

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

JOSÉ ALEXANDRE MATELLI

Uso de analogias como recurso didático na disciplina de Transmissão de Calor

Guaratinguetá

2018

José Alexandre Matelli

Uso de analogias como recurso didático na disciplina de Transmissão de Calor

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do título de Livre-Docente em Engenharia Térmica, na disciplina de Transmissão de Calor.

Guaratinguetá

2018

M425u	Matelli, José Alexandre Uso de analogias como recurso didático na disciplina de transmissão de calor / José Alexandre Matelli. – Guaratinguetá, 2017 43 f. : il. Bibliografia: f. 41 Tese (Livre-Docência) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2017. 1. Calor - Transmissão. 2. Analogia. 3. Ensino. I. Título CDU 536.24(043)
-------	---

Pâmella Benevides Gonçalves

Bibliotecária/CRB-8 9203

DADOS CURRICULARES

JOSÉ ALEXANDRE MATELLI

NASCIMENTO 15 de fevereiro de 1973 - Itapetininga / SP

FILIAÇÃO Luciano Matelli
Yolanda Seabra Matelli

2017 / 2018 Estágio Pós-doutoral (Projeto Resiliente de Sistemas Complexos de Engenharia)
NASA Ames Research Center (EUA)

2004 / 2008 Doutor em Engenharia (Pós-graduação em Engenharia Mecânica na área de Engenharia e Ciências Térmicas)
Universidade Federal de Santa Catarina

1999 / 2001 Mestre em Engenharia (Pós-graduação em Engenharia Mecânica na área de Engenharia e Ciências Térmicas)
Universidade Federal de Santa Catarina

1993 / 1998 Engenheiro Mecânico (Graduação em Engenharia Mecânica)
Universidade Federal de Santa Catarina

À memória de meus pais, Luciano e Yolanda, que me mostraram desde muito cedo o valor do conhecimento, da cultura e do intelecto. Às minhas irmãs Luciana, Liliana, Silvana e Iolanda, diferentes facetas de mim mesmo. À minha filhota Valentina, *mio capolavoro* e melhor amiguinha.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à UFSC, instituição que me formou engenheiro e pesquisador, e me fez criar apreço pela excelência acadêmica, dando-me inúmeros exemplos de como persegui-la. Agradeço também à UNESP, a instituição que me acolheu como profissional acadêmico e me deu oportunidades de crescimento que culminam com esta tese de Livre-Docência.

Não posso deixar de agradecer aos amigos e colegas unespianos, Prof. Rubens Alves Dias, da FEG/DEE, e Prof. Adriana Bortoletto, da FEIS/DFQ, pelas valiosos ensinamentos sobre Vigotski, que me permitiram cometer a ousadia de dissertar nessa tese sobre algo que não me é academicamente familiar e, ao mesmo tempo, tão próprio da lida docente.

“Não ame.”
(Epicteto, 55-135)

RESUMO

Disserta-se nessa tese sobre o uso de analogias como recurso didático na disciplina de transmissão de calor. A aplicação de analogias no ensino é revisada na literatura, de modo que se estabeleça um referencial teórico que justifique este uso. Assim, propõe-se que a analogia possa ser interpretada como um mediador simbólico de Vigotski. Usos de analogias adaptadas ou desenvolvidas em sala de aula pelo autor da presente tese são apresentados. As impressões do autor acerca da receptividade dos alunos ao recurso são discutidas, bem como alguns casos de interação com os alunos são apresentados.

PALAVRAS-CHAVE: Transmissão de calor. Ensino. Analogia. Recurso didático.

ABSTRACT

The use of analogies as a didactic resource in the discipline of heat transfer is discussed in this thesis. The application of analogies in teaching is reviewed in the literature, so that a theoretical framework that justifies the use of analogies can be established. Thus, it is proposed that the analogy can be interpreted as a Vigotski's symbolic mediation. Uses of analogies either adapted or developed in the classroom by the author of this thesis are presented. The impressions of the author about the students' receptivity to the resource are discussed, as well as some cases of interaction with the students are presented.

KEYWORDS: Heat transfer. Teaching. Analogy. Didactic resource.

RIASSUNTO

È discusso in questa tesi sull'uso delle analogie come risorsa didattica nella disciplina della trasmissione di calore. L'applicazione delle analogie nell'insegnamento è rivista in letteratura, in modo da stabilire un quadro teorico che giustifichi questo uso. Quindi, si propone che l'analogia possa essere interpretata come un mediatore simbolico di Vigotski. Gli usi delle analogie adattate o sviluppate in classe dall'autore di questa tesi sono presentati. Le analogie sono entrambe quelle classiche, consacrate nei libri di testo, come alcune in classe dall'autore stesso. Vengono discusse le impressioni dell'autore sulla ricettività degli studenti alla risorsa e alcuni casi di interazione con gli studenti sono anche presentati.

PAROLE CHIAVE: Trasmissione di calore. Insegnamento. Analogia. Risorsa didattica.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Ilustração do conceito de mediador.	24
Figura 2	Evolução das FPS ao longo do desenvolvimento do indivíduo.	26
Figura 3	Analogia como mediador simbólico.	26
Figura 4	Quadros selecionados do vídeo sobre difusividade.	29
Figura 5	Parede plana com geração interna uniforme de energia.	31
Figura 6	Campo de temperatura com geração interna de energia positiva.	32
Figura 7	Campo de temperatura com geração interna de energia negativa.	32
Figura 8	Viga bi-apoiada uniformemente carregada.	32
Figura 9	Porção infinitesimal de uma barra uniformemente carregada.	33
Figura 10	Distribuição de momento fletor em viga bi-apoiada, uniformemente carregada. .	34
Figura 11	Ângulo plano.	35
Figura 12	Área infinitesimal em uma superfície esférica.	36
Figura 13	Hemisfério sobre uma superfície infinitesimal.	37
Figura 14	Relação entre ângulo sólido e radiação incidente sobre superfície: câmera foto- gráfica como exemplo.	37
Figura 15	Ângulos de visão em relação ao polegar e à lua.	38
Figura 16	Ângulo sólido aplicado ao futebol.	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Analogia entre resistências elétrica e térmica	21
Tabela 2 – Mecanismos de transmissão de calor e respectivas resistências.	21
Tabela 3 – Comparação entre as leis de Fourier e de Newton da viscosidade.	30
Tabela 4 – Analogia entre parede com geração e viga carregada.	34

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EDO	Equação diferencial ordinária
EDP	Equação diferencial parcial
FPS	Funções psicológicas superiores
FT	Fenômenos de transporte
MF	Mecânica dos fluidos
TC	Transmissão de calor
TD	Termodinâmica
VC	Volume de controle

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	ENSINO DE TC	15
2.2	ANALOGIAS NO ENSINO DE ENGENHARIA E CIÊNCIAS EXATAS	17
2.3	ANALOGIAS CONSAGRADAS NO ENSINO DE TC	20
3	ANALOGIA COMO MEDIADOR SIMBÓLICO	23
4	USO DE ANALOGIAS EM TC	27
4.1	CONSERVAÇÃO DE ENERGIA TÉRMICA E BALANÇO FINANCEIRO	27
4.2	O CONCEITO DE DIFUSIVIDADE TÉRMICA	28
4.3	VIGA UNIFORMEMENTE CARREGADA E PAREDE PLANA COM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA	31
4.4	ÂNGULO SÓLIDO E O JOGO DE FUTEBOL	35
5	CONCLUSÕES	40
	REFERÊNCIAS	41

1 INTRODUÇÃO

Do ponto de vista do aluno, o conteúdo programático típico da disciplina de Transmissão de Calor (TC) é um dos mais desafiadores em um curso de Engenharia Mecânica. Quase todas as habilidades, competências e conhecimentos adquiridos anteriormente em outras disciplinas são exigidos em TC, em um nível normalmente além do trivial. De Termodinâmica (TD), disciplina reconhecidamente desafiadora, exige-se domínio da conservação da massa e da primeira lei da termodinâmica, a partir das quais são obtidos os modelos matemáticos que descrevem os mecanismos de transmissão de calor. Exige-se também o domínio da segunda lei, não para obter modelos, mas para consolidar a noção fundamental de que o calor¹ só pode ser espontaneamente transferido de um corpo quente para um corpo frio. O entendimento de que TD lida com processos de equilíbrio e que as propriedades termodinâmicas descrevem estados de equilíbrio é ampliado em TC, em que os processos de não-equilíbrio requerem propriedades de transporte.

As disciplinas matemáticas de Cálculo, Álgebra e Cálculo Vetorial fornecem a linguagem para expressar os modelos e suas soluções, sendo exigida familiaridade com integrais múltiplas, campos escalares e vetoriais, sistemas de coordenadas cilíndricas e esféricas, funções hiperbólicas, sistemas de equações e equações diferenciais ordinárias (EDO) e parciais (EDP). A depender do modo de transmissão de calor – condução, convecção ou radiação –, o uso deste ferramental matemático varia. No modo de radiação, integrais múltiplas são usadas para calcular propriedades superficiais médias que levam em conta a dependência espacial e espectral da radiação térmica. A dependência espacial acaba exigindo o domínio de sistemas de coordenadas esféricas e apurada capacidade de visualização espacial. Já a dependência espectral requer conhecimentos básicos de ondas eletromagnéticas e mesmo rudimentos de Mecânica Quântica, caso se queira explorar a distribuição espectral de corpos negros e a emissão de radiação térmica como decorrência da emissão de fótons devido à atividade eletrônica dos átomos.

No modo de condução de calor, campos escalares descrevem a distribuição espacial e temporal da temperatura de um meio material assumido como indeformável. Tais campos resultam da solução da equação do calor, uma EDP obtida pela aplicação combinada da primeira lei da termodinâmica e da Lei de Fourier em um volume de controle infinitesimal do meio. Já campos vetoriais descrevem a distribuição espacial e temporal do gradiente de temperatura e do fluxo de calor, sendo vetores de mesma direção e sentidos opostos (o sentido do vetor fluxo de calor decorre da segunda lei da termodinâmica). Tais campos vetoriais são obtidos a partir do campo de temperatura e da Lei de Fourier. A equação do calor pode ser expressa em coordenadas cartesianas ou polares, sendo que as soluções podem ser tão simples quanto funções lineares ou parabólicas, ou tão avançadas quanto funções hiperbólicas ou funções de Bessel.

Já o modo de convecção está intimamente relacionado com os conteúdos de Mecânica dos Fluidos

¹ O aluno tem que lidar também com o conflito entre o entendimento moderno do calor como trânsito de energia térmica pelas fronteiras do sistema, visto em TD, e a noção imprecisa herdada da teoria do calórico (século XVIII), que dá a entender que calor e energia térmica são sinônimos. Tal imprecisão permanece consagrada no nome da disciplina, que, a rigor, deveria se chamar apenas Calor ou Transmissão de Energia Térmica.

(MF), outra disciplina tradicionalmente desafiadora. Diferentemente da condução, na convecção o meio material é continuamente deformável. O conceito de camada-limite, visto apenas do ponto de vista fluido-dinâmico em MF, é expandido em TC, introduzindo novos conceitos de camada-limite térmica e camada-limite mássica. Do mesmo modo, a formulação da camada-limite fluido-dinâmica, composta por sistema de EDPs que expressam a conservação da massa e da quantidade de movimento, é expandida para acomodar a EDP da conservação da energia, no caso da camada-limite térmica, e a EDP da conservação de espécies químicas, para o caso da camada-limite mássica. Assim, no caso mais complexo, um escoamento em que o fluido apresenta temperatura e concentração de espécie diferente da superfície (por exemplo, escoamento de ar seco e quente paralelo à superfície de um lago frio), tem-se a formação de três camadas-limite descritas por um sistema de quatro EDPs.

A resolução analítica de grande parte dos problemas de TC é impossível devido à elevada complexidade dos modelos matemáticos, fazendo com que abordagens experimentais e numéricas sejam apresentadas. Assim, a vivência anterior do aluno em práticas de laboratório, cálculo numérico e programação de computadores contribui para a plena compreensão destas abordagens. De fato, a grande maioria dos problemas de convecção envolvem soluções na forma de correlações experimentais expressas através de diversos grupos adimensionais, sendo um deles o familiar número de Reynolds, já visto em MF. Também de MF vem o entendimento de como os grupos adimensionais viabilizam a realização de experimentos que envolvem muitas variáveis. A alternativa numérica normalmente apresentada em condução multidimensional em regime permanente ou transiente é o método das diferenças finitas, que, por sua vez, requer a representação de sistemas de equações algébricas na forma matricial, cuja resolução envolve operações como inversão e multiplicação de matrizes. Os problemas de convecção requerem métodos numéricos mais sofisticados que o das diferenças finitas e não são usualmente explorados em sala de aula, a não ser em disciplinas optativas com foco específico.

Como se nota, TC demanda dos alunos uma sólida e diversificada base anterior, sem a qual não é possível desenvolver novos fundamentos. Tal demanda traz desafios também para o professor, que precisa resgatar conceitos apresentados em um contexto bem diferente e atribuir-lhes novos significados. O exemplo mais comum, que também se observa em outras disciplinas, é se apropriar de uma equação diferencial parcial, vista em Cálculo de forma genérica e abstrata, em que a solução da equação resulta em uma função $f(x, y)$, e torná-la em modelo para prever, digamos, a temperatura na superfície de um cilindro longo, inicialmente quente, após certo tempo exposto a uma corrente de ar. Nesse caso, busca-se uma equação $T(r, t)$ que relacione a temperatura T do cilindro com a coordenada radial r e o tempo t . Mesmo assim, essa complexidade matemática muitas vezes reforça no aluno a sensação de abstração e distância da prática. Portanto, desenvolver novos fundamentos apenas por desenvolvê-los não é suficiente. Torna-se então mais um desafio para o professor contextualizar os novos conhecimentos em uma realidade concreta de engenharia, aplicando, por exemplo, o modelo de temperatura do cilindro em um problema industrial de tratamento térmico de eixos.

Para além de apropriações de outros conteúdos e contextualizações com a prática, talvez o maior desafio para o professor de uma disciplina como TC seja encontrar recursos didáticos adequados para construir os novos conhecimentos a partir de base tão extensa². No que diz respeito especificamente ao

² É sabido que professores universitários são, em geral, formados para fazer pesquisa e não têm base conceitual pedagógica

ensino de TC, a literatura recente não é farta, tem um caráter mais instrumental (relatando o uso de experimentos e computadores, principalmente) e é carente de referenciais teóricos que fundamentem ou justifiquem pedagogicamente o uso do recurso didático em questão.

O objetivo desta tese é propor o uso de analogias como recurso didático na disciplina de TC, fundamentando-o a partir do conceito de mediadores simbólicos, de Vigotski [1]. As analogias propostas têm origens diversas, sendo as de maior interesse aquelas oriundas de problemas já vivenciados pelos alunos em outros domínios da engenharia mecânica. No capítulo 2, é apresentada uma revisão da literatura recente a respeito de ensino de TC e do uso de analogias no ensino de engenharia e ciências exatas. Usos consagrados de analogias encontrados em livros-textos da disciplina são também revisados. Os conceitos fundamentais sobre os mediadores simbólicos de Vigotski são apresentados no capítulo 3, no qual também se propõe o referencial teórico em que a analogia como recurso didático é um mediador simbólico. No capítulo 4, alguns casos em que analogias são usadas em sala de aula, com base na experiência do próprio autor, são apresentados e discutidos. Finalmente, as considerações finais da tese são apresentadas no capítulo 5.

que os permitam elaborar intencionalmente sua atuação em sala de aula. Na quase totalidade das vezes, incluindo o autor da presente tese, sua atuação é intuitiva e com base em tentativa e erro. Embora pertinente, uma discussão profunda de tal aspecto foge do escopo desta tese.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão da literatura recente a respeito do ensino de TC, especificamente, é apresentada neste capítulo. A revisão é complementada apresentando-se trabalhos dedicados ao uso de analogias em cursos de engenharia e ciências exatas. São apresentados também usos consagrados de analogias encontrados tanto em livros-textos de ampla aceitação na disciplina quanto na própria definição de fenômenos de transporte.

2.1 ENSINO DE TC

Embora não muito abrangente em razão do pequeno número de trabalhos encontrados, a literatura recente sobre ensino de TC apresenta variados recursos e métodos didáticos. Em quase todos os trabalhos, as justificativas envolvem argumentos genéricos de adequação às exigências do mercado de trabalho ou adequação à realidade contemporânea de rápidas e crescentes mudanças.

O uso do conhecido pacote Ansys-CFX em problemas clássicos de MF e TC, com foco em atividades de ensino em sala de aula, é apresentado por Rocha; Silveira [2]. A justificativa para o uso deste pacote são as exigências do mercado por profissionais capacitados a utilizar estes softwares a disponibilidade cada vez maior de computadores poderosos e acessíveis. O software foi utilizado em quatro problemas, três de MF (aerofólio, placa plana e viscosímetro) e um de TC, referente a um misturador de duas correntes de água a temperaturas diferentes. Os autores se limitaram a comparar os resultados obtidos pelo software com resultados experimentais ou com resultados clássicos encontrados na literatura, argumentando que, por apresentar resultados dentro da faixa de erro esperada, o software é adequado para formação de alunos de engenharia e ciências exatas. Nenhum relato do uso por alunos ou mesmo demonstrações em sala de aula foram apresentados, nem uma justificativa do ponto de vista pedagógico.

Wehmann et al. [3] apresentam o uso do Ansys-CFX em problemas clássicos de TC – convecção em placa plana em regime laminar, escoamento laminar em torno de um cilindro aquecido, escoamento interno turbulento em dutos circulares aquecidos e trocador de calor de tubos concêntricos. Os autores sustentam que o uso de pacotes computacionais na indústria tem contribuído para a redução dos custos dos produtos e dos processos de desenvolvimento, e que o uso do software pelos alunos os aproximariam dessa realidade. Assim como em [2], não são apresentadas demonstrações de uso por alunos ou pelo professor em sala de aula. Não é apresentada também justificativa pedagógica do uso deste recurso.

Xiaolu et al. [4] defendem o uso de computadores em cursos de TC, mas como recurso multimídia. Justificam tal abordagem afirmando que novos métodos de ensino dão a oportunidade de cursos superiores se adequarem aos desafios impostos pelo rápido desenvolvimento científico e tecnológico do século XXI. Argumentam que o uso de multimídia pode efetivamente superar dificuldades de ensino, e citam como exemplo os processos de condução multidimensional em regime transiente, nos quais é tipicamente difícil, tanto para o professor quanto para os alunos, lidar com o conceito de distribuição de temperatura. Neste caso, o uso de multimídia para apresentar distribuição de temperatura em

geometrias complexas pode ser feito repetidamente, ganhando tempo para interagir com os alunos e encorajá-los a discutir a física do problema, ao invés de mantê-los presos à resolução das equações. Mais especificamente, os autores reportaram uma efetiva redução no tempo de ensino de um problema que requer a resolução de EDP pelo método da separação de variáveis, passando de três horas no método tradicional (quadro e giz) para duas horas com auxílio de multimídia.

O desenvolvimento e uso de um jogo online no ensino de engenharia é mostrado por Pfothenauer et al [5]. O jogo visa dar suporte ao ensino de princípios de criogenia, no qual o aluno atua no papel de consultor. É construído a partir de um simulador simples baseado em Matlab, em que os mecanismos físicos de interesse são capturados, bem como simplificações e fatores não-essenciais. Assim, os autores dão um exemplo no primeiro nível do jogo em que o tópico é condução de calor dependente da temperatura, ignorando complicações associadas à convecção e radiação. Essa é uma decisão consciente dos autores, já que manter as coisas simples lhes permitiu manter o foco nos objetivos pedagógicos de cada nível. Assim, uma das características mais interessantes do jogo é fazer o aluno buscar soluções de compromisso que envolvem fatores conflitantes. Toda uma seção do trabalho é dedicada aos objetivos pedagógicos, em que, principalmente, a habilidade do jogo capturar a atenção do jogador é explorada; ao criar uma experiência para o jogador em que a informação obtida em sala de aula é requerida, é mais provável que o estudante retenha e atribua significado pessoal àquela informação.

Regalado-Méndez et al. [6] mostram uma metodologia de aprendizagem baseada em competências. Competência é um conjunto de destrezas, habilidades e conhecimentos que interagem para formar um novo conhecimento, e tem sido um fator determinante tanto para o estudante quanto para o futuro profissional de engenharia. Na metodologia proposta pelos autores, conceitos básicos de TD, TC, teoria geral de sistemas e equações diferenciais são avaliados a partir de um jogo de palavras-cruzadas. A intenção é que os alunos respondam o jogo em equipes; ao analisar e explicar as respostas em detalhes, as competências seriam geradas. Os alunos são avaliados em três etapas: auto-avaliação, em que o aluno avalia a si mesmo a partir de um questionário pré-definido; avaliação homogênea, em que o aluno é avaliado pelos seus colegas; e avaliação heterogênea, em que o aluno é avaliado pelo professor. Ao fim de cada avaliação, é atribuída uma nota de zero a dez. Resultados obtidos com um grupo de nove alunos mostram que o método foi bem aceito por eles e que novos conhecimentos foram efetivamente criados, tendo sido notada também melhoria na compreensão global dos processos cognitivos dos alunos.

A participação ativa de grupos de alunos de engenharia em trabalhos práticos é proposta por Albizzati et al. [7]. As atividades se referem ao projeto, construção e ensaio de um experimento didático para medição de propriedades de transporte, tais como os coeficientes de transferência de quantidade de movimento (viscosidade), de calor (condutividade) e de massa (coeficiente binário de difusão de massa). Além da aprendizagem dos conceitos básicos, pretende-se também que alunos adquiram habilidades e atitudes não contempladas nos métodos tradicionais de ensino. A metodologia aplicada gerou grande interesse pelos alunos e favoreceu o treinamento no campo das relações interpessoais e da comunicação oral e escrita, além de contribuir para uma melhor compreensão dos conceitos por parte dos alunos. Por outro lado, o método exige mais dedicação, esforço e tempo dos

professores.

A aplicação educacional de técnicas termográficas para visualização dos mecanismos de condução e convecção é apresentada por Naghedolfeizi et al. [8]. São descritos alguns experimentos em que uma câmera termográfica mostra vídeos dos campos de temperatura evoluindo no tempo. Os autores reportam que os experimentos termográficos ajudaram os estudantes a compreender a transferência de calor condutiva e convectiva de um modo mais direto e visual. No experimento de condução unidimensional em uma barra, 73% dos alunos foram capazes de explicar porque os resultados experimentais diferiam dos resultados simulados, enquanto 64% foram capazes de identificar as fontes de erros experimentais. Já no experimento de convecção, 52% dos estudantes explicaram corretamente porque um jato de água quente diverge em água fria e 82% explicaram corretamente porque o calor é transferido mais lentamente na convecção natural do que na convecção forçada.

Atividades baseadas em indagações (do original *inquiry-based activities*) para abordar quatro conceitos fundamentais das ciências térmicas, frequentemente mal compreendidos e difíceis de dominar, foram propostas por Prince et al. [9]. Os conceitos são: i) temperatura vs energia; ii) taxa vs quantidade de energia transferida; iii) temperatura vs percepção de quente e frio; iv) efeitos de propriedades superficiais em radiação térmica. Os mal-entendidos dos estudantes acerca destes conceitos foram avaliados através de um portfólio de conceitos de calor e energia. No grupo de controle, o desempenho dos estudantes a respeito do portfólio melhorou de 49,2% para 54,4% de acertos após instrução. Já no grupo que desenvolveu atividades baseadas em indagações, o desempenho no portfólio melhorou de 46,6% para 65,7% de acertos após instrução. Os autores fundamentam pedagogicamente o método proposto com profundidade, apresentando uma ampla revisão de literatura na área da pedagogia que aborda metodologias de aprendizagem ativa.

Exceto por [5, 9], justificativas de cunho pedagógico raramente são encontradas nos trabalhos aqui revisados; quando as são, revelam-se superficiais. Há carências também de referenciais teóricos que fundamentem a adoção das técnicas e métodos propostos. Portanto, há espaço para que se adote um referencial teórico apropriado para o ensino de TC, mesmo porque [5, 9] não se referem à disciplina de TC, mas sim a alguns conteúdos de TC utilizados em outras disciplinas.

2.2 ANALOGIAS NO ENSINO DE ENGENHARIA E CIÊNCIAS EXATAS

A revisão apresentada anteriormente na seção 2.1 mostra que são poucos os trabalhos recentes sobre ensino de TC, e os que existem são focados em apresentar métodos, técnicas e recursos, quase sempre abrindo mão de se fundamentá-los teoricamente. Este foco instrumental é corroborado por George [10] ao afirmar que educadores investem muito esforço “no que” deve ser ensinado, enquanto o “como” engajar, esclarecer e nutrir o amor pelo aprendizado e pelo desejo de saber é frequentemente ignorado. Na verdade, esta é uma preocupação tão antiga quanto os primórdios da filosofia grega e George [10] apresenta exemplos explícitos dos métodos de ensino e dos pensamentos de Sócrates sobre ensino e aprendizado, que são encontrados dispersamente nos textos de Platão. Admitindo *a priori* que o uso de analogias faz parte do “como” engajar, são encontrados na literatura alguns trabalhos que apresentam o uso deste recurso em cursos de engenharia e ciências exatas.

É conveniente, antes, definir o que é uma analogia. Bartha [11] apresenta as seguintes definições:

uma *analogia* é uma comparação entre dois objetos, ou sistemas de objetos, que destaca aspectos em que os objetos comparados são considerados similares; o *raciocínio analógico* é um tipo de pensamento fundamentado em uma analogia; um *argumento analógico* é uma representação explícita de uma forma de raciocínio analógico que cita algumas similaridades aceitas entre dois sistemas para suportar a conclusão de que similaridades adicionais existem. Tais argumentos, ainda de acordo com Bartha [11], recaem, em geral, na categoria de raciocínio indutivo, já que suas conclusões não são obtidas com certeza, mas somente são suportadas com graus de certeza variáveis. Ainda assim, o raciocínio analógico é fundamental para o pensamento humano e, historicamente, teve papel importante em amplos e diversificados contextos de resolução de problemas desde a antiguidade, sendo característica distintiva no raciocínio filosófico, legal e científico (modelos científicos, em particular) [11].

O fato do raciocínio analógico não levar necessariamente a uma conclusão correta exige muita cautela do professor ao adotá-lo. O próprio desenvolvimento científico mostra casos em que analogias foram mal sucedidas na tentativa de explicar novos fenômenos, sendo muito conhecidos os casos do modelo atômico do “pudim de passas”, de Thomson, e o subsequente modelo planetário de Rutherford, em que elétrons girariam ao redor do núcleo como planetas giram ao redor do sol. Uma analogia mal sucedida, de interesse particular relacionado ao tema da presente tese, é o conceito de calórico, que deveria ser interpretado como uma espécie de fluido que escoava de uma região de alta temperatura para uma de baixa, do mesmo modo que um fluido real escoava de uma região de alta pressão para uma de baixa. Além disso, Francisco Jr. et al. [12] lembram que analogias são parte da comunicação humana, sendo dispositivos da linguagem que podem funcionar para comunicar algo e empregados com o intuito de facilitar tal comunicação. Há, portanto, uma distinção entre analogia como processo cognitivo e analogia como um instrumento de linguagem que o professor, deliberadamente, usa para facilitar o entendimento de algo novo para o aluno. Os autores argumentam que para o aluno compreender o objeto de ensino, ele deverá processar a analogia cognitivamente. O professor, por sua vez, já a processou cognitivamente, muito embora a distinção da analogia entre ato cognitivo e comunicativo raramente seja feita, ainda que esteja altamente imbricada em sala de aula [12]. Ainda assim, a analogia é uma poderosa ferramenta cognitiva para descoberta e aprendizado de novos assuntos com base em conhecimentos existentes [13].

Martin [13] discute em profundidade o papel da analogia em cursos introdutórios de estatística, apresentando inclusive uma revisão completa (embora não recente) da analogia do ponto de vista cognitivo. O autor descreve analogias conhecidas e outras propostas por ele, concebidas para desmistificar ideias ao colocá-las em um contexto físico relacionado com experiências cotidianas dos alunos. Tal concepção permitiu ao autor abordar alguns mal-entendidos e frequentes erros sobre técnicas estatísticas.

Francisco Jr. et al. [12] apresentam um estudo sobre as analogias encontradas nos livros de química geral voltados ao ensino superior, na tentativa de fazer um paralelo com estudos cujas análises se deram para livros de ensino médio. Nas obras analisadas, foram identificadas 212 analogias (média de 30,3 por obra), as quais foram classificadas conforme sistema de categorias adaptado de outros estudos. Foi observada maior presença de analogias nas obras do ensino superior, maior variedade no tipo de relação analógica e menor presença de analogias ilustrativas.

Sabendo que os conceitos de campo e potencial elétricos oferecem dificuldades a muitos estudantes, SANTOS; NUNES [14] partem de uma analogia entre campo gravitacional e campo elétrico para utilizar uma planilha eletrônica para ajudar aos alunos a visualizar e entender conceitualmente como o potencial elétrico se distribui no espaço a partir de uma dada condição de contorno. O uso de planilhas se justifica pela fácil integração à prática e às condições das escolas de nível médio, que raramente dispõem de laboratórios de física em razão dos custos. Interessante notar que a EDP que descreve um campo elétrico bidimensional em coordenadas cartesianas é uma equação de Laplace, a mesma que resulta da simplificação da equação do calor para o caso bidimensional em regime permanente sem geração interna de energia térmica.

Numa escola de ensino médio da Turquia, o ensino de equilíbrio químico tradicional foi comparado com o ensino do mesmo tópico em laboratório e com o ensino baseado em analogia [15]. Uma amostra de 65 alunos foi separada aleatoriamente em um grupo de controle e dois grupos de teste. A um dos grupos de teste foi ensinado equilíbrio químico em laboratório; outro grupo de teste foi ensinado com base em analogia; e o grupo de controle foi ensinado do modo tradicional. Os autores, embora não tenham detalhado quais analogias foram utilizadas, concluíram que o grupo de teste ensinado em laboratório apresentou resultados significativamente melhores do que o grupo de teste ensinado a partir de analogias, assim como ambos os grupos de teste apresentaram resultados bem melhores que o grupo de controle.

Em uma abordagem bastante similar à utilizada em [15], Türk et al. [16] compararam o ensino do efeito da concentração e temperatura na velocidade de reação através do ensino tradicional de laboratório com o ensino do mesmo tópico a partir de laboratório baseado em analogia. Uma amostra de 116 alunos de primeiro ano do curso de formação de professores de ciências foi separada em um grupo de controle e um grupo de teste. O grupo de controle foi ensinado através de laboratório tradicional, enquanto o grupo de teste foi ensinado através de laboratório baseado em analogia. Ao contrário de [15], aqui os autores mostraram a analogia adotada, comparando concentração com número de pessoas disponíveis para executar uma tarefa e temperatura com dinheiro disponível para executar a tarefa. O grupo de teste apresentou resultados melhores que o grupo de controle e os autores concluíram que a analogia contribui para que os alunos visualizem conexões causais em um domínio familiar e os extrapolem para explicar eventos no novo domínio.

O impacto do ensino do conceito de corrente contínua através de analogias na atitude dos estudantes de ciências em relação às lições de física foi estudado em [17]. O trabalho foi feito com alunos de primeiro ano do departamento de educação em ciências da Universidade de Gazi, na Turquia. A prática passada ao grupo incluía nove analogias simples (não mostradas pelos autores, porém), sendo que as analogias foram antes analisadas por sete acadêmicos especialistas em educação científica. Uma metodologia de avaliação de lições em física disponível na literatura foi aplicada ao grupo de estudantes para determinar possíveis mudanças após a prática, tanto em relação às suas atitudes frente às lições quanto ao impacto do gênero dos estudantes na efetividade da prática. Após tratamento estatístico apropriado dos dados obtidos, os resultados mostraram que as atitudes dos alunos melhoraram após a prática, enquanto que não houve diferença significativa com relação ao gênero dos alunos.

Assim como na revisão de ensino de TC apresentada na seção 2.1, poucas justificativas de cunho

pedagógico são encontradas nos trabalhos revisados na presente seção, embora a analogia em si esteja, de um modo geral, bem apresentada.

2.3 ANALOGIAS CONSAGRADAS NO ENSINO DE TC

Em cursos de engenharia mecânica, os conteúdos de transmissão de calor e de mecânica dos fluidos são oferecidos em disciplinas específicas. Em outras áreas da engenharia, tais conteúdos, embora em diferentes proporções e ênfases, estão também presentes, mas oferecidos em uma única disciplina chamada fenômenos de transporte (FT). A gênese dessa disciplina se dá na década de 1960, com o reconhecimento de que a introdução do conceito de “operações unitárias” se tornou uma necessidade em cursos de engenharia química. Surgiu então o primeiro livro-texto [18] dedicado a esta classe de fenômenos, chamados “de transporte”. O mais interessante, porém, é que os autores afirmam textualmente que, entre as razões de se estudar estes fenômenos conjuntamente, estão as seguintes: “As equações básicas que descrevem os (...) fenômenos de transporte são intimamente relacionadas. A *similaridade* das equações sob condições simples é a base da resolução dos problemas ‘*por analogia*’. As ferramentas matemáticas necessárias para descrever estes fenômenos são *muito similares*”¹ [18] (trechos em itálico destacados pelo autor da presente tese).

Tem-se, portando, que analogias *definem* os fenômenos de transporte. Assim, a difusão de calor, de massa e de quantidade de movimento, apesar de se referirem a grandezas físicas distintas, são fenômenos similares governados por equações similares. A similaridade é também observada no caso da convecção, em que as camadas-limite fluido-dinâmica, térmica e mássica são descritas por equacionamento similar². Hoje em dia, o livro-texto pioneiro de BIRD; STEWART; LIGHTFOOT [18] é tido como um clássico e reconhecido como um marco na educação superior em engenharia química [19]. Sua segunda edição foi muito criticada em razão de diversos erros encontrados no texto, o que motivou o lançamento de uma segunda edição revisada [20], sendo essa a mais recente edição disponível atualmente. Essa edição foi reimpressa em 2011, 2013 e 2014. Inúmeras outras obras sobre fenômenos de transporte surgiram, inclusive de autores brasileiros, destacando-se [21, 22, 23, 24, 25, 26], todas relativamente recentes e disponíveis nas bibliotecas da UNESP.

Outro uso de analogia muito difundido em transmissão de calor é a introdução do conceito de resistência térmica. Compara-se a Lei de Ohm com as respectivas leis de transferência de calor de cada mecanismo e se reconhece: i) a similaridade entre tensão elétrica e temperatura; ii) a similaridade entre corrente elétrica e taxa de transferência de calor. Decorre naturalmente de (ii) que carga elétrica (coulomb) e energia térmica (joule) são similares, o que fica bastante evidente pelas unidades com que se expressam a corrente elétrica ($A = C/s$) e a taxa de transferência de calor ($W = J/s$). Do mesmo modo, assim como diferença de tensão (ou diferença de potencial elétrico) é a diferença de potencial que causa o transporte de cargas elétricas, a diferença de temperatura é a diferença de

¹ Tradução livre do original em língua inglesa.

² Curiosamente, a solução de escoamentos laminares paralelos sobre placa plana é chamada de solução de similaridade, por usar um artifício chamado variável similar. Tal artifício, juntamente com a definição de uma função de corrente, visa reduzir um sistema de EDP's a uma única EDO. Essa abordagem foi proposta em 1907 por Paul Richard Heinrich Blasius, um dos primeiros alunos de doutorado de Ludwig Prandtl. Ainda que a EDO tenha uma ordem maior que as EDP's originais, sua resolução numérica foi possível na época de Blasius.

potencial que causa o transporte de energia térmica³. Na Tabela 1 é mostrada em resumo a analogia entre as resistências elétrica e térmica. Interessante notar que a resistência térmica não tem uma unidade própria, ao contrário da resistência elétrica, que é expressa em ohms.

Tabela 1 – Analogia entre resistências elétrica e térmica

Energia	Potencial	Transporte	Resistência
Elétrica	ΔU (V)	i (A)	$R = \Delta U / i$ (V/A = Ω)
Térmica	ΔT (K)	q (W)	$R_T = \Delta T / q$ (K/W)

fonte: Produção própria do autor.

Existe, porém, uma distinção importante entre as resistências. Enquanto a resistência elétrica tem apenas uma forma, a resistência térmica depende da geometria do domínio e do mecanismo de transmissão de calor. Como frequentemente mais de um mecanismo de transmissão de calor está presente no problema, as respectivas resistências térmicas podem ser associadas em série e em paralelo (a depender do problema), do mesmo modo que se faz com resistências elétricas. Na Tabela 2 são mostradas as resistências para cada mecanismo de transmissão de calor, sendo que a resistência condutiva se refere ao caso de uma parede plana unidimensional, em regime permanente e sem geração interna de energia térmica.

Tabela 2 – Mecanismos de transmissão de calor e respectivas resistências.

Mecanismo	Lei	Equação	Resistência
Condução	Fourier	$q = kA\Delta T / L$	$R_{T,cd} = L / kA$
Convecção	Newton	$q = hA\Delta T$	$R_{T,cv} = 1 / hA$
Radiação ¹	Stefan-Boltzmann	$q = h_r A \Delta T$	$R_{T,rd} = 1 / h_r A$

1. $h_r = \varepsilon \sigma (T_s + T_v)(T_s^2 + T_v^2)$

fonte: Produção própria do autor.

Outra analogia térmica-elétrica bastante difundida é a variação temporal da temperatura de um corpo aquecido imerso em um fluido frio com a descarga de um capacitor em um circuito elétrico RC. Neste caso, a energia térmica armazenada no corpo é mensurada através de sua capacitância térmica, do mesmo modo que a carga elétrica armazenada no capacitor é mensurada por sua capacitância. A energia térmica é dissipada através da convecção, representada através de uma resistência térmica, assim como a carga elétrica do capacitor é dissipada em um resistor elétrico. Ambos os casos resultam em uma equação diferencial (resultante de um balanço de energia no caso térmico), cuja solução é um decaimento exponencial de temperatura no caso térmico, e um decaimento exponencial da tensão no caso elétrico⁴. Ambos os casos apresentam uma constante de tempo associada ao produto da capacitância pela resistência: quanto maior a constante, mais lenta é a resposta transiente do respectivo problema.

A analogia entre a resistência elétrica e resistência térmica é amplamente encontrada em livros-textos atuais de transmissão de calor, tais como [27, 28, 29], apenas para mencionar alguns dos mais populares e disponíveis nas bibliotecas da UNESP. As analogias entre transporte de energia térmica e

³ Note como calor e energia térmica têm sido usados como sinônimos ao longo do texto.

⁴ No caso térmico, pode ser que o fluido esteja mais quente que o corpo. Neste caso, haverá um aumento exponencial da temperatura do corpo

de massa, tanto difusivo quanto convectivo, são também muito evidentes em tais textos, mas a analogia com difusão e convecção de quantidade de movimento não é tão explicitamente colocada.

3 ANALOGIA COMO MEDIADOR SIMBÓLICO

Havia, no início do século XX, duas tendências distintas na psicologia. Em uma delas, a psicologia era interpretada como uma ciência natural, em que processos bioquímicos elementares geradores de sensações, pensamentos e estímulos sensoriais seriam estudados tendo o *corpo humano* como objeto. Era uma tendência experimental, com métodos objetivos próprios das ciências naturais, subdividindo fenômenos psicológicos complexos em processos mais simples, com vistas à quantificação dos fenômenos observáveis. Em contraposição, havia a tendência de interpretar a psicologia como ciência mental, tendo agora o *espírito humano* como objeto de estudo. Nessa tendência, a psicologia se relacionava mais com as ciências humanas, com análises subjetivas e não quantitativas de fenômenos psicológicos complexos tomados em sua totalidade. Ambas apresentavam limitações: devido à sua natureza subjetiva, a “psicologia mental” não era capaz de gerar descrições dos fenômenos psicológicos complexos que fossem verificáveis em termos científicos; já a “psicologia experimental” só era relativamente bem sucedida em explicar alguns fenômenos muito simples, também não sendo capaz de uma explicação convincente dos fenômenos psicológicos complexos. É neste contexto histórico que surge Lev Semenovitch Vigotski, em que ele e colaboradores procuravam uma forma de conciliar as duas tendências. Em termos mais precisos, Vigotski buscava uma *síntese* entre as duas abordagens. Oliveira [30] destaca a importância de esclarecer o significado de síntese para Vigotski, já que esta é uma ideia muito recorrente em sua obra e crucial para sua forma de compreender processos psicológicos.

A síntese de dois elementos não é a simples soma ou justaposição destes elementos, mas a emergência de algo novo, anteriormente inexistente. Esse componente novo não estava presente nos componentes iniciais: foi tornado possível pela interação entre esses elementos, num processo de transformação que gera novos fenômenos. Assim, a abordagem que busca uma síntese para a psicologia integral, numa mesma perspectiva, o homem enquanto corpo e mente, enquanto ser biológico e ser social, enquanto membro da espécie humana e participante de um processo histórico. [30, p.23]

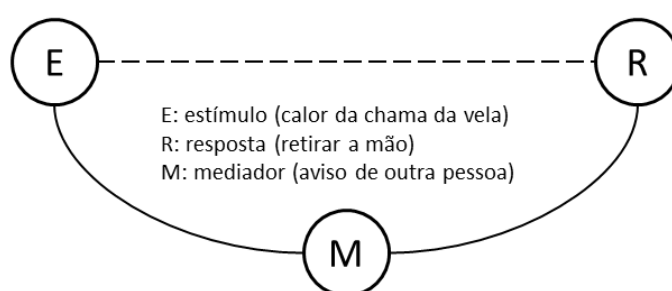
A partir da integração do homem espiritual-corporal que sintetiza a psicologia de Vigotski, Oliveira [30] identifica três ideias centrais do pensamento vigotiskiano, a saber: i) sendo derivadas da atividade do cérebro, um órgão humano, as funções psicológicas decorrem de um processo biológico; ii) as funções psicológicas são fundamentadas nas relações que o indivíduo desenvolve com o mundo exterior e, portanto, desenvolvidas no contexto de um processo histórico; iii) a relação do homem com o mundo não é direta, mas mediada por sistemas simbólicos. Dessas, a terceira é a de maior interesse na presente tese e é explorada como segue.

Funções psicológicas superiores (FPS), ou processos mentais superiores, são típicos de seres humanos e envolvem tanto a capacidade de abstrair o mundo vivido como a intencionalidade de ação e de comportamento. Essas funções são, portanto, libertadoras, no sentido de que o homem,

diferente dos outros animais, não é escravo da natureza e pode transcendê-la e modificá-la. As FPS permitem ao ser humano imaginar objetos ausentes, especular sobre eventos passados, imaginar eventos ainda não vividos, projetar e construir estruturas não encontradas na natureza, tomar decisões em função das circunstâncias que se apresentam e planejar ações futuras. As FPS são ditas superiores em contraposição às capacidades psicológicas mais elementares, tais como reflexos, reações automáticas ou associações simples. Vigotski distingue então as relações entre o ser humano e o mundo como relações diretas e relações mediadas. As relações diretas são aquelas que envolvem as capacidades elementares, enquanto as mediadas envolvem as FPS. Mais ainda, ao longo do desenvolvimento do indivíduo, as relações mediadas prevalecem cada vez mais sobre as relações diretas na medida em que o repertório de FPS do indivíduo aumenta com o tempo. Oliveira apresenta a definição de mediação e um exemplo; na Figura 1 está ilustrado o conceito de mediação.

Mediação, em termos genéricos, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento. Quando um indivíduo aproxima sua mão da chama de uma vela e a retira rapidamente ao sentir dor, está estabelecida uma relação direta entre o calor da chama e a retirada da mão. Se, no entanto, o indivíduo retirar a mão quando apenas sentir o calor e lembrar-se da dor sentida em outra ocasião, a relação entre a chama da vela e a retirada da mão estará mediada pela lembrança da experiência anterior. Se, em outro caso, o indivíduo retirar a mão quando alguém lhe disser que pode se queimar, a relação estará mediada pela intervenção dessa outra pessoa. [30, p.26]

Figura 1 – Ilustração do conceito de mediador.



fonte: Adaptado de [30].

Vigotski classifica os mediadores como mediadores instrumentais e mediadores simbólicos. Os primeiros são relacionados com o surgimento do trabalho e seu papel na formação da sociedade humana. A capacidade de transformar a natureza pelo trabalho é o que diferencia o homem dos outros animais e é o que também une o homem com a natureza, criando a cultura e história humanas.

O trabalho é fundamentalmente caracterizado pelo estabelecimento de relações sociais e uso de instrumentos. “O instrumento é um elemento interposto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza” [30]. A poderosa e icônica cena

do hominídeo utilizando um osso como arma em “2001 - Uma odisseia no espaço”, ao som de “*Also sprach Zarathustra*”, ilustraria, na visão de Clarke e Kubrick, o exato instante em que o homem ancestral utilizou um instrumento pela primeira vez na história. A partir daí, as relações sociais que levaram ao desenvolvimento da sociedade humana se estabeleceriam, fazendo, em alguns milhares de anos, seus instrumentos evoluírem de ferramentas rudimentares para as modernas tecnologias contemporâneas¹. A um instrumento está associada a função que ele desempenha. Assim, essa função tem um objetivo social e o instrumento, enquanto objeto social, intermedia a ação do homem em relação ao objetivo social a ser atingido pelo uso do instrumento. Portanto, o instrumento é um mediador da relação entre o indivíduo e o mundo.

Alguns animais também utilizam instrumentos. Entre muitos trabalhos apresentando casos assim, cita-se o de Finn et al. [31], em que os autores documentaram polvos encontrados entre as costas de Sulawesi e Bali, na Indonésia, que aprenderam a utilizar cascas descartadas de coco seco como abrigo. Embora trate-se também de instrumentos atuando como mediador entre sujeito e mundo, Vigotski argumenta que, ao contrário do homem, os animais não utilizam instrumentos deliberadamente e não os deixam como legado social para futuras gerações; mais importante, as modificações feitas na natureza pelos animais não deflagram um processo histórico-cultural que estabeleça uma civilização destes animais.

Vigotski (1984) *apud* Oliveira (1993)² [30] introduz o conceito de mediadores simbólicos a partir de uma *analogia* (grifo do autor da presente tese) com os mediadores instrumentais:

A invenção e o uso de signos como meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher etc.) é análoga à invenção e uso de instrumentos, só que agora no campo psicológico. O signo age como um instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho. [30, p.30]

Do mesmo modo que instrumentos intermediam e potencializam a ação física do indivíduo no mundo, símbolos intermediam e potencializam sua ação intelectual; o instrumento é voltado ao mundo externo do indivíduo, enquanto que o símbolo é voltado para o seu mundo interior. “Na sua forma mais elementar, o símbolo é uma marca externa, que auxilia o homem em tarefas que exigem memória ou atenção” [30]. Por exemplo, pastores primitivos usavam pedras para conferência e registro do número de animais em seu rebanho. A pedra, neste caso, é um símbolo que representa a quantidade de animais e, sendo representação da realidade, pode ser utilizada também para abstraí-la. Ao utilizá-las, a capacidade de contagem do pastor e do armazenamento dessa informação é consideravelmente ampliada. Portanto, a memória mediada por símbolos é mais poderosa do que a memória não mediada.

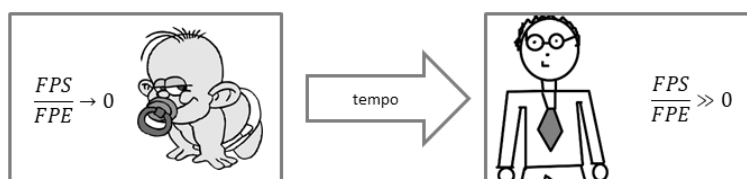
Experimentos conduzidos por Vigotski e colegas em crianças entre quatro e cinco anos demonstraram o papel fundamental dos mediadores simbólicos no desenvolvimento das FPS [1]; demonstraram

¹ Evolução esta implicitada por Kubrick no magistral corte da cena do osso jogado ao alto pelo hominídeo para a cena do voo de uma nave espacial

² VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo - Brasil: Martins Fontes, 1984 *apud* OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico**. São Paulo - Brasil: Editora Scipione, 1997.

também como os processos de mediação evoluem ao longo do tempo conforme o indivíduo cresce. Os processos mediados não estão ainda presentes em crianças pequenas, já que as FPS são mais sofisticadas e complexas que as funções psicológicas elementares. Em verdade, os experimentos mostraram que crianças pequenas, de até cinco anos, não são capazes de tirar pleno proveito dos mediadores simbólicos; os mediadores passam a ser efetivos apenas a partir dos oito anos de idade, aproximadamente. As FPS são, portanto, gradativamente incorporadas ao repertório do indivíduo na medida em que este cresce e se desenvolve, e vão se tornando mais e mais poderosas e efetivas na relação entre o mundo e o indivíduo Figura 2.

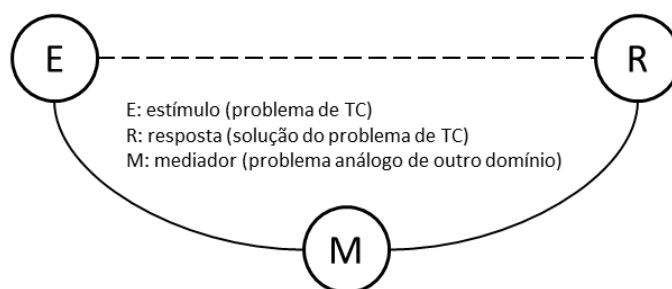
Figura 2 – Evolução das FPS ao longo do desenvolvimento do indivíduo.



fonte: Produção própria do autor.

Extrapolando os resultados dos experimentos de Vigotski para a vida adulta, pode-se inferir que as FPS envolvidas na educação universitária de um indivíduo são muito sofisticadas, e que desenvolver em sala de aula novos mediadores simbólicos associados a essas FPS pode ser muito desafiador para o professor. Sendo assim, a proposta desta presente tese é utilizar problemas análogos de outros domínios como mediadores simbólicos entre um novo problema de TC e sua solução. Neste caso, a FPS envolvida é a capacidade de raciocínio analógico do indivíduo. Esta proposta está ilustrada na Figura 3 e é consonante com o proposto na teoria de Vigotski, que é o fundamento pedagógico do uso aqui proposto de analogias como recurso didático. A seguir, no capítulo 4, são apresentadas e discutidas algumas analogias desenvolvidas pelo autor da presente tese e aplicadas em sala de aula.

Figura 3 – Analogia como mediador simbólico.



fonte: Produção própria do autor.

4 USO DE ANALOGIAS EM TC

Este capítulo apresenta quatro analogias adaptadas e/ou desenvolvidas pelo autor da presente tese e utilizadas em sala de aula nos últimos anos. O capítulo é organizado em seções dedicadas a cada uma das seguintes analogias: conservação da energia térmica em um volume de controle e balanço financeiro de uma aplicação; difusividade a partir de um experimento simples com água e papel absorvente; parede plana com geração interna de energia e viga uniformemente carregada; ângulo sólido e o jogo de futebol.

4.1 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA TÉRMICA E BALANÇO FINANCEIRO

No domínio da transmissão de calor, é mais conveniente reescrever a primeira lei da termodinâmica em termos do acúmulo de energia térmica em um volume de controle (VC)¹. Como existe a possibilidade de se converter outras formas de energia em energia térmica (e vice-versa), a energia térmica não necessariamente se conserva, sendo necessário então contabilizar esta conversão em um termo próprio na equação da conservação de energia térmica (Eq. 1).

$$\frac{dE_{ac}}{dt} = \dot{E}_e - \dot{E}_s + \dot{E}_g \quad (1)$$

O termo do lado esquerdo, dE_{ac}/dt , representa o acúmulo de energia térmica no VC ao longo do tempo; se positivo, a quantidade de energia térmica acumulada no VC aumenta com o passar do tempo; se negativo, a quantidade de energia térmica acumulada diminui com o tempo; se igual a zero, a quantidade de energia térmica do VC não varia no tempo, caracterizando o regime permanente. Os dois primeiros termos do lado direito, $\dot{E}_e$ e $\dot{E}_s$, representam as correntes de energia que entram e que saem do VC, respectivamente. O último termo do lado direito, $\dot{E}_g$, corresponde à possibilidade de conversão de outras formas de energia em energia térmica, caso em que teria sinal positivo. No caso de haver conversão de energia térmica em outras formas de energia (por exemplo, uma reação endotérmica), o sinal deste termo é negativo.

Para tornar o entendimento da Eq. 1 mais concreto para o aluno, estabelece-se a analogia entre energia térmica (medida em joules) e dinheiro (medido em reais), e entre VC e conta bancária. Dessa forma, os dois primeiros termos do lado direito da Eq. 1 representariam depósitos e pagamentos, ou sejam, operações que colocam e retiram dinheiro da conta bancária, respectivamente. O último termo do lado direito corresponderia aos fenômenos econômicos que multiplicam dinheiro, tais como investimentos em poupança, renda fixa etc. Nesse caso, o sinal deste termo é positivo. No entanto, existem fenômenos econômicos que fazem com que dinheiro seja subtraído da conta, tais como taxas administrativas e parcelas associadas a empréstimos bancários. Nesse caso, o sinal do termo seria negativo. Finalmente, o termo do lado esquerdo da Eq. 1 representaria o acúmulo de dinheiro na conta ao longo do tempo; se positivo, a quantidade de dinheiro guardado na conta aumenta com o passar do

¹ Também em um sistema, mas como um volume de controle é uma generalização deste, opta-se por apresentar somente a formulação para volume de controle.

tempo, o que indica enriquecimento; se negativo, a quantidade de dinheiro guardado na conta diminui com o tempo, o que indica empobrecimento; se igual a zero, a quantidade de dinheiro guardado não varia no tempo, caracterizando a estabilidade financeira.

A Eq. 1 é provavelmente a equação mais importante e a mais utilizada no curso de TC e, como tal, deve-se assegurar que seja bem compreendida. Neste sentido, a analogia tem se mostrado bem sucedida, com os alunos, quando provocados, mostrando mais segurança em aplicações de balanços de energia a partir da Eq. 1 quando esta é interpretada com auxílio da analogia financeira. O que é mais interessante, porém, é a quantidade de questionamentos referentes à conta bancária no momento da exposição da analogia, o que talvez possa ser um indício de carência na educação financeira dos alunos. Em uma ocasião, um aluno questionou se a inflação poderia ser considerada como um termo de "geração negativa de dinheiro" (nas palavras do aluno). Este questionamento é interessante, pois alerta para os limites e os cuidados da aplicação do raciocínio analógico na construção de novos conhecimentos. Enquanto o termo negativo de geração de energia térmica representa, de fato, uma diminuição do número de joules térmicos no VC, o correspondente termo da inflação não representa uma diminuição do número de reais na conta bancária, mas sim uma perda do poder aquisitivo daquele número de reais em conta. A resposta ao aluno foi, portanto, negativa. Uma analogia entre energia térmica e poder aquisitivo de moeda seria muito mais complexa do que a aqui apresentada, para não dizer inviável, já que o problema análogo se revelaria mais complicado que o próprio problema de TC em questão.

4.2 O CONCEITO DE DIFUSIVIDADE TÉRMICA

O conceito de difusividade térmica é explorado a partir de sua definição (Eq. 2), ou, mais especificamente, a partir de sua unidade (m^2/s).

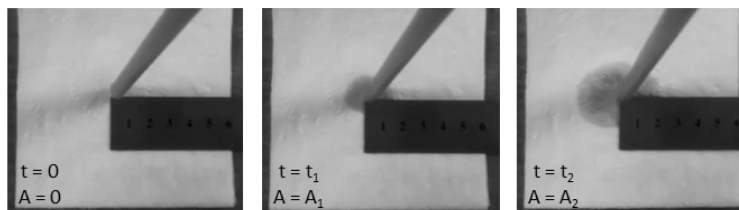
$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad (2)$$

A unidade da difusividade é semelhante à da velocidade, no sentido de expressar a taxa de variação temporal de um espaço n -dimensional: no caso da velocidade ($n = 1$), expressa-se a taxa de variação com a qual uma distância linear é percorrida; para a difusividade ($n = 2$), expressa-se a taxa de variação com a qual uma área é ocupada. No caso da difusividade térmica, o que ocupa essa área é energia térmica. Como energia é um conceito altamente abstrato, propõe-se uma analogia entre energia térmica e massa tipicamente considerada em fenômenos de transporte, mas com o intuito de visualizar a difusividade em um experimento simples e, posteriormente, generalizá-la.

O experimento consiste de uma folha de papel absorvente, uma pipeta com água e uma régua. A origem da régua é colocada no centro geométrico da folha, no qual se encosta a pipeta e se faz a água escoar controladamente. Pode-se observar que a água deixa a pipeta e passa a molhar o papel. A área molhada aumenta com o tempo e a taxa com que a área molhada varia no tempo pode definir uma difusividade da água em relação a este papel (com o auxílio da régua e um cronômetro, seria possível estimar tal difusividade, ainda que grosseiramente). O que é interessante neste experimento é que o aluno vê claramente a área molhada, aproximadamente circular, evoluindo no tempo. Para evitar a

inconveniência de montar o experimento a cada exposição, foi feito um vídeo para ser apresentado em sala de aula e compartilhado com os alunos. Na Figura 4 são mostrados três quadros selecionados do vídeo, em que é possível perceber a evolução da área molhada do papel.

Figura 4 – Quadros selecionados do vídeo sobre difusividade.



fonte: Produção própria do autor.

Uma vez apresentado o vídeo, é feita a analogia com energia térmica. Uma placa fina de, digamos, alumínio corresponde ao papel, enquanto um pequeno ferro de solda corresponde à pipeta. Assim, o ferro de solda impõe um fluxo de calor no ponto em que toca a placa, do mesmo modo que a pipeta impõe um fluxo mássico de água no ponto em que toca o papel. Ambos os fluxos perturbam os respectivos meios, e a difusividade é uma medida do quão rapidamente esta perturbação se propaga. No caso mássico, a área perturbada corresponde a uma região em que a concentração mássica evolui no tempo e é maior do que a do meio não perturbado; no caso térmico, a área perturbada corresponde a uma região em que a temperatura evolui no tempo e é maior que a do meio não perturbado. Tanto a unidade de difusividade quanto a visualização do experimento deixam claro para o aluno que o tempo está intimamente relacionado com esta propriedade. Exemplos de fervura de água em placas de barro e de alumínio apelam para a experiência cotidiana do aluno e mostram como a difusividade está associada ao tempo que diferentes materiais levam para responder a uma perturbação térmica. Exemplos de cunho mais industriais são também discutidos qualitativamente, mostrando porque é mais difícil soldar alumínio do que aço à luz do conceito de difusividade. Mais adiante no curso, quando a equação do calor é deduzida para meios isotrópicos em coordenadas cartesianas, é enfatizado que o termo transiente (lado esquerdo da Eq. 3) é afetado justamente pela difusividade e que, pela própria intimidade desta propriedade com o tempo, demonstrada anteriormente, sua relação com a transiência era esperada.

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} \quad (3)$$

Um arranjo experimental para o caso térmico poderia ser também feito nos mesmos moldes do caso mássico, sendo necessária uma câmera termográfica para visualizar a evolução da área perturbada termicamente. Mesmo dispondo deste arranjo, a apresentação do experimento mássico não deve ser desconsiderada, pois contribuí para consolidar a noção de que os fenômenos de transporte são unificados. A este respeito, é interessante resgatar o conceito de viscosidade cinemática, já visto em MF (Eq. 4). Comparando a Lei de Fourier (Eq. 5) com a Lei de Newton da viscosidade (Eq. 6), nota-se que ambas expressam que o fluxo é diretamente proporcional ao gradiente do potencial que o causa, como resumido na Tabela 3. A constante de proporcionalidade é uma propriedade de transporte, condutividade e viscosidade dinâmica para os casos térmico e fluidodinâmico, respectivamente. Nesta

abordagem, a tensão de cisalhamento é reinterpretada como um fluxo de quantidade de movimento, ou seja, a taxa de variação de quantidade de movimento por unidade de área perpendicular ao transporte da quantidade de movimento. Esta reinterpretação pode ser feita reescrevendo as unidades da tensão de cisalhamento como $\frac{(kg.m/s)/s}{m^2}$.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (4)$$

$$q''_x = k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (6)$$

Tabela 3 – Comparação entre as leis de Fourier e de Newton da viscosidade.

Lei	Fluxo	Potencial	Propriedade
Fourier	Energia térmica	Temperatura	Condutividade
Newton	Quant. mov.	Velocidade	Visc. dinâmica

fonte: Produção própria do autor.

Tomando a razão entre a propriedade de uma lei de transporte e a quantidade de inércia deste transporte por unidade de volume, tem-se a definição geral da difusividade. No caso térmico, a propriedade de transporte é a condutividade e a inércia térmica é a capacidade térmica volumétrica, ρc , ou seja, a quantidade de energia necessária para aumentar de 1 K a temperatura de 1 m³ do material. No caso fluidodinâmico, a propriedade é a viscosidade e a inércia fluidodinâmica é a quantidade de quantidade de movimento requerida para aumentar de 1 m/s a velocidade de 1 m³ do fluido. A unidade de inércia fluidodinâmica resulta a mesma da massa específica, kg/m³, de tal modo que a unidade de difusividade fluidodinâmica resulta também em m²/s. Assim, tem-se uma reinterpretação da viscosidade cinemática como difusividade de quantidade de movimento e da massa específica como quantidade de inércia fluidodinâmica por unidade de volume. Pode-se estender a discussão para o caso mássico. Pela Lei de Fick (Eq. 7), o fluxo mássico é diretamente proporcional ao gradiente de concentração mássica. Nesse caso, a propriedade de transporte decorrente da Lei de Fick é a própria difusividade mássica da espécie A em relação a B, que também tem o m²/s como unidade². A razão para tal é que a inércia mássica é adimensional e igual a 1, ou seja, a quantidade de massa requerida para aumentar de 1 kg/m³ a concentração de 1 m³ de solução é igual a 1 kg.

$$m''_{A,x} = D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} \quad (7)$$

Todas as analogias advindas das leis de Fourier, Newton e Fick são apresentadas em sala de aula com o propósito de consolidar a noção de unidade dos fenômenos difusivos de transporte, no sentido de que se um deles é compreendido, os dois demais também serão, necessariamente. Além disso, as interpretações alternativas de tensão de cisalhamento, viscosidade cinemática e massa

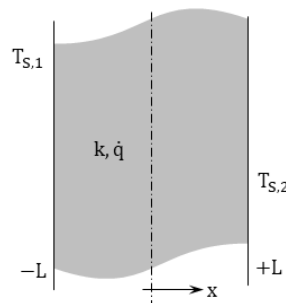
² Apresentada em base mássica no texto. Dividindo ambos os lados da Eq. 7 pela massa molar da espécie A, tem-se a Lei de Fick em base molar: $n''_{A,x} = D_{AB} (\partial C_A / \partial x)$. A difusividade, obviamente, não muda.

específica contribuem para aumentar o repertório conceitual do aluno, tornando-o mais competente intelectualmente. A vantagem de se desenvolver o conceito de difusividade a partir de um experimento mássico é que ele é muito mais simples, visual e concreto do que os casos térmicos e fluidodinâmicos, além de não ter virtualmente custo algum.

4.3 VIGA UNIFORMEMENTE CARREGADA E PAREDE PLANA COM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA

Na Figura 5 está ilustrada uma parede plana unidimensional, com geração interna uniforme de energia e em regime permanente. Neste domínio, a equação do calor (Eq. 3) se reduz à Eq. 8:

Figura 5 – Parede plana com geração interna uniforme de energia.



fonte: Produção própria do autor.

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (8)$$

A Eq. 8 é uma EDO de segunda ordem, não homogênea, que é resolvida por dupla integração. A primeira integração (Eq. 9) resulta no gradiente de temperatura e, em consequência da Lei de Fourier, está relacionada com o fluxo de calor. Da Eq. 9, conclui-se portanto que o fluxo de calor varia linearmente com x . A segunda integração resulta na solução geral para o campo de temperatura (Eq. 10), que, com as condições de contorno de temperatura superficiais prescritas ilustradas na Figura 5, resultam, após algum algebrismo, na solução particular expressa na Eq. 11.

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k}x + C_1 \quad (9)$$

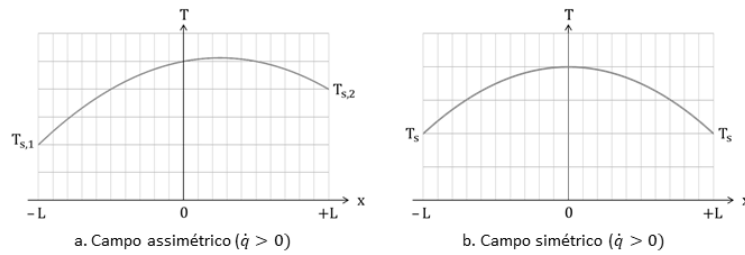
$$T(x) = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + C_1x + C_2 \quad (10)$$

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k} \left[1 - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2} \left(\frac{x}{L} \right) + \frac{T_{s,2} + T_{s,1}}{2} \quad (11)$$

O sinal positivo do termo de geração de energia $\dot{q}$ indica a existência de algum mecanismo que gera calor no meio (por exemplo, aquecimento por efeito Joule), o que faz com que o campo de temperatura tenha concavidade para baixo (Figura 6). O sinal negativo de $\dot{q}$ representa a existência de consumo interno de energia térmica, como, por exemplo, reações endotérmicas observadas durante a mudança de fase de alguns componentes de tijolos cerâmicos durante sua queima. Neste caso, a concavidade

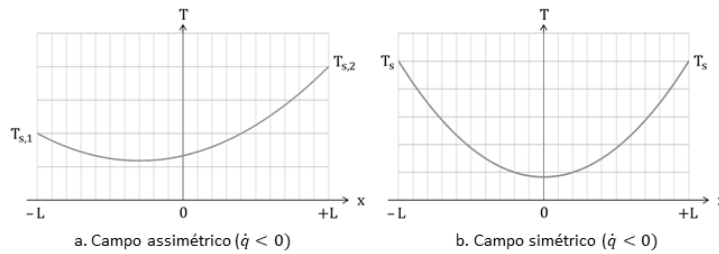
do campo é para cima (Figura 7). Se as temperaturas superficiais forem iguais ($T_{s,1} = T_{s,2} = T_s$), o campo de temperatura resulta simétrico (Figura 6b e Figura 7b).

Figura 6 – Campo de temperatura com geração interna de energia positiva.



fonte: Produção própria do autor.

Figura 7 – Campo de temperatura com geração interna de energia negativa.

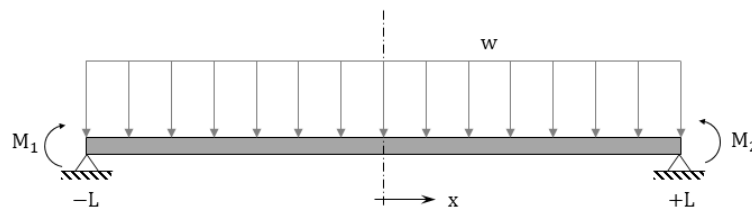


fonte: Produção própria do autor.

O que torna o caso da parede plana com geração interna de energia interessante no contexto da presente tese é que no ano de 2013, ao fim da exposição deste tema, um aluno notou a semelhança deste caso com a distribuição de momento fletor em uma viga bi-apoiada e uniformemente carregada. Ele perguntou se o método de obtenção de distribuição de momento fletor poderia ser usado no problema da parede com geração para obter o perfil de temperatura. Sem ter tido propositalmente a resposta, o aluno foi provocado a fazer a tentativa em casa e trazer seus achados na aula seguinte. Ele teve sucesso e, desde então, este caso tem sido explorado em sala de aula pelo autor da presente tese.

A razão dos problemas da parede e da viga apresentarem a mesma solução matemática é que as equações governantes são idênticas, o que assegura uma analogia robusta entre os dois problemas. Uma viga bi-apoiada e uniformemente carregada é ilustrada na Figura 8.

Figura 8 – Viga bi-apoiada uniformemente carregada.

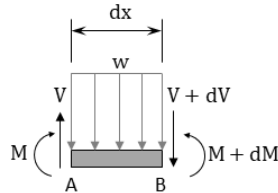


fonte: Produção própria do autor.

Tomando-se como corpo livre uma porção infinitesimal de largura dx da barra (Figura 9), a condição de equilíbrio exige que a soma das forças seja zero. Portanto, os esforços cortantes V são equilibrados

pela carga uniforme w , tal que $V - (V + dV) - wdx = 0$, resultando na Eq. 12. A condição de equilíbrio também exige que a soma dos momentos ao redor de qualquer ponto do corpo livre seja zero. Assim, a soma dos momentos em torno do ponto B é igual a $(M + dM) - M - Vdx + wdx(dx/2) = 0$, resultando na Eq. 13, uma vez que $w(dx)^2/2 \approx 0$. Combinando as Eqs. 12 e 13, obtém-se a Eq. 14, uma EDO de segunda ordem e não homogênea.

Figura 9 – Porção infinitesimal de uma barra uniformemente carregada.



fonte: Produção própria do autor.

$$\frac{dV}{dx} = -w \quad (12)$$

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (13)$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} + w = 0 \quad (14)$$

A Eq. 14 é resolvida por dupla integração. A primeira integração (Eq. 15) resulta no gradiente de momentos fletores e, em consequência da Eq. 13, está relacionada com os esforços cortantes. Pode-se concluir das Eqs. 13 e 15 que os esforços cortantes variam linearmente com x . A segunda integração resulta na solução geral para a distribuição de momentos fletores (Eq. 16), que, com as condições de contorno de momentos atuantes nos pontos de apoio ilustradas na Figura 8, resultam, após algum algebrismo, na solução particular expressa na Eq. 17.

$$\frac{dM}{dx} = -wx + C_1 \quad (15)$$

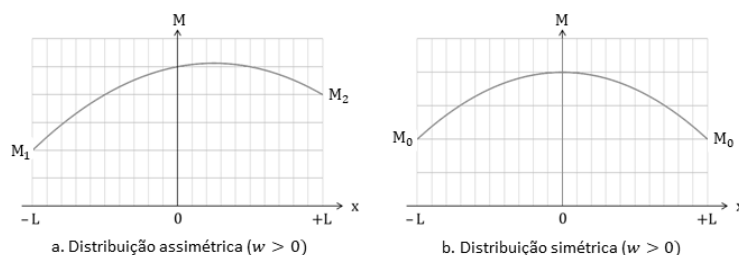
$$M(x) = -wx^2/2 + C_1x + C_2 \quad (16)$$

$$M(x) = \frac{wL^2}{2} \left[1 - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] + \frac{M_2 - M_1}{2} \left(\frac{x}{L} \right) + \frac{M_2 + M_1}{2} \quad (17)$$

Normalmente, vigas são projetadas e construídas para suportar uma carga distribuída que atua no mesmo sentido da força da gravidade. Dessa forma, o sinal do carregamento w será sempre positivo, o que faz com que a distribuição de momentos fletores tenha concavidade para baixo (Figura 10). Se não houver momentos atuantes nos pontos de apoio ou eles forem iguais ($M_1 = M_2 = M_0$), a distribuição de momentos fletores é simétrica (Figura 10b).

Como os problemas apresentam a mesma formulação (EDO de segunda ordem não homogênea), diversas analogias são evidenciadas, como mostrado na Tabela 4. Todo o ferramental básico de cálculo

Figura 10 – Distribuição de momento fletor em viga bi-apoiada, uniformemente carregada.



fonte: Produção própria do autor.

sobre determinação de pontos de máximo/mínimo a partir de derivadas primeiras e determinação de mudanças de inclinação da tangente a partir de derivadas segunda são também explorados, mas atribuindo-lhes significados físicos.

Tabela 4 – Analogia entre parede com geração e viga carregada.

Parede	Viga
Regime permanente	Equilíbrio estático
Somatório das correntes de energia igual a zero	Somatórios de esforços e momentos iguais a zero
Temperatura	Momento fletor
Fluxo de calor	Esforço cortante
Taxa de geração	Carregamento
Distribuição parabólica de temperatura	Distribuição parabólica de momento fletor
Distribuição linear do fluxo de calor	Distribuição linear de esforços cortantes

fonte: Produção própria do autor.

Na viga, o ponto em que o momento fletor é máximo corresponde ao ponto onde a derivada da distribuição de momentos é igual a zero. Consequentemente, de acordo com a Eq. 13, não há esforço cortante atuando neste ponto. No caso da parede, a derivada segunda acaba se relacionando com a existência de um fenômeno de geração interna de energia ou de consumo interno de energia. Já a derivada primeira igual a zero no ponto de máximo está associado a um gradiente de temperatura nulo e, portanto, a um fluxo de calor nulo. Assim, o plano em que se localiza o ponto de máxima temperatura é adiabático. Interessante notar que, em decorrência da Eq. 9, a taxa de transferência de calor também depende de x , já que a área transversal de uma parede plana é independente de x . Os alunos são então provocados a refletir sobre como é possível este problema ser em regime permanente e apresentar taxa de transferência de calor variável, e a discussão acaba voltando, naturalmente, para a Eq. 1 e sua analogia com dinheiro.

Problemas de engenharia que compartilham a mesma formulação são muito comuns, mas os livros-texto de matemática superior sobre equações diferenciais (por exemplo [32, 33]) limitam-se invariavelmente a problemas de movimentos harmônicos e circuitos elétricos. A analogia explorada na presente seção não só expande o universo de problemas similares, como traz para o aluno de engenharia mecânica problemas mais próprios de sua formação e mais próximos de sua futura atuação profissional. Porém, o que é mais interessante na analogia apresentada é que ela foi originalmente percebida por um aluno. O fato de TC ser uma disciplina exigente acaba criando algumas barreiras para os novos aprendizes. A menção de que um aluno de um período anterior, um colega que vivenciou basicamente

a mesma realidade acadêmica dos novos aprendizes de TC, foi capaz de perceber uma analogia dessa natureza ajuda a quebrar algumas das barreiras, aumentando a percepção entre os novos aprendizes de que os problemas não estão tão distantes de serem compreendidos quanto antes acreditavam. Tal fato não é bem uma surpresa, pois, embora não seja exatamente o mesmo caso, há muito se pesquisa os impactos positivos sobre os alunos que aprendem com colegas, tanto sobre aqueles que aprendem sobre aqueles que ensinam [34]. Além disso, o problema da viga lida com conceitos mais concretos e visualizáveis, tais como força, momento e equilíbrio estático, ao invés de fluxo de calor, temperatura e regime permanente.

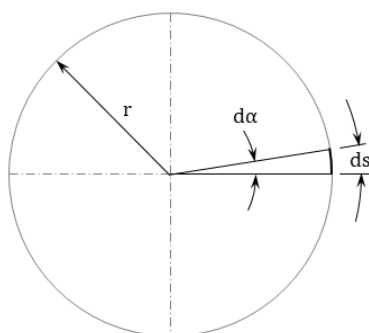
4.4 ÂNGULO SÓLIDO E O JOGO DE FUTEBOL

Entre as habilidades que TC exige do aluno, a capacidade de visualização espacial é uma das mais importantes, especialmente no mecanismo de radiação. Essa exigência se deve à natureza espectral e direcional da radiação, que são levadas em conta em uma grandeza chamada intensidade de radiação. Na intensidade de radiação, por sua vez, a dependência espacial da radiação é expressa em termos de uma grandeza geométrica chamada ângulo sólido.

A noção de ângulo sólido não é vista anteriormente em nenhuma disciplina do curso, cabendo ao professor de TC introduzi-la, o que o autor da presente tese faz em três etapas: i) definir o ângulo sólido matematicamente como uma extensão do conceito de ângulo plano; ii) apresentar cálculo simples envolvendo ângulos plano e sólido; iii) apresentar situações cotidianas e lúdicas envolvendo os ângulos plano e sólido. É nesta última etapa que é trazida a aplicação do ângulo sólido no jogo de futebol, fazendo a analogia com a aplicação do ângulo plano com o jogo de sinuca.

Embora a noção de ângulo plano seja muito familiar, a primeira etapa envolve recordar a definição de ângulo plano, ilustrado na Figura 11. Em um círculo de raio r , o ângulo plano é a razão entre um arco de comprimento infinitesimal deste círculo e seu raio (Eq. 18). Assim, o comprimento de um arco qualquer compreendido entre os ângulos α_1 e α_2 é calculado somando-se todos os pequenos arcos ds que compõem o arco (Eq. 19).

Figura 11 – Ângulo plano.



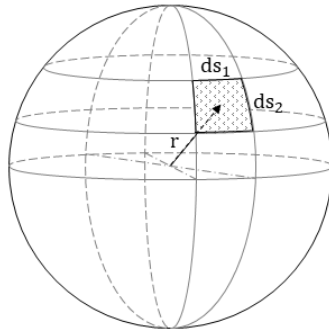
fonte: Produção própria do autor.

$$d\alpha \equiv ds/r \quad (18)$$

$$s = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} r d\alpha \quad (19)$$

Uma superfície esférica, como a de um globo terrestre, pode ser dividida longitudinalmente em meridianos e latitudinalmente em paralelos. É possível identificar uma área infinitesimal delimitada entre dois meridianos e dois paralelos, sendo ds_1 a distância entre os meridianos e ds_2 a distância entre os paralelos (Figura 12). Tem-se então uma área infinitesimal $dA = ds_1 ds_2$ e o ângulo sólido é a razão entre a área infinitesimal e o quadrado do raio da superfície esférica. Utilizando um sistema de coordenadas esféricas em que a latitude seja representada por θ e a longitude por ϕ , tem-se que $ds_1 = r d\theta$ e $ds_2 = r \sin(\theta) d\phi$, de tal modo que o ângulo sólido resulta na Eq. 20. Assim, a área de uma porção qualquer da superfície esférica compreendida entre os ângulos latitudinais θ_1 e θ_2 e os ângulos longitudinais ϕ_1 e ϕ_2 é calculado somando-se todos os arcos longitudinais (por sua vez, compostos por pequenos arcos longitudinais) ao longo da latitude (Eq. 21).

Figura 12 – Área infinitesimal em uma superfície esférica.



fonte: Produção própria do autor.

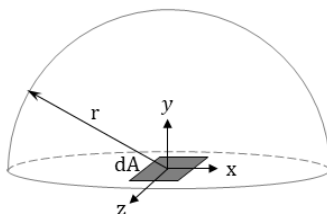
$$d\omega \equiv dA/r^2 = \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (20)$$

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} r^2 \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (21)$$

Embora o ângulo plano seja adimensional, a ele é atribuída a unidade de radiano (rad). O ângulo sólido também é adimensional, mas para distingui-lo mais explicitamente do ângulo plano, lhe é atribuída a unidade de esferorradiano ou esterradiano³ (sr). Ao integrar a Eq. 21 para θ variando entre 0 e π e ϕ variando entre 0 e 2π , tem-se varrida toda a superfície esférica. O resultado dessa integral é a área superficial da esfera e é uma expressão bem conhecida: $A = 4\pi r^2$. Comparando essa expressão com a primeira igualdade da Eq. 20, conclui-se que o ângulo sólido de uma esfera é 4π sr e o de um hemisfério é 2π sr. Estes resultados poderiam, naturalmente, ser obtidos diretamente da integração da segunda igualdade da Eq. 20. O hemisfério é uma geometria de maior interesse em TC, dado que, na quase totalidade dos casos, as interações radiantes se dão em apenas uma das faces da superfície considerada (Figura 13).

³ Mais raramente, radiano quadrado

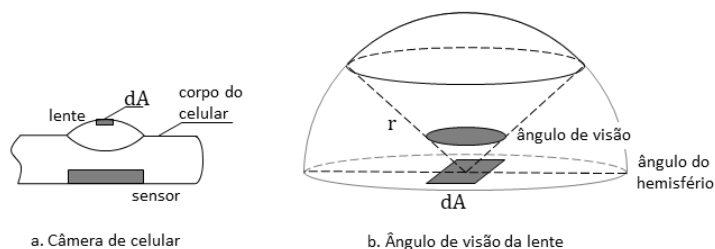
Figura 13 – Hemisfério sobre uma superfície infinitesimal.



fonte: Produção própria do autor.

Uma das maiores conveniências do mecanismo de radiação é que a luz visível é parte do espectro térmico, fazendo com que exemplos cotidianos que envolvam a luz visível possam ser utilizados em sala de aula. No caso do hemisfério sobre uma superfície que interage com a radiação circundante, o exemplo é a câmera fotográfica do telefone celular (mais especificamente, a lente sobre o sensor da câmera, Figura 14a). Luz visível proveniente da vizinhança é irradiada sobre a lente e atinge o sensor, que registra a imagem quando acionado. O hemisfério acima da lente corresponde à totalidade da cena a ser captada. No entanto, a lente da câmera acaba por limitar a cena a uma porção do hemisfério, de tal modo que o sensor registra apenas aquela porção. Essa característica da lente é chamada ângulo de visão e é ilustrado na Figura 14b, em que a superfície dA representa um superfície infinitesimal ao redor do centro da lente⁴.

Figura 14 – Relação entre ângulo sólido e radiação incidente sobre superfície: câmera fotográfica como exemplo.



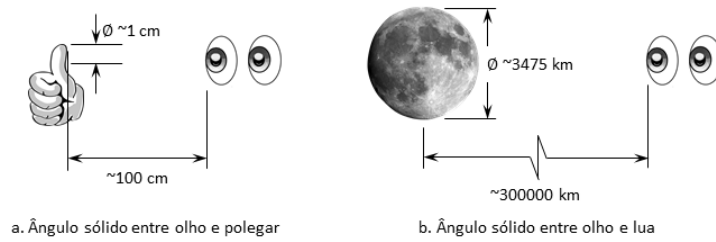
fonte: Produção própria do autor.

O conceito de ângulo de visão esclarece a questão cotidiana de como é possível a ponta do dedo polegar encobrir um astro tão grande quanto a lua. Cálculos aproximados do ângulo de visão a partir da Eq. 20 são feitos para as situações olho-polegar e olho-lua, ilustradas na Figura 15a e na Figura 15b, respectivamente. A resolução da Eq. 20 resulta em $7,85 \times 10^{-5}$ sr e $7,74 \times 10^{-5}$ sr, respectivamente. Assim, o polegar encobre a lua porque, em relação ao olho do observador, apresenta maior ângulo sólido que a lua. Em outras palavras, o polegar encobre uma porção maior do hemisfério sobre o olho do que a lua.

A compreensão do problema do polegar encobrindo a lua ajuda a entender porque um goleiro sai do gol quando o atacante adversário está livre em direção ao gol, jogada em que se diz que o “goleiro fechou o ângulo”. Essa situação está ilustrada na Figura 16: na situação a, o goleiro fica no gol e a área

⁴ O que uma câmera 360° faz é justamente tentar capturar a totalidade de um hemisfério. O produto é comercialmente conhecido como câmera 360°, mas seria mais correto – e certamente menos apelativo ao consumidor – chamá-lo de câmera 2π sr.

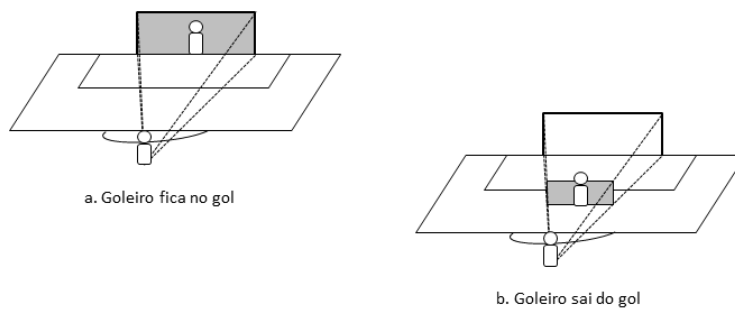
Figura 15 – Ângulos de visão em relação ao polegar e à lua.



fonte: Produção própria do autor.

destacada (em cinza) do gol vista pelo atacante é grande. Quando o goleiro sai, a área destacada do gol fica bem menor para o atacante (situação b). O que o goleiro faz nessa situação é diminuir a distância entre ele e o atacante e, em consequência da Eq. 20, aumentar o ângulo sólido entre ele e o atacante e diminuir o ângulo sólido entre o atacante e o gol. Em outras palavras, o atacante vê mais goleiro e menos gol. Situação análoga é observada no jogo de sinuca. Havendo uma bola entre a caçapa e a bola que se deseja encaixar, o ângulo é menor do que se o caminho estivesse livre. A diferença para o futebol é que na sinuca o ângulo é plano, pois o jogo é confinado na superfície bidimensional correspondente à mesa. No futebol, o jogo é tridimensional, pois a bola pode se mover também na vertical.

Figura 16 – Ângulo sólido aplicado ao futebol.



fonte: Produção própria do autor.

Por ser fortemente baseada em comparações com exemplos bastante cotidianos, os alunos aceitam bem a exposição e não apresentam dificuldades em responder questões provocadoras. No entanto, a compreensão do conceito de ângulo sólido com os exemplos e analogias apresentados anteriormente aplicados à TC por radiação é melhor percebida na introdução da grandeza chamada intensidade de radiação (Eq. 22).

$$I_{\lambda}(\lambda, \theta, \phi) \equiv \frac{dq}{d\lambda dA \cos(\theta) d\omega} \quad (22)$$

É através desta grandeza que se entende porque é mais quente próximo de um braseiro incandescente do que longe dele. O exemplo dado é a churrasqueira: a carne muito próxima da brasa tende a queimar, pois o ângulo sólido da carne do ponto de vista do braseiro é muito grande. Sendo a intensidade de radiação do braseiro constante, a implicação da Eq. 22 é que, mantidos os demais parâmetros

constantes, a taxa de transferência de calor para a carne deve ser grande, eventualmente grande o suficiente para queimá-la.

5 CONCLUSÕES

O uso de analogias como recurso didático na disciplina de transmissão de calor foi apresentado e discutido nessa tese. A partir da revisão da literatura, observou-se que o uso de analogias em engenharia e ciências exatas não é novo, embora poucos trabalhos acerca do uso de analogias em TC tenham sido encontrados. Além do mais, os trabalhos revisados frequentemente se abstinham de fundamentar pedagogicamente o uso de analogias como recurso didático, o que permitiu explorar nesta tese o trabalho de Vigotski, em particular o conceito de mediação simbólica. Assim, foi proposto que a analogia – mais especificamente, o raciocínio analógico – possa ser interpretada como um mediador simbólico de Vigotski. Essa interpretação permite que o autor da presente tese utilize analogias adaptadas ou desenvolvidas em sala de aula, deixando claras algumas limitações do raciocínio analógico na construção de novos conhecimentos. A aplicação das analogias propostas tem sido bem recebida pelos alunos: ao fugir do hermetismo matemático facilmente encontrável em TC, nota-se um engajamento maior e mais interações professor-aluno ao longo da exposição. A analogia entre a viga uniformemente carregada e a parede plana com geração interna de energia é, segundo o que pode perceber o autor desta tese, aquela que gera mais engajamento dos alunos. Possíveis explicações são: i) mostra problemas distintos modelados de modo idêntico; ii) é baseada em um problema análogo próprio da engenharia mecânica, mais concreto e já conhecido; iii) a analogia foi originalmente percebida por um aluno. Embora não seja exatamente o mesmo caso desta última explicação, a literatura mostra resultados positivos quando alunos aprendem com alunos. De todo modo, o aprendizado aluno-aluno de tópicos de TC é um tema que pode ser investigado em trabalhos futuros, algo que o autor desta tese pretende fazer nos próximos anos.

REFERÊNCIAS

- 1 VIGOTSKY, L. S. *Linguagem e pensamento*. São Paulo - Brasil: Martins Fontes, 2008.
- 2 ROCHA, P. A. C.; SILVEIRA, J. V. P. d. Estudo e aplicação de simulação computacional em problemas simples de mecânica dos fluidos e transferência de calor. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 34, n. 4, 2012. ISSN 1806-1117. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1806-11172012000400006>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 3 WEHMANN, C. F. et al. Estudo e aplicação de simulação computacional em problemas simples de mecânica dos fluidos e transferência de calor - Parte II: Problemas clássicos de transmissão de calor. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 40, n. 2, 2018. ISSN 1806-1117. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-rbef-2017-0221>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 4 XIAOLU, W.; FUQING, M.; DAYU, H. Theory and practice about improvement teaching effect on heat transfer with computer technology application. In: IEEE SYMPOSIUM ON ROBOTICS AND APPLICATIONS (ISRA), Kuala Lumpur, Malasia. *Proceedings ... IEEE*, 2012. p. 925–927. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/ISRA.2012.6219344>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 5 PFOTENHAUER, J. M. et al. Designing and using an on-line game to teach engineering. In: IEEE FRONTIERS IN EDUCATION CONFERENCE, San Antonio, EUA. *Proceedings ... IEEE*, 2009. p. 1–5. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/FIE.2009.5350501>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 6 REGALADO-MÉNDEZ, A.; PERALTA-REYES, E.; BÁEZ-GONZÁLEZ, J. G. Aprendizaje Basado en Competencias Aplicado a una Asignatura de Transferencia de Calor. *Formación Universitaria*, v. 4, n. 1, p. 13 – 18, 2011. ISSN 0718-5006. Disponível em: <<https://doi.org/10.4067/S0718-50062011000100003>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 7 ALBIZZATI, E. et al. Equipamiento para el Aprendizaje de los Fundamentos de Transferencia de Cantidad de Movimiento, de Energía y de Materia. *Formación Universitaria*, v. 1, n. 3, p. 27 – 34, 2008. ISSN 0718-5006. Disponível em: <<https://doi.org/10.4067/S0718-50062008000300005>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 8 NAGHEDOLFEIZI, M.; ARORA, S.; GLOVER, J. E. Visualizing conductive and convective heat transfer using thermographic techniques. In: IEEE FRONTIERS IN EDUCATION CONFERENCE, Rapid City, EUA. *Proceedings ... IEEE*, 2011. p. 1 – 5. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/FIE.2011.6142764>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 9 PRINCE, M.; VIGEANT, M.; NOTTIS, K. Using inquiry-based activities to repair student misconceptions related to heat, energy and temperature. In: IEEE FRONTIERS IN EDUCATION CONFERENCE, Seattle, EUA. *Proceedings ... IEEE*, 2012. p. 1 – 5. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/FIE.2012.6462344>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 10 GEORGE, L. Socrates on Teaching: Looking Back to Move Education Forward. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 174, p. 3970 – 3974, 2015. ISSN 1877-0428. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.1142>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 11 BARTHA, P. Analogy and analogical reasoning. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2016. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2016. Disponível em: <<https://plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/reasoning-analogy/>>. Acesso em: 26 maio 2018.

- 12 FRANCISCO-JUNIOR, W. E.; FRANCISCO, W.; OLIVEIRA, A. C. G. d. Analogias em livros de química geral destinados ao ensino superior. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte)*, v. 14, n. 3, p. 131 – 147, 2012. ISSN 1983-2117. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1983-21172012140309>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 13 MARTIN, M. A. It's Like... You Know: The Use of Analogies and Heuristics in Teaching Introductory Statistical Methods. *Journal of Statistics Education*, v. 11, n. 2, p. 1 – 28, 2003. ISSN 1069-1898. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/10691898.2003.11910705>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 14 SANTOS, A.; NUNES, L. Utilizando analogias para a visualização de equipotenciais com uma planilha de dados. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 35, n. 2, p. 1 – 9, jun. 2018. ISSN 1806-1117. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1806-11172013000200016>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 15 YILDİRIM, N. et al. Evaluating the effect of teaching chemical equilibrium based on analogy and laboratory on students achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 2, n. 2, p. 537 – 541, 2010. ISSN 1877-0428. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.059>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 16 TÜRK, F.; AYAS, A.; KARSLI, F. Effectiveness of analogy technique on students' achievement in general chemistry laboratory. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 2, n. 2, p. 2717 – 2721, 2010. ISSN 1877-0428. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.402>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 17 CIBIK, A. S.; YALCLIM, N. The effect of teaching the direct current concept with analogy technique to the attitudes of science education students toward physics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 15, p. 2647 – 2651, 2010. ISSN 1877-0428. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.04.163>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 18 BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Transport phenomena*. Nova York - EUA: John Wiley, 1960.
- 19 The Department of Chemical and Biological Engineering, University of Wisconsin-Madison. *Transport Phenomena: A Landmark in Chemical Engineering Education*. 2017. Disponível em: <<http://bsl-programs.che.wisc.edu/>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 20 BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Fenômenos de transporte*. Rio de Janeiro - Brasil: LTC, 2004.
- 21 SESHADRI, V. et al. *Fenômenos de transporte: Fundamentos e aplicações nas engenharias metalúrgica e de materiais*. São Paulo - Brasil: ABM, 2010.
- 22 GIORGETTI, M. *Fundamentos de fenômenos de transporte para estudantes de engenharia*. Rio de Janeiro - Brasil: Elsevier, 2015.
- 23 LIVI, C. *Fundamentos de fenômenos de transporte: um curso básico*. Rio de Janeiro - Brasil: LTC, 2013.
- 24 BRAGA FILHO, W. *Fenômenos de transporte para engenharia*. Rio de Janeiro - Brasil: LTC, 2012.
- 25 ROMA, W. *Fenômenos de transporte para engenharia*. São Carlos - Brasil: RIMA, 2006.
- 26 SOUZA JUNIOR, R. *Experimentos didáticos em fenômenos de transporte e operações unitárias para a engenharia ambiental*. São Carlos - Brasil: EDUFSCAR, 2016.

- 27 BERGMAN, T. L. et al. *Fundamentos da transferência de calor e de massa*. Rio de Janeiro - Brasil: LTC, 2014.
- 28 ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. *Transferência de calor e massa: uma abordagem prática*. Porto Alegre - Brasil: AMGH, 2012.
- 29 HOLMAN, J. *Heat transfer*. Nova Iorque - EUA: McGraw-Hill, 2002.
- 30 OLIVEIRA, M. K. de. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico*. São Paulo - Brasil: Editora Scipione, 1997.
- 31 FINN, J. K.; TREGENZA, T.; NORMAN, M. D. Defensive tool use in a coconut-carrying octopus. *Current Biology*, v. 19, n. 23, p. R1069 – R1070, dez. 2009. ISSN 0960-9822. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cub.2009.10.052>>. Acesso em: 26 maio 2018.
- 32 ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. *Equações diferenciais*. São Paulo - Brasil: Editora Pearson, 2010.
- 33 KREYSZIG, E. *Matemática superior para engenharia*. Rio de Janeiro - Brasil: LTC, 2009.
- 34 LANDER J. *Students as Teachers: Exploring the mutual benefits of peer-to-peer teaching and strategies to encourage it*. 2016. Disponível em: <<https://www.gse.harvard.edu/uk/blog/students-teachers>>. Acesso em: 26 maio 2018.