UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CÂMPUS DE BAURU
FACULDADE DE CIÊNCIAS

ROSANA CRISTINA MACELLONI ALVARENGA

UM ESTUDO SOBRE OS COMPONENTES DA CRIATIVIDADE NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

BAURU
2017

ROSANA CRISTINA MACELLONI ALVARENGA

UM ESTUDO SOBRE OS COMPONENTES DA CRIATIVIDADE NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Tese apresentada à Faculdade de Ciências - Universidade Estadual Paulista - Campus de Bauru, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutora em Educação para a Ciência.

Linha 03 – Fundamentos e Modelos Psicopedagógicos no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Dr. Nelson Antonio Pirola.

BAURU
2017

Alvarenga, Rosana Cristina Macelloni.
Um estudo sobre os componentes da criatividade na solução de problemas matemáticos / Rosana Cristina Macelloni Alvarenga, 2017
141 f.: il.

Orientador: Nelson Antonio Pirola

Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2017

1. Criatividade. 2. Solução de problemas. 3. Habilidades Matemáticas. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Bauru

Faculdade de Ciências

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE ROSANA CRISTINA MACELLONI ALVARENGA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 24 dias do mês de fevereiro do ano de 2017, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro da Pós-Graduação da Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA - Orientador(a) do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências - UNESP/ Campus de Bauru, Prof. Dr. JOSÉ CARLOS MIGUEL do(a) Departamento de Didática / Faculdade de Filosofia e Ciências - UNESP/Marília, Profª Drª LUCIANE DE CASTRO QUINTILIANO do(a) Departamento de Matemática / Instituto Federal do Sul de Minas Gerais, Prof. Dr. KLINGER TEODORO CIRÍACO do(a) Departamento de Educação / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS, Professora Doutora LUCIANA VANESSA DE ALMEIDA BURANELLO do(a) Departamento de Matemática / Instituto Federal do Sul de Minas Gerais, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de ROSANA CRISTINA MACELLONI ALVARENGA, intitulada **"UM ESTUDO SOBRE OS COMPONENTES DA CRIATIVIDADE NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS"**. Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADA . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA

Prof. Dr. JOSÉ CARLOS MIGUEL

Profª Drª LUCIANE DE CASTRO QUINTILIANO

Prof. Dr. KLINGER TEODORO CIRÍACO

Professora Doutora LUCIANA VANESSA DE ALMEIDA BURANELLO

Faculdade de Ciências - Câmpus de Bauru -
Av. Engenheiro Edmundo Carrijo Coube, 14-01, 17033360, Bauru - São Paulo
www.fc.unesp.br/poseducacaoCNPJ: 48.031.918/0028-44.

ROSANA CRISTINA MACELLONI ALVARENGA

UM ESTUDO SOBRE OS COMPONENTES DA CRIATIVIDADE NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Bauru, 24 de fevereiro de 2017.
Banca examinadora:

____

Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA
Orientador - Departamento de Educação / Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru

____

Prof. Dr. JOSÉ CARLOS MIGUEL
Departamento de Didática / Faculdade de Filosofia e Ciências - UNESP/Marília

____

Prof. Dr. KLINGER TEODORO CIRÍACO
Departamento de Educação / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS

____

Profª. Drª. LUCIANA VANESSA DE ALMEIDA BURANELLO
Departamento de Matemática / Instituto Federal do Sul de Minas Gerais

____

Profª. Drª. LUCIANE DE CASTRO QUINTILIANO
Departamento de Matemática / Campus de Três Corações / Instituto Federal do Sul de Minas Gerais

Dedico,

A Deus, Santo Pai, por iluminar nosso caminho e nos fazer ir sempre em frente ...

AGRADECIMENTOS

A Deus acima de tudo...

Ao meu saudoso pai, por ter valorizado tanto os estudos para seus filhos, olhe onde estou pai, sem jamais esquecer princípios e valores, dignidade e honestidade, assim como o sr., (mas nem aos seus pés ainda...)

A minha saudosa mãe, que demonstrou por duas inesquecíveis vezes, seu orgulho em ter uma filha doutoranda, obrigada por tudo...

Ao meu orientador Nelson, todas e quaisquer palavras de gratidão seriam poucas e pequenas, diante do muito que me foi oferecido, meu muito obrigada!

Ao Roberto (Nani), meu marido, obrigada por ser meu porto seguro, obrigada por me apoiar sempre e sempre e sempre e sempre (tende ao infinito)...

Ao meu filho Lucas, obrigada por me apoiar também, me perdoe minhas ausências como mãe, saiba que amo você muito, muito, muito (tende ao infinito também)...

A meus irmãos, Renata e Alfredo Henrique companheiros nesta batalha que é a vida...

A todos os professores desta e de outras Universidades, e em especial, aos professores com os quais convivi e que muito contribuíram para a minha formação: Profª. Drª. Sandra Bruno, Profª. Dr.ª Odete Pacubi B. Teixeira, Profª. Drª. Patrícia Unger Raphael Bataglia, Profª. Drª. Isabel Cristina de Castro Monteiro, Prof. Dr. Pedro Ângelo Pagni e Prof. Dr. José Fernandes Weber, obrigada de coração a todos, vocês me ajudaram muitíssimo para a elaboração desta tese, mas muito mais a me desenvolver como ser humano.... Obrigada...

Aos Professores: Prof. Dr. José Carlos Miguel e Profª. Drª. Luciane de Castro Quintiliano, pelos apontamentos feitos na ocasião da qualificação e da defesa... Meu muito obrigada!

Ao Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciríaco e à Profª. Luciana Vanessa de Almeida Buranello pelas valorosas contribuições feitas na ocasião da defesa...Minha gratidão!

Ao diretor da escola onde a investigação foi realizada, Afrânio Carlos Napolitano, por ter permitido a realização da pesquisa, pelo apoio, pela amizade, meus sinceros agradecimentos...

Aos alunos, sem os quais, a trajetória percorrida não seria possível...

"Não vês que somos viajantes?
E tu me perguntas: que é viajar?
Eu respondo com uma palavra: é avançar!
Experimentais isto em ti
Que nunca te satisfaças com aquilo que és
Para que sejas um dia aquilo que ainda não és.
Avança sempre! Não fiques parado no caminho. "

Santo Agostinho

ALVARENGA, Rosana Cristina Macelloni. Um estudo sobre os componentes da criatividade na solução de problemas matemáticos. 2017. 141f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017.

RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi investigar o desempenho e as dificuldades de alunos do Ensino Médio na solução de problemas que envolvem componentes da criatividade. Desta forma, pretendeu-se analisar: Qual o discurso presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), quanto à criatividade? Qual o desempenho dos alunos na solução de problemas aritméticos, algébricos e geométricos que avaliam os componentes da criatividade? Qual o desempenho dos alunos do 2º ano do Ensino Médio na solução de problemas, envolvendo os componentes da criatividade? A perspectiva metodológica para abordagem das questões deste estudo é de análise do discurso e de pesquisa qualitativa. Os participantes da pesquisa são 28 alunos de um segundo ano do Ensino Médio diurno de uma escola pública do estado de São Paulo, situada na cidade de Garça. Os instrumentos utilizados na coleta de dados foram: Questionário de Brito (1996), e os testes matemáticos das séries de Krutetskii (1976): o teste matemático da série VI, o teste algébrico da série XIII, o teste aritmético da série XIII e o teste geométrico da série XIII. Os resultados do estudo apontaram, no que diz respeito aos testes aplicados: Teste matemático série VI (contendo 6 questões): 35,7% não acertaram nenhuma das 6 questões, 7,1% acertaram 1 questão, 35,7% acertaram 3 questões e 21,4% acertaram 4 questões; Algébrico série XIII (contendo 5 questões): 28,6% não acertaram nenhuma das cinco questões; 32,1% obtiveram 3 acertos; 39,3% obtiveram 4 acertos; Geométrico série XIII (contendo 5 questões): 0% de acertos; Aritmético série XIII (contendo 4 questões): 64,3% não acertaram nenhuma das cinco questões; 21,4% obtiveram 1 acertos; 14,3% obtiveram 2 acertos. Os resultados revelam que os sujeitos tiveram grandes dificuldades em solucionar os problemas propostos, em todos os testes, mostrando um nível baixo de desenvolvimento das habilidades matemáticas. Em geral, não foram encontradas soluções diferentes e criativas para os problemas. Todos os resultados encontrados puderam trazer uma compreensão da complexidade de variáveis que interferem no rendimento em Matemática. A análise do discurso mostrou que embora os PCNEM enfatizem o desenvolvimento da criatividade, eles não dão subsídios em seu discurso textual, de conceitualização da mesma e nem como desenvolvê-la, o tratamento dado à criatividade, pelos PCNEM, é muito superficial, não evidenciando ao professor a sua real importância no processo de aprendizagem e ensino da Matemática escolar.

Palavras-chave: Criatividade. Solução de problemas. Habilidades Matemáticas. Testes matemáticos.

ALVARENGA, Rosana Cristina Macelloni. A study of the components of creativity in solving mathematical problems. 2017. 141f. Thesis (Doctorate in Education for Science). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017.

ABSTRACT

The objective of this research was to investigate the performance and difficulties of high school students in solving problems involving components of creativity. In this way, we wanted to analyze: What is the discourse present in the National Curricular Parameters of High School (PCNEM), in terms of creativity? What is the performance of students in solving arithmetic, algebraic and geometric problems that evaluate the components of creativity? What is the performance of the students of the 2nd year of High School in solving problems, involving the components of creativity? The methodological perspective to approach the questions of this study is of discourse analysis and qualitative research. The participants of the research are 28 students of a second year of the High School of a public school in the state of São Paulo, located in the city of Garça. The instruments used in the data collection were: Brito's Questionnaire (1996), and the Mathematical tests of the Krutetskii series (1976): the Series VI Mathematical Test, the Series XIII Algebra Test, the Series XIII Arithmetic Test and the Geometric Test Series XIII. The results of the study indicated that the following tests were applied: Mathematical Test Series VI (containing 6 questions): 35.7% did not answer any of the 6 questions, 7.1% answered 1 question, 35.7% answered 3 questions And 21.4% answered 4 questions; Algebraic series XIII (containing 5 questions): 28.6% did not match any of the five questions; 32.1% obtained 3 correct answers; 39.3% obtained 4 correct answers; Geometric series XIII (containing 5 questions): 0% of hits; Arithmetic series XIII (containing 4 questions): 64.3% did not match any of the five questions; 21.4% obtained 1 correct answers; 14.3% obtained 2 correct answers. The results reveal that the subjects had great difficulties in solving the problems proposed in all the tests, showing a low level of development of the mathematical abilities. In general, different, creative solutions to problems were not found. All the results found could bring an understanding of the complexity of variables that interfere in the yield in Math. The analysis of the discourse showed that although the PCNEM emphasize the development of creativity, they do not give subsidies in their textual discourse, of conceptualization of the same one nor how to develop it, the treatment given to the creativity, by the PCNEM, is very superficial, not evidencing to the teacher its real importance in the process of learning and teaching of school mathematics.

Keywords: Creativity. Troubleshooting. Mathematical skills. Mathematical tests.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

> *Misteriosamente sumiu o nervosismo. Como se fosse uma costa ameaçadora que desaparece. O fato de sentar na "praça" com as costas no mastro, uma xícara nas mãos, mastigando um pedaço de chocolate, era o mais tranquilizador acontecimento do mundo. Única testemunha do meu horizonte, comemorei sentado, quieto, com a boca cheia, a minha maior conquista: partir. Ainda que minha viagem durasse apenas um único e mísero dia. Parti para minha mais longa travessia, e, mesmo que ela só durasse esse único dia, eu havia escapado do maior perigo de uma viagem, da forma mais terrível de naufrágio: não partir (...)*
>
> *Amyr Klink*

Assim com Amyr Klink, ao se preparar para ficar 100 dias no mar, a bordo de sua "lâmpada flutuante", como ele, preparo-me para uma extraordinária viagem, uma travessia absolutamente incomum nunca antes feita dessa maneira pois, como toda viagem, é única e necessária viagem (como já dizia Fernando Pessoa: "navegar é preciso [...]").

A tese, que teve como eixo temático a Matemática e a criatividade, buscou estabelecer as possíveis relações entre esses elementos no âmbito educativo.

A escolha dessa temática não foi aleatória, nem pautada apenas nas possíveis afinidades entre essas áreas, mas, por existir um sentido particular, maior: minha própria trajetória enquanto educadora.

Sou professora de Matemática, mas para chegar a essa definição de mim mesma, muitos caminhos foram percorridos.

Desde a defesa de minha dissertação de mestrado "O raciocínio lógico e a criatividade na solução de problemas matemáticos no Ensino Médio", Alvarenga (2008), vários caminhos percorri e experiências que vivi, me trouxeram até aqui, na exploração, pesquisa e aprofundamento do tema "criatividade" e suas relações com a Educação Matemática.

Esse tema não permeia tão somente a minha prática docente, mas, fundamentalmente, provém de uma força (que é social), denominada por Marx de IDEOLOGIA, provém dessa força que faz valorizar as heurísticas dos estudantes, que faz considerar o aluno como um ser humano, com todos os fatores psicológicos e filosóficos envolvidos nessa interação viva e mutável que é a relação professor <-> Aprendizagem /Ensino de Matemática <-> aluno.

Com essa pesquisa acredito que possibilito uma visão de uma professora de Matemática sobre os processos cognitivos, psicológicos, filosóficos, éticos e morais que envolvem a solução de problemas e criatividade; o mais comum nas pesquisas tem sido o contrário, uma visão de psicólogos sobre o tema criatividade em Matemática.

Seguindo também uma sugestão da Professora Drª. Cyntia Graziella Guizelim Simões Girotto (FFC – UNESP – Marília) que na ocasião da defesa da Dissertação, Alvarenga (2008), disse para que aprofundasse mais o tema criatividade aliado à Educação Matemática, para evolução da pesquisa, por isso também, estou aqui....

Artur Ávila, matemático e pesquisador do IMPA, famoso ganhador da medalha Fields, ao ser entrevistado pela ABR (Agência Brasil) sobre "qual a relação da Matemática com a criatividade? " Responde brilhantemente:

> A matemática é criatividade, se fosse mecânico poderia ser feito facilmente, não precisaria de pessoas. Teriam computadores que a aplicariam e pronto. A matemática tem que buscar o que não é mecânico, tentar descobrir algo além, que permita levar à solução dos problemas e vá além. O fazer matemática no nível de pesquisa é baseado em criatividade (TAKARNIA, 2014).

E é esta relação intrínseca entre a criatividade e a Matemática que inspirou fascínio, o fato de um mesmo problema dar origem a tantas heurísticas diferentes, por diferentes pessoas, nestes quase 20 anos de profissão, causou-me sempre surpresa, o fazer matemático, o desenvolvimento do pensamento humano demonstrado numa solução de um problema, muito mais do que a resposta do problema.

A ideia da tese no início era de fazer um estudo longitudinal de três anos, porém foi possível acompanhar somente o segundo ano do Ensino Médio no que diz respeito ao desenvolvimento da criatividade na solução de problemas matemáticos, pois, a escola onde a pesquisa já estava autorizada, transformou-se em escola de Ensino Integral, essa transformação mudou muito a clientela da escola, ficando desta forma inviável a realização de uma pesquisa longitudinal de três anos.

O "mundo" necessita encontrar soluções sempre em diversas áreas, sociais, ambientais, tecnológicas, enfim diversas, soluções para problemas, muitas vezes inimagináveis. Será que o desenvolvimento da criatividade em Matemática não estimularia a criatividade em todas as áreas da vida?

A pesquisa foi um estudo sobre a criatividade, pautado nas definições dadas pela Psicologia da Educação Matemática. Com ela investigamos os alunos (sujeitos da pesquisa) durante o segundo ano do Ensino Médio.

Nessa pesquisa caracterizou-se o grupo a partir da utilização de um questionário já validado por Brito (1996).

Foram utilizados testes matemáticos das séries de Krutetskii (1976), mais precisamente, o teste matemático da série VI, o teste algébrico da série XIII, o teste aritmético da série XIII e o teste geométrico da série XIII, para verificar as habilidades matemáticas, voltando o olhar para alguns componentes da criatividade, como flexibilidade de pensamento e estratégias de solução de problemas, buscando possíveis relações entre as respostas do questionário e os testes matemáticos.

A pesquisa teve por pretensão responder à questão principal: qual o desempenho e as dificuldades dos alunos do Ensino Médio ao solucionar problemas envolvendo os componentes da criatividade?

Objetivou-se também favorecer o contraponto, intersecções e/ou uniões entre os temas, podendo, assim, proporcionar aos professores de Matemática um "lugar comum" para tais assuntos, a multiplicidade dos pontos de vista sob os quais é apresentada esta única questão: "a criatividade e a Matemática".

Dessa forma, fez-se necessário elaborar uma obra visando a notoriedade das implicações pedagógicas no desenvolvimento do ensino e aprendizado da disciplina.

Buscou-se, enfim, um aprofundamento do tema já iniciado na dissertação de mestrado "O raciocínio lógico e a criatividade na solução de problemas matemáticos no Ensino Médio", quando foram analisadas, à luz da teoria histórico cultural, as heurísticas envolvidas na solução de problemas.

A citada dissertação, Alvarenga (2008), baseou-se nas minhas experiências pessoais como aluna de docentes que ensinavam por meio da solução de problemas, em estudos inerentes ao assunto, nas observações realizadas nas salas de aula e, ainda, na minha experiência como professora, ensinando sob a perspectiva metodológica de solução de problemas.

A possibilidade de analisar como os alunos pensam certas situações-problema; poder investigar as diferenças de pensamentos ou as heurísticas de cada ser humano, leva-nos a um melhor conhecimento do relacionamento de cada um deles com a Matemática, permitindo que o exercício docente ajude no seu desenvolvimento.

Ainda, cumpre destacar que, embora o número de estudos sobre criatividade desenvolvidos no contexto educacional aumentou nos últimos anos (face à sua relevância para o desenvolvimento dos estudantes), tal incremento ainda pode, e deve ser ampliado, e este é mais um dos motivos que justificam a realização da presente tese.

INTRODUÇÃO

No contexto geral do ensino da Matemática, notamos, ao participar do processo educativo, enquanto professora da Educação Básica, que a Matemática tem sido muitas vezes ensinada por meio de resolução de exercícios prontos e acabados e não de problemas, fato que tem dificultado o desenvolvimento da criatividade dos alunos. De acordo com Pirola (2000) esse fato:

> [...] parece estar presente na maior parte das escolas, pois muitos alunos parecem estar acostumados a utilizar o pensamento reprodutivo nas avaliações de matemática, muitas vezes não utilizando a sua criatividade para buscar novos procedimentos à solução de problemas (PIROLA, 2000, p.148).

Dentro da amplitude e complexidade da problemática da Educação Matemática para o desenvolvimento do pensamento criativo, há a possibilidade de aprender e ensinar a solucionar problemas, ao invés de resolver exercícios, de forma que: "o aluno seja estimulado a construir os conceitos matemáticos através de situações que estimulem a sua curiosidade e dê condições para que os mesmos utilizem sua criatividade". (PIROLA, 2000, p.32)

Em geral, as avaliações externas estão repletas de problemas a serem solucionados, porém as avaliações internas que as escolas realizam ainda estão, em geral, repletas de exercícios. Os exercícios também são importantes para o processo de aprendizagem, entretanto, eles não devem ser inseridos ao final do trabalho com os conceitos matemáticos, sendo que no ponto de partida para a atividade Matemática deveria ser o problema.

Os "Cadernos do Aluno[1]", material didático desenvolvido e distribuído pela Rede do Estado de São Paulo, nos traz problemas e exercícios, porém, a formação do professor, muitas vezes não o impulsiona a trabalhar com solução de problemas, porque, ele mesmo não soluciona problemas, resultado de uma formação inicial deficitária.

Polya (1994), teórico da solução de problemas, marca a história da Matemática, no sentido de dar a importância e destaque merecidos à solução" de problemas com o livro "A arte de Resolver Problemas" que é uma obra que traz as fases da solução de um problema bem como alguns procedimentos que podem possibilitar ao professor agir numa aula pautada na solução

[1] O Caderno do Aluno é um complemento ao Caderno do Professor (lançado em 2008). Desenvolvido em 2009 para os cerca de 3,3 milhões de estudantes de 5ª a 8ª do Fundamental e de Ensino Médio, do Estado de São Paulo, ele traz exercícios, mapas, tabelas, indicadores bibliográficos e dicas de estudo. O conteúdo do Caderno Do Aluno atende as especificações do Currículo Oficial do Estado de São Paulo dentro das áreas do conhecimento de Ciências Humanas, Linguagem e Códigos, Ciências da Natureza e Matemática, auxiliando os alunos no desenvolvimento de novas competências e habilidades.

de problemas, com exemplos de problemas e exemplos de perguntas que podem ser feitas numa aula desse tipo.

Para Polya (1994), o professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de solucionar problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e praticar.

Ainda para o autor, todos podem aprender a solucionar problemas, pois a arte de fazer Matemática: “significa ter a capacidade para resolver problemas não apenas rotineiros, mas problemas que requerem algum grau de originalidade e criatividade”.

Portanto, há a ligação intrínseca entre a criatividade e a solução de problemas, sendo inevitável falar, ou fazer, uma dissociada da outra.

Para Klausmeier (1977, p. 372), há princípios e comportamentos de professores, aplicáveis a todos os níveis escolares, que incentivam a criatividade nos educandos:

Princípios:

1- Expressar-se por meios figurativos, verbais ou físicos é essencial para a produção de formas ou ideias novas;

2- Ter sucesso em tentativas criativas é associado com um alto nível de expressão criativa;

3- Pensar e comportar-se de modos divergentes é essencial para a criatividade;

Comportamentos:

1- Encorajar a produção divergente em muitas mídias;

2- Recompensar esforços criativos;

3- Possibilitar uma personalidade criativa.

Em vista disso, para Klausmeier (1977), o professor, não pode simplesmente dizer aos alunos que em um dado período de tempo eles devem “criar” algo, não podem ficar na frente da classe e dizer: “Agora escrevam um poema”, pois é preciso, segundo o autor, um programa contínuo ao longo dos anos escolares, para desenvolver capacidades criativas, um programa ativo, implementado por todos os professores, usando as melhores ideias e materiais disponíveis.

Saber solucionar problemas é uma das habilidades requeridas dos alunos em todos os anos escolares e é uma das habilidades a ser desenvolvida pelo professor de Matemática, no Currículo do Estado de São Paulo (2012), ao descrever uma educação à altura dos desafios contemporâneos, se dá a devida importância ao tema,

> Com mais pessoas estudando, além de um diploma de nível superior, as características cognitivas e afetivas são cada vez mais valorizadas, como as capacidades de resolver problemas, trabalhar em grupo, continuar aprendendo e agir de modo cooperativo, pertinentes em situações complexas (SÃO PAULO, 2012, p.8).

Ao sinalizar fundamentos para o ensino de Matemática, o documento citado anteriormente enfatiza a importância de um processo de ensino que liberte os alunos de paradigmas e proporcione espaços, simplesmente, para pensar,

> Tão importante quanto referir o que se aprende a contextos práticos é ter capacidade de, a partir da realidade factual, imaginar contextos ficcionais, situações inventadas que proponham soluções novas para problemas efetivamente existentes. Limitar-se aos fatos, ao que já está feito, pode conduzir ao mero fatalismo. Sem tal abertura para o mundo da imaginação, do que ainda não existe enquanto contexto, estaríamos condenados a apenas reproduzir o que já existe, consolidando um conservadorismo, no sentido mais pobre da expressão (SÃO PAULO, 2012, p.31).

O trabalho como professora por muitos anos na Educação Básica, proporcionou condições de percepção de que os alunos, preferem dizer que não sabem solucionar o problema, não querem ler, ou, muitas vezes nem leem realmente, apenas passam os olhos e não refletem sobre o que está escrito, não estão acostumados a se fazerem perguntas como Polya (1994) sugere, como estas:" O que o problema pede? Qual a incógnita? Como vou resolvê-lo? ". Mas não são os únicos responsáveis por essa ocorrência, o próprio sistema escolar gera essa situação e mais uma gama de variáveis interdependentes. Solucionar um problema torna-se então uma tarefa que exige prática e obviamente, conhecimentos matemáticos, segundo Brito, 2006, p.18:

> A solução de problemas é entendida como uma forma complexa de combinação dos mecanismos cognitivos disponibilizados a partir do momento em que o sujeito se depara com uma situação para a qual precisa buscar alternativas de solução. Pode ser definida como um processo cognitivo que visa transformar uma dada situação em uma situação dirigida a um objetivo, quando um método óbvio de solução não está disponível para o solucionador, apresentando quatro características básicas: é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, pois depende do conhecimento prévio do indivíduo (BRITO, 2006, p. 18).

A criatividade e solução de problemas é o almejado pelo ensino-aprendizado da Matemática, porém, efetivamente, não se tem trabalhado ao longo do processo educativo, com essa abordagem, que é a alternativa para o desenvolvimento da criatividade. Percebe-se que a escola, de fato, não está desenvolvendo o processo criativo nos alunos, pois a ênfase no conhecimento do procedimento e a resolução exaustiva de exercícios têm castrado a capacidade de solucionar problemas matemáticos no aluno.

O Brasil encontra-se atualmente na 39ª colocação no ranking global de Educação. Esse ranking mundial comparou os dados educacionais de 40 países levando em conta as notas de testes e a qualidade de professores, dentre outros fatores (AGÊNCIA BRASIL, 2012).

Na avaliação da disciplina de Matemática feita pelo Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), o Brasil situou-se na 58° colocação (entre os 65 países e territórios). Essa posição situa o país abaixo da Albânia e da Costa Rica.

O PISA indicou que o Brasil perfez um total de 391 pontos na disciplina, bem abaixo da média dos países que compõe a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) que é de 494 pontos. Para a compreensão do que este dado significa:

Quadro 1 – Escala de proficiência em Matemática.

Nível	**Limite inferior de pontos**	**Características das atividades**
6	669,3	No Nível 6, os estudantes são capazes de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e em modelagem de situações-problema complexas. Conseguem estabelecer ligações entre diferentes fontes de informação e representações, e de transitar entre elas com flexibilidade. Os estudantes situados neste nível utilizam pensamento e raciocínio matemáticos avançados. São capazes de associar sua percepção e sua compreensão a um domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações. Os estudantes situados neste nível são capazes de formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como de adequá-las às situações originais.
5	607,0	No Nível 5, os estudantes são capazes de desenvolver modelos para situações complexas e trabalhar com eles, identificando restrições e especificando hipóteses. Conseguem selecionar, comparar e avaliar estratégias adequadas de resolução de problemas para lidar com problemas complexos relacionados a esses modelos. Os estudantes situados neste nível são capazes de trabalhar estrategicamente, utilizando habilidades de pensamento e raciocínio abrangentes e bem desenvolvidas, representações conectadas de maneira adequada, caracterizações simbólicas e formais, e percepção relativa a essas situações. São capazes de refletir sobre suas ações e de formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio.
4	544,74	No Nível 4, os estudantes conseguem trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos para situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses. São capazes de selecionar e integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real. Nesses contextos, os estudantes situados neste nível são capazes de utilizar habilidades desenvolvidas e raciocínio, com flexibilidade e alguma percepção. São capazes de construir e comunicar explicações e argumentos com base em interpretações, argumentos e ações.
3	482,4	No Nível 3, os estudantes são capazes de executar procedimentos descritos com clareza, inclusive aqueles que exigem decisões sequenciais. Conseguem selecionar e aplicar estratégias simples de resolução de problemas. Os estudantes situados neste nível são capazes de interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente a partir delas. Conseguem desenvolver comunicações curtas que relatam interpretações, resultados e raciocínio.
2	420,1	No Nível 2, os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que inferência direta. São capazes de extrair informações relevantes de uma única fonte e de utilizar um modo simples de representação. Os estudantes situados neste nível conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções de nível básico. São capazes de raciocinar diretamente e de fazer interpretações literais dos resultados.
1	357,8	No Nível 1, os estudantes são capazes de responder a questões definidas com clareza, que envolvem contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros de acordo com instruções diretas em situações explícitas. São capazes de executar ações óbvias e dar continuidade imediata ao estímulo dado.
Abaixo de 1		A OCDE não especifica as habilidades desenvolvidas

Fonte: Brasil/PISA (2012).

Ainda, segundo o PISA, 67,1% dos alunos brasileiros com 15 e 16 anos (faixa etária analisada no estudo) estão abaixo do nível 2 em Matemática, com baixa performance na disciplina.

Apenas 0,8% dos alunos brasileiros atingiram os níveis 5 e 6 na disciplina, que exigem análises complexas. Em Xangai, na China, primeiro do ranking em Matemática, mais da metade dos estudantes (55,4%) integram os níveis 5 e 6, de alta performance.

A OCDE destaca, no entanto, que o Brasil registrou uma das maiores taxas de crescimento no total de pontos em Matemática entre 2003 e 2012, passando de 356 a 391 pontos no período.

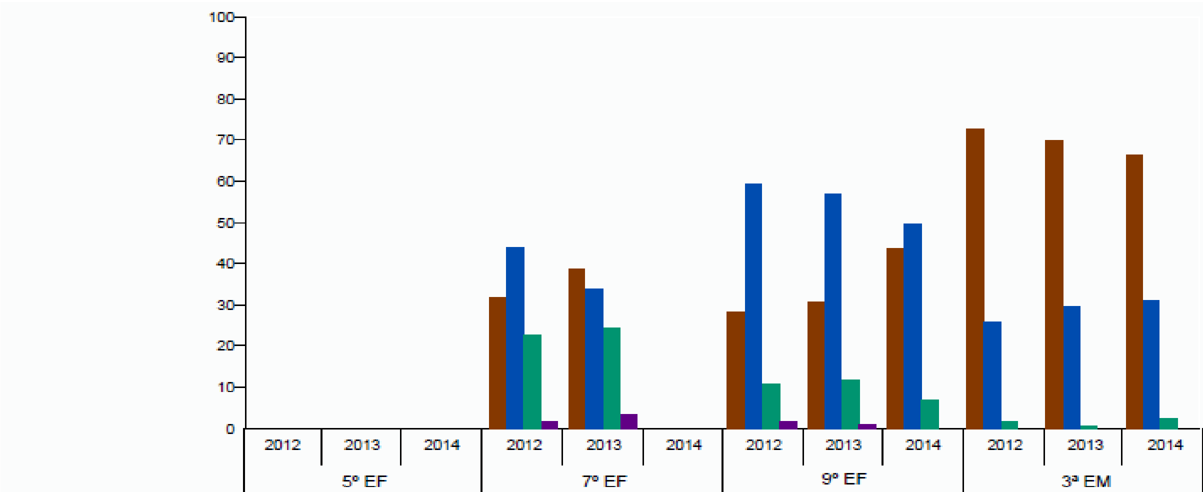
O Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), é uma prova externa, aplicada anualmente, desde 1996, pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE/SP) para avaliar sistematicamente o Ensino Básico na rede estadual, e produzir um diagnóstico do rendimento escolar básico paulista, no último relatório do SARESP (2014)[2], revela que em Matemática:

- padrão de distribuição dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental (E.F.) registra percentuais mais elevados nos níveis adequado e avançado;
- distribuição de alunos do 5º ano do E.F. concentra no nível Básico (35,7%) e adequado (30,3%) os percentuais mais elevados;
- para o 7º ano do E.F., o nível Abaixo do Básico reúne o maior contingente de alunos;
- para o 9º ano do E.F., verifica-se a concentração de alunos no nível básico (50,8 %), bem como um significativo contingente alocado no nível abaixo do básico (36,9 %);
- 53,8 % dos alunos da 3ª série do Ensino Médio (E.M.) estão classificados no nível abaixo do básico, resultado semelhante ao registrado em 2013;
- a proporção de alunos no nível de desempenho avançado diminui com o nível de escolaridade;
- a maioria dos alunos do 3º, 5º, 7º e 9º anos do EF obteve média de proficiência que os classifica no nível Suficiente.

---

[2] Segundo os padrões do relatório pedagógico do SARESP (2014): abaixo do básico: os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, das competências e das habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram. Básico: Os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conteúdos, das competências e das habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular no ano/série subsequente. Adequado: Os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conteúdos, das competências e das habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram. Avançado: Os alunos, neste nível, demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, das competências e das habilidades acima do requerido para o ano/série escolar em que se encontram.

Quanto à escola onde o estudo foi realizado, temos os seguintes resultados no SARESP em Matemática (figura 1):



	2012	2013	2014	2012	2013	2014	2012	2013	2014	2012	2013	2014
	5º EF			7º EF			9º EF			3ª EM		
Abaixo do Básico	-	-	-	31,8	38,7	-	28,1	30,8	43,4	72,7	69,8	66,4
Básico	-	-	-	43,9	33,6	-	59,4	56,7	49,6	25,8	29,6	31,1
Adequado	-	-	-	22,7	24,4	-	10,9	11,7	7,0	1,6	0,6	2,5
Avançado	-	-	-	1,5	3,4	-	1,6	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0

Figura 1. Comparação do percentual de alunos da escala de proficiência no SARESP 2012 a 2014 da escola objeto da pesquisa.
Fonte: BOLETIM DA ESCOLA (SARESP, 2014).

A escola, em referência, é estadual (São Paulo). O estudo comparativo, revela que nos três anos (7º, 9º e 3º) mais de 50% dos alunos encontram-se no básico e abaixo do básico, que houve um aumento no número de alunos abaixo do básico, nos 7ºs anos e 9ºs anos e uma diminuição no 3º ano. O impressionante é que assim como mostra o restante do estado de São Paulo, os alunos no nível avançado são raríssimos, caso alarmante, poucos alunos (sempre menos que 25%) encontram-se no nível adequado.

As metas atribuídas quanto à Educação Matemática e, portanto, a todo planejamento educacional, são fundamentalmente afetadas por inúmeros fatores, como formação de professores, condições de trabalho, recursos materiais, formação continuada dos professores, estímulo, participação e incentivo da família nos estudos dos filhos, entre outros. Dessa forma, os dados mostrados pela avaliação não podem ser desvinculados desses fatores.

Todos estes dados estatísticos, nos trazem à tona uma realidade, a de que o Brasil, ainda precisa evoluir muito quanto a questão do Ensino – Aprendizado da Matemática, para que realmente este conhecimento seja universalizado para que todos os brasileiros possam fazer bom uso do mesmo,

> Todavia, esses resultados não podem e não devem ser considerados como algo inevitável. Na atualidade podemos identificar alguns fatores que têm contribuído para a continuidade deste cenário. Um destes fatores refere-se à forma como o ensino tem sido conduzido nas escolas e universidades brasileiras, caracterizando-se como uma prática marcada pela fragmentação, descontextualização e atividades mecânicas (BRASIL, 1998). Alves (1999), ao tratar da realidade do ensino de Matemática, enfatiza que muitos professores usam em suas aulas uma grande quantidade de exercícios repetitivos, apresentando as atividades e conteúdos por meio de aulas expositivas e, quando trabalham com problemas, usam apenas situações que não favorecem o desenvolvimento de estratégias pessoais de resolução, pois remetem a procedimentos já conhecidos que podem ser utilizados por meio da memorização. Essa realidade está presente tanto na Educação Básica quanto na formação inicial dos professores. Além do que, não buscam desafios e nem problemas inéditos. Para a superação desta realidade torna-se necessário uma reflexão acerca da forma como o trabalho pedagógico tem sido organizado em Matemática e em Ciências (GONTIJO, 2007, p.2).

A solução de problemas é refletida neste trabalho como um importante instrumento utilizado para promover a criatividade, uma vez que o problema se caracteriza como uma situação inédita em que os solucionadores devem mobilizar estratégias diferenciadas para a solução. Segundo Pozo (1998, p.9) "é um dos veículos mais acessíveis para levar os alunos a aprender a aprender".

A importância do ensino baseado na solução de problemas:

> [...] pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. Assim, ensinar os alunos a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos, respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros e transmitida pelo livro-texto ou pelo professor (POZO, 1998, p.9).

Para Klausmeier (1977, p.347),

> [...] os indivíduos deparam-se com um problema quando se encontram numa situação que devem solucionar um problema e não possuem informações, conceitos, princípios ou métodos específicos disponíveis para chegar à solução.

Vários pesquisadores se dedicaram a encontrar etapas para solução de problemas e, entre eles está Polya. Segundo Polya (1994, p 4-10) as etapas de solução de problemas são**:** compreender o problema, conceber um plano, executar o plano e ter uma visão retrospectiva.

E é por isso que em Matemática é necessário a compreensão, o entendimento, o raciocínio e pensamento adequados, o que faz com que quando se ensina/aprende Matemática, exista a possibilidade de haver a contribuição para o desenvolvimento da capacidade geral de raciocínio das pessoas.

Porém, ensinar a solucionar problemas matemáticos, não é uma tarefa fácil e,

> É verdade que na maioria das ocasiões o ensino de Matemática tem se baseado mais na solução de exercícios de caráter sintático do que verdadeiros problemas matemáticos. Nesse sentido, a solução de problemas matemáticos constitui, ao mesmo tempo, um método de aprendizagem e um objetivo do mesmo. É um método de aprendizagem na medida em que grande parte do conteúdo da Matemática escolar trata da aprendizagem de habilidades, técnicas, algoritmos ou procedimentos heurísticos que podem ser usados em diversos contextos (...) É um objetivo de aprendizagem na medida em que não é possível aprender a solucionar problemas independentemente da aprendizagem de conceitos e conhecimentos de Matemática e que, ao mesmo tempo, como vimos, a solução de problemas exige o acionamento e a coordenação de muitos processos complexos (POZO, 1998, p.63).

Faz-se necessária uma ampla reflexão e revisão das práticas pedagógicas para que a ênfase somente nos conhecimentos de procedimentos, não venha castrar a criatividade na solução de problemas.

A criatividade neste trabalho é entendida como o fato de que quando,

> (...) os indivíduos podem efetuar um pensamento que seja completamente novo para eles. Mesmo assim este pode ser um dos pensamentos mais comuns entre muitos seres humanos de gerações anteriores e da geração atual (KLAUSMEIER, 1977, p. 357).

Na mesma perspectiva, encontra-se a definição de criatividade de Sternberg (2000): “ a criatividade é um processo cognitivo que leva à produção de alguma coisa que é, ao mesmo tempo, original e de valor” (p. 337)

Para Barron (1969, p. 60) que estudou a criatividade, as afirmações mais comuns que descrevem os indivíduos criativos são:

> (...) parece ter um alto grau de aptidão intelectual, valoriza genuinamente assuntos intelectuais e cognitivos, valoriza a própria independência e autonomia, é verbalmente fluente; pode expressar bem as ideias, tem prazer em impressões estéticas; reage esteticamente, é produtivo; resolve as coisas, preocupa-se com problemas filosóficos; por exemplo, religião, valores, o significado da vida e assim por diante, tem um alto nível de aspiração do “self”, tem uma vasta gama de interesses, pensa e associa ideias de modo original; apresenta processos de pensamentos não convencionais., é uma pessoa interessante e atraente, parece franco, direto e sincero ao lidar com os outros, comporta-se consistentemente de uma maneira ética; é consistente com os próprios padrões pessoais.

As discussões atuais sobre o assunto criatividade difere muito das de antigamente, já que é sabido que este assunto está em pauta de discussão há anos e nestas antigas discussões, a criatividade era vista como algo presente somente em gênios, além disso, foram feitas relações entre a pessoa criativa e os mentalmente doentes, como nos conta White (1930).

Tal fato só foi rebatido mais tarde por Schubert e Biondi (1975), os quais afirmaram que tal comparação era infundada.

Para Sternberg (2000), os fatores que caracterizam as pessoas criativas são:

> (a) motivação extremamente alta para ser criativa em um determinado campo de esforço [...]; (b) inconformidade em violar algumas convenções que possam inibir o trabalho criativo, tanto quanto dedicação à manutenção de padrões de excelência e de autodisciplina, relacionados ao trabalho criativo; (c) crença profunda no valor deste tipo de trabalho, bem como prontidão para criticar e melhorar o trabalho; (d) escolha cuidadosa dos problemas ou assuntos nos quais concentrar a atenção criativa; (e) processos de pensamento caracterizados ao mesmo tempo pelo insight e pelo pensamento divergente; (f) assumir riscos; (g) vasto conhecimento do domínio relevante e (h) profundo compromisso com o esforço criativo (STERNBERG, 2000, p. 337).

Assim, o aluno criativo, (e o professor criativo também), estaria motivado a solucionar problemas, estando comprometido com o esforço criativo, dedicaria esforços ao trabalho criativo, valorizaria este tipo de trabalho, escolheria onde usar a sua atenção criativa, se utilizaria de insights e pensamento divergente e teria domínio do conhecimento.

Guilford (1970), identificou dois tipos de pensamento: o pensamento convergente, que compreende o pensamento em direção a uma resposta certa, ou em direção a uma determinada resposta relativamente única, e o pensamento divergente, que é um tipo de pensamento pelo qual consideráveis buscas são feitas e um número de respostas surgirá, então, “[...] deveríamos arbitrariamente definir pensamento criativo como pensamento divergente, mas seria incorreto dizer que pensamento divergente dá conta de todos os componentes intelectuais da produção criativa” (GUILFORD, 1970, p. 182).

O que é paradoxal, pois pensamento criativo não é simplesmente pensamento divergente, mas o pensamento divergente é um pensamento criativo. Sternberg (2000), define o pensamento divergente, como “processos de pensamento que envolvem a produção de diversas alternativas” e o pensamento convergente como “processos de pensamento durante os quais a pessoa restringe seletivamente as múltiplas alternativas, até alcançar a única alternativa ótima”.

Em buscas de respostas, dessa forma, foram elaboradas as seguintes questões norteadoras da tese:

1) Qual o discurso presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, PCNEM, quanto à criatividade?

2) Qual o desempenho dos alunos na solução de problemas aritméticos, algébricos e geométricos que avaliam os componentes da criatividade?

3) Qual o desempenho dos alunos do 2º ano do E.M. na solução de problemas, envolvendo os componentes da criatividade?

O trabalho ficou organizado da seguinte forma: No Capítulo 1, apresentamos e refletimos algumas das principais pesquisas identificadas no campo que diz respeito à Matemática e à criatividade, quando recorremos a artigos de periódicos e anais de congressos, no que se deu a revisão bibliográfica desta tese.

No Capítulo 2, há a fundamentação teórica da pesquisa, quando traçamos as relações entre solução de problemas e criatividade e elucidamos os componentes da criatividade.

No Capítulo 3, definimos o problema da pesquisa, caracterizamos os participantes da pesquisa, delimitamos os instrumentos, procedimentos e o método.

No Capítulo 4, há uma análise dos dados obtidos, a análise dos dados está dividida em duas partes: a primeira delas refere-se a uma análise do discurso textual referente ao tratamento da criatividade nos PCNEM e a outra refere-se à uma análise do desempenho e das dificuldades dos alunos em solução de problemas que envolvem componentes da criatividade, segundo Krutetskii (1976), trazendo assim, os resultados da pesquisa, e por fim as conclusões.

CAPÍTULO 1- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão da literatura tem como objetivo analisar pesquisas relacionadas com o tema e problema de pesquisa da investigação, com o intuito de destacar o referencial teórico, metodológico e resultados. Dessa forma, é possível inferir, de forma comparativa, até que ponto esta pesquisa avança, em relação às outras, em termos científicos e de contribuições para o ensino.

A presente revisão de literatura abarca estudos que enfocam relações entre criatividade e o ensino da Matemática escolar. No Brasil, somente a partir da década de 1990, surgem pesquisas voltadas à investigação da criatividade no ambiente escolar, Alencar (1995) é uma das precursoras nesse estudo, seguido dos estudos de Gontijo (2007).

Das pesquisas nacionais sobre este tema destacamos a de Gontijo (2007), que demonstrou, entre outras coisas, haver uma correlação positiva entre criatividade e criatividade em Matemática e entre motivação e criatividade em Matemática.

Também merece destaque a pesquisa de Lima (2001, 144 - 145), que concluiu que:

> A possibilidade de a criatividade ser desenvolvida no meio educacional pressupõe renovação das formas de ensino e de aprendizagem, além da mudança de atitudes de alunos e de professores. Seis aspectos são fundamentais para o desenvolvimento da criatividade nas escolas: a originalidade, o que não significa o absolutamente novo, a redescoberta e a reorganização também devem estar sempre presentes; a apreciação do novo, onde professores e alunos percebem juntos que quanto mais compreendem o quanto ainda falta para descobrir, partem para a busca de novidades, da relação de conteúdos, da crítica das próprias indagações, passando a situação de aprendizagem em sala de aula e ser estimuladora e motivadora; inventividade, estimular a expressão espontânea do aluno; curiosidade, estimular o espírito de indagação; autodireção, aprender pela própria iniciativa; abertura para experiências, aprender a tirar proveito de suas experiências imediatas, não deixando que suas potencialidades sejam destruídas por respostas estereotipadas.

Dante (1980, 1988) destacou-se no Brasil nos estudos de investigação sobre a criatividade em Matemática, ligados à solução de problemas em Matemática.

Em sua tese de doutorado, Dante (1980), procurou descrever e informar as tendências da Educação Matemática, buscando aprofundar a perspectiva da criatividade, aproximando os conteúdos aos objetivos e metodologias. O autor tratou de descobrir e responder às seguintes questões: como encarar a Matemática de modo a sentir seus fundamentos como essencialmente criativos? Como fazer do estudo da Matemática uma aventura criativa? Como a Educação poderia ser vista como uma aventura criativa ansiando pelo surgimento de um mundo novo? Concluiu em seus estudos que a Educação Matemática (já em 1980), necessitava de mudanças, uma nova possibilidade para o modelo de Educação vigente e sugeriu a criação de ambientes com condições favoráveis a um modelo baseado na solução de problemas de modo a desenvolver a criatividade nos alunos.

Na sua tese de livre docência, Dante (1988), procurou dar continuidade à sua tese de doutorado, dissertando, a princípio, sobre a perspectiva da criatividade na prática educativa revisitando autores como: Rogers, Getzels, Spraker, Romey e Laycock e Foshay. Em um segundo momento apresentou a solução de problemas como uma alternativa a ser aplicada para o desenvolvimento da criatividade do educando, uma vez que esse tipo de atividade possibilita ao aluno a se comportar criativamente em Matemática a partir de seus sonhos e fantasias.

Dante (1988) faz em sua tese uma classificação de problemas em: exercícios de reconhecimento; exercícios de algoritmos; problemas padrões; problemas-processo ou heurísticos; argumenta que:

> [...] este tipo de problema exige do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução e, por isso, tornam-se mais interessantes do que os problemas padrões. Eles aguçam a curiosidade do aluno e permitem que o mesmo desenvolva sua criatividade, a sua iniciativa e seu espírito explorador. E, principalmente, inicia o aluno ao desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema o que, em muitos casos é mais importante que a própria resposta correta das mesmas (DANTE,1988, p.86-87).

Na citada tese, Dante também sugere que sejam apresentadas diferentes estratégias para a solução de problemas de modo que o aluno possa diversificar a sua ação. São elas: 1. Tentativa e erro organizados; 2. Procura de padrões ou generalizações; 3. Resolvendo antes um problema mais simples; 4. Reduzindo à unidade; 5. Fazendo o caminho inverso.

Vale ressaltar também os estudos de estímulo à criatividade por professores de Matemática e motivação do aluno, realizados por Alencar et al (2012). Esse pesquisador observou que os estudantes de instituição particular apresentaram uma percepção mais positiva de práticas pedagógicas promotoras da criatividade por parte do seu professor de Matemática, comparado aos alunos de escola pública.

Dentre as pesquisas internacionais ressaltamos a importância das investigações da Universidade de Aveiros, Portugal, pioneira no país, no estudo das relações entre criatividade e Matemática. Vale (2012), ressalta que vivemos uma reformulação de relevo na formação de professores e que é necessário criar conhecimento neste campo e desenvolver estratégias que preparem os futuros professores aos desafios que encontrarão. Estes fatores justificariam estratégias inovadoras ao visar à melhoria do ensino e aprendizagem, aspectos que parecem ser realçados se houver uma particular atenção ao desenvolvimento da criatividade.

Para Vale (2012), a criatividade é uma nova área no domínio da Educação Matemática em nível internacional e, em especial, em Portugal.

Já na França, temos como especialista neste assunto, o matemático Hadamard (1993), que estudou a criatividade na Matemática. Esse pesquisador afirmou “que é necessário tapar a consciência para tomar a decisão certa”, definindo o trabalho de produção de ideias como uma espécie de reorganização ditada pelo inconsciente, ou seja o pensamento não linear, aspectos essenciais da flexibilidade de pensamento.

Muito antes destes pesquisadores, Wechsler e Richmond (1984) constataram que houve um decréscimo na criatividade a partir da terceira e quarta séries do Ensino Fundamental. Resultados semelhantes também foram obtidos por Torrance (1965), que constatou uma diminuição da criatividade, em crianças norte americanas, na quarta série do Ensino Fundamental.

O americano Aiken (1973) também relacionou a habilidade Matemática e criatividade em Matemática e formalizou o fato de variáveis cognitivas e afetivas interagirem de uma maneira complexa e estas poderem influenciar na performance em Matemática.

Temos que valorizar as vivências dos alunos e aproveitar da universalização da Matemática para torná-la mais útil para a sociedade, incentivando novas formas de solucionar problemas, valorizando diferentes heurísticas, com o pensamento não reducionista de que a Matemática ensina a pensar, pois segundo Machado (1987), “podemos dizer que a Matemática ensina a pensar assim como a Física, a História, a Biologia, assim como pensar ensina a pensar”.

> Na Matemática, em sua complexa relação com as demais Ciências, na privilegiada posição que lhe asseguram todas as classificações sistemáticas conhecidas, de Comte a Piaget, um mecanismo importante que determina este controle é a aparência de assunto naturalmente difícil, destinado aos que detêm uma capacidade especial em lidar com abstrações.
> Tal imagem que se tenta transmitir, da Matemática como o lugar das abstrações, acaba por possibilitar que se matem dois coelhos com uma só cajadada. Ao lado da dificuldade especial que passa, efetivamente, a revestir tal disciplina, em virtude desta caracterização anômala, outro coelho é atingido: aqueles que assimilam a Matemática tal como ela lhes é transmitida, com seus aspectos formais, abstratos, não interpretados em permanente destaque, têm nela um profícuo exercício para um pensar descolado do real, que favorece a interposição entre o pensado e o real, de toda gama de representações falseadoras (MACHADO, 1987, p. 96).

Referindo-se à análise de heurísticas, Polya (1994), constatou que o estudante deve ser encorajado a manter estas questões em mente: Você já viu um problema deste antes? Você está usando todos os dados do problema? Você consegue dividi-lo em partes e ir resolvendo o problema? E sugere que professores digam que há diferentes maneiras de solucionar o mesmo problema e que depois socializem as estratégias que cada um usou para resolvê-lo, propiciando desta maneira o desenvolvimento do pensamento criativo.

As pesquisadoras Silva e Nakano (2012), fizeram um amplo levantamento objetivando a investigação da produção científica sobre criatividade no contexto educacional nos anos de 1995 a 2009, por meio de análise de publicações periódicas e trabalhos de pós-graduação na área de Psicologia e os resultados mostraram, de maneira geral, um crescimento no número de publicações a partir do ano 2000 e que a maior parte dos trabalhos vem sendo desenvolvida por pesquisadores das regiões Sudeste e Centro-Oeste; a maioria deles é de cunho empírico, com foco de investigação, em primeiro lugar, na população adulta e, em segundo, na população infantil, envolvendo principalmente professores de Ensino Fundamental e seus alunos.

Grande parte dos estudos como o de Alencar (1999), faz críticas aos sistemas escolares pelo fato de não desenvolverem um trabalho efetivo com a solução de problemas e incentivo à criatividade.

Dentro desta proposta de um trabalho com solução de problemas, Pirola (2000) destaca que "é importante que o aluno seja estimulado a construir os conceitos matemáticos através de situações que estimulem a sua curiosidade e dê condições para que os mesmos utilizem sua criatividade". (p.32).

Na área de habilidades matemáticas na solução de problemas, muitos estudos têm sido desenvolvidos, como os de Spalleta (1998), Araújo (1999), Alves (1999), Vendramini (2000), Brito (1996) e outros. Esses estudos enfocaram a teoria de Krutetskii sobre as habilidades matemáticas, mostrando as dificuldades dos alunos, de diferentes níveis de escolaridade, na solução de problemas, sendo que as soluções para os problemas seguem um perfil padrão, não notando estratégias novas e diferenciadas daquelas consideradas padrão.

Com o objetivo de apresentar um panorama das pesquisas sobre a temática, foram consultadas três bases de dados eletrônicos: Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Scientific Eletronic Library online – Scielo e Biblioteca Digital Unicamp. Todas as buscas foram limitadas a partir das palavras-chave: Resolução de problemas; Solução de problemas e criatividade; Matemática; e da combinação entre elas.

O resultado para esse levantamento foi:

No portal de periódicos da Capes, encontramos 42 resultados para a busca: "Resolução de problemas e criatividade", sendo:

- 22 dissertações e teses, 18 artigos, 1 recurso textual e 1 ata de congresso;

Encontramos 8 resultados para a busca "Resolução de problemas e criatividade e Matemática", sendo:

- 3 artigos e 4 dissertações e teses e 1 recurso textual.

No Scielo, encontramos 19 resultados de buscas, sendo:

- 7 (artigos em periódicos) "Resolução de problemas e criatividade", 11 (artigos em periódicos) "Matemática e criatividade", 1 (artigo em periódico) "Resolução de problemas e criatividade e Matemática".

Na Biblioteca digital da Unicamp, encontramos 14 resultados de buscas, sendo:

- 2 "Resolução de problemas e criatividade", 1 "Resolução de problemas e criatividade e Matemática" e 11 "criatividade e Matemática".

Como se vê, no Brasil, são pouquíssimas as pesquisas relacionadas a estes temas tão pertinentes para uma Educação Matemática de qualidade, visto que estes sites (Scielo e Capes) abrangem pesquisas de todo o país e na Unicamp temos um centro de estudos avançados em Psicologia da Educação Matemática, que, juntamente com a Universidade Federal de Pernambuco, são referências em estudos sobre processos cognitivos envolvidos na aprendizagem da Matemática escolar.

A Psicologia da Educação Matemática, é segundo Pirola (2006), uma área de investigação preocupada com o processo de ensino e da aprendizagem da Matemática, analisado a partir de referenciais teóricos da Psicologia.

A UNICAMP se apresenta como uma das pioneiras nos estudos de Psicologia da Educação Matemática (PEM). Em 1996, houve um avanço neste campo, com a criação de um Grupo de Pesquisas em Psicologia da Educação Matemática, pela pesquisadora Profª. Drªa. Márcia Regina F. Brito (Unicamp) na Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Psicologia, ANPEPP. O desenvolvimento da PEM possibilitou o avanço em pesquisas, tanto do ponto de vista cognitivo, como do afetivo, entretanto, nota-se que, mesmo com esses avanços, a área de pesquisa sobre a criatividade ainda continua sendo incipiente.

Com o objetivo de analisar pesquisas apresentadas e publicadas em eventos científicos, foi realizado um levantamento de investigações que tratam da criatividade articulada com os processos de solução de problemas, nos maiores eventos nacionais, como o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM).

Ao pesquisar os anais do SIPEM, encontramos apenas no V SIPEM (2012), alguma pesquisa que relacionasse a criatividade e a Matemática, trata-se do trabalho de Oliveira et al (2012), que abordou sinteticamente algumas teorias de criatividade e de criatividade Matemática e analisou o papel do professor neste contexto. Também analisou a aplicação de uma atividade Matemática em uma escola pública de Ensino Médio no Distrito Federal. A pesquisa teve um caráter exploratório e seu objetivo foi identificar traços de criatividade Matemática considerando as seguintes variáveis: fluência, flexibilidade e originalidade. As produções foram organizadas e analisadas atentando-se para o gênero e a idade dos estudantes. Foi possível concluir, dentro do conjunto de alunos participantes da pesquisa, que as meninas apresentaram indícios de criatividade maior do que os meninos, entretanto não foi identificado diferenças nos traços de criatividade quanto à faixa etária.

Resumidamente, e excluindo os estudos que tratavam de solução de problemas específicos como por exemplo, porcentagem, probabilidade, cálculo, mosaicos, entre outros, destacamos os trabalhos, que fazem parte do estado da obra desta tese, publicados no ENEM, no período de 1987 a 2016.

Quadro 2 – I ENEM (1987). São Paulo (SP).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Conferência	Novas perspectivas para o Ensino da Matemática à luz do conhecimento do processo cognitivo	Esther Pillar Grossi
Conferência	A Educação Matemática na década de 90: Perspectivas e Desafios	Ubiratan D'Ambrósio
Mesa Redonda	Resoluções de problemas	Antônio José Lopes Maria Cristina S. A. Maranhão Rômulo Campo Lins

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 3 – II ENEM (1988). Maringá (PR).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Comunicação	O Ensino por meio de formulação e solução de problemas e atitude do professor frente ao conhecimento.	Maria do Carmo Domite Mendonça
Comunicação	Como adultos resolvem problemas aprendidos no 1º grau.	Edvirges Rodrigues Liberado
Minicurso	Resolução de problemas: Uma proposta para professores de 1ª a 4ª séries do 1º grau.	Sérgio Roberto Nobre
Mesa Redonda	Resolução de problemas, Modelagem e assimilação solidária: semelhanças e diferenças	Roberto Ribeiro Baldino et al.

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 4 – III ENEM (1990). Natal (RN).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Minicurso	Como trabalhar com a Resolução de problemas no Ensino da Matemática.	Maria Rosana Tymoszczenko
Comunicação Oral	Criatividade e Resolução de problemas na prática educativa Matemática.	Valdir Rodrigues
Comunicação Oral	Os efeitos da situação sobre a Resolução de problemas matemáticos.	Tania Maria de Freitas Rossi Eunice Nogueira Veloso
Comunicação Oral	Resolução de problemas como contexto no qual os conceitos e habilidades podem ser aprendidos	Maria Rosana Tymoszczenko

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 5 – IV ENEM (1992). Blumenau (SC).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Minicurso	Criatividade e Resolução de problemas	Valdir Rodrigues

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 6 – V ENEM (1995). Aracaju (SE).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Minicurso	Resolução de problemas – Uma abordagem Vigotskiana.	Luiz Carlos Rischbieter
Comunicação Científica	Resolução de problemas: Literatura X Realidade.	Silvanio de Andrade
Comunicação de Experiência	Resolução de problemas numa sala de aula de 1º Colegial.	Lourdes de La Rosa Onuchic
Conferência Paralela	Criatividade e Resolução de problemas	Luiz Roberto Dante

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 7 – VI ENEM (1998). São Leopoldo (RS).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Conferência de Abertura	Relações entre Matemática e Educação Matemática: lições do passado e perspectivas para o futuro.	Ubiratan D'Ambrósio
Comunicação oral	Resolução de problemas e Educação Matemática	Cintia Regina Rodrigues Gonçalves Ana Coêlho Vieira Selva Pedro Franco de Sá Valdir Rodrigues Comentador: Antônio Vicente M. Garnica

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 8 – VII ENEM (2001). Rio de Janeiro (RJ).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Palestra	Educação Matemática e a construção do pensamento lógico matemático.	Nilza Eigenheer Bertoni
Comunicação Científica	Resolução de problemas: uma análise sobre suas estratégias os problemas aditivos.	Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa
Comunicação Científica	Como o aluno enfrenta a resolução de um problema quando está em grupo?	Maria Carolina Bonna Bosqueti
Relato de Experiência	Ensino de Matemática através de Resolução de problemas: O trabalho com problemas geradores de novos conteúdos	Lourdes de la Rosa Fabiani Marcatto

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 9 – VIII ENEM (2004). Recife (PE).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Mesa Redonda	Processos Cognitivos e Linguísticos na Educação Matemática.	Tendo como coordenador: Luciano Meira e outros

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 10 – IX ENEM (2007). Belo Horizonte (MG).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Comunicação Científica	Análise de produções de Crianças do quarto ano, revelando criatividade na Educação Matemática.	Cristiana Guimarães Teixeira Cristiano Alberto Muniz
Minicurso	A Resolução de problemas como metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática em sala de aula	Ana Lúcia C. P. de Souza Célia Barros Nunes
Minicurso	Resolução de problemas nas séries iniciais e a formação de conceitos matemáticos	Heitor A. Gonçalves
Relato de Experiência	A diversidade de estratégias na resolução de problemas no ciclo II.	Flávia Renata Franco Lopes Coelho
Relato de experiência	Resolução de problemas: relato de uma oficina com alunos do Ensino Fundamental.	Giovani Fernandes Broering et al

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 11 – X ENEM (2010). Salvador (BA).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Comunicação Científica	A Resolução de problemas ainda é um problema?	Marta Burda Schasta et al
Comunicação Científica	A Resolução de problemas como orientação para o ensino da Matemática	Rosinéte Gaertner et al
Comunicação Científica	Alguns modos de ver e conceber a resolução de problemas no Ensino de Matemática	José Antonio Araújo Andrade at al
Comunicação Científica	Argumentação e estratégias de Pensamento na Solução de problemas Matemáticos	Telma Assad Mello Márcia R. Ferreira de Brito
Comunicação Científica	Criatividade em Matemática: Conceitos, metodologias e formas de Avaliação	Cleyton Hércules Gontijo
Relato de Experiência	Resolvendo problemas e descobrindo a Matemática	Débora Santos de Andrade Dutra Marger da Conceição Ventura Vean
Pôster	O uso da resolução de problemas no Ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Médio.	José Antônio de Oliveira Júnior
Minicurso	Resolução de problemas como uma estratégia para o ensino e aprendizagem da Matemática	José Ricardo Zeni Tania Maria Lacaz

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 12 – XI ENEM (2013). Curitiba (PR).

Natureza do trabalho	Título do trabalho	Autor/autores
Comunicação Científica	Modelagem Matemática e Resolução de problemas como potencializadoras da criatividade no Ensino de Matemática	Emanueli Pereira
Comunicação Científica	Criatividade: Reflexões para as aulas de Matemática à luz da modelagem Matemática	Ana Cristina Schirlo et al
Comunicação Científica	Resolução de problemas: Potencial para explorar leitura, escrita, oralidade e autoestima em aulas de Matemática	Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman et al
Comunicação Científica	Resolução de problemas: numa abordagem das Matemáticas como práticas sociais	Marcia Maria Bento Marim

Comunicação Científica	Resolução de problemas e Investigação Matemática	Geraldo Claudio Broetto et al
Mini Curso	Resolução de problemas: História e Perspectivas atuais	Wellington Pereira das Virgens
Relato de experiência	Matemática, Resolução de problemas e sala de aula: A aprendizagem em questão	José Milton Lopes Pinheiro

Fonte: A autora, 2016.

Quadro 13 – XII ENEM (2016). São Paulo (SP)

Natureza do trabalho	**Título do trabalho**	**Autor/autores**
Palestra	A Educação Matemática hoje: Por quê e como?	Ubiratan D'Ambrósio
Pôster	Organização do trabalho pedagógico em sala de aula e a influência à criatividade em Matemática: Uma análise da Prática docente no 4º ano dos anos iniciais.	Fabiana Barros de Araújo e Silva e Cleyton Hércules Gontijo
Pôster	Movimento Makers e a aprendizagem criativa no Ensino da Matemática no Fundamental I	Edeli Machado LuglioAdalberto

Fonte: A autora, 2017.

Na Conferência de abertura do VI ENEM (1998), D'Ambrósio ressaltou a importância da criatividade para os indivíduos, em sua fala "Os sistemas educacionais poderão focalizar sua ação nos seus objetivos maiores: i) possibilitar a cada indivíduo atingir seu potencial criativo; ii) estimular e facilitar a ação comum com vistas a viver em sociedade e exercer a cidadania. Naturalmente, isso implica em repensar o currículo", visionário em suas reflexões, conferiu ao desenvolvimento do potencial criativo do aluno, um local de destaque.

Dos trabalhos apresentados nos ENEM, a criatividade aparece em 1988, no II ENEM, em uma Comunicação Científica, por Faria (1988), porém aliada ao tema mosaico, mostrando a influente ligação da criatividade com as artes (de modo geral). O objetivo do trabalho foi o de introduzir a construção de ornamentos em curso de Desenho ou Matemática, nos ensinos Fundamental e Médio, como alternativa para ensinar simetrias planas e aplicar conceitos de construções geométricas e introduzir a noção de grupo matemático.

Apenas em 1990, no III ENEM, em uma comunicação oral, por Rodrigues (1990), são aliados finalmente os temas criatividade e solução de problemas:

> Uma das possíveis maneiras de se criar condições na sala de aula de Matemática para que a criatividade emerja e se desenvolva, é através da resolução de problemas que exijam o pensamento produtivo do aluno. Isto por si só não garante o desenvolvimento da criatividade, mas aumenta a probabilidade dela se manifestar. [...] problemas aguçam a curiosidade do aluno e permitem que ele desenvolva sua criatividade, sua iniciativa e seu espírito explorador. E, principalmente, iniciam o aluno no desenvolvimento

> de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema, o que, em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta (RODRIGUES, s/p, 1990).

Porém, de forma ainda tímida a comunicação traz poucas informações e conceitos da Psicologia Cognitiva para fundamentação do mesmo, e a ênfase é na prática docente.

Em 1992, um minicurso do IV ENEM, também de Rodrigues (1992), aborda a criatividade na solução de problemas,

> Em geral, uma pessoa é considerada criativa quando consegue resolver problemas de maneira não convencional, inovadora. Não que haja algo errado com o modo tradicional de se resolver problemas, desde que as situações a que eles se refiram admitam soluções padrões, tenham modelos.
> Em classe, a criatividade do aluno pode se manifestar quando o professor propõe a ele problemas abertos, que não podem ser solucionados por procedimentos padrões; quando aceita e discute as soluções encontradas pelos alunos, especialmente aquelas diferentes das esperadas (RODRIGUES, s/p, 1992).

Do V ENEM ao VIII ENEM há diversos trabalhos relacionando a criatividade com composição e decomposição de figuras e, apenas em 2007, reaparece no IX ENEM, uma comunicação científica, cujos autores são Teixeira e Muniz (2007), aprofundando o conceito de criatividade em Matemática.

A comunicação em questão, resultou num artigo, onde apresentam a dissertação de mestrado deles, sobre reflexões de produções de crianças de uma escola pública do Distrito Federal. O trabalho foi construído empiricamente para que as análises dessas produções pudessem ser realmente analisadas como criativas, tendo como referencial teórico Hume, Poincaré, Ponomariov, Puchkin, González Rey, Mitjáns Martínez, Eysenck, Alencar e Fleith, Alderete e Yelós e Guerra para compreender a criatividade na Educação Matemática e Carraher, Eves, Roxo, Kamii, Brizuela, Panizza, Muniz, D'Ambrósio, Bicudo, Chevallard, Brousseau, Vergnaud, e Bachelard para a compreensão da Educação Matemática e para a compreensão do registro da criança. Para as análises, encontraram duas grandes categorias, uma com registros que mostravam a criatividade no registro e outra que mostrava a criatividade no procedimento de solução dos problemas. Desta análise, associada às conversas informais com as crianças, e a observação participante, chegaram às reflexões no que diz respeito à criatividade na Educação Matemática e a criatividade nas produções dessas crianças, perceberam que as produções das crianças eram acompanhadas de um forte raciocínio matemático, surpreenderam-se com respostas com algoritmos inusitados e concluíram que este estudo proporcionou uma nova reflexão sobre os procedimentos matemáticos de crianças do quarta série (atualmente 5º ano)

Somente em 2010 surge, de fato, em uma comunicação científica, no X ENEM, a criatividade de forma mais conceitualizada, por Gontijo (2010), que nos traz o conteúdo de significações da criatividade em Matemática.

Neste trabalho de Gontijo, ele apresenta pela primeira vez no ENEM, uma definição para criatividade em Matemática

> Por criatividade em Matemática entende-se: A capacidade de apresentar inúmeras possibilidades de solução apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade), tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma sequência de ações (GONTIJO, 2006a, p. 4).

Passo, importante e revolucionário, apresentar à comunidade científica, um conceito discretamente citado e falado desde o I ENEM (1987), realizando um marco histórico para a criatividade em Matemática.

No trabalho em questão, Gontijo (2010) infere que as escolas não têm colaborado adequadamente para o desenvolvimento das habilidades matemáticas, uma vez que os resultados obtidos pelos estudantes nos testes não refletem a capacidade de resolver problemas e nem a de uso de algoritmos para realização de cálculos e uso de outros procedimentos matemáticos. Ainda, ressalta que o uso da metodologia de solução de problemas é fundamental para o desenvolvimento da criatividade em Matemática, especialmente quando são utilizados problemas abertos, isto é, problemas que admitem múltiplas possibilidades de respostas. Além da solução de problemas, recomenda-se oportunizar aos alunos a experiência de formulação de problemas para explorar uma dada situação ou aspectos de um problema previamente conhecido.

No XI ENEM (2013), aparecem dois trabalhos nesta linha de raciocínio, de articulação entre a criatividade e a Matemática, o primeiro de Pereira (2013) e o de Schirlo et al. (2013). No primeiro trabalho Pereira (2013) salienta que o fato de utilizar a solução de problemas nas aulas de Matemática, não garante que os estudantes desenvolvam suas habilidades criativas. A solução de problemas pode contribuir para desenvolver habilidades relacionadas à criatividade, tais como a fluência, a flexibilidade e a originalidade. Sugere que, para que a criatividade se manifeste é fundamental levar em conta vários aspectos, como a disponibilidade do professor em favorecer a atividade, seus conhecimentos sobre a teoria da criatividade, Educação Matemática e tendências em Educação Matemática. Enfatiza, ainda, que a postura do professor em sala de aula é um fator relevante para proporcionar o desenvolvimento da criatividade dos estudantes, sendo necessário que as relações entre estudantes e professores sejam de colaboração e participação ativa no desenvolvimento da atividade. É necessário conduzir as atividades de forma a dar liberdade aos educandos a participarem ativamente, bem como incentivá-los em todas as etapas da tarefa.

No segundo trabalho, Schirlo et al (2013), realizam reflexões sobre a criatividade e a Matemática, traçando um ensaio teórico de cunho qualitativo, com delineamento bibliográfico/documental, visando aclarar as contribuições que a Modelagem Matemática possibilita à criatividade. À luz da Modelagem Matemática, a criatividade no citado trabalho é entendida, segundo Boden (1994), como a aquisição de novos arranjos de ideias e conceitos já existentes, de modo a formar novas estratégias ou composições que podem vir a resolver uma situação-problema de forma incomum, ou obter resultados de valor significativo para um indivíduo ou uma sociedade.

Clarifica que sob o ponto de vista cognitivo, criatividade é a denominação dada a um conjunto de processos que buscam transformações em um ambiente de conceitos de forma a obter novas e originais formas de agrupamento, em geral selecionadas por valor (BODEN, 1994). Já, sob o ponto de vista neuro-científico, Boden (1994) assinala que a criatividade é um conjunto de atividades praticadas pelo cérebro na procura de modelos que gerem a identificação porcentual de novos elementos que, mesmo usando partes de estruturas velhas, proporcionem uma varredura, caracterizadora do novo valioso, digno de atenção.

Percebe-se que as definições apresentadas por Boden (1994), evidenciam como é amplo o campo de ideias que podem ser postas em conjunto para explicar o que é criatividade. Concluem no trabalho que, o ensino da Matemática deve proporcionar possibilidades para o desenvolvimento das potencialidades do estudante, tornando-se um meio para o desenvolvimento da liberdade, criatividade, criticidade, alegria e beleza. Dessa forma, a criatividade poderá trazer contribuições que devem permear o processo educativo e é pertinente que, no interior das salas de aula, sejam promovidas reflexões que valorizam as iniciativas de ruptura paradigmática nos processos de ensinar e aprender que, acima de tudo, devem ter compromisso com a formação de cidadãos reflexivos, críticos e com condições de continuar a aprender e a produzir conhecimentos socialmente relevantes.

Já no XII ENEM (2016), a palestra de D'Ambrósio, traz a definição de educador, como alguém que facilita a aprendizagem, dando o necessário apoio ao pleno desenvolvimento da personalidade do aprendiz, estimulando-o e ajudando-o a atingir sua autoestima e a realizar seu potencial de criatividade, ainda em sua palestra, impulsiona a todos nós educadores a refletirmos sobre a nossa atuação diante da complexidade da Educação, que para o autor é entendida da seguinte forma:

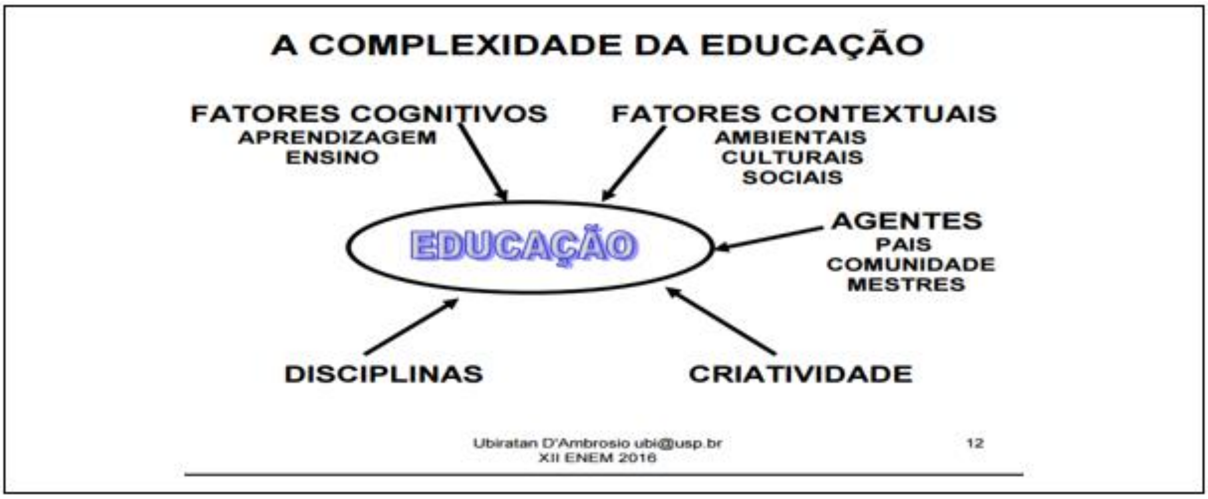


Figura 2. A complexidade da Educação.

Fonte: D'Ambrósio (2016, s/p)

Mostrando assim a sensibilidade de D'Ambrósio (2016) perante todos os fatores inerentes ao aprendizado e ensino da Matemática, colocando a criatividade num alto patamar de importância e significância para o processo educativo.

Também neste último ENEM (2016), Silva e Gontijo (2016), trazem uma pesquisa, que ainda está em desenvolvimento, que visa investigar a ação pedagógica do professor, analisando sua influência para o desenvolvimento da criatividade dos alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pela análise das aulas de Matemática de alguns professores.

Em relação ao tema **"Resolução de problemas"**, em 1987, no I ENEM, aconteceu uma Mesa Redonda com o mesmo título, a qual, concluiu que "a resolução de problemas" constitui uma fonte primordial para construção do conhecimento matemático pelo aluno. Os problemas devem favorecer a emersão das concepções dos alunos e a evolução dessas concepções. É importante abordar estratégias que favoreçam a utilização pelo aluno de mecanismos diversificados, que são importantes para essa evolução e para posterior generalização e formalização do conhecimento matemático".

Nesta linha de pensamento, no II ENEM (1988), as discussões de Mendonça (1988), foram sobre as entrevistas que realizou com professores do Ensino Fundamental I (antigo 1ª à 4ª série), sobre o trabalho dos mesmos com “resolução de problemas”, a autora pôde concluir dessas entrevistas, que o processo de solução se originaria da exploração e descoberta por parte do aluno por meio dos recursos cognitivos e emocionais que possui. O professor, tem a tarefa de motivar os alunos a enfrentar um problema, encorajar troca de pontos de vistas entre eles e promover discussão de diferentes soluções propostas.

Ainda, no II ENEM (1988), a mesa redonda presidida por Baldino, discute o desenvolvimento da solução de problemas por uma proposta pedagógica que visa colocar o aluno em situação de elaborar, por si só, estratégias de solução, dando possibilidades a ele, por meio de suas reflexões, da metacognição, de construir seus próprios conhecimentos.

As discussões sobre a “Resolução de Problemas”, continuam nos Encontros Nacionais de Educação Matemática, e em 1990, no III ENEM, Mymoszczenko (1990), reflete em uma comunicação oral, sobre a proposta de iniciar um novo conceito matemático por um problema, propiciando às crianças o máximo de situações em que a aprendizagem cresça naturalmente, estimulando-as a fazerem conjecturas, explorarem e investigarem suas ideias.

No IX ENEM (2007), os pesquisadores: Teixeira e Muniz (2007), trazem a tona a problemática em questão, a “Resolução de problemas” como metodologia que desenvolve nos alunos competências e habilidades necessárias para avançar na busca de novos conhecimentos. Afirmam que uma das grandes dificuldades dos alunos em Matemática está em saber solucionar problemas, e acreditam que a metodologia de trabalho quando adotada é uma oportunidade de modificar o desenvolvimento habitual das aulas de Matemática, sendo o problema o ponto de partida e, os professores, através da solução de problemas, devem fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Ainda no IX ENEM (2007), no âmbito ainda das discussões acerca da solução de problemas, temos o relato de experiência de Broering et al (2007). Trata-se de um relato de uma oficina de solução de problemas, desenvolvida por alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como parte do estágio de docência do terceiro ano. Essa oficina, com duração de doze horas, aconteceu durante três sábados, com alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública de Londrina. O trabalho foi realizado com uma turma de sétima série, que tinha uma média de 22 alunos presentes por dia, sendo que a metodologia utilizada foi a solução de problemas, por considerarem importante o aluno desenvolver uma estratégia, usar a criatividade, formular hipóteses, tomar decisões, discutir para solucionar um problema. Nesta perspectiva o professor é o mediador, pois promove a confrontação de propostas, debate resultados e métodos, e orienta reformulações. A oficina foi importante para professor e alunos, já que oportunizou uma boa interação, o que auxiliou no esclarecimento das dúvidas. A partir dela, perceberam como os alunos se envolvem com os problemas, as diferentes estratégias utilizadas para encontrarem uma solução, as discussões nos grupos, as descobertas que eles fazem (às quais muitas vezes não se dá a devida atenção), entre outras coisas. Foi possível auxiliar os alunos e tornar a aprendizagem de alguns conteúdos mais acessível a eles.

Já no X ENEM (2010), os pesquisadores Schasta et al (2010), aprofundam as reflexões acerca da “Resolução de problemas”, levando ao público um artigo, o qual é resultado final de um estudo sobre “Resolução de problemas numa perspectiva metodológica”, realizado durante o Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná – PDE 2008/2009. No trabalho, apresenta a descrição da implementação do projeto de intervenção realizado com alunos da quinta série do segundo segmento do Ensino Fundamental num Colégio Estadual em Ponta Grossa – PR, utilizando o material pedagógico elaborado no segundo semestre de 2008 com o título Cortina de Retalhos. A proposta de trabalho teve como objetivo principal superar o pensamento rígido que só consegue solucionar um problema dentro de um esquema aprendido, ação essa, que acontece normalmente nas aulas tradicionais, quando se trabalha primeiramente com as operações e depois com problemas, considerando o problema como exercício de aplicação. Ressaltam ainda, a necessidade de o aluno vivenciar problemas que realmente o coloquem no movimento da aprendizagem. Os pesquisadores enfatizam que ao propor problemas, o professor precisa atentar para alguns pontos, tais como: deixar que os alunos pensem por si mesmos, evitando dar pistas; valorizar o processo de solução de problemas como um todo, não apenas a resposta correta e incentivar os alunos a descreverem os processos que utilizaram para resolverem o problema. É fundamental que o professor seja sensível aos questionamentos e interesses dos alunos, a notícias, jogos e brincadeiras do momento, e possa criar um ambiente agradável em sala para que os interesses possam ser explicitados e explorados, e também, problematize exercícios a fim de promover a compreensão dos alunos em relação aos algoritmos adotados.

Ainda, no mesmo ENEM (2010), Oliveira Jr. (2010) nos traz as discussões, sobre a “Resolução de problemas”, no âmbito do Ensino Médio, o trabalho demonstra o resultado de uma pesquisa na 1ª série do Ensino Médio, no qual os alunos tinham uma faixa etária de 14 a 16 anos no turno matutino do Colégio Estadual João Alves, no município de Areia Branca (SE). O pesquisador fez adaptações de questões de vestibulares da Universidade Federal de Sergipe (UFS), e dos livros adotados pelas escolas, contextualizando com a realidade dos alunos. Com o trabalho pode-se observar que o número de erros foi exageradamente grande. De 27 alunos apenas 25 conseguiram inicialmente, chegar a uma solução que se adequasse ao problema (1ª situação) e depois do professor explicar a questão, apontando caminhos para a solução (2ª situação). Concluiu, desta forma, que a "resolução de problemas" é importante não apenas para auxiliá-los na aprendizagem, mas também para sua vida, deixando de ser sujeitos passivos, e passando a participar de forma ativa, crítica, e criativa para se chegar a solução de um determinado problema. Esta situação é de fundamental importância, pois será capaz de solucionar um problema de qualquer natureza de forma prática e coerente.

Ainda nesta linha de raciocínio, da "Resolução de problemas", temos no ENEM de 2011, um minicurso liderado por Virgens (2011), que apresentou e discutiu as propostas da solução de problemas desenvolvidas por Edward Lee Thorndike, no manual para o ensino de aritmética "A Nova Metodologia da Aritmética", obra traduzida para o português em 1936. O manual constitui referência para as escolas primárias durante os períodos em que vigoraram ideias do movimento escolanovista. Os participantes tiveram a oportunidade de conhecer e resolver problemas de aritmética vinculados às propostas de Thorndike. Concluindo que um estudo, ainda que breve, sobre a utilização dos problemas nas aulas de Matemática se mostra pertinente à composição da Matemática, enquanto disciplina escolar, bem como pertinaz à formação plena dos professores dessa disciplina, uma vez que a compõem. É necessário ampliar a visão da importância da história da Educação Matemática para o aprimoramento de sua prática cotidiana e reconhecer na solução de problemas uma prática histórica do processo de ensino e aprendizagem da Matemática nos bancos escolares.

Em síntese, a revisão da literatura mostrou que o Encontro Nacional de Educação Matemática, tem trazido importantes discussões acerca da solução de problemas e da criatividade, a maior concentração das pesquisas é sobre a solução de problemas, poucas são sobre a criatividade e dentre elas destacam-se as de Gontijo, também podemos destacar as dificuldades que foram encontradas em todos os níveis de ensino e nos grandes temas (Álgebra, Aritmética, Geometria) na solução de problemas, pelos alunos.

Ainda quanto à criatividade, as pesquisas apresentadas, não se utilizaram dos testes de Krutetskii (1976), para estudar os componentes da criatividade na solução de problemas e muitas basearam-se na Psicologia Cognitiva para a fundamentação teórica e embora muitas delas deem importância ao desenvolvimento da criatividade nos alunos, não fundamentam a criatividade, nem identificam seus componentes, ou mesmo os componentes das habilidades matemáticas e o que se destacou também foi o tema criatividade Matemática, sempre aliado à construção de mosaicos, desenhos geométricos, jogos ou à Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental I.

Quanto ao SIPEM, o que se evidenciou foi a falta de trabalhos relacionados à criatividade, muitos trabalhos referentes a solução de problemas específicos, como problemas de probabilidade, cálculo (derivadas, limite, integrais), etc., mostrando que a área estudada é de fato incipiente.

As pesquisas, de modo geral, não somente enfatizam e priorizam um trabalho com a solução de problemas nas salas de aulas de Matemática, mas também se preocupam com a formação dos professores de Matemática e com sua constante reflexão em suas práticas pedagógicas. Pressuposto este fundamental para o desenvolvimento de uma prática mais adequada para o trabalho com a solução de problemas ao longo da Educação Básica.

Contextualizamos o tema “criatividade e Matemática” no cenário nacional a fim de melhor situar nossa pesquisa, visualizando-a como parte de um panorama mais amplo, resgatando a própria história das pesquisas nesta área de estudo desde o seu surgimento e ao longo destes 29 anos de pertinentes apresentações de diversos tipos de trabalhos, discussões amplas sobre a Educação Matemática, pesquisadores de todo o Brasil, buscam a melhoria de forma geral do ensino-aprendizado da Matemática, ficou nítida nesta breve apresentação os avanços nas discussões acerca da solução de problemas, criatividade e as contribuições da Psicologia Cognitiva para estes campos, dado este que valida o estudo desta tese de doutorado.

CAPÍTULO 2 – SOLUÇÃO DE PROBLEMAS, ENSINO DE MATEMÁTICA E CRIATIVIDADE

2.1 Solução de problemas e o ensino da Matemática

A solução de problemas é um eixo medular do ensino da Matemática escolar. Esta concepção é defendida tanto pelos documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (BRASIL, 2000), Proposta Curricular do Ensino da Matemática do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012), como por várias pesquisas que abordam esse tema, como Pirola (2000), Proença (2008), Sander (2013), entre outros.

Por meio da solução de problemas vários componentes cognitivos são acionados, entre eles a criatividade. O contato com os problemas propicia ao aluno levantar hipóteses, validar resultados, utilizar procedimentos inéditos e comunicar o seu pensamento. Um problema é entendido como uma situação que se deseja chegar a alguma solução, entretanto, os caminhos e estratégias não estão disponíveis previamente ao solucionador, exigindo deste um trabalho mental para elaborar, executar e avaliar um plano de "resolução", tal como destaca Polya (1978).

Problemas são situações mais elaboradas do que exercícios (quando o indivíduo sabe todos os caminhos e o resolve, exemplo: 1/2 + 2/5); problemas são mais elaborados do que questões (quando a resposta é instantânea, exemplo: 3^2). Os problemas envolvem estratégias, conceitos e princípios. Para Klausmeier (1977), conceito e princípios são resultados muito importantes da aprendizagem, em si mesmos; mas também são essenciais para a solução de problemas. Conceito é, para o autor, uma palavra designada tanto para constructos mentais, como também para entidades públicas,

> Podemos tornar explícita e pessoal a diferenciação entre um conceito como constructo mental e como uma entidade pública deste modo: você tem um constructo mental de Psicologia. O conceito de Psicologia como entidade pública pode ser identificado obtendo-se a definição da palavra "psicologia" em um dicionário padronizado da língua vernácula ou em um dicionário técnico de Psicologia. O que você pensa quando se pede que defina a palavra "psicologia" é o seu constructo mental, o que aparece no dicionário é entidade pública (KLAUSMEIER, 1977, p. 312).

Para Derville (1976), os conceitos significam ideias de uma classe de objetivos e à medida que vai ganhando experiência do mundo que a cerca, a criança não apenas forma novos conceitos, mas também desenvolve os já formados, assim, os conceitos são desenvolvidos por ampliação e aprofundamento. O autor, sinaliza algumas regras para que as crianças formem conceitos verdadeiros:

- Dar muitos exemplos práticos: Ir do concreto para o abstrato. Em vez de explicar o sentido de uma palavra por meio de outra palavra, como fazemos ao ensinar uma definição, devemos dar exemplos práticos que ilustrem o conceito. Quanto mais exemplos as crianças tiverem mais probabilidades terão de formar um conceito certo;
- Obter exemplos: Também devemos verificar a compreensão das crianças fazendo que elas deem exemplos próprios. Sem dúvida, muitas vezes é necessário que as crianças aprendam definições de palavras novas, mas é importante lembrar que, não sendo as definições acompanhadas de exemplos, sempre haverá o perigo de a criança aprender a definição sem entende-la;
- Cuidado com analogias: Como muitos falsos conceitos derivam de incompreensões da linguagem, devemos estar lembrados da necessidade de termos muito cuidado no uso das palavras e descrições. Se dizemos a uma criancinha que “a sabedoria é uma pérola de alto preço”, podemos dar-lhe a ideia de ser a sabedoria um tipo muito caro de pérola. Descrições desse tipo, quando feitas a crianças, requerem explanação;
- Esclarecer ambiguidades: Quanto às palavras ambíguas, nem sempre podemos evitar o uso de palavras com mais de um sentido, mas nesses casos devemos ter o cuidado de indicar o sentido em que estamos empregando a palavra;
- Insistir na precisão: Não basta sermos, nós mesmos, cuidadosos no uso das palavras, é preciso insistir para que nossos alunos se exprimam com clareza e precisão;
- Todos e alguns, sempre e às vezes: A última questão a lembrar é a tendência de crianças e adultos para generalizar. Por isso, para estimular a precisão, devemos ter o cuidado de assinalar as diferenças entre todos e alguns, assim como entre sempre e às vezes.

Já o princípio, é para Klausmeier (1977), uma relação entre dois ou mais conceitos,

> Os princípios, como os conceitos, funcionam como constructos mentais de indivíduos e significados publicamente aceitos. Assim, a sentença: “triângulos equiláteros têm forma semelhante”, carrega o mesmo significado socialmente aceito para matemáticos e muitas outras pessoas. Entretanto, este significado pode apresentar variações marcantes entre indivíduos de diferentes experiências. Para que a afirmação seja significativa para alguém, os conceitos de triângulo equilátero, semelhança e forma precisam ser compreendidos (KLAUSMEIER, 1977, 316).

Quanto aos atributos definidores de conceito e princípio, temos que os conceitos que o indivíduo já possui, são usados em seus pensamentos, para a compreensão de princípios, e solucionar problemas. Para Klausmeier (1977), quanto maior for o domínio que o indivíduo tem de qualquer conceito, maior será a probabilidade de ele discriminar e denominar os atributos definidores do conceito e ainda fazer bom uso dos mesmos para compreender princípios e solucionar problemas.

De acordo com Brito (1996) é,

> Um dos principais objetivos da escola é o ensino de conceitos, pois, é corrente a ideia de que a partir da formação dos conceitos que o estudante conseguirá aprender os princípios (regras, axiomas, etc.) e, na sequência, resolver problemas que envolvam esses conceitos e princípios. A formação de conceitos implicaria na aquisição de níveis cada vez mais diferenciados do conceito, sendo que a aprendizagem de um conceito obedece a) ao padrão maturacional do indivíduo b) às características do conceito que está sendo aprendido (e ensinado, nas situações escolares) e também c) ao ambiente no qual o indivíduo e o conceito estão inseridos (p. 74).

Desta forma, as diferenças individuais dos seres humanos tornam-se decisivas na análise das heurísticas dos mesmos ao solucionar problemas. A grande virtude reside na sensibilidade para compreender o indivíduo e o momento, ou seja, a vivência do indivíduo, suas angústias, frustrações, os conflitos da existência.

Segundo Brito (2002), os aprendizes possuem diferentes estratégias, abordagens e capacidades para aprender, que são resultantes da experiência prévia e da hereditariedade, ou seja, são as diferenças individuais na aprendizagem.

Brito (2002) afirma que o professor deveria estabelecer planos de ensino adequados aos diferentes grupos presentes em sala de aula, considerando as experiências que o estudante possui, os diferentes estilos cognitivos e as diferenças de habilidades, hábitos, atitudes, crenças e valores.

Para Proença (2008), as atividades que o professor poderia utilizar para o ensino de conceitos seriam as de descobrimento e de exposição. As atividades de descobrimento seriam aquelas em que os próprios alunos pesquisariam e analisariam o significado e as relações conceituais contida num material não explicitamente estruturado. As atividades de exposição exigiriam que os alunos assimilassem significativamente a informação conceitual organizada apresentada através de um texto ou comunicação oral.

Nesse ínterim, de diferenças individuais serem determinantes nas soluções de problemas, surge a questão dos estilos cognitivos, que são para Bariani (1998),

> Formas relativamente estáveis referentes às características da estrutura cognitiva de uma pessoa, que são definidas, em parte, por fatores biológicos, sendo influenciadas pela cultura, ou seja, são modificadas a partir da influência direta ou indireta de novos eventos. No universo das diferenças individuais, os estilos cognitivos denotam tendências diferenciadas básicas nas formas de apreender e relacionar os dados da realidade e de elaborar conclusões sobre eles (BARIANI, 1998, p. 41).

Riding e Cheema (1991) classificaram os estilos cognitivos, segundo os autores:

Pensamento convergente: O pensamento convergente identifica-se com pensamento lógico, com raciocínio. As pessoas de pensamento convergente são hábeis em lidar com problemas que requerem uma clara resposta convencional (uma solução correta), a partir das informações fornecidas. Preferem problemas formais e tarefas melhor estruturadas, que demandam mais as habilidades lógicas. São inibidos emocionalmente, sendo identificados como mais conformistas, disciplinados e conservadores.

Pensamento divergente: É associado à criatividade, às respostas imaginativas, originais e fluentes. São os indivíduos que preferem problemas menos estruturados, que são hábeis em tratar de problemas que demandam a generalização de várias respostas igualmente aceitáveis, aonde a ênfase é na quantidade, variedade e originalidade das respostas. Socialmente, são considerados como irritados [...]

A produção do pensamento divergente, pensamento criativo/imaginativo, depende da fluência e da flexibilidade de pensamento. Para Lima (2001), "pode-se assumir que a fluência depende da quantidade de ideias disponíveis na memória e a flexibilidade depende da variedade dessas ideias".

Krutetskii (1976), interpretou o fator flexibilidade dos processos mentais, como a habilidade para mudar a direção do pensamento e a habilidade para trocar o sistema de operações atuais e estruturas de raciocínio. O autor obteve resultados em pesquisas que mostraram que os sujeitos mais capazes em Matemática mudavam os padrões e sistemas de soluções com maior facilidade, em contrapartida, os sujeitos menos capazes, não conseguiam desligar-se de estereótipos mentais, repetiam os erros e continuam a realizá-los nos processos de soluções posteriores.

Vários pesquisadores no Brasil se debruçam sobre o tema solução de problemas, e várias pesquisas como Alves (1999), Pirola (2000), Quintiliano (2011), investigaram o desempenho dos alunos na solução de problemas, analisando procedimentos e estratégias, dificuldades, facilidades e criatividade. Os resultados desses estudos demonstram as grandes dificuldades que parte dos alunos do Ensino Fundamental e Médio, têm em solucionar problemas. Entre as dificuldades, destacam-se:

- A dificuldade para a obtenção da informação Matemática, quando a partir do enunciado do problema, os alunos não conseguem compreendê-lo;
- A dificuldade na utilização de conceitos e princípios, quando dado um problema, os alunos têm dificuldade em acessar e transferir conceitos e princípios, muitas vezes construídos apenas mecanicamente e não apropriados realmente por eles;
- A dificuldade em utilizar estratégias e procedimentos, quando alunos não buscam novos caminhos para a solução de um problema.

Volta à baila a problemática da necessidade de conceitos e princípios bem formados na mente do aluno, para poder solucionar o problema. Para Pozo (1998), quando um aluno ou qualquer outra pessoa enfrenta uma tarefa do tipo problema, precisa colocar em ação uma ampla série de habilidades e conhecimentos.

Para Brito e Pirola (2001), o ensino de conceitos na maior parte das escolas tem se firmado na apresentação de regras, definições e fórmulas, desvinculando-os, também, de outros conceitos, priorizando-se o conhecimento de procedimento, em detrimento do conhecimento declarativo.

Sternberg (2000) considerou o conhecimento declarativo como sendo o conhecimento sobre "o que", enquanto o conhecimento de procedimento se refere ao "como". Dessa forma, um aluno pode conseguir resolver uma equação do segundo grau de forma satisfatória, utilizando-se de uma sequência de passos (conhecimento de procedimento) sem saber o que é uma equação (conhecimento declarativo).

Várias pesquisas foram desenvolvidas mostrando que no processo de solução de problemas esses dois tipos de conhecimento devem estar articulados, como Alves (1999), Pirola (2000) e Quintiliano (2011). Essas pesquisas têm mostrado que, no ensino da Matemática escolar, a maior parte dos professores tem priorizado o desenvolvimento do conhecimento de procedimento, em que é ensinada uma sequência de passos mecanizada pelos alunos, desvinculados do conhecimento conceitual.

Pirola (2000) realizou um estudo envolvendo a solução de problemas geométricos tendo como participantes futuros professores que iriam ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e no 2º ciclo do Ensino Fundamental e Médio.

Uma das atividades apresentadas aos participantes consistia em descrever um procedimento para calcular a área figura abaixo:

Explique um procedimento para calcular a área da figura abaixo:

Qual a dificuldade para resolver este problema?

Figura 3. Problema sobre o procedimento para cálculo da área de uma figura.
Fonte: Pirola (2000, p. 130).

A análise dos dados mostrou que somente 3 participantes do total de 214 conseguiram descrever um procedimento adequado.

Dessa forma, podemos evidenciar a interação entre conhecimento declarativo e o de procedimento enfatizado por Sternberg (2000). Neste caso, o procedimento era desconhecido pelos alunos. Se os mesmos tivessem o conhecimento declarativo de área, a tarefa poderia ser solucionada, sem grandes dificuldades.

Se um conjunto de informações sobre área (conhecimento declarativo) estivesse disponível na estrutura cognitiva dos participantes, poderiam utilizá-las sem se recorrer à fórmula. Segundo Pirola (2000) "A repetição de algoritmos e estratégias podem ter levado esses estudantes a desenvolverem o pensamento reprodutivo, muitas vezes, incapacitando-os para desenvolver novas formas de solucionar os problemas propostos " (PIROLA, 2000, p. 133), de forma autônoma e criativa.

Polya (1994), propôs um modelo para a solução de problemas:

1º) Compreensão do problema: para compreender um problema é necessário estimular o aluno a fazer perguntas. O que é solicitado? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a solução? Faltam dados? Que relações posso estabelecer para encontrar os dados omitidos? Que fórmulas e/ou algoritmos posso utilizar? Neste processo de compreensão do problema, muitas vezes torna-se necessário construir figuras para esquematizar a situação proposta, destacando valores, correspondências e uso de notação adequada;

2º) Construção de uma estatégia de solução: é importante estimular o aluno a buscar conexões entre os dados e o que é solicitado, a pensar em situações similares, a fim de que possam estabelecer um plano de solução, definindo prioridades e, se necessário, investigações complementares para solucionar o problema;

3º) Execução da estratégia escolhida: esta etapa é o momento de executar o plano idealizado. Se as etapas anteriores forem bem desenvolvidas, esta será, provavelmente, a etapa mais fácil do processo de solução de um problema. Para que o aluno obtenha sucesso, deve ser estimulado a realizar a realizar cada procedimento com mutia atenção, estando atento a cada ação desenvolvida, verificando cada passo. O aluno também deve ser estimulado a mostrar que cada procedimento realizado está correto, possibilitando a afirmação de seu aprendizado e a comunicação de sua produção;

4º) Revisão da solução: a revisão é um momento muito importante, pois propicia uma depuração e uma abstração da solução de um problema. A depuração tem por objetivo verificar os procedimentos utilizados, procurando simplificá-los ou buscar outras maneiras de solucionar o problema de forma mais simples. A abstração tem por finalidade refletir sobre o processo realizado procurando descobrir a essência do problema e do método empregado para solucioná-lo, de modo a favorecer uma transposição do aprendizado adquirido nesse trabalho para a solução de outras situações-problema.

2.2 Relações entre solução de problemas e criatividade

Klausmeier (1977), nos traz uma reflexão sobre a relação entre a solução de problemas e a criatividade, quando diz que

> Pensar, resolver problemas e criar, sempre ocorrem em uma situação ou contexto, e não como processos abstratos. O pensamento ocorre com referência a algo, a capacidade de solucionar problemas é utilizada para solução de um problema e a criatividade envolve a expressão de algo, de alguma forma. Normalmente, os processos cognitivos destinados a levar um indivíduo a uma conclusão já aceita ou lógica são designados por termos tais como: pensamento convergente, raciocínio e pensamento crítico. O tipo de pensamento que leva a conclusões, métodos ou formas de expressão novas é chamado de pensamento divergente, pensamento criativo ou pensamento imaginativo. Há pensamentos convergentes que estão envolvidos nos pensamentos divergentes e vice-versa (KLAUSMEIER, 1977, p.377).

Para Sternberg (1992), a solução de problemas é uma habilidade cognitiva complexa que caracteriza uma das atividades humanas mais inteligentes, ressalta que a

> Teoria sistemática sobre os mecanismos de solução de problemas pelos humanos é um avanço relativamente recente feito pela ciência psicológica, e o conhecimento dos processos fundamentais oferece uma base para a

> compreensão do desenvolvimento e aquisição de nossas capacidades para pensar e solucionar problemas (STERNBERG, 1992, p.251).

Um problema é uma situação na qual você está tentando alcançar algum objetivo e deve encontrar um meio de chegar lá. Segundo Sternberg (2000), o ciclo da "resolução" de problemas é descrito em: (1) identificação do problema; (2) identificar a questão a ser tratada; (3) definição do problema; (4) definir o assunto suficientemente bem para determinar a solução do problema e sua estratégia geral para resolvê-lo; (5) construir uma estratégia para a "resolução" do problema; (6) analisar os componentes do problema, alocação de pensamentos convergentes e divergentes, sintetizar os tópicos relevantes do problema; (7) organizar a informação sobre o problema; (8) organizar as informações para a solução do problema, pode ser usados esquemas, por exemplo, para organização das ideias; (9) alocação de recursos; (10) provavelmente o indivíduo despenderá muito do tempo realizando o problema, organizando as anotações e planejando a solução; (11) monitorizar a "resolução" do problema; (12) conferir tudo ao longo do caminho; (13) avaliar a "resolução" do problema; (14) avaliar, revisar antes de dar a solução final.

Todas as suas inter-relações, do item 3 ao 6 deste ciclo não ocorre de forma linear, pode haver saltos e voltas, afinal a construção do conhecimento também não é de forma linear, podemos comparar a uma favela sendo construída dentro da nossa mente, a solução de problemas também é uma favela, as ruas são íngremes, há atalhos, escadas e tudo mais até chegar na solução do problema.

Segundo Sternberg (2000), os problemas com caminhos mais claros para a solução são os bem-estruturados e aqueles que os caminhos não são tão claros assim, nem imediatamente disponível para a solução, são denominados mal estruturados.

Esses problemas mal estruturados, também são denominados por Sternberg (2000) de problemas de insight, pois o solucionador do problema precisa percebê-lo em uma nova maneira, reestruturando a representação do problema, pois o:

> Insight é uma compreensão nítida e, às vezes, aparentemente súbita de um problema ou de uma estratégia que ajuda a resolvê-lo. Com frequência, um insight envolve a reconceituação de um problema ou de uma estratégia para a sua solução em um modo totalmente novo (STERNBERG, 2000, p.318).

Os insights são de três tipos, resumidamente, segundo Sternberg (2000):

- Codificação seletiva: quando selecionamos a informação que é importante para nossos propósitos, ou seja, uma filtragem;

- Comparação seletiva: quando usamos de modo criativo as analogias, ou seja, quando fazemos percepções inéditas de relações de novas informações com antigas informações;
- Combinação seletiva: quando tomamos seletivamente fragmentos codificados e comparados da informação relevante e combinamos toda essa informação de modo inédito e produtivo.

Na solução de um problema, segundo Sternberg (2000), podemos enfrentar obstáculos como:

- Fixidez funcional: quando há falta de capacidade para perceber que algo que sabidamente tem um uso determinado também pode ser usado para desempenhar outras funções;
- Estereótipos: quando há obstáculos na capacidade de resolver problemas das pessoas, por configurações mentais como estereótipos (aprendidos culturalmente), limitando desta forma o pensamento;
- Transferência negativa: quando se transfere conhecimento e estratégias para resolver um tipo de problema para um tipo diferente de problema, à exclusão de outras possibilidades relevantes.

Os auxílios à solução de problemas, para Sternberg (2000), são:

- Transferência positiva: quando se aplica efetivamente uma estratégia ou um tipo de solução que funcionou bem para um determinado problema ou grupo de problemas, para resolver outro problema análogo (Transferência por analogias);
- Transferência intencional: quando se procura analogias, mapeando as relações entre os problemas, importando o quão intimamente seus sistemas estruturais de relações se correspondem;
- Incubação: quando (principalmente nos problemas de insight), a simples colocação do problema à parte durante algum tempo, oferece um meio no qual minimize a transferência negativa.

Vale ressaltar que Sternberg (2000) também definiu a expertise, como o conhecimento experto, aquele que melhora a solução de problemas, ou seja, a diferença entre os principiantes e expertos, situa no fato da organização e uso do conhecimento: “os expertos não só tem mais conhecimento, mas este também é mais organizado, o que lhes permite usá-lo de maneira mais eficiente” (STERNBERG, 2000, p. 330).

O principal sobre o tema expertise, para o nosso trabalho, reside na fala de Sternberg (2000) quando cita a situação da criatividade neste assunto,

> Um trunfo complementar à expertise na resolução de problemas envolve a **criatividade** (grifo nosso), na qual uma pessoa expande a amplitude de possibilidades, a fim de considerar opções nunca antes exploradas. De fato, muitos problemas podem ser resolvidos somente pela invenção ou descoberta de estratégias para responder a uma questão complexa (STERNBERG, 2000, p. 330).

2.3 Componentes da criatividade, segundo Krutestkii (1976)

Krutetskii (1976), foi um psicólogo Russo que, desenvolveu um estudo longitudinal, ao longo de mais de uma década, e realizou estudos com alunos das escolas de Moscou, objetivando evidenciar os componentes da habilidade Matemática.

Para Krutetskii (1976), a criatividade em Matemática, é a capacidade de encontrar meios para solucionar problemas, formular problemas simples, inventar teoremas e fórmulas, deduzir fórmulas e encontrar métodos originais para solucionar problemas.

Como referência teórica e experimental, tomamos os estudos do psicólogo russo, mais precisamente, de sua obra publicada em 1968, em russo, que mais tarde, em 1976, foi traduzida para o inglês por J. Teller, sob o título “The psychology of mathematical abilities in schoolchildren”. O livro é resultado de um programa de pesquisa desenvolvido por Krutetskii e sua equipe, composta por cinquenta pessoas, com duração de onze anos (1955 a 1966), no qual realizaram uma longa e ampla investigação das habilidades matemáticas, com 201 estudantes russos.

As séries de Krutetskii (1976), são problemas matemáticos, na sua maioria, de fontes soviéticas, como livros didáticos, jornais, revistas e coleções de problemas. Os problemas foram divididos em 26 séries, contendo 79 testes, 22 aritméticos, 17 algébricos, 25 geométricos e 15 outros (lógico, figural, combinado e espacial).

Os problemas das séries foram destinados a investigar um ou mais componentes das habilidades em Matemática, Krutetskii (1976, 105-174):

Série I: Problemas com uma pergunta não declarada;

Série II: Problemas com informação incompleta;

Série III: Problemas com informação em excesso;

Série IV: Problemas com elementos de sobreposição;

Série V: Sistemas de problemas de uma única categoria;

Série VI: Sistemas de problemas de diferentes categorias;

Série VII: Sistemas de problemas com transformação gradual do concreto para o abstrato;

Série VIII: Composição de problemas de uma determinada categoria;

Série IX: Problemas envolvendo provas matemáticas;

Série X: Composição de equações que utilizam os termos de um problema;

Série XI: Problemas irreais;

Série XII: Formação de conceitos artificiais;

Série XIII: Problemas que propiciam diferentes soluções;

Série XIV: Problemas com mudança de conteúdo;

Série XV: Problemas para reconstruir uma operação;

Série XVI: Problemas que sugerem auto-restrição;

Série XVII: Problemas diretos e inversos;

Série XVIII: Tarefas heurísticas;

Série XIX: Problemas de compreensão e de raciocínio lógico;

Série XX: Problemas envolvendo sequências;

Série XXI: Sofismos matemáticos;

Série XXII: Problemas com termos que são difíceis de se lembrar;

Série XXIII: Problemas com graus variados de visualização nas suas resoluções;

Série XXIV: Problemas com formulações verbais e representações visuais;

Série XXV: Problemas relacionados a conceitos espaciais;

Série XXVI: Problemas que expõem correlações entre componentes visual-pictóricos e verbal-lógicos de atividade intelectual não matemática;

Os componentes das habilidades matemáticas que permeiam cada série de Krutetskii (1976), segundo o Capítulo 6, da obra desse autor, são:

Na série I: Percepção;

Na série II: Percepção;

Na série III: Percepção;

Na série IV: Percepção;

Na série V: Percepção, generalização, redução dos passos no processo de raciocínio e Memória Matemática;

Na série VI: Percepção, generalização, redução dos passos no processo de raciocínio, flexibilidade de pensamento e memória matemática;

Na série VII: Percepção e generalização;

Na série VIII: Percepção, generalização e memória matemática;

Na série IX: Generalização, lógica/raciocínio e redução dos passos no processo de raciocínio;

Na série X: Percepção, generalização, lógica/raciocínio, redução dos passos no processo de raciocínio e flexibilidade do pensamento;

Na série XI: Percepção, generalização e memória matemática;

Série XII: Generalização;

Série XIII: Flexibilidade de pensamento;

Série XIV: Flexibilidade de pensamento e memória matemática;

Série XV: Flexibilidade de pensamento;

Série XVI: Flexibilidade de pensamento;

Série XVII: Reversibilidade;

Série XVIII: Generalização, lógica/raciocínio e redução dos passos no processo de raciocínio;

Série XIX: Generalização, lógica/raciocínio, redução dos passos no processo de raciocínio e memória matemática;

Série XX: Percepção, generalização, lógica/raciocínio e reversibilidade;

Série XXI: Generalização, lógica/raciocínio e flexibilidade de pensamento;

Série XXII: Percepção, generalização e memória matemática;

Série XXIII: Redução dos passos no processo de raciocínio, flexibilidade e memória matemática;

Série XXIV: Percepção, redução dos passos no processo de raciocínio e memória matemática;

Série XXV: Conceitos espaciais;

Série XXVI: Conceitos espaciais.

Para Krutetskii (1976), os componentes que nortearam as suas investigações:

1) Percepção: habilidade para formalizar conteúdo matemático, resumir a si mesmo relações numéricas concretas e formas espaciais e operar com estrutura formal (estruturas de relações e conexões);

2) Generalização: habilidade para descobrir o que é essencial, importante, abstrais para si mesmo o irrelevante, ver o que é comum no que é aparentemente diferente;

3) Lógica e Raciocínio: habilidade para ideia sequencial, corretamente segmentada no raciocínio lógico que está relacionado a necessidade de desenvolver provas, comprovações e deduções;

4) Redução: habilidade para reduzir os passos no processo de raciocínio, pensar em estruturas reduzidas, sem precisar de muito detalhamento na resolução de problemas;

5) Flexibilidade: habilidade para passar rapidamente de uma operação mental a outra, ou seja, a habilidade para trocar de um método de resolver um problema para outro método de resolver o mesmo problema. Essa característica de pensamento, é importante para o trabalho criativo de um matemático;

6) Pensamento reversível: habilidade para inverter um processo mental, isto é, transferir de um processo de resolução a uma sequência inversa de pensamento;

7) Analítico-sintética: habilidade para compreensão rápida das relações básicas que constituem a essência do problema, sem esquecer dos dados específicos;

8) Memória Matemática: habilidade para uma memória envolvendo generalizações, estruturas formalizadas e esquemas lógicos;

9) Conceitos espaciais: habilidade para perceber e aplicar conceitos espaciais que estão relacionados diretamente com a geometria, especialmente a geometria espacial;

Os componentes identificados por Krutetskii (1976, p.350), estão ligados à estágios de pensamento durante a solução de um problema:

1) Obtenção da informação Matemática, que se refere à habilidade para formalizar a percepção do material matemático e para compreender a estrutura formal do problema, sendo o primeiro estágio da atividade mental;

2) Processamento da informação Matemática: que se refere à habilidade de elaboração das estruturas matemáticas, sendo constituído pelos seguintes componentes:

a) Habilidade para pensar logicamente na área das relações espaciais e quantitativas, números e símbolos alfabéticos e à habilidade para pensar em símbolos matemáticos;

b) Habilidade para generalizar de forma abrangente e rápida os conteúdos matemáticos, as relações e as operações;

c) Habilidade para "reunir" os processos matemáticos e os sistemas correspondentes de operações, além da habilidade para pensar através de estruturas reduzidas;

d) Flexibilidade dos processos mentais na atividade Matemática;

e) Inclinação pela claridade, simplicidade, economia e racionalidade da solução;

f) Habilidade para uma rápida e livre reconstrução do processo mental (reversibilidade dos processos mentais no raciocínio matemático);

3) Retenção da informação Matemática: que se refere à existência de uma memória matemática (memória generalizada para relações matemáticas, esquemas de argumentos e provas, métodos de resolução de problemas e princípios de abordar o problema);

4) Existência de um componente geral sintético, que está ligado à existência de um tipo de "mente" Matemática.

O termo habilidade, foi utilizado por Krutetskii (1976), para a solução de problemas e afirmou que todos os alunos normais têm essa habilidade, podendo ser mais desenvolvida em alguns estudantes. Segundo Krutetskii (1976, p.60), "[...] as habilidades são sempre o resultado de desenvolvimento. São formadas e desenvolvidas em vida, durante atividade, ensino e treino".

Para esse autor, as habilidades são características psicológicas individuais que capacitam os sujeitos para desempenhar uma tarefa rapidamente e bem.

As habilidades matemáticas básicas, devem ser desenvolvidas na escola, e para Krutetskii (1976), quando estamos diante de uma solução de um problema, temos que compreender as informações, identificando os componentes matemáticos presentes no enunciado.

A presente tese procurou investigar os seguintes componentes: percepção, generalização, redução dos passos no processo do raciocínio, flexibilidade do pensamento e memória Matemática, possíveis de serem investigados nos problemas da série VI de Krutetskii (1976) e a flexibilidade de pensamento, possível de ser avaliada nos problemas da série XIII de Krutetskii (1976).

As séries de problemas desenvolvidos por Krutetskii (1976), revelam nas soluções, as diferenças entre alunos considerados “mais habilidosos” e “menos habilidosos” em Matemática. Os problemas, objetivam analisar a criatividade dos sujeitos e avaliar o processo de solução e não somente a resposta final, a ênfase é no processo.

As 26 séries de Krutetskii (1976), são divididas em: 22 testes de problemas aritméticos, 17 testes de problemas algébricos, 25 testes de problemas geométricos, e outros 15 testes.

As séries estão divididas em quatro categorias: (1) obtenção de informações, que compreende os tipos de enunciado, informações incompletas e supérfluas; (2) processamento de informações, envolvendo problemas que tratam de generalização, flexibilidade de pensamento, reversibilidade do processo mental e outros; (3) retenção de informações, que envolvem problemas relacionados à memória Matemática; (4) tipologia, que envolvem problemas com formulação verbal e visual, e problemas relacionados a conceitos espaciais, dentre outros.

O presente estudo foi baseado na aplicação e observação das seguintes séries de Krutetskii (1976): teste matemático da série VI, teste algébrico da série XIII, teste aritmético da série XIII, teste geométrico da série XIII. A série VI de Krutestskii (1976), são sistemas de problemas de diferentes categorias, que investigam os componentes: percepção, generalização, redução dos passos no processo de raciocínio, flexibilidade de pensamento e memória Matemática. A série XIII de Krutetskii (1976), são problemas que propiciam diferentes resoluções, investigam o componente: flexibilidade de pensamento.

Há de se considerar, na solução de todos estes problemas destas séries, a visão do processamento de informação, uma abordagem de psicólogos em resposta à abordagem psicométrica,

> Os psicólogos do processamento de informação estavam insatisfeitos com a ênfase sobre a estrutura na abordagem psicométrica. Em particular, desejavam descobrir mais acerca dos processos subjacentes ao comportamento inteligente, considerando os teóricos psicométricos bastante silenciosos a respeito de quais poderiam ser estes processos. Os psicólogos do processamento de informação viam sua missão como diferente daquela dos psicometristas, os últimos enfatizando as estruturas estáticas e os primeiros, os processos dinâmicos (STERNBERG, 2000, p. 14).

O que interessa para esta pesquisa e para a abordagem do processamento de informação às capacidades humanas é como as pessoas realizam tarefas, posteriormente a observação das diferenças individuais no desempenho destas tarefas. Assim, são construídos modelos explícitos acerca de como estas tarefas são solucionadas, com o objetivo sempre de compreender os processos, estratégias e representações mentais, ou seja, as heurísticas dos alunos.

Nakano e Silva (2012), assinalam que:

> O que a escola propõe como objetivos a alcançar, em termos de aprendizagem e ensino, poderá favorecer ou, pelo contrário, dificultar o desenvolvimento do potencial criador, considerando-se que fatores tanto intrapessoais, como interpessoais, individuais ou sociais, exercem um impacto significativo na produção criativa do indivíduo e da sociedade. Dessa forma, podemos verificar que o desenvolvimento e a expressão da criatividade não dependem somente dos esforços do próprio indivíduo, sendo também importante o contexto social em que o indivíduo se acha inserido, (NAKANO; WECHSLER, 2006b), bem como as condições presentes no lar e, posteriormente, na escola (NAKANO; SILVA, 2012, p.746).

Dentre os componentes da criatividade temos, segundo Lima (2001), o pensamento divergente, que para a autora, é entendido como um processo em que o sujeito se move em diversas direções para encontrar a melhor solução para o problema.

Um dos componentes enunciados por Krutetskii (1976) é a habilidade para resumir os processos matemáticos, ou a habilidade para pensar resumida ou abreviadamente. Tal habilidade, como proposto por Krutetskii (1976) distingue-se pela substituição de uma sequência de etapas lógicas por uma equivalente e única expressão. Assim, quanto mais capaz o aluno, maior a omissão de sequências lógicas.

A reversibilidade de pensamento é outro componente apresentado por Krutetskii (1976), e consiste em inverter uma associação corretamente sem transgredir a lógica, não é mera mudança de direção.

Entre os componentes das habilidades matemáticas, citadas por Krutetskii (1976), a flexibilidade de pensamento é a que se caracteriza como um componente da criatividade também, visto que este se constitui numa habilidade em que se passa rapidamente de uma operação mental a outra, ou seja, habilidade em trocar de um método de solucionar um problema para outro método de solucionar o mesmo problema.

A percepção também é uma habilidade Matemática, citada por Krutetskii (1976), onde se formaliza o conteúdo matemático, isola e resume as relações numéricas concretas e formas espaciais e opera com estrutura formal.

A generalização se constitui numa habilidade para descobrir o que é essencial, importante, abstrair para si mesmo o irrelevante, segundo Krutetskii (1976).

Estreitando as relações entre a solução de problemas e a criatividade, Gontijo (2006), apresentou reflexões acerca do que é a criatividade em Matemática e considerou que diversos autores como Hadamard (1993), Sternberg (2000), Alencar (1995) concordam que as estratégias mais eficazes para favorecer o seu desenvolvimento, referem-se ao emprego da solução de problemas nas aulas de Matemática.

Para Sarduy (1987), para o desenvolvimento da criatividade em Matemática, deve-se privilegiar o trabalho com problemas abertos, isto é, problemas que admitem múltiplas possibilidades de respostas e que podem ser obtidas por meio de múltiplos métodos de solução, incluindo-se aqueles criados pelos estudantes no momento em que está solucionando o problema.

Gontijo (2006, p.240) ressalta que:

> Para estimular a criatividade devemos estar atentos às experiências que os estudantes já vivenciaram, buscando identificar fatores que provocaram estímulos positivos e negativos em relação à Matemática e como estes agem na construção de uma representação positiva da mesma. Devemos investigar o currículo a fim de examinarmos se sua estruturação faz um apelo à criatividade Matemática e se sua forma de organização privilegia os processos criativos ou os de memorização. Devemos ainda investir na formação dos professores, para que também possam desenvolver a sua criatividade e, assim, estimular o desenvolvimento da criatividade em seus alunos (GONTIJO, 2006, p. 240).

CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA

3.1 O Problema de pesquisa

Esta pesquisa teve como objetivo investigar o seguinte problema: “Qual o desempenho e as dificuldades dos alunos do 2º ano do Ensino Médio na solução de problemas, envolvendo os componentes da criatividade? ”.

Para responder a esse problema, foram elaboradas as seguintes questões norteadoras:

1) Qual o discurso presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, PCNEM, quanto à criatividade?

2) Qual o desempenho dos alunos na solução de problemas aritméticos, algébricos e geométricos que avaliam os componentes da criatividade?

3) Qual o desempenho dos alunos do 2º ano do E.M. na solução de problemas, envolvendo os componentes da criatividade?

3.2 Participantes

Os participantes da pesquisa foram 28 alunos de um segundo ano do Ensino Médio diurno de uma escola pública do estado de São Paulo, situada na cidade de Garça. O segundo ano foi o escolhido pelo fato da pesquisa do mestrado ter sido também com segundos anos do Ensino Médio. Dessa forma, pretendeu-se dar continuidade e aprofundamento à dissertação de mestrado realizada. A turma da escola foi escolhida de forma aleatória e somente uma turma, considerando que a análise dos dados deveria ser bem minuciosa, pois trata de processos de solução de problemas. Optamos pela escola por conveniência, uma vez que a mesma se dispôs a colaborar com a pesquisa.

Do total de alunos, 17 alunos eram do sexo feminino e as denominamos de AF (aluno do sexo feminino), seguido de números. Assim, teremos: AF1, AF2, AF3, AF4, AF5, AF6, AF7, AF8, AF9, AF10, AF11, AF12, AF13, AF14, AF15, AF16 e AF17.

Em relação ao sexo masculino, foram 11 alunos os participantes, que denominamos de AM (aluno do sexo masculino) 1AM18, 2AM19, 3AM20, 4AM21, 5AM22, 6AM23, 7AM24, 8AM25, 9AM26, 10AM27 E 11AM28.

Os 28 alunos tinham idades variando de 14 a 16 anos.

3.3 Método

Para a primeira parte da análise dos dados utilizamos a análise de discurso textual, para compreender o discurso quanto ao termo criatividade presente nos PCNEM.

Foi a partir da década de setenta, que foi desenvolvida uma forma de análise do discurso e do texto que identificava o papel da linguagem na estruturação das relações de poder na sociedade (FAIRCLOUGH, 2001).

Discurso é a explicitação de uma ideia por meio de linguagens e/ou gestos, e/ou expressões, e/ou imagens/figuras, seja ela de gênero oral ou escrito ou gestual, com certa intencionalidade/objetivo para um (ou mais) receptores em certo contexto.

Propor-se a analisar um discurso, significa tentar entender, explicar como se constrói o sentido de um texto e como esse texto se articula com a história e a sociedade que o produziu.

Todos os trechos onde a palavra criatividade surgiu, nos PCNEM, foram analisados à luz da análise cognitiva (ou sociocognitiva) do discurso engendrada pelo holandês Teun Van Dijk. Esse pesquisador considera o triângulo discurso–cognição-sociedade, nas análises críticas, ou seja, uma interface cognitiva, postulando assim haver um componente cognitivo interconectando os aspectos sociais ao discurso (VAN DIJK, 2008).

A análise de discurso contextualiza o texto com dois objetivos em mente: descrever e analisar as estruturas e estratégias discursivas ambas como um objeto textual e como uma forma de prática social; e analisar as relações dessas propriedades do discurso com aspectos relevantes de seu contexto cognitivo, social, cultural e histórico (VAN DIJK, 1993b).

Quando se analisa um discurso, leva-se em conta que o estilo léxico, isto é, a escolha de palavras, é fundamental pois a escolha de certos termos ou palavras sobre outros pode possuir significados ideológicos, segundo Van Dijk (1993b).

A primeira parte de análise de dados com tal metodologia teve a finalidade de compreender a forma de discurso textual presente num documento oficial que permeia as práticas pedagógicas dos professores. Dessa forma, faz-se necessária a análise de estruturas textuais que funcionam como reprodutoras do discurso.

Para a segunda parte da análise das respostas dos alunos, tivemos como opção metodológica a investigação qualitativa.

O termo "investigação qualitativa" é genérico e reúne várias estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, sendo que, para Bogdan e Biklen (2003), eles são ricos em descrições relativas às pessoas, locais e conversas. Ainda, segundo os autores, a investigação qualitativa não é feita com a pretensão de responder a questões prévias ou de testar hipóteses, ela privilegia a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação.

Bogdan e Biklen (2003) nos explicam que somente a partir dos anos sessenta foi mostrada sua maior importância pela sua função social ao desvendar o que a classe menos favorecida pensava. Levá-los em consideração, foi um salto nas pesquisas em Educação. Essa forma autônoma de investigação questiona as pesquisas baseadas apenas nas ideias, opiniões e perspectivas dos que estavam em posições de comando; todavia, ainda era considerada marginal e só praticada pelos mais heterodoxos.

Nos anos setenta, visto que alguns investigadores qualitativos registravam os dados coletados em uma grande quantidade de descrições, surge um grupo de pesquisadores a defender as investigações mais empíricas. Aparece, então, a etnometodologia.

Já os anos oitenta e noventa, ficaram marcados pela influência do feminismo como impulsionador da investigação sobre as emoções e os sentimentos, influência que também afetou as questões metodológicas.

As características dessa investigação de abordagem qualitativa são detalhadas pelos autores Bogdan e Biklen (2003, 47-50).

> (1) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Os investigadores introduzem-se e despendem grandes quantidades de tempo em escolas, famílias, bairros e outros locais tentando elucidar questões educativas. Os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque se preocupam com o contexto. […]
> (2) A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não números. Os resultados escritos na investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação... A abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora de nosso objeto de estudo. […]
> (3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo de que simplesmente pelos resultados ou produtos. […]
> (4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os dados de forma indutiva. […]
> (5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas. […]

Na investigação qualitativa,

> Os investigadores pensam que o comportamento humano é demasiadamente complexo para que tal (a recolha de fatos sobre o comportamento humano, após serem articulados, proporcionariam um modo de verificar e elaborar uma

> teoria que permitisse aos cientistas estabelecer relações de causalidade e predizer o comportamento humano) seja possível, o objetivo dos investigadores qualitativos é de melhor compreender o comportamento e experiências humanos. Tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados (BOGDAN; BIKLEN, 2003, p.70).

Trata-se aqui então, nesta tese, de uma pesquisa qualitativa, com uma primeira parte de análise de discurso textual e com uma segunda parte de caráter exploratório, na qual se pretende analisar os componentes da criatividade por meio da solução de problemas matemáticos.

Um reflexo deste trabalho é o de contribuir com esse estudo para o avanço das pesquisas em solução de problemas matemáticos e a criatividade bem como, consequentemente, para a melhoria da prática docente.

3.4 Instrumentos

a) Análise do discurso textual dos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (PCNEM), quanto à criatividade;

b) Questionário de Brito (1996) (ANEXO 1). O questionário teve o objetivo de descrever algumas características dos sujeitos, incluindo variáveis como gênero, idade, profissão do pai, da mãe, preferência por disciplina, auto percepção do desempenho matemático, etc;

c) Testes de Matemática das séries de Krutetskii (1976), (ANEXOS 2, 3, 4 e 5), mais precisamente o teste matemático da série VI, o teste algébrico da série XIII, o teste aritmético da série XIII e o teste geométrico da série XIII.

3.5 Procedimento

A presente investigação, foi planejada em 5 etapas, de forma a atender os objetivos estabelecidos.

Na primeira etapa, os alunos matriculados no segundo ano do Ensino Médio na Escola Estadual situada na cidade de Garça- SP, foram solicitados a responder a um questionário informativo, previamente elaborado e testado por Brito (1996), (ANEXO1). Eles tiveram 100 minutos (duas aulas), para responderem ao questionário, na sala de aula. Foi a própria pesquisadora quem aplicou o questionário, no horário de aula, em duas aulas de Matemática. Os alunos tiveram cerca de quatro minutos para responder cada questão do questionário.

Na segunda etapa, os mesmos alunos, foram solicitados a responder as questões da série VI de Krutetskii (1976), (ANEXO 2), que são sistemas de problemas de diferentes categorias. Também tiveram 100 minutos (duas aulas), na sala de aula, no horário de aulas de Matemática, para responderem ao teste que a pesquisadora aplicou, tendo cerca de dezesseis minutos para cada problema.

Na terceira etapa, a pesquisadora aplicou, na sala de aula, durante o horário de aulas de Matemática, os problemas da série XIII de Krutetskii (1976) – teste algébrico (ANEXO 3), composto de cinco questões, havendo, também, duas aulas (100 minutos), para resolvê-lo, tendo vinte minutos para cada questão.

Na quarta etapa, os mesmos alunos, responderam o teste geométrico da série XIII de Krutetskii (1976), (ANEXO 4), composto também por cinco questões. Os alunos tiveram duas aulas (100 minutos) para responder as questões geométricas, tendo vinte minutos para cada questão. A pesquisadora aplicou o teste, na sala de aula, nas aulas de Matemática.

Na quinta e última etapa a pesquisadora aplicou o último teste, o teste aritmético da série XIII de Krutetskii (1976), (ANEXO 5), composto por quatro questões. Também tiveram 100 minutos (duas aulas de Matemática), na sala de aula, para responderem os problemas, sendo 25 minutos para cada questão.

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E ANÁLISE DE DADOS

A análise dos dados foi realizada em duas partes: a primeira que trata da análise de conteúdo sobre criatividade presente em documentos oficiais, como o PCNEM e, a segunda, que trata do desempenho dos alunos na solução de problemas que envolvem componentes da criatividade.

1ª Parte: A criatividade como é citada em um documento oficial – PCNEM:

Análise do discurso dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) – Parte I: Bases Legais e Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, em especial, quanto à criatividade.

As questões fundamentais aqui são: O que dizem os PCNEM (Parte I e Parte III), quanto à criatividade? Como dizem? O que dizem está fundamentado em qual teoria? O termo é bem especificado? Como funciona do ponto de vista retórico a justificativa, para a aplicação do conceito criatividade, pelos autores desse documento oficial? Dentro de quais situações e contextos a palavra criatividade existe?

Muito útil saber o que um documento oficial como os PCNEM dizem, como dizem e por que dizem o que dizem sobre a criatividade e o inevitável ao analisar, como o discurso se relaciona com a situação que o criou.

Aqui neste item fizemos um trabalho de análise do discurso, acreditando que empreender a análise de discurso significa tentar entender e explicar como se constrói o sentido do texto e como se dá a articulação com a história e a sociedade que direta ou indiretamente o produziu.

Com ele buscamos o estudo da atividade discursiva, a significação e a atividade de construção de significados para a criatividade nos PCNEM (parte I e III). A contribuição maior almejada é que ao tentar entender o que a classe politicamente dominadora pensa a respeito do tema já explanado, "dialogando" com o que se pensa sobre, se engendra uma rede de saber.

Dessa (re) flexão surgem novas ideias sempre para que o ensino e o aprendizado da Matemática, por meio de soluções criativas de problemas, impulsione o desenvolvimento do indivíduo, como um ser humano ético, criativo e agente de transformações sociais, uma pessoa íntegra, com pleno desenvolvimento de suas capacidades, para conseguir atuar de forma justa, democrática e consciente, numa sociedade cada vez mais caótica na qual vivemos.

Para a análise do discurso, a fundamentação teórica utilizada é a análise cognitiva (ou sociocognitiva) do discurso engendrada pelo holandês Teun Van Dijk. O autor considera o triângulo discurso–cognição-sociedade, nas análises críticas, ou seja, uma interface cognitiva, postulando assim haver um componente cognitivo interconectando os aspectos sociais ao discurso (VAN DIJK, 2008).

Visto que a linguagem é instrumento de comunicação, interação social entre os indivíduos, para a análise do discurso interessa a concepção de linguagem segundo a qual o indivíduo age, reage e interage, ou seja, ela é "viva". A partir de quando alguém está lendo há essa interação de "tudo" que o leitor é, sua história de vida, suas experiências vividas, seus livros já lidos, suas emoções, sua ideologia, com "tudo" que o texto tenta dizer, e ao mesmo tempo só diz por que alguém o lê, alguém o decifra, o interpreta, alguém o deixa dizer. Destacando assim o caráter hermenêutico da leitura considerando a ontogenética do leitor.

Ao analisar um documento oficial há em mente que o poder exercido pelos grupos dominantes, conforme Van Dijk, não é definitivo, pois os indivíduos podem elaborar (e elaboram) a sua própria interpretação acerca dos discursos disponibilizados. Segundo ele "É essa interpretação pessoal das notícias, esse modelo mental dos eventos, que é a base da ação pessoal específica dos indivíduos" (VAN DIJK, 2008, p. 25).

É por meio dessa análise crítica dos sujeitos, mediada por aspectos cognitivos, que os sujeitos não apenas reproduzem os discursos, mas interpretam-nos produzindo outros sentidos.

Em suma, a análise do discurso em sua natureza semiótica, objetivou também fazer uma reflexão de como a criatividade pode dar contribuições para as habilidades de pensamento crítico aos estudantes em geral.

4.1 Análise dos trechos da Parte I e III dos PCNEM que falam sobre criatividade

Primeiramente, observa-se que no decorrer das cento e nove páginas da Parte I: Bases Legais, dos PCNEM, a palavra CRIATIVIDADE é utilizada oito vezes nessa parte do documento, nos mais diversos contextos, como seguem:

A primeira aparição da palavra criatividade surge na página 11:

> O papel da Educação na sociedade tecnológica
> (...) A garantia de que todos desenvolvam e ampliem suas capacidades é indispensável para se combater a dualização da sociedade, que gera desigualdades cada vez maiores.
> De que competências se está falando? Da capacidade de abstração, do desenvolvimento do pensamento sistêmico, ao contrário da compreensão parcial e fragmentada dos fenômenos, da **criatividade** (grifo nosso), da curiosidade, da capacidade de pensar múltiplas alternativas para a solução de um problema, ou seja, do desenvolvimento do pensamento divergente, da capacidade de trabalhar em equipe, da disposição para procurar e aceitar críticas, da disposição para o risco, do desenvolvimento do pensamento

> crítico, do saber comunicar-se, da capacidade de buscar conhecimento. Estas são competências que devem estar presentes na esfera social, cultural, nas atividades políticas e sociais como um todo, e que são condições para o exercício da cidadania num contexto democrático.

O texto diz sobre o desenvolvimento de todas as capacidades dos indivíduos para que estes sejam cidadãos críticos e atuantes no sentido de minimizar as desigualdades sociais, para uma sociedade democrática.

O intuito do trecho é influenciar a mente do leitor a pensar o papel da Educação na sociedade tecnológica.

De forma didática, e determinante, num discurso político, é assim o modo que ele diz, porém não introduz o termo criatividade em seu primeiro uso que se faz dela no documento, portanto, não se sabe qual é a concepção quanto a ela, conjectura-se então que a palavra é usada como o significado do dicionário Aurélio: “s.f. Faculdade ou atributo de quem ou do que é criativo; capacidade de criar coisas novas; espírito inventivo: criatividade artística”.

Neste presente trabalho, é adotado o conceito de criatividade de Barron (*apud* KLAUSMEIER, 1977, p. 357):

> Todos nós somos tanto criaturas como criadores, mas variamos tanto em nossa qualidade, como uma criação, como em nosso poder de criar.
> Ideias ou pensamentos inovadores e originais são aqueles que são novos não apenas para a pessoa que o criou, mas para quase todos os indivíduos. Estas raras contribuições são criativas, no sentido próprio do termo; não são apenas os resultados de um ato criativo, mas são elas que, por sua vez, criam novas condições de existência humana. [...] O extraordinário poder criativo é marcado pela volumosa produção de atos que podem alegar um notável grau de originalidade e pelas produções ocasionais de atos de radical originalidade.

A natureza e definição de criatividade vêm sendo discutidas há anos por filósofos, psicólogos e outros, na história desde a década de 30 que estudiosos se debruçam sobre o assunto, como White (1930), Taylor (1976), Schubert e Biondi (1975), Burt (1962), Razik (1967), Goldman (1967), Krutetskii (1976), Stein (1963), Barron (1971), Klausmeier (1977) e inúmeros outros, diferentes conceituações são assumidas, é importante esclarecer que a criatividade assumida como referência para este trabalho, será “como a produção de alguma coisa que é ao mesmo tempo original e de valor”, premissa cara à Klausmeier (1977).

Para Klausmeier (1977), é na primeira infância que a criatividade pode ser desenvolvida com mais ênfase, pois o ambiente predisporia o sujeito para que esse desenvolvimento ocorresse.

A flexibilidade de pensamento está presente nos indivíduos que encontram soluções criativas para os problemas com os quais defrontam. Stein (1974), afirmou que a flexibilidade de pensamento é uma característica de indivíduos criativos. Essa flexibilidade seria a mudança que ocorre no significado ou na interpretação de algo.

É notável também o termo pensamento divergente no trecho analisado, o qual, para a Psicologia Cognitiva é um conceito valoroso, segundo Lima (2001), o pensamento divergente é entendido como um processo em que o sujeito se move em diversas direções para encontrar a melhor solução para o problema.

O discurso é explicado por Van Dijk por seu viés cognitivo, faz-se necessário então, que o discurso, persuada, convença, influencie, para que ele faça sentido na mente do leitor.

Já a segunda vez em que a palavra criatividade surge no discurso, acontece na p. 58:

> O Ensino Médio no mundo: uma transformação acelerada
> [...] Etapa da escolaridade que tradicionalmente acumula as funções propedêuticas e de terminalidade, ela tem sido a mais afetada pelas mudanças nas formas de conviver, de exercer a cidadania e de organizar o trabalho, impostas pela nova geografia política do planeta, pela globalização econômica e pela revolução tecnológica.
> A facilidade de acessar, selecionar e processar informações está permitindo descobrir novas fronteiras do conhecimento, nas quais este se revela cada vez mais integrado. Integradas são também as competências e habilidades requeridas por uma organização da produção na qual **criatividade** (grifo nosso), autonomia e capacidade de solucionar problemas serão cada vez mais importantes, comparadas à repetição de tarefas rotineiras. E mais do que nunca, há um forte anseio de inclusão e de integração sociais como antídoto à ameaça de fragmentação e segmentação.

O trecho fala sobre a importância das competências e habilidades dos indivíduos, referentes à criatividade, a autonomia e a capacidade de solucionar problemas, nas atuações sociais dos indivíduos como "cidadãos" de um mundo globalizado e tecnologicamente avançado.

Por meio de um discurso político apela a dados reais da sociedade atual para dizer o que diz, concebe a Educação como meio para transformações sociais, novamente utiliza os termos "competências e habilidades" e foi destacada também a palavra SOLUCIONAR problemas, ao invés de RESOLVER problemas, deixando a dúvida se há alguma alusão aos estudos da Psicologia Cognitiva, a qual adota o termo "solução de problemas".

Para Klausmeier,

> A Solução de Problemas exige uma atividade objetivada. A Solução de alguns problemas ocorre de repente com "insight"; em outros problemas, há um

> processo contínuo de colocação das possíveis soluções, rejeição e finalmente confirmação de uma como a mais apropriada ou correta. A capacidade de solução de problemas de crianças e de jovens é desenvolvida, usando-se estas orientações: (1) Identificar problemas passíveis de solução (2) ajudar os alunos a estabelecerem e delimitarem problemas (3) auxiliar os alunos a encontrarem informações (4) auxiliar alunos no processamento de informações. (5) estimular a formulação e o teste de hipóteses (6) encorajar a descoberta e avaliação independentes (1977, p.377).

Todo este processo de solucionar problemas requer o pensamento divergente, é necessário que a escola e a sociedade incentivem as capacidades criativas dos estudantes, infelizmente, muito pouco ainda tem sido feito nesta área.

O discurso deveria atingir a maior camada da população, ou no mínimo os envolvidos no processo de Educação, pais, alunos, professores, funcionários, gestores, para que ele se torne cada vez mais inteligível e principalmente plausível, surge então a dúvida, quem tem acesso a esse discurso público que são os PCNEM? O documento está disponível na internet, mas pesquisas atuais apontam que aproximadamente 62 % dos lares brasileiros não possuem internet em casa, os PCNEM também estão disponíveis nas escolas, porém a minoria das pessoas sabe o que são os PCNEM, quanto mais onde encontrá-lo, Van Dijk (2008) acrescenta que "[...] precisamos examinar em detalhe as maneiras como o *acesso* ao discurso está sendo regulado por aqueles que estão no poder, como é tipicamente o caso de uma das formas mais influentes de discurso público, qual seja, o da mídia de massa" (VAN DIJK, 2008, p. 19).

Aqueles que têm acesso a este discurso público em questão, acabam por exercer maior poder na sociedade devido ao fato de apresentarem maior condição de usar a palavra para defesa daquilo que acreditam. Ao controlar o acesso ao discurso público, controla-se também o que os indivíduos podem e devem pensar.

O texto disse o que ele disse, para convencer o leitor da necessidade de uma reflexão no processo de ensino e aprendizagem no Ensino Médio.

A terceira aparição do termo criatividade se dá na página 59:

> A mesma orientação segue a UNESCO no relatório da Reunião Internacional sobre Educação para o Século XXI. Esse documento apresenta as quatro grandes necessidades de aprendizagem dos cidadãos do próximo milênio às quais a educação deve responder: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a conviver e aprender a ser. E insiste em que nenhuma delas deve ser negligenciada. É sintomático que, diante do desafio que representam essas aprendizagens, se assista a uma revalorização das teorias que destacam a importância dos afetos e da **criatividade** (grifo nosso) no ato de aprender. A integração das cognições com as demais dimensões da personalidade é o desafio que as tarefas de vida na sociedade da informação e do conhecimento estão (re) pondo à educação e à escola.

> A reposição do humanismo nas reformas do Ensino Médio deve ser entendida então como busca de saídas para possíveis efeitos negativos do pós-industrialismo. Diante da fragmentação gerada pela quantidade e velocidade da informação, é para a educação que se voltam às esperanças de preservar a integridade pessoal e estimular a solidariedade.

Diz que a orientação da UNESCO no relatório da Reunião Internacional sobre Educação para o século XXI apresenta os eixos das grandes necessidades de aprendizagem dos cidadãos do próximo milênio, destacando assim a importância do afeto e da criatividade no ato de aprender. A esperança de preservar a integridade pessoal e estimular a solidariedade está voltada à Educação.

É dada à criatividade o seu papel importante no ato de aprender, há de se destacar a posição de Lima (2001), "a escola deveria ser um espaço para o desenvolvimento da criatividade, mas, ao invés disto, parece estar desenvolvendo muito mais o pensamento reprodutivo que o pensamento produtivo".

O discurso é feito num encadeamento lógico de proposições de ideias. A fim de justificar ao leitor a necessidade de uma reflexão no processo de ensino e aprendizagem no Ensino Médio.

A quarta apresentação da palavra criatividade está na página 61:

> Tornar realidade esse Ensino Médio ao mesmo tempo unificado e diversificado vai exigir muito mais do que traçar grades curriculares que mesclam ou justapõem disciplinas científicas e humanidades com pitadas de tecnologia. Tampouco será solução dissimular a formação básica sob o rótulo de disciplinas pseudoprofissionalizantes, como ocorreu após a Lei nº 5.692/71, ou, ao revés, oferecer habilitação profissional disfarçada de "educação básica", só porque agora assim mandam as novas diretrizes e bases da educação. Mais que um conjunto de regras a ser obedecido, ou burlado, a LDB é uma convocação que oferece à **criatividade** (grifo nosso) e ao empenho dos sistemas e suas escolas a possibilidade de múltiplos arranjos institucionais e curriculares inovadores. É da exploração dessa possibilidade, muito mais que do cumprimento burocrático dos mandamentos legais, que deverão nascer as diferentes formas de organização do Ensino Médio, integradas internamente, diversificadas nas suas formas de inserção no meio sociocultural, para atender a um segmento jovem e jovem adulto cujos itinerários de vida serão cada vez mais imprevisíveis, mas que temos por responsabilidade balizar em marcos de maior justiça, igualdade, fraternidade e felicidade.

Muito embora se tenha criado leis e diretrizes para direcionar o Ensino Médio, não é somente o seu mero cumprimento do dever que elas instituem que garantem um bom ensino, que para o texto é aquele que oferece mais do que os conteúdos propedêuticos conciliados com alguma forma diferenciada de ensino, seria uma integralização de fato de conceitos filosóficos fundamentais como justiça, igualdade, fraternidade e felicidade no âmbito da Educação, um ensino-aprendizagem criativo, no sentido de se criar maneiras de ensino-aprendizagem inéditas e de valor para a Educação como um todo.

O discurso é efetuado de maneira ideológica, segue princípios fundamentados em leis e somente diz o que diz para garantir o entendimento do leitor de uma nova concepção de Educação para o Ensino Médio.

A quinta vez em que o nosso termo estudado aparece é na página 62:

> A estética da sensibilidade: [...] Como expressão do tempo contemporâneo, a estética da sensibilidade vem substituir a da repetição e padronização, hegemônica na era das revoluções industriais. Ela estimula a **criatividade** (grifo nosso), o espírito inventivo, a curiosidade pelo inusitado, a afetividade, para facilitar a constituição de identidades capazes de suportar a inquietação, conviver com o incerto, o imprevisível e o diferente. Diferentemente da estética estruturada, própria de um tempo em que os fatores físicos e mecânicos são determinantes do modo de produzir e conviver, a estética da sensibilidade valoriza a leveza, a delicadeza e a sutileza. Estas, por estimularem a compreensão não apenas do explicitado, mas também, e principalmente, do insinuado, são mais contemporâneas de uma era em que a informação caminha pelo vácuo, de um tempo no qual o conhecimento concentrado no microcircuito do computador vai se impondo sobre o valor das matérias primas e da força física, presentes nas estruturas mecânicas.

O que o texto diz? Propõe uma inovação: valorizar conceitos como sensibilidade, delicadeza, sutileza, criatividade, curiosidade, espírito inventivo, como essenciais na formação do que o texto chama de estética da sensibilidade. Há também implícita uma discussão filosófica sobre a efemeridade da vida e as incertezas existenciais inerentes a todos os seres humanos.

Como o texto diz? Apenas sustenta a ideia, porém não oferece caminhos, sugestões para a concretização da educação da estética da sensibilidade.

Por que diz? Para convencer o leitor do impacto que as inovações tecnológicas trazem nas relações humanas e a preocupação da Educação quanto à humanização da mesma.

A sexta colocação do termo se dá na página 64:

> [...] uma das descobertas importantes deste final de século é a de que […] motivação, **criatividade**, (grifo nosso) iniciativa, capacidade de aprendizagem, todas essas coisas ocorrem no nível dos indivíduos e das comunidades de dimensões humanas, nas quais eles vivem o seu dia-a-dia […] um tipo de sociedade extremamente complexa, onde os custos da comunicação e da informação se aproximam cada vez mais a zero, e onde as distinções antigas entre o local, o nacional e o internacional, o pequeno e o grande, o centralizado e o descentralizado, tendem o tempo todo a se confundir, desaparecer e reaparecer sob novas formas.

> Essa visão implica um esforço para superar a antiga contradição entre a realidade da grande estrutura de poder e o ideal da comunidade perdida, que ocorrerá pela incorporação do protagonismo ao ideal de respeito ao bem comum. Respeito ao bem comum com protagonismo constitui assim uma das finalidades mais importantes da política da igualdade e se expressa por condutas de participação e solidariedade, respeito e senso de responsabilidade, pelo outro e pelo público.

"Fala" de uma política de igualdade pautada em valores psicológicos e filosóficos que tornam os homens mais humanos, de forma retórica expõe seus argumentos, por uma apologia à política de igualdade.

Coloca a criatividade como uma das "descobertas" deste final de século, que juntamente com as outras, modificou a estrutura das relações sociais, num mundo com mais dinamismo de informações.

A penúltima colocação do termo está na página 84:

> (...) Se a constituição de conhecimentos com significado deliberado, que caracteriza a aprendizagem escolar, é antecipação do desenvolvimento de capacidades mentais superiores – premissa cara a Vigotsky – o trabalho que a escola realiza, ou deve realizar, é insubstituível na aquisição de competências cognitivas complexas, cuja importância vem sendo cada vez mais enfatizada: autonomia intelectual, **criatividade** (grifo nosso), solução de problemas, análise e prospecção, entre outras. Essa afirmação é ainda mais verdadeira para jovens provenientes de ambientes culturais e sociais em que o uso da linguagem é restrito e a sistematização do conhecimento espontâneo raramente acontece.

O discurso é sobre a constituição de conhecimentos com significado, pela escola, com o ensino e aprendizado de conhecimentos científicos ou não, desenvolvendo assim os sujeitos envolvidos em todo este processo.

De maneira argumentativa analítica utiliza a condicional se... então e cita Vigotsky, para embasar a fala, quando toca no assunto capacidades mentais superiores.

Ele é dito, pela persuasão do leitor à importância do papel da escola para a aquisição de competências como autonomia intelectual, criatividade, solução de problemas e outros.

Salienta a importância e o papel da criatividade no ensino e na aprendizagem científica.

E finalmente o último uso da palavra criatividade (Parte I) encontra-se na página 101:

> Resolução CEB nº 3, de 26 de junho de 1998
> (...)Art. 3º. Para observância dos valores mencionados no artigo anterior, a prática administrativa e pedagógica dos sistemas de ensino e de suas escolas, as formas de convivência no ambiente escolar, os mecanismos de formulação e implementação de política educacional, os critérios de alocação de recursos,

> a organização do currículo e das situações de ensino aprendizagem e os procedimentos de avaliação deverão ser coerentes com princípios estéticos, políticos e éticos, abrangendo:
> I - a Estética da Sensibilidade, que deverá substituir a da repetição e padronização, estimulando a **criatividade** (grifo nosso), o espírito inventivo, a curiosidade pelo inusitado, e a afetividade, bem como facilitar a constituição de identidades capazes de suportar a inquietação, conviver com o incerto e o imprevisível, acolher e conviver com a diversidade, valorizar a qualidade, a delicadeza, a sutileza, as formas lúdicas e alegóricas de conhecer o mundo e fazer do lazer, da sexualidade e da imaginação um exercício de liberdade responsável.

Enfoca a substituição de métodos repetitivos e padronizados no processo de ensino e aprendizagem pela estimulação da criatividade, ou seja, só poderá ser concretizado isto se os processos escolares de ensino e aprendizagem forem entendidos

> como processos interativos e comunicativos nos quais um dos participantes – o professor – ajuda de maneira sistemática e planejada os outros – os alunos – a elaborar uma série de conhecimentos relativos a determinadas parcelas da realidade física e social, envolvendo-se para isso em um processo de construção de sistemas de significados progressivamente compartilhados cada vez mais ricos, complexos e adequados sobre a realidade em questão; um processo no qual a linguagem – ou melhor, a atividade discursiva – representa um dos instrumentos mais poderosos de ajuda para a construção conjunta (COLL, 1998, p.79).

A influência dos fatores socioculturais na aprendizagem tanto da linguagem como de conceitos materiais e não materiais da cultura humana, se dá tanto no núcleo familiar como na escola, e toda essa aprendizagem que impulsiona o desenvolvimento do ser humano.

Já ao analisarmos a Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, no decorrer de suas cinquenta e oito páginas, percebe-se que duas vezes se faz o uso do termo CRIATIVIDADE.

Nota-se na página 40, a utilização do termo:

> Conhecimentos de Matemática
> Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da **criatividade** (grifo nosso) e de outras capacidades pessoais.
> No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade

> profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno.

O trecho "fala" da contribuição da Matemática quanto ao desenvolvimento do ser humano, da criatividade e outras capacidades pessoais, além do desenvolvimento de uma visão ampla e científica da realidade.

Diz de forma a utilizar o termo RESOLVER problemas, contrapondo à utilização anterior, SOLUCIONAR problemas, mostrando assim que não há uma definição do paradigma seguido quanto a esse assunto tão estudado e pesquisado pela Psicologia Cognitiva, como já explicitado neste trabalho.

É "falado" para que o leitor compreenda a importância da Matemática para que os educandos desenvolvam a iniciativa e a segurança para adaptar suas estratégias a diferentes situações, aplicando-as em momentos oportunos, que é o conceito de criatividade inserido neste importante contexto.

A apresentação da palavra criatividade também acontece na página 53:

> Rumos e desafios
> Quanto às aulas expositivas, é comum que sejam o único meio utilizado, ao mesmo tempo em que deixam a ideia de que correspondem a uma técnica pedagógica sempre cansativa e desinteressante. Não precisa ser assim. A aula expositiva é só um dos muitos meios e deve ser o momento do diálogo, do exercício da **criatividade** (grifo nosso) e do trabalho coletivo de elaboração do conhecimento.

O que o texto diz? Que as aulas expositivas devem ser dialógicas para a elaboração do conhecimento.

Como o texto diz? Cita as aulas expositivas como uma metodologia, mas não a única e que ela pode ser bem interessante ao fazer o exercício da criatividade.

Por que o texto diz? Para traçar rumos ao leitor para dinâmicas das metodologias.

São sugeridas aulas dialógicas, mostrando assim:

> A importância do discurso para a criação e desenvolvimento de sistemas de significados compartilhados entre professor e alunos em uma situação de aula; uma importância baseada na função representativa e comunicativa da linguagem, ou seja, na sua potencialidade para que os participantes possam tornar público, apresentar e representar para outros, modificar e ajustar os significados que vão construindo em relação aos conteúdos que são objeto de ensino e aprendizagem (COLL, 1998, p.102).

Apesar do tema acerca da criatividade ser muito complexo e de ser difícil definir, qual o tipo de enfoque dado pelos PCNEM, a Análise do Discurso das Partes I e III, mostra que os PCNEM se apropriam da criatividade em conteúdo de significações relevantes, porém para uma melhor compreensão de seu emprego nos trechos, segue-se uma análise dos recursos linguísticos manifestados.

Quadro 14 – Análise dos recursos linguísticos manifestados no discurso, quanto ao uso da palavra criatividade no PCNEM

Parte I	Nº de linhas	Nº de vezes que aparece a conjunção (conec. lógico: E)	Nº de vezes que aparece a disjunção (conec. lógico: OU)	Nº de vezes que aparece a condicional (SE/ENTÃO)	Emprego do sentido de DEVER	Emprego do sentido de CIDADANIA	Emprego do sentido de IGUALDADE
Trecho 1	17	5	-	-	[...] Estas são competências que devem estar presentes na esfera social, cultural, [...]	[...]e que são condições para o exercício da cidadania num contexto democrático [...]	[...]indispensável para se combater a dualização da sociedade, que gera desigualdades cada vez maiores. [...]
Trecho 2	17	9	-	-		[...]formas de conviver, de exercer a cidadania e de organizar o trabalho[...]	[...]há um forte anseio de inclusão e de integração sociais como antídoto à ameaça de fragmentação e segmentação[...]
Trecho 3	20	6	-	-	[...]A reposição do humanismo nas reformas do Ensino Médio deve ser entendida então como busca de saídas para possíveis efeitos negativos do pós-industrialismo.[...]	[...]apresenta as quatro grandes necessidades de aprendizagem dos cidadãos do próximo milênio às quais a educação deve responder[...]	[...]Diante da fragmentação gerada pela quantidade e velocidade da informação, é para a educação que se voltam às esperanças[...]
Trecho 4	22	8	2	-	[...]e jovem adulto cujos itinerários de vida serão cada vez mais imprevisíveis, mas que temos por responsabilidade (devemos) balizar em marcos de maior justiça, igualdade, fraternidade e felicidade. [...]	-	-
Trecho 5	18	7	-	-	-	-	-
Trecho 6	19	11	-	-	-	-	[...]constitui assim uma das finalidades mais importantes da política da igualdade e se expressa por condutas de participação e solidariedade, [...]
Trecho 7	13	3	1	1	[...]o trabalho que a escola realiza, ou deve realizar, é insubstituível na aquisição de competências cognitivas complexas[...]	-	-
Trecho 8	20	13	-	-	[...]os procedimentos de avaliação deverão ser coerentes com princípios estéticos, políticos e éticos[...]	-	-
Parte III							
Trecho 1 (9)	19	10	-	-	[...]ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento[...]	-	-
Trecho 2 (10)	27	11	2	-	[...]A aula expositiva é só um dos muitos meios e deve ser o momento do diálogo[...]	-	-

Fonte: A autora, 2015.

O quadro ajudou a desenvolver um registro base para uma análise didática do discurso, focando a atenção no surgimento e desenvolvimento do conteúdo, identificando as estratégias particulares de formação de cada texto, a fim de construir e legitimar o usufruto da palavra criatividade.

Propicia também uma recuperação dos "elos falantes", pois "o leitor é geralmente capaz, possivelmente através de sinais de implicitude no texto (tal como artigos definidos, ou outros traços de pressuposição), de recuperar tais "elos falantes"" (VAN DIJK, 2002, p.163).

É por meio da linguagem, materializada neste gênero discursivo escrito, que se manifestam ideologias e também foram os recursos linguísticos manifestados (nestes 10 trechos analisados), investigados nessa análise crítica do discurso.

Sendo assim, os trechos que foram analisados, "falaram", "conversaram" com o leitor e a construção das frases com o uso dos recursos linguísticos, algumas "frases de efeito" e verbos fortes imperativos como DEVER, formam um encadeamento de ideias que objetivam convencer o leitor, persuadi-lo e retoricamente intencionalmente, levá-lo dentro de um contexto, argumentar o uso da criatividade a favor da Educação.

Nota-se que os dez trechos analisados foram elaborados de forma que as frases não fossem polissêmicas e que a argumentação fosse sempre retórica.

No percurso da análise dos dez trechos, das análises internas (O que disse? E Como disse?) e externas (Por que disse?), é notório que o conceito criatividade não é sistematizado, nem pautado em nenhuma definição de pesquisadores/estudiosos do tema, se deduz então que é tratado meramente como uma palavra de uso corriqueiro em sentido do senso comum, embora paradoxalmente na análise do discurso, foi interpretada a manifesta importância dada ao conteúdo da palavra criatividade, o status que é dado para o significado da palavra criatividade implicado no que é dito de fato.

É certo que os PCNEM significam um avanço na história da educação brasileira e que é fruto de estudos, pesquisas, discussões, lutas políticas e ideológicas, porém o documento deveria especificar mais suas concepções, definições assumidas sobre a criatividade, já que é dada a ela uma grande consideração, uma missão para integralizar a Educação e a Educação Matemática também, em todas as suas "falas".

Longe de esgotar todas as possibilidades de compreensão do discurso, tivemos como propósito contribuir com as discussões acerca do discurso e das relações sociais (re) produzidas por meio da linguagem textual.

Encontra seu fim aqui a análise desses trechos das partes I e III dos PCNEM que tratam da criatividade, no limite do entendimento da autora, ciente de que "o que, para um leitor, é importante em um discurso, pode não ser para outro, o que resultará numa construção macroestrutural diferente do modelo" (VAN DIJK, 2002, p. 163), foi criado um modelo próprio macroestrutural, embasado em Van Dijk e em fundamentos da Psicologia Cognitiva, surgindo então este trabalho, único e limitado, porém diante dele novas considerações podem surgir, aprimorando assim a análise do discurso em questão.

Visto a complexidade da análise do discurso, a tentativa foi de fazer uma descrição, mas também uma interpretação das Partes I e III dos PCNEM, especificamente dos trechos que falam da criatividade, além de uma regulagem do descrito e como foi interpretado, no que tange a criatividade e Matemática, temas centrais desta tese de doutorado, deste discurso público, que foi, para quem já o leu, é, para quem está lendo, e será, para os futuros leitores, esta parte da análise de dados. A intenção foi de CRIAR algo original e de valor para a Educação, ou seja, fazer uso da CRIATIVIDADE.

2ª Parte: Análise do desempenho e das dificuldades dos alunos em solução de problemas que envolvem os componentes da criatividade, segundo Krutetskii.

A escola, na qual o estudo foi realizado, está localizada no perímetro urbano da cidade de Garça/S.P., não muito distante do centro da cidade, bairro residencial de classe média, atualmente (2017) possui 470 alunos regularmente matriculados no Programa de Ensino Integral e 60 alunos no Ensino regular noturno. Participa ativamente das Avaliações Externas: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar (SARESP), Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e PROVA BRASIL de Olimpíadas de Português, Matemática, Física e História. A maioria dos pais ou responsáveis se preocupa com a formação acadêmica de seus filhos e preza por um ambiente solidário e respeitoso.

Em 2016 a escola não atingiu as metas do IDESP em todos os ciclos sendo que o 9º ano EF –3,76, sendo a meta de 4,02 e a 3ª série EM -1,44, sendo a meta de 1,94.

As estimativas das metas do desempenho da unidade escolar no IDESP para 2017 por Ciclo Escolar foram: para o 9º ano EF –3,93 e para a 3ª série EM -1,62. São metas ambiciosas e consideradas altas em nível de Diretoria de Ensino, principalmente com relação ao Ensino Fundamental, que em 2015, superou as expectativas tendo em vista que há três anos a escola não conseguia atingir as metas que já estavam em patamar elevado, mas em 2016 volta a não as atingir. Todas as ações são voltadas para o desenvolvimento do projeto de vida dos alunos, ampliando e disseminando práticas de um currículo integral que oferecem atividades inter e multidisciplinar da base nacional comum com a parte diversificada, que favorecem o fortalecimento do processo de ensino e aprendizagem, levando os alunos a serem protagonistas do seu desenvolvimento e a se realizarem como cidadãos autônomos, solidários e competentes.

Caracterizando os pais dos alunos:

Tabela 1. Distribuição dos sujeitos de acordo com o nível de escolaridade de seus pais.

Escolaridade do Pai	Frequência	Porcentagem
Ensino Fundamental Completo	12	**42,8**
Não soube responder	12	**42,8**
Ensino Médio Completo	4	14,3
Total	28	99,9

Fonte: A autora, 2014.

Tabela 2. Distribuição dos sujeitos de acordo com a profissão de seus pais.

Profissão do pai	Frequência	Porcentagem
Não sabe/Não conhece o pai/ falecido	10	**35,7**
Pedreiro/pintor	4	14,3
Metalúrgico	2	7,1
Operador de máquinas	2	7,1
Caminhoneiro/tratorista	2	7,1
Eletricista	2	7,1
Funcionário de firma	1	3,6
Aposentado	1	3,6
Gerente	1	3,6
Marceneiro	1	3,6
Entregador de gás	1	3,6
Administrador	1	3,6
Total	28	100

Fonte: A autora, 2014.

Tabela 3. Distribuição dos sujeitos de acordo com o nível de escolaridade de suas mães.

Escolaridade da mãe	Frequência	Porcentagem
Ensino Médio Completo	12	**42,8**
Ensino Fundamental Completo	11	39,3
Ensino Superior Completo	3	10,7
Não soube responder	2	7.1
Total	28	99,9

Fonte: A autora, 2014.

Tabela 4. Distribuição dos sujeitos de acordo com a profissão de suas mães

Profissão da mãe	Frequência	Porcentagem
Dona de Casa	8	**28,6**
Não sabe/falecida	5	17,8
Funcionária de firma	4	14,3
Empregada	3	10,7
Inspetora de alunos	2	7.1
Doméstica/faxineira/Serviços Gerais	1	3.6
Carteiro	1	3.6
Auxiliar de Enfermagem	1	3.6
Cobradora de ônibus	1	3.6
Montadora de placas	1	3.6
Gerente de loja	1	3.6
Total	28	100,1

Fonte: A autora, 2014.

Os pais dos alunos participantes da pesquisa, pertencem integralmente a classe trabalhadora, as mães, em sua maioria, embora tenham concluído os seus estudos, são na maior parte, donas de casa.

Quanto a algumas características dos alunos, temos:

Do total de alunos pesquisados, 46,42% possuíam 4 anos quando começaram a frequentar a escola; 75% nunca repetiu de ano e os alunos que já repetiram de ano uma vez são: 9AM26 (4ª série), AF17 (2º ano EM), AF15 (1º ano do EM), AF9 (3ª série), AF4 (3ª série), AF2 (4ª série) e AF1 (6ª série).

Do total de participantes, 53,6%, relatam que não recebem nenhum tipo de ajuda de ninguém para estudar ou fazer tarefas de casa.

Foi observado que 50% dos alunos não estudam Matemática nenhum dia da semana, 39,3% estudam Matemática apenas um dia por semana e 10,7% dos alunos estudam entre 2 a 5 dias por semana (8AM25, AF14 e AF12).

A análise mostrou que 71,4% dos alunos relatam que estudam Matemática somente na véspera da prova, 17,8% nunca estuda Matemática e 10,8% dos alunos, sempre estuda Matemática (AF12, AF16 e 9AM26).

Do total de participantes, 53,6% ao serem perguntados "Quando você estuda Matemática, quantas horas você usa para esse estudo? ", responderam menos de uma hora; 10,7% entre uma e duas horas; 21,4% nunca estuda Matemática e 14,3% durante uma hora certinha.

Apenas uma aluna (AF1), relatou que já teve aulas particulares de Matemática. O restante nunca teve.

Tabela 5. Distribuição dos sujeitos de acordo com sua compreensão dos problemas dados em aula.

Entende os problemas matemáticos dados em aula?	Frequência	Porcentagem
Quase sempre entendo	15	**53,6**
Sim, eu sempre entendo os problemas dados em aula	8	28,6
Quase nunca entendo os problemas dados em aula	3	10.7
Não, nunca entendo os problemas dados em aula	2	7.1
Total	28	100

Fonte: A autora, 2014.

Tabela 6. Distribuição dos sujeitos de acordo com o entendimento das explicações do professor.

As explicações do professor de Matemática são suficientes para entender o que está sendo explicado?	Frequência	Porcentagem
Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor	11	**39,3**
Sim, sempre entendo as explicações do professor	9	32,1
Poucas vezes eu entendo as explicações do professor	8	28,6
Total	28	100

Fonte: A autora, 2014.

Tabela 7. Distribuição dos sujeitos de acordo com seu nível de distração nas aulas de Matemática.

Você se distrai facilmente nas aulas de Matemática?	Frequência	Porcentagem
Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática	13	**46,4**
Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática	8	28,6
Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática	4	14,3
Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática	3	10,7
Total	28	100

Fonte: A autora, 2014.

Tabela 8. Distribuição dos sujeitos de acordo com a percepção de suas notas de Matemática em relação às dos colegas

Suas notas de Matemática, geralmente são:	Frequência	Porcentagem
Igual à nota da maioria da classe	23	**82,1**
Menor que a nota da maioria da classe	4	14,3
Acima da nota da maioria da classe	1	3,6
Total	28	100

Fonte: A autora, 2014.

Tabela 9. Distribuição dos sujeitos de acordo com a matéria preferida.

Qual matéria você mais gosta?	Frequência	Porcentagem
Biologia	7	**25,0**
Matemática	6	21,4
Educação Física	4	14,3
História	3	10,7
Não gosto de nenhuma	2	7,1
Inglês	2	7,1
Geografia	1	3,6
Física	1	3,6
Gosta de todas as matérias	1	3,6
Português	1	3,6
Total	28	100

Fonte: A autora, 2014.

Tabela 10. Distribuição dos sujeitos de acordo com a matéria que menos gosta.

Qual matéria você menos gosta?	Frequência	Porcentagem
Português	7	**25,0**
Inglês	5	17,8
Matemática	5	17,8
Filosofia	3	10,7
Química	2	7,1
Física	1	3,6
Não gosto de nenhuma	1	3,6
Biologia	1	3,6
Arte	1	3,6
Gosto de todas as matérias	1	3,6
História	1	3,6
Total	28	100

Fonte: A autora, 2014.

Tabela 11. Distribuição dos sujeitos de acordo com sua matéria escolhida para tirar da escola.

Se pudesse tirar uma matéria da escola, qual seria?	Frequência	Porcentagem
Inglês	6	**21,4**
Matemática	5	17,8
Português	4	14,3
Química	3	10,7
História	2	7,1
Geografia	2	7,1
Nenhuma	2	7,1
Arte	2	7,1
Filosofia	1	3,6
Física	1	3,6
Total	28	99,8

Fonte: A autora, 2014.

A Matemática está no segundo lugar de preferência de disciplinas dos alunos pesquisados, porém está em terceira colocação de matéria que menos gosta e se pudessem retirar uma disciplina da escola, na segunda colocação ficaria a Matemática.

Quanto às questões 22 e 23 do questionário de Brito (1996), tabulamos as respostas dos alunos, porém todas as respostas estão contidas no ANEXO 6.

22) Dentre os conteúdos de Matemática que você já estudou, qual você mais gostou? Por quê?

Tabela 12. Distribuição dos sujeitos de acordo com os conteúdos de Matemática que mais gostou.

Categorias de respostas	**Frequência absoluta**
Seno. Cosseno. Bháskara.	6
P.A e P.G.	5
Tudo. Não lembro. Coisas úteis no dia a dia.	4
Adição, Subtração e Multiplicação	3
Gráficos	2
Nenhum	2
Radianos. Adição de arcos	2
Matemática Financeira	1
Equações	1
Funções	1
Teorema de Pitágoras	1

Fonte: A autora, 2015.

23) Dentre os conteúdos de Matemática que você já estudou, qual você menos gostou? Porquê?

Tabela 13. Distribuição dos sujeitos de acordo com os conteúdos de Matemática que menos gostou.

Categorias de respostas	**Frequência absoluta**
Bháskara	5
Seno e Cosseno	4
Não sei. Gosto de tudo. Nenhuma. Não lembro	4
Gráficos	4
Potências	3
Frações	3
Radianos	1
Raiz Quadrada	1
Conjuntos Numéricos	1
Logaritmo	1
Pitágoras	1

Fonte: A autora, 2015.

Nota-se que a Fórmula de Bháskara divide opiniões, ela é ao mesmo tempo o conceito que mais gostaram e o que menos gostaram também, talvez o exaustivo trabalho de quase um bimestre no 9º ano, com as equações do 2º grau, façam com que os alunos recordem deste conceito e o cite nas respostas.

Também se percebe uma aparente facilidade de alguns alunos em relação à parte de aritmética, quando afirmam que gostaram mais de aprender as operações fundamentais.

As frações entram como matéria que menos gostaram de aprender. Assim como no Estudo de Lima (2001), as frações são apontadas também como conteúdo em que os alunos possuem maior dificuldade. Justulin (2009) apontou grandes dificuldades de alunos do Ensino Médio em frações. De modo geral os alunos apresentam fixidez funcional em relação a esse conteúdo, ou seja, não conseguem transferir um conteúdo aprendido para outras situações. Justulin (2009) observou que quando eram apresentadas operações de adição e subtração com frações, com denominadores diferentes, e era dada a informação de que não poderiam utilizar o m.m.c., quase a totalidade dos alunos não conseguiu desenvolver a atividade. Dessa forma, a flexibilidade de pensamento, um dos componentes da criatividade, não estava presente, uma vez que os alunos desenvolveram o conhecimento de procedimento e apresentavam falhas no conhecimento declarativo.

Apresentação dos dados referentes ao teste de habilidades:

De maneira geral, o desempenho dos alunos na solução de problemas foi desfavorável. A tabela abaixo mostra a quantidade de alunos que acertaram os problemas.

Tabela 14. Quantidade de alunos que acertaram os problemas.

	Teste Matemático Série VI	Teste Algébrico Série XIII	Teste Geométrico Série XIII	Teste Aritmético Série XIII
Problema 1	2	8	0	6
Problema 2	18	17	0	0
Problema 3	17	11	0	0
Problema 4	0	20	0	8
Problema 5	13	0	-----------------	-----------------
Problema 6	10	----------------	-----------------	-----------------

Fonte: A autora, 2015.

Teste de Matemática – série VI

Consta de um teste com seis problemas, que poderiam ser resolvidos por procedimentos aritméticos, algébricos, geométricos (visual-pictórico) ou mesmo pela combinação destes, denominações dadas por Krutetskii (1976), para delinear o tipo de habilidade apresentada pelo sujeito para a solução de problemas matemáticos.

Questão 1: Nós pagamos um total de R$4,80 por: 1kg de um tipo de peixe e 3 kg de um outro. Se o preço do 1º tipo fosse reduzido em 10% e o preço do 2º tipo em 15%, então nós pagaríamos R$4,20 por nossa compra. Quanto custa o kg de cada tipo de peixe?

Embora o problema pudesse ser resolvido por diferentes caminhos, de maneira geral, é um exemplo de situação que envolvia conceitos de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas, que poderia ser resolvido pelo método da adição ou da substituição, para chegar nos resultados: o 1º tipo de peixe custa R$ 2,40 o kg e o 2º tipo de peixe custa R$: 0,80 o kg.

Os alunos que solucionaram o problema, dois alunos (7,1% dos alunos), são do sexo feminino, indicaram a matéria que mais gostam a Matemática e estudam Matemática de dois a cinco dias por semana, utilizaram procedimentos aritméticos, por tentativa e erro, ficaram tentando valores para o kg de cada tipo de peixe, até chegarem num resultado aproximado dos dados do problema.

No Estudo de Lima (2001), o qual analisou os procedimentos de solução de problemas de 307 alunos de sexta, sétima e oitava séries de uma escola pública de Campinas, mostrou que nesta questão, apenas quatro alunos dos 307 responderam esta questão e também de forma aritmética.

A estratégia de tentativa e erro (ensaio e erro) é um caminho interessante para se resolver problemas, de acordo com Sternberg (2000) e Mayer (1992). É um tipo de estratégia utilizada que mostra que aquela situação, realmente, é um problema para o solucionador, que não sabe, previamente, o caminho a ser seguido. Utilizando o processo de tentativa e erro, os alunos demonstram certa flexibilidade de pensamento, pois podem antecipar e estimar resultados e testar/validar diferentes hipóteses e caminhos para se chegar à solução final do problema. Esses alunos que conseguiram solucionar os problemas não tiveram dificuldades na interpretação dos enunciados dos mesmos, nem na obtenção da informação Matemática, componentes das habilidades básicas para a solução de um problema, de acordo com Krutetskii (1976).

Questão 2: Galinhas e coelhos estão correndo num quintal. Juntos eles têm 35 cabeças e 94 pés. Quantas galinhas e quantos coelhos estão no quintal?

Esse problema também envolvia sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas e também poderia ser resolvido pelo método da substituição ou pelo método da adição, para chegar nos resultados de 23 galinhas e 12 coelhos que estão no quintal.

A análise dos dados mostrou que 64,3% dos alunos acertaram, ou seja, 18 alunos, 10 alunos do sexo feminino e 8 do sexo masculino. Desses alunos que acertaram a questão, nenhum se utilizou de procedimentos algébricos, todos os 18, utilizaram de procedimentos aritméticos, também, todos, por tentativa e erro, ficaram tentando a quantidade de galinhas e coelhos, de forma que a soma fosse 35 e ficavam diminuindo ou aumentando a quantidade de um ou outro animal até chegar em um número que fosse correto com os dados dos problemas.

Ao comparar com os estudos de Lima (2001), temos um resultado bem semelhante, embora os alunos pesquisados pela autora sejam do Ensino Fundamental, 24 dos 307 alunos pesquisados, utilizaram de procedimentos aritméticos.

Questão 3: Dois trabalhadores em uma fábrica, trabalham pelo mesmo salário. O primeiro fez 3/5 do trabalho, e o segundo fez o restante. O segundo trabalhador recebeu R$ 800,00. Quanto o primeiro trabalhador recebeu por seu trabalho?

Embora os alunos pudessem utilizar caminhos diferenciados para a solução de problemas, os conhecimentos que poderiam ser mobilizados para solucionar o problema eram frações ou regra de três simples, para se chegar à conclusão de que o primeiro trabalhador recebeu R$ 1200,00 por seu trabalho e o segundo trabalhador recebeu R$ 800,00. Trata-se de um problema de baixo grau de dificuldade, a maior parte dos sujeitos tentou solucioná-lo.

Foi observado que 60,7% dos alunos acertaram, ou seja, 17 alunos, 9 alunos do sexo feminino e 8 do sexo masculino. Todas as soluções foram procedimentos aritméticos; descobriram quanto seria 1/5 do trabalho, descobrindo o valor de R$ 400,00, (dividiram R$ 800,00 por 2) e multiplicaram o resultado por 3, chegando no resultado de R$ 1200,00.

Esta é uma estratégia comum entre os alunos para solucionar problemas deste tipo, mostra-se uma boa estratégia e que demonstra a compreensão de proporcionalidade e do conceito de frações.

Questão 4: Um carro viajou a distância de A até B à 20 km/h, e retornou à 30 km/h. Qual é a velocidade média do carro na viagem toda?

O problema para ser solucionado, necessitava de conhecimentos prévios de velocidade média, para se chegar ao resultado de que a velocidade média do carro na viagem toda é de 24 km/h.

Nenhum aluno conseguiu solucionar o problema, resultado idêntico à pesquisa de Lima (2001), embora os alunos sujeitos desta tese já estejam no segundo ano do Ensino Médio e já tenham sido ensinados a respeito do conhecimento declarativo e de procedimentos sobre velocidade (na disciplina de Física) necessários para se atingir a solução desse problema.

Neste problema 4, houve uma falha na obtenção da informação Matemática, que para Krutetskii (1976) é o primeiro estágio da atividade mental, não conseguindo compreender o enunciado do problema, a habilidade ficou comprometida. A falha na obtenção da informação Matemática também foram destacadas nos trabalhos de Pirola (2000) e Pirola et.al (2006).

Além da compreensão do enunciado do problema, etapa que exige o conhecimento linguístico, segundo Mayer (1992), o aluno deveria mobilizar o conhecimento declarativo e de procedimento sobre velocidade média. Sem o entendimento desse conceito, a solução do problema fica prejudicada. Este problema é um exemplo de problema escolar, que é aquele que depende do conhecimento científico para a sua solução. Esse tipo de conhecimento é definido por Klausmeier (1977) como conceito como construto mental. O domínio do conceito é fundamental, entretanto, os caminhos a serem percorridos podem ser diferenciados e varia de acordo com as diferenças individuais e estilos cognitivos.

Um elemento importante no processo de solução de problemas (e também da criatividade) é a transferência de conhecimentos, já destacada por Sternberg (2000). Os alunos aprenderam sobre velocidade nas aulas de física (cinemática), entretanto, pela fixidez funcional, não foram capazes de transferir o conhecimento adquirido para uma situação na área da Matemática.

Questão 5: Um problema muito antigo: "Um leão pode comer uma ovelha em 2 horas, um lobo pode comê-la em 3 horas e um cachorro em 6 horas. Quanto tempo eles levarão, juntos, para comer a mesma ovelha?

O conhecimento necessário para solucionar este problema é proporção. 46,4% dos alunos acertaram, ou seja, 13 alunos, destes, 7 do sexo feminino e 6 do sexo masculino.

Os procedimentos utilizados pelos 13 alunos também foi o aritmético.

Existem problemas que são milenares na Matemática, uma das primeiras versões deste tipo de problema, está incluída, segundo Boyer (1974), no livro de Fibonacci, o Liber Abaci (séc. XIII): Um leão come uma ovelha em 4 horas, um leopardo comê-lo-á em 5 horas e um urso em 6 horas. Se der uma ovelha aos três, quanto tempo demorará a devorarem-na?

Problemas assim, propiciam o pensamento aritmético e variadas soluções, dentre elas a mais comum seria pelas frações, por exemplo:

Leão= E

Lobo= L

Cachorro = C

Tempo= T

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{E} + \frac{1}{L} + \frac{1}{C}$$

Desenvolvendo, temos:

T = (E. L. C) / (L. C + E. C + E. L)

T = (2. 3 . 6) / (3.6 + 2.6 + 2. 3)

T = 36 / (18 + 12 + 6)

T = 36/ 36

T = 1

Apenas 13 alunos conseguiram solucionar o problema, as soluções foram por frações, somaram 1/2+ 1/3 + 1/6, encontrando a resposta 1 hora, os outros sujeitos da pesquisa, responderam não sei, ou deixaram em branco.

Questão 6: Alguns estudantes coletaram R$ 130,00 e compraram 55 entradas de cinema e teatro. Quantas entradas eles compraram de cada tipo, se a entrada de teatro custa R$ 3,50 e a de cinema R$ 1,00?

O problema 6 também engloba conhecimentos de sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas, que podiam ser resolvidos pelo método da adição ou da substituição, para alcançar a solução de que os estudantes compraram 30 entradas para o teatro e 25 entradas para o cinema. 35,7% dos alunos acertaram esta questão, ou seja, 10 alunos, destes, 7 do sexo feminino e 3 do sexo masculino, assim como no estudo de Lima (2001), todos os sujeitos que solucionaram o problema, utilizaram de procedimentos aritméticos, pelo método de tentativa e erro.

Portanto, no teste de Matemática, série VI, temos:

Tabela 15. Distribuição dos sujeitos de acordo com os tipos de procedimentos usados.

Problemas / Procedimentos	1	2	3	4	5	6
Aritmético	2	18	17	0	13	10
Algébrico	0	0	0	0	0	0
Geométrico	0	0	0	0	0	0
Aritmético + algébrico	0	0	0	0	0	0
Aritmético + geométrico	0	0	0	0	0	0
Algébrico + geométrico	0	0	0	0	0	0
Não respondeu/ respondeu não sei/ respondeu não aprendi/ solucionou erroneamente/ etc.	26	10	11	28	15	18
Total	28	28	28	28	28	28

Fonte: A autora, 2015.

Temos ainda que:

10 alunos (35,7%) não acertaram nenhum dos 6 problemas

2 alunos (7,1%) acertaram 1 problema.

10 alunos (35,7%) acertaram 3 problemas

6 alunos (21,4%) acertaram 4 problemas

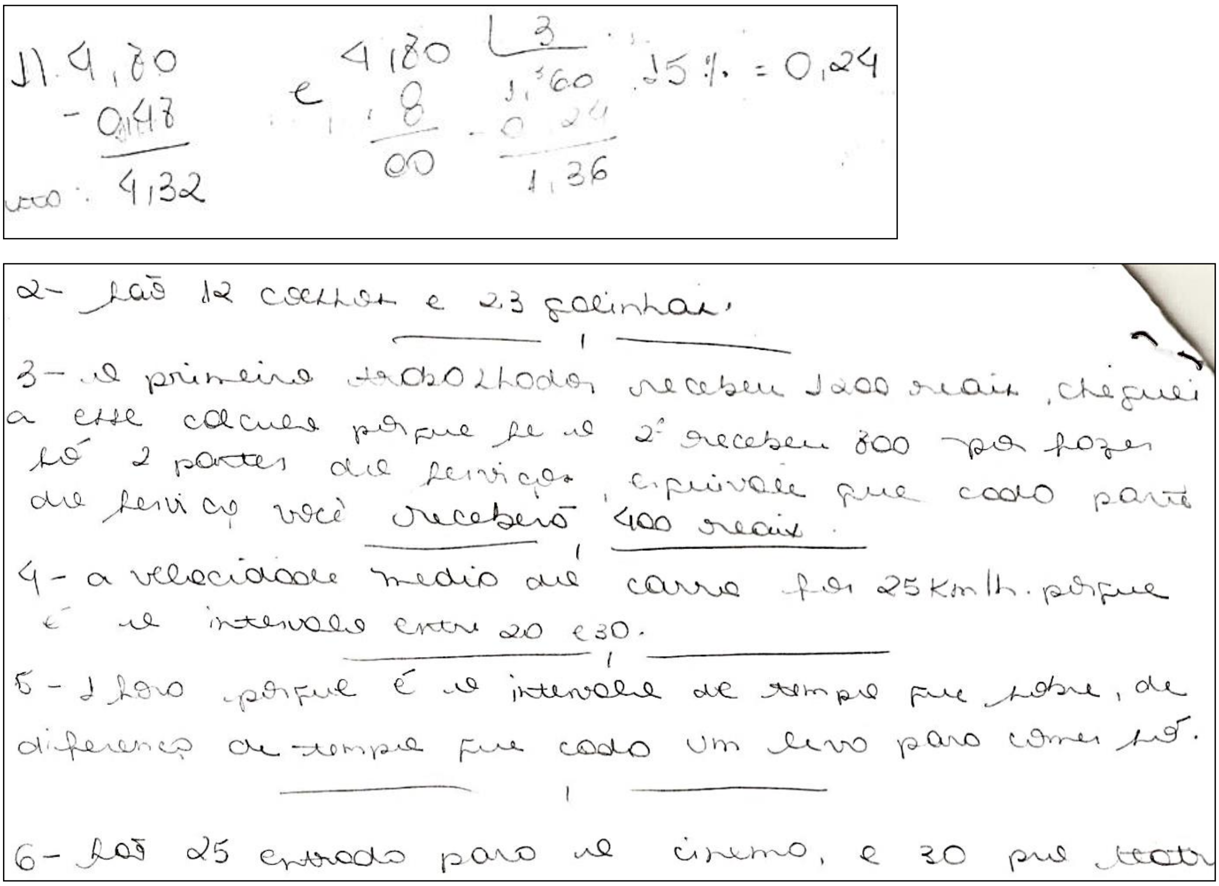
Como pode ser notado, o índice de desempenho no teste matemático Série VI de Krutetskii (1976), foi bastante baixo, a média das notas obtidas pelos alunos numa escala de zero a dez, foi de 3.33, desempenho que pode ser considerado sofrível, muitos sujeitos não conseguiram desenvolver qualquer tipo de solução para os problemas, resultado alarmante, mais ainda quando se pensa que este foi o teste que os alunos obtiveram o segundo melhor desempenho.

O trabalho na sala de aula com a solução de problemas, parece não ocorrer como deveria. Há ainda a ênfase na prática de exercícios, portanto, quando o aluno se depara com problemas, têm muitas dificuldades. E embora a escola tem ganhado destaque, nos contextos em que a criatividade vem sendo investigada, e seja cada vez maior o número de educadores que destacam a importância de se promover um ambiente que favoreça o seu desenvolvimento, nas pesquisas atuais contatam-se as dificuldades que os alunos apresentam na solução dos mais diversos problemas.

Análise dos procedimentos de solução de problemas dos sujeitos com melhor desempenho no teste Matemática sVI de Krutetskii (1976)

Para análise mais detalhada das soluções do teste matemático série VI de Krutetskii (1976), e os componentes da criatividade acessados no processo de solução de problemas, foram selecionadas as respostas dos alunos AF8 e 1AM18 que foram os alunos que obtiveram os melhores desempenhos (feminino e masculino respectivamente).

Figura 4. Respostas de AF8 aos problemas da Série VI.


1) 4,80 − 0,48 = 4,32
e 4,80 ⌊3 1,60 − 0,24 = 1,36
15% = 0,24

2- São 12 coelhos e 23 galinhas.

3- o primeiro trabalhador recebeu 1200 reais, cheguei a esse calculo porque se o 2º recebeu 800 por fazer só 2 partes de serviço, equivale que cada parte de serviço você receberá 400 reais.

4- a velocidade media do carro foi 25km/h. porque é o intervalo entre 20 e 30.

5- 1 hora porque é o intervalo de tempo que sobre, da diferença de tempo que cada um levo para comer só.

6- São 25 entrada para o cinema, e 30 que teatr

Fonte: A autora.

AF8, é uma participante de idade entre 14 e 16 anos, entrou na escola aos 4 anos de idade, tem como sua matéria preferida, História, a disciplina que menos gosta é Filosofia e se pudesse tirar alguma matéria da escola, tiraria a Física. Ela diz que entende as explicações do professor de Matemática, na maioria das vezes, e que estuda Matemática menos de uma hora por dia, em apenas um dia da semana, sozinha, sem ajuda de ninguém. Considera suas notas igual à nota da maioria da classe.

Ela errou o problema 1, houve dificuldade na interpretação do enunciado e na obtenção da informação Matemática. Ela calculou 10% de 4,80 e subtraiu de 4,80; dividiu 4,80 por 3 e calculou 15% do resultado da divisão. Ignorou o fato de 4,80 reais ser o valor total da compra dos 4 kg de peixe; fez muita confusão em sua mente pois de fato não compreendeu o enunciado do problema. As dificuldades com problemas de porcentagem também foram verificadas no estudo de Alvarenga (2008), por alunos do segundo ano do Ensino Médio.

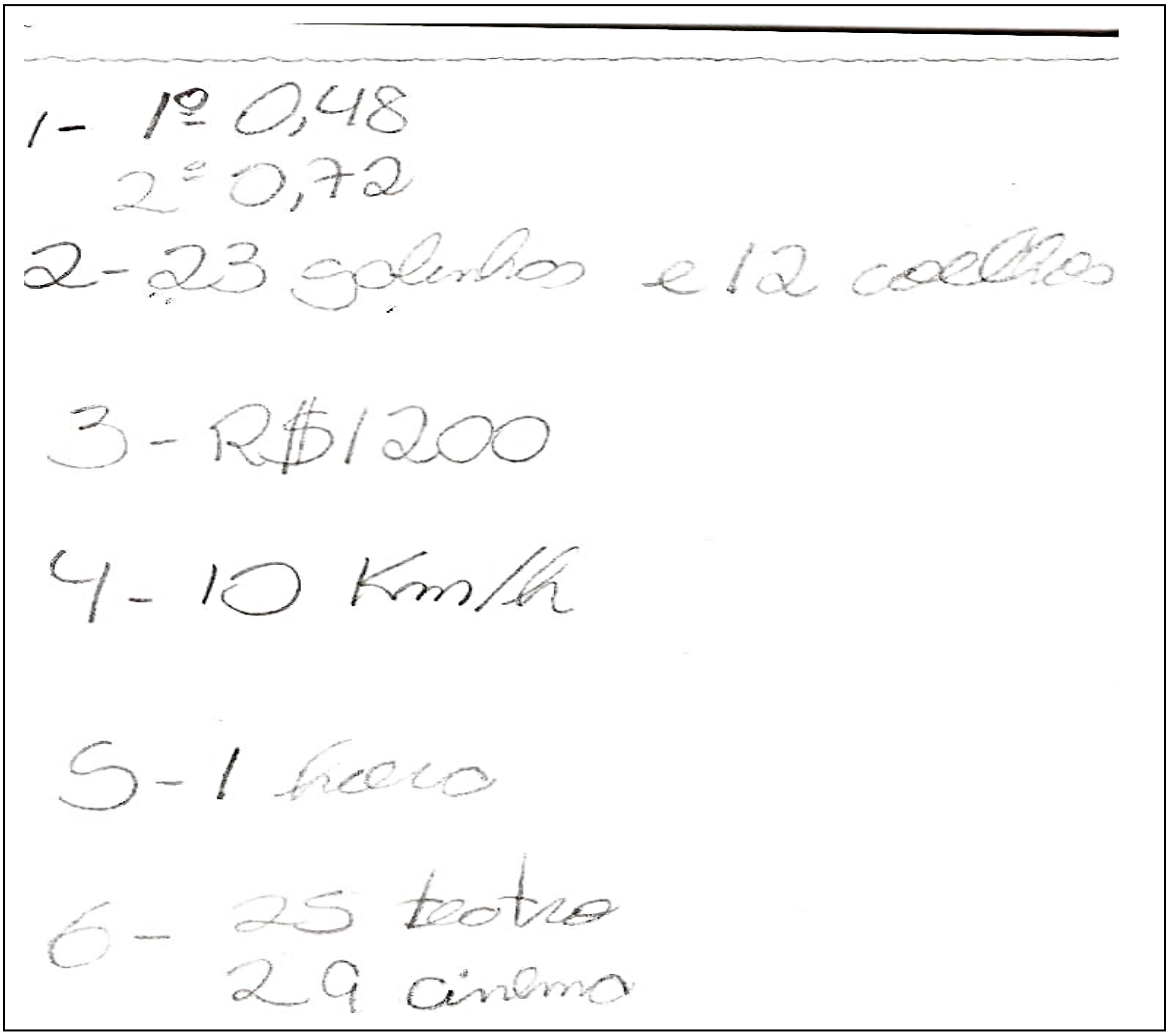
No problema 2 nota-se a habilidade redução dos passos no processo de raciocínio, assim como no problema 3 também ela demonstra a mesma habilidade, pois pensa em estruturas reduzidas, sem precisar de muito detalhamento na solução do problema e reponde prontamente e corretamente.

No problema 3, apresenta o domínio da habilidade generalização, pois descobre o que é essencial, vê o que é comum e o que é aparentemente diferente.

Errou o problema 4, assim como todos os sujeitos da pesquisa, houve dificuldade ao envolver conceitos de Física, que ela diz que é uma disciplina que gostaria que tirasse do currículo. Apresentou dificuldades no processamento da informação Matemática e a aluna soma os valores de 20 e 30 e divide o resultado por 2. Neste caso, o processo de generalização para o cálculo de média aritmética, não vale quando a grandeza analisada é a velocidade. Percebe-se, portanto, um erro de generalização.

A participante acertou o problema 5 e apresentou novamente a generalização e a redução, assim como no problema 6 também.

Figura 5. Respostas de 1AM18 aos problemas da série VI:



Fonte: A autora.

1AM18, é um participante de idade entre 14 e 16 anos, entrou na escola aos 4 anos de idade, tem como sua matéria preferida a Matemática e a disciplina que menos gosta é a Filosofia. Se pudesse tirar alguma matéria da escola, tiraria Filosofia. Ele diz que sempre entende as explicações do professor de Matemática e que estuda Matemática entre 1 e 2 horas por dia, em apenas um dia da semana e tem ajuda do pai e da mãe. Considera suas notas acima da nota da maioria da classe.

Ele é bem sucinto nas repostas, erra o problema 1, pois calcula quanto é 10% de 4,80 e 15% de 4,80; também demostra dificuldade na compreensão do enunciado, da obtenção da informação Matemática.

Também não soluciona o problema 4, assim como todos os sujeitos da pesquisa e chega numa resposta de 10 km/h, sem nenhuma operação. Portanto, os dados são insuficientes para saber qual tipo de processamento de informação ocorreu em sua mente.

Acerta o problema 3, soluciona corretamente o problema, fazendo operações mentais, verifica-se a habilidade de redução dos passos na solução do problema.

No problema 6, ele acerta a resposta quanto a quantidade de entradas para o teatro compradas, porém erra na quantidade de entradas do cinema. A hipótese pode ser que tenha pensado em não contar uma entrada que seria a dele.

Teste algébrico série XIII

Consta de um teste com cinco problemas. São problemas que propiciam diferentes soluções e o componente das habilidades matemáticas que permeia a série XIII é a flexibilidade de pensamento.

Questão 1: Calcule a expressão $a^2 (a^2 - b) (a^8 - b) (a^n + b^n)$ para $a = 2$, $b=4$ e $n = 3$

O problema envolve conceitos de substituição de valores numéricos em expressões algébricas, para se alcançar a resposta correta do problema igual a zero.

Um total de 28,6% dos alunos, ou seja, 8 alunos, acertaram a questão, sendo estes 6 alunas e 2 alunos, sendo esse o problema (desse teste algébrico), que demostra o pior desempenho dos alunos, fato que condiz com os estudos realizados por Utsumi (2000).

Os alunos que chegaram à solução correta do problema, substituíram os valores na expressão algébrica e calcularam corretamente as potências. Respeitaram as operações com os parênteses, demonstraram domínio do conhecimento, na habilidade em álgebra, que para Sternberg (1992) o que vai distinguir um solucionador talentoso de outro menos capacitado não é o uso de heurísticas mais poderosas ou diferentes, mas uma capacidade para escolher o melhor trajeto para a solução sem fazer tentativas prévias com outros. Embora o teste avalie um componente da criatividade que é a flexibilidade de pensamento, podemos evidenciar outro componente, que é a redução (ou encurtamento). O aluno poderia observar que, ao substituir os valores dados na expressão $(a^2 - b)$, já obteria zero como resultado. Utilizando um princípio de em uma multiplicação, se um dos fatores é zero, a multiplicação tem como resultado, zero. Dessa forma, não seria necessário desenvolver todos os cálculos. Com a redução, esses cálculos poderiam sair de maneira mental e, certamente, seria uma forma de resolver o problema de maneira criativa.

Dos 20 alunos que não solucionaram o problema, 13 tiveram erro na potência, calcularam potência como uma multiplicação da base pelo expoente, por exemplo, fizeram $2^8 = 16$, e outros erros assim em outras potências, o mesmo tipo de erro foi verificado nos estudos de Utsumi (2000) e Lima (2001). Ainda, sobre os 20 alunos que não solucionaram o problema, 2 deles respondeu “Não sei”, 2 deles não colocaram nada, simplesmente abandonaram o problema, sem ao menos tentar e 3 deles ignoraram o fato de a multiplicação de qualquer termo por zero, ser sempre zero.

Questão 2: Calcule: $2ab + b^2 + a^2$, para a=17 e b=3

O problema também envolve conceitos de substituição de valores numéricos em expressões algébricas, para chegar à solução correta do problema igual a 400.

Os resultados mostraram que 60,7% dos alunos acertaram a questão, ou seja, 17 indivíduos, sendo 9 do sexo feminino e 8 do sexo masculino. O fato de terem acertado mais esse problema do que o problema 1, reside no fato do problema 1 possuir parênteses e potências que não são de expoente igual a dois, dificultando sua solução.

Dos 11 alunos que não solucionaram o problema, 1 aluno, substituiu os valores numéricos na expressão algébrica, porém não os multiplica; 8 recorrem no mesmo erro descrito no problema anterior, não sabendo calcular potência, simplesmente multiplicam a base pelo expoente e 2 abandonam o problema e nem tentam respondê-lo.

Fato assustador e alarmante, pois estão cursando o segundo ano do Ensino Médio e ainda não possuem a habilidade de resolver potências em diferentes contextos e situações.

Nesta situação, não se percebe a flexibilização para a solução da questão. O pensamento dos alunos parece se mover em uma direção linear, acionando o conhecimento de procedimento e substituindo as variáveis pelos valores correspondentes. Não foi observado que se trata do desenvolvimento de $\mathbf{(a + b)}^2$, e que poderia fazer 17 + 3 = 20 e, depois elevar o resultado ao quadrado.

Dessa forma, podemos dizer que o procedimento utilizado pode ter sido originado de uma aprendizagem mecânica, que valoriza a repetição de procedimentos prontos e acabados, como destacam Pirola (2000) e Lima (2001).

Questão 3: Solucione a equação $x + 1/x = 31/2$

Os conceitos envolvidos nesse problema são resoluções de equações do segundo grau, sendo a resposta correta do problema aproximadamente 15,4 e 0,065.

Um total de 39,3% dos alunos acertou a questão, ou seja, 11 alunos, sendo todos de sexo feminino, sendo que todos esses sujeitos que resolveram, utilizaram de estratégias de tentativas e erros e ficaram substituindo diversos valores para a incógnita x, até chegarem num resultado aproximado a 31/2.

Curioso saber que nenhum aluno utilizou a fórmula de Bháskara, que é o procedimento escolar ensinado para solucionar este tipo de problema.

Dos 17 alunos que não solucionaram o problema, 7 desistiram, nem ao menos tentaram, e os outros 10 ficaram também tentando substituir um número pelo x, porém não encontraram o número que mantivesse a igualdade da equação.

Neste problema o aluno também poderia se valer das relações de soma e produto.

Questão 4: $112^2 - 112^2$ (adaptada)

O conceito que engloba esse problema é o de cálculo de expressões numéricas, potenciação e produtos notáveis (produto da soma pela diferença de dois termos), para alcançar a solução correta, sendo zero.

Foi observado que 71,4% dos alunos acertaram a questão, ou seja, 20 alunos, sendo 13 meninas e 7 meninos; 15 perceberam que era a mesma potência, portanto nem desenvolveram a potência e já colocaram o resultado igual a zero e 5 desenvolveram a potência para depois subtrair e resultar em zero.

Dos 8 alunos que não responderam o problema, 7 desistiram, nem tentaram resolver e 1 aluno resolveu uma potência corretamente e desenvolveu a segunda erroneamente (sendo que eram as mesmas), mostrando total desatenção no problema.

É importante destacar que não era necessário saber que se trata de uma diferença entre dois quadrados. Bastava observar que se tratava da subtração de dois números iguais, o que produz como resultado, zero. Os 15 alunos que observaram isso, acionaram o componente da percepção, fazendo uso da flexibilidade de pensamento.

Entretanto, a fixidez funcional, destacada por Sternberg (2000), leva os alunos a terem somente a percepção da diferença de dois quadrados, não permitindo que se enxergue o problema como um todo e que se tenha uma análise da situação, antes de iniciar o processo de solução.

Questão 5: A diferença entre os quadrados de dois números consecutivos é 28, encontre esses números.

O problema envolve conceitos de produtos notáveis (quadrado da soma), ou propriedade distributiva, além de resolução de equações do primeiro grau, alcançando desta forma a solução de 13,5 e 14,5, porém não se pode falar em números consecutivos no campo do Racionais, por isso nenhum aluno acertou o problema.

Ou nem precisariam começar a responder, se soubessem que a diferença entre os quadrados de dois números consecutivos naturais é sempre um número ímpar.

Usaram da tentativa, ficaram tentando dois números que satisfizessem o enunciado. Percebemos que essa técnica de tentativa, vem sendo usada desde o teste matemático série VI, o que revela, uma rigidez mental, processo que Krutetskii (1976), afirmou que quando sujeitos incapazes encontravam alguma solução para um problema, entram em um processo de rigidez mental, que impede que estes possam descobrir um outro método de solução.

Ainda para Grossman & Wiseman (1993), o fracasso em tentar uma solução de um problema, pode ocasionar uma falta de estímulo para a busca de novas soluções, fazendo com que o sujeito tenha rigidez de pensamento e consequentemente bloqueando a flexibilidade de pensamento.

Portanto no teste algébrico série XIII, temos:

Tabela 16. Distribuição dos sujeitos de acordo com os tipos de procedimentos usados.

Problemas / Procedimentos	1	2	3	4	5
Aritmético + algébrico	8	17	11	20	0
Não responderam/ solucionaram erroneamente	20	11	17	8	28
Total	28	28	28	28	28

Fonte: A autora, 2015.

Temos ainda que:

8 alunos (28,6%) não acertaram nenhum dos cinco problemas

9 alunos (32,1%) obtiveram 3 acertos

11 alunos (39,3%) obtiveram 4 acertos

A dificuldade em álgebra também foi encontrada nos estudos de Alvarenga (2008), quando muitos alunos do segundo ano do Ensino Médio, nem a conseguiam definir e tinham muitas dificuldades em solucionar problemas algébricos.

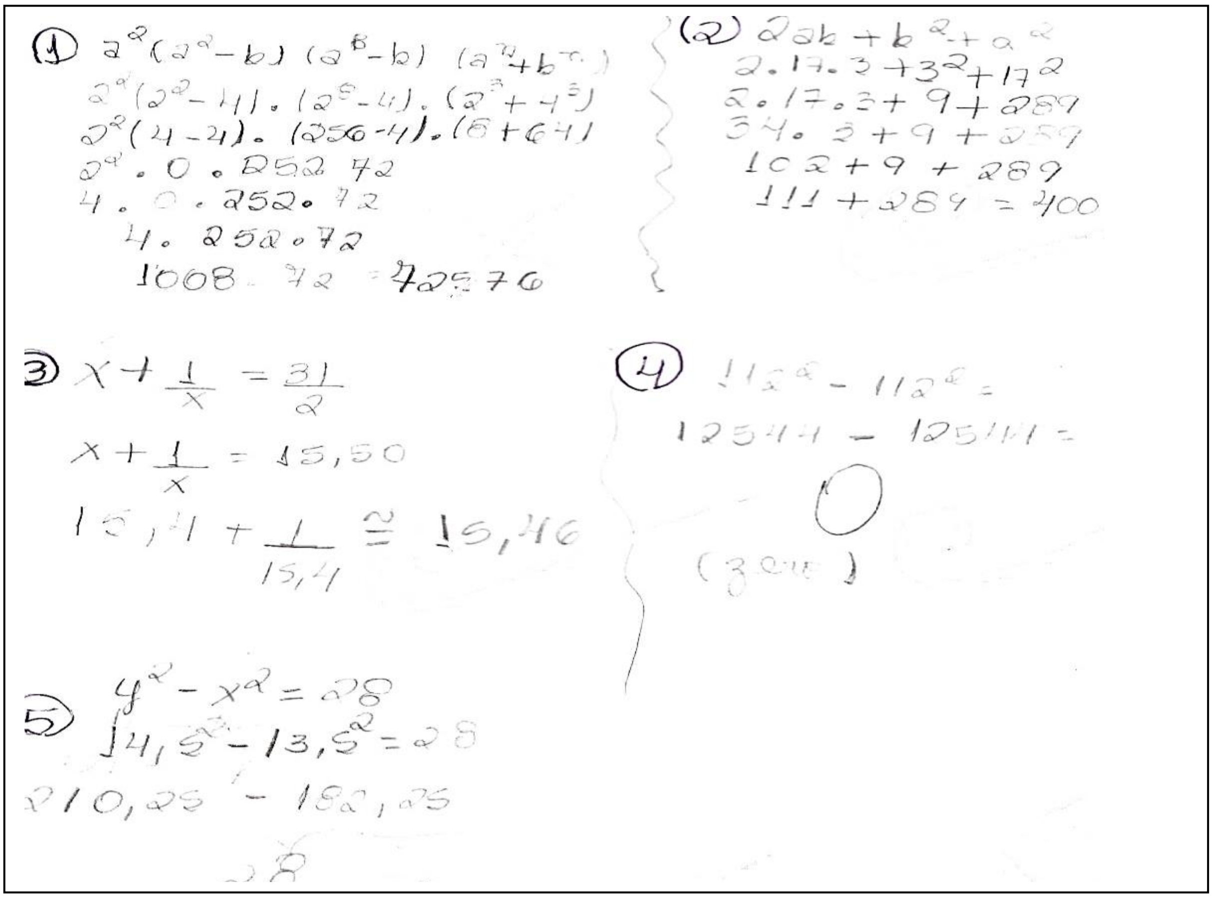
Apesar das inúmeras dificuldades encontradas na realização do teste algébrico série XIII de Krutetskii (1976), ele é o que os alunos obtiveram o melhor desempenho, embora o procedimento aritmético tenha sido amplamente utilizado nas soluções dos problemas, 52% do total de respostas, resultado também encontrado por Quintiliano (2011) e por Alves (2005), demostrando que o procedimento aritmético foi o mais frequente em todas as séries investigadas, para solucionar questões algébricas.

A média das notas obtidas pelos alunos numa escala de zero a dez, no teste, foi de 5,07, visto que esse foi o melhor desempenho dos alunos, demostra a magnitude das dificuldades encontradas para solucionar todos os problemas propostos.

Análise dos procedimentos de solução de problemas dos sujeitos com melhor desempenho no teste algébrico série XIII de Krutetskii (1976)

Para análise, vamos observar as respostas dos alunos AF11 e 1AM18, que foram os que tiveram melhores desempenhos (feminino e masculino respectivamente).

Figura 6. Respostas de AF11 aos problemas do teste algébrico, série XIII:



Fonte: A autora.

AF11, é uma participante de idade entre 14 e 16 anos, começou a frequentar a escola quando tinha 3 anos de idade, tem como sua matéria preferida Física e a que menos gosta é a Química, se pudesse tirar uma disciplina da escola, seria Arte, ela diz que entende na maioria das vezes as explicações do professor de Matemática e que só estuda Matemática na véspera das provas.

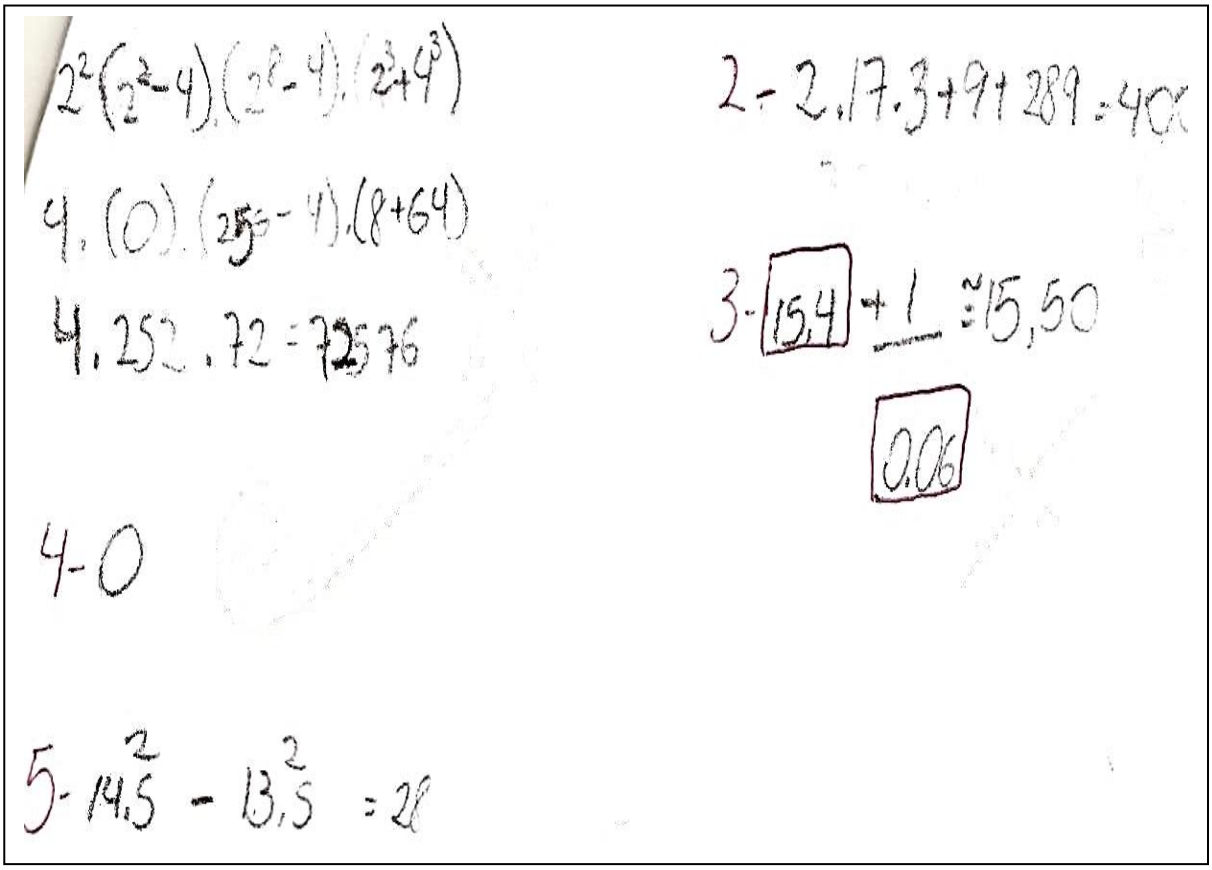
AF11, errou apenas o problema 1, pois não multiplicou os termos por zero, ignorou o fato de uma das parcelas ter resultado igual a zero, solucionando erroneamente o problema. Na verdade, foi uma distração, pois não percebeu que numa multiplicação de n fatores, se um deles for zero, a resposta da multiplicação será zero.

Nos problemas 2 e 4, apresenta a habilidade memória Matemática, já nos problemas 3 e 5 resolve por tentativa e erro. A habilidade de percepção está presente, assim como a redução dos passos para solucionar o problema.

Não demonstrou flexibilidade de pensamento, pois não houve habilidade para passar rapidamente de uma operação mental a outra, ou seja, a habilidade de trocar de um método de solucionar um problema para outro método de solucionar o mesmo problema, pois sempre usa o mesmo método para solucionar problema, tentativa.

Krutetskii (1976) relatou que alunos matematicamente capazes cumpriram as tarefas da série XIII sem nenhuma dificuldade. Dentre os sujeitos de Krutetskii, a necessidade de encontrar outras soluções só surgia, quando a primeira solução encontrada por esses sujeitos não era a mais simples, econômica e elegante.

Figura 7. Respostas de 1AM18 aos problemas do teste algébrico, série XIII.



Fonte: A autora.

1AM18, novamente foi o aluno que obteve melhor desempenho no teste. Continua mostrando sua habilidade em redução dos passos na solução de um problema, é sucinto, soluciona erroneamente o problema 1, soluciona corretamente os problemas 3 e o 4 por tentativa e erro. Demonstra domínio da habilidade percepção nos problemas 2 e 4. Cometeu o mesmo erro que a aluna AF11, no problema 1, não se atentou que um dos fatores é o número zero e, portanto, o resultado da multiplicação será zero.

Não demonstrou flexibilidade de pensamento, pois não houve habilidade para passar rapidamente de uma operação mental a outra, ou seja, a habilidade de trocar de um método de solucionar um problema para outro método de solucionar o mesmo problema.

Teste geométrico série XIII

Trata-se de um teste composto de problemas, que são do tipo "provas e demonstrações", raramente apresentados e ensinados em sala de aula. O componente das habilidades matemáticas que permeia a série XIII é a flexibilidade de pensamento.

Questão 1: Tente encontrar alguma fórmula para o teorema do ângulo externo do triângulo.

Um total de 17,8% dos alunos, ou seja, 5 alunos, sendo 2 do sexo feminino e 3 do sexo masculino, conseguiram ao menos ficar na etapa "compreensão do problema", primeira etapa para a solução de um problema, o que para Polya (1994), nesse processo de compreensão, muitas vezes, torna-se necessário construir figuras para esquematizar a situação proposta, porém, não solucionaram de fato, o problema.

Esses alunos, conseguiram destacar em seus desenhos, apenas qual seria o ângulo externo do triângulo e dos 5 alunos apenas 1 chegou à conclusão de que num triângulo em qualquer um dos três ângulos, se somarmos o ângulo interno pelo externo, o resultado seria de 180º (ângulos suplementares).

A maior parte dos alunos, os 23 que nem esquematizaram uma solução, 9 deixaram em branco, 10 escreveram "Não sei", 1 escreveu " não faço ideia do que seja teorema do ângulo externo" e 3 desenharam um triângulo. Sendo assim ninguém solucionou o problema.

Trata-se de um problema difícil, por dois aspectos: o primeiro porque trata de uma questão que envolve a geometria, que, conforme mostram as pesquisas de Pirola (2000), entre outras, é um aspecto do ensino da Matemática que tem sido relegado a um plano secundário. O segundo porque envolve conhecimento escolar, específico da geometria. Envolve a memória Matemática. Entretanto, mesmo que os alunos não se lembrassem do teorema, poderiam, por meio do conhecimento declarativo de triângulo e da soma dos seus ângulos internos, chegar ao teorema. Nesse sentido, uma resposta criativa seria a construção desse resultado, evidenciando a flexibilidade de pensamento.

Questão 2: Prove de diferentes maneiras que existe somente uma perpendicular que pode ser traçada de um ponto fora de uma linha reta.

Na análise dos protocolos, notamos que 46,4% dos alunos, ou seja, 13 alunos, sendo 5 do sexo feminino e 8 do sexo feminino, fizeram esquemas e desenhos, numa tentativa de compreensão do problema, primeira etapa para a solução de um problema, esquematizaram por meio de desenhos, desenharam um segmento de reta e um ponto fora deste segmento e depois traçaram um segmento de reta a partir do ponto, que fosse perpendicular ao primeiro segmento traçado, porém não solucionaram o problema.

Dos 15 alunos restantes, que nem ao menos esquematizaram algo, 5 deixaram em branco, 5 escreveram "Não sei", 4"Não entendi" e 1 "todo ponto se perpendicular se torna uma só cruz ou linha".

Portanto, nenhum dos sujeitos solucionou este problema, revelando total falta de intimidade com provas e demonstrações no campo da geometria.

Questão 3: Prove de diversas maneiras que duas cordas paralelas desenhadas a partir das extremidades de um diâmetro são iguais.

Observamos que 21,4% dos alunos, ou seja, 6 alunos, sendo 1 do sexo feminino e 5 do sexo masculino, apenas fizeram esquemas na tentativa de elucidar o problema, não conseguiram de fato provar, porém conseguiram desenhar uma circunferência, traçar o diâmetro e traçar duas cordas paralelas a partir das extremidades do diâmetro e tentaram explicar os conceitos de diâmetro e de corda.

Os outros 22 alunos que nem esquematizaram o problema, 15 deixaram em branco, 2 escreveram "Não sei", 4 "Não entendi" e 1 "Eu sei como faz essa prova, mas nesse momento eu não estou recordando".

Também aqui nesta questão, nenhum dos sujeitos conseguiu solucionar o problema.

Questão 4: Tente encontrar diversas provas para o teorema que diz que quanto maior o arco de um círculo, maior a corda.

A análise mostrou que 21,4% dos alunos, ou seja, 6 alunos, sendo 1 do sexo feminino e 5 do sexo masculino, não conseguiram sistematizar a prova, porém por desenhos, destacaram arcos menores e maiores num círculo e destacaram as cordas, chegando à conclusão que quanto maior o arco, maior a corda, num primeiro estágio de solução de problemas, tentaram compreende-lo, mas não o solucionaram.

Os 22 alunos que nem esboçaram o problema, desenharam círculos aleatórios, 8 deixaram em branco, 10 responderam "Não sei", 3 "Não entendi" e 1 "Eu dormi nessa aula".

Portanto aqui também temos nenhum aluno respondendo corretamente ao problema proposto.

Questão 5: Tente encontrar diversas provas do Teorema de Pitágoras.

Do total dos participantes, 10,7% dos alunos, ou seja, 3 alunos, sendo 1 do sexo feminino e 2 do sexo masculino, não provaram de fato, porém, lembraram do teorema de Pitágoras e deram exemplos de aplicações.

Embora seja um assunto tão trabalhado em sala de aula, dos 25 alunos que nem esquematizaram o mesmo, 2 responderam "estudei isso, mas não lembro", 10 escreveram "Não lembro", 1 escreveu "Não entendi", 7 escreveram "não sei" e 5 deixaram em branco.

Outra questão geométrica em que o nível de acertos foi de 0%.

De maneira geral, embora os problemas geométricos tentem evidenciar a flexibilidade de pensamento, isso não foi possível identificar nas respostas dos alunos. A demonstração, em geometria, não é ensinada pela grande maioria dos professores, como aponta Pirola (2000). Além disso, o que os alunos fizeram foi somente representações gráficas, não mobilizando conhecimentos construídos ao longo da escolaridade, relacionados aos conceitos e princípios da geometria.

É possível identificar, também, que o conhecimento de procedimento foi mais evidente, embora a maioria não tenha tido sucesso.

Outros componentes da criatividade não foram identificados, uma vez que os alunos desconheciam os conteúdos objetos da questão geométrica.

Portanto no teste geométrico série XIII, temos:

Tabela 17. Distribuição dos sujeitos de acordo com os tipos de procedimentos usados

Problema / Procedimento	1	2	3	4	5
Visual pictórico	0	0	0	0	0
Não responderam/ solucionaram erroneamente	28	28	28	28	28

Temos ainda que:

16 alunos (57,2%) não acertaram nenhum dos cinco problemas

3 alunos (10,7%) tentaram esquematizar 1 problema

3 alunos (10,7%) tentaram esquematizar 2 problemas

1 aluno (3,6%) tentou esquematizar 3 problemas

5 alunos (17,8%) tentaram esquematizar 4 problemas

Como nota-se, o índice de desempenho no teste geométrico série XIII de Krutetskii (1976), foi bastante baixo, a média das notas obtidas pelos alunos numa escala de zero a dez, foi de 0, desempenho que pode ser considerado sofrível, muitos sujeitos não conseguiram desenvolver qualquer tipo de solução para os problemas, este foi o teste que os alunos obtiveram o pior desempenho.

Pirola (2000) em seu estudo, cujo principal objetivo foi o de investigar a solução de problemas geométricos, tendo como sujeitos 124 estudantes do curso de Habilitação Específica do Magistério (HEM) e de 90 alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma faculdade do interior de São Paulo, encontrou também resultados alarmantes quanto à solução de problemas geométricos e de maneira geral, a análise de seus dados demostrou:

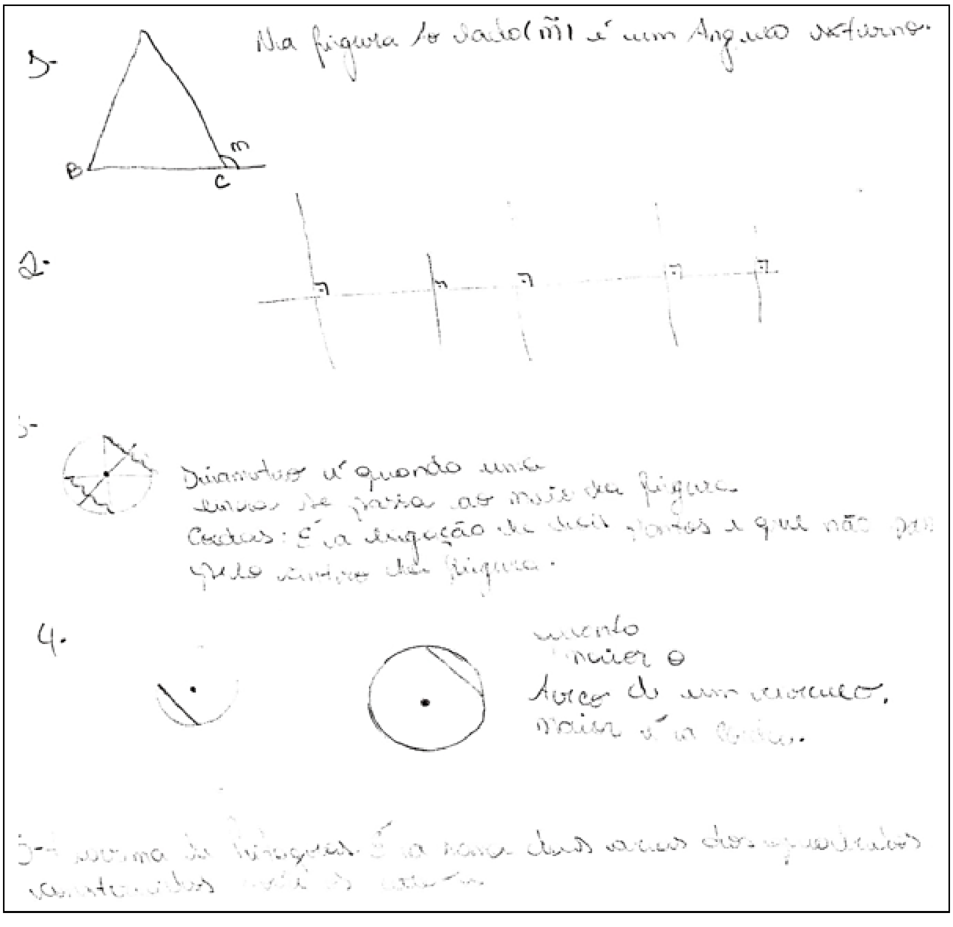
> 1- Um baixo desempenho dos sujeitos na solução de problemas geométricos, sendo que a dificuldade maior apareceu nos problemas envolvendo informações incompletas e supérfluas. Isso foi devido, em grande parte, à dificuldade que os sujeitos encontraram para obter a informação matemática a partir do enunciado dos problemas propostos. Quando a estrutura matemática do problema não é bem compreendida, muitas dificuldades, relacionadas à percepção dos dados contidos no enunciado dos problemas tendem a aparecer, dificultando e, em muitos casos, impedindo a solução de problemas;
> 2- Algumas dificuldades, por parte dos sujeitos, em ativar os esquemas e estratégias adequadas para a solução dos problemas propostos, principalmente aqueles problemas que envolviam informações incompletas e supérfluas;
> 3- Desconhecimento (e/ou esquecimento), pela maior parte dos sujeitos, de alguns conceitos básicos da geometria (área, perímetro, volume, triângulo isósceles) e também de alguns princípios geométricos (fórmulas para o cálculo de áreas, perímetro e volume) (PIROLA, 2000, p. 143).

O trabalho com a geometria nas escolas, não vem sendo efetuado de forma a levar os alunos a solucionarem problemas. Gonçalves e Lando (2012), perceberam em sua pesquisa, entre outras coisas, que o ensino de geometria de algumas escolas públicas da cidade de Jequié-Bahia, era quase ausente e alguns dos fatores que puderam constatar para justificar essa situação é o fato de ainda existirem professores de outras áreas ensinando Matemática, a falta de conhecimentos geométricos, mesmo dos professores da área.

Análise dos Procedimentos de solução de problemas dos sujeitos com melhor desempenho no teste geométrico série XIII de Krutetskii (1976)

Para análise, vamos observar as respostas dadas pelos alunos AF6 e 2AM19, que foram os que obtiveram melhores desempenhos (feminino e masculino respectivamente).

Figura 8. Respostas de AF6 aos problemas do teste geométrico série XIII.



Fonte: A autora.

AF6, é uma participante de idade entre 14 e 16 anos, começou a frequentar a escola quando tinha 3 anos de idade, tem como sua matéria preferida a Biologia e a que menos gosta é a Português, se pudesse tirar uma disciplina da escola, seria História, ela diz que entende na maioria das vezes as explicações do professor de Matemática e que só estuda Matemática na véspera das provas.

Como a digitalização do documento não saiu nítida, transcreveremos as respostas das questões 3, 4 e 5:

3: “Diâmetro é quando uma linha se passa ao meio da figura. Cordas: É a ligação de dois pontos e que não passam pelo centro da figura. ”

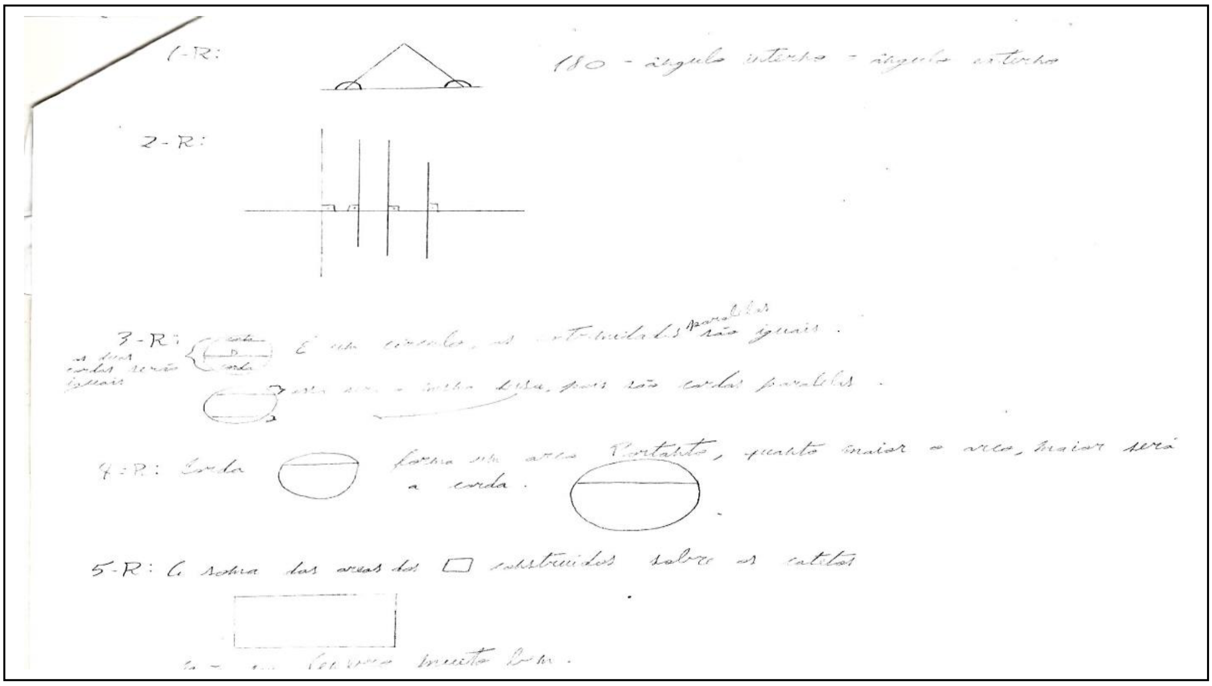
4: “Quanto maior o Arco de um círculo, maior é a corda”

5: “Teorema de Pitágoras: É a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos”

A aluna AF6, no problema 1, sabe o que é ângulo externo, demonstra desenhando, porém não formaliza o teorema.

No problema 5, demonstra que não se lembra direito do que é o teorema de Pitágoras, ou seja, o conteúdo não foi apropriado de fato pela mesma.

Figura 9. Respostas de 2AM19 aos problemas do teste geométrico, série XIII.



Fonte: autor.

2AM19 é um participante de idade entre 14 e 16 anos, começou a frequentar a escola quando tinha 5 anos de idade, tem como sua matéria preferida a Educação Física e a que menos gosta é a Biologia, se pudesse tirar uma disciplina da escola, não tiraria nenhuma, ele diz que entende na maioria das vezes as explicações do professor de Matemática e que só estuda Matemática na véspera das provas.

A digitalização do documento também ficou muito fraca, por isso, transcreveremos algumas de suas respostas:

1) "180º ângulo interno mais ângulo externo. "

Fez esquemas nesta resposta, demonstrando a habilidade memória matemática e teve a habilidade percepção, pois formalizou um conteúdo matemático. Na questão 2, também faz desenhos, esquemas para demonstras o teorema, mostrando a habilidade memória matemática.

2) "É um círculo, as extremidades paralelas são iguais. (Ao lado escreve: as duas cordas serão iguais). No desenho de baixo, escreve ao lado dele, essa será a mesma dessa (mostrando as cordas) são cordas paralelas"

Fez esquemas também, porém não se atentou ao enunciado que diz que as cordas com extremidades a partir do diâmetro, portanto não soluciona corretamente o problema.

3) "Corda, forma um arco. Portanto, quanto maior o arco, maior será a corda. " (Faz desenhos)

Fez esquemas, novamente, demonstrando a Memória Matemática.

4) "A soma dos arcos dos quadrados construídos sobre os catetos, não me lembro muito bem"

Há a dificuldade em se lembrar o teorema de Pitágoras, portanto, o conceito não foi apropriado de fato, pelo indivíduo.

Não demonstrou flexibilidade de pensamento, pois não houve habilidade para passar rapidamente de uma operação mental a outra, ou seja, a habilidade de trocar de um método de solucionar um problema para outro método de solucionar o mesmo problema.

De modo geral, as soluções dos alunos mais capazes, foram tão pobres, o desempenho tão sofrível, que não foi possível identificar componentes da criatividade em suas soluções.

Teste aritmético série XIII

São problemas que permitem diversas soluções e propícios à identificação da flexibilidade de pensamento.

Questão1: De quantas maneiras podemos pagar 78,00 se o dinheiro está em notas de 3,00 e 5,00?

Do total, 21,4% dos alunos deram ao menos duas possibilidades de pagamento, ou seja, 6 alunos, sendo 2 do sexo feminino e 4 do sexo masculino, as possiblidades que surgiram foram: 15 notas de 5,00 e 1 nota de 3,00 e outra 21 notas de 3,00 e 3 notas de 5,00.

Dos 22 alunos que não solucionaram o problema, temos 8 que deixaram em branco, 6 que responderam “não sei” e 8 que responderam absurdos, números aleatórios.

No estudo de Lima (2001), um dos sujeitos analisados, considerado como mais capaz (dos três analisados), respondeu que não sabia fazer e deixou em branco a questão.

É importante observar que esse tipo de problema é trabalhado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Geralmente os alunos utilizam tentativas, sendo que há várias maneiras de se resolver o problema e o mesmo não possui somente uma resposta.

Krutetskii (1976), ao descrever o componente da habilidade “obtenção da informação Matemática”, trabalhou com problemas com informações incompletas, em que os sujeitos deveriam criar hipóteses e chegar a várias soluções. Pirola (2000) mostrou que a dificuldade em se trabalhar com problemas que possuem várias soluções não é somente de alunos da escola básica, mas também de alunos de cursos de formação de professores.

Questão 2: Dezesseis pardais estavam sentados em 2 arames; 2 pardais voaram do 2º arame; 5 pardais voaram do 1º para o 2º arame. Sabe-se que depois disso, havia o mesmo número de pardais em cada arame. Quantos pardais havia em cada arame no início?

Nenhum aluno solucionou o problema e, dentre as respostas obtidas, constatamos 11 alunos que deixaram em branco, 8 alunos responderam “não sei”, 3 alunos escreveram “não entendi” e 6 alunos que responderam que o resultado seria 8.

Esse fato, chamou atenção, pois nos estudos de Lima (2001), os protocolos dos três sujeitos mais capazes, trouxeram a mesma resposta “8”, pois tanto em seu estudo, como no nosso, houve um entendimento parcial dos dados do problema, pois fixaram-se na frase que diz “ sabe-se que havia o mesmo número de pardais em cada arame”, porém, nos referidos estudos de Lima (2001), os sujeitos eram do Ensino Fundamental, 7º ano, 8º ano e 9º ano.

Questão 3: Em quatro classes havia um total de 118 alunos, incluindo 70 nas séries 1 e 2 juntos; 60 nas séries 1 e 3 juntos, e 59 nas séries 2 e 3 juntos. Quantos alunos há na série 4?

Nenhum aluno acertou o problema. A dificuldade na compreensão do mesmo foi enorme, sendo que 12 alunos rabiscaram alguns números aleatórios, 8 deixaram em branco, 6 escreveram "Não sei" e apenas 2 iniciaram a solução, montando sistema de equações, porém não deram prosseguimento na solução, desistindo da mesma.

Questão 4: Encontre a soma de todos os inteiros de 1 a 50.

Os resultados mostraram que 28,57% dos alunos solucionaram corretamente o problema, ou seja, 8 alunos, sendo todos do sexo masculino, 2 deles usaram a fórmula da soma dos termos de uma progressão aritmética e 6 somaram número a número.

Dos 20 alunos que não solucionaram o problema, 15 somaram número a número, porém calcularam errado e 5 deixaram em branco.

Portanto no teste aritmético série XIII, Krutetskii (1976), temos:

Tabela 18. Distribuição dos sujeitos de acordo com os tipos de procedimentos usados

Problema / Procedimento	1	2	3	4
Aritmético	6	0	0	8
Não responderam/ solucionaram erroneamente	22	28	28	20

Fonte: A autora, 2015.

Como pode-se notar, o índice de desempenho no teste aritmético série XIII de Krutetskii (1976), foi baixíssimo, a média das notas obtidas pelos alunos numa escala de zero a dez, foi de 1,25, segundo pior desempenho dentre os quatro testes que foram aplicados. Gontijo (2010), destaca em seu trabalho, com 100 alunos do 3º ano do Ensino Médio, que não foram evidenciadas correlações positivas em relação à originalidade Matemática, que para o autor é a apresentação de respostas infrequentes ou incomuns, uma das características da capacidade criativa em Matemática.

Ainda podemos assinalar que:

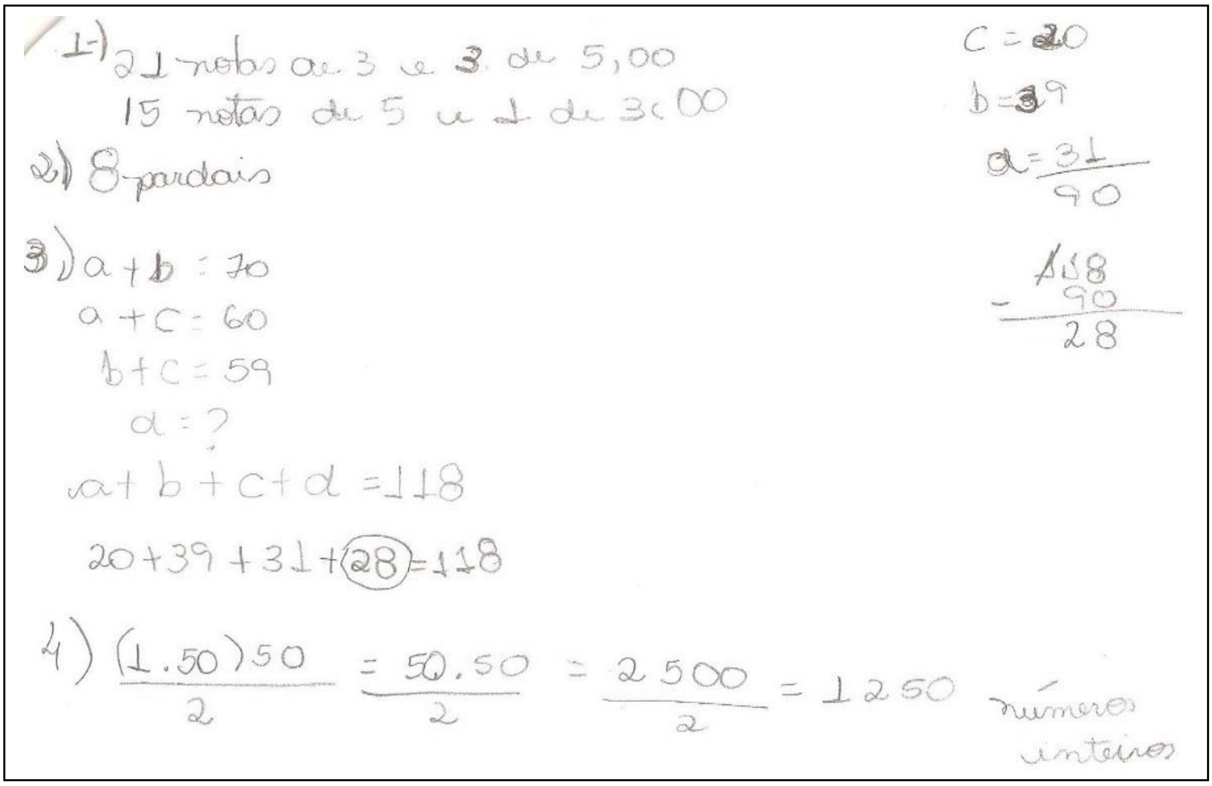
18 alunos (64,3%) não acertaram nenhuma das cinco questões

6 alunos (21,4%) obtiveram 1 acertos

4 alunos (14,3%) obtiveram 2 acertos

Os alunos AF1 e 2AM19, fazem parte dos 14,3% que obtiveram dois acertos, são deles as respostas analisadas:

Figura 10. Respostas de AF1 aos problemas do teste aritmético, série XIII:



1-) 21 notas de 3 e 3 de 5,00
15 notas de 5 e 1 de 3,00

2) 8 pardais

3) $a + b = 70$
$a + c = 60$
$b + c = 59$
$d = ?$
$a + b + c + d = 118$
$20 + 39 + 31 + 28 = 118$

$c = 20$
$b = 39$
$a = 31$
$\,90$

$118 - 90 = 28$

4) $\frac{(1.50)50}{2} = \frac{50.50}{2} = \frac{2500}{2} = 1250$ números inteiros

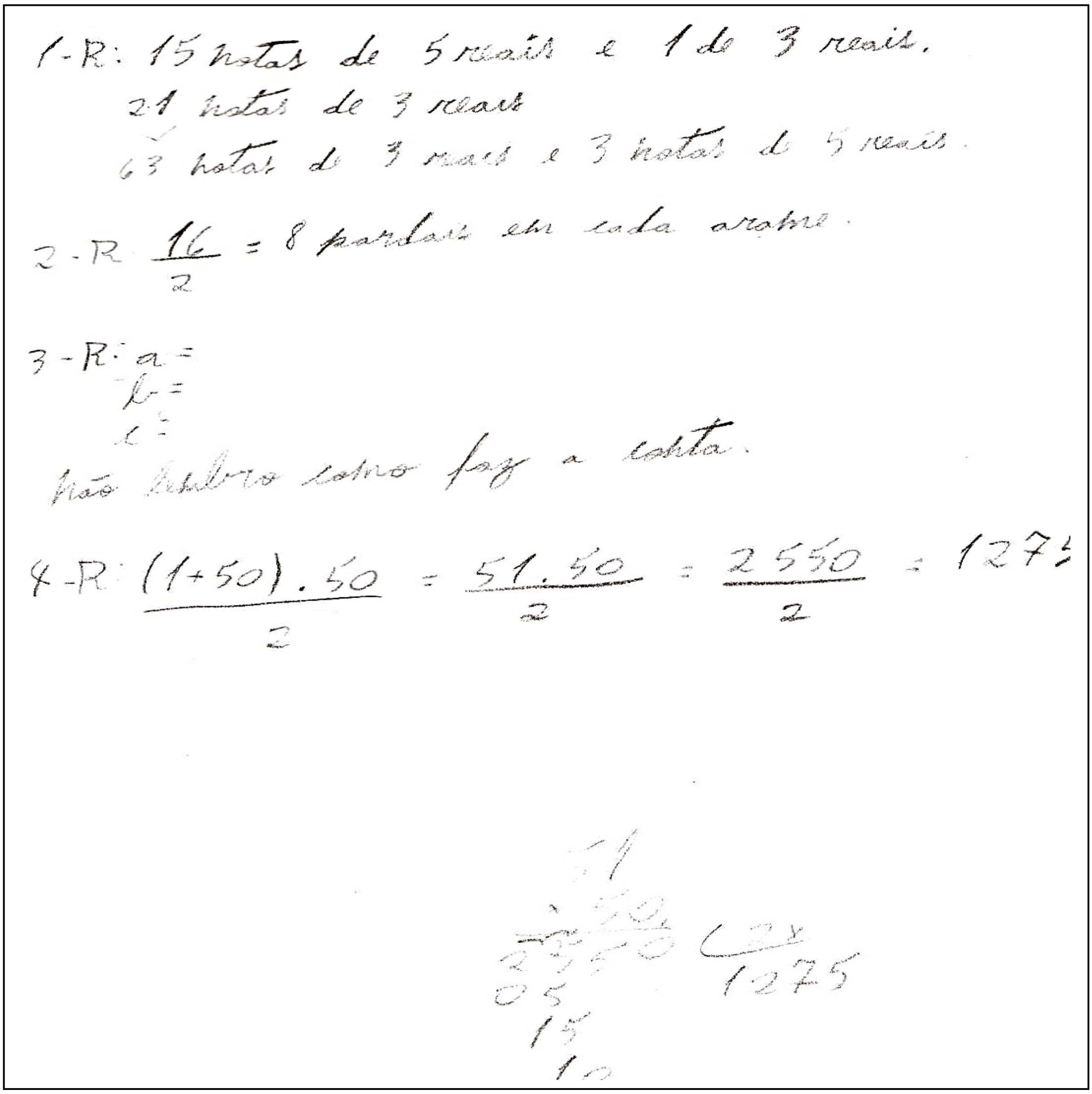
Fonte: A autora.

AF1, é uma participante de idade entre 14 e 16 anos, começou a frequentar a escola quando tinha 7 anos de idade ou mais, tem como sua matéria preferida Inglês e a que menos gosta é a Matemática, se pudesse tirar uma disciplina da escola, seria o Português, ela diz que poucas vezes entende as explicações do professor de Matemática e que só estuda Matemática na véspera das provas.

AF1, demonstra a habilidade memória Matemática, pois resolve a questão 4 pela soma dos termos de uma progressão aritmética (P.A.).

Houve muita dificuldade de interpretação das três primeiras questões, numa tentativa de solução do problema 3; houve um início até elegante, quando montou o sistema de equações, porém, não houve continuidade no processo de solução.

Figura 11. Respostas de 2AM19 aos problemas do teste aritmético, série XIII:



1-R: 15 notas de 5 reais e 1 de 3 reais.
21 notas de 3 reais
63 notas de 3 reais e 3 notas de 5 reais.

2-R $\frac{16}{2}$ = 8 pardais em cada arame.

3-R: a =
b =
c =
não lembro como faz a conta.

4-R: $\frac{(1+50).50}{2} = \frac{51.50}{2} = \frac{2550}{2} = 1275$

Fonte: A autora.

2AM19 novamente foi o participante do sexo masculino que mais acertou as questões.

Demonstra a fde pensamento na questão 1 e memória Matemática na questão 4. Houve muita dificuldade de interpretação das questões 2 e 3.

Finalizando a análise, temos que o desempenho no teste aritmético foi insatisfatório, assim como nos outros testes e da mesma forma como nas avaliações escolares internas e externas, cenário preocupante, a investigação presente nesta tese, assumiu a criatividade como um potencial que pode ser desenvolvido em todos indivíduos, Krutetskii (1976) afirmou que a questão das habilidades está intimamente relacionada às diferenças individuais, as pessoas são capazes de diferentes realizações em diferentes níveis.

As habilidades matemáticas, dentre elas, a criatividade, podem ser formadas e desenvolvidas durante toda a vida e o professor, o método de ensino e a escola em si, têm papel fundamental no desenvolvimento máximo de todas as habilidades possíveis, respeitando as diferenças individuais

Conclusões

A análise dos dados obtidos na pesquisa, permite concluir que os sujeitos tiveram grandes dificuldades em solucionar os problemas propostos, em todos os testes, mostrando um nível baixo de desenvolvimento das habilidades matemáticas. Em geral, não foram encontradas soluções diferentes e criativas para os problemas.

O pior desempenho dos alunos foi no teste geométrico (Série XIII), seguido pelo aritmético (Série XII), o teste de matemática (série VI) e sendo o melhor desempenho no teste algébrico (série XIII).

Ficou evidenciado também, que pelas dificuldades encontradas pelos indivíduos, que eles não estavam preparados para solucionar problemas dos tipos contidos nos testes.

Considerando os dados obtidos no presente estudo e nos revistos sobre o tema, é de extrema importância ressaltar a relevância da intensificação do desenvolvimento do processo de pensamento divergente na solução de problemas, desenvolvendo a criatividade, sendo que isso deveria permear à prática docente.

As alunas AF8, AF11, AF6 e AF1, foram as participantes do sexo feminino que demostraram maiores habilidades matemáticas, já os participantes 1AM18 e 2AM19, foram os do sexo masculino que demonstraram maiores habilidades matemáticas e utilizaram alguns componentes da criatividade, como redução dos passos no processo de raciocínio, habilidade de generalização, habilidade memória matemática e a flexibilidade de pensamento.

AF1, foi a única entre os 28 indivíduos, que já tivera aulas particulares de Matemática, embora a disciplina que ela menos goste seja a Matemática. Ela apresentou bons resultados e curiosamente ela não gostaria que retirassem a Matemática do currículo, e sim o Português. A sua resposta ao questionário, também revela que não recebe ajuda de ninguém para estudar ou fazer tarefas e trabalhos de Matemática.

AF6 também revela que ninguém a ajuda com tarefas, trabalhos e estudos, assim como AF8, porém AF8 revela que estuda Matemática, em casa, pelo menos um dia por semana. AF11 também não recebe ajuda e já foi retida na 5ª série do EF.

1AM18, recebe ajuda tanto do pai como da mãe, para realizar trabalhos, estudar e fazer tarefas de Matemática e tem como matéria preferida a Matemática.

2AM19, não recebe ajudas para fazer trabalhos e tarefas de Matemática e revela que estuda Matemática, em casa, pelo menos um dia da semana.

Diante dos resultados aparentes, pode-se concluir que os sujeitos AF8, AF11, AF6, AF1, 1AM18 e 2AM19, apresentaram timidamente em algumas questões, componentes da criatividade nas soluções de problemas matemáticos, como redução dos passos no processo de raciocínio, habilidade de generalização, habilidade memória matemática e a flexibilidade de pensamento.

Sendo o objetivo do trabalho o de investigar o desempenho e as dificuldades de alunos do Ensino Médio na solução de problemas que envolvem componentes da criatividade, a análise do discurso mostrou que embora os PCNEM enfatizem o desenvolvimento da criatividade, eles não dão subsídios em seu discurso textual, de conceitualização da mesma e nem como desenvolvê-la. A análise mostrou, ainda, que o tratamento dado à criatividade, pelos PCNEM, é muito superficial, não evidenciando ao professor a sua real importância no processo de aprendizagem e ensino da Matemática escolar.

Considerando que os PCNEM são os documentos que norteiam o trabalho da maioria dos professores, era de se esperar que o mesmo enfatizasse a criatividade como elemento a ser desenvolvido, não somente na Matemática, mas em todas as disciplinas. Essa ausência de tratamento aprofundado sobre a criatividade é um dos fatores que pode levar o professor a não se deter nesse aspecto quando desenvolve o ensino da Matemática. Dessa forma, é compreensível que os alunos, participantes dessa pesquisa, não tenham desenvolvido procedimentos criativos para a solução dos problemas propostos.

Neste sentido, a continuidade dessa pesquisa poderia investigar os componentes da criatividade dos professores que ensinam Matemática e correlacionar esses resultados com os dos seus alunos.

A mobilização exclusiva do conhecimento de procedimento, pela maioria dos participantes, mostra que o trabalho com o conhecimento declarativo não está tendo o destaque que merece no processo de solução de problemas matemáticos, como já apontou a revisão da literatura desta tese. Esse, também, é um dos fatores que leva os alunos a não desenvolverem, criativamente, a solução de problemas, se apegando a procedimentos já aprendidos de forma pronta e acabada.

Por meio da análise dos testes matemáticos foi possível observar que no teste da série VI, os componentes da habilidade matemática: percepção, memória matemática, generalização e redução dos passos na solução de problemas, foram detectados, já no teste algébrico série XIII, não foi notada a flexibilidade de pensamento, pelo contrário, a rigidez mental pôde ser observada. No teste geométrico série XIII também a flexibilidade de pensamento não foi demonstrada, apenas no teste aritmético série XIII, indícios de flexibilidade de pensamento e criatividade surgiram.

Em geral, os sujeitos da pesquisa, são amostras de como a escola não tem um trabalho efetivo para desenvolver habilidades matemáticas, dentre elas a criatividade, pelo fato da escola trabalhar com soluções modelos de problemas modelos e também trabalhar exaustivamente questões e exercícios.

Quiçá, num tempo próximo possamos ser, nós professores, um dos propiciadores da construção dos componentes da criatividade nas soluções de problemas matemáticos pelos nossos alunos, mas para isto, a formação de professores de Matemática voltada para tal, é fundamental, além disso, as vivências desses futuros professores nos estágios supervisionados, devem gerar reflexões profundas sobre a prática que estão vendo e a prática que exercerão quando estiverem em uma sala de aula.

O respeito às microgêneses de cada sujeito deve ocorrer, assim como o respeito aos estilos cognitivos e à metodologia de solução de problemas que tanto já foi estudada e citada, mas na prática esses elementos são abolidos, notadamente, mostrados pelos resultados dos índices de desempenho matemáticos apresentados pelo Brasil, nas avaliações em larga escala, pelo Estado de São Paulo e também pela escola onde a pesquisa realizou-se.

Todos os resultados encontrados e a observação das respostas dadas pelos estudantes, bem como a discussão e reflexão dos mesmos à luz da Psicologia Cognitiva e da revisão da literatura, puderam trazer uma compreensão da complexidade de variáveis que interferem no rendimento, seja ele em aritmética, geometria ou álgebra.

A tese possibilitou fazer um “retrato” de um momento da vida escolar desses alunos, sujeitos da pesquisa, além de fazer uma profunda reflexão de como os discursos textuais onde a criatividade aparece num documento oficial como os PCNEM e realmente como são apresentados para o leitor. Por ser limitada, a pesquisa não se encerra aqui, estamos apenas no início da navegação nesse mar de questionamentos e apontamentos necessários ao tema, que merecerá em futuras pesquisas, o uso da técnica pensar em voz alta; análise de problemas apresentados nos livros didáticos e materiais como apostilas (cadernos dos alunos), instituídas para o uso aulas de Matemática do Estado de São Paulo. Apesar deste trabalho ser uma pesquisa básica, a compreensão obtida deve provocar novas reflexões acerca da prática docente.

Assim, as contribuições desta tese são a constatação de como os alunos do 2º ano do Ensino Médio solucionam problemas aritméticos, algébricos e geométricos de Krutetskii (1976), além das discussões com outras pesquisas do mesmo tipo, tornando um avanço no estado da arte neste tema estudado “criatividade e Matemática”, além da reflexão do discurso textual onde a palavra “criatividade” se apresenta, nos PCNEM, uma contribuição dos estudos da linguística e da análise do discurso ao entendimento do uso da palavra neste documento oficial, que serve de guia e orientação para os professores nas aulas de Matemática.

Como as pessoas pensam matematicamente, suas heurísticas nas resoluções de problemas, sua criatividade e flexibilidade de pensamento, certamente continuarão fascinando psicólogos e pesquisadores na área de Matemática, por muitas e muitas gerações, até que consigamos melhorar realmente o ensino-aprendizado desta transcendental disciplina que é a Matemática.

Se como o computador, contássemos as palavras desta tese, resultaria em 40793 palavras, e, ponto final. Mas, se com o olhar criativo, para além das aparências, do homem que calculava de Malba Tahan, contássemos as palavras, diríamos que 40793 é um número extraordinário, que representa uma vitória pessoal de uma professora comum, um número de alegria de poder ser ouvida pela sociedade, um número de esperança de que esta sirva para que professores que acreditam na Educação como processo de humanização, reflitam sobre suas práticas educativas e número de esperança também de que esta pesquisa tenha formas de continuidade e discussões, nessa eterna busca de respostas.

Em suma, é primordial que se faça uma ampla revisão na prática pedagógica desenvolvida em Matemática, a fim de que contribua positiva e efetivamente para a formação de educandos criativos, sujeitos de transformações sociais...

REFERÊNCIAS

AIKEN, L. R. Ability and creativity in mathematics. **Review of Educational Research**, v.43, p.405-432, 1973.

ALENCAR, E. M. L. S. **Criatividade.** Brasília: Universidade de Brasília, 1995.

ALENCAR, E. M. L. S. Barreiras à criatividade pessoal: desenvolvimento de um instrumento de medida. **Psicologia Escolar e Educacional**, v.3, 1999, p.123- 132.

ALVARENGA, R. C. M. **O raciocínio lógico e a criatividade na resolução de problemas matemáticos no ensino médio.** 2008. 99 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Campus de Marília, Marília, 2008.

ALVES, E. V. **Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do Ensino Médio**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de Campinas (UNICAMP), Campinas, 1999.

ALVES, E. V. **Um estudo exploratório das relações entre memória, desempenho e os procedimentos utilizados na solução de problemas matemáticos.** Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de educação, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2005.

ARAÚJO, E. A. **Influência das habilidades e das atitudes em relação à matemática e à escolha profissional.** 1999. 228 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas, 1999.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE EDUAÇÃO. **Brasil fica em penúltimo lugar em ranking global de qualidade de educação**. Disponível em: <http://www.abe1924.org.br/56-home/257-brasil-fica-em-penultimo-lugar-em-ranking-global-de-qualidade-de-educacao>. Acesso em: 20 mar. 2016.

BARIANI, I. C. D. **Estilos cognitivos de universitários e iniciação científica**. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas, 1998.

BARRON, F. **Creative person and creative process.** NY: Holt, Rinehart & Winston, 1969.

BOGDAN, R.; BIKLEN S. **Investigação qualitativa em educação**. 1. ed. Porto, 2003.

BOYER, C. B. **História da Matemática**; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgar Blücher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília: MEC/ SEF, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **INEP Relatório Nacional PISA 2012** - Resultados Brasileiros. Brasília, 2012.

BRITO, M. R. F. **Um estudo sobre as atitudes em relação à matemática em estudantes de 1.º e 2.º graus.** Tese (Livre Docência). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo. 1996.

BRITO, M. R. F. **Contribuições da psicologia educacional à matemática**. In: BRITO, M. R. F.(Org.) Psicologia da educação matemática: teoria e pesquisa. Florianópolis: Ed. Insular, 2001. p. 49-67.

BRITO, M. R.F. **A Psicologia Educacional e a formação do Professor-Pesquisador: criando situações desafiadoras para a aprendizagem e o ensino da Matemática**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Ano 9, nº 117, 2002

BRITO, M. R.F. **Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos**. In: ______. (Org.). Solução de problemas e a matemática escolar. Campinas: Alínea,2006. p. 13-53.

BRITO, M. R. F. **O ensino e a formação de conceitos na sala de aula**. In: MIRA, Maria H. N.; BRITO, M. R. F(Org.): Psicologia na educação: articulação entre pesquisa, formação e XII EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014 ISSN 2175 - 2044 prática pedagógica (Coletâneas da ANPEPPn. 5, pag. 73-93). Rio de Janeiro: Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Psicologia, 1996.Disponível em: <http://www.infocien.org/Interface/Colets/v1n05a08.pdf>. Acesso em: 28 mar. 2016.

COLL, C.; EDWARDS, D. **Ensino, aprendizagem e discurso em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS/ Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado – 1. Ed. Atual. – São Paulo: SSE, 2012.

DANTE, L. R. **Incentivando a criatividade através da educação matemática**. 1980. 247 f. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1980.

DANTE, L. R. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. 1988. 192f. Tese (Livre Docência). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1988.

DERVILLE, L. **Psicologia Prática no ensino.** Tradução: Reis, J. São Paulo: IBRASA, 1976

DIJK, T. A. V. Analyzing racism through discourse analysis: Some methodological reflections. In: STANFIELD, J. (Ed.). **Race and ethnicity in Research Methods**. Newbury Park, CA: Sage, 1993b. p. 92-134.

DIJK, T. A. Van. **Cognição, discurso e interação.** São Paulo: Contexto, 2002.

DIJK, T. A. Van. **Discurso e poder.** São Paulo: Contexto, 2008.

EDUCAÇÃO, Ministério da (Brasil): **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília, 1999.

FAIRCLOUGH, N. **Discurso e mudança social**. Brasília: Universidade de Brasília, 2001.

FERREIRA, AURÉLIO B. DE HOLANDA, **Miniaurélio:** o minidicionário da língua portuguesa. 6 ed. rev. amp. Curitiba: Posigraf, 2004. p. 198.

GONÇALVES, J. S.; LANDO, J. C. O ensino de geometria, em escolas públicas, na cidade de Jequié – Bahia. **Revista Eventos Pedagógicos**. Bahia: UESB, v. 3, n. 3, p. 363 - 389, Ago./Dez. 2012.

GONTIJO, C. H. **Estratégias para o desenvolvimento da Criatividade em Matemática**, Linhas Críticas, v. 12, p. 229-244, Brasília, 2006

GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em Matemática e motivação em Matemática de alunos do ensino médio**. Tese (Doutorado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

GONTIJO, C.H. Estratégias de Ensino em Matemática e em Ciências que promovem a Criatividade: algumas possibilidades. **Ciência & Ensino**, v. 1, n.2, Junho de 2007(a).

GONTIJO, C. H. Criatividade em matemática: explorando conceitos e relações com medidas de criatividade e motivação. **Anais...** 33ª Reunião anual ANPEd, 2010.

GROSSMAN, S.R. & WISEMAN, E.E. **Seven operating principles for enhanced creative problem solving training.** The journal of Creative, Behavior, 27 (1), 1993.

GUILFORD, J. P. **Traits of creativity.** In T. P. E. Vernon (Ed.), Creativity. Selected Readings , (pp. 167-188). USA: Penguim Education, 1970.

HADAMARD, J. **Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine Mathématique.** Sceaux: Les Grands Classiques Gauthiers-Villars. Editions Jacques Gabay, 1993.

HERSH, R.; REIMER, J.; POLITTO, D. **El Crecimiento moral de Piaget a Kohlberg**. Madrid: Narcea, 2002.

JUSTULIN, A. M. **Um estudo sobre as relações entre atitudes, gênero e desempenho de alunos do ensino médio em atividades envolvendo frações.** 2009. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru

KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. **Manual de psicologia educacional:** aprendizagem e capacidades humanas. Trad. de Maria Célia T. A. de Abreu. São Paulo: Harper & Row, 1977.

KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Chicago: The University of Chicago Press, 1976.

KOLHBERG, L.; POWER, F. C.; HIGGINS, A. **La educacion moral segun Lawerence Kohlberg**. Barcelona: Gedisa, 1997.

LIMA, V. S. de. **Solução de problemas:** habilidades matemáticas, flexibilidade de pensamento e criatividade. 2001. 215 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2001.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade:** Análise dos pressupostos teóricos que fundamentam o ensino da Matemática. São Paulo: Cortez, 1987.

MANOEL, W. A.; LORENZATO, S. A importância do ensino de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: razões apresentadas em pesquisas brasileiras. In: **III Encontro de Educação Matemática nos Anos Iniciais**, 2015, São Carlos. III Encontro de Educação Matemática nos Anos Iniciais (III EEMAI), 2015. v. 1. Disponível em:

<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/cgi-bin/search.cgi?q=resolu%E7%E3o+de+problemas+e+criatividade+e+matem%E1tica&fl=m&ps=25&uid=0&lg=pt_BR&wf=0>. Acesso em: 10 mar. 2016.

MAYER, R.E. A capacidade para a Matemática. In: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas:** uma abordagem em processamento de informações. Porto Alegre: Artes Médicas. 1992

NAKANO, T. C.; WECHSLER, S. M. Teste Brasileiro de Criatividade Figural: proposta de instrumento. **Interamerican Journal of Psychology**, v. 40, n. 1, p. 103-110, 2006a.

______. Teste Brasileiro de Criatividade Figural: proposta de normas. **Avaliação Psicológica**, v. 5, n. 2, p. 159-170, 2006b

OLIVEIRA, D. L. et al. Criatividade Matemática: alguns elementos na divisão de quadrados. Anis do V SIPEM- Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos:** dificuldades e perspectivas. 2000. 245f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2000.

PIROLA, N. A.; BRITO, M. R. F. A formação dos conceitos de triângulo e de paralelogramo em alunos da escola elementar. In: BRITO, M. R. F (Org.). **Psicologia da educação matemática:** teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2001. p.85-106.

PIROLA, N. A.; QUINTILIANO, L. C.; PROENÇA, M. C. Um estudo sobre o desempenho de alunos do ensino médio em tarefas envolvendo o conceito de polígono e poliedro. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2003. **Anais...** Santos: SIPEM, 2003

PIROLA. N. A. et al. **Resolução de problemas com informações supérfluas: uma análise do desempenho de alunos sob a ótica da teoria de Krutetskii.** In: SEMINÁRIO 10 INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBEM, 2006.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e Adaptação Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994

POZO, J. I. **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

PROENÇA, M. C. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio**. Dissertação (Mestrado) –Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2008.

QUINTILIANO, L. C. **Relações entre os estilos cognitivos, as estratégias de solução e o desempenho dos estudantes na solução de problemas aritméticos e algébricos.** Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, 2011.

RIDING, R & CHEEMA, I. Cognitive styles: an overview and integration, **Educational Psychology**, v.11, n.3/4, 193-215, 1991.

SANDER, G. P. **Pró-letramento:** um estudo sobre a resolução de problemas e as atitudes em relação à Matemática apresentadas por professores do primeiro ciclo do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, 2013.

SARDUY, A. F. L. **Bases Psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos em la escuela primaria.** La Habana: editorial Pueblo e Educación, 1987

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: matemática e suas tecnologias.** Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. 1. ed. atual. – São Paulo: SE, 2012.

SBEM. ANAIS DO I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo/SP, 1987.

SBEM. ANAIS DO III ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Natal/RN, 1990.

SBEM. ANAIS DO IV ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Blumenau/SC, 1992.

SBEM. ANAIS DO V ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Aracaju/SE, 1995.

SBEM. ANAIS DO VI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Leopoldo/RS, 1998.

SBEM. ANAIS DO VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Rio de Janeiro/RJ, 2001.

SBEM. ANAIS DO VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife/PE, 2004.

SBEM. ANAIS DO VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Belo Horizonte/MG, 2007.

SBEM. ANAIS DO VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Salvador/BA, 2010.

SBEM. ANAIS DO VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba/PR, 2013.

SBEM. ANAIS DO VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo/SP, 2016

SCHUBERT, D. S. P.; BIONDI, A. M. Creativity and mental health: part I. The image of the creative person as mentally. **Journal of Creative Behavior**, v.9, p.223-227, 1975.

SILVA, T. F.; NAKANO, T. C. Criatividade no contexto educacional: análise de publicações periódicas e trabalhos de pós-graduação na área da psicologia. **Educ. Pesqui.**, São Paulo, v. 38, n. 3, p. 743-759, set. 2012.

SPALLETTA, A. G. **Desenvolvimento das habilidades matemáticas:** um estudo sobre as relações entre o desempenho e a reversibilidade do pensamento durante a solução de problemas. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 1998.

STEIN, M. I. **Stimulating creativity:** individual procedures. NY: Academic Press, 1974.

STERNBERG, R. As Capacidades Intelectuais Humanas. Traduzido por Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva.** Porto Alegre: Artmed, 2000.

TAKARNIA, M. Criatividade torna a matemática mais interessante, diz Artur Ávila. **Empresa Brasil de Comunicação**, 30 ago. 2014. Disponível em: <http://www.ebc.com.br/educacao/2014/08/criatividade-torna-a-matematica-mais-interessante-diz-artur-avila>. Acesso em: 30 mar. 2016.

TORRANCE, E. P. **Rewarding creative behavior.** New York: Prentice-Hall, 1965.

UTSUMI, M. C. Atitudes e Habilidades Envolvidas na Solução de Problemas Algébricos: Um Estudo Sobre o Gênero, a Estabilidade das Atitudes e Alguns Componentes da Habilidade Matemática. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade de Campinas (UNICAMP). Campinas, 2000.

VALE, I. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Interações**, v.20, p.181-207, 2012.

VENDRAMINI, C. M. M. **Implicações das atitudes e das habilidades matemáticas na aprendizagem dos conceitos de Estatística.** Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2000.

WECHSLER, S., & RICHMOND, B. Influências da dotação intelectual e criativa no ajustamento em sala de aula. **Arquivos Brasileiros de Psicologia**, v.36, n.2, p.138-147, 1984.

WHITE, R. K. Note on the psychopathology of genius. **Journal of Psychology,** v.4, p.14 -22, 1930.

ANEXOS

ANEXO 1 - QUESTIONÁRIO DE CARACTERIZAÇÃO (ADAPTADO) (BRITO, 1996).

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Nome: ____________________ **Série:** ______ **Período:** _______

1) Idade:

1- (   )14 - 16 anos   2- (   ) 17 – 21 anos

2) Sexo:

1- (   )Masculino   2- (   ) Feminino

3) Escolaridade do pai:

1- (   ) Nunca estudou
2- (   ) Ensino Fundamental completo
3- (   ) Ensino Médio completo
4- (   ) Ensino Superior completo
5- (   ) Pós graduado
6- (   ) Não sei responder

Profissão do pai:_______________________________

4) Escolaridade da mãe:

1- (   ) Nunca estudou
2- (   ) Ensino Fundamental completo
3- (   ) Ensino Médio completo
4- (   ) Ensino Superior completo
5- (   ) Pós graduado
6- (   ) Não sei responder

Profissão da mãe:_______________________________

5) Quantos anos você tinha quando começou a frequentar a escola?

1- (   ) 1 ou 2 anos
2- (   ) 3 anos
3- (   ) 4 anos
4- (   ) 5 anos
5- (   ) 6 anos
6- (   ) 7 anos ou mais

6) Você já repetiu alguma série?

1- (   ) Sim   2- (   ) Não

ATENÇÃO: Se você respondeu 'sim' na questão acima, isto é, você já repetiu alguma série, responda as questões abaixo. Caso contrário, se você nunca foi reprovado (resposta 'não' na questão 7), passe para a questão 10.

7) Quantas vezes você já repetiu de ano, isto é, quantas vezes você foi obrigado a fazer a mesma série?

1- (   ) Uma vez
2- (   ) Duas vezes
3- (   ) Três vezes
4- (   ) Quatro vezes
5- (   ) Cinco vezes ou mais

8) Assinale a série (ou as séries) que você repetiu:

1- ( ) 1ª série do E.F.
2- ( ) 2ª série do E.F.
3- ( ) 3ª série do E.F.
4- ( ) 4ª série do E.F.
5- ( ) 5ª série do E.F.
6- ( ) 6ª série do E.F.
7- ( ) 7ª série do E.F.
8- ( ) 8ª série do E.F.
9- ( ) 1º ano do E.M.

9) Assinale a(s) matéria(s) na(s) qual(ais) você foi reprovado:

1- ( ) Todas as matérias
2- ( ) Não me lembro
3- ( ) Matemática
4- ( ) Português
5- ( ) Inglês
6- ( ) Ciências
7- ( ) Biologia
8- ( ) Física
9- ( ) Química
10- ( ) Filosofia
11- ( ) Sociologia
12- ( ) Geografia
13- ( ) História
14- ( ) Educação Física
15- ( ) Arte
16- ( ) Outra Qual? _____________

10) Se você recebe ajuda de alguém para estudar ou fazer tarefas e trabalhos de Matemática, assinale quem te ajuda em Matemática:

1- ( ) Somente o pai
2- ( ) Somente a mãe
3- ( ) Somente os irmãos
4- ( ) Tanto o pai como a mãe
5- ( ) É ajudado por todas as pessoas da casa
6- ( ) Outras pessoas da família (ex: tios, primos)
7- ( ) É ajudado por outros (ex: colegas, vizinhos, amigos)
8- ( ) Ninguém me ajuda

11) Assinale quais os dias da semana em que você estuda Matemática:

1- ( ) Estudo apenas um dia por semana
2- ( ) Estudo entre dois a 5 dias por semana
3- ( ) Estudo todos os dias, menos no final de semana
4- ( ) Não estudo nenhum dia da semana

12) Se alguém perguntasse para você "quando você estuda Matemática?", qual das respostas abaixo você daria? Escolha apenas uma delas.

1- ( ) Sempre estudo Matemática
2- ( ) Estudo Matemática só na véspera da prova
3- ( ) Estudo Matemática só no final do ano
4- ( ) Nunca estudo Matemática

13) Quando você estuda Matemática, quantas horas do dia você usa para esse estudo?

1- ( ) Nunca estudo Matemática
2- ( ) Estudo menos de 1 hora
3- ( ) Estudo durante 1 hora certinha
4- ( ) Estudo entre 1 e 2 horas
5- ( ) Estudo mais de duas horas

14) Você tem ou já teve aulas particulares de Matemática?

1- ( ) Sim 2- ( ) Não

15) Você consegue entender os problemas matemáticos dados em aula?

1- ( ) Sim, eu sempre entendo os problemas dados em aula
2- ( ) Não, nunca entendo os problemas dados em aula
3- ( ) Quase sempre entendo os problemas dados em aula
4- ( ) Quase nunca entendo os problemas dados em aula

16) As explicações do professor de Matemática são suficientes para você entender o que está sendo explicado?

1- ( ) Sim, eu sempre entendo as explicações do professor
2- ( ) Não, eu nunca entendo as explicações do professor
3- ( ) Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor
4- ( ) Poucas vezes eu entendo as explicações do professor

17) Você se distrai facilmente nas aulas de Matemática?

1- ( ) Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática
2- ( ) Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática
3- ( ) Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática
4- ( ) Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática

18) Suas notas de Matemática geralmente são:

1- ( ) Acima da nota da maioria da classe
2- ( ) Igual à nota da maioria da classe
3- ( ) Menor que a nota da maioria da classe

19) Assinale abaixo a matéria que você mais gosta. Assinale apenas uma alternativa:

1- ( ) Gosto de Todas as matérias
2- ( ) Não gosto de nenhuma
3- ( ) Matemática
4- ( ) Português
5- ( ) Inglês
6- ( ) Biologia
7- ( ) Física
8- ( ) Química
9- ( ) Filosofia
10- ( ) Sociologia
11- ( ) Geografia
12- ( ) História
13- ( ) Educação Física
14- ( ) Arte
15- ( ) Outra Qual? _____________

20) Assinale abaixo a matéria que você menos gosta. Assinale apenas uma alternativa:

1- ( ) Gosto de Todas as matérias
2- ( ) Não gosto de nenhuma
3- ( ) Matemática
4- ( ) Português
5- ( ) Inglês
6- ( ) Biologia
7- ( ) Física
8- ( ) Química
9- ( ) Filosofia
10- ( ) Sociologia
11- ( ) Geografia
12- ( ) História
13- ( ) Educação Física
14- ( ) Arte
15- ( ) Outra Qual? _____________

21) Se você pudesse tirar uma matéria da escola, qual você escolheria?

1- ( ) Todas as matérias
2- ( ) Nenhuma
3- ( ) Matemática
4- ( ) Português
5- ( ) Inglês
6- ( ) Biologia
7- ( ) Física
8- ( ) Química
9- ( ) Filosofia
10- ( ) Sociologia
11- ( ) Geografia
12- ( ) História
13- ( ) Educação Física
14- ( ) Arte
15- ( ) Outra Qual? ______________

22) Dentre os conteúdos de Matemática que você já estudou qual você mais gostou? Por quê?

23) Dentre os conteúdos de Matemática que você já estudou qual você menos gostou? Por quê?

ANEXO 2 Problemas da Série VI de Krutetskii (1976)

Teste de Matemática – série VI

Questão 1: Nós pagamos um total de R$4,80 por: 1kg de um tipo de peixe e 3 kg de um outro. Se o preço do 1º tipo fosse reduzido em 10% e o preço do 2º tipo em 15%, então nós pagaríamos R$4,20 por nossa compra. Quanto custa o kg de cada tipo de peixe?

Questão 2: Galinhas e coelhos estão correndo num quintal. Juntos eles têm 35 cabeças e 94 pés. Quantas galinhas e quantos coelhos estão no quintal?

Questão 3: Dois trabalhadores em uma fábrica, trabalham pelo mesmo salário. O primeiro fez 3/5 do trabalho, e o segundo fez o restante. O segundo trabalhador recebeu R$ 800,00. Quanto o primeiro trabalhador recebeu por seu trabalho?

Questão 4: Um carro viajou a distância de A até B à 20 km/h, e retornou à 30 km/h. Qual é a velocidade média do carro na viagem toda?

Questão 5: Um problema muito antigo: "Um leão pode comer uma ovelha em 2 horas, um lobo pode comê-la em 3 horas e um cachorro em 6 horas. Quanto tempo eles levarão, juntos, para comer a mesma ovelha?

Questão 6: Alguns estudantes coletaram R$ 130,00 e compraram 55 entradas de cinema e teatro. Quantas entradas eles compraram de cada tipo, se a entrada de teatro custa R$ 3,50 e a de cinema R$ 1,00?

ANEXO 3 Problemas da Série XIII de Krutetskii (1976)

Teste Algébrico Série XIII

Questão 1: Calcule a expressão a^2 (a^2 - b) (a^8 – b) ($a^n + b^n$) para a = 2, b=4 e n = 3

Questão 2: Calcule: 2ab + b^2 + a^2, para a=17 e b=3

Questão 3: Solucione a equação x + 1/x = 31/2

Questão 4: 112^2 - 112^2 =

Questão 5: A diferença entre os quadrados de dois números consecutivos é 28, encontre esses números.

ANEXO 4 Problemas da Série XIII de Krutetskii (1976)

Teste Geométrico Série XIII

Questão 1: Tente encontrar alguma fórmula para o teorema do ângulo externo do triângulo.

Questão 2: Prove de diferentes maneiras que existe somente uma perpendicular que pode ser traçada de um ponto fora de uma linha reta.

Questão 3: Prove de diversas maneiras que duas cordas paralelas desenhadas a partir das extremidades de um diâmetro são iguais.

Questão4: Tente encontrar diversas provas para o teorema que diz que quanto maior o arco de um círculo, maior a corda.

Questão 5: Tente encontrar diversas provas do Teorema de Pitágoras.

ANEXO 5 Problemas da Série XIII de Krutetskii (1976)

Teste Aritmético Série XIII

Questão1: De quantas maneiras podemos pagar 78,00 se o dinheiro está em notas de 3,00 e 5,00?

Questão 2: Dezesseis pardais estavam sentados em 2 arames; 2 pardais voaram do 2º arame; 5 pardais voaram do 1º para o 2º arame. Sabe-se que depois disso, havia o mesmo número de pardais em cada arame. Quantos pardais havia em cada arame no início?

Questão 3: Em quatro classes havia um total de 118 alunos, incluindo 70 nas séries 1 e 2 juntos; 60 nas séries 1 e 3 juntos, e 59 nas séries 2 e 3 juntos. Quantos alunos há na série 4?

Questão 4: Encontre a soma de todos os inteiros de 1 a 50.

ANEXO 6 Respostas dos alunos às questões 22 e 23 do Questionário de Brito (1996)

Dentre os conteúdos de Matemática que você já estudou, qual você mais gostou? Por quê?

AF1: P.A. e P.G. Porque eu entendi e comecei a gostar

AF2: conta de mais ou menos e vezes

AF3: nenhum

AF4: P.A.

AF5: nenhum

AF6: P.A.

AF7: Gráficos, P.A., porque entendi mais fácil, peguei mais rápido.

AF8: Sobre os radianos, adição e subtração de arcos. Porque eu gostei.

AF9: Matemática Financeira entendi mais rápido.

AF10: Grau radiano, porque foi a que eu mais gostei e aprendi mais rápido.

AF11: Tudo, porque gosto muito de Matemática

AF12: Seno, cosseno e Báskara.

AF13: Contas de mais e menos é muito fácil.

AF14: Báskara, logaritmos, pi, ciclo trigonométrico, porque foi mais fácil aprender na minha opinião.

AF15: Gráficos, achei que é interessante

AF16: seno e cosseno, porque achei mais fácil

AF17: Gráfico, seno e cosseno, período e imagem, eu gosto das contas

1AM18: Dos gráficos, porque eu gosto de desenhar.

2AM19: Equação porque é gostoso fazer

3AM20: Eu não me lembro

4AM21: P.A. e P.G. são as que melhor compreendi facilmente.

5AM22: Conta de mais e de menos, porque é útil no dia a dia.

6AM23: As coisas que são úteis no dia a dia.

7AM24: Função do 1º grau.

8AM25: Seno, cosseno e tangente. Porque foi a que eu consegui entender melhor.

9AM26: Teorema de Pitágoras

10AM27: Seno, cosseno e tangente.

11AM28: só dos que são “útil” no dia a dia.

Dentre os conteúdos de Matemática que você já estudou, qual você menos gostou? Porquê?

AF1: As potências. Porque não consigo entender muito.

AF2: Cossenos e gráficos.

AF3: Báskara, acho muito difícil.

AF4: Báskara.

AF5: Não sei.

AF6: Báskara porque não aprendi.

AF7: Potências, não entendi muito, me confunde as vezes não consigo fazer sozinha.

AF8: Dos gráficos, porque tem que ter paciência.

AF9: Expoente fracionário, porque não entendi fazer direito e não gostei.

AF10: Sen, cos, porque eu tenho mais dificuldade.

AF11: Gosto de tudo!! Não tem o que eu goste menos em Matemática.

AF12: Frações.

AF13: Fórmula de Báskara pois é um pouco complicado.

AF14: Gráficos, porque eu sempre odiei isso.

AF15: Aritmética e pi radianos.

AF16: Fração, pois eu não gosto.

AF17: Báskara, acho muito complicado entender.

1AM18: nenhuma.

2AM19: Raiz quadrada porque é chato de fazer.

3AM20: Também eu não me lembro.

4AM21: Gráficos, são muito “difícil”

5AM22: Cosseno e seno, porque são muitos números.

6AM23: Cosseno e seno, porque é difícil.

7AM24: Conjuntos numéricos.

8AM25: Logaritmo, porque não consigo entender.

9AM26: Fração.

10AM27: Teorema de Pitágoras.

11AM28: Cosseno e seno porque é difícil.

ANEXO 7 Algumas Respostas Teste Matemático Série VI

TESTE MATEMÁTICO - Série VI

1. Nós pagamos um total de R$ 4,80 por kg de um tipo de peixe e 3 kg de um outro tipo.Se o preço do 1º tipo fosse reduzido em 10%,e o preço do 2º tipo em 15%,então nós pagaríamos R$ 4,20 por nossa compra.Quanto custa o kg de cada tipo de peixe? não sei, porque não informa quam peixes são.

2.Galinhas e coelhos estão correndo num quintal.Juntos eles têm 35 cabeças e 94 pés.Quantas galinhas e quantos coelhos estão no quintal? não sei, porque não esiste numero serto nem de galinha e nem de coelhos

3.Dois trabalhadores em uma fábrica,trabalham pelo mesmo salário.O primeiro fez 3/5 do trabalho,e o segundo fez o restante.O segundo trabalhador recebeu R$ 800,00.Quanto o primeiro trabalhador recebeu por seu trabalho? não sei, porque mais se todos os trabalhadors trabalhão por o mesmo salario.

4.Um carro viajou a distância de A até B à 20 km/h,e retornou à 30 km/h.Qual é a velocidade média do carro na viagem toda? ele foi a 25 km/h

5.Um problema muito antigo: "Um leão pode comer uma ovelha em 2 horas,um lobo pode comê-la em 3 horas,e um cachorro em 6 horas.Quanto tempo eles levarão,juntos,para comer a mesma ovelha? levara 5 horas.

6.Alguns estudantes coletaram R$130,00 e compraram 55 entradas de cinema e teatro.Quantas entradas eles compraram de cada tipo,se a entrada de teatro custa R$ 3,50 e a de cinema R$ 1,00? não sei, porque ta dificio.

TESTE MATEMÁTICO - Série VI

1. Nós pagamos um total de R$ 4,80 por kg de um tipo de peixe e 3 kg de um outro tipo.Se o preço do 1º tipo fosse reduzido em 10%,e o preço do 2º tipo em 15%,então nós pagaríamos R$ 4,20 por nossa compra.Quanto custa o kg de cada tipo de peixe? não sei porque não inf peixes são, a ser pago.

2.Galinhas e coelhos estão correndo num quintal.Juntos eles têm 35 cabeças e 94 pés.Quantas galinhas e quantos coelhos estão no quintal? não existe um número certo de coelhos e nem de galinhas para responder.

3.Dois trabalhadores em uma fábrica,trabalham pelo mesmo salário.O primeiro fez 3/5 do trabalho,e o segundo fez o restante.O segundo trabalhador recebeu R$ 800,00.Quanto o primeiro trabalhador recebeu por seu trabalho? se os dois Trabalham pelo mesmo salario os dois receberam 800,00 R$.

4.Um carro viajou a distância de A até B à 20 km/h,e retornou à 30 km/h.Qual é a velocidade média do carro na viagem toda? ele foi a 25 Km/h.

5.Um problema muito antigo: "Um leão pode comer uma ovelha em 2 horas,um lobo pode comê-la em 3 horas,e um cachorro em 6 horas.Quanto tempo eles levarão,juntos,para comer a mesma ovelha? 5 horas e 30 minutos.

6.Alguns estudantes coletaram R$130,00 e compraram 55 entradas de cinema e teatro.Quantas entradas eles compraram de cada tipo,se a entrada de teatro custa R$ 3,50 e a de cinema R$ 1,00? 34 é do Cinema e 21. é do Teatro.

Nós pagamos um total de R$ 4,80 por kg de um tipo de peixe e 3 kg de um outro tipo.Se o preço do 1º tipo fosse reduzido em 10%,e o preço do 2º tipo em 15%,então nós pagaríamos R$ 4,20 por nossa compra.Quanto custa o kg de cada tipo de peixe? não sei, porque não informa o numero de peixe para pagarmos 4,80.

2.Galinhas e coelhos estão correndo num quintal.Juntos eles têm 35 cabeças e 94 pés.Quantas galinhas e quantos coelhos estão no quintal? São 10 coelhos e 23 galinhas

3.Dois trabalhadores em uma fábrica,trabalham pelo mesmo salário.O primeiro fez 3/5 do trabalho,e o segundo fez o restante.O segundo trabalhador recebeu R$ 800,00.Quanto o primeiro trabalhador recebeu por seu trabalho? Não sei responder, não consigo raciocinar os 800 reais com 3/5

4.Um carro viajou a distância de A até B à 20 km/h,e retornou à 30 km/h.Qual é a velocidade média do carro na viagem toda? Sua velocidade média foi 25 Km/h.

5.Um problema muito antigo: "Um leão pode comer uma ovelha em 2 horas,um lobo pode comê-la em 3 horas,e um cachorro em 6 horas.Quanto tempo eles levarão,juntos,para comer a mesma ovelha? 5h e 30 minutos

6.Alguns estudantes coletaram R$130,00 e compraram 55 entradas de cinema e teatro.Quantas entradas eles compraram de cada tipo,se a entrada de teatro custa R$ 3,50 e a de cinema R$ 1,00? não sei responder.

1. Nós pagamos um total de R$ 4,80 por kg de um tipo ~~de~~ peixe e 3 kg de um outro tipo.Se o preço do 1º tipo fosse reduzido em 10%,e o preço do 2º tipo em 15%,então nós pagaríamos R$ 4,20 por nossa compra.Quanto custa o kg de cada tipo de peixe?

Não Sei

2.Galinhas e coelhos estão correndo num quintal.Juntos eles têm 35 cabeças e 94 pés.Quantas galinhas e quantos coelhos estão no quintal?

3.Dois trabalhadores em uma fábrica,trabalham pelo mesmo salário.O primeiro fez 3/5 do trabalho,e o segundo fez o restante.O segundo trabalhador recebeu R$ 800,00.Quanto o primeiro trabalhador recebeu por seu trabalho? 1200,00

$\frac{2}{5} =$ 1200

4.Um carro viajou a distância de A até B à 20 km/h,e retornou à 30 km/h.Qual é a velocidade média do carro na viagem toda?

Não Sei

5.Um problema muito antigo: "Um leão pode comer uma ovelha em 2 horas,um lobo pode comê-la em 3 horas,e um cachorro em 6 horas.Quanto tempo eles levarão,juntos,para comer a mesma ovelha?

leão - 2 h - $\frac{1}{2}$
lobo - 3 h - $\frac{1}{3}$
cachorro - 6 h - $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6} = \frac{30}{60}+\frac{20}{60}+\frac{10}{60} = \frac{60}{60} = 60/60$

2 h

6.Alguns estudantes coletaram R$130,00 e compraram 55 entradas de cinema e teatro.Quantas entradas eles compraram de cada tipo,se a entrada de teatro custa R$ 3,50 e a de cinema R$ 1,00?

130,00 = 55 (3,50) + (1,00)

3,50 × 30 = 105,00

25 × 1,00 = 25,00

105,00 + 25,00 = 130,00

30 para o Teatro e 25 para o cinema

GAM

1. Nós pagamos um total de R$ 4,80 por kg de um tipo de peixe e 3 kg de um outro tipo.Se o preço do 1º tipo fosse reduzido em 10%,e o preço do 2º tipo em 15%,então nós pagaríamos R$ 4,20 por nossa compra.Quanto custa o kg de cada tipo de peixe?

não sei

2.Galinhas e coelhos estão correndo num quintal.Juntos eles têm 35 cabeças e 94 pés.Quantas galinhas e quantos coelhos estão no quintal?

3.Dois trabalhadores em uma fábrica,trabalham pelo mesmo salário.O primeiro fez 3/5 do trabalho,e o segundo fez o restante.O segundo trabalhador recebeu R$ 800,00.Quanto o primeiro trabalhador recebeu por seu trabalho?

1,200,00

$\frac{2}{5} = 800$

$\frac{3}{5} = 1.200$

4.Um carro viajou a distância de A até B à 20 km/h,e retornou à 30 km/h.Qual é a velocidade média do carro na viagem toda?

não sei

5.Um problema muito antigo: "Um leão pode comer uma ovelha em 2 horas,um lobo pode comê-la em 3 horas,e um cachorro em 6 horas.Quanto tempo eles levarão,juntos,para comer a mesma ovelha?

leão 2h = $\frac{1}{2}$

lobo 3h = $\frac{1}{3}$

cachorro 6h = $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{30}{60} + \frac{20}{60} + \frac{10}{60} = \frac{60}{60} =$ 60/60 2 h

6.Alguns estudantes coletaram R$130,00 e compraram 55 entradas de cinema e teatro.Quantas entradas eles compraram de cada tipo,se a entrada de teatro custa R$ 3,50 e a de cinema R$ 1,00?

130,00 = 55 (3,50)(+ 1,00)

$$\begin{array}{r} 3,50 \\ 30 \\ \hline 105,00 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 25 \\ 1,00 \\ \hline 25,00 \end{array}$$

30 para teatro e 25 para cinema.

$$\begin{array}{r} 5,00 \\ 25,00 \\ \hline 130,00 \end{array}$$

1- não sei

2- 23 + 12 = 35

$$\begin{array}{rr} \times 2 & \times 4 \\ \hline 46 & 48 \end{array} = 94$$

3- não sei

4- não sei

5- não sei

1- 1kg - 0,48
1kg - 0,45

2- 23 galinhas e 12 porque e [illegible] 40 galinhas e 30 coelhos [illegible] 30 [illegible] o 5 e vai dividindo entre os 2.

3-

4- a velocidade media do carro foi 25km/h porque o carro foi entre 40 km e 30 km

3- 1.200, [illegible]

5- 1 hora porque [illegible] cada um [illegible] come [illegible]

1. Nós pagamos um total de R$ 4,80 por kg de um tipo de peixe e 3 kg de um outro ~~tipo~~.Se o preço do 1º tipo fosse reduzido em 10%,e o preço do 2º tipo em 15%,então nós pagaríamos R$ 4,20 por nossa compra.Quanto custa o kg de cada tipo de peixe?

2,10 e 8 kg de cada peixe.

2.Galinhas e coelhos estão correndo num quintal.Juntos eles têm 35 cabeças e 94 pés.Quantas galinhas e quantos coelhos estão no quintal? 23 e coelhos e 8 e galinha

3.Dois trabalhadores em uma fábrica,trabalham pelo mesmo salário.O primeiro fez 3/5 do trabalho,e o segundo fez o restante.O segundo trabalhador recebeu R$ 800,00.Quanto o primeiro trabalhador recebeu por seu trabalho? não sei

4.Um carro viajou a distância de A até B à 20 km/h,e retornou à 30 km/h.Qual é a velocidade média do carro na viagem toda? 50 Km

5.Um problema muito antigo: "Um leão pode comer uma ovelha em 2 horas,um lobo pode comê-la em 3 horas,e um cachorro em 6 horas.Quanto tempo eles levarão,juntos,para comer a mesma ovelha? 11 hrs, para comer uma ovelha

6.Alguns estudantes coletaram R$130,00 e compraram 55 entradas de cinema e teatro.Quantas entradas eles compraram de cada tipo,se a entrada de teatro custa R$ 3,50 e a de cinema R$ 1,00? não sei

ANEXO 8 Algumas Respostas do Teste Algébrico Série XIII

$$1)\ 4(4-4)\underbrace{(256-4)}(8+64) = 72\,576$$

$$4 \cdot 252 \cdot 72 = 72\,576$$

$$2)\ \underbrace{(2 \cdot 17 \cdot 3)}_{102} + \underbrace{9 + 289}_{298} = 400$$

$$3)\ x = \frac{1}{x} = \frac{31}{2}$$

$$5{,}4 \leftarrow \boxed{} = \frac{1}{\boxed{}} \cong 15{,}50$$

$$0{,}06 \leftarrow \boxed{}$$

$$4)\ 112^2 - 112^2 = 0$$

$$5)\ y^2 - x^2 = 28$$

$$14{,}5^2 - 13{,}5^2 = 28$$

$$2)\ 2 \cdot 17 \cdot 3 + 3^2 + 17^2$$

$$2 \cdot 17 \cdot 3 + 9 + 289$$

$$102 + 298 = 400$$

$$1)\ 2^2 (2^2 - 4) \cdot (2^8 - 4) \cdot (2^3 + 4^3)$$

$$4 \cdot (4-4) \cdot (256-4) \cdot (8+64)$$

$$4 \cdot 0 \cdot 252 \cdot 72 = 0$$

$$3)\ \frac{x+1}{x} \cong 15{,}5$$

$$x = 15{,}5$$

$$4)\ 12544 - 12544 = 0$$

$$5)\ 14{,}5^2 - 13{,}5^2 = 28$$

1-) $a^2(a^2-b).(a^8-b).(a^n+b^n)$

$2^2(2^2-4).(2^8-4).(2^3+4^3)$

$4(4-4).(256-4).(8+64)$

$\underbrace{4.0}\ .\ \underbrace{252\ .\ 72}$

$\underbrace{0\ .\ 18144}$

0

2- $2ab + b^2 + a^2$

$2.17.3 + 3^2 + 17^2$

$\underbrace{2.17.3} + 9 + 34$

$\underbrace{102 + 9} + 34$

$\underbrace{111 + 34}$

145

3-) $x + \frac{1}{x} = \frac{31}{2}$

$15{,}4 + \frac{1}{15{,}4} \cong 15{,}50$

4-) $112^2 - 112^2$

$\underbrace{12544 - 12544}$

0

5-) $y^2 - x^2 = 28$

$x = 13{,}5$

$y = 17{,}5$

1) $a^2(a^2-b)(a^8-b)(a^N+b^N)$

$4(8-4)(512-4)(16+256)$

$4 . 4 . 508 . 272 = 2210816$

2) $2ab+b^2+a^2$

$2173+27+4913 = 7113$

3) $x+1/x=31/2$

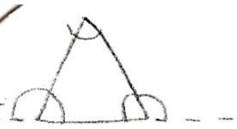
$15,4+\frac{1}{15,4} = \frac{31}{2} = 15,50$

1) $112^2-112^2=$

$1530368-1530368=0$

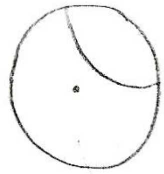
5) $y^2-x^2=28$

ANEXO 9 Algumas respostas do Teste Geométrico Série XIII

1 

2- não entendi

3- a unico coisa que sei sobre isso e que di metro passa dentro do circulo e todo passa fora do angulo principal

4- 

5- Eu lembro que estudei sobre isso mas não me lembro no momento

1- Não faço ideia do que seja teorema do ângulo externo.

2- todo ponto se perpendicular se torna uma so cruz ou linha

3- eu sei como faça essas provas mas nesse mo- mento eu não estou me recordando.

4- eu durmi na aula

5- Estudei isso mas não lembro.