

# Formalização em Epistemologia Genética e Digrafos

## *Digraphs and Formalization in Genetic Epistemology*

Ricardo Pereira Tassinari<sup>1</sup>

Departamento de Filosofia

Universidade Estadual Paulista (UNESP - Campus Marília/SP) - Brasil

ricardo@marilia.unesp.br

**Resumo:** Sendo uma das questões centrais da Epistemologia Genética o estudo da constituição dos conhecimentos e das estruturas a eles necessárias no sujeito epistêmico, isto é, no sujeito do conhecimento, seja do ponto de vista psicogenético, seja do ponto de vista histórico-crítico, um de seus temas principais é o da relação entre as estruturas epistêmico-psicológicas do sujeito epistêmico e as estruturas lógico-matemáticas abstratas. Em Epistemologia Genética, a formalização e a axiomatização das estruturas epistêmico-psicológicas constituem um dos principais métodos de se explicitar a correlação entre os dois tipos de estruturas, na medida em que a formalização de uma estrutura epistêmico-psicológica resulta em um sistema formal axiomático que também expressa uma estrutura abstrata lógico-matemática. Nesse contexto, é interessante notar que algumas estruturas epistêmico-psicológicas se mostraram resistentes à formalização e à axiomatização, como no caso das estruturas de Agrupamento do Período Operatório Concreto. Casos como esse nos levam a perguntar se, em Epistemologia e Psicologia Genéticas, existem métodos gerais de formalização condizentes com os resultados e pressupostos gerais dessas áreas, principalmente considerando que, segundo a Epistemologia Genética, a formalização é um processo e não um estado e, nesse sentido, tais métodos gerais devem ser consoantes à possibilidade de uma constituição contínua das estruturas epistêmico-psicológicas. Neste trabalho, apresentamos, a partir de conceitos gerais da Epistemologia e Psicologia Genéticas e das estruturas lógico-matemáticas de digrafos, algumas reflexões no sentido de propor um método geral de formalização condizente com os resultados e pressupostos gerais dessas áreas, inclusive com a possibilidade de constituição contínua das estruturas.

**Palavras-chave:** Epistemologia Genética. Sujeito Epistêmico. Formalização. Psicologia Genética. Agrupamento. Digrafos.

---

1 Este artigo corresponde, em parte, a alguns resultados presentes na Dissertação de Mestrado do autor, *Da Ação Sobre a Experiência Sensível à Estruturação Lógica do Real: Um Estudo da Forma da Construção do Agrupamento em Piaget*, realizada sob orientação da Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Zelia Ramozzi-Chiarottino e do Prof. Dr. César Ades, e defendida no Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, em outubro de 1998, com auxílio Bolsa CNPq, bem como corresponde, em parte, a resultados obtidos em Pesquisa de Pós-Doutorado nos *Archives Jean Piaget* da Universidade de Genebra, sob a supervisão da Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Silvia Parrat-Dayana, com apoio financeiro da FAPESP, à qual agradecemos fortemente.

**Abstract:** *One of the principal themes of genetic epistemology is the study of the psycho-genetic and historical-critical constitution of knowledge and its necessary structures. A main topic in this area is the relationship between abstract logical-mathematical structures and the epistemological-psychological structures of the epistemic subject. In genetic epistemology, formalizing and axiomatizing epistemological-psychological structures constitute one of the principal methods for showing the correlation between the two types of structures: the formalization of the epistemological-psychological structure results in an axiomatic formal system which also expresses the abstract logical-mathematical structure. In this context, it is interesting to note that some epistemological-psychological structures have been resistant to formalization and axiomatization, as in the case of the structure of concrete operational period groupings. Cases like these lead us to ask if there are general methods of formalizing that are consistent with the results and the general basis of genetic epistemology and genetic psychology, especially with regard to the claim that formalizing is a process, not a state, and that such general methods must therefore conform with the possibility of the continuous constitution of epistemological-psychological structures. In this paper we present some reflections, based on the general concepts of genetic epistemology and psychology and on the logical-mathematical structures of digraphs, on proposing a general method of formalization consistent with the results and the general basis of these two areas, including the possibility of the continuous constitution of epistemological-psychological structures.*

**Keywords:** *Genetic Epistemology. Epistemic Subject. Formalization. Genetic Psychology. Grouping. Digraphs.*

## 1. Introdução

Segundo Piaget, a questão central da Epistemologia Genética é

como aumentam os (e não o) conhecimentos? Por quais processos uma ciência passa de um conhecimento determinado, julgado depois insuficiente, a outro conhecimento determinado julgado depois superior pela consciência comum dos adeptos desta disciplina? (PIAGET, 1973a, p. 33).

Piaget ainda salienta:

Realmente, se todo conhecimento é sempre vir a ser e consiste em passar de um conhecimento menor para um estado mais completo e mais eficaz, é claro que se trata de conhecer esse vir a ser e de analisá-lo de maneira mais exata possível. (PIAGET, 1973a, p. 12).

E:

[...] como o problema é da lei do processo e como os estágios finais (isto é, atualmente finais) são tão importantes sob este aspecto quanto os primeiros conhecidos, o setor de desenvolvimento considerado pode permitir soluções pelo menos parciais, com a condição, porém,

de assegurar uma colaboração da análise histórico-crítica com a análise psicogenética. (PIAGET, 1973a, p. 13).

Sendo assim, podemos considerar que a questão central da Epistemologia Genética é a da constituição dos conhecimentos e das estruturas a eles necessárias, no sujeito epistêmico, isto é, no sujeito do conhecimento, seja do ponto de vista psicogenético, seja do ponto de vista histórico-crítico.

Dessa forma, um tema central, em Epistemologia Genética, é o da correlação entre as estruturas lógico-matemáticas abstratas e as estruturas epistêmico-psicológicas<sup>2</sup> do sujeito epistêmico.

Com efeito, por exemplo, as publicações da *Introduction à L'Épistémologie Génétique*, em 1950, e do *Traité de Logique: Essai de Logistique Opératoire*, em 1949, marcam o nascimento da Epistemologia Genética. A *Introduction à L'Épistémologie Génétique* é a primeira exposição pública e rigorosa de Piaget sobre as ideias e resultados de seu projeto de uma Epistemologia Genética, como se pode verificar por uma análise da bibliografia piagetiana e do Prefácio dessa mesma obra. O *Traité de Logique* visava a dar subsídios ao estudo da questão das estruturas lógicas necessárias ao sujeito epistêmico.

Em uma segunda edição, realizada com a ajuda do lógico suíço Jean-Blaise Grize, o *Traité de Logique* é publicado apenas com o título *Essai de Logique Opératoire*<sup>3</sup> e, na Introdução a essa segunda edição, Piaget escreve então que o problema que deu origem ao *Ensaio* foi

[...] o de compreender como se constituem as estruturas elementares de classes, de relações, de números, de proposições, etc., formalizadas com toda independência e autonomia pelo lógico e de procurar quais são suas relações com as “operações” do pensamento “natural”, muito mais pobre e não formalizado. (PIAGET, 1976, p. xv).

Assim, no *Ensaio*, Piaget efetua uma análise das principais estruturas lógico-operatórias do sujeito epistêmico e, em especial, dentre essas estruturas lógico-operatórias, introduz oito estruturas, consideradas elementares, denominadas estruturas de *agrupamento* – que surgem de forma gradativa, porém simultânea – e pelas quais o ser humano inicia sua estruturação lógica do Real. Dentre essas oito estruturas, quatro são relativas às classes, quatro às relações.

Porém, enfatiza Grize:

A estrutura de agrupamento, que Jean Piaget introduziu em 1941, revelou-se difícil de ser formalizada completamente. As tentativas feitas até hoje,

---

2 As aqui chamadas *estruturas epistêmico-psicológicas* são parte do que Piaget denomina *estruturas mentais*, que, segundo Ramozzi-Chiarottino (cf. e.g., 2010), são orgânicas (e não apenas, pois, epistêmico-psicológicas); não trataremos dessa questão aqui: usaremos os termos acima apenas para se diferenciar dois planos de análise (o das estruturas lógico-matemáticas abstratas e o das estruturas epistêmico-psicológicas concretas) que a questão da formalização e da axiomatização dessas estruturas coloca.

3 Passaremos a nos referir a essa obra apenas por *Ensaio*. Nossas citações, a partir daqui, se referirão à tradução brasileira desse livro.

são ainda pouco satisfatórias, no sentido de que todas comprometem, de uma maneira ou de outra, o pensamento de Piaget. (PIAGET, 1976, Nota de Rodapé nº 6).

E, como escreve o próprio Piaget, na Introdução:

Resta, entretanto, neste caso, resolver o problema ainda não esclarecido da formalização das etapas intermediárias, pois, se é possível axiomatizar as grandes estruturas acabadas, tais como as de grupos ou de redes, etc., a pergunta permanece aberta no que concerne às etapas anteriores, por exemplo, à estrutura de “agrupamento”. (PIAGET, 1976, p. xvi).

Ora, como, em Epistemologia Genética, a formalização e a axiomatização das estruturas epistêmico-psicológicas constituem um dos principais métodos de se explicitar a correlação entre os dois tipos de estrutura, na medida em que a formalização de uma estrutura epistêmico-psicológica resulta em um sistema formal axiomático o qual também expressa uma estrutura abstrata lógico-matemática. Em decorrência, é interessante notar que algumas estruturas epistêmico-psicológicas se mostraram resistentes à formalização e à axiomatização, como no caso das estruturas de Agrupamento do Período Operatório Concreto.

Essa situação nos leva à questão de se, sempre, é possível a formalização e a axiomatização dessas estruturas epistêmico-psicológicas e igualmente à questão sobre a existência de métodos gerais de formalização em Epistemologia e Psicologia Genéticas, condizentes com os resultados e pressupostos gerais dessas áreas, sobretudo, tendo-se em vista que, segundo a Epistemologia Genética, a formalização é um processo e não um estado e, nesse sentido, tal método geral deve ser consoante à possibilidade de uma construção contínua de estruturas.

Fruto de reflexões a respeito da noção de agrupamento, em especial as expressas por Tassinari (1998; 2011), apresentamos aqui, a partir de conceitos gerais da Epistemologia Genética e da Psicologia Genética (ação, esquema de ação, sistema de esquemas de ação e operação) e das estruturas matemáticas de digrafos, algumas reflexões no sentido de propor um método geral de formalização condizente com os resultados e pressupostos gerais dessas áreas.

Podemos ressaltar que o espírito deste artigo é aquele expresso, de forma geral, nas palavras de Piaget, em 1942, no início de *Classes, Relations et Nombres*:

Por que a Logística, cuja técnica dedutiva adquiriu uma precisão rigorosa, e a Psicologia da Inteligência, cujos métodos se adequam às regras da objetividade experimental, não colaboram à maneira da Matemática e da Física? Seguramente, a inteligência tem uma história, e não saberíamos deduzir as leis de um desenvolvimento histórico. Mas podemos calcular os estados de equilíbrio do pensamento e recorrer a estes estados para analisar as regulações ou as oscilações da vida mental, o que conduziria a compreender como a evolução se orienta a um equilíbrio final. Por que então a Logística não é utilizada pelos psicólogos como instrumento de cálculo ou de dedução, e porque os logísticos não se interessam pela Psicologia para buscar a oportunidade de novos problemas operatórios? (PIAGET, 1942, p. 1).

## 2. Um Método de Formalização em Epistemologia Genética

Por toda sua obra, quando Piaget trata da formalização, ele insiste que ela é um processo e não apenas um estado, processo que se elabora segundo níveis e que se inicia com as ações sensório-motoras do sujeito do conhecimento. Em especial, Piaget sustenta:

A idéia central [do *Ensaio de Lógica Operatória*] é a de que a formalização não é um estado, mas um processo, e que ela se apoia, conseqüentemente, em estruturas que se elaboram segundo níveis. (PIAGET, 1976, p. xvii).

Ou ainda:

O típico de uma teoria lógica, em outras palavras, é constituir uma formalização progressiva, mas sem poder antecipar a conclusão, pela simples razão que o conjunto das operações dedutivas permanece aberto por cima e por baixo. A formalização não termina por cima, já que não existe (ou ainda não existe) lógica geral; ela é *a fortiori* incompleta por baixo, já que as operações elementares originam-se de ações psicológicas exercidas sobre os objetos concretos, e que se deve cortar, pela raiz, a “forma” de seu “conteúdo” vivo e diverso. (PIAGET, 1976, p. 21).

Conservando o mesmo espírito, procuraremos esboçar aqui um *método* de formalização compatível com os resultados e os fundamentos da Epistemologia Genética, em especial, com essa elaboração conforme níveis que começa, como mencionado na citação anterior, com as “ações psicológicas exercidas sobre os objetos concretos”.

Em termos mais técnicos, relativos à formalização, podemos afirmar que vamos introduzir, no decorrer deste texto, uma parte sintática, ou seja, relativa aos signos lógico-matemáticos e a seus sistemas, a qual usaremos para explicitar as estruturas lógico-matemáticas em questão, com base na parte semântica, quer dizer, nos elementos e nas noções presentes, segundo a Psicologia Genética e Epistemologia Genética, nas estruturas epistêmico-psicológicas do sujeito epistêmico.

## 3. As Ações

Inicialmente, por conseguinte, vamos considerar que um dos princípios mais básicos da Epistemologia Genética é que os sistemas de ações fazem parte integrante (portanto, condição necessária) das estruturas do conhecimento, seja de ações exteriores, seja, nos níveis superiores, de ações interiorizadas como operações. Com efeito, em *Biologia e Conhecimento*, Piaget enfatiza:

Conhecer não consiste, com efeito, em copiar o real mas em agir sobre ele e transformá-lo (na aparência ou na realidade), de maneira a compreendê-lo em função dos sistemas de transformação aos quais estão ligadas estas ações.

[...] Ora, [quanto aos fenômenos estudados na Física,] a matemática os deduz por meio de operações e de transformações (“grupos”, “redes”, etc.) que são ainda ações, mas executadas mentalmente. [...]

[...] [Quanto à Lógica] Consiste, ela também em um sistema de operações (classificar, seriar, pôr em correspondência, utilizar uma combinatória ou “grupo de transformações”, etc.) e a origem destas operações deve ser procurada, muito aquém da linguagem, nas coordenadas gerais da ação.

Ora, se todo conhecimento, em todos os níveis, está assim ligado à ação, compreende-se o papel da assimilação. [...]

Dizer que todo conhecimento supõe uma assimilação e consiste em conferir significações vem a ser, pois, afinal das contas, afirmar que conhecer um objeto implica incorporá-lo a esquemas de ação, e isto é verdade desde as condutas sensório-motoras elementares até às operações lógico-matemáticas superiores. (PIAGET, 1973b, p. 15-17).

O método de formalização aqui proposto nos leva, pois, a usar de signos para representar diretamente os componentes relativos às ações e seus sistemas, construindo uma representação dos sistemas de ações do sujeito epistêmico (que servirá também, como veremos, para tratar dos sistemas de operações do sujeito epistêmico).

Nesse sentido, podemos dizer que um sujeito  $S$  executa uma ação  $a$  e modifica uma situação de um estado  $b$  para um estado  $c$ .

Podemos então ver a ação de pelo menos duas formas:

(1) como associada a um par ordenado  $(b, c)$ ;

(2) como uma operação (no sentido matemático do termo) parcial  $a$  que se aplica somente ao elemento  $b$  e resulta o elemento  $c$ .

Comecemos nossa análise a partir desse segundo aspecto.

#### 4. A Ação Como uma Operação Parcial

Em geral, a noção de operação, em álgebra, pressupõe que ela esteja definida para todos os elementos do domínio considerado. Por exemplo, no conjunto dos números naturais  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ , podemos considerar a operação *sucessor*  $s$  tal que  $s(0)=1$ ,  $s(1)=2$ ,  $s(3)=4$ , etc.; nesse caso, a operação  $s$  está definida para todo o domínio considerado, que é conjunto dos números naturais. Mas é possível considerar funções que não estão definidas para todo o domínio. Por exemplo, no caso dos números reais ou dos números racionais, a operação de divisão usual  $x/y$  não está definida para o caso em que  $y=0$ , pois não tem sentido, nesses conjuntos, dividir qualquer um de seus elementos por zero.

No nosso caso, temos que a ação  $a$  define uma operação parcial no conjunto dos estados das situações; mais exatamente, a operação parcial  $a$  está definida apenas para um único elemento, o estado  $b$ , e, aplicada a esse estado  $b$ , resulta no estado  $c$ ; nesse caso, podemos escrever, pois,  $a(b) = c$ . Sistematizando o que foi explicitado, estabelecemos a seguinte notação.

**Notação.** Se o sujeito  $S$  executa uma ação  $a$  que modifica uma situação de um estado  $b$  para uma situação de estado  $c$ , escrevemos  $a(b) = c$ , supondo ser  $a$  uma operação parcial definida apenas para o elemento  $b$  e que resulta no estado  $c$ .

Como veremos, a consideração da ação como uma operação parcial nos permite estudar o aspecto algébrico dos sistemas de ações. Mas antes, voltemos à questão da ação como par de estados de situações.

## 5. As Ações Como Pares de Estados e os Esquemas de Ação

Como vimos, no final da Seção 3, a uma ação  $a$ , que modifica uma situação de um estado  $b$  para uma de estado  $c$ , está associado um par ordenado de estados  $(b, c)$ . Observaremos, nesta seção, como essa forma de ver as ações nos permite relacionar os pares de estados a uma outra noção central que permeia toda a Psicologia Genética e a Epistemologia Genética: a noção de esquema de uma ação.

Uma ação  $a$ , do ponto de vista da Psicologia Genética e da Epistemologia Genética, ocorre em um tempo bem determinado, tem um início e um fim no tempo (cf. APOSTEL; MAYS; MORF; PIAGET, 1957, p. 44). Por outro lado, existe algo de generalizável em uma ação, o que, justamente, caracteriza o esquema dessa ação. A seguir, apresentamos várias citações, em diversas obras, que introduzem a noção de esquema de ação.

Em *Épistémologie Mathématique et Psychologie: Essai sur les Relations entre la Logique Formelle et la Pensée Réelle* (BETH; PIAGET, 1961, p.251), Piaget define o *esquema de uma ação* como “[...] o conjunto das qualidades gerais destas ações, quer dizer, daquilo que permite repetir a mesma ação ou de aplicá-la a novos conteúdos”.

Em *Biologia e Conhecimento*: ensaio sobre as relações entre as regulações orgânicas e os processos cognoscitivos, encontramos:

As ações, com efeito, não se sucedem ao acaso, mas se repetem e se aplicam de maneira semelhante a situações comparáveis. Mais precisamente, reproduzem-se tais quais se aos mesmos interesses correspondem situações análogas, mas se diferenciam ou se combinam de maneira nova se as necessidades e as situações mudam. Chamaremos *esquemas* de ações o que, numa ação, é assim transponível, generalizável ou diferenciável de uma situação à seguinte, ou seja, o que há de comum nas diversas repetições ou aplicação da mesma ação. (PIAGET, 1973b, p. 16).

Em *Psicologia da Criança*, temos:

Um esquema é a estrutura ou a organização das ações, as quais se transferem ou generalizam no momento da repetição da ação, em circunstância semelhantes ou análogas. (PIAGET; INHELDER, 1986, p. 15).

Em *Les Liaisons Analytiques et Synthétiques dans le Comportements du Sujet*, encontramos uma definição mais precisa de esquema (mais diretamente relacionada à aplicação do método de formalização aqui introduzido) e que é analisada no Apêndice deste trabalho. Por enquanto, citamos dessa obra, quanto ao esquema de ação e a lógica da ação:

A tudo o que interessa a lógica da ação, o importante é o que, em cada ação, é transponível ou generalizável, quer dizer seu ou seus esquemas. (APOSTEL; MAYS; MORF; PIAGET, 1957, p. 45-46).

Seguindo o método de formalização aqui proposto, designemos por uma letra maiúscula latina em itálico, como por exemplo “*A*”, um esquema de ações, ou seja,

A designa o conjunto das qualidades gerais da ação  $a$  que permite repetir a forma da ação  $a$  em novas ações  $a'$ ,  $a''$  etc. aplicando essa forma a novos conteúdos.

Por exemplo, podemos considerar que as diversas ações de deslocamentos  $a$ ,  $a'$ ,  $a''$  etc. que o sujeito realiza sobre objetos tem o mesmo *esquema deslocamento*  $A$ . Isso quer dizer que o (esquema de) deslocamento é o que caracteriza essas ações e que o sujeito, na medida em que o sujeito tem o esquema de deslocamento, é capaz de realizar ações de deslocamento.

É então importante salientar a diferença entre situações inicial e final de uma ação e os estados das situações inicial e final de uma ação. Vimos que a uma ação  $a$ , que modifica uma situação de um estado  $b$  para uma de estado  $c$ , está associado um par ordenado de estados  $(b, c)$ . Notemos, ainda, que um par ordenado de estados pode estar associado a mais de uma ação. Por exemplo, considerem-se os deslocamentos  $a$ ,  $a'$ ,  $a''$  etc. os quais levam objetos de determinada área, estado  $b$ , a uma outra, estado  $c$ ; nesse caso, todos os deslocamentos  $a$ ,  $a'$ ,  $a''$  etc. estão relacionados ao par ordenado de estados  $(b, c)$ . Assim, apesar de existirem diferentes situações iniciais (e finais), uma para cada uma das ações de deslocamento  $a$ ,  $a'$ ,  $a''$  etc., todas têm o mesmo estado inicial  $b$  (e o mesmo estado final  $c$ ).

Isso significa que se, por um lado, como verificamos acima, uma ação ocorre em um tempo bem determinado, tem um início e um fim no tempo, tem uma situação inicial antes dela e uma situação final depois dela, por outro lado, os estados das situações são relativos ao que o sujeito consegue realizar sobre essas situações, ou seja, ao sistema de esquemas de ação do sujeito como um todo, ao conjunto de ações que esse sujeito pode ou não aplicar às situações. Nesse sentido, o estado de uma situação para o sujeito deve então ser determinado a partir dos esquemas de ação que compõem o sistema de esquemas de ação do sujeito, aos esquemas de ação que são ou não aplicáveis à situação (cf. a esse respeito as definições de significações de uma ação e de um objeto em uma situação, do ponto de vista de um sujeito, segundo APOSTEL; MAYS; MORF; PIAGET, 1957, p. 48-51). De um ponto de vista prático da aplicação do método de formalização aqui proposto, vamos levar em conta apenas alguns dos esquemas de ação do sujeito e, com base nisso, considerar os pares de estados  $(x, y)$  relativos às ações com esses esquemas, para depois estabelecer os conjunto de estados a ser considerados.

Por exemplo, observem-se os deslocamentos que levam objetos de determinada área, estado  $b$ , a uma outra, estado  $c$ , e os deslocamentos que retornam o objeto dessa última área, estado  $c$ , à primeira área, estado  $b$ . Nesse caso, estamos apenas considerando o esquema deslocamento  $A$  (notemos que todas essas ações são deslocamentos e assim têm esquema  $A$ ) e dois estados de situação  $b$  e  $c$ .

Percebe-se, por conseguinte, que cada esquema de ação  $A$  determina um conjunto de pares ordenados de estados. Por exemplo, no exemplo acima, o esquema deslocamento  $A$  determina o conjunto  $\{(b, c), (c, b)\}$  de pares de estados. Assim, introduzimos a seguinte definição.

**Definição.** Dizemos que o par ordenado de estados  $(b, c)$  pertence ao conjunto de pares de estados determinado pelo esquema  $A$  se existe uma ação  $a$  de esquema  $A$  tal que  $b$  é o estado inicial de  $a$  e  $c$  é o estado final de  $a$ .

No que concerne aos conjuntos de pares ordenados, temos que, em geral, nos manuais de Lógica e de Matemática, uma relação binária (isto é, uma relação que relaciona dois elementos) é vista como um conjunto de pares ordenados. Desse

modo, por exemplo, a relação *menor que*, representada pela signo “<”, no Conjunto dos Números Naturais, pode ser vista como o conjunto  $\{(0,1), (0,2), (1,2), (0,3), (1,3), (2,3), (0,4), \dots\}$  de tal forma que  $x < y$  se e somente se  $(x,y)$  está nesse conjunto. Por isso, vamos adotar aqui, como veremos adiante, a mesma forma de notação usada para representar as relações a fim de representar os esquemas.

Notemos, entretanto, que essa identificação da relação como um conjunto de pares ordenados visa apenas à utilização da notação, pois, segundo a Epistemologia Genética, a identificação direta da relação com o conjunto de pares ordenados desconsidera a distinção entre extensão e compreensão tão importante à análise lógica conceitualmente rigorosa.

Ressalta Piaget:

A lógica tradicional, que não distinguia as classes e as relações, mas as reunia sob o termo indiferenciado de “conceitos”, opunha, por outro lado, cuidadosamente uma à outra, a extensão e a compreensão: a extensão é, por definição, o conjunto dos indivíduos aos quais se aplica (justamente) o conceito, enquanto a compreensão é o conjunto dos atributos que possuem em comum esses indivíduos.

[...] pode-se admitir que a classe seja constituída por sua própria “extensão”, enquanto a “compreensão” correspondente consiste em relações. (PIAGET, 1976, p. 50).

Assim, do ponto de vista de Epistemologia Genética, um esquema  $A$  constitui uma compreensão e não diretamente uma extensão; logo, ele não é o conjunto dos pares ordenados, mas *determina* um conjunto de pares ordenados. Com efeito, Piaget define:

A extensão de uma ação é o conjunto de objetos sobre os quais ela concerne. [...] A extensão de um esquema é a união das extensões das ações das quais ele é o esquema. A compreensão de um esquema é esse próprio esquema. (APOSTEL; MAYS; MORF; PIAGET, 1957, p.48).

Tendo em conta tais distinções, podemos escrever, como usualmente se faz com as relações nos manuais de Lógica e Matemática,  $bAc$ ,  $cAb$  etc, para indicar que os elementos  $b$  e  $c$ ,  $c$  e  $b$  etc., estão em relação, segundo o esquema  $A$ . Sistematizando o que foi exposto, podemos fixar então a seguinte notação.

**Notação.** Seja  $A$  um esquema de um sujeito  $S$ , escrevemos  $xAy$  para representar que existe uma ação  $a$  de  $S$  com esquema  $A$  que modifica uma situação de estado  $x$  para uma de estado  $y$ .

Vamos também usar os termos, usuais nos manuais de Lógica e de Matemática, que designam as propriedades das relações, como *transitiva* e *simétrica*, para indicar as características formais dos esquemas, como nas definições abaixo.

**Definição.** Dado um esquema de ação  $A$ , dizemos que  $A$  é *transitivo* se, para todos os estados  $x$ ,  $y$  e  $z$  das ações com esquema  $A$ , temos que, se  $xAy$  e  $yAz$ , então  $xAz$ . (ou seja, se a ação com o par  $(x,y)$  de estados inicial e final tem esquema  $A$  e se a ação com o par  $(y,z)$  de estados inicial e final tem esquema  $A$ , então a ação com o par  $(x,z)$  de estados inicial e final tem esquema  $A$ ).

**Definição.** Dado um esquema de ação  $A$ , dizemos que  $A$  é *simétrico* se, para todos os estados  $x$  e  $y$  das ações com esquema  $A$ , temos que, se  $xAy$ , então  $yAx$  (ou seja, se a ação com o par  $(x,y)$  de estados inicial e final tem esquema  $A$ , então a ação com o par  $(x,z)$  de estados inicial e final tem esquema  $A$ ).

Notemos, por fim, que, do ponto de vista experimental, existe um procedimento cuidadoso, denominado *método clínico*, para se determinar a existência de um esquema de ação  $A$  de um sujeito  $S$  e para estabelecer seus limites, seja em extensão, seja em compreensão, buscando não atribuir a  $S$  uma capacidade que ultrapasse seu nível atual (cf. PIAGET, 2005, Introdução). Não discutiremos aqui tal método, por ultrapassar os objetivos deste trabalho.

## 6. Esquemas de Ação e Digrafos

Temos, assim, uma primeira estrutura lógico-matemática, a qual pode ser diretamente correlacionada aos esquemas de ação: os digrafos.

**Definição.** Um *digrafo*  $D$  é constituído por um conjunto  $V_D$  de elementos quaisquer, chamados de *vértices de  $D$* , e um conjunto  $A_D$  de pares ordenados de  $V_D$ , chamados de *setas (ou arestas) de  $D$* .

Lembremos que *grosso modo* podemos representar um digrafo por meio de um desenho, no qual os vértices correspondem a pontos e as arestas correspondem a setas que ligam pontos entre si, como na Figura 1 abaixo.

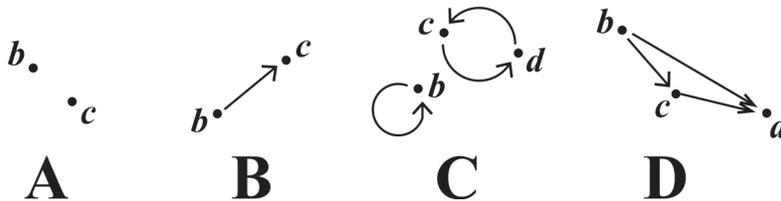


Figura 1 – Exemplos de Digrafos: O Digrafo A tem dois vértices (b e c) e nenhuma seta; o Digrafo B tem dois vértices (b e c) e uma seta (b, c), o Digrafo C tem três vértices (b, c e d) e três setas ((b, b), (c,d) e (d,c)) e o Digrafo D tem também três vértices (b, c e d) e três setas ((b,c), (c, d) e (b, d)).

**Proposição.** Todo esquema de ação  $A$  constitui um digrafo  $D$ , no qual cada ação com esquema  $A$  que modifica uma situação de um estado  $x$  para uma de estado  $y$  está associada a uma seta  $(x, y)$  de  $D$  e cada estado de situação (como os elementos  $x$  e  $y$ ) que  $A$  relaciona é um vértice de  $D$ ; mais precisamente:  $(x, y)$  é uma seta de  $D$  e  $x$  e  $y$  são vértices de  $D$  se, e somente se,  $xAy$ .

Vamos considerar que, em um digrafo associado a um esquema de ação, todo vértice de um digrafo está determinado em relação às setas do digrafo. Assim, em um digrafo de um esquema de ação, não existe vértice isolado, isto é, um vértice do qual não parta ou chegue uma seta. Logo, o Digrafo A da Figura 1 não é um digrafo de um esquema, já que possui vértices isolados.

Podemos sistematizar o que foi explicitado com a definição e a proposição seguintes.

**Definição.** Um *digrafo-P* é um digrafo que não tem vértices isolados, ou seja, para todo vértice  $x$ , existe uma seta  $(x, y)$  ou existe uma seta  $(y, x)$ .

**Proposição.** Todo digrafo de um esquema de ação é um digrafo-P.

Notemos que usamos o termo “digrafo-P”, com a letra P (de “ponto”) logo após o termo “digrafo”, como abreviação da locução “pontos não-isolados”, levando em conta os vértices como pontos.

Os Digrafos B, C e D da Figura 1 são digrafos-P e apenas o Digrafo A não o é.

Observemos ainda que o recurso de se desenhar um digrafo, como escrito logo acima, é útil como uma representação pictórica da análise psicológica e epistemológica das estruturas de ação e operação do sujeito.

Pensamos então que a estrutura de digrafo associada aos esquemas de ação do sujeito  $\mathcal{S}$  constitui uma das formas mais gerais de descrição dos esquemas de ação em termos de estruturas matemáticas, que ainda mantém os resultados, noções e pressupostos gerais da Epistemologia Genética.

Por fim, cabe destacar que uma outra noção central e que permeia toda a Psicologia Genética e a Epistemologia Genética é a noção de *sistema de esquemas de ação*. Nesse caso, considera-se não apenas um esquema de ação, mas um sistema de esquemas de ação, quer dizer, um conjunto de esquemas de ação e as relações que eles estabelecem entre si e entre suas ações. Nesse sentido, pensamos que a estrutura mais adequada à descrição de um sistema de esquemas é aquela chamada de *digrafos com setas coloridas*. Essa estrutura é assim denominada porque cada cor de seta indica uma classe de seta, ou seja, um digrafo de setas coloridas é simplesmente um digrafo no qual existe uma classificação das setas. No nosso caso, a cada classe (“cor”) de seta corresponderia um esquema do sistema de esquemas de ação e, assim, as setas do digrafo seriam classificadas segundo os esquemas de ação a que se correlacionam.

Entretanto, como estamos interessados na capacidade operatória do sujeito epistêmico, nas possibilidades de ações e de operações que o sujeito é capaz de realizar, entendemos aqui que o sistema de esquemas constitui apenas um único esquema, e estudaremos as propriedades deste esquema. Notemos que essa posição está de acordo com as análises em Psicologia Genética e Epistemologia Genética, conforme escrito em *Les Liaisons Analytiques et Synthétiques dans le Comportements du Sujet*:

Deve-se ainda considerar como constituindo os esquemas: (1) a interseção de esquemas, (2) a união dos esquemas e (3) a estrutura de conjunto dos esquemas. Mas esses três tipos de esquemas compostos somente existem naturalmente à título de esquemas se eles são elaborados e utilizados pelo próprio sujeito e não apenas pelo próprio observador. É conveniente a este respeito não cair no que se chama de sofisma do psicólogo, quer dizer, a atribuição ao sujeito de uma estrutura que ultrapassa seu nível e é relativa ao aquele [nível] do observador. (APOSTEL; MAYS; MORF; PIAGET, 1957, p. 47).

Logo, dado um sistema  $\Sigma$  de esquemas de ação de um sujeito  $\mathcal{S}$ , considerá-lo-emos como um único esquema  $A$  de  $\mathcal{S}$  que é a união dos esquemas de  $\Sigma$ ; ou, mais

precisamente: uma ação  $a$  tem o esquema  $A$  se, e somente se, existe um esquema  $Q$  em  $\Sigma$  e a ação  $a$  tem esquema  $Q$ .

## 7. Digrafos e Operações: Os Aspectos Operativos e Figurativos do Conhecimento

Como vimos na seção anterior, podemos usar as estruturas de digrafos dos esquemas de ação para estudar o sistema de esquemas de ação do sujeito epistêmico. Na Psicologia Genética e na Epistemologia Genética, as operações são tomadas como ações interiorizadas, de sorte que temos que as estruturas de digrafos podem também ser usadas para estudar o sistema de esquemas de operações do sujeito epistêmico.

Com efeito, em *Logique et Équilibre*, Piaget define:

Df. Nós chamaremos de interiorizada uma ação executada em pensamento sobre os objetos simbólicos (ver mais abaixo), seja por representação de seu possível desenrolamento e de sua aplicação aos objetos reais evocados por imagens mentais (é então a imagem que tem o papel de símbolo), seja por aplicação direta aos sistema simbólicos (signo verbal, etc.). Df. Nós chamaremos de operação às ações interiorizadas ou interiorizáveis, reversíveis e coordenadas em estruturas totais (ver a definição da estrutura §2). (PIAGET, 1957, p. 44-45).

Em decorrência, na medida em que as operações são ações (interiorizadas), podemos então empregar os digrafos na análise do sistema de operações, o que implica utilizá-los nos diversos períodos do desenvolvimento nas quais as operações ocorrem.

Com efeito, a análise por digrafos considera uma dicotomia entre os vértices, os quais representam “estados”, enquanto as setas representam “transformações” em termos de ações e operações. Ora, podemos encontrar nas análises feitas em Epistemologia e Psicologia Genéticas uma dicotomia análoga: aquela entre o “aspecto figurativo” e o “aspecto operativo” do conhecimento.

Segundo Piaget, o *aspecto operativo*

[...] caracteriza as formas de conhecimento que consistem em modificar o objeto ou o acontecimento que se quer conhecer, de maneira a atingir as transformações como tais e seus resultados, e não mais apenas as configurações estáticas que correspondem aos “estados” reunidos por essas transformações. Tais são: (a) as ações sensório-motoras (excetuada a imitação), únicos instrumentos da inteligência sensório-motora que se organiza antes da linguagem; (b) as ações interiorizadas que prolongam as precedentes a partir de um nível ainda pré-operatório (2 a 7 anos na criança); e (c) as operações propriamente ditas da inteligência, ou ações interiorizadas, reversíveis, e que se coordenam em estruturas de conjuntos e transformações. (PIAGET; INHELDER, 1969, p. 73).

Já o *aspecto figurativo*

[...] caracteriza as formas de cognição que, do ponto de vista do sujeito, aparecem como “cópias” do real, embora, do ponto de vista objetivo,

só forneçam dos objetos e dos acontecimentos uma correspondência aproximativa. Mas essa correspondência se liga efetivamente aos aspectos figurais da realidade, isto é, às configurações como tais. Podemos distinguir três variedades fundamentais de conhecimentos figurativos: a percepção que funciona exclusivamente em presença do objeto e por intermédio de um campo sensorial; a imitação em sentido amplo (imitação gestual, fônica, imitação gráfico ou desenho, etc.) que funciona em presença ou na ausência do objeto, mas por reprodução motora efetiva ou manifesta; e a imagem mental, que só funciona na ausência do objeto e por reprodução interiorizada. (PIAGET; INHELDER, 1969, p. 73).

Assim, a dicotomia vértices-setas do digrafo (relacionada à dicotomia estados-transformações) está diretamente ligada à dicotomia figurativo-operativo dos aspectos do conhecimento:

Ora, os aspectos figurativos do conhecimento incidem sobretudo sobre os “estados” da realidade, ainda que se possam perceber, imitar ou imaginar transformações, mas prestando-lhe então um caráter figural, direto (*gestalt* de movimentos, etc.) ou simbólico (imagens de transformações). Os aspectos operativos incidem por seu lado sobretudo nas transformações, ainda que se possa caracterizar operatoriamente um estado, como resultado das transformações anteriores, ponto de partida das transformações ulteriores ou situações de transformações nulas ou compensadas. (PIAGET; INHELDER, 1977, p. 30).

Verificamos, assim, que podemos usar as estruturas aqui introduzidas (e seus resultados formais) para estudar os sistemas de esquemas de ação e de operação (como um todo) do sujeito epistêmico, em seus diversos níveis e passagens de níveis. Em especial, um estudo desse tipo foi feito por Tassinari (1998 e 2011), para o Período Operatório Concreto.

### **8. Digrafos e o Estudo do Sistemas de Esquemas de Ação e de Operação**

Indiquemos então, nesta penúltima seção, a aplicação da noção de digrafo em estudos dos períodos de desenvolvimentos da estrutura mental do sujeito epistêmico.

No Período Sensório-Motor, essas estruturas permitem estudar o sistema de esquemas das ações exteriores do sujeito (que não, necessariamente pressupõe a representação, pois, como nos ressalta Piaget (1973b, p. 16), “[a] inteligência sensório-motora consiste em coordenar diretamente ações, sem passar pela representação ou pelo pensamento”). Pode-se, por conseguinte, mostrar uma correlação direta delas com os sistemas de esquemas de ações sensório-motoras e, em especial, com as estruturas de Grupo Prático de Deslocamento e com a Permanência do Objeto (cf. PIAGET, 1996, e, especialmente, PIAGET; INHELDER, 1986, p. 21), ou mesmo com a Lógica das Ações (cf. PIAGET, 1974, e PIAGET; INHELDER, 1986, Cap. I, Seção II), o que pretendemos fazer em trabalhos futuros.

No Período Operatório Concreto, Tassinari (1998 e 2011) mostra como o surgimento do Período Operatório Concreto se dá pela possibilidade de operar sobre símbolos, como definidos pela Psicologia e Epistemologia Genéticas (cf. PIAGET,

1978, e INHELDER; PIAGET, 1986, Cap. III, Seção I). Além disso, pensamos que as estruturas aqui introduzidas possibilitam estudar mais detalhadamente as noções de conservações e suas gêneses, bem como as operações concretas de classificação e seriação e suas gêneses (cf. PIAGET; SZEMINSKA, 1975; PIAGET; INHELDER, 1975; INHELDER; PIAGET, 1983). Parte do estudo da relação dessas estruturas com a classificação e seriação foi feita por Tassinari (1998).

Notemos então que o recurso de se desenhar um digrafo, como descrito na Seção 6, é um instrumento didaticamente útil na representação da análise das estruturas de ação e, principalmente, nas estruturas de operação do sujeito epistêmico, já que permitem representar graficamente operações interiorizadas (e, portanto, não observáveis diretamente). Em particular, as imagens mentais sobre as quais o sujeito epistêmico opera, desde o Período Operatório Concreto, podem ser representadas por desenhos ou imagens gráficas, como feito por Tassinari (2011), de forma que temos um digrafo cujos vértices são desenhos que representam imagens mentais, e o próprio digrafo representa, pois, um sistema de operações sobre imagens mentais.

Por fim, no Período Formal ou Hipotético-Dedutivo, como explicita o próprio nome do período, o sujeito passa a ser capaz de operar sobre hipóteses em geral (diferentemente do período anterior, no qual ele operava sobre situações concretas) e realizar, por exemplo, deduções; mais ainda, o sujeito epistêmico pode realizar operações sobre operações concretas, ou seja, realizar operações de segundo nível (ou mais exatamente, de vários níveis) como, por exemplo, a combinatória dos elementos em um conjunto (construindo, por exemplo, o conjunto das partes) (cf. INHELDER; PIAGET, 1976 e 1986, Cap. V). O fato de ser denominada do Período Formal explicita essa característica de operar sobre a forma, em seus infinitos níveis, por oposição a operações apenas sobre os conteúdos concretos. Acreditamos, portanto, poder usar as estruturas aqui introduzidas para estudar o sistema de operações intelectuais em geral do sujeito epistêmico (pois, nesse período, o sujeito já possui a capacidade de compreender as diversas estruturas matemáticas) e que esses sistemas de operações podem ser entendidos como sistemas de esquemas de operações sobre signos (em oposição ao período anterior, no qual o sujeito era capaz de operar sobre símbolos), o que buscaremos desenvolver em trabalhos posteriores.

## 9. Conclusão

Resumidamente, podemos concluir o que foi apresentado neste trabalho.

Foi introduzido um método de formalização compatível com os resultados e os fundamentos da Epistemologia Genética, em especial, que considera a formalização como um processo que se elabora segundo níveis e que se inicia com as ações sensorio-motoras do sujeito epistêmico.

Desse método resultou a proposta das estruturas de digrafos como descrição, em termos de estruturas matemáticas, dos esquemas de ação do sujeito epistêmico, parte integrante de suas estruturas epistêmico-psicológicas.

As estruturas de digrafo aqui introduzidas constituem estruturas lógico-matemáticas, no sentido estrito, como as estruturas de grupo, rede, álgebra de Boole, álgebra de relações etc., isto é, que podem ser caracterizadas por um conjunto de

propriedades formais ou, ainda, que podem ser expressas formalmente em um sistema axiomático.

Foram estudadas propriedades formais das estruturas de digrafos de esquemas de ação, mostrando especialmente que, nesse caso, os digrafos não têm vértices isolados (digrafos-P).

Em acréscimo, foi indicado como empregar as estruturas aqui introduzidas para o estudo dos sistemas de esquemas de ações e operações do sujeito epistêmico, desde o seu nível mais elementar, no Período Sensorio-Motor, até seu nível mais abstrato, o Período Formal ou Hipotético-Dedutivo, no qual o sujeito epistêmico se torna capaz de fazer Ciência e, sobretudo, Matemática.

## 10. Apêndice. O esquema como classe de equivalência

Neste apêndice, desenvolvemos a noção de esquema de ação como uma classe de equivalência entre ações, tal como definida em Apostel, Mays, Morf e Piaget (1957).

**Definição.** Sejam  $a'$  e  $a''$  ações de um sujeito  $S$  e seja  $A$  um esquema de  $S$ . Escrevemos  $a' \sim_A a''$  para representar que ambas ações  $a'$  e  $a''$  têm o mesmo esquema  $A$ .

Notemos então que a definição acima implica que para todas as ações  $a'$  e  $a''$ ; se  $a' \sim_A a''$ , ou seja,  $a'$  e  $a''$  têm o mesmo esquema  $A$ , então  $a'' \sim_A a'$ . Logo, a relação  $\sim_A$  é uma relação simétrica.

Temos também que, para quaisquer ações  $a'$ ,  $a''$  e  $a'''$ , temos que: se  $a' \sim_A a''$ , (ou seja,  $a'$  e  $a''$  têm o mesmo esquema  $A$ ) e  $a'' \sim_A a'''$  (ou seja,  $a''$  e  $a'''$  têm o mesmo esquema  $A$ ), então  $a' \sim_A a'''$ , (ou seja,  $a'$  e  $a'''$  têm o mesmo esquema  $A$ ). Logo, a relação  $\sim_A$  é uma relação transitiva.

Por fim, considerando apenas o conjunto  $E_A$  das ações que tem esquema  $A$ , temos que para toda ação  $a$  em  $E_A$ ,  $a \sim_A a$ . Logo, temos que a relação  $\sim_A$  é uma relação reflexiva no conjunto  $E_A$ .

Assim, como uma relação reflexiva, simétrica e transitiva é, por definição, uma relação de equivalência, temos então a proposição abaixo.

**Proposição.** A relação  $\sim_A$  é uma relação de equivalência em  $E_A$ .

Podemos ver como essa proposição está de acordo com a definição de esquema adotado em *Les Liaisons Analytiques et Synthétiques dans le Comportements du Sujet*, cujo texto reproduzimos abaixo:

Consideremos então o conjunto de ações observadas em um sujeito durante um período limitado de seu desenvolvimento. Estabelecamos, de outra parte, as classes de equivalência, cada vez extensas, entre essas ações, duas ações sendo ditas equivalentes quando o sujeito estabelece as mesmas relações entre os mesmos objetos ou entre objetos cada vez mais diferentes (compreendidos aí as relações entre esses objetos e seu corpo). Essas classes de equivalência serão naturalmente em parte relativas ao observador, que avalia de fora a semelhança entre as ações e que faz delas uma classificação (ele partirá, por exemplo, dos reflexos que dá lugar a um exercício consolidador e generalizador, como a sucção; depois ele classificará as condutas das quais a repetição comporta um elemento de aprendizagem, como de levar a boca os objetos para sugar; depois ele classificará as ações equivalentes enquanto se apoiam sobre uma

generalização intencional, como na utilização de uma bastão ou de outros instrumentos, etc.) mais esta classificação será “natural” na medida em que ela poderá seguir a ordem de filiação por diferenciação progressiva das condutas (o que corresponderá às subclasses gradualmente elaboradas no seio de uma classe de equivalência mais geral) e sobretudo na medida em que a noção de classe de equivalência traduzirá esse processo espontâneo que é a “assimilação” pelo sujeito dos objetos uns aos outros, quer dizer, a substituição de um objeto por um outro nos quadros de uma mesma ação sendo aplicada a eles sucessivamente. Esse é o porquê a Definição 7 [abaixo] que vai introduzir a noção de esquema diz de uma “equivalência do ponto de vista do sujeito”.

*Definição 7.* O esquema de uma ação em relação a uma classe de ações equivalentes do ponto de vista do sujeito é a estrutura comum que caracteriza esta equivalência.

[Nota de rodapé:] O termo estrutura é empregado aqui no seu sentido clássico (Russel-Whitehead) de conjunto das propriedades e relações comuns aos sistemas isomórficos. (APOSTEL; MAYS; MORF; PIAGET, 1957, p. 44).

## Referências Bibliográficas

APOSTEL L.; MAYS W.; MORF A; PIAGET J. (avec la collaboration de Matalon, B.). *Les Liaisons Analytiques et Synthétiques dans le Comportements du Sujet*. Paris: P.U.F., 1957. (Bibliothèque scientifique internationale, Étude d'Épistémologie Génétique, IV)

BETH, E. W.; PIAGET, J. *Épistémologie Mathématique et Psychologie: Essai sur les Relations entre la Logique Formelle et la Pensée Réelle*. Paris: P.U.F., 1961. (Bibliothèque scientifique internationale, Étude d'Épistémologie Génétique, XIV)

INHOLDER, B.; PIAGET, J. *Da Lógica da Criança à Lógica do Adolescente*. São Paulo: Pioneira, 1976.

\_\_\_\_\_. *Gênese das Estruturas Lógicas Elementares*. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.

PIAGET, Jean. *Classes, Relations et Nombres: Essai sur les Groupements de la Logistique et sur la Réversibilité de la Pense*. Paris: J. Vrin, 1942. (Études de Psychologie et de Philosophie, 4)

\_\_\_\_\_. *Traité de Logique: Essai de Logistique Opératoire*. Paris : A. Colin, 1949.

\_\_\_\_\_. *Introduction à L'Épistémologie Génétique*. Paris: Presses Universitaires de France, 1950. (Bibliothèque de philosophie contemporaine. Logique et philosophie des sciences).

\_\_\_\_\_. Logique et Équilibre dans les comportements du Sujet. In: APOSTEL, L.; MANDELROT, B.; PIAGET, J. *Logique et Équilibre*. Paris, P.U.F., 1957, p. 27-117.

\_\_\_\_\_. *O Nascimento da Inteligência na Criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1974.

\_\_\_\_\_. *Ensaio de Lógica Operatória*. Porto Alegre: Globo, São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1976. Tradução de: *Essai de Logique Opératoire* - 2e éd. établie par Jean-Blaise Grize. Paris : Dunod, 1972. (Sciences du comportement – 15).

\_\_\_\_\_. *Psicologia e Epistemologia: Por uma Teoria do Conhecimento*. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1973a.

\_\_\_\_\_. *Biologia e Conhecimento*. Petrópolis: Vozes, 1973b.

\_\_\_\_\_. *A Formação do Símbolo na Criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

\_\_\_\_\_. *A Construção do Real na Criança*. São Paulo: Ática, 1996.

\_\_\_\_\_. *A Representação do Mundo na Criança*. Aparecida: Idéias & Letras, 2005.

PIAGET, J.; INHELDER, B. As Imagens Mentais. In: OLÉRON, P.; PIAGET, P.; INHELDER, B.; GRECO, P. *Tratado de Psicologia Experimental*, V. VII, A Inteligência. Rio de Janeiro: Forense, 1969. p. 71-116.

\_\_\_\_\_. *O Desenvolvimento das Quantidades Físicas na Criança: Conservação e Atomismo*. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

\_\_\_\_\_. *A Imagem Mental na Criança*. Porto: Civilização, 1977.

\_\_\_\_\_. *A Psicologia da Criança*. São Paulo: Difel, 1986.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. *A Gênese do Número na Criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z. Piaget segundo seus próprios argumentos. *Psicologia USP*, São Paulo, janeiro/março, 21(1), 11-30, 2010.

TASSINARI, R. P. *Da Ação sobre a Experiência Sensível à Estruturação Lógica do Real: Um Estudo da Forma da Construção do «Agrupamento» em Piaget*. 1998. Dissertação de Mestrado. Instituto de Psicologia da USP/São Paulo, 1998.

\_\_\_\_\_. Sobre uma Estrutura Fundamental para a Lógica Operatória Concreta, In: MONTOYA, A. O. D.; MORAIS-SHIMIZU, A.; MARÇAL, V. E. R.; MOURA, J. F. B. (Org.). *Jean Piaget no século XXI: Escritos de Epistemologia e Psicologia Genéticas*. 1ª ed. Marília - SP / São Paulo - SP: Oficina Universitária/Cultura Acadêmica, 2011, p. 31-46.

## Endereço / Address

Ricardo Pereira Tassinari  
Departamento de Filosofia  
Universidade Estadual Paulista - UNESP / Campus Marília – SP  
Faculdade de Filosofia e Ciências  
Av. Hygino Muzzi Filho, n.º 737  
CEP 17525-900 – Marília – SP

Data de recebimento: 26-03-2013

Data de aprovação: 18-06-2013

