

CÁLCULO ONLINE: UMA NOVA PERSPECTIVA PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Maria Helena S.S. Bizelli¹; Sidineia Barrozo¹; Silvio Henrique Fiscarelli²

¹ Instituto de Química – Unesp – Câmpus de Araraquara

² Faculdade de Ciências e Letras – Unesp – Campus de Araraquara; EIXO 10

1. Introdução

Este é um trabalho que vem sendo desenvolvido no Instituto de Química da Unesp, câmpus de Araraquara, onde são oferecidas as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I e II para os cursos de Licenciatura e Bacharelado em Química, do próprio Instituto, e a disciplina Matemática para dois cursos de Farmácia Bioquímica, da Faculdade de Ciências Farmacêuticas, também da Unesp de Araraquara. Tem por objetivo utilizar os recursos da *Internet* como uma nova possibilidade para o ensino e aprendizagem dessas disciplinas, que integram um conjunto maior de disciplinas, chamadas aqui apenas de Cálculo.

É importante lembrar que as discussões acerca do ensino e aprendizagem do Cálculo são antigas na Universidade e que a utilização de recursos computacionais nesse processo também não é recente. A Conferência de Tulane, ocorrida em 1986, é considerada um marco importante neste movimento (SOUZA JR, 2000 apud TUCKER e LEITZEL, 1995), que é conhecido por *Calculus Reform*, ocorrido nos Estados Unidos na década de 80, e que tinha como uma de suas características básicas o uso de *software* computacional e calculadoras gráficas para o aprendizado de conceitos e resolução de problemas (MARIN, 2009; REZENDE, 2003). Para Souza Jr. (2000), não se sabe ao certo o quanto esta reforma influenciou as Universidades brasileiras, porém muitos trabalhos têm sido desenvolvidos em nosso país, muitos deles não registrados, sobre o uso de recursos computacionais no ensino do Cálculo. Em seu trabalho de doutorado, descreve as iniciativas nesse sentido, registradas desde a década de 70 no Brasil. O trabalho de mestrado de Marin (2009), mais recente, também apresenta relatos dessas iniciativas na última década.

Uma das motivações para a realização de tantos trabalhos nessa área é, sem dúvida, os altos índices de reprovação que essas disciplinas apresentam. Nos trabalhos de Marin (2009), Lopes (1999), Nascimento (1997) e (Nascimento e Franco Jr, 1990), por exemplo, pode-se observar que os índices de reprovação em Cálculo são altos e isso não é um fenômeno

local e nem específico de alguns cursos. Ocorre em várias Universidades brasileiras e nos diferentes cursos onde essas disciplinas estão presentes.

O avanço das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) tem proporcionado novas possibilidades para o ensino e aprendizagem do Cálculo e, nesse contexto, a *Internet* vem contribuindo de forma muito positiva, principalmente por facilitar o acesso e o uso, pois não exige a necessidade de instalação de *softwares* matemáticos específicos nem o conhecimento dos mesmos; basta o usuário estar conectado a uma rede e saber utilizar os recursos da *web*.

Tendo em vista que o acesso à utilização de computadores e aos recursos da *Internet* está cada vez mais facilitado e presente nas salas de aula e, levando em conta o fato de que os jovens já possuem uma cultura tecnológica e de *Internet*, é fundamental que se aproveite esse momento para disponibilizar uma opção a mais, tanto de ensino em sala de aula, quanto de aprendizagem por parte dos estudantes. Através de textos explicativos, elaborados na forma de hipertextos (que possibilitam ao usuário avançar na leitura de acordo com sua necessidade), de simulações gráficas, de animações, vídeo-aulas, dentre outras, é possível tornar o estudo mais compreensível em termos de conceitos, mais contemporâneo e adequado aos horários e ritmos individuais. Segundo Galvis-Panqueva (2003),

O que se pretende com o ambiente educacional e os conteúdos digitais é ampliar as possibilidades do aluno experimentar, observar, conjecturar, deduzir e pesquisar, habilidades que estão associadas à criação do raciocínio lógico.

O uso de simulações, animações, *applets* e vídeos busca justamente incrementar o apelo sensorial na apresentação da informação e, assim, ampliar as associações entre a teoria e a prática, fornecendo ao aluno novas possibilidades para a sistematização da aprendizagem. Além disso, possibilita ao estudante uma “*aprendizagem personalizada [...], pois permite ajustar-se melhor aos seus objetivos, ao seu estilo, à sua formação e ao seu ritmo de aprendizagem*” (AMORIM et al., 2002, p. 8).

Levando tudo isso em conta, as novas tecnologias da informação têm modificado modos de ser e pensar estabelecidos, fazendo emergir novos ambientes que possibilitam não apenas a difusão, mas também a construção do conhecimento de maneira mais autônoma e independente.

2. Objetivos

O objetivo principal desse trabalho é a criação de um ambiente multimídia interativo para o ensino de Cálculo. Mais especificamente, a proposta é desenvolver e implementar conteúdos didáticos digitais para uso em disciplinas relacionadas com o Cálculo Diferencial e Integral. No contexto desse trabalho, entende-se por conteúdos didáticos digitais os recursos de caráter educacional no formato de hipertextos, vídeos (aulas digitais), animações e simulações. Os conteúdos desenvolvidos ficam à disposição dos usuários, em um ambiente educacional na *web*, servindo como apoio aos tópicos abordados nas disciplinas, tanto como ferramentas para o ensino nas aulas presenciais, como para complementar o aprendizado por parte dos estudantes.

3. Metodologia

Este trabalho tem como fundamentação teórico-metodológica autores que trabalham a produção de multimídia segundo a ótica da psicologia cognitiva. A partir de uma série de estudos empíricos, Mayer (2001) sugere três pressupostos que devem ser considerados quando se utiliza multimídia como elemento educacional: a) o pressuposto da codificação dual, no qual os seres humanos possuem canais de processamento da informação separados para representar materiais visuais e materiais auditivos; b) o pressuposto da capacidade limitada, ou seja, cada canal (visual e auditivo) tem uma capacidade limitada de processar informações simultaneamente, por isso, para que haja a efetiva aprendizagem, é preciso saber balancear a apresentação das informações em cada canal; e c) o pressuposto do processamento ativo, no qual é necessário que o educando esteja envolvido ativamente na aprendizagem, o que inclui estar motivado e atento para assimilar e organizar as novas informações e integrá-las ao conhecimento pré-existente.

Outro aspecto a ser considerado na aprendizagem e, conseqüentemente, na elaboração de materiais multimídia, é o fato de que a aprendizagem ocorre de maneira mais eficaz quando o volume de informações oferecidas ao aluno é compatível com sua capacidade de compreensão (SWELLER, 2003). Para tratar essa questão, Sweller (2003) introduziu o conceito de Carga Cognitiva. Segundo o autor, a memória de trabalho, que está atrelada à capacidade de manipular símbolos, durante o processo de aprendizagem, é limitada e se apoia na impossibilidade natural

do ser humano em processar muitas informações, na memória, a cada momento. Essa limitação afeta diretamente o aprendizado, uma vez que todo processamento de informação exige algum esforço, algum dispêndio de energia mental em nível de atenção, memória e raciocínio. Assim, quanto maior a carga cognitiva envolvida no processo de ensino, maior a dificuldade do aluno em reter a informação com eficiência. Portanto, um ambiente de aprendizagem adequado, de acordo com princípios da Teoria da Carga Cognitiva, minimiza os recursos mentais supérfluos, e em contrapartida, coloca-os para trabalhar de maneira a maximizarem a aprendizagem.

Levando isso em conta, Mayer (2001) sugere que o preparo de conteúdos didáticos deve considerar os seguintes tipos de carga cognitiva: **a carga cognitiva intrínseca** – derivada da complexidade do conteúdo do material didático, ou seja, a manipulação simbólica envolvida na aquisição do novo conhecimento; **a carga cognitiva natural** – derivada das atividades de ensino, compreendendo a retenção de informações relevantes e o raciocínio necessário para entender o conteúdo (tipo de carga necessária e benéfica ao processo de ensino e aprendizagem); **a carga cognitiva externa** – derivada da elaboração do material didático, não relacionada diretamente ao conteúdo, geralmente irrelevante e que, conseqüentemente, desperdiça recursos mentais limitados que poderiam ser usados para auxiliar a carga natural.

Quanto à carga cognitiva intrínseca, uma solução é dividir o conteúdo de forma a não introduzir muitas informações simultaneamente, mas sim, progressivamente. Em relação à carga cognitiva natural, a escolha dos recursos mais adequados para a apresentação do conteúdo pode ser uma opção viável para sua redução. O importante é saber escolher um recurso que apresente uma carga reduzida e que possa potencializar o processo cognitivo do aluno.

Dando continuidade à pesquisa sobre a Teoria da Carga Cognitiva de Sweller, Mayer (2001) propõe alguns princípios para reduzir as sobrecargas cognitivas do aluno e, conseqüentemente, potencializar o processo cognitivo de aprendizagem. São eles: **Representação Múltipla** – os alunos aprendem melhor quando se combinam palavras e imagens; **Proximidade Espacial** – palavras e imagens correspondentes devem estar próximas; **Proximidade Temporal** – apresentar palavras e imagens simultaneamente em vez de sucessivamente, para não dividir a atenção do aluno; **Diferenças individuais** – sabe-se que estudantes com maior nível de conhecimento, sobre um determinado assunto, e com grau maior de orientação espacial possuem

maiores condições de organizar e processar seu próprio conhecimento ao interagir com o assunto; **Coerência** – excluir palavras, sons ou imagens não relevantes de maneira que a memória de trabalho fique mais livre para processar um número maior de conhecimentos; **Redundância** – utilizar animação e narração simultaneamente.

4. Produção do material

Considerando os aspectos metodológicos adotados, propõe-se o desenvolvimento e implementação de um material interativo que, neste trabalho, está sendo considerado como um sistema hipermídia de aprendizagem. Ao seu término, consistirá de um hipertexto onde serão incluídas imagens, *applets*, animações e aulas digitais, sempre relacionadas ao ensino de Cálculo Diferencial e Integral.

Todo o material é organizado em linguagem html (*Hypertext Markup Language*), que possibilita o acesso à informação de maneira organizada não-sequencial, através de *links* que permitem a navegação (movimentação no sistema) do usuário entre nós (unidades de informação que fazem parte do sistema) relacionados conceitualmente. A utilização de *links* extingue a linearidade do texto, presente nos livros didáticos, proporcionando o acesso às informações de uma forma associativa e não linear. Possibilita ainda, uma configuração de organização do texto, onde não existe uma ordem única que determine a sequência em que o documento deverá ser acessado.

Os conteúdos digitais desenvolvidos estão sendo elaborados a partir das seguintes mídias: **Hipertextos** – produzidos por meio de editores de html (Dreamweaver); **Figuras/imagens** – produzidas com os *softwares* CorelDraw, Photoshop e Graphmatica; **Animações** – desenvolvidas a partir do *software* Macromedia Flash; **Aulas Digitais** – elaboradas utilizando-se uma mesa digitalizadora (*tablet*) e um programa de captura de imagens (Camtasia Studio); **Applets** – desenvolvidos utilizando o *software* livre Geogebra.

Os conteúdos foram preliminarmente selecionados pelos professores envolvidos nesse Projeto, e responsáveis pelas disciplinas de Cálculo oferecidas pelo Instituto de Química, priorizando o Conteúdo Programático delas. Considerando a demanda de trabalho, foram estabelecidos critérios de preferência para o desenvolvimento desses conteúdos, iniciando por aqueles assuntos que apresentam maior dificuldade de aprendizado por parte dos alunos.

O passo seguinte foi uma análise das mídias disponíveis e a escolha

das mais adequadas para o desenvolvimento dos conteúdos digitais relacionados a cada um dos assuntos escolhidos. Desse modo, como proposta inicial, optou-se por utilizar a maior variedade possível de conteúdos digitais, levando em conta a especificidade de cada um dos temas escolhidos junto às disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. O objetivo final é fornecer ao aluno de um curso de Cálculo, recursos tecnológicos adequados, que estejam de acordo com o processo cognitivo humano, de maneira a melhorar o processo de aprendizagem.

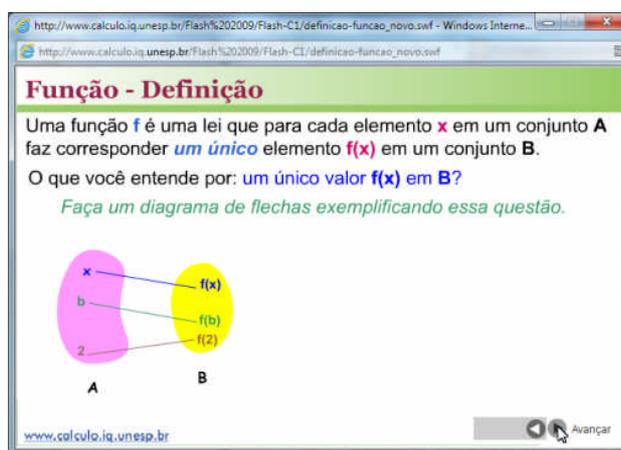
O andamento do trabalho, para o desenvolvimento dos conteúdos digitais, pode então ser resumido através das seguintes etapas:

1) Cada conteúdo digital, que tem como base um assunto definido, passa por um estudo, onde são analisados livros, artigos e materiais disponíveis na *Internet*, com o objetivo de verificar as diversas abordagens existentes sobre o tema em questão;

2) A partir do material coletado, é definido o tipo de abordagem e a mídia que será utilizada para desenvolver o conteúdo digital relacionado àquele tema (nessa etapa pode ser decidido utilizar várias mídias para tratar o mesmo assunto);

3) Para cada tema a ser trabalhado é elaborado e/ou adaptado um texto de apoio e uma pequena descrição dos quadros, que farão parte da animação, além de vários outros elementos (figuras, diagramas, equações, gráficos, etc.) que fazem parte destas;

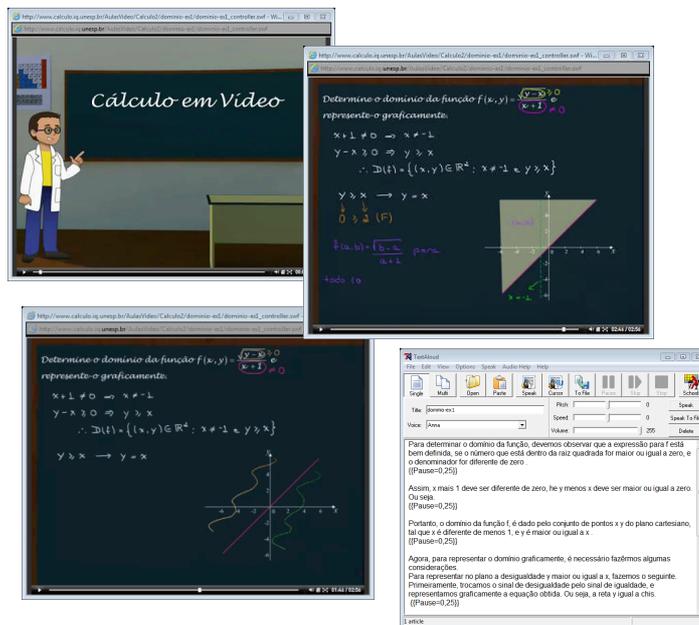
Figura1. Animação desenvolvida no Flash



Fonte: Imagem produzida pelos autores

4) No caso de uma aula digital, além do texto de apoio e dos elementos anteriormente citados, é criada a narração, utilizando para isso o *software* Textaloud;

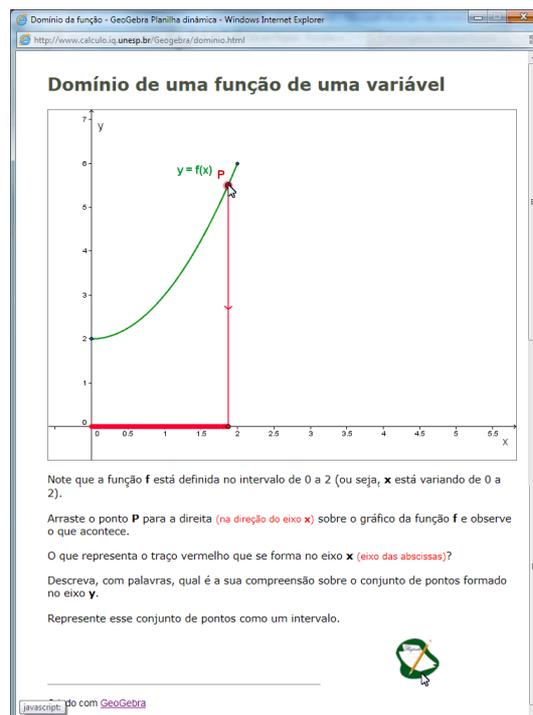
Figura2. Exemplo de uma Aula Digital



Fonte: Imagem gerada pelos autores

5) Cada *applet* produzido é acompanhado de um roteiro de ações e questionamentos que levam o aluno a pensar criticamente sobre o assunto estudado, propiciando uma aprendizagem significativa, que pode ser repetida quantas vezes for necessário;

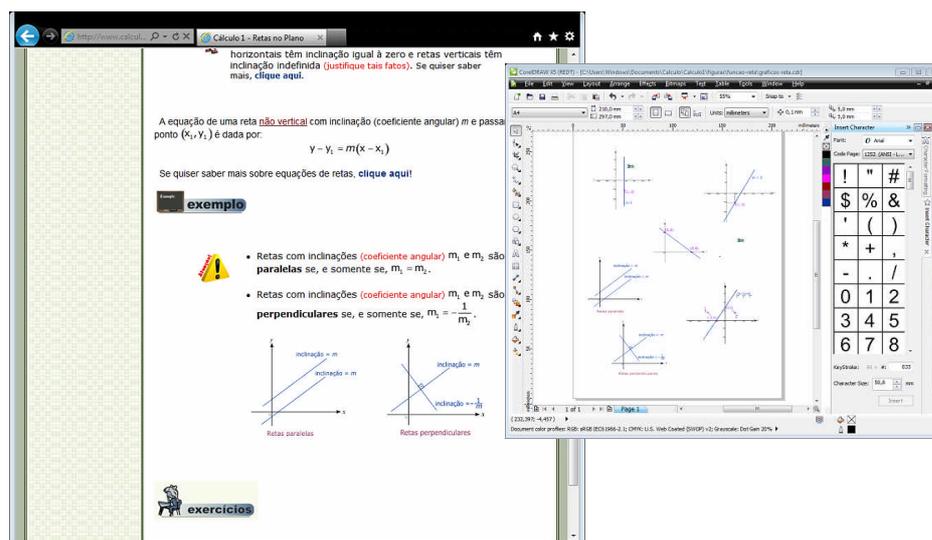
Figura 3. Exemplo de *Applet* desenvolvido no Geogebra



Fonte: Imagem gerada pelos autores

6) No caso dos hipertextos, são produzidos figuras/imagens e elaborados exemplos, questões e exercícios para cada um dos assuntos tratados;

Figura 4. Exemplo de hipertexto

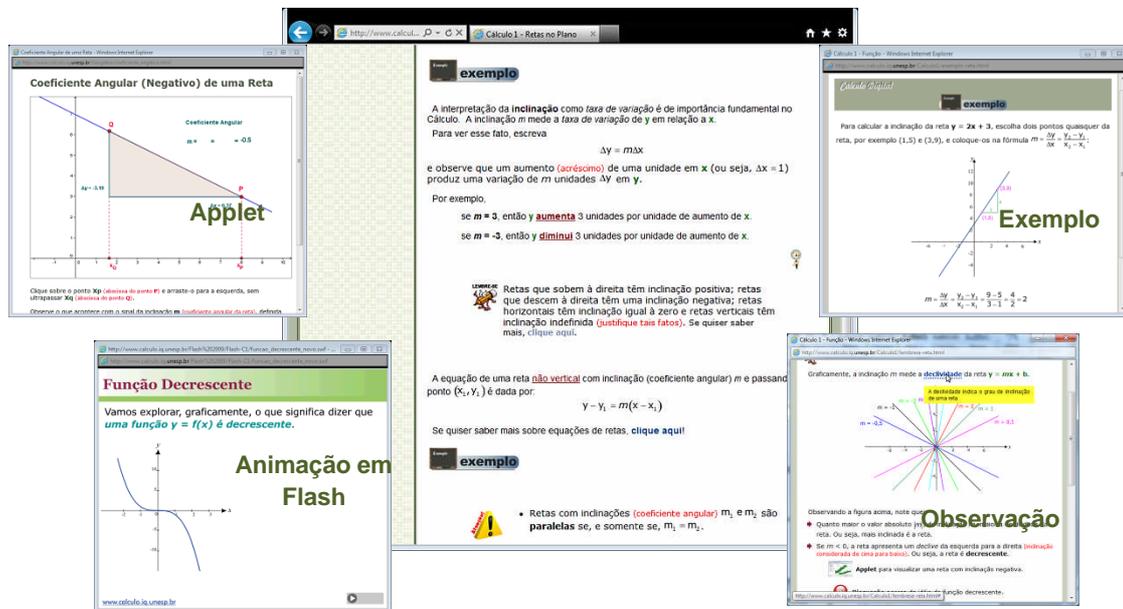


Fonte: Imagem gerada pelos autores

7) Além das figuras utilizadas no contexto das animações, *applets* e aulas digitais, procura-se utilizar gráficos, símbolos, diagramas e figuras nos textos teóricos e explicativos, levando em conta a importância da informação visual na aprendizagem, principalmente quando se trata de conceitos abstratos. Além disso, é na relação entre fórmulas, gráficos e diagramas e as expressões verbais relacionadas a eles que reside grande parte das dificuldades dos alunos.

8) O material produzido é organizado em um sistema hipermídia, que é publicado na *Web*;

Figura 5. Exemplo de um sistema hipermídia



Fonte: Imagem gerada pelos autores

5. Resultados e discussão

Até o presente momento foram desenvolvidas aulas digitais, animações em Flash, Applets em Geogebra e materiais complementares no formato pdf e hipertextos, que estão sendo gradativamente incorporados em um *site* desenvolvido para este fim, cujo endereço é www.calculo.iq.unesp.br. Durante o processo de desenvolvimento, este *site* funcionará como um repositório de conteúdos, porém ao término deste trabalho, pretende-se realizar uma reestruturação do *site* a fim de que se torne um amplo ambiente de aprendizagem.

As aulas digitais são criadas com narração, conforme sugerido por Mayer (2001), e não apenas com imagens em movimento que são mais frequentemente encontradas na *Internet*. Esta tem sido uma ferramenta extremamente útil para apresentar um número maior de resoluções de problemas, complementando o trabalho em sala de aula. Cada aula desenvolvida explora um assunto ou tópico da matéria, procurando apresentar as informações relevantes para o tópico em questão e reduzir com isso, a carga cognitiva.

As animações em Flash são elaboradas com o objetivo de levar o aluno a produzir significados para as idéias e conceitos relacionados ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral I (limites, derivadas e integrais). Procura-se utilizar palavras, símbolos, diagramas e imagens nas camadas que constituem cada uma das animações produzidas, levando em conta o

princípio da Representação Múltipla de Mayer (2001).

As imagens são utilizadas nos textos teóricos e explicativos, considerando a importância da informação visual na aprendizagem, principalmente quando se trata de conceitos abstratos. É importante que o aluno associe o texto com as demais representações correspondentes, criando diferentes relações e significados, auxiliando assim a construção de seu conhecimento.

Os *applets*, produzidos com o *software* Geogebra, têm como principal objetivo proporcionar ao aluno uma possibilidade a mais de visualização da noção intuitiva de limite, interpretação geométrica da derivada e da integral, bem como suas propriedades, de maneira dinâmica e interativa. No caso dos *applets* e das animações, o aluno pode interromper e reiniciar o procedimento em qualquer instante e quantas vezes achar necessário até o momento em que consiga apreender o conhecimento. Os materiais complementares apresentam vários temas relacionados com o Cálculo, utilizando abordagens diferentes daquelas tratadas em sala de aula, possibilitando aos alunos uma oportunidade a mais para ampliarem sua visão sobre esses.

Devido ao trabalho ainda não estar concluído, a avaliação do material quanto à sua influência no ensino e aprendizagem do Cálculo foi realizada apenas parcialmente. Contudo, essa avaliação assinala uma boa aceitação e utilização por parte dos alunos, tornando-os mais motivados para os estudos. Além disso, observa-se maior interesse pelas aulas de Cálculo, confirmando o potencial motivacional existente nos conteúdos digitais disponibilizados, os quais podem e devem também ser explorados pelos docentes das disciplinas em questão.

6. Conclusões

Através do material desenvolvido, estamos conseguindo apresentar os conteúdos de Cálculo de uma maneira mais atraente, motivadora e ilustrativa do que aquelas utilizadas na maioria das aulas tradicionais, propiciando com isso um maior envolvimento dos alunos na construção de seu conhecimento.

Alguns desses materiais têm sido utilizados pelos alunos que precisam faltar em alguma aula ou por aqueles que sentem a necessidade de rever uma explicação para melhorar a fixação de uma idéia. Além disso, estes têm sido úteis para que os alunos possam entender o processo de resolução de alguns problemas que não puderam ser resolvidos pelo docente em sala de aula, devido ao pouco tempo disponível para isso. Outros têm auxiliado, de

maneira bastante positiva, a compreensão de conceitos, inclusive sendo utilizados durante as aulas com grande êxito.

Importante destacar que o material aqui apresentado não é um produto acabado. Um dos grandes desafios enfrentados pelos educadores diante do avanço tecnológico e dos inúmeros recursos computacionais disponíveis é o desenvolvimento de material didático atraente, que estimule o estudante a aprender, que apresente qualidade de conteúdo e forma e que seja de fácil acesso e uso. Este trabalho busca vencer esse desafio.

Acredita-se ainda que com os resultados desta pesquisa seja possível compreender que tipo de recursos demonstram viabilidade e funcionalidade de implementação, e em que nível esses recursos podem atuar como elementos potencializadores do processo de ensino e aprendizagem, contribuindo, assim, para o aumento das habilidades cognitivas gerais e específicas dos educandos e educadores envolvidos.

7. Referências Bibliográficas

AMORIN, J. A., *et. al.* Ambientes de Compartilhamento de Material Didático em Educação a Distância. **Tecnologia Educacional**: Revista Brasileira de Tecnologia Educacional, Rio de Janeiro, n. 157/158, p.7-18, abr/set.2002.

GALVIS-PANQUEVA, A.H.D. Software educativo multimídia: aspectos críticos no seu ciclo de vida. Disponível em <<http://www.inf.ufsc.br/sbc-ie/revista/nr1/galvis-p.html>>. Acesso em: 19 dez. 2007.

LOPES, A. Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS. **Matemática Universitária**, n. 26/27, p. 123-146, jun/dez. 1999.

MARIN, Douglas. **Professores de Matemática que usam a tecnologia da informação e comunicação no ensino superior**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

MAYER, R. **Multimedia Learning**. New York, NY: Cambridge University Press, cap. 4, 2001.

NASCIMENTO, Jorge Luiz do. **A Reprovação em Cálculo I**: Investigação de Causas. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1997.

NASCIMENTO, A. F., FRANCO JR., M. R. Uma análise do curso de graduação em Engenharia Química da UFU. **Educ. e Filos.**, Uberlândia, n. 5(9), p. 135-146, jul/dez 1990.

RESENDE, W. M. A. **O ensino de Cálculo**: Dificuldades de Natureza Epistemológica. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SOUZA JR., Arlindo José. **Trabalho coletivo na universidade: Trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral**. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

SWELLER, J. Evolution of human cognitive architecture. In ROSS B. (Ed.), **The Psychology of Learning and Motivation** . San Diego: Academic Press, 2003, vol. 43.