

**ANDRÉ MARTINS TSUJI**

**Otimização de manobras orbitais para remoção de detritos espaciais**

Guaratinguetá  
2022

**André Martins Tsuji**

**Otimização de manobras orbitais para remoção de detritos espaciais**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Prof. Dr. Vivian Martins Gomes

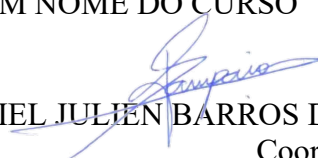
Guaratinguetá  
2022

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| T882o | <p>Tsuji, André Martins</p> <p>Otimização de manobras orbitais para remoção de detritos espaciais / André Martins Tsuji – Guaratinguetá, 2022.</p> <p>57 f : il.</p> <p>Bibliografia: f. 57</p> <p>Trabalho de Graduação em Engenharia Elétrica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2022.</p> <p>Orientadora: Profª. Drª. Vivian Martins Gomes</p> <p>1. Órbitas. 2. Satélites Órbitas. 3. Perturbação (Astronomia). I. Título.</p> <p>CDU 521.3</p> |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**ANDRÉ MARTINS TSUJI**

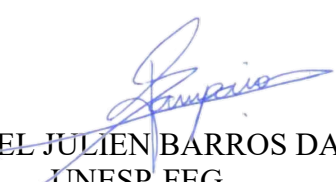
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE  
DO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
“GRADUADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA”

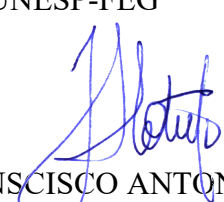
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO EM NOME DO CURSO

  
Prof.<sup>(a)</sup> Dr.<sup>(a)</sup> DANIEL JULIÊN BARROS DA SILVA SAMPAIO  
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**

  
Prof.<sup>(a)</sup> Dr.<sup>(a)</sup> VIVIAN MARTINS GOMES  
Orientador(a)/UNESP-FEG

  
Prof.<sup>(a)</sup> Dr.<sup>(a)</sup> DANIEL JULIÊN BARROS DA SILVA SAMPAIO  
UNESP-FEG

  
Prof.<sup>(a)</sup> Dr.<sup>(a)</sup> FRANCISCO ANTONIO LOTUFO  
UNESP-FEG

Fevereiro de 2022

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos;

a minha orientadora, *Prof. Dr. Vivian Martins Gomes* que jamais deixou de me incentivar. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível;

aos meus pais *Fábio* e *Fátima*, que apesar das dificuldades enfrentadas, sempre incentivaram meus estudos;

à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) que providenciaram suporte financeiro e visibilidade para apresentação deste trabalho durante três anos de Iniciação Científica;

aos funcionários da Faculdade de Engenharia do Campos de Guaratinguetá pela dedicação e alegria no atendimento.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CPNq).

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES) - código de financiamento 001.

## **RESUMO**

O progresso em pesquisas espaciais e de satélites é de grande importância em trabalhos envolvendo meteorologia, telecomunicações, processamento de imagens aéreas da Terra e em outras diversas áreas. Equipamentos usados para tais fins possuem determinado tempo de vida útil e, ao término desse período, estes são chamados de lixo espacial ou debris. A ausência dos devidos cuidados com o descarte desses resíduos os mantém em órbita nas proximidades do planeta, aumentando assim o risco de acidentes com astronautas em serviço e com satélites artificiais que estão em operação. Este trabalho aborda um método de limpeza da órbita terrestre onde será aplicado um impulso no debris através de um canhão de laser localizado na superfície terrestre. Tal impulso deve perturbar o movimento orbital do alvo para que sua nova trajetória seja direcionada para dentro da atmosfera terrestre e sofra combustão.

**PALAVRAS-CHAVE:** Limpeza de lixo espacial. Debris. Lixo espacial. Segurança na operação de satélites.

## **ABSTRACT**

Progress in space and satellite research is of great importance in meteorology, telecommunications, aerial image processing of the Earth and in other diverse fields. Equipment used for such purposes has a certain useful life and, at the end of this period, it is called space waste or debris. The lack of proper care with the disposal of these residues keeps them in orbit close to the planet, thus increasing the risk of accidents with astronauts in service and with artificial satellites that are in operation. This work involves a method of cleaning the Earth's orbit where an impulse will be applied to the debris through a laser cannon located on the Earth's surface. Such an impulse must disturb the target's orbital motion so that its new trajectory is directed into the Earth's atmosphere and undergoes combustion.

**KEYWORDS:** Space junk cleanup. Debris. Space junk. Safety in the operation of satellites.

## SUMÁRIO

|          |                                                                         |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                                                       | <b>8</b>  |
| <b>2</b> | <b>LEIS DE KEPLER</b>                                                   | <b>11</b> |
| <b>3</b> | <b>POSICIONAMENTO DE SATÉLITE</b>                                       | <b>12</b> |
| 3.1      | EQUAÇÃO DE KEPLER                                                       | 15        |
| <b>4</b> | <b>MUDANÇA DE COORDENADAS</b>                                           | <b>17</b> |
| 4.1      | SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS OXYZ                                 | 17        |
| 4.1.1    | Coordenadas cartesianas Oxyz de posição                                 | 17        |
| 4.1.2    | Coordenadas cartesianas Oxyz de velocidade                              | 18        |
| 4.2      | TRANSFORMAÇÃO DE ELEMETOS KEPLERIANOS PARA COORDENADAS CARTESIANAS OXYZ | 18        |
| 4.3      | TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS OXYZ PARA ELEMETOS KEPLERIANOS | 19        |
| <b>5</b> | <b>PROBLEMA DE N CORPOS</b>                                             | <b>24</b> |
| 5.1      | PROBLEMA DE DOIS CORPOS                                                 | 24        |
| 5.2      | PROBLEMA DE TRÊS CORPOS                                                 | 25        |
| 5.3      | PROBLEMA DE N CORPOS                                                    | 26        |
| 5.4      | TERMOS DIRETO E INDIRETO                                                | 27        |
| <b>6</b> | <b>APLICAÇÃO DO IMPULSO</b>                                             | <b>29</b> |
| 6.1      | DIREÇÃO DO CANHÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO                                    | 29        |
| 6.2      | IMPULSO                                                                 | 31        |
| <b>7</b> | <b>ACHATAMENTO DA TERRA</b>                                             | <b>32</b> |
| <b>8</b> | <b>SIMULAÇÕES</b>                                                       | <b>35</b> |
| <b>9</b> | <b>CONCLUSÃO</b>                                                        | <b>57</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS</b>                                                      | <b>59</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

O uso de satélites tornou-se rotineiro atualmente, porém sua presença em nosso cotidiano acaba passando despercebido. Estudos e trabalhos em diversas áreas como meteorologia, processamento de imagens e telecomunicações utilizam ricas bases de dados coletadas por satélites. Entretanto tais equipamentos possuem um tempo limitado de uso, sendo inutilizados ao fim de sua vida útil e tornando lixo espacial, comumente chamado de debris.

O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) define lixo espacial como objetos criados pelo homem e que se encontram em órbita ao redor da Terra, mas que não desempenham mais nenhuma função útil, como por exemplo, as diversas partes de naves espaciais e seus dejetos, abandonados durante seu lançamento.

O descaso com o descarte destes corpos em órbita aumenta consideravelmente as chances de acidentes com satélites artificiais operantes, de astronautas em expedições e de colisões entre lixos espaciais em órbita que podem gerar nuvens de detritos orbitando a altas velocidades, sendo esta última quase ocorrida no dia 15 de outubro de 2020 segundo publicação da National Geographic no dia 20 de outubro de 2020 e cinematograficamente representada no filme Gravidade da Warner Bros. Pictures em 2013.

Figura 1– Concepção artística de detritos espaciais



Fonte: ESA (2014).

Um meio de evitar que determinado equipamento se torne lixo espacial é programá-lo para que, ao fim de sua atividade, entre em órbitas distantes da Terra, órbitas estas intituladas de órbitas-cemitério, diminuindo assim o risco de colisões, ou então forçar sua reentrada na atmosfera, onde será destruído. Todavia, a preocupação com o acúmulo de objetos na órbita terrestre é recente, o que resultou no descaso de medidas de descarte destes equipamentos utilizados e, conseqüentemente, a uma grande quantidade de lixo espacial em órbitas frequentemente utilizadas.

Propostas para eliminar lixos espaciais estão sendo analisadas e desenvolvidas. Algumas delas são:

Redes: Sistema de redes gigantes capaz de capturar detritos e diminuir sua altitude.

Fios: conectar satélites desativados com cabos de cobre para que possam ser atraídos pelo campo magnético da Terra.

Espuma: Um painel de espuma colocado na rota do lixo espacial. Quando estes passam o painel teriam sua velocidade reduzida, resultando na entrada do lixo na atmosfera terrestre.

Canhão de laser: Um canhão de laser aplica um impulso sobre o corpo em órbita de tal forma que a alteração da velocidade orbital deste resulte em uma nova trajetória que em algum instante o corpo entre na atmosfera e sofra combustão.

Este trabalho utilizará o método de canhão de laser. Será abordado uma metodologia utilizada para estudar o movimento de objetos em órbita, possibilitando plotar a posição do debri em função do tempo. A posição do canhão também será calculada em função do tempo, respeitando a rotação da Terra.

O grande problema para a aplicação de qualquer metodologia de limpeza da órbita terrestre é seu alto custo financeiro, colocando sua viabilidade em risco. Diante disso esse trabalho simula diversas trajetórias orbitais do lixo espacial e várias posições do canhão de laser e busca o melhor momento para aplicar o impulso. Tal trabalho tem a finalidade de encontrar o instante que será necessário o menor impulso para destruir o debri, o que otimizará o custo do método.

A execução da limpeza de lixo espacial através do uso de canhão de laser tem sido estudada por cientistas australianos, junto com a NASA, desde 2014. Em 2019 foi anunciado o interesse em um projeto de um telescópio que deve ser construído em Tenerife. Tal telescópio será utilizado para estudar a aplicação do método e posteriormente deve ser substituído por um canhão de laser. O projeto está sujeito à aprovação e, caso aprovado, terá um custo de aproximadamente 600 milhões de euros.

Este trabalho apresentará conceitos de mecânica orbital e de manobras orbitais necessários para a compreensão da técnica de limpeza de lixo espacial analisada, seguindo pela teoria da aplicação do impulso realizada pelo canhão desenvolvida na simulação para finalmente apresentar os resultados do trabalho e as respectivas conclusões.

## 2 LEIS DE KEPLER

O astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630), após ser forçado a abandonar o cargo de professor em Graz devido à Contrarreforma, passou a trabalhar com o astrônomo dinamarquês e Matemático Imperial Tycho Brahe e, em 1601, com a morte deste último, Kepler herdou tal título. Utilizando observações de seu antigo companheiro de trabalho, Kepler conseguiu conceituar as três leis do movimento dos planetas que são a base da mecânica celeste (Kuga et al., 2008).

Primeira Lei: “Lei das órbitas elípticas”. As órbitas dos planetas são elipses com o Sol em um dos focos.

Segunda Lei: “Lei das áreas”. O segmento reto entre o planeta e o Sol percorre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

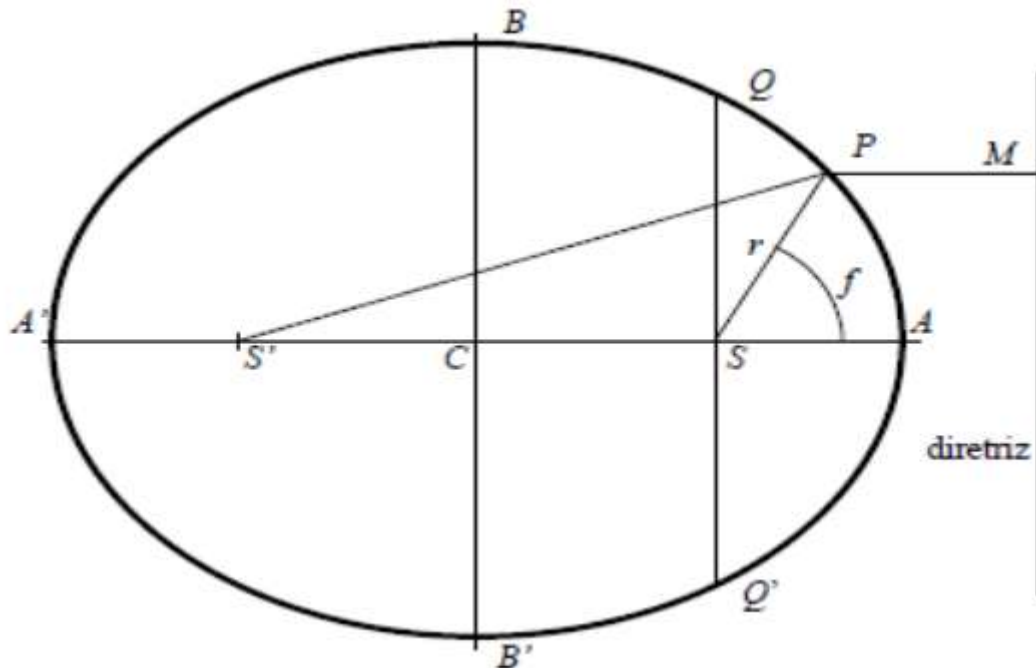
Terceira Lei: “Lei harmônica”. A relação dos quadrados dos períodos orbitais entre dois planetas é igual à relação do cubo do semieixo maior de suas órbitas.

Mais detalhes sobre Kepler e seu trabalho na astronomia podem ser encontrados na obra de Kuga.

### 3 POSICIONAMENTO DE SATÉLITE

Para a definição da elipse que o satélite percorre é necessário conhecer alguns elementos de órbita (Kuga et al., 2008):

Figura 2 - Elementos de uma órbita elíptica



Fonte: Kuga (2008).

**a: Semieixo maior:** Distância entre o centro da elipse e o ponto da elipse mais afastado do centro.

$$a = CA \quad (1)$$

**e: Excentricidade:** Define a forma da órbita cônica sendo seu valor calculado pela seguinte relação.

$$e = \frac{CS}{CA} \quad (2)$$

É possível definir o tipo de órbita que está analisando com o valor da excentricidade, onde:

$e = 0$ : Órbita circular.

$0 < e < 1$ : Órbita elíptica.

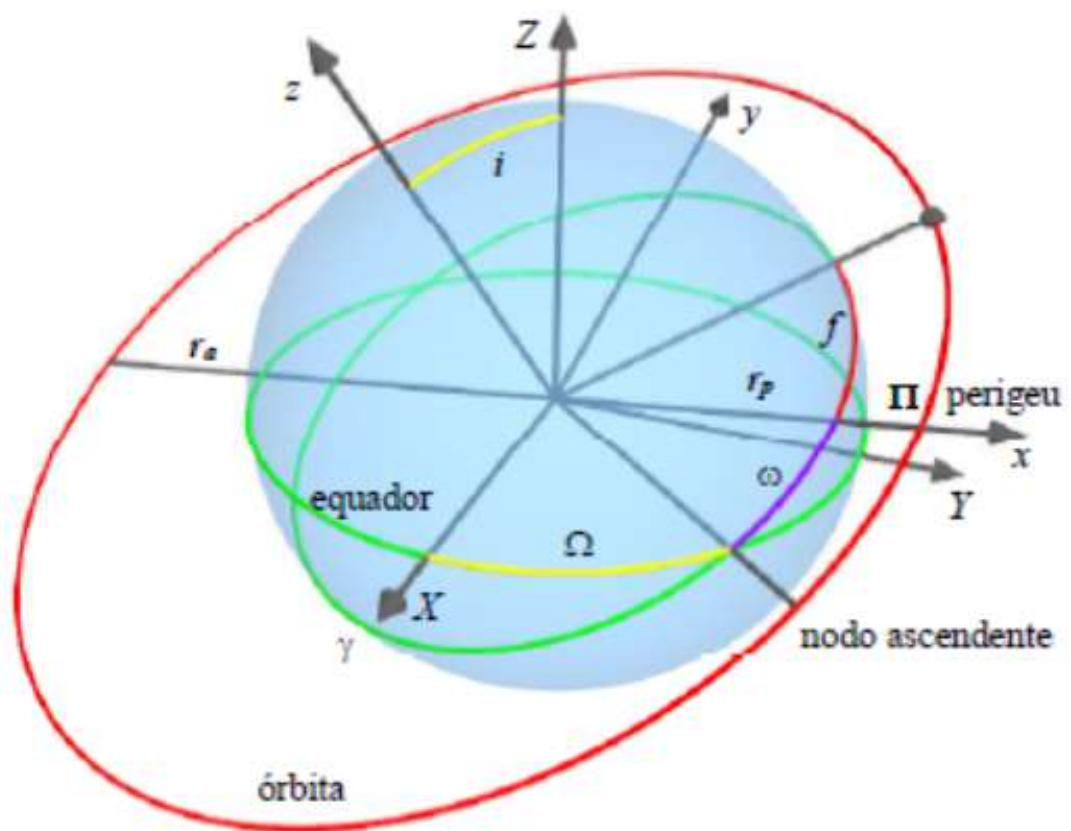
$e = 1$ : Órbita parabólica.

$e > 1$ : Órbita hiperbólica.

**M: Anomalia média:** É uma grandeza proporcional ao tempo de passagem pelo periastro.

Porém, para total localização da órbita no espaço é preciso ter conhecimento dos três ângulos de Euler da órbita. Primeiramente, deve-se definir o sistema OXYZ com origem no centro da Terra, o plano OXY como o plano do Equador e o eixo OX apontando para um ponto imaginário no espaço nomeado de ponto vernal, considerando assim o sistema OXYZ inercial.

Figura 3 – Elementos Orbitais



Fonte: Kuga (2008).

Também é importante saber mais dois pontos notáveis antes de explicar os ângulos de Euler, sendo eles:

**Nodos ascendentes:** Pontos de intersecção do plano orbital com o plano OXY do sistema inercial, sendo neste trabalho o plano que contém a linha do Equador.

**Perigeu:** Ponto da elipse mais próximo do foco. No caso estudado o centro da Terra é o foco da elipse.

Os ângulos de Euler são:

**i: inclinação da órbita em relação ao Equador:** Ângulo entre o plano da órbita e o Equador, variando de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

**$\Omega$ : Ascensão reta do nodo ascendente:** Ângulo entre o eixo OX e o vetor que liga o ponto O ao nodo ascendente, variando de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

**$\omega$ : Argumento do perigeu:** Ângulo entre OX e o vetor que liga o ponto O ao perigeu variando de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

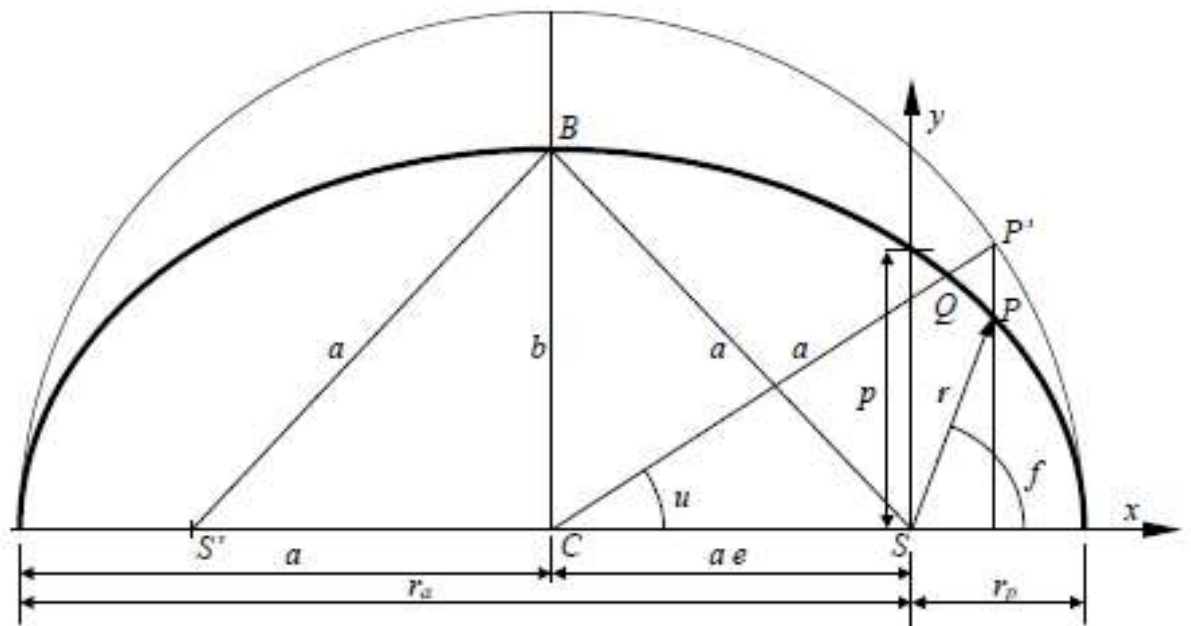
a, e, M, i,  $\Omega$  e  $\omega$  são chamados de elementos keplerianos e definem qualquer órbita no espaço.

**f: Anomalia verdadeira:** Ângulo entre o vetor da origem O até o perigeu e o vetor da origem O até a posição do satélite estudado.

**u: Anomalia excêntrica:** É um ângulo usado na transformação entre a grandeza geométrica f e a cinemática M. Tal ângulo é mostrado na Figura 3.3.

**p: Semi-latus rectum:** Segmento de reta perpendicular ao semieixo maior, contendo um dos focos e limitado pela elipse.

Figura 4 – Elementos keplerianos no plano



Fonte: Kuga (2008).

### 3.1 EQUAÇÃO DE KEPLER

A equação de Kepler estabelece uma relação entre a anomalia excêntrica ( $u$ ) e o tempo. É fundamental utilizá-la para localizar o satélite em um determinado instante. Sua dedução é iniciada com a equação da elipse.

$$\frac{1}{r} = \frac{1+e*\cos(f)}{a*(1-e^2)} = \frac{1}{a*(1-e^2)} + \frac{e*\cos(f)}{a*(1-e^2)} \quad (3)$$

Derivando  $1/r$  em relação a  $f$  e fazendo  $r = a*(1 + e*\cos(u))$  tem-se:

$$r^2 df = a^2 * (1 - e^2)^{1/2} * (1 - e * \cos(u)) du \quad (4)$$

Dividindo ambos os membros por  $dt$  e lembrando-se da integral da área:

$$r^2 \frac{df}{dt} = h = (\mu p)^{1/2} \quad (5)$$

Sendo  $h$  o momento angular específico. Trabalhando essa equação, tem-se:

$$\left(\frac{\mu}{a^3}\right)^{1/2} = (1 - e * \cos(u)) du \quad (6)$$

Supondo a constante de integração  $T$ , de modo que para  $t = T$  (passagem pelo perigeu) resulte em  $u = 0$ , a integração da equação fornece:

$$\left(\frac{\mu}{a^3}\right)^{1/2} * (t - T) = u - e * \sin(u) \quad (7)$$

Definindo a velocidade angular como:

$$n = \left(\frac{\mu}{a^3}\right)^{1/2} \quad (8)$$

Obtém-se:

$$n * (t - T) = u - e * \sin(u) = M \quad (9)$$

Sendo M um ângulo chamado de anomalia média. Finalmente chega-se a forma final da equação de Kepler:

$$M = u - e * \sin(u) \quad (10)$$

## 4 MUDANÇA DE COORDENADAS

Saber trabalhar com coordenadas cartesianas e com elementos keplerianos é fundamental, porém não suficiente, para entender qualquer processo de manobras orbitais, logo, ao processo de limpeza de debris. É necessário saber transformar um conjunto de informações em outro e vice-versa. Para isso é usado mais um sistema de coordenadas cartesianas, Oxyz, porém este com os eixos apontando para sentidos diferentes do OXYZ. Esse capítulo, baseado na obra de Kuga (2008), é destinado a mostrar como fazer isso.

### 4.1 SISTEMAS DE COORDENADAS CATESIANAS Oxyz

O sistema de coordenadas cartesianas Oxyz é usado na transição de elementos keplerianos para o sistema OXYZ.

#### 4.1.1 Coordenadas cartesianas Oxyz de posição

A origem do sistema se encontra no foco da elipse, o eixo Ox apontando para o perigeu e o eixo y a 90° no sentido anti-horário de Ox. O plano Oxy é o espaço onde o debri movimenta-se, logo  $z = 0$  para todos os pontos da elipse, assim temos:

$$x = r * \cos(f) = a * (\cos(u) - e) \quad (11)$$

No cálculo da coordenada y, calcula-se o raio em termos de u. Usando a equação da elipse tem-se:

$$p = r + e * r * \cos(f) \quad (12)$$

$$a * (1 - e^2) = r + e * a * (\cos(u) - e) \quad (13)$$

$$r = a - a * e^2 - a * e * \cos(u) + a * e^2 = a * (1 - e * \cos(u)) \quad (14)$$

Para a coordenada y parte-se de:

$$y^2 = r * \sin(f) = a * \sin(u) * (1 - e^2)^{1/2} \quad (15)$$

#### 4.1.2 Seção Terciária Coordenadas cartesianas Oxyz de velocidade

Sabendo que a velocidade é a derivada da posição em relação ao tempo, basta derivar as equações de posição já encontradas, lembrando que a variação temporal de  $u$  é definida pela equação de Kepler.

$$r = a * (1 - e * \cos(u)) \quad (16)$$

Derivando  $u$ ,  $x$ ,  $y$  e  $z$ , tem-se:

$$\dot{u} = \frac{na}{r} \quad (17)$$

$$\dot{x} = \frac{na^2}{r} * \sin(u) \quad (18)$$

$$\dot{y} = \frac{na^2}{r} * \cos(u) * (1 - e^2)^{1/2} \quad (19)$$

$$\dot{z} = 0 \quad (20)$$

#### 4.2 TRANSFORMAÇÃO DE ELEMENTOS KEPLERIANOS PARA COORDENADAS CARTESIANAS OXYZ

Para uma definição completa da órbita no espaço é necessário um referencial inercial, independente do movimento de rotação e translação da Terra. Para isso é usado o sistema OXYZ. Tal sistema é centrado na Terra, seu plano OXY possui um plano no Equador e o eixo OX aponta para o ponto vernal. Com essas características o sistema é considerado inercial.

Com o sistema cartesiano inercial estabelecido é possível obter as coordenadas cartesianas X, Y, Z de posição e velocidade do satélite estudado.

Primeiramente calculam-se as coordenadas no espaço Oxyz, já vistas anteriormente:

$$x = a * (\cos(u) - e) \quad (21)$$

$$y = a * \sin(u) * (1 - e^2)^{1/2} \quad (22)$$

$$z = 0 \quad (23)$$

$$\dot{x} = \frac{na^2}{r} * \sin(u) \quad (24)$$

$$\dot{y} = \frac{na^2}{r} * \cos(u) * (1 - e^2)^{1/2} \quad (25)$$

$$\dot{z} = 0 \quad (26)$$

Obtêm-se as coordenadas no sistema OXYZ através da multiplicação matricial:

$$X^T = R(i, \Omega, \omega) * x^T \quad (27)$$

Onde:

$$X^T = (X, Y, Z) \quad (28)$$

$$x^T = (x, y, z) \quad (29)$$

E  $R(i, \Omega, \omega)$  é a matriz de rotação abaixo:

$$\begin{vmatrix} c(\Omega)c(\omega) - s(\Omega)c(i)s(\omega) & -c(\Omega)s(\omega) - s(\Omega)c(i)c(\omega) & s(\Omega)s(i) \\ s(\Omega)c(\omega) + c(\Omega)c(i)s(\omega) & -s(\Omega)s(\omega) + c(\Omega)c(i)c(\omega) & -c(\Omega)s(i) \\ s(i)s(\omega) & s(i)c(\omega) & c(i) \end{vmatrix}$$

O mesmo deve ser feito para encontrar o vetor velocidade do satélite:

$$\dot{X}^T = R(i, \Omega, \omega) * \dot{x}^T \quad (30)$$

Onde:

$$\dot{X}^T = (\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}) \quad (31)$$

$$\dot{x}^T = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad (32)$$

### 4.3 TRASFORMAÇÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS OXYZ PARA ELEMENTOS KEPLERIANOS

Agora será descrito o problema inverso, ou seja, transformar coordenadas cartesianas OXYZ em elementos keplerianos da órbita  $a$ ,  $e$ ,  $M$ ,  $i$ ,  $\Omega$  e  $\omega$ .

O primeiro elemento a ser calculado será o semieixo. Para isso calcula-se os módulos dos vetores posição e velocidade.

$$r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 \quad (33)$$

$$v^2 = (\dot{X})^2 + (\dot{Y})^2 + (\dot{Z})^2 \quad (34)$$

Utilizando a equação da “vis-viva”

$$v^2 = \mu * \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (35)$$

Onde,  $\mu$  é o parâmetro gravitacional padrão, chega-se a:

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu} \quad (36)$$

O próximo elemento a ser calculado é a excentricidade, seu valor pode ser encontrado a partir das equações abaixo:

$$e * \sin(u) = \left( \frac{r * \dot{r}}{na^2} \right) \quad (37)$$

$$e * \cos(u) = 1 - \frac{r}{a} \quad (38)$$

Onde:

$$r * \dot{r} = X\dot{X} + Y\dot{Y} + Z\dot{Z} \quad (39)$$

Elevando as equações 4.28 e 4.29 ao quadrado, somando as duas equações e colocando o  $e$  em evidência, temos:

$$e^2 = \left( \frac{r * \dot{r}}{na^2} \right)^2 + \left( 1 - \frac{r}{a} \right)^2 \quad (40)$$

Calculando a raiz quadrada de ambos os lados da igualdade obtém-se o valor da excentricidade.

Para calcular a anomalia verdadeira é preciso saber o valor da anomalia excêntrica  $u$ , que é calculada pela equação abaixo e uma análise de quadrantes.

$$\tan(u) = \frac{(r*\dot{r})/(na^2)}{1-r/a} \quad (41)$$

Sabendo o valor de  $u$  basta usar a equação de Kepler para achar  $M$ :

$$M = u - e * \sin(u) \quad (42)$$

A inclinação da órbita pode ser encontrada pelo cálculo do momento angular específico  $h$ :

$$\begin{aligned} \vec{h} &= \vec{r} * \vec{v} = \begin{vmatrix} X & Y & Z \\ \dot{X} & \dot{Y} & \dot{Z} \\ \hat{I} & \hat{J} & \hat{K} \end{vmatrix} \\ \vec{h} &= \vec{r} * \vec{v} = (Y\dot{Z} - Z\dot{Y})\hat{I} + (Z\dot{X} - X\dot{Z})\hat{J} + (X\dot{Y} - Y\dot{X})\hat{K} = h_x\hat{I} + h_y\hat{J} + h_z\hat{K} \\ h &= \sqrt{(h_x^2 + h_y^2 + h_z^2)} \end{aligned} \quad (43)$$

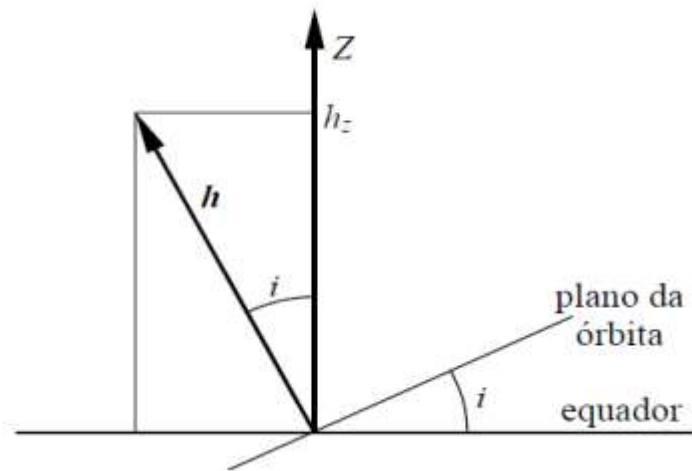
Onde  $I$ ,  $J$  e  $K$  são versores nas direções  $X$ ,  $Y$ , e  $Z$ , respectivamente. Observando a Figura 5 nota-se que o vetor momento angular é perpendicular ao plano da órbita, formando o ângulo  $i$  com o eixo  $Z$ , logo:

$$\cos(i) = \frac{h_z}{h} \quad (44)$$

Onde:

$$0^\circ \leq i \leq 180^\circ \quad (45)$$

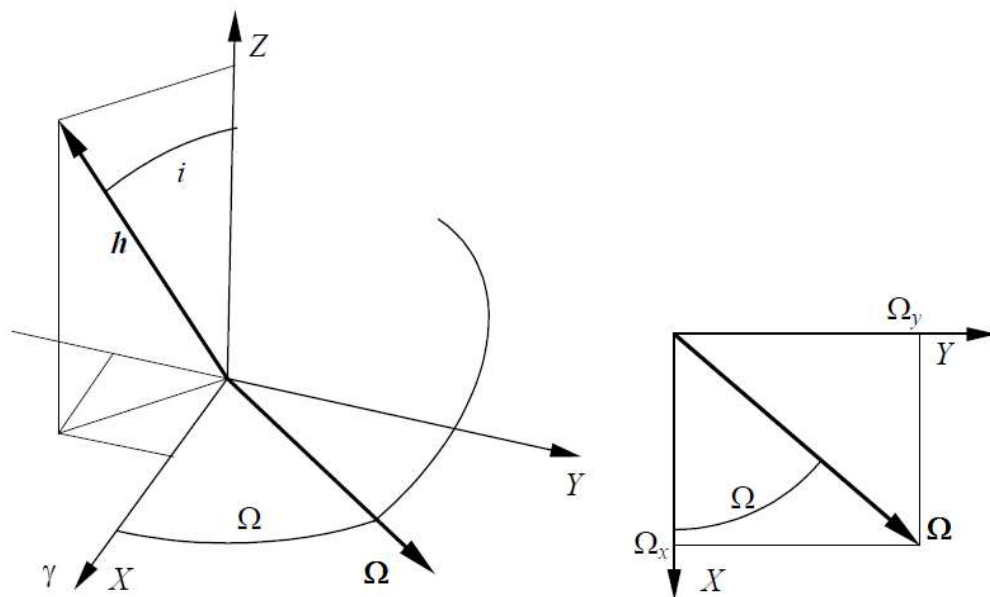
Figura 5 – Esquema mostrando a inclina da órbita.



Fonte: Kuga (2008).

O cálculo da ascensão reta do nodo ascendente é feito pela definição de um vetor  $\Omega$ , com origem no centro O e passando pela linha dos nodos, ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Ascensão reta do nodo ascendente



Fonte: Kuga (2008).

Pelo fato do momento angular  $h$  ser perpendicular ao plano da órbita, ele também é perpendicular ao vetor  $\Omega$  que está contido no plano da órbita. Podendo escrever:

$$\vec{\Omega} = \vec{K} * \vec{h} \quad (46)$$

$$\vec{\Omega} = \begin{vmatrix} \hat{I} & \hat{J} & \hat{K} \\ 0 & 0 & 0 \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix} = -h_y * \hat{I} + h_x \hat{J} \quad (47)$$

Pela Figura 6, tem-se:

$$\tan(\Omega) = \frac{\Omega_y}{\Omega_x} = \frac{h_x}{-h_y} \quad (48)$$

O último elemento kepleriano a ser encontrado é o argumento do perigeu. Para isso é necessário a definição de um ângulo auxiliar  $v$  chamado de longitude verdadeira, onde:

$$v = \Omega + f \quad (49)$$

$$\tan(v) = \frac{-\cos(i)*\sin(\Omega)*X + \cos(i)*\cos(\Omega)*Y + \sin(i)*Z}{\cos(\Omega)*X + \sin(\Omega)*Y} \quad (50)$$

E  $f$  é dada por:

$$\tan(f) = \frac{(1-e^2)^{1/2} * \sin(u)}{\cos(u) - e} \quad (51)$$

Sabendo os valores de  $f$  e  $v$ , basta calcular  $\omega$  utilizando a equação 49

## 5 PROBLEMA DE N CORPOS

Para calcular a trajetória do satélite, é necessário estudar o problema de N corpos, pois neste trabalho são considerados os efeitos gravitacionais da Terra, Lua e do Sol sobre o debri.

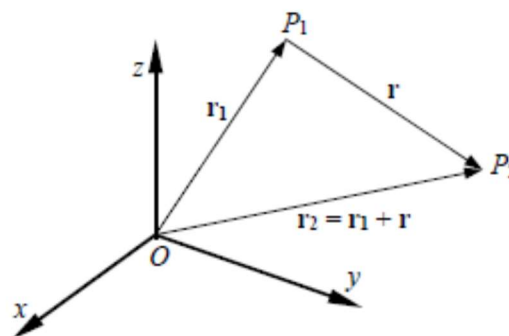
“Conhecidas as massas de N corpos que se movem governados pela gravitação mútua e dadas suas respectivas posições e velocidades num determinado instante, calcular suas posições e velocidades num instante futuro”.

Outra forma de pensar no problema de N corpos é inicialmente estudá-lo com apenas dois corpos para então considerar os demais corpos como perturbações. Estudar inicialmente a trajetória do satélite apenas pela influência gravitacional da Terra, para depois, inserir as ações gravitacionais da Lua e do Sol. Essa exemplificação foi utilizada para escrever a equação da órbita do satélite estudado neste trabalho. Porém, é importante informar que esse tipo de análise perde exatidão conforme aumentamos o período analisado.

### 5.1 PROBLEMA DE DOIS CORPOS

Trabalhando no sistema de referência inercial OXYZ com dois corpos puntiformes P1 e P2 com massas  $m_1$  e  $m_2$  respectivamente afirma-se pela lei de gravitação universal de Newton que a força que P1 exerce em P2 é:

Figura 7 – Representação de dois corpos no sistema cartesiano



Fonte: Moura (2003).

$$\vec{F}_{12} = -G * m_1 * m_2 * \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{r^3} \quad (52)$$

A aceleração pode ser escrita na forma:

$$\vec{\ddot{r}} = -G * (m_1 + m_2) * \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (53)$$

Para o caso em que  $m_1 \gg m_2$ , temos  $G*(m_1+m_2)$  aproximadamente igual a  $G*m_1=\mu$ . Portanto a expressão final da aceleração é:

$$\vec{\ddot{r}} = -G * m_1 * \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (54)$$

Onde  $G$  é a constante gravitacional universal do corpo  $m_1$ .

## 5.2 PROBLEMA DE TRÊS CORPOS

O problema de três corpos estuda a situação mais simples no problema de  $N$  corpos. Porém mesmo o caso mais simples possui diferentes abordagens, dependendo da situação, para atingir a solução desejada. Exemplos de diferentes situações são as soluções de Lagrange, usada para casos particulares na geometria dos três corpos; e o problema restrito de três corpos, um estudo simplificado do problema de três corpos onde um corpo de massa desprezível (utilizada neste trabalho) possui uma órbita que é influenciada por dois corpos de massas finitas e consideráveis.

A partir da equação 5.1 é possível escrever as equações de movimento de um sistema geral de três corpos:

$$\vec{\ddot{r}}_1 = G * m_2 * \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} - G * m_3 * \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|^3} \quad (55)$$

$$\vec{\ddot{r}}_2 = G * m_3 * \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} - G * m_1 * \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (56)$$

$$\vec{\ddot{r}}_3 = G * m_1 * \frac{\vec{r}_3 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_3 - \vec{r}_1|^3} - G * m_2 * \frac{\vec{r}_3 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_3 - \vec{r}_2|^3} \quad (57)$$

Sendo  $r_1$   $r_2$  e  $r_3$  posições de três corpos de massas  $m_1$   $m_2$  e  $m_3$ , respectivamente. As equações acima são válidas para qualquer problema de três corpos e serão utilizadas, neste trabalho como base para as equações do problema de  $N = 4$  corpos.

### 5.3 PROBLEMA DE N CORPOS

O problema de dois corpos é utilizado, neste trabalho, para a Terra e o satélite. Agora serão incrementadas a esse problema as perturbações gravitacionais do Sol e da Lua. Para isso, dados sobre o Sol e a Lua, como distância média da Terra, constante gravitacional, velocidade angular em relação à origem do sistema inercial (centro da Terra neste trabalho especificamente) e a massa de cada, são necessários e foram retirados do site do INPE.

Primeiramente calcula-se a posição da Lua e do Sol em determinado instante. Para isso serão necessárias as respectivas distancias  $r$  ao centro da Terra, das respectivas velocidades angulares  $\omega$  e do instante de tempo  $t$ .

$$x = r * \cos(\omega * t) \quad (58)$$

$$y = r * \sin(\omega * t) \quad (59)$$

Com a posição do Sol e da Lua em relação a origem, aplica-se o problema de dois corpos para os casos Lua – debri e Sol – debri para então somar tais efeitos ao caso Terra – debri, onde o debri, a Lua e o Sol encontram-se respectivamente nas posições  $(x_D; y_D; z_D)$ ,  $(x_L; y_L; z_L)$  e  $(x_S; y_S; z_S)$ .

$$F_{x\ Terra} = -\frac{\mu_{Terra} * x_D}{r_1^3} \quad (60)$$

$$F_{y\ Terra} = -\frac{\mu_{Terra} * y_D}{r_1^3} \quad (61)$$

$$F_{z\ Terra} = -\frac{\mu_{Terra} * z_D}{r_1^3} \quad (62)$$

$$F_{x\ Lua} = -\frac{\mu_{Lua} * (x_D - x_L)}{r_2^3} \quad (63)$$

$$F_{y\ Lua} = -\frac{\mu_{Lua} * (y_D - y_L)}{r_2^3} \quad (64)$$

$$F_{z\ Lua} = -\frac{\mu_{Lua} * (z_D - z_L)}{r_2^3} \quad (65)$$

$$F_{x\ Sol} = -\frac{\mu_{Sol} * (x_D - x_S)}{r_3^3} \quad (66)$$

$$F_{y\ Sol} = -\frac{\mu_{Sol} * (y_D - y_S)}{r_3^3} \quad (67)$$

$$F_{z\ Sol} = -\frac{\mu_{Sol} * (z_D - z_S)}{r_3^3} \quad (68)$$

Onde  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  são respectivamente as distâncias do satélite a Terra, do satélite a Lua e do satélite ao Sol.

As equações finais serão, portanto:

$$F_x = F_{x\ Terra} + F_{x\ Lua} + F_{x\ Sol} \quad (69)$$

$$F_y = F_{y\ Terra} + F_{y\ Lua} + F_{y\ Sol} \quad (70)$$

$$F_z = F_{z\ Terra} + F_{z\ Lua} + F_{z\ Sol} \quad (71)$$

Para esse trabalho em específico, as órbitas da Lua e do Sol foram consideradas pertencentes ao plano  $Z = 0$  (plano que contém a Linha do Equador).

#### 5.4 TERMOS DIRETO E INDIRETO

As equações acima ilustram o efeito direto problema de N corpos em relação ao eixo inercial. Para o problema de N igual ou maior que três corpos não é possível considerar que o centro da Terra está na origem do sistema inercial, pois a Terra também sofre os efeitos gravitacionais da Lua e do Sol. Neste trabalho, o ideal é analisar a órbita em relação ao centro da Terra. Em outras palavras, é necessário analisar o problema de quatro corpos no satélite (Terra, Lua e Sol) e o problema de três corpos para a Terra (Lua e Sol) simultaneamente. Essa análise sobre o posicionamento da Terra é o estudo do efeito indireto.

Para adicionar o termo indireto adiciona-se a força que a Lua exerce sobre a Terra contraria a cada força que atua no satélite e na Terra simultaneamente (Equações 5.12, 5.13 e 5.14) e repetir o processo para o caso do Sol com a Terra (Equações 5.15, 5.16 e 5.17).

$$F_{x\ Lua} = -\frac{\mu_{Lua}*(x_D - x_L)}{r_2^3} + \frac{\mu_{Lua}*x_L}{r_2^3} \quad (71)$$

$$F_{y\ Lua} = -\frac{\mu_{ua}*(y_D - y_L)}{r_2^3} + \frac{\mu_{Lua}*y_L}{r_2^3} \quad (72)$$

$$F_{z\ Lua} = -\frac{\mu_{ua}*(z_D - z_L)}{r_2^3} + \frac{\mu_{Lua}*z_L}{r_2^3} \quad (73)$$

$$F_{x\ Sol} = -\frac{\mu_{Sol}*(x_D - x_S)}{r_3^3} + \frac{\mu_{Sol}*x_S}{r_3^3} \quad (74)$$

$$F_{y\ Sol} = -\frac{\mu_{Sol}*(y_D - y_S)}{r_3^3} + \frac{\mu_{Sol}*y_S}{r_3^3} \quad (75)$$

$$F_{z\ Sol} = -\frac{\mu_{Sol}*(z_D - z_S)}{r_3^3} + \frac{\mu_{Sol}*z_S}{r_3^3} \quad (76)$$

O efeito perturbador previsto utilizando os termos direto e indireto e a rotação da órbita. Se a órbita for circular os efeitos não serão visíveis.

## 6 APLICAÇÃO DO IMPULSO

O impulso aplicado no debri é originado em um canhão localizado em algum ponto da superfície terrestre. Esse processo é equivalente a uma manobra orbital baseada em propulsores, cujo mecanismo está mais explicado nas referências Gomes (2001), Kuga et al (2001) e Prado (2001). Este capítulo explicará como encontrar a direção e a magnitude do impulso que o canhão deve atirar com o passar do tempo.

### 6.1 DIREÇÃO DO CANHÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO

Primeiramente deve-se localizar o debri no espaço OXYZ em determinado instante de tempo. Para isso é usado a relação entre  $M$  e o tempo  $t$  abaixo:

$$M = n * t \quad (77)$$

Com o valor da anomalia média e dos outros elementos keplerianos, basta fazer a transformação em coordenadas cartesianas OXYZ para encontrar a posição do debri no tempo desejado.

Devido a rotação da Terra, a posição do canhão também sofre mudança com o passar do tempo. Conhecendo a latitude e longitude do canhão, pode-se obter sua posição em coordenadas esféricas para depois transformá-la em cartesianas.

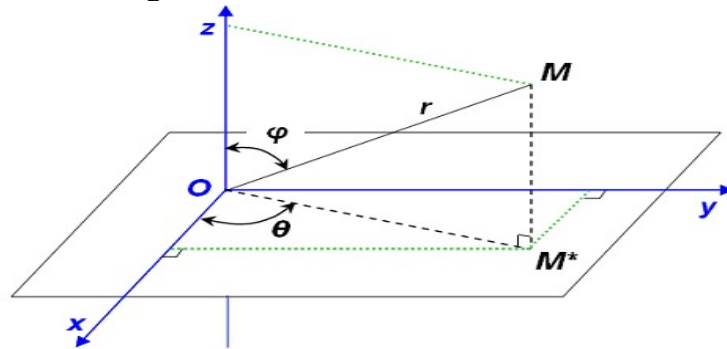
O sistema de coordenadas esféricas possui três variáveis, conforme mostra a Figura 8:

**r: raio.** Módulo da distância de determinado ponto no espaço;

**$\theta$ : teta.** Ângulo entre a projeção de  $\mathbf{r}$  no plano OXY e o eixo X.  $0^\circ < \theta < 360^\circ$ ;

**$\phi$ : phi.** Ângulo entre  $\mathbf{r}$  e o eixo Z.  $0^\circ < \phi < 180^\circ$ .

Figura 8 – Coordenadas esféricas



Fonte: Moura (2003).

Como  $O$  está localizado no centro da Terra, o canhão na superfície terrestre e o plano OXY contém o plano do Equador, temos:

$$r_{Terra} = 6378000 \text{ metros} \quad (78)$$

$$\theta = \left( \frac{(longitude) * \pi}{180} \text{ rad} \right) * \left( \frac{2 * \pi * t}{86400} \right) \quad (79)$$

$$\varphi = \frac{(latitude + 90) * \pi}{180} \text{ rad} \quad (80)$$

$$\vec{r}_{Terra} = r_{Terra} * (\sin(\varphi) * \cos(\theta) \hat{I} + \sin(\varphi) * \sin(\theta) \hat{J} + \cos(\varphi) \hat{K}) \quad (81)$$

Onde  $(2\pi t/86400)$  indica o quanto a Terra rotacionou no intervalo de tempo  $[0, t]$  e 6378000 é o raio da Terra.

Devem ser eliminados os instantes onde o debri não está na área de visibilidade do canhão. Para isso se deve fazer o seguinte teste. Chamando a distância do debri a origem referencial de  $rd$  e a distância entre o debri e o canhão de  $dc$ , confere-se a seguinte afirmativa:

$$rd < \sqrt{r_{Terra}^2 + dc^2} \quad (82)$$

Caso a relação for verdadeira, o debri não está visível para o canhão, logo não tem fundamento calcular o impulso necessário para derrubar o debri.

Para encontrar a direção para onde o canhão deve apontar basta fazer a subtração vetorial entre a posição do canhão e do debri.

## 6.2 IMPULSO

O impulso desejado é o de menor intensidade e que seja o suficiente para alterar o movimento orbital do debri de tal modo que este entre na atmosfera e sofra combustão. No presente trabalho vamos assumir que o veículo reentrou na atmosfera quando sua altitude atingiu o valor de duzentos quilômetros. A partir desse ponto é assumindo que a atmosfera completará o trabalho de reentrada. O uso de programação é essencial para simular o movimento antes e depois da aplicação do impulso e validar se o impulso aplicado foi o suficiente para atingir o objetivo.

Será realizado uma soma vetorial entre a velocidade do debri no instante  $t$  e um impulso pré-estabelecido, que terá a mesma direção do canhão. A partir dessa nova velocidade será feita uma integração numérica para calcular a trajetória do debri após o impulso e sofrendo todas as perturbações estudadas nesse trabalho.

$$\Pi = a * (1 - e) \quad (83)$$

Se  $\Pi$  for menor que 6578000 metros (distância do raio da Terra somado com a atmosfera) o debri será destruído, caso contrário deve-se refazer os mesmos cálculos com um impulso maior.

Neste trabalho foram desconsiderados os impulsos de valor igual ou maior a 3600 km/h por priorizar apenas os menores impulsos.

## 7 ACHATAMENTO DA TERRA

Para a definição da elipse que o satélite percorre é necessário conhecer alguns elementos de órbita (Kuga et al., 2008):

Uma vez que a Terra não é uma esfera, é necessário considerar que o campo gravitacional terrestre não possui o mesmo módulo em locais que possuam a mesma distância do centro da Terra, não podendo assim afirmar que duas posições da órbita do satélite que possua a mesma distância da origem impliquem no mesmo valor em módulo de força gravitacional aplicada sobre o satélite. Graças a essa não uniformidade, seria necessário considerar a atração gravitacional resultante como o somatório de cada força gravitacional de cada elemento de massa da Terra sobre o satélite.

Frente a tal problema será utilizado o valor da constante de achatamento da Terra ( $J_2$ ) e o raio equatorial ( $R_e$ ).

$$F_{J_2 x} = \mu * x_D * Re^2 * \left( \frac{3*x_D}{2*r_1^5} - \frac{15*z^2*x}{2*r_1^7} \right) \quad (84)$$

$$F_{J_2 y} = \mu * y_D * Re^2 * \left( \frac{3*y_D}{2*r_1^5} - \frac{15*z^2*y}{2*r_1^7} \right) \quad (85)$$

$$F_{J_2 z} = \mu * z_D * Re^2 * \left( \frac{9*z_D}{2*r_1^5} - \frac{15*z^3}{2*r_1^7} \right) \quad (86)$$

Onde  $r_1$  representa o módulo da distância entre o satélite e a Terra. Esses valores são somados, cada um, a equação que representa a aceleração no respectivo eixo.

$$F_x = F_{x Terra} + F_{x Lua} + F_{x Sol} + F_{x J_2} \quad (87)$$

$$F_y = F_{y Terra} + F_{y Lua} + F_{y Sol} + F_{y J_2} \quad (88)$$

$$F_z = F_{z Terra} + F_{z Lua} + F_{z Sol} + F_{z J_2} \quad (89)$$

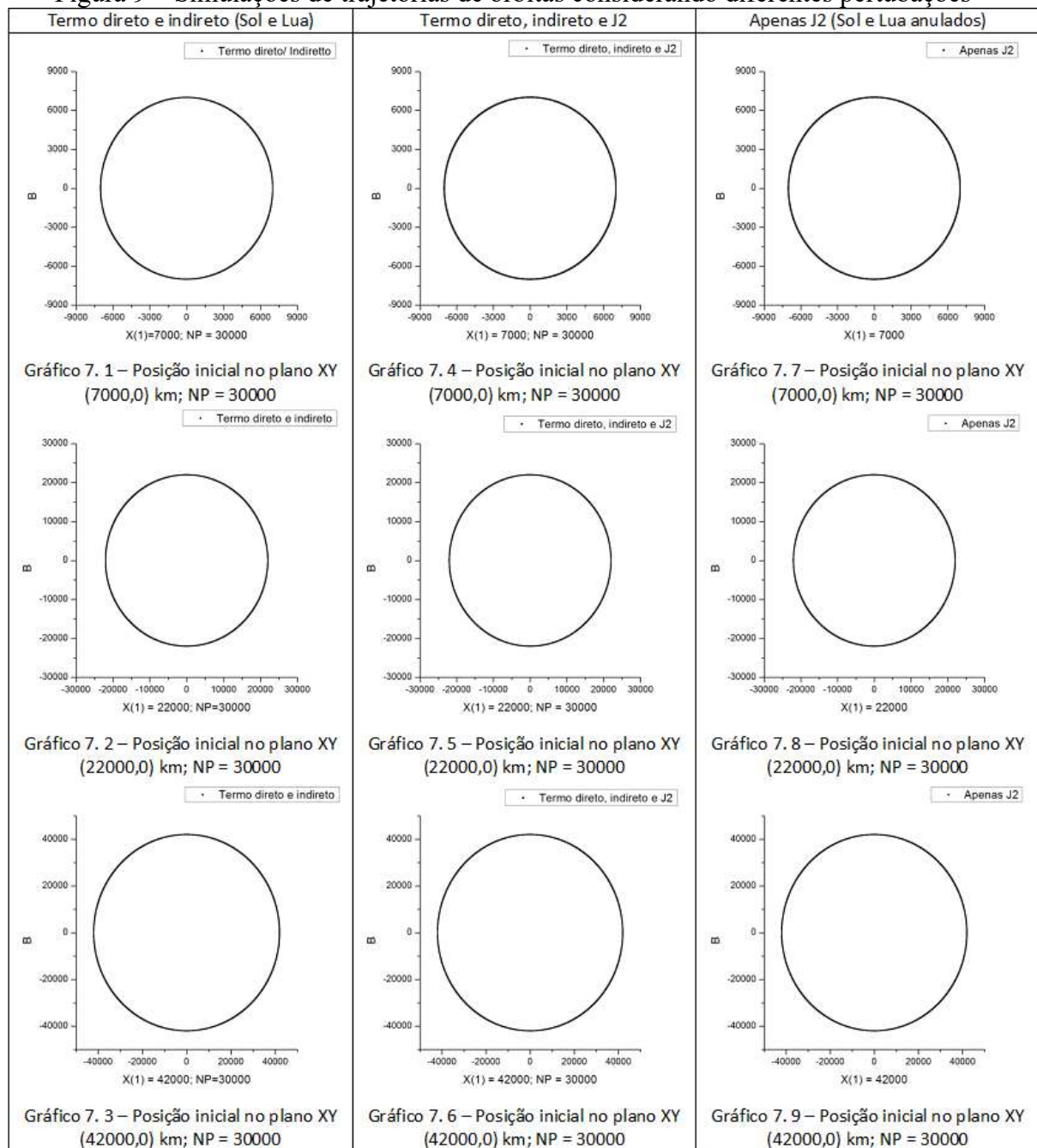
Os gráficos a seguir ilustram o percurso simulado do satélite em relação ao centro da Terra, comparando os diversos tipos de perturbações explicados neste trabalho, onde **NP** é o número de pontos plotados, **DT** é o intervalo de tempo entre dois pontos plotados e **Veloc** é a raiz quadrada de  $\mu$  dividido pelo semieixo maior.

Inicialmente foi estudado o movimento do satélite em apenas duas dimensões a fim de observar com mais facilidade a influência das perturbações inseridas na simulação. Com o intuito de considerar os efeitos gravitacionais da Lua e do Sol sobre a Terra e, ao mesmo

tempo, manter o centro da Terra na origem dos gráficos, os termos direto e indireto dos campos gravitacionais do Sol e da Lua foram adicionados à simulação. Com o centro da Terra na origem a trajetória do debri em torno da Terra é identificada com mais clareza.

A mesma órbita foi simulada em três situações diferentes para serem comparadas lado a lado. Por ter trabalhado com órbitas circulares as diferenças nos gráficos não são claras, apesar de existirem.

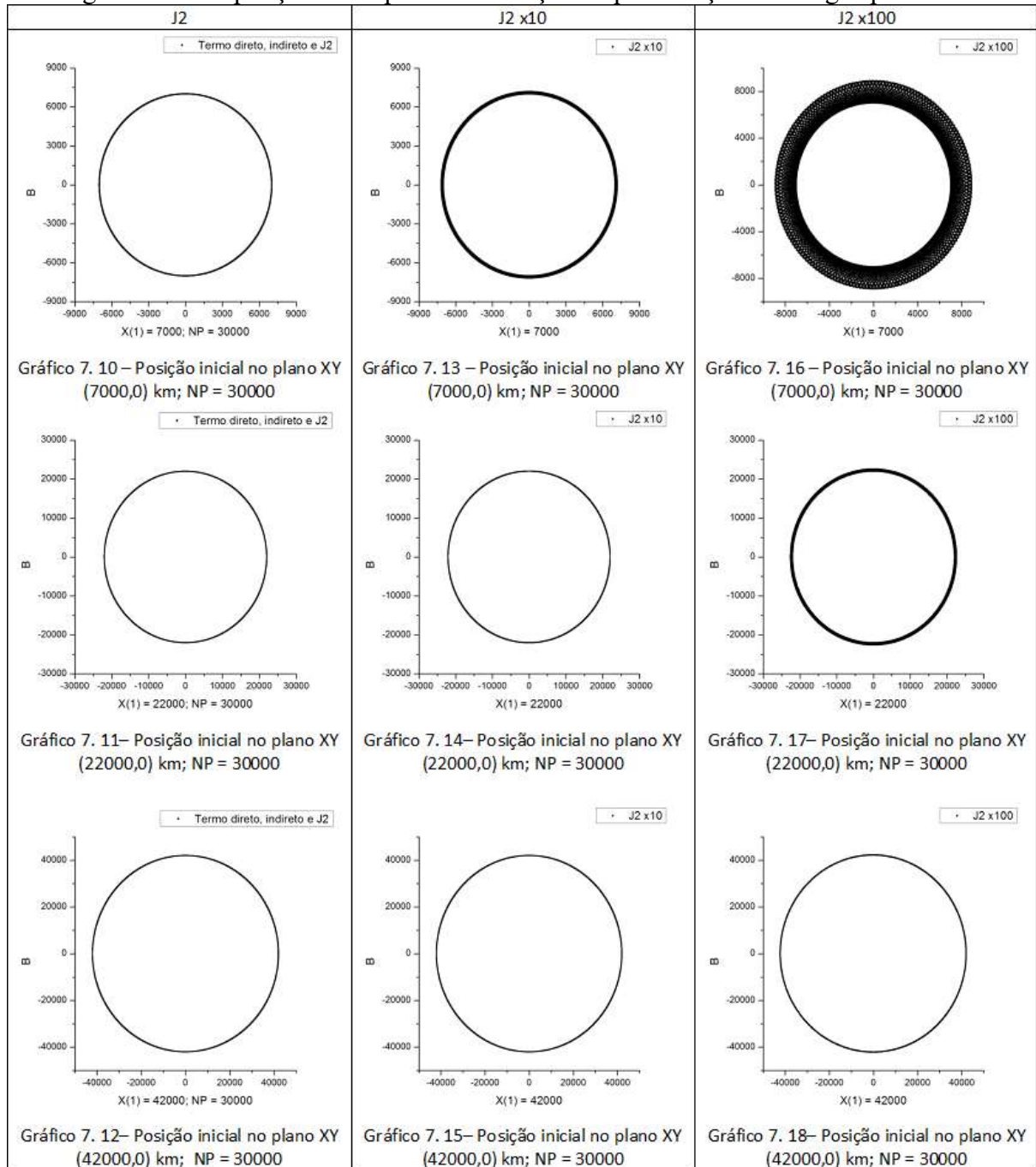
Figura 9 – Simulações de trajetórias de órbitas considerando diferentes perturbações



Fonte: Autoria própria (2017).

Posteriormente foram feitas simulações com órbitas circulares a fim de enfatizar os efeitos do achatamento da Terra devida a constante  $J_2$ . Os efeitos dessa perturbação são maiores para órbitas de menor altitude sendo possível observar tal perturbação quando  $J_2$  é multiplicado por uma constante com a finalidade de maximizar o efeito do achatamento da Terra.

Figura 10 – Ampliação de  $J_2$  para visualização da perturbação em longos períodos



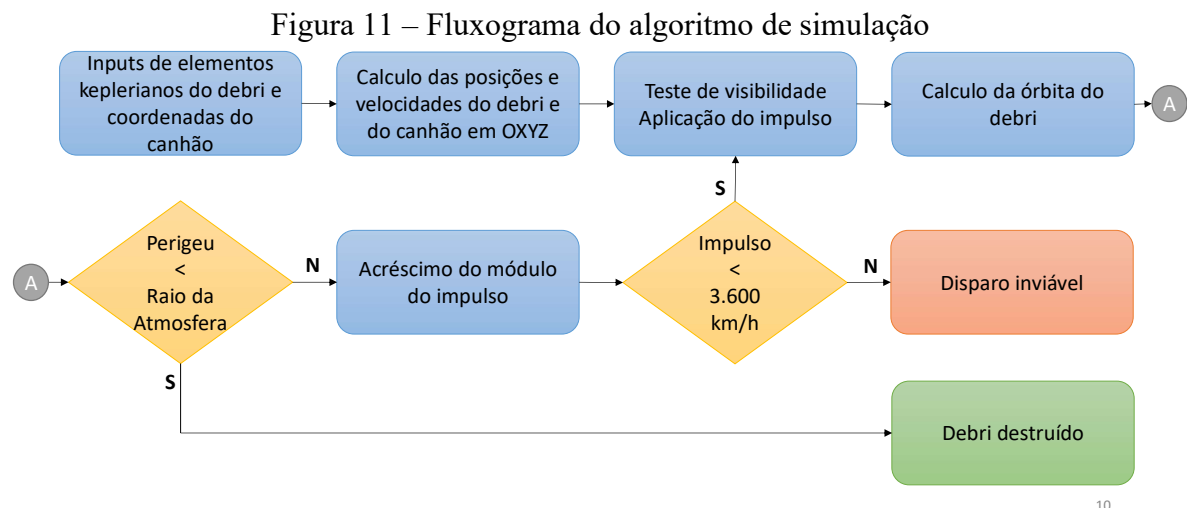
Fonte: Autoria própria (2017).

## 8 SIMULAÇÃO

Utilizando o conhecimento descrito ao longo deste trabalho foi desenvolvido um algoritmo em linguagem Fortran capaz de plotar a posição de um corpo em órbita e a posição do canhão de laser no espaço cartesiano, ambos em função do tempo.

Neste trabalho foi definido que o canhão se encontra no Meridiano de Greenwich em todos os casos simulados, restando fornecer a latitude do canhão como dado de entrada para que o algoritmo calcule o posicionamento do canhão ao longo do tempo.

Para cada posição definida é verificada a visibilidade do corpo em órbita em relação ao canhão e o impulso necessário para a ser aplicado caso a primeira condição seja verdadeira ao longo de um período orbital.



Fonte: Autoria própria (2017).

Foram atribuídos os seguintes valores para as seguintes situações:

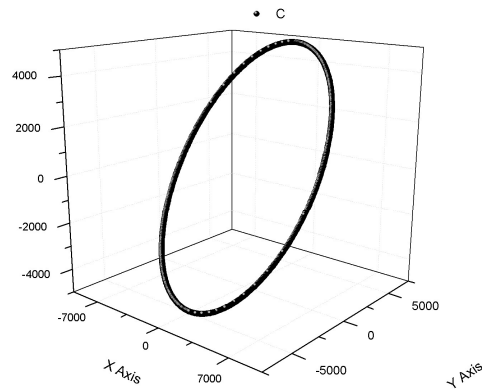
**Impulso = 0:** O debri não é visível ao canhão no instante analisado.

**Impulso = -1:** O impulso necessário para derrubar o debri é maior que 3600 km/s, logo o disparo do canhão é considerado inviável no instante de tempo estudado.

**Impulso > 0:** O debri é visível pelo canhão e o impulso necessário para realizar o objetivo está dentro do limite considerado viável neste trabalho.

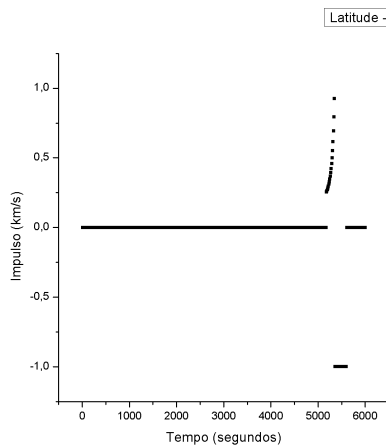
Seguem algumas das simulações com resultados satisfatórios.

Figura 12 - Trajetória do debri ( $a = 7000 \text{ km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega = 0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ )



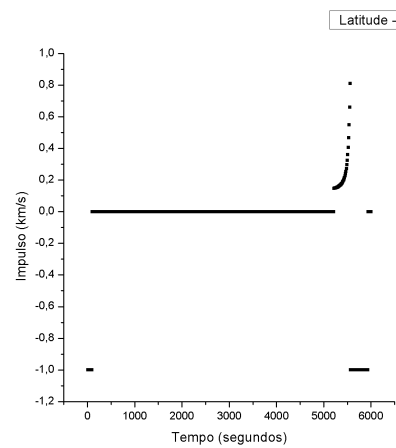
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 13 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.1  
Latitude do canhão:  $-30^\circ$



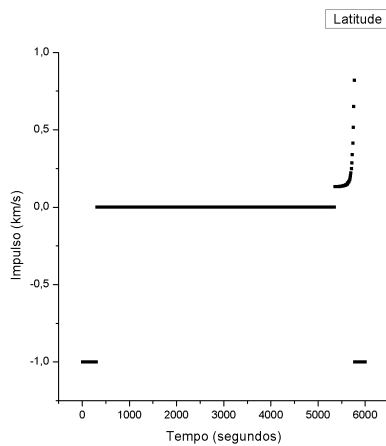
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 14 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.1  
Latitude do canhão:  $-15^\circ$



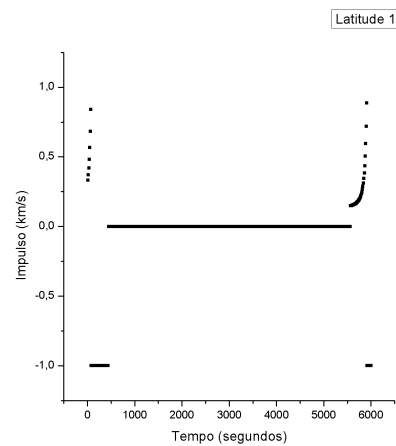
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 15 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.1  
Latitude do canhão:  $0^\circ$



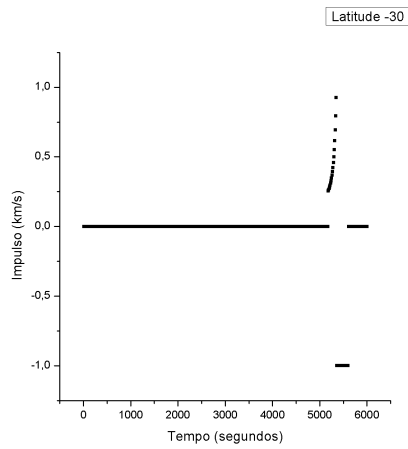
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 16 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.1  
Latitude do canhão:  $15^\circ$



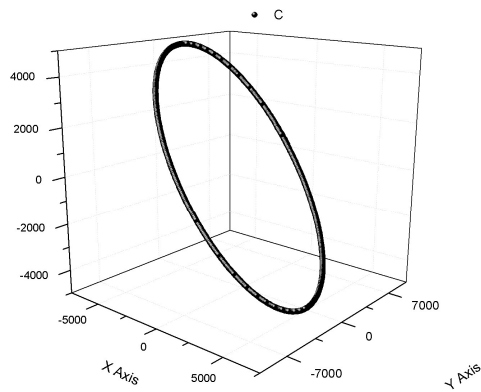
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 17 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.1  
Latitude do canhão: 30



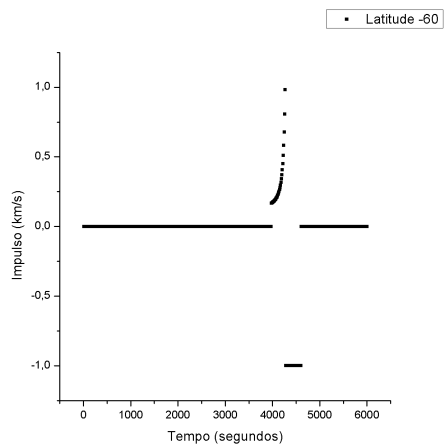
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 18 - Trajetória do debrí  $a = 7000$  km,  $e = 0$ ,  $i = 45^\circ$ ,  $\Omega = 90^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$



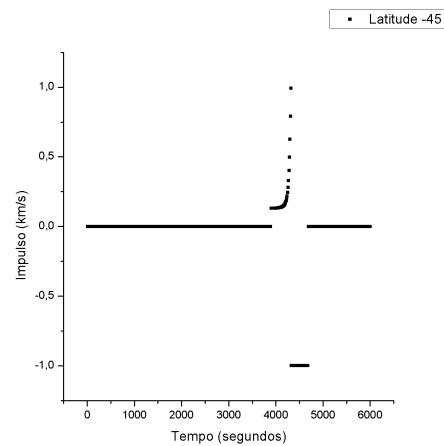
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 19 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.7  
Latitude do canhão:  $-60^\circ$



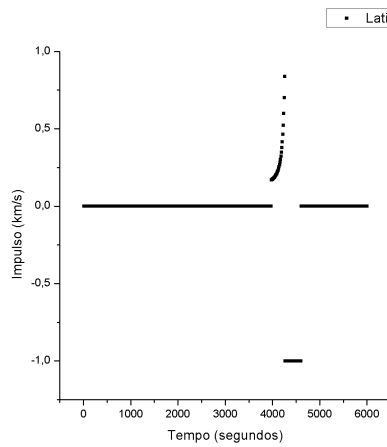
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 20 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.7  
Latitude do canhão:  $-45^\circ$



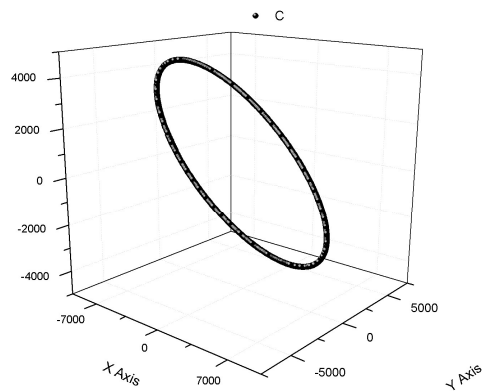
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 21 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.7  
Latitude do canhão:  $-30^\circ$



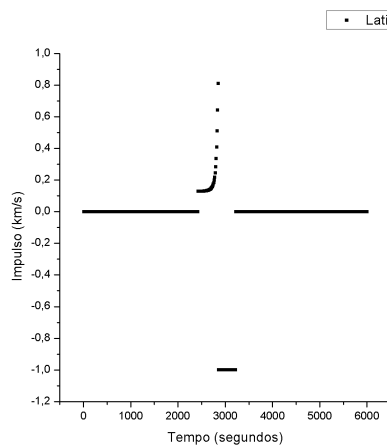
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 22 - Trajetória do debría = 7000 km,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$



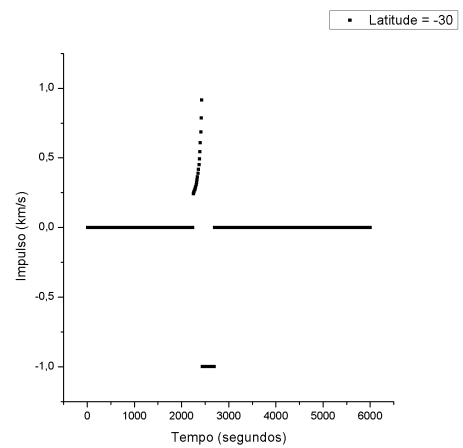
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 23 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.11  
Latitude do canhão:  $-90^\circ$



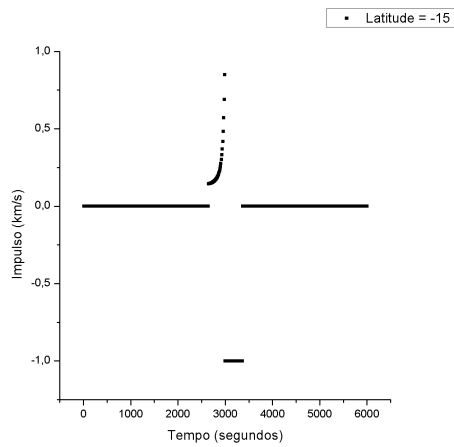
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 24 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.11  
Latitude do canhão:  $-30^\circ$



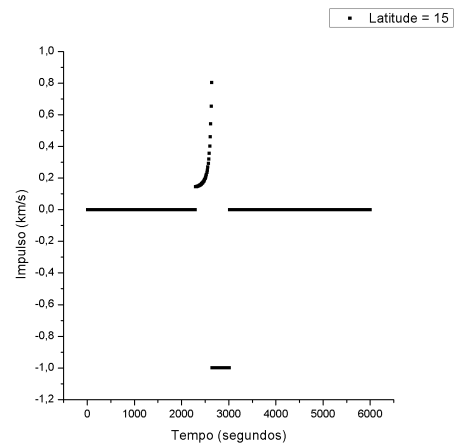
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 25 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.11  
Latitude do canhão:  $-15^\circ$



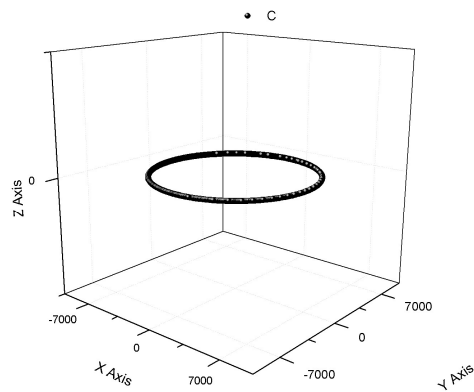
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 26 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.11  
Latitude do canhão:  $15^\circ$



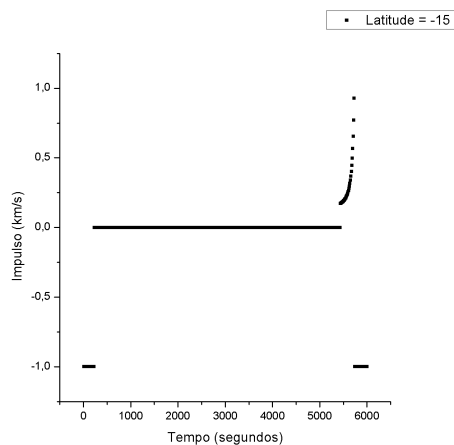
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 27 - Trajetória do debrí a  $a = 7000$  km,  $e=0$ ,  $i=0^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$



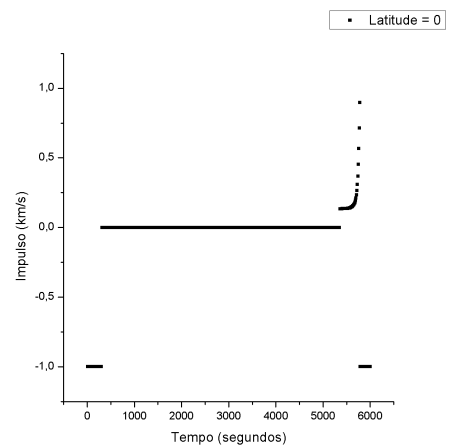
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 28 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.16  
Latitude do canhão:  $-15^\circ$



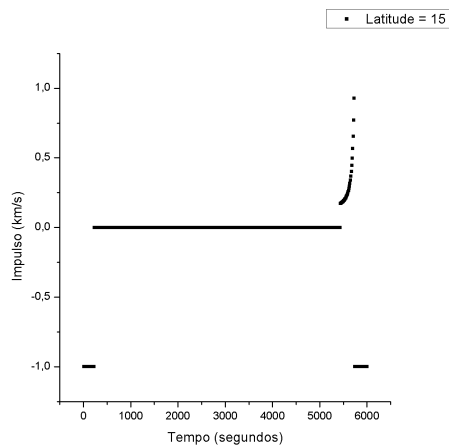
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 29 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.16  
Latitude do canhão:  $0^\circ$



Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 30 - Impulso x Tempo do Gráfico 8.16  
Latitude do canhão: 15°



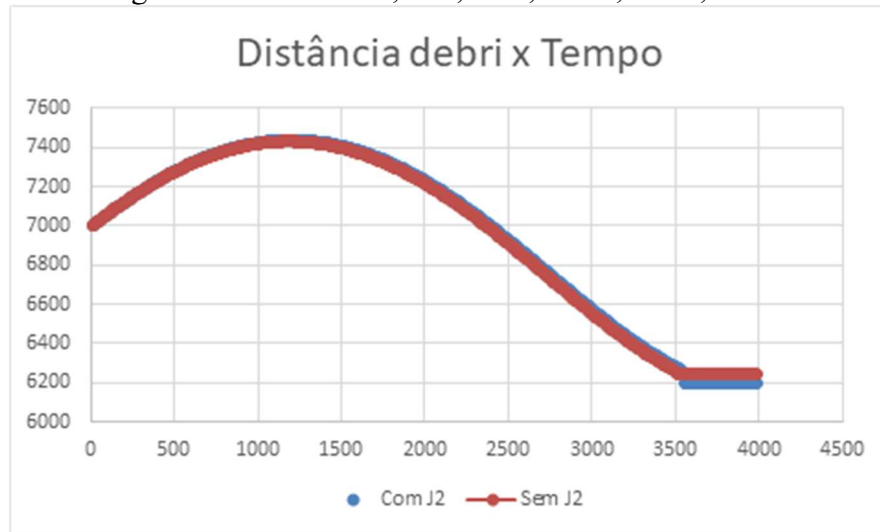
Fonte: Autoria própria (2017).

Apenas os testes com o canhão localizado em latitudes baixas possuíam uma quantidade considerável de visibilidade do debri, podendo assim afirmar que a instalação do canhão deve ser feita, de preferência, em latitudes próximas a linha do Equador. Porém essa análise não é suficiente. O ideal seria primeiro fazer o estudo da trajetória orbital do debri junto com a rotação terrestre para então achar o melhor meridiano para determinado intervalo de tempo e assim obter um período maior de visibilidade do debri.

Outro quesito importante a ser considerado é a quantidade de impulsos de baixa intensidade, podendo ser identificadas pela forma do gráfico. Como exemplos têm as Figuras 15, 20, 23 e 29 que, ignorando os instantes que o debri não é visível ou que o impulso é inviável, apresentam uma maior quantidade de impulsos de baixa intensidade. Essa análise é válida para qualquer caso, mas ganha destaque em órbitas circulares onde não existe uma diferença significativa entre os impulsos mínimos plotados nos gráficos. Com as diversas órbitas testadas, os impulsos mínimos de cada simulação sempre estavam entre 0,13 km/s e 0,2 km/s, sendo que em alguns casos, apesar de apresentar um impulso mínimo próximo de 0,13 km/s, apresentava, em contrapartida, uma acelerada elevação na intensidade dos impulsos seguintes.

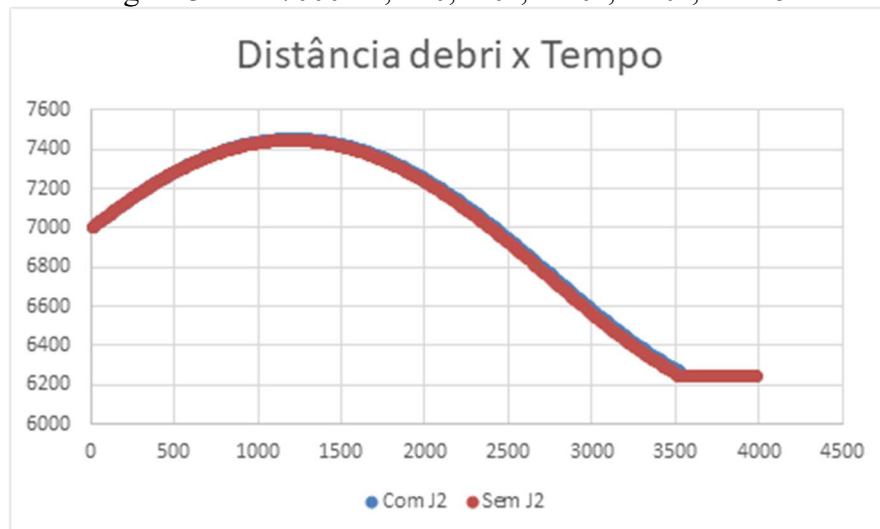
As figuras apresentadas a seguir mostram o módulo da distância do detrito, em relação ao centro da Terra, em função do tempo após a aplicação do impulso mínimo necessário para destruir o detrito. Com o intuito de analisar a influência da deformação gravitacional da Terra, em todos os casos simulados foram comparadas as trajetórias do detrito após o disparo com e sem a influência do termo  $J_2$  do achatamento da Terra.

Figura 31 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=0^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $0^\circ$



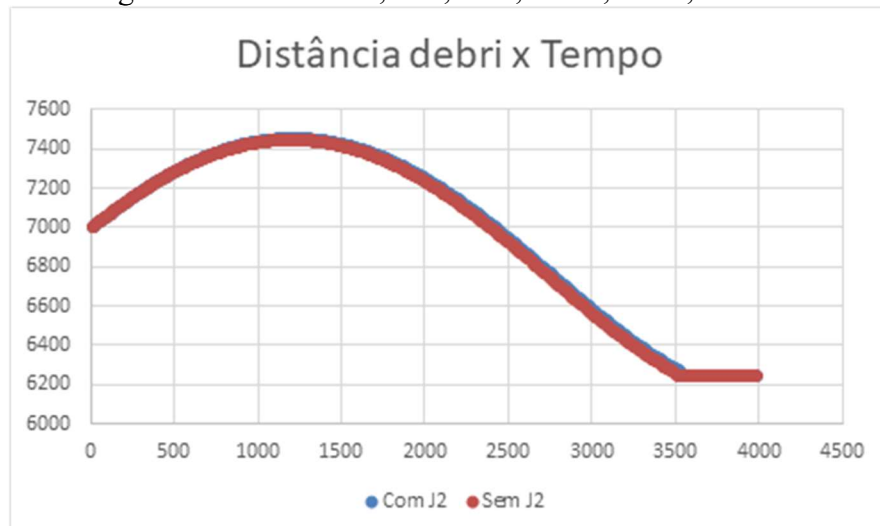
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 32 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=0^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $15^\circ$



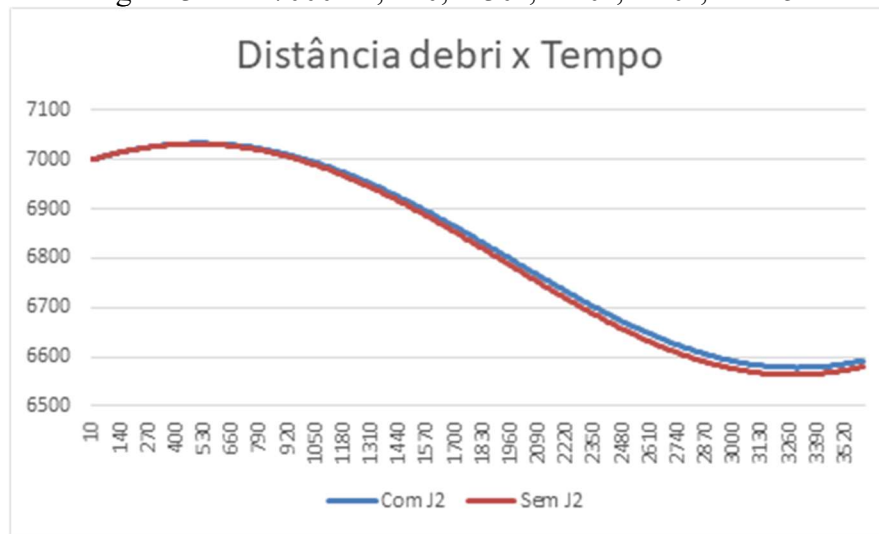
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 33 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=0^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-15^\circ$



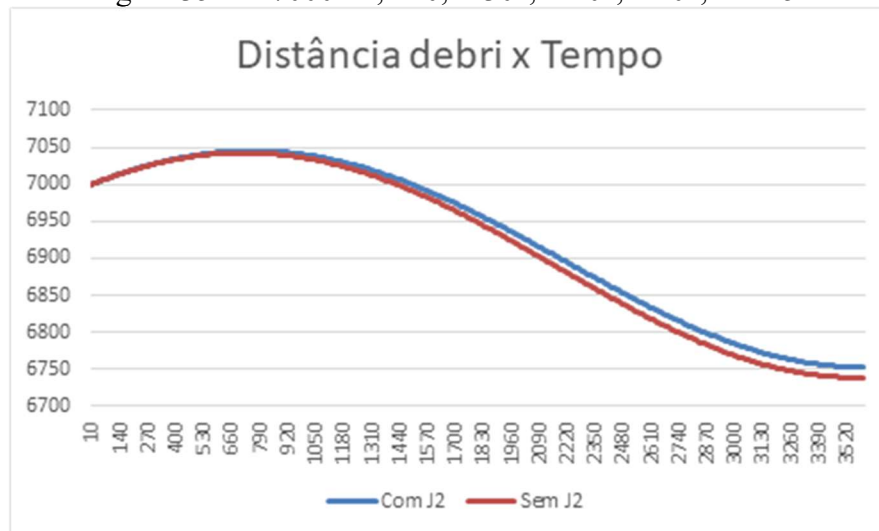
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 34 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $15^\circ$



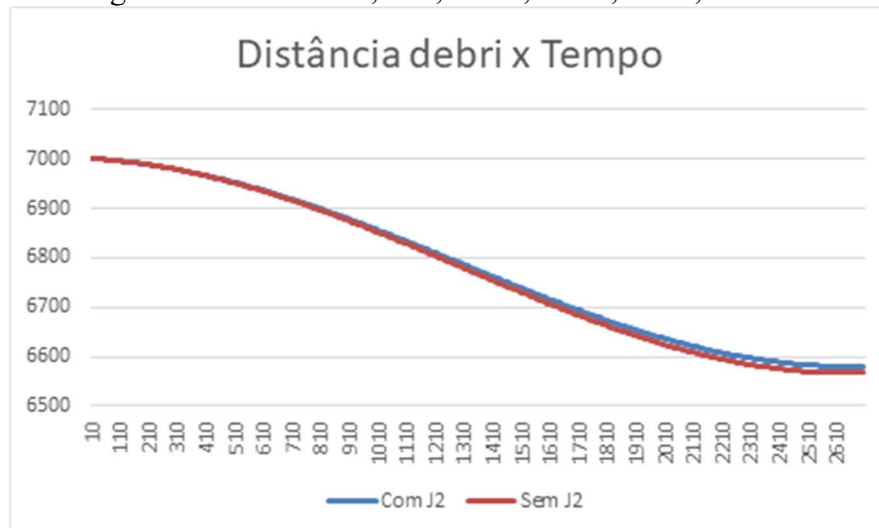
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 35 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $45^\circ$



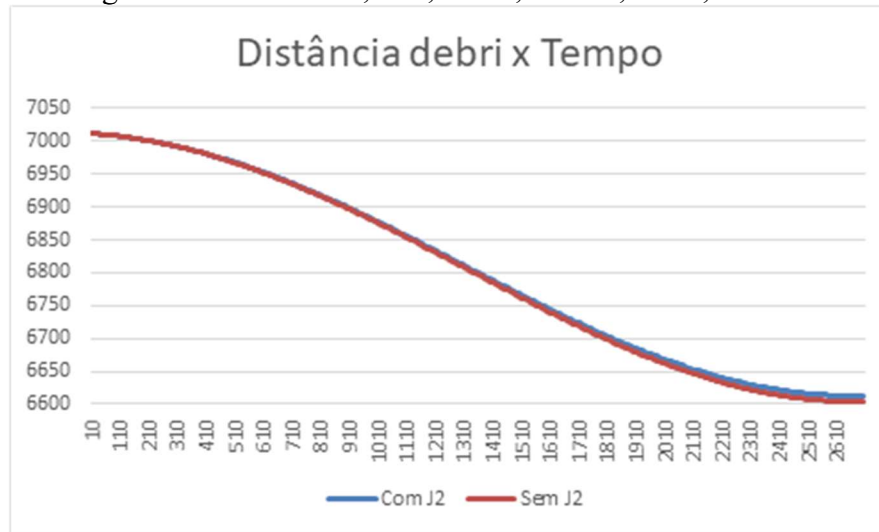
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 36 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-15^\circ$



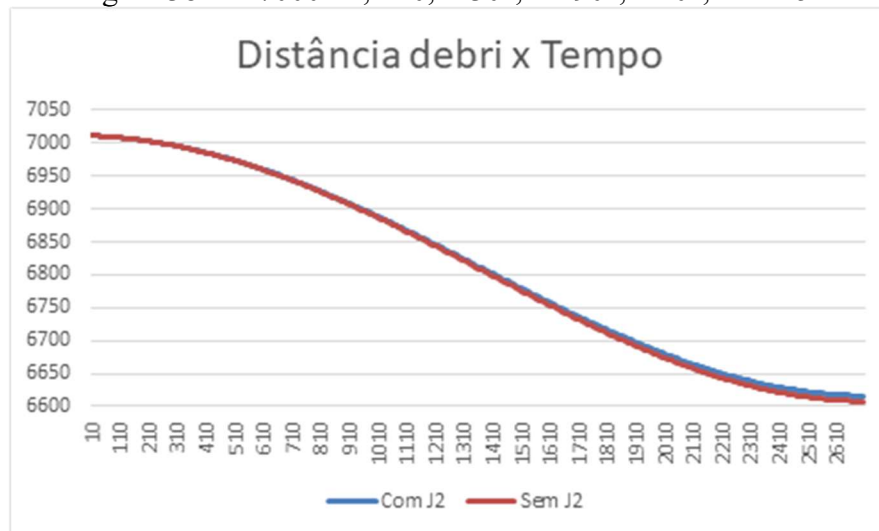
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 37 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=90^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-30^\circ$



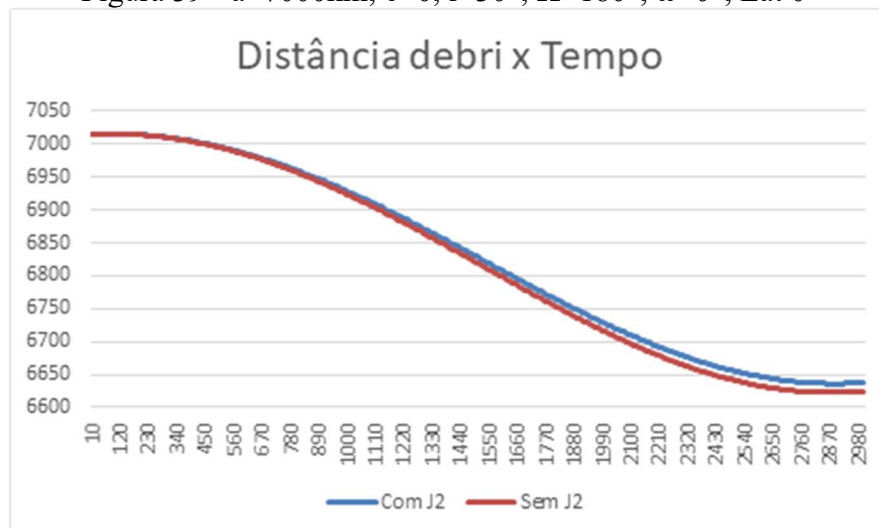
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 38 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=90^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-45^\circ$



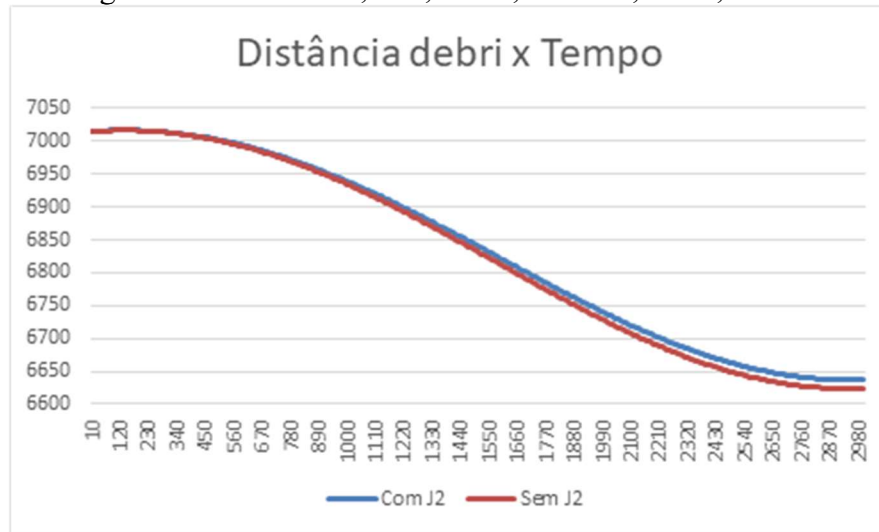
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 39 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $0^\circ$



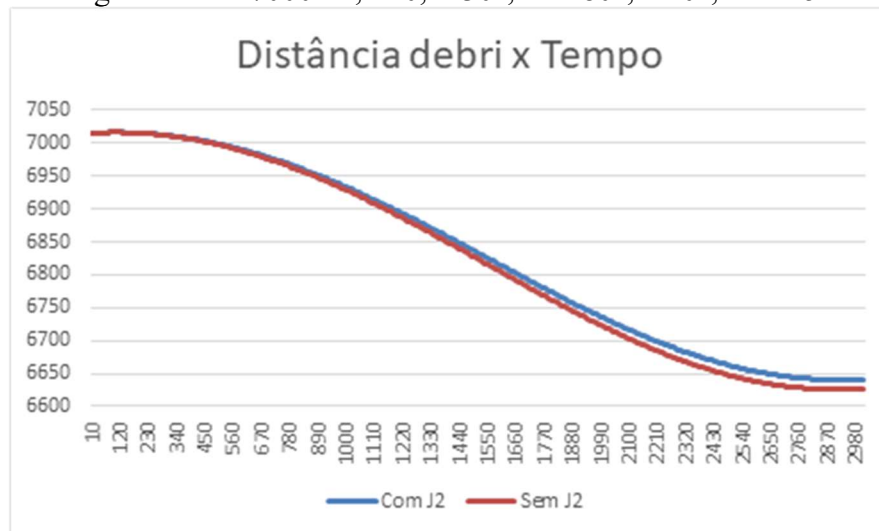
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 40 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $15^\circ$



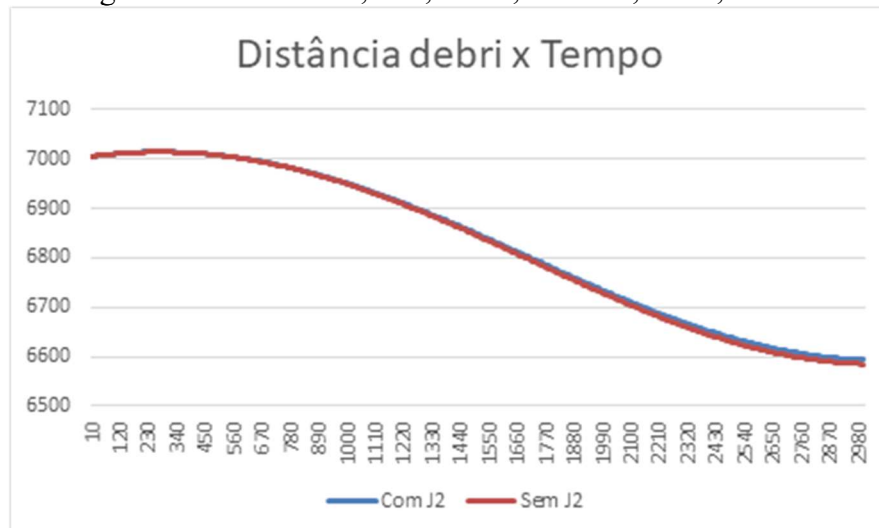
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 41 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-15^\circ$



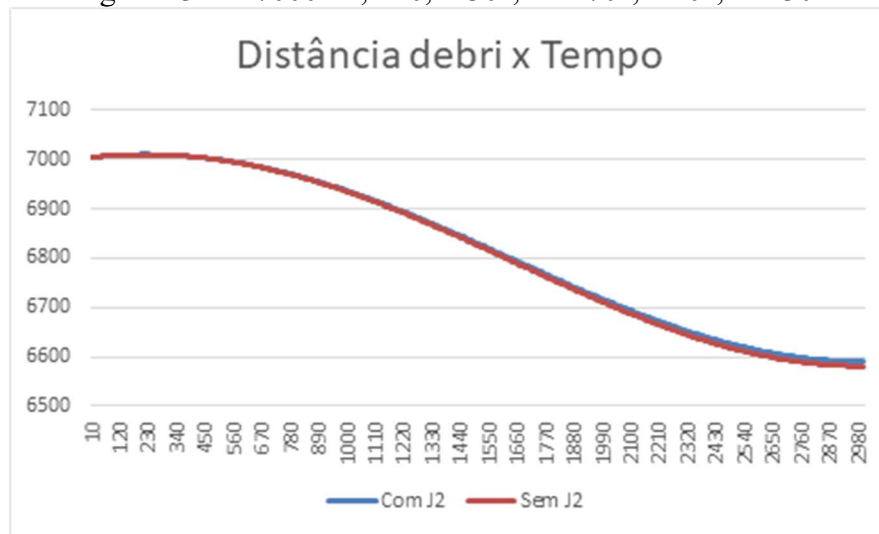
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 42 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=270^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $15^\circ$



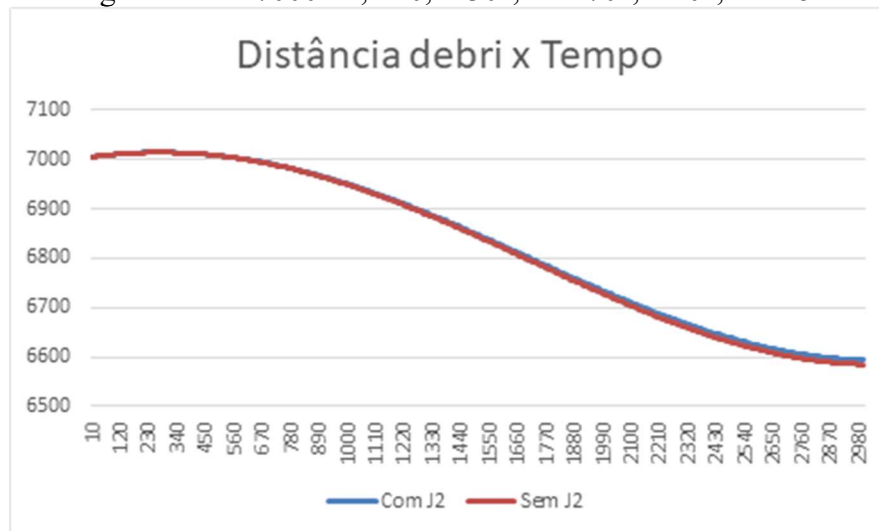
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 43 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=270^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $30^\circ$



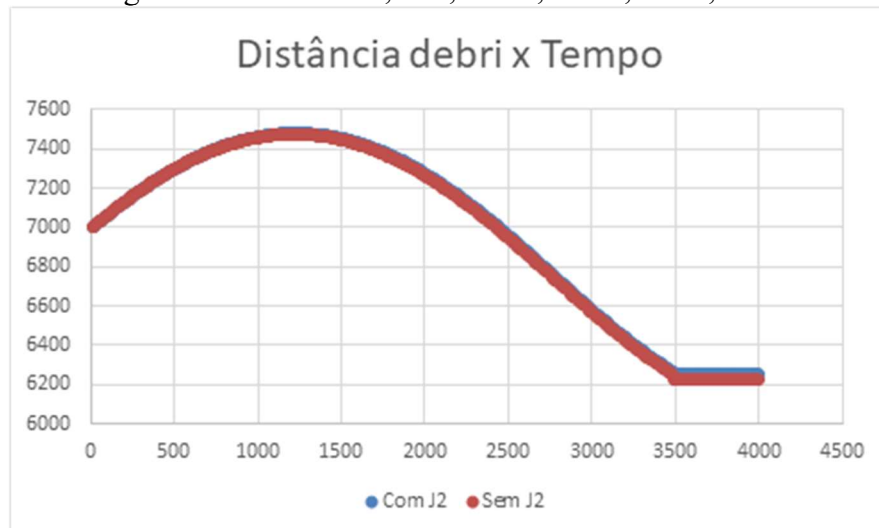
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 44 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=30^\circ$ ,  $\Omega=270^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $45^\circ$



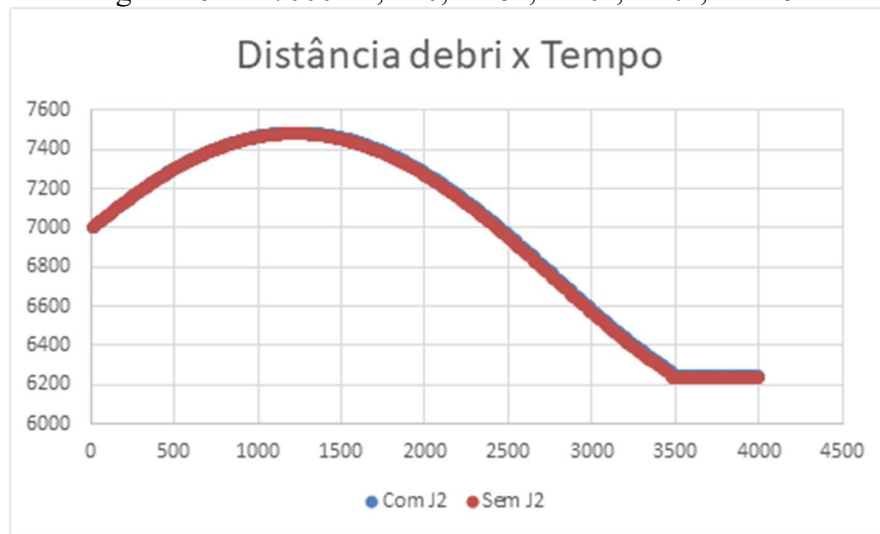
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 45 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $0^\circ$



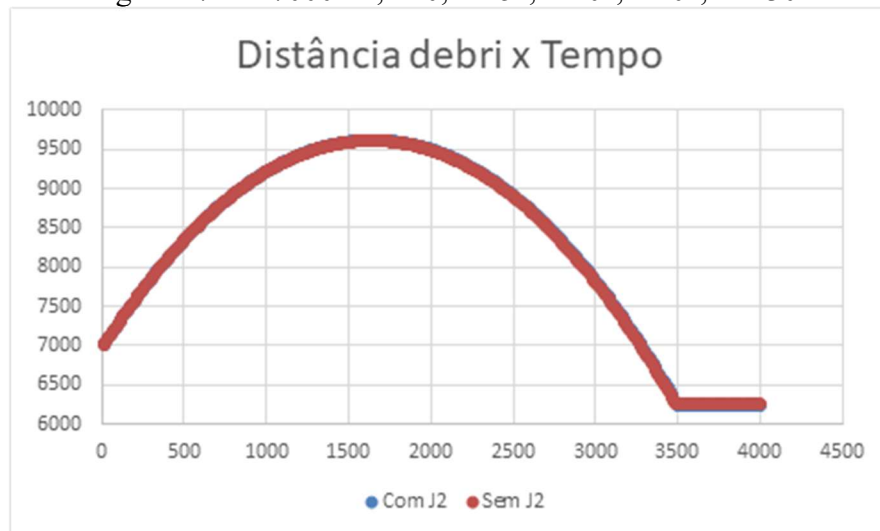
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 46 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $15^\circ$



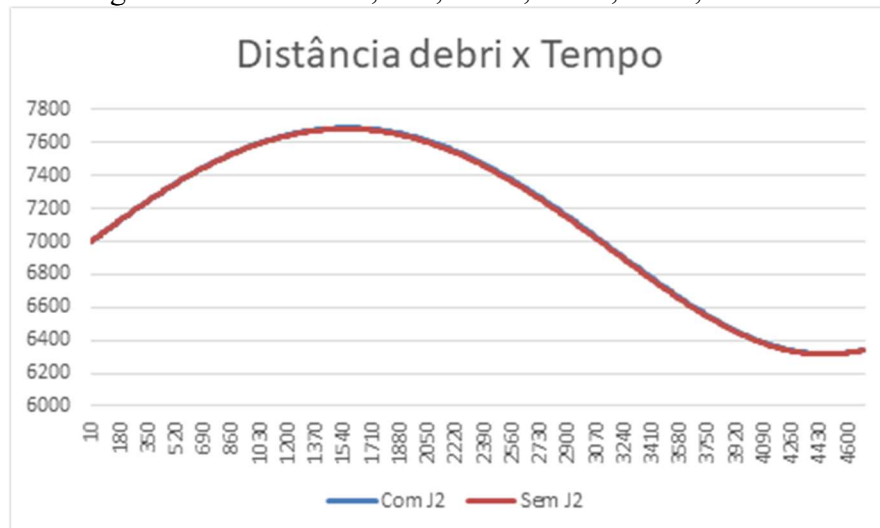
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 47 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $30^\circ$



Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 48 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-15^\circ$



Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 49 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-30^\circ$

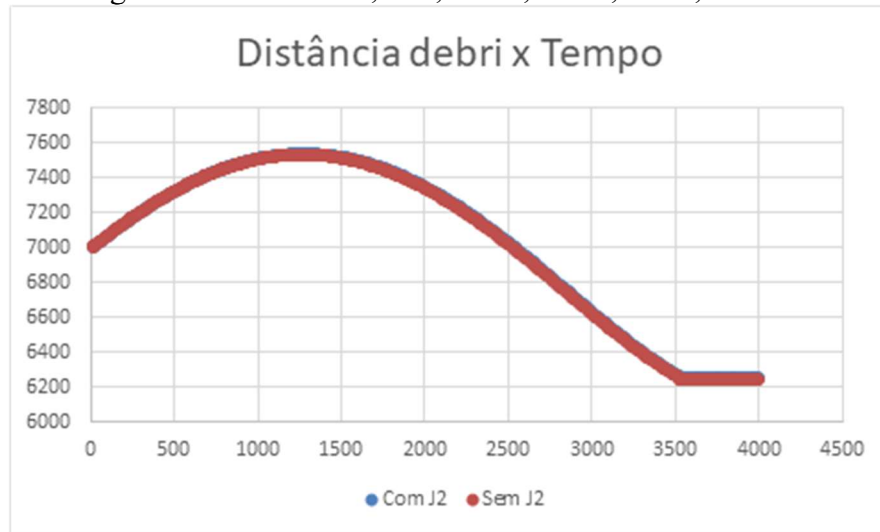


Figura 50 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=90^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-30^\circ$

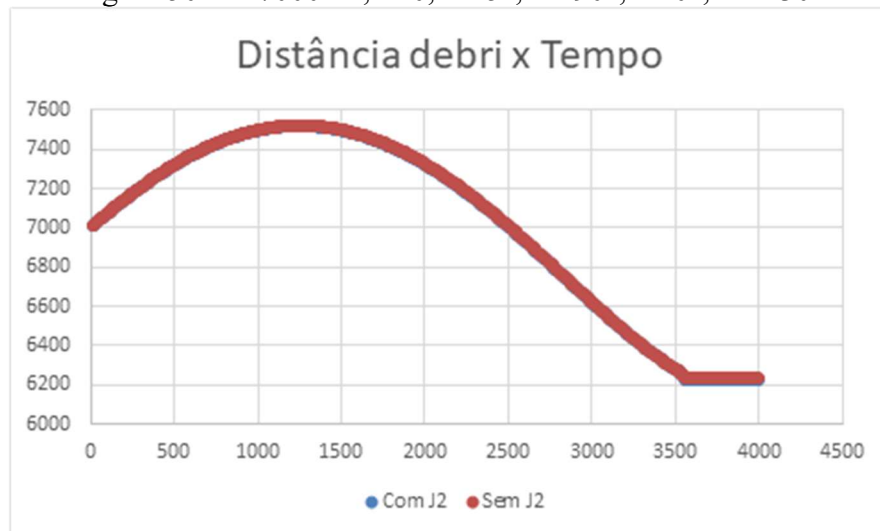


Figura 51 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=90^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-45^\circ$

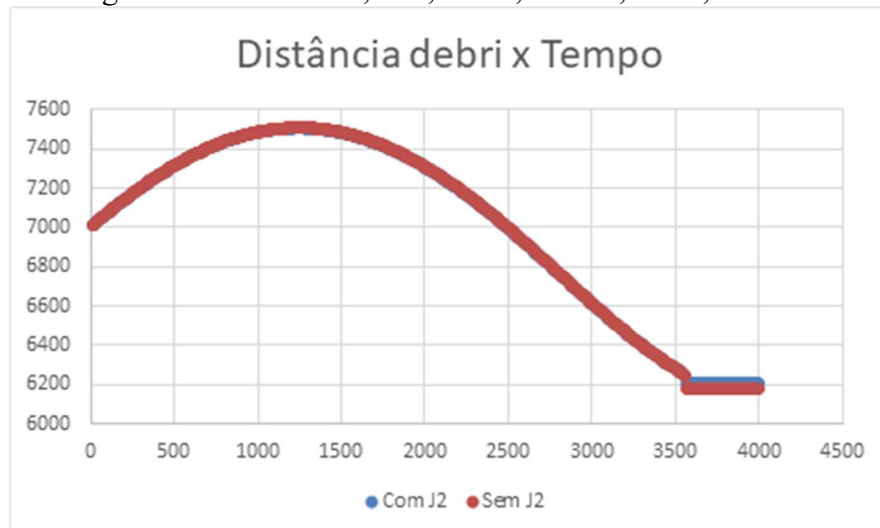


Figura 52 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=90^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-60^\circ$

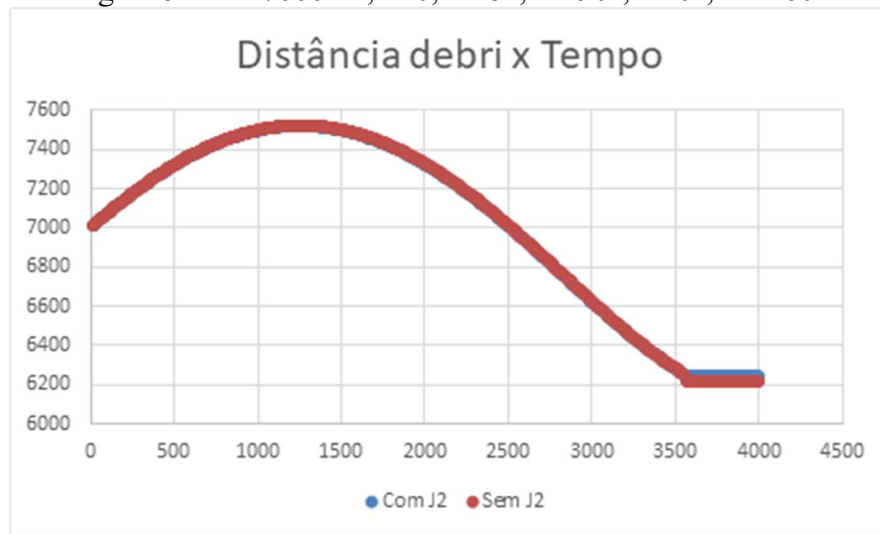


Figura 53 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $15^\circ$

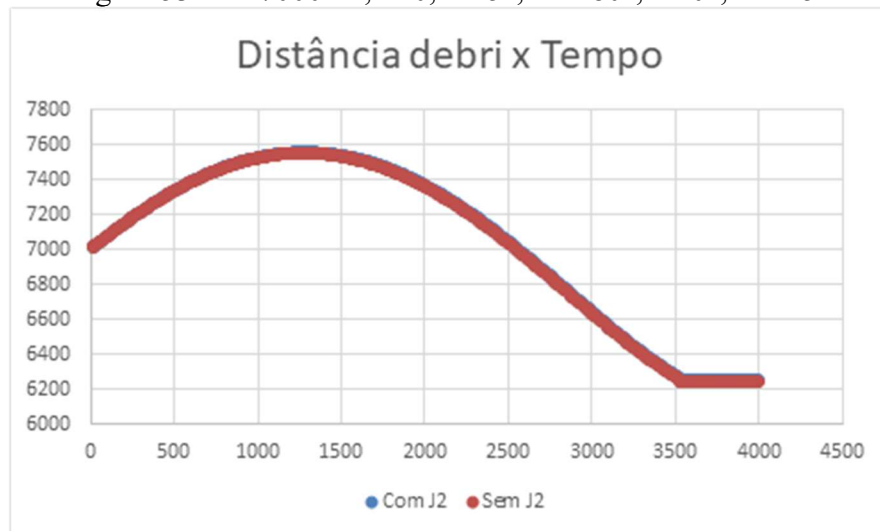


Figura 54 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-15^\circ$



Figura 55 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-30^\circ$

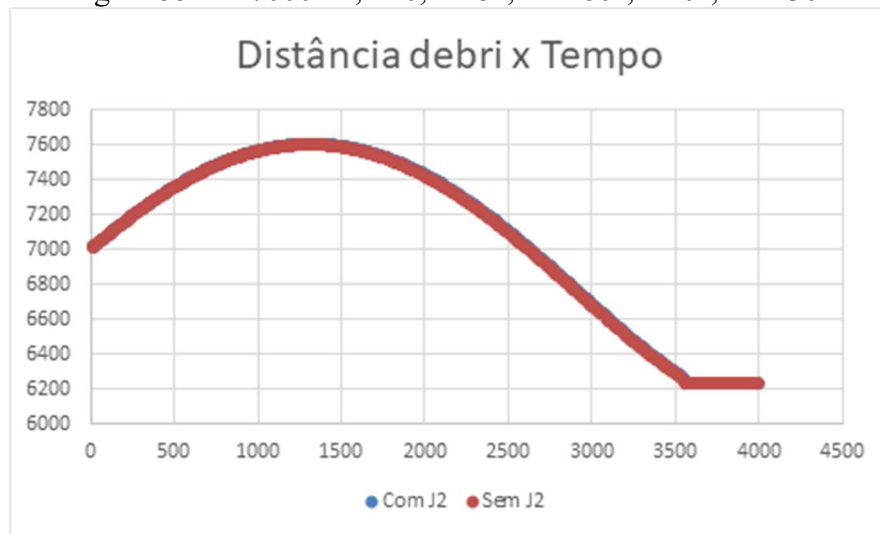


Figura 56 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=45^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-90^\circ$

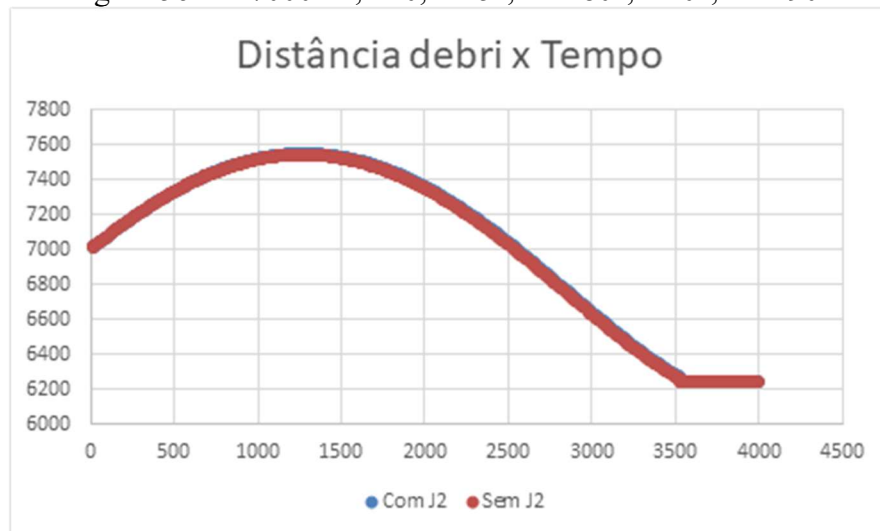


Figura 57 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $0^\circ$

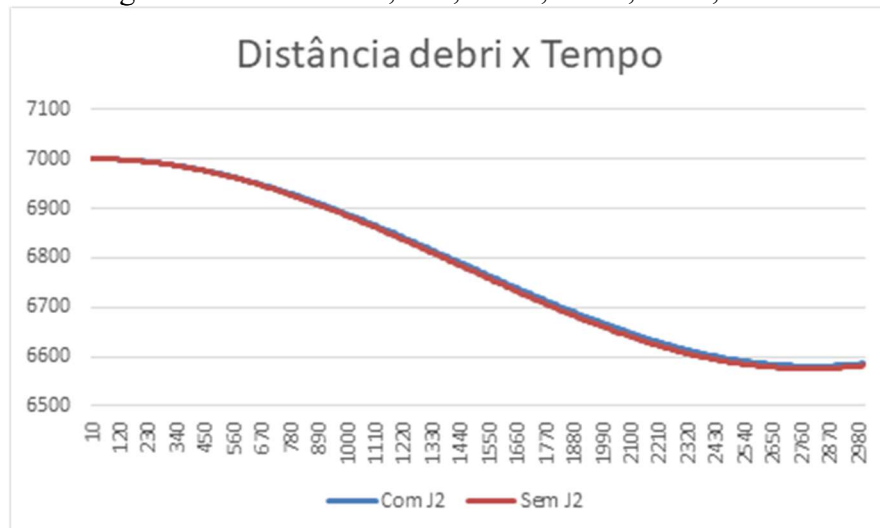
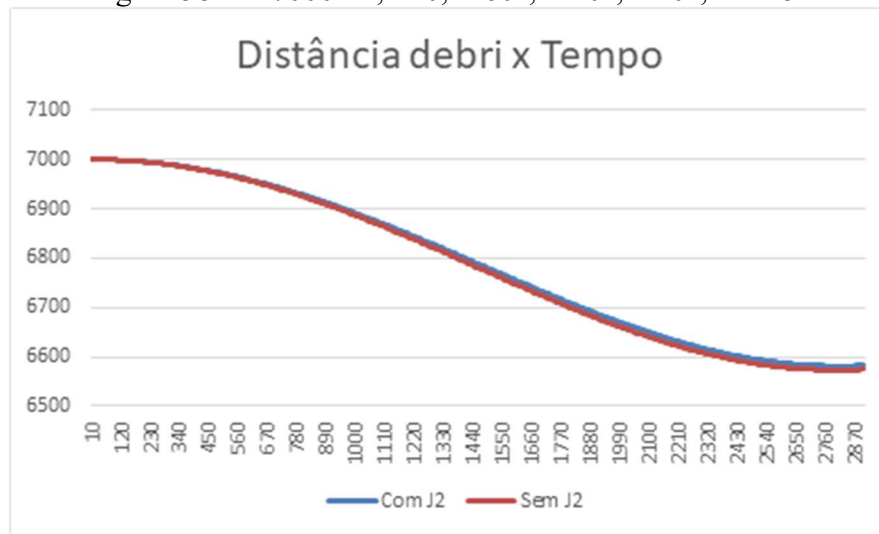
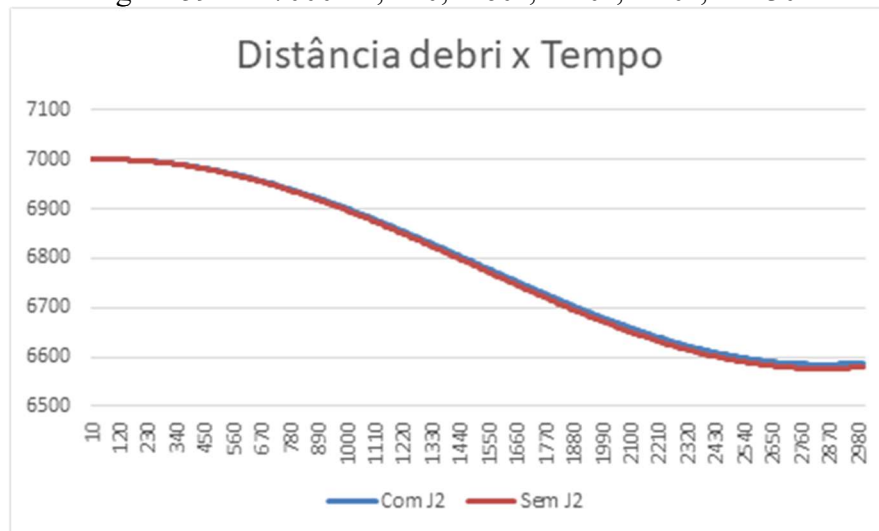


Figura 58 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $15^\circ$



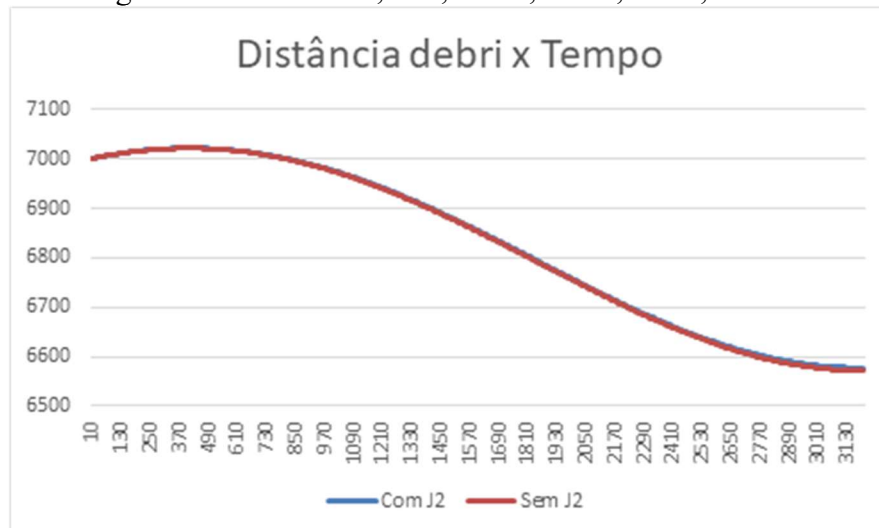
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 59 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $30^\circ$



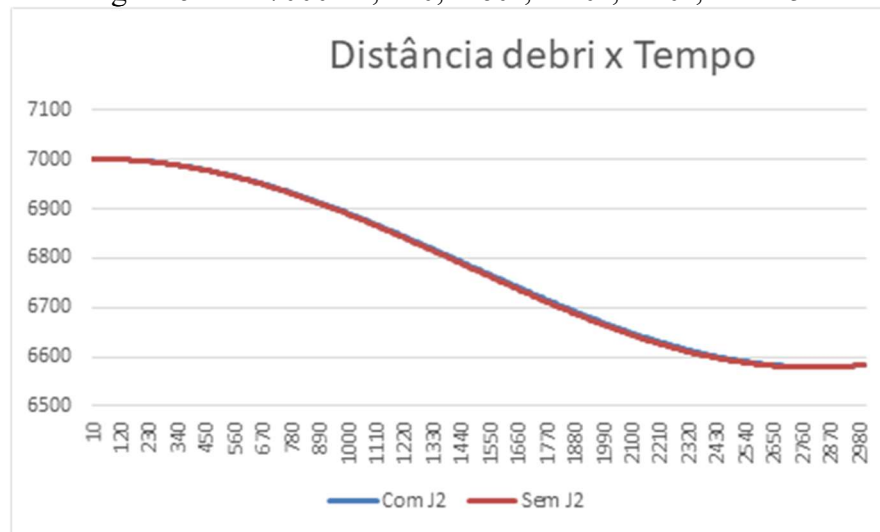
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 60 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $45^\circ$



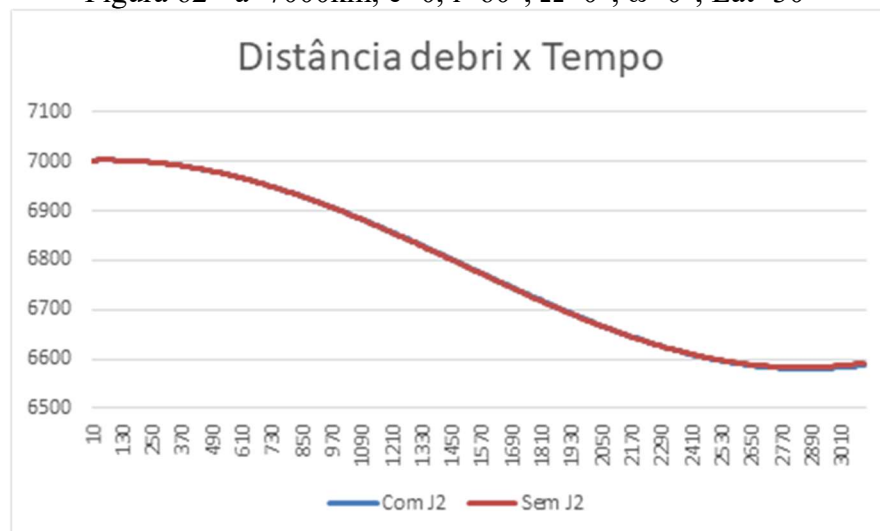
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 61 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-15^\circ$



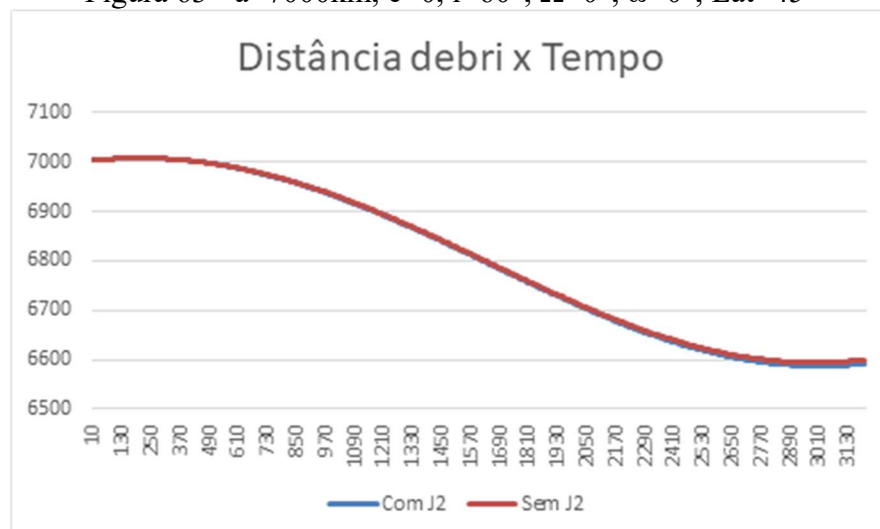
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 62 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-30^\circ$



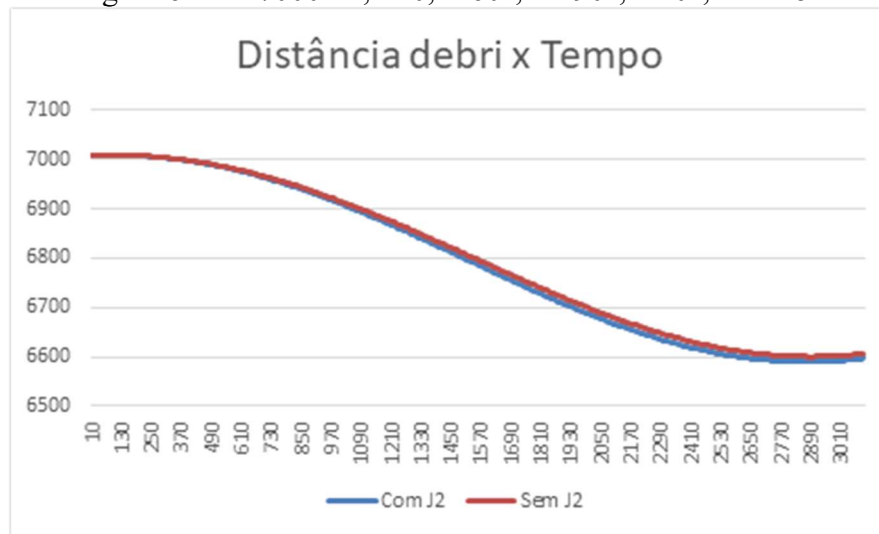
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 63 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=0^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-45^\circ$



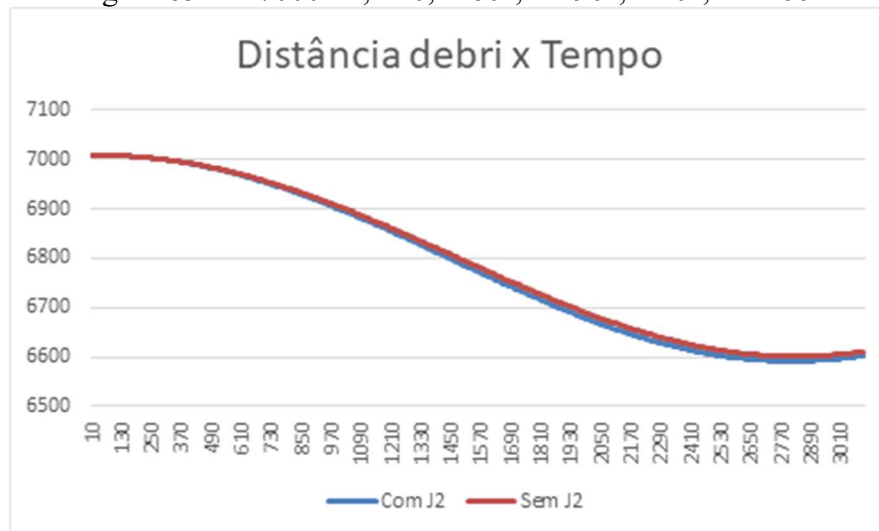
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 64 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=90^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-45^\circ$



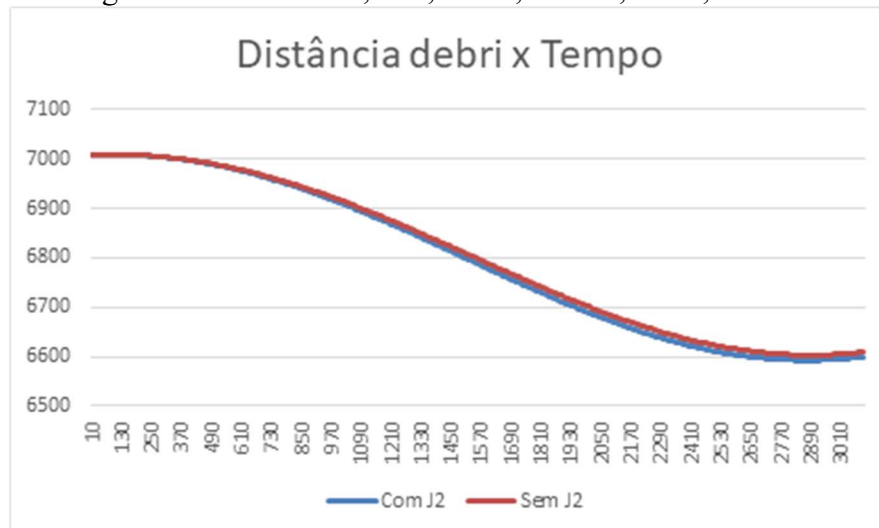
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 65 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=90^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-60^\circ$



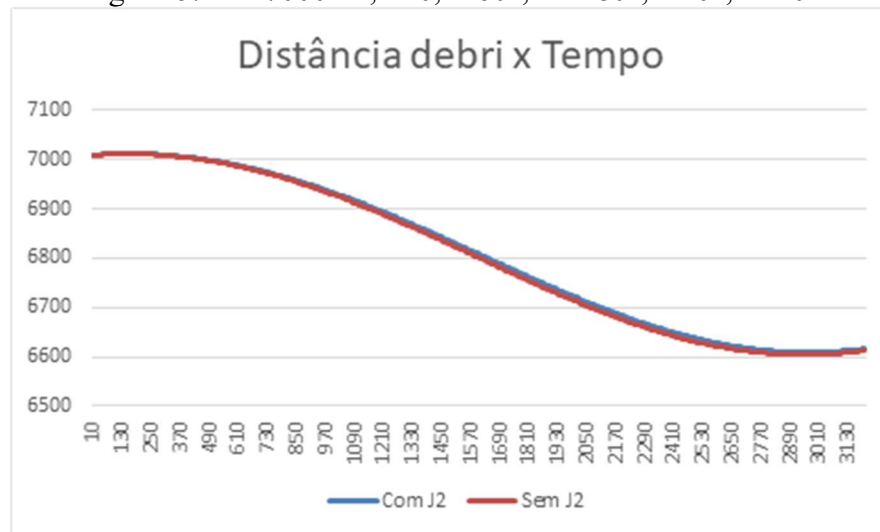
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 66 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=90^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-75^\circ$



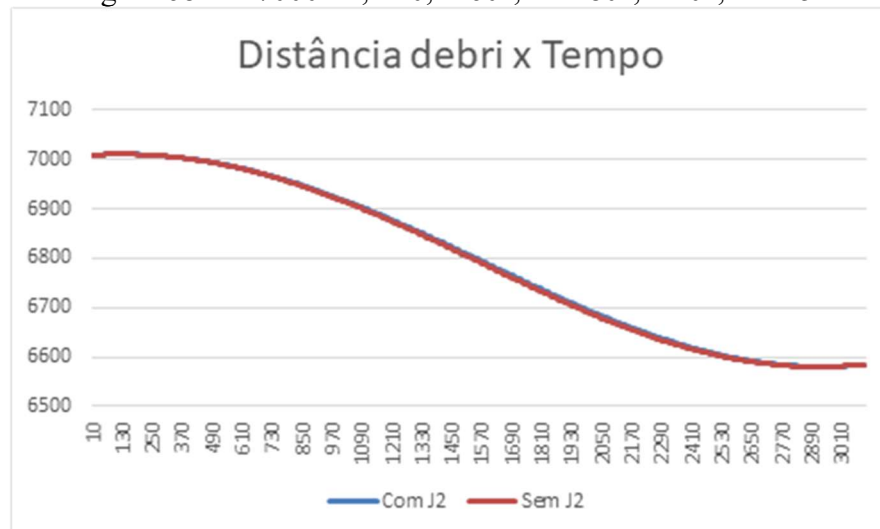
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 67 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $0^\circ$



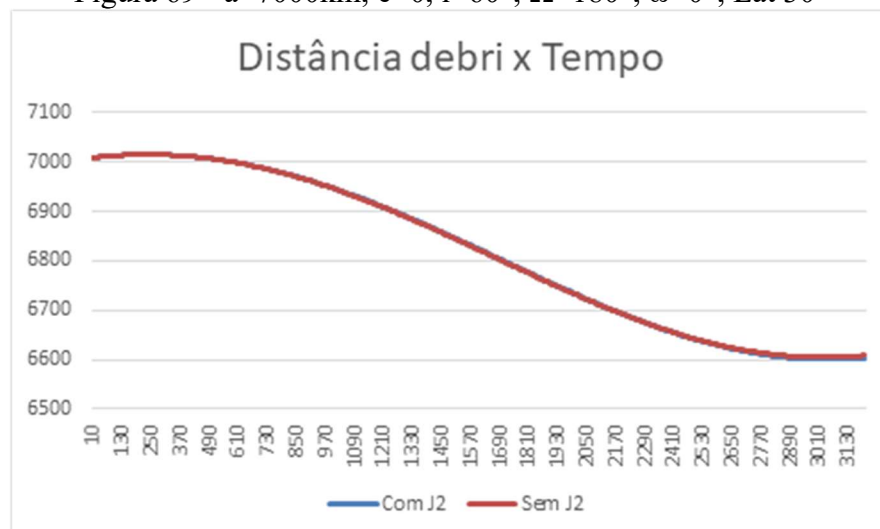
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 68 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $15^\circ$



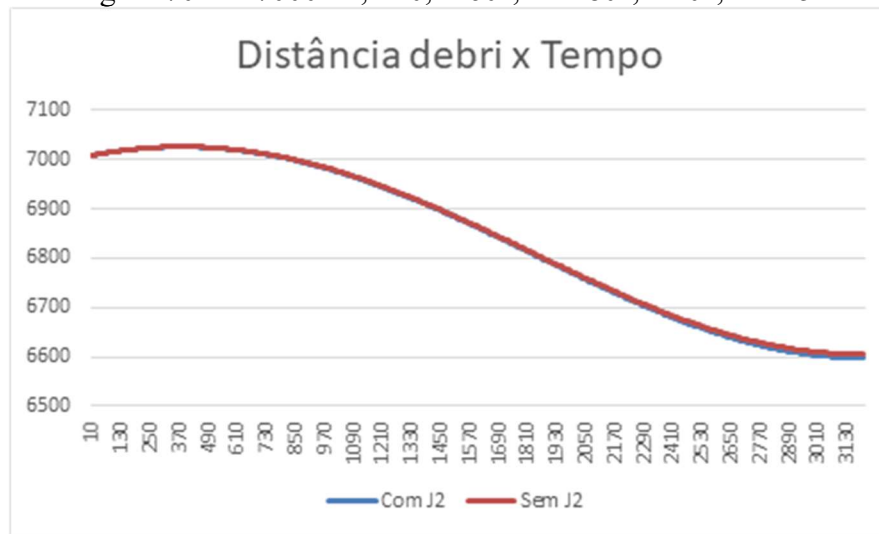
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 69 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $30^\circ$



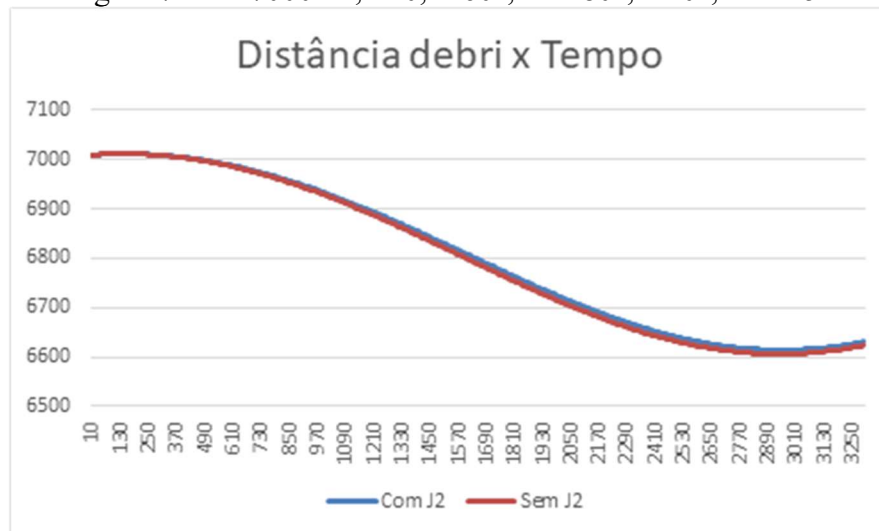
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 70 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $45^\circ$



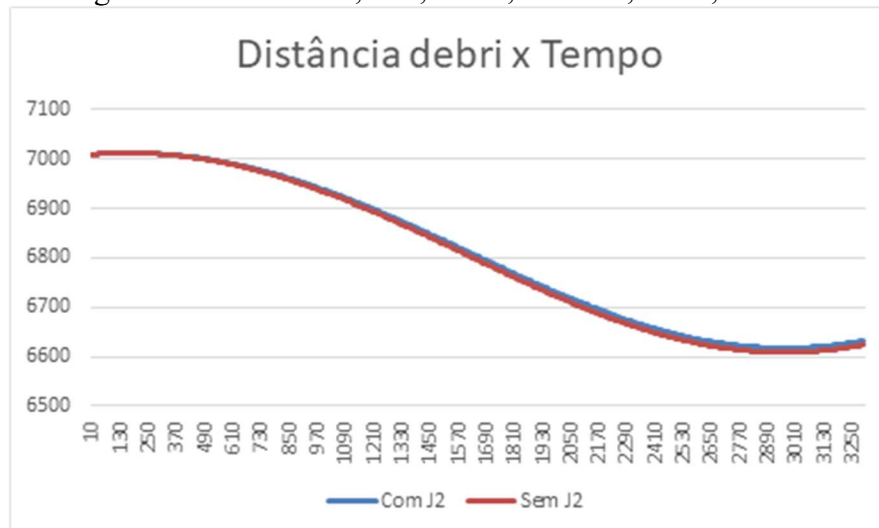
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 71 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-15^\circ$



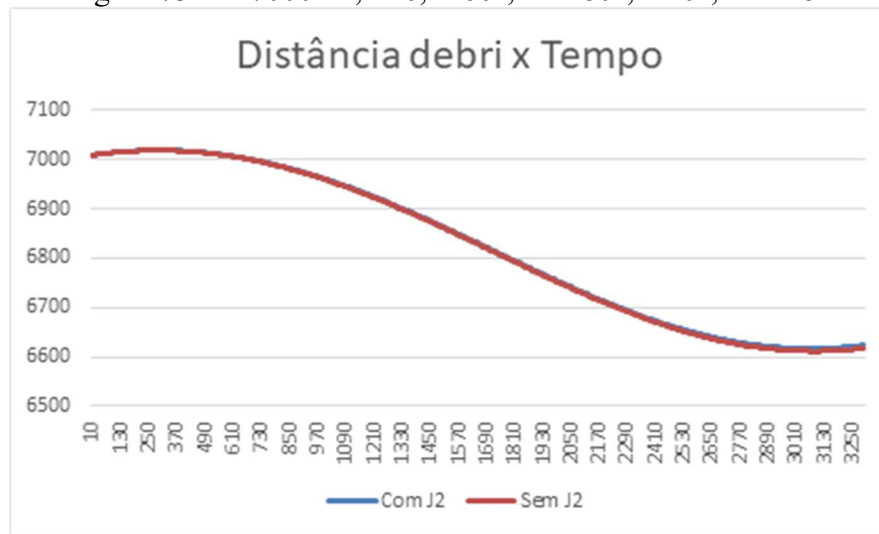
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 72 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-30^\circ$



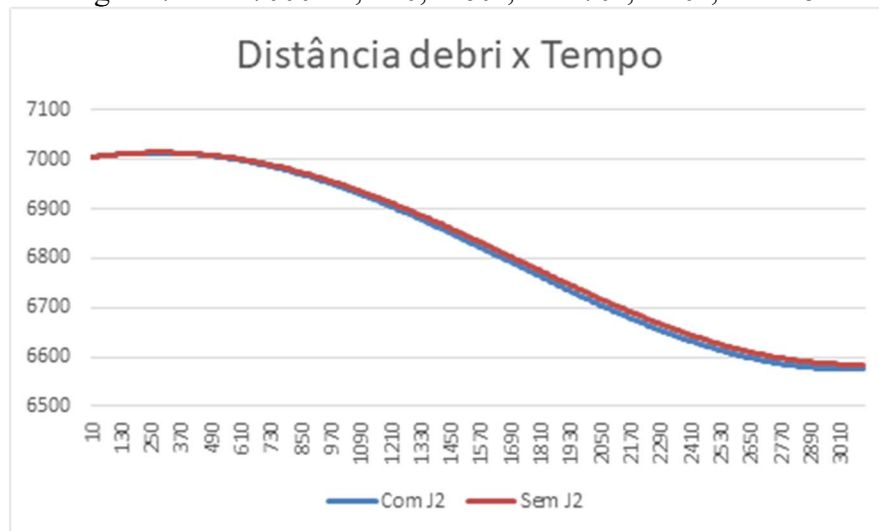
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 73 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=180^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-45^\circ$



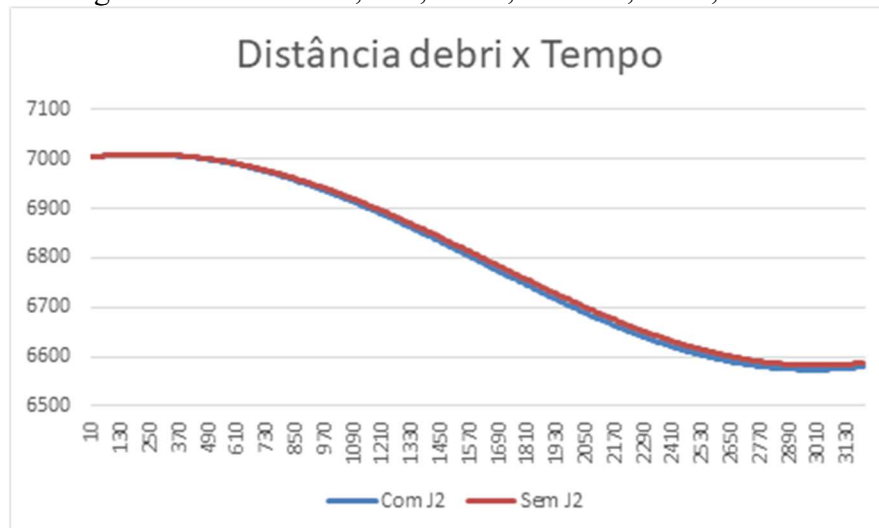
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 74 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=270^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-45^\circ$



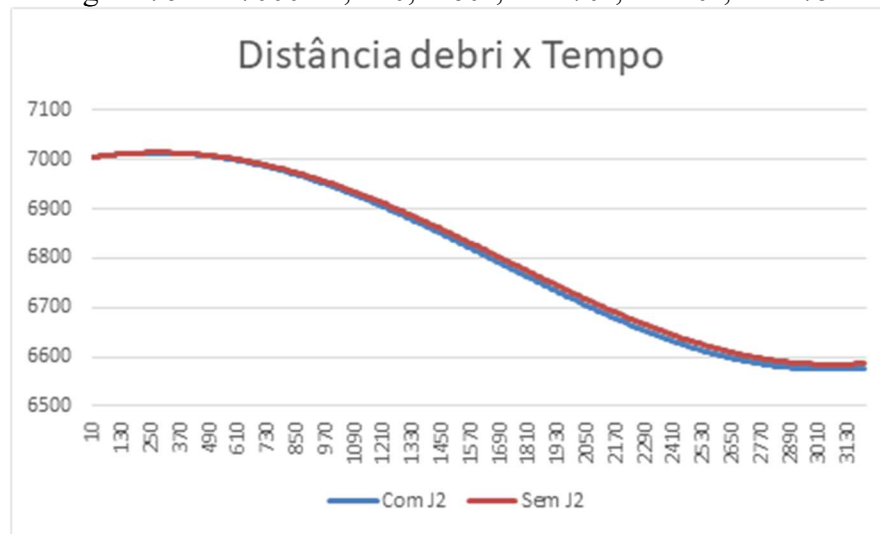
Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 75 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=270^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , Lat  $-60^\circ$



Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 76 -  $a=7000\text{km}$ ,  $e=0$ ,  $i=60^\circ$ ,  $\Omega=270^\circ$ ,  $\Omega\omega=0^\circ$ ,  $\text{Lat } -75^\circ$



Fonte: Autoria própria (2017).

Com base em todas as situações simuladas e comparadas, é notável a pouca influência do termo  $J_2$  nessa aplicação, podendo considerar opcional o uso desta perturbação com o objetivo de simplificar a simulação.

## 9 CONCLUSÃO

As simulações apresentadas foram realizadas com órbitas circulares de 7000 km porque, como se trata de uma técnica que necessita de um alto valor de investimento, é razoável iniciar tal estudo com órbitas mais próximas da atmosfera terrestre, pois o consumo de energia necessária para a remoção do debri é inversamente proporcional ao valor do eixo maior de sua órbita.

Com diversas combinações de elementos keplerianos, a melhor posição do canhão, de modo geral, são as localizações próximas a linha do Equador, pois foi observado um maior intervalo de tempo em que o debri estava visível ao canhão quando este se encontrava em baixas latitudes. A longitude que se deve encontrar o debri também é de extrema importância, pois a rotação da Terra e a posição do debri em função do tempo que irá definir a visibilidade do satélite, o ângulo e a intensidade do impulso. Podendo assim afirmar que para cada tipo de órbita existe o melhor posicionamento do canhão. Para otimizar a localização do canhão deve-se estudar o conjunto de satélites de interesse e posicionar o canhão onde possa atingir a maior quantidade de lixo espacial possível com o menor gasto de energia.

Também é interessante priorizar um maior intervalo de tempo cujo conjunto de impulsos seja de baixa intensidade. Especialmente em órbitas circulares, os impulsos mínimos para derrubar o debri possuem pouca diferença, logo uma maior quantidade de disparos viáveis é mais atraente.

Foram testados vários tipos de órbitas, variando seus elementos keplerianos e para cada órbita, diversas latitudes onde o canhão se posicionaria. Porém muitas simulações não foram apresentadas por dois motivos. Primeiramente porque em vários casos o debri não esteve visível ao canhão em nenhum instante. O segundo é porque, em outros casos, para derrubar o debri, foram calculados apenas impulsos de intensidade elevada, inviabilizando a remoção do lixo espacial pelo seu alto custo.

Como foram apresentadas nas simulações, a perturbação devido ao achatamento da Terra influencia muito pouco a trajetória do detrito, podendo ser desconsiderado nesse trabalho, entretanto esse trabalho se limitou a estudar o debri em um período orbital. Na possibilidade de se considerar um período de simulação maior os efeitos de J2 se tornarão mais relevantes.

Segue abaixo uma pequena análise SWOT (FAFO em português) quanto a aplicabilidade dessa técnica.

Figura 77 – Análise SWOT de limpeza debris por impulso laser

|                  | Fatores Positivos                                                         | Fatores Negativos                                                                                                                                 |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                  | Strengths                                                                 | Weaknesses                                                                                                                                        |
| Fatores Internos | Execução na superfície terrestre.                                         | Alto investimento.                                                                                                                                |
|                  | Alta abrangência de alvos.                                                | Visibilidade do canhão.                                                                                                                           |
| Fatores Externos | Opportunities                                                             | Threats                                                                                                                                           |
|                  | Crescente preocupação com operações aeroespaciais.                        | Incentivo de empresas privadas.                                                                                                                   |
|                  | Pesquisas sobre limpeza de debris utilizando impulsos laser em andamento. | Possíveis conflitos com serviços de transporte aéreo.<br>Possíveis discussões políticas quanto a garantia do não uso do laser para fins militares |

Fonte: Autoria própria (2022).

Temáticas como efeito de difração do laser ao percorrer a Atmosfera e planejamento de derrubada de alvos maiores para que caiam em regiões áreas não povoadas do planeta são que devem ser estudadas simultaneamente a esse trabalho para que a proposta de limpeza de lixo espacial através de impulsos laser seja viabilizado.

## REFERÊNCIAS

DIÁRIO DE NOTÍCIAS. **Limpar o lixo espacial:** agência europeia aposta em laser lançado de Tenerife. Disponível em: <https://www.dn.pt/vida-e-futuro/limpar-o-lixo-espacial-agencia-europeia-aposta-em-laser-lancado-de-tenerife-11015050.html>. Acesso em: 16 jul. 2021.

G1. **Cientistas australianos propõem destruir lixo espacial com laser.** Disponível em: <http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/2014/03/cientistas-australianos-propoem-destruir-lixo-espacial-com-laser.html>. Acesso em: 12 out. 2015.

GOMES, V. M.; CHIARADIA, A. P. M.; PRADO, A. F. B. A. **Otimização de manobras orbitais com dois e três impulsos.** São José dos Campos: INPE, 2003. 23 p.

KUGA, H. K.; RAO, K. R.; PRADO, A. F. B. A. Introdução a determinação de órbita e manobras orbitais. *In*: PRADO, A. F. B. A.; KUGA, H. K. (org.). **Fundamentos de tecnologia espacial.** São José dos Campos: INPE, 2001. v. 1, p. 38-49.

KUGA, H.K.; RAO, K.R.; CARRARA, V. **Introdução à mecânica orbital.** 2. ed. São José dos Campos: INPE, 2008. 67 p.

MOURA, M. A. N.; JERONIMO, J. **Introdução ao Cálculo.** Wikilivros, 2013. v. 2.

NATIONAL GEOGRAPHIC. **Dois grandes pedaços de lixo espacial quase colidiram em situação de ‘alto risco’.** Disponível em: <https://www.nationalgeographicbrasil.com/espaco/2020/10/dois-grandes-pedacos-de-lixo-espacial-quase-colidiram-em-situacao-de-alto-risco>. Acesso em 17 nov. 2021.

PRADO, A. F. B. A. **Trajetórias espaciais e manobras assistidas por gravidade.** São José dos Campos: INPE, 2001.

PRADO, A. F. B. A. Transferências de Órbita com Aplicações a Trajetórias Interplanetárias. *In*: PRADO, A. F. B. A.; KUGA, H. K. (org.). **Fundamentos de tecnologia espacial.** São José dos Campos: INPE, 2001. v. 1, p. 170-197.