno a noção de Função do primeiro grau a partir do perímetro do quadrado, trabalhar com a substituição numérica e o gráfico. o mesmo faço com a Função do segundo grau. <u>Mas, com o que aprendi hoje passo a ter em mãos uma ferramenta poderosa, onde posso trabalhar com máximos e mínimos, noções delicadas na Matemática quando tratadas com todas as formalidades do conteúdo cálculo e utilizarei na primeira aula com Funções que tiver.</u> “Em minha opinião contribui e muito, legal demais”.	T24
SA	Achei ótima a Tarefa 3, trabalha vários conceitos e representações Matemáticas, <u>certamente contribui muito para a compreensão de Funções, o maior desafio, no entanto, é como eu faço para ser um mediador, em turmas de 42 alunos, e uma sala de informática com 27 máquinas, onde só 09 (nove) funcionam?</u>	T26

DG	Um maneira é dividir em grupo de 5(cinco) no Labin (laboratório) e cada turma montar o gráfico e a lógica de resolução. Em sala usar o data show onde cada grupo será avaliado pela apresentação, conteúdo ministrado, participação obrigatória de cada membro na exposição. A participação de cada membro deve ser obrigatória, a fim de que não haja encosto dos mais "malas" que só querem a nota e, é um modo da turma pesquisar e apresentar o conteúdo. No CEM Arizinho em 2000 fizemos muitos projetos deste modo e os alunos adoraram.” “Essas Tarefas são excelentes devido às correlações entre as representações. <u>Mas, com a minha experiência particular meus alunos estão defasados para poderem acompanhar essa aula e até interagir com o conteúdo. A dinâmica oferecida pelo software é bastante interessante, mas ao abordar esses temas o aluno percebe a falta de bagagem para melhor acompanhar.</u>	T3/T30
DM	<u>A educação é paulatina, e não se pode simplesmente querer introduzir conteúdo. Todo o sistema deve sofrer uma mudança coerente. O aluno deve vir com uma cultura específica em Matemática construída através dos anos desde o primeiro ano.</u>	T11
DM	Excelente aula. na pagina 2, onde são apresentadas as possíveis maneiras, seria interessante para o aluno obter uma previsão elaborando uma tabela 2x/y para observar desde cedo a figura de maior otimização. Estipularia alguns valores para x e seu correspondente y.	T27

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Na Tabela 17 (acima), tendo em vista os excertos em destaque na coluna de unidades de contexto, observamos que os temas mais debatidos pelos Professores Participantes foram:

T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativos aos processos de aprendizagem da Matemática;
T10 – Inter-relação entre os conceitos matemáticos;
T11 – Autonomia do professor *versus* orientações determinadas pelo Currículo do Ensino Médio;
T23 – Sistematização dos conceitos matemáticos/Base para séries e conteúdos mais avançados;
T24 – Importância do uso de *Software* matemáticos para o estudo de Função e resolução de problemas;
T27 – Representações matemáticas;
T30 – Importância de promover um espaço de discussão na escola onde professor do Ensino Médio possa partilhar suas problemáticas e sugestões.

Nesse sentido, os PP compreendem ser interessante a propostas das Tarefas Exploratório-investigativas, pois, apesar de os problemas apresentados se mostrarem inicialmente um tanto quanto complexos aos olhos dos alunos, trazem ao professor perspectivas em trabalhar os conteúdos matemáticos inerentes à disciplina CDI no Ensino Médio de forma investigativa, mobilizando várias representações matemáticas, inter-relacionando os conceitos matemáticos, abrindo horizontes aos conceitos usualmente trabalhados no Ensino Médio. E, na medida em que esses reconhecem a questão, realizam a exploração dos conceitos por meio do uso dos *software Winplot* e/ou GeoGebra, possibilitando aos alunos realizar conjecturas e, eventualmente, justificar a resolução dos problemas.

Nos momentos de interação entre os Professores Participantes com base nos trabalhos realizados com as Tarefas Exploratório-investigativas, percebemos que esses veem a proposta de introduzir noções de CDI no Ensino Médio como um desafio adicional à sua prática, mas

certamente considerariam um bom desafio, no sentido de motivar os alunos a se envolverem nas Atividades, a serem mais questionadores, de maneira que esses avancem e possam se apropriar dos conceitos estudados em classe.

Entretanto algumas questões e desafios são estabelecidos, se atentarmos para as possibilidades e os entraves associados à ideia de introduzir noções de CDI no Ensino Médio.

Sendo assim, podemos citar a falta de base e conhecimento dos alunos do Ensino Médio, o que acarreta dificuldades em compreender novos conceitos; ou, ainda, a falta de estrutura e cultura, nas escolas, quanto ao uso das tecnologias digitais; excesso de alunos por sala; falta de um monitor que auxilie o professor no laboratório ou que o auxilie nos processos de mediação na utilização dos *software* na sala de aula; além de um espaço em que possam partilhar suas dúvidas e apresentar sugestões. Esses são alguns dos problemas constantemente relatados nos encontros e constantemente enfrentados pelos professores em sua prática.

A Entrevista (E)

Ao final do Curso de Extensão *online*, realizamos uma Entrevista⁸³ (em forma de questionário de modalidade semiaberta por meio do *Google Drive*) com os Professores Participantes, objetivando aprofundar os dados coletados durante a realização do Curso, bem como perceber mais intimamente as opiniões deles sobre alguns pontos e questões observados e debatidos durante as conversas/discussões nos Fóruns, *Chat* e análise das Tarefas Exploratório-investigativas, apoiadas pelo ambiente *Moodle*.

Sendo assim, a partir dos dados coletados na Entrevista, percebemos que em termos percentuais, 67% dos Professores Participantes lecionam ou lecionaram no Ensino Médio, enquanto 33% também lecionam na Educação Superior. Então, perguntarmos se os PP já haviam discutido sobre algum conceito de Cálculo com seus alunos no Ensino Médio. Constatamos que apenas 20% dos professores já haviam discutido o assunto alguma vez em classe, mas de forma bem superficial.

Ao perguntarmos aos Professores Participantes sobre a possibilidade de trabalhar conceitos de Cálculo no Ensino Médio, e em que nível escolar seria importante iniciar os estudos, algumas perspectivas foram apresentadas pelos professores, as quais determinaram os seguintes Temas:

T1 – Conformidades e desacordos entre os conteúdos do Ensino Médio e os da Educação Superior;

T4 – Importância do pensamento funcional;

T6 – Abordagem Intuitiva;

T7 – Contextualização e interdisciplinaridade mediante o estudo de Função no Ensino Médio;

⁸³ Teor da Entrevista no Anexo D

T40 – Espaço para discussões e partilha de ideias entre os professores participantes.

As possibilidades refletem-se, portanto, na forma de trabalhar o conteúdo no Ensino Médio, primando pelo pensamento funcional, e contextualização dos problemas matemáticos.

Nessa perspectiva, ao trabalhar os conceitos de Cálculo, faz-se importante abordar os conceitos de forma intuitiva. E, mesmo que não haja conformidade entre a Educação Superior e o Ensino Médio, uma ponte pode ser construída, se houver a criação de um espaço para discussões e partilha de ideias.

Na Tabela 18, apresentamos os Temas originados, tendo em vista os contextos elencados a partir da Entrevista realizada com os Professores Participantes.

Tabela 18 – Opinião dos professores sobre a proposta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio

PP	Unidades de Contexto	Temas (UR)
AN	<u>Acho pertinente, pois os conceitos são extremamente importantes para a apropriação de um saber, em particular, saber matemático. Dessa forma, a partir do 1º Ano do Ensino Médio vejo possibilidades de se trabalhar com os estudantes nesse modelo de abordar intuitivamente esses conceitos de cálculo diferencial.</u>	T6
DG	<u>Sim, a partir do 1º. ano, pois na cinemática é usado este conceito, principalmente no estudo gráfico.</u>	T7
HS	<u>Eu penso que em algumas atividades podemos trabalhar conceitos de Cálculo, pois propiciam a abordagem. Como as Funções são introduzidas no 1º ano do Ensino Médio, vejo que a abordagem destes conceitos poderia iniciar, portanto, nesta série.</u>	T4
JV	<u>A partir do primeiro ano do ensino médio. Podemos começar com a noção de Limites a partir das dízimas periódicas e aprofundar o estudo com a fórmula de soma dos termos de uma progressão geométrica infinita.</u>	T23
LS	<u>Ainda possuo dúvidas, mas acho positivo em relação a trabalhar apenas algumas Funções específicas. Penso na abordagem de Klein quanto a diminuir a lacuna que separa o Ensino Médio do Superior em relação ao cálculo. Concordo com a ideia, mas acho que muito pouco ainda caminha para que isso realmente ocorra.</u>	T1
NM	<u>Não estou convencido da necessidade de apresentar os conceitos de Cálculo no Ensino Médio, minha geração estudou no Ensino Médio, Limite e Derivada, mas sem maturidade para compreender o assunto.</u>	T23
PF	<u>Achei muito boa, desde o início do EM em doses homeopáticas e aprofundando aos poucos, acredito que dessa forma tornamos alguns conceitos matemáticos menos estáticos.</u>	T23
RE	<u>Acho importante, por considerar que contribui também para o ensino da Matemática no ensino médio.</u>	T23
SA	<u>Estou realizando as atividades que recebi no curso para tentar utiliza-las com os meus alunos do 1ºano do médio.</u>	T40

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Na Entrevista, também perguntamos sobre o uso de *software*, em particular, se os *software Winplot* e *GeoGebra* contribuíram com o entendimento dos conceitos estudados nas Tarefas Exploratório-investigativas. Os professores responderam que certamente facilitaram o entendimento dos conceitos estudados, pois tiveram a oportunidade de visualizar os gráficos e as formas geométricas; simular possíveis resoluções, permitindo-lhes compreender melhor o que propunham os problemas; além de possibilitar a análise dos padrões e das regularidades, necessários para a abstração.

Vale ainda ressaltar que 33% dos Professores Participantes do Curso já trabalham ou trabalharam com esses *software* mediante participação em Cursos de Extensão presencial ou a distância ou ainda na Educação Superior, mas que em poucos momentos os utilizaram no Ensino Médio. Os professores nos revelaram que o Curso proporcionou-lhes mais um modo de utilizar essas tecnologia e que é possível imprimir mais dinamicidade, o que, em sua opinião, facilita o entendimento dos conceitos. Ou seja, o uso dos *software* possibilitou uma maior compreensão dos problemas abordados, ajudando-os a compreender a Matemática envolvida e os gráficos correspondentes, bem como a relação existente entre a álgebra e a representação gráfica. E, certamente, ajudará o aluno a inter-relacionar os conceitos, visualizando suas particularidades de forma mais dinâmica e que, certamente, procurarão utilizar em suas práticas.

Nessa discussão, o professor ‘NM’ infere que o uso da tecnologia emprega maior dinamismo, facilidade de manipulação e auxilia na validação de algumas conjecturas; e que a utilização do *Winplot* e do GeoGebra facilitara o entendimento dos conceitos, mas ainda vê as atividades muito abstratas, sem aplicação concreta, embora com algum significado.

O professor ‘DG’, um dos mais atuantes no Curso, concorda que a tecnologia possibilita relacionar Física e Matemática, e, nesse contexto, é fundamental o uso dos *software* na introdução de conceitos de Cálculo no Ensino Médio.

Ainda sobre o tema TIC, perguntamos aos Professores Participantes sobre a importância do uso da tecnologia em sala de aula. As respostas apontaram a importância, na perspectiva de considerarem que os *software* desenvolvidos atualmente facilitam o trabalho do professor e são excelentes materiais de apoio e compreensão para os alunos, oferecendo outra dinâmica à aula, fazendo com que os ‘papéis’ do professor e dos alunos se modifiquem.

A maioria dos Professores Participantes assinalou ser um recurso excelente, que auxilia no ensino, principalmente se o objetivo está direcionado para a aprendizagem e a autonomia do aluno e que hoje é fundamental seu uso. Entretanto, na maioria dos estados do País, é fundamental a criação de uma política de uso mais eficiente, com um sistema de manutenção que permita um funcionamento adequado dos laboratórios; possibilitando uma melhor formação aos professores da área de exatas e que atuam na Educação matemática, com o uso dos vários ambientes computacionais; estabelecimento de uma equipe de professores nas regionais para a criação de aplicativos, estimulando o professor a participar de cursos de Ensino a Distância.

O professor 'RE' comentou que trabalha o conteúdo em sala e depois direciona para a manipulação com o *software*, tornando o conteúdo mais interessante e abordando de forma que o aluno possa contribuir com as descobertas, sendo sujeito do conhecimento.

Para a maioria dos PP, a tecnologia em sala de aula é de extrema necessidade, pois estas auxiliam na visualização, sem contar que o mundo globalizado e tecnológico em que vivemos hoje direciona para o uso inevitável na escola, e também em sala de aula, já que os alunos estão em contato com a tecnologia o tempo todo.

Os Professores Participantes também acham extremamente importante que os alunos obtenham fluência da interface, possibilitando a construção realizada no *software*, não sendo apenas um mero espectador, pois dessa forma o professor pode apresentar e trabalhar os conteúdos estudados em classe de uma forma diferenciada, usando uma nova linguagem; considerando que essa transposição pode proporcionar uma aprendizagem significativa aos estudantes.

Nesse contexto, os PP compreendem ser inegável a percepção de que a revolução tecnológica produziu uma geração de alunos que cresceu em ambientes ricos de multimídia, com expectativas e visão de mundo diferente de gerações anteriores, portanto a revisão das práticas educacionais é condição para que possamos dar-lhes uma educação apropriada.

Com base nas experiências vivenciadas no Curso de Extensão, abrangendo a utilização das TIC, a opinião dos Professores Participantes sobre a relevância do uso destes recursos nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática foi bastante relevante. Nesse sentido, os PP compreendem as tecnologias digitais como uma dimensão teórico-metodológica fundamental para os processos de ensinar e de aprender Matemática. No entanto o professor deve elaborar cuidadosamente as suas aulas e com o objetivo de desenvolver no aluno também a independência, a mudança de postura ao fazer uso da tecnologia. Isto é, levar o aluno a investigar.

As TIC são, portanto, importantes para apreensão e construção do conhecimento matemático; pois, na concepção desses professores, diminuem as dificuldades relativas ao discernimento e à compreensão dos conceitos, uma vez que há uma transposição da abstração matemática para o *software*. Esses ainda inferem que o uso da tecnologia é relevante como material de apoio ao professor para explorar determinados conteúdos, e o aluno tem a possibilidade de conjecturar seus saberes, apropriando-se do conteúdo matemático de forma mais integrada.

Nesse contexto, o professor 'HS' comenta que, apesar de sua pouca experiência com relação à utilização de TIC, vê que, ao levar um vídeo para a sala de aula, ou utilizar um

software que gera a visualização do conceito, é possível empreender aos seus alunos uma maior compreensão do conteúdo.

Ficou claro nas respostas dos PP que o uso de tecnologias não é a solução para os problemas de ensino e de aprendizagem da Matemática, mas os recursos tecnológicos podem se constituir em um importante aliado para auxiliar o trabalho didático e pedagógico, aprimorando a forma de ministrar aulas, tornando-as mais dinâmicas.

Os professores também corroboram que hoje o uso da tecnologia é altamente relevante e que os profissionais da educação devem se sentir responsáveis por acompanhar os avanços tecnológicos, buscando meios que possam despertar o interesse dos alunos pelas disciplinas, principalmente a Matemática.

Ao perguntar aos professores participantes sobre as leituras realizadas no Curso de Extensão, se contribuíram com sua formação profissional, responderam que foram interessantes, ajudando-os a ressignificar sua prática docente. Para a maioria dos participantes, todas as leituras foram ótimas e inéditas para sua formação, pois contribuíram como referencial, além de ajudá-los a pensar a tecnologia como um instrumento importante para a sala de aula e que o conteúdo e os materiais disponibilizados foram mostrados de forma didática, interessante e certamente será de grande auxílio aos alunos.

O professor ‘NM’ comentou que um dos problemas dos matemáticos incide na falta de leitura sobre temas que envolvem a Educação Matemática e que ele mesmo já não realizava leituras nessa perspectiva, já há algum tempo e com o Curso passou a ter ânimo para voltar a se preocupar e perceber a importância de estar sempre se atualizando. O Professor ‘NM’ acrescenta ainda que, durante o Curso, houve alguns textos interessantes, três ou quatro textos que foram do seu interesse e que é sempre possível tirar ensinamentos, crendo que sempre fica algo, que torna diferente a forma de ver a Educação Matemática.

O professor ‘DG’ considerou as leituras superinteressantes, principalmente a do ‘Analfabetismo Matemático’, e que desconhecia, em teoria, as leituras realizadas durante o curso e que, com certeza, contribuíram para sua formação profissional, considerando os caminhos que a Educação Matemática tem tomado.

5.2 Articulação dos Resultados

Definido o *Corpus* da Pesquisa e efetivada a descrição dos comentários disponibilizados pelos professores no ambiente *Moodle*, através do Curso de Extensão (*Online*) e da Entrevista junto aos PP, viabilizada pelo *Google Drive*, passamos agora para a

articulação dos resultados desta pesquisa, sendo esta balizada pela determinação das Unidades de Contexto, Unidades de Registro e Categorias de Análise.

Abaixo, na Figura 14, propomos um esquema de como compreendemos a relação entre os procedimentos desenvolvidos para a coleta de dados desta pesquisa (não consideramos nesta representação o Curso de Extensão oferecido aos alunos), descrição e sistematização do *Corpus* da pesquisa.

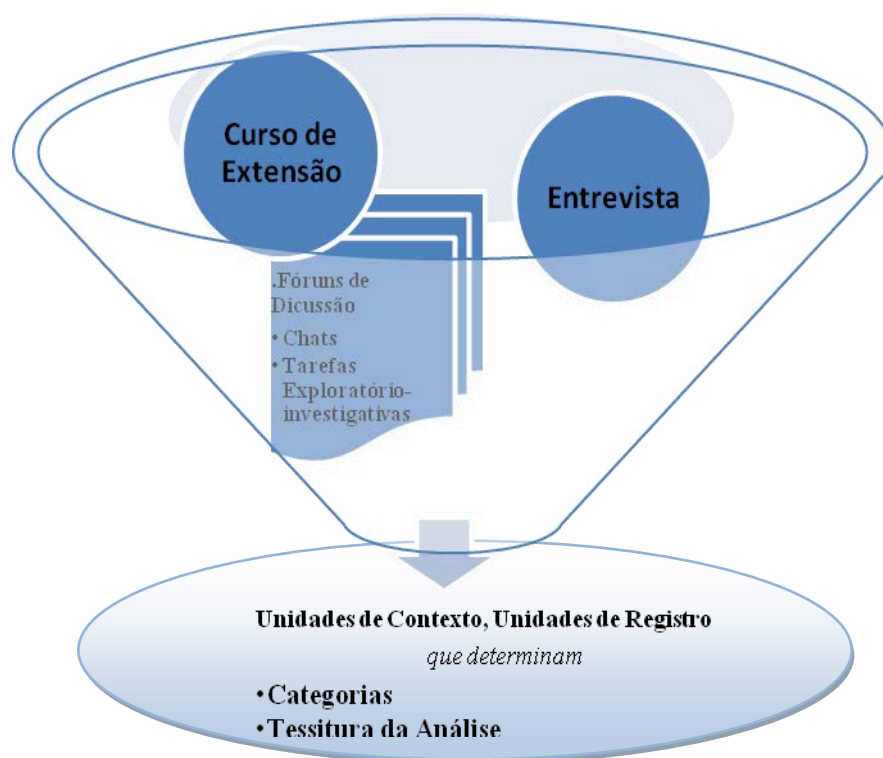


Figura 14: Relação entre os Procedimentos Desenvolvidos na Coleta de Dados

Fonte: Elaborada pela pesquisadora.

Mediante o processo de descrição e sistematização dos dados, seja referentes aos *Chats*, Fóruns de Discussão, Tarefas Exploratório-investigativas, ou ainda concernentes à realização da Entrevista com os PP, esboçamos simultaneamente os temas pertinentes a cada contexto inserido nos comentários dos Professores Participantes, recorrendo, portanto, a alguns conceitos de Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977) para nos auxiliar na compreensão e interpretação dos dados desta pesquisa. Nessa perspectiva, a partir de uma leitura mais aprofundada de cada Unidade de Contexto, tendo em vista os temas – Unidades de Registro (UR), aproximados como significantes das Unidades de Contexto, fomos aos poucos percebendo em todos os excertos, destacado em sublinhado um encaminhamento para a categorização dos dados⁸⁴.

⁸⁴ Os Termos Unidades de Contexto e Unidades de Registro serão mais bem explicitados no Item 5.2.1

A fim de simplificar e otimizar a interpretação e análise dos dados e, além de minimizar a descrição dos diálogos estabelecidos entre os Professores Participantes, esses são identificados pela letra inicial do seu primeiro nome seguido da letra inicial de qualquer um dos sobrenomes⁸⁵:

É importante destacar que esse movimento de análise consolidou-se em um importante processo, pois nos permitiu determinar sentido, direção e significado aos registros originados dos contextos inerentes às discussões realizadas com os Professores Participantes. E, a partir das inferências e Interpretações, buscaremos encontrar possíveis respostas ao problema desta pesquisa, determinado pela seguinte pergunta: *quais são as possíveis implicações da prática do professor de Matemática, quando inter-relaciona noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar Funções no Ensino Médio, mediante uso das TIC?*

Pelo pressuposto, nos próximos itens, definimos com maior detalhamento as unidades de análise (Unidades de Contexto e Unidades de Registro), em seguida, sistematizamos os dados nos reportando a análise com mais profundidade ao *Corpus* desta pesquisa (*Chats*, Fóruns de Discussão, Tarefas Exploratório-Investigativas – elementos constituintes do Curso de Extensão *online*) e pela Entrevista realizada junto aos PP, com o objetivo de efetivarmos a interpretação e articulação dos dados.

5.2.1 As Unidades de Análise da Pesquisa

De acordo Bardin (1977) e Franco (2012), as unidades de análise dividem-se em Unidades de Registro (UR) e Unidades de Contexto. Conforme Bardin (1977), as Unidades de Registro, possuem a característica de serem distintas, embora inter-relacionadas e complementares. E, quando conformadas à investigação, incluem características próprias, podendo haver restrições.

Dentre as unidades de registros citadas por Bardin (1977), identificam-se a Palavra, o Personagem, o Item e o Tema. O Tema tem a característica de ser importante em estudos variados, cuja restrição é relativa ao estudo de opiniões, valores, conceitos, atitudes e crenças e é considerado como a mais interessante unidade de registro, embora exija um tempo maior do pesquisador, sendo que esse não é tão facilmente identificável, tal como a Palavra.

⁸⁵ É importante ressaltar que a proposta metodológica da pesquisa propõe uma coletânea de ações compartilhadas, inicialmente pela colaboração dos Professores Participantes da pesquisa, bem como de colegas e professores da UNESP e de outras instituições, no sentido de promover confiança mútua e corresponsabilidade pela condução de ações ao longo dos encontros realizados. E, apesar do Curso junto aos alunos nos ter possibilitado ricas informações, restringir-nos-emos à descrição, interpretação e análise mais ao final desta Seção, somente aos dados disponibilizados pelos Professores Participantes (sujeitos da pesquisa) que ensinam Matemática no Ensino Médio.

Nesta pesquisa, escolhemos o Tema como a Unidade de Registro que se caracteriza, segundo Bardin (1977), como o menor recorte de ordem semântica que se desprende do texto, e, neste caso particular, está representado por frases.

Associadas às Unidades de Registro, são consideradas as Unidades de Contexto, o que, de acordo Franco (2012), corresponde “ao pano de fundo que imprime significado às unidades de análise.” (*Ibidem*, p.50). Ou seja, “A unidade de contexto corresponde o parágrafo para o tema” (BARDIN, 1977, p.107).

Reconhecidas as unidades de análise e objetivando um encaminhamento e sistematização para a análise da pesquisa, apresentamos abaixo, na Tabela 19, uma caracterização dos dados, como sugere Bardin (1977), mediante indicadores associados a cada um dos elementos do *Corpus* da pesquisa.

Os elementos do *Corpus* da Pesquisa fazem jus aos seguintes indicadores: os *Chats* estão representados pelos índices “C1, C2, C3, C4. C5, C6, C7, C8, C9”, correspondendo aos nove encontros síncronos. Os Fóruns de Discussão estão representados por ‘FD’, as Tarefas Exploratório-investigativas por ‘TEi’ e a Entrevista por ‘E’.

As Unidades de Contexto são identificadas como unidades básicas para codificação das Unidades de Registro. E, a partir de leituras e releituras realizadas de forma cuidadosa e aprofundada das Unidades de Contexto, identificamos quarenta (40) temas, correspondendo, portanto, às Unidades de Registro.

Assim, na proposta da Tabela 19, reapresentamos os Temas (T), Unidades de Registros. E, a seguir, na Tabela 20, destacamos quatro colunas, onde, na primeira, identificamos os sujeitos da pesquisa – Professores Participantes (PP); na segunda coluna, as Unidades de Contexto; na terceira coluna, os elementos do *Corpus* da pesquisa, de onde foram retiradas as Unidades de Contexto; e na quarta coluna, as Unidades de Registro.

Para a leitura da Tabela 20, apresentamos o seguinte exemplo: se na terceira coluna, em uma determinada linha, aparece C1, significa que a Unidade de Contexto (representada na segunda coluna), relacionada à mesma linha de onde vemos C1, foi retirada do *Chat* 1.

Outro exemplo: Se temos FD/C1, significa que a Unidade de Contexto, alocada na mesma linha e colunas distintas desse determinado elemento do *Corpus* da Pesquisa, foi retirada do Fórum de Discussão do *Chat* 1. Ou ainda, se temos FD/TEI, significa que a Unidade de Contexto, alocada na mesma linha e colunas distintas desse determinado elemento do *Corpus* da Pesquisa, foi retirada do Fórum de discussão, relativa às Tarefas Exploratório-Investigativas.

Tabela 19 – As Unidades de Registros

Determinados pelas releituras dos dados disponibilizados no <i>corpus</i> da Pesquisa, destacando as Unidades de Contexto que geraram os Temas (UR)
T1 – Conformidades e desacordos entre os conteúdos do Ensino Médio e os da Educação Superior.
T2 – Aspectos didáticos.
T3 – Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativas aos processos de aprendizagem da Matemática.
T4 – Importância do pensamento funcional.
T5 – Importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função, quando mediados pela TIC ou em um ambiente não tecnologicamente digital.
T6 – Abordagem Intuitiva.
T7 – Contextualização e interdisciplinaridade mediante o estudo de Função no Ensino Médio.
T8 – Motivação e Interesse dos professores quanto ao emprego de abordagens diferenciadas no processo de ensinar Matemática no Ensino Médio.
T9 – Aspectos pedagógicos.
T10 – Inter-relação entre os conceitos matemáticos.
T11 – Autonomia do professor <i>versus</i> orientações determinadas pelo Currículo do Ensino Médio.
T12 – Implicações das avaliações externas quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.
T13 – As TIC como aliadas na introdução de CDI no Ensino Médio.
T14 – A importância de perceber a ideias do Infinito e Infinitésimo em nível de Básico e Secundário e como se apropriar desse conceito, a fim de introduzir noções de CDI no Ensino Médio.
T15 – O Estudo de Função como elemento mediador para a abstração dos conceitos matemáticos.
T16 – Tecnicismo no ensino da Matemática.
T17 – Qualidade <i>versus</i> quantidade no Ensino da Matemática em nível do Ensino Médio.
T18 – Dificuldades relacionadas à prática do professor quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.
T19 – Promovendo estratégias de raciocínio e investigação na resolução dos problemas matemáticos.
T20 – A Importância de realizar parcerias na prática docente.
T21 – O Aspecto dinâmico e investigativo para o estudo de Função, mediante o uso das TIC ou em um ambiente papel e lápis.
T22 – Uso do Livro Didático e suas implicações para o ensino da Matemática no Ensino Médio.
T23 – Sistematização dos conceitos matemáticos/Base para séries e conteúdos mais avançados.
T24 – Importância do uso de <i>Software</i> matemáticos para o estudo de Função e resolução de problemas matemáticos.
T25 – Uso das TIC em situações cotidianas e suas implicações para a escola em nível de Ensino Básico e Ensino Médio.
T26 – Dificuldades e soluções propostas pelo professor ao usar as TIC em sua prática.
T27 – Representações matemáticas.
T28 – Potencialidades e contribuições do <i>Winplot</i> e <i>GeoGebra</i> para o ensino da Matemática.
T29 – O uso da tecnologia, promovendo mudança de postura do professor quanto a sua prática docente.
T30 – Importância de promover um espaço de discussão na escola onde professor do Ensino Médio possa partilhar suas problemáticas e sugestões.
T31 – Conhecimento do Professor quanto ao conteúdo da Matemática e uso das TIC.
T32 – A Relação entre Professor Aluno, quanto à motivação e ao processo de ensinar e aprender Matemática.
T33 – A importância da abordagem histórica para o ensino da Matemática, em particular, para o ensino de Funções.
T34 – A Cultura da Recompensa quanto às atividades realizadas mediante os processos de Ensino e Aprendizagem da

Matemática.
T35 – A Importância da parceria familiar na educação matemática dos filhos.
T36 – Política educacional e o papel dos professores nesse contexto.
T37 – Informação <i>versus</i> Conhecimento dos alunos e professores que atuam no Ensino Básico e Secundário.
T38 – A realidade, contrastes e aproximações do ensino da Matemática, relativos ao uso das TIC e o que propõem as pesquisas na área.
T39 – O <i>marketing</i> das propostas e metodologias de ensino e o papel do professor como promotor e divulgador de suas ideias frente à comunidade educacional.
T40 – Espaço para discussões e partilha de ideias entre os Professores Participantes da Pesquisa.

Tabela Elaborada pela pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Tabela 20: Compondo as Unidades de Registro de acordo as Unidades de Contexto e Elementos do *Corpus* da Pesquisa

PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
LB	A discussão é sempre a mesma, contextualizar as situações Matemáticas na educação básica, mas na superior a abstração vem como uma avalanche	(C1)	[T1]
ES	(...) a questão é que o cálculo infinitesimal não permeia o ensino médio. Não permear o EM é realmente não ser trabalhado e quando chegamos ao Ens. Superior vem a ideia do infinitesimal e cria uma distância entre os dois níveis	(C1)	
DS	(...) por isso quando o aluno chega na universidade tem um grande estranhamento com o cálculo I.(Falando da abstração)	(C1)	
EF	(...) O conteúdo no ensino superior é abstrato e aí está a grande dificuldade	(C1)	
ES	(...) se as ideias não fossem "escondidas" no Ens. Médio talvez os resultados no Ens. Superior fosse melhor, ou seja, partindo de uma ideia intuitiva e o software para ajudar nesse trabalho	(C1)	
DS	No ensino médio o aluno pode ter um ensino contextualizado, mas chega na universidade a grande maioria do professores utiliza a metodologia tecnicista	(C1)	
WL	Falar de ensino superior dentro do cálculo é outro nó, pois muitos mestres <u>continuam agindo com os alunos, como se eles fossem apenas depósitos de conhecimento. Seria muito interessante avaliar a maneira como é ensinado cálculo no 3º grau.</u>	(C1)	
JV	<u>não sei até que ponto podemos facilitar a Matemática sem perder sua essência.</u>	(C3)	
RE	@M1, hoje escutei um aluno meu do 3 ano do Ensino Médio comentando com os colegas que <u>a Universidade cheira conhecimento e estar lá dá *animo, vontade de estudar enquanto que o colégio cheira ignorância...</u>	(C3)	
NA	@RE, falo isso porque apenas na graduação pude perceber que a <u>Matemática (independente do conteúdo) é passível de resoluções em qualquer domínio, seja algébrico, numérico, geométrico e gráfico. Sendo que em alguns momentos vamos estar limitados a resoluções nos domínios, particulares, por exemplo.</u>	(C3)	
RE	Concordo @AN.. <u>Na graduação estamos desenvolvendo nosso conhecimento com outro objetivo.</u>	(C3)	
NA	Pois é,. <u>Aos olhos de muitos é como se a academia e o ensino básico fossem distantes.</u>	(C4)	

CE	<u>A realidade é muito diferente do que se trabalha na academia.</u>	(C4)	
NA	Trabalho também no ensino Superior, e o conteúdo de números complexos possui diversas aplicações. Mas o ponto é esse: "Por que não há uma introdução à pesquisa no Ensino Médio?"	(C7)	
RE	<u>Matemática escolar x acadêmica? Há uma distância enorme.</u>	(C9)	
NA	<u>@MP, acho que há uma diferença. E a meu ver, deve haver essa diferença, até por que há uma diferença entre ser apenas professor e um pesquisador. Os olhares sobre o público são diferentes.</u>	(C9)	
NA	Há duas perspectivas entre a Matemática. A Matemática para o ensino Médio, que deve, ou tentar, fazer parte da vida dos estudantes. Já a Matemática "moderna", do ES (Ensino Superior), o estudante é que tem que usar suas estratégias para fazer parte dela. Caso contrário será excluído.	(C9)	
LS	A lacuna existente entre o Ensino Médio e o Ensino Superior é enorme e é fácil perceber. Trazer o Cálculo para o Ensino Médio é, a meu ver, antecipar esta lacuna, pois o que a gera são os conceitos matemáticos que não estão consolidados em nossos alunos. Por isso, concordo com o comentário que os conceitos básicos devem ser trabalhados ao longo do Ensino Fundamental e Médio. Vejo que isso deve ocorrer independentemente do ensino do cálculo ocorrer no Médio ou Superior.	(FD)	
LS	Ainda possuo dúvidas, mas acho positivo em relação a trabalhar apenas algumas Funções específicas. Penso na abordagem de Klein quanto a diminuir a lacuna que separa o Ensino Médio do Superior em relação ao cálculo. Concorde com a ideia, mas acho que muito pouco ainda caminha para que isso realmente ocorra.	(E)	
LS	<u>Diminuir a lacuna que separa o Ensino Médio do Superior em relação ao cálculo. Concorde com a ideia.</u>	(E)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
PF	o aluno tem que ser preparado desde o início de sua vida escolar.	(C1)	[T2]
WL	Muitos professores formados como eu na década de 90, acham mais confortável fazer o arroz com feijão que dá menos trabalho do que construir uma aula mais dinâmica para quebrar essa mesmice do quadro e giz. Só posso falar por mim, que a mais de 10 anos, <u>venho tentando utilizar novas metodologias</u> para minimizar essas lacunas que, no Brasil, parecem nunca minimizar.	(C1)	
LB	Tecnologia sem Metodologia não chega a lugar algum!	(C1)	
DC	A tecnologia e metodologia andam juntas.	(C1)	
LS	Acredito que apenas com o ensino de Funções sendo realizado no Ensino Médio já se tornam necessários estes trabalhos ao longo do Ensino Fundamental. Quem dirá com o Ensino de Cálculo!	(FD)	
LB	<u>@CA muitos de nossos alunos não quer aprender, então é aí que surgem estudos dos mais variados para atraí-los [ET2], [ET9]</u>	(C2)	
LB	Tecnologia sem Metodologia, não funciona.	(C2)	
LV	muito difícil motivar os alunos, muitas vezes planejam, buscamos atividades significativas, recursos tecnológicos e nem sempre temos o retorno esperado...mas, acredito que devemos fazer a nossa parte, consciência tranquila de que buscam fazer sempre o melhor...	(C3)	
DM	Gente é complicado interação, didática diante de uma sala com 37 alunos, não acham?	(C3)	

LB	A professora Ana Kaleff da UFF alerta " <u>Tecnologia sem Metodologia não funciona</u> ". Fiz um curso sobre a utilização das Novas Tecnologias no Ensino de Matemática na UFF, e <u>percebi que as novas tecnologias promovem realmente o ensino, mas temos que saber como utilizar</u> .	(C3)	
NA	o interessante é que para resolver um problema há vários caminhos, mas sempre se inicia com os conceitos e podemos dizer que se finaliza após a aplicação dos procedimentos.	(C4)	
RE	<u>as vezes parece que nenhuma metodologia os atinge, por outro lado parecem carentes de uma metodologia que os faça querer aprender.. Quando mudamos o modo de trabalhar parece que não querem mudança... Mesmo assim é preciso acreditar na metodologia que escolhermos e enfrentarmos os desafios que surgem durante o desenvolvimento deste.</u>	(C4)	
RE	Por isso @DS, que <u>considero difícil escolhermos uma metodologia para conquistar alunos, acredito que tenhamos que escolher uma metodologia com a qual nos identificamos e acreditamos.</u>	(C4)	
HS	Que primeiro os problemas que eles resolvem não são mirabolantes... Mas são muito parecidos com os que usamos aqui... E que lá os alunos se dedicam na resolução... E aqui o que conseguimos??? Os alunos se dedicam na resolução??? Não sei o de vcs... Mas os meus não.	(C5)	
CA	Acredito que um pouco do ensino tradicional é necessário para as aulas, digo um pouco, mesclar as metodologias.	(C7)	
DM	Estou com vc @RE. Mas cabe a nos instigar o dialogo até que aprendam a dialogar.	(C7)	
PF	Caramba... tá difícil... <u>Temos que fazer o máximo pra chamar a atenção do aluno... e não temos apoio necessário: condições de trabalho, numero excessivo de alunos em sala.. (nem falei do salário!!).</u>	(C7)	
ES	O autor aborda a necessidade de preparação do professor e concordo plenamente com ele, mas <u>é preciso evidenciar a necessidade de uma preparação com base no conhecimento matemático, mas sem deixar de fora o pedagógico.</u>	(C7)	
ES	<u>Essa é a realidade da maioria das nossas escolas.O ensino centrado no professor e na repetição como forma metodológica de aprendizagem.</u>	(C8)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
FS	(...) <u>alunos priorizam o "como se faz" e não o "compreender"</u> .	(C1)	[T3]
PF	Trabalho com alunos do 1o ano do EM (Ensino Médio), e eles não estão preparados, não têm o costume de pensar, estabelecer relações.	(C1)	
AS	A abstração é algo que o aluno tem dificuldade em captar.	(C1)	
CR	Nesse momento, cogito que os alunos não veem conexão em quase nada, tudo parece ser independente e muita coisa para não faz sentido para o aluno.	(C1)	
CA	Quando trabalho o estudo das Funções, procuro relacionar situações diárias, mas mesmo assim os estudantes têm dificuldade, em expressar através de números e letras.	(C1)	
LB	infelizmente tenho aluno no 6º ano que apenas utiliza a prática, e não sabe calcular abstratamente. -LB	(C1)	

NM	<u>Função está para aula de Matemática, assim como o verbo to be está para aula de inglês?</u>	(C1)
LB	<u>Infelizmente para muitos alunos a Função não passa de expressões e gráficos abstratos.</u>	(C1)
ES	<u>As situações precisam ser ricas e ligadas a contextos que tragam significados para os alunos.</u>	(C1)
EF	<u>Eu trabalho com Funções com meus alunos com problemas mais próximos da realidade deles como o problema do taxi entre outros.</u>	(C1)
DS	<u>Todos problemas de Função eu trabalho contextualizado, para estar o tempo todo relacionando a linguagem Matemática e a representação algébrica. Tem que fazer sentido ao aluno, temos que procurar problemas que podem fazer parte do cotidiano dos alunos. Uma vez usei o do taxi, sobre a bandeirada e tals... um aluno levantou a mão e disse que nuca entrou em um taxi rsrs.</u>	(C1)
EF	<u>A contextualização é fundamental no ensino aprendizagem</u>	(C1)
DS	<u>E quando uso situações problemas uso o nome de alguns dos alunos como o nome dos personagens do meu problema eles interessam mais...</u>	(C1)
LB	<u>Estou fazendo um curso do Estado de SP, na qual o tema era sustentabilidade, e lancei mão de uma atividade de Funções para contextualizar tal situação.</u>	(C1)
DG	<u>O conceito de Função pode ser trabalhado na quadra da escola que é um excelente laboratório de Matemática e que os alunos gostam. Na verdade, o conceito de Função pode ser trabalhado em muitos lugares de forma a usar a contextualização e a investigação o que precisa é o professor ter criatividade e vontade.</u>	(C1)
CA	Mas nossos alunos não sabem representar algebricamente.	(C2)
DG	O maior exemplo de dificuldade de representação é quando o aluno faz o gráfico de $s = f(t)$ da cinemática, mas não consegue enxergar o mostrador de velocidade e tempo com o gráfico e muito menos placas de quilometragem é um martírio para o professor eu vivi isto.	(C2)
PF	Trabalho com 1ºsem. do ensino médio, são alunos com vícios da aprovação automática, ainda estou em Função quadrática... A dificuldade é tremenda... estive a pesquisar uso de applets. Sempre tive vontade de trabalhar, mas os recursos das escolas eram sempre limitados, agora que estão melhorando.	(C2)
RE	Pois a maior dificuldade que vejo por parte dos alunos é enxergar o que estão resolvendo.	(C2)
RE	Vejo muitos alunos no final do Ensino Médio desanimados, sem objetivo e sem perspectiva.	(C2)
NA	Um dos motivos da dificuldade é a que os estudantes não fazem/conseguem realizar a mudança de domínios. Por exemplo, a resolução de uma equação do 2º grau. <u>O resultado no domínio algébrico é simples, mas fazer essa relação para o domínio gráfico e algébrico é extremamente complexo.</u>	(C2)
RE	Continua mesmo @M1, <u>vejo muitos alunos no final do Ensino Médio desanimados, sem objetivo e sem perspectiva</u>	(C2)
NA	Um dos motivos da dificuldade é a que os estudantes não <u>fazem/conseguem realizar a mudança de domínios. Por exemplo, a resolução de uma equação do 2º grau. O resultado no domínio algébrico é simples, mas fazer essa relação para o domínio gráfico e algébrico é extremamente complexo.</u>	(C2)
CA	mas acredito também ser uma questão familiar... e falta de vontade.	(C3)
LB	Estou atuando apenas no ensino público, e infelizmente tenho pena dos bons alunos, que estão sendo excluídos pela indisciplina dos ruins.	(C3)
CA	Idem, <u>mas acredito também ser uma questão familiar... e falta de vontade, como colocaste [ET3]</u>	(C3)

RE	a Universidade cheira conhecimento e estar lá dá *animo, vontade de estudar enquanto que o colégio cheira ignorância..	(C3)
LB	Mas o que fazer com os alunos que não querem, e não nos deixam trabalhar? As vezes me sinto impotente, pois sou impedida de trabalhar pela indisciplina. Aí quem sai prejudicado são os alunos que querem.	(C4)
HS	Também compartilho de seus problemas. Aqui nas minhas turmas acontece o mesmo...	(C4)
DS	É assim mesmo... também passo por isso, por isso acho importante ouvir mais os alunos. Tentar entender o que eles gostam o que atraí eles, porque aí conseguimos chegar mais perto.	(C4)
HS	Justamente isso é o que acontece... Falou em atividade... Seja ela qual for... Eles já querem parar de fazer..	(C4)
LB	O problema é você trabalhar em salas onde há pessoas que vem drogadas e a escola não pode fazer nada. Essa é a minha realidade.(...) Só não deixei a educação, pois penso nos que querem, e acredito que o trabalho diferenciado, com os que querem, funciona e muito. Mas também tem aqueles que necessitam de mais atenção, e é nessa hora que a modelagem entra.	(C4)
DM	minha também.	(C4)
DG	Realmente isto é um grande entrave.	(C4)
LB	(...) vejo que os alunos que gostam da disciplina, já possuem uma afinidade e é ele quem busca ter mais conhecimento, nós professores apenas norteamos suas ideias.	(C4)
AN	Nossos estudantes conseguem desenvolver métodos de aplicação para resolução de exercícios, mas não conseguem analisar como o conceito pode ser analisado e/ou sintetizado numa situação de problemas.	(C4)
LB	<u>Só não deixei a educação, pois penso nos que querem, e acredito que o trabalho diferenciado, com os que querem, funciona e muito. Mas também tem aqueles que necessitam de mais atenção, e é nessa hora que a modelagem entra.</u>	(C4)
PF	Inclusive para o curso de pedagogia, pois os alunos chegam no segundo seguimento achando q são feras, e no final do primeiro ou segundo bimestre falam q gostavam de Matemática... até o 5o ano, mas na verdade não sabem nem contar nos dedos.	(C5)
HS	Essa semana estava trabalhando com área de figuras planas... E uma questão era... Ao dobrarmos o comprimento e a largura de um retângulo, o que acontece com a área??? <u>Acredita que eu tive que resolver isso numericamente e por meio de desenho??? E eu tô falando de 3º ano do Ensino Médio.... Tentei falar da questão com variáveis e eles “boairam”...</u>	(C6)
RE	Os alunos têm muita dificuldade em geometria plana e espacial. Aí fizeram cada um com valores diferentes para perceber que a área é sempre 4 vezes maior não importando o valor da largura e do comprimento...	(C6)
RE	Eu trabalho com geometria plana e espacial no primeiro e segundo bimestres. (...) eu trabalhei um projeto de pavimentação geométrica com o uso do software Geogebra neste ano e o incrível é que nas situações estudadas os alunos entendiam e sabiam bem o que era área e perímetro e quando estávamos em sala de aula com resolução de problemas demonstravam dificuldades em interpretar e entender o que era área e perímetro.	(C6)
AN	Os estudantes têm muitas dificuldades em perceber como trabalhar no plano, e a importância de se trabalhar no plano. Tem um vídeo bastante interessante. A planolândia. http://www.youtube.com/watch?v=GF_4J-hq0FI .	(C6)
RE	Mas, @JV, eu trabalhei um projeto de pavimentação geométrica com o uso do software Geogebra neste ano e o incrível é que nas situações estudadas os alunos entendiam e sabiam bem o que era área e perímetro e quando estávamos em sala de aula com resolução de problemas demonstravam dificuldades em interpretar e entender o que era área e perímetro.	(C6)

HS	Não vou dizer a grande maioria, mas uma boa parte da sala de aula não é capaz de ler um texto jornalístico com dados matemáticos e interpretá-los.	(C7)	
PF	Já vi um aluno do E. Superior dizer que "por dois pontos passam duas infinitas retas"" (risos).	(C7)	
HS	Pra ser ter uma ideia... Hj eu estava trabalhando probabilidades com o 2º ano e uma questão do trabalho deles era calcular a probabilidade de se sortear uma pessoa do tipo O ou de RH positivo... Aí na tabela tínhamos todos os dados de todos os tipos sanguíneos e fatores RH separados... Aí eu perguntava o número de pessoas que tem tipo O e eles me diziam apenas as pessoas que têm tipo O positivo... Meu Deus... Não acreditava no que estava acontecendo.	(C7)	
DG	Hoje se você disponibilizar um texto para interpretar é chamar pra briga. -DG	(C7)	
HS	Também estou como vc... Muito preocupado com a situação de nossos alunos... Quando chega o final de ano e eu vejo os alunos que estão saindo formados no Ensino Médio fico depressivo, pois muitos são analfabetos funcionais.	(C7)	
RE	Concordo, tanto assim que vivo discutindo com meus alunos que eles precisam me mostrar o que pensam e raciocinam para que eu possa saber onde se encontra o erro e poder ajudá-los..	(C7)	
DM	É importante usar o erro para conduzir os alunos ao correto.	(C7)	
LV	Faço isso com meus alunos também @RE...analisar os erros é muito interessante	(C7)	
HS	A análise do erro é de extrema importância... Mas o que fazer com alunos que não querem nem tentar fazer... Já dizem de cara... Eu não sei fazer e pronto... Não vou tentar não professor..	(C7)	
RE	Mas é uma faca de dois gumes... já recebi alunos que vieram dos EUA, no EM, e eram extremamente fracos em conteúdo... principalmente na Matemática.	(C8)	
AS	O nosso aluno é muito imediatista, e conhecimento leva tempo.	(C8)	
RE	@AC1, vc tem razão em relação ao bom aluno... porém a coisa dentro de sala de aula tá tão complicada que se por ventura um aluno que nunca anota nada, é inteligente participa das discussões não realiza os trabalhos e algumas provas e portanto não alcança a média... no final do processo se for reprovado e recorrer a cobrança é a de que o aluno não foi cobrado pelo professor por não ter o caderno completo.[ET3].	(C8)	
DG	O drama é que a construção de gráficos ou de ser dado e na universidade aí começa o trauma no 3º. Ano.	(C9)	
DG	(...) com a minha experiência particular meus alunos estão defasados para poderem acompanhar essa aula e até interagir com o conteúdo. (...) a dinâmica oferecida pelo software é bastante interessante, mas ao abordar esses temas o aluno percebe a falta de bagagem para melhor acompanhar.- DG	(TEi)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
LS	Eu creio que o ensino ainda ignora razões que determinaram o surgimento do conceito de Funções. Cito alguns: análise de fenômenos, descrição de regularidades, interpretação de interdependências e a generalização.	(C1)	[T4]
CA	O ensino foca muito em Função como a própria expressão analítica Referente a introdução de cálculo no ensino médio, selecionei alguns livros que abordam o assunto, ao final do 3º ano, mas nos PCNs, diz que não é conteúdo obrigatório, mas pode ser trabalhado juntamente com a ideia de taxa de variação.	(C1)	
WL	Há muitos anos aqui no estado do Pará foi retirada do programa do vestibular a introdução ao cálculo diferencial e Integral, dessa forma, os alunos que chegam ao 1º ano de qualquer curso na área de exatas, têm muita dificuldade para assimilar tal conteúdo.	(C1)	

CA	<u>Acredito que devemos começar desde o ensino fundamental a trabalhar com estas relações de dependências.</u>	(C1)
AS	<u>@MP acho que a Geo analítica deveria ser dada ainda no fundamental. Não com o mesmo conteúdo, mas uma preparação. Fazer o aluno do 2º ano ver que a Geo Analítica é nada mais que estudo da Função, faz com que o aluno se aproxime com a matéria. Crie conexão entre os assuntos.</u>	(C1)
CR	<u>Precisamos colocar questões que permitam o aluno responder questões do tipo: “o que acontece com a Função quando x se aproxima do zero”.</u>	(C1)
ES	<u>O conceito de Função possibilita essa integração de diferentes conceitos numa mesma situação.</u>	(C1)
AS	<u>Após a demonstração e o grande uso das equações e expressões algébricas, o aluno do nono ano tem a habilidade para perceber da melhor forma a Função. No ensino Fundamental, 9 ano, teremos tempo para incluir a Função de maneira prática, afinal o meu aluno já tem a base necessária pra aprendizagem da Função. Vejo que é nesse momento que o aluno está sensível a esse tipo de abordagem</u>	(C1)
DG	<u>O conceito de Função pode ser trabalhado na quadra da escola que é um excelente laboratório de Matemática e que os alunos gostam</u>	(C1)
EF	<u>a questão da dependência e independência das variáveis com pegar um taxi e pagar pela corrida é claro a Ideia que queremos transmitir para o aluno.</u>	(C1)
DM	<u>Procura apresentar, através dessas conexões e relações entre as representações Matemáticas, uma dinâmica em detrimento do estático como fôra até então tratada a Matemática (conteúdos estanques e sem significado). Nessa dinâmica entre as várias representações ele vê o processo funcional como mediador dessa articulação tridimensional, pois, se vê a Matemática que antes era abstrata e estática, agora de forma dinâmica e espacial ou concreta. Dessa forma o processo funcional se faz um elemento gerador de uma Matemática mais significativa e condizente com a visão que a própria Matemática carrega no dia a dia do aluno.</u>	(FD/C1)
LS	<u>Concordo com o professor DM quanto à visão de Roxo. Os conceitos para o ensino de Funções deveriam ser trabalhados ao longo do Ensino Fundamental. São essenciais as ideias de variável, dependência, regularidade e generalização. Concordo com Caraca (1951) que comenta que em determinada época se ignorou o que determinou o surgimento do ensino de Funções: a necessidade de analisar fenômenos, descrever regularidades, interpretar interdependências e generalizar.</u>	(FD/C1)
DG	<u>Na Função $y = 1/(x-2)$, por exemplo, perde-se também a chance de discutir o conceito de continuidade e o de Limite no ponto, pois se calcula onde a Função não é definida e fazem-se os cálculos algébricos. Se verificarmos $x=2$ é ponto de descontinuidade e só vai existir o Limite lateral</u>	(FD/C1)
DG	<u>Pessoal você já pararam para pensar que a tabuada nada mais é do que a expressão da Função linear $y = ax$, que pode ser feita no Winplot e os colegas no ensino fundamental não se dão conta e propõem as famosas decorebas</u>	(C2)
NM	<u>Se falamos em previsão, probabilidade é assunto chave [ET4]</u>	(C3)
AN	<u>@MP e @LB, uma possibilidade para que os estudantes possam expor suas potencialidades pode ser analisada na construção de uma situação (a cargo deles), e pedir para que eles aproximem essa situação do conceito de Funções e suas aplicações.</u>	(C3)

CA	o estudo de Funções é fundamental, principalmente quando já iniciada no ensino fundamental.	(C3)	
AN	A minha preocupação sobre Funções, inicialmente, é o contexto histórico. Posteriormente, trabalhar o conceito é fundamental para a compreensão dos estudantes. Em seguida, propor aos estudantes situações interessantes para que eles possam agir como pesquisadores, agindo, formulando, refutando, reformulando e validando suas estratégias, confirmando a apropriação desse saber.	(C3)	
LS	Em minha dissertação de Mestrado estou trabalhando o ensino via resolução de problemas em especial o caso de Funções, e tento fazer um pouco o que o @AN, propôs uma possibilidade para que os estudantes possam expor suas potencialidades pode ser analisada na construção de uma situação (a cargo deles), e pedir para que eles aproximem essa situação do conceito de Funções e suas e aplicações).	(C3)	
DG	Se o chão é nosso plano cartesiano porque não desenhar um plano cartesiano com os alunos e discutir as propriedades da reta com Função	(C3)	
HS	@AC1... Também estou como vc... Muito preocupado com a situação de nossos alunos... Quando chega o final de ano e eu vejo os alunos que estão saindo formados no Ensino Médio fico depressivo, pois muitos são analfabetos funcionais... (REPETIDO)	(C7)	
HS	Eu penso que em algumas atividades podemos trabalhar conceitos de Cálculo, pois propiciam a abordagem. Como as Funções são introduzidas no 1º ano do Ensino Médio, vejo que a abordagem destes conceitos poderia iniciar, portanto, nesta série.	(E)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
RE	Se o sistema é SPD, teremos graficamente retas concorrentes, se for SPI, retas coincidentes e se for SI retas paralelas.... dá pra explorar geometria analítica com o estudo dos sistemas, matrizes e determinantes. Estou trabalhando este assunto com os alunos neste semestre.	(C3)	[T5]
AN	@JV, você poderia fazer uma análise didática também para o Tangran. Por exemplo, se você aumentasse um lado de uma das peças e solicitasse para que aumentassem as demais proporcionalmente, agora fazendo isso para cada peça, você poderia abordar o conhecimento de Funções.	(C3)	
LB	Quanto iniciamos polinômios no 8º ano, já devemos trabalhar conceitos, principalmente geométricos, que na maioria das vezes ficam esquecidos e aí a situação fica apenas no abstrato, fazendo com que o aluno não entenda quando a Função é trabalhada efetivamente.	(C3)	
DG	Penso que os conceitos básicos da geometria descritiva agora podem ser retomados nas tecnologias.	(C4)	
LB	@DG, eu acho muito interessante e acredito que os softwares de geometria dinâmica são muito importantes para a construção do conhecimento.	(C4)	
JV	o que aconteceu com o estudo da geometria??? Parece que ninguém dá mais importância...	(C5)	
DG	@JV esqueceram porque a Álgebra é mais importante... E será mais importante mesmo???	(C5)	

RE	Os alunos têm muita dificuldade em geometria plana e espacial. <u>Ai fizeram cada um com valores diferentes para perceber que a área é sempre 4 vezes maior não importando o valor da largura e do comprimento...</u> Eu trabalho com geometria plana e espacial no primeiro e segundo bimestres. (...) eu trabalhei um projeto de pavimentação geométrica com o uso do software Geogebra neste ano e o incrível é que nas situações estudadas os alunos entendiam e sabiam bem o que era área e perímetro e quando estávamos em sala de aula com resolução de problemas demonstravam dificuldades em interpretar e entender o que era área e perímetro.	(C6)	
RE	<u>Noto que os alunos que tiveram uma infância com muitas brincadeiras nas ruas, em árvores.. Apresentam mais facilidade em compreender a Matemática na geometria.</u>	(C6)	
DG	<u>Penso que a geometria deva ser retomada mais a serio, pois ela nos leva a refletir.</u>	(C7)	
DG	O "Logo" é excelente para esta reflexão do erro	(C7)	
LV	com certeza @DG, ainda que pelo menos ela está saindo dos finais dos livros e permeando um pouco mais com a álgebra, pois sabe como é, "nunca dá tempo de trabalhar"...	(C7)	
PF	@RE, aprendi a fazer sólidos com canudos e planificação com materiais simples.... e levei a uma turma de 6º. ano e eles amaram mas tive o maior trabalho pra fazer esses instrumentos..(risos). Sou um aprendiz... estou sempre aberto a novas propostas, inclusive mostraram que aprenderam na avaliação, isso que é o mais gratificante!!!	(C7)	
RE	@PF.. Então valeu a pena e é isso que importa... acredito que no Ensino Médio estes alunos terão menos dúvidas em relação a geometria espacial básica.	(C7)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
DS	<u>Eu leciono em uma escola técnica... Em um CEFET e nas disciplinas técnicas eles precisam de cálculo. Tenho trabalhado as noções de Limite, Derivada de forma intuitiva e formal.</u>	(C1)	[T6]
DM	<u>Sim é possível o cálculo, desde que a Matemática do fundamental seja reformulada.</u>	(C1)	
DS	<u>Concordo plenamente que pode iniciar o trabalho de cálculo de maneira intuitiva no ensino médio.</u>	(C1)	
CR	<u>@ES, penso que é explorar com o objetivo de compreender conceitos mais avançados do cálculo</u>	(C1)	
ES	<u>Se essas ideias não fossem "escondidas" no Ens. Médio talvez os resultados no Ens. Superior fossem melhores, ou seja, partindo de uma ideia intuitiva e o software para ajudar nesse trabalho</u>	(C1)	
DM	<u>Concordo desde que se inicie as noções intuitivas de funcionalidade desde o 6º ano do fundamental até o nono ano: descarregar o oitavo ano da álgebra pesada ali apresentada no programa de conteúdos, para então no médio com o calculo propriamente dito. Inclusive dando ao aluno duas opções de escolha para realizar o curso no Ensino Médio, em humanas ou exatas, tirando deles uma via de mão única.</u>	(FD/C1)	
NM	<u>É possível sim, mas em doses homeopáticas.</u>	(C5)	
AN	<u>Acho pertinente, pois os conceitos são extremamente importantes para a apropriação de um saber, em particular, saber matemático. Dessa forma, a partir do 1º Ano do Ensino Médio vejo possibilidades de se trabalhar com os estudantes nesse modelo de abordar intuitivamente esses conceitos de cálculo diferencial.</u>	(E)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro

DS	<u>Agora levo situações práticas e tentamos resolver por meio de Funções</u>	(C1)	[T7]
CA	<u>Quando trabalho o estudo das Funções, procuro relacionar situações diárias, mas mesmo assim os estudantes têm dificuldade, em expressar através de números e letras.</u>	(C1_T3)	
ES	<u>Infere que há uma distância grande entre a Matemática de hoje e a realidade dos alunos.</u>	(C1_T3)	
DO	<u>Concorda que é verdade, a Matemática é vista sem contextualização, entre outras palavras, "a Matemática é de outro mundo".</u>	(C1_T3)	
LV	<u>Acredito que a construção do conceito de Funções por meio de situações do dia a dia é uma alternativa que, por experiência, revela ser a mais significativa para os alunos...</u>	(C1_T3)	
CA	<u>Concordo @LV, procurar a partir disso inserir o assunto Funções</u>	(C1_T3)	
LB	<u>Tudo que colocamos na prática fica muito mais fácil de compreender, e com a Matemática não é diferente.</u>	(C1_T3)	
NM	<u>Diferentemente do que se difundiu entre a maioria dos professores, a contextualização no ensino da Matemática é muito mais que encontrar aplicações práticas para a Matemática. Desta concepção resulta a elaboração de formas mecânicas e que não colabora para a aprendizagem crítica dos educandos. O aluno precisa movimentar estratégias de raciocínio diferentes, quando ele resolve um problema sozinho, ele estabelece relações entre Matemática e os contextos da Matemática.</u>	(C1_T3)	
DS	<u>Eu tenho trabalhado junto com a disciplina de Física o estudo de Funções no primeiro ano do ensino médio</u>	(C1_T5)	
AS	<u>Concordo com a @DS. A Interdisciplinaridade é muito importante para o estudo da Função</u>	(C1_T5)	
DO	<u>interdisciplinaridade é algum muito bom de ser trabalhar, porém requer compromisso de todos.</u>	(C1_T5)	
DG	<u>Penso que as noções iniciais devam ser trabalhadas pois na física a dificuldade é enorme para entender o significado dos gráficos.</u>	(C1_T5)	
PF	<u>Tem o clássico exemplo do disparo do canhão em que o projétil descreve uma parábola, tempos atrás dei esse exemplo e a turma achou super interessante.!!</u>	(C1_T5)	
AS	<u>Acho que além da história, o aluno quer novas mídias, novos contextos. Nem toda a matéria pode ser contextualizada, mas com toda certeza o assunto Função não é um deles. Devemos deixar o Taxi e partir para ônibus, futebol, metro, avião, corrida, despesas domésticas... algo que interesse ao aluno. O Geogebra me ajuda bastante nisso. O Aluno gosta de ver as coisas.</u>	(C1_T6)	
AN	<u>@MP e @LB, uma possibilidade para que os estudantes possam expor suas potencialidades pode ser analisada na construção de uma situação (a cargo deles), e pedir para que eles aproximem essa situação do conceito de Funções e suas aplicações.</u>	(C3_T13)	

JV	<u>outro projeto que coloquei em prática foi o desperdício por gotejamento de água para o ensino médio.</u>	(C3_T15)
JV	<u>As vezes me incomodo com pequenas coisas por exemplo no texto a palavra mediador - “Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos” (PCN’s p.36).</u>	(C5_T22)
HS	<u>No meu ponto de vista o que ele tentou nos colocar é que o ensino de Matemática não tem que estar vinculado a ideia de ser aplicável no cotidiano ou não... Mas ele defende o ensino de forma que este pessoa desenvolva o raciocinar na tomada de decisões...</u>	(C5_T22)
SA	concordo @HS.	(C5_T22)
LB	@HS eu concordo com o autor, <u>quando temos domínio de certas situações Matemática, desenvolvemos uma certa facilidade de abstrair situações cotidianas</u>	(C5_T22)
NM	<u>não acho razoável justificar, por exemplo, o ensino de semelhança para poder calcular a altura do prédio, sabendo a medida da sua sombra, não seria mais fácil contar os andares e multiplicar por 3?</u>	(C5_T22)
JV	<u>Concordo Miguel o problema é se for 1000 andares?...</u>	(C5_T22)
JV	e se a relação for outra	(C5_T22)
PF	<u>Meu camarada @NM, e se for uma arvore ou montanha, etc...</u>	(C5_T22)
HS	<u>Mas o aluno hj quer medir o tamanho do prédio??? Isso faz parte do cotidiano dele???</u>	(C5_T22)
NM	@PF vc já precisou calcular altura de alguma montanha ou prédio?	(C5_T22)
HS	<u>Fico pensando... Para que ele vai querer saber o tamanho do poste??? Claro que o problema nos oportuniza o desenvolvimento do conceito matemático... Mas isso é algo do interesse do aluno???</u>	(C5_T22)
LV	Concordo com o @HS.Particularmente <u>gosto da definição Duarte (1986) e que escrevi em minha dissertação: O autor ressalta que essa conexão entre a Matemática e as necessidades sociais é legitimamente importante e tem sido destacada por diversos autores. Porém, não se pode perder de vista que o principal objetivo da atividade dos educadores matemáticos é o ensino dessa disciplina, pois às vezes o ensino do conhecimento matemático propriamente dito, ou seja, da Matemática formativa, que inicialmente não é diretamente aplicável, mas que auxilia na construção das estruturas cognitivas que também serão utilizadas em outras áreas do conhecimento acaba sendo deixado em segundo plano.</u>	(C5_T22)

NM	<u>O que vemos em vez disso é a interminável repetição de problemas sobre o clube de investimentos que perdeu dois de seus membros e sobre todas as outras firulas, sobre carros indo do ponto A ao ponto B, sobre fazendeiros cercando plantações, etc. Falta espaço para mostrar todos eles. Por que os problemas da vida real não aparecem nos livros didáticos? Não é porque falte aos autores energia e iniciativa; é porque eles não existem. É para isso que o ensino da Matemática serve e para isso que sempre serviu: para que aprendamos a raciocinar, em geral por meio de problemas bobinhos.</u>	(C5_T22)	
DM	<u>Correto do dia a dia o numero, a álgebra, geometria, Funções estão ao nosso redor o que nos compete é abrir a visão desses alunos que necessitam desse amadurecimento pessoal.</u>	(C5_T22)	
NM	<u>“Na universidade, nossos futuros advogados, clérigos e políticos devem estudar bastante sobre curvas, ângulos, números e proporções; não porque tais tópicos tenham a menor correlação com as necessidades do dia a dia, mas porque, no próprio ato de estudar.</u>	(C5_T22)	
RE	<u>Noto que muitos alunos gostam de situações que tem haver com o cotidiano, mas que eles não têm tanto conhecimento... Eles ficam curiosos em entender.</u>	(C7_T26)	
DG	<u>Sim, a partir do 1º. ano, pois na cinemática é usado este conceito, principalmente no estudo gráfico.</u>	(E_T34)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
DS	<u>Na verdade, o conceito de Função pode ser trabalhado em muitos lugares de forma a usar a contextualização e a investigação o que precisa é o professor ter criatividade e vontade.</u>	(C1)	[T8]
ES	<u>Às vezes falamos da sala de aula como se estivéssemos distante dela, mas nós somos os responsáveis direto pelo que é trabalhado em sala de aula.</u>	(C1)	
WL	<u>Muitos professores formados como eu na década de 90, acham mais confortável fazer o arroz com feijão que dá menos trabalho do que construir uma aula mais dinâmica para quebrar essa mesmice do quadro e giz. Só posso falar por mim, que a mais de 10 anos, venho tentando utilizar novas metodologias para minimizar essas lacunas que, no Brasil, parecem nunca minimizar.</u>	(C1)	
CA	<u>@MP, concordo que não resolve todos os problemas, como colocaste precisa ser pedagógico, referente a preparação do professor cabe sim, conhecimento e vontade de aprender e se reinventar.</u>	(C2)	
AS	<u>Concordo plenamente @MP, quando vc fala sobre trabalho com tecnologia. Não defendo o governo, mas aqui no rio, todas as escolas que trabalhei tinham o laboratório de informática. Em cada escola estadual tem o Data show e em algumas a sala de vídeo. A Maioria dos professores tem computadores que receberam do governo... o chato é que nem todos querem aprender novas técnicas, atualizando a maneira de dar aula. Acho que facilitaríamos o primeiro contato com o aluno, se pudermos fazê-lo.</u>	(C2)	

CA	<u>@AS, colocou algo importante, concordo. Conheço muitos professores que receberam TABLET do governo e não acham utilidade, claro apesar de algumas escolas não oferecerem condições.</u>	(C2)
HS	<u>Não vou desanimar não... Acredito numa aprendizagem que tenha significado ao aluno... E por isso também luto pela informatização do aprendizado... O que está dentro do meu alcance faço com eles... =></u>	(C2)
DG	<u>@HS você jamais deve desistir, mas o uso da tecnologia deve ser um prazer pelo professor e não apenas uma obrigação a ser cumprida pois é fascinante a reação que temos ao ver um aplicativo funcionar. na época do logo eu parecia uma criança quando conseguia criar um aplicativo no logo gráfico.</u>	(C2)
LV	<u>Concordo com vc @RE...é muito difícil motivar os alunos, muitas vezes planeamos, buscamos atividades significativas, recursos tecnológicos e nem sempre temos o retorno esperado...mas, acredito que devemos fazer a nossa parte, consciência tranquila de que buscamos fazer sempre o melhor...</u>	(C3)
RE	<u>Isso @LV!! Façamos a nossa parte, mesmo porque eles é que nos substituirão e terão os problemas da época em que estarão inseridos.</u>	(C3)
AN	<u>@RE e @LV, hoje estava em uma palestra do prof. Geraldo que nos traz perfeitamente isso: A tecnologia está a todo o momento inquietando as pessoas, em qualquer local. cabe aos docentes também apresentarem avanços em seus planejamentos e no uso da TISSE (Tecnologia da Informação à serviço da Educação).</u>	(C3)
LB	<u>Só não deixei a educação, pois penso nos que querem, e acredito que o trabalho diferenciado, com os que querem, funciona e muito. Mas também tem aqueles que necessitam de mais atenção, e é nessa hora que a modelagem entra.</u>	(C4)
LB	<u>Só não abandono porque acredito no que faço. Sempre temos aquele que não nos deixam desistir.</u>	(C4)
PF	<u>O problema todo dos projetos mencionados pelos colegas é o tempo, já que se trabalha dobrado e professor não tem como se sustentar com uma só matrícula.</u>	(C4)
DS	<u>Sobre a utilização de jogos para mim a grande charada é a construção deles pelos alunos. Quando vc leva o aluno a pesquisar um jogo, estudar sobre ele e construir. Eu acredito q o envolvimento é maior e eles podem ser muito criativos.</u>	(C4)
DG	<u>Os jogos eu não me aventurei muito por eles pelo fato de estarem prontos e acabados e ou dominar a linguagem java para criar. Mas a geometria espacial do ensino médio da para ser feita simulando um eixo auxiliar através de projeções.</u>	(C4)

NM	<u>com o GeoGebra não tive muito sucesso nas minhas aulas, com jogos o resultado foi muito bom, utilizei o site Rachacuca. Os alunos adoraram pena que não melhoraram a Matemática. Atividades que utilizem argumentação lógica, enigmas lógicos e atividades lúdicas que envolvam a lógica Matemática despertarão nos discentes um maior interesse.</u>	(C4)	
PF	<u>Estou a fazer vários cursos na área de tecnologia no ensino para 'aproximar' ou tornar a Matemática 'agradável' ao aluno.</u>	(C4)	
DM	<u>somos agentes transformadores.</u>	(C4)	
RE	<u>Eu acho @LS, que não desenvolvemos integralmente tudo o que se pode ser desenvolvido em termos de raciocínio, de diferentes leituras e interpretações com nossos alunos.</u>	(C7)	
RE	<u>@AC1 eu penso que em algum momento do desenvolvimento escolar o aluno perde a criticidade por conta do grupo de professores com os quais eles estudam... Digo isto, pois o número de professores em início de carreira atualmente em minha região é grande e estes demonstram baixa criticidade e reflexão e acho que isto interfere na geração.</u>	(C7)	
RE	<u>@AC1,isso... Acho que não é nada tão exuberante... Uma mudança de postura... variando... modificando a rotina.</u> <u>O Uso das TICs é muito importante sim.. dá muita diferença em determinados assuntos, mas na situação atual vejo que a motivação tem que estar no professor que tem que encarar a realidade das escolas públicas com os problemas que tem e mesmo assim fazer uso, consciente de que seu papel será diferente do que em outro ambiente, ciente de que tem que incentivar o aluno neste ambiente também.</u>	(C7)	
NM	<u>É difícil motivar alunos no ensino fundamental sobre sùmulas vinculantes do STF, mas com jogos matemáticos é muito fácil, devemos despertar no aluno o desejo de aprender Matemática, com isso teremos alunos interessados durante todo o ciclo escolar.</u>	(C9)	
NM	<u>Exato @AN, precisamos atuar como cupidos, jogos matemáticos prestam muito bem esse papel.</u>	(C9)	
HS	<u>Penso que tudo o que eles manipulam acaba chamando mais a atenção... Essa semana mesmo eu fiz uma atividade muito bobinha... Mas que para eles surtiu efeito... Eu precisava trabalhar a condição de existência dos triângulos... Ai levei para eles canudinhos de refrigerante cortados em pedaços com alguns comprimentos pré.</u>	(C9)	
AN	<u>@NM, não podemos esquecer que a aula é de Matemática, logo os estudantes devem mobilizar conteúdos matemáticos para resolver esses jogos. Se perguntar a um aluno se no jogo de par ou ímpar, quem tem mais chance de ganhar, o que pede par ou o que pede ímpar? Terei curiosos para descobrir a solução. E claro, o jogo é um pano de fundo para Matemática que deve ser explorado, mas isso tem que ser feito muito precocemente.</u>	(C9)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro

WL	<u>Falar de ensino superior dentro do cálculo é outro nó, pois muitos mestres continuam agindo com os alunos, como se eles fossem apenas depósitos de conhecimento. Seria muito interessante avaliar a maneira como é ensinado cálculo no 3º grau.</u>	(C1)	[T9]
LB	Eu também não conhecia com essas denominações, mas o construtivismo tem a práxis como principal ferramenta.	(C2)	
CA	@LB, <u>é que os nossos alunos vem com esta cultura e para mudar precisa de uma mudança na postura do professor.</u>	(C2)	
LB	@CA <u>muitos de nossos alunos não querem aprender, então é aí que surgem estudos dos mais variados para atraí-los.</u>	(C2)	
CA	@MP, <u>concordo que não resolve todos os problemas, como colocaste precisa ser pedagógico, referente a preparação do professor cabe sim, conhecimento e vontade de aprender e se reinventar.</u>	(C2)	
DG	<u>O pior é que não é só os mais velhos, pois muitas universidades e escolas não priorizam para o futuro professor um tempo maior de treinamento com o computador de forma pedagógica na escola.</u>	(C2)	
CA	<u>Eu acredito que a tecnologia modifica a aprendizagem, a escola, o currículo, o 'PPP', os agentes envolvidos, e aliar a tecnologia (uso de data show, softwares,...) é um caminho que auxilia no trabalho, claro de forma pedagógico.</u>	(C2)	
LS	<u>Sim. Como eu disse antes, não adianta só colocar a tecnologia em sala de aula. Tem que articular o conhecimento e ser crítico no que recebe até mesmo no conteúdo. Mas eu não vejo divulgação do repositório.</u>	(C2)	
DG	<u>Bem o uso pelos alunos já é em uma segunda etapa em que você já esta mais segura, pois o grande erro da implantação dos Labins foi achar que o professor como mediador podia ir atrás dos alunos, sem ter um devido treinamento básico.</u>	(C2)	
LB	<u>No ensino público o professor do fundamental I polivalente, e por isso a Matemática fica em alguns momentos prejudicada.</u>	(C2)	
RE	Eu concordo Caroline, porém <u>vejo há anos profissionais tentando de tudo e mesmo assim os alunos desta geração não se sentem motivados, acredito que na realidade precisamos repensar sempre nosso trabalho, buscarmos maneiras que possam nos ajudar, porém os alunos também devem se adaptar ao trabalho do professor.. senão só o professor busca mudança, o aluno fica sendo sempre o centro das atenções... se aproveita disso e não muda.</u>		
DM	<u>Gente é complicado interação, didática diante de uma sala com 37 alunos, não acham?</u>	(C3)	
LV	Concordo @DM... <u>ano passado trabalhei em uma escola particular em Cuiabá em que a turma do 2 ano o EM tinha 63 alunos...</u>	(C3)	
NM	<u>Certamente que não tem a melhor forma de ensinar, muitos fatores devem ser considerados, a turma, a experiência do professor, os meios disponíveis. Podemos utilizar até mais de uma em aula.</u>	(C4)	

PF	<u>Caramba... tá difícil... Temos que fazer o máximo pra chamar a atenção do aluno... e não temos apoio necessário: condições de trabalho, numero excessivo de alunos em sala.. (nem falei do salário!!)</u>	(C7)	
ES	<u>O autor aborda a necessidade de preparação do professor e concordo plenamente com ele, mas é preciso evidenciar a necessidade de uma preparação com base no conhecimento matemático, mas sem deixar de fora o pedagógico.</u>	(C7)	
CA	<u>Um texto que trata sobre a formação continuada do professor, acredito que o professor precisa estar se atualizando constantemente. Uma das coisas que comentamos em aula hoje também traz no texto é que nunca paramos de estudar.</u>	(C8)	
ES	<u>@MR1 e @MP, acredito que não devemos desistir. Devemos ir trabalhando no sentido de possibilitar as condições de uso das tecnologias na escola. Para isso, é necessário o foco em diferentes frentes: a formação do professor; as políticas públicas; a quantidade de máquinas e laboratórios nas escolas e...</u>	(C8)	
ES	<u>Em minha opinião não teremos uma coisa que basta, mas um conjunto de ações.</u>	(C8)	
ES	<u>Essa é a realidade da maioria das nossas escolas. O ensino centrado no professor e na repetição como forma metodológica de aprendizagem.</u>	(C8)	
HS	<u>@AC1, com relação ao que vc disse sobre os alunos do estágio não terem ideias... Eu penso que é devido a própria universidade... Eles querem dar aula da forma como tiveram aula... Eu mesmo vejo que minhas aulas mudaram muito de quando eu iniciei... Penso que a prática auxilia na criação de novas formas de aprendizagem... O que vc pensa sobre isso??? A universidade de vcs mostra como é uma aula com metodologias diferenciadas???</u>	(C9)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
ES	<u>Compreende que dentre os pontos mais importantes o texto aborda a questão do ensino da matemática de maneira integrada e não apenas em blocos ou focos de conteúdos separados [ET10].</u>	(C1)	[T10]
PF	<u>Trabalho com alunos do 1o ano do EM (Ensino Médio), e eles não estão preparados, não têm o costume de pensar, estabelecer relações.</u>	(C1)	
AS	<u>@MP acho que a Geo analítica deveria ser dada ainda no fundamental. Não com o mesmo conteúdo, mas uma preparação. Fazer o aluno do 2º ano ver que a Geo Analítica é nada mais que estudo da Função, faz com que o aluno se aproxime com a matéria. Crie conexão entre os assuntos.</u>	(C1)	
DG	<u>Pessoal um ponto que acho critico é que a maioria dos professores de 5 ao 9 no não procura fazer a interação dos conteúdos com o do ensino médio e isto atrapalha demais.</u>	(C1)	
NM	<u>O Cálculo pode ser ensinado no ensino médio se de alguma forma, ser útil aos educandos, auxiliando.</u>	(C1)	

ES	No texto percebo claramente que a ideia de Klein era <u>trabalhar com cálculo infinitesimal desde o ensino médio, mas o foco maior é explorar ou facilitar a compreensão do conceito de Função fazendo essa interlocução entre os níveis de ensino.</u>	(C1)
DG	<u>Na cinemática isto é evidente ao se trabalhar os gráficos do movimento e deixar de lado o ao de que faz sobre a curva vai representar uma Integral.</u>	(C1)
ES	<u>O conceito de Função possibilita essa integração de diferentes conceitos numa mesma situação.</u>	(C1)
CA	<u>Não vejo um conteúdo como gavetas separadas.</u>	(C1)
CR	<u>Será que nossas aulas estão fazendo com que os alunos construam Matemática e estabeleçam essas relações? Nesse momento, cogito que os alunos não veem conexão em quase nada, tudo parece ser independente e muita coisa para não faz sentido para o aluno.</u>	(C1)
ES	<u>As situações precisam ser ricas e ligadas a contextos que tragam significados para os alunos.</u>	(C1)
DG	<u>O maior exemplo de dificuldade de representação é quando o aluno faz o gráfico de $s = f(t)$ da cinemática, mas não consegue enxergar o mostrador de velocidade e tempo com o gráfico e muito menos placas de quilometragem é um martírio para o professor eu vivi isto.</u>	(C2)
ES	Então surge uma questão: <u>onde a Matemática da sala de aula entra? Nessa busca de "soluções" ou de previsões, onde ou como podemos relacionar a Matemática ensinada?</u> <u>As FUNÇÕES podem ajudar muito nessa interlocução com a busca de soluções</u>	(C3)
AN	@RE, acho que você foi mais direta que eu. <u>Não quis mencionar que o ensino naquela época foi ruim, mas que hoje há uma preocupação maior em fazer uma interação e interligar os conteúdos matemáticos.</u>	(C3)
AN	@RE, falo isso porque apenas na graduação pude perceber que a <u>Matemática (independente do conteúdo) é passível de resoluções em qualquer domínio, seja algébrico, numérico, geométrico e gráfico. Sendo que em alguns momentos vamos estar limitados a resoluções nos domínios, particulares, por exemplo.</u>	(C3)
DG	<u>Penso que a Matemática na licenciatura deva incentivar mais o trabalho prático também, pois eu vim da engenharia para a Matemática e tudo que uso está baseado na prática da engenharia.</u>	(C4)
AN	@MP, tenho um objeto manipulável para frações interessante. É um retângulo de 16 cm de comprimento por 5 de largura. Dividi esses 16 cm em 8 pares de 2 cm, cada qual com 5 cm de largura, em outro retângulo. Dessa forma, posso trabalhar com frações equivalentes e adição e subtração de frações. Mas fico limitado quanto ao produto e divisões.	(C9)

RE	As Tarefas apresentam uma abordagem que contribui e muito para a compreensão dos conceitos estudados: área, perímetro, Função, gráfico da Função, concavidade, ponto de máximo e mínimo. <u>Destaco a importância de tratar da questão da Função discreta e da Função contínua e seu gráfico.</u>	(FD/TEi)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
DS	<u>Onde trabalho, noções de Cálculo estão no currículo do segundo ano de ensino médio.</u>	(C1)	[T11]
CA	<u>Acredito que devemos começar desde o ensino fundamental a trabalhar com estas relações de dependências.</u>	(C1)	
DM	<u>Sim é possível o cálculo, desde que a Matemática do fundamental seja reformulada.</u>	(C1)	
HS	Na realidade muitas vezes <u>seguimos o único material que nós temos (Livro didático) e o pior... Ficamos presos ao tal do currículo... Eu TENHO que dar conta disso, disso e daquilo durante este ano...</u>	(C1)	
HS	Mas ao mesmo tempo <u>fico com o pé atrás, pois sou sempre cobrado por aquilo que não deu tempo de ser trabalhado...</u>	(C1)	
WL	Não adianta ficarmos discutindo se o professor deu ou não esse conteúdo, pois temos, muitas vezes, <u>o hábito de nos acharmos auto suficientes no ensino dos conteúdos e não damos as mãos para nos ajudarmos no interesse comum da aprendizagem coletiva.</u>	(C1)	
LV	Concordo com vc @M1 <u>precisamos ensinar com qualidade e não apenas... quantidade, que é o que nos é exigido</u>	(C1)	
DO	<u>Na escola a quantidade de aprovações é mais importante do que a qualidade de educação.</u>	(C1)	
RE	Desde 2009. <u>Neste ano quase conseguimos aumentar o número de aulas, pois a nota do Estado em Matemática no Ensino Médio é muito baixa, porém perdemos, pois o sindicato conseguiu atrasar a mudança, por conta das disciplinas de Filosofia e Sociologia.</u>	(C1)	
WL	<u>Um dos grandes problemas no país inteiro é a diferença de carga horária. Por que é tão diferente em Matemática?</u>	(C1)	
LB	@DG, <u>sou professora no Fundamental II, infelizmente temos que trabalhar todo o conteúdo do fundamental I, e aí pensar no conteúdo da série.</u>	(C1)	
HS	@ES <u>Concordo com vc quando diz que nós somos os responsáveis pelo que acontece na sala de aula... Agoraaaa... Te pergunto... Quem vai dar explicações ao próximo professor, do ano seguinte, daquilo que não foi trabalhado???</u>	(C1)	
CG	<u>A formação do E. Fundamental está falhando em algum ponto. Eu acho que os conteúdos dessa etapa de formação precisam ser revistos.</u>	(C1)	

DM	<u>Para retomar o calculo, o qual já não faz parte da cultura de muitos professores de Matemática do ensino médio, por muito tempo, pelo menos, na escola pública, é necessário repensá-la e reformatá-la desde o primeiro ano fundamental até o terceiro médio; e assegurar que no início, primeiros cinco anos do fundamental.</u>	(FD/C1)
LS	<u>Deixo uma questão no “ar”: O currículo brasileiro é abarrotado de conteúdo e, nem por isso, estamos no ranking dos "melhores em educação". Isso, a meu ver, indica que quantidade não é qualidade. Pensar em trazer o Cálculo para o Ensino Médio não é mais uma forma de colocar mais um conteúdo? Ou deveríamos preparar melhor nossos alunos, consolidando os conceitos necessários, para que não houvesse uma lacuna entre o Ensino Médio e o Ensino Superior?</u>	(FD/C1)
AN	<u>@M1, o pior é que, às vezes, a coordenação/direção é a favor do estudante. E aí complica porque o professor fica sem autonomia.</u>	(C2)
LS	<u>Não é dada a liberdade ao professor dentro da sua própria sala de aula. Não é uma contradição?</u>	(C2)
PF	<u>Trabalho com 1ºsem. do ensino médio, são alunos com vícios da aprovação automática, ainda estou em Função quadrática... A dificuldade é tremenda... estive a pesquisar uso de applets. Sempre tive vontade de trabalhar, mas os recursos das escolas eram sempre limitados, agora que estão melhorando.</u>	(C2)
LS	<u>Eu me sinto aflita também quando acho que devo ficar em um conteúdo, mas preciso seguir.</u>	(C2)
JV	<u>Também queria fazer isso cumprir todo o programa depois percebi que era melhor ensinar um conteúdo até ficar bem estabelecido para o aluno.</u>	(C2)
AS	<u>Semana passada, falamos sobre o ritmo Industrial das escolas particulares. Com o Currículo Mínimo nas escolas públicas, este ritmo está sendo passado para escolas Públicas. Gostaria realmente de trabalhar sobre o que os alunos necessitam.</u>	(C2)
LB	<u>No ensino público o professor do fundamental I polivalente, e por isso a Matemática fica em alguns momentos prejudicada.</u>	(C2)
CA	<u>Concordo contigo @CG, uma proposta seria trabalhar a modelagem em turno diferente, pois a escola cobra o currículo.</u>	(C4)
HS	<u>@MC3 e @MP, Algo interessante que foi levantado no texto é a respeito da preocupação que o professor possui na iniciativa de vencer os conteúdos daquela série... Sabemos que para fazer um trabalho bem feito e que produza a aprendizagem, não podemos nos apegar tanto assim ao currículo... Qual a opinião de vcs a respeito do currículo do Ensino Médio??? Vcs acham importante tudo aquilo que é pedido para ser ensinado???</u>	(C4)
HS	<u>@MC3, muito legal o seu pensamento... Também compartilho dele... Mas infelizmente a cobrança na escola é grande... Porque o professor FULANO de tal deu conta do conteúdo e ainda fez a revisão do ensino fundamental e vc deixou de ensinar vários conceitos... O que fazer???</u>	(C4)

DG	<u>@HS isto é real e assusta demais os colegas.</u>	(C4)
LS	<u>assusta mesmo.</u>	(C4)
LB	<u>@MC3 é que pensamos, mas o problema é o sistema aceitar que os alunos têm deficiências. Fui cobrada esta semana porque iniciei radiação no 6º ano do EF e minha coordenadora, que é professora de português, disse que eu não podia ter trabalho, pois atrasei o currículo. é que radiação na proposta do Estado de São Paulo, só aparece no 9º Ano.</u>	(C4)
LS	<u>É bem complicado esse problema do currículo. Gosto de ensinar o método de completar quadrados no 8º ano, antes deles aprenderem o método de resolução de equações do 2º grau. Para fazer isso, tenho que dar uma corridinha depois. Como o colégio é particular, tive abertura.</u>	(C4)
DG	<u>O duro é a cabeça dos gestores e coordenadores quanto ao currículo.</u>	(C7)
AN	<u>O currículo nunca vai agradar a o professor, pois as mudanças na tecnologia e da sociedade são muito rápidas, e na educação é um pouco complexo, pois há diversos fatores sócio-políticos e culturais.</u>	(C7)
AN	<u>Na semana retrasada fui ao Conecte, da UNEB (Universidade Estadual da Bahia). Os professores fizeram reflexões maravilhosas sobre o atual momento da escola, e como pode ser em 2020.</u>	(C7)
MP	<u>Eu também acredito em mudança</u>	(C7)
DM	<u>Acreditamos, pois viemos de mudanças.</u>	(C7)
LS	<u>Sim sim, eu acredito nessa mudança do currículo... Nós temos o currículo muito atolado!</u>	(C7)
CA	<u>Mas, para o mudar o currículo, precisa mudar o sistemas, pois existem provas para concursos, vestibulares...</u>	(C7)
LS	<u>O meu medo é importar o currículo dos outros!</u>	(C7)
HS	<u>Mas gente, me desculpa... É extrema urgência que se mude o currículo... Me citem um exemplo que seja interessante ser trabalhado com os alunos no conceito de Números Complexos??? Onde se usa esse tal de complexo???</u>	(C7)
AN	<u>A administração da escola é essencial para que essas mudanças possam ocorrer. Por exemplo, uma estudantes desatou um professor ontem e hoje já nos reunimos para implementar um tópico nas leis internas da escola, para que o professor tenha um reforço jurídico sobre.</u>	(C7)
RE	<u>@HS, eu tenho alguns alunos que fazem curso técnico de biotecnologia e estudam os números complexos voltados para o curso... é uma aplicação... Porém não vamos agradar todos os alunos e convencê-los da boa aplicabilidade de tal conteúdo.</u>	(C7)

AN	<u>@HS, há uma certa importância. Podemos tentar produzir tecnologia com os números complexos, mas para isso é necessário verba. 1) A verba é dificilmente chega. 2) É necessário ter professores com DE. 3) Bolsas de incentivo aos estudantes, por exemplo, a da Capes para o E. Superior. 4) Investimento em salas tecnológicas disciplinar. Por exemplo, na minha escola, cada professor tem uma sala, e o estudante desloca.</u>	(C7)	
HS	<u>A questão é que nosso currículo do EM (Matemática) é o mais inchado de todo o mundo... E além de tudo, trabalhamos os conceitos como se todos os alunos tivessem o mesmo interesse por todas as áreas...</u>	(C8)	
HS	<u>Por isso que eu penso estar na hora de repensar o Currículo do EM... Não somos capazes de trabalhar td aquilo com todos os tipos de alunos que temos em nossas salas... Quem sabe fossemos capazes de trabalhar com aqueles que buscam a universidade na área das exatas...</u>	(C8)	
HS	Mas gente... Agora uma pergunta séria... Todos concordamos que o EM é algo utópico ou não??? Se concordamos e pensamos que o currículo precisa ser revisto.	(C8)	
DM	<u>A educação é paulatina, e não se pode simplesmente querer introduzir conteúdo. Todo o sistema deve sofrer uma mudança coerente. O aluno deve vir com uma cultura específica em Matemática construída através dos anos desde o primeiro ano.</u>	(FD/TEi)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
LB	<u>@CA os alunos são aprovados no estado de SP pela Deliberação CEE Nº 09/97 (progressão continuada).</u>	(C1)	[T12]
ES	<u>@HS, esse mecanismo precisa ser trabalhado na parte gestora da escola. na verdade nós no papel de prof. precisamos acompanhar.</u>	(C1)	
AS	<u>Em grande parte das escolas, o conteúdo é voltado para as grandes provas. O resultado nessas provas é o mais importante. Infelizmente, não há abertura para uma boa abordagem.</u>	(C1)	
HS	<u>Isso mesmo @AS. Hj mesmo participei de uma reunião da Prova de Avaliação do meu Estado... O pessoal que deu o curso disse que a nota não é importante... Ela deve servir de parâmetro para tentarmos melhorar para a próxima avaliação... Mas ao mesmo tempo somos cobrados por nossos diretores e pela própria Secretaria de Educação de que os índices precisam melhorar...</u>	(C1)	
DO	<u>Na escola a quantidade de aprovações é mais importante do que a qualidade de educação.</u>	(C1)	
RE	<u>No meu estado PR o Ensino Médio tem 2 aulas de Matemática e por conta disso, mais ainda escolho trabalhar com qualidade do que com quantidade de conteúdo, muito embora o Estado avalie o Ensino Médio anualmente cobrando todos os conteúdos que estão na Diretrizes.</u>	(C1)	

JV	Na maioria dos estados o cálculo infinitesimal não faz parte do conteúdo exigido no vestibular. O que direciona os livros didáticos e os professores do ensino médio.	(FD/C1)	
CA	Mas, para o mudar o currículo, precisa mudar o sistemas, pois existem provas para concursos, vestibulares...	(C7)	
JV	Penso que o conteúdo do ensino médio teve como referencial o vestibular e com o Enem como fica???	(C9)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
ES	Se essas ideias não fossem "escondidas" no Ens. Médio talvez os resultados no Ens. Superior fossem melhores, ou seja, partindo de uma ideia intuitiva e o software para ajudar nesse trabalho.	(C1)	[T13]
ES	o uso da tecnologia, vem potencializar ainda mais a aplicação dessas ideias de Klein.	(C1)	
CA	Os colegas estão comentando sobre o geogebra e quero compartilhar uma aula que montei para meus alunos, mostrei no geogebra as Funções cossecante, secante e tangente, eles gostaram muito do uso e compreenderam melhor.	(C2)	
LB	O software nos proporciona a construção, a manipulação e também a correção, isso tudo constrói efetivamente o conhecimento.	(C2)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
CA	Acredito que a ideia de infinito para o estudante no ensino médio é muito abstrato e chega ao ensino superior não entendem nada sobre noção de Limites.	(C1)	[T14]
ES	@MP a questão é que o cálculo infinitesimal não permeia o ensino médio. Não permear o EM é realmente não ser trabalhado e quando chegamos ao Ens. Superior vem a ideia do infinitesimal e cria uma distância entre os dois níveis.	(C1)	
LS	O cálculo infinitesimal exige muitos pré.	(C1)	
CA	@MP a ideia de Limites tender ao infinito... Para o estudante é muito difícil, acredito que trabalhar com vários conceitos seria um bom começo para entende a ideia. Vários conceitos não, vários exemplos para entender o conceito.	(C1)	
DM	Ou que o infinito nos faz pensar num Limite.	(C5)	
HCS	@JV, o que é uma soma continua de forma infinita?	(C5)	
JV	Soma infinita nos remete a noção de Limite e seria como eu abordaria o assunto no ensino médio.	(C5)	
AN	O que o @JV comentou é interessante "soma infinita", mas não discutiria a definição de Limite, apenas a noção intuitiva, como você abordou..	(C5)	

NM	<u>@HC5, o aluno do 8º ano já teve alguma familiaridade com a palavra infinito. Teve não, tem, conhece os irracionais e sabe da sua representação infinita de algarismos.</u>	(C5)
HC5	<u>@NM minha proposta inicial é pensar nestas questões em si num primeiro momento. Vamos ficar em paz e 100% formais com as definições. Em um segundo momento podemos pensar em como levar isto para o ensino básico.</u>	(C5)
JV	<u>Acho que algumas questões não devem ser levadas ao ensino básico...</u>	(C5)
HC5	<u>@JV mas o professor deve saber, mesmo sem levar, você concorda?</u>	(C5)
HC5	<u>@NM estamos pensando como matemáticos agora. O que são exatamente estes símbolos? Que propriedades os símbolos tem? Depois pensamos em como levar (se levar) para o ensino básico</u>	(C5)
NM	<u>Claro que o professor precisa conhecer.</u>	(C5)
JV	Tipo essa, sobre 0,999... Isso concordo Humberto. Inclusive no livro do Elon temos como demonstrar esse fato formalmente.	(C5)
HS	<u>Penso que devemos saber sim @HC5... Mas ao mesmo tempo, estamos sem saber explicar td isso... Pelo menos eu estou sem respostas já....</u>	(C5)
HC5	<u>@RM1, @HS: a resposta usa, portanto, uma ferramenta do cálculo: Limites.</u>	(C5)
HC5	<u>A definição do símbolo $\overline{0.9}$ é a seguinte.</u>	(C5)
HC5	<u>Considere a sequência $x_1 = 0,9$, $x_2 = 0,99$, $x_3 = 0,999$ e, mais geralmente, $x_n = 0,9...9$ (n dígitos 9). Cada elemento da sequência está bem definido (seguindo o que a Louise escreveu). Esta sequência é convergente, isto é, ela tem um Limite que é um número real. é a notação para representar este Limite</u>	(C5)
LB	<u>Estou lendo um texto que explica bem:</u> <u>http://sbemrj.com.br/spemrj6/artigos/b4.pdf. No texto define como uma PG, onde $a_1 = 9/10$ e $q = 1/10$ e assim podemos calcular a soma de um número infinito de termos desta PG e chegarmos a 1 como resultado.</u>	(C5)
HC5	<u>Outra pergunta (que envolve cálculo) é o porquê desta sequência ser convergente (ou, mais geralmente, o porquê de qualquer sequência associada a uma representação decimal ser convergente).</u>	(C5)
HC5	<u>@LB, @MP: a questão $\overline{0.9} = 1$? é só o começo. Como ficam as outras representações decimais que não estão associadas a PGs?</u>	(C5)
HC5	<u>@MP, aqui aparece um super resultado de cálculo: toda sequência monótona limitada é convergente. Mais um resultado de cálculo que tem implicação direta em um assunto apresentado no ensino básico.</u>	(C5)

HC5	<u>@Todos: acho que as licenciaturas de Matemática deveriam, nos cursos de cálculo e análise, estudar com mais detalhes questões deste tipo.</u>	(C5)	
AN	<u>@MP, há um problema. O estudante tem dificuldades em se apropriar da existência "do infinito"</u>	(C6)	
RE	<u>A ideia do infinito, é abstrata demais.</u>	(C6)	
JV	<u>Concordo. Gosto do 0,999...</u>	(C6)	
LS	<u>Tem um artigo do IM chamado "O infinito tem tamanho?" Acho bem interessante.</u> <u>http://www.im.ufrj.br/~risk/diversos/tamanho.html.</u>	(C6)	
CA	<u>Tenho percebido que os livros do ensino médio trazem o conceito de Limite, mas não é trabalhado. Poderíamos trabalhar com Limites em intervalos.</u>	(C6)	
HS	<u>É uma ótima saída @RE... Mas a ideia de colocar infinitas pirâmides de base hexagonal também é muito interessante e penso que mais clara... O problema está no momento em que falamos do tal Limite e infinito...</u>	(C6)	
RE	<u>Sim, @HS, eu concordo, porém, com os alunos que tenho no Ensino Médio, onde apresentam muita dificuldade em geometria espacial, eu acabo não desenvolvendo por este caminho, devido ao fato também de haver muitas demonstrações de fórmulas neste assunto.</u>	(C6)	
HS	<u>Bom... Existem algumas demonstrações que ficam inviáveis a nossos alunos...</u>	(C6)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
AS	<u>Diz que: o "ver" o abstrato é a grande dificuldade dos alunos. A Função nos possibilita a chegar a situações palpáveis ao aluno.</u>	(C1)	[T15]
CA	<u>Acredito que a ideia de infinito para o estudante no ensino médio é muito abstrato e chega ao ensino superior não entendem nada sobre noção de Limites.</u>	(C1)	
AS	<u>Concordando com a @CA, conforme já tinha falado anteriormente, a abstração é algo que o aluno tem dificuldade em captar.</u>	(C1)	
CR	<u>@ES, penso que é explorar com o objetivo de compreender conceitos mais avançados do cálculo.</u>	(C1)	
CR	<u>@LB os alunos perdem isso e não sei onde e chegam no ensino médio sem pensamento abstrato.</u>	(C1)	
LS	<u>@CR vc acha que o nosso ensino prioriza esta abstração?</u>	(C1)	
CR	<u>@LS acho que sim e muitas vezes priorizamos os cálculos.</u>	(C1)	

AS	<u>@MP</u> esses problemas existem aos montes! O CEDERJ no RJ, fez um material muito bom, de reforço escolar, onde são abordadas diferentes representações em uma só situação. Cada aula tem um tema. é interessante.	(C1)	
LB	Realmente <u>@MI</u> , acho que hoje principalmente no fundamental I o aluno só manipula, não aprende a abstrair, enfim é o famoso "8 ou 80". Tenho um 6º ano e é muito trabalhoso utilizar os algoritmos.	(C2)	
DM	abstrair é uma questão de oportunidade que se dá.	(C2)	
AN	Concordo com <u>@HS</u> . Se cada estudante não usar a sua criatividade, há abstração pura. Mas as aplicações estão por aí, basta você fazer as relações, o que não é nada fácil.	(C9)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
ES	Sobre a fala da <u>@ES</u> , a M1 corrobora ser um ponto relevante, enfatizando que <u>no “Brasil temos um ensino bastante tecnicista em termos de Matemática, muito arraigado em métodos, fórmulas, mas sem de fato construir o conceito no aluno”</u> .	(C1)	[T16]
NM	Diferentemente do que se difundiu entre a maioria dos professores, a contextualização no ensino da Matemática é muito mais que encontrar aplicações práticas para a Matemática. Desta concepção resulta a elaboração de formas mecânicas e que não colabora para a o aprendizado crítico dos educandos. O aluno precisa movimentar estratégias de raciocínio diferentes, quando ele resolve um problema sozinho, ele estabelece relações entre Matemática e os contextos da Matemática.	(C1)	
LB	No ensino público temos que primeiramente demonstrar tudo, pois ele vem apenas com o concreto.	(C2)	
DG	Pessoal você já pararam para pensar que a tabuada nada mais é do que a expressão da Função linear $y = ax$, que pode ser feita no Winplot e os colegas no ensino fundamental não se dão conta e propõem as famosas decorebas.	(C2)	
JV	Na verdade hoje o ensino é mecanizado é treinado.	(C2)	
AS	Os cursinhos não trabalham como pedagógico, é apenas decoreba...	(C2)	
HS	Sem contar <u>@MC3</u> ... Que a resposta precisa ser exata... Para muitos, quando a resposta é um número decimal, eles acham que está errado...	(C4)	
HS	Imagina no mundo de hoje coisas com valores exatos... E NATURAIS... !!? (risos).	(C4)	
NM	A Matemática vem sendo ensinada através de uma série de exercícios artificiais e mecânicos baseados na memorização ou repetição, não havendo espaço para questionamentos, criatividade	(C4)	

ES	Essa é a realidade da maioria das nossas escolas.O ensino centrado no professor e na repetição como forma metodológica de aprendizagem. (C8)		
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
DM	Somos forçados a valorizar mais a quantidade que a qualidade em nosso ensino. (C1)		[T17]
LV	Concordo com vc @MI precisamos ensinar com qualidade e não apenas... quantidade, que é o que nos é exigido. (C1)		
RE	Também concordo que devemos ensinar com qualidade. (C1)		
LB	Na minha escola adotamos seguir o ritmo dos alunos, não importando com o desenrolar do currículo, mas sim com o que o aluno tem dificuldades. (C1)		
DO	Na escola a quantidade de aprovações é mais importante do que a qualidade de educação. (C1)		
RE	No meu estado PR o Ensino Médio tem 2 aulas de Matemática e por conta disso, mais ainda escolho trabalhar com qualidade do que com quantidade de conteúdo, muito embora o Estado avalie o Ensino Médio anualmente cobrando todos os conteúdos que estão na Diretrizes. (C1)		
HS	Concordo plenamente com vc @MI Sou daqueles que sempre prefere o aprendizado do que o conteúdo... (C1)		
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
HS	@ES Concordo com vc quando diz que nós somos os responsáveis pelo que acontece na sala de aula... Agoraaaa... Te pergunto... Quem vai dar explicações ao próximo professor, do ano seguinte, daquilo que não foi trabalhado??? (C1)		[T18]
RE	Eu trabalho há 14 anos com a metodologia da resolução de problemas e apenas de remar contra a maré, pois apenas eu trabalho esta metodologia em minha escola, eu acredito nos resultados que posso alcançar e alcanço, porém no início de cada nova turma que início o trabalho tenho que superar a adaptação dos alunos em aceitarem que tenham que modificar a atitude, deparo com muitos alunos, que apesar de reclamar dos professores que tiveram, não gostam da ideia de sair do comodismo. (C4)		
DS	Isso é verdade Renata, os alunos reclamam dos professores tradicionais mas quando entramos com uma coisa que sai da rotina eles não querem...rejeitam pelo fato de dar trabalho. (C4)		
DM	concordo com @LB fazemos de conta que ensinamos e eles fazem de conta que aprendem. (C4)		

HS	<u>Os conceitos e abstrações precisam sair de situação que gerem a necessidade do conceito... Mas muitas vezes, montar atividades que façam isso não é fácil, e encontrar subsídio que auxilie na construção disso, também não é fácil, o que acaba desmotivando um pouco os professores...</u>	(C8)	
JV	<u>infelizmente o espaço para inovar é restrito aos recursos que possuímos.</u>	(C8)	
AN	Estou tentando construir um Laboratório de materiais manipuláveis, mas as dificuldades são imensas. Peço colaboração aos colegas, e até o presente momento, nenhum tentou me ajudar. Além disso, há a verba estadual, que na Bahia praticamente está escassa por causa de gastos com a COPA DO MUNDO.	(C8)	
AN	<u>@MRI, acho que não estamos pessimistas, pois muitos estão fazendo, como nós, neste momento. Mas as dificuldades são imensas, e com o descaso parecem aumentar a cada dia.</u>	(C8)	
ES	<u>Essa é a realidade da maioria das nossas escolas. O ensino centrado no professor e na repetição como forma metodológica de aprendizagem.</u>	(C8)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
NM	<u>Diferentemente do que se difundiu entre a maioria dos professores, a contextualização no ensino da Matemática é muito mais que encontrar aplicações práticas para a Matemática. Desta concepção resulta a elaboração de formas mecânicas e que não colabora para a o aprendizado crítico dos educandos. O aluno precisa movimentar estratégias de raciocínio diferentes, quando ele resolve um problema sozinho, ele estabelece relações entre Matemática e os contextos da Matemática.</u>	(C1)	[T19]
DS	<u>E a investigação esta relacionada com uso de tecnologias e com jogos. Para não cairmos no equivoco do jogo pelo jogo... Sem uma intencionalidade é necessário que se desenvolva a investigação dentro desta metodologia.</u>	(C4)	
CG	<u>Eu implementei duas tarefas de investigação Matemática no fundamental e foi fantástico.</u>	(C4)	
RE	<u>Eu faço curso PDE e neste ano realizei meu projeto estudando a pavimentação geométrica com o uso do software GeoGebra com os alunos do 3º. ano do ensino médio e fizeram uso da investigação Matemática... Adorei a atitude dos alunos.</u>	(C4)	
RE	<u>Eu considero a modelagem excelente, também, mas vi excelentes trabalhos em turmas em que há maior número de aulas por semana</u> .	(C4)	
HS	<u>Uma das minhas paixões também é a modelagem... Mas infelizmente ainda não consegui aplicar em sala...</u>	(C4)	
CG	<u>Eu procuro navegar nos quatro ambientes, mas acho um pouco difícil trabalhar com modelagem.</u>	(C4)	

CA	Concordo contigo @CG, uma proposta seria trabalhar a modelagem em turno diferente, pois a escola cobra o currículo.	(C4)	
HS	Raciocínio é a chave... =)	(C5)	
NM	A Matemática desenvolve o poder de raciocinar. Ela mostra, melhor do que qualquer outra matéria, que a razão pode nos conduzir à verdade.	(C5)	
RE	Eu acho @LS, que não desenvolvemos integralmente tudo o que se pode ser desenvolvido em termos de raciocínio, de diferentes leituras e interpretações com nossos alunos.	(C7)	
LV	Faço isso com meus alunos também @RE...analisar os erros é muito interessante.	(C7)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
WL	Não adianta ficarmos discutindo se o professor deu ou não esse conteúdo, pois temos, muitas vezes, o hábito de nos acharmos auto suficientes no ensino dos conteúdos e não damos as mãos para nos ajudarmos no interesse comum da aprendizagem coletiva.	(C1)	[T20]
DG	@WL, você tocou no ponto chave que é a união da classe, que fica com medo de socializar o conhecimento achando que deste modo vai perder seu lugar.	(C1)	
DG	Quanto ao Geogebra montei um alternativa para que o aluno possa entender variação entre tempo e posição que foi a criação de uma estrada paralela ao eixo vertical integrada ao traçado do gráfico e o móvel se move juntamente com o ponto sobre o gráfico ancorado em s e t ficou um barato. Vou disponibilizar no site.	(C1)	
CG	Eu participo de um grupo de pesquisa aqui na Faculdade de Educação da UFBA. Lá aprendi a elaborar tarefas de investigação Matemática e tem sido muito bom ver meus alunos descobrindo, participando, investigando.	(C2)	
DG	Pessoal quem é do estado de São Paulo deve conhecer um projeto que a Seduc SP possui que é justamente a interação entre os colegas com curso e aplicativos tentei entrar mas é restrito só ao estado. Aqui em minha cidade ocorre demais este fato na formação do pedagogo.	(C2)	
CA	Quero compartilhar uma experiência que fiz com minha turma esta semana: separei meninos e meninas e pedi para que as meninas fossem até os meninos e formassem um par, a partir daí comecei a explorar um pouco mais de Função e aspectos do dia a dia.	(C3)	
AN	Fiz um trabalho que achei interessante sobre um preço de um determinado produto (alimentício) que os estudantes não poderiam ficar sem consumir. Como recorte, finalizamos o trabalho com uma otimização sobre o custo desse produto e em qual local ele deveria ser consumido. Então a cada aula havia mais dados, mas as variáveis foram seguindo certas regras para não deixar o trabalho muito solto.	(C3)	

LB	<u>Não podemos designar todo o trabalho a escola, pois ela está provando que não dá conta de tudo.</u>	(C4)	
DG	<u>Volto então a perguntar Cadê a empresa educação? Na empresa cada profissional fica em sua área e é valorizado para tal e aqui na educação o professor deve ser tudo.</u>	(C4)	
HS	<u>Eu tento fazer um trabalho um pouco diferenciado dentro da sala... Mas devido as cobranças que vêm da direção, equipe pedagógica e td mais, acabo tentando vencer o conteúdo... Devido esse fato, resolvi montar um grupo de estudo com os alunos que tiverem interesse, para desenvolver Matemática com metodologias diferenciadas...</u>	(C4)	
HS	<u>Mas então professora @MRI... Muito legal o que vc articulou com os futuros professores e professores... Penso que o trabalho em grupo e o estudo nos incentivam a procurar inserir as TI em nossas aulas... Eu mesmo, apesar de gostar e lidar até que bem com as tecnologias, ainda fico com um pé atrás na hora de propor aulas com as TI... Principalmente, porque as atividades precisam fazer o aluno refletir e pensar sobre o assunto, pois se for para apenas reproduzir o ensino tradicional, perde o seu sentido...</u>	(C8)	
HS	<u>@MP, eis o meu problema... Não é fácil construir uma atividade dessas... E sozinho, penso que as coisas ficam mais complicadas ainda... Por isso sempre que posso tento buscar cursos de formação para auxiliar nessa construção de um aprendizado com significado por meio de TI aos nossos alunos...</u>	(C8)	
ES	<u>@MRI e @MP, acredito que não devemos desistir. Devemos ir trabalhando no sentido de possibilitar as condições de uso das tecnologias na escola. Para isso, é necessário o foco em diferentes frentes: a formação do professor; as políticas públicas; a quantidade de máquinas e laboratórios nas escolas e....</u>	(C8)	
ES	<u>Em minha opinião não teremos uma coisa que basta, mas um conjunto de ações.</u>	(C8)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
DG	<u>Quando cheguei em Gurupi em 1992 eu fui dar aula de Matemática e física e para trabalhar a física eu usei um carrinho do 1.99 que eu deslizava no suporte dqa lousa e os alunos ficaram apaixonados com a novidade e se interessaram mais pela aula pelo sentido dinâmico da mesma.</u>	(C1)	[T21]
CG	<u>Acho que trabalhando num ambiente de Investigação Matemática os alunos se envolvem mais, e ficar bom para os próprios alunos construir o conceito de Função.</u>	(C1)	

DM	Procura apresentar, através dessas conexões e relações entre as representações Matemáticas, uma dinâmica em detrimento do estático como fora até então tratada a Matemática (conteúdos estanques e sem significado). Nessa dinâmica entre as várias representações ele vê o processo funcional como mediador dessa articulação tridimensional, pois, se vê a Matemática que antes era abstrata e estática, agora de forma dinâmica e espacial ou concreta. Dessa forma o processo funcional se faz um elemento gerador de uma Matemática mais significativa e condizente com a visão que a própria Matemática carrega no dia a dia do aluno.	(FD/C1)	
AN	Utilizo as TIC, após os estudantes apresentarem um certo domínio do conceito de Função Primeiramente, desenvolvo situações do cotidiano, e a partir destas começo a introduzir a parte teórica.	(C8)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
HS	Na realidade muitas vezes seguimos o único material que nós temos (Livro didático) e o pior... Ficamos presos ao tal do currículo... Eu TENHO que dar conta disso, disso e daquilo durante este ano...	(C1)	[T22]
DG	Só que as referencias que temos são insuficientes e precárias para nos ajudar (livro texto).	(C1)	
LB	Os livros didáticos atuais trazem situações problemas variadas, mas acredito que eles pecam em não trabalhar o exercício Matemática, pois também devemos treinar.	(C1)	
ES	@AC1, por isso acredito que precisamos discutir cada vez mais como ocorre a formação do conceito e materiais didáticos que nos auxiliem na transposição didática.	(C3)	
AN	@DG, mesmo o livro sendo excelente, precisamos elaborar situações que privilegiem a realidade regional/local do estudante.	(C3)	
JV	Já notaram que os livros didáticos vêm cada vez mais resumidos e com exemplos errados??	(C3)	
JV	@M3, concordo só que o livro didático é para os alunos e não para os professores.	(C3)	
AN	Prezados @JV e @LC4, o livro do Elon tem suas características importantes. O que não podemos universalizar é que a linguagem proposta nele seja a que os estudantes do Ensino Médio vão utilizar no seu dia a dia.	(C3)	
JV	é verdade @AN, porém para os professores é bastante útil.	(C3)	
LS	existe uma diferença entre livro didático e livro paradidático.	(C3)	
DG	O livro do Manoel Paiva é muito didático e excelente para aprendizagem.	(C3)	
AN	Geraldo Ávila trazia em seus livros abordagens interessantes, mas com conteúdos um pouco complexos para o Ensino Médio.	(C6)	

CA	Tenho percebido que os livros do ensino médio trazem o conceito de Limite, mas não é trabalhado. Poderíamos trabalhar com Limites em intervalos.	(C6)	
DG	O Imenez nos seus livros vai introduzindo os conceitos, se no básico treinarmos programas fáceis iremos ensinar o aluno a refletir.	(C7)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
DS	Eu leciono no 1º ano estudo de Funções e no 2º ano introdução ao cálculo. Por isso estou neste curso, pq sempre procuro usar o Geogebra para isso. Mas ainda tenho dificuldade em elaborar um bom roteiro de aula.	(C1)	[T23]
DM	Os temas divorciados uns dos outros nos levam a sempre repassar o que já viram em séries anteriores.	(C1)	
CG	Nossos alunos estão na verdade precisando de base, tanto em Português como em Matemática.	(C1)	
PF	Trabalho com turmas da EJA, e sempre tento mostrar a construção do conhecimento matemático, de que certos conteúdos têm que estar consolidados para que se possa prosseguir adiante.	(C1)	
RE	@LB, e no Ensino Médio acabamos por revisar e muitas vezes ensinar conteúdos do Ensino Fundamental.	(C1)	
HC5	@Todos: será que com cálculo no ensino médio, as aplicações ficariam acessíveis o ensino básico?	(C5)	
JV	Acho que não @HC5.	(C5)	
HS	@HC5... Penso que para os alunos que vão trabalhar com algo da área de exatas seria muito interessante... Mas para os que exercerão outras profissões penso que o cálculo será sacrilégio.	(C5)	
NM	A questão é a dosagem.	(C5)	
JV	Imagina Cálculo em um colégio onde os alunos não sabem nem contar só aumentaria o desinteresse, minha opinião...	(C5)	
NM	A questão o que vai ser dado do Cálculo, naturalmente os alunos já o fazem sem saber, na soma da pg infinita já aparece o assunto.	(C5)	
NM	É possível sim, mas em doses homeopáticas.	(C5)	
NM	Interessante que tudo isso já faz parte do ensino regular.	(C5)	
HS	@HC5, mostrar que $0,999...$ é igual a 1 é fácil... O difícil será encontrarmos argumentos que convençam os alunos... Sem considerar as contas é claro.	(C5)	
HC5	Talvez, antes de responder por que $\overline{0.9} = 1$, seria interessante discutir o que a simbologia $\overline{0.9} = 1$ significa ...	(C5)	

HC5	<u>Ou o que significa 0,123456789101112... (justaposição dos números naturais) ou, mais geralmente, uma expansão decimal.</u>	(C5)
JV	<u>Cada parcela representa o que a @LS já tinha comentado ou podemos explicar usando o Paradoxo de Zenão.</u>	(C5)
DM	<u>Ou que o infinito nos faz pensar num Limite.</u>	(C5)
HS	<u>Essa frase do texto tem me feito refletir bastante... “O que queremos enfatizar é que a Matemática que vale a pena ser ensinada, e aprendida, é a que promove aprendizagem significativa, que faça sentido para os alunos. Para a consecução deste objetivo, Freudenthal propõe que contextos realistas, sejam pontos de partida naturais para processos de descoberta e reinvenção da Matemática.”</u>	(C9)
HS	<u>E com esse trecho parei para pensar nas coisas bizarras que tentamos fazer nossos alunos aprenderem... Por exemplo... Galerinha, somem $\frac{3}{22}$ com $\frac{5}{7}$... Quem é a pessoa normal que divide algo em 7 partes ou em 22 por exemplo??? (risos)... <u>As frações precisam fazer sentido na vida do aluno... E assim como todos os outros conteúdos que queremos explorar... =)</u></u>	(C9)
HS	<u>@MP, e Esse é outro ponto crucial... Quem disse que temos que fazer todos os problemas da Matemática surgirem do cotidiano??? O que acaba o tornando bizarro??? (risos)</u>	(C9)
HS	<u>Isso também é importante... Se meu aluno do Ensino Médio ainda não sabe fração eu vou simplesmente ignorar e dizer... Ahhhhh... Isso vc tinha que ter aprendido na 6ª série... Claro que não... Se eu tenho opção de fazer diferente e tentar levar esse conceito à aprendizagem... é claro que eu vou tentar e vou explorar no médio também... =)</u>	(C9)
JV	<u>podemos obter a ideia de Limites através de frações...</u>	(C9)
DG	<u>a potenciação e radiciação é uma bela aplicação de dos complexos.</u>	(C9)
NM	<u>fórmulas complicadas da trigonometria podem ser demonstradas com complexos, além de assuntos com rotação, translação... Feitos por transformação linear podem ser feitos com complexos.</u>	(C9)
NM	<u>Isso pode ser feito no ensino médio @JV. @HS isso eu faço com alunos do 5º ano.</u>	(C9)
RE	<u>Considero ser interessante o estudo dos números complexos, afinal atualmente tem muitas aplicações na biotecnologia e tem muitos alunos fazendo o PRONATEC que estudam os n. complexos nestes cursos, porém se não houver um atrativo fica sem objetivo para o tipo de alunos que temos hj.</u>	(C9)
RE	<u>As Tarefas apresentam uma abordagem que contribui e muito para a compreensão dos conceitos estudados: área, perímetro, Função, gráfico da Função, concavidade, ponto de máximo e mínimo. Destaco a importância de tratar da questão da Função discreta e da Função contínua e seu gráfico.</u>	(FD/TEi)

JV	<u>A partir do primeiro ano do ensino médio. Podemos começar com a noção de Limites a partir das dízimas periódicas e aprofundar o estudo com a fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica infinita.</u>	(E)	
NM	<u>Não estou convencido da necessidade de apresentar os conceitos de Cálculo no Ensino Médio, minha geração estudou no Ensino Médio, Limite e Derivada, mas sem maturidade para compreender o assunto.</u>	(E)	
PF	<u>Achei muito boa, desde o início do EM em doses homeopáticas e aprofundando aos poucos, acredito que dessa forma tornamos alguns conceitos matemáticos menos estáticos.</u>	(E)	
RE	<u>Acho importante, por considerar que contribui também para o ensino da Matemática no ensino médio.</u>	(E)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
DG	<u>O Geogebra pode ser um excelente aliado para a introdução do conceito de Função, atrelado ao teorema de Tales.</u>	(C1)	[T24]
DG	<u>Para mudar é preciso que a direção e os que dirigem os rumos da educação entendam que a tecnologia não se restringe somente a pesquisa na net e sim criar softs de acordo com a capacidade do pessoal da escola.</u>	(C1)	
RE	<u>Eu sempre trabalho os conteúdos partindo da resolução de problemas e com o Geogebra estimulo a investigação Matemática.</u>	(C1)	
DG	<u>Um ponto que acho importante é o professor explorar também potencialidade do Excel e Lá irá descobrir porque se deve trabalhar com a Matemática discreta, e entender sobre as Funções lógicas, pois sem elas tanto o Excel, como Winplot e o GeoGebra ficam mal aproveitados.</u>	(C1)	
ES	<u>o uso da tecnologia, vem potencializar ainda mais a aplicação dessas ideias de Klein.</u>	(C1)	
ES	<u>A variedade de conceitos e representações quando se faz uso da Informática é muito ampla.</u>	(C2)	
CA	<u>trabalho com as Funções do 1 3 2 graus no Winplot com a 8ª série, eles conseguem manipular e entender o que acontece com os coeficientes.</u>	(C2)	
CA	<u>Meus alunos estavam com muita dificuldade de visualizar as Funções, compreender o que significa período, imagem... no Geogebra construímos a Função seno, depois no mesmo a Função cossecante, e mostrar que o gráfico da cossecante podemos montar através dos valores máximos e mínimos do seno e assim observar as propriedades. Fiz com as outras Funções a mesma coisa. Na próxima semana vamos trabalhar com a manipulação dos coeficientes a, b, c e d, para verificar o comportamento do gráfico, tudo no Geogebra.</u>	(C2)	
DG	<u>@CA, a semana passada pequei um livro do 3 ano e fiz no Geogebra um gráfico mostrando a convergência a direita e a esquerda que pode ajudar assimilar este conceito.</u>	(C2)	

RE	<u>Inclusive trabalhar Tangram no Geogebra.</u>	(C3)	
AN	<u>@M1, se o software para explorar o comportamento de uma Função isso fará todo o sentido para o aluno, isso não posso afirmar, mas que, por exemplo, a movimentação gráfica auxiliará a desenvolver o saber possivelmente poderá acontecer.</u>	(C3)	
CA	<u>Acredito que para desenvolver uma boa aula com o uso de softwares, estas precisam ser bem elaborados pelo professor, pois o aluno, como é colocado no texto, fica desmotivado.</u>	(C8)	
JV	<u>Mas, com o que aprendi hoje passo a ter em mãos uma ferramenta poderosa, onde posso trabalhar com máximos e mínimos, noções delicadas na Matemática quando tratado com todas as formalidades do conteúdo cálculo e utilizarei na primeira aula com Funções que tiver. Em minha opinião contribui e muito, legal demais.”</u>	(FD/TEi)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
RE	<u>nenhuma tecnologia determina a aprendizagem!! Mas é um instrumento relevante na aprendizagem.</u>	(C1)	[T25]
DC	<u>Na verdade, as novas tecnologias têm que motivar os alunos aprenderem Matemática.</u>	(C1)	
AS	<u>Acho que além da história, o aluno quer novas mídias, novos contextos. Nem toda a matéria pode ser contextualizada, mas com toda certeza o assunto Função não é uma deles. Devemos deixar o Taxi e partir para ônibus, futebol, metro, avião, corrida, despesas domésticas... algo que interesse ao aluno. O Geogebra me ajuda bastante nisso. O Aluno gosta de ver as coisas.</u>	(C1)	
DG	<u>Para mudar é preciso que a direção e os que dirigem os rumos da educação entendam que a tecnologia não se restringe somente a pesquisa na net e sim criar softs de acordo com a capacidade do pessoal da escola. (REPETIDO – P,125)</u>	(C1)	
LB	<u>Tecnologia sem Metodologia não chega a lugar algum!</u>	(C1)	
RE	<u>Por mais que vc faça uso de uma tecnologia, não significa que fará o aluno aprender, porém é um instrumento que pode ser facilitador da aprendizagem.</u>	(C1)	
DM	<u>a tecnologia ajuda aproximar o aluno da Matemática.</u>	(C1)	
DG	<u>Sim, mas ajuda a abrir novos horizontes.</u>	(C2)	
DG	<u>Pessoal fiz um experiência quando e tava no Labin muito louca. Peguei um aluno super problema que não parava na sala, mas muito inteligente e que adorava informática. Bem o coloquei como meu monitor para sanar os bugs do labin já que era fera no assunto. Resumindo levantou sua autoestima e melhorou na sala de aula e no final do curso seus pais vieram me agradecer pelo que fiz por ele.</u>	(C3)	
DG	<u>É o caso de se pegar alunos monitores com gosto pela informática e trabalhar com eles aplicativos para os colegas.</u>	(C3)	

NM	Como professor e tio, ter uma sobrinha de apenas quatro anos, que é capaz de sozinha usar o controle remoto, e previamente memorizados os 6 canais de sua preferência da tv a cabo, assistir seus desenhos favoritos e ainda ser capaz de decorar os nomes e personagens dos desenhos, por mais estranhos que sejam esses nomes. <u>No entanto, não há garantia que essa criança, dotada de tamanha habilidade, será capaz de resolver simples questões de adição de frações. Esse quadro apresentado é comum em crianças com acesso a esses meios tecnológicos, contudo essas habilidades não se refletem na escola, no aprendizado da Matemática.</u>	(C3)
LB	<u>A professora Ana Kaleff da UFF alerta "Tecnologia sem Metodologia não funciona".</u>	(C3)
ES	<u>@M1, a questão é que esse instrumento auxilia na compreensão geométrica.</u>	(C3)
ES	<u>@M1, com o uso do software Fica mais fácil visualizar o que acontece levantar hipótese, resolver diferentes.</u>	(C3)
DG	Muito interessante as formas de ensino com as tecnologias. Por incrível que pareça é muito atual, <u>pena que os colegas ainda não se deram conta do alcance do uso das tecnologias no dia a dia do aluno.</u>	(C4)
DG	<u>E nas tecnologias a linearidade do conteúdo não pode existir. Ou quiseram facilitar aceitação da Matemática, já que a calculadora faz o cálculo.</u>	(C4)
DG	<u>Na prática a álgebra é tida como assimilável a qualquer hora. Porém hoje com a tecnologia ela esta ao alcance de todos vide caixa eletrônico.</u>	(C5)
LB	<u>@MP com relação a utilidade da Matemática, acredito necessária para boa parte das situações cotidianas, mas infelizmente nossos alunos não enxergam dessa maneira, mesmo quando trabalhamos com situações concretas, muito não têm maturidade para analisar que a Matemática está implícita no nosso dia a dia.</u>	(C5)
HS	<u>@ACI, Concordo com vc... Nem sem a tecnologia resolve td... Mas precisamos utilizar, pois a vida hj é muito mais tecnológica do que pensamos...</u>	(C8)
HS	<u>@MP, com certeza vc está certa... Nem td é tecnologia e nem td é papel e lápis... Precisamos mesclar as coisas mesmo...</u>	(C8)
AN	<u>Utilizo as TIC, após os estudantes apresentarem um certo domínio do conceito de Função Primeiramente, desenvolvo situações do cotidiano, e a partir destas começo a introduzir a parte teórica.</u>	(C8)
CA	<u>A tecnologia é uma das ferramentas para nos auxiliara nas atividades com os alunos.</u>	(C8)
AN	<u>Não sei se além das questões sociais, o avanço tecnológico trouxe praticidade, mas trouxe a preguiça e o desleixo, por parte dos estudantes. E também de alguns professores também.</u>	(C8)

RE	<u>@AN... eu acho que tem a ver com a forma como houve o acesso a informática no Brasil... antes da escola ter um computador, as famílias tiveram... e com isso a educação nesta área é tardia.</u>	(C8)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
WL	<u>pena que o norte tem muito pouco suporte para que, pelo menos nas escolas da capital, pudéssemos trabalhar um projeto piloto sobre o GEOGEBRA.</u>	(C1)	[T26]
SA	<u>lá na escola, nós tentamos, mas nada funciona.</u>	(C1)	
DG	<u>O pior é que não é só os mais velhos, pois muitas universidades e escolas não priorizam para o futuro professor um tempo maior de treinamento com o computador de forma pedagógica na escola.</u>	(C2)	
CG	<u>Adoro trabalhar com tecnologia, mas nós não falamos aqui sobre as dificuldades de laboratórios nas escolas.</u>	(C2)	
LB	<u>@CG, onde trabalho não há como utilizar o laboratório. Mas na maioria das vezes utilizo a lousa.</u>	(C2)	
CG	<u>Na minha escola, que é pública, tem um laboratório com 20 máquinas. A dificuldade é grande.</u>	(C2)	
LB	<u>Infelizmente com meus alunos fica difícil, mas em algumas aulas costumo construir utilizando meu computador em um data show.</u>	(C2)	
DG	<u>@LB, hoje o data show é uma das melhores saídas para sua aula, pois você pode ir mostrando os conteúdos conjuntamente com o aplicativo. Você abre o software e expõe no data show e dá um show de aula, pois fica mais atrativo para os alunos.</u>	(C2)	
HS	<u>Infelizmente, nossos laboratórios de informática estão sucateados... e fica quase impossível trabalhar com a turma no laboratório...</u>	(C2)	
AS	<u>@HS, uso o Data show diariamente em minha escola. Levo o meu Pc e uso a data show mais antigo. Peguei muitos trabalhos, jogos, programas e etc. É difícil carregar, montar, mas com o tempo os alunos se acostumam a esse tipo de tecnologia. Uma vez no Mês (pelo menos) os levo para o laboratório. É questão de mudança e costume. Desiste não.</u>	(C2)	
MP	<u>Hoje é possível escrever projetos para conseguir notebooks, poderíamos trabalhar na própria sala de aula.</u>	(C2)	
LS	<u>@HS, mesmo sem o laboratório é possível...</u>	(C2)	
DG	<u>Bem o uso pelos alunos já é em uma segunda etapa em que você já esta mais segura, pois o grande erro da implantação dos Labins foi achar que o professor como mediador podia ir atrás dos alunos, sem ter um devido treinamento básico.</u>	(C2)	
LS	<u>Usando só um data show é possível fazer um trabalho em conjunto.</u>	(C2)	

CG	<u>Tem um projeto do MEC, Ensino Médio Inovador, que proporciona a compra de notebooks.</u>	(C2)
HS	<u>Sim sim @LS... Eu utilizo sempre que posso o data show... Mas na minha escola é uma burocracia para utilizar... Parece que aquilo está lá só para a utilização em palestras e outras atividades que impressionam os convidados... E a aprendizagem??? Onde fica???</u>	(C2)
ES	<u>O grande problema do uso da tecnologia e a burocracia para utilizar a sala de informática.</u>	(C2)
CG	<u>O data Show é muito bom sim, mas se você associa com a construção feita pelo aluno fica melhor Concordo com @DG, quando diz que é preciso estar seguro...</u>	(C2)
HS	<u>Sim sim @LS... Eu utilizo sempre que posso o data show... Mas na minha escola é uma burocracia para utilizar... Parece que aquilo está lá só para a utilização em palestras e outras atividades que impressionam os convidados... E a aprendizagem??? Onde fica???</u>	(C2)
ES	<u>O grande problema do uso da tecnologia é a burocracia para utilizar a sala de informática.</u>	(C2)
CG	<u>O data Show é muito bom sim, mas se você associa com a construção feita pelo aluno fica melhor Concordo com @DG, quando diz que é preciso estar seguro...</u>	(C2)
HS	<u>Sem contar @LS, que montar e desmontar o data show vai tomar cerca de uns quinze minutos da aula... Nossas escolas estão precisando ter data show em todas as salas... Ou quem sabe um dia (utopia) cada aluno ter seu próprio computador para trabalhar o software e ver o que acontece quando mudamos os parâmetros, por exemplo...</u>	(C2)
LS	<u>Trabalhei em uma escola que havia 1 data show para 16 turmas no período da manhã. É bem complicado mesmo.</u>	(C2)
RE	<u>Infelizmente no que diz respeito as tecnologias computacionais as escolas estaduais do Brasil estão longe de ter esta área funcionando adequadamente; faltam laboratórios atualizados.</u>	(C2)
HS	<u>Com certeza @RE... Também compartilho do mesmo pensamento... Mas o duro é que eles são os mais antigos e acabam pegando o Ensino Médio, pois preferem trabalhar com o pessoal mais velho... E aí as nossas ideias de aplicar tecnologia associada ao conceito de Função fica para o futuro.</u>	(C2)
CA	<u>@AS, colocou algo importante, concordo. Conheço muitos professores que receberam TABLET do governo e não acham utilidade, claro apesar de algumas escolas não oferecer condições.</u>	(C2)
PF	<u>Trabalho com 1ºsem. do ensino médio, são alunos com vícios da aprovação automática, ainda estou em Função quadrática... A dificuldade é tremenda... estive a pesquisar uso de Applets. Sempre tive vontade de trabalhar, mas os recursos das escolas eram sempre limitados, agora que estão melhorando.</u>	(C2)
AN	<u>@PF, o sistema é complexo mesmo. em uma escola em que trabalho há 10 turmas e apenas um data show.</u>	(C2)

PF	<u>É "brabo" @AN, uma vez quis utilizar o data show, a direção estava usando no laboratório de informática, e o data show do laboratório estava quebrado.</u>	(C2)
RE	<u>E mesmo com a lentidão tecnológica que a escola está, estamos tentando.</u>	(C3)
DG	<u>É o caso de se pegar alunos monitores com gosto pela informática e trabalhar com eles aplicativos para os colegas</u>	(C3)
LB	<u>A escola que trabalho é de tempo Integral, e lá há a disciplina "Experiências Matemáticas", já até lecionei nesse projeto que pertence ao Instituto Airton Senna, tentamos trabalhar com softwares, mas infelizmente o sistema bloqueia os softwares como Geogebra. O planejamento é tão mal feito, que ao invés dos alunos terem as oficinas à tarde leciono Matemática.</u>	(C4)
LB	<u>@MC3, o projeto em que trabalhei chamado Game Superação, fala muito do protagonismo em sala de aula, mas é tão complicado implementar.</u>	(C4)
LB	<u>@LS, o projeto é o "GAME SUPERAÇÃO JOVEM" e o site é:</u> http://www.superacaojovem.org.br/index.asp .	(C4)
AN	<u>@LB, na minha escola trabalhamos com reciclagem e a comunidade colabora bastante, até porque é um bairro classe D e E, e como há dificuldades com o que fazer com o lixo que fica nas ruas, este projeto vem para amenizar a situação de precariedade que essas pessoas tem. Gostaria que a escola pudesse ter mais verba para investirmos em uma pequena usina de Biomassa.</u>	(C4)
LB	<u>@AN, fizemos reciclagem com óleo de cozinha usado, e utilizamos regra de três para produzirmos sabão.</u>	(C4)
DG	<u>E nas tecnologias a linearidade do conteúdo não pode existir. Ou quiseram facilitar aceitação da Matemática, já que a calculadora faz o cálculo.</u>	(C4)
DG	<u>Enquanto aqui em Gurupi na UNirg a professora da licenciatura vai no máximo 2 semestre ao labin e depois ao ser jogada na escola não sabe o que fazer diante dos computadores. Conversei com a professora que foi a presidente da fundação e ela reconheceu esta falha mas é difícil mudar.</u>	(C4)
DM	<u>Sobre a tecnologia na escola, aqui dos 70 professores só eu e outro colega usamos no ensino.</u>	(C4)
ES	<u>A tecnologia fica na zona de risco para a maioria dos professores que estão em serviço.</u>	(C8)
NM	<u>Acho que todos concordamos, com a necessidade de aperfeiçoamento por parte dos professores, para acompanhar a evolução tecnológica. Mas não estou convicto que toda essa evolução trouxe melhoria no ensino, grande parte dos softwares atuam sem espaço para reflexão, ou criatividade, partem da lógica o melhor jeito de não ensinar nada a alguém é mostrar.</u>	(C8)

ES	<u>Mesmo os professores recém-formados possuem dificuldades para o trabalho com a tecnologia. Outro ponto é que ainda hoje os cursos de Licenciatura têm avançado pouco na direção de fazer o ensino da Matemática atrelando ao uso das tecnologias.</u>	(C8)	
DM	<u>A formação que tenho é porque corri atrás, mas 95% dos meus colegas não participam.</u>	(C8)	
DM	<u>O uso das TIC aqui se limita a 2 ou 3 professores dos 76.</u>	(C8)	
PF	<u>O texto descreveu várias situações em que passei, muitas vezes ficava perdido correndo atrás do responsável pelo laboratório de informática e receoso de dar algum problema nas máquinas... isso quando os computadores não já estavam "bixados"...(risos).</u>	(C8)	
ES	<u>Em minha opinião esse uso ainda é muito tímido para não dizer insignificante. Quando se depende da rede é inviável.</u>	(C8)	
RE	<u>Eu trabalho em 2 escolas, uma municipal e outra estadual... na municipal o laboratório é um luxo... mantido com os recursos recebidos pela direção da escola que dá valor ao ambiente e facilita a manutenção... na escola estadual... os computadores são novos, porém não é um ambiente valorizado pela direção, então falta organização.</u>	(C8)	
DM	<u>Em outros os computadores só substituem a máquina de escrever.</u>	(C8)	
AN	<u>@RE, mas uma vez, como tudo que parece ser "na educação, tudo parece ser extremamente difícil de acontecer". Por que sempre na área de educação??</u>	(C8)	
AN	<u>Estou tentando construir um Laboratório de materiais manipuláveis, mas as dificuldades são imensas. Peço colaboração aos colegas, e até o presente momento, nenhum tentou me ajudar. Além disso, há a verba estadual, que na Bahia praticamente está escassa por causa de gastos com a COPA DO MUNDO.</u>	(C8)	
SA	<u>Achei ótima a Tarefa 3, trabalha vários conceitos e representações Matemáticas, certamente contribui muito para a compreensão de Funções, o maior desafio, no entanto, é como eu faço para ser um mediador, em turmas de 42 alunos, e uma sala de informática com 27 máquinas, onde só 09 (nove) funcionam?</u>	(FD/TEi)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
LB	<u>As narrativas nas aulas de Matemática são de extrema importância para a construção do conhecimento.</u>	(C1)	[T27]

DM	Procura apresentar, através dessas conexões e relações entre as representações Matemáticas, uma dinâmica em detrimento do estático como fôra até então tratada a Matemática (conteúdos estanques e sem significado). Nessa dinâmica entre as várias representações ele vê o processo funcional como mediador dessa articulação tridimensional, pois, se vê a Matemática que antes era abstrata e estática, agora de forma dinâmica e espacial ou concreta. Dessa forma o processo funcional se faz um elemento gerador de uma Matemática mais significativa e condizente com a visão que a própria Matemática carrega no dia a dia do aluno.	(FD/C1)
RE	Também considero importante o que diz no texto: Paul Halmos (<i>apud</i> Hildebrand, 2002) concebe que, a Matemática como ciência, exige de nós sujeitos pensantes, a habilidade de visualizar figuras como um fator fundamental e, que os professores deveriam ensinar a Matemática aos seus alunos fazendo uso dessa habilidade.	(C2)
RE	De acordo com o texto as representações têm um papel especial e importante na visualização dos objetos matemáticos seja essa imagem produzida por um computador ou uma imagem reproduzida no papel.	(C2)
DM	A semiótica gera em nós uma maior sensibilidade de como trabalhar o processo de abstração (terceira etapa) junto aos alunos.	(C2)
ES	Estou com uma orientanda que esta associando as representações semióticas a aprendizagem da Derivada.	(C2)
CA	Pessoal o que acham das ideias de David Tall e Shono Vinner? Entendo que elas falam em usar varias representações para compreender um conceito para depois ter uma imagem do conceito.	(C2)
DG	A visualização dado o gráfico vai permitir o aluno associar o sinal de a à concavidade da Função, coisa difícil de enxergar sem a tecnologia, conforme pude comprovar entre 1979 e 1980 quando eu não tinha acesso ao computador.	(C2)
HS	É gente... Isso é muito importante....um esquema, uma representação, eles ajudam a raciocinar e resolver o problema.	(C2)
LS	Devemos estimular os nossos alunos a representarem de forma diversa, assim como interpretar diversas formas.	(C2)
CG	Fiz uma tarefa de investigação sobre o número de diagonais de um polígono, utilizando o Geogebra. Os alunos resolveram tudo até descobriram a fórmula, mas só representaram utilizando a linguagem materna, que também é uma representação, mas não conseguiram representar algebricamente.	(C2)
ES	A variedade de conceitos e representações quando se faz uso da Informática é muito ampla.	(C2)
AN	Um dos motivos da dificuldade é a que os estudantes não fazem/conseguem realizar a mudança de domínios. Por exemplo, a resolução de uma equação do 2º grau. O resultado no domínio algébrico é simples, mas fazer essa relação para o domínio gráfico e algébrico é extremamente complexo.	(C2)

AN	A tese do prof. Luiz Márcio santos farias discute <u>essa dificuldade na mudança dos domínios. É muito interessante. Para nós professores, é bem simples, mas para os estudantes parece ser bem complexo, principalmente pelos resultados.</u>	(C2)	
AN	<u>@RE, falo isso porque apenas na graduação pude perceber que a Matemática (independente do conteúdo) é passível de resoluções em qualquer domínio, seja algébrico, numérico, geométrico e gráfico. Sendo que em alguns momentos vamos estar limitados a resoluções nos domínios, particulares, por exemplo.</u>	(C3)	
DM	Excelente aula. na pagina 2, onde são apresentadas as possíveis maneiras, seria interessante para o aluno obter uma previsão elaborando uma tabela 2x/y para observar desde cedo a figura de maior otimização. Estipularia alguns valores para x e seu correspondente y.	(FD/TEi)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
DM	<u>O problema da Matemática é crônico e não pode ser sanado apenas com GeoGebra, ou... mas uma reformulação desde o primário, já com professor de Matemática.</u>	(C1)	[T28]
RE	<u>Como trabalho com o Geogebra acho mais dinâmico do que o Winplot em relação a manipular as ferramentas.</u>	(C2)	
DG	<u>A vantagem do Winplot é no traçado de gráficos mais complexos, pois apresenta mais recursos disponíveis a serem trabalhados. Em 3D ele ainda leva vantagem sobre o Geogebra.</u>	(C2)	
RE	<u>A vantagem da janela algébrica é que nos ajuda e ao aluno a fazer comparações e verificar o que acontece graficamente e algebricamente.</u>	(C2)	
DG	<u>Eu também ultimamente, pois venho montando aplicações da geometria plana com animação e fica mais difícil no Winplot, por enquanto.</u>	(C2)	
NM	Participo do http://brilliant.org/ e com o GeoGebra dá para trabalhar bastante, principalmente em questões sobre sistema, gráficas, trigonométrica e geométrica.	(C2)	
DG	<u>Atuo como moderador do Geogebra no curso EAD da UNIJUI e sempre venho incentivando o pessoal a incrementar suas propostas o que me parece excelentes ideias para serem aplicadas com os alunos.</u>	(C2)	
AS	<u>Trabalho pouco com WinPlot... geogebra tem praticamente tudo que preciso. No linux, uso um similar ao WinPlot chamado KmPlot e uso o Kig para geometria... Porém só uso qualquer um dos dois depois do Geogebra (risos).</u>	(C2)	
CA	<u>@AS, também utilizo estes recursos, os alunos acabam acostumando e gostam bastante.</u>	(C2)	
CA	<u>Referente ao Winplot uso para trabalhar com os parâmetros a, b e c, o que acontece na parábola.</u>	(C2)	

LB	<u>Olá @CA, fiz um trabalho sobre o comportamento dos coeficiente a; b; e c e é muito interessante.</u>	(C2)	
CA	<u>trabalho com as Funções do 1 3 2 graus no Winplot com a 8ª série. eles conseguem manipular e entender o que acontece com os coeficientes.</u>	(C2)	
DG	<u>A mudança no Excel exige o uso de Função lógica, já no Geogebra é mais fácil.</u>	(C2)	
CA	<u>@AS, já construir com os alunos as tabelas e gráficos das Funções de 1º e 2º graus. bem legal, pois eles conseguem enxergar a tabela, construir, atribuir os valores.</u>	(C2)	
DG	<u>No logo você desenvolve a lateralidade e o raciocínio matemático e no GeoGebra vou ver de modo dinâmico a solução. Tem muito problema que dá para fazer nos dois.</u>	(C4)	
DS	<u>Acho que dá pra associar o ludico no Geogebra sim. Realizei uma atividade sobre o Tangran no GeoGebra.</u>	(C4)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
DG	<u>Para mudar é preciso que a direção e os que dirigem os rumos da educação entendam que a tecnologia não se restringe somente a pesquisa na net e sim criar softs de acordo com a capacidade do pessoal da escola.</u>	(C1)	[T29]
DG	<u>Um belo treino é pegar o livro texto de física e tentar fazer animações dos movimentos, já fiz é muito gratificante.</u>	(C2)	
CA	<u>Eu acredito que a tecnologia modifica a aprendizagem, a escola, o currículo, o 'PPP', os agentes envolvidos, e aliar a tecnologia (uso de data show, softwares...) é um caminho que auxilia no trabalho, claro de forma pedagógica.</u>	(C2)	
LS	<u>Sim. Como eu disse antes, não adianta só colocar a tecnologia em sala de aula. Tem que articular o conhecimento e ser crítico no que recebe até mesmo no conteúdo. Mas eu não vejo divulgação do repositório.</u>	(C2)	
RE	<u>Concordo com vc @DG, mesmo porque ser mediador requer do professor uma mudança de postura.</u>	(C2)	
HS	<u>Com certeza @RE... Também compartilho do mesmo pensamento... Mas o duro é que eles são os mais antigos e acabam pegando o Ensino Médio, pois preferem trabalhar com o pessoal mais velho... E aí as nossas ideias de aplicar tecnologia associada ao conceito de Função fica para o futuro.</u>	(C2)	
RE	<u>@HS concordo com a sua fala, mas também acho que estes professores a quem vc se referem não querem sair do papel que prestam a tantos anos e fazer uso da tecnologia computacional requer mudança de atitude, postura do professor e do aluno também, requer que prepare suas aulas com mais cuidado do que ele está acostumado.</u>	(C2)	

ES	<u>Acho q não e só comodismo, o professor foi criado numa sociedade que ele não tem o direito de errar. E o uso da tecnologia pode possibilitar discussões diversas.</u>	(C2)	
RE	<u>@HS te digo que há professores das antigas que querem melhorar sempre e estão no ensino médio: eu sou uma, graças a Deus!!.</u>	(C2)	
DG	<u>Pessoal na UNIJUI há um laboratório virtual criado por alunos e professores com mais de 250 aplicativos prontos para serem trabalhados e foram construídos dentro do grau de aprendizagem de cada um vale a pena conferir. Agora a utilização efetiva passa por uma mudança de postura de quem dirige e entenda que ao uso da tecnologia e uma necessidade e não um modismo para embelezar a escola.</u>	(C2)	
DG	<u>Sim @DM, mas as autoridades precisam tratar com mais carinho a educação e dar condições reais aos professores. Se a gente começar a criar polos a partir das delegacias regionais para se criar e estimular realmente o uso das tecnologias e não um faz de conta poderemos pensar em mudar essa realidade.</u>	(C4)	
ES	<u>Pessoal, acredito que um ponto muito importante ressaltado no texto são as problemáticas "evidenciadas" na escola para o uso das tecnologias.</u>	(C8)	
CA	<u>O texto traz algo muito real que é a mudança da postura do professor, sair de sua zona de conforto, pois para elaborar uma aula significativa é necessário professor mudar a postura e tempo para formular as atividades.</u>	(C8)	
CA	<u>O professor precisa de formação continuada e tempo para mudar esta postura, além de vontade.</u>	(C8)	
RE	<u>O Uso das TICs é muito importante sim.. dá muita diferença em determinados assuntos, mas na situação atual vejo que a motivação tem que estar no professor que tem que encarar a realidade das escolas públicas com os problemas que tem e mesmo assim fazer uso, consciente de que seu papel será diferente do que em outro ambiente, ciente de que tem que incentivar o aluno neste ambiente também.</u>	(C8)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
AN	<u>@M1, o pior é que, às vezes, a coordenação/direção é a favor do estudante. E aí complica porque o professor fica sem autonomia.</u>	(C2)	[T30]
LS	<u>Não é dada a liberdade ao professor dentro da sua própria sala de aula. Não é uma contradição?</u>	(C2)	
LS	<u>Mas assim, não basta colocar a tecnologia na sala de aula, tem que promover meios para que ela aconteça. O Banco Internacional de Objetos Educacionais, o BIOE é um repositório financiado pelo MEC e eu não vejo divulgação nas escolas. Ele possui muito material para nos ajudar!</u>	(C2)	
DG	<u>Dai a necessidade de se criar espaço comunitário para se socializar o conhecimento sem medo de ser feliz pois só se aprenda na troca de ideias e isto a tecnologia nos permite.</u>	(C2)	

DG	O professor Alexandre me enviou um endereço de um logo gráfico onde tinha muitas Funções que pude refazer no logo gráfico há uns 8 anos atrás e ali pude aprender muito, mas os colegas daqui não se interessaram. Professora o que me deixa triste é me sentir no meio de um deserto com um Ferrari na mão, pois <u>não existe uma cultura de pesquisa em nível do ensino médio, o que inviabiliza qualquer pesquisa.</u>	(C4)
DG	<u>Me baseio pelo meu estado, pois não há muito interesse em apoiar estas pesquisas, pois acham que não leva a lugar nenhum, quando na verdade é o contrário.</u>	(C4)
CG	<u>As cobranças são muitas, mas a infraestrutura é pobre.</u>	(C4)
PF	Caramba... tá difícil... <u>Temos que fazer o máximo pra chamar a atenção do aluno... e não temos apoio necessário: condições de trabalho, numero excessivo de alunos em sala.. (nem falei do salário!!)</u>	(C7)
RE	<u>@PF... Descobri neste ano em meu projeto que não precisamos fazer o máximo... Precisamos modificar nosso papel.. e variar nossas aulas para sair da rotina... E olha que quando isso acontece eles reclama... Mas, depois se adaptam e mostram o quanto foi diferente e gostoso.</u>	(C7)
HS	<u>@ACI... Concordo com vc, quando diz que nossas aulas precisam ter impacto na vida do aluno e realmente a cada ano que se inicia fico com essa pulga atrás da orelha... O que fazer para estimular os meus alunos a trabalhar com a Matemática??? Infelizmente, não encontro resposta para essas minha indagações... E acabo voltando a trabalhar algumas coisas no processo tradicional de ensino...</u>	(C7)
LV	Muitas vezes @HS, <u>me sinto como você. Busco, corro atrás e muitas vezes não consigo achar algo interessante ou pratico para trabalhar alguns conteúdos do Ensino Medio.</u>	(C7)
CA	<u>Depende dos objetivos que a escola quer atingir, por exemplo, trabalho em uma escola particular que usa um sistema de ensino voltado para o Enem e vestibular, e os alunos querem exercicios, muitos para treinar.</u>	(C7)
AN	<u>A administração da escola é essencial para que essas mudanças possam ocorrer. Por exemplo, uma estudantes desacatou um professor ontem e hoje já nos reunimos para implementar um tópico nas leis internas da escola, para que o professor tenha um reforço jurídico sobre isso.</u>	(C7)

DG	Um maneira é dividir em grupo de 5(cinco) no Labin (laboratório) e cada turma montar o gráfico e a lógica de resolução. Em sala usar o data show onde cada grupo será avaliado pela apresentação, conteúdo ministrado, participação obrigatória de cada membro na exposição. A participação de cada membro deve ser obrigatória, a fim de que não haja encosto dos mais "malas" que só querem a nota e, é um modo da turma pesquisar e apresentar o conteúdo. No CEM Arizinho em 2000 fizemos muitos projetos deste modo e os alunos adoraram.” “Essas Tarefas são excelentes devido às correlações entre as representações. <u>Mas, com a minha experiência particular meus alunos estão defasados para poderem acompanhar essa aula e até interagir com o conteúdo. A dinâmica oferecida pelo software é bastante interessante, mas ao abordar esses temas o aluno percebe a falta de bagagem para melhor acompanhar.</u>	(FD/TEi)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
LB	<u>Aprendi muito com o uso dos softwares.</u>	(C2)	[T31]
RE	<u>Concordo que o estudo da álgebra comece muito cedo e daí temos um problema em relação a isto, pois dependemos da alfabetização Matemática e temos a situação de que a maioria do alfabetizadores brasileiros não são bons em Matemática, mas alfabetizam e isso compromete todo o desenvolvimento do aluno na Matemática.</u>	(C2)	
LV	<u>Algo importante que devemos pensar, ninguém ensina o que não sabe...deste modo, acredito que o problema não são os alunos, mas sim os professores, desde a alfabetização Matemática...</u>	(C2)	
RE	<u>Realmente @LV, ninguém ensina o que não sabe.</u>	(C2)	
DM	<u>mas as vezes sabemos e não ensinamos. Por isso o pior não é não saber, mas quando sabe e não pode colocar em prática?!</u>	(C2)	
HS	<u>Também penso que será necessária a formação sim... Pois muitos professores (um pouco mais antigos) que não tem tanta familiaridade com o computador, não quer nem saber de utilizar as ferramentas que o mesmo disponibiliza...</u>	(C2)	
RE	<u>Difícil despertar no professor alfabetizador a consciência de que não está só repassando conteúdo, ensinando a fazer continhas.</u>	(C2)	
DG	<u>Um item sobre Função que achei trabalhosos para repassar aos alunos foi a Função trigonométrica, pois no círculo trigonométrico a gente fica perdido para entender o conceito.</u>	(C3)	
LB	<u>Fiz um curso sobre a utilização das Novas Tecnologias no Ensino de Matemática na UFF, e percebi que as novas tecnologias promovem realmente o ensino, mas temos que saber como utilizar.</u>	(C3)	
JV	<u>As vezes me incomodo com pequenas coisas por exemplo no texto a palavra mediador - “Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos” (PCN’s p.36).</u>	(C3)	

LS	<u>Sempre questioneei isso, Humberto. A Matemática das licenciaturas deveriam se voltar para o conhecimento do professor.</u>	(C5)
AN	<u>@HC5, infelizmente, na academia onde estudei havia, na época, preferência pelo procedimental em decorrência do conceitual.</u>	(C5)
RE	<u>Um curso de análise voltado para o ensino básico acho que ajudaria e muito os professores que tem interesse em trabalhar com a educação básica.</u>	(C5)
AN	<u>Isso reflete bastante na formação do educador, licenciado em Matemática.</u>	(C5)
AN	<u>@RE, Geraldo Ávila, in memórian, tem um livro bem interessante: Análise Matemática para licenciaturas.</u>	(C5)
RE	<u>@ACI.. Também isso acontece... “Existem profissionais que têm medo de perder o domínio e acho que se sentem seguros em deterem o conhecimento”.</u>	(C7)
DM	<u>Falta a dialética de Sócrates nas aulas, interessante.</u>	(C7)
RE	<u>@ACI eu penso que em algum momento do desenvolvimento escolar o aluno perde a criticidade por conta do grupo de professores com os quais eles estudam.... Digo isto, pois o número de professores em início de carreira atualmente em minha região é grande e estes demonstram baixa criticidade e reflexão e acho que isto interfere na geração.</u>	(C7)
HS	<u>Gente... Acho que temos problemas de todos os lados sabe... Problemas com alunos, mas também problemas com professores... Essa semana mesmo uma professora lá da escola me perguntou... Guto, dois triângulos são semelhantes se os ângulos internos são iguais né??? Aí eu disse sim... Aí ela me respondeu... Então o primeiro não é semelhante, pq em um triângulo aparecem os ângulos 55° e 80° e no outro 45° e 55°... Aí fiquei pensando... Meu Deus... Coitadinhos desses alunos..</u>	(C7)
CA	<u>@HS, muito do analfabetismo matemático dos alunos está no professor...</u>	(C7)
NM	<u>O livro não faz menção ao analfabetismo em Matemática dos alunos. Vale para todos. Inclusive professor de Matemática. Uma leitura cuidadosa, pode nos mostrar o quanto ignoramos da Matemática.</u>	(C7)
ES	<u>O autor aborda a necessidade de preparação do professor e concordo plenamente com ele, mas é preciso evidenciar a necessidade de uma preparação com base no conhecimento matemático, mas sem deixar de fora o pedagógico.</u>	(C7)

NM	O texto é extenso, muito interessante, um raio X do nosso sistema de ensino. Uma conclusão interessante do autor da pesquisa <u>Sempre há uma resposta a uma questão Matemática e o professor a conhece.</u> Deve-se sempre dar uma resposta que eventualmente será corrigida; Para resolver um problema é preciso encontrar os dados no seu enunciado. Nele devem constar todos os dados necessários e não deve haver nada de supérfluo; Em Matemática resolve-se um problema efetuando-se operação. A tarefa é encontrar a boa operação e efetuá-la corretamente. Certas palavras-chave contidas no enunciado permitem que se adivinhe qual é ela; Os números são simples e as soluções também devem ser simples, senão, é possível que se engane; as questões colocadas não têm, em geral, nenhuma relação com a realidade cotidiana mesmo que pareçam ter, graças a um habilidoso disfarce.	(C7)	
RE	<u>Infelizmente a maioria dos alfabetizadores não sabem Matemática e tem que alfabetizar... mais tarde os professores de Matemática não querem alfabetizar, mas se esquecem que são alfabetizadores.</u>	(C9)	
LV	<u>@RE, vc sugere que a “culpa” é dos pedagogos??desenvolvi uma pesquisa com professores de Matemática do ensino médio e fundamental de seis escolas públicas de Cuiabá... e a maioria dos entrevistados alegaram que a culpa dos alunos não saberem era dos pedagogos...ai nos perguntamos..e os professores de Matemática do fundamental, pq não deram conta de ensinar se julgam "superiores" aos pedagogos não é?? É complicado... O que temos que fazer é tentar resolver os problemas e não encontrar culpados não é...</u>	(C9)	
RE	<u>Eu concordo @LV. Acho que o que um professor não conseguiu superar o outro ao perceber deve suprir, antes que seja tarde, porém é importante saber onde está a falha e a falha está na alfabetização... alunos bem alfabetizados tem mais facilidade nos Ens. Médio e sei disso pois trabalho com a alfabetização e com o Ens. Médio.</u>	(C9)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
AS	<u>Acho que alem da história, o aluno quer novas mídias, novos contextos. Nem toda a matéria pode ser contextualizada, mas com toda certeza o assunto Função não é uma deles. Devemos deixar o Taxi e partir para ônibus, futebol, metro, avião, corrida, despesas domesticas... algo que interesse ao aluno. O Geogebra me ajuda bastante nisso. O Aluno gosta de ver as coisas.</u>	(C1)	[T32]
NM	<u>@MI, pensava como você, trabalhei com uma turma durante 6 meses nesse modelo, fazer o aluno pensar, resultado bom foi que publiquei dois livros fruto do trabalho pensar não dói, mas os alunos, continuaram na mesma, nas teve melhora, tive mais participação, mais interesse, mas o aproveitamento igual ao de sempre.</u>	(C2)	
DG	<u>Não que eles se fecham, é que não entendem nossa linguagem. Um exemplo funcional foi o mostrado no seriado malhação onde o professor fazia um passeio com os alunos pelo conhecimento desafiando todos a se integrarem no assunto tornando a aula mais divertida e participativa.</u>	(C3)	

RE	<u>Eu concordo Caroline, porém vejo há anos profissionais tentando de tudo e mesmo assim os alunos desta geração não se sentem motivados, acredito que na realidade precisamos repensar sempre nosso trabalho, buscarmos maneiras que possam nos ajudar, porém os alunos também devem se adaptar ao trabalho do professor.. senão só o professor busca mudança, o aluno fica sendo sempre o centro das atenções... se aproveita disso e não muda.</u>	(C3)
LV	<u>Concordo com vc @RE...é muito difícil motivar os alunos, muitas vezes planejamos, buscamos atividades significativas, recursos tecnológicos e nem sempre temos o retorno esperado...mas, acredito que devemos fazer a nossa parte, consciência tranquila de que buscam fazer sempre o melhor...</u>	(C3)
RE	<u>Pois é, ACI!! E aí pensei... se querem conhecimento, por que no Ensino Médio eles se fecham para o conhecimento, como me parece?</u>	(C3)
CA	<u>Li um artigo sobre a educação do século XXI, temos alunos nascidos na velocidade e queremos lecionar da mesma forma como no século passado, como os colegas pontuam aqui, precisamos instigar os alunos, tornar o conteúdo atrativo, pois teremos o que já temos alunos desmotivados, que não veem sentido em determinado conteúdo.</u>	(C3)
LB	<u>Quanto ao texto, achei muito interessante, mas eu sempre me pergunto. Legal mostrarmos ao aluno que a Matemática é importante, e levar a ele ideias de como entender a Matemática vista a partir do concreto.</u>	(C4)
CA	<u>O texto coloca que alguns professores acreditam que repetir exercícios ajuda na aprendizagem, eu concordo, é como dirigir, só vai aprender dirigindo e melhorando na prática.</u>	(C4)
CA	<u>Acho interessante a modelagem, mas precisa seguir determinados passos, conhecer melhor os alunos...</u>	(C4)
NM	<u>@MC3, claro que sim, mas vem muito disfarçado, proponho questões que despertem o interesse dos alunos que os mesmos se sintam desafiados, os alunos são capazes, mas precisam ser motivados. Não consigo fazer isso ensinando a calcular intensidade de terremoto com logaritmo.</u>	(C4)
RE	<u>Por isso @DS, que considero difícil escolhermos uma metodologia para conquistar alunos, acredito que tenhamos que escolhermos uma metodologia com a qual nos identificamos e acreditamos.</u>	(C4)
LS	<u>Todo erro que poderia ser resolvido com uma reflexão do próprio aluno sobre sua resposta, me leva a crer que nós não "treinamos" nossos alunos para isso. Em relação à infinitas retas passando por 2 pontos, ele simplesmente decorou uma definição e trocou.</u>	(C7)
DM	<u>Estou com vc @RE. Mas cabe a nos instigar o dialogo até que aprendam a dialogar.</u>	(C7)

RE	<u>@CA, algo os surpreende sim... Mas, temos que descobrir... Uma aluna minha em relato sobre o projeto que desenvolvi com o Geogebra neste ano, disse que gostou do fato das aulas terem saído do foco do professor sempre ficar tentando fazer o aluno entender com tantas teorias.</u>	(C7)	
DM	Nesse caso @HS, é bom parar a matem e conversar sobre alguma preocupação da vida deles, e tentar ajuda.	(C7)	
HS	<u>E o que me faz mais refletir ao ler esse texto é pensar... O que será que estou tentando fazer meus alunos aprenderem de qualquer assunto... E o que realmente tem sentido a ele???</u>	(C9)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
AS	<u>Meu aluno quer ficar próximo da Matemática, é com a história que ganhamos isso.</u>	(C1)	[T33]
LB	<u>Utilizo muito a história da Matemática, pois fundamenta todo o conteúdo, mostrando ao aluno o "por quê" e o "para quê" aprender tais conteúdo.</u>	(C1)	
LV	<u>Concordo, a história da Matemática é um excelente recurso a ser utilizado nas aulas de Matemática. Os alunos precisam compreender que o conhecimento matemático foi construído com o objetivo de resolver problemas e não "inventado".</u>	(C1)	
RE	<u>Concordo com você @AS!! mas ainda não me dou bem trabalhando história da Matemática, embora tenham muitos sites interessantes sobre o assunto e que nos ajudam.</u>	(C1)	
LB	<u>Realmente @MP, pois a efetivação do conhecimento se dá através da construção do sujeito durante as aulas.</u>	(C2)	
AN	<u>A minha preocupação sobre Funções, inicialmente, é o contexto histórico. Posteriormente, trabalhar o conceito é fundamental para a compreensão dos estudantes. Em seguida, propor aos estudantes situações interessantes para que eles possam agir como pesquisadores, agindo, formulando, refutando, reformulando e validando suas estratégias, confirmando a apropriação desse saber.</u>	(C3)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
AN	<u>Concordo com @DS. Muitos estudantes estão "viciados" em fazer qualquer atividade somente através de recompensas.</u>	(C4)	[T34]
DS	<u>mas não é só culpa nossa, dos professores, faça isso que te dou isso. É dos pais também que ensinam assim.</u>	(C4)	
DM	<u>essa é a cultura dentro da escola imposta pelo sistema e por nos Tb.</u>	(C4)	
NM	<u>@DS meus alunos não querem nem saber de ponto, prá convencer o povo a estudar ou levo chocolate ou compro lanche para alguns.</u>	(C4)	
LB	<u>@NM, eu também faço competições. Vou doar neste bimestre uma coleção completa de livros didáticos de Matemática para o melhor aluno.</u>	(C4)	

AN	<u>@MP, infelizmente, digo que também faço isso em algumas oportunidades. Caso contrário apenas de 5 a 10% fazem as atividades.</u>	(C4)	
LB	<u>@NM, eu tenho mais ou menos uns 6 (seis) alunos que estão firmes na competição, em uma sala de 34, acho ser uma vitória.</u>	(C4)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
CA	Idem, <u>mas acredito também ser uma questão familiar... e falta de vontade, como colocaste.</u>	(C3)	[T35]
LB	<u>@DS precisamos que a família se empenhe mais, pois a educação dos filhos está completamente terceirizada.</u>	(C4)	
DM	<u>A família está em extinção, que fazer.</u>	(C4)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
DG	<u>@AS, uma coisa que me chateia é o fato de que quem dirige achar que a informática é simples e bela de se trabalhar, quando na verdade exige vontade de fazer acontecer, pessoal da humana e da exata em cada labin e política voltada para realmente fazer acontecer e não só um faz de conta.</u>	(C2)	[T36]
DG	<u>Aqui no Tocantins eu participei a toda da primeira fase do Proinfo e fizemos belos projetos, mas depois por ingerência política e vaidades o projeto acabou e agora para se levantar através do PROUCA esta difícil pois nos labins não ha mais os multiplicadores de exata e de humanas Como então ir adiante. Se a direção não se dispuser a criar meios para o labin funcionar não ha teoria pedagógica que funcione.</u>	(C2)	
LS	<u>Mas assim, não basta colocar a tecnologia na sala de aula, tem que promover meios para que ela aconteça. O Banco Internacional de Objetos Educacionais, o BIOE é um repositório financiado pelo MEC e eu não vejo divulgação nas escolas. Ele possui muito material para nos ajudar!</u>	(C2)	
DG	<u>Pessoal na UNIJUI há um laboratório virtual criado por alunos e professores com mais de 250 aplicativos prontos para serem trabalhados e foram construídos dentro do grau de aprendizagem de cada um vale a pena conferir. Agora a utilização efetiva passa por uma mudança de postura de quem dirige e entenda que ao uso da tecnologia e uma necessidade e não um modismo para embelezar a escola.</u>	(C2)	
CA	<u>@MI o sistema funciona assim, pode não ser focada só nos vestibulares e as outras avaliações externas do governo.</u>	(C2)	
RE	<u>@MI, eu acho que em muitas escolas o foco é o vestibular e em escolas públicas vejo que isso acontece e entendo que querem mostrar ao aluno pra que devem estudar... como se fosse apenas pra isso.</u>	(C2)	
CA	<u>Precisa mudar o sistema.</u>	(C2)	

RE	E o pior é a cobrança, até mesmo por conta das provas do governo.	(C2)
RE	Aqui no Paraná temos as provas da SAEP e agora estão nos cobrando que paremos os conteúdos e demos cursinho para a prova, pois os alunos foram classificados abaixo do básico em Matemática no ano passado.	(C2)
LB	Fui a um curso sobre a OBMEP, e uma vez no estado vi a preocupação dos nossos superiores a diretoria de ensino com os bons, mas na prática não é assim.	(C3)
HS	Tá complicado... Eu penso que enquanto os governantes não se decidirem o que será feito pela educação, não encontraremos saída... A cada governador que entra uma nova política educacional é proposta... Ou seja, a cada 4 anos temos que nos virar nos 30 e começar tudo de novo.	(C4)
LB	Infelizmente somos cobrados pelo sistema, através de avaliações externas que norteiam o currículo. Muitos dos nossos superiores querem ganhar "BONUS"!!!!	(C4)
CG	Hoje estava conversando com os alunos sobre a proposta do MEC do Ensino Integral nas escolas. Querem imitar os EUA, mas não possuem estrutura para isso. Na minha escola tem o Ensino Médio Inovador, e os alunos ficam extremamente cansados no turno da tarde.	(C4)
RE	Aqui em Londrina o Ens. Médio Inovador está sendo assumido pelas escolas apenas para o período noturno.	(C4)
LB	A escola que trabalho é de tempo integral, e lá há a disciplina "Experiências Matemáticas", já até lecionei nesse projeto que pertence ao Instituto Airton Senna, tentamos trabalhar com softwares, mas infelizmente o sistema bloqueia os softwares como Geogebra. O planejamento é tão mal feito, que ao invés dos alunos terem as oficinas à tarde leciono Matemática.	(C4)
AS	@CG, para nós aqui no sul, é o mais educação, e dá resultado.	(C4)
CG	@LB, no Mais Educação não é professor que trabalha com o aluno. O mais educação é um projeto que não pode utilizar professor, aqui na Bahia eles usam sempre estudantes.	(C4)
AS	Mas aqui, tem que ser professor!	(C4)
CG	Aqui não é assim @LB. Segundo a SEC, pela proposta do MEC, deve ser alguém da comunidade para desenvolver atividades diferentes, mas geralmente se trabalha com estudantes das universidades.	(C4)
LB	Acredito que a questão cultural é um problema também muito sério.	(C4)
DS	Acho que o problema no Brasil é maior, é político, cultural e histórico.	(C4)
LB	Infelizmente vivemos um momento delicado em nosso país, onde não oferecemos dignidade ao ser humano, e sim esmolas, para que haja a massificação da pobreza e principalmente da cultura.	(C4)

RE	<u>Temos vontade em melhorar a Educação... projetos nos são ofertados, mas ao mesmo tempo não somos apoiados e vontade da sociedade em querer a melhora.</u>	(C4)
LS	<u>alguns projetos com apoio da UFRJ, como o PIBID utilizam licenciados como tutores de turmas de oficinas, mas eles são coordenados por professores. Acho o projeto bom.</u>	(C4)
LB	<u>Percebo que aqui no Brasil a educação não acontece nas escolas públicas porque o governo não permite. O que falta aqui é vontade política.</u>	(C4)
DS	<u>E por aqui a política não contribui e as nossas condições de trabalho continuam precárias.</u>	(C4)
DM	<u>seria política ou cultura??</u>	(C4)
SA	<u>Cultura.</u>	(C4)
LS	<u>temos que tirar essa ideia do igual. O Brasil tem mania de importar. Traz de lá, coloca e sempre dá... ERRADO! RS.</u>	(C4)
DG	<u>Sim @DM, mas as autoridades precisam tratar com mais carinho a educação e dar condições reais aos professores. Se a gente começar a criar polos a partir das delegacias regionais para se criar e estimular realmente o uso das tecnologias e não um faz de conta poderemos pensar em mudar essa realidade.</u>	(C4)
CA	<u>Depende dos objetivos que a escola quer atingir, por exemplo, trabalho em uma escola particular que usa um sistema de ensino voltado para o Enem e vestibular, e os alunos querem exercícios, muitos para treinar.</u>	(C7)
HS	<u>@LV e @ACI... Penso que o Brasil tem mesmo que mudar o sistema de ensino... Mas quem somos nós para enfiar isso na cabeça deles... Precisamos de alguém com influência lá dentro da Secretaria de Educação para começar a fomentar isso...</u>	(C7)
CA	<u>Acho que no Brasil, a educação por enquanto não é prioridade, nosso país ainda é muito novo, temos uma história por traz disso...acredito que começa lá com a família portuguesa.</u>	(C7)
ES	<u>@MRI e @MP, acredito que não devemos desistir. Devemos ir trabalhando no sentido de possibilitar as condições de uso das tecnologias na escola. Para isso, é necessário o foco em diferentes frentes: a formação do professor; as políticas públicas; a quantidade de máquinas e laboratórios nas escolas e...</u>	(C8)
DM	<u>Alguém saberia dizer porque esse sistema único no Brasil foi instalado.</u>	(C8)
SA	<u>Aqui no sul então, no novo modelo, é totalmente excludente.</u>	(C8)
PF	<u>O jovem de hoje não tem perspectivas, assim como os jovens de outros países desenvolvidos... mas a estrutura de alguns desses países estão anos luz a nossa frente.</u>	(C8)

HS	<u>@DM, foi inspirado no modelo de escola única dos Estados Unidos... A "única" diferença é que lá os alunos escolhem as áreas que irão estudar... E aqui não... TRAGÉDIA....</u>	(C8)	
HS	<u>@ACI, como o texto mesmo diz... Os PCN's não nos dizem o que trabalhar no médio... E aí cada um trabalha o que acha melhor...</u>	(C8)	
ES	<u>Precisamos tomar o PCN como uma orientação e precisamos lembrar que temos diferentes tipos de Brasil, dentro de um mesmo Brasil. Talvez as críticas sejam grandes para o PCN,mas não ter nada é pior. Contudo, já passou do tempo de se fazer uma revisão nesse documento.</u>	(C8)	
RE	<u>@JV, acho que é um investimento que o governo quer, está fazendo com que muitos alunos daqui estejam indo super bem lá e reprovando Ens. Médio: são excelentes alunos no PRONATEC e péssimos na escola comum, motivo? Segundo dizem é porque tem que tirar a média acima de 7 se não perdem a bolsa.</u>	(C9)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
RE	<u>Estamos diante de uma geração, que muito embora seja muito inteligente, por outro lado parece não saber o que fazer com tanto conhecimento com os quais têm acesso a toda e qualquer hora... as vezes parece que nenhuma metodologia os atinge, por outro lado parecem carentes de uma metodologia que os façam querer aprender.. Quando mudamos o modo de trabalhar parecem que não querem mudança... Mesmo assim é preciso acreditar na metodologia que escolhermos e enfrentarmos os desafios que surgem durante o desenvolvimento deste.</u>	(C4)	[T37]
CA	<u>Eu acredito que os alunos possuem muitas informações, mas não conhecimento, pois os estudantes e nós mesmos passamos os conteúdos e não chegamos a saborear.</u>	(C4)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
LB	<u>Vejo que muitos pesquisadores nunca tiveram contato com a sala de aula e por isso defender ideais, como a da progressão continuada, dizendo que o povo tem o direito de aprender e no final ninguém aprende nada.</u>	(C2)	[T38]
AN	<u>@ACI, há alguns pesquisadores que já trabalham nessa linha, pois há pesquisadores que enfocam as TIC, mas não desenvolvem o COMO FAZER na prática do professor a inserção dessa tecnologia.</u>	(C3)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do <i>Corpus</i> da Pesquisa	Unidade de Registro
DG	<u>Certo @RE, mas se a gente não se unir em prol "de desenvolvimento" unidos num só ideia não vai dar certo.</u>	(C4)	[T39]
DS	<u>As iniciativas na educação os resultados são a longo prazo. As mudanças que fazemos hoje... nossos bisnetos é que sentirão.</u>	(C4)	

LV	Concordo com o @HS.Particularmente gosto da definição Duarte (1986) e que escrevi em minha dissertação: O autor ressalta que essa conexão entre a Matemática e as necessidades sociais é legitimamente importante e tem sido destacada por diversos autores. Porém, não se pode perder de vista que o principal objetivo da atividade dos educadores matemáticos é o ensino dessa disciplina, pois às vezes o ensino do conhecimento matemático propriamente dito, ou seja, da Matemática formativa, que inicialmente não é diretamente aplicável, mas que auxilia na construção das estruturas cognitivas que também serão utilizadas em outras áreas do conhecimento acaba sendo deixado em segundo plano.	(C5)	
LV	Explicar para os alunos a importância da Matemática formativa é extremamente importante, eles precisam compreender...	(C5)	
PP	Unidade de Contexto	Elementos do Corpus da Pesquisa	Unidade de Registro
DG	Pessoal a gente pode montar um blog e trabalhar de forma similar, onde iremos postar o plano de aula com a proposta a ser usada no Winplot. Será uma bela socialização de aprendizagem e troca de experiência.	(C2)	[T40]
DG	Tenho um baner digital sobre trigonometria feito no Geogebra a pedi o de uma professora do Arizinho aqui de Gurupi, que poderei disponibilizar ao pessoal.	(C2)	
DG	@MP Porque não aproveitarmos o fórum para fazer esta socialização de conhecimento na aplicação do softwares pois muitas ideias iriam se juntar e dar um excelente aprendizado coletivo.	(C2)	
DG	Dai a necessidade de se criar espaço comunitário para se socializar o conhecimento sem medo de ser feliz pois só se aprenda na troca de ideias e isto a tecnologia nos permite.	(C2)	
CA	Quero compartilhar uma experiência que fiz com minha turma esta semana: separei meninos e meninas e pedi para que as meninas fossem até os meninos e formassem um par, a partir daí comecei a explorar um pouco mais de Função e aspectos do dia a dia.	(C3)	
CA	@ES comecei com os problemas, resoluções de temperatura, gasto de calorias, exemplos e depois fomos para o pátio, como eles tem o conceito de par ordenado na 7 série, esta semana comecei a trabalhar com a batalha naval, só depois falo das outras representações de Funções, adoraram, não esquecem mais, principalmente quando os meninos sobram de uma lado.	(C3)	
AN	Fiz um trabalho que achei interessante sobre um preço de um determinado produto (alimentício) que os estudantes não poderiam ficar sem consumir. Como recorte, finalizamos o trabalho com uma otimização sobre o custo desse produto e em qual local ele deveria ser consumido. Então a cada aula havia mais dados, mas as variáveis foram seguindo certas regras para não deixar o trabalho muito.	(C3)	

RE	<u>Um problema que pode ser interessante é trabalhar a desvalorização de um veículo novo. Algumas marcas desvalorizam de 20% a 35% em dois anos.</u>	(C3)
LV	<u>@RE, o livro Dante traz alguns exercícios sobre depreciação, hoje mesmo fiz essa relação com o preço dos automóveis em sala de aula.</u>	(C3)
LB	<u>Com relação a Função, tenho um método de iniciar a potenciação, base 2 com o 6º ano, através da dobradura de uma folha, e dá para concretizar com a Função exponencial.</u>	(C3)
DG	<u>Um livro chamado as ideias da álgebra publicado pela sociedade americana de Matemática e reproduzido pela atual editora faz um belo estudo sobre a aprendizagem de Função com alunos do ensino médio americano. Serviu de base para uma monografia que fiz sobre o Excel.</u>	(C3)
SA	<u>Leiam o livro inteligência artificial e entendam o que a internet esta fazendo com o cérebro dos nossos alunos.</u>	(C3)
LB	<u>No CDME da UFF tem um trabalho bacana com tangran:</u> <u>http://www.uff.br/cdme/#experimentos.</u>	(C3)
AN	<u>Outro livro para a leitura e analise de conceitos:</u> <u>http://loja.sbm.org.br/DetProduto.aspx?id=190.</u>	(C3)
CA	<u>Mas, as ideias colocadas aqui servem de suporte para enriquecer nossas aulas.</u>	(C3)
RE	<u>Concordo @DG e infelizmente considero a classe de professores desunida em relação a isto.</u>	(C4)
NM	<u>@ MP, Fiquei muito feliz por vc ter aberto esse espaço para discutir o texto, que bom que ele causou indignação.</u>	(C5)
NM	<u>Ele deixa claro que o professor de Matemática é um péssimo vendedor, que consegue depreciar o seu produto.</u>	(C5)
PF	<u>De quão se precisa de Matemática nas profissões e por isso o ensino de Matemática é descartável.</u>	(C5)
NM	<u>O pensamento da maioria dos professores Academia Americana de Ciências, 1991) vemos que: “Mito: Quase todas as ocupações exigem um pouquinho de Matemática. “Realidade: A verdade é o oposto disso.”.</u>	(C5)
JV	<u>Para que serve Matemática?? já ouvi de um professor que para ele era para ganhar dinheiro...</u>	(C6)
LS	<u>Tem um artigo do IM chamado "O infinito tem tamanho?" Acho bem interessante.</u> <u>http://www.im.uff.br/~risk/diversos/tamanho.html.</u>	(C6)
SA	<u>Estou realizando as atividades que recebi no curso para tentar utiliza-las com os meus alunos do 1ºano do médio.</u>	(E)

Elaborada pela Pesquisadora, baseada nos dados da Pesquisa.

Tendo em vista as Tabelas 19 e 20, ressaltamos que, para a elaboração e a efetivação da análise, levamos em consideração a Regra de Homogeneidade dos documentos proposta por Bardin (1977), sendo esses constituídos pelos *Chats*, Fóruns de Discussão e Tarefas Exploratório-Investigativas inerentes ao Curso de Extensão, além da Entrevista, partes constituintes do Corpus da pesquisa. E, embora esses documentos não se constituam propriamente singulares, apresentam-se interrelacionados quanto ao objetivo determinado pela pesquisa.

5.2.2 Propondo as Categorias de Análise da Pesquisa.

As categorias, segundo Franco (2012), “é uma operação de classificação de elementos, constituídos de um conjunto por diferenciação, seguida de um reagrupamento baseado em analogias, a partir de critérios definidos” (p.63). Sabemos ser esse um processo complexo e desafiante, o que implicou muita atenção e cuidado, além de nos impor a elaboração de várias versões do sistema categórico até chegarmos a um produto final. Vale explicitar que as categorias não foram definidas *a priori*, emergindo, portanto, do discurso dos sujeitos da pesquisa.

Para a caracterização dos dados consideramos as convergências e divergências entre as Unidades de Registro apresentadas a partir da interpretação das Unidades de Contexto, como propostas nas Tabelas 19 e 20, acima apresentadas.

No processo de categorização, destacamos o que mais “saltou aos nossos olhos” ao determinarmos as Unidades de Registro, representando a essência dos comentários e discussões realizadas entre os Professores Participantes e, nesse processo, analisar o sentido e o significado da mensagem proposta em cada excerto destacado, considerando, por conseguinte, a importância destes no contexto da problemática da pesquisa.

Vide, na Figura 15, o encaminhamento metodológico do processo de análise relativo à articulação dos resultados e, na Tabela 21, a classificação dos elementos constitutivos do Sistema de Categorias desta pesquisa.

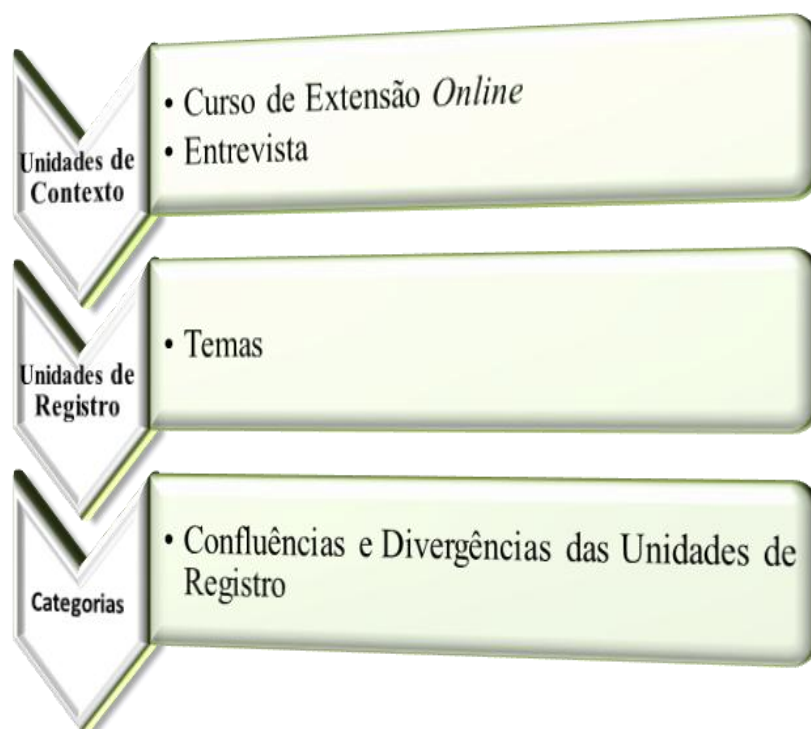


Figura 15: Encaminhamento Metodológico do processo de Análise da Pesquisa

Fonte: Elaborada pela Pesquisadora.

Tomando como base Bardin (1977), a Tabela 21 representa uma operação de classificação das Unidades de Registro, constitutivas por diferenciação (visualizadas em linhas mediante a determinação das Categorias) e semelhança (por colunas, mediante apresentação das Unidades de Registro). Logo, os Temas (UR) foram reagrupados de acordo as convergências e divergências, atentando, por conseguinte, aos sentidos em razão dos significados comuns destes elementos.

O critério de categorização foi determinado de forma semântica, onde todos os temas que dão significado ao aspecto epistemológico do conteúdo foram relacionados à Categoria I – “Conteúdo Matemático”. A categoria II – “Prática Docente” agrupa os temas que caracterizam os saberes associados à prática do professor que ensina Matemática no Ensino Médio. Na Categoria III – “Utilização das TIC”, agrupam-se os Temas relativos ao uso das Tecnologias Digitais no ambiente escolar e metodologias associadas a esse uso. E, finalmente, na Categoria IV – “Contexto Educacional” agrupam-se os Temas relativos à comunidade escolar, o que envolve, por vezes, aspectos políticos, sócios culturais e históricos.

Segue abaixo, na Tabela 21, o movimento do Sistema de Categorização dos dados, cuja formação mostra, na primeira linha, as Categorias com seus Temas (T) – Unidades de Registros, elencados abaixo, nas respectivas colunas.

Tabela 21 – Sistema de Categorias da Pesquisa

I - Conteúdo Matemático	II - Prática Docente	III- Utilização das TIC	IV- Contexto Educacional
T1 As Conformidades e desacordos entre os conteúdos do Ensino Médio e os da Educação Superior. T3 - O Ponto de vista do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos, relativas aos processos de aprendizagem da Matemática.	T2 – Os Aspectos didáticos. T8 – A Motivação e Interesse dos professores quanto ao emprego de abordagens diferenciadas no processo de ensinar Matemática no Ensino Médio.	T13-As TIC como aliadas na introdução de CDI no Ensino Médio. T21 – O Aspecto dinâmico e investigativo para o estudo de Função, mediante o uso das TIC ou em um ambiente papel e lápis. T24 – A Importância do uso de Software matemáticos para o estudo de Função e resolução de problemas matemáticos.	T20 – A Importância de realizar parcerias na prática docente. T30 – A Importância de promover um espaço de discussão na escola onde professor do Ensino Médio possa partilhar suas problemáticas e sugestões. T35 – A Importância da parceria familiar na educação matemática dos filhos.
T4 – A Importância do pensamento funcional.	T9- Os Aspectos pedagógicos.	T25 – O Uso das TIC em situações cotidianas e suas implicações para a escola em nível de Ensino Básico e Ensino Médio.	T36 – A Política educacional e o papel dos professores nesse contexto.
T5 – A Importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função, quando mediados pela TIC ou em um ambiente não tecnologicamente digital.	T11 – A Autonomia do professor versus orientações determinadas pelo Currículo do Ensino Médio.	T26 – As Dificuldades e soluções propostas pelo professor ao usar as TIC em sua prática.	T39 – O marketing das propostas e metodologias de ensino e o papel do professor como promotor e divulgador de suas ideias frente à comunidade educacional.
T6 – A Abordagem Intuitiva.	T12 – As Implicações das avaliações externas quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.	T28 – As Potencialidades e contribuições do Winplot e GeoGebra para o ensino da Matemática.	T40 – O Espaço para discussões e partilha de ideias entre os Professores Participantes da Pesquisa.
T7 – A Contextualização e interdisciplinaridade mediante o estudo de Função no Ensino Médio.	T17 – A Qualidade versus quantidade no Ensino da Matemática em nível do Ensino Médio. T18 - As Dificuldades relacionadas à prática do professor quanto aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.	T29 – O uso da tecnologia, promovendo mudança de postura do professor quanto a sua prática docente.	*****
T10 A Inter-relação entre os conceitos matemáticos.	T19 - A Promoção de estratégias de raciocínio e investigação na resolução dos problemas matemáticos.	T31 – O Conhecimento do Professor quanto ao conteúdo da Matemática e uso das TIC.	*****
T14 – A importância de perceber a ideias do Infinito e Infinitésimo em nível de Básico e Secundário e como se apropriar desse conceito, a fim de introduzir noções de CDI no Ensino Médio.	22- O Uso do Livro Didático e suas implicações para o ensino da Matemática no Ensino Médio.	T37 – A Informação versus Conhecimento dos alunos e professores que atuam no Ensino Médio	*****
15 – O Estudo de Função como elemento mediador para a abstração dos conceitos matemáticos.	T32 – A Relação entre Professor Aluno, quanto à motivação e ao processo de ensinar e aprender Matemática.	T38 - A realidade, contrastes e aproximações do ensino da Matemática, relativos ao uso das TIC e o que propõem as	*****
ET16 – O Tecnicismo no ensino da Matemática.			

T23 – A Sistematização dos conceitos matemáticos/Base para séries e conteúdos mais avançados.	*****	pesquisas na área. *****	*****
T27 – As Representações matemáticas.	*****	*****	*****
T33 – A importância da abordagem histórica para o ensino da Matemática, em particular, para o ensino de Funções.	*****	*****	*****

Elaborada pela Pesquisadora, com base nos dados da Pesquisa.

No próximo Item, apresentamos as inferências a partir da descrição dos dados que foram delimitados no Item 5.1.2, pela Categorização dos dados. As inferências tomam também como base o que propõe o problema e o objetivo da pesquisa, constituindo o movimento explicitado no diagrama ilustrado na Figura 16.

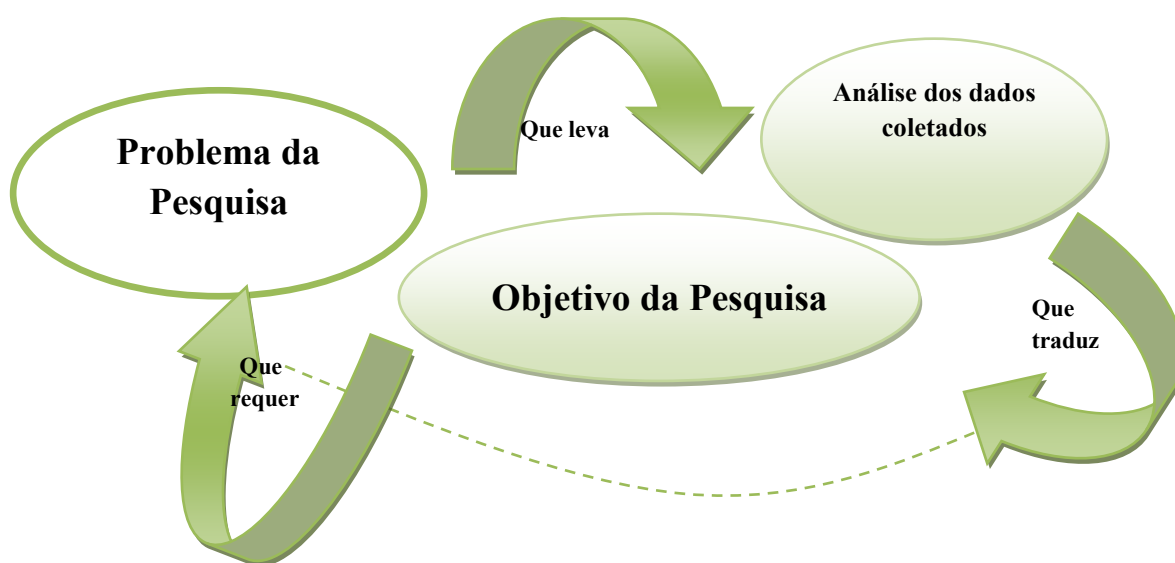


Figura 16: Diagrama norteador dos procedimentos metodológicos para responder ao Problema da Pesquisa

Fonte: Elaborada pela Pesquisadora.

5.3 Inferência e Interpretação dos Dados da Pesquisa.

Como já referido, esta pesquisa tem como principal direcionamento o seguinte problema: *quais são as possíveis implicações da prática do professor de Matemática quando inter-relaciona noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar Funções no Ensino Médio, mediante utilização das TIC?*

Inerentes ao problema acima apresentado sobressaem-se as seguintes questões norteadoras:

- ✓ O que dizem os dados da pesquisa quanto à viabilidade de introduzir noções de CDI no Ensino Médio?
- ✓ Quais as contribuições das TIC quanto à proposta de introduzir noções de CDI no Ensino Médio?
- ✓ Quais as limitações e perspectivas associadas à prática docente do professor que ensina Matemática ao introduzir noções de CDI no Ensino Médio?
- ✓

Atentando para as Categorias de análise, identificadas na Tabela 20 acima apresentada, expomos, nos Itens 5.3.1 a 5.3.5, interpretações relacionadas às questões, onde buscamos considerar algumas possíveis ações em direção à resposta do problema da pesquisa.

5.3.1. (I) *Conteúdo Matemático*

As considerações apresentadas pelos PP, ressaltam que o papel desempenhado pelo conceito de Função para o conhecimento do aluno na emergência da Matemática Escolar é fundamental.

Em nossa compreensão, a importância deste tema incide na possibilidade que o professor possui em discutir com seus alunos sobre interdisciplinaridade, trabalhar a ideia de Infinito e Infinitésimo, incentivar os alunos a perceberem a dinamicidade dos conceitos e ideias matemáticas, mediante uso das TIC e como este conceito pode ser apropriado com vistas a introduzir noções de CDI no Ensino Médio, além de promover situações que possam vir a caracterizar a contextualização do conceito em uma perspectiva socioeconômica, histórico e cultural.

Ao discutirmos sobre Função no Curso de Extensão (*online*), os PP apresentaram suas opiniões, questionando a importância de trabalhar o pensamento funcional junto aos seus alunos desde a primeira série do Ensino Médio. Alguns sugeriram que essa ideia seja desenvolvida já no Ensino Fundamental I (6º ao 9º ano), como pode ser evidenciado, nos depoimentos abaixo apresentados.

(C1_t1) Acredito que devemos começar desde o ensino fundamental a trabalhar com estas relações de dependências. **(CA)**

(C1_t1) Precisamos colocar questões que permitam ao aluno responder questões do tipo: “o que acontece com a Função quando x se aproxima do zero”. **(CR)**

(C1_t1) O conceito de Função é visto como elemento integrador dentre os conteúdos da matemática. **(ES)**

(FD) o processo funcional como mediador dessa articulação tridimensional, pois, se vê a Matemática que antes era abstrata e estática, agora de forma dinâmica e espacial ou concreta. Dessa forma o processo funcional se faz um elemento gerador de uma Matemática mais significativa e condizente com a visão que a própria Matemática carrega no dia-a-dia do aluno. **(DM)**

(FD) Os conceitos para o ensino de Funções deveriam ser trabalhados ao longo do Ensino Fundamental. São essenciais as ideias de variável, dependência, regularidade e generalização. Concordo com Caraça (1951) que comenta que em determinada

época se ignorou o que determinou o surgimento do ensino de Funções: a necessidade de analisar fenômenos, descrever regularidades, interpretar interdependências e generalizar. **(LS)**

(FD) O comentário aplica-se ao aluno que tem contato com o cálculo no Ensino Médio, que sem a maturidade, essa é a melhor forma de abordar o tema. Vale lembrar que no Ensino Médio, perde-se uma boa oportunidade de abordar o assunto, mesmo que de maneira superficial, quando se faz, por exemplo, a soma da PG infinita. **(HS)**

Na Literatura, o conceito de Função é visto como um mediador na introdução de conceitos de Cálculo em nível escolar, fato corroborado por Klein (1907), citado por Roxo (1937) que afirma: “tanto do ponto de vista pedagógico, como do cultural, a inclusão de noções de Cálculo prende-se intimamente ao desenvolvimento da ideia de Função” (KLEIN, *apud* ROXO, 1937, p.224).

Neste contexto, a importância da Geometria e sua inter-relação com os conceitos de Função também tem destaque nos comentários dos PP. Ainda os Professores Participantes pregam que o uso da tecnologia é fundamental para a exploração e a sistematização das ideias matemáticas.

(C3_t15) Quando iniciamos polinômios no 8º ano, já devemos trabalhar conceitos, principalmente geométricos, que na maioria das vezes ficam esquecidos e aí a situação fica apenas no abstrato, fazendo com que o aluno não entenda quando a Função é trabalhada efetivamente. **(LB)**

(C4_t21) eu acho muito interessante e acredito que os softwares de geometria dinâmica são muito importantes para a construção do conhecimento. **(LB)**

Ampliando a discussão sobre a importância do conhecimento matemático, os PP enfatizam acerca da abordagem intuitiva e sua importância na proposta de introduzir noções de CDI dentre os conteúdos do Ensino Médio. Nesse sentido, os PP entendem que é importante que o aluno perceba a construção das ideias matemáticas inerentes à variação, dependência, além de compreender os conceitos de forma inter-relacionada. Sendo assim, a abordagem intuitiva e exploratória permite ao aluno alçar grandes voos, reforçando a concepção de não se estudar por compartimentos. E, com esse enfoque as fronteiras são quebradas e as possibilidades são muitas.

(C1_t1) Concordo plenamente que pode iniciar o trabalho de cálculo de maneira intuitiva no ensino médio. **(DS)**

(C1_t1) O trabalho intuitivo no ensino médio facilitaria o trabalho no ensino superior. **(ES)**

(FD) Concordo desde que se iniciem as noções intuitivas de funcionalidade desde o 6º ano do fundamental até o nono ano; descarregar o oitavo ano da álgebra pesada ali apresentada no programa de conteúdos, para então no médio com o cálculo propriamente dito. Inclusive dando ao aluno duas opções de escolha para realizar o curso no Ensino Médio, em humanas ou exatas, tirando deles uma via de mão única. **(DM)**

Embora a perspectiva de introduzir noções de CDI no Ensino Médio seja importante na opinião dos PP, algumas limitações foram apresentadas, dentre essas o fato de não existir uma conformidade entre o Ensino Médio e a Educação Superior quanto à forma de trabalhar os conteúdos. Nesse sentido, um ponto amplamente ressaltado pelos Professores Participantes consiste no processo de abstração dos conceitos matemáticos, que é bastante acentuado na Matemática acadêmica, enquanto que, na Matemática escolar, busca priorizar a ideia de contextualização dos conteúdos. Entretanto a abordagem tecnicista ainda é bastante latente, tanto na Educação Superior como no Ensino Médio, conforme pode ser evidenciado nos depoimentos abaixo apresentados.

(C1_t1) A discussão é sempre a mesma, contextualizar as situações Matemáticas na educação básica, mas na superior a abstração vem como uma avalanche **(LB)**

(C1_t1) [...] O conteúdo no ensino superior é abstrato e aí está a grande dificuldade. **(EF)**

Outra questão relativa ao conteúdo matemático, refere-se à ausência de um debate mais acentuado no Ensino Médio sobre a ideia de infinito e infinitésimo. A omissão desse assunto, de acordo com os PP, é um dos obstáculos determinantes para o aluno, provocando, no educando, grande estranhamento ao iniciar os estudos da disciplina CDI na universidade.

(C1_t1) [...] a questão é que o cálculo infinitesimal não permeia o ensino médio. Não permear o EM é realmente não ser trabalhado e quando chegamos ao Ens. Superior vem a ideia do infinitesimal e cria uma distância entre os dois níveis. **(ES)**

Outro fator importante estabelece-se em relação ao interesse do aluno, quanto às atividades escolares, bem como suas perspectivas em relação à formação profissional e, nesse sentido, não veem motivo, necessidade ou significado no que aprendem na escola. Para alguns PP, muitos desses alunos terminam o Ensino Médio praticamente como analfabetos funcionais, pois não sabem ler e/ou interpretar um texto matemático, não veem conexão entre os temas estudados, possuem grande dificuldade em estabelecer relações, além do que a capacidade de mobilizar as representações matemáticas para interpretação e resolução dos problemas matemáticos é limitada. Sobre essa questão, um Professor Participante entende que:

(C1_t1) [...] se as ideias não fossem "escondidas" no Ens. Médio talvez os resultados no Ens. Superior fossem melhores, ou seja, partindo de uma ideia intuitiva e o software para ajudar nesse trabalho. **(ES)**

Sendo assim, é notório, não apenas na fala de *ES*, mas de vários outros Professores Participantes, que esses se percebem como agentes mediadores do conhecimento e veem-se como responsáveis quanto a uma mudança de postura em suas ações docentes, no sentido que compete à forma de ensinar a disciplina Matemática no Ensino Médio.

Os professores entendem, portanto, que precisam estar mais próximos à realidade do aluno, ouvir esses alunos, perceber seus interesses e tentar ajudar como um educador. E, embora no caso específico de introduzir noções de CDI no Ensino Médio, alguns ainda se colocassem reticentes, entendem ser um desafio adicional à sua prática docente, não pelo fato de não ser relevante, mas devido às implicações existentes. Entretanto não deixam de considerar a possibilidade de tratar assuntos que os alunos só veriam na Educação Superior ainda no Ensino Médio, mas que a forma de trabalhar o conteúdo priorize uma abordagem exploratória e intuitiva, mobilizando, por conseguinte, as várias representações matemáticas.

(C4_t19) É assim mesmo... também passo por isso, por isso acho importante ouvir mais os alunos. Tentar entender o que eles gostam o que atraí eles, porque aí conseguimos chegar mais perto. **(DS)**

(Et) Ainda possuo dúvidas, mas acho positivo em relação a trabalhar apenas algumas Funções específicas. Penso na abordagem de Klein quanto a diminuir a lacuna que separa o Ensino Médio do Superior em relação ao cálculo. Concordo com a ideia, mas acho que muito pouco ainda caminha para que isso realmente ocorra. **(LS)**

(Et) diminuir a lacuna que separa o Ensino Médio do Superior em relação ao cálculo. Concordo com a ideia

(C2_t12) Um dos motivos da dificuldade é que os estudantes não fazem/conseguem realizar a mudança de domínios. Por exemplo, a resolução de uma equação do 2º grau. O resultado no domínio algébrico é simples, mas fazer essa relação para o domínio gráfico e algébrico é extremamente complexo. **(AN)**

Outro ponto importante relativo à importância do conteúdo matemático refere-se à dinamicidade, à forma como são apresentados os conceitos e, nesse caso, os *software* matemáticos são grandes aliados, facilitando até mesmo que o aluno consiga visualizar e perceber de um caso particular a ideia geral ou, ainda, em processo inverso, de um caso geral ao particular.

(C1_t6) O Geogebra pode ser um excelente aliado para a introdução do conceito de Função. **(DG)**

(C1_t6) o uso da tecnologia, vem potencializar ainda mais a aplicação dessas ideias de Klein. (Disciplinarização do CDI no Ensino Médio). **(ES)**

(C2_t12) Meus alunos estavam com muita dificuldade de visualizar as Funções, compreender o que significa período, imagem... no Geogebra construímos a Função seno, depois no mesmo a Função cossecante, e mostrar que o gráfico da cossecante podemos montar através dos valores máximos e mínimos do seno e assim observar as propriedades. Fiz com as outras Funções a mesma coisa. Na próxima semana vamos trabalhar com a manipulação dos coeficientes a, b, c e d, para verificar o comportamento do gráfico, tudo no Geogebra... **(CA)**

(TEI) Mas, com o que aprendi hoje passo a ter em mãos uma ferramenta poderosa, onde posso trabalhar com máximos e mínimos, noções delicadas na Matemática quando tratadas com todas as formalidades do conteúdo cálculo e utilizarei na primeira aula com Funções que tiver. Em minha opinião contribui e muito, legal demais. **(JV)**

O estudo de Funções aliado às TIC apresenta-se, portanto, para uma boa parte dos Professores Participantes como uma abordagem interessante, cuja proposta de introduzir

noções de CDI no Ensino Médio pode ser enriquecida, principalmente, com a mobilização das representações matemáticas.

Tendo em vista as colocações acima apresentadas e, considerando que a ideia de introduzir noções de CDI no Ensino Médio venha ser tangente à opinião de alguns dos Professores Participantes, a grande maioria percebe ser relevante propiciar aos alunos uma sistematização do pensamento funcional durante todo o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

Isso significa dizer que nem todos os PP se sentem muito otimistas quanto à proposta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio. Muitos veem esta abordagem como mais um assunto a ser tratado e revisado, pois, ao serem questionados pelo Professor Convidado ‘HM5’, “se a introdução dos conceitos de Cálculo trariam benefícios ao conhecimento do aluno quanto à contextualização dos conceitos matemáticos”, alguns dos PP responderam que não acreditam ser uma vantagem e impõem restrições, como podemos ver nos comentários abaixo;

(C5_t23) será que com cálculo no ensino médio, as aplicações ficariam acessíveis ao ensino básico? **(HM5)**

(C5_t23) Acho que não @HM5. **(JV)**

(C5_t23) Penso que para os alunos que vão trabalhar com algo da área de exatas seria muito interessante... Mas para os que exercerão outras profissões penso que o cálculo será sacrilégio. **(HS)**

No entanto, ao discorrer mais sobre o tema durante os encontros com os PP, fomos percebendo que nem todos discordam totalmente, e, mesmo aqueles que inicialmente desaprovavam, percebem que os assuntos abordados no Ensino Médio constituem-se em um fundamento e podem ser sistematicamente explorados de forma a embasar um conhecimento mais avançado, tornando-se profícuo o acesso a conceitos que são hoje designados na Educação Superior, em particular para a disciplina CDI.

(C5_t23) A questão o que vai ser dado do Cálculo, naturalmente os alunos já o fazem sem saber, na soma da pg infinita já aparece o assunto. (...) É possível sim, mas em doses homeopáticas. **(NM)**

(C9_t30) podemos obter a ideia de Limites através de frações. **(JV)**

(Et) A partir do primeiro ano do ensino médio. Podemos começar com a noção de Limites a partir das dízimas periódicas e aprofundar o estudo com a fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica infinita. **(JV)**

(Et) Achei muito boa, desde o início do EM em doses homeopáticas e aprofundando aos poucos, acredito que dessa forma tornamos alguns conceitos matemáticos menos estáticos. **(PF)**

(Et) Acho importante, por considerar que contribui também para o ensino da Matemática no ensino médio. **(RE)**

A abordagem histórica associada ao uso da TIC, de acordo os Professores Participantes, deve também ser requerida como aliada nos processos de ensino e aprendizagem da disciplina Matemática e, em particular, pressupomos ser também importante quanto a discussão de conteúdos relativos a CDI.

Hoje a tecnologia propicia ao aluno informações através de vídeos educativos disponibilizados na Internet e de livre acesso a todos que se disponham a conhecer um pouco mais o contexto histórico de um determinado conceito ou tema matemático. Em particular, o conceito de Função é um dos mais importantes e, ao longo da história da humanidade, sofreu grandes evoluções. Vale explicitar que a origem do termo Função está intimamente ligada com os primórdios do Cálculo Infinitesimal, onde a noção de Função vincula-se à ideia de continuidade e, através da evolução do conceito, surgem inúmeras aplicações da Matemática e de outras ciências⁸⁶. Nesse sentido, os Professores Participantes corroboram que;

(C1_t6) Acho que além da história, o aluno quer novas mídias, novos contextos. Nem toda a matéria pode ser contextualizada, mas com toda certeza o assunto Função não é uma delas. Devemos deixar o Taxi e partir para ônibus, futebol, metro, avião, corrida, despesas domesticas... algo que interesse ao aluno. O Geogebra me ajuda bastante nisso. O Aluno gosta de ver as coisas. (AS)

(C1_t7) Meu aluno quer ficar próximo da Matemática, é com a história que ganhamos isso. (AS)

(C1_t7) Utilizo muito a história da Matemática, pois fundamenta todo o conteúdo, mostrando ao aluno o "porquê" e o "para quê" aprender tais conteúdos. (LB)

(C1_t7) Concordo, a história da Matemática é um excelente recurso a ser utilizado nas aulas de Matemática. Os alunos precisam compreender que o conhecimento matemático foi construído com o objetivo de resolver problemas e não "inventado". (LV)

(C3_t13) A minha preocupação sobre Funções, inicialmente, é o contexto histórico. Posteriormente, trabalhar o conceito é fundamental para a compreensão dos estudantes. Em seguida, propor aos estudantes situações interessantes para que eles possam agir como pesquisadores, agindo, formulando, refutando, reformulando e validando suas estratégias, confirmando a apropriação desse saber. (AN)

Vemos, portanto, algumas possibilidades, mas para isso, além do fator positivo que inclui o interesse do professor em adotar a proposta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio, os Cursos de Licenciatura em Matemática poderiam promover ao futuro professor discussões sobre a importância de trabalhar o pensamento funcional na abordagem dos conteúdos, aliada ao uso de metodologias adequadas em sua prática docente. Pode ser esse um caminho ou incentivo para a mudança de postura que tanto necessitam os professores em nível escolar, pensamento que vem corroborado pelos Professores Participantes da pesquisa.

No Item abaixo destacamos a segunda categoria emergente da análise dos dados.

⁸⁶ Informações retiradas do *site* <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm28/hist.htm>

5.3.2. (II) *Prática Docente*

Falar de da prática docente do professor, incluindo nesse contexto o Professor que ensina Matemática, implica falar do professor como mediador no processo educativo e de suas responsabilidades relacionados a procedimentos didático-pedagógicos, à instituição onde atua e sua postura frente às circunstâncias socioeconômicas e políticas.

Segundo Caldeira e Zaidan (2010), os aspectos pedagógicos associados à prática do professor estão associados à ideia de espaço da escola, cotidiano dos professores, sala de aula, envolvendo aspectos particulares e gerais. O aspecto particular diz respeito ao “docente - sua experiência, sua corporeidade, sua formação, condições de trabalho e escolhas profissionais, suas experiências e formação e, também, suas ações segundo o posto profissional que ocupa” (CALDEIRA; ZAIDAN, 2010, p.2).

Enquanto que os aspectos gerais que interferem diretamente na prática docente do professor referem-se à constituição histórica, aspectos socioeconômicos e político, entre outros. Nesse contexto, podemos considerar as políticas públicas que promovem grande influência sobre a implementação de novos currículos, submissão a avaliações institucionais e também o “momento histórico em que se vive (eleições de cargos públicos, paralisações de aulas e lutas das categorias docente e discente por seus direitos, etc.)” (CALDEIRA; ZAIDAN, 2010, p.2).

Os aspectos didáticos, por sua vez, estão associados à forma como são apresentados os conteúdos e metodologias, cujo objetivo é o conhecimento. Nesse contexto, destaca-se, portanto, o compromisso de ensinar e aprender, cujo exercício de cooperação envolve alunos e professores. Logo é importante que o professor tenha possibilidade, em sua formação, de conhecer abordagens metodológicas que estimulem sua capacidade de experimentar, argumentar e ampliar seu conhecimento quanto à forma de ensinar a matéria.

Nessa conjuntura, são destacadas algumas preocupações pelos Professores Participantes, tais como: cumprimento do currículo; influência do vestibular e avaliações externas, relação entre professor e aluno, a cultura da recompensa quanto às atividades realizadas, informação *versus* conhecimento dos alunos e professores que atuam no Ensino Médio, além da relevância de divulgar os trabalhos realizados por professores e alunos no ambiente escolar e, de forma mais ampla, para a comunidade em geral.

A forma de ensinar, portanto, não é única, os métodos de ensino e as formas de estruturar o conteúdo podem ser diversos e, na prática pedagógica, existe “um jogo de forças (interesses, motivos, intencionalidades); pelo grau de consciência de seus atores; pela visão de

mundo que os orienta; pelo contexto onde esta prática se dá; pelas necessidades e possibilidades próprias a seus atores e própria à realidade em que se situam” (CARVALHO e NETTO, 1994, p.59).

As questões acima mencionadas levaram-nos a muitas reflexões nos debates durante os encontros síncronos e assíncronos do Curso de Extensão (*online*). Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo apresentados;

(C3_T14) vejo há anos profissionais tentando de tudo e mesmo assim os alunos desta geração não se sentem motivados, acredito que na realidade precisamos repensar sempre nosso trabalho, buscarmos maneiras que possam nos ajudar, porém os alunos também devem se adaptar ao trabalho do professor.. senão só o professor busca mudança, o aluno fica sendo sempre o centro das atenções... se aproveita disso e não muda.(RE)

(C8_T28) acredito que não devemos desistir. (...) Para isso, é necessário o foco em diferentes frentes: a formação do professor; as políticas públicas. Em minha opinião não teremos uma coisa que basta, mas um conjunto de ações. (ES)

(C9_T30) com relação ao que vc disse sobre os alunos do estágio não terem ideias... Eu penso que é devido a própria universidade... Eles querem dar aula da forma como tiveram aula... Eu mesmo vejo que minhas aulas mudaram muito de quando eu iniciei... Penso que a prática auxilia na criação de novas formas de aprendizagem... O que vc pensa sobre isso??? A universidade de vcs mostra como é uma aula com metodologias diferenciadas??? (HS)

Assim, como se observa na fala dos PP, o professor de Matemática deve estar sempre atento às inovações metodológicas, de forma a mediar a relação entre o conhecimento matemático e a forma de orientar o estudante quanto à apreensão desse conhecimento, possibilitando ao educando um conhecimento significativo, tendo em vista o momento socioeconômico, histórico e cultural.

A quantidade de conhecimento, por conseguinte, deve ser observada quanto à qualidade desse conhecimento. Nessa discussão, entram a importância e a valorização do Currículo do Ensino Médio, orientações que tanto influenciam a prática docente do professor quanto aos aspectos didáticos e pedagógicos. Esta também foi uma das preocupações dos Professores Participantes, como vemos nos excertos abaixo;

(C1-t4) Somos forçados a valorizar mais a quantidade que a qualidade em nosso ensino. (DM)

(C1-t4) precisamos ensinar com qualidade e não apenas... quantidade, que é o que nos é exigido.(LV)

(C1-t4) ainda escolho trabalhar com qualidade do que com quantidade de conteúdo, muito embora o Estado avalie o Ensino Médio anualmente cobrando todos os conteúdos que estão na Diretrizes.(RE)

Nessa conjuntura, surge a discussão: como introduzir, no Ensino Médio, conteúdos que são relativos à disciplina Cálculo Diferencial I; se o currículo já é tão extenso, tão

alargado; se, nesse contexto, estão associadas às avaliações interna e externa, além das propostas dos livros didáticos?

Observando os comentários dos PP, notamos que todas essas questões são pertinentes, mas uma mudança é possível desde que haja coletividade, motivação e mudança de postura do professor, afinal, o professor nem sempre é detentor particular do que e como vai efetivamente trabalhar os conteúdos em classe, a partir das orientações advindas do currículo, da coordenação e da comunidade escolar. Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo:

(C1_t1) nos PCNs, diz que não é conteúdo obrigatório, mas pode ser trabalhado juntamente com a ideia de taxa de variação. (CA)

(FD) Para retomar o cálculo, o qual já não faz parte da cultura de muitos professores de Matemática do ensino médio, por muito tempo, pelo menos, na escola pública, é necessário repensá-la e reformatá-la desde o primeiro ano fundamental até o terceiro médio; e assegurar que no início, primeiros cinco anos do fundamental. (DM)

(C1_t4) [...] o hábito de nos acharmos auto suficientes no ensino dos conteúdos e não damos as mãos para nos ajudarmos no interesse comum da aprendizagem coletiva. (WL)

(C1-t4) Na minha escola adotamos seguir o ritmo dos alunos, não importando com o desenrolar do currículo, mas sim com o que o aluno tem dificuldades. (LB)

(FD) O currículo brasileiro é abarrotado de conteúdo e, nem por isso, estamos no ranking dos "melhores em educação". Isso, a meu ver, indica que quantidade não é qualidade. Pensar em trazer o Cálculo para o Ensino Médio não é mais uma forma de colocar mais um conteúdo? Ou deveríamos preparar melhor nossos alunos, consolidando os conceitos necessários, para que não houvesse uma lacuna entre o Ensino Médio e o Ensino Superior? (LS)

(C2_t12) Também queria fazer isso cumprir todo o programa depois percebi que era melhor ensinar um conteúdo até ficar bem estabelecido para o aluno. (JV)

(C4_t20) Algo interessante que foi levantado no texto é a respeito da preocupação que o professor possui na iniciativa de vencer os conteúdos daquela série... Sabemos que para fazer um trabalho bem feito e que produza a aprendizagem, não podemos nos apegar tanto assim ao currículo... Qual a opinião de vcs a respeito do currículo do Ensino Médio??? Vcs acham importante tudo aquilo que é pedido para ser ensinado??? (HS)

(C1_t1) Onde trabalho, noções de Cálculo está no currículo do segundo ano de ensino médio. (DS)

Os professores Participantes propõem, portanto, uma mudança de currículo, como pode ser corroborada pelos depoimentos abaixo;

(C4_t20) É bem complicado esse problema do currículo. Gosto de ensinar o método de completar quadrados no 8º ano, antes deles aprenderem o método de resolução de equações do 2º grau. Para fazer isso, tenho que dar uma corridinha depois. Como o colégio é particular, tive abertura. (LS)

(C7_t26) O currículo nunca vai agradar a o professor, pois as mudanças na tecnologia e da sociedade são muito rápidas, e na educação é um pouco complexo, pois há diversos fatores sócio-políticos e culturais. (AN)

(C7_t26) Sim sim, eu acredito nessa mudança do currículo... Nós temos o currículo muito atolado! (LS)

(C7_t26) Mas, para o mudar o currículo, precisa mudar o sistemas, pois existem provas para concursos, vestibulares...(CA)

(C8_t29) Por isso que eu penso estar na hora de repensar o Currículo do EM... Não somos capazes de trabalhar td aquilo com todos os tipos de alunos que temos em nossas salas... Quem sabe fossemos capazes de trabalhar com aqueles que buscam a universidade na área das exatas... (HS)

(TEI) A educação é paulatina, e não se pode simplesmente querer introduzir conteúdo. Todo o sistema deve sofrer uma mudança coerente. O aluno deve vir com uma cultura específica em Matemática construída através dos anos desde o primeiro ano. (DM)

Enfim, as mudanças podem ser realizadas, entretanto vários fatores são delineados, alguns já acima citados. Ou seja, existe a propensão de reavaliar a forma de como é abordado o conteúdo e como as noções de Cálculo podem ser trabalhadas no Ensino Médio, entretanto, na opinião de vários PP, seria uma mudança elaborada que envolvesse metodologias adequadas e que pudesse estar associada ao currículo do Ensino Médio; uma renovação na elaboração dos livros didáticos; envolvimento dos professores, responsáveis diretos pela Educação dos alunos no ambiente escolar; qualidade *versus* quantidade de conteúdo; e infraestrutura nas escolas (materiais, como pessoal).

No Item abaixo destacamos a terceira categoria emergente da análise dos dados.

5.3.3. (III) *Uso das TIC*

De acordo Farias e Miskulin (2014), a tecnologia é hoje compreendida como uma ferramenta poderosa, possibilitando ao educador tratar o conceito de Função, mobilizando várias representações matemáticas, partindo de uma ideia intuitiva, além de valorizar aspectos como a visualização, investigação, explorando as ideias de forma dinâmica e significativa.

Atentando aos comentários dos Professores Participantes, seja de forma direta ou indireta, vemos que o uso da tecnologia pode hoje potencializar ideias dantes concebidas e que não obtiveram o sucesso esperado. Podemos citar propostas como as de Klein (1927), Euclides Roxo (1937), entre outros estudados na *Seção III*. Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo;

(C1_t6) o uso da tecnologia, vem potencializar ainda mais a aplicação dessas ideias de Klein. (Disciplinarização do CDI no Ensino Médio).(ES)

(C2_t10) mostrei no Geogebra as Funções cossecante, secante e tangente, eles gostaram muito do uso e compreenderam melhor. (CA)

(C1_t5) Muitos professores formados como eu na década de 90, acham mais confortável fazer o arroz com feijão que dá menos trabalho do que construir uma aula mais dinâmica para quebrar essa mesmice do quadro e giz. Só posso falar por mim, que a mais de 10 anos, venho tentando utilizar novas metodologias para minimizar essas lacunas que, no Brasil, parecem nunca minimizar. (WL)

(C2_t9) A visualização dado o gráfico vai permitir o aluno associar o sinal de a à concavidade da Função, coisa difícil de enxergar sem a tecnologia, conforme pude comprovar entre 1979 e 1980 quando eu não tinha acesso ao computador.

O uso de *software*, em particular, mostrou-se bastante profícuo para o estudo de Funções e para a realização das Tarefas Exploratório-investigativas em nossa pesquisa. O que mais sobressaiu aos olhos dos professores foi a possibilidade de tornar o conceito mais dinâmico e que mesmo os assuntos mais complexos puderam ser explorados de forma intuitiva junto aos alunos, com a vantagem de mobilizar várias representações matemáticas. Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo.

(C1_t6) trabalhando num ambiente de Investigação Matemática os alunos se envolvem mais, e fica bom para os próprios alunos construírem o conceito de Função. **(CG)**

(FD) relações entre as representações Matemáticas, uma dinâmica em detrimento do estático como fora até então tratada a Matemática (conteúdos estanques e sem significado). Nessa dinâmica entre as várias representações ele vê o processo funcional como mediador dessa articulação tridimensional, pois, se vê a Matemática que antes era abstrata e estática, agora de forma dinâmica e espacial ou concreta. **(DM)**

(C1_t6) sempre trabalho os conteúdos partindo da resolução de problemas e com o Geogebra estímulo a investigação Matemática. **(RE)**

(C2_t12) Meus alunos estavam com muita dificuldade de visualizar as Funções, compreender o que significa período, imagem... no Geogebra construímos a Função seno, depois no mesmo a Função cossecante, e mostrar que o gráfico da cossecante podemos montar através dos valores máximos e mínimos do seno e assim observar as propriedades. Fiz com as outras Funções a mesma coisa. Na próxima semana vamos trabalhar com a manipulação dos coeficientes a , b , c e d , para verificar o comportamento do gráfico, tudo no Geogebra... **(CA)**

(C2_t12) a semana passada peguei um livro do 3º ano e fiz no Geogebra um gráfico mostrando a convergência a direita e a esquerda que pode ajudar assimilar este conceito. **(DG)**

(TEI) Mas, com o que aprendi hoje (No Curso) passo a ter em mãos uma ferramenta poderosa, onde posso trabalhar com máximos e mínimos, noções delicadas na Matemática quando tratado com todas as formalidades do conteúdo cálculo e utilizarei na primeira aula com Funções que tiver. Em minha opinião contribui e muito, legal demais. **(JV)**

O uso da tecnologia, no entanto, tem suas implicações, dentre essas, o fato de que muitas são as questões que interferem para um bom desempenho de seu efetivo uso no ambiente escolar pelos professores e alunos. Nesse caso, podemos citar a falta de infraestrutura nas escolas, nas quais falta material didático, computadores, pessoal técnico, apoio da direção, do governo e conhecimento e/ou interesse do próprio professor. E isso acontece em todo o Brasil, tendo em vista o comentário dos PP.

Em alguns casos, a escola possui o laboratório de informática, computadores em condições de uso, mas a escola não permite uso livre, ou ainda o medo ou desinteresse do

professor em usufruir desse ambiente. Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo:

(C1_t6) [...] pena que o norte tem muito pouco suporte para que, pelo menos nas escolas da capital, pudéssemos trabalhar um projeto piloto sobre o GEOGEBRA.-
WL

(C1_t6) [...] lá na escola, nós tentamos, mas nada funciona. (AS)

(C2_t11) Adoro trabalhar com tecnologia, mas nós não falamos aqui sobre as dificuldades de laboratórios nas escolas. (CG)

(C2_t11) Infelizmente no que diz respeito as tecnologias computacionais as escolas estaduais do Brasil estão longe de ter esta área funcionando adequadamente; faltam laboratórios atualizados. (RE)

(C2_t11) Conheço muitos professores que receberam TABLET do governo e não acham utilidade, claro apesar de algumas escolas não oferecer condições. (CA)

(C8_t28) A tecnologia fica na zona de risco para a maioria dos professores que estão em serviço. (ES)

(C8_t28) O texto descreveu várias situações em que passei, muitas vezes ficava perdido correndo atrás do responsável pelo laboratório de informática e receoso de dar algum problema nas máquinas... isso quando os computadores não já estavam "bixados"...(risos). (PF)

(C8_t28) Eu trabalho em 2 escolas, uma municipal e outra estadual... na municipal o laboratório é um luxo... mantido com os recursos recebidos pela direção da escola que dá valor ao ambiente e facilita a manutenção... na escola estadual... os computadores são novos, porém não é um ambiente valorizado pela direção, então falta organização.(RE)

Outra implicação muito importante consiste que, no mundo informatizado de hoje, o professor tem a tecnologia como aliada, mas também sofre pela avalanche de informações, o que afeta diretamente a aprendizagem do aluno, como revela um dos Professores Participantes;

(C4_t20) Estamos diante de uma geração, que muito embora seja muito inteligente, por outro lado parece não sabe o que fazer com tanto conhecimento com os quais têm acesso a toda e qualquer hora... as vezes parece que nenhuma metodologia o atinge, por outro lado parecem carentes de uma metodologia que os faça querer aprender.. Quando mudamos o modo de trabalhar parece que não querem mudança... Mesmo assim é preciso acreditar na metodologia que escolhermos e enfrentarmos os desafios que surgem durante o desenvolvimento deste. (RE)

O que significa que as TIC não estão alheias ao ambiente educacional, considerando a torrente de informações a que os alunos têm acesso por meio das redes sociais, mas que não as utilizam de forma produtiva, como, por exemplo, em relação aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

O uso das TIC voltado ao ensino da Matemática também não implica apenas a exposição do conteúdo através de um projetor de imagens - Data Show, ou ainda para digitação de textos. De acordo os Professores Participantes, exige interação do aluno com a

ferramenta tecnológica, para que se torne um instrumento de aprendizagem, não somente a nível pessoal, mas também no contexto escolar.

A tecnologia, segundo os PP, embora possibilite novos conhecimentos, não faz milagres e o seu uso está certamente associado a uma metodologia para que os benefícios sejam evidenciados. Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo:

(C1_t6) nenhuma tecnologia determina a aprendizagem!! Mas é um instrumento relevante na aprendizagem. **(RE)**

(C2_t10) Sim, mas ajuda a abrir novos horizontes. **(DG)**

(C3_t16) A professora Ana Kaleff da UFF alerta "Tecnologia sem Metodologia não funciona". (...) percebi que as novas tecnologias promovem realmente o ensino, mas temos que saber como utilizar. **(LB)**

Certamente temos hoje ferramentas tecnológicas digitais que estão cada vez mais acessíveis, ao cidadão e, em particular para o aluno e essas, decididamente, transformaram e transformam as nossas vidas na forma de pensar e agir. Isso é notório. Entretanto, como podemos notar pelos comentários dos Professores Participantes, em particular, dirigidos ao nível de Ensino Médio, em que ainda é muito limitado o uso em termos de benefício ao ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. É claro que nesse cenário não devemos esquecer a relevância de outras ferramentas tecnológicas tradicionais e não digitais, como o lápis, a caneta, o caderno, a lousa, os livros, mas, felizmente ou não, o comportamento das pessoas fora da escola mudou. E por que a escola não acompanha? Os PP também questionam esse aspecto;

(C4_t19) pena que os colegas ainda não se deram conta do alcance do uso das tecnologias no dia a dia do aluno. **(DG)**

(C8_t29) eu acho que tem a ver com a forma como houve o acesso a informática no Brasil... antes da escola ter um computador, as famílias tiveram.. e com isso a educação nesta área é tardia. **(RE)**

Nesse sentido, os professores compreendem que ‘nem tanto a terra nem tanto ao mar’. As aulas tradicionais ainda imperam; e, mesmo com toda a tecnologia e informação disponível, os professores ainda são os mesmos; a estrutura das escolas, principalmente as públicas é a mesma; e os professores, ainda, em sua grande maioria, não são nativos tecnológicos digitis, mas imigrantes. Tudo isso gera, por cosequinte, desconforto a alguns professores, enquanto que outros se veem mais confortáveis e buscam mudanças, mas tudo isso leva tempo.

Enfim, mesmo com todas as dificuldades acima apresentadas, incluindo ainda a grande quantidade de alunos por sala, os PP, em sua maioria se mostram confiantes quanto ao futuro e revelam-se motivados quanto as suas práticas e incentivam uns aos outros, como podemos ver nos comentários abaixo:

(C2_t11) uso o Data show diariamente em minha escola. Levo o meu Pc e uso a data show mais antigo. Peguei muitos trabalhos, jogos, programas e etc. É difícil carregar, montar, mas com o tempo os alunos se acostumam a esse tipo de tecnologia. Uma vez no mês (pelo menos) os levo para o laboratório. É questão de mudança e costume. Desiste não! **(AS)**

(C2_t11) mesmo sem o laboratório é possível. (...) Usando só um data show é possível fazer um trabalho em conjunto **(LS)**

(C2_t11) Sem contar @LS, que montar e desmontar o data show vai tomar cerca de uns quinze minutos da aula... Nossas escolas estão precisando ter data show em todas as salas... Ou quem sabe um dia (utopia) cada aluno ter seu próprio computador para trabalhar o software e ver o que acontece quando mudamos os parâmetros, por exemplo... **(HS)**

(C2_t11) Trabalho com 1º sem. do ensino médio, são alunos com vícios da aprovação automática, ainda estou em Função quadrática... A dificuldade é tremenda... estive a pesquisar uso de applets. Sempre tive vontade de trabalhar, mas os recursos das escolas eram sempre limitados, agora que estão melhorando. **(PF)**

(C3_t14) E mesmo com a lentidão tecnológica que a escola está, estamos tentando. **(RE)**

A visão dos Professores Participantes quanto às dificuldades, limitações e possibilidades sobre o conhecimento de sua prática docente nos faz refletir que, embora existam problemas, a motivação do professor ainda é visível e existente, mas é preminentemente necessária e urgente que haja uma maior aproximação entre a Educação Superior e o Ensino Médio, pois o ambiente escolar não é somente um local de experiência, como muitas vezes é mostrado nos trabalhos de pesquisa, mas, acima de tudo, é um ambiente propedêutico. Existem fatores internos e externos, dificuldades associadas à realidade que interferem e não são devidamente abordados nos trabalhos, como pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo:

(C4_t20) Aos olhos de muitos é como se a academia e o ensino básico fossem distantes. **(AN)**

(C4_t20) A realidade é muito diferente do que se trabalha na academia. **(CE)**

(C8_t28) Mesmo os professores recém-formados possuem dificuldades para o trabalho com a tecnologia. Outro ponto é que ainda hoje os cursos de Licenciatura têm avançado pouco na direção de fazer o ensino da Matemática atrelando ao uso das tecnologias. **(ES)**

Assim, essas mudanças podem e devem ser relevantes, mesmo porque não cremos mais em um retorno ao século passado, quando ainda tínhamos as informações somente pelo rádio ou televisão. O tempo passou e hoje nos vemos em cenários diversos, nos quais os professores ainda são atores aprendizes.

Destacamos abaixo a quarta e última categoria emergente da análise dos dados.

5.3.4. (IV) Contexto Educacional

O professor não é um indivíduo que atua sozinho, ele está diretamente ou indiretamente relacionando-se com as pessoas que partilham o ambiente educacional, bem como, indiretamente, com a família do educando. Sendo assim, o professor tem uma função social e, vivendo em comunidade, está sujeito a regras e à divisão de trabalho.

A atuação do professor de Matemática nesse contexto é muito importante e responde a demandas sociais e políticas, o que exige conhecimento e cientificidade em seu trabalho. O conhecimento ou a falta dele geram consequências em sua prática docente, pois ele não pode ensinar o que não sabe e, se sabe, pode não utilizar abordagens metodológicas que possibilitem um ensino de qualidade e com significado para os alunos.

Nessa conjuntura, os Professores Participantes compreendem que o professor de Matemática precisa ter domínio sobre o conteúdo, além de conhecer e aplicar metodologias que possam otimizar e dar significado ao ensino da matéria, como podemos observar os comentários nos excertos abaixo.

(C2_t12) Algo importante que devemos pensar, ninguém ensina o que não sabe... deste modo, acredito que o problema não são os alunos, mas sim os professores, desde a alfabetização Matemática...(LV)

(C5_t23) Um curso de análise voltado para o ensino básico acho que ajudaria e muito os professores que têm interesse em trabalhar com a educação básica. (RE)

(C5_t23) Isso reflete bastante na formação do educador, licenciado em Matemática. (...) Geraldo Ávila, *in memórian*, tem um livro bem interessante: Análise Matemática para licenciaturas. (AN)

(C7_t26) eu penso que em algum momento do desenvolvimento escolar o aluno perde a criticidade por conta do grupo de professores com os quais eles estudam.... Digo isto, pois o número de professores em início de carreira atualmente em minha região é grande e estes demonstram baixa criticidade e reflexão e acho que isto interfere na geração. (RE)

(C7_t26) muito do analfabetismo matemático dos alunos está no professor. (CA)

Ainda em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática, os Professores Participantes assumem que são responsáveis diretos, mas essa responsabilidade também deve ser compartilhada com a família dos alunos, gestores e coordenadores da escola em que atuam. Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo;

(C1_t4) [...] o hábito de nos acharmos autosuficientes no ensino dos conteúdos e não damos as mãos para nos ajudarmos no interesse comum da aprendizagem coletiva. (WL)

(C1_t4) [...] você tocou no ponto chave que é a união da classe, que fica com medo de socializar o conhecimento achando que deste modo vai perder seu lugar. (DG)

(C2_t12) Eu participo de um grupo de pesquisa aqui na Faculdade de Educação da UFBA. Lá aprendi a elaborar tarefas de investigação Matemática e tem sido muito bom ver meus alunos descobrindo, participando, investigando. (CG)

(C7_t26) A administração da escola é essencial para que essas mudanças possam ocorrer. Por exemplo, uma estudante desafiou um professor ontem e hoje já nos reunimos para implementar um tópico nas leis internas da escola, para que o professor tenha um reforço jurídico sobre isso. **(AN)**

(C8_t28) Penso que o trabalho em grupo e o estudo nos incentivam a procurar inserir as TI em nossas aulas... Eu mesmo, apesar de gostar e lidar até que bem com as tecnologias, ainda fico com um pé atrás na hora de propor aulas com as TI... Principalmente, porque as atividades precisam fazer o aluno refletir e pensar sobre o assunto, pois se for para apenas reproduzir o ensino tradicional, perde o seu sentido... **(HS)**

(C8_t28) acredito que não devemos desistir. Devemos ir trabalhando no sentido de possibilitar as condições de uso das tecnologias na escola. Para isso, é necessário o foco em diferentes frentes: a formação do professor; as políticas públicas; a quantidade de máquinas e laboratórios nas escolas e (...) Em minha opinião não teremos uma coisa que basta, mas um conjunto de ações. **(ES)**

Outro aspecto importante quanto a atuação do professor junto à comunidade e ao ambiente escolar está relacionada à necessidade e motivo em acreditar e difundir o seu trabalho junto aos colegas e à sociedade em geral; perceber que o ensino da Matemática é influenciado por demandas históricas, políticas e sociais e também por intervenções culturais no ambiente de aprendizagem.

O currículo do Ensino Médio é uma dessas demandas que interferem diretamente na orientação do professor que ensina Matemática nesse nível, considerando que o docente, muitas vezes, sente-se pressionado e, às vezes, marginalizado em não ter voz sobre as orientações e definições prescritas nesse documento tão importante para o processo educacional. Nesse caso, a opinião de alguns dos PP é que o currículo impõe condições e conteúdos em demasia e a forma como é apresentado não é possível de ser trabalhado durante o ano letivo. Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo;

(C1_t4) seguimos o único material que nós temos (Livro didático) e o pior... Ficamos presos ao tal do currículo... Eu TENHO que dar conta disso, disso e daquilo durante este ano... **(HS)**

Nessa discussão, nem todos veem o currículo como algo intimidante, mas como sugestões que podem ser seguidas e propõem algumas ações ou considerações, sendo essas direcionadas também à ideia de trabalhar conteúdos do CDI no Ensino Médio. Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo:

(C1_t1) nos PCNs, diz que não é conteúdo obrigatório, mas pode ser trabalhado juntamente com a ideia de taxa de variação. **(CA)**

(C1_t1) Onde trabalho, noções de Cálculo estão no currículo do segundo ano de ensino médio.- **DS**

(C1-t4) Na minha escola adotamos seguir o ritmo dos alunos, não importando com o desenrolar do currículo, mas sim com o que o aluno tem dificuldades. **(LB)**

Outro ponto que interfere na motivação do professor está relacionado ao uso da tecnologia. Nesse sentido, os Professores Participantes compreendem que trabalhar os

conteúdos matemáticos, mediante uso das TIC, depende diretamente da mudança de postura do professor, na aquisição de fluência sobre as TIC e de seu interesse em aprender e permitir novas abordagens de ensino em sua prática docente. Fato este que pode ser corroborado pelos depoimentos abaixo:

(C2_t11) concordo com a sua fala, mas também acho que estes professores a quem vc se refere não querem sair do papel que prestam a tantos anos e fazer uso da tecnologia computacional requer mudança de atitude, postura do professor e do aluno também, requer que prepare suas aulas com mais cuidado do que ele está acostumado. **(RE)**

((C8_t28) O texto traz algo muito real que é a mudança da postura do professor, sair de sua zona de conforto, pois para elaborar uma aula significativa é necessário professor mudar a postura e tempo para formular as atividades. **(CA)**

(C8_t28) O Uso das TICs é muito importante sim... dá muita diferença em determinados assuntos, mas na situação atual vejo que a motivação tem que estar no professor que tem que encarar a realidade das escolas públicas com os problemas que tem e mesmo assim fazer uso, consciente de que seu papel será diferente do que em outro ambiente, ciente de que tem que incentivar o aluno neste ambiente também. **(RE)**

A atuação do professor, em particular do professor de Matemática, seja de forma individual ou em comunidade, gera ações que implicam no planejamento pedagógico, na organização do trabalho didático, planejamento da avaliação, entre outras.

Sendo assim, compreendemos que a relação do professor com a comunidade escolar se dá ao longo de toda sua experiência profissional e não acontece de forma linear. Segundo Ferreira (2006), esse processo é influenciado por “fatores pessoais, motivacionais, sociais, cognitivos – envolve a formação inicial e continuada” (*Ibidem*, 2006, p.149), bem como a relação entre professor e aluno.

Nesse sentido, os Professores Participantes compreendem que;

(C2_t8) [...] pois a efetivação do conhecimento se dá através da construção do sujeito durante as aulas. **(LB)**

(C2_t12) Se atualizar a novas linguagens, faz com que o professor fale a mesma língua do aluno, melhorando assim o primeiro contato com o conhecimento. Faz o aluno agir naturalmente diante disso. Facilitando assim aos estágios que queremos nossos alunos. **(AS)**

(C3_t14) vejo há anos profissionais tentando de tudo e mesmo assim os alunos desta geração não se sentem motivados, acredito que na realidade precisamos repensar sempre nosso trabalho, buscarmos maneiras que possam nos ajudar, porém os alunos também devem se adaptar ao trabalho do professor.. senão só o professor busca mudança, o aluno fica sendo sempre o centro das atenções... se aproveita disso e não muda. **(RE)**

(C3_t15) Li um artigo sobre a educação do século XXI, temos alunos nascidos na velocidade e queremos lecionar da mesma forma como no século passado, como os colegas pontuam aqui, precisamos instigar os alunos, tornar o conteúdo atrativo, pois teremos o que já temos alunos desmotivados, que não veem sentido em determinado conteúdo. **(CA)**

(C7_t26) cabe a nos instigar o dialogo até que aprendam a dialogar. **(DM)**

(C9_t30) E o que me faz mais refletir ao ler esse texto é pensar... O que será que estou tentando fazer meus alunos aprenderem de qualquer assunto... E o que realmente tem sentido a ele???**(HS)**

Como podemos notar na fala dos PP e corroborada por Ferreira (2006), a relação entre o professor e seus alunos deve ser sempre repensada, o professor também deve estar atento ao que pode motivar os alunos, os estímulos que sofrem, a forma de aprender, suas crenças, seus valores. Tudo isso causa grande impacto para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Sobre esse aspecto, Espinosa (2002) discorre sobre o fato de que o professor enfrenta muitas tensões ao ressignificar os saberes e conhecimento em sua prática docente, considerando aspectos que envolvem sua atuação em sala de aula, o que implica na relação entre alunos e professor, além do aspecto teórico, que condiz ao conhecimento da matéria.

Nesse processo, de acordo com o autor supracitado, a reflexão coletiva revela-se importante à prática docente, tanto em nível de Ensino Médio, como em nível da Educação Superior, pois as discussões realizadas entre os professores, sobre seus objetivos e temas comuns ao processo de ensino, podem tornar-se produtivas, inferindo diretamente no processo de ressignificação dos saberes e conhecimentos, sendo esses, inerentes às ações didático-pedagógicas, em particular, relacionadas ao ensino da Matemática.

Assim, o professor tem muitas funções e atua em várias vertentes, logo é imprescindível a parceria entre a universidade e a escola, entre o professor e a comunidade escolar. Acreditamos ser esse um caminho fértil e possível para uma “mudança significativa no ensino e aprendizagem da Matemática” (FERREIRA, 2006, p.150), em particular em nível de Ensino Médio.

5.4 Tecendo a análise

Os princípios da Teoria da Atividade (TA) e das Comunidades de Prática (CoP) são concebidos nesta pesquisa como importantes suportes teóricos e metodológicos.

A **Teoria da Atividade (TA)** é relevante para esta pesquisa, pois oferece fundamentos que podem ser aplicados à natureza de qualquer Atividade. Neste trabalho de pesquisa atentamos às Atividades de Ensino como ações que envolvem a mediação do sujeito, condicionada às ferramentas conceituais e materiais e pela qual é situada em um contexto e dirigida a um resultado. Além disso, como afirma Kuutti (1996), possibilita analisar a transformação do objeto de estudo (problema da pesquisa - motivo da existência da atividade) em um resultado.

As ferramentas são artefatos que mediam uma Atividade e, neste trabalho de pesquisa, puderam ser representadas pelos conceitos matemáticos trabalhados nas Tarefas Exploratório-investigativas, na utilização de softwares para o estudo dos conceitos matemáticos e na realização das Tarefas. Além disso, podemos afirmar que na forma de organização do trabalho metodológico da pesquisa o conceito de Atividade foi considerado.

Durante o processo de investigação as ferramentas computacionais possibilitaram aos sujeitos e colaboradores da pesquisa, ampliar suas capacidades na transformação da Atividade. O software Moodle, por exemplo, possibilitou a interação social entre os sujeitos em diferentes estados do País, os quais puderam contribuir com sugestões de leituras, envio de Tarefas, participando das discussões, sugerindo ações e manifestando críticas e orientações aos temas estudados no Curso de Extensão *online*.

O motivo - problema da pesquisa que busca responder *quais são as possíveis implicações da prática do professor de Matemática quando inter-relaciona noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar Funções no Ensino Médio, mediante utilização das TIC?* Configurou-se em pré – condição necessária para a Atividade de Ensino acontecer, o que promoveu aos Professores Participantes se engajar aos trabalhos mesmo que por motivos e necessidades diferenciados.

Assim, aproximando os conceitos da TA, fazendo referência às categorias de análise determinadas na presente pesquisa por: Conteúdo Matemático; Prática Docente; Uso das TIC; Contexto Educacional, trazemos uma representação do triângulo proposto por Engeström (1987) a partir da interpretação da universidade de Helsinque – Finlândia, como mostrado em Santos et al (2008). Vide Figura 17:

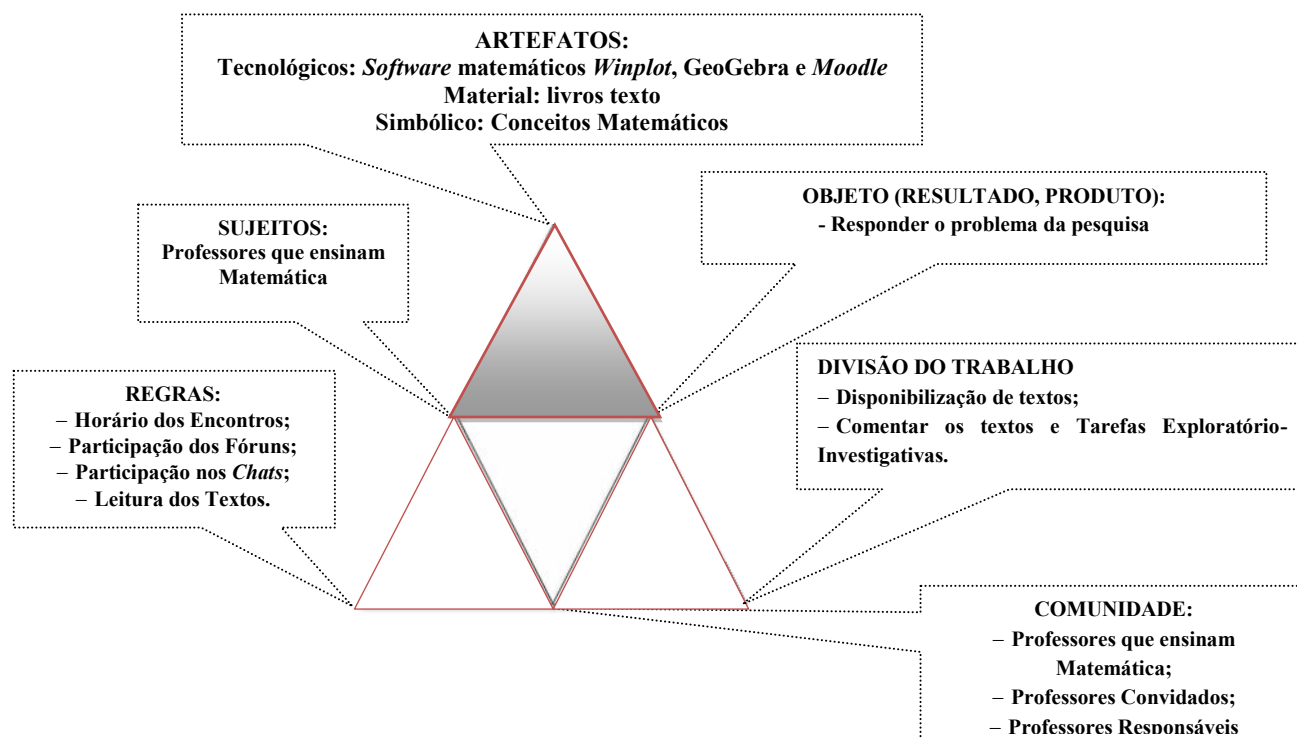


Figura 17: Representação do Triângulo relativo às Atividades de Ensino desta pesquisa

Fonte: Elaborada pela Pesquisadora com base em Engeström (1987).

A Figura 17 apresenta de forma circunstanciada os seguintes elementos:

Sujeito: Os sujeitos – Professores Participantes – representam a natureza coletiva e individual das Atividades de Ensino realizadas durante os encontros por meio das ferramentas computacionais em um contexto social e educativo.

Objeto: parte objetiva da pesquisa, refere-se aos resultados, possíveis respostas ao problema da pesquisa.

Artefatos: *software* matemáticos – Moodle (organização da pesquisa – Curso de Extensão *online* e realização da Entrevista em forma de Questionário de modalidade semiaberta), *Winplot* e *GeoGebra* (apoio a realização das Tarefas Exploratório-investigativas) e os Conceitos Matemáticos (Estudo de Função). O desenvolvimento das Atividades de Ensino foi direcionado a objetivos pré-determinados, mas respeitando os motivos e necessidades de cada membro participante da comunidade envolvida.

Comunidade: refere-se aos Professores Participantes (PP) que ensinam Matemática, Professores Convidados (PC), Pesquisadora (MP) e Professores Responsáveis (PR).

Divisão de trabalho: considerada igualmente a divisão horizontal das *Atividades de Ensino* entre os membros da comunidade (professores colaboradores e sujeitos da pesquisa), cuja divisão vertical foi relacionada com o *status* (participação (PP), mediação (PC, MP e PR), administração (PR)) de cada membro.

Regras: referiu-se aos princípios e regulamentos da comunidade, sejam esses explícitos (horários dos encontros, frequência dos participantes do Curso, leitura e comentário dos textos e tarefas, prazos de entrega dos trabalhos) ou implícitos (metodologia, teoria que fundamentou o trabalho etc.). Regras que limitam e restringem ações particulares do Sistema de Atividade.

O triângulo maior, que acolhe o subtriângulo superior (cor cinza), representa de acordo Engeström (1987), uma versão estendida da Atividade proposta por Leontiev(1978). No caso particular desta pesquisa, caracterizou a natureza coletiva e colaborativa da Atividade de Ensino, envolvendo os sujeitos da pesquisa, as ferramentas, o objeto, a comunidade, as regras e a divisão de trabalho.

Observando a totalidade da representação, ilustrada pelo triângulo da Atividade (Figura 17) e considerando as interpretações realizadas para cada categoria, vemos que a Atividade de Ensino relativa à problemática da pesquisa abrangeu negociações dos Professores Participantes, da Pesquisadora e dos Professores Volaboradores que mediarão as discussões e todas as ações inerentes à efetivação do Curso de Extensão *online* e à realização da Entrevista mediada pela pesquisadora.

Nessa negociação, estiveram implícitos os motivos dos PP (Seção 4, Item 5.1.1, Tabela 4), considerando que cada um dos participantes imprimiu à Atividade de Ensino, intencionalidade, interesses, conhecimentos e experiências relacionados à sua prática docente, vivida em ambientes diferenciados e em diferentes regiões do país, como pudemos perceber pelas interpretações e depoimentos já apresentados nos itens anteriores.

Pelo pressuposto, tomando as Atividades de Ensino inerentes ao Curso de Extensão e à Entrevista realizada junto aos PP, como base para a determinação das unidades de análise, reconhecemos pela (TA) que todas as ações constituídas na pesquisa podem ser consideradas como Atividades, sendo esse o primeiro passo no movimento de análise.

Nessa conjuntura, um segundo passo implicou em atentarmos sobre o segundo e o terceiro princípios definidos por Engeström (1987): Multivocalidade e Historicidade, os quais nos fizeram perceber a importância das vozes e opiniões dos PP, além da importância do ambiente em torno da realidade e a prática docente dos Professores Participantes. Sendo assim, buscamos interpretar suas ideias, articulações, conhecimentos, sugestões e compreensões, inseridos tanto em um contexto local ou global.

Consideramos também o terceiro Princípio, no qual destacamos os conflitos, as tensões e as divergências inerentes a um Sistema de Atividades. As tensões e os conflitos se apresentaram primordialmente condicionadas às orientações do Currículo, à utilização das

TIC na sala de aula e no ensino, ao conhecimento dos alunos e à pressão das avaliações externas direcionadas ao professor bem como aos alunos, tais como o vestibular, o ENEM, entre outros.

As divergências destacaram-se, por exemplo, em relação à ideia de introduzir noções de CDI no Ensino Médio, em caso positivo, se para todos os alunos, ou como uma atividade extra, ou apenas para aqueles que pretendem seguir a carreira de Exatas. Ou ainda, qual a relevância de trabalhar conceitos base do CDI no Ensino Médio? Porque sim ou porque não?

As divergências também destacaram diferentes pensamentos quanto à forma de trabalhar o pensamento funcional junto aos alunos e para quais níveis de ensino, desde o ensino Fundamental I e II ou a partir do Ensino Médio. Ou ainda, sobre a utilização das TIC no que se refere a aspectos didáticos e pedagógicos.

Ao falarmos um pouco mais das tensões ocorridas na interação gerada pela pesquisa, o Currículo orientado ao Ensino Médio, na opinião dos Professores Participantes, muitas vezes engessa a flexibilidade do professor no que tange explorar metodologias, o que inclui o uso das TIC. Consequentemente, é exigido mais tempo ao professor quanto à elaboração de material para as aulas semanais, o que, direta ou indiretamente, impõe ao professor escolher entre quantidade e qualidade de ensino no que concerne à abordagem do conteúdo matemático durante o período letivo.

Outro conflito repercutiu quanto ao conhecimento do aluno e também do professor. Para os PP o professor deve ter conhecimento dos conteúdos matemáticos e de metodologias que promova o ensino dos conceitos de forma significativa aos seus alunos. Ou seja, se o professor não tem domínio sobre o conteúdo, como poderá articular assuntos relacionados ao CDI e, além disso, estabelecer relações com os assuntos que são trabalhados no Currículo orientado ao Ensino Médio? Consequentemente, o aluno precisa adquirir conhecimento que lhe propicie compreensão, de maneira que possam inter-relacionar os conteúdos e transitar com certa segurança entre as representações matemáticas promovendo o pensamento funcional.

Sendo assim, segundo os Professores Participantes, as ações que podem ser relacionadas aos processos de ensino dos conteúdos matemáticos que abordem noções de Cálculo no Ensino Médio envolvem cursos de formação de professores voltados para essa perspectiva e, que esses compreendam e possuam fluência no uso de *software* matemático, *applets*, vídeos, entre outras ferramentas tecnológicas digitais. E, mesmo que esses artefatos possam vir a ampliar os conflitos mediante a predisposição do professor em adotá-los como importantes ou não, ao longo das Atividades de Ensino, é importante que ocorram “momentos

de avaliação permanente para quem ensina e aprende” (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011, p.155).

O 4º princípio (Contradições internas) e o 5º princípio (Transformações expansivas) se consolidaram na pesquisa, por meio das discussões realizadas nos *Chat*, Fóruns, em cada encontro síncrono e assíncrono. As contradições muitas vezes sobre a problemática da pesquisa ou assuntos diversos promoveram debates quantitativos e qualitativos, expandindo o sistema de Atividade, considerando que os momentos de reflexão sobre as leituras realizadas, apreciação das Tarefas Exploratório–investigativas, na elaboração de Tarefas e questões colocadas pelos Professores Docentes – mediadores dos encontros junto aos PP, foram significativamente relevantes, no sentido que contradições manifestaram-se como fontes de mudança, transformação da Atividade e de desenvolvimento para todos.

Segundo Moura, Sforni e Araújo (2011), no processo de transformação, o objeto do conhecimento, e os indivíduos envolvidos nesse processo, constituem-se em dois principais elementos que efetivam a Atividade de Ensino e que a presença desses elementos é fundamentada em uma trajetória lógico-teórica. Lógica porque determina o movimento histórico do conhecimento matemático de forma sistemática, ordenada, respeitando a teorização dos conteúdos apresentados. Histórica, por submeter o conhecimento matemático “às etapas de seu surgimento e desenvolvimento, as casualidades dos fatos e da vida” (KOPNIN, *apud* MOURA, 2011, p.40).

Desse modo, o diálogo entre PP e todos os envolvidos, a compreensão das ações e as mediações se constituíram em elementos fundamentais para Atividade de Ensino, além de poder ser percebida, como propõe Wenger (1998), em uma prática social situada. Ou seja, as experiências de ações pautadas nos motivos, necessidades, intencionalidade dos PP, surgiram relacionadas à prática docente, subjacente a cada um dos membros, considerando circunstâncias sociais e da própria Atividade.

É nessa conjuntura que os conceitos sobre **Comunidades de Prática (CoP)** se fazem necessários em nossa análise. Assim, considerando as dimensões: compartilhamento de experiências dos professores participantes da pesquisa, ao proporcionar uma aprendizagem coletiva e social, cujo objetivo se colocou comum em muitos dos momentos de interação uns com os outros, operacionalizado pelo ambiente *Moodle*, pela mediação da pesquisadora e pela participação dos professores.

Miskulin, Silva e Rosa (2009) afirmam que, “a constituição de uma comunidade de prática baseada na tecnologia relaciona-se a vários aspectos tanto teóricos, quanto metodológicos” (p.7), o que inclui a mediação do professor, a proposta educacional, interação

entre alunos, professor e tecnologia, propiciando formas diversas de comunicação e compartilhamento de ideias para a constituição da prática e do conhecimento entre os membros da comunidade.

Trazendo as considerações acima apresentadas sobre as CoP, analisamos que a comunidade formada pelos Professores participantes, e Professores Convidados apresentou características de engajamento ao trabalho investigativo desta pesquisa, transformando as Atividades de Ensino por meio da aprendizagem social, tão bem explicitada por Lave e Wenger, no livro *Comunidade de Prática* (1991). Essa aprendizagem evidenciou-se, em nossa pesquisa, nos momentos da partilha e da interação promovida pelas discussões e mediações entre as pessoas da comunidade. Essas discussões abrangeram temas sobre metodologias, formação do professor, condições de trabalho, experiência e ações didático-pedagógicas que comumente influenciam na prática docente dos PP.

Como afirma Takimoto (2012), já mencionado na Seção 2, as práticas geradas na CoP são bem utilizadas, tanto do mundo acadêmico quanto das empresas em geral. Essa possibilidade revelou-se muito importante para esta pesquisa, pois nos possibilitou observar que o trabalho coletivo, como a parte prática da pesquisa foi efetivado em um contexto de aprendizagem compartilhada da docência em CDI a partir de um projeto em comum.

Nesta pesquisa a Comunidade de Prática pode ser vista como uma unidade e ao observarmos os três elementos estruturais propostos por Wenger (2001) citado por Matos (2010) e Miskulin, Silva e Rosa (2009), constituem-se no domínio, na comunidade e na prática e pelos quais pudemos analisar que:

O **domínio** – O Conteúdo matemático e a Prática docente em CDI - de cada Professor Participante, membros da comunidade, pôde ser observado, desde o início da constituição da comunidade da pesquisa, considerando seus interesses, necessidades e motivos por meio da seleção de candidatos feita mediante *Google Docs*. E, durante todo o processo de implementação e desenvolvimento da pesquisa, enquanto compartilhavam informações uns com os outros, por meio da plataforma *Moodle*, na realização do Curso de Extensão *online*.

Assim, a capacidade de cada um em trocar experiências, discutir metodologias, técnicas, entre outros pontos debatidos, tiveram como objetivo comum ampliar e potencializar seus conhecimentos, com vistas a adquirir melhores práticas, em particular, para a utilização de softwares matemáticos *Winplot* e *GeoGebra* mediante a proposta em introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio, e de uma forma mais geral, direcionadas ao ensino e aprendizagem da Matemática.

A **comunidade** formada pelos PP e demais colaboradores durante realização do Curso de Extensão online por meio do ambiente *Moodle*, promoveu ao grupo condições para que um pudesse colaborar com o outro, compartilhando informações e aprendendo juntos, mesmo à distância. Dentre o grupo havia funções pré-definidas considerando a divisão de trabalho de forma horizontal e vertical, como propõe Ergeström (1987) sobre o Sistema de Atividade Expansiva.

Assim sendo, destacaram-se as funções dos professores participantes como sujeitos da pesquisa, os Professores Convidados como colaboradores e mediadores das discussões, além dos Professores Responsáveis como colaboradores e administradores do Curso de extensão *online*. Mas, à medida que os encontros síncronos e assíncronos foram acontecendo, por meio dos Chats e do Fórum de Discussão, a comunidade foi evoluindo em termos de deliberações concernentes às mediações, o que mudou a nossa forma de ver o quadro de funções inicialmente propostos, exceto quanto a responsabilidade em relação à administração do Curso e da função da pesquisadora, ou seja, com o passar dos encontros foi se criando uma atmosfera de afinidades e envolvimento em que todos se sentiram favorecidos nos modos de participação das Atividades de Ensino. Sendo assim, os Professores Participantes tornaram-se também colaboradores, sugerindo leituras, tarefas, sendo essas relacionadas com o domínio do CDI no contexto da Educação Matemática e também relacionadas ao domínio da Matemática.

A **prática** – ações compartilhadas – por meio de sínteses críticas, leituras, narrativas relacionadas às atividades de Ensino, desenvolvida junto aos PP foi motivada em parte pelos Professores Convidados – colaboradores da pesquisa, bem como por meio de informações sobrevindas da leitura de artigos, livros, teses e dissertações e consolidada mais tarde por meio da linguagem constituída e legitimada pelos Professores Participantes e demais envolvidos, tendo em vista suas histórias e práticas vividas, as quais foram partilhadas aos membros da comunidade.

Pelo pressuposto, e observando a combinação dos três elementos estruturais que constituem uma CoP, compreendemos que, em muitos momentos do Curso, foi possível caracterizarmos o grupo como uma Comunidade de Prática, no sentido que os Professores Participantes, seja de forma central ou periférica, buscaram desenvolver as Atividades de Ensino tendo um objetivo comum, isto é, melhorar suas práticas por meio dos diálogos e discursos reflexivos, caracterizando o domínio dos conteúdos abordados, no envio de textos e sugestões quanto à forma de ensinar e aprender Matemática, enviando sugestões de Tarefas,

compartilhando as informações, além do comprometimento com as várias ações realizadas em grupo, por todos os envolvidos na pesquisa.

Vale ainda ressaltar que a participação dos membros da comunidade constituiu-se como ações geridas em um contexto de ensino, convidando todos ao diálogo. Assim, os PP ao engajarem-se à pesquisa possibilitaram uma base de participação, conhecimento e informação, promovendo como propõe Matos (2010) ao citar Wenger (2001), a mutualidade, a competência e a continuidade.

A mutualidade prevaleceu no sentido de existir um espaço virtual o que possibilitou a comunicação em um tempo determinado, quando realizados os encontros síncronos e, atemporal, quando condicionados aos encontros assíncronos. As tarefas foram sugeridas e coletivamente apreciadas e analisadas permitindo aos PP realizarem críticas construtivas em relação à sua elaboração e aplicação. A participação imprimiu condições informais de forma periférica ou central, respeitando o motivo e necessidades de cada um dos participantes.

A competência, por sua vez, foi determinada na ação, pela qual foi dada a oportunidade aos PP agirem e mostrarem aos demais membros da comunidade suas práticas e conhecimentos sobre ensino e aprendizagem da Matemática e o que poderiam contribuir para as discussões e para a pesquisa, considerando o motivo e predisposição de cada um em colaborar, divulgando seus trabalhos, ideias, questionamentos, trazendo soluções de forma geral e específica para o problema da pesquisa.

Para a execução das Atividades de Ensino, foi também importante a definição das ferramentas computacionais o que nos capacitou realizar estratégias de diálogo e discussão sobre os textos disponibilizados para leitura e reflexão de temas relacionados ao problema da pesquisa, além da efetivação das Tarefas que puderam ser conhecidas e avaliadas entre os participantes no desenvolvimento de suas competências.

O elemento continuidade para a pesquisa pôde ser analisado quanto à sustentação dos encontros realizados, principalmente quanto ao compromisso de participação por parte da maioria dos PP para a consolidação das atividades de ensino realizadas durante a realização da pesquisa.

Após cada encontro síncrono, realizamos a produção de memórias reificativas como propõe Matos (2010). Ou seja, observamos as informações através de registros disponibilizados no ambiente *Moodle* sobre as atividades em curso, além de anotações a parte em um diário de campo, no qual documentamos as impressões de como os conhecimentos e as práticas foram sendo realizadas, sintetizadas e interpretadas nessa mediação. Consolidada as sínteses das memórias participativas, essas foram disponibilizadas no ambiente *Moodle*

permitindo aos demais membros da comunidade participarem e terem ciência das discussões realizadas em encontros anteriores.

Com essa perspectiva tínhamos como objetivo que os PP pudessem se sentir integrados, cada vez mais ao grupo, possibilitando-os ver seu grau de participação e engajamento na comunidade, mediante as atividades desenvolvidas. Esse objetivo foi alcançado considerando os comentários dos Professores Participantes durante o Curso, pois, por várias vezes os PP mostraram refletirem suas práticas em relação às práticas dos demais membros, enriquecendo seus conhecimentos.

Em nossa análise, observamos, por conseguinte, que as reflexões e mediação geradas pelos Professores Convidados promoveram a todos um olhar mais abrangente, sobre os temas abordados, convidando os PP a ampliarem seus interesses junto à comunidade, estabelecendo acordos de forma compartilhada das situações correntes do Curso, estabelecendo pontes e canais de informação para outras comunidades e *feedback* em relação ao estudos dos conceitos matemáticos, além de promover a convergência dos objetivos e as finalidades inerentes à pesquisa.

Ressaltamos, portanto, que a perspectiva de conceito de pertença, ressaltada nos três principais elementos estruturais, conduzidos pelas Atividades de Ensino, pôde se caracterizar dentro da proposta do Ciclo de Aprendizagem Expansiva idealizado por Ergeström (1987) onde os questionamentos ou problemas que surgiram foram de atribuição do grupo, cuja participação ativa ou periférica dos membros foi de grande contribuição para a solução dos problemas. A estrutura física sob o aspecto da mutualidade configurou-se em um espaço virtual, onde os participantes puderam se reunir, à distância, considerando ainda seu tempo disponível.

As discussões foram analisadas e refletidas pelo grupo tendo em vista a metodologias adotada. O papel das ferramentas computacionais no processo de desenvolvimento das Atividades de Ensino foi importante para o delineamento das ações e operações envolvidas na prática e desenvolvimento de competências da comunidade envolvida.

Assim, compreendemos que o conceito de Atividade no ambiente de discussão criado na plataforma *Moodle* e pela proposta da pesquisa possibilitou momentos de aprendizagem social promovida por meio da participação e retificação dos Professores Participante, Professores Convidados, Professores responsáveis pelo Curso e Pesquisadora, respeitando as limitações, domínios e práticas de cada membro da comunidade.

Finalizando, trazemos, no Item 6, um contínuo dessas ideias acima associadas às Considerações Finais, onde apresentamos algumas respostas e sugestões frente às questões norteadoras inerentes ao problema da pesquisa.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscamos compreender a problemática da pesquisa, atentando principalmente para a importância do pensamento funcional e para o estudo de Funções como ponto central na proposta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio, mediante a utilização das TIC. Ao apresentarmos os primeiros passos para nossa investigação, definimos o problema: *quais são as possíveis implicações da prática do professor de Matemática quando inter-relaciona noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar Funções no Ensino Médio, mediante utilização das TIC?* E o objetivo: *evidenciar as possíveis implicações da prática do professor que ensina Matemática, quando este inter-relaciona noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar Funções no Ensino Médio, mediante uso das TIC.*

Essa iniciativa foi norteadora, pois nos possibilitou determinar os encaminhamentos relativos à efetivação da coleta dos dados junto aos sujeitos pesquisados.

Vale enfatizar que essa problemática já vem sendo discutida há algum tempo como declaramos ao longo da escrita desta pesquisa e para fundamentar as discussões tomamos como principais aportes teóricos a Teoria da Atividade (TA) na perspectiva de Alexei Leontiev (1978, 1981), o Sistema de Expansão da Atividade definida por Engeström (1987, 1996) e alguns conceitos da Teoria de Comunidade de Prática (CoP), tendo como base Etienne Wenger (1998, 2013).

Nesse encadeamento, compreendemos que Leontiev, reconhecido como um dos colaboradores de Vygotsky, mostrou-se fundamental para a sistematização da Teoria da Atividade. Sua percepção da perspectiva histórico-cultural reconhece a importância da aprendizagem por meio da ação e da interação com o meio social e cultural, permitindo o desenvolvimento dos seres humanos associado às atividades realizadas. Em outras palavras, um sujeito não age sozinho, mas faz parte de um coletivo, de um sistema de relações sociais.

Engeström (1978; 1999), por meio da releitura da Teoria da Atividade, envolvendo os estudos de vários teóricos e principalmente estudos de Leontiev e Vigotsky, compreende que, no processo de criação de artefatos e produção de novos padrões sociais, o ser humano não depende somente da internalização cultural, mas de resignificação do antigo para o novo o que infere nas transformações expansivas, enfatizando a natureza conflituosa da prática social. Com esse pensamento, Engeström (2001) propõe o ciclo de aprendizagem expansiva

inerente a ideia do Sistema de Atividade Expansiva, o qual se inicia, por exemplo, com o questionamento individual do sujeito em relação à prática vivida, transformando-a progressivamente em um movimento coletivo.

Wenger (1998) traz algumas concepções e evidencia as ideias de Comunidade de Prática, a qual tem criação recente, embora o termo a que ela se refere seja antigo. E, como já suscitado na Seção 1, os conceitos da CoP atraem a atenção tanto do mundo acadêmico quanto das empresas em geral, pois muitas conquistas tanto a nível empresarial, como educacional advém da forma coletiva de gerir um projeto em comum. Em nossa concepção, as ideias da CoP se aproximam de alguns conceitos da Teoria da Atividade quando associados ao Sistema de Atividade Expansiva, proposto por Engeström (1987).

Assim sendo, conceber Comunidades de Prática no ambiente educacional seja de forma presencial ou virtual incentivando os professores a constituírem melhores práticas didático-pedagógicas, “articulando interesses e objetivos comuns, ações, diálogo, discurso reflexivo, experiências compartilhadas e colaboração, resultando em implicações para o “aprender” e o “ensinar”(MISKULIN, 2010, p.2) poderá ocorrer, como propõe a autora, uma “possível re-significação na prática docente, constituída nessa interlocução coletiva e social” (p.2).

Compreendemos, portanto, que uma das grandes vantagens das comunidades de prática consiste principalmente na possibilidade de compartilhar o conhecimento facilitando o surgimento de novas ideias.

Nesta pesquisa, a metodologia adotada foi de caráter qualitativo, primando a observação participante. E, para o desenvolvimento da pesquisa e coleta dos dados, designamos como instrumentos metodológicos a realização de um Curso de Extensão *online*, pelo qual convidamos professores de todo o Brasil que ensinam Matemática no Ensino Médio a participarem como sujeitos da pesquisa e darem seu contributo ao nosso trabalho considerando suas experiências em sala de aula.

Realizada a Análise dos dados com base em Bardin (1977) e, tendo em vista a Pré-análise e Articulação dos resultados, destacamos quatro dimensões⁸⁷: Conteúdo Matemático, Prática Docente, Uso das TIC e Contexto Educacional. Estas dimensões foram atribuídas a partir da leitura, interpretação e análise das Unidades de registro e Unidades de contextos constituintes dos dados coletados junto aos sujeitos da pesquisa. E, como já explicitado na Seção 4, item 5.2.1, as Unidades de Contexto foram aproximadas e das quais emergiram os 40

⁸⁷ Dimensões explicitadas no Item 5.2.2.

Temas relativos às Unidades de Registro como apresentadas nas Tabelas 19 e 20 da seção supramencionada.

Vale ainda enfatizar que, para o processo de categorização, ressaltamos a essência dos registros das discussões realizadas entre os Professores Participantes e nesse processo analisamos o sentido e o significado das mensagens propostas em cada excerto destacado (Unidades de Contexto), considerando, por conseguinte, a importância do conjunto de Categorias que nos possibilitaram trazer algumas importantes considerações frente às questões norteadoras inerentes ao problema da pesquisa. A saber:

- *O que dizem os dados da pesquisa quanto às possibilidades e limitações em inter-relacionar noções de CDI ao estudo de função em nível de Ensino Médio mediante uso das TIC?*
- *Quais as contribuições das TIC quanto à proposta de introduzir noções de CDI no ensino médio?*
- *Quais as limitações e perspectivas associadas à prática docente do professor que ensina Matemática ao introduzir noções de CDI no Ensino Médio?*

Ao analisarmos sobre “*O que dizem os dados da pesquisa quanto às possibilidades e limitações em inter-relacionar noções de CDI ao estudo de função em nível de Ensino Médio mediante uso das TIC?*”, um dos pontos destacados e amplamente discutidos na literatura referiu-se à importância de se trabalhar o pensamento funcional e como essa abordagem pode e deve ser assumida como fundamental para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Em particular, apresentou-se como uma abordagem viável em relação à proposta de introduzir noções de CDI no Ensino Médio. Vale ressaltar que demos enfoque a essa discussão na seção 2 quando apresentamos as ideias de Klein (1927), Roxo (1937), Ávila (1991) entre outros pesquisadores, além de trabalhos de pesquisas mais atuais.

Ao refletirmos sobre essas questões junto aos Professores Participantes, entendemos que a disciplinarização do Cálculo no Ensino médio pode ser efetivado, mas por meio de um estudo propedêutico de caráter intuitivo e exploratório, enfatizando, nos conteúdos tradicionais do currículo, tópicos que não comumente são discutidos no Ensino Médio, tais como incomensurabilidade, continuidade e, sempre que possível, contextualizar esses conteúdos a acontecimentos e fenômenos reais.

Nesse sentido, interpretamos que a valorização do senso prático e contextualizado no ensino da Matemática é fundamental, mas também concordamos com Freudenthal (1973) e Hilton (1980), quando afirmam que Matemática é uma atividade humana que infere em atividades de aprendizagem, decorre de necessidades, repercutindo em algo real, se *coisifica* a partir de uma ideia, materializando-se por vezes em algo concreto. Mas isto não significa que

todo o ensinamento deve estar integrado apenas a fenômenos do mundo real. Esse pensamento também é corroborado por grande parte dos Professores Participantes.

A viabilidade do currículo foi outro ponto debatido pelos PP, sendo esse considerado como um obstáculo no sentido de introduzir noções de CDI no Ensino Médio. Esse é um tema difícil de chegar a um acordo e soluções ideais entre os Professores Participantes, entretanto, na leitura dos dados, vemos que os Professores Participantes também acham pertinente trabalhar conceitos de CDI dentro dos conteúdos do Ensino Médio, por acharem que esses se revelam muito importantes para a apropriação do saber, em particular o saber matemático.

Félix Klein, Euclides Roxo e Geraldo Ávila surgem como precursores. Além desses, podemos citar Jerome Bruner que, não diretamente, trata sobre o tema Função ou sobre a perspectiva direta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio, tendo o conceito de Função como ponto axial. Mas, suas considerações sobre o currículo em espiral nos parecem ser uma forma interessante de propor uma estratégia com fins de viabilizar a problemática da pesquisa.

Em seu livro intitulado “O processo da educação⁸⁸”, Jerome Bruner (2004) defende que “qualquer conteúdo se poderia ensinar ao aluno em qualquer idade de uma forma que seja honesta” (p. 13), isto é, atendendo à capacidade cognitiva e necessidade dos alunos, de modo a resolver o conflito entre promover o conhecimento intelectual e o cultivo da maturidade emocional. É claro que, nesse debate, devemos refletir sobre as implicações históricas, políticas, sociais e culturais, o que sugere que não podemos mudar a forma de educar sem comprometer aspectos da sociedade e sem estarmos atentos às mudanças históricas.

O currículo, na perspectiva de Bruner (2004), é, portanto, direcionado aos professores, ou seja, tem o papel de diretamente influenciar e informar o educador e, a partir desses, conferir o aprendizado aos alunos, os quais podem e devem ser incentivados à investigação e exploração de conceitos supostamente mais avançados e gerais desde cedo; além de inferir ao professor a capacidade de levar o aluno a ter independência, familiarizando-se com as metodologias das ciências.

Para Bruner (2004), “Muita da aprendizagem depende da necessidade de conseguir uma atenção em conjunto, de realizar experiências também em conjunto, de respeitar a relação social entre aluno e professor” (p.17). Pensando assim, Bruner desenvolve a ideia de Aprendizagem em Espiral - a aprendizagem por descoberta, na qual, em sua concepção, é possível ensinar qualquer tema de conteúdo, em qualquer estágio de desenvolvimento escolar.

⁸⁸ Obra inspirada na conferência de Woods Hole e direcionada às reformas curriculares da época e que até hoje inspira educadores.

As ideias de Bruner quanto ao currículo em espiral é interessante, pois se compreende que o ensino da matéria deve ser estimulado a uma aprendizagem, cujos tópicos devem ser repetidamente desenvolvidos em todas as séries de ensino (consideramos aqui o caso particular do Ensino Médio), com vistas a atingir o seu máximo desenvolvimento intelectual, desvirtuando a ideia de aprender por compartimentos. Isso implica que “cultivar a excelência talvez seja o objetivo mais geral da educação, mas deve-se esclarecer o sentido que a expressão é usada. Refere-se não só a educar os melhores alunos, mas ajudar a todos os demais a progredirem em seus estudos.” (BRUNER, 2004, p. 35).

Com essa afirmação, o autor não quer dizer que os conteúdos que devam ser ensinados sejam iguais para todos os alunos, em diferentes níveis de ensino. As diferenças devem ser observadas, mas é de senso comum que os alunos, tanto os acima da média como os que apresentam maior dificuldade em apreender os conceitos, terão melhor hipótese de evolução intelectual se tiverem um conhecimento mais amplo, donde uma “aprendizagem anterior tem entre seus fins facilitar uma aprendizagem posterior” (BRUNER, 2004, p. 37).

Outro ponto que segue ao encontro da aprendizagem em espiral é que o ensino dos conteúdos, por exemplo, de Matemática, não deve ser adiado pelo fato de serem compreendidos como difíceis. Para Bruner (2004), o ensino precoce das ciências, da Matemática, entre outras disciplinas, poderia ser planejado, acentuando a apreensão das ideias intuitivas, realizando, por conseguinte, um aprofundamento contínuo, voltando repetidamente, sempre que possível, a ideias básicas.

A aprendizagem em espiral é, portanto, fundamentada em práticas que se adaptam a estratégias ou metodologias de ensino, sem, necessariamente, excluir ou acrescentar conteúdos ou conceitos, mas expandindo o conhecimento num movimento em espiral, adentrando tópicos e retomando-os mais tarde, em um curso mais avançado, de forma a aprofundar os conceitos estudados inicialmente, de forma intuitiva e exploratória. Nesse movimento de idas e vindas, erros e acertos, consiste o amadurecimento. Sendo assim, a aprendizagem em espiral preocupa-se, portanto, em apresentar cada conteúdo de forma qualitativa quanto à compreensão do aluno, em cada atividade realizada.

Em nossa perspectiva, a teoria de Bruner sobre a aprendizagem em espiral pode não ser adotada em sua totalidade de intenções, como uma forma de efetivar a proposta de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio, ao ensinar funções com o apoio das Tecnologias digitais, devido à ênfase dada ao método sistêmico e exclusivo aos processos de

pesquisa e da metodologia da descoberta experimental, como informa Marques (2004, p. 4)⁸⁹. Mas, pode produtivamente ser adaptada, considerando que, além dos processos de descobertas, pode ser incentivada a diversificação de abordagens metodológicas equilibrando, portanto, a apresentação dos conteúdos através dos métodos de aprendizagem por recepção, interação, com os instrumentos e objetos de aprendizagem, além da mediação do professor.

Nessa discussão, vemos esse processo como uma Atividade que envolve a ação do professor quanto ao objeto de estudo (metodologia, entre outros) em direção a um resultado (aprendizagem do aluno), considerando, nessa Atividade e em todas as demais Atividades implícitas ou inerentes à principal, a importância da comunidade escolar, atenção às regras impostas pela escola ou pelo currículo e, nesse contexto, saber o seu papel na divisão dos trabalhos realizados em classe, no *status* de orientador e participante efetivo do processo.

Os obstáculos que podem surgir no desenvolvimento da Atividade devem ser vistos, como propõe Engeström (1999), como uma motivação para mudança e desenvolvimento, o que, de início, pode gerar conflitos na prática docente, o que inclui a relação entre professor e alunos, mediante a abordagem didática, adequação do conteúdo programático, entre outros. No entanto, no decorrer do processo, soluções podem ser apresentadas e adaptadas, com fins para o desenvolvimento e aprendizagem do aluno.

Vale ainda considerar que uma transformação expansiva, como propõe Engeström (1999), não depende só do professor, mas através de uma excursão coletiva. Daí a importância desse professor estar envolvido em uma Comunidade de Prática, na qual possa se sentir integrado e mais seguro na tomada de decisões.

Considerando agora a questão onde refletimos sobre “*Quais as contribuições das TIC quanto à proposta de introduzir noções de CDI no ensino médio?*”, conjecturamos que há mais de três décadas desde que as Tecnologias Informacionais e Comunicacionais passaram a ditar novas formas de interação, influenciado o dia a dia das pessoas, a forma de perceber o conhecimento, seja fora ou dentro da escola, se modificou.

As TIC, no ambiente educacional, passam então a serem vistas como uma importante ferramenta, fato que vem se consolidando através de pesquisas, tais como as apresentadas na Seção 3, dentre essas, algumas apoiadas pelo Grupo de Pesquisa em Processo de Formação e Trabalho Docente dos Professores de Matemática da UNESP de Rio Claro. A saber: Farias (2007), Marin (2009), Garcia (2007), Richit (2010), Mendes (2013), Benites (2012), Miskulin

⁸⁹ Vale ressaltar que até o próprio Bruner já revê sua ideia inicial em relação ao Currículo em Espiral, como podemos notar em seu livro intitulado *o Processo da Educação* (1978), já com nova edição para o ano de 2004.

(2010), Penteado (1999, 2004) entre outros. E, nesse processo vêm sendo determinadas com vistas a contribuir com o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Olhando em termos gerais para a perspectiva do professor que ensina Matemática, cremos que esse, assim como qualquer outro professor que atue em áreas diferenciadas, não devem usar os recursos tecnológicos digitais apenas por uma questão de atualidade, como propõe Flichy (1995). O que significa dizer que o uso das TIC não garante aprendizagem, se o professor não fizer uso de metodologias adequadas, pois sendo assim, o que poderia trazer benefício pode se transformar em um agente de distração, devido à grande facilidade de acesso a diferentes conteúdos. Portanto, a função do professor como orientador é fundamental no processo de organização e relevância da informação.

Em nossa pesquisa, percebemos que os Professores Participantes veem as ferramentas tecnológicas digitais como aliadas ao seu trabalho, mas o uso delas em sua prática docente contém muitas implicações, dentre elas as que estão associadas à postura do professor frente aos alunos, fluência frente às TIC, metodologias adotadas, a infraestrutura da escola, o apoio de gestores e coordenadores, entre outros.

No caso particular relativo à introdução de CDI no Ensino Médio, tendo o estudo de Função como ponto central de discussão, as TIC revelam-se importantes aliadas, tanto a nível de informação e conhecimento, bem como pela possibilidade de explorar várias ferramentas tecnológicas, como os *software* matemáticos, o que traz a possibilidade de mobilizar e inter-relacionar múltiplas representações matemáticas, permitindo ao professor maior liberdade em explorar o conceito de Função de forma dinâmica junto aos seus alunos, proporcionando, assim, maior compreensão dos problemas propostos nas Tarefas.

Ressaltamos, portanto, que o uso das TIC foi de fundamental importância para a viabilização das Atividades de Ensino relacionadas à constituição da coleta de dados e, em particular, na realização das Tarefas Exploratório-investigativas. Sobre esse aspecto, os PP, em sua maioria, compreendem que utilizar *software* matemáticos como uma ferramenta de apoio ao ensino e aprendizagem da Matemática trará mais dinamicidade à apresentação dos conteúdos.

Assim, percebemos ser um consenso, levando em consideração a coleta de dados desta pesquisa e as leituras realizadas; que, hoje em dia, os *software* matemáticos constitui-se em um instrumento importante para o ensino da Matemática, pois possibilitam a construção, simulação e dinamização de problemas.

Para ilustrar a importância do uso dos *software* matemáticos na elaboração e resolução de problemas matemático, tomemos alguns exemplos retirados da literatura estudada e de

ideias trabalhadas na Tarefas Exploratório-investigativa durante a realização do Curso de Extensão *online* oferecido aos PP.

Um exemplo retirado da literatura refere-se a uma questão proposta por Euclides Roxo (1929) citado por Braga (2006), direcionada ao ensino da Geometria Espacial. Nesse problema, ele sugere a construção do cubo, partindo de um ponto que, ao ser movimentado de um lado para outro, se determina a aresta. Esta, trasladada, determina a face do cubo e, finalmente, na translação da face, pode-se gerar o cubo. Trabalhar essa questão em um ambiente papel e lápis é possível, mas trabalhoso, correndo-se o risco de se perder a dinamicidade da construção. Entretanto, com o uso de um *software* matemático, muitas são as possibilidades de visualização, além de constituir-se subliminarmente e de forma mais efetiva em “um meio de introduzir o cálculo de áreas e volumes podendo aí ser explorado noções de Integral” (BRAGA, 2006, p. 98).

Outro exemplo que podemos citar foi trabalhado no Curso (Tarefa 4) e teve como objetivo discutir o pensamento funcional em um problema compreendendo conceitos da Função polinomial⁹⁰ na introdução do conceito de Limite e Derivada. Vide Anexo E. Nesta Tarefa utilizamos o *software* GeoGebra, pelo qual construímos uma tabela envolvendo valores de um polinômio e pela qual foi trabalhado as diversas informações sobre o comportamento da função (rapidez, crescimento, decrescimento, intervalos de raízes, variação de sinal, etc.). Além da construção da Tabela, também foi observado o comportamento da função na construção do seu gráfico inter-relacionado à representação algébrica da função.

O Estudo das funções polinomiais também abriu perspectivas para o estudo de Limite no infinito, mediante o comportamento da Função, determinado pelo termo de maior grau. As Funções racionais⁹¹, embora não constem na matriz curricular do Ensino Médio, podem ainda ser abordadas nesse nível, pois se revelam um objeto matemático importante no estudo de

⁹⁰ “Em matemática, Função polinomial é uma Função P que pode ser expressa pela fórmula

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0 x^0 = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

em que n é um número inteiro não negativo e os números

$a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n$ são constantes, chamadas de coeficientes do polinômio”. Retirado do Wikipédia: A enciclopédia livre. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Fun%C3%A7%C3%A3o_polinomial

⁹¹ Uma Função racional é uma razão de polinômios. Para uma simples variável x , uma típica Função racional é, portanto $f(x) = \frac{P}{Q}$, $Q(x) \neq 0$ onde P e Q são polinômios tendo x como indeterminado, e Q não pode ser o polinômio zero. Qualquer polinômio não-zero Q é aceitável; mas a possibilidade que um dado a assinalado para o x poderia fazer $Q(a) = 0$ significa que a Função racional, diferente dos polinômios, não possuem sempre uma Função domínio de definição óbvia. Retirado do Wikipédia: A enciclopédia livre. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Fun%C3%A7%C3%A3o_racional

infinitésimos. Consideremos as funções (A): $f(x) = \frac{1}{x}; x \neq 0$, e (B): $f(x) = \frac{1}{x^2}; x \neq 0$.

Nesses exemplos, os alunos podem definir valores para a variável x mediante uso de tabelas, seja no ambiente papel e lápis seja usando um *software*.

Pela observação das tabelas ou ainda pela simulação dos gráficos das funções em um *software* matemático, é possível os alunos perceberem que, quando o valor de uma variável representada por “ x ” aumenta ou diminui, indefinidamente, tanto para Função representada por (A) ou (B), os valores $f(x)$ vão se tornando cada vez mais próximos de zero e nunca ultrapassam esse valor. A partir de exemplos semelhantes a estes, tais como mostramos nas Tarefas Exploratório-investigativas, o professor poderá introduzir, de forma intuitiva, a ideia de Limite infinito e no infinito, sem necessariamente algebrizar o conceito.

Em Conversa com os PP, Compreendemos ser esse um aprendizado importante para o aluno, pelo qual, esses podem mobilizar várias representações matemáticas, compreendendo conceitos e propriedades que “ficariam perdidos sem uma interpretação funcional” (BRESLICH, 1928, p. 83). Por conseguinte, as taxas de variação envolvendo a ideia de crescimento e decrescimento, o cálculo de máximo e mínimo de uma Função associada à ideia de tangência da reta no ponto, pode possibilitar ao professor que ensina Matemática no Ensino Médio, introduzir a ideia de Derivada.

Na resolução do cálculo de área de uma circunferência como propomos na Tarefa 7, tivemos a expectativa de apresentar aos professores a possibilidade de perceber quanta relação matemática está envolvida. Por exemplo, introduzimos a noção de Integral mediante o cálculo de área de uma circunferência e perímetro, utilizando o método de exaustão.

Um tema que não foi diretamente trabalhado na apresentação das Tarefas, mas que emergiu das discussões entre os Professores Participantes consistiu no tema Infinito e Infinitésimo como um obstáculo a ser tratado na Matemática escolar. Em nossa opinião, tendo em vista as leituras realizadas e as discussões realizadas junto aos PP, o aluno do Ensino Médio não pode chegar ao curso na Educação Superior indiferente a esse assunto. É preciso, ao menos, ter uma noção histórica sobre o assunto ou ideia intuitiva de como esse tema se revela em alguns conceitos matemáticos.

Nas leituras realizadas durante o Curso de Extensão *online*, pudemos notar que o infinitésimo, como afirma Maia (2012), é considerado desde os gregos como uma quantidade variável que tende para o zero e nunca chegando a este valor. O Infinito, por sua vez, é composto por uma quantidade indeterminável de valores incomensuráveis que podem crescer ou decrescer indefinidamente. Isso falando da forma mais simplificada possível. No Ensino

Médio, o professor pode ampliar a ideia de números reais trabalhados nos ciclos anteriores, os números que agora são vistos como elementos de um conjunto. Assim, é importante perceber a relação desses com a ideia de infinito e infinitésimo como compreendem os PP.

Na elaboração das Tarefas 6, buscamos introduzir a ideia de continuidade de forma intuitiva com o apoio do software *Winplot*. Os PP puderam fazer considerações e perceber propriedades relativas à ideia de continuidade de uma função. Vide Anexo E.

O Paradoxo de Zenão⁹² é um problema clássico que traz implicações na Física e Matemática e convida o aluno do Ensino Médio a refletir sobre o infinito em relação ao tempo, Continuidade, movimento etc. Em uma nota de aula⁹³, o professor Costa (2014) e a Profa. Miskulin mostram um interessante exemplo, relacionando o paradoxo de Zenão à progressão geométrica. Ao explicitar a questão, o professor se preocupa inicialmente em refletir sobre o termo Paradoxo numa perspectiva filosófica e, posteriormente, em uma perspectiva matemática.

Outros exemplos de problemas matemáticos, envolvendo noções de Cálculo, foram propostos pelo professor Bortolossi, da Universidade Federal Fluminense (UFF), durante um dos *Chats* do Curso de Extensão oferecido aos PP. As questões apresentadas por Bortolossi promoveram a reflexão sobre o conceito de Infinito, Limite, Continuidade, entre outros conteúdos. Vide Tabela 22.

Tabela 22 – Tópicos de Cálculo no Ensino Médio

Em geral, os professores do ensino básico sabem o que é raiz quadrada de 3: é um número não negativo que elevado ao quadrado dá 3. Mas quem diz que tal número existe? A existência de raízes quadradas vem do fato da Função $f(x) = x^2$ ser contínua. O fato de Continuidade ser importante não é percebido pelos professores do ensino básico.

No ensino médio são estudadas as Funções exponenciais: $f(x) = 2^x$, com x real, por exemplo. Em geral, os professores do ensino básico sabem o que é $2^{(3)}$, $2^{(-3)}$ e $2^{(1/3)}$, mas não sabem o que é $2^{(pi)}$. A definição de $2^{(pi)}$ exige o conceito de Limite.

Um tópico mais básico ainda: o que significa dizer que 0.4395849204954... é a representação decimal de um número real? Por que todo número real possui representação decimal? Para justificar esses fatos é preciso noção de Limite.

A dedução da fórmula da área do círculo via método da exaustão deveria ser mais enfatizada e outros exemplos deveriam ser incluídos (afinal, isto é um prelúdio para o cálculo Integral): a área entre uma parábola e uma reta secante, volume da esfera, etc.

A definição da Função logarítmica via áreas (integrals).

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, baseada em informações disponibilizadas pelo professor Bortolossi no Curso de Extensão.

⁹² Os paradoxos de Zeno (ou de Zenão), atribuídos ao filósofo pré-socrático Zenão de Eleia, são argumentos utilizados para provar a inconsistência dos conceitos de multiplicidade, divisibilidade e movimento. Através de um método dialético que antecipou Sócrates, Zeno procurava, partindo das premissas de seus oponentes, reduzi-las ao absurdo e com isso sustentar o ponto de fé dos eleáticos e de seu mestre Parmênides, que ia contra as ideias pitagóricas. Definição retirada do Wikipédia (enciclopédia livre) disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Paradoxos_de_Zeno.

⁹³ Disponível em <http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/mce13/textos/zenao.htm>

Nas leituras relacionadas às discussões entre os PP nos deparamos com um artigo de Lopes (2008), no qual o autor propõe atividades que podem ser exploradas em todas as séries do Ensino Fundamental, inclusive no Ensino Médio. Vejamos abaixo algumas dessas questões:

- “Expor aos alunos a situações que possibilitem a problematização e exploração da noção de metade da metade, metade da metade...” (p. 12).
- “O trabalho com frações egípcias e frações boas, [...] contribui para que sejam introduzidas ideias importantes como aproximação, arredondamento, Limites e ainda que se possam explorar distintas representações.” (p. 13).

Tendo em vista as ideias acima apresentadas, compreendemos que o pensamento funcional, deve ser valorizado na apresentação e estudo do conceito de função em nível de Ensino Médio, considerando que poderá trazer mais interesse ao aluno, tanto no sentido de estabelecer conexões, como perceber o mundo através da Matemática de forma mais realista. Acrescentamos também que o Cálculo tem um importante papel na história e essa abordagem deve estar presente nas atividades de sala de aula e mesmo no currículo das escolas. De acordo com Lopes (2008), é importante aos alunos conhecer a evolução dos conteúdos matemáticos e suas várias aproximações ao longo da vida humana.

As questões acima apresentadas buscam desenvolver, no nível de Ensino Médio, um estudo propedêutico de caráter intuitivo, exploratório e investigativo, enfatizando a importância do senso numérico para os números racionais, infinidade, pensamento funcional, aspectos históricos e, em muitos exemplos, não imprimem necessariamente aplicações práticas de significação real. Nesse sentido, cremos que a valorização do senso prático no ensino da Matemática é fundamental, mas também concordamos com Freudenthal (1973) e Hilton (1980), quando afirmam que a Matemática é uma atividade humana que infere em atividades de aprendizagem, decorre de necessidades, repercutindo em algo real, se *coisifica* a partir de uma ideia, materializando-se, por vezes, em algo concreto. Mas isto não significa que todo o ensinamento deve estar integrado apenas a fenômenos do mundo real.

A abstração, a probabilidade deve certamente ser considerada, principalmente por ser um componente cultural onde a ideia parte de uma necessidade, motivo, originalidade, evento, imagem e segue através das relações, mediações, considerações, reação, erros e acertos até à generalização, compreensão, *coisificação*, processo de ressignificação e reelaboração da realidade em que vivemos.

Assim, as ferramentas tecnológicas constituem-se em importantes recursos didáticos e, segundo Ricoy e Couto (2011), podem ajudar a consolidar conteúdos em fases distintas de ensino. Mas o sucesso da aprendizagem não está limitado ao uso dessas ferramentas em si

mesmo, como já notadamente discorremos na Seção 3. Ou seja, não significa simplesmente trocar a lousa, ou o livro didático pelo computador. As TIC devem ser vistas e pensadas como mais um instrumento associado às diversas formas de “interação entre o que aprende e o que ensina e a mudança no modo como entende a natureza do conhecimento” (RICOY; COUTO, 2011, p. 2).

Percebendo então as TIC como um importante apoio às Atividades de Ensino, propostas em nossa pesquisa ressaltamos que, na realização das leituras e Tarefas Exploratório-investigativas apresentadas aos PP, destacaram-se a dinamicidade e a não linearidade. Isso significa dizer que, em relação aos textos, o desenvolvimento das discussões respeitou o motivo e o interesse de cada professor e mediador, considerando o momento social, econômico e político, além da relevância histórica atual. E, em relação às Tarefas, propomos um movimento em espiral, no qual várias vezes retomamos o conceito de Limite, Continuidade, Derivadas de Função, em formas diferenciadas, buscando estabelecer uma sistematização dos conteúdos apresentados, buscando assim gerar novos conhecimentos de conceitos supostamente consolidados no Ensino Médio.

As TIC constituíram-se, portanto, em instrumento de organização do trabalho e como mediador da proposta de introduzir noções de CDI no Ensino Médio. Nesse processo, a participação dos PP, dos Professores Responsáveis, dos Professores Convidados e da pesquisadora (MP) apresentaram formas de trabalhar o conteúdo ao se mostrarem motivados a transformar o objeto de estudo em resultado, através de ações e operações. Sendo assim, a Atividade no sentido da Teoria da Atividade, muitas vezes, foi concebida, pois ações foram realizadas e as operações concretizadas com significado, mesmo sofrendo alguns percalços no caminho, considerando que os motivos iniciais de cada PP foram se consolidando a cada encontro realizado no Curso de Extensão e corroborados em seus comentários na realização da Entrevista.

Por entendermos as TIC como uma ferramenta de apoio às Atividades, tomamos como base um Quadro delineado por Nardi (1995), cuja articulação entre linhas e colunas da Tabela 23 mostra o movimento pelo qual delineamos as ações, as operações e Atividades inerentes a metodologia de trabalho desta pesquisa.

Tabela 23 – Potenciais Formas de Apoiar as *Atividades de Ensino* por meio das TIC

*****	Operacional	Ação	Atividade
Ferramenta/Instrumento	Propor rotinas de uso e familiarização com os <i>software Winplot</i> e GeoGebra.	Propor ações transformadoras de uso dos <i>software</i> , através de procedimentos visíveis e de fácil compreensão	Permitir a realização de uma nova rotina ou participação ativa dos professores na proposta de novas Tarefas.
Objeto	Trabalhar o conteúdo de Cálculo de forma intuitiva, dentre os conteúdos do Ensino Médio.	Possibilitar a interação do professor com as Tarefas Exploratório-Investigativas, além de leituras sobre o tema Função e sua importância no projeto de introduzir noções de Cálculo no Ensino Médio.	Possibilitar discussões, de forma que o objeto de estudo seja de interesse comum, trazendo, por conseguinte, resultados para a problemática da pesquisa.
Sujeito	Professores que ensinam Matemática	Apoiar a tomada de ações dentro de uma atividade.	Discussão, apoio e reflexão em relação ao objeto e à atividade.
Regras	Incorporar e atribuir um determinado conjunto de regras	Tornar o conjunto de regras visível e compreensível	Possibilitar a negociação de novas regras.
Comunidade	- Criação implícita de uma comunidade, - Definir Tarefas a um grupo de professores	- Apoiar ações comunicativas - Tornar o campo de atuação visível.	Possibilitar a formação de uma nova comunidade.
Divisão de Trabalho	- Incorporar e atribuir uma dada divisão de trabalho.	Tornar a organização do trabalho visível e Compreensível.	Possibilitar a reorganização da divisão do trabalho.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, baseada em Nardi (1995).

Enfim, no movimento do Sistema de Atividade Expansiva, várias Atividades estiveram associadas. Uma primeira refere-se à proposta de trabalhar noções de Cálculo no Ensino Médio, o que envolveu, inicialmente, a pesquisadora e os professores responsáveis, no sentido de determinar o *design* do Curso de Extensão. Outra Atividade, interligada à primeira, envolveu os PP, Professores Convidados, Professores Responsáveis e a Mediadora Principal na efetivação do Curso de Extensão direcionado aos professores. Os motivos dos PP e demais membros podiam ser diferenciados, mas seguiam na mesma direção: trabalhar o conteúdo de Matemática, tendo as TIC como apoio à realização das Atividades.

Logo, as ações realizadas, geraram para a maioria dos PP condições de operacionalizar os conceitos mediante uso dos softwares matemáticos *Winplot* e GeoGebra, possibilitando formas diferenciadas de pensar o conteúdo e, ao mesmo tempo, sendo transformados nesse processo.

Finalmente, ao refletirmos “*Quais as limitações e perspectivas associadas à prática docente do professor que ensina Matemática ao introduzir noções de CDI no Ensino Médio?*” concluímos que esta questão interliga-se diretamente às outras duas, destacando o hiato existente entre a Matemática escolar e a Matemática Acadêmica.

Nessa conjuntura entram os não saberes associados à prática docente do professor de Matemática como propõe Bruner (2004), discutidos na Seção 2 desta pesquisa. Cremos, portanto que os “não saberes” deveria ser discutido junto aos futuros professores ainda na Educação Superior, contribuindo efetivamente em promover uma unidade entre a formação inicial e a formação continuada, o que, de acordo com Ferreira (2006), poderiam atender as carências do professor em busca de alcançar resultados direcionados à apreensão de metodologias de ensino com o objetivo de trabalhar o conteúdo matemático.

Ao término deste trabalho, vislumbramos perspectivas em direção ao problema da pesquisa. Neste sentido podemos inferir que a literatura adotada, mostra que a ideia de introduzir noções de Cálculo já vem de há muito tempo. Sobre isso, foram relatados alguns episódios na Seção 2, Item 3.2, onde podemos ver que ações foram realizadas, mas sofreu muita resistência. Entretanto a ideia persiste como podemos constatar pelos vários trabalhos publicados, o que mostra o interesse por parte de vários pesquisadores em discutir e aprofundar o tema.

Os trabalhos por nós investigados refletem o interesse em discutir questões envolvendo noções de Cálculo que possam ser trabalhadas no Ensino Médio, entretanto, a maioria das pesquisas focalizam a aprendizagem do aluno sem olhar com mais acuidade a perspectiva da prática docente do professor de Matemática ou aquele que ensina Matemática.

Esses trabalhos são importantes, pois constituem um movimento que fortalece o debate, mas cremos ser necessário estarmos olhando também às várias implicações envolvendo a prática docente do professor de Matemática ou aquele que ensina Matemática, objetivando tornar admissível a ideia de trabalhar noções de CDI no Ensino Médio.

Na presente pesquisa, trouxemos o nosso olhar nessa direção, considerando as possibilidades, os entraves ou limitações que poderiam ser identificados à problemática da pesquisa. Em nossa opinião, compreendemos que as limitações revelaram-se quanto ao cumprimento do currículo, concebendo que a maioria dos PP investigados, embora tenham mostrado inclinação positiva em trabalhar de uma forma diferenciada, inter-relacionando os conceitos base do CDI dentre os conteúdos no nível de Ensino Médio, entretanto, creem ser ainda bastante complexo harmonizar essa ideia com o programa curricular atual, já tão ensoberbecido de conteúdos.

Outro problema consistiu na formação do professor, de maneira que, segundo os PP, muitos professores que ensinam Matemática não tem capacidade em termos de conhecimento didático e metodológico de trabalhar nessa perspectiva inferindo também no nível de conhecimento dos alunos ao entrar no Ensino Médio. Outro ponto consiste na falta de material didático de boa qualidade que seja direcionado ao ensino do Cálculo no nível de Ensino Médio.

Pensar nessas limitações define o pensamento dos Professores Participantes desta pesquisa e não está totalmente dissociada da realidade escolar e muito menos da forma como são tratadas essas questões em cursos de licenciatura em Matemática, pois pouco ou nada é discutido com os professores em formação inicial como revelam Palis (1995), Franchi(1995), Fischer et.al (2007), Richit (2010). Outros pontos também chamaram a nossa atenção quanto aos entraves associados à proposta de introduzir noções de CDI no Ensino Médio, sendo esses relacionados as exigências do vestibular, ENEM, entre outra avaliações que permitem o estudante adentrar em um curso de Educação Superior; falta de estrutura nas escolas quanto ao uso das tecnologias digitais, entre outros problemas, por nós identificados ao longo da escrita do texto deste relatório de pesquisa.

Mas, apesar das dificuldades inerentes à ideia de introduzir noções de CDI no Ensino Médio serem bastante pertinentes, vemos, nesse cenário, possibilidades de viabilização que consideramos potencialidades futuras para esta pesquisa.

Começamos pelo motivo que seria mudar a forma de ver como vem sendo apresentada e trabalhada a Matemática no Nível de Ensino Médio. Uma necessidade implicaria na formação inicial de professores, em que a ideia de introduzir noções de CDI no Ensino Médio pudesse ser diretamente discutida junto aos alunos e professores nos Cursos de Licenciatura em Matemática.

As ações consistiriam em uma reestruturação do currículo adotado no Ensino Médio, não necessariamente uma alteração de conteúdos, mas na forma de estabelecer conexões entre os conceitos a serem estudados e a adoção de metodologias que impliquem no uso adequado das tecnologias digitais, sendo essas aliadas ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Outra ação consistiria no desenvolvimento de projetos de forma que envolvesse a Universidade e a Escola, o que implicaria na formação de uma comunidade de prática, estabelecendo parcerias entre as escolas, professores em formação inicial, professores em formação continuada e pesquisadores.

Os projetos poderiam ter como objetivo estabelecer formas de trabalhar o conteúdo da matemática inter-relacionando os conceitos de Cálculo Diferencial e Integral de maneira que os professores pudessem ver motivo e necessidade de trabalhar nessa perspectiva.

Poderia também se estabelecer projetos dentro das escolas no nível de Ensino Médio com o objetivo de prover fluência aos professores no uso das TIC e que esses pudessem se beneficiar, não apenas nos Cursos de Extensão temporários, mas em projetos permanentes envolvendo a escola e a universidade. Sendo assim, orientações aos livros didáticos também poderiam ser efetivadas no sentido de promover o pensamento funcional dando abertura à introdução de noções de CDI dentre os conteúdos propostos e direcionados a cada série do Ensino Médio.

Sendo assim, entendemos que uma resposta ao problema da pesquisa envolve duas vertentes: primeiro, o aspecto individual que envolve o professor quanto à sua postura e pré disposição em adotar a ideia. Em termos didático-metodológico atentamos que a abordagem intuitiva, sem formalismo, pode possibilitar ao professor na sua prática, inter-relacionar o conceito de função de forma que se reconheçam noções de Cálculo e que ideias associadas ao infinito e continuidade possam ser, simultaneamente inter-relacionadas aos conteúdos orientados ao currículo do Ensino Médio.

A outra se direciona ao coletivo, o que implica na construção de uma Comunidade de Prática, onde os membros, representados pelos professores, pesquisadores e alunos tenham a possibilidade de se engajarem ao projeto, refletindo sobre suas ações para o trabalho, compartilhando seus conhecimentos, suas ideias, mobilizados por objetivos comuns. E, durante o desenvolvimento das Atividades de Ensino, é importante que a relação entre todos os participantes seja constituída pelo **engajamento** que propõe a mutualidade, competência e continuidade.

Nessa relação também consiste a **reflexão** sobre suas práticas no sentido de enriquecer seus conhecimentos, considerando que a reflexão sobre a Atividade de Ensino está relacionada diretamente à prática do professor em função de uma comunidade mais ampla. Nesse ponto, o modelo de um Sistema de Atividade pode ser expandido pelo menos a dois sistemas, como apresentado na Seção 1 desta pesquisa. Isto é, envolvendo negociações articuladas entre os alunos e professores, se considerarmos um contexto mais singular. Se pensarmos em algo mais abrangente, envolvemos, nesse contexto, as leis que regem o sistema educacional, políticas educacionais e normas da sociedade em geral, além da divulgação dos trabalhos a outros grupos, em eventos e atividades fora do contexto particular em que atuam.

O **alinhamento**, que segundo Matos (2010), está estreitamente associado à ideia de engajamento e reflexão, considera que o professor (trazendo aqui a um patamar mais particular envolvendo o professor que ensina Matemática), no exercício da profissão, possa adquirir uma visão mais diversificada e atuante, possibilitando ao mesmo perceber sua função dentro da comunidade escolar e, em um contexto mais amplo, em acordo com outras comunidades como a da Educação Superior, o que envolve pesquisadores da área de Educação, da Educação Matemática e da Matemática.

Nessa perspectiva, a convergência e a coordenação constituem-se como importantes dimensões no sentido de promover um interesse comum e partilhado entre os membros da comunidade, ampliando seus interesses quanto à definição de métodos de trabalho, o que compreende um espaço físico, instrumentos de trabalho, infraestrutura, para que as Atividades de Ensino possam ser realizadas. E, na efetivação das Tarefas, faz-se importante a participação tanto dos alunos como do professor que, de uma forma ideal, poderão, em alguns momentos, apresentar-se tanto de forma periférica quanto central.

Outro importante fator consiste na promoção de oportunidades para alunos e professores em compartilhar suas estratégias e formas de trabalhar o conhecimento, considerando o professor como mediador e o aluno como aprendiz. E, a continuidade dá-se na sustentação da prática, na consolidação das atividades realizadas, seja na apreensão dos conhecimentos, seja na partilha de ideias.

Por fim, acreditamos que, mais importante do que solicitar ao aluno a definição formal dos conceitos base do CDI I e aplicação de exercícios envolvendo Limite, Derivada e Integral de Funções, seria que esse aluno pudesse compreender e estabelecer conexões entre os conceitos, compreender sua aplicação, mesmo que ainda não tenha capacidade para demonstrá-la, mas conhecer a potencialidade do conceito, entender, por exemplo, a linguagem de uma tabela associada a um gráfico de uma função, compreender que os conceitos matemáticos são dinâmicos, possuem sentido e significado.

Acreditamos que o aluno, pode e deve ter pensamento crítico, já no nível de Ensino Fundamental e Médio, relativo às limitações e ao poder que traz a Matemática para o cotidiano tanto em termos de quantidade como de qualidade o que implica em interdependência – onde tudo está relacionado e na fluência – onde tudo devém. A Matemática também é bela por si mesma, na arte, na linguagem, na história e ao aproximar os conceitos de CDI, quando bem argumentado e metodologicamente bem estruturado, possibilita ao aluno enxergar a Matemática com perspectivas diferenciadas, mesmo que seus

motivos e necessidades não sigam diretamente ao encontro das Ciências Exatas. Afinal a Educação Matemática também é Humanas.

Obviamente, o estudo não termina aqui. Esta pesquisa pode ser aprofundada quanto à articulação dos conteúdos matemáticos envolvendo conceitos de CDI I e como esses podem ser trabalhados efetivamente com os professores junto aos alunos no Ensino Médio mediante uso das tecnologias digitais. Sendo assim, consideramos esta pesquisa apenas como o primeiro passo entre tantos outros que pretendemos seguir, cuja perspectiva consiste em contribuir com o ensino e a aprendizagem da Matemática e formação de professores.

Demais, novos elementos surgirão, porque assim como não temos respostas prontas, mas pontuais devido à realidade que enfrentamos no dia a dia, tanto no ambiente escolar, como fora da escola e, considerando ainda que essas realidades estão intrinsecamente relacionadas aos aspectos sociais, político, econômico, cultural e histórico da sociedade, aceitamos que as respostas e as ações aqui sugeridas não são definitivas ou mesmo únicas, “apenas um pedaço do grande quebra-cabeça que constitui o caminhar de toda pesquisa” (FARIAS, 2007, p. 191).

7. REFERÊNCIAS

ARAÚJO, L.C.L.; NÓBRIGA, J.C.C. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.

ARAÚJO, J. P. **O Robô Ed é meu Amigo**. 2013. 190 f. Tese (doutorado em Linguística Aplicada) - Programa de Pós-Graduação em Linguística Aplicada - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

ARAÚJO, L.C.L. **MATEMÁTICA** para Gregos e Troianos. 2014. Disponível em: <www.gregosetroianos.mat.br/>. Acesso em: 25 de nov.2014.

ÁVILA, G. O. Ensino do Cálculo no Segundo Grau. In: **Revista do Professor de Matemática**, n.18, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), p.1-9, 1991.

ÁVILA, G. O. **Introdução às funções derivadas**. São Paulo: Atual, 1994.

ÁVILA, G. O. Limites e Derivadas no Ensino Médio? In: **Revista do Professor de Matemática**, n.60, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), p.30-38, 2006.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições, 1977. 70p.

BARUFI, M. C. B. O Cálculo no Curso de Licenciatura em Matemática. **Educação matemática em Revista**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, n.11A, p.69-72, abril 2002.

BEATTY R. GEIGER V. **Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain**. New ICMI Study Series v. 13, 2010, p.251-284.

BELTRÃO, M. E. P. **Felix Klein: Uma Visão do Cálculo Infinitesimal no Ensino Médio**. 2001. 140 f. Dissertação (mestrado em Educação matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2001.

BENEDETTI, F. C. **Funções, software gráfico e coletivos pensantes**. 2003. 316 f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2003.

BENITES, V.C. **Formação de professores de matemática: dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática**. 2013, 247p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

BEREITER, C. Toward a solution of the learning paradox. **Review of Educational**

Research. n. 55, p. 201-226, 1985.

BICUDO, M. A. V; ROSA, M. A Presença da Tecnologia na Educação Matemática: efetuando uma tessitura com situações/cenas¹ do filme Avatar e vivências em um curso a distância de formação de professores. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.6, n^o.1, p. 61-103, abr/2013.

BIZELLI, M. H; FISCARELLI, S. H; BARROZO, S. Tecnologia digital aplicada no ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral.. In: Congresso de Inovação, Tecnologia e Sustentabilidade, 1, 2010, Brusque, **Anais...** Santa Catarina: I Congresso de Inovação, Tecnologia e Sustentabilidade, 2010. v. 1. p. 1-10.

BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte:AUTÊNTICA, 2003.

BORTOLOSSI, H.J. **Conteúdos Digitais para o Ensino da Matemática, 2007**. Disponível em <<http://www.uff.br/cdme/>>. Acesso em 15 de Junho de 2014.

BRAGA,C. **Função: a alma do ensino da matemática**. Pinheiros: Annablume, 2006.

BRASIL. Ministerio da Educacao. Conselho Nacional de Educacao. Câmara de Educação Básica. **Parecer CNE/CEB n° 7/2010**. Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica. Diário Oficial da União. Brasília, 9 out. 2013. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em: 17 out. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Resolução CNE/CEB n° 2/2012**. Define Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Diário Oficial da União. Brasília, 31 jan. 2012, Seção 1, p. 20. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em: 17 out. 2014.

BRESLICH, E.R. Developing Functional Thinking in Secondary School Mathematics. In: **The Third Yearbook – The National Council of Teachers of Mathematics**. New York: Bureau of Publication – Columbia University, 1928. p.42-56.

BRUNER, J. **O Processo da Educação**. Lisboa. Lisboa: Edições 70, 2014. 130 p. (Reimpressão).

BÚRIGO, E. Z. **Movimento da matemática moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

BÚRIGO, E. Z. O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Encontro de Certezas e Ambigüidades. Curitiba, PR. In: **Revista Diálogo Educacional**. PUCPR, v. 6, n. 18, p 35-47,2006.

CALDEIRA, A. M. S.; ZAIDAN, S. Prática pedagógica. In: OLIVEIRA, Dalila A.; DUARTE, Adriana C.; VIEIRA Livia Maria F. (Org.). **Dicionário: trabalho, profissão e**

condição docente. Belo Horizonte: GESTRADO/FaE/UFMG, 2010. v. 1.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 5ª ed. Lisboa: Gradiva, 2003.

CARVALHO, M. C. B.; NETTO, J. P. **Cotidiano: conhecimento e crítica**. São Paulo: Cortez, 1994.

CASTRO, C. M. O ensino médio: órfão de ideias, herdeiro de equívocos. **Ensaio: aval. política pública educacional**. Rio de Janeiro, v. 16, n. 58, p. 113-124, 2008.

CHING, S. C.; JOYCE, H. L. K.; CHIN, C. T. Facilitating Preservice Teachers' Development of Technological, Pedagogical, and Content Knowledge (TPACK). **Journal of Educational Technology & Society**. v. 13, n. 4, out. 2010.

CLARAS, A. C.; BERTONI, P. N. **O movimento da matemática moderna e as iniciativas de Formação docente**. Disponível em:

< http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2008/anais/pdf/863_662.pdf >. Acesso em 20 out. 2014.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTTLE, S. L. Relationships of **Knowledge and Practice: Teacher Learning in Communities**. **Review of Research in Education**. Disponível em

<<http://rre.sagepub.com/cgi/content/short/24/1/249>> Acesso em 02 Set. 2013.

COSTA, E. A. **O paradoxo de Zenão e Progressão Geométrica**: sobre o movimento e o paradoxo de Zenão. 2014. Disponível em:

<<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/mcel3/textos/zenao.htm>>. Acesso em 01 out. 2014.

D'AMBRÓSIO, B. The Modern Mathematics Reform Movement in Brazil and its consequences for brazilian mathematics education. In: **Educational Studies in Mathematics**. Illinois State, EUA: Kluwer Academic Publishers, n. 22, 1991. p. 69-85.

Disponível em: <http://link.springer.com/article/10.1007%2F00302717#page-1>>. Acesso em 27 set. 2014.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Ano II. v. 2. Brasília. 1989. P. 15-19.

DAVID, M. M.; MOREIRA, P. C.; TOMAZ, V. S. Matemática Escolar, Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação. **Acta Scientia**, Canoas, v. 15 n. 1 p. 42-60 jan./abr. 2013.

DOUGLAS, M. **Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior**. 2009, 163p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

DUARTE, N. A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação. **Perspectiva**, v. 20, n. 2, p. 279 – 301, jul/dez., 2002.

DUCLOS, R.C. Cálculo no Segundo Grau. **Revista do Professor de Matemática**, n.20, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), p.26-30, 1992.

DURKHEIM, E. **Educação e sociologia**. 11 ed. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

EDUCAÇÃO E TECNOLOGIA, **Lev Vygotsky: o teórico do ensino como processo social**, 2012. Disponível em <<http://professor-zezinho.blogspot.pt/2012/05/vygotsky.html>>. Acesso em 10 Set. 2014.

EDUMATEC: **Educação Matemática e Tecnologia Matemática. Softwares de Funções**. Disponível em:<http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/soft_funcoes.php>. Acesso em: 17de dez.2014.

ENGESTRÖM, Y. Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. **Journal of Education and Work**, v. 14, n.1, 2001.

ENGESTRÖM, Y. **Learning by expanding: an activity-theoretical approach to developmental research**. 1987. Disponível em: <http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm>. Acesso 16 Set.2014.

ENGESTRÖM, Y. **Learning by expanding: ten years after**. 1999. Disponível em: <<http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm>> Acesso em 16 Set.2014.

FARIAS, M. M. R. **As Representações Matemáticas Mediadas por Softwares Educativos em uma Perspectiva Semiótica: uma contribuição para o conhecimento do futuro professor de Matemática**. 2007, 195p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

FARIAS, M.M.R; MISKULIN, R.G.S. Cálculo no contexto do Ensino Médio mediado pelo uso dos softwares *Winplot* e GeoGebra: uma conversa com os professores de Matemática In: Congresso Internacional Tic e Educação, Lisboa, Portugal. **Anais....**, 2014.

FAZENDA, I. **Interdisciplinaridade: um projeto em parceria**. São Paulo: Loyola, 1991.

FERNANDES, G. P. O movimento da educação matemática no Brasil: cinco décadas de existência. In: Cícero Monteiro de Souza e Josinalva Estácio Menezes. (Org.). **Algumas reflexões em história da matemática**. Recife: Imprensa Universitária, v. 1, p. 85-102, 2004.

FERREIRA,N.S.C. **diretrizes curriculares para o curso de Pedagogia no brasil**: a gestão da educação como gérmen da formação. Educ. Soc. Campinas, vol. 27, n. 97, p. 1341-1358, set./dez. 2006. Disponível em <<http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em: 15 de nov. 2014.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006. 216 p.

FISCHER, M.C. B; SILVA, M. C. L; OLIVEIRA, M.C.A; PINTO, N. B; VALENTE, W. R. Práticas de Ontem e de Hoje: Heranças do Movimento da Matemática Moderna na Sala de

Aula do Professor de Matemática. In: _____. Encontro Nacional de Ensino da Matemática- **IX ENEM**. Belo Horizonte, na Universidade de Belo Horizonte - UNI-BH, 2007. Disponível em: <www.sbem.com.br/files/ix_enem/Minicurso/Trabalhos/MC26580527072T.doc> . Acesso em: 25 de Fevereiro de 2014.

FLICHY, P. *L'innovation technique*: récents développements en sciences sociales vers une nouvelle théorie de l'innovation. Paris, France: La Découverte, 1995.

FRANCHI, Regina Helena de Oliveira. Curso de Cálculo: Uma proposta alternativa. **Temas e Debates**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, ano 8, n. 6, p. 39-43, Abr. 1995.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de Conteúdo**. 3 ed. Brasília: Líber Livro Editora, 2012.

FREUDENTHAL, H.. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht: Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1973.

FUGLESTAD, A.B; HEALY, L., KYNIGOS, C; MONAGHAN; J. Working with teachers: context and culture, in Mathematics Education and Technology. In Hoyles, C. Lagrange, J.B. (Eds). **Rethinking the Terrain**. The Seventeenth ICMI Study “Technology Revisited”, Springer, New ICMI study Series, Springer Verlag, 2010.p. 293-311.

GALLOTTA, A. **Objetos de aprendizagem a serviço do professor**. Disponível em: <http://www.microsoft.com/brasil/educacao/parceiro/objeto_texto.mspx> . Acesso em: 5 de nov. de 2013.

GARCIA, L.I. M. R. **Os Processos de visualização e de representação dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico**. 2007, 170p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

GARCIA, T. M. R. **Internet e Formação de Professores de Matemática**: desafios e Possibilidades. 2005, 147p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

GEOGEBRA. **Instituto GeoGebra do Rio de Janeiro**. Disponível em: <<http://www.geogebra.im-uff.mat.br>>. Acesso em: 17 de dez. 2014.

GIRAFFA, L. M. M. **Uma arquitetura de tutor utilizando estados mentais**. 1999, 177p. Tese (Doutorado em Ciência da Educação M) – Universidade federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1999.

GLEICK, J. **The Information: A History, A Theory, A Flood**. São Paulo: Editora Schwarcz S.A, 2013.

GOULART, B.M. **A Formação de Formadores e a Integração do Computador na Licenciatura de Matemática**. 2009, 802p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade

Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

GUEDES, A. G; ASSIS, M.M.A. **Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio**: uma análise nas escolas de ensino médio da cidade do Natal/RN– IFESP. Disponível em: <<http://www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/doc/comunica3.pdf>> Acesso em 20 out.2014.

HARDMAN, C. Can there be anthropology of children? **JASO**: journal of the Anthropological Society of Oxford, Inglaterra, v.4, n.2, p. 85-89, 1973. Disponível em: <<http://chd.sagepub.com/content/8/4/501.full.pdf+html>>. Acesso em 15 dez 2014.

HILTON, P. Do We Still Need Fractions in the Elementary Curriculum?. In: **Proceedings of The IV International Congress On Mathematical Education**. Boston: Birkhäuser. 1980. p. 37-41

HOPPER, K. B. defense of the solitary learner: a response to collaborative, constructivist education. In: **Educational Technology**. 2003. p. 24-29. mar./abr. 2003.

HORNBURG, N. SILVA, R. Teorias sobre currículo: uma análise para compreensão e mudança. In: **Revista de Divulgação Técnico - Científica do IGPG**, v. 3, n. 10 jan./jun. 2007. Disponível em: <<http://pt.scribd.com/doc/520266/teorias-sobre-curriculo>> Acesso em: 21 out.2013.

IEZZI, G. et. al. **Matemática**. Ed.8. São Paulo: Atual, 1990.

INFO ESCOLA: **Navegando e Aprendendo**. Disponível em: <<http://www.infoescola.com/>>. Acesso em: 17 de nov. 2014.

INSTITUTO de Matemática: página do professor Humberto Bortolossi. Disponível em: <<http://www.professores.uff.br/hjbortol/>>. Acesso em: 17 de Set. 2014

JESUS, A.R. **Visualizando Funções com Auxílio de Tecnologia Computacional**. 2003. Disponível em: <http://bruno.cesar.tripod.com/sitebuildercontent/sitebuilderfiles/adelmo_ribeiro_de_jesus.pdf>. Acesso em: 17 de nov. 2014.

JONASSEN, D. **Computers in the classroom**: Mindtools for critical thinking. N. J.: Prentice Hall. 1996.

JONASSEN, D. **Educational Psychology and Learning Technologies**. 2010. Disponível em: <<http://web.missouri.edu/jonassend/index.html>> Acesso em: 05 dez. 2014

JONASSEN, D; CARR, C. *Mindtools: Affording Multiple Knowledge Representations for Learning*. 2000. Disponível em: <<http://web.missouri.edu/jonassend/Mindtoolschapter.pdf>>. Acesso em: 05 dez. 2014

KEILER, P. Natural history and psychology: Perspectives and problems. In U. J. Jensen & R. Harré (eds.) **The philosophy of evolution**. Brighton: The Harvester Press, p. 137-154. 1981

KENSKI, V.M. **Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância**. Campinas: Papirus, 2003. 157

KIERAN, C. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Montreal: Universidade de Quebec, 1992.

KLEIN, F. **Matemática Elemental Desde um Punto de Vista Superior**.v.1. Madrid: Coleção Biblioteca Matematica, 1927.

KLINE, M. **O Fracasso da Matemática Moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

KRAWCZYK, N. **O ensino médio no Brasil**. São Paulo: Ação Educativa, 2009, 48p. Disponível em:<http://www.bdae.org.br/dspace/bitstream/123456789/2342/1/emquestao6.pdf>> Acesso em 10 de Out. 2014.

KUUTTI, K. Activity Theory as a Potential Framework for Human-Computer Interaction Research. In: NARDI, B. A. (ed) **Context and Consciousness: Activity theory and human-computer interaction**. Cambridge, Mars: MIT Press, 1996. p.17-44.

LAVE, J; WENGER, E. **Situated learning: Legitimate peripheral participation**.New York: Cambridge University, 1991.

LEAKEY, R. E; LEWIN, R. **People of the lake: Mankind and its beginnings**. New York: Avon Books. 1983

LEONTIEV, A. N. **Activity, consciousness, and personality**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1978.

LEONTIEV, A. N. **Problems of the development of the mind**. Moscow: Progress. 1981.

LIEBER, R. R. **Teoria de Sistemas**, 2014. Disponível em <<http://www.inf.ufpr.br/urban/2014-2-CI-220-TS/LeiturasRecomendadas/TeoriaDeSistemas/TS-RenatoRochaLieber.pdf>>. Acesso em 15 de Outubro de 2014.

LOPES, A. J. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações. In: **Bolema**. São Paulo, n.31, Ano 21, p.1-22, 2008.

MAIA, A. M. **Do Infinitésimo ao Infinito**:fundamentos para a estrutura da consciência,e o transporte em velocidades superluzenses, 2012. Disponível em: <<http://adinoel-adinoelmottamaia-adinoel.blogspot.pt/2012/03/do-infinitesimo-ao-infinito.html>>. Acesso em 01. Nov. 2014.

MALINOWSKI, B. The problem of meaning in primitive languages. In: OGDEN, C. K; RICHARDS, I. A (Org.). **The meaning of meaning**. London: Kegan Paul, Trench, Trubner Co, 1923. p. 296-336.

MALTEMPI, M. V. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 10, p. 59-67, 2008.

MALTEMPI, M.V. **Novas Tecnologias e Construção de Conhecimento: reflexões e perspectivas**, 2005. Disponível em:
<<http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/Publicacao/Maltempi-cibem.pdf>>. Acesso em 15 de Setembro de 2013.

MARCO, F. F. **Atividades Computacionais de Ensino na Formação Inicial do professor de Matemática**. 2009, 211p. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

MARQUES, R. **A Arte de Ensinar: dos Clássicos aos Modelos Pedagógicos Contemporâneos**. Lisboa: Plátano Editora. 2004.

MATOS, J. F. L. **Aprendizagem como participação em comunidades de prática mediadas pelas TIC**, 2005. Disponível em:
<www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/.../Challenges2005_JFM.doc>. Acesso em 12/07/2010.> Acesso em mai.2013.

MATOS, J. F. L. **Aprendizagem e prática social. Contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem matemática escolar 1**. 2010 Disponível em:
<www.spce.org.pt/sem/9900%20Matos.pdf>. Acesso em 27 mai. 2014

MATOS, J. F. L. Cenários de Aprendizagem como recursos estruturantes da ação em educação. In: FERNANDES, E. (Ed.). **Aprender Matemática e Informática com Robôs**. Madeira: Universidade da Madeira. 2013. Disponível em
<www.cee.uma.pt/droide2/ebook/index.html>. Acesso em: 15 nov. 2014.

MAZUI, G. **Ministro defende revisão do currículo do Ensino Médio: desempenho dos anos finais da educação básica ficou abaixo do esperado do índice**, 2014. Disponível em:
<<http://zh.clicrbs.com.br/rs/noticias/noticia/2014/09/ministro-defende-revisao-do-curriculo-do-ensino-medio-4591847.html>>. Acesso em 21 out. 2014.

MEAD, G. H. **Mind, self, and society**. Chicago: The University of Chicago, 1934.

MENDES, R.M. **A Formação do Professor que Ensina Matemática, as Tecnologias de Informação e Comunicação e as Comunidades de Prática: Uma Relação Possível**. 2013, 285p. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**, São Paulo: Atual, 1998.

MIRANDA, G.L. Limites e possibilidades das TIC na educação. Sisífo, **Revista de Ciência da Educação**, Lisboa, n.3, p.41-50, mai./ago.2007.

MISKULIN, R. G. S. **Comunidades de Prática Virtuais: Possíveis Espaços Formativos de**

Professores que Ensinam Matemática. Disponível em:

<http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T7_CC1331.pdf>. Acesso em 21 out.2015.

MISKULIN, R. G. S. ; PIVA JUNIOR, D. . A relação entre aprendizagem significativa e aprendizagem colaborativa: um estudo de caso utilizando TIC's e mapas conceituais. In: MENDES, J. R.; GRANDO R.C. (Org.). **Múltiplos Olhares - Matemática e produção de conhecimento**. São Paulo: Musa Editora, 2007, v. 3, p. 136-150.

MISKULIN, R. G. S.; SILVA, M. R. C.; ROSA, M. Formação Continuada de Professores de Matemática: o Desenvolvimento de Comunidades de Prática Baseadas na Tecnologia. **Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología**, v.3, p.63-69, 2009.

MISKULIN, R.G.S.**Concepções Teórico - Metodológicas sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo de Ensino e Aprendizagem da Geometria**. 1999. 577 f. Tese(Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas,Campinas, 1999.

MISKULIN,R. G.S. As possibilidades didático -pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Ed.Mercado de Letras, 2003. p. 217-248.

MISKULIN,R. G.S; ROSA, M; SILVA, M.R.C. (2009). Comunidade de Prática Virtual: possíveis contribuições para a formação de professores de matemática. In: FIORENTINI, Dario; GRANDO, R.C.; MISKULIN, Rosana.Giaretta.S. (Ed) **Práticas de Professores que Ensinam Matemática**, p. 257-276. Campinas: Mercado das Letras.

MOEHLECKE, S. O ensino médio e as novas diretrizes curriculares nacionais: entre recorrências e novas inquietações. **Revista Brasileira de Educação** v. 17, n. 49 jan- abr. 2012

MOLON, J. **Cálculo no ensino médio: uma abordagem possível e necessária com auxílio do software Geogebra**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Maria, Centro Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós Graduação em Matemática, Porto Alegre, 2013.

MONTOAN, M. T. E. O Processo de Conhecimento: tipos de abstração e tomada de consciência. **NIED.Memo 27**. Nied UNICAMP; Campinas, 1994.

MOREIRA,P.C; D, M.M.M.S. **A formação matemática do professores: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: AUTÊNTICA, 2005.

MOSER, Alvino. Formação docente em comunidades de prática. **Revista Intersaberes**.

Curitiba. v. 5, n.10, p. 210 -244, jul./ dez., 2010.

MOSTAFA, S. P. **Vygotsky e Deleuze: um diálogo possível?** Campinas: Alínea, 2008.

MOURA, M. O. A Atividade de Ensino como ação formadora. In: CASTRO, A; CARVALHO, A (orgs). **Ensinar a ensinar: didática para a escola**. São Paulo: Editora Pioneira. 2001.

MOURA, M. O; ARAÚJO, E. S; MORETTI, V. D; PANOSSIAN, M. L; RIBEIRO, F.D. Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. In: **Rev. Diálogo Educ.** Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010. Disponível em: <www2.pucpr.br/reol/index.php/DIALOGO?dd1=3432&dd99=pdf>. Acesso em 25 Jan.2015.

MOURA, M. O; SFORNI, M. S. F; ARAÚJO, E.S. Objetivação e Apropriação de Conhecimentos na atividade Orientadora de ensino. **Rev. Teoria e Prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 39-50, jan-abr. 2011.

NEVES, A.S; FARIAS, L.M.S. Contribuições para uma institucionalização mais eficiente da aplicação de jogos nas aulas de matemática na formação de professores. In: **XV EBEM**, 2013, Teixeira de Freitas. Bahia: XV Encontro Baiano de Educação Matemática, 2013.

O'NEILL, A. **O Infinito**, 2008. Disponível em: <<http://w3.math.uminho.pt/~jcosta/O%20Infinito.pdf>>. Acesso em 27 out. 2014.

OLIVEIRA, G. P. Fluência tecnológica, comportamento e complexidades: um laboratório de informática, o tempo, as pessoas e outras coisas. Ensaio. **Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 13, n.48, p. 307-332, 2005.

PAIVA, J. **As tecnologias de informação e comunicação: utilização pelos professores**. Lisboa: ME/DAP, 2002.

PALIS, Gilda de la Rocque. Computadores em Cálculo uma alternativa que não se justifica por si mesma. Temas e Debates. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, ano 8, n.6, p. 22-38, Abr. 1995.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.197p.

PAPERT, S. **Mindstorms - Children, Computers and Powerful Ideas**. New York: Basic Books, Inc, 1980.

PAULOS, J.A. **Analfabetismo em matemática e suas consequências**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1994.

PEDRO, N. **Utilização educativa das tecnologias, acesso, formação e auto-eficácia dos professores**.2011. Tese (Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. 2011.

PEIRCE, C.S. **Trechos de Charles Sanders Peirce**. Tradução de HARTSHORNE; WEISS, ed. São Paulo: Cultrix; Editora da Universidade de São Paulo, 1975. v.1-6, 164p.

PENTEADO, M. G. Possibilidades para a formação de professores de matemática In: PENTEADO, M.G; BORBA, M. C. (Org.). **A Informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho D'água, p. 23-34, 2000.

PENTEADO, M. G. Redes de Trabalho: expansão das possibilidades da informática na Educação Matemática da escola básica. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortes Editora, 2004. p. 283-295.

PENTEADO, M. G. Novos Atores, Novos Cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 297-313

PEREIRA, V. M.C. Cálculo no Ensino Médio: **Uma Proposta para o Problema da Variabilidade**. 2009. 182 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática 2009.

PIAGET, J. *L'équilibration des structures cognitives*. Paris: Puf, 1975.

PINHEIRO, N. A. M.; SILVEIRA, R. M. C. F; BAZZO, W. A. Ciência, tecnologia e sociedade: a relevância do enfoque CTS para o contexto do ensino médio. **Ciência & Educação**. São Paulo, v. 13, n. 1, p. 71-84, 2007.

POINCARÉ, H. **Intuition and Logic in Mathematics**, 1905. Disponível em: <<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Poincare.html>>. Acesso em 27 jul.2013.

PONTE, J.P; BROCARD, J; HÉLIA, O. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 152 p.

POPPER, K. R. **Conhecimento objetivo**. São Paulo: itatiaia limitada -ed. Universidade de São Paulo, 1975.

RICHIT, A. **Apropriação do Conhecimento Pedagógico-Tecnológico em Matemática e a Formação Continuada de Professores**. 2010, 279 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2010.

RICHIT, A. Implicações da Teoria de Vygotsky aos processos de aprendizagem e desenvolvimento em ambientes mediados pelo computador. **Perspectiva (Erexim)**, Erechim, RS, v. 28, p. 21-32, 2004.

RICHIT, A; MISKULIN, R.G.S . Formação de Professores de Matemática do Ensino

Superior e Tecnologias Digitais: Algumas Perspectivas a partir de um Curso Online. In: Guilhermina Lobato Miranda, João Filipe Matos, Neuza Pedro, Fernando Albuquerque Costa, Ana Runa, Clarisse Nunes, Joana Coelho, Maria Elvira Monteiro, Pedro Torres Brás. (Org.). **Aprendizagem Online**. 1ed. Lisboa, Portugal: Guide Artes Gráficas, Lda, 2014, v. 1, p. 603-613.

RICOY, M. C; COUTO, M. J. V. S. **A Tic no Ensino Médio na matemática em Portugal**, 2011. Disponível em: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362011000100005&script=sci_arttext> Acesso em 12 dez. 2013.

ROXO, E. **A Matemática na Escola Secundária**. São Paulo: Nacional, 1937

ROXO, E. O Ensino da Matemática na Escola Secundária XII. Principais escopos e diretivas do movimento da reforma: o conceito de função como ideia axial de ensino. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, fev. 1931.

SANTANA, T.P. **Em defesa da avaliação de Software “educativo” em bases pedagógicas construtivistas**: critérios e submissão do *Winplot*, 2011. Disponível em: <<http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/EspacoAcademico/article/viewFile/10221/6543>>. Acesso em 10 dez. 2014.

SANTOS, M; NEUZA, P; SILVA, T; FARIA, T. **Teoria da Atividade** . Disponível em (2008) <<http://nonio.fc.ul.pt/atms/learn/produtos/e-workingpapers/Cultural%20Historical%20activity%20theory.pdf>>. Acesso em 20 de Junho de 2014.

SILVA, G. P. **Pensando no Infinito para entender Cálculo: uma visão de professores sobre a introdução do Cálculo no Ensino Médio**. 2011. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/93273>>. Acesso em 27.set.2014.

SIMÕES, M.D.N. **As TIC na Sala de Aula**, 2000. Disponível em: <<http://www.prof2000.pt/users/dulces/introdu%C3%A7%C3%A3o.htm>>. Acesso em: 09 Jan. 2014

SINGARDO, A. P. O social e o cultural na obra de Vigotski, **Educação & Sociedade**, ano XXI, n. 71, Julho, 2000. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/es/v21n71/a03v2171.pdf>> Acesso em 13 Jul.2013.

SOARES, F. S. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: Avanço ou Retrocesso?. 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio Janeiro, 2001.

SOUTO, D. L. P. S. **Transformações Expansivas em um curós de Educação Matemática a Distância Online**. 2013, 279 p. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2013.

SOUZA, A. C. S; ALVES, L. **Objetos Digitais de Aprendizagem: tecnologia e educação**.

Revista FAEEBA, Salvador, v. 5, nº. 1, p. 100-112, 2005.

SOUZA, A. Tecnologia e comunicação (TIC) por meio de objetos de aprendizagem. In: Ministério da Educação. (Org.). R.; YONEZAWA, M. ; SILVA, P.M. **Desenvolvimento de habilidades em tecnologia da informação Objetos de Aprendizagem**: Uma proposta de Recurso Pedagógico. Brasília: SEED - MEC, 2007.

SPINA, C.O.C. **Modelagem Matemática no Processo de Ensino-Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral para o Ensino Médio**. 2002. 82 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2002.

STEWART, J. **Cálculo**, v.1, São Paulo: Cengage Learning, 2008. p.302.

SUSSMAN, G.J. **A computer model of skill acquisition. Artificial Intelligence Series**. New York, American Elsevier Publishing Company, 1975, 133p.

TAKINOMOTO, T. **Afinal, o que é uma comunidade de prática?** São Paulo: Sociedade Brasileira de Gestão e Conhecimento, 2012. Disponível em:
< <http://www.sbgc.org.br/sbgc/blog/afinal-que-e-uma-comunidade-pratica>>. Acesso em 16 Ago. 2014

UNDERWOOD, D. Para que serve a Matemática? **Revista Cálculo**. São Paulo, Segmento, nº 31, ano 3, ago. 2013. Disponível em:
<http://www.maths.usyd.edu.au/u/UG/SM/MATH3075/r/Dudley_2010.pdf>. Acesso em: 28 de ago. 2014.

VALENTE, J. A. **A Espiral da Espiral de Aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação**. 2005. 238 f. Tese (livre docência em Artes). Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2005.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na educação. In: VALENTE (Org.) **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: UNICAMP/NIED, p. 1-27, 2000. Disponível em:
<http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/pub.php?cod_publicacao=10&classe=separata> Acesso em 25 Set. 2013.

VALENTE, W. R. A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil: um Tema Para Estudos Históricos Comparativos. Curitiba, PR. **Revista Diálogo Educacional/PUCPR**, Paraná, v. 6, n. 18, p 19-34, 2006.

VENCE, G.E.P. **Softwares Educacionais**, [2013?]. Disponível em:
<http://www.infoescola.com/informatica/softwares-educacionais/> Acesso em: 21 dez 2014.

VYGOTSKY, L.S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6ª Ed. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1999.

WENGER, E. C.; Mc DERMOTT, R; SNYDER, W. C. **Cultivating Communities of Practice: A Guide to Managing Knowledge**. Harvard Business School. USA: Cambridge,

2002, 304 p. Disponível em:

<http://www.providersedge.com/docs/book_reviews/cultivating_communities_of_practice.pdf>. Acesso em mai.2013.

WENGER, E.C. **Communities of Practice: learning, meaning and Identity**. Cambridge, USA: Cambridge University, 1998.

WIELEWSKI, G.D. **O Movimento da Matemática Moderna e a formação de grupos de professores de Matemática no Brasil**, 2008. Disponível em:

<http://www.apm.pt/files/_Co_Wielewski_4867d3f1d955d.pdf>. Acesso em 27 set.2014.

ZAPPA, M. **O impacto das tecnologias na educação**, 2013. Disponível em:

<<http://www.sp.senac.br/jsp/default.jsp?tab=00002&newsID=a20663.htm&subTab=00000&uf&local&testeira=453&l&template&unit>>.



ANEXOS



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JULIO DE MESQUITA FILHO"
"CAMPUS DE RIO CLARO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

ANEXO A

Programa do Curso - Alunos	
Dados	Definição
Ano	2013
Universidade	UNESP
Campus	Rio Claro
Unidade	Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Departamento / Unidades Auxiliares	Departamento de Matemática
Outras unidades / Colégios Técnicos / Fundações / Instituições Envolvidas (natureza da relação)	Etec Prof. Armando Bayeux da Silva
Tipo de curso	Temático
Título do curso	Introdução de conceitos de Cálculo no Ensino Médio: abordagem didático-pedagógica mediada pelas Tecnologias da Informação e Comunicação, em uma perspectiva histórico-cultural
Palavras-chaves (até 4 palavras)	Processos de ensino e aprendizagem de Funções, Educação Matemática; Tecnologia da Informação e Comunicação; Pré-Cálculo
Grande área	Ciências Humanas
Área temática 1	Educação
Área temática 2 (opcional)	---
Modalidade do Curso	Presencial em uma plataforma de EaD.
Linha programática 1	Terceiro ano do Ensino Médio
Docente(s) responsável(is), Titulações, Fone e Email para contato	Profa. Dra. Rosana Giarretta Sguerra Miskulin misk@rc.unesp.br Profª Dra Miriam Godoy Penteado - mirgps@gmail.com Departamento de Matemática – IGCE
Docentes Colaboradores	Profª Ms. Maria Margarete do Rosário Faria margarete333@hotmail.com Profª Ms. Andriceli Richit andricelirichit@gmail.com
Pesquisadores, Profissionais e técnicos envolvidos	
Servidores envolvidos	-----
Os docentes envolvidos terão algum tipo de remuneração?	Não
Número total de vagas	20
Número de vagas gratuitas	20



Local de inscrição	Etec Professor Armando Bayeux da Silva
Período de inscrição	18 a 22 de Março
Taxa de inscrição	---
Local de realização	Etec Professor Armando Bayeux da Silva e LEM da Unes Claro
Período de realização	04/04/2013 à 22/08/2013
Carga horária total	45 horas
Objetivo(s) do curso	Discutir e investigar o conceito de função de uma va ressaltando suas possibilidades e implicações na introduç conceito de limite e derivada de funções no contexto do Médio, mediado pelas TIC.
Justificativa	O ensino do CDI – Cálculo Diferencial e Integra relacionado a um domínio eficiente no estudo de funções. Entr em sua grande maioria os alunos ao iniciarem os estudos, no pr ano da disciplina Cálculo (Ensino Superior), apresentam dificuldade em compreender conceitos novos tais como: li derivada de funções. Acreditamos que tal fato acontece devido percepção do conhecimento acerca dos conceitos e propri inerentes ao estudo de função de uma variável, aprese fragmentada e estática. Essa percepção é reforçada pelo mate Klein (1927) que afirma que “[..] é no campo do C Infinitesimal que a descontinuidade entre o ensino secundár superior alcança grau máximo” (KLEIN, 1927). Barufi (200 sua vez explicita que: ...para a maioria dos alunos a Matemá Ensino Médio pouco ou nada tem a v o que lhes é apresentado no Cálcul caráter de análise com o qual pass defrontar parece se constituir em dificuldade” (p.69). O que significa que o estranhamento é grande e, emb alunos possam estar motivados ao entrarem no curso de licen ou bacharelado em matemática, a frustração, muitas ve inevitável, mesmo para aqueles que acham possuir uma familiaridade com os conteúdos matemáticos estudados no médio e fundamental. A relevância desse trabalho de pesquisa incide, portan contribuir com os processos de ensinar e aprender matemática especificamente, compreender o conceito de função como norteadora para introdução de noções de Cálculo infinitesimal Ensino Médio, não tratando essencialmente em conceituar de lógica e dedutiva o conceito de limites e derivadas de funções levar o aluno a conferir atenção às relações funcionais mediad uso de <i>software</i> educativos, atentando substancialmen linguagens: aritmética, algébrica, geométrica, possibilitando uma “ponte” que venha entrelaçar os elementos de C infinitesimal e as funções que os constitui, no que se confere desenvolvimento histórico e social. Sob esse ponto de expressar o conceito de função a partir da perspectiva da Tec Atividade concentrado os estudos das relação de particularidades (representações gráficas, algébricas, t geométrica diagramática etc.) e singularidades (tipos de funções)



	meio das abstrações, generalizações e conceitos teóricos introduzidos na matemática escolar e sistematizados no Ensino Superior.
Conteúdo programático	Aula 1: Apresentação do Curso: Contextualizando o conceito de Função, domínio e imagem em uma perspectiva Histórico-Científica do Conceito de Função (3h). Aula 2: As várias maneiras de representar uma Função (3h) Aula 3: Funções definidas por partes (3h) Aula 4: Simetrias (3h) Aula 5: Funções crescentes e decrescentes (3h) Aula 6: Polinômios e funções racionais (3h) Aula 7: Funções Potências e Algébricas (3h) Aula 8: Funções Exponenciais e Logarítmicas (3h) Aula 9: Funções Trigonométricas (3h) Aula 10: Função Injetora, Sobrejetora e Função Inversa. Transformações de Funções - Rotação, translação e reflexão (3h) Aula 11: Combinações de Funções (3h) Aula 12: O problema da área (3h) Aula 13: O problema da tangente (3h) Aula 14: A soma de uma série (3h) Aula 15: Problemas de otimização (3h) Metodologia do Curso: O curso será composto por: 1) Encontros presenciais para estudo do Conceito, Propriedades e Singularidades de Função como ideia norteadora na introdução de conceitos de Cálculo, no contexto do Ensino Médio, mediante uso das tecnologias digitais (Plataforma Moodle e Software Winplot) em uma perspectiva histórica e cultural. 2) Dinâmica das aulas: De acordo com o contexto da aula, serão discutidas as ideias básicas às funções e seus gráficos, bem como a forma de combiná-los e transformá-los. Pretendemos enfatizar que uma função pode ser representada de várias maneiras: por uma equação, por uma tabela, por um gráfico etc.. Serão examinados os principais tipos de funções que ocorrem no cálculo, abordando por conseguinte sua importância na história da matemática bem como sua aplicação no mundo real.



	real, quando possível. Também discutiremos o uso de softwares gráficos como ferramenta para o ensino e aprendizagem do conceito de funções como fundamental do cálculo. Após cada encontro disponibilizado a aula em PDF e aberto um fórum de discussão por meio da plataforma de Educação a Distância Moodle. Nesse fórum será solicitado aos participantes uma pesquisa que comentem a aula e descrevam suas impressões acerca da mesma. 3) Crerérrios de Avaliação: Frequência, Realização das atividades propostas e Participação nos Fóruns de Discussão por meio da plataforma de Educação a Distância - Moodle. Período de Inscrição: 18 a 22 de Março. Período de Realização: O curso será realizado pelo período de 03 meses, totalizando 45 horas. Cronograma do Curso: o curso será realizado em 15 encontros de 3 horas de duração (cada encontro) Abril: (12 hs – 04 aulas) Agosto: (12 hs – 04 aulas) Maio: (12 hs – 04 aulas) Junho (09 hs – 03 aulas)
Beneficiários / clientela (descrever o perfil dos beneficiados)	
Condições para inscrição	Alunos do 3º Ano do Ensino Médio
Executores (relacionar os responsáveis e outros docentes que atuarão no curso, informando as respectivas cargas horárias e a Unidade de origem)	Maria Margarete do Rosário Farias e Andriceli Richit Estudantes de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - IGCE margarete333@hotmail.com ; andricelirichit@gmail.com . Profa. Dra. Rosana Giarretta Sguerra Miskulin misk@rc.unesp.br Profª Dra Miriam Godoy Penteado - mirgps@gmail.com
Recursos humanos (relacionar aqui as necessidades de prestação de serviços externos / serviço de terceiros - pessoa física)	-----
Recursos materiais (relacionar os recursos materiais, tanto permanentes como de consumo, necessário à realização do curso)	-----
1. Hospedagem / alimentação	-----
Transporte (relacionar as necessidades de recursos financeiros para despesas de deslocamentos, passagens e combustível, informando o nome e o percurso dos beneficiados)	-----
Bolsas e auxílios (informar a necessidade de concessão destes benefícios)	-----



Recursos obtidos (elencar todos os recursos obtidos, quando houver, tais como: taxas de inscrições, patrocínios e financiamentos, mesmo que relacionados em outros itens)	-----
2. Informações complementares	-----
Resultados previstos	Possibilitar aos alunos a compreensão da importância da representação, comunicação e expressão de conceitos matemáticos em uma perspectiva histórico-cultural do pensamento fundamentando em vista compreenderem as manifestações singulares da importância nas aplicações no contexto do ensino médio. Esperamos que esta pesquisa possa minimizar o distanciamento da matemática escolar e acadêmica.
E-mail do docente responsável	misk@rc.unesp.br

ANEXO B

ENTREVISTA – AVALIAÇÃO DO CURSO DE EXTENSÃO_ ALUNOS: *‘Introdução de Conceitos de Cálculo no Ensino Médio: uma abordagem didático-pedagógica mediada pelas Tecnologias da Informação e Comunicação, em uma perspectiva histórico-cultural*

- 1) No curso foram introduzidos os conceitos de Limites e Derivadas, você já havia trabalhado com esses conteúdos em sala de aula?
- 2) O que gostaria de ter estudado além do que foi apresentado no Curso?
- 3) Em termos de compreensão sobre o que foi trabalhado em sala, o que mais achou familiar?
- 4) Teve dificuldade em compreender algum conceito? Qual? Porquê?
- 5) Você acha que é possível trabalhar esses conteúdos no Ensino Médio? Em caso positivo, a partir de qual série? Justifique sua resposta.
- 6) O Uso dos softwares Winplot e GeoGebra facilitaram o entendimento dos conceitos? Justifique sua resposta.
- 7) Você já conhecia alguns dos softwares? Qual? Já utilizou algum dos softwares em sala de aula?
- 8) O que você acha do uso da tecnologia em sala de aula? Uso de softwares e Ambiente Moodle?

ANEXO C

Programa do Curso dos Professores Participantes (PP)	
Dados	Definição
Ano	2013
Universidade	UNESP
Campus	Rio Claro
Unidade	Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Departamento / Unidades Auxiliares	Departamento de Matemática
Outras unidades / Colégios Técnicos / Fundações / Instituições Envolvidas (natureza da relação)	
Tipo de curso	Temático
Título do curso	Cálculo no contexto do Ensino Médio mediado pelo uso dos softwares Winplot e GeoGebra: Uma conversa com os professores de matemática.
Palavras-chaves (até 4 palavras)	Processos de ensino e aprendizagem de Funções, Equilíbrio Matemático; Tecnologia da Informação e Comunicação; Pré-Cálculo
Grande área	Ciências Humanas
Área temática 1	Educação
Área temática 2 (opcional)	---
Modalidade do Curso	A Distância em uma Plataforma de EaD.
Linha programática 1	
Docente(s) responsável(is), Titulações, Fone e Email para contato	Profª. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin misk@rc.unesp.br Profª Dra Miriam Godoy Penteado - mirgps@rc.unesp.br . Departamento de Matemática – IGCE
Docentes Colaboradores	Rosana Giaretta Sguerra Miskulin misk@rc.unesp.br Profª. Dra. Miriam Godoy Penteado mirgps@rc.unesp.br



	Profa. Dra. Beatriz D'Ambrósio dambrobs@miamioh.edu Prof.Dr. Humberto José Bortolossi hjbortol@gmail.com Profª Ms. Andriceli Richit andricelirichit@gmail.com Profª Ms.Maria Margarete do Rosário Farias margarete333@hotmail.com
Pesquisadores, Profissionais e técnicos envolvidos	
Servidores envolvidos	-----
Os docentes envolvidos terão algum tipo de remuneração?	Não
Número total de vagas	30
Número de vagas gratuitas	30
Local de inscrição	Ambiente Online
Período de inscrição	14 a 26 de Julho
Taxa de inscrição	Gratuito
Local de realização	Ambiente Online – Moodle
Período de realização	01 de Agosto à 26 de Setembro
Carga horária total	16 horas
Objetivo(s) do curso	Pretende-se discutir com os participantes sobre possíveis implicações em introduzir o conceito de limite, derivada e integrais no contexto do Ensino Médio.
Justificativa	É reconhecido que uma grande maioria dos alunos ao iniciar os estudos, no primeiro ano da disciplina CDI - Cálculo Diferencial Integral apresentam dificuldades em compreender conceitos desta disciplina. Essa percepção é reforçada pelo matemático Félix Klein, que afirma que “[...] é no campo do Cálculo Infinitesimal a descontinuidade entre o ensino secundário e o superior alcançada no máximo” (KLEIN, 1927). Nessa mesma perspectiva, Barufi



	explicita que: “ [...] para a maioria dos alunos, a Matemática do Ensino Médio pouco ou nada tem a ver com o que lhes é apresentado no Cálculo, o caráter de análise com o qual passa a lidar ao defrontar parece se constituir em dificuldade” (p.69). Considerando ainda informações do SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) e o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), promovidos pelo Governo Federal, que apontam as dificuldades dos alunos do Ensino Médio em relação a compreender conceitos e procedimentos fundamentais, tais como interpretar gráficos e tabelas, dentre outras coisas. Além das considerações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), o qual propõe que o currículo do Ensino Médio deve ser estruturado de modo a assegurar a possibilidade de ampliar e aprofundar os conhecimentos matemáticos adquiridos no Ensino Fundamental. Propomos esse curso com a perspectiva de contribuir com a formação e prática do professor no processo de ensinar e aprender matemática, mais especificamente, discutir possibilidades de introduzir o Cálculo infinitesimal no contexto do Ensino Médio de forma crítica e orientada pela perspectiva histórico-cultural na qual estão ligados temas em estudo mediante uso das TIC.
Conteúdo programático	■ (08/08/13) Encontro 1: Apresentação do Curso e Leitura da obra Atividade de Ensino 1: (a) Discussão orientada do texto de Ciro Braga – Função e Derivada em Matemática. (b) Reconhecimento dos softwares Winplot e GeoGebra. Mediadores: Margarete Farias, Rosana Miskulin e Andriceli Ribeiro ■ (15/08/13) Encontro 2: Representações Semióticas com abordagem metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática de uma variável. Atividade de Ensino 2: (a) Discussão orientada do capítulo 2 da Dissertação de Mestrado Representações Matemáticas Mediadas Por Softwares Educativos em Uma Perspectiva Semiótica: uma contribuição para o conhecimento do futuro professor de matemática Autor: Farias, M.M.R. (b) Problema de Otimização Mediadores: Margarete Farias, Rosana Miskulin



	■ (22/08/13) Encontro 3: Discussão orientada: Texto de Ben Caraça – Conceitos Fundamentais da Matemática. Atividade de Ensino 3: Aspectos qualitativos e quantitativos função de uma variável. Mediadores: Margarete Farias, Rosana Miskulin. ■ (29/08/13) Encontro 4: Limite de funções de uma variável. Atividade de Ensino 4: A relação do paradoxo do Zenão com de uma função. Mediadores: Margarete Farias e Rosana Miskulin ■ (05/09/13) Encontro 5: Discussão orientada do texto - Re Como ensinar matemática hoje. Atividade de Ensino 5 - Problema de otimização. Mediadores: Margarete Farias e Beatriz D’Ambrósio ■ (12/09/13) Encontro 6: Estudo da Tangente Atividade de Ensino 6: O problema da tangente a partir da da função quadrática e funções racionais. Mediadores: Margarete Farias e Andricelli Richit. (19/09/13) Encontro 7: Tópicos que envolvem ideias do cálculo fazem parte do ensino básico, mas não têm a explicação devida. Atividade de Ensino 7: Discutindo o conceito de integral a p área da circunferência. Mediadores: Humberto Bortolossi e Margarete Farias ■ (26/09/13) Encontro 8: Discussão sobre o uso da TIC ensino e aprendizagem da matemática no contexto do Médio 4) Atividade de Ensino 8: Apresentação dos trabalhos Fir participantes (Proposta de aula: introduzindo conceitos de Diferencial e Integral no Ensino Médio). Mediadores: Miriam Godoy, Rosana Miskulin, Margarete F Andriceli Richit. Metodologia do Curso: O curso será composto por: 5) Encontros a distância de forma assíncrona e síncrona a



	discutir junto aos professores do Ensino Médio o estudo de como ideia norteadora na introdução de conceitos de Cálculo no contexto do ensino médio, mediante uso das tecnologias (Plataforma Moodle, Software Winplot, GeoGebra, VApplets) em uma perspectiva histórico-cultural. 6) Dinâmica das aulas: Durante as aulas serão discutidos textos que contextualizam a ideia de introduzir conceitos de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio. Nessa perspectiva, junto aos professores o conceito, propriedades de funções e gráficos mediante uso do software Winplot e GeoGebra. Pretendemos questionar aos professores a relevância de trabalhar matemática, junto ao aluno, as várias maneiras de representar uma função: por uma equação, por uma tabela, por um gráfico, etc.. Vamos investigar possibilidades de introduzir o conceito de limite derivada e integral de funções de uma variável independente no contexto do ensino médio, abordando a importância da disciplina cálculo no contexto do ensino médio, abordando a importância da disciplina na história da matemática bem como sua aplicação no dia a dia. Também discutiremos o uso de softwares gráficos como ferramenta para o ensino e aprendizagem do conceito de funções como objeto fundamental do cálculo. Cada encontro será disponibilizado a aula em PDF e aberto em fórum de discussão por meio da plataforma de Educação a Distância - Moodle. 7) Critérios de Avaliação: Participação nos Fóruns de Discussão (nos fóruns será solicitado aos participantes que comentem e descrevam suas memórias acerca da mesma), por meio da plataforma de Educação a Distância – Moodle, Apresentação do Trabalho Final (contextualizando a ideia de introduzir conceitos de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio).
Beneficiários / clientela (descrever o perfil dos beneficiados)	
Condições para inscrição	Professores que ensinam matemática no Ensino Médio de escolas públicas ou particulares.
Executores (relacionar os responsáveis e outros docentes que atuarão no curso, informando as respectivas cargas horárias e a Unidade de origem)	Maria Margarete do Rosário Farias, margarete333@hotmail.com (Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – IGCE); Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin - misk@rc.unesp.br (Docente – UNESP); Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado, mirgps@rc.unesp.br (Docente – UNESP); Prof. Dr. Humberto José Bortolossi - hjbortol@gmail.com (Docente – UNESP); Profa. Dra. Beatriz D'Ambrósio dambrobs@miamioh.edu (Docente – Miami University, Ohio – EUA); Andriceli Richit, andricelirichit@gmail.com (Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – IGCE)



Recursos humanos (relacionar aqui as necessidades de prestação de serviços externos / serviço de terceiros - pessoa física)	-----
Recursos materiais (relacionar os recursos materiais, tanto permanentes como de consumo, necessário à realização do curso)	-----
Hospedagem / alimentação	-----
Transporte (relacionar as necessidades de recursos financeiros para despesas de deslocamentos, passagens e combustível, informando o nome e o percurso dos beneficiados)	-----
Bolsas e auxílios (informar a necessidade de concessão destes benefícios)	-----
Recursos obtidos (elencar todos os recursos obtidos, quando houver, tais como: taxas de inscrições, patrocínios e financiamentos, mesmo que relacionados em outros itens)	-----
Informações complementares	Esse curso faz parte do projeto LEM
Resultados previstos	Compreender a partir das concepções e percepções apresentadas por participantes possibilidades, limitações e/ou implicações em noções de cálculo no contexto do ensino médio.
E-mail do docente responsável	misk@rc.unesp.br e mirgps@rc.unesp.br



ANEXO D

ENTREVISTA COM OS PROFESSORES PARTICIPANTES(PP)

1) Responda:

- Você lecionou ou leciona no Ensino Médio?

- Você lecionou ou leciona no Ensino Superior?

2) No curso, foram disponibilizadas algumas Atividades de Ensino, nas quais trabalhamos noções envolvendo intuitivamente os conceitos de Limites, Derivadas e Integral de funções à nível de Ensino Médio. Pergunta: você já havia trabalhado com esse conteúdo, nessa perspectiva em sala de aula de turmas do Ensino Médio?

☐ SIM

☐ Não

3) O que você acha da perspectiva em trabalhar conceitos de Cálculo no Ensino Médio? Em caso positivo, a partir de qual série? Justifique sua resposta.

4) O Uso dos softwares Winplot e Geogebra facilitaram o entendimento dos conceitos estudados nas Atividades de Ensino? Justifique sua resposta.

5) O que você acha do uso da tecnologia em sala de aula? Uso de softwares e outros artefatos tecnológicos. Comente.

6) Quando se deu seu primeiro contato com as TIC (tecnologia da Informação e Comunicação)? A partir desse contato, como você passou a vê-las integrando sua prática docente? Houve um pensar nessa direção?

7) As leituras realizadas no Curso foram de seu interesse, contribuiu com sua formação profissional?

8) Com base nas experiências que você vivenciou envolvendo a utilização das tecnologias digitais sejam eles softwares, applets, vídeos, calculadoras gráficas entre outros, qual sua opinião sobre a relevância do uso destes recursos nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática?

9) Sinta-se a vontade para comentar sobre aspectos de sua vida como professor que julgar necessário.



ANEXO E

: TAREFAS EXPLORATÓRIO - INVESTIGATIVAS



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"CAMPUS DE RIO CLARO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
Seção de Pós-Graduação



TAREFA 1: Introdução de Conceitos de Cálculo no Ensino Médio



Objetivo: introduzir intuitivamente o conceito de Limite de uma função a partir do cálculo da equação da reta tangente à parábola $y = x^2$ no ponto $P(1,1)$.

Introdução: A palavra tangente vem do latim, que significa “tocando”. Assim, uma tangente a uma curva é uma reta que toca a curva.

Mas como tornar precisa essa ideia?

- ✓ Para a circunferência segundo Euclides, poderíamos simplesmente dizer que a tangente é uma reta que intercepta a circunferência uma única vez. Vide Figura 1 e 2.

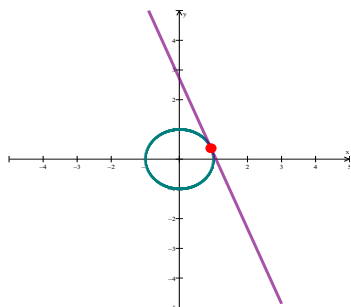


Figura 1: Tangente sobre a circunferência

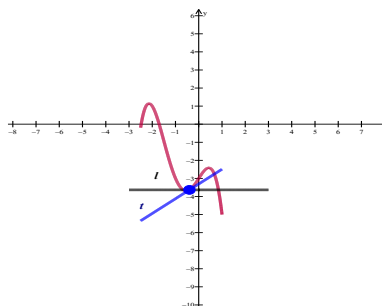


Figura 2: Tangenciando a Curva

- ✓ Para as curvas mais complicadas essa definição é inadequada. A Figura 2, mostra duas retas, l e t , passando por um ponto P sobre a curva C . A reta l intercepta C somente uma vez, mas certamente não parece ser uma tangente. A reta t por outro lado, parece ser uma tangente, mas intercepta C duas vezes.

1. Construindo a Reta Tangente à Circunferência no GeoGebra.

Circunferência: Selecione no Menu a janela 6 e clique em Círculo dados centro e um de seus pontos. Na Janela de Visualização “plote” o círculo.

Reta Tangente: Selecione no Menu a janela 4 e clique em Reta Perpendicular, a seguir clique sobre o ponto e em seguida clique sobre a circunferência.

- Movimente o ponto sobre a circunferência e observe.

1.1 Construindo a Reta Tangente à Curva no GeoGebra.

Curva: Na caixa de entrada digite a função $x^3 + 2x^2 + x - 1$ e clique Enter.

Ponto: Selecione no Menu a janela 2 e clique em Novo Ponto, selecione a curva e clique sobre ela.



Ponto pertencente a Reta Tangente sobre a circunferência: Selecione no Menu a janela 4 e clique em Reta Perpendicular. Na janela de visualização, selecione o ponto e sobre o gráfico da função.

- Movimente o ponto sobre a circunferência e observe.

NOTA: A ideia de limite é a base dos vários ramos do Cálculo. O tipo especial de limite usado para encontrar as tangentes e as velocidades dá origem à ideia central do cálculo diferencial: A Derivada.

1.2 Problema 1: Encontre uma equação da reta tangente à parábola $y = x^2$ no ponto $P(1,1)$.

Solução: Para encontrarmos a inclinação m da reta secante precisamos de dois pontos, mas só temos o ponto $P(1,1)$. Portanto, vamos delinear uma aproximação para m dado o ponto $Q(x, x^2)$ sobre a parábola $y = x^2$.

Assim dados $P(1,1)$ e $Q(x, x^2)$, encontramos $m = \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, x \neq 1$. Logo $m = x + 1$. Se tomarmos um intervalo $[0,2]$ obtemos os valores. Veja na tabela abaixo.

X	m_{PQ}	x	m_{PQ}
0	1	2	3
0.5	1,5	1.9	2,9
0.9	1,9	1.5	2,5
0.99	1,99	1.1	2,1
0.999	1,999	1.01	2,01
...	$\cong 2,0$	...	$\cong 2,0$

Conhecendo o valor de $m = 2$, calculamos a equação da reta:

$$y - 1 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x - 1 \quad \therefore p/P(1,1)$$

2. Usando o GeoGebra para solucionar o problema:

- Gráfico da função: Digite na caixa de entrada a função $f(x) = x^2$.
- Ponto $(1,1)$ sobre o gráfico da função. Digite na caixa de entrada $(1,1)$ e clique Enter.
- Reta Tangente ao ponto $(1,1)$: Selecione no Menu a janela 4 e clique em Reta Perpendicular. Na janela de visualização, selecione o ponto $(1,1)$ e sobre o gráfico da função $f(x) = x^2$.
- Parâmetro a: Antes de determinar o ponto genérico sobre o gráfico da função, determine o parâmetro a. Para tanto Digite na caixa de entrada $a = 1$, a seguir Clique Enter. Na Janela algébrica clique com o mouse direito sobre o número a e selecione EXIBIR OBJETO.
- Ponto Genérico (a, a^2) sobre o gráfico da função: Digite na caixa de entrada (a, a^2) e clique Enter.
- Reta Secante dados os pontos $(1,1)$ e (a, a^2) : Selecione no Menu a janela 3 e clique em Reta definida por dois pontos. A seguir clique sobre o ponto (a, a^2) e sobre o ponto $(1,1)$.
- Projeção dos pontos $(1,1)$ e (a, a^2) sobre o eixo Ox . Digite na caixa de entrada $(1,0)$ e $(a,0)$ e clique Enter.
- Segmento dados os pontos $(1,0)$ e $(a,0)$: Selecione no Menu a janela 3 e clique em Segmento definido por dois pontos. A seguir clique sobre o ponto $(a,0)$ e sobre o ponto $(1,0)$.
- Calculando o coeficiente angular: No Menu, selecione Exibir e clique em Planilha. Na planilha digite na primeira célula o valor a e na segunda célula a formula para calcular o coeficiente angular $\frac{(a^2 - 1)}{a - 1}$.
- Movimente o ponto e observe o que acontece.

3 Investigando o Problema:

- 1) Quando movimentamos o parâmetro a partindo de 0 em direção ao valor 1, qual o valor aproximado do coeficiente angular?
- 2) Quando movimentamos o parâmetro a iniciando o movimento em 2 em direção ao valor 1, qual o valor aproximado do coeficiente angular?
- 3) Observando o valor aproximado de 0 “tendendo” a 1 e de 2 “tendendo” a 1, podemos concluir um valor, mesmo que aproximado, para o coeficiente angular? Qual valor?
- 4) Dado um ponto e conhecendo o valor do coeficiente angular, determine a equação da reta tangente à curva $y = x^2$ ao ponto $(1,1)$.
- 5) O que nos informa a reta tangente no ponto $p(1,1)$ em relação ao crescimento ou decrescimento da função. Justifique sua resposta.

Referência: STEWART, J. Cálculo, v.1, São Paulo: Cengage Learning, 2008.





TAREFA 2: Introdução de Conceitos de Cálculo no Ensino Médio



- Objetivo: introduzir o conceito de derivada e continuidade de uma Função a partir da expressão que representa a inclinação da reta secante dada por $m_{PQ} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{\Delta x}$ considerando a reta PQ não vertical
- Introdução: Muitos importantes problemas de Cálculo envolvem a Reta Tangente e a Derivada a uma curva dada.

2.1 Reta Tangente

Consideremos a função contínua em x_1 . Queremos definir a inclinação da reta tangente ao gráfico de f em $P(x_1, f(x_1))$. Seja I o intervalo aberto que contém x_1 e no qual f está definida. Seja $Q(x_2, f(x_2))$ outro ponto do gráfico de f , tal que x_2 também esteja em I . Tracemos uma reta através de P e Q . Qualquer reta que passe por dois pontos de uma curva é chamada reta secante.

- ✓ Denotando a diferença entre as abscissas de Q e de P por Δ_x (lemos “delta x ”), assim; $\Delta_x = x_2 - x_1$, onde Δ_x denota uma variação nos valores de x quando ele muda de x_1 para x_2 e essa diferença pode ser positiva ou negativa. Essa variação é chamada de incremento de x .
- ✓ A inclinação da reta secante é dada por $m_{PQ} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{\Delta_x}$. Desde que a reta PQ não seja vertical.
- ✓ Como $\Delta_x = x_2 - x_1 \Rightarrow x_2 = x_1 + \Delta_x$. Assim a inclinação da reta PQ pode ser escrita $m_{PQ} = \frac{f(x_1 + \Delta_x) - f(x_1)}{\Delta_x}$.
- ✓ Considerando o ponto P como fixo e o ponto Q como móvel, ao longo da curva em direção a P , isto é Q tende a P . Isto equivale a dizer que Δ_x tende a zero. Quando isso ocorre, a reta secante gira em torno do ponto fixo P .
- ✓ Se a reta secante tiver uma posição limite podemos desejar que essa posição limite seja a reta tangente do gráfico f em P . Logo escrevemos $\lim_{\Delta_x \rightarrow 0} m_{PQ}$ é a reta tangente;
- ✓ $\lim_{\Delta_x \rightarrow 0} m_{PQ} = +\infty$ ou $\lim_{\Delta_x \rightarrow 0} m_{PQ} = -\infty$ à medida que Δ_x tende a zero, a reta PQ aproxima-se da reta por P , paralela ao eixo y . Nesse caso queremos que a reta tangente ao gráfico em P seja a reta $x = x_1$.

Toda essa discussão nos leva as seguintes definições:

(a) A reta por P tendo inclinação $m(x_1) = \lim_{\Delta_x \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta_x) - f(x_1)}{\Delta_x}$, se o limite existir;

(b) A reta $x = x_1$, se:

$$\lim_{\Delta_x \rightarrow 0^+} \frac{f(x_1 + \Delta_x) - f(x_1)}{\Delta_x} \text{ for } +\infty \text{ ou } -\infty$$

$$\lim_{\Delta_x \rightarrow 0^-} \frac{f(x_1 + \Delta_x) - f(x_1)}{\Delta_x} \text{ for } +\infty \text{ ou } -\infty$$

Se nem (a) ou (b) forem verdadeiras não haverá reta tangente ao gráfico de f no ponto x_1 .

3 Problema 1: Dada a função $f(x) = x^2$

- Represente algebricamente a inclinação da reta tangente ao gráfico no ponto $P(1,1)$;
- Ao desenvolver a representação algébrica da inclinação da reta dado o ponto P , qual o valor que determina o coeficiente angular da reta tangente?



(c) Escreva a equação da reta tangente a curva f no ponto $P(1,1)$.

• A Derivada

A derivada de uma função f é denotada por f' , tal que seu valor em qualquer número x do domínio de f seja dado por:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \text{ se esse limite existir}$$

Se x_1 for um determinado número no domínio de f , então: $f'(x_1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$. Note que a inclinação da reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ no ponto $(x_1, f(x_1))$ é precisamente a derivada de f calculada em x_1 .

Outra forma de escrever a derivada: $f'(x_1) = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

• Derivabilidade

O processo de cálculo da derivada é chamado de derivação. Se uma função possui uma derivada em x_1 , a função será derivável em x_1 . Ou seja, $f'(x)$ existe.

4. Problema 2: Seja a função valor absoluto definido por $f(x) = |x|$

(a) Represente graficamente a função f no GeoGebra;

(b) Represente algebricamente a inclinação da reta tangente ao gráfico da função f no ponto $P(0, f(0))$;

(c) Sendo f uma função modular, é importante observarmos que quando $|\Delta x| \rightarrow 0$ por valores menos que zero e por valores maiores que zero as funções parciais diferem. Pense em uma maneira de determinar $f'_-(0)$ (inclinação da reta tangente por valores menores que zero) e $f'_+(0)$ (inclinação da reta tangente por valores maiores que zero).

(d) $f'_-(0) = f'_+(0)$?

(e) Sabendo que o limite de uma função existe se e somente se $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, o que podemos concluir considerando o resultado da questão c)?

(f) Graficamente o que podemos concluir?

• Continuidade

A definição matemática de continuidade corresponde estreitamente ao significado da palavra *continuidade* na linguagem do dia a dia.

Continuidade: Um processo contínuo é aquele que ocorre gradualmente, sem interrupções ou mudanças abruptas.

Definição: Uma função é contínua em um número a se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Essa definição, implicitamente requer três coisas para continuidade de f em a :

I $f(a)$ está definida (isto é, a está no domínio de f ;

II $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe (existe o limite);

III $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ (O valor do limite é igual o valor da função)

5 Problema 3: Dada a função $f(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x - 3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

(a) Usando o GeoGebra, determine o parâmetro $k=1$

(b) Usando o GeoGebra, construa o gráfico da função f ;

(c) A função é contínua para todo valor de k ? Justifique sua resposta.

(d) A função é derivável para todo valor de k ? Justifique sua resposta.

(e) A função é contínua e derivável para o mesmo valor k ?

(f) O que você conclui em relação a questão (e)?

Referência: STEWART, J. Cálculo, v.1, São Paulo: Cengage Learning, 2008.



TAREFA 3: Cercando o Pasto

1. Objetivo: Essa Tarefa tem como objetivo mobilizar distintas representações matemáticas inter-relacionando a área do retângulo que representa o pasto à representação gráfica da função associada ao conceito de máximo de função. Nesse contexto, determinar a maior área do pasto que deve ser cercada.

Para a simulação do problema propõe-se utilizar o software *Winplot*.

2. Problema 1 -Atividade Introdutória

Um fazendeiro tem 1200m de cerca e quer cercar um campo retangular que está na margem de um rio reto. Ele não precisa cercar ao longo do rio.

Na investigação do problema, use o *Winplot* para;

- Simular a área que deverá ser cercada;
- Modelar a função a partir da figura do retângulo que representa a área cercada;
- Construir o gráfico da função a partir do modelo da cerca;
- Investigar as dimensões do campo que tem maior área.

Investigando o Problema no *Winplot*

Passo 1: Ajustando o sistema de coordenadas a partir do Cálculo de Área do retângulo (representação geométrica da pasto).

A Figura 1 ilustra o caso geral cerca. Para isso, expressamos A em termos de x e y.

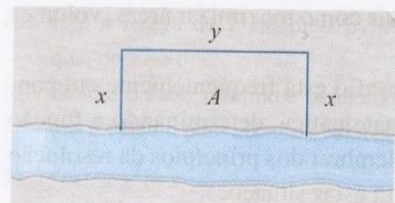
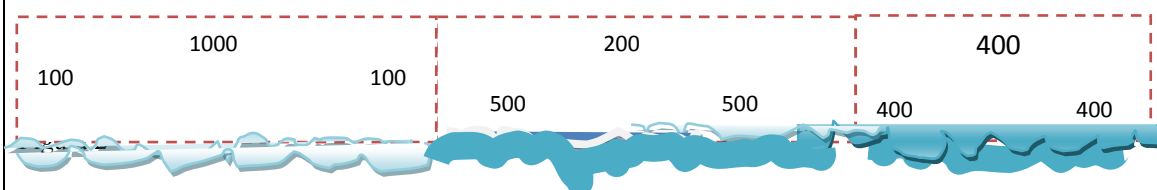


Figura 1

Para expressar A em função de uma única variável, eliminamos y expressando-o em termos de x. Assim temos: $A = x \cdot y$ e, para escrever y em função de x, usamos a informação de que o comprimento total da cerca é de 1200m. Dessa forma: $2x + y = 1200 \Rightarrow y = 1200 - 2x$ (Cálculo do perímetro, considerando que não cercamos uma das partes do rio)

Para simularmos o pasto usando o *Winplot*, precisamos inicialmente ajustar o sistema de coordenadas (faz-se isso sempre que necessário) ao domínio da função.

Observe abaixo algumas possíveis maneiras de estender os 1200 metros de cerca (imagens fora de escala). Vide Figura 2.



A partir dessa percepção podemos ter uma ideia do que está acontecendo no problema, o que nos ajuda a determinar a escala no gráfico.

Comandos: Menu → Ver → Ver(Visualização): Este menu define uma janela em duas maneiras: Vide

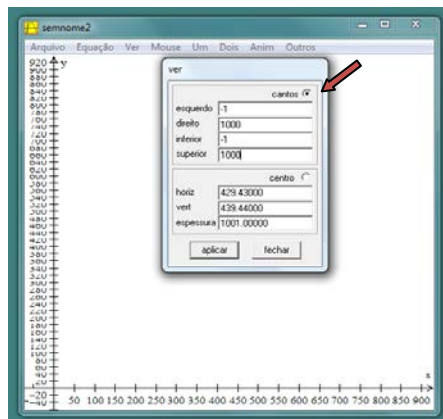


Figura 3.

(I) Extremidades (cantos): especifica os valores extremos para as duas variáveis independentemente (as escalas dos eixos são independentes); Nessa caixa podemos ajustar os valores sobre os eixos coordenados.

(II) Centro: especifica as coordenadas para o centro. A escala do eixo vertical é associada a escala do eixo horizontal.

Através desses comandos, obtemos a caixa de diálogo a qual nos permite determinar os valores sobre os eixos O_x e O_y . Nessa atividade vamos utilizar o comando “Cantos” para que possamos visualizar as alterações solicitadas.



NOTA: Outra forma de visualizar é utilizando:

Zoom afastar: Expande o domínio de visão dos dois eixos coordenados na mesma proporção. Podemos dar Zoom a imagem, utilizando também a tecla Pg down

Mais aproximar: Diminui o domínio de visão dos dois eixos coordenados na mesma proporção. Podemos dar Zoom a imagem, utilizando também a tecla Pg up

Figura 3

Realizado o ajuste de coordenadas, precisamos ajustar as escalas dos eixos para uma melhor visualização do gráfico. Vide Figura 4.

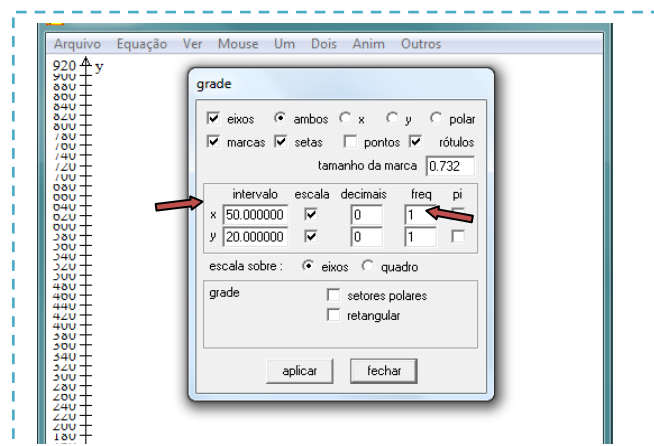
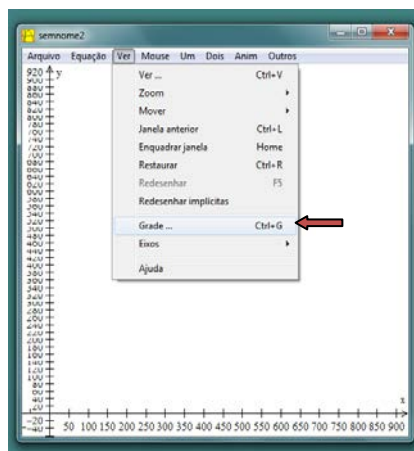


Figura 4

Para ajustar as escalas fazemos: Menu VER → Grade ou clique Ctrl G (teclado). A Figura 5 mostra como obter um melhor espaçamento para ambos os eixos. Sugestão de valores para o espaço de edição: $x = 100$ e $y = 100$, a seguir clique em Aplicar.

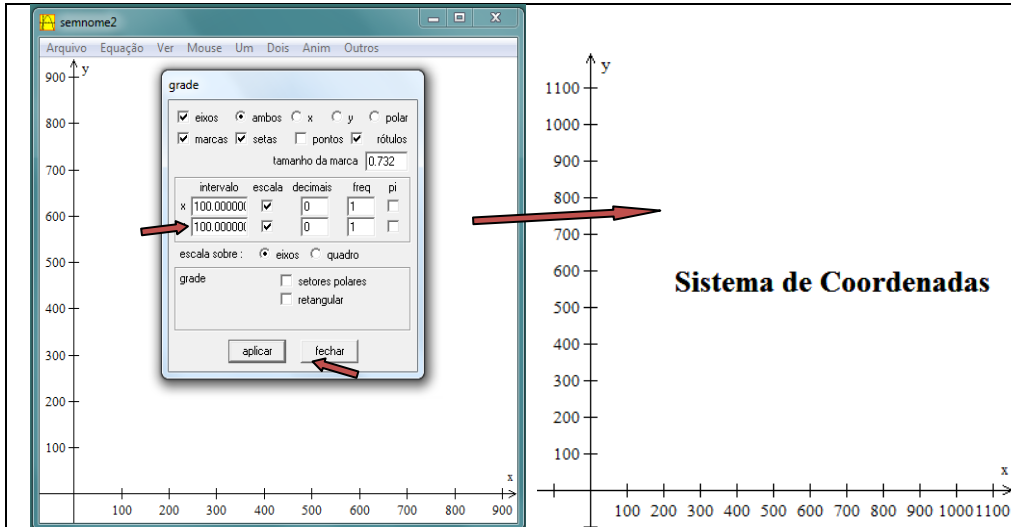


Figura 5

Passo 2: Plotando os pontos e segmentos

NOTA: Para a construção do retângulo (representação geométrica do campo a ser cercado) podemos suprimir a plotagem dos segmentos, pois basta determinar âncoras para os pontos).

Comandos utilizados: Menu → Equação → Ponto → (x,y), permite abrir uma caixa de diálogo na qual determinamos os pontos. Vide Figura 6.

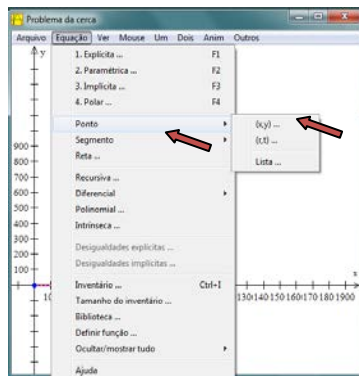


Figura 6

No problema em questão, a representação do retângulo fica limitado ao 1º. Quadrante (essa é a opção mais lógica se considerarmos que os lados do retângulo não são medidos por valores negativos, além de ser mais fácil para construção da figura. No entanto, podemos representar o retângulo em qualquer quadrante ou mesmo no centro se desconsiderarmos tal lógica).

Para determinar os pontos no espaço de edição, escolhemos algumas opções como tamanho do ponto, se o formato é sólido ou círculo, inserção de âncoras⁹⁴ ou não e finalmente a cor. Ao final clicamos em Ok. Vide Figura 7.

Sugestão: representamos as âncoras por //xy que determina um segmento mais ESPESSE.

- 1) Digitando "x" (sem aspas) você terá um segmento de espessura REGULAR, que representa a coordenada cartesiana x de um ponto do tipo (x,y). Analogamente, ao digitar apenas y você terá o segmento (âncora) que representa a coordenada y do ponto (x,y).
- 2) Ao digitar /x você terá um segmento PONTILHADO, que representa a coordenada cartesiana x de um ponto do tipo (x,y). Se digitar /y terá a âncora pontilhada correspondente à coordenada y.
- 3) Ao digitar //x você terá um segmento mais ESPESSE, que representa a coordenada x de um ponto (x,y).
- 4) Ao digitar x/y você terá uma âncora regular na coordenada x e uma pontilhado na coordenada y. Digitando /x/y você terá uma âncora pontilhada na coordenada x e uma âncora espessa na coordenada y.



Figura 7

Segue abaixo uma sugestão para editar as coordenadas necessárias à construção do retângulo.

$(x, 1200-2x)$

$(x, y) = (0, 0)$

$(x, y) = (a, 0)$

$(x, y) = (0, 1200-2a)$

$(x, y) = (a, 1200-2a)$

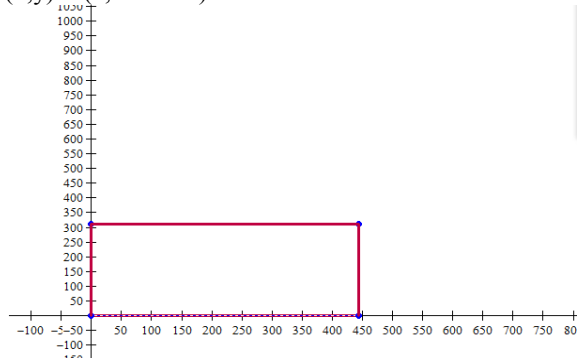


Figura 8

Passo 3: Movendo os pontos do retângulo

Como os pontos e ou segmentos foram determinados de forma genérica a partir de um parâmetro “a”, é possível movimentar o retângulo para visualizarmos a figura em suas várias dimensões. Para tanto, usamos o comando Anim → Parâmetros. Na caixa de diálogo escolhemos o parâmetro “a”. Vide Figura 9.

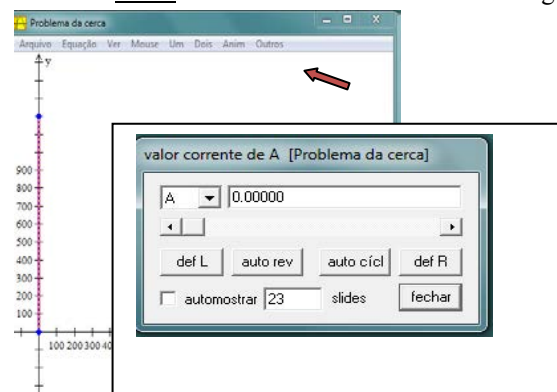


Figura 9

NOTA: Inicialmente a caixa de diálogo indica o valor de $a = 0$ de modo que a figura pode não aparecer em sua totalidade. Mas, basta usar a barra de rolamento fazendo os valores de a variarem para valores maiores ou menores que zero (Vide Figura 11).

A caixa da Figura 11 mostra como definir valores mínimos e máximos pelos quais desejamos visualizar a movimentação do gráfico. Para isso clique em Def L para valores mínimos e Def R para valores máximos. A seguir use a barra de rolamento.

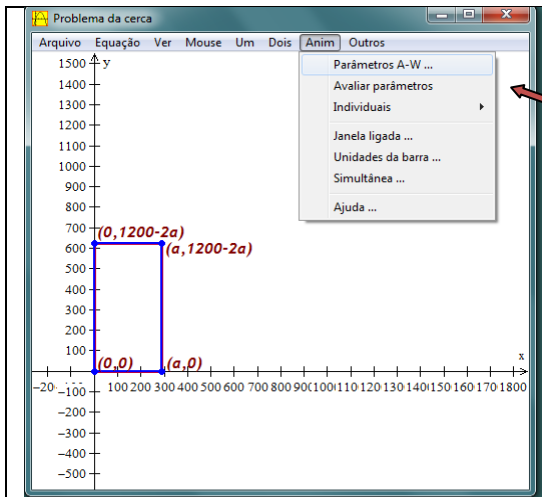


Figura 10

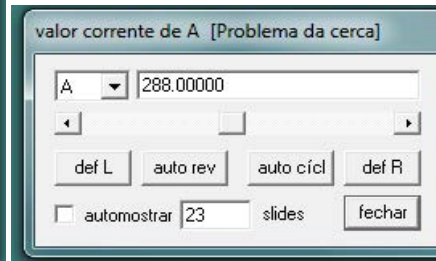


Figura 11

Sugestão de Intervalo para animação: $[0,800]$, ou seja, digite na caixa de edição o valor 0 (zero) e clique em Def L. A seguir digite novamente na caixa de edição o valor 800 e clique em Def R.

Lembre que a área é positiva para $0 < x < 600$. Fato que podemos comprovar com o cálculo algébrico no estudo de sinal da função.

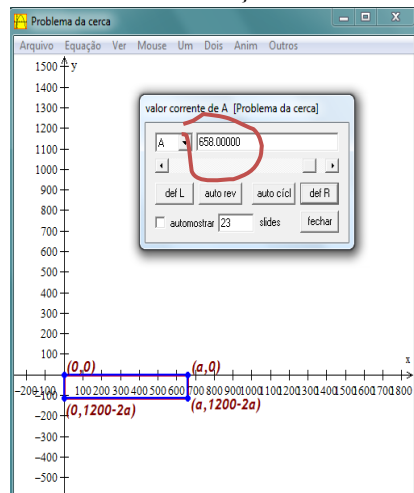


Figura 12

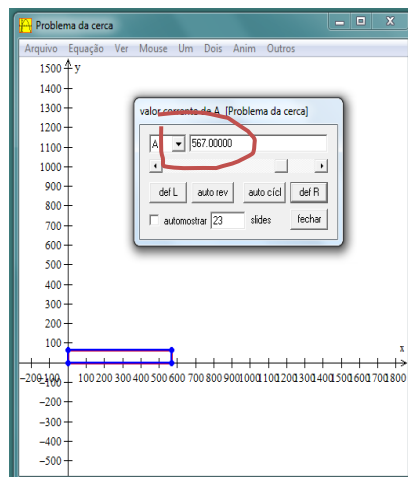


Figura 13

NOTAS:

✓ É interessante que o aluno perceba de forma intuitiva que ao exceder o valor de x em 600 a área do retângulo fica negativa. A seguir ele terá a possibilidade de fazer o cálculo do sinal da função e possivelmente comparar os resultados tendo em vistas as representações matemáticas: algébrica, geométrica e gráfica.

✓ Para animação automática (o programa varia os valores por você), existem dois modos de operação “auto reverse” e “auto cíclico”, os quais descrevem os gráficos até que o indicador alcance o fim da sua barra. A caixa de diálogo desaparece enquanto a animação está acontecendo --- Pressione S para interromper a animação e fazer reaparecer as janelas.

ATENÇÃO – DADA INÍCIO A ANIMAÇÃO AUTOMÁTICA, É IMPORTANTE CLICAR EM S ANTES DE FAZER QUALQUER OUTRA COISA, POIS O PROGRAMA PODE TRAVAR E VOCÊ PERDERÁ TUDO O QUE NÃO FOI SALVO ANTECIPADAMENTE.

Passo 4: Modelando a Função Área a partir da representação geométrica e do conceito de Cálculo de Área do retângulo.



Ao movimentar o parâmetro “a” veremos que o retângulo nos mostra possibilidades de tamanho, as quais representam as várias dimensões da área, fato suscitado na parte inicial do roteiro. Vide Passo.1. A Figura 14 simula esse movimento, representando as várias maneiras de cercar o campo.

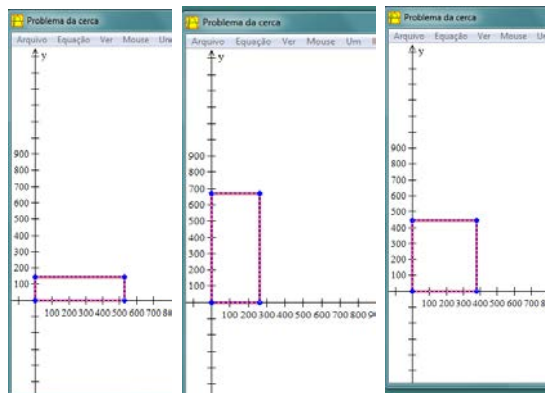


Figura 14

Para modelar a função, expressamos A em termos de x e y. Para expressar a área A em função de uma única variável, usamos a informação de que o comprimento total da cerca é de 1200m. Dessa forma: $2x + y = 1200$ (Cálculo do perímetro, considerando que não cercamos a parte do rio). Logo $y = 1200 - 2x$ que determina;

$$A = x \cdot y \Rightarrow A = x \cdot (1200 - 2x) \Rightarrow A = 1200x - 2x^2$$

Fazendo o estudo do sinal da função encontramos que $0 \leq x \leq 600$. Vide Figura 15.

Cálculo(estudodo Sinalda função):

$$A = 0 \Rightarrow 1200x - 2x^2 = 0 \Rightarrow x(1200 - 2x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } 1200 - 2x = 0 \Rightarrow x = 600.$$

Assim temos que $0 \leq x \leq 600$

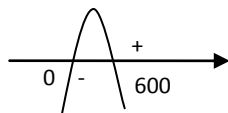


Figura 15

Passo 4: Determinando as dimensões do campo que tem maior área.

No Winplot podemos realizar o movimento simultâneo do retângulo e gráfico da função Área. Para isso Clique no MENU em Anim → Janela Ligada. Vide Figura 16.

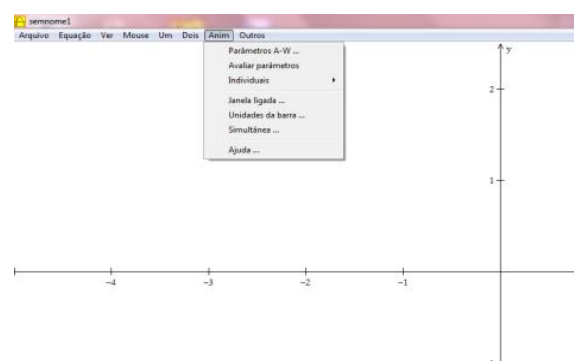


Figura 16

Ao clicar em Janela Ligada a partir da Janela cujo retângulo encontra-se já construído, vai aparecer uma janela semelhante a anterior, nesse caso minimize as duas janelas para que possamos visualizar a



movimentação do retângulo e do gráfico ao mesmo tempo.

Na janela ligada construa o gráfico da função modelo do retângulo (Veja orientações no Passo 5), usando as mesmas dimensões dos eixos coordenados utilizados na janela anterior. Caso contrário o gráfico da função não aparece ou aparece fora de escala.

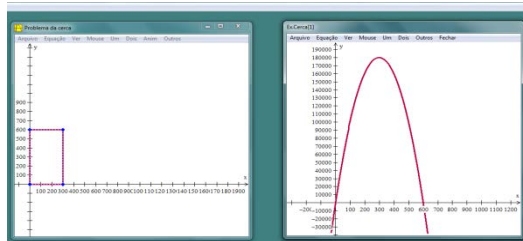


Figura 17

NOTA: Lembre-se que a função $A(x)$ é positiva para $0 \leq x \leq 600$, onde $x=0$ e $x=600$ são os zeros da função. Entretanto para x entre 0 e 600 a função atinge valores bem altos, por exemplo, para $x=200 \Rightarrow y=160.000$, para $x=300 \Rightarrow y=180.000$.

Passo 5: Construindo o gráfico na Janela Ligada, plotando o gráfico da função $A(x)$ relativo a figura do retângulo.

Na nova janela clicamos equação $\rightarrow$ Explícita e digitamos na janela de edição a equação da função. Siga as orientações enumeradas. Vide Figuras 18, 19 e 20.

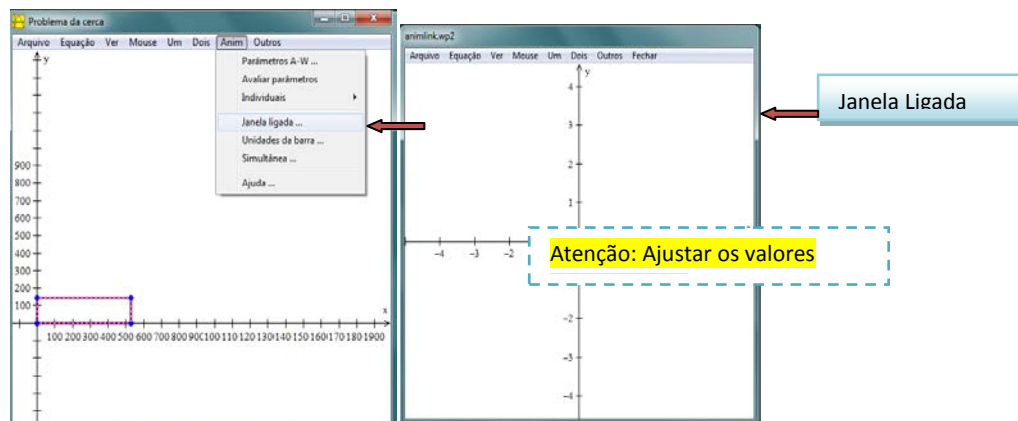


Figura 18

Figura 19

Na Figura 18 é mostrando o Ajuste dos eixos coordenados de acordo os valores de x e y relativos a função $A(x)$, como fizemos no Passo 1. Para a nova janela novamente usamos os comandos Menu $\rightarrow$ VER $\rightarrow$ VER.

Na janela de edição sugerimos os valores: Esquerdo: -1, Direito: 1000, Inferior: -1 e Superior: 200.000.

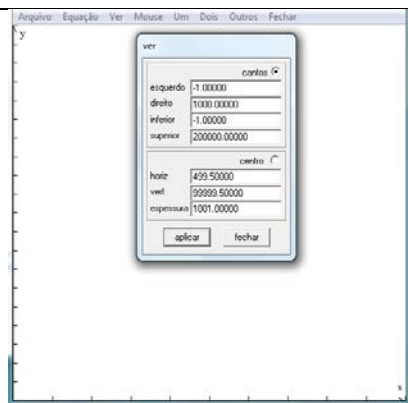


Figura 20

É importante ultrapassar um pouco os valores limites à direita ou acima, de maneira que devemos delicadamente usar as setas do teclado para torná-los visíveis.



(teclado do computador)

Figura 21

Ajustada os valores e escalas sobre os eixos, iniciamos a construção do gráfico. Para tanto selecionamos no Menu: Equação → Explícita, vide Figura 22.

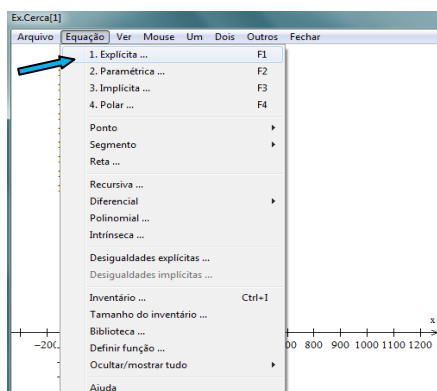


Figura 22

Utilizado o comando, deverá aparecer uma janela de edição, na qual digitamos a equação da função, determinamos valor máximo e mínimo para x , espessura da linha, cor e ao final clique em Ok. Vide Figura 23.

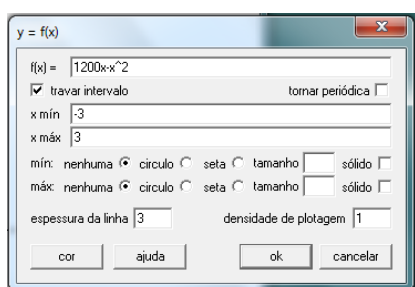


Figura 23

A Figura 24 mostra o gráfico da função $A(x)$, cujas escalas apresentam-se com $x = 100$ e $y = 100$ e unidade



de frequência igual a 1.

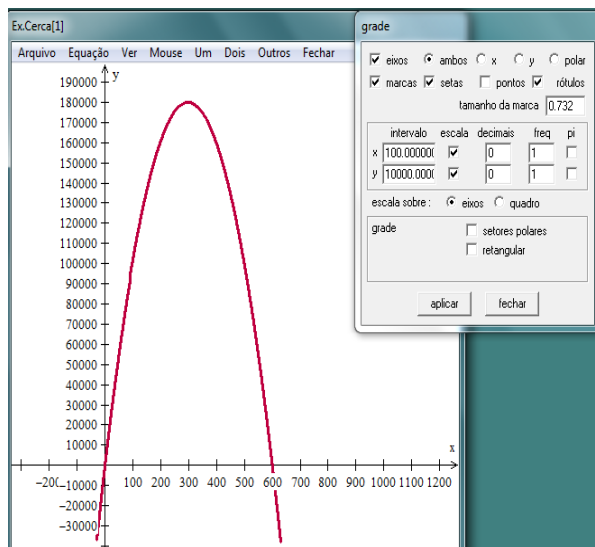


Figura 24

Passo 6: Plotando o ponto genérico sobre o gráfico de $A(x)$:

É importante determinar o ponto genérico $(a, 1200a - 2a^2)$, pertencente a função. A determinação desse ponto nos permitirá fazer a animação do mesmo sobre o gráfico de $A(x)$. Comandos: Menu $\rightarrow$ Equação $\rightarrow$ Ponto $\rightarrow (x, y)$. Vide Figura 25 e 26.

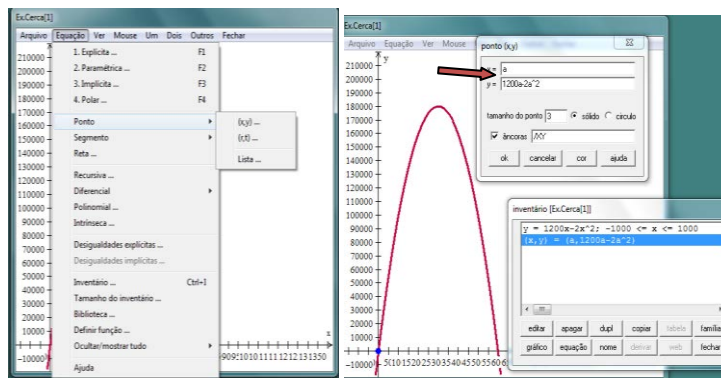


Figura 25

Figura 26

Ao plotar o ponto, observe que este aparece na origem dos eixos coordenados (nesse instante $a = 0$). Vide Figura 27 e 28.

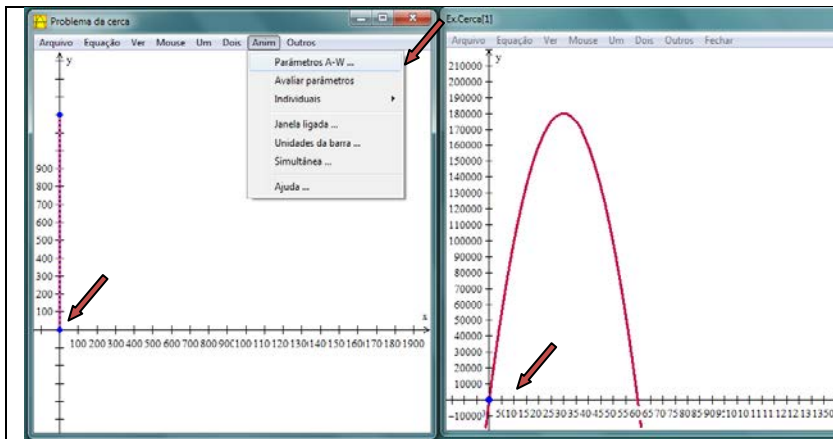


Figura 27

Figura 28

Para movimentar o ponto usamos o comando Menu → Anim → Parâmetro → A. Vide Figura 29 e 30. Observe a simulação para $a = 198$

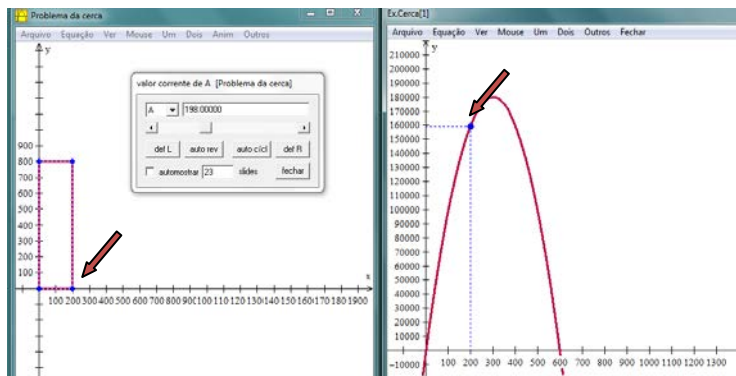


Figura 29

Figura 30

Ao movimentar o retângulo tendo em vista o parâmetro “a” observamos simultaneamente o ponto sobre o gráfico da função. Isso significa que podemos encontrar uma solução para o problema antes mesmo de realizar o cálculo algébrico.

Na Figura 30, observamos que quando o ponto $(a, 1200(a)-2(a)^2)$ determina o máximo da função, a figura do retângulo que representa o pasto determina uma área de dimensão 300 por 600, ou seja a área de maior dimensão é $A(x) = 180.000$ (valor mostrado no gráfico representado abaixo). Vide Figura 31.

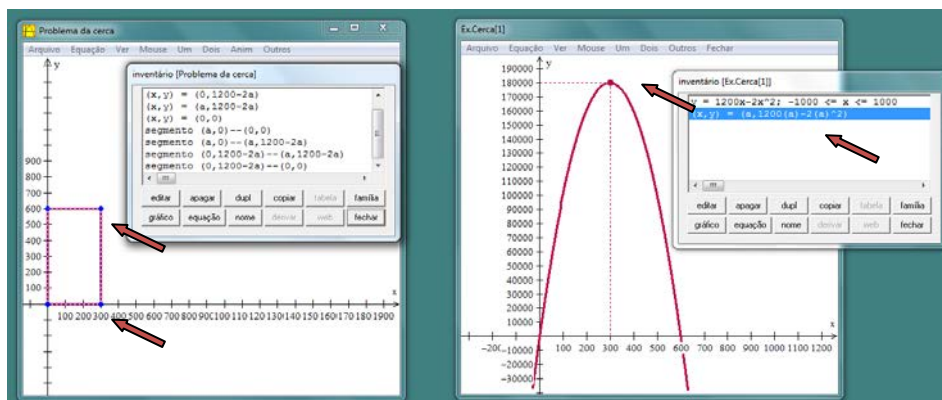


Figura 31

Observando os gráficos concluímos que as dimensões do retângulo são: 300 e 600. A partir desses dados determinamos as dimensões do campo que tem maior área: Área do retângulo = $300 \times 600 = 180.000$, como



ilustrado na simulação do gráfico de área da função.

Podemos confirmar nossa investigação usando a álgebra:

Cálculo do Ponto máximo da Função:

A partir da Função área, $A = 1200x - 2x^2$ podemos determinar o ponto de máximo da função.

Cálculo: $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow (1200)^2 = 1.440.000$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-1200}{2 \cdot (-2)} = 300 \quad \text{e} \quad y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1.440.000}{4 \cdot (-2)} = 180.000$$

Referência: STEWART, J. Cálculo, v.1, São Paulo: Cengage Learning, 2008.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"CAMPUS DE RIO CLARO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
Seção de Pós-Graduação



TAREFA 4: A Função Quadrática e sua relação com a Reta Tangente

1. Objetivo: Construir o gráfico de uma função quadrática, a partir de um dado ponto. Nessa perspectiva investigar a relação da reta tangente à curva $y = ax^2 + bx + c$, no que se refere ao crescimento e decrescimento de função com o apoio do Software GeoGebra. Nesse contexto, inter-relacionar as representações gráfica, algébrica e geométrica na exploração e resolução do problema.

2. Problema 1 - Atividade Introdutória

Uma função quadrática é aquela que transforma um número real x em um outro número real y onde $y = ax^2 + bx + c$ para algum $a, b, c \in \mathbb{R}$ com $a \neq 0$.

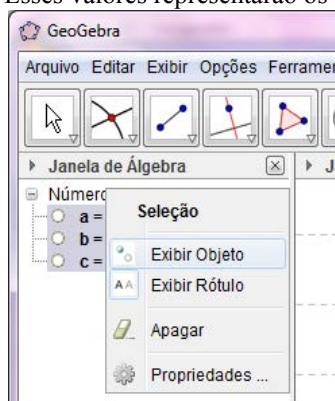
2.1 Processo de Construção do Gráfico da Função Quadrática no GeoGebra



No campo de Entrada,

- Digite $a = 1$ e aperte ENTER.
- Digite $b = 2$ e aperte ENTER.
- Finalmente, digite $c = 3$ e aperte ENTER.

Esses valores representarão os coeficientes "a", "b", "c" da função quadrática que queremos analisar.



Observe se na JANELA DE ÁLGEBRA aparecem os valores "a", "b", "c". Clique com o botão direito sobre NÚMERO e marque a opção EXIBIR OBJETOS que aparecerão os segmentos relacionados aos valores "a", "b", "c" na janela de visualização. Se preferir pode marcar separadamente em cada bolinha branca de cada valor "a", "b", "c" para fazer surgir o segmento na janela de visualização para cada valor independente.



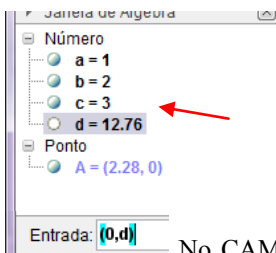
Ative a ferramenta NOVO PONTO (Janela 2) e crie um ponto A sobre o Eixo X. Para ter certeza que o ponto está sobre o Eixo X aperte ESC, clique, segure e arraste o ponto A. Ele deverá ficar sobre o Eixo X.

Entrada: $a \cdot x(A)^2 + b \cdot x(A) + c$

No CAMPO DE ENTRADA digite a seguinte expressão: $a \cdot x(A)^2 + b \cdot x(A) + c$, depois de digitado pressione ENTER.

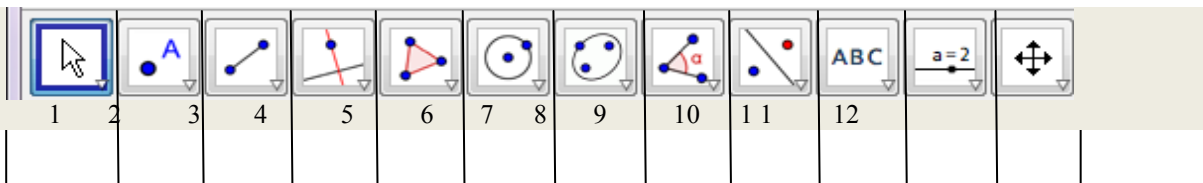
NOTA:

- O símbolo “*” significa “multiplicado por”. Você pode substituí-lo por um “espaço em branco”.
- “x(A)” simboliza a abscissa do ponto A.
- O símbolo “^” significa “elevado a”.



Após esses passos, você observará que aparece um valor “d = ...” na JANELA DE ÁLGEBRA. Esse número corresponde ao valor de $p(x) = x^2 + 2x + 3$, para x igual ao valor da abscissa do ponto A. Lembre-se que assumimos inicialmente os valores $a = 1$, $b = 2$ e $c = 3$. Agora vamos transferir o valor de d para o Eixo Y.

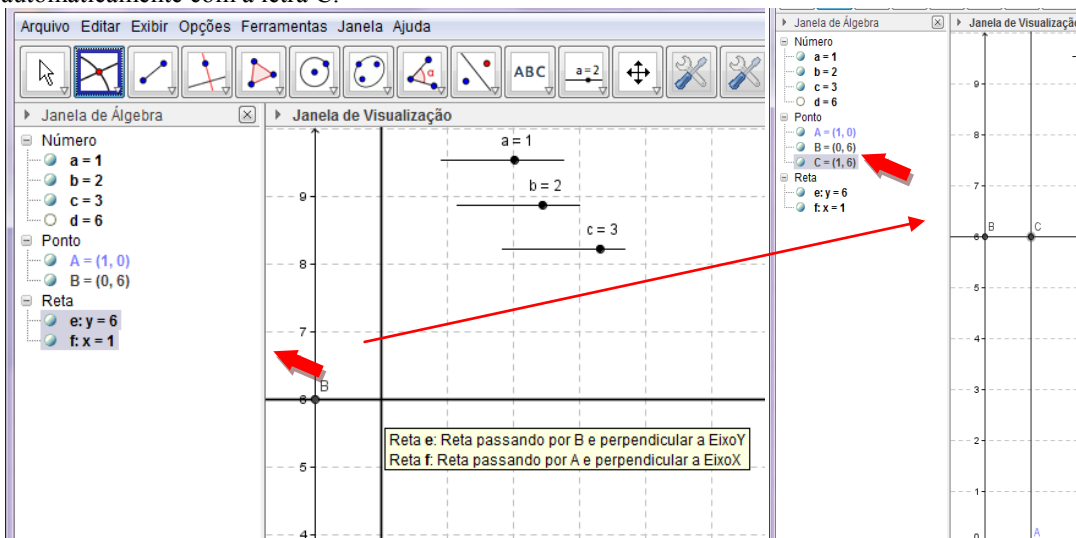
No CAMPO DE ENTRADA, digite (0,d). Observe se aparece um ponto B no Eixo Y. Se não aparecer, talvez seja porque o valor “d” é grande ou pequeno demais. Se isso acontecer, selecione a opção MOVER (janela 1), a seguir clique sobre o ponto A para movimentar o ponto sobre o Eixo X, até que o ponto B apareça na tela.



Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR (janela 4) e a seguir trace uma perpendicular ao Eixo Y, passando pelo ponto B (Selecione primeiro o ponto B, e depois o Eixo Y) e uma perpendicular ao Eixo X, passando por A (Selecione primeiro o ponto A, e depois o Eixo X).



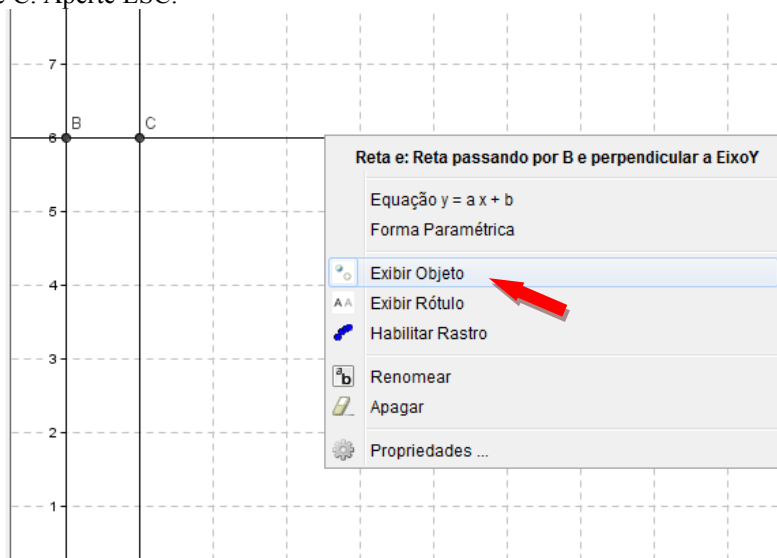
Ative a ferramenta INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS (janela 2) (selecione dois objetos, ou clique diretamente na interseção) e marque a interseção dessas perpendiculares. Esse ponto será rotulado automaticamente com a letra C.



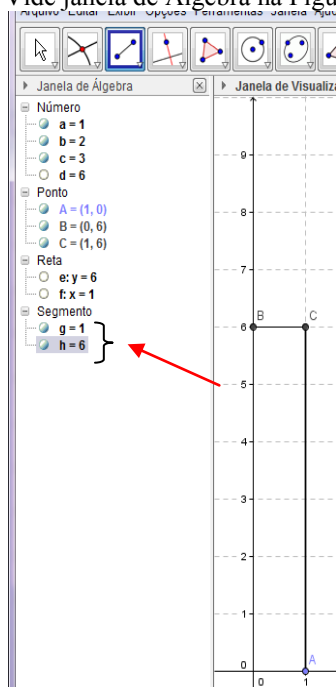
Para esconder as retas perpendiculares, clique sobre elas, uma de cada vez e clique à direita do mouse e selecione



EXIBIR OBJETO. Outra forma de esconder as retas tangentes consiste em selecionar a opção EXIBIR/ESCONDER OBJETO (janela 11) e clique sobre as retas perpendiculares por A e C e, posteriormente, B e C. Aperte ESC.

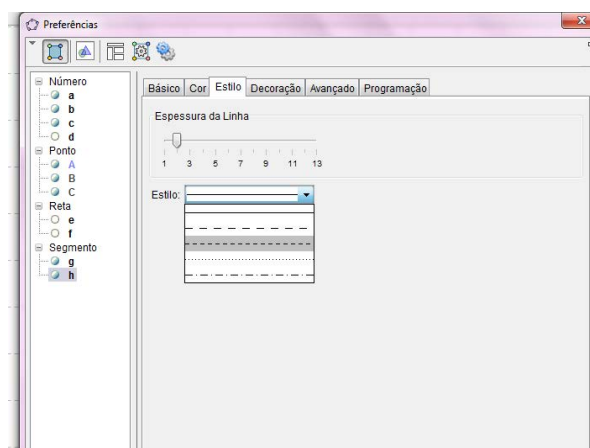


Ative a ferramenta SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS (janela 3) e a seguir, crie dois segmentos que unem A e C e, posteriormente, B e C. Esses segmentos serão rotulados automaticamente de g e h. Vide janela de Álgebra na Figura abaixo, à esquerda.



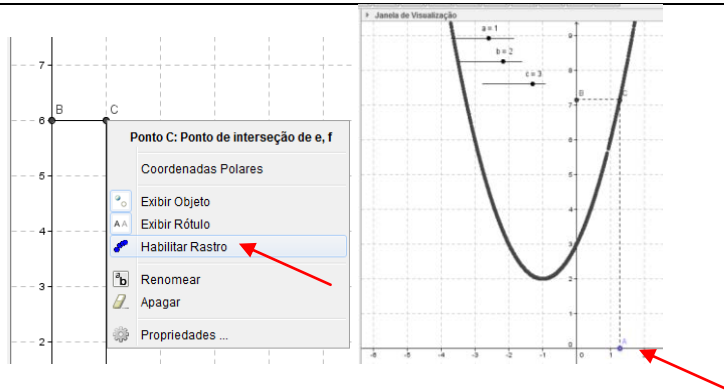
NOTA: Clique com o botão direito sobre o segmento “g” e selecione PROPRIEDADES. Na janela que aparecerá, selecione o guia de ESTILO e mude o estilo do segmento para pontilhado, conforme figura a seguir. Faça o mesmo com o segmento h.

Nessa janela você também tem a opção de mudar a cor entre outras opções



NOTA: Para deslocar os Eixos use a ferramenta janela 11. Com essa ferramenta é possível ajustar a posição do gráfico na tela.

Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto C. Selecione HABILITAR RASTRO. Essa opção fará com que o ponto C deixe o rastro quando for movimentado. Feito isso, aperte a tecla ESC e movimente (devagar) sobre o EixoX.



Momento de Investigação: Nesse momento questionamos aos alunos o que eles observam em relação a movimentação do ponto A.

No CAMPO DE ENTRADA digite a seguinte expressão: $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Entrada: $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Depois de digitado, pressione ENTER. O GeoGebra construirá o gráfico da função $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Esse gráfico coincidirá com o rastro deixado anteriormente.

Momento de Investigação: Podemos nesse momento questionar os alunos se eles poderiam explicar o porquê da coincidência entre o gráfico da função e o rastro a partir da movimentação do ponto A. Propor que pensem um pouco sobre essa questão.

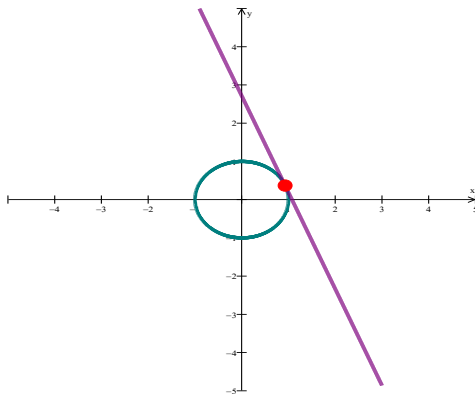
Para desabilitar o rastro deixado pelo ponto C, basta clicar novamente com o botão direito do mouse sobre o ponto C e escolher a opção HABILITAR RASTRO.

Relação entre a reta tangente à curva dado o ponto C.

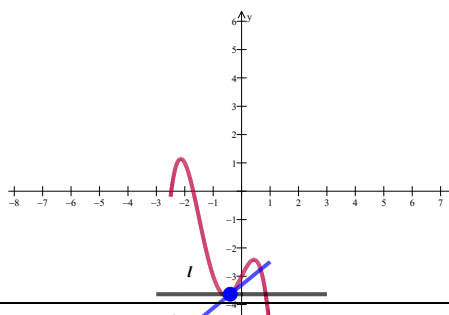
A palavra tangente vem do latim, que significa “tocando”. Assim, uma tangente a uma curva é uma reta que toca a curva.

Mas como tornar precisa essa ideia?

Para a circunferência, segundo Euclides, poderíamos simplesmente dizer que a tangente é uma reta que intercepta a circunferência uma única vez.



Para as curvas mais complicadas essa definição é inadequada. A Figura abaixo, mostra duas retas, l e t , passando por um ponto P sobre a curva C. A reta l intercepta C somente uma vez, mas certamente não parece ser uma tangente. A reta t por outro lado, parece ser uma tangente, mas intercepta C duas vezes.



3. Problema 2 - Reta Tangente à Curva em um dado ponto.

A construção seguinte tem o propósito de fazer com que se perceba a relação entre a reta tangente à curva em um dado ponto e o fato da função ser crescente ou decrescente nesse ponto, bem como sua relação com o vértice da parábola, observando a função quando essa atinge seu valor máximo ou mínimo.

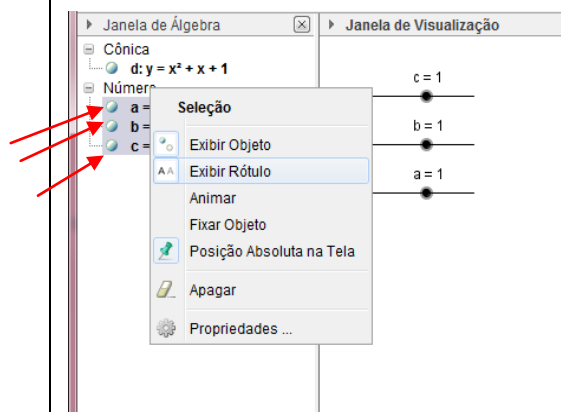
3.1 Processo de Construção da Reta Tangente ao gráfico da Função Quadrática no GeoGebra.

Preparação: Abra um novo arquivo (Ctrl+N) e siga as instruções a seguir.

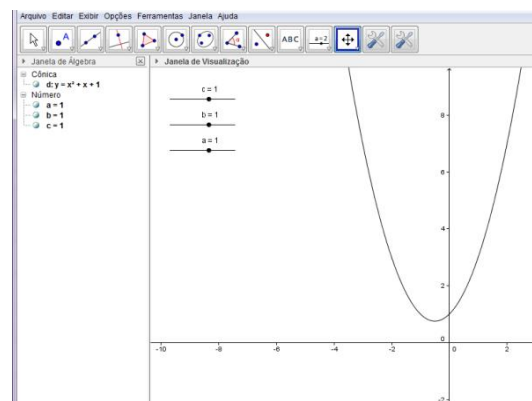
No CAMPO DE ENTRADA digite:

- $a = 1$ e aperte ENTER
- $b = 1$ e aperte ENTER
- $c = 1$ e aperte ENTER

Caso os segmentos seletores correspondentes aos valores “a”, “b” e “c” não apareçam na janela de visualização, clique com o botão direito sobre cada número e marque a opção EXIBIR OBJETOS.

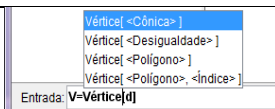


Entrada: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ No CAMPO DE ENTRADA digite $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ para construir a parábola que terá nome “d”.

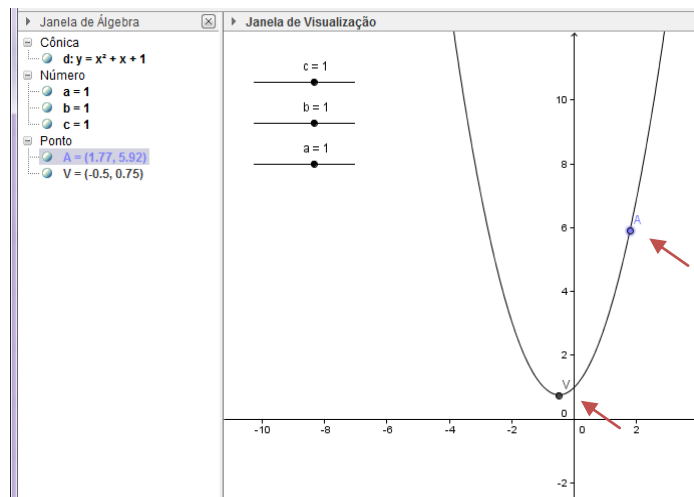


No CAMPO DE ENTRADA, escreva $V = \text{Vértice}$ e selecione $\text{Vértice}[\text{<Cônica>}]$. Substitua o nome Cônica por [d].

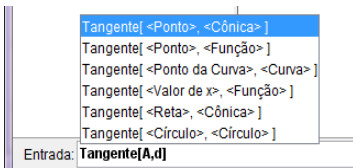
Nota: se esquecer do acento agudo em “e”, o comando não funcionará.



No CAMPO DE ENTRADA, escreva Ponto [d]. Um comando chamado “A” (ponto genérico) será criado sobre o objeto “d” (no caso a parábola). Observe a Figura abaixo.



No CAMPO DE ENTRADA, escreva: Tangente[A,d], uma reta tangente à parábola “d” no ponto “A” será criada.



Aperte a tecla ESC ou selecione a ferramenta MOVER (Janela 1) e arraste o ponto A que está sobre a parábola.

Reta Tangente: Selecione no Menu a janela 4 e clique em Reta Perpendicular. Na janela de visualização, selecione o ponto A sobre o gráfico da função.

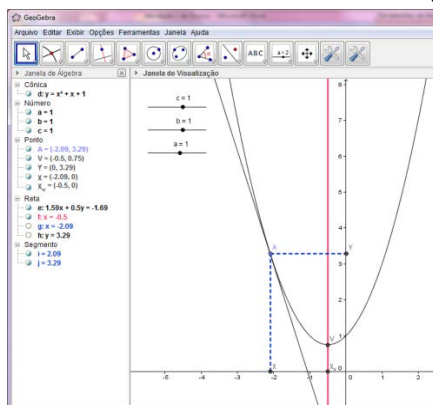
Obs: Após a construção da reta tangente à parábola seria interessante propor aos alunos verificar o que acontece com a reta tangente. Segue abaixo algumas questões:

- Qual a equação da reta tangente? (forma: $y = ax + b$)
 - Qual a relação do sinal do coeficiente “a” da reta tangente com o crescimento e decrescimento da função $y = ax^2 + bx + c$ (parábola) quando $a = 1$, $b = 1$ e $c = 1$?
 - Com base na tangente à parábola no ponto A, é correto dizer que, se $a > 0$ (parábola convexa – concavidade voltada para cima), a parábola é _____ (crescente ou decrescente?) na parte que está a direita do seu vértice?
 - Com base na tangente à parábola no ponto A, é correto dizer que, se $a > 0$ (parábola convexa – concavidade voltada para cima), a parábola é _____ (crescente ou decrescente?) na parte que está a esquerda do seu vértice?
 - Com base na tangente à parábola no ponto A, é correto dizer que, se $a > 0$ (parábola côncava – concavidade voltada para baixo), a parábola é _____ (crescente ou decrescente?) na parte que está a direita do seu vértice?
 - Com base na tangente à parábola no ponto A, é correto dizer que, se $a < 0$ (parábola côncava – concavidade voltada para baixo), a parábola é _____ (crescente ou decrescente?) na parte que está a esquerda do seu vértice?
4. Problema 3 - Observando o crescimento e decrescimento da função pelo gráfico da parábola em uma outra perspectiva.



Nesse caso, vamos adicionar o eixo de simetria. Para isso:

- Digite no CAMPO DE ENTRADA: $x = x(V)$. Mude a cor da reta (para destacar da parábola) clicando com o lado direito do mouse sobre a reta e selecione PROPRIEDADES → COR
- Digite no CAMPO DE ENTRADA: $x = x(A)$. A seguir selecione RETA PERPENDICULAR (janela 4) e clique sobre o ponto A e sobre o EixoX. Então selecione Interseção de dois objetos (janela 2) para construir o ponto de projeção de A sobre o EixoX. Faça o mesmo para construir o ponto de interseção com a reta no EixoY.
- Selecione SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS (Janela 3) e ligue os pontos sobre o EixoX e ao ponto sobre o EixoY relacionados ao ponto A (genérico).
- Clique sobre os segmentos com o lado direito do Mouse e selecione PROPRIEDADES → ESTILO para deixar os segmentos tracejados.
- Para personalizar o ponto sobre o EixoX e EixoY correspondentes ao ponto A, clique sobre cada ponto com o Mouse direito, escolha RENOMEAR e escreva a letra y (para o EixoY) e para o ponto sobre o EixoX clique no ícone α à direita na janela de edição e escolha o símbolo χ (dando a entender ser o valor x qualquer). Mude a cor dos segmentos (para destacar da parábola e da reta de simetria do vértice) clicando com o lado direito do mouse sobre os segmentos, selecione PROPRIEDADES → COR.



Chamaremos de x a abscissa do ponto A e x_v a abscissa do ponto V.

OBS: A partir da movimentação do ponto sobre a parábola, podemos fazer as seguintes perguntas aos alunos:

- É correto dizer que se $a > 0$ (parábola convexa – concavidade voltada para cima, a parábola tem parte crenascente para $x \text{ ____ } x_v$ (maior ou menor?).
- É correto dizer que se $a > 0$ (parábola convexa – concavidade voltada para cima, a parábola tem parte decrenascente para $x \text{ ____ } x_v$ (maior ou menor?).
- É correto dizer que se $a < 0$ (parábola côncava – concavidade voltada para baixo, a parábola tem parte crenascente para $x \text{ ____ } x_v$ (maior ou menor?).
- É correto dizer que se $a < 0$ (parábola côncava – concavidade voltada para baixo, a parábola tem parte decrenascente para $x \text{ ____ } x_v$ (maior ou menor?).

Referência: ARAÚJO, L.C.L; NÓBRIGA, J.C.C. Aprendendo Matemática com o GeoGebra. São Paulo: Editora Capítulo 6, p.117 - 136



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"CAMPUS DE RIO CLARO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
Seção de Pós-Graduação



TAREFA 5: A Reta Tangente conhecido os pontos pertencentes ao Gráfico da Função.

1. Objetivo: Determinar a equação reduzida da equação $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{a}$, o coeficiente angular de uma reta e o cálculo da equação reduzida de uma reta tangente a um dado ponto. Nesse contexto, investigar o conceito de limite de uma função, tendo em vista a construção e análise do gráfico de uma função exponencial e o cálculo do coeficiente angular no software Geogebra. No processo de investigação, inter-relacionar as representações gráfica, algébrica e geométrica na exploração e resolução do problema.

2. Problema 1: Cálculo da Equação de uma Reta conhecido dois pontos pertencentes ao gráfico da função.

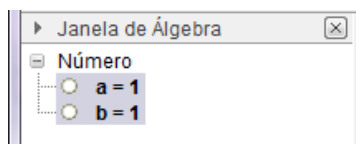
Sabemos que a equação geral de uma reta é dada pela fórmula $ax + by + c = 0$, onde a , b e c são números reais, sendo $a \neq 0$ ou $b \neq 0$. A partir da equação geral podemos determinar a equação reduzida dessa equação

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{a}.$$

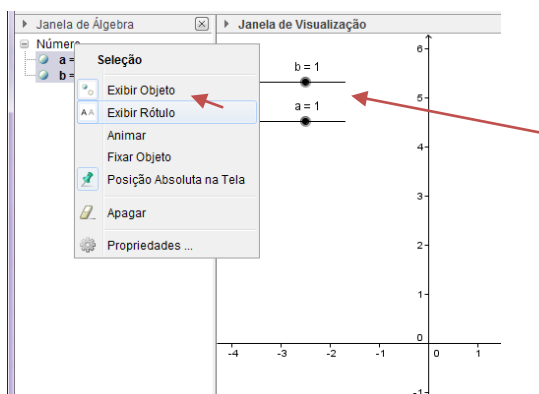
2.1. Processo de construção do gráfico de uma reta em sua forma reduzida $y = ax + b$.

Uma função na forma $y = ax + b$ é denominada função afim e sua representação gráfica é uma reta.

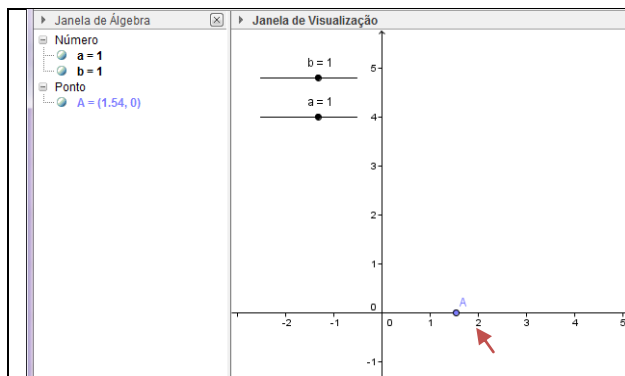
Entrada: No CAMPO DE ENTRADA digite $a = 1$ e aperte ENTER. Digite $b = 2$ aperte ENTER. Esses valores representarão os coeficientes “a” e “b” da função afim que queremos analisar.



Observe se na JANELA DE ÁLGEBRA aparecem os valores de “a” e “b”. Clique com o botão direito do mouse sobre o NÚMERO e selecione EXIBIR OBJETO. Essa opção fará aparecer na janela de visualização dois seletores cujos segmentos são representados por “a” e “b”.

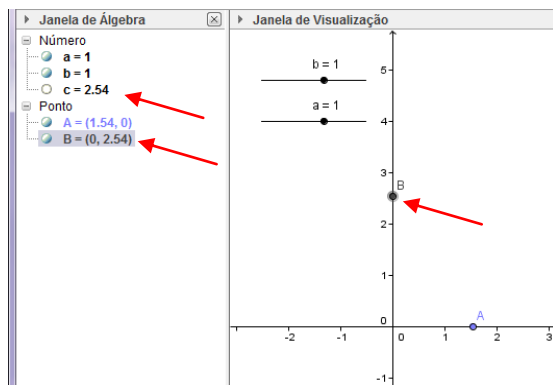


Ative a ferramenta NOVO PONTO (janela 2) e crie um ponto A sobre o EixoX ou digite no CAMPO DE ENTRADA Ponto[EixoX].



Para ter certeza que o ponto está sobre o EixoX clique, segure e arraste o ponto A. Ele deverá ficar sobre o EixoX.

Entrada: No CAMPO DE ENTRADA, digite a seguinte expressão: $a \cdot x(A) + b$. Depois de digitado aperte ENTER. Após esses passos você perceberá que aparecerá um valor “c = ...” na JANELA DE ÁLGEBRA. Esse número corresponde ao valor de $h(x)$ na função $h(x) = x + 2$, para x igual ao valor da abscissa do ponto A. lembre-se que assumimos inicialmente os valores $a = 1$ e $b = 2$. Agora vamos transferir o valor de c para o EixoY. No CAMPO DE ENTRADA digite $(0, c)$. Observe se aparece um ponto B no EixoY. Se não aparecer talvez seja porque o valor “c” é grande ou pequeno demais. Se isso acontecer selecione a opção MOVER (janela 1) e movimente o ponto A sobre o EixoX até que o ponto B apareça na tela.

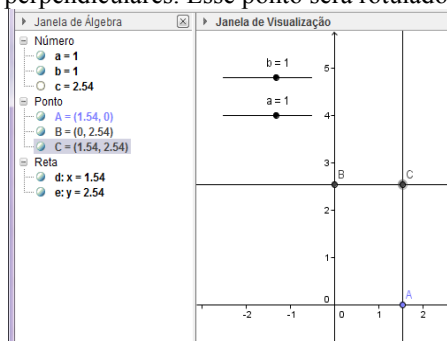


Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR (janela 4), a seguir trace uma reta perpendicular ao EixoY, passando pelo ponto B e uma perpendicular ao EixoX passando por A.

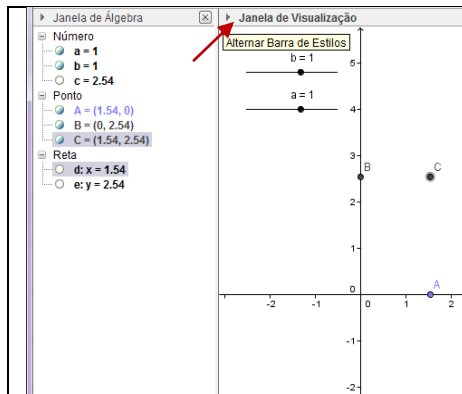
Lembre-se que para criar uma reta perpendicular a outra reta passando por um ponto, você deve clicar no ponto por onde a reta perpendicular passará e depois na reta que deverá fazer um ângulo de 90° com a que será criada.



Ative a ferramenta INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS (janela 2) e marque a interseção das retas perpendiculares. Esse ponto será rotulado automaticamente com a letra C



Com o lado direito do mouse, clique sobre as retas perpendiculares (uma de cada vez) e selecione a opção EXIBIR OBJETO. Os objetos marcados ficarão ocultos.

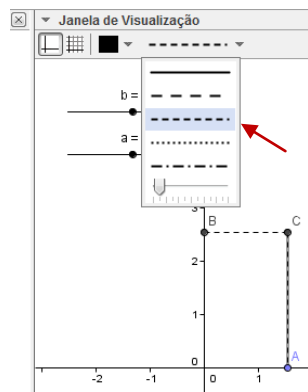


Para traçar os segmentos entre AC e BC, clique antes na pequena seta ao lado da janela de visualização que deverá aparecer uma barra que permite alterar estilos dos segmentos.



A seguir ative a ferramenta
SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS.

A seguir na pequena seta ao lado da janela de visualização selecione ESTILO DE LINHAS e selecione a linha tracejada. Essa opção permite tracejar todos os segmentos sem a necessidade de selecionar outros comandos para cada segmento separadamente. A seguir trace o segmento AC e BC.



Entrada:

No CAMPO DE ENTRADA digite a seguinte expressão: $h(x) = a \cdot x + b$. Aparecerá uma reta passando pelo ponto C.



Selecione a opção MOVER (janela 1) e movimente (devagar) os pontos “a” e “b” que estão nos seletores. Quando movimentamos o ponto, modificamos o valor do parâmetro.

MOMENTO DE REFLEXÃO: Podemos nesse momento questionar aos alunos o que acontece com o valor “a” e “b” quando esses são positivos, negativo e igual a zero?

Selecione no Menu Principal, a opção ARQUIVO, clique em GRAVAR COMO e salve seu arquivo.

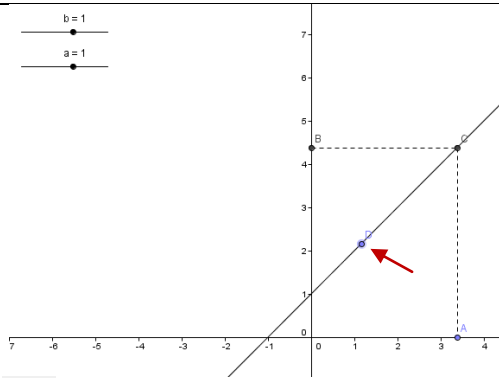
3. Problema 2 - Calculando o coeficiente angular no GeoGebra

Na mesma construção anterior vamos agora determinar o valor do coeficiente angular relacionando a forma escrita da equação da reta.

Se necessário, ajuste um pouco a tela e dê um maior espaço entre o ponto A e a origem do sistema de eixos coordenados. A seguir determine um novo ponto sobre a reta entre a origem e o ponto C, como ilustrado na



figura abaixo. Para isso ative
NOVO PONTO E CLIQUE SOBRE A RETA. O Ponto será automaticamente rotulado pela letra D.



Ative a ferramenta **RETA PERPENDICULAR** (Janela 4) e trace uma reta perpendicular ao EixoY e ao segmento AC passando pelo ponto D. Para isso clique sobre o Ponto D e sobre o segmento AC ou sobre o EixoY (você pode escolher).



Ative a ferramenta **INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS** (janela 2) e marque a interseção da reta perpendicular ao EixoY passando pelo ponto D com o segmento AC e outro ponto de interseção com o EixoY. Um ponto rotulado com a letra E será criado sobre o segmento AC e outro ponto rotulado com a letra F sobre o EixoY. A seguir clique sobre a reta perpendicular com o lado direito do Mouse e selecione **EXIBIR OBJETO** para ocultar a reta.



Ative a ferramenta **SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS** e trace dois segmentos DE e DF. A opção “tracejada” já deve estar determinada pela Barra de Estilos próxima ao nome **JANELA DE VISUALIZAÇÃO**.

Para determinarmos o coeficiente angular, é necessário antes ocultar o gráfico da função h. Para isso, clique com o lado direito do mouse sobre a reta que representa graficamente a função h e selecione **EXIBIR OBJETO**.



Ative a ferramenta **RETA DEFINIDA POR DOIS PONTOS** (janela 3) e clique sobre os pontos D e C.



Ative a ferramenta **SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS** e trace o segmento CE. A opção “tracejada” já deve estar determinada pela Barra de Estilos próxima ao nome **JANELA DE VISUALIZAÇÃO**.



Ative a ferramenta **RETA PERPENDICULAR** (Janela 4) e trace uma reta perpendicular ao EixoX e ao segmento BC passando pelo ponto D. Para isso clique sobre o Ponto D e sobre o segmento BC ou sobre o EixoX (você pode escolher).



Ative a ferramenta **INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS** (janela 2) e marque a interseção da reta perpendicular ao EixoX passando pelo ponto D com o segmento BC. Um ponto rotulado com a letra G será criado sobre o EixoX. A seguir clique sobre a reta perpendicular com o lado direito do Mouse e selecione **EXIBIR OBJETO** para ocultar a reta.



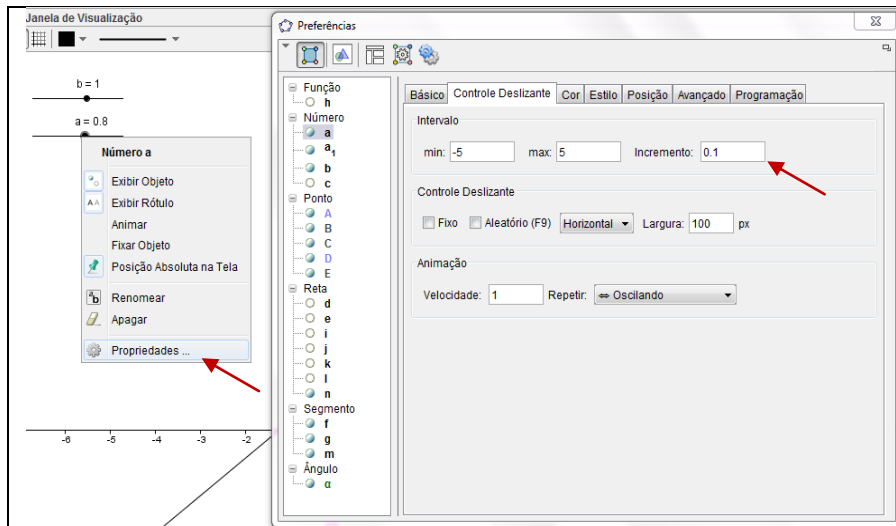
Ative a ferramenta **SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS** (Janela 3) e trace o segmento DG. A opção “tracejada” já deve estar determinada pela Barra de Estilos próxima ao nome **JANELA DE VISUALIZAÇÃO**.



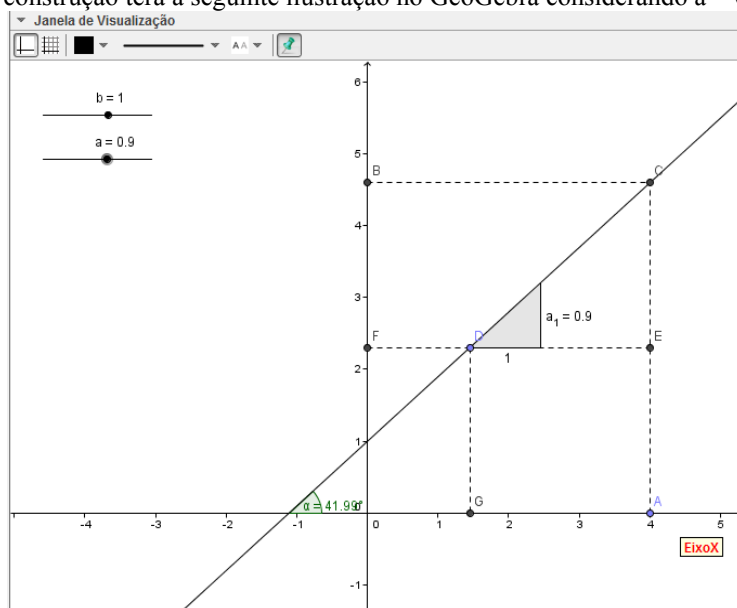
Ative a ferramenta **ÂNGULO** (Janela 8) e selecione EixoX e a reta que passa pelos Pontos DC para determinar o ângulo “ $\alpha = \dots$ ”



Ative a ferramenta **INCLINAÇÃO** e clique sobre a reta criada que passa pelos Pontos DC, um valor $a_1 = \dots$ deverá aparecer determinando o valor da inclinação da reta $\overline{DC}$. Para obter valores decimais clique com o Mouse direito sobre o valor a (seletor) e selecione **Propriedades** → **Controle Deslizante** e mude o valor do Incremento para 0.1, se necessário.



Selecione a opção MOVER (janela 1) e movimente (devagar) o seletor do ponto “a”. Quando movimentamos o ponto, modificamos o valor da inclinação da reta $\overleftrightarrow{DC}$ e do ângulo α . Ao final sua construção terá a seguinte ilustração no GeoGebra considerando $a = 0,9$ e $b = 1$.



Para reafirmarmos nossas conjecturas a respeito do coeficiente angular calculamos no GeoGebra a distância de DE e CE.



Ative a ferramenta DISTÂNCIA, COMPRIMENTO ou PERÍMETRO (Janela 8) e clique sobre os segmentos CE e ED. Como o segmento CE se confunde com o segmento CA na Janela de visualização, selecione, portanto os segmentos CE (m) e DE (p) na janela de Álgebra. Para isso, clique sobre a ferramenta



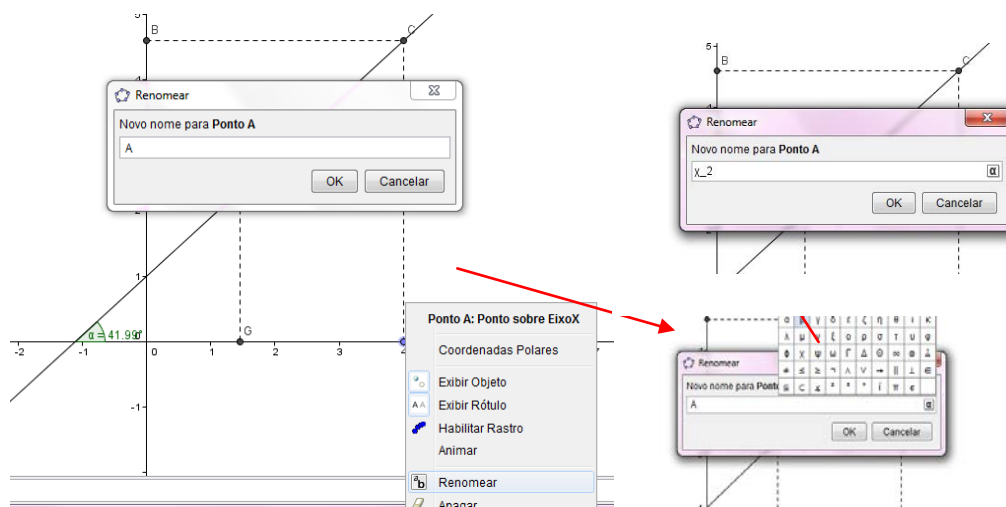
e depois com o lado esquerdo do mouse sobre os segmentos separadamente.

Vamos agora criar um texto dinâmico o qual possibilitará calcular o valor do coeficiente angular $a_1 = \tan \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} = \frac{\text{medida de CE}}{\text{medida de ED}}$. Antes vamos renomear alguns pontos sobre o EixoX e sobre o EixoY.

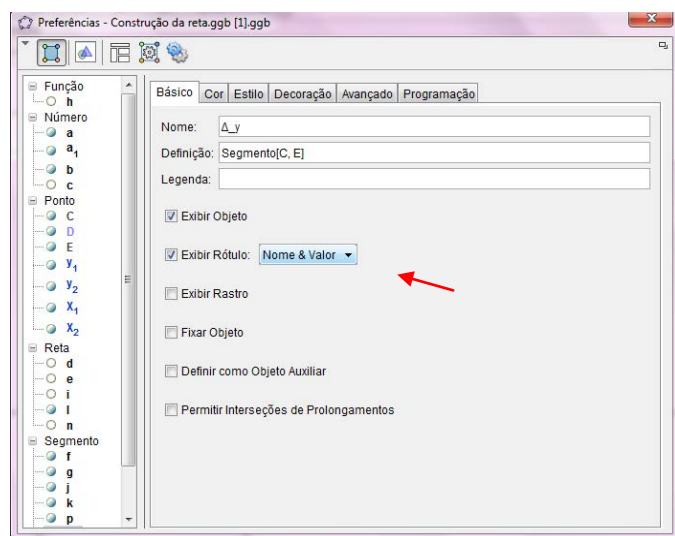
Para renomear o ponto A clique sobre o ponto com o lado direito do mouse selecione RENOMEAR, na janela que se abre clique sobre o ícone ao lado (α) e selecione o símbolo grego χ para substituir o ponto A, para



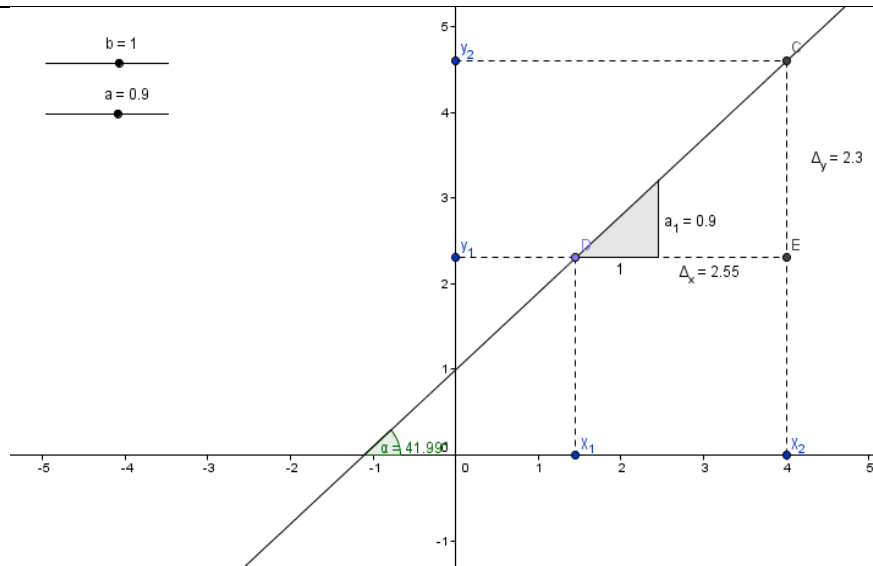
editar escreva na janela χ_2 (símbolo *underline* 2). Repita esses passos com os pontos G substituindo por χ_1 (O símbolo *underline* 1), Ponto F por y_1 (y *underline* 1) e finalmente Ponto B por y_2 (y *underline* 2). Se deseja mudar a cor dos pontos, clique sobre cada um dos pontos com o lado direito do mouse e selecione PROPRIEDADE → COR.



Vamos também acrescentar ao valor das distâncias dos segmentos CE e ED um nome Δ_y e Δ_x respectivamente. Para isso clique com o lado direito do mouse sobre os valores das distâncias de cada segmento e selecione PROPRIEDADES → BÁSICO e marque EXIBIR RÓTULO → NOME & VALOR.



Depois clique sobre o nome correspondente a cada distância com o lado direito do mouse e renomeie para Δ_x a distância do segmento ED e Δ_y a distância do segmento CE. Como ilustrado na Figura abaixo.

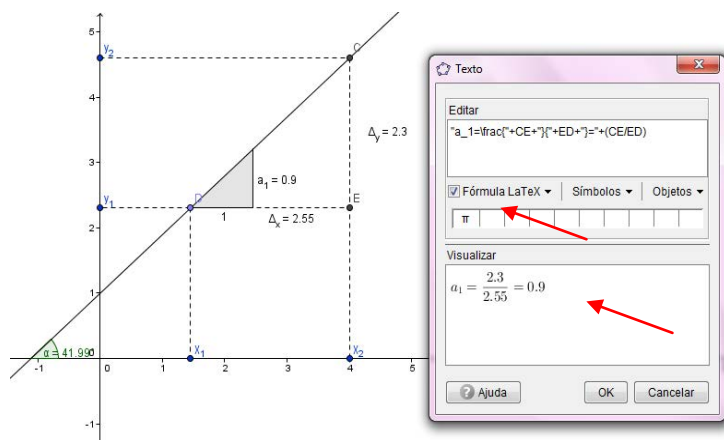


Para criar o texto dinâmico dada a razão entre a $\frac{\text{medida de CE}}{\text{medida de ED}}$ que equivale $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = a_1$, ative a janela



10, insira o texto e clique com o lado esquerdo do mouse em qualquer lugar da JANELA DE VISUALIZAÇÃO.

Na janela que aparece escreva o texto " $a_1 = \frac{CE}{ED} = (CE/ED)$ ", a seguir selecione FÓRMULA LATEX e a seguir em OK. Na Janela de visualização deverá aparecer o cálculo do valor do coeficiente angular " $a_1 = \dots$ ".



Selecione a opção MOVER (janela 1) e movimente (devagar) o seletor do ponto "a".

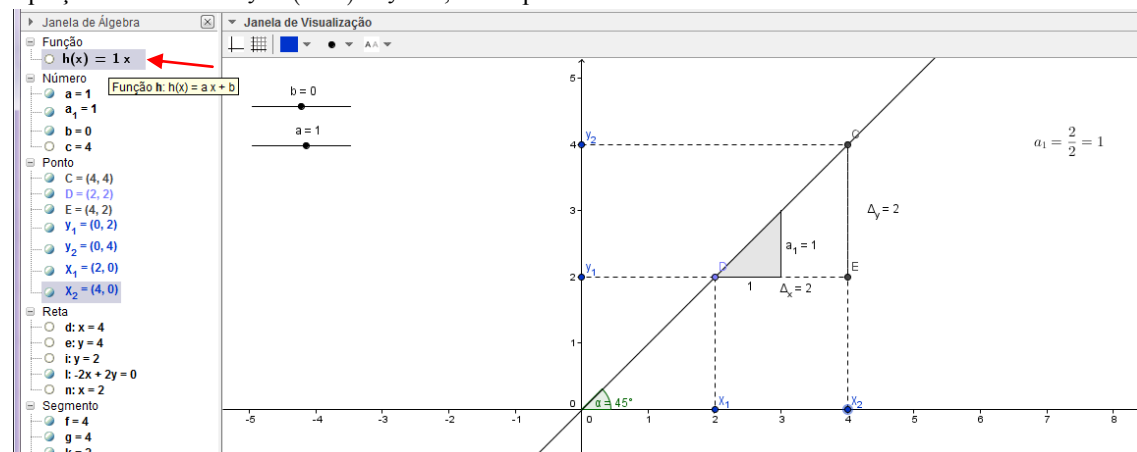
MOMENTO DE REFLEXÃO: Nesse momento podemos questionar os alunos quanto ao sinal do coeficiente angular e sua relação com o ângulo α . Ou seja, quando $a > 0$ o ângulo $0 < \alpha < 90^\circ$ e quando $a < 0$ $90 < \alpha < 180^\circ$. Quando $a = 0$ a reta não tem inclinação

3.1 Cálculo da equação da reta dado o coeficiente angular.



Selecione a opção MOVER (janela 1) e movimente (devagar) o ponto x_2 sobre o Eixo X determinando a coordenada $(x_2, y_2) = (4, 4)$. Mova também o ponto D para determinar a coordenada $(x_1, y_1) = (2, 2)$. Nessas condições o valor de $a_1 = 1$, quando " $a=1$ " e " $b=0$ ". Para escrever a equação da reta usamos a fórmula já conhecida $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow y_2 - y_1 = a_1(x_2 - x_1)$. Considerando $a_1 = 1$, $y_1 = y$ e $x_1 = x$ reescrevemos a equação da seguinte forma: $y_2 - y = 1(x_2 - x)$. Tomemos o Ponto $(x_2, y_2) = (4, 4)$ e fazendo a substituição desses valores na

equação obtemos: $4 - y = 1(4 - x) \Rightarrow y = x$, como podemos verificar no GeoGebra.



Conclusão: Determinar a equação da reta, tendo em vista a forma;

$$\text{tg}\alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} = \frac{\text{medida de CE}}{\text{medida de ED}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a_1$$

nos dá abertura para introduzir a ideia de reta tangente à curva, introduzir noções para o cálculo da derivada e realizar problemas que exigem conhecimento de máximos e mínimos de uma função de uma forma mais aprofundada do que costumamente é apresentado no Ensino Médio.

Na próxima atividade veremos alguns exemplos a respeito.

4. Problema 3: Cálculo da equação da reta tangente dado um ponto

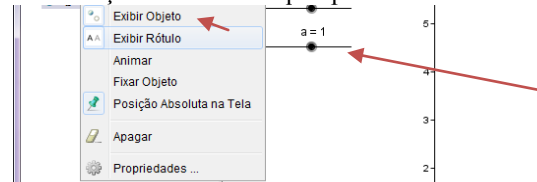
No problema anterior aprendemos no Geogebra a calcular o coeficiente angular de uma reta dado dois pontos. Nesse problema temos o objetivo de determinar a equação reduzida de uma reta tangente a um dado ponto, usando intuitivamente o conceito de limite de uma função, tendo como elementos de investigação a construção e análise do gráfico de uma função exponencial e o cálculo do coeficiente angular no software GeoGebra.

NOTA: Esse problema foi adaptado de uma questão matemática sugerida por um dos Professores Participantes

4.1 Processo de construção do gráfico da função exponencial e do ponto pertencente ao gráfico da função.

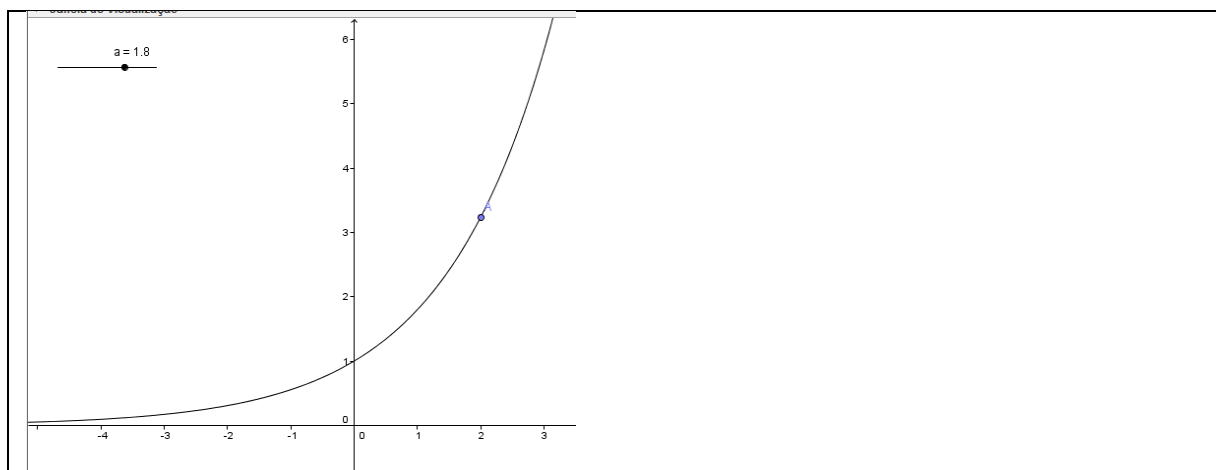
Entrada: No CAMPO DE ENTRADA digite $a = 1$ e aperte ENTER. Esse valor representará o coeficiente “a” da função exponencial.

Observe se na JANELA DE ÁLGEBRA aparecem os valores de “a”. Clique com o botão direito do mouse sobre o NÚMERO e selecione EXIBIR OBJETO. Essa opção fará aparecer na janela de visualização o seletor no qual podemos variar o valor de “a”.



Entrada: No CAMPO DE ENTRADA digite a equação $y = a^x$ e aperte ENTER. Automaticamente será determinada a função denotada por f.

Ative a ferramenta NOVO PONTO (janela 2) e crie um ponto A sobre o gráfico da função f. Com a ferramenta MOVER (Janela 1) movimente o ponto A para ver se esse pertence realmente a função.

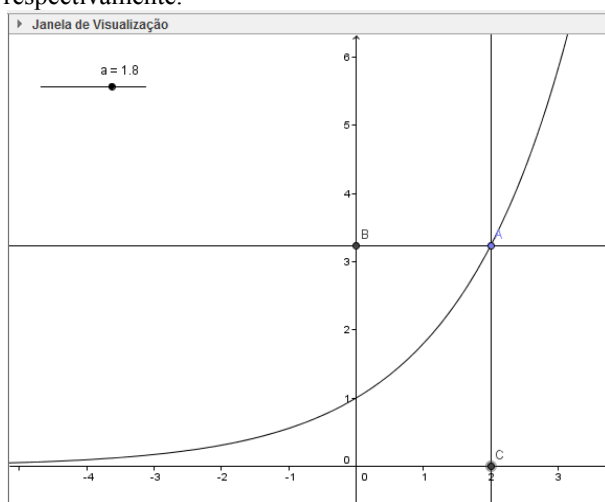


Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR (janela 4), a seguir trace uma reta perpendicular ao EixoY, passando pelo ponto A e uma perpendicular ao EixoX passando por A.

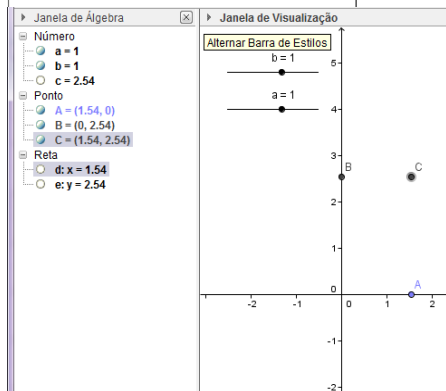
Lembre-se que para criar uma reta perpendicular a outra reta passando por um ponto, você deve clicar no ponto por onde a reta perpendicular passará e depois na reta que deverá fazer um ângulo de 90° com a que será criada.



Ative a ferramenta INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS (janela 2) e marque a interseção das retas perpendiculares com os EixosX e EixoY. Esses pontos serão rotulados automaticamente com as letras B e C respectivamente.



Com o lado direito do mouse, clique sobre as retas perpendiculares (uma de cada vez) e selecione a opção EXIBIR OBJETO. Os objetos marcados ficarão ocultos.



Para traçar os segmentos entre AB e AC, use a pequena seta ao lado da janela de visualização que deverá aparecer uma barra que permite alterar estilos dos segmentos.



A seguir ative a ferramenta SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS.

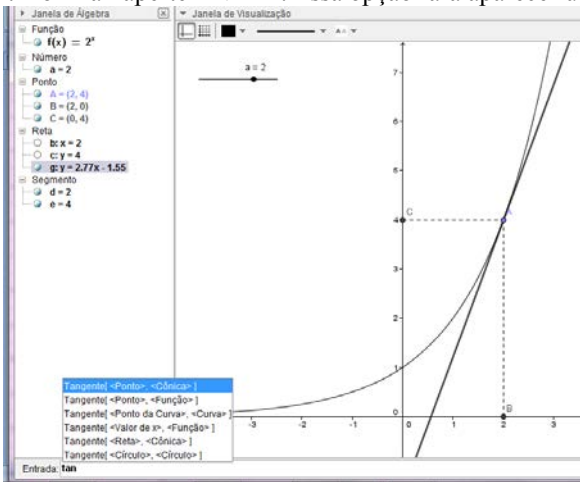
Selecionada a ferramenta SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS clique sobre a pequena seta ao lado da janela de visualização e selecione ESTILO DE LINHAS, então escolha a forma tracejada. A seguir clique sobre os pontos A e B e depois A e C para determinar os segmentos AB e AC. Essa opção permite tracejar todos os segmentos sem a necessidade de selecionar outros comandos para cada segmento separadamente.



Visualização

Entrada:

No CAMPO DE ENTRADA digite Tan que deverá aparecer uma janela com algumas opções para o traço da Tangente. Selecione Tangente[<Ponto>,<Cônica>] e substitua Ponto por A e Cônica por f. Ao final aperte ENTER. Essa opção fará aparecer uma reta tangente a curva no ponto A.



Selecione a Reta Tangente com o lado direito do Mouse e clique em PROPRIEDADES para mudar a cor da reta e se quiser Selecione Estilo para tornar a reta mais espessa. Você também pode usar a seta perto do Nome Janela de visualização para alterar cor e estilo.

MOMENTO DE REFLEXÃO:



Selecione a opção MOVER (janela 1) e movimente (devagar) o valor “a”. (Quando movimentamos o ponto, modificamos o valor do parâmetro) e responda:

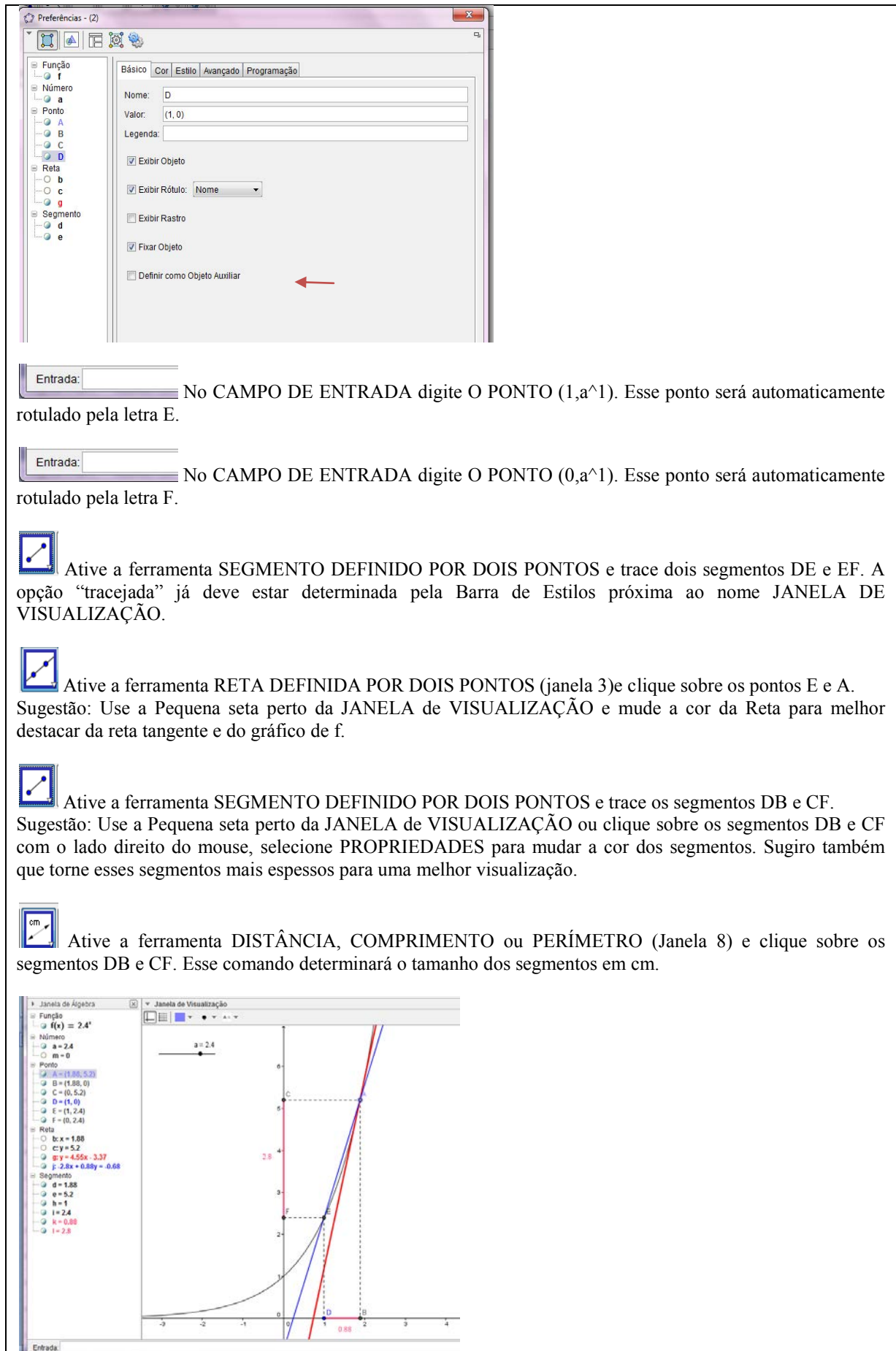
Ao variarmos o valor “a” coeficiente da função a^x podemos dizer que:

- ✓ Para $a > 0$ a função é sempre crescente ?
- ✓ Para $a > 0$ a inclinação da reta tangente é sempre positiva? Justifique;
- ✓ Para $a < 0$ a função é sempre decrescente?
- ✓ Para $a < 0$ a inclinação da reta tangente é sempre negativa? Justifique;
- ✓ Qual a relação do coeficiente angular da reta tangente com o crescimento e decrescimento da função?

5. Problema 4 : Calculando o coeficiente angular da reta tangente dado um ponto pertencente ao gráfico da função.

Entrada:

No CAMPO DE ENTRADA digite O PONTO (1,0). Esse ponto será automaticamente rotulado pela letra D. Para fixar o ponto, clique sobre o mesmo com o lado direito do mouse, selecione PROPRIEDADE → FIXAR OBJETO.



6. Momento de Reflexão:



Selecione a opção MOVER (janela 1) e movimente (devagar) o ponto A e observe:

- ✓ O que acontece com a reta Secante que passa pelos Pontos E e A? Quando o Ponto B se aproxima do Ponto D sobre o EixoX tanto por valores maiores que o ponto D, quanto por valores menores que D. Ou seja, à esquerda ou direita do ponto D?
- ✓ Nessa aproximação qual o valor exato ou aproximado da distância entre os ponto B e D e entre os pontos C e F simultaneamente? Tende a algum valor?

OBS: Podemos perceber que ao mover o Ponto A em direção ao Ponto E sobre a curva da função, B se aproxima de D sobre o EixoX e C se aproxima de F sobre o EixoY, simultaneamente e que a reta secante sobrepõe a reta tangente. Essas são noções intuitivas de limite de uma função.

7. Investigando o Valor do Coeficiente Angular da Reta Tangente ao Ponto

Sabemos que para calcular a inclinação da reta secante, vamos denotar por m , precisamos de dois pontos, mas só temos o ponto P $(1, a^1)$. Portanto, vamos calcular uma aproximação para m dada o ponto A (x, a^x) sobre a curva $y = a^x$.

Assim dados $D(1, a^1)$ e $A(x, a^x)$, encontramos pela fórmula do coeficiente angular $m = \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{CF}{BD} = \frac{a^x - a^1}{x - 1}$, para $x \neq 1$. (Considere y o ponto C, $y_0 = F$, $x = B$ e $x_0 = D$. Para nossa investigação,

vamos tomar o intervalo $[0, 2]$, cujo raio de distância do Ponto D $(1, 0)$ é 1.

Observe a seguinte Tabela para o valor “a = 2” (Esse é apenas um exemplo já que “a” é um parâmetro. Sendo assim teremos infinitos possíveis exemplos). USE UMA CALCULADORA ou MESMO a planilha do EXCEL.

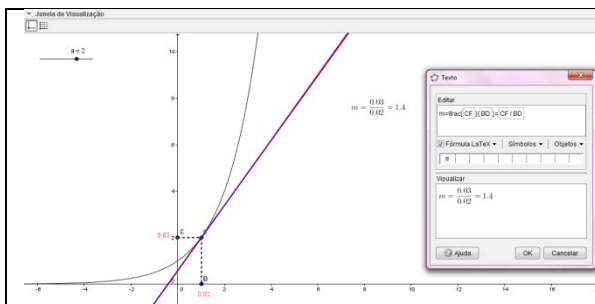
x	m_{AE}	X	m_{AE}
0	$m = \frac{a^x - a^1}{x - 1} = \frac{2^0 - 2^1}{0 - 1} = \frac{-1}{-1} = 1$	2	$m = \frac{a^x - a^1}{x - 1} = \frac{2^2 - 2^1}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2$
0,5	$m = \frac{2^{0,5} - 2^1}{0,5 - 1} \cong \frac{-0,586}{-0,5} \cong 1,17$	1,9	$\frac{2^{1,9} - 2^1}{1,9 - 1} \cong \frac{1,73}{0,9} \cong 1,922$
0,9	$m = \frac{2^{0,9} - 2^1}{0,9 - 1} \cong \frac{-0,1339}{-0,1} \cong 1,339$	1,5	$\frac{2^{1,5} - 2^1}{1,5 - 1} \cong \frac{0,828}{0,5} \cong 1,656$
0,99	$m = \frac{2^{0,99} - 2^1}{0,99 - 1} \cong \frac{-0,0138}{-0,01} \cong 1,38$	1,1	$\frac{2^{1,1} - 2^1}{1,1 - 1} \cong \frac{0,1435}{0,1} \cong 1,435$
0,999	$m = \frac{2^{0,999} - 2^1}{0,999 - 1} \cong \frac{-0,0138}{-0,001} \cong 1,39$	1,01	$\frac{2^{1,01} - 2^1}{1,01 - 1} \cong \frac{0,0139}{0,01} \cong 1,39$
...	$\cong 1,4$	...	$\cong 1,4$

Observe que o valor do coeficiente angulas se aproxima de 1,4. Tendo em vista a tabela, vamos agora ao Geogebra explorar esses resultados utilizando a dinamicidade do software.

Inicialmente esconda a Janela de Álgebra clicando no ícone na JANELA DE ÁLGEBRA.



Ative a ferramenta INSERIR TEXTO e clique em qualquer local da JANELA DE VISUALIZAÇÃO. Na janela que se abre escreva o seguinte texto " $m = \frac{CF}{BD}$ ". A seguir selecione FÓRMULA LATEX como ilustrado abaixo:



Como mostrado na Figura, deverá aparecer na JANELA DE VISUALIZAÇÃO um texto dinâmico representando o valor do Coeficiente angular “m”.

MOMENTO DE REFLEXÃO:

- ✓ Quando movimentamos o Ponto A (aproximando B de D), por valores a esquerda e a direita de D, qual o valor aproximado do coeficiente angular?
- ✓ Para o valor “a $\neq$ 2” o resultado do coeficiente angular é o mesmo? Justifique
E se “a = 3”?
- ✓ Conhecendo o valor do coeficiente angular m, para “a = 2” determine a equação da reta tangente a curva $y = a^x$ no ponto D(1,1). Lembre-se que para determinar a equação da reta usamos a fórmula: $y - y_0 = m(x - x_0)$.

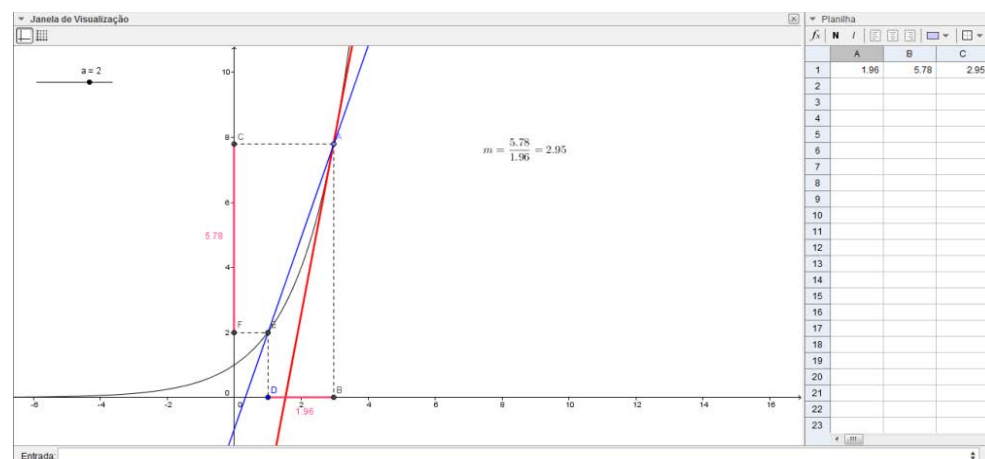
NOTA: é interessante mostrar o porquê da fórmula ao aluno.

Encontrada a equação da reta, exiba novamente a Janela de Álgebra, clicando no Menu em EXIBIR → JANELA DE ÁLGEBRA e confirme nessa janela a equação da reta tangente (forma reduzida) encontrada pelos cálculos realizados em ambiente papel e lápis e o resultado apresentado pelo GeoGebra.

NOTA: Outra forma de investigar o valor do coeficiente angular no GeoGebra é através da Planilha.

No Menu clique em EXIBIR → PLANILHA. Deverá aparecer uma planilha do lado direito da JANELA DE VISUALIZAÇÃO.

Selecione na planilha a primeira célula e digite BD, a seguir selecione a célula do lado, na horizontal e digite CF. Por fim selecione a terceira janela no sentido horizontal e digite CF/BD.



Referências:

ARAÚJO, L.C.L; NÓBRIGA, J.C.C. Aprendendo Matemática com o GeoGebra. São Paulo: Editora Exato, 2010.

STEWART, J. Cálculo, v.1, São Paulo: Cengage Learning, 2008. p.302.

IEZZI, G; DOLCE, O. TEIXEIRA, J.C; MACHADO, N.J; GOULART, M.C; CASTRO, MACHADO, A.S. Matemática. Ed.8. São Paulo: Atual, 1990.





TAREFA 6: Funções por Partes - introduzindo noção de continuidade

1. Objetivo: A aplicação dessa Tarefa tem como objetivo revisar conceitos de funções por partes, visualizar e relacionar funções por partes com a representação gráfica e a partir da movimentação do gráfico da função introduzir noções de continuidade.

NOTA: Em matemática, uma função definida por partes, também conhecida como função definida em trecho, é uma função cuja definição depende do valor da variável independente, uma função valorada nos reais f de uma variável x é uma relação cuja definição é dada diferentemente sobre disjuntos conjuntos de seu domínio (conhecidos como subdomínios).

A palavra *trecho* é também usada para descrever qualquer propriedade de uma função definida em trechos que se sustentam para cada parte, mas podem não sustentar-se para o domínio inteiro da função.

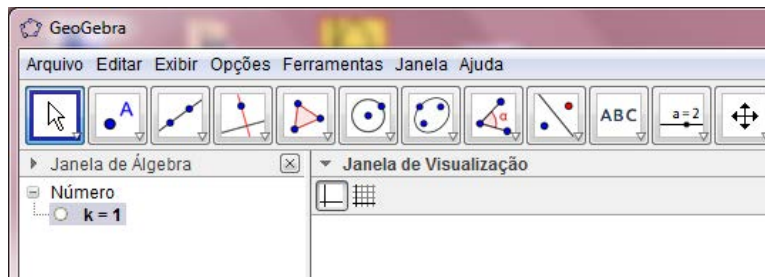
2. Problema 1 – Construindo gráficos de funções por partes

(I) Construindo o Gráfico da Função f

Construa no Software GeoGebra, o gráfico da função $\begin{cases} kx^2 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x - 3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$. Para tanto, vá até o campo

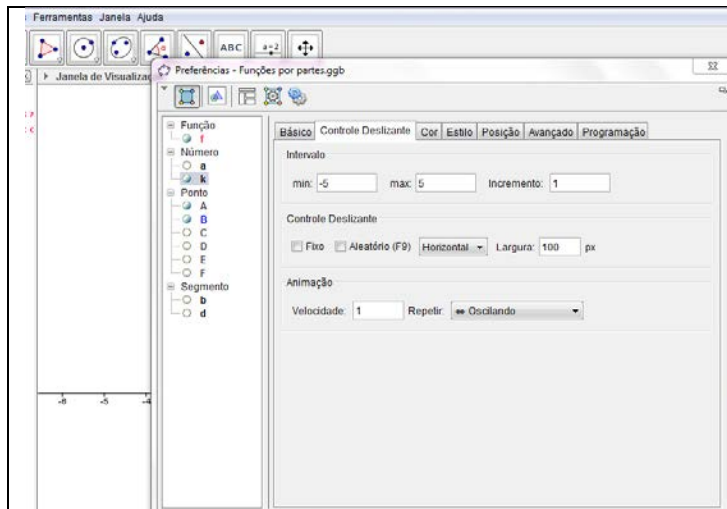
Entrada, localizado na janela inferior do GeoGebra, digite $k=1$ e tecla enter.

Na janela algébrica, clique no lado direito do mouse no ícone  $k=1$ e selecione  Exibir Objeto. Na janela de visualização deve aparecer a representação do controle deslizante como mostrado abaixo.



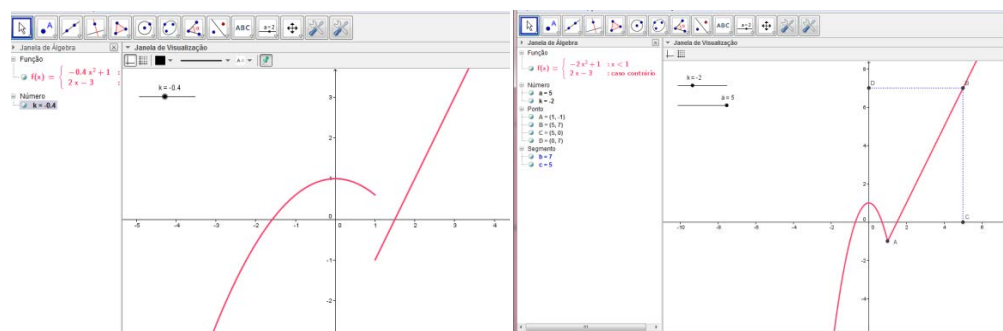
Para inserir a função, digite no campo de entrada Se $[x \leq 1, k \cdot x^2 + 1, 2 \cdot x - 3]$, a seguir clique Enter.

É possível editar preferências relativas ao objeto k . Para tanto, clique com o lado direito do mouse sobre  $k=1$ e selecione Propriedades, a seguir Controle Deslizante.



Nessa janela deve-se indicar nos campos de entrada dos intervalos máximo e mínimo da variável introduzida, o limite superior e inferior de variação para o parâmetro k e também o incremento (o incremento é a variação dos parâmetros, neste caso ele cresce ou decresce de (um) 1 em (um) 1, mas você pode indicar o valor que desejar podendo este incremento ser um número inteiro ou não, por exemplo você pode colocar para o incremento o valor 0.1, desse jeito ao mover o seletor o ponto corre mais devagar).

Nessa mesma janela podemos explorar outras propriedades do objeto, como mudar a cor de cada um dos parâmetros (ou coeficientes). Além disso, pode-se mudar a espessura do parâmetro, para isso, clique em Estilo e selecione a espessura desejada. Depois clique no botão Fechar. Ao fazer isso, os parâmetros modificarão suas cores e espessura.



(II) Interpretando o Gráfico mediante estudo do Domínio, Imagem e noção de Continuidade de Função,

No campo de entrada digite para cada ponto abaixo determinado;

- Ponto A: $(1, f(1))$
- Para plotar os próximos pontos (genéricos) inicialmente digitamos no campo de entrada $a=1$. A seguir clicamos (com o lado direito do mouse) sobre o ícone $a = 1$ e selecionamos exibir objeto e procedemos de acordo foi feito com o objeto $k=1$ (determinando preferências, limite máximo, mínimo, cor, espessura, entre outros.)
- Ponto B: $(a, f(a))$
- Ponto C: $(a, 0)$
- Ponto D: $(0, f(a))$
- Segmento BC: No menu (Janela 3), selecione segmento definido por dois pontos. A seguir clique sobre os pontos B e C na janela de visualização para determinar o segmento. Clique (com o lado direito do mouse) sobre o segmento na janela de visualização ou sobre a palavra segmento na janela de álgebra selecione PROPRIEDADES para determinar preferências como estilo e cor.
- Segmento BD: No menu (Janela 3), selecione segmento definido por dois pontos. A seguir clique sobre os pontos B e C na janela de visualização para determinar o segmento. Clique (com o lado direito do mouse) sobre o segmento na janela de visualização ou sobre a palavra segmento na janela de álgebra selecione PROPRIEDADES para determinar preferências como estilo e cor.



NOTA: Clique sobre o Ponto A com o lado direito do mouse e selecione HABILITAR RASTRO. Faça o mesmo com o Ponto D.

Para mover os ponto A e C selecione o parâmetro “a” e observe o que acontece;

Para mover o gráfico da função selecione o parâmetro “k” e observe o que acontece;

2.1. Questões para os nossos Alunos:

1. Observe a representação algébrica da função na JANELA DE ÁLGEBRA e redonda: Porque o Ponto A ficou sobre a parte reta do gráfico e não sobre a curva da função por partes?
 2. Ao movimentar o parâmetro “a” movimentamos os ponto C, B e D, o que observa em relação ao domínio e imagem da função f? Qual a imagem da função? Qual o domínio da função?
 3. Movimentando o parâmetro k, para qual, ou quais pontos o gráfico da função é contínua (quando não possui saltos ou quebra no gráfico) ?
 4. Qual o valor da função no ponto (1,1)?
 5. Qual o limite da função para o valor de $x = 1$?
 6. O valor da função no ponto $x = 1$ é igual ao limite da função no ponto $x = 1$? O que isso significa em termos de continuidade da função?
3. Problema 2 – Aplicação de funções por partes mediada pelo Winplot.

Vídeo: <http://www.youtube.com/watch?v=1ACnmqcNfI8>

No vídeo O Sr. Carneiro explica a Fabrício, de maneira fictícia, como funciona a relação do imposto de renda com o salário do trabalhador, cujo imposto varia de acordo com a faixa do rendimento. Para entender a relação entre o rendimento e a faixa de desconto sobre o salário o Sr. Carneiro mostra ao Fabrício uma função matemática onde $f(x)$ representa o imposto a ser pago dependendo da renda x . Inicialmente ele mostra as funções que representam as Alíquotas A (Isento de desconto), B (desconto de 7%) e C (desconto de 15%). A partir das informações apresentadas no vídeo responda:

1. Como ficam as funções para a Alíquota D e E, com faixa de desconto 22,5% e 27,5%?
2. O Cálculo da Alíquota E, de acordo o vídeo, está correto? Justifique.
3. Apenas observando a representação algébrica da função por partes, Qual o domínio da função, considerando todas suas sub-partes.
4. Construa no Winplot o gráfico de cada função relacionada as alíquotas A,B,C,D e E. Qual a forma representativa de cada gráfico das funções? (Vide abaixo o cálculo das alíquotas e como contruir o gráfico de F no Winplot.).
5. Olhando o gráfico, Qual a relação da inclinação da reta com o valor da renda do trabalhador? Justifique.
6. Essa função é contínua?

Cálculo das Alíquotas

$$f_1(x) = 0 \text{ se } x \leq 1400$$

$$f_2(x) = 0,07 \cdot (x - 1400) \text{ se } 1400 < x \leq 2200$$

$$f_3(x) = 56 + 0,15(x - 2200) \text{ se } 2200 < x \leq 3000$$

$$f_4(x) = 56 + 120 + 0,225(x - 3000) \text{ se } 3000 < x \leq 4000 \Rightarrow f(x) = 176 + 0,225(x - 3000) \text{ se } 3000 < x \leq 4000$$

$$f_5(x) = 176 + 225 + 0,275(x - 4000) \text{ se } x > 4000 \Rightarrow f(x) = 401 + 0,275(x - 4000) \text{ se } x > 4000$$

Determinando a função alíquota $F(x)$.

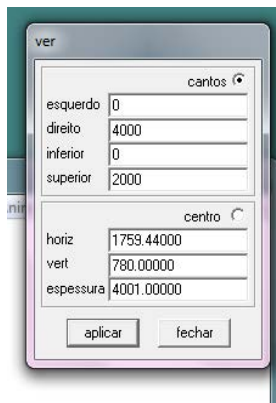
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 1400 \\ 0,07 \cdot (x - 1400) & \text{se } 1400 < x \leq 2200 \\ 56 + 0,15(x - 2200) & \text{se } 2200 < x \leq 3000 \\ 176 + 0,225(x - 3000) & \text{se } 3000 < x \leq 4000 \\ 401 + 0,275(x - 4000) & \text{se } x > 4000 \end{cases}$$

Contruindo o gráfico de $F(x)$ no Winplot

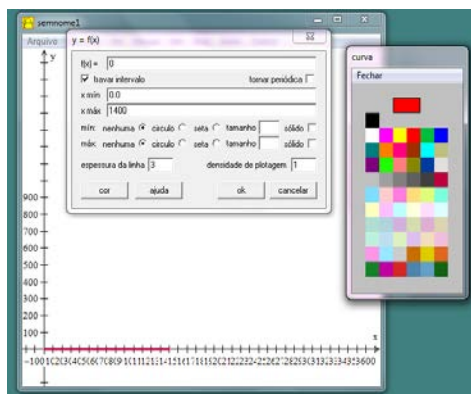
Inicialmente vamos ajustar a janela determinando o EixoX de 0 até 4000 e EixoY de 0 até 2000. Para



isso Clique no MENU em VER → VER, selecione CANTOS e digite para Esquerdo “-1”, Direito “4000”, Superior “2000” e Inferior “0”. Se necessário use as setas do teclado direita, esquerda, cima e baixo para ajustar o Sistema de Eixos na tela.

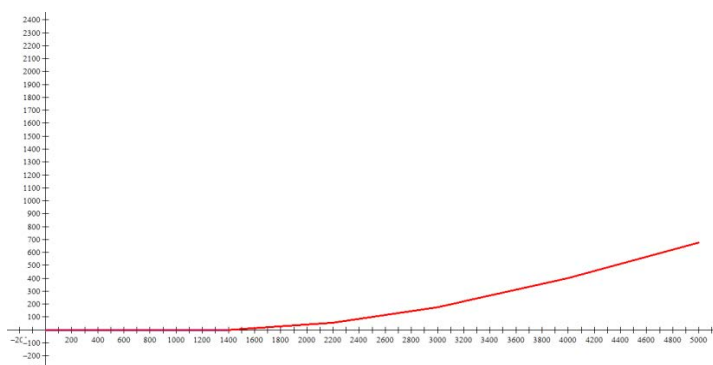


Para construir a primeira parte do gráfico de $F(x)$, clique em EQUAÇÃO → EXPLÍCITA . Na janela que se abre digite 0 onde se indica $f(x)$. A seguir selecione travar intervalo e em x mín digite 0 e em x máx. digite 1400 para a função $f_1(x) = 0$ se $x \leq 1400$. Você também tem a opção de mudar a cor e mudar a espessura da linha. Ao final clique em OK.



Para construir a segunda parte do gráfico de $F(x)$, clique em EQUAÇÃO → EXPLÍCITA . Na janela que se abre digite 0 onde se indica $f(x)$. A seguir selecione travar intervalo e em x mín digite 1400 e em x máx. digite 2200 para a função $f_2(x) = 0,07 \cdot (x - 1400)$ se $1400 < x \leq 2200$. Você também tem a opção de mudar a cor e mudar a espessura da linha. Ao final clique em OK.

Repita a operação para as demais funções. O gráfico final se apresenta de acordo a figura abaixo.



Referência:

ARAÚJO, L.C.L; NÓBRIGA, J.C.C. Aprendendo Matemática com o GeoGebra. São Paulo: Editora Exato, 2010.

STEWART, J. Cálculo, v.1, São Paulo: Cengage Learning, 2008. p.302.

Matemática Multimídia (Vídeo): <http://www.youtube.com/watch?v=1ACnmqNfl8>





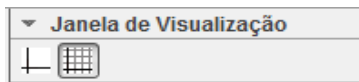
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"CAMPUS DE RIO CLARO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
Seção de Pós-Graduação



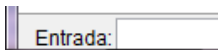
TAREFA 7: Cálculo Do Perímetro e Área do Círculo por Exaustão

Objetivo: Introduzir noções de limite de uma função a partir da construção de polígonos inscritos na circunferência de raio 0.5; visualizar e relacionar os perímetro e áreas dos polígonos construídos por exaustão com o perímetro e área de uma circunferência de raio 0.5 mediante simulação no GeoGebra.

Tarefa 1 - Construção dos Polígonos por Exaustão e o Círculo no Geogebra.



Na JANELA DE VISUALIZAÇÃO clique sobre a setinha à esquerda que permite Alternar a Barra de Estilos e selecione Exibir ou Esconder Malha.

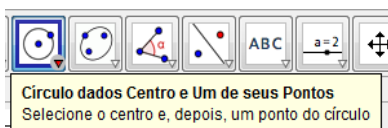
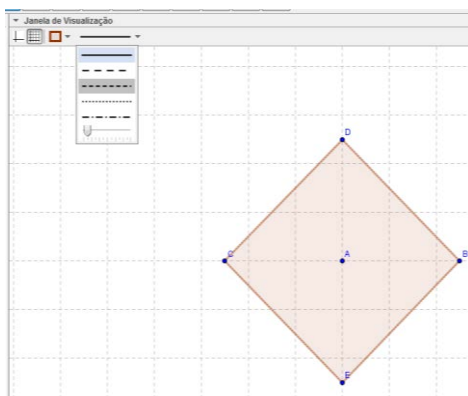


No CAMPO DE ENTRADA digite:

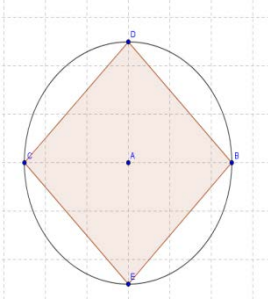
- ✓ (0,0) para o Ponto A;
- ✓ (0.5,0) para o Ponto B;
- ✓ (- 0.5,0), para o Ponto C;
- ✓ (0,0. 5) para o Ponto D;
- ✓ (0,-0.5) para o Ponto E.



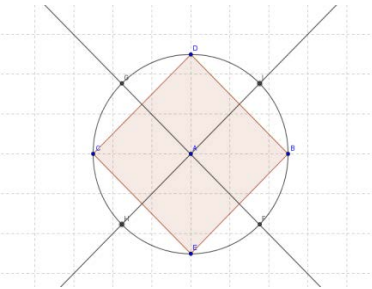
Ative a ferramenta POLÍGONO e clique sobre os Pontos B, E, C, D e novamente no Ponto B. A seguir Clique na setinha à esquerda do Nome Janela de visualização e selecione Estilo de Linhas (tracejado).



Ative a ferramenta CÍRCULO DADOS CENTRO E UM DE SEUS PONTOS. Clique sobre A e B para determinar o Círculo que será automaticamente denominado por f.

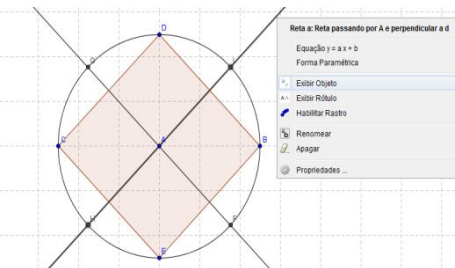


Ative a ferramenta **RETA PERPENDICULAR**, a seguir clique sobre o Ponto A e o BD. Repita a operação clicando sobre A e a seguir sobre o segmento CD. Serão determinadas duas retas perpendiculares tanto aos segmentos BD, CE como os segmentos BE e DC.

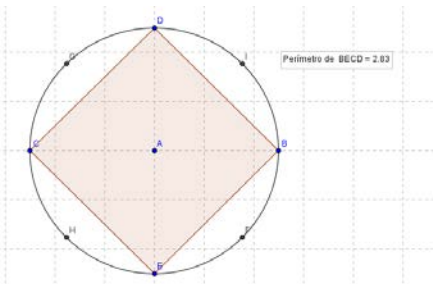


Determinadas as retas perpendiculares aos segmentos, ative a ferramenta **INTERSEÇÃO DE OBJETOS**. Nesse caso clique sobre uma das retas e sobre a circunferência. Serão determinados dois pontos de interseção em cada uma das retas com a circunferência. Repita a operação clicando sobre a outra reta e depois sobre a circunferência.

Clique com o lado direito do mouse sobre cada uma das retas, selecione **EXIBIR OBJETOS**, para esconder as retas.



Antes de determinar o novo Polígono, Ative a ferramenta **Distância, Comprimento, Perímetro** (Janela 8) e clique sobre o Polígono BDCE. Deve aparecer o valor do Perímetro sobre a figura. Nesse caso ative a ferramenta **MOVER** (Janela 1), clique sobre o valor e arraste para o lado Figura sobre a Janela de Visualização.

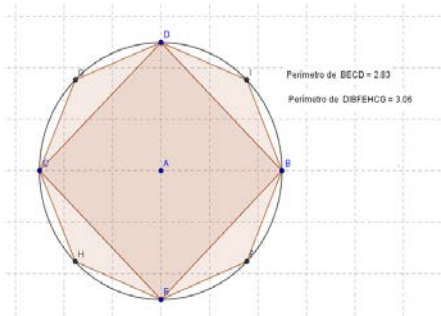


Ative a ferramenta **POLÍGONO** (Janela 5) e clique sobre os pontos D, I, B, F, E, H, C, G e de novo em D para determinar o Polígono de oito lados.

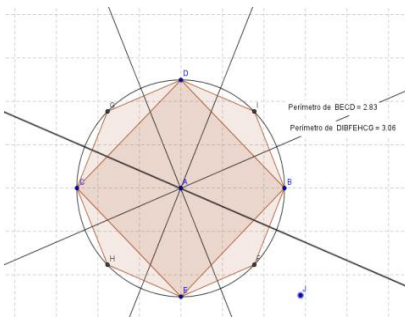
Novamente, ative a ferramenta **Distância, Comprimento, Perímetro** (Janela 8) e clique sobre o Polígono



BIDGCHEF. Deve aparecer o valor do Perímetro sobre a figura. Nesse caso ative a ferramenta MOVER (Janela 1), clique sobre o valor e arraste para o lado da Figura sobre a Janela de Visualização.

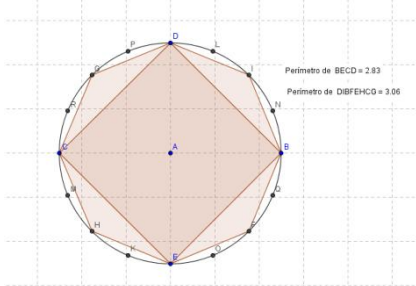


Para construir o terceiro polígono, ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR, a seguir clique sobre o Ponto A e o segmento BI. Repita a operação clicando sobre A e a seguir sobre o segmento ID, Ponto A e Segmento DG. Finalmente em A e depois sobre o segmento GC. Serão determinadas retas perpendiculares aos segmentos BD e CH, ID e EH, DG e EF, GC e FB.



Determinadas as retas perpendiculares aos segmentos, ative a ferramenta INTERSEÇÃO DE OBJETOS. Nesse caso clique sobre uma das retas e sobre a circunferência. Serão determinados dois pontos de interseção em cada uma das retas com a circunferência. Repita a operação clicando sobre as demais retas e depois sobre a circunferência.

Clique com o lado direito do mouse sobre cada uma das retas, selecione EXIBIR OBJETOS, para esconder as retas de INTERSEÇÃO.



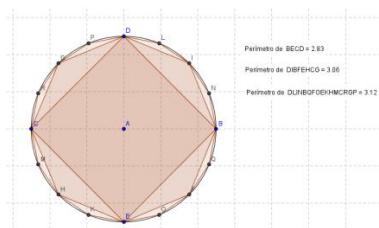
Ative a ferramenta POLÍGONO (Janela 5) e clique sobre os pontos D, L, I, N, B, Q, F, O, E, K, H, M, C, R, G, P e de novo em D para determinar o Polígono de dezesseis lados.



Ative a ferramenta Distância, Comprimento, Perímetro (Janela 8) e clique sobre o Polígono



DLINBQFOEKHMCGRP. Deve aparecer o valor do Perímetro sobre a figura. Nesse caso ative a ferramenta MOVER (Janela 1), clique sobre o valor e arraste para o lado da Figura sobre a Janela de Visualização.



MOMENTO DE REFLEXÃO.

Continuando a construção, faça no GeoGebra o Polígono de 32 lados e responda:

- 1) Em teoria podemos continuar a construir Polígonos infinitamente. Observe que o perímetro se aproxima de um dado valor. Que valor seria?
- 2) Poderíamos dizer que o limite do método de exaustão para o cálculo do perímetro de Polígonos seria o valor do comprimento da circunferência?
- 3) Nesse caso qual o comprimento da circunferência?

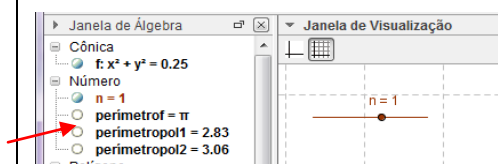
Tarefa 2 - Determinando o Comprimento da Circunferência no Geogebra.



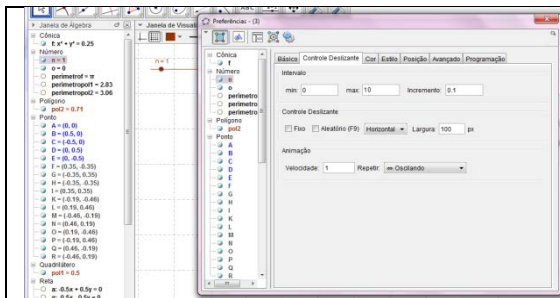
Ative a ferramenta Distância, Comprimento, Perímetro (Janela 8) e clique sobre a circunferência. O valor deve aparecer sobre a figura. Nesse caso ative a ferramenta MOVER (Janela 1), clique sobre o valor e arraste para o lado da Figura sobre a Janela de Visualização. Compare com os resultados encontrados pelo método de exaustão dos Polígonos inscritos no Círculo.

Tarefa 3 - Relacionando Áreas: Noção Intuitiva de Limite

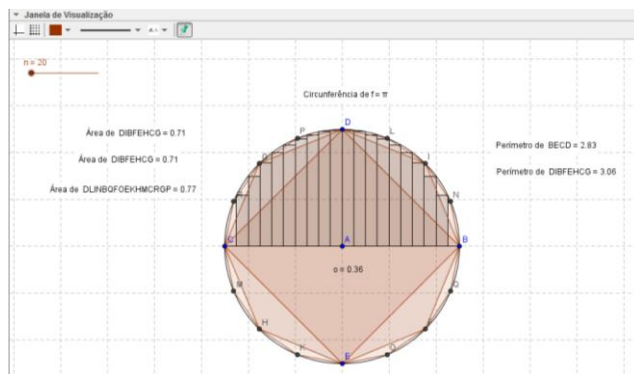
Entrada: NO CAMPO DE ENTRADA, digite $n = 1$ e clique ENTER. Deve aparecer na janela de Álgebra, logo acima o número $n = 1$. Clique sobre o mesmo com o lado direito do mouse e selecione EXIBIR OBJETO.



Entrada: No Campo de Entrada digite Soma. Deve aparecer várias opções com iniciais soma. Selecione SomaDeRiemannInferior[<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>, <Número de Retângulos>]. Substitua Função por $\sqrt{0.5^2 - x^2}$, Valor Inicial por -0.5 e Valor Final por 0.5 e Número de Retângulos por “n”. A seguir clique com o mouse direito sobre “n” na janela de visualização ou de álgebra e selecione PROPRIEDADES → CONTROLE DESLIZANTE E MUDE O VALOR MÍN. PARA 0. VALOR MÁX. PARA 10 E INCREMENTO = 0.1. Feche a janela.



Clique sobre o seletor na JANELA DE VISUALIZAÇÃO movimente “n” e observe o valor da somatória das áreas dos retângulos inscritos no semicírculo superior. Esse valor é denominado nessa construção por “o”.



MOMENTO DE REFLEXÃO.

1) Com o valor “n” igual a 10 temos o valor para “o” igual a 0.33. Qual o valor de “o” para $n = 100$ e para $n = 1000$? (Lembre-se que para mudar o valor de “n” Selecione Propriedades → Controle Deslizante e mude o Valor Máx. Para 100 e depois para 1000.



- 2) Ative a ferramenta  (Janela 8) e clique sobre a figura selecionando de cada vez os polígonos 1, 2 e 3.
3. Comparando as áreas dos polígonos 1, 2 e 3 com a área do círculo para $n=10$, 100 ou 1000, você poderia dizer que o limite das áreas dos polígonos determinados por exaustão tem por limite a área do círculo?
- 3) Comparando os resultados encontrados na relação das áreas dos polígonos quando os lados dobram a cada construção (tende a valores cada vez maiores) com a área do círculo quando “n” aumenta cada vez mais (tendendo ao infinito). Qual o valor da área do círculo?

Referências

ARAÚJO, L.C.L; NÓBRIGA, J.C.C. Aprendendo Matemática com o GeoGebra. São Paulo: Editora Exato, 2010.

STEWART, J. Cálculo, v.1, São Paulo: Cengage Learning, 2008. p.302.

IEZZI, G; DOLCE, O. TEIXEIRA, J.C; MACHADO, N.J; GOULART, M.C; CASTRO, MACHADO, A.S. Matemática. Ed.8. São Paulo: Atual, 1990.