



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**TECNOLOGIAS DIGITAIS EM UMA COLEÇÃO DE
LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA
DO NOVO ENSINO MÉDIO**

LUÍS HENRIQUE MAGDALENA RIBEIRO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO - SP
2023

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Geociências de Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

LUÍS HENRIQUE MAGDALENA RIBEIRO

**TECNOLOGIAS DIGITAIS
EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA
DO NOVO ENSINO MÉDIO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Instituto de Geociências e Ciências Exatas do
Câmpus de Rio Claro, da Universidade
Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”,
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Lucas Carato Mazzi

Rio Claro - SP

2023

R484t	Ribeiro, Luís Henrique Magdalena Tecnologias Digitais em uma coleção de livros didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio / Luís Henrique Magdalena Ribeiro. -- Rio Claro, 2023 186 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro Orientador: Lucas Carato Mazzi 1. Educação Matemática. 2. Tecnologias Digitais. 3. Livro Didático. 4. Ensino Médio. I. Título.
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Geociências de Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

LUÍS HENRIQUE MAGDALENA RIBEIRO

**TECNOLOGIAS DIGITAIS EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS
DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO NOVO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Lucas Carato Mazzi
IGCE/UNESP – Rio Claro/SP (Orientador)

Prof.^a Dra. Rúbia Barcelos Amaral Schio
IGCE/UNESP – Rio Claro/SP

Prof. Dr. Nilton Silveira Domingues
Colégio Koelle – Rio Claro/SP

Conceito: Aprovado.

Rio Claro (SP), 12 de Setembro de 2023.

Dedico esta dissertação para todos os meus ancestrais
que lutaram, sonharam e pavimentaram meu caminho
até aqui; Para Aline: que aceitou, de coração, brindar a
vida comigo; e para o Ben Abayomi Magdalena
Serzedello Ribeiro Vilaça: parte de mim, motivo de
meus sorrisos e dono do meu coração.

AGRADECIMENTOS

Para a chegada do encerramento deste ciclo, intenso e incrível, gostaria de agradecer tanta gente, mas entro na possibilidade de esquecimento em função da emoção.

Agradeço a minha família pelo amor, cuidado e apoio incondicional, especialmente minha mãe (Maria Leonor Magdalena), que dispôs de muita vitalidade para que seu filho cursasse uma universidade pública gratuita e de qualidade. “Mas é preciso ter força, é preciso ter raça, é preciso ter gana sempre. Quem traz no corpo a marca, Maria, Maria mistura a dor e a alegria”. Ao meu pai (Benedito Claudio Ribeiro), que pela sua forma de transmitir afeto, desprende de seus hábitos para me ajudar com muitas das minhas demandas do dia a dia. A minha irmã (Carolina Aparecida Magdalena Ribeiro) que tem cuidado de mim, antes de eu me dar por mim, ou seja, desde o meu nascimento.

A Aline Serzedello Vilaça, uma deusa suprema que, desde o dia 13 de dezembro de 2018 se faz presente, como um presente, em minha vida. Um imenso privilégio ter conhecido você. Se não fosse por você, possivelmente essa dissertação não estaria pronta. De fato, aprendo muito com você. Minha força é a sua força. A mãe do nosso Ben. “Por ser amor, invade e fim”.

A famílias Vilaça e Serzedello que me mostram o quanto podemos juntos sermos mais fortes ainda.

É com imenso carinho que agradeço meu orientador e amigo, Mazzi, que, em primeiro lugar, acreditou no meu potencial como pesquisador e, em segundo, pela paciência ao longo deste meu ciclo, que envolveu concomitantemente outra graduação, um filho, produções audiovisuais e em morar no exterior. Sou muito grato pela sua confiança depositada em mim, tanto com relação a minha particular forma de organização, quanto à minha dedicação as demandas.

Agradeço também aos membros da banca, Prof.^a Dra. Rúbia Barcelos Amaral Schio e Prof. Dr. Nilton Silveira Domingues, por aceitarem participar da avaliação deste trabalho, pelo apoio a este mestrado e pelas contribuições dadas na qualificação. O olhar cuidadoso de cada um de vocês, as reflexões e encaminhamentos contribuíram muito para o avanço e crescimento desta pesquisa. Cada observação e comentário fizeram-se importantes no desenvolvimento não somente da dissertação, mas também de minha formação como um pesquisador. Em especial, destaco meu agradecimento a Rúbia, que desde minha conclusão na Licenciatura em Matemática, em 2017, trouxe incentivos para escrever um projeto de pesquisa em nível de pós-graduação.

Não poderia deixar de agradecer ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) e a todos os professores membros. A diversidade e a qualidade das aulas que os docentes do PPGEM ofertam aos estudantes e a competência com que lideram seus grupos de pesquisa certamente contribuem muito para uma formação mais abrangente e diferenciada. Singelamente, teço considerações a Inajara, secretária do programa, por toda a atenção oferecida. Obrigado por me ouvir e, sempre que possível, ajudar-me. Agradeço também a todos os funcionários da Unesp, pessoas fundamentais para que essa a Universidade pública, gratuita e de qualidade mantenha em funcionamento.

Destino algumas palavras para agradecer aos membros do Grupo de Pesquisa TeorEMa – Interloquções entre Geometria e Educação Matemática e do Grupo de Pesquisa Diálogos e Indagações sobre Escolas e Educação Matemática (DIEEM). Fazer parte destes grupos me proporcionaram constantemente aprendizados e momentos de discussões e de descontração. Aos integrantes dos grupos, vocês foram essenciais pelas inúmeras sugestões ao meu trabalho e ao meu desenvolvimento em ser pesquisador; em especial agradeço a Paula Malheiros, Marjorie, Douglas, Luciana, Ailson, Ayla, Lahis, Ana Paula, Beatriz e André, que me deram muito apoio e me ajudaram muito na leitura e discussão da dissertação.

Agradeço a um amigo externo aos grupos de pesquisa, o Marcelo Borba, pelos conselhos, churrascos, preocupações e carinho com minha família.

Aos meus irmãos de orientação que, em muitos momentos, me ajudaram.

Aos meus amigos de Rio Claro, amigos da paternagem, amigos do samba, amigos do rock, amigos do forró, amigos do bar, amigos do rugby, amigos da Unesp, que mesmo próximos ou distantes se fizeram presentes em minha vida.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES) - código de financiamento 001.

Por fim, deixo registrado que meus agradecimentos se estendem a todas as outras pessoas que, de alguma forma, participaram da minha caminhada durante esses anos de mestrado, e destaco que, embora a escrita da dissertação tenha sido realizada em momentos solitários, toda a construção e sua concretude advêm do compartilhamento de vida e experiência com todos vocês. Obrigado!

RESUMO

A presente dissertação tem como objetivo compreender as funções das Tecnologias Digitais (TD) que compõem uma coleção de Livros Didáticos (LD) de Matemática e suas Tecnologias, aprovados no edital de 2021 do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), referentes ao Novo Ensino Médio. Ao todo são seis volumes na versão Manual do Professor. Para perceber a relação do LD e suas políticas perante a educação no Brasil, foram apresentadas as influências das políticas públicas educacionais como o Novo Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o PNLD frente ao LD. Na seção teórica, foram fundamentados aspectos sobre tecnologias, tecnologias e educação, TD e Educação Matemática, as potencialidades da experimentação com TD e as configurações da domesticação das TD. Metodologicamente, a pesquisa tem uma abordagem qualitativa do tipo documental. Seus procedimentos tomaram como base a análise horizontal como um processo de produção e organização dos dados e a análise vertical para o agrupamento dos dados produzidos e a discussão das funções assumidas pelas TD a partir de dois eixos de análise, sendo estes ‘a manifestação da TD em direção à domesticação’ e ‘a manifestação da TD em direção à experimentação’. Os resultados apontam que: (i) ao longo da coleção foram identificados cinco tipos de TD (calculadora, planilha eletrônica, software *GeoGebra*, websites, vídeos e filmes), contudo, nem todas se fizeram presentes em todos os volumes analisados; (ii) a manifestação da TD em direção à domesticação compreende a maioria dos painéis e atividades com TD; (iii) a manifestação da TD em direção à experimentação é pouco proporcionada ao longo das obras didáticas. Destaca-se, no mapeamento realizado, oito funções assumidas pelas TD na coleção investigada e a importância do papel do professor frente aos LD, pois os painéis e atividades com as TD podem, através da atuação docente, serem desenvolvidas em sala de aula com propostas que envolvam a experimentação-com-tecnologias. As funções assumidas pelas TD nos LD do Novo Ensino Médio trouxeram um mapeamento da quantidade, da densidade e como elas foram propostas em cada volume do LD, dentro de um espectro que pode tender para uma domesticação ou para uma experimentação das TD.

Palavras-chave: Livro Didático; Tecnologias Digitais; Novo Ensino Médio; Educação Matemática; PNLD.

ABSTRACT

This dissertation aims to understand the functions of the Digital Technologies (DT) that compose a collection of textbooks about mathematics and its technologies that was approved in 2021 by the National Book and Teaching Material Program (PNLD), with reference to the New Secondary Education. In total there are six volumes in the Teacher's Manual series. To understand the relationship between textbooks and educational policies regarding them in Brazil, the influences of public education policies such as the New Secondary Education, the National Common Curricular Base (BNCC) and the PNLD vis-à-vis textbooks were presented. The theoretical section presents aspects related to: technologies; technologies and education; textbooks and mathematics education; the potential of experimentation with DT; and the characteristics of DT domestication. A qualitative research methodology approach was used, based on document review. The procedure was based on horizontal analysis to produce and organize the data and vertical analysis to group the data produced. The discussion of the functions assumed by DT was based on two categories of analysis: 'The manifestation of DT towards domestication'; and 'The manifestation of DT towards experimentation'. The results indicate that: (i) the five types of DT identified are not present in all the volumes of the collection analyzed; (ii) the manifestation of DT towards domestication comprises the majority of the panels and activities with DT; (iii) little manifestation of DT towards experimentation is seen throughout the textbook collection. Eight functions assumed by DT in the collection, and the important role of the teacher in the face of the textbooks, stand out in results of the analysis, as the panels and activities with DT can, through the teacher's actions, be developed in the classroom with proposals that involve experimentation with Technologies. The results show the quantity and density of the functions assumed by DT in the textbooks of the New Secondary Education and how each textbook volume approaches them in ways ranging from domestication of DT to experimentation with DT.

Keywords: Textbook; Digital Technologies; New Secondary Education; Mathematics Education; PNLD.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Jornal do Aluno.....	21
Figura 2 - Representação resumida da minha trajetória escolar e acadêmica.	26
Figura 3 – Linha do tempo com a trajetória das políticas do LD.	42
Figura 4 – Representação da composição das quatro fases das TD na Educação Matemática.	58
Figura 5 – Esboço da trajetória da teoria seres-humanos-com-mídias.....	59
Figura 6 – Representação dos painéis e atividades.	82
Figura 7 – Análise Horizontal do Livro Didático.....	85
Figura 8 – Pré-Análise Vertical do Livro Didático.	86
Figura 9 – Análise Vertical do Livro Didático.....	88
Figura 10 - Logotipo do software MAXQDA.....	89
Figura 11 - Tela inicial do MAXQDA organizada para esta pesquisa.....	90
Figura 12 - Código da Coleção e Códigos dos Volumes.	92
Figura 13 – Seção Conheça seu Livro A.	95
Figura 14 – Seção Conheça seu Livro B.	96
Figura 15 – Seção Conheça seu Livro C.	97
Figura 16 – TD identificadas na coleção de LD.....	100
Figura 17 – Representação da calculadora no Livro Didático.	100
Figura 18 – Representação do GeoGebra no Livro Didático.	101
Figura 19 – Representação da Planilha Eletrônica no Livro Didático.	102
Figura 20 – Internet e os Websites.	103
Figura 21 - Tela Inicial do Simulador Portugal.....	104
Figura 22 – Tela Inicial do Simulador PhET.....	105
Figura 23 – Representação de vídeo no LD.	105
Figura 24 – Representação de Filme no Livro Didático.....	106
Figura 25 – Distribuição das TD na coleção Matemática em Contextos.	106
Figura 26 – Código de referência das TD na coleção analisada.....	107
Figura 27 – Website de código W01V1.	108
Figura 28 – Quantidade de TD nos LD.	115
Figura 29 – Atividades P05V1 e C13V1 para calcular.	119
Figura 30 – Resposta do LD para P05V1 e C13V1 em domesticação.	120
Figura 31 - Exemplos de calculadoras simples.	121

Figura 32 – Orientação específica do LD para P05V1 e C13V1 em domesticação.....	121
Figura 33 – Painel de código C05V1 – verificação de resultados em domesticação...123	123
Figura 34 – Proposta de TD como verificação de resultados no simulador PhET.....124	124
Figura 35 – Tela inicial para o usuário ao abrir o website disponibilizado no LD sobre o PhET.....124	124
Figura 36 – Tela de “Lab” – a terceira situação da simulação. 125	125
Figura 37 – Simulador Portugal para manipulação das ferramentas.....128	128
Figura 38 – Simulador Portugal W56V5. 129	129
Figura 39 - Atividades do simulador Portugal W56V5.....130	130
Figura 40 – Painel C18V4: conhecer as ferramentas da calculadora. 131	131
Figura 41 - Painel da Seção ‘Tecnologias digitais’ envolvendo a calculadora (C08V1) e a planilha eletrônica (P03V1). 133	133
Figura 42 – Continuação do painel da Seção ‘Tecnologias digitais’ envolvendo a calculadora (C08V1) e a planilha eletrônica (P03V1).....134	134
Figura 43 – Exemplos do painel envolvendo a calculadora (C08V1) e planilha eletrônica (P03V1).....135	135
Figura 44 – Orientações específicas da seção ‘Tecnologias digitais’ envolvendo a calculadora (C08V1) e a planilha eletrônica (P03V1).....136	136
Figura 45 – Pesquisa com convite à experimentação. 142	142
Figura 46 – Pesquisa e criação de código VF03V2.....144	144
Figura 47 – Pesquisa e criação - Atividade proposta em dupla, de código W57V5. ...146	146
Figura 48 – Painel com a TD de código G04V2. 148	148
Figura 49 – Painel com software GeoGebra, de código G04V2. 150	150
Figura 50 – GeoGebra na Seção de ‘Tecnologias digitais’. 151	151
Figura 51 - Orientação específica para G04V2. 152	152
Figura 52 – Painel com GeoGebra. 153	153
Figura 53 – Atividade com GeoGebra. 154	154
Figura 54 – Respostas da atividade. 155	155
Figura 55 – Atividade domesticada com GeoGebra.....156	156
Figura 56 - Painel com construção de controles deslizantes no GeoGebra.....157	157
Figura 57 - Atividades com exploração no GeoGebra 158	158
Figura 58 - Atividades com experimentação no GeoGebra 160	160
Figura 59 - Distribuição das TD ao longo dos volumes. 167	167

Figura 60 - Dados brutos da pesquisa exportados do software MAXQDA via QR-Code.	168
Figura 61 – Mapeamento: funções das TD na coleção Matemática em Contextos.....	170
Figura 62 - Desequilíbrio das funções das TD	171
Figura 63 – Mapeamento: direções das funções das TD na coleção Matemática em Contextos.....	172
Figura 64 - O papel do professor frente o LD	175

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Cronograma de Atendimento do PNLD.....	44
Quadro 2 – Objetos do PNLD 2021.....	45
Quadro 3 - Experimentação com Tecnologias no Livro Didático.	62
Quadro 4 – Coleção Aprovada pelo edital do PNLD 2021 – Objeto 2 – Obras Didáticas da Área de Matemática e suas Tecnologias.....	75
Quadro 5 – Características gerais da coleção Matemática em Contextos (DANTE; VIANA, 2020).....	80
Quadro 6 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020a).	111
Quadro 7 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020b).	112
Quadro 8 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020c).	113
Quadro 9 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020d).	113
Quadro 10 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020e).	114
Quadro 11 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020f).....	114
Quadro 12 – Eixos de análise e seus subeixos.	117
Quadro 13 – Subeixos e tópicos da Manifestação da TD em direção à domesticação.	118
Quadro 14 – Distribuição das TD em domesticação.....	118
Quadro 15 – Tópicos do subeixo ‘sem convite à experimentação’.	126
Quadro 16 – Filmes na coleção Matemática em Contextos.	137
Quadro 17 – “Para saber mais” desvinculados de conceitos matemáticos.	139
Quadro 18 – “Para saber mais” vinculados com conceitos matemáticos.....	140
Quadro 19 – Subeixos e tópicos da manifestação da TD em direção à experimentação.	141
Quadro 20 – Subeixo com convite à experimentação.	141
Quadro 21 – Subeixo experimentação.	147

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Impressões e valores das coleções de LD aprovadas pelo edital do PNLD 2021.	78
Tabela 2 – Distribuição das TD ao longo dos LD.	109

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ATHO	Ação Transformadora do Homem
BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAMAT	Centro Acadêmico da Matemática
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CGPLI	Coordenação Geral dos Programas do Livro
CNE	Conselho Nacional de Educação
Conced	Conselho Nacional de Secretários de Educação
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
Etec	Escola Técnica Estadual
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
GPIMEM	Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IFPB	Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba
INL	Instituto Nacional do Livro
LD	Livro(s) Didático(s)
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LE	Livro do Estudante Impresso
LEPES	Laboratório de Estudos e Pesquisas em Economia Social
MDP	Material Digital do Professor
MEC	Ministério da Educação
MP	Medida Provisória
MPI	Manual do Professor Impresso
MS	Mato Grosso do Sul
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
ODMP	Orientações Didáticas do Manual do Professor
OED	Objeto(s) Educacional(ais) Digital(ais)
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PNAD	Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios
PNBE	Programa Nacional Biblioteca da Escola
PNE	Plano Nacional da Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PPP	Projeto Político-Pedagógico
PUC	Pontifícia Universidade Católica
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SECADI	Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização de Jovens e Adultos, Diversidade e Inclusão
SIMEC	Sistema Integrado de Monitoramento, Execução e Controle
SiSU	Sistema de Seleção Unificada
SP	São Paulo
UEMS	Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
UEPB	Universidade Federal da Paraíba
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFScar	Universidade Federal de São Carlos
Undime	União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação
Unesp	Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Univesp	Universidade Virtual do Estado de São Paulo
USP	Universidade de São Paulo
TCT	Temas Contemporâneos Transversais
TD	Tecnologia(s) Digital(ais)
TE	Tecnologia(s) Educacional(ais)
TI	Tecnologia(s) da Informação
TIC	Tecnologia(s) da Informação e Comunicação
Vunesp	Fundação para o Vestibular da Universidade Estadual Paulista

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	19
1.1. Aspectos de minha trajetória escolar	19
1.2. Em direção à pesquisa: o percurso acadêmico.....	22
1.3. Objetivo da pesquisa e pergunta diretriz.....	27
1.4. Estrutura da dissertação	27
2. COMPREENSÕES: OS LIVROS DIDÁTICOS E SUAS POLÍTICAS PÚBLICAS NO BRASIL	29
2.1. O Livro Didático	29
2.2. Políticas Públicas Educacionais e os Livros Didáticos.....	32
2.2.1. O Novo Ensino Médio	33
2.2.2. A Base Nacional Comum Curricular	40
2.2.3. O Programa Nacional do Livro e do Material Didático.....	42
2.2.3.1. PNLD 2021	44
2.3. As orientações das políticas públicas frente às Tecnologias Digitais e suas influências no Livro Didático	46
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: ASPECTOS CENTRAIS DA PESQUISA.....	52
3.1. As Tecnologias	52
3.2. Tecnologias e Educação.....	55
3.3. Tecnologias Digitais e Educação Matemática	56
3.4. Experimentação com Tecnologias Digitais	58
3.5. Domesticação das Tecnologias Digitais	65
4. METODOLOGIA	68
4.1. A Pesquisa Qualitativa.....	68
4.2. A Pesquisa Qualitativa do Tipo Documental.....	70
4.3. Fonte de produção de dados – Coleção: <i>Matemática em Contextos</i>	73

4.4.	Procedimentos Metodológicos.....	81
5.	ANÁLISE DOS DADOS.....	91
5.1.	Análise Horizontal: análise preliminar da coleção <i>Matemática em Contextos</i>	91
5.1.1.	Informações básicas.....	91
5.1.2.	A estrutura geral da coleção.....	94
5.1.3.	Apresentação das Tecnologias Digitais Identificadas.....	99
5.1.4.	Particularidades de cada volume.....	111
5.2.	Análise Vertical	115
5.2.1.	A manifestação da TD em direção à domesticação	117
5.2.2.	A manifestação da TD em direção à experimentação.....	141
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	162
6.1.	Uma síntese da pesquisa: Tecnologias Digitais em uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio	162
6.2.	Reflexões sobre os resultados da pesquisa e suas contribuições: o mapeamento	166
6.3.	O que podem as pesquisas futuras: sugestões de novas perguntas de pesquisa ...	176
7.	REFERÊNCIAS	177

1. INTRODUÇÃO

Nesta seção apresento¹ aspectos da minha trajetória atravessada como indivíduo, como estudante, como professor e como pesquisador em constante formação, aproximando-os com os princípios motivadores da realização desta pesquisa. Em seguida, anuncio os caminhos acadêmicos que me impulsionaram ao tema de pesquisa e me levaram a investigar as Tecnologias Digitais (TD) presentes nos Livros Didáticos (LD). O objetivo geral, os objetivos específicos e a pergunta de pesquisa também são apresentados ao longo desta seção introdutória, situando o leitor na compreensão desta dissertação. Na última subseção está exposta a estrutura da dissertação e a disposição dos assuntos nas seções seguintes, como forma de unir uma visão do todo na composição de suas partes.

1.1. Aspectos de minha trajetória escolar

Considero relevante apresentar alguns componentes que me trouxeram à satisfação da escrita desta dissertação. Primeiramente, quero situar o leitor acerca do meu lugar de fala, isto é, meu lugar no mundo como indivíduo. Tenho 32 anos e sou natural de Rio Claro – SP. Negro retinto, vindo de uma família negra em ambas as partes, materna e paterna.

Eu, quando criança, adorava o mundo dos videogames e do computador. Meu primeiro videogame foi um *Master System III*, da *Tec Toy*. Ele possuía um jogo gravado em sua memória, mas, por diversos finais de semana, meus pais alugavam fitas de jogos, em uma locadora no centro de Rio Claro. O computador foi comprado pelos meus pais em 1999, para os estudos meus e de minha irmã mais velha. Esse ano, em particular, tangencia o que é discutido em Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) sobre a consolidação da segunda e terceira fases das TD na Educação Matemática². A segunda, que compreende a popularização do uso de computadores pessoais, e a terceira fase, com o aparecimento da internet no Brasil. O computador de nossa casa era branco, com processador *Intel Pentium 2*, com entrada para disquete, CD-ROM, caixas de som,

¹ Tomo em diversos momentos a conjugação do tempo verbal em primeira pessoa do singular para a corrente seção, como forma de apresentar o meu caminhar.

² Tais autores discutem sobre quatro fases das TD na Educação Matemática. Mais detalhes sobre este livro será apresentado na terceira seção desta pesquisa

adaptado para ser usado via internet discada, com o sistema operacional *Microsoft Windows 98*, com antivírus, jogos, entre várias outras funcionalidades de ponta para aquela época. O computador tinha uma capa plástica para proteger de eventuais sujeiras no monitor, no teclado e na unidade central de processamento. Era uma regra em casa, após utilizá-lo, cobri-lo para ‘não estragar’.

Nesse ano do primeiro computador pessoal da família, minha mãe me colocou em um curso de digitação em uma escola em que minha irmã realizava um curso de informática, chamada *Job Company*, localizada no centro de Rio Claro. Eu estava no que compreende hoje o 2º ano do Ensino Fundamental, e estudava no período da tarde na Escola Estadual Prof.^a Diva Marques Gouvêa, em um bairro periférico da cidade. O objetivo do curso era aprender a digitar (bem parecido com os cursos de datilografia), sem errar, e concluir o máximo de palavras no menor tempo possível. Recordo que a aula era de uma hora por semana, que os computadores tinham um programa instalado para reconhecer os erros de digitação nos textos e calcular o tempo após o término de cada atividade. Caso as tarefas fossem concluídas com precisão, o programa avançava o usuário para a próxima atividade. Essas foram minhas primeiras experiências com o uso de TD, já durante a infância.

Minha formação escolar foi em instituições públicas, a maioria distantes da minha casa. Meu pai, já aposentado, fazia questão de me levar e buscar até meus 11 anos, pois no ano de 2002 nos mudamos para um bairro mais próximo da escola em que eu cursava a quinta série, atual sexto ano, a Escola Estadual Prof. Joaquim Salles – e, com isso, para a felicidade de um pré-adolescente, pude ir todos os dias de bicicleta.

Nessa fase, os LD permeavam meu dia a dia como estudante. Lembro-me da vasta quantidade de livros, pois cada um compreendia uma das disciplinas escolares, da insistência das professoras e dos professores ao dizerem todas as aulas que não era para rasurar o livro. Também que todo final de ano éramos convocados para a devolução dos mesmos, com sutis ameaças de que não poderia se matricular no ano seguinte caso não os devolvêssemos. Recordo muito bem que algumas mochilas foram perdidas pela força resultante do peso dos LD em ação da gravidade, somados à ação do impacto de correr e pedalar pelos caminhos de ir e vir à escola. Algumas mochilas foram insistidas ao uso e costuradas na alça para que agentassem até o fim do período letivo. Outras já não tinham mais conserto, pois era o fundo que se rompia. Mas, durante o Ensino Médio, uma mesma mochila perdurou por muito tempo, isso porque a agitação do Ensino Fundamental se reduziu muito, era uma outra escola, eram novos amigos, novos caminhares.

No ano de 2006 ingressei no Ensino Médio na Escola Estadual Prof. Joaquim Ribeiro, próxima à região central de Rio Claro. E, desse tempo, também tenho lembranças dos materiais didáticos que utilizávamos. Sem saber dos processos políticos e burocráticos sobre esses recursos, notei algumas transições de materiais sem ao menos haver explicações por parte dos professores para nós estudantes. No primeiro e segundo anos do Ensino Médio, tínhamos LD para a maioria das disciplinas; já no terceiro ano surgiram *jornais*, representado na Figura 1. Lembro-me de que os professores os distribuíam para nós, explicando que eles não poderiam ser rasurados, teriam que ser usados e devolvidos todo fim de aula. Recordo-me de que este material tomava toda a carteira, não tinha imagens coloridas e cheirava mesmo a jornal.

Figura 1 – Jornal do Aluno.



Fonte: Torres (2008).

Pesquisando hoje sobre esse fato de 2008, o chamado Jornal do Aluno – São Paulo Faz Escola³ eram materiais que iniciavam o período letivo para reforçar a aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática, consideradas importantes para o prosseguimento dos estudos. Esse material foi específico para esse período, teoricamente para o primeiro bimestre escolar, e tais atividades compreendiam reforçar as estruturas linguísticas e lógico-matemáticas acerca das dez disciplinas do Ensino Médio do referido ano.

Eles fizeram parte de alguns experimentos do governo do estado de São Paulo antes da efetiva aplicação dos Cadernos do Aluno⁴. Não presenciei como estudante a

³ Para conhecer mais sobre o Jornal do Aluno – São Paulo Faz Escola, ver estas duas referências: 1 - Volta às aulas: Rede inicia na segunda-feira, 18/02/2008, implantação da Proposta Curricular para EF II [atual Ensino Fundamental Anos Finais] e EM [Ensino Médio]. Disponível em: <http://www.escoladeformacao.sp.gov.br/portais/Default.aspx?tabid=1050>. Acesso em: 4 ago. 2022; 2 - 3,6 milhões de alunos receberão o Jornal São Paulo Faz Escola – 1ª edição da recuperação. Disponível em: <https://www.educacao.sp.gov.br/36-milhoes-de-alunos-receberao-o-jornal-sao-paulo-faz-escola-1%C2%AA-edicao-da-recupera%C3%A7%C3%A3o/>. Acesso em: 2 mar. 2023.

⁴ Material desenvolvido pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. O Caderno do Aluno foi desenvolvido em 2009, sendo um complemento ao Caderno do Professor, lançado no ano de 2008.

utilização desse material didático, mas tive acesso posteriormente, em estudos realizados durante a graduação.

1.2. Em direção à pesquisa: o percurso acadêmico

Concluindo o Ensino Médio, no primeiro semestre de 2009 entrei no curso em nível técnico de Eletromecânica, na Escola Técnica Estadual (Etec) Prof. Armando Bayeux da Silva, do Centro Paula Souza⁵, no período da noite, e no segundo semestre de 2009 iniciei o curso técnico em Informática na mesma instituição, mas no período da manhã. Conclui ambos em 2010. O curso em Eletromecânica surgiu como escolha através de meus bons desempenhos no Ensino Médio, particularmente na disciplina de Física, e um grande interesse em criar e tornar funcionais circuitos eletrônicos. As disciplinas de microcontroladores e microprocessadores me provocaram a fazer o curso em Informática.

No curso em Informática, aprendi muito do que, na época, eram assuntos pertinentes para formar um técnico na área. A linguagem computacional Java, por exemplo, era um assunto novo em 2010, mas de certo modo não continuou como tendência na programação. Outros assuntos eram próximos da Matemática, no caso de se estruturar uma sequência lógica de passos para realizar uma tarefa (algoritmo). Foi um curso que muito me inspirou a realizar uma graduação.

No final desse mesmo ano realizei o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), intencionado a cursar Ciência da Computação em alguma universidade credenciada pelo Sistema de Seleção Unificada (SiSU), sistema este recém-implementado⁶. Com meu resultado do ENEM, apliquei minha nota para Ciência da Computação na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) e para a Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS). Consegui uma vaga na UEMS, câmpus de Dourados – MS. Viajei cerca de 900 quilômetros de Rio Claro até lá, matriculei-me, procurei locais para morar, retornei a Rio Claro para montar minha mala definitiva, e para Dourados realizei minha mudança em fevereiro de 2010. Permaneci no curso de Ciência da Computação por um semestre. Foi o tempo suficiente para descobrir que o curso não me atenderia naquela faculdade, e que o grande polo de atuação acadêmico e profissional na área de computação seria no estado de São Paulo. Em julho de 2010, optei, então, por retornar para Rio Claro, visando

⁵ O Centro Paula Souza (CPS) é uma autarquia do Governo do Estado de São Paulo que administra Escolas Técnicas (Etecs) e Faculdades de Tecnologia (Fatecs) estaduais.

⁶ Para mais informações sobre sua implementação no país, ver Nogueira *et al.* (2017).

ingressar no curso de Ciência da Computação na Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, em Rio Claro.

Em 2011 consegui meu primeiro emprego. Foi como professor de informática em uma escola de cursos profissionalizantes em Rio Claro – SP. Nesse momento eu tive minha primeira experiência com a docência. Era bem dinâmico esse trabalho, pois cada estudante estava aprendendo um ‘módulo’ diferente, em cursos distintos. Enquanto eu explicava uma dúvida para um estudante sobre o software *Microsoft Excel*, outro pedia ajuda sobre o software *Microsoft Word*, ao mesmo tempo em que um terceiro estudante já erguia a mão pedindo auxílio para o software *Adobe Photoshop*. Foram quatro meses bem aproveitados por mim, até o momento em que eu decidi me dedicar novamente aos estudos pré-vestibular.

Frequentei o cursinho comunitário Ação Transformadora do Homem (ATHO)⁷, de julho de 2011 até chegar o momento dos vestibulares desse mesmo ano. Por estudar na modalidade noturna do cursinho, que acontecia das segundas às sextas-feiras e, também, por apresentar as comprovações de renda familiar exigidas para ser estudante nesse curso pré-vestibular, tive o direito à isenção da inscrição para o vestibular na Unesp.

Durante a escolha do curso, conversei com colegas da cidade que já estudavam na Unesp em cursos como Geografia, Física e Matemática, assim como também fiz leituras do manual do candidato desenvolvido pela Fundação para o Vestibular da Universidade Estadual Paulista (Vunesp)⁸. Analisei as relações de candidato por vaga dos vestibulares anteriores e, determinado, selecionei Matemática como curso. Realizei as etapas de prova e consegui a aprovação, com muito orgulho, efetuando, assim, minha matrícula na primeira chamada do curso.

Justifico que a escolha por Matemática, ao invés de tentar novamente Ciência da Computação, veio de um convencimento de que a Matemática é a rainha das ciências, e o que eu poderia aprender sobre conceitos matemáticos responderia ao que conheci no curso técnico em Informática sobre operadores lógicos, os comandos de ‘se’ isso ‘então’

⁷ O Cursinho Comunitário ATHO, criado em 2003, é constituído por discentes e docentes da Unesp, do IGCE, de Rio Claro, como um projeto de extensão. Desenvolvido nas modalidades extensivo e semiextensivo. O processo de seleção acontecia através da análise socioeconômica dos candidatos e uma prova de conhecimentos básicos. Esse projeto teve sua última realização no ano de 2018.

⁸ A Vunesp é uma fundação com personalidade jurídica de direito privado, sem fins lucrativos, e suas principais atividades são: planejar, organizar, executar e supervisionar o concurso vestibular da Unesp; realizar vestibulares e concursos diversos para outras instituições e promover as atividades de pesquisa e extensão de serviços à comunidade, na área educacional. Disponível em: <https://www.vunesp.com.br/Institucional/Quem%20Somos>. Acesso em: 10 mar. 2023.

aquilo, ‘enquanto’ isso ‘faça’ aquilo, os contadores que eram utilizados, entre outras sutilezas com que a graduação em Matemática poderia me contentar.

Optei⁹ pela Licenciatura em Matemática no primeiro ano do curso, iniciado em 2012, sem um propósito previamente determinado para minha futura formação. Na universidade, tive oportunidade de fazer parte do Centro Acadêmico da Matemática (CAMAT), em 2014, e do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), em 2016. Em ambos permaneci por um ano. Destaco que no CAMAT aprendi sobre os estatutos que regem a universidade, que conduzem o próprio Centro Acadêmico, os interesses dos movimentos estudantis no câmpus, entre outros assuntos políticos.

Quanto ao PIBID, acredito que participar desse Programa foi a experiência mais enriquecedora da minha graduação. A vivência com a real situação de uma escola pública, como futuro professor, ampliou meu olhar. Fez-me ver todo o cenário escolar de uma maneira diferente do que era descrito nas vastas leituras de textos em disciplinas pedagógicas em que se apresentava um ambiente perfeito e ideal.

Todos os alunos membros do PIBID tinham orientações de Iniciação à Docência, realizadas quinzenalmente. Essa orientação era feita por docentes do Departamento de Matemática e discentes do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), ambos de Rio Claro – SP. Sob orientação da Prof.^a Dra. Rúbia Barcelos Amaral Schio, resgatei minhas práticas de escrita, que não eram muito incentivadas na graduação. Fui influenciado positivamente nos processos de leitura e escrita crítica dos relatórios de Iniciação à Docência, como também fui apresentado a leituras interessantes sobre pesquisas com materiais didáticos.

Durante a disciplina ‘Fundamentos da Matemática Elementar’, em 2015, os LD retornaram à minha vida, agora acadêmica, e passaram a ser um foco de interesse. No cronograma da disciplina, uma de suas atividades era investigar, nos LD, quatro conceitos matemáticos, a saber: análise combinatória, logaritmos, números complexos e trigonometria. Consistia em pesquisar, analisar e apresentar o conceito escolhido em pelo menos duas obras didáticas, uma razoavelmente antiga e outra mais recente, explicitando o ano escolar em que o assunto era tratado, além de como o conteúdo era exposto.

⁹ A graduação em Matemática na Unesp de Rio Claro – SP dispõe das modalidades Licenciatura e Bacharelado. Os discentes podem realizar as duas modalidades ou escolher seguir uma das grades curriculares a partir do segundo ano da graduação. O tempo para cursar uma das modalidades acadêmicas é de quatro anos, e para fazer as duas modalidades é de, no mínimo, cinco anos.

Na realização dessas atividades, foi importante visualizar que os materiais didáticos passaram por evoluções na apresentação de conceitos, na sua disposição, entre outros fatores. Compreendi, por exemplo, que os LD podem traduzir os anseios e as propostas educacionais de governos, pesquisadores, editores e autores, entre outros(as).

No final de 2017, graduei-me em Licenciatura em Matemática. Fui o primeiro de minha família, no lado materno, a me formar em uma universidade pública e gratuita. E, prestes a concluir a licenciatura, realizei o vestibular da Universidade Virtual do Estado de São Paulo (Univesp), ingressando, em 2018, no curso de Engenharia de Computação, na modalidade à distância, e concluindo-o em março de 2023, cursando-o paralelamente ao mestrado.

Devido ao meu entusiasmo por Tecnologias Digitais¹⁰, Educação, Inovação e Matemática, nos anos de 2018 e 2019 cursei, como aluno especial, disciplinas oferecidas pelo PPGEM, na Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, em Rio Claro. Elas se intitulavam ‘Tecnologias Digitais e Educação Matemática’, ‘Tendências em Educação Matemática’ e ‘Pensamento Computacional na Educação Matemática’, satisfazendo-me pela linha de pesquisa em Novas Tecnologias e Educação Matemática.

No que tange aos LD, também em 2018, mantive vínculo com a Prof.^a Dra. Rúbia Barcelos Amaral Schio. Pedi para participar de reuniões com seus orientandos da pós-graduação e fui aceito. Destaco que a Prof.^a Dra. Rúbia criou para mim uma ponte entre a graduação e a pós-graduação na Unesp de Rio Claro – SP que não é naturalmente proporcionada aos graduandos. Até o ano de 2018 eu não vislumbrava um caminho, uma possibilidade e/ou uma oportunidade de essa aproximação acontecer.

Essa aproximação me introduziu a leituras de textos sobre livros e materiais didáticos no âmbito de pesquisa, ao ouvir discussões sobre pontos que nem sequer passavam pela minha cabeça. Isso foi moldando minha identificação com a temática de pesquisa sobre LD, com a história e desenvolvimento desses materiais que são distribuídos gratuitamente para todo território nacional (MAZZI, 2018).

No ano de 2020, após dois anos cursando disciplinas como aluno especial e trabalhando em locais não relacionados com minha formação acadêmica, resolvi me inscrever na seleção do PPGEM para ingresso em 2021, no mestrado. Escolhi o Prof. Dr.

¹⁰ Esse interesse e motivação partem de minha formação técnica em Informática, em 2010 e, devido ao meu primeiro emprego no ano de 2011, como professor de informática em uma escola de cursos profissionalizante de Rio Claro – SP.

Lucas Carato Mazzi para me orientar. Este, por sua vez, foi orientado em seu doutoramento pela Prof.^a Dra. Rúbia.

Figura 2 - Representação resumida da minha trajetória escolar e acadêmica.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Um dos requisitos para a participação na seleção de mestrado no PPGEM é apresentar um projeto sobre a temática pretendida. O meu primeiro objetivo, na fase de pré-projeto de pesquisa, consistia em identificar e analisar os Objetos Educacionais Digitais (OED) em uma coleção de livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), nos editais de 2015 e de 2018. Com a aprovação na seleção, o objetivo ganhou outras formas – o pré-projeto tornou-se um projeto, que se transformou nesta dissertação.

O projeto da minha dissertação moldou-se no decorrer do andamento da pesquisa. O objetivo adquiriu outro olhar, e minha proposta estava em identificar e analisar as Tecnologias Digitais em três coleções de LD do PNLD 2018. Um ponto que ressalto aqui é o design emergente. Creswell (2014) nos apresenta que, no processo de investigação qualitativa, o pesquisador possui flexibilidade para realizar alterações durante o desenvolvimento e escrita da pesquisa, uma vez que as etapas desta podem sofrer mudanças conforme o investigador trilha seu caminho.

Durante o ano de 2021, meu primeiro ano do mestrado acadêmico, estava em execução o PNLD 2021, e minha pesquisa caminhava para tomar outro delineamento, mas era necessário aguardar os processos de divulgação dos LD aprovados pelo edital do

PNLD 2021 e se eu teria acesso a esses LD, pois, além da sua aprovação, era necessário ter acesso a essas obras didáticas.

Em agosto de 2021 se tornaram públicas as coleções de LD aprovadas pelo PNLD 2021¹¹, e o objetivo da pesquisa sofreu novas modificações. Definido, então, o objeto de estudo, o qual pertence ao mais recente edital de LD, imbuído com as habilidades e competências necessárias da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), e de acordo com a nova estruturação do Ensino Médio (BRASIL, 2017a).

1.3. Objetivo da pesquisa e pergunta diretriz

O objetivo constitui-se em compreender as funções das Tecnologias Digitais nos Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2021.

Para atingir esse objetivo, foram identificadas e analisadas as funções que as TD estão assumindo quando apresentadas e discutidas nos painéis e atividades¹² de cada volume da coleção de LD e, com essa análise, foi realizado um mapeamento das funções das TD presentes na coleção investigada.

A pergunta que movimenta esta investigação é: *De que modo as Tecnologias Digitais se fazem presentes em uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio?*

1.4. Estrutura da dissertação

Nesta primeira seção, nomeada de **Introdução**, apresentaram-se aspectos da trajetória pessoal, acadêmica e profissional do pesquisador, inclusive suas aproximações, na formação escolar básica, universitária e profissional, com o tema da pesquisa. Ademais, explicitou a transformação deste trabalho para seu atual objetivo e pergunta diretriz, sendo estes também apresentados. A última subseção expôs a presente estruturação desta pesquisa.

¹¹ O Edital 03/2019 da Coordenação Geral dos Programas do Livro (CGPLI) atende ao PNLD 2021. O termo “Edital do PNLD 2021” diz respeito ao documento criado em 2019 que possibilitou as inscrições das editoras e a seleção de suas coleções de LD, seguidos os critérios do edital. O termo “PNLD 2021” foi adotado como o ciclo atendido pelos LD do Novo Ensino Médio.

¹² Neste primeiro momento, apresenta-se brevemente que os painéis são os enunciados, exemplos e exercícios resolvidos em que são tratados os conhecimentos matemáticos, e as atividades são os exercícios propostos, os problemas para investigação e as pesquisas inseridas no LD (AMARAL *et al.*, 2022).

A segunda seção, denominada **Compreensões: os Livros Didáticos e suas Políticas Públicas no Brasil**, versa sobre o que é o LD, sua terminologia e finalidades através de compreensões na literatura. Apresenta as políticas públicas educacionais que compreendem o Novo Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e uma breve trajetória do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Em seguida, na terceira subseção, são apresentadas as orientações dessas políticas públicas frente à utilização das TD, como também as suas influências nos LD aprovados pelo edital do PNLD 2021.

A terceira seção, chamada de **Fundamentação teórica: aspectos centrais da pesquisa**, apresenta estudos condizentes com os entendimentos sobre Tecnologias, Tecnologias Digitais na Educação Matemática, o construto conceitual ‘seres-humanos-com-tecnologias’, para destacar o valor da experimentação das TD e as configurações da domesticação das TD, constituindo o corpo teórico para o desenvolvimento e compreensão das Tecnologias Digitais nos Livros Didáticos de Matemática.

Metodologia é a quarta seção, em que são fundamentadas e descritas as características assumidas nesta pesquisa. Inicialmente são mostrados aspectos do que consistem uma pesquisa, um paradigma e uma pesquisa qualitativa do tipo documental. Após isso, são brevemente abordadas as particularidades da investigação em uma pesquisa documental. Em seguida, encaminha-se uma apresentação da fonte dos dados que foram produzidos, seus procedimentos de análise e os eixos de análise preestabelecidos e emergentes.

Na quinta seção, denominada **Análise dos dados**, movimenta-se uma análise preliminar, denominada de análise horizontal, que consiste na organização das informações básicas dos LD, a estrutura geral dos LD, a apresentação dos tipos de TD identificados e as particularidades de cada volume da coleção pesquisada. Em seguida são retomados os eixos e subeixos de análise apresentados na seção metodológica e discutidos, pela análise vertical, frente aos tipos de TD presentes nos painéis e atividades do LD, em consonância com o referencial teórico.

A seção seis, intitulada de **Considerações**, descreve uma síntese de cada seção desta pesquisa, os fechamentos acerca das discussões dos dados e suas conclusões. Os resultados do mapeamento dos painéis e atividades com TD nos LD de Matemática, uma perspectiva do papel do professor ao utilizar o LD e as reflexões para trabalhos futuros que esta pesquisa pode fomentar também foram inseridos como um encerramento para o que este trabalho acredita contribuir para discussões na Educação Matemática.

2. COMPREENSÕES: OS LIVROS DIDÁTICOS E SUAS POLÍTICAS PÚBLICAS NO BRASIL

Após abrangida a estrutura da dissertação, a presente seção discorre sobre o Livro Didático, pormenorizando seus entendimentos ao longo da literatura de certos estudiosos de obras didáticas. Em seguida, apresenta-se brevemente um recorte das políticas públicas educacionais acerca do Novo Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), políticas que estão voltadas para o LD.

2.1. O Livro Didático

Diferentes terminologias perspectivam o significado de Livro Didático e suas relações na prática educacional. Conforme Lajolo (1996), para que um livro possa ser considerado didático, ele

[...] precisa ser usado, de forma sistemática, no ensino-aprendizagem de um determinado objeto do conhecimento humano, geralmente já consolidado como disciplina escolar. Além disso, o livro didático caracteriza-se ainda por ser passível de uso na situação específica da escola, isto é, de aprendizado coletivo e orientado por um professor (LAJOLO, 1996, p. 4-5).

Esta perspectiva de LD traz um agrupamento de compreensões em termos de suas finalidades, que podem determinar os conteúdos e condicionar as estratégias de ensino, delimitando o que se ensina e como se ensinam os conceitos de uma área de conhecimento. Os LD também podem ser encontrados na literatura como sinônimos para material didático, material escolar ou material curricular, mas existem diferenças entre esses termos, pois cada um deles possui caminhos teóricos distintos (AMARAL *et al.*, 2022; LAJOLO, 1996).

A respeito de sua estrutura, conforme Munakata (2016), uma definição apresentada como provisória compreende que o LD é “qualquer livro, em qualquer suporte – impresso em papel gravado, em mídia eletrônica, etc.” (MUNAKATA, 2016, p. 121). Outros autores fazem alusão a fatores estruturais do LD, como é o caso de Dante (1996) ao tratar dos LD de Matemática, que destaca que as características físicas de um LD – seu tamanho, diagramação, ilustrações e caracteres tipográficos – “devem ser atraentes e convidativas, mas sempre com o intuito de constituírem elementos

facilitadores a mais para a leitura e a aprendizagem do aluno” (DANTE, 1996, p. 87). As representações no LD em forma de ilustrações não devem dificultar a compreensão dos conceitos, suas relações precisam estar ajustadas com os objetivos dos conteúdos, contribuindo para uma melhor compreensão do texto, sendo esta em forma de definições, exemplos ou atividades, motivando e estimulando a reflexão dos estudantes (DANTE, 1996).

As características estruturais do LD direcionam para uma forma de sua utilização. Para Lajolo (1996), eles podem ser utilizados em aulas e cursos, visto que foram escritos, editados, vendidos, comprados e distribuídos, tendo em vista uma utilização escolar e sistemática.

Além da definição provisória de LD, apontada por Munakata (2016), doze anos antes, o autor Choppin (2004) apresentou que os LD possuem certas dificuldades de definição, sendo elas: (i) relacionadas à própria definição do objeto; (ii) com respeito ao caráter recente desse campo de pesquisa; e (iii) pela barreira da língua, causando carências bibliográficas especializadas.

Ainda, segundo Choppin (2004), os LD assumem, concomitantemente ou não, quatro funções que podem variar conforme a diversidade do ambiente sociocultural, das disciplinas escolares ou áreas de conhecimento, época, níveis de ensino, métodos e suas formas de utilização. Essas funções (que não são disjuntas), são de caráter: Referencial; Instrumental; Ideológico ou Cultural; e Documental (CHOPPIN, 2004).

O caráter Referencial diz respeito aos conhecimentos, às técnicas, às habilidades e aos conteúdos a serem ensinados e difundidos, sendo determinados por um programa de ensino (de modo curricular), ou pelo meio social que o rege (de modo pragmático). Ademais, desse material se possui a mesma necessidade quanto a de um dicionário ou uma enciclopédia, devido às suas definições, propriedades, tabelas e explicações voltadas tanto para o estudante quanto o professor (DANTE, 1996). Nesse sentido, podemos dizer que a função Referencial do LD está vinculada a um currículo oficial posto por determinado grupo, em algum tempo histórico particular (CHOPPIN, 2004; GUIMARÃES, 2022; LITOLDO, 2021).

Seu caráter Instrumental “põe em prática métodos de aprendizagem” (CHOPPIN, 2004, p. 553), isto é, apresenta painéis e atividades inerentes ao processo de aprendizagem, auxiliando na apreensão de competências e habilidades, dependendo dos contextos em que os LD estão inseridos (CHOPPIN, 2004; GONÇALVES, 2022; GUIMARÃES, 2022). Munakata (2016) corrobora essa ideia, apresentando que o LD

“não é apenas o depositário dos conteúdos, mas também dos métodos de ensino, dimensão fundamental da cultura escolar” (MUNAKATA, 2016, p. 130). E, nesta direção, para Dante (1996), o LD de Matemática pode proporcionar ao estudante o domínio de conceitos e habilidades de Matemática através da execução de painéis e atividades sugeridos pelo livro.

O caráter Ideológico ou Cultural condiz com a subjetividade que o LD carrega de culturas e valores concernentes a uma sociedade, tornando-se um material que influencia a constituição e a formação da cidadania dos estudantes. Bittencourt (1993) aponta que “o livro didático deve ser considerado como veículo portador de um sistema de valores, de uma ideologia, de uma cultura” (BITTENCOURT, 1993, p. 3). Neste aspecto, Choppin (2004) ressalta que o livro assume a forma de símbolo da soberania nacional, contribuindo para um papel político e para a constituição da identidade dos indivíduos (CHOPPIN, 2004; GUIMARÃES, 2022).

A última função é o caráter Documental, que “pode fornecer um conjunto de documentos, textuais ou icônicos” (CHOPPIN, 2004, p. 553), oportunizando momentos de observação, reflexão e confrontação relacionados ao desenvolvimento da criticidade do estudante (CHOPPIN, 2004). “A expectativa do livro didático é que a partir dos textos informativos, das ilustrações, diagramas e tabelas seja possível a resolução dos exercícios e atividades cuja realização deve favorecer a aprendizagem” (LAJOLO, 1996, p. 5).

Essa demarcação de como se ensina e o que se ensina se relaciona com a função do LD no Brasil. Em muitos casos, o LD passou a ser o principal ou o único instrumento de apoio ao trabalho do professor. Ele pode prescrever o ritmo de desenvolvimento do currículo de uma disciplina ou área de conhecimento em que ele está envolvido (DANTE, 1996).

Diante da não neutralidade dos LD, considera-se que eles atuam como instrumentos, além de pedagógicos, políticos na sala de aula. Atuação que vai além das funções descritas por Choppin (2004) e suas intencionalidades pedagógicas. Precisam estar incluídos em políticas públicas educacionais de modo que o Estado garanta sua parte na educação de qualidade para todos. Eles são direcionados simultaneamente para dois públicos específicos: o professor e o estudante. Para o professor, os LD são objetos integrantes em um processo de ensino, cujo beneficiário final é o estudante (LAJOLO, 1996).

O que se compreende e se assume por LD, nesta pesquisa, parte da definição de Amaral *et al.* (2022):

Entendemos o *livro didático* como sendo um material, impresso ou digital, concebido e editado com o objetivo de contribuir para os processos educacionais de ensino e de aprendizagem, composto por saberes de certo componente curricular ou área de conhecimento propostos a partir das prescrições curriculares oficiais em vigência no momento de sua elaboração. Tais saberes são dispostos nos LD a partir de ideias e conceitos, bem como por meio de atividades, as quais se espera que possibilitem aos alunos aplicações dos tópicos discutidos previamente (ou não) e também envolvimento em vivências de investigações que vão além do sugerido no material. Ainda, o LD não é produzido de forma neutra, há uma ideologia que o suporta, assim como é um meio de disseminação de valores e crenças de uma determinada cultura, situado em certo período histórico (AMARAL *et al.*, 2022, p. 30).

Esta perspectiva de LD configura-se como um conjunto de consonantes compreensões em termos de sua estrutura, sua finalidade, sua forma de elaboração, sua distribuição, sua atuação política, sua maneira de proporcionar conhecimento, entre outros pontos. O movimento para os autores chegarem a esta definição compreendeu um agrupamento do estudo de conceitos por diversos pesquisadores sobre LD.

2.2. Políticas Públicas Educacionais e os Livros Didáticos

Fan (2013) mostra a necessidade de se repensar em nível macro sobre as questões de pesquisa com LD. Em ordem para estabelecer uma estrutura mais sistemática e coerente para identificar e compreender questões para investigações com LD. Um bom ponto de partida para essa ação é considerar o LD com uma variável e, mais precisamente, uma variável intermediária no contexto da educação. Deste ponto de vista, a questão básica sobre os LD como um objeto de pesquisa não é apenas sobre a aparência de tais materiais ou quais são suas características em forma de organização do conteúdo, mas também sobre como eles são afetados por outros fatores, e como eles afetam outros fatores.

Mazzi e Amaral-Schio (2021) consideram que os programas nacionais ligados aos LD no Brasil, como o caso do PNLD, demonstram estar intimamente ligados com os momentos políticos que os governos atravessam. O contexto sócio-histórico educacional brasileiro, situado a partir de 2013, tem sido marcado por mudanças curriculares e institucionais que envolvem a lei do Novo Ensino Médio ou a Reforma do Ensino Médio, a homologação da BNCC e o PNLD. A seguir descrevem-se alguns aspectos, sem uma

tentativa de esgotamento, sobre cada um desses pilares para a compreensão da trajetória das políticas públicas que envolvem o LD no Brasil.

2.2.1. O Novo Ensino Médio

Nesta subseção são delineadas algumas informações acerca dos percursos da educação no Brasil, com ênfase no Ensino Médio, apresentando alguns momentos na história da educação do país. Os aspectos apresentados formam as leis institucionalizadas, as reformas nas políticas educacionais, as mudanças nas nomenclaturas dos níveis de ensino, finalizando com a apresentação da alteração em vigência da estrutura do Ensino Médio, popularmente chamada de Reforma do Ensino Médio ou Novo Ensino Médio.

Posto isto, considerando situar esta pesquisa no Novo Ensino Médio, este recorte parte de um resumo da estrutura desta etapa de ensino a partir da Constituição da República Federativa do Brasil de 1988 (BRASIL, 1988) até a instauração da Lei nº 13.415, em 16 de fevereiro de 2017 (BRASIL, 2017a).

A Constituição de 1988, como ficou intitulada, possibilitou a implantação de diversos direitos sociais, políticos e educacionais, além de estabelecer o sistema federativo com a descentralização das políticas sociais e educacionais para os estados, municípios e o Distrito Federal. Ela já prenunciava, no inciso II do artigo 208, a obrigatoriedade e a gratuidade do Ensino Médio, conferindo a este o estatuto de direito de todo o cidadão (BRASIL, 1988). Conforme Gusmão e Amorim (2020, p. 5), “a educação escolar passou a ser um dever do Estado, devendo ser ministrada com base no princípio de que todos os brasileiros tenham igualdade de condições de acesso e permanência na escola”.

No ano de 1996, grandes mudanças afetaram a educação em nível nacional. A Emenda Constitucional nº 14/1996 (BRASIL, 1996a) estabeleceu a oferta progressiva do Ensino Médio público e gratuito como uma demanda para o Estado. E mais: a Lei nº 9394/1996, nacionalmente conhecida como Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (BRASIL, 1996b), atribuiu ao Conselho Nacional de Educação (CNE) – Lei nº 9.131, de 24 de dezembro de 1995 (BRASIL, 1996c) – a função de normatizar a organização curricular das etapas de escolarização (BRASIL, 1996b).

Nesse mesmo ano foram elaboradas diretrizes para orientar os professores, coordenadores e diretores na adaptação de particularidades locais relacionadas aos aspectos fundamentais concernentes às disciplinas escolares. Estas orientações partiam

dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1997; BRASIL, 1998a), publicados em 1997 – na época denominados de quatro primeiras séries da Educação Fundamental e, de 1998 em diante, chamados de séries finais do Ensino Fundamental. Esses documentos fazem parte da trajetória até o Ensino Médio, pois, além de fazerem parte do ciclo escolar dos estudantes que chegam a essa etapa de ensino, foram utilizados para as primeiras regulamentações do Ensino Médio.

Em relação ao Ensino Médio, as primeiras normativas a seu respeito foram publicadas em 1998 por meio do Parecer nº 15/1998 (BRASIL, 1998b) e da Resolução nº 03/1998 (BRASIL, 1998c), de modo que estes dois documentos constituíram a primeira versão das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) (BRASIL 1998c). Em conjunto com os PCNs, estes documentos subsidiaram os sistemas de ensino e reestruturaram suas propostas curriculares (GUSMÃO; AMORIM, 2020).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 2000), apresentados em 2000, “cumprem o duplo papel de difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor, na busca de novas abordagens e metodologias” (BRASIL, 2000, p. 4). Sua proposta pautava-se em apresentar uma formação geral para o desenvolvimento de capacidades para: pesquisar, analisar, selecionar informações, criar, formular e aprender (BRASIL, 2000).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) (BRASIL, 2006), criadas em 2006, ampliavam pontos colocados pelos PCNEM (BRASIL, 2000a), e seu objetivo estava em oportunizar reflexões para a prática docente, sem trazer a vertente de um manual que precisaria ser seguido (BRASIL, 2006).

Em 11 de novembro de 2009, a Emenda Constitucional nº 59/2009 (BRASIL, 2009), voltada também ao Ensino Médio, passou a constituir uma normativa para que a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios assegurassem o período de escolarização obrigatório e gratuito a todos os estudantes, resguardados os direitos constitucionais de seu acesso, independentemente da idade (BRASIL, 2009).

A Lei nº 12.796, de 4 abril de 2013 (BRASIL, 2013a), avançou na consolidação da Emenda Constitucional nº 59/2009 (BRASIL, 2009) e adequou o prescrito na LDB/1996 (BRASIL, 1996b), que, além de tornar a Educação Básica gratuita e obrigatória para os estudantes entre as idades de quatro e dezessete anos, garantiu o acesso para todos os estudantes que não concluíram as etapas denominadas de Ensino Fundamental e Ensino Médio na idade própria. Deste modo, essa lei assegurou a gratuidade e a obrigatoriedade para o Ensino Médio e estabeleceu o prazo limite de até

2016 para que municípios e estados da federação estruturassem suas redes de ensino e oferecessem vagas suficientes para atender a todos os estudantes que ainda não estivessem frequentando as escolas (GUSMÃO; AMORIM, 2020).

Desde 2013, o setor legislativo já trabalhava com uma proposta de manutenção do Ensino Médio, com incentivos de agentes do setor privado no governo (SILVA; BOUTIN, 2018). Exemplos desses agentes consistem nos consultores educacionais de bancos, especialistas em avaliações em larga escala, representantes de empresas produtoras de LD e o Movimento pela Base¹³.

Criado em 2013, o Movimento pela Base se denomina uma rede não governamental e apartidária de pessoas e instituições que se dedicam a apoiar e monitorar a BNCC e o Novo Ensino Médio. O Movimento pela Base é formado pela Fundação Lemann, Instituto Natura, Instituto Unibanco, Itaú – Educação e Trabalho, Itaú Social, Instituto Ayrton Senna, Laboratório de Estudos e Pesquisas em Economia Social (LEPES/USP), Todos pela Educação, Vozes da Educação, União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime), Conselho Nacional de Secretários de Educação (Conced), Fundação Maria Cecília Souto Vidigal, Fundação Telefônica Vivo, Fundação Roberto Marinho, Movimento Bem Maior, Instituto Rodrigo Mendes e Instituto Reúna. Consultores de bancos, especialistas em avaliações em larga escala, representantes de empresas produtoras de LD, entre outras organizações parceiras, também fazem parte desse movimento (CASSIO, 2019).

Bigode (2018) denomina todos os participantes do Movimento pela Base como reformadores educacionais, na ideia de que este grupo é uma

[...] coalizão entre políticos, mídia, empresários, empresas educacionais, institutos e fundações privadas e pesquisadores alinhados com a ideia de que o mercado e o modo de organizar a iniciativa privada é uma proposta mais adequada para “consertar” a educação americana, do que as propostas feitas pelos educadores profissionais (BIGODE, 2018, p. 124).

Os interesses pela implementação da BNCC foram reafirmados e publicizados por indivíduos e organizações que atuam e enxergam a educação do país como uma mercadoria. Que a educação de qualidade é uma educação em que os estudantes obtêm notas altas nas avaliações de larga escala. E esta ideia necessita ser vendida e implementada nas escolas do país.

¹³ Disponível em: <https://movimentopelabase.org.br/quem-somos/>. Acesso em: 9 mar. 2023.

A Proposição Legislativa nº 6840/2013 (BRASIL, 2013) tinha em seu documento instituir a Jornada Integral no Ensino Médio. Destaque-se que Educação Integral e Jornada Integral não são necessariamente sinônimos. A primeira versa por uma educação que busque uma formação de estudantes críticos, autônomos, com processos educativos diversificados, uma maior interação durante sua formação, entre outros fatores, o que pode incluir ou não um maior tempo do estudante durante os dias letivos na escola. A outra considera somente o aumento de tempo de permanência dos alunos na escola, isto é, o aumento da carga horária.

O Plano Nacional da Educação (PNE) (BRASIL, 2014) abre espaço para a Jornada Integral no Ensino Médio, conforme registrado na meta de número seis deste plano (BRASIL, 2014). A proposta é que, de maneira progressiva, todas as escolas de Ensino Médio passem para uma Jornada Integral, tendo seu horário ampliado para 1.400 horas, o equivalente a sete horas diárias. A meta do PNE (BRASIL, 2014) é que, até 2024, 50% das escolas e 25% das matrículas da Educação Básica sejam de Educação em Tempo Integral, com o mesmo princípio da Jornada Integral.

Além disso, a Proposição Legislativa nº 6840/2013 (BRASIL, 2013b) considerou a organização dos currículos do Ensino Médio em Áreas do Conhecimento. Observa-se que esse projeto de lei foi tomado como base para o processo que culminou na sanção da Lei nº 13415/2017.

Essa reforma do Ensino Médio foi acelerada com as turbulências políticas de 2015, demarcadas pelo início do segundo mandato da ex-presidente Dilma Rousseff e pela mudança presidencial, no ano de 2016¹⁴. Diante desse cenário, a reforma do Ensino Médio foi feita de forma um tanto verticalizada e, sem maiores impedimentos, através da Medida Provisória (MP) nº 746/2016 (BRASIL, 2016). Na alteração do ocupante do cargo presidencial, a MP foi então assinada pelo ex-presidente Michel Temer.

¹⁴ “Investigações da Operação Lava-Jato nas instituições estatais e a crise política e econômica que, em última instância, provocou uma série de protestos de rua e conspirações palacianas das forças políticas, resultando no afastamento temporário e depois destituição definitiva de Dilma pelo Poder Legislativo em agosto de 2016. Com a ascensão à Presidência da República de Michel Temer, diversas medidas de contrarreformas que já estavam incubadas, passaram à materialidade, o que incluiu a reformulação do ensino médio” (GAWRYSZEWSKI, 2018, p. 833).

Gawryszewski (2018) considera uma justificativa do governo a instauração da MP nº 746/2016. A autora apresenta que,

[...] em setembro de 2016, o Ministério da Educação, em tom de consternação, divulgou o resultado das avaliações que compõem o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), referente a 2015. De acordo com a avaliação, o desempenho dos estudantes brasileiros de Ensino Médio nas provas de Língua Portuguesa e Matemática ficou muito aquém das metas estipuladas pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Diante do quadro considerado como urgente, o Ministro adiantou que o governo federal editaria uma Medida Provisória (MP), fato que ocorreu no mesmo mês através da MP nº 746/2016 e que, posteriormente, foi modificada em alguns pontos e promulgada em fevereiro de 2017 pela lei nº 13.415/2017 (BRASIL, 2017a). Essa MP foi a base da chamada Reforma do Ensino Médio do governo ilegítimo de Michel Temer (GAWRYSZEWSKI, 2018, p. 834).

A MP nº 746/2016 (BRASIL, 2016) promoveu inúmeras alterações na estrutura do Ensino Médio; ela foi convertida na Lei nº 13.415 (BRASIL, 2017a), que aprovou a reforma do Ensino Médio e, desse modo, as mudanças instituídas no Ensino Médio foram diversas. Entre elas têm-se: (1) Aumento da carga horária anual (artigo 1, parágrafo 1). A carga horária mínima anual deverá ser ampliada de forma progressiva, no Ensino Médio, para mil e quatrocentas horas, devendo os sistemas de ensino oferecer, no prazo máximo de cinco anos, pelo menos mil horas anuais de carga horária; (2) Determinação de padrões mínimos esperados a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (artigo 3, parágrafo 8); (3) Construção do currículo fundamentado na BNCC (artigo 4). Estabelece que o currículo do Ensino Médio será composto pela BNCC e por Itinerários Formativos, que deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino; (4) Parcerias com instituições de educação escolar que ofereçam ensino a distância (artigo 4, parágrafo 11). Para efeito de cumprimento das exigências curriculares do Ensino Médio, os sistemas de ensino poderão reconhecer competências e firmar convênios com instituições de educação a distância com notório reconhecimento; (5) Exercício profissional do docente do Ensino Médio sem formação em instituições de educação superior (artigo 6, inciso 4). Profissionais com notório saber reconhecido pelos respectivos sistemas de ensino, para ministrar conteúdos de áreas afins à sua formação ou experiência (BRASIL, 2017a).

Nessa direção, o Novo Ensino Médio levou a alterações na dinâmica escolar, influenciando no cotidiano de professores e estudantes, visto que sua realidade não é universal e/ou homogênea no país. Muitas variáveis precisam ser levadas em consideração, como, por exemplo, o caso de estudantes que são trabalhadores e só conseguem realizar seus estudos durante o período noturno (GUSMÃO; AMORIM, 2020).

A respeito do Novo Ensino Médio, alguns pontos são totalmente novos na história da educação nacional, dentre eles são os Itinerários Formativos e o Projeto de Vida. Teoricamente, os Itinerários Formativos buscam aprofundar as aprendizagens do Ensino Fundamental, a compreensão de problemas complexos e a reflexão sobre soluções para eles. Visam criar oportunidades para que os estudantes vivenciem experiências educativas associadas ao seu dia a dia, promovendo a formação pessoal, profissional e cidadã, envolvendo-os em situações de aprendizagem que possibilitem produzir conhecimentos, criar, intervir na realidade e empreender projetos presentes e futuros. Os Itinerários Formativos são organizados a partir de quatro eixos estruturantes, que compreendem a Investigação Científica, os Processos Criativos, a Mediação e Intervenção Sociocultural e o Empreendedorismo (GROENWALD; PANOSSIAN, 2021).

A Investigação Científica envolve ampliar a capacidade de investigar a realidade, compreendendo, valorizando e aplicando o conhecimento sistematizado, por meio de práticas e produções científicas. Os Processos Criativos têm a ênfase de expandir a capacidade de idealizar e realizar projetos criativos. Estes dois eixos podem se relacionar com uma ou mais Áreas de Conhecimento, a Formação Técnica e Profissional e temáticas de interesse (BRASIL, 2018a).

A Mediação e Intervenção Cultural intenta ampliar a capacidade dos estudantes de utilizar conhecimentos relacionados a uma ou mais Áreas de Conhecimento e à Formação Técnica e Profissional, para realizar projetos que contribuam com a sociedade e o meio ambiente. O Empreendedorismo destaca expandir a capacidade dos estudantes de mobilizar conhecimentos de diferentes áreas para empreender projetos pessoais ou produtivos articulados ao seu projeto de vida (BRASIL, 2018a).

Também os estudantes podem realizar sua Formação Geral Básica (que compreende 60% da formação do Novo Ensino Médio), e Formação Técnica e Profissional em uma instituição parceira (privada), ou Ensino Médio Integrado. As escolas podem estabelecer parcerias com outras instituições de ensino para a oferta de diferentes Itinerários Formativos. A instituição de origem do estudante fica responsável

pelo acompanhamento dos cursos realizados pelo estudante em outras organizações (GROENWALD; PANOSSIAN, 2021).

O Projeto de Vida, obrigatório no Novo Ensino Médio, mostra os caminhos que os estudantes seguirão em seu futuro pessoal e profissional, buscando possibilitar habilidades como ser cooperativo, saber defender suas ideias, entender as tecnologias, compreender, respeitar e analisar o mundo ao seu redor (BRASIL, 2018a). Os Itinerários Formativos, juntamente com os Projetos de Vida, ocupam 40% da formação dos estudantes do Novo Ensino Médio em todo o Brasil.

Alguns pontos críticos com respeito ao Novo Ensino Médio podem ser elencados. Estes compreendem:

(A) O notório saber, para empregabilidade como professor. Quando a Lei nº 13.415 (BRASIL, 2017a) propôs o exercício profissional docente sem a formação obrigatória no Ensino Superior, ela entrou em divergência com a LDB/1996 (BRASIL, 1996b), que exige a formação em licenciatura ou pedagogia em instituições de Ensino Superior para atuar no magistério da Educação Básica;

(B) O tempo de 3000 horas, sendo 1800 h para formação geral e 1200 h para os Itinerários Formativos, traz questões como: garantir a permanência desses estudantes nas escolas, via uma melhor estruturação delas, e a alimentação dos alunos durante o tempo na unidade escolar;

(C) Os Itinerários Formativos, podem ter limites de oferta e até mesmo ausências em algumas unidades de ensino. Os estudantes podem não ser contemplados com os assuntos que possuem maior afinidade e interesse, colocando em xeque a premissa de uma formação integral, ou seja, as escolhas dos tipos de itinerários pelos estudantes podem não ocorrer;

(D) Carência da língua: a língua moderna estrangeira obrigatória é o inglês, tornando facultativo o ensino da língua espanhola em um país que faz fronteira com países em que se fala esse idioma.

A reformulação do Ensino Médio foi totalmente fundamentada na BNCC, mas, conforme se mostra na próxima subseção, ela foi homologada depois da promulgação da Lei nº 13.415/2017 (BRASIL, 2017a). Esse processo possibilita compreender que algumas encadeações foram aceleradas, legitimadas fora de uma ordem cronológica e tomadas como certeza na verticalizada institucionalização, independentemente do cronograma adotado.

2.2.2. A Base Nacional Comum Curricular

O atual contexto sócio-histórico educacional brasileiro tem sido marcado por mudanças curriculares e institucionais que envolvem o Ensino Médio, como a homologação da BNCC, no dia 14 de dezembro de 2018.

A primeira versão da BNCC (BRASIL, 2015) foi colocada em consulta pública, entre setembro de 2015 e março de 2016, composta de um volume único organizado para as quatro etapas de escolaridade básica (Educação Infantil, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio). A segunda versão da BNCC (BRASIL, 2016), também em volume único, foi divulgada em maio de 2016 e debatida em 27 seminários estaduais até agosto de 2016 (CASSIO, 2019).

Já na terceira versão da BNCC, de 2 de abril de 2018 (BRASIL, 2018), após o *impeachment* de Dilma Rousseff, o Ensino Médio foi desmembrado da versão que continha todas as etapas educacionais, tornando-se então um documento específico. Com um total de 150 páginas, o mesmo foi debatido em cinco audiências públicas entre maio e setembro de 2018. Sua quarta versão, também somente na etapa Ensino Médio, se reduziu para 94 páginas e seu conteúdo foi divulgado no dia 1 de dezembro de 2018, sendo debatido pelo CNE (CASSIO, 2019).

A quinta publicação da BNCC (BRASIL, 2018) referente ao Ensino Médio foi divulgada duas semanas após a versão anterior, no dia 14 de dezembro de 2018, com um total de 97 páginas, tornando-se a edição homologada e consolidada com as demais etapas da Educação Básica.

A BNCC (BRASIL, 2018) é o documento mais contemporâneo que rege a educação brasileira. Segundo a própria BNCC (BRASIL, 2018), ela é um documento que apresenta as normativas que devem ser adotadas na elaboração dos documentos curriculares das instituições brasileiras, como indica a própria nomenclatura (BRASIL, 2018). Para Cassio (2019, p. 13), “a Base é, antes de tudo, uma política de centralização curricular. Alicerçada nas avaliações em larga escala e balizadora dos programas governamentais de distribuição de livros didáticos”.

A proposta da Base para o Ensino Médio pautou-se em reorganizar as disciplinas escolares em quatro Áreas de Conhecimento, sendo elas: Linguagens e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Ciências Humanas e Sociais Aplicadas; e

Matemática e suas Tecnologias. Vale reforçar que, pelos parâmetros da BNCC (BRASIL, 2018), a área Matemática e suas Tecnologias é o cenário desta pesquisa.

Cada Área de Conhecimento necessita trabalhar as dez competências gerais da Educação Básica. Estas competências gerais englobam os seguintes aspectos não ordenados: Conhecimento; Pensamento científico, crítico e criativo; Repertório Cultural; Comunicação; Argumentação; Cultura digital; Autogestão; Autoconhecimento e autocuidado; Empatia e cooperação; e Autonomia e responsabilidade.

As Áreas de Conhecimento mobilizam competências específicas da área, que são trabalhadas através de habilidades. No caso de Matemática e suas Tecnologias, existem cinco competências específicas¹⁵.

Conforme a BNCC (BRASIL, 2018), todas as Áreas de Conhecimento devem ser trabalhadas no tempo de até 1800 h na Formação Geral Básica, durante os três anos letivos do Ensino Médio. Outro enfoque dado à Matemática e suas Tecnologias é que os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias para formular problemas, resolver problemas, descrever dados, selecionar modelos matemáticos adequados e desenvolver o pensamento computacional, através do uso de diferentes recursos (BRASIL, 2018). A BNCC (BRASIL, 2018) orienta o máximo de 60% (1800 h) para os conteúdos da formação geral, desenvolvidos em sala de aula; os demais momentos ficam reservados para serem trabalhadas outras atividades, em que as mais comuns compreendem os Itinerários Formativos e os Projetos de Vida (GROENWALD; PANOSSIAN, 2021).

Esses Itinerários Formativos podem se utilizar de no mínimo 1200 horas para serem desenvolvidos, durante a etapa do Ensino Médio, com aprendizados voltados para a formação técnica e profissional. Para a BNCC (BRASIL, 2018), os sistemas de ensino devem construir seus currículos considerando as características de sua região, e os Itinerários devem ser reconhecidos como pontos estratégicos para a flexibilização curricular do Ensino Médio, criando possibilidades de escolha aos estudantes (BRASIL, 2018).

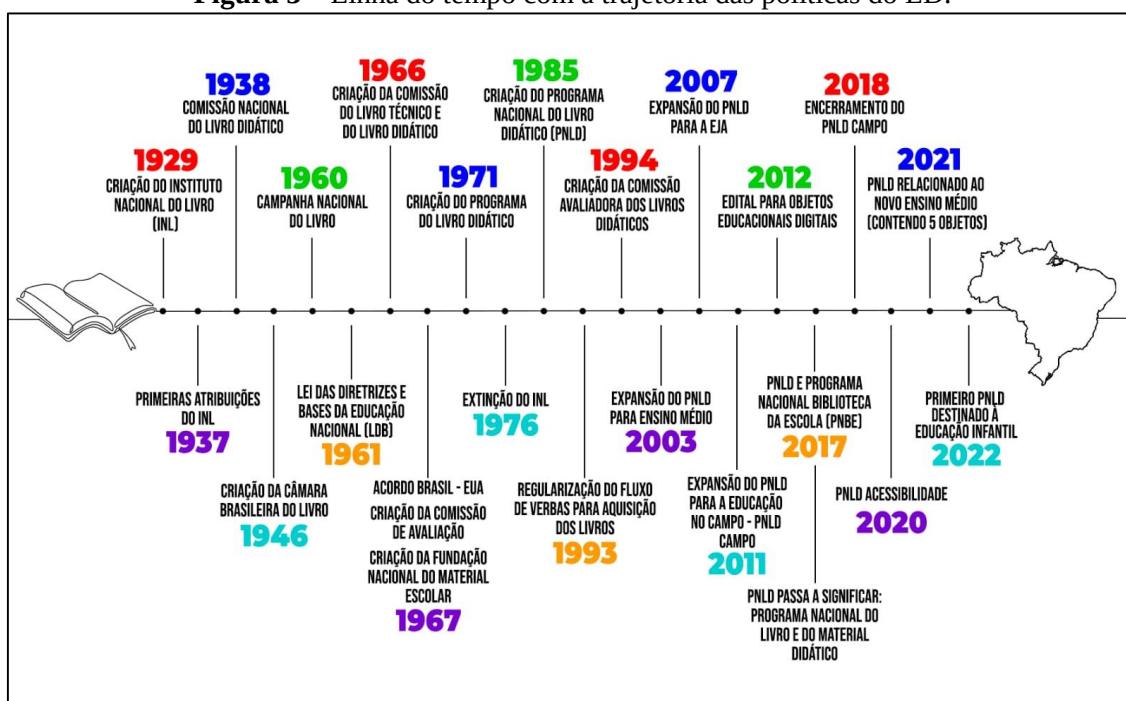
¹⁵ As cinco competências específicas de Matemática e suas Tecnologias podem ser conferidas na BNCC (BRASIL, 2018).

2.2.3. O Programa Nacional do Livro e do Material Didático

As políticas em torno dos LD não se iniciaram com o PNLD. Como apontado por Mazzi (2018) e Mazzi e Amaral-Schio (2021), políticas voltadas a essa temática são foco de discussão no Brasil há quase um século, tendo como um possível marco a criação do Instituto Nacional do Livro (INL), em 1929.

Esta pesquisa não pretende esgotar a cronologia¹⁶ a respeito das políticas educacionais voltadas ao LD. A título de ilustração, a Figura 3 representa uma linha do tempo compreendendo as políticas públicas acerca do Livro Didático até o ano de 2022.

Figura 3 – Linha do tempo com a trajetória das políticas do LD.



Fonte: Amaral *et al.* (2022).

O marco de apresentação na pesquisa aqui relatada parte do Decreto-Lei nº 91.542, de 1985, com a institucionalização do denominado na época Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) (BRASIL, 1985), designado a disponibilizar os chamados pelo Programa de livros escolares. Essa política começou a prever a reutilização dos LD após a distribuição das coleções de LD em todas as escolas públicas (MAZZI, 2018).

Até o ano de 1992, os livros do PNLD eram destinados apenas para estudantes dos denominados atualmente Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Em 1994, a partir da

¹⁶ Para conhecer em mais detalhes essa cronologia, ver Mazzi (2018) e Mazzi e Amaral-Schio (2021).

comissão de avaliação de LD, foi criado o Guia dos Livros Didáticos¹⁷. Este material é composto por resenhas das coleções que foram aprovadas pelo respectivo edital do PNLD que ele compreende. É destinado para os professores e dirigentes das instituições de ensino credenciadas no Programa analisarem e escolherem a coleção de LD pretendida a ser utilizada na escola.

Com maiores investimentos do país no Programa, nos anos seguintes, os LD ganharam distribuição para a etapa do Ensino Fundamental, ou seja, incluindo os níveis dos Anos Iniciais e Anos Finais do Ensino Fundamental, expandindo-se ainda mais. Em 2003, o atendimento do PNLD envolveu os estudantes do Ensino Médio e, em 2007, a Educação de Jovens e Adultos¹⁸, ganhando uma distribuição em larga escala na Educação Básica do Brasil (MAZZI, 2018).

No ano de 2013, os estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas rurais receberam o PNLD Campo. As obras deste Programa atenderam escolas públicas seriadas e multisseriadas. Mas ele foi descontinuado, tendo como último edital o PNLD Campo 2016 (BRASIL, 2014).

Na continuidade da cronologia da Figura 2, o Decreto-Lei nº 9.099/2017 (BRASIL, 2017b) definiu a recente estruturação do PNLD. A sigla se manteve, mas, como o Programa se unificou com o Programa Nacional Biblioteca na Escola (PNBE), o PNLD passou a ser chamado de Programa Nacional do Livro e do Material Didático¹⁹. Ele foi decretado como um programa destinado

a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica e às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas (BRASIL, 2017).

¹⁷ Através do Guia dos Livros Didáticos, é disponibilizada a ‘Resenha’ de cada coleção aprovada pelo edital do PNLD, que propõe a visão geral, a descrição da obra e sua análise. Durante a visão geral, o documento destaca as diferenciações e especificidades de cada coleção. Na descrição da obra, é apresentada sua organização no Livro do Estudante (LE) e no Manual do Professor Impresso (MP), a partir dos conteúdos e tarefas presentes ao longo da coleção. Posteriormente, cada coleção aprovada tem em sua resenha a ‘Análise’. Neste espaço, o Guia dos Livros Didáticos apresenta os destaques metodológicos e didáticos dos volumes da coleção.

¹⁸ O último edital para a modalidade de ensino EJA foi publicado em 2014, não havendo novas publicações desde então. Essa falta de preocupação com a EJA é reforçada com a extinção da Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão (SECADI), em 2019. Em 01 de janeiro de 2023, com a posse do terceiro governo Lula, a SECADI foi reinstituída como Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização de Jovens e Adultos, Diversidade e Inclusão (BRASIL, 2023).

¹⁹ Esta pesquisa denomina o PNLD conforme sua resignificação em 2017, em que o Programa Nacional do Livro Didático passou a se chamar Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

Destaque-se que os Livros Didáticos são distribuídos pelo PNLD todos os anos. Porém, nesse movimento, há a aquisição de novos LD e a reposição e complementação de outros. Atualmente a execução do PNLD acontece de forma alternada, ou seja, todo ano esse processo descrito nas quatro etapas abaixo ocorre para que novas coleções de LD sejam escolhidas pelas unidades de ensino. Mas somente a cada quatro anos o mesmo ciclo escolar²⁰ participa desse processo. O Quadro 1, a seguir, representa essa intercalação para os próximos anos do PNLD.

Quadro 1 – Cronograma de Atendimento do PNLD.

Anos de Atendimento	Ciclo Escolar Atendido
2021	Ensino Médio
2022	Educação Infantil
2023	Anos Iniciais do Ensino Fundamental
2024	Anos Finais do Ensino Fundamental
2025	Ensino Médio

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

No caso do Ensino Médio, os editais do PNLD para atender aos anos de 2012, 2015, 2018 e 2021 convocaram a inscrição de novos LD. A partir de 2022, com o atendimento à Educação Infantil e ciclos alterados de três para quatro anos, os próximos atendimentos ao Ensino Médio estão previstos para 2025, 2029 e assim por diante.

2.2.3.1. PNLD 2021

O último edital do PNLD voltado para o Ensino Médio foi o Edital 03/2019²¹, direcionado para o PNLD 2021. Este edital esteve marcado pelas prescrições da BNCC (BRASIL, 2018) e do Novo Ensino Médio (BRASIL, 2017). Uma das finalidades do edital também foi materializar as habilidades e competências da BNCC (BRASIL, 2018) nos LD e torná-los executores no processo de ensino.

Os critérios para a avaliação das coleções de LD inscritas neste edital estiveram em consonância com essa nova estruturação escolar da reforma do Ensino Médio. O edital do PNLD 2021 se organizou mediante cinco objetos (Quadro 2).

²⁰ Os ciclos escolares são classificados como Educação Infantil, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

²¹ Este documento foi publicado em 2019, para que os materiais didáticos passassem por todo seu processo de avaliação e distribuição, para serem ofertados aos estudantes no ano do nome atribuído ao PNLD.

Quadro 2 – Objetos do PNLD 2021.

Nome	Tipo de Objeto
Objeto 1	Obras Didáticas de Projetos Integradores e de Projeto de Vida
Objeto 2	Obras Didáticas por Áreas de Conhecimento e Obras Didáticas Específicas
Objeto 3	Obras de Formação Continuada destinadas aos professores e à equipe gestora das escolas públicas do Ensino Médio
Objeto 4	Recursos Educacionais Digitais
Objeto 5	Obras Literárias

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Esta pesquisa encontra-se no âmbito do Objeto 2 – Obras Didáticas por Área de Conhecimento. As Obras Didáticas Específicas, que envolvem coleções de LD de Língua Portuguesa, Língua Inglesa, e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas em diálogo com a Matemática, não fazem parte desta investigação.

Nas Obras Didáticas por Área do Conhecimento, existem seis volumes de LD em cada área, o que compreende a coleção aqui analisada, de Matemática e suas Tecnologias. Nos editais anteriores, voltados para o Ensino Médio, para cada componente curricular²² havia três volumes, um para cada série dessa etapa escolar. Essa mudança diante do Novo Ensino Médio conduziu a que as obras não fossem mais sequenciadas, e deste modo passaram a ser denominadas de LD autocontidos. Isto denota que cada livro didático da coleção encerra em si todos os conceitos e as informações necessárias para a compreensão da obra, não estabelecendo uma progressão linear entre os volumes. Ficou como demanda para o professor, consonante o Projeto Político-Pedagógico (PPP) da escola, distribuir os seis volumes da coleção referente à área de Matemática e suas Tecnologias entre a 1ª, 2ª e 3ª séries do Novo Ensino Médio.

O que pode ser problematizado frente aos LD autocontidos diz respeito ao seguinte cenário hipotético: determinado estudante frequenta a segunda série do Novo Ensino Médio em uma escola pública qualquer. Caso ocorra transferência dele para outra unidade escolar, como será a dinâmica utilizada para que não haja repetição de um volume de LD estudado por este aluno? Como cada escola possui um PPP distinto, cada professor adota uma sequência diferente de apresentar os conceitos matemáticos; como evitar que esse estudante seja prejudicado caso seja transferido para outra escola? Tendo em vista

²² Os componentes curriculares, antes da homologação da BNCC (BRASIL, 2018), apresentados, por exemplo, no edital do PNLD 2018, eram os seguintes: Matemática, Língua Portuguesa, História, Geografia, Física, Química, Biologia, Inglês, Espanhol, Sociologia, Filosofia, Arte (BRASIL, 2015).

que qualquer um dos seis volumes pode ser adotado para o primeiro semestre da 2ª série do Novo Ensino Médio em uma determinada escola, e outra escola tem a possibilidade de adotar outro volume, existe uma possibilidade, não ínfima, nesta transferência de unidade escolar, de que o estudante venha a estudar o mesmo volume duas vezes ou não estudar algum dos seis volumes.

2.3. As orientações das políticas públicas frente às Tecnologias Digitais e suas influências no Livro Didático

Considerando apresentar o que se identifica no PNLD e na BNCC sobre as TD, durante a trajetória do PNLD, cabe ressaltar que, de acordo com Mazzi (2018), o edital do PNLD 2014 conduziu ao ineditismo que possibilitou a produção e disponibilização de materiais digitais, ou seja, as editoras credenciadas puderam inscrever os Objetos Educacionais Digitais (OED) como complemento aos livros impressos. “Esse novo material multimídia²³ [...] foi enviado para as escolas em DVD para utilização pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental no ano letivo de 2014” (MAZZI, 2018, p. 50).

Com a presença dos OED nos LD, houve pesquisas que puderam analisar como as TD que foram aprovadas pelos editais do PNLD vêm sendo apresentadas e discutidas pelos autores. Pesquisadores como Ribeiro e Amaral (2016), ao conduzirem um trabalho sobre o conhecimento matemático especializado do professor na exploração de OED em Livros Didáticos, evidenciaram que “o que se percebe nos OEDs é que a interatividade é muito reduzida [...]. Dessa forma, é mais difícil para o professor, por exemplo, elaborar propostas que se utilizam dos OEDs de modo que o aluno possa produzir conhecimento” (RIBEIRO; AMARAL, 2016, p. 72).

Em outro exemplo de investigação, Prampolim e Amaral-Schio (2018) analisaram oito OED em uma coleção aprovada pelo PNLD 2014, mostrando que tais objetos possuem uma abordagem interativa, explorando os conteúdos matemáticos de forma lúdica e que melhorias precisam ser feitas em relação à conexão do OED com os conteúdos abordados no LD.

²³ O edital do PNLD 2014 definiu conteúdos multimídia como sendo “conjunto de objetos educacionais digitais [...] esses objetos devem ser apresentados nas categorias: audiovisual, jogo eletrônico educativo, simulador e infográfico animado; ou agregar todas ou algumas dessas categorias de estilo hipermídia, devendo cada objeto ser identificável individualmente, armazenável em mídia e passível de disponibilização em ambiente virtual” (BRASIL, 2011, p. 02).

Os editais do PNLD 2015, PNLD 2018 e PNLD 2021, voltados para o Ensino Médio, não apresentaram OED para as editoras de LD inserirem como complemento aos livros impressos. Mas Silva, Reis e Rodrighero (2019) discutiram como sete coleções de LD de Matemática da primeira série do Ensino Médio, do PNLD 2018, expõem o tema das TD para o ensino de Matemática. As sete obras trazem indicações de atividades que abordam superficialmente o uso da calculadora científica e os softwares *GeoGebra*, *Winplot* e *LibreOffice Calc*. Os autores também evidenciam que são poucas as obras didáticas que apresentam orientações para o uso do recurso tecnológico oferecido.

Particularmente, no edital do PNLD 2018, destaca-se um dos poucos trechos em que é mencionado um termo próximo à tecnologia, nos tópicos sobre os princípios e critérios de avaliação dos LD para a área de Matemática. Em um trecho é apontada sua importância, segundo o qual “em particular, no dia a dia do cidadão, são evidentes as repercussões dos novos recursos tecnológicos do computador e da calculadora, esta amplamente difundida em todos os meios sociais” (BRASIL, 2015, p. 49). Em seguida, tem-se uma tentativa de motivação pelo uso das TD:

[...] o ensino médio, em particular a área de Matemática, tem de assumir a tarefa de preparar cidadãos para uma sociedade cada vez mais permeada por novas tecnologias, e de possibilitar o ingresso de parcelas significativas de seus cidadãos a patamares mais elaborados do saber. (BRASIL, 2015, p. 50).

A BNCC (BRASIL, 2018) traz três competências gerais, as de número dois, quatro e cinco, que podem englobar ou tangenciar as TD, que são:

(2) Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas; (3) Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural; (4) Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo; (5) Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer

protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva; [...] (BRASIL, 2018, p. 9-10).

Compreende-se a liberdade de exploração que essas competências podem perpassar durante a utilização das TD. Em particular, a quinta competência geral da BNCC (BRASIL, 2018), diante do Novo Ensino Médio, destaca ações para uma produção do conhecimento para todas as áreas, o que inclui a produção do conhecimento matemático.

Além das competências gerais, como já mencionado, existem as competências específicas de cada área de conhecimento. Na área de Matemática e suas Tecnologias, na competência específica cinco, a BNCC traz, como responsabilidade com as TD:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 523).

A textualidade dessa competência orienta o que pesquisas na Educação Matemática investigam, e que poderá ser acompanhado na próxima seção desta pesquisa. Assim, essa competência pode, em junção com suas habilidades, mobilizar, por exemplo, um desenvolvimento conceitual na utilização das TD.

Como cada competência específica de Matemática e suas Tecnologias possui um grupo de habilidades para serem mobilizadas, realizou-se uma leitura das habilidades que de alguma forma mencionavam TD. Um fator que ficou claro foi que diversas habilidades descritas na BNCC deixaram em aberto a utilização da TD. Cinco habilidades apresentam o trecho “com ou sem apoio de tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 525), uma habilidade apresenta o trecho “com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria” (BRASIL, 2018, p. 528). Uma habilidade expõe o trecho “com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica” (BRASIL, 2018, p. 533). Três habilidades mencionam “incluindo ou não tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 528). Uma habilidade anuncia “incluindo ou não uso de recursos tecnológicos” (BRASIL, 2018, p. 526). Uma outra habilidade apresenta “recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica” (BRASIL, 2018, p. 531), e outra habilidade anuncia

“incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra” (BRASIL, 2018, p. 531).

As sentenças das habilidades específicas de Matemática e suas Tecnologias evidenciam que o uso da TD frente às habilidades é opcional. Estas habilidades que propiciam o desenvolvimento conceitual das competências estão presentes nos LD através do PNLD 2021.

No edital do PNLD 2021, existem apontamentos do que as coleções de LD devem, por exemplo, “propor, de forma contextualizada, pesquisas de campo; visitas guiadas (a museus, centros de pesquisas, empresas...) e o uso pedagógico da tecnologia (laboratórios virtuais, simuladores, *videogames*).” (BRASIL, 2019, p. 57).

Na seção dos critérios eliminatórios específicos de Matemática e suas Tecnologias, no conjunto dos seis volumes de Matemática e suas Tecnologias, devem ser abordadas as competências específicas “do ponto de vista matemático e computacional” (BRASIL, 2019, p. 78).

Traços da obrigatoriedade das TD surgem ao longo do edital do PNLD 2021, mas sem uma explicitação sobre a quantidade e qualidade. O edital mostra que uma coleção inscrita poderia ser facilmente aprovada sem que a mesma considerasse uma quantidade razoável e equilibrada de TD entre os seis volumes, uma diversidade de tipos de TD e até mesmo a qualidade desses recursos.

Para Bigode (2018),

A referência à tecnologia é um *engodo*, e não traz qualquer habilidade própria relativa às Tecnologias da Informação e da Comunicação, ou ao pensamento computacional, reduzindo a relação entre Matemática e Tecnologia à sugestão do uso de ferramentas sem qualquer compromisso, como se fosse indiferente construir um triângulo com régua e compasso ou com um *software* de geometria dinâmica; construir o gráfico de uma função quadrática com lápis e papel quadriculado ou com uma planilha eletrônica (BIGODE, 2018, p. 136).

Esta denúncia resume o fato de os trechos destacados nas habilidades específicas de Matemática e suas Tecnologias deixarem em aberto a utilização ou não das TD. Outro ponto é o não compromisso com a tecnologia na BNCC, expondo sentenças em que a utilização das TD não são uma preocupação neste documento.

Os LD enfrentam influências da BNCC e dos editais do PNLD. A BNCC (BRASIL, 2018) regula e centraliza um currículo comum para o país. Cassio (2019) considera que ela oficializa em seu documento as desigualdades educacionais. Os bons

resultados nas avaliações em larga escala nacionais e internacionais são as grandes preocupações dos influenciadores na implementação da BNCC, pois ainda é pressuposto que bons resultados nessas avaliações demonstrem que os conhecimentos foram aprendidos pelos estudantes que as fizeram. E, nesse ponto, caso os estudantes não atinjam um bom rendimento, os professores são culpados. Nunca é a Base (CASSIO, 2019).

Sobre a participação da sociedade, as consultas públicas da BNCC (BRASIL, 2018) não foram efetivadas com clareza, pois os dados obtidos via Lei de Acesso à Informação apresentaram diferenças em números de contribuintes da consulta. As contribuições efetivas, considerando as sugestões de modificação ou inclusão no texto da Base, representaram uma fração mínima do total das contribuições informadas pelo MEC (CASSIO, 2019).

Com relação a sua implementação,

Algumas redes de ensino sofisticarão seus mecanismos de controle para impor a Base nas escolas. Outras gastarão o mínimo possível de recursos e tomarão a “base” como mínimo [...] As redes privadas adotarão o palavrório da Base e continuarão fazendo aquilo que sempre fizeram (CASSIO, 2019, p. 37).

A centralização curricular da BNCC (BRASIL, 2018) faz com que o trabalho pedagógico através de LD fique controlado. O Guia de Implementação da BNCC (BRASIL, 2018), apoiado por instituições privadas, demonstra que o LD é um dos principais executores deste currículo centralizado. O cronograma de execução do PNLD elaborado por esse guia exhibe que o edital do PNLD 2021 fez parte do calendário de implementações para o ano de 2022.

O PNLD 2021 transfere esta regulação do currículo para os LD, que por sua vez colocam em execução o currículo em sala de aula. Munakata (2016, p. 123) destaca que

[...] o livro didático é, em primeiro lugar, o portador dos saberes escolares, um dos componentes explícitos da cultura escolar. De modo geral o livro didático é a transcrição do que era ensinado, ou o que deveria ser ensinado, em cada momento da história da escolarização.

O PNLD 2021 está alicerçado na BNCC (BRASIL, 2018), que ampara o Novo Ensino Médio (BRASIL, 2017). Os LD aprovados nesse edital colocam em execução as habilidades e competências das 1800 h da formação geral da BNCC. É importante refletir sobre como ela poderá (ou não) contribuir para a formação e o desenvolvimento dos

estudantes (SILVA; LIMA; FLORES, 2021). Desse modo, os LD sofrem influências fortes da BNCC (BRASIL, 2018). Desse modo, os editais do LD necessitam ser pensados e elaborados não unicamente em esferas isoladas, mas juntamente com a comunidade escolar e através dos resultados de pesquisas sobre LD, pois existe vida, conhecimento e experiências fora da BNCC.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: ASPECTOS CENTRAIS DA PESQUISA

Para discutir a presença das Tecnologias Digitais (TD) na coleção de Livros Didáticos (LD) de Matemática do PNLD 2021, compreende-se a necessidade de abarcar certos conceitos teóricos que permeiam o objetivo desta investigação e assumem centralidade na pergunta de pesquisa. Nesta seção são apresentados estudos que perpassam a conceituação sobre Tecnologias, Tecnologia e Educação, TD na Educação Matemática, a experimentação com TD e a domesticação das TD, constituindo o corpo teórico para a compreensão e desenvolvimento analítico desta pesquisa.

3.1. As Tecnologias

O mundo contemporâneo é um mundo tecnológico, principalmente nos ambientes urbanos. Muito do que é realizado pelos indivíduos utiliza-se de algum tipo de tecnologia, seja de uma canoa a um automóvel, um lápis a um smartphone, um mimeógrafo a um computador ou um quadro-negro a uma lousa digital.

Contudo, antes de abordar a TD e apresentar algumas discussões na região de inquérito da Educação Matemática, é importante a compreensão do que vem sendo assumido como tecnologia ao longo da literatura. Kenski (2003, p. 15-16) apresenta uma definição para tecnologia como sendo o “conjunto de conhecimentos e princípios que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade”. A autora complementa que, na construção de qualquer equipamento, seja ele qual for, são necessárias pesquisas, planejamento e a criação de tecnologias (KENSKI, 2003).

Outro ponto, é a consideração de que somente o atual momento em que a sociedade vive possa ser denominado de era tecnológica. Kenski (2003) afirma que, desde o início da civilização, cada era correspondeu à predominância de uma determinada tecnologia. Fazemos alusão ao nome dessas eras, como, por exemplo, o Período Paleolítico (período da pedra lascada), Período Neolítico (era da pedra polida), Idade dos Metais, entre outras. Cada época foi à sua maneira uma era tecnológica para uma determinada civilização.

Ademais, as tecnologias, quando presentes e utilizadas no cotidiano dos indivíduos, podem ser pouco notadas. Sua integração no dia a dia disfarça-se como recursos naturais. “Tudo o que utilizamos em nossa vida diária, pessoal e profissional –

utensílios, livros, giz e apagador, papel, canetas, lápis, sabonetes, talheres... – são formas diferenciadas de ferramentas tecnológicas” (KENSKI, 2003, p. 16).

Os exemplos apresentados por Kenski (2003) constituem as diversas ferramentas tecnológicas desenvolvidas pelo ser humano e utilizadas como meio para atingir um propósito ou finalidade. Segundo Santaella (1996, p. 195), as ferramentas são “artefatos projetados como meio para se realizar um trabalho ou uma tarefa. Funcionam, por isso mesmo, como extensões ou prolongamentos de habilidades, na maior parte das vezes manuais, o que explica porque as ferramentas são artefatos de tipo engenhoso”.

Assim, do mesmo modo que o uso das ferramentas tecnológicas é naturalizado, pensar juntamente com essas ferramentas tecnológicas também pode se tornar uma ação involuntária. As tecnologias podem revolucionar os modos de agir e de pensar. A incorporação das tecnologias nas vidas das pessoas as naturaliza, fazendo com que, após a aprendizagem de sua utilização ou de seu funcionamento, elas sejam assumidas como espontâneas (KENSKI, 2007).

Os modos de agir com as tecnologias, as ações humanas com as ferramentas tecnológicas, revelam como utilizar uma tecnologia. Mitcham (1994) apresenta algumas considerações particularidades do termo *usar* diante das tecnologias:

Em inglês [assim como em português], “*usar*” não tem raízes anteriores à do latim *usus* (que significa “*usar*”, “*exercício*”, “*prática*”). A forma adjetiva é *utilis*, ou seja, “*útil*”, “*utilizável*”, “*benefício*”. Sua superficialidade etimológica e sua limitação à família romana de línguas podem até sugerir certas conotações tecnológicas. O verbo “*usar*” comumente denota “*trazer ou colocar em serviço*” e “*empregar para algum propósito*” – de onde as artes e profissões “*úteis*”, no sentido de fazer coisas que devem ser empregadas. Como verbo auxiliar, denota um hábito de familiaridade (“*ele costumava trabalhar*”, ou “*ele está acostumado a ir trabalhar*”). O adjetivo “*usado*” implica tanto [algo] colocado previamente em serviço como a exploração para proveito pessoal que pode ignorar o uso adequado. Palavras relacionadas incluem “*usual*” (com o significado de “*comum*” ou “*regular*”), “*usurpar*” (“*tomar posse de*”, amiúde ilegitimamente) e “*abusar*” (“*usar mal*” ou “*usar em excesso*”). (MITCHAM, 1994, p. 230-231, tradução nossa).²⁴

²⁴ The English word “use” has no recognized roots deeper than the Latin *usus* (meaning “use,” “exercise,” “practice”), the past participle of *uti* (“to use”, “to have a relationship with”). The adjective form is *utilis*, that is, “useful”, “serviceable”, “beneficial”. Its etymological shallowness and limitation to the Roman family of languages may even suggest certain technological overtones. In English the verb “to use” commonly denotes “to bring or to put into service” and “to employ for some purpose” – hence the “useful” arts and crafts, in the sense of making things that are to be employed. As an auxiliary verb it denotes habitual

Este termo traz proximidades ou vinculações com as tecnologias. Não se fala em usar árvores ou rochas tão comumente como usar ferramentas tecnológicas ou usar mídias²⁵. Conforme Santaella (1996), “mídia é sinônimo de meio, este concebível como aplicável a qualquer coisa que é empregada para atingir um fim”. A mídia também tem sido utilizada para o computador, pois, além do processamento e comunicação de dados no próprio computador ou entre computadores, há processos de comunicação entre o computador e seus usuários, assim como a comunicação entre usuários mediada por computadores.

As outras espécies de recursos, que recentemente contribuíram para criar a ideia do computador como uma mídia, agora no reino dos programas (software) que podem correr em qualquer computador pessoal, são os vários programas de computação gráfica, multimídia, hipertexto e hipermídia (SANTAELLA, 1996, p. 214).

Esses softwares permitem a produção e comunicação de variados tipos de mensagens, textuais, verbais, visuais, sonoras e que podem ser transmitidas online. Assim, a capacidade do computador, ou laptop, ou tablet, ou smartphone, de transformar os impulsos eletrônicos, na linguagem binária, em quaisquer dados e informações “é uma evidência de que o computador não é apenas uma mídia, mas está caminhando para se tornar a mídia de todas as mídias” (SANTAELLA, 1996, p. 214). Corroborando esta ideia, e salientando a incessante evolução das mídias, Borba e Villarreal (2005, p. 23, tradução nossa) afirmam que “A mídia está em constante mudança, à medida que interfaces cada vez mais amigáveis são criadas dentro de coletivos de humanos-com-mídias”²⁶.

Retomando as ideias de usar ferramentas tecnológicas ou usar mídias, existe a possibilidade de um tipo diferente de uso para cada tipo de ferramenta tecnológica – neste

practice of familiarity (“He used to work”, or “He is used to going to work”). As a noun “the use” of a thing indicates the regular way it is put into the service or employed. The adjective “used” implies both previously put into service and exploitation for personal gain that might ignore proper use. Related words include “usual” (meaning “common” or “regular”), “to usurp,” (“to take possession of”, often illegitimately), and “to abuse” (“to misuse” or “use up”).

²⁵ As mídias foram consideradas conforme Oechsler (2018, p. 282) define, ou seja, “meios utilizados para a produção de significado. Podem ser meios materiais (instrumentos, ferramentas, coisas) ou imateriais (oralidade, escrita, informática, pensamento) (BORBA, 2009)”. O lápis, o papel, o computador, o laptop, o tablet, o smartphone, a calculadora, a internet, os softwares como os de geometria dinâmica, simulação de experimentos, planilha eletrônica, calculadora virtual, entre outros, são exemplos de mídias.

²⁶ Media are undergoing constant change, as increasingly user-friendly interfaces are created within collectives of humans-with-media.

caso são as técnicas (MITCHAM, 1994). No dicionário de filosofia de Nicola Abbagnano (2007), técnica

compreende qualquer conjunto de regras aptas a dirigir eficazmente uma atividade qualquer”. Nesse sentido, técnica não se distingue de arte, de ciência, nem de qualquer processo ou operação capazes de produzir um efeito qualquer: campo estende-se tanto quanto o de todas as atividades humanas (ABBAGNANO, 2007, p. 939).

Assim, chama-se de técnica o tratamento dado para lidar com cada tipo de tecnologia, tanto para criar como para utilizar. Algumas técnicas são consideradas simples, outras mais complexas. São transmitidas de uma geração para outra e se incorporam à cultura de determinadas sociedades (KENSKI, 2003).

Quanto aos termos para se referenciar às tecnologias, é possível encontrar uma polissemia de expressões para as novas tecnologias, os recursos tecnológicos, as inovações tecnológicas, mídias, mídias digitais, entre outros. No entanto, antes da apresentação de qual termo foi adotado nesta pesquisa e sua justificativa, a próxima subseção mostra a relação da tecnologia com a educação.

3.2. Tecnologias e Educação

A tecnologia possui considerável importância para a educação. Kenski (2007, p. 42) afirma que “educação e tecnologia são indissociáveis”. As tecnologias impactam nos processos educacionais, nas concepções de ciência e conhecimento, no que é o saber, refletindo nas formas de ensinar e aprender.

Considerando o rápido ritmo da educação e das novas tecnologias,

As velozes transformações tecnológicas da atualidade impõem novos ritmos e dimensões à tarefa de ensinar e aprender. É preciso estar em permanente estado de aprendizagem e de adaptação ao novo. Não existe mais a possibilidade de considerar a pessoa totalmente formada, independentemente do grau de escolarização alcançado (KENSKI, 2003, p. 25).

A tecnologia muda ao longo dos tempos, percebe-se e acredita-se que ela progrida, isto é, que ela “cede” lugar a aparelhos e sistemas cada vez diferentes, novos e supostamente melhores. Alguns termos foram cunhados de modo a aproximar a

tecnologia e a educação. A Tecnologia Educacional (TE) e a Informática Educacional são duas dessas incorporações. A primeira pode ser entendida como toda ação educativa aprimorada a partir da instalação ou aperfeiçoamento tecnológico, ou seja, a TE refere-se ao emprego de recursos tecnológicos como ferramenta para aprimorar o ensino. É usar a tecnologia a favor da educação, promovendo maiores desenvolvimentos sociais e educativos para um melhor acesso à informação (PEREIRA; ROQUE; MACARIO, 2018).

A segunda expressão, denominada de Informática Educacional, compreende a primeira, com a particularização de incorporar o computador na educação. O computador é um grande aparato para os processos pedagógicos na Informática Educacional, ou seja, é pedagogicamente planejada a utilização dos recursos informáticos, como, por exemplo, hardwares, softwares, redes, entre outros. Atualmente, através dele, as possibilidades são ampliadas com a internet e softwares educacionais que podem ser instalados nele, podendo facilitar o aprendizado de conteúdos que pretendem ser ensinados aos estudantes (ALVES, 2013).

A escolha de um determinado tipo de tecnologia pode alterar de formas circunstanciais os processos educacionais, ou propostas pedagógicas (KENSKI, 2007). As novas tecnologias impactam nas concepções de ciência e conhecimento, do que é o saber, refletindo-se nas formas de ensinar e aprender.

3.3. Tecnologias Digitais e Educação Matemática

As mídias compreendidas nesta pesquisa envolvem os softwares, vídeos digitais, websites, bem como computadores, laptops, tablets, smartphones, calculadoras simples e calculadoras científicas. Assim, foi assumida a utilização do termo Tecnologias Digitais (TD), por se entender que elas abrangem o que é considerado nas fases do desenvolvimento tecnológico em Educação Matemática, apresentadas por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014). Os autores estruturam em quatro fases para discutir o uso de tecnologias na Educação Matemática no Brasil.

Acerca da primeira fase, considerada como seu marco inicial em meados da década de 1980, a utilização das calculadoras simples, das calculadoras científicas e dos computadores já era objeto de discussão na Educação Matemática. Tecnologias Informáticas era o nome popularmente empregado pelos investigadores para se referirem a algum software ou computador. O grande marco para esta fase foi o uso do software

LOGO²⁷, em 1985. Nessa década também surgiram posicionamentos de que as escolas de Educação Básica do Brasil poderiam ter em suas unidades um ambiente novo: os laboratórios de informática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

A segunda fase, com início na primeira metade da década de 1990, foi difundida com a popularização do uso de computadores pessoais. Destaca-se o uso de softwares voltados a múltiplas representações de funções, de geometria dinâmica e sistemas de computação algébricos (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

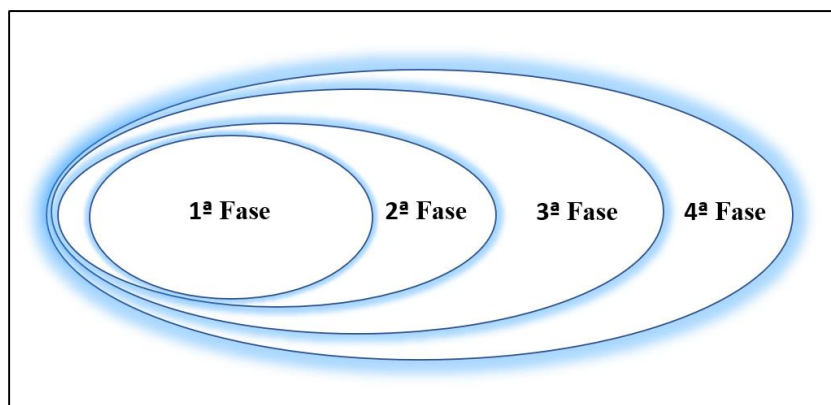
Já a terceira fase surgiu como tendência com o advento da internet, em torno de 1999. Devido à natureza das fontes de informação e comunicação da internet, além do termo Tecnologias Informáticas, consolidam-se também as expressões Tecnologias da Informação (TI) e Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

A quarta fase iniciou-se em meados de 2004, com o advento da internet rápida. A qualidade das conexões, como também a quantidade de tipos de recursos com acesso à internet, foi ampliada e aprimorada, mudando os rumos da comunicação online. Nessa fase, tornou-se comum entre os pesquisadores a utilização do termo Tecnologias Digitais (TD), nome considerado nesta pesquisa e sinônimo para Tecnologias Informáticas, Tecnologias da Informação, Tecnologias da Informação e Comunicação, recursos tecnológicos e mídias digitais.

Os autores destacam que “o surgimento de cada fase não exclui ou substitui a anterior. Há certa ‘sobreposição’ entre as fases, elas vão se interagindo. Ou seja, muitos aspectos que surgiram nas três primeiras fases ainda são fundamentais na quarta fase” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 37). A Figura 4 traz essa representação de composição das quatro fases.

²⁷ Baseado na perspectiva teórica do construcionismo de Seymour Papert, este software de uso pedagógico relacionava a linguagem de programação com o pensamento matemático.

Figura 4 – Representação da composição das quatro fases das TD na Educação Matemática.



Fonte: Adaptada de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014).

A quinta fase das TD vem sendo discutida por Borba, Souto e Junior (2022), trazendo como elementos principais a consolidação do uso de vídeos digitais, intensificando seus enfoques pedagógicos e suas produções por estudantes tanto na Educação Básica como no Ensino Superior. Exemplo disto está na realização de festivais de vídeos de matemática²⁸. Nota-se que as TD na Educação Matemática constituem uma tendência em movimento, que “vai se mantendo e/ou se transformando à medida que os obstáculos superados não são esgotados e novas barreiras surgem” (BORBA; SOUTO; JUNIOR, 2022, p. 108).

Assim, as TD assumidas nesta pesquisa por softwares, vídeos digitais, websites, bem como computadores, tablets, smartphones, calculadoras simples e calculadoras científicas, caminham com o objetivo de compreender as funções das Tecnologias Digitais nos Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2021.

3.4. Experimentação com Tecnologias Digitais

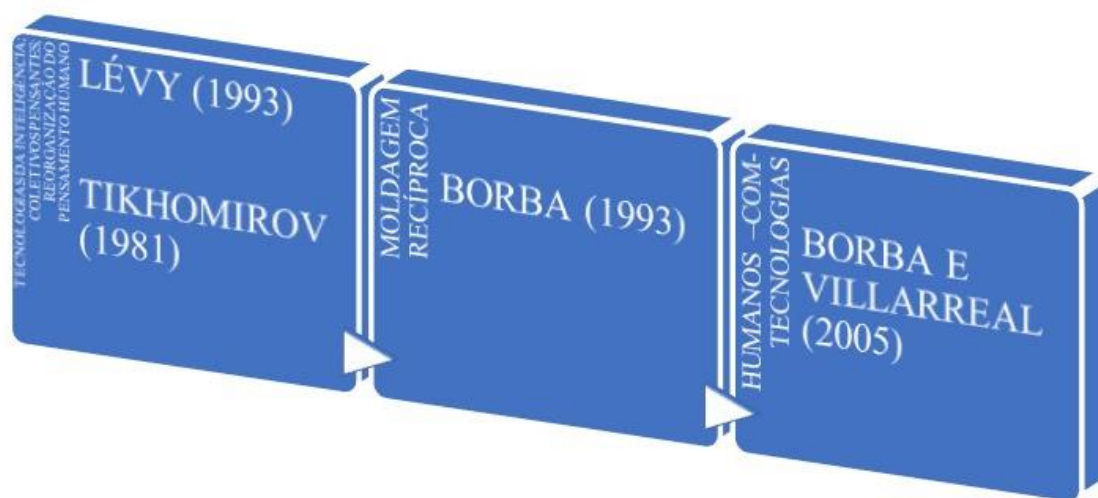
Para Kenski (2007), as tecnologias moldam os indivíduos, pois elas revolucionaram os modos de agir e de pensar (KENSKI, 2007). É natural questionar, então, como as TD modificam as formas como o conhecimento é produzido. O conhecimento pode ser produzido por coletivos em que participam atores humanos e

²⁸ Festival realizado anualmente desde 2017 pelo Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e outros grupos. Atualmente é realizada a sétima edição, denominada VII Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática. Disponível em: <https://www.festivalvideomat.com>. Acesso em: 2 set. 2023.

tecnológicos (mídias), ou seja, através de humanos-com-mídias ou humanos-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005).

A expressão ‘humanos-com-mídias’ ou ‘humanos-com-tecnologias’ foi apresentada como um construto teórico por Borba e Villarreal (2005), a partir de uma metáfora utilizando como embasamento teórico a moldagem recíproca²⁹, um dos resultados de Borba (1993), que descreveu e discutiu a relação entre o pensamento matemático e o uso de tecnologia. A moldagem recíproca trouxe as noções de tecnologias da inteligência e coletivos pensantes de Pierre Lévy (1993), juntamente com as contribuições de Oleg Tikhomirov (1981), um estudioso das obras de Lev Vygotsky, que considera que a presença das tecnologias computacionais durante os processos de produção de conhecimento proporciona uma reorganização do pensamento humano de modo distinto de outras tecnologias (BORBA; VILLARREAL; 2005; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; CANEDO JUNIOR, 2021). A Figura 5 esboça a trajetória para o construto teórico de humanos-com-tecnologias.

Figura 5 – Esboço da trajetória da teoria seres-humanos-com-mídias.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Conforme Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), “O uso de hifens na expressão, que conecta os atores humanos e não-humanos, busca enfatizar que tecnologias não são neutras ao pensamento, que a produção de conhecimento matemático é condicionada pela mídia utilizada” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, p. 40, 2014). Nessa perspectiva, os conhecimentos produzidos na presença de lápis e papel ou giz e lousa

²⁹ Destaca-se que a produção de conhecimento pode ocorrer sem que a moldagem recíproca aconteça.

tendem a diferir daqueles em que as TD como calculadoras ou softwares entram em cena (BORBA; VILLARREAL, 2005). De acordo com Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), as principais ideias relacionadas à noção de humanos-com-tecnologias envolvem:

- O surgimento de uma nova tecnologia permite que novos tipos de problemas matemática sejam explorados;
- Um problema baseado no uso de lápis e papel, por exemplo, pode vir a “perder seu sentido”, tornar-se trivial ou obsoleto, ao ser resolvido com um software;
- Devemos evitar a domesticação de uma nova tecnologia. Ou seja, não devemos deixar que ela seja utilizada da mesma forma e ancorada nas mesmas práticas que eram condicionadas por outras mídias;
- Devemos evitar o uso domesticado de novas tecnologias, buscando criar novos problemas e atividades investigativas;
- A Matemática baseada no uso do lápis e papel é qualitativamente diferente da matemática baseada no uso de softwares;
- Há uma moldagem recíproca entre pensamento e tecnologia;
- A produção de conhecimento matemático é condicionada pela tecnologia utilizada;
- As tecnologias não são neutras ao pensamento matemático;
- As tecnologias transformam a Matemática;
- As tecnologias não são figurantes nos cenários cognitivos. Humanos e tecnologias são protagonistas da ecologia cognitiva;
- Os coletivos pensantes são formados por amálgamas do tipo humanos-tecnologias, humanos-com-mídias, seres-humanos-com-tecnologias ou, como temos utilizado, seres-humanos-com-mídias;
- Ao propor, atuar ou investigar um cenário pedagógico, enfocamos o pensar-com-tecnologias (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, p. 40-41, 2014).

Não há uma dissociação entre seres humanos e as tecnologias, pois humanos são constituídos por tecnologias que transformam e modificam o nosso modo de pensar e agir, reorganizando nosso pensamento através da coletividade de humanos e oralidade, humanos e escrita, humanos e tecnologias, humanos e TD, e ao mesmo tempo as ações humanas transformam a oralidade, a escrita, as tecnologias e as TD. Nesta moldagem recíproca, “o uso ou o surgimento de uma determinada mídia não invalida ou extingue outra, embora a coloque, muitas vezes, em uma posição distinta da que ocupava em momento anterior” (SOUTO; BORBA, 2016, p. 222).

Agora, na proposta de investigar um cenário pedagógico, Borba e Villarreal (2005) abordam a experimentação. Segundo os autores, um experimento é usado para descobrir o desconhecido, verificar os caminhos de um resultado matemático, realizar testes, até mesmo ilustrar uma afirmação através de exemplos. Na experimentação com TD, “podemos afirmar sem sombra de dúvidas que a tecnologia tem um papel primordial

em relação ao uso de experimentos em matemática, bem como na Educação Matemática”³⁰ (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 67, tradução nossa). Um software de geometria dinâmica, por exemplo, propõe atribuições significativas no ensino de Matemática, pois traz novas possibilidades de construções geométricas, a exploração através da manipulação e a visualização virtual de objetos matemáticos (CARVALHO, 2022).

Para caracterizar a experimentação com tecnologias,

[...] a noção de experimentação com tecnologias pode inicialmente ser entendida como o uso de tecnologias informáticas no estudo de conceitos ou na exploração de problemas matemáticos. Contudo existem especificidades com relação à forma de uso dessas tecnologias nessa perspectiva. Busca-se explorar as potencialidades diferenciadas oferecidas por uma nova tecnologia. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 50-51).

A experimentação com tecnologias no viés de experimentação-com-tecnologias, de Borba e Villarreal (2005), relaciona-se diretamente à reorganização do pensamento entre seres humanos e as tecnologias, fazendo parte da produção do conhecimento matemático. Neste cenário, é possível a exploração das potencialidades das TD para a compreensão de conceitos. As potencialidades diferenciadas visam não atribuir os mesmos usos de uma TD para outra, ou seja, o que você pode fazer de potencialmente diferente na calculadora? O que pode ser explorado na planilha eletrônica de modo que proporcione uma produção de conhecimento matemático e que sua forma de exploração não dê conta de ser realizado com tecnologias como lápis e papel?

Sumarizando as relações da experimentação e suas potencialidades na Educação Matemática, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) apontam 18 implicações da experimentação-com-tecnologias de Borba e Villarreal (2005), quando elaborada uma atividade matemática. Destacam-se:

- Criação e simulação de modelos matemáticos;
- Geração de conjecturas matemáticas;
- Exploração de diversificadas formas de resoluções;
- Manipulação dinâmica de objetos construídos;
- Realização de testes de conjecturas usando um grande número de exemplos, modificando representações de objetos, simulando componentes de construções, etc.;
- Convencimento sobre a veracidade de conjecturas;

³⁰ We can assert without a doubt that technology has a paramount role relative to the use of experiments in mathematics as well as in mathematics education

- Elaboração de novos tipos de problemas e construções matemáticas;
- Criação e conexão entre diferentes (e múltiplos) tipos de representações de objetos matemáticos;
- Exploração do caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos;
- Incentivo à combinação de raciocínios intuitivo, indutivo ou abduutivo, que podem contribuir ao desenvolvimento do raciocínio dedutivo;
- Criação de atividades matemáticas “abertas controladas”, ou seja, com direcionalidade ao seu objetivo;
- Ensinar e aprender matemática de forma alternativa;
- Compreensão de conceitos;
- Conhecimentos de novas dinâmicas, formas de conectividade e relações de poder em sala de aula;
- Envolvimento com um novo tipo de linguagem (informática) na comunicação matemática, além da escrita;
- Criação de diferentes tipos de símbolos e notações matemáticas;
- Aprofundamento em variados níveis de rigor matemático;
- Identificação de incoerências conceituais e/ou aprimoramentos do enunciado (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 51-52).

De acordo com Borba e Villarreal (2005), pode-se afirmar que a experimentação-com-tecnologias é importante para a produção do conhecimento dos estudantes. Utilizar das investigações para a compreensão dos conceitos matemáticos, as variadas formas matemáticas de representação em uma TD, as criações, as múltiplas maneiras de visualização e a manipulação de objetos matemáticos (no caso da geometria dinâmica), são ações que proporcionam uma reorganização do pensamento humano, assim como as ações humanas transformam a produção do conhecimento com as TD.

Nos painéis e atividades³¹ dispostas nos Livros Didáticos (LD), que proporcionam o uso de alguma TD, busca-se situações do tipo experimental, que, segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), precisam assumir um caráter investigativo. Assim, as relações elencadas de experimentação podem compreender o destacado no Quadro 3.

Quadro 3 - Experimentação com Tecnologias no Livro Didático.

Experimentação com Tecnologias
Uso investigativo de tecnologias
Complexidade do pensamento matemático
Conexões entre representações

³¹ Conforme apresentado na primeira seção e estendido na seção metodológica, os painéis compreendem os enunciados e exemplos, recursos e exercícios resolvidos do LD. Já as atividades englobam os exercícios, os problemas contextualizados e as pesquisas.

Visualização
Caráter experimental
Design experimental

Fonte: Adaptado de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p. 56).

Outro autor que discute experimentação com TD é Michael De Villiers (2003). Ele, no contexto da elaboração de provas e demonstrações matemáticas, compreende a experimentação como sendo todos os métodos através da intuição, indução e de analogias para atingir uma generalização. Segundo o autor, as funções importantes da experimentação³², sem uma ordem de prioridade, podem ser distinguidas como: (a) conjectura; (b) verificação; (c) compreensão. Estas funções podem sobrepor-se uma à outra, dependendo da experimentação proposta.

De forma a apresentar brevemente cada uma delas, na conjectura, configura-se que, durante a exploração de atividades em um software no computador, são fornecidas poderosas imagens e intuições que podem contribuir para a crescente compreensão matemática. Além disso, o computador fornece uma oportunidade para o estudante formular um grande número de conjecturas e testá-las imediatamente, variando apenas alguns parâmetros de uma determinada situação. Já a verificação é usada para testar a veracidade de um resultado através de representações gráficas, algébricas ou geométricas via software (DE VILLIERS, 2003). A compreensão mediante a experimentação pode “nos levar a novas perspectivas e a uma compreensão mais profunda de conceitos e definições, ajudando-nos a melhor compreender o que está sendo discutido” (MAZZI, 2014, p. 27). A intuição, por exemplo, amplia e enriquece a compreensão em uma experimentação, pois, durante o manuseio das ferramentas de um software, pode-se esclarecer uma situação que não poderia ser compreendida facilmente sem a TD.

Outras discussões se alinham com a perspectiva de De Villiers (2003). Borba e Selva (2013) investigaram o uso das calculadoras em LD de Matemática³³. Compreende-se que as discussões que as autoras concebem acerca das calculadoras possibilitam ampliação para outras TD, em que discutem como as atividades com a calculadora foram introduzidas aos estudantes no LD.

³² Destaque-se que a visão de experimentação deste autor está pautada na exploração como uma forma de produção de conhecimento.

³³ Esta pesquisa compreendeu todas as coleções de LD de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, aprovados pelo edital do PNLD 2003.

Assim, Borba e Selva (2013) abordaram quatro funções que a calculadora pode assumir, sendo elas: (i) Desenvolvimento conceitual – identificado quando existem situações significativamente contextualizadas, que estimulam a participação e autonomia dos estudantes na construção do seu conhecimento. São situações no LD que visam a compreensão de algum conteúdo ou conceito específico, propondo pensar sobre relações e propriedades matemáticas, observações de regularidades, realizar descobertas, conclusões de aspectos gerais de um conceito abordado, entre outros entendimentos específicos; (ii) Verificação de resultados – pauta-se em solicitações em que os estudantes realizam, por exemplo, um cálculo mental ou por escrito, e posteriormente são solicitados a verificar os resultados obtidos operando em uma calculadora; (iii) Calcular (encontrar resultados) – são situações no LD em que os estudantes são solicitados a realizar diretamente operações aritméticas com a calculadora, ou seja, calcular; e (iv) Manipulação das ferramentas da calculadora – painéis ou atividades em que é apresentado aos estudantes como usar o teclado, de modo que certas funcionalidades da calculadora configuram esse tipo de uso. Isto é, familiarizar os estudantes com comandos básicos ou avançados de funções que as calculadoras realizam, incluindo a sequência exata de teclas a serem digitadas para que uma operação matemática seja realizada (BORBA; SELVA, 2013).

Os itens ‘ii’ e ‘iii’, mencionados acima, a respeito da verificação e cálculo, remetem a usos da calculadora ancorados em práticas que não proporcionam experimentações com a referida tecnologia. Podem ser considerados como exemplos do que será apresentado na próxima subseção, acerca da domesticação das TD. Mesmo que esse trabalho de Borba e Selva (2013) estivesse somente relacionado com a calculadora, entende-se que essas quatro funções podem ser ampliadas para outras TD identificadas no LD.

Assim, as TD identificadas nos painéis e atividades, dispostas nos Livros Didáticos (LD), proporcionam em seu uso uma experimentação, seja na forma de exploração da TD ou em uma proposta de atividade que possa reorganizar o pensamento do estudante. A seguinte subseção traz relações com as tecnologias e as TD em que elas podem ser abordadas em um viés no qual a experimentação não é oportunizada aos estudantes.

3.5. Domesticação das Tecnologias Digitais

Estudos de 2002, acerca das TD, apresentavam reflexões na Educação Matemática sobre atividades que não proporcionavam uma experimentação-com-tecnologias. Borba e Penteado (2002) mostraram práticas com mídias informáticas (termo compreendido pelos autores por calculadoras e softwares) que permitiam uma subutilização, ou a chamada domesticação das mídias.

De acordo com Borba e Penteado (2002), “uma mídia é domesticada quando se reproduzem nela práticas inerentes a mídias anteriores, e quando se condiciona a seu uso à expectativa de resultados iguais àqueles obtidos durante a utilização de uma mídia anterior” (BORBA; PENTEADO, 2002, p. 243). Um primeiro exemplo, ao propor uma atividade com um software de geometria dinâmica, uma potencialidade diferente, passível de ser explorada por ele, pode ser sobre a dinamicidade em visualizar e rotacionar um objeto geométrico de três dimensões. É um recurso que não poderia ser possível reproduzir com facilidade e fluidez por outra tecnologia. Isto é, se fosse possível visualizar e rotacionar um objeto geométrico com tecnologias anteriores aos softwares de geometria dinâmica, estaríamos domesticando esta TD. Um segundo exemplo a se refletir é sobre a realização de atividades matemáticas com TD que poderiam ser utilizadas sem essa TD, como utilizar-se de um software para ilustrar uma função de primeiro grau aos estudantes, como em uma projeção, sem possibilitar nenhuma exploração gráfica com essa TD. O software não provocaria questionamentos e nem justificaria seu uso, porque foi proposta somente a visualização estática da função de primeiro grau, portanto poderia ser reproduzida esta ilustração com outra tecnologia, como lousa e giz, ou uma apresentação de slides.

A domesticação das TD faz com que não sejam aproveitados todos seus potenciais disponíveis. Isso pode ocorrer por algumas razões, como: A falta de habilidades e capacitação de determinada TD, impedindo uma utilização eficaz, ou seja, na ausência de uma formação, as potencialidades das TD podem ser deixadas de lado; Recursos limitados na aquisição de certa TD, ou a falta de acesso e conectividade, não possibilitando o investimento em uma tecnologia atual em consequência de condições econômicas e sociais precárias; Resistência à mudança, no qual as pessoas podem resistir à adoção das TD devido ao medo do desconhecido, falta de confiança na tecnologia ou preocupações com a segurança e privacidade; Outras prioridades educacionais dos governantes, por

exemplo na formação de professores, elas podem estar mal alinhadas e os conhecimentos sobre a importância da experimentação das TD não ser uma preocupação.

A domesticação pode ser entendida como a forma em que os painéis ou as atividades do LD expõem uma dada TD, que poderia ser refeita por uma outra tecnologia não digital, como lápis e papel. Também a forma com que os professores adaptam uma TD (ou mídia), reproduzindo suas práticas já conhecidas através do giz e da lousa em determinada TD, sem o aproveitamento de seu potencial, depreende-se como domesticada. Domesticar significa utilizar uma tecnologia “de forma a manter intacta práticas que eram desenvolvidas com uma mídia que é predominante em um determinado momento da produção do conhecimento” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 25). Práticas nesse âmbito podem não ser adequadas para oportunizar aos estudantes possibilidades de explorações, discussões, questionamentos e uma aprendizagem crítica envolvendo uma TD (SOUTO, 2013).

Borba (2000) relata que,

Ao trabalharmos com serventes, diretores e professoras de todos os níveis, percebemos uma tendência à domesticação do uso do computador mediante a manutenção de rotinas comprometidas a hierarquia peculiar do mundo escrito e que são transferidas para o ambiente informático. Após um primeiro momento de fascínio e medo no contato com as novas mídias, tende-se a reproduzir uma sequência de atividades que mantém as rotinas conhecidas. (BORBA, 2000, p. 61-62).

As atividades ou painéis podem propor no LD práticas que utilizam pouco do que a TD pode oferecer. Conforme já afirmava Kenski (2003), há 20 anos,

[...] não são as tecnologias que vão revolucionar o ensino e, por extensão, a educação de forma geral, mas a maneira como essa tecnologia é utilizada para a mediação entre professores, alunos e a informação. Essa maneira pode ser revolucionária, ou não. Os processos de interação e comunicação no ensino sempre dependeram muito mais das pessoas envolvidas no processo do que das tecnologias utilizadas, seja o livro, o giz, ou o computador e as redes. (KENSKI, 2003, p. 102).

No cenário desta pesquisa, que são os LD, é importante que não seja exigida somente a presença das TD nas obras didáticas, mas a qualidade com que elas são

anunciadas e desenvolvidas no livro. A próxima seção visa apresentar a metodologia de pesquisa adotada e os procedimentos metodológicos utilizados para compreender as funções das TD nos LD de Matemática do Novo Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2021.

4. METODOLOGIA

Nesta seção serão fundamentadas e descritas as características metodológicas assumidas nesta pesquisa. Inicialmente serão exibidos aspectos em relação ao que consiste uma pesquisa, de modo geral, e, em particular, uma pesquisa qualitativa do tipo documental. Após isso, serão brevemente abordados os atributos de se desenvolver uma pesquisa documental. Em seguida, será apresentada a fonte de dados, assim como os procedimentos utilizados para a produção dos dados.

4.1. A Pesquisa Qualitativa

A pesquisa parte do acordo de certas exigências científicas para a produção de conhecimento. Teóricos como Bicudo (1993) afirmam que “pesquisar configura-se como buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada” (BICUDO, 1993, p. 18). Nesta movimentação de pesquisar, o objetivo é explorar e reexplorar, caracterizando e especificando de forma organizada o conteúdo que se pretende investigar, buscando qualificar as informações dos dados que não podem ser descritos superficialmente. Ademais, Goldenberg (2004) conjectura que a pesquisa é “um trabalho de produção de conhecimento sistemático, não meramente repetitivo, mas produtivo, que faz avançar a área de conhecimento a qual se dedica” (GOLDENBERG, 2004, p. 105).

Ainda, Bicudo (1993) argumenta que pesquisar “configura-se, também, como buscar explicações cada vez mais convincentes e claras sobre a pergunta feita” (BICUDO, 1993, p. 18). A pergunta irá ajudar direcionando o olhar do pesquisador sobre o que se quer pesquisar. No caminhar dessa investigação, a pergunta de pesquisa se moldou na medida em que leituras foram sendo realizadas, novos referenciais teóricos encontrados – com isso novos vieses passaram a ser acrescentados.

Nesse trilhar, a pergunta de pesquisa tomou, por fim, a seguinte forma: **De que modo as Tecnologias Digitais se fazem presentes em uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio?**

As pesquisas acompanham fundamentos e legitimações por grupos de pensadores que validam visões de um sistema de ideias e conhecimentos em determinados momentos históricos, conforme buscam resultados para suas perguntas de pesquisa. Considera-se o significado de paradigma, que, conforme mencionam Lincoln e Guba (1985), “é um

conjunto sistêmico de crenças junto com os métodos que os acompanham” (LINCOLN; GUBA, 1985, p. 15, tradução nossa)³⁴. Logo, são pressuposições filosóficas de uma comunidade científica, acompanhadas de procedimentos sobre conhecimentos que as validam.

No contexto de significado desta pesquisa, o paradigma assumido é de pesquisa qualitativa, considerado apropriado para esta investigação. No que tange a esta dissertação, concordante com Bicudo (2012), compreende-se que a pesquisa qualitativa

engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções de respeito, de percepções, de diferenças e semelhanças, de aspectos comparáveis de experiências (BICUDO, 2012, p. 116).

Assim, nesse tipo de investigação, parte-se do pressuposto de que as pessoas agem em função de suas crenças, percepções, sentimentos, valores, e que seu comportamento tem sempre um sentido, um significado que não se dá de modo imediato, precisando ser desvelado. Por sua diversidade e flexibilidade, na pesquisa qualitativa não são admitidas regras precisas a serem seguidas (BICUDO, 2012).

Ponderando mais atributos da pesquisa qualitativa, pode-se considerar que ela se caracteriza por ser descritiva, ou seja, “pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações” (BORBA; ARAÚJO, 2013, p. 25). Ademais, “ao recolher dados descritivos, os investigadores qualitativos abordam o mundo de forma minuciosa” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 49).

Outra característica da pesquisa qualitativa é ser interpretativa. Creswell (2010) nos remete que “os pesquisadores fazem uma interpretação do que enxergam, ouvem e entendem. Suas interpretações não podem ser separadas de suas origens, história, contextos e entendimentos anteriores” (CRESWELL, 2010, p. 209), isto é, suas reflexões são historicamente datadas e situadas.

Atentos à relação entre o pesquisador e a pesquisa, “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 49). Além do mais, segundo Bicudo (1993), “há sempre o andar em torno... outra vez e outra ainda... Há sempre o andar cuidadoso, que solicita rigor e sistematicidade” (BICUDO, 1993, p. 18), de modo que, em decorrência, cabe estar

³⁴ A systematic set of beliefs, together with their accompanying methods (LINCOLN; GUBA, 1985, p. 15).

atento aos dados que são produzidos e aos padrões encontrados para a criação dos eixos ou categorias de análise.

As investigações que são desenvolvidas na Educação Matemática se preocupam com a interrogação da pesquisa, com o fazer e compreender matemático, com os aspectos sociais, culturais e históricos da Educação e da Matemática. Estas são investigações que demandam domínio compreensivo de um vasto horizonte de conhecimento (BICUDO, 1993).

Essas configurações da investigação qualitativa também são uma postura nesta pesquisa, uma vez que, pela fluidez do redigir deste trabalho, sob a região de inquérito da Educação Matemática, o texto apresenta-se numa escrita crescente de desenvolvimento, com expostos desenhos emergentes, sistematizada, primando pelo caráter interpretativo dos dados, em consonância com o referencial teórico adotado.

4.2. A Pesquisa Qualitativa do Tipo Documental

Uma pesquisa qualitativa pode assumir uma variedade de abordagens, podendo ser do tipo bibliográfica, experimental, exploratória, pesquisa-ação, participante, avaliativa, estudo de caso, entre outras tipologias (LEITE, 2008). No trabalho aqui relatado, assume-se a pesquisa qualitativa do tipo documental, visto que a fonte de produção de dados é composta por um conjunto de documentos, mais especificamente uma coleção de Livros Didáticos (LD) de Matemática do Novo Ensino Médio.

Mas, afinal, o que se caracteriza, de modo mais rigoroso, por documento? Segundo o Dicionário de Terminologia Arquivística, *documento* é uma “unidade de registro de informações, qualquer que seja o suporte ou formato” (ARQUIVO NACIONAL, 2005, p. 73). Já Appolinário (2009 apud SÁ-SILVA; ALMEIDA; GUINDANI, 2009, p. 8) amplia a definição de documento, entendendo-o como “qualquer suporte que contenha informação registrada, formando uma unidade, que possa servir para consulta, estudo ou prova. Incluem-se nesse universo os impressos, os manuscritos, os registros audiovisuais e sonoros, as imagens, entre outros”.

Schellenberg (2006) define documento como sendo

Todos os livros, papéis, mapas, fotografias ou outra espécie de documentárias, independentemente de sua apresentação física ou características, expedidos ou recebidos por qualquer entidade pública ou privada no exercício de seus encargos legais ou em função das suas atividades e preservados ou depositados para preservação por aquela

entidade ou por seus legítimos sucessores como prova de suas funções, sua política, decisões, métodos, operações ou outras atividades, ou em virtude do valor informativo dos dados neles contidos (SCHELLENBERG, 2006, p. 41).

Correspondente ao termo ‘documento’, pode-se considerar um entendimento amplo perante o material que ele representa. Os autores supracitados possibilitam a compreensão de que documentos podem ser quaisquer tipos de informação dispostos em materiais escritos (seja manualmente, seja digitalmente), com ou sem elementos iconográficos e audiovisuais, e que podem ser expedidos e recebidos por entidades públicas ou privadas (SCHELLENBERG, 2006; SÁ-SILVA, ALMEIDA, GUINDANI, 2009; ARQUIVO NACIONAL, 2005). Vistas tais compreensões, entende-se, assim, os LD como documentos.

Um ponto que pode confundir na literatura e que, portanto, salienta-se que é relevante ter um olhar mais cuidadoso, diz respeito à diferença entre a abordagem da pesquisa documental e a da pesquisa bibliográfica. Um ponto de partida é a compreensão do significado de fontes primárias e de fontes secundárias.

As fontes primárias são os dados originais, a partir dos quais se tem uma relação direta com os fatos a serem analisados, ou seja, é o pesquisador (a) que analisa. Por fontes secundárias compreende-se a pesquisa de dados de *segunda mão*, ou seja, informações que foram trabalhadas por outros estudiosos e, por isso, já são de domínio científico, o chamado estado da arte do conhecimento (OLIVEIRA, 2007 apud SÁ-SILVA; ALMEIDA; GUINDANI, 2009, p. 6).

A pesquisa documental se aproxima da pesquisa bibliográfica, pois ambas utilizam-se de documentos, mas o elemento diferenciador está na natureza das fontes citadas acima. A investigação documental utiliza-se de fontes primárias, as quais não receberam nenhum tratamento analítico e científico. Já na abordagem bibliográfica, as fontes são secundárias, abrangem toda a bibliografia já tornada pública e remetem às contribuições de diferentes autores em relação ao tema pesquisado (MARCONI; LAKATOS, 2007; SÁ-SILVA; ALMEIDA; GUINDANI, 2009).

Considerando que o objetivo desta pesquisa toma como fonte de dados uma coleção de LD, e que tais fontes ainda não receberam nenhum tratamento analítico acerca de lentes teóricas ou complementares a pesquisas já realizadas, compreende-se que a

presente investigação seja de abordagem do tipo documental; nessa direção, Godoy (1995) afirma que esse tipo de pesquisa

Representa uma forma que pode se revestir de um caráter inovador, trazendo contribuições importantes no estudo de alguns temas. Além disso, os elementos normalmente são considerados importantes fontes de dados para outros tipos de estudos qualitativos, merecendo, portanto, atenção especial (GODOY, 1995, p. 21).

Além do caráter inovador, a pesquisa qualitativa do tipo documental apresenta particularidades. Dentre as mais comuns, presentes na literatura da área, expõe-se sobre a estaticidade que um documento possui, isto é, pode-se consultar várias vezes e em diversos períodos de tempo o mesmo documento, porque ele é uma fonte não reativa³⁵. Isso permite a revisitação dos dados, pois permanecem estáticos nos mesmos livros, nas mesmas páginas (LÜDKE; ANDRÉ, 1986; GODOY, 1995; GIL, 2002).

A pesquisa documental também costuma ter baixos custos, quando comparada com o custo de outras abordagens de pesquisa (GIL, 2002). A acessibilidade ao documento pode depender de despesas monetárias ou não, pois, caso haja doação dos documentos através de colaboradores, a investigação pode assumir custos ínfimos (LITOLDO, 2021).

Gil (2002) apresenta, ainda, outra vantagem da pesquisa documental, que é a de não requerer contato com sujeitos de pesquisa. O autor aponta que “é sabido que em muitos casos o contato com os sujeitos é difícil ou até mesmo impossível. Em outros, a informação proporcionada pelos sujeitos é prejudicada pelas circunstâncias que envolvem o contato” (GIL, 2002, p. 46), sendo, então, um ponto a ser considerado no momento da elaboração da pesquisa.

Considerando a reflexão acima, em que o contato com os sujeitos não é exigido, e que, atualmente, o mundo está se recuperando da pandemia de um vírus denominado *Sars-Cov-2*³⁶, causando a doença chamada COVID-19, modificando o cenário de investigação dos pesquisadores e, possivelmente, afetando a produção científica de/em

³⁵ A fonte não reativa permite “a obtenção de dados quando o acesso ao sujeito é impraticável (pela sua morte, por exemplo) ou quando a interação com os sujeitos pode alterar seu comportamento ou seus pontos de vista” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 39).

³⁶ A Organização Mundial de Saúde declarou, em onze de março de dois mil e vinte, que o mundo estava vivendo a pandemia de COVID-19, causada pelo vírus Sars-Cov-2. Doença contagiosa provocada por um vírus que tem causando milhões de mortes no mundo.

muitas regiões de inquérito, os objetos de pesquisa, sendo obras didáticas, tornaram exequível a continuidade do desenvolvimento desta pesquisa.

A fonte de dados estática, em uma pesquisa qualitativa do tipo documental, exige que, “quanto mais bem-formado e informado for o pesquisador, maior a riqueza de suas análises” (GOLDENBERG, 2004, p. 93). Isso o coloca na necessidade de flexibilidade e criatividade no momento de produzir e analisar os dados, de maneira que, “não existindo regras precisas e passos a serem seguidos, o bom resultado da pesquisa depende da sensibilidade, intuição e experiência do pesquisador” (GOLDENBERG, 2004, p. 53).

Logo, uma vez determinado que esta pesquisa adotará em seu universo de investigação a utilização de documentos, parte-se para a escolha do tipo de documento. Kripka, Scheller e Bonotto (2015) afirmam que

O documento a ser escolhido para a pesquisa dependerá do problema a que se busca uma resposta, portanto não é aleatória a escolha. Ela se dá em função dos objetivos e/ou hipóteses sobre apoio teórico. É importante lembrar que as perguntas que o pesquisador formula ao documento são tão importantes quanto o próprio documento, conferindo-lhes sentido (KRIPKA; SCHELLER; BONOTTO, 2015, p. 61).

Assim, no universo em que ocorrerá a investigação, além da escolha focada no conteúdo do documento, o contexto, a credibilidade, a representatividade e a utilização dada a ele também são meios para sua compreensão (FLICK, 2009b). Para tanto, na seguinte seção será apresentada a fonte de dados deste trabalho, ou seja, o tipo de documento assumido e os objetos da pesquisa.

4.3. Fonte de produção de dados – Coleção: *Matemática em Contextos*

Um ponto que merece ser ressaltado no início desta subseção é o design emergente. Creswell (2014) discorre que, no processo de investigação qualitativa, o pesquisador não pode ser rígido em seu procedimento de desenvolvimento e escrita, uma vez que as etapas da pesquisa podem trocar ou mudar conforme o investigador começa a caminhar com seu trabalho. Um exemplo está na pergunta de pesquisa, para a qual todos os outros aspectos convergem, ou partem dela, de modo que, no processo de buscar resultados para a pergunta, muito pode mudar, desencadeando alterações nos referenciais teóricos, metodológicos, entre outros.

Lincoln e Guba (1985) também realçam essa característica do design emergente, apontando que este

[...] opta por permitir que o projeto de pesquisa emerja (fluxo, cascata, desdobramento) em vez de construí-lo pré-ordenadamente (a priori) porque é inconcebível que o suficiente possa ser conhecido com antecedência sobre as muitas realidades múltiplas para conceber o projeto adequadamente. Porque o que emerge como uma função da interação entre o investigador e o fenômeno é amplamente imprevisível de antemão. Porque o investigador não pode saber suficientemente bem os padrões de modelagem mútua que provavelmente existem, e porque os vários sistemas de valores envolvidos (incluindo o próprio investigador) interagem de maneiras imprevisíveis para influenciar o resultado (LINCOLN; GUBA, 1985, p. 41, tradução nossa).³⁷

Tendo em vista tais reflexões, o investigador interage com sua investigação conforme ela vai se desdobrando, acontecendo, ou seja, “seus autores se modificam ao realizar a pesquisa, e, com isso, sua práxis se modifica” (BICUDO, 1993, p. 22). Contudo, mesmo que tais modificações vão surgindo conforme a pesquisa avança, “é importante ter um plano, mesmo que na pesquisa qualitativa haja flexibilidade para mudanças, ou mesmo da própria pergunta de pesquisa” (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018, p. 80).

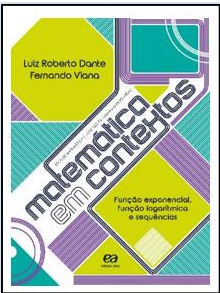
No caso deste trabalho, além da mudança na pergunta de pesquisa, a fonte de dados também passou por alterações durante sua fase de projeto para a redação final. Primeiramente o objetivo pautava-se, conforme mencionado na seção *Introdução*, em identificar e analisar os Objetos Educacionais Digitais em uma coleção de livros aprovados pelo edital do PNLD 2015 e em outra do PNLD 2018. Para o projeto de pesquisa, o objetivo já tomou outra forma, e a proposta passou a identificar e analisar as TD em três coleções de LD do PNLD 2018. Durante o ano de 2021, com o andamento desta investigação, e com a aprovação e disponibilização das coleções aprovadas pelo edital do PNLD 2021, a pesquisa reformulou as ideias originais e assumiu o objetivo de compreender as funções das TD nos LD de Matemática do Novo Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2021 – assim passou a adotar o definitivo objeto como pesquisa: uma coleção de LD aprovada pelo edital do PNLD 2021.

³⁷ [...] elects to allow the research design to emerge (flow, cascade, unfold) rather than to construct it preordinately (a priori) because it is inconceivable that enough could be known ahead of time about the many multiple realities to devise the design adequately; because what emerges as a function of the interaction between inquirer and phenomenon is largely unpredictable in advance; because the inquirer cannot know sufficiently well the patterns of mutual shaping that are likely to exist; and because the various value systems involved (including the inquirer's own) interact in unpredictable ways to influence the outcome (LINCOLN; GUBA, 1985, p. 41).

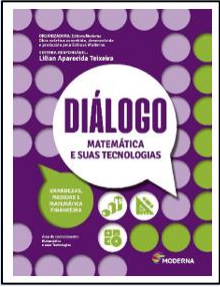
Parte dessa mudança justifica-se devido à ausência de pesquisas que trabalhem com as coleções mais recentes de LD, que possuem um novo formato de produção, visando o Novo Ensino Médio, e como as TD poderiam estar sendo abordadas partindo da premissa de que esses novos materiais didáticos agora se sustentam na BNCC para serem produzidos.

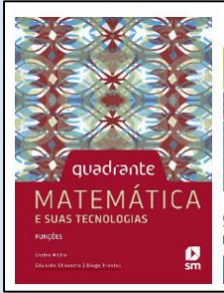
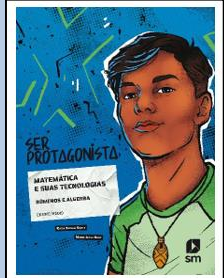
A fonte de dados desta pesquisa é uma coleção de LD de Matemática e suas Tecnologias, aprovada pelo edital do PNLD 2021. A escolha das obras didáticas pelas escolas públicas do país, referente ao Objeto 2, ocorreu nos meses de julho e agosto de 2021. Ressalte-se que o Guia Digital do Livro Didático de 2021 – Objeto 2, referente às *Obras Didáticas por Área de Conhecimento*, conta com dez coleções de LD aprovadas pelo edital do PNLD 2021, sendo cada coleção composta por seis volumes cada uma, e com ano de publicação de 2020. No Quadro 4, são exibidas as dez coleções que foram aprovadas no referido edital, como também seus autores e as editoras que produziram tais obras.

Quadro 4 – Coleção Aprovada pelo edital do PNLD 2021 – Objeto 2 – Obras Didáticas da Área de Matemática e suas Tecnologias.

	Título e Código³⁸	Autoria	Editora
	Matemática em Contextos (0159P21202)	Luiz Roberto Dante; Fernando Cesar de Abreu Viana	Editora Ática S.A.
	Conexões – Matemática e suas Tecnologias (0193P21202)	Renata Martins Fortes Gonçalves; Dario Martins de Oliveira; Ernani Nagy de Moraes; Fabio Martins de Leonardo; Juliana Ikeda; Luciana de Oliveira Gerzoshkowitz Moura; Maria José Guimarães de Souza; Romenig da Silva Ribeiro	Editora Moderna Ltda.

³⁸ Este código foi atribuído pelo FNDE para as coleções participantes durante o edital do PNLD 2021 – Objeto 2 – Obras Didáticas da Área de Matemática e suas Tecnologias.

	Diálogo – Matemática e Suas Tecnologias (0197P21202)	André Luiz Steingenberger; Lilian Aparecida Teixeira; Julio Cesar Jovino da Silva; Felipe Neves Manjavachi; Alessandra Negrini Dalla Barba; Daiany Cristiny Ramos	Editora Moderna Ltda.
	Interação Matemática (0149P21202)	Rodrigo Marozetti Blanco; Adilson Longen; Luciana Maria Tenuta de Freitas	Editora do Brasil S.A.
	Matemática Interligada (0182P21202)	Victor Hugo dos Santos Gois; Danielly Regina Kaspary dos Anjos; Eduardo Henrique Gomes Tavares; Elias Borges da Silva; Keila Tatiana Boni; Thais Marcelle de Andrade	Editora Scipione S.A.
	Matemática nos Dias de Hoje (0142P21202)	Jefferson dos Santos Cevada; Daniel Romão da Silva; Gabriel Gleich Prado; João Guilherme Boaratti Colpani	Editora SEI Ltda.
	Multiversos – Matemática (0218P21202)	Joamir Roberto de Souza	Editora FTD S.A.
	Prisma – Matemática (0226P21202)	José Roberto Bonjorno; José Ruy Giovanni Junior; Paulo Roberto Camara de Sousa	Editora FTD S.A.

	Quadrante Matemática e suas Tecnologias (0205P21202)	Diego Barboza Prestes; Eduardo Rodrigues Chavante	Edições SM Ltda.
	Ser Protagonista: Matemática e suas Tecnologias (0180P21202)	Maria Ignez de Souza Vieira Diniz; Katia Cristina Stocco Smole	Edições SM Ltda.

Fonte: Elaborado a partir de Brasil (2021).

Após fazer o levantamento das obras didáticas de Matemática e suas Tecnologias do PNLD 2021, e considerando a importância de delimitar esta pesquisa, foi selecionada para análise a coleção *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020a, 2020b, 2020c, 2020d, 2020e, 2020f).³⁹

Três pontos justificam a escolha dessa coleção de LD. Primeiramente foi em razão de a coleção de autoria de Luiz Roberto Dante, *Matemática – Contexto & Aplicações* (DANTE, 2017a, 2017b, 2017c), aprovada pelo edital do PNLD 2018, ter feito parte da elaboração do projeto desta pesquisa e também possuir o segundo o maior número de tiragens produzidas e distribuídas nas instituições de ensino no ano de 2018, segundo os dados divulgados pelo Fundo Nacional do Desenvolvimento da Educação (FNDE). A planilha eletrônica de valores e tiragens produzidas revelou que a referida coleção confeccionou 1.726.787 LD⁴⁰ para sua primeira distribuição às escolas. Esse alto número de títulos produzidos correspondeu à abrangência nacional que essa coleção alcançou.

O segundo fator que motivou a escolha de *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020) foi o fato de o pesquisador ter conseguido acesso físico à mesma, a partir

³⁹ Sempre que se referir a todos os LD da coleção *Matemática em Contextos*, será usada a citação Dante; Viana (2020), ao invés de Dante; Viana (2020a, 2020b, 2020c, 2020d, 2020e, 2020f). Quando as informações forem referentes a algum volume específico, será utilizada a referência exata.

⁴⁰ A planilha eletrônica de valores de aquisição por editora encontra-se no seguinte endereço eletrônico: <https://www.fn.de.gov.br/index.php/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/35-dados-estatisticos?download=12930:pnld-2018-valores-por-editora>. Acesso em: 3 jul. 2022. A planilha eletrônica que contém com os valores de aquisição por títulos de LD está presente no seguinte endereço eletrônico: https://www.fn.de.gov.br/index.php/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/35-dados-estatisticos?download=13221:tabela_de_negociacao_pnld_2018_por_titulo. Acesso em: 3 jul. 2022.

da doação de um professor de uma escola pública. O acesso das coleções em sua versão física não é um processo simples, uma vez que cada coleção distribuída à escola é destinada exclusivamente para cada estudante e para cada professor que está atuando naquela unidade escolar. Já o terceiro ponto que justifica a escolha pela coleção, aprovada pelo edital do PNLD 2021, e foco desta pesquisa, versa sobre os dados estatísticos divulgados em janeiro de 2023⁴¹ com relação à sua produção e distribuição às escolas. Segundo os dados do FNDE, a coleção optada produziu 2.047.608 LD na versão Livro do Estudante Impresso (LE) e 33.367 impressões na versão Manual do Professor Impresso (MPI), totalizando 2.080.975 tiragens, ambas considerando os seus seis volumes do LE e do MPI.

A Tabela 1 apresenta as tiragens produzidas, no exercício de 2021, para primeira distribuição dos LD no ano de 2022 para as escolas, e os valores negociados das dez coleções aprovadas pelo PNLD 2021.

Tabela 1 – Impressões e valores das coleções de LD aprovadas pelo edital do PNLD 2021.

Posição ⁴²	Título da Coleção de LD	Quantidade de LE impressos	Média do valor unitário do LE	Quantidade de MPI impressos	Média do valor unitário do MPI	Total de tiragens LE + MPI	Valor total de tiragens LE+ MPI
1º	Prisma – Matemática (0226P21202)	6.523.403	R\$ 4,99	115.265	R\$ 16,41	6.638.668	R\$ 34.269.070,32
2º	Matemática em Contextos (0159P21202)	2.047.608	R\$ 7,18	33.367	R\$ 23,54	2.080.975	R\$ 14.692.118,84
3º	Conexões – Matemática e suas Tecnologias (0193P21202)	1.414.575	R\$ 7,91	24.823	R\$ 23,73	1.439.398	R\$ 11.606.984,00
4º	Multiversos – Matemática (0218P21202)	1.017.274	R\$ 7,81	17.293	R\$ 25,65	1.034.547	R\$ 8.351.649,26
5º	Matemática Interligada (0182P21202)	938.415	R\$ 10,12	15.977	R\$ 28,25	954.392	R\$ 9.860.433,83

⁴¹ Para saber mais sobre os dados estatísticos do edital do PNLD 2021, visite-se: <https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>. Acesso em: 1 fev. 2023. Para conhecer o valor de aquisição por título, está disponível em: <https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos-1/PNLD2021EnsinoMdioDidticosobjeto2valoresportitulo.xlsx>. Acesso em: 2 mar. 2023.

⁴² Esta posição do primeiro ao décimo lugar compreende da maior quantidade de tiragens para a menor quantidade de tiragens de cada coleção de LD.

6º	Diálogo – Matemática e suas Tecnologias (0197P21202)	740.129	R\$ 11,14	13.018	R\$ 30,41	753.147	R\$ 8.788.218,53
7º	Quadrante Matemática e suas Tecnologias (0205P21202)	534.210	R\$ 15,85	9.341	R\$ 32,17	543.551	R\$ 8.528.892,49
8º	Matemática nos Dias de Hoje (0142P21202)	442.620	R\$ 17,12	7.860	R\$ 32,55	450.480	R\$ 7.934.527,44
9º	Ser Protagonista: Matemática e suas Tecnologias (0180P21202)	395.396	R\$ 14,17	7.930	R\$ 32,97	403.326	R\$ 5.725.712,99
10º	Interação Matemática (0149P21202)	263.945	R\$ 15,19	5.030	R\$ 41,34	268.975	R\$ 4.214.727,43

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Assim, *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020) foi a coleção que ficou em segundo lugar de impressões e distribuição. Considera-se que estas impressões estão relacionadas à quantidade de pedidos feitos pelas escolas públicas, sua confecção e distribuição, ou seja, as unidades de ensino que optaram pela coleção por ser a primeira ou segunda opção de uso.

Portanto, partindo de uma metodologia de pesquisa qualitativa do tipo documental, esta pesquisa busca compreender as funções das Tecnologias Digitais nos painéis e atividades da coleção *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020), aprovada pelo PNLD 2021, referente ao Novo Ensino Médio.

Com relação às principais características do Objeto 2, as obras didáticas estão divididas por Área de Conhecimento, com seis volumes por área. No que concerne à Matemática e suas Tecnologias, o material é composto pelo Livro do Estudante Impresso (LE), Manual do Professor Impresso (MPI) e Material Digital do Professor (MDP). Todas as competências gerais, competências específicas e habilidades dessa área devem estar contempladas na coleção de seis volumes do LE, de maneira igualitária e em conformidade com a BNCC.

Anteriormente, no PNLD 2018, os LD de Matemática do Ensino Médio estavam divididos por séries, da seguinte forma: volume 1 (1ª série), volume 2 (2ª série) e volume 3 (3ª série). A partir do PNLD 2021, eles foram reformulados em seis volumes, conforme

já foi mencionado. As principais características incorporadas são: i) os volumes não devem ser sequenciais; ii) cada volume deve ser autocontido⁴³; iii) tanto o LE quanto o MPI devem respeitar um número máximo de páginas – no caso da Matemática e suas Tecnologias, esse valor deve ser de no máximo 160 páginas para o LE e 288 páginas para o MPI (BRASIL, 2021).

A coleção selecionada na pesquisa está na versão **Manual do Professor Impresso (MPI)**. Diferentemente da versão do LE, o MPI, além de incluir uma cópia do Livro do Estudante, possui complementações pedagógicas com orientações gerais para o professor, seções com comentários e sugestões, atividades complementares e resolução das atividades.

A escolha pelo MPI justifica-se pela importância que este LD destinado ao docente pode e deve assumir. Esta obra vislumbra impactar na sua prática docente e, por conseguinte, na reestruturação de seu planejamento, partindo de suas crenças⁴⁴ e/ou conhecimentos como possíveis influências do professor utilizando o LD, para o aprendizado do estudante. A seguir, no Quadro 5, são ilustrados os seis volumes e suas características gerais, os quais serão a fonte de produção de dados desta pesquisa.

Quadro 5 – Características gerais da coleção *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020).

Capa do Volume	Título e Subtítulo	Capítulos	Páginas destinadas ao LE	Páginas destinadas ao MPI
	Matemática em Contextos – Função exponencial, função logarítmica e sequências	Cap. 1 – Função Exponencial; Cap. 2 – Função Logarítmica; Cap. 3 – Sequências.	160	119

⁴³ A proposta é de que, a cada semestre escolar, o volume escolhido para uso em sala de aula pelo professor (ou escolhido pela escola) seja autossuficiente para cumprir com a proposta curricular nesse período, isto é, o conteúdo de cada livro não necessariamente exige pré-requisitos que sejam contemplados em outros LD.

⁴⁴ Ver Gonçalves (2022), dissertação de mestrado acadêmico que objetivou compreender a presença e a influência das crenças de professores de Matemática ao utilizarem o LD.

	Matemática em Contextos – Função afim e função quadrática	Cap. 1 – Função Afim; Cap. 2 – Função Quadrática.	137	95
	Matemática em Contextos – Geometria plana e Geometria espacial	Cap. 1 – Regiões planas e área; Cap. 2 – Geometria espacial.	160	79
	Matemática em Contextos – Trigonometria e sistemas lineares	Cap. 1 – Trigonometria; Cap. 2 – Matrizes e Sistemas Lineares.	160	101
	Matemática em Contextos – Análise combinatória, Probabilidade e computação	Cap. 1 – Análise Combinatória; Cap. 2 – Probabilidade; Cap. 3 – Computação.	160	111
	Matemática em Contextos – Estatística e Matemática financeira	Cap. 1 – Estatística; Cap. 2 – Matemática financeira.	144	88

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

4.4. Procedimentos Metodológicos

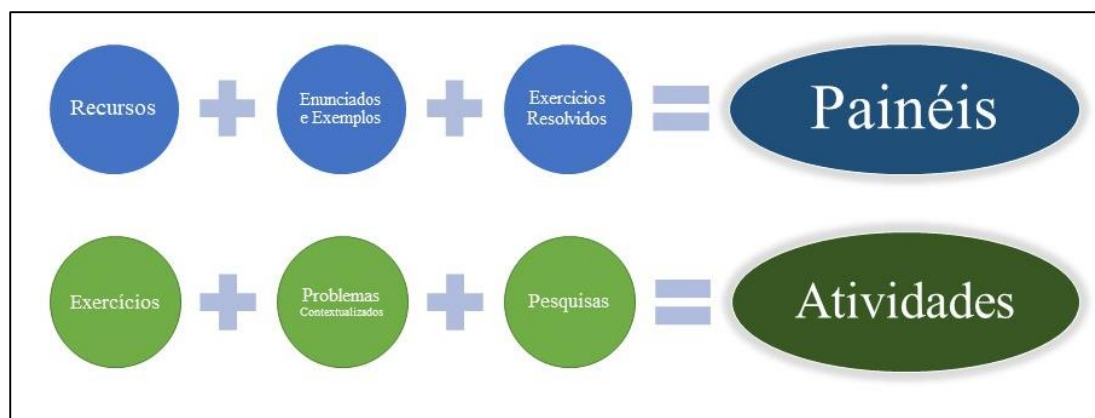
Retomando o objetivo desta pesquisa, que constitui compreender as funções das Tecnologias Digitais nos Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2021, foram identificadas e analisadas as funções que as TD estão

assumindo quando apresentadas e discutidas nos painéis e atividades de cada volume da coleção *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020).

Para situar o significado dos painéis e atividades no LD, foi considerado nesta pesquisa o que é apresentado por Amaral *et al.* (2022). Os autores definem os painéis como sendo as regiões do LD em que são tratados os conhecimentos matemáticos escolares, são apresentados os conteúdos abordados em cada capítulo, e são expostos os conceitos matemáticos, juntamente com os contextos em que os conceitos se aplicam, através de exemplos e exercícios resolvidos.

Já as atividades são “as propostas presentes no LD que envolvam um processo de solução por parte dos alunos, ou seja, aquelas em que eles apresentarão o que conseguiram apreender do conteúdo” (AMARAL *et al.*, 2022, p. 224). Assim, considera-se que elas abordem os exercícios, os problemas para investigação e as pesquisas. Em síntese, é representado na Figura 6 o que é englobado com os painéis e atividades no LD.

Figura 6 – Representação dos painéis e atividades.



Fonte: Adaptada de Amaral *et al.* (2022).

Segundo Amaral *et al.* (2022), os painéis são produzidos a partir de prescrições curriculares atuais, por exemplo a BNCC. Os conteúdos são selecionados e apresentados aos professores, para cada um julgar como poderá abordar os painéis em suas aulas. Na adaptação da estrutura desenvolvida pelos autores, o item do painel de interesse nesta investigação versa sobre o desenvolvimento de conteúdo, o que “pode motivar o aluno a se interessar pelo que está sendo apresentado” (AMARAL *et al.*, 2022, p. 221).

Os ‘recursos’ são materiais que podem ser utilizados pelo professor e estudante para ser desenvolvido algum conteúdo de Matemática. Eles podem englobar, por

exemplo, TD, instrumentos de desenho e medidas convencionais ou não, jogos, literatura, artes plásticas, entre outros. Os ‘enunciados e exemplos’ são os conteúdos que articulam e abordam os conceitos matemáticos apresentados pelos autores do LD. Os autores selecionam as maneiras de distribuir os conceitos com suas definições, propriedades e exemplos. Já os ‘exercícios resolvidos’ são exemplos com o desenvolvimento de uma possibilidade de resolução (AMARAL *et al.*, 2022).

As atividades ilustradas na Figura 5 por ‘exercícios’, ‘problemas contextualizados’ e ‘pesquisas’ são modos diferentes de expor aos estudantes contextos, estratégias de resolução, e de propor significado aos conteúdos estudados, para uma produção de conhecimento matemático. Os ‘exercícios’ se caracterizam pelos termos ‘calcule’, ‘efetue’, ‘determine’. Na maioria dos casos, eles estão empregando procedimentos e propriedades que expressam ‘um saber fazer’ matemático em ações para a resolução do exercício (AMARAL *et al.*, 2022).

Os ‘problemas contextualizados’ “são aqueles em que uma situação é apresentada através de um contexto que pode ser da realidade do aluno, puramente matemático e até mesmo um contexto artificial” (AMARAL *et al.*, 2022, p. 226-227). A contextualização é uma forma de ilustrar o problema, trazendo sentido ao conhecimento matemático da escola. E, juntamente aos problemas contextualizados, existem problemas em que existe mais de uma resposta possível, nenhuma resposta, ou não possuem um resultado numérico (AMARAL *et al.*, 2022).

As ‘pesquisas’ fazem parte de uma adaptação de Amaral *et al.* (2022), que são atividades no LD que envolvem os estudantes em debates, comunicação, investigação, argumentação, desafios, atividades práticas e atividades colaborativas. Alguns termos são utilizados para que o estudante vá além de expressar o saber fazer matemático, como, por exemplo, ‘pesquise’, ‘explore’, ‘justifique’, ‘argUMENTe’, ‘explique’.

Tendo em vista o objetivo desta pesquisa e o que se caracteriza por painéis e atividades, Lüdke e André (1986, p. 45) salientam a importância da disposição organizada dos objetos de pesquisa que serão analisados:

A tarefa de análise implica, num primeiro momento, a organização de todo o material, dividindo-o em partes, relacionando essas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. Num segundo momento essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e inferências num nível de abstração mais elevado.

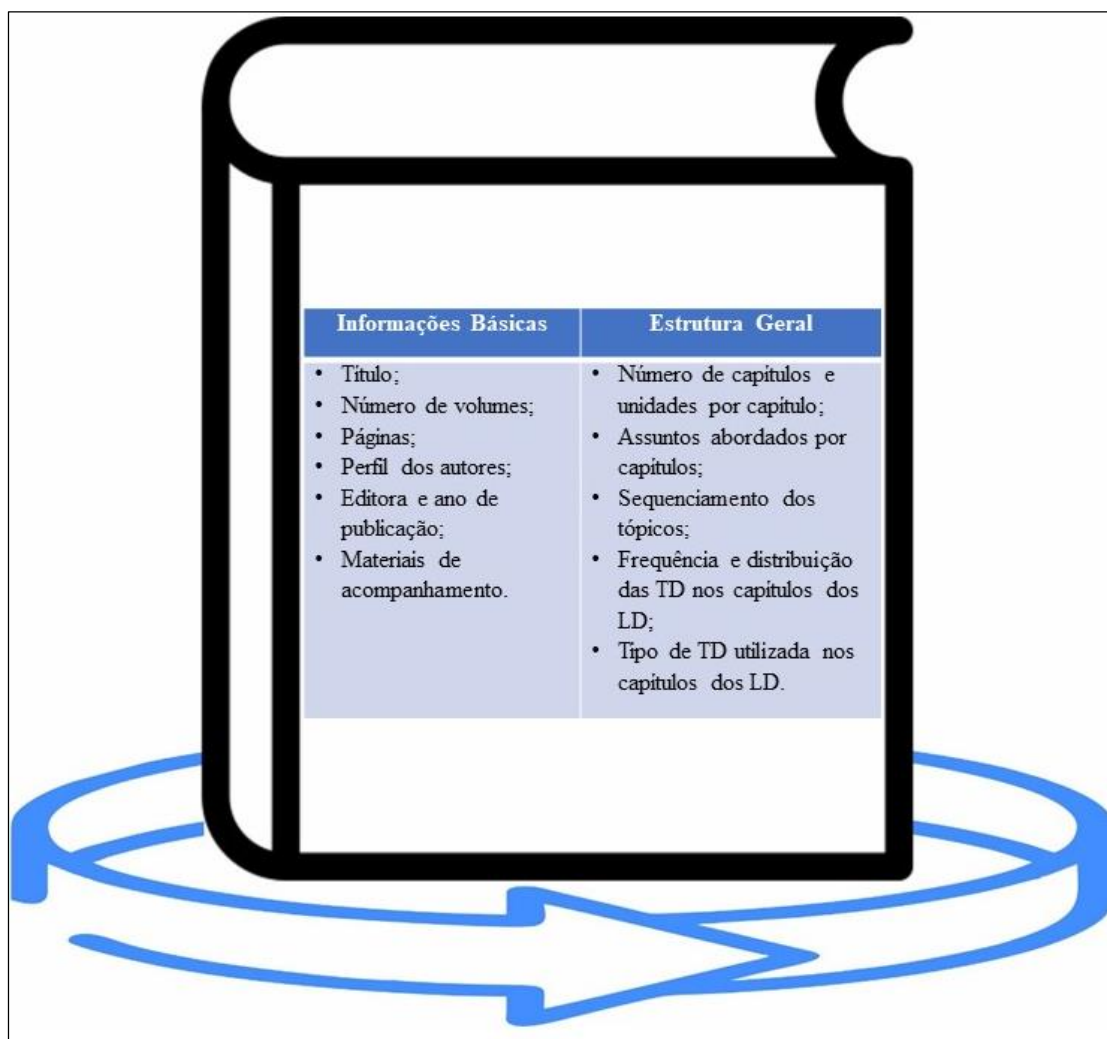
Como base para organização dos dados, foi utilizada uma adaptação do esquema proposto por Charalambous *et al.* (2010). Os autores apresentam uma possibilidade de análise de LD em três dimensões: *horizontal*, *vertical* e *contextual*. A análise na dimensão horizontal se concentra nas características gerais do LD, como questões técnicas e o modo de organização de seus painéis e atividades. Na análise na dimensão vertical, é examinado como os LD tratam os conceitos (nos painéis e atividades) e é contemplado o LD como um ambiente de construção do conhecimento. Já a dimensão contextual assume aspectos do uso do LD por parte do professor e/ou do aluno. Esta última não será contemplada nesta investigação, visto que se afasta de nosso objetivo geral.

Direcionando esses aspectos para a pesquisa aqui desenvolvida, baseada nas ideias de Charalambous *et al.* (2010), a análise horizontal será tratada como um procedimento de produção e organização dos dados e contemplará:

- (a) informações básicas (título, número de volumes, páginas, perfil dos autores, editora e ano de publicação, materiais de acompanhamento);
- (b) estrutura geral (número de capítulos e unidades por capítulo, assuntos abordados por capítulo, sequenciamento de tópicos, frequência e distribuição das TD nos capítulos dos LD, tipos de TD presentes nos painéis e atividades dos LD).

Entre as informações básicas, é destacado o perfil dos autores, pois descrever tanto a formação deles como suas experiências na área de autoria de LD pode nos possibilitar um panorama sobre o que os autores consideram relevante para ser abordado na coleção. Flick (2009a, p. 232-233) ressalta que, em um estudo documental, o pesquisador deve se perguntar “quem produziu esse documento, com que objetivo e para quem? Quais eram as intenções pessoais ou institucionais com a produção e o provimento desse documento ou dessa espécie de documento?” Assim, indica que é importante compreender quem o produziu, sua finalidade, para quem foi construído e a intencionalidade de sua elaboração.

Essa distribuição das TD ao longo dos LD exibirá a frequência com que elas são abordadas nos capítulos dos livros e qual TD é mais considerada e inserida pelos autores ao longo das obras didáticas. Sintetiza-se a análise horizontal do LD conforme exposto na Figura 7.

Figura 7 – Análise Horizontal do Livro Didático.

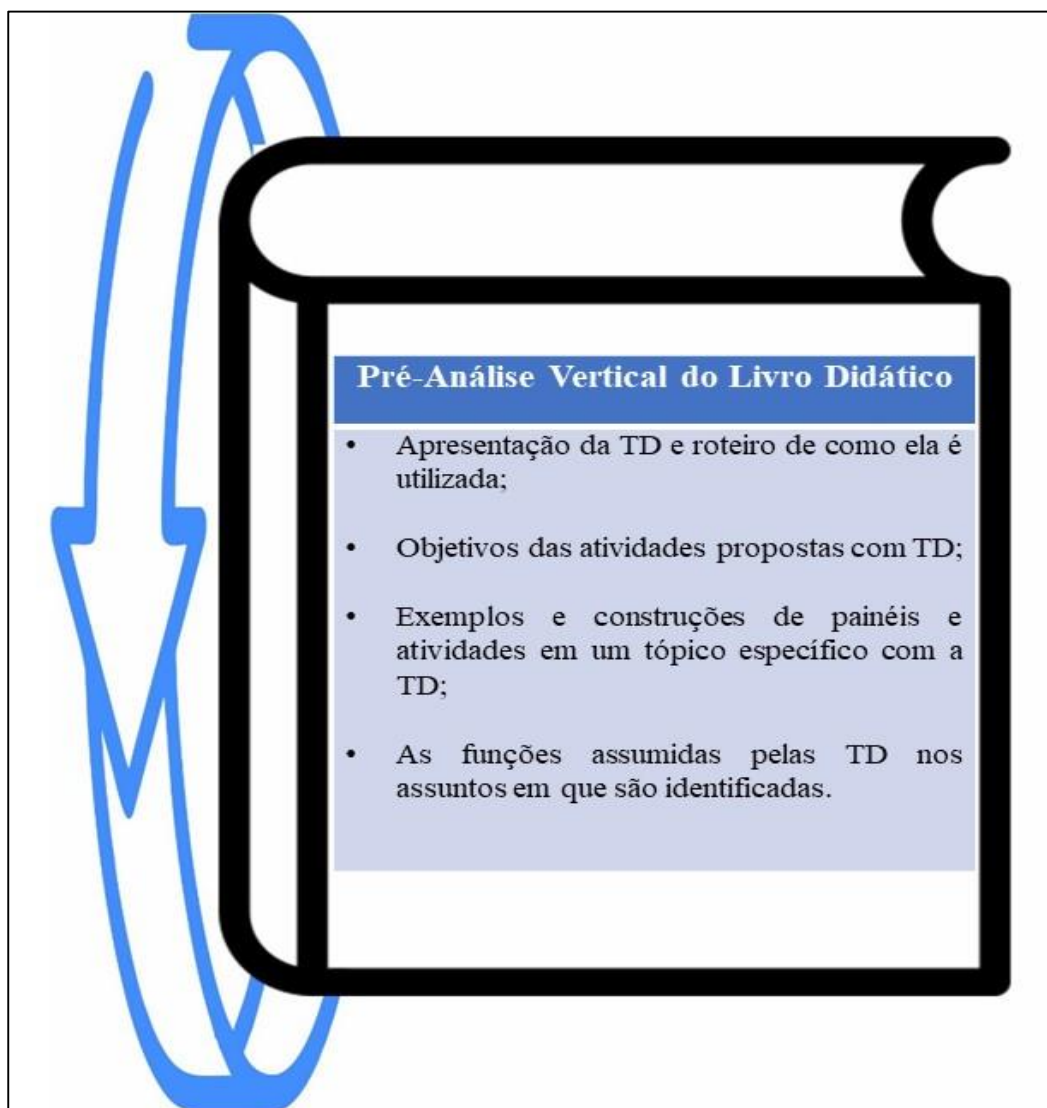
Fonte: Elaborada com base em Charalambous *et al.* (2010).

Os aspectos de Charalambous *et al.* (2010) sobre a análise vertical, para a pesquisa aqui desenvolvida, serão tratados como um procedimento metodológico de agrupamento (em eixos) e análise dos dados. Os resultados se concentram nos painéis e atividades do LD que, de alguma maneira, propõem o uso da TD, sendo assim são assuntos do LD em que há:

- (i) Apresentação da TD e roteiro de como ela é utilizada;
- (ii) Objetivos das tarefas propostas com TD;
- (iii) Exemplos e construções de painéis e atividades em um tópico específico em que está apresentada a TD;
- (iv) As funções assumidas pelas TD nos assuntos em que foram identificadas.

O quarto item dessa listagem, que aborda os papéis assumidos pelas TD nos assuntos em que são encontradas nos LD, foi o principal provocador para a criação dos eixos de análise. Desta forma sintetizou-se a pré-análise vertical, conforme a Figura 7.

Figura 8 – Pré-Análise Vertical do Livro Didático.



Fonte: Elaborada com base em Charalambous *et al.* (2010).

Foram pensados alguns eixos de análise *a priori*, antes de se explorar a coleção de LD. Tais eixos serviram de base para o desenvolvimento da pesquisa. Eles constituíram os quatro pontos elucidados na Figura 8. Alguns eixos de análise foram aperfeiçoados e outros desconsiderados, conforme o processo de exploração dos LD e a seleção das TD que foram analisadas.

Sendo assim, a análise vertical se preocupou em compreender as funções assumidas pelas TD nos painéis e atividades em que foram identificadas nos LD. Tais alterações assumiram esta forma no decorrer da análise, conforme os dados foram levantados, direcionando caminhos para considerar definitivos os eixos e subeixos descritos a seguir.

Os eixos compreendidos para a análise desta pesquisa se ramificaram em dois, compreendendo-se pesquisar a manifestação da TD em direção à domesticação e a manifestação da TD em direção à experimentação.

- A manifestação da TD em direção à domesticação:

Este eixo de análise, sustentado por Borba e Selva (2013), Borba e Penteado (2002), Borba e Villarreal (2005), Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), entre outros autores apresentados na seção de fundamentação teórica, descreve e analisa as TD que são anunciadas no LD e possui o caráter exclusivo e direcionado para uma domesticação, quando abordadas nos painéis e atividades do LD.

Ainda, este eixo foi subdividido em dois subeixos: ‘domesticação’ e ‘sem convite à experimentação’. Durante a análise dos painéis e atividades que compuseram o subeixo ‘domesticação’, foram observados dois tópicos que serviriam para discussão dos dados. O primeiro tópico é o ‘cálculo’ e o segundo tópico é a ‘verificação de resultados’.

Agora, no subeixo ‘sem convite à experimentação’, outros dois tópicos adequaram-se para a análise dos dados. Um deles, denominado de ‘manipulação de ferramentas’, em que há painéis e atividades para o estudante conhecer e/ou manipular ferramentas das TD, por exemplo, utilizando as ferramentas dos softwares, teclas específicas da calculadora, entre outros meios, de modo a concluir uma atividade, ou desenvolver um dos painéis do LD. O outro tópico, chamado de ‘pesquisa online – eventual’, inclui propostas no LD para os estudantes realizarem uma pesquisa online, sem o intuito de produzir algum material ou registrar as respostas da pesquisa.

- A manifestação da TD em direção à experimentação:

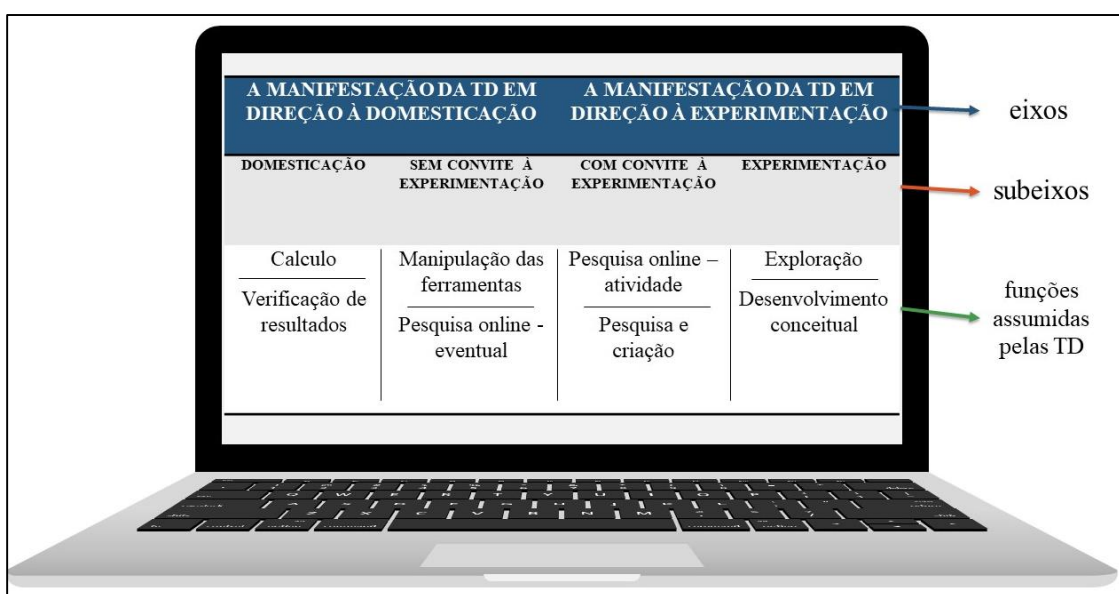
Este eixo compreende discutir os painéis e atividades com TD em que os aspectos da domesticação por elas podem ser superados. Neste eixo adentra-se a relevância de humanos-com-tecnologias de Borba e Villarreal (2005), e a experimentação com as TD, apoiada por De Villiers (2003), Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), Borba e Villarreal (2005), além de outros autores. Deste modo, serão apresentados e analisados os painéis e atividades que trazem um convite à exploração, à experimentação, e propõem experimentações no âmbito de propiciarem uma produção de conhecimento com as TD.

Este eixo possui dois subeixos: ‘com convite à experimentação’ e ‘experimentação’. O primeiro subeixo aborda dois tópicos que emergiram na análise dos dados. O denominado ‘pesquisa online – atividade’ abarca propostas no LD para os estudantes realizarem uma pesquisa online, mas com o intuito de produzir algum material ou registrar as respostas da pesquisa. O segundo tópico, denominado ‘pesquisa e criação’, abrange painéis e atividades para o estudante realizar uma pesquisa, online ou não, e criar uma comunicação científica⁴⁵.

O subeixo chamado de ‘experimentação’ compreende os tópicos ‘exploração’ e ‘desenvolvimento conceitual’. Em ‘exploração’ há uma forma “tímida” da experimentação com TD, em que é proposto aos estudantes que conceitos matemáticos sejam explorados com a TD utilizada. Já o tópico ‘desenvolvimento conceitual’ inclui painéis e atividades em que a experimentação com TD pode ir além da exploração, propiciando uma produção de conhecimento e podendo ser painéis e atividades que proporcionem uma reorganização do pensamento com a TD.

Assim, a figura representada sobre a análise vertical se estruturou definitivamente como é exposto na Figura 9.

Figura 9 – Análise Vertical do Livro Didático.



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

⁴⁵ A comunicação científica nos painéis e atividades do LD de Matemática do Novo Ensino Médio objetiva propagar informações por meio de resultados de pesquisas realizadas pelos estudantes entre seus pares na comunidade escolar.

Outro movimento realizado durante a identificação das TD, como também sua frequência nos LD, diz respeito à forma de serem encontrados. Primeiramente, com os volumes em sua versão física sendo manuseados pelo pesquisador página por página. Tais volumes da coleção *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020) foram visitados e revisitados diversas vezes, para que a leitura fosse cuidadosa para a produção dos dados.

Posteriormente, foram encontradas as versões digitais da coleção de LD, isto é, os livros na extensão em PDF. E, através de um dos encontros realizados com o grupo de pesquisa teorEMa – Interlocuções entre Geometria e Educação Matemática, foi recebida a visita de um pesquisador estrangeiro, David Acevedo Arango, que apresentou um software que possibilitava analisar dados qualitativos, quantitativos e mistos de uma pesquisa.

Denominado de MAXQDA⁴⁶, ele é um programa desenvolvido para uso, não exclusivo, mas direcionado para pesquisadores. Seu nome foi pensado como referência ao sociólogo alemão Max Weber e termina com a abreviatura QDA – que significa, em inglês, Análise de Dados Qualitativos.

Figura 10 - Logotipo do software MAXQDA.



Fonte: www.maxqda.com (2022).

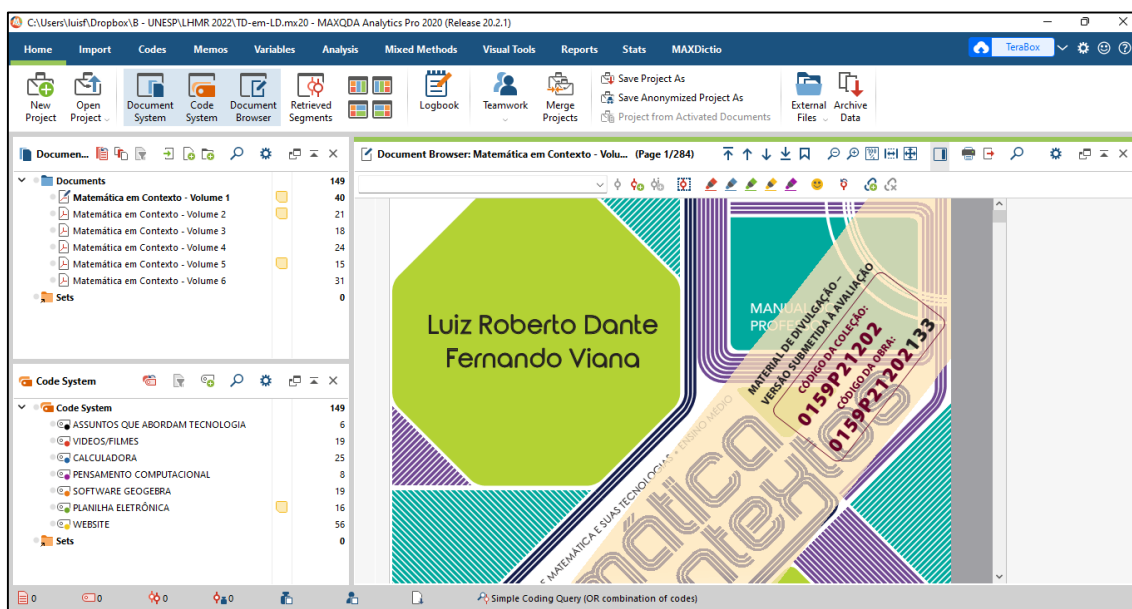
O software passou por diversas versões e aprimoramentos, e atualmente se encontra na versão denominada MAXQDA 2022. Este software é de licença privada, distribuído pela VERBI Software GmbH, uma empresa sediada em Berlim, na Alemanha. As categorias de licença ao software variam entre MAXQDA Standard, MAXQDA Plus e MAXQDA Analytics Pro. Em cada uma destas categorias, o software se ramifica em tipos de licença de uso, sendo elas Academia, Negócios, Estudantes e Sem Fins Lucrativos.

Em um primeiro contato com o software, após iniciado, a primeira tela de visualização expressa poucas informações. O pesquisador pode conhecer as guias e comandos através da central de ajuda do software ou ir manipulando as ferramentas

⁴⁶ Para saber mais sobre o software, ele está disponível em: www.maxqda.com.

conforme seus nomes e descrições. Quando são atribuídos códigos ou criadas as categorias necessárias para agrupar os dados, as informações ficam mais bem organizadas para o usuário. A Figura 11 destaca a tela inicial do software após o agrupamento das TD identificadas nos volumes dos LD.

Figura 11 - Tela inicial do MAXQDA organizada para esta pesquisa.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Este software fez parte da identificação e categorização, como também da otimização das buscas pelos dados nas inúmeras vezes que ocorreram. Tornou-se um instrumento importante para se ter um panorama da frequência e dos tipos das TD identificadas na coleção *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020), para o desenvolvimento de anotações rápidas e precisas no arquivo virtual, tornando o movimento de análise mais dinâmico e preciso.

A realização da codificação no software sucedeu de um movimento primeiramente realizado com a coleção de LD em sua forma física. Através das TD já identificadas nos volumes manualmente, elas foram inseridas uma a uma, e atribuídos seus nomes e códigos, no MAXQDA. Esta alimentação dos dados ao software foi realizada uma vez, e os agrupamentos dos tipos de TD foram realizados partindo dos cinco tipos identificados.

Assim foram realizados os procedimentos metodológicos para a coleção selecionada, de modo a elaborar a análise horizontal, através da produção e organização dos dados, e desenvolver a análise vertical, em que emergiram dois eixos de análise, em consonância com os referenciais teóricos adotados.

5. ANÁLISE DOS DADOS

Esta seção dispõe sobre a apresentação e a discussão dos dados, estabelecidos como Tecnologias Digitais, produzidos a partir de uma coleção de Livros Didáticos de Matemática e suas Tecnologias, do PNLD 2021. Em um primeiro momento, é exposta a investigação na análise horizontal, articulando como análise preliminar das informações básicas e a estrutura geral da coleção *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020)⁴⁷. Posteriormente, a análise vertical, para discussão dos eixos de análise, em que se conta com eixos sobre duas frentes, estas sendo: a manifestação da TD em direção à domesticação e a manifestação da TD em direção à experimentação.

5.1. Análise Horizontal: análise preliminar da coleção *Matemática em Contextos*

Identificando e reunindo as informações sobre a análise horizontal dos LD, como apresentado na seção de metodologia, e preambulando as informações básicas, esta coleção, da Editora Ática Ltda.⁴⁸, é composta por seis livros autocontidos, denominados de volumes (DANTE; VIANA, 2020a, 2020b, 2020c, 2020d, 2020e, 2020f).

5.1.1. Informações básicas

Os autores desses volumes são Luiz Roberto Dante e Fernando Viana. Luiz Roberto Dante é licenciado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp), no Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Câmpus de Rio Claro; mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP); doutor em Psicologia da Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP); livre-docente em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp), no Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Câmpus de Rio Claro; ex-professor do Ensino Fundamental e do Ensino Médio na rede pública de ensino

⁴⁷ Assim como destacado na seção metodológica, particularmente na subseção 4.3, a respeito da fonte de produção de dados, quando nos referirmos a Dante e Viana (2020), estaremos situando toda a coleção. No momento em que for citado um volume específico da coleção de LD, será utilizada a referência exata do volume.

⁴⁸ Editora criada em 1965 pelos irmãos Anderson Fernandes Dias, Vasco Fernandes Dias Filho e Antonio Navares Filho, a partir de uma necessidade de imprimir materiais didáticos oferecidos no Curso de Madureza Santa Inês, em formato de apostilas. Atualmente a Editora Ática e a Editora Scipione trabalham juntas e compõem um total de 150 autores de livros didáticos distribuídos em 90 coleções. Disponível em: www.aticascipione.com.br/quem-somos/. Acesso em: 22 set. 2022.

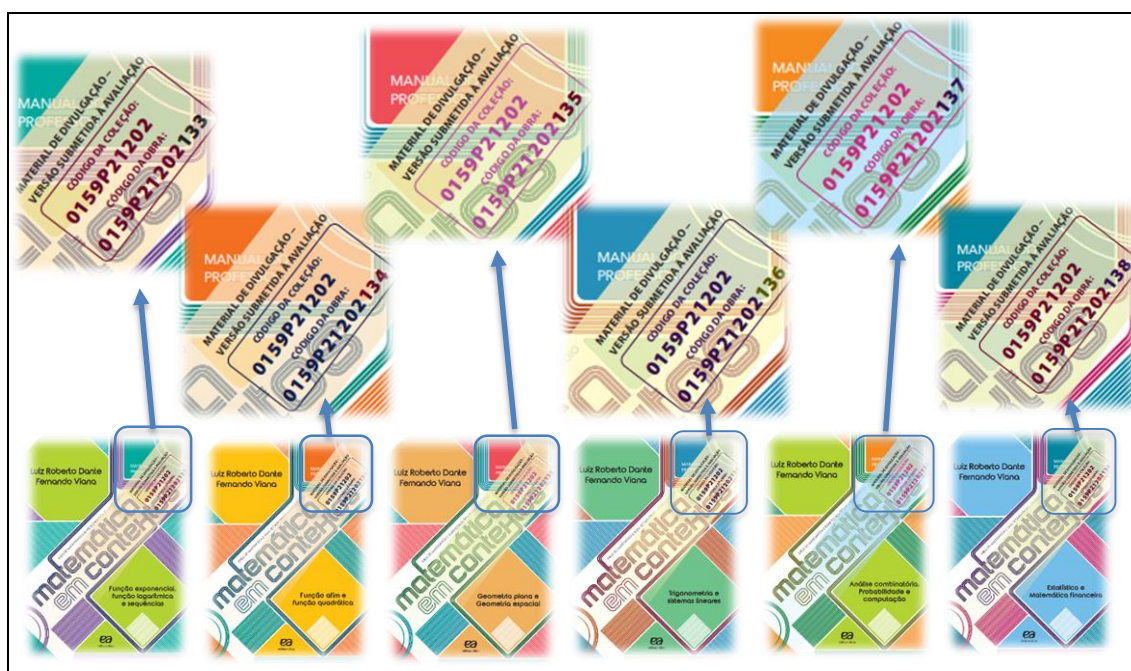
de São Paulo e autor de livros didáticos e paradidáticos de Matemática para alunos e professores da Educação Básica.

Fernando Viana é licenciado e mestre em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB); doutor em Engenharia Mecânica pela mesma instituição; professor efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB); professor do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e de cursos pré-vestibulares e autor de obras didáticas de Matemática para o Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Como determinado no edital do PNLD 2021 (BRASIL, 2019), os LD são conceituados de autocontidos, ou seja, cada livro didático da coleção encerra em si todos os conceitos e as informações necessárias para a compreensão da obra, não estabelecendo uma progressão linear entre os volumes. Conforme mencionado nas Orientações Didáticas para o professor, “eles podem ser utilizados por você da maneira que preferir e sua escolha pode ser autônoma” (DANTE; VIANA, 2020a, p. 165).

Para esta investigação, considerou-se pertinente ordenar a coleção de LD, não no sentido de propor uma sequência a ser seguida pelo professor, mas sim por motivos de referência e identificação para o leitor deste trabalho. Partiu-se de um sequenciamento criado através dos códigos atribuídos pelo PNLD 2021 a cada LD aprovado da coleção investigada, conforme identificado na capa dos volumes apresentados na Figura 12.

Figura 12 - Código da Coleção e Códigos dos Volumes.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

No primeiro livro, denominado **Matemática em Contextos – Função exponencial, função logarítmica e sequências**, há um total de 280 páginas. Observa-se que o limite de páginas estabelecido pelo Edital do PNLD 2021 é de 288 páginas para o MPI e de 160 páginas para o LE, sendo este um dos diversos critérios para aprovação ou reprovação da obra. Desta paginação, foram destinadas 160 páginas ao LE e 120 páginas as Orientações Didáticas no Manual do Professor Impresso (ODMP) (DANTE; VIANA, 2020a).

Já no livro **Matemática em Contextos – Função afim e função quadrática**, há um total de 232 páginas. Neste volume são 137 páginas destinadas ao LE e 95 páginas destinadas ao ODMP. No livro **Matemática em Contextos – Geometria plana e geometria espacial**, há um total de 240 páginas, sendo 160 páginas no LE e o restante destinado ao ODMP. No volume **Matemática em Contextos – Trigonometria e sistemas lineares**, há um total de 264 páginas, sendo 160 páginas para o LE e da página 161 à 264 destinadas ao ODMP. O quinto livro, chamado **Matemática em Contextos – Análise combinatória, probabilidade e computação**, contém um total de 272 páginas, com 160 páginas voltadas ao LE e o restante de páginas destinado ao ODMP. No sexto volume, denominado **Matemática em Contextos – Estatística e matemática financeira**, há um total de 232 páginas, possuindo 144 páginas destinadas ao LE e 88 páginas para o ODMP (DANTE; VIANA, 2020a, 2020b, 2020c, 2020d, 2020e, 2020f).

Nessa coleção, os seis volumes exibem a mesma apresentação aos estudantes. Nela, os autores ressaltam que a coleção possui o que há de mais moderno no processo de ensino e aprendizagem de Matemática e suas Tecnologias. Do mesmo modo, os conceitos essenciais ao longo dos LD são percorridos de forma simples, intuitiva e compreensível e que há presença de situações contextualizadas e em sua maioria integradas. Destaca-se:

No decorrer de cada capítulo, apresentamos textos e atividades significativos, que abordam fatos históricos e contextualizam a construção dos conteúdos que estão sendo estudados, bem como expõem e promovem a resolução de problemas relacionados a situações reais ou a outras áreas do conhecimento, exploram as tecnologias digitais – tão presentes em nossa vida – e propiciam o desenvolvimento do pensamento computacional (DANTE; VIANA, 2020a, p. 3; DANTE; VIANA, 2020b, p. 3; DANTE; VIANA, 2020c, p. 3; DANTE; VIANA, 2020d, p. 3; DANTE; VIANA, 2020e, p. 3; DANTE; VIANA, 2020f, p. 3).

Assim, os autores apontam que a coleção explora as TD e propicia o desenvolvimento do pensamento computacional. Também enfatizam que toda a coleção engloba as competências gerais da BNCC, assim como as habilidades e competências específicas de Matemática e suas Tecnologias previstas para o Novo Ensino Médio (DANTE; VIANA, 2020).

Na apresentação destinada aos professores, localizada no início da ODMP, os autores objetivam que tais orientações didáticas auxiliem os professores no desenvolvimento de seus trabalhos. Apontam, ainda, que a BNCC trouxe novos caminhos para a educação brasileira, propondo aos estudantes as mesmas aprendizagens, integradas às experiências pessoais e sociais dos alunos. Pedem ao professor que trabalhe na construção colaborativa de significados, seja mediador e promotor de um processo de ensino e aprendizagem multidisciplinar e integrado às outras áreas do conhecimento e campos do saber. Também, que o professor receba colaborações e contribua com outros professores de outras áreas de conhecimento, através do modelo do Novo Ensino Médio (DANTE; VIANA, 2020). São trechos motivadores para os estudantes e professores. As sentenças induzem a que tudo de que os estudantes e os professores precisam, em conhecimentos do Novo Ensino Médio, alicerçado na BNCC, será contemplado por essa coleção de LD.

5.1.2. A estrutura geral da coleção

A coleção, como um todo, expõe uma área que antecede o sumário, chamada de “Conheça seu livro”. Nela é apresentada aos estudantes a forma de organização dos textos, dos boxes (denominados de painéis) e dos tópicos do volume. Esta disposição da estrutura da obra contém seções, e elas são denominadas de: ‘Abertura’, ‘Conheça o capítulo’, ‘Explore para descobrir’, ‘Atividades resolvidas’, ‘Refleta’, ‘Atividades’, ‘Fique atento’, ‘Sobre o assunto’, ‘Glossário’, ‘Tecnologias Digitais’, ‘Conexões’, ‘Leitura e compreensão’, ‘Vestibulares e ENEM’, e ‘Além da sala de aula’. As Figuras 13, 14 e 15 ilustram o mencionado.

Figura 13 – Seção Conheça seu Livro A.

Conheça seu livro

Este volume está organizado em 3 capítulos. Neles você encontrará textos, boxes e seções. Conheça a seguir a estrutura deste volume.

Na primeira página da **abertura** de cada capítulo, mostramos uma imagem relacionada a um ou mais conteúdos ou temas abordados nele. Os textos apresentados nas demais páginas da abertura são acompanhados de perguntas que propõem reflexões sobre os assuntos do capítulo e buscam introduzir, direta ou indiretamente, os conteúdos que serão estudados.

No **Conheça o capítulo**, apresentamos os objetivos que devem ser atingidos no decorrer do capítulo e a justificativa de pertinência deles. Além disso, indicamos as competências gerais da Educação Básica, bem como as competências específicas e as habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), da etapa do Ensino Médio, cujo desenvolvimento é favorecido no capítulo, e os temas contemporâneos transversais presentes nele. Consulte as páginas 154 a 158 para saber mais da BNCC e ler o descritivo das competências gerais, assim como o descritivo das competências específicas e das habilidades favorecidas neste volume.

No início de cada tópico dos capítulos, você encontra algumas situações e questões relacionadas a elas que permitem investigações e explorações e que o preparam para os conteúdos do tópico.

No **Explore para descobrir**, indicamos atividades de exploração, experimentação, verificação e sistematização dos conteúdos apresentados, possibilitando que você formule ideias e crie estratégias.

Fonte: Dante e Viana (2020a , p. 4).

Figura 14 – Seção Conheça seu Livro B.

Atividades resolvidas

Resolvida para o passo

1. Um cientista estudou a população de uma espécie de inseto em um determinado local. Ele observou que a população aumentava de 10% a cada ano. Se a população inicial era de 100 indivíduos, qual será a população após 5 anos?

Resolução

Seja P_0 a população inicial e P_n a população após n anos. Como a população aumenta de 10% a cada ano, temos:

$$P_n = P_0 \cdot (1,1)^n$$

Substituindo $P_0 = 100$ e $n = 5$, temos:

$$P_5 = 100 \cdot (1,1)^5 \approx 161,05$$

Portanto, a população após 5 anos será de aproximadamente 161 indivíduos.

Nas **Atividades resolvidas**, você acompanha a resolução detalhada de atividades e problemas que visa exemplificar estratégias de resolução.

Atividades

1. Um cientista estudou a população de uma espécie de inseto em um determinado local. Ele observou que a população aumentava de 10% a cada ano. Se a população inicial era de 100 indivíduos, qual será a população após 5 anos?

2. Um cientista estudou a população de uma espécie de inseto em um determinado local. Ele observou que a população aumentava de 10% a cada ano. Se a população inicial era de 100 indivíduos, qual será a população após 5 anos?

3. Um cientista estudou a população de uma espécie de inseto em um determinado local. Ele observou que a população aumentava de 10% a cada ano. Se a população inicial era de 100 indivíduos, qual será a população após 5 anos?

Formalizando a definição de função inversa

Seja uma função $f: A \rightarrow B$ definida por $f(x) = 2x + 3$. Qual é a função inversa de f ?

Resolução

Para encontrar a função inversa, devemos trocar x por y e y por x na equação da função e resolver para x .

$$y = 2x + 3 \Rightarrow y - 3 = 2x \Rightarrow x = \frac{y - 3}{2}$$

Portanto, a função inversa é $f^{-1}(y) = \frac{y - 3}{2}$.

O boxe **Fique atento** retoma definições ou nomenclaturas, chama a atenção para algo que está sendo estudado no momento e apresenta dicas que podem auxiliá-lo no estudo.

Na seção **Atividades**, você encontra atividades e problemas envolvendo contextos cotidianos, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, para você aplicar e aprofundar os conteúdos estudados. Nela também há atividades que visam à elaboração de perguntas e problemas.

Atividades resolvidas

1. Um cientista estudou a população de uma espécie de inseto em um determinado local. Ele observou que a população aumentava de 10% a cada ano. Se a população inicial era de 100 indivíduos, qual será a população após 5 anos?

2. Um cientista estudou a população de uma espécie de inseto em um determinado local. Ele observou que a população aumentava de 10% a cada ano. Se a população inicial era de 100 indivíduos, qual será a população após 5 anos?

3. Um cientista estudou a população de uma espécie de inseto em um determinado local. Ele observou que a população aumentava de 10% a cada ano. Se a população inicial era de 100 indivíduos, qual será a população após 5 anos?

No boxe **Sobre o assunto**, você encontra informações e curiosidades relacionadas aos conteúdos estudados, bem como sugestão de textos, vídeos, simuladores, museus, entre outros, para complementar e aprofundar seus estudos ou mesmo realizar pesquisas.

A progressão geométrica mais antiga

Um dos primeiros registros de uma progressão geométrica é encontrado no papiro de Rhind, datado de cerca de 1650 a.C. O papiro contém uma lista de 25 problemas matemáticos, incluindo a resolução de problemas envolvendo progressões geométricas.

Um exemplo de um problema do papiro de Rhind é o seguinte: "Um homem tem 1000 unidades de ouro. Ele quer dividir esse ouro entre seus sete filhos de acordo com uma progressão geométrica. Qual é a maior parte que ele pode dar ao primeiro filho?"

Ao longo do capítulo, apresentamos no boxe **Glossário** a definição de algumas palavras ou expressões da língua portuguesa.

Figura 15 – Seção Conheça seu Livro C.

Conheça seu livro



Tecnologias digitais

Construção do gráfico de uma função exponencial

Como você se comporta em uma festa? O $8 + 8 + 8$ é uma soma formada por termos iguais, com o mesmo valor. Já $2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$ é uma soma formada por termos diferentes, com o mesmo valor. Isso acontece porque os termos são potências de 2. O gráfico de uma função exponencial é uma curva que cresce rapidamente. Você pode construir o gráfico de uma função exponencial usando uma calculadora ou um software de gráficos. O gráfico de uma função exponencial é uma curva que cresce rapidamente. Você pode construir o gráfico de uma função exponencial usando uma calculadora ou um software de gráficos.

Na seção **Tecnologias digitais**, propomos a utilização de diversas tecnologias, como calculadora, simuladores e softwares livres, para fazer explorações, investigações e simulações, calcular medidas estatísticas, construir e manipular representações gráficas, figuras geométricas, planilhas, entre outros.



Conexões

Coronavírus

O vírus da COVID-19 é uma nova doença causada por um novo tipo de coronavírus. Ele se espalha de pessoa para pessoa, principalmente em ambientes fechados. Os sintomas incluem febre, tosse e falta de ar. A maioria das pessoas se recupera, mas algumas desenvolvem complicações graves. O tratamento é baseado em cuidados de suporte. A prevenção inclui o uso de máscara e distanciamento social. O teste para o vírus é feito por meio de amostras de saliva ou sangue. O tratamento é baseado em cuidados de suporte. A prevenção inclui o uso de máscara e distanciamento social.



Leitura e compreensão

Algoritmos significativos em medidas

Os algoritmos são procedimentos estabelecidos para resolver problemas. Eles são usados em muitas áreas, como matemática, ciência da computação e engenharia. Os algoritmos são importantes porque eles permitem que as pessoas resolvam problemas de forma eficiente. Eles são usados em muitas áreas, como matemática, ciência da computação e engenharia. Os algoritmos são importantes porque eles permitem que as pessoas resolvam problemas de forma eficiente.

Na seção **Leitura e compreensão**, você é convidado a ler e interpretar diferentes textos que visam ampliar e enriquecer os conteúdos estudados no capítulo.



Vestibulares e Enem

Vestibulares e Enem

Esta seção contém questões de vestibulares e do Enem. As questões são organizadas por assunto e nível de dificuldade. Elas são usadas para avaliar o conhecimento dos alunos e para preparar os alunos para as provas. As questões são organizadas por assunto e nível de dificuldade. Elas são usadas para avaliar o conhecimento dos alunos e para preparar os alunos para as provas.

Na seção **Vestibulares e Enem**, propomos questões do Enem e de vestibulares de todas as regiões do Brasil relacionadas aos conteúdos estudados no capítulo.



Além da sala de aula

Além da sala de aula

Esta seção contém atividades que podem ser feitas fora da sala de aula. Elas são usadas para aplicar o conhecimento dos alunos em situações reais. Elas são usadas para aplicar o conhecimento dos alunos em situações reais.

Conhecimentos e saberes matemáticos desenvolvidos e utilizados por diferentes comunidades são apresentados na seção **Além da sala de aula**. Nela você também será convidado a investigar questões e propor ações que podem auxiliar a comunidade em que vive. Além disso, utilizará as ideias do pensamento computacional para analisar e compreender problemas, bem como modelar e automatizar resoluções.

Fonte: Dante e Viana (2020a, p. 6).

Concernentemente aos painéis⁴⁹ dos LD, estes estão organizados em capítulos e, dentro de cada um, os tópicos são sistematizados com nomes específicos dos assuntos que estão sendo tratados no volume. Também há a presença de tópicos comuns em todos os volumes, e o tópico Tecnologias Digitais é um deles.

As Orientações Didáticas voltadas ao professor estão divididas em duas seções: ‘orientações gerais’, comuns em todos os volumes da coleção; e ‘orientações específicas’, alinhadas com os painéis disponíveis em cada volume.

Os materiais de acompanhamento dessa coleção são quantitativamente equivalentes com relação a todas as outras coleções aprovadas pelo edital do PNLD 2021. Esse material é denominado de Material Digital do Professor (MDP) e, no caso dos LD de Matemática e suas Tecnologias, contém um vídeo tutorial para cada volume da coleção (BRASIL, 2019).

Como critério de aprovação ao PNLD 2021, os vídeos tutoriais foram carregados na plataforma do Sistema Integrado de Monitoramento Execução e Controle (SIMEC) e entregues em DVD, contemplando a

Produção em licença aberta do tipo Creative Commons – Atribuição não comercial (CC BY NC 3.0BR ou 4.0 Internacional). Tempo de vídeo estar dentro do requisitado; Formato de compressão h.264 p/ vídeo e AAC p/ áudio; Taxa mínima de quadros de 25 fps; Apresentar duas versões: Alta resolução: resolução de 1280 x 720 pixels (HD 720p), taxa de compressão entre 2.8 e 6 Mbps para 720p, não podendo ultrapassar o tamanho máximo de 450 MB. Baixa resolução: resolução de 640 x 480 (480p), taxa de compressão entre 0,5 e 1,95 Mbps para 480p, não podendo ultrapassar o tamanho máximo de 160 MB (BRASIL, 2019, p. 38).

O MDP é composto por seis vídeos tutoriais⁵⁰ que evidenciam os principais elementos abordados na obra no que se refere às abordagens teórico-metodológicas, aos objetivos e às competências gerais da BNCC.

No que diz respeito à bibliografia adotada pela coleção, existem referências que fundamentam as perspectivas dos autores perante o Novo Ensino Médio, as Metodologias

⁴⁹ Enfatiza-se que os painéis são os conteúdos do LD em que são apresentados os conceitos através de enunciados e exemplos, recursos e exercícios resolvidos (AMARAL *et al.*, 2022).

⁵⁰ Observe-se que o autor desta pesquisa não teve acesso ao MDP. Todas as informações deste material advêm do edital do PNLD 2021. Outro ponto a se destacar é que não foi possível identificar se as escolas realmente receberam esse material juntamente com a coleção escolhida. Destaque-se também que a autoria dos vídeos tutoriais não é a mesma dos autores da coleção de LD.

Ativas, a BNCC, a educação integral, as abordagens teórico-metodológicas⁵¹ e a avaliação. Esta bibliografia está localizada nas ODMP.

Os documentos oficiais que foram diretrizes dessa bibliografia são a nova estrutura do Novo Ensino Médio, através da Lei nº 13.415/2017⁵² (BRASIL, 2017) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), homologados em 2017 e 2018, respectivamente. E, de acordo com o Guia Digital do PNLD 2021, essa coleção está em conformidade com a BNCC, no que se refere ao trabalho com as competências gerais, competências específicas e habilidades da área de Matemática e suas Tecnologias. Os Temas Contemporâneos Transversais (TCT) também são discutidos ao longo da obra e estão alinhados aos parâmetros estabelecidos na BNCC (BRASIL, 2021).

Outros pontos da visão geral apresentados pelo Guia Digital do PNLD 2021 diante desta coleção são aqueles que:

evidenciam sua interdisciplinaridade, contemplando assuntos vinculados ao meio ambiente, à saúde, à ciência e tecnologia e ao multiculturalismo. Além disso, são abordados temas como empatia e projeto de vida, contribuindo para a formação ética e cidadã dos(as) estudantes (BRASIL, 2021, p. 67).

Esta pesquisa está pautada nas TD, que, conforme a citação acima, são contempladas pela coleção adotada. E, através de um olhar atento à coleção, foram encontrados os tipos de TD nos volumes de LD desta pesquisa.

5.1.3. Apresentação das Tecnologias Digitais Identificadas

Com o aporte teórico de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), na abrangência das TD consideradas em quatro fases do desenvolvimento tecnológico em Educação Matemática, e Borba, Souto e Canedo Junior (2022)⁵³, na discussão da quinta fase constituída como uma tendência em movimento, compreendida pela consolidação do uso de vídeos digitais, foram identificados nas coleções analisadas a calculadora, o software *GeoGebra*, a planilha eletrônica, os websites, os vídeos e filmes.

⁵¹ Estas compreendem a Resolução de Problemas, Argumentação, Elaboração de Problemas, Investigação Científica, Pensamento Computacional, Uso Pedagógico de Tecnologias Digitais, entre outras.

⁵² Reafirma-se nesta seção que a Lei nº 13.415/2017 alterou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), definindo mudanças na estrutura do Ensino Médio e estabelecendo uma nova organização para este ciclo escolar.

⁵³ Além da consolidação do uso de vídeos digitais, este livro apresenta o poder de ação de um ator não humano (vírus) frente às TD.

Figura 16 – TD identificadas na coleção de LD.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

A **calculadora** foi apresentada pelos autores como calculadora física, um dispositivo eletrônico, ou como calculadora virtual, um dispositivo que pode ser acessado digitalmente, como, por exemplo, através de um software para computador, aplicativo para celular, ou a calculadora online, em suas versões de calculadora simples e calculadora científica.

Figura 17 – Representação da calculadora no Livro Didático.

Muitas vezes, para resolver problemas com triângulos retângulos, precisamos conhecer o seno, o cosseno ou a tangente de 30° , 45° e 60° ou de outros ângulos agudos. Para determinar esses valores, podemos utilizar uma calculadora científica (física, no *smartphone*, no computador ou *on-line*) ou consultar uma tabela de razões trigonométricas com medidas de abertura de ângulos de um em um grau, de 1° a 89° . Veja a seguir alguns exemplos de cálculos e, na página 148, compare com os valores na tabela de razões trigonométricas (que apresenta valores exatos e valores aproximados com 3 casas decimais).

a) $\text{sen } 50^\circ$
Com uma calculadora:



Detalhe de uma calculadora científica.

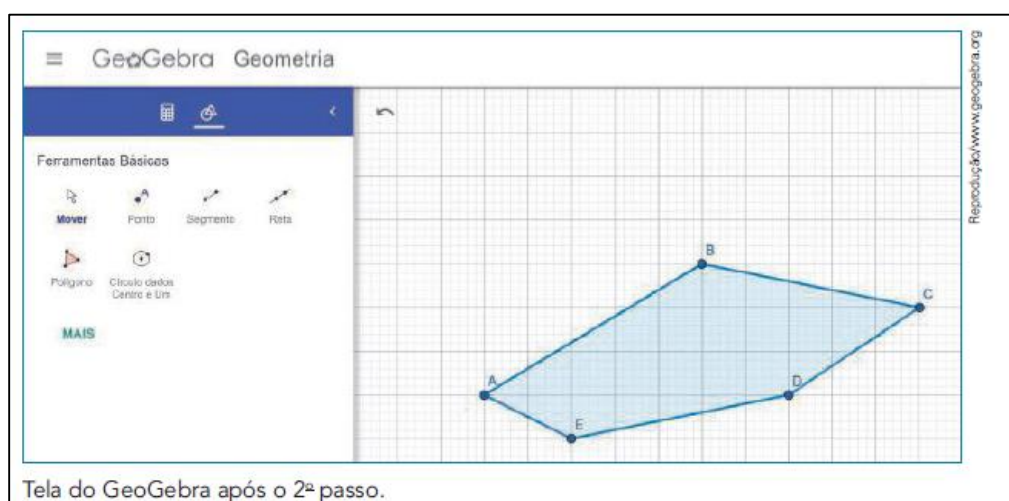
Fonte: Dante e Viana (2020d, p. 24).

O **GeoGebra** é um software de licença livre⁵⁴, dinâmico, de matemática, com grande utilização na educação em todos os seus níveis. Criado no ano de 2001 por Markus

⁵⁴ Software de Código Aberto, ou Software de Licença Livre, é um programa disponível gratuitamente para usuários não comerciais. Esta licença incorpora (por referência) termos de licença adicionais publicados pela *Free Software Foundation* e pela *Creative Commons Corporation*. É suposto que o uso não comercial envolverá principalmente estudantes e professores que desejam usar o *GeoGebra* em casa e na escola ou universidade para fins de estudo e ensino escolar ou acadêmico, sem a intenção de buscar qualquer vantagem comercial.

Hohenwarter, na Universidade de Salzburgo, atualmente ele reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em sua plataforma. Desde o ano de 2002, houve mais de 16 premiações para o *GeoGebra* no âmbito das Tecnologias, Educação, Mídia Educacional e Matemática (GEOGEBRA, 2022).

Figura 18 – Representação do *GeoGebra* no Livro Didático.



Fonte: Dante e Viana (2020c, p. 37).

A interface do software *GeoGebra* é de fácil utilização e consegue manter suas ferramentas e recursos poderosos. O software recebeu constantes atualizações ao longo de seus anos. A geometria, a álgebra e a planilha de cálculo estão interconectadas na mesma tarefa realizada pelo usuário, tornando assim suas ações dinâmicas (GEOGEBRA, 2022). Uma menção de Dante e Viana (2020) para a coleção, com relação ao software *GeoGebra*, é de que ele pode ser utilizado online, instalado em computadores ou em versões de aplicativos para smartphone.

A **planilha eletrônica** utilizada na coleção é um software de licença livre, denominado *LibreOffice Calc*. Dante e Viana (2020) salientam que o software é utilizado como ferramenta ao longo dos volumes da coleção. O *LibreOffice Calc* é o software de planilhas eletrônicas de uma coleção de programas de escritório da *LibreOffice*. Ele incorpora várias aplicações, como o processador de textos *Writer*, o editor de apresentações *Impress*, a aplicação de desenho e fluxogramas *Draw*, o banco de dados *Base*, o editor de equações *Math* e o identificado na coleção de LD, o editor de planilhas eletrônicas *Calc* (LIBREOFFICE, 2022).

Figura 20 – Internet e os Websites.



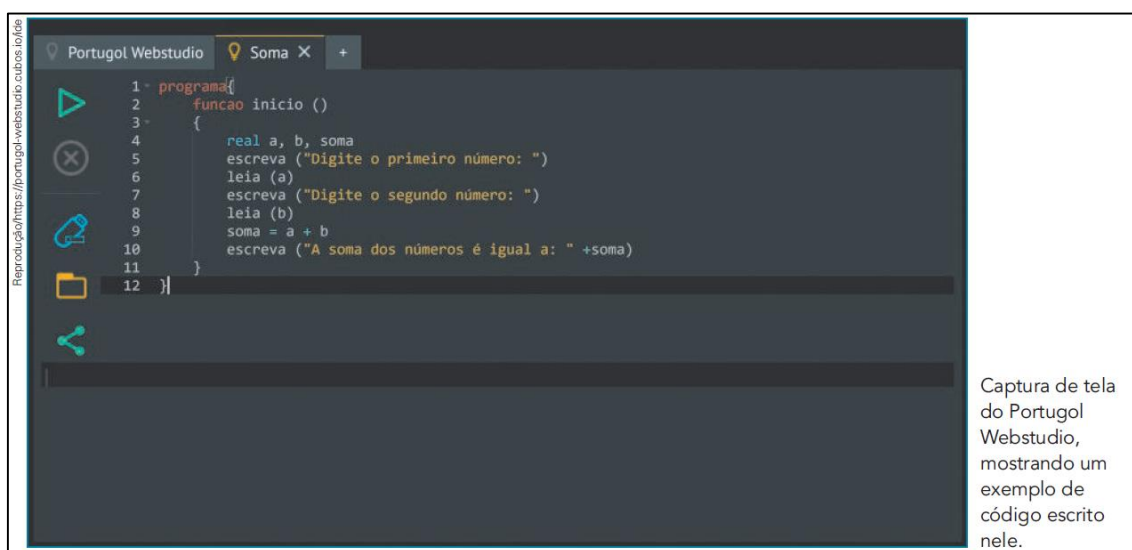
Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Os websites são os denominados endereços eletrônicos que se utilizam da internet para acesso às mais diversas informações, serviços, redes sociais, entre outros aspectos. Estas informações são em formato de hiperlinks e multimídia, ou seja, textos, textos com links, imagens, imagens com links, áudios e vídeos, todos simultaneamente em uma mesma página de internet. Idealizada e difundida mundialmente por Tim Berners-Lee, em 1991, através da *World Wide Web* (WWW), seu objetivo constituiu em permitir que ligações entre redes pudessem ser realizadas e compartilhadas com qualquer informação, não importando onde ela se encontrasse, por qualquer indivíduo que tivesse acesso (CASTELLS, 2003).

Uma das particularidades, dentre os websites apresentados para os estudantes na coleção investigada, está o **Simulador Portugol**⁵⁶. É um simulador online voltado para a linguagem de programação de alto nível⁵⁷, como um método para comunicar instruções em linhas de forma sequencial para um computador, utilizando-se de um conjunto de regras sintáticas e semânticas para definir e estruturar um programa de computador.

⁵⁶ Disponível em: <https://dgadelha.github.io/Portugol-Webstudio>. Acesso em: 3 ago. 2023.

⁵⁷ As linguagens de programação possuem níveis, sendo que, na linguagem de baixo nível, as suas instruções estão mais próximas da linguagem de máquina (composta de códigos binários), e na linguagem de alto nível mais próximas da linguagem humana.

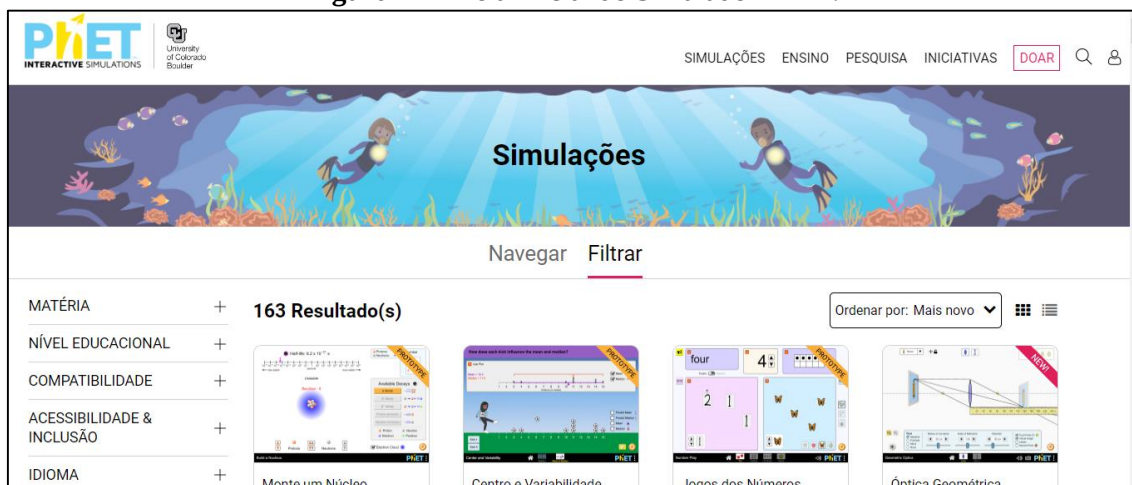
Figura 21 - Tela Inicial do Simulador Portugol.

Fonte: Dante e Viana (2020e, p. 140).

O Portugol é uma representação próxima de outras linguagens de programação populares, como Linguagem C ou Linguagem Pascal⁵⁸, porém seu diferencial está em ser uma linguagem que é escrita em português. Então, através da programação em que o usuário vai especificar precisamente quais etapas, dados e tomadas de decisão um computador vai executar, pelo Portugol sua proposta é facilitar a construção e a leitura de algoritmos usando uma linguagem mais fácil para os estudantes (GADÊLHA, 2022).

Outra particularidade, entre os endereços eletrônicos utilizados pelos autores na coleção de LD, está O **PhET Simulações**. Este website desenvolve simulações interativas gratuitas de matemática e ciências. Criado em 2002, pelo Prêmio Nobel Carl Wieman, este simulador se baseia em extensas pesquisas e resultados da física, química, biologia, matemática e ciências da terra.

⁵⁸ A Linguagem C é uma estrutura de códigos, criada em 1972 por Dennis Ritchie e Ken Thompson para desenvolvimento de softwares. Por meio desta linguagem, o programador controla o comportamento lógico ou físico de um computador. Sua linguagem é de nível intermediário (PINHO, 2023). A Linguagem Pascal também é uma estrutura de códigos, orientada a objetos, desenvolvida em 1968 por Niklauss Wirth onde sua denominação recebeu homenagem ao matemático e filósofo francês Blaise Pascal. A Linguagem Pascal é uma linguagem de alto nível. (CASTILHO *et al.*, 2009)

Figura 22 – Tela Inicial do Simulador PhET.

Fonte: PhET (2022).

Todas as simulações são de código aberto, escritas em HTML5⁵⁹, e podem ser executadas online ou baixadas para um computador. As simulações são testadas extensivamente para garantir uma eficácia educacional, através de entrevistas com estudantes e observações do uso da simulação em salas de aula (PHET, 2022).

Em representativas situações da coleção de LD, os autores apresentam aos estudantes **vídeos e filmes**⁶⁰. Os vídeos estão em grande maioria vinculados a websites, como os casos de diversos exemplos de recomendações de vídeos do *YouTube*. A Figura 23 traz um exemplo de como os vídeos são representados no LD.

Figura 23 – Representação de vídeo no LD.

Sobre o assunto

Para saber mais sobre a origem do IDH e como a Matemática colabora para o cálculo desse índice, assista aos vídeos do professor Nílson José Machado (acessos em: 5 set. 2020):

A Matemática do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) – parte 1. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=fARITzyUPgY>.

A Matemática do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) – parte 2. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=07L2dP4nKlg>.

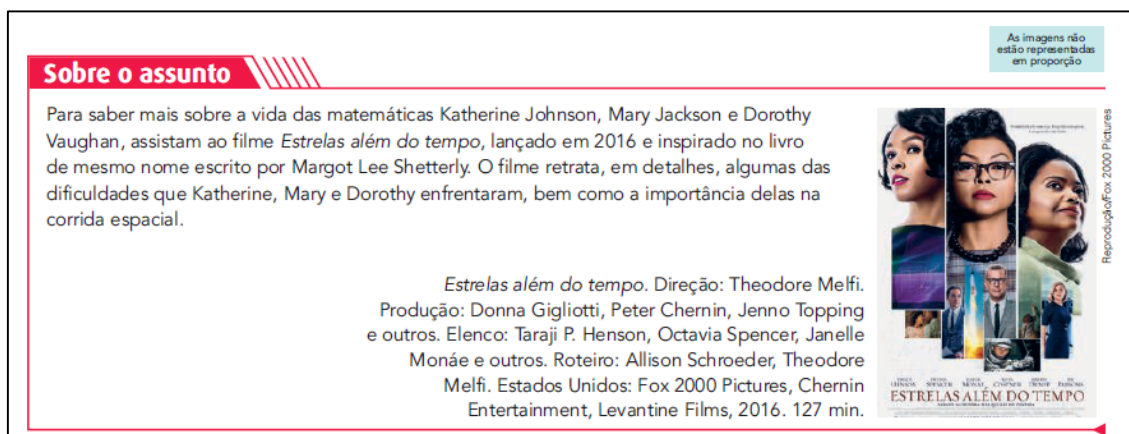
Fonte: Dante e Viana (2020f, p. 77).

⁵⁹ HTML5 é a versão mais recente da linguagem de programação conhecida por *Hyper Text Markup Language* (HTML). Esta linguagem utiliza-se de códigos para criar e estruturar páginas de internet.

⁶⁰ Os vídeos e filmes foram identificados como mídias digitais por Borba, Souto e Canedo Junior (2022), e neste trabalho são tipos de TD.

Os filmes, por sua vez, são recomendações condizentes com os assuntos que estão sendo abordados. Eles são apresentados com uma breve sinopse e com os motivos de estarem como sugestão nos tópicos em que foram identificados.

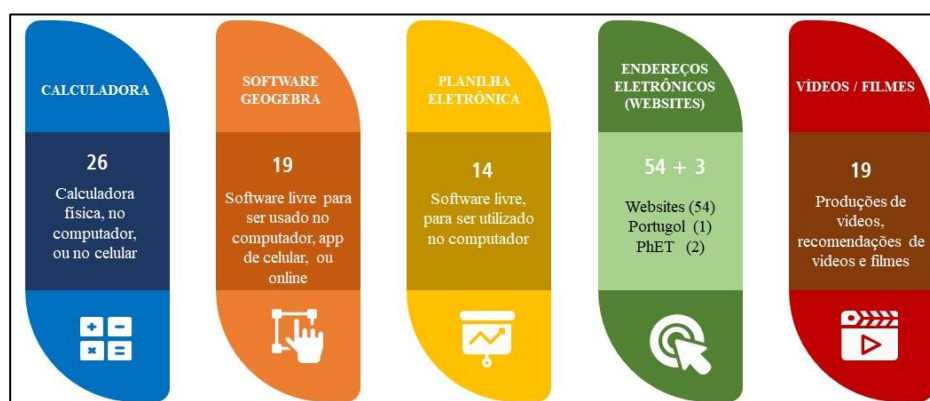
Figura 24 – Representação de Filme no Livro Didático.



Fonte: Dante e Viana (2020e, p. 114).

Foram contabilizados, ainda, as indicações de uso em que essas TD surgem nos painéis e atividades⁶¹ de todos os volumes da coleção selecionada. O software MAXQDA, apresentado no capítulo de Metodologia, nos auxiliou nesta contagem. Foram encontradas 135 propostas de uso das TD, distribuídas do seguinte modo: 26 indicações de uso com a calculadora; 19 situações com o software *GeoGebra*; 14 propostas com a planilha eletrônica; 57 situações com websites; 19 indicações de vídeos e filmes.

Figura 25 – Distribuição das TD na coleção *Matemática em Contextos*.



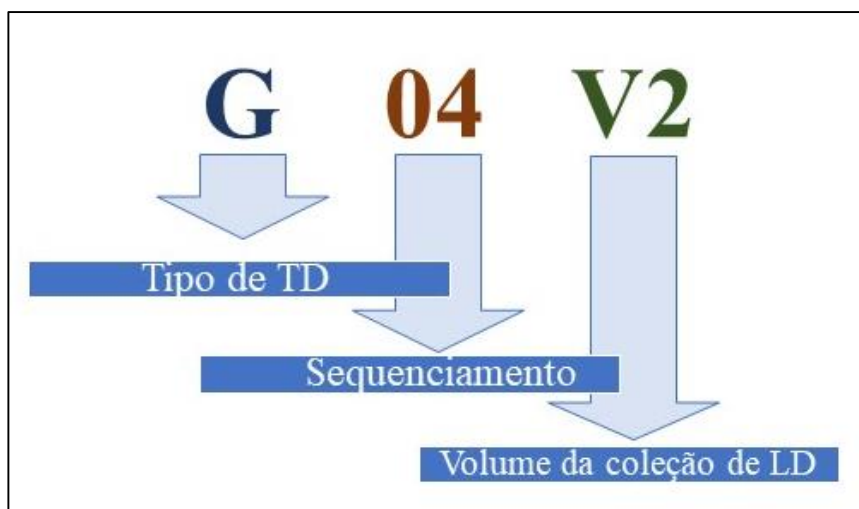
Fonte: Dados da pesquisa (2022).

⁶¹ Retoma-se que as atividades foram consideradas como os exercícios, os problemas contextualizados e as pesquisas propostas no LD.

Para otimizar a identificação do tipo de TD e a qual volume da coleção ela pertence, foram atribuídos códigos. Estes códigos correspondem a cada TD, considerando a inicial do tipo de tecnologia, sua ordenação no volume e em qual volume da coleção está presente. Para tanto, foi considerada a seguinte codificação:

- Tipo de TD:
 - Calculadora – **C**
 - Software *GeoGebra* – **G**
 - Planilha Eletrônica – **P**
 - Websites – **W**
 - Vídeos ou Filmes – **VF**
- Ordenação – Sequência numérica $S = \{01, 02, 03, \dots, nn\}$
- Volume – $V = \{V1, V2, V3, V4, V5, V6\}$

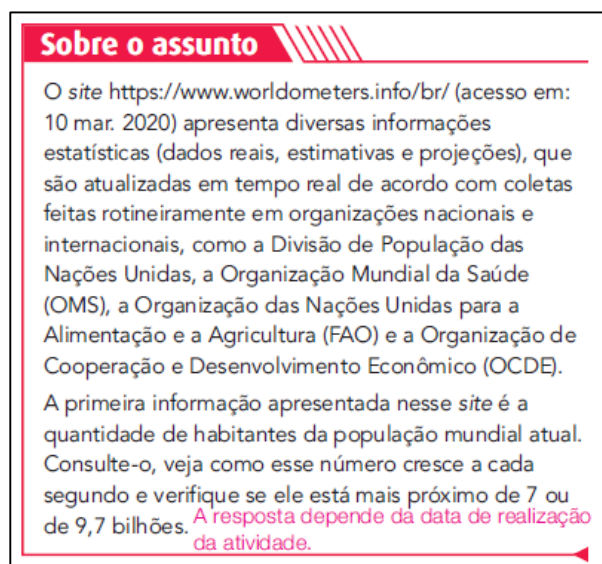
Figura 26 – Código de referência das TD na coleção analisada.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A título de exemplo, o website localizado na página 22 do volume um, exposto na Figura 27, é representado como **W01V1**, pois caracteriza o primeiro website identificado para análise deste volume.

Figura 27 – Website de código W01V1.

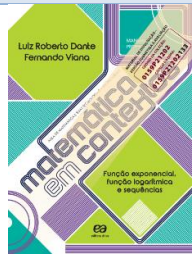
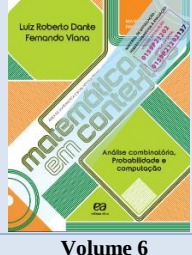


Fonte: Dante e Viana (2020a, p. 22).

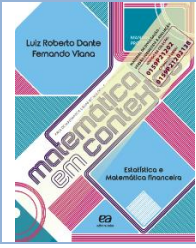
Expostas as informações básicas, a estrutura geral, e identificadas as TD, considera-se pertinente concluir esta subseção apresentando a frequência e a distribuição das TD na coleção *Matemática em Contextos*. Considerando como foco de interesse as TD presentes nos LD dessa coleção, realizou-se uma sistematização para identificar sua frequência e distribuição ao longo dos capítulos da coleção.

A partir da Tabela 2, tem-se um panorama geral com a capa do LD, o nome dos capítulos, sua distribuição em páginas, a frequência com que as TD estão compreendidas nos painéis e atividades e o tipo de TD disposta em cada capítulo dos volumes.

Tabela 2 – Distribuição das TD ao longo dos LD.

	Capítulos	Paginação	Painéis e atividades com TD	Tipo de Tecnologia Digital
Volume 1				
	1 – Função Exponencial	8 à 65	18	GeoGebra Calculadora Planilha Eletrônica Websites
	2 – Função Logarítmica	66 à 105	8	GeoGebra Calculadora Planilha Eletrônica Websites
	3 – Sequências	106 à 160	10	Websites Filmes/Vídeos Planilha Eletrônica
	Orientações Didáticas	161 à 280	x	x ⁶²
Volume 2				
	1 – Função Afim	8 à 74	7	GeoGebra Planilha Eletrônica Websites
	2 – Função Quadrática	74 à 124	12	GeoGebra Websites Vídeo/Podcast/Website
	Orientações Didáticas	137 à 232	x	x
Volume 3				
	1 – Regiões Planas e Área	8 à 61	10	GeoGebra Websites
	2 – Geometria Espacial	62 à 160	6	Websites
	Orientações Didáticas	161 à 240	x	x
Volume 4				
	1 – Trigonometria	8 à 83	14	GeoGebra Calculadora Vídeo/Podcast/Website Websites
	2 – Matrizes e Sistemas Lineares	84 à 160	9	GeoGebra Websites
	Orientações Didáticas	161 à 264	x	x
Volume 5				
	1 – Análise Combinatória	8 à 49	2	Planilha Eletrônica
	2 - Probabilidade	50 à 95	4	Websites Vídeos/Filmes
	3 - Computação	96 à 160	9	Portugol Vídeos/Filmes Websites
	Orientações Didáticas	161 à 272	x	x
Volume 6				
	1 - Estatística	8 à 85	11	GeoGebra Vídeos/Filmes Websites Planilha Eletrônica
	2 – Matemática Financeira	86 à 144	15	Planilha Eletrônica Websites

⁶² As TD presentes nestas seções das ODMs não foram contabilizadas pois são as mesmas que foram dispostas nos painéis e atividades de cada capítulo na região do livro do estudante.

	Orientações Didáticas	145 à 232	x	x
---	-----------------------	-----------	---	---

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Orientações Gerais sobre o uso das TD

No sumário de cada volume há menção a TD na seção ‘Tecnologias digitais’, parte dedicada exclusivamente a abordar um tipo de TD juntamente com alguma atividade. Este momento do LD é definido pelos autores desta maneira:

Na seção Tecnologias digitais, propomos a utilização de diversas tecnologias, como calculadora, simuladores e softwares livres, para fazer explorações, investigações e simulações, calcular medidas estatísticas, construir e manipular representações gráficas, figuras geométricas, planilhas, entre outros (DANTE; VIANA, 2020a, p. 82).

Como orientação aos professores, além de ser explicitado que essa seção é destinada com exclusividade às TD, os autores comentam sobre sua forma de organização no LD, sendo que

Você perceberá que, em muitos capítulos, propomos essas seções antes da formalização dos conteúdos correspondentes para que os estudantes possam, de fato, explorar e investigar os conceitos, de certa maneira, desconhecidos, fazendo simulações e conjecturando sobre comportamentos observados. (...) Prepare-se previamente para o trabalho com essas seções: mapeie os dispositivos que precisarão estar disponíveis e a internet, se for necessário utilizá-la no momento da aula. Conheça os softwares ou aplicativos que serão trabalhados para que possa auxiliar os estudantes sempre que for preciso (DANTE; VIANA, 2020a, p. 82).

Destaque-se que, na citação anterior, os autores também salientam sobre os professores tomarem nota do funcionamento dos softwares que serão abordados na seção. Outro ponto diz respeito à verificação da disponibilidade de internet, seja no laboratório de informática da escola, ou na sala de aula, anteriormente a essas aulas que se utilizariam das TD.

Além da seção ‘Tecnologias digitais’ do LD, as TD também se fazem presentes em outros painéis e atividades do livro, como as seções ‘Explore para descobrir’, ‘Atividades’, ‘Fique atento’, ‘Sobre o assunto’, ‘Conexões’, e ‘Além da sala de aula’.

Nas ODM, Dante e Viana (2020) apresentam em todos os volumes a seção ‘Uso pedagógico das tecnologias digitais’, nas Orientações Gerais. São mencionadas as potencialidades de todos os tipos de TD que foram trabalhados na obra. Pesquisadores da Educação Matemática, como Marcelo de Carvalho Borba, Ricardo Scucuglia R. da Silva e George Gadanidis, são mencionados na coleção, assim como o matemático Markus Hohenwarter, que iniciou o projeto *GeoGebra*. Estas orientações são importantes para o professor acompanhar as tendências relacionadas à utilização pedagógica das TD.

5.1.4. Particularidades de cada volume

As descrições anteriores estavam pautadas em aspectos comuns aos seis volumes da coleção. Nesta subseção é descrito o que cada volume possui como tipos e a configuração das distribuições das TD.

Matemática em Contextos – Função exponencial, função logarítmica e sequências

A partir dos dados apresentados na Tabela 2, observa-se que são cinco tipos de TD, distribuídos em 36 indicações de uso nos painéis e atividades, ao longo dos três capítulos do LD. Essas TD são: a calculadora, simples ou científica (15 situações), o software *GeoGebra* (3 situações), a planilha eletrônica (5 situações), vídeo ou filme (2 situações) e a recomendação de um endereço eletrônico de website (11 situações). Conforme se constata, as tecnologias estão presentes com certa frequência neste volume e a sua distribuição segue, de certa forma, equilibrada entre os capítulos dois e três, mas destoa-se quantitativamente do capítulo um.

Quadro 6 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020a).

DANTE; VIANA (2020a)	Cap. 1 – Função Exponencial (8 à 65)	Cap. 2 – Função Logarítmica (66 à 105)	Cap. 3 – Sequências (106 à 160)
CÓDIGOS	C01V1, C02V1, C03V1, C04V1, C05V1, C06V1, C07V1, G01V1, G02V1, P01V1, P02V1, W01V1,	C08V1, C09V1, G03V1, P03V1, P04V1, W08V1, W09V1, W10V1	C10V1, C11V1, C12V1, C13V1, C14V1, C15V1, P05V1, W11V1, VF01V1, VF02V1

	W02V1, W03V1, W04V1, W05V1, W06V1, W07V1		
TOTAL	18	8	10

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Matemática em Contextos – Função afim e função quadrática

Neste volume observa-se que são quatro os tipos de TD, distribuídos em 19 indicações de uso nos painéis e atividades, ao longo dos dois capítulos do LD. Essas TD são: o software *GeoGebra* (7 situações), a planilha eletrônica (1 situação), vídeo ou filme (2 situações) e website (9 situações). Conforme se constata, as tecnologias estão presentes com uma menor frequência que no volume anterior e a sua distribuição tende para mais TD no segundo capítulo do LD.

Quadro 7 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020b).

DANTE; VIANA (2020b)	Cap. 1 – Função afim (8 à 74)	Cap. 2 – Função Quadrática (74 à 124)
CÓDIGOS	G04V2, G05V2, G06V2, P06V2, W12V2, W13V2, W53V2	VF03V2, VF04V2 G07V2, G08V2, G09V2, G10V2, W14V2, W15V2, W16V2, W17V2, W18V2, W52V2
TOTAL	7	12

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Matemática em Contextos – Geometria Plana e Geometria Espacial

Neste terceiro volume da coleção, observa-se que são três os tipos de TD, distribuídos em 16 indicações de uso nos painéis e atividades, ao longo dos dois capítulos do LD. Essas TD são: o software *GeoGebra* (1 situação), vídeo ou filme (2 situações) e website (13 situações). Conforme se constata, os tipos de tecnologias estão presentes com pouca frequência neste volume e a sua distribuição segue com mais TD no primeiro capítulo do que no segundo.

Quadro 8 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020c).

DANTE; VIANA (2020c)	Cap. 1 – Regiões Planas e Área (8 à 61)	Cap. 2 – Geometria Espacial (62 à 160)
CÓDIGOS	VF05V3, G11V3, W19V3, W20V3, W21V3, W22V3, W23V3, W24V3, W25V3, W26V3	VF06V3, W27V3, W28V3, W29V3, W30V3, W31V3
TOTAL	10	6

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Matemática em Contextos – Trigonometria e Sistemas Lineares

Neste volume observa-se que são cinco os tipos de TD, distribuídos em 23 indicações de uso nos painéis e atividades, ao longo dos dois capítulos do LD. Essas TD são: a calculadora (5 situações), o software *GeoGebra* (5 situações), a planilha eletrônica (2 situações), vídeo ou filme (2 situações) e website (9 situações). Conforme se constata, todos os tipos de TD estão presentes e a sua distribuição no volume concentra as mesmas no primeiro capítulo.

Quadro 9 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020d).

DANTE; VIANA (2020d)	Cap. 1 – Trigonometria (8 à 83)	Cap. 2 – Matrizes e Sistemas Lineares (84 à 160)
CÓDIGOS	VF07V4, VF08V4, C16V4, C17V4, C18V4, C19V4, G12V4, G13V4, G14V4, P07V4, P08V4, W32V4, W33V4, W34V4	C20V4, G15V4, G16V4, W35V4, W36V4, W37V4, W38V4, W39V4, W40V4
TOTAL	14	9

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Matemática em Contextos – Análise Combinatória, Probabilidade e Computação

Neste volume observa-se que são quatro os tipos de TD, distribuídos em 15 indicações de uso nos painéis e atividades, ao longo dos três capítulos do LD. Essas TD são: a calculadora (1 situação), a planilha eletrônica (2 situações), vídeo ou filme (6 situações) e website (6 situações). Conforme se constata, este volume é o que apresenta a menor quantidade de TD e sua frequência se concentra no terceiro capítulo do LD.

Quadro 10 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020e).

DANTE; VIANA (2020e)	Cap. 1 – Análise Combinatória (8 à 49)	Cap. 2 – Probabilidade (50 à 95)	Cap. 3 – Computação (96 à 160)
CÓDIGOS	C21V5, P09V5	VF09V5, VF10V5, W41V5, W54V5,	VF11V5, VF12V5, VF13V5, VF14V5, P10V5, W42V5, W55V5, W56V5, W57V5
TOTAL	2	4	9

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Matemática em Contextos – Estatística e Matemática Financeira

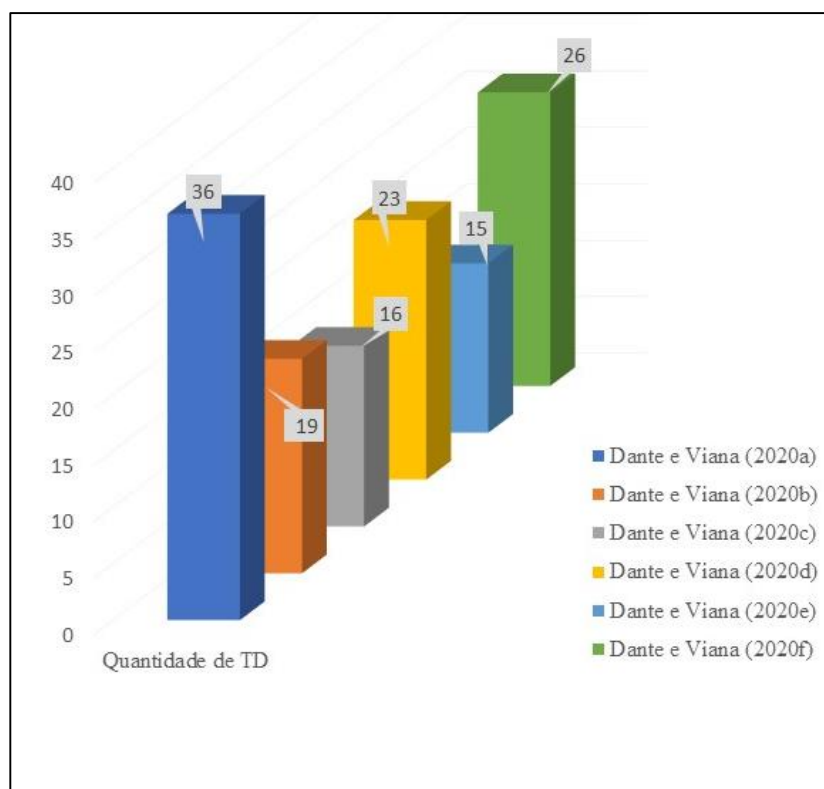
No sexto volume da coleção, observa-se que são cinco os tipos de TD, distribuídos em 26 indicações de uso nos painéis e atividades, ao longo de dois capítulos. Essas TD são: a calculadora (em 4 situações), o software *GeoGebra* (3 situações), a planilha eletrônica (6 situações), vídeo ou filme (4 situações) e os endereços eletrônicos de website (9 situações). Conforme se constata, as tecnologias estão presentes com certa frequência neste volume e a sua distribuição segue, de certa forma, próximo de um equilíbrio entre os dois capítulos.

Quadro 11 – Densidade de TD frente a Dante e Viana (2020f).

DANTE; VIANA (2020f)	Cap. 1 – Estatística (8 à 85)	Cap. 2 – Matemática Financeira (86 à 144)
CÓDIGOS	VF15V6, C22V6A, G17V6, G18V6, G19V6, P11V6, P12V6, W43V6, W44V6, W45V6, W46V6,	VF16V6, VF18V6, VF19V6, C22V6B, C22V6C, C24V6, P13V6, P14V6, P15V6, P16V6, W47V6, W48V6, W49V6, W50V6, W51V6
TOTAL	11	15

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Esta análise horizontal apresentou resultados a respeito da presença e distribuição das TD ao longo dos volumes da coleção investigada. As presenças das TD apresentaram o seguinte resultado gráfico, exposto na Figura 28.

Figura 28 – Quantidade de TD nos LD.

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Agora, na distribuição dos tipos de TD, observa-se que nem todos os tipos estão nos seis volumes de LD. A calculadora, por exemplo, não surge em Dante e Viana (2020b, 2020c). No caso da planilha eletrônica, ela também não foi apresentada e utilizada em Dante e Viana (2020c), sendo também este o volume com a menor variedade de tipos de TD distribuídos pela sua extensão.

Contudo, compreende-se que, mais do que saber a quantidade ou sua distribuição ao longo dos volumes, é fundamental um olhar qualitativo para essas TD. Por meio da análise vertical, são investigados os eixos e subeixos de forma mais subjetiva a respeito de “como” as TD estão presentes ao longo dos LD.

5.2. Análise Vertical

Os painéis e atividades que indicam explicitamente o uso de algum tipo de TD para fins de aprendizagem matemática foram identificados e organizados através da análise horizontal da coleção *Matemática em Contextos*. Esta consiste, agora, em apresentar a análise vertical, que compreende os eixos de análise.

Aqui são retomados os eixos que consistiram na análise vertical e seus subeixos para a investigação das manifestações das TD. Tais manifestações compreendem as funções das TD em cada volume do LD, ou seja, a análise vertical se preocupou em descrever as funções assumidas pelas TD nos tópicos em que foram identificados painéis e atividades do LD. Deste modo, durante a análise vertical, ao investigar as funções assumidas pelas TD, foram discutidas:

- A manifestação da TD em direção à domesticação:

Este eixo de análise descreve e analisa as TD que são anunciadas no LD e possuem o caráter exclusivo ou direcionado para uma domesticação da TD, quando abordadas nos painéis e atividades dos LD. Ainda, este eixo foi subdividido em dois subeixos: ‘domesticação’ e ‘sem convite à experimentação’.

A ‘domesticação’ engloba dois tópicos: o ‘cálculo’ e a ‘verificação de resultados’. Estes tópicos versam sobre as funções dos tipos de TD, presentes nos painéis e atividades do LD, que são voltados para uma subutilização dessas tecnologias.

O subeixo ‘sem convite à experimentação’ envolve dois tópicos, o primeiro deles denominado de ‘manipulação de ferramentas’, que inclui painéis e atividades em que os autores dos LD propõem aos estudantes conhecer e manipular as ferramentas das TD, de modo a desenvolverem os painéis ou concluírem as atividades. O segundo tópico deste subeixo, chamado de ‘pesquisa online – eventual’, consiste de propostas no LD para os estudantes realizarem uma pesquisa online, sem o intuito de produzirem algum material ou registrarem as respostas de suas pesquisas.

- A manifestação da TD em direção à experimentação:

Este eixo compreende discutir os painéis e atividades do LD com TD em que os aspectos da domesticação por elas podem ser superados ou em que a experimentação explicitamente proposta. Assim, são apresentados e analisados os painéis e atividades que trazem um convite à exploração, à experimentação, e propõem experimentações no âmbito de propiciarem uma produção de conhecimento com as TD.

Tal eixo possui dois subeixos: ‘com convite à experimentação’ e ‘experimentação’. O primeiro subeixo aborda dois tópicos, um deles denominado ‘pesquisa online – atividade’, que inclui propostas no LD para os estudantes realizarem uma pesquisa online, com o intuito de produzirem algum material e registrarem as respostas da pesquisa. Já o outro, denominado ‘pesquisa e criação’, contém painéis e

atividades para o estudante realizar uma pesquisa, online ou não, e criar uma comunicação científica⁶³ utilizando algum tipo de TD.

O subeixo chamado de ‘experimentação’ compreende os tópicos ‘exploração’ e ‘desenvolvimento conceitual’. A ‘exploração’ é uma forma “tímida” da experimentação com TD, em que é proposta aos estudantes a exploração de conceitos matemáticos com a utilização de alguma TD. O tópico ‘desenvolvimento conceitual’, por sua vez, abarca painéis e atividades em que a experimentação com TD pode ir além da exploração, propiciando uma produção de conhecimento e podendo proporcionar uma reorganização do pensamento aos estudantes com a TD. Este subeixo adentra a relevância de humanos-com-tecnologias.

Como forma de organizar visualmente os eixos e subeixos de análise, o Quadro 12 explicita e resume como cada tópico foi agrupado – tópicos estes que emergiram durante a análise dos dados.

Quadro 12 – Eixos de análise e seus subeixos.

Eixos	A MANIFESTAÇÃO DA TD EM DIREÇÃO À DOMESTICAÇÃO		A MANIFESTAÇÃO DA TD EM DIREÇÃO À EXPERIMENTAÇÃO	
	DOMESTICAÇÃO	SEM CONVITE À EXPERIMENTAÇÃO	COM CONVITE À EXPERIMENTAÇÃO	EXPERIMENTAÇÃO
Funções assumidas pelas TD	Cálculo Verificação de resultados	Manipulação de ferramentas Pesquisa online – eventual	Pesquisa online – atividade Pesquisa e criação	Exploração Desenvolvimento conceitual

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

5.2.1. A manifestação da TD em direção à domesticação

Os tópicos que consistem no subeixo da *domesticação* e no subeixo *sem convite à experimentação* são: Cálculo; Verificação de resultados; Manipulação de ferramentas;

⁶³ Conforme já esclarecido na seção metodológica, a comunicação científica objetiva propagar informações na comunidade escolar por meio de resultados de pesquisas realizadas pelos estudantes dessa mesma coletividade.

Pesquisa online – eventual. No Quadro 13, tem-se como foram organizados estes subeixos.

Quadro 13 – Subeixos e tópicos da Manifestação da TD em direção à domesticação.

DOMESTICAÇÃO	SEM CONVITE À EXPERIMENTAÇÃO
Cálculo	Manipulação de ferramentas
Verificação de resultados	Pesquisa online – eventual

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

No subeixo da *domesticação*, painéis e atividades foram analisados e se enquadraram nos tópicos discutidos a seguir. O Quadro 14 exhibe a distribuição das TD que são voltadas para ‘cálculo’ e para a ‘verificação de resultados’.

Quadro 14 – Distribuição das TD em domesticação.

DOMESTICAÇÃO	
Cálculo	C02V1, C03V1, C04V1, C07V1, C08V1, C09V1, C10V1, C11V1, C12V1 C13V1, C14V1, C15V1, C16V4, C17V4, C19V4, C20V4, C21V5, C24V6 P01V1, P04V1, P05V1, P07V4, P08V4, P09V5, P10V5, P15V6 G07V2, G15V4, G19V6
Verificação de resultados	C05V1, C06V1, C07V1, C08V1, G05V2, G06V2, G8V2, G13V4, G14V4, G15V4, G16V4, G18V6 P02V1, W33V4, W34V4, W35V4

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Cálculo

Os painéis e atividades que, majoritariamente, solicitam ao leitor que sejam realizados cálculos, incluem o uso da calculadora. Dante e Viana (2020a, 2020d, 2020e, 2020f) atribuem, em repetidas indicações de uso, uma sentença como esta: “Use a calculadora ou planilha eletrônica para efetuar os cálculos” (DANTE; VIANA, 2020a, p. 145). A textualidade do que é pretendido com a calculadora ou com a planilha eletrônica não proporciona outro tipo de uso além da objetividade de calcular.

Borba e Selva (2013) apresentam que a função de calcular abrange momentos em que os estudantes foram solicitados a realizar diretamente operações aritméticas com a calculadora. Na atividade 75 do volume um, no capítulo de sequências, tópico sobre progressão geométrica, há um exercício em que é sugerido o uso da calculadora ou da planilha eletrônica para ser realizado o cálculo. Atem-se em caminhar com esta discussão conforme o enunciado de Dante e Viana (2020a) no item ‘a’ da atividade mencionada, ou seja, calculando a quantidade de grãos de trigo com a planilha eletrônica, atividade de código P05V1, ou calculando a quantidade de grãos de trigo na calculadora, atividade de código C13V1.

Figura 29 – Atividades P05V1 e C13V1 para calcular.

75. Uma lenda conta que um rei perguntou ao inventor do jogo de xadrez o que ele queria como recompensa pela invenção. E o inventor respondeu: “1 grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, 2 grãos pela segunda, 4 pela terceira, 8 pela quarta, 16 pela quinta, e assim por diante, sempre dobrando a quantidade a cada nova casa”.



Tabuleiro de xadrez.

a) Sabendo que um tabuleiro de xadrez tem 64 casas, calcule a quantidade de grãos de trigo que o rei precisaria pagar ao inventor. Use uma calculadora ou planilha eletrônica para efetuar os cálculos.

b) Escreva no caderno como se lê esse número.

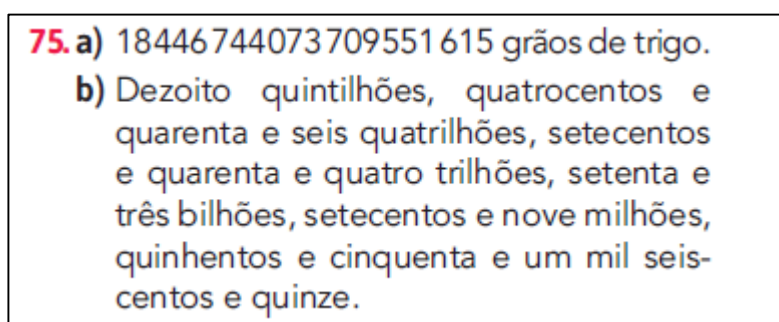
Fonte: Dante e Viana (2020a, p. 145).

Observa-se que o objetivo da atividade 75 foi esclarecido para o leitor utilizar “uma calculadora ou planilha eletrônica para efetuar os cálculos” (DANTE; VIANA, 2020a, p. 145) e, posteriormente, escrever como se lê o resultado do cálculo encontrado.

Na ocasionalidade de utilizar a planilha eletrônica, compreende-se que a expectativa da resolução deste exercício pode ser igual àquela se utilizada uma mídia que não seja a planilha eletrônica. Assim, esse software é subutilizado ou domesticado (BORBA; PENTEADO, 2002).

Quando observadas as respostas da atividade 75, no caso de serem realizadas com uma calculadora (Figura 30), identifica-se que o resultado se trata de um número exorbitantemente grande, que possivelmente não seria exibido em calculadoras físicas simples (ou básicas), porque elas, em sua maioria, possuem uma tela que exibe no máximo dez posições numéricas (dígitos).

Figura 30 – Resposta do LD para P05V1 e C13V1 em domesticação.



Fonte: Dante e Viana (2020a, p. 153).

Assim, há um fator limitante para que a atividade 75 seja concluída conforme o esperado: ela não pode ser realizada por uma calculadora qualquer, como, por exemplo, as calculadoras básicas representadas na Figura 31.

Figura 31 - Exemplos de calculadoras simples.

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Através da apresentação das respostas (Figura 30), é observado que o item ‘b’ depende da precisão de acerto da resposta do item ‘a’. Quando analisadas as orientações específicas para esta atividade, nota-se a discussão do conceito de progressão geométrica, do qual esta atividade está por trás. A orientação não avança para uma possibilidade de maior exploração da calculadora ou planilha eletrônica, muito menos alerta o professor sobre o tipo de calculadora de que o estudante necessitaria, para concluir a atividade sem frustrações.

Figura 32 – Orientação específica do LD para P05V1 e C13V1 em domesticação.

75. a) Precisamos calcular a soma dos 64 primeiros termos da PG (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...), de razão $q = 2$. Utilizando a fórmula da soma dos termos de uma PG finita, obtemos:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \Rightarrow S_{64} = 1 \cdot \frac{1 - 2^{64}}{1 - 2} = 2^{64} - 1 =$$

$$= 18446744073709551615$$

São 18446 744 073 709 551 615 grãos de trigo.

b) Dezoito quintilhões, quatrocentos e quarenta e seis quatrilhões, setecentos e quarenta e quatro trilhões, setenta e três bilhões, setecentos e nove milhões, quinhentos e cinquenta e um mil seiscentos e quinze.]

Fonte: Dante e Viana (2020a, p. 275).

Selva e Borba (2010) chamam a atenção para usos que a calculadora pode desempenhar, indo além de realizar cálculos durante uma aula. Ao proporcionar novas possibilidades de aprendizagem aos estudantes,

[...] a calculadora, em particular, possui potencialidades para o desenvolvimento conceitual dos alunos, desde que sejam desenvolvidas atividades apropriadas em sala de aula. Tarefas de naturezas diversificadas podem ser propostas que permitem explorações e investigações conceituais, bem como de conferência de resultados (SELVA; BORBA, 2010, p. 70-71).

Assim, nessas atividades temos uma domesticação das TD, limitando as potencialidades que poderiam ser proporcionadas na utilização seja da planilha eletrônica ou da calculadora. Considera-se este exemplo por domesticação sem margem para experimentação devido à objetividade da atividade. Não foi explorada nenhuma forma de trazer mudanças ao que já é comumente realizado pelas calculadoras, como efetuar cálculos (C13V1). Além disso, é limitado o potencial de experimentação na utilização da planilha eletrônica (P05V1), caso a atividade fosse realizada no *LibreOffice Calc*.

Dessa maneira, discutiu-se sobre o ‘cálculo’ das TD em uma atividade presente no subeixo da domesticação, referente ao eixo da manifestação das TD em direção à domesticação.

Verificação de resultados

Borba e Selva (2013) apresentam que a verificação de resultados é uma classificação de quando é solicitado aos estudantes resolver problemas por meio de outros mecanismos, como, por exemplo, oralmente ou por escrito, e em seguida é pedido que verifiquem os resultados obtidos, operando, por exemplo, na calculadora. Verificar resultados também compreende que as operações matemáticas foram estimadas (resultados aproximados) e a exatidão desses valores foi verificada através de uma TD (BORBA; SELVA, 2013).

O exemplo trazido é de um painel denominado ‘Fique atento’, que está no volume um, capítulo sobre função exponencial, no tópico chamado ‘Formalizando a operação de radiciação’. Então, conforme o nome do tópico, foi apresentada a definição de radiciação, a partir da qual é possível trabalhar as operações de multiplicação de raízes quadradas,

multiplicação de raízes de mesmo índice e a divisão de raízes de mesmo índice. Em seguida é exposto o painel exibido na Figura 33.

Figura 33 – Painel de código C05V1 – verificação de resultados em domesticação.

Fique atento

Não existem propriedades análogas a essas para as operações de adição e de subtração de raízes aritméticas com o mesmo índice. Por exemplo: $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$ e $\sqrt{6} - \sqrt{3} \neq \sqrt{6-3}$.

Verifique essas desigualdades usando uma calculadora.

$\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3,15$ e $\sqrt{2+3} \approx 2,237$; e $\sqrt{6} - \sqrt{3} \approx 0,72$ e $\sqrt{6-3} \approx 1,73$.

Professor, se necessário, retome com os estudantes o uso da calculadora para determinar o valor de uma potência ou de uma raiz.

Fonte: Dante e Viana (2020a, p. 31).

Este painel de código C05V1 não possui a orientação específica sobre como ser desenvolvido no final do Manual do Professor (MP). Acredita-se que é devido aos encaminhamentos já aparecerem em rosa, logo em seguida do painel.

Considera-se como verificação dos resultados, pois, assim como explicitado pelo enunciado do painel, os estudantes precisam confirmar se as diferenças são válidas. Assim, através da calculadora, o estudante vai realizar as operações para confirmação da diferença do resultado nos dois exemplos expostos no painel.

A domesticação identificada nesse tipo de uso da TD é devida ainda à calculadora se limitar a calcular. Este tipo de TD começou a ser discutido há muito tempo pelas comunidades acadêmicas, acerca de sua importância nos ambientes escolares, discussão que perdura até hoje, sobre as suas variadas possibilidades de uso.

Selva e Borba (2010) trazem discussões de pesquisadores a respeito das calculadoras, apresentando as preocupações de como ela poderia ser um instrumento de construção do conhecimento matemático para além de um instrumento de efetuar cálculos. “A proposição de atividades com a calculadora, apesar de ampla defesa por parte de Educadores Matemáticos, pode ser limitada, em função da quantidade e da qualidade das proposições feitas por meio dos livros didáticos de Matemática” (SELVA; BORBA, 2010, p. 72).

Outro exemplo que apresenta-se é o simulador PhET, de código W34V4. Foi uma TD proposta para verificar resultados, abordada no LD em uma seção sobre os fenômenos periódicos chamada de ‘Leitura e compreensão’, no capítulo de funções trigonométricas, pertencente ao volume quatro. A proposta consiste em mostrar como um pêndulo faz um relógio funcionar, através de uma abordagem histórica e da Física.

Em seguida é apresentado este painel ‘Sobre o assunto’, exposto na Figura 34. Assim, o simulador online PhET surgiu no LD como um painel para o estudante perceber os conceitos envolvidos através deste experimento, utilizando o simulador disponível em um website.

Figura 34 – Proposta de TD como verificação de resultados no simulador PhET.

Sobre o assunto 

Nessa relação, temos F_t em função de θ . Para escrever a lei de uma função do tipo trigonométrica do movimento periódico do pêndulo, em função da medida de intervalo de tempo, são necessários conhecimentos matemáticos que não são estudados no Ensino Médio.

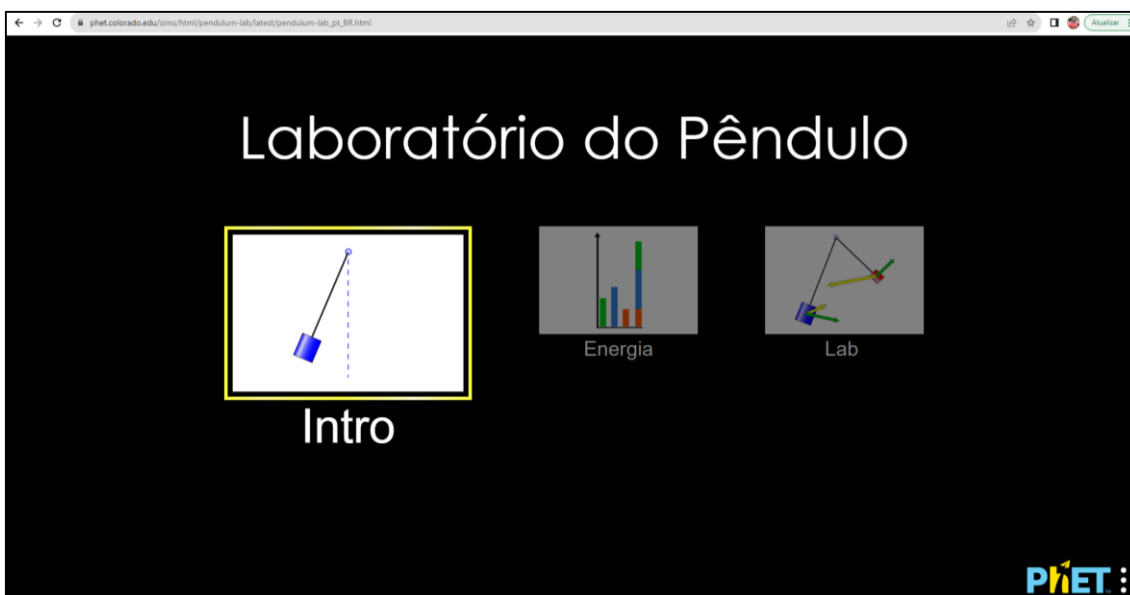
Porém, você pode observar esse movimento periódico do pêndulo em um simulador *on-line* e perceber os conceitos envolvidos e a senoide que é obtida.

Por exemplo, o site PhET Simulações Interativas, da Universidade de Colorado (Estados Unidos), disponibiliza um simulador de pêndulo em que você pode modificar a medida de comprimento do braço, a medida de massa e o módulo da aceleração gravitacional, além de atribuir valores para o atrito considerado no movimento. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/pendulum-lab/latest/pendulum-lab_pt_BR.html. Acesso em: 30 jun. 2020.

Fonte: Dante e Viana (2020d, p. 78).

Apresentado no LD como uma possibilidade para o estudante aprofundar seus conhecimentos sobre os fenômenos periódicos, o exemplo, se aberto pelo estudante em um navegador de internet, mostra a seguinte tela inicial (Figura 35).

Figura 35 – Tela inicial para o usuário ao abrir o website disponibilizado no LD sobre o PhET.

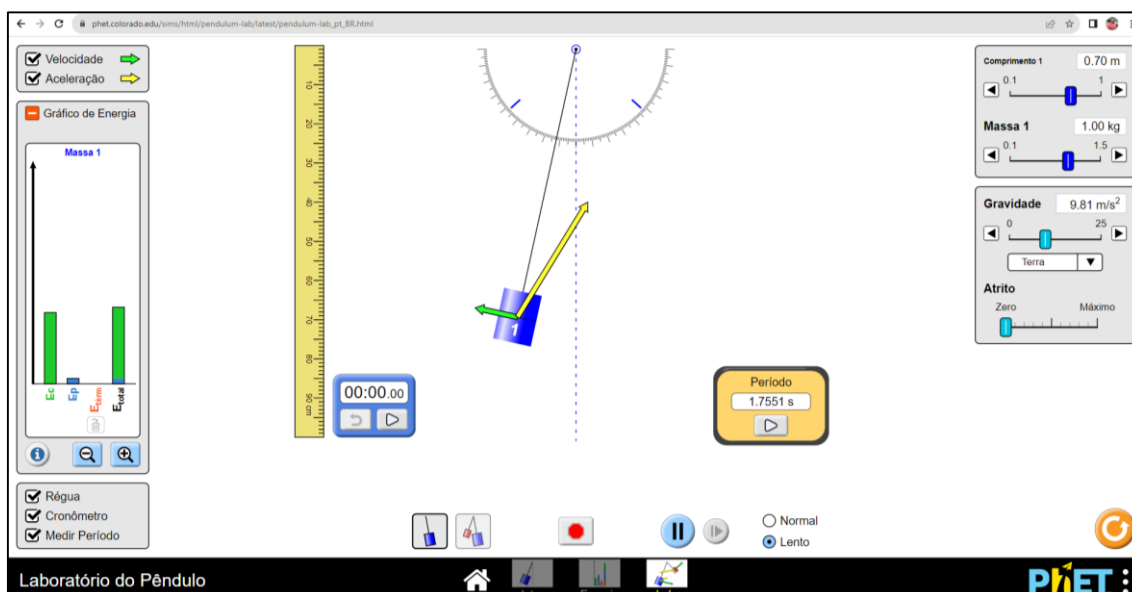


Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/pendulum-lab/latest/pendulum-lab_pt_BR.html (2023).

Esta simulação online apresenta três situações: “Intro”, “Energia” e “Lab”. A primeira situação da simulação é um primeiro encontro com o website, em que são exibidas as informações para o usuário conhecer e selecionar as informações relacionadas

com o comprimento do pêndulo, a massa do pêndulo, a gravidade e o atrito operando sobre ele. A segunda situação já exibe mais informações, como o gráfico de energia do pêndulo. A terceira situação, chamada de “Lab”, é a mais completa da simulação (Figura 36), em que, além das informações da primeira e segunda situações, também são exibidas a velocidade do pêndulo, a aceleração do pêndulo e o cálculo de seu período.

Figura 36 – Tela de “Lab” – a terceira situação da simulação.



Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/pendulum-lab/latest/pendulum-lab_pt_BR.html (2023).

Na simulação do pêndulo, informações como o comprimento, a massa e a gravidade precisam ser inseridas pelo usuário, para que sejam observadas as oscilações seguindo tais parâmetros. Durante seu funcionamento, é possível realizar a verificação das oscilações propostas no LD na seção ‘Leitura e compreensão’, contudo esta verificação não é solicitada pelos autores, ou seja, parte de uma iniciativa do professor ou do estudante para que ela de fato ocorra.

A iniciativa do professor ou do estudante frente aos painéis e atividades com algum tipo de TD envolve questões que posteriormente serão esclarecidas, porque tais usos adotados podem levar a TD em direção à domesticação ou em direção à experimentação. Os próximos subeixos, *sem convite à experimentação* e *com convite à experimentação*, são situações no LD em que a TD foi proposta com objetivos bem estabelecidos, mas o uso atribuído pelo professor pode dar uma outra direção para os painéis ou para as atividades.

Assim, dirigiu-se como exemplo duas TD que se caracterizam como verificação de resultados, do subeixo da domesticação, presente no eixo da manifestação da TD em direção à domesticação.

No subeixo *sem convite à experimentação*, há dois tópicos que são analisados. Estes compreendem a ‘manipulação das ferramentas’ e ‘pesquisa online – eventual’. As TD identificadas nos volumes da coleção foram distribuídas entre esses tópicos conforme pode ser observado no Quadro 15.

Quadro 15 – Tópicos do subeixo ‘sem convite à experimentação’.

SEM CONVITE À EXPERIMENTAÇÃO	
Manipulação das ferramentas	C08V1, C18V4, P16V6, P15V6, P12V6, P09V5, P06V2, P03V1, G01V1, G02V1, G03V1, G04V2, G05V2, G08V2, G09V2, G11V3, G12V4, G13V4, G14V4, G15V4, G16V4, G17V6, G18V6, W55V5, W55V6, W56V5
Pesquisa online - eventual	VF01V1, VF02V1, VF05V3, VF06V3, VF07V4, VF09V5, VF10V5, VF11V5, VF12V5, VF13V5, VF14V5, VF15V6, VF16V6, VF17V6, VF18V6, VF19V6, W01V1, W02V1, W03V1, W04V1, W05V1, W06V1, W07V1, W08V1, W09V1, W10V1, W11V1, W12V2, W13V2, W14V2, W15V2, W18V2, W19V3, W20V3, W21V3, W22V3, W23V3, W24V3, W25V3, W26V3, W27V3, W30V3, W32V4, W36V4, W38V4, W39V4, W42V5, W43V6, W44V6, W47V6, W48V6, W49V6, W50V6, W51V6, W54V5.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2023).

Manipulação das ferramentas

A manipulação das ferramentas remete às classificações atribuídas para os painéis e atividades que discutem como utilizar a TD, familiarizando os estudantes com suas funções e comandos, como também um roteiro de uso para concluir o esperado com a tecnologia, seja na calculadora para realizar uma operação aritmética, seja no *GeoGebra*

para fazer uma construção geométrica, seja no simulador Portugol, para executar comandos de programação (BORBA; SELVA, 2013).

O simulador online Portugol foi apresentado no LD como um software para programar e compilar códigos na linguagem portugol. Como uma forma de manipular as ferramentas desta TD, os autores propõem que o estudante “acesse o *site* e siga as instruções a seguir para cada uma das situações trabalhadas” (DANTE; VIANA, 2020e, p. 142). As situações trabalhadas são a respeito de um código de programação para controle do consumo de combustível e outro sobre o aumento salarial. As duas situações propõem a manipulação das ferramentas, assim será descrito somente o painel de controle do consumo de combustível.

A Figura 37 traz o que foi proposto aos estudantes na primeira situação do painel de código W56V5.

Figura 37 – Simulador Portugol para manipulação das ferramentas.**Controle do consumo de combustível**

É comum que donos de automóveis busquem maneiras de conhecer melhor o gasto de combustível dos próprios carros, de modo a identificar eventuais desvios do padrão, que podem indicar problemas no automóvel.

Vamos então trabalhar com um código que informa a quilometragem média do carro por litro de combustível, dadas a medida de distância percorrida (em quilômetros) e a medida de volume de combustível (em litros) usado para percorrer essa medida de distância.

No site, clique na opção “Novo arquivo” e transcreva o código a seguir no programa.

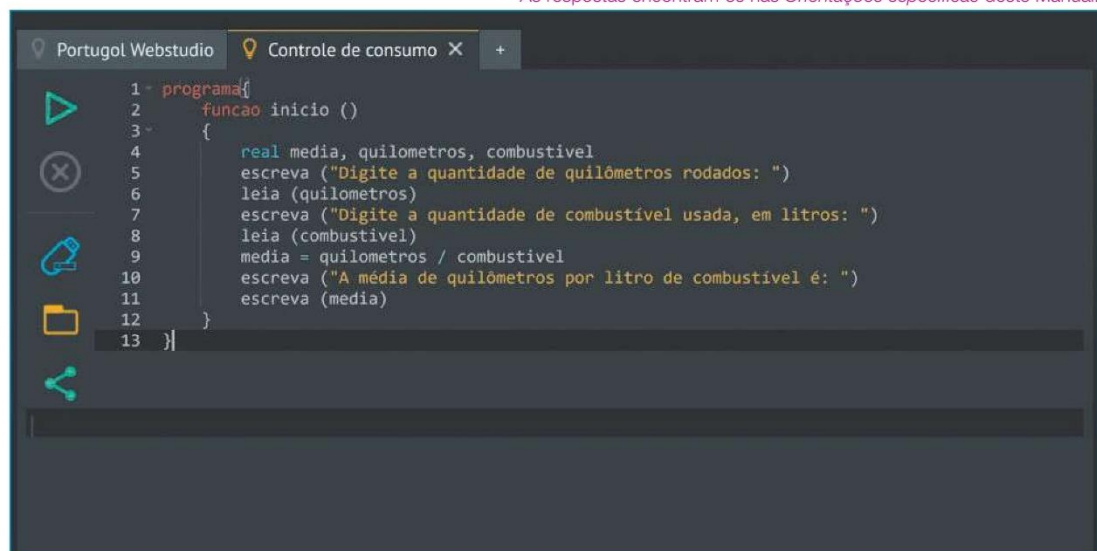
```
programa{
  funcao inicio ()
  real media, quilometros, combustivel
  escreva ("Digite a quantidade de quilômetros rodados: ")
  leia (quilometros)
  escreva ("Digite a quantidade de combustível usada, em litros: ")
  leia (combustivel)
  media = quilometros / combustivel
  escreva ("A média de quilômetros por litro de combustível é: ")
  escreva (media)
}
```

Refleta //////////////

- Quais são as variáveis desse código? Identifique uma relação entre elas.
- Quais tipos de variável foram utilizados nesse código?

Observe que, no Portugol Webstudio, o código apresentará uma formatação especial.

As respostas encontram-se nas Orientações específicas deste Manual.



Captura de tela do Portugol Webstudio.

Fonte: Dante e Viana (2020e, p. 142).

Neste painel é solicitado que os estudantes criem um novo arquivo no Portugol e transcrevam o código que vai informar a quilometragem média por litro de combustível de um veículo, quando inseridas as medidas de distância percorrida e a quantidade de combustível em litros. A Figura 37 exhibe o código e como ele deverá aparecer na tela do simulador online.

Em seguida (Figura 38), há outras instruções para utilização do Portugol, agora através da apresentação dos comandos que são realizados pelos botões do simulador.

Figura 38 – Simulador Portugal W56V5.

Nessa tela, é possível identificar algumas partes especiais desse programa.

- Na lateral esquerda, há uma lista de botões com diferentes funções:

	Executa o código.
	Interrompe a execução do código.
	Salva o código no computador no formato Portugal.
	Abre um código disponível no computador que esteja salvo no formato Portugal.
	Cria um link do código que pode ser compartilhado.
	Abre uma nova aba com o manual de ajuda.

- Do lado direito dessa lista de botões, há o campo para transcrever o código.
- Na parte inferior da tela, há um campo no qual podem ser inseridas eventuais entradas requisitadas pelo código e onde são exibidas eventuais saídas geradas pelo código.

Após transcrever o código para o Portugal Webstudio, execute-o clicando no botão correspondente. No campo de entrada e saída, aparecerá a seguinte mensagem, correspondente à linha 4 do código:

```
Digite a quantidade de quilômetros rodados: |
```

Captura de tela do Portugal Webstudio.

Depois que essa mensagem aparecer, você pode inserir a quantidade de quilômetros rodados (por exemplo, 100) e, então, teclar "Enter". Feito isso, aparecerá uma nova mensagem, correspondente à linha 6 do código:

```
Digite a quantidade de quilômetros rodados: 100
Digite a quantidade de combustível usada, em litros: |
```

Captura de tela do Portugal Webstudio.

Insira, então, a quantidade de combustível usada, em litros (por exemplo, 10), e tecele "Enter" novamente.

```
Digite a quantidade de quilômetros rodados: 100
Digite a quantidade de combustível usada, em litros: 10
A média de quilômetros por litro de combustível é: 10.0
Programa finalizado.
|
```

Captura de tela do Portugal Webstudio.

Observe que o programa apresentará, então, a média de quilômetros por litro de combustível (10 quilômetros por litro) e mostrará a mensagem "Programa finalizado.", indicando que o código foi executado até o fim.

Fique atento

No Portugal Webstudio, assim como na maioria das linguagens de programação, o separador decimal é o ponto, em vez da vírgula. Por exemplo, na captura de tela ao lado, a média de quilômetros por litro de combustível é 10 quilômetros por litro.

É importante também fazer tal adaptação ao inserir números na forma decimal como entrada. Para inserir 51,6 L de combustível como entrada nesse programa, deve-se digitar "51.6".

Fonte: Dante e Viana (2020e, p. 143).

Todas as ilustrações do Portugal que estão presentes no LD demonstram que o estudante já consegue observar o resultado de suas ações sem fazer uso do simulador, sem

ir a um laboratório de informática e utilizar um computador, sem realizar os passos em seu smartphone. Este painel pode se tornar desinteressante porque não é proposto nada de novo para o estudante. A manipulação das ferramentas do simulador Portugol expressa o não convite à experimentação desta TD.

Figura 39 - Atividades do simulador Portugol W56V5.

Tecnologias digitais

1. Qual é o número da linha do código que calcula a quilometragem por litro de combustível? **Linha 8.**

2. Execute esse código e obtenha a quilometragem por litro de combustível para cada caso.

a) Quantidade de quilômetros rodados: 120 km.
Quantidade de combustível usada, em litros: 15 L. **8 km/L**

b) Quantidade de quilômetros rodados: 2225 km.
Quantidade de combustível usada, em litros: 178 L. **12,5 km/L**

3. O código a seguir, escrito para o Portugol Webstudio, tem como objetivo dar a quantidade de quilômetros rodados, dadas a média de quilômetros por litro de combustível e a quantidade de combustível gasta, em litros. Entretanto, a linha 8 não foi escrita. Escreva, no caderno, o conteúdo da linha 8 necessário para que esse código faça o que é proposto. **quilometros = media * combustivel**

```

1- programa{
2-   funcao inicio ()
3-   {
4-       real media, quilometros, combustivel
5-       escreva ("Digite a média de quilômetros por litro de combustível: ")
6-       leia (media)
7-       escreva ("Digite a quantidade de combustível usada, em litros: ")
8-       leia (combustivel)
9-       |
10-      escreva ("A quantidade de quilômetros rodados é: ")
11-      escreva (quilometros)
12-  }
13- }

```

Reprodução/https://portugol-webstudio.cubos.io/ide

Captura de tela do Portugol Webstudio.

Fonte: Dante e Viana (2020e, p. 144).

As atividades do simulador online Portugol realizam perguntas que também não necessitariam da TD para serem respondidas. No exercício um, a própria representação da tela do programa (Figura 39) responde ao que foi pedido. No exercício dois, as respostas para as questões partem da execução do simulador. É preciso que ele esteja aberto no Portugol para que as informações sejam inseridas e as respostas sejam dadas pela programação do código do controle de consumo de combustível.

No exercício três existe um pequeno erro de escrita, visto que é pedido o conteúdo da linha 8, mas na verdade é a linha 9 que precisa ser preenchida (Figura 39). A resposta não necessita da TD aberta, pois as linhas de código informadas na Figura 37 respondem ao exercício.

No caso da calculadora, o painel destacado na Figura 40 mostra como os estudantes podem utilizar a calculadora científica para a medida de abertura dos ângulos. Este painel surge como complementação à atividade 28, de código C18V4, em que os estudantes precisam calcular as razões trigonométricas de uma tabela. O painel correspondente à Figura 40 está no tópico intitulado ‘Cálculo do valor das razões trigonométricas de ângulos agudos’, localizado no volume quatro, no capítulo de trigonometria.

Figura 40 – Painel C18V4: conhecer as ferramentas da calculadora.

Muitas vezes, para resolver problemas com triângulos retângulos, precisamos conhecer o seno, o cosseno ou a tangente de 30° , 45° e 60° ou de outros ângulos agudos. Para determinar esses valores, podemos utilizar uma calculadora científica (física, no *smartphone*, no computador ou *on-line*) ou consultar uma tabela de razões trigonométricas com medidas de abertura de ângulos de um em um grau, de 1° a 89° . Veja a seguir alguns exemplos de cálculos e, na página 148, compare com os valores na tabela de razões trigonométricas (que apresenta valores exatos e valores aproximados com 3 casas decimais).

a) $\sin 50^\circ$
Com uma calculadora:

sen 5 0 = 0.76604444311

b) $\cos 20^\circ$
Com uma calculadora:

cos 2 0 = 0.93969262078

c) $\tan 35^\circ$
Com uma calculadora:

tan 3 5 = 0.70020753821



Detalhe de uma calculadora científica.

Fique atento

Observe se a calculadora científica está aceitando valores em graus e, se necessário, ajuste-a para essa unidade de medida.

Professor, também podemos calcular os valores das razões trigonométricas utilizando uma planilha eletrônica. Para isso, geralmente é preciso converter as medidas de abertura dos ângulos de graus para radianos. Por exemplo, para calcular $\cos 20^\circ$, usamos a combinação de fórmulas **=COS(RADIANS(20))**, que vai converter 20° para radianos e calcular o valor do cosseno, apresentando o resultado 0,93969262078..., como na calculadora científica. Na página 40 os estudantes conhecerão a unidade de medida radiano e a conversão entre graus e radianos.

Fonte: Dante e Viana (2020d, p. 24).

Neste exemplo (Figura 40), os autores apresentam o funcionamento das teclas da calculadora científica para que sejam obtidos os valores de seno de 50° , cosseno de 20° e tangente de 35° .

As orientações específicas que envolvem o painel de código C18V4 destacam o seguinte trecho:

No tópico “Cálculo do valor das razões trigonométricas de ângulos agudos”, a tabela de razões trigonométricas que os estudantes constroem na atividade 28 é retomada para, em seguida, mostrar o cálculo do seno, do cosseno e da tangente de quaisquer ângulos agudos utilizando uma calculadora científica. A tabela de razões trigonométricas, dada no final do Livro do Estudante, também pode ser

consultada quando necessário; porém, mais significativo é incentivar os estudantes a efetuarem os cálculos, seja em uma calculadora física ou no smartphone, do computador ou on-line. Se julgar necessário, peça a eles que façam mais alguns cálculos e comparem os resultados com os valores exatos ou aproximados que são mostrados na tabela. A formalização da definição do seno e do cosseno de ângulos obtusos pode ser apresentada com uma atividade investigativa, com o uso da calculadora científica e a tabela de razões trigonométricas. Proponha aos estudantes que calculem o seno e o cosseno de alguns ângulos obtusos e observem na tabela a quais ângulos agudos eles correspondem (DANTE; VIANA, 2020d, p. 204).

A orientação específica conclui que essa manipulação da ferramenta da calculadora científica tem como objetivo calcular e verificar os resultados com outras atividades já realizadas anteriormente. Assim, além de o painel ser para conhecer, manipular as ferramentas das TD e reproduzi-las, seu intuito foi para que os estudantes calculassem, retornando ao ponto já abordado sobre a limitação das potencialidades da calculadora. Assim, esse exemplo se configura como sem convite à experimentação.

Outro exemplo está nas situações que compreendem as Figuras 41, 42 e 43, quando os autores iniciam a seção intitulada ‘Tecnologias digitais’, no capítulo ‘Função logarítmica’, no tópico ‘formalizando o conceito de logaritmo de um número’. Na Figura 41 é apresentada a história da tabela de logaritmos construída no século XVII e sua importância no passado para recorrer aos resultados logarítmicos sem a necessidade de calcular seus valores.

Figura 41 - Pannel da Seção ‘Tecnologias digitais’ envolvendo a calculadora (C08V1) e a planilha eletrônica (P03V1).

Não escreva no livro.

Tecnologias digitais

Professor, as sugestões para o desenvolvimento desta seção encontram-se nas Orientações específicas deste Manual.

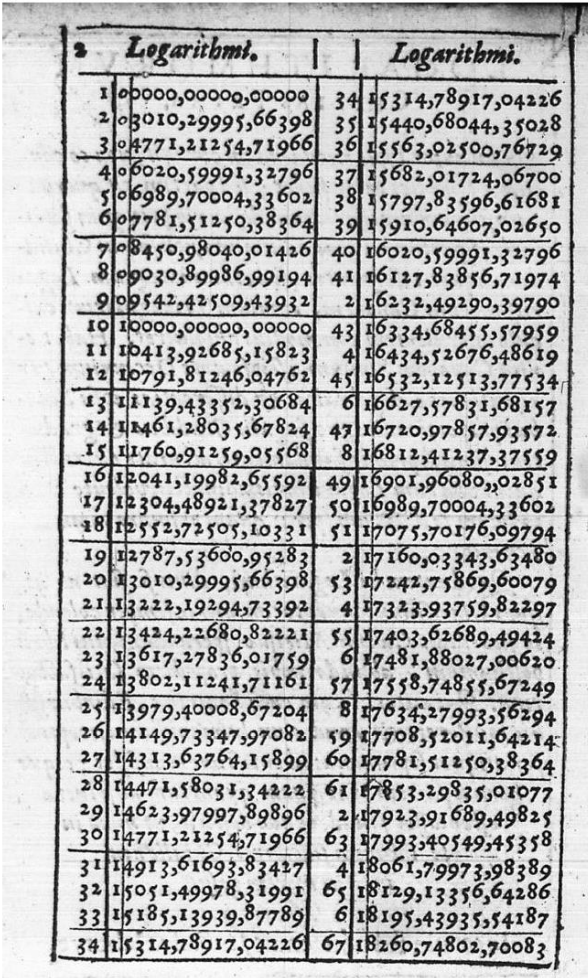
Cálculo do valor de um logaritmo

Como você viu, conhecendo os valores de alguns logaritmos e usando as propriedades operatórias, podemos calcular o valor de muitos outros logaritmos.

Mas será que sempre temos que recorrer a valores conhecidos para calcular o valor do logaritmo de outro número real positivo?

No século XVII, com o desenvolvimento da teoria dos logaritmos, foram construídas tabelas com valores muito precisos de logaritmos de números naturais. Veja a foto de uma tabela de logaritmos daquela época.

Tabela de logaritmos feita pelo matemático inglês Henry Briggs (1561-1630), com os logaritmos de 1 a 67 na base 10 e com precisão de 14 casas decimais. Microfilme do Museu Britânico, em Londres (Inglaterra).



Reprodução/Museu Britânico, Londres, Inglaterra.

Com a difusão do uso da calculadora científica (física, no *smartphone*, no computador ou *on-line*), a utilização das tabelas de logaritmos, muito úteis no passado, está praticamente abolida atualmente.

Algumas calculadoras têm duas teclas que podem ser utilizadas nos cálculos envolvendo logaritmos.

- Tecla **log**: permite calcular o valor do logaritmo de um número N (natural ou decimal positivo) na base 10.
- Tecla **log^x**: permite calcular o número N quando se conhece o valor de $\log N = x$.

79

Fonte Dante e Viana (2020a, p. 79).

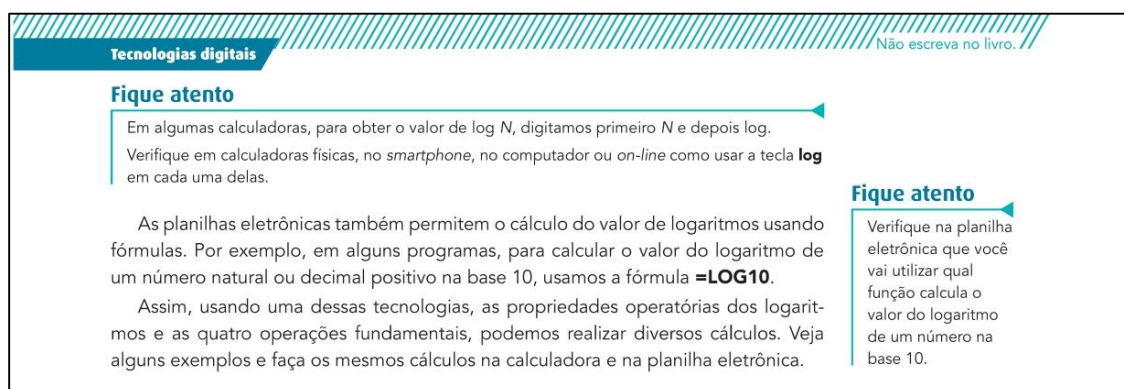
Ainda na Figura 41, após a nota histórica dos logaritmos, é informado aos leitores que, através da disseminação da calculadora científica, as tabelas de logaritmos foram abolidas.

É observado o que a tecla *log*, da calculadora, realiza ao ser pressionada, ou seja, “calcular o valor do logaritmo de um número N (natural ou decimal positivo) na base 10” (DANTE; VIANA, 2020a, p. 79). Também é apresentado aos estudantes o que ocorre com a tecla *10^(elevado a x)*, que “permite calcular o número N quando se conhece o valor de $\log N = x$ ” (DANTE; VIANA, 2020a, p. 79).

Em seguida, na Figura 42, os autores chamam a atenção dos leitores salientando que as calculadoras podem ter diferenciações em seu modo de calcular, e para que seja dada a devida atenção para cada tipo de calculadora que está sendo utilizada.

Posteriormente, tem-se a comunicação de que as planilhas eletrônicas também podem realizar o cálculo do valor de um logaritmo através de fórmulas. Como exemplo, os autores mostram que, “para calcular o valor do logaritmo de um número natural ou decimal positivo de base 10, usamos a fórmula =LOG10” (DANTE; VIANA, 2020a, p. 80).

Figura 42 – Continuação do painel da Seção ‘Tecnologias digitais’ envolvendo a calculadora (C08V1) e a planilha eletrônica (P03V1).



Fonte: Dante e Viana (2020a, p. 80).

Em seguida, no mesmo painel, são apresentados quatro exemplos de como são realizados os cálculos dos logaritmos com a calculadora e a planilha eletrônica. São utilizadas imagens das teclas da calculadora e do comando da planilha eletrônica, para o leitor ter uma melhor compreensão de como manipular as ferramentas destas TD.

Figura 43 – Exemplos do painel envolvendo a calculadora (C08V1) e planilha eletrônica (P03V1).

a) $\log 36$

Com uma calculadora:



Em uma planilha eletrônica:



Portanto, $\log 36 \approx 1,56$.

b) $\log \sqrt[3]{4,57} = \frac{1}{3} \cdot \log 4,57$

Com uma calculadora:



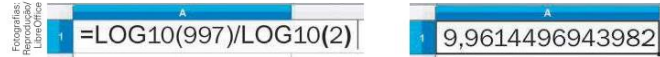
Em uma planilha eletrônica:



Portanto, $\log \sqrt[3]{4,57} \approx 0,22$.

c) $\log_2 997 = \frac{\log 997}{\log 2}$ (realizamos a mudança de base)

Em uma planilha eletrônica:



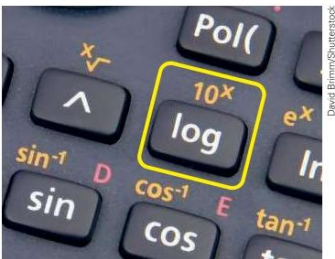
Portanto, $\log_2 997 \approx 0,96$.

d) $\log_{10} x = 0,72342$

Com uma calculadora:



Portanto, $\log_{10} x = 0,72342 \Rightarrow x \approx 5,29$.



Detalhe de uma calculadora científica.

Fonte: Dante e Viana (2020a, p. 80).

A manipulação das ferramentas da calculadora e o cálculo da operação aritmética são pedidos aos estudantes, para replicarem os exemplos ilustrados na Figura 43. A finalidade dos autores foi mostrar os comandos da planilha eletrônica e da calculadora para encontrar o logaritmo de um número em uma mesma base. O estudante não precisa produzir, e sim replicar, reproduzir.

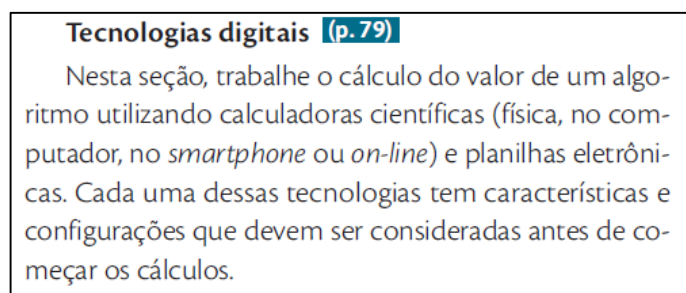
Consideramos que é necessário que o aluno domine o instrumento, podendo aproveitar todas as possibilidades do mesmo, entretanto, é necessário que não se considere este domínio como o único objetivo do trabalho com a calculadora, nem se priorize este tipo de atividade em relação às demais (SELVA; BORBA, 2010, p. 89).

Não foi proposta uma investigação, uma exploração, um uso com a calculadora científica ou com a planilha eletrônica. Existe um passo a passo representado por

ilustração e com os resultados em todos os exemplos. Não há um convite para a experimentação através da manipulação das ferramentas das TD.

Observe-se que, para um estudante que nunca teve contato, por exemplo, com a planilha eletrônica, este painel pode ter eficiência para seu aprendizado em usar (operar) as ferramentas do software. Contudo, as formas de aprender dos estudantes são distintas. Para alguns, é de grande valia operar a planilha eletrônica e compreender como se usa através de exemplos como os expostos. Já para outros estudantes não, o aprendizado pode começar antes, como, por exemplo, ao ligar o computador, instalar em seu celular a planilha eletrônica, ou procurá-la online.

Figura 44 – Orientações específicas da seção ‘Tecnologias digitais’ envolvendo a calculadora (C08V1) e a planilha eletrônica (P03V1).



Fonte: Dante e Viana (2020a, p. 220).

O painel apresentado acima não recomenda outras possibilidades de uso da calculadora científica ou da planilha eletrônica, conforme se destaca nas orientações específicas (Figura 44). Selva e Borba (2010) trazem sugestões para a manipulação das ferramentas da calculadora, assim,

A cada nova exploração do teclado, os comandos básicos poderiam ser recordados e novos comandos trabalhados (...). Assim, a exploração do teclado não necessita ser realizada num único momento, mas pode levar a novas descobertas cada vez que uma atividade desta natureza for proposta (SELVA; BORBA, 2010, p. 89-90).

Não é propriamente uma domesticação dessas duas mídias, porque, ao manipular as ferramentas, os estudantes ainda estão conhecendo os possíveis usos dessas TD. Definitivamente esta atividade não propõe ao estudante que reflita, que pense, que crie porquês, sobre o que poderia estar por trás das operações, sobre por que o sequenciamento de utilização das teclas da calculadora é esse e não outro, sobre por que se escreve desta

maneira na planilha eletrônica e não de outra forma. Assim, manipular as ferramentas das TD inclui painéis e atividades sem convite à experimentação.

Pesquisa online - eventual

Todos os filmes identificados na coleção analisada foram encontrados como indicações da caixa ‘Sobre o assunto’, que aprofundam os conceitos através dos filmes relacionados às temáticas abordadas do LD. No Quadro 16 estão expostos quatro dos cinco filmes que foram mencionados ao longo de toda a coleção *Matemática em Contextos*. Não foi exposto o quinto filme, pois ele está presente na Figura 24, na subseção da análise horizontal.

Quadro 16 – Filmes na coleção *Matemática em Contextos*.

CÓDIGO	FILMES
VF01V1	Sobre o assunto  Professor, o número irracional 1,6180339... é conhecido como número de ouro. em proporção A sequência de Fibonacci também aparece em parte do filme de ficção estadunidense <i>O Código Da Vinci</i>, baseado no livro de mesmo nome, de Dan Brown. Para saber mais do assunto e assistir ao trecho desse filme em que é citada a sequência de Fibonacci, acesse o site www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=12085 (acesso em: 14 abr. 2020). <i>O CÓDIGO Da Vinci</i>. Direção: Ron Howard. Produção: Brian Grazer, Ron Howard, John Calley. Elenco: Tom Hanks, Audrey Tautou, Jean Reno e outros. Roteiro: Akiva Goldsman. Estados Unidos: Columbia Pictures, Imagine Entertainment, 2006. 149 min. Baseado no livro <i>O código Da Vinci</i>, de Dan Brown. 
VF11V5	Sobre o assunto  estão representadas em proporção Para saber mais sobre a história e outras realizações de Blaise Pascal, assista ao filme <i>Blaise Pascal</i>, dirigido por Roberto Rossellini e lançado em 1972. O filme retrata a trajetória de Pascal desde os 17 anos, mostrando alguns dos feitos dele, como a criação da pascalina. <i>Blaise Pascal</i>. Direção: Roberto Rossellini. Produção: Renzo Rossellini. Elenco: Pierre Arditi, Rita Forzano, Giuseppe Addobbati e outros. Roteiro: Marcella Mariani, Renzo Rossellini, Roberto Rossellini e outros. Itália e França: Orizzonte 2000, RAI Radiotelevisione Italiana, Office de Radiodiffusion Télévision Française (ORTF), 1972. 129 min. 
VF12V5	Sobre o assunto  8 INDICAÇÕES AO OSCAR Para saber mais sobre a história de Turing, assista ao filme <i>O jogo da imitação</i>, lançado em 2014 e dirigido por Morten Tyldum. Inspirado no livro biográfico <i>Alan Turing: The Enigma</i>, de Andrew Hodges, esse filme retrata o brilhantismo e a personalidade de Alan Turing e teve oito indicações ao Oscar. <i>O jogo da imitação</i>. Direção: Morten Tyldum. Produção: Nora Grossman, Ido Ostrowsky, Teddy Schwarzman. Elenco: Benedict Cumberbatch, Keira Knightley, Matthew Goode e outros. Roteiro: Graham Moore. Estados Unidos, Reino Unido: Black Bear Pictures, FilmNation Entertainment, Bristol Automotive, 2014. 114 min. 

VF13V6	Sobre o assunto Para saber mais da vida de Steve Jobs e de algumas das criações dele, assista ao filme biográfico <i>Steve Jobs</i>, lançado em 2015 e dirigido por Danny Boyle. <i>Steve Jobs</i>. Direção: Danny Boyle. Produção: Danny Boyle, Guymon Casady, Christian Colson e outros. Elenco: Michael Fassbender, Kate Winslet, Seth Rogen e outros. Roteiro: Aaron Sorkin. Reino Unido, Estados Unidos: Universal Pictures, Legendary Entertainment, Scott Rudin Productions, 2015. 122 min.
--------	---

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Estes filmes não são materiais que compõem explicitamente uma forma de avaliação dos estudantes. É esperado que os estudantes assistam, caso tenham interesse em aprofundar-se nos conteúdos da temática estudada, são uma fonte a mais de conhecimento.

Moran (1995) apresenta potencialidades e limitações⁶⁴ do vídeo (ou filme) para uso pedagógico, e mais ainda, seu uso como um instrumento de leitura crítica do assunto abordado com esta tecnologia. Para o autor “o jovem lê o que pode visualizar, precisa ver para compreender. Toda a sua fala é mais sensorial-visual do que racional e abstrata. Lê, vendo. (MORAN, 1995, p. 29).

Segundo Dante e Viana (2020), no painel ‘Sobre o assunto’, “você encontra informações e curiosidades relacionadas aos conteúdos estudados, bem como sugestão de textos, vídeos, simuladores, museus, entre outros, para complementar e aprofundar seus estudos ou mesmo realizar pesquisas.” (DANTE; VIANA, 2020, p. 5). Assim, para os estudantes saberem mais sobre o assunto, esses filmes são algumas das recomendações.

Uma das possibilidades de se trabalhar com o vídeo, segundo Moran (1995) seria através do vídeo como sensibilização, que por sua vez

É, do nosso ponto de vista, o uso mais importante na escola. Um bom vídeo é interessantíssimo para introduzir um novo assunto, para despertar a curiosidade, a motivação para novos temas. Isso facilitará o desejo de pesquisa nos alunos para aprofundar o assunto do vídeo e da matéria (MORAN, 1995, p. 30).

⁶⁴ As limitações denominadas como usos inadequados do vídeo na sala de aula são compreendidas por Moran (1995) como “vídeo tapa-buraco”, “vídeo-enrolação”, “vídeo-deslumbramento”, “vídeo-perfeição” e “só vídeo”. Já as propostas de utilização, são i) a utilização de vídeos dos mais simples para os mais elaborados; ii) usar o vídeo como sensibilização; iii) uso do vídeo como ilustração; iv) uso do vídeo como simulação; v) uso do vídeo como conteúdo de ensino; vi) utilizar da produção de vídeos; vii) vídeo como avaliação e; viii) vídeo em interação com outras mídias. Para compreender mais sobre cada ponto, recomenda-se a leitura deste trabalho.

Enquadram-se tais filmes como sem convite à experimentação, por exatamente esse tipo de uso não proporcionar uma exploração conceitual do conteúdo trabalhado. Da mesma forma que eles não podem ser voltados para a domesticação, pois não é proposto nenhum tipo de uso com os filmes, a não ser assisti-los.

Além dos filmes, existem os vídeos e os websites que estão presentes nos painéis chamados ‘Sobre o assunto’. Estes vídeos e websites foram identificados como: (A) “para saber mais” – desvinculados da matemática; (B) “para saber mais” – vinculados à matemática. No Quadro 17, há quatro exemplos envolvendo dois tipos de TD em que a pesquisa online não está vinculada à matemática.

Quadro 17 – “Para saber mais” desvinculados de conceitos matemáticos.

CÓDIGO	PAINÉIS DE VÍDEOS e WEBSITES
VF02V1	Sobre o assunto  Para saber mais dos cometas e da relação deles com o surgimento do Sistema Solar, assista ao vídeo apresentado pelo professor Enos Picazzio, do Instituto de Astronomia da USP, disponível em: http://eaulas.usp.br/portal/video.action?idItem=1208. Acesso em: 25 abr. 2020.
W22V3	Sobre o assunto  Para consultar outros dados do monitoramento ambiental realizado pelo Prodes e pelo Deter, sugerimos o site indicado a seguir (acesso em: 28 abr. 2020). TerraBrasilis. Disponível em: http://terrabrasilis.dpi.inpe.br/sobre/.
VF09V5	Sobre o assunto  Assista ao vídeo disponível em https://www.youtube.com/watch?v=_cXg5XA9LO4 (acesso em: 30 jun. 2020), da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRS), para conhecer mais as leis deterministas e a relação delas com o livre-arbítrio.
W10V1	Sobre o assunto  Procure mais informações sobre poluição sonora, a presença dela em situações cotidianas e o impacto em nossos ouvidos. Além das referências citadas nesta seção, que podem ser consultadas, sugerimos o acesso aos sites indicados a seguir (acesso em: 7 abr. 2020). Poluição sonora. Disponível em: http://www.ibram.df.gov.br/poluicao-sonora/. Selo ruído. Disponível em: www.inmetro.gov.br/imprensa/releases/seloRuído.asp.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Os vídeos e websites estão no LD como complementações do que existe sobre o assunto abordado, para além da matemática. Sua desvinculação é devida ao próprio link do website ou vídeo a ser assistido não tratar diretamente de conceitos matemáticos.

Moran (1995) relata que uma das possibilidades do uso do vídeo seria ele como conteúdo de ensino. Para o autor é um vídeo que “mostra determinado assunto, de forma direta ou indireta. De forma direta, quando informa sobre um tema específico orientando a sua interpretação. De forma indireta, quando mostra um tema, permitindo abordagens múltiplas, interdisciplinares” (MORAN, 1995, p. 30).

Já no Quadro 18, há dois exemplos, cada um envolvendo um tipo de TD, em que a pesquisa online – eventual se relaciona com a matemática.

Quadro 18 – “Para saber mais” vinculados com conceitos matemáticos.

CÓDIGO	PAINÉIS
VF15V6	Sobre o assunto Para saber mais sobre a origem do IDH e como a Matemática colabora para o cálculo desse índice, assista aos vídeos do professor Nilson José Machado (acessos em: 5 set. 2020): A Matemática do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) – parte 1. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=fARITzyUPgY. A Matemática do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) – parte 2. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=07L2dP4nKlg.
W15V2	Sobre o assunto A fórmula que determina a medida de área de uma região com a forma de um triângulo equilátero pode ser demonstrada utilizando o teorema de Pitágoras, que você estudou no Ensino Fundamental. Para conhecer mais essa demonstração, sugerimos o site Brasil Escola, disponível em: https://brasilestola.uol.com.br/matematica/area-um-triangulo-equilatero.htm. Acesso em: maio 2020.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

O painel de código VF15V6⁶⁵ possui um vídeo dividido em duas partes sobre as influências da matemática no cálculo do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH). Já o painel sobre o website de código W15V2 traz a demonstração do teorema de Pitágoras através de uma página da internet.

Os websites e vídeos que se vinculam com conceitos matemáticos trazem consigo, além da TD, o conteúdo para conhecer mais sobre o assunto discutido no tópico. Enfatize-se que não é esperado que o estudante produza algum material a partir destas pesquisas online, motivo este de ser denominada de eventual. Assim, mesmo sendo endereços eletrônicos de vídeos no *YouTube*, ou links de websites com notícias, de imagens, etc.,

⁶⁵ Observe-se que o vídeo, em seu último acesso, no dia 1 de março de 2023, não estava mais disponível no *YouTube*. Uma das fragilidades dos vídeos online é que eles podem sair de exibição a qualquer momento.

não importa a mídia que está sendo encontrada durante a pesquisa do estudante, porque ela não será usada para a produção de alguma atividade, ela é eventual.

5.2.2. A manifestação da TD em direção à experimentação

Nesta subseção são discutidos os exemplos que pautam o tipo de uso da TD com *convite à experimentação* e com *experimentação*. Os tópicos que consistem no subeixo *com convite à experimentação* são ‘pesquisa online – atividade’ e ‘pesquisa e criação’. Já os dois tópicos que compreendem o subeixo da *experimentação* são ‘exploração’ e ‘desenvolvimento conceitual’. O Quadro 19 resume como foram organizados estes subeixos.

Quadro 19 – Subeixos e tópicos da manifestação da TD em direção à experimentação.

COM CONVITE À EXPERIMENTAÇÃO	EXPERIMENTAÇÃO
Pesquisa online – atividade	Exploração
Pesquisa e criação	Desenvolvimento conceitual

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

No subeixo *com convite à experimentação*, há dois tópicos em que exemplos são analisados. A seguir (Quadro 20), apresenta-se a distribuição de TD que são voltadas para a ‘pesquisa online – atividade’ e, por outro lado, a ‘pesquisa e criação’, no viés do desenvolvimento e exposição de uma comunicação científica. Observe-se que os painéis e atividades deste subeixo surgem em menor quantidade com relação aos subeixos anteriores.

Quadro 20 – Subeixo com convite à experimentação.

COM CONVITE À EXPERIMENTAÇÃO	
Pesquisa online – atividade	W33V4, W34V4, W36V4, W45V6, W52V2, W53V2, G17V6, G18V6, W28V3, W29V3, W37V4, W40V4, W41V5, W46V6.
Pesquisa e criação	VF03V2, VF04V2, VF08V4, W57V5, W16V2, W17V2, W31V3, W36V4, W45V6

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Pesquisa online – atividade

Este tópico difere do anteriormente analisado, pois, durante os painéis e atividades aqui destacados, espera-se que os estudantes desenvolvam algum material partindo do que foi realizado em suas pesquisas. Assim, tais pesquisas possuem um convite à experimentação das TD.

O exemplo da TD de código W36V4, exposto na Figura 45, traz uma atividade para que seja realizada uma pesquisa pelos estudantes e, após esta pesquisa, sejam pensadas e registradas as explicações a respeito dos resultados encontrados.

Figura 45 – Pesquisa com convite à experimentação.

Pesquise e debata

4. Pesquise na internet o que é o canhão orbital de Newton e converse com um colega sobre a explicação desse experimento. Depois, juntos, elaborem e registrem explicações e previsões a respeito dos movimentos de objetos no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais.

Sobre o assunto

Newton baseou-se em interpretações sobre a dinâmica da Terra e do cosmos para elaborar argumentos e realizar previsões sobre o funcionamento do Universo. Se matéria atrai matéria, isso significaria que toda a matéria do Universo estaria se atraindo, de modo que eventualmente iria se colapsar em um único ponto. Porém, evidências astronômicas desde meados do século XX indicam que, na realidade, o Universo está se expandindo, e observações ainda mais recentes indicam que essa expansão é acelerada.

A teoria do *big bang*, que explica o surgimento do Universo, também justifica o afastamento observado entre as galáxias. O movimento acelerado de afastamento, contudo, é atualmente atribuído à chamada “energia escura”, sobre a qual sabe-se ainda muito pouco.

Leia mais sobre o assunto em: <https://www.ictp-saifr.org/um-papo-sobre-a-expansao-do-universo/>. Acesso em: 10 jul. 2020.

Fonte: Dante e Viana (2020d, p. 114).

Entende-se que essa pesquisa não necessariamente será apresentada em sala de aula, mas que a proposta vai além de realizar uma pesquisa eventual, produzindo um material a respeito do que foi pesquisado, isto é, uma pesquisa atividade. Na atividade 4 do exemplo de código W36V4, é esperado que o estudante produza um conteúdo, e mais, produza um conteúdo em dupla.

Quando um material chega a ser produzido, o professor pode verificar se as fontes pesquisadas pelos estudantes são seguras com relação à disseminação da informação online. Outro destaque para quando um conteúdo pesquisado é discutido e registrado entre os pares é que a pesquisa feita através do “Ctrl+c”, “Ctrl+v”⁶⁶ pode ser aprendida, ou seja, é possibilitado um convite à experimentação dos websites durante o seu uso. Se o

⁶⁶ Comandos utilizados para realizar a cópia e a cola de um conteúdo no computador.

estudante estiver partilhando a sua busca, como é o caso da atividade 4 (Figura 44), ele pode analisar o conteúdo que foi buscado e encontrado através da internet, como também o discernimento do que é relevante. Esta ‘pesquisa online – atividade’ pode ser proporcionada, neste caso, através do debate sobre o que é o canhão de Newton e sua relação com o sistema solar.

Esta pesquisa propõe mais de uma resposta possível, porque cada dupla de estudantes pode encontrar fontes variadas de informações na internet. Conforme Amaral *et al.* (2022), “a resolução desse tipo de problema ajuda a desenvolver a capacidade de argumentação dos estudantes, especialmente quando evidenciam como pensaram para resolvê-lo e que estratégias utilizaram” (AMARAL *et al.* 2022, p. 228).

Assim, este exemplo adentra a discussão sobre a pesquisa online como atividade, no subeixo em que existe um convite à experimentação com a TD.

Pesquisa e criação

A atividade analisada e trazida como exemplo está no volume dois, no capítulo sobre função quadrática, na seção ‘Conexões’, sobre o uso das catenárias na arte. Segundo Dante e Viana (2020), “temas relevantes e atuais que relacionam diferentes áreas do conhecimento são explorados na seção Conexões. As atividades apresentam oportunidades de interpretação, aplicação, pesquisa, ampliação e debate do tema da seção” (DANTE; VIANA, 2020, p. 8).

A pesquisa na atividade 4, de código VF03V2, solicita que os estudantes pesquisem sobre obras arquitetônicas que se relacionem com uma catenária. Além disso, os autores pedem que, através das descobertas da pesquisa, seja criado um podcast, vídeo, página na internet ou outra TD para comunicação dos resultados pesquisados.

Particulariza-se esta análise no caso de o estudante escolher comunicar sua descoberta por meio da criação de um vídeo.

Figura 46 – Pesquisa e criação de código VF03V2.

Pesquise e debata

4. Pesquise outras obras arquitetônicas nas quais apareçam arcos que podem ser relacionados a uma catenária. Depois, crie um *podcast*, vídeo, página na internet, entre outros, para apresentar suas descobertas aos colegas. *Exemplos de resposta: Cabos de sustentação da cobertura do Velodrome Stadium (Santiago Calatrava) e cascas sustentadas pelas paredes externas da Sydney Opera House (Jorn Utzon e Ove Arup & Partners).*

5. Pesquise a obra do arquiteto Antoni Gaudí e exemplos de como ele empregava a catenária nas obras arquitetônicas. *Exemplos de resposta: Arcos no sótão e na Casa Millá; arcos na arcada do Colégio de las Teresianas.*

Sobre o assunto

Para conhecer mais parábolas, catenárias e o uso delas na Arquitetura, sugerimos os livros indicados a seguir.

Manual do engenheiro. (Vários autores). Rio de Janeiro: Globo, 1964.

TALAVERA, Leda Maria Bastoni. *Parábola e catenária: histórias e aplicações.* Orientação de Antonio Carlos Brolezzi. São Paulo: [s. n.], 2008.

Fonte: Dante e Viana (2020b, p. 114).

Considerando o uso de recursos disponíveis na internet para comunicação, Borba, Scucuglia e Ganadidis (2014) trazem a importância do *YouTube* e do vídeo digital. Plataformas como o *YouTube* não apenas como repositório de vídeo, mas como um espaço para a edição e comunicação de vídeos. Domingues (2020) enfatiza a importância da produção de vídeos na Educação Matemática, porque o vídeo influencia, molda ou condiciona a dinâmica de expressar ideias matemáticas.

“Entendemos que trazer o vídeo digital – forma com a qual a nova geração faz piada, se comunica, se diverte – para a sala de aula é importante” (BORBA; SCUCUGLIA; GANADIDIS, 2014, p. 100). As ideias matemáticas ou outras de interesse do estudante podem ser trazidas para a sala de aula ou publicizadas na internet, assim como, com os vídeos, podem ser comunicadas cientificamente.

Uma possibilidade de uso dos vídeos destacadas por Moran (1995) é do vídeo como produção, multifacetada, que potencializa diversos vieses. A produção como documentação para registrar depoimentos, aulas, entrevistas entre outros. A produção como uma intervenção através da modificação de algum material, seja acrescentando uma nova trilha sonora uma nova cena, ou editando o material de forma compacta. A produção como expressão de algum conhecimento aprendido, sendo uma forma de comunicação para estudantes produzirem um material correspondente a uma determinada área de conhecimento, conceito, ou por meio de um trabalho interdisciplinar.

Conforme Moran (1995),

As crianças adoram fazer vídeo e a escola precisa incentivar o máximo possível a produção de pesquisas em vídeo pelos alunos. A produção em vídeo tem uma dimensão moderna, lúdica. Moderna, como meio

contemporâneo, novo e que integra linguagens. Lúdica, pela miniaturização da câmera, que permite brincar com a realidade, leva-la junto para qualquer lugar (MORAN, 1995, p. 31).

A comunicação científica surge neste sentido para envolver os estudantes na investigação com criticidade e criatividade, na produção e divulgação de seus conhecimentos. A propagação dos resultados pelos estudantes entre seus pares na comunidade escolar propõe uma atuação do estudante sobre a própria aprendizagem.

As orientações específicas desta seção apontam que essa atividade tem um propósito interdisciplinar. O objetivo dessa atividade versa sobre “explorar com os estudantes a influência da Matemática nas artes, por meio das obras de Antoni Gaudí (1852-1926), que ficou famoso por usar catenárias e parábolas em projetos arquitetônicos” (DANTE; VIANA, 2020b, p. 197).

Antes de iniciar a discussão do próximo exemplo, quanto à atividade 3, do capítulo de computação do volume cinco, representada na Figura 47, é indispensável situá-la no contexto de que faz parte no LD. Esta atividade está em um tópico no LD que conta brevemente a história dos computadores e da computação. Localizado no quinto volume da coleção de LD, o sequenciamento dos tópicos aborda a origem da computação a partir da criação do ábaco e seu uso nas diversas civilizações. Com o avanço das complexidades de se calcular, os autores destacam que cientistas construíram outras máquinas de calcular que possibilitassem agilizações em cálculos complexos. São mencionados cientistas como Blaise Pascal (1623-1662), Wilhelm Schickard (1592-1635) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) nesses processos de invenções de máquinas de calcular e calculadoras mecânicas.

Outros tópicos são abordados, como: a computação moderna com Charles Babbage (1791-1871), em seu marco inicial; a criação da programação com o primeiro software escrito na história por Ada Augusta Byron, conhecida como Condessa de Lovelace; a inteligência artificial através da máquina abstrata de Alan Mathison Turing (1912-1954); a criação dos computadores em sua primeira geração, descrita entre 1930 e 1955; a segunda geração de 1955 a 1965; a terceira geração entre os anos de 1965 e 1980; e a quarta geração de 1980 até os dias atuais. Quanto ao tópico sobre a quarta geração de computadores, é relevante destacar quão importante tem sido na popularização dos computadores pessoais e no grande aumento da capacidade de processamento e transmissão de dados.

A seguinte atividade 3, de código W57V5, é composta pelos itens **a** e **b**. A proposta aos estudantes é de que pesquisem na internet a biografia de alguma das personalidades e também sobre suas invenções, colaboraram de alguma maneira com o progresso da sociedade na época da existência dessa personalidade.

Figura 47 – Pesquisa e criação - Atividade proposta em dupla, de código W57V5.

Atividades

Não escreva no livro.

3. Reúna-se com um colega e, juntos, conversem e escolham uma das personalidades apresentadas neste capítulo e façam o que é pedido em cada item.

a) Pesquise na internet a biografia da pessoa que vocês escolheram, onde ela nasceu e quais foram os principais marcos da vida dela. Pesquise também o que essa pessoa criou ou ajudou a desenvolver e como essa invenção ajudou a sociedade na época.
Não se esqueçam de escolher fontes confiáveis de pesquisa. *Resposta pessoal.*

b) Reúnam todas as informações obtidas no item **a** e preparem uma apresentação para os colegas e para a comunidade escolar utilizando um meio digital. Para isso, vocês podem conversar e debater entre si quais são os pontos mais importantes que podem ser apresentados aos colegas sobre a biografia da pessoa escolhida.
A apresentação para os colegas pode ser feita por meio de postagens em um *blog*, vídeos para um *vlog* ou mesmo um *podcast*, entre outras opções. Usem a criatividade.
Depois, divulguem e compartilhem esse conteúdo com outros membros da comunidade escolar. *Resposta pessoal.*

Fonte: Dante e Viana (2020e, p. 109).

O destaque para esta discussão compreende o item **b** desta atividade. Ao ser proposta a execução de uma atividade em dupla, e possibilitando a criatividade, a domesticação pode ser superada. Esta atividade propõe liberdade para a realização da pesquisa, com a consciência da busca por fontes confiáveis, e a criatividade na preparação e desenvolvimento da divulgação científica, através de um meio digital.

Borba, Scucuglia e Ganadidis (2014) apresentam os caminhos que a educação matemática online tem percorrido. A terceira fase das TD trouxe consigo a internet como fonte de informações e como meio de comunicação entre professores e estudantes. A comunicação hipertextual como importante instrumento para a educação online, pois nela são utilizados textos, imagens, sons, vídeos completos ou em fragmentos, entre outras mídias digitais. A quarta fase das TD impulsionou a internet devido à sua qualidade de conexão e velocidade de transmissão de dados, trazendo também recursos mais aprimorados (BORBA; SCUCUGLIA; GANADIDIS, 2014). Entre as diversas opções dadas de TD no item **b** da atividade, caso a dupla de estudantes escolhesse a comunicação

científica por meio de um blog⁶⁷, a possibilidade de um convite à experimentação é diversa.

Agora, neste subeixo, denominado *experimentação*, há dois tópicos em que exemplos são analisados. O Quadro 21, a seguir, apresenta a distribuição de TD que são voltadas por um lado para a ‘exploração’, e por outro lado para proporcionar o ‘desenvolvimento conceitual’.

Quadro 21 – Subeixo experimentação.

EXPERIMENTAÇÃO	
Exploração	G05V2 P15V6 W45V6
Desenvolvimento conceitual	G09V2 P15V6

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Exploração

Tendo em vista uma amostra frente a exploração, o próximo exemplo é abordado com o software *GeoGebra*. Os autores realizam uma apresentação do software aos estudantes, destacando quem foi seu criador, os campos da matemática que podem ser trabalhados, isto é, os conceitos numéricos, algébricos e geométricos. Outro ponto salientado pelos autores diz respeito a como o estudante pode ter acesso a esse software. É mencionado que existe a possibilidade de realizar o download do software no website para ser instalado em um computador, ou que pode ser baixado e instalado como aplicativo para smartphones, ou também acessado online por um navegador de internet.

Compreendido textualmente que os estudantes terão acesso ao *GeoGebra* por um desses vieses supracitados, são instruídos alguns ajustes para iniciar a atividade (a configuração pedida é para que seja exibida a malha principal, a abcissa e a ordenada). Em seguida inicia-se o painel para os estudantes sobre a construção do gráfico de uma função afim. Para esta construção, os autores indicam passos a serem seguidos de modo que seja obtido sucesso na conclusão da atividade. Estes passos narram o local do software que precisaria ser acessado, o que digitar nos campos acessados e qual comando

⁶⁷ Blog é uma contração do termo “web log” que é um website, ou parte de um website que contém conteúdos como texto, imagens, vídeos, áudios, links para outros websites etc. Ele é frequentemente atualizado para publicar conteúdo para informação e comunicação.

utilizar para que o resultado seja retornado ao estudante. Os quatro passos que precisam ser seguidos nesse painel identificam-se como a manipulação das ferramentas do *GeoGebra*.

Figura 48 – Painel com a TD de código G04V2.

Tecnologias digitais
Não escreva no livro.

Construção do gráfico de funções afins no GeoGebra

Vamos agora utilizar o **GeoGebra** para construir gráficos de funções afins.

O GeoGebra é um software livre de Matemática. Criado pelo matemático austríaco Markus Hohenwarter (1976-), recebeu diversos prêmios na Europa e nos Estados Unidos. Esse software pode ser utilizado em diversos conteúdos de Números, Álgebra e Geometria. Faremos uso dele, neste momento, para construir o gráfico de funções afins no plano cartesiano e para explorar os gráficos antes das formalizações.

Há diversas opções de uso do GeoGebra Calculadora Gráfica. Em computadores, é possível fazer o *download* no site www.geogebra.org/?lang=pt (acesso em: 9 abr. 2020); em *smartphones*, pode-se baixá-lo na loja oficial de aplicativos do sistema operacional do aparelho; ou pode-se acessá-lo *on-line*.

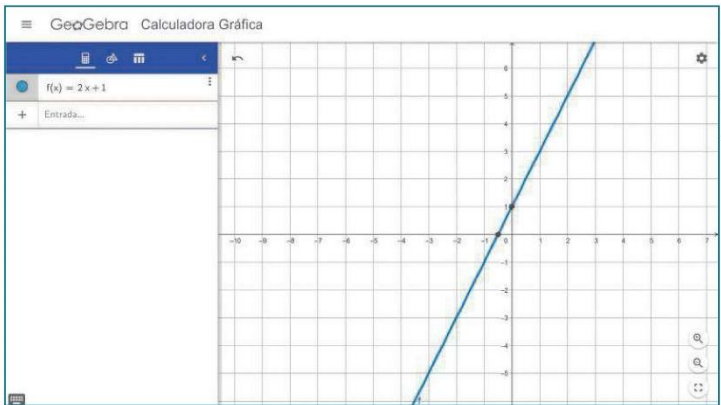
As imagens que utilizaremos a seguir são da versão *on-line*. Mas é possível escolher a plataforma que for mais oportuna.

Ao abrir o programa, acesse as configurações de exibição (na parte superior direita da tela) e selecione as opções de exibir os eixos e de exibir a malha principal.

Vamos construir o gráfico da função afim dada por $f(x) = 2x + 1$ e destacar alguns pontos importantes. Para isso, siga os passos indicados.

1º passo: No campo de Entrada, digite a lei da função $f(x)=2*x+1$ e teclie "Enter". Observe que "*" indica a operação de multiplicação.

Professor, este software será usado como ferramenta para auxiliar na construção de gráficos ao longo deste e dos próximos volumes desta coleção.



Tela do GeoGebra após o 1º passo.

2º passo: No campo de Entrada, digite as coordenadas dos pontos **A=(-2, -3)**, **B=(-1, -1)**, **C=(-1/2, 0)**, **D=(0, 1)** e **E=(1, 3)** (a cada ponto inserido teclie "Enter"). Verifique que todos os pontos pertencem ao gráfico da função, que é uma reta.

Fique atento

Neste livro denotamos os pontos como $A(-2, -3)$. Mas no software GeoGebra os pontos devem ser escritos na forma **A=(-2,-3)**, usando o sinal de igual.

Fique atento

Você pode mover a imagem no GeoGebra clicando em algum ponto da tela e arrastando. Você também pode ampliar ou reduzir a imagem usando as ferramentas de zoom (na parte inferior direita da tela) ou utilizando o *scroll* do mouse (a "rodinha" que fica na parte superior da maioria dos mouses).

34

Fonte: Dante e Viana (2020b, p. 34).

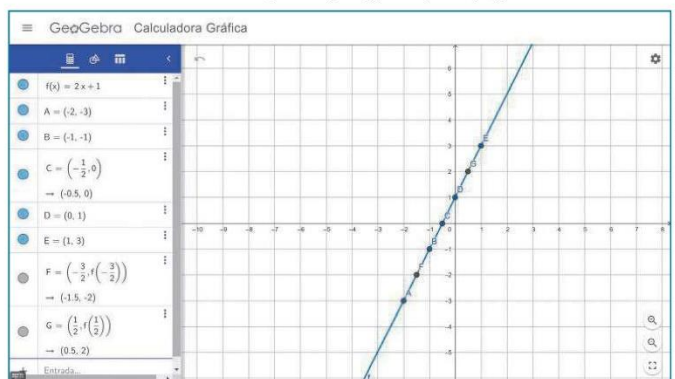
Esses passos não indicam a domesticação dessa TD, visto que as etapas a serem seguidas estão relacionadas à introdução do software *GeoGebra* aos estudantes, na apresentação de seus comandos, de sua área de trabalho, como os resultados, são exibidos e a execução de cada passo. Entende-se que não é proporcionada uma produção de conhecimento matemático, ao mesmo tempo em que não é domesticada a sua utilização. De certo modo é pedido que os estudantes apenas repitam fisicamente na TD o que está escrito no LD, muito próximo de como se o estudante fosse copiar da lousa para seu caderno um conteúdo passado pelo professor. Porém, considerando que os LD desta coleção são autocontidos, e que não é garantido que todos os estudantes já conheçam o *GeoGebra*, a apresentação dos comandos que serão utilizados na seção de Tecnologias Digitais realmente precisa ser abordada em passos, em instruções.

Figura 49 – Painel com software *GeoGebra*, de código G04V2.

3º passo: Agora vamos criar pontos de uma maneira diferente: Digite no campo de Entrada

$F=(-3/2, f(-3/2))$ e $G=(1/2, f(1/2))$, para criar os pontos $F(-\frac{3}{2}, f(-\frac{3}{2}))$ e $G(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$.

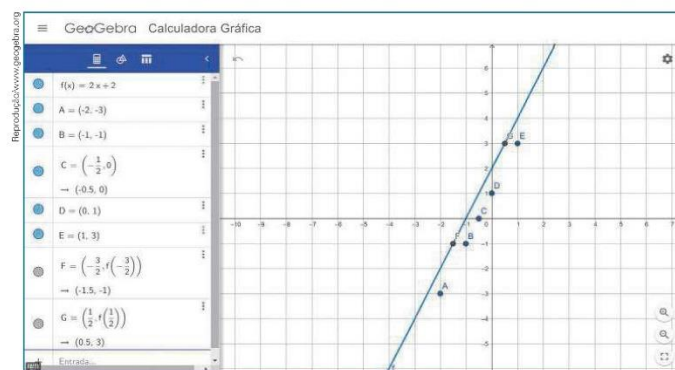
Podemos perceber que o GeoGebra identificou as maneiras diferentes de representação dos pontos e atribuiu cores diferentes a eles. Os pontos A, B, C, D e E não dependem da função, enquanto os pontos F e G são dependentes. Tente clicar, segurar e arrastar os pontos para fora da reta e observe que com os primeiros conseguirá e com os últimos não.



Tela do GeoGebra após o 3º passo.

4º passo: Agora, vamos alterar a lei da função f para observar e verificar o comportamento do gráfico dessa nova função e dos pontos inseridos anteriormente.

Para isso, dê um duplo clique na função (no campo de Entrada) e substitua o coeficiente b (valor inicial) de 1 por 2.



Tela do GeoGebra após o 4º passo.

Podemos perceber que os pontos que foram inseridos no GeoGebra na forma $(x, f(x))$, que são os pontos F e G, continuaram pertencendo ao gráfico da função f depois da alteração da lei dela. Já os pontos que não foram inseridos dessa maneira (os pontos A, B, C, D e E) não mudaram de posição e, por isso, não são mais pontos pertencentes ao gráfico da função f .

Fonte: Dante e Viana (2020b, p. 35).

Mas, na atividade que surge na sequência do painel, a experimentação pode ser proporcionada pelos itens **a** e **b** da questão 1. Sob um viés dinâmico, e baseando-se no 4º passo, que alterou a lei de formação da função afim, é problematizado para que os estudantes investiguem mais a fundo a situação levantada.

Figura 50 – GeoGebra na Seção de ‘Tecnologias digitais’.

1. Responda no caderno às perguntas a seguir.

a) Qual valor devemos adicionar à ordenada dos pontos A, B, C, D e E após o 4º passo da atividade para que esses pontos pertençam ao gráfico da função definida por $f(x) = 2x + 2$? 1 unidade.

b) Por qual valor deve ser trocado o coeficiente b (valor inicial) em $f(x) = 2x + 2$ para que o gráfico de f passe pela origem $(0, 0)$ do plano cartesiano? Construa no Geogebra o gráfico da função f depois dessa modificação e verifique sua resposta. Por 0. O gráfico encontra-se nas Orientações específicas deste Manual.

35

Fonte: Dante e Viana (2020b, p. 35).

No item **a**, a pergunta é objetiva, mas suas possibilidades de experimentação com o *GeoGebra* conseguem ir além de somente encontrar o resultado. A conjectura, proposta por De Villiers (2003), configura-se de maneira que, durante a exploração em um software, são fornecidas poderosas intuições ao estudante, que pode contribuir para a crescente compreensão matemática. Além disso, o *GeoGebra* fornece uma oportunidade única para o estudante formular muitas conjecturas e imediatamente testá-las, variando apenas alguns parâmetros, como é o caso dessa situação.

O exercício 1, item **b**, é para se pensar por qual valor deve ser trocado o coeficiente b na função $f(x) = 2x + 2$, de modo que o gráfico desta função passe pela origem do plano cartesiano. O resultado pode depender do posicionamento do professor frente às respostas dos estudantes, pois esta atividade poderia se tornar uma questão além da exploração, visto que existem possibilidades de maiores experimentações – uma questão reformulada de outra forma pelo docente na atividade do LD ou uma orientação para o professor que possa trazer mais experimentações.

O item **b** demonstra ter sido proposto para reafirmar um ponto teórico discutido anteriormente a esta seção, como também possibilita a exploração com o *GeoGebra*. A verificação, discutida por De Villiers (2003) e Mazzi (2014), e apresentada por Borba e Selva (2013), garante que, na incerteza de um resultado, é possível através da exploração da TD testar a veracidade de um resultado mais facilmente do que com o uso de lápis e papel.

Nessa atividade, também se pode refletir sobre a compreensão mediante a possibilidade de experimentação. Após todos os tópicos sobre a teorização e prática do capítulo de função afim, até chegar à seção de Tecnologias Digitais, esta atividade proporciona uma compreensão mais profunda dos conceitos vistos anteriormente,

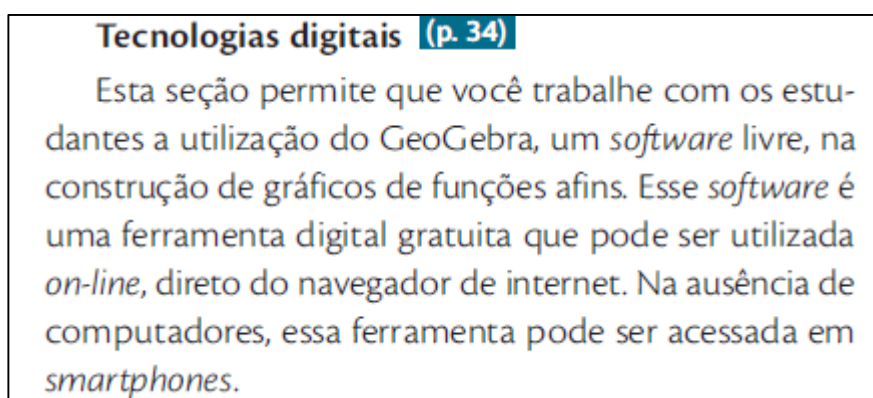
contribuindo para a aprendizagem do estudante sobre o que foi sendo discutido ao longo dos tópicos do capítulo do LD.

Não existe um gabarito específico para a atividade. Como uma forma de resumir as três primeiras seções de TD do segundo volume, as orientações específicas introduzem que

As atividades propostas nessas seções podem ser realizadas em uma perspectiva coletiva, organizando os estudantes em pequenos grupos. Procure utilizar o laboratório de informática da escola, se houver, e trabalhar em conjunto com docentes responsáveis por esse laboratório (DANTE; VIANA, 2020b, p. 185).

As orientações específicas para este painel e atividade da seção, representado na Figura 51, apresentam poucas informações relevantes para o professor convidar os estudantes para uma experimentação com o *GeoGebra*.

Figura 51 - Orientação específica para G04V2.



Fonte: Dante e Viana (2020b, p. 185).

O exposto reforça o que já estava descrito no Livro do Estudante (LE), sem sugestões de outras possibilidades de exploração da TD, além das questões da atividade um (Figura 50).

Outro exemplo de exploração, novamente com o software *GeoGebra*, está na continuidade do exemplo anterior, no capítulo de função afim, no segundo volume da coleção de LD, na seção ‘Tecnologias digitais’, com o título de ‘Análise dos coeficientes da função afim no GeoGebra’.

Primeiramente, os autores apresentam como utilizar as ferramentas do software, solicitando acesso às configurações de exibição, para mostrar os eixos e a malha principal.

Em seguida, iniciam-se os passos a serem seguidos. A Figura 52 representa os dois passos que foram instruídos, que compreendem a construção dos controles deslizantes sobre os coeficientes a e b de uma função afim $f(x) = ax + b$.

Figura 52 – Painel com GeoGebra.

Tecnologias digitais

Não escreva no livro.

Professor, as sugestões para o desenvolvimento deste tópico encontram-se nas *Orientações específicas* deste Manual.

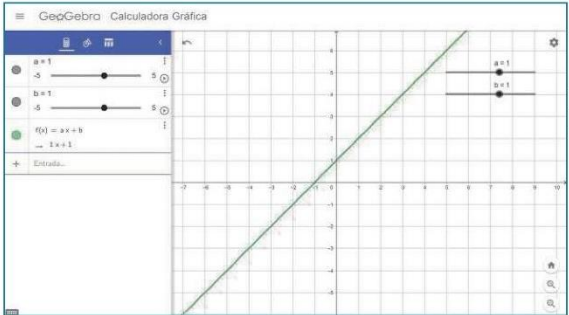
Análise dos coeficientes da função afim no GeoGebra

Vamos utilizar novamente o GeoGebra Calculadora Gráfica, agora para analisar os coeficientes de uma função afim. Em uma janela do GeoGebra, acesse as configurações de exibição (na parte superior direita da tela) e selecione as opções de exibir os eixos e de exibir a malha principal. Depois siga os passos abaixo.

1º passo: Na barra de ferramentas, selecione a opção “Controle deslizante” e, em seguida, clique em qualquer parte da janela de visualização. Nesse instante, abrirá uma caixa de diálogo definindo o parâmetro a com valor inicial igual a 1 e variando de -5 a 5 . Clique em Ok.

Repita a operação e insira um novo parâmetro b , também com valor inicial igual a 1.

Depois, digite no campo de Entrada: **$f(x)=ax+b$** . Essa operação vai criar o gráfico da função de lei $f(x) = ax + b$. Como tanto a quanto b são iguais a 1, o gráfico exibido será da função dada por $f(x) = x + 1$.



Tela do GeoGebra após o 1º passo.

2º passo: Agora você poderá observar significados importantes para os coeficientes a e b . Clique no Controle deslizante de a e altere lentamente o valor dele (basta clicar, segurar e arrastar a bolinha para um dos lados). Observe o que acontece com o gráfico da função. Repita a operação para o Controle deslizante de b (utilize um Controle deslizante por vez).

Fonte: Dante e Viana (2020b, p. 37).

Em seguida ao painel, há a atividade com o software. A primeira questão considera os passos que foram realizados no painel para a construção dos controles deslizantes sobre os coeficientes a e b da função $f(x) = ax + b$. O item **a** da questão pergunta sobre o que acontece com o gráfico da função $f(x)$ quando o controle deslizante do coeficiente a assume valores negativos, positivos e nulos. Já o item **b** realiza a pergunta equivalente, mas para o coeficiente b da função.

Figura 53 – Atividade com *GeoGebra*.

1. Considere a construção que você fez da função afim dada por $f(x) = ax + b$ e os passos anteriores.
As respostas encontram-se nas Orientações específicas deste Manual.
- a) O que ocorre quando modificamos o valor do coeficiente a , de modo que assuma valores negativos, valores positivos e valores nulos, no gráfico da função f ?
 - b) E o que ocorre quando modificamos o valor do coeficiente b , de modo que assuma valores negativos, valores positivos e valores nulos, no gráfico da função f ?

Fonte: Dante e Viana (2020b, p. 37).

Analisando o item **a** da primeira questão, compreende-se que o potencial da geometria dinâmica é utilizado pela exploração. A possibilidade de utilização dos comandos do *GeoGebra* na atividade mostra que o usuário pode explorar graficamente as características do coeficiente a da função $f(x)$, com resultados instantâneos sobre o comportamento da função. Arrastar o controle deslizante do coeficiente a não poderia ser reproduzido em uma mídia como lápis e papel, ou giz e lousa.

A possibilidade de arrastar, movimentar as figuras é muito importante, pois os estudantes conseguem explorar as construções realizadas e fazer conclusões sobre as propriedades estudadas.

Para tanto, a possibilidade de “arrastar” é indispensável. Esse dinamismo é característica de softwares de Geometria Dinâmica, sendo apontado como seu “ponto-chave”. Quando o aluno arrasta os objetos geométricos pela tela, as invariantes da construção realizada se mantêm, e ele pode testar se uma certa conjectura é verdadeira. (ZULATTO, 2002, p. 97)

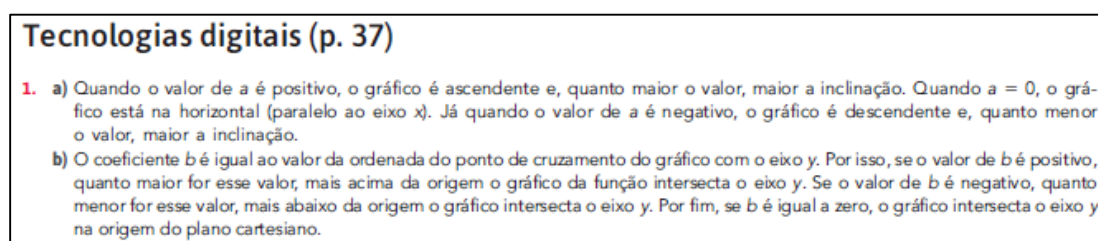
Além da possibilidade de arrastar as funções da atividade, Mazzi (2014) mostra, em sua pesquisa, a importância da criação e utilização dos controles deslizantes por usuários e sua potencialidade na “experimentação-com-geogebra”. Para o autor, “esse comando possibilita variar objetos (manualmente ou automaticamente), podendo também assumir a função de uma variável” (MAZZI, 2014, p. 45).

Analogamente para a exploração do item **b** da questão, o comportamento do uso do controle deslizante traz intensidade dinâmica à construção, envolvendo uma visualização mais nítida e pertinente sobre o movimento que a função $f(x)$ assume, isto é, a exploração do caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos (BORBA; VILLARREAL, 2005).

O gabarito desta primeira questão, apresentado na Figura 54, e exposto no Manual do Professor Impresso (MPI) como ‘Resoluções do volume’, destaca que existe uma única

resposta⁶⁸ correta a que o estudante vai precisar chegar em seus estudos. Mas a possibilidade de exploração da TD traz uma experimentação da qual, até o caminho para a conclusão da questão, serão instigadas outras possibilidades de comportamento gráfico de uma função com relação ao plano cartesiano.

Figura 54 – Respostas da atividade.



Fonte: Dante e Viana (2020b, p. 206).

Para Borba e Villarreal (2005), a visualização

constitui uma alternativa para acessar o conhecimento matemático. A compreensão de conceitos matemáticos requer múltiplas representações, e a representação visual pode transformar o entendimento. A visualização é parte da atividade matemática e um caminho para a resolução de problemas (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 96, tradução nossa).⁶⁹

No caso de um software de geometria dinâmica, como é o *GeoGebra*, a possibilidade de construção e manipulação dinâmica traz um resultado imediato na visualização das ações tomadas pelos usuários. Na matemática, a exploração de objetos matemáticos através da visualidade tende à compreensão dos conceitos trabalhados.

A segunda atividade desta TD de código G05V2, diferentemente da primeira, que foi discutida, traz um exemplo de domesticação da TD. O *GeoGebra* perde seu potencial enquanto TD, porque a prática que nele é reproduzida perde seu sentido, pois pode ser feita através de lápis e papel, de lousa e giz.

⁶⁸ Clicando no controle deslizante de a , pode-se variar o coeficiente angular da função afim, explorando $f(x)$ crescente ou decrescente. Clicando no controle deslizante de b , pode-se variar o coeficiente linear dela, para analisar o ponto onde a reta que representa o gráfico da função afim intercepta o eixo y .

⁶⁹ Visualization constitutes an alternative way of accessing mathematical knowledge. The comprehension of mathematical concepts requires multiple representations, and visual representation may transform understanding in itself. Visualization is part of mathematical activity and a way of solving problems.

Figura 55 – Atividade domesticada com *GeoGebra*.

2. Uma pessoa, ao pesquisar na internet o preço de alguns livros, encontrou os produtos que queria em 2 lojas virtuais distintas. O valor dos livros era o mesmo, porém em cada loja o cálculo do valor do frete era diferente. Na loja **A**, pagava-se um fixo de R\$ 5,00 mais R\$ 3,00 por livro comprado. Na loja **B**, pagava-se um fixo de R\$ 10,00 mais R\$ 2,00 por livro.

a) Qual é a lei da função que relaciona o valor do frete, em reais, com o número de livros adquiridos em cada uma das lojas? Loja **A**: $P_A(x) = 3x + 5$; loja **B**: $P_B(x) = 2x + 10$.

b) Para comprar 4 livros, qual valor de frete é mais barato: na loja **A** ou na loja **B**? Na loja **A**.

c) Usando o GeoGebra, construa o gráfico das duas funções em um mesmo plano cartesiano, identifique o ponto de intersecção das 2 retas e interprete como esse ponto pode ser utilizado para analisar em quais situações comprar em cada uma das lojas é mais vantajoso financeiramente.

A resposta encontra-se nas Orientações específicas deste Manual.

Fonte: Dante e Viana (2020b, p. 37).

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), ao apresentarem as principais ideias do construto teórico seres-humanos-com-mídias, ressaltaram a necessidade de “evitar a domesticação de uma nova tecnologia. Ou seja, não devemos deixar que ela seja utilizada da mesma forma e ancorada nas mesmas práticas que eram condicionadas por outras mídias” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 41).

Esta TD foi classificada como de ‘exploração’, mesmo considerando que ela perpassa aspectos da ‘manipulação das ferramentas’ em seu painel (do subeixo sem convite à experimentação), e que parte de seus exercícios possa ser englobado no subeixo da domesticação.

Desenvolvimento conceitual

Para este tópico do desenvolvimento conceitual, pertencente ao subeixo experimentação, foram analisados seis exercícios da atividade de código G09V2 que utilizaram do *software GeoGebra* como TD. Ele está no capítulo de função quadrática, do segundo volume da coleção de LD, na seção Tecnologias Digitais com o título de ‘Influências dos coeficientes a , b , c e do discriminante Δ em funções do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ ’.

Em um primeiro momento, Dante e Viana (2020b) afirmam que será utilizado o *GeoGebra* Calculadora Gráfica. Antes do início aos exercícios, alguns passos são solicitados para o estudante reproduzir no *software GeoGebra*. A primeira etapa é para que sejam criados três controles deslizantes, um para a letra a , um para a letra b e outro para letra c , da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. O segundo passo consiste em inserir a lei de

formação da função ' $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ' no software. No terceiro passo são solicitados a reprodução de ajustes nas configurações do *GeoGebra* para o gráfico da função $f(x)$ ganhar destaque visual em sua exibição gráfica. Após concluído o terceiro passo, os autores exibem uma representação da tela do software com a resposta esperada ao seguir cada etapa.

Figura 56 - Painel com construção de controles deslizantes no *GeoGebra*

Influência dos coeficientes a , b e c e do discriminante Δ em funções do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$

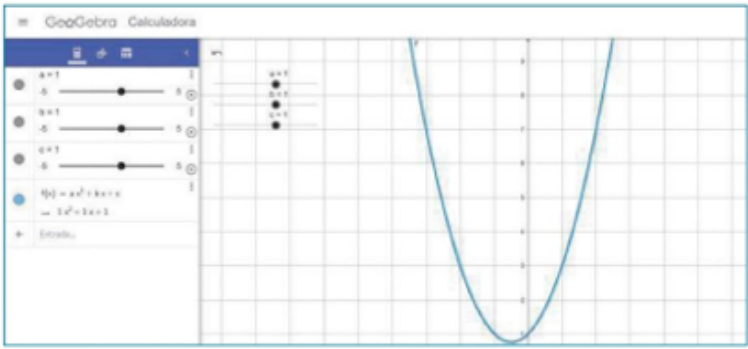
Abra um novo documento no GeoGebra, siga os passos dados e observe a influência dos coeficientes a , b e c e do discriminante Δ no gráfico da função quadrática.

1º passo: Repita os procedimentos anteriores para que os eixos e a malha apareçam na tela. No campo Entrada de comando, digite **$a=1$** e tecle "Enter". Deve aparecer na tela um controle deslizante com valores entre -5 e 5 . Caso não apareça, clique na bolinha abaixo do campo Entrada e ao lado da indicação do controle.

No campo Entrada, digite os controles deslizantes dos coeficientes **$b=1$** e **$c=1$** (a cada controle inserido tecle "Enter").

2º passo: Na quarta linha do campo Entrada de comando, insira a lei da função **$f(x)=a \cdot x^2 + b \cdot x + c$** e tecle "Enter".

3º passo: Para melhorar a visualização, clique com o botão direito do mouse na parábola. Na aba que será apresentada, clique em Configurações. Clique na aba Cor e escolha uma nova cor para o gráfico. Em seguida, clique na aba Estilo e coloque a espessura da linha igual a 7. Feche a janela e observe que o gráfico ficou destacado.



4. Resposta esperada: A concavidade da parábola se altera. Quando $a > 0$, a concavidade fica para cima; quando $a < 0$ a concavidade fica para baixo. Se $a = 0$, a função deixa de ser quadrática e passa a ser função afim. Quanto maior o valor absoluto de a , menor será a abertura da parábola; quanto menor o valor absoluto de a , maior será a abertura da parábola.

Tela do GeoGebra após o 3º passo.

4º passo: Agora vamos observar significados importantes para os coeficientes a , b e c .

Fonte: (DANTE; VIANA 2020b, p. 102-103)

O quarto passo é pedido “agora vamos observar significados importantes para os coeficientes a , b e c ” (DANTE; VIANA, 2020b, p.103). Entende-se que os estudantes explorem sua construção no *GeoGebra* e estabeleçam significados e relacionem com os conceitos vistos anteriormente, em painéis e atividades que precederam a este que utiliza da TD.

Em seguida iniciam-se três exercícios, identificados por questão 4, questão 5 e questão 6. A questão 4 solicita aos estudantes que, através da utilização do controle deslizante do coeficiente a da função quadrática, e mantendo os coeficientes b e c com valores iguais a 1, analisem o comportamento da função $f(x)$ e escrevam no caderno os resultados encontrados.

As questões 5 e 6 pedem que o mesmo processo seja realizado respectivamente com o coeficiente b e c , ou seja, na questão 5, mantendo os coeficientes a e c iguais a 1 e analisar o comportamento de $f(x)$ quando o controle deslizante do coeficiente b é arrastado e, na questão 6, mantendo os coeficientes a e b iguais a 1 e analisar o comportamento de $f(x)$ quando o controle deslizante do coeficiente c é arrastado. Estas atividades destacadas na Figura 57 definem uma exploração com o *GeoGebra*.

Figura 57 - Atividades com exploração no *GeoGebra*

- | | |
|--|---|
| <p>4. Altere lentamente apenas o valor do coeficiente a (para isso, basta clicar na bolinha do controle deslizante na tela e arrastar para um dos lados), mantendo os demais coeficientes iguais a 1. Observe o que acontece com o gráfico da função e escreva sua conclusão no caderno.</p> <p>5. Ajuste novamente o coeficiente $a = 1$, altere lentamente apenas o valor do coeficiente b e observe o que acontece com o gráfico da função.</p> <p>6. Agora altere lentamente os valores do coeficiente c, mantendo o coeficiente $b = 1$, e observe o que acontece com o gráfico da função.</p> | <p><i>Resposta esperada: Quando $b > 0$, a parábola intersecta o eixo y com a parte crescente; quando $b = 0$, o vértice da parábola fica no eixo y; quando $b < 0$, a parábola intersecta o eixo y com a parte decrescente.</i></p> <p><i>Resposta esperada: O coeficiente c é a ordenada do ponto no qual a parábola intersecta o eixo y.</i></p> |
|--|---|

Fonte: (DANTE; VIANA 2020b, p. 103)

O uso do controle deslizante traz intensidade dinâmica à construção, envolvendo uma visualização mais nítida e pertinente sobre o movimento em que a função quadrática assume ao longo das atividades. Grande importância a esta função no *GeoGebra* está devido ao seu *feedback* visual instantâneo. Borba e Villarreal (2005) defendem que “a compreensão de conceitos matemáticos requer múltiplas representações, e a representação visual pode transformar o nosso entendimento”⁷⁰ (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 96, tradução nossa).

Borba e Villarreal (2005), consideram na Educação Matemática que a experimentação compreende a possibilidade de testar diferentes caminhos para alcançar o objetivo pretendido; a manipulação dinâmica de objetos construídos; a criação e

⁷⁰ The comprehension of mathematical concepts requires multiple representations, and visual representation may transform understanding in itself.

conexão entre diferentes tipos de representações de objetos matemáticos; a exploração do caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos.

Os próximos exercícios trazem como possibilidade o que este tópico tem como intenção, a possibilidade do desenvolvimento conceitual. Segundo Borba e Selva (2013) o desenvolvimento conceitual são situações contextualizadas que estimulam a participação e autonomia dos estudantes na produção de seu conhecimento.

Assim, após as três atividades discutidas, tem-se uma parte final desta seção de Tecnologias Digitais. Conforme disposto na Figura 58, Dante e Viana (2020b) solicitam no passo 6 que os estudantes insiram o comando ' $D=b^2-4*a*c$ ' no campo de entrada do *GeoGebra*. Correspondente a este comando, os estudantes são informados que ele representa o discriminante Δ da função quadrática.

Seguido deste passo 6 tem-se outros três exercícios denominados de questão 7, 8 e 9. A questão 7 apresenta uma investigação com os controles deslizantes para observar o comportamento do discriminante Δ no caso em que $a = 2$, $b = 2$ e $c = 1$.

A resposta para a questão 7 pode ser obtida através de cálculos no lápis e papel. Mas o software *GeoGebra* traz o grande diferencial nesta questão, porque o objetivo não é realizar um cálculo, mas entender o que acontece com o discriminante Δ no momento em que os parâmetros dos controles deslizantes assumem os valores solicitados na questão. A exploração faz parte da investigação, mas compreender que o gráfico da função intersecta o eixo da abscissa em um único ponto, como também que o valor do discriminante assume o valor zero faz parte do desenvolvimento conceitual proposto.

Através da manipulação dinâmica do controle deslizante, o conceito pode ser compreendido, sobre o comportamento de uma função quadrática. Para De Villiers (2003), podemos estabelecer esta exploração como uma conjectura, pois nesta experimentação são fornecidas imagens e intuições que podem contribuir para a crescente compreensão matemática. Além disso, o *GeoGebra* fornece uma oportunidade para o estudante formular um grande número de conjecturas e testá-las imediatamente, variando apenas alguns parâmetros de uma determinada situação.

A questão 8 avança nesta exploração e é solicitado aos estudantes que encontrem outros valores para os coeficientes a , b e c de modo que o discriminante Δ seja igual a zero. Ainda, com a exploração dos comandos deslizantes, esta questão possibilita mais de uma resposta. Os convencimentos sobre a veracidade das conjecturas podem ser diferentes entre os estudantes, ou eles podem concluir o porquê de duas respostas para a mesma questão.

Já na questão 9, a experimentação apresentada é para que através da exploração de todos os controles deslizantes seja investigado o comportamento de uma função quadrática e seus discriminantes e, partindo desta exploração estabelecer relações entre eles. O *GeoGebra* traz como potencialidade única para explorar esta questão, porque somente o software de geometria dinâmica pode propor uma proatividade, envolvimento e o incentivo de raciocínios dos estudantes. A utilização investigativa do *GeoGebra* propõe uma experimentação com esta TD.

Figura 58 - Atividades com experimentação no *GeoGebra*

6º passo: No campo Entrada digite $D=b^2-4ac$ e tecla "Enter".

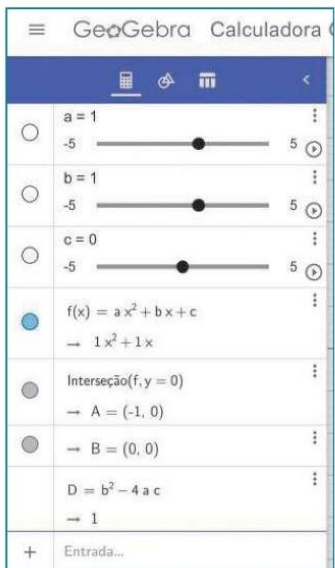
O valor indicado por D é o valor do discriminante Δ da equação relacionada à $f(x) = ax^2 + bx + c$.

7. Ajuste os coeficientes $a = 2$, $b = 2$ e $c = 1$. Observe o que acontece com o gráfico da função e com o valor de Δ . *Resposta esperada: Neste caso o gráfico da função intersecta o eixo x em 1 único ponto e $\Delta = 0$.*

8. Altere lentamente os coeficientes a , b e c e procure outras combinações em que $\Delta = 0$. $\Delta = 0$ sempre que $b^2 - 4ac = 0$. Exemplos de resposta: $a = 1$, $b = 0$, $c = 0$; $a = 1$, $b = 4$, $c = 4$.

9. Altere lentamente o valor dos coeficientes a , b e c , um de cada vez, e observe o que acontece com o gráfico e com o valor do discriminante D . Depois, analise suas respostas das atividades anteriores e tente estabelecer uma relação entre a quantidade de pontos de interseção do gráfico com o eixo x e o valor do discriminante D da equação correspondente à função.

Resposta esperada: Quando $\Delta = 0$, o gráfico intersecta o eixo x em 1 único ponto; quando $\Delta > 0$, o gráfico intersecta o eixo x em 2 pontos distintos; quando $\Delta < 0$, o gráfico não intersecta o eixo x.



Detalhe da tela do GeoGebra após o 6º passo.

Fonte: (DANTE; VIANA 2020b, p. 103)

A possibilidade de trabalhar as funções quadráticas, não somente com lápis e papel, como poderia normalmente acontecer no LD fora da seção de Tecnologias Digitais, mas utilizando o *GeoGebra*, de uma forma dinâmica, pode trazer muito mais potencialidades e possibilidades de reorganização do pensamento humano durante a execução de uma atividade. A dinamicidade com a utilização dos controles deslizantes dos gráficos pode permitir a exploração de situações que não seriam viáveis apenas no caderno e, dessa forma, ser capaz de refletir sobre o que está acontecendo em cada clique, cada arrastar do cursor, ou seja, a manipulação dinâmica de objetos construídos (BORBA; VILLARREAL, 2005)

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) destacam que,

Ao elaborarmos uma atividade matemática baseada no uso de tecnologias, buscamos conceber uma atividade cujo design seja

experimental. Ou seja, uma atividade que ofereça meios para a experimentação com tecnologias. Além disso, é fundamental que a atividade assuma um caráter investigativo. [...] Em particular, com softwares como o GeoGebra ela deve explorar aspectos visuais. Mídias como estas participam de um coletivo que produz conhecimento, a partir das possibilidades de que experimentações sejam feitas com *feedback* visual quase instantâneo (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS 2014, p. 54)

Assim nestas três atividades investigativas, a realização de uma construção, a exploração dos recursos visuais do software, o estabelecimento de conexões entre representações e objetos matemáticos, “não é necessário que seja explorado recursos inovadores de uma TD, mas a forma de como são aproveitadas as suas potencialidades” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 49).

Estes exemplos de atividades e painéis do LD foram determinados como experimentação possibilitando o desenvolvimento conceitual do estudante. Conforme Mazzi (2014), “a experimentação é um novo modo de aprender Matemática e que ganha uma nova dimensão e poder com o uso da tecnologia” (MAZZI, 2014, p. 26).

Conclui-se que o desenvolvimento conceitual mesmo com possibilidades em duas situações com TD, sua presença é ínfima comparada com todos os outros tópicos das funções assumidas pelas TD.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta seção destina-se aos encaminhamentos finais deste trabalho. Em um primeiro momento, é conduzida uma síntese da pesquisa, no que compreende os pontos relevantes de cada seção. Em seguida, as reflexões sobre os resultados obtidos na seção cinco, estabelecendo um diálogo entre os eixos e subeixos de análise, expondo-os no mapeamento das funções das Tecnologias Digitais (TD) nos painéis e atividades dos Livros Didáticos (LD). A importância do professor frente ao LD também ganha destaque nessa subseção, pois suas ações na sala de aula com as TD impactam em seus direcionamentos, pois ora elas podem ser domesticadas, ora podem ser experimentadas. Na terceira subseção, são propostos questionamentos que despontaram na pesquisa e que podem sugerir novos problemas de pesquisa para trabalhos futuros.

6.1. Uma síntese da pesquisa: Tecnologias Digitais em uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio

Para atingir o objetivo geral de compreender as funções das TD nos LD de Matemática do Novo Ensino Médio aprovados pelo edital do Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD) de 2021, foram traçados objetivos específicos. Estes objetivos específicos levaram a conclusões sobre as funções que as TD estão assumindo quando apresentadas e discutidas nos painéis e atividades de cada volume da coleção de LD e, com esta análise, foi realizado um mapeamento das funções das TD presentes na coleção investigada.

A pergunta de pesquisa que movimentou esta investigação foi: De que modo as Tecnologias Digitais se fazem presentes em uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio?

Diante desta pergunta, foram expostas na segunda seção as compreensões acerca do LD, como sendo um material impresso ou digital, com o intuito de colaborar nos processos educacionais, tendo em vista sua elaboração seguindo prescrições curriculares oficiais e vigentes. Os saberes são expostos no LD através de painéis, definidos como recursos, enunciados e exemplos resolvidos, e atividades, definidas como exercícios, problemas contextualizados e pesquisas (AMARAL *et al.*, 2022).

Ainda sobre os entendimentos acerca dos LD, eles são produzidos frente a uma ideologia, onde valores e crenças culturais também incorporam este material. Os

momentos políticos da região em que os LD são confeccionados também interferem em sua forma de elaboração. Assim, foi apresentado, brevemente, um recorte, a partir de 2013, acerca das políticas públicas educacionais no Brasil que se relacionam com o Livro Didático, ou seja, o Novo Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o PNLD. Após o recorte das políticas públicas educacionais frente ao LD, foram apresentadas as orientações destas políticas perante as TD, no que diz respeito às competências gerais da BNCC, competências específicas da BNCC frente à área de Matemática e suas Tecnologias e discursos do edital do PNLD 2021 que de alguma forma associam e propõem a utilização das TD nos LD.

A terceira seção destinou-se a certos conceitos teóricos que permearam o desenvolvimento deste trabalho e assumiram centralidade na pergunta de pesquisa. Assim, foi apresentado que as tecnologias são desenvolvidas pelos humanos como meio para atingir alguma finalidade, no consenso de que “as tecnologias são produtos humanos, e são impregnados de humanidade, e reciprocamente o ser humano é impregnado de tecnologia” (BORBA, 2004, p. 331). Ainda, foi apresentada a polissemia de termos para se referenciar às tecnologias ao longo das últimas décadas. O termo adotado nesta pesquisa foi TD, considerando que ela é a junção de diversas mídias⁷¹, o que inclui as mídias digitais. As TD consideradas nesta pesquisa, os hardwares, ou seja, computadores, laptops, tablets e smartphones e calculadoras, e os softwares, isto é, o *GeoGebra*, a planilha eletrônica, as calculadoras virtuais, o navegador de internet ou qualquer programa que possa ser instalado em um hardware.

As TD e a Educação Matemática, através da obra de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), desenvolvem uma discussão sobre as fases que compreenderam as diferentes terminologias de tecnologias e os grandes recursos utilizados em cada época. O software LOGO, em 1985, foi considerado um marco da primeira fase das TD na Educação Matemática, no qual as tecnologias eram denominadas de Tecnologias Informáticas (TI). A segunda fase, com surgimento entre 1990 e 1995, partiu da popularização dos computadores pessoais e dos softwares de representação de funções, geometria dinâmica e sistemas de computação algébricos que poderiam ser instalados nesses computadores. A terceira fase das TD na Educação Matemática surgiu com a internet no ano de 1999, e os nomes mais utilizados eram TI e Tecnologias da Informação

⁷¹ As mídias foram consideradas como “meio utilizados para a produção de significado. Podem ser meios materiais (instrumentos, ferramentas, coisas) ou imateriais (oralidade, escrita, informática, pensamento) (BORBA, 2009)” (OECHSLER, 2018, p. 282).

e Comunicação (TIC). Cinco anos após a terceira fase, em 2004, deu-se início à quarta fase, com o advento da internet rápida. A partir desta fase, as tecnologias se tornaram comuns aos pesquisadores pelo nome de TD. Destaca-se o fato de ocorrer uma sobreposição das quatro fases das TD na Educação Matemática, porque uma fase não elimina ou substitui a outra, elas se complementam. A quarta fase existe devido ao desenvolvimento da terceira fase, que por sua vez foi uma evolução da segunda fase, que também por sua vez dependeu da evolução da primeira fase das TD na Educação Matemática.

Esta evolução foi explicitada para trazer os conceitos de experimentação com TD e domesticação das TD nos LD de Matemática. A experimentação percorre as potencialidades da TD nas atividades de Matemática, como, por exemplo, a exploração de variadas formas de resoluções, criação e conexão entre diferentes tipos de representação de objetos matemáticos, incentivo aos raciocínios intuitivo, indutivo ou abdutivo, versando sobre o desenvolvimento do raciocínio dedutivo, compreensão de conceitos matemáticos, formas alternativas de aprender e ensinar matemática, conhecimento de novas dinâmicas em sala de aula, envolvimento e aprofundamento em variados níveis de rigor matemático (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Já a domesticação das mídias, apresentada há mais de duas décadas por Borba e Penteado (2002), consiste em práticas que subutilizam as TD. Houve e ainda há uma preocupação com relação às potencialidades de as novas tecnologias computacionais serem reproduzidas em práticas de tecnologias mais antigas, como, por exemplo, a tecnologia não digital. Assim, como a TD pode ser utilizada, isso possibilita que nela se faça uma experimentação ou uma domesticação.

Quanto à metodologia, disposta na quarta seção deste trabalho, foram fundamentadas e descritas as características assumidas nesta pesquisa. Inicialmente foram mostrados aspectos do que consiste uma pesquisa, ou seja, buscar compreensões e interpretações significativas através da pergunta de pesquisa. Destaca-se que este trabalho é uma pesquisa qualitativa do tipo documental, enfatizando que, na investigação documental, são utilizadas fontes primárias de consulta, materiais que não receberam um tratamento analítico por lentes teóricas. Em seguida, foi apresentada a fonte de produção de dados, a coleção *Matemática em Contextos* (DANTE; VIANA, 2020), disposta em seis volumes autocontidos. A coleção foi aprovada pelo edital do PNLD 2021 como Objeto 2 – Obras Didáticas por Área de Conhecimento.

Sobre os procedimentos metodológicos, ainda presentes na quarta seção, foram apresentadas a análise horizontal e a análise vertical, formas pelas quais seriam extraídos e investigados os dados da coleção de LD, ou seja, que possibilitaram compreender a identificação, a distribuição e as funções das TD nos painéis e atividades da coleção de LD. A análise horizontal foi um procedimento de produção e organização dos dados que contemplou as informações básicas do LD (título, número de volumes, páginas, perfil dos autores, editora e ano de publicação, materiais de acompanhamento) e a estrutura geral do LD (número de capítulos e unidades por capítulo, assuntos abordados por capítulo, sequenciamento de tópicos, frequência e distribuição das TD nos capítulos dos LD, tipos de TD presentes nos painéis e atividades dos LD). Os tipos de TD identificadas no LD encontram-se expostos na Figura 24 e sua distribuição ao longo dos volumes na Tabela 2 deste trabalho.

A análise vertical foi um procedimento para agrupamento em eixos e subeixos e a análise dos dados. Assim, considerando as funções assumidas pelas TD nos LD, os eixos compreendidos para análise se compuseram em: (a) A manifestação da TD em direção à domesticação; (b) A manifestação da TD em direção à experimentação. Tais eixos emergiram durante a análise dos dados e estiveram em consonância com os conceitos teóricos adotados nesta pesquisa.

Para a codificação das TD identificadas nos LD, foi utilizado um software direcionado para pesquisadores, chamado de MAXQDA⁷². Este software fez parte neste trabalho para a identificação, codificação e categorização das TD presentes nos seis volumes da coleção analisada. Também contribuiu para a otimização das buscas dos dados que foram revisitados diversas vezes.

Na quinta seção, foi efetuada a análise dos dados. Primeiramente, a análise horizontal com a organização das informações básicas dos LD, a estrutura geral dos LD, a apresentação dos tipos de TD identificados e as particularidades de cada volume da coleção pesquisada. A frequência das TD e sua densidade ao longo dos volumes da coleção de LD também foi destacada, respectivamente, pela Figura 28 e pelos Quadros 14 a 19. Em seguida, na análise vertical, retomaram-se os eixos e subeixos de análise que foram apresentados na seção metodológica. Os dois subeixos referentes ao eixo ‘A manifestação da TD em direção à domesticação’ são: (1) ‘domesticação’, que possui dois tópicos, sendo estes ‘cálculo’ e ‘verificação de resultados’; (2) ‘sem convite à

⁷² Para saber mais sobre o software, ele está disponível em www.maxqda.com.

experimentação’, que possui os tópicos ‘manipulação das ferramentas’ e ‘pesquisa online – eventual’. O eixo ‘A manifestação da TD em direção à experimentação’ também possui dois subeixos, que compreendem: (3) ‘com convite à experimentação’, que contém os tópicos ‘pesquisa online – atividade’ e ‘pesquisa e criação’; (4) ‘experimentação’, com os dois tópicos ‘exploração’ e ‘desenvolvimento conceitual’.

6.2. Reflexões sobre os resultados da pesquisa e suas contribuições: o mapeamento

Os LD de Matemática possuem importância para os processos de ensino e de aprendizagem. Eles são considerados materiais de uso recorrente por estudantes e professores. As práticas pedagógicas em sala de aula podem ser moldadas pelo uso dos LD e de seus recursos presentes nos painéis e atividades das obras didáticas. A discussão sobre a presença e qualidade das TD na Educação Matemática não é recente. Este trabalho particularizou sobre as funções das TD nos LD de Matemática do Novo Ensino Médio.

De forma geral, e em consonância com o referencial teórico adotado, entende-se que as TD deveriam ser exploradas de forma que suas potencialidades fossem utilizadas para compreensão dos conceitos matemáticos, no viés da experimentação-com-tecnologias de Borba e Villarreal (2005). Perspectiva oposta a domesticação das TD, em que as práticas nestas TD são condicionadas de uma maneira similar a práticas com tecnologias não digitais (BORBA; PENTEADO, 2001).

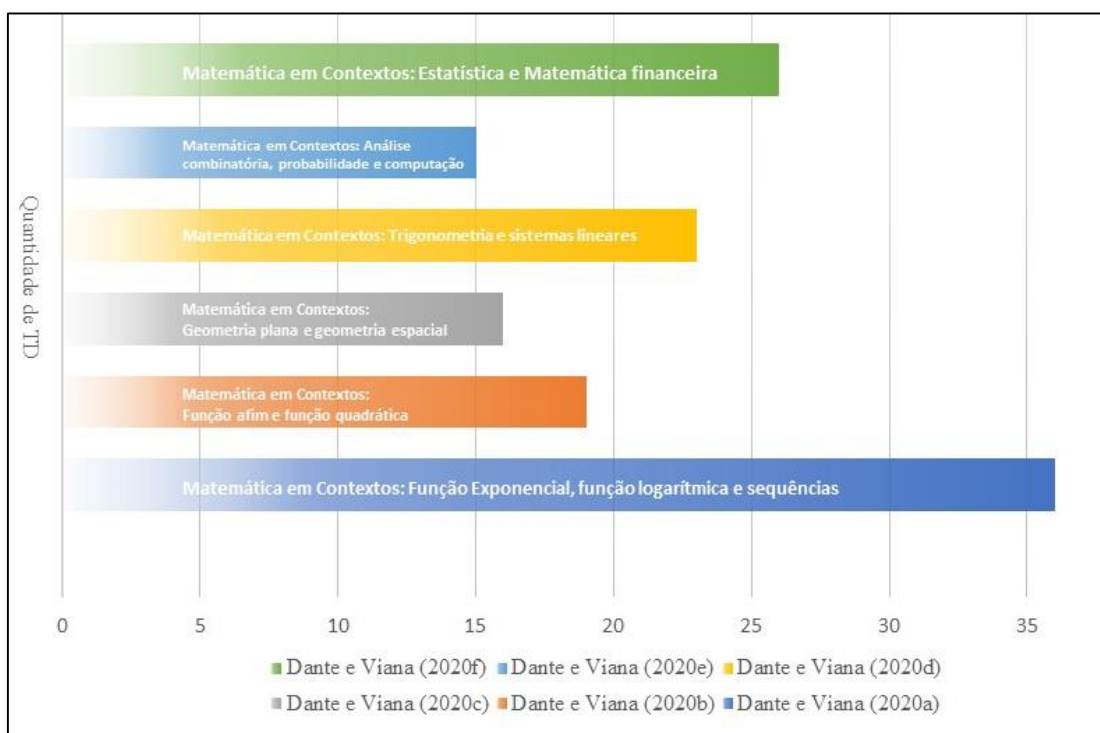
Dentre as configurações das TD presentes nos LD de Matemática e para o encaminhamento do mapeamento das TD na coleção Matemática em Contextos, durante a análise horizontal foi expressada a distribuição e a densidade das TD ao longo de cada volume desta coleção de LD. Os tipos de TD identificadas foram a calculadora, o software *GeoGebra*, a planilha eletrônica, endereços eletrônicos (websites), vídeos e filmes. Foram apontados 135 painéis e atividades com estas TD distribuídos ao longo dos seis volumes da coleção Matemática em Contextos.

A distribuição das TD não ocorreu na coleção uniformemente. O volume três foi o que obteve uma menor diversidade em tipos de TD, mesmo não sendo o volume com a menor quantidade de TD. Já os volumes um, quatro e seis foram os que apresentaram todos os cinco tipos de TD.

A respeito da quantidade de TD, o volume com a maior quantidade foi volume um, a segunda maior quantidade foi o volume seis. Seguindo em ordem decrescente de

quantidades de TD, foram Dante e Viana (2020d), Dante e Viana (2020b), Dante e Viana (2020c) e Dante e Viana (2020e). Esta quantia tem-se representada, conforme exposta na Figura 59, no qual traz um panorama de toda a coleção.

Figura 59 - Distribuição das TD ao longo dos volumes.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Ainda na análise horizontal, foram destacadas as densidades das TD ao longo de cada volume, ou seja, em quais capítulos tinham mais TD e quais eram seus tipos. Os Quadros 6 ao 11, trazem os códigos de cada TD presente em cada painel ou atividade, como uma forma de um melhor detalhamento da Tabela 3. “Ressaltamos que o importante não é a preocupação quanto à distribuição equitativa dos tipos de atividade, mas a diversidade delas, para proporcionar essa experiência múltipla aos alunos” (AMARAL *et al.* 2022, p. 225).

Para acesso aos dados brutos da pesquisa, exportados pelo software MAXQDA, foram dispostos em uma planilha eletrônica, com as guias dos segmentos dos documentos que foram codificados, a lista de códigos, os links para acesso aos volumes da coleção investigada, entre outras informações. Para acesso a esta planilha, foi utilizado de um QR-Code, disposto na Figura 60, para facilitar a leitura de seu endereço eletrônico. Assim, para acessá-la, basta abrir a câmera do celular (smartphone) e apontar para o QR-Code, e

clicar nas opções de abrir no navegador padrão do dispositivo ou copiar o link que aparecer para assim colar no navegador do celular.

Figura 60 - Dados brutos da pesquisa exportados do software MAXQDA via QR-Code⁷³.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Durante a análise vertical, como uma forma mais subjetiva de compreender a presença das TD ao longo dos LD, foram apresentadas as investigações dos eixos ‘A manifestação da TD em direção a domesticação’ e ‘A manifestação da TD em direção a experimentação’. As funções assumidas pelas TD no LD compuseram oito tópicos para análise e complementaram para o mapeamento das TD na coleção investigada.

A manifestação da TD em direção à domesticação, descreveu e analisou as TD que foram anunciadas no LD e possuem o caráter exclusivo ou direcionado para uma domesticação da TD, quando apresentadas nos painéis e atividades dos LD. Ainda, este eixo foi subdividido em dois subeixos: ‘domesticação’ e ‘sem convite à experimentação’.

A ‘domesticação’ engloba dois tópicos: o ‘cálculo’ e a ‘verificação de resultados’. Estes tópicos versam sobre as funções dos tipos de TD, presentes nos painéis e atividades do LD, que são voltados para uma domesticação. Estes dois tópicos, a respeito do cálculo e da verificação, remetem a usos da TD ancorados em práticas que não proporcionam experimentações com as TD então presentes nos LD.

O subeixo ‘sem convite à experimentação’ envolve dois tópicos, o primeiro deles denominado de ‘manipulação de ferramentas’ do LD, em que suas propostas propõem

⁷³ Caso o QR Code não esteja em funcionamento ou não possua um dispositivo que realize esta leitura, o endereço para a planilha eletrônica encontra-se no presente link: <https://docs.google.com/spreadsheets/d/1DmSg-r6mZDidaO6f5SX4QPvRHHOeGOyi/edit?usp=sharing&ouid=117246740082616120313&rtpof=true&sd=true>

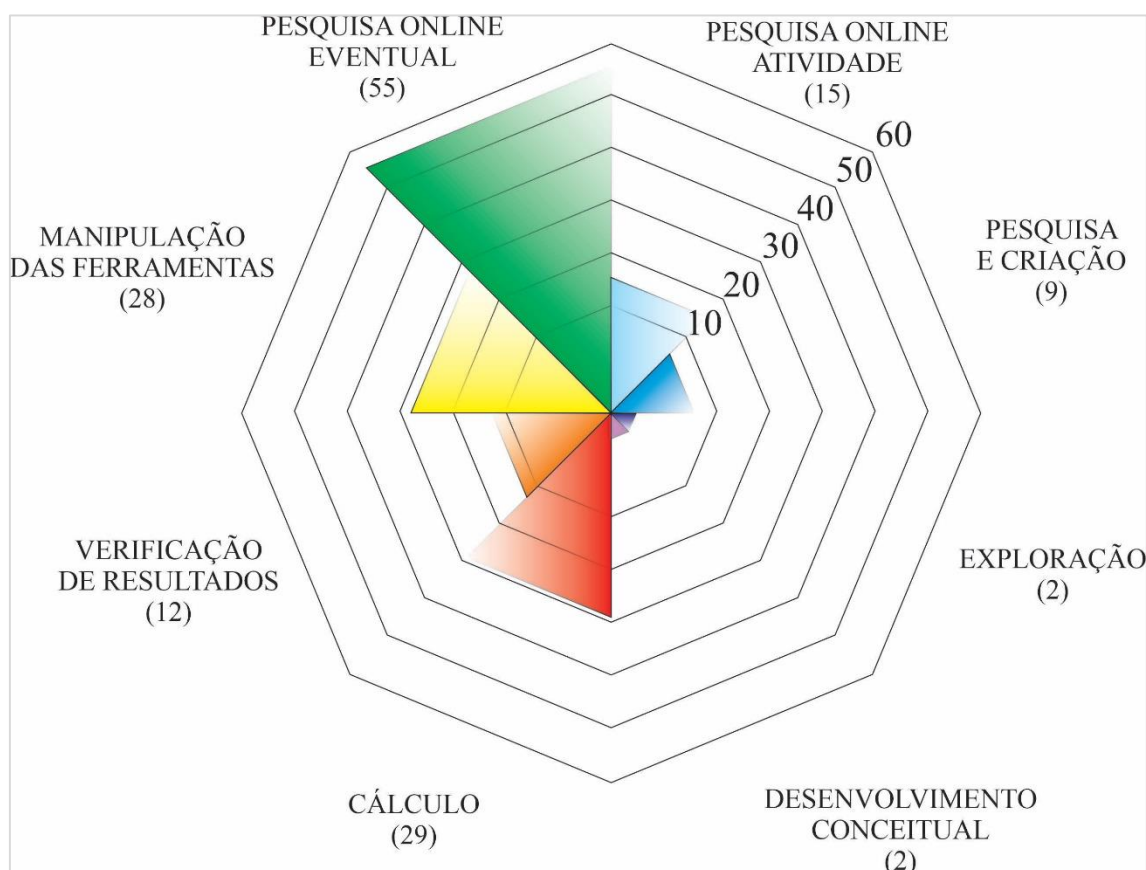
aos estudantes conhecer e manipular as ferramentas das TD, de modo a desenvolverem os painéis ou concluírem as atividades. O segundo tópico deste subeixo, chamado de ‘pesquisa online – eventual’, consiste de propostas no LD para os estudantes realizarem uma pesquisa online, sem o intuito de produzirem algum material ou registrarem os resultados de suas pesquisas.

O eixo da manifestação da TD em direção à experimentação, compreendeu discutir os painéis e atividades do LD com TD em que os aspectos da domesticação por elas puderam ser superados ou em que a experimentação explicitamente pode acontecer. Assim, são apresentados, descritos e analisados os painéis e atividades que trazem um convite à exploração, à experimentação, e propõem experimentações no âmbito de propiciarem uma produção de conhecimento matemático com as TD. Este eixo possui dois subeixos: ‘com convite à experimentação’ e ‘experimentação’. O primeiro subeixo aborda dois tópicos, um deles denominado ‘pesquisa online – atividade’, que inclui propostas no LD para os estudantes realizarem uma pesquisa online, com a finalidade de produzirem algum material através de suas pesquisas. Já o outro, denominado ‘pesquisa e criação’, contém painéis e atividades para o estudante realizar uma pesquisa, online ou não, e criar uma comunicação científica utilizando algum tipo de TD.

O segundo subeixo chamado de ‘experimentação’ compreende os tópicos ‘exploração’ e ‘desenvolvimento conceitual’. Foram criados painéis e atividades que apresentam situações significativamente contextualizadas, que estimulam a participação e autonomia dos estudantes na construção do seu conhecimento. Na ‘exploração’ foram propostas do LD aos estudantes para a exploração de conceitos matemáticos com a utilização de alguma TD. Conforme defende De Villiers, 2003, a experimentação matemática com a utilização da tecnologia possui potencial para a produção do conhecimento matemático; porém, ele considera a tecnologia somente como uma ferramenta de exploração. No tópico ‘desenvolvimento conceitual’, foram painéis ou atividades que visavam a compreensão de algum conteúdo ou conceito específico através da utilização da TD, propondo pensar sobre relações e propriedades matemáticas, observações de regularidades, realizar descobertas, conclusões de aspectos gerais de um conceito abordado, entre outros entendimentos específicos para além da exploração. Nestas experimentações seriam possíveis propiciar uma reorganização do pensamento aos estudantes com a TD. Este subeixo adentra a relevância de humanos-com-tecnologias de Borba e Villarreal (2005), em que a TD atua como atriz no processo e não apenas como coadjuvante, ela faz parte da produção do conhecimento matemático.

Após a análise dos dados, o mapeamento foi compreendido que as funções das TD representaram a seguinte distribuição quantitativa ao longo da coleção de LD. O mapeamento destaca-se em um gráfico de radar inserindo em seus setores cada uma das oito funções das TD.

Figura 61 – Mapeamento: funções das TD na coleção Matemática em Contextos

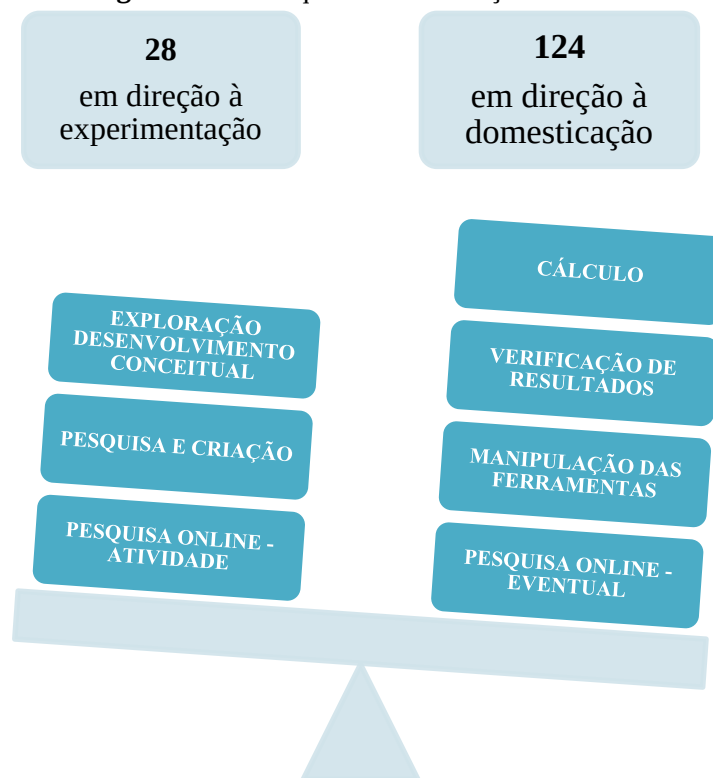


Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Os resultados desta pesquisa trouxeram poucos painéis e atividades no eixo da manifestação da TD em direção à experimentação. Foram 28 indicações de uso em que as TD poderiam proporcionar uma experimentação em sua utilização. Por outro lado, no eixo da manifestação da TD em direção à domesticação, surgiram 124 situações em que as TD poderiam ser subutilizadas. Estes números não correspondem ao total de 135 indicações de uso das TD e sim de 152, porque alguns painéis e atividades demonstraram mais de uma manifestação da TD, ou seja, mais de uma função. Um exemplo está no painel de código C08V1, em que o cálculo e a verificação de resultados fazem parte deste painel com a calculadora. Outro exemplo é a situação de código G05V2, em que o software *GeoGebra* traz consigo painéis e atividades que oportunizam a verificação de

resultados e a manipulação das ferramentas. Assim, alguns códigos das funções assumidas pelas TD sobrepõem em mais de um tópico analisado.

Figura 62 - Desequilíbrio das funções das TD



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

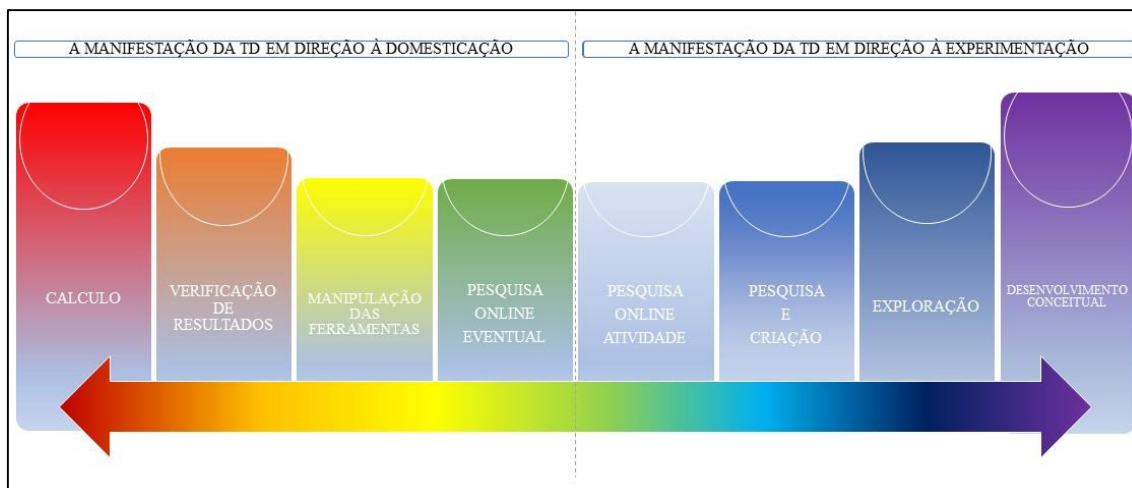
As influências da BNCC também destacam o caráter opcional das TD na área de Matemática e suas Tecnologias. Conforme exposta na subseção 2.3 deste trabalho, cada competência específica desta área de conhecimento expõe a possibilidade da não utilização das TD para mobilizar suas habilidades.

Bigode (2018), destaca sobre a BNCC, em que “não há qualquer indício de uma visão sobre tecnologia que vá além das referências utilitário-mecanicistas. Não há compromisso de fato com a tecnologia na BNCC” (BIGODE, 2018, p. 136). Alguns traços da obrigatoriedade das TD somente foram apresentados ao longo do edital do PNLD 2021, que balizou a produção desta coleção de LD. Entretanto sua qualidade, quantidade e diversidade de tipos de TD entre as coleções de LD aprovadas não foram preocupações do edital destes LD que compuseram o Novo Ensino Médio.

Foi elaborado, diante do mapeamento as direções das manifestações das TD, em

um espectro⁷⁴. Produzimos a Figura 63 com a intenção de evidenciar o mapeamento realizado na coleção de Dante e Viana (2020).

Figura 63 – Mapeamento: direções das funções das TD na coleção Matemática em Contextos



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Entende-se que a Figura 63 mostra a composição de nosso olhar frente as direções das TD propostas nos painéis e atividades dos seis volumes da coleção Matemática em Contextos. As funções das TD presentes nas obras didáticas (em direção à domesticação) são de cálculo, de verificação de resultados, de manipulação das ferramentas e de pesquisa online eventual. As outras quatro funções, em direção à experimentação são de pesquisa online atividade, de pesquisa e criação, de exploração e de desenvolvimento conceitual. As funções das TD no Manual do Professor Impresso (MPI) podem se manifestar em direção à domesticação ou em direção à experimentação, conforme destacado na seta bidirecional da Figura 63.

Versando que a investigação foi em uma coleção de LD na versão MPI, os painéis e atividades dos LD podem passar por um olhar dos professores, antes da apresentação aos estudantes. Os professores podem relevar as ênfases dadas pelos autores, selecionando e apresentando os materiais conforme consideram pertinentes e alinhados

⁷⁴ Espectro - registro visual de uma distribuição de quantidades observáveis ou propriedades dispostas segundo sua magnitude, como se fosse o resultado da decomposição da luz branca ao passar por um corpo refrativo. O espectro gerado pela dispersão da luz solar é conhecido precisamente como espectro solar (SILVA, 2023)

com a metodologia e projeto pedagógico da unidade escolar em que atuam (AMARAL *et al.*, 2022).

Gonçalves (2022) trouxe resultados sobre as crenças dos professores de Matemática ao utilizarem o LD. Através da discussão dos diferentes tipos de uso que se pode fazer do LD, uma das conclusões de sua pesquisa apontaram que fatores além da sala de aula influenciam na forma como o professor utiliza o LD e que as obras didáticas proporcionam **uma zona de conforto** aos professores.

Acerca da zona de conforto e da zona de risco, Zulatto (2002) destaca as implicações para a prática docente causadas pela inserção das TD na sala de aula. A autora afirma que no momento em que o docente opta por fazer uso de uma TD, ele está saindo de uma zona de conforto e entrando em uma zona de risco.

Quando o professor está na zona de conforto, ele consegue prever e controlar quase tudo, sendo preferível permanecer nela do que enfrentar os desafios de uma zona de risco⁷⁵.

Por medo e insegurança, dentre outros aspectos, muitos professores desistem de enfrentar os desafios dessa prática, ou apenas adaptam suas aulas, criando roteiros de aulas com atividades fechadas, sem espaço para exploração, surgindo dúvidas similares às das aulas convencionais, em que ele sabe responder sem dificuldade. Com isso, o docente abdica da possibilidade de usufruir de parte do potencial das TI. (ZULATTO, 2002, p. 12).

Considerando que o LD pode proporcionar uma zona de conforto aos professores oferecendo previsibilidade e segurança para suas aulas de Matemática, “a prática docente atrelada ao livro possibilita antecipar o que irá acontecer, de modo que o professor pode se preparar e programar suas ações, a fim de driblar as dificuldades que possam surgir. (GONÇALVES, 2022, p. 189)

Não basta os autores de LD trazerem as mais diversas inovações tecnológicas se a prática docente não se desafiar com os usos da TD. Para que o professor faça uma mediação para uma mudança educacional, de forma que resultados positivos possam ser observados, é preciso que ele esteja engajado, seguro de si. As funções identificadas pelas TD da coleção Matemática em Contextos podem assumir outras direções, partindo da

⁷⁵ O desenvolvimento da aula deixa de ser constante e podem surgir dúvidas dos estudantes em que o professor não sabe responder de prontidão, as relações de poder podem ser afetadas pelas TD, porque o conhecimento que era exclusivamente do professor, pode passar a ser do domínio estudantes em alguns momentos (ZULATTO, 2002).

postura do professor como mediador no processo de construção do conhecimento do estudante.

A formação inicial⁷⁶ e a formação continuada⁷⁷ se tornam essenciais para o aperfeiçoamento das práticas docentes. Independentemente se a TD está disposta no LD em direção à experimentação, o professor precisa estar estimulado a fazer uso da TD. Perovano (2022) destaca a importância dos contextos formativos de professores em trazer mais discussões acerca dos LD, bem como a sua escolha e o seu uso. Assim, a importância destas formações para que o docente consiga romper com as próprias concepções e sair da zona de conforto a ponto de conseguir rever os usos do LD visando alcançar os objetivos de ensino e de aprendizagem, no caso com a TD.

É evidente que a formação dos professores são possíveis caminhos para driblar a domesticação das TD presentes no LD. Pesquisadores apoiam o uso das TD em sala de aula, mostrando vantagens para a inclusão desta tecnologia como uma forma de reorganização do pensamento (BORBA; VILLARREAL, 2005). Entretanto é preciso que o professor também esteja convencido da importância das TD e, principalmente, tenha propostas efetivas para seu uso em sala de aula, para além das orientações didáticas do LD, pois os resultados mostram que elas em sua maioria ainda proporcionam uma domesticação.

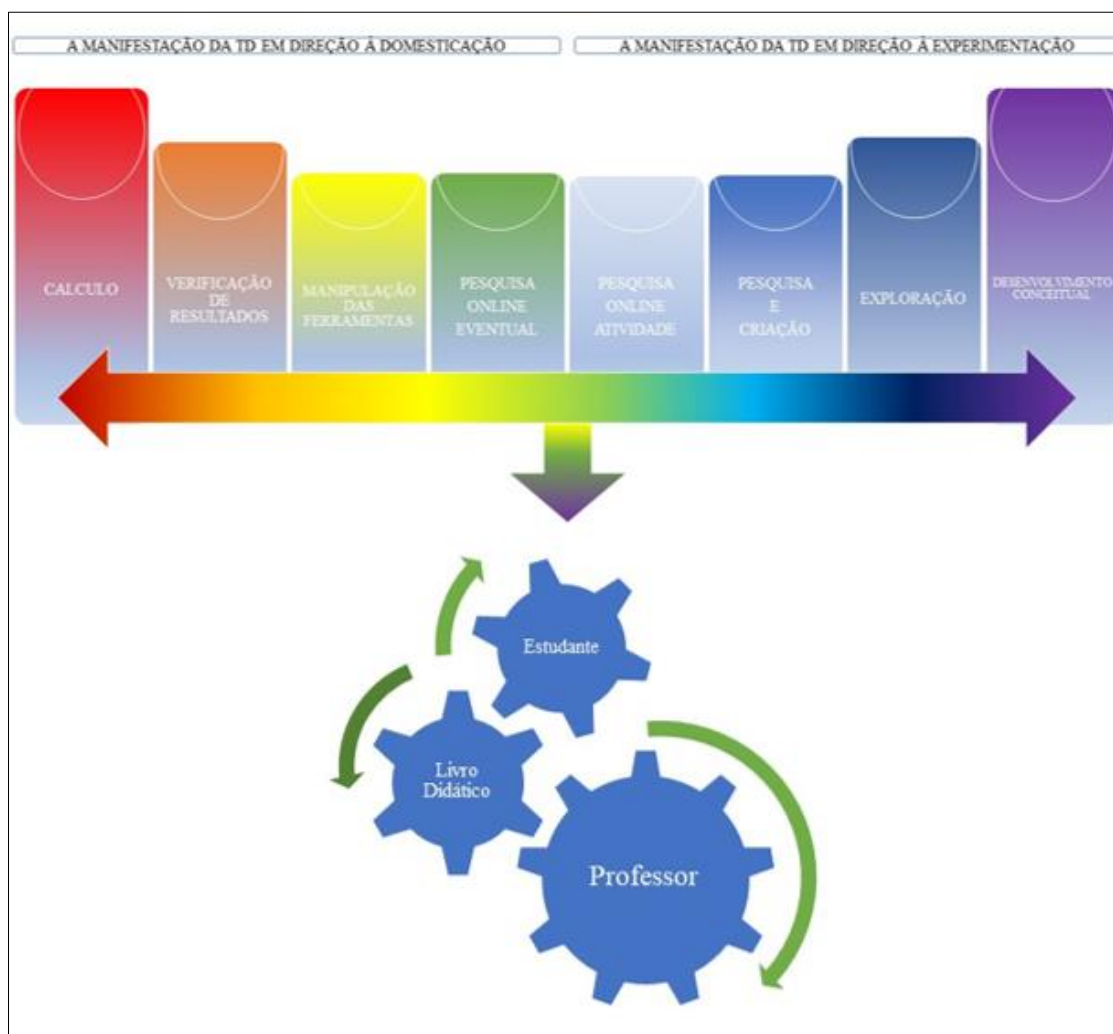
Outros pontos para superar a subutilização das TD, seria crucial toda a sociedade abordar as questões de falta de acesso e conectividade, falta de habilidade e capacitação, custos elevados das tecnologias, resistência a mudança, enfoque inadequado na educação, desigualdade digital, etc. Caminhos como investimentos em infraestrutura, programas de capacitação, conscientização e políticas públicas podem trazer igualdade de acesso, oportunidades tecnológicas experimentais e melhores orientações das possibilidades tecnológicas. É fundamental que governos, empresas e comunidades trabalhem juntos para garantir que o potencial das TD seja bem explorado e que ninguém seja deixado para trás.

⁷⁶ “Aqui, a formação inicial é entendida como aquela realizada em curso de nível superior (Licenciatura em Matemática), conferindo habilitação legal para o exercício profissional docente na Educação Básica (nos Anos Finais do Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio)” (PEROVANO, 2022, p. 84).

⁷⁷ Processo de capacitação contínua que atualiza e amplia os saberes docentes, de forma a contribuir para uma educação ainda mais completa para professores atuarem com seus estudantes.

Assim desenvolvemos a Figura 64, para as direções das funções das TD na coleção Matemática em Contextos que dependem da engrenagem professor como mediador entre o LD e o estudante.

Figura 64 - O papel do professor frente o LD



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Um caminho para superar os painéis e atividades, em sua maioria direcionados à domesticação, poderia ser do professor transformar as TD que estão em direção da domesticação para a experimentação. Destaca-se a importância do professor explorar os painéis e as atividades com TD, propondo aos estudantes situações didáticas experimentais, preparando os estudantes para enfrentarem desafios complexos, gerarem conjecturas matemáticas, explorarem a visualidade e o dinamismo dos objetos matemáticos, como uma forma para compreender os conceitos matemáticos, assim proporcionando uma experimentação-com-tecnologias.

6.3. O que podem as pesquisas futuras: sugestões de novas perguntas de pesquisa

Carecemos de pesquisas acerca de LD do Novo Ensino Médio, demanda-se de pesquisas que abordam os LD de Matemática no Novo Ensino Médio e, este trabalho trouxe o que os LD estão apresentando de TD para esta etapa de ensino. Foram painéis e atividades que poderiam proporcionar a aprendizagem de conceitos matemáticos. Por esta pesquisa focalizar as funções das TD nos LD de uma coleção aprovada pelo edital do PNLD 2021, foram identificados espaços para outras questões serem propostas em trabalhos com LD e o Novo Ensino Médio, frente ao ensino e aprendizagem de Matemática.

Considera-se que esta pesquisa aponta encaminhamentos para futuros pesquisadores que tenham interesse em aprofundar seus estudos acerca das funções das TD nos LD do Novo Ensino Médio. Perguntas que podem ser relevantes para ampliar esta investigação incluem a possibilidade de análise de LD na dimensão contextual⁷⁸, que assume aspectos da utilização do LD na sala de aula. Algumas delas são: Como as TD presentes na coleção de LD de Matemática estão sendo trabalhadas na sala de aula? Como as TD se fazem presentes em todas as coleções aprovadas pelo edital do PNLD 2021? Os professores ao utilizarem das TD identificadas no LD adaptam os painéis e atividades para a realidade de sua sala de aula ou do laboratório de informática que atuam? Considerando que o laboratório de informática pode ter condições precárias de utilização. Qual o papel do professor frente às TD do LD de Matemática do Novo Ensino Médio? Para além do LD uma pergunta relevante para pesquisas futuras compreende: Como As TD são utilizadas nos Itinerários Formativos do Novo Ensino Médio?

Esta pesquisa se preocupou sobre as funções que as TD estão assumindo em uma coleção de LD que atualmente segue em uso nas escolas públicas do Brasil. O mapeamento das TD nesta coleção apontou que são poucos os painéis ou as atividades que poderiam proporcionar uma experimentação-com-tecnologias, caso seguida as orientações do LD de forma precisa. Mas o papel do professor frente ao LD é importante para reverter o que está exposto nestes materiais.

Espera-se e acredita-se que esta pesquisa possa contribuir, de alguma maneira, com o futuro das produções de Livros Didáticos de Matemática e discussões na Educação Matemática.

⁷⁸ Para conhecer mais sobre essa dimensão de análise, ver Charalambous *et al.* (2010).

7. REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. Tradução de Alfredo Bosi e Ivone Castilho Benedetti. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ALVES, S. **Excertos da obra Dicionário de Tecnologia Educacional**: Terminologia básica apoiada por micromapas. Disponível em: <http://www.profsergio.net/profsergioposuniron.pdf>. Acesso em: 6 nov. 2022.

AMARAL, R. B.; MAZZI, L. C.; ANDRADE, L. V.; PEROVANO, A. P. **Livro didático de matemática**: compreensões e reflexões no âmbito da Educação Matemática. 1. ed. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2022. v. 1. 270 p.

APPOLINÁRIO, F. **Dicionário de metodologia científica**: um guia para a produção do conhecimento científico. São Paulo: Atlas, 2009.

ARQUIVO NACIONAL. **Dicionário Brasileiro de Terminologia Arquivística** – DIBRATE. Rio de Janeiro, 2005.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 111-124.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática. **Pró-Posições**, v. 13, n. 1, p. 18-23, 1993.

BIGODE, A. J. L. Base, que base? O caso da matemática. In: CÁSSIO, F.; CATELLI JR., R. (org.). **Educação é a base?** 23 educadores discutem a BNCC. São Paulo: Ação Educativa, 2018. p. 123-144.

BITTENCOURT, C. M. F. **Livro didático e conhecimento histórico**: uma história do saber escolar. 1993. 369 p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C. Dimensões da Educação Matemática a Distância. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2004. v. , p. 321-343.

BORBA, M. C. **Students Understanding of transformations of functions using multi-representational software**. 1993. 372 f. Tese (Doctor of Philosophy) – Faculty of Graduate School of Cornell University, Ithaca, 1993.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em ensino e sala de aula**: diferentes vozes em uma investigação. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Pesquisa em Informática e Educação Matemática. **Educação em Revista**, n. 36, p. 239-253, 2002.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; CANEDO JUNIOR, N. R. **Vídeos na Educação Matemática: Paulo Freire e a Quinta Fase das Tecnologias Digitais**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, 2005. v. 39.

BORBA, R.; SELVA, A. Analysis of the role of the calculator in Brazilian textbooks. **ZDM Mathematics Education**, n. 45, p. 737-750, 2013.

BORBA, M. C. GPIMEM e UNESP: Pesquisa, extensão e ensino em Informática e Educação Matemática. In: PENTEADO, M; BORBA, M. (org.) **A Informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d'água, 2000. p. 47-66.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República. Disponível em: http://www.senado.gov.br/legislacao/const/con1988/CON1988_05.10.1988/CON1988.pdf. Acesso em: 12. abr. 2022.

BRASIL. **Emenda Constitucional nº 14, de 12 de setembro de 1996**. (1996a). Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/emendas/emc/emc14.htm. Acesso em 4 ago. 2022.

BRASIL. Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017. (2017b). Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília-DF, ano 154, n. 137, p. 7-8, 19 jul. 2017.

BRASIL. **Decreto nº 11.342, de 1º de janeiro de 2023**. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2023-2026/2023/decreto/D11342.htm. Acesso em 20 fev. 2023.

BRASIL. Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, ano 154, n. 137, p. 7-8, 19 jul. 2017a.

BRASIL. **Emenda Constitucional nº 59, de 11 de novembro de 2009**. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/Emendas/Emc/emc59.htm. Acesso em: 30 jun. 2022.

BRASIL. **Guia Digital PNLD 2021**: Obras didáticas por áreas do conhecimento e específicas. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, 2021.

BRASIL. **Guia de Livros Didáticos 2021**: Apresentação. Disponível em: https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2021_didatico/inicio. Acesso em: 8 jun. 2021b.

BRASIL. **Lei nº 9.131, de 24 de novembro de 1995**. (1996c). Dispõe sobre os procedimentos para a escolha e nomeação de membros das Câmaras que compõem o Conselho Nacional de Educação. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9131.htm. Acesso em 9 ago. 2022.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, ano 134, n. 248, p. 27833-27841, 23 dez. 1996b.

BRASIL. **Lei nº 12.796 de 4 de abril de 2013**. (2013a). Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para dispor sobre a formação dos profissionais da educação e dar outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br>. Acesso em: 1 mai. 2022.

BRASIL. **Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014**: Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE e dá outras providências. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/l13005.htm. Acesso em 28 nov. 2022.

BRASIL. **Lei nº 13.415/2017, de 16 de fevereiro de 2017**. (2017a). Altera as Leis nos 9.394, de 20 de dezembro de 1996 e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/L13415.html. Acesso em: 21 abr. 2022.

BRASIL. **Medida Provisória nº 746, de 22 de setembro de 2016**: Institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2016/Mpv/mpv746.htm. Acesso em 4 ago. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Edital de Convocação 03/2019 – CGPLI (PNLD 2021)**. Brasília, DF, 2021. Disponível em: https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro/consultas-editais/editais/edital-pnld-2021/EDITAL_PNLD_2021_CONSOLIDADO_13__RETIFICACAO_07.04.2021.pdf. Acesso em: 31 jan. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Edital de convocação 04/2015 – CGPLI**: edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o Programa Nacional do Livro Didático PNLD 2018. Brasília, 2015. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/7932-pnld-2018>. Acesso em: 5 jul. 2021.

BRASIL, Ministério da Educação, (1997). **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília, MEC/SEF. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em 26 nov. 2022.

BRASIL, Ministério da Educação, (1998a). **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em 26 nov. 2022.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio – Parte I – Bases legais**. Brasília: Ministério da Educação, 2000.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio – Parte III – Bases legais – Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 2000b.

BRASIL. **Parecer CNE/CEB nº 15/1998, aprovado em 1º de junho de 1998**. (1998b). Disponível em: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/view/CNE_pceb01598.pdf?query=travestis. Acesso em 11 nov. 2022.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

BRASIL. **Projeto de lei 6.840/2013**: Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para instituir a jornada em tempo integral no ensino médio, dispor sobre a organização dos currículos do ensino médio em áreas do conhecimento e dá outras providências. (2013b). Disponível em: <https://www.camara.leg.br/proposicoesWeb/fichadetramitacao?idProposicao=602570>. Acesso em: 21 nov. 2022.

BRASIL. **Resolução CEB nº 3, de 26 de junho de 1998**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. (1998c). Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rceb03_98.pdf. Acesso em 11 nov. 2022.

CANEDO JUNIOR, N. R. **A participação do vídeo digital nas práticas de modelagem quando o problema é proposto com essa mídia**. 2021. 194 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, SP, 2021.

CARVALHO, A. M. **O papel do software de geometria dinâmica em atividades propostas nos Livros Didáticos de Matemática**. 2022. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2022.

CASSIO, F. Existe vida fora da BNCC? *In*: CÁSSIO, F.; CATELLI JR., R. (org.). **Educação é a base?** 23 educadores discutem a BNCC. São Paulo: Ação Educativa, 2019. p. 13-39.

CASTELLS, Manuel. **A galáxia da Internet**: reflexões sobre a Internet, os negócios e a sociedade. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. 3. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.

CASTILHO, M.; GOMES, E.; JUNIOR, J. I. G.; SANTOS, L. A.; KULTZ, R.; KRYNSKI, E. M. **Guia rápido de referência da linguagem Pascal**: Versão Free Pascal, 2023. Disponível em: <https://www.inf.ufpr.br/cursos/ci055/pascal.pdf>. Acesso em: 1 fev. 2023.

CHARALAMBOUS, Y.; DELANEY, S.; HSU, H.-Y.; MESA, V. A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 12, n. 2, p. 117-151, 2010. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10986060903460070>. Acesso em: 10 jun. 2020.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, 2004.

CORRÊA, F. S. **Um estudo qualitativo sobre as representações utilizadas por professores e alunos para significar o uso da internet**. 2013. 171 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Ribeirão Preto, SP, 2013.

CRESWELL, J. W. **Investigação Qualitativa & Projeto de Pesquisa**: escolhendo entre cinco abordagens. 3. ed. São Paulo: Penso, 2014.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução de Magda Lopes. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DANTE, L. R. Livro didático de Matemática: uso ou abuso? **Em Aberto**, Brasília, v. 16, n. 69, p. 83-97, jan./mar. 1996.

DANTE, L. R. **Matemática**: Contexto & Aplicações. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017a. v. 1.

DANTE, L. R. **Matemática**: Contexto & Aplicações. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017b. v. 2.

DANTE, L. R. **Matemática**: Contexto & Aplicações. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017c. v. 3.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos: função afim e função quadrática** 1. ed. São Paulo: Ática, 2020a. v. 1.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos: geometria plana e geometria espacial** 1. ed. São Paulo: Ática, 2020b. v. 2.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos: função exponencial, função logarítmica e sequências** 1. ed. São Paulo: Ática, 2020c. v. 3.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos: trigonometria e sistemas lineares** 1. ed. São Paulo: Ática, 2020d. v. 4.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos: estatística e matemática financeiras** 1. ed. São Paulo: Ática, 2020e. v. 5.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos: análise combinatória, probabilidade e computação** 1. ed. São Paulo: Ática, 2020f. v. 6.

DE VILLIERS, M. The value of experimentation in mathematics. *In: NATIONAL CONGRESS OF AMESA*, 9., 2003, Cape Town. **Anais [...]**. Cape Town: University of the Western Cape, 2003. p. 174-185.

DOMINGUES, N. S. **Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática: Uma complexa rede de Sistemas Seres-Humanos-Com-Mídias**. 2020. 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, SP, 2020.

FAN, L. Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. **ZDM Mathematics Education**, Berlim, v. 45, n. 5, p. 765-777, 2013.

FLICK, U. **Desenho da pesquisa qualitativa**. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009a (Coleção Pesquisa Qualitativa).

FLICK, U. **Introdução à Pesquisa Qualitativa**. Tradução de Joice Elias Costa. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009b.

GADÊLHA, D. **Portugol**: Webstudio, 2022. Disponível em <https://dgadelha.github.io/Portugol-Webstudio/>. Acesso em: 6 jul. 2023.

GAWRYSZEWSKI, B. Tempo Integral: Mais uma solução para o Ensino Médio. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, SP, v. 18, n. 3, p. 826-843, jul./set. 2018.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GONÇALVES, F. R. **Um estudo sobre a presença e a influência das crenças de professores de matemática ao utilizar o livro didático**. 2022. 212 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp), Rio Claro, SP, 2022.

GROENWALD, C. L. O.; PANOSSIAN, M. L. Reflexões sobre o Novo Ensino Médio: possibilidades e desafios. **RIPEM**, v. 11, n. 1, p. 5-23, 2021.

GUIMARÃES, D. R. **Educação Matemática Crítica permeando os capítulos de geometria em livros didáticos**: entre direcionamentos, contextos e enunciados. 2022. 267 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, SP, 2022.

GUSMÃO, F. A. F.; AMORIM, S. S. O percurso histórico do ensino médio no Brasil: uma reflexão sobre as políticas públicas de avaliação educacional. Itatiba. **Periódicos Horizontes – USF**, v. 38, n. 1, 2020.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias**: o novo ritmo da informação. 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2008.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância**. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 2003.

KRIPKA, R.; SCHELLER, M.; BONOTTO, D. L. Pesquisa documental: considerações sobre conceitos e características na pesquisa qualitativa. Atas CIAIQ2015. **Investigação Qualitativa em Educação/Investigación Cualitativa en Educación**, v. 2, p. 243-247, 2015.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em aberto**, Brasília, v. 16, n. 69, p. 3-9, 1996.

LEITE, F. T. **Metodologia Científica**: Métodos e técnicas de pesquisa (Monografias, Dissertações, Teses e Livros). 3 ed. Aparecida - SP: Ideias & Letras, 2008.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência**: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. **Naturalistic Inquiry**. London: Sage Publications, 1985.

LITOLDO, B. F. **A contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas de geometria presentes em livros didáticos de matemática sob a perspectiva do opportunity-to-learn**. 2021. 222 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2021.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da Metodologia Científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MAZZI, L. C. **As demonstrações matemáticas presentificadas nos livros didáticos do ensino médio**: um foco nos capítulos de geometria. 2018. 160 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2018.

MAZZI, L. C. **Experimentação-com-GeoGebra**: revisitando alguns conceitos da análise real. 2018. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, SP, 2014.

MAZZI, L. C.; AMARAL-SCHIO, R. B. Uma trajetória histórica dos livros didáticos: um foco nas políticas públicas implementadas nos séculos XX e XXI. **Intermaths**, Vitória da Conquista - BA v. 2, n. 1, p. 88-105, 2021.

MITCHAM, C. **Thinking through technology**: the path between engineering and philosophy. Chicago: The University of Chicago Press, 1994.

MORAN, J. M. O Vídeo na Sala de Aula. **Comunicação e Educação**, São Paulo, v. 2, p. 27–35, 1995.

MUNAKATA, K. Livro didático como indício da cultura escolar - The textbook as school culture's evidence. **Revista História da Educação**, v. 20, n. 50), p. 119-138, 2016. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/62437>. Acesso em: 6 nov. 2022.

NOGUEIRA, C. M. M.; NONATO, B. F.; RIBEIRO, G. M.; FLONTINO, S. R. D. Promessas e limites: o SiSU e sua implementação na Universidade Federal de Minas Gerais. **EDUR: Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 33, n. 2, p. 61-90, 2017.

OECHSLER, V. **Comunicação Multimodal**: produção de vídeos em aulas de Matemática. 2018. 311 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, SP, 2018.

PEREIRA, J. S.; ROQUE, J. S.; MACARIO, L. F. Tecnologias na Educação: uma análise do uso de recursos tecnológicos por professores de uma instituição de ensino superior de Vitória da Conquista – BA. **Revista Humanidades e Inovação**, Palmas, v. 5, n. 9, 2018.

PEROVANO, A. P. **Perspectivas de Professores sobre a Escolha do Livro Didático de Matemática**. 302 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, SP, 2022.

PHET. **Simulações Interativas para Ciência e Matemática**, 2023. Disponível em https://phet.colorado.edu/pt_BR/. Acesso em: 7 jul. 2023.

PINHO, M. S. **Histórico da Linguagem C**, 2023. Disponível em: <https://www.inf.pucrs.br/~pinho/LaproI/Historico/Historico.htm>. Acesso em: 2 fev. 2023.

PRAMPOLIM, G.; AMARAL-SCHIO, R. B. Objetos educacionais digitais e sua integração aos livros didáticos de matemática. **BoEM**, Joinville – SC v. 6, n. 11, p. 160-180, 2018.

RIBEIRO, M.; AMARAL, R. B. Guia e tecnologia dos/nos livros didáticos de matemática: uma primeira discussão. **Educação Matemática em Revista**, [s.l.], n. 51, p. 64-75, jul. 2016.

RIBEIRO, L. H. M.; CARDOSO, G. G.; LIMA, A. F. Tensionamentos entre o Novo Ensino Médio e o Livro Didático de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2022, Brasília. **Anais [...]**. Brasília: Even3, 2022. p. 1-10.

SÁ-SILVA, J. R.; ALMEIDA, C. D.; GUINDANI, J. F. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História & Ciências Sociais**, [s.l.], v. 1, n. 1, p. 1-15, 2009.

SHELLENBERG, T. R. **Arquivos modernos: princípios e técnicas**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ed. da FGV, 2006.

SELVA, A. C. V.; BORBA, R. E. S. R. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SILVA, C. M.; LIMA, V. M. R.; FLORES, J. B. Estado do Conhecimento acerca das tendências metodológicas do Ensino de Matemática e possíveis contribuições para a Nova Reforma do Ensino Médio. **RIPEM**, v. 11, n.1, p. 79-98, 2021.

SILVA, D. C. M. **Decomposição da luz branca**. 2023. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/decomposicao-luz-branca.htm>. Acesso em 3 fev. 2023.

SILVA, K. C. J. R.; BOUTIN; A. C. Novo ensino médio e educação integral: contextos, conceitos e polêmicas sobre a reforma. **Educação**. v. 43, n. 3, p. 521-534, jul./set. 2018

SILVA, T. F.; REIS, E. S.; RODRIGHERO, D. F. S. O uso de recursos tecnológicos no ensino de Matemática: análise de livros didáticos do PNLD/2018 do 1º ano do ensino médio. In: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá, Anais do XIII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. Cuiabá: Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas – UNEMAT, 2019.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Seres Humanos-com-Internet ou Internet-com-Seres Humanos: uma troca de papéis? **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Cidade do México, v. 19, n. 2, p. 217-242, jul. 2016.

SOUTO, D. L. P. **Transformações Expansivas em um Curso de Educação Matemática a Distância Online**. 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, SP, 2013.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. *In*: WERTSCH, J. V. (Ed.). **The concept of activity in soviet psychology**. New York: M. E. Sharpe, 1981. p. 256-278.

TORRES, G. N. **Análise do Jornal São Paulo Faz Escola**, 2008. Disponível em: <https://gnunest.blogspot.com/2008/04/anlise-do-jornal-so-paulo-faz-escola.html>. Acesso em: 2 mar. 2023.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de Matemática que utilizam softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas**. 316 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2002.