



ni k

160



Universidade Estadual Paulista Instituto de Física Teórica

Tese de Doutorado

IFT-T.003/00

OK

A QCD no limite de acoplamento forte, a simetria quiral e a força nuclear

Cleide Matheus Rizzatto



Orientador: Prof. Dr. Gastão Inácio Krein Co-orientador: Prof. Dr. Lauro Tomio

São Paulo, Fevereiro de 2000

Agradecimentos

Ao Prof. Gastão Krein, por sua incansável disposição em me orientar

Ao Prof. Lauro Tomio, pela inestimável ajuda com os programas de computação

Ao Prof. S.K. Adhikari, pelas discussões sempre eficientes

Ao Arnaldo Gammal, pelo auxílio com os gráficos

À minha família e aos meus amigos, pelo apoio constante e pela capacidade de entender e superar minhas ausências

À comunidade do IFT – funcionários, alunos e professores – pela presteza e paciência com que sempre atenderam às minhas solicitações

Ao CNPq, pelo apoio financeiro

Resumo

O modelo de quarks constituintes é generalizado com a inclusão de graus de liberdade relacionados a dois fenômenos não perturbativos da QCD, o confinamento e a quebra dinâmica da simetria quiral. São introduzidos links e junctions, interpretados como excitações coletivas dos graus de liberdade gluônicos, que têm origem na natureza não Abeliana da teoria. Estes têm implicações para a interação entre os hadrons. Umas destas implicações é com relação ao princípio de Pauli entre quarks de nucleons diferentes. No limite de acoplamento forte, quarks de hadrons diferentes são distinguíveis, não geram efeitos de troca e repulsão de curto alcance. Outra implicação é a predição de que a força nuclear a curtas distâncias recebe inevitavelmente contribuições da troca de mesons vetoriais. A quebra dinâmica da simetria quiral é implementada explicitamente. O acoplamento dos pions gera dinamicamente a nuvem piônica dos barions. Um Hamiltoniano hadrônico efetivo é construído com base num formalismo de mapeamento de partículas compostas em partículas elementares. O Hamiltoniano efetivo trata os efeitos da simetria quiral e do confinamento de maneira unificada, e permite tratar perturbativamente efeitos de trocas de quarks e gluons a curtas distâncias.

Palavras chave: Cromodinâmica Quântica; Simetria Quiral; Modelo de Quarks Constituintes; Interação Hádron-Hádron Áreas do conhecimento: 12:38 ; 11.30.R ; 12.39 ; 21.30

Abstract

The constituent quark model is generalized by the introduction of degrees of freedom related to two non-perturbative phenomena of QCD, confinement and dynamical chiral symmetry breaking. Links and junctions are introduced, they are interpreted as gluonic collective degrees of freedom and have their origin in the non Abelian nature of the theory. They have implications for the Pauli principle of quarks belonging to different hadrons. In the strong coupling limit, quarks of different nucleons are distinguishable and do not generate quark exchange effects and short range repulsion. The model predicts that the nuclear force at short distances receives unavoidably contributions from vector meson exchange. Dynamical chiral symmetry is implemented explicitly. The coupling of the pion generates dinamically the barion pion cloud. An effective hadronic Hamiltonian is constructed on the basis of a mapping technique of composite particles onto elementary particles. The effective Hamiltonian treats the effects of confinement and chiral symmetry in an unified manner, and allows to treat perturbatively quark and gluon exchange effects at short distances.

Key words: Quantum Chromodynamics ; Chiral Symmetry; Constituent Quark Model; Hadron-Hadron Interaction

Índice

1	Intr	odução		1
2	O m	odelo	de quarks, o princípio de Pauli e as forças de van der Waals	10
	2.1	O mod	elo de quarks e as forças de van der Waals	10
	2.2	O mod	elo de Greenberg e Hietarinta	15
3	A QCD no limite de acoplamento forte e a interação hádron-hádron			
	3.1	A Lag	angiana da QCD e suas simetrias	24
	3.2	A QCI	O no limite de acoplamento forte	27
		3.2.1	Formulação Hamiltoniana da QCD na rede	28
		3.2.2	O modelo de Greenberg e Hietarinta na QCD	34
	3.3	A inter	ração NN na SCQCD – acoplamentos méson-bárion	44
4	Troca de mesons, troca de quarks e a interação núcleon-núcleon			50
	4.1	Repres	entação Fock-Tani para barions	51
	4.2	Um Ha	amiltoniano efetivo para a Física Hadrônica	65
	4.3	Deriva	ção explícita da interação NN com trocas de quarks	69
		4.3.1	Cálculo dos coeficientes de cor	74
		4.3.2	Os coeficientes de spin-isospin	76
		4.3.3	Cálculo das integrais de momento	80
5	Simetria quiral e correções piônicas			83
	5.1	O moo	delo de Nambu–Jona-Lasinio	83
	5.2	Vértic	es píon-bárion e sigma-bárion na representação Fock-Tani	91

nd	

	5.3	Correções piônicas às massas bariônicas)9				
6	Cor	Correções piônicas, troca de quarks e a interação NN a curtas distâncias105					
	6.1	Troca de mesons e de quarks na interação NN)6				
	6.2	Massa do núcleon – correções piônicas	13				
	6.3	A força nuclear: troca de mesons e quarks	15				
7	Con	clusões e perspectivas futuras 11	.9				
A	Cálculo da constante de acoplamento e do raio quadrático médio do						
	píon		23				
	A.1	Cálculo de $g_{\pi qq}^{-2}$	23				
	A.2	Cálculo de $\langle r_{\pi}^2 \rangle$	25				
в	Cál	culo da constante de acoplamento e do raio quadrático médio do					
méson σ		son σ 12	27				
	B.1	Cálculo de $g_{\sigma qq}^{-2}$	27				
	B.2	Cálculo de $\langle r_{\sigma}^2 angle$	28				
Referências bibliográficas							

Lista de Figuras

3.1	Uma plaqueta elementar da rede
3.2	Ilustração de um processo típico de rearranjo de strings no espalhamento
	bárion-bárion
3.3	Ilustração de processos típicos de quebra de strings e produção de pares
	quark-antiquark no espalhamento bárion-bárion
5.1	Diagrama de troca de um píon entre dois quarks
5.2	Diagrama de RPA para o píon no modelo de NJL
5.3	Inserção de polarização.
5.4	Comparação entre as interações de troca de um π e a prevista pelo NJL. . 94
5.5	Comparação entre as interações de troca de um σ tradicional e do NJL 96
5.6	Ilustração das diferentes contribuições às massas do N e da $\Delta(1232)$ 103
6.1	Deslocamentos de fase para as ondas 1S_0 e 3S_1 do espalhamento NN para o
	potencial de Bonn (linha contínua). Os dados experimentais são do grupo
	de Nijmegen [42]
6.2	A importância relativa de cada méson para as ondas 1S_0 e 3S_1
6.3	Efeito do parâmetro b sobre o deslocamento de fase ${}^{1}S_{0}$. Os símbolos
	ω_{-25} e ω_{-10} indicam que as constantes de acoplamento do ω empregadas
	são respectivamente $g_{\omega}^2/4\pi$ = 25 e $g_{\omega}^2/4\pi$ = 10. No gráfico da esquerda
	(direita) α_s é mantido fixo (varia de tal maneira a manter $\Delta M^{OGE}=300$
	MeV)
6.4	Comparação entre os deslocamentos de fase preditos pelo modelo da SC-
	OCD com os do potencial de Bonn 116

- 6.5 Mesma comparação que no gráfico anterior, mas com repulsão extra introduzida pela troca de um glúon perturbativo.

1

Lista de Tabelas

4.1	Coeficientes de cor C_n correspondentes às interações das Eqs. (4.72) e (4.73).	75
4.2	Regras de substituição para os elementos de matriz de spin-isospin	77
6.1	Parâmetros do modelo de troca de mesons.	108

Introdução

U m dos problemas fundamentais da Física Nuclear contemporânea é o entendimento das propriedades da força nuclear a baixas energias (menores que 1 GeV) a partir dos graus de liberdade da Cromodinâmica Quântica (QCD). A QCD é tida como a teoria fundamental das interações fortes e, portanto, deve descrever todos os aspectos de uma grande variedade de fenômenos naturais, como a força entre dois nucleons e as propriedades da matéria hadrônica, tal como a encontrada em núcleos atômicos e estrelas super-densas. A QCD é uma teoria de *gauge* local não Abeliana [1], cujos graus de liberdade fundamentais são os quarks (fermions de spin 1/2) com massas praticamente iguais a zero e gluons (bosons de spin 1) sem massa. O grupo não Abeliano é o grupo SU(3). Os quarks estão na representação fundamental do grupo, de dimensão 3, cujos estados-base são identificados como vermelho, verde e azul. Os gluons estão na representação adjunta, de dimensão 8. Os hadrons são estados ligados de quarks e gluons.

Uma das propriedades mais marcantes da QCD é a *liberdade assintótica*. Ela é consequência direta da natureza não Abeliana da interação, e significa que a interação entre quarks e gluons torna-se cada vez mais fraca à medida que distâncias relativas mais curtas entre eles são acessadas. Devido a esta propriedade, é possível empregar os tradicionais métodos da teoria de perturbações para calcular processos que envolvam grandes momentos transferidos. Em tais processos, distâncias relativas muito curtas entre quarks e gluons no interior dos hadrons são acessadas, e o regime de liberdade assintótica é, portanto, alcançado. Esta propriedade deu credibilidade ao modelo fenomenológico de partons [2], segundo o qual processos de espalhamento com grandes momentos transferidos podem ser interpretados como o resultado de espalhamentos por constituintes elementares puntiformes e sem interação mútua no interior dos hadrons (os partons). A convicção de que a QCD seja a teoria fundamental das interações fortes teve um respaldo definitivo com o grande sucesso que ela obteve durante a década de 80 em descrever *quantitativamente* os processos hadrônicos que envolvem grandes momentos transferidos. Para tais processos, a teoria de perturbação pode ser empregada e a realização de cálculos analíticos e precisos é possível.

Uma outra propriedade marcante da QCD é o confinamento dos quarks e gluons. Segundo esta, o espectro físico dos estados não contém quarks e gluons isolados, mas tão somente os estados ligados destes, que são singletos do grupo SU(3). Dito de uma maneira coloquial, os hadrons não têm cor! Esta propriedade, contrariamente à liberdade assintótica, não foi ainda derivada com todo o rigor a partir das equações básicas da QCD, apesar de existirem indicações muito fortes para isto a partir de estudos numéricos. Por outro lado, esta conjectura do confinamento explica de uma maneira dinâmica o postulado no modelo de quarks [2], de que os quarks não são observáveis físicos. Uma dificuldade em tratar teoricamente o confinamento é o fato de ele ser um fenômeno para o qual a teoria de perturbações não é aplicável. O confinamento é uma propriedade relacionada a distâncias relativas longas, no sentido que as partículas constituintes, devido a algum mecanismo ainda desconhecido, não podem propagar-se assintoticamente e, portanto, a interação não pode ser a mesma que se manifesta a curtas distâncias. O problema com isto é que não existem técnicas de cálculo analíticas (não numéricas) que sejam sistemáticas e de aplicabilidade geral para fenômenos não perturbativos. Uma técnica que tem se imposto nos últimos anos é a formulação da teoria numa rede discreta de pontos do espaco-tempo e a solução das equações resultantes com simulações numéricas em super-computadores. Esta técnica é conhecida como QCD na rede. No entanto, apesar dos grandes progressos, tanto em técnicas numéricas quanto na tecnologia de computadores, a QCD na rede ainda não é aplicável aos problemas fundamentais da Física Nuclear, como a interação entre dois hadrons e a matéria nuclear. Enquanto não se atingir o estágio de resolver a teoria numericamente para tais sistemas, a *única* alternativa é o emprego de modelos que necessariamente envolvem hipóteses *ad hoc* e aproximações cujas justificativas não são inteiramente controláveis.

Um dos modelos de quarks mais bem sucedidos para o estudo da estrutura hadrônica é o modelo de quarks constituintes [3]. Segundo este, os hadrons são estados ligados de quarks constituintes de massas da ordem de 300 MeV, que são confinados por um potencial que cresce com a distância, e interagem perturbativamente através da troca de um glúon (OGE). Sob o ponto de vista dos graus de liberdade fundamentais da QCD – quarks com massas praticamente nulas e gluons sem massa – este modelo parece muito longe da realidade. No entanto, a QCD apresenta outro fenômeno não perturbativo marcante, a quebra dinâmica da simetria quiral (D χ SB). Este conceito da D χ SB surgiu durante os anos 60 para explicar as razões pelas quais a massa do méson π (o píon), $m_{\pi} = 140$ MeV, é muito menor que as massas hadrônicas típicas, da ordem de 1 GeV. Segundo ele, existe uma simetria fundamental das interações fortes, a simetria quiral, que se realiza na natureza segundo o modo de Nambu-Goldstone. Esta simetria está relacionada à invariância das interações entre fermions fundamentais sem massa sob troca do sinal de suas helicidades. Se esta simetria fosse realizada da maneira usual, no modo de Wigner, deveriam existir na natureza estados fermiônicos de massas iguais, mas de paridade oposta. A não existência de tais dubletos de paridade é naturalmente explicada se a simetria for espontaneamente (ou dinamicamente) quebrada pelas interações. Uma das consequências de uma quebra dinâmica é a existência de uma excitação bosônica de massa zero, com os números quânticos da simetria quebrada. No caso, a simetria por troca de helicidade tem caráter pseudo-escalar sob transformações de Lorentz. O píon é uma partícula pseudo-escalar. O fato de sua massa não ser igual a zero é interpretado como sendo uma indicação de que a simetria não é exata. Em adição, os fermions fundamentais sem massa, comumente chamados quarks de corrente, adquirem uma massa como resultado das interações. Neste sentido, os quarks constituintes são os remanescentes da $D\chi$ SB.

Os sucessos [3] alcançados pelo modelo de quarks constituintes na estrutura hadrônica, tanto na descrição do espectro como nos decaimentos fortes, inspirou o emprego do mesmo modelo para descrever as interações entre os hadrons, em particular as propriedades de curto alcance da interação núcleon-núcleon (NN).

Durante os últimos 50 anos a força nuclear tem sido estudada através do modelo de troca de mesons. Este modelo teve origem com a hipótese de Yukawa [4], segundo a qual, da mesma forma que a força eletromagnética é o resultado da troca de fotons entre cargas elétricas, a força nuclear é gerada pela troca de uma partícula massiva, o *méson*. Uma diferença importante entre a força entre duas cargas elétricas e a força entre dois nucleons é o fato de que a primeira tem um alcance muito maior que a segunda. Esta diferença é explicada por Yukawa como sendo devida à massa da partícula trocada: o fóton não possui massa, o méson é massivo, sendo o alcance da força inversamente proporcional à massa da partícula trocada.

O modelo de troca de mesons tem progredido muito desde a hipótese inicial de Yukawa; muitos mesons foram descobertos e, sob o ponto de vista teórico, existem muitos modelos, de variados graus de sofisticação [5]. Os vários mesons, com massas e propriedades intrínsecas diferentes (tais como paridade e spin), são responsáveis por diferentes aspectos das força nuclear. O méson π (ou píon), sendo o mais leve deles, é o responsável pelas propriedades de longo alcance da força nuclear. Ainda mais, sendo o píon uma partícula pseudo-escalar, ele é o responsável pela existência do momento de quadrupolo do dêuteron. Dependendo do grau de sofisticação do modelo, trocas múltiplas de mesons são implementadas para descrever propriedades de alcance intermediário e curto da interação. Neste contexto, a troca de dois mesons π entre dois nucleons pode, em muitas circunstâncias, ser descrita como sendo equivalente à troca de um único méson, denominado méson σ ,

1 Introdução

com massa aproximada de $m_{\sigma} = 600$ MeV. A parte de mais curta distância da interação é descrita pela troca de mesons vetoriais, o ω e o ρ , cujas massas são da ordem de 750 MeV. Em alguns modelos de troca de mesons, esta parte da interação é simplesmente descrita fenomenologicamente, através de fatores de forma que simulam um *caroço duro*.

Apesar dos modelos de troca de mesons serem formulados através de uma teoria quântica de campos, nunca foi possível obter uma teoria consistente e com poder de predição. Uma das razões para isto é precisamente o fato da interação ser forte e, portanto, não passível de ser tratada perturbativamente. Neste sentido, o advento dos modelos de quarks e da própria QCD, deu novos rumos ao problema. Sob o ponto de vista do modelo de quarks, a repulsão de curta distância é o resultado combinado da troca de quarks e gluons entre os nucleons. Devido à indistinguibilidade dos quarks, quando dois hadrons se sobrepõem, o princípio de Pauli entra em ação e causa a repulsão. Deste modo, a repulsão é "explicada" muito naturalmente. No entanto, tal explicação encontra problemas: a indistinguibilidade dos quarks, aliada à força de confinamento (que obviamente depende da cor dos quarks), produz o aparecimento de forças de polarização, que variam com o inverso de uma potência da distância relativa entre os hadrons [6]. Estas forças são similares às conhecidas forças de van der Waals da Física Molecular. O problema é que não há evidência experimental para elas, pois a força nuclear decresce exponencialmente com a distância relativa entre os hadrons.

Apesar de existirem modelos de quarks que evitam estas forças não físicas, tais como os modelos de sacolas e solitons [7], estes não são muito simples de se empregar para o estudo da interação entre hadrons. No entanto, a QCD prevê outros graus de liberdade, além dos quarks constituintes, que podem ser relevantes para a resolução do problema com as forças de van der Waals. Estes são os tubos de fluxo (*flux tubes*), que são graus de liberdade coletivos dos campos de gluons. Estes tubos de fluxo são conjecturados como sendo os responsáveis pelo confinamento, e têm implicações sobre o princípio de Pauli para hadrons em interação. A implementação analítica, ao invés de numérica, destes graus de liberdade

5

num modelo de quarks, no entanto, parece ser complicada. Uma atitude [8] que pode ser útil nesta direção, e que sob alguns aspectos pode ser considerada intermediária entre as simulações puramente numéricas e o emprego de modelos puramente fenomenológicos, é empregar e modelar o Hamiltoniano da QCD formulado na rede, no regime de acoplamento forte (*strong coupling lattice QCD*, SCQCD) [9].

Mais especificamente, o acoplamento forte é caracterizado da seguinte maneira: o espaçamento entre os pontos da rede, a, funciona como uma escala de momento. Se a é grande o suficiente, a constante de acoplamento, g, torna-se grande. Quando a teoria é formulada numa rede, o Hamiltoniano se separa naturalmente em termos que dependem de g como $1/g^2$, g^0 e g^2 . Portanto, pode-se esperar que seja possível tratar os termos do Hamiltoniano proporcionais a $1/g^2$ em teoria de perturbação, e modelar os outros de alguma maneira. Por outro lado, a SCQCD não é capaz de descrever de maneira eficiente a D χ SB. Isto é devido ao fato de que, na escala de distâncias em que ocorre a quebra de simetria, os tubos de fluxo sofrem flutuações quânticas que são muito complicadas de serem tratadas na rede. Neste sentido, uma atitude plausível parece ser empregar um modelo para esta fase. Aqui, é importante salientar que há uma hipótese nesta linha de raciocínio que ainda não está suficientemente testada: de que o confinamento e a $D\chi SB$ ocorrem em escalas de distâncias distintas [10]. Especificamente, a hipótese é que os quarks constituintes são formados em uma escala de distância menor que o confinamento, o que implica que as forças de confinamento, que se manifestam através de tubos de fluxo, atuam entre os quarks constituintes, e não entre os quarks de corrente.

Nesta tese, vamos construir um modelo de quarks que implementa a fase de acoplamento forte, que evita o problema das forças de van der Waals, e ainda incorpora os elementos fundamentais da simetria quiral. Para a fase de acoplamento forte empregamos o modelo de Greenberg e Hietarinta [11]. Neste modelo, novos graus de liberdade (*links* e *junctions*), que supostamente descrevem as excitações coletivas da fase de acoplamento forte da QCD, são acrescentados ao modelo de quarks constituintes. Para hadrons isolados, estes novos graus de liberdade não mudam em nada as predições usuais do modelo de quarks tradicional, mas, para hadrons em interação, eles evitam as forças de van der Waals. Discutiremos a fundamentação deste modelo na QCD no desenrolar da tese. O modelo também descreve os acoplamentos dos mesons vetoriais ω e ρ ao núcleon como sendo o resultado da quebra de tubos de fluxo. Portanto, o modelo prediz forças de curtas distâncias devido à troca de mesons. Para a fase da D χ SB, empregamos o modelo de Nambu e Jona-Lasinio (NJL) [12]. Este foi um modelo construído na era pré-QCD com o objetivo de demonstrar as idéias da D χ SB nas interações fortes. Os fermions fundamentais do modelo original são os nucleons, e a quebra da simetria é gerada por uma interação local de quatro fermions. Com o advento da QCD, os fermions são reinterpretados como sendo os quarks, e a interação de quatro fermions supostamente descreve os efeitos das interações quark-glúon a uma escala de distância menor que a escala de confinamento. O modelo tem sido empregado com bastante frequência na literatura, e resultados interessantes têm sido obtidos. Bons artigos de revisão sobre o modelo são as Refs. [13] e [14]. stated with with setting when an index of the setting streams of the state of the

Os estados hadrônicos do modelo que está sendo proposto aqui são partículas compostas de quarks constituintes, links e junções. Os pions, gerados dinamicamente pelo modelo de NJL, se acoplam aos quarks constituintes e geram a nuvem piônica. Para tratar as interações entre os hadrons, empregamos a representação Fock-Tani (FT). Esta é uma técnica de mapeamento de partículas compostas em partículas elementares, desenvolvida inicialmente no contexto da Física Atômica por Girardeau [15] e que foi generalizada recentemente por Krein e colaboradores [16]–[18] para a Física Hadrônica. O mapeamento é uma generalização da transformação empregada por S. Tani [19] em 1960 para estudar. o espalhamento de uma partícula por um potencial com um estado ligado. Girardeau batizou o método de *representação Fock-Tani*. Esta técnica é particularmente útil para derivar interações efetivas entre partículas compostas para processos que envolvam efeitos de troca de quarks (quark exchange).

Esquematicamente, o modelo que está sendo proposto trata a estrutura dos hadrons e suas interações de acordo com a seguinte estratégia: os hadrons são estados ligados de quarks constituintes, links e junções; os estados ligados são obtidos não perturbativamente, como no caso do modelo de quarks tradicional. O modelo ainda prediz os acoplamentos de mesons vetoriais ao núcleon, que são responsáveis por parte da repulsão de curto alcance da interação NN. Os quarks constituintes são gerados não perturbativamente com o modelo de NJL. Estes se acoplam aos pions, também gerados não perturbativamente com o mesmo modelo. O pions dão origem à nuvem piônica, que renormaliza as massas e outras propriedades físicas dos hadrons, como momentos magnéticos e constantes de acoplamento. Quando dois hadrons interagem, há trocas de quarks entre eles, que também dão origem à repulsão a curtas distâncias. Ao contrário dos modelos de quarks que tentam explicar a parte de curta distância da força nuclear somente em termos de trocas de quarks e gluons, o presente modelo prediz que a presença de mesons vetoriais é inevitável, e não pode ser ignorada. A representação Fock-Tani trata as diferentes fases hadrônicas de maneira unificada, onde os hadrons são mapeados através de uma transformação unitária em partículas elementares, que interagem entre si através de forças efetivas geradas microscopicamente. As diferentes fases não são justapostas arbitrariamente, mas sim através de uma transformação unitária que leva a um Hamiltoniano efetivo que descreve os diferentes processos.

Neste ponto precisamos salientar que nosso interesse aqui nesta tese é de fundamentação e discussão qualitativa do problema; *não é* nosso objetivo descrever quantitativamente dados experimentais, mas sim mostrar que é possível construir um modelo como o descrito acima, e que um dos elementos fundamentais da estratégia a ser seguida é o uso das idéias da representação Fock-Tani.

A organização da tese é a seguinte: vamos iniciar discutindo o problema das forças de van der Waals no modelo de quarks constituintes. Introduziremos o modelo de Greenberg e Hietarinta logo a seguir. No Capítulo 3 faremos uma breve revisão a respeito da QCD

1 Introdução

e suas simetrias. O limite de acoplamento forte também é discutido neste capítulo. A representação Fock-Tani e a construção do nosso modelo será apresentada no Capítulo 4. Também vamos derivar explicitamente o potencial efetivo NN na representação Fock-Tani. O Capítulo 5 discute o modelo de Nambu-Jona-Lasinio e apresenta a derivação do formalismo de correções piônicas às massas dos barions. No Capítulo 6 discutimos os valores numéricos para a renormalização das massas do núcleon e da $\Delta(1232)$ devido às correções piônicas. Também fazemos um estudo detalhado sobre o comportamento da interação NN a curtas distâncias. Nossas conclusões e perspectivas futuras estão Capítulo 7. A tese conta ainda com dois apêndices, onde calculamos a constante de acoplamento e o raio quadrático médio dos mesons $\pi e \sigma$.

a development should be a set of the set of

201 Et modele de gearles e la forças de Ven dan Want.

lational provision of sub-control of the providence of the served to state

A diamien do readelo de quaria constituineres tem escue berra en Flamiliuminas de forma

ender die der Andere aus einerseiten einer des darfen einstehen die der eine der einer einer einer einer einer einer von underen die der einer underen die nümeren genetieren eineren, die genetieren einer dies gunzten underen einer die einer die nieren die President einer die Transitieren einer die Mit ware einstehen von die termine die transitieren einer terministe Terministe einer die Mit ware einstehen von die termine die transitieren einer terministe einer die die seiner einer genetieren die terministe einer die terministe einer die terministe einer die die einer einer einer die terministe einer die terministe einer die terministe einer die die einer einer einer einer einer die terministe einer einer die terministe einer die terministe einer einer einer einer die terministe einer einer die terministe einer die terministe einer einer einer einer einer einer einer einer die terministe einer die terministe einer einer einer einer einer einer einer einer die terministe einer einer die einer einer einer einer einer einer einer einer die terministe einer einer die einer einer einer einer einer einer einer einer die terministe einer einer

$$(1 - 1) = (1 -$$

10

O modelo de quarks, o princípio de Pauli e as forças de van der Waals

N este capítulo, vamos discutir o problema das forças de van der Waals na interação hádron-hádron no modelo de quarks constituintes. Nosso interesse aqui é encaminhar a discussão para a introdução de um modelo mais sofisticado que o modelo de quarks tradicional, no sentido de incluir outros graus de liberdade fundamentais da QCD, *links* e *junctions*.

2.1 O modelo de quarks e as forças de van der Waals

A dinâmica do modelo de quarks constituintes tem como base um Hamiltoniano da forma

$$H = T(\mu) q^{\dagger}_{\mu} q_{\mu} + T(\nu) \bar{q}^{\dagger}_{\nu} \bar{q}_{\nu} + V_{q\bar{q}}(\mu\nu;\sigma\rho) q^{\dagger}_{\mu} \bar{q}^{\dagger}_{\nu} \bar{q}_{\rho} q_{\sigma} + \frac{1}{2} V_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho) q^{\dagger}_{\mu} q^{\dagger}_{\nu} q_{\rho} q_{\sigma} + \frac{1}{2} V_{\bar{q}\bar{q}}(\mu\nu;\sigma\rho) \bar{q}^{\dagger}_{\mu} \bar{q}^{\dagger}_{\nu} \bar{q}_{\rho} \bar{q}_{\sigma}, \qquad (2.1)$$

onde q^{\dagger} , q, \bar{q}^{\dagger} e \bar{q} são operadores de criação e aniquilação de quarks e antiquarks constituintes. Os índices μ , ν , etc indicam os números quânticos espacial, de spin, sabor e cor dos quarks; índices repetidos indicam soma. T_q e $T_{\bar{q}}$ são as energias cinéticas e V_{qq} , $V_{\bar{q}\bar{q}}$, $V_{q\bar{q}}$ são as interações. Estes termos de interação, em geral, contém uma parte confinante e uma parte de interação hiperfina (troca de um glúon, por exemplo). Os operadores de quark e antiquark satisfazem relações de anticomutação canônicas,

$$\{q_{\mu}, q_{\nu}^{\dagger}\} = \{\bar{q}_{\mu}, \bar{q}_{\nu}^{\dagger}\} = \delta_{\mu\nu}, \qquad \{q_{\mu}, q_{\nu}\} = \{\bar{q}_{\mu}, \bar{q}_{\nu}\} = \{q_{\mu}, \bar{q}_{\nu}\} = \{q_{\mu}, \bar{q}_{\nu}^{\dagger}\} = 0.$$
(2.2)

Neste modelo, um bárion é o estado ligado de três quarks constituintes, e um méson é o estado ligado de um quark e um antiquark. O estado de um bárion pode ser escrito em termos de um operador de criação B^{\dagger}_{α} ,

$$|\alpha\rangle = B^{\dagger}_{\alpha}|0\rangle, \tag{2.3}$$

sendo o operador B^{\dagger}_{α} , por sua vez, dado em termos dos operadores de criação dos quarks constituintes como

$$B^{\dagger}_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{3!}} \Psi^{\mu_1 \mu_2 \mu_3}_{\alpha} q^{\dagger}_{\mu_1} q^{\dagger}_{\mu_2} q^{\dagger}_{\mu_3}.$$
(2.4)

Aqui, $\Psi_{\alpha}^{\mu_1\mu_2\mu_3}$ é a amplitude do bárion no espaço de Fock e $|0\rangle$ é o estado de vácuo, definido como

$$q_{\mu}|0\rangle = \bar{q}_{\nu}|0\rangle = 0. \tag{2.5}$$

O índice α identifica os números quânticos do bárion, $\alpha = \{\text{espacial, spin, isospin}\}$.

A amplitude do espaço de Fock Ψ pode ser escrita de uma maneira geral como

$$\Psi_{\alpha}^{\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}} = \frac{\epsilon^{c_{\mu_{1}}c_{\mu_{2}}c_{\mu_{3}}}}{\sqrt{3!}} \Phi_{\alpha}^{I_{\mu_{1}}I_{\mu_{2}}I_{\mu_{3}}}(\mathbf{p}_{1},\mathbf{p}_{2},\mathbf{p}_{3}) \,\delta(\mathbf{p}_{\alpha}-\mathbf{p}_{1}-\mathbf{p}_{2}-\mathbf{p}_{3}), \tag{2.6}$$

onde $\epsilon^{c_{\mu_1}c_{\mu_2}c_{\mu_3}}$ é o tensor antisimétrico de cor (que garante que o bárion é um singleto de cor) e Φ é a parte que depende do espaço, spin e sabor do quark.

Da mesma forma, o estado de um méson pode ser escrito como

$$|\alpha\rangle = M_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle, \qquad (2.7)$$

sendo o operador de criação do méson M^{\dagger}_{α} dado por

$$M^{\dagger}_{\alpha} = \Phi^{\mu\nu}_{\alpha} q^{\dagger}_{\mu} \bar{q}^{\dagger}_{\nu}, \qquad (2.8)$$

onde $\Phi^{\mu\nu}_{\alpha}$ é a amplitude no espaço de Fock.

Usando as relações de anticomutação dadas na Eq. (2.2), podemos mostrar sem dificuldade que os operadores de barions satisfazem as seguintes relações de anticomutação não canônicas

$$\{B_{\alpha}, B_{\beta}^{\dagger}\} = \delta_{\alpha\beta} - \Delta_{\alpha\beta}, \qquad \{B_{\alpha}, B_{\beta}\} = 0, \qquad (2.9)$$

onde

$$\Delta_{\alpha\beta} = 3\Psi_{\alpha}^{*\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}}\Psi_{\beta}^{\mu_{1}\mu_{2}\nu_{3}}q_{\nu_{3}}^{\dagger}q_{\mu_{3}} - \frac{3}{2}\Psi_{\alpha}^{*\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}}\Psi_{\beta}^{\mu_{1}\nu_{2}\nu_{3}}q_{\nu_{3}}^{\dagger}q_{\nu_{2}}^{\dagger}q_{\mu_{2}}q_{\mu_{3}}.$$
 (2.10)

Na demonstração desta relação, supomos que as amplitudes Ψ estão ortonormalizadas,

$$\langle \alpha | \beta \rangle = \Psi_{\alpha}^{*\mu_1 \mu_2 \mu_3} \Psi_{\beta}^{\mu_1 \mu_2 \mu_3} = \delta_{\alpha\beta} \,. \tag{2.11}$$

Além da relação de anticomutação entre operadores de barions, temos também

$$\{q_{\mu}, B_{\alpha}^{\dagger}\} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Psi_{\alpha}^{\mu\mu2\mu3} q_{\mu2}^{\dagger} q_{\mu3}^{\dagger}, \qquad \{q_{\mu}, B_{\alpha}\} = 0.$$
(2.12)

Da mesma forma, para mesons, temos

$$[M_{\alpha}, M_{\beta}^{\dagger}] = \delta_{\alpha\beta} - \Delta_{\alpha\beta}, \qquad [M_{\alpha}, M_{\beta}] = 0, \qquad (2.13)$$

onde

$$\Delta_{\alpha\beta} = \Phi^{*\mu\nu}_{\alpha} \Phi^{\mu\sigma}_{\beta} \bar{q}^{\dagger}_{\sigma} \bar{q}_{\nu} + \Phi^{*\mu\nu}_{\alpha} \Phi^{\rho\nu}_{\beta} q^{\dagger}_{\rho} q_{\mu}.$$
(2.14)

Também,

$$[q_{\mu}, M_{\alpha}^{\dagger}] = \delta_{\mu\mu'} \Phi_{\alpha}^{\mu'\nu} \bar{q}_{\nu}^{\dagger}, \quad [\bar{q}_{\nu}, M_{\alpha}^{\dagger}] = -\delta_{\nu\nu'} \Phi_{\alpha}^{\mu\nu'} q_{\mu}^{\dagger} \quad e \quad [q_{\mu}, M_{\alpha}] = [\bar{q}_{\nu}, M_{\alpha}] = 0.$$
(2.15)

Uma equação de Schrödinger em primeira quantização para o estado de um bárion pode ser obtida aplicando o Hamiltoniano H, Eq. (2.1), sobre o estado $|\alpha\rangle$ e efetuando as contrações dos operadores de criação e aniquilação de quarks

$$H_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho)\Psi_{\alpha}^{\sigma\rho\lambda} = \mathcal{E}_{[\alpha]}\Psi_{[\alpha]}^{\mu\nu\lambda}, \qquad (2.16)$$

onde \mathcal{E}_{α} é a energia total do bárion (energia do centro de massa mais energia interna) e

$$H_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho) = 3\left[\delta_{[\mu]\sigma}\delta_{\nu\rho} T_{qq}([\mu]) + V_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho)\right].$$
(2.17)

Aqui, adotamos a notação, como na Tese de Doutorado de Dimiter Hadjimichef [20], de que índices repetidos dentro de colchetes não representam somas. Para o estado de um méson, temos

$$H_{q\bar{q}}(\mu\nu;\mu'\nu')\Phi^{\mu'\nu'}_{\alpha} = \epsilon_{[\alpha]}\Phi^{\mu\nu}_{[\alpha]}, \qquad (2.18)$$

onde $\epsilon_{[\alpha]}$ é a energia total do méson e $H_{q\bar{q}}(\mu\nu;\mu'\nu')$ é dada por

$$H_{q\bar{q}}(\mu\nu;\mu'\nu') = \delta_{\mu[\mu']}\delta_{\nu[\nu']}\left[T([\mu']) + T([\nu'])\right] + V_{q\bar{q}}(\mu\nu;\mu'\nu').$$
(2.19)

A notação abreviada para $V_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho)$ na Eq. (2.1) indica,

$$V_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho) \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) \\ \times (\mathcal{F}^a)_{c_1c_3} (\mathcal{F}^a)_{c_2c_4} (\mathcal{M}^{ij})_{m_1m_3;m_2m_4} v^{ij}(\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2;\mathbf{k}_3,\mathbf{k}_4).$$
(2.20)

onde $\mathcal{F} \in \mathcal{M}$ são matrizes de cor e spin-sabor, respectivamente, e v é uma função que depende das variáveis de momento. Os índices c_i são reservados para números quânticos de cor e $m_i = \{s_i, f_i\}$ são reservados para números quânticos de spin e sabor. Para a discussão que segue, a interação de interesse é a dependente de cor

$$(\mathcal{F}^{a})_{cc'} = \frac{1}{2} (\lambda^{a})_{cc'}$$
(2.21)

onde λ^a , $a = 1, \dots, 8$ são as matrizes SU(3) de Gell-Mann.

Vamos agora discutir um problema importante com relação à indistinguibilidade dos quarks e o potencial confinante. A presença do operador $\Delta_{\alpha\beta}$ nas Eq. (2.9) e (2.13) se deve à natureza composta dos hadrons e surge devido à indistinguibilidade dos quarks. Estes termos dão origem a termos de troca – quark exchange – entre hadrons distintos. A indistinguibilidade dos quarks, aliada a um potencial que os confina (isto é, um potencial que aumenta com a distância) cuja dependência é da forma $\lambda \cdot \lambda$, dá origem a forças do tipo van der Waals [6] entre dois hadrons, similarmente à força gerada entre dois átomos eletricamente neutros (para uma extensa lista de referências a respeito do assunto, ver a Ref. [6]).

Forças de van der Waals são forças que decrescem com a distância de acordo com uma lei de potência. O problema com o aparecimento desta força inversamente proporcional a uma potência da distância entre os hadrons, é que uma força tal não é observada experimentalmente. Apesar dos hadrons serem singletos de cor, a interação entre eles, através de um potencial do tipo $\lambda \cdot \lambda$, pode excitar estados que não são singletos, mas com cor total diferente de zero (estados com autovalores do operador de Casimir de SU(3) diferentes de zero); octetos para barions, por exemplo. Para a interação $\lambda \cdot \lambda$, o valor esperado da energia no estado octeto, por exemplo, é negativo, de sinal contrário à energia no estado singleto. Do princípio variacional segue-se, então, que a energia do estado de dois barions pode ser diminuída pela mistura de uma pequena quantidade de octetos. Esta polarização mútua dos dois hadrons dá origem a uma atração que decresce como uma potência com a distância.

Uma maneira simples de se obter esta lei de potência é usar teoria de perturbação de segunda ordem. A energia dos dois barions, separados de uma distância d é dada por

$$E_2(d) \simeq \sum_{n \neq 0} \frac{|\langle 0|V|n \rangle|_d^2}{E_0 - E_n},$$
 (2.22)

onde $|n\rangle$ é um estado colorido e d é muito maior que o tamanho dos hadrons individuais. Expandindo o potencial em potências de r/d, o termo de ordem zero é zero devido à ortogonalidade dos estados $|0\rangle$ e $|n\rangle$, o termo de primeira ordem também é zero, pelo fato da derivada de primeira ordem do potencial se anular em torno do ponto de equilíbrio, e o termo de segunda ordem leva a

$$E_2(d) \simeq \frac{\left[\nabla^2 V(d) \langle r^2 \rangle\right]^2}{V(d)}.$$
(2.23)

O termo V(d) no denominador vem da diferença de energias no denominador da Eq. (2.22), já que a energia potencial domina esta diferença para d's grandes. Para potenciais confinantes que crescem como uma potência, $V(r) \sim r^{\alpha}$, $\alpha > 0$, temos

$$E_2(d) \simeq \frac{\langle r^2 \rangle^2 V(d)}{d^4} \sim \frac{1}{d^{4-\alpha}}.$$
(2.24)

Gostaríamos de salientar que a validade deste resultado não está restrita ao emprego

da teoria de perturbações. O emprego do método variacional mostra que as peculiaridades do caráter confinante do potencial não invalidam o resultado [6].

Para um potencial do tipo oscilador harmônico, a dependência da força de van der Waals com a distância é

$$E_2(d)\Big|_{OH} \longrightarrow \frac{1}{d^2},$$
 (2.25)

e, para um potencial linear,

$$E_2(d)\Big|_{LIN} \longrightarrow \frac{1}{d^3}.$$
 (2.26)

Como já dissemos, forças nucleares com estas dependências não são observadas experimentalmente.

Outros modelos de quarks, como o modelo de sacolas e modelos de cordas, não apresentam forças de van der Waals [7]. Por outro lado, o emprego destes modelos para o estudo da interação entre barions não é muito simples; no modelo de sacolas, por exemplo, a situação torna-se complicada devido à superfície da sacola. Como os modelos de quarks com potenciais têm sido os mais bem sucedidos na descrição do espectro hadrônico (hadrons isolados), é importante construir modelos que retenham os sucessos para o espectro, mas que não introduzam artefatos não físicos, como as forças de van der Waals. Na próxima seção vamos discutir um modelo, introduzido por Greenberg e Hietarinta [11], que evita o problema destas forças não físicas.

2.2 O modelo de Greenberg e Hietarinta

O modelo proposto por Greenberg e Hietarinta [11] introduz novos graus de liberdade no modelo de quarks constituintes, que são interpretados como sendo graus de liberdade coletivos dos campos de gluons. Como será visto na próxima seção, estes novos graus de liberdade são previstos pela QCD no seu limite de acoplamento forte. É importante lembrar que Greenberg e Hietarinta introduziram este novos graus de liberdade de maneira ad hoc, sem invocar a QCD. A conexão do modelo à QCD foi mostrada por Robson [21] muitos anos mais tarde.

A idéia de Greenberg e Hietarinta para evitar forças de van der Waals na interação entre hadrons é introduzir um mecanismo que torne os quarks (e antiquarks) pertencentes a hadrons diferentes *distinguíveis*, sem violar o princípio de exclusão de Pauli. Isto é conseguido através da introdução de *links*, que são similares a cordas. Mas os links de Greenberg e Hietarinta não carregam graus de liberdade dinâmicos, e dependem somente dos pontos inicial e final; são, na verdade, similares a barras rígidas.

Nesta seção vamos explicar o modelo seguindo a lógica de apresentação do trabalho original [11]. Começamos, portanto, com um modelo Abeliano não relativístico para mesons, que são estados com um quark e um antiquark, $q\bar{q}$. Operadores de quark e antiquark satisfazem regras de anticomutação usuais, como na Eq. (2.2). Os operadores de criação e aniquilação de links, denotados respectivamente por L^{\dagger} e L, satisfazem as seguintes regras de comutação:

$$[L(x, y), L^{\dagger}(x', y')] = \delta_K(x - x') \,\delta_K(y - y'),$$

$$[L(x, y), L(x', y')] = [L^{\dagger}(x, y), L^{\dagger}(x', y')] = 0,$$
 (2.27)

onde $\delta_K(x - x')$ é uma delta de Kronecker dos índices contínuos (não discretos) x e x', as posições das extremidades do link,

$$\delta_K(x - x') = \begin{cases} 0, & x \neq x' \\ 1, & x = x'. \end{cases}$$
(2.28)

O vácuo do modelo é o mesmo, tanto para os operadores de quark e antiquark, Eq. (2.5), como também para os operadores de link

$$L|0\rangle = 0. \tag{2.29}$$

O estado de um méson é criado em analogia à Eq. (2.8), mas incluindo o novo grau de liberdade (o link)

$$M^{\dagger} \sim q^{\dagger}(x) L^{\dagger}(x, y) \bar{q}^{\dagger}(y), \qquad (2.30)$$

onde as coordenadas do quark e do antiquark coincidem com as extremidades do link. Devemos notar que o operador de link sempre vem acompanhado de um quark e um antiquark, ele não cria estados somente de links. Na próxima seção veremos que na QCD esta característica não persiste, somente em um limite extremo, que discutiremos mais adiante.

É conveniente introduzir o equivalente ao operador número para os links. Motivados pelo ansatz

$$N(x,x') \sim \int d^3y \, L^{\dagger}(x,y) L(x',y) \quad \text{e} \quad \overline{N}(y,y') \sim \int d^3x \, L^{\dagger}(x,y) L(x,y'), \tag{2.31}$$

vamos definir os comutadores

$$[N(x, x'), L^{\dagger}(x_1, y_1)] = \delta_K(x' - x_1)L^{\dagger}(x, y_1), \qquad (2.32)$$

$$[\overline{N}(y,y'), L^{\dagger}(x_1,y_1)] = \delta_K(y'-y_1)L^{\dagger}(x_1,y), \qquad (2.33)$$

$$[N(x, x'), N(x_1, x'_1)] = \delta_K(x' - x_1)N(x, x'_1) - \delta_K(x - x'_1)N(x_1, x'), \quad (2.34)$$

$$[\overline{N}(y,y'),\overline{N}(y_1,y_1')] = \delta_K(y'-y_1)\overline{N}(y,y_1') - \delta_K(y-y_1')\overline{N}(y_1,y'), \qquad (2.35)$$

$$[N(x, x'), \overline{N}(y, y')] = 0.$$
(2.36)

Os operadores de link são independentes dos operadores de quarks e antiquarks, portanto eles comutam entre si.

Para construir o operador Hamiltoniano, assim como outros, precisa-se de um operador de momento. Este é definido como

$$P^{i} = i \int d^{3}x [{}^{1}\nabla^{i}_{x}q^{\dagger}(x)N(x,x)]q(x) + i \int d^{3}y [{}^{1}\nabla^{i}_{y}\overline{q}^{\dagger}(y)\overline{N}(y,y)]\overline{q}(y).$$
(2.37)

onde ${}^{1}\nabla^{i}$ atua somente na primeira coordenada do link. Este operador gera translações dos quarks e das extremidades dos links. Não é difícil mostrar, fazendo uso das relações de comutação das Eqs. (2.32) a (2.36), que os links permanecem conectados aos operadores de quark e antiquark sob translações de um estado mesônico. Com a introdução dos links, a invariância de gauge local do modelo, em particular do estado de um méson, fica garantida. Notamos que os estados hadrônicos do modelo de quarks tradicional não são invariantes sob transformações de gauge locais. A imposição desta propriedade tem consequências importantes para a física dos hadrons, como discutiremos mais adiante. A transformação de gauge local (neste caso U(1), o caso realista de SU(3) será considerado mais adiante) dos operadores de quarks é definida através da matriz U(x), que é uma representação unitária do grupo U(1), como

 $q^{\dagger}(x) \longrightarrow q^{\dagger}(x)U^{\dagger}(x), \qquad \bar{q}^{\dagger}(y) \longrightarrow U(y)\bar{q}^{\dagger}(y), \qquad (2.38)$

e a dos links como

$$L^{\dagger}(x,y) \longrightarrow U(x)L^{\dagger}(x,y)U^{\dagger}(y).$$
 (2.39)

Com isto, obtemos

$$N(x,x') \longrightarrow U(x)N(x,x')U^{\dagger}(x'), \qquad \overline{N}(y,y') \longrightarrow U^{\dagger}(y)\overline{N}(y,y')U(y).$$
 (2.40)

A generalização do Hamiltoniano do modelo usual envolve necessariamente a presença dos links. O Hamiltoniano generalizado (para descrever mesons) de Greenberg e Hietarinta é

$$H = -\frac{1}{2m} \int d^3x \, [{}^1\nabla_x^2 q^{\dagger}(x) N(x,x)] q(x) - \frac{1}{2m} \int d^3y \, [{}^1\nabla_y^2 \bar{q}^{\dagger}(y) \overline{N}(y,y)] \overline{q}(y) + \int d^3x d^3y \, q^{\dagger}(x) L^{\dagger}(x,y) \bar{q}^{\dagger}(y) \, V(x-y) \, \bar{q}(y) L(x,y) q(x).$$
(2.41)

O estado de um méson, de acordo com a Eq. (2.30) é construído como

$$|M(p)\rangle = \int \frac{d^3x d^3y}{(2\pi)^{3/2}} e^{ip \cdot (x+y)/2} \Phi(x-y) q^{\dagger}(x) L^{\dagger}(x,y) \bar{q}^{\dagger}(y) |0\rangle$$
(2.42)

onde $\Phi(x - y)$ é a amplitude do méson no espaço de Fock. O produto interno de estados de um méson é igual ao do modelo de quarks tradicional

$$\langle M(p')|M(p)\rangle = \delta^{(3)}(p-p').$$
 (2.43)

Agora, o efeito dos operadores de link afeta o Princípio de Pauli entre partículas compostas. Uma das consequências é que

$$\langle M_1(p_1)M_2(p_2)|M_1'(p_1')M_2'(p_2')\rangle = \delta(p_1 - p_1')\delta(p_2 - p_2') + \delta(p_1 - p_2')\delta(p_2 - p_1').$$
(2.44)

Para demonstrar estas relações, fez-se uso das seguintes propriedades

$$\langle 0|L(x_2, y_2)L(x_1, y_1)L^{\dagger}(x_1, y_1)L^{\dagger}(x_2, y_2)|0\rangle = 1,$$
 (2.45)

$$\langle 0|L(x_2, y_1)L(x_1, y_2)L^{\dagger}(x_1, y_1)L^{\dagger}(x_2, y_2)|0\rangle = 0.$$
(2.46)

Temos, então, que tudo se passa como

$$[M(p), M^{\dagger}(p')] = \delta^{(3)}(p - p').$$
(2.47)

Ou seja, os mésons se comportam como partículas elementares!

A consequência disto é que não há termos de troca de quarks (quark exchange) entre mesons distintos. Quando dois mesons se superpõem , os quarks de cada méson "sabem" a qual méson pertencem, e não há possibilidade de gerar forças de van der Waals. Vamos mostrar isto explicitamente.

A equação de Schrödinger para a amplitude Φ é obtida a partir de

$$\langle 0|\bar{q}(y)L(x,y)q(x)(H-E_1)|M(p)\rangle = 0.$$
(2.48)

Efetuando as contrações dos operadores de quarks e links, obtemos

$$\left[\frac{p^2}{4m} - \frac{\nabla_r^2}{m} + V(r) - E_1\right] \Phi(r) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{ip \cdot R} = 0, \qquad (2.49)$$

onde $R = \frac{1}{2}(x+y)$ é a coordenada do centro de massa e r = x - y é a coordenada relativa. Temos então

$$\left[-\frac{\nabla_r^2}{m} + V(r)\right]\Phi(r) \equiv \varepsilon_1 \Phi(r)$$
(2.50)

$$E_1 = \frac{p^2}{4m} + \varepsilon_1. \tag{2.51}$$

e

Estas são simplesmente as equações usuais para a amplitude de um méson. Ou seja, os links não afetam um méson isolado.

Agora, a equação para o estado de dois mesons segue-se da expressão

$$\langle 0|\overline{q}(y_1)L(x_1,y_1)q(x_1)\overline{q}(y_2)L(x_2,y_2)q(x_2)(H-E_2)|M_1(p_1)M_2(p_2)\rangle = 0, \qquad (2.52)$$

que leva a

$$\left[\frac{p_1^2 + p_2^2}{4m} - \frac{\nabla_{r_1}^2 + \nabla_{r_2}^2}{m} + V(r_1) + V(r_2) - E_2\right] \Phi_{p_1 p_2}(r_1, r_2; R_1, R_2) = 0, \qquad (2.53)$$

onde

$$\Phi_{p_1p_2}(r_1, r_2; R_1, R_2) = \frac{1}{(2\pi)^3} \Big\{ \Phi_1(r_1) \Phi_2(r_2) e^{i(p_1 \cdot R_1 + p_2 \cdot R_2)} + (r_1 \leftrightarrow r_2, R_1 \leftrightarrow R_2) \Big\}.$$
(2.54)

Usando o resultado das Eqs. (2.49) e (2.51), a energia total do estado de dois mesons é dada por

$$E_2 = \frac{p_1^2 + p_2^2}{4m} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$
 (2.55)

Está claro que a interação de van der Waals não aparece. A força que confina os quarks no interior de um méson não gera forças entre mesons!

A generalização para o caso do grupo não Abeliano SU(3) não é muito difícil. É importante discutirmos este caso aqui porque a simetria SU(3) exige um novo grau de liberdade para os barions, uma junção (*junction*).

Para o caso de SU(3), os operadores de criação e aniquilação de links carregam dois índices de cor, $L_{\beta}^{\dagger \alpha}$ e L_{β}^{α} . Denotando $U_{\alpha}^{\beta}(x)$ a matriz unitária 3×3 de SU(3) que implementa as transformações de gauge locais SU(3), temos que os operadores de criação de quarks se transformam como

$$q^{\dagger \alpha}(x) \longrightarrow q^{\dagger \beta}(x) U^{\dagger \alpha}_{\ \beta}(x), \qquad \overline{q}^{\dagger \alpha}(y) \longrightarrow U^{\beta}_{\alpha}(y) \overline{q}^{\dagger}_{\beta}(y) = \overline{q}^{\dagger}_{\beta}(y) U^{T\beta}_{\alpha}(y), \qquad (2.56)$$

e os de criação de links e operadores número como

$$L^{\dagger\delta}_{\alpha}(x,y) \longrightarrow U^{\beta}_{\alpha}(x) L^{\dagger\gamma}_{\beta}(x,y) U^{\dagger\delta}_{\gamma}(y), \qquad (2.57)$$

$$N^{\delta}_{\alpha}(x,x') \longrightarrow U^{\beta}_{\alpha}(x)N^{\gamma}_{\beta}(x,x')U^{\dagger\delta}_{\gamma}(x'), \qquad (2.58)$$

$$\overline{N}^{\alpha}_{\delta}(y,y') \longrightarrow U^{T^{\dagger}}{}^{\alpha}_{\beta}(y)\overline{N}^{\beta}_{\gamma}(y,y')U^{T^{\gamma}}_{\delta}(y').$$
(2.59)

As relações de comutação dos operadores de links são

$$[L^{\alpha}_{\beta}(x,y), L^{\dagger}{}^{\beta'}_{\alpha'}(x',y')] = \frac{1}{9} \delta^{\alpha}_{\alpha'} \delta^{\beta'}_{\beta} \delta_K(x-x') \delta_K(y-y'), \qquad (2.60)$$

$$[L^{\alpha}_{\beta}(x,y), L^{\alpha'}_{\beta'}(x',y')] = [L^{\dagger^{\beta}}_{\ \alpha}(x,y), L^{\dagger^{\beta'}}_{\ \alpha'}(x',y')] = 0,$$
(2.61)

e as relações equivalentes às Eqs. (2.32)–(2.36) são

$$[N^{\beta}_{\alpha}(x,x'), L^{\dagger^{\beta_{1}}}_{\alpha_{1}}(x_{1},y_{1})] = \frac{1}{9} \delta^{\beta}_{\alpha_{1}} \delta_{K}(x'-x_{1}) L^{\dagger^{\beta_{1}}}_{\alpha}(x,y_{1}), \qquad (2.62)$$

$$[\overline{N}^{\beta}_{\alpha}(y,y'), L^{\dagger^{\beta_{1}}}_{\alpha_{1}}(x_{1},y_{1})] = \frac{1}{9} \delta^{\beta_{1}}_{\alpha} \delta_{K}(y'-y_{1}) L^{\dagger^{\beta}}_{\alpha_{1}}(x_{1},y), \qquad (2.63)$$

$$[N_{\alpha}^{\beta}(x,x'), N_{\alpha_{1}}^{\beta_{1}}(x_{1},x_{1}')] = \frac{1}{9} \delta_{\alpha_{1}}^{\beta} \delta_{K}(x'-x_{1}) N_{\alpha}^{\beta_{1}}(x,x_{1}')$$

$$1 s^{\beta} s = (x-x_{1}) s^{\beta} (x-x_{1}')$$

$$-\frac{1}{9}\delta_{\alpha}^{\beta_{1}}\delta_{K}(x-x_{1}')N_{\alpha_{1}}^{\beta}(x_{1},x'), \qquad (2.64)$$

$$[\overline{N}_{\alpha}^{\beta}(y,y'),\overline{N}_{\alpha_{1}}^{\beta_{1}}(y_{1},y_{1}')] = \frac{1}{9}\delta_{\alpha}^{\beta_{1}}\delta_{K}(y'-y_{1})\overline{N}_{\alpha_{1}}^{\beta}(y,y_{1}') -\frac{1}{9}\delta_{\alpha_{1}}^{\beta}\delta_{K}(y-y_{1}')\overline{N}_{\alpha}^{\beta_{1}}(y_{1},y'), \qquad (2.65)$$

$$[N^{\beta}_{\alpha}(x_1, x'), \overline{N}^{\beta'}_{\alpha'}(y, y')] = 0.$$
(2.66)

O operador de momento é definido como

$$P^{i} = i \int d^{3}x \left[{}^{1}\nabla^{i}_{x}q^{\dagger\alpha}(x)N^{\beta}_{\alpha}(x,x)\right]q_{\beta}(x) + i \int d^{3}y \left[{}^{1}\nabla^{i}_{y}\overline{q}^{\dagger}_{\beta}(x)\overline{N}^{\beta}_{\alpha}(y,y)\right]\overline{q}^{\alpha}(y),$$
(2.67)

e o Hamiltoniano para mesons é

$$H = -\frac{1}{2m} \int d^3x \, [{}^1\nabla^2_x q^{\dagger\alpha}(x) N^{\beta}_{\alpha}(x,x)] q_{\beta}(x) - \frac{1}{2m} \int d^3y \, [{}^1\nabla^2_y \bar{q}^{\dagger}_{\alpha}(y) \overline{N}^{\alpha}_{\beta}(y,y)] \bar{q}^{\beta}(y) + \int d^3x \, d^3y \, q^{\dagger\alpha}(x) L^{\dagger\beta}_{\alpha}(x,y) \bar{q}^{\dagger}_{\beta}(y) \, V(x-y) \, \bar{q}^{\gamma}(y) L^{\delta}_{\gamma}(x,y) q_{\delta}(x).$$
(2.68)

O estado singleto de cor de um méson é dado por

$$|M(p)\rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3x d^3y \ e^{ip \cdot \frac{1}{2}(x+y)} \Phi(x-y) \ q^{\dagger \alpha}(x) L^{\dagger \beta}_{\ \alpha}(x,y) \overline{q}^{\dagger}_{\beta}(y) |0\rangle.$$
(2.69)

Produtos internos de estados mesônicos são obtidos da mesma forma que anteriormente, ou seja, os mésons se comportam como partículas elementares com relação às suas relações de comutação. As equações de Schrödinger para estados de um e dois mésons são como no caso de U(1): não existem forças de van der Waals.

A construção de estados bariônicos singletos de cor é mais complicada. Para construir barions nos quais três quarks são conectados entre si por links, consideremos

$$\epsilon_{\beta_1\beta_2\beta_3}q^{\dagger^{\alpha_1}}(x_1)L^{\dagger^{\beta_1}}_{\alpha_1}(x_1,w)q^{\dagger^{\alpha_2}}(x_2)L^{\dagger^{\beta_2}}_{\alpha_2}(x_2,w)q^{\dagger^{\alpha_3}}(x_3)L^{\dagger^{\beta_3}}_{\alpha_3}(x_3,w)|0\rangle.$$
(2.70)

Este é um estado singleto de cor, com os quarks conectados por uma configuração de links em forma de Y. O problema com um estado assim escrito é que ele tem norma zero quando integrado com uma amplitude de três quarks no espaço de Fock. Isto é devido ao fato dos comutadores de links não serem deltas de Dirac, mas de Kronecker. Um novo mecanismo, então, deve ser introduzido. Greenberg e Hietarinta definem o operador *junção*, que satisfaz a seguinte regra de comutação bosônica

$$[\epsilon^{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}(x), \epsilon^{\dagger}_{\beta_1 \beta_2 \beta_3}(y)] = \frac{1}{6} \sum_P (-)^P \delta^{\alpha_1}_{\beta_{P_1}} \delta^{\alpha_2}_{\beta_{P_2}} \delta^{\alpha_3}_{\beta_{P_3}} \delta^{(3)}(x-y), \qquad (2.71)$$

onde $\{P_i\}$ é uma permutação de $\{1, 2, 3\}$ e $\epsilon |0\rangle = 0$. ϵ é um escalar por transformações de gauge. Com isto, o operador de criação de um bárion pode ser escrito como

$$|B\rangle = B^{\dagger}(p)|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3!}} \int d^{3}x_{1} d^{3}x_{2} d^{3}x_{3} d^{3}w \Psi_{p}(x_{1}, x_{2}, x_{3}; w) q^{\dagger \alpha_{1}}(x_{1}) L^{\dagger \beta_{1}}_{\alpha_{1}}(x_{1}, w)$$

$$\times q^{\dagger \alpha_{2}}(x_{2}) L^{\dagger \beta_{2}}_{\alpha_{2}}(x_{2}, w) q^{\dagger \alpha_{3}}(x_{3}) L^{\dagger \beta_{3}}_{\alpha_{3}}(x_{3}, w) \epsilon^{\dagger}_{\beta_{1}\beta_{2}\beta_{3}}(w)|0\rangle.$$
(2.72)

Não é difícil mostrar, usando as regras de anticomutação dos operadores de quarks e as de comutação dos operadores de links e junções que tudo se passa como

$$\{B(p), B^{\dagger}(p')\} = \delta^{(3)}(p-p'), \qquad (2.73)$$

ou seja, os operadores de barions têm regras de anticomutação de partículas elementares e, portanto, não há *quark exchange* entre barions. O operador de energia cinética para barions é escrito em analogia com o de mesons, mas um termo extra, que corresponde ao movimento da junção, é necessário

$$H_{K} = -\frac{1}{2m} \int d^{3}x \left[{}^{1}\nabla^{2}q^{\dagger\alpha}(x) N_{\alpha}^{\beta}(x,x) \right] q_{\beta}(x) - \frac{1}{6} \frac{1}{2\mu} \int d^{3}x \left[{}^{1}\nabla^{2}\epsilon^{\dagger}_{\beta_{1}\beta_{2}\beta_{3}}(x) \overline{N}_{\alpha_{3}}^{\beta_{3}}(x,x) \right] \epsilon^{\alpha_{3}\beta_{1}\beta_{2}}(x).$$
(2.74)

O potencial de confinamento é dado como

$$H_C = \int d^3x \, d^3w \, q^{\dagger \alpha}(x) L^{\dagger \beta}_{\ \alpha}(x,w) \epsilon^{\dagger}_{\beta\gamma\delta}(w) V^C(x-w) \epsilon^{\beta'\gamma\delta}(w) L^{\alpha'}_{\beta'}(w,x) q_{\alpha'}(x). \tag{2.75}$$

Especificado o Hamiltoniano, podemos obter a equação de Schrödinger para a amplitude de um bárion

$$\left[-\frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{3}\nabla_{x_{i}}^{2}-\frac{1}{2\mu}\nabla_{w}^{2}+\sum_{i=1}^{3}V(x_{i}-w)-\epsilon\right]\Psi_{p}(x_{1},x_{2},x_{3};w)=0.$$
(2.76)

Da mesma forma que para o caso de mesons, como não há *quark exchange*, os autovalores para um sistema de muitos barions são simplesmente a soma dos autovalores de cada bárion e, portanto, não há forças de van der Waals entre barions.

Para finalizar esta seção, devemos notar que a junção contribui para a energia de um barion. À época de Greenberg e Hietarinta, não havia uma interpretação física muito clara para tal contribuição. Como dissemos há pouco, a configuração dos links nos barions é da forma Y (ou *Mercedes-Benz*). Estudos recentes [22] da QCD na rede dão suporte a uma tal configuração. Estados bariônicos com tais contribuições, chamados de *híbridos*, têm também contrapartida na QCD no limite de acoplamento forte. Os estados híbridos têm recebido grande atenção ultimamente; para uma lista de referências, ver Ref. [23]. Sob o ponto de vista experimental, há uma série de experiências planejadas no Jefferson Lab, no Hall B, para a procura de estados com excitações gluônicas.

A QCD no limite de acoplamento forte e a interação hádron-hádron

Κ

N este capítulo vamos fazer uma breve revisão da QCD e discutir o limite de acoplamento forte da teoria. A primeira seção será dedicada à discussão da Lagrangiana da QCD; a idéia aqui não é fazer uma discussão muito elaborada, mas simplesmente introduzir as equações básicas e discutir as simetrias [13]. Depois disto, consideramos a formulação Hamiltoniana da QCD na rede [9]. Vamos então tomar o limite de acoplamento forte deste Hamiltoniano, e mostrar sua relação ao modelo de Greenberg e Hietarinta, seguindo as Refs. [24] e [25]. Ao final, vamos mostrar como o acoplamento de mesons vetoriais pode ser obtido neste modelo.

3.1 A Lagrangiana da QCD e suas simetrias

Os graus de liberdade fundamentais da QCD são quarks e gluons. As interações são mediadas por uma teoria de gauge não Abeliana baseada em um grupo local SU(3). Os quarks são descritos pelos campos $q^c(x)$, c = 1, 2, 3 e um octeto de gluons vetoriais de gauge descritos pelos campos A^a_{μ} , $a = 1, \dots, 8$. A densidade Lagrangiana da QCD é dada por

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} \mathcal{F}^a_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu}_a + \bar{q} (i \not\!\!D - M) q, \qquad (3.1)$$

onde o tensor de campo $\mathcal{F}^{a}_{\mu\nu}$ é

$$\mathcal{F}^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f_{abc} A^b_\mu A^c_\nu, \qquad (3.2)$$

e a derivada covariante é

$$(D_{\mu})_{cc'} = \delta_{cc'} - ig \frac{1}{2} (\lambda^a)_{cc'} A^a_{\mu}.$$
(3.3)

Usaremos a notação em que índices gregos $\mu, \nu = 0, \dots, 3$ se referem aos rótulos do vetor de Lorentz; os índices $a, b, c = 1, \dots, 8$ têm a dimensão da representação adjunta de SU(3) e c, c' = 1, 2, 3 são rótulos de cor da representação fundamental de SU(3). A constante de acoplamento forte é dada por g, e f_{abc} são as constantes de estrutura de SU(3). Algumas vezes, os índices de sabor (denotados por $f \in f'$) não serão usados explicitamente, para simplificar a notação.

Na Eq. (3.1), M é matriz de massa no espaço de sabor e é independente de cor. A contribuição da massa do férmion para \mathcal{L}_{QCD} pode ser escrita como

$$\mathcal{L}_{massa} = -\sum_{c=1}^{3} \sum_{f=1}^{6} m_f \bar{q}^{fc} q^{fc}.$$
(3.4)

Como a QCD implica em confinamento de quarks, os m_f 's não são observáveis, mas podem ser determinados em termos de massas hadrônicas. Estas são as chamadas massas de quarks de correntes (*current quark masses*), em oposição à noção de massas de quarks constituintes usadas em modelos fenomenológicos. Uma característica importante das massas dos quarks para a Física Hadrônica a baixas energias é que as massas dos quarks u e d são muito menores – de duas a três ordens de grandeza – que as massas dos quarks de outros sabores.

A Física Hadrônica de energias intermediárias, no setor em que processos com estranheza não se manifestam (na faixa de energia de MeV a GeV), pode ser bem descrita pela dinâmica dos quarks leves $u \in d$. Assim, \mathcal{L}_{QCD} pode ser escrita como

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{auiral} - (m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d) + \mathcal{L}_{scbt}, \qquad (3.5)$$

onde \mathcal{L}_{scbt} indica a densidade Lagrangiana associada aos sabores mais pesados s, c, b, t e a parte quiral é dada por

$$\mathcal{L}_{quiral} = -\frac{1}{4} \mathcal{F}^{\mu\nu}_{a} \mathcal{F}^{a}_{\mu\nu} + \bar{q}i \not Dq, \quad q = \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}.$$
(3.6)

A razão para o nome "quiral" será explicada a seguir. A forma bilinear na Eq. (3.6) é invariante pela transformação $Uq \rightarrow q$, onde U pode ser, por exemplo, a matriz unitária 2×2 no espaço de sabor, a matriz γ_5 de Dirac no espaço espinorial, ou alguma combinação de matrizes de sabor e espinor. Nestes dois últimos casos, a invariância se refere ao limite em que as massas dos quarks u e d podem ser consideradas, para efeitos práticos, iguais a zero. As transformações unitárias puras $U_V(1)$ e $SU_V(2)$ são as bem conhecidas simetrias que correspondem às conservações do número bariônico e isospin, respectivamente.

As transformações $SU_A(2) \in U_A(1)$, que incluem γ_5 são as chamadas simetrias quiral ou axial. Estas transformações alteram a paridade associada a um estado. Uma manifestação direta de $SU_A(2)$ na natureza exige que cada multipleto de isospin tenha um multipleto "espelho" com paridade oposta. Como estes multipletos não são observados na natureza, conclui-se que $SU_A(2)$ não pode ser diretamente realizada pela QCD. Da mesma forma, como não se observam pares de paridade oposta a todos os hadrons, também se conclui que $U_A(1)$ não é realizada diretamente pela QCD. Acredita-se que a simetria $SU_A(2)$ se manifesta no modo de Goldstone pela quebra espontânea (ou dinâmica) da simetria quiral e os bosons pseudo-escalares sem massa, com isospin I = 1, são associados aos pions. Esta crença é baseada na observação experimental da pequena massa do píon, que comparada com a massa do núcleon dá a razão $m_{\pi}/m_N = 0.15$. Por outro lado, se $U_A(1)$ fosse realizada da mesma forma pela QCD, seria preciso um méson pseudo-escalar com isospin I = 0 e massa aproximadamente igual à massa do píon. Como não existem candidatos com estas características, a questão era onde estava o boson de Goldstone associado a esta simetria? Este problema foi resolvido por 't Hooft, que mostrou que, devido a efeitos de instantons, a simetria $U_A(1)$ não resulta em um bóson de Goldstone. Não vamos nos
deter neste problema aqui porque iríamos nos desviar muito da discussão de interesse; vamos sim fixar a atenção na quebra espontânea da simetria $SU_A(2)$. A simetria de cor SU(3) é exata e não interfere nas nossas próximas considerações.

A generalização da simetria de sabor SU(3) é imediata: o espinor q na Eq. (3.6) é aumentado no espaço de sabor, q = [u, d, s] e, na Eq. (3.5), o Lagrangiano de massa fica $\mathcal{L}_{massa} = m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d + m_s \bar{s}s$. Evidentemente, $\mathcal{L}_{scbt} \rightarrow \mathcal{L}_{cbt}$. Então, as simetrias da QCD são

$$\mathcal{G} = SU_V(3) \otimes SU_A(3) \otimes U_V(1) \otimes U_A(1), \tag{3.7}$$

com a bem conhecida realização de $SU_V(3)$ no octeto de nucleons (*eightfold way*) e a quebra de $SU_A(3)$ dando os modos de Goldstone do octeto π . O problema de $U_A(1)$ é resolvido como antes, por efeitos de instantons.

As simetrias contínuas dadas na Eq. (3.7) são em geral escritas na decomposição equivalente

$$\mathcal{G} = [SU(3) \otimes U(1)_L \otimes [SU(3) \otimes U(1)]_R \otimes U_A(1), \tag{3.8}$$

onde $L \in R$ indicam as formas quirais left e right, respectivamente, e

$$q_{L,R} = \frac{1}{2} (1 \mp \gamma_5) q, \tag{3.9}$$

se transforma como

$$q_{L,R} \longrightarrow \exp(-i\omega_{L,R}^a \lambda^a/2 - i\delta_{L,R})q_{L,R}.$$
(3.10)

3.2 A QCD no limite de acoplamento forte

Esta seção discute a formulação da QCD numa rede espacial e o confinamento [9]. A principal indicação de que a QCD leva ao confinamento é o estudo desta teoria no limite de acoplamento forte. Resultados neste regime foram obtidos em uma formulação de tal teoria de campos numa rede. Em teorias de campos, a constante de acoplamento

depende de uma escala de comprimento; então, para distinguir o acoplamento forte do fraco, devemos introduzir uma escala intrínseca na teoria, e uma rede nos fornece esta escala.

3.2.1 Formulação Hamiltoniana da QCD na rede

Inicialmente vamos considerar quarks estáticos, com o intuito de mostrar com algum detalhe a discretização da parte gluônica. A discretização da parte dos quarks será discutida em seguida.

É conveniente combinar o octeto gluônico em uma matriz 3×3

$$A_{\mu}(x) = \frac{1}{2} \lambda^{a} A^{a}_{\mu}(x), \qquad (3.11)$$

onde as matrizes λ^a geram a álgebra de SU(3)

$$\left[\frac{1}{2}\lambda^{a}, \frac{1}{2}\lambda^{b}\right] = if^{abc}\frac{1}{2}\lambda^{c}.$$
(3.12)

A derivada covariante atuando nos campos de quark e o tensor do campo podem ser escritos como

$$D_{\mu}q^{c} = \partial_{\mu}q^{c} - igA_{\mu}^{cc'}q^{c'},$$

$$D_{\mu}\bar{q}^{c} = \partial_{\mu}\bar{q}^{c} - ig\bar{q}^{c'}A_{\mu}^{c'c},$$

$$F_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\lambda^{a}\mathcal{F}_{\mu\nu}^{a} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu} - ig[A_{\mu}, A_{\nu}].$$
(3.13)

Com isto, a densidade Lagrangiana pode ser escrita como

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \text{Tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i\bar{q}\gamma^0 D_0 q - m_0 \bar{q}q.$$
(3.14)

A natureza estática dos quarks na rede é garantida pela ausência de derivadas espaciais atuando nos campos de quarks.

Esta Lagrangiana é invariante sob a transformação de gauge SU(3) local descrita pela matriz 3×3

$$S(x) = \exp[i\omega^a(x)\lambda^a/2], \qquad (3.15)$$

$$q(x) \longrightarrow S^{-1}(x)q(x),$$
 (3.16)

$$A_{\mu}(x) \longrightarrow S^{-1}A_{\mu}S + \frac{i}{g}S^{-1}\partial_{\mu}S.$$
 (3.17)

A discretização é feita ao nível do Hamiltoniano; precisaremos, portanto, do Hamiltoniano correspondente à Lagrangiana anterior. Devido à invariância de gauge, nem todas as variáveis A_{μ} são independentes, e devemos então evitar esta redundância pela escolha apropriada do gauge. O mais conveniente é o gauge $A_0 = 0$. Com

$$E^{a} = \partial_{0} A^{a}, \quad E = \frac{1}{2} \lambda^{a} E^{a},$$

$$B_{i} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} F_{jk}, \qquad (3.18)$$

o Hamiltoniano é

$$H = \int d^3x \left\{ \text{Tr}[\boldsymbol{E}^2(x) + \boldsymbol{B}^2(x)] + m_0 \bar{q}(x) q(x) \right\}.$$
 (3.19)

O gauge $A_0 = 0$ deve ser suplementado com a condição auxiliar correspondente à lei de Gauss

$$\boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{E} = \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{E} - ig[A_i, E_i] = -gq^{\dagger} \frac{\lambda^a}{2} q \frac{\lambda^a}{2}.$$
(3.20)

É útil primeiro reescalonar as variáveis de tal maneira a remover a constante de acoplamento g das Eqs. (3.13), (3.14) e (3.17) (naturalmente, ela deverá aparecer em outra parte). Sejam

$$\tilde{\boldsymbol{A}}^{a}(\boldsymbol{x}) = g\boldsymbol{A}^{a}(\boldsymbol{x}), \quad \tilde{\boldsymbol{E}}^{a}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{g}\boldsymbol{E}^{a}(\boldsymbol{x}). \tag{3.21}$$

Estas novas variáveis continuam satisfazendo as relações de comutação usuais. Algumas das outras relações mudam para

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{g} \left(\partial_{\mu} \tilde{A}_{\nu} - \partial_{\nu} \tilde{A}_{\mu} - i [\tilde{A}_{\mu}, \tilde{A}_{\nu}] \right), \qquad (3.22)$$

$$\tilde{A}_{\mu} \longrightarrow S^{-1} \tilde{A}_{\mu} S + i S^{-1} \partial_{\mu} S, \qquad (3.23)$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \tilde{\boldsymbol{E}} - i[\tilde{A}_i, \tilde{E}_i] = -q^{\dagger}q, \qquad (3.24)$$

e a mais importante

$$H = \operatorname{Tr} \int d^3x \, \left\{ \left[g^2 \tilde{\boldsymbol{E}}^2(x) + \frac{1}{g^2} \tilde{\boldsymbol{B}}^2(x) \right] + m_0 \, \bar{q}(x) q(x) \right\},$$
(3.25)

com

$$\tilde{B}_k = \frac{1}{2}g\,\epsilon_{ijk}F_{ij}.\tag{3.26}$$

Poderíamos pensar em fazer uma expansão baseada no Hamitoniano dado na Eq. (3.25) de uma forma simplista: para g grande, poderíamos ignorar o termo magnético e procurar os auto-estados do campo elétrico. Entretanto, nada impede que \tilde{B}^2 se torne muito grande, ou \tilde{E}^2 muito pequeno. Esta é a razão para introduzir uma rede.

Vamos discretizar o espaço em uma rede cúbica simples, com espaçamento a. Os pontos da rede são vetores da forma

$$\tilde{\mathbf{x}} = a(i\hat{\mathbf{e}}_x + j\hat{\mathbf{e}}_y + k\hat{\mathbf{e}}_z),\tag{3.27}$$

i, j, k são inteiros e os $\hat{\mathbf{e}}_i$ são vetores unitários ao longo das direções da rede. O link direcionado de \mathbf{x} a $\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}$ será indicado por $(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{e}})$. O oposto deste link é $(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}, -\hat{\mathbf{e}})$.

Introduzir uma rede nos obriga a abrir mão de várias simetrias espaciais. Vamos no entanto, tentar manter a invariância de gauge. Queremos que a teoria seja invariante sob a generalização discreta da lei de transformação dos campos de quarks, Eq. (3.17). É natural associar os campos de gauge vetoriais aos links. Em uma rede, escalares são associados aos pontos da rede, vetores aos links direcionados, tensores antisimétricos com áreas orientadas, etc. A unidade básica será o operador de corda (operador de link)

$$U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}) = U(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}, \mathbf{x}; c) = P \exp i \left[\int_{\mathbf{x}}^{\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}} \tilde{\mathbf{A}} \cdot dz \right].$$
(3.28)

Uma propriedade que segue da unitariedade de U é

$$U^{-1}(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}) = U(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}; -\hat{\mathbf{e}}).$$
(3.29)

O limite contínuo é obtido fazendo $a \rightarrow 0$ e, então

$$U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}) \approx \exp\{ia\tilde{A}(\mathbf{x})\cdot\hat{\mathbf{e}}\} \approx 1 + ia\tilde{A}(\mathbf{x})\cdot\hat{\mathbf{e}}.$$
(3.30)

Vamos usar este limite para justificar as versões de vários operadores na rede.

U é uma matriz unitária 3×3 e, assim, pode ser parametrizada como qualquer elemento de SU(3),

$$U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}) = \exp\left\{i\frac{\lambda^a}{2} \cdot b^a(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}})\right\}.$$
(3.31)

Comparando com a Eq. (3.30), podemos ver que os parâmetros b do grupo são associados ao potencial A. É importante notar que os b's variam sobre uma variedade compacta (manifold), ao contrário dos A's do contínuo.

Estamos agora em condições de definir um operador invariante de gauge cujo limite contínuo seja relacionado a \tilde{B} da Eq. (3.26). Seja o traço de um produto de quatro operadores de link, $U_{\mathbf{x};\hat{\mathbf{e}}}$, ao longo de um quadrado, ou plaqueta, indicada na Figura 3.1. A plaqueta é definida como

$$U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_1, \hat{\mathbf{e}}_2) = U(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}_2; -\hat{\mathbf{e}}_2)U(\mathbf{x} + a(\hat{\mathbf{e}}_1 + \hat{\mathbf{e}}_2); -\hat{\mathbf{e}}_1)U(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}_1; \hat{\mathbf{e}}_2)U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_1).$$
 (3.32)

Usando a Eq. (3.30), combinamos os fatores de $U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}})$ e, até a ordem a^2 , obtemos

$$\operatorname{Tr} U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_i, \hat{\mathbf{e}}_j) = \epsilon_{ijk} \operatorname{Tr} \exp[ia^2 \tilde{\boldsymbol{B}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_k] \approx \epsilon_{ijk} \operatorname{Tr} [1 - \frac{1}{2}a^4 (\tilde{\boldsymbol{B}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_k)^2].$$
(3.33)

Quando não há ambiguidade, substituímos a combinação $(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_i, \hat{\mathbf{e}}_j)$ por p

$$U_p = U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_i, \hat{\mathbf{e}}_j). \tag{3.34}$$

De acordo com a Eq. (3.33), a versão na rede de

$$H_M = \operatorname{Tr} \int d^3x \, \frac{1}{g^2} \tilde{\boldsymbol{B}}^2(x) \tag{3.35}$$

é

$$H_M = \sum_p \frac{1}{g^2 a} \text{Tr}[2 - U_p - U_p^{\dagger}].$$
(3.36)



Figura 3.1: Uma plaqueta elementar da rede.

As relações de comutação

$$[E_j^a(\mathbf{y}), A_i^b(\mathbf{x})] = -i\delta_{ij}\delta^{ab}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}),$$

$$\{q^{\dagger c}(\mathbf{x}), q^{c'}(\mathbf{y})\} = \delta^{cc'}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}),$$
 (3.37)

servem de guia para a construção do equivalente ao operador campo elétrico na rede. Com $U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}})$ definido na Eq. (3.28), encontramos

$$[E^{a}(\mathbf{y})\cdot\hat{\mathbf{e}}_{i}, U(\mathbf{x};\hat{\mathbf{e}})] = \delta_{ij}\,\delta^{2}(y_{\perp})U(\mathbf{x}+\hat{\mathbf{e}},\mathbf{y};c)\frac{\lambda^{a}}{2}U(\mathbf{y},\mathbf{x};c), \qquad (3.38)$$

se y coincide com qualquer ponto no intervalo $(\mathbf{x}, \mathbf{x}+a\hat{\mathbf{e}})$, e zero nos outros casos. Devemos notar que $U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}})$ não pode ser quebrado ao longo do link – é uma quantidade elementar. Podemos definir um campo elétrico no começo ou no final de um link. Os dois campos associados com o link $(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{e}})$ são $E^a(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{e}})$ e $E^a(\mathbf{x}+a\hat{\mathbf{e}}; -\hat{\mathbf{e}})$, e são determinados pelas suas relações de comutação com os operadores de link $U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}})$. Para ê positivo, postula-se

$$[E^{a}(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_{i}), U(\mathbf{y}; \hat{\mathbf{e}}_{i})] = \delta_{ij} \,\delta_{\mathbf{x},\mathbf{y}} U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_{i}) \frac{\lambda^{a}}{2}, \qquad (3.39)$$

$$[E^{a}(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}_{i}; -\hat{\mathbf{e}}_{i}), U(\mathbf{y}; \hat{\mathbf{e}}_{i})] = -\delta_{ij} \,\delta_{\mathbf{x},\mathbf{y}} \frac{\lambda^{a}}{2} U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_{i}).$$
(3.40)

As relações para ê's negativos são obtidas fazendo uso do fato que

$$U^{\dagger}(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}) = U(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}; -\hat{\mathbf{e}}).$$

A identidade de Jacobi leva às relações de comutação para o campo elétrico

$$[E^{a}(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_{i}), E^{b}(\mathbf{y}; \hat{\mathbf{e}}_{j})] = i\delta_{ij}\,\delta_{\mathbf{x},\mathbf{y}}f^{abc}E^{c}(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_{i}), \qquad (3.41)$$

$$[E^{a}(\mathbf{x}; -\hat{\mathbf{e}}_{i}), E^{b}(\mathbf{y}; -\hat{\mathbf{e}}_{j})] = -i\delta_{ij}\,\delta_{\mathbf{x},\mathbf{y}}f^{abc}E^{c}(\mathbf{x}; -\hat{\mathbf{e}}_{i}), \qquad (3.42)$$

$$[E^a(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}_i), E^b(\mathbf{y}; -\hat{\mathbf{e}}_j)] = 0.$$
(3.43)

Os dois campos elétricos não são independentes; a relação de comutação definida permite a conexão

$$\lambda^{a} E^{a}(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}; -\hat{\mathbf{e}}) = -U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}})\lambda^{b} E^{b}(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}})U^{\dagger}(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}), \qquad (3.44)$$

que implica em

$$\mathbf{E}^{2}(\mathbf{x};\hat{\mathbf{e}}) = \mathbf{E}^{2}(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}; -\hat{\mathbf{e}}).$$
(3.45)

Juntando os termos, temos que a parte gluônica (mais o termo trivial de massa) da QCD é dada por:

$$H = \frac{g^2}{2a} \left[\sum_{\text{links}} \mathbf{E}^2(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}) + \frac{2}{g^4} \text{Tr} \sum_p (2 - U_p - U_p^{\dagger}) \right] + \sum_x m_0 q^{\dagger}(\mathbf{x}) q(\mathbf{x}).$$
(3.46)

Para finalizar esta parte, mencionamos que a discretização dos termos que envolvem a energia cinética dos quarks e a sua interação com as componentes espaciais do campo de gluons leva a problemas. A discretização simples resulta na seguinte expressão:

$$H_q = \frac{1}{a} \sum_{\hat{\mathbf{e}}} \bar{q}(\mathbf{x} + a\mathbf{e}) \boldsymbol{\gamma}_e U(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{e}}) q(\mathbf{x}), \qquad (3.47)$$

onde γ é a matriz de Dirac com índice espacial. Para um espaçamento finito a, o problema que surge é que o número de graus de liberdade fermiônicos é o dobro do número no contínuo. Este problema é conhecido como duplicação de fermions (*fermion doubling*) na rede. Embora não tenhamos interesse neste ponto aqui, vale lembrar que há maneiras de se contornar o problema, mas aparentemente todas são insatisfatórias, no sentido que trazem consigo outros problemas indesejáveis. Para a construção de um modelo de quarks com base neste Hamiltoniano, esse problema é contornado tratando a energia cinética no contínuo, como vamos discutir mais além.

3.2.2 O modelo de Greenberg e Hietarinta na QCD

Vamos agora discutir a construção de um modelo de quarks a partir do Hamiltoniano da QCD no limite de acoplamento forte, e mostrar sua relação ao modelo de Greenberg e Hietarinta. Para tornar a notação mais compacta que a empregada na discussão da seção anterior, escreveremos o Hamiltoniano dado pela Eq. (3.46) da seguinte forma:

$$H_{QCD}^{SC} \equiv H_E + H_q + H_M, \tag{3.48}$$

onde cada termo é dado como

$$H_E = \frac{g^2}{2a} \sum_{l} E(l) \cdot E(l), \qquad (3.49)$$

$$H_q = \sum_{q} m_q \sum_{n} q_n^{\dagger} q_n + \frac{1}{a} \sum_{q,l,i,j} q_j^{\dagger} U(l) \alpha_l q_i, \qquad (3.50)$$

$$H_M = \frac{1}{ag^2} \sum_p (6 - U_p - U_p^{\dagger}).$$
 (3.51)

Aqui, *l* indica a orientação do link, e α_l é a componente, na direção do link, da matriz de Dirac com índice espacial, $\alpha_l = \gamma_0 \gamma_l$. O resto da notação parece ser auto-evidente.

Como foi dito anteriormente, o objetivo é usar teoria de perturbação no inverso da constante de acoplamento forte. A discretização fornece um *cut-off* ultravioleta *a*; quando *a* é tomado suficientemente grande *g* deve ser grande também. A expansão é definida tomando o termo H_E como sendo o termo dominante. Resolve-se, então, o mais exatamente possível, a teoria dada por este Hamiltoniano, e trata-se os termos restantes em teoria de perturbação. É importante notar que esta estratégia não é possível sem introduzir um regulador ultravioleta, como é o caso de uma rede.

Para ilustrar o procedimento, vamos considerar um exemplo muito simples, apresentado por Isgur and Paton [8]. Vamos aproximar um oscilador harmônico contínuo unidimensional por uma partícula saltando ao longo de uma rede unidimensional de pontos x = na $(n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$, com espaçamento a. O Hamiltoniano deste modelo pode ser escrito como

$$H_{m,n} = \left[\frac{1}{ma^2} + \frac{1}{2}ka^2n^2\right]\delta_{m,n} - \frac{1}{2ma^2}(\delta_{m,n+1} + \delta_{m,n-1}).$$
(3.52)

A equação de Schrödinger

$$i\frac{\partial\psi_m(t)}{\partial t} = H_{mn}\psi_n(t),\tag{3.53}$$

no limite $a \to 0$, torna-se

$$i\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}kx^2\right]\psi(x,t),\tag{3.54}$$

que é a equação usual do contínuo.

Agora, quando $a \to \infty$, o termo da energia potencial $\frac{1}{2}ka^2n^2\delta_{mn}$ é dominante, e os autoestados correspondem à partícula localizada (*sentada*) nos pontos da rede. Neste limite, as correções são, relativamente ao termo dominante, da ordem de

$$\chi = \frac{1/ma^2}{ka^2} = \frac{1}{kma^4}.$$
(3.55)

Podemos então usar teoria de perturbação sistematicamente neste parâmetro.

É claro que para $a \gg \alpha^{-1}$, onde $\alpha^{-1} = (km)^{-1/4}$ é a escala característica do oscilador harmônico, não se pode obter auto-valores e funções de onda realísticos com perturbações em potências de χ . Mas para $\chi \sim 1$, já é possível obter boa aproximação para as soluções do problema no contínuo em teoria de perturbação, se usarmos ordens de χ razoavelmente altas.

Voltando agora ao problema de interesse. Para entender um pouco mais a teoria, vamos considerar alguns aspectos da sua dinâmica. Consideremos primeiramente o confinamento.

O estado de vácuo não perturbado $|0\rangle$ é definido como

$$E^a(l)|0\rangle = 0, \tag{3.56}$$

$$\langle 0|U(l)|0\rangle = 0. \tag{3.57}$$

Usando a relação de comutação entre $E \in U$, Eq. (3.40), obtemos

$$E^{2}(l)U(l)|0\rangle = \frac{4}{3}U(l)|0\rangle.$$
 (3.58)

Isto mostra que o operador de criação U cria fluxo elétrico e energia. Portanto, a energia elétrica (por unidade de comprimento) é igual a $2g^2/3a^2$ para cada termo U(l) atuando no estado do vácuo não perturbado. Um par quark-antiquark, separado por n links, tem energia na vezes $2g^2/3a^a$. Mas na é precisamente a distância d entre o quark e o antiquark. Portanto, obtemos para a energia

$$E_{\bar{q}q} = \frac{2}{3} \frac{g^2}{a^2} d \equiv \sigma d, \qquad (3.59)$$

onde σ é conhecida como a tensão da corda (string tension).

Agora, se o confinamento deve persistir quando $a \rightarrow 0$, g deve escalonar com a como $g \sim a$. A questão é saber se isto é verdade na SCQCD em ordens mais altas. Cálculos analíticos usando teoria de perturbação até ordens arbitrariamente altas, usando extrapolações de Padè, mostram que este é realmente o caso [26]. Em particular, mostra-se que [26]

$$\sigma = \frac{1}{a^2} f(g^2), \qquad (3.60)$$

onde $f(g^2)$ é uma série de potências em $1/g^2$. Isto indica que deve ser possível escolher g(a) de tal maneira que, no limite $a \rightarrow 0$, σ mantenha-se fixo em seu valor físico. Para $a \rightarrow 0$, g(a) deve comportar-se da mesma forma que o calculado com a teoria no contínuo. Este fato mostra que o confinamento é natural, mas não trivial, na QCD na rede. Se exigirmos que

$$\frac{d\sigma}{da} = 0, \tag{3.61}$$

podemos escrever

$$2\sigma + a \frac{dg}{da} \frac{d\sigma}{dg} = 0. \tag{3.62}$$

Usando o resultado do contínuo para dg/da [1] como condição de contorno para $a \rightarrow 0$ e integrando esta equação diferencial, obtemos a solução

$$f(g^2) = \frac{\sigma}{\Lambda^2} (\beta_0 g^2)^{\beta_1/\beta_0^2} e^{-1/\beta_0 g^2}, \qquad (3.63)$$

onde Λ é uma constante, $\beta_0 = 11/16\pi^2$ e $\beta_1 = 102/256\pi^2$. Vemos que a função $f(g^2)$ não pode ser expandida em série de potências em torno de $g^2 = 0$. Isto significa que o confinamento não pode ser obtido na QCD via teoria de perturbação usual usando uma expansão na constante de acoplamento.

O próximo aspecto importante da dinâmica da SCQCD para o contexto desta tese está contido no termo H_q . Este termo descreve o movimento dos quarks e a produção de pares $\bar{q}q$: ele destrói um quark, cria um antiquark e um link. Isto pode mudar o comprimento de um par $\bar{q}q$ ligado por um link (os quarks se moveram); pode também criar um novo par $\bar{q}q$ (quebra de link). Portanto, o comprimento de um link não é um auto-estado do Hamiltoniano. Um estado físico, então, é uma superposição de estados com links de diversos tamanhos e geometrias.

Por fim, o termo H_M é de ordem $1/g^4$ em relação ao termo dominante, H_E . Ele contém plaquetas que destroem e criam links. Sua ação é rearranjar links.

Em princípio, com suficiente poder computacional, pode-se empregar a formulação na rede e calcular funções de onda e autovalores usando H_{QCD}^{SC} . No entanto, o esforço computacional é enorme e um modelo pode ser mais útil enquanto não chegarmos a um estágio mais avançado na tecnologia de computadores. O modelo tem como base usar funções de onda contínuas, concomitantemente a um Hamiltoniano discretizado.

O Hamiltoniano da Eq. (3.48) pode ser reescrito como

$$H_{QCD}^{SC} \approx T + V + (H_q - T) + H_M + (H_E - V),$$
 (3.64)

onde T é o termo de energia cinética e massa dos quarks e V é o potencial confinante, no *contínuo*. O potencial é da forma σr , onde r é a distância entre os quarks. Definimos $H_0 = T + V$ e o restante de H_{QCD}^{SC} como H_1 . Os termos de H_1 , comparados à H_0 , são de ordem superior em $1/g^2$. O Hamiltoniano H_0 é tratado exatamente

$$H|\phi_n\rangle = E_n|\phi_n\rangle. \tag{3.65}$$

O estado fundamental não perturbado é $|\phi_0\rangle$. A correção ao estado fundamental, devida a H_1 , pode ser obtida usando a teoria de perturbação de Wigner-Brillouin, que fornece

$$|\psi\rangle = \sqrt{\mathcal{N}\Omega}|\phi_0\rangle,\tag{3.66}$$

onde

$$\Omega = 1 + \frac{1}{E - \Lambda (H_0 + H_1)\Lambda} \Lambda H_1, \qquad (3.67)$$

com

$$\Lambda = 1 - |\phi_0\rangle\langle\phi_0|. \tag{3.68}$$

O significado disto é que podemos calcular elementos de matriz do Hamiltoniano discreto usando funções de onda do contínuo. Por exemplo [25], consideremos a contribuição da energia elétrica ao estado de um méson, dada pelo termo H_E contido em H_1 . Sendo $\phi_0(\mathbf{r})$ a autofunção de H_0 do méson, e \mathbf{r} a distância relativa entre o quark e o antiquark, podemos, para cada valor de r, definir uma rede (dividir r em n pedaços de tamanho a). Orientando o link de fluxo elétrico na direção de \mathbf{r} , cada segmento contribui, de acordo com a discussão da Eq. (3.59), com uma energia igual a $2g^2/3a = \sigma a$. Somando sobre todos os a's e tomando o limite contínuo, a contribuição de primeira ordem é dada por

$$\langle \phi_0 | H_E | \phi_0 \rangle = \sigma \int d^3 r \, |\phi_0(\mathbf{r})|^2. \tag{3.69}$$

É importante notar que as correções H_1 aos termos não perturbados têm o efeito, entre outros, de introduzir gluons no estado hadrônico. Estas interações são invariantes de gauge e, portanto, o estado deve ser invariante de gauge. Assim, é importante examinar as consequências de se usar um modelo de quarks com estados hadrônicos que satisfazem a invariância de gauge local. A conexão com o modelo de Greenberg e Hietarinta pode ser estabelecida examinando efeitos referentes à indistinguibilidade dos quarks em superposições das estruturas de estados hadrônicos. Vamos considerar estados mesônicos, bariônicos e méson-bárion.

Um estado de méson, com momentum total \mathbf{p} , que satisfaz a invariância local de gauge SU(3), pode ser escrito como (usando cinemática não relativística)

$$|M(\mathbf{p})\rangle = \left(a^{3}\right)^{2} \sum_{\mathbf{x},\mathbf{y},c} \frac{e^{i\,\mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}+\mathbf{y})/2}}{(2\pi)^{3/2}} \frac{\Phi_{c}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)}{\sqrt{3}} \,\bar{q}_{b}^{\dagger}(\mathbf{y}) \,\Gamma \,U_{ba}(\mathbf{x},\mathbf{y},c) \,q_{a}^{\dagger}(\mathbf{x})|0\rangle, \tag{3.70}$$

onde os operadores de criação de quark e antiquark q^{\dagger} e \bar{q}^{\dagger} satisfazem regras de anticomutação canônicas, Γ é uma matriz que dá os números quânticos corretos do méson no espaço de spin e sabor. Devemos notar que estamos usando os mesmos símbolos q^{\dagger} e q para operadores de campos e operadores de criação e destruição de quarks; o significado deve ficar claro em cada contexto onde são empregados. Φ_c é a versão discreta da amplitude mesônica no espaço de Fock; são números que dão um peso a cada trajetória c que conecta os pontos x e y. No limite de acoplamento forte, a trajetória mais importante entre x e y é uma linha reta; as outras trajetórias contribuem com termos que vão como potências de $1/g^2$.

A normalização do estado é simplesmente obtida a partir de

$$\langle M(\mathbf{p}')|M(\mathbf{p})\rangle = a^3 \sum_{\mathbf{r},c} |\chi_c(\mathbf{r})|^2 \operatorname{Tr}\left(\Gamma^{\dagger}\Gamma\right) \sum_{\mathbf{R}} \frac{a^3}{(2\pi)^3} e^{i(p-p')\cdot R},\tag{3.71}$$

com $\mathbf{R} = (\mathbf{x} + \mathbf{y})/2$, e onde usamos a propriedade

$$\langle 0|U_{ab}^{\dagger}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{m}})U_{cd}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{n}})|0\rangle = \frac{1}{3}\delta_{ad}\delta_{bc}\,\delta_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}\delta_{\hat{\mathbf{m}},\hat{\mathbf{n}}}.$$
(3.72)

Passando ao contínuo (desprezando termos superiores de a) e supondo

$$\sum_{c} \int |\chi_{c}(\mathbf{r})|^{2} d^{3}r \operatorname{Tr}\left(\Gamma^{\dagger}\Gamma\right) = 1, \qquad (3.73)$$

obtemos

$$\langle M(\mathbf{p}')|M(\mathbf{p})\rangle = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'). \tag{3.74}$$

A norma de um estado de dois mesons pode ser calculada com um pouco mais de esforço. Seja

$$\langle M(\mathbf{p}_1)M(\mathbf{p}_2)|M(\mathbf{p}_3)M(\mathbf{p}_4)\rangle \equiv \mathcal{O}_M.$$
(3.75)

Este termo contém uma contribuição que vem dos quarks e outra que vem dos gluons. A parte dos quarks pode ser calculada imediatamente somente contraindo operadores de quarks e antiquarks

$$\mathcal{O}_{Q} = \langle 0 | q(\mathbf{x}_{2}) \bar{q}(\mathbf{y}_{2}) q(\mathbf{x}_{1}) \bar{q}(\mathbf{y}_{1}) \bar{q}^{\dagger}(\mathbf{y}_{3}) q^{\dagger}(\mathbf{x}_{3}) \bar{q}^{\dagger}(\mathbf{y}_{4}) \bar{q}^{\dagger}(\mathbf{x}_{4}) | 0 \rangle$$

$$= [\delta(\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{3}) \delta(\mathbf{y}_{2}, \mathbf{y}_{4}) - \delta(\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{4}) \delta(\mathbf{y}_{2}, \mathbf{y}_{3})]$$

$$\times [\delta(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{3}) \delta(\mathbf{x}_{2}, \mathbf{x}_{4}) - \delta(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{4}) \delta(\mathbf{x}_{2}, \mathbf{x}_{3})]. \qquad (3.76)$$

Isto leva ao seguinte resultado para \mathcal{O}_M

$$\mathcal{O}_{M} = \sum_{c_{1}c_{2}c_{3}c_{4}} \int d^{3}x_{1} d^{3}x_{2} d^{3}y_{1} d^{3}y_{2} e^{-i\mathbf{p}_{1}\cdot(\mathbf{x}_{1}+\mathbf{y}_{2})/2} e^{-i\mathbf{p}_{2}\cdot(\mathbf{x}_{1}+\mathbf{y}_{2})/2} \\ \times \operatorname{Tr}[\Gamma^{\dagger}\Gamma^{\dagger}\Gamma\Gamma] \chi^{\dagger}_{c_{1}}(\mathbf{x}_{1}-\mathbf{y}_{1}) \chi^{\dagger}_{c_{2}}(\mathbf{x}_{2}-\mathbf{y}_{2}) \mathcal{O}_{G} \\ \times \left\{ \left[\chi_{c_{3}}(\mathbf{x}_{1}-\mathbf{y}_{1}) \chi_{c_{4}}(\mathbf{x}_{2}-\mathbf{y}_{2}) e^{-i\mathbf{p}_{3}\cdot(\mathbf{x}_{1}+\mathbf{y}_{1})/2} e^{-i\mathbf{p}_{4}\cdot(\mathbf{x}_{2}+\mathbf{y}_{2})/2} + (3 \leftrightarrow 4) \right] \\ - \left[\chi_{c_{3}}(\mathbf{x}_{2}-\mathbf{y}_{1}) \chi_{c_{4}}(\mathbf{x}_{1}-\mathbf{y}_{2}) e^{-i\mathbf{p}_{3}\cdot(\mathbf{x}_{2}+\mathbf{y}_{1})/2} e^{-i\mathbf{p}_{4}\cdot(\mathbf{x}_{1}+\mathbf{y}_{2})/2} + (3 \leftrightarrow 4) \right] \right\}.$$

$$(3.77)$$

A parte gluônica é dada esquematicamente por

$$\mathcal{O}_G = \langle 0 | U^{\dagger}(c_2) U^{\dagger}(c_1) U(c_3) U(c_4) | 0 \rangle.$$
(3.78)

Para calcular este valor esperado, precisamos de alguns resultados intermediários, todos facilmente demonstráveis. Em primeiro lugar, temos

$$\langle 0|U_{a'c}^{\dagger}(\mathbf{r}'+a\hat{\mathbf{n}}',\hat{\mathbf{m}}') U_{cb}^{\dagger}(\mathbf{r}',\hat{\mathbf{n}}') U_{b'e}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{n}}) U_{ea}(\mathbf{r}+a\hat{\mathbf{n}},\hat{\mathbf{m}}')|0\rangle$$

$$= \frac{1}{9} \delta_{a',a} \,\delta_{b',b} \,\delta_{\mathbf{r},\mathbf{r}'} \,\delta_{\hat{\mathbf{n}},\hat{\mathbf{n}}'} \,\delta_{\hat{\mathbf{m}},\hat{\mathbf{m}}'}.$$

$$(3.79)$$

Esta propriedade, juntamente com a da Eq. (3.72), são exemplos do resultado mais geral

$$\langle 0|U_{a}^{\dagger}(\mathbf{x}',\mathbf{y}';c')U_{b'a'}(\mathbf{x},\mathbf{y};c)|0\rangle = \frac{1}{3}\delta_{a,a'}\delta_{b,b'}\delta_{\mathbf{x},\mathbf{x}'}\delta_{\mathbf{y},\mathbf{y}'}\delta_{cc'} \equiv \frac{1}{3}\delta_{cc'}\delta_{a,a'}\delta_{b,b'}, \qquad (3.80)$$

onde os operadores $U(\mathbf{x}, \mathbf{y}; c)$ são construídos a partir de operadores de link elementares conectados. $\delta_{cc'}$ é uma notação abreviada para indicar que trajetórias com pontos iniciais e finais diferentes são ortogonais.

O último resultado que precisamos vem do fato que

$$U(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}})U(\mathbf{r} + a\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{m}}) = U(\mathbf{r}, \mathbf{r} + a\hat{\mathbf{n}} + a\hat{\mathbf{m}}; c)$$
(3.81)

leva a

$$\langle 0|[U(\mathbf{r},\hat{\mathbf{n}})U(\mathbf{r}+a\hat{\mathbf{n}},\hat{\mathbf{m}})]^2|0\rangle = \langle 0|[U(\mathbf{r},\mathbf{r}+a\hat{\mathbf{n}}+a\hat{\mathbf{m}};c)]^2|0\rangle = 0.$$
(3.82)

O resultado é zero porque o vácuo é invariante por transformações de gauge e o produto de dois U's não (o valor esperado de um objeto colorido no estado de vácuo é zero).

Agora, ao calcular o valor esperado \mathcal{O}_G , há várias possibilidades a considerar com relação às quatro trajetórias envolvidas. A primeira é se as trajetórias são retas ou não. No limite de acoplamento forte, somente as retas interessam; as outras são de energia mais alta. Quando são retas, temos ainda duas possibilidades:(1) as trajetórias se cruzam e (2) não se cruzam. Não é difícil ver que o primeiro caso não pode acontecer, pois não é possível duas retas se cruzarem sem "pular" uma sobre a outra; mas "pular" significa já se desviar de uma reta. Portanto, precisamos considerar somente o caso em que as retas não se cruzam. Assim, o resultado é simplesmente

$$\mathcal{O}_G = [\delta(c_1, c_3)\delta(c_2, c_4) + \delta(c_1, c_4)\delta(c_2, c_3)].$$
(3.83)

Com isto, obtém-se

$$\mathcal{O}_M = \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3)\delta(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_4) + \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4)\delta(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3), \tag{3.84}$$

e, portanto, a norma do estado de dois mesons é

$$\langle M(\mathbf{p}_1)M(\mathbf{p}_2)|M(\mathbf{p}_3)M(\mathbf{p}_4)\rangle = \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3)\delta(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_4) + \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4)\delta(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3).$$
(3.85)

Este é exatamente o resultado obtido no modelo de Greenberg e Hietarinta !

A extensão para barions pode ser feita da mesma forma. No entanto, como mostrado por Robson [21], a SCQCD leva a algumas diferenças com relação ao estado postulado por Greenberg e Hietarinta. Robson mostra que a conexão entre os três quarks através de três links que se encontram numa junção é valida no limite de acoplamento forte. No entanto, a posição da junção não é uma variável cinemática, e não há uma integral sobre uma variável contínua w, como na Eq. (2.72) do Capítulo 2, pois os campos de gauge estão situados numa rede.

Portanto, no limite de acoplamento forte, o estado de um bárion é dado por

$$|B(\mathbf{p})\rangle = \sum_{\{c_i\}} \Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{w}, c_i) \,\epsilon^{abc} \left[U(\mathbf{w}, \mathbf{x}_1, c_1) q^{\dagger}(\mathbf{x}_1) \right]^a \left[U(\mathbf{w}, \mathbf{x}_2, c_2) q^{\dagger}(\mathbf{x}_2) \right]^b \\ \times \left[U(\mathbf{w}, \mathbf{x}_3, c_3) q^{\dagger}(\mathbf{x}_3) \right]^c |0\rangle.$$
(3.86)

Nesta expressão, os índices de spin e sabor não são escritos explicitamente. Não é difícil mostrar que este estado é invariante sob transformação local de gauge.

Para calcular a norma dos estados, é conveniente observar o seguinte: o produto

$$[U(\mathbf{w}, \mathbf{x}_2, c_2)q^{\dagger}(\mathbf{x}_2)]^r [U(\mathbf{w}, \mathbf{x}_3, c_3)q^{\dagger}(\mathbf{x}_3)]^s \epsilon^{rst}$$
(3.87)

transforma-se com relação a SU(3) como se fosse um antiquark. Portanto, ao se efetuar as contrações dos links, procede-se como no caso mesônico. Com isto, temos os seguintes resultados:

$$\langle B(\mathbf{p}_1)B(\mathbf{p}_2)|B(\mathbf{p}_3)B(\mathbf{p}_4)\rangle = \delta_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_3}\,\delta_{\mathbf{p}_2,\mathbf{p}_4} - \delta_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_4}\,\delta_{\mathbf{p}_3,\mathbf{p}_2},\tag{3.88}$$

$$\langle B(\mathbf{p}_1)|B(\mathbf{p}_2)M(\mathbf{p}_3)\rangle = 0, \tag{3.89}$$

$$\langle B(\mathbf{p}_1)M(\mathbf{p}_4)|B(\mathbf{p}_2)M(\mathbf{p}_3)\rangle = \delta_{\mathbf{p}_3,\mathbf{p}_4}\delta_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}.$$
(3.90)

Estes resultados indicam que a SCQCD e a exigência de que os estados hadrônicos sejam invariantes sob transformações locais de *gauge*, predizem a realização do princípio de exclusão de Pauli em nível hadrônico.

3.2 A QCD no limite de acoplamento forte

Para finalizar esta parte, gostaríamos de mencionar que o fato da SCQCD não prever uma junção como variável dinâmica não significa que esta não possa ser introduzida como um grau de liberdade efetivo. No cálculo de uma propriedade hadrônica na rede, são feitas médias sobre um grande número de configurações e, portanto, é concebível que o resultado destas médias seja equivalente a introduzir uma partícula de massa μ , cuja posição é determinada pela equação de Schrödinger. Em conexão a isto, mencionamos que em estudo muito recente, Capstick e Page [23] calculam o espectro dos barions híbridos, introduzindo explicitamente este grau de liberdade e atribuindo-lhe uma massa da ordem da massa de um quark constituinte.

Uma característica indesejável, sob o nosso ponto de vista, é que os tamanhos (raio de carga, por exemplo) dos barions previstos pelo modelo [27, 28] são muito pequenos. Raios típicos previstos são da ordem de 0.35 a 0.4 fm. Estes tamanhos são praticamente iguais à previsão para os raios dos mesons vetoriais $\omega e \rho$. Experimentalmente, o raio de carga do próton, por exemplo, é da ordem de 0.85 fm. Quanto ao tamanho dos mesons, a questão não parece tão séria, pois há evidências que estes, com exceção do píon, têm raios pequenos. Obviamente, estes modelos não incluem a nuvem piônica dos barions, que aumenta o raio de carga. Em princípio, o píon e outras consequências da quebra dinâmica da simetria quiral devem ser deriváveis com a QCD na rede. No entanto, até o momento, isto não é possível. Sob o ponto de vista da SCQCD, para se obter o píon é necessário postular forças spin-spin muito intensas, para as quais não parece existir evidência experimental.

Por outro lado, vários modelos de quarks que tratam da nuvem piônica, como o CBM [29], predizem que o tamanho do "caroço" de quarks não deve ser muito pequeno. Isto é devido ao fato de que, se o tamanho do caroço for muito pequeno, as correções piônicas às massas bariônicas serão enormes, muito além do que se espera baseado em outras fontes experimentais. Por exemplo, uma nuvem piônica muito forte teria reflexos marcantes em muitos observáveis do espalhamento de eletrons e neutrinos pelo núcleon. Uma das razões para a obtenção de um um raio pequeno para os barions nestes modelos é a insistência em fitar as suas massas, momentos magnéticos, etc., apesar da ausência da nuvem piônica. Há também a insistência em obter a massa do píon sem invocar a $D\chi$ SB. Com o intuito de melhorar esta situação, propomos não insistir em fitar o espectro a esta altura; ao invés disto, podemos fazer uma descrição do estado bariônico sem a nuvem piônica (bárion *bare*) com um raio da ordem de 0.7 a 0.8 fm, para depois então incluir correções piônicas de modo análogo ao CBM. Correções piônicas serão discutidas no Capítulo 5.

A seguir, vamos discutir a interação hádron-hádron no contexto da SCQCD.

3.3 A interação NN na SCQCD – acoplamentos méson-bárion

Sob o ponto de vista da SCQCD, os processos que contribuem para a interação entre dois hadrons envolvem rearranjo e quebra de *strings*. A interação de confinamento, devida ao termo H_E do Hamiltoniano dado pela Eq. (3.48), não é importante para esta interação, pelas razões discutidas acima.

O rearranjo de strings é devido ao termo H_M do Hamiltoniano. Um processo típico na interação bárion-bárion, por exemplo, está ilustrado na Figura 3.2. Para que um processo de rearranjo ocorra, os hadrons devem se sobrepor. A interação entre barions é governada pela relação entre o volume ocupado pelo hádron (dado pela extensão de sua função de onda) e o espaçamento da rede a, e a constante de acoplamento. A função de onda é independente de a – ela depende somente da string constant. Portanto, o valor da interação entre os barions aumenta com o aumento de a: quanto maior a, maior é a integral da função de onda com H_M . Por outro lado, H_M é inversamente proporcional a g^2 e, portanto, o mecanismo de rearranjo de strings deve ser sensivelmente diminuído.



Figura 3.2: Ilustração de um processo típico de rearranjo de strings no espalhamento bárion-bárion.

Miller [24, 25] fez um estudo detalhado dos processos de rearranjo de *strings* e concluiu que este é completamente irrelevante para a interação entre hadrons. As razões para isto são precisamente as apontadas há pouco. No entanto, o Hamiltoniano da SCQCD prevê outro mecanismo para a interação entre hadrons, que é a quebra de *strings*. Este processo leva à criação de pares quark-antiquark, que dão origem a acoplamentos méson-bárion.

O processo de quebra de *strings* foi estudado por Kokoski e Isgur [30]. O termo relevante do Hamiltoniano é o cinético

$$K = \frac{1}{a} \sum_{\epsilon_{ji}} q_j^{\dagger} U_{ji} \alpha_{ji} q_i, \qquad (3.91)$$

onde q_n é o operador de campo do quark no ponto n da rede, U_{ji} cria uma unidade de fluxo ao longo do link de j a i, e α_{ji} é a componente da matriz de Dirac α na direção de j a i. Quando um tubo de fluxo é quebrado por criação de um par quark-antiquark em um link de x a $x + a\hat{e}$, o par resultante é criado com um operador efetivo

$$H_{QPC} = \sum_{\mathbf{x},\mathbf{e}} q^{\dagger}(\mathbf{x}) \, \boldsymbol{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{e}} \, q(\mathbf{x} + a\hat{\mathbf{e}}) \frac{9\gamma(\mathbf{x},\hat{\mathbf{e}})}{3a}, \qquad (3.92)$$

onde QPC significa quark-pair creation. A função $9\gamma(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{e}})$ é a superposição entre o estado de fluxo de cor do méson inicial e do estado final de dois mesons. A Figura 3.3 ilustra processos típicos de produção de pares.



Figura 3.3: Ilustração de processos típicos de quebra de *strings* e produção de pares quark-antiquark no espalhamento bárion-bárion.

Kokoski e Isgur tomam $\gamma(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{e}})$ independente da direção $\hat{\mathbf{e}}$, tratam *a* como um valor pequeno e tomam $\hat{\mathbf{e}}$ apontando em direções arbitrárias. Então

$$H_{QPC} \approx \sum_{\mathbf{x}} q^{\dagger}(\mathbf{x}) \, \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\nabla} \, q(\mathbf{x}) \, \gamma(\mathbf{x}), \qquad (3.93)$$

Estes autores partem desta equação e estudam numericamente diferentes modelos de $\gamma(\mathbf{x})$. Eles concluem que usar γ como sendo uma constante é uma boa aproximação, quando comparam seus resultados aos dados experimentais.

Este mesmo Hamiltoniano foi empregado por Miller [25] para calcular constantes de acoplamento méson-núcleon. Especificamente, Miller estudou os vértices πNN , ωNN e

 ρNN . Conforme já argumentado acima, acreditamos que a SCQCD não seja capaz de fornecer uma descrição adequada da estrutura e interações do píon. Nosso ponto de vista é que o píon e outras propriedades quirais devem ser tratadas de maneira independente, pois a hipótese sob a qual trabalhamos é que o confinamento (bem descrito pela SCQCD) e a quebra dinâmica da simetria quiral (bem descrita, por exemplo, pelo modelo NJL) são fenômenos que acontecem em escalas de distância distintas. Neste sentido, vamos nos ocupar somente dos acoplamentos ωNN e ρNN , que devem descrever a parte de mais longo alcance da repulsão nuclear. Vamos indicar brevemente como o cálculo de Miller [24, 25] foi feito.

O Hamiltoniano efetivo (com γ constante) é

$$H_{QPC} = \gamma \int d^3x \, q^{\dagger}(\mathbf{x}) \, \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\nabla} \, q(x), \qquad (3.94)$$

onde o valor de γ é fixado em estudos de decaimentos fortes. Vamos agora reescrever a Eq. (3.94) em notação de segunda quantização

$$H_{QPC} = \gamma \int d^{3}k \, d^{3}k' \, \delta(\mathbf{k}'' + \mathbf{k}') \sum_{m} \langle 1 \, m \, 1 - m | 00 \rangle \, \mathcal{Y}_{l}^{m}(\mathbf{k}'' + \mathbf{k}') \\ \times \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{tm_{1}} \langle 1/2 \, m_{1} \, 1/2 \, m_{2} | 1 - m \rangle \, \langle 1 \, 2 \, 1/2 \, - t | 00 \rangle \bar{q}_{m_{1}t}^{\dagger}(\mathbf{k}'') q_{m_{2}-t}^{\dagger}(\mathbf{k}'). \tag{3.95}$$

O operador de criação de um méson ω com spin m_v pode ser escrito como

$$M_{\omega}^{\dagger}(\mathbf{q}, m_{v}) = \sum_{m't'm''t''} \Phi_{\omega}(\mathbf{k} - \mathbf{q}/2) \langle 1/2 \, m' \, 1/2 \, m'' | 1 \, m_{v} \rangle \langle 1/2 \, t', 1/2 \, t'' | 00 \rangle \\ \times q_{m't'}^{\dagger}(\mathbf{k} + \mathbf{q}) \, \bar{q}_{m''t''}^{\dagger}(-\mathbf{k}).$$
(3.96)

O próximo passo consiste em calcular o elemento de matriz $\langle M_{\omega}B|H_{QPC}|B\rangle$, onde $|B\rangle$ significa o estado do bárion. É conveniente para isto encontrar inicialmente o vértice ωqq , para o qual Miller obtém a expressão

$$\langle \omega(\mathbf{q}, m_v) k' | H_{QPC} | k \rangle = \frac{\gamma}{4} \frac{1}{\sqrt{3\pi}} \delta(\mathbf{k}' + \mathbf{q} - \mathbf{k}) \Phi_{\omega}(\mathbf{k} - \mathbf{q}/2)$$

$$\times \langle 1/2 m_f | \mathbf{t} \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{m_v} + i(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{t}) \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{m_v} | 1/2 m_i \rangle,$$
 (3.97)

onde o quark inicial (final) de momentum $\mathbf{k}(\mathbf{k}')$ tem spin $m_i(m_f)$, $\mathbf{t} = \mathbf{q} - \mathbf{k} \in \hat{\epsilon}_{m_v}$ é o vetor de polarização do ω . Somente as três componentes espaciais do ω são consideradas.

No limite de acoplamento forte, $\langle M_{\omega}B|H_{QPC}|B\rangle$ pode ser obtido facilmente notando que o acoplamento do ω ao núcleon se dá com apenas um de seus quarks, os outros são espectadores e não são excitados no processo de quebra do *string*. Com isto, o resultado é a convolução das amplitudes Ψ 's dos nucleons inicial e final e Φ do ω . Esta convolução é um fator de forma, o qual, obviamente, depende dos tamanhos dos hadrons envolvidos. Além do fator de forma, temos a estrutura de spin característica de um acoplamento (não relativístico) espinor-vetor

$$\langle \omega(\mathbf{q}, m_v) N(P_f) | H_{QPC} | N(P_i) = \delta(\mathbf{P}_i - \mathbf{q} - \mathbf{P}_f) \, \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{m_v} \cdot \left[3 + i(f | \boldsymbol{\sigma}_N | i) \times \right]$$

$$\times (\mathbf{q} - \mathbf{P}_i / 3) \, F_{\omega}(\mathbf{q}),$$

$$(3.98)$$

onde $F_{\omega}(\mathbf{q})$ é o fator de forma mencionado acima. Para identificar a constante de acoplamento, compara-se esta expressão com a definição usual do vértice ωNN

$$\langle \omega(\mathbf{q}, M_{v})N(P_{f})|H^{conv}|N(P_{i}\rangle = \delta(\mathbf{P}_{i} - \mathbf{q} - \mathbf{P}_{f})\frac{V_{\omega}(\mathbf{q})}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2(q^{2} + m_{\omega}^{2})^{1/2}}}$$
$$\times \hat{\epsilon_{m_{v}}} \cdot \left[\frac{g_{\omega}}{2M}(\mathbf{P}_{f} + \mathbf{P}_{i}) + \frac{(f_{\omega} + g_{\omega})}{2M}i\sigma_{N} \times \mathbf{q}\right], \quad (3.99)$$

onde $V_{\omega}(\mathbf{q})$ é o fator de forma, M é a massa do núcleon e g_{ω} e f_{ω} são as constantes de acoplamento vetorial e tensorial. Esta equação é a redução não relativística das expressões usuais para os acoplamentos vetorial e tensorial.

Agora, como a obtenção da Eq. (3.98) foi feita com base numa formulação não relativística, a comparação com o resultado (3.99) não é direta, pois as duas equações têm dependências diferentes com o momento . O procedimento adotado por Miller consiste em fazer a comparação entre estas equações com $\mathbf{P}_i = 0$, depois com $\mathbf{P}_f = 0$ e, então, tomar a média dos dois resultados. O valor para a soma $g_{\omega} + f_{\omega}$ não depende muito desta média, mas a razão f_{ω}/g_{ω} dá precisamente zero, que é aproximadamente o valor experimental para esta quantidade. No entanto, como este procedimento não é totalmente justificado, podemos considerar que a razão f_{ω}/g_{ω} não pode ser determinada neste tipo de cálculo. Para a soma entre g e f, o resultado é

$$g_{\omega} + f_{\omega} = \sqrt{2m_{\omega}} (2\pi)^{3/2} 2M F_{\omega}(0).$$
 (3.100)

Para o acoplamento do ρ , o procedimento é o mesmo. A única modificação está relacionada ao seu isospin. Como no limite de acoplamento forte correções piônicas não são levadas em conta, a dependência espacial das funções de onda (e fatores de forma) do ω e do ρ é a mesma. O resultado é

$$g_{\rho} + f_{\rho} = 5/3 \left(g_{\omega} + f_{\omega} \right). \tag{3.101}$$

Esta é a relação usual quando se invoca a simetria SU(3).

Para finalizar, mencionamos que o valor obtido por Miller para a soma g + f foi

$$g_{\omega} + f_{\omega} = 9.9 . \tag{3.102}$$

Note que este valor é mais ou menos a *metade* do utilizado no potencial de Bonn para esta soma, $(g_{\omega} + f_{\omega})_{\text{Bonn}} \simeq 18$. Para nós aqui nesta tese, não interessa muito o valor preciso obtido para estas constantes. O importante é que a SCQCD prediz o acoplamento dos mesons vetoriais ao núcleon, com valores que são a metade do valor empregado na descrição da força nuclear através de um modelo de troca de mesons. Este aspecto, juntamente com o fato de que a força de confinamento não contribui para a força nuclear, são os principais elementos que vamos transportar para os capítulos a seguir.

Troca de mesons, troca de quarks e a interação núcleon-núcleon

Δ

Conforme discutido na Introdução, um dos objetivos principais nesta tese é construir um Hamiltoniano efetivo para o modelo de quarks que incorpore os regimes do confinamento e a quebra dinâmica da simetria quiral (D χ SB) da QCD.

Para o regime do confinamento, empregamos as idéias do modelo de Greenberg e Hietarinta, cujos fundamentos na SCQCD foram discutidos no capítulo anterior. Por outro lado, a SCQCD não é capaz de descrever de maneira eficiente a D χ SB. Isto é devido ao fato das flutuações quânticas dos tubos de fluxo na escala quiral serem violentas e não facilmente levadas em conta numa rede. Para implementar a D χ SB num modelo de quarks, vamos empregar o modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL). Conforme será discutido no próximo capítulo, este modelo gera o píon e os quarks constituintes e prediz o acoplamento entre eles.

Uma vez que os pions se acoplam aos quarks, podemos incorporar correções piônicas às massas dos bárions. Isto também será discutido no Capítulo 5. Além disto, os pions vão contribuir para a interação entre dois nucleons. Ainda mais, a esta escala, a troca de quarks com troca simultânea de pions não está excluída em princípio.

Além destas duas escalas, ainda há possibilidade de flutuações perturbativas de troca de gluons entre os quarks constituintes. Estas flutuações têm origem no regime de liberdade assintótica da QCD e, como tal, não devem desempenhar um papel muito importante na escala de baixas energias.

A descrição unificada destes três regimes da QCD pode ser realizada através da representação Fock-Tani. Esta é uma técnica de mapeamento de partículas compostas em partículas elementares, desenvolvida inicialmente no contexto da Física Atômica e recentemente generalizada por Krein e colaboradores [16]–[18] para a Física Hadrônica. Na próxima seção vamos fazer uma breve revisão deste formalismo. A discussão será dirigida para a derivação de uma interação efetiva NN devida à troca de quarks.

A seguir, vamos discutir a estratégia de unificar, através da representação FT, os regimes de acoplamento forte, onde processos de trocas de quarks não são importantes, com o regime onde estes processos são importantes. Vamos então apresentar o Hamiltoniano para o nosso modelo de quarks.

Ao final do capítulo, vamos derivar explicitamente a dependência de momento, spin e isospin de um potencial efetivo NN devido a troca de quarks entre os nucleons.

4.1 Representação Fock-Tani para barions

Nesta seção vamos apresentar uma breve revisão da representação Fock-Tani (FT), particularizada para o caso de barions, que é o caso de interesse aqui nesta tese. Esta revisão está fortemente baseada na Ref. [18] e, apesar de todo o material desta seção poder ser encontrado nesta referência, resolvemos colocá-lo aqui por uma questão de consistência, no sentido de facilitar a leitura. Para maiores detalhes e discussões sobre muitos aspectos formais, certamente esta referência, bem como as Teses de Doutorado de Sérgio Szpigel [31] e Dimiter Hadjimichef [20], devem ser consultadas.

A representação FT é uma técnica de mapeamento entre os espaços de Fock físico e *ideal.* É uma generalização da transformação empregada por S. Tani [19] em 1960 para estudar o espalhamento de uma partícula por um potencial com um estado ligado. Girardeau batizou o método de *representação Fock-Tani*. Na representação FT, parte-se da representação no espaço de Fock do sistema, usando operadores de campo dos constituintes elementares que satisfazem relacões de (anti)comutação canônicas. Operadores de campo de partículas compostas são combinações lineares de operadores de campo de partículas elementares e, em geral, não satisfazem relações de (anti)comutação canônicas. Exemplos são dados nas Eqs. (2.4) e (2.8). A seguir, introduzimos operadores de campo ideais – que atuam em um espaço de Fock aumentado – em estrita correspondência com os compostos. O espaço de Fock aumentado é o produto direto do espaço de Fock original e de um "espaço de estados ideal". Os operadores ideais correspondem a partículas com os mesmos números quânticos das partículas compostas; entretanto, eles satisfazem, por definição, relações de (anti)comutação canônicas.

4

Em seguida, introduzimos uma transformação unitária que transforma os estados de uma partícula composta em estados de uma partícula ideal. Quando a transformação unitária atua sobre os operadores do sub-espaço de Fock que contém partículas não ideais, os operadores transformados expressam de forma explícita as interações entre compostos e constituintes. Por exemplo, a aplicação do operador unitário sobre o Hamiltoniano microscópico, ou sobre outros operadores Hermitianos expressos em termos dos operadores de campo dos constituintes elementares (como as correntes eletrofracas), resulta em operadores equivalentes que contém os operadores de campo ideais. Os Hamiltonianos e correntes efetivos na nova representação são Hermitianos e têm uma interpretação física clara em termos dos processos que descrevem.

A vantagem de se trabalhar com a nova representação é que aí todos os operadores de campo satisfazem relações de (anti)comutação canônicas e, portanto, os métodos usuais de teoria quântica de campos podem ser aplicados imediatamente.

Vamos iniciar revisando a formulação original de Girardeau [15]. Chamamos à atenção que a repetição de fórmulas a seguir, que já apareceram em capítulos anteriores, é intencional, no sentido de não quebrar a continuidade da apresentação. O ponto de partida do método de FT é a definição dos estados ligados de uma partícula composta. Escrevemos o estado de um bárion em termos de um operador de criação de barions B^{\dagger}_{α} como na Eq. (2.4)

$$|\alpha\rangle = B^{\dagger}_{\alpha}|0\rangle \tag{4.1}$$

onde o operador de criação de barions B^{\dagger}_{α} é escrito em termos dos operadores de criação dos quarks constituintes q^{\dagger} como

$$B_{\alpha}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{3!}} \Psi_{\alpha}^{\mu_1 \mu_2 \mu_3} q_{\mu_1}^{\dagger} q_{\mu_2}^{\dagger} q_{\mu_3}^{\dagger}.$$
(4.2)

Os operadores de quark satisfazem relações de anticomutação canônicas, dadas na Eq. (2.2). Como já comentado anteriormente, os operadores de barions satisfazem as seguintes relações de anticomutação

$$\{B_{\alpha}, B_{\beta}^{\dagger}\} = \delta_{\alpha\beta} - \Delta_{\alpha\beta}, \qquad \{B_{\alpha}, B_{\beta}\} = 0 \qquad (4.3)$$

onde

$$\Delta_{\alpha\beta} = 3\Psi_{\alpha}^{*\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}}\Psi_{\beta}^{\mu_{1}\mu_{2}\nu_{3}}q_{\nu_{3}}^{\dagger}q_{\mu_{3}} - \frac{3}{2}\Psi_{\alpha}^{*\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}}\Psi_{\beta}^{\mu_{1}\nu_{2}\nu_{3}}q_{\nu_{3}}^{\dagger}q_{\nu_{2}}^{\dagger}q_{\mu_{2}}q_{\mu_{3}}.$$
(4.4)

Além disto,

$$\{q_{\mu}, B_{\alpha}^{\dagger}\} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Psi_{\alpha}^{\mu\mu_{2}\mu_{3}} q_{\mu_{2}}^{\dagger} q_{\mu_{3}}^{\dagger}, \qquad \{q_{\mu}, B_{\alpha}\} = 0.$$
(4.5)

Notamos que a amplitude do estado ligado $\Psi^{\mu_1\mu_2\mu_3}_{\alpha}$ é obtida a partir do Hamiltoniano microscópico de quarks, como mostrado na Eq. (2.16). No entanto, para implementar a transformação FT, sua forma explícita não é necessária: o método requer apenas conhecimento da forma dos estados ligados em termos dos operadores constituintes. Portanto, a discussão a seguir é absolutamente geral, e não depende do modelo das interações microscópicas entre os quarks.

Como já dissemos, a idéia do método de FT é mudar a representação , de forma que os operadores de partículas compostas sejam redescritos por operadores de campo que

satisfazem relações de (anti)comutação canônicas. As complicações relativas à natureza composta dos hadrons serão transferidas para os Hamiltonianos efetivos.

As principais características da transformação FT são:

1. A transformação é feita por um operador unitário U, tal que

$$|\Omega\rangle \longrightarrow |\Omega\rangle = U^{-1}|\Omega\rangle, \qquad O \longrightarrow O_{\rm FT} = U^{-1}OU.$$
 (4.6)

 $|\Omega\rangle$ é um vetor de estado arbitrário e O é um operador arbitrário, ambos expressos em termos dos operadores de quarks q e q^{\dagger} da representação de Fock original. $|\Omega\rangle$ e $O_{\rm FT}$ são as quantidades correspondentes na nova representação. Como U é unitário, o produto escalar e os elementos de matriz são preservados na mudança de representação, isto é:

$$\langle \Omega | \Omega \rangle = (\Omega | \Omega), \qquad \langle \Omega | O | \Omega \rangle = (\Omega | O_{\rm FT} | \Omega).$$

$$(4.7)$$

Na nova representação, os estados são representados por bras e kets "arredondados", ao invés da representação usual.

2. A transformação é definida de forma que o estado de um bárion $|\alpha\rangle$ é transformado no estado (ideal) de um bárion elementar por

$$|\alpha\rangle \stackrel{\cdot}{=} B^{\dagger}_{\alpha}|0\rangle \longrightarrow U^{-1}|\alpha\rangle \equiv |\alpha\rangle = b^{\dagger}_{\alpha}|0\rangle, \qquad (4.8)$$

onde b^{\dagger}_{α} é o operador ideal de criação de barions. Os operadores ideais de barions b^{\dagger}_{α} e b_{α} satisfazem, por definição, relações de anticomutação canônicas

$$\left\{b_{\alpha}, b_{\beta}^{\dagger}\right\} = \delta_{\alpha\beta}, \qquad \left\{b_{\alpha}, b_{\beta}\right\} = 0.$$
(4.9)

O estado $|0\rangle$ é o vácuo dos graus de liberdade q e b na nova representação. Além disto, na nova representação, os operadores de quarks q^{\dagger} e q, são cinematicamente independentes de b^{\dagger}_{α} e b_{α}

$$\{q_{\mu}, b_{\alpha}\} = \{q_{\mu}, b_{\alpha}^{\dagger}\} = 0. \tag{4.10}$$

3. O estado de um sistema de barions $|\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle$, construído a partir de pacotes de onda não superpostos, é transformado em um estado ideal $|\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle$

$$|\alpha_1, \cdots, \alpha_n\rangle \to U^{-1} |\alpha_1, \cdots, \alpha_n\rangle =$$

$$|\alpha_1, \cdots, \alpha_n\rangle = b^{\dagger}_{\alpha_1} \cdots b^{\dagger}_{\alpha_n} |0\rangle.$$
(4.11)

4. Dado um operador Hamiltoniano de quarks microscópico, o Hamiltoniano de FT transformado pode em geral ser escrito como

$$H \to H_{\rm FT} = U^{-1} H U \equiv H_{\rm FT}^{(0)} + V_{\rm FT}.$$
 (4.12)

 $H_{\rm FT}^{(0)}$ é a parte "não interagente"; ela contém a parte dos quarks do Hamiltoniano original e a parte de um bárion que descreve a propagação livre dos barions compostos. $V_{\rm FT}$ é a parte de interação, responsável por todas as possíveis interações entre compostos e quarks. Ela descreve os processos "efetivos" de interação, isto é, os efeitos da ligação dos quarks em barions estão em $H_{\rm FT}^{(0)}$.

O operador unitário U que implementa a transformação, Eq. (4.8), é construído da seguinte forma: seja \mathcal{F} o espaço de Fock físico. Este é o espaço dos estados gerados por todas as combinações lineares de estados construídos a partir dos operadores de quarks q^{\dagger} ,

$$q^{\dagger}_{\mu_1} \cdots q^{\dagger}_{\mu_i} |0\rangle, \tag{4.13}$$

com *l* arbitrário. Os operadores de quarks satisfazem relações canônicas de anticomutação, Eq. (2.2), e $|0\rangle$ é o estado de vácuo definido anteriormente.

Agora, vamos definir um espaço de Hilbert independente, \mathcal{H} , o "espaço ideal de hadrons", como o espaço de todas as combinações lineares de estados construídos a partir dos operadores de bárion ideais b^{\dagger} ,

$$b_{\alpha_1}^{\dagger} \cdots b_{\alpha_n}^{\dagger} | 0 \rangle_{\mathcal{H}}, \tag{4.14}$$

onde $|0\rangle_{\mathcal{H}}$ é o vácuo de \mathcal{H} , isto é, $b_{\alpha}|0\rangle_{\mathcal{H}} = 0$.

4

Em seguida, o "espaço ideal de estados" \mathcal{I} é definido como o produto direto do espaço de Fock \mathcal{F} e do espaço ideal de hadrons \mathcal{H} : $\mathcal{I} = \mathcal{F} \times \mathcal{H}$. Por definição, os operadores de quarks e barions ideais são cinematicamente independentes e, portanto, satisfazem a Eq. (4.10) em \mathcal{I} . As relações de anticomutação dadas nas Eqs. (2.2) e (2.9), inicialmente definidas sobre \mathcal{F} , assim como aquelas na Eq. (4.9), inicialmente definidas sobre \mathcal{H} , também são válidas para \mathcal{I} . O vácuo do espaço \mathcal{I} é o produto direto dos vácuos de $\mathcal{F} \in \mathcal{H}$. Para simplificar a notação, o símbolo $|0\rangle$ é usado para representar o produto $|0\rangle \equiv |0\rangle \times |0\rangle_{\mathcal{H}}$. Assim, $|0\rangle$ é o vácuo tanto dos graus de liberdade de quarks como dos hadrons ideais, $q_{\mu}|0\rangle = b_{\alpha}|0\rangle = 0$. Os operadores de quarks atuam sobre $|0\rangle$ e os operadores ideais atuam sobre $|0\rangle_{\mathcal{H}}$.

O objetivo é estabelecer uma correspondência um a um entre os estados compostos em \mathcal{F} e os estados ideais de um sub-espaço de \mathcal{I} . Para isto, observamos que em \mathcal{I} existe um sub-espaço que é isomórfico ao espaço de Fock original \mathcal{F} , ou seja, o espaço \mathcal{I}_0 que consiste nos estados $|\Omega\rangle$ que não têm barions ideais.

$$b_{\alpha}|\Omega\rangle = 0. \tag{4.15}$$

Como vamos discutir a seguir, a Eq. (4.15) é uma equação de vínculo que assegura que não haverá dupla contagem de graus de liberdade.

Na formulação original do método [15] a mudança de representação é efetuada pelo operador

$$U = \exp\left(-\frac{\pi}{2}F\right),\tag{4.16}$$

onde o gerador da transformação unitária é o operador anti-Hermitiano F dado por

$$F = b^{\dagger}_{\alpha}O_{\alpha} - O^{\dagger}_{\alpha}b_{\alpha}. \tag{4.17}$$

Como sempre, índices repetidos indicam soma. Devemos notar que U atua em \mathcal{I} e não pode ser definido em \mathcal{F} . Entretanto, ele é definido em \mathcal{I}_0 , que é isomórfico à \mathcal{F} . A imagem

 $\mathcal{F}_{\mathrm{FT}} = U^{-1}\mathcal{I}_0 \, \mathrm{de} \, \mathcal{I}_0 \, \mathrm{\acute{e}} \, \mathrm{o} \, \mathrm{sub}$ -espaço de \mathcal{I} que consiste de todos os estados $|\Omega\rangle$ na nova representação, relacionados aos estados $|\Omega\rangle \, \mathrm{de} \, \mathcal{I}_0$ por

$$|\Omega\rangle = U^{-1}|\Omega\rangle. \tag{4.18}$$

No sub-espaço \mathcal{F}_{FT} , Eq. (4.15) é transformada para

$$U^{-1}b_{\alpha}U|\Omega) = 0. (4.19)$$

Assim, qualquer cálculo no espaço original de Fock é equivalente ao cálculo no espaço de FT, \mathcal{F}_{FT} , quando a Eq. (4.19) é satisfeita. Não é difícil provar que a transformação implementada por tal operador U tem as características 1) a 4) discutidas anteriormente. A grande vantagem de trabalhar em \mathcal{F}_{FT} é que todos os operadores de criação e aniquilação satisfazem relações de comutação canônicas. Os operadores transformados $O_{FT} = U^{-1}OU$ dão origem, em geral, à séries infinitas. Fisicamente estas séries representam uma expansão no "grau de superposição" dos compostos no sistema. Para a dedução de uma interação efetiva de dois barions, somente alguns termos da série são necessários. Uma complicação potencial é a equação de vínculo, Eq. (4.19), chamada "condição subsidiária". Para problemas de espalhamento, de onde partimos com a definição adequada de estados assintóticos, a Eq. (4.19) é trivialmente satisfeita. Ela também é satisfeita no caso particularmente importante do estado de um sistema ideal de muitos barions $b_{\alpha_1}^{\dagger} \cdots b_{\alpha_n}^{\dagger}|0\rangle$.

O próximo passo é obter os operadores transformados na nova representação. Os operadores básicos do modelo, como o Hamiltoniano, correntes eletromagnéticas, etc., são expressos em termos dos operadores de quarks. Assim, a fim de obter os operadores do modelo na nova representação, precisamos dos operadores de quarks transformados,

$$q_{\rm FT} = U^{-1} \, q \, U. \tag{4.20}$$

O cálculo destas expressões diretamente por múltiplos comutadores é extremamente difícil, envolve a soma de séries infinitas e não pode, em geral, ser expresso em uma forma fechada. Entretanto, Girardeau [15] sugere o uso da técnica de "equações de movimento", que consiste no seguinte: para qualquer operador \mathcal{O} , um operador "dependente do tempo" é definido como

$$\mathcal{O}(t) = \exp\left(-tF\right)\mathcal{O}\,\exp\left(tF\right),\tag{4.21}$$

onde t é um parâmetro de "tempo" real.

Diferenciando a equação anterior com relação à t, obtemos uma equação de movimento para $\mathcal{O}(t)$

$$\frac{d\mathcal{O}(t)}{dt} = [\mathcal{O}(t), F], \qquad (4.22)$$

com a "condição inicial"

$$\mathcal{O}(0) = 0. \tag{4.23}$$

Consequentemente, os operadores transformados são obtidos a partir da solução das Eqs. (4.22) e (4.23) fazendo $t = -\pi/2$ no final

$$\mathcal{O}_{\rm FT} = U^{-1} \mathcal{O} U = \mathcal{O}(-\pi/2).$$
 (4.24)

As equações de movimento para os operadores de quarks q podem ser obtidas usando as Eqs.em (4.3), que levam a

$$\frac{dq_{\mu}(t)}{dt} = [q_{\mu}(t), F] = -\delta_{\mu\mu_1} \sqrt{\frac{3}{2}} \Psi_{\beta}^{\mu_1\mu_2\mu_3} q_{\mu_2}^{\dagger}(t) q_{\mu_3}^{\dagger}(t) b_{\beta}(t).$$
(4.25)

Como estas equações envolvem $b_{\alpha}(t)$, sua equação de movimento também é necessária

$$\frac{db_{\alpha}(t)}{dt} = [b_{\alpha}(t), F] = B_{\alpha}(t)$$
(4.26)

e para resolver a equação anterior precisamos da equação para $B_{\alpha}(t)$

$$\frac{dB_{\alpha}(t)}{dt} = [B_{\alpha}(t), F] = -[\delta_{\alpha\beta} - \Delta_{\alpha\beta}(t)]b_{\beta}(t).$$
(4.27)

As Eqs. (4.25)–(4.27), juntamente com as suas conjugadas Hermitianas, formam um sistema de equações diferenciais lineares acopladas. Evidentemente, a solução deste sistema é tão complicada quanto o cálculo dos múltiplos comutadores discutidos anteriormente. Entretanto, estas equações podem ser resolvidas diretamente por iteração. Começando com uma aproximação de "ordem zero", onde a superposição dos barions é desprezada, agrupamos os termos de mesma "potência" nas amplitudes $\Psi_{\alpha} \in \Psi_{\alpha}^{*}$ do estado ligado. Podemos escrever as expansões para cada operador como

$$q_{\mu}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} q_{\mu}^{(i)}(t), \quad m_{\alpha}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} b_{\alpha}^{(i)}(t), \quad B_{\alpha}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} B_{\alpha}^{(i)}(t), \quad (4.28)$$

onde o índice *i* indica a *i*-ésima potência Ψ_{α} e Ψ_{α}^{*} nas séries. Para que a contagem de potências seja consistente, as Φ_{α} e Φ_{α}^{*} que entram implicitamente via Eq. (4.2) não são contadas [15].

A fim de derivar uma interação bárion-bárion efetiva, é necessária a expansão até a terceira ordem nas funções de onda. Por isto, vamos derivar explicitamente os operadores transformados até a terceira ordem. Na aproximação de ordem zero, os efeitos da estrutura do bárion são desprezados. Isto significa desprezar os termos $\Delta_{\alpha\beta} \in \Psi^{\mu\nu}_{\alpha}$ nas Eqs. (4.25) e (4.27):

$$\frac{dq_{\mu}^{(0)}(t)}{dt} = 0, \quad \frac{dB_{\alpha}^{(0)}(t)}{dt} = -b_{\alpha}^{(0)}(t), \quad \frac{db_{\alpha}^{(0)}(t)}{dt} = B_{\alpha}^{(0)}(t). \tag{4.29}$$

Usando a condição inicial, Eq. (4.23), as soluções para ordem zero são:

$$q_{\mu}^{(0)}(t) = q_{\mu},$$

$$b_{\alpha}^{(0)}(t) = b_{\alpha} \cos t + B_{\alpha} \sin t,$$

$$B_{\alpha}^{(0)}(t) = B_{\alpha} \cos t - b_{\alpha} \sin t.$$
(4.30)

Na aproximação de ordem zero, os barions transformados se comportam como fermions e a transformação de B_{α} para b_{α} é interpretada como uma rotação de $-\pi/2$ no espaço \mathcal{I} . As equações de primeira ordem são dadas por

$$\frac{dq_{\mu}^{(1)}(t)}{dt} = -\delta_{\mu\mu_{1}}\sqrt{\frac{3}{2}} \Psi_{\beta}^{\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}} q_{\mu_{2}}^{\dagger(0)}(t)q_{\mu_{3}}^{\dagger(0)}(t)b_{\beta}^{(0)}(t)
\frac{dM_{\alpha}^{(1)}(t)}{dt} = -m_{\alpha}^{(1)}(t),
\frac{dm_{\alpha}^{(1)}(t)}{dt} = M_{\alpha}^{(1)}(t).$$
(4.31)

Como as condições iniciais foram fixadas para os termos de ordem zero, então

$$q_{\mu}^{(i)}(t=0) = b_{\alpha}^{(i)}(t=0) = B_{\alpha}^{(i)}(t=0) = 0, \text{ para } i \ge 1.$$
(4.32)

Portanto, as soluções para as equações até primeira ordem podem ser escritas como

$$q_{\mu}^{(1)}(t) = -\delta_{\mu\mu_1} \sqrt{\frac{3}{2}} \Psi_{\beta}^{\mu_1\mu_2\mu_3} q_{\mu_2}^{\dagger} q_{\mu_3}^{\dagger} [b_{\beta} \sin t + B_{\beta}(1 - \cos t)], \qquad (4.33)$$

$$b_{\alpha}^{(1)}(t) = 0, \qquad B_{\alpha}^{(1)}(t) = 0.$$
 (4.34)

O procedimento iterativo pode continuar a ser feito até ordens mais altas.

No entanto, as soluções de ordem maior ou igual à dois contém termos seculares, isto é, termos que envolvem polinômios em t, além de funções trigonométricas em t. Entre outros problemas, os termos seculares introduzem as chamadas discrepâncias post-prior na análise do espalhamento e processos de reação. A origem dos termos seculares é a assimetria das equações de movimento para $b_{\alpha}(t)$ e $B_{\alpha}(t)$, Eqs. (4.26) e (4.27): o termo proporcional a $\Delta_{\alpha\beta}$ quebra a simetria. A solução consiste em adicionar a F um termo dependente de $\Delta_{\alpha\beta}$, tal que as equações se tornem simétricas.

O gerador da transformação F é generalizado por

$$F = b^{\dagger}_{\alpha} O_{\alpha} - O^{\dagger}_{\alpha} b_{\alpha}, \tag{4.35}$$

onde o operador O_{α} é uma função dos operadores de quarks e é escolhido tal que

$$\{O_{\alpha}, O_{\beta}^{\dagger}\} = \delta_{\alpha\beta}, \qquad \{O_{\alpha}, O_{\beta}\} = \{O_{\alpha}^{\dagger}, O_{\beta}^{\dagger}\} = 0.$$

$$(4.36)$$

Como consequência, as equações para $b_{\alpha} \in O_{\alpha}$ são simétricas,

$$\frac{db_{\alpha}(t)}{dt} = [b_{\alpha}(t), F] = O_{\alpha}(t), \qquad \frac{dO_{\alpha}(t)}{dt} = [O_{\alpha}(t), F] = -b_{\alpha}(t), \qquad (4.37)$$

e suas soluções envolvem somente funções trigonométricas de t,

$$b_{\alpha}(t) = O_{\alpha} \sin t + b_{\alpha} \cos t, \qquad O_{\alpha}(t) = O_{\alpha} \cos t - b_{\alpha} \sin t.$$
(4.38)

Os operadores O_{α} são obtidos ordem a ordem na expansão em potências das funções de onda do estado ligado, como segue. Em ordem zero, é claro que

$$O_{\alpha}^{(0)} = B_{\alpha}.\tag{4.39}$$

Isto certamente satisfaz Eq. (4.36) e reproduz os resultados originais para as ordens zero e um. Como não há contribuição de primeira ordem para O_{α} , devido à $\Delta_{\alpha\beta}$, que é o termo a ser cancelado na relação de comutação, já podemos ir para segunda ordem. Então,

$$O_{\alpha} = B_{\alpha} + O_{\alpha}^{(2)},\tag{4.40}$$

onde $O_{\alpha}^{(2)}$ deve ser escolhido de forma que

$$\{O_{\alpha}, O_{\beta}^{\dagger}\} = \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{O}(\Phi^3). \tag{4.41}$$

Podemos verificar facilmente que a escolha apropriada é

$$O_{\alpha}^{(2)} = \frac{1}{2} \Delta_{\alpha\beta} B_{\beta}. \tag{4.42}$$

Da mesma forma, o operador apropriado de terceira ordem $O^{(3)}_{\alpha}$ é dado por

$$O_{\alpha}^{(3)} = -\frac{1}{2} B_{\beta}^{\dagger} [\Delta_{\beta\gamma}, B_{\alpha}] B_{\gamma}.$$

$$(4.43)$$

Nas Eqs. (4.42) e (4.43), indices repetidos indicam soma.

Usando o novo gerador F, Eq. (4.35), as equações de segunda e terceira ordens para os operadores de quarks são obtidas sem grande esforço. A integração destas, e tomando $t = -\pi/2$, resulta em

$$q_{\mu}^{(2)} = \delta_{\mu\nu_{1}} \frac{3}{2} \Psi_{\alpha}^{*\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}} \left[\Psi_{\beta}^{\nu_{1}\mu_{2}\mu_{3}} (b_{\alpha}^{\dagger}q_{\mu_{1}}b_{\beta} + B_{\alpha}^{\dagger}q_{\mu_{1}}B_{\beta} - 2B_{\alpha}^{\dagger}q_{\mu_{1}}b_{\beta}) - \Psi_{\beta}^{\nu_{1}\nu_{2}\mu_{3}} \left(b_{\alpha}^{\dagger}q_{\nu_{2}}^{\dagger}q_{\mu_{2}}q_{\mu_{3}}b_{\beta} + B_{\alpha}^{\dagger}q_{\nu_{2}}^{\dagger}q_{\mu_{2}}q_{\mu_{3}}B_{\beta} - 2B_{\alpha}^{\dagger}q_{\nu_{2}}^{\dagger}q_{\mu_{2}}q_{\mu_{3}}b_{\beta} \right) \right].$$
(4.44)

$$\begin{aligned} q_{\mu}^{(3)} &= \delta_{\mu\sigma_{1}} \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{1}{2} \Psi_{\alpha}^{\sigma_{1}\mu_{2}\mu_{3}} q_{\mu_{2}}^{\dagger} q_{\mu_{3}}^{\dagger} \Delta_{\alpha\gamma} \left(b_{\gamma} - 2B_{\gamma} \right) \right. \\ &+ \frac{3}{2} \Psi_{\alpha}^{*\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}} \left[\Psi_{\beta}^{*\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\gamma}^{\sigma_{1}\mu_{2}\nu_{3}} \left(B_{\alpha}^{\dagger} - b_{\alpha}^{\dagger} \right) B_{\beta}^{\dagger} q_{\mu_{1}} q_{\mu_{3}} q_{\nu_{2}} q_{\nu_{1}} b_{\gamma} \right. \\ &+ \left(2\Psi_{\beta}^{\mu_{1}\mu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\gamma}^{\sigma_{1}\nu_{2}\mu_{3}} - \Psi_{\beta}^{\mu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\gamma}^{\sigma_{1}\mu_{2}\mu_{3}} \right) q_{\nu_{2}}^{\dagger} q_{\nu_{3}}^{\dagger} \\ &\times \left(-b_{\alpha}^{\dagger} b_{\beta} b_{\gamma} + B_{\alpha}^{\dagger} B_{\beta} B_{\gamma} - B_{\alpha}^{\dagger} B_{\beta} b_{\gamma} + b_{\alpha}^{\dagger} B_{\beta} b_{\gamma} \right) \\ &+ \left. 2\Psi_{\beta}^{\nu_{1}\mu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\gamma}^{\sigma_{1}\nu_{2}\mu_{3}} q_{\nu_{1}}^{\dagger} q_{\nu_{2}}^{\dagger} q_{\nu_{3}}^{\dagger} \left(-b_{\alpha}^{\dagger} b_{\beta} b_{\gamma} + B_{\alpha}^{\dagger} B_{\beta} B_{\gamma} - B_{\alpha}^{\dagger} B_{\beta} b_{\gamma} + b_{\alpha}^{\dagger} B_{\beta} b_{\gamma} \right) q_{\mu_{1}} \right] \right\}. \end{aligned}$$

$$(4.45)$$

Isto completa a dedução dos operadores transformados até terceira ordem. As fórmulas anteriores fornecem o ponto de partida para a construção de Hamiltonianos efetivos para uma variedade de processos envolvendo barions e quarks, tais como Hamiltonianos bárionbárion efetivos. Existem termos de ordem superior que dão correções de ortogonalidade para os termos de ordem mais baixa.

O Hamiltoniano de Fock-Tani $H_{\rm FT}$ é obtido do Hamiltoniano microscópico de quarks pela aplicação do operador unitário U. Portanto, a estrutura do Hamiltoniano microscópico deve ser especificada. Vamos considerar um Hamiltoniano microscópico da forma geral

$$H = T(\mu) q^{\dagger}_{\mu} q_{\mu} + \frac{1}{2} V_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho) q^{\dagger}_{\mu} q^{\dagger}_{\nu} q_{\rho} q_{\sigma}$$

$$(4.46)$$

(como já dissemos anteriormente, índices repetidos indicam soma).

A transformação é implementada transformando cada operador de quark na Eq. (4.46). No espaço livre, as amplitudes de um bárion no espaço de Fock $\Psi^{\mu\nu}_{\alpha}$ da Eq. (4.2) satisfazem
a Eq. (2.16). A estrutura do Hamiltoniano transformado $H_{\rm FT} = U^{-1}HU$ é a seguinte

$$H_{\rm FT} = H_q + H_b + H_{bq}, \tag{4.47}$$

onde o primeiro termo envolve somente operadores de quarks, o segundo envolve somente operadores de barions ideais e H_{bq} envolve operadores de quarks e barions. Vamos discutir aqui somente os dois primeiros termos.

A interação quark-quark na nova representação é obtida a partir dos termos $q_{\mu}^{\dagger(0)}q_{\mu}^{(1)}$, $q_{\mu}^{\dagger(1)}q_{\mu}^{(1)}, q_{\mu}^{\dagger(1)}q_{\nu}^{\dagger(0)}, q_{\rho}^{(0)}q_{\sigma}^{(0)}$ e $q_{\mu}^{\dagger(1)}q_{\nu}^{\dagger(0)}q_{\rho}^{(0)}q_{\sigma}^{(1)}$. Substituindo as soluções das equações de movimento anteriores, obtemos para a nova interação quark-quark

$$V_{qq} = \frac{1}{2} V_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho) q^{\dagger}_{\mu} q^{\dagger}_{\nu} q_{\rho} q_{\sigma} + \frac{1}{6} \left[\Delta(\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3};\mu_{1}\mu\nu) H(\mu\nu;\mu_{2}\mu_{3}) + H(\nu_{1}\nu_{2};\sigma\rho) \Delta(\sigma\rho\nu_{3};\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}) - \Delta(\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3};\tau\mu\nu) H(\mu\nu;\sigma\rho) \Delta(\sigma\rho\tau;\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}) \right] q^{\dagger}_{\nu_{1}} q^{\dagger}_{\nu_{2}} q^{\dagger}_{\nu_{3}} q_{\mu_{1}} q_{\mu_{2}} q_{\mu_{3}}, \quad (4.48)$$

onde $\Delta(\mu\nu\tau;\mu'\nu'\tau')$ é o kernel do estado ligado para barions

$$\Delta(\mu\nu\tau;\mu'\nu'\tau') = \sum_{\alpha} \Psi^{\mu\nu\tau}_{\alpha} \Psi^{*\mu'\nu'\tau'}_{\alpha}.$$
(4.49)

No caso em que os Ψ 's são escolhidos como os auto-estados do Hamiltoniano de quarks microscópico, a Eq. (4.48) pode ser escrita de uma forma conveniente como

$$V_{qq} = \frac{1}{2} V_{qq}(\mu\nu; \sigma\rho) q^{\dagger}_{\mu} q^{\dagger}_{\nu} q_{\rho} q_{\sigma} - \sum_{\alpha} \mathcal{E}_{\alpha} B^{\dagger}_{\alpha} B_{\alpha}.$$
(4.50)

Não é difícil mostrar que o espectro do Hamiltoniano de quarks modificado H_q , na Eq. (4.47), é positivo, semi-definido e consequentemente não tem estados ligados [15]. Esta característica é a mesma que no método de quasi-partícula de Weinberg [32]. No método de Weinberg, os estados ligados são redescritos por partículas elementares ou ideais e, para não mudar a física do problema, o potencial é modificado de forma a não mais produzir estados ligados. No formalismo discutido aqui, esta característica aparece automaticamente. A parte do Hamiltoniano efetivo que contém somente operadores de barions ideais, dada pelo segundo termo da Eq. (4.47), e que representa uma interação efetiva bárionbárion, pode ser escrita como:

4

$$H_b = H_b^{(0)} + V_{bb}. ag{4.51}$$

 $H_{bb}^{(0)}$ é o termo "não interagente", obtido ao substituírmos os operadores transformados na expressão

$$T(\mu)q_{\mu}^{\dagger(1)}(t)q_{\mu}^{(1)}(t) + \frac{1}{2}V_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho)q_{\mu}^{\dagger(1)}(t)q_{\nu}^{\dagger(0)}(t)q_{\rho}^{(0)}(t)q_{\sigma}^{(1)}(t).$$
(4.52)

Depois de colocar a expressão em ordem normal, obtemos um termo que contém somente operadores de barions ideais que é da forma

$$H_b^{(0)} = H_{\rm FT}^{(0)}(\alpha;\beta) \, b_{\alpha}^{\dagger} b_{\beta}, \tag{4.53}$$

onde

$$H_{\rm FT}^{(0)}(\alpha;\beta) = \Psi_{\alpha}^{*\mu\nu\tau} H(\mu\nu;\sigma\rho) \Psi_{\beta}^{\sigma\rho\tau}.$$
(4.54)

O potencial bárion-bárion é obtido a partir da expressão

$$T(\mu) \left[q_{\mu}^{\dagger(3)}(t) q_{\mu}^{(1)}(t) + q_{\mu}^{\dagger(1)}(t) q_{\mu}^{(3)}(t) \right]$$

+ $\frac{1}{2} V_{qq}(\mu\nu; \sigma\rho) \left[q_{\mu}^{\dagger(1)}(t) q_{\nu}^{\dagger(1)}(t) q_{\rho}^{(1)}(t) q_{\sigma}^{(1)}(t) + q_{\mu}^{\dagger(1)}(t) q_{\sigma}^{\dagger(0)}(t) q_{\sigma}^{(1)}(t) + q_{\mu}^{\dagger(1)}(t) q_{\nu}^{\dagger(2)}(t) q_{\rho}^{(0)}(t) q_{\sigma}^{(1)}(t) + q_{\mu}^{\dagger(3)}(t) q_{\nu}^{\dagger(0)}(t) q_{\sigma}^{(0)}(t) q_{\sigma}^{(1)}(t) + q_{\mu}^{\dagger(1)}(t) q_{\nu}^{\dagger(0)}(t) q_{\rho}^{(0)}(t) q_{\sigma}^{(3)}(t) \right].$ (4.55)

Substituindo os operadores de quark transformados e colocando a expressão resultante em ordem normal, são obtidos termos que novamente contém somente operadores de bárion ideais. O Hamiltoniano bariônico total pode ser escrito na forma

$$H_{b} = \Psi_{\alpha}^{*\mu\nu\lambda} H(\mu\nu;\sigma\rho) \Psi_{\beta}^{\sigma\rho\lambda} b_{\alpha}^{\dagger} b_{\beta} + \frac{1}{2} V_{bb}(\alpha\beta;\delta\gamma) b_{\alpha}^{\dagger} b_{\beta}^{\dagger} b_{\gamma} b_{\delta}, \qquad (4.56)$$

onde V_{bb} é o potencial bárion-bárion efetivo, que podemos novamente dividir, por uma questão de conveniência futura, em partes que chamaremos de *direto*, *exchange* e *intraexchange*, ou seja,

$$V_{bb} \equiv V_{bb}^{dir} + V_{bb}^{exc} + V_{bb}^{int}, \tag{4.57}$$

onde

$$\begin{aligned}
V_{bb}^{dir}(\alpha\beta;\delta\gamma) &= 9 V_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho) \Psi_{\alpha}^{*\mu\mu_{2}\mu_{3}} \Psi_{\beta}^{*\nu\nu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\gamma}^{\rho\nu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\delta}^{\sigma\mu_{2}\mu_{3}}, \quad (4.58) \\
V_{bb}^{exc}(\alpha\beta;\delta\gamma) &= 9 V_{qq}(\mu\nu;\sigma\rho) \left[2 \Psi_{\alpha}^{*\mu\nu\mu_{3}} \Psi_{\beta}^{*\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\gamma}^{\rho\nu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\delta}^{\rho\nu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\delta}^{\nu_{1}\sigma\mu_{3}} \\
&- \Psi_{\alpha}^{*\mu\mu_{2}\mu_{3}} \Psi_{\beta}^{*\nu\nu_{2}\nu_{3}} \left(\Psi_{\gamma}^{\sigma\nu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\delta}^{\rho\mu_{2}\mu_{3}} + 4 \Psi_{\gamma}^{\rho\nu_{2}\mu_{3}} \Psi_{\delta}^{\sigma\mu_{2}\nu_{3}} \right) \\
&- 2 \Psi_{\alpha}^{*\mu\mu_{2}\mu_{3}} \Psi_{\beta}^{*\nu_{1}\nu_{2}\nu} \Psi_{\gamma}^{\nu_{1}\nu_{2}\mu_{3}} \Psi_{\delta}^{\sigma\mu_{2}\rho} \right], \quad (4.59) \\
V_{bb}^{int}(\alpha\beta;\delta\gamma) &= -6 H(\mu\nu;\sigma\rho) \left(\Psi_{\alpha}^{*\mu\nu\mu_{3}} \Psi_{\beta}^{*\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \Psi_{\gamma}^{\nu_{1}\nu_{2}\mu_{3}} \Psi_{\delta}^{\sigma\rho\nu_{3}} \\
&+ \Psi_{\alpha}^{*\mu\mu_{2}\mu_{3}} \Psi_{\beta}^{*\nu_{1}\nu_{2}\nu} \Psi_{\gamma}^{\nu_{1}\nu_{2}\mu_{3}} \Psi_{\delta}^{\sigma\mu_{2}\rho} \right). \quad (4.60)
\end{aligned}$$

Uma propriedade particularmente importante é que, se os Ψ 's são auto-estados do Hamiltoniano microscópico de quarks, o termo de intra-exchange V_{bb}^{int} , é cancelado por correções de ortogonalidade em ordem mais baixa. Estas correções têm a mesma origem que a subtração de estados ligados da interação microscópica, e neste caso elas aparecem como potências do kernel Δ do estado ligado, definido na Eq. (4.49). Como resultado deste cancelamento, o potencial efetivo bárion-bárion é dado pelos primeiros dois termos da Eq. (4.57). Em geral, o potencial efetivo bárion-bárion é não local, mesmo quando a interação microscópica é local. A não localidade se deve, evidentemente, à estrutura dos barions e o "tamanho" da não localidade é tipicamente da ordem do tamanho do bárion.

4.2 Um Hamiltoniano efetivo para a Física Hadrônica

Se a única escala relevante da QCD para a Física Hadrônica a baixas energias fosse o confinamento, de acordo com a SCQCD, as interações entre os hadrons se dariam somente

pela troca de mesons, e os processos de troca de quarks constituintes seriam altamente desfavorecidos. No entanto, a simetria quiral é um elemento importante, mas não é facilmente descrita pela SCQCD pelas razões discutidas anteriormente. A alternativa é introduzir um modelo que descreva este fenômeno de maneira simples o suficiente para não inviabilizar nossa capacidade de fazer cálculos semi-analíticos.

Nossa proposta é empregar a representação Fock-Tani para construir um Hamiltoniano hadrônico efetivo em que os aspectos da SCQCD e a possibilidade de troca de quarks entre hadrons diferentes sejam tratados simultaneamente. No limite da SCQCD, a transformação FT é trivial, porque os termos que vêm da indistinguibilidade dos quarks de nucleons diferentes [ver Eq. (2.9)] são nulos. Na prática, a nossa proposta para a construção deste Hamiltoniano se dá de uma maneira similar à proposta por Robson [21] para tratar ao mesmo tempo os limites de acoplamento forte e fraco da QCD.

Robson propõe escrever o operador de link da SCQCD como

4

$$L^{\dagger}(x,y) \longrightarrow \theta(|x-y|-r_{cr}) L_{S}^{\dagger}(x,y) + \theta(r_{cr}-|x-y|) L_{W}^{\dagger}(x,y), \qquad (4.61)$$

onde θ é a função de Heaviside e r_{cr} é uma distância crítica que separa as fases de acoplamento forte (S) e fraco (W). Agora, se r_{cr} é menor que o tamanho típico do hádron, é conveniente estender L_S^{\dagger} para todos os valores de x e y e reescrever a equação acima como

$$L^{\dagger} \longrightarrow L_{S}^{\dagger} + \theta(r_{cr} - |x - y|) \left(L_{W}^{\dagger} - L_{S}^{\dagger}\right).$$

$$(4.62)$$

Robson propõe interpretar L_S^{\dagger} como tendo as propriedades do operador de *link* de Greenberg e Hietarinta, e tratar o termo $L_W^{\dagger} - L_S^{\dagger}$ como uma perturbação.

Baseados nesta proposta, nossa estratégia [33] é tomar o operador L_S^{\dagger} como sendo *lite*ralmente o operador do modelo de Greenberg e Hietarinta, e implementar a representação Fock-Tani. O estado de um méson é dado como na Eq. (2.30)

$$M^{\dagger} \sim \Phi(x, y) q^{\dagger}(x) L^{\dagger}(x, y) \bar{q}^{\dagger}(y), \qquad (4.63)$$

onde $L^{\dagger}(x, y)$ é a soma de dois termos, como acima. Não é difícil se convencer que a parte $L_W^{\dagger} - L_S^{\dagger}$ permite a existência de troca de quarks. Para um bárion, a situação é similar, onde na Eq. (3.86) os operadores U são substituídos pelos L's acima.

É importante lembrar que os operadores L_S e L_S^{\dagger} só existem se conectados a quarks e/ou antiquarks. Portanto, todas as manipulações efetuadas no Capítulo 2 para gerar os operadores de quarks na nova representação afetam a parte proporcional a L_S e L_S^{\dagger} de maneira trivial, no sentido que ou todo o hádron composto é representado pelo operador ideal, ou a transformação leva a um zero. Esta propriedade foi usada implicitamente por Miller para derivar as constantes de acoplamento $\omega NN \in \rho NN$, conforme discutido no Capítulo 3. Naquele caso, somente um quark do núcleon era ativo, os outros eram es pectadores. Por outro lado, tratando a parte proporcional a $L_W^{\dagger}-L_S^{\dagger}$ perturbativamente, os termos que levam a quark exchange são gerados da forma usual.

Apesar da transformação unitária para o modelo de Greenberg e Hietarinta ser trivial, vamos brevemente indicar de maneira esquemática como se procede tecnicamente a ela. Consideremos então um estado bariônico como o dado na Eq. (2.72). Além das equações de movimento dos operadores de quark, precisamos das equações de movimento para os links e as junções. Note que as equações dos quarks vão envolver operadores de links e junções também. O importante é notar que sempre que se transforma um operador de aniquilação, este destrói precisamente um (ou dois) operadores de criação do operador de bárion. Por exemplo,

$$\frac{dL}{dt} = [L, F] \sim [L, bB^{\dagger}] = b \Psi q^{\dagger} q^{\dagger} q^{\dagger} L^{\dagger} L^{\dagger} \epsilon^{\dagger}, \qquad (4.64)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = [\epsilon, F] = [\epsilon, bB^{\dagger}] = b \Psi q^{\dagger} q^{\dagger} q^{\dagger} L^{\dagger} L^{\dagger} L^{\dagger}.$$
(4.65)

Notamos que em cada equação acima, esta faltando exatamente um operador de criação que estava no operador de criação do bárion.

Ao integrar, a primeira ordem é trivial porque todos os operadores do lado direito

devem ser tomados em ordem zero, devido à presença de Ψ . Portanto

$$L^{(1)} \sim b \Psi a^{\dagger} a^{\dagger} a^{\dagger} L^{\dagger} L^{\dagger} \epsilon^{\dagger}, \qquad (4.66)$$

$$\epsilon^{(1)} \sim b \Psi q^{\dagger} q^{\dagger} q^{\dagger} L^{\dagger} L^{\dagger} L^{\dagger}.$$
(4.67)

Basta agora substituir estas soluções, juntamente com as dos operadores de quarks, no Hamiltoniano dado pelas Eqs. (2.74) e (2.75), seguindo a mesma estratégia que na Eq. (4.52). Obtemos

$$H_{FT} = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} \, b_{\alpha}^{\dagger} \, b_{\alpha} \tag{4.68}$$

onde ϵ é a energia de um bárion, dada pela Eq. (2.76). Quando se aplicar a transformação simultaneamente aos estados mesônicos e bariônicos, estes geram trivialmente os termos de partícula única e os vértices bárion-méson, como os ωNN e ρNN obtidos no capítulo anterior. As ordens mais altas simplesmente não contribuem, porque seus efeitos se anulam automaticamente por causa da propriedade do operador de link não poder aparecer com extremidades sem quarks.

A mensagem disto é que a parte do confinamento se separa automaticamente das outras partes. Mas, a parte de confinamento *transmite* informação para a parte de distâncias curtas e intermediárias através do operador F da transformação unitária. Esta transmissão de informação vem através da função de onda Ψ .

Com isto, o Hamiltoniano hadrônico efetivo na nova representação, H_{FT} , pode ser descrito como

$$H_{FT} = H_0 + V_{hh} (4.69)$$

onde H_0 é parte não interagente e V_{hh} descreve as interações hádron-hádron. O termo V_{hh} se divide em duas partes, V_{MEX} e V_{QEX} , onde a primeira descreve processos de troca de mesons e a segunda, quark exchange. Para o caso da interação bárion-bárion, obtemos em ordem mais baixa

$$V_{bb} = \frac{1}{2} \left[V_{bb}^{MEX}(\alpha\beta;\delta\gamma) + V_{bb}^{QEX}(\alpha\beta;\delta\gamma) \right] b^{\dagger}_{\alpha} b^{\dagger}_{\beta} b_{\gamma} b_{\delta}, \qquad (4.70)$$

onde V^{MEX} corresponde à troca de mesons e V^{QEX} à troca de quarks, dado pela Eq. (4.59) da seção anterior. É importante lembrar aqui que a parte V^{QEX} não gera forças de van der Waals, pois é uma força de curtíssima distância (em geral, de contato). O significado de "ordem mais baixa" é que as Ψ 's que entram em V^{QEX} são as funções dos barions derivadas no regime de Greenberg e Hietarinta. Correções piônicas, por exemplo, não são incluídas nestas Ψ 's. No capítulo seguinte, vamos ver como são calculadas estas correções.

É muito importante notar que apesar da aparente simplicidade do Hamiltoniano, o problema tornou-se altamente vinculado. Isto porque não temos muita liberdade de fitar fatores de forma, massas dos quarks, massas dos mesons e constantes de acoplamento. Obviamente que teremos parâmetros de ajuste. Na fase do confinamento podemos fixar o tamanho do bárion, b, e sua massa *bare*, $M_b^{(0)}$. Para tal, precisamos da fase quiral, para obter a massa dos quarks constituintes. Para calcular correções piônicas às massas *bare* $M_b^{(0)}$, precisamos do píon, cujas propriedades também são determinadas na fase quiral. A massa do píon, m_{π} , e a constante de acoplamento píon-quark, $g_{\pi qq}$, são determinadas concomitantemente com a massa dos quarks constituintes. No momento em que formos estudar a interação NN, não teremos mais parâmetros livres, porque tanto os fatores de forma méson-núcleon como as massas dos mesons já foram determinadas anteriormente. É interessante observar como todos estes ingredientes se inter-relacionam.

Na próxima seção vamos fazer a derivação explícita do potential NN a partir da troca de quarks usando os resultados da representação Fock-Tani.

4.3 Derivação explícita da interação NN com trocas de quarks

Vamos inicialmente escrever a interação quark-quark microscópica como

$$V_{qq} = \frac{1}{2} \int \frac{d^{3}\mathbf{k}_{1} d^{3}\mathbf{k}_{2} d^{3}\mathbf{k}_{3} d^{3}\mathbf{k}_{4}}{(2\pi)^{3}} \,\delta(\mathbf{k}_{1} + \mathbf{k}_{2} - \mathbf{k}_{3} - \mathbf{k}_{4}) \\ \times \,(\mathcal{F}^{a})_{c_{1}c_{3}} \,(\mathcal{F}^{a})_{c_{2}c_{4}} \,(\mathcal{M}^{ij})_{m_{1}m_{3};m_{2}m_{4}} \\ \times \,v^{ij}(\mathbf{k}_{1}, \mathbf{k}_{2}; \mathbf{k}_{3}, \mathbf{k}_{4}) \,q^{c_{1}\dagger}_{m_{1}}(\mathbf{k}_{1}) \,q^{c_{2}\dagger}_{m_{2}}(\mathbf{k}_{2}) \,q^{c_{4}}_{m_{4}}(\mathbf{k}_{4}) \,q^{c_{3}}_{m_{3}}(\mathbf{k}_{3}), \qquad (4.71)$$

onde \mathcal{F} e \mathcal{M} são matrizes de cor e spin-sabor, respectivamente, e v é uma função que depende das variáveis de momento. Os índices c_i são reservados para números quânticos de cor e $m_i = \{s_i, f_i\}$ são reservados para números quânticos de spin e sabor. Índices repetidos indicam soma.

A dependência de cor, spin e sabor das interações pode ser de diversos tipos. Vamos nos preocupar principalmente com a troca de um glúon, mas por generalidade vamos incluir na discussão troca de pions e trocas de mesons escalares neutros. Isto implica em interações independentes de cor, como as geradas por trocas de mesons,

$$\left(\mathcal{F}^a\right)_{cc'} = \delta_{cc'},\tag{4.72}$$

e interações dependentes de cor, como aquelas da troca de um glúon,

4

$$(\mathcal{F}^a)_{cc'} = \frac{1}{2} (\lambda^a)_{cc'}, \tag{4.73}$$

onde λ^a , $a = 1, \dots, 8$ são as matrizes SU(3) de Gell-Mann. Existem muitas possibilidades para a dependência spin e sabor da interação quark-quark. Interações independentes de spin são da forma

$$\left(\mathcal{M}^{ij}\right)_{m_1m_3;m_2m_4} v^{ij} = \delta_{m_1m_3} \,\delta_{m_2m_4} \,v_0 \to v_0 \,. \tag{4.74}$$

Uma interação deste tipo é gerada pela troca de um glúon ou de qualquer méson neutro.

Uma interação spin-spin independente de sabor é gerada pela troca de um glúon e é da forma

$$(\mathcal{M}^{ij})_{m_1m_3;m_2m_4} v^{ij} = \delta_{f_1f_3} \,\delta_{f_2f_4} \,(\sigma)_{s_1s_3} \cdot (\sigma)_{s_2s_4} \, v_{\sigma}$$

$$\rightarrow \sigma_1 \cdot \sigma_2 \, v_{\sigma} \,. \tag{4.75}$$

A troca de um píon contém um termo de spin-spin dependente do sabor da forma

$$(\mathcal{M}^{ij})_{m_1m_3;m_2m_4} v^{ij} = (\tau)_{f_1f_3} \cdot (\tau)_{f_2f_4} (\sigma)_{s_1s_3} (\sigma)_{s_2s_4} v_{\sigma\tau}$$

$$\rightarrow \tau_1 \cdot \tau_2 \sigma_1 \cdot \sigma_2 v_{\sigma\tau} . \qquad (4.76)$$

A troca de um glúon contém uma força tensorial, que é independente de sabor,

$$(\mathcal{M}^{ij})_{m_1m_3;m_2m_4}v^{ij} = \delta_{f_1f_3} \,\delta_{f_2f_4} \left[3(\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\mathbf{k}})_{s_1s_3}(\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\mathbf{k}})_{s_2s_4} - \boldsymbol{\sigma}_{s_1s_3}\cdot\boldsymbol{\sigma}_{s_2s_4} \right] v_{\boldsymbol{\sigma}}^T \rightarrow \left[3\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\hat{\mathbf{k}} \,\,\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\hat{\mathbf{k}} - \boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2 \right] v_{\boldsymbol{\sigma}}^T,$$

$$(4.77)$$

onde $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$, e $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_2$ é o momento transferido.

A troca de um píon contém uma interação tensorial dependente de sabor,

$$(\mathcal{M}^{ij})_{m_1m_3;m_2m_4}v^{ij} = (\tau)_{f_1f_3} \cdot (\tau)_{f_2f_4} \left[3(\sigma \cdot \hat{\mathbf{k}})_{s_1s_3} (\sigma \cdot \hat{\mathbf{k}})_{s_2s_4} - \sigma_{s_1s_3} \cdot \sigma_{s_2s_4} \right] v_{\sigma\tau}^T$$

$$\rightarrow \tau_1 \cdot \tau_2 \left[3(\sigma_1 \cdot \hat{\mathbf{k}})(\sigma_2 \cdot \hat{\mathbf{k}}) - \sigma_1 \cdot \sigma_2 \right] v_{\sigma\tau}^T$$
(4.78)

Os termos spin-órbita são da forma

$$(\mathcal{M}^{ij})_{m_1m_3;m_2m_4} v^{ij} = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} [(\sigma^i)_{s_3s_1} + (\sigma^i)_{s_4s_2}] \mathbf{q}'^j \mathbf{q}^k v_{SL}$$

$$\rightarrow \mathbf{S} \cdot (\mathbf{q}' \times \mathbf{q}) v_{SL}, \qquad (4.79)$$

onde $S = 1/2(\sigma_1 + \sigma_2)$ e q (q') é o momento relativo inicial (final).

O potencial efetivo NN, conforme visto na seção anterior, pode ser escrito como

$$V_{NN} = \frac{1}{2} V_{NN}(\alpha\beta;\gamma\delta) b^{\dagger}_{\alpha} b^{\dagger}_{\beta} b_{\delta} b_{\gamma}, \qquad (4.80)$$

onde b^{\dagger} e b são os operadores de criação e aniquilação de nucleons e α, β, \cdots representam a energia interna, (E_{int}) , o momento no centro de massa (**p**) e os números quânticos de spinisospin dos nucleons ($\lambda = (M_S, M_T)$), isto é, $\alpha = \{E_{int}, \mathbf{p}, \lambda\}$. Os termos $V_{NN}(\alpha\beta; \gamma\delta)$ são escritos como uma soma

$$V_{NN}(\alpha\beta;\gamma\delta) = \sum_{n=1}^{5} V_n(\alpha\beta;\gamma\delta), \qquad (4.81)$$

onde os V_n 's são dados em termos das funções de onda do nucleon. As suas formas explícitas são dadas na Eq. (4.59).

A função de onda do nucleon é dada explicitamente como

$$\Psi_{\alpha}^{\mu_{1}\mu_{2}\mu_{3}} \to \delta(\mathbf{p} - \mathbf{k}_{1} - \mathbf{k}_{2} - \mathbf{k}_{3}) \,\mathcal{N}(\mathbf{p}) \frac{\epsilon^{c_{1}c_{2}c_{3}}}{\sqrt{3!}} \,\frac{\chi_{\lambda}^{m_{1}m_{2}m_{3}}}{\sqrt{18}} \,\phi(\mathbf{k}_{1})\phi(\mathbf{k}_{2})\phi(\mathbf{k}_{3}), \tag{4.82}$$

onde ϕ 's são as funções de onda de um quark e $\mathcal{N}(\mathbf{p})$ é uma função de normalização,

4

$$|\mathcal{N}(\mathbf{p})|^2 \int d\mathbf{k}_1 \, d\mathbf{k}_2 \, d\mathbf{k}_3 \, \delta(\mathbf{p} - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \, |\phi(\mathbf{k}_1)|^2 \, |\phi(\mathbf{k}_2)|^2 \, |\phi(\mathbf{k}_3)|^2 = 1.$$
(4.83)

 $\epsilon^{c_1c_2c_3}$ é o tensor de cor antisimétrico e $\chi_{\lambda}^{m_1m_2m_3}$ é o coeficiente de Clebsch-Gordan de spin-isospin, onde $m_i = \{s_i, f_i\}$ indica o spin e sabor de um quark. Devemos notar que estamos tratando da função de onda do nucleon do estado fundamental, isto é, onda S, e portanto não existe acoplamento entre o movimento de spin e orbital. Em princípio, não existe dificuldade em tratar outros estados de momento angular, mas não necessitamos deles nesta tese.

A forma explícita do potencial NN é dada por

$$V_{NN} = \frac{1}{2} \int \frac{d\mathbf{p}_1 \cdots d\mathbf{p}_4}{(2\pi)^3} \,\delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \langle \lambda_1 \lambda_2 | V_{NN}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\tau}, \mathbf{p}_1, \cdots, \mathbf{p}_4) | \lambda_3 \lambda_4 \rangle \\ \times b^{\dagger}_{\lambda_1}(\mathbf{p}_1) \, b^{\dagger}_{\lambda_2}(\mathbf{p}_2) \, b_{\lambda_4}(\mathbf{p}_4) \, b_{\lambda_3}(\mathbf{p}_3), \qquad (4.84)$$

com

$$V_{NN}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\tau},\mathbf{p}_1,\cdots,\mathbf{p}_4) = \sum_{n=1}^5 \mathcal{O}_n^{ij}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\tau}) \, u_n^{ij}(\mathbf{p}_1,\cdots,\mathbf{p}_4), \qquad (4.85)$$

onde \mathcal{O}_n contém a dependência spin-isospin e u_n a dependência do momento do potencial.

Os fatores de spin-isospin podem ser escritos como o produto

$$\mathcal{O}_n = z_n \, C_n \, \Lambda_n, \tag{4.86}$$

onde z_n é um fator numérico global (incluindo o sinal) em cada termo V_n na Eq. (4.59), C_n é o resultado da soma dos índices de cor, e Λ_n é o resultado da soma sobre os índices de spin e sabor dos quarks.

A inspeção da Eq. (4.59) revela que

1

$$z_1 = +9, \quad z_2 = -36, \quad z_3 = -9, \quad z_4 = z_5 = -18.$$
 (4.87)

Os fatores de cor C_n são dados por

$$C_1 = \mathcal{F}^a_{\mu\sigma} \mathcal{F}^a_{\nu\rho} \frac{1}{36} \epsilon^{\mu\mu_2\mu_3} \epsilon^{\nu\nu_2\nu_3} \epsilon^{\rho\nu_2\nu_3} \epsilon^{\sigma\mu_2\mu_3}$$

$$C_{2} = \mathcal{F}_{\mu\sigma}^{a} \mathcal{F}_{\nu\rho}^{a} \frac{1}{36} \epsilon^{\mu\mu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\nu\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\rho\nu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\sigma\mu_{2}\nu_{3}},$$

$$C_{3} = \mathcal{F}_{\mu\sigma}^{a} \mathcal{F}_{\nu\rho}^{a} \frac{1}{36} \epsilon^{\mu\mu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\nu\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\sigma\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\rho\mu_{2}\mu_{3}},$$

$$C_{4} = \mathcal{F}_{\mu\sigma}^{a} \mathcal{F}_{\nu\rho}^{a} \frac{1}{36} \epsilon^{\mu_{1}\mu\nu} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\rho} \epsilon^{\mu_{1}\sigma\nu_{3}},$$

$$C_{5} = \mathcal{F}_{\mu\sigma}^{a} \mathcal{F}_{\nu\rho}^{a} \frac{1}{36} \epsilon^{\mu\mu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\sigma\mu_{2}\rho}.$$
(4.88)

Os fatores de spin e isospin Λ_n são dados por

$$\Lambda_{1}^{ij} = (\mathcal{M}^{ij})_{\mu\sigma;\nu\rho} \frac{1}{18^{2}} \chi_{\lambda_{1}}^{*\mu\mu_{2}\mu_{3}} \chi_{\lambda_{2}}^{*\nu\nu_{2}\nu_{3}} \chi_{\lambda_{3}}^{\sigma\mu_{2}\mu_{3}} \chi_{\lambda_{4}}^{\sigma\mu_{2}\mu_{3}} \\
= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | (\mathcal{M}^{ij})_{3;6} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle, \\
\Lambda_{2}^{ij} = (\mathcal{M}^{ij})_{\mu\sigma;\nu\rho} \frac{1}{18^{2}} \chi_{\lambda_{1}}^{*\mu\mu_{2}\mu_{3}} \chi_{\lambda_{2}}^{*\nu\nu_{2}\nu_{3}} \chi_{\lambda_{3}}^{\rho\mu_{2}\mu_{3}} \chi_{\lambda_{4}}^{\sigma\mu_{2}\nu_{3}} \\
= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | P_{36}(\mathcal{M}^{ij})_{1;4} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle, \\
\Lambda_{3}^{ij} = (\mathcal{M}^{ij})_{\mu\sigma;\nu\rho} \frac{1}{18^{2}} \chi_{\lambda_{1}}^{*\mu\mu_{2}\mu_{3}} \chi_{\lambda_{2}}^{*\nu\nu_{2}\nu_{3}} \chi_{\lambda_{3}}^{\sigma\mu_{2}\mu_{3}} \chi_{\lambda_{4}}^{\rho\mu_{2}\mu_{3}} \\
= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | P_{36}(\mathcal{M}^{ij})_{3;6} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle, \\
\Lambda_{4}^{ij} = (\mathcal{M}^{ij})_{\mu\sigma;\nu\rho} \frac{1}{18^{2}} \chi_{\lambda_{1}}^{*\mu\mu_{1}\mu\nu} \chi_{\lambda_{2}}^{*\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \chi_{\lambda_{3}}^{\mu_{1}\sigma\nu_{3}} \chi_{\lambda_{4}}^{\mu_{1}\sigma\nu_{3}} \\
= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | P_{36}(\mathcal{M}^{ij})_{2;6} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle, \\
\Lambda_{5}^{ij} = (\mathcal{M}^{ij})_{\mu\sigma;\nu\rho} \frac{1}{18^{2}} \chi_{\lambda_{1}}^{*\mu\mu_{2}\mu_{3}} \chi_{\lambda_{2}}^{*\nu_{1}\nu_{2}\nu} \chi_{\lambda_{3}}^{\nu_{1}\nu_{2}\mu_{3}} \chi_{\lambda_{4}}^{\sigma\mu_{2}\rho} \\
= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | P_{36}(\mathcal{M}^{ij})_{1;3} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle, \qquad (4.89)$$

onde reescrevemos as expressões em notação de primeira quantização, tal que, χ_{λ} são as funcões de spin-isospin do nucleon e P_{36} é o operador de permutação para os quarks 3 e 6,

$$P_{36} = \frac{1}{4} \left(1 + \tau_3 \cdot \tau_6 \right) \left(1 + \sigma_3 \cdot \sigma_6 \right) \,. \tag{4.90}$$

Os sub-índices q = 1, 2, 3 e q' = 4, 5, 6 em $(\mathcal{M}^i j)_{q;q'}$ indicam o número do quark, análogo a 3 e 6 em P_{36} . Escrevemos estes elementos de matriz desta maneira, em primeira quantização porque isto facilita o emprego das "regras de substituição" derivadas por Holinde [34] e Liu, Swift, Thomas e Holinde [35]. As funções dependentes de momento u_n^{ij} são da forma

$$u_n^{ij}([\mathbf{p}]) = N([\mathbf{p}]) \int d[\mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}'] \, v^{ij}([\mathbf{k}]) \, \delta_n([\mathbf{p} - \mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}']) \, \Phi([\mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}']), \qquad (4.91)$$

onde $v^{ij}[\mathbf{k}] = v^{ij}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4), d[\mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}']$ significa integração sobre os momentos do quark $\mathbf{k}, \mathbf{q} \in \mathbf{q}',$

$$N([\mathbf{p}]) = \mathcal{N}(\mathbf{p}_1) \,\mathcal{N}(\mathbf{p}_2) \,\mathcal{N}(\mathbf{p}_3) \,\mathcal{N}(\mathbf{p}_4), \tag{4.92}$$

onde $\mathcal{N}(\mathbf{p})$ é a função de normalização na Eq. (4.83), e

$$\Phi([\mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}']) = \phi^*(\mathbf{k}_1) \phi^*(\mathbf{k}_2) \phi(\mathbf{k}_3) \phi(\mathbf{k}_4) |\phi(\mathbf{q}_2)|^2 |\phi(\mathbf{q}_3)|^2 |\phi(\mathbf{q}'_2)|^2 |\phi(\mathbf{q}'_3)|^2,$$
(4.93)

e $\delta_n([\mathbf{p}-\mathbf{kqq'}])$ é uma notação compacta para a combinação das funções δ

$$\begin{split} \delta_{1}([\mathbf{p} - \mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}']) &= \delta(\mathbf{p}_{1} - \mathbf{k}_{1} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{q}_{3}) \,\delta(\mathbf{p}_{2} - \mathbf{k}_{2} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}'_{3}) \\ &\times \,\delta(\mathbf{p}_{3} - \mathbf{k}_{4} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}'_{3}) \delta(\mathbf{p}_{4} - \mathbf{k}_{3} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{q}_{3}), \\ \delta_{2}([\mathbf{p} - \mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}']) &= \,\delta(\mathbf{p}_{1} - \mathbf{k}_{1} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{q}_{3}) \,\delta(\mathbf{p}_{2} - \mathbf{k}_{2} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}'_{3}) \\ &\times \,\delta(\mathbf{p}_{3} - \mathbf{k}_{4} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}_{3}) \,\delta(\mathbf{p}_{4} - \mathbf{k}_{3} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{q}'_{3}), \\ \delta_{3}([\mathbf{p} - \mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}']) &= \,\delta(\mathbf{p}_{1} - \mathbf{k}_{1} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{q}_{3}) \,\delta(\mathbf{p}_{2} - \mathbf{k}_{2} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}'_{3}) \\ &\times \,\delta(\mathbf{p}_{3} - \mathbf{k}_{3} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}'_{3}) \,\delta(\mathbf{p}_{4} - \mathbf{k}_{4} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{q}_{3}), \\ \delta_{4}([\mathbf{p} - \mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}']) &= \,\delta(\mathbf{p}_{1} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{k}_{1} - \mathbf{k}_{2}) \,\delta(\mathbf{p}_{2} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}'_{3} - \mathbf{q}_{3}) \\ &\times \,\delta(\mathbf{p}_{3} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}'_{3} - \mathbf{k}_{4}) \delta(\mathbf{p}_{4} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{k}_{3} - \mathbf{q}_{3}), \\ \delta_{5}([\mathbf{p} - \mathbf{k}\mathbf{q}\mathbf{q}']) &= \,\delta(\mathbf{p}_{1} - \mathbf{k}_{1} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{q}_{3}) \,\delta(\mathbf{p}_{2} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}'_{3} - \mathbf{k}_{2}) \\ &\times \,\delta(\mathbf{p}_{3} - \mathbf{q}'_{2} - \mathbf{q}'_{3} - \mathbf{q}_{3}) \,\delta(\mathbf{p}_{4} - \mathbf{k}_{3} - \mathbf{q}_{2} - \mathbf{k}_{4}). \end{split}$$

4.3.1 Cálculo dos coeficientes de cor

Para o cálculo dos coeficientes de cor da interação independente de cor, Eq. (4.72), usamos a seguinte propriedade dos tensores de Levi-Civita

$$\epsilon^{\mu\nu\sigma}\epsilon^{\mu'\nu\sigma} = 2\delta^{\mu\mu'}.\tag{4.95}$$

Em adição a esta, empregamos também a seguinte

$$(\lambda^a)_{\mu\sigma} (\lambda^a)_{\nu\rho} = 2\delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\sigma} - \frac{2}{3}\delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu\rho}.$$
(4.96)

Vamos demonstrar explicitamente o cálculo de C_2 para a interação independente de cor,

$$C_{2} = \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho} \frac{1}{36} \epsilon^{\mu\mu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\nu\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\rho\nu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\sigma\mu_{2}\nu_{3}}$$

$$= \frac{1}{36} \epsilon^{\mu\mu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\nu\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\nu\nu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\mu\mu_{2}\nu_{3}} = \frac{1}{36} \left(\epsilon^{\mu\mu_{2}\mu_{3}} \epsilon^{\mu\mu_{2}\nu_{3}} \right) \left(\epsilon^{\nu\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\nu\nu_{2}\mu_{3}} \right)$$

$$= \frac{1}{36} \left(2\delta^{\mu_{3}\nu_{3}} \right) \left(2\delta^{\nu_{3}\mu_{3}} \right) = \frac{1}{36} \times 4\delta^{\mu_{3}\mu_{3}} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}, \qquad (4.97)$$

e de C_4 para a interação por troca de um glúon,

$$C_{4} = \frac{1}{4} (\lambda^{a})_{\mu\sigma} (\lambda^{a})_{\nu\rho} \frac{1}{36} \epsilon^{\mu_{1}\mu\nu} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\rho} \epsilon^{\mu_{1}\sigma\nu_{3}},$$

$$= \frac{1}{4} \frac{1}{36} \left(2\delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\sigma} - \frac{2}{3}\delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu\rho} \right) \epsilon^{\mu_{1}\mu\nu} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\rho} \epsilon^{\mu_{1}\sigma\nu_{3}}$$

$$= \frac{1}{4} \frac{1}{36} \left(2\epsilon^{\mu_{1}\mu\nu} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\mu} \epsilon^{\mu_{1}\nu\nu_{3}} - \frac{2}{3}\epsilon^{\mu_{1}\mu\nu} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu} \epsilon^{\mu_{1}\mu\nu_{3}} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \frac{1}{36} \left[2 \left(\epsilon^{\mu_{1}\mu\nu} \epsilon^{\mu_{1}\nu\nu_{3}} \right) \left(\epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\mu} \right) - \frac{2}{3} \left(\epsilon^{\mu_{1}\mu\nu} \epsilon^{\mu_{1}\mu\nu_{3}} \right) \left(\epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu_{3}} \epsilon^{\nu_{1}\nu_{2}\nu} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{36} \left(-8\delta^{\nu_{3}\mu}\delta^{\nu_{3}\mu} - \frac{8}{3}\delta^{\nu_{3}\mu}\delta^{\nu_{3}\mu} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{36} \left(-24 - 8 \right) = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{36} \times 32 = -\frac{2}{9}.$$
(4.98)

Na Tabela 4.1, são apresentados os valores de C_n para as interações de cor das Eqs. (4.72) e (4.73).

Tabela 4.1: Coeficientes de cor C_n correspondentes às interações das Eqs. (4.72) e (4.73).

Interação	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$1 \cdot 1$	1	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$
$rac{1}{4}\lambda^a\lambda^a$	0	$+\frac{1}{9}$	$+\frac{4}{9}$	$-\frac{2}{9}$	$-\frac{2}{9}$

4.3.2 Os coeficientes de spin-isospin

4

Agora vamos calcular Λ_n 's para os diferentes tipos de dependência de spin e sabor da interação quark-quark, usando as regras de substituição das Refs. [34] e [35]. Estas regras são apresentadas na Tabela 4.2 a seguir, tiradas da Ref. [35].

Vamos começar pela interação independente de spin e sabor, Eq. (4.74), para a qual a matriz \mathcal{M}^{ij} é a identidade e portanto

$$\Lambda_{1} = \langle \chi_{\lambda_{1}} \chi_{\lambda_{2}} | \chi_{\lambda_{3}} \chi_{\lambda_{4}} \rangle = \delta_{\lambda_{1} \lambda_{3}} \delta_{\lambda_{2} \lambda_{4}},$$

$$\Lambda_{2} = \Lambda_{3}^{ij} = \Lambda_{4}^{ij} = \Lambda_{5}^{ij} = \langle \chi_{\lambda_{1}} \chi_{\lambda_{2}} | P_{36} | \chi_{\lambda_{3}} \chi_{\lambda_{4}} \rangle.$$
(4.99)

O cálculo dos elementos de matriz de P_{36} é direto:

$$\langle \chi_{\lambda_1} \chi_{\lambda_2} | P_{36} | \chi_{\lambda_3} \chi_{\lambda_4} \rangle = \frac{1}{4} \left[\langle \chi_{\lambda_1} | \chi_{\lambda_3} \rangle \langle \chi_{\lambda_2} | \chi_{\lambda_4} \rangle + \langle \chi_{\lambda_1} | \tau_3^a | \chi_{\lambda_3} \rangle \langle \chi_{\lambda_2} | \tau_6^a | \chi_{\lambda_4} \rangle + \langle \chi_{\lambda_1} | \sigma_3^i | \chi_{\lambda_3} \rangle \langle \chi_{\lambda_2} | \sigma_6^i | \chi_{\lambda_4} \rangle + \langle \chi_{\lambda_1} | \tau_3^a \sigma_3^i | \chi_{\lambda_3} \rangle \langle \chi_{\lambda_2} | \tau_6^a \sigma_6^i | \chi_{\lambda_4} \rangle \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[\delta^{\lambda_1 \lambda_3} \delta^{\lambda_2 \lambda_4} + \frac{1}{3} (\tau_N^a)_{\lambda_1 \lambda_3} \frac{1}{3} (\tau_N^a)_{\lambda_2 \lambda_4} + \frac{1}{3} (\sigma_N^i)_{\lambda_1 \lambda_3} \frac{1}{3} (\sigma_N^i)_{\lambda_2 \lambda_4} \right]$$

$$+ \frac{1}{3} \times \frac{5}{3} (\sigma_N^i \tau_N^a)_{\lambda_1 \lambda_3} \frac{1}{3} \times \frac{5}{3} (\sigma_N^i \tau_N^a)_{\lambda_2 \lambda_4} \right].$$

$$(4.100)$$

Nós suprimimos os índices λ_1, \dots, e usamos a convenção

$$\boldsymbol{\tau}_{A} = (\boldsymbol{\tau}_{N})_{\lambda_{1}\lambda_{3}},$$

$$\boldsymbol{\tau}_{B} = (\boldsymbol{\tau}_{N})_{\lambda_{2}\lambda_{4}},$$
 (4.101)

e o mesmo para $\sigma_A \in \sigma_B$. Os resultados para os elementos de matriz da interação quarkquark independente de spin e sabor são:

• Interação quark-quark independente de spin e sabor

 $\Lambda_1 = 1,$

Quark basis		Nucleon basis
(1) $\sum_{n=1}^{3} 1_n$ —	÷	3
(2) $\sum_{n=1}^{3} \sigma_n^i$	÷	σ_N^i
(3) $\sum_{n=1}^{3} \tau_n^a$ —	÷	$ au_N^a$
$(4) \sum_{n=1}^{3} \sigma_n^i \tau_n^a \qquad$	÷	$rac{5}{3}\sigma_N^i au_N^a$
(5) $\sum_{\substack{n \neq m=1 \\ \alpha}}^{3} \sigma_n^i \sigma_m^j - \cdots$	\rightarrow	$-2\delta^{ij}$
(6) $\sum_{\substack{n \neq m=1 \\ a}}^{3} \sigma_n^i \tau_m^a$ —	÷	$-rac{2}{3}\sigma_N^i au_N^a$
(7) $\sum_{n \neq m=1}^{3} \sigma_n^i \sigma_m^j \tau_n^a$ —	÷	$rac{2}{3}\delta^{ij} au_N^a$
$(8) \sum_{\substack{n \neq m \neq l=1}}^{3} \sigma_n^i \sigma_m^j \tau_l^a \qquad -$	÷	$-rac{10}{3}\delta^{ij} au_N^a$
(9) $\sum_{n \neq m \neq l=1}^{3} \sigma_n^i \sigma_m^j \sigma_l^k$	→	$-2(\delta^{ij}\sigma_N^k+\delta^{jk}\sigma_N^i+\delta^{ki}\sigma_N^j)$
(10) $\sum_{\substack{n \neq m \neq l=1}}^{3} \sigma_n^i \sigma_m^j \sigma_l^k \tau_l^a - \cdots$	\rightarrow	$(-\frac{10}{3}\delta^{ij}\sigma^k_N+\frac{2}{3}\delta^{jk}\sigma^i_N+\frac{2}{3}\delta^{ki}\sigma^j_N) au^a_N$
(11) $\sum_{n\neq m=1}^{3} \sigma_n^i \sigma_m^j \tau_n^a \tau_m^b$	\rightarrow	$rac{10}{3}\delta^{ij}\delta^{ab}-2\epsilon^{ijk}\epsilon^{abc}\sigma^k_N au^c_N$
(12) $\sum_{\substack{n \neq m \neq l=1}}^{3} \sigma_n^i \sigma_m^j \sigma_l^k \tau_n^a \tau_m^b - \cdots$	\rightarrow	$\frac{2}{3}\delta^{ab}(5\delta^{ij}\sigma^k_N-\delta^{jk}\sigma^i_N-\delta^{ki}\sigma^j_N)$
		$-2\epsilon^{ijk}\epsilon^{abc} au_N^c$
(13) $\sum_{\substack{n\neq m\neq l=1}}^{3} \sigma_n^i \sigma_m^j \sigma_l^k \tau_n^a \tau_m^b \tau_l^c -$	\rightarrow	$rac{10}{3}(\delta^{ij}\delta^{ab}\sigma^k_N au^c_N+\delta^{jk}\delta^{bc}\sigma^i_N au^a_N+$
		$\delta^{ki}\delta^{ca}\sigma^j_N au^b_N) - 2\epsilon^{ijk}\epsilon^{abc} - rac{2}{3}[\delta^{ab} au^c_N$
		$(\delta^{ik}\sigma^j_N+\delta^{kj}\sigma^i_N)+\delta^{ca} au^b_N(\delta^{ij}\sigma^k_N+$
	10	$\frac{\delta^{jk}\sigma_N^i)+\delta^{bc}\tau_N^a(\delta^{ij}\sigma_N^k+\delta^{ik}\sigma_N^j)]}{2}$

Tabela 4.2: Regras de substituição para os elementos de matriz de spin-isospin.

14

$$\Lambda_{2} = \Lambda_{3} = \Lambda_{4} = \Lambda_{5}$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{9} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} + \frac{1}{9} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} + \frac{25}{81} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} \right).$$

$$(4.102)$$

Agora vamos discutir o cálculo de Λ_n para interações quark-quark dependentes de spin,

independentes de sabor e dependentes de sabor. Antes de tratar cada uma das possibilidades, devemos notar que as interações spin-spin (tensoriais) de ordem zero e dois podem ser tratadas simultaneamente considerando

$$\left(\mathcal{M}^{ij}\right)_{m_1m_3;m_2m_4} = \delta_{f_1f_3}\,\delta_{f_2f_4}\,\left(\sigma^i\right)_{s_1s_3}\left(\sigma^j\right)_{s_2s_4},\tag{4.103}$$

$$\left(\mathcal{M}^{ij}\right)_{m_1m_3;m_2m_4} = \tau^a_{f_1f_3} \, \tau^a_{f_2f_4} \left(\sigma^i\right)_{s_1s_3} \left(\sigma^j\right)_{s_2s_4}.\tag{4.104}$$

O cálculo destes elementos de matriz é feito como anteriormente. Os resultados são: Para a Eq. (4.103):

$$\begin{split} \Lambda_{1}^{ij} &= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | \sigma_{3}^{i}\sigma_{6}^{j} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle = \frac{1}{9}\sigma_{A}^{i}\sigma_{B}^{j} \\ \Lambda_{2}^{ij} &= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | P_{36}\sigma_{1}^{i}\sigma_{4}^{j} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle = \frac{1}{36} \left(\delta^{ij} + \sigma_{A}^{i}\sigma_{B}^{j} \right) \left(1 + \frac{1}{9}\tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) \\ \Lambda_{3}^{ij} &= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | P_{36}\sigma_{3}^{i}\sigma_{6}^{j} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \delta^{ij} \left[1 + \frac{1}{9}\tau_{A} \cdot \tau_{B} - \frac{1}{9} \left(1 + \frac{25}{9}\tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) \sigma_{A} \cdot \sigma_{B} \right] \right. \\ &+ \frac{2}{9} \left(1 + \frac{25}{9}\tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) \sigma_{A}^{i}\sigma_{B}^{j} \right\} \\ \Lambda_{4}^{ij} &= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | P_{36}\sigma_{2}^{i}\sigma_{6}^{j} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle \\ &= -\frac{1}{12} \left[\delta^{ij} \left(1 - \frac{1}{9}\tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{5}{9}\tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) \sigma_{A}^{i}\sigma_{B}^{j} \right] \\ \Lambda_{5}^{ij} &= \langle \chi_{\lambda_{1}}\chi_{\lambda_{2}} | P_{36}\sigma_{1}^{i}\sigma_{3}^{j} | \chi_{\lambda_{3}}\chi_{\lambda_{4}} \rangle = \Lambda_{4}^{ij}. \end{split}$$

$$(4.105)$$

Para a Eq. (4.104):

$$\begin{split} \Lambda_1^{ij} &= \langle \chi_{\lambda_1} \chi_{\lambda_2} | \tau_3^a \tau_6^a \sigma_3^i \sigma_6^j | \chi_{\lambda_3} \chi_{\lambda_4} \rangle = \frac{25}{81} \boldsymbol{\tau}_A \cdot \boldsymbol{\tau}_B \sigma_B^i \sigma_B^j, \\ \Lambda_2^{ij} &= \langle \chi_{\lambda_1} \chi_{\lambda_2} | P_{36} \tau_1^a \tau_4^a \sigma_1^i \sigma_4^j | \chi_{\lambda_3} \chi_{\lambda_4} \rangle \end{split}$$

$$= \frac{1}{36} \left\{ \delta^{ij} \left[\frac{25}{3} + \frac{1}{9} \left(1 + 18\sigma_A \cdot \sigma_B \right) \tau_A \cdot \tau_B \right] + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{7}{3} \tau_A \cdot \tau_B \right) \sigma_A^i \sigma_B^j \right\},$$

$$\Lambda_3^{ij} = \langle \chi_{\lambda_1} \chi_{\lambda_2} | P_{36} \tau_3^a \tau_6^a \sigma_3^i \sigma_6^j | \chi_{\lambda_3} \chi_{\lambda_4} \rangle$$

$$= \frac{1}{36} \left\{ \delta^{ij} \left[27 - \tau_A \cdot \tau_B - 3 \left(1 - \frac{25}{27} \tau_A \cdot \tau_B \right) \sigma_A \cdot \sigma_B \right) + \left(6 - \frac{50}{9} \tau_A \cdot \tau_B \right) \sigma_A^i \sigma_B^j \right\},$$

$$\Lambda_4^{ij} = \langle \chi_{\lambda_1} \chi_{\lambda_2} | P_{36} \tau_2^a \tau_6^a \sigma_2^j \sigma_6^j | \chi_{\lambda_3} \chi_{\lambda_4} \rangle$$

$$= \frac{1}{36} \left\{ \delta^{ij} \left[15 + \frac{1}{3} \left(1 + 10\sigma_A \cdot \sigma_B \right) \tau_A \cdot \tau_B \right] + \left(1 - \frac{5}{9} \tau_A \cdot \tau_B \right) \sigma_A^i \sigma_B^j \right\},$$

$$\Lambda_5^{ij} = \langle \chi_{\lambda_1} \chi_{\lambda_2} | P_{36} \tau_1^a \tau_3^a \sigma_1^i \sigma_3^j | \chi_{\lambda_3} \chi_{\lambda_4} \rangle = \Lambda_4^{ij}.$$
(4.106)

Estes resultados levam aos elementos de matriz das diferentes interações envolvendo $\sigma^i \sigma^j$:

• Interação quark-quark spin-spin independente de sabor

$$\Lambda_{1} = \frac{1}{9} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B},$$

$$\Lambda_{2} = \frac{1}{12} \left(1 + \frac{1}{9} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} + \frac{1}{3} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} + \frac{1}{27} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} \right),$$

$$\Lambda_{3} = \frac{3}{4} \left(1 + \frac{1}{9} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} - \frac{1}{27} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} - \frac{25}{243} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} \right),$$

$$\Lambda_{4} = -\frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{9} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} - \frac{1}{9} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} + \frac{5}{81} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} \right),$$

$$\Lambda_{5} = \Lambda_{4}.$$
(4.107)

• Interação quark-quark tensorial independente de sabor

$$\Lambda_{1}^{ij} = \frac{1}{9} S_{AB}^{ij},
\Lambda_{2}^{ij} = \frac{1}{36} \left(1 + \frac{1}{9} \tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) S_{AB}^{ij},
\Lambda_{3}^{ij} = \frac{1}{18} \left(1 + \frac{25}{9} \tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) S_{AB}^{ij}
\Lambda_{4}^{ij} = \frac{1}{36} \left(1 - \frac{5}{9} \tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) S_{AB}^{ij},
\Lambda_{5}^{ij} = \Lambda_{4}^{ij},$$
(4.108)

onde $S^{ij}_{AB} = 3 \, \sigma^i_A \, \sigma^j_B - \delta^{ij} \boldsymbol{\sigma}_A \cdot \boldsymbol{\sigma}_B \,$.

• Interação quark-quark spin-spin dependente de sabor

4

$$\Lambda_{1} = \frac{25}{81} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B},$$

$$\Lambda_{2} = \frac{1}{36} \left(25 + \frac{1}{3} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} + \frac{1}{3} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} + \frac{61}{9} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} \right),$$

$$\Lambda_{3} = \frac{1}{12} \left(27 - \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} - \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} + \frac{25}{27} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} \right),$$

$$\Lambda_{4} = \frac{1}{36} \left(45 + \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} + \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} + \frac{85}{9} \boldsymbol{\tau}_{A} \cdot \boldsymbol{\tau}_{B} \boldsymbol{\sigma}_{A} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{B} \right)$$

$$\Lambda_{5} = \Lambda_{4}$$

$$(4.109)$$

• Interação quark-quark tensorial dependente de sabor

$$\Lambda_{1}^{ij} = \frac{25}{81} \tau_{A} \cdot \tau_{b} S_{AB}^{ij},
\Lambda_{2}^{ij} = \frac{1}{108} \left(1 + \frac{7}{3} \tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) S_{AB}^{ij},
\Lambda_{3}^{ij} = \frac{1}{6} \left(1 - \frac{25}{27} \tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) S_{AB}^{ij},
\Lambda_{4}^{ij} = \frac{1}{36} \left(1 - \frac{5}{9} \tau_{A} \cdot \tau_{B} \right) S_{AB}^{ij},
\Lambda_{5}^{ij} = \Lambda_{4}^{ij}.$$
(4.110)

4.3.3 Cálculo das integrais de momento

Para o cálculo das funções u_n^{ij} dependentes de momento, vamos nos limitar à interações quark-quark locais, isto é, à funções v^{ij} que dependem somente do momento transferido,

$$v^{ij}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2; \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4) = v^{ij}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3).$$
 (4.111)

Além disso, a fim de podermos fazer analiticamente as integrais sobre as variáveis dos quarks na Eq. (4.91), vamos usar funções de onda de quarks gaussianas

$$\phi(\mathbf{k}) = \left(\frac{b^2}{\pi}\right)^{3/4} e^{-\frac{1}{2}b^2\mathbf{k}^2}.$$
(4.112)

Assim, $\mathcal{N}(\mathbf{p})$ na Eq. (4.83) fica

$$\mathcal{N}(\mathbf{p}) = \left(\frac{3\pi}{b^2}\right)^{3/4} e^{\frac{1}{6}b^2\mathbf{p}^2}.$$
(4.113)

A constante *b* é relacionada ao raio quadrático médio do bárion por $b^2 = \langle r^2 \rangle$. Usando isto e integrando, os resultados para os u_n^{ij} são:

$$u_{1}^{ij}(\mathbf{p}_{1},\cdots,\mathbf{p}_{4}) = F(\mathbf{k}^{2}) v^{ij}(\mathbf{k}) F(\mathbf{k}^{2}), \qquad (4.114)$$
$$u_{n}^{ij}(\mathbf{p}_{1},\cdots,\mathbf{p}_{4}) = \left(\frac{3b^{2}}{4\pi}\right)^{3/2} N(\mathbf{p}_{1},\cdots,\mathbf{p}_{4}) I_{n}(\mathbf{p}_{1},\cdots,\mathbf{p}_{4}), \qquad n = 2,\cdots,5, \qquad (4.115)$$

onde $\mathbf{k} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3 = \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_2$ é o momento transferido, $F(\mathbf{k}^2)$ é o fator de forma do nucleon,

$$F(\mathbf{k}^2) = e^{-\frac{1}{6}b^2\mathbf{k}^2},\tag{4.116}$$

 $N(\mathbf{p}_1\cdots\mathbf{p}_4)$ é dado por

$$N(\mathbf{p}_1, \cdots, \mathbf{p}_4) = e^{-b^2 \left(\frac{1}{2}\mathbf{p}_1^2 + \frac{1}{6}\mathbf{p}_2^2 - \frac{1}{6}\mathbf{p}_4^2 + \frac{1}{2}\mathbf{p}_3^2 - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_3 - \frac{1}{3}\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{p}_3 + \frac{1}{3}\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2\right)},$$
(4.117)

e $I_n(\mathbf{p}_1, \cdots, \mathbf{p}_4)$ são as integrais

$$I_{2}^{ij}(\mathbf{p}_{1},\cdots,\mathbf{p}_{4}) = \int d\mathbf{q} \, v^{ij}(\mathbf{t}) \, e^{-b^{2} \left[\mathbf{t}^{2} - (\mathbf{p}_{1} - \mathbf{p}_{3}) \cdot \mathbf{t}\right]},$$

$$I_{3}^{ij}(\mathbf{p}_{1},\cdots,\mathbf{p}_{4}) = \int d\mathbf{t} \, v^{ij}(\mathbf{t}) \, e^{-b^{2} \left[\frac{3}{4}\mathbf{t}^{2} - \frac{1}{2}(\mathbf{p}_{2} - \mathbf{p}_{3}) \cdot \mathbf{t}\right]},$$

$$I_{4}^{ij}(\mathbf{p}_{1},\cdots,\mathbf{p}_{4}) = \int d\mathbf{t} \, v^{ij}(\mathbf{t}) \, e^{-b^{2} \left[\frac{11}{16}\mathbf{t}^{2} - \left(\frac{1}{2}\mathbf{p}_{1} + \frac{1}{4}\mathbf{p}_{2} - \frac{3}{4}\mathbf{p}_{3}\right) \cdot \mathbf{t}\right]},$$

$$I_{5}^{ij}(\mathbf{p}_{1},\cdots,\mathbf{p}_{4}) = \int d\mathbf{t} \, v^{ij}(\mathbf{t}) \, e^{-b^{2} \left[\frac{11}{16}\mathbf{t}^{2} - \left(\frac{1}{2}\mathbf{p}_{1} - \frac{1}{4}\mathbf{p}_{2} - \frac{1}{4}\mathbf{p}_{3}\right) \cdot \mathbf{t}\right]}.$$
(4.118)

Agora vamos expressar estas quantidades em termos dos momentos relativos no c.m., usando a mesma notação usada para o potencial de BONN, ou seja

$$p_{3} + p_{4} = P = 0 = p_{1} + p_{2}$$

$$p_{3} = q, \qquad p_{4} = -q$$

$$p_{1} = q', \qquad p_{2} = -q'$$

$$k = q' - q.$$
(4.119)

Usando estes momentos nas equações anteriores, obtemos

$$u_{1}^{ij}(\mathbf{q}',\mathbf{q}) = F(\mathbf{k}^{2}) v^{ij}(\mathbf{k}) F(\mathbf{k}^{2}), \qquad (4.120)$$

$$u_n^{ij}(\mathbf{p}_1,\cdots,\mathbf{p}_4) = \left(\frac{3b^2}{4\pi}\right)^{\sigma/2} N(\mathbf{q}',\mathbf{q}) I_n(\mathbf{q}',\mathbf{q}), \quad n = 2,\cdots,5, \qquad (4.121)$$

 com

$$N(\mathbf{q}', \mathbf{q}) = e^{-b^2 \left[\frac{5}{12} \left(\mathbf{q}'^2 + \mathbf{q}^2\right) - \frac{1}{2} \mathbf{q}' \cdot \mathbf{q}\right]}$$
(4.122)

e

$$I_{2}^{ij}(\mathbf{q}',\mathbf{q}) = \int d\mathbf{t} \, v^{ij}(\mathbf{t}) \, e^{-b^{2} \left[\mathbf{t}^{2} - (\mathbf{q}' - \mathbf{q}) \cdot \mathbf{t}\right]},$$

$$I_{3}^{ij}(\mathbf{q}',\mathbf{q}) = \int d\mathbf{t} \, v^{ij}(\mathbf{t}) \, e^{-b^{2} \left[\frac{3}{4}\mathbf{t}^{2} + \frac{1}{2}(\mathbf{q}' + \mathbf{q}) \cdot \mathbf{t}\right]},$$

$$I_{4}^{ij}(\mathbf{q}',\mathbf{q}) = \int d\mathbf{t} \, v^{ij}(\mathbf{t}) \, e^{-b^{2} \left[\frac{11}{16}\mathbf{t}^{2} - \frac{1}{4}(\mathbf{q}' - 3\mathbf{q}) \cdot \mathbf{t}\right]},$$

$$I_{5}^{ij}(\mathbf{q}',\mathbf{q}) = I_{4}^{ij}(\mathbf{q},\mathbf{q}'). \qquad (4.123)$$

Devemos observar que o potencial é em geral não local, isto é, sua dependência nos momentos não é somente no momento transferido $\mathbf{k} = \mathbf{q}' - \mathbf{q}$. As integrais acima sobre t devem ser feitas numericamente.

all shall E. Bada Man with

Isto encerra o cálculo do potencial NN com troca de quarks.

Simetria quiral e correções piônicas

h

Inicialmente vamos fazer uma breve revisão do modelo de Nambu-Jona-Lasinio, com o intuito de mostrar, sem entrar em pormenores, como as quantidades que vamos usar são derivadas. Existem ótimos artigos de revisão na literatura [13, 14] que podem ser consultados para maiores detalhes. A linha de argumentação e apresentação desta revisão segue de muito perto a Ref. [13].

A seguir, usaremos as idéias da representação Fock-Tani para derivar um vértice píonbárion. A partir deste vértice, então, vamos determinar expressões para as correções piônicas às massas do núcleon e da $\Delta(1232)$.

5.1 O modelo de Nambu–Jona-Lasinio

Existem várias versões do modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) na literatura. Frequentemente, generalizações do modelo original [12] são feitas com o objetivo de obter mais parâmetros de ajuste. Como nosso intuito nesta tese não é fazer uma descrição o mais precisa possível, mas sim entender semi-quantitativamente os aspectos da simetria quiral, sentimos que usar versões mais elaboradas do modelo, com *fine-tuning* de parâmetros, seria contra-producente. A versão mais simples do modelo de NJL é definida através da seguinte densidade Lagrangiana

$$\mathcal{L}_{NJL} = \bar{q} \left(i \, \partial - m_0 \right) q + G[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2], \tag{5.1}$$

que, no limite de $m_0 = 0$, possui a simetria $SU_V(2) \otimes SU_A(2) \otimes U_V(1)$. Podemos confirmar a invariância da Eq. (5.1) pela simetria $SU_A(2)$

$$q \longrightarrow Uq, \qquad \qquad U = \exp\left(i\gamma_5 \boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\tau}\right), \qquad (5.2)$$

que leva a

$$(\bar{q}q) \longrightarrow (\bar{q}q)\cos\theta - (\bar{q}i\gamma_5\tau\cdot\hat{\theta})\sin\theta, \qquad (5.3)$$
$$(\bar{q}i\gamma_5\tau_iq) \longrightarrow (\bar{q}i\gamma_5\tau_iq) + (\bar{q}q)\hat{\theta}_i\sin\theta - (\bar{q}i\gamma_5\tau\cdot\hat{\theta}q)\hat{\theta}_i\sin\theta(1-\cos\theta), \qquad (5.4)$$

onde $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ é definido como $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta} \, \hat{\boldsymbol{\theta}}$ e $\boldsymbol{\theta} = |\boldsymbol{\theta}|$.

O próximo passo consiste em resolver aproximadamente o modelo. Isto significa encontrar as funções de Green de interesse, tais como o propagador de quarks e as funções de quatro pontos que se referem a estados ligados do píon, por exemplo. A aproximação mais comumentemente empregada é a aproximação de campo médio, que tem respaldo na expansão $1/N_c$ da QCD, onde N_c é o número de cores.

O propagador do quark é o valor esperado, no vácuo, do produto ordenado no tempo dos campos $q \in \bar{q}$,

$$iS(x,x') = \langle 0|T[q(x)\bar{q}(x')]|0\rangle, \qquad (5.5)$$

e satisfaz a equação de movimento

$$[i \ \partial_x - \Sigma] S(x, x') = \delta^{(4)}(x - x'), \tag{5.6}$$

onde Σ é a auto-energia.

Na aproximação de campo médio (ou $N_c \rightarrow \infty$), a auto-energia é dada por

$$\Sigma(x, x') = \Sigma^s(x, x') + \Sigma^{ps}(x, x'), \qquad (5.7)$$

onde

$$\Sigma^s = 2G \operatorname{Tr} \left[iS(x, x) \right] \tag{5.8}$$

 \mathbf{e}

$$\Sigma^{ps} = 2G\left(i\gamma_5\tau\right) \operatorname{Tr}\left[iS(x,x)i\gamma_5\tau\right]$$
(5.9)

são, respectivamente, as contribuições das interações escalar e pseudo-escalar da Lagrangiana. Nestas expressões, Tr indica o traço sobre cor, sabor e espinor. Devido à invariância translacional, S(x, x') = S(x-x'). Levando este fato em conta, não é difícil de se convencer que estas auto-energias não dependem de x e x'; a auto-energia é uma constante, $\Sigma \equiv M$. Com isto, a solução da Eq. (5.6) é trivial e, no espaço dos momentos, é dada por

$$S(p) = \frac{i \not p + M}{p^2 - M^2}.$$
(5.10)

A transformada de Fourier desta expressão pode ser inserida nas Eqs. (5.8) e (5.9). O resultado é

$$M = m_0 + 8 i G N_c N_f \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{M}{p^2 - M^2}.$$
 (5.11)

Por conveniência, o número de sabores N_f foi deixado arbitrário. Notamos que esta é uma equação autoconsistente para M.

Consideremos agora o limite $m_0 = 0$. Neste limite, a simetria quiral da Lagrangiana é exata. No entanto, se a Eq. (5.11) tiver uma solução $M \neq 0$, chegamos à conclusão que houve geração dinâmica de massa (quebra dinâmica da simetria quiral): a teoria é construída sem um termo de massa para os quarks mas, como resultado das interações, os quarks adquirem uma massa. Pelo célebre teorema de Goldstone, deve então existir no espectro da teoria uma partícula bosônica de massa nula, com os números quânticos da simetria quebrada. No presente caso, a simetria está relacionada com a estrutura $\gamma_5 \tau$, pseudo-escalar, iso-vetorial, o píon. Vamos, portanto ver como se obtém o bóson de Goldstone [13].

A densidade Lagrangiana de interação local mínima que descreve o acoplamento do campo de um píon π aos campos dos nucleons ψ_N é dada por

$$\mathcal{L}_{\pi NN} = i G_{\pi NN} \bar{\psi}_N(x) \gamma_5 \tau \cdot \pi \psi_N(x), \qquad (5.12)$$

onde $G_{\pi NN}$ é a constante de acoplamento dos pions aos nucleons. Este modelo pode ser visto no contexto da representação de quarks se olharmos os campos fermiônicos como campos de quarks, $\psi_N \to q$. O acoplamento, em nível de quarks, é $g_{\pi qq}$ e, então, temos

$$\mathcal{L}_{\pi NN} \to \mathcal{L}_{\pi qq} = i g_{\pi qq} \,\bar{q}(x) \gamma_5. \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} q(x) \tag{5.13}$$

Podemos decompor $\tau \cdot \pi$ como $\tau^{(+)}\pi^{(+)} + \tau^{(-)}\pi^{(-)} + \tau^{(3)}\pi^{(3)}$, onde os operadores

$$\pi^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi_1 \pm i\pi_2), \tag{5.14}$$

destroem um π^+ ou π^- , respectivamente. Os operadores $\tau^{(+)}$ e $\tau^{(-)}$ são definidos como

$$\tau^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_1 \pm i\tau_2). \tag{5.15}$$



Figura 5.1: Diagrama de troca de um píon entre dois quarks.

O diagrama de espalhamento de $(ud) \rightarrow (d'u')$, por exemplo, mostrado na Figura 5.1, tem o valor

$$[\bar{d}'i\gamma_5\tau^{(-)}u][(ig_{\pi qq})^2]\frac{i}{k^2-m_\pi^2}[\bar{u}'i\gamma_5\tau^{(+)}d].$$
(5.16)

"Amputando" as pernas externas, obtemos uma interação efetiva para a troca de um π^+ ,

$$(i\gamma_5)\tau^{(-)}\frac{-ig_{\pi qq}^2}{k^2 - m_{\pi}^2}(i\gamma_5)\tau^{(+)}.$$
(5.17)

Agora, uma interação efetiva para a troca de um píon também pode ser obtida a partir da Lagrangiana de interação de NJL. Vamos considerar $N_f = 2$ e $m_u = m_d = m_0$. O termo $(\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2$ da Lagrangiana é responsável por excitar o modo pseudo-escalar isovetorial $J^{PC} = 0^{-+}$, a ser identificado com o píon. A interação efetiva resultante da troca de um méson π pode ser expressa como uma soma infinita de termos na random-phaseapproximation (RPA).



Figura 5.2: Diagrama de RPA para o píon no modelo de NJL.

Consideramos nesta soma, somente os termos dominantes em N_c (são os termos diretos); isso está ilustrado na Figura 5.2. Denotando por $iU_{ij}(k^2)$ o diagrama do lado esquerdo desta figura, temos

$$iU_{ij}(k^{2}) = (i\gamma_{5})T_{i}\left\{2iG + 2iG\left[\frac{1}{i}\Pi_{ps}(k^{2})\right]2iG + 2iG\left[\frac{1}{i}\Pi_{ps}(k^{2})\right]2iG\left[\frac{1}{i}\Pi_{ps}(k^{2})\right]2iG + \cdots\right\}(i\gamma_{5})T_{j}$$

$$= (i\gamma_{5})T_{i}\left[\frac{2iG}{1 - 2G\Pi_{ps}(k^{2})}\right](i\gamma_{5})T_{j}, \qquad (5.18)$$

onde T_i seleciona o canal apropriado $T_i = T_j = \tau_3$ para o π^0 ou $T_i = \tau^{(\pm)}, T_j = \tau^{(\mp)}$ para criar um π^+ ou π^- . A inserção de polarização $-i\Pi_{ps}$ é dada por

$$\frac{1}{i}\Pi_{ps}(k^2) = -\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \operatorname{Tr}\left[i\gamma_5 T_i iS(p+k/2)i\gamma_5 T_j iS(p-k/2)\right],\tag{5.19}$$

conforme o diagrama da Figura 5.3.



Figura 5.3: Inserção de polarização.

Comparando o resultado (5.18) com a Eq. (5.17), podemos observar que a posição do pólo

$$1 - 2G\Pi_{ps}(k^2) = 0, (5.20)$$

nos fornece a massa do modo pseudo-escalar. A constante de acoplamento quark-píon $g_{\pi qq}$ pode ser associada ao resíduo no pólo de (5.18). Para obtê-la explicitamente, vamos expandir a expressão em (5.18) em torno $k^2 = m_{\pi}^2$:

$$iU_{ij}(k^2) \simeq (i\gamma_5)T_i \frac{-i(\partial \Pi_{ps}/\partial k^2)^{-1}\Big|_{k^2 = m_\pi^2}}{k^2 - m_\pi^2} (i\gamma_5)T_j.$$
(5.21)

Disto deduzimos que

$$g_{\pi qq}^2 = \left(\partial \Pi_{ps} / \partial k^2\right)^{-1} \Big|_{k^2 = m_{\pi}^2}.$$
 (5.22)

Da mesma forma, para o modo escalar σ , que é associado com o termo $(\bar{q}q)^2$ da Lagrangiana (5.1), o zero da função $[1-2G\Pi_s(k^2)]$ define a massa do modo. O acoplamento $g_{\sigma qq}$ é dado por

$$g_{\sigma qq}^2 = (\partial \Pi_s / \partial k^2)^{-1}|_{k^2 = m_{\sigma}^2}.$$
(5.23)

A inserção de polarização escalar é dada por

$$\frac{1}{i}\Pi_s(k^2) = -\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \operatorname{Tr}\left[iS(p+k/2)iS(p-k/2)\right].$$
(5.24)

Esta é obtida pela substituição do vértice $i\gamma_5 T$ do modo pseudo-escalar por 1, tanto no espaço de espinor como no de sabor.

Podemos demonstrar explicitamente que o modo pseudo-escalar, para quarks de corrente sem massa, tem massa zero e, portanto, pode ser identificado como o bóson de Goldstone. Calculando o traço sobre os índices de cor, espinor e sabor na Eq. (5.19), a inserção de polarização é dada por

$$\frac{1}{i}\Pi_{ps}(k^2) = -4N_c N_f \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{M^2 - p^2 + \frac{1}{4}k^2}{[(p + \frac{1}{2}k)^2 - M^2][(p - \frac{1}{2}k)^2 - M^2]}.$$
(5.25)

Esta expressão pode ser reescrita como [13]

$$\frac{1}{i}\Pi_{ps}(k^2) = 4N_c N_f \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - M^2} - 2N_c N_f k^2 I(k^2), \qquad (5.26)$$

onde

$$I(k^{2}) = \int \frac{d^{4}p}{(2\pi)^{4}} \frac{1}{\left[(p + \frac{1}{2}k)^{2} - M^{2}\right]\left[(p - \frac{1}{2}k)^{2} - M^{2}\right]}.$$
(5.27)

A mesma integral que aparece na Eq. (5.26), aparece na equação autoconsistente para a massa constituinte, Eq. (5.11). Podemos eliminá-la em favor da massa M e obter

$$1 - 2G\Pi_{ps}(k^2) = \frac{m_0}{M} + 4iGN_cN_fk^2I(k^2).$$
(5.28)

Desta equação deduzimos que a massa do modo pseudo-escalar é

$$m_{\pi}^{2} = -\frac{m_{0}}{M} \frac{1}{4iGN_{c}N_{f}I(m_{\pi}^{2})}.$$
(5.29)

Segue imediatamente que m_{π}^2 se anula no limite quiral, isto é, quando $m_0 = 0$. Isto pode ser dito de uma forma alternativa: notamos que neste limite, a relação (5.20) é exatamente equivalente à condição de autoconsistência (5.11).

O modo escalar iso-escalar, associado com o termo $(\bar{q}q)^2$, pode ser calculado da mesma maneira, com a polarização própria dada pela Eq. (5.24). Seguindo as mesmas passagens que levaram à Eq. (5.28), obtemos

$$1 - 2G\Pi_s(k^2) = \frac{m_0}{M} + 4iGN_cN_f(k^2 - 4M^2)I(k^2), \qquad (5.30)$$

de forma que a massa do modo é dada por

$$n_{\sigma}^{2} = -\frac{m_{0}}{M} [4iGN_{c}N_{f}I(m_{\sigma}^{2})]^{-1} + 4M^{2}.$$
(5.31)

A constante de acoplamento associada a este modo é, pela Eq. (5.23),

$$g_{\sigma q q}^{-2} = -4i N_c I(m_{\sigma}^2).$$
(5.32)

 $I(k^2)$ é uma função suave, de forma que podemos tomar $I(m_{\sigma}^2) \simeq I(0)$ e, assim, obter a expressão

$$m_{\sigma}^2 = 4M^2 + m_{\pi}^2, \tag{5.33}$$

que relaciona as massas do π e do σ .

Esta relação é muito esclarecedora a respeito da estrutura quiral dos mésons π e σ . Em primeiro lugar, a massa do σ é igual a 2*M* no limite quiral. Isto significa que a energia de ligação do par quark-antiquark no interior do σ vai a zero no limite quiral. Por outro lado, a energia de ligação do π neste limite é enorme, igual a 2*M*. Isto mostra que o π é um estado altamente coletivo, enquanto o σ é um méson não ligado, um estado do contínuo.

Outra quantidade essencial para nossos objetivos nesta tese é a constante de decaimento do píon, que é dada por [13]

$$ik_{\mu}f_{\pi} = N_c g_{\pi qq} 4M k_{\mu} I(k^2), \qquad (5.34)$$

onde $I(k^2)$ é definido pela Eq. (5.27). Por outro lado, as Eqs. (5.22) e (5.28) levam a

$$g_{\pi qq}^{-2} = -4iN_c I(0). \tag{5.35}$$

E importante notar que foi feita uma aproximação neste caso, ao considerar a integral como sendo uma função suave do momento. No entanto, isto é verdade somente para pequenos valores de momento. Esta aproximação está sendo feita aqui apenas para simplificar a apresentação de alguns resultados [13]; nos cálculos numéricos, nós usaremos as expressões exatas. Tomando o quadrado de (5.34) e inserindo (5.35) com $k^2 = 0$, obtemos

$$f_{\pi}^2 = -4iN_c M^2 I(0). \tag{5.36}$$

Finalmente, podemos combinar as Eq. (5.35) e (5.36) para obter

$$f_{\pi}^2 g_{\pi qq}^2 = M^2 \tag{5.37}$$

que é a versão, em nível de quarks, da célebre relação de Goldberger-Treiman.

Para encerrar esta revisão e por completeza, vamos apresentar um outro resultado célebre da simetria quiral que pode ser obtido com o modelo de NJL. Inicialmente, combinando as Eqs. (5.29) e (5.36), obtemos

$$m_{\pi}^2 f_{\pi}^2 = \frac{m_0 M}{2G}.$$
 (5.38)

Também, a densidade escalar, que é o valor esperado de $\bar{q}q$ no vácuo, pode ser escrita em termos de M como

$$M = m_0 - 2GN_f \langle \bar{u}u \rangle. \tag{5.39}$$

Esta pode ser usada para eliminar M da Eq. (5.38), levando ao resultado

$$m_{\pi}^2 f_{\pi}^2 \simeq -m_0 \langle \bar{q}q \rangle, \tag{5.40}$$

derivada originalmente por Gell-Mann, Oakes e Renner [36].

Isto encerra a revisão do modelo.

5.2 Vértices píon-bárion e sigma-bárion na representação Fock-Tani

Nesta seção vamos empregar o mapeamento da representação Fock-Tani para obter um vértice píon-bárion. Inicialmente, notamos, da discussão da seção anterior, que o π é um estado altamente coletivo. Por isso, ao se acoplar com um quark constituinte, este não "enxerga" a estrutura interna do π . Ou seja, este não é um acoplamento como o de

partículas puntiformes, dado na Eq. (5.17); no entanto, como veremos em seguida, embora as dependências com o momento sejam aparentemente bastante diferentes, o resultado numérico indica o contrário.

5

A partir das Eqs. (5.18), (5.28) e (5.29), temos que

$$\frac{2G}{1 - 2G\Pi_{ps}(k^2)} = \frac{2G}{(m_0/M) + 4iGN_cN_fkI(k^2)} = 2G\left[\frac{m_0}{M}\left(1 - \frac{k^2}{m_\pi^2}\frac{I(k^2)}{I(m_\pi^2)}\right)\right]^{-1} \\
= \frac{2Gm_\pi^2 M}{m_0}\frac{I(m_\pi^2)}{I(k^2)}\left[k^2 - m_\pi^2\frac{I(m_\pi^2)}{I(k^2)}\right]^{-1} \\
\equiv -\frac{g_{\pi qq}^2(k^2)}{k^2 - m_\pi^2(k^2)}.$$
(5.41)

As quantidades $g^2_{\pi qq}(k^2)$ e $m^2_{\pi}(k^2)$ podem ser facilmente obtidas comparando as duas últimas linhas da expressão anterior. Para calcular esta expressão, precisamos resolver a integral $I(k^2)$

$$I(k^{2}) = \int \frac{d^{4}p}{(2\pi)^{4}} \frac{1}{[(p+k/2)^{2} - m_{q}^{2}][(p-k/2)^{2} - m_{q}^{2}]},$$
(5.42)

que tem uma divergência ultravioleta. Vamos, então, regularizar a integral através de um cut-off quadridimensional Λ . Após a manipulação usual do denominador da integral com o emprego de um parâmetro de Feynman, podemos escrevê-la na seguinte forma

$$I(k^2) = i \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx \left[\ln\left(\frac{\Lambda^2 + y}{y}\right) - \left(\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + y}\right) \right], \tag{5.43}$$

onde

$$y = M^2 - x(1 - x) k^2.$$
(5.44)

Em particular, temos

$$I(0) = i \frac{1}{16\pi^2} \left[\ln\left(\frac{\Lambda^2 + M^2}{M^2}\right) - \left(\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + M^2}\right) \right].$$
(5.45)

Para obter resultados numéricos, precisamos fixar os parâmetros do modelo. Existem três parâmetros livres neste caso: m_0 , G, e o *cut-off* Λ . Eles podem ser fixados de tal maneira a obter o melhor ajuste das três quantidades fundamentais da simetria quiral:

 $f_{\pi} = 93 \text{ MeV}, \langle \bar{u}u \rangle = (-250 \text{ MeV})^3 \text{ e } m_{\pi} = 135 \text{ MeV}.$ Um conjunto de parâmetros que leva a um ajuste razoável é o seguinte:

$$G\Lambda^2 = 3.91, \quad \Lambda = 1000 \quad \text{MeV}, \quad m_0 = 5.5 \quad \text{MeV}.$$
 (5.46)

Com estes valores, obtém-se

$$M = 250 \text{ MeV}, \quad m_{\sigma} = 510 \text{ MeV}, \quad m_{\pi} = 138.2 \text{ MeV}$$

 $g_{\pi qq} = 2.60, \quad \langle \bar{u}u \rangle = (-250 \text{ MeV})^3.$ (5.47)

Como podemos ver, apesar da simplicidade do modelo, são obtidos resultados muito razoáveis para as quantidades físicas.

Podemos agora comparar a Eq. (5.41) com a tradicional troca de um píon da Eq. (5.17). Na Figura 5.4 plotamos estas duas expressões. Observamos que a diferença é ínfima e está de acordo com a natureza coletiva do píon.

Por outro lado, deve-se notar que para interações mais realistas que incluam efeitos da liberdade assintótica, estas características devem mudar um pouco. O modelo NJL não é válido para distâncias relativamente pequenas entre os quarks, pois a interação foi cortada através da introdução do *cut-off* Λ . Portanto, num modelo com liberdade assintótica, a dependência com o momento da interação para momentos da ordem de Λ deve ser diferente da predita pelo modelo NJL.

No Apêndice A calculamos o raio quadrático médio do fator de forma do vértice píonquark, onde obtemos

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle \sim \frac{1}{m_{\pi}^2}.$$
(5.48)

Este resultado mostra claramente que o *tamanho* da interação é enorme, devido ao pequeno valor da massa do píon. Este parece ser um resultado geral da simetria quiral, mas seria importante checar o resultado com um modelo mais realista [37]. Por outro lado, isto *não* significa que o píon não tem um tamanho. O raio eletromagnético dele, por exemplo, é da ordem de 0.4 fm [38]. Apesar do píon ser gerado numa escala diferente da escala de confinamento, isto não significa que o confinamento não é importante, pois o quark e o antiquark devem ser confinados. A manifestação da ausência do confinamento no modelo de NJL é a presença do corte (branch cut) a partir de $k^2 = 4M^2$. Este corte é facilmente visto nas Eqs. (5.43) e (5.44). O modelo de NJL é bom para dar a natureza coletiva do píon, mas não para dar a dependência dos vértices da interação quark-píon com o momento; tanto a liberdade assintótica quanto o confinamento estão ausentes. Esta natureza coletiva é importante para produzir a nuvem piônica, mas não para outras propriedades que envolvam transferências de momento como as existentes num processo de quark exchange.





Da mesma forma, a interação σqq é dada como

$$\frac{2G}{1-2G\Pi_{s}(k^{2})} = \frac{2G}{(m_{0}/M) + 4iGN_{c}N_{f}(k^{2}-4M^{2})I(k^{2})} \\
= \frac{2GM}{m_{0}} \left[1 - \frac{(k^{2}-4M^{2})I(k^{2})}{(m_{\sigma}^{2}-4M^{2})I(m_{\sigma}^{2})} \right]^{-1} \\
= \frac{-2GM}{m_{0}} \left[k^{2} - \frac{m_{\sigma}^{2}I(m_{\sigma}^{2})}{I(k^{2})} - 4M^{2} \left(1 - \frac{I(m_{\sigma}^{2})}{I(k^{2})} \right) \frac{I(k^{2})}{I(m_{\sigma}^{2})} \right]^{-1} \\
= -\frac{g_{\sigma q q}^{2}(k^{2})}{k^{2} - m_{\sigma}^{2}(k^{2})}.$$
(5.49)

Novamente, podemos comparar com a tradicional troca de um σ ; a comparação está feita na Figura 5.5. Aqui, o comportamento é bem diferente do caso do π , porque as dependências das interações com o momento são de fato diferentes. As consequências desta diferença para a interação NN serão discutidas no próximo capítulo.

No Apêndice B, calculamos a expressão para o raio quadrático médio do vértice σ quark. Efetuamos as integrais numericamente, usamos os valores dos parâmetros dados anteriormente, e obtivemos $\langle r^2 \rangle = (0.4 \text{ fm})^2$. Isto indica nitidamente a diferente natureza dos vértices π -quark e σ -quark. O σ apesar de ser um estado no contínuo, é menos coletivo que o píon. Este valor para o raio escalar é numericamente muito próximo [38] ao valor do raio vetorial (eletromagnético), cujo elemento de matriz envolve o operador $\bar{q}\gamma_{\mu}q$, ao invés do $\bar{q}q$. Notamos que o acoplamento do glúon ao quark constituinte se dá através de uma corrente vetorial. Portanto, o tamanho do vértice é o mesmo que o eletromagnético, da ordem de 0.4 fm. Quando discutirmos quark exchange, vamos empregar um fator de forma deste tamanho para o vértice quark-glúon.

Outra observação que sentimos ser necessária a esta altura, é que os efeitos do confinamento podem ser incorporados aos mesons $\pi e \sigma$ se usarmos um estado no espaço de Fock da mesma forma como fizemos para o bárion: com um operador de link com duas contribuições, uma que reflete os processos de longa distância, e outra de curta-média distância. O efeito do operador de link é fornecer uma força extra ao modelo de NJL.



Figura 5.5: Comparação entre as interações de troca de um σ tradicional e do NJL.

Como fica demonstrado em muitos modelos (o da Ref. [37] é um exemplo), somente uma força de confinamento pode não ser o bastante para se obter suficiente quebra de simetria; são necessárias interações de alcance mais curto para que se desenvolva um condensado quiral realista.

Vamos agora obter os vértices méson-quark a partir do potencial efetivo quark-méson no modelo NJL. Nosso interesse é obter interações efetivas bárion-bárion. De acordo com a Figura 5.1, podemos definir o potencial quark-méson como

$$U_{NJL}^{\pi q} = \bar{u}(k_1')\gamma_5 \tau u(k_1) \frac{g_{\pi qq}^2(k^2)}{k^2 - m_{\pi}^2(k^2)} \bar{u}(k_2')\gamma_5 \tau u(k_2)$$
(5.50)

$$U_{NJL}^{\sigma q} = -\bar{u}(k_1')u(k_1)\frac{g_{\sigma qq}^2(k^2)}{k^2 - m_{\sigma}^2(k^2)}\bar{u}(k_2')u(k_2), \qquad (5.51)$$

onde k_1, k_2, \dots são os momentos dos quarks e $k = k'_1 - k_1$, e \bar{u} e u são os espinores de Dirac usuais. Fazemos agora uma aproximação estática, onde substituímos $k^2 = -\mathbf{k}^2$ e não vamos considerar antiquarks, já que estes não contribuem para a interação efetiva bárion-bárion. Expandimos os espinores de Dirac em potências do momento retendo somente os termos de ordem mais baixa, obtendo assim

$$U_{NJL}^{\pi q} = -W_{\pi q}^{\dagger}(\mathbf{k}) \frac{1}{E - w_{\pi}(\mathbf{k})} W_{\pi q}(\mathbf{k}), \qquad (5.52)$$

$$U_{NJL}^{\sigma q} = -W_{\sigma q}^{\dagger}(\mathbf{k}) \frac{1}{E - w_{\sigma}(\mathbf{k})} W_{\sigma q}(\mathbf{k}), \qquad (5.53)$$

onde $w(\mathbf{k}) = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2(\mathbf{k}^2)}, \quad \epsilon$

$$W_{\pi q}(\mathbf{k}) = \frac{g_{\pi q q}(\mathbf{k})}{\sqrt{w_{\pi}(\mathbf{k})}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k} \, \boldsymbol{\tau}, \qquad (5.54)$$

$$W_{\sigma q}(\mathbf{k}) = \frac{g_{\sigma q q}(\mathbf{k})}{\sqrt{w_{\sigma}(\mathbf{k})}}.$$
(5.55)

Em notação de segunda quantização, temos então uma interação méson-quark da forma

$$H_{mq} = \sum_{j\mu\nu} V_{mq}(\mu\nu; j) \, q^{\dagger}_{\mu}q_{\nu}a^{j} + h.c., \qquad (5.56)$$

onde os índices μ, ν (j) indicam conjuntamente coordenadas espaciais e simetria interna dos quarks (mesons), $V_{mq}(\mu\nu; j)$ é a função vértice e *h.c.* indica os operadores conjugados Hermitianos. Agora podemos fazer uso das idéias da representação Fock-Tani e do modelo de Greenberg e Hietarinta para obter um vértice bárion-méson. Não precisamos mapear o píon porque a estrutura interna dele não é resolvida pelos quarks. Quanto ao méson σ , no modelo de NJL ele não é um estado ligado. Para ligá-lo, é necessário introduzir uma força de confinamento. Neste sentido, ele se torna um méson normal, como o ω e o ρ , e deve ser descrito por um modelo do tipo de Greenberg e Hietarinta. Neste caso, os mapeamentos do méson e do bárion podem ser feitos independentemente. É claro que, se estivéssemos interessados em estudar a interação méson-méson, poderíamos mapear o méson σ da mesma forma que mapeamos o bárion.

A interação efetiva bárion-méson pode ser obtida a partir de

$$U^{-1}H_{mq}U \longrightarrow H_{mb} = \sum_{\mu\nu j} V_{mq}(\mu\nu; j) \, q_{\mu}^{(1)\dagger} q_{\nu}^{(1)} a^{j} + h.c. \,, \tag{5.57}$$

onde U é o operador unitário que implementa a transformação Fock-Tani. Os termos de ordem mais alta dão origem a outras interações. Substituindo a expressão para $q^{(1)}$ dada na Eq. (4.34), obtemos a expressão

$$H_{mb} = \sum_{j\alpha\beta} V_{mb}(\alpha\beta;j) \, b^{\dagger}_{\alpha} b_{\beta} a^j + h.c. \,, \qquad (5.58)$$

com a função vértice méson-bárion V_{mb} dada por

$$V_{mb}(\alpha\beta;j) = 3\sum_{\mu\nu j} \Psi_{\alpha}^{*\mu\sigma\rho} V_{mq}(\mu\nu;j) \Psi_{\beta}^{\nu\sigma\rho}, \qquad (5.59)$$

onde Ψ é a amplitude do bárion no espaço de Fock. Esta expressão deixa clara a *trans*missão de informação entre a fase de confinamento e a da simetria quiral.

É importante notar que apesar de estarmos empregando a aproximação de usar a Ψ determinada na fase de confinamento, nada impede de considerarmos Ψ não especificada e determiná-la auto-consistentemente junto com as correções piônicas. O que estamos fazendo é corrigir a Ψ perturbativamente.
De posse deste vértice, podemos calcular correções piônicas às massas do núcleon e da $\Delta(1232)$. A $\Delta(1232)$ entra no problema porque, conforme será visto adiante, o núcleon pode criar esse estado ao emitir um píon, dando origem a um problema de canais acoplados. O méson σ , em princípio, poderia contribuir para renormalizar a massa do núcleon, mas como ele contribui igualmente para a massa do núcleon e da $\Delta(1232)$, seu efeito sempre pode ser incorporado nas massas *bare* dos barions. Além disto, conforme já comentamos anteriormente, sob o ponto de vista do modelo de Greenberg e Hietarinta, o méson σ deve ser melhor interpretado como se acoplando diretamente ao núcleon, como os mesons $\omega e \rho$.

Outra observação que deve ser feita é que a atração nuclear é um processo complicado, que envolve processos de dois π 's e excitação de Δ 's. Neste sentido, o presente modelo pode trazer contribuições importantes para o problema, pois os ingredientes básicos estão presentes.

5.3 Correções piônicas às massas bariônicas

Nosso objetivo nesta seção é obter uma expressão geral para as correções piônicas à massa do núcleon. Vamos nos deter nas correções de processos que envolvam no máximo um píon. Esta aproximação é conhecida no contexto do Cloudy Bag Model [29] como only one pion in flight.

Vamos começar escrevendo o Hamiltoniano do modelo como

$$H = H_0 + H', (5.60)$$

onde

$$H_0 = \sum_{\alpha} E_{\alpha}^0 b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha} + \sum_j \omega_j a_j^{\dagger} a_j , \qquad (5.61)$$

 $\operatorname{com}\,\omega_j=\sqrt{\mathbf{k}^2+m_\pi^2},\,\mathrm{e}$

$$H' = \sum_{j\alpha\alpha'} V_{\pi b}(\alpha\alpha'; j) \, b^{\dagger}_{\alpha'} b_{\alpha} a_j + \text{h.c.} \, .$$
(5.62)

Sejam $|b\rangle$ o estado físico do bárion e $|b_0\rangle$ o estado *bare*. Ou seja, os estados físicos são auto-estados do Hamiltoniano total

$$H|b\rangle = E_b|b\rangle,\tag{5.63}$$

onde E_b é a energia total do bárion físico e os estados bare são auto-estados de

$$H_0|b_0\rangle = E_b^0|b_0\rangle,\tag{5.64}$$

onde E_b^0 é a energia total do bárion bare.

A probabilidade de encontrar $|b_0\rangle$ em $|b\rangle$ será denotada por Z_2^b . Então, podemos escrever

$$|b\rangle = \sqrt{Z_2^b} |b_0\rangle + \Lambda |b\rangle, \qquad (5.65)$$

onde Λ é um operador que projeta a componente $|b_0\rangle$

$$\Lambda = 1 - |b_0\rangle\langle b_0|. \tag{5.66}$$

Agora

$$\langle b|H'|b_0 \rangle = \langle b|(H - H_0)|b_0 \rangle = \langle b|(E_b - E_b^0)|b_0 \rangle$$

$$= (E_b - E_b^0)\langle b|b_0 \rangle = \sqrt{Z_2^b}(E_b - E_b^0)$$

$$= \sqrt{Z_2^b} \Sigma(E_b)$$
(5.67)

onde $\Sigma(E_b)$ é a auto-energia, que corresponde à diferença entre as energias dos estados bare e físico. Precisamos agora obter uma expressão para a auto-energia em termos do Hamiltoniano de interação e os estados bare.

Vamos iniciar escrevendo $|b\rangle$ em termos de $|b_0\rangle$ e do Hamiltoniano de interação. Da Eq. (5.60), temos que

$$H|b\rangle = H_0|b\rangle + H'|b\rangle = E_b|b\rangle, \qquad (5.68)$$

ou

$$|b\rangle = (E_b - H_0)^{-1} H' |b\rangle.$$
 (5.69)

Multiplicando os dois lados desta equação por Λ ,

$$\Lambda|b\rangle = (E_b - H_0)^{-1}\Lambda H'|b\rangle, \qquad (5.70)$$

e usando isto na Eq. (5.65), obtemos

$$|b\rangle = \sqrt{Z_2^b} |b_0\rangle + (E_b - H_0)^{-1} \Lambda H' |b\rangle.$$
 (5.71)

Multiplicando agora a expressão anterior por $(E_b - H_0)$,

$$(E_b - H_0)|b\rangle = \sqrt{Z_2^b}(E_b - H_0)|b_0\rangle + \Lambda H'|b\rangle.$$
 (5.72)

Se usarmos a Eq. (5.65) para $|b\rangle$ do lado direito, obtemos

$$(E_b - H_0)|b\rangle = \sqrt{Z_2^b}(E_b - H_0)|b_0\rangle + \sqrt{Z_2^b}\Lambda H'|b_0\rangle + \Lambda H'\Lambda|b\rangle,$$

ou

$$(E_b - H_0 - \Lambda H'\Lambda)|b\rangle = \sqrt{Z_2^b}(E_b - H_0)|b_0\rangle + \sqrt{Z_2^b}H'|b_0\rangle$$

- $\sqrt{Z_2^b}H'|b_0\rangle\langle b_0|H'|b_0\rangle.$ (5.73)

Como $\langle b_0 | H' | b_0 \rangle = 0$, segue que

$$(E_b - H_0 - \Lambda H'\Lambda)|b\rangle = \sqrt{Z_2^b}(E_b - H_0)|b_0\rangle - \sqrt{Z_2^b}H'|b_0\rangle.$$
(5.74)

Podemos agora adicionar um "zero" conveniente ao primeiro termo do lado direito da equação anterior, e assim ficamos com

$$(E_b - H_0 - \Lambda H'\Lambda)|b\rangle = \sqrt{Z_2^b}(E_b - H_0 - \Lambda H'\Lambda|b\rangle - \sqrt{Z_2^b}H'|b_0\rangle, \qquad (5.75)$$

ou

$$|b\rangle = \sqrt{Z_2^b} \{ 1 - (E_b - H_0 - \Lambda H' \Lambda)^{-1} H' \} |b_0\rangle.$$
 (5.76)

Por outro lado, como

$$\langle b|H'|b_0\rangle = \sqrt{Z_2^b} \langle b_0|H'(E_b - H_0 - \Lambda H'\Lambda)H'|b_0\rangle,$$

temos

$$\Sigma(E_b) = \langle b_0 | H'(E_b - H_0 - \Lambda H' \Lambda)^{-1} H' | b_0 \rangle, \qquad (5.77)$$

Após algumas manipulações, podemos escrever a expressão anterior como

$$\Sigma(E_b) = \langle b_0 | H'(E_b - H_0 - \Sigma_0)^{-1} H' | b_0 \rangle, \qquad (5.78)$$

onde

$$\Sigma_0 = H' \Lambda (E_b - H_0)^{-1} \Lambda H'.$$
(5.79)

Notamos então que a expressão para a auto-energia envolve uma soma infinita de termos. Neste sentido, esta expressão é exata. No entanto, é bom lembrar que H' envolve apenas a criação e destruição de um único píon.

É usual [29] aproximar a expressão da auto-energia da seguinte maneira: definimos um novo Hamiltoniano *bare* como

$$H_0 + \Sigma_0(E_b) \equiv H_0 \tag{5.80}$$

tal que

$$\tilde{H}_0 = \int d\mathbf{p} \ E_b(\mathbf{p}) b_0^{\dagger}(\mathbf{p}) b_0(\mathbf{p}) + \int d\mathbf{k} \ \omega_k \ a^{\dagger}(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}).$$
(5.81)

Ou seja, a estrutura operatorial do Hamiltoniano *bare* é a mesma que a original, mas as energias são as energias físicas. Isto corresponde a uma soma parcial de diagramas de auto-energias. Assim, obtemos

$$\Sigma(E_b) = \langle b_0 | H' \frac{1}{E_b - \tilde{H}_0} H' | b_0 \rangle.$$
(5.82)



Figura 5.6: Ilustração das diferentes contribuições às massas do N e da $\Delta(1232)$.

Inserindo agora, um conjunto completo de estados de H_0 , $|n\rangle$, obtemos

$$\Sigma(E_b) = \sum_{n} \langle b_0 | H' | n \rangle \frac{1}{E_b - E_n} \langle n | H' | b_0 \rangle.$$
(5.83)

Esta equação mostra o problema do acoplamento dos estados pelo Hamiltoniano H'. Para o caso de interesse aqui, H' cria ou destrói um píon e, portanto, pode excitar uma $\Delta(1232)$.

A massa física do bárion, que é a energia do bárion em repouso, é dada por

$$M_b = M_b^0 + \Sigma(M_b). {(5.84)}$$

A Figura 5.6 ilustra os diferentes termos que contribuem para a renormalização das massas.

Substituindo os vértices dados na Eq. (5.55), e usando para os estados intermediários $|\pi N\rangle \in |\pi \Delta\rangle$, obtemos para as massas físicas do núcleon (N) e da Δ , as seguintes equações acopladas:

$$M_N = M_N^{(0)} - f_1^2 \int_0^\infty dk \, \frac{k^4 \, u^2(k)}{w^2(k)} - f_2^2 \int_0^\infty dk \, \frac{k^4 \, u^2(k)}{w(k) \, [\Delta M + w(k)]}$$
(5.85)

5 Simetria quiral e correções piônicas

$$M_{\Delta} = M_{\Delta}^{(0)} + f_3^2 \mathcal{P} \int_0^\infty dk \, \frac{k^4 \, u^2(k)}{w(k) \left[\Delta M - w(k)\right]} - f_4^2 \, \int_0^\infty dk \, \frac{k^4 \, u^2(k)}{w^2(k)}, \quad (5.86)$$

onde

$$\Delta M = M_{\Delta} - M_N,$$

$$f_1^2 = f_4^2 = \frac{3}{\pi} f_0^2, \qquad f_2^2 = \frac{4}{3\pi} \frac{72}{25} f_0^2, \qquad f_3^2 = \frac{1}{3\pi} \frac{72}{25} f_0^2, \qquad (5.87)$$

com

$$f_0^2 = \frac{25}{9} \frac{1}{4M^2} \frac{g_{\pi qq}^2}{4\pi}.$$
(5.88)

 \mathcal{P} indica o valor principal da integral, que se deve à possibilidade de abertura do canal para o decaimento da Δ em um estado πN ; a parte imaginária da integral fornece a largura da Δ .

A função u(k) contém o fator de forma píon-bárion. Se usarmos funções Gaussianas para a função de onda do bárion, ele é da forma

$$u(k) = \frac{g_{\pi qq}(k^2)}{g_{\pi qq}(0)} \exp\left[-\frac{b^2}{6}k^2\right].$$
(5.89)

Gostaríamos de salientar que não temos conhecimento na literatura de que correções de auto-energia foram obtidas anteriormente levando em conta *simultaneamente* as estruturas internas dos barions e dos bosons de Goldstone.

Correções piônicas, troca de quarks e a interação NN a curtas distâncias

h

V amos começar este capítulo relembrando nossos esforços até o momento. A idéia básica está na hipótese da existência de duas escalas importantes de distâncias na QCD para a estrutura e processos hadrônicos a baixas energias: a de confinamento e a da quebra dinâmica da simetria quiral. A escala da liberdade assintótica deve ser menos relevante a baixas energias. O tratamento unificado das duas escalas é implementado pela representação Fock-Tani. Com base nesta representação, obtivemos um Hamiltoniano hadrônico que descreve a interação de troca de mesons vetoriais e de pions. A distâncias mais curtas, há possibilidade de troca de quarks.

No presente capítulo, vamos inicialmente discutir a interação NN no contexto da troca de mesons. Comentaremos a respeito do valor exageradamente alto das contantes de acoplamento dos mesons vetoriais e então vamos introduzir *quark exchange* e estudar a dependência dos resultados com os parâmetros.

A seguir, vamos introduzir o píon através do modelo NJL e estudar os resultados numéricos que nosso modelo prediz para a renormalização das massas dos nucleons devido às correções piônicas. Ao final, vamos estudar as consequências dos diversos ingredientes do modelo para os deslocamentos de fase das ondas S do espalhamento núcleon-núcleon. Para obter os deslocamentos de fase, usamos um programa [39] que resolve a equação de Lippmann-Schwinger através da formulação em termos da matriz Γ e uma equação auxiliar não singular, discutida no Capítulo 2 da Ref. [40]. Para uma introdução às soluções numéricas para problemas de espalhamento, a Ref. [41] também pode ser consultada.

6.1 Troca de mesons e de quarks na interação NN

6

Inicialmente vamos considerar a descrição usual da força nuclear em termos da troca de mesons. Vamos nos basear no potencial de Bonn [5]. Para energias $E_{lab} \leq 400$ MeV, uma descrição razoável dos dados experimentais é obtida a partir de um potencial derivado das trocas de mesons π (pseudo-escalar, iso-vetorial), ω (vetorial, iso-escalar), ρ (vetorial, iso-vetorial) e σ (escalar, iso-escalar). O méson σ é usado neste contexto como uma representação dos efeitos da troca de dois pions e efeitos da $\Delta(1232)$.

O potencial é obtido a partir da redução não relativística das amplitudes de troca de um bóson. Os dados experimentais são usualmente analisados através dos deslocamentos de fase, que podem ser calculados resolvendo-se a equação de Lippmann-Schwinger

$$T(\mathbf{q},\mathbf{q}') = V(\mathbf{q},\mathbf{q}') + \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{q},\mathbf{k}) \frac{M_N}{\mathbf{q}'^2 - \mathbf{k}^2 + i\epsilon} T(\mathbf{k},\mathbf{q}') \quad , \tag{6.1}$$

onde $V(\mathbf{q}, \mathbf{q}')$ é o potencial e \mathbf{q} e \mathbf{q}' são, respectivamente, os momentos inicial e final dos nucleons no sistema do centro de massa. É conveniente expressar o potencial em termos dos momentos

$$\mathbf{p} = 1/2(\mathbf{q} + \mathbf{q}'), \qquad \mathbf{k} = \mathbf{q}' - \mathbf{q}.$$
(6.2)

As contribuições dos diversos mesons para o potencial $V(\mathbf{k}, \mathbf{p})$ são dadas a seguir.

•Mesons pseudo-escalares:

$$V_{ps}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = -\frac{g_{ps}^2}{4M_N^2} \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{k})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{k})}{\mathbf{k}^2 + m_{ps}^2}$$
(6.3)

•Mesons escalares:

00000

$$V_s(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = -\frac{g_s^2}{\mathbf{k}^2 + m_s^2} \left[1 - \frac{\mathbf{p}^2}{2M_N^2} + \frac{\mathbf{k}^2}{8M_N^2} - \frac{i}{2M_N^2} \mathbf{S} \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{p}) \right]$$
(6.4)

•Mesons vetoriais:

$$V_{v}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = \frac{1}{\mathbf{k}^{2} + m_{v}^{2}} \left\{ g_{v}^{2} \left[1 + \frac{3\mathbf{p}^{2}}{2M_{N}^{2}} - \frac{\mathbf{k}^{2}}{8M_{N}^{2}} + \frac{3i}{2M_{N}^{2}} \mathbf{S} \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{p}) - \sigma_{1} \cdot \sigma_{2} \frac{\mathbf{k}^{2}}{4M_{N}^{2}} \right. \\ \left. + \frac{1}{4M_{N}^{2}} (\sigma_{1} \cdot \mathbf{k}) (\sigma_{2} \cdot \mathbf{k}) \right] + \frac{g_{v} f_{v}}{2M_{N}} \left[-\frac{\mathbf{k}^{2}}{M_{N}} + \frac{4i}{M_{N}} \mathbf{S} \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{p}) - \sigma_{1} \cdot \sigma_{2} \frac{\mathbf{k}^{2}}{M_{N}} \right. \\ \left. + \frac{1}{M_{N}} (\sigma_{1} \cdot \mathbf{k}) (\sigma_{2} \cdot \mathbf{k}) \right] + \frac{f_{v}^{2}}{4M_{N}^{2}} \left[-\sigma_{1} \cdot \sigma_{2} \mathbf{k}^{2} + (\sigma_{1} \cdot \mathbf{k}) (\sigma_{2} \cdot \mathbf{k}) \right] \right\}$$
(6.5)

 $\operatorname{com} \mathbf{S} = 1/2(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)$

Para os mesons iso-vetoriais, as expressões correspondentes acima devem ser multiplicadas por $\tau \cdot \tau$. Além disto, cada potencial é multiplicado, em cada vértice, por um fator de forma

$$\left(\frac{\Lambda_{\alpha}^2 - m_{\alpha}^2}{\Lambda_{\alpha}^2 + \mathbf{k}^2}\right)^{n_{\alpha}},\tag{6.6}$$

com $\alpha = \pi, \omega, \rho, \sigma$. O parâmetros são ajustados aos dados experimentais.

Nosso intuito é estudar os processos de curtas distâncias, onde os mesons relevantes são o ω e o ρ . Além dos mesons, temos efeitos de trocas de quarks. As ondas S são extremamente sensíveis aos processos de curtas distâncias e, portanto, fornecem um bom "laboratório" para a nossas "experiências" teóricas. Neste sentido, chamamos mais uma vez à atenção que o nosso objetivo *não é* descrever o mais precisamente possível estas ondas, pelo contrário, queremos usá-las para aprender sobre seu comportamento sob a variação de parâmetros do nosso modelo de quarks. Um conjunto de parâmetros que fornece uma descrição razoável dos dados está mostrado na Tabela 6.1.

Não estão indicados nesta tabela os valores para as razões f/g das constantes de acoplamento vetorial e axial. Os valores empregados são $f_{\omega}/g_{\omega} = 0$ e $f_{\rho}/g_{\rho} = 0.61$. Os números entre-parênteses na tabela são para estados de isospin total igual a T = 0. A necessidade de se usar dois σ 's é devida ao fato de que este méson é supostamente uma parametrização de processos de dois π 's e Δ 's, os quais dependem do isospin.

A escolha deste conjunto de constantes de ajuste é motivada pelo Potencial A da Tabela A.3 da Ref. [5]. Como poderá ser visto logo a seguir, a descrição dos dados não é

	2/4			
Méson	$g_{\alpha}^{z}/4\pi$	m	Λα	n_{lpha}
π	14.9	138.03	1300	1
ω	25.0	782.60	1400	1
ρ	1.20	769.00	1200	1
σ	8.2	550.00	2000	1
	(14.0)	(710)	nune mino	STRIP AND

Tabela 6.1: Parâmetros do modelo de troca de mesons.

perfeita. Um dos motivos é que não estamos empregando todos os mesons que o potencial de Bonn usa; em adição aos da Tabela 6.1, o δ e o η também são usados pelo potencial de Bonn. Na ausência destes, mudamos um pouco as constantes de acoplamento do σ e do ω para obter um melhor ajuste dos dados a energias mais altas. A dependência dos deslocamentos de fase com a energia reflete também a dependência dos fatores de forma com o momento. No entanto, não mudamos os parâmetros de corte Λ_{σ} e Λ_{ω} com relação aos usados na Ref. [5], porque sentimos que um ajuste mais fino do que obtivemos seria um exagero para o que nos propomos nesta tese.

Na Figura 6.1 mostramos os deslocamentos de fase das ondas ${}^{1}S_{0}$ (L = 0, S = 0, T = 1) e ${}^{3}S_{1}$ (L = 0, S = 1, T = 0) do espalhamento NN para o conjunto de parâmetros da Tabela 6.1. A linha contínua indica o resultado obtido com o potencial de troca de mesons, que chamamos genericamente de potencial de Bonn. As estrelas indicam o melhor *fit* aos dados experimentais obtido pelo grupo de Nijmegen [42].

É interessante avaliar as importâncias relativas de cada méson para a interação NN a curtas distâncias. A importância de um determinado méson pode ser avaliada calculando os deslocamentos de fase das ondas ${}^{1}S_{0}$ e ${}^{3}S_{1}$ tomando sua constante de acoplamento igual zero. O resultado está mostrado na Figura 6.2.



Figura 6.1: Deslocamentos de fase para as ondas ${}^{1}S_{0}$ e ${}^{3}S_{1}$ do espalhamento NN para o potencial de Bonn (linha contínua). Os dados experimentais são do grupo de Nijmegen [42].

Claramente vemos a extrema importância do ω e do σ para ambas as ondas. O ρ é muito mais importante para a onda ${}^{3}S_{1}$ do que para a ${}^{1}S_{0}$. O π não é muito importante para nenhuma das duas ondas, sendo somente um pouco mais sensível para a ${}^{3}S_{1}$. Uma outra conclusão que se pode tirar destes gráficos, é que a onda ${}^{3}S_{1}$ é uma onda "complicada", no sentido de receber contribuições sensíveis de todos os mesons, sendo o π o menos importante relativamente aos outros (convém lembrar que ${}^{3}S_{1}$ é o canal do deuteron!)

Uma das caracteríticas indesejáveis de *todos* os modelos de trocas de mesons, o potencial de Bonn em particular, é a necessidade do emprego de uma constante de acoplamento g_{ω} muitas vezes maior que a determinada experimentalmente através de acoplamentos eletromagnéticos. Este valor experimental é aproximadamente $g_{\omega}^2/4\pi \simeq 5$. Em versões mais sofisticadas do potencial de Bonn, como as que incluem, por exemplo, trocas correla-





Figura 6.2: A importância relativa de cada méson para as ondas ${}^{1}S_{0}$ e ${}^{3}S_{1}$.

cionadas $\pi \rho$, e não empregam o σ , o valor cai de $g_{\omega}^2/4\pi \simeq 25$ para $g_{\omega}^2/4\pi \simeq 10$. Mesmo este valor é muito alto.

Uma outra fonte de repulsão a curtas distâncias é a troca de quarks. Existem vários estudos na literatura [43]–[55] que tentam explicar a repulsão a curtas distâncias, sem mesmo empregarem o $\omega e \rho$. Nós mesmos, em um trabalho anterior [56], desenvolvemos a idéia de substituir a parte de curto alcance do potencial de Reid pela troca de um glúon. A idéia agora é um pouco diferente: não vamos substituir *toda* a parte de curto alcance do potencial de Bonn, mas sim "enfraquecê-la" um pouco e adicionar a troca de um glúon. Ou seja, do ponto de vista de nosso modelo, ambos os processos –a troca de quarks e a troca dos mesons vetoriais – devem ser incluídos. Naturalmente as constantes dos mesons vetoriais vão ser menores, devido às contribuições da troca de quarks.

Na grande maioria dos estudos dos efeitos de trocas de quarks na interação hádron-

hádron é empregada a troca de um glúon (OGE). Como já dissemos anteriormente, a interação OGE é motivada pela propriedade de liberdade assintótica da QCD. O emprego desta interação obteve grande sucesso em estudos do espectro hadrônico e, portanto, foi muito natural empregá-la também para as interações entre os hadrons. Para a onda S, a contribuição mais importante desta interação, tanto para o espectro, quanto para a interação NN, é o termo de contato spin-spin (os outros termos centrais, como a interação Coulombiana de cor, são desprezíveis). A forma desta interação já foi discutida no Capítulo 3; ela é o produto das matrizes de cor de SU(3) $\lambda_i \cdot \lambda_j$ com $\sigma_i \cdot \sigma_j$. Sua forma explícita é dada por

$$V_{OGE} = -\frac{8\pi\alpha_s}{3M^2} \frac{1}{4} \lambda_i \cdot \lambda_j \frac{1}{4} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j, \qquad (6.7)$$

onde $\alpha_s = g^2/4\pi$ é a constante de "estrutura fina" do glúon, e M é a massa do quark constituinte. Na prática, a constante α_s é ajustada para fitar a diferença de massas $\Delta M = M_{\Delta} - M_N$. Esta quantidade é calculada perturbativamente e pode ser avaliada analiticamente quando formas Gaussianas forem empregadas para as funções de onda do núcleon e da Δ . Denotando por $M^{(0)}$ as massas do N e da Δ sem a correção de OGE, obtém-se

$$M_N^{OGE} = M^{(0)} + \delta M_N, \qquad M_\Delta^{OGE} = M^{(0)} + \delta M_\Delta,$$
(6.8)

onde b está relacionado ao raio quadrático médio do núcleon como $\langle r^2 \rangle = b^2$, e

$$\delta M_N = -\frac{4\alpha_s}{\sqrt{2\pi}b} - \frac{2\alpha_s}{3\sqrt{2\pi}M^2b^3}$$

$$\delta M_\Delta = -\frac{4\alpha_s}{\sqrt{2\pi}b} + \frac{2\alpha_s}{3\sqrt{2\pi}M^2b^3}.$$
(6.9)

Estas levam a

$$\Delta M^{OGE} \equiv M_{\Delta}^{OGE} - M_{N}^{OGE}$$
$$= \frac{4\alpha_s}{3\sqrt{2\pi}M^2b^3}.$$
 (6.10)

Conforme visto no Capítulo 4, a interação efetiva NN depende exponencialmente do parâmetro b. Neste sentido, pode-se obter uma repulsão brutal com b's razoavel-



Figura 6.3: Efeito do parâmetro *b* sobre o deslocamento de fase ${}^{1}S_{0}$. Os símbolos ω_{-25} e ω_{-10} indicam que as constantes de acoplamento do ω empregadas são respectivamente $g_{\omega}^{2}/4\pi = 25$ e $g_{\omega}^{2}/4\pi = 10$. No gráfico da esquerda (direita) α_{s} é mantido fixo (varia de tal maneira a manter $\Delta M^{OGE} = 300$ MeV).

mente pequenos. Tomamos então o potencial NN da representação Fock-Tani derivado no Capítulo 4, e comparamos com o potencial gerado pelo ω . Na Figura 6.3 mostramos o efeito do parâmetro *b* para a onda ${}^{1}S_{0}$. No gráfico da esquerda (direita) α_{s} é mantido fixo (varia de tal maneira a manter $\Delta M^{OGE} = 300$ MeV). Tomamos $g_{\omega}^{2}/4\pi = 10$ e somamos o potential da troca de quarks. O gráfico mostra claramente que é possível obter o mesmo efeito de $g_{\omega}^{2}/4\pi = 25$ somando a parte de troca de quarks ao potencial do ω com uma constante menor. O fato de manter ou não $\Delta M^{OGE} = 300$ MeV não é muito relevante.

Na próxima seção vamos estudar as correções piônicas às massas dos nucleons. Uma vez fixados os parâmetros, vamos investigar as propriedades que o modelo prediz para a força NN a curtas distâncias.

6.2 Massa do núcleon – correções piônicas

Para obter as correções piônicas, precisamos resolver o sistema acoplado de equações dado pelas Eqs. (5.85) e (5.86). Precisamos obter então as massas *bare* do núcleon e da Δ . Precisamos também o fator de forma u(k) da Eq.(5.89). A constante de acoplamento $g_{\pi qq}$ é obtida do modelo NJL.

Como dito anteriormente, não é grande perda de generalidade empregar um potencial confinante harmônico. Para um potencial deste tipo, as massas *bare* do núcleon e da Δ são degeneradas, pois o potencial não depende de spin, dadas por

$$M^{(0)} = 3M + \frac{3}{Mb^2} - U_0, \qquad (6.11)$$

onde U_0 é a energia de ponto zero. Esta energia de ponto zero tem origem nas flutuações quânticas da corda e é incalculável no contexto da SCQCD. Esta energia de ponto zero é similar à energia z_0/R do MIT *Bag Model* [57]. Em geral, e aqui também, esta é ajustada para fixar o nível mais baixo do espectro; de outra forma o espectro ficaria deslocado de uma constante.

Vamos tomar b = 0.7 fm. Para os parâmetros quirais dados pelo modelo de NJL, vamos empregar os dados no capítulo anterior: M = 250 MeV, $m_{\pi} = 138.2$ MeV e $g_{\pi qq} = 2.60$ MeV. Este conjunto de parâmetros leva aos valores para a massa da Δ e para a diferença de massas $\Delta M = M_{\Delta} - M_N$

$$M_{\Delta} = 1083 \text{ MeV}, \qquad \Delta M = 143 \text{ MeV}.$$
 (6.12)

Notamos que o valor $\Delta M = 143$ MeV é 150 MeV menor que o valor físico. Em princípio, podemos tentar encontrar parâmetros tal que este valor seja precisamente fitado; no entanto, para os objetivos aqui, isto não se faz necessário. Há outros mecanismos que podem contribuir para esta diferença de massas, como o acoplamento a estados de massas mais altas, e contribuições perturbativas da troca de um glúon. Vamos agora analisar o efeito de incluir as contribuições perturbativas de OGE. Tomamos então $M_N^{(0)} = M_N^{OGE}$ e $M_{\Delta}^{(0)} = M_{\Delta}^{OGE}$. Resolvemos novamente o sistema de equações acopladas das Eqs. (5.85) e (5.86). Usamos b = 0.7 fm, e os mesmos valores do modelo NJL que no exemplo anterior. Supomos que a interação OGE é perturbativa, e igual a 100 MeV. Isto corresponde a $\alpha_s = 0.52$. Este valor deve ser contrastado com os valores típicos empregados nos estudos da interação NN [50, 51], que são por volta de $\alpha_s = 2.0$.

O resultado numérico para M_{Δ} e ΔM são:

$$M_{\Delta} = 1133 \text{ MeV}, \qquad \Delta M = 195 \text{ MeV}.$$
 (6.13)

Como vemos, ambas quantidades vão na direção de seus valores experimentais.

Empregamos também um outro conjunto de parâmetros para o modelo de NJL,

$$G\Lambda^2 = 4.32, \quad \Lambda = 900 \quad \text{MeV}, \quad m_0 = 6.5 \quad \text{MeV}.$$
 (6.14)

Com estes valores, obtém-se

$$M = 300 \text{ MeV}, \quad m_{\sigma} = 607 \text{ MeV}, \quad m_{\pi} = 137 \text{ MeV}$$

 $g_{\pi qq} = 3.03, \quad \langle \bar{u}u \rangle = (-240 \text{ MeV})^3.$ (6.15)

Empregamos novamente b = 0.7 fm e supomos que a interação OGE é perturbativa, e igual a 50 MeV. Isto corresponde a $\alpha_s = 0.38$. Resolvendo novamente as equações para as massas do núcleon e da Δ , obtemos

$$M_{\Delta} = 1080 \text{ MeV}, \qquad \Delta M = 139 \text{ MeV}.$$
 (6.16)

Como podemos observar, os resultados não são muito diferentes dos obtidos com o conjunto anterior. Fizemos outras variações de parâmetros, empregando também outros valores de b, e os resultados qualitativos são os mesmos.

Na próxima seção vamos analisar os efeitos de todos estes ingredientes na força nuclear.

6.3 A força nuclear: troca de mesons e quarks

Inicialmente, vamos comparar os deslocamentos de fase do potencial de Bonn com os do nosso modelo. Para tal, começaremos com os mesons vetoriais do nosso modelo. A seguir, vamos também incluir a troca de quarks e gluons.

Precisamos do vértice méson-quark, que pode ser lido diretamente da Eq. (3.97). De posse deste, e empregando formas Gaussianas para as funções de onda do núcleon e dos mesons, obtemos

$$F_{\omega NN}(q^2) = \exp\left[-\frac{b^2}{6} \left(\frac{b^2 + 5/12 \, b_{\omega}^2}{b^2 + 1/3 \, b_{\omega}^2}\right) \, q^2\right],\tag{6.17}$$

onde b_{ω}^2 é tal que o raio quadrático médio do ω é dado por $\langle r_{\omega}^2 \rangle = 3/2 b_{\omega}^2$. Para $F_{\rho NN}(q^2)$, tomamos o mesmo fator de forma.

Tomamos b = 0.7 fm, e $b_{\omega} = 0.32$ fm [27]. Notamos que o fator de forma não é muito sensível ao valor de b_{ω} , devido à razão de b's na exponencial ; ele depende mais fortemente de b^2 . Usamos $g_{\omega} = 9.9$, $f_{\omega} = 0$. Para g_{ρ} , empregamos $g_{\rho}^2/4\pi = 0.55$, e para a razão f_{ρ}/g_{ρ} , tomamos seu valor experimental, $f_{\rho}/g_{\rho} = 6.1$. Conforme comentado ao final do Capítulo 3, o valor exato não nos é muito importante; interessa apenas que os valores das contantes de acoplamento sejam mais ou menos a metade dos valores empregados em modelos de troca de um bóson. As massas dos mesons vetoriais preditas pelo modelo [27] $m_{\omega} = m_{\rho} = 750$ MeV.

Os resultados estão mostrados na Figura 6.4. Claramente, como era de se prever, com constantes de acoplamentos menores, os resultados ficam menos repulsivos. Um outro fato qualitativo marcante que pode ser observado nesta figura é a dependência com a energia, que é diferente dos resultados com o modelo de Bonn. Isto é devido à forma Gaussiana do fator de forma, o qual decai muito rapidamente, em comparação com formas dipolares, para momentos altos. A substituição da forma Gaussiana pode ser feita com algum esforço para este caso, em que não estamos ainda considerando *quark exchange*. No entanto, no caso de *quark exchange*, se não empregarmos uma forma Gaussiana para as funções de



Figura 6.4: Comparação entre os deslocamentos de fase preditos pelo modelo da SCQCD com os do potencial de Bonn.

onda do núcleon, o esforço é muito maior, pois devemos resolver numericamente uma integral em 12 dimensões, o que requer o emprego de integração Monte Carlo.

Obviamente, a inclusão de trocas de gluons, deve melhorar os resultados da figura anterior. Novamente, não mudamos o valor de nenhum dos parâmetros usados até o momento. Em particular, chamamos à atenção para o valor da constante do OGE, que tomamos como $\alpha_s = 0.52$. Conforme pode ser visto na Figura 6.5, os resultados vão em direção aos valores necessários para fitar os dados experimentais, pelo menos para a onda ${}^{1}S_{0}$. Notamos também que a dependência de spin e isospin da parte de OGE parece ser um pouco repulsiva demais para a onda ${}^{3}S_{1}$.

Nós também recalculamos tudo para outros conjuntos de parâmetros. No entanto, os resultados qualitativos são os mesmos que os obtidos até o momento. Assim, para não

6



Figura 6.5: Mesma comparação que no gráfico anterior, mas com repulsão extra introduzida pela troca de um glúon perturbativo.

tornar a discussão repetitiva, e apresentar resultados sem informações novas, optamos por não apresentar os resultados obtidos com parâmetros um pouco diferentes dos empregados acima.

Para encerrar, vamos incluir também a troca simultânea de quarks e pions. No entanto, precisamos salientar que o acoplamento a curtas distâncias do píon aos quarks derivado no modelo de NJL não é muito realista, devido à ausência de liberdade assintótica em sua função de onda. Isto implica que a dependência do fator de forma para momentos transferidos altos não está bem descrita, conforme já discutido anteriormente. Para distâncias curtas, espera-se que a natureza coletiva do píon desapareça. Para incorporar este fato, cortamos então a interação quark-píon para distâncias menores que 0.3 fm. Os resultados estão mostrados na Figura 6.6. Como se pode ver, a influência da troca de um píon



Figura 6.6: Mesma comparação que nos gráficos anteriores, mas com repulsão extra introduzida pela troca de um glúon e um píon.

é pequena.

Conclusões e perspectivas futuras

A descrição dos fenômenos nucleares a partir dos graus de liberdade da QCD é um dos principais objetos de pesquisa da Física contemporânea. Devido à natureza não perturbativa destes fenômenos, os progressos têm sido lentos. Fenômenos não perturbativos permeiam a Física, mas o que diferencia os fenômenos das fases não perturbativas da QCD de outros é o fato de não conhecermos todos os seus graus de liberdade efetivos. Enquanto nos outros campos da Física os graus de liberdade efetivos são revelados em experiências de laboratório, com a QCD a situação é bem mais complicada, devido a sua natureza sub-atômica; as experiências neste campo, além de serem mais custosas, são também difíceis de ser realizadas. Neste sentido, o emprego de simulações numéricas em supercomputadores e a construção de modelos fenomenológicos são partes essenciais para o progresso neste campo.

Nesta tese desenvolvemos um novo modelo para a estrutura dos hadrons e suas interações. O modelo consiste numa generalização do modelo de quarks constituintes; foram introduzidos novos graus de liberdade relacionados a dois notáveis fenômenos da QCD, o confinamento e a $D\chi$ SB (quebra dinâmica da simetria quiral). Estes novos graus de liberdade – *links* e *junctions* – são interpretados como excitações coletivas dos graus de liberdade gluônicos e têm origem na natureza não Abeliana da teoria. A $D\chi$ SB foi implementada explicitamente. Os novos graus de liberdade vindos da fase de confinamento da QCD, têm implicações profundas para a interação entre os hadrons. Uma destas implicações é com relação ao princípio de Pauli entre quarks de nucleons diferentes. No limite de acoplamento forte, os quarks de hadrons diferentes são distinguíveis e não geram repulsão de curto alcance no espalhamento hádron-hádron. Além disto, não existem forças de van der Waals. Outra implicação importante é a predição de que a força nuclear a curtas distâncias recebe inevitavelmente contribuições da troca de mesons vetoriais.

Apesar destes conceitos de *links* e *junctions* já terem sido introduzidos anteriormente em outros contextos [11, 21, 24, 25], vários aspectos novos foram considerados aqui nesta tese. Como já dissemos, o modelo introduz explicitamente a D χ SB através do modelo NJL. Uma das consequências deste novo elemento é que a nuvem piônica dos barions é gerada dinamicamente. Embora no modelo de NJL muitos aspectos sejam trivializados, como por exemplo o acoplamento do píon ao quark constituinte, o importante é notar que o procedimento pode ser generalizado para modelos mais complicados. Isto deve ser constrastado, por exemplo, com o Cloudy Bag Model [29], em que a simetria quiral é implementada através de pions elementares. A hipótese central por detrás do modelo é que a D χ SB acontece numa escala de distância menor que o confinamento. Como frisamos anteriormente, esta hipótese não foi ainda testada definitivamente. A implicação prática das diferentes escalas é que as forças de confinamento, que se manifestam através de tubos de fluxo, atuam entre os quarks constituintes.

A unificação da física das diferentes escalas foi implementada pela representação Fock-Tani. Ao se mapear um hádron físico num hádron ideal, os diferentes aspectos da estrutura interna do hádron são transferidos para Hamiltonianos efetivos. Efeitos de *quark exchange* a distâncias curtas são incorporados naturalmente. Os efeitos dos *links* e *junctions*, da simetria quiral e de *quark exchange*, acontecem em escalas distintas e são unificados num Hamiltoniano efetivo gerado através de uma transformação unitária. Não temos conhecimento na literatura de que tal procedimento tenha sido implementado anteriormente no contexto do modelo de quarks.

Acreditamos que nosso trabalho foi o primeiro passo objetivo no sentido de incluir

todos os aspectos importantes da QCD a baixas energias. Sob o nosso ponto de vista, alcançamos o objetivo de mostrar a viabilidade técnica de um projeto ambicioso como este. À medida que nosso conhecimento, tanto da fase de confinamento, quanto da quebra da simetria quiral, for progredindo, podemos incorporar estas novas informações ao nosso modelo. Mesmo que se provar que não existe uma separação nítida entre estas escalas, nosso estudo ainda poderá servir de guia para outros campos em que separações de escala existem. A Física da Matéria Condensada é rica em exemplos.

Com relação aos resultados numéricos, vimos que não temos muita liberdade em variar parâmetros. Um dos pontos mais sensíveis do modelo é a parte da simetria quiral. As predições do modelo de NJL são um tanto dependentes do parâmetro de corte Λ . O primeiro passo na direção de tornar nossos cálculos semi-quantitativos, é empregar um modelo mais realista, como o desenvolvido na Ref. [37], e que incorpore os efeitos da liberdade assintótica. Um passo importante no futuro próximo é o estudo da atração nuclear. O modelo pode descrever naturalmente estes efeitos, pois o Hamiltoniano efetivo derivado nesta tese contém os ingredientes básicos, os vértices píon-bárion. 1.5

Apêndices

•



Apêndice A

Cálculo da constante de acoplamento e do raio quadrático médio do píon

A.1 Cálculo de $g_{\pi qq}^{-2}$

No Capítulo 5, obtivemos uma expressão para a constante de acoplamento do píon baseados na aproximação $I(m_{\pi}^2) \approx I(0)$. Como dissemos lá, esta é uma aproximação válida para pequenos valores de momento, que foi usada para simplificar a apresentação de alguns resultados. Para obter a expressão (5.35) para a constante de acoplamento $g_{\pi qq}^{-2}$, partimos da Eq. (5.22),

$$g_{\pi qq}^2 = \left(\frac{\partial \Pi_{ps}(k^2)}{\partial k^2}\right)^{-1} \Big|_{k^2 = m_\pi^2}$$
(A.1)

e usamos a Eq. (5.28),

$$1 - 2G\Pi_{ps}(k^2) = \frac{m_0}{M} + 4iGN_cN_fk^2I(k^2).$$
 (A.2)

Lembrando que a massa do modo pseudoescalar é dada por (5.29)

$$m_{\pi}^2 = -\frac{m_0}{M} \frac{1}{4iGN_c N_f I(m_{\pi}^2)},\tag{A.3}$$

e substituindo $4iGN_cN_f$ em (A.2), temos

$$1 - 2G\Pi_{ps}(k^2) = \frac{m_0}{Mm_{\pi}^2} \left[m_{\pi}^2 - k^2 \frac{I(k^2)}{I(m_{\pi}^2)} \right].$$
 (A.4)

 $I(k^2)$ é a integral definida pela Eq. (5.27) e é divergente; vamos regularizar esta integral com um cut-off Λ e introduzir o parâmetro de Feynman x para escrevê-la como

$$\frac{1}{ab} = \int_0^1 dx \frac{1}{[ax + (1 - x)b]^2}.$$
 (A.5)

Após a integração sobre p, a integral $I(k^2)$ pode ser colocada na forma $if(k^2)$, onde

$$f(k^2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx \left[\ln\left(\frac{\Lambda^2 + y}{y}\right) - \left(\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + y}\right) \right]$$
(A.6)

e

$$y = M^2 - k^2 x (1 - x).$$
 (A.7)

Vamos agora determinar a derivada da polarização pseudo
escalar, dada na Eq. (A.4), com relação à k^2

$$-2G\Pi'_{ps}(k^2) = \frac{m_0}{Mm_\pi^2} \frac{1}{f(m_\pi^2)} \left[f(k^2) + k^2 f'(k^2) \right], \tag{A.8}$$

onde $f'(k^2)$ pode ser obtida de (A.6),

$$f'(k^{2}) = \frac{1}{16\pi^{2}} \int_{0}^{1} dx \left\{ \frac{y}{\Lambda^{2} + y} \frac{d}{dk^{2}} \left(\frac{\Lambda^{2} + y}{y} \right) + \frac{\Lambda^{2}}{(\Lambda^{2} + y)^{2}} \frac{d}{dk^{2}} (\Lambda^{2} + y) \right\}$$

$$= \frac{1}{16\pi^{2}} \int_{0}^{1} dx \left\{ \frac{y}{\Lambda^{2} + y} \frac{d}{dy} \left(\frac{\Lambda^{2} + y}{y} \right) \frac{dy}{dk^{2}} + \frac{\Lambda^{2}}{(\Lambda^{2} + y)^{2}} \frac{d}{dy} (\Lambda^{2} + y) \frac{dy}{dk^{2}} \right\}.$$

(A.9)

Com y definido por (A.7), temos, para sua derivada

$$\frac{dy}{dk^2} = -x(1-x),$$
 (A.10)

e assim (A.9) fica

$$f'(k^2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx [x(1-x)] \frac{\Lambda^2}{(\Lambda^2 + y)^2} \frac{\Lambda^2}{y}.$$
 (A.11)

Então, podemos escrever para (A.1)

$$g_{\pi qq}^{-2} = \left(\frac{\partial \Pi_{ps}(k^2)}{\partial k^2}\right)\Big|_{k^2 = m_\pi^2} = \frac{m_0}{Mm_\pi^2} \frac{1}{2G} \left[f(m_\pi^2) + m_\pi^2 f'(m_\pi^2)\right] \frac{1}{f(m_\pi^2)}, \quad (A.12)$$

e portanto,

$$g_{\pi q q}^{-2} = \frac{m_0}{(2G)Mm_\pi^2} \left[1 + m_\pi^2 \frac{f'(m_\pi^2)}{f(m_\pi^2)} \right].$$
 (A.13)

Se fizermos a aproximação à qual nos referimos anteriormente, onde $I(m_{\pi}^2)$ é constante, teremos I'(0) = 0 e a Eq. (A.13), fica

$$g_{\pi qq}^{-2} = \frac{m_0}{(2G)M} \left[-\frac{m_0}{M} \frac{1}{4iGN_c N_f I(m_\pi^2)} \right]^{-1},$$
(A.14)

onde substituímos a massa do modo por (A.3). Finalmente, fazendo $N_f = 2$ chegamos à expressão 5.35, isto é,

$$g_{\pi qq}^{-2} = -4iN_c N_f I(0). \tag{A.15}$$

A.2 Cálculo de $\langle r_{\pi}^2 \rangle$

Para calcular o raio quadrático médio, usaremos a definição

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = 6 \frac{d}{dk^2} \ln F_{\pi}(k^2) \Big|_{k^2 = 0},$$
 (A.16)

onde $F_{\pi}(k^2)$ é dado por

$$F_{\pi}(k^2) = \frac{1}{1 - 2G\Pi_{ps}(k^2)}.$$
(A.17)

A expressão (A.16) fica, então

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = 6 \frac{1}{F_{\pi}(0)} \left. \frac{d}{dk^2} F_{\pi}(k^2) \right|_{k^2 = 0},$$
 (A.18)

e a derivada de $F_{\pi}(k^2)$ é

$$\frac{d}{dk^2}F_{\pi}(k^2) = \frac{-1}{1 - 2G\Pi_{ps}(k^2)]} [-2G\Pi'_{ps}(k^2)].$$
(A.19)

Por outro lado, $-2G\Pi'_{ps}(0)$ é dado pela Eq. (A.8) quando $k^2 = 0$

$$-2G\Pi'_{ps}(0) = -\frac{m_0}{M m_\pi^2} \frac{f(0)}{f(m_\pi^2)}.$$
 (A.20)

Então , o raio quadrático médio é dado por

А

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = \frac{6}{[1 - 2G\Pi_{ps}(0)]} [2G\Pi'_{ps}(0)],$$
 (A.21)

e portanto,

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = \frac{6}{m_{\pi}^2} \frac{f(0)}{f(m_{\pi}^2)}.$$
 (A.22)

No limite quiral, $m_{\pi} \rightarrow 0$ e o raio quadrático médio do píon tende a ∞ , o que indica que seu acoplamento aos quarks não é como o de partículas puntuais.

Apêndice B

Cálculo da constante de acoplamento e do raio quadrático médio do méson σ

B.1 Cálculo de $g_{\sigma qq}^{-2}$

O acoplamento do méson σ ao campo dos quarks é dado pela equação (5.23), a saber

$$g_{\sigma q q}^{2} = \left(\frac{\partial \Pi_{s}(k^{2})}{\partial k^{2}}\right)^{-1} \bigg|_{k^{2} = m_{\sigma}^{2}},$$
(B.1)

e a polarização escalar é dada por (5.28)

$$1 - 2G\Pi_s(k^2) = \frac{m_0}{M} + 4iGN_cN_f(k^2 - 4M^2)I(k^2).$$
(B.2)

Usando a equação (5.31) para a massa do modo escalar

$$m_{\sigma}^{2} = 4M^{2} - \frac{m_{0}}{M} \frac{1}{4iGN_{c}N_{f}I(m_{\sigma}^{2})},$$
(B.3)

podemos extrair o fator $4iGN_cN_f$ e escrever (B.2) como

$$1 - 2G\Pi_s(k^2) = \frac{m_0}{M} \left[1 - \frac{(k^2 - 4M^2)}{(m_\sigma^2 - 4M^2)} \frac{f(k^2)}{f(m_\sigma^2)} \right],$$
 (B.4)

onde, como no Apêndice A, fizemos $I(k^2) \equiv i f(k^2)$.

Podemos escrever a seguinte expressão para a derivada da polarização escalar

$$-2G\Pi'_{s}(k^{2}) = -\frac{m_{0}}{M(m_{\sigma}^{2} - 4M^{2})} \frac{1}{f(m_{\sigma}^{2})} \left[f(k^{2}) + (k^{2} - 4M^{2})f'(k^{2}) \right],$$
(B.5)

e então , (B.1) fica

$$g_{\sigma qq}^{-2} = \frac{m_0}{2 G M(m_\sigma^2 - 4M^2)} \left[1 + (m_\sigma^2 - 4M^2) \frac{f'(m_\sigma^2)}{f(m_\sigma^2)} \right].$$
 (B.6)

Portanto

$$g_{\sigma qq}^{-2} = \frac{m_0}{2 G M (m_{\sigma}^2 - 4M^2)} \left[1 + (m_{\sigma}^2 - 4M^2) \frac{f'(m_{\sigma}^2)}{f(m_{\sigma}^2)} \right].$$
 (B.7)

Usando a aproximação citada no Capítulo 5, $I(m_{\pi}^2) \approx I(0)$, segue que $f'(m_{\sigma}^2) = 0$, e então

$$g_{\sigma qq}^{-2} = \frac{m_0}{2GM(m_{\sigma}^2 - 4M^2)}.$$
 (B.8)

Com a massa do modo escalar dada por (B.3), a expressão anterior fica

$$g_{\sigma q q}^{-2} = \frac{m_0}{2GM} \left[\frac{-m_0}{M} \frac{1}{4iGN_c N_f I(m_\sigma^2)} \right]^{-1},$$
(B.9)

e aí fazendo $N_f = 2$, chegamos à expressão (5.32).

B.2 Cálculo de $\langle r_{\sigma}^2 \rangle$

Partindo da definição de raio quadrático médio

$$\langle r_{\sigma}^2 \rangle = 6 \frac{d}{dk^2} \ln F_s(k^2) = \frac{6}{F_{\sigma}(0)} \frac{d}{dk^2} F_{\sigma}(k^2) \Big|_{k^2 = 0},$$
 (B.10)

com

$$F_{\sigma}(k^2) = \frac{1}{1 - 2G\Pi_s(k^2)},\tag{B.11}$$

temos que

$$\langle r_{\sigma}^2 \rangle = 6 \frac{-1}{[1 - 2G\Pi_s(0)]} [-2G\Pi'_s(0)].$$
 (B.12)

Usando a derivada da polarização escalar em B.5, podemos escrever para o raio quadrático médio a seguinte expressão

$$\langle r_{\sigma}^2 \rangle = 6 \left\{ \frac{m_0}{M} \left[1 + \frac{4M^2}{(m_{\sigma}^2 - 4M^2)} \frac{f(0)}{f(m_{\sigma}^2)} \right] \right\}^{-1} \left[\frac{m_0}{M(m_{\sigma}^2 - 4M^2)} \frac{f(0)}{f(m_{\sigma})} \left(1 - 4M^2 \frac{f'(0)}{f(0)} \right) \right]$$
(B.13)

e portanto

$$\langle r_{\sigma}^2 \rangle = 6 \left[1 - 4M^2 \frac{f'(0)}{f(0)} \right] \left[(m_{\sigma}^2 - 4M^2) + 4M^2 f(0) / f(m_{\sigma}^2) \right]^{-1} \frac{f(0)}{f(m_{\sigma}^2)}, \tag{B.14}$$

onde f'(0) é dada pela expressão

$$f'(0) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx \, x \, (1-x) \frac{\Lambda^2}{(\Lambda^2 + M^2)^2} \frac{\Lambda^2}{M^2}$$
$$= \frac{1}{16\pi^2} \frac{1}{6} \frac{\Lambda^2}{(\Lambda^2 + M^2)^2} \frac{\Lambda^2}{M^2}.$$
(B.15)

Referências bibliográficas

- [1] F. J. Ynduráin, Quantum Chromodynamics (Springer, Nova Iorque, 1983).
- [2] F. Close, An Introduction to Quarks and Partons (Academic Press, London, 1979).
- [3] A. Le Yaouanc, LL. Oliver, O. Pène e J.-C. Raynal, Hadron Transitions in the Quark Model (Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 1988).
- [4] H. Yukawa, Proc. Roy. Soc. Jpn. 17, 48 (1935).
- [5] R. Machleidt, Adv. Nucl. Phys. 19, 189 (1989).
- [6] O.W. Greenberg e H.J. Lipkin, Nucl. Phys. A370, 349 (1981).
- [7] L. Wilets, Nontopological Solitons, (World Scientific, Cingapura, 1989)
- [8] N. Isgur e J. Paton, Phys. Rev. **D31**, 2910 (1985).
- [9] M. Bander, Phys. Rept. 75, 205 (1981).
- [10] A. Manohar e H. Georgi, Nucl. Phys. **B234**, 189 (1984).
- [11] O.W. Greenberg e J. Hietarinta, Phys. Rev. D22, 993 (1980).
- [12] Y. Nambu e G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, 345 (1961); 124, 246 (1961).
- [13] S. P. Klevansky, Rev. Mod. Phys. 64, 649 (1992).
- [14] T. Hatsuda e T. Kunihiro, Phys. Rept. 247, 221 (1994).
- [15] M.D. Girardeau, Phys. Rev. Lett. 27, 1416 (1971); J. Math. Phys. 16, 1901 (1975).

- [16] D. Hadjimichef, G. Krein, S. Szpigel e J.S. da Veiga, Phys. Lett. B367, 317 (1996).
- [17] M.D. Girardeau, G. Krein e D. Hadjimichef, Mod. Phys. Lett. A11, 1121 (1996).
- [18] D. Hadjimichef, G. Krein, S. Szpigel e J.S. da Veiga, Ann. Phys. (NY) 268, 105 (1998).
- [19] S. Tani, Phys. Rev. **117**, 252 (1960).
- [20] D. Hadjimichef, Interações Bárion-Bárion em Termos de Graus de Liberdade de Quarks na Representação Fock-Tani, Tese de Doutorado, Instituto de Física Teórica -UNESP, 1995.
- [21] D. Robson, Phys. Rev. **D35**, 1029 (1986).
- [22] C. Michael, hep-ph/9809211.
- [23] S. Capstick e P. R. Page, Phys. Rev. D60, 111501 (1999).
- [24] G. A. Miller, Phys. Rev. D37, 2431 (1988).
- [25] G. A. Miller, Phys. Rev. C39, 1563 (1989).
- [26] J. Kogut, R. Pearson e J. Shigemitsu, Phys. Lett. **B98**, 63 (1981).
- [27] J. Carlson, J.B. Kogut e V.R. Pandharipande, Phys. Rev. D28, 2807 (1983); Phys. Rev. D27, 233 (1983).
- [28] S. Capstick e N. Isgur, Phys. Rev. **D34**, 2809 (1986).
- [29] A.W. Thomas, Adv. Nucl. Phys. 13, 1 (1984).
- [30] R. Kokoski e N. Isgur, Phys. Rev. D35, 907 (1987).
- [31] S. Szpigel, Interação Méson-Méson no Formalismo Fock-Tani, Tese de Doutorado, IF - USP, 1995.

- [32] S. Weinberg, Phys. Rev. 130, 776 (1963); 131, 440 (1963).
- [33] G. Krein e C.M. Rizzatto, artigo em preparação.
- [34] K. Holinde, Nucl. Phys. A415, 477 (1984).
- [35] G.Q. Liu, M. Swift, A.W. Thomas e K. Holinde, Nucl. Phys. A556, 331 (1993).
- [36] M. Gell-Mann, R. Oakes e B. Renner, Phys. Rev. 175, 2195 (1968).
- [37] P.J.A. Bicudo, G. Krein, J.E.T.F. Ribeiro e J.E. Villate, Phys. Rev. D45, 1673 (1992).
- [38] S. Klimt, M. Lutz, U. Vogl e W. Weise, Nucl. Phys. A516, 429 (1990); U. Vogl, M. Lutz, S. Klimt e W. Weise, Nucl. Phys. A516, 469 (1990); M. Lutz, S. Klimt e W. Weise, Nucl. Phys. A542, 521 (1992).
- [39] Programa cedido por L. Tomio e S.K. Adhikari.
- [40] S.K. Adhikari, Variational Principles and the Numerical Solution of Scattering Problems (John Wiley & Sons, 1998).
- [41] L.Tomio, Alternativa para a Técnica de Padé para a Solução de Equações Integrais de Espalhamento, Tese de Doutorado, Departamento de Física - Universidade Federal de Pernambuco, 1981.
- [42] Os dados podem ser compilados a partir de: http://nn-online.sci.kun.nl.
- [43] D.A. Liberman, Phys. Rev. D16, 1542 (1977).
- [44] V.G. Neudatchin, Y.F. Smirnov e R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. 58, 1072 (1977);
 V.G. Neudatchin, Y.F. Smirnov e Y.M. Tchuvil'sky, Phys. Lett. 88B, 231 (1979).
- [45] M. Harvey, Nucl. Phys. **352**, 326 (1981).
- [46] J.E.F.T. Ribeiro, Z. Phys. C5, 27 (1980).
- [47] C.S. Warke e R. Shanker, Phys. Rev. C21, 2643 (1980).
- [48] M. Oka e K. Yazaki, Phys. Lett. 90B, 41 (1980); Prog. Theor. Phys. 66, 551 (1981);
 66, 5572 (1981).
- [49] A. Faessler, F. Fernandez, G. Lübeck e K. Shimizu, Phys. Lett. 112B, 201 (1982);
 Nucl. Phys. A402, 555 (1983).
- [50] K. Shimizu, Rep. Prog. Phys. 51, 1 (1989).
- [51] A. Fäßler, A. Buchmann e Y. Yamauchi, Int. J. Mod. Phys. E2, 539 (1993).
- [52] S. Takeuchi, K. Shimizu e K. Yazaki, Nucl. Phys. A504, 777 (1989).
- [53] F. Fernández, A. Valcarce, U. Straub e A. Faessler, J. Phys. G19, 2013 (1993); A. Valcarce, A. Buchmann, F. Fernández e A. Faessler, Phys. Rev. C50, 2246 (1994); 51, 1480 (1995).
- [54] A. Valcarce, P. González, F. Fernández e V. Vento, Phys. Lett. B367, 35 (1996);
 A. Valcarce, F. Fernández e P. González, Phys. Rev. C56, 3026 (1997); Few-Body Systems Suppl. 99, 1 (1998).
- [55] Y. Fujiwara, C. Nakamoto e Y. Suzuki, Phys. Rev. Lett. 76, 2242 (1996); Phys. Rev. C54, 2180 (1996).
- [56] S.K. Adhikari, G. Krein, C.M. Rizzatto e L. Tomio, Connecting a Quark-Model Short Range Nucleon-Nucleon to the Long Range Part of the Reid Potential, Comunicação apresentada na sessão de Física Nuclear Teórica da XVII Reunião de Trabalho sobre Física Nuclear no Brasil, 1994.
- [57] A. Chodos, R.L. Jaffe, C.B. Thorn e V. Weisskopf, Phys. Rev. D9, 3471 (1974).