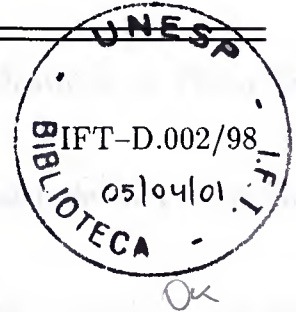
**IFT**

Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

Tese de Doutorado



Violação de CP em modelos 3-3-1

Orlando Luis Pereyra Ravinez

Orientador

Prof. Dr. Juan Carlos Montero Garcia

Co-orientador

Prof. Dr. Vicente Pleitez



Abril de 1998

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Dr. Bruto M. Pimentel pela acolhida no Instituto de Física Teórica e pela amizade.

Ao Prof. Dr. Vicente Pleitez, pela co-orientação neste trabalho de tese, assim como a disponibilidade de tempo que foi uma grande ajuda para mim.

Em especial agradeço a meu orientador Prof. Dr. Juan Carlos Montero Garcia, sempre disposto a discutir a física do dia a dia, assim como pela sua disponibilidade e amizade.

A minha esposa Jesus, pela compreensão e apoio nestes quatro anos de trabalho árduo.

Aos professores e colegas do Instituto, pela sua ajuda e amizade.

Ao meu amigo Marcos R. Cardoso, pela amizade e disponibilidade.

Ao pessoal administrativo pela sua colaboração.

Finalmente, agradeço ao CNPQ pelo suporte financeiro.

A Sayito (em memória) e Chabelita.

Meus pais.

A Puchita (em memória).

Resumo

Nós consideramos as diversas possibilidades de ter violação de CP induzida por escalares em modelos **3-3-1**. Após uma breve revisão de violação de CP no modelo padrão, estudamos algumas de suas extensões mínimas e introduzimos o conceito de violação espontânea de CP no setor escalar.

A seguir, consideramos um modelo específico, alternativo ao modelo padrão, baseado na simetria de gauge $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_Y$. Neste, fazemos um estudo do setor escalar, sob a ótica da violação espontânea de CP , e mostramos que é possível obter violação de CP quando este potencial escalar possui apenas três tripletos e que a violação espontânea é realizável somente quando este também contém um sexteto escalar. Em ambos os casos toda a violação de CP provém apenas da troca de escalares simples ou duplamente carregados.

Finalmente estudamos as implicações desse mecanismo no setor dos léptons, calculando o momento de dipolo elétrico (**MDE**) para os léptons massivos, e no setor dos quarks, mostrando quais seriam suas contribuições para o **MDE** do nêutron e para a razão ε'/ε no sistema $K^0 - \overline{K}^0$.

Abstract

We consider the possibilities of having CP violation induced by scalars in **3-3-1** models. After a brief review on CP violation in the standard model, we study some of its minimal extensions and we introduce the ideas of spontaneous CP violation in the scalar sector.

Next we consider a specific alternative model to the standard one based on the $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_Y$ gauge symmetry. Here we study the scalar sector under the spontaneous CP violation point of view, to show that it is possible to get CP violation for a scalar potential with only three triplets and that the spontaneous violation is only realizable when the potential has also a scalar sextet. In both cases all CP violation effects come from the exchange of simply or doubly charged scalars.

Finally we consider the implications of this mechanism in the leptonic sector, computing the electric dipole moment (**EDM**) of the massive leptons, and in the quark sector addressing the contributions to the neutron **EDM** and the ϵ'/ϵ ratio in the $K^0 - \overline{K}^0$ system.

Índice

Introdução	2
1 Violação de CP em modelos $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$	8
1.1 O modelo padrão.	8
1.2 O modelo padrão com dois dubletos.	15
1.2.1 Um potencial escalar com dois dubletos e conservação de CP	15
1.2.2 Um potencial escalar com dois dubletos e violação de CP	17
2 Violação de CP num modelo 3-3-1 com três tripletos escalares	21
2.1 Matrizes de massa	23
2.1.1 Campos duplamente carregados	23
2.1.2 Campos simplesmente carregados	25
2.1.3 Campos neutros	27
2.2 O momento dipolar elétrico	29
3 Interação de Yukawa para os quarks	32
3.1 Setor de acoplamento com os Higgs neutros	34
3.1.1 Acoplamentos tipo U	34
3.1.2 Acoplamentos tipo D	38
3.1.3 Acoplamentos tipo J	41
3.2 Setor de acoplamento com os Higgs carregados	43
3.2.1 Setor simplesmente carregado	43
3.2.2 Setor duplamente carregado	48
3.3 Setor de gauge	49

3.3.1	Setor W	49
3.3.2	Setor V	50
3.3.3	Setor U	51
4	Interação de Yukawa para os léptons	52
4.1	Setor leptônico do modelo I	52
4.1.1	Higgs neutros	53
4.1.2	Higgs simplesmente carregados	55
4.1.3	Higgs duplamente carregados	57
4.1.4	Setor de gauge	59
4.2	Setor leptônico do modelo II	61
4.2.1	Higgs neutros	64
4.2.2	Higgs simplesmente carregados	65
4.2.3	Higgs duplamente carregados	66
4.2.4	Setor de gauge	67
5	Violação de CP num modelo 3-3-1 com três tripletos e um sexteto es-	
	calares	70
5.1	Matrizes de massa	73
5.1.1	Campos neutros	73
5.1.2	Campos simplesmente carregados.	78
5.1.3	Campos duplamente carregados	80
6	Fenomenologia	82
6.1	O MDE dos léptons massivos	82
6.2	Contribuições ao MDE do nêutron	87
6.3	Contribuições aos parâmetros ε e ε' no sistema $K^0 - \bar{K}^0$	88
7	Conclusões	91
A	Violação CP na densidade Lagrangeana	94
A.0.1	Transformações sob C :	98

A.0.2	Transformações sob P	98
A.0.3	Transformações sob CP	99

B Cálculo do momento dipolar elétrico em primeira ordem de correção radiativa 103

B.1	Primeiro caso, com dois propagadores fermiônicos	103
B.2	Segundo caso, com dois propagadores escalares.	107

C O número quântico F . 111

Introdução

As simetrias são as pedras angulares na formulação das leis da natureza, elas permitem encontrar quantidades conservadas. Violações destas simetrias podem ser indícios de algum mecanismo dinâmico, e contribuem com nosso atual entendimento da física.

Por muito tempo, o fato das equações de Maxwell serem invariantes pelas inversões espaciais P e temporais T amparou o conceito de que todas as leis da física deveriam ser invariantes sob essas operações. Também, se conhecia que o eletromagnetismo possuía uma outra propriedade que é a invariança sob conjugação de carga C , a qual troca o sinal de todas as cargas e converte a partícula em sua antipartícula.

No entanto, no ano de 1957, C. S. Wu [1] e colaboradores, seguindo as idéias de C. N. Yang e T. D. Lee [2], mostraram experimentalmente que a paridade era violada, quando as partículas envolvidas interagem via a interação fraca.

Durante o começo da década de sessenta, a operação CP foi aceita como conservada, no entanto, C e P seriam violados individualmente. Contudo, desde 1964 [3], sabemos que CP também é violada, porém, em muito menor proporção e apenas em processos específicos. Por outro lado, este fato é necessário para poder explicar a atual assimetria de matéria e antimatéria que observamos no nosso universo, ainda que não saibamos se a violação de CP cosmológica está relacionada com a violação de CP observada nos Káons neutros [4]. De outro lado, a origem da violação de CP ainda não é bem entendida [5], já que a quantidade observada experimentalmente é muito pequena para ser explicada pela ordem de grandeza usual da interação fraca, por pelo menos três dígitos, deixando a possibilidade de que a violação de CP poderia ser a porta para uma nova física, além do modelo padrão.

Também, temos o teorema CPT que liga estas simetrias [6], o qual estabelece que para toda Teoria de Campo Local que respeita a invariância de Lorentz, além de outras

invariâncias, as interações fundamentais que delas se deduzem não violam CPT [7]. Isto poderia por sua vez não ser correto [8], como acontece em certas teorias de supercordas [9]. Os fatos experimentais relacionados com a validade do teorema CPT são muito limitados, e estão ligados com a igualdade da massa, vida média e reversão do momento magnético, entre partículas e antipartículas [10].

Deixando de lado algumas teorias exóticas, aceitaremos como válido o teorema CPT , de maneira que uma violação de T será consequência de uma violação de CP e viceversa.

A violação de CP se manifesta no sistema $K^0 - \bar{K}^0$, que a nível experimental se dá através dos valores [10]:

$$\begin{aligned} |\eta_{+-}| &= (2.285 \pm 0.019) \times 10^{-3}; & \Phi_{+-} &= (43.7 \pm 0.6)^\circ \\ |\eta_{00}| &= (2.275 \pm 0.019) \times 10^{-3}; & \Phi_{00} &= (43.5 \pm 1.0)^\circ \end{aligned} \quad (0.1)$$

onde Φ_{ij} é a fase do número complexo $\eta_{ij} = |\eta_{ij}| \exp(i \Phi_{ij})$, e:

$$|\eta_{ij}| \equiv \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi_i \pi_j)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi_i \pi_j)} \quad (0.2)$$

Estes parâmetros podem ser explicados via violação *dura* dentro do setor carregado do Modelo Padrão (MP) ou mais especificamente, na matriz de mistura entre os quarks (*a la* Cabibbo- Kobayashi-Maskawa, CKM) [11]. Este modelo contém duas partes distintas, uma delas descreve as interações eletrofracas (modelo padrão eletrofraco) que é baseado no grupo de simetria local $SU(2)_L \times U(1)_Y$, o qual é quebrado espontaneamente para o grupo $U(1)_Q$; a outra descreve as interações fortes (chamada de cromodinâmica quântica ou QCD) que é baseada no grupo de simetria local $SU(3)_C$. Este é um modelo quiral já que os férmions se transformam como dubletos se estes são de mão esquerda e como singletos se os mesmos são de mão direita [12]. Dentro deste modelo, também é de se esperar efeitos da violação de CP no decaimento não leptônico dos mésons B [13]

O setor carregado do MP também é responsável pela aparição a nível teórico do momento dipolar elétrico (MDE) das partículas [14]. As predição do MP para o MDE do elétron d_e (o qual não é zero somente ao nível de correções radiativas da quarta ordem no MP) é da ordem de $8 \times 10^{-41} \text{ e cm}$ [15][16]. O MDE do múon d_μ é ao redor de $2 \times 10^{-38} \text{ e cm}$, enquanto que o MDE do nêutron d_n é estimado ser menor que 10^{-31} e cm [17].

Os valores experimentais atuais para o **MDE** dos léptons são dados pelos limites superiores: $d_e < 10^{-27}$ e cm, $d_\mu < 10^{-19}$ e cm e $d_\tau < 5 \times 10^{-17}$ e cm. Para o nêutron o limite superior atual é $d_n < 1.1 \times 10^{-25}$ e cm. Isto deixa o **MP** em uma boa posição conjuntamente com as outras previsões [10].

Seguindo as idéias do **MP**, R. N. Mohapatra [18] faz uma revisão de diversas teorias de gauge onde a violação de CP pode ser incorporada através da escolha adequada de certos parâmetros da Lagrangeana, desta maneira a violação de CP aparecerá posta a mão: violação *dura*.

Existe uma outra maneira de abordar o problema da violação de CP através da idéia de deixar a responsabilidade desta violação ao setor escalar [19][20] (no **MP**, por apresentar um dubleto escalar apenas, isto não é possível), vemos que é preciso acrescentar um dubleto escalar a mais (isto é conhecido na literatura como extensão mínima do **MP**). Segundo Weinberg [20], com dois dubletos não há possibilidade de violação de CP tipo *dura* neste setor. Para T. D. Lee [19] é possível ter violação de CP , mas não do tipo *dura* se não do tipo espontânea, quer dizer, ela aparecerá depois da quebra espontânea da simetria (isto depende do tipo do potencial escalar considerado). O interessante deste mecanismo é que os bósons de Higgs fornecem uma explicação mais natural para a pequenez desta violação. No **MP** o setor de Yukawa gera interações efetivas entre os escalares e os férmions cuja magnitude é proporcional a $G_F (m_f^2/m_H^2)$ (G_F é a constante de acoplamento de Fermi, e m_f e m_H são as massas do férmion e do Higgs respectivamente). Assim, em teorias onde o intercâmbio de escalares é o único responsável pela não conservação de CP , a pequenez desta violação é entendida naturalmente; isto, por sua vez reflete o fato que os bósons de Higgs são muito mais pesados que os férmions ligeiros [21]. Por isso, é necessário que a violação de CP provenha unicamente do intercâmbio dos bósons de Higgs e não de algum outro setor da teoria.

Seguindo as idéias da violação espontânea de CP , Ling-Fong Li [22], faz uma discussão da violação de CP em teorias de gauge que provém através da quebra espontânea de simetria, pesquisando de forma sistemática, no contexto dos grupos de transformação ortogonais e unitários, várias possíveis representações para o escalar de Higgs.

Como não existe nenhuma evidência experimental que ofereça qualquer indicação de

alguma deficiência do **MP** é, portanto, natural que a procura de física nova e sua conexão com o **MP** siga diferentes direções. Na referência [23] se faz uma lista de diferentes modelos alternativos ao **MP**. Todos eles dedicam-se ao estudo de questões que o **MP** dá por certo mas que ainda não têm sido confirmados pelas experiências, como por exemplo:

- A partícula de Higgs.
- Os acoplamentos dos bósons de gauge do tipo $WW\gamma$, WWZ , $WWWW$, $WWZZ$, $WW\gamma\gamma$ e $WWZ\gamma$. A observação destes acoplamentos de ordem três e quatro nos forneceria a prova que a teoria é, de fato, não Abelian. O modelo também prediz que não devem existir acoplamentos do tipo ZZZ e $ZZZZ$.
- A violação da simetria de CP que, como será vista no próximo capítulo, é explicada através da matriz de **CKM** (matriz de mistura). Esta reivindicação do modelo é testada pobremente [24].

Além destes fatos, temos aqueles que o próprio **MP** não explica ou possui, entre os quais temos:

- Não há restrição ao número de famílias N_f , já que o cancelamento de anomalias é feito família por família [25].
- Possibilidade de obter violação espontânea de CP no setor escalar [26].
- Possibilidade de gerar a hierarquia de massa dos quarks [23].
- Possibilidade de quantizar a carga elétrica [27].

Para outras possibilidades, deve-se ver a Ref. [23].

O problema que nos interessa aqui é explicar a violação de CP dentro do contexto de modelos $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$ (**3-3-1**) [28] que são uma extensão do **MP**, na qual a parte eletrofraca é invariante pelos grupos locais $SU(3)_L \times U(1)_N$, mantendo a natureza quiral do **MP**. Os modelos introduzem três novos quarks, e diferentemente do **MP**, onde as anomalias se cancelam família por família, aqui, nos modelos **3-3-1**, o cancelamento só acontece se levamos em conta as três famílias juntas. Isto é possível fazendo com que um dos tripletos do setor de quarks se transforme de maneira diferente dos outros dois [25][23]. Assim, como no setor eletrofraco do **MP**, estes modelos também são livres de divergências infravermelhas por terem o fóton como o único bóson de spin um não massivo da teoria eletrofraca [29].

A estrutura do grupo $SU(3)_L$ permite a introdução de novas partículas, ainda não observadas, tal como léptons e quarks exóticos, e novos bósons vetoriais de cargas, dupla, simples e nula. Também temos um número maior de bósons escalares com a finalidade de gerar massa aos férmions.

Assim, como no caso da extensão mínima do **MP**, esperamos que o potencial escalar seja minimizado pelos valores esperados do vácuo dos campos neutros os quais são, em geral, não invariantes pela operação CP [30].

No primeiro capítulo deste trabalho, vamos fazer um resumo do significado da violação de CP *dura* no **MP** através da matriz de **CKM**. A seguir estendemos o **MP** acrescentando um dubleto no potencial escalar do **MP** (extensão mínima) e pesquisamos que tipo de violação de CP podemos ter neste caso, além da violação tipo *dura*. Para isso analisamos dois casos já descritos na literatura e introduzimos o conceito de violação espontânea de CP .

No segundo capítulo, vamos considerar um dos modelos **3-3-1** [31], analisando o potencial mais geral que é invariante por transformações do grupo local $SU(3)_L \times U(1)_N$. Este modelo inclui no setor escalar um potencial com três tripletos de Higgs que serão suficientes para gerar massa aos férmions do modelo. A seguir, analisamos os tipos de violação de CP , que este modelo pode apresentar, e a fenomenologia correspondente calculando o **MDE** do elétron.

No terceiro capítulo, analisamos o setor de Yukawa que contém os quarks da teoria, explicando detalhadamente como é feita a redifinição de fases neste setor. Aqui, também, temos incluído o setor de gauge em interação com os quarks.

No quarto capítulo, fazemos a mesma análise anterior, só que esta vez para os léptons em vez dos quarks.

No quinto capítulo, apresentamos um outro modelo (**3-3-1**) que inclui o primeiro já descrito. A diferença está no setor escalar onde temos acrescentado um sexteto que contém seis novas partículas escalares, além dos escalares contidos nos três tripletos. O potencial mais geral gerado por estas representações é mostrado explicitamente.

No sexto capítulo, fazemos uma aplicação do modelo que contém três tripletos. Aqui, consideramos o cálculo do **MDE** para uma partícula fundamental, feito no apêndice B,

para estudar, sob certas considerações, o **MDE** dos três léptons massivos conhecidos.

No apêndice A, apresentamos uma pequena revisão, e discussão, sobre o significado das transformações C , P e T em teoria de campos. Também, apresentamos as tabelas de transformação sob C , P e T para os campos contidos no **MP**. Ainda, mostramos explicitamente algumas passagens sobre as transformações C , P e CP que são necessárias no primeiro capítulo.

Finalmente, no apêndice B mostramos o cálculo detalhado do **MDE** de uma partícula fermiônica fundamental.

Capítulo 1

Violação de CP em modelos $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

Neste capítulo, pretende-se fazer um pequeno resumo do problema da violação de CP desde o ponto de vista teórico no contexto do **MP** e algumas de suas extensões mínimas.

1.1 O modelo padrão.

O modelo padrão fornece uma explicação plausível da violação de CP . Como dissemos antes, o **MP** é constituído por duas partes distintas, que se diferenciam, entre outros, pelo conteúdo das partículas intermediárias: a parte eletrofraca e a parte forte ou **QCD**. Em cada uma há a possibilidade de se ter um tipo de violação de CP : a chamada de violação forte [32][33] que provém da **QCD**, a qual não abordaremos neste trabalho, e a outra, chamada de violação fraca que provém da parte eletrofraca do **MP**.

Nesta parte mostraremos alguns aspectos da violação de CP eletrofraca no **MP** [34].

O **MP** é uma teoria de gauge, o que significa que as interações provêm de princípios de simetria locais. Essas interações são mediadas pelos bósons vetoriais intermediários (spin um), chamados de bósons de gauge. No setor eletrofraco a simetria envolvida é $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Isto significa que temos quatro bósons intermediários físicos neste setor (W_μ^+ , W_μ^- , Z_μ^0 , A_μ). A Lagrangeana que descreve este setor é $\mathcal{L}(G)$ [35]:

$$\mathcal{L}(G) = -\frac{1}{4}\overline{W}_{\mu\nu}\overline{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.1)$$

Aqui, $\overline{W}_{\mu\nu}$ e $B_{\mu\nu}$ são os tensores de campo dos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ respectivamente. Na Ref.[24] mostra-se como se transformam os campos W^a , $a = 1, 2, 3$ sob a operação de

CP , aqui, damos apenas o resultado:

$$(W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3) \rightarrow CP \rightarrow (-W^{1\mu}, W^{2\mu}, -W^{3\mu}), \quad (t, \mathbf{x}) \rightarrow (t, -\mathbf{x}), \quad (1.2)$$

$$(W_{\mu\nu}^1, W_{\mu\nu}^2, W_{\mu\nu}^3) \rightarrow CP \rightarrow (-W^{1\mu\nu}, W^{2\mu\nu}, -W^{3\mu\nu}), \quad (t, \mathbf{x}) \rightarrow (t, -\mathbf{x}). \quad (1.3)$$

Essa mudança de sinal é necessária para conservar CP no setor da densidade de Lagrangeana na qual intervêm os férmions bem como os bósons de gauge.

A seguir, temos o setor fermiônico, denotado por f . Aqui os férmions (léptons e quarks) são introduzidos em dubletos esquerdos e singletos direitos sob o grupo de simetria $SU(2)_L$. Isto significa que os constituintes direitos da matéria não interagem, por construção, com os bósons de gauge carregados, de maneira que não existem correntes carregadas de mão direita. Assim, as assimetrias de paridade P e conjugação de carga C são introduzidas a mão no **MP**.

No **MP** os férmions interagem com o setor de gauge via derivada covariante resultando na Lagrangeana $\mathcal{L}(f, G)$:

$$\mathcal{L}(f, G) = \sum_k \bar{L}'_k \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g}{2} \bar{\tau} \cdot \bar{W}_\mu - \frac{g'}{2} Y_L B_\mu \right) L'_k + \sum_k \bar{R}'_k \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) R'_k; \quad k = 1, 2, 3 \quad (1.4)$$

aqui, o índice k denota o número de famílias, $\bar{\tau}$ e Y são os geradores dos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$, respectivamente. A linha (') nos dubletos e singletos quer dizer que estes, de início, são autoestados da simetria, com a seguinte notação:

$$L'_k = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \left[\begin{pmatrix} \nu'_k \\ l'_k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u'_k \\ d'_k \end{pmatrix} \right]; \quad R'_k = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) [l'_k, u'_k, d'_k] \quad (1.5)$$

O fato dos dois geradores pertencerem às álgebras *seguras* é que garante o cancelamento das anomalias axiais [25]. Veremos no próximo capítulo que ao estender a simetria de sabor para o grupo $SU(3)_L$, este setor mudará de forma de tal modo que os férmions fundamentais poderão ter novas interações ainda não detectadas.

No apêndice A, mostra-se que o setor da Lagrangeana, dada pela Eq.(1.4), que contém as correntes neutras e a parte cinética, viola as simetrias P e C por separado, mas o produto CP é conservado.

As duas Lagrangeanas anteriores, dadas pelas Eqs.(1.1) e (1.4), são invariantes pelos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ respectivamente, sempre que os campos de matéria sejam não massivos.

Para gerar massa se introduz o setor de Higgs, dado através de um número de campos de spin zero (partículas escalares) arrumados em dubletos os quais geram termos que são invariantes pelos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$. Desta maneira a teoria contém o que é chamado de potencial escalar $\mathcal{L}(H)$, assim como as correspondentes interações $\mathcal{L}(G, H)$ e $\mathcal{L}(f, H)$.

Começaremos pelo setor $\mathcal{L}(f, H)$. É neste setor que se origina a matriz de mistura dos quarks e por conseguinte a possibilidade de violação de CP .

$$\mathcal{L}(f, H) = \sum_{j,k} F_{jk} \bar{L}'_j \Phi' d'_{kR} + \sum_{j,k} G_{jk} \bar{L}'_j \Phi' u'_{kR} + h.c; \quad j, k = 1, 2, 3, \quad (1.6)$$

onde F_{jk} e G_{jk} são chamados de acoplamentos de Yukawa, os quais dentro do contexto do **MP** são constantes complexas arbitrárias. Na equação anterior a notação usada é:

$$\Phi' \equiv \begin{pmatrix} \phi'^+ \\ \phi'^0 \end{pmatrix} \sim (2, -1), \quad \Phi' \equiv i\tau_2 \Phi'^* = \begin{pmatrix} \phi'^{0*} \\ -\phi'^- \end{pmatrix} \sim (2, 1), \quad (1.7)$$

e

$$\phi'^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi'_1 + i\phi'_2), \quad \phi'^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi'_3 + i\phi'_4). \quad (1.8)$$

Como se observa, cada termo na Lagrangeana dada pela Eq.(1.6) é invariante de gauge sob os grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$. Desse modo, os coeficientes F_{jk} e G_{jk} não estão relacionados entre si. Cada termo gera interações que lembram o velho modelo para a interação pión-nucleon de Yukawa, por isso, o nome de "termo de Yukawa".

Este setor contém quinze parâmetros livres. Assim, dos dezessete parâmetros livres que contém o **MP** no setor eletrofraco, quinze estão neste setor [36].

Na densidade Lagrangeana dada pela Eq.(1.6) observa-se que ela contém interações escalares e pseudoescalares, por conseguinte ela viola as simetrias C , P e CP [7], porém lembramos que isto não tem importância pelo fato de serem os campos não físicos os que aparecem nessa Lagrangeana (como dissemos antes, esses campos são chamados de autoestados da simetria). A invariância sob CP deve ser mostrada com os campos físicos, os quais são definidos mais adiante.

Sob quebra espontânea de simetria, o campo ϕ'_3 transforma-se segundo $\phi_3 = \phi'_3 - v$, onde v é um número real chamado de valor esperado do vácuo (VEV) do campo ϕ'_3 , e os três campos restantes ϕ'_j , $j = 1, 2, 4$ são absorvidos pelos bósons $W^\pm$ e Z^0 os quais se tornam massivos.

Na densidade Lagrangeana dada pela Eq.(1.6) vamos separar aqueles termos que contêm o valor esperado do vácuo após a quebra da simetria com a intenção de analisar a invariância CP deste termo. A parte das massas dos quarks é dada por:

$$\mathcal{L}_m(f, H) = - \sum_{j,k} \left\{ K_{jk}^u \bar{u}'_{jL} u'_{kR} + K_{jk}^d \bar{d}'_{jL} d'_{kR} + h.c. \right\}, \quad (1.9)$$

onde

$$K_{jk}^u = -\frac{v}{\sqrt{2}} G_{jk}, \quad K_{jk}^d = -\frac{v}{\sqrt{2}} F_{jk}, \quad (1.10)$$

são chamadas de matrizes de massa dos quarks. No caso de três famílias de quarks elas serão matrizes quadradas de ordem três. No apêndice A mostra-se sob que condições a Lagrangeana dada pela Eq.(1.9) é invariante por CP.

Na seqüência vamos escrever a Lagrangeana anterior em termos dos campos físicos *i.e.*, aqueles que têm uma massa bem definida. Para isso, definimos as matrizes unitárias $\mathcal{U}_L^u$, $\mathcal{U}_R^u$ e $\mathcal{U}_L^d$, $\mathcal{U}_R^d$ com as seguintes propriedades:

$$\mathcal{U}_L^u K^u \mathcal{U}_R^{u\dagger} = M^u(m_u, m_c, m_t), \quad \mathcal{U}_L^d K^d \mathcal{U}_R^{d\dagger} = M^d(m_d, m_s, m_b), \quad (1.11)$$

$$\mathbf{U}_L = \mathcal{U}_L^u \mathbf{U}'_L, \quad \mathbf{D}_L = \mathcal{U}_L^d \mathbf{D}'_L, \quad \mathbf{U}_R = \mathcal{U}_R^u \mathbf{U}'_R, \quad \mathbf{D}_R = \mathcal{U}_R^d \mathbf{D}'_R, \quad (1.12)$$

onde $m_u, m_c, m_t, m_d, m_s, m_b$ são as massas físicas observáveis, e os campos $\mathbf{U}$, $\mathbf{D}$ e $\mathbf{U}'$, $\mathbf{D}'$ estão dados por:

$$\mathbf{U} \equiv (u, c, t)^T, \quad \mathbf{U}' \equiv (u'_1, u'_2, u'_3)^T, \quad \mathbf{D} \equiv (d, s, b)^T, \quad \mathbf{D}' \equiv (d'_1, d'_2, d'_3)^T, \quad (1.13)$$

o primeiro contém os chamados campos físicos ou autoestados da massa e o segundo contém os chamados campos autoestados da simetria.

Substituindo as Eqs.(1.13), (1.12) e (1.11) na Eq.(1.9) obtemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m(f, H) &= - \left\{ \bar{\mathbf{U}}'_L K^u \mathbf{U}'_R + \bar{\mathbf{D}}'_L K^d \mathbf{D}'_R + h.c. \right\} \\ &= - \left\{ \bar{\mathbf{U}}_L M^u \mathbf{U}_R + \bar{\mathbf{D}}_L M^d \mathbf{D}_R + h.c. \right\} \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_m(f, H) &= -\{m_u \bar{u}_L u_R + m_c \bar{c}_L c_R + m_t \bar{t}_L t_R + \dots + h.c.\} \\ &= -\frac{1}{2} \{m_u \bar{u} (1 + \gamma_5) u + m_c \bar{c} (1 + \gamma_5) c + m_t \bar{t} (1 + \gamma_5) t + \dots + h.c.\}.\end{aligned}$$

Os termos pseudoescalares são cancelados ao somar-se o termo hermitiano correspondente, ficando assim:

$$\mathcal{L}_m(f, H) = -\{m_u \bar{u}u + m_c \bar{c}c + m_t \bar{t}t + m_d \bar{d}d + m_s \bar{s}s + m_b \bar{b}b\}. \quad (1.15)$$

Observa-se que a interação dos Higgs com os férmions conservam sabor, assim como as simetrias C e P (em extensões do modelo isso poderia não acontecer[24]).

Agora que já temos os campos da simetria em função dos campos físicos, retornamos à Eq.(1.4). No apêndice A, mostra-se que a parte da densidade de Lagrangeana $\mathcal{L}(f, G)$ que contém as correntes neutras conservam CP , mas aquilo foi feito com os campos da simetria, agora, podemos passar aos campos físicos com ajuda da Eq.(1.12), quer dizer:

$$\sum_k \bar{u}'_{Rk} \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) u'_{Rk} = \bar{U}_R \mathcal{U}_R^u \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) (\mathcal{U}_R^u)^\dagger U_R \quad (1.16)$$

que pode ser escrita como:

$$\sum_k \bar{u}_{Rk} \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) u_{Rk}. \quad (1.17)$$

Temos usado a condição $\mathcal{U}_R^u (\mathcal{U}_R^u)^\dagger = 1$, observando que temos cancelamento das matrizes de rotação.

Para mostrar a invariância de CP com os campos físicos, da expressão anterior, basta seguir os mesmos procedimentos do apêndice A.

Na Lagrangeana $\mathcal{L}(f, G)$ resta pesquisar os termos que contém as correntes carregadas. Esses termos conservam helicidade, misturando quarks tipo *up* com quarks tipo *down*, simplesmente porque os bósons carregados levam uma unidade de carga. Observa-se que as correntes carregadas contém apenas quarks de mão esquerda. Deixando de lado os fatores numéricos e as constantes de acoplamento, o termo correspondente à corrente carregada é dado por:

$$X_C \equiv [W_\mu^1 - iW_\mu^2] \bar{U}_L \gamma^\mu \mathbf{D}'_L + h.c. = [W_\mu^1 - iW_\mu^2] \bar{U}_L \gamma^\mu \mathcal{U}_L^u (\mathcal{U}_L^d)^\dagger \mathbf{D}_L + h.c.$$

$$= [W_\mu^1 - iW_\mu^2] \bar{U}_L \gamma^\mu V_{CKM} \mathbf{D}_L + h.c. \equiv [W_\mu^1 - iW_\mu^2] J_{cc}^\mu + h.c., \quad (1.18)$$

onde V_{CKM} é uma matriz unitária, chamada de matriz de mistura, definida como:

$$V_{CKM} \equiv \mathcal{U}_L^u (\mathcal{U}_L^d)^\dagger, \quad (1.19)$$

e a corrente carregada é definida como:

$$J_{cc}^\mu \equiv (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} v_{ud} & v_{us} & v_{ub} \\ v_{cd} & v_{cs} & v_{cb} \\ v_{td} & v_{ts} & v_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L. \quad (1.20)$$

É na expressão X_C onde se tem a violação de CP no **MP**, sempre e quando a matriz V_{CKM} não seja real. Para mostrar isto explicitamente vamos escrever X_C e verificar como esta se transforma sob CP , usando as propriedades de transformação mostradas no apêndice A:

Escrevendo na forma explícita a Eq.(1.18) resulta:

$$X_C = [W_\mu^1 - iW_\mu^2] \bar{u}_k \gamma^\mu V_{kj}^{CKM} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} d_j + [W_\mu^1 + iW_\mu^2] \bar{d}_j \gamma^\mu (V_{kj}^{CKM})^* \frac{(1 - \gamma_5)}{2} u_k,$$

e logo, aplicando a operação de CP à expressão anterior obtemos:

$$X_C \xrightarrow{CP} [W_\mu^1 + iW_\mu^2] \bar{d}_j \gamma^\mu V_{kj}^{CKM} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} u_k + [W_\mu^1 - iW_\mu^2] \bar{u}_k \gamma^\mu (V_{kj}^{CKM})^* \frac{(1 - \gamma_5)}{2} d_j \quad (1.21)$$

Observa-se que para ter conservação de CP é preciso que a matriz V_{CKM} seja real: desta maneira a expressão para X_C antes e depois da operação de CP será a mesma.

A seguir, analisaremos sob que condições é possível obter a matriz V_{CKM} real. Para isso, vamos supor de partida que todos os elementos dessa matriz são complexos (caso mais geral). Como esta aparece *sandwichada* na Eq.(1.20), podemos fazer uso da redefinição das fases dos campos físicos correspondentes aos quarks de mão esquerda (já que a fase de um campo físico não é uma quantidade observável) com o propósito de absorver as fases que provêm da matriz V_{CKM} , ou seja:

$$u_L \longrightarrow \exp(i\phi_u) u_L, \quad c_L \longrightarrow \exp(i\phi_c) c_L, \quad t_L \longrightarrow \exp(i\phi_t) t_L,$$

$$d_L \longrightarrow \exp(i\phi_d) d_L, \quad s_L \longrightarrow \exp(i\phi_s) s_L, \quad b_L \longrightarrow \exp(i\phi_b) b_L. \quad (1.22)$$

Aqui, as quantidades ϕ_f , $f = u, c, \dots, b$ são números reais arbitrários. No **MP** temos seis destas arrumadas em três famílias, $N = 3$.

Com esta mudança a matriz V_{CKM} na Eq.(1.20) pode ser reescrita como:

$$V_{CKM} \rightarrow \begin{pmatrix} e^{-i\phi_u} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_c} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\phi_t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{ud} & v_{us} & v_{ub} \\ v_{cd} & v_{cs} & v_{cb} \\ v_{td} & v_{ts} & v_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi_d} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\phi_s} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\phi_b} \end{pmatrix},$$

e fazendo a multiplicação observa-se que cada elemento da nova matriz é acompanhado pelo fator:

$$(V_{CKM})_{gf} \rightarrow \exp(i\phi_f - i\phi_g) (V_{CKM})_{gf}, \quad (1.23)$$

onde, nesta notação, os índices são dados por $g = u, c, t$ e $f = d, s, b$.

É necessário perguntar-se como esta mudança de fase dos quarks de mão esquerda afetará os outros setores da Lagrangeana. A resposta é que esta operação afetará apenas o setor da Lagrangeana $\mathcal{L}(f, H)$, escrita já em função dos campos físicos, pelo fato de que esta conecta quarks de diferente helicidade [7]. A maneira de consertar este problema é mudando a fase dos quarks de mão direita para, exatamente, a mesma fase do correspondente quark de mão esquerda, de maneira que a Lagrangeana $\mathcal{L}(f, H)$ permaneça invariante.

Para um número arbitrário de famílias N , teríamos $2N$ diferenças de fases, como as mostradas na Eq.(1.23), mas uma delas é uma combinação linear das outras $2N - 1$, ficando assim $2N - 1$ diferenças independentes.

Sabe-se que a matriz original V_{CKM} por ser unitária contém N^2 parâmetros arbitrários, mas quando ela é multiplicada pelas diferenças de fase estes parâmetros podem se reduzir ao número: $N^2 - (2N - 1) = (N - 1)^2$. Por outro lado, toda matriz ortonormal de ordem N contém $N(N - 1)/2$ parâmetros reais, de maneira que para saber quantos parâmetros imaginários contém a matriz V_{CKM} será necessário fazer a diferença $(N - 1)^2 - N(N - 1)/2 = (N - 1)(N - 2)/2$. No caso de duas famílias, $N = 2$, o número de parâmetros imaginários seria zero, obtendo-se neste caso a matriz de Cabibbo e, em consequência, não teríamos violação de CP.

Para o caso de três famílias, $N = 3$, o número de parâmetros imaginários é apenas um, obtendo-se neste caso a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [11]. Uma discussão

didática a respeito é feita na referência [37]. A consequência deste parâmetro imaginário que não pode ser absorvido, é que o **MP** com três famílias pode apresentar violação de CP .

1.2 O modelo padrão com dois dubletos.

Vamos considerar nesta parte uma extensão do **MP** chamada de extensão mínima do **MP** [38][19], quer dizer, a estrutura do **MP** é a usual de maneira que quase todas as considerações sob invariância da simetria CP analisadas no capítulo anterior se mantêm. Porém, no setor escalar temos acrescentado um dubleto a mais. Pode-se mostrar que a adição deste novo dubleto escalar não dá origem a uma violação do tipo *dura* no setor escalar [20], mas é possível ter violação do tipo espontânea dependendo do tipo de potencial considerado [19].

Nesta parte mostramos dois tipos de potencial que respeitam a simetria local $SU(2)_L \times U(1)_Y$ do **MP**, mas que se diferenciam pela simetria discreta adicional $\Phi \rightarrow -\Phi$ que um deles satisfaz.

1.2.1 Um potencial escalar com dois dubletos e conservação de CP

O potencial escalar mais geral com dois dubletos renormalizável que respeita a simetria local $SU(2)_L \times U(1)_Y$ e a discreta $\Phi \rightarrow -\Phi$, é dado por [41][42]:

$$V = -\mu_1^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 - \mu_2^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 + \lambda_1 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \lambda_2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) + \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) + D (\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + D^* (\Phi_2^\dagger \Phi_1)^2, \quad (1.24)$$

onde:

$$\Phi_1 \equiv \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} \sim (2, 1), \quad \Phi_2 \equiv \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \sim (2, 1). \quad (1.25)$$

Vamos supor que os valores esperados do vácuo que fazem o potencial adquirir seu valor mínimo são:

$$\langle \phi_1^0 \rangle = \frac{v_1}{\sqrt{2}}, \quad \langle \phi_2^0 \rangle = \frac{v_2}{\sqrt{2}}, \quad (1.26)$$

onde v_1 e v_2 são números complexos arbitrários.

A expansão dos campos do potencial ao redor do mínimo é feita mediante a transformação:

$$\phi_1^0 \mapsto \frac{v_1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{(X_1 + iI_1)}{|v_1|} \right), \quad \phi_2^0 \mapsto \frac{v_2}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{(X_2 + iI_2)}{|v_2|} \right), \quad (1.27)$$

onde, $|v_1|$, $|v_2|$ e a fase relativa entre v_1 e v_2 são determinados pela condição de que ao expandir o potencial ao redor do mínimo este não contenha termos lineares em nenhum dos campos X_1 , X_2 , I_1 e I_2 (lembrar que uma expansão de Taylor ao redor de um ponto de mínimo implica a desaparecimento dos termos lineares da expansão).

Para os termos lineares da expansão nos campos X_1 , X_2 , I_1 e I_2 , obtemos as seguintes equações:

$$-\mu_1^2 |v_1| + \lambda_1 |v_1|^3 + \frac{1}{2} (\lambda_3 + \lambda_4) |v_1| |v_2|^2 + \text{Re} [D (v_1^* v_2)^2 |v_1|^{-1}] = 0, \quad (1.28)$$

$$-\mu_2^2 |v_2| + \lambda_2 |v_2|^3 + \frac{1}{2} (\lambda_3 + \lambda_4) |v_2| |v_1|^2 + \text{Re} [D (v_1^* v_2)^2 |v_2|^{-1}] = 0, \quad (1.29)$$

$$\text{Im} [D (v_1^* v_2)^2] = 0, \quad (1.30)$$

A nível de árvore estas equações serão chamadas de equações de vínculo, pelo fato que elas permitem calcular, em princípio, os valores de v_1 e v_2 . Pode-se mostrar que a equação de vínculo para o campo I_1 é a mesma equação de vínculo para o campo I_2 . Isto é esperado já que precisamos encontrar soluções diferentes de zero para as incógnitas v_1 e v_2 , e isso significa que devemos ter menos equações que incógnitas.

Usando os vínculos podemos construir a matriz de massa correspondente:

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{1}{2} \lambda_4 |v_1|^2 |v_2|^2 - \text{Re} [D (v_1^* v_2)^2] \right\} \left(\frac{\phi_1^- \phi_1^+}{|v_1|^2} + \frac{\phi_2^- \phi_2^+}{|v_2|^2} \right) \\ & + \left\{ \frac{1}{2} \lambda_4 |v_1|^2 |v_2|^2 + D (v_1^* v_2)^2 \right\} \left(\frac{\phi_1^- \phi_2^+}{v_1^* v_2} + \frac{\phi_2^- \phi_1^+}{v_2^* v_1} \right) \\ & + \lambda_1 |v_1|^2 X_1^2 + \lambda_2 |v_2|^2 X_2^2 + \left(\lambda_3 + \lambda_4 + \frac{2}{|v_1|^2 |v_2|^2} \text{Re} [D (v_1^* v_2)^2] \right) |v_1| |v_2| X_1 X_2 \end{aligned} \quad (1.31)$$

$$\begin{aligned}
& -\operatorname{Re} \left[D (v_1^* v_2)^2 \right] \left(\frac{I_1}{|v_1|} - \frac{I_2}{|v_2|} \right)^2 \\
& + \underbrace{\operatorname{Im} \left[D (v_1^* v_2)^2 \right]}_{=0} \left\{ \frac{X_1 I_1}{|v_1|^2} - \frac{X_2 I_2}{|v_2|^2} - 2 \frac{X_1 I_2}{|v_1| |v_2|} + 2 \frac{X_2 I_1}{|v_1| |v_2|} \right\}
\end{aligned}$$

No segundo termo temos feito uso da Eq.(1.30), de maneira que o coeficiente do termo $\frac{\phi_1^- \phi_2^+}{v_1^* v_2}$ não tenha parte imaginária. Também, percebemos que os estados X_i não se misturam com os estados I_i , isso implica que CP é conservada pelos propagadores dos Higgs [20],[43], neste primeiro caso.

Isto indica que este modelo não tem violação de CP com o potencial escalar considerado (respeita a simetria $\Phi \rightarrow -\Phi$), a menos que se acrescente um dubleto a mais (o terceiro dubleto), dessa maneira poderíamos ter violação espontânea de CP [41].

1.2.2 Um potencial escalar com dois dubletos e violação de CP

O seguinte potencial escalar, mais geral, com dois dubletos, renormalizável, e que respeita apenas a simetria local $SU(2)_L \times U(1)_Y$, mas não a simetria discreta $\Phi_1 \rightarrow -\Phi_1$, é dado por [19]:

$$\begin{aligned}
V = & -\mu_1^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 - \mu_2^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 + \lambda_1 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \lambda_2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) \quad (1.32) \\
& + \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \frac{1}{2} (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (D \Phi_1^\dagger \Phi_2 + E \Phi_1^\dagger \Phi_1 + F \Phi_2^\dagger \Phi_2) + \\
& \frac{1}{2} (\Phi_2^\dagger \Phi_1) (D \Phi_1^\dagger \Phi_2 + E \Phi_1^\dagger \Phi_1 + F \Phi_2^\dagger \Phi_2),
\end{aligned}$$

onde a notação usada é a mesma da subseção 1.2.1.

Como se observa, este potencial inclui o potencial do caso precedente. Para isso, percebemos que temos acrescentado os termos que acompanham os coeficientes E e F .

Prosseguindo de maneira análoga como se fez para o potencial dado em (1.24), obtemos os vínculos que devem ser satisfeitos pelos valores esperados que fazem o potencial mínimo:

$$\begin{aligned}
& \{-\mu_1^2 |v_1| + \lambda_1 |v_1|^3 + \frac{1}{2} (\lambda_3 + \lambda_4) |v_1| |v_2|^2 + \frac{D}{2|v_1|} \operatorname{Re} [(v_1^* v_2)^2] \\
& + \frac{3E|v_1|}{4} \operatorname{Re} [(v_1^* v_2)] + \frac{F|v_2|^2}{4|v_1|} \operatorname{Re} [(v_1^* v_2)]\} X_1 = 0,
\end{aligned} \quad (1.33)$$

$$\{-\mu_2^2 |v_2| + \lambda_2 |v_2|^3 + \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_4) |v_2| |v_1|^2 + \frac{D}{2|v_2|} \text{Re}[(v_1^* v_2)^2] + \quad (1.34)$$

$$\frac{E |v_1|^2}{4|v_2|} \text{Re}[(v_1^* v_2)] + \frac{3F |v_2|}{4} \text{Re}[(v_1^* v_2)]\} X_2 = 0,$$

$$\{\frac{D}{2|v_1|} \text{Im}[(v_1^* v_2)^2] + \frac{E |v_1|}{4} \text{Im}[(v_1^* v_2)] + \frac{F |v_2|^2}{4|v_1|} \text{Im}[(v_1^* v_2)]\} I_1 = 0, \quad (1.35)$$

$$\{\frac{D}{2|v_2|} \text{Im}[(v_1^* v_2)^2] + \frac{E |v_1|^2}{4|v_2|} \text{Im}[(v_1^* v_2)] + \frac{F |v_2|}{4} \text{Im}[(v_1^* v_2)]\} I_2 = 0. \quad (1.36)$$

Observamos que as duas últimas equações são iguais, como notamos anteriormente (para observar melhor essa igualdade, multiplicamos a Eq(1.35) por $|v_1|$ e a Eq(1.36) por $|v_2|$).

Usando estes vínculos podemos construir a matriz de massa para os campos carregados ϕ_1^+ e ϕ_2^+ :

$$\begin{aligned} & \{-\frac{1}{2}\lambda_4 |v_1|^2 |v_2|^2 - \frac{D}{2} \text{Re}[(v_1^* v_2)^2] + \frac{E |v_1|^2}{4} \text{Re}[(v_1^* v_2)] - \frac{F |v_2|^2}{4} \text{Re}[(v_1^* v_2)]\} \frac{\phi_1^- \phi_1^+}{|v_1|^2} \\ & + \{-\frac{1}{2}\lambda_4 |v_1|^2 |v_2|^2 - \frac{D}{2} \text{Re}[(v_1^* v_2)^2] + \frac{F |v_2|^2}{4} \text{Re}[(v_1^* v_2)] - \frac{E |v_1|^2}{4} \text{Re}[(v_1^* v_2)]\} \frac{\phi_2^- \phi_2^+}{|v_2|^2} \\ & + \{\frac{1}{2}\lambda_4 |v_1|^2 |v_2|^2 + \frac{D}{2} (v_1^* v_2)^2 + \frac{|v_2|^2}{4} F (v_1^* v_2) + \frac{|v_1|^2}{4} E (v_1^* v_2)\} \frac{\phi_1^- \phi_2^+}{(v_1^* v_2)}, \\ & + \{\frac{1}{2}\lambda_4 |v_1|^2 |v_2|^2 + \frac{D}{2} (v_1 v_2^*)^2 + \frac{|v_2|^2}{4} F (v_1 v_2^*) + \frac{|v_1|^2}{4} E (v_1 v_2^*)\} \frac{\phi_2^- \phi_1^+}{(v_1 v_2^*)}. \end{aligned}$$

Para o caso dos campos neutros temos:

$$\begin{aligned} & \{\lambda_1 |v_1|^2 - \frac{3E}{8} \text{Re}[(v_1^* v_2)] - \frac{F |v_2|^2}{8|v_1|^2} \text{Re}[(v_1^* v_2)]\} X_1^2 \quad (1.37) \\ & + \{\lambda_2 |v_2|^2 - \frac{3F}{8} \text{Re}[(v_1^* v_2)] - \frac{E |v_1|^2}{8|v_2|^2} \text{Re}[(v_1^* v_2)]\} X_2^2 \\ & + \{\lambda_3 + \lambda_4 + \frac{D}{|v_1|^2 |v_2|^2} \text{Re}[(v_1^* v_2)^2] + \frac{3E}{4|v_2|^2} \text{Re}[(v_1^* v_2)] \\ & + \frac{3F}{4|v_1|^2} \text{Re}[(v_1^* v_2)]\} |v_1| |v_2| X_1 X_2 \\ & + \{\frac{D}{2} \text{Re}[(v_1^* v_2)^2] - \frac{E |v_1|^2}{8} \text{Re}[(v_1^* v_2)] - \frac{F |v_2|^2}{8} \text{Re}[(v_1^* v_2)]\} \left(-\frac{I_1^2}{|v_1|^2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \frac{D}{2} \text{Re} [(v_1^* v_2)^2] - \frac{E |v_1|^2}{8} \text{Re} [(v_1^* v_2)] - \frac{F |v_2|^2}{8} \text{Re} [(v_1^* v_2)] \right\} \left(-\frac{I_2^2}{|v_2|^2} \right) \\
& + \left\{ D \text{Re} [(v_1^* v_2)^2] + \frac{E |v_1|^2}{4} \text{Re} [(v_1^* v_2)] + \frac{F |v_2|^2}{4} \text{Re} [(v_1^* v_2)] \right\} \left(\frac{I_1 I_2}{|v_1| |v_2|} \right) \\
& + \left\{ \frac{D}{2} \text{Im} [(v_1^* v_2)^2] + \frac{E |v_1|^2}{2} \text{Im} [(v_1^* v_2)] \right\} \left(\frac{X_1 I_1}{|v_1|^2} \right) \\
& + \left\{ \frac{D}{2} \text{Im} [(v_1^* v_2)^2] + \frac{F |v_2|^2}{2} \text{Im} [(v_1^* v_2)] \right\} \left(-\frac{X_2 I_2}{|v_2|^2} \right) \\
& + \left\{ D \text{Im} [(v_1^* v_2)^2] + \frac{3E |v_1|^2}{4} \text{Im} [(v_1^* v_2)] + \frac{F |v_2|^2}{4} \text{Im} [(v_1^* v_2)] \right\} \left(-\frac{X_1 I_2}{|v_1| |v_2|} \right) \\
& + \left\{ D \text{Im} [(v_1^* v_2)^2] + \frac{E |v_1|^2}{4} \text{Im} [(v_1^* v_2)] + \frac{3F |v_2|^2}{4} \text{Im} [(v_1^* v_2)] \right\} \left(\frac{X_2 I_1}{|v_1| |v_2|} \right)
\end{aligned}$$

Com estes termos construímos a matriz de massa dos campos neutros X_1 , X_2 , I_1 e I_2 .

Observa-se que, fazendo E e F iguais a zero, obtemos as matrizes e os vínculos do caso anterior, como é de se esperar.

O fato importante com respeito a este potencial é que ele apresenta violação do tipo espontânea, devido à mistura na matriz de massa entre os campos neutros, reais e imaginários, o que não acontecia com o potencial do caso anterior. Como é sabido esta mistura faz que a simetria de CP seja violada, já que os campos neutros reais e imaginários tem autovalor de CP diferente, e como consequência disso temos violação de CP [39]. Na literatura [20][41][21] é comum encontrar que, nestes casos, serão os propagadores dos Higgs os que carregam a violação de CP .

O cálculo do **MDE** segundo este último modelo dá um valor de $d_e \approx 3.6 \times 10^{-32}$ e cm, e para o múon o cálculo dá $d_\mu \approx 1.3 \times 10^{-25}$ e cm [19]. Estes valores estão em concordância com os dados experimentais presentes, uma vez que estes apenas fornecem limites superiores, os quais são várias ordens de grandeza superiores aos estimados acima.

Para finalizar, como já se disse na introdução, temos uma outra possibilidade de ter violação de CP no setor escalar a chamada do tipo dura, quer dizer, o potencial escalar contém parâmetros complexos. Este tipo de violação foi introduzido por S. Weinberg [20].

Uma revisão geral sobre violação de CP no **MP** e suas extensões minimas é feita no artigo de G. C. Branco *et. al.* [38], posteriormente, Y. L. Wu e L. Wolfenstein [42] atualizam

o trabalho de G. C. Branco *et al.*

Capítulo 2

Violação de CP num modelo 3-3-1 com três tripletos escalares

Como já se disse na introdução, o **MP** é livre de anomalias em cada família de férmions. O mesmo também acontece em várias extensões do **MP** [55]. Nesses modelos o número de famílias não é limitado por considerações teóricas. Porém, há uma certa classe de modelos alternativos que não apresentam esta propriedade. Cada família não é uma cópia exata da anterior e, aliás, cada uma é anômala. O cancelamento das anomalias acontece quando levamos todas as famílias em conta.

O modelo invariante de gauge local mais econômico que admite a propriedade anterior é o $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ (**3 - 3 - 1**) [46].

Campos escalares são introduzidos na teoria para dar massa aos bósons de gauge e aos férmions através do setor de Yukawa mediante a quebra espontânea da simetria.

O seguinte conjunto de tripletos escalares é responsável pela geração de massa no modelo considerado.

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{3}, -1) \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{3}, 1) \quad (2.1)$$

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{3}, 0).$$

A notação usada indica que estes se transformam como tripletos de sabor e singletos de hipercarga, com os valores desta última mostrados explicitamente.

O potencial mais geral, que contenha três tripletos, e que seja invariante localmente pelo grupo de transformação $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ é dado por [44]:

$$V = V^{(2)} + V^{(3)} + V^{(4a)}, \quad (2.2)$$

onde,

$$V^{(2)} = \mu_1^2 \chi^\dagger \chi + \mu_2^2 \eta^\dagger \eta + \mu_3^2 \rho^\dagger \rho,$$

$$V^{(3)} = \alpha_1 \chi \rho \eta + h.c.,$$

$$\begin{aligned} V^{(4a)} = & a_1 (\chi^\dagger \chi)^2 + a_2 (\eta^\dagger \eta)^2 + a_3 (\rho^\dagger \rho)^2 + a_4 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) + a_5 (\chi^\dagger \chi) (\rho^\dagger \rho) \\ & + a_6 (\rho^\dagger \rho) (\eta^\dagger \eta) + a_7 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + a_8 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) + a_9 (\rho^\dagger \eta) (\eta^\dagger \rho) \\ & + [a_{10} (\chi^\dagger \eta) (\rho^\dagger \eta) + h.c.]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Aqui observa-se que quase todos os termos deste potencial são Hermitianos a exceção dos termos acompanhados pelos coeficientes α_1 e a_{10} , por isso temos acrescentado o conjugado Hermitiano correspondente a estes termos. A razão deste é a de assegurar a unitariedade da teoria [24]. Por este motivo, podemos deixar, em princípio, os valores dos coeficientes α_1 e a_{10} como sendo números complexos, mas, se estamos interessados na violação espontânea de CP , discutida no capítulo anterior, teríamos que tomar os valores de α_1 e a_{10} como sendo reais. Isto será discutido mais adiante quando do estudo dos tipos de violação de CP que poderia conter este modelo.

Prosseguindo, como se fez no caso dos dois dubletos, fazemos a expansão do potencial ao redor dos valores mínimos esperados do vácuo, com a finalidade de obter as equações de vínculo que devem satisfazer estes valores:

$$\begin{aligned} \eta^0 &\mapsto \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{(H_\eta + iX_\eta)}{|v_\eta|} \right), & \rho^0 &\mapsto \frac{v_\rho}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{(H_\rho + iX_\rho)}{|v_\rho|} \right), \\ \chi^0 &\mapsto \frac{v_\chi}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{(H_\chi + iX_\chi)}{|v_\chi|} \right). \end{aligned} \quad (2.4)$$

As equações de vínculo que devem satisfazer os valores esperados do vácuo são:

$$\frac{a_4}{2} |v_\eta|^2 |v_\chi| + \frac{a_5}{2} |v_\rho|^2 |v_\chi| + \mu_1^2 |v_\chi| + a_1 |v_\chi|^3 + \frac{1}{\sqrt{2} |v_\chi|} \text{Re}(\alpha_1 v_\chi v_\rho v_\eta) = 0,$$

$$a_2 |v_\eta|^3 + \frac{a_4}{2} |v_\chi|^2 |v_\eta| + \frac{a_6}{2} |v_\rho|^2 |v_\eta| + \mu_2^2 |v_\eta| + \frac{1}{\sqrt{2} |v_\eta|} \text{Re}(\alpha_1 v_\chi v_\rho v_\eta) = 0,$$

$$\frac{a_6}{2} |v_\eta|^2 |v_\rho| + \frac{a_5}{2} |v_\rho| |v_\chi|^2 + \mu_3^2 |v_\rho| + a_3 |v_\rho|^3 + \frac{1}{\sqrt{2} |v_\rho|} \text{Re}(\alpha_1 v_\chi v_\rho v_\eta) = 0,$$

$$\text{Im}(\alpha_1 v_\chi v_\rho v_\eta) = 0. \quad (2.5)$$

É de observar que ao ter três valores esperados do vácuo complexos, v_η , v_ρ e v_χ , deveríamos ter seis equações de vínculo correspondentes (uma para a parte real e outra para a parte complexa de cada um dos valores esperados complexos do vácuo), mas, como já se mencionou no capítulo anterior, devemos esperar ter menos equações que incógnitas para poder ter uma solução não trivial.

2.1 Matrizes de massa

A seguir, vamos construir as matrizes de massa correspondentes aos campos duplamente e simplesmente carregados, assim como a matriz de massa dos campos neutros, tendo em conta que as matrizes são Hermitianas devido ao fato que o potencial dado pela Eq.(2.2) é Hermitiano.

2.1.1 Campos duplamente carregados

A matriz de massa dos campos duplamente carregados M^D é:

$$M^D \equiv \begin{pmatrix} \frac{a_8}{2} |v_\chi|^2 - \frac{A}{\sqrt{2} |v_\rho|^2} & -\frac{\alpha_1^* v_\eta}{\sqrt{2}} + \frac{a_8}{2} v_\rho v_\chi \\ \frac{a_8}{2} |v_\rho|^2 - \frac{A}{\sqrt{2} |v_\chi|^2} & \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

onde temos definido a quantidade: $A \equiv \text{Re}(\alpha_1 v_\chi v_\eta v_\rho)$.

A matriz anterior é escrita na base $(\rho'^{++}, \chi'^{++})^T$. Observe-se que os vínculos dados pela Eq.(2.5) já foram introduzidos.

Os valores e vetores próprios correspondentes são:

Para $\lambda_1 = 0$,

$$\bar{v}_1 = \left(-\frac{\alpha_1 v_\eta}{\sqrt{2}} + \frac{a_8}{2} v_\rho v_\chi, \frac{A}{\sqrt{2} |v_\rho|^2} - \frac{a_8}{2} |v_\chi|^2 \right)^T.$$

Para $\lambda_2 = \frac{a_8}{2} (|v_\chi|^2 + |v_\rho|^2) - \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\chi|^2} + \frac{1}{|v_\rho|^2} \right)$,

$$\bar{v}_2 = \left(\frac{A}{\sqrt{2} |v_\rho|^2} - \frac{a_8}{2} |v_\chi|^2, \frac{\alpha_1 v_\eta}{\sqrt{2}} - \frac{a_8}{2} v_\rho^* v_\chi \right)^T.$$

Pode-se simplificar a expressão anterior, obtendo-se o conjunto de vetores próprios já normalizados:

Para $\lambda_1 = 0$,

$$\bar{u}_1 = N_D^{-1} (|v_\rho|^2, -v_\rho^* v_\chi)^T. \quad (2.7)$$

Para $\lambda_2 = \frac{a_8}{2} (|v_\chi|^2 + |v_\rho|^2) - \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\chi|^2} + \frac{1}{|v_\rho|^2} \right)$,

$$\bar{u}_2 = N_D^{-1} (v_\rho v_\chi, |v_\rho|^2)^T. \quad (2.8)$$

Onde o fator de normalização é dado por:

$$N_D = |v_\rho| \sqrt{|v_\chi|^2 + |v_\rho|^2}.$$

A matriz que diagonaliza a matriz de massa dos campos duplamente carregados é:

$$U_D = [\bar{u}_1, \bar{u}_2], \quad \text{com inversa} \quad U_D^{-1} = U_D^\dagger. \quad (2.9)$$

Na expressão anterior, u_1 e u_2 estão dadas pela Eqs.(2.7) e (2.8). Assim, obtemos os campos da simetria como função dos campos físicos:

$$\begin{pmatrix} \rho'^{++} \\ \chi'^{++} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{|v_\chi|^2 + |v_\rho|^2}} \begin{pmatrix} |v_\rho| & -|v_\chi| \exp(i\theta_\chi) \\ |v_\chi| \exp(-i\theta_\chi) & |v_\rho| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^{++} \\ Y^{++} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

A massa do campo Y^{++} é dada por: $m_{Y^{++}} = \frac{a_8}{2} (|v_\chi|^2 + |v_\rho|^2) - \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\chi|^2} + \frac{1}{|v_\rho|^2} \right)$.

Matriz M^{S1} :

Para $\lambda_1 = 0$ resulta:

$$\bar{v}_1 = N_1^{-1} (-v_\eta^*, v_\rho)^T, \quad N_1 = (|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}$$

Para $\lambda_2 = \frac{a_2}{2} (|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2) - \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\eta|^2} + \frac{1}{|v_\rho|^2} \right)$ obtemos:

$$\bar{v}_2 = N_2^{-1} (|v_\rho|^2, v_\eta v_\rho)^T, \quad N_2 = |v_\rho| (|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.17)$$

Assim, a matriz M^{S1} é diagonalizada pela matriz:

$$U_{S1} = [\bar{v}_1, \bar{v}_2], \quad \text{com a inversa} \quad U_{S1}^{-1} = [U_{S1}]^\dagger. \quad (2.18)$$

Escrevendo na base física obtemos:

$$\begin{pmatrix} \eta_1'^+ \\ \rho'^+ \end{pmatrix} = \frac{1}{(|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}} \begin{pmatrix} |v_\rho| & -|v_\eta| \\ |v_\eta| & |v_\rho| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_1^+ \\ Y_1^+ \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Matriz M^{S2} :

Para $\lambda_3 = 0$, encontramos:

$$\bar{v}_3 = N_3^{-1} (-v_\eta, v_\chi)^T, \quad N_3 = (|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Para $\lambda_4 = \frac{a_7}{2} (|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2) - \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\eta|^2} + \frac{1}{|v_\chi|^2} \right)$ resulta:

$$\bar{v}_4 = N_4^{-1} (|v_\chi|^2, v_\eta^* v_\chi)^T, \quad N_4 = |v_\chi| (|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.20)$$

Desta forma, a matriz M_S^2 é diagonalizada por:

$$U_{S2} = [\bar{v}_3, \bar{v}_4] \quad \text{com a inversa} \quad U_{S2}^{-1} = [U_{S2}]^\dagger \quad (2.21)$$

Na base física esta tem a forma:

$$\begin{pmatrix} \eta_2'^+ \\ \chi'^+ \end{pmatrix} = \frac{1}{(|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}} \begin{pmatrix} -|v_\eta| & |v_\chi| \exp(i\theta_\chi) \\ -|v_\chi| & |v_\eta| \exp(i\theta_\chi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_2^+ \\ \chi^+ \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Matriz M^{S1} :

Para $\lambda_1 = 0$ resulta:

$$\bar{v}_1 = N_1^{-1} \begin{pmatrix} -v_\eta^*, v_\rho \end{pmatrix}^T, \quad N_1 = (|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}$$

Para $\lambda_2 = \frac{a_2}{2} (|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2) - \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\eta|^2} + \frac{1}{|v_\rho|^2} \right)$ obtemos:

$$\bar{v}_2 = N_2^{-1} (|v_\rho|^2, v_\eta v_\rho)^T, \quad N_2 = |v_\rho| (|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.17)$$

Assim, a matriz M^{S1} é diagonalizada pela matriz:

$$U_{S1} = [\bar{v}_1, \bar{v}_2], \quad \text{com a inversa} \quad U_{S1}^{-1} = [U_{S1}]^\dagger. \quad (2.18)$$

Escrevendo na base física obtemos:

$$\begin{pmatrix} \eta_1'^+ \\ \rho'^+ \end{pmatrix} = \frac{1}{(|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}} \begin{pmatrix} |v_\rho| & -|v_\eta| \\ |v_\eta| & |v_\rho| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_1^+ \\ Y_1^+ \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Matriz M^{S2} :

Para $\lambda_3 = 0$, encontramos:

$$\bar{v}_3 = N_3^{-1} (-v_\eta, v_\chi)^T, \quad N_3 = (|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Para $\lambda_4 = \frac{a_2}{2} (|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2) - \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\eta|^2} + \frac{1}{|v_\chi|^2} \right)$ resulta:

$$\bar{v}_4 = N_4^{-1} (|v_\chi|^2, v_\eta^* v_\chi)^T, \quad N_4 = |v_\chi| (|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.20)$$

Desta forma, a matriz M_S^2 é diagonalizada por:

$$U_{S2} = [\bar{v}_3, \bar{v}_4] \quad \text{com a inversa} \quad U_{S2}^{-1} = [U_{S2}]^\dagger \quad (2.21)$$

Na base física esta tem a forma:

$$\begin{pmatrix} \eta_2'^+ \\ \chi'^+ \end{pmatrix} = \frac{1}{(|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}} \begin{pmatrix} -|v_\eta| & |v_\chi| \exp(i\theta_\chi) \\ -|v_\chi| & |v_\eta| \exp(i\theta_\chi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_2^+ \\ \chi^+ \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

2.1.3 Campos neutros

A matriz de massa dos campos imaginários neutros M^{IN} é:

$$M^{IN} = \begin{pmatrix} -\frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta|^2} & -\frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta||v_\rho|} & -\frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta||v_\chi|} \\ & -\frac{A}{\sqrt{2}|v_\rho|^2} & -\frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi||v_\rho|} \\ & & -\frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi|^2} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Esta matriz é escrita na base, $(X'_\eta, X'_\rho, X'_\chi)^T$, onde os vínculos já foram introduzidos.

Os valores e vetores próprios desta matriz são:

Para $\lambda_1 = 0$;

$$\bar{v}_1 = N_1^{-1} (-|v_\eta|, |v_\rho|, 0)^T, \text{ com } N_1 = (|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}$$

Para $\lambda_2 = 0$;

$$\begin{aligned} \bar{v}_2 &= N_2^{-1} (-|v_\eta||v_\rho|^2, -|v_\rho||v_\eta|^2, |v_\chi|N_1^2)^T, \text{ com} \\ N_2 &= (|v_\rho|^4|v_\eta|^2 + |v_\rho|^2|v_\eta|^4 + |v_\chi|^2N_1^4)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Para $\lambda_3 = -\frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\eta|^2} + \frac{1}{|v_\chi|^2} + \frac{1}{|v_\rho|^2} \right)$;

$$\begin{aligned} \bar{v}_3 &= N_3^{-1} (|v_\chi||v_\rho|, |v_\chi||v_\eta|, |v_\eta||v_\rho|)^T, \text{ com} \\ N_3 &= (|v_\rho|^2|v_\chi|^2 + |v_\chi|^2|v_\eta|^2 + |v_\rho|^2|v_\eta|^2)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

A matriz que diagonaliza M^{IN} é:

$$U_{IN} = [\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3], \quad \text{com inversa} \quad U_{IN}^{-1} = [U_{IN}]^\dagger. \quad (2.25)$$

Fazendo a mudança à base física obtemos:

$$\begin{pmatrix} X'_\eta \\ X'_\rho \\ X'_\chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{N_1}|v_\eta| & -\frac{1}{N_2}|v_\eta||v_\rho|^2 & \frac{1}{N_3}|v_\chi||v_\rho| \\ -\frac{1}{N_1}|v_\rho| & -\frac{1}{N_2}|v_\eta|^2|v_\rho| & \frac{1}{N_3}|v_\chi||v_\eta| \\ 0 & \frac{1}{N_2}|v_\chi|(|v_\eta|^2 + |v_\rho|^2) & \frac{1}{N_3}|v_\eta||v_\rho| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_1^0 \\ G_2^0 \\ h^0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

A matriz de massa dos campos reais neutros M^{RN} é:

$$\begin{pmatrix} 2a_2|v_\eta|^2 - \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta|^2} & a_6|v_\eta||v_\rho| + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta||v_\rho|} & a_4|v_\eta||v_\chi| + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta||v_\chi|} \\ & 2a_3|v_\rho|^2 - \frac{A}{\sqrt{2}|v_\rho|^2} & a_5|v_\rho||v_\chi| + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\rho||v_\chi|} \\ & & 2a_1|v_\chi|^2 - \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi|^2} \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

se oferecem, nossos resultados irão refletir uma escolha. A escolha de quais campos redefinir ou em que setor deixar a fase restante será feita de modo a não entrar em conflito com setores bem estudados do **MP**.

Assim, sempre que possível, faremos recair as fases responsáveis pela violação de CP nos setores mais exóticos dos modelos aqui tratados.

2.2 O momento dipolar elétrico

O momento dipolar elétrico (**MDE**) , $\vec{D}$, para uma distribuição clássica de carga é:

$$\vec{D} = \int d^3x \rho(\vec{x}) \vec{x}. \quad (2.28)$$

No caso de uma partícula elementar, o único (pseudo) vetor que caracteriza seu estado é o spin $\vec{J}$; assim, $\vec{D}$ deve ser proporcional a $\vec{J}$. Também, $\vec{D}$ e $\vec{J}$ devem ter as mesmas propriedades de transformação sob simetrias discretas[49].

Por exemplo, sob paridade, P , $\vec{D} \rightarrow \vec{D}$ enquanto que sob inversão temporal, T , $\vec{D} \rightarrow -\vec{D}$. No caso do campo elétrico, $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$ sob P e $\vec{E} \rightarrow \vec{E}$ sob T . Desta maneira a interação momento dipolar $\vec{D}$ com o campo elétrico $\vec{E}$: $\vec{D} \cdot \vec{E}$ viola P e T [50][51]. Como já se disse na introdução, se CPT é uma boa simetria, a violação de T traz como consequência a violação de CP ou viceversa. Desde o conhecimento experimental da violação CP [3], é possível que todas as partículas (não hermitianas) que possuam spin, tenham **MDE** [52].

Em teoria de campos, a violação de P e T é devida a uma interação efetiva entre o campo fermiônico de spin $\frac{1}{2}$, $\Psi(x)$, e o tensor do campo eletromagnético, $F^{\mu\nu}$ [40]:

$$-\frac{i}{2} F_3(q^2) \bar{\Psi}(p_2) \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \Psi(p_1) F^{\mu\nu}, \quad (2.29)$$

onde $q^2 = (p_2 - p_1)^2$, assim, a magnitude do **MDE** d_Ψ , corresponde ao limite estático.

$$d_\Psi = F_3(0). \quad (2.30)$$

Usando as relações:

$$\sigma^{0k} \gamma_5 = -i \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix}; \quad F^{0k} = -E^k, \quad k = 1, 2, 3, \quad (2.31)$$

se oferecem, nossos resultados irão refletir uma escolha. A escolha de quais campos redefinir ou em que setor deixar a fase restante será feita de modo a não entrar em conflito com setores bem estudados do **MP**.

Assim, sempre que possível, faremos recair as fases responsáveis pela violação de CP nos setores mais exóticos dos modelos aqui tratados.

2.2 O momento dipolar elétrico

O momento dipolar elétrico (**MDE**), $\vec{D}$, para uma distribuição clássica de carga é:

$$\vec{D} = \int d^3x \rho(\vec{x}) \vec{x}. \quad (2.28)$$

No caso de uma partícula elementar, o único (pseudo) vetor que caracteriza seu estado é o spin $\vec{J}$; assim, $\vec{D}$ deve ser proporcional a $\vec{J}$. Também, $\vec{D}$ e $\vec{J}$ devem ter as mesmas propriedades de transformação sob simetrias discretas[49].

Por exemplo, sob paridade, P , $\vec{D} \rightarrow \vec{D}$ enquanto que sob inversão temporal, T , $\vec{D} \rightarrow -\vec{D}$. No caso do campo elétrico, $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$ sob P e $\vec{E} \rightarrow \vec{E}$ sob T . Desta maneira a interação momento dipolar $\vec{D}$ com o campo elétrico $\vec{E}$: $\vec{D} \cdot \vec{E}$ viola P e T [50][51]. Como já se disse na introdução, se CPT é uma boa simetria, a violação de T traz como consequência a violação de CP ou viceversa. Desde o conhecimento experimental da violação CP [3], é possível que todas as partículas (não hermitianas) que possuam spin, tenham **MDE** [52].

Em teoria de campos, a violação de P e T é devida a uma interação efetiva entre o campo fermiônico de spin $\frac{1}{2}$, $\Psi(x)$, e o tensor do campo eletromagnético, $F^{\mu\nu}$ [40]:

$$-\frac{i}{2} F_3(q^2) \bar{\Psi}(p_2) \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \Psi(p_1) F^{\mu\nu}, \quad (2.29)$$

onde $q^2 = (p_2 - p_1)^2$, assim, a magnitude do **MDE** d_Ψ , corresponde ao limite estático.

$$d_\Psi = F_3(0). \quad (2.30)$$

Usando as relações:

$$\sigma^{0k} \gamma_5 = -i \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix}; \quad F^{0k} = -E^k, \quad k = 1, 2, 3, \quad (2.31)$$

pode-se mostrar, no limite não relativístico, que a expressão dada pela Eq.(2.29) dá o resultado correto conhecido do momento dipolar. Para isso, faz-se a expansão nos índices temporal e espacial da Eq.(2.29):

$$-\frac{1}{2}F_3(q^2)\bar{\Psi}(p_2)\left[i\sigma_{0k}\gamma_5 F^{0k} + i\sigma_{lm}\gamma_5 F^{lm} + i\sigma_{k0}\gamma_5 F^{k0}\right]\Psi(p_1); \quad k, l, m = 1, 2, 3,$$

substituindo as expressões dadas pela Eq.(2.31) obtém-se:

$$\frac{1}{2}F_3(q^2)\bar{\Psi}(p_2)\left[\left(\begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix} E^k + \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix} E^k + i\sigma_{lm}\gamma_5 F^{lm}\right)\Psi(p_1); \quad k, l, m = 1, 2, 3.\right] \quad (2.32)$$

De outro lado, a baixas velocidades o espinor de Dirac é proporcional à expressão (considerando o spin $up \uparrow$):

$$\Psi \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

que, ao ser introduzida na Eq.(2.32), afeta somente os dois primeiros termos, ficando assim:

$$\frac{1}{2}F_3(q^2)\Psi^\dagger\left[2\begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix}E^k\right]\Psi = F_3(q^2)\Psi^\dagger\sigma_k E^k\Psi. \quad (2.34)$$

Assim, o termo $F_3(q^2)$ que acompanha os operadores é identificado com o **MDE**, no limite estático a baixas velocidades (ver Eq.(2.30)).

A renormalizabilidade impede a introdução de termos como os da Eq.(2.29) na densidade Lagrangeana. Isto tem como consequência que o **MDE** em teorias de gauge renormalizáveis deve ser uma quantidade finita de partida, já que a renormalizabilidade proíbe a introdução de um contratermo do tipo dado pela Eq.(2.29)[53].

Pode-se mostrar que a expressão $\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\gamma_5$ no espaço de momentos é dada por:

$$i\left[(2\hat{k})\gamma_\mu - \gamma_\mu(2\hat{k})\right]\gamma_5, \quad (2.35)$$

e esta será a estrutura procurada nos cálculos do **MDE** dos férmions correspondentes.

Nas aplicações, vamos trabalhar com os tripletos de léptons dados na Ref [54]:

$$\psi_{aL} = \begin{pmatrix} \nu'_a \\ e'^{-}_a \\ E'^{+}_a \end{pmatrix}_L \sim (1, \mathbf{3}, 0), \quad (2.36)$$

onde as quantidades entre parênteses indicam os números quânticos de cor, sabor e hipercarga respectivamente, e a linha indica que estes são autoestados da simetria.

O operador de carga é o mesmo que gera as cargas dos quarks de quiralidade esquerda, que se transformam de acordo com a representação fundamental $\mathbf{3}$; do capítulo (3), Eq.(3.3) (primeiro triplete de quarks).

Observa-se que neste triplete leptônico temos incluído, além das partículas conhecidas (o neutrino, ν , e o elétron, e), o lépton exótico, E , com a carga elétrica contrária àquela do elétron. Este triplete transforma-se como $(\mathbf{3}, 0)$ segundo o grupo $SU(3)_L \times U(1)_N$; isto é válido para cada família de léptons.

Vamos acrescentar neste modelo os correspondentes léptons direitos na forma de singletos:

$$e'^{-}_{aR} \sim (1, \mathbf{1}, -1), \quad E'^{+}_{aR} \sim (1, \mathbf{1}, +1). \quad (2.37)$$

Observe-se que a adição destes singletos direitos não altera o cancelamento das anomalias axiais [25], uma vez que os novos léptons têm hipercarga oposta em relação aos léptons conhecidos. O setor de quarks correspondente a este modelo é mostrado no capítulo (3).

O cálculo do MDE dos léptons massivos deste modelo, é feita no capítulo (6).

Capítulo 3

Interação de Yukawa para os quarks

Neste capítulo, vamos escrever o setor de Yukawa para os quarks que correspondem ao modelo descrito no capítulo anterior. A seguir, faremos mudanças de fase globais nos campos dos quarks, em similitude com o que se fez para o **MP**, com a finalidade de absorver as fases que provêm dos **VEVs**, sendo estes, em geral, números complexos. Devemos lembrar que estamos assumindo que as matrizes de rotação dos campos da simetria aos campos físicos, como definidas mais adiante, são ortonormais.

O setor de Yukawa dos quarks, responsável pela geração de massa dos quarks deste modelo, é apresentado detalhadamente nas Refs. [28][60], e é dado por:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y = & \bar{Q}'_{1L} \sum_{\alpha} \left(G_{1\alpha} U'_{\alpha R} \eta' + \tilde{G}_{1\alpha} D'_{\alpha R} \rho' \right) + \sum_i \bar{Q}'_{iL} \sum_{\alpha} \left(F_{i\alpha} U'_{\alpha R} \rho'^* + \tilde{F}_{i\alpha} D'_{\alpha R} \eta'^* \right) \\
 & + \lambda_1 \bar{Q}'_{1L} J'_{1R} \chi' + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{Q}'_{iL} J'_{mR} \chi'^* + h.c., \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad i, m = 2, 3. \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

Aqui, os tripletos de quarks, e suas propriedades de transformação, são dados por:

$$\begin{aligned}
 Q'_{1L} = \begin{pmatrix} u'_1 \\ d'_1 \\ J'_1 \end{pmatrix}_L \sim \left(3, 3, \frac{2}{3} \right), \quad Q'_{2L} = \begin{pmatrix} d'_2 \\ u'_2 \\ J'_2 \end{pmatrix}_L \sim \left(3, 3^*, -\frac{1}{3} \right), \\
 Q'_{3L} = \begin{pmatrix} d'_3 \\ u'_3 \\ J'_3 \end{pmatrix}_L \sim \left(3, 3^*, -\frac{1}{3} \right), \quad (3.2)
 \end{aligned}$$

sendo o operador de carga correspondente dado por [31]:

$$Q = \frac{e}{2} (\lambda_3 - \sqrt{3}\lambda_8) + N. \quad (3.3)$$

Substituindo as matrizes dadas na Ref.[31], obtemos este operador em sua forma matricial:

$$Q = e \begin{pmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & -1 + N & 0 \\ 0 & 0 & 1 + N \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

As matrizes λ_3 e λ_8 são os geradores diagonais do grupo local $SU(3)$; N é o valor da hipercarga correspondente. Temos que observar que a Eq.(3.3) deve ser aplicada ao primeiro dos tripletos de quarks, já que estes se transformam na representação fundamental **3**. Para os outros dois tripletos devemos substituir os geradores segundo: $\lambda_i \rightarrow -\lambda_i^*$, por ser esta a segunda representação fundamental que tem o grupo $SU(3)$, **3*** [58]. Como já se disse anteriormente, temos escolhido estas representações com a finalidade de ter cancelamento de anomalias quando levamos em conta todas as famílias juntas [25][23][61].

Os quarks se transformam como tripletos de cor e tripletos de sabor, se estes são de quiralidade esquerda, como se mostra na Eq.(3.2). Para os singletos de quiralidade direita, estes se transformam como tripletos de cor e singletos de sabor, como é indicado na Eq.(3.5):

$$\begin{aligned} U'_{1R} &\sim \left(3, 1, \frac{2}{3}\right), & D'_{1R} &\sim \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right), & J'_{1R} &\sim \left(3, 1, \frac{5}{3}\right), \\ U'_{2R} &\sim \left(3, 1, \frac{2}{3}\right), & D'_{2R} &\sim \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right), & J'_{2R} &\sim \left(3, 1, -\frac{4}{3}\right), \\ U'_{3R} &\sim \left(3, 1, \frac{2}{3}\right), & D'_{3R} &\sim \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right), & J'_{3R} &\sim \left(3, 1, -\frac{4}{3}\right). \end{aligned} \quad (3.5)$$

O setor escalar é descrito pelos campos:

$$\begin{aligned} \eta' = \begin{pmatrix} \eta'^0 \\ \eta'^- \\ \eta'^+ \end{pmatrix} &\sim (1, 3, 0), & \rho' = \begin{pmatrix} \rho'^+ \\ \rho'^0 \\ \rho'^++ \end{pmatrix} &\sim (1, 3, 1), \\ \chi' = \begin{pmatrix} \chi'^- \\ \chi'^-- \\ \chi'^0 \end{pmatrix} &\sim (1, 3, -1). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Onde se mostra que os mesmos são singletos de cor, tripletos de sabor e singletos de hipercarga.

A linha (') nos campos anteriores indica que aqueles são, na Lagrangeana inicial, autostados da simetria.

3.1 Setor de acoplamento com os Higgs neutros

Na Eq.(3.1) vamos separar aqueles termos que contêm os quarks que se acoplam aos Higgs neutros. Dentro deste setor, é necessário fazer uma segunda classificação conforme sejam os quarks do tipo *up*, *down* ou os exóticos os que se acoplam a estes Higgs neutros. Isto é feito para poder definir as matrizes de rotação correspondentes que relacionam os quarks da simetria com os quarks físicos.

3.1.1 Acoplamentos tipo U

O setor de acoplamento dos Higgs neutros com os quarks tipo *up* é:

$$-\mathcal{L}_Y^u = \bar{u}'_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} U'_{\alpha R} \eta'^0 + \sum_i \bar{u}'_{iL} \sum_{\alpha} F_{i\alpha} U'_{\alpha R} \rho'^0 + h.c. \quad (3.7)$$

Fazendo a quebra espontânea da simetria correspondente (a notação da quebra é dada no capítulo anterior), obtemos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^u &= \bar{u}'_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} U'_{\alpha R} \frac{|v_{\eta}|}{\sqrt{2}} \exp(i\theta_{\eta}) \left[1 + \frac{1}{|v_{\eta}|} (H'_n + iI'_n) \right] \\ &+ \sum_i \bar{u}'_{iL} \sum_{\alpha} F_{i\alpha} U'_{\alpha R} \frac{|v_{\rho}|}{\sqrt{2}} \exp(-i\theta_{\rho}) \left[1 + \frac{1}{|v_{\rho}|} (H'_{\rho} - iI'_{\rho}) \right] + h.c, \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde temos definido $v_{\alpha} = |v_{\alpha}| \exp(i\theta_{\alpha})$, com $\alpha = \chi, \rho$ e η , como os valores esperados do vácuo dos campos neutros.

No primeiro intento de deixar a expressão anterior sem nenhuma fase, redefinimos o campo $U'_{\alpha R}$ da seguinte maneira:

$$U''_{\alpha R} \equiv \exp(i\theta_{\eta}) U'_{\alpha R}, \quad (3.9)$$

e substituindo esta expressão na Eq.(3.8) obtemos:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^u &= \bar{u}'_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} U''_{\alpha R} \frac{|v_{\eta}|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_{\eta}|} (H'_n + iI'_n) \right] \\
&+ \sum_i \bar{u}'_{iL} \sum_{\alpha} F_{i\alpha} U''_{\alpha R} \frac{|v_{\rho}|}{\sqrt{2}} \exp(-i\theta_{\rho} - i\theta_{\eta}) \left[1 + \frac{1}{|v_{\rho}|} (H'_{\rho} - iI'_{\rho}) \right] + h.c.
\end{aligned} \quad (3.10)$$

Agora, para eliminar a fase que fica, vamos redefinir o campo u'_{iL} segundo:

$$u''_{iL} = \exp(i\theta_{\eta} + i\theta_{\rho}) u'_{iL} \quad \text{lembrando que } i = 2, 3. \quad (3.11)$$

Desta maneira, obtemos a Lagrangeana $\mathcal{L}_Y^u$ em uma nova forma (sem fases):

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^u &= \bar{u}'_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} U''_{\alpha R} \frac{|v_{\eta}|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_{\eta}|} (H'_n + iI'_n) \right] \\
&+ \sum_i \bar{u}''_{iL} \sum_{\alpha} F_{i\alpha} U''_{\alpha R} \frac{|v_{\rho}|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_{\rho}|} (H'_{\rho} - iI'_{\rho}) \right] + h.c.
\end{aligned} \quad (3.12)$$

Para definir a matriz de massa e as matrizes de rotação, dos campos da simetria aos campos físicos, dos quarks tipo up , reescrevemos a equação anterior da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^u &= (\bar{u}'_{1L} G_{11} U''_{1R} + \bar{u}'_{1L} G_{12} U''_{2R} + \bar{u}'_{1L} G_{13} U''_{3R}) \frac{|v_{\eta}|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_{\eta}|} (H'_n + iI'_n) \right] \\
&+ [(\bar{u}''_{2L} F_{21} U''_{1R} + \bar{u}''_{2L} F_{22} U''_{2R} + \bar{u}''_{2L} F_{23} U''_{3R}) \\
&+ (\bar{u}''_{3L} F_{31} U''_{1R} + \bar{u}''_{3L} F_{32} U''_{2R} + \bar{u}''_{3L} F_{33} U''_{3R})] \frac{|v_{\rho}|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_{\rho}|} (H'_{\rho} - iI'_{\rho}) \right] + h.c.
\end{aligned} \quad (3.13)$$

Separando os termos de massa (escritos convenientemente) dos termos de interação temos:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^u &= (\bar{u}'_{1L}, \bar{u}''_{2L}, \bar{u}''_{3L}) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} |v_{\eta}| G_{11} & |v_{\eta}| G_{12} & |v_{\eta}| G_{13} \\ |v_{\rho}| F_{21} & |v_{\rho}| F_{22} & |v_{\rho}| F_{23} \\ |v_{\rho}| F_{31} & |v_{\rho}| F_{32} & |v_{\rho}| F_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U''_{1R} \\ U''_{2R} \\ U''_{3R} \end{pmatrix} \\
&+ (\bar{u}'_{1L} G_{11} U''_{1R} + \bar{u}'_{1L} G_{12} U''_{2R} + \bar{u}'_{1L} G_{13} U''_{3R}) \frac{|v_{\eta}|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_{\eta}|} (H'_n + iI'_n) \right] \\
&+ [(\bar{u}''_{2L} F_{21} U''_{1R} + \bar{u}''_{2L} F_{22} U''_{2R} + \bar{u}''_{2L} F_{23} U''_{3R}) \\
&+ (\bar{u}''_{3L} F_{31} U''_{1R} + \bar{u}''_{3L} F_{32} U''_{2R} + \bar{u}''_{3L} F_{33} U''_{3R})] \frac{|v_{\rho}|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_{\rho}|} (H'_{\rho} - iI'_{\rho}) \right] + h.c.
\end{aligned} \quad (3.14)$$

A seguir, vamos definir as matrizes ortonormais de rotação que transformam os campos da simetria nos campos físicos, autoestados da massa: u , c e t .

$$\begin{pmatrix} u'_{1L} \\ u''_{2L} \\ u''_{3L} \end{pmatrix} \equiv \mathcal{O}_L^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} U''_{1R} \\ U''_{2R} \\ U''_{3R} \end{pmatrix} \equiv \mathcal{O}_R^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_R. \quad (3.15)$$

A condição que vamos impor sobre estas matrizes de rotação, além de transformar os campos da simetria nos campos físicos, é que as mesmas também diagonalizem a matriz Γ^u , que é dada por:

$$\Gamma^u \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} |v_\eta| G_{11} & |v_\eta| G_{12} & |v_\eta| G_{13} \\ |v_\rho| F_{21} & |v_\rho| F_{22} & |v_\rho| F_{23} \\ |v_\rho| F_{31} & |v_\rho| F_{32} & |v_\rho| F_{33} \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

quer dizer:

$$(\mathcal{O}_L^\mu)^T \Gamma^u \mathcal{O}_R^\mu \equiv M^u = \text{diag}(m_u, m_c, m_t). \quad (3.17)$$

A seguir, vamos escrever a expressão dada pela Eq.(3.14) usando a matriz de massa descrita anteriormente, e somando e subtraindo uma certa expressão com o propósito de obter uma forma mais compacta obtemos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^u &= (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_R \\ &+ (\bar{u}'_{1L} G_{11} U''_{1R} + \bar{u}'_{1L} G_{12} U''_{2R} + \bar{u}'_{1L} G_{13} U''_{3R}) \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_n + iI'_n) \right] \\ &+ (\bar{u}'_{1L} G_{11} U''_{1R} + \bar{u}'_{1L} G_{12} U''_{2R} + \bar{u}'_{1L} G_{13} U''_{3R}) \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \right] \\ &+ [(\bar{u}''_{2L} F_{21} U''_{1R} + \bar{u}''_{2L} F_{22} U''_{2R} + \bar{u}''_{2L} F_{23} U''_{3R}) \\ &+ (\bar{u}''_{3L} F_{31} U''_{1R} + \bar{u}''_{3L} F_{32} U''_{2R} + \bar{u}''_{3L} F_{33} U''_{3R})] \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \right] \\ &- (\bar{u}'_{1L} G_{11} U''_{1R} + \bar{u}'_{1L} G_{12} U''_{2R} + \bar{u}'_{1L} G_{13} U''_{3R}) \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Arrumando convenientemente a equação anterior, e usando uma vez mais a matriz de massa destes campos tipo up , escrevemos:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^u = & \bar{\mathbf{U}}_L M^\mu \mathbf{U}_R + (\bar{u}'_{1L}, \bar{u}''_{2L}, \bar{u}''_{3L}) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} |v_\eta| G_{11} & |v_\eta| G_{12} & |v_\eta| G_{13} \\ |v_\rho| F_{21} & |v_\rho| F_{22} & |v_\rho| F_{23} \\ |v_\rho| F_{31} & |v_\rho| F_{32} & |v_\rho| F_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U''_{1R} \\ U''_{2R} \\ U''_{3R} \end{pmatrix} \times \\
 & \left[\frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \right] + (\bar{u}'_{1L} G_{11} U''_{1R} + \bar{u}'_{1L} G_{12} U''_{2R} + \bar{u}'_{1L} G_{13} U''_{3R}) \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \times \\
 & \left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_n + iI'_n) - \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \right] + h.c., \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

que ainda pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^u = & \bar{\mathbf{U}}_L M^\mu \mathbf{U}_R + \bar{\mathbf{U}}_L M^\mu \mathbf{U}_R \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \\
 & + (\bar{u}'_{1L}, \bar{u}''_{2L}, \bar{u}''_{3L}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Gamma^\mu \begin{pmatrix} U''_{1R} \\ U''_{2R} \\ U''_{3R} \end{pmatrix} \left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_n + iI'_n) - \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \right] + h.c. \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

Fazendo a transformação nos campos da simetria, no termo que ainda falta por *girar*, obtemos a expressão:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^u = & \bar{\mathbf{U}}_L M^\mu \mathbf{U}_R + \bar{\mathbf{U}}_L M^\mu \mathbf{U}_R \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \\
 & + \bar{\mathbf{U}}_L (\mathcal{O}_L^\mu)^T \Delta \Gamma^\mu \mathcal{O}_R^\mu \mathbf{U}_R \left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_n + iI'_n) - \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \right] + h.c., \quad (3.21)
 \end{aligned}$$

onde temos definido:

$$\Delta \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Vemos então que não temos violação de CP , a menos que a matriz de massa dos Higgs neutros, que é mostrada no Capítulo 2, misture os campos neutros da simetria H'_n , H'_ρ , I'_n , I'_ρ , os quais têm autovalores de CP opostos, *i.e.*, os campos H'_n e H'_ρ têm autovalor de CP igual a $+1$ e os campos I'_n e I'_ρ têm autovalor de CP igual a -1

Uma outra forma de se escrever a expressão anterior é:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^u &= \bar{\mathbf{U}}_L M^\mu \mathbf{U}_R + \bar{\mathbf{U}}_L M^\mu \mathbf{U}_R \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \\
 &+ \bar{\mathbf{U}}_L (\mathcal{O}_L^\mu)^T \Delta \mathcal{O}_L^\mu M^\mu \mathbf{U}_R \left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_n + iI'_n) - \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho - iI'_\rho) \right] + h.c.
 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Segundo a notação que estamos usando, se um campo tem mais de uma linha no super-índice ("..."), significa que este já foi redefinido por um fator de fase. No caso que acabamos de ver, pode-se observar na Eq.(3.12) que o único campo que ainda não foi redefinido neste setor é o campo de quiralidade esquerda u'_{1L} .

3.1.2 Acoplamentos tipo D

O setor de acoplamento dos Higgs neutros com os quarks tipo *down* é:

$$-\mathcal{L}_Y^d = \bar{d}'_{1L} \sum_\alpha \tilde{G}_{1\alpha} D'_{\alpha R} \rho'^0 + \sum_i \bar{d}'_{iL} \sum_\alpha \tilde{F}_{i\alpha} D'_{\alpha R} \eta'^0 + h.c. \quad (3.24)$$

Fazendo a quebra correspondente obtemos:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^d &= \bar{d}'_{1L} \sum_\alpha \tilde{G}_{1\alpha} D'_{\alpha R} \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \exp(i\theta_\rho) \left[1 + \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) \right] \\
 &+ \sum_i \bar{d}'_{iL} \sum_\alpha \tilde{F}_{i\alpha} D'_{\alpha R} \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \exp(-i\theta_\eta) \left[1 + \frac{1}{|v_\eta|} (H'_n - iI'_n) \right] + h.c.
 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Aqui, além do VEV do campo ρ'^0 , temos a quebra associada ao campo η'^0 , expressa pelo VEV correspondente: $|v_\eta| \exp(-i\theta_\eta)$.

A seguir, redefinimos a fase do campo $D'_{\alpha R}$ da seguinte maneira:

$$D''_{\alpha R} \equiv \exp(i\theta_\rho) D'_{\alpha R}, \quad (3.26)$$

e substituindo esta expressão na Eq.(3.28) obtemos:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^d &= \bar{d}'_{1L} \sum_\alpha \tilde{G}_{1\alpha} D''_{\alpha R} \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) \right] \\
 &+ \sum_i \bar{d}'_{iL} \sum_\alpha \tilde{F}_{i\alpha} D''_{\alpha R} \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \exp(-i\theta_\eta - i\theta_\rho) \left[1 + \frac{1}{|v_\eta|} (H'_n - iI'_n) \right] + h.c.
 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Agora, para eliminar a fase restante, vamos redefinir o campo d'_{iL} segundo:

$$d''_{iL} \equiv \exp(i\theta_\rho + i\theta_\eta) d'_{iL} \quad i = 2, 3. \quad (3.28)$$

Desta maneira obtemos a Lagrangeana $\mathcal{L}_Y^d$ na forma (sem fases):

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^d = & \bar{d}_{1L} \sum_\alpha \tilde{G}_{1\alpha} D''_{\alpha R} \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) \right] \\ & + \sum_i \bar{d}''_{iL} \sum_\alpha \tilde{F}_{i\alpha} D''_{\alpha R} \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\eta|} (H'_\eta - iI'_\eta) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Para definir a matriz de massa e as matrizes de rotação, dos campos da simetria aos campos físicos, dos quarks tipo *down*, reescrevemos a equação anterior da seguinte forma:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^d = & (\bar{d}_{1L} \tilde{G}_{11} D''_{1R} + \bar{d}_{1L} \tilde{G}_{12} D''_{2R} + \bar{d}_{1L} \tilde{G}_{13} D''_{3R}) \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) \right] \\ & + [(\bar{d}''_{2L} \tilde{F}_{21} D''_{1R} + \bar{d}''_{2L} \tilde{F}_{22} D''_{2R} + \bar{d}''_{2L} \tilde{F}_{23} D''_{3R}) \\ & + (\bar{d}''_{3L} \tilde{F}_{31} D''_{1R} + \bar{d}''_{3L} \tilde{F}_{32} D''_{2R} + \bar{d}''_{3L} \tilde{F}_{33} D''_{3R})] \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\eta|} (H'_\eta - iI'_\eta) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Separando os termos de massa dos termos de interação temos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^d = & (\bar{d}_{1L}, \bar{d}''_{2L}, \bar{d}''_{3L}) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} |v_\rho| \tilde{G}_{11} & |v_\rho| \tilde{G}_{12} & |v_\rho| \tilde{G}_{13} \\ |v_\eta| \tilde{F}_{21} & |v_\eta| \tilde{F}_{22} & |v_\eta| \tilde{F}_{23} \\ |v_\eta| \tilde{F}_{31} & |v_\eta| \tilde{F}_{32} & |v_\eta| \tilde{F}_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D''_{1R} \\ D''_{2R} \\ D''_{3R} \end{pmatrix} \\ & + (\bar{d}_{1L} \tilde{G}_{11} D''_{1R} + \bar{d}_{1L} \tilde{G}_{12} D''_{2R} + \bar{d}_{1L} \tilde{G}_{13} D''_{3R}) \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) \right] \\ & + [(\bar{d}''_{2L} \tilde{F}_{21} D''_{1R} + \bar{d}''_{2L} \tilde{F}_{22} D''_{2R} + \bar{d}''_{2L} \tilde{F}_{23} D''_{3R}) \\ & + (\bar{d}''_{3L} \tilde{F}_{31} D''_{1R} + \bar{d}''_{3L} \tilde{F}_{32} D''_{2R} + \bar{d}''_{3L} \tilde{F}_{33} D''_{3R})] \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_\eta - iI'_\eta) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (3.31)$$

A seguir, vamos definir as matrizes ortonormais de rotação que transformam os campos da simetria nos campos físicos, autoestados da massa: d , s e b .

$$\begin{pmatrix} d'_{1L} \\ d''_{2L} \\ d''_{3L} \end{pmatrix} \equiv \mathcal{O}_L^d \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} D''_{1R} \\ D''_{2R} \\ D''_{3R} \end{pmatrix} \equiv \mathcal{O}_R^d \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R. \quad (3.32)$$

As matrizes $\mathcal{O}_L^d$ e $\mathcal{O}_R^d$ devem também diagonalizar a matriz Γ^d , que é dada por:

$$\Gamma^d \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} |v_\rho| \tilde{G}_{11} & |v_\rho| \tilde{G}_{12} & |v_\rho| \tilde{G}_{13} \\ |v_\eta| \tilde{F}_{21} & |v_\eta| \tilde{F}_{22} & |v_\eta| \tilde{F}_{23} \\ |v_\eta| \tilde{F}_{31} & |v_\eta| \tilde{F}_{32} & |v_\eta| \tilde{F}_{33} \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

ou seja:

$$(\mathcal{O}_L^d)^T \Gamma^d \mathcal{O}_R^d = M^d = \text{diag}(m_d, m_s, m_b). \quad (3.34)$$

A seguir, vamos escrever a expressão dada pela Eq.(3.31) usando a matriz de massa dada pela Eq.(3.34):

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^d &= (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b})_L \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R \\ &+ (\bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{11} D''_{1R} + \bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{12} D''_{2R} + \bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{13} D''_{3R}) \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) \right] \\ &+ (\bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{11} D''_{1R} + \bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{12} D''_{2R} + \bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{13} D''_{3R}) \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_n - iI'_n) \right] \\ &+ [(\bar{d}''_{2L} \tilde{F}_{21} D''_{1R} + \bar{d}''_{2L} \tilde{F}_{22} D''_{2R} + \bar{d}''_{2L} \tilde{F}_{23} D''_{3R}) \\ &+ (\bar{d}''_{3L} \tilde{F}_{31} D''_{1R} + \bar{d}''_{3L} \tilde{F}_{32} D''_{2R} + \bar{d}''_{3L} \tilde{F}_{33} D''_{3R})] \frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_n - iI'_n) \right] \\ &- (\bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{11} D''_{1R} + \bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{12} D''_{2R} + \bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{13} D''_{3R}) \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_n - iI'_n) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Rearranjando os termos na equação anterior, e usando a matriz de massa destes campos tipo *down*, escrevemos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^d &= \bar{\mathbf{D}}_L M^d \mathbf{D}_R + (\bar{d}'_{1L}, \bar{d}''_{2L}, \bar{d}''_{3L}) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} |v_\rho| \tilde{G}_{11} & |v_\rho| \tilde{G}_{12} & |v_\rho| \tilde{G}_{13} \\ |v_\eta| \tilde{F}_{21} & |v_\eta| \tilde{F}_{22} & |v_\eta| \tilde{F}_{23} \\ |v_\eta| \tilde{F}_{31} & |v_\eta| \tilde{F}_{32} & |v_\eta| \tilde{F}_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D''_{1R} \\ D''_{2R} \\ D''_{3R} \end{pmatrix} \times \\ &\left[\frac{1}{|v_\eta|} (H'_n - iI'_n) \right] + (\bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{11} D''_{1R} + \bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{12} D''_{2R} + \bar{d}'_{1L} \tilde{G}_{13} D''_{3R}) \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \times \\ &\left[\frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) - \frac{1}{|v_\eta|} (H'_n - iI'_n) \right] + h.c., \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$+ \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J'_{mR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \exp(-i\theta_\chi) \left[1 + \frac{1}{|v_\chi|} (H'_x - iI'_x) \right] + h.c. \quad (3.42)$$

A seguir, redefinimos as fases dos seguintes campos J'_{1R} e J'_{mR} :

$$J''_{1R} \equiv \exp(i\theta_\chi) J'_{1R} \quad (3.43)$$

$$J''_{mR} \equiv \exp(-i\theta_\chi) J'_{mR}$$

Os três campos que correspondem aos quarks exóticos de quiralidade direita foram redefinidos para dar:

$$-\mathcal{L}_Y^J = \lambda_1 \bar{J}'_{1L} J''_{1R} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\chi|} (H'_x + iI'_x) \right] + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J''_{mR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\chi|} (H'_x - iI'_x) \right] + h.c. \quad (3.44)$$

Neste setor não foram redefinidos os três campos que correspondem aos quarks exóticos de quiralidade esquerda, ou seja, os campos $J'_\alpha L$.

Para definir a matriz de massa correspondente aos quarks exóticos, reescrevemos a equação anterior da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^J = & \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left(\lambda_1 \bar{J}'_{1L} J''_{1R} + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J''_{mR} \right) + \lambda_1 \bar{J}'_{1L} J''_{1R} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\chi|} (H'_x + iI'_x) \right] \\ & + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J''_{mR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\chi|} (H'_x - iI'_x) \right] + h.c., \end{aligned} \quad (3.45)$$

que pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^J = & (\bar{J}'_{1L}, \bar{J}'_{2L}, \bar{J}'_{3L}) \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ 0 & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} J''_{1R} \\ J''_{2R} \\ J''_{3R} \end{pmatrix} + \lambda_1 \bar{J}'_{1L} J''_{1R} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\chi|} (H'_x + iI'_x) \right] \\ & + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J''_{mR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\chi|} (H'_x - iI'_x) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Observamos que os campos J'_1 não se misturam com os campos J'_2 e J'_3 ; por essa razão definimos:

$$J'_{1L} \equiv J_{1L}, \quad J''_{1R} \equiv J_{1R}, \quad \begin{pmatrix} J'_2 \\ J'_3 \end{pmatrix}_L \equiv \mathcal{O}_L^J \begin{pmatrix} J_2 \\ J_3 \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} J''_2 \\ J''_3 \end{pmatrix}_R \equiv \mathcal{O}_R^J \begin{pmatrix} J_2 \\ J_3 \end{pmatrix}_R. \quad (3.47)$$

$$+ \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J'_{mR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \exp(-i\theta_\chi) \left[1 + \frac{1}{|v_\chi|} (H'_x - iI'_x) \right] + h.c \quad (3.42)$$

A seguir, redefinimos as fases dos seguintes campos J'_{1R} e J'_{mR} :

$$J''_{1R} \equiv \exp(i\theta_\chi) J'_{1R} \quad (3.43)$$

$$J''_{mR} \equiv \exp(-i\theta_\chi) J'_{mR}$$

Os três campos que correspondem aos quarks exóticos de quiralidade direita foram redefinidos para dar:

$$-\mathcal{L}_Y^J = \lambda_1 \bar{J}'_{1L} J''_{1R} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\chi|} (H'_x + iI'_x) \right] + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J''_{mR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\chi|} (H'_x - iI'_x) \right] + h.c \quad (3.44)$$

Neste setor não foram redefinidos os três campos que correspondem aos quarks exóticos de quiralidade esquerda, ou seja, os campos $J'_{\alpha L}$.

Para definir a matriz de massa correspondente aos quarks exóticos, reescrevemos a equação anterior da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^J = & \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left(\lambda_1 \bar{J}'_{1L} J''_{1R} + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J''_{mR} \right) + \lambda_1 \bar{J}'_{1L} J''_{1R} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\chi|} (H'_x + iI'_x) \right] \\ & + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J''_{mR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\chi|} (H'_x - iI'_x) \right] + h.c, \end{aligned} \quad (3.45)$$

que pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^J = & (\bar{J}'_{1L}, \bar{J}'_{2L}, \bar{J}'_{3L}) \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ 0 & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} J''_{1R} \\ J''_{2R} \\ J''_{3R} \end{pmatrix} + \lambda_1 \bar{J}'_{1L} J''_{1R} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\chi|} (H'_x + iI'_x) \right] \\ & + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{J}'_{iL} J''_{mR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{|v_\chi|} (H'_x - iI'_x) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Observamos que os campos J'_1 não se misturam com os campos J'_2 e J'_3 ; por essa razão definimos:

$$J'_{1L} \equiv J_{1L}, \quad J''_{1R} \equiv J_{1R}, \quad \begin{pmatrix} J'_2 \\ J'_3 \end{pmatrix}_L \equiv \mathcal{O}_L^J \begin{pmatrix} J_2 \\ J_3 \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} J''_2 \\ J''_3 \end{pmatrix}_R \equiv \mathcal{O}_R^J \begin{pmatrix} J_2 \\ J_3 \end{pmatrix}_R. \quad (3.47)$$

Nesta notação J_1 , J_2 e J_3 são os campos físicos, e as matrizes $\mathcal{O}_L^J$ e $\mathcal{O}_R^J$ são de ordem dois.

Novamente, observamos que, como nos casos anteriores, não teremos violação de CP a menos que a matriz de massa dos Higgs neutros, que é mostrada no Capítulo 2, misture os campos neutros da simetria H'_χ e I'_χ , os quais têm autovalor de CP opostos, como já se disse anteriormente.

3.2 Setor de acoplamento com os Higgs carregados

Da Eq.(3.1) vamos separar aqueles termos que contêm os quarks que se acoplam aos Higgs carregados. Dentro deste setor, é necessário fazer uma outra classificação segundo sejam os bósons de Higgs simples ou duplamente carregados.

3.2.1 Setor simplesmente carregado

Neste setor temos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{u-d-J} = & \sum_{\alpha} \left(\vec{d}'_{1L} G_{1\alpha} U'_{\alpha R} \eta_1'^- + \vec{u}'_{1L} \tilde{G}_{1\alpha} D'_{\alpha R} \rho'^+ \right) + \vec{J}'_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} U'_{\alpha R} \eta_2'^+ \\ & \sum_i \sum_{\alpha} \left(\vec{d}'_{iL} F_{i\alpha} U'_{\alpha R} \rho'^- + \vec{u}'_{iL} \tilde{F}_{i\alpha} D'_{\alpha R} \eta_1'^+ \right) + \lambda_1 \vec{u}'_{1L} J'_{1R} \chi'^- \\ & + \left(\lambda_{22} \vec{d}'_{2L} J'_{2R} + \lambda_{32} \vec{d}'_{3L} J'_{2R} + \lambda_{23} \vec{d}'_{2L} J'_{3R} + \lambda_{33} \vec{d}'_{3L} J'_{3R} \right) \chi'^+ + h.c. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Aqui, contrariamente ao que acontece nos casos neutros, não temos quebra de simetria associada ao setor carregado.

setor u-d

Escrevendo em forma explícita o setor que liga os quarks *up* e *down* da equação anterior obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y^{u-d} = \left(\vec{d}'_{1L} G_{11} U'_{1R} + \vec{d}'_{1L} G_{12} U'_{2R} + \vec{d}'_{1L} G_{13} U'_{3R} \right) \eta_1'^- +$$

$$\left(\vec{u}'_{1L} \tilde{G}_{11} D'_{1R} + \vec{u}'_{1L} \tilde{G}_{12} D'_{2R} + \vec{u}'_{1L} \tilde{G}_{13} D'_{3R} \right) \rho'^+ + \left[\vec{d}'_{2L} F_{21} U'_{1R} + \vec{d}'_{2L} F_{22} U'_{2R} + \vec{d}'_{2L} F_{23} U'_{3R} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \bar{d}'_{3L} F_{31} U'_{1R} + \bar{d}'_{3L} F_{32} U'_{2R} + \bar{d}'_{3L} F_{33} U'_{3R} \rho'^- + [(\bar{u}'_{2L} \tilde{F}_{21} D'_{1R} + \bar{u}'_{2L} \tilde{F}_{22} D'_{2R} + \bar{u}'_{2L} \tilde{F}_{23} D'_{3R}) \\
& + (\bar{u}'_{3L} \tilde{F}_{31} D'_{1R} + \bar{u}'_{3L} \tilde{F}_{32} D'_{2R} + \bar{u}'_{3L} \tilde{F}_{33} D'_{3R})] \eta_1^+ + h.c. \quad (3.49)
\end{aligned}$$

A seguir, vamos multiplicar e dividir por certos fatores com a intenção de dar a esta última uma forma mais conhecida.

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^{u-d} = & (\bar{d}'_{1L} G_{11} U'_{1R} + \bar{d}'_{1L} G_{12} U'_{2R} + \bar{d}'_{1L} G_{13} U'_{3R}) \left(\frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1^- \\
& + [\bar{d}'_{2L} F_{21} U'_{1R} + \bar{d}'_{2L} F_{22} U'_{2R} + \bar{d}'_{2L} F_{23} U'_{3R} + \\
& \bar{d}'_{3L} F_{31} U'_{1R} + \bar{d}'_{3L} F_{32} U'_{2R} + \bar{d}'_{3L} F_{33} U'_{3R}] \left(\frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \\
& + (\bar{u}'_{1L} \tilde{G}_{11} D'_{1R} + \bar{u}'_{1L} \tilde{G}_{12} D'_{2R} + \bar{u}'_{1L} \tilde{G}_{13} D'_{3R}) \left(\frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^+ \\
& + [(\bar{u}'_{2L} \tilde{F}_{21} D'_{1R} + \bar{u}'_{2L} \tilde{F}_{22} D'_{2R} + \bar{u}'_{2L} \tilde{F}_{23} D'_{3R}) \\
& + (\bar{u}'_{3L} \tilde{F}_{31} D'_{1R} + \bar{u}'_{3L} \tilde{F}_{32} D'_{2R} + \bar{u}'_{3L} \tilde{F}_{33} D'_{3R})] \left(\frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1^+ + h.c. \quad (3.50)
\end{aligned}$$

Escrevendo esta expressão na forma matricial obtemos:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^{u-d} = & (\bar{d}'_{1L}, \bar{d}'_{2L}, \bar{d}'_{3L}) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} |v_\eta| G_{11} & |v_\eta| G_{12} & |v_\eta| G_{13} \\ |v_\rho| F_{21} & |v_\rho| F_{22} & |v_\rho| F_{23} \\ |v_\rho| F_{31} & |v_\rho| F_{32} & |v_\rho| F_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U'_{1R} \\ U'_{2R} \\ U'_{3R} \end{pmatrix} \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \\
& + (\bar{d}'_{1L} G_{11} U'_{1R} + \bar{d}'_{1L} G_{12} U'_{2R} + \bar{d}'_{1L} G_{13} U'_{3R}) \left(\frac{|v_\eta|}{\sqrt{2}} \right) \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1^- - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \right] \\
& + (\bar{u}'_{1L}, \bar{u}'_{2L}, \bar{u}'_{3L}) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} |v_\rho| \tilde{G}_{11} & |v_\rho| \tilde{G}_{12} & |v_\rho| \tilde{G}_{13} \\ |v_\eta| \tilde{F}_{21} & |v_\eta| \tilde{F}_{22} & |v_\eta| \tilde{F}_{23} \\ |v_\eta| \tilde{F}_{31} & |v_\eta| \tilde{F}_{32} & |v_\eta| \tilde{F}_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D'_{1R} \\ D'_{2R} \\ D'_{3R} \end{pmatrix} \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1^+ \\
& + (\bar{u}'_{1L} \tilde{G}_{11} D'_{1R} + \bar{u}'_{1L} \tilde{G}_{12} D'_{2R} + \bar{u}'_{1L} \tilde{G}_{13} D'_{3R}) \left(\frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \right) \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^+ - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1^+ \right]. \quad (3.51)
\end{aligned}$$

Usando as definições das matrizes Γ^u e Γ^d , mostradas nas Eqs.(3.16) e (3.33), a expressão anterior adquire a forma:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^{u-d} = & (\vec{d}'_{1L}, \vec{d}'_{2L}, \vec{d}'_{3L}) \Gamma^\mu \begin{pmatrix} U'_{1R} \\ U'_{2R} \\ U'_{3R} \end{pmatrix} \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- + \\
& (\vec{d}'_{1L}, \vec{d}'_{2L}, \vec{d}'_{3L}) \triangle \Gamma^\mu \begin{pmatrix} U'_{1R} \\ U'_{2R} \\ U'_{3R} \end{pmatrix} \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^- - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \right] + (\vec{u}'_{1L}, \vec{u}'_{2L}, \vec{u}'_{3L}) \Gamma^d \begin{pmatrix} D'_{1R} \\ D'_{2R} \\ D'_{3R} \end{pmatrix} \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \\
& + (\vec{u}'_{1L}, \vec{u}'_{2L}, \vec{u}'_{3L}) \triangle \Gamma^d \begin{pmatrix} D'_{1R} \\ D'_{2R} \\ D'_{3R} \end{pmatrix} \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^+ - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \right] + h.c. \quad (3.52)
\end{aligned}$$

Lembrando que alguns campos já foram redefinidos nas Eqs.(3.9), (3.11), (3.26) e (3.28), como resumimos a seguir:

$$\begin{aligned}
U''_{\alpha R} &= \exp(i\theta_\eta) U'_{\alpha R}, & u''_{iL} &= \exp(i\theta_\eta + i\theta_\rho) u'_{iL} & \text{lembrar } i = 2, 3, & \alpha = 1, 2, 3 \\
D''_{\alpha R} &\equiv \exp(i\theta_\rho) D'_{\alpha R}, & d''_{iL} &\equiv \exp(i\theta_\rho + i\theta_\eta) d'_{iL}, & & (3.53)
\end{aligned}$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} d'_{1L} \\ d'_{2L} \\ d'_{3L} \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d'_{1L} \\ d'_{2L} \\ d'_{3L} \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} d'_{1L} \\ d'_{2L} \\ d'_{3L} \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} u'_{1L} \\ u'_{2L} \\ u'_{3L} \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u'_{1L} \\ u'_{2L} \\ u'_{3L} \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} u'_{1L} \\ u'_{2L} \\ u'_{3L} \end{pmatrix}, \quad (3.54)
\end{aligned}$$

onde a matriz diagonal K é definida como:

$$K = \text{diag}(1, \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta), \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta)). \quad (3.55)$$

Observe-se que o primeiro elemento da diagonal desta matriz, por ser a unidade, não redefine os campos u'_{1L} e d'_{1L} , como era de se esperar.

Usando a notação introduzida na Eq.(3.54), na Lagrangeana dada pela Eq.(3.52) obtemos:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^{u-d} = & (\bar{d}'_{1L}, \bar{d}''_{2L}, \bar{d}''_{3L}) K^\dagger \Gamma^\mu \exp(-i\theta_\eta) \begin{pmatrix} U''_{1R} \\ U''_{2R} \\ U''_{3R} \end{pmatrix} \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \\
 & + (\bar{d}'_{1L}, \bar{d}''_{2L}, \bar{d}''_{3L}) K^\dagger \Delta \Gamma^\mu \exp(-i\theta_\eta) \begin{pmatrix} U''_{1R} \\ U''_{2R} \\ U''_{3R} \end{pmatrix} \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^- - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \right] \\
 & + (\bar{u}'_{1L}, \bar{u}''_{2L}, \bar{u}''_{3L}) K^\dagger \Gamma^d \exp(-i\theta_\rho) \begin{pmatrix} D''_{1R} \\ D''_{2R} \\ D''_{3R} \end{pmatrix} \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \\
 & + (\bar{u}'_{1L}, \bar{u}''_{2L}, \bar{u}''_{3L}) K^\dagger \Delta \Gamma^d \exp(-i\theta_\rho) \begin{pmatrix} D''_{1R} \\ D''_{2R} \\ D''_{3R} \end{pmatrix} \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^+ - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \right] + h.c. \quad (3.56)
 \end{aligned}$$

Uma outra forma de escrever a expressão anterior é obtida usando as Eqs.(3.15) e (3.32), que escrevem os campos da simetria em função dos campos físicos:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^{u-d} = & \bar{\mathbf{D}}_L (\mathcal{O}_L^d)^T K^\dagger \Gamma^\mu \exp(-i\theta_\eta) \mathcal{O}_R^u \mathbf{U}_R \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \\
 & + \bar{\mathbf{D}}_L (\mathcal{O}_L^d)^T K^\dagger \Delta \Gamma^\mu \exp(-i\theta_\eta) \mathcal{O}_R^u \mathbf{U}_R \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^- - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \right] \\
 & + \bar{\mathbf{U}}_L (\mathcal{O}_L^u)^T K^\dagger \Gamma^d \exp(-i\theta_\rho) \mathcal{O}_R^d \mathbf{D}_R \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \\
 & + \bar{\mathbf{U}}_L (\mathcal{O}_L^u)^T K^\dagger \Delta \Gamma^d \exp(-i\theta_\rho) \mathcal{O}_R^d \mathbf{D}_R \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^+ - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \right] + h.c, \quad (3.57)
 \end{aligned}$$

ou ainda, usando a definição da matriz de massa dada pelas Eqs(3.17) e (3.34):

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^{u-d} = & \bar{\mathbf{D}}_L (\mathcal{O}_L^d)^T K^\dagger \mathcal{O}_L^u M^\mu (\mathcal{O}_R^u)^T \exp(-i\theta_\eta) \mathcal{O}_R^u \mathbf{U}_R \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \\
 & + \bar{\mathbf{D}}_L (\mathcal{O}_L^d)^T K^\dagger \Delta \mathcal{O}_L^u M^\mu (\mathcal{O}_R^u)^T \exp(-i\theta_\eta) \mathcal{O}_R^u \mathbf{U}_R \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^- - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \right] \\
 & + \bar{\mathbf{U}}_L (\mathcal{O}_L^u)^T K^\dagger \mathcal{O}_L^d M^d (\mathcal{O}_R^d)^T \exp(-i\theta_\rho) \mathcal{O}_R^d \mathbf{D}_R \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+
 \end{aligned}$$

$$+ \bar{\mathbf{U}}_L (\mathcal{O}_L^u)^T K^\dagger \Delta \mathcal{O}_L^d M^d (\mathcal{O}_R^d)^T \exp(-i\theta_\rho) \mathcal{O}_R^d \mathbf{D}_R \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^+ - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \right] + h.c. \quad (3.58)$$

Observa-se que há um cancelamento no produto das matrizes $(\mathcal{O}_R^u)^T \mathcal{O}_R^u$ e $(\mathcal{O}_R^d)^T \mathcal{O}_R^d$, as quais, por serem ortonormais, dão a matriz identidade. Tendo isto em conta na equação anterior, escrevemos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{u-d} = & \bar{\mathbf{D}}_L (\mathcal{O}_L^d)^T K^\dagger \mathcal{O}_L^u M^\mu \exp(-i\theta_\eta) \mathbf{U}_R \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \\ & + \bar{\mathbf{D}}_L (\mathcal{O}_L^d)^T K^\dagger \Delta \mathcal{O}_L^u M^\mu \exp(-i\theta_\eta) \mathbf{U}_R \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^- - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \right] \\ & + \bar{\mathbf{U}}_L (\mathcal{O}_L^u)^T K^\dagger \mathcal{O}_L^d M^d \exp(-i\theta_\rho) \mathbf{D}_R \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \\ & + \bar{\mathbf{U}}_L (\mathcal{O}_L^u)^T K^\dagger \Delta \mathcal{O}_L^d M^d \exp(-i\theta_\rho) \mathbf{D}_R \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^+ - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \right] + h.c. \end{aligned} \quad (3.59)$$

A seguir, vamos introduzir as matrizes K_1 e K_2 com o propósito de deixar as fases que aparecem na Lagrangeana anterior dentro destas matrizes:

$$\begin{aligned} K_1 & \equiv K^\dagger \exp(-i\theta_\eta) = \text{diag}(\exp(-i\theta_\eta), \exp(i\theta_\rho), \exp(i\theta_\rho)), \\ K_2 & \equiv K^\dagger \exp(-i\theta_\rho) = \text{diag}(\exp(-i\theta_\rho), \exp(i\theta_\eta), \exp(i\theta_\eta)). \end{aligned} \quad (3.60)$$

Assim, escrevemos a Lagrangeana anterior como:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{u-d} = & \bar{\mathbf{D}}_L K_1 V_{CKM}^T M^\mu \mathbf{U}_R \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \\ & + \bar{\mathbf{D}}_L K_1 (\mathcal{O}_L^d)^T \Delta \mathcal{O}_L^u M^\mu \mathbf{U}_R \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^- - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^- \right] + \bar{\mathbf{U}}_L K_2 V_{CKM} M^d \mathbf{D}_R \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \\ & + \bar{\mathbf{U}}_L K_2 (\mathcal{O}_L^u)^T \Delta \mathcal{O}_L^d M^d \mathbf{D}_R \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \right) \rho'^+ - \left(\frac{\sqrt{2}}{|v_\eta|} \right) \eta_1'^+ \right] + h.c., \end{aligned} \quad (3.61)$$

onde temos usado a definição da matriz V_{CKM} dada pela Eq.(1.19) do Capítulo (1), *i.e.*, $V_{CKM} \equiv (\mathcal{O}_L^u)^T \mathcal{O}_L^d$. Na equação anterior, o produto $(\mathcal{O}_L^d)^T \Delta \mathcal{O}_L^u$ não pode ser a matriz de CKM por causa da matriz não diagonal Δ .

Observa-se que teremos violação de CP neste setor, via troca de Higgs carregados $\eta_1'^-$, ρ'^- , a menos que, a matriz de rotação dos Higgs carregados dos campos da simetria aos campos físicos cancele as fases presentes nas matrizes K_1 e K_2 .

Neste ponto, é preciso dizer que ainda não exploramos as propriedades da invariância local $SU(3)_L \times U(1)_N$ da densidade Lagrangeana, quer dizer, nossos resultados são gerais, mas, usando esta simetria local pode-se mostrar que das três fases presentes na Lagrangeana, *i.e.*, θ_ρ , θ_χ e θ_η , somente uma delas ficará [56].

setor J

Neste setor temos os termos:

$$-\mathcal{L}_Y^J = \bar{J}_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} U'_{\alpha R} \eta_2'^+ + \lambda_1 \bar{u}'_{1L} J'_{1R} \chi'^- + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{d}'_{iL} J'_{mR} \chi'^+ + h.c. \quad (3.62)$$

Devemos lembrar que os campos u'_{1L} , d'_{1L} , J'_{1L} e J'_{mL} ainda não foram redefinidos. Os outros que se foram redefinidos devem ser introduzidos agora na Lagrangeana anterior:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^J &= \bar{J}'_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} U''_{\alpha R} \exp(-i\theta_\eta) \eta_2'^+ + \lambda_1 \bar{u}'_{1L} J''_{1R} \exp(-i\theta_\chi) \chi'^- \\ &+ \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{d}''_{iL} J''_{mR} \exp(i\theta_\chi - i\theta_\rho - i\theta_\eta) \chi'^+ + h.c. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Estariamos tentados a fazer uma redefinição do campo u'_{1L} , por exemplo $u''_{1L} \equiv \exp(i\theta_\chi) u'_{1L}$, com a finalidade de absorver a fase correspondente, como já se fez anteriormente, mas isso afetaria a invariância dos setores simplesmente carregados com os quarks tipo *up* e tipo *down*. O mesmo acontece com a redefinição do quark J'_{1L} , já que este também aparece no setor neutro já visto.

Também, observamos que se redefinimos o campo χ'^- como $\chi''^- \equiv \exp(i\theta_\chi - i\theta_\rho - i\theta_\eta) \chi'^-$, com a finalidade de absorver a fase no terceiro termo da Eq.(3.63), esta afetaria o segundo termo da mesma equação. Isto leva a uma possível violação de CP a menos que os campos escalares físicos introduzam uma fase que cancele a anterior.

3.2.2 Setor duplamente carregado

Neste setor temos duas contribuições, a primeira é dada por:

$$-\mathcal{L}_Y^{J-\rho} = \bar{J}'_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} D'_{\alpha R} \rho'^{++} + \sum_i \bar{J}'_{iL} \sum_{\alpha} F_{i\alpha} U'_{\alpha R} \rho'^{--} + h.c. \quad (3.64)$$

Introduzindo os campos já redefinidos anteriormente obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y^{J-\rho} = \bar{J}'_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} \exp(-i\theta_{\rho}) D''_{\alpha R} \rho'^{++} + \sum_i \bar{J}'_{iL} \sum_{\alpha} F_{i\alpha} \exp(-i\theta_{\eta}) U''_{\alpha R} \rho'^{--} + h.c. \quad (3.65)$$

Se tentamos fazer as redefinições $J''_{1L} \equiv \exp(i\theta_{\rho}) J'_{1L}$ e $J''_{iL} \equiv \exp(i\theta_{\eta}) J'_{iL}$, com a finalidade de absorver as fases na equação anterior, veremos que estas *estragariam* a invariância da parte neutra da Lagrangeana que contém os quarks exóticos, Eq.(3.45)

A segunda contribuição é dada por:

$$-\mathcal{L}_Y^{J-x} = \lambda_1 \bar{d}'_{1L} J'_{1R} \chi'^{--} + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{u}'_{iL} J'_{mR} \chi'^{++} + h.c., \quad (3.66)$$

e introduzindo os campos já redefinidos obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y^{J-x} = \lambda_1 \bar{d}'_{1L} J''_{1R} \exp(-i\theta_{\chi}) \chi'^{--} + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{u}'_{iL} J''_{mR} \exp(i\theta_{\chi} - i\theta_{\rho} - i\theta_{\eta}) \chi'^{++} + h.c. \quad (3.67)$$

Como no caso anterior, se tentamos fazer as redefinições $d''_{1L} \equiv \exp(i\theta_{\chi}) d'_{1L}$ e $\chi''^{++} \equiv \exp(i\theta_{\chi} - i\theta_{\rho} - i\theta_{\eta}) \chi'^{++}$, com a finalidade de absorver as fases na equação acima, veremos que estas *estragariam* a invariância da parte neutra da Lagrangeana, que contém os quarks tipo *down*, e do primeiro termo da equação anterior, respectivamente.

3.3 Setor de gauge

Este setor vai ser dividido segundo seja a carga dos bósons de spin um: simplesmente carregados, W e V , ou duplamente carregados, U .

3.3.1 Setor W

Neste setor temos a contribuição:

$$\mathcal{L}_Y^W = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}'_{1L}, \bar{u}'_{2L}, \bar{u}'_{3L}) \gamma^{\mu} \begin{pmatrix} d'_{1L} \\ d'_{2L} \\ d'_{3L} \end{pmatrix} W_{\mu}^{+} + h.c. \quad (3.68)$$

Pondo em evidência as fases dos campos já redefinidos obtemos: $\mathcal{L}_Y^W =$

$$= -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}'_{1L}, \exp(i\theta_\rho + i\theta_\eta) \bar{u}''_{2L}, \exp(i\theta_\rho + i\theta_\eta) \bar{u}''_{3L}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} d'_{1L} \\ \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta) d''_{2L} \\ \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta) d''_{3L} \end{pmatrix} W_\mu^+. \quad (3.69)$$

Do produto matricial observamos que as fases se cancelam, obtendo-se:

$$\mathcal{L}_Y^W = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}'_{1L}, \bar{u}''_{2L}, \bar{u}''_{3L}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} d'_{1L} \\ d''_{2L} \\ d''_{3L} \end{pmatrix} W_\mu^+ + h.c., \quad (3.70)$$

a qual pode ser escrita em termos da matriz de CKM quando fazemos a mudança para a base física:

$$\mathcal{L}_Y^W = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{U}_L \gamma^\mu (\mathcal{O}_L^u)^T \mathcal{O}_L^d \mathbf{D}_L W_\mu^+ + h.c. = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{U}_L \gamma^\mu V_{CKM} \mathbf{D}_L W_\mu^+ + h.c. \quad (3.71)$$

Como se observa, não temos violação de CP neste setor. Note-se que a matriz V_{CKM} como definida anteriormente, é real.

3.3.2 Setor V

Neste setor temos a contribuição

$$\mathcal{L}_Y^V = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{J}'_{1L} \gamma^\mu u'_{1L} - \sum_i \bar{d}''_{iL} \gamma^\mu J'_{iL} \right) V_\mu^+ + h.c. \quad (3.72)$$

Pondo as fases em evidência, devido à redefinição dos campos obtemos:

$$\mathcal{L}_Y^V = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{J}'_{1L} \gamma^\mu u'_{1L} - \sum_i \bar{d}''_{iL} \gamma^\mu J'_{iL} \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta) \right) V_\mu^+ + h.c. \quad (3.73)$$

Nesta notamos que não podemos absorver a fase que aparece na equação anterior, com o campo J'_{mL} , a menos que *estraguemos* a invariância de CP no setor dos quarks exóticos acoplados aos bósons neutros Eq.(3.45).

3.3.3 Setor U

Neste setor temos:

$$\mathcal{L}_Y^U = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{J}'_{1L} \gamma^\mu d'_{1L} - \sum_i \bar{u}'_{iL} \gamma^\mu J'_{iL} \right) U_\mu^{++} + h.c. \quad (3.74)$$

Introduzindo os campos já redefinidos obtemos:

$$\mathcal{L}_Y^U = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{J}'_{1L} \gamma^\mu d'_{1L} - \sum_i \bar{u}'_{iL} \gamma^\mu J'_{iL} \exp(-i\theta_\rho - i\theta_\eta) \right) U_\mu^{++} + h.c. \quad (3.75)$$

Aqui, cabe a mesma observação feita após a Eq.(3.73).

Capítulo 4

Interação de Yukawa para os léptons

Aqui, vamos desenvolver o setor leptônico de dois modelos (3-3-1), os quais se diferenciam pelo conteúdo de partícula que os mesmos apresentam.

4.1 Setor leptônico do modelo I

Aqui vamos trabalhar com o setor leptônico da Ref.[54]. Este contém, além dos léptons carregados usuais e seus respectivos neutrinos, léptons carregados pesados. Estes se transformam como tripletos de cor, tripletos de sabor e singletos de hipercarga, se são de quiralidade esquerda, e como singletos de cor, singletos de sabor e singletos de hipercarga, se são de quiralidade direita, como é mostrado:

$$\Psi'_{aL} = \begin{pmatrix} \nu'_a \\ e'^{-}_a \\ E'^{+}_a \end{pmatrix}_L \sim (3, 3, 0), \quad e'^{-}_{aR} \sim (1, 1, -1), \quad E'^{+}_{aR} \sim (1, 1, +1), \quad a = 1, 2, 3, \quad (4.1)$$

onde o atributo (') indica que estas quantidades são autoestados da simetria.

A adição de singletos de quiralidade esquerda não *estraga* o cancelamento das anomalias, já que os novos léptons têm carga oposta em relação aos léptons conhecidos [54].

A Lagrangeana do setor de Yukawa é dada por:

$$- \mathcal{L}_Y = h_{ab} \bar{\Psi}'_{aL} e'^{-}_{bR} \rho' + g_{ab} \bar{\Psi}'_{aL} E'^{+}_{bR} \chi' + h.c \quad (4.2)$$

Do mesmo modo como se fez no setor de quarks, vamos dividir esta Lagrangeana segundo

o acoplamento com os bósons escalares carregados correspondentes:

4.1.1 Higgs neutros

Neste setor, temos dois léptons carregados, cujos acoplamentos são:

$$-\mathcal{L}_Y^{e,E} = \sum_{a,b} h_{ab} \bar{e}'_{aL} e'_{bR} \rho^0 + g_{ab} \bar{E}'_{aL} E'_{bR} \chi^0 + h.c. \quad (4.3)$$

Fazendo a quebra correspondente obtemos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{e,E} = & \sum_{a,b} h_{ab} \bar{e}'_{aL} e'_{bR} \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \exp(i\theta_\rho) \left[1 + \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) \right] \\ & + \sum_{a,b} g_{ab} \bar{E}'_{aL} E'_{bR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \exp(i\theta_\chi) \left[1 + \frac{1}{|v_\chi|} (H'_\chi + iI'_\chi) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Redefinindo os campos e'_{bR} e E'_{bR} como mostrado:

$$e''_{bR} \equiv \exp(i\theta_\rho) e'_{bR}, \quad E''_{bR} \equiv \exp(i\theta_\chi) E'_{bR}, \quad (4.5)$$

a Lagrangeana dada pela Eq.(4.4) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{e,E} = & \sum_{a,b} h_{ab} \bar{e}'_{aL} e''_{bR} \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) \right] \\ & + \sum_{a,b} g_{ab} \bar{E}'_{aL} E''_{bR} \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\chi|} (H'_\chi + iI'_\chi) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Para definir a matriz de massa e a matriz de rotação, dos campos da simetria para os campos físicos, dos léptons carregados reescrevemos o setor dos léptons usuais da equação anterior da seguinte forma:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^e = & \{ \bar{e}'_{1L} (h_{11} e''_{1R} + h_{12} e''_{2R} + h_{13} e''_{3R}) + \bar{e}'_{2L} (h_{21} e''_{1R} + h_{22} e''_{2R} + h_{23} e''_{3R}) \\ & + \bar{e}'_{3L} (h_{31} e''_{1R} + h_{32} e''_{2R} + h_{33} e''_{3R}) \} \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) \right]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Na equação anterior temos escrito apenas a parte que corresponde ao elétron, a parte correspondente ao lépton pesado E^+ é similar.

Escrevendo convenientemente a equação anterior obtemos:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^e &= (\bar{e}'_{1L}, \bar{e}'_{2L}, \bar{e}'_{3L}) \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e''_{1R} \\ e''_{2R} \\ e''_{3R} \end{pmatrix} \\
&+ (\bar{e}'_{1L}, \bar{e}'_{2L}, \bar{e}'_{3L}) \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e''_{1R} \\ e''_{2R} \\ e''_{3R} \end{pmatrix} \frac{1}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) + h.c. \quad (4.8)
\end{aligned}$$

A seguir, vamos definir as matrizes ortonormais de rotação que transformam os campos da simetria nos campos físicos, autoestados da massa: e, μ e τ .

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} e'_{1L} \\ e'_{2L} \\ e'_{3L} \end{pmatrix} &\equiv \mathcal{O}_L^e \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_L, & \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_L &\equiv \Psi_{eL}, \\
\begin{pmatrix} e''_{1R} \\ e''_{2R} \\ e''_{3R} \end{pmatrix} &\equiv \mathcal{O}_R^e \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_R, & \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_R &\equiv \Psi_{eR}.
\end{aligned} \quad (4.9)$$

As matrizes $\mathcal{O}_L^e$ e $\mathcal{O}_R^e$ devem ser tais que, além de transformar os campos da simetria nos campos físicos, estas também diagonalizem a matriz Γ^e , que é dada por:

$$\Gamma^e \equiv \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

ou seja:

$$(\mathcal{O}_L^e)^T \Gamma^e \mathcal{O}_R^e \equiv M^e = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau). \quad (4.11)$$

Com as definições feitas nas Eqs.(4.9,4.10 e 4.11), a Eq.(4.8) pode ser escrita como:

$$-\mathcal{L}_Y^e = \bar{\Psi}_{eL} M^e \Psi_{eR} + \bar{\Psi}_{eL} M^e \Psi_{eR} \frac{i}{|v_\rho|} (H'_\rho + iI'_\rho) + h.c. \quad (4.12)$$

Observa-se que $\mathcal{L}_Y^e$ só apresentará violação de CP se tivermos mistura na matriz de massa entre os campos neutros escalares, com autovalores de CP diferentes, como já se disse anteriormente.

Para o setor correspondente ao lépton pesado E^+ , o cálculo é similar, só que agora definimos a matriz Γ^E como:

$$\Gamma^E \equiv \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

e as matrizes de rotação como:

$$\begin{pmatrix} E'_{1L} \\ E'_{2L} \\ E'_{3L} \end{pmatrix} \equiv \mathcal{O}_L^E \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}_L \equiv \Psi_{EL}, \quad (4.14)$$

$$\begin{pmatrix} E''_{1R} \\ E''_{2R} \\ E''_{3R} \end{pmatrix} \equiv \mathcal{O}_R^E \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}_R, \quad \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}_R \equiv \Psi_{ER}.$$

Como já se disse, estas matrizes de rotação diagonalizam a matriz Γ^E , i.e:

$$(\mathcal{O}_L^E)^T \Gamma^E \mathcal{O}_R^E \equiv M^E = \text{diag}(m_{E_1}, m_{E_2}, m_{E_3}). \quad (4.15)$$

Com estas mudanças obtemos para o setor que contém o lépton exótico:

$$-\mathcal{L}_Y^E = \bar{\Psi}_{EL} M^E \Psi_{ER} + \bar{\Psi}_{EL} M^E \Psi_{ER} \frac{1}{|v_\chi|} (H'_\chi + iI'_\chi) + h.c. \quad (4.16)$$

Porém, o comentário sobre a violação de CP é similar ao do setor eletrônico (ver o comentário que acompanha a Eq.(4.12)).

4.1.2 Higgs simplesmente carregados

Neste setor temos:

$$-\mathcal{L}_Y^{\nu-e,E} = \sum_{a,b} h_{ab} \bar{\nu}'_{aL} e'_{bR} \rho'^+ + g_{ab} \bar{\nu}'_{aL} E'_{bR} \chi'^- + h.c. \quad (4.17)$$

Abrindo a equação anterior nos índices a e b obtemos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{\nu-e,E} = & \{ \bar{\nu}'_{1L} (h_{11} e'_{1R} + h_{12} e'_{2R} + h_{13} e'_{3R}) + \bar{\nu}'_{2L} (h_{21} e'_{1R} + h_{22} e'_{2R} + h_{23} e'_{3R}) \\ & + \bar{\nu}'_{3L} (h_{31} e'_{1R} + h_{32} e'_{2R} + h_{33} e'_{3R}) \} \rho'^+ \\ & + \{ \bar{\nu}'_{1L} (g_{11} E'_{1R} + g_{12} E'_{2R} + g_{13} E'_{3R}) + \bar{\nu}'_{2L} (g_{21} E'_{1R} + g_{22} E'_{2R} + g_{23} E'_{3R}) \\ & + \bar{\nu}'_{3L} (g_{31} E'_{1R} + g_{32} E'_{2R} + g_{33} E'_{3R}) \} \chi'^- + h.c. \end{aligned} \quad (4.18)$$

A qual pode ser escrita na forma matricial:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{\nu-e,E} = & \frac{\sqrt{2}}{|\nu_\rho|} (\bar{\nu}'_{1L}, \bar{\nu}'_{2L}, \bar{\nu}'_{3L}) \frac{|\nu_\rho|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e'_{1R} \\ e'_{2R} \\ e'_{3R} \end{pmatrix} \rho'^+ \\ & + \frac{\sqrt{2}}{|\nu_\chi|} (\bar{\nu}'_{1L}, \bar{\nu}'_{2L}, \bar{\nu}'_{3L}) \frac{|\nu_\chi|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E'_{1R} \\ E'_{2R} \\ E'_{3R} \end{pmatrix} \chi'^- + h.c. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Colocando em evidência as fases dos campos já redefinidos obtemos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{\nu-e,E} = & (\bar{\nu}'_{1L}, \bar{\nu}'_{2L}, \bar{\nu}'_{3L}) \Gamma^e \frac{\sqrt{2}}{|\nu_\rho|} \exp(-i\theta_\rho) \begin{pmatrix} e''_{1R} \\ e''_{2R} \\ e''_{3R} \end{pmatrix} \rho'^+ \\ & + (\bar{\nu}'_{1L}, \bar{\nu}'_{2L}, \bar{\nu}'_{3L}) \Gamma^E \frac{\sqrt{2}}{|\nu_\chi|} \exp(-i\theta_\chi) \begin{pmatrix} E''_{1R} \\ E''_{2R} \\ E''_{3R} \end{pmatrix} \chi'^- + h.c. \end{aligned} \quad (4.20)$$

A seguir, fazemos a seguinte definição para o campo do neutrino

$$\begin{pmatrix} \nu'_{1L} \\ \nu'_{2L} \\ \nu'_{3L} \end{pmatrix} \equiv \Psi'_{\nu L}, \quad (4.21)$$

e levando em conta que os neutrinos neste modelo são não massivos, estes não precisam ser diagonalizados como acontece com as outras partículas massivas, e usando as definições já descritas para os campos físicos obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y^{\nu-e,E} = \overline{\Psi}'_{\nu L} \Gamma^e \mathcal{O}_R^e \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \exp(-i\theta_\rho) \rho'^+ + \overline{\Psi}'_{\nu L} \Gamma^E \mathcal{O}_R^E \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} \exp(-i\theta_\chi) \chi'^- + h.c. \quad (4.22)$$

Introduzindo as matrizes identidade $\mathcal{O}_L^e (\mathcal{O}_L^e)^T$ e $\mathcal{O}_L^E (\mathcal{O}_L^E)^T$ convenientemente na equação anterior, podemos escrever:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{\nu-e,E} &= \overline{\Psi}'_{\nu L} \mathcal{O}_L^e (\mathcal{O}_L^e)^T \Gamma^e \mathcal{O}_R^e \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \exp(-i\theta_\rho) \rho'^+ \\ &+ \overline{\Psi}'_{\nu L} \mathcal{O}_L^E (\mathcal{O}_L^E)^T \Gamma^E \mathcal{O}_R^E \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} \exp(-i\theta_\chi) \chi'^- + h.c, \end{aligned} \quad (4.23)$$

e usando as definições das matrizes de massa obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y^{\nu-e,E} = \overline{\Psi}'_{\nu L} \mathcal{O}_L^e M^e \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \exp(-i\theta_\rho) \rho'^+ + \overline{\Psi}'_{\nu L} \mathcal{O}_L^E M^E \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} \exp(-i\theta_\chi) \chi'^- + h.c. \quad (4.24)$$

Como o campo fermiônico de neutrinos é não massivo, pode-se ainda redefinir o campo da simetria dos neutrinos, ou seja:

$$\Psi_{\nu L} \equiv (\mathcal{O}_L^e)^T \Psi'_{\nu L} \exp(i\theta_\rho), \quad (4.25)$$

onde $\Psi_{\nu L}$ é o campo dos neutrinos físicos. Tendo em conta a equação anterior, a Eq.(4.24) pode ser escrita como:

$$-\mathcal{L}_Y^{\nu-e,E} = \overline{\Psi}_{\nu L} M^e \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \rho'^+ + \overline{\Psi}_{\nu L} (\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E M^E \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} \exp(-i\theta_\chi + i\theta_\rho) \chi'^- + h.c. \quad (4.26)$$

Observamos que teremos violação de CP a menos que a fase do campo χ'^- anule a fase que aparece na Lagrangeana quando da rotação aos campos físicos.

4.1.3 Higgs duplamente carregados

Neste setor temos:

$$-\mathcal{L}_Y^{e-E} = \sum_{a,b} h_{ab} \bar{E}'_{aL} e'_{bR} \rho'^{++} + g_{ab} \bar{e}'_{aL} E'_{bR} \chi'^{--} + h.c., \quad (4.27)$$

ou, mais explicitamente:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{e-E} = & \{ \bar{E}'_{1L} (h_{11} e'_{1R} + h_{12} e'_{2R} + h_{13} e'_{3R}) + \bar{E}'_{2L} (h_{21} e'_{1R} + h_{22} e'_{2R} + h_{23} e'_{3R}) \\ & + \bar{E}'_{3L} (h_{31} e'_{1R} + h_{32} e'_{2R} + h_{33} e'_{3R}) \} \rho'^{++} \\ & + \{ \bar{e}'_{1L} (g_{11} E'_{1R} + g_{12} E'_{2R} + g_{13} E'_{3R}) + \bar{e}'_{2L} (g_{21} E'_{1R} + g_{22} E'_{2R} + g_{23} E'_{3R}) \\ & + \bar{e}'_{3L} (g_{31} E'_{1R} + g_{32} E'_{2R} + g_{33} E'_{3R}) \} \chi'^{--} + h.c., \end{aligned} \quad (4.28)$$

a qual pode ser arranjada na forma:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{e-E} = & \frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} (\bar{E}'_{1L}, \bar{E}'_{2L}, \bar{E}'_{3L}) \frac{|v_\rho|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e'_{1R} \\ e'_{2R} \\ e'_{3R} \end{pmatrix} \rho'^{++} \\ & + \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} (\bar{e}'_{1L}, \bar{e}'_{2L}, \bar{e}'_{3L}) \frac{|v_\chi|}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E'_{1R} \\ E'_{2R} \\ E'_{3R} \end{pmatrix} \chi'^{--} + h.c. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Introduzindo os campos já redefinidos anteriormente, obtemos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{e-E} = & (\bar{E}'_{1L}, \bar{E}'_{2L}, \bar{E}'_{3L}) \Gamma^e \frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \exp(-i\theta_\rho) \begin{pmatrix} e''_{1R} \\ e''_{2R} \\ e''_{3R} \end{pmatrix} \rho'^{++} \\ & + \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} (\bar{e}'_{1L}, \bar{e}'_{2L}, \bar{e}'_{3L}) \Gamma^E \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} \exp(-i\theta_\chi) \begin{pmatrix} E''_{1R} \\ E''_{2R} \\ E''_{3R} \end{pmatrix} \chi'^{--} + h.c., \end{aligned} \quad (4.30)$$

e usando as matrizes de rotação já definidas nas Eqs.(4.9 e 4.14), resulta:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{e-E} = & \bar{\Psi}_{EL} (\mathcal{O}_L^E)^T \Gamma^e \mathcal{O}_R^e \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \exp(-i\theta_\rho) \rho'^{++} \\ & + \bar{\Psi}_{eL} (\mathcal{O}_L^e)^T \Gamma^E \mathcal{O}_R^E \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} \exp(-i\theta_\chi) \chi'^{--} + h.c. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Introduzindo as matrizes de massa correspondentes na equação anterior temos:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^{e-E} &= \overline{\Psi}_{eL} (\mathcal{O}_L^E)^T \mathcal{O}_L^e M^e \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \exp(-i\theta_\rho) \rho'^{++} \\
 &+ \overline{\Psi}_{eL} (\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E M^E \Psi_{eR} \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} \exp(-i\theta_\chi) \chi'^{--} + h.c.
 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Os comentários sob a violação de CP serão os mesmos que se seguem a Eq.(4.26).

4.1.4 Setor de gauge

O setor de gauge, que interage com os léptons, neste modelo, é dado pela Lagrangeana [57]:

$$\mathcal{L}_l^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\sum_a \overline{\nu'_{aL}} \gamma^\mu l'_{aL} W_\mu^+ + \overline{E'_{aL}} \gamma^\mu \nu'_{aL} V_\mu^+ + \overline{E'_{aL}} \gamma^\mu l'_{aL} U_\mu^{++} + h.c. \right) \quad (4.33)$$

Setor W^-

Neste setor temos a Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_{l-W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a \overline{\nu'_{aL}} \gamma^\mu l'_{aL} W_\mu^+ + h.c., \quad a = e, \mu \text{ e } \tau, \quad (4.34)$$

que pode ser escrita na forma matricial como:

$$\mathcal{L}_{l-W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\overline{\nu'_{eL}}, \overline{\nu'_{\mu L}}, \overline{\nu'_{\tau L}} \right) \gamma^\mu \begin{pmatrix} e'_e \\ e'_\mu \\ e'_\tau \end{pmatrix}_L W_\mu^+ + h.c. \quad (4.35)$$

Lembrando as definições feitas nas Eqs.(4.9), (4.21) e (4.25) obtemos:

$$\mathcal{L}_{l-W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi'_{\nu L}} \gamma^\mu \Psi'_{eL} W_\mu^+ = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi_{\nu L}} (\mathcal{O}_L^e)^T \exp(i\theta_\rho) \gamma^\mu \mathcal{O}_L^e \Psi_{eL} W_\mu^+ + h.c. \quad (4.36)$$

Tendo em conta que a fase θ_ρ pode ser tomada nula, e que: $(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^e$ é igual a um, obtemos:

$$\mathcal{L}_{l-W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi_{\nu L}} \gamma^\mu \Psi_{eL} W_\mu^+ + h.c. \quad (4.37)$$

Ou seja, neste setor não temos violação de CP .

Setor V^-

Neste setor temos a Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_{l-V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a \overline{E'_{aL}} \gamma^\mu \nu'_{aL} V_\mu^+ + h.c., \quad (4.38)$$

que pode ser escrita na forma matricial como:

$$\mathcal{L}_{l-V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\overline{E'_{eL}}, \overline{E'_{\mu L}}, \overline{E'_{\tau L}} \right) \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}_L V_\mu^+ + h.c.$$

Lembrando as definições feitas nas Eqs.(4.14), (4.21) e (4.25) obtemos:

$$\mathcal{L}_{l-V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi'_{EL}} \gamma^\mu \Psi'_{\nu L} V_\mu^+ = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi_{EL}} \left(\mathcal{O}_L^E \right)^T \gamma^\mu \mathcal{O}_L^e \exp(-i\theta_\rho) \Psi_{\nu L} V_\mu^+ + h.c., \quad (4.39)$$

e tendo em conta que a fase θ_ρ pode ser nula, obtemos:

$$\mathcal{L}_{l-V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi_{EL}} \gamma^\mu \left(\mathcal{O}_L^E \right)^T \mathcal{O}_L^e \Psi_{\nu L} V_\mu^+ + h.c. \quad (4.40)$$

Ou seja, neste setor também não temos violação de CP .

Setor U^{++}

Neste setor temos a Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_{l-U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a \overline{E'_{aL}} \gamma^\mu l'_{aL} U_\mu^{++} + h.c., \quad (4.41)$$

que pode ser escrita na forma matricial como:

$$\mathcal{L}_{l-U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\overline{E'_{eL}}, \overline{E'_{\mu L}}, \overline{E'_{\tau L}} \right) \gamma^\mu \begin{pmatrix} e'_e \\ e'_\mu \\ e'_\tau \end{pmatrix}_L U_\mu^{++} + h.c.$$

Lembrando as definições feitas nas Eqs.(4.9) e (4.14) obtemos:

$$\mathcal{L}_{l-U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi'_{EL}} \gamma^\mu \Psi'_{eL} U_\mu^{++} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi_{EL}} \left(\mathcal{O}_L^E \right)^T \gamma^\mu \mathcal{O}_L^e \Psi_{eL} U_\mu^{++} + h.c., \quad (4.42)$$

ou seja:

$$\mathcal{L}_{l-U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi_{EL}} \gamma^\mu \left(\mathcal{O}_L^E \right)^T \mathcal{O}_L^e \Psi_{eL} U_\mu^{++} + h.c. \quad (4.43)$$

Neste setor também não temos violação de CP .

4.2 Setor leptônico do modelo II

Neste segundo caso, a representação do tripleto leptônico é:

$$f_a = \begin{pmatrix} \nu'_a \\ l_a^- \\ l_a^+ \end{pmatrix} \sim (3, 0), \quad a = e, \mu, \tau. \quad (4.44)$$

O índice a indica a família a qual o lépton pertence. Diferentemente do primeiro modelo, aqui não temos singletos leptônicos direitos.

A Lagrangeana correspondente aos acoplamentos de Yukawa é dada por [31]:

$$-\mathcal{L}_Y^S = \frac{1}{2} g_{ab} \overline{f_{aiR}^c} f_{bjL} S_{ij} + h.c., \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (4.45)$$

Nesta representação, é preciso introduzir o sexteto de escalares S_{ij} para dar massa corretamente aos léptons físicos. Este sexteto de escalares é dado por:

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1'^0 & \frac{1}{\sqrt{2}} h_2'^+ & \frac{1}{\sqrt{2}} h_1^- \\ \frac{1}{\sqrt{2}} h_2'^+ & H_1'^{++} & \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma_2'^0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} h_1'^- & \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma_2'^0 & H_2'^{--} \end{pmatrix} \sim (6^*, 0) \quad (4.46)$$

Como é usual, a linha (') nos campos indica que estes são, no início, autoestados da simetria.

Abrindo a Lagrangeana, dada na Eq.(4.45), nos subíndices a e b , obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y^S = \frac{1}{2} \{ \overline{f_{eiR}^c} (g_{ee} f_{ej} + g_{e\mu} f_{\mu j} + g_{e\tau} f_{\tau j})_L + \overline{f_{\mu iR}^c} (g_{\mu e} f_{ej} + g_{\mu\mu} f_{\mu j} + g_{\mu\tau} f_{\tau j})_L \\ + \overline{f_{\tau iR}^c} (g_{\tau e} f_{ej} + g_{\tau\mu} f_{\mu j} + g_{\tau\tau} f_{\tau j})_L \} S_{ij}. \quad (4.47)$$

Continuando agora com o subíndice i :

$$-\mathcal{L}_Y^S = \frac{1}{2} \left[\overline{f_{e1R}^c} S_{1j} + \overline{f_{e2R}^c} S_{2j} + \overline{f_{e3R}^c} S_{3j} \right] [g_{ee} f_{ej} + g_{e\mu} f_{\mu j} + g_{e\tau} f_{\tau j}]_L \\ + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{\mu 1R}^c} S_{1j} + \overline{f_{\mu 2R}^c} S_{2j} + \overline{f_{\mu 3R}^c} S_{3j} \right] [g_{\mu e} f_{ej} + g_{\mu\mu} f_{\mu j} + g_{\mu\tau} f_{\tau j}]_L \\ + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{\tau 1R}^c} S_{1j} + \overline{f_{\tau 2R}^c} S_{2j} + \overline{f_{\tau 3R}^c} S_{3j} \right] [g_{\tau e} f_{ej} + g_{\tau\mu} f_{\mu j} + g_{\tau\tau} f_{\tau j}]_L. \quad (4.48)$$

Finalmente, abrindo para o subíndice j , obtemos explicitamente:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^S = & \frac{1}{2} \left[\overline{f_{e1R}^c} S_{11} + \overline{f_{e2R}^c} S_{21} + \overline{f_{e3R}^c} S_{31} \right] [g_{ee} f_{e1} + g_{e\mu} f_{\mu1} + g_{e\tau} f_{\tau1}]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{e1R}^c} S_{12} + \overline{f_{e2R}^c} S_{22} + \overline{f_{e3R}^c} S_{32} \right] [g_{ee} f_{e2} + g_{e\mu} f_{\mu2} + g_{e\tau} f_{\tau2}]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{e1R}^c} S_{13} + \overline{f_{e2R}^c} S_{23} + \overline{f_{e3R}^c} S_{33} \right] [g_{ee} f_{e3} + g_{e\mu} f_{\mu3} + g_{e\tau} f_{\tau3}]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{\mu1R}^c} S_{11} + \overline{f_{\mu2R}^c} S_{21} + \overline{f_{\mu3R}^c} S_{31} \right] [g_{\mu e} f_{e1} + g_{\mu\mu} f_{\mu1} + g_{\mu\tau} f_{\tau1}]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{\mu1R}^c} S_{12} + \overline{f_{\mu2R}^c} S_{22} + \overline{f_{\mu3R}^c} S_{32} \right] [g_{\mu e} f_{e2} + g_{\mu\mu} f_{\mu2} + g_{\mu\tau} f_{\tau2}]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{\mu1R}^c} S_{13} + \overline{f_{\mu2R}^c} S_{23} + \overline{f_{\mu3R}^c} S_{33} \right] [g_{\mu e} f_{e3} + g_{\mu\mu} f_{\mu3} + g_{\mu\tau} f_{\tau3}]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{\tau1R}^c} S_{11} + \overline{f_{\tau2R}^c} S_{21} + \overline{f_{\tau3R}^c} S_{31} \right] [g_{\tau e} f_{e1} + g_{\tau\mu} f_{\mu1} + g_{\tau\tau} f_{\tau1}]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{\tau1R}^c} S_{12} + \overline{f_{\tau2R}^c} S_{22} + \overline{f_{\tau3R}^c} S_{32} \right] [g_{\tau e} f_{e2} + g_{\tau\mu} f_{\mu2} + g_{\tau\tau} f_{\tau2}]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{f_{\tau1R}^c} S_{13} + \overline{f_{\tau2R}^c} S_{23} + \overline{f_{\tau3R}^c} S_{33} \right] [g_{\tau e} f_{e3} + g_{\tau\mu} f_{\mu3} + g_{\tau\tau} f_{\tau3}]_L.
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

Identificando cada termo da equação anterior com seus respectivos campos dados pelas Eqs.(4.44) e (4.46), obtemos:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^S = & \frac{1}{2} \left[\overline{\nu_{eR}^c} \sigma_1'^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{e_R^c} h_2'^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{e_R^c} h_1'^- \right] [g_{ee} \nu_e' + g_{e\mu} \nu_\mu' + g_{e\tau} \nu_\tau']_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\nu_{eR}^c} h_2'^+ + \overline{e_R^c} H_1'^{++} + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{e_R^c} \sigma_2'^0 \right] [g_{ee} e'^- + g_{e\mu} \mu'^- + g_{e\tau} \tau'^-]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\nu_{eR}^c} h_1'^- + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{e_R^c} \sigma_2'^0 + \overline{e_R^c} H_2'^{--} \right] [g_{ee} e'^+ + g_{e\mu} \mu'^+ + g_{e\tau} \tau'^+]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{\nu_{\mu R}^c} \sigma_1'^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mu_R^c} h_2'^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mu_R^c} h_1'^- \right] [g_{\mu e} \nu_e' + g_{\mu\mu} \nu_\mu' + g_{\mu\tau} \nu_\tau']_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\nu_{\mu R}^c} h_2'^+ + \overline{\mu_R^c} H_1'^{++} + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mu_R^c} \sigma_2'^0 \right] [g_{\mu e} e'^- + g_{\mu\mu} \mu'^- + g_{\mu\tau} \tau'^-]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\nu_{\mu R}^c} h_1'^- + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mu_R^c} \sigma_2'^0 + \overline{\mu_R^c} H_2'^{--} \right] [g_{\mu e} e'^+ + g_{\mu\mu} \mu'^+ + g_{\mu\tau} \tau'^+]_L \\
 & + \frac{1}{2} \left[\overline{\nu_{\tau R}^c} \sigma_1'^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\tau_R^c} h_2'^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\tau_R^c} h_1'^- \right] [g_{\tau e} \nu_e' + g_{\tau\mu} \nu_\mu' + g_{\tau\tau} \nu_\tau']_L
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\tau R}} h_2'^+ + \overline{\tau'_R} H_1'^{++} + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\tau'_R} \sigma_2'^0 \right] [g_{\tau e} e'^- + g_{\tau \mu} \mu'^- + g_{\tau \tau} \tau'^-]_L \\
& + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\tau R}} h_1'^- + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\tau'_R} \sigma_2'^0 + \overline{\tau'_R} H_2'^{--} \right] [g_{\tau e} e'^+ + g_{\tau \mu} \mu'^+ + g_{\tau \tau} \tau'^+]_L. \quad (4.50)
\end{aligned}$$

Vamos juntar os termos, de maneira que a mesma possa ser escrita na forma matricial, como se fez na seção anterior: $-\mathcal{L}_Y^S =$

$$\begin{aligned}
& \frac{\sigma_2'^0}{2\sqrt{2}} \left\{ (\overline{e'^-}, \overline{\mu'^-}, \overline{\tau'^-}) \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e'^- \\ \mu'^- \\ \tau'^- \end{pmatrix}_L + (\overline{e'^+}, \overline{\mu'^+}, \overline{\tau'^+}) \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e'^+ \\ \mu'^+ \\ \tau'^+ \end{pmatrix}_L \right\} \\
& + \frac{h_2'^+}{2\sqrt{2}} \left\{ (\overline{e'^+}, \overline{\mu'^+}, \overline{\tau'^+}) \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}_L + (\overline{\nu'_{eR}}, \overline{\nu'_{\mu R}}, \overline{\nu'_{\tau R}}) \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e'^- \\ \mu'^- \\ \tau'^- \end{pmatrix}_L \right\} \\
& + \frac{h_1'^-}{2\sqrt{2}} \left\{ (\overline{e'^-}, \overline{\mu'^-}, \overline{\tau'^-}) \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}_L + (\overline{\nu'_{eR}}, \overline{\nu'_{\mu R}}, \overline{\nu'_{\tau R}}) \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e'^+ \\ \mu'^+ \\ \tau'^+ \end{pmatrix}_L \right\} \\
& + (\overline{\nu'_{eR}}, \overline{\nu'_{\mu R}}, \overline{\nu'_{\tau R}}) \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}_L \frac{\sigma_1'^0}{2} + (\overline{e'^+}, \overline{\mu'^+}, \overline{\tau'^+}) \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e'^- \\ \mu'^- \\ \tau'^- \end{pmatrix}_L \frac{H_1'^{++}}{2} \\
& + (\overline{e'^-}, \overline{\mu'^-}, \overline{\tau'^-}) \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e'^+ \\ \mu'^+ \\ \tau'^+ \end{pmatrix}_L \frac{H_2'^{--}}{2} + h.c. \quad (4.51)
\end{aligned}$$

Fazendo as seguintes definições:

$$\Gamma^g \equiv \frac{|v_\sigma|}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{\mu e} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{\tau e} & g_{\tau\mu} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} e'^- \\ \mu'^- \\ \tau'^- \end{pmatrix}_L \equiv \Psi'_{eL}, \quad \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}_L \equiv \Psi'_{\nu L}, \quad (4.52)$$

e, tendo em conta as propriedades:

$$\overline{l'_{aR}} l'_{bL} = \overline{l'_{bR}} l'_{aL}, \quad \overline{l'_{aR}} l_{bL} = \overline{l'_{bL}} l'_{aR},$$

podemos juntar alguns termos da Eq.(4.51) para obter:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^S = & \frac{1}{|v_\sigma|} \sigma_2^0 \overline{\Psi'_{eR}} \Gamma^g \Psi'_{eL} + \frac{1}{|v_\sigma|} h_2'^+ \overline{\Psi'_{\nu R}} \Gamma^g \Psi'_{eL} + \frac{1}{|v_\sigma|} h_1'^- \overline{\Psi'_{eR}} \Gamma^g \Psi'_{\nu L} \\ & + \frac{\sqrt{2}}{2|v_\sigma|} \sigma_1^0 \overline{\Psi'_{\nu R}} \Gamma^g \Psi'_{\nu L} + \frac{\sqrt{2}}{2|v_\sigma|} H_1'^{++} \overline{\Psi'_{eR}} \Gamma^g \Psi'_{eL} + \frac{\sqrt{2}}{2|v_\sigma|} H_2'^{--} \overline{\Psi'_{eR}} \Gamma^g \Psi'_{eL}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

A seguir, vamos separar estes termos segundo seja o seu acoplamento com os bósons escalares.

4.2.1 Higgs neutros

Neste setor temos os termos:

$$-\mathcal{L}_Y^{SN} = \frac{1}{|v_\sigma|} \sigma_2^0 \overline{\Psi'_{eR}} \Gamma^g \Psi'_{eL} + \frac{\sqrt{2}}{2|v_\sigma|} \sigma_1^0 \overline{\Psi'_{\nu R}} \Gamma^g \Psi'_{\nu L}. \quad (4.54)$$

Parametrizando o campo σ_2^0 segundo:

$$\sigma_2^0 \longrightarrow v_\sigma \left(1 + \frac{H'_\sigma + iX'_\sigma}{|v_\sigma|} \right), \quad (4.55)$$

obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y^{SN} = \exp(i\theta_\sigma) \overline{\Psi'_{eR}} \Gamma^g \Psi'_{eL} + \exp(i\theta_\sigma) \overline{\Psi'_{eR}} \Gamma^g \Psi'_{eL} \frac{(H'_\sigma + iX'_\sigma)}{|v_\sigma|} + \frac{\sqrt{2}}{2|v_\sigma|} \sigma_1^0 \overline{\Psi'_{\nu R}} \Gamma^g \Psi'_{\nu L} \quad (4.56)$$

Redefinindo as fases dos léptons carregados direitos, assim como feito para os quarks:

$$\begin{pmatrix} e''^- \\ \mu''^- \\ \tau''^- \end{pmatrix}_R \equiv \exp(i\theta_\sigma) \begin{pmatrix} e'^- \\ \mu'^- \\ \tau'^- \end{pmatrix}_R \quad \text{ou, na notação compacta} \quad \Psi''_{eR} \equiv \exp(-i\theta_\sigma) \Psi'_{eR}, \quad (4.57)$$

e substituindo esta definição na Eq.(4.56) obtém-se:

$$-\mathcal{L}_Y^{SN} = \overline{\Psi''_{eR}} \Gamma^g \Psi'_{eL} + \overline{\Psi''_{eR}} \Gamma^g \Psi'_{eL} \frac{(H'_\sigma + iX'_\sigma)}{|v_\sigma|} + \frac{\sqrt{2}}{2|v_\sigma|} \sigma_1^0 \overline{\Psi'_{\nu R}} \Gamma^g \Psi'_{\nu L}. \quad (4.58)$$

A seguir, vamos definir as matrizes de rotação, ortogonais, que levam dos campos da simetria aos campos físicos:

$$\Psi'_{eL} = \mathcal{O}_L^e \Psi_{eL}, \quad \Psi''_{eR} = \mathcal{O}_R^e \Psi_{eR}, \quad (4.59)$$

onde as matrizes de rotação $\mathcal{O}_L^e$ e $\mathcal{O}_R^e$, diagonalizam a matriz Γ^g dada pela Eq.(4.52):

$$(\mathcal{O}_R^e)^T \Gamma^g \mathcal{O}_L^e \equiv M^e. \quad (4.60)$$

Tendo em conta estas definições, a Lagrangeana dada pela Eq.(4.58) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{SN} = & \overline{\Psi}_{eR} M^e \Psi_{eL} + \overline{\Psi}_{eR} M^e \Psi_{eL} \frac{1}{|v_\sigma|} (H'_\sigma + iX'_\sigma) \\ & + \sigma_1'^0 \frac{\overline{\Psi}_{\nu R}^{\prime c}}{2|v_\sigma|} \frac{\sqrt{2}}{2} \mathcal{O}_R^e M^e (\mathcal{O}_L^e)^T \Psi'_{\nu L}. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Lembrando que os campos dos neutrinos ainda não foram redefinidos (tendo em conta que eles são não massivos), podemos aproveitar para fazer a seguinte redefinição:

$$\Psi_{\nu L} \equiv (\mathcal{O}_L^e)^T \Psi'_{\nu L}, \quad \text{e logo } \Psi_{\nu R}^c \equiv (\mathcal{O}_L^e)^T \Psi_{\nu R}^{\prime c}. \quad (4.62)$$

Com estas mudanças temos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{SN} = & \overline{\Psi}_{eR} M^e \Psi_{eL} + \overline{\Psi}_{eR} M^e \Psi_{eL} \frac{1}{|v_\sigma|} (H'_\sigma + iX'_\sigma) \\ & + \sigma_1'^0 \frac{\overline{\Psi}_{\nu R}^c}{2|v_\sigma|} \frac{\sqrt{2}}{2} \mathcal{O}_L^e \mathcal{O}_R^e M^e \Psi_{\nu L}. \end{aligned} \quad (4.63)$$

As fases dos léptons carregados de quiralidade direita ficam ainda livres.

Este setor é livre de violação de CP , a menos que a matriz de massa dos campos neutros misture os campos H'_σ e X'_σ .

4.2.2 Higgs simplesmente carregados

Neste setor temos:

$$-\mathcal{L}_Y^{SC} = \frac{1}{|v_\sigma|} h_2'^+ \overline{\Psi}_{\nu R}^{\prime c} \Gamma^g \Psi'_{eL} + \frac{1}{|v_\sigma|} h_1'^- \overline{\Psi}_{eR}' \Gamma^g \Psi'_{\nu L}. \quad (4.64)$$

Colocando a fase do campo carregado esquerdo, redefinido na Eq.(4.57), em evidência:

$$-\mathcal{L}_Y^{SC} = \frac{1}{|v_\sigma|} h_2'^+ \overline{\Psi}_{\nu R}^{\prime c} \Gamma^g \Psi'_{eL} + \frac{\exp(-i\theta_\sigma)}{|v_\sigma|} h_1'^- \overline{\Psi}_{eR}'' \Gamma^g \Psi'_{\nu L}, \quad (4.65)$$

e usando as definições feitas nas Eqs.(4.59) e (4.60) obtemos:

$$\mathcal{L}_Y^{SC} = h_2'^+ \overline{\Psi}_{\nu R}^c \frac{1}{|v_\sigma|} \mathcal{O}_R^e M^e (\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^e \Psi_{eL} + h_1'^- \exp(-i\theta_\sigma) \frac{1}{|v_\sigma|} \overline{\Psi}_{eR} (\mathcal{O}_R^e)^T \mathcal{O}_R^e M^e (\mathcal{O}_L^e)^T \Psi'_{\nu L}.$$

Usando a propriedade das matrizes ortogonais:

$$(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^e = (\mathcal{O}_R^e)^T \mathcal{O}_R^e = 1, \quad (4.66)$$

a expressão anterior resulta em:

$$-\mathcal{L}_Y^{SC} = h_2'^+ \overline{\Psi}_{\nu R}^c \frac{1}{|v_\sigma|} \mathcal{O}_R^e M^e \Psi_{eL} + h_1'^- \exp(-i\theta_\sigma) \frac{1}{|v_\sigma|} \overline{\Psi}_{eR} M^e (\mathcal{O}_L^e)^T \Psi'_{\nu L} \quad (4.67)$$

Usando a redefinição do campo do neutrino feita na Eq.(4.62) obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y^{SC} = h_2'^+ \overline{\Psi}_{\nu R}^c \frac{1}{|v_\sigma|} \mathcal{O}_L^e \mathcal{O}_R^e M^e \Psi_{eL} + h_1'^- \exp(-i\theta_\sigma) \frac{1}{|v_\sigma|} \overline{\Psi}_{eR} M^e \Psi_{\nu L} \quad (4.68)$$

Se tentarmos absorver a fase com o neutrino conjugado, no primeiro termo da equação anterior, isto *estragaria* o setor da Lagrangeana que contém a parte neutra, Eq.(4.63), não apenas na parte que contém ao neutrino, mas também, na parte que contém os léptons carregados.

Então, neste setor temos violação de CP a menos que a fase do bóson carregado $h_2'^+$, quando *girado* aos campos físicos, anule a fase presente neste setor.

4.2.3 Higgs duplamente carregados

Temos, nesta parte, os seguintes acoplamentos:

$$-\mathcal{L}_Y^{SCC} = \frac{\sqrt{2}}{|v_\sigma|} H_1'^{++} \overline{\Psi}_{eR}^c \Gamma^g \Psi'_{eL} + \frac{\sqrt{2}}{|v_\sigma|} H_2'^{--} \overline{\Psi}'_{eR} \Gamma^g \Psi_{eL}^c. \quad (4.69)$$

Introduzindo a matriz de massa e os campos já redefinidos e, tendo em conta que:

$$\overline{\Psi}_R^c \Psi_L = \exp(-2i\theta_\sigma) \overline{\Psi}_R^c \Psi'_L, \quad \Psi'_{eL} \equiv \mathcal{O}_L^e \Psi_{eL} \longrightarrow \Psi_{eR}^c \equiv \mathcal{O}_L^e \Psi_{eR}^c, \quad (4.70)$$

escrevemos a Eq.(4.69) na forma compacta:

$$-\mathcal{L}_Y^{SCC} = \frac{\sqrt{2}}{|v_\sigma|} H_1'^{++} \overline{\Psi}_{eR}^c (\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_R^e M^e (\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^e \Psi_{eL}$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{|v_\sigma|} H_2'^{--} \exp(-2i\theta_\sigma) \overline{\Psi}_{eR} (\mathcal{O}_R^e)^T \mathcal{O}_R^e M^e (\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_R^e \Psi_{eL}. \quad (4.71)$$

Usando a relação de ortogonalidade da Eq.(4.66) obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y^{SCC} = \frac{\sqrt{2}}{|v_\sigma|} H_1'^{++} \overline{\Psi}_{eR} (\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_R^e M^e \Psi_{eL} + \frac{\sqrt{2}}{|v_\sigma|} H_2'^{--} \exp(-2i\theta_\sigma) \overline{\Psi}_{eR} M^e (\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_R^e \Psi_{eL}. \quad (4.72)$$

De tal modo que as observações sob violação de CP , feitas ao pé da Eq.(4.68), são válidas para $H_1'^{++}$.

4.2.4 Setor de gauge

O setor de gauge que interage com os léptons neste modelo é dada pela Lagrangeana [57]:

$$\mathcal{L}_l^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\sum_a \overline{\nu'_{aL}} \gamma^\mu l'_{aL} W_\mu^+ + \overline{l'_{aL}} \gamma^\mu \nu'_{aL} V_\mu^+ + \overline{l'_{aL}} \gamma^\mu l'_{aL} U_\mu^{++} + h.c. \right) \quad (4.73)$$

Setor W^-

Neste setor temos a Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_{l-W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a \overline{\nu'_{aL}} \gamma^\mu l'_{aL} W_\mu^+ + h.c., \quad a = e, \mu \text{ e } \tau \quad (4.74)$$

que pode ser escrita na forma matricial como:

$$\mathcal{L}_{l-W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\overline{\nu'_{eL}}, \overline{\nu'_{\mu L}}, \overline{\nu'_{\tau L}} \right) \gamma^\mu \begin{pmatrix} e'_e \\ e'_\mu \\ e'_\tau \end{pmatrix}_L W_\mu^+ + h.c. \quad (4.75)$$

Lembrando as definições feitas nas Eqs.(4.52, 4.59 e 4.62) obtemos:

$$\mathcal{L}_{l-W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi}'_{\nu L} \gamma^\mu \Psi'_{eL} W_\mu^+ = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi}_{\nu L} (\mathcal{O}_L^e)^T \gamma^\mu \mathcal{O}_L^e \Psi_{eL} W_\mu^+ + h.c. \quad (4.76)$$

Tendo em conta que: $(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^e$ é igual a um, obtemos:

$$\mathcal{L}_{l-W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi}_{\nu L} \gamma^\mu \Psi_{eL} W_\mu^+ + h.c. \quad (4.77)$$

Ou seja, neste setor não temos violação de CP .

Setor V^-

Neste setor temos a Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_{l-V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a \overline{l'_{aL}} \gamma^\mu \nu'_{aL} V_\mu^+ + h.c., \quad (4.78)$$

que pode ser escrita na forma matricial como:

$$\mathcal{L}_{l-V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\overline{l'_{eL}}, \overline{l'_{\mu L}}, \overline{l'_{\tau L}} \right) \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}_L V_\mu^+ + h.c.$$

Lembrando as definições feitas nas Eqs.(4.52, 4.57 e 4.62) obtemos:

$$\mathcal{L}_{l-V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \exp(i\theta_\sigma) \overline{\Psi_{eL}^{lc}} \gamma^\mu \Psi'_{\nu L} V_\mu^+ = -\frac{g}{\sqrt{2}} \exp(i\theta_\sigma) \overline{\Psi_{eL}^c} (O_R^e)^T \gamma^\mu O_L^e \Psi_{\nu L} V_\mu^+ + h.c. \quad (4.79)$$

A qual pode ser escrita como:

$$\mathcal{L}_{l-V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \exp(i\theta_\sigma) \overline{\Psi_{eL}^c} \gamma^\mu (O_R^e)^T O_L^e \Psi_{\nu L} V_\mu^+ + h.c. \quad (4.80)$$

Ou seja, neste setor também temos violação de CP .

Setor U^{++}

Neste setor temos a Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_{l-U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a \overline{l'_{aL}} \gamma^\mu l'_{aL} U_\mu^{++} + h.c., \quad (4.81)$$

que pode ser escrita na matricialmente como:

$$\mathcal{L}_{l-U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\overline{l'_{eL}}, \overline{l'_{\mu L}}, \overline{l'_{\tau L}} \right) \gamma^\mu \begin{pmatrix} e'_e \\ e'_\mu \\ e'_\tau \end{pmatrix}_L U_\mu^{++} + h.c.,$$

e que, lembrando as definições feitas nas Eqs.(4.57) e (4.59), resulta:

$$\mathcal{L}_{l-U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{\Psi_{eL}^{lc}} \gamma^\mu \Psi'_{eL} U_\mu^{++} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \exp(i\theta_\sigma) \overline{\Psi_{eL}^c} (O_R^e)^T \gamma^\mu O_L^e \Psi_{eL} U_\mu^{++} + h.c., \quad (4.82)$$

ou seja:

$$\mathcal{L}_{l-U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \exp(i\theta_\sigma) \overline{\Psi}_{eL}^c \gamma^\mu (\mathcal{O}_R^e)^T \mathcal{O}_L^e \Psi_{eL} U_\mu^{++} + h.c. \quad (4.83)$$

Neste setor temos violação de CP .

Capítulo 5

Violação de CP num modelo 3-3-1 com três tripletos e um sexteto escalares

Neste modelo, o conteúdo dos tripletos de léptons é diferente daquele do primeiro modelo, por isso precisamos acrescentar um sexteto de bósons escalares com a finalidade de poder gerar massa corretamente a estes léptons. Tendo agora este sexteto, além dos três tripletos originais do modelo anterior, vamos construir o potencial mais geral que inclua estas quatro representações.

O potencial mais geral que invariante local pelo grupo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ é dado por [44]:

$$V = V^{(2)} + V^{(3)} + V^{(4a)} + V^{(4b)} + V^{(4c)} + V^{(4d)} + V^{(4d)}, \quad (5.1)$$

onde:

$$V^{(2)} = \mu_1^2 \chi^\dagger \chi + \mu_2^2 \eta^\dagger \eta + \mu_3^2 \rho^\dagger \rho + \mu_4^2 \text{Tr} \mathbf{S}^\dagger \mathbf{S},$$

$$V^{(3)} = \alpha_1 \chi \rho \eta + \alpha_2 \chi^\dagger \mathbf{S}^\dagger \rho + \alpha_3 \eta^\dagger \mathbf{S}^\dagger \eta + \alpha_4 \mathbf{S} \mathbf{S} \mathbf{S} + h.c.,$$

$$\begin{aligned} V^{(4a)} = & a_1 (\chi^\dagger \chi)^2 + a_2 (\eta^\dagger \eta)^2 + a_3 (\rho^\dagger \rho)^2 + a_4 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) + a_5 (\chi^\dagger \chi) (\rho^\dagger \rho) \\ & + a_6 (\rho^\dagger \rho) (\eta^\dagger \eta) + a_7 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + a_8 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) + a_9 (\rho^\dagger \eta) (\eta^\dagger \rho) \\ & + [a_{10} (\chi^\dagger \eta) (\rho^\dagger \eta) + h.c.], \end{aligned}$$

$$V^{(4b)} = b_1 \chi \mathbf{S} \chi^\dagger \eta + b_2 \rho \mathbf{S} \rho^\dagger \eta + b_3 \chi \mathbf{S} \eta^\dagger \rho + b_4 \eta \mathbf{S} \eta^\dagger \eta + h.c.,$$

$$V^{(4c)} = c_1 \eta \eta \mathbf{S} \mathbf{S} + c_2 \chi \rho \mathbf{S} \mathbf{S} + h.c.,$$

$$V^{(4d)} = d_1 (\chi^\dagger \chi) \text{Tr} (\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S}) + d_2 \chi^\dagger \mathbf{S} \mathbf{S}^\dagger \chi + d_3 (\eta^\dagger \eta) \text{Tr} (\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S}) + d_4 \eta^\dagger \mathbf{S} \mathbf{S}^\dagger \eta \\ + d_5 (\rho^\dagger \rho) \text{Tr} (\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S}) + d_6 \rho^\dagger \mathbf{S} \mathbf{S}^\dagger \rho,$$

$$V^{(4e)} = e_1 [\text{Tr} (\mathbf{S} \mathbf{S}^\dagger)]^2 + e_2 \text{Tr} (\mathbf{S} \mathbf{S}^\dagger \mathbf{S} \mathbf{S}^\dagger).$$

(5.2)

As representações dos tripletos são dadas por:

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{3}, -1), \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{3}, 1), \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{3}, 0). \quad (5.3)$$

Estes multipletos já foram apresentados no primeiro modelo. O sexteto, que é o novo multipletto, tem a seguinte representação:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & \frac{1}{\sqrt{2}} h_2^- & \frac{1}{\sqrt{2}} h_1^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}} h_2^- & H_1^{--} & \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma_2^0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} h_1^+ & \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma_2^0 & H_2^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{6}, 0). \quad (5.4)$$

Obervamos que além dos termos que tínhamos no potencial do anterior modelo, agora temos aqueles que são gerados pelos acoplamentos com o sexteto. Assim, também temos uma maior quantidade de termos não hermitianos que serão importantes na análise dos vínculos dos **VEVs** [30]. Neste modelo, consideramos todos os parâmetros do potencial como sendo reais, já que, como será visto mais adiante, aqui teremos a possibilidade de ter violação espontânea de CP (*a la* T. D. Lee)

Prosseguindo, como se fez no capítulo anterior, fazemos a expansão do potencial ao redor dos valores mínimos esperados do vácuo:

$$\eta^0 \rightarrow \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{H_\eta + iX_\eta}{|v_\eta|} \right], \quad \rho^0 \rightarrow \frac{v_\rho}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{H_\rho + iX_\rho}{|v_\rho|} \right] \\ \chi^0 \rightarrow \frac{v_\chi}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{H_\chi + iX_\chi}{|v_\chi|} \right], \quad \sigma^0 \rightarrow \frac{v_\sigma}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{H_\sigma + iX_\sigma}{|v_\sigma|} \right], \quad (5.5)$$

com a finalidade de obter as equações de vínculo que estes devem satisfazer.

As equações de vínculo correspondentes são:

$$\begin{aligned}
 H_X : \{ & \frac{a_4 |v_\eta|^2 |v_x|}{2} + \frac{a_5 |v_\rho|^2 |v_x|}{2} + \frac{d_1 |v_\sigma|^2 |v_x|}{2} + \frac{d_2 |v_\sigma|^2 |v_x|}{4} \\
 & + \mu_1^2 |v_x| + a_1 |v_x|^3 - \frac{b_1 |v_x| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2}} - \frac{b_1 |v_x| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2}} + \frac{\alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_x|} \\
 & + \frac{\alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_x|} + \frac{\alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_x|} + \frac{\alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_x|} \} = 0,
 \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned}
 H_\eta : \{ & a_2 |v_\eta|^3 + \frac{a_6 |v_\eta| |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_3 |v_\eta| |v_\sigma|^2}{2} + |v_\eta| \mu_2^2 + \frac{a_4 |v_\eta| |v_x|^2}{2} \\
 & + \frac{b_2 |v_\rho|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta|} - \frac{b_1 |v_x|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta|} - \frac{c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\eta|} + \frac{b_2 |v_\rho|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta|} \\
 & - \frac{b_1 |v_x|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta|} - \frac{c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\eta|} + \frac{\alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\eta|} + \frac{\alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta|} \} = 0,
 \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned}
 H_\rho : \{ & \frac{a_6 |v_\eta|^2 |v_\rho|}{2} + a_3 |v_\rho|^3 + \frac{d_5 |v_\rho| |v_\sigma|^2}{2} + \frac{d_6 |v_\rho| |v_\sigma|^2}{4} + |v_\rho| \mu_3^2 \\
 & + \frac{a_5 |v_\rho| |v_x|^2}{2} + \frac{b_2 |v_\rho| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2}} + \frac{b_2 |v_\rho| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2}} + \frac{\alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\rho|} \\
 & + \frac{\alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho|} + \frac{\alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\rho|} + \frac{\alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho|} \} = 0,
 \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned}
 H_\sigma : \{ & \frac{d_3 |v_\eta|^2 |v_\sigma|}{2} + \frac{d_5 |v_\rho|^2 |v_\sigma|}{2} + \frac{d_6 |v_\rho|^2 |v_\sigma|}{4} + e_1 |v_\sigma|^3 + \frac{e_2 |v_\sigma|^3}{2} \\
 & + |v_\sigma| \mu_4^2 + \frac{d_1 |v_\sigma| |v_x|^2}{2} + \frac{d_2 |v_\sigma| |v_x|^2}{4} + \frac{b_2 |v_\rho|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\sigma|} \\
 & - \frac{b_1 |v_x|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\sigma|} - \frac{c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\sigma|} + \frac{b_2 |v_\rho|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\sigma|} - \frac{b_1 |v_x|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\sigma|} \\
 & - \frac{c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\sigma|} + \frac{\alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\sigma|} + \frac{\alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\sigma|} \} = 0,
 \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$F_X : \{ \frac{i \alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_x|} + \frac{i \alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_x|} - \frac{i \alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_x|} - \frac{i \alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_x|} \} = 0, \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned}
 F_\eta : \{ & \frac{i b_2 |v_\rho|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta|} - \frac{i b_1 |v_x|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta|} - \frac{i c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\eta|} - \frac{i b_2 |v_\rho|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta|} \\
 & + \frac{i b_1 |v_x|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta|} + \frac{i c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\eta|} + \frac{i \alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\eta|} - \frac{i \alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta|} \} = 0,
 \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$F_\rho : \left\{ \frac{i \alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\rho|} + \frac{i \alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho|} - \frac{i \alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\rho|} - \frac{i \alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho|} \right\} = 0, \quad (5.12)$$

$$F_\sigma : \left\{ \frac{i b_2 |v_\rho|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\sigma|} - \frac{i b_1 |v_x|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\sigma|} - \frac{i c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\sigma|} - \frac{i b_2 |v_\rho|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\sigma|} \right. \\ \left. + \frac{i b_1 |v_x|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\sigma|} + \frac{i c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\sigma|} - \frac{i \alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\sigma|} + \frac{i \alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\sigma|} \right\} = 0, \quad (5.13)$$

Assim como no caso dos três tripletos, esperamos que destas oito equações (da Eq.5.6 até Eq.5.13) algumas sejam repetidas. Isto é necessário para poder obter uma solução não trivial. Por exemplo, observamos que as Eqs.(5.10) e (5.12), assim como as Eqs.(5.11) e (5.13), são iguais.

5.1 Matrizes de massa

A seguir, vamos construir as matrizes de massa correspondentes aos campos neutros, simplesmente carregados e duplamente carregados. As matrizes em questão são hermitianas devido ao fato que o potencial dado pela Eq.(5.1) é hermitiano. Devido à extensão dos elementos de matriz, nas matrizes de massa, vamos abandonar momentaneamente a notação matricial. Assim, fazendo uso da hermiticidade, vamos escrever apenas os elementos m_{ij} com $j \geq i$. Também, nestes, as condições impostas pelos vínculos não serão ainda introduzidas.

5.1.1 Campos neutros

A matriz de massa para os campos neutros na base $(H_\eta, H_\rho, H_\chi, H_S, F_\eta, F_\rho, F_\chi, F_S)$ é formada pelos elementos:

$$m_{11} = 3 a_2 |v_\eta|^2 + \frac{a_6 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_3 |v_\sigma|^2}{2} + \mu_2^2 + \frac{a_4 |v_x|^2}{2} \\ - \frac{c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\eta|^2} - \frac{c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\eta|^2}$$

$$m_{12} = a_6 |v_\eta| |v_\rho| + \frac{b_2 |v_\rho| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2} |v_\eta|} + \frac{b_2 |v_\rho| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2} |v_\eta|} + \frac{\alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_\rho|} + \frac{\alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_\rho|}$$

$$m_{13} = a_4 |v_\eta| |v_x| - \frac{b_1 |v_x| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2} |v_\eta|} - \frac{b_1 |v_x| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2} |v_\eta|} + \frac{\alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_x|} + \frac{\alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_x|}$$

$$m_{14} = d_3 |v_\eta| |v_\sigma| + \frac{b_2 |v_\rho|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} - \frac{b_1 |v_x|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} - \frac{c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{|v_\eta| |v_\sigma|} + \frac{b_2 |v_\rho|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} - \frac{b_1 |v_x|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} - \frac{c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{|v_\eta| |v_\sigma|}$$

$$m_{15} = \frac{-i c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\eta|^2} + \frac{i c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\eta|^2}$$

$$m_{16} = \frac{i \alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_\rho|} - \frac{i \alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_\rho|}$$

$$m_{17} = \frac{i \alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_x|} - \frac{i \alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_x|}$$

$$m_{18} = \frac{i b_2 |v_\rho|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} - \frac{i b_1 |v_x|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} - \frac{i c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{|v_\eta| |v_\sigma|} - \frac{i b_2 |v_\rho|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} + \frac{i b_1 |v_x|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} + \frac{i c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{|v_\eta| |v_\sigma|}$$

$$m_{22} = \frac{a_6 |v_\eta|^2}{2} + 3 a_3 |v_\rho|^2 + \frac{d_5 |v_\sigma|^2}{2} + \frac{d_6 |v_\sigma|^2}{4} + \mu_3^2 + \frac{a_5 |v_x|^2}{2} + \frac{b_2 v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2}} + \frac{b_2 v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{23} = a_5 |v_\rho| |v_x| + \frac{\alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\rho| |v_x|} + \frac{\alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho| |v_x|} + \frac{\alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\rho| |v_x|} + \frac{\alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho| |v_x|}$$

$$m_{24} = d_5 |v_\rho| |v_\sigma| + \frac{d_6 |v_\rho| |v_\sigma|}{2} + \frac{b_2 |v_\rho| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2} |v_\sigma|} + \frac{b_2 |v_\rho| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2} |v_\sigma|} + \frac{\alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho| |v_\sigma|} + \frac{\alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho| |v_\sigma|}$$

$$m_{25} = \frac{i b_2 |v_\rho| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2} |v_\eta|} - \frac{i b_2 |v_\rho| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2} |v_\eta|} + \frac{i \alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_\rho|} - \frac{i \alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_\rho|}$$

$$m_{26} = 0$$

$$m_{27} = \frac{i \alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\rho| |v_x|} + \frac{i \alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho| |v_x|} - \frac{i \alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\rho| |v_x|} - \frac{i \alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho| |v_x|}$$

$$m_{28} = \frac{i b_2 |v_\rho| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2} |v_\sigma|} - \frac{i b_2 |v_\rho| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2} |v_\sigma|} - \frac{i \alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho| |v_\sigma|} + \frac{i \alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho| |v_\sigma|}$$

$$m_{33} = \frac{a_4 |v_\eta|^2}{2} + \frac{a_5 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_1 |v_\sigma|^2}{2} + \frac{d_2 |v_\sigma|^2}{4} + \mu_1^2 + 3 a_1 |v_x|^2 - \frac{b_1 v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2}} - \frac{b_1 v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{34} = d_1 |v_\sigma| |v_x| + \frac{d_2 |v_\sigma| |v_x|}{2} - \frac{b_1 |v_x| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2} |v_\sigma|} - \frac{b_1 |v_x| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2} |v_\sigma|} \\ + \frac{\alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\sigma| |v_x|} + \frac{\alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\sigma| |v_x|}$$

$$m_{35} = \frac{-i b_1 |v_x| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2} |v_\eta|} + \frac{i b_1 |v_x| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2} |v_\eta|} + \frac{i \alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_x|} \\ - \frac{i \alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_x|}$$

$$m_{36} = \frac{i \alpha_1 v_\eta v_\rho v_x}{2\sqrt{2} |v_\rho| |v_x|} + \frac{i \alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho| |v_x|} - \frac{i \alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\rho| |v_x|} \\ - \frac{i \alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho| |v_x|}$$

$$m_{37} = 0$$

$$m_{38} = \frac{-i b_1 |v_x| v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2} |v_\sigma|} + \frac{i b_1 |v_x| v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2} |v_\sigma|} - \frac{i \alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\sigma| |v_x|} \\ + \frac{i \alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\sigma| |v_x|}$$

$$m_{44} = \frac{d_3 |v_\eta|^2}{2} + \frac{d_5 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_6 |v_\rho|^2}{4} + 3 e_1 |v_\sigma|^2 + \frac{3 e_2 |v_\sigma|^2}{2} \\ + \mu_4^2 + \frac{d_1 |v_x|^2}{2} + \frac{d_2 |v_x|^2}{4} - \frac{c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\sigma|^2} - \frac{c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\sigma|^2}$$

$$m_{45} = \frac{i b_2 |v_\rho|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} - \frac{i b_1 |v_x|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} - \frac{i c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{|v_\eta| |v_\sigma|} \\ - \frac{i b_2 |v_\rho|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} + \frac{i b_1 |v_x|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} + \frac{i c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{|v_\eta| |v_\sigma|}$$

$$m_{46} = \frac{i \alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho| |v_\sigma|} - \frac{i \alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho| |v_\sigma|}$$

$$m_{47} = \frac{i \alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\sigma| |v_x|} - \frac{i \alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\sigma| |v_x|}$$

$$m_{48} = \frac{-i c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\sigma|^2} + \frac{i c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\sigma|^2}$$

$$m_{55} = a_2 |v_\eta|^2 + \frac{a_6 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_3 |v_\sigma|^2}{2} + \mu_2^2 + \frac{a_4 |v_x|^2}{2} \\ + \frac{c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\eta|^2} + \frac{c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\eta|^2}$$

$$m_{56} = \frac{-(\alpha_1 v_\eta v_\rho v_x)}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_\rho|} - \frac{\alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_\rho|}$$

$$m_{57} = \frac{-(\alpha_1 v_\eta v_\rho v_x)}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_x|} - \frac{\alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\eta| |v_x|}$$

$$m_{58} = \frac{-(b_2 |v_\rho|^2 v_\eta v_\sigma)}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} + \frac{b_1 |v_x|^2 v_\eta v_\sigma}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} + \frac{c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{|v_\eta| |v_\sigma|} \\ - \frac{b_2 |v_\rho|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} + \frac{b_1 |v_x|^2 v_\eta^* v_\sigma^*}{4\sqrt{2} |v_\eta| |v_\sigma|} + \frac{c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{|v_\eta| |v_\sigma|}$$

$$m_{66} = \frac{a_6 |v_\eta|^2}{2} + a_3 |v_\rho|^2 + \frac{d_5 |v_\sigma|^2}{2} + \frac{d_6 |v_\sigma|^2}{4} + \mu_3^2 \\ + \frac{a_5 |v_x|^2}{2} + \frac{b_2 v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2}} + \frac{b_2 v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{67} = \frac{-(\alpha_1 v_\eta v_\rho v_x)}{2\sqrt{2} |v_\rho| |v_x|} - \frac{\alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho| |v_x|} - \frac{\alpha_1 v_\eta^* v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2} |v_\rho| |v_x|} \\ - \frac{\alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho| |v_x|}$$

$$m_{68} = \frac{\alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\rho| |v_\sigma|} + \frac{\alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\rho| |v_\sigma|}$$

$$m_{77} = \frac{a_4 |v_\eta|^2}{2} + \frac{a_5 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_1 |v_\sigma|^2}{2} + \frac{d_2 |v_\sigma|^2}{4} \\ + \mu_1^2 + a_1 |v_x|^2 - \frac{b_1 v_\eta v_\sigma}{2\sqrt{2}} - \frac{b_1 v_\eta^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{78} = \frac{\alpha_2 v_\rho v_\sigma^* v_x}{4 |v_\sigma| |v_x|} + \frac{\alpha_2 v_\rho^* v_\sigma v_x^*}{4 |v_\sigma| |v_x|}$$

$$m_{88} = \frac{d_3 |v_\eta|^2}{2} + \frac{d_5 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_6 |v_\rho|^2}{4} + e_1 |v_\sigma|^2 + \frac{e_2 |v_\sigma|^2}{2} \\ + \mu_4^2 + \frac{d_1 |v_x|^2}{2} + \frac{d_2 |v_x|^2}{4} + \frac{c_1 v_\eta^2 v_\sigma^2}{2 |v_\sigma|^2} + \frac{c_1 v_\eta^{*2} v_\sigma^{*2}}{2 |v_\sigma|^2}$$

5.1.2 Campos simplesmente carregados.

A matriz de massa dos campos simplesmente carregados na base $(\eta_1^+, \rho^+, \eta_2^+, \chi^+, h_1^+, h_2^+)^T$ é formada por:

$$m_{11} = a_2 |v_\eta|^2 + \frac{a_6 |v_\rho|^2}{2} + \frac{a_9 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_3 |v_\sigma|^2}{2} + \frac{d_4 |v_\sigma|^2}{4} \\ + \mu_2^2 + \frac{a_4 |v_x|^2}{2}$$

$$m_{12} = \frac{a_9 v_\eta^* v_\rho^*}{2} - \frac{b_2 v_\rho^* v_\sigma}{2\sqrt{2}} - \frac{\alpha_1 v_x}{\sqrt{2}}$$

$$m_{13} = \alpha_3 v_\sigma^* + \frac{a_{10} v_\rho^* v_x^*}{2}$$

$$m_{14} = \frac{a_{10} v_\eta v_\rho^*}{2} - \frac{b_3 c v_\rho^* v_\sigma^*}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{15} = \frac{b_1 |v_x|^2}{2\sqrt{2}} + c_1 v_\eta v_\sigma + \frac{d_4 v_\eta^* v_\sigma^*}{4}$$

$$m_{16} = \alpha_3 v_\eta + \frac{b_3 c v_\rho^* v_x^*}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{22} = \frac{a_6 |v_\eta|^2}{2} + \frac{a_9 |v_\eta|^2}{2} + a_3 |v_\rho|^2 + \frac{d_5 |v_\sigma|^2}{2} + \mu_3^2 + \frac{a_5 |v_x|^2}{2}$$

$$m_{23} = \frac{a_{10} v_\eta v_x^*}{2} - \frac{b_3 c v_\sigma^* v_x^*}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{24} = \frac{a_{10} v_\eta^2}{2} - \frac{c_2 v_\sigma^{*2}}{2}$$

$$m_{25} = \frac{b_2 v_\eta v_\rho}{2\sqrt{2}} + \frac{d_6 v_\rho v_\sigma^*}{4} + \frac{\alpha_2 v_x^*}{2}$$

$$m_{26} = \frac{-(b_3 c v_\eta v_x^*)}{2\sqrt{2}} + \frac{c_2 v_\sigma^* v_x^*}{2}$$

$$m_{33} = a_2 |v_\eta|^2 + \frac{a_6 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_3 |v_\sigma|^2}{2} + \frac{d_4 |v_\sigma|^2}{4} + \mu_2^2 + \frac{a_4 |v_x|^2}{2} + \frac{a_7 |v_x|^2}{2}$$

$$m_{34} = -\frac{\alpha_1 v_\rho^*}{\sqrt{2}} + \frac{a_7 v_\eta v_x}{2} + \frac{b_1 v_\sigma^* v_x}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{35} = \alpha_3 v_\eta^* + \frac{b_3 v_\rho v_x}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{36} = \frac{-(b_2 |v_\rho|^2)}{2\sqrt{2}} + \frac{d_4 v_\eta v_\sigma}{4} + c_1 v_\eta^* v_\sigma^*$$

$$m_{44} = \frac{a_4 |v_\eta|^2}{2} + \frac{a_7 |v_\eta|^2}{2} + \frac{a_5 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_1 |v_\sigma|^2}{2} + \mu_1^2 + a_1 |v_x|^2$$

$$m_{45} = \frac{-\left(b_3 v_\eta^* v_\rho\right)}{2\sqrt{2}} + \frac{c_2 v_\rho v_\sigma}{2}$$

$$m_{46} = \frac{\alpha_2 v_\rho}{2} - \frac{b_1 v_\eta^* v_x^*}{2\sqrt{2}} + \frac{d_2 v_\sigma v_x^*}{4}$$

$$m_{55} = \frac{d_3 |v_\eta|^2}{2} + \frac{d_4 |v_\eta|^2}{4} + \frac{d_5 |v_\rho|^2}{2} + e_1 |v_\sigma|^2 + \frac{e_2 |v_\sigma|^2}{2} \\ + \mu_4^2 + \frac{d_1 |v_x|^2}{2} + \frac{d_2 |v_x|^2}{4}$$

$$m_{56} = \frac{\alpha_4 v_\sigma^*}{2} + \frac{c_2 v_\rho^* v_x^*}{2}$$

$$m_{66} = \frac{d_3 |v_\eta|^2}{2} + \frac{d_4 |v_\eta|^2}{4} + \frac{d_5 |v_\rho|^2}{2} + \frac{d_6 |v_\rho|^2}{4} + e_1 |v_\sigma|^2 \\ + \frac{e_2 |v_\sigma|^2}{2} + \mu_4^2 + \frac{d_1 |v_x|^2}{2}$$

5.1.3 Campos duplamente carregados

A matriz de massa dos campos duplamente carregados na base $(\rho^{++}, \chi^{++}, H_1^{++}, H_2^{++})$ é dada por:

$$m_{11} = \frac{1}{2}a_6 |v_\eta|^2 + a_3 |v_\rho|^2 + \frac{1}{2}d_5 |v_\sigma|^2 + \frac{1}{4}d_6 |v_\sigma|^2 + \mu_3^2 \\ + \frac{1}{2}a_5 |v_x|^2 + \frac{1}{2}a_8 |v_x|^2 - \frac{1}{2\sqrt{2}}b_2 v_\eta v_\sigma - \frac{1}{2\sqrt{2}}b_2 v_\eta^* v_\sigma^*$$

$$m_{12} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\alpha_1 v_\eta^* + \frac{1}{2}\alpha_2 v_\sigma + \frac{1}{2}a_8 v_\rho v_x$$

$$m_{13} = -\frac{1}{2}b_2 v_\eta^* v_\rho + \frac{1}{2\sqrt{2}}d_6 v_\rho v_\sigma$$

$$m_{14} = \frac{1}{2}b_2 v_\eta v_\rho + \frac{1}{2\sqrt{2}}d_6 v_\rho v_\sigma^* + \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha_2 v_x^*$$

$$m_{22} = \frac{1}{2}a_4 |v_\eta|^2 + \frac{1}{2}a_5 |v_\rho|^2 + \frac{1}{2}a_8 |v_\rho|^2 + \frac{1}{2}d_1 |v_\sigma|^2 + \frac{1}{4}d_2 |v_\sigma|^2 \\ + \mu_1^2 + a_1 |v_x|^2 + \frac{1}{2\sqrt{2}}b_1 v_\eta v_\sigma + \frac{1}{2\sqrt{2}}b_1 v_\eta^* v_\sigma^*$$

$$m_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha_2 v_\rho - \frac{1}{2}b_1 v_\eta^* v_x^* + \frac{1}{2\sqrt{2}}d_2 v_\sigma v_x^*$$

$$m_{24} = \frac{1}{2}b_1 v_\eta v_x^* + \frac{1}{2\sqrt{2}}d_2 v_\sigma^* v_x^*$$

$$m_{33} = \frac{1}{2}d_3 |v_\eta|^2 + \frac{1}{2}d_5 |v_\rho|^2 + \frac{1}{2}d_6 |v_\rho|^2 + e_1 |v_\sigma|^2 + e_2 |v_\sigma|^2 + \mu_4^2 \\ + \frac{1}{2}d_1 |v_x|^2$$

$$m_{34} = c_1 v_\eta^2 + \frac{1}{2}e_2 v_\sigma^{*2}$$

$$m_{44} = \frac{1}{2}d_3 |v_\eta|^2 + \frac{1}{2}d_5 |v_\rho|^2 + e_1 |v_\sigma|^2 + e_2 |v_\sigma|^2 + \mu_4^2 + \frac{1}{2}d_1 |v_x|^2 \\ + \frac{1}{2}d_2 |v_x|^2$$

Como estamos interessados na conservação do número F definido no capítulo (2), devemos identificar o valor deste número para os campos que constituem o sexteto, desta maneira, alguns termos nas matrizes de massas e nos vínculos não serão considerados.

O passo seguinte será colocar corretamente os vínculos nas matrizes de massa, de maneira análoga como se fez com os três tripletos, para poder diagonalizá-las. Uma vez feita a diagonalização se procede a identificação dos campos escalares físicos da teoria e com estes voltamos a calcular os **MDEs** neste modelo.

O detalhe interessante deste modelo é que ele pode apresentar violação de CP do tipo espontânea no setor escalar [56]. Isto é devido ao aparecimento da fase θ_σ fazendo com que o vínculo, neste caso, seja dado por $\theta_x + \theta_\sigma$.

Capítulo 6

Fenomenologia

Juntamente com o **MDE** do nêutron, o **MDE** do elétron e do múon são os melhor estudados experimentalmente. No **MP**, o **MDE** destas partículas resulta ser bem pequeno, como já se disse na introdução, para o elétron é 8×10^{-41} e cm, e para o múon é de 2×10^{-38} e cm. Esses valores estão 13 ordens de magnitude abaixo dos limites superiores experimentais atuais [16]. Por isso, uma medição experimental do **MDE** dentro desta diferença poderia indicar uma nova física além do **MP**.

6.1 O **MDE** dos léptons massivos

No **3-3-1**, no modelo que contém apenas três tripletos escalares, vimos que tínhamos violação de CP nos setores simples e duplamente carregados. O setor simplesmente carregado não contribui ao **MDE** das partículas por ser o neutrino do modelo não massivo. Este não é o caso para o setor duplamente carregado, o qual leva em conta os léptons carregados conhecidos e os exóticos .

A seguir, no âmbito deste modelo calcularemos o **MDE** destas partículas. Este modelo foi trabalhado no capítulo (2), na parte que contém o potencial escalar, e no capítulo (3) na parte que contém a interação de Yukawa.

Inicialmente, vamos considerar o **MDE** do elétron .

Do capítulo (3), a interação de Yukawa dos léptons com os escalares duplamente carregados é dada por:

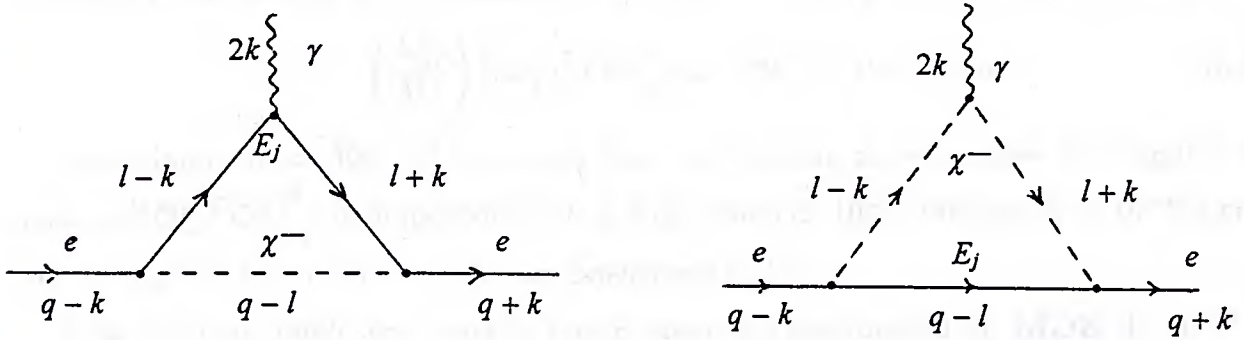
$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^{e-E} = & \frac{\sqrt{2}}{|v_\rho|} \bar{\Psi}_{EL} (\mathcal{O}_L^E)^T \mathcal{O}_L^e M^e \Psi_{eR} \rho'^{++} \\
 & + \frac{\sqrt{2}}{|v_\chi|} \exp(-i\theta_\chi) \bar{\Psi}_{eL} (\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E M^E \Psi_{ER} \chi'^{--} + h.c.,
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

onde já temos usado a invariância de gauge sob o grupo $SU(3)$ para anular a fase θ_ρ .

Os bósons escalares que aparecem na equação anterior são ainda autoestados da simetria. A mudança de base será feita através da Eq.(2.10) do capítulo (2).

No capítulo (2) mostramos que ao mudar à base física, temos, no fim, apenas um Higgs físico e um Goldstone, os quais são chamados de X^{++} e G^{++} respectivamente. Também, temos provado no capítulo (3) que não é possível absorver todas as fases na densidade Lagrangeana do modelo. Por isso, temos a presença da fase na Eq.(6.1).

A seguinte figura mostra as contribuições ao **MDE** do elétron neste modelo:



onde E_j denota a contribuição do correspondente férmion exótico j .

Do apêndice (B), junto com os acoplamentos que se obtém da Lagrangeana dada pela Eq.(6.1), pode se mostrar a seguinte fórmula para o **MDE** do elétron.

$$d_e = -\frac{em_e}{64\pi^2 m_X^2} \sqrt{2} M_W^2 G_F \mathcal{O}_{ee} \sin(-2\theta_\chi), \tag{6.2}$$

onde a massa do Higgs X^{++} é denotada por m_X .

Para obter a fórmula anterior, temos assumido conhecidos os vértices que acoplam os escalares com os léptons e com os bósons vetoriais (estes são dados nas Refs. ([54]) e ([59]).

O termo O_{ee} que aparece na equação anterior é definido por:

$$O_{ee} \equiv \sum_j \left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{ej}^2 \frac{4m_{E_j}^2}{M_U^2} \left[F_+(m_{E_j}) + F_-(m_{E_j}) \right]. \quad (6.3)$$

O valor da expressão $F_\pm(m_{E_j})$ é dado no apêndice (B), e neste caso tem a forma:

$$F_\pm(m_{E_j}) = -\frac{m_X^2}{2m_e^2} \ln \left(\frac{m_X^2}{m_{E_j}^2} \right) + \frac{m_X^2}{2m_e^2} (m_X^2 \pm m_e^2 - m_{E_j}^2) \Delta^{-1} \ln \left(\frac{m_{E_j}^2 + m_X^2 - m_e^2 + \Delta}{m_{E_j}^2 + m_X^2 - m_e^2 - \Delta} \right), \quad (6.4)$$

onde Δ é dado por

$$\Delta \equiv (m_X^2 + m_{E_j}^2 - m_e^2) (m_X^2 - m_e^2 - m_{E_j}^2). \quad (6.5)$$

Ao escrever a Eq.(6.2) temos usado a relação $M_U^2 = (g^2/4) (|v_\chi^2| + |v_\rho^2|)$ e $G_F/\sqrt{2} = g^2/8M_W^2$, onde M_U é a massa do bóson vetorial duplamente carregado U^{++} presente no modelo.

Para léptons pesados não degenerados os ângulos de mistura aparecem na Eq.(6.3). Por exemplo, a contribuição de E_1 usando $m_{E_1} = 50$ GeV, com $m_X = 100$ GeV [10] é dada por:

$$d_e \approx - \left(\frac{M_W^2}{M_U^2} \right) \left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{e1}^2 \sin(-2\theta_\chi) \times 10^{-17} \text{ e cm}. \quad (6.6)$$

Assumindo $M_U = 300$ GeV, e que o fator que contém as expressões dos ângulos de mistura $\left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{e1}^2$, incluindo $\sin(-2\theta_\chi)$, é da ordem de 10^{-8} , obtemos $d_e \approx 10^{-27}$ e cm, que é compatível com o limite superior experimental [10].

Para o múon, tendo em conta o limite superior experimental do **MDE** de 10^{-19} e cm, e assumindo uma hierarquia de massas de tal modo que $m_{E_2} \sim 100 m_{E_1}$, obtemos o vínculo correspondente $\left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{\mu 2}^2 \sin(-2\theta_\chi) \leq 10^{-6}$, onde temos também assumido que o termo com $j = 2$ é o termo dominante. Para o lépton tau, uma expressão similar pode ser encontrada [67], lembrando que os dados experimentais fornecem apenas limites superiores.

Olhando para a Eq.(6.2), pode-se mostrar a seguinte relação:

$$\frac{d_\mu}{d_e} = \frac{m_e \sum_j \left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{\mu j}^2 m_{E_j}^2 \ln(m_\chi^2/m_{E_j}^2)}{m_\mu \sum_j \left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{ej}^2 m_{E_j}^2 \ln(m_\chi^2/m_{E_j}^2)}, \quad (6.7)$$

onde temos feito uso da aproximação:

$$F_+(m_{E_j}) = F_-(m_{E_j}) \equiv F(m_{E_j}) \simeq -\frac{m_\chi^2}{2m_l^2} \ln(m_\chi^2/m_{E_j}^2). \quad (6.8)$$

Tendo em conta o limite superior experimental do elétron e do múon, considerando apenas os termos dominantes nas somatórias da Eq.(6.7), encontramos a relação:

$$\left| \frac{\left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{\mu 2} m_{E_2}}{\left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{e 1} m_{E_1}} \right| \approx 10^4 \sqrt{\frac{m_\mu}{m_e}} \approx 10^5, \quad (6.9)$$

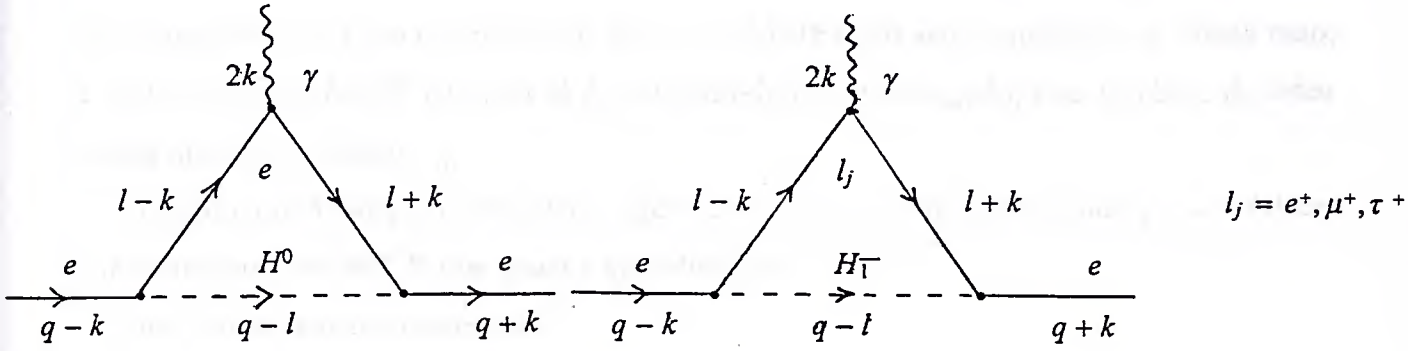
onde em primeira aproximação, cancelamos o fator $\ln(m_\chi^2/m_{E_j}^2)$ entre o numerador e o denominador por ser este lentamente variável, mesmo para apreciáveis diferenças de massa entre os E_j .

Algo similar encontra-se para o lépton tau:

$$\left| \frac{\left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{\tau 3} m_{E_3}}{\left[(\mathcal{O}_L^e)^T \mathcal{O}_L^E \right]_{e 1} m_{E_1}} \right| \approx 10^5 \sqrt{\frac{m_\tau}{m_e}} \approx 10^6 \quad (6.10)$$

Estes valores são razoáveis, tendo em mente aquilo que se poderia esperar para uma matriz do tipo **CKM**, *i.e.*, esta será praticamente diagonal. Note-se que a presença dos ângulos de mistura e dos léptons exóticos permite evitar a restritiva relação $d_i/d_j \propto m_i/m_j$. Entretanto, devemos lembrar que as relações (6.9) e (6.10) foram obtidas usando os valores dos limites superiores para os **MDEs** dos léptons, fornecidos pelas experiências, a título de ilustração.

No modelo que, além dos três tripletos, contém um sexteto de bósons escalares como é mostrado no capítulo (5), observa-se que é possível ter as seguintes contribuições ao **MDE** das partículas fundamentais.



Aqui, os prováveis vértices que contribuem ao MDE estão dados por (ver capítulo 4):
no setor neutro:

$$-\mathcal{L}_Y^{SN} = \overline{\Psi}_{eR} M^e \Psi_{eL} \frac{1}{|v_\sigma|} (H'_\sigma + iX'_\sigma) + h.c. \quad (6.11)$$

No setor simplesmente carregado não temos contribuição ao MDE porque este setor contém o neutrino e este por ser não massivo faz com que o MDE correspondente seja nulo.

No setor duplamente carregado é possível ter contribuições ao MDE. Os vértices que contribuem neste caso são dados por (ver capítulo 4):

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{SCC} = & \frac{\sqrt{2}}{|v_\sigma|} H_1'^{++} \exp(-2i\theta_\sigma) \overline{\Psi}_{eR}^c (O_L^e)^T O_R^e M^e \Psi_{eL} \\ & + \frac{\sqrt{2}}{|v_\sigma|} H_2'^{--} \overline{\Psi}_{eR} M^e (O_L^e)^T O_R^e \Psi_{eL}^c + h.c. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Note-se que nesta parte temos nos referido às *possíveis* contribuições do sexteto. Isto deve-se ao fato de que efetivamente não temos diagonalizado os campos escalares nem analisado detalhadamente as restrições impostas pelos vínculos, neste caso. O maior número de campos e parâmetros introduzidos pelo sexteto faz com que as matrizes e expressões não sejam facilmente tratados. Este programa será retomado oportunamente.

6.2 Contribuições ao MDE do nêutron

O cálculo do MDE do nêutron pode ser feito usando as aproximações usadas na literatura [39], quer dizer, ele é uma combinação linear dos MDEs dos seus constituintes. Neste caso, a contribuição ao MDE virá não só do setor duplamente carregado, mas também do setor simplesmente carregado.

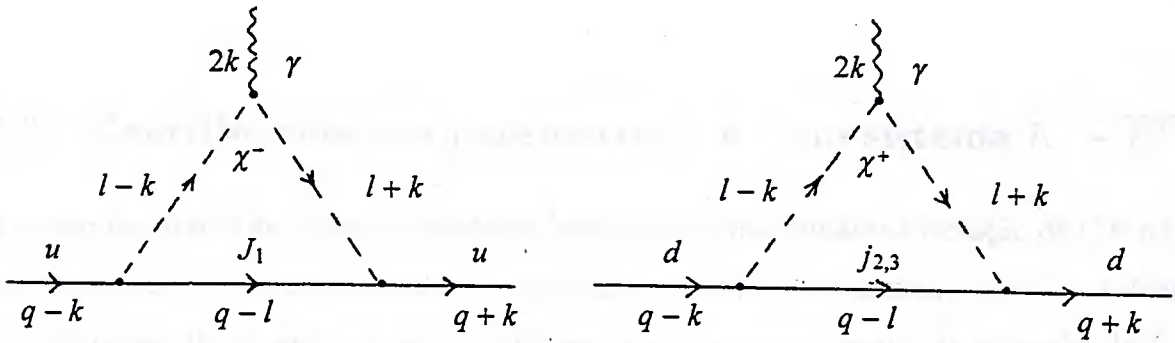
Segundo o modelo que contém três tripletos no setor escalar, observamos que os vértices que contribuem ao MDE dos quarks *up* e *down* são:

Setor simplesmente carregado

$$-\mathcal{L}_Y^J = \bar{J}_{1L} \sum_{\alpha} G_{1\alpha} U''_{\alpha R} \eta_2'^+ + \lambda_1 \bar{u}'_{1L} J''_{1R} \exp(-i\theta_x) \chi'^- \quad (6.13)$$

$$+ \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{d}''_{iL} j''_{mR} \exp(i\theta_x) \chi'^+ + h.c.$$

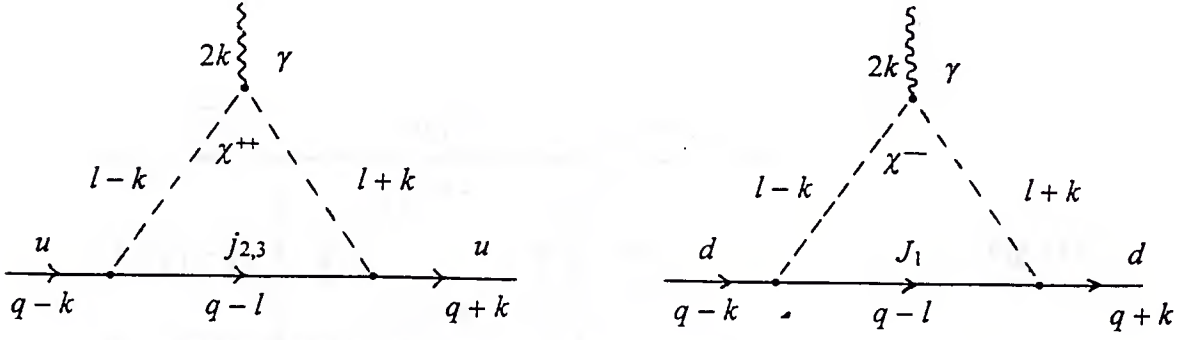
Os diagramas neste caso são:



Setor duplamente carregado

$$-\mathcal{L}_Y^{J-x} = \lambda_1 \bar{d}'_{1L} J''_{1R} \exp(-i\theta_x) \chi'^{-} + \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{u}''_{iL} J''_{mR} \exp(i\theta_x) \chi'^{++} + h.c. \quad (6.14)$$

Os diagramas correspondentes são:



Observe-se que aqui estamos considerando a situação em que $\text{Im}(\alpha v_\chi v_\rho v_\eta) = 0$ e que duas das fases associadas aos **VEVs** podem ser tomadas nulas pela invariância local $SU(3)_L$ do potencial escalar.

Aqui, mostramos qualitativamente as contribuições deste modelo ao **MDE** do nêutron. Não faremos o cálculo quantitativo neste trabalho, entretanto, observamos que os resultados de tal estudo, quando confrontados com os dados experimentais, fornecerão vínculos nos parâmetros do modelo [67]

6.3 Contribuições aos parâmetros ε e ε' no sistema $K^0 - \bar{K}^0$

No setor de quarks de ambos os modelos, observou-se que tínhamos violação de CP no setor que acopla os bósons escalares com os quarks exóticos. Desta maneira, pode-se calcular as contribuições destes vértices aos parâmetros ε e ε' que dão conta da violação de CP no sistema $K^0 - \bar{K}^0$.

Na referência [56] faz-se o cálculo para estes parâmetros no **(3-3-1)** tendo em conta o modelo que contém três tripletos e um sexteto no setor escalar.

No modelo que só contém três tripletos, no setor escalar, os diagramas envolvidos que contém a parte imaginária da teoria efetiva são:

No setor simplesmente carregado temos os vértices:

$$-\mathcal{L}_Y^J = \sum_{i,m} \lambda_{im} \bar{d}_{iL}'' j_{mR}'' \exp(i\theta_\chi) \chi'^+ + h.c., \quad (6.15)$$

os quais dão origem aos diagramas:

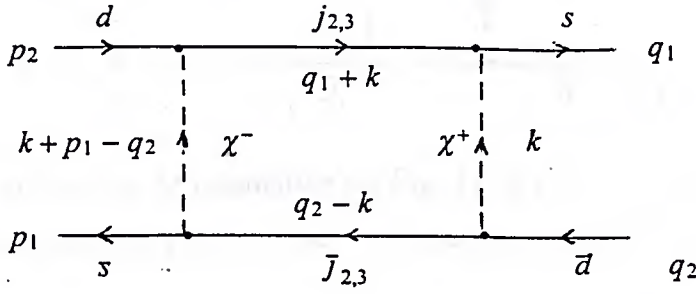


Fig. (1)

No setor duplamente carregado temos os vértices:

$$-\mathcal{L}_Y^J = \lambda_1 \vec{d}_{1L}' J_{1R}'' \exp(-i\theta_\chi) \chi'^{--} + h.c., \quad (6.16)$$

os quais geram os diagramas:

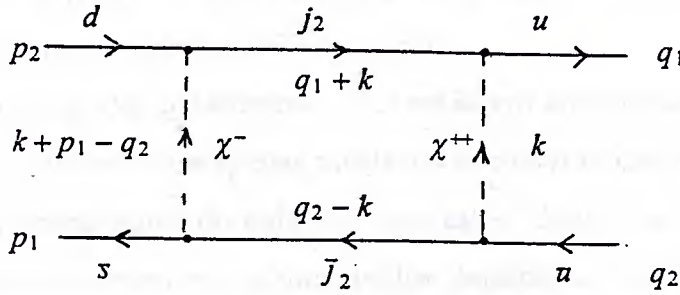


Fig. (2)

Finalmente, temos a mistura de ambos os vértices, os quais geram os diagramas:

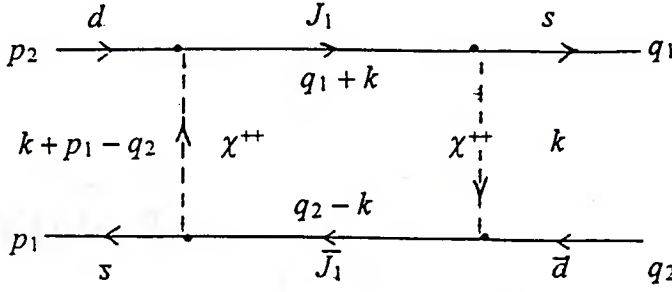


Fig. (3)

A atribuição de momentos na Fig. (2) e (3) é a mesma que a da Fig. (1).

Estes parâmetros ε e ε' são calculados segundo as definições [38]:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}\Delta M} \exp\left(\frac{1}{4}i\pi\right) [\text{Im } M_{12} + 2\xi M_{12}], \quad (6.17)$$

$$\varepsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(i\varphi) \left[\frac{\text{Im } A_2}{\text{Re } A_0} - \frac{\text{Re } A_2}{\text{Re } A_0} \xi \right], \quad (6.18)$$

onde

$$\xi = \frac{\text{Im } A_0}{\text{Re } A_0}. \quad (6.19)$$

Nas três equações anteriores, M_{12} são os elementos fora da diagonal da matriz de massa no sistema $K^0 - \bar{K}^0$, $\Delta M = M_{K_L} - M_{K_S}$ é a diferença de massa entre os káons K_L e K_S , $A_0 \equiv \mathcal{A}(K^0 \rightarrow \pi\pi(I=0))$ e $A_2 \equiv \mathcal{A}(K^0 \rightarrow \pi\pi(I=2))$, alías, φ é perto de $\frac{\pi}{4}$, de maneira que a razão ε'/ε é quase real.

O cálculo dos parâmetros ε e ε' estão em andamento [67].

A pesar de termos apenas mostrado as contribuições ao MDE do nêutron e aos parâmetros ε e ε' , gostaríamos de enfatizar que estes, dentro de certas aproximações, são factíveis. Também, observamos que uma análise detalhada, mostrando a coerência do modelo através da existência de um conjunto de parâmetros que seja compatível com os dados experimentais, nos dois casos, é absolutamente necessária. Aqui, entretanto, não precipitaremos tal análise.

Capítulo 7

Conclusões

O modelo (3-3-1) que contém três tripletos de bósons escalares, mostrado no capítulo (2), pode explicar a violação de CP *a la* Weinberg, quer dizer, alguns parâmetros no potencial são complexos.

Como já se mencionou nesse capítulo, a invariância de gauge local sob o grupo $SU(3)_L$ permite anular duas fases das três que em geral poderiam estar presentes nos três valores esperados complexos do vácuo, ficando como única possibilidade de violação de CP a do tipo *dura* no setor escalar. Isto é devido ao vínculo correspondente a parte imaginária.

As equações de vínculo, em princípio, permitem calcular os **VEVs**, os quais dependerão dos parâmetros presentes no potencial. Estas equações são não lineares e contêm duas variáveis por cada **VEV**. Como o modelo tem três **VEVs** então haverá seis variáveis. Das seis equações de vínculo (uma para cada variável) pelo menos uma tem que ser uma combinação linear das demais para que possa haver um conjunto de soluções não triviais.

No espaço dos parâmetros escolhemos aquelas regiões onde é possível resolver para os **VEVs** de maneira que todos eles sejam complexos. Isto garante a existência de violação de CP do tipo *dura*.

Uma vez feita a quebra com estes **VEVs** complexos da simetria, de $SU(3)_L \times U(1)_Y$ para $U(1)_e$, observamos o aparecimento das fases dos **VEVs** naqueles termos da Lagrangeana que contêm acoplamento com os campos neutros (setor de Yukawa e setor de gauge). O caminho a seguir é parecido com aquele do **MP**, ou seja, usando a propriedade de poder transformar os campos das partículas por uma fase global, redefinimos aqueles campos que podendo absorver a fase do **VEV**, deixa o termo correspondente da Lagrangeana com

invariância sob CP . Isto nos levou a deixar a fase que não pode ser absorvida pela redefinição, naqueles setores da teoria não contidos no MP , desta maneira, não introduzimos nenhuma inconsistência em relação a este último.

Como consequência, obtivemos violação de CP nos setores exóticos da teoria, tanto nos léptons quanto nos quarks. Também, percebemos que o próprio potencial de Higgs apresenta violação de CP .

No setor de gauge não obtivemos violação de CP , desta maneira, a fenomenologia da violação de CP é devida ao setor escalar unicamente.

Na fenomenologia correspondente a este modelo, calculamos os **MDE** dos três léptons massivos conhecidos: elétron, múon e tau, obtendo-se os **MDE** em primeira ordem de correção radiativa (este cálculo encontra-se no apêndice B, feito para vértices que em geral violam CP).

O valor do **MDE** do lépton em questão, dependerá de certos parâmetros da teoria, os quais são ajustados de maneira que este concorde com os dados experimentais.

Por exemplo, no capítulo seis, para o elétron, obtém-se o limite de 10^{-8} para o fator $\sin(2\theta_x) [(\mathcal{O}_L^\varepsilon)^T \mathcal{O}_L^E]_{e1}^2$, algo análogo pode ser feito para os outros léptons massivos. Caberá agora olhar para outros setores da fenomenologia (dispersão, decaimento, etc) para verificar se os valores assumidos anteriormente não são inconsistentes.

Assim, como nas extensões mínimas do MP (com dois, três, dubletos etc), aqui no (3-3-1) é possível ter violação de CP unicamente no setor escalar.

No capítulo cinco, adiciona-se um sexteto de escalares aos três tripletos anteriores, gerando desta maneira um outro potencial (ver Eq.(5.1)). Neste caso, segundo as equações de vínculo, observa-se que temos a possibilidade de ter uma violação do tipo espontânea no setor escalar.

Na referência [56] são calculados os parâmetros ε e ε' no contexto deste modelo, mas para um potencial que não é o mais geral. Neste trabalho, mostramos as matrizes de massa destes campos escalares, as quais, quando diagonalizados, nos permitirão encontrar as novas contribuições ao **MDE** dos léptons massivos. Estas novas contribuições foram mostradas qualitativamente no capítulo (6).

Assim, também, tendo em conta que neste trabalho fazemos uso de um potencial mais

geral que o da referência [56], podemos calcular os parâmetros ε e ε' no sistema $K^0 - \bar{K}^0$ e encontrar vínculos para os parâmetros livres desse potencial. Este programa encontra-se em andamento [67].

Como temos visto, a violação de CP é certamente um assunto intrigante e excitante. Apesar dos dados experimentais existentes e das abordagens atuais, um entendimento mais profundo sobre sua origem é ainda um desafio.

Neste trabalho procuramos mostrar que modelos alternativos ao **MP**, como os chamados **3-3-1**, podem incorporar uma descrição desse fenômeno e realizá-lo de modo elegante, e digamos, em um nível *mais* fundamental, através da violação espontânea no setor escalar. Desafortunadamente este setor é certamente o mais obscuro em todos os modelos. De todo modo, ficamos com a certeza de que um estudo intensivo experimental é de vital importância para guiar e filtrar as teorias, e de que a violação de CP é uma porta para física nova.

Apêndice A

Violação CP na densidade Lagrangeana

Neste apêndice, apenas como exemplo, vamos mostrar como se transformam os campos fermiônicos segundo a operação C . A seguir, listaremos os resultados das operações P , e CP sob este campo fermiônico e os campos escalar e vésorial.

Começaremos pela operação C sob o campo fermiônico Ψ de spin $\frac{1}{2}$ em interação com o campo bosônico A_μ de spin 1, usando o formalismo da primeira quantização.

A equação do campo fermiônico correspondente é:

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu + qA_\mu) - m] \Psi = 0, \quad (\text{A.1})$$

onde q é a carga do elétron ($q < 0$).

Queremos encontrar uma relação entre o campo conjugado Ψ^c que descreve o pósitron, e o campo Ψ que descreve o elétron. Para isso vamos supor que o campo conjugado satisfaça a relação:

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - qA_\mu) - m] \Psi^c = 0. \quad (\text{A.2})$$

Conjugando a Eq.(A.1) obtemos:

$$[-\gamma^{\mu*} (i\partial_\mu - qA_\mu) - m] \Psi^* = 0, \quad (\text{A.3})$$

com o campo bosônico A_μ real.

Vamos definir o operador C da seguinte maneira:

$$-(C\gamma^0) \gamma^{\mu*} \equiv \gamma^\mu (C\gamma^0), \quad (\text{A.4})$$

multiplicando a Eq.(A.3) por $C\gamma^0$ e logo usando a Eq.(A.4) obtemos:

$$\begin{aligned} \left[- (C\gamma^0) \gamma^{\mu*} (i\partial_\mu - qA_\mu) - (C\gamma^0) m \right] \Psi^* &= 0, \\ [\gamma^\mu (i\partial_\mu - qA_\mu) - m] C\gamma^0 \Psi^* &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Se definimos:

$$\Psi^c \equiv C\gamma^0 \Psi^*, \quad (\text{A.6})$$

observamos que temos encontrado a relação procurada. A relação dada pela Eq.(A.6) pode ser simplificada para apresentá-la do modo mais conhecido:

$$\Psi^c = C\bar{\Psi}^T, \quad (\text{A.7})$$

lembrando que temos feito a dedução ao nível de primeira quantização.

Agora vamos mostrar [62] que o mesmo resultado se mantém ao nível de segunda quantização.

No espaço de Fock definimos o estado:

$$|\Psi\rangle = |q_1, r_1; \dots q_n, r_n; q'_1, r'_1; \dots q'_\nu, r'_\nu\rangle, \quad (\text{A.8})$$

que contém n partículas com momento q_i e polarização r_i e ν antipartículas com momento q'_i e polarização r'_i . Sob a operação de conjugação de carga vamos supor que o estado transformado é:

$$|\Psi\rangle \longrightarrow |\Psi'\rangle, \quad (\text{A.9})$$

onde:

$$|\Psi'\rangle = |q'_1, r'_1; \dots q'_\nu, r'_\nu; q_1, r_1; \dots q_n, r_n\rangle.$$

Agora temos no estado transformado ν partículas com momento q'_i e polarização r'_i , e, n antipartículas com momento q_i e polarização r_i .

Nossa tarefa é encontrar as definições necessárias que nos permitam achar uma relação entre ambos estados, como se fez no caso anterior. Começaremos escrevendo o operador de campo fermiônico na versão da segunda quantização:

$$\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{q}, r} \left[\exp^{iq \cdot x} u_r^+(\mathbf{q}) a_r(\mathbf{q}) + \exp^{-iq \cdot x} u_r^-(-\mathbf{q}) b_r^\dagger(\mathbf{q}) \right]. \quad (\text{A.10})$$

A notação é dada na Ref.[62], aqui resumimos dizendo que $a_r(\mathbf{q})$ é o operador que aniquila partículas com momento $\mathbf{q}$ e polarização (spin) r , e o operador $b_r^\dagger(\mathbf{q})$ cria antipartículas com momento $\mathbf{q}$ e polarização (spin) r . Os espinores $u_r^+(\mathbf{q})$ e $u_r^-(-\mathbf{q})$, são os espinores de polarização. Para poder atingir a relação dada pela Eq.(A.9), definimos no espaço dos operadores de criação e aniquilação as operações:

$$C a_r(\mathbf{q}) C^{-1} = b_r(\mathbf{q}), \quad (\text{A.11})$$

$$C b_r(\mathbf{q}) C^{-1} = a_r(\mathbf{q}),$$

onde C é um certo operador linear e unitário. Aplicando este operador ao operador de campo dado pela Eq.(A.10) obtemos:

$$C \Psi(x) C^{-1} = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{q}, r} \left[\exp^{iq \cdot x} u_r^+(\mathbf{q}) b_r(\mathbf{q}) + \exp^{-iq \cdot x} u_r^-(-\mathbf{q}) a_r^\dagger(\mathbf{q}) \right]. \quad (\text{A.12})$$

Agora no espaço das polarizações define-se o operador C , com a propriedade:

$$C \bar{u}_r^{\pm T}(\mathbf{q}) = u_r^\mp(-\mathbf{q}), \quad (\text{A.13})$$

onde " T " significa transposição. Usando a Eq.(A.13) na Eq.(A.12), obtemos.

$$\begin{aligned} C \Psi(x) C^{-1} &= C \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{q}, r} \left[\exp^{-iq \cdot x} \bar{u}_r^{+T}(\mathbf{q}) a_r^\dagger(\mathbf{q}) + \exp^{iq \cdot x} \bar{u}_r^{-T}(-\mathbf{q}) b_r(\mathbf{q}) \right] \\ &= C \bar{\Psi}^T(x). \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

O resultado dado pela Eq.(A.14) coincide com o resultado dado em primeira quantização pela Eq.(A.7), como era de se esperar se queremos ter consistência entre ambas representações.

Até aqui, temos mostrado a transformação de um campo espinorial pela operação conjugação de carga. Procedimentos similares podem se seguir para a operação de paridade P [62][63].

Vamos listar o resultado da aplicação da operação de conjugação de carga sob os campos: Escalar ϕ , Espinorial Ψ , Vetorial V_μ e Axial A_μ [24]

$$\phi(x) \longmapsto C \longmapsto \phi^\dagger(x), \quad (\text{A.15})$$

$$\Psi(x) \longmapsto C \longmapsto C \bar{\Psi}^T(x),$$

$$\bar{\Psi}(x) \mapsto C \mapsto -\Psi^T(x) C^{-1},$$

$$V_\mu(x) \mapsto C \mapsto -V_\mu^\dagger(x),$$

$$A_\mu(x) \mapsto C \mapsto A_\mu^\dagger(x).$$

Do mesmo modo, podemos listar o resultado da aplicação da operação de paridade sob os mesmos campos:

$$\phi(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto \phi(t, -\mathbf{x}), \quad (\text{A.16})$$

$$\Psi(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto \gamma_0 \Psi(t, -\mathbf{x}),$$

$$\bar{\Psi}(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto \Psi^\dagger(t, -\mathbf{x}),$$

$$V_\mu(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto V^\mu(t, -\mathbf{x}),$$

$$A_\mu(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto -A^\mu(t, -\mathbf{x}).$$

Devemos lembrar que as transformações anteriores estão definidas para campos livres, porém como trabalhamos com campos assintóticos (matriz S) podemos manter as mesmas definições anteriores, introduzindo-as como uma hipótese [62]. Outra consequência importante da invariância da matriz S pelas transformações unitárias C , P ou CP , é que o elemento de matriz entre um estado inicial e um estado final com diferentes autovalores de CP deve se anular.

Nas transformações anteriores dadas pelas Eqs.(A.15) e (A.16) podemos colocar uma fase para cada campo [64][65] (por exemplo $\exp(i\theta)$). O importante é que serão as interações as que fixarão a fase relativa entre esses campos de modo que a Lagrangeana seja hermitiana [36]. A hermiticidade da Lagrangeana é necessária para conservar a unitariedade da matriz S :

$$S = T \left(\exp \int i d^4x L \right)$$

onde " T " indica o operador de ordenamento temporal.

Com as transformações dos campos fermiônicos dadas pelas Eqs.(A.15) e (A.16) podemos construir as seguintes tabelas que serão de utilidade posterior [24][7]:

A.0.1 Transformações sob C :

$$\text{Escalar: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto C \mapsto \bar{\Psi}_2(t, \mathbf{x}) \Psi_1(t, \mathbf{x}), \quad (\text{A.17})$$

$$\text{Pseudoescalar: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto C \mapsto \bar{\Psi}_2(t, \mathbf{x}) \gamma_5 \Psi_1(t, \mathbf{x}),$$

$$\text{Vetor: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto C \mapsto -\bar{\Psi}_2(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \Psi_1(t, \mathbf{x}),$$

$$\bar{\Psi}_1^c(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto C \mapsto -\bar{\Psi}_2(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \Psi_1^c(t, \mathbf{x})$$

$$\text{Vetor Axial: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto C \mapsto \bar{\Psi}_2(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \gamma_5 \Psi_1(t, \mathbf{x}),$$

$$\bar{\Psi}_1^c(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto C \mapsto -\bar{\Psi}_2(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \gamma_5 \Psi_1^c(t, \mathbf{x}),$$

$$\text{Tensor: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \sigma_{\mu\nu} \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto C \mapsto -\bar{\Psi}_2(t, \mathbf{x}) \sigma_{\mu\nu} \Psi_1(t, \mathbf{x}),$$

$$\text{Pseudotensor: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto C \mapsto -\bar{\Psi}_2(t, \mathbf{x}) \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \Psi_1(t, \mathbf{x}),$$

onde temos usado a relação: $C \gamma_\mu^T C^{-1} = -\gamma_\mu$.

A.0.2 Transformações sob P .

De forma similar temos a seguinte tabela para a paridade P :

$$\text{Escalar: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto \bar{\Psi}_1(t, -\mathbf{x}) \Psi_2(t, -\mathbf{x}), \quad (\text{A.18})$$

$$\text{Pseudoescalar: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto -\bar{\Psi}_1(t, -\mathbf{x}) \gamma_5 \Psi_2(t, -\mathbf{x}),$$

$$\text{Vetor: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto \bar{\Psi}_1(t, -\mathbf{x}) \gamma^\mu \Psi_2(t, -\mathbf{x}),$$

$$\bar{\Psi}_1^c(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto -\bar{\Psi}_1^c(t, -\mathbf{x}) \gamma^\mu \Psi_2(t, -\mathbf{x}),$$

$$\text{Vetor Axial: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto -\bar{\Psi}_1(t, -\mathbf{x}) \gamma^\mu \gamma_5 \Psi_2(t, -\mathbf{x}),$$

$$\bar{\Psi}_1^c(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto \bar{\Psi}_1^c(t, -\mathbf{x}) \gamma^\mu \gamma_5 \Psi_2(t, -\mathbf{x}),$$

$$\text{Tensor: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \sigma_{\mu\nu} \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto \bar{\Psi}_1(t, -\mathbf{x}) \sigma^{\mu\nu} \Psi_2(t, -\mathbf{x}),$$

$$\text{Pseudotensor: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto P \mapsto \bar{\Psi}_1(t, -\mathbf{x}) \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 \Psi_2(t, -\mathbf{x}).$$

A.0.3 Transformações sob CP.

Finalmente construímos a tabela para CP :

$$\text{Escalar: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto CP \mapsto \bar{\Psi}_2(t, -\mathbf{x}) \Psi_1(t, -\mathbf{x}), \quad (\text{A.19})$$

$$\text{Pseudoesalar: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto CP \mapsto -\bar{\Psi}_2(t, -\mathbf{x}) \gamma_5 \Psi_1(t, -\mathbf{x}),$$

$$\text{Vetor: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto CP \mapsto -\bar{\Psi}_2(t, -\mathbf{x}) \gamma^\mu \Psi_1(t, -\mathbf{x}),$$

$$\bar{\Psi}_1^c(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto CP \mapsto \bar{\Psi}_2(t, -\mathbf{x}) \gamma^\mu \Psi_1^c(t, -\mathbf{x}),$$

$$\text{Vetor Axial: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto CP \mapsto -\bar{\Psi}_2(t, -\mathbf{x}) \gamma^\mu \gamma_5 \Psi_1(t, -\mathbf{x}),$$

$$\bar{\Psi}_1^c(t, \mathbf{x}) \gamma_\mu \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto CP \mapsto \bar{\Psi}_2(t, -\mathbf{x}) \gamma^\mu \gamma_5 \Psi_1^c(t, -\mathbf{x}),$$

$$\text{Tensor: } \bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \sigma_{\mu\nu} \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto CP \mapsto -\bar{\Psi}_2(t, -\mathbf{x}) \sigma^{\mu\nu} \Psi_1(t, -\mathbf{x}),$$

$$\bar{\Psi}_1(t, \mathbf{x}) \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \Psi_2(t, \mathbf{x}) \mapsto CP \mapsto \bar{\Psi}_2(t, -\mathbf{x}) \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 \Psi_1(t, -\mathbf{x}).$$

Devemos ter em conta que a fase relativa foi escolhida de maneira que esta se cancele, para assegurar a hermiticidade da Lagrangeana

Com estas transformações pode-se mostrar [66] que os termos da densidade de Lagrangeana do Modelo Padrão conservam CP a exceção do setor de quarks que contém as correntes carregadas; nelas reside a violação dura quando se tem três famílias de quarks[11].

Na Ref.[24] se faz uma discussão de como devem se transformar os campos de gauge bosônicos W^1 , W^2 , e W^3 sob a transformação de CP :

$$(W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3) \mapsto CP \mapsto -(W^{1\mu}, -W^{2\mu}, W^{3\mu}). \quad (\text{A.20})$$

Finalmente observamos que a Lagrangeana $\mathcal{L}(t, \mathbf{x})$ tem sido modificada para $\mathcal{L}(t, -\mathbf{x})$ devido à operação de paridade P , mas isto não é problema já que se pode mudar as variáveis de integração espacial $\mathbf{x} \mapsto -\mathbf{x}$ de modo que a ação seja invariante.

A seguir, vamos mostrar que a Lagrangeana dada pela Eq.(1.4), do primeiro capítulo, é invariante pela transformação de CP.

$$\mathcal{L}(f, G) = \bar{L}'_k \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g}{2} \bar{\tau} \bar{W}_\mu - \frac{g'}{2} Y_L B_\mu \right) L'_k + \bar{R}'_k \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) R'_k, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.21})$$

Desenvolvendo o setor de quarks da lagrangeana anterior:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f, G) = & \sum_{i=1}^3 \overline{(u'_k, d'_k)}_L \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g}{2} \bar{\tau} \bar{W}_\mu - \frac{g'}{2} Y_L B_\mu \right) \begin{pmatrix} u'_k \\ d'_k \end{pmatrix}_L \\ & + \bar{u}'_{Rk} \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) u'_{Rk} + \bar{d}'_{Rk} \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) d'_{Rk} \quad k = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Analisemos o seguinte termo desta expressão:

$$E(t, \bar{x}) \equiv \bar{u}'_{Rk} \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) u'_{Rk} = \bar{u}'_k \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) u'_k, \quad (\text{A.23})$$

sob a transformação P. Tendo em conta as Eqs.(A.16), junto às relações:

$$\gamma_0 \gamma^\mu \gamma_0 = \gamma_\mu, \quad \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 = \gamma^{\mu^\dagger}, \quad (\text{A.24})$$

obtém-se:

$$E(t, \bar{x}) \rightarrow P \rightarrow \bar{u}'_k(t, -\bar{x}) \gamma_0 \gamma^\mu \left(i\partial^\mu - \frac{g'}{2} Y_R B^\mu(t, -\bar{x}) \right) \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \gamma_0 u'_k(t, -\bar{x}),$$

a qual pode ser escrita como:

$$E(t, \bar{x}) \rightarrow P \rightarrow \bar{u}'_{Lk}(t, -\bar{x}) \gamma_\mu \left(i\partial^\mu - \frac{g'}{2} Y_R B^\mu(t, -\bar{x}) \right) u'_{Lk}(t, -\bar{x}). \quad (\text{A.25})$$

De maneira similar, podemos mostrar, nos outros termos que ao fazer P, o que acontece é a troca da quiralidade dos férmions. Quer dizer, a expressão é similar à original somente que os férmions direitos foram trocados pelos esquerdos (além de trocar o sinal da coordenada espacial, é claro), observando-se uma violação da paridade. Pode-se argumentar que, ao trabalhar com os autoestados da simetria, tanto faz se a paridade é violada ou não. No MP eletrofraco, a violação sob P se manifesta mesmo que a Lagrangeana seja escrita em termos dos campos físicos [36].

Vejamos como a transformação sob conjugação de carga C restaura a invariância sob CP do termo anterior. Para isto, vamos ter em conta as transformações dadas nas Eqs.(A.17).

Assim, temos:

$$E(t, \bar{x}) \rightarrow P \rightarrow C \rightarrow \bar{u}'_{Rk}(t, -\bar{x}) \gamma_\mu \left(i\partial^\mu - \frac{g'}{2} Y_R B^\mu(t, -\bar{x}) \right) u'_{Rk}(t, -\bar{x}), \quad (\text{A.26})$$

obtendo-se a invariância $E(t, \bar{x}) \rightarrow CP \rightarrow E(t, -\bar{x})$. Como já se disse anteriormente, a mudança de sinal na componente espacial não afeta o resultado.

Prosseguindo, vamos mostrar que a densidade Lagrangeana dada pela Eq.(1.9), do primeiro capítulo, também conserva CP. Nos temos:

$$\mathcal{L}(f, H) = - \sum_{j,k} \left\{ K_{jk}^u \bar{u}'_{jL} u'_{kR} + K_{jk}^d \bar{d}'_{jL} d'_{kR} + h.c. \right\}. \quad (\text{A.27})$$

Vejamos os termos que contêm os quarks tipo u' .

$$E_u \equiv \sum_{j,k} K_{jk}^u \bar{u}'_{jL} u'_{kR} + h.c. = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j,k} K_{jk}^u \bar{u}'_j (1 + \gamma_5) u'_k + K_{jk}^{u*} \bar{u}'_k (1 - \gamma_5) u'_j \right\}, \quad (\text{A.28})$$

e usando a seguinte notação:

$$\bar{\mathbf{U}}' \equiv (\bar{u}'_1, \bar{u}'_2, \bar{u}'_3), \quad \mathbf{U}' \equiv (u'_1, u'_2, u'_3)^T, \quad K^u = \begin{bmatrix} k_{11}^u & k_{12}^u & k_{13}^u \\ k_{21}^u & k_{22}^u & k_{23}^u \\ k_{31}^u & k_{32}^u & k_{33}^u \end{bmatrix}, \quad (\text{A.29})$$

a Eq.(A.28) pode ser escrita como:

$$E_u = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{U}}' \left[(K^u + K^{u\dagger}) + (K^u - K^{u\dagger}) \gamma_5 \right] \mathbf{U}'. \quad (\text{A.30})$$

Observa-se que o resultado anterior contém um termo pseudoescalar que viola a paridade P . Uma forma de evitar esta violação é assumir que a matriz de massa seja hermitiana: desse modo o termo pseudoescalar se anulará.

Sob conjugação de carga C , a Eq. (A.30) transforma-se como:

$$E_u \mapsto C \mapsto \frac{1}{2} \bar{\mathbf{U}}' \left[(K^u + K^{u\dagger})^T + (K^u - K^{u\dagger})^T \gamma_5 \right] \mathbf{U}', \quad (\text{A.31})$$

onde temos usado a relação:

$$\bar{u}'_j K_{jk}^u u'_k \rightarrow C \rightarrow \bar{u}'_k K_{jk}^u u'_j = \bar{\mathbf{U}}' K^{uT} \mathbf{U}',$$

com a transformação dos campos fermiônico dada nas Eq. (A.17). Observa-se que as Eqs. (A.30) e (A.31) serão iguais se a matriz de massa for simétrica. Isto faria possível a conservação de C neste termo.

- Na sequência, observamos como se transforma a Eq.(A.30) sob CP :

$$E_u \mapsto CP \mapsto \frac{1}{2} \overline{\mathbf{U}}' \left[(K^u + K^{u\dagger})^T - (K^u - K^{u\dagger})^T \gamma_5 \right] \mathbf{U}', \quad (t, \bar{x}) \rightarrow (t, -\bar{x}). \quad (\text{A.32})$$

Para que as Lagrangeanas dadas pelas Eqs.(A.30) e (A.32) sejam iguais (invariância de CP) é necessário que a matriz K^u seja real (o mesmo se deduz para a matriz K^d).

Apêndice B

Cálculo do momento dipolar elétrico em primeira ordem de correção radiativa

No cálculo do **MDE** de uma partícula fermiônica N vamos considerar dois casos, o primeiro é quando o fóton γ se acopla aos férmions virtuais P , e no segundo são os bósons escalares H que se acoplam ao fóton. Além do mais, nos dois casos vamos assumir que temos vértices dos férmions com os bosons escalares do tipo:

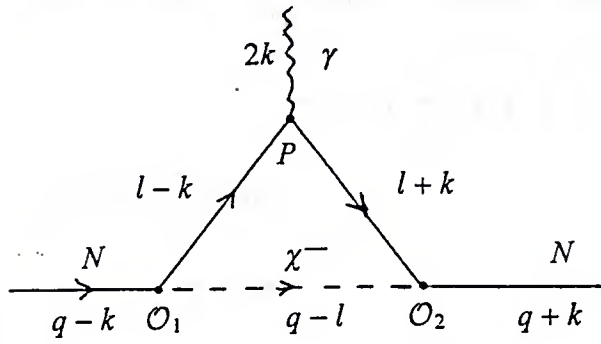
$$A \bar{N} (a + b\gamma_5) P H + h.c., \quad iB \bar{N} (c + d\gamma_5) P H + h.c. \quad (\text{B.1})$$

Aqui, A , B , a , b , c e d , são constantes sem dimensões que dependerão, em cada caso, do tipo da Lagrangeana considerada; N e P são os férmions descritos anteriormente, H é o bóson de Higgs. No segundo termo temos posto em evidência o complexo i , o qual é o responsável pela violação CP .

Também, assumimos que os vértices dos férmions e os Higgs com o fóton são conhecidos (além de constantes que dependerão do modelo). Esses vértices gerarão uma interação efetiva do tipo **MDE** como se mostrou no capítulo 2, Eq. (2.35).

B.1 Primeiro caso, com dois propagadores fermiônicos

Consideremos o seguinte gráfico:



$$O_1 \equiv A(a - b\gamma_5)$$

$$O_2 \equiv iB(c + d\gamma_5)$$

A amplitude correspondente é:

$$\mathcal{M} = i AB \bar{N} (\bar{q} + \bar{k}) [a - b\gamma_5] E_\mu [c + d\gamma_5] \varepsilon^\mu N (\bar{q} - \bar{k}), \quad (B.2)$$

onde E_μ é definido por:

$$E_\mu \equiv \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{i}{(q-l)^2 - m_h^2} \frac{i(\not{l} + \not{k} + m_p)}{(l+k)^2 - m_p^2} (-ie\gamma_\mu) \frac{i(\not{l} - \not{k} + m_p)}{(l-k)^2 - m_p^2}. \quad (B.3)$$

Como já se disse anteriormente (Cap.2), procuramos isolar o termo

$$i \left[(2\not{k}) \gamma_\mu - \gamma_\mu (2\not{k}) \right] \gamma_5, \quad (B.4)$$

na Eq.(B.3). O numerador contém o seguinte termo:

$$(\not{l} + \not{k} + m_p) (\gamma_\mu) (\not{l} - \not{k} + m_p) = m_p (\not{k} \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{k}) + \dots, \quad (B.5)$$

segundo a Eq.(B.4), observa-se que um desses termos apresenta a estrutura desejada, os demais não contribuirão ao **MDE** (a matriz γ_5 é implícita, e aparece na Eq.(B.2)).

Tendo em conta o primeiro termo da direita da Eq.(B.5), a Eq.(B.3) pode ser escrita como:

$$-ie E'_\mu \equiv \frac{-ie}{2} \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{m_p ((2\not{k}) \gamma_\mu - \gamma_\mu (2\not{k}))}{[(q-l)^2 - m_h^2] [(l+k)^2 - m_p^2] [(l-k)^2 - m_p^2]}. \quad (B.6)$$

A linha (') em E'_μ significa que estamos considerando uma parte da expressão dada pela Eq.(B.3): aquela que contém o **MDE**.

Usando a parametrização de Feynman

$$\frac{1}{a b c} = 2 \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{1}{[(c-b)xy + (b-c)x + a]^3}, \quad (B.7)$$

a Eq.(B.6) pode ser escrita da seguinte forma:

$$-ie E'_\mu = -ie \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{m_p \left[(2\hat{k}) \gamma_\mu - \gamma_\mu (2\hat{k}) \right]}{[(c-b)xy + (b-c)x + a]^3}, \quad (\text{B.8})$$

onde temos definido:

$$a = (q-l)^2 - m_h^2, \quad b = (l+k)^2 - m_p^2, \quad c = (l-k)^2 - m_p^2. \quad (\text{B.9})$$

Calculando as diferenças $c-b$, $b-a$, no limite estático ($k \rightarrow 0$) obtemos

$$c-b=0, \quad b-a=2ql+m_h^2-m_p^2-m_n^2, \quad a=l^2-2ql+m_n^2-m_h^2, \quad (\text{B.10})$$

de maneira que o fator $(c-b)xy + (b-c)x + a$, escreve-se como:

$$(c-b)xy + (b-c)x + a = l^2 + 2q(x-1)l + (m_h^2 - m_p^2 - m_n^2)x + m_n^2 - m_h^2. \quad (\text{B.11})$$

Substituindo esta expressão na Eq.(B.8) e intercambiando as variáveis de integração obtém-se

$$-ie E'_\mu = \frac{-ie}{(2\pi)^4} \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \int d^4 l \frac{m_p \left[(2\hat{k}) \gamma_\mu - \gamma_\mu (2\hat{k}) \right]}{[l^2 + 2rl + t]^3}, \quad (\text{B.12})$$

onde

$$r = q(x-1), \quad t = (m_h^2 - m_p^2 - m_n^2)x + m_n^2 - m_h^2. \quad (\text{B.13})$$

Usando o valor da integral:

$$\int d^4 l \frac{1}{[l^2 + 2rl + t]^3} = \frac{i\pi^2}{2} \frac{1}{(t-r^2)}, \quad (\text{B.14})$$

na Eq.(B.12), com

$$t-r^2 = -[m_n^2 x^2 + (m_p^2 - m_h^2 - m_n^2)x + m_h^2], \quad (\text{B.15})$$

obtemos

$$\int d^4 l \frac{1}{[l^2 + 2rl + t]^3} = \frac{-i\pi^2}{2} \frac{1}{a_1 x^2 + a_2 x + a_3}, \quad (\text{B.16})$$

onde:

$$a_1 = m_n^2, \quad a_2 = m_p^2 - m_h^2 - m_n^2, \quad a_3 = m_h^2. \quad (\text{B.17})$$

Retornando à integral, dada pela Eq.(B.12), e substituindo o valor da integral, dado pela Eq.(B.16), obtemos:

$$-ie E'_\mu = \frac{-em_p [(2\hat{k})\gamma_\mu - \gamma_\mu (2\hat{k})] m_h^2}{32\pi^2 m_h^2} \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{1}{a_1 x^2 + a_2 x + a_3}. \quad (B.18)$$

Observe-se que temos multiplicado e dividido por m_h^2 , e que a integral com respeito à variável y é trivial. No que se refere à variável x , usando as tabelas obtemos:

$$m_h^2 \int_0^1 x dx \frac{1}{a_1 x^2 + a_2 x + a_3} \equiv F(N, P), \quad (B.19)$$

$$F(N, P) = \frac{m_h^2}{2a_1} \ln \left(\frac{a_1 + a_2 + a_3}{a_3} \right) - \frac{a_2 m_h^2}{2a_1} \left[\frac{1}{\Delta} \ln \left(\frac{a_2 + 2a_1 - \Delta}{a_2 + 2a_1 + \Delta} \cdot \frac{a_2 + \Delta}{a_2 - \Delta} \right) \right], \quad (B.20)$$

onde

$$\Delta \equiv \sqrt{a_2^2 - 4a_1 a_3}. \quad (B.21)$$

Fazendo uso das constantes dadas na Eq.(B.17), a Eq.(B.20) pode ser escrita como:

$$F(N, P) = \frac{m_h^2}{2a_1} \ln \left(\frac{a_1 + a_2 + a_3}{a_3} \right) - \frac{a_2 m_h^2}{2a_1} \left\{ \frac{1}{\Delta} \ln \left[\frac{a_2 + 2a_3 + \Delta}{a_2 + 2a_3 - \Delta} \right] \right\}$$

$$F(N, P) = \left\{ \frac{-m_h^2}{2m_n^2} \ln \left(\frac{m_h^2}{m_p^2} \right) + \frac{m_h^2}{2m_n^2} (m_h^2 + m_n^2 - m_p^2) \Delta^{-1} \ln \left[\frac{m_p^2 + m_h^2 - m_n^2 + \Delta}{m_p^2 + m_h^2 - m_n^2 - \Delta} \right] \right\}, \quad (B.22)$$

onde

$$\Delta = \sqrt{(m_h^2 + m_p^2) - m_n^2} \cdot \sqrt{(m_h^2 - m_p^2) - m_n^2}. \quad (B.23)$$

Substituindo estes resultados na Eq.(B.18), obtemos:

$$-ie E'_\mu = \frac{-em_p}{32\pi^2 m_h^2} F(N, P) [(2\hat{k})\gamma_\mu - \gamma_\mu (2\hat{k})]. \quad (B.24)$$

Lembrando que a expressão acima é multiplicado pela esquerda pelo fator $(a - b\gamma_5)$ e pela direita por $(c + d\gamma_5)$ (ver Eq.(B.2)), obtemos:

$$-ie (a - b\gamma_5) E'_\mu (c + d\gamma_5) = \frac{-em_p}{32\pi^2 m_h^2} F(N, P) [(2\hat{k})\gamma_\mu - \gamma_\mu (2\hat{k})] [ac - bd + (ad - bc)\gamma_5]. \quad (B.25)$$

Na Eq. anterior o fator que acompanha a γ_5 contribuirá ao **MDE**:

$$e (ad - bc) E''_{\mu} \gamma_5 = \frac{-em_p (ad - bc)}{32\pi^2 m_h^2} F(N, P) i \left[(2 \hat{k}) \gamma_{\mu} - \gamma_{\mu} (2 \hat{k}) \right] \gamma_5. \quad (\text{B.26})$$

Nesta, E''_{μ} significa que somente temos levado em conta o termo que dá contribuição ao **MDE**.

Tendo em conta a Eq.(B.2), pela qual se iniciaram os cálculos, resulta que a contribuição ao **MDE** deste gráfico é dada por:

$$d(N)_1 = \frac{-em_p AB (ad - bc)}{32\pi^2 m_h^2} F(N, P). \quad (\text{B.27})$$

O termo entre parênteses, na esquerda da equação anterior, representa o férmion que está sendo considerado no cálculo do **MDE**, o subíndice indica que estamos calculando um tipo de diagrama, neste caso, o primeiro que contém dois propagadores fermiônicos. As constantes sem dimensões A, B, a, b, c e d dependerão do tipo de Lagrangeana considerada.

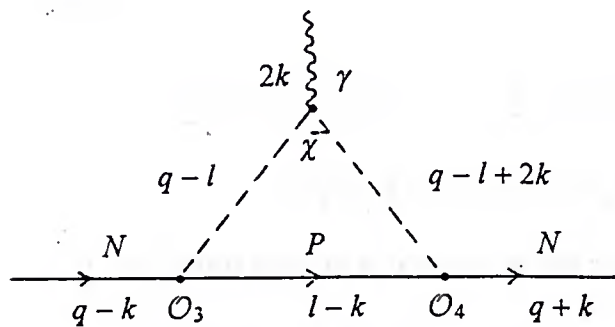
É de observar que no produto AB , encontra-se a massa m_n . No **MP**, assim como em extensões deste, esta afirmação é verificada na hora de calcular explicitamente AB a partir da correspondente densidade de Lagrangeana do modelo.

Segundo o dito anteriormente, o **MDE** da partícula será directamente proporcional ao produto das massas dos férmions considerados. Se consideramos o neutrino não massivo, como é o caso do **MP** e do modelo **(3-3-1)**, o **MDE** correspondente deverá ser zero. Na definição da função $F(N, P)$, observamos que temos um fator comum m_h^2 que se cancela com aquele mesmo termo que aparece no denominador da Eq.(B.27). Porém, a dependência, segundo a Eq.(B.22), será do tipo logarítmica em certas aproximações [39].

Dimensionalmente o **MDE** dado pela Eq.(B.27) tem as dimensões de carga elétrica pelo inverso da massa, quer dizer, em unidades de carga-centímetro (e cm), como é de se esperar.

B.2 Segundo caso, com dois propagadores escalares.

Consideremos, agora, o seguinte gráfico



$$O_3 \equiv C(a - b \gamma_5)$$

$$O_4 \equiv i D (c + d \gamma_5)$$

O procedimento para obter o MDE difere do caso anterior, já que a estrutura desejada $i [(2\hat{k}) \gamma_\mu - \gamma_\mu (2\hat{k})] \gamma_5$ não aparece explicitamente.

Começaremos construindo a amplitude correspondente à figura anterior.

$$\mathcal{M} = i C D \bar{N} (\bar{q} + \bar{k}) [a - b \gamma_5] G_\mu [c + d \gamma_5] \varepsilon^\mu N (\bar{q} - \bar{k}), \quad (B.28)$$

onde temos definido:

$$G_\mu \equiv \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{e}{(q-l+2k)^2 - m_h^2} \frac{i (\not{l} - \not{k} + m_p)}{(l-k)^2 - m_p^2} (2q_\mu - 2l_\mu + 2k_\mu) \frac{i}{(q-l)^2 - m_h^2} \quad (B.29)$$

Observe-se aqui que contrariamente ao caso anterior, não temos diretamente a estrutura desejada, dada pela Eq.(B.4).

A seguir, vamos mostrar a identidade de Gordon axial que nos permitirá obter o MDE da amplitude anterior:

$$\bar{u}(\bar{p}) [(p^\mu + q^\mu) + i \sigma^{\mu\nu} (p_\nu - q_\nu)] \gamma_5 u(\bar{q}) = 0. \quad (B.30)$$

Segundo a figura, temos (ver a configuração de momentos externos da figura (b2))

$$p_\mu + q_\mu = 2q_\mu, \quad p_\nu - q_\nu = 2k_\nu. \quad (B.31)$$

Usando este resultado e nossa notação, a equação de Gordon axial pode ser escrita como:

$$\bar{N} (\bar{q} + \bar{k}) 2 q^\mu \gamma_5 N (\bar{q} - \bar{k}) = -i \bar{N} (\bar{q} + \bar{k}) \sigma^{\mu\nu} (2k_\nu) \gamma_5 N (\bar{q} - \bar{k}). \quad (B.32)$$

Voltando à Eq.(B.28), observa-se que o numerador dentro da integral pode ser escrito na forma:

$$\begin{aligned} \overline{N}(\bar{q} + \bar{k}) [a - b\gamma_5] (\not{l} - \not{k} + m_p) (2q_\mu - 2l_\mu + 2k_\mu) [c + d\gamma_5] N(\bar{q} - \bar{k}) = \\ \overline{N}(\bar{q} + \bar{k}) [a - b\gamma_5] 2m_p q_\mu [c + d\gamma_5] N(\bar{q} - \bar{k}) + \dots \end{aligned} \quad (B.33)$$

Aqui, temos isolado o termo que nos interessa. A seguir vamos definir a quantidade:

$$G'_\mu \equiv [a - b\gamma_5] 2m_p q_\mu [c + d\gamma_5] = [ac - bd + (ad - bc)\gamma_5] 2m_p q_\mu, \quad (B.34)$$

onde o termo da direita que contém γ_5 é definido por:

$$G''_\mu = (ad - bc) 2m_p q_\mu \gamma_5. \quad (B.35)$$

Devemos lembrar que G'' é "sandwichado" entre espinores fermiônicos como mostra a Eq.(B.33). Tendo isto em mente e usando o resultado dado pela Eq.(B.32), escrevemos:

$$\overline{N}(\bar{q} + \bar{k}) (ad - bc) 2m_p q_\mu \gamma_5 N(\bar{q} - \bar{k}) = -i(ad - bc) m_p \overline{N}(\bar{q} + \bar{k}) \sigma^{\mu\nu}(2k_\nu) \gamma_5 N(\bar{q} - \bar{k}). \quad (B.36)$$

A seguir, vamos definir aquela parte da amplitude que contém o **MDE** da seguinte maneira

$$\mathcal{M}' \equiv i e C D \overline{N}(\bar{q} + \bar{k}) \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{-i(ad - bc) m_p \sigma^{\mu\nu}(2k_\nu) \gamma_5}{a' b' c'} N(\bar{q} - \bar{k}), \quad (B.37)$$

onde

$$a' = (l - k)^2 - m_p^2, \quad b' = (q - l)^2 - m_h^2, \quad c' = (q - l + 2k)^2 - m_h^2. \quad (B.38)$$

Na Eq.(B.37) o produto $(i) \cdot (-i)$ que é igual a um, leva à identificação do tensor:

$$\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu), \quad (B.39)$$

conjuntamente com o termo $2k_\nu$, como a expressão procurada:

$$\sigma^{\mu\nu}(2k_\nu) \gamma_5 = -\frac{i}{2} (2\not{k} \gamma^\mu - \gamma^\mu 2\not{k}) \gamma_5. \quad (B.40)$$

Vamos reescrever o que temos até agora na Eq.(B.37)

$$\mathcal{M}' = -\frac{e}{2}(ad-bc)m_p CD \bar{N}(\bar{q}+\bar{k}) \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{i(2\hat{k}\gamma^\mu - \gamma^\mu 2\hat{k})\gamma_5}{a' b' c'} N(\bar{q}-\bar{k}). \quad (\text{B.41})$$

Usando a parametrização de Feynman, como se fez no caso anterior, obtemos:

$$\mathcal{M}' = \frac{-em_p(ad-bc)CD}{32\pi^2 m_h^2} \bar{N}(\bar{q}+\bar{k}) i[(2\hat{k})\gamma_\mu - \gamma_\mu(2\hat{k})] N(\bar{q}-\bar{k}) \int_0^1 \frac{m_h^2 x dx}{a_1 x^2 + a_2 x + a_3}, \quad (\text{B.42})$$

neste caso,

$$a_1 = m_n^2, \quad a_2 = m_h^2 - m_p^2 - m_n^2, \quad a_3 = m_p^2. \quad (\text{B.43})$$

Definindo a função:

$$F'(N, P) \equiv \int_0^1 \frac{m_h^2 x dx}{a_1 x^2 + a_2 x + a_3}, \quad (\text{B.44})$$

encontra-se o valor

$$F'(N, P) = \left\{ \frac{-m_h^2}{2m_n^2} \ln\left(\frac{m_h^2}{m_p^2}\right) + \frac{m_h^2}{2m_n^2} (m_h^2 - m_p^2 - m_n^2) \Delta^{-1} \ln\left[\frac{m_p^2 + m_h^2 - m_n^2 + \Delta}{m_p^2 + m_h^2 - m_n^2 - \Delta}\right] \right\}, \quad (\text{B.45})$$

com o valor de Δ dado pela Eq.(B.23). Substituindo a expressão anterior na Eq.(B.42), obtemos:

$$\mathcal{M}' = \frac{-em_p(ad-bc)CD}{32\pi^2 m_h^2} F'(N, P) \bar{N}(\bar{q}+\bar{k}) i[(2\hat{k})\gamma_\mu - \gamma_\mu(2\hat{k})] N(\bar{q}-\bar{k}), \quad (\text{B.46})$$

de onde podemos obter o MDE deste segundo caso

$$d(N)_2 = \frac{-em_p CD (ad-bc)}{32\pi^2 m_h^2} F'(N, P).$$

A única diferença em relação ao primeiro caso dado pela Eq.(B.27), são os coeficientes C e D , assim como a função $F'(N, P)$ que difere em um sinal com respeito a $F(N, P)$. Porém, os comentários são os mesmos que os da primeira parte.

Apêndice C

O número quântico F .

A seguir, vamos estabelecer a conservação dos números leptônico (L) e bariônico (B), em cada termo da Lagrangeana do capítulo (2), de maneira que estes definem o número quântico F que é igual a: $F \equiv L + B$.

A conservação deste número quântico F proíbe a aparição de neutrinos massivos e o duplo decaimento beta $(\beta\beta)_{0\nu}$ [59].

Através do setor que acopla os léptons com os bósons vetoriais da Ref. [54] encontramos o valor do número leptônico L para esses bósons (temos assumido que o número leptônico de $E_a'^+$ é -1):

$$L(W^-) = 0, \quad L(U^{--}) = 2, \quad L(V^-) = 2 \quad L(Z_0) = 0, \quad L(Z'_0) = 0 \quad (C.1)$$

Com estes valores, vamos à Ref.[59], no setor onde se acoplam os quarks deste modelo aos bósons vetoriais, para obter os números leptônicos para os quarks exóticos:

$$L(J_1) = -2, \quad L(J_2) = 2, \quad L(J_3) = 2. \quad (C.2)$$

Os outros quarks têm número leptônico igual a zero.

Com estes números, já encontrados para os quarks exóticos, vamos ao setor de Yukawa, de onde obtemos os valores do número leptônico para os bósons escalares:

$$L(\rho^{++}) = -2, \quad L(\chi^{++}) = -2, \quad L(\chi^+) = -2 \quad (C.3)$$

Os outros bósons escalares têm número leptônico igual a zero.

Para o número bariônico, vamos começar pela atribuição dos valores deste número aos quarks conhecidos, quer dizer: $B(q) = 1/3$, onde q denota os quarks tipo *up* e tipo *down*.

A partir destes valores encontramos para os bósons vetoriais (para isso retornamos ao setor que mistura estas partículas) que todos têm número bariônico zero:

$$B(W^-) = 0, \quad B(U^{--}) = 0, \quad B(V^-) = 0, \quad B(Z_0) = 0, \quad B(Z'_0) = 0 \quad (C.4)$$

Com estes valores voltamos ao setor que mistura estes bósons com os quarks exóticos, para obter:

$$B(J_1) = B(J_2) = B(J_3) = 1/3. \quad (C.5)$$

Finalmente, tendo os números bariônicos de todos os quarks, vamos ao setor de Yukawa para encontrar que o número bariônico de todos os bósons escalares é zero.

A exceção dos quarks exóticos, que apresentam tanto número leptônico como número bariônico diferentes de zero, todas as outras partículas não misturam estes números. Quer dizer, o número quântico F coincidirá, em cada caso com o número leptônico ou o número bariônico, a exceção dos quarks exóticos, como já se disse. O número quântico F para estes quarks exóticos é dado por:

$$F(J_1) = -5/3, \quad F(J_2) = F(J_3) = 7/3. \quad (C.6)$$

Tendo em conta estes valores, observa-se que o termo no potencial do capítulo (2), dado pelo coeficiente a_{10} deve ser anulado por não conservar o número quântico F . É por esta razão que as matrizes de massa que construímos nesse capítulo se desdoblam em blocos.

Referências Bibliográficas

- [1] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes and R. P. Hudson, Phys. Rev. **105** (1957) 1413.
- [2] T. D. Lee, C. N. Yang, Phys. Rev. **104** (1956) 254.
- [3] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, R. Turlay, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 138.
- [4] S. Weinberg, "*Sonhos de uma Teoria Final*" Editora Rocco Ltda. (1996); R. P. Feynman, "*The Character of Physical Law*" M. I. T. Press (1989).
- [5] D. Cocolicchio, L. Telesca, *The Classical Analogue of CP-Violation*, UNIBAS-MATH 6/96.
- [6] N. N. Bogolubov, A. A. Logunov, I. T. Todorov, "*Introduction to Axiomatic Quantum Field Theory*" (Benjamin, New York, 1975).
- [7] J. Bernabéu "*CP – Violation*" Lectures delivered at the XXIV International Meeting on Fundamental Physics, Playa de Gandía (1996). hep-ph/9706345 12 Jun 1997.
- [8] A. I. Oksak, I. T. Todorov, Commun. Math. Phys. **11** (1968) 125.
- [9] V. Kostelecky, A. Potting, Nucl. Phys. **B359** (1991) 545.
- [10] R. M. Barnett *et al.* "*Particle data Group*", Phys. Rev. **D 54** (1996) 1.
- [11] M. Kobayashi, K. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652.

- [12] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264; A. Salam, "Elementary Particle Physics", edited by N. Svartholm (Almqvist and Wiksells, Stockholm, 1968); L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. **D 2** (1970) 1285.
- [13] R. Fleischer, "CP Violation Beyond Standard Model" hep-ph/9709291, Proceedings of the 7th International Symposium on Heavy Flavor Physics, Santa Barbara, California, 7-11 July 1997.
- [14] D. Bowser-Chao, D. Chang, W-Y. Keung, Preprint, hep-ph/9703435 (26 Mar 1997).
- [15] D. Chang, W-Y. Keung. J. Liu, Nucl. Phys. **B355** (1991) 295; I.B. Khriplovich, M. Pospelov, Sov. J. Nucl. Phys. **53** (1991) 638.
- [16] V. Barger, A. Das, C. Kao, Phys. Rev. **D 55** (1997) 7099
- [17] B. H. J. McKellar, S. R. Choudhury, X.-G. He, S. Pakvasa, Phys. Rev. Lett. **B197** (1987) 556.
- [18] R. N. Mohapatra, "Particles and Fields" Edited by C. E. Carlson, AIP Conference Proceedings (American Institute of Physics, New York, 1974) pag 127.
- [19] T. D. Lee, Phys. Rev. **D 8** (1973) 1226.
- [20] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 657.
- [21] G. C. Branco, Phys. Rev. Lett. **44** (1980) 504.
- [22] L. F. Li, Phys. Rev. **D 9** (1974) 1723.
- [23] F. Pisano, Tese de Doutorado, IFT-T.003/95 (1995).
- [24] C. Jarlskog, "Neutrinos, a Theoretical Introduction" GIF, Ecole D 'Ete de Physique des Particules (1992).
- [25] O. P. Ravinez, "Anomalias Axiais" MFT-V, IFT-UNESP (1996).
- [26] Proceedings del VI Taller Mexicano de Partículas y Campos, Morelia 21 al 27 de Noviembre- Mexico.

- [27] C. S. Pires, O. P. Ravinez, Preprint " *Charge Quantization in a Chiral Bilepton gauge Model*", IFT-014/98 (1998).
- [28] F. Pisano, V. Pleitez, Phys. Rev. **D 46** (1992) 410, P. Frampton, Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 2889.
- [29] O. P. Ravinez, Exame de Qualificação ao Doutorado.
- [30] L. Epele, H. Fanchiotti, C. García Canal, D. Gómez Dumm, Phys. Lett. **B 343** (1995) 291.
- [31] J. C. Montero, F. Pisano, V. Pleitez, Phys. Rev. **D 47** (1993) 2918.
- [32] S. Aoki, T. Hatsuda, Phys. Rev. **D 45** (1992) 2427.
- [33] J. Liu, C. Q. Geng, J. N. Ng, Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 589.
- [34] No contexto das teorias de campo, os dois tipos de violação estão relacionadas ao nível de correções radiativas superiores.
- [35] C. Quigg, " *Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions* " (Addison-Wesley, 1983).
- [36] C. Jarlskog, " *Third Gleb Wataghin Scholl on High Energy Fenomenology*" 11-15 July (1994).
- [37] M. Chaichian, N. F. Nelipa " *Introduction to Gauge Field Theories*" (Springer-Verlag, 1984).
- [38] G. C. Branco, A. J. Buras, J. M. Gerad, Nucl. Phys. **B259** (1985) 306.
- [39] T. D. Lee, Phys. Rep. **2** (1974) 143.
- [40] J. F. Donoghue, E. Golowich, B. R. Holstein, " *Dynamics of the Standard Model* " (Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology, 1992).
- [41] N. G. Deshpande, E. Ma, Phys. Rev. **D16** (1977) 1583.
- [42] Y. L. Wu, L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 1762.

- [43] N. G. Deshpande, E. Ma, Phys. Rev. **D16** (1977) 1513.
- [44] J. T. Liu, D. Ng., Phys. Rev. **D 50** (1994) 548.
- [45] M. D. Tonasse, Tese de Doutorado, IFT-T.002/93 (1993).
- [46] P. B. Pal, Phys. Rev. **D 52** (1995) 1659.
- [47] R. S. Burington " *Mathematical Tables and Formulas Handbook* " Publishers INC. Ohio (1958).
- [48] O conjunto de parâmetros definem um espaço (espaço de parâmetros) no qual haverão regiões para os quais os valores próprios terão os valores esperados que a fenomenologia precisa, essas regiões dependerão das condições para resolver a equação cúbica.
- [49] S. M. Barr, W. J. Marciano, C. Jarlskog (Ed.), " *CP Violation* " (World Scientific, 1989).
- [50] N. F. Ramsey, Phys. Rep. **43** (1978) 409.
- [51] L. Landau, Z. Eksperim, Nucl. Phys. **3** (1957) 127.
- [52] N. F. Ramsey, Phys. Rev. **109** (1958) 225.
- [53] V. Pleitez, Tese de Doutorado, IFT-T.11/82 (1982).
- [54] V. Pleitez, M. D. Tonasse, Phys. Rev. **D 48** (1993) 2353.
- [55] J. F. Gunion, H. E. Haber, G. L. Kane, S. Dawson " *The Higgs Hunter's Guide* ", Addison-Wesley, Merlo Park, MA, EUA (1989).
- [56] D. G. Dumm, Int. J. Mod. Phys. **A 11** (1996) 887.
- [57] F. Pisano, V. Pleitez, M. D. Tonasse, Preprint IFT-P.043 (1997).
- [58] H. Georgi, " *Lie Algebras in particle Physics* ", The Benjamin/Cummings Publishing Company (1982).
- [59] V. Pleitez, M. D. Tonasse, Phys. Rev. **D 48** (1993) 5274.

- [60] R. Foot, O. F. Hernández, F. Pisano, V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **47** (1993) 4158.
- [61] Observa-se que cada família é anômala. De fato este tipo de construção é livre de anomalias quando o número de famílias é divisível por três.
- [62] G. Kallén, "*Elementary Particle Physics*" (Addison-Wesley, 1964).
- [63] J. J. Sakurai, "*Invariance Principles and Elementary Particles*" (Princeton, N. J., 1964).
- [64] S. Weinberg, "*The Quantum Theory of Fields*" Vol-I, Cambridge University Press (1995).
- [65] G. Feinberg, S. Weinberg, *Il Nuovo Cimento* **XIV-3** (1959) 571.
- [66] C. Jarlskog , C. Jarlskog (Ed.), "*CP Violation*" (World Scientific, 1989).
- [67] J. C. Montero, V. Pleitez, O. P. Ravinez, em andamento.

