



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Campus de presidente Prudente

Silvio Ronaldo Dos Santos

A matemática financeira e a estatística como ferramentas para
uma gestão financeira consciente

Presidente Prudente
2016

Sílvia Ronaldo dos Santos

A matemática financeira e a estatística como ferramentas para
uma gestão financeira consciente

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação Profmat, desenvolvido na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Presidente Prudente.

Orientador: Prof. Dr. José Gilberto Spasiani Rinaldi

Coorientadora: Prof.^a Dr.^a Eliane M. Vani Ortega

Presidente Prudente
2016

Sívio Ronaldo dos Santos

A matemática financeira e a estatística como ferramentas para
uma gestão financeira consciente

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação Profmat, desenvolvido na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Presidente Prudente.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. José Gilberto Spasiani Rinaldi

Prof. Dr. Luiz Carlos Benini

Prof.^a Dr.^a Teresa Cristina Martins Dias

Presidente Prudente
22 de janeiro de 2016

Dedico este trabalho a Deus, a minha esposa Edna e ao meu filho Gabriel, a meus pais e toda minha família. Dedico, também, aos orientadores, professores e amigos de mestrado que muito me ensinaram, a toda equipe de trabalho - das escolas em que leciono – pelo companheirismo, e aos amigos que entenderam minhas preocupações e ausências.

RESUMO

As matérias veiculadas por jornais, revistas e televisão sobre inadimplência nos chamam a atenção, pois os jovens aparecem no topo da lista dos maus pagadores - motivo que despertou nos educadores do componente curricular de matemática o interesse sobre o assunto. Alertados sobre o problema, decidiram realizar um projeto com os alunos do 2.º ano do Ensino Médio da Escola Técnica Prof. Massuyuki Kawano, da cidade de Tupã, na tentativa de que os jovens refletissem sobre a sua vida financeira frente à sociedade consumista em que vivemos. O objetivo do projeto era o de apresentar ferramentas aos jovens do Ensino Médio que os convencessem sobre a importância da organização e planejamento de sua vida financeira. Esta reflexão baseou-se desde a organização de uma planilha de controle de receitas e despesas, conhecimento de mercado financeiro, formas de financiar bens e serviços, conhecimento dos programas de inclusão universitária governamentais até as formas de aposentadoria. O desenvolvimento do projeto ocorreu em etapas: no início, as aulas de matemática financeira e estatística exploraram os conceitos e cálculos necessários ao conhecimento formal dos conteúdos pelos alunos; uma pesquisa foi realizada junto às famílias dos alunos, utilizando uma planilha de receitas e despesas, com intuito de conhecer sua situação socioeconômica, para direcionar ações que viessem ao encontro das necessidades e anseios de formação intelectual e de cidadania dos alunos; aos poucos foram apresentadas situações cotidianas obtidas através de jornais e revistas, exemplificando que a falta de organização e planejamento financeiro podem causar problemas de ordem financeira e social às pessoas. Almejou-se conduzir os alunos ao conhecimento teórico do assunto, evidenciando a necessidade de aprofundamento sobre o tema, para seu próprio bem e para

o bem comum. Para aferir ganho de aprendizagem sobre os conteúdos de matemática financeira e estatística, inicialmente os alunos responderam uma lista de exercícios contextualizados com intuito de sondagem de conhecimentos prévios. Após o desenvolvimento desses conteúdos, uma nova lista de exercícios - que contemplavam as mesmas habilidades e competências da lista anterior - foi respondida pelos mesmos alunos. Um teste estatístico foi aplicado comparando de forma pareada os acertos de cada aluno. Os resultados apontaram uma melhoria de 45% nos acertos das questões, evidenciando ganho de aprendizagem. Na etapa seguinte, os alunos se organizaram em grupos e escolheram temas pertinentes, elaboraram planilhas para coleta de dados sobre a economia doméstica e estatística, coletaram os dados em pesquisa de campo, analisaram e montaram as apresentações que seriam socializadas em seminário na sala de aula. Este conhecimento possibilitou aos alunos não só uma melhoria em suas atitudes no campo financeiro como também permitiu que conscientizassem as pessoas das comunidades em que vivem sobre o consumismo e suas desvantagens. Posteriormente, estas apresentações chegaram à comunidade através de minicursos promovidos pela Unidade Escolar, para disseminação do conhecimento aos leigos.

Palavras-chave: estatística, matemática financeira, aprendizagem, jovens.

ABSTRACT

The matters linked in newspapers, magazines and television on the default called us attention because young people appeared at the top of the list of bad debtors - reason that sparked interest on the subject, the curriculum component of mathematics educators. Alerted to the problem, they decided to carry out a project with the students of the 2nd year of high school at Etec Prof. Massuyuki Kawano, from the city of Tupa, trying to make young people reflect on their financial life front the consumer society in which we live. The objective of the project was to provide tools to teenagers at High School leading them to understand the importance of the organization and planning their financial life. This reflection was from the organization of a revenue and expense tracking spreadsheet, financial market knowledge, ways to finance goods and services, knowledge of government university programs to include forms of retiring. The project development occurred in stages: at first, the financial mathematics and statistics classes explored the necessary concepts and calculations for the formal knowledge of the subjects by the students; a survey was conducted with the families of the students, using a sheet of revenue and expenditure, in order to know their socioeconomic situation, to direct actions that they would meet the desires and necessities of intellectual formation and students' citizenship; gradually obtained everyday situations were presented in newspapers and magazines, illustrating that the lack of organization and financial planning can cause people financial and social problems. It aimed to lead students to the theoretical knowledge of the subject, highlighting the need for further on the subject, for their own good and for the common good. To measure learning gains on financial mathematics and statistics content, initially the students answered a list of contextualized exercises aiming to survey prior knowledge. After the

development of these contents, a new list of exercises - which contemplated the same skills and competencies of the previous list – was answered by the same students. A statistical test was performed comparing paired shape the successes of each student. The results showed an improvement of 45 % in the successes of the questions, showing gain learning. In the next step, students were organized into groups and chose relevant topics, they prepared spreadsheets for data collection and statistics on domestic economy, collected data on field research analyzed and assembled presentations that were socialized at a seminar in the classroom. This knowledge enabled students not only an improvement in their attitudes in the financial field but it also allowed them to aware people of the communities where they live on consumerism and its disadvantages. Later these presentations arrived to the community through short courses promoted by the School Unit, for dissemination of knowledge to laymen.

Keywords: statistics, financial mathematics, learning, young people.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	9
1.2 OBJETIVOS	15
2. DESENVOLVIMENTO	16
2.1 - Embasamento Teórico	16
2.2 – Descrição das atividades desenvolvidas em sala de aula	21
2.3 - Análise dos dados.....	35
2.4 - Pesquisa de campo.....	40
CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
REFERÊNCIAS	47
APÊNDICES	49
APÊNDICE A	49
APÊNDICE B	61
APÊNDICE C	72
ANEXOS.....	77
ANEXO A.....	77

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento social de uma população está intimamente ligado ao desenvolvimento econômico da região onde essa população habita. Historicamente, as civilizações dominantes ocupavam regiões privilegiadas de recursos naturais e ampliavam seus domínios à procura de novas riquezas e novos mercados consumidores para seus produtos.

Segundo Figueira (2002), as grandes revoluções (agrícola e urbana) que fizeram a transição da humanidade do período Neolítico à Idade dos Metais foram protagonizadas, em sua maior parte, por povos que habitavam uma região denominada Crescente Fértil, que se estendia do mar Mediterrâneo à Mesopotâmia e englobava o vale do rio Nilo. Nessas comunidades, o aumento da produção criou excedente, propiciando os primeiros passos para a atividade comercial, mas surgiram também as expedições de saque e conquista. Por volta de 4000 a.C., a intensificação das relações sociais ocasionou nessa região o desenvolvimento de sociedades complexas, como a dos egípcios e dos sumérios, com estruturas administrativas permanentes que coordenavam atividades produtivas, sociais, culturais e de defesa do território.

Atualmente, as relações comerciais entre os países são regidas por leis e tratados, porém a essência do mercado ainda é ampliar sua área de ação e vender seus produtos ao maior número possível de consumidores. Isso faz com que toda uma estrutura de propaganda e *marketing*, linhas de crédito e parcelamentos de dívidas sejam utilizados para levar as pessoas a consumirem cada vez mais.

Para Savóia, Saito e Santana (2007), o governo - incapaz de promover políticas que gerem o crescimento da economia - oferece crédito e incentiva o consumo para aumentar a produção no país. No entanto, esses incentivos não atraíram investimentos para um crescimento sustentável da economia; causaram, sim, o endividamento das famílias que não estavam preparadas para resistirem ao consumismo. O crédito fácil e o desequilíbrio no orçamento familiar produziram a inadimplência.

Esses fatores criaram na sociedade um hábito de consumir bens e serviços que muitas vezes são dispensáveis, ou pior, desnecessários. Tais hábitos causam, inicialmente, a sensação de poder e bem-estar, entretanto, com o tempo, tornam-se um problema na organização financeira das pessoas e/ou famílias. Essa má organização financeira causa problemas de vários sentidos: de relacionamento entre os membros da família e com pessoas próximas, com a justiça, de saúde, no trabalho, nos estudos e outros.

De acordo com Chini e Carvalho (2013), na sociedade moderna o crédito fácil modificou o conceito de necessidade. As pessoas são levadas a consumir muito além de suas necessidades e possibilidades. Os consumidores contemporâneos se veem atônitos com a facilidade de crédito e perdem a noção do que é necessário ao seu bem-estar material para se renderem à aquisição desenfreada de bens não necessários a sua sobrevivência, procurando um bem-estar psíquico que é momentâneo e frágil.

Na escola na qual este estudo foi realizado, fez-se uma pesquisa inicial sobre a condição socioeconômica das famílias dos alunos e constatou-se que apenas 27% das famílias controlavam seu orçamento doméstico, fato que comprovou a necessidade de intervenção educacional no sentido de capacitar os jovens para serem portadores dessas práticas sobre organização financeira.

Nesta pesquisa os responsáveis pelos alunos foram convidados a responder a um questionário, com formato de planilha de receitas e despesas, a respeito do orçamento doméstico familiar. A planilha foi construída a partir deste estudo em conjunto com os alunos, de forma que representasse com fidedignidade e certa clareza as despesas reais enfrentadas pelas famílias da escola. As coletas relativas a esses dados (aplicação e recebimento dos questionários preenchidos) ficaram a cargo da escola. Os dados colhidos foram organizados em receitas e despesas com diferentes itens de consumo.

As respostas coletadas nos questionários indicaram que as famílias pesquisadas pertenciam às faixas sociais de baixa renda, sendo usuários dos serviços públicos essenciais, fato que explicou o baixo investimento das famílias em saúde, educação, transporte e outros.

A sociedade vem debatendo as causas e consequências do endividamento excessivo das pessoas e/ou famílias a fim de educar e fortalecer as atitudes frente às facilidades que o mercado oferece. Os jornais, revistas e televisão estão apresentando reportagens sobre o assunto, dando dicas de especialistas para uma melhor gestão dos negócios pessoais e do lar.

Segundo Savóia, Saito e Santana (2007), a sociedade contemporânea oferece desafios aos indivíduos no campo da educação financeira. Apenas pessoas que dominem propriedades formais e tenham compreensão lógica do ambiente poderão tomar decisões fundamentadas e seguras sobre suas finanças pessoais. Indivíduos com tais capacidades estarão mais integrados à sociedade e serão mais atuantes no âmbito financeiro, ampliando o seu bem-estar.

Para Klein (2007), os meios de comunicação afirmam em suas matérias que os jovens são a parcela da população mais afetada pelo consumismo, assumindo posição de destaque entre as faixas etárias mais endividadas. Pesquisa divulgada pela Telecheque (empresa de administração de crédito e garantia de cheques no Brasil) revelou que jovens com até 20 anos representam 16% dos inadimplentes no primeiro semestre de 2006, e a Associação Comercial de São Paulo apontou que 6% do total de nomes que figuram no Serviço de Proteção ao Crédito (SPC) correspondem a jovens com até 21 anos.

Em geral, o endividamento acontece porque os produtos que atraem os jovens estão em destaque nas campanhas publicitárias. As comunicações virtuais – dentre elas o uso exacerbado do celular –, em muitos casos, substituem o contato pessoal. As redes sociais – aliadas aos jogos eletrônicos – são o entretenimento preferido. Com o modismo, as mudanças são rápidas, levando os jovens a um consumo desenfreado. Mas sabe-se, também, que essa faixa etária é o melhor público-alvo para as campanhas de conscientização e educação financeira. São receptivos a novos hábitos e podem influenciar seu ambiente familiar e a comunidade onde vivem. Além disso, estão conectados com uma grande quantidade de pessoas nas redes sociais e seu exemplo pode levar outros jovens a fazerem o mesmo.

De acordo com Araújo (2012), se a escola e a sociedade propiciarem possibilidades constantes e significativas de convívio com temáticas éticas terão maior probabilidade de que tais valores sejam construídos pelos alunos. Entretanto, para que tal processo aconteça, é preciso que esses alunos desempenhem papel ativo na construção do conhecimento, o que pressupõe um sujeito que constrói sua inteligência, sua identidade e seus valores através do diálogo estabelecido com seus pares, professores, família e com a cultura, na própria realidade cotidiana do mundo em que vive. Espera-se, portanto, que alunos e alunas sejam autores do conhecimento e protagonistas de sua própria vida, e não meros reprodutores daquilo que a sociedade decide que devem aprender.

Neste contexto, o estudo dos conceitos de Matemática Financeira e Estatística é necessário para compreensão de variáveis econômicas, que facilitarão uma melhor organização do orçamento financeiro das pessoas e das famílias.

Nos dias atuais, o consumidor necessita pesquisar produtos e serviços à procura do melhor preço, prazo, qualidade de material, serviços especializados, dentre outros.

Segundo Souza (2010), atualmente o estudo da estatística é aplicado não somente com o intuito de constatar fatos, mas também de percepção de tendências. Agindo assim, as pessoas estimulam a concorrência e fazem do seu consumo um ato pensado e calculado.

Tais fatos despertaram o interesse dos professores da área de matemática, que elaboraram um Projeto Técnico Científico contemplando conhecimentos teóricos e práticos capazes de fomentar a discussão sobre Educação Financeira em sala de aula. Apresentou-se o projeto à equipe gestora da unidade escolar e este - escolhido entre vários projetos de outras áreas de conhecimento - passou a fazer parte da grade curricular do 2.º ano do Ensino Médio, apresentando a Matemática Financeira e a Estatística como conteúdos de suporte para formação de conceitos e desenvolvimento de senso crítico contra o modelo consumista que domina a nossa sociedade.

No início do ano letivo, explicaram-se aos alunos todas as etapas do projeto. Utilizaram-se as aulas iniciais para revisão de conteúdos básicos, como Razão, Proporção e Regra de três. Após essa revisão, propôs-se uma lista de problemas envolvendo situações financeiras e estatísticas cotidianas, para sondagem de conhecimentos prévios. A correção dessa lista de problemas apontou quais temas básicos precisariam de mais ênfase visando ao melhor entendimento durante o desenvolvimento dos conceitos e conteúdos da Matemática Financeira com relação à porcentagem, acréscimos e descontos sucessivos, juro simples e composto e sistemas de amortização; em relação à Estatística: tabelas, gráficos e medidas de tendência central e de dispersão.

Após o desenvolvimento desses conceitos e conteúdos apresentou-se aos alunos uma nova lista de problemas envolvendo situações financeiras e estatísticas, que contemplaram habilidades e competências equivalentes às da lista anterior, com o intuito de confirmar a aprendizagem e retomar temas cujo entendimento não tenha sido satisfatório.

Com essas habilidades e competências trabalhadas e - quando necessário – retomadas, chegou o momento de despertar o protagonismo dos alunos propondo que realizassem um trabalho em grupo sobre temas relevantes a uma boa gestão da vida financeira de pessoas e/ou famílias. Dividiram-se as três turmas participantes do projeto em grupos de trabalho - estes formados (escolhidos) pelos próprios alunos, que se uniram por afinidade, proximidade (morar na mesma cidade), amizade, entre outros. Os membros de cada grupo escolheram um tema que pretendessem pesquisar. Os alunos deveriam colher material em pesquisa de campo, podendo utilizar, para isso, diversas fontes como: artigos científicos, revistas, jornais, internet, e outros. Essas pesquisas deveriam contemplar um dos temas abaixo:

- Construção de planilha para controle e organização do orçamento doméstico;
- Como minimizar despesas com gastos permanentes (tarifas);
- Taxas de juros cobradas nas compras a prazo no comércio;

- Taxas de juros cobradas nos empréstimos bancários e em financeiras;
- Taxas de juros cobradas nas compras com cartão de crédito (pagamento do valor mínimo do cartão) e no uso do cheque especial;
- Regras para obtenção de vagas nas universidades públicas através do SISU, bolsas de estudo em instituições de ensino particulares através do PROUNI e financiamento estudantil para o ensino superior através do FIES;
- Opções de mercado e taxas de juros em aplicações (poupança, CDB, outros) e em previdência privada;
- Aposentaria planejada de forma que esta supra suas necessidades quando idoso.

Organizou-se o resultado dessas pesquisas em trabalhos que deveriam ser formatados em “Power point”. Os alunos apresentaram seus trabalhos em seminários durante as aulas. Selecionou-se aquele que mais se destacou - em cada tema - para fazer parte de um minicurso sobre Educação Financeira, oferecido pela escola à comunidade.

1.2 OBJETIVOS

Objetivo Geral:

Apresentar ferramentas aos jovens do Ensino Médio em relação à importância da organização e planejamento de sua vida financeira, frente à sociedade consumista em que vivemos.

Objetivos específicos:

Aplicar métodos de ensino que visem aprimorar os conhecimentos prévios dos alunos sobre Matemática Financeira e Estatística a fim de subsidiar as ações educativas.

Criar planilha específica sobre receitas e despesas pessoais e/ou familiares.

Apresentar estudos de como gerir receitas e minimizar despesas de modo a equilibrar o orçamento doméstico.

A partir da aplicação do projeto, estimular a comunidade a usar planilha de controle de gastos para melhor gerir o orçamento pessoal e/ou familiar, visando tomadas de decisões sobre gastos e receitas que assegurem uma vida financeira saudável e próspera.

2. DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento desse projeto estava intimamente ligado ao estudo da Matemática Financeira e da Estatística, pois esses grupos de conhecimento são ferramentas que potencializam a capacidade de interpretar, calcular e analisar a melhor opção nas decisões financeiras nas quais os cidadãos são chamados a se pronunciar.

Para contextualizar este trabalho, verificou-se a necessidade de descrever o embasamento teórico conceitualizando a Matemática Financeira e a Estatística, bem como apresentar resultados de autores que investigam formas mais eficientes de abordar estes temas.

2.1 - Embasamento Teórico

O estudo da Matemática Financeira é baseado em conceitos, relações e operações que possibilitam entendimento e manipulação de variáveis financeiras fazendo com que os cidadãos sejam capazes de tomar decisões fundamentadas tanto em nível pessoal, como familiar e da sociedade em geral.

A Matemática Financeira tem por objetivo o manuseio de fluxos de caixa visando suas transformações em outros fluxos equivalentes que permitam as suas comparações de maneira mais fácil e segura. A transformação desses fluxos de caixa só pode ser feita com a fixação dos juros, e pode-se ainda dizer que a existência da Matemática Financeira, com todas as suas fórmulas e fatores, se prende, exclusivamente, à existência dos mesmos. (Puccini, 1986, p. 2.)

De acordo com Souza (2010), ao realizarmos operações como compra e venda de produtos e serviços, aplicações e empréstimos bancários, pagamento de impostos, cálculo de prestações, entre outros, estamos lidando com elementos da Matemática Financeira. Através do estudo desta, as pessoas poderão calcular a taxa de juros de um empréstimo ou investimento, analisar as vantagens e desvantagens em relação a compras à vista ou a prazo, pesquisar financiamentos

e simplificar operações financeiras. Os conteúdos desenvolvidos nas aulas de Matemática Financeira se encontram no Apêndice A.

Este apêndice contém os conteúdos de Matemática Financeira desenvolvidos nas aulas com intuito de instrumentalizar os alunos nas tomadas de decisões sobre questões cotidianas que envolvam coeficientes financeiros. Os textos e autores utilizados na composição da sequência de conteúdos foram selecionados de acordo com as necessidades observadas no diagnóstico de conhecimento realizado junto aos alunos.

Segundo Campos e Wodewotski (2007), o estudo da Estatística possibilita o desenvolvimento de três importantes competências: a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico, ferramentas que os cidadãos informados precisam para reagir inteligentemente ao constante bombardeio com informações sobre as quais têm de tomar decisões.

Para Sciani e Zago (2008), os primórdios da Estatística aconteceram na antiguidade, quando os governos mais esclarecidos faziam levantamento de dados com a finalidade de administrar melhor o Estado. Este tinha interesse em registrar seu patrimônio. Os recenseamentos antigos eram utilizados para organizar exércitos, administrar terras conquistadas, tributar impostos, etc. Nos estudos demográficos realizados no início do século XVII são dados os primeiros passos para tornar a Estatística uma disciplina autônoma. Na obra de Gottfried Achenwall se encontra pela primeira vez o termo “estatística”, derivado da palavra latina *status*, que significa Estado. A teoria das probabilidades, definitivamente estruturada no final do século XVIII, aplicada na Estatística existente deu origem à Estatística moderna, aplicada em todos os campos do conhecimento.

Quando se analisa informações contidas em gráficos, tabelas e outras mídias computadorizadas, tornam-se necessários conhecimentos conjuntos de estatística e probabilidade para a compreensão dos fatos e formação de opinião.

As propostas curriculares de matemática, em todo mundo, dedicam atenção especial a estatística e probabilidade, enfatizando que o estudo dos mesmos é imprescindível para que as pessoas possam analisar índices de custo de vida, realizar sondagens, escolher amostras e tomar decisões em várias situações do cotidiano. Além disso, ao considerarmos o mundo em rápida mudança como o que estamos vivendo, é imprescindível o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos para

agilizarmos a tomada de decisão e fazermos previsões. (Lopes, 2008, p. 59-60.)

Segundo Rea e Parker (2000), após a virada do século XXI, novos mercados se abriram com a democratização de muitas nações, o modelo capitalista se consolidou e a competitividade entre as nações e entre as empresas se intensificou. Isso reforçou a importância da utilização de pesquisas por amostragem, pois através da coleta contínua de dados chega-se à compreensão dos interesses, das preocupações e do comportamento de pessoas em toda parte do mundo.

Esses fatos tornam a estatística uma ferramenta essencial para o conhecimento de necessidades e tendências que possibilitem às empresas produzirem bens e serviços capazes de atingir o maior número possível de consumidores.

Na sociedade atual as pesquisas por amostragem ganharam ainda mais importância, pois são utilizadas no controle de qualidade e aprimoramento de inovações tecnológicas e analíticas. Os conteúdos desenvolvidos nas aulas de Estatística se encontram no Apêndice B.

Este apêndice contém os conteúdos de Estatística desenvolvidos nas aulas com intuito de instrumentalizar os alunos nas tomadas de decisões sobre questões cotidianas que envolvam grandezas apresentadas em linguagem estatística. Os textos e autores utilizados na composição da sequência de conteúdos foram selecionados de acordo com as necessidades observadas no diagnóstico de conhecimento realizado junto aos alunos.

Um requisito muito importante deste projeto é utilizar conjuntamente os conceitos de estatística com os de matemática financeira, pois a aplicação prática de ambos é necessária em momentos de tomada de decisão para solucionar problemas financeiros cotidianos.

Como exemplo de aplicação de média estatística a um problema real, verifica-se atualmente a escolha do combustível a ser utilizado por veículos menores (de passeio): etanol ou gasolina. Geralmente, os motoristas se deparam

com situações de dúvida; muitos utilizam uma razão conhecida entre o preço do etanol e da gasolina. Essa razão relaciona o valor pago por um litro de etanol com o valor pago por um litro de gasolina, nessa ordem. Com os combustíveis em condições normais, espera-se que a distância percorrida por um veículo com um litro de etanol seja aproximadamente 70% da distância percorrida pelo mesmo com um litro de gasolina. Então o valor 0,7 para a razão etanol/gasolina significaria igualdade nos gastos com combustível para os consumidores. Se esta razão é menor que 0,7, utiliza-se etanol; caso contrário, utiliza-se gasolina. Contudo, apesar desta razão, alguns motoristas ainda têm dúvidas. Todos os veículos têm a mesma razão? Todos os motoristas têm o mesmo tipo de dirigibilidade? Os combustíveis de postos distintos são idênticos?

A resposta é uma razão obtida para cada motorista com seu carro e abastecendo em seu posto usual. Ou seja, a razão é obtida para um mesmo conjunto de fatores por meio da experimentação, comparar a média de consumo do etanol e da gasolina mantidos os fatores (que geralmente são distintos) constantes. O resultado pode surpreender, há relatos de razões que vão de 0,6 a 0,8.

Outro exemplo que tem sido muito discutido é da utilização das lâmpadas de LED. Pode-se imaginar uma situação na qual alguém avalia se haverá vantagem na troca das lâmpadas fluorescentes pelas de LED. Inicialmente, para efeito de comparação, deve-se manter a mesma luminosidade, como exemplo, uma lâmpada de LED de 9 watts equivale a uma lâmpada de 15 watts fluorescente de uma mesma marca conhecida e considerada de qualidade. Contudo, a lâmpada de LED é 2,5 vezes mais cara que a fluorescente, mas pelas especificações do fabricante dura três vezes mais (18000 horas). Diante dessas informações, de modo resumido, alguém poderia concluir que as lâmpadas de LED seriam mais interessantes devido ao fato de consumirem menos e durarem mais.

Na situação considerada, para uma decisão mais correta, outros elementos informativos podem ser inseridos. A garantia da lâmpada de LED é de dois anos e

a fluorescente de um ano, apesar do fabricante indicar que a lâmpada de LED tem vida média três vezes maior. Então, diante dessa dúvida, cabe uma decisão: utiliza-se a vida média das lâmpadas ou o tempo de garantia para compará-las? Para uma pessoa mais conservadora a garantia, para uma mais otimista a vida média especificada (ainda, como outro recurso, pode-se utilizar a média entre o tempo de garantia e a vida média da lâmpada).

Percebe-se que já não é uma situação tão simples de resolver, apesar dos cálculos serem simples quando as decisões são tomadas. Então, alguém pode decidir utilizar a média entre o tempo de garantia e a vida média da lâmpada e efetuar a comparação. Contudo, ainda resta avaliar o gasto inicial para efetuar as trocas, afinal é possível gastar menos comprando as lâmpadas fluorescentes e aplicar o dinheiro restante equivalente às compras das lâmpadas de LED. Também, em contrapartida, é preciso avaliar quanto vai ser economizado na conta de energia elétrica, afinal esta quantia pode ser maior que os juros de aplicação recebidos.

Inicialmente pode-se pensar que são muitas variáveis a considerar para uma simples troca de lâmpadas. No entanto, e se a quantidade de lâmpadas for de uma cidade inteira? O montante de dinheiro resultante pode ser bastante diverso se as decisões não forem muito bem elaboradas. O mais correto é calcular todos os cenários possíveis, do mais conservador ao mais otimista para enxergar todo o espectro do problema para a decisão final.

Percebe-se que todas essas informações são estatísticas, obtidas por meio de médias, que auxiliam nas tomadas de decisão. A matemática financeira também está intimamente envolvida nestes problemas. Uma decisão final passa pelas duas áreas.

O ensino de conceitos estatísticos está proposto atualmente para toda a Educação Básica, em diferentes países. Porém, pelo fato de ser recente sua inserção nos currículos de Matemática, há poucos estudos voltados às perspectivas teóricas que podem fundamentar a elaboração de propostas curriculares e a atuação dos professores de matemática na escola. (PACHECO & BRANDALISE, 2013, p. 1.)

De acordo com Andrade (2009), o processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos estatísticos deve considerar como foco as relações da Estatística com a realidade social dos indivíduos. Deve ir além da memorização das fórmulas.

O interesse pela estatística aumentou tanto nos últimos tempos a ponto de alguns autores (Hawkins, 1997; Moore, 1997 e Batanero,1999) defenderem a Educação Estatística como uma disciplina. Alegam que a sociedade atual enfrenta problemas polêmicos de ordem filosófica, social e ética, que necessitam utilização de “pensamentos estatísticos” para suas soluções.

Pode-se definir a Educação Estatística como uma área de pesquisa, cujo objeto de estudo seriam os fatores que interferem no processo ensino-aprendizagem de Estatística; esta área busca o desenvolvimento das habilidades de solução para problemas e análise de dados, possibilitando o desenvolvimento do pensamento estatístico. Já o pensamento estatístico poderia ser definido como a capacidade de utilizar de forma adequada as ferramentas estatísticas na solução de problemas, de entender a essência dos dados e de fazer inferências. Reconhecer e compreender o valor da Estatística e ter a disposição para pensar de maneira probabilística. (Cazorla, 2002. p. 18-19.)

No entanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio (Ministério da Educação,1999. p. 251-252), afirmam que:

É preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, e estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações. A compreensão da Matemática é essencial para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.

2.2 – Descrição das atividades desenvolvidas em sala de aula

Utilizaram-se as aulas do início do ano letivo para realizar um contrato pedagógico, em que professor e alunos conversaram sobre as razões que originaram o projeto Educação Financeira, os temas que seriam abordados e as competências que se esperava desenvolver.

Inicialmente, construiu-se e aplicou-se um objeto de avaliação das receitas e despesas que impactavam as rendas das famílias, apresentado a seguir.

Controle de Orçamento Doméstico/Familiar

Sua família faz controle do orçamento doméstico através de planilhas? Sim ()
Não (). Em caso afirmativo, complete a planilha abaixo com suas informações.

Intervalos de salários mínimos: colocar letra **A** de 1 a 3 salários mínimos; **B** de 4 a 6 salários; **C** de 7 a 9 salários; **D** de 10 a 12 salários; **E** para 13 ou + salários mínimos.

	Receitas	Maio	Abril	Março	Fevereiro	Janeiro
	Total recebido pelos familiares. Em salários mínimos conforme intervalos de salários mínimos.					
	Despesas					
1	Alimentação (supermercado, feira, restaurante e lanches)					
2	Contas de água, luz, gás, celular, telefone fixo, internet, TV a cabo, mensalidade de clube e academia.					
3	Saúde (Plano de saúde, farmácia, remédios, materiais, exames e consultas)					
4	Transporte (ônibus, combustível e manutenção com veículo próprio, taxi e van escolar)					
5	Educação (escola, creche, cursos de idiomas, informática e material escolar)					
6	Vestuário (roupas, sapatos, acessórios e estética)					
7	Lazer (fim de semana, viagens, festas, cinema, restaurantes e lanchonetes)					
8	Pagamentos Bancários: empréstimos, financiamento (de casa, de carro) e tarifas.					
9	Impostos (IPTU, IPVA, IR e outros)					
10	Aluguéis (de casa, de comércio e outros)					
11	SEGUROS (de vida, de casa, de carro/moto e de funeral)					
12	Despesas com Funcionários					

	(domésticas, jardineiro, outros)					
13	OUTROS (especificar atrás)					
	Total de Despesas					

Quantas pessoas moram na sua casa? (). Quantas pessoas tem renda? ().

Você que respondeu este questionário está trabalhando? Sim () Não ()

Seu sexo: () masc. () fem. Sua Idade: anos.

Essa pesquisa visou conhecer as condições socioeconômicas das famílias dos alunos com o intuito de direcionar as ações político-pedagógicas realizadas pela escola de modo que viessem ao encontro dos anseios e possibilidades de formação profissional da comunidade estudantil.

Colheram-se os dados através de planilhas de controle de orçamento doméstico. As famílias que não tinham o hábito de realizar tal controle não participaram da pesquisa; as que utilizavam planilhas, mesmo que simples, foram convidadas a participar, tendo garantia de anonimato.

Os dados pesquisados correspondiam aos meses de janeiro, fevereiro, março, abril e maio de 2015.

Distribuíram-se 120 questionários aos alunos do 2.º ano do Ensino Médio. Destes, 40 não responderam (33%), 48 responderam que não faziam controle de orçamento (40%) e 32 utilizavam planilha de controle, portanto responderam à pesquisa (27%). Com base nos dados colhidos entre estas 32 famílias, chegou-se aos resultados apresentados abaixo.

1) Percentual médio das receitas nos cinco meses pesquisados (em salários mínimos):

- 44% recebiam entre 1 e 3 salários mínimos;
- 40% recebiam entre 4 e 6 salários mínimos;
- 13% recebiam entre 7 e 9 salários mínimos;
- 3% recebiam entre 10 e 12 salários mínimos.

2) Percentual médio das despesas nos cinco meses pesquisados:

- Alimentação:
 - 9% gastavam entre R\$300,00 e R\$499,00;
 - 16% gastavam entre R\$500,00 e R\$699,00;
 - 50% gastavam entre R\$700,00 e R\$899,00;
 - 15% gastavam entre R\$900,00 e R\$1099,00;
 - 10% gastavam R\$1100,00 ou mais.

- Tarifas:
 - 16% gastavam entre R\$100,00 e R\$199,00;
 - 31% gastavam entre R\$200,00 e R\$299,00;
 - 32% gastavam entre R\$300,00 e R\$399,00;
 - 11% gastavam entre R\$400,00 e R\$499,00;
 - 10% gastavam R\$500,00 ou mais.

- Saúde:
 - 22% não gastavam com saúde;
 - 13% gastavam menos que R\$100,00;
 - 31% gastavam entre R\$100,00 e R\$199,00;
 - 20% gastavam entre R\$200,00 e R\$299,00;
 - 14% gastavam R\$300,00 ou mais.

- Transporte:
 - 9% não gastavam com transporte;
 - 16% gastavam menos que R\$100,00;
 - 58% gastavam entre R\$100,00 e R\$299,00;
 - 13% gastavam entre R\$300,00 e R\$499,00;
 - 4% gastavam R\$500,00 ou mais.

- Educação:
 - 38% não gastavam com Educação;
 - 8% gastavam menos que R\$100,00;

53% gastavam entre R\$100,00 e R\$299,00;
1% gastava R\$300,00 ou mais.

- Vestuário:
24% não gastavam com vestuário;
22% gastavam menos que R\$100,00;
41% gastavam entre R\$100,00 e R\$299,00;
6% gastavam entre R\$300,00 e R\$499,00;
7% gastavam R\$500,00 ou mais.

- Lazer:
35% não gastavam com lazer;
15% gastavam menos que R\$100,00;
49% gastavam entre R\$100,00 e R\$299,00;
1% gastava entre R\$300,00 e R\$500,00.

- Empréstimos bancários:
30% não tinham empréstimo;
31% gastavam entre R\$100,00 e R\$299,00;
26% gastavam entre R\$300,00 e R\$499,00;
13% gastavam R\$500,00 ou mais.

- Impostos:
28% não pagavam impostos nesse período;
21% pagavam menos que R\$100,00;
38% pagavam entre R\$100,00 e R\$299,00;
4% pagavam entre R\$300,00 e R\$499,00;
9% pagavam R\$500,00 ou mais.

- Aluguel:
78% não pagavam aluguéis;

19% pagavam entre R\$300,00 e R\$499,00;
3% pagavam R\$700,00 ou mais.

- Seguro:
46% não pagavam seguros;
19% pagavam menos que R\$100,00;
15% pagavam entre R\$100,00 e entre R\$199,00;
13% pagavam entre R\$200,00 e R\$299,00;
7% pagavam R\$300,00 ou mais.

- Funcionários:
91% não tinham funcionários;
9% pagavam um salário mínimo.

- Outras despesas:
88% não gastam com outras despesas;
3% gastam menos que R\$100,00;
4% gastam entre R\$100,00 e R\$299,00;
1% gasta entre R\$300,00 e R\$ 499,00;
4% gastam R\$500,00 ou mais;

3) Dados sobre a pessoa que respondeu à pesquisa:

69% estão trabalhando.

50% são do sexo masculino.

28% têm entre 14 e 18 anos de idade (alunos), 12% têm entre 19 e 35 anos e 60% têm 36 anos ou mais (pais de alunos).

85% moram em residências com 3 ou 4 pessoas.

81% das residências têm 1 ou 2 pessoas trabalhando contribuindo com as despesas.

Os dados acima reforçam a necessidade de direcionar ações no intuito de formar cidadãos organizados, conscientes de suas responsabilidades e capacitados para o mercado de trabalho, mas com habilidades e competências para prosseguirem nos estudos em nível superior.

Todos os itens colocados na planilha de orçamento doméstico/familiar foram, um a um, discutidos com os alunos, que inicialmente propuseram alguns itens. Fato curioso é que não colocaram despesas com aluguel, o que foi sugerido pelos professores e aceito pelos alunos imediatamente. Este processo parece ter sido revelador para professores e alunos, uma despesa óbvia foi esquecida, mas depois da inserção da mesma foi reconhecida como muito importante. Isto revelou que a construção do objeto juntamente com os alunos fez com que os mesmos refletissem sobre esses aspectos e entendessem de forma mais ampla como o planejamento é essencial para a melhoria de sua vida, no presente e futuro.

Introduziu-se o projeto através da revisão de conteúdos matemáticos indispensáveis para o entendimento dos temas que seriam tratados em Matemática Financeira e Estatística, os quais são: Razão de duas grandezas, Proporção entre duas razões, cálculo de um termo desconhecido (regra de três) e Grandezas direta e inversamente proporcionais.

Nas aulas, apresentou-se a teoria de forma contextualizada e participativa; propuseram-se exercícios resolvidos para fixação do assunto estudado, exercícios de aprendizagem imediata e sequência graduada de exercícios para aprofundamento no assunto. A avaliação foi contínua, identificando e retomando assuntos nos quais os alunos apresentaram dificuldades.

Após este início, aplicou-se uma avaliação diagnóstica com intuito de apurar os conhecimentos prévios que os alunos tinham sobre Matemática Financeira e Estatística. Tal avaliação abordou questões financeiras que fazem parte do cotidiano de todo cidadão. Nos primeiros anos de vida aprende-se o valor da moeda oficial do país em que se vive, nos anos iniciais da escola realizam-se operações de compra e venda envolvendo pequenos valores, e na adolescência o jovem já administra valores destinados a suas necessidades pessoais. Por isso se fez necessária uma sondagem sobre os conhecimentos prévios dos alunos a

respeito de Matemática Financeira e da Estatística, a fim de planejar as aulas, direcionando-as às maiores dificuldades diagnosticadas.

Essa sondagem se realizou através de questões que procuraram reproduzir situações as quais o consumidor pode ser induzido a erro de interpretação, levando-o a uma escolha equivocada de produtos e serviços.

Cento e dezessete alunos das três 2.^a séries do Ensino Médio, participantes do Projeto Educação Financeira, responderam ao questionário. Abaixo estão relacionadas as questões e o desempenho dos alunos com relação ao número de acertos.

1) Numa loja que está com suas mercadorias em promoção, os cartazes indicam descontos de até 50%. Uma mercadoria que custava R\$80,00 está sendo vendida por R\$50,00. Qual o desconto concedido? Este desconto está de acordo com os cartazes da promoção?

- A primeira pergunta teve 33,3% de acertos, evidenciando que de cada 3 alunos 2 não souberam calcular porcentagem a partir dos preços dados.
- A segunda pergunta teve 15,4% de acertos, mostrando como eles não consideraram “até 50%” e pensaram que a loja toda estava pela metade do preço.

2) Uma mercadoria que custava R\$100,00 sofreu um desconto de 10% numa liquidação. Quando a liquidação acabou, o lojista aumentou o preço atual da mercadoria em 10%. Qual é o novo preço? Ele conseguiu voltar a mercadoria ao preço inicial?

- A pergunta sobre o novo preço foi respondida corretamente por 71% dos alunos, o que mostra que dada a porcentagem eles tiveram maior facilidade em calcular os preços correspondentes.

- 56,4% acertaram ao afirmar que o preço da mercadoria não voltou ao preço inicial. Dos alunos que acertaram a pergunta anterior (71%), 14,6% não responderam a esta pergunta; uns por distração outros por acharem que os valores calculados já bastavam como resposta.

3) Carlos comprou um relógio que custava R\$250,00 à vista. Como ele não dispunha de todo esse valor dividiu a compra em 5 parcelas com juros de 5% ao mês. A entrada foi paga no ato da compra e as demais parcelas devem ser pagas em 30, 60, 90 e 120 dias. Qual é o valor de cada parcela? Qual o valor da compra a prazo?

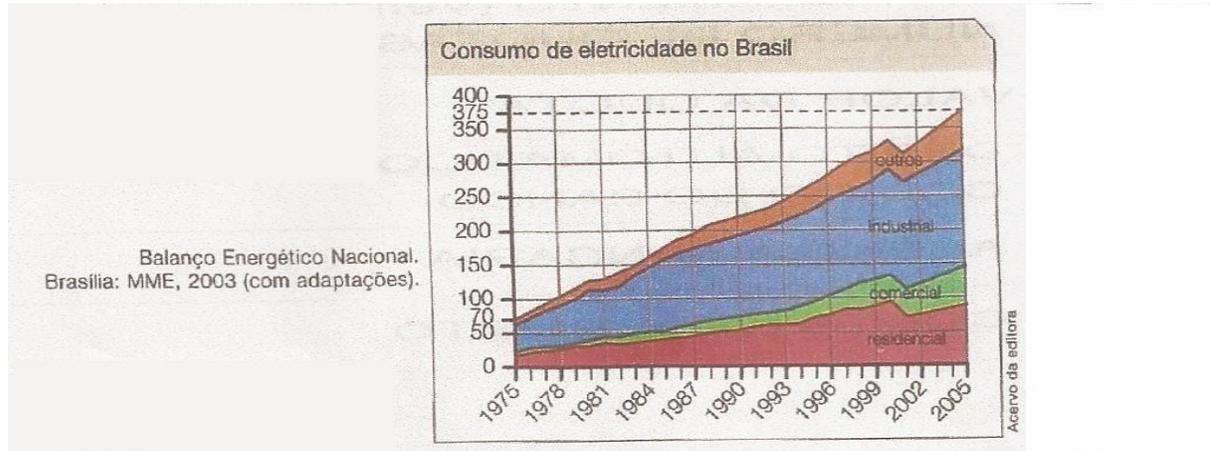
- Nenhum aluno acertou esta questão e o principal motivo foi calcular 5% de juros a partir da parcela de entrada. Usaram R\$250,00 como valor inicial para calcular as prestações.
- Nenhum aluno acertou o valor da compra a prazo.

4) Débora pagou três parcelas mensais de R\$70,00 por uma mercadoria que custava R\$180,00 à vista. Quantos reais ela pagou de juros? Que taxa percentual mensal foi aplicado?

- A primeira pergunta foi respondida corretamente por 58% dos alunos. Muitos não responderam a essa pergunta, uns por distração, outros por direcionarem sua atenção à segunda pergunta, que, segundo eles, chamou a atenção pelo grau de dificuldade.
- Apesar da segunda pergunta ter sido o foco de atenção dos alunos, nenhum deles acertou. Sua resolução exigia conhecimentos sobre operações de amortização, que não é de domínio popular.

5) **O texto se refere às questões 5.1 e 5.2.**

(ENEM-MEC) O gráfico abaixo ilustra a evolução do consumo de eletricidade no Brasil, em GWh, em quatro setores de consumo, no período de 1975 a 2005.



5.1 – A racionalização do uso da eletricidade faz parte dos programas oficiais do governo brasileiro desde 1980. No entanto, houve um período crítico, conhecido como “apagão”, que exigiu mudanças de hábitos da população brasileira e resultou na maior, mais rápida e significativa economia de energia. De acordo com o gráfico, conclui-se que o “apagão” ocorreu no biênio:

- 1998-1999
- 1999-2000
- 2000-2001
- 2001-2002
- 2002-2003

Alternativa correta: C

5.2 – Observa-se que, de 1975 a 2005, houve aumento quase linear do consumo de energia elétrica. Se essa mesma tendência se mantiver até 2035, o setor energético brasileiro deverá preparar-se para suprir uma demanda total aproximada de:

- 405 GWh
- 445 GWh
- 680 GWh

- d) 750 GWh
- e) 775 GWh

Alternativa correta: C

- Na questão 5.1 os alunos obtiveram 67,5% de acertos, ou seja, aproximadamente 2 alunos em 3 acertaram. A maioria dos 32,5% que erraram a questão explicaram que confundiram o período do “apagão” com o período do pico de economia de energia que aconteceu entre 2001-2002.
- Apenas 30,8% dos alunos acertaram a questão 5.2. A maioria dos alunos que erraram justificaram citando que somaram o consumo de 375 GWh, obtido em 2005, com 375 GWh - que seria o consumo dos próximos 30 anos, obtendo, então, 750GWh. Mas observando o gráfico vemos que o consumo em 30 anos é de 305 GWh, valor este obtido quando subtraímos o consumo inicial do consumo final do período de 30 anos ($375 \text{ GWh} - 70 \text{ GWh} = 305 \text{ GWh}$).

A correção da avaliação diagnóstica indicou que seria preciso implantar ações que melhorassem o conhecimento teórico e favorecessem as capacidades de pensamento, raciocínio e senso crítico por parte dos alunos.

Contemplou-se o conhecimento teórico sobre Matemática Financeira com o desenvolvimento dos conteúdos: porcentagem, aumentos e descontos sucessivos, juro simples e composto e sistemas de amortização (Sistema Price e SAC); já o conhecimento teórico sobre Estatística abordou o desenvolvimento dos conteúdos: tabelas e gráficos, medidas de tendência central e medidas de dispersão. Apresentou-se nas aulas a teoria de forma contextualizada e participativa. Propuseram-se exercícios resolvidos para fixação, exercícios de aprendizagem imediata e exercícios para aprofundamento do assunto. A avaliação se realizou de forma contínua, visando sanar dificuldades encontradas pelos alunos.

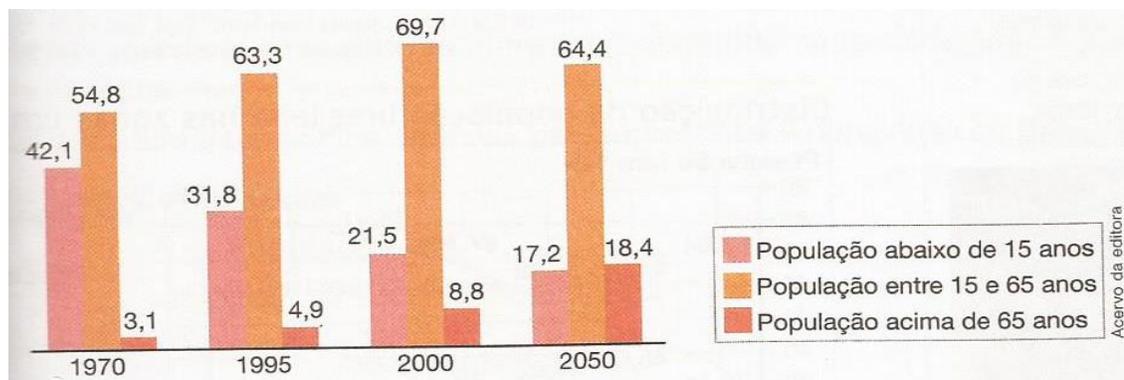
Após o desenvolvimento dos conteúdos previstos, necessitou-se aplicar outras questões que envolvessem os mesmos grupos de conhecimentos e exigissem em sua resolução competências e habilidades equivalentes às exigidas nas questões acima citadas, a fim de quantificar acertos que evidenciassem a eficácia na aprendizagem e retomar temas que apresentassem resultados negativos consideráveis.

O mesmo grupo de alunos do 2.º ano do Ensino Médio participantes da pesquisa anterior respondeu às questões abaixo. Quantificaram-se e analisaram-se os resultados obtidos com intuito de aprimorar as ações nas próximas etapas do projeto.

- 1) Nos cartazes de promoção de uma loja aparecem “Toda a loja com 30% de desconto”. Uma calça que está na promoção por R\$126,00 tem preço de etiqueta R\$180,00. O preço da promoção está de acordo com os cartazes? Se não está de acordo com os cartazes, qual deverá ser o preço?
 - 91% acertaram que o preço da calça está de acordo com os cartazes que anunciam a promoção.
 - 91% acertaram a questão anterior, não havendo necessidade de responder à segunda questão.

- 2) Num período de inflação, uma mercadoria que custava R\$60,00 sofreu dois aumentos consecutivos de 5%. Após esses aumentos, toda loja entrou em promoção com descontos de 10% em todas as mercadorias. O preço voltou ao valor praticado antes dos aumentos? Se não voltou ao valor anterior aos aumentos, qual é o preço após a promoção?
 - 64% acertaram que o preço não voltou ao valor praticado antes dos aumentos.
 - 63% acertaram o preço após a promoção. A necessidade de calcular aumentos sucessivos fez cair a porcentagem de acertos em relação à lista anterior, pois o aluno entendeu que dois aumentos de 5% correspondem a um aumento de 10%.

- 3) Uma loja vende uma bicicleta que custa R\$900,00 à vista, em cinco parcelas mensais, com taxa de juros de 3% a.m., sendo a primeira parcela no ato da compra. Qual o valor de cada parcela? Quanto custará a bicicleta a prazo?
- 86% acertaram o preço de cada parcela.
 - 76% acertaram o preço da bicicleta a prazo.
- 4) Carlos comprou um celular em quatro parcelas fixas de R\$150,00. Como a taxa de juros foi de 4% a.m., qual o valor do celular à vista? Quantos reais ele pagou de juros?
- 58% acertaram o valor pago de juros na compra a prazo. A necessidade do uso da fórmula para cálculo da prestação no Sistema Price aumentou a dificuldade na resolução do exercício, mantendo, assim, a mesma porcentagem de acertos da lista anterior.
 - 79% acertaram o preço do celular à vista.
- 5) (ENEM-MEC) Em reportagem sobre crescimento da população brasileira, uma revista de divulgação científica publicou tabela com a participação relativa de grupos etários na população brasileira, no período de 1970 a 2050 (projeção), em três faixas de idade: abaixo de 15 anos; entre 15 e 65 anos; e acima de 65 anos.



5.1 - Admitindo-se que o título da reportagem se refira ao grupo etário cuja população cresceu sempre ao longo do período registrado, um título adequado poderia ser:

- a) “O Brasil de fraldas”
- b) “Brasil: ainda um país de adolescentes”
- c) “O Brasil chega à idade adulta”
- d) “O Brasil troca a escola pela fábrica”
- e) “O Brasil de cabelos brancos”

A alternativa correta é: **E**.

- 69% acertaram o título adequado à reportagem.

5.2 - Qual faixa etária sofrerá maior diminuição nesses 80 anos? De quanto por cento será essa diminuição?

- a) abaixo de 15 anos com 24,9%.
- b) entre 15 e 65 anos com 14,9%.
- c) acima de 65 anos com 15,3%.
- d) abaixo de 15 anos com 39%.
- e) abaixo de 15 anos com 42,1%.

A alternativa correta é: **A**.

- 81% acertaram a faixa etária que terá maior diminuição e a porcentagem diminuída.

Algumas questões pertencentes a essa lista apresentaram maior dificuldade em sua resolução quando comparadas às questões correspondentes da lista anterior. Mesmo assim evidenciou-se progresso no rendimento dos alunos em relação à média de acertos.

As questões da lista acima que apresentaram baixo nível de acertos tiveram seus conteúdos retomados.

Observe a figura 1 que compara o desempenho dos alunos nas questões apresentadas antes (sondagem) e depois do desenvolvimento do projeto:

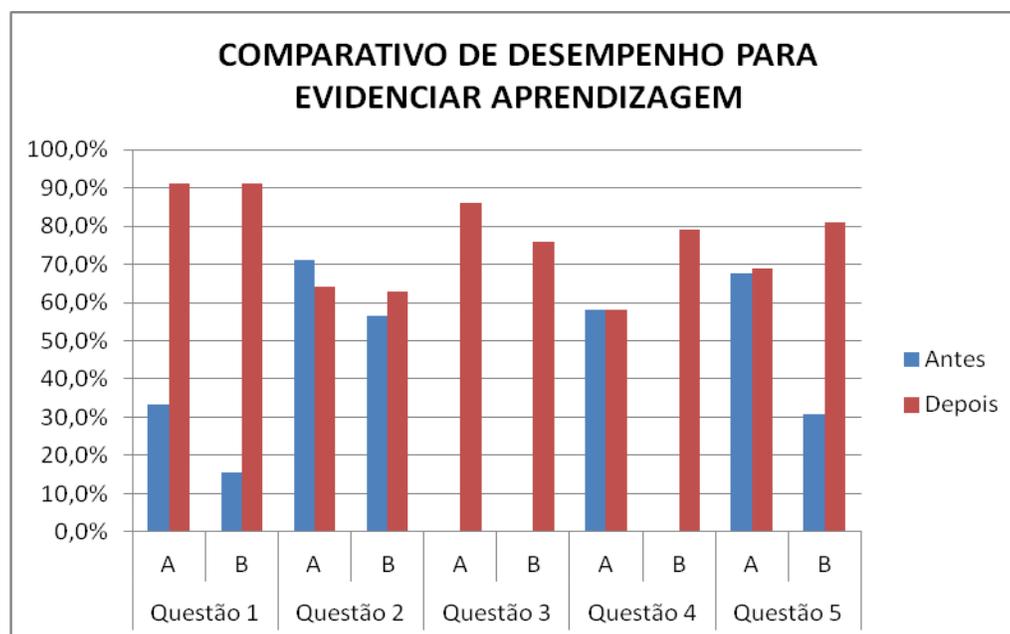


Figura 1: Comparação entre o desempenho dos alunos antes e depois do desenvolvimento do projeto.

2.3 - Análise dos dados

Análise dos dados relativos às notas das avaliações de sondagem de conhecimentos prévios (avaliação 1) e avaliação de aferimento de aprendizagem (avaliação 2). (Valores de 0 a 10).

A análise estatística realizada para os dados a seguir trata de situação em que os dados são pareados, ou seja, as notas em questão são do mesmo indivíduo e relativas a dois momentos: antes (denominado sondagem de conhecimentos prévios) e depois (denominado de aferimento de aprendizagem). A intenção desse teste é averiguar estatisticamente se existe diferença significativa entre o conteúdo apreendido antes e do conteúdo apreendido depois do

desenvolvimento do projeto. Em muitos casos, uma diferença entre dois números, por menor que seja, é considerada matematicamente diferente. No entanto, como a estatística é uma ferramenta que trabalha com variáveis aleatórias, algumas diferenças podem ser consideradas como sendo estatisticamente semelhantes (iguais) ou não (diferentes). Para tanto, vários testes estatísticos são desenvolvidos, para comparar tratamentos clínicos, eficiência de remédios, votação de candidatos a uma eleição, diferença de renda entre dois países, etc. Pode ser utilizado também, como neste caso, para testar se há diferença de aprendizagem antes e depois do processo de aprendizagem.

Os dados que foram analisados se referem a trinta e quatro indivíduos que realizaram as duas avaliações sendo que essa amostra diminuta ocorreu porque, após a aplicação da avaliação de sondagem de conhecimentos prévios e coleta de dados dos acertos gerais, foi realizada uma devolutiva e todos os alunos ficaram com suas avaliações. Tempos depois, verificada a necessidade de analisar os dados pareados, um pedido de devolução do material foi feito aos alunos, mas atendido, apenas, pelos indivíduos analisados nesse estudo. Para a realização do teste foram subtraídas das notas da segunda avaliação as notas da primeira avaliação (as notas resultantes são denominadas, simplesmente, como “diferenças”). Desta forma, se os valores resultantes foram positivos - de modo significativo estatisticamente – pode-se dizer que o teste aponta para uma melhoria de aprendizagem.

Os dados se encontram na tabela abaixo.

Tabela 1:

Avaliação 1	Avaliação 2	Diferenças
2	8	6
2	5	3
5	7	2
2	6	4

3	9	6
1	10	9
5	6	1
3	10	7
3	10	7
4	8	4
2	7	5
4	7	3
3	5	2
4	7	3
5	6	1
6	8	2
2	10	8
1	3	2
6	9	3
3	10	7
5	10	5
4	10	6
4	10	6
4	8	4
4	8	4
6	8	2
2	10	8
5	10	5

4	10	6
3	10	7
2	8	6
3	7	4
4	7	3
5	10	5

Todo teste estatístico tem uma hipótese para ser comprovada ou não. No caso da aprendizagem, o que se pretendeu é que, após o processo de aprendizagem, os alunos tenham melhorado seus conhecimentos e é exatamente isto que deve ser testado. Se houve melhora o objetivo foi conseguido, caso contrário não (os alunos não melhoraram seus conhecimentos) Então, como explicitado anteriormente, devem-se analisar as diferenças obtidas entre as avaliações (mais explicações sobre o teste estatístico utilizado e suas hipóteses podem ser encontradas no apêndice C).

Observando os dados nota-se que nenhum valor foi negativo; no entanto, a diferença pode não ser significativa em magnitude das diferenças. O que ocorre então é que é calculada a média das diferenças (denotada por \bar{x}) e, se esta for grande e positiva, haverá forte evidência de que houve ganho de conhecimento. No teste executado, (vide apêndice C) é calculado um intervalo em torno de \bar{x} (vide Figura 2 abaixo) e, se este não contém o valor zero, o teste nos revela que a diferença estatística é significativa. Isto significa que a hipótese de ganho de conhecimento é válida.

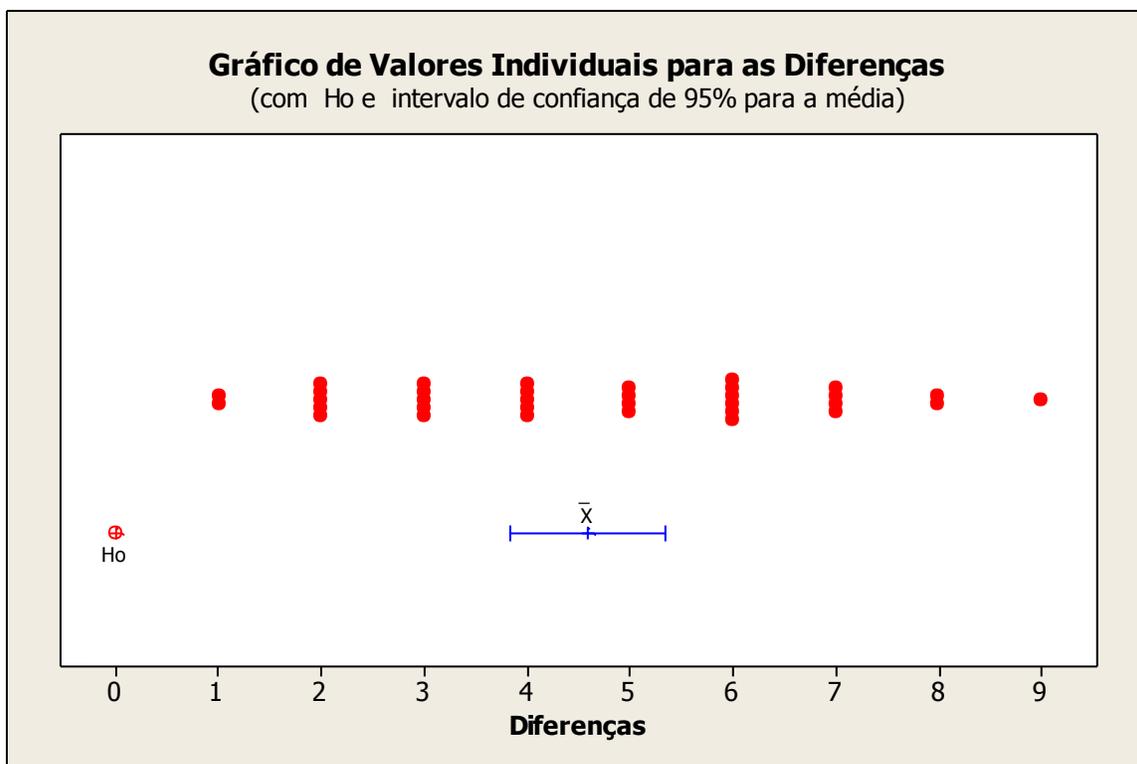


Figura 2: Análise estatística para as diferenças obtidas entre as avaliações 1 e 2.

Observa-se pela figura 2 que o intervalo de confiança (em azul) está muito distante do valor zero testado (em vermelho no canto inferior esquerdo). O intervalo obteve valores entre 3,839 e 5,338, centrado na média de 4,588. Assim, pode-se dizer que há um ganho aproximado de 45% de conhecimento adquirido em relação ao estado anterior para os alunos que realizaram o aprendizado (a média de 3,559 saltou para 8,147 na segunda avaliação).

Os resultados apresentados evidenciam que houve progresso na aprendizagem e na capacidade de interpretação e resolução de problemas cotidianos da vida financeira dos alunos e de suas famílias.

Sabe-se que o processo de aprendizagem é contínuo e espera-se que este passo seja o primeiro de muitos no gerenciamento de uma vida financeira organizada, pois, para desfrutar de justiça social, um cidadão necessita ser dono de suas decisões, conhecedor de seus direitos e deveres e capacitado para fazer as melhores escolhas em sua vida financeira.

2.4 - Pesquisa de campo

Após o estudo dos principais conceitos de Matemática Financeira e Estatística, tornou-se necessária a aplicação e reflexão sobre os mesmos. A estratégia foi estimular o protagonismo dos alunos, propondo pesquisas que seriam realizadas em grupo, elaborando trabalhos sobre temas relevantes para uma boa gestão financeira de seu orçamento pessoal e familiar.

Os próprios alunos formaram seus os grupos, que se uniram por afinidade, proximidade (morar na mesma cidade), amizade, entre outros. Apresentaram-se os temas aos grupos e estes escolheram aquele que mais despertou seu interesse.

Os oito temas elencados e a justificativa para seu estudo e pesquisa foram:

1.º Tema: Construção de planilha para controle e organização do orçamento doméstico.

Elaborar planilhas para controle do orçamento doméstico é uma forma de garantir que as receitas serão aplicadas de maneira racional, suprimindo as necessidades básicas sem abrir mão de lazer, cultura e poupança.

2.º Tema: Como minimizar despesas com gastos permanentes (tarifas).

Os gastos permanentes com tarifas e mensalidades, se não forem racionados, absorverão boa parte da renda familiar, prejudicando a poupança e gastos com lazer e cultura.

3.º Tema: Taxas de juros cobradas nas compras a prazo no comércio.

As propagandas do comércio oferecem produtos com muitas parcelas sem juros, mas estes estão camuflados. Cabe ao consumidor perceber a existência dos juros e escolher a melhor opção de compra.

4.º Tema: Taxas de juros cobradas nos empréstimos bancários e em financeiras.

As taxas de juros cobradas pelos bancos e financeiras variam de acordo com o perfil do cliente. Funcionários públicos e aposentados conseguem melhores taxas, enquanto jovens e autônomos pagam taxas de juros mais elevadas.

5.º Tema: Taxas de juros cobradas nas compras com cartão de crédito (pagamento do valor mínimo do cartão) e no uso do cheque especial.

As compras com cartão de crédito e o uso de cheques fazem com que as pessoas não precisem portar dinheiro em espécie, mas essa facilidade pode propiciar gastos além da capacidade de pagamento. Os usuários necessitam de um controle rígido nas contas para pagarem toda a fatura do cartão (não pagarem fatura mínima) e não entrarem no cheque especial. Ambos têm taxas de juros elevadíssimas.

6.º Tema: Regras para obtenção de vagas nas universidades públicas através do SISU, bolsas de estudo em instituições de ensino particulares através do PROUNI e financiamento estudantil para o ensino superior através do FIES.

O SISU, PROUNI e o FIES propiciam aos jovens frequentar uma universidade, garantindo seu futuro intelectual, social e financeiro. Conhecer as regras desses programas é fator primordial para usufruir essas conquistas.

7.º Tema: Opções de mercado e taxas de juros em aplicações (poupança, CDB, outros) e em previdência privada.

É de jovem que se aprende a poupar, mas muitas famílias não conseguem se organizar e criar reservas para o futuro. A poupança e a previdência privada são as formas mais seguras de garantir uma melhor situação financeira no futuro, complementando a aposentadoria.

8.º Tema: Aposentaria planejada de forma que esta supra suas necessidades quando idoso.

A aposentadoria oficial deveria garantir o mínimo de dignidade a pessoas que trabalharam uma vida toda, mas as várias reformas da previdência diminuíram o poder de compra dos aposentados. Mesmo assim, não devemos deixar de contribuir, pois na velhice toda receita é bem-vinda.

Professores-orientadores acompanharam o processo de pesquisa e montagem dos trabalhos, auxiliando os alunos nas pesquisas e agindo como mediadores nos conflitos que pudessem existir entre os membros do grupo.

A formatação das apresentações foi em “*PowerPoint*” e os participantes dos grupos detalharam os seus temas aos colegas em sala de aula durante os

seminários, trocando informações que se completavam para o entendimento geral sobre o assunto.

Houve um convite aos grupos que se destacaram nesses seminários (um de cada tema) para participarem de uma etapa posterior do projeto, a qual deu origem a um minicurso - apresentado à comunidade. Os *slides* produzidos pelos grupos de alunos selecionados em cada tema se encontram no Anexo A.

Este anexo contém os trabalhos de pesquisa realizados pelos alunos, apresentados em seminário durante as aulas e selecionados para fazer parte do minicurso de Educação Financeira apresentado à comunidade em 2014. Essas pesquisas e apresentações fomentaram o interesse dos alunos, propiciaram descobertas e fortaleceram o conhecimento sobre as regras do mercado financeiro. Dessa forma, espera-se que os alunos utilizem planilhas de receitas e despesas a fim de equilibrarem seu orçamento pessoal e doméstico, assegurando-lhes uma vida financeira saudável e próspera e que sejam exemplo para os que os cercam, incentivando-os a adotarem as práticas corretas de Educação Financeira aprendidas durante o desenvolvimento do projeto.

Os grupos selecionados, de diferentes salas de aula, reuniram-se para troca de conhecimentos e entrosamento, visando à excelência na apresentação do minicurso.

Ofereceram-se todos os projetos desenvolvidos pelas várias áreas de conhecimento da unidade escolar - através de minicursos - à comunidade. Criou-se uma agenda com dias e horários das apresentações e as pessoas se inscreveram para participar dos minicursos de seu interesse.

A procura pelo minicurso de Educação Financeira foi grande e os participantes avaliaram como positiva a atuação dos alunos, a organização dos trabalhos e a temática abordada.

Os alunos participantes desse projeto tiveram a oportunidade de desenvolver habilidades não difundidas pela escola em sua forma habitual de trabalho. Foram desafiados a práticas que os tornaram protagonistas de sua própria aprendizagem e tiveram que atuar em situações que os tiraram de sua zona de conforto habitual. O ganho em qualidade da aprendizagem associado às

experiências de convívio e contato com as pessoas acrescentaram tanto ao seu cognitivo como ao seu desprendimento em se apresentar e defender suas ideias em público.

Para que esses ganhos se cumprissem, esse projeto exigiu que os alunos aprofundassem seus estudos a fim de preparar material e obter conhecimento para suas apresentações perante a sala e, posteriormente, à comunidade.

Essa necessidade os direcionaram a pesquisar, estudar, experimentar, dialogar com seus pares, defender suas ideias e criticar situações em que a inoperância das instituições nega aos cidadãos seus direitos e deveres.

O trabalho em grupo foi outro desafio, pois os alunos necessitaram interagir com seus pares defendendo seu ponto de vista, mas em contrapartida, precisaram desenvolver a capacidade de ouvir e ceder quando foram apresentadas ideias que melhor se encaixassem às necessidades do momento.

Nos seminários observou-se que o maior desafio para muitos foi se apresentar diante de uma plateia, no caso os colegas de sala e as pessoas da comunidade que participaram do minicurso. Vencer esse obstáculo foi uma tarefa que exigiu treinamento e experiências positivas quando da organização e apresentação dos trabalhos.

Para os alunos palestrantes que atuaram no minicurso, houve entrega de certificado de participação, atestando sua habilidade de comunicação e postura diante de um grupo de pessoas, fato que o qualifica e diferencia na concorrência por estágios ou vagas de emprego.

Através das várias etapas do projeto educação financeira, percebeu-se a mudança de atitude por parte dos alunos em relação ao seu comportamento, prioridades e perspectivas de futuro, pois passaram a acreditar mais em si próprios e entenderem que com planejamento suas metas podem ser alcançadas.

Por outro lado, com esse projeto, os professores tiveram oportunidade de tornarem visível seu trabalho e extrapolar o conteúdo além da sala de aula. Mas essa visibilidade gerou responsabilidade e exigiu que o professor fosse um mediador atento às necessidades e anseios dos alunos ao realizarem os trabalhos.

A equipe de educadores dessa unidade escolar entendeu que esse projeto tem características que podem ajudar na formação de jovens envolvidos e dedicados com a pesquisa e produção do seu próprio conhecimento, e que, ainda, sejam capazes de encontrar soluções racionais e criativas para problemas cotidianos.

Entendeu-se que a realização desse trabalho proporcionou maior interação entre alunos, professores e comunidade, pois permitiu a participação ativa de todos, sendo um espaço democrático, onde o conhecimento é debatido, com intuito de formar conceitos e enriquecer ideias capazes de qualificar decisões na gestão da economia pessoal e familiar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo educacional utilizado atualmente nas escolas públicas está defasado em relação às necessidades e anseios de uma sociedade que privilegia o ter em detrimento ao ser. Os conteúdos matemáticos que estão no currículo escolar parecem estar distantes da realidade de vida dos alunos e esses não conseguem vislumbrar utilidade na sua aprendizagem.

Cabe aos professores o desafio de mudar essa impressão que os alunos têm sobre o currículo matemático e se oporem à tendência materialista que domina nossa sociedade. Essa tarefa precisa ser encarada e novas práticas devem ser pesquisadas, estudadas e introduzidas nas aulas, de forma a estimular a participação efetiva dos alunos como protagonistas no processo ensino-aprendizagem.

A educação tem o desafio de manter-se atualizada em uma sociedade com intensas e rápidas mudanças. Para isso é necessário que experiências educacionais bem-sucedidas sejam implantadas e compartilhadas.

O Projeto Técnico-Científico na área de Educação Financeira teve esse objetivo, mas necessita de ajustes e correções a cada edição.

Sobre a última edição do projeto, apresentada nesse trabalho, observou-se a necessidade de reforçar o estudo dos conceitos e conteúdos sobre porcentagem em aumentos e descontos sucessivos, pois houve decréscimo na porcentagem de acerto da questão que abordava esse assunto. Há de salientar que nas questões aplicadas como conhecimentos prévios o aumento proposto foi o simples e nas questões que visavam aferir eficácia do projeto o aumento proposto foi o sucessivo. Outra intervenção deve ser feita no estudo do Sistema Price de Amortização, porque a questão que tratava do valor pago de juros numa compra a prazo com prestações fixas, manteve-se com a mesma porcentagem de acertos.

Todas as fases do projeto precisam ser negociadas com os alunos, garantindo-lhes ampla participação nas tomadas de decisões, assim estaremos conquistando a atenção e buscando o envolvimento deles no projeto.

O contrato pedagógico do início do projeto precisa ser costurado a muitas mãos, cabendo ao professor mediar uma pauta de atividades e estipular momentos para realização destas. As questões utilizadas para sondagem de conhecimentos prévios e as aplicadas para aferir a eficiência na aprendizagem devem reproduzir situações cotidianas. O ideal é que os conteúdos sejam contextualizados e os trabalhos de pesquisa, que serão apresentados em seminários, tenham seus temas escolhidos pelos próprios alunos.

A implantação do projeto possibilitou um ganho de qualidade na aprendizagem dos alunos, pois enriqueceu o currículo, estimulou o protagonismo e propiciou maior interação aluno/aluno e aluno/professor. Dessa forma, o protagonismo pôde ser despertado e as práticas educacionais aproximaram os alunos de um saber mais efetivo e duradouro.

O convite aos grupos para apresentarem o minicurso sobre educação financeira à comunidade precisa ser encarado como um prêmio à boa elaboração do trabalho e ao destaque durante o seminário.

A escola concedeu certificado de participação como palestrante aos alunos que ministraram o curso, coroando o desempenho positivo e reafirmando a importância do projeto para toda a comunidade escolar.

Com esse projeto a escola assumiu sua posição de agente educadora, estimulando a discussão de assuntos relevantes à comunidade em que está inserida. Além disso, o trabalho dos professores e alunos ganhou visibilidade, pois rompeu os limites da sala de aula, tendo como resultado uma comunidade beneficiada, pois as práticas corretas sobre educação financeira chegaram às famílias após serem discutidas e aprimoradas dentro do ambiente escolar.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, M. M.; Literacia estatística: um estudo teórico. In: Congresso de leitura do Brasil 17, Campinas: ALB, 2009.

ARAÚJO, U. F. A construção social e psicológica dos valores. **Revista Desarrollo Humano**, n. 71, mar. 2012. Disponível em: <<http://www.revistahumanum.org/revista/wp-content/uploads/2012/03/9Klz1uaBTa04UlissesA71.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2015.

ARNOLD, S.F. **Mathematical statistics**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1990.

BATANERO, C. B. **Didáctica de la Probabilidad y de la Estadística**. Universidad de Granada. Espanha, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1999.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTSKI, M. L. L. A educação estatística, a modelagem matemática e a educação crítica: um projeto. **Revista Teoria e Prática da Educação**, v.10, n.3, p. 321-331, set/dez, 2007.

CAZORLA, I. M. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos**. 2002. 315 p. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Disponível em <http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/teses/Cazorla.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2015.

CHINI, A. C.; CARVALHO, D. F. Fenômeno do superendividamento. **Revista Justiça e Cidadania**, n.167, 2013.

CONOVER, W. J. **Practical nonparametric statistics**. 3 ed. New York: John Wiley, 1999

CRESPO, A. A. **Matemática comercial e financeira fácil**. 13.ed. São Paulo: Saraiva, 1999.

FIGUEIRA, D. G. **História**. São Paulo: Ática, 2002. (Série Novo Ensino Médio).

HAWKINS, A. Discussion: forward to basics: a personal view of development in Statistical Education. **International Statistical Review**, v. 65, n. 3, 280-287, 1997.

KLEIN, B. A. **Gestão Financeira na família: Uma contribuição do Banco do Brasil aos jovens do Brasil**. Disponível

em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/13893/000649578.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 31 jul. 2015.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos CEDES**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

MOORE, D. S. New pedagogy and new content: the case of Statistics. **International Statistical Review**, v. 65, n. 2, 123-165, 1997.

PACHECO, N. H. dos R. BRANDALISE, M. A. T. **Ensino de Estatística na Escola Básica: Perspectivas e Propostas Curriculares no Brasil e em Portugal. In: Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 18 a 21 de julho de 2013. Disponível em: http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1272_1833_ID.pdf. Acesso em: 02 dez. 2015.

PUCCINI, A. de L. **Matemática financeira objetiva e aplicada**. 4. ed. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos, 1986.

REA, L. M.; PARKER, R. A. **Metodologia de Pesquisa: Do Planejamento à Execução**. São Paulo: Pioneira, 2000.

SANTOS, V. de M. Ensino de matemática em debate: sobre práticas escolares e seus fundamentos. **Cadernos CEDES**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

SAVÓIA, J. R. F.; SAITO, A. T.; SANTANA, F. de A. Paradigmas da Educação Financeira no Brasil. **RAP**, Rio de Janeiro, v. 41, n. 6, p. 1121-41, nov./dez. 2007. Disponível em: <www.scielo.br/pdf/rap/v41n6/06.pdf>. Acesso em: 23 jan. 2015.

SCIANI, W. A.; ZAGO, G. J. **Estatística básica**. São Paulo: CETEC – CEETEPS, 2008.

SOUZA, J. **Matemática**. São Paulo: FTD, 2010. (Coleção Novo Olhar).

APÊNDICES

APÊNDICE A

Conteúdos desenvolvidos nas aulas de Matemática Financeira.

Inicialmente, desenvolve-se o conceito de **razão** e **proporção**, já que todos os temas da Matemática Financeira baseiam-se nas grandezas proporcionais. (CRESPO, 2007)

Razão de dois números **a** e **b** é o quociente de **a** por **b**. Indicamos:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b \text{ (lemos: } a \text{ para } b)$$

Os números **a** e **b** são os termos da razão; **a** é chamado antecedente e **b** é o conseqüente da razão.

Exemplo:

A razão de 3 para 12 é: $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Proporção é a igualdade entre duas razões. Dados, em certa ordem, quatro números (**a**, **b**, **c** e **d**) diferentes de zero, dizemos que eles formam uma **proporção** quando a razão entre os dois primeiros (**a** e **b**) é igual à razão entre os dois últimos (**c** e **d**). (CRESPO,2007)

O exemplo pertence a obra do autor acima:

Os números 15, 3, 20 e 4, nesta ordem, formam uma proporção, isto é:

$$\frac{15}{3} = 5 \quad \text{e} \quad \frac{20}{4} = 5, \quad \text{então} \quad \frac{15}{3} = \frac{20}{4}$$

Na proporção: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos:

- **a**, **b**, **c**, e **d** são os termos (1º, 2º, 3º e 4º termos, respectivamente)
- **a** e **c** são os **antecedentes**;
- **b** e **d** são os **conseqüentes**;
- **a** e **d** são os **extremos**;
- **b** e **c** são os **meios**.

Numa proporção, sejam **a**, **b**, **c** e **d** números reais diferentes de zero, tais que: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Multiplicando os dois membros da igualdade por **bd** (produto dos consequentes da proporção), obtemos:

$$\frac{a}{b} \times bd = \frac{c}{d} \times bd$$

Simplificando, temos:

$a \times d = c \times b$

O que nos permite dizer que:

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Chamamos essa regra de **Propriedade Fundamental** das proporções.

Exemplo: Dada a proporção $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Temos: $\left. \begin{array}{l} 4 \times 3 = 12 \\ 6 \times 2 = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 \times 3 = 6 \times 2$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, é sempre possível determinar o valor de um termo qualquer quando são conhecidos os outros três (Regra de Três).

Exemplo: Calcule **x** na proporção $\frac{15}{20} = \frac{60}{x}$.

Aplicando a propriedade fundamental, temos: $15 \cdot x = 20 \cdot 60 \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 60}{15}$
 $\Rightarrow x = 80$.

Após os alunos terem contato e compreenderem os conceitos de **Razão** e **Proporção**, podemos trabalhar o conceito de **Grandezas Proporcionais**, pois a maioria dos problemas que se apresentam em nosso dia a dia liga duas grandezas relacionadas de tal forma que, quando uma delas varia, como consequência varia também a outra.

A relação entre duas grandezas variáveis estabelece a lei de variação dos valores de uma delas em relação à outra. Segundo esta lei, as grandezas relacionadas podem ser **direta** ou **inversamente proporcionais** (CRESPO,2007).

Duas grandezas variáveis são **diretamente proporcionais** (ou, simplesmente, **proporcionais**) se os valores correspondentes **x** e **y** são expressos por uma função do tipo:

$$y = k \cdot x$$

onde **k** é um número real constante, diferente de zero. (CRESPO,2007)

Dadas duas grandezas **diretamente proporcionais**, a razão entre dois valores de uma delas é igual a razão entre os dois valores correspondentes da outra.

Exemplo retirado da obra do autor citado acima: Uma barra de alumínio de 100cm^3 de volume pesa 270g; nas mesmas condições uma barra de 200cm^3 pesará 540g e uma de 300cm^3 pesará 810g. Podemos então escrever a tabela:

Volume (cm^3)	100	200	300	500
Massa (g)	270	540	810	1350

Examinando a tabela, vemos que a grandeza massa **depende** da grandeza volume, já que, aumentando o volume, a massa também aumenta.

Além disso, notamos que: $\frac{270}{100} = \frac{540}{200} = \frac{810}{300} = \frac{1350}{500} = 2,7$.

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** se os valores correspondentes **x** e **y** são expressos por uma função do tipo:

$$y = k \cdot \frac{1}{x}$$

onde **k** é um número real constante, diferente de zero.

Dadas duas grandezas **inversamente proporcionais**, a razão entre dois valores de uma delas é igual ao inverso da razão entre os dois valores correspondentes da outra. (CRESPO,2007)

Autoria do exemplo atribuída ao autor acima citado: Uma distância de 1200 km pode ser percorrida por um avião a uma velocidade de 100 km/h, em 12 horas; a uma velocidade de 200 km/h, em 6 horas e a uma velocidade de 300 km/h, em 4 horas. Podemos então escrever a tabela:

Velocidade (km/h)	100	200	300	400
Tempo (h)	12	6	4	3

Vimos que, também aqui, a grandeza tempo **depende** da grandeza velocidade, já que, aumentando a velocidade, o tempo diminui. Porém, agora temos: $12 \times 100 = 6 \times 200 = 4 \times 300 = 3 \times 400 = 1200$.

Chamando de x a grandeza velocidade e de y a grandeza tempo, temos:

$$y \cdot x = 1200 \quad \text{ou} \quad y = 1200 \cdot \frac{1}{x}$$

Algumas Razões são muito utilizadas no contexto escolar, como velocidade, densidade, probabilidade, escala, porcentagem e outras. Dentre elas, a porcentagem é objeto de estudo da Matemática Financeira.

A porcentagem corresponde à parte considerada de um total de 100 partes. Para indicá-la, utilizamos o símbolo %. Toda razão $\frac{x}{y}$, com $y = 100$, é denominada **taxa percentual**. Toda fração decimal ou equivalente a ela pode ser escrita na forma de porcentagem (SOUZA,2010).

Os exemplos a seguir pertencem a obra do autor citado acima.

Exemplo1: Em uma sala de aula há 25 alunos, sendo que, destes, 12 são meninas. Podemos determinar a taxa percentual de meninas da sala da seguinte maneira:

- Como 12 em cada 25 alunos são meninas, obtemos a fração $\frac{12}{25}$.
- Escrevendo uma fração equivalente a $\frac{12}{25}$ com denominador igual a 100,

$$\text{temos: } \frac{12 \times 4}{25 \times 4} = \frac{48}{100} = 48\%.$$

Nem sempre é possível obter denominador 100, por isso, o modo mais conveniente para se calcular a taxa percentual depende da situação estudada.

Exemplo 2: O tanque de combustível de um carro, que tem capacidade para 45 litros, estava cheio. Deste total, foram consumidos 18 litros. Podemos determinar a taxa percentual do combustível consumido da seguinte maneira:

Como 18 ℓ de 45 ℓ foram consumidos, escrevemos a fração $\frac{18}{45}$.

Assim:

$$\frac{18}{45} = 0,4 = \frac{40}{100} = 40\%.$$

A porcentagem indica um acréscimo ou um desconto incidindo sobre o valor inicial de um produto/capital. Mas há situações em que um produto/capital sofre aumentos ou descontos sucessivos. (SOUZA,2010)

Para calcular o valor final de um produto/capital que sofreu acréscimos sucessivos, devem-se realizar os cálculos da seguinte maneira:

$$P_n = P_0 (1+i_1) (1+i_2) (1+i_3) \dots (1+i_n)$$

fazendo: P_n = valor final de um produto/capital;

P_0 = valor inicial de um produto/capital;

$i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ = taxas de acréscimo em decimal.

Os exemplos abaixo foram colhidos na obra de Souza(2010)

Exemplo 1: Em um supermercado, 1ℓ de leite custava R\$1,80. Em razão da baixa produtividade na entressafra, o produto teve, durante três semanas, acréscimos de 5%, 2% e 3%, respectivamente. Podemos calcular o preço do litro de leite nesse supermercado após os acréscimos da seguinte maneira:

$$P_n = 1,80 \cdot 1,05 \cdot 1,02 \cdot 1,03 = 1,80 \cdot 1,10313 = 1,99$$

Portanto, o preço de 1ℓ de leite nesse supermercado após os três acréscimos é de R\$1,99.

Para calcular o valor final de um produto/capital que sofreu descontos sucessivos, devem-se realizar os cálculos da seguinte maneira:

$$P_n = P_0 (1- i_1) (1- i_2) (1- i_3) \dots (1- i_n)$$

fazendo: P_n = valor final de um produto/capital;

P_0 = valor inicial de um produto/capital;

$i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ = taxas de desconto em decimal.

Exemplo 2: Uma loja de eletrodoméstico está realizando uma liquidação. Um televisor que custava R\$2.500,00 sofreu um desconto de 20% e se o cliente pagar à vista há mais 10% de desconto sobre o valor de liquidação do produto. Podemos calcular o preço do televisor pago à vista na liquidação da seguinte maneira:

$$P_n = 2500 \cdot 0,80 \cdot 0,90 = 2500 \cdot 0,72 = 1800$$

Portanto, o preço do televisor após os dois descontos é de R\$1.800,00.

O estudo sobre porcentagem subsidia os alunos na compreensão do conceito de juros, o qual pode ser introduzido através de expressões:

- Dinheiro pago pelo uso de dinheiro emprestado, ou seja, custo de capital de terceiros colocado a nossa disposição;
- Remuneração de capital empregado em atividades produtivas ou, ainda, remuneração paga pelas instituições financeiras sobre o capital nelas aplicado (PUCCINI,1986).

Os juros são fixados através de uma taxa percentual, que sempre se refere a uma unidade de tempo: ano, semestre, trimestre, mês, dia.

Os exemplos a seguir são creditados ao autor citado acima.

Exemplos: 12% ao ano = 12% a.a.

4% ao semestre = 4% a.s.

1% ao mês = 1% a.m.

A obtenção dos juros do período, em reais, será feita através da aplicação da taxa de juros sobre o capital considerado.

Exemplo: um capital de R\$10.000,00, aplicado a uma taxa de 8% a.a., proporcionará, no final de um ano, um total de juros equivalentes a:

$$8\% \text{ de } 10.000,00 = \frac{8}{100} \times 10.000,00 = 0,08 \times 10.000,00 = \text{R}\$800,00$$

É importante observar que no cálculo anterior, a taxa de juros de 8% foi transformada em fração decimal ($8/100 = 0,08$) para permitir a operação.

Assim, as taxas de juros têm duas representações: percentual e fração decimal. A representação em porcentagem é a comumente utilizada; entretanto, todos os cálculos e desenvolvimento de fórmulas são feitos através da notação em fração decimal. (PUCCINI,1986)

A seguir, veja alguns termos utilizados em situações que envolvem juros:

- Capital (C): quantia de dinheiro investida ou emprestada.
- Juro (j): rendimento, acréscimo ou “aluguel” pago pelo investimento ou empréstimo de certa quantia.
- Taxa de juros (i): porcentagem que se recebe de rendimento em um investimento ou que se paga pelo empréstimo de certa quantia.
- Tempo (t): período em que se investe ou empresta certa quantia, podendo ser dado em dias, meses, anos, semestre ou trimestre.

- Montante (M): soma de capital com o juro, podendo ser indicado por $M = c + j$.

Os juros são classificados em simples ou compostos, dependendo do processo de cálculo utilizado. No regime de juros simples os juros de cada período são calculados sempre em função do capital inicial empregado (PUCCINI,1986).

Para calcular juros simples, multiplicamos o valor do Capital pela taxa de juros e pelo tempo da aplicação, ou seja:

$$j = C \cdot i \cdot t$$

Exemplo extraído da obra de Souza (2010): Simone fez uma aplicação de R\$1.000,00 durante 7 meses, à taxa de juros simples de 0,65% a.m. (ao mês). Qual o valor do juro simples e do montante simples ao final da aplicação?

$$C = \text{R}\$1.000,00$$

$$t = 7 \text{ meses}$$

$$i = 0,65\% \text{ a.m.} = \frac{0,65}{100} = 0,0065$$

Para calcular o juro simples, temos: $j = 1.000,00 \cdot 0,0065 \cdot 7 = 45,5$

O valor do juro simples é de R\$45,50.

Para calcular o montante simples, temos: $M = 1.000,00 + 45,50 = 1.045,50$.

O valor do montante simples é de R\$1.045,50.

Ao utilizar as fórmulas apresentadas, temos que verificar se a taxa de juros e o período de tempo estão em uma mesma unidade de tempo. Nos casos em que isso não ocorra, devemos transformar a taxa ou o período em uma mesma unidade de tempo.

Nos juros simples, uma taxa de 2,1% a.m. é equivalente a 25,2% a.a., pois $2,1\% \cdot 12 = 25,2\%$.

No regime de juros compostos, os juros de cada período são calculados sempre em função do saldo existente no início do período correspondente.

Para calcular montante composto, temos:

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

Para calcular juro composto, temos:

$$j = M - C$$

Crédito do exemplo a obra de Souza (2010): Talita aplicou R\$2.580,00 a uma taxa de juros compostos de 3% a.m. durante 3 meses. Qual o valor do montante compostos e do juro composto ao final da aplicação?

$$C = R\$2.580,00$$

$$t = 3 \text{ meses}$$

$$i = 3\% \text{ a.m.} = \frac{3}{100} = 0,03$$

Para calcular o montante composto, temos: $M = 2.580,00 \cdot (1+0,03)^3 \Rightarrow$

$$M = 2.580,00 \cdot (1,03)^3 \Rightarrow M = 2.580,00 \cdot 1,092727 \Rightarrow M = 2.819,24.$$

O valor do montante composto é de R\$2.819,24.

Para calcular o juro composto, temos: $j = 2.819,24 - 2.580,00 \Rightarrow j = 239,24$. O valor do juro composto é de R\$239,24.

Nos juros compostos, não podemos multiplicar ou dividir uma taxa dada em certo período e obter uma equivalente em outro período, como ocorre nos juros simples. (SOUZA,2010)

Em juros compostos, as taxas proporcionais não são equivalentes. (CRESPO,2007)

Conforme o conceito de taxas equivalentes, podemos afirmar que o montante produzido pelo capital C, à taxa anual i_a , durante 1 ano, tem que ser igual ao montante produzido pelo mesmo capital C, durante 12 meses, à taxa mensal i_m , equivalente à taxa anual i_a (CRESPO,2007). Temos então:

$$M_1 = C \cdot (1+i_a)^1 \text{ e } M_{12} = C \cdot (1+i_m)^{12}, \text{ como } M_1 = M_{12}, \text{ temos que:}$$

$$C \cdot (1+i_a)^1 = C \cdot (1+i_m)^{12} \Rightarrow (1+i_a)^1 = (1+i_m)^{12} \Rightarrow 1+i_a = (1+i_m)^{12}.$$

Para outras frações de ano temos:

$$(1+i_d)^{360} = (1+i_m)^{12} = (1+i_b)^6 = (1+i_t)^4 = (1+i_s)^2 = 1+i_a$$

Exemplo creditado ao autor citado acima: Qual é a taxa trimestral equivalente a 30% ao ano?

$$\text{Temos: } i_a = 30\% \text{ a.a.} = \frac{30}{100} \text{ a.a.} = 0,3 \text{ a.a.}$$

Como: $(1+i_t)^4 = 1+i_a \Rightarrow (1+i_t)^4 = 1+0,3 \Rightarrow (1+i_t)^4 = 1,3 \Rightarrow 1+i_t = 1,3^{\frac{1}{4}} \Rightarrow 1+i_t = 1,3^{0,25} \Rightarrow i_t = 1,06778 - 1 \Rightarrow i_t = 0,06778 \Rightarrow i_t = 6,78\% \text{ a.t.}$

Comparando os regimes de juros, observamos que o capital inicial cresce mais rapidamente a juros compostos do que a juros simples, porque enquanto neste o crescimento é linear ao longo do tempo formando uma progressão aritmética (PA), naquele o crescimento é exponencial ao longo do tempo formando uma progressão geométrica (PG)(PUCCINI,1986).

Por esse motivo o sistema financeiro e todo mercado utiliza apenas os juros compostos em suas transações.

No regime de juros compostos a taxa de juros é aplicada sobre o saldo existente no início de cada período; como consequência, os juros são incorporados ao saldo anterior e passam, por sua vez, a render juros. A esse processo dá-se o nome de capitalização de juros, e o período de tempo considerado é denominado período de capitalização. As capitalizações podem se dar anualmente, semestralmente, trimestralmente, mensalmente e diariamente(PUCCINI,1986).

Ao capital inicial empregado dá-se o nome de principal, e à soma do principal com os juros dá-se o nome de montante (PUCCINI,1986).

Assim, a juros simples apenas o principal rende juros, ao passo que a juros compostos os rendimentos são calculados sobre os montantes, havendo uma incidência de juros sobre juros. (PUCCINI,1986)

Em algumas situações, a indisponibilidade de capital para adquirir um bem pode levar um indivíduo a realizar um empréstimo. Ao efetuar os pagamentos parciais para sanar a dívida, ocorre sua amortização. Amortização é o processo de redução de uma dívida por meio de pagamentos parciais, que podem ser mensais, bimestrais, anuais, entre outros (SOUZA,2010).

No pagamento dessa dívida, a juros compostos, cada parcela de pagamento pode incluir:

- Juros do período - calculados sobre o saldo da dívida no início do período;
- Amortização do principal - correspondente ao pagamento parcial (ou integral) do principal (PUCCINI,1986).

A maneira de pagamento de uma dívida está associada a diferentes sistemas de amortização, sendo dois dos principais: o Sistema de Amortização Constante (SAC) em que a amortização da dívida é constante, igual em cada período - e o Sistema Price ou Francês, com prestações fixas (SOUZA,2010).

Para calcular o valor de cada prestação de um empréstimo no Sistema Price, utiliza-se a seguinte fórmula:

$$P = \frac{C \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

Nessa fórmula:

- P = valor da prestação
- C = valor do bem ou do empréstimo
- i = taxa de juros
- n = número de prestações

Exemplo retirado da obra do autor citado acima: Paula fez um empréstimo de R\$3.000,00, que deve ser pago em 5 prestações mensais à taxa de juros de 2,5% a.m., no Sistema Price. Qual o valor de cada prestação?

$$C = 3.000,00;$$

$$i = 2,5\% = \frac{2,5}{100} = 0,025;$$

$$n = 5 \text{ meses}$$

$$\text{Aplicando a fórmula, temos: } P = \frac{3000 \cdot 0,025}{1 - (1+0,025)^{-5}} \Rightarrow P = \frac{75}{1 - (1,025)^{-5}} \Rightarrow$$

$$P = \frac{75}{1 - 0,88385} \Rightarrow P = \frac{75}{0,11614} \Rightarrow P = 645,74.$$

O valor de cada prestação é aproximadamente R\$645,74.

Como no Sistema Price os pagamentos são parcelados, é conveniente construir um demonstrativo indicando a situação da dívida em cada período de tempo (SOUZA,2010). Observe o demonstrativo do empréstimo feito por Paula.

N	Pagamento	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	3.000,00
1	645,74	75,00	570,74	2.429,26
2	645,74	60,73	585,01	1.844,25
3	645,74	46,11	599,63	1.244,62
4	645,74	31,11	614,63	629,99
5	645,74	15,75	629,99	0

Agora analisaremos o empréstimo feito por Paula com a amortização feita pelo Sistema SAC.

Neste sistema, o valor a ser amortizado é constante e é calculado pelo quociente entre o valor de empréstimo e o número de prestações a serem pagas:

$$A = \frac{C}{n}$$

$$\text{Então: } A = \frac{3.000,00}{5} = \text{R}\$600,00.$$

O valor de cada prestação é calculado pela soma do valor amortizado com os juros cobrados no período:

$$P = A + j$$

Observe o demonstrativo indicando a situação da dívida de Paula pelo Sistema SAC em cada período de tempo:

N	Pagamento	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	3.000,00
1	675,00	75,00	600,00	2.400,00
2	660,00	60,00	600,00	1.800,00
3	645,00	45,00	600,00	1.200,00
4	630,00	30,00	600,00	600,00
5	615,00	15,00	600,00	0

O valor total pago pelo empréstimo no Sistema Price foi de R\$3.228,70 e o valor total pago pelo empréstimo no Sistema SAC foi de R\$3.225,00. Isso evidencia que o Sistema Price gera maior rentabilidade às instituições financeiras, sendo, então, o mais utilizado por elas.

As prestações no sistema SAC têm valores iniciais maiores que no sistema Price; na parte intermediária do empréstimo as prestações têm valores próximos; na parte final, o Sistema SAC tem valores menores que o Sistema Price.

Observe a comparação entre os valores das parcelas nos Sistemas Price e no Sistema SAC descritas no gráfico 1 abaixo:

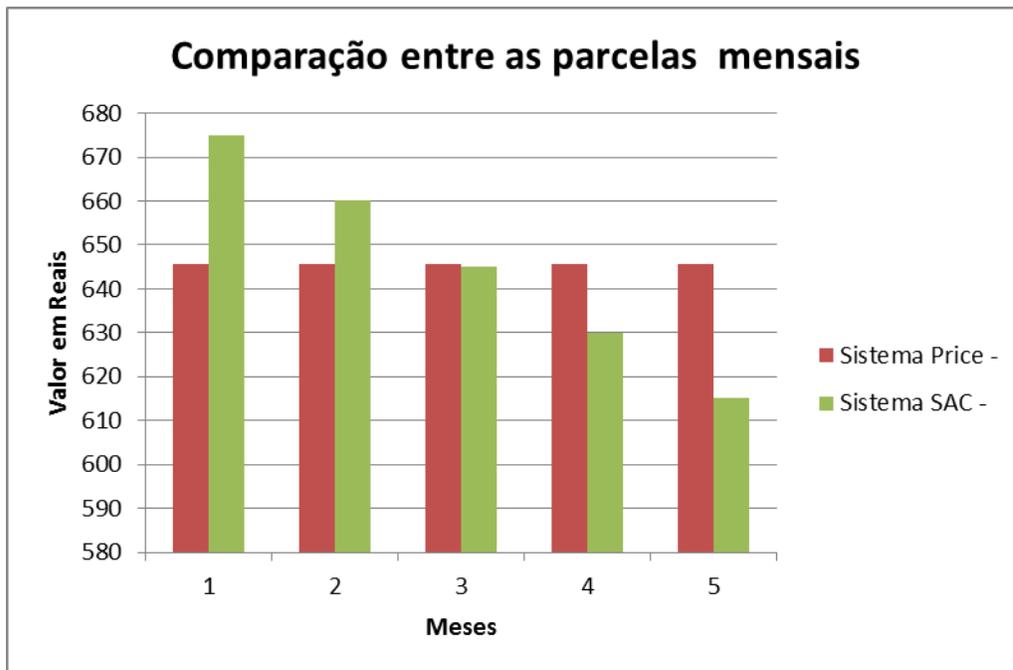


Gráfico 1: Comparativo dos valores mensais das parcelas no Sistema Price e Sistema SAC.

APÊNDICE B

Conteúdos desenvolvidos nas aulas de Estatística.

O estudo dos conceitos básicos da matemática financeira torna possível um melhor entendimento sobre os custos de operações comerciais e bancárias, fazendo com que o consumidor reflita antes de realizá-las. Caso o consumidor necessite realizar essas operações, ele precisa pesquisar o mercado à procura das melhores ofertas e condições de pagamento. O estudo da Estatística trará conhecimento necessário para que ele tenha capacidade de interpretar, compreender, estabelecer relações e realizar suposições a respeito das condições de mercado que melhor se encaixem às suas necessidades. (SOUZA,2010)

Os meios de comunicação utilizam cada vez mais informações com tratamento estatístico, apresentadas em **gráficos**, **tabelas** e **medidas estatísticas** (medidas de tendência central e medidas de dispersão).

Os **gráficos** e as **tabelas** são recursos estatísticos muito úteis para resumir e apresentar os resultados obtidos em uma pesquisa. As tabelas são utilizadas para organizar as informações e apresentá-las de modo mais simples ao leitor. Já os gráficos, além de simplificarem a exposição dos dados obtidos na pesquisa, possibilitam uma análise mais detalhada acerca da evolução das variáveis ou de como elas se relacionam.

De modo geral, as tabelas devem apresentar em sua estrutura **título** e **fonte**. O título deve conter informações suficientes para explicitar o que está sendo apresentado, bem como quando e onde ocorreu o fato. A fonte deve identificar a origem dos dados apresentados. (SOUZA,2010)

Exemplo:

TABELA 7
CURSOS COM AS MAIORES TAXAS DE EVASÃO EM 2005

Cursos	2001	2002	2003	2004	2005	Média
Matemática	24	27	31	25	44	30
Formação de Prof. da Educação Básica/ Normal Superior	-46	17	25	3	38	7
Marketing e Publicidade	34	39	33	33	36	35
Educação Física	31	28	29	30	34	31
Física	27	14	21	23	34	24
Administração	30	29	30	30	33	30
Processamento da Informação	39	36	34	39	31	36
Ciências da Computação	31	31	31	34	30	32
Design e Estilismo	15	23	14	32	27	22
Jornalismo	28	23	25	27	26	26

Fonte: Cálculo baseado nos dados do Inep: Sinopses do Ensino Superior – 2001-2005 (Brasil, 2006) .

Fonte: <http://abmeseduca.com/wp-content/uploads/2012/03/tabela-7-rainer.png> Acesso em 13/03/2015.

Há diversos tipos de gráficos, e a escolha do mais adequado à situação depende de uma série de fatores, como o objetivo do pesquisador e as características das informações a serem apresentadas (SOUZA-2010).

Gráfico de barras

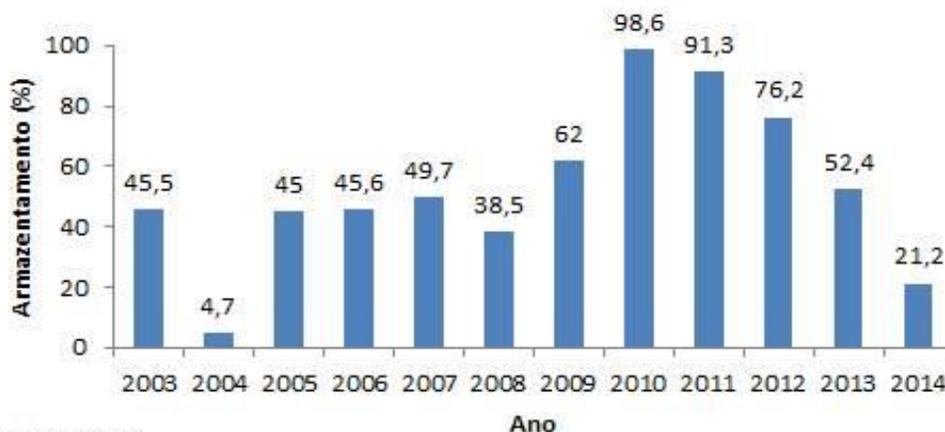
Os gráficos de barras (ou de colunas) representam dados pesquisados por meio de retângulos que podem estar dispostos na vertical ou na horizontal. (SOUZA,2010)

- **Gráfico de barras verticais:** os retângulos têm larguras (medidas horizontais) iguais e alturas (medidas verticais) proporcionais aos valores representados.

Exemplo:

Armazenamento do Sistema Cantareira

Dados do dia 04 de fevereiro de cada ano

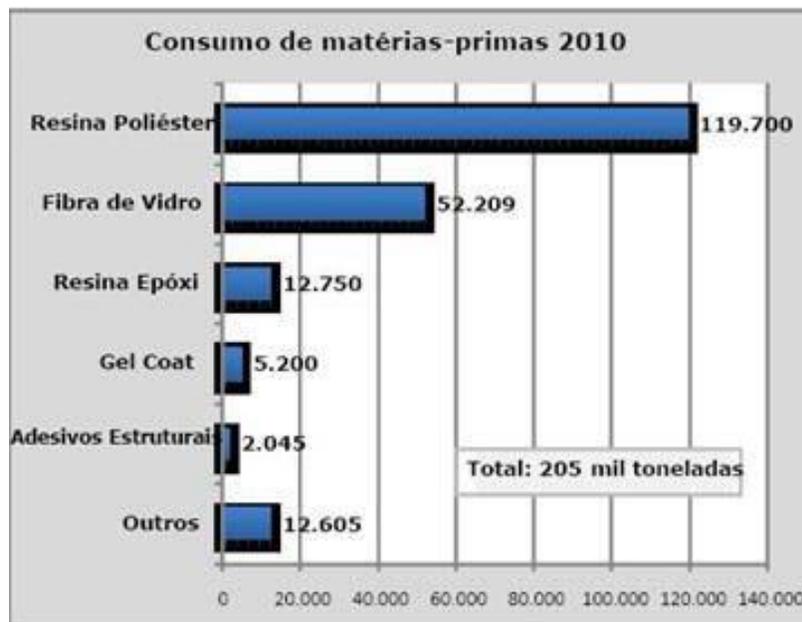


Fonte: Sabesp

Fonte: http://meteoropole.com.br/site/wp-content/uploads/2014/02/1621816_10200464114405968_1764990824_n.jpg Acesso em 13/03/2015.

- **Gráfico de barras horizontais:** os retângulos têm alturas iguais e as larguras é que variam.

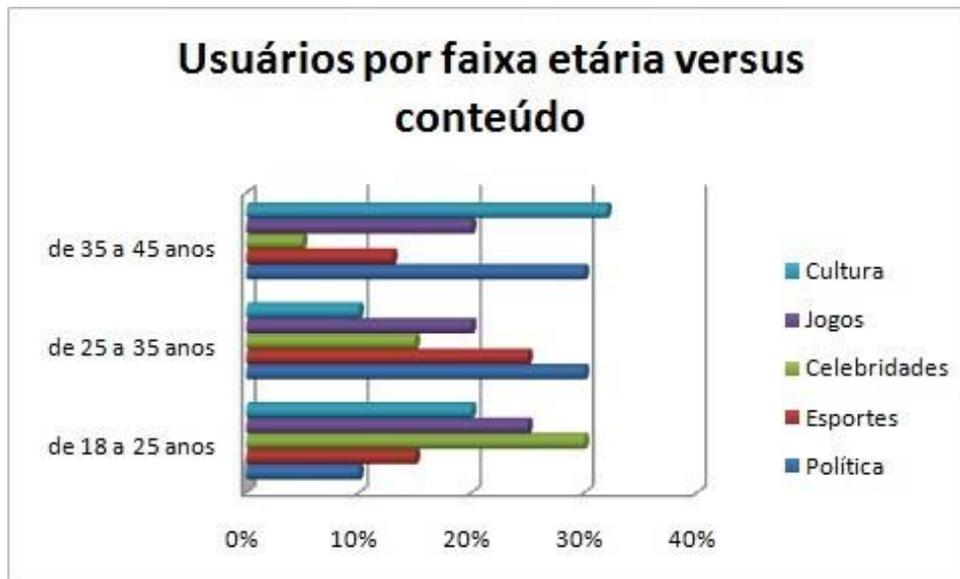
Exemplo:



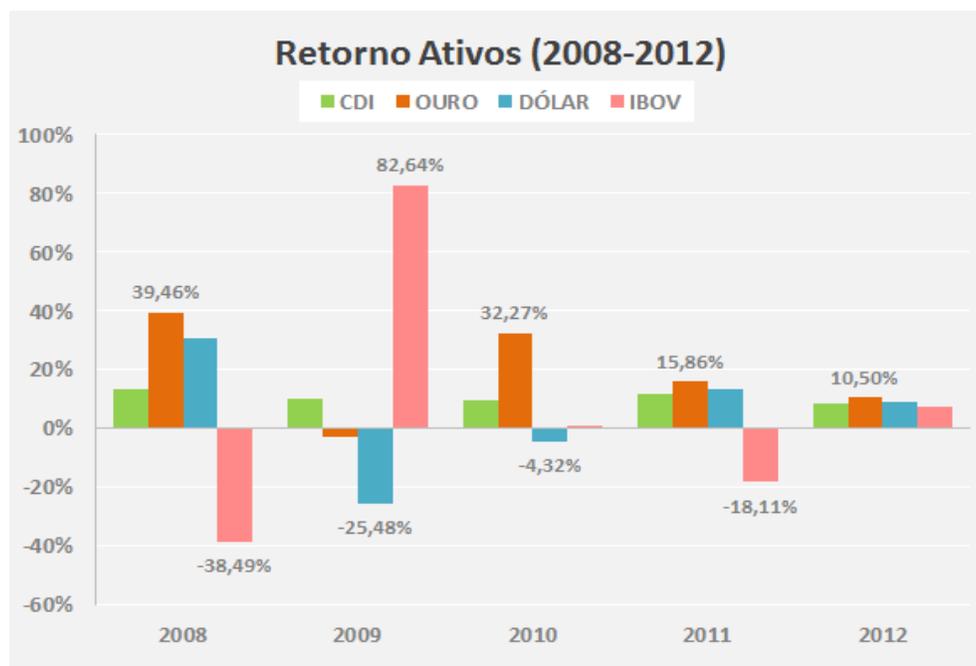
Fonte: https://blogdoplastico.files.wordpress.com/2011/05/abmaco_grafico_barras.jpg Acesso em 13/03/2013.

- **Gráfico de barras múltiplas:** usado para representar mais de um fenômeno no mesmo gráfico de barras verticais ou horizontais, facilitando a comparação e a verificação de relações entre eles.

Exemplos:



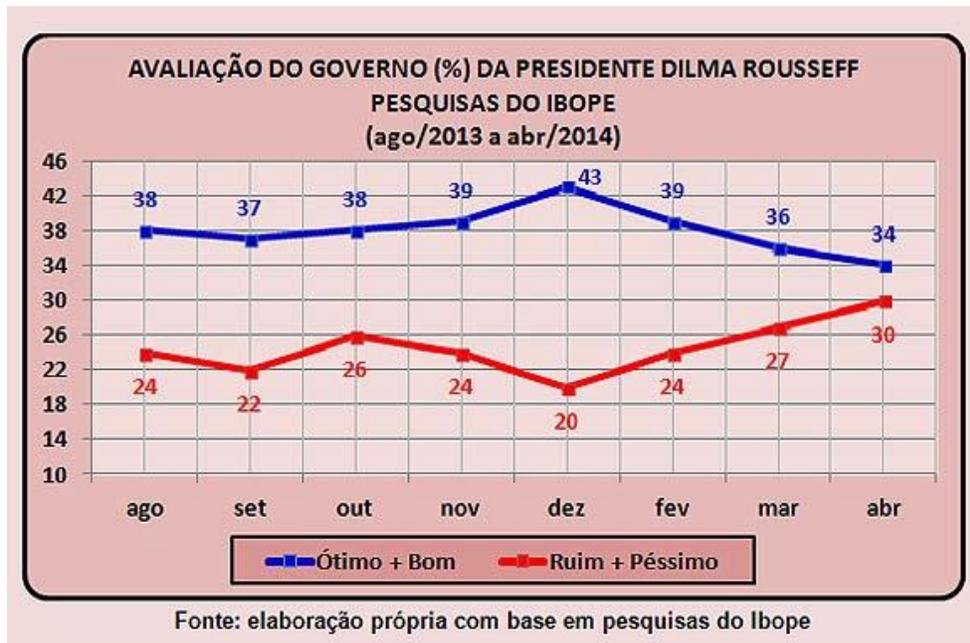
Fonte: <http://img.ibxk.com.br/materias/barras.jpg?w=1040> Acesso em 13/03/2015



Fonte: <http://hcinvestimentos.com/wp-content/uploads/2013/02/Retorno-2008-2012.png> Acesso em 13/03/2015.

- **Gráfico de linhas:** Os gráficos de linhas (ou gráficos de segmentos) são utilizados, em geral, para representar a variação contínua de um fenômeno no decorrer do tempo. Esse tipo de gráfico facilita suposições em relação a tendências do fenômeno pesquisado em períodos de tempo posteriores ao apresentado.

Exemplo:

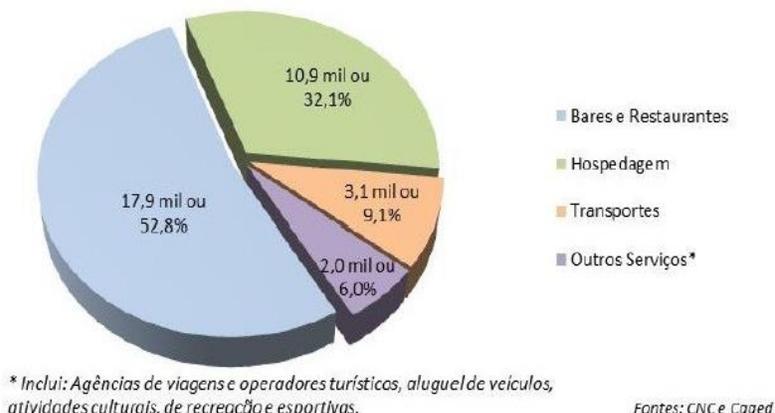


Fonte: <http://blogs.ne10.uol.com.br/jamildo/wp-content/uploads/2014/04/tabela11.jpg> Acesso em 19/03/2015.

- **Gráfico de setores:** São utilizados para comparar as partes de um conjunto de dados com o todo. Para isso, costuma-se utilizar a porcentagem correspondente a cada uma dessas partes. Esse gráfico consiste em um círculo dividido em tantas partes quantas forem as divisões dos dados, e cada setor obtido é proporcional à parte por ele representada.

Exemplo:

EXPECTATIVAS DE GERAÇÃO DE VAGAS TEMPORÁRIAS DE VERÃO DE 2014 SEGUNDO SEGMENTOS DO TURISMO



Fonte: <http://s2.glbimg.com/lcV-wVGbrpeizoX0ZfMyRrynXBY=/s.glbimg.com/jo/g1/f/original/2014/01/27/grafico.jpg> Acesso em: 19/03/2015.

- **Pictogramas:** Os pictogramas (ou gráficos pictóricos) são gráficos que utilizam em sua apresentação imagens relacionadas ao contexto tratado. Essas imagens tornam o pictograma mais atrativo ao leitor; por isso, é um gráfico muito utilizado em revistas, jornais e outros.

Exemplo:



Fonte: http://3.bp.blogspot.com/-TbMtZpSuY_Q/UQvgypJpWWI/AAAAAAAAAvU/nXB7tDrek/s1600/pictograma4.jpg Acesso em: 19/03/2015.

Entre as várias **Medidas Estatísticas** estudadas, neste projeto destacamos duas: **Medidas de Tendência Central** e **Medidas de Dispersão**.

As **medidas de tendência central** são utilizadas quando é necessário representar um conjunto de dados, obtidos em uma pesquisa, por um único valor o qual ocupa um lugar mais ou menos central no conjunto de dados, e nesse lugar, geralmente, concentram-se os dados. As principais medidas de tendência central são: **média aritmética, mediana e moda**. (SOUZA, 2010)

Média aritmética, ou simplesmente média, é a medida de tendência central mais utilizada para representar um conjunto de dados. Para calcular a média aritmética de dois ou mais números, adicionamos esses números e dividimos o resultado obtido pela quantidade de números adicionados. (SOUZA,2010)

A média aritmética (X) de um conjunto de n valores ($x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}, x_n$) é dada por:

$$X = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+\dots+x_{n-1}+x_n}{n}$$

Exemplo: Marcos realizou 4 avaliações bimestrais e as notas obtidas por ele foram: 8,0; 6,5; 4,5 e 5,0. Qual foi sua média nesse bimestre?

$$X = \frac{8,0+6,5+4,5+5,0}{4} = \frac{24}{4} = 6,0.$$

A média bimestral de Marcos foi 6,0.

A **mediana** (M_d) tem como principal característica dividir o conjunto de dados em duas partes: uma com valores menores que ou iguais à mediana, e outra com valores maiores que ou iguais à mediana (SOUZA-2010).

Podemos considerar dois casos para a obtenção da mediana:

- **1º caso:** conjunto de dados com quantidade **ímpar** de valores.

Nesse caso, inicialmente dispomos esses valores em **rol**, ou seja, em ordem crescente ou decrescente. A mediana irá corresponder ao termo central do rol.

Exemplo: As idades (em anos) dos 11 jogadores de um time de futebol estão indicadas em ordem crescente na tabela abaixo:

17	18	18	19	20	20	21	23	26	27	27
----	----	----	----	----	-----------	----	----	----	----	----

Portanto, a mediana das idades dos jogadores de futebol é de 20 anos.

- **2º caso:** conjunto dos dados com quantidade **par** de valores.

Com os valores dispostos em rol, obtemos a mediana calculando a média aritmética entre os dois termos centrais do rol.

Exemplo: O peso de 8 pessoas (em kg) está indicado em ordem crescente na tabela abaixo:

52	55	57	60	66	70	77	80
----	----	----	----	----	----	----	----

Portanto, a mediana dos pesos é: $Md = \frac{60+66}{2} = \frac{126}{2} = 63$ kg.

Moda (Mo) corresponde aos valores de maior frequência em um conjunto de dados. Quando dizemos que algo está na moda, estamos nos referindo a algo que está sendo aceito e utilizado por muitos. (SOUZA,2010)

Exemplo: Uma empresa faz a ligação aérea entre Rio de Janeiro e São Paulo com voos diários a cada duas horas. Os aviões transportam até 100 passageiros. Num dia normal, a frequência de passageiros nos 12 voos está indicada na tabela abaixo:

75	69	54	66	75	89	100	95	81	87	93	72
----	----	----	----	----	----	-----	----	----	----	----	----

Portanto, a moda (Mo) neste dia foi de 75 passageiros.

Há conjuntos de dados que não possuem moda, denominados **amodais**. Contudo, existem também aqueles que possuem mais de uma moda. Denominamos **bimodais** aqueles que possuem duas modas, **trimodais** os que possuem três modas, e assim por diante.

As **medidas de dispersão** avaliam o “espalhamento” ou a dispersão dos dados em torno da média aritmética, isto é, elas indicam a representatividade da média. As principais **medidas de dispersão** são: **Desvio médio** (Dm), **Variância** (V) e **Desvio padrão** (Dp) (SCIANI e ZAGO, 2008).

O **desvio médio** (Dm) de um conjunto de n valores é dado pela média aritmética dos valores absolutos dos desvios de cada valor em relação à média:

$$Dm = \frac{|x_1-X| + |x_2-X| + |x_3-X| + \dots + |x_n-X|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i-X|}{n}$$

Exemplo: Uma sala de aula com 40 alunos teve a seguinte frequência em certa semana.

Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
32	36	35	34	33

Vamos calcular inicialmente a média diária de frequência dos alunos:

$$X = \frac{32+36+35+34+33}{5} = \frac{170}{5} = 34 \text{ alunos frequentes.}$$

Agora, calculamos os **desvios** de cada valor em relação à média:

- $x_1 - X = 32 - 34 = -2$
- $x_2 - X = 36 - 34 = 2$
- $x_3 - X = 35 - 34 = 1$
- $x_4 - X = 34 - 34 = 0$
- $x_5 - X = 33 - 34 = -1$

Podemos verificar que a soma dos desvios é igual a zero ($-2 + 2 + 1 + 0 - 1 = 0$).

A fim de não ser afetado por essa propriedade, o desvio médio é dado pela média dos valores absolutos dos desvios. Nesse caso, temos:

$$Dm = \frac{|-2|+|2|+|1|+|0|+|-1|}{5} = \frac{6}{5} = 1,2.$$

Portanto, o **desvio médio** das frequências foi 1,2.

A **Variância (V)** de um conjunto de n valores é dada pela média aritmética dos quadrados dos desvios de cada valor em relação à média:

$$V = \frac{(x_1-X)^2 + (x_2-X)^2 + (x_3-X)^2 + \dots + (x_n-X)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i-X)^2}{n}$$

Exemplo: Após as 5 primeiras rodadas do Campeonato Brasileiro de Futebol, os 2 jogadores artilheiros obtiveram médias iguais de gols por partida. Observe a seguir os gols que cada jogador marcou por partida.

	Partida				
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Jogador A	2	2	1	3	2
Jogador B	4	0	3	0	3

Média de gols por partida:

- Jogador A: $X_a = \frac{2+2+1+3+2}{5} = \frac{10}{5} = 2$
- Jogador B: $X_b = \frac{4+0+3+0+3}{5} = \frac{10}{5} = 2$

Podemos utilizar a variância para verificar qual dos jogadores obteve a maior regularidade nos gols marcados por partida.

- Variância do jogador A

Desvios:

- $x_1 - X = 2 - 2 = 0$;
- $x_2 - X = 2 - 2 = 0$;
- $x_3 - X = 1 - 2 = -1$;
- $x_4 - X = 3 - 2 = 1$;
- $x_5 - X = 2 - 2 = 0$;

$$V_A = \frac{(0)^2 + (0)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (0)^2}{5} = \frac{0+0+1+1+0}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$$

- Variância do jogador B

Desvios:

- $x_1 - X = 4 - 2 = 2$;
- $x_2 - X = 0 - 2 = -2$;
- $x_3 - X = 3 - 2 = 1$;
- $x_4 - X = 0 - 2 = -2$;
- $x_5 - X = 3 - 2 = 1$;

$$V_B = \frac{(2)^2 + (-2)^2 + (1)^2 + (-2)^2 + (1)^2}{5} = \frac{4+4+1+4+1}{5} = \frac{14}{5} = 2,8$$

Observe que a **variância** do jogador A foi menor que a do jogador B. Constatamos então, que o jogador A foi mais regular que o jogador B. Note que ele marcou gols em todas as partidas que disputou.

O **desvio padrão (Dp)** de um conjunto de n valores é dado pela raiz quadrada da variância: $Dp = \sqrt{V}$.

Quanto mais próximo de zero estiver o desvio padrão, mais regular será o conjunto de valores, ou seja, mais próximos da média estarão esses valores.

No cálculo da variância os desvios de cada valor em relação à média são elevados ao quadrado, sendo que o resultado é obtido em uma unidade diferente

da variável. A medida de dispersão desvio padrão consiste na raiz quadrada da variância, o que resulta em um valor na mesma unidade da variável.

Em relação ao exemplo apresentado no estudo da variância, vamos calcular o desvio padrão do número de gols marcados por partida pelos jogadores **A** e **B**.

- Desvio padrão do jogador A: $Dp = \sqrt{V_A} = \sqrt{0,4} \cong 0,63$
- Desvio padrão do jogador B: $Dp = \sqrt{V_B} = \sqrt{2,8} \cong 1,67$

Portanto, o jogador **A** teve um desvio padrão de aproximadamente **0,63** gols por partidas, e o jogador **B** um desvio padrão de aproximadamente **1,67** gols por partida. Isso confirma a maior regularidade do jogador **A**.

A associação entre os conceitos da matemática financeira e da estatística propiciam um melhor entendimento das questões financeiras e de mercado, possibilitando um consumo crítico e consciente. Para uma aprendizagem significativa e duradoura de um tema, é necessária a contextualização das questões a serem resolvidas e a participação dos envolvidos, como protagonistas dessas soluções. O protagonismo exige prática, e esta não pode ser desenvolvida sem conhecimento teórico. Portanto desenvolver a teoria citada neste capítulo é de fundamental importância a formação de um cidadão capaz de organizar-se perante a sociedade consumista em que vivemos.

APÊNDICE C

Análise dos dados

Análise dos dados relativos às notas das avaliações de sondagem de conhecimentos prévios (avaliação 1) e avaliação de aferimento de aprendizagem (avaliação 2). (Valores de 0 a 10).

A análise estatística realizada tratou de situação em que os dados foram pareados, ou seja, as notas em questão foram do mesmo indivíduo e relativas a dois momentos: antes (denominado sondagem de conhecimentos prévios) e depois (denominado de aferimento de aprendizagem). Pretendeu, especificamente, apresentar de forma estatística se houve diferença significativa após a aprendizagem realizada.

Os dados se referiram a trinta e quatro indivíduos que realizaram as duas avaliações e essa amostra diminuta ocorreu porque, após a aplicação da avaliação de sondagem de conhecimentos prévios e coleta de dados dos acertos gerais, realizou-se uma devolutiva e todos os alunos ficaram com suas avaliações. Tempos depois, verificou-se a necessidade de analisar os dados pareados. Pediu-se a devolução das avaliações aos alunos, mas apenas os indivíduos analisados nesse estudo as devolveram. Para a realização do teste, subtraíram-se das notas da segunda avaliação as notas da primeira (as notas resultantes desta subtração se denominam, simplesmente, como “diferenças”). Desta forma, se os valores resultantes foram positivos - de modo significativo estatisticamente – pode-se dizer que o teste apontou para uma melhoria de aprendizagem.

Os dados se encontram na tabela abaixo.

Tabela 1:

Avaliação 1	Avaliação 2	Diferenças
2	8	6
2	5	3

5	7	2
2	6	4
3	9	6
1	10	9
5	6	1
3	10	7
3	10	7
4	8	4
2	7	5
4	7	3
3	5	2
4	7	3
5	6	1
6	8	2
2	10	8
1	3	2
6	9	3
3	10	7
5	10	5
4	10	6
4	10	6
4	8	4
4	8	4
6	8	2

2	10	8
5	10	5
4	10	6
3	10	7
2	8	6
3	7	4
4	7	3
5	10	5

Testar essa hipótese significa testar estatisticamente uma hipótese H_0 tal que

$$H_0: \mu_d = 0 \text{ versus } H_1: \mu_d \neq 0$$

na qual μ_d é a média das diferenças. Uma vez que se rejeita H_0 pode-se dizer estatisticamente que $\mu_d \neq 0$, ou seja, a média das diferenças não pode ser considerada como zero. Este teste é conhecido como Teste t para dados pareados (Arnold, 1990), exatamente a situação que ocorreu neste estudo. Contudo, para aplicação deste teste é necessário que os dados tenham uma distribuição normal, o que pode ser testado com o conhecido Teste estatístico de Ryan-Joiner (Conover, 1999).

Observando os dados nota-se que nenhum valor foi negativo; no entanto, a diferença pode não ser significativa em magnitude das diferenças.

Utilizando o software estatístico Minitab para aplicar o teste Ryan-Joiner foi possível estabelecer que os dados das diferenças se comportam como uma distribuição normal com nível de significância de 90%.

Para testar o ganho na aprendizagem, novamente utilizou-se o Minitab e o Teste t para dados pareados.

Os resultados estão sintetizados na figura 2 abaixo.

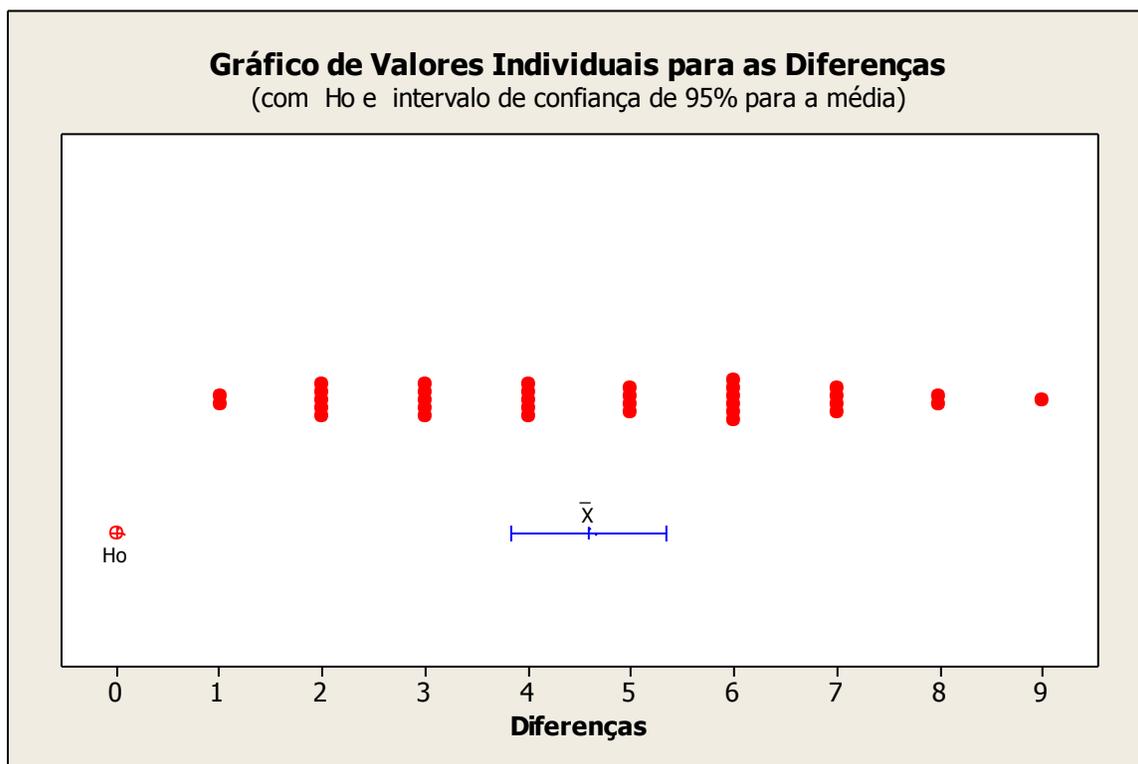


Figura 2: Análise estatística para as diferenças obtidas entre as avaliações 1 e 2.

Observa-se pela figura 2 que o intervalo de confiança (em azul) está muito distante do valor zero testado (em vermelho no canto inferior esquerdo). O intervalo com 95% de confiança obteve valores entre 3,839 e 5,338, centrado na média de 4,588. Assim, pode-se dizer que há um ganho aproximado de 45% de conhecimento adquirido em relação ao estado anterior para os alunos que realizaram o aprendizado (a média de 3,559 saltou para 8,147 na segunda avaliação).

Obtiveram-se esses valores comparando-se questões de mesmo conteúdo, habilidade e competência, mas com grau de dificuldade maior para algumas delas aplicadas na lista de aferimento de aprendizagem após o desenvolvimento dos conteúdos.

Os resultados apresentados evidenciaram que houve progresso na aprendizagem e na capacidade de interpretação e resolução de problemas cotidianos da vida financeira dos alunos e de suas famílias.

Sabe-se que o processo de aprendizagem é contínuo e espera-se que este passo seja o primeiro de muitos no gerenciamento de uma vida financeira organizada, pois, para desfrutar de justiça social, um cidadão necessita ser dono de suas decisões, conhecedor de seus direitos e deveres e capacitado para fazer as melhores escolhas em sua vida financeira.

ANEXOS

ANEXO A

Slides dos trabalhos selecionados para o minicurso de Educação Financeira no ano de 2014.

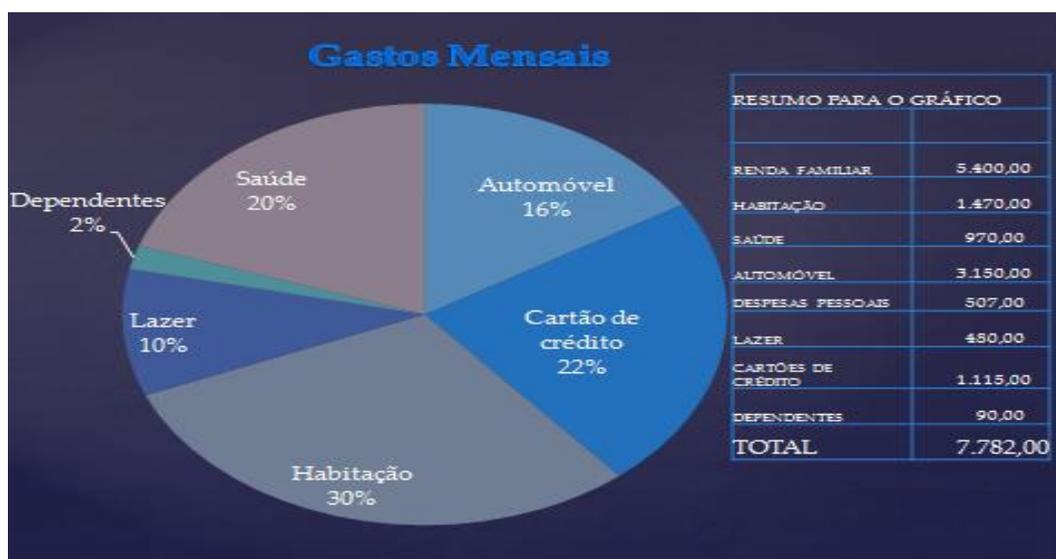
1º Tema: Construção de planilha para controle e organização do orçamento doméstico.

Elaborar planilhas para controle do orçamento doméstico é uma forma de garantir que as receitas serão aplicadas de maneira racional, suprimindo as necessidades básicas sem abrir mão de lazer, cultura e poupança.



		Agosto	TOTAL			Agosto
RENDA FAMILIAR		5.400,00	5.400,00	HABITAÇÃO		
	Salários	5.400,00	5.400,00		Aluguel	650,00
	Férias	-			IPTU	330,00
	Retirada de Poupança	-			Luz	40,00
	Retirada de Aplicações	-			Água	30,00
	Honorários	-			Telefones	120,00
	Empréstimos	-			Supermercado	300,00
Outros	-		Outros	-		
		Agosto				Agosto
AUTOMÓVEL				DESPESAS PESSOAIS		-
	Prestação	800,00			Vestuário	250,00
	Seguro	1.250,00			Academia	70,00
	Combustível	200,00			Telefone	25,00
	IPVA	900,00			Tarifa Bancária	12,00
	Outros	-			Curso de Inglês	150,00
		Agosto				Agosto
CARTÕES DE CRÉDITO				DEPENDENTES		-
	MasterCard	400,00			Mesada	50,00
	Visa	715,00			Saúde/Medicamentos	40,00
	Outros	-			Outros	-

		Agosto
SAÚDE		-
	Plano de Saúde	670,00
	Médico	150,00
	Dentista	100,00
	Seguro de Vida	50,00
	Outros	-
		Agosto
LAZER		-
	Restaurantes	200,00
	Livraria	30,00
	Passeios	250,00
	Outros	-
TOTAIS		Agosto
	Rendimentos	5.400,00
	Gastos	7.782,00
	Saldo do Mês	-
	Saldo Acumulado	-



Dicas para manter as contas em dia:

A seguir alguns passos para aprender a se planejar pode ser um bom caminho. São eles:

Gastar menos do que ganha:

Regra básica, mas a mais importante. Gastar apenas o que cabe no orçamento.

Diagnóstico financeiro anual:

É necessário conhecer e descobrir para onde vai cada centavo gasto no mês. Isso inclui até gorjetas. Para saber com o que a renda é gasta, é importante ter uma planilha de gastos, porém, a anotação deve ser feita na hora do gasto e não deixar para colocar na planilha apenas quando chegar em casa.

Limites do cartão de crédito:

O limite do cartão de crédito não deve ultrapassar 50% da renda mensal, principalmente de quem ganha salário fixo.

Cheque especial:

É uma alternativa que leva facilmente ao desequilíbrio financeiro, principalmente porque é confundido com reserva. Por isso, quem quer ter uma reserva deve guardar dinheiro e não contar com o limite do cheque especial.

Reserva estratégica:

Manter de cinco a 10 salários mínimos guardados para uma possível emergência. Em caso de dívida, a reserva pode garantir a segurança de quem perder o emprego ou tiver outro problema.

Essencial e supérfluo:

Comprar com consciência, se necessário, voltando depois ao estabelecimento, para se certificar de que o produto é realmente indispensável. No caso de shopping, evitar sair com o cartão de crédito e levar dinheiro para evitar gastos desnecessários.

Comprar à vista:

Comprar sempre à vista, evitando, assim, mais uma conta com o cartão de crédito.

Ter sonhos:

É necessário sempre ter sonhos, seja de curto (até um ano), médio (até 10 anos) ou longo (acima de 10 anos) prazo. Além dos sonhos, é preciso saber qual é o sonho (casa, carro, aposentadoria sustentável), quanto ele custa e quanto será guardado por mês para realizá-lo.

Poupar para realizar um sonho:

Para poupar, é importante que se tenha um objetivo, mesmo que seja a independência financeira. A poupança pode ser usada para a realização de um sonho em curto prazo; para sonhos de médio prazo, títulos do Tesouro são a melhor opção, enquanto, para os de longo prazo, a indicação são ações ou previdência privada.

Orçamento financeiro mensal:

Ao realizar um orçamento mensal, o sonho deve ser considerado. Depois de separar o dinheiro necessário para o sonho, parcelado mensalmente, o restante da renda deve ser adequada ao dia a dia. Se necessário, gastos podem ser cortados, para proteger o sonho.

Bibliografia:

↳ <http://www11.caixa.gov.br/portal/public/investidor>

2º Tema: Como minimizar despesas com gastos permanentes (tarifas);

Os gastos permanentes com tarifas e mensalidades se não forem racionados, absorverão boa parte da renda familiar, prejudicando a poupança e gastos com lazer e cultura.

Redução De Tarifas Domésticas

Introdução

- A elaboração do orçamento doméstico nem sempre é uma tarefa fácil. Definir quais são as suas necessidades e planejar todos os gastos, considerando sempre a renda disponível, é uma forma de começar a economizar.
- Inicialmente, relacione suas despesas fixas tais como luz, gás, água, telefone, aluguel, condomínio, transporte, educação, assistência médica, alimentação etc.
- Acrescente à lista as despesas eventuais com remédios, consertos em geral, cabeleireiro, oficina mecânica, lazer e outras. Para estas, reserve uma parte de seu salário pois, esses gastos, muitas vezes inesperados, não são raros.

Como Reduzir Gastos Domésticos

- **Vestuário:** Não compre por impulso. Geralmente muitas compras são feitas sem necessidade.



- **Mensalidades:** Procure pagar sempre em dia. Se for possível, coloque os vencimentos sempre após o dia de pagamento de seu salário.
- **Energia elétrica:** Aproveite a iluminação natural, reduzindo o uso de lâmpadas. Procure utilizar lâmpadas fluorescentes, que duram mais e reduzem o consumo mensal de eletricidade.
- **Geladeira e freezer:** Só abra quando for necessário. Ao fazer compras, procure guardá-las de uma vez só. Quando for trocar os aparelhos, procure os que possuem menor consumo de eletricidade.
- **Ferro de passar:** Junte a maior quantidade de roupa possível e passe-as de uma só vez.

- **Chuveiro elétrico:** Evite os banhos demorados.



- Máquinas de lavar e secar: Vale o mesmo para o uso do ferro de passar. Junte o máximo de roupas ou louças, e ligue os equipamentos quando estiverem com a capacidade máxima.
- Água: Mantenha as torneiras sempre bem fechadas e verifique regularmente se não há vazamentos.



- Televisão: Não deixe a televisão ligada sem necessidade.
- Telefone: Procure utilizá-lo racionalmente. Ligações mais longas ou interurbanas devem ser feitas nos horários de tarifas reduzidas, e lembrem-se que telefonemas para celulares podem encarecer a conta telefônica.



- Aluguel e condomínio: Nunca comprometa mais de 1/3 de seu orçamento com esses gastos, e inclua o IPTU nessa conta. Procure sempre pagar em dia para evitar juros e multas.
- Despesas eventuais: Separe sempre uma parcela do seu rendimento mensal para gastos extras e sazonais, como material escolar, aniversário dos filhos, Natal. Tenha a reserva também para ir ao dentista ou ao médico quando menos espera.

- Compras: Procure sempre pagar à vista. Se a opção for dividir, faça-o apenas se não houver cobrança de juros, mas lembre-se de não acumular parcelas de diferentes gastos que, somadas, complicarão seu orçamento mensal.
- Cheque especial: Evite gastar o limite do cheque especial, uma vez que as taxas de juros são normalmente muito elevadas, lembre-se que o limite não faz parte da sua conta corrente.

- Cartão de crédito: Pague a fatura integralmente na data do vencimento. Se entrar no parcelamento, você poderá ter dificuldade para quitar a dívida, além da taxa de juros ser muito elevada.



▪ Bibliografia:

- http://www.clicfilhos.com.br/ler/813-Dicas_para_diminuir_as_despesas_dom%C3%A9sticas

3º Tema: Taxas de juros cobradas nas compras a prazo no comércio;

As propagandas do comércio oferecem produtos com muitas parcelas sem juros, mas estes estão camuflados. Cabe ao consumidor perceber a existência dos juros e escolher a melhor opção de compra.

TRABALHO DE PTC



JUROS X IMPOSTOS



JUROS:

- Rendimento, acréscimo, pelo empréstimo de dinheiro por um período determinado, ou pelo parcelamento da totalidade do valor do bem;
- Os juros são para o credor (aquele que tem algo a receber) uma compensação pelo tempo que ficará sem utilizar o dinheiro;
- Favor atrasado;
- Já está incluído no preço do produto, mesmo sendo pago na hora (sem atrasar).

IMPOSTOS:

- Valores pagos ao estado (governo municipal, estadual e federal),
- Realizados em moeda nacional, por pessoas físicas e jurídicas (empresas).
- Utilizado para manutenções de bens públicos (saúde, segurança, educação, transporte, cultura, pagamentos de salários de funcionários públicos, hospitais, rodovias, etc).

O Brasil tem uma das cargas tributárias mais elevadas do mundo. Corresponde, aproximadamente, a 37% do PIB (Produto Interno Bruto).

IMPOSTOS X GOVERNO

- Maior estado e ineficiente = negativo
- Menor estado e eficiente = positivo
- Juros e impostos aumentam a pirataria, pois não dá para comprar produtos originais. (criminalidade)



PRODUTO PIRATA.
A vítima é sempre você.

Automóveis:

- Em carros 1.0, aproximadamente, **33,81%** do preço final são impostos,

Além disso:

- IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores),
- Taxa de licenciamento,
- DPVAT (Seguro de Danos Pessoais Causados por Veículos Automotores de Vias Terrestres).

COROLLA

Valor médio em outros países: **R\$ 45.818**

Valor médio no Brasil: **R\$ 73.000**

ehcarros
CLASSIFICADOS



Africa do Sul	Alemanha	Índia	Argentina	Inglaterra
R\$ 58.740	R\$ 50.665	R\$ 50.260	R\$ 46.780	R\$ 43.620
Chile	Coreia do Sul	México	China	Estados Unidos
R\$ 41.820	R\$ 38.140	R\$ 37.210	R\$ 37.110	R\$ 32.797

Eletrodomésticos:

- Impostos podem variar conforme a linha;
- IPI da linha branca corresponde a 4% para os fogões, 10% para os tanquinhos, 15% para as geladeiras e 20% para as máquinas de lavar.
- Os eletrodomésticos pagam, em média, até **10%** de IPI (impostos sobre produtos industrializados).

AGORA OU DEIXAR PARA 2014

	Preço atual	Preço com IPI Integral	Preço se houver promoção de verão*
 MÁQUINA DE LAVAR 4KG	R\$ 960	R\$ 1.047,27	R\$ 942,54
 GELADEIRA 263 LITROS	R\$ 1.100	R\$ 1.150	R\$ 1.035
 TANQUINHO 10 QUILOS	R\$ 323	R\$ 338,38	R\$ 304,54
 ESTANTE COM OITO PRATELEIRAS	R\$ 237	R\$ 240,43	R\$ 216,39
 PAINEL DE MADEIRA DECORATIVO	R\$ 345	R\$ 350	R\$ 315
 FOGÃO 4 BOCAS	R\$ 369	R\$ 369	R\$ 332,10

*Considerado desconto de 10% sobre o preço já com IPI integral

Vestuário:

- **Imposto de Renda** – varia de 15 a 25%;
- **Contribuição Social Sobre o Lucro Líquido** - 9%;
- **PIS** - 1,65%;
- **Cofins** - 7,6%;
- **Imposto sobre Circulação de Mercadorias** - 17% (pode variar dependendo do estado);
- **Impostos trabalhistas** - 69%;
- **Simples Nacional (grandes empresas que faturam acima de milhões)** - 9% a 24%;
- **Varejo** - 20% e 35%;
- Somando todos os tributos que incidem sobre a indústria têxtil, uma calça jeans, por exemplo, tem cerca de **40%** do seu valor final em impostos.

Referências Bibliográficas:

- <http://www.icarros.com.br/noticias/mercado/quanto-de-imposto-voce-paga-no-carro-/14740.html>
- <http://www.meusgastos.com.br/blog/noticia/o-imposto-que-voce-paga-ao-fazer-compras/>
- <http://www.audaces.com/br/Producao/Falando-de-Producao/2014/1/31/impostos-na-moda-desafio-na-producao-de-vestuario>

4º Tema: Taxas de juros cobradas nos empréstimos bancários e em financeiras;

As taxas de juros cobradas pelos bancos e financeiras variam de acordo o perfil do cliente. Funcionários públicos e aposentados conseguem melhores taxas, enquanto jovens e autônomos pagam taxas de juros mais elevadas.

Trabalho de PTC

TAXA DE JUROS

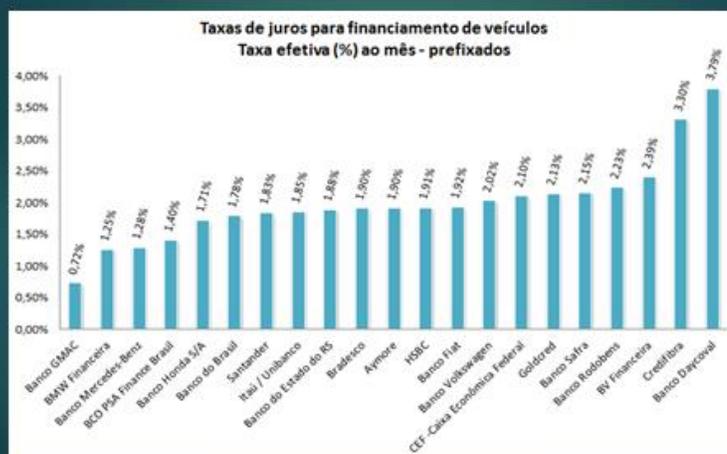
Juros cobrados nos bancos

- ▶ Os bancos são como qualquer outra empresa, seu produto é o dinheiro;
- ▶ Eles ganham dinheiro com os juros que cobram sobre os empréstimos.

Banco	Juro anunciado (ao mês)	CET (ao mês)	Parcela mensal	Total desembolsado
Banco do Brasil	1,7%	2,17%	R\$ 95,57	R\$ 1.146,84
HSBC	2,34%	3,03%	R\$ 100,67	R\$ 1.208,04
Bradesco	2,2%	2,75%	R\$ 98,97	R\$ 1.187,64
Caixa Econômica	1,69%	1,86%	R\$ 92,76	R\$ 1.113,12
PanAmericano	2,34%	2,34%	R\$ 96,55	R\$ 1.158,60
Nossa Caixa	1,75%	1,95%	R\$ 94,25	R\$ 1.132,00

Juros cobrados nas financeiras

- ▶ As financeiras têm como finalidade trabalhar com empréstimos, envolvendo taxa de juros, prazo para pagamento, e parcelas de pagamento.



Empréstimo Pessoal

- ▶ É denominado crédito pessoal, um serviço de financiamento prestado pelos bancos;
- ▶ Ao ser autorizado o crédito pessoal o dinheiro que foi financiado é enviado em uma conta corrente.



Banco	Taxa de juros mensal	Taxa equivalente ao ano
Bradesco	6,19%	105,59%
Itaú	6,02%	101,68%
Santander	5,91%	99,18%
HSBC	5,77%	96,04%
Safra	4,9%	77,54%
Banco do Brasil	4,27%	65,16%
Caixa	3,51%	51,28%

Empréstimo Consignado

- ▶ O Crédito consignado é um empréstimo com pagamento indireto.

Crédito consignado		
>> para aposentados e pensionistas do INSS		
Banco	Taxa de juros (%)	
	aomês	ao ano
Caixa Econômica	1,77	23,37
Banco do Brasil	2,05	27,53
HSBC	2,05	27,62
Itaú Unibanco	2,11	28,52
Santander	2,13	28,81
>> para empregados de empresas privadas		
Caixa	1,97	26,36
Santander	2,09	28,16
HSBC	2,15	29,13
Banco do Brasil	2,34	32,03
Bradesco	2,56	35,43
>> para servidores públicos		
Caixa	1,61	21,07
Santander	1,67	22,02
HSBC	1,69	22,26
Bradesco	1,72	22,78
Banco do Brasil	1,77	23,43

Fonte: Banco Central
Período: 7/7/2014 a 11/7/2014

Bibliografia

- ▶ <http://empresasefinancas.hsw.uol.com.br/bancos-eua4.htm>
- ▶ <http://www.educacao.cc/financeira/o-que-e-credito-pessoal-ou-emprestimo-pessoal/>
- ▶ http://pt.wikipedia.org/wiki/Cr%C3%A9dito_consignado

5º Tema: Taxas de juros cobradas nas compras com cartão de crédito (pagamento do valor mínimo do cartão) e no uso do cheque especial;

As compras com cartão de crédito e o uso de cheques fazem com que as pessoas não precisem portar dinheiro em espécie, mas essa facilidade pode propiciar gastos além da capacidade de pagamento. Os usuários necessitam controle rígido nas contas para pagarem toda a fatura do cartão (não pagarem fatura mínima) e não entrarem no cheque especial. Ambos têm taxas de juros elevadíssimas.

JUROS DO CARTÃO DE CRÉDITO E CHEQUE ESPECIAL

JUROS DO CARTÃO

A associação PROTESTE e a instituição FGV compararam as taxas cobradas nos cartões de crédito em cinco países e acharam no Brasil juros rotativos 70 vezes maiores que a taxa básica.

Enquanto a taxa básica da economia está no patamar de 10% ao ano, os juros rotativos chegam a ser 70 vezes maiores, encontrando juros exorbitantes de mais de 700% ao ano no cartão Santander Platinum.

No caso do consumidor que seja portador deste cartão com os juros rotativos acima de 700% ao ano e tiver uma fatura no valor de R\$500,00 e resolver pagar somente o mínimo (20% do valor total da fatura) e deixar rolar essa dívida por um ano, no fim desses doze meses estará devendo mais de R\$3000,00. Os juros cobrados nas modalidades do crédito rotativo são uma das causas do crescente endividamento dos brasileiros.

- Esses dados são ainda mais alarmantes se compararmos a taxa praticada no Brasil com a de outros países. No Brasil ela é 525% maior do que a do Peru, que é o segundo País da região a ter maior valor, cobra 44,8% ao ano. O menor percentual é da Colômbia, com 28,31% anual.
- A comparação foi feita priorizando países da América Latina, porque na zona do Euro aplicam taxas sabidamente inferiores às do Brasil de 17,9% ao ano e no Estados Unidos 13% anual, além de boa parte deles não financiar saldos devedores de cartões de crédito.

TIPOS DE JUROS

- Rotativo:** é possível fugir dos juros no crédito rotativo se o valor total da fatura for pago na data do vencimento, ou os juros podem chegar a 700% ao ano.
- Saque:** Os juros da função saque são fáceis de evitar, basta não sacar com o cartão de crédito, e caso utilize, também é paga uma tarifa.
- Parcelamento de fatura:** No caso de o cliente se programar para pagar a fatura, ele pode se ver livre desse tipo de parcelamento
- Parcelamento da compra:** Para evitar os juros cobrados no parcelamento da compra, uma boa opção é optar por lojas que ofereçam essa facilidade sem juros.

COMPARATIVO DAS TAXAS ANUAIS DO CARTÃO DE CRÉDITO, INFLAÇÃO E TAXA BÁSICA DE JURO (EM %)

- Taxas anuais (%)**

PAÍS	TAXA BÁSICA	INFLAÇÃO	TAXA DO CARTÃO DE CRÉDITO
BRASIL	10	5,77 (*)	280,82%
ARGENTINA	20	10,5	35,82
CHILE	4,5	2,3	32,54
COLÔMBIA	3,2	1,7	28,31
PERU	3,2	2,9	44,88
MÉXICO	3,5	3,6	39,16

CHEQUE ESPECIAL

O cheque especial é um empréstimo que fica pré-aprovado na conta corrente, disponível para ser usado a qualquer momento. Por ser um dinheiro fácil de pegar, os bancos cobram altas taxas de juros, fazendo os clientes pagarem caro no final.

A facilidade de crédito concebida pelo cheque especial é muito grande e os juros cobrados nessa modalidade são elevadíssimos. Ele pode ser válido e oportuno para ser utilizado por um período “muito curto” de tempo, e não por anos.

- ◉ Além dos juros abusivos aplicados sobre o saldo devedor, ainda são debitadas na conta corrente a tarifa de excesso de limite, tarifa de renovação, como também o IOF - Imposto sobre Operação Financeira, que sempre é bitributado, ou seja, calculado duas vezes.
- ◉ Para complicar ainda mais a dívida do devedor, o banco aumenta o limite do cheque especial, ou então, corta o limite do cheque especial, obrigando o devedor a fazer renegociação e refinanciamento de dívida exigindo garantias.

COMO O BANCO CALCULA A DÍVIDA:

Suponha que você usou o limite do cheque especial de R\$10.000,00 (com uma taxa de financiamento contratada de 6%) e excede esse valor, “estourando” o limite.

A partir do ponto que ultrapassa o índice de juros de mora (juros por inadimplência) deixam de ser 6% ao mês e passam em média para 12% ao mês. A partir desse momento esses juros serão aplicados sobre o saldo devedor acrescido dos encargos mês a mês de forma sucessiva.

- ◉ O Banco central tem resolução específica para tratar esse tema, determinando que a taxa de comissão de permanência nunca poderá ultrapassar a taxa estabelecida em contrato, ou seja, se os juros cobrados no cheque especial são de 6% ao mês, a comissão de permanência não poderá ser superior a ela.

RANKING DAS TAXAS DE JUROS DO CHEQUE ESPECIAL EM SEIS GRANDES BANCOS

A tabela mostra a média das taxas de juros que são cobradas no cheque especial dos seis maiores bancos do país, segundo informações do Banco Central.

Dessa forma, comparam-se os juros cobrados em um banco com os juros dos concorrentes para ajudar a tomar a decisão em qual compensa entrar nesse empréstimo.

Posição	Banco	Taxa de Juros ao mês
1º	Caixa Econômica Federal	4,85%
2º	Banco do Brasil	7,10%
3º	Bradesco	8,37%
4º	Itaú	8,50%
5º	HSBC	10,25%
6º	Santander	10,52%

◉ Bibliografia:

- ◉ <http://www.proteste.org.br/institucional/impressao/press-release/2014/pais-continua-campeao-de-juro-no-cartao-1>
- ◉ <http://www.ongabc.org.br/index.php/blog/item/77-juros-abusivos-cheque-especial.html>
- ◉ <https://www.konkero.com.br/banco/cheque-especial/compare-taxas-de-juros-cheque-especial-nos-6-principais-bancos-pais>

6º Tema: Regras para obtenção de vagas nas universidades públicas através do SISU, bolsas de estudo em instituições de ensino particulares através do PROUNI e financiamento estudantil para o ensino superior através do FIES;

O SISU, PROUNI e o FIES propiciam aos jovens frequentar uma universidade, garantindo seu futuro intelectual, social e financeiro. Conhecer as regras desses programas é fator primordial para essas conquistas.



SISU

- O que é o Sistema de Seleção Unificada (SisU)?

O Sistema de Seleção Unificada (SisU) é o sistema informatizado, gerenciado pelo Ministério da Educação (MEC), no qual instituições públicas de ensino superior oferecem vagas para candidatos participantes do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

- Como funciona o SisU?

O processo seletivo do SisU possui uma única etapa de inscrição. Ao efetuar sua inscrição, o candidato deve escolher, por ordem de preferência, até duas opções entre as vagas ofertadas pelas instituições participantes do SisU. O candidato também deve definir se deseja concorrer às vagas de ampla concorrência, às vagas reservadas de acordo com a Lei nº 12.711/2012 (Lei de Cotas) ou às vagas destinadas às demais políticas afirmativas das instituições.

• Quem pode se inscrever no Sisu 2º/2014?

Podem se inscrever no Sisu os candidatos que fizeram o Enem 2013 e que tenham obtido nota acima de zero na redação. É importante ressaltar que algumas instituições adotam notas mínimas para inscrição em determinados cursos. Neste caso, no momento da inscrição, se a nota do candidato não for suficiente para concorrer ao curso, o sistema emitirá uma mensagem com esta informação.

Não há cobrança de taxas e a inscrição é feita exclusivamente pela internet, por meio da página do Sisu.

• O que é a Lei de Cotas?

A Lei nº 12.711, de 29 de agosto de 2012, garante aos estudantes que tenham cursado o ensino médio em escolas públicas, por curso e turno nas 63 universidades federais, nos 38 institutos federais de educação, ciência e tecnologia e nos 2 centros federais de educação tecnológica.

• Como saber o resultado do Sisu?

O resultado do Sisu poderá ser consultado no boletim do candidato, na página do Sisu, nas instituições participantes e na Central de Atendimento do MEC, por meio do telefone 0800-616161.

• Quando é o próximo processo seletivo do Sisu?

O Sisu realiza dois processos seletivos por ano: um no início do primeiro semestre e outro no início do segundo semestre.

• O candidato que se inscreveu no Sisu também pode se inscrever no Prouni?

O candidato que se inscreveu no Sisu também pode se inscrever no Programa Universidade para Todos (Prouni), desde que atenda aos critérios do programa. O Sisu 2º/2014 e o Prouni 2º/2014 utilizam o Enem de 2013 como critério para seleção dos candidatos. Caso o candidato seja selecionado nos dois programas deverá optar pela bolsa do Prouni ou pela vaga do Sisu, pois é vedado ao estudante utilizar uma bolsa do programa e estar, simultaneamente, matriculado em instituição de ensino superior pública e gratuita.

PROUNI

O Programa Universidade para Todos (Prouni) é um programa do Governo Federal do Brasil, criado quando Tarso Genro - atual governador do RS - era Ministro da Educação, com o objetivo de conceder bolsas de estudo integrais e parciais em cursos de graduação e sequenciais de formação específica, em instituições privadas de ensino superior. Foi instituído em 2004, a partir do PL 3.582 encaminhado ao Congresso Nacional. Até 2013, o Prouni permitiu o acesso ao ensino superior à 1,2 milhão de jovens, sendo que 1.116 IES particulares participam atualmente do programa, com uma média equivalente a uma bolsa para cada 10,7 alunos pagantes o que é significativo, pois 74% das matrículas do ensino superior brasileiro estão nas faculdades particulares, correspondendo à 5,2 milhões de alunos.

• Como Funciona?

Para conseguir uma bolsa integral, o candidato deverá comprovar que possui renda familiar igual ou inferior a um salário mínimo e meio por pessoa. Da mesma forma, um aluno que possui renda familiar de um salário mínimo e meio até três salários mínimos por pessoa terá direito a concorrer a uma bolsa parcial (50%). Para calcular a renda familiar você deve somar todas as rendas das pessoas que moram na mesma casa que você: pai, mãe, filho, padrasto, madrasta, tio, tia, avô, avó, etc., em seguida você deve dividir o valor da renda total pelo número de pessoas que moram na sua casa. Além disso, caso você consiga uma bolsa parcial, poderá financiar os outros 50% através do Fundo de Financiamento Estudantil (FIES).

FIES

• O que é FIES?

Criado pelo Governo Federal em 1999, o Fundo de Financiamento Estudantil auxilia os estudantes do ensino superior a financiarem 50% ou 100% dos valores correspondentes aos encargos totais de seus respectivos cursos.

O FIES é um programa gerenciado pelo Ministério da Educação (MEC) que beneficia estudantes devidamente matriculados em instituições não gratuitas. Apenas alunos de cursos superiores avaliados positivamente nos processos conduzidos pelo MEC, podem pedir o financiamento.

No ano de 2010 o programa sofreu algumas alterações, melhorando ainda mais. Desde então, o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) se tornou o seu Agente Operador. A taxa de juros sofreu uma redução para 3,4% ao ano. E agora, os estudantes interessados em recorrer ao financiamento podem solicitar o benefício em qualquer período do ano.

• Como se inscrever no FIES?

Só podem se inscrever no FIES 2014 estudantes cuja renda familiar mensal bruta seja inferior a vinte salários mínimos. Além disso, o percentual de comprometimento de tal renda mensal per capita deve ser superior a 20%; é preciso informar o número do CPF, data de nascimento, endereço de e-mail e cadastrar uma senha que sempre será utilizada nos acessos à página.

Após se inscrever, o estudante terá até dez dias para validar as informações prestadas junto à Comissão Permanente de Supervisão e Acompanhamento (CPSA) da própria faculdade. Depois de validadas as informações, o aluno terá o mesmo prazo para se dirigir a uma agência do Banco do Brasil ou Caixa Econômica Federal, para formalizar seu contrato do FIES.

◉ Forma de Pagamento

- ◉ Durante o curso: Pagamentos trimestral de R\$50,00.
- ◉ Carência: No Fies você tem direito a um período de 18 meses de carência após terminar o curso antes de começar a pagar o valor total da sua faculdade. Ou seja, você só começa a pagar sua "dívida" toda, um ano e meio depois de formado. Nesses 18 meses, mesmo após acabar a faculdade, você continua pagando os R\$50,00 a cada três meses, que é o valor referente aos juros.
- ◉ Amortização: A palavra assusta um pouco, mas seria o seguinte: Após os 18 meses do período de carência, o valor total que o Fies lhe adiantou pode ser dividido para ser pago em até 13 anos, se o seu curso tiver duração de 4 anos, por exemplo. A conta seria assim: $3 \times 4 \text{ anos (período financiado do curso)} = 12 \text{ anos} + \text{um bônus de 12 meses} = 13 \text{ anos para pagar.}$

◉ Bibliografia:

<http://sisu.mec.gov.br/fie-suas-duvidas>

http://dicionario.babylon.com/programa_universidade_para_todos/

<http://www.mundovestibular.com.br/articles/110/1/O-que-e-o-ProUni/Paacutegina1.html>

<http://www.fies2014.org/fie-s-2014-inscricoes-o-que-e-como-funciona.html>

7º Tema: Opções de mercado e taxas de juros em aplicações (poupança, CDB, outros) e em previdência privada;

É de jovem que se aprende a poupar, mas muitas famílias não conseguem se organizar e criar reservas para o futuro. A poupança e a previdência privada são as formas mais seguras de garantir uma melhor situação financeira no futuro complementando a aposentadoria.

PREVIDÊNCIA PRIVADA E POUPANÇA

O QUE É A PREVIDÊNCIA PRIVADA?

Em resumo, pode-se dizer que é um sistema que acumula recursos que garantam uma renda mensal no futuro, especialmente no período em que se deseja parar de trabalhar. Num primeiro momento, era vista como uma poupança extra, além da previdência oficial, mas como o benefício do governo tende a ficar cada vez menor, muitos adquirem um plano como forma de garantir uma renda razoável ao fim de sua carreira profissional.

DIFERENÇA ENTRE PREVIDÊNCIA PRIVADA E PREVIDÊNCIA SOCIAL

A diferença entre as duas previdências é que na Previdência Privada o contribuinte, agora chamado de investidor, resolve quanto ele quer depositar e a periodicidade com que ele irá realizar os depósitos.

Vai além do valor máximo estipulado pela Previdência Social, que no caso é de R\$4.159,00.

VANTAGENS DA PREVIDÊNCIA

- ◉ Complementação da Aposentadoria
- ◉ Realização de projetos de vida
- ◉ Benefícios fiscais
- ◉ Diversificação do investimento
- ◉ Sucessão patrimonial
- ◉ Incentivo a longo prazo

DESVANTAGENS DA PREVIDÊNCIA

- ◉ Perda do poder sobre o capital
 - Penalidades para quem precisa sacar parte ou o total do montante.
- ◉ Baixa rentabilidade
 - Inflação não é levada em consideração pelas agências.
- ◉ Riscos de falência da seguradora
- ◉ Benefício Fiscal só serve para quem declara totalmente o imposto de renda.

TIPOS DE PREVIDÊNCIAS PRIVADAS

- ◉ **Plano Gerador de Benefício Livre (PGBL)** - É recomendado para pessoas com renda mais alta, pois o valor pago ao plano pode ser abatido no Imposto de Renda (desde que esse valor represente até 12% de sua renda bruta anual). Porém, quando o dinheiro é sacado, o imposto pago é referente ao total que havia no fundo. Por exemplo, se esse valor for de R\$ 500 mil, o imposto será cobrado sobre ele.
- ◉ **Vida Gerador de Benefício Livre (VGBL)** - Sua diferença para o PGBL é que ele não pode ser abatido no Imposto de Renda. Porém, quando o dinheiro é sacado, o imposto cobrado é referente ao que o dinheiro investido rendeu.

CADERNETA DE POUPANÇA

Com mais de 40 milhões de poupadores, a caderneta de poupança é o investimento mais popular do país. A aplicação financeira é bastante simples porque é isenta de Imposto de Renda e taxas de administração. Mas o retorno do investimento é atualmente bastante baixo. Os slides a seguir mostram quando vale ou não a pena investir na poupança:

COMO FUNCIONA?

Permite a aplicação de valores muito baixos que variam de acordo com a instituição financeira.

Trabalha como um fundo social também, subsidiando financiamento de imóveis.

O dinheiro é acrescido de juros mensalmente.

PÚBLICO ALVO

- ◉ Pessoas de baixa renda
- ◉ Pessoas interessadas em construir uma reserva de emergência
- ◉ Pessoas que buscam aplicações com liquidez diária.

VANTAGENS DA POUPANÇA

- ◉ O investidor pode sacar o dinheiro a qualquer momento
- ◉ Isenção de Imposto de Renda
- ◉ Ausência de taxas

DESVANTAGENS

- ◉ Baixa rentabilidade a curto prazo
- ◉ Risco de Crédito

◉ Bibliografia:

- ◉ <http://invertia.terra.com.br/previdencia/interna/0,,OI147053-EI1807,00.html>
- ◉ <http://www.moneyguru.com.br/meu-bolso/conheca-vantagens-e-desvantagens-da-previdencia-privada/>
- ◉ <http://economia.uol.com.br/financas-pessoais/guias-financeiros/guia-entenda-o-que-e-a-previdencia-privada.htm>
- ◉ <http://www.caixa.gov.br/voce/poupanca-e-investimentos/perguntas-frequentes/Paginas/default.aspx>

8º Tema: Aposentaria planejada de forma que esta supra suas necessidades quando idoso;

A aposentadoria oficial deveria garantir o mínimo de dignidade a pessoas que trabalharam uma vida toda. Mas as várias reformas da previdência diminuíram o poder de compra dos aposentados. Mesmo assim, não devemos deixar de contribuir, pois na velhice toda receita é bem-vinda.

Aposentadoria

O que é a aposentadoria?

- A aposentadoria é um benefício garantido por lei a todo trabalhador brasileiro. Para usufruir desse direito, é necessário:
 1. Ter contribuído ao Instituto Nacional de Seguridade Social (INSS) pelos prazos estipulados nas regras da Previdência Social
 2. Ter atingido as idades mínimas previstas
-

Tipos de Aposentadoria

Aposentadoria por Idade



Aposentadoria Especial



Aposentadoria por Invalidez



Aposentadoria por tempo de contribuição

MULHER					
TEMPO A CONVERTER	MULTIPLICADORES				
	Para 15	Para 20	Para 24	Para 25	Para 28
de 15 anos	1,00	1,33	1,60	1,67	1,87
de 20 anos	0,75	1,00	1,20	1,25	1,40
de 24 anos	0,63	0,83	1,00	1,04	1,17
de 25 anos	0,60	0,80	0,96	1,00	1,12
de 28 anos	0,54	0,71	0,86	0,89	1,00

HOMEM					
TEMPO A CONVERTER	MULTIPLICADORES				
	Para 15	Para 20	Para 25	Para 29	Para 33
de 15 anos	1,00	1,33	1,67	1,93	2,20
de 20 anos	0,75	1,00	1,25	1,45	1,65
de 25 anos	0,60	0,80	1,00	1,16	1,32
de 29 anos	0,52	0,69	0,86	1,00	1,14
de 33 anos	0,45	0,61	0,76	0,88	1,00

- Bibliografia: <http://www.inssaposentadoria.com/tipos-de-aposentadoria/>