

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA**

VICTOR PIZZELLO ZOGHEIB

**SIMULAÇÕES DE ACIONAMENTO DE MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA E
DE MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO UTILIZANDO CONTROLADORES DO
TIPO PI**

**Ilha Solteira
2022**

VICTOR PIZZELLO ZOGHEIB

**SIMULAÇÕES DE ACIONAMENTO DE MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA E
DE MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO UTILIZANDO CONTROLADORES DO
TIPO PI**

Trabalho de Graduação apresentado à
Universidade Estadual Paulista “Júlio de
Mesquita Filho” – UNESP, *campus* de Ilha
Solteira, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Prof. Dr. Jean Marcos de Souza Ribeiro
Orientador

**Ilha Solteira
2022**

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- Z85s Zogheib, Victor Pizzello.
Simulações de acionamento de motor de corrente contínua e de motor de indução trifásico utilizando controladores do tipo PI / Victor Pizzello Zogheib. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2022
112 f. : il.
- Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2022
- Orientador: Jean Marcos de Souza Ribeiro
Inclui bibliografia
1. Motor elétrico. 2. Simulação. 3. Controle. 4. Acionamento.


Raiane da Silva Santos

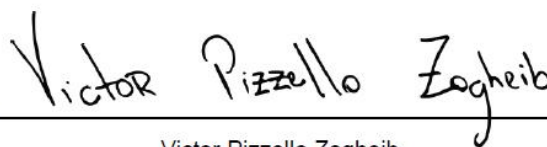
Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Aos vinte e quatro dias do mês de março do ano de dois mil e vinte e dois, o discente **Victor Pizzello Zogheib**, matriculada sob o nº152052933, tendo como banca examinadora o seu orientador, o *Prof. Dr. Jean Marcos de Souza Ribeiro*, o *Prof. Dr. Guilherme de Azevedo e Melo* e o *Prof. Dr. Marcus Felipe Calori Jorgetto*, apresentou o Trabalho de Graduação intitulado “**Simulações de acionamento de motor de corrente contínua e de motor de indução trifásico utilizando controladores do tipo PI**” obtendo a nota 10 (DEZ) e conceito APROVADO.



Prof. Dr. Jean Marcos de Souza Ribeiro
- orientador -

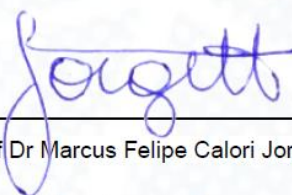


Victor Pizzello Zogheib
- discente -

Guilherme de Azevedo
e Melo

Assinado de forma digital por Guilherme de Azevedo e Melo
DN: cn=Guilherme de Azevedo e Melo, o=Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira, ou=UNESP,
email=guilherme.a.melo@unesp.br, c=BR
Dados: 2022.03.24 12:26:24 -03'00'

Prof Dr Guilherme de Azevedo e Melo
- Membro da Banca -



Prof Dr Marcus Felipe Calori Jorgetto
- Membro da Banca -

RESUMO

Alguns conceitos básicos de eletromagnetismo e de controle linear são primeiramente revisados e, em seguida, são desenvolvidas as simulações de acionamento e controle de velocidade para os motores de corrente contínua e de indução trifásico mediante plataforma *Matlab/Simulink*, na qual é possível a elaboração de diagramas de blocos lógicos que, dados os parâmetros de cada motor, retorna as respostas dos regimes transitório e permanente dos sistemas. Os blocos dos controladores PI são sintonizados tanto pela própria plataforma *Simulink*, quanto pelo método de Ziegler-Nichols, conforme conveniência particular de cada controlador. As referências de rotação do eixo e de torque da carga são impostas de duas maneiras: gradual, segundo a função do tipo rampa, e abrupta, segundo função degrau.

Palavras-chave: Motor Elétrico; Simulação; Controle; Acionamento.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sintonia mediante plataforma <i>Simulink</i> – <i>PID Tuner</i>	19
Figura 2 – Parâmetros do controlador PI mediante sintonia da plataforma <i>Simulink</i>	19
Figura 3 – Curva de resposta em forma de S	20
Figura 4 – Sentido da Força de Lorentz segundo Regra da Mão Direita	22
Figura 5 – Fio condutor em movimento sob influência de um campo magnético	23
Figura 6 – Fio condutor em movimento oblíquo sob influência de um campo magnético	24
Figura 7 – Polaridade da tensão induzida segundo a Regra da Mão Direita	25
Figura 8 – Sentido do campo magnético segundo Regra do Saca-Rolhas da Mão Direita	26
Figura 9 – Lei de Lenz da orientação da corrente elétrica induzida.....	26
Figura 10 – Princípio de funcionamento do motor de corrente contínua	27
Figura 11 – Troca de polaridade da espira do rotor através das escovas	28
Figura 12 – Configurações elétricas entre os enrolamentos de campo e de armadura no motor de corrente contínua	29
Figura 13 – Configuração espacial das bobinas do estator em uma máquina trifásica	33
Figura 14 – Ondas de FMM presentes no estator de uma máquina trifásica	34
Figura 15 – Diagrama fasorial das FMMs de um motor de indução polifásico	37
Figura 16 – Sistema de coordenadas $\alpha\beta$ para um motor de indução trifásico	38
Figura 17 – Sistema de coordenadas dq para um motor de indução trifásico	43
Figura 18 – Circuito elétrico equivalente do modelo dinâmico dq do motor de indução trifásico	46
Figura 19 – Modelo eletromagnético equivalente do motor de corrente contínua	51
Figura 20 – Diagrama de blocos da derivada da corrente de armadura do motor de corrente contínua	54
Figura 21 – Diagrama de blocos da derivada da velocidade angular do eixo do motor de corrente contínua	55
Figura 22 – Diagrama de blocos do sistema de malha aberta do circuito de armadura do motor de corrente contínua	55
Figura 23 – Diagrama de blocos da derivada da corrente de campo do motor de corrente contínua....	56
Figura 24 – Diagrama de blocos do sistema de malha aberta do circuito de excitação do motor de corrente contínua	56
Figura 25 – Diagrama de blocos primários para o controle do motor de corrente contínua	57
Figura 26 – Diagrama de blocos secundários para o controle gradual do motor de corrente contínua	58
Figura 27 – Diagrama de blocos secundários para o controle abrupto do motor de corrente contínua	59
Figura 28 – Gráfico da evolução da velocidade no eixo para o sistema de malha aberta do motor de corrente contínua	62
Figura 29 – Instabilidade de controle no motor de corrente contínua utilizando os ganhos calculados pelo Método de Ziegler-Nichols	63

Figura 30 – Resposta do controle de velocidade do eixo do motor de corrente contínua com o controlador PI da tensão elétrica de entrada do circuito de armadura	64
Figura 31 – Velocidade do eixo do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI.....	65
Figura 32 – Tensão elétrica contra eletromotriz do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI	65
Figura 33 – Torque eletromagnético com aplicação gradual do torque da carga ao motor de corrente contínua	66
Figura 34 – Corrente elétrica de armadura do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI.....	66
Figura 35 – Tensão elétrica de entrada do circuito de armadura do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI	67
Figura 36 – Tensão elétrica do circuito de excitação do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI	67
Figura 37 – Corrente elétrica do circuito de excitação do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI	68
Figura 38 – Velocidade do eixo do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI.....	69
Figura 39 – Tensão elétrica contra eletromotriz do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI	69
Figura 40 – Torque eletromagnético com aplicação abrupta do torque da carga ao motor de corrente contínua	70
Figura 41 – Corrente elétrica de armadura do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI.....	70
Figura 42 – Tensão elétrica de entrada do circuito de armadura do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI	71
Figura 43 – Tensão elétrica do circuito de excitação do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI	71
Figura 44 – Corrente elétrica do circuito de excitação do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI	72
Figura 45 – Diagrama de blocos da derivada dos fluxos magnéticos do eixo direto do motor de indução trifásico.....	76
Figura 46 – Diagrama de blocos das correntes elétricas do eixo direto do motor de indução trifásico	77
Figura 47 – Diagrama de blocos do eixo direto do motor de indução trifásico	78
Figura 48 – Diagrama de blocos do eixo em quadratura do motor de indução trifásico.....	78
Figura 49 – Diagrama de blocos do torque eletromagnético do motor de indução trifásico.....	79

Figura 50 – Diagrama de blocos da velocidade angular elétrica do rotor do motor de indução trifásico	79
Figura 51 – Diagrama de blocos do torque eletromagnético e da velocidade angular elétrica do rotor do motor de indução trifásico.....	80
Figura 52 – Diagrama de blocos da transformada de Park.....	80
Figura 53 – Diagrama de blocos da transformada inversa de Park	81
Figura 54 – Subsistemas da transformada de Park e sua inversa	82
Figura 55 – Diagrama de blocos primários para o controle do motor de indução trifásico	82
Figura 56 – Diagrama de blocos secundários para o controle gradual do motor de indução trifásico..	85
Figura 57 – Diagrama de blocos secundários para o controle abrupto do motor de indução trifásico..	86
Figura 58 – Transformada de Park das tensões elétrica nominais do motor de indução trifásico.....	90
Figura 59 – Método de Ziegler-Nichols aplicado ao motor de indução trifásico.....	90
Figura 60 – Resposta do controle de velocidade do eixo do motor de indução trifásico sem ajustes nos parâmetros dos controladores PI	91
Figura 61 – Resposta do controle de velocidade do eixo do motor de indução trifásico com ajustes nos parâmetros dos controladores PI	92
Figura 62 – Velocidade do eixo do motor de indução trifásico com configuração gradual da referência de velocidade dos controladores PI.....	93
Figura 63 – Torque eletromagnético com aplicação gradual do torque da carga ao motor de indução trifásico.....	94
Figura 64 – Tensões elétricas de fase controladas gradualmente no motor de indução trifásico.....	94
Figura 65 – Correntes elétricas de fase controladas gradualmente no motor de indução trifásico	95
Figura 66 – Velocidade do eixo do motor de indução trifásico com configuração abrupta da referência de velocidade dos controladores PI.....	97
Figura 67 – Torque eletromagnético com aplicação abrupta do torque da carga ao motor de indução trifásico.....	97
Figura 68 – Tensões elétricas de fase controladas abruptamente no motor de indução trifásico.....	98
Figura 69 – Correntes elétricas de fase controladas abruptamente no motor de indução trifásico	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Primeiro método de sintonia de Ziegler-Nichols.....	20
Tabela 2 – Especificações técnicas do motor de corrente contínua	60
Tabela 3 – Parâmetros do controlador PI responsável pela tensão de entrada do circuito de armadura do motor de corrente contínua obtidos pela sintonia via plataforma <i>Simulink</i>	62
Tabela 4 – Parâmetros do controlador PI responsável pela tensão de entrada da excitatriz do motor de corrente contínua obtidos pelo método de Ziegler-Nichols	63
Tabela 5 – Parâmetros ajustados do controlador PI responsável pela tensão de entrada da excitatriz do motor de corrente contínua.....	64
Tabela 6 – Especificações técnicas do motor de indução trifásico	87
Tabela 7 – Parâmetros dos controladores PI responsáveis pelas tensões de entrada dos eixos direto e em quadratura e da velocidade angular elétrica de operação do motor de indução trifásico obtidos pela sintonia via método de Ziegler-Nichols	91
Tabela 8 – Parâmetros ajustados dos controladores PI do motor de indução trifásico	92

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Blocos lógicos da biblioteca <i>Simulink</i>	49
Quadro 2 – Intervalos de acionamentos dos sinais de entrada gradualmente aplicados ao motor de corrente contínua	60
Quadro 3 – Intervalos de acionamentos dos sinais de entrada abruptamente aplicados ao motor de corrente contínua	61
Quadro 4 – Intervalos de acionamentos dos sinais de entrada gradualmente aplicados ao motor de indução trifásico	88
Quadro 5 – Intervalos de acionamentos dos sinais de entrada abruptamente aplicados ao motor de indução trifásico	89

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

FMM	Força Magneto Motriz
MCC	Motor De Corrente Contínua
MIT	Motor De Indução Trifásico
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
SI	Sistema Internacional

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Número De Caminhos Em Paralelo Nos Enrolamentos Da Máquina
B	Coeficiente De Atrito Viscoso
$\vec{B}$	Vetor De Campo Magnético
C_0	Conjugado Da Carga Na Partida Do Motor
C_a	Número De Condutores No Enrolamento De Armadura
$d\vec{A}$	Elemento Diferencial De Superfície
dt	Elemento Diferencial De Tempo
$\vec{E}$	Vetor De Campo Elétrico
e_a	Tensão Elétrica De Armadura
$\vec{F}$	Vetor De Força
f_0	Componente Homopolar Da Função
f_d	Componente Do Eixo Direto Da Função
f_q	Componente Do Eixo Em Quadratura Da Função
f_e	Frequência De Excitação Da Corrente Elétrica De Entrada
f_m	Frequência Mecânica Dos Polos Magnéticos
F_{max}	Amplitude Máxima Da Força Magneto Motriz
f_s	Frequência Síncrona
$\mathcal{F}_{mm}$	Força Magneto Motriz
f_α	Componente Do Eixo A Da Função
f_β	Componente Do Eixo B Da Função
f_γ	Componente Do Eixo Γ Da Função
i_a	Corrente Elétrica De Armadura
i_A	Corrente Elétrica Da Fase A
i_B	Corrente Elétrica Da Fase B
i_C	Corrente Elétrica Da Fase C
i_f	Corrente Elétrica De Excitação
I_{max}	Amplitude Máxima Da Corrente Elétrica
I_n	Matriz Identidade
J	Momento De Inércia
$\vec{J}$	Vetor De Densidade De Corrente Elétrica
$K(s)$	Função De Transferência Do Controlador Pid
k_c	Constante Relativa À Carga Acoplada Ao Eixo
k_d	Ganho Derivativo

K_e	Constante De Força Contra Eletromotriz
k_i	Ganho Integral
k_p	Ganho Proporcional
K_t	Constante De Torque
ℓ	Medida De Comprimento
L_a	Indutância De Armadura
L_{af}	Indutância Mútua Entre Os Enrolamentos De Armadura E De Excitação
L_f	Indutância De Excitação
m	Número De Caminhos Em Paralelo No Enrolamento
N	Número De Espiras
N_{ABC}	Número De Espiras De Cada Uma Das Fases A, B E C
$N_{\alpha\beta}$	Número De Espiras De Cada Um Dos Eixos A E B
n_f	Número De Fases
n_r	Rotações Do Eixo Do Motor Por Minuto
n_s	Rotações Síncronas Por Minuto
P	Número De Polos Magnéticos
P_s	Potência Eletromagnética Do Estator Do Motor De Indução Trifásico
q_c	Carga Elétrica
R_a	Resistência De Armadura
R_f	Resistência De Excitação
s	Escorregamento
T_d	Tempo Derivativo
T_i	Tempo Integral
$T_{\alpha\beta\gamma}$	Matriz De Transformação De Clarke
v_f	Tensão Elétrica De Entrada No Circuito De Excitação
v_i	Tensão Elétrica De Entrada No Circuito De Armadura
Z	Número De Condutores Eletricamente Carregados Nas Ranhuras Da Armadura
α_d	Ângulo De Defasagem
α_m	Aceleração Angular
α_v	Ângulo Formado Entre Os Vetores De Velocidade E De Densidade De Campo Magnético
ε	Tensão Elétrica Induzida
θ_e	Ângulo Elétrico
θ_m	Ângulo Mecânico
ρ_c	Densidade De Carga Elétrica
τ_B	Torque De Amortecimento Viscoso

τ_J	Torque De Momento De Inércia
τ_L	Torque Da Carga
τ_e	Torque Eletromagnético Desenvolvido No Eixo Da Máquina
$\vec{v}$	Vetor De Velocidade Linear
φ	Fluxo De Campo Magnético
ω_e	Velocidade Angular De Excitação Da Corrente Elétrica De Entrada
ω_{esc}	Velocidade Angular De Escorregamento
ω_m	Velocidade Angular Mecânica Dos Polos Magnéticos
ω_r	Velocidade Angular Rotórica
ω_s	Velocidade Angular Síncrona

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO TEÓRICA.....	17
1.1	CONTROLADOR PID	17
1.1.1	Sintonia Do Controlador PID Mediante Plataforma <i>Simulink</i>	18
1.1.2	Sintonia Do Controlador PID Mediante Método De Ziegler-Nichols.....	20
1.2	LEI DA FORÇA DE LORENTZ	21
1.3	LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA	22
1.4	LEI DE LENZ	25
1.5	PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA.....	27
1.5.1	Circuito Elétrico Equivalente Do Motor De Corrente Contínua	29
1.5.2	Torque Em Motores De Corrente Contínua	31
1.6	CAMPO MAGNÉTICO GIRANTE	32
1.7	ESCORREGAMENTO	35
1.8	TRANSFORMADA DE CLARKE.....	38
1.9	TRANSFORMADA DE PARK	42
1.10	PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO.....	45
1.10.1	Circuito Elétrico Equivalente Do Motores De Indução Trifásico	46
1.10.2	Torque Em Motor De Indução Trifásico.....	47
1.11	SIMULAÇÃO DE MOTORES ELÉTRICOS UTILIZANDO <i>MATLAB</i> E <i>SIMULINK</i>	48
2.	DESENVOLVIMENTO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA	51
2.1	MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA.....	51
2.2	DIAGRAMA DE BLOCOS DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA.....	54
2.3	SIMULAÇÃO DE ACIONAMENTO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA.....	59
2.3.1	Sintonia dos Controladores PI do Motor de Corrente Contínua	61
2.3.2	Controle Gradual das Referências de Campo Magnético, de Rotação e de Torque do Motor de Corrente Contínua	64
2.3.3	Controle Abrupto das Referências de Campo Magnético, de Rotação e de Torque do Motor de Corrente Contínua	68
3.	DESENVOLVIMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO	73
3.1	MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO.....	73
3.2	DIAGRAMA DE BLOCOS DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO	75
3.3	SIMULAÇÃO DE ACIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO.....	86
3.3.1	Sintonia dos Controladores PI do Motor de Indução Trifásico	89

3.3.2	Controle Gradual das Referências de Rotação e de Torque do Motor de Indução Trifásico	93
3.3.3	Controle Abrupto das Referências de Rotação e de Torque do Motor de Indução Trifásico	96
4.	CONCLUSÃO	100
	REFERÊNCIAS	101
	APÊNDICE A. <i>SCRIPT</i> DA FUNÇÃO <i>PLOT_SETUP</i> UTILIZADA PARA O PREPARO DOS GRÁFICOS DAS SIMULAÇÕES.....	102
	APÊNDICE B. <i>SCRIPT</i> DA SINTONIA DO CONTROLADOR PI UTILIZANDO O MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS PARA O MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA.....	104
	APÊNDICE C. <i>SCRIPT</i> DA SIMULAÇÃO DO ACIONAMENTO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA UTILIZANDO CONTROLADORES PI.....	106
	APÊNDICE D. <i>SCRIPT</i> DA SINTONIA DO CONTROLADOR PI UTILIZANDO O MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS PARA O MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO.....	109
	APÊNDICE E. <i>SCRIPT</i> DA SIMULAÇÃO DO ACIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO UTILIZANDO CONTROLADORES PI	111

1. INTRODUÇÃO TEÓRICA

As simulações dos acionamentos e controle dos motores de corrente contínua e de indução trifásico envolvem conceitos físicos diversos, mas principalmente, até devido às simplificações adotadas, os conceitos de controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID) e de trabalho exercido por meio de interações entre corrente elétrica e fluxo de campo magnético, além, claro, de conhecimentos básicos da própria plataforma utilizada para a elaboração dos diagramas de blocos lógicos para motores, no caso, a plataforma *Matlab/Simulink*. Primeiramente, será explicado o controle linear dos controladores do tipo PID e sua sintonia, a qual pode ser feita pelo *Simulink* ou pelo Método de Ziegler-Nichols. As leis físicas fundamentais que regem os princípios de funcionamento de ambos os motores são também explicadas, assim como são desenhados os circuitos elétricos equivalentes, úteis para a modelagem matemática dos motores e para a criação dos diagramas de blocos de simulação.

1.1 CONTROLADOR PID

Com um sinal de referência e com um sinal a ser controlado, os controladores PID trabalham com a diferença observada entre esses dois sinais, também chamado erro. Esse sinal é então processado pelo controlador e emite um sinal de controle a fim de minimizar o erro. O controlador PID possui três termos referentes aos ganhos proporcional k_p , integral k_i e derivativo k_d . Seja $K(s)$ a função de transferência deste controlador, tem-se:

$$K(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s. \quad (1)$$

O ganho proporcional k_p é responsável principalmente pelo tempo de resposta do sistema de controle, que quanto mais rápida, mais acentuado é o sobressinal (*overshoot*) analisado. O ganho integral k_i é responsável por afetar diretamente o estado estacionário do sistema (*steady-state*), assim como também pode ajudar na regulação do tempo de resposta e sobressinal tal como o ganho proporcional. Finalmente, o ganho derivativo k_d é responsável pela correção do erro conforme a variação da variável controlada, onde quanto maior o ganho derivativo, maior o sinal de saída, isto é, mais sensível a variações.

Outra forma de se apresentar a função $K(s)$ é em função dos tempos integral T_i e derivativo T_d , os quais são baseados nas características da resposta transitória da planta, que é particular ao objeto controlado (OGATA, 2010). Se o ganho integral pode ser escrito como:

$$k_i = \frac{k_p}{T_i} \quad (2)$$

e o ganho derivativo como:

$$k_d = k_p T_d, \quad (3)$$

então a função de transferência $K(s)$ do controlador PID é dado por:

$$K(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right). \quad (4)$$

Para o controlador do tipo Proporcional-Integral (PI), o qual será utilizado nas simulações dos acionamentos dos motores de corrente contínua e de indução trifásico, o ganho derivativo k_d é anulado ou, em outras palavras, o tempo derivativo T_d é anulado. A sintonia do controlador PID, ou seja, a determinação dos valores numéricos para os ganhos é um processo que depende do estudo da planta do sistema e da expectativa de desempenho aceitável ao projeto.

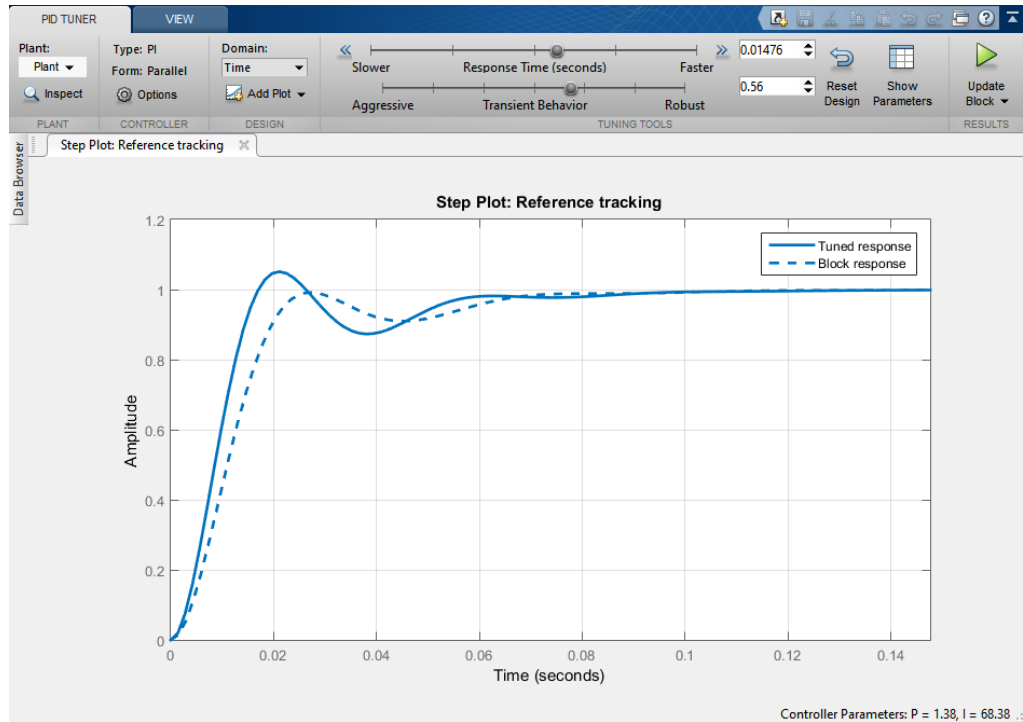
1.1.1 Sintonia Do Controlador PID Mediante Plataforma *Simulink*

Ao inserir um bloco lógico correspondente a um controlador PID, a plataforma *Simulink* oferece a sintonia ajustável ao usuário, dado o nome de *PID Tuner*, primeiramente introduzido ao *Matlab* na versão *R2010b*. O menu de sintonia pode ser aberto a partir dos blocos lógicos de controladores PID em ambiente *Simulink*. Esse método, contudo, tem suas limitações quanto ao tipo de planta do sistema, aceitando somente aquelas que são linearizáveis. Satisfazendo as condições, a ferramenta se apresenta conforme Figura 1.

Movendo os niveladores na parte superior, referentes ao *Response Time (seconds)* e ao *Transient Behavior*, a linha sólida em azul mostrará dinamicamente ao usuário a resposta do

sistema, a qual poderá ser comparada com a linha tracejada em azul, que é a resposta da planta em malha aberta.

Figura 1 – Sintonia mediante plataforma *Simulink* – *PID Tuner*



Fonte: Próprio Autor

Fixados os valores dos niveladores, é possível visualizar os ganhos do controlador selecionando o botão *Show Parameters* localizado no canto superior direito.

Figura 2 – Parâmetros do controlador PI mediante sintonia da plataforma *Simulink*

Controller Parameters		
	Tuned	Block
P	1.3802	0.88447
I	68.384	56.1869
D		
N		
Performance and Robustness		
	Tuned	Block
Rise time	0.0112 seconds	0.0156 seconds
Settling time	0.0807 seconds	0.0679 seconds
Overshoot	5.06 %	0 %
Peak	1.05	1
Gain margin	Inf dB @ Inf rad/s	Inf dB @ Inf rad/s
Phase margin	56 deg @ 135 rad/s	67.7 deg @ 98.3 rad/s
Closed-loop stability	Stable	Stable

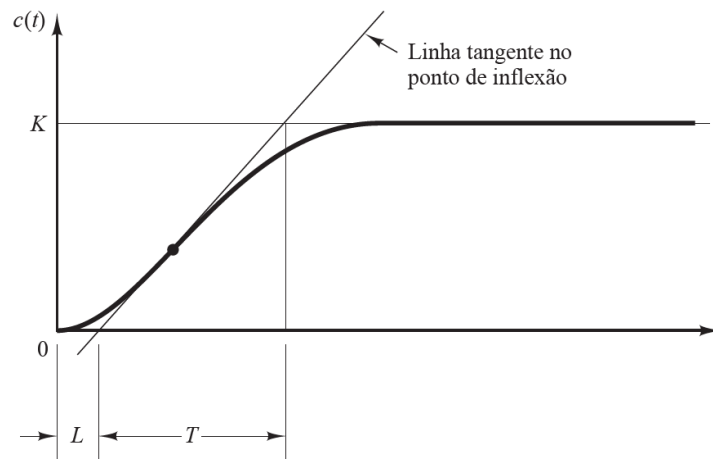
Fonte: Próprio Autor

Neste exemplo, foi utilizado um controlador do tipo PI e, portanto, tem-se somente os ganhos proporcional e integral, anulando o ganho derivativo. O processo será o mesmo para qualquer configuração do controlador.

1.1.2 Sintonia Do Controlador PID Mediante Método De Ziegler-Nichols

Ziegler e Nichols desenvolveram dois métodos para a sintonia de controladores PID, porém será abordado somente o primeiro método, no qual se obtém a resposta da planta e, caso observado nessa resposta um desenho em formato semelhante a letra S, caracteriza-se o gráfico em duas constantes: o atraso L e a constante de tempo T .

Figura 3 – Curva de resposta em forma de S



Fonte: (OGATA, 2010)

Por meio desses valores, calcula-se os ganhos do controlador através da tabela a seguir.

Tabela 1 – Primeiro método de sintonia de Ziegler-Nichols

Tipo do Controlador	k_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0,9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0,5L$

Fonte: (OGATA, 2010)

Geralmente, o cálculo dos ganhos por esse método ainda não é suficiente para um controle adequado do sistema, servindo estes valores como uma condição inicial para ajustes experimentais corretivos do controlador.

1.2 LEI DA FORÇA DE LORENTZ

Dada uma partícula eletricamente carregada q , a qual se desloca no espaço a uma velocidade $\vec{v}$ e está sujeita às influências dos campos elétrico $\vec{E}$ e magnético $\vec{B}$, uma força $\vec{F}$ é exercida nesta mesma partícula segundo (5).

$$\vec{F} = q_c(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (5)$$

Em unidades do Sistema Internacional (SI), $\vec{F}$ é dado em *newtons*, q_c é dado em *coulombs*, $\vec{v}$ é dado em *metros por segundo*, $\vec{E}$ é dado em *newtons por coulomb* e $\vec{B}$ é dado em *teslas* (FITZGERALD, 2014).

Para um sistema puramente elétrico ($\vec{B} = \vec{0}$), observa-se que existe uma força atuante na partícula independentemente do movimento desta, e cujo sentido é dado pelo próprio sentido do campo elétrico:

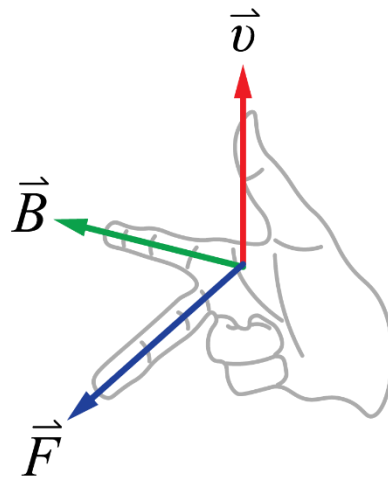
$$\vec{F} = q_c \vec{E}. \quad (6)$$

Agora, para um sistema puramente magnético ($\vec{E} = \vec{0}$), a força atuante somente existe caso haja o deslocamento da partícula pelo espaço e que este mesmo deslocamento não seja paralelo à direção do campo magnético, uma vez que o módulo do vetor resultante do produto vetorial entre a velocidade $\vec{v}$ e o campo magnético $\vec{B}$ possui fator senoidal referente ao ângulo formado entre esses dois vetores, conforme (7).

$$\vec{F} = q_c(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (7)$$

Tratando-se de um produto vetorial, o sentido da força pode ser visualizado conforme Regra da Mão Direita, sendo, neste caso, o dedo indicador a velocidade $\vec{v}$, o dedo médio o campo magnético $\vec{B}$ e o polegar a força resultante de Lorentz.

Figura 4 – Sentido da Força de Lorentz segundo Regra da Mão Direita



Fonte: Adaptado de FITZGERALD (2014)

Para análise de sistemas que possuem maior quantidade de cargas em movimento, torna-se mais prático escrever (7) em termos de densidade de carga ρ_c , dada em *coulombs por metro cúbico*, em substituição à carga única q_c . Ainda para o sistema puramente magnético, tem-se que a densidade de força atuante por unidade de volume de um condutor eletricamente carregado é:

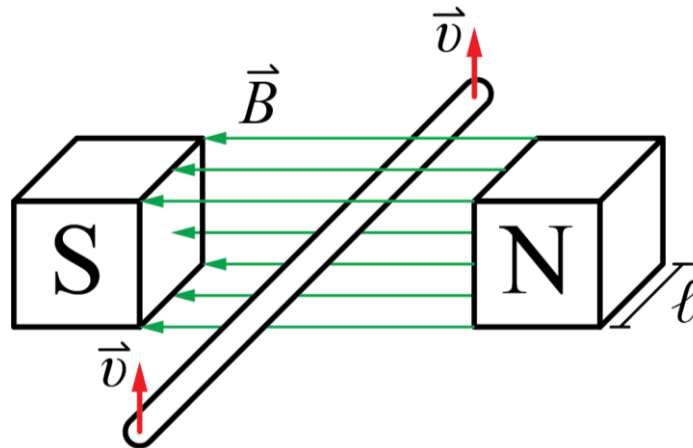
$$\vec{F} = \rho_c(\vec{v} \times \vec{B}) = \rho_c \vec{v} \times \vec{B} = \vec{j} \times \vec{B}, \quad (8)$$

sendo $\vec{j} = \rho_c \vec{v}$ a densidade de corrente elétrica que passa por uma seção transversal do condutor, dada em *ampères por metro quadrado*.

1.3 LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Considere uma densidade de campo magnético $\vec{B}$ de comprimento efetivo ℓ e um fio condutor que se desloca no espaço com uma velocidade $\vec{v}$ sob influência deste mesmo campo, esquematizado na Figura 5.

Figura 5 – Fio condutor em movimento sob influência de um campo magnético



Fonte: Adaptado de KOSOW (1982)

Sabe-se que o fluxo de campo magnético φ , que atravessa uma área A , é calculado pela integral da densidade de campo magnético $\vec{B}$ sobre esta mesma área, conforme a relação:

$$\varphi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}, \quad (9)$$

sendo $d\vec{A}$ o elemento diferencial da superfície, cujo sentido é dado pelo versor normal à esta. Em unidades do SI, φ é dado em *webers*, $\vec{B}$ é dado em *teslas* e $d\vec{A}$ é dado em *metros quadrados*.

A lei geral de Faraday afirma que o valor da tensão induzida em uma simples espira de fio é proporcional à razão de variação de linhas de força que passam através daquela espira (ou se concatenam com ela) (KOSOW, 1982). Em 1845, Franz Ernst Neumann quantificou tal afirmação pela seguinte equação:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \quad (10)$$

sendo a tensão elétrica ε dada em *volts por espira*, o fluxo de campo magnético φ dado em *webers* e a unidade temporal t dada em *segundos*.

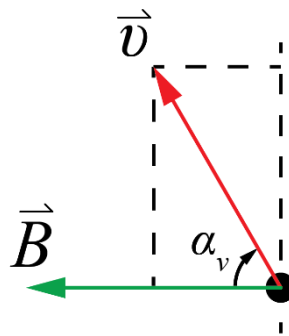
Assumindo que a densidade de campo $\vec{B}$ é uniformemente distribuída em toda sua extensão e que a variação do fluxo no tempo seja diferencial, pode-se reescrever (10) na forma:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d(-\int B\ell ds)}{dt} = B\ell \frac{ds}{dt} = B\ell v, \quad (11)$$

sendo $v = ds/dt$ a velocidade do fio condutor dado em *metros por segundo*.

Analisando a Lei de Faraday, se o fio condutor se movimenta paralelamente ao campo, não haverá linhas de força que passam através da espira e, conseqüentemente, não haverá tensão elétrica induzida nesta. Agora, se o fio condutor se movimentar perpendicularmente ao campo, haverá o caso de maior número de linhas de força concatenados pela espira. Sendo assim, considere o seguinte esquema de um fio em movimento oblíquo sob a influência de um campo magnético uniforme, conforme Figura 6.

Figura 6 – Fio condutor em movimento oblíquo sob influência de um campo magnético



Fonte: Próprio Autor

A componente da velocidade responsável pela indução eletromagnética é somente aquela ortogonal ao campo, isto é,

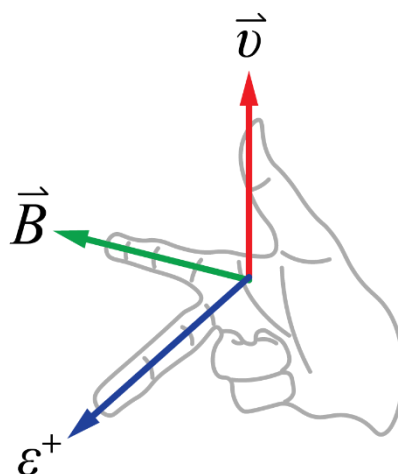
$$v_{\perp} = \|\vec{v}\| \sin \alpha_v = v \sin \alpha_v. \quad (12)$$

Portanto, (11) pode ser escrita como sendo

$$\varepsilon = B\ell v_{\perp} = B\ell v \sin \alpha_v. \quad (13)$$

A polaridade da tensão induzida pode ser dada pela Regra da Mão Direita assim como visto pela Lei da Força de Lorentz (vide Seção 1.2), onde, neste caso, o dedo indicador é a velocidade do condutor, o dedo médio é o campo magnético e o dedo polegar é a polaridade da tensão induzida, conforme apresentado pela Figura 7.

Figura 7 – Polaridade da tensão induzida segundo a Regra da Mão Direita



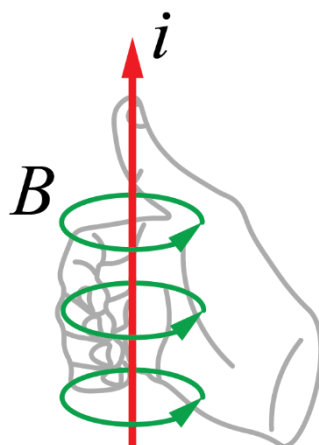
Fonte: Próprio Autor

Dessa forma, cinco são os fatores influentes na magnitude da indução eletromagnética: (1) a densidade de campo magnético; (2) o comprimento efetivo do fio condutor, isto é, parcela deste a qual está sob influência de campo magnético; (3) a velocidade do fio condutor; (4) o ângulo formado entre os vetores de velocidade e de campo; e (5) o número de espiras em movimento.

1.4 LEI DE LENZ

Dada espira condutora de caminho fechado que se desloca no espaço com uma velocidade $\vec{v}$ e que está sob influência de uma densidade de campo magnético $\vec{B}$, existe uma força eletromotriz induzida, conforme visto pela Lei de Faraday (vide Seção 1.3), e há, portanto, circulação de corrente elétrica. Pela Lei de Lenz, o sentido dessa corrente é tal que o campo magnético produzido por ela se opõe à variação do campo magnético que a induziu (KOSOW, 1982). O sentido do campo magnético gerado por uma corrente elétrica em um condutor é dado pela Regra do Saca-Rolhas da Mão Direita, onde o dedo polegar indica o sentido da corrente e os demais dedos, do campo magnético, conforme Figura 8.

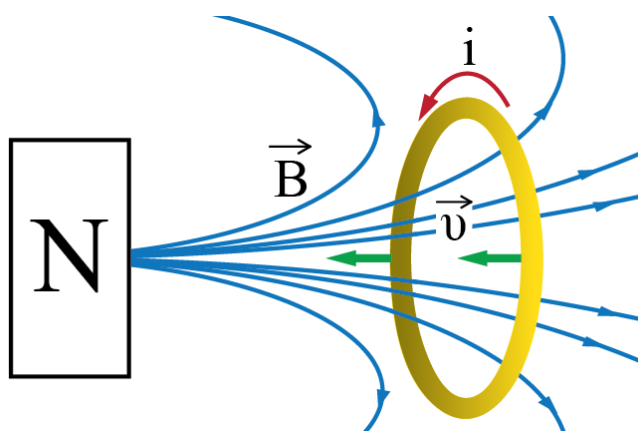
Figura 8 – Sentido do campo magnético segundo Regra do Saca-Rolhas da Mão Direita



Fonte: Próprio Autor

Dessa forma, considere uma espira fechada se aproximando de um polo magnético norte. À medida que se movimenta, mais linhas de campo são concatenadas pela espira e, por consequência, há corrente induzida e seu sentido é tal que o campo magnético produzido é visto como um polo magnético norte, opondo-se ao outro campo magnético que o produziu. Da mesma maneira pode-se analisar quando a espira se afasta do polo, na qual induz uma corrente elétrica geradora de um campo similar a um polo magnético sul, na intenção de atrair a espira ao ímã que cada vez mais é afastado. Na Figura 9 é ilustrado o comportamento da indução eletromagnética em uma espira fechada simples que se movimenta de encontro ao polo norte de um ímã.

Figura 9 – Lei de Lenz da orientação da corrente elétrica induzida



Fonte: Próprio Autor

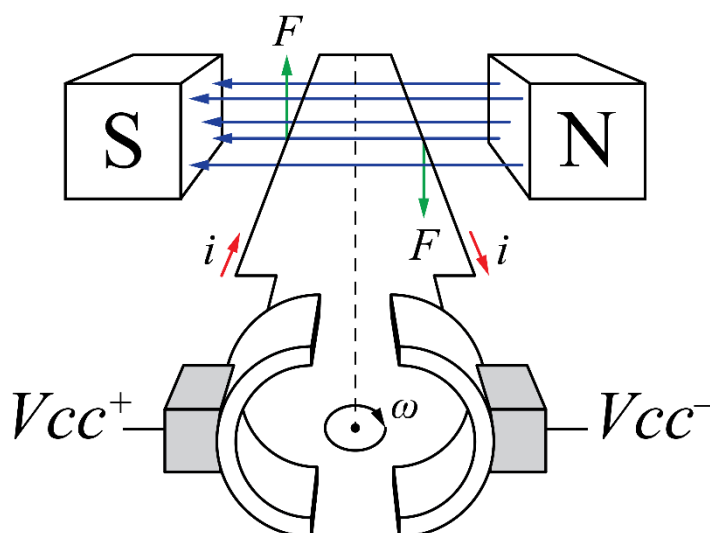
Percebe-se que esta análise pode ser para qualquer configuração de espira fechada e de campo magnético, bastando haver uma variação líquida de campo concatenado, isto é, pode-se movimentar a espira, o emissor de campo magnético (ímã natural, ímã sintético ou eletroímã) ou então ambos os elementos.

1.5 PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

O motor de corrente contínua (MCC) possui em seu estator os enrolamentos responsáveis pelo fornecimento de campo magnético na máquina, podendo inclusive, em substituição ao eletroímã, utilizar-se de ímãs permanentes para seu funcionamento. O rotor, por sua vez, possui os enrolamentos que são submetidos à Lei de Força de Lorentz (vide Seção 1.2), promovendo o conjugado útil desenvolvido no eixo do motor. Os enrolamentos do rotor, ou enrolamentos de armadura, são conectados a terminais elétricos em contato com as chamadas escovas (*brush*, do inglês), constituídas, também, de materiais condutores.

Havendo uma diferença de potencial elétrico aplicado nas escovas, no caso uma fonte CC, haverá corrente elétrica circulante na espira (KOSOW, 1982). Para fins ilustrativos, a Figura 10 mostra um esquema de um simples MCC composto por uma espira em sua armadura e cujo campo magnético provém de um ímã permanente.

Figura 10 – Princípio de funcionamento do motor de corrente contínua

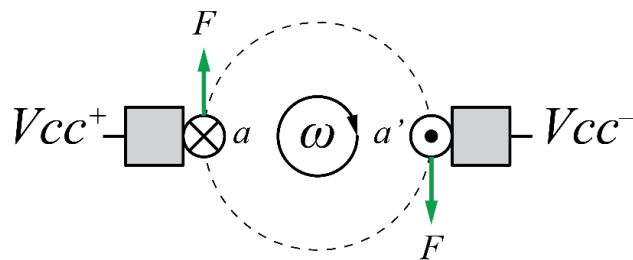


Fonte: Adaptado de KOSOW (1982)

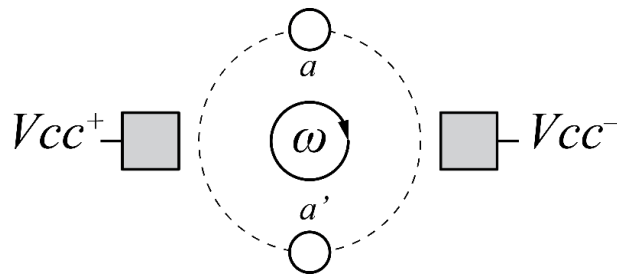
Devido à disposição espacial da espira, a força atuante do lado esquerdo proporciona o mesmo sentido de giro que a força atuante do lado direito da espira. Conforme esta rotaciona,

seus terminais elétricos também rotacionam, de modo que, por inércia, a espira continua seu movimento mesmo quando alcançado o menor conjugado e, agora, o terminal que outrora era conectado ao polo positivo da fonte CC está em contato com o polo negativo por intermédio das escovas, as quais permanecem fixas. Dessa forma, observa-se o mesmo sentido de corrente para todo o ciclo rotacional da espira e, portanto, o mesmo sentido de força. Na Figura 11 é mostrada a troca de polaridade para este mesmo MCC apresentado pela Figura 10.

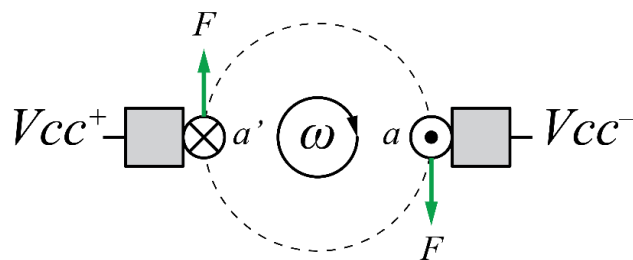
Figura 11 – Troca de polaridade da espira do rotor através das escovas



(a) terminal a em contanto com o polo positivo da fonte CC



(b) troca de polaridade entre os terminais



(c) terminal a em contato com o polo negativo da fonte CC, em mesmo sentido de giro

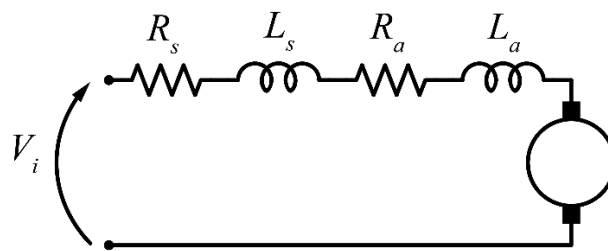
Fonte: Próprio Autor

Como este projeto de MCC considera apenas uma espira condutora, seu torque eletromagnético não é uniformemente distribuído. Contudo, à medida que é adicionado um número maior de espiras e de caminhos em paralelo, mais suave será a troca de polaridade entre os terminais e, assim, mais uniforme se apresentará o conjugado útil da máquina.

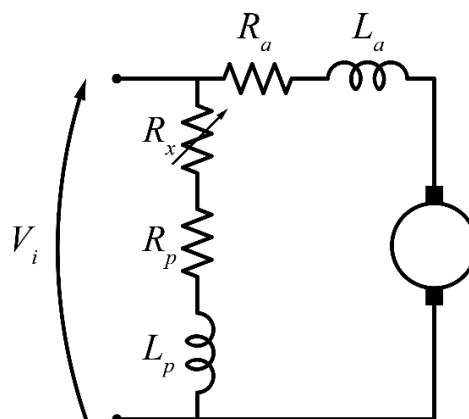
1.5.1 Circuito Elétrico Equivalente Do Motor De Corrente Contínua

Os enrolamentos do estator e do rotor podem ser conectados em configuração em série, em paralelo ou em série e paralelo, chamada de configuração composta, podendo ser esta curta ou longa, ou ainda os circuitos de excitação e de armadura podem ser eletricamente independentes (FITZGERALD, 2014). Observe a Figura 12 para os esquemáticos dessas diferentes configurações, considerando que R_s e L_s são, respectivamente, a resistência e a indutância do enrolamento em série, R_p e L_p são, respectivamente, a resistência e a indutância do enrolamento em paralelo e R_x é um reostato para auxiliar na partida do motor. O enrolamento de armadura possui uma resistência R_a e uma indutância L_a e o circuito de excitação independente possui uma resistência R_f , uma indutância L_f e uma tensão de campo V_f . A tensão de entrada da máquina é dada por V_i .

Figura 12 – Configurações elétricas entre os enrolamentos de campo e de armadura no motor de corrente contínua (continua)



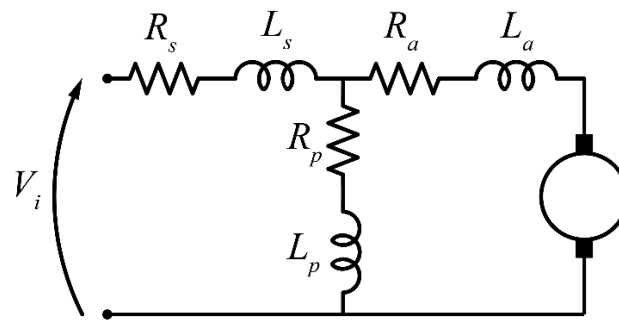
(a) Ligação série



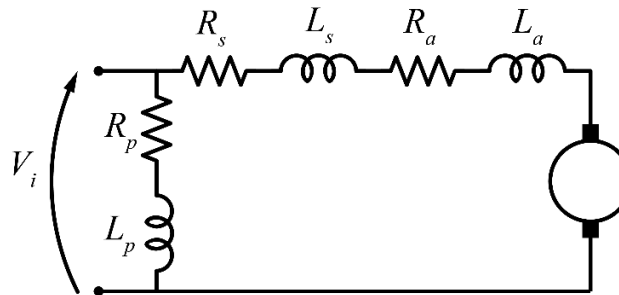
(b) Ligação paralela

Fonte: Adaptado de FITZGERALD (2014)

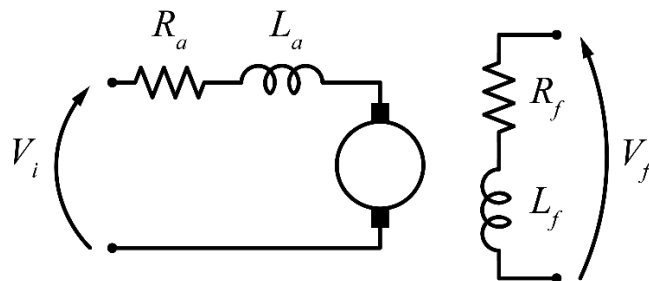
Figura 17 – Configurações elétricas entre os enrolamentos de campo e de armadura no motor de corrente contínua (conclusão)



(c) Ligação composta curta



(d) Ligação composta longa



(e) Ligação independente

Fonte: Adaptado de FITZGERALD (2014)

Cada configuração implica um comportamento ao motor elétrico, porém, será adotado durante as simulações dos acionamentos do MCC a configuração de ligação independente, Figura 12e, por ser o único que disponibiliza um maior controle das tensões elétricas de entrada de cada circuito de forma eletricamente isolada.

1.5.2 Torque Em Motores De Corrente Contínua

O torque, ou conjugado, desenvolvido no eixo do motor advém da contribuição da força de Lorentz (vide Seção 1.2) de cada espira presente nos enrolamentos do rotor. A força é exercida somente quando a espira eletricamente carregada está sob influência de um campo magnético. As espiras repousam em ranhuras e os enrolamentos da máquina podem formar o que se chama de caminhos em paralelo (FITZGERALD, 2014). Supondo um rotor cilíndrico, o torque eletromagnético útil do motor, aquele desenvolvido no eixo do motor, pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\tau_e = \frac{PZ}{2\pi a} \varphi i_a, \quad (14)$$

sendo τ_e o torque eletromagnético dado em *newton-metro*, P o número de polos, Z o número de condutores carregados nas ranhuras da armadura, a o número de caminhos em paralelo dos enrolamentos, φ o fluxo de campo magnético dado em *webers* e i_a a corrente elétrica circulante nos enrolamentos de armadura dado em *ampères*.

Pode-se, contudo, reescrever (14) com um certo termo K tal que este represente as características do projeto da máquina e que muito dificilmente sofrerão alterações durante seu funcionamento. Assim, K pode adsorver o número de polos, o número de condutores de armadura eletricamente ativos, o número de caminhos em paralelo e a geometria do rotor, no caso:

$$K = \frac{PZ}{2\pi a}. \quad (15)$$

Substituindo (15) em (14), o torque eletromagnético torna-se:

$$\tau_e = K\varphi i_a. \quad (16)$$

Quanto aos outros torques presentes no MCC, tem-se o torque gerado pela componente de amortecimento viscoso dos óleos lubrificantes do rotor τ_B , o torque gerado pelo momento de inércia do rotor τ_J e, por fim, o torque da carga acoplada ao eixo τ_L . O primeiro, τ_B , é

diretamente proporcional à velocidade de giro ω do rotor multiplicado pelo coeficiente de atrito viscoso B do material lubrificante:

$$\tau_B = -B\omega, \quad (17)$$

sendo τ_B dado em *newton-metro*, B dado em *newton-metro-segundo por radiano* e ω dado em *radianos por segundo*.

O segundo torque, τ_J , é proporcional à aceleração angular α_m do rotor multiplicado pelo momento de inércia J de toda a estrutura rotórica. A aceleração angular α_m , por sua vez, é a derivada primeira da velocidade de giro ω do rotor pelo tempo. Matematicamente:

$$\tau_J = -J\alpha_m = -J \frac{d\omega}{dt}, \quad (18)$$

sendo τ_J dado em *newton-metro*, J dado em *quilograma-metro ao quadrado por radiano*, ω dado em *radianos por segundo* e a unidade temporal t dada em *segundos*.

O torque da carga, τ_L , pode assumir diversos tipos de curvas de conjugado, segundo o tipo de carga. Genericamente, este torque é expresso pela seguinte equação:

$$\tau_L = C_0 + k_c n^x, \quad (19)$$

sendo C_0 o conjugado da carga na partida do motor dado em *newton-metro*, k_c a constante relativa à carga, n a rotação nominal do eixo do motor quando acoplada a carga, em *rotações por minuto*, e x o expoente relativo à carga, podendo assumir os valores: 0 para cargas constantes, 1 para cargas lineares, 2 para cargas quadráticas e -1 para carga hiperbólicas.

1.6 CAMPO MAGNÉTICO GIRANTE

Em motores de indução polifásicos, as correntes elétricas no rotor são induzidas por um campo magnético que gira a uma velocidade proporcional à frequência de operação das correntes de entrada do sistema (FITZGERALD, 2014). Em um sistema de alimentação trifásico ABC, cujas correntes no estator operam a uma frequência f_e e estão eletricamente espaçadas por $\alpha_d = 120^\circ$, tem-se:

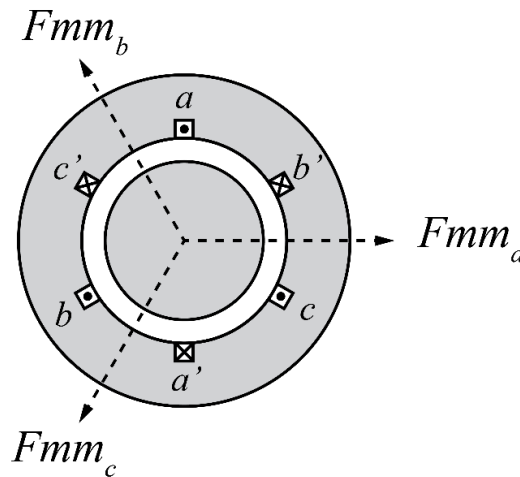
$$\begin{cases} i_A = I_{max} \cos(2\pi f_e t) = I_{max} \cos(\omega_e t) \\ i_B = I_{max} \cos(2\pi f_e t - \alpha_d) = I_{max} \cos(\omega_e t - \alpha_d) \\ i_C = I_{max} \cos(2\pi f_e t + \alpha_d) = I_{max} \cos(\omega_e t + \alpha_d) \end{cases} \quad (20)$$

sendo I_{max} a amplitude máxima alcançada pela onda da corrente. Sabendo que a força magneto motriz (FMM) em circuitos magnéticos é dada pelo produto entre o número de espiras N e a corrente elétrica i , pode-se escrever as FMMs de um sistema trifásico utilizando-se das correntes elétricas apresentadas pelo sistema (20), como apresentado em (21).

$$\begin{cases} \mathcal{Fmm}_A = Ni_A = NI_{max} \cos(\omega_e t) = F_{max} \cos(\omega_e t) \\ \mathcal{Fmm}_B = Ni_B = NI_{max} \cos(\omega_e t - \alpha_d) = F_{max} \cos(\omega_e t - \alpha_d), \\ \mathcal{Fmm}_C = Ni_C = NI_{max} \cos(\omega_e t + \alpha_d) = F_{max} \cos(\omega_e t + \alpha_d) \end{cases} \quad (21)$$

sendo $F_{max} = NI_{max}$ a amplitude máxima alcançada pela onda da FMM. Na Figura 13 é mostrada a configuração espacial das bobinas do estator para esse sistema, as quais são distanciadas em 120° . Os eixos positivos são determinados pela Regra do Saca-Rolhas da Mão Direita (vide Figura 8).

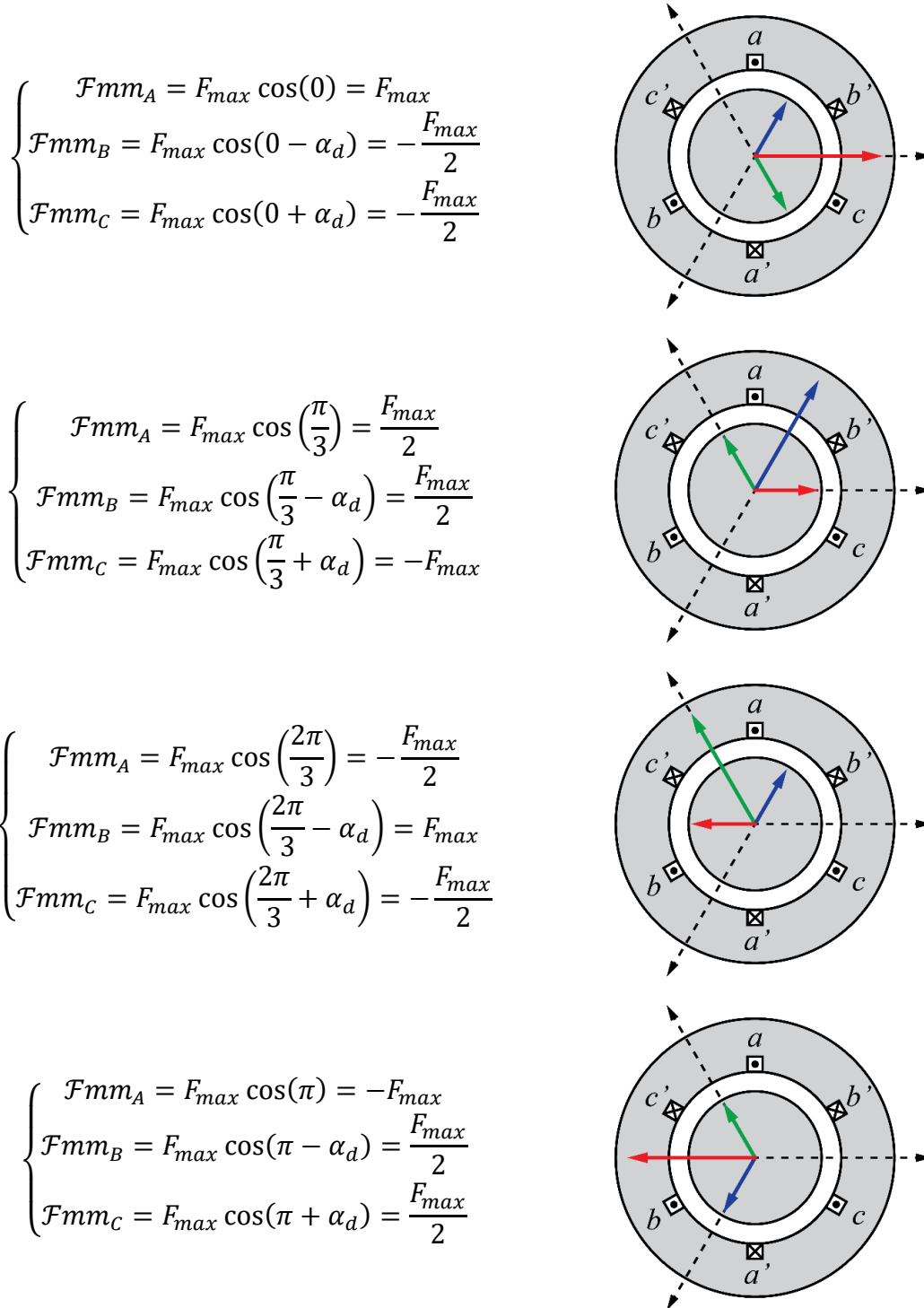
Figura 13 – Configuração espacial das bobinas do estator em uma máquina trifásica



Fonte: Adaptado de FITZGERALD (2014)

Analisando de forma fasorial, o sistema de equações (21) evidencia os módulos das FMMs e o sinal positivo ou negativo indica se estes estão com orientação positiva ou negativa em seus respectivos eixos. Na Figura 14 é apresentada a FMM resultante girante.

Figura 14 – Ondas de FMM presentes no estator de uma máquina trifásica



Fonte: Adaptado de FITZGERALD (2014)

Observe que a amplitude máxima atingida pela soma fasorial das contribuições de FMM de cada fase é, para qualquer instante, igual a 3/2 vezes a amplitude máxima observada em uma fase. Isso é verdade para sistemas polifásicos simétricos e equilibrados de n_f fases, onde

pode-se escrever genericamente que a amplitude máxima atingida pela FMM resultante é $n_f/2$ vezes a amplitude máxima de uma das fases.

1.7 ESCORREGAMENTO

Em sistemas polifásicos de indução, é possível fazer com que o campo magnético resultante no entreferro gire a uma velocidade angular proporcional à frequência de regime das correntes elétricas de entrada (vide Seção 1.6). A velocidade angular desse campo magnético é dita como velocidade síncrona ω_s e é definida como:

$$\omega_s = 2\pi f_s, \quad (22)$$

sendo f_s a frequência espacial síncrona da onda de FMM no entreferro, dada em *hertz*.

Para escrever (22) em termos da frequência com a qual as correntes de entrada operam, é necessário antes conceituar os chamados ciclos mecânicos e elétricos em sistemas magnéticos. Um ciclo mecânico é quando, dado um polo de referência, este percorre 360° no espaço, e um ciclo elétrico é quando, dado um condutor de referência, este completa 360° elétricos conforme é observado uma troca de polaridade. Para uma máquina com apenas um par de polos, o giro destes induz eletricamente uma corrente de modo que, quando percorridos 360° mecânicos, completa-se 360° elétricos. Agora, para uma máquina com dois pares de polos, quando percorridos 180° mecânicos, já é observada a troca de polaridade e, portanto, 360° elétricos induzidos. Para três pares de polos, 120° mecânicos são necessários para 360° elétricos (FITZGERALD, 2014). Genericamente, a relação entre os ângulos elétrico θ_e e mecânico θ_m , dado um número P de polos, é:

$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m. \quad (23)$$

Sabendo que a velocidade angular é definida como

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \quad (24)$$

pode-se escrever (23) da seguinte maneira:

$$\frac{\Delta\theta_e}{\Delta t} = \frac{P}{2} \frac{\Delta\theta_m}{\Delta t} \Leftrightarrow \omega_e = \frac{P}{2} \omega_m, \quad (25)$$

sendo ω_e a velocidade angular de excitação da corrente de entrada e ω_m a velocidade angular dos polos magnéticos, ambas dadas em *radianos por segundo*. Ou ainda em termos de frequência:

$$f_e = \frac{P}{2} f_m, \quad (26)$$

sendo f_e a frequência de excitação da corrente de entrada e f_m a frequência dos polos magnéticos, ambas dadas em *hertz*.

Como a velocidade síncrona ω_s é definida em função da frequência espacial da FMM, a qual é gerada pelo campo magnético dos polos, pode-se efetivamente escrever a igualdade:

$$\omega_s = \omega_m \xRightarrow{\div 2\pi} f_s = f_m. \quad (27)$$

Assim sendo, substituindo (26) e (27) em (22), tem-se que a velocidade síncrona em função da frequência de operação da corrente de entrada é dada por (28).

$$\omega_s = 2\pi \left(\frac{2}{P} f_e \right) = \frac{4\pi}{P} f_e. \quad (28)$$

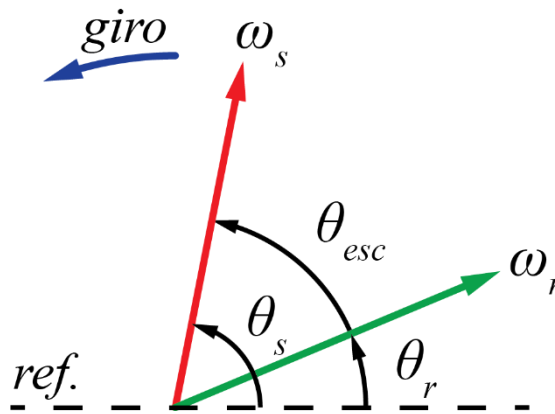
Para escrever a velocidade síncrona em *rotações por minuto (rpm)*, deve-se fazer a conversão conforme (29).

$$n_s = \frac{4\pi}{P} f_e \left[\frac{\frac{1}{2\pi} \text{rotações}}{\frac{1}{60} \text{minutos}} \right],$$

$$n_s = \frac{120}{P} f_e \text{ [rpm]}. \quad (29)$$

Além da velocidade síncrona, existe também a velocidade com a qual o rotor gira, ω_r , e cuja diferença entre esta e aquela é a velocidade de escorregamento ω_{esc} da máquina. Ela pode ser definida analisando o seguinte diagrama fasorial, guardadas as devidas proporções, das FMMs de um motor de indução polifásico, uma rotacionando em velocidade síncrona ω_s e outra, em velocidade rotórica ω_r , ambas em mesmo sentido de giro (BIM, 2012).

Figura 15 – Diagrama fasorial das FMMs de um motor de indução polifásico



Fonte: Adaptado de BIM (2012)

Como ilustrado na Figura 15, o ângulo de escorregamento é a diferença entre os ângulos dos fasores síncrono e do rotor, como apresentado por:

$$\theta_{esc} = \theta_s - \theta_r \quad \frac{\Delta}{\Delta t} \Rightarrow \quad \omega_{esc} = \omega_s - \omega_r. \quad (30)$$

O escorregamento s é então definido como sendo a razão entre a velocidade de escorregamento ω_{esc} e a velocidade síncrona da máquina ω_s :

$$s = \frac{\omega_{esc}}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}. \quad (31)$$

O escorregamento é usado para auxiliar no equacionamento de diversas funções presentes na máquina de indução, como, por exemplo, substituindo (31) em (30), pode-se escrever a velocidade rotórica ω_r na seguinte forma:

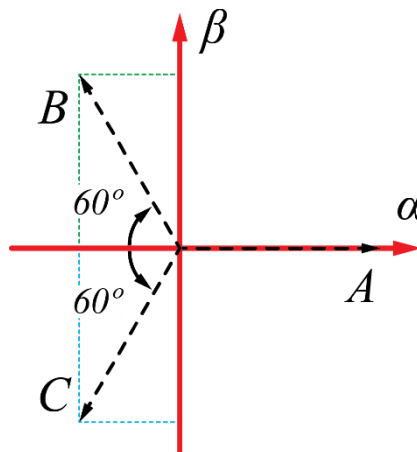
$$\omega_r = (1 - s)\omega_s. \quad (32)$$

Para o caso em que o rotor esteja bloqueado ($\omega_r = 0$), porém há corrente elétrica de entrada, ou seja, há velocidade síncrona ($\omega_s \neq 0$), calcula-se que o escorregamento é unitário ($s = 1$). Agora, caso o rotor gire em mesma velocidade que a síncrona ($\omega_r = \omega_s$), o escorregamento é nulo ($s = 0$). Em condições nominais, um escorregamento comum encontra-se em torno de 3 a 6%.

1.8 TRANSFORMADA DE CLARKE

Considere um motor de indução alimentado por uma rede elétrica trifásica, simétrica e equilibrada, cujas tensões elétricas de fase estão fasorialmente espaçadas em 120° e cujas forças magneto motrizes $\mathcal{F}mm_A(t)$, $\mathcal{F}mm_B(t)$ e $\mathcal{F}mm_C(t)$ geram uma FMM resultante no rotor que gira a uma velocidade proporcional à frequência de operação da rede e é considerada com módulo constante para qualquer instante de tempo (FITZGERALD, 2014) (vide Seção 1.6). Pode-se representar esse fasor de FMM girante por meio de um novo sistema de coordenadas ortogonais para simplificações do número de variáveis, uma vez que não é mais observado o sistema ABC referente às fases, mas sim um sistema $\alpha\beta$ esquematizado pela Figura 16.

Figura 16 – Sistema de coordenadas $\alpha\beta$ para um motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

Pela imagem, um dos eixos do sistema $\alpha\beta$ é alinhado com um dos eixos do sistema ABC, no caso, eixo α alinhado ao eixo A. Fixado isso, pode-se escrever as FMMs de cada uma das fases A, B e C em termos das coordenadas α e β da seguinte maneira:

$$\begin{cases} \mathcal{Fmm}_A(t)\hat{a} = \mathcal{Fmm}_A(t)(\cos 0^\circ \hat{a} + \sin 0^\circ \hat{\beta}) = \mathcal{Fmm}_A(t)\hat{a} \\ \mathcal{Fmm}_B(t)\hat{b} = \mathcal{Fmm}_B(t)(-\cos 60^\circ \hat{a} + \sin 60^\circ \hat{\beta}) = \mathcal{Fmm}_B(t)\left(-\frac{1}{2}\hat{a} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\beta}\right), \\ \mathcal{Fmm}_C(t)\hat{c} = \mathcal{Fmm}_C(t)(-\cos 60^\circ \hat{a} - \sin 60^\circ \hat{\beta}) = \mathcal{Fmm}_C(t)\left(-\frac{1}{2}\hat{a} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\beta}\right) \end{cases} \quad (33)$$

sendo $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ os versores dos eixos A, B, C, α e β , respectivamente. Assim sendo, pelo sistema (33), a FMM resultante $\mathcal{Fmm}_R(t)$ é dada pela soma das FMMs de cada fase:

$$\begin{aligned} \mathcal{Fmm}_R(t) = & \left[\mathcal{Fmm}_A(t) - \frac{1}{2}\mathcal{Fmm}_B(t) - \frac{1}{2}\mathcal{Fmm}_C(t) \right] \hat{a} \\ & + \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\mathcal{Fmm}_B(t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathcal{Fmm}_C(t) \right] \hat{\beta}. \end{aligned} \quad (34)$$

Seja $\mathcal{Fmm}_\alpha(t)$ a componente de força magneto motriz no eixo α e $\mathcal{Fmm}_\beta(t)$, no eixo β , tem-se de (34) que:

$$\mathcal{Fmm}_\alpha(t) = \mathcal{Fmm}_A(t) - \frac{1}{2}\mathcal{Fmm}_B(t) - \frac{1}{2}\mathcal{Fmm}_C(t), \quad (35)$$

$$\mathcal{Fmm}_\beta(t) = \frac{\sqrt{3}}{2}\mathcal{Fmm}_B(t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathcal{Fmm}_C(t). \quad (36)$$

Matricialmente, essa mudança de sistema de coordenadas ABC para $\alpha\beta$ pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{Fmm}_\alpha \\ \mathcal{Fmm}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{Fmm}_A \\ \mathcal{Fmm}_B \\ \mathcal{Fmm}_C \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Considerando que todos os enrolamentos da máquina possuem mesmo número de espiras, as matrizes de (37) tornam-se:

$$N_{\alpha\beta} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} N_{ABC} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}, \quad (38)$$

sendo N_{ABC} o número de espiras de cada uma das fases A, B e C e $N_{\alpha\beta}$ o número de espiras transformado no sistema de coordenadas $\alpha\beta$.

Caso se deseje realizar o processo reverso, isto é, a partir das componentes α e β calcular as componentes A, B e C, faz-se necessário adicionar mais uma linha à matriz de transformação para assim a sua inversa ser válida. Nesse sentido, (38) é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix} = \frac{N_{ABC}}{N_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x & x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}, \quad (39)$$

sendo i_γ a componente da corrente elétrica referente ao eixo ortogonal ao plano $\alpha\beta$, comumente dita como componente homopolar, e x é uma constante a ser calculada. Definindo a matriz da transformada de Clarke como sendo:

$$T_{\alpha\beta\gamma} = \frac{N_{ABC}}{N_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x & x & x \end{bmatrix}, \quad (40)$$

pode-se encontrar as incógnitas de (40) utilizando a propriedade da álgebra matricial a qual postula que, dada uma matriz ortogonal, sua inversa é igual a sua transposta. Dessa forma, tem-se a igualdade:

$$T_{\alpha\beta\gamma} \cdot T_{\alpha\beta\gamma}^{-1} = T_{\alpha\beta\gamma} \cdot T_{\alpha\beta\gamma}^T = I_n, \quad (41)$$

sendo I_n a matriz identidade de ordem n igual à ordem da matriz $T_{\alpha\beta\gamma}$. Substituindo (40) em (41), obtém-se:

$$\left(\frac{N_{ABC}}{N_{\alpha\beta}}\right)^2 \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x & \frac{1}{x} & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & x \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & x \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Da Equação (42), duas relações podem ser extraídas, formando um sistema linear de equações capaz de encontrar os valores da razão entre as espiras $\frac{N_{ABC}}{N_{\alpha\beta}}$ e o escalar x , conforme segue:

$$\begin{cases} \left(\frac{N_{ABC}}{N_{\alpha\beta}}\right)^2 \frac{3}{2} = 1 \\ \left(\frac{N_{ABC}}{N_{\alpha\beta}}\right)^2 3x^2 = 1 \end{cases}, \quad (43)$$

que resulta nos valores:

$$\frac{N_{ABC}}{N_{\alpha\beta}} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad (44)$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (45)$$

Com isso, (44) e (45) são substituídas em (40), resultando em:

$$T_{\alpha\beta\gamma} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (46)$$

e, finalmente, a equação que expressa a completa transformada de Clarke de um sistema ABC para um sistema $\alpha\beta\gamma$ é definida como:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix} = T_{\alpha\beta\gamma} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}. \quad (47)$$

Agora, por (47), dadas as componentes das correntes elétricas de um dos sistemas, pode-se calcular seus equivalentes no outro sistema pois a matriz de transformação $T_{\alpha\beta\gamma}$ é quadrada e não singular, ou seja, a matriz é invertível.

1.9 TRANSFORMADA DE PARK

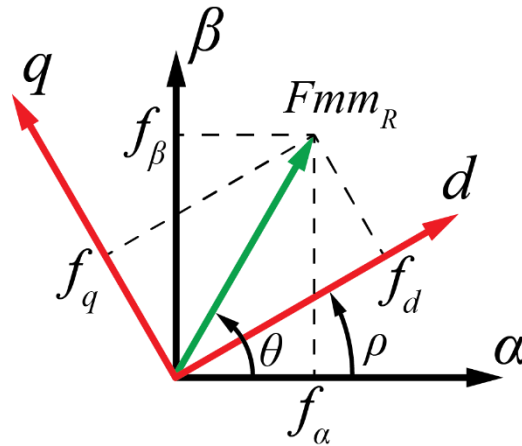
Partindo de dois sistemas ortogonais fixos de coordenadas coincidentes, é aplicado a um destes um sentido de rotação definido arbitrariamente. Um vetor qualquer no espaço pode ser escrito no sistema de coordenadas em rotação mediante análise desse mesmo vetor pelo sistema de coordenadas estacionário. Esta mudança de referência é dita como transformada de Park (FITZGERALD, 2014). Para análise, os sistemas de coordenadas são representados somente para duas dimensões, sendo o sistema estacionário adotado com eixos α e β e o outro sistema rotacional, com eixos d e q , chamados de eixos direto e em quadratura, respectivamente.

Utilizando o mesmo motor de indução apresentado na Seção 1.8, com os mesmos parâmetros de entrada, alinha-se ao eixo d o sentido do fluxo de campo magnético do rotor, o qual gira a uma velocidade angular proporcional à frequência da corrente elétrica do estator. Estando o eixo α alinhado ao eixo de FMM da fase A, o vetor de FMM resultante no rotor pode ser decomposta para ambos os sistemas $\alpha\beta$ e dq , conforme Figura 17.

Pela imagem, as seguintes relações são extraídas para o sistema $\alpha\beta$:

$$\begin{cases} f_\alpha = \mathcal{F}mm_R(t) \cos \theta \\ f_\beta = \mathcal{F}mm_R(t) \sin \theta \end{cases} \quad (48)$$

Figura 17 – Sistema de coordenadas dq para um motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

e para o sistema dq:

$$\begin{cases} f_d = \mathcal{F}mm_R(t) \cos(\theta - \rho) = \mathcal{F}mm_R(t)(\cos \rho \cos \theta + \sin \rho \sin \theta) \\ f_q = \mathcal{F}mm_R(t) \sin(\theta - \rho) = \mathcal{F}mm_R(t)(\cos \rho \sin \theta - \sin \rho \cos \theta) \end{cases} \quad (49)$$

Substituindo o sistema de equações (48) em (49), obtém-se:

$$\begin{cases} f_d = \cos \rho f_\alpha + \sin \rho f_\beta \\ f_q = -\sin \rho f_\alpha + \cos \rho f_\beta \end{cases} \quad (50)$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix}. \quad (51)$$

Caso seja adotado o sistema de coordenadas $\alpha\beta\gamma$ para a análise, pode-se igualar a componente γ do vetor à componente do eixo 0 do novo sistema dq0.

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho & 0 \\ -\sin \rho & \cos \rho & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_\gamma \end{bmatrix}. \quad (52)$$

Naturalmente, o estudo da transformada de Park pode ser expandido para não mais atender somente as componentes de FMM do motor, mas também as tensões ou correntes elétricas de entrada alimentada pela rede. Supondo a observação das correntes elétricas e substituindo (47) em (52), uma mudança do sistema ABC para o sistema dq0 pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho & 0 \\ -\sin \rho & \cos \rho & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \rho & \cos\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \rho & -\sin\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (53)$$

e sua inversa, isto é, de dq0 para ABC é dada por:

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{3} \begin{bmatrix} \sqrt{3} \cos \rho & -\sqrt{3} \sin \rho & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \sin \rho - \cos\left(\frac{\pi}{6} + \rho\right) & \sin\left(\frac{\pi}{6} + \rho\right) + \cos \rho & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ -\sin \rho - \cos\left(\frac{\pi}{6} - \rho\right) & -\sin\left(\frac{\pi}{6} - \rho\right) - \cos \rho & \sqrt{\frac{3}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}. \quad (54)$$

Assim sendo, é possível observar graficamente os valores de i_d , i_q e i_0 constantes ao longo do tempo se a velocidade de rotação do eixo dq0 for igual à velocidade medida para a FMM resultante produzida pelas correntes i_A , i_B e i_C do estator. Com isso, a implementação de controladores do tipo PI se torna viável para o motor de indução trifásico.

1.10 PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

As máquinas de indução polifásicas induzem uma corrente elétrica no rotor devido ao giro do campo magnético síncrono proporcional à frequência de operação das correntes elétricas do estator. Por sua vez, as correntes induzidas no rotor possuem parâmetros como valores de pico e frequência distintos daqueles medidos para as correntes do estator, podendo escrevê-los em função do escorregamento observado no sistema (FITZGERALD, 2014). Analogamente aos estudos feitos para o campo girante síncrono na Seção 1.6, o mesmo é feito para o campo girante no rotor, definindo a frequência com a qual as correntes induzidas oscilam. Como visto na Seção 1.7, quando o rotor está bloqueado, tem-se que o escorregamento é unitário ($s = 1$) e, conseqüentemente, a frequência da corrente induzida será a mesma frequência da corrente de entrada, pois o campo girante responsável pela indução possui tal frequência, como visto no sistema de equações (21).

Agora, quando o rotor gira em velocidade síncrona, tem-se o escorregamento nulo ($s = 0$) e nenhuma corrente induzida, uma vez que não há linhas de campo que traspassam as espiras do rotor. Assim sendo, pode-se aferir que a frequência da corrente induzida é função da frequência de entrada e da diferença das velocidades angulares das FMMs do estator e do rotor, isto é, do escorregamento. Sendo ω_{er} a velocidade angular elétrica da corrente induzida e ω_{esc} a velocidade angular do escorregamento, de forma análoga a (25), tem-se que:

$$\omega_{er} = \frac{P}{2} \omega_{esc}. \quad (55)$$

Substituindo (28) e (31) em (55), a velocidade angular ω_{er} fica:

$$\omega_{er} = \frac{P}{2} s \left(\frac{4\pi}{P} f_e \right) = s 2\pi f_e = s \omega_e. \quad (56)$$

Com isso, pode-se escrever a corrente trifásica induzida no rotor analogamente ao que foi feito com sistema de equações (20), considerando I_{rmax} a amplitude máxima da onda dessa corrente elétrica:

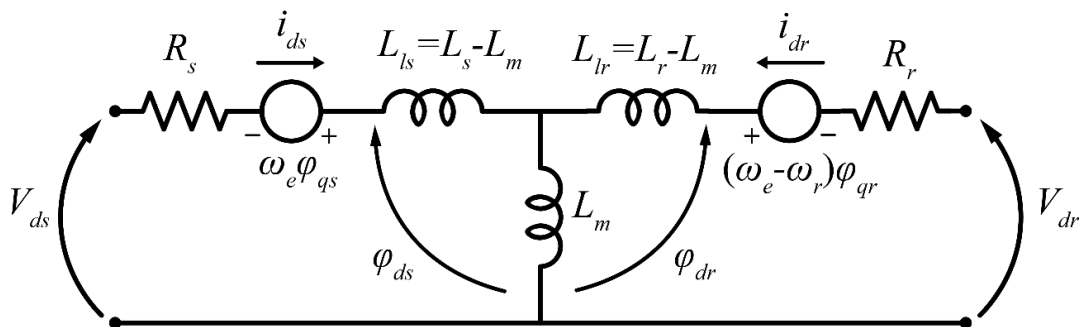
$$\begin{cases} i_{rA} = I_{rmax} \cos(\omega_{er}t) = I_{rmax} \cos(s\omega_e t) \\ i_{rB} = I_{rmax} \cos(\omega_{er}t - \alpha) = I_{rmax} \cos(s\omega_e t - \alpha) \\ i_{rC} = I_{rmax} \cos(\omega_{er}t + \alpha) = I_{rmax} \cos(s\omega_e t + \alpha) \end{cases} \quad (57)$$

Fazendo a análise das FMMs para diferentes instantes assim como observado na Figura 14, observará um campo girante a uma velocidade de $s\omega_s$. Este campo tende a se alinhar ao campo girante síncrono a fim de se opor à variação deste, conforme visto pela Lei de Lenz (vide Seção 1.4). Porém, haverá sempre uma diferença de velocidade entre os dois campos, pois, uma vez alinhadas as FMMs, não haverá corrente induzida e o rotor será desacelerado, fazendo com que as linhas de campo traspassem a espira do rotor, acelerando-o outra vez em um novo ciclo.

1.10.1 Circuito Elétrico Equivalente Do Motores De Indução Trifásico

Os eixos das componentes de FMM de cada uma das fases no sistema ABC pode ser representada por um novo sistema mais simples contendo somente dois eixos, direto e em quadratura, por meio da transformada de Clarke (vide Seção 1.8), e a análise é expandida tanto para o estator referenciado com o subscrito s , quanto para o rotor, com o subscrito r . Os componentes elétricos do circuito equivalente são a resistência elétrica R , a indutância própria de enrolamento L , a indutância de magnetização do núcleo ferromagnético L_m , a indutância de dispersão L_l . Quanto às grandezas elétricas, tem-se, respectivamente aos eixos direto e em quadratura, as tensões elétricas v_d e v_q , as correntes elétricas i_d e i_q , e os fluxos magnéticos φ_d e φ_q . As velocidades angulares elétricas observadas são as do estator ω_e e do rotor ω_r .

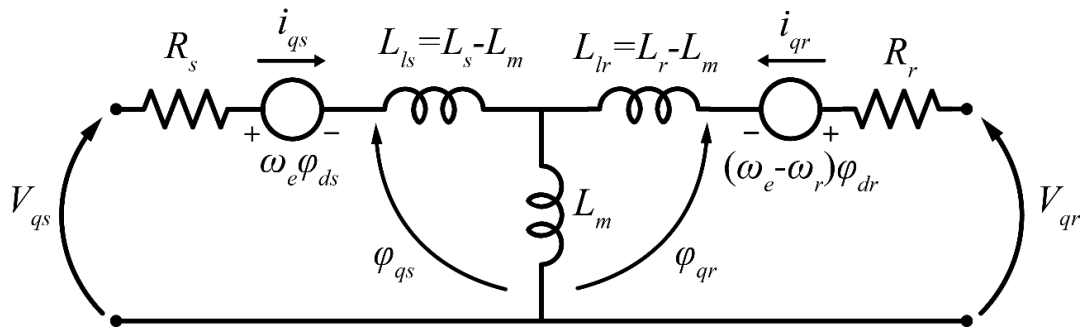
Figura 18 – Circuito elétrico equivalente do modelo dinâmico dq do motor de indução trifásico (continua)



(a) Eixo direto d

Fonte: Adaptado de BOSE (2002)

Figura 18 – Circuito elétrico equivalente do modelo dinâmico dq do motor de indução trifásico (conclusão)



(b) Eixo em quadratura q

Fonte: Adaptado de BOSE (2002)

Para este modelo, é possível também a representação de um único circuito combinando as componentes dos eixos direto e em quadratura. As análises e equacionamentos se tornam, porém, mais intuitivas quando examinado cada eixo isolado, e isso fica mais evidente durante a modelagem matemática da máquina utilizando os cálculos de Kron para modelos dinâmicos com coordenadas a velocidades síncronas (BOSE, 2002).

1.10.2 Torque Em Motor De Indução Trifásico

O torque desenvolvido no eixo do motor advém da variação do campo magnético gerado pelo estator, que gira a uma velocidade síncrona. Segundo as Leis de Faraday e Lenz (vide Seções 1.3 e 1.4), uma corrente elétrica é induzida em uma espira condutora de caminho fechado sob influência desse mesmo campo, a qual produz um fluxo de campo magnético opositor à esta variação de fluxo, de modo que a espira, devidamente fixada e livre para rotacionar em torno de seu eixo, acompanha o movimento do campo girante através da Força de Lorentz (vide Seção 1.2) exercida ao longo desta (FITZGERALD, 2014). Ao invés de uma espira, barras condutoras em curto-circuito compõem o rotor do MIT, configuração chamada de gaiola de esquilo. Para a equação do conjugado, é primeiramente examinado a potência instantânea transferida da rede ao estator é dada por:

$$P_s = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c, \quad (58)$$

sendo v tensão elétrica, i corrente elétrica e a , b e c as fases da rede elétrica. Transformando (58) em termos dos eixos direto e em quadratura, tem-se:

$$P_s = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q + 2v_0 i_0). \quad (59)$$

Considerando um sistema elétrico simétrico e equilibrado, pode-se descartar as componentes do eixo 0. Sabendo que

$$P_s = \tau_s \omega_s, \quad (60)$$

pode-se escrever o conjugado do estator como sendo:

$$\tau_s = \frac{3}{2\omega_s} (v_d i_d + v_q i_q), \quad (61)$$

sendo ω_s velocidade angular síncrona da máquina. Supondo que toda a potência desenvolvida no estator é transferida integralmente ao rotor, sem quaisquer perdas térmicas ou mecânicas, e substituindo a velocidade síncrona ω_s pela velocidade do rotor ω_r através da relação apresentada em (25), o conjugado desenvolvido no rotor, chamado agora de torque eletromagnético τ_e , é dado na forma:

$$\tau_e = \frac{3}{2\omega_r} (v_d i_d + v_q i_q) = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_s} (v_d i_d + v_q i_q). \quad (62)$$

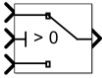
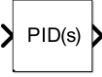
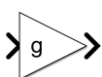
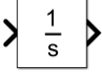
Uma outra análise poderia ser feita considerando um circuito elétrico equivalente com a variável de escorregamento s . Porém, ela se mostra pouco útil para um cenário de controle em um ambiente como o *Simulink*, o qual é um dos objetivos almejados. Por isso, a elaboração dos cálculos do conjugado é feita com o modelo dinâmico apresentado pela Figura 18.

1.11 SIMULAÇÃO DE MOTORES ELÉTRICOS UTILIZANDO *MATLAB* E *SIMULINK*

A plataforma *Simulink* dispõe de uma biblioteca de blocos lógicos os quais podem ser utilizados na construção de diversos tipos de sistemas. No caso, os motores elétricos são capazes

de serem replicados neste ambiente com ajustável nível de confiabilidade que varia segundo modelagem adotada para sistema. Os blocos são dispostos na tela e seus parâmetros são personalizáveis, podendo, inclusive, assumir valores calculados através de *scripts* em ambiente *Matlab*. O Quadro 1 expõe os blocos lógicos utilizados para as simulações dos acionamentos do MCC e do MIT.

Quadro 1 – Blocos lógicos da biblioteca *Simulink* (continua)

Bloco	Nome	Função
	Chave Seletora	Seleciona entre os dois sinais de entrada conforme a condição arbitrária imposta é ou não satisfeita
	Constante	Gera um sinal com o valor c arbitrário
	Controlador PID	Função de transferência de um controlador PID
	De	Tem como sinal de saída o sinal cuja referência é o rótulo A
	Degrau	Gera um sinal do tipo degrau com parâmetros configuráveis
	Entrada	Representa um sinal de entrada de um subsistema* apenas
	Função senoidal	Gera um sinal senoidal com parâmetros configuráveis
	Função Trigonométrica	Calcula o valor de uma função trigonométrica (seno, cosseno, tangente etc.) dado o sinal de entrada
	Ganho	Multiplica o sinal de entrada por um ganho g arbitrário
	Integrador	Integra o sinal de entrada dentro do intervalo de simulação
	Multiplicador	Multiplica os sinais de entrada

Fonte: Próprio Autor

Quadro 1 – Blocos lógicos da biblioteca Simulink (conclusão)

Bloco	Nome	Função
	Para	Cria um atalho ao sinal de entrada, sendo referenciado pelo rótulo <i>A</i>
	Para a área de trabalho (<i>workspace</i>)	Armazena na variável <i>w</i> um sinal presente na simulação
	Rampa	Gera um sinal do tipo rampa com parâmetros configuráveis
	Relógio	Tem como sinal de saída cada instante de tempo utilizado na simulação
	Saída	Representa um sinal de saída de um subsistema* apenas
	Saturação	Limita o sinal de entrada dentro do intervalo configurado no bloco
	Somador	Soma os sinais de entrada

Fonte: Próprio Autor

*A plataforma *Simulink* permite a definição de novos blocos que são conjuntos de outros blocos, criando assim subsistemas de idêntica função lógica.

Para facilidade de visualização dos diagramas de blocos dos motores de corrente contínua e de indução trifásico, alguns blocos são pintados com cores diferentes. As regras são:

- Qualquer bloco de entrada, seja de subsistema ou do todo, é colorido de vermelho;
- Qualquer bloco de saída, seja de subsistema ou do todo, é colorido de verde;
- Os blocos dos controladores PI são coloridos de ciano;
- Os blocos das variáveis armazenadas na área de trabalho (*workspace*) do *Matlab* são coloridos de amarelo;
- Os subsistemas das transformadas de Park e sua inversa são coloridos de azul.

O algoritmo usado para a convergência numérica dos valores simulados é do tipo *ode15s* (*stiff/NDF*), o qual pode ser configurado no ícone de engrenagem localizado na parte superior esquerda do ambiente *Simulink*. A versão do *Matlab/Simulink* utilizada é *R2015a*.

2. DESENVOLVIMENTO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

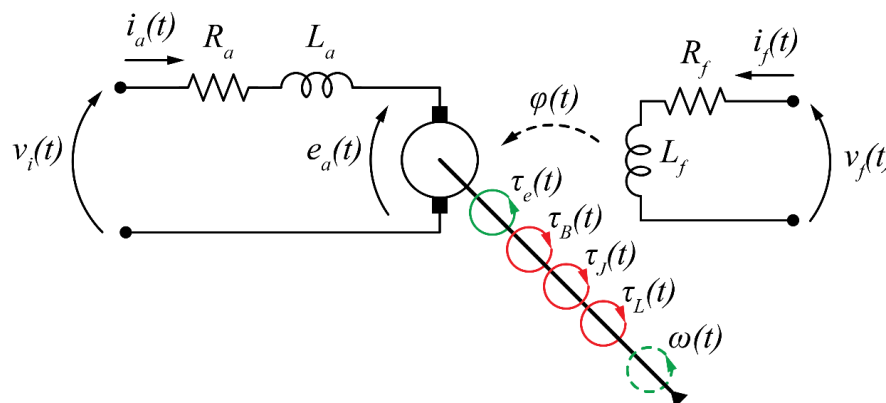
À princípio, faz-se necessária a modelagem matemática do MCC baseada em seus princípios de funcionamento, inicialmente descritos na Seção 1.5, analisando o circuito elétrico equivalente, do qual são definidas relações elétricas básicas através da Lei de Kirchhoff, e a resposta do sistema aos conjugados de atrito e de carga. No decorrer desse estudo, diagramas de blocos lógicos na plataforma *Simulink* podem ser esquematizados de modo que possibilitem a simulação de acionamento e controle da máquina, com sinais de entrada arbitrariamente escolhidos pelo usuário.

Com isso, foram feitas simulações de dois cenários distintos da aplicação desses sinais, sendo um cenário com aplicação gradual dos sinais, representado pelas funções do tipo rampa (função afim), e outro cenário com aplicação abrupta, representado pelas funções do tipo degrau (função Heaviside). As respostas do MCC armazenadas pelas simulações são então dispostas em formato de gráficos. Algumas respostas do sistema são comparadas com as referências impostas aos controladores PI segundo seus tipos de funções, isto é, rampa ou degrau.

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

O MCC possui diversos tipos de configuração para o circuito de excitação do campo magnético, conforme visto na Seção 1.10.2. Contudo, para fins da simulação, é contemplada somente a configuração na qual o circuito da excitatriz é independente do motor. Assim sendo, considere o seguinte modelo eletromagnético:

Figura 19 – Modelo eletromagnético equivalente do motor de corrente contínua



Fonte: Próprio Autor

Para o modelo proposto, o circuito que contém o motor possui uma tensão elétrica de entrada $v_i(t)$ aplicada à armadura, uma corrente elétrica $i_a(t)$ circulante, uma resistência de armadura R_a , uma indutância do enrolamento da armadura L_a e uma tensão gerada pela armadura $e_a(t)$. Já o circuito de excitação, responsável pela geração do fluxo resultante de campo magnético $\varphi(t)$, possui uma tensão elétrica de entrada $v_f(t)$, uma corrente elétrica $i_f(t)$ circulante, uma resistência de excitação R_f e uma indutância do enrolamento de excitação L_f . A indutância mútua entre L_a e L_f é dada por L_{af} . Quanto aos torques, $\tau_e(t)$ é o torque elétrico gerado pela armadura, $\tau_J(t)$ é o torque gerado pelo momento de inércia do eixo do motor, $\tau_B(t)$ é o torque gerado pela componente de amortecimento viscoso do motor e $\tau_L(t)$ é o torque da carga (vide Seção 1.10.1). A velocidade angular desenvolvida no eixo do motor é dada por $\omega(t)$. A unidade de medida da tensão é dada em *volts*, da corrente é dada em *ampères*, da resistência é dada em *ohms*, da indutância é dada em *henrys*, do fluxo magnético é dada em *webers* e do torque é dada em *newton-metro*.

Isto posto, serão seis equações fundamentais a serem levantadas para a modelagem do MCC em ambiente *Matlab/Simulink*. A primeira equação é obtida aplicando a Lei de Kirchhoff na malha contendo a armadura do motor na seguinte forma:

$$v_i(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_a(t), \quad (63)$$

sendo $e_a(t)$ a tensão elétrica gerada pela armadura devido ao movimento dos condutores imersos no campo magnético produzido pela corrente circulante no enrolamento de excitação. Esta tensão pode ser também chamada de força contra eletromotriz e ela se opõe à variação de corrente que a induziu. Essa mesma tensão $e_a(t)$ é a segunda equação elementar, dada por:

$$e_a(t) = \frac{P C_a}{2\pi m} \varphi(t) \omega(t) = K_e \varphi(t) \omega(t), \quad (64)$$

sendo P o número de polos, C_a o número de condutores no enrolamento de armadura e m o número de caminhos em paralelo no enrolamento, $K_e = \frac{P C_a}{2\pi m}$ a constante de força contra eletromotriz, dada pelo projeto do motor (FITZGERALD, 2014).

O torque elétrico gerado pela armadura $\tau_e(t)$ possui semelhanças à Equação (64), substituindo-se apenas a velocidade angular $\omega(t)$ pela corrente elétrica $i_a(t)$ presente na armadura:

$$\tau_e(t) = K_t \varphi(t) i_a(t), \quad (65)$$

sendo K_t a constante de torque e igual a K_e quando todas as variáveis estão expressas em unidades do SI.

A quarta equação é obtida a partir da soma dos torques desenvolvidos no eixo do motor, a qual deve ser nula para todos os instantes de tempo. Matematicamente, tem-se:

$$\tau_e(t) - \tau_L(t) - \tau_J(t) - \tau_B(t) = 0. \quad (66)$$

Substituindo (17) e (18) em (66), pode-se reescrever o torque elétrico $\tau_e(t)$ da seguinte maneira:

$$\tau_e(t) = \tau_L(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t). \quad (67)$$

Analisando agora a excitatriz independente do motor, aplica-se nesse circuito a Lei de Kirchhoff das Malhas na forma:

$$v_f(t) = R_f i_f(t) + L_f \frac{di_f}{dt}. \quad (68)$$

Por fim, o fluxo resultante de campo magnético $\varphi(t)$ é dado pela indutância mútua L_{af} vezes a corrente de excitação $i_f(t)$. A indutância mútua, por sua vez, é oriunda da interação entre as indutâncias L_a da armadura e L_f do circuito de excitação.

$$\varphi(t) = k\sqrt{L_a L_f} i_f = L_{af} i_f, \quad (69)$$

sendo k o coeficiente de acoplamento entre os enrolamentos dos circuitos do motor e de excitação. Com isso, torna-se facilmente possível a implementação do MCC em formato de diagramas de blocos na plataforma *Simulink*.

2.2 DIAGRAMA DE BLOCOS DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

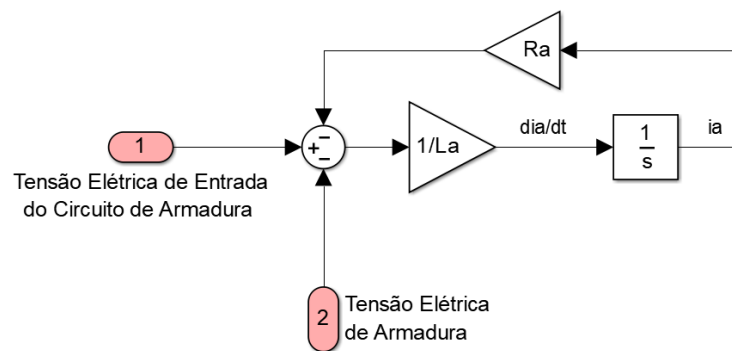
Para a elaboração do diagrama de blocos do sistema de malha aberta do motor de corrente contínua, é comum a prática de isolar as variáveis de maior grau de derivação. Para o circuito do motor, têm-se a corrente de armadura $i_a(t)$ e a velocidade angular do eixo do motor $\omega(t)$ no primeiro grau de derivação.

Da Equação (63), isola-se a derivada da corrente de armadura:

$$\frac{di_a(t)}{dt} = \frac{v_i(t) - R_a i_a(t) - e_a(t)}{L_a} \quad (70)$$

e cujo diagrama de blocos é:

Figura 20 – Diagrama de blocos da derivada da corrente de armadura do motor de corrente contínua



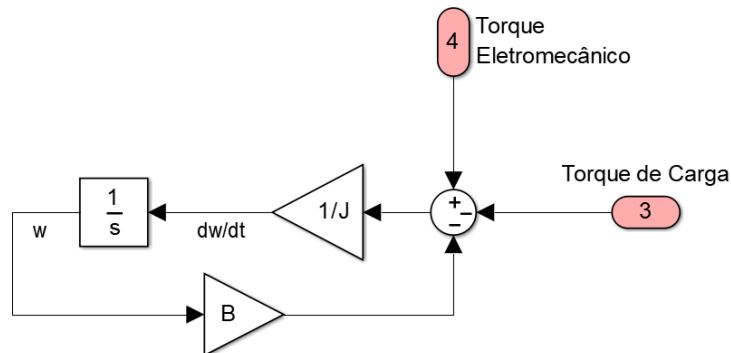
Fonte: Próprio Autor

Similarmente, de (67), isola-se a derivada da velocidade angular do eixo do motor:

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{\tau_e - \tau_L - B\omega(t)}{J} \quad (71)$$

e cujo diagrama de blocos é:

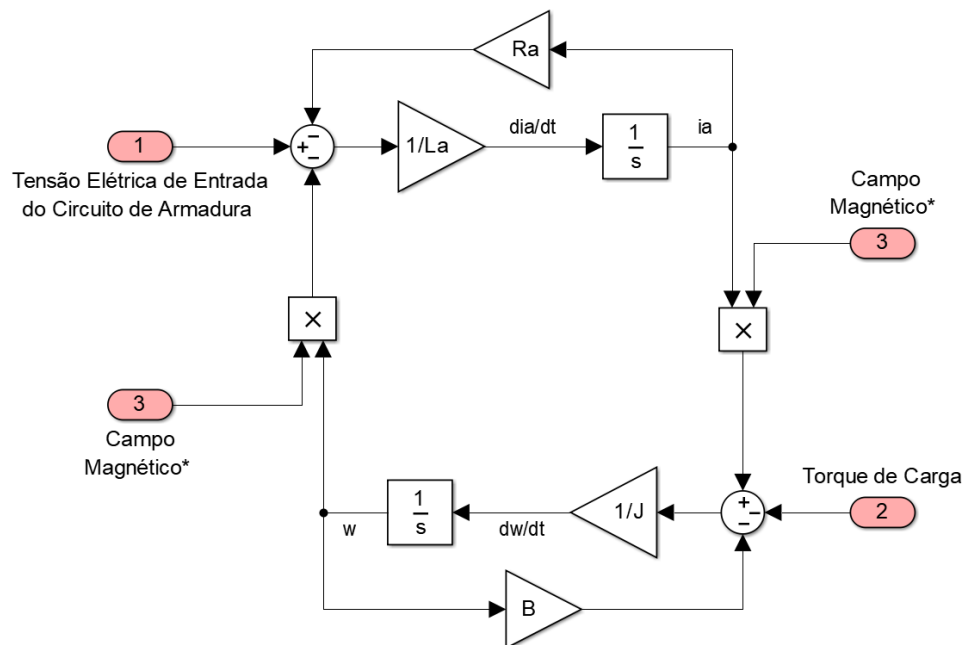
Figura 21 – Diagrama de blocos da derivada da velocidade angular do eixo do motor de corrente contínua



Fonte: Próprio Autor

A conexão dos diagramas da Figura 20 e da Figura 21 é feita a partir de (64) e (65) da tensão de armadura $e_a(t)$ e do torque elétrico $\tau_e(t)$, respectivamente.

Figura 22 – Diagrama de blocos do sistema de malha aberta do circuito de armadura do motor de corrente contínua



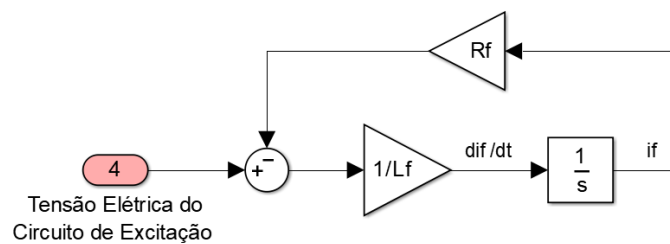
Fonte: Próprio Autor

Examinando agora o circuito de excitação, tem-se a corrente de campo $i_f(t)$ com o maior grau de derivação. Portanto, de (68), isola-se a derivada desta corrente:

$$\frac{di_f(t)}{dt} = \frac{v_f(t) - R_f i_f(t)}{L_f} \quad (72)$$

e cujo diagrama de blocos é:

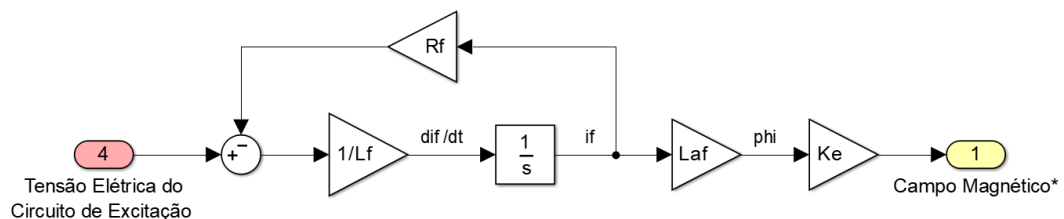
Figura 23 – Diagrama de blocos da derivada da corrente de campo do motor de corrente contínua



Fonte: Próprio Autor

O desenho final do diagrama da Figura 23 é dado quando incorporado (69) do fluxo de campo magnético.

Figura 24 – Diagrama de blocos do sistema de malha aberta do circuito de excitação do motor de corrente contínua

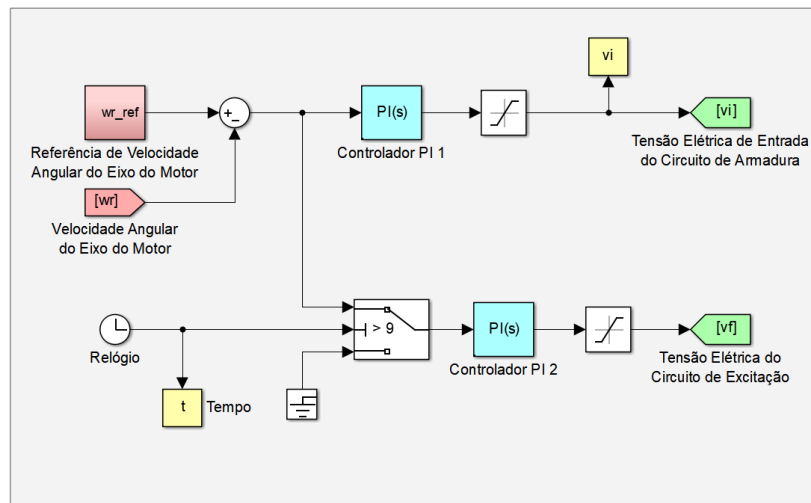


Fonte: Próprio Autor

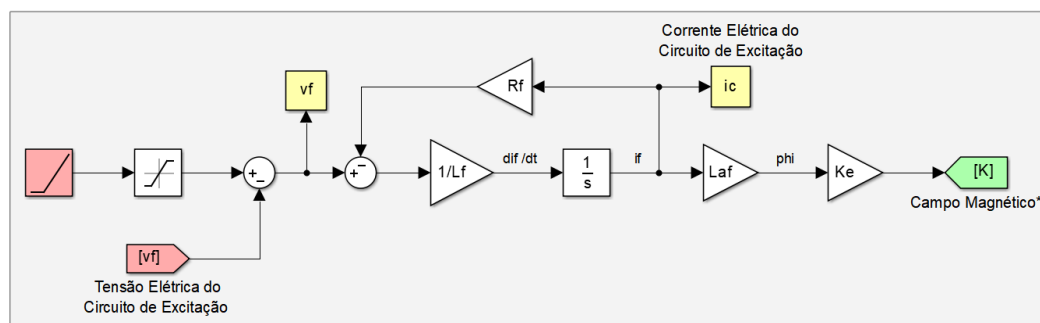
Com todos os diagramas de blocos expostos, os sinais de entrada para o controle do MCC são as tensões elétricas $v_i(t)$ e $v_f(t)$, totalizando, portanto, dois controladores PI.

Os diagramas de blocos primários utilizados para as simulações do MCC estão representados pela Figura 25.

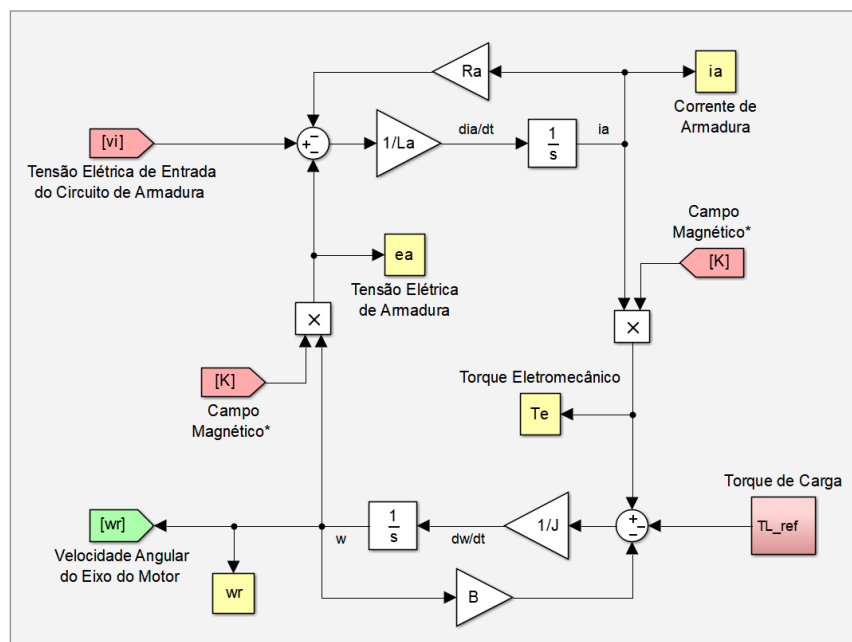
Figura 25 – Diagrama de blocos primários para o controle do motor de corrente contínua



(a) Parâmetros de controle do motor de corrente contínua



(b) Circuito de excitação do motor de corrente contínua

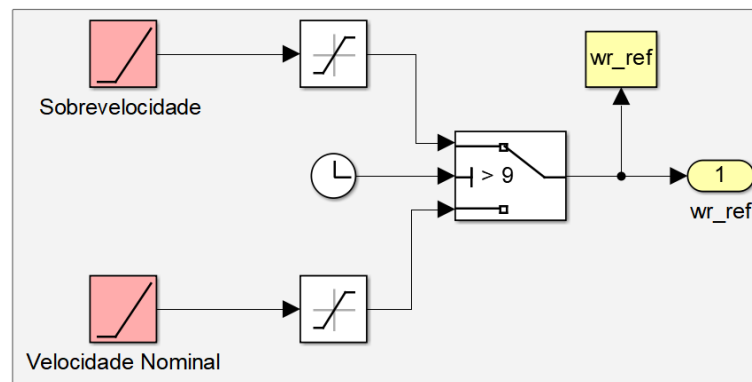


(c) Circuito de armadura do motor de corrente contínua

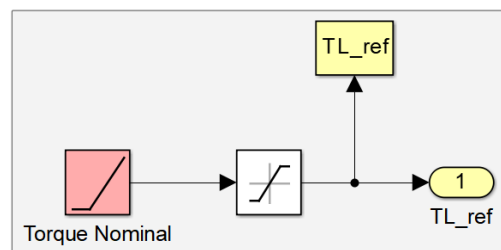
Fonte: Próprio Autor

Por fim, os diagramas de blocos secundários, representados pelos subsistemas das referências de velocidade de rotação do eixo do motor, passada ao motor, de fato, em *radianos por segundo*, e do torque da carga. A Figura 26 mostra o cenário em que os sinais são gradualmente impostos. Para detalhes sobre a cronologia de ativação das referências, vide o Quadro 2.

Figura 26 – Diagrama de blocos secundários para o controle gradual do motor de corrente contínua



(a) Referência gradual de velocidade do eixo do motor de corrente contínua

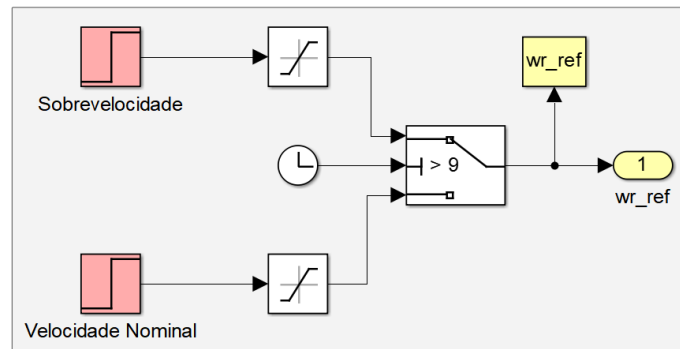


(b) Referência gradual de torque de carga do motor de corrente contínua

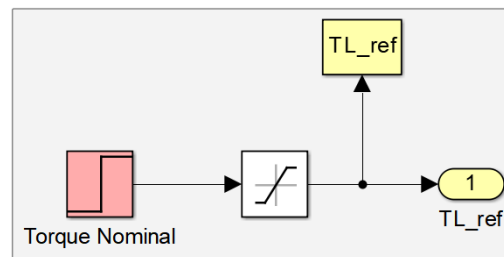
Fonte: Próprio Autor

Quanto ao cenário em que os sinais são abruptamente impostos, tem-se os blocos dispostos conforme Figura 27. Para detalhes sobre a cronologia de ativação das referências, vide o Quadro 3.

Figura 27 – Diagrama de blocos secundários para o controle abrupto do motor de corrente contínua



(a) Referência abrupta de velocidade do eixo do motor de corrente contínua



(b) Referência abrupta de torque de carga do motor de corrente contínua

Fonte: Próprio Autor

2.3 SIMULAÇÃO DE ACIONAMENTO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

O desenvolvimento do controle do MCC se dá através da regulação das tensões dos circuitos de armadura e de excitação, respectivamente, $v_i(t)$ e $v_f(t)$. Primeiramente, é configurado o campo magnético do motor com seu valor nominal, controlando somente a tensão de entrada do circuito de armadura $v_i(t)$ até seu limite máximo permitido. Após esse ponto, caso seja desejado alterar a velocidade do eixo do motor, faz-se necessário o enfraquecimento do campo magnético $\varphi(t)$ fornecido à armadura, isto é, a tensão de campo $v_f(t)$ é diminuída. O MCC a ser empregado possui as seguintes especificações técnicas:

Tabela 2 – Especificações técnicas do motor de corrente contínua

Variável	Circuito de Armadura	Excitatriz
Tensão Elétrica Nominal	220 V	220 V
Corrente Elétrica Nominal	127,5 A	4,5 A
Resistência de Armadura	0,5 Ω	50 Ω
Indutância de Armadura	0,003 H	0,05 H
Coeficiente de Atrito Viscoso	0,01 N.m.s.rad ⁻¹	
Momento de Inércia	0,0167 kg.m ²	
Constante de Força Contra Eletromotriz	14,8454	
Torque de Carga Nominal	100 N.m	
Rotação Nominal	1865 rpm	

Fonte: Adaptado de ONOFRE (2017)

Para as simulações, foram definidos dois cenários: (1) sinais de entrada gradualmente aplicadas ao sistema, semelhante às funções do tipo rampa, a fim de suavizar o regime transitório causado pelo acionamento do motor, e (2) sinais de entrada abruptamente aplicadas ao sistema, semelhante às funções do tipo degrau, as quais causam respostas menos uniformes em regime transitório para o motor. Os intervalos de acionamento dos sinais de entrada, no caso, as rampas de tensão de campo v_f^{ref} , de velocidade de rotação do motor n_r^{ref} e de torque da carga T_L^{ref} são dados no Quadro 2.

Quadro 2 – Intervalos de acionamentos dos sinais de entrada gradualmente aplicados ao motor de corrente contínua (continua)

Segundo	Ocorrência
0	Inicia-se a gradual energização do circuito de excitação (rampa v_f^{ref})
2	Conclui-se a energização do circuito de excitação ($v_f^{ref} = 220 V$)
3	Inicia-se a gradual partida do motor à vazio (rampa n_r^{ref})
5	Conclui-se a partida do motor à vazio ($n_r^{ref} = 1865 rpm$)

Fonte: Próprio Autor

Quadro 2 – Intervalos de acionamentos dos sinais de entrada gradualmente aplicados ao motor de corrente contínua (conclusão)

Segundo	Ocorrência
6	Inicia-se a gradual aplicação de torque de carga (rampa T_L^{ref})
8	Conclui-se a aplicação de torque de carga ($T_L^{ref} = 100 \text{ N.m}$)
9	Inicia-se a gradual sobrevelocidade do motor em plena carga (rampa n_r^{ref})
11	Conclui-se a sobrevelocidade do motor em plena carga ($n_r^{ref} = 2050 \text{ rpm}$)

Fonte: Próprio Autor

Para o segundo cenário, os sinais de entrada são abruptamente aplicados nos seguintes intervalos contidos no Quadro 3.

Quadro 3 – Intervalos de acionamentos dos sinais de entrada abruptamente aplicados ao motor de corrente contínua

Segundo	Ocorrência
0	Energização do circuito de excitação (degrau $v_f^{ref} = 220 \text{ V}$)
3	Partida do motor à vazio (degrau $n_r^{ref} = 1865 \text{ rpm}$)
6	Aplicação de torque de carga (degrau $T_L^{ref} = 100 \text{ N.m}$)
9	Sobrevelocidade do motor em plena carga (degrau $n_r^{ref} = 2050 \text{ rpm}$)

Fonte: Próprio Autor

Para todas as simulações, nenhuma especificação técnica do motor é alterada e todos os algoritmos utilizados para as simulações serão devidamente descritos e referenciados conforme a necessidade de uso.

2.3.1 Sintonia dos Controladores PI do Motor de Corrente Contínua

No total, serão dois controladores do tipo PI, sendo o primeiro para o controle da tensão elétrica de armadura $v_i(t)$, que será sintonizado pela própria plataforma *Simulink* (vide Seção 1.1.1), e o segundo, da tensão elétrica da excitatriz $v_f(t)$, que será sintonizado pelo método de

Ziegler-Nichols (vide Seção 1.1.2). O algoritmo utilizado para esta Seção está descrito no Apêndice B.

Em princípio, a sintonia pela plataforma *Simulink* é realizada aplicando os valores nominais da tensão de campo $v_f(t)$ e do torque de carga $T_L(t)$, descartando momentaneamente o segundo controlador referente ao campo magnético. Definindo uma resposta razoável do sistema por meio dos niveladores disponíveis na interface gráfica da plataforma, os valores dos ganhos proporcional e integral dispostos ao usuário estão contidos na Tabela 3.

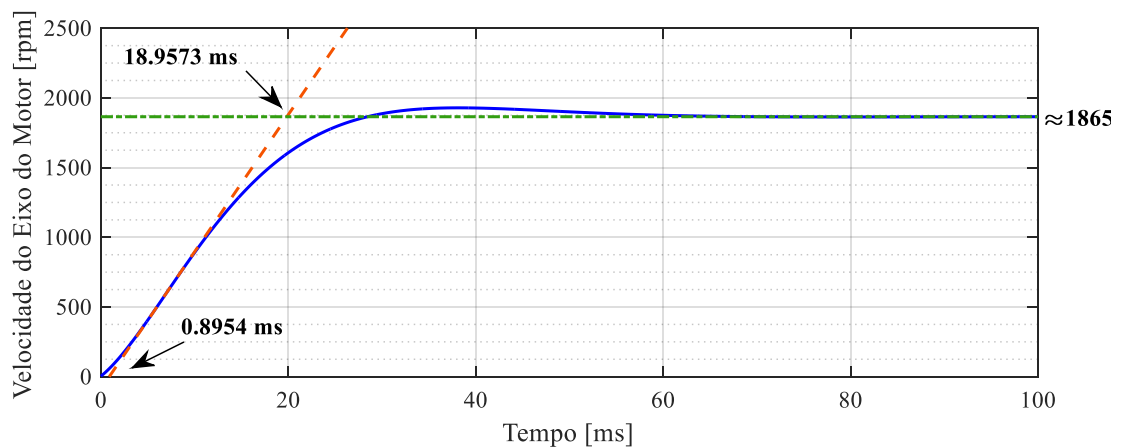
Tabela 3 – Parâmetros do controlador PI responsável pela tensão de entrada do circuito de armadura do motor de corrente contínua obtidos pela sintonia via plataforma *Simulink*

Nome	Variável	Valor
Ganho Proporcional	k_p^{vi}	0,0081
Ganho Integral	k_i^{vi}	24,2194

Fonte: Próprio Autor

Quanto ao outro controlador, responsável pela tensão de campo $v_f(t)$, é feita a simulação do MCC em malha aberta, com todos os sinais de entrada em valores nominais. O atraso L e a constante de tempo T podem ser determinados aplicando a análise de Ziegler-Nichols ao gráfico da resposta da velocidade do eixo do motor n_r .

Figura 28 – Gráfico da evolução da velocidade no eixo para o sistema de malha aberta do motor de corrente contínua



Fonte: Próprio Autor

Realizando as medidas e os cálculos, os parâmetros do controlador do fluxo de campo magnético estão contidos na Tabela 4 abaixo.

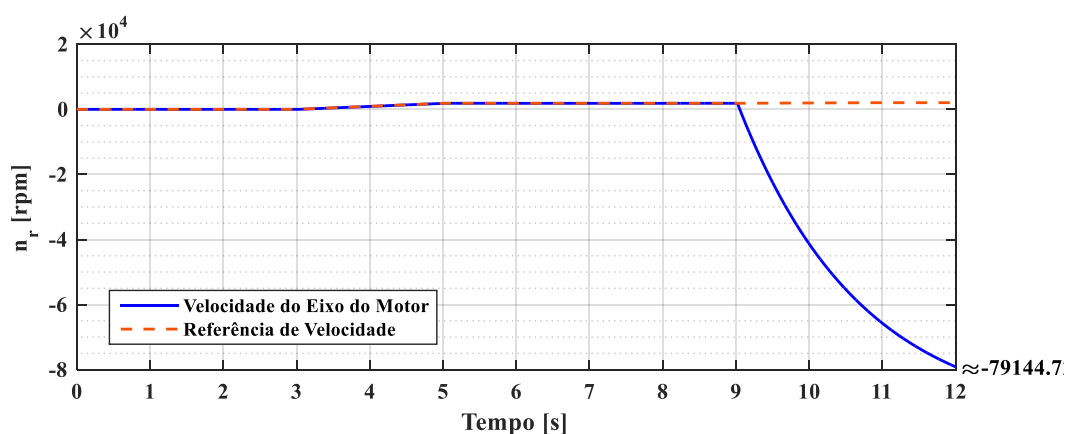
Tabela 4 – Parâmetros do controlador PI responsável pela tensão de entrada da excitatriz do motor de corrente contínua obtidos pelo método de Ziegler-Nichols

Nome	Variável	Valor
Atraso	L	0,8954 ms
Constante de Tempo	T	18,9573 ms
Ganho Proporcional	k_p^{vf}	19,0547
Tempo Integral	T_i	2,9847 ms
Ganho Integral	k_i^{vf}	6384,1257

Fonte: Próprio Autor

A partir dos valores acima, são feitos ajustes corretivos nos parâmetros para que a resposta do motor seja minimamente satisfatória, pois com esses valores calculados a resposta do sistema atinge a instabilidade, conforme apresentado na Figura 29 a partir dos 9 segundos.

Figura 29 – Instabilidade de controle no motor de corrente contínua utilizando os ganhos calculados pelo Método de Ziegler-Nichols



Fonte: Próprio Autor

Os valores manualmente ajustados são consideravelmente menores dos valores calculados pelo método de Ziegler-Nichols:

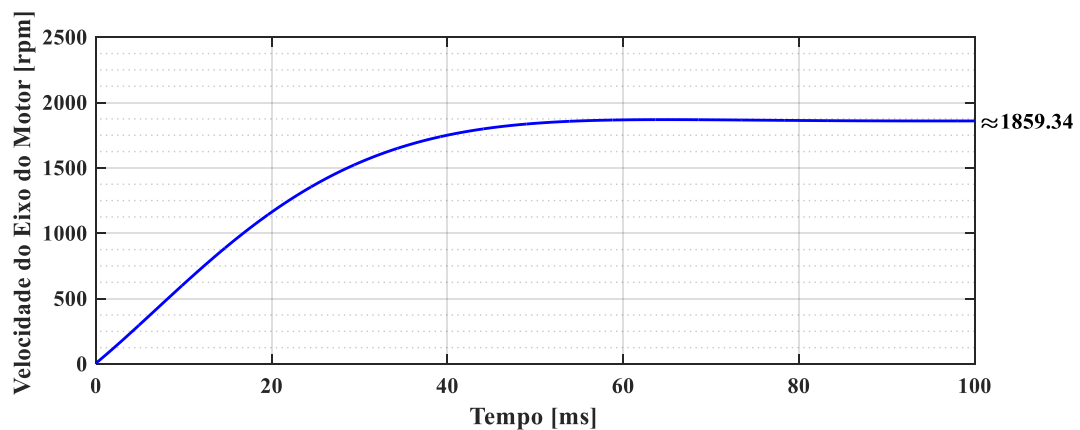
Tabela 5 – Parâmetros ajustados do controlador PI responsável pela tensão de entrada da excitatriz do motor de corrente contínua

Nome	Variável	Valor
Ganho Proporcional	k_p^{vf}	0,0358
Ganho Integral	k_i^{vf}	11,3086

Fonte: Próprio Autor

O controlador de campo magnético é somente atuado quando há sobrevelocidade no motor. Portanto, a resposta de partida do sistema, na qual é atuado o controlador da tensão elétrica de entrada do circuito de armadura, pode ser dado conforme Figura 30.

Figura 30 – Resposta do controle de velocidade do eixo do motor de corrente contínua com o controlador PI da tensão elétrica de entrada do circuito de armadura



Fonte: Próprio Autor

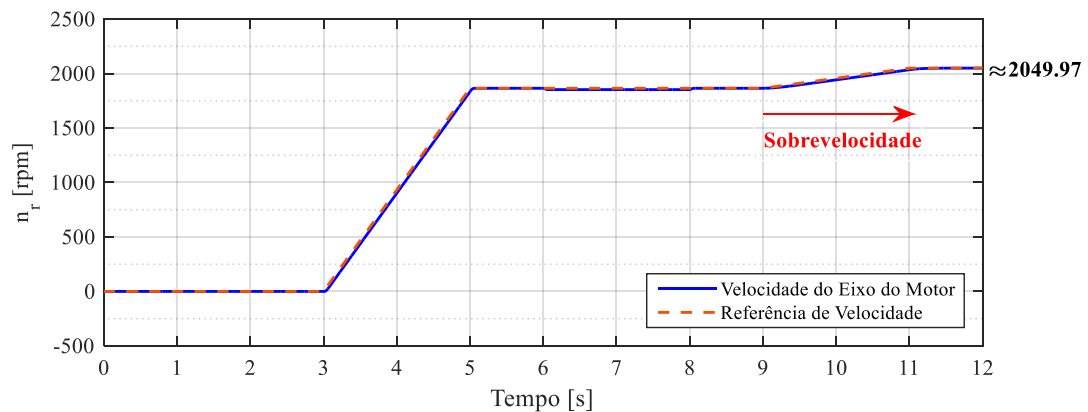
O erro percentual entre os valores de regime permanente da velocidade do eixo do motor n_r das malhas aberta e fechada é 0,31% aproximadamente, o qual é uma margem considerada razoável.

2.3.2 Controle Gradual das Referências de Campo Magnético, de Rotação e de Torque do Motor de Corrente Contínua

Todas as ocorrências observadas nos seguintes gráficos são dispostas cronologicamente pelo Quadro 2. Assim sendo, são desenhados para análise sete tipos de gráficos, sendo as variáveis principais a velocidade de rotação do eixo do motor n_r , o torque eletromagnético

desenvolvido nesse mesmo eixo T_e , tensão e corrente elétricas de armadura e_a e i_a respectivamente, tensão e corrente elétricas do circuito de excitação v_f e i_f respectivamente e a tensão elétrica de entrada do circuito de armadura v_i . O algoritmo utilizado para esta Seção está descrito no Apêndice C. A resposta da velocidade do eixo do motor n_r é comparada com a referência imposta ao controlador PI.

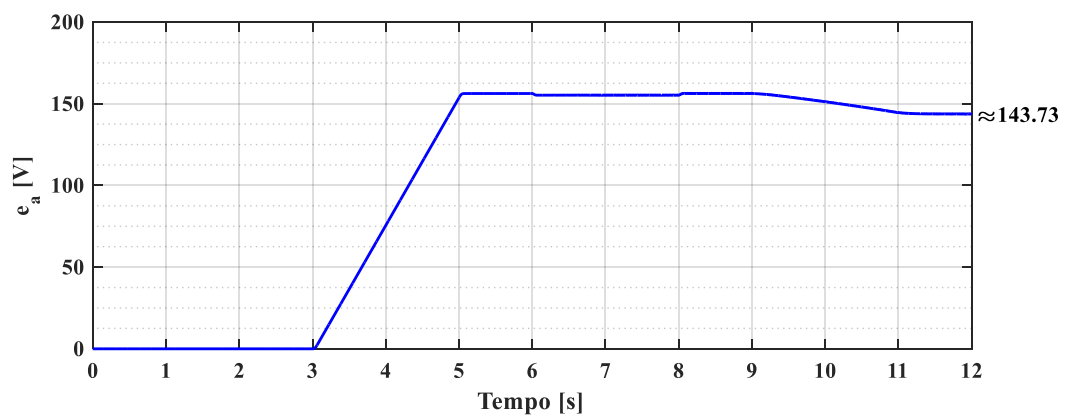
Figura 31 – Velocidade do eixo do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

Em contraste com o gráfico da Figura 31 acima, é interessante analisar a resposta da tensão elétrica contra eletromotriz e_a , dada por (64), a qual deve manter mesmo formato gráfico até o ponto de sobrevelocidade.

Figura 32 – Tensão elétrica contra eletromotriz do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI

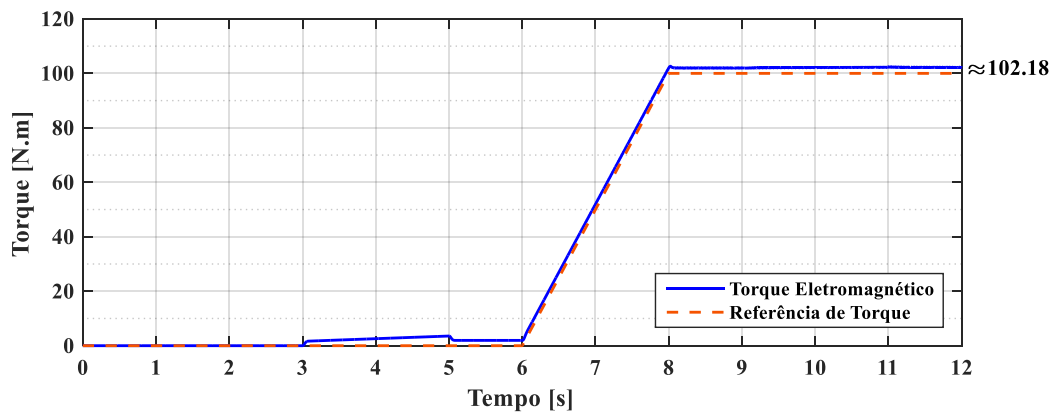


Fonte: Próprio Autor

Após esse ponto, a tensão já não deve acompanhar as mudanças vistas na velocidade do eixo, mas sim sofrer alterações no valor controlado.

A resposta do torque eletromagnético T_e da máquina é comparada com a referência traçada pelas rampas do torque da carga T_L acionadas para diferentes instantes.

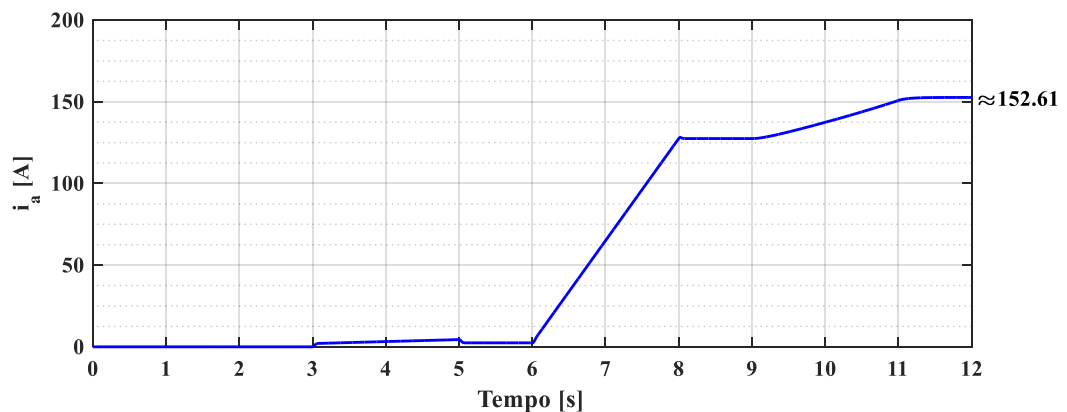
Figura 33 – Torque eletromagnético com aplicação gradual do torque da carga ao motor de corrente contínua



Fonte: Próprio Autor

Outra análise comparativa pode ser feita com a Figura 33 se utilizando da corrente elétrica do circuito de armadura i_a , dada por (65). Nesse caso, o torque eletromagnético T_e é o parâmetro que mantém mesmo valor após a atenuação do campo magnético fornecido à armadura, enquanto que a corrente sofre o acréscimo.

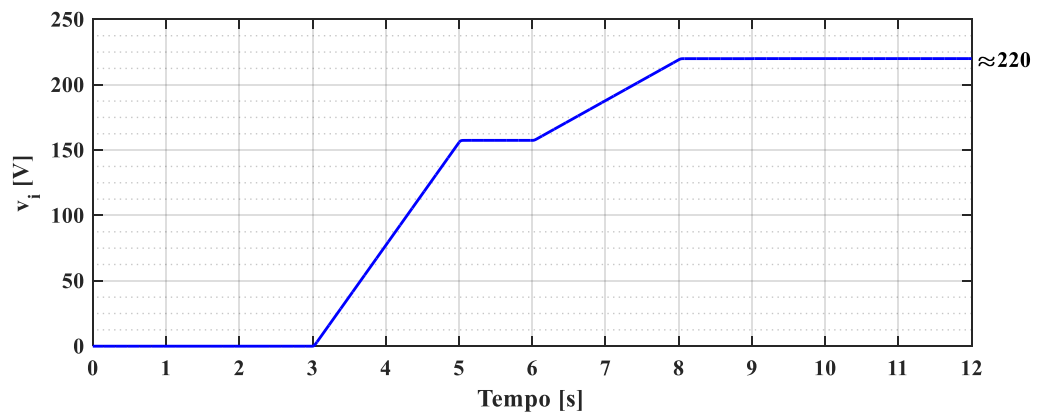
Figura 34 – Corrente elétrica de armadura do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

A tensão elétrica de entrada do circuito de armadura v_i é controlada por um dos controladores PI, conforme a Figura 35.

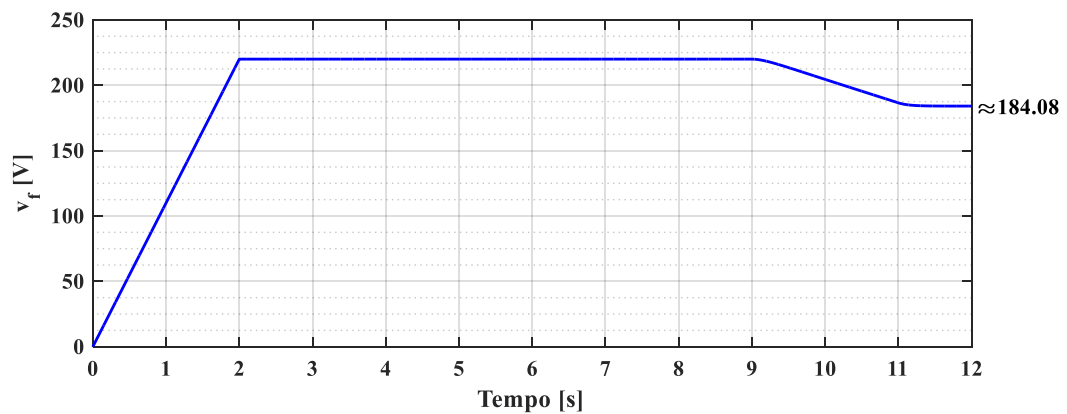
Figura 35 – Tensão elétrica de entrada do circuito de armadura do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

Para a tensão elétrica da excitatriz v_f , é observada a diminuição de seu valor assim que iniciada a sobrevelocidade da máquina.

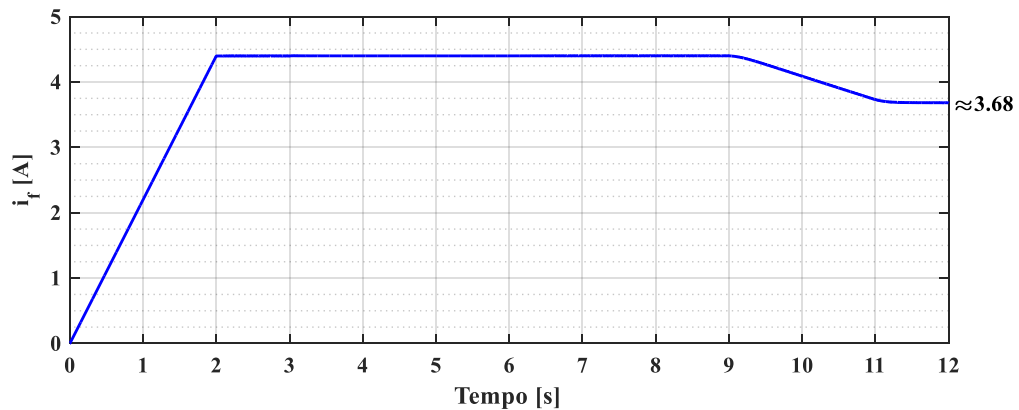
Figura 36 – Tensão elétrica do circuito de excitação do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

Por consequência à Figura 36, tanto a corrente elétrica de campo i_f , quanto o fluxo de campo magnético φ fornecido à armadura sofrem igual alteração, seguindo suas proporções.

Figura 37 – Corrente elétrica do circuito de excitação do motor de corrente contínua com configuração gradual da referência dos controladores PI



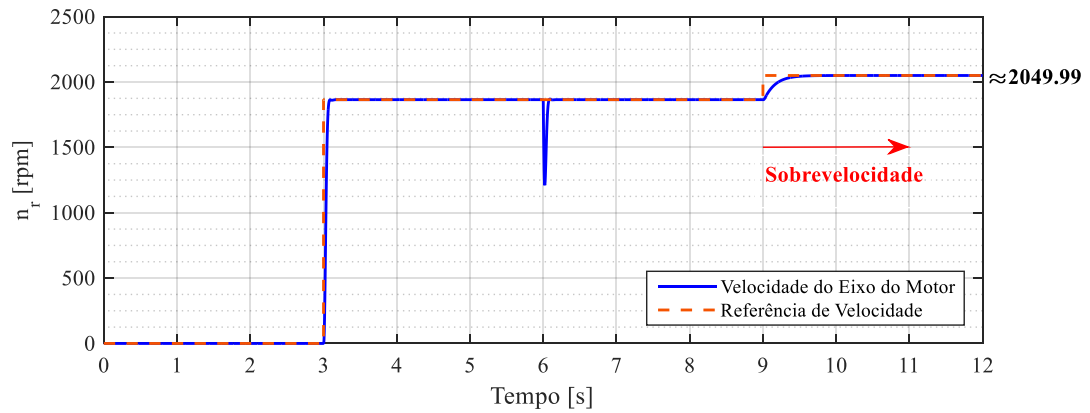
Fonte: Próprio Autor

2.3.3 Controle Abrupto das Referências de Campo Magnético, de Rotação e de Torque do Motor de Corrente Contínua

Todas as ocorrências observadas nos seguintes gráficos são dispostas cronologicamente pelo Quadro 3. Como feito para a análise das respostas graduais dos sinais de entrada aplicados ao MCC (vide Seção 2.3.2), são também desenhados para análise sete tipos de gráficos, sendo as variáveis principais a velocidade de rotação do eixo do motor n_r , o torque eletromagnético desenvolvido nesse mesmo eixo T_e , tensão e corrente elétricas de armadura e_a e i_a respectivamente, tensão e corrente elétricas do circuito de excitação v_f e i_f respectivamente e a tensão elétrica de entrada do circuito de armadura v_i . O algoritmo utilizado para esta Seção está descrito no Apêndice C. A resposta da velocidade do eixo do motor n_r é comparada com a referência imposta ao controlador PI na Figura 38.

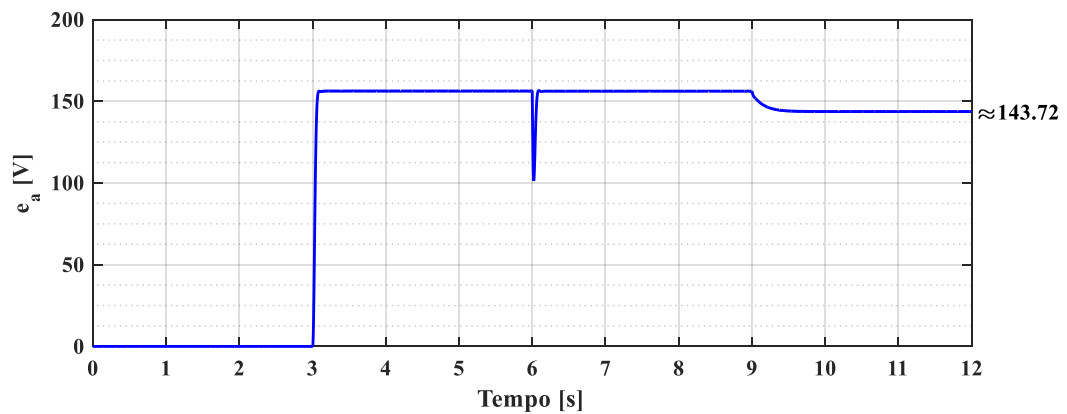
A resposta da tensão elétrica contra eletromotriz e_a , dada por (64), deve manter mesmo formato gráfico até o ponto de sobrevelocidade. Após esse ponto, a tensão já não deve acompanhar as mudanças vistas na velocidade do eixo, mas sim sofrer alterações no valor controlado. O gráfico da tensão e_a é dado pela Figura 39.

Figura 38 – Velocidade do eixo do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

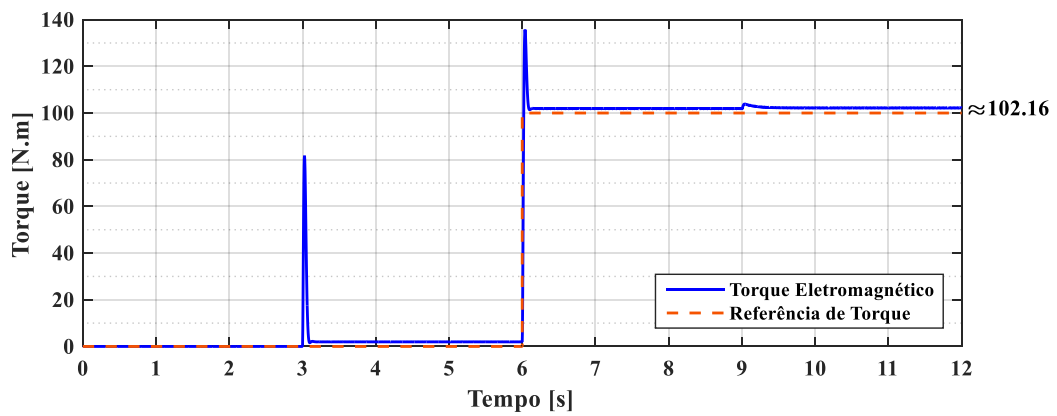
Figura 39 – Tensão elétrica contra eletromotriz do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

A resposta do torque eletromagnético T_e da máquina é comparada com a referência traçada pelas rampas do torque da carga T_L acionadas para diferentes instantes na Figura 40.

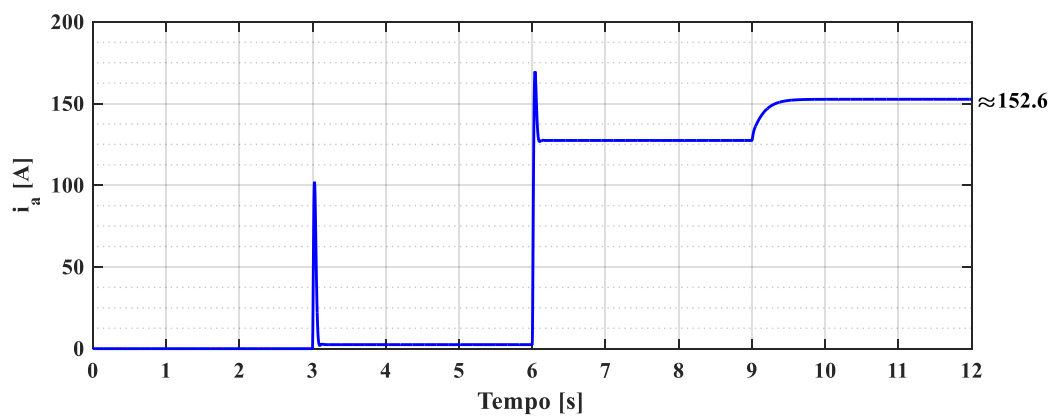
Figura 40 – Torque eletromagnético com aplicação abrupta do torque da carga ao motor de corrente contínua



Fonte: Próprio Autor

Comparativamente à Figura 40, a corrente elétrica do circuito de armadura i_a , dada por (65), sofre um acréscimo em seu valor enquanto que o torque eletromagnético T_e é o parâmetro que se mantém com mesmo valor após a atenuação do campo magnético fornecido à armadura. O aumento no valor da corrente pode ser observado na Figura 41 a partir dos 9 segundos.

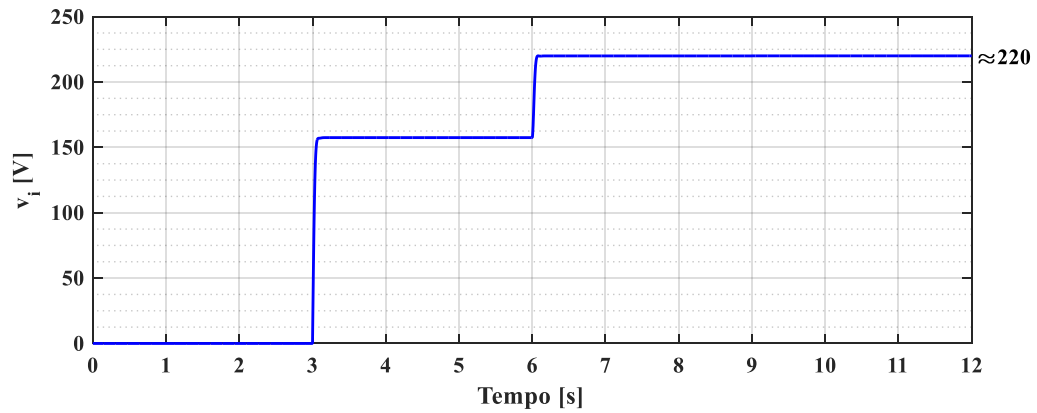
Figura 41 – Corrente elétrica de armadura do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

A tensão elétrica de entrada do circuito de armadura v_i é controlada por um dos controladores PI conforme a Figura 42.

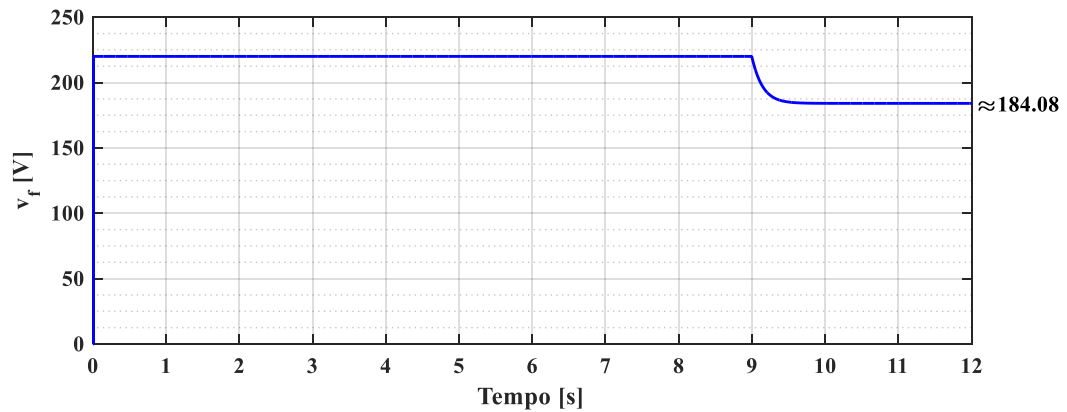
Figura 42 – Tensão elétrica de entrada do circuito de armadura do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

Para a tensão elétrica da excitatriz v_f , é observada a diminuição de seu valor assim que iniciada a sobrevelocidade da máquina.

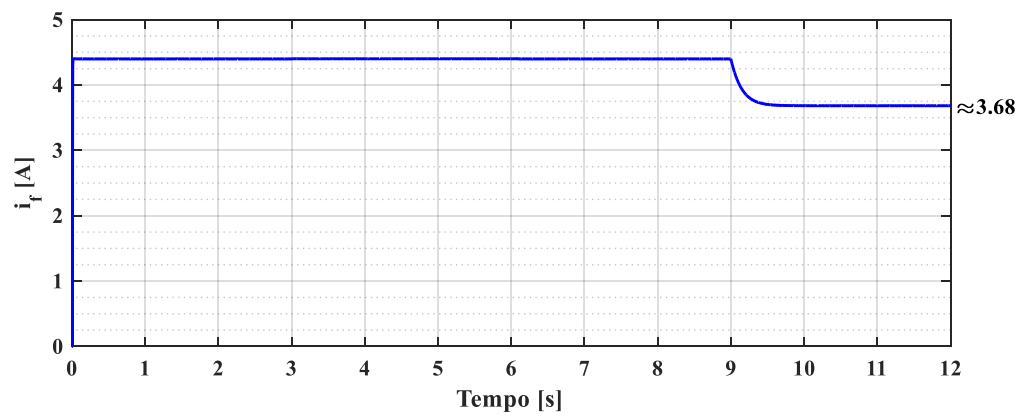
Figura 43 – Tensão elétrica do circuito de excitação do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

Por consequência à Figura 43, tanto a corrente elétrica de campo i_f , quanto o fluxo de campo magnético φ fornecido à armadura sofrem igual alteração, seguindo suas proporções.

Figura 44 – Corrente elétrica do circuito de excitação do motor de corrente contínua com configuração abrupta da referência dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

3. DESENVOLVIMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Em termos de manipulação matemática, a do MIT se apresenta mais elaborada, quando comparado ao MCC, porém a intenção se mantém, analisando os princípios de funcionamento utilizando-se da transformada de Park aplicada aos seus circuitos elétricos equivalentes e às respostas do sistema aos conjugados de atrito e de carga. No decorrer desses estudos, diagramas de blocos lógicos na plataforma *Simulink* podem ser esquematizados de modo que possibilitem a simulação de acionamento e controle da máquina, com sinais de entrada arbitrariamente escolhidos pelo usuário.

Similarmente ao que foi feito para MCC, foram feitas simulações de dois cenários distintos da aplicação desses sinais, sendo um cenário com aplicação gradual dos sinais, representado pelas funções do tipo rampa (função afim), e outro cenário com aplicação abrupta, representado pelas funções do tipo degrau (função Heaviside). As respostas do MIT armazenadas pelas simulações são então dispostas em formato de gráficos. Algumas respostas do sistema são comparadas com as referências impostas aos controladores PI segundo seus tipos de funções, isto é, rampa ou degrau.

3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Os eixos estacionários do MIT serão referenciados como eixo direto d^s e eixo em quadratura q^s (BOSE, 2002). Caso sejam analisados os circuitos do motor, representados pela Figura 18, utilizando esse sistema de coordenadas, pode-se escrever as componentes de tensão elétrica do estator v_{ds}^s e v_{qs}^s como sendo:

$$v_{ds}^s = R_s i_{ds}^s + \frac{d}{dt} \varphi_{ds}^s, \quad (73)$$

$$v_{qs}^s = R_s i_{qs}^s + \frac{d}{dt} \varphi_{qs}^s, \quad (74)$$

sendo i_{ds}^s e i_{qs}^s as componentes de corrente elétrica dadas em *ampères* e φ_{ds}^s e φ_{qs}^s as componentes de fluxo de campo magnético dadas em *webers*. Aplicando a transformada de Park para (73) e (74), obtêm-se agora as tensões em um sistema de coordenadas que gira sob

mesma frequência síncrona àquela observada pela rede de alimentação. Nesse novo sistema, a representação das variáveis não inclui nenhum sobrescrito. Assim sendo, tem-se:

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \varphi_{ds} - \omega_e \varphi_{qs}, \quad (75)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \varphi_{qs} + \omega_e \varphi_{ds}, \quad (76)$$

sendo ω_e a velocidade angular síncrona da rede. Como os eixos estão rotacionando nesta velocidade, a FMM observada no rotor é referencialmente vista girando a uma velocidade dada pela diferença de velocidades síncrona e do rotor medidas pelo outro sistema estacionário, isto é, $\omega_e - \omega_r$. Com isso, (75) e (76) equivalentes ao rotor são escritos como:

$$v_{dr} = R_r i_{dr} + \frac{d}{dt} \varphi_{dr} - (\omega_e - \omega_r) \varphi_{qr}, \quad (77)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} + \frac{d}{dt} \varphi_{qr} + (\omega_e - \omega_r) \varphi_{dr}. \quad (78)$$

Ainda, analisando o circuito elétrico equivalente, pode-se escrever os fluxos de campo magnético de cada eixo na seguinte forma:

$$\varphi_{dm} = L_m (i_{ds} + i_{dr}), \quad (79)$$

$$\varphi_{ds} = L_{ls} i_{ds} + \varphi_{dm}, \quad (80)$$

$$\varphi_{dr} = L_{lr} i_{dr} + \varphi_{dm}, \quad (81)$$

$$\varphi_{qm} = L_m (i_{qs} + i_{qr}), \quad (82)$$

$$\varphi_{qs} = L_{ls} i_{qs} + \varphi_{qm}, \quad (83)$$

$$\varphi_{qr} = L_{lr} i_{qr} + \varphi_{qm}, \quad (84)$$

sendo φ_{dm} e φ_{qm} os fluxos de magnetização do motor nos eixos direto e em quadratura, respectivamente. Outra importante análise a ser feita é a do conjugado desenvolvido no eixo do motor, chamado de torque eletromagnético τ_e . Substituindo (75) e (76) em (62) e fazendo as devidas simplificações, tem-se que:

$$\tau_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\varphi_{ds} i_{qs} - \varphi_{qs} i_{ds}), \quad (85)$$

sendo P o número de polos da máquina (FITZGERALD, 2014). Considerando como torques de atrito somente o torque oriundo do momento de inércia da estrutura rotórica τ_J , representada em (18), o equilíbrio dos conjugados observados no motor pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \tau_e - \tau_L - \tau_J &= 0, \\ \tau_e &= \tau_L + J \frac{d\omega_r}{dt}, \end{aligned} \quad (86)$$

sendo J o momento de inércia dado em *quilograma-metro ao quadrado por radiano* e ω_r a velocidade angular elétrica do rotor dada em *radianos por segundo*. Com isso, torna-se facilmente possível a implementação do MIT em formato de diagramas de blocos na plataforma *Simulink*.

3.2 DIAGRAMA DE BLOCOS DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Assim como feito para as equações do MCC, serão isoladas novamente as variáveis de maior grau de derivação, pois esse procedimento facilita a distribuição dos blocos lógicos do *Simulink* e promove o uso somente dos blocos integradores, evitando o uso dos blocos derivativos, os quais comumente causam erros de simulação. Assim sendo, (75) a (78) são reescritas na forma:

$$\frac{d}{dt} \varphi_{ds} = v_{ds} - R_s i_{ds} + \omega_e \varphi_{qs}, \quad (87)$$

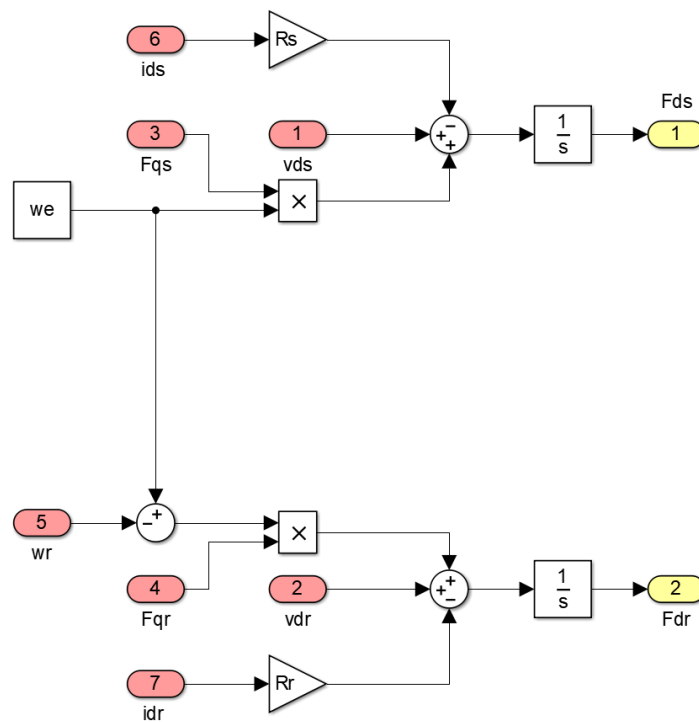
$$\frac{d}{dt}\varphi_{qs} = v_{qs} - R_s i_{qs} - \omega_e \varphi_{ds}, \quad (88)$$

$$\frac{d}{dt}\varphi_{dr} = v_{dr} - R_r i_{dr} + (\omega_e - \omega_r)\varphi_{qr}, \quad (89)$$

$$\frac{d}{dt}\varphi_{qr} = v_{qr} - R_r i_{qr} - (\omega_e - \omega_r)\varphi_{dr}. \quad (90)$$

As construções dos diagramas são feitas segundo o eixo analisado. Para o eixo direto, representado por (87) e (89), os seguintes blocos são dispostos:

Figura 45 – Diagrama de blocos da derivada dos fluxos magnéticos do eixo direto do motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

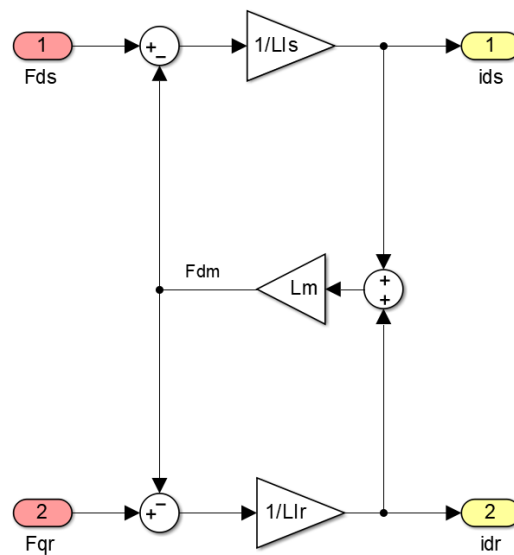
Para completar o diagrama, deve-se agora analisar o diagrama formado a partir de (79) a (81). Desta vez, as variáveis isoladas são somente as correntes elétricas do eixo direto de (80) e (81).

$$i_{ds} = \frac{\varphi_{ds} - \varphi_{dm}}{L_{ls}}, \quad (91)$$

$$i_{dr} = \frac{\varphi_{dr} - \varphi_{dm}}{L_{lr}}, \quad (92)$$

cujos diagramas são interligados por (79).

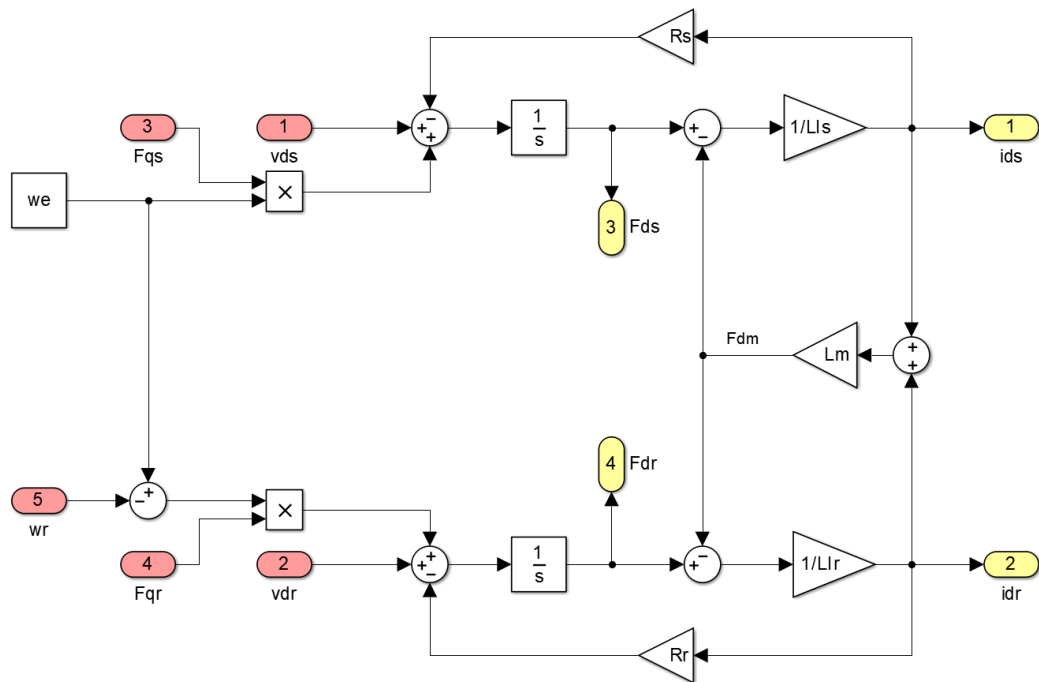
Figura 46 – Diagrama de blocos das correntes elétricas do eixo direto do motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

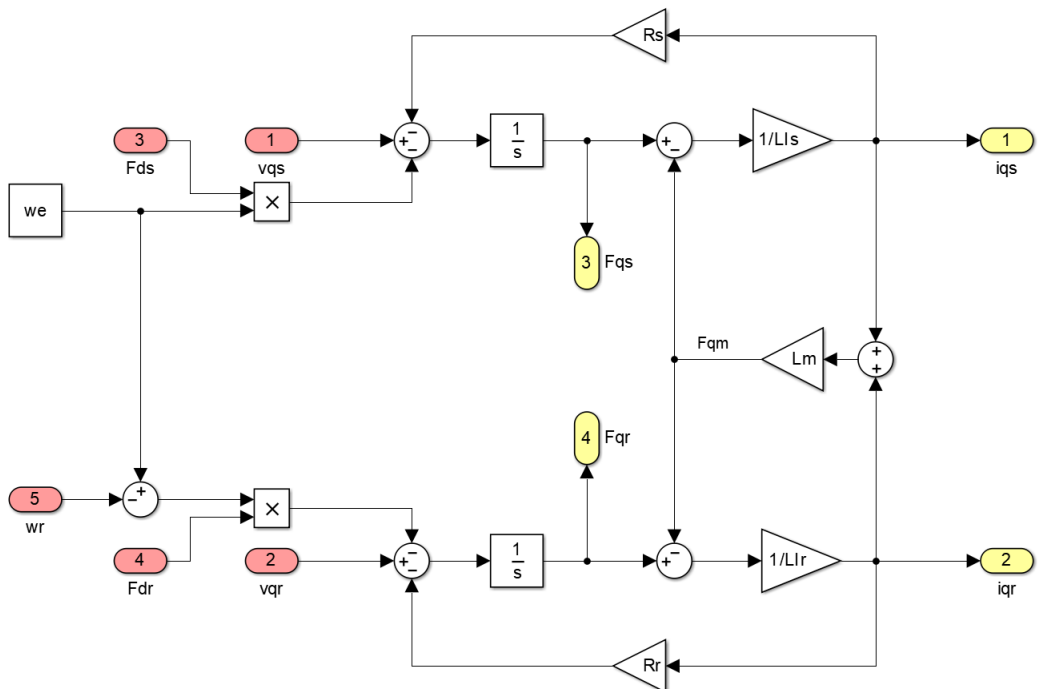
Assim sendo, os diagramas expostos nas Figuras 45 e 46 tornam-se único na Figura 47. Analogamente, para o eixo em quadratura, o diagrama de blocos apresenta mesma estrutura utilizando para o desenvolvimento lógico as equações das tensões elétricas (77) e (78) e as equações dos fluxos magnéticos (82) a (84). Com isso, claro, os sinais de entrada destacados em vermelho e os sinais de saída, em amarelo, serão distintos ao eixo direto. A Figura 48 mostra o desenho final para o eixo em quadratura.

Figura 47 – Diagrama de blocos do eixo direto do motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

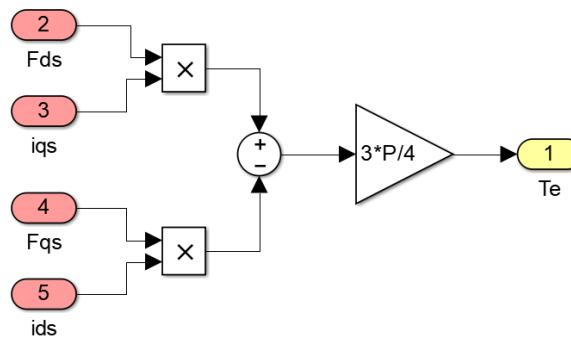
Figura 48 – Diagrama de blocos do eixo em quadratura do motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

Quanto ao torque eletromagnético, a construção do diagrama de blocos é relativamente mais simples pois envolve somente (85). Todos os sinais de entrada são calculados pelos outros dois diagramas dos eixos direto e em quadratura das Figuras 47 e 48, respectivamente.

Figura 49 – Diagrama de blocos do torque eletromagnético do motor de indução trifásico



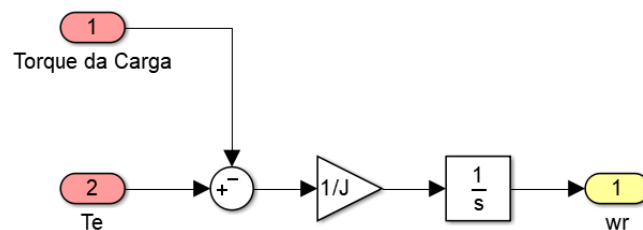
Fonte: Próprio Autor

A velocidade angular elétrica do rotor ω_r é obtida isolando a sua derivada em (86). Dessa forma:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\tau_e - \tau_L}{J}, \quad (93)$$

cujo desenho é:

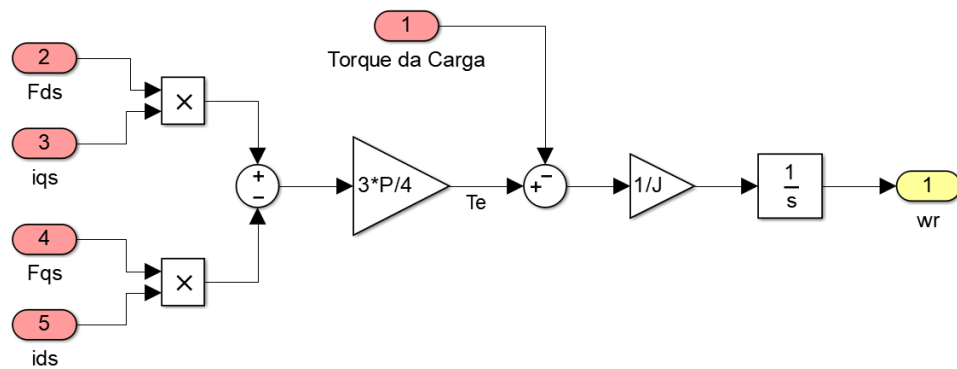
Figura 50 – Diagrama de blocos da velocidade angular elétrica do rotor do motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

Conectando os diagramas das Figuras 49 e 50, tem-se:

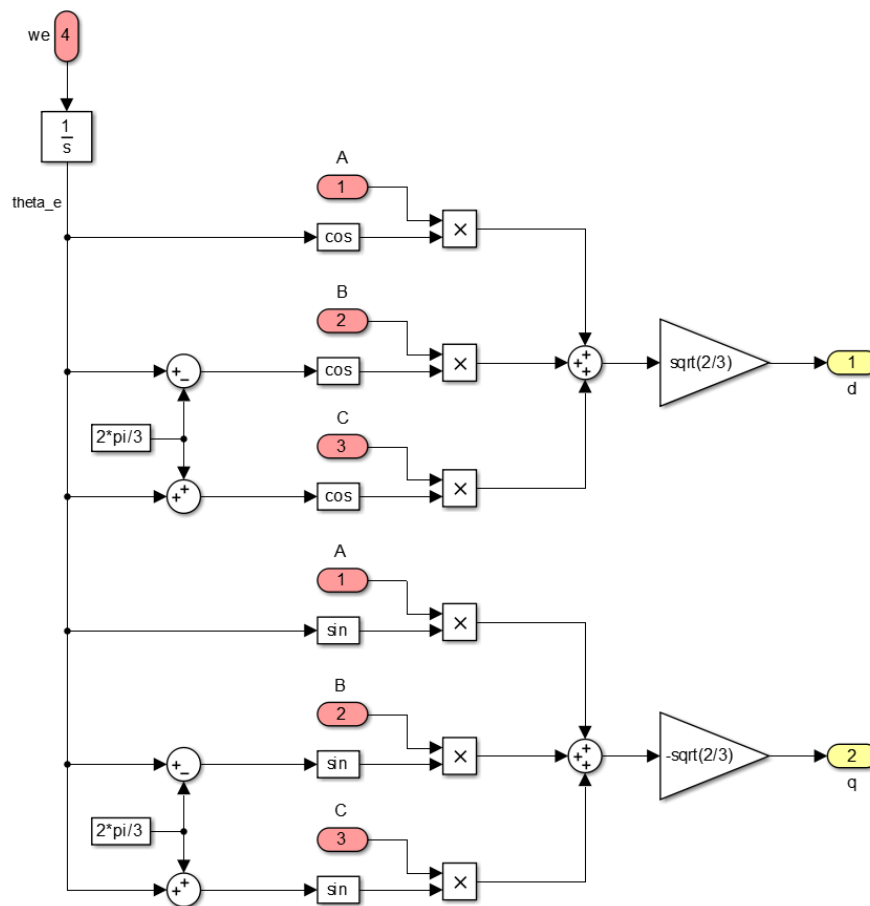
Figura 51 – Diagrama de blocos do torque eletromagnético e da velocidade angular elétrica do rotor do motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

Por fim, são dispostos os blocos lógicos da transformada de Park e sua inversa,

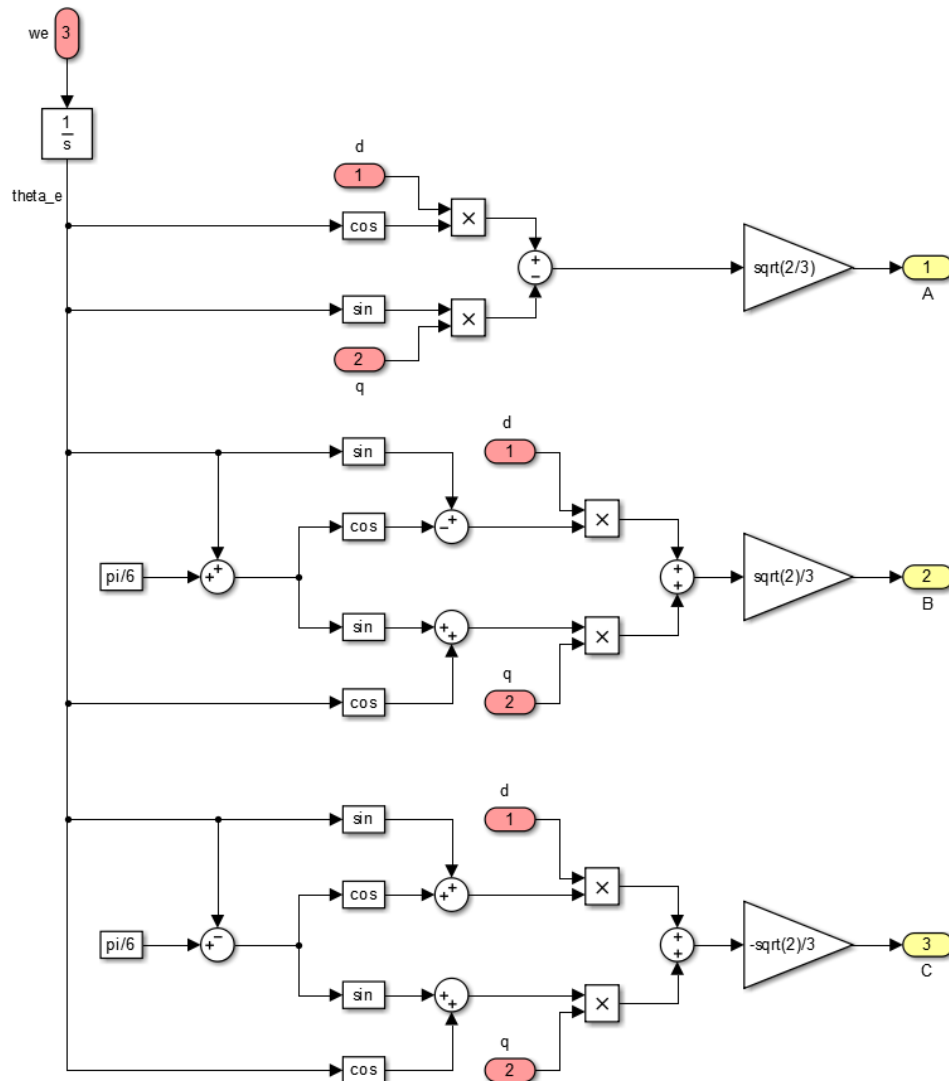
Figura 52 – Diagrama de blocos da transformada de Park



Fonte: Próprio Autor

para então ser possível o estudo das tensões e correntes elétricas de ambos os sistemas de coordenadas das fases A, B e C e dos eixos direto d e em quadratura q através de gráficos. Partindo de (53) da transformada de Park e de (54) da sua inversa, têm-se as Figuras 52 e 53 respectivamente, desconsiderando a componente homopolar do eixo 0.

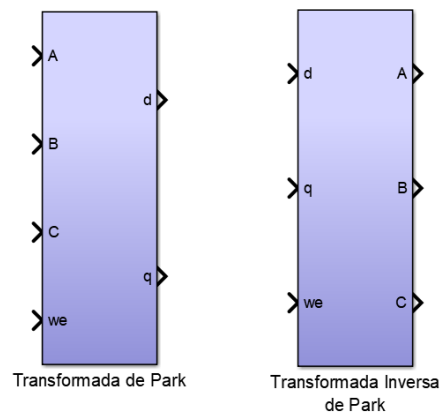
Figura 53 – Diagrama de blocos da transformada inversa de Park



Fonte: Próprio Autor

Semelhante ao que foi feito para os sistemas dos eixos direto e em quadratura do MIT, representados nas Figuras 47 e 48, as transformações são também condensadas em subsistemas, os quais possuem o seguinte formato:

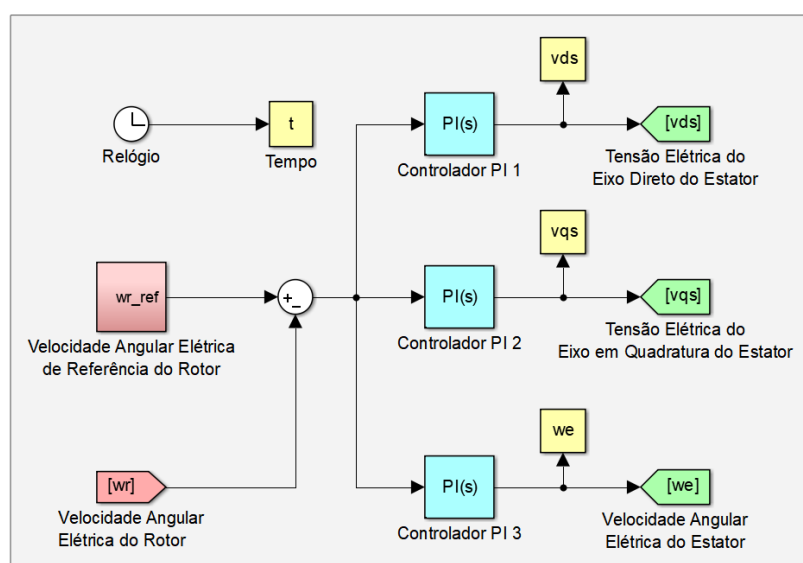
Figura 54 – Subsistemas da transformada de Park e sua inversa



Fonte: Próprio Autor

Com todos os diagramas de blocos acima expostos, os únicos sinais de entrada para o controle do MIT são as tensões elétricas dos eixos direto e em quadratura para o estator, respectivamente, v_{ds} e v_{qs} , a velocidade angular elétrica de operação das tensões do estator ω_e , referentes às fases A, B e C. Isso porque, para uma configuração do motor em gaiola de esquilo, as tensões do rotor são nulas. Sendo assim, três controladores do tipo PI serão suficientes para o controle da velocidade da máquina. Os diagramas de blocos primários utilizados para as simulações do MIT estão representados pela Figura 55.

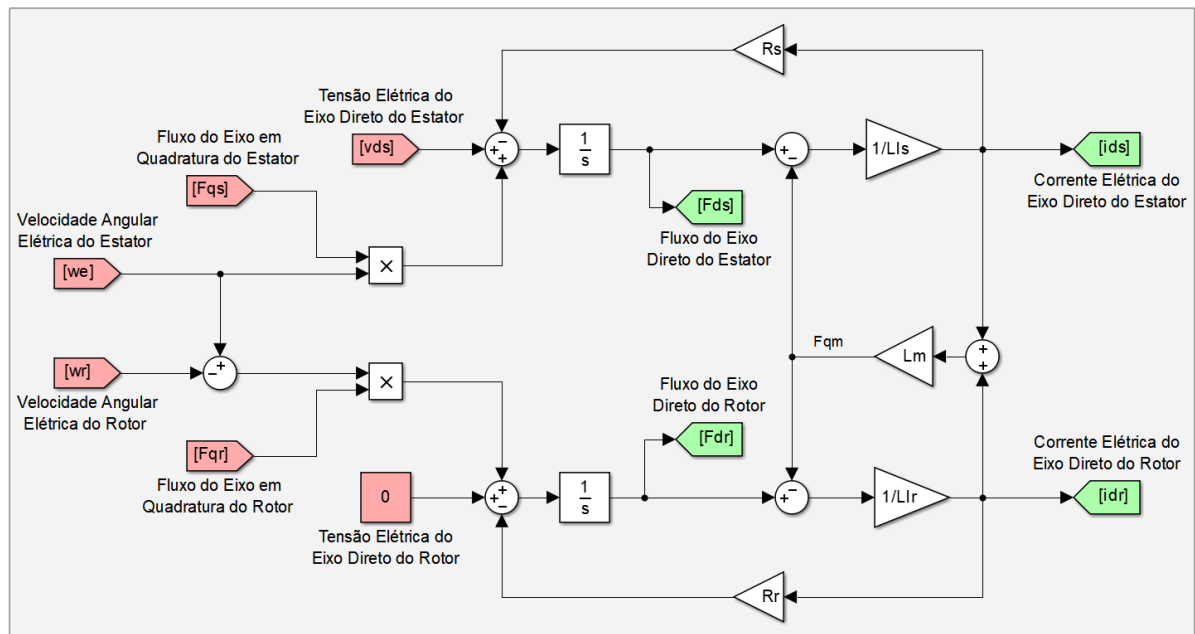
Figura 55 – Diagrama de blocos primários para o controle do motor de indução trifásico (continua)



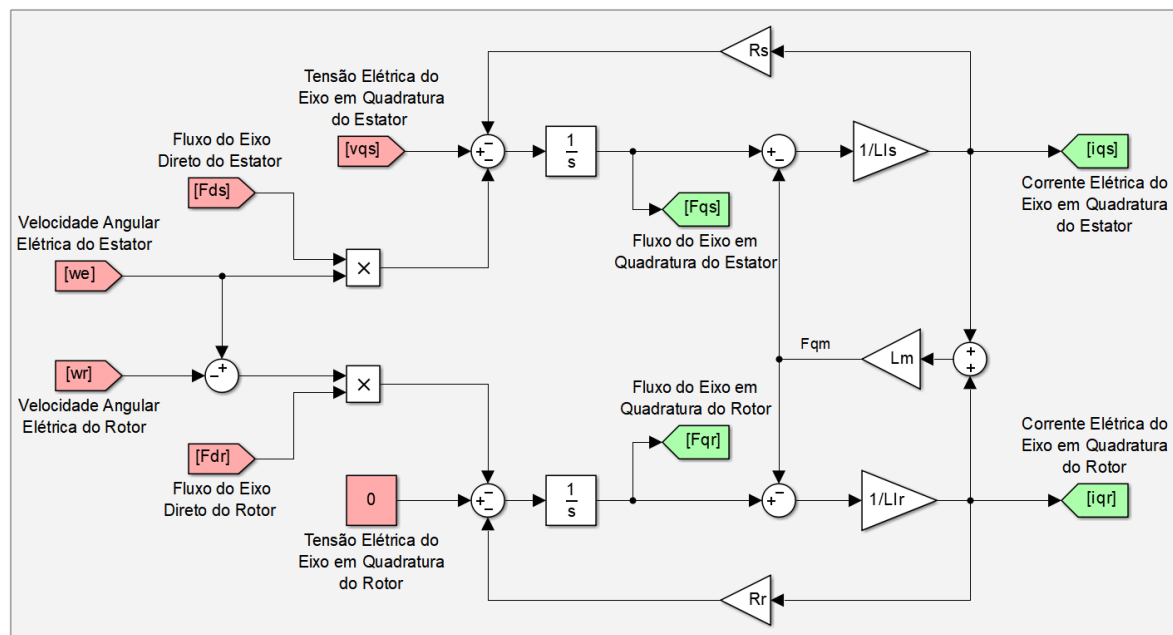
(a) Parâmetros de controle do motor de indução trifásico

Fonte: Próprio Autor

Figura 54 – Diagrama de blocos primários para o controle do motor de indução trifásico (continuação)



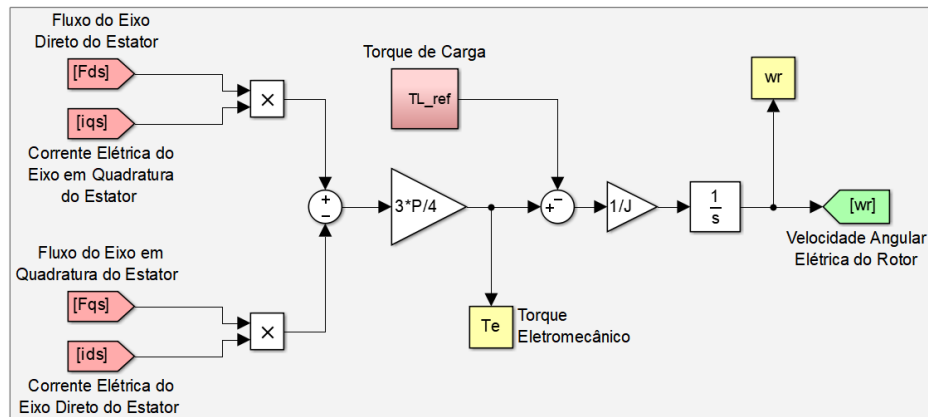
(b) Eixo direto do motor de indução trifásico



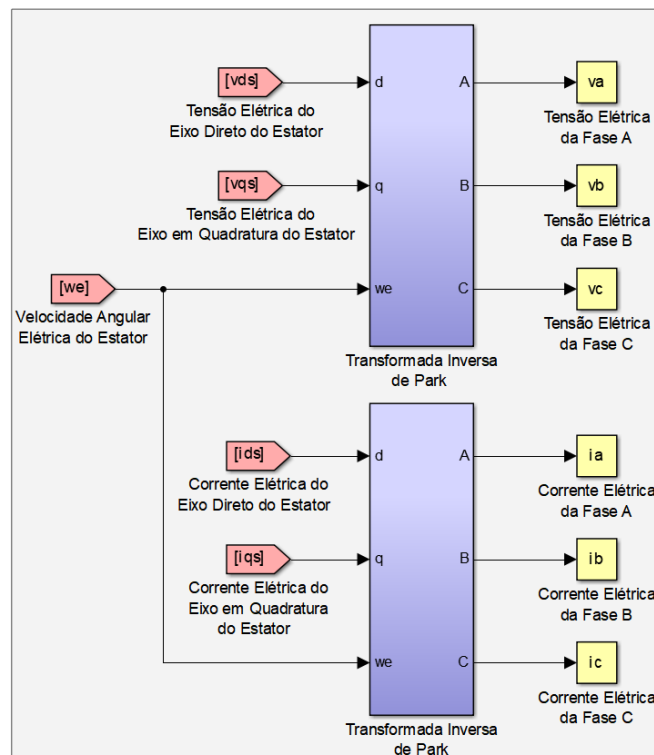
(c) Eixo em quadratura do motor de indução trifásico

Fonte: Próprio Autor

Figura 54 – Diagrama de blocos primários para o controle do motor de indução trifásico (conclusão)



(d) Parâmetros de torque e de rotação do motor de indução trifásico

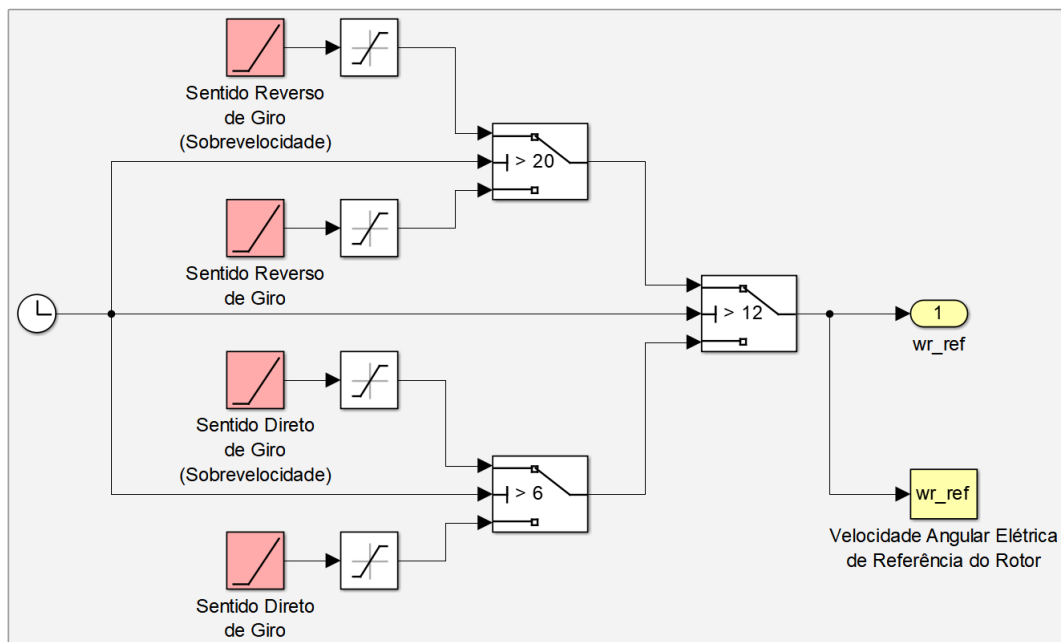


(e) Parâmetros elétricos do motor de indução trifásico

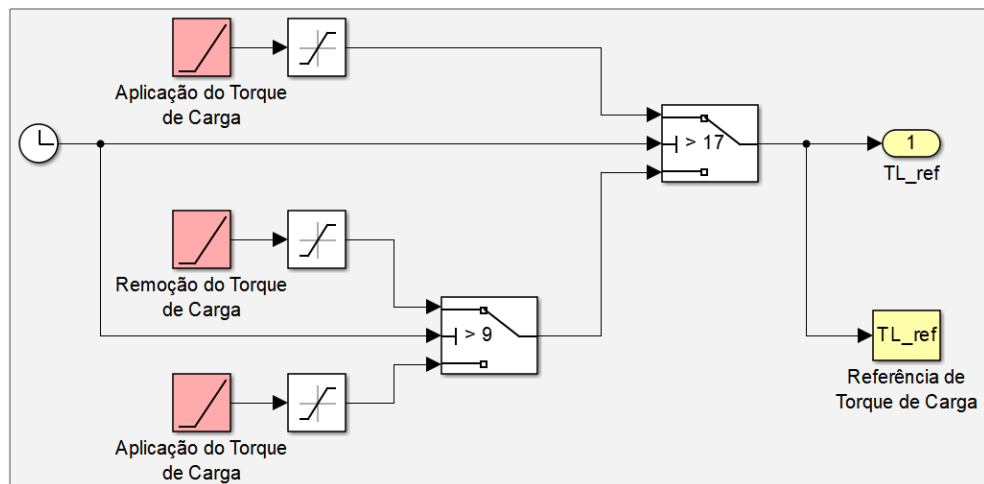
Fonte: Próprio Autor

Por fim, os diagramas de blocos secundários, representados pelos subsistemas das referências de velocidade de rotação do eixo do motor, passada ao motor, de fato, em *radianos por segundo*, e do torque da carga. Na Figura 56 é mostrado o cenário em que os sinais são gradualmente impostos. Para detalhes sobre a cronologia de ativação das referências, vide Quadro 4.

Figura 56 – Diagrama de blocos secundários para o controle gradual do motor de indução trifásico



(a) Referência gradual de velocidade do eixo do motor de indução trifásico

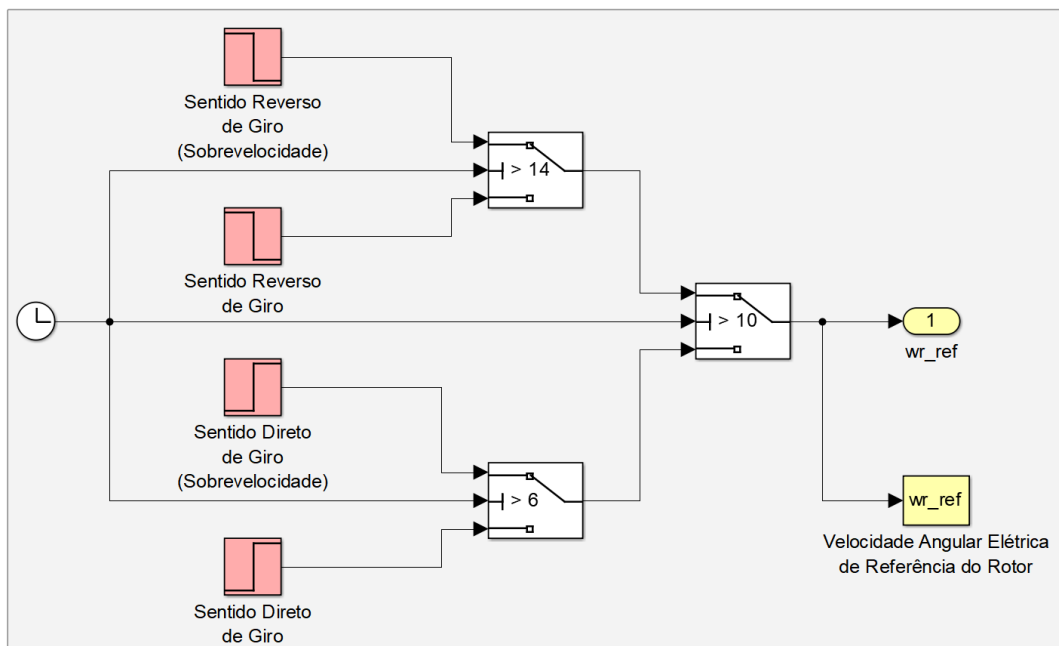


(b) Referência gradual de torque de carga do motor de indução trifásico

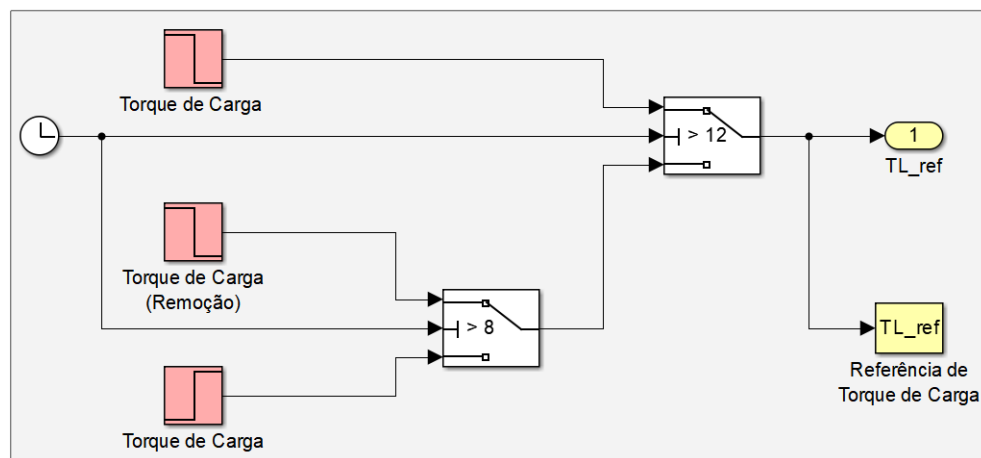
Fonte: Próprio Autor

Quanto ao cenário em que os sinais são abruptamente impostos, tem-se os blocos dispostos conforme Figura 57. Para detalhes sobre a cronologia de ativação das referências, vide Quadro 5.

Figura 57 – Diagrama de blocos secundários para o controle abrupto do motor de indução trifásico



(a) Referência abrupta de velocidade do eixo do motor de indução trifásico



(b) Referência abrupta de torque de carga do motor de indução trifásico

Fonte: Próprio Autor

3.3 SIMULAÇÃO DE ACIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

O desenvolvimento do controle do MIT se dá mediante regulagem das tensões elétricas de entrada do estator dos eixos direto e em quadratura, pois essas são vistas como sinais constantes ao longo do tempo quando fixado uma velocidade de giro das coordenadas igual à velocidade síncrona da máquina. As tensões A, B e C passam, portanto, pela transformada de

Park, depois são feitos os estudos no sistema de coordenadas dq e, por fim, é feita a transformada inversa das componentes direta e em quadratura para análise das tensões elétricas de fato aplicadas ao estator. O MIT a ser empregado possui as seguintes especificações técnicas, considerando a conexão do tipo estrela como a utilizada para as simulações:

Tabela 6 – Especificações técnicas do motor de indução trifásico

Variável	Valor
Tensão Elétrica de Linha	380 V
Corrente Elétrica de Fase	2,48 A
Frequência de Operação	50 Hz
Número de Polos	4
Velocidade Nominal do Eixo do Motor	1370 rpm
Conjugado Nominal	5,3 N.m
Resistência de Enrolamento do Estator	8,4 Ω
Resistência Referida de Enrolamento do Rotor	8,2 Ω
Indutância de Dispersão do Estator	0,0328 H
Indutância Referida de Dispersão do Rotor	0,0328 H
Indutância de Magnetização	0,4705 H
Momento de Inércia do Rotor	0,0025 kg.m ²

Fonte: Adaptado de DUAN (2014)

Como feito para o MCC, foram definidos dois cenários: (1) sinais de entrada gradualmente aplicados ao sistema, semelhante às funções do tipo rampa, e (2) sinais de entrada abruptamente aplicados ao sistema, semelhante às funções do tipo degrau. Isso é feito para uma análise gráfica comparativa do comportamento do regime transitório da máquina. Os intervalos de acionamento dos sinais de entrada, no caso, as rampas de velocidade do eixo do motor n_r^{ref} e de torque da carga T_L^{ref} são dados no Quadro 4.

Quadro 4 – Intervalos de acionamentos dos sinais de entrada gradualmente aplicados ao motor de indução trifásico

Segundo	Ocorrência
0	Inicia-se a gradual partida do motor à vazio (rampa ω_r^{ref})
2	Conclui-se a partida do motor à vazio com velocidade nominal ($n_r^{ref} = 1370 \text{ rpm}$)
3	Inicia-se a gradual aplicação de torque de carga (rampa T_L^{ref})
5	Conclui-se a aplicação de torque de carga nominal ($T_L^{ref} = 5,3 \text{ N.m}$)
6	Inicia-se a gradual sobrevelocidade do motor em plena carga (rampa ω_r^{ref})
8	Conclui-se a sobrevelocidade do motor em plena carga ($n_r^{ref} = 1500 \text{ rpm}$)
9	Inicia-se a gradual remoção de torque de carga (rampa T_L^{ref})
11	Conclui-se a remoção de torque de carga ($T_L^{ref} = 0 \text{ N.m}$)
12	Inicia-se a gradual reversão do sentido de giro do rotor (rampa n_r^{ref})
16	Conclui-se a reversão do sentido de giro do rotor com velocidade nominal ($n_r^{ref} = -1370 \text{ rpm}$)
17	Inicia-se a gradual aplicação de torque de carga (rampa T_L^{ref})
19	Conclui-se a aplicação de torque de carga nominal ($T_L^{ref} = 5,3 \text{ N.m}$)
20	Inicia-se a gradual sobrevelocidade reversa do motor em plena carga (rampa n_r^{ref})
22	Conclui-se a sobrevelocidade reversa do motor em plena carga ($n_r^{ref} = -1500 \text{ rpm}$)

Fonte: Próprio Autor

Para o segundo cenário, os sinais de entrada são abruptamente aplicados nos seguintes intervalos contidos no Quadro 5.

Quadro 5 – Intervalos de acionamentos dos sinais de entrada abruptamente aplicados ao motor de indução trifásico

Segundo	Ocorrência
2	Partida do motor à vazio com velocidade nominal (degrau $n_r^{ref} = 1370 \text{ rpm}$)
4	Aplicado torque de carga nominal ao eixo do motor (degrau $T_L^{ref} = 5,3 \text{ N.m}$)
6	Estabelecida sobrevelocidade do eixo do motor (degrau $n_r^{ref} = 1500 \text{ rpm}$)
8	Retirado todo torque de carga aplicado ao eixo do motor (degrau $T_L^{ref} = 0 \text{ N.m}$)
10	Reversão do sentido de giro do motor com velocidade nominal (degrau $n_r^{ref} = -1370 \text{ rpm}$)
12	Aplicado torque de carga nominal ao eixo do motor (degrau $T_L^{ref} = 5,3 \text{ N.m}$)
14	Estabelecida sobrevelocidade reversa do eixo do motor (degrau $n_r^{ref} = -1500 \text{ rpm}$)

Fonte: Próprio Autor

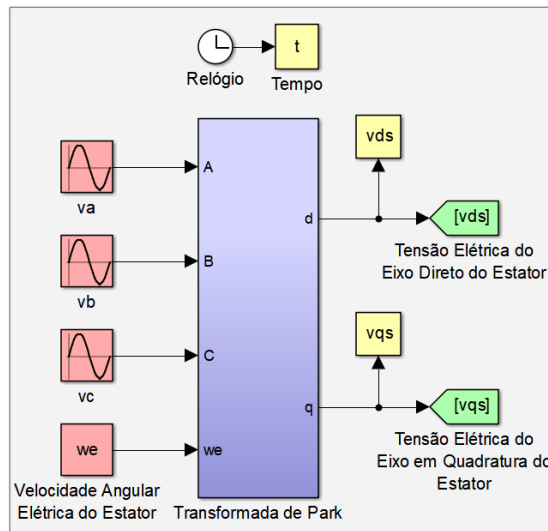
Para todas as simulações, nenhuma especificação técnica do motor é alterada e todos os algoritmos utilizados para as simulações serão devidamente descritos e referenciados conforme a necessidade de uso.

3.3.1 Sintonia dos Controladores PI do Motor de Indução Trifásico

No total, serão três controladores do tipo PI, sendo o primeiro para o controle da tensão elétrica do eixo direto do estator v_{ds} , o segundo para o controle da tensão elétrica do eixo em quadratura do estator v_{qs} e o terceiro para o controle da velocidade angular elétrica de operação das tensões trifásicas de entrada ω_e , referente às fases A, B e C. O algoritmo utilizado para esta Seção está descrito no Apêndice D.

Em princípio, é feita a simulação do MIT em malha aberta, com todos os sinais de entrada em valores nominais. Para isso, as tensões elétricas de fase senoidais passam pela transformada de Park e alimentam o sistema da seguinte maneira:

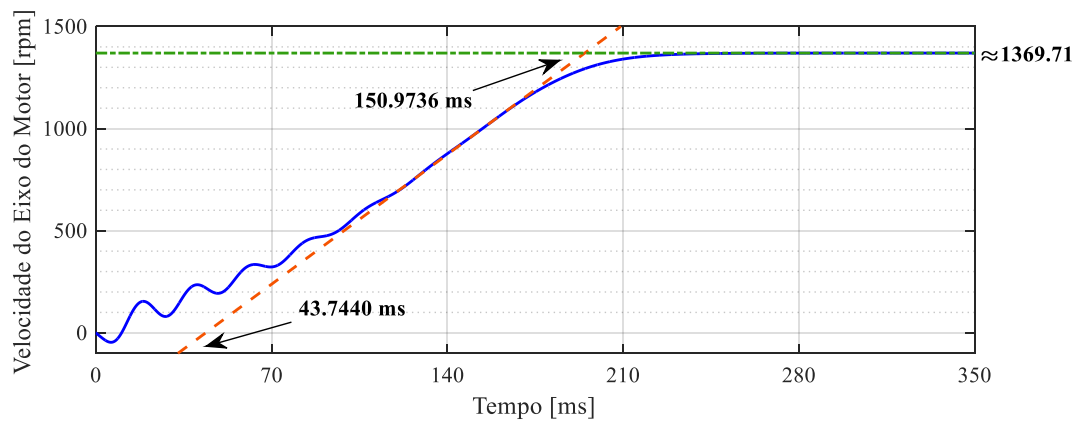
Figura 58 – Transformada de Park das tensões elétrica nominais do motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

O atraso L e a constante de tempo T podem ser determinados aplicando a análise de Ziegler-Nichols (vide Seção 1.1.2) ao gráfico da resposta da velocidade do eixo do motor n_r .

Figura 59 – Método de Ziegler-Nichols aplicado ao motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

Os valores de regime permanente das tensões elétricas v_{ds} e v_{qs} são, respectivamente, -3,15 nV e -269,44 V. Os parâmetros dos controladores PI, sem quaisquer ajustes, são calculados e dispostos na Tabela 7.

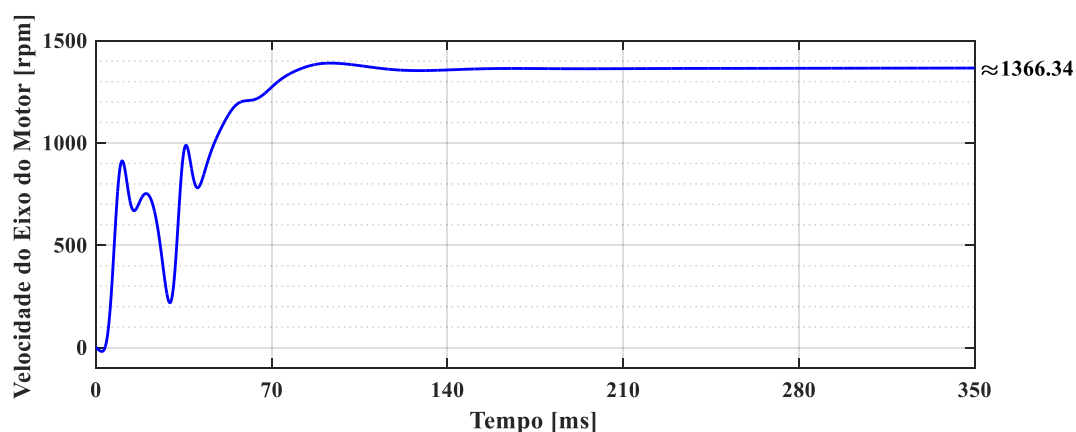
Tabela 7 – Parâmetros dos controladores PI responsáveis pelas tensões de entrada dos eixos direto e em quadratura e da velocidade angular elétrica de operação do motor de indução trifásico obtidos pela sintonia via método de Ziegler-Nichols

Nome	Variável	Valor
Atraso	L	43,7440 ms
Constante de Tempo	T	150,9736 ms
Ganho Proporcional	k_p	3,1062
Tempo Integral	T_i	145,8133 ms
Ganho Integral	k_i	21,3024

Fonte: Próprio Autor

A partir dos valores acima, são feitos ajustes corretivos nos parâmetros para que a resposta do motor seja minimamente satisfatória, pois com esses valores a resposta do sistema atinge a estabilidade com grandes distorções durante o regime transitório, conforme ilustrado na Figura 60.

Figura 60 – Resposta do controle de velocidade do eixo do motor de indução trifásico sem ajustes nos parâmetros dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

Os valores de regime permanente das tensões elétricas v_{ds} e v_{qs} são ambos 188,78 V. Os parâmetros são recalibrados por meio de iterações feitas manualmente até atingir os valores ajustados dos controladores na Tabela 8.

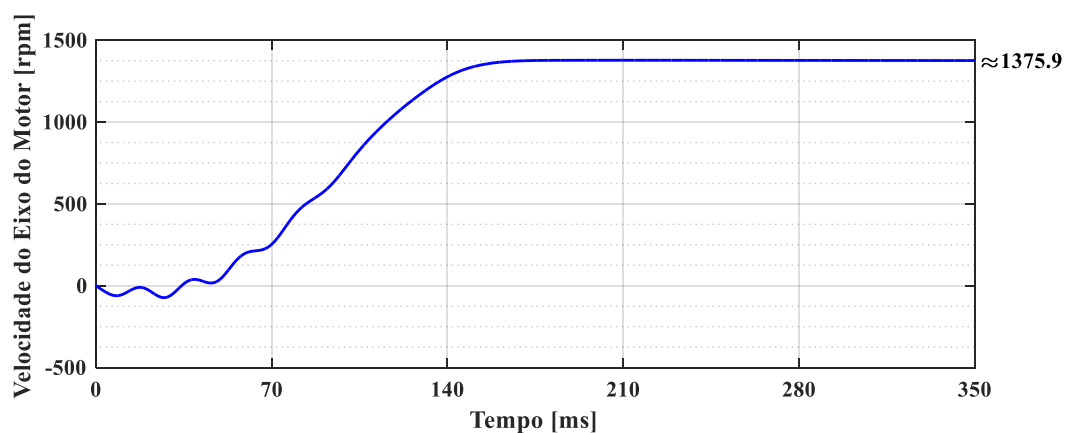
Tabela 8 – Parâmetros ajustados dos controladores PI do motor de indução trifásico

Nome	Variável	Valor
Ganho Proporcional do Eixo Direto do Estator	k_p^{vds}	0,0906
Ganho Integral do Eixo Direto do Estator	k_i^{vds}	0,1310
Ganho Proporcional do Eixo em Quadratura do Estator	k_p^{vqs}	0,5730
Ganho Integral do Eixo em Quadratura do Estator	k_i^{vqs}	9,9511
Ganho Proporcional da Velocidade Angular Elétrica do Estator	$k_p^{\omega e}$	0,1656
Ganho Integral da Velocidade Angular Elétrica do Estator	$k_i^{\omega e}$	11,5906

Fonte: Próprio Autor

e cuja resposta em malha fechada é:

Figura 61 – Resposta do controle de velocidade do eixo do motor de indução trifásico com ajustes nos parâmetros dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

Os valores de regime permanente das tensões elétricas v_{ds} e v_{qs} são, respectivamente, 3,51 V e 274,46 V. O erro percentual entre os valores de regime permanente da velocidade do

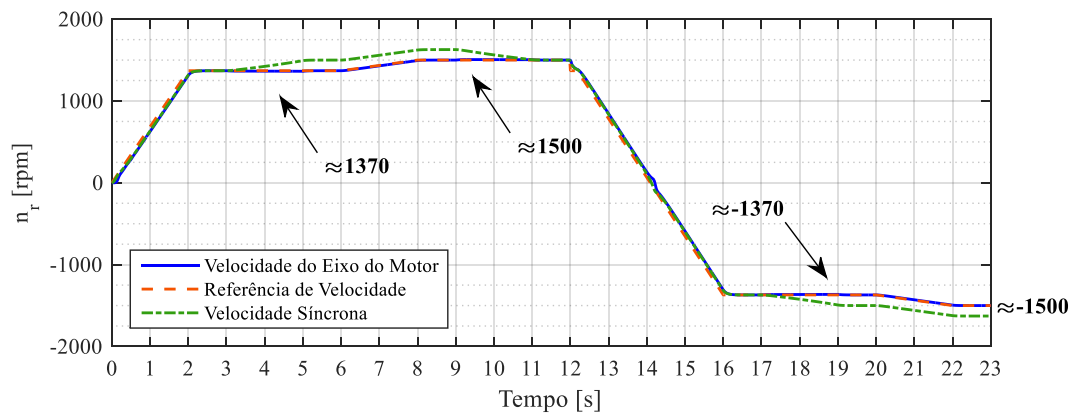
eixo do motor n_r das malhas aberta e fechada é 0,45% aproximadamente, o qual é uma margem considerada razoável.

3.3.2 Controle Gradual das Referências de Rotação e de Torque do Motor de Indução Trifásico

Todas as ocorrências observadas nos seguintes gráficos são dispostas cronologicamente pelo Quadro 4. Assim sendo, são desenhados para análise quatro tipos de gráficos, sendo as variáveis principais a velocidade de rotação do eixo do motor n_r , o torque eletromagnético desenvolvido nesse mesmo eixo T_e e as tensões e correntes elétricas de fase do estator, referentes ao sistema ABC. O algoritmo utilizado para esta Seção está descrito no Apêndice E.

A resposta da velocidade do eixo do motor n_r é comparada com a referência imposta aos controladores PI e, também, pela velocidade síncrona n_s da máquina. Uma diferença entre essas velocidades indica a aplicação do conjugado de carga ao eixo, a qual aumenta o escorregamento observado no motor, conforme Figura 62.

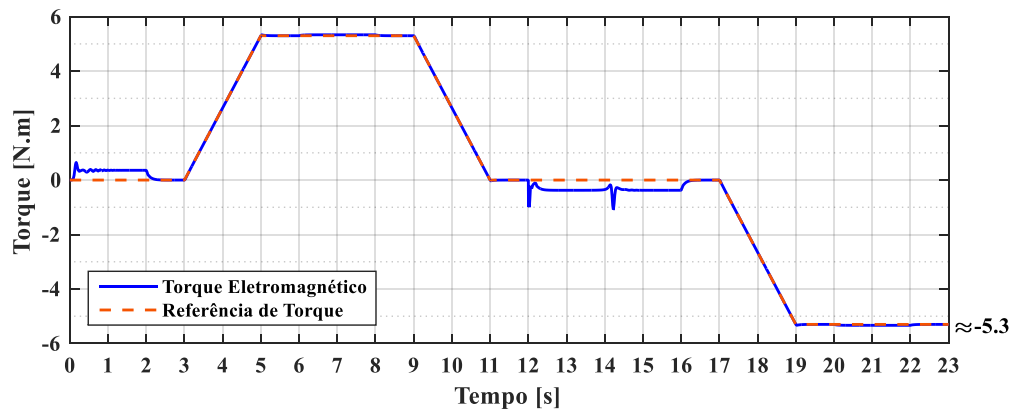
Figura 62 – Velocidade do eixo do motor de indução trifásico com configuração gradual da referência de velocidade dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

A resposta do torque eletromagnético T_e da máquina é comparada com a referência traçada pelas rampas do torque da carga T_L acionadas para diferentes instantes.

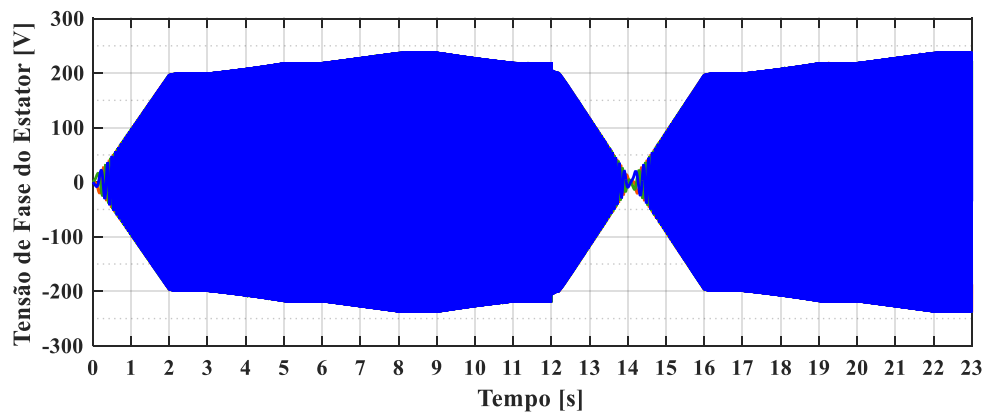
Figura 63 – Torque eletromagnético com aplicação gradual do torque da carga ao motor de indução trifásico



Fonte: Próprio Autor

As tensões elétricas de fase do motor provisionadas pelos controladores PI são dadas pela Figura 64. Ao inverter o sentido de giro do motor, é também observado a troca da sequência de fase do estator, destacada em *zoom* pela Figura 64b.

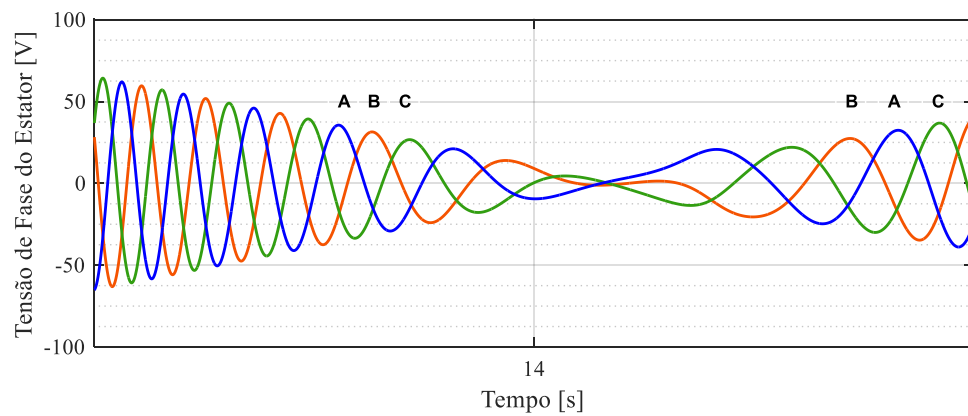
Figura 64 – Tensões elétricas de fase controladas gradualmente no motor de indução trifásico (continua)



(a) Simulação completa

Fonte: Próprio Autor

Figura 63 – Tensões elétricas de fase controladas gradualmente no motor de indução trifásico (conclusão)

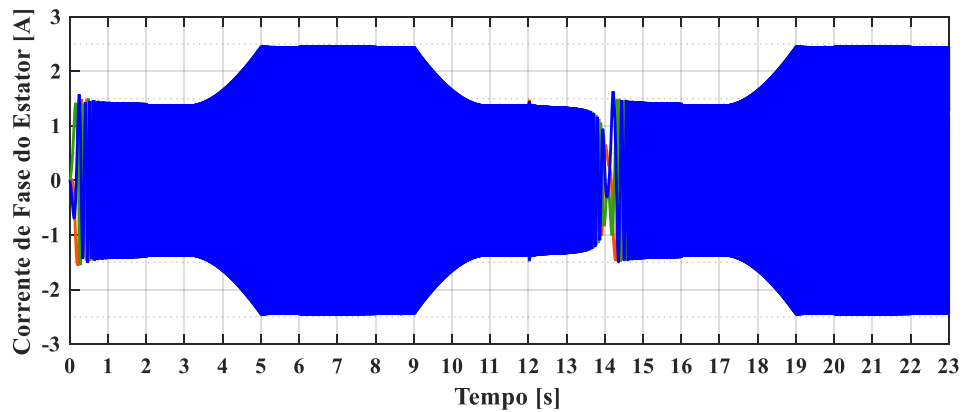


(b) Zoom no instante de troca da sequência de fase

Fonte: Próprio Autor

As correntes elétricas de fase do motor podem ser analisadas pela Figura 65. Do mesmo modo, verifica-se a troca da sequência de fase do estator.

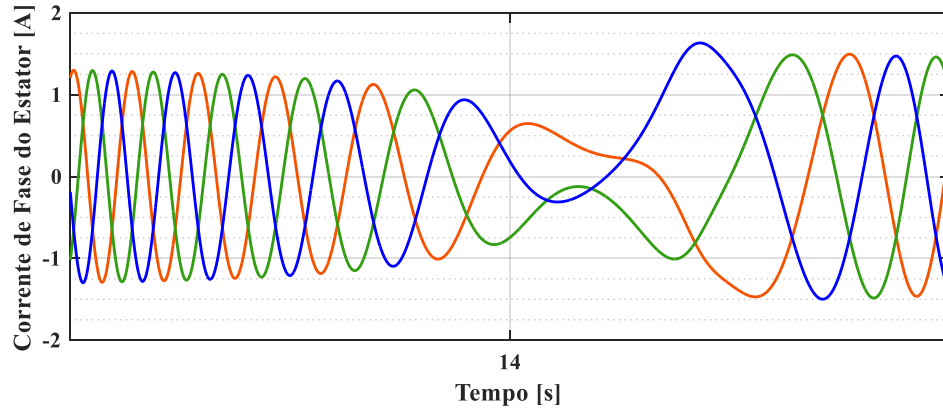
Figura 65 – Correntes elétricas de fase controladas gradualmente no motor de indução trifásico (continua)



(a) Simulação completa

Fonte: Próprio Autor

Figura 64 – Correntes elétricas de fase controladas gradualmente no motor de indução trifásico (conclusão)



(b) Zoom no instante de troca da sequência de fase

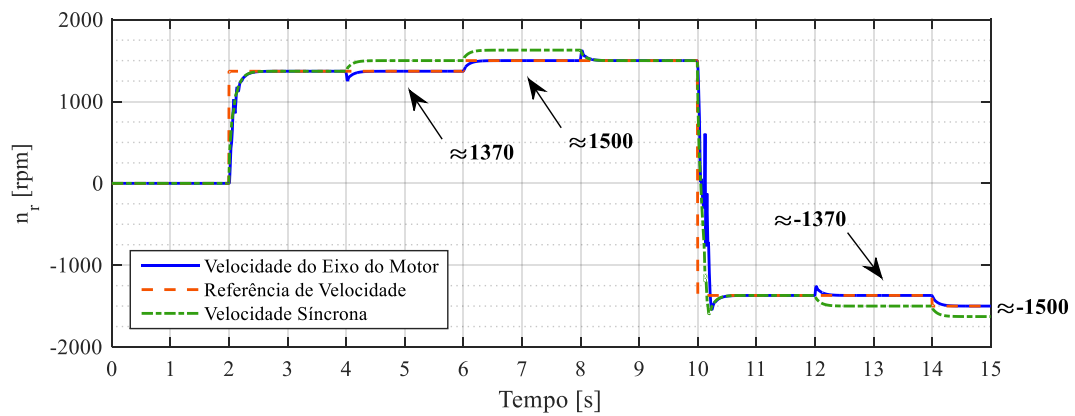
Fonte: Próprio Autor

3.3.3 Controle Abrupto das Referências de Rotação e de Torque do Motor de Indução Trifásico

Todas as ocorrências observadas nos seguintes gráficos são dispostas cronologicamente pelo Quadro 5. Como feito para a análise das respostas graduais dos sinais de entrada aplicados ao MIT (vide Seção 3.3.2), são também desenhados para análise quatro tipos de gráficos, sendo as variáveis principais a velocidade de rotação do eixo do motor n_r , o torque eletromagnético desenvolvido nesse mesmo eixo T_e e as tensões e correntes elétricas de fase do estator, referentes ao sistema ABC. O algoritmo utilizado para esta Seção está descrito no Apêndice E.

A resposta da velocidade do eixo do motor n_r é comparada com a referência imposta aos controladores PI e, também, pela velocidade síncrona n_s da máquina. Uma diferença entre essas velocidades indica a aplicação do conjugado de carga ao eixo, a qual aumenta o escorregamento observado no motor.

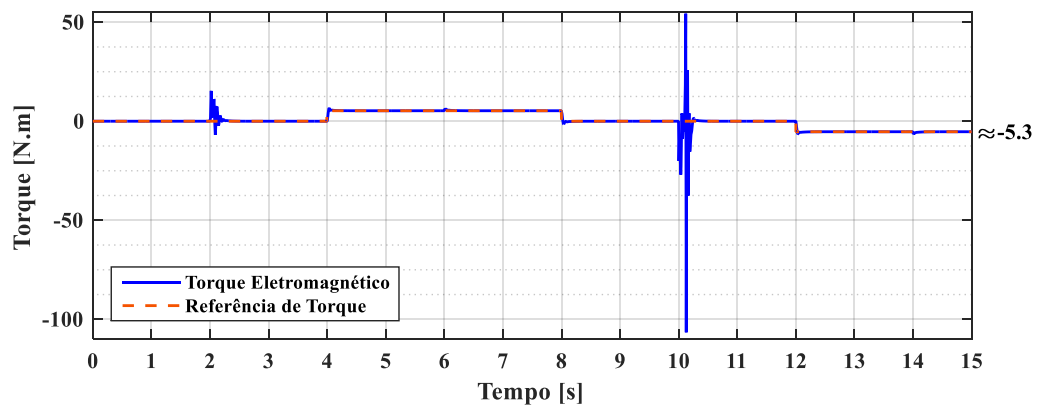
Figura 66 – Velocidade do eixo do motor de indução trifásico com configuração abrupta da referência de velocidade dos controladores PI



Fonte: Próprio Autor

A resposta do torque eletromagnético T_e da máquina é comparada com a referência traçada pelos degraus do torque da carga T_L acionados para diferentes instantes, conforme Figura 67.

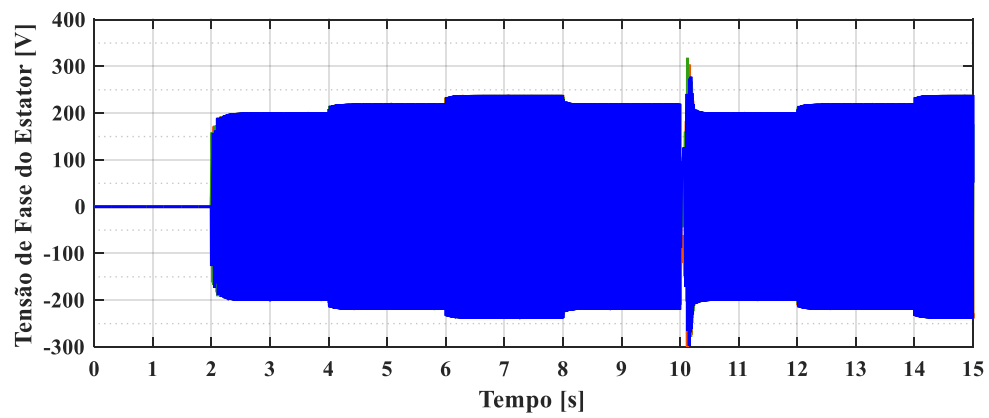
Figura 67 – Torque eletromagnético com aplicação abrupta do torque da carga ao motor de indução trifásico



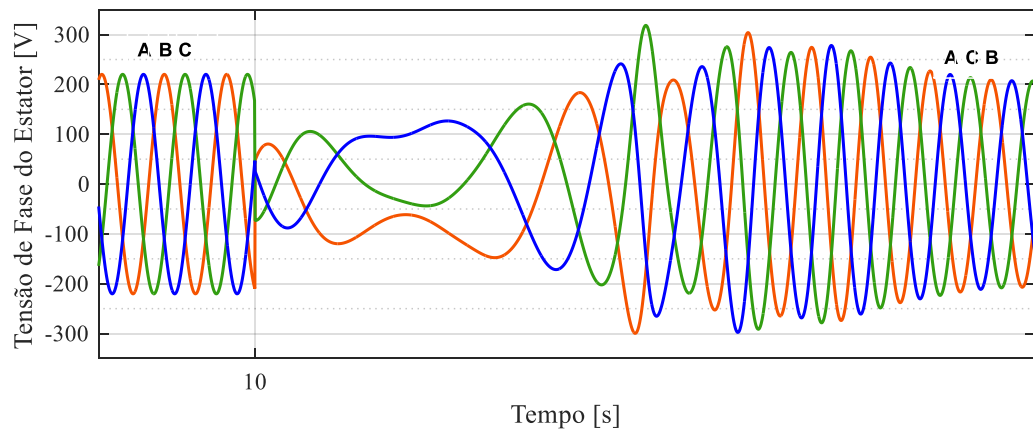
Fonte: Próprio Autor

As tensões elétricas de fase do motor provisionadas pelos controladores PI são dadas pela Figura 68. Ao inverter o sentido de giro do motor, é também observado a troca da sequência de fase do estator, destacada em *zoom* pela Figura 68b.

Figura 68 – Tensões elétricas de fase controladas abruptamente no motor de indução trifásico



(a) Simulação completa

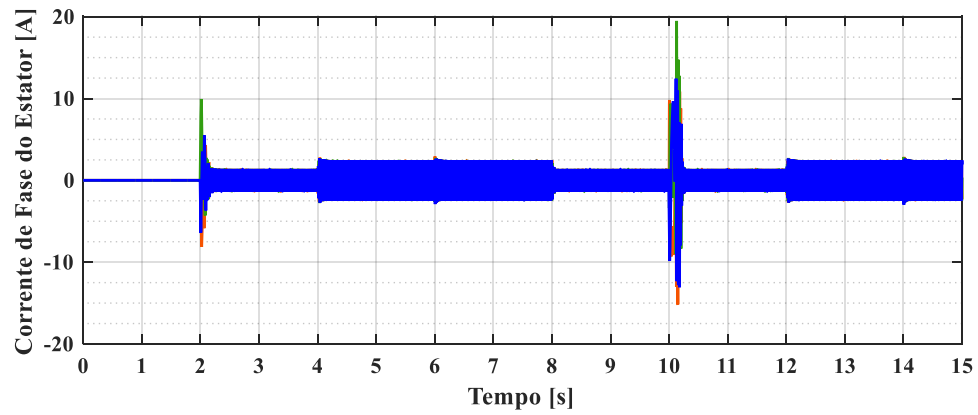


(b) Zoom no instante de troca da sequência de fase

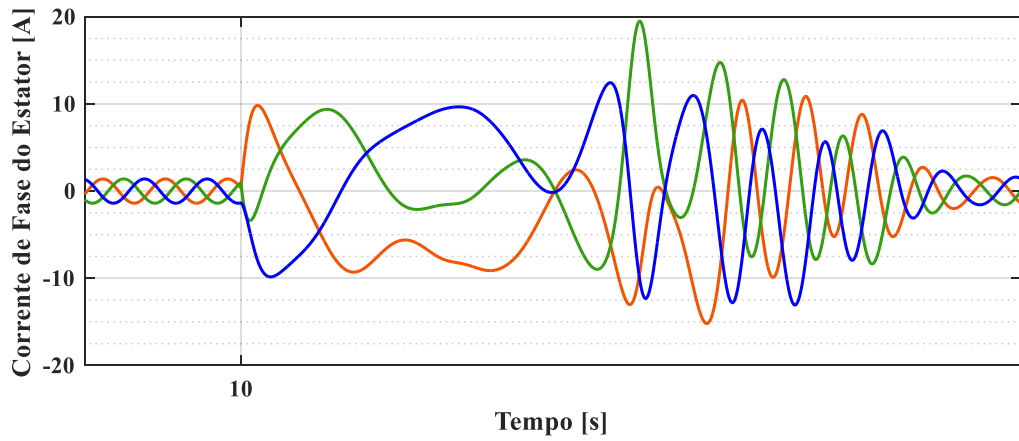
Fonte: Próprio Autor

As correntes elétricas de fase do motor podem ser analisadas pela Figura 69. Do mesmo modo, verifica-se a troca da sequência de fase do estator.

Figura 69 – Correntes elétricas de fase controladas abruptamente no motor de indução trifásico



(a) Simulação completa



(b) Zoom no instante de troca da sequência de fase

Fonte: Próprio Autor

4. CONCLUSÃO

As simulações de acionamento e controle de velocidade de ambos os motores de corrente contínua (MCC) e de indução trifásico (MIT) apresentam resultados coerentes e satisfatórios dentro dos limites estabelecidos às análises das máquinas, tanto com a aplicação gradual de carga dos respectivos sistemas, quanto com a aplicação abrupta desses. Em termos gerais, o MCC é relativamente mais simples que o MIT e, na realidade, serve como base para a compreensão das transformações necessárias para o controle do MIT, isto é, a simplificação do modelo trifásico para um modelo bifásico remete ao controle de sinais constantes ao longo do tempo, tal como vista a tensão elétrica aplicada às escovas do MCC. Sinais constantes são fundamentalmente preferíveis quando controladores do tipo Proporcional-Integral (PI) são empregados, pois suas referências, no caso deste trabalho, de velocidade não sofrem alterações periódicas no tempo, mas são configuradas pelo usuário representando um estado de operação dos motores, em regime permanente.

Um ponto importante observado nos desenvolvimentos de ambos os motores é a particularidade e dificuldade de sintonia dos controladores PI. A plataforma *Simulink* não é suficiente para a determinação dos ganhos proporcional e integral, porém é necessário a utilização do método de Ziegler-Nichols e, tão relevante quanto, o seu ajuste corretivo, que muitas vezes os valores finais dos ganhos se distanciaram consideravelmente dos valores originalmente calculados pela análise da resposta do sistema em malha aberta. De fato, o método de Ziegler-Nichols serviu, neste trabalho, somente como uma orientação inicial para depois empiricamente testar outros valores tecnicamente melhores.

Para a formação de engenheiro eletricista, o presente trabalho evidencia os desafios não somente do controle dos motores, como também da aplicabilidade, mesmo que simplificada, das modelagens matemáticas através dos estudos dos circuitos elétricos equivalentes das máquinas, as quais envolvem, inclusive, a análise da interação magnética criada para com os elementos elétricos do estator e rotor. Apesar das escolhas pontuais das configurações internas serem de circuito de excitação independente para o MCC e de gaiola de esquilo para o MIT, o conceito apresentado neste trabalho pode ser expandido para outros tipos de motores elétricos segundo suas características, desde os de menor potência, aplicando-se à robótica, até aos de maior potência, aplicando-se à indústria de locais insalubres.

REFERÊNCIAS

- BIM, E. **MÁQUINAS ELÉTRICAS E ACIONAMENTO**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.
- BOSE, B. K. **MODERN POWER ELECTRONICS AND AC DRIVES**. 1. ed. New Jersey: Prentice Hall PTR, 2002.
- DUAN, F. **INDUCTION MOTOR PARAMETERS ESTIMATION AND FAULTS DIAGNOSIS USING OPTIMISATION ALGORITHMS**. Adelaide, Australia: Adelaide University, 2014.
- FITZGERALD, A. E. et al. **MÁQUINAS ELÉTRICAS**. 7. ed. São Paulo: AMGH, 2014.
- KOSOW, I. L. **MÁQUINAS ELÉTRICAS E TRANSFORMADORES**. 4. ed. Rio de Janeiro: Globo, 1982.
- OGATA, K. **ENGENHARIA DE CONTROLE MODERNO**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- ONOFRE, J. *et al.* **CONTROLE E ACIONAMENTOS ELETRÔNICOS DE MÁQUINAS DE CORRENTE ALTERNADA**. 2017. Disponível em: <https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/lepnovo/caemca-aula_04.pdf>. Último acesso em: 23 de janeiro de 2022.
- OZPINECI, B. TOLBERT, L. M. **SIMULINK IMPLEMENTATION OF INDUCTION MACHINE MODEL – A MODULAR APPROACH**. Madison, USA: IEEE, 2003.

APÊNDICE A. *SCRIPT DA FUNÇÃO PLOT_SETUP UTILIZADA PARA O PREPARO DOS GRÁFICOS DAS SIMULAÇÕES*

O seguinte algoritmo tem por finalidade servir de sub-rotina para formatação dos elementos gráficos das simulações. Tais elementos são: espessura e cor da linha, fonte e tamanho da fonte e linhas de grade maiores e menores.

```
%{
Instituição: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Autor: Victor Pizzello Zogheib
Orientador: Prof. Dr. Jean Marcos de Souza Ribeiro
Ano: 2022
Descrição: Realiza o desenho do gráfico com configurações personalizadas
%}

function plot_setup(ptype, simt, x, y1, y2, y3, varargin)
    vermelho = [245 83 0]/255;
    verde = [50 158 17]/255;
    azul = [0 0 255]/255;
    lw = 1.5;

    if nargin == 4
        plot(x, y1, 'Color', azul, 'LineWidth', lw)
        %Desenho do gráfico contendo uma linha y1
    elseif nargin == 5
        plot(x, y1, 'Color', azul, 'LineWidth', lw)
        hold on
        plot(x, y2, 'Color', vermelho, 'LineStyle', '--', ...
            'LineWidth', lw)
        %Desenho do gráfico contendo duas linhas y1 e y2
    else
        if ptype == 1
            plot(x, y1, 'Color', azul, 'LineWidth', lw)
            hold on
            plot(x, y2, 'Color', vermelho, 'LineStyle', '--', ...
                'LineWidth', lw)
            plot(x, y3, 'Color', verde, 'LineStyle', '-.', ...
                'LineWidth', lw)
        else
            plot(x, y1, 'Color', vermelho, 'LineWidth', lw)
            hold on
            plot(x, y2, 'Color', verde, 'LineWidth', lw)
            plot(x, y3, 'Color', azul, 'LineWidth', lw)
        end
        %Desenho do gráfico contendo três linhas y1, y2 e y3
    end

    xlim([x(1) x(end)])

    if simt > 1
        n = simt + 1;
    else
        n = 6;
    end
end
```

```

set(gca, 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12, ...
    'FontWeight', 'Bold', 'XGrid', 'on', 'YGrid', 'on', 'YMinorGrid',
...
    'On', 'XTick', linspace(0, simt, n))
%Fonte Times New Roman, tamanho 12
%Linhas de grade habilitadas no gráfico
%Período das abscissas de 0 até o tempo de simulação simt

set(gcf, 'Position', [100, 100, 800, 300])
%Define o tamanho dos gráficos igual a 800x300 pixels

if ptype == 1
    text(x(end), y1(end), strcat(' \approx' , num2str(round(y1(end),
2))), ...
        'FontName', 'Times', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'Bold')
    %Escreve no gráfico o último valor calculado de uma função em
regime permanente
end
end

```

APÊNDICE B. *SCRIPT DA SINTONIA DO CONTROLADOR PI UTILIZANDO O MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS PARA O MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA*

O seguinte algoritmo opera durante a sintonia do controlador PI responsável pelo controle da tensão elétrica do circuito de excitação do MCC. O algoritmo faz uso da função *plot_setup* descrita no Apêndice A.

```
%{
Instituição: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Autor: Victor Pizzello Zogheib
Orientador: Prof. Dr. Jean Marcos de Souza Ribeiro
Ano: 2022
Descrição: Calcula os ganhos proporcional e integral do controlador PI
           responsável pelo fluxo de campo magnético do motor de corrente
           contínua. Simula o comportamento de partida e de controle do
           motor de corrente contínua em plena carga, utilizando um
           controlador do tipo PI.
%}

clear; close all; clc

%PARÂMETROS DO CIRCUITO DE ARMADURA
Vi = 220; %[volts]
Ra = 0.5; %[ohms]
La = 0.003; %[henrys]
B = 0.01; %[newton.metro.segundo por radiano]
J = 0.0167; %[quilograma.(metro ao quadrado)]
Ke = 14.8454; %Constante de força contra eletromotriz
TL = 100; %[newton.metro]

%PARÂMETROS DO CIRCUITO DE EXCITAÇÃO
Vf = 220; %[volts]
Rf = 50; %[ohms]
Lf = 0.05; %[henrys]
Laf = sqrt(La*Lf); %[henrys]

wr_nom = 1865*pi/30;

%SIMULAÇÃO DE MALHA ABERTA
st = 0.1048; %Tempo de simulação [segundos]
sim('mdl_MCC_malha_aberta', st) %Simulação e armazenamento dos dados

idx = find(wr>0, 1);
t = t(idx:end) - t(idx);
wr = wr(idx:end);

dt = diff(t);
dwr = diff(wr);
[val, idx] = max(dwr);

a = dwr(idx)/dt(idx);
```

```

b = wr(idx) - a*t(idx);
rt = a*t + b;

figure
plot_setup(1, t(end)*1e3, t*1e3, wr*30/pi, rt*30/pi, ones(1,
length(t))*wr(end)*30/pi)
set(gca, 'XTick', linspace(0, t(end)*1e3, 6))
ylim([0 2500])
xlabel('Tempo [ms]')
ylabel('Velocidade do Eixo do Motor [rpm]')

%PARÂMETROS DE CONTROLE
L = -b/a; %Atraso
T = wr(end)/a; %Constante de tempo

Kp_vf = 0.9*T/L; %Ganho proporcional
Ti = L/0.3;
Ki_vf = Kp_vf/Ti; %Ganho integral

Kp_vf = Kp_vf/532.2737; %Ajustes corretivos
Ki_vf = Ki_vf/564.5846; %Ajustes corretivos

Kp_vi = 0.0081; %PID Tuner (Simulink)
Ki_vi = 24.2194; %PID Tuner (Simulink)

%SIMULAÇÃO DE MALHA FECHADA
st = 0.1251;
sim('mdl_MCC_malha_fechada', st)

idx = find(wr>0, 1);
t = t(idx:end) - t(idx);
wr = wr(idx:end);

figure
plot_setup(1, t(end)*1e3, t*1e3, wr*30/pi)
set(gca, 'XTick', linspace(0, t(end)*1e3, 6))
ylim([0 2500])
xlabel('Tempo [ms]')
ylabel('Velocidade do Eixo do Motor [rpm]')

```

APÊNDICE C. *SCRIPT DA SIMULAÇÃO DO ACIONAMENTO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA UTILIZANDO CONTROLADORES PI*

O seguinte algoritmo opera durante as simulações do acionamento do MCC quando utilizados dois controladores PI, sendo um controlador para a tensão de entrada do circuito de armadura e outro, para a tensão de entrada da excitatriz. O algoritmo faz uso da função *plot_setup* descrita no Apêndice A.

```
%{
Instituição: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Autor: Victor Pizzello Zogheib
Orientador: Prof. Dr. Jean Marcos de Souza Ribeiro
Ano: 2022
Descrição: Simula o comportamento de partida e de controle de um motor de
           corrente contínua à vazio e em plena carga utilizando dois
           controladores do tipo PI.
}%

clear; close all; clc

%PARÂMETROS DO CIRCUITO DE ARMADURA
Vi = 220;           %[volts]
Ra = 0.5;           %[ohms]
La = 0.003;         %[henrys]
B = 0.01;           %[newton.metro.segundo por radiano]
J = 0.0167;         %[quilograma.(metro ao quadrado)]
Ke = 14.8454;       %Constante de força contra eletromotriz
TL = 100;           %[newton.metro]

%PARÂMETROS DO CIRCUITO DE EXCITAÇÃO
Vf = 220;           %[volts]
Rf = 50;            %[ohms]
Lf = 0.05;          %[henrys]
Laf = sqrt(La*Lf);  %[henrys]

%PARÂMETROS DE CONTROLE
wr_nom = 1865*pi/30; %[radianos por segundo]
wr_sob = 2050*pi/30; %[radianos por segundo]

%Controlador 1: Tensão de Entrada do Circuito de Armadura
Kp_vi = 0.0081;      %PID Tuner (Simulink)
Ki_vi = 24.2194;     %PID Tuner (Simulink)

%Controlador 2: Tensão de Entrada da Excitatriz
Kp_vf = 0.0358;      %Ziegler-Nichols (Ajustado)
Ki_vf = 11.3086;     %Ziegler-Nichols (Ajustado)

%SIMULAÇÃO COM RAMPAS DE SINAIS DE ENTRADA
st = 12;             %Tempo de Simulação [segundos]
sim('mdl_MCC_controle_gradual', st) %Simulação e armazenamento dos
dados
```

```

figure
plot_setup(1, st, t, wr*30/pi, wr_ref*30/pi)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('n_{r} [rpm]')
legend({'Velocidade do Eixo do Motor', 'Referência de Velocidade'},
'Location', 'Southeast')

```

```

figure
plot_setup(1, st, t, ea)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('e_{a} [V]')

```

```

figure
plot_setup(1, st, t, Te, TL_ref)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Torque [N.m]')
legend({'Torque Eletromagnético', 'Referência de Torque'},
'Location', 'Southeast')

```

```

figure
plot_setup(1, st, t, ia)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('i_{a} [A]')

```

```

figure
plot_setup(1, st, t, vi)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('v_{i} [V]')

```

```

figure
plot_setup(1, st, t, vf)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('v_{f} [V]')

```

```

figure
plot_setup(1, st, t, ic)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('i_{f} [A]')

```

```
%SIMULAÇÃO COM DEGRAUS DE SINAIS DE ENTRADA
```

```

st = 12; %Tempo de Simulação [segundos]
sim('mdl_MCC_controle_abrupto', st) %Simulação e armazenamento dos
dados

```

```

figure
plot_setup(1, st, t, wr*30/pi, wr_ref*30/pi)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('n_{r} [rpm]')
legend({'Velocidade do Eixo do Motor', 'Referência de Velocidade'},
'Location', 'Southeast')

```

```

figure
plot_setup(1, st, t, ea)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('e_{a} [V]')

```

```

figure
plot_setup(1, st, t, Te, TL_ref)
xlabel('Tempo [s]')

```

```
ylabel('Torque [N.m]')
legend({'Torque Eletromagnético', 'Referência de Torque'},
'Location', 'Southeast')
```

```
figure
plot_setup(1, st, t, ia)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('i_{a} [A]')
```

```
figure
plot_setup(1, st, t, vi)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('v_{i} [V]')
```

```
figure
plot_setup(1, st, t, vf)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('v_{f} [V]')
```

```
figure
plot_setup(1, st, t, ic)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('i_{f} [A]')
```

APÊNDICE D. *SCRIPT DA SINTONIA DO CONTROLADOR PI UTILIZANDO O MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS PARA O MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO*

O seguinte algoritmo opera durante a sintonia dos controladores PI responsáveis pelo controle das tensões elétricas dos eixos direto e em quadratura e da velocidade angular elétrica do estator do MIT. O algoritmo faz uso da função *plot_setup* descrita no Apêndice A.

```
%{
Instituição: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Autor: Victor Pizzello Zogheib
Orientador: Prof. Dr. Jean Marcos de Souza Ribeiro
Ano: 2022
Descrição: Calcula os ganhos proporcional e integral dos controladores PI
           responsáveis pelas tensões elétricas dos eixos direto e em
           quadratura e pela velocidade angular elétrica do estator do
           motor de indução trifásico. Simula o comportamento de partida
           e de controle do motor de indução trifásico em plena carga,
           utilizando três controladores do tipo PI.
%}

clear; close all; clc

%PARÂMETROS DA MÁQUINA
Vp = 220; %[volts]
P = 4; %Número de polos
we = 2*pi*50; %[radianos por segundo]
wr_nom = 1370*(P/2)*pi/30; %[radianos por segundo]
TL = 5.3; %[newton.metro]
J = 0.0025; %[quilograma.(metro ao quadrado)]
Rs = 8.4; %[ohms]
Rr = 8.2; %[ohms]
Lls = 0.0328; %[henrys]
Llr = 0.0328; %[henrys]
Lm = 0.4705; %[henrys]

%SIMULAÇÃO DE MALHA ABERTA
st = 0.35; %Tempo de Simulação [segundos]
sim('mdl_MIT_malha_aberta', st) %Simulação e armazenamento dos dados

dt = diff(t);
dwr = diff(wr);
[val, idx] = max(dwr(1500:1700));
idx = idx + 1500;

a = dwr(idx)/dt(idx);
b = wr(idx) - a*t(idx);
rt = a*t + b;

figure
plot_setup(1, t(end)*1e3, t*1e3, wr*15/pi, rt*15/pi,
ones(1,length(t))*wr(end)*15/pi)
```

```

set(gca, 'XTick', linspace(0, t(end)*1e3, 6))
ylim([-100 1500])
xlabel('Tempo [ms]')
ylabel('Velocidade do Eixo do Motor [rpm]')

vds(end)
vqs(end)

%PARÂMETROS DE CONTROLE
L = -b/a;           %Atraso
T = wr(end)/a;      %Constante de tempo

Kp = 0.9*T/L;       %Ganho proporcional
Ti = L/0.3;         %Ganho integral
Ki = Kp/Ti;

%SIMULAÇÃO DE MALHA FECHADA (SEM AJUSTES)
Kp_vds = Kp;
Ki_vds = Ki;

Kp_vqs = Kp;
Ki_vqs = Ki;

Kp_we = Kp;
Ki_we = Ki;

sim('mdl_MIT_malha_fechada', st)

figure
plot_setup(1, t(end)*1e3, t*1e3, wr*15/pi)
set(gca, 'XTick', linspace(0, t(end)*1e3, 6))
ylim([-100 1500])
xlabel('Tempo [ms]')
ylabel('Velocidade do Eixo do Motor [rpm]')

vds(end)
vqs(end)

%SIMULAÇÃO DE MALHA FECHADA (COM AJUSTES)
Kp_vds = Kp/34.2917; %Ajustes corretivos
Ki_vds = Ki/162.6149; %Ajustes corretivos

Kp_vqs = Kp/5.4206; %Ajustes corretivos
Ki_vqs = Ki/2.1407; %Ajustes corretivos

Kp_we = Kp/18.7588; %Ajustes corretivos
Ki_we = Ki/1.8379; %Ajustes corretivos

sim('mdl_MIT_malha_fechada', st)

figure
plot_setup(1, t(end)*1e3, t*1e3, wr*15/pi)
set(gca, 'XTick', linspace(0, t(end)*1e3, 6))
xlabel('Tempo [ms]')
ylabel('Velocidade do Eixo do Motor [rpm]')

vds(end)
vqs(end)

```

APÊNDICE E. *SCRIPT* DA SIMULAÇÃO DO ACIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO UTILIZANDO CONTROLADORES PI

O seguinte algoritmo opera durante as simulações do acionamento do MIT quando utilizados três controladores PI, sendo um controlador para a tensão do eixo direto, outro controlador para a tensão do eixo em quadratura e o último, para a velocidade angular elétrica do estator. O algoritmo faz uso da função *plot_setup* descrita no Apêndice A.

```
%{
Instituição: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Autor: Victor Pizzello Zogheib
Orientador: Prof. Dr. Jean Marcos de Souza Ribeiro
Ano: 2022
Descrição: Simula o comportamento de partida e de controle de um motor de
            indução trifásico à vazio e em plena carga, com sentido de
giro
            direto e reverso, utilizando três controladores do tipo PI.
}%

clear; close all; clc

%PARÂMETROS DA MÁQUINA
Vp = 220;           %[volts]
P = 4;              %Número de polos
TL = 5.3;           %[newton.metro]
J = 0.0025;         %[quilograma.(metro ao quadrado)]
Rs = 8.4;           %[ohms]
Rr = 8.2;           %[ohms]
Lls = 0.0328;       %[henrys]
Llr = 0.0328;       %[henrys]
Lm = 0.4705;        %[henrys]

%PARÂMETROS DE CONTROLE
wr_nom = 1370*(P/2)*pi/30; %[radianos por segundo]
wr_sob = 1500*(P/2)*pi/30; %[radianos por segundo]

%Controlador 1: Tensão Elétrica do Eixo Diretor do Estator
Kp_vds = 0.0906;     %Ziegler-Nichols (Ajustado)
Ki_vds = 0.1310;     %Ziegler-Nichols (Ajustado)

%Controlador 2: Tensão Elétrica do Eixo em Quadratura do Estator
Kp_vqs = 0.5730;     %Ziegler-Nichols (Ajustado)
Ki_vqs = 9.9511;     %Ziegler-Nichols (Ajustado)

%Controlador 3: Velocidade Angular Elétrica do Estator
Kp_we = 0.1656;      %Ziegler-Nichols (Ajustado)
Ki_we = 11.5906;     %Ziegler-Nichols (Ajustado)

%SIMULAÇÃO COM RAMPAS DE SINAIS DE ENTRADA
st = 23;             %Tempo de Simulação [segundos]
```

```

sim('mdl_MIT_controle_gradual', st) %Simulação e armazenamento dos
dados

figure
plot_setup(1, st, t, wr*15/pi, wr_ref*15/pi, we*15/pi)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('n_{r} [rpm]')
legend('Velocidade do Eixo do Motor', 'Referência de Velocidade',
'Velocidade Síncrona', 'Location', 'Southwest')
ylim([-2000 2000])

figure
plot_setup(1, st, t, Te, TL_ref)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Torque [N.m]')
legend('Torque Eletromagnético', 'Referência de Torque', 'Location',
'Southwest')

figure
plot_setup(2, st, t, va, vb, vc)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Tensão de Fase do Estator [V]')

figure
plot_setup(2, st, t, va, vb, vc)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Tensão de Fase do Estator [V]')
xlim([13.5 14.5])
ylim([-100 100])

figure
plot_setup(2, st, t, ia, ib, ic)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Corrente de Fase do Estator [A]')

figure
plot_setup(2, st, t, ia, ib, ic)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Corrente de Fase do Estator [A]')
xlim([13.5 14.5])
ylim([-2 2])

%SIMULAÇÃO COM DEGRAUS DE SINAIS DE ENTRADA
st = 15; %Tempo de Simulação [segundos]
sim('mdl_MIT_controle_abrupto', st) %Simulação e armazenamento dos
dados

figure
plot_setup(1, st, t, wr*15/pi, wr_ref*15/pi, we*15/pi)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('n_{r} [rpm]')
legend('Velocidade do Eixo do Motor', 'Referência de Velocidade',
'Velocidade Síncrona', 'Location', 'Southwest')
ylim([-2000 2000])

figure
plot_setup(1, st, t, Te, TL_ref)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Torque [N.m]')

```

```

    legend('Torque Eletromagnético', 'Referência de Torque', 'Location',
'Southwest')
    ylim([-110 55])

    figure
    plot_setup(2, st, t, va, vb, vc)
    xlabel('Tempo [s]')
    ylabel('Tensão de Fase do Estator [V]')

    figure
    plot_setup(2, st, t, va, vb, vc)
    xlabel('Tempo [s]')
    ylabel('Tensão de Fase do Estator [V]')
    xlim([9.95 10.25])
    ylim([-350 350])

    figure
    plot_setup(2, st, t, ia, ib, ic)
    xlabel('Tempo [s]')
    ylabel('Corrente de Fase do Estator [A]')

    figure
    plot_setup(2, st, t, ia, ib, ic)
    xlabel('Tempo [s]')
    ylabel('Corrente de Fase do Estator [A]')
    xlim([9.95 10.25])
    ylim([-20 20])

```