

**CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA ENSINAR DE FUTUROS PROFESSORES NA
EXPLORAÇÃO DE TÓPICOS DE ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS**

C. Miguel Ribeiro, Fernando Martins, Miguel Montes

Eixo 1 - Formação inicial de professores para a educação básica
- Relato de Pesquisa - Apresentação Oral

O conhecimento do professor é um dos aspetos que tem vindo a assumir um relevo significativo na investigação em educação matemática. Enquanto professores, a forma como preparamos e exploramos as distintas tarefas, com o intuito de abordar os vários temas matemáticos, está numa relação direta com o conhecimento que temos sobre cada um desses temas e com as formas de como estes se inter-relacionam (podem inter relacionar). É, assim, de suprema importância que os professores, atuais ou futuros, possuam um conhecimento alargado e aprofundado dos conceitos e a forma como estes se relacionam dentro do mesmo tema e entre temas diferentes. Este conhecimento é, aqui, encarado na perspetiva do Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). Neste texto iremos discutir e refletir sobre o MKT revelado por futuros professores das séries iniciais, acerca de tópicos de Organização e tratamento de dados. Em particular focar-nos-emos em dados coletados a partir das respostas de um grupo de futuros professores a um conjunto de tarefas abordando a elaboração de pictogramas e gráficos de barras. Discutiremos algumas das situações matematicamente críticas identificadas e as suas implicações para a formação – de modo a que esta se passe a focar onde é, efetivamente necessária e contribua para desenvolver o MKT do professor.

CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA ENSINAR DE FUTUROS PROFESSORES NA EXPLORAÇÃO DE TÓPICOS DE ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

C. Miguel Ribeiro. Centro de Investigação sobre o Espaço e as Organizações, CIEO, Universidade do Algarve, Portugal, UNESP, Rio Claro. Fernando Martins. RoboCorp, Escola Superior de Educação de Coimbra, Instituto de Telecomunicações, Pólo de Coimbra, Delegação da Covilhã, Portugal; Miguel Montes. Universidade de Huelva, Espanha.

Introdução

A investigação em educação matemática no âmbito da Organização e tratamento de dados (Otd) é ainda escassa quando comparada com outras áreas de conteúdos matemáticos (e.g., Números, Álgebra). Essa escassez é ainda mais patente quando essas investigações focam o conhecimento do professor (atual ou futuro) no domínio da Otd (e.g. BURGESS, 2007; 2010 e GROTH, 2007). No entanto, este tema tem vindo a assumir um maior protagonismo nos Currículos de matemática logo desde os anos iniciais – frequentemente também sob a nomenclatura de probabilidades e estatística (e.g., NCTM, 2000; Portugal (MEC, 2013)). Este acréscimo de atenção em tópicos de Otd logo a partir dos primeiros anos levanta o problema da preparação dos próprios professores para os abordarem numa perspetiva matematicamente correta e não fundamentados em premissas matematicamente menos corretas e que provocarão, expetavelmente, conceções e entendimentos erróneos nos alunos (RIBEIRO; CARRILLO; MONTEIRO, 2009). Este aspeto é de tal forma problemático pois muitos dos professores que se encontram atualmente em exercício não tiveram qualquer formação nesse âmbito – nem na sua formação inicial ou contínua de professores, nem mesmo enquanto estudantes do nível de ensino que ensinam, pelo que nem sequer podem ensinar como foram ensinados (MELLADO; RUIZ; BLANCO, 1997).

É, assim, essencial que a formação de professores se debruce, de forma mais focada, no conhecimento do professor associado também a esta temática. Esse foco, permitirá que os professores preparem e implementem tarefas matematicamente ricas e desafiadoras, mantendo o seu nível cognitivo (STEIN et al, 2000), e não se centrem em tarefas que possam ser, didaticamente motivadoras mas matematicamente pouco exigentes (RIBEIRO; CARRILLO, 2011a). Assim, essa formação deverá associar-se a um profundo conhecimento dos conteúdos que abordam (e das relações entre estes) encarando aqui este conhecimento na perspetiva do *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT¹

(HILL; ROWAN; BALL, 2005) e dos seus sub-domínios (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Nessa linha é fundamental um incremento do conhecimento do professor que lhe permita, também, entre outros, entender os motivos matemáticos que se associam à possibilidade de navegação entre diferentes conteúdos dentro de um mesmo tópico ou entre diferentes tópicos (FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2011; RIBEIRO, 2011), ou que sustentam determinadas respostas/comentários dos alunos (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013). Com esse intuito, é fundamental que sejam criadas oportunidades para que os professores vivenciem situações que lhes permita uma consciencialização da existência desse conhecimento específico para o ensino e que, a partir dessas situações, seja possível uma análise/reflexão de modo a promover a aquisição de um sólido e fundamentado MKT. De modo a permitir a criação de tais situações, e pretendendo efetuar uma posterior abordagem associada à prática, é fundamental identificar quais as situações matematicamente mais críticas. Esta necessidade motivou a nossa investigação e ao focarmos o conhecimento do (futuro) professor esperamos obter um mais amplo entendimento sobre o que poderá sustentar essas dificuldades e equacionar formas de melhorar a formação. Tendo por pressuposto estas ideias, aqui abordamos a seguinte questão de investigação: *Que conhecimento matemático para ensinar Organização e análise de dados revelam futuros professores dos Primeiros Anos no início da sua formação, que influências as possíveis situações críticas identificadas poderão ter na compreensão matemática dos distintos tópicos e de que modo podemos perspetivar formas de melhorar a formação facultada?*

Mathematical Knowledge for Teaching Organização e tratamento de dados

A conceitualização do MKT (Hill et al., 2005; BALL et al., 2008) é uma das conceitualizações que recentemente têm vindo a emergir como resultado do trabalho de diferentes grupos de investigação que se têm debruçado mais afincadamente sobre o tema. Esta conceitualização sustenta-se nos trabalhos de Shulman (1986) e na consideração de dois grandes domínios do conhecimento do professor: conhecimento do conteúdo e conhecimento didático do conteúdo. Em particular o MKT considera cada um dos domínios anteriores subdividido em três subdomínios. Pelo contexto específico em que trabalhamos (veja-se epígrafe seguinte),

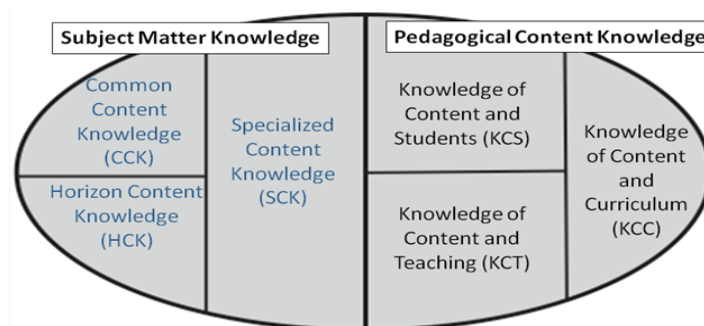


Figura 1 – Domínios do conhecimento matemático para o ensino (MKT) (Ball et al., 2008, p. 403)

iremos focar-nos apenas em aspetos do conhecimento do conteúdo. Esta opção fundamenta-se, também, no facto de que apenas sendo detentores de um amplo e sólido conhecimento do conteúdo, na perspetiva que o encaramos e, portanto, de forma compreensiva, será possível ao professor, desenvolver os subdomínios do conhecimento didático do conteúdo (BAUMERT *et al.*, 2010). Em particular iremos abordar apenas aspetos do *common e specialized content knowledge*.

O *Common Content Knowledge* (CCK) corresponde ao conhecimento (do conteúdo) que se assume possuir qualquer pessoa com formação matemática, mas encarada como ferramenta e sem que saiba, necessariamente, explicar o porquê ou origem do que faz (*conhecimento sobre como fazer – na perspetiva do utilizador*). Como exemplo podemos referir o facto de saber/conhecer, efetivamente o que é um pictograma ou um gráfico de barras – saber o que são, para que servem, que propriedades possuem bem como a(s) (im)possibilidades de navegar entre ambos (saber que um pictograma é um gráfico – apesar de ser frequentemente considerado como parte de outro conjunto –; que para a sua obtenção têm de se considerar figuras ou símbolos alusivos à variável em estudo e que os símbolos (ou figuras) são utilizados tantas vezes quantas as necessárias; que um gráfico de barras apresenta num eixo a variável e no outro uma escala de medida das barras – representando cada uma delas a categorias/classes consideradas – que podem ser apresentadas na vertical ou na horizontal); ou também as definições que são normalmente abordadas (e.g. medidas de tendência central), no sentido de conhecer o que se pode encontrar em qualquer livro “científico” sobre o tema.

Relativamente ao *Specialized Content Knowledge* (SCK), este subdomínio inclui, entre outros, o conhecimento que o professor deverá possuir de forma a poder *ensinar a fazer*, e para que os alunos entendam verdadeiramente o que fazem, não o executando meramente como um conjunto de procedimentos. Não se esgota no conhecimento do porquê dos procedimentos, possuindo um sentido mais lato, envolvendo também os necessários conceitos e os porquês associados a estes conceitos (MORIEL_JUNIOR; WIELEWSKI; MONTES, 2013). Este subdomínio do conhecimento matemático do professor corresponde a um dos aspetos centrais do conhecimento que permitem atribuir sentido às produções/comentários dos alunos, possibilitando um *feedback* construtivo (RIBEIRO *et al.*, 2013). Nesta componente do conhecimento do conteúdo inclui-se, por exemplo, a compreensão do papel de cada variável nos pictogramas e um conhecimento relativo à influência provocada na representação do pictograma aquando das mudanças de escala. A título de exemplo podemos referir o (tipo de) conhecimento que o professor deverá ter sobre os gráficos de barras por forma a poder abordá-los com efetiva compreensão por parte dos alunos (e da informação subjacente). Cumpre-lhe, assim, entre outros, saber o porquê (em termos matemáticos) de a altura de cada barra ser

igual, ou proporcional, à respetiva frequência absoluta ou relativa; da existência de um espaço entre as barras (e o que este significa em termos das variáveis consideradas); da importância das escalas e da influência provocada pela largura das barras no gráfico. A conjugação destes saberes permitir-lhe-á estar capacitado a construir, corretamente, um gráfico circular a partir de um de barras, tendo este sido, por sua vez, construído a partir de um pictograma.

Ao professor, de modo a poder possibilitar verdadeiras oportunidades de aprender (Hiebert; Grouws, 2007a) aos seus alunos cumprirá, portanto, um conhecimento que lhe permita, entre outros, entender e dar significado às resoluções e processos distintos dos seus alunos (RIBEIRO et al., 2013), bem como vislumbrar os distintos modos como cada um dos temas/conteúdos se encontram relacionados tanto dentro de um mesmo tópico, como entre tópicos distintos, como ainda suas possíveis relações na paisagem matemática longínqua (entendido como *Horizon Content Knowledge* (BALL et al., 2008; JAKOBSEN et al., 2012)), permitindo-lhe abordar e explorar essas possíveis conexões com efetivo significado, e também perspetivar aprendizagens futuras, deixando a porta aberta para que seja possível que essas aprendizagens ocorram. Assim, em particular, e relacionando esse conhecimento com o tema da Otd, ao professor cumprirá conhecer de que forma os distintos gráficos (de barras, histogramas, pictogramas e circular) se podem relacionar entre si e porquê; de que formas se relacionam, por exemplo, com o conceito de área, de função ou de probabilidade.

É de salientar que, apesar de termos apresentado os subdomínios separadamente os encaramos de modo interligado e interdependente, não assumindo uns primazia em detrimento de outros (RIBEIRO; CARRILLO, 2011b).

Contexto e opções tomadas

Neste texto focamo-nos em algumas das componentes do MKT subordinado ao tema matemático de Otd, e exclusivamente no domínio do conhecimento do conteúdo, que possuem futuros professores das séries iniciais. É parte integrante de um estudo mais amplo que tem por intuito desenvolver tarefas para a formação de professores que permitam desenvolver o seu conhecimento, tendo em consideração, de forma explícita, a especificidade desse conhecimento. Esta problemática advém também do facto de todos os autores serem formadores de professores e pretenderem, a todo o momento, assumir um papel ativo e participativo na melhoria dessa formação. Para tal, recorreremos a uma metodologia qualitativa, de índole interpretativo, e um *design* de estudo de caso instrumental (STAKE, 2000), tendo por intuito identificar, discutir e refletir sobre as situações matematicamente críticas identificadas – assumindo-as como bons pontos de partida para mapear aspetos urgentes de focar na formação.

Aqui debruçamo-nos sobre as respostas de 31 futuros professores a um conjunto de tarefas elaboradas tendo por base conhecimentos que, supostamente, alunos do 6.º ano de escolaridade (que correspondem à escolaridade máxima que esses futuros professores podem vir a lecionar) deveriam haver apreendido (MEC, 2013). Estes futuros professores frequentavam o 2.º ano de um Curso de Educação Básica² numa das Instituições onde trabalhamos. Para a elaboração das tarefas foram tidos em conta, para além dos documentos oficiais, também trabalhos desenvolvidos com professores em exercício (em conteúdo colaborativo), uma análise a alguns dos manuais mais utilizados nos Primeiros Anos a nível nacional, bem como alguns dos sítios na internet a que os professores recorrem com frequência³. Do questionário faziam parte questões associadas ao conhecimento relacionado com diferentes formas de registo da informação recolhida; a construção de pictogramas, gráficos de barras e gráficos circulares, bem como à possibilidade de efetuar, ou não, uma transformação entre essas distintas representações, e ainda sobre histogramas e medidas de localização (média, mediana, moda e quartis) – tanto na perspetiva do CCK como do SCK.

Neste texto iremos discutir apenas uma das tarefas propostas que tem por base uma questão que foi discutida numa turma do 2.º ano de escolaridade (alunos com 7 anos).

Como parte integrante do questionário foi fornecida aos estudantes uma listagem das respostas que um conjunto de vinte alunos de uma turma do 2.º ano de escolaridade deram relativamente a um questionário, cujo tema foi “Vamo-nos conhecer melhor”. Estes dados encontram-se registados em forma de tabela com o nome de cada aluno e a resposta correspondente a cada questão (para mais informações consultar Ribeiro; Joaquim, 2010).

A análise foca-se, aqui, nas situações matematicamente críticas relacionadas com pictogramas e gráficos de barras, bem como relativamente à possibilidade de efetuar uma transposição (expetavelmente eficaz) entre diferentes formas de representação da informação (tabelas, pictograma, gráfico de barras e circular).

Para a análise relativa à construção de gráficos de barras, recorreremos à classificação de Arteaga e Batanero (2010) que contempla três categorias: gráficos basicamente corretos; gráficos parcialmente corretos; e gráficos incorretos. Esta categorização prévia serviu-nos de base para a discussão do conhecimento dos futuros professores, de modo a possibilitar equacionar, posteriormente, formas de o desenvolver.

Analisando e discutindo o MKT de futuros professores

Os gráficos de barras e pictogramas são, normalmente, encarados como algo simples, também pelo facto de se encontrarem com frequência na comunicação social, o que leva a supor que qualquer individuo os compreenderá e/ou saberá construir.

Algo aparentemente tão simples como seja a elaboração de pictogramas (cuja representação se pretende seja iniciado logo no Pré-Escolar (cf. DEB, 1997, CASTRO; RODRIGUES, 2008; MEC, 2013) pode ocultar uma multiplicidade de relações entre conceitos que, caso o professor não esteja consciente dessas relações e não seja detentor de um conhecimento (MKT) que lhe permita abordá-los com efetiva compreensão para os alunos, tenderá a que estes encarem toda uma atividade matemática como um mero jogo (RIBEIRO, 2007) ou em que as discussões ocorridas se limitam a gerir os gostos dos alunos, deixando para segundo plano o cerne da tarefa matemática proposta (RIBEIRO et al., 2009). Neste sentido, é fulcral que o professor/educador saiba as diferentes formas de selecionar os elementos (RIBEIRO; MARTINS, 2010a), de uma população, a partir dos quais se vai recolher informação de modo a que, pela análise efetuada se possam, efetivar questões de inferência com alguma confiança.

Quando solicitados para elaborar um pictograma que representasse as respostas fornecidas pelos alunos do 2.º ano de escolaridade, dos 31 futuros professores nenhum efetuou gráficos basicamente corretos e apenas sete efetuaram representações recorrendo a gráficos parcialmente corretos, sendo que a larga maioria (25) representou gráficos incorretos – que correspondem ao que são, para nós o foco de atenção especial e dois não responderam.

Na ilustração abaixo apresentamos exemplos representativos dessa categoria de gráficos incorretos. Estas correspondem às respostas típicas recolhidas, sendo que apenas um estudante construiu um pictograma basicamente correto.

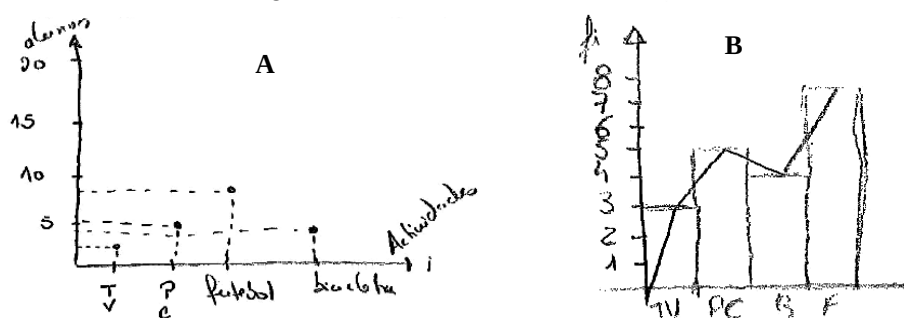


Ilustração 1 – Respostas apresentadas à questão: “Elabore um pictograma que reporte a informação contida na tabela relativa aos passatempos preferidos”

A ilustração 1 reflete situações matematicamente críticas relacionadas com a construção de pictogramas. Estes estudantes revelam um total desconhecimento sobre o que é um pictograma e como se constrói, o que leva a que tampouco se possam questionar sobre algumas das questões de interpretação efetuadas. Além disso, a situação (B) ilustra também um conhecimento associado às variáveis qualitativas – considerando ser indiferente o tipo de variáveis (mesmo que tivesse sido solicitado para representarem a informação recorrendo a gráficos com barras). Todas estas situações se referem a um

CCK, o que reduz substancialmente o ponto de partida para a sua formação enquanto professores, no sentido de desenvolver também o seu SCK, condicionando, portanto, também, a promoção de um ensino para a compreensão e que não se limite, portanto, a replicar um *pseudo-conhecimento* transmitido. Numa outra questão solicitava-se aos estudantes que construíssem gráficos de barras a partir do conjunto de dados registados na tabela fornecida também relativamente aos passatempos preferidos.

De modo a estarem capacitados para o ensino deste tópico e para que possamos almejar que venham a promoverem efetivas oportunidades de aprender aos seus alunos (HIEBERT; GROUWS, 2007b) é necessário ser detentor de um conhecimento elementar sobre o que é um gráfico de barras e como este se constrói (CCK). Porém, ao professor esse conhecimento não é suficiente cumprindo-lhe conhecer, também, entre outros, a importância da seleção da(s) escala(s), os motivos matemáticos subjacentes ao porquê de a largura das barras no mesmo gráfico ter de ser sempre a mesma, o(s) motivo(s) associados ao facto de as barras terem de estar igualmente separadas, o porquê de a altura da barra ser proporcional, à respetiva frequência absoluta ou relativa, e em que situações se podem considerar gráficos de barras e histogramas, tendo consciência que não correspondem, exatamente, ao mesmo – representando, por isso, tipos de variáveis completamente distintas (SCK). Estes aspetos referem-se a alguns dos que estes futuros professores revelam desconhecer ou consideram não serem de relevância (cf. Ilustração abaixo).

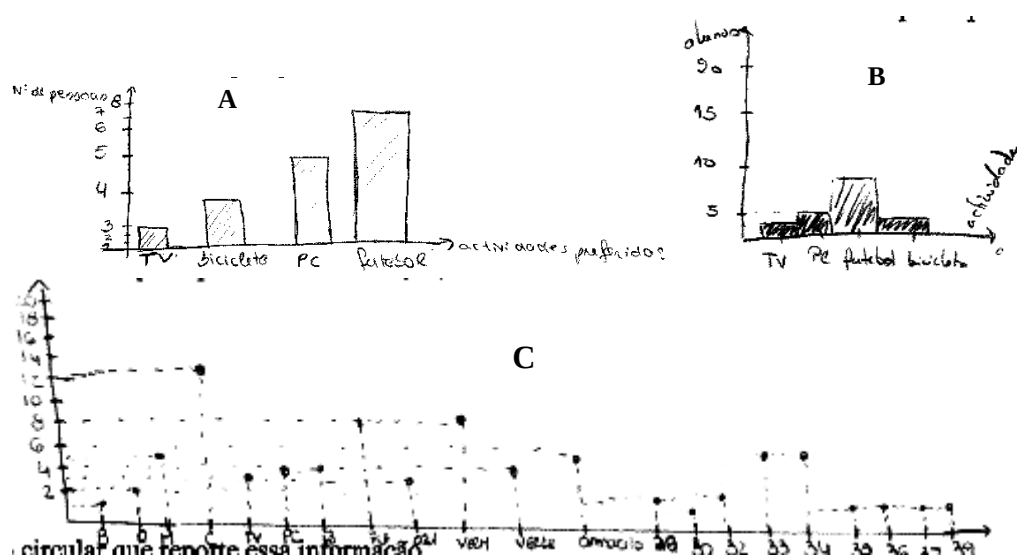


Ilustração 2 – Alguns “supostos gráficos de barras” construídos a partir das respostas relativas às atividades preferidas dos alunos do 2.º ano de escolaridade

Na Ilustração 2 apresentamos exemplos representativos das categorias gráficos parcialmente corretos e gráficos incorretos. (A) associa-se a lacunas associadas à importância e utilização de escalas; com a largura das barras num mesmo gráfico e com

o facto de as barras terem de estar igualmente separadas (CCK). Estas dificuldades, configurando-se como situações matematicamente críticas, conduzirão, caso não venham a ser colmatadas, a uma incapacidade de explicar os motivos matemáticos subjacentes a uma representação correta, tornando-se, portanto, e tal como referem Brown e Borko (1992), um obstáculo para a sua formação didática – relação entre o conhecimento do conteúdo e o desenvolvimento do conhecimento didático (BAUMERT, et al., 2010). Por outro lado, em (B) é efetuada uma representação inadequada tendo em consideração a variável em estudo (CCK), associado, possivelmente, a um não entendimento dos porquês de as barras terem de se encontrar igualmente espaçadas – revelam desconhecer, pelo menos, os motivos matemáticos que sustentam a diferenciação na representação de situações envolvendo variáveis discretas e contínuas. Por fim, em (C), de modo similar ao ilustrado na Ilustração 1, é revelado um total desconhecimento sobre o que é um gráfico de barras e como se constrói (CCK).

Alguns comentários finais e implicações para a formação

Este tipo de respostas apresentadas é tanto mais problemático pois estes futuros professores apenas terão cerca de 50 horas numa única Unidade Curricular (obrigatória) onde poderão abordar, de forma explícita, estes tópicos ao longo da sua formação inicial. Preocupa-nos por demais pois, o facto de terem, eles próprios, este tipo de (des)conhecimento conduzirá caso não seja foco de discussão e reflexão a uma impossibilidade de entenderem os porquês matemáticos que sustentam o que fazem nem as possíveis conexões com outros conteúdos dentro do mesmo tema ou entre temas.

Estas situações e MKT revelado (fundamentalmente pelas situações críticas evidenciadas) levam-nos a equacionar o tipo de formação facultada (que facultamos) aos professores (atuais ou futuros), promovendo, por uma reflexão subjacente, uma mudança de foco nessa mesma formação, reforçando o foco no conhecimento especializado por forma a que estes possam vir a ensinar com e para a compreensão.

Estes resultados reforçam, assim, a necessidade de que a formação de professores tenham em consideração, de forma explícita, os conteúdos de Otd e, em particular, a especificidade do conhecimento do professor associado a esta temática e às suas conexões com os demais tópicos matemáticos – desenvolvendo também um MKT que lhes permita navegar frutiferamente entre diferentes representações e preparar e implementar (num futuro próximo) tarefas matematicamente ricas e desafiadoras (STEIN; SMITH; HENNINGSEN; SILVER, 2000) mantendo o seu nível cognitivo, assumindo o conhecimento do professor um papel fundamental (e.g., CHARALAMBOUS, 2008; RIBEIRO; CARRILLO, 2011a). No entanto, para que estas alterações na formação de professores (que podem ser simultaneamente estruturais como de foco), se possam efetivar, conduzindo, consideramos, a uma melhoria da sua prática e, conseqüentemente

dos resultados dos alunos (HILL et al., 2005), será fundamental quebrar um conjunto de barreiras que nos restringem – a todos quantos acreditamos nessa necessidade.

Uma vez que o MKT pode ser ensinado, (HILL; BALL, 2004), e ninguém poderá ensinar aquilo que não sabe, ou com um foco que não considera pertinente, será fundamental, em primeiro lugar convencermos-nos, cada um de nós com responsabilidade na formação de professores, de que a mesma lógica que aplicamos para os professores em relação aos seus alunos também se aplica no nosso contexto – onde os nossos alunos são os próprios professores – atuais ou futuros (JAWORSKI, 2008). Assim, considerando que o professor (e o conteúdo do seu conhecimento) assume uma importância essencial na e para a aprendizagem dos alunos (e.g., NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004), as dificuldades dos alunos podem ser também percebidas de forma imbricada com o conhecimento do professor, sendo fundamental, portanto, não apenas uma alteração/adequação, mas essencialmente uma revolução quase generalizada na forma como formamos os nossos professores possibilitando, entre outros, e aqui no caso concreto da Otd, o desenvolvimento de um conhecimento compreensivo que permita sustentar uma ampla literacia estatística encarando-a como forma de ver e entender o mundo. Essas alterações, considerando também como ponto de partida uma abordagem relacionada com a prática (no sentido referido por Thames e Van Zoest, 2013) permitirá, espera-se reconfigurar a relação que os professores detêm com a matemática, permitindo um afastamento de um enfoque procedural (DAVIS; RENERT, 2009) e possibilitando abordagens que promovam uma efetiva compreensão do que é feito e porque é feito, a cada momento.

Agradecimentos:

Este artigo foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia e pelo Instituto de Telecomunicações (Covilhã) e faz parte do projeto "Conocimiento matemático para la enseñanza respecto a la resolución de problemas y el razonamiento" (EDU2009-09789), financiado pelo Ministerio de Ciencia e Innovación (Espanha).

Referências

- Ball, D. L., M. H. Thames, et al. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v.59, n.5, p.389-407. 2008.
- Baumert, et al. Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. **American Educational Research Journal**, v.47, n.1, p.133-180. 2010.
- Brown, C; Borko, H. Becoming a mathematics teacher. In: D. A. Grouws (Ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, 1992. Becoming a mathematics teacher, p. 209-239.

- Burgess, T. A. **Investigating the nature of teacher knowledge needed and used in teaching statistics**. 2007. Tese (Doutorado). Massey University, Palmerston North, New Zealand [retirado de <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/dissertations/dissertations.php>].
- _____. Teacher Knowledge for Teaching Statistics through Investigations. ICMI Study 18 Conference and IASE 2008 Round Table Conference. C. Batanero, G. Burrill, *et al*. Monterrey, Mexico 2010.
- Castro, J. P.; Rodrigues, M. **Sentido de número e organização de dados. Textos de Apoio para Educadores de Infância**. Lisboa: ME-DGIDC. 2008.
- Charalambous, C. Mathematical knowledge for teaching and the unfolding of tasks in mathematics lessons: Integrating two lines of research. In: O. Figueras, J. L. Cortina, *et al* (Ed.). **Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Morelia, Mexico: PME, v.2, 2008, p. 281-288.
- Davis, B.; Renert, M. Mathematics-for-teaching as shared dynamic participation. **For the learning of mathematics**, v.29, n.3, p. 37-43. 2009.
- Departamento de Educação Básica [DEB]. **Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar**. Lisboa: Ministério da Educação. 1997.
- Fernández, S. e L. Figueiras. El conocimiento del profesor necesario para una educación matemática continuada. In: M. M. Moreno, A. Estrada, *et al* (Ed.). **Investigación en Educación Matemática XIV**. Lleida, Espanha: SEIEM, 2011, p.291-301.
- Groth, R. E. Toward a Conceptualization of Statistical Knowledge for Teaching. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.38, n.5, p.427-437. 2007.
- Hiebert, J.; Grouws, D. The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In: F. Lester (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, NCTM: Information Age Publishing, 2007a, p.371-404.
- Hill, H. C.; Ball, D. L. Learning mathematics for teaching: Results from California's mathematics professional development institutes. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.35, n.5, p.330-351. 2004.
- Hill, H. C. *et al*. Effects of teachers' mathematics knowledge for teaching on student achievement. **American Education Research Journal**, v.42, n.2, p.371-406. 2005.
- Jakobsen, *et al*. Using Practice to Define and Distinguish Horizon Content Knowledge. In: Icme (Ed.). **12th International Congress in Mathematics Education (12th ICME)** Seoul (Coreia): ICME, 2012, p.4635-4644
- Jaworski, B. Mathematics teacher educator learning and development In: B. Jaworski e T. Wood (Ed.). **International handbook of mathematics teacher education**. Rotterdam: Sense, v.4, 2008, p.1-13

- Ministério da Educação e Ciência [MEC]. **Programa e Metas Curriculares de Matemática** Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. 2013
- Mellado, V. J. *et al.* Aprender a ensinar Ciencias Experimentales en la formación inicial de maestros. **Bórdon**, v.49, n.3, p. 275-288. 1997.
- Moriel Junior, J. G., *et al.* **Conhecimentos mobilizados durante uma formação docente sobre porquês matemáticos: o caso da divisão de frações**. VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Canoas, Brasil, 2013. p. to appear
- NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. In: (Ed.). Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics, 2000.
- Nye, B., S. Konstantopoulos, *et al.* How large are teacher effects? **Educational Evaluation and Policy Analysis**, v.26, n.3, p.237-257. 2004.
- Ribeiro, C. M. Práticas inclusivas em Educação Matemática: um trabalho colaborativo com professores do 1.º ciclo. In: A. Barca, M. Peralbo, *et al* (Ed.). **Livro de Actas do Congreso Internacional Galego-Portugués de Psicopedagogía**. A Coruña/Universidade da Coruña: Revista Galego-Portuguesa de Psicoloxía e Educación., 2007., p.1746-1757
- _____. Uma abordagem aos números decimais e suas operações no primeiro ciclo. A importância de uma "eficaz navegação" entre representações. **Educação e Pesquisa**, v.37, n.2, p.407-422. 2011.
- Ribeiro, C. M.; Carrillo, J. Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring data analysis. In: B. Ubuz (Ed.). **Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Ankara, Turkey: PME, v.4, 2011a. Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring data analysis, p.41-48
- _____. Knowing mathematics as a teacher. **Seventh Congress of European Society for Research in Mathematics Education, CERME 7**. Rzeszów, Polónia, 2011b. p. 2818-2826.
- Ribeiro, C. M., *et al.* O conhecimento profissional em acção aquando da elaboração de um pictograma: uma situação de (i)literacia. **XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática - Números e Estatística**. Vila Real, Portugal: SPCE. 16 e 17 de Maio de 2009.
- Ribeiro, C. M.; Joaquim, F. Um percurso construtivo de recolha, organização e tratamento de dados numa turma do 2.º Ano. In atas **XXV Encontro Nacional de Professores de Matemática - ProfMat 2010**. Aveiro: APM, 2010. p.
- Ribeiro, C. M., *et al.* Prospective teachers' knowledge in/for giving sense to students' productions. In: A. M. Lindmeier e A. Heinze (Ed.). **Proceedings of the 37th**

Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Kiel, Germany: PME, v.4, 2013, p.89-96

Shulman, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v.15 (2), p.4-14. 1986.

Stake, R. E. Qualitative case studies. In: N. K. Denzin e Y. Lincoln (Ed.). **Handbook of qualitative research**. Thousand Oaks: Sage, 2000, p.435-454.

Stein, M. K *et al.* **Implementing standards-based mathematics instruction: a Casebook for Professional Development**. New York: Teachers College Press. 2000. 146 p. (Ways of Knowing in Science Series)

Thames, M. e L. R. Van Zoest. Building coherence in research on mathematics teacher characteristics by developing practice based approaches. **ZDM - The International Journal on Mathematics Education**, v.45, p.583-594. 2013.

¹ Optámos por utilizar a expressão na sua língua mãe pois este é um termo já bastante cunhado pelo grupo de Investigação liderado por Deborah Ball na Universidade do Michigan.

² Em Portugal, em qualquer Instituição de Ensino Superior (IES), a habilitação profissional para a docência na Educação Pré-Escolar e nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico passa, primeiramente, pela obtenção da licenciatura em Educação Básica com a duração de 6 semestres e, de seguida, por um 2.º ciclo de formação num dos quatro perfis possíveis: Pré-escolar; Pré-escolar e Ensino Básico 1.º CEB; Ensino Básico 1.º CEB; e Ensino Básico 1º e 2º CEB. Este segundo ciclo de estudos é obrigatório para quem quiser obter uma profissionalização para a docência. Dependendo das opções, poderá ter a duração de 2 semestres (Pré-Escolar); 3 semestres (Pré-escolar e Ensino Básico 1º CEB) ou 4 semestres (Ensino Básico 1.º e 2.º CEB).

³ Estes sites foram seleccionados de entre os que os professores do grupo de trabalho colaborativo referiam como sendo os que mais utilizavam nas suas escolas (eles e os colegas).